



**HAL**  
open science

# Impact des défauts d'aspect sur la propagation d'un laser de puissance

Florian Tournemenne

► **To cite this version:**

Florian Tournemenne. Impact des défauts d'aspect sur la propagation d'un laser de puissance. Optique / photonique. Université de Bordeaux, 2019. Français. NNT : 2019BORD0189 . tel-02372207

**HAL Id: tel-02372207**

**<https://theses.hal.science/tel-02372207>**

Submitted on 20 Nov 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE BORDEAUX  
CEA CESTA  
ED 209 : SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

Thèse présentée pour obtenir le grade universitaire de docteur

Discipline : Lasers, Matériaux et Nanosciences

Florian TOURNEMENNE

---

IMPACT DES DÉFAUTS D'ASPECT SUR LA PROPAGATION  
D'UN LASER DE PUISSANCE

---

Soutenue le 18 octobre 2019 devant la commission d'examen composée de :

Christophe DORRER	LLE – University of Rochester, États-Unis	Rapporteur
Brian STOUT	Institut Fresnel – Marseille, France	Rapporteur
Nicolas FORGET	Société Fastlite – Antibes, France	Examineur
Jean-Yves NATOLI	Institut Fresnel – Marseille, France	Examineur
Manuel JOFFRE	École Polytechnique – Palaiseau, France	Président du jury
Philippe BOUYER	IOGS / LP2N – Talence, France	Directeur de thèse
Stéphane BOUILLET	CEA-CESTA – Le Barp, France	Invité

« J'avertis le lecteur que ce chapitre doit être lu posément,  
et que je ne sais pas l'art d'être clair pour qui ne veut pas être attentif. »  
— Jean-Jacques Rousseau, *Du contrat social*

## REMERCIEMENTS

---

Nul ne pourra contredire l'importance de la relation entre doctorant et encadrants pour le bon déroulement de travaux de thèse. J'ai eu la chance durant trois ans d'être épaulé par un duo hors norme, Claude et Stéphane B.. C'est d'abord un esprit de synthèse qui complète de bonnes idées qui ne s'arrêtent jamais. C'est ensuite un goût singulier pour l'explication de phénomènes au travers d'équations en accord avec une source intarissable de connaissances en optique, en laser, en métrologie, en proba.... C'est aussi des histoires drôles à propos de personnalités particulières, des parties d'échec et enfin des réunions matinales et hebdomadaires passionnantes de synthèses et d'explications. Merci pour tout.

Officiellement, Philippe Bouyer a dirigé ces travaux et je le remercie d'avoir eu une confiance quasiment aveugle en Baptiste Battelier et en moi. Baptiste, ton œil extérieur aux travaux a toujours été le bienvenu et il a été essentiel pour bien comprendre ce que l'on faisait. Je remercie également l'aide que tu m'as apportée lors de la rédaction de l'article et celle du manuscrit.

Également, je ne peux que remercier Christophe Dorrer et Brian Stout d'avoir lu avec précision le manuscrit et d'avoir émis des remarques très appréciables. Je tiens aussi à remercier Nicolas Forget, Manuel Joffre et Jean-Yves Natoli pour leur participation à l'examen des travaux de thèse.

Ma gratitude se tourne maintenant vers Denis qui a accepté ma candidature en finançant les trois années de doctorat. J'apprécie le soutien que tu m'as apporté notamment au travers de l'évènement « Ma thèse en 180 secondes ». D'autre part mes remerciements vont à Bernard et François qui ont suivi mes travaux au sein du département et du service. Merci à Jérôme D. d'avoir fait confiance à un électronicien pour faire le travail d'un opticien au sein du laboratoire et merci à Vincent pour les critiques constructives qui ont permis de rendre encore plus applicables ces travaux.

Il me semble que le cadre d'une thèse est important et mon laboratoire d'accueil a été exceptionnel pour ça. Merci à Gérard d'avoir partagé avec moi ton expertise sur les défauts d'aspect. Merci à Christel pour l'écoute dont tu as fait preuve. Merci à Christophe pour le temps que tu as consacré à m'expliquer EPSILON et le rugo. et pour les mesures associées. Merci à Laurent pour ce Boulder 2017. Merci à l'équipe MELBA, Roger, Romain P. et Odile B., pour le temps qu'ils ont consacré à me faire une manip. qui a quand même de la gueule, même si elle n'a pas su trouver sa place dans ce manuscrit. Merci à Laure pour les fromages, merci à Thierry pour ta bonne humeur matinale, et enfin merci à Isabelle, Nadja, Sandy, Sandrine, Gaël, Sébastien M., Odile L., Benjamin et Martin C.; tu verras dans ce bureau il fait aussi froid l'hiver que chaud l'été.

Et puis au-delà de ce cadre j'ai pu faire la rencontre de personnes qui ont contribué de près ou de loin à ces travaux de thèse : Stéphane M., Édouard, Eric, Jeanne, Daniel, Jérôme N., Philippe, Nadège, Mélanie. Par ailleurs je souhaite remercier Nicolas Bonod qui a toujours montré un grand enthousiasme pour ces travaux et qui a été d'un soutien énorme pour l'écriture de l'article.

Julien, je crois bien que sans les heures que tu as passées dans le noir, ces travaux de thèses manqueraient bien de relief. Tu as fait un travail de qualité et démontré bien des choses qui méritent d'être exploitées. À bientôt pour une dégustation de mes trouvailles arrangées autour d'une raclette/jacussi si le bon Alexandre B. est dispo! Merci à Martin S. (encore désolé pour ton état incongru le soir même de ta soutenance) de m'avoir accueilli dans le bureau et de m'avoir fait découvrir plein de gens sympathiques : Romain D., Mathilde, Benoît, Matthieu, Pierre-Marie, Mélanie, Carole.

Et puis il y a aussi Achille que j'ai embêté avec mes histoires de diffraction. Saaxewer et Charles, il reste encore des choses à découvrir. Profitez un max. des deux premières et demi années, ce sont les plus belles! Alexandre O. il n'y a plus qu'à confirmer, en plus avec cette belle annexe... Je tenez aussi à remercier tous les amis qui ont fait le déplacement pour fêter ça dignement : Kamraninou, Alexis, Marco, Clément, Pollux, Éric, Seb. et JM.

Tout travail mérite décompression. C'est pourquoi il est important d'avoir au sein d'une entreprise une section basket de qualité tout comme une section musique. Merci pour ces mardis et jeudis midis passés ensemble.

Avec toute l'admiration que peut avoir un petit frère envers son grand frère, c'est par un immense merci que je résume 3 ans, 364 jours, 13 heures et 33 minutes d'écart qui ont éclairé bien des prises de décisions et des incompréhensions durant 26 ans. Néanmoins, un mystère reste encore entier, aurais-je trouvé le secret des cheveux perdus? Maintenant à mon petit cousin je souhaite le plus grand bonheur et le plus de réussite. Si davantage tu te lancerais dans l'explication d'un phénomène ondulatoire au détour d'une question quelque peu impénétrable, sache que je ferais en sorte que tu sois dans l'attitude où tu m'as laissé la vielle de la soutenance, c'est-à-dire sereine et détendue ; pour ça je te remercie.

Il y a bien quelque chose de fondamentale qui mérite aussi d'être mentionnée. Ce manuscrit est l'accomplissement direct de trois années de travail tout en étant issu indirectement d'une enfance aimée, d'une éducation sans faille et d'une ouverture grandissante sur le monde. Papa, maman, retenez une chose de ces travaux de thèse. Sans votre amour, sans les valeurs transmises et sans les activités auxquelles vous m'avez initiées, aucunes des pages suivantes n'auraient pu voir le jour.

Marine, nous commençons et nous finissons pratiquement en même temps. Ce fut un plaisir de partager ces trois années. Tu es une personne formidable. Tous ces îlots de discussions dans un travail peut-être un peu trop soutenu furent des moments indispensables de vie. Et puis, il y a eu d'autres instants qui n'ont pas manqué d'être marrants en ta compagnie : formation, ma thèse en 180s, découverte de l'ouest américain... Je ne manquerai pas non plus de remercier ton assiduité à regarder la boîte mail de l'université car je pense que j'aurais oublié quelques heures de formations et quelques inscriptions à la fac. Dans l'attente de se retrouver autour d'un bon jeu, je vous souhaite le plus grand bonheur.

Enfin, si la liste des acronymes de ce manuscrit est courte, c'est bien pour une plus grande clarté. Toujours est-il que l'un d'entre eux aurait indéniablement eu sa place dans l'énumération : l'effet NL (Non Linéaire). C'est celui qui, quand bien des choses vont mal, redonne l'espoir et le sourire rien qu'en arborant des filaments polychromatiques. C'est celui qui laisse entendre une connaissance inépuisable qu'il serait bien de commencer à retenir. C'est celui que l'on soutient lorsqu'il fléchit et que l'on admire quand il défend sa famille. Pour la patience dont tu as fait preuve ces derniers mois et toute l'aide apportée sur bien des aspects, je te remercie... Les premières lettres sont pour toi...

## TABLE DES MATIÈRES

Publications et présentations	ix
Glossaire	xi
Introduction Générale	1
<b>1 CONTEXTE : DÉFAUTS D'ASPECT DANS LES LASERS DE PUISSANCE</b>	<b>5</b>
1.1 Présentation d'un laser de puissance : le Laser MégaJoule . . . . .	5
1.1.1 Description d'une chaîne laser mettant en forme les faisceaux du Laser MégaJoule . . . . .	6
1.1.2 Présentation des spécifications régissant les composants optiques pour garantir les performances d'un faisceau laser . . . . .	8
1.2 Présentation des défauts d'aspect et de leurs impacts sur les performances d'un faisceau laser . . . . .	12
1.2.1 Défauts liés à la fabrication de la matière première du composant .	13
1.2.2 Défauts liés au polissage du composant . . . . .	14
1.2.3 Défauts liés au dépôt de couches minces sur le composant . . . . .	14
1.2.4 Défauts liés à l'utilisation du composant sur une chaîne laser . . . . .	15
1.2.5 Défauts liés au recyclage du composant . . . . .	19
1.2.6 Synthèse : types de défauts d'aspect et leurs conséquences sur les performances d'un faisceau laser . . . . .	20
1.3 Présentation des méthodes de caractérisation des défauts d'aspect . . . . .	23
1.3.1 Méthode de caractérisation héritée de la norme ISO 10110-7 . . . . .	23
1.3.2 Autre méthode de caractérisation post production . . . . .	24
1.3.3 Méthode caractérisant l'impact des défauts . . . . .	26
1.4 Présentation de la spécification des défauts d'aspect liée à la norme ISO 10110-7 . . . . .	27
1.5 Critique à l'encontre des méthodes actuelles de spécification des défauts d'aspect . . . . .	29
<b>2 MOYENS EXPÉRIMENTAUX : OBSERVATION DE LA MORPHOLOGIE DES DÉFAUTS D'ASPECT ET DES FIGURES DE DIFFRACTION QU'ILS ENGENDRENT</b>	<b>33</b>
2.1 Présentation des méthodes d'observation de la morphologie d'un défaut d'aspect . . . . .	33
2.1.1 Rugosimètre interférométrique à lumière blanche . . . . .	34
2.1.2 Microscopie à contraste interférentiel différentiel de type Nomarski	36
2.2 Présentation d'une méthode d'observation des figures de diffraction en- gendrées par des défauts d'aspect . . . . .	37
2.2.1 Présentation du banc expérimental EPSILON . . . . .	37
2.2.2 Traitement des acquisitions pour évaluer les « points chauds » de la figure de diffraction . . . . .	39
2.2.3 Comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation numérique . . . . .	42
2.2.4 Comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus avec l'ob- jectif $\times 1$ et ceux obtenus avec l'objectif $\times 10$ . . . . .	46

2.2.5	Essais de répétabilité sur l'évaluation de l'intensification engendrée par un unique défaut d'aspect . . . . .	48
3	LIEN ENTRE LES MORPHOLOGIES DES DÉFAUTS ET LES « POINTS CHAUDS » QU'ILS ENGENDRENT : ANALYSE THÉORIQUE . . . . .	51
3.1	Rappel sur les théories de la diffraction de la lumière . . . . .	53
3.1.1	Équation de propagation de la lumière : la théorie du champ scalaire . . . . .	54
3.1.2	Lien entre le champ scalaire et l'éclairement lumineux . . . . .	56
3.1.3	Théorème intégrale de Kirchhoff : un outil mathématique indispensable . . . . .	57
3.1.4	Condition de rayonnement de Sommerfeld . . . . .	58
3.1.5	Diffraction de Rayleigh-Sommerfeld . . . . .	59
3.1.6	Diffraction de Fresnel . . . . .	60
3.1.7	Optique de Fourier . . . . .	63
3.1.8	Diffraction de Fraunhofer . . . . .	64
3.1.9	Synthèse : les théories de la diffraction de la lumière . . . . .	65
3.2	Présentation du modèle analytique fondé sur une méthode de décomposition en ondes élémentaires pour faire le lien entre le disque de phase et l'intensification qu'il engendre . . . . .	66
3.2.1	Discussion sur le principe de Babinet . . . . .	67
3.2.2	Discussion sur la tache d'Arago . . . . .	69
3.2.3	Intensification engendrée sur l'axe d'un disque de phase . . . . .	71
3.2.4	Intensification en champ lointain hors de l'axe . . . . .	75
3.3	Présentation de la complexification du modèle analytique pour rendre compte de structures plus proches des défauts réels . . . . .	78
3.3.1	Effet du contour de la forme du défaut sur l'intensification . . . . .	79
3.3.2	Effet de structures en anneaux de phase concentriques sur l'intensification . . . . .	83
3.4	Premiers résultats expérimentaux comparés à l'application du modèle analytique à deux défauts réels . . . . .	88
3.4.1	Estimations des paramètres d'entrée au modèle analytique . . . . .	88
3.4.2	Pertinence du modèle au regard de la réalité . . . . .	91
4	DOMAINE D'APPLICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE SUR UNE VARIÉTÉ DE DÉFAUTS : RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX . . . . .	95
4.1	Application du modèle analytique à un défaut de phase annulaire . . . . .	96
4.1.1	Déphasage : un paramètre à caractériser précisément . . . . .	97
4.1.2	Limite du modèle analytique aux courtes distances de propagation . . . . .	97
4.2	Application du modèle analytique à des défauts influant à la fois sur l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse . . . . .	99
4.3	Application du modèle à des défauts présentant une dissymétrie . . . . .	103
4.3.1	Modélisation sans tenir compte de la dissymétrie . . . . .	103
4.3.2	Différence de résultats entre le modèle analytique et l'expérience . . . . .	105
4.3.3	Effet de la dissymétrie sur l'intensification . . . . .	106
4.4	Application du modèle analytique à un défaut dont le saut de phase s'effectue avec une transition . . . . .	109
4.5	Application de la méthode de décomposition pour majorer les intensifications en ne connaissant que certains paramètres du défaut . . . . .	111

4.5.1	Effet de la plus grande dimension transverse d'un défaut sur la majoration . . . . .	112
4.5.2	Effet des rayons intérieurs sur la majoration . . . . .	113
4.5.3	Effet sur l'intensification d'une connaissance limitée sur les déphasage $\phi_i$ d'un défaut . . . . .	116
4.6	Application de la méthode de décomposition pour simplifier la morphologie d'un défaut au regard de l'intensification . . . . .	117
4.6.1	Simplification de la morphologie au regard des déphasages . . . . .	117
4.6.2	Simplification de la morphologie au regard des dimensions transverses . . . . .	118
5	LIMITES DE LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION VIS-À-VIS DE L'EFFET KERR : RÉSULTATS ANALYTIQUES ET NUMÉRIQUES . . . . .	125
5.1	Rappel sur l'effet d'un laser intense sur un matériau diélectrique . . . . .	126
5.1.1	Polarisation du milieu diélectrique . . . . .	126
5.1.2	Indice non linéaire engendré par effet Kerr . . . . .	127
5.2	Rappel sur l'auto-focalisation par effet Kerr d'un faisceau gaussien . . . . .	130
	Introduction Générale . . . . .	133
5.3	Présentation du modèle analytique tri-dimensionnel pour décrire la tache d'Arago . . . . .	133
5.4	Présentation du modèle analytique tri-dimensionnel de l'intensification engendrée par un disque de phase . . . . .	138
5.4.1	Description transverse de l'onde diffractée par un disque de phase . . . . .	138
5.4.2	Prédiction de la taille du « point chaud » observée en aval de défauts réels . . . . .	141
5.5	Présentation d'un critère permettant de statuer sur la potentiel gain par effet Kerr de l'éclairement d'un « point chaud » engendré par un disque de phase . . . . .	143
5.6	Résultats numériques de la propagation non linéaire de la lumière diffractée par un disque de phase parfait . . . . .	144
5.6.1	Cas de profils d'éclairement et de phase identiques . . . . .	145
5.6.2	Cas de profils d'éclairement différents pour des profils de phase identiques . . . . .	147
6	APPLICATION : SPÉCIFICATION DES DÉFAUTS D'ASPECT VIS-À-VIS DE L'ENDOMMAGEMENT FRATRICIDE LOCAL . . . . .	151
6.1	Spécification à l'aide d'un critère d'endommagement déterministe . . . . .	152
6.1.1	Spécification de l'endommagement fratricide vis-à-vis de la norme actuelle . . . . .	152
6.1.2	Amélioration de la spécification par la connaissance de la phase du défaut . . . . .	154
6.2	Spécification tenant compte de la loi d'endommagement . . . . .	157
6.2.1	Loi d'endommagement d'un composant optique . . . . .	157
6.2.2	Application de la loi d'endommagement à un « point chaud » engendré par un disque de phase . . . . .	158
6.2.3	Formulation de l'abaque tenant compte de la loi d'endommagement . . . . .	160
6.3	Spécification liée à la limite du modèle analytique vis-à-vis de l'effet Kerr . . . . .	163
7	CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES . . . . .	169
7.1	Conclusions . . . . .	169



7.1.1	Règle de base pour la spécification . . . . .	169
7.1.2	Dérogation à la règle . . . . .	171
7.1.3	Défauts modifiés ou apparaissant sur chaîne . . . . .	171
7.1.4	Remédiation par laser $CO_2$ . . . . .	172
7.2	Perspectives . . . . .	172
7.2.1	Comment améliorer la règle de base pour la spécification? . . . . .	173
7.2.2	Comment améliorer la capacité à déroger la spécification des défauts d'aspect? . . . . .	173
7.2.3	Comment améliorer la spécification au regard de l'effet Kerr? . . . . .	174
7.2.4	Comment mesurer la phase? . . . . .	174
7.2.5	Que faire des défauts qui ne se modélisent (ou ne se simplifient) pas comme un disque de phase? . . . . .	175
7.2.6	Que penser de l'imagerie non linéaire? . . . . .	175
7.2.7	Que penser des rayures? . . . . .	176
7.2.8	Que penser des défauts sur les réseaux de diffraction de la fin de chaîne du Laser MégaJoule? . . . . .	176
A	COMPLÉMENTS DE CALCULS POUR LES THÉORIES DE LA DIFFRACTION . . . . .	179
A.1	Vecteur de Poynting d'une onde sphérique . . . . .	179
A.2	Vecteur de Poynting d'une onde paraxiale . . . . .	180
A.3	Théorème intégral de Kirchhoff . . . . .	181
A.4	Onde sphérique et condition de rayonnement de Sommerfeld . . . . .	182
A.5	Lien entre la diffraction de Fresnel et l'optique de Fourier . . . . .	183
B	APPLICATION DE LA DIFFRACTION DE RAYLEIGH-SOMMERFELD À LA TACHE D'ARAGO . . . . .	185
C	COMPLÉMENTS DE CALCULS POUR LES RÉSULTATS ANALYTIQUES . . . . .	187
c.1	Quelques propriétés des fonctions de Bessel . . . . .	187
c.2	Calcul de l'onde diffractée par un disque opaque par des intégrations par parties successives . . . . .	187
c.3	Détails des calculs donnant la dérivée de la courbure linéaire du front d'onde diffracté par un disque de phase . . . . .	189
c.4	Abaque dans le cas d'un disque de phase . . . . .	190
	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	193

## PUBLICATIONS ET PRÉSENTATIONS

---

Les travaux réalisés dans cette thèse ont donné lieu aux publications et présentations suivantes.

### LISTE DE PUBLICATIONS DANS UNE REVUE À COMITÉ DE LECTURE

F. Tournemenne, S. Bouillet, C. Rouyer, C. Leymarie, J. Iriondo, B. Da Costa Fernandes, G. Gaborit, B. Battelier, N. Bonod, « Strong Light Intensifications Yielded by Arbitrary Defects : Fresnel Diffraction Theory Applied to a Set of Opaque Disks », *Physical Review Applied* **11**, 034008, 2019.

L. Lamaignère, M. Veinhard, F. Tournemenne, C. Bouyer, R. Parreault, R. Courchinoux, J-Y Natoli, C. Rouyer, S. Bouillet, « A powerful tool for comparing different test procedures to measure the probability and density of laser induced damage on optical materials », *Review of Scientific Instruments*, soumis à publication.

### LISTE DE PUBLICATIONS EN CONGRÈS INTERNATIONAL

F. Tournemenne, S. Bouillet, C. Rouyer, B. Da Costa Fernandes, G. Gaborit, C. Leymarie, B. Battelier, « Visual defects diffraction in high power lasers : impact on downstream optics », *Proc. of SPIE 10447, Laser-Induced Damage in Optical Materials 2017*, 104471Y, 2017.

F. Tournemenne, S. Bouillet, C. Rouyer, C. Leymarie, J. Iriondo, A. Baudier, B. Battelier, « A change of paradigm for visual defects specification in high power lasers », *Proc. of SPIE 10898, High Power Lasers for Fusion Research V*, 1089805, 2019.

E. Lavastre, J. Iriondo, F. Tournemenne, S. Bouillet, R. Parreault, L. Lamaignère, C. Rouyer, « Study of downstream impacts induced by defects of sol-gel antireflection layers in high power lasers », *Optical Interference Coatings Conference*, ThA.8, 2019.

A. Beaudier, T. Lanternier, R. Courchinoux, R. Parreault, S. Bouillet, F. Tournemenne, C. Leymarie, L. Lamaignère, « Front and rear surface damage of optical components due to particulate contamination », *Laser-Induced Damage in Optical Materials 2019*, congrès prévu en septembre 2019.

### LISTE DE PRÉSENTATIONS EN CONGRÈS NATIONAL ET INTERNATIONAL

F. Tournemenne, « La diffraction d'un faisceau laser de puissance par des défauts d'aspect : prédiction de l'impact sur les optiques en aval », *Journées nationales d'échange sur les optiques freeforms*, Marseille, 2017.

F. Tournemenne, « An analytic model to specify visual defects with regards to “hot spots” generation in a laser beam », *Laser Damage Symposium*, Boulder, 2018.

F. Tournemenne, « Comment spécifier les imperfections de surface (pour les lasers de puissance)? », *Réalisation d'un instrument optique – de la conception à la qualification*, Saint-Foy-lès-Lyon, 2018.

---

ACRONYMES

CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives
PQM	Pente Quadratique Moyenne du front d'onde
EQM	Écart Quadratique Moyen de l'écart normal au front d'onde
DSP	Densité Spectrale de Puissance de l'écart normal au front d'onde
RS	Rayleigh-Sommerfeld
KF	Kirchhoff-Fresnel

NOTATIONS

Une cohérence existe entre toutes les notations présentes dans ce manuscrit. En voici les principales.

*Grandeurs*

$\mathcal{E}$	Champ électrique
$\mathcal{H}$	Champ magnétique
$\mathcal{I}$	Éclairement
$I$	Intensification de l'éclairement
$\mathcal{U}$	Champ scalaire de la lumière

*Variables d'espace*

$x, y, z$	Coordonnées cartésiennes dimensionnées, associées au point d'observation
$r, \theta, z$	Coordonnées circulaires dimensionnées, associées au point d'observation
$x', y'$	Coordonnées cartésiennes dimensionnées dans le plan de l'objet diffractant
$r', \theta'$	Coordonnées circulaires dimensionnées dans le plan de l'objet diffractant
$\rho, \rho'$	Coordonnées circulaires adimensionnées suivant la dimension caractéristique de l'objet diffractant, associées respectivement à $r$ et $r'$
$\zeta$	Coordonnées longitudinales adimensionnées, associées à $z$

*Notations en indice*

Pour la majeure partie des grandeurs ou variables présentées jusqu'ici, il est précisé en indice la dépendance des grandeurs ou des variables aux paramètres du problème de diffraction. Les différents indices sont répertoriés en suivant :

- tr grandeur ou variable dépendant des paramètres d'un « trou de lumière » (ouverture circulaire), *ie.* son rayon  $R$
  - op grandeur ou variable dépendant des paramètres d'un disque opaque, *ie.* son rayon  $R$
  - dp grandeur ou variable dépendant des paramètres d'un disque de phase, *ie.* son rayon  $R$  et sa phase  $\phi$
  - op, $\sigma$  grandeur ou variable dépendant d'un disque opaque ayant un défaut de circularité, *ie.* son rayon  $R$  et son défaut de circularité  $\sigma/R^2$
  - dp, $\sigma$  grandeur ou variable dépendant d'un disque de phase ayant un défaut de circularité, *ie.* son rayon  $R$ , sa phase  $\phi$  et son défaut de circularité  $\sigma/R^2$
-

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

---

Les lasers de puissance peuvent être utilisés pour réaliser une réaction de fusion thermonucléaire en laboratoire. Cette expérience de physique, dont la réaction se produit naturellement au cœur d'une étoile, demande à l'homme de concevoir un instrument capable de délivrer une forte énergie lumineuse dans un temps relativement court (de l'ordre de la nanoseconde) sur une bille millimétrique de combustible. À travers le monde, deux installations lasers doivent être capable de délivrer une énergie lumineuse supérieure à 1 MJ : le LASER MÉGAJoule exploité en France par le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA) et celle aux États-Unis nommée NATIONAL IGNITION FACILITY. Plus d'une centaine de faisceaux lasers de puissance sont focalisés sur une cible. Par l'intermédiaire de rayons X, la bille de combustible située à l'intérieur de la cible est confinée pour atteindre les conditions de température et de pression nécessaires à la réaction de fusion. Ce procédé est appelé fusion par confinement inertiel par attaque laser indirecte.

L'énergie des faisceaux lasers est émise par un oscillateur, puis amplifiée et transportée au plus près de la chambre d'expériences, enfin convertie en fréquence avant d'être focalisée sur la cible. Les chaînes lasers sont conçues et construites pour assurer l'ensemble de ces fonctions principales. Elles sont constituées d'un grand nombre de composants optiques dont la maîtrise de la qualité est garante de la réussite de l'expérience de physique. Ainsi, les performances du faisceau sur cible sont intimement liées aux spécifications imposées aux fabricants impliquées dans les étapes de réalisations des composants. En particulier la qualité de la tache focale du faisceau, le niveau d'énergie qu'il véhicule sur la cible et l'endommagement qu'il induit sur les composants sont gouvernés par le respect de ces spécifications.

L'endommagement laser est un des principaux phénomènes limitant l'énergie que peut délivrer un faisceau laser. En régime d'impulsion nanoseconde, augmenter la densité surfacique d'énergie lumineuse revient à augmenter la probabilité d'endommagement de la surface d'un composant. Les lois de probabilité d'endommagement déterminées empiriquement dimensionnent à la fois l'énergie d'un faisceau du LASER MÉGAJoule, et sa surface,  $40 \times 40 \text{ cm}^2$ . De plus des efforts considérables ont été menés ces dernières années pour augmenter la résistance des matériaux à un flux laser intense. Cela s'est fait notamment grâce à l'amélioration des procédés de polissage des composants optiques et à la mise en place, après polissage, d'une étape d'attaque chimique visant à éliminer la plupart des précurseurs d'endommagement laser.

À chaque étape de la vie d'un composant optique, des défauts locaux apparaissent à la surface du composant influant à la fois sur l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse. Cela va de la rayure de polissage au cône de remédiation engendré par le processus de recyclage en passant par une multitude de formes d'endommagement laser dues à l'interaction entre le laser et la matière. Ces imperfections sont communément appelées : défauts d'aspect. Leur présence a un impact à la fois sur la dégradation de la tache focale et sur l'endommagement laser. La dégradation de la tache est intrinséquement liée à la présence d'une multitude de défauts d'aspect sur la surface d'un composant optique

tandis que l'endommagement laser peut être engendré par un seul défaut. Le caractère singulier de l'influence des défauts d'aspect sur l'endommagement en fait la principale raison de les spécifier.

Deux phénomènes d'endommagement sont liés à la présence de défauts d'aspect à la surface d'un composant. Le premier est l'endommagement intrinsèque du défaut. Tous ne s'endommagent pas de la même manière, cela dépend de leur nature. Par exemple, l'endommagement d'une rayure de polissage croît beaucoup plus facilement que pour le cas d'un défaut de traitement. Ce dernier peut potentiellement changer de morphologie sans pour autant observer de croissance. Les défauts dont l'endommagement est croissant sont les plus critiques vis-à-vis de l'endommagement intrinsèque.

Le second phénomène d'endommagement lié aux défauts d'aspect est indirect. Lorsque l'onde lumineuse se propage au travers d'un composant optique, son amplitude et sa phase sont perturbées localement par un défaut, si bien que des figures de diffraction se forment en aval du défaut. Ces figures sont le lieu d'énergie plus ou moins concentrée et, lorsqu'elles illuminent la surface d'un composant situé en aval dans la chaîne laser, un sur-endommagement notable est observé. Ce phénomène est connu sous le nom d'endommagement fratricide local et il donne le cadre principal des travaux présentés dans ce manuscrit.

Actuellement les défauts d'aspect sont spécifiés suivant la norme ISO 10110-7. Son caractère universel est bien utile pour communiquer efficacement avec les industriels impliqués dans la fabrication et la fourniture des composants optiques, cependant, elle manque de justification en ce qui concerne le phénomène d'endommagement fratricide local. Pour autant, abandonner la norme serait une perte considérable au vu de tout ce qui a pu être développé en relation avec elle, comme par exemple les moyens d'observation. Ainsi la première question qui doit être posée est la suivante : comment adapter les critères de la norme à l'endommagement fratricide local ? Il n'est pas à écarter que les réponses mènent à une sur-spécification des défauts et c'est pourquoi une seconde interrogation paraissant antinomique suit : comment déroger à la spécification ? La plupart des défauts devraient être spécifiés selon les réponses à la première question. Néanmoins, lorsqu'un défaut d'aspect est hors de la règle alors que le composant optique respecte toutes les autres spécifications, il serait préférable de reconsidérer le défaut potentiellement sur-spécifié plutôt que de reprendre le processus de fabrication long et coûteux.

En connaissant les lois de probabilité d'endommagement et le lien entre les figures de diffraction et la morphologie du défaut, il est totalement possible de prédire le sur-endommagement dû à la présence d'un défaut simplement en mesurant sa morphologie.

Le premier travail à mener est de comprendre la formation de « points chauds » au sein de la figure de diffraction. Le lien entre les intensifications et la morphologie du défaut est effectué au travers d'un modèle analytique fondé sur des cas typiques de structures de défauts. Pour s'assurer de la pertinence du modèle, il est appliqué à des cas réels. D'une part, les morphologies de plusieurs défauts d'aspect sont mesurées d'où sont extraits les paramètres d'entrée au modèle analytique. D'autre part, nous mesurons expérimentalement l'intensification engendrée par ces défauts. Les résultats issus du modèle analytique sont comparés à ceux expérimentaux permettant alors d'établir la validité du modèle.

La propagation linéaire de la lumière est le cadre théorique du modèle. Néanmoins, les figures de diffraction, engendrées par des défauts, se propagent dans la matière, la silice, et le faisceau est susceptible de subir l'effet Kerr. Il est connu qu'en présence de l'effet Kerr, un faisceau gaussien peut auto-focaliser. Certains « points chauds » engendrés par

---

---

des défauts peuvent aussi, à l'image du faisceau gaussien, auto-focaliser. Une partie du travail consiste alors à déterminer les limites du cadre linéaire du modèle. Dès lors qu'un gain de l'éclairement dû à l'effet non linéaire est prédit, alors le modèle analytique n'est plus en capacité d'évaluer la position et l'intensification des « points chauds ».

Enfin une spécification est élaborée sur la base de chaque paramètre du modèle. Certains sont directement liés à un critère dans la norme. D'autres plus compliqués à mesurer devraient être utiles pour déroger à la règle. Ces spécifications sont établies suivant deux critères liés à l'endommagement, l'un est simplement un seuil sur l'intensification à ne pas dépasser, l'autre consiste à intégrer les lois de probabilité d'endommagement des composants optiques. Le travail sur l'effet Kerr n'est pas à oublier. La limite du cadre linéaire du modèle est utilisée pour établir une spécification. Cette dernière traduit le fait que les défauts non acceptés sont ceux pouvant engendrer des « points chauds » susceptibles d'être amplifiés par effet Kerr.

---





## CONTEXTE : DÉFAUTS D'ASPECT DANS LES LASERS DE PUISSANCE

---

Ce premier chapitre rappelle, en section 1.1, les efforts qui ont été mis en œuvre pour arriver aux niveaux actuels de qualité d'un faisceau du LASER MÉGAJoule. Les performances, énoncées dans cette section, directement liées à la qualité des composants optiques, sont choisies de telle sorte qu'elles soient pertinentes au regard des défauts d'aspect. Ces derniers sont des imperfections locales à la surface d'un composant optique qui influent à la fois sur l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse se propageant au travers du composant. Cette perturbation locale de l'onde influent sur les performances du faisceau laser. Un état de l'art réalisé en section 1.2, montre les différentes conséquences induites par les défauts d'aspect sur une installation laser de puissance.

Le travail reporté dans ce manuscrit fait référence à une seule de ces conséquences : l'endommagement fratricide local. La perturbation causée par un défaut d'aspect sur la lumière, engendre des figures de diffraction au cours de la propagation du faisceau. Ces figures sont les lieux d'une concentration d'énergie lumineuse plus au moins forte, ce qui a pour conséquence d'augmenter la probabilité d'endommagement des composants placés en aval dans la chaîne laser.

En section 1.3, nous présentons comment les défauts sont caractérisés sur différentes installations lasers de puissance. La méthode, propre à l'installation LASER MÉGAJoule, est inspirée directement de la norme actuelle ISO 10110-7 relative aux défauts d'aspect. Cette norme fait l'objet d'une présentation à la section 1.4, notamment pour comprendre ce à quoi elle répond. Au vu de l'état de l'art à propos de l'impact des défauts sur un laser de puissance, la norme est plus ou moins adaptée pour spécifier les défauts d'aspect. D'autres méthodes plus pragmatiques sont présentées en section 1.3. Elles caractérisent l'impact des défauts d'aspect au regard de l'endommagement fratricide local. Ces méthodes sont plus proches du besoin, néanmoins, plusieurs critiques sont formulées en section 1.5. L'ensemble de ces critiques mènent à poser la problématique suivante : quel lien y a-t-il entre la morphologie d'un défaut et l'endommagement qu'il produit sur les composants placés en aval dans la chaîne laser ?

### 1.1 PRÉSENTATION D'UN LASER DE PUISSANCE : LE LASER MÉGAJoule

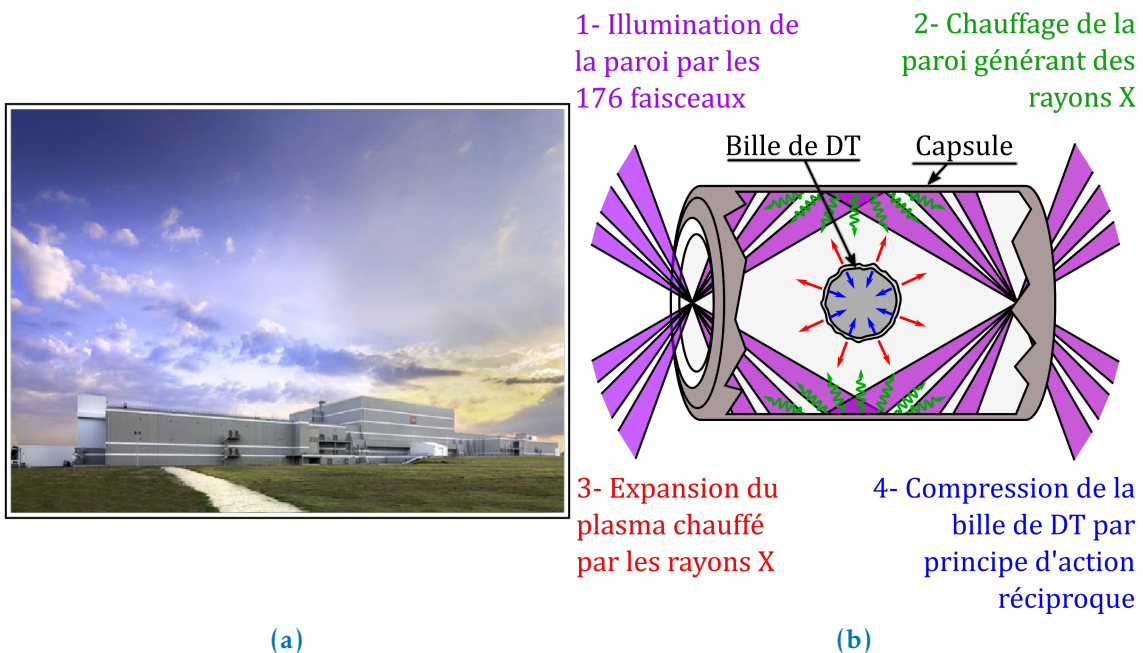
C'est en 1996 que le traité d'interdiction complète des essais nucléaires est signé par la France. Cet acte important est à l'origine du programme Simulation lancé par la France pour garantir la sûreté et la fiabilité des armes de la force de dissuasion. Ce programme, mené par le Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives (CEA), a pour objectif principal de reproduire en laboratoire le fonctionnement d'une arme nucléaire. Trois outils sont développés pour répondre à une telle tâche : (i) l'installation de radiographie EPURE, (ii) le supercalculateur TERA et (iii) le LASER MÉGAJoule. Cette dernière installation donne le cadre principal de mes travaux de thèse. Elle se situe au Barp sur l'un des sites du CEA. Une photographie du bâtiment accueillant l'installation est présentée sur la figure 1.1a.

Le LASER MÉGAJoule est un outil permettant de recréer, à l'échelle microscopique, les conditions de température et de pression lors du phénomène de fusion thermonucléaire. L'expérience démonstrative implique de confiner, dans une capsule millimétrique, une réaction de fusion entre des noyaux de Deutérium et de Tritium tous deux isotopes de l'Hydrogène. Un tel confinement est réalisé à partir de rayons X provoqués par l'interaction entre le faisceau laser et les parois métalliques de la capsule (*cf.* la figure 1.1b décrivant cette cible). Ce type de processus indirect est communément appelé fusion par confinement inertiel par attaque indirecte.

La création de rayons X se fait par l'intermédiaire de 176 faisceaux. Ceux-ci sont dimensionnés pour apporter une énergie totale de 1,4 MJ à la cible [1]. Chaque faisceau doit être capable de délivrer une énergie de 8 kJ à la longueur d'onde de 351 nm. L'installation est conçue pour accueillir 22 chaînes lasers.

### 1.1.1 Description d'une chaîne laser mettant en forme les faisceaux du Laser MégaJoule

Sur la figure 1.2 est décrite une chaîne laser mettant en forme les faisceaux du LASER MÉGAJoule. La source délivre une impulsion dont l'énergie est de quelques nanojoules à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1053$  nm et d'une durée pouvant varier de quelques centaines de picosecondes à une dizaine de nanosecondes. Cette impulsion est ensuite injectée dans le module pré-amplificateur. Il permet à la fois d'amplifier l'énergie véhiculée par l'impulsion, de quelques nanojoules jusqu'au joule, et de mettre en forme spatialement le faisceau. En sortie du module, la section du faisceau est carrée de 40 mm de côté. Celle-ci est élargie pour atteindre 400 mm de côté en entrée de la section amplificatrice.



**FIGURE 1.1** – (a) Photographie du bâtiment accueillant le LASER MÉGAJoule, (b) Vue schématique d'une cible permettant de réaliser de la fusion par confinement inertiel (DT pour Deutérium et Tritium).

Cette dernière est composée principalement de 16 plaques de verre de Phosphate dopées au Néodyme montées à angle de Brewster pour optimiser à la fois le pompage par les lampes flashes et la transmission de la lumière par les plaques amplificatrices. Le faisceau laser effectue quatre passages dans la section. Celle-ci est dotée d'un système de déclenchement fait d'un polariseur et d'une cellule de Pockels bloquant la chaîne de toute propagation possible, avant puis après les quatre passages de l'impulsion, afin d'éviter notamment l'amplification de faisceaux parasites. En plus de l'amplification, deux autres fonctions sont réalisées au sein de la section amplificatrice : (i) le filtrage spatial des hautes fréquences effectuées par l'intermédiaire d'un diaphragme placé entre deux lentilles formant un système afocal, (ii) la correction, à l'aide du miroir déformable, des déformations du front d'onde causées par la propagation du faisceau au travers des composants optiques de la section amplificatrice. L'énergie lumineuse d'un faisceau atteint les 15 kJ en sortie de la section amplificatrice.

Le faisceau est ensuite transporté vers la chambre d'expérience à l'aide de miroirs, sur une distance de 10 m dans un environnement gazeux particulier, l'argon afin de limiter la diffusion Raman stimulée longitudinale dans les molécules d'azote et d'oxygène présentes dans l'air. Pour certains faisceaux, jusqu'à 7 miroirs sont nécessaires pour le transport.

Avant de parvenir au centre de la chambre d'expérience où se situe la cible, le faisceau se propage au travers du système de conversion de fréquence et de focalisation. Ce dernier est composé de quatre entités : (i) une lame de phase permettant de lisser la tache focale ; (ii) un couple de réseaux de diffraction, l'un fonctionnant à 1053 nm et l'autre à 351 nm, permettant, à la fois, de former un coude évitant les retours dans la chaîne, de lisser longitudinalement la tache focale, de séparer les chemins des faisceaux résiduels à 1053 et 527 nm et de focaliser le faisceau sur la cible<sup>1</sup> ; (iii) une paire de cristaux convertisseurs de fréquence, un cristal de dihydrogénéo-phosphate de potassium doublant la fréquence et le même cristal deutéré transformant les deux faisceaux à 1053 et 527 nm en un faisceau à la longueur d'onde de 351 nm ; (iv) un hublot faisant l'interface entre le vide de la chambre d'expérience et le reste de l'installation. Bien qu'il n'ait aucune fonction optique, le hublot est le composant le plus critique de la chaîne car une rupture du vide pourrait avoir des conséquences dramatiques pour l'installation.

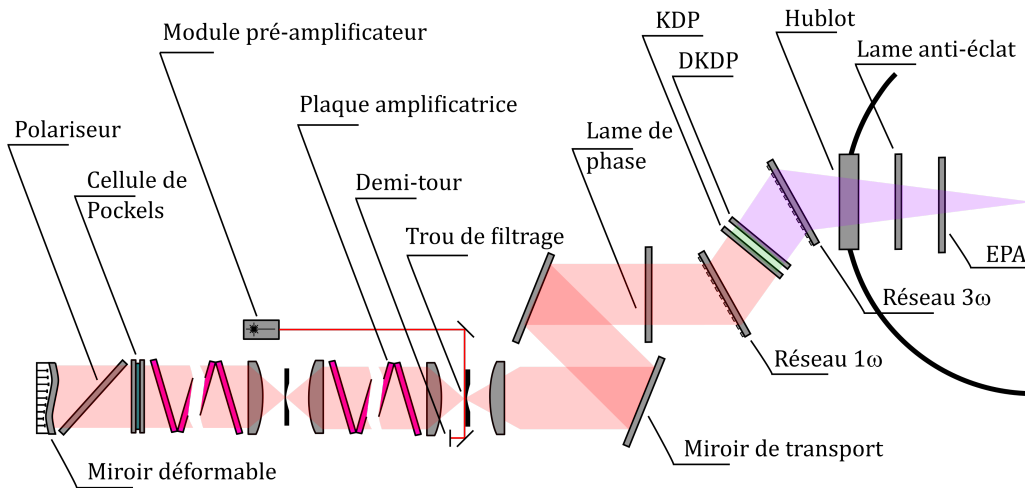
Enfin, une lame anti-éclat et un écran de protection amovible, présents dans la chambre, protège le hublot des potentielles projections de débris créés lors de l'expérience de physique.

La principale limitation en énergie d'un faisceau est due à la tenue au flux laser des composants optiques. C'est d'ailleurs pour cette raison que les faisceaux lasers sont de grandes dimensions. Néanmoins, les densités d'énergie estimées sur chaîne sont loin d'être négligeables au regard de l'endommagement. Par exemple, le hublot de chambre doit être capable de résister à une densité maximale de  $14 \text{ J.cm}^{-2}$  à 351 nm.

---

1. Le lissage, la focalisation et la séparation des longueurs d'onde sont réalisées uniquement par le réseau fonctionnant à 351 nm.

---



**FIGURE 1.2** – Vue schématique d'un faisceau du LASER MÉGAJoule; KDP : cristal doubleur de dihydrogène-phosphate de potassium, DKDP : cristal tripleur de dihydrogène-phosphate de potassium deutéré, Réseau  $1\omega$  : réseau à 1053 nm, Réseau  $3\omega$  : réseau focalisant à 351 nm; EPA : écran de protection amovible.

### 1.1.2 Présentation des spécifications régissant les composants optiques pour garantir les performances d'un faisceau laser

Environ 3600 composants optiques faits de silice sont recensés sur la totalité du LASER MÉGAJoule. La grande dimension du faisceau, lors de l'amplification, du transport et de la conversion de fréquence, implique des dimensions toutes aussi grandes pour les composants. De plus certains d'entre eux sont inclinés par rapport à la direction de propagation de la lumière (eg. les miroirs de transport), impliquant des dimensions des composants bien plus grandes que celles du faisceau (jusqu'à  $600 \times 400 \times 60$  mm).

Les rigueurs de fabrication et de contrôle de ces composants optiques sont indispensables au regard des performances que doit respecter le faisceau laser. Ces performances sont multiples, celles-ci vont de la qualité de la tache focale à la sécurité de l'installation.

Le bon déroulement de l'expérience de physique nécessite de maîtriser la tache focale, en énergie, en position, en forme et en dimension. Ces paramètres sont intrinsèquement liés au front d'onde et au front d'énergie modifiés par le passage de la lumière au travers des composants optiques [2]. Pour chaque période spatiale présente à la surface d'un composant, il est identifié un impact sur la tache focale. Pour les composants du LASER MÉGAJoule, la spécification de ces périodes spatiales se fait par intervalles (cf. tableau 1.1).

Toute période supérieure à 10 mm est spécifiée selon la courbure, le basculement<sup>2</sup> et la pente quadratique moyenne (PQM) du front d'onde. La courbure indique un défaut de focalisation<sup>3</sup> et le basculement un défaut d'alignement lorsque la PQM, exprimée en  $\mu\text{rad}$ , renseigne sur une dégradation de la forme de la tache focale. Ces deux paramètres sont contrôlés en pleine pupille par interférométrie (cf. figure 1.3a).

2. Le basculement est le plan ajusté à la surface d'onde une fois la courbure de la surface d'onde retirée. Le terme anglais « tilt » est souvent utilisé.

3. Chaque performance est soulignée par la suite.

Périodes spatiales (mm)	Critères de spécification	Impacts sur les performances
< 0,1	EQM	Perte d'énergie par diffraction
[0,1;10]	EQM et DSP	Perte d'énergie par diffraction et augmentation du contraste
> 10	PQM	Dégradation de la forme de la tache focale
	Courbure	Défaut de focalisation
	Basculement	défaut d'alignement

**TABLE 1.1** – Spécifications et impacts des périodes spatiales à la surface d'un composant optique.

Les périodes inférieures à 0,1 mm sont spécifiées suivant l'écart quadratique moyen (EQM), exprimé en nanomètre. C'est une description statistique de la rugosité de surface du composant optique. L'EQM est mesuré en sous-pupille à l'aide du rugosimètre interférométrique présenté en figure 2.1a. À ces périodes spatiales, le seul effet néfaste est la perte d'énergie par diffraction donnée par la relation <sup>4</sup> [2]

$$\frac{P_{\text{perdue}}}{P_0} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2 \text{EQM}^2, \quad (1.1)$$

où  $P_0$  est la puissance incidente.

Cette quantité d'énergie se retrouve diffractée en périphérie de la tache focale. Ce lieu est communément appelé pied de la tache focale. Une quantité importante d'énergie dans le pied traduit une perte d'énergie transmise à la cible mais aussi une interaction plus importante entre la lumière et les parois d'entrée de la capsule contenant la cible. Cette interaction peut compromettre l'expérience puisqu'elle est génératrice d'un plasma obturant le passage de la lumière ou perturber la métrologie de l'expérience.

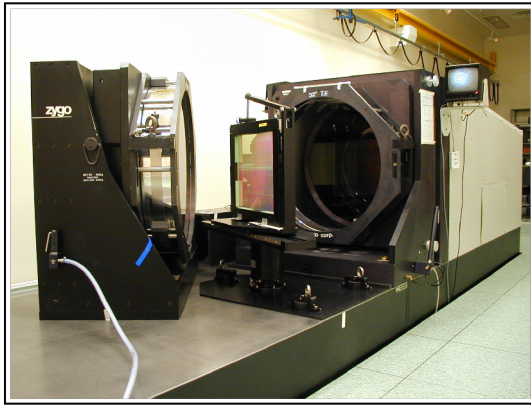
Les défauts de la surface d'onde dont les périodes sont dans la bande [0,1;10] mm sont responsables à la fois d'une perte d'énergie par diffraction et d'une détérioration des composants optiques placés en aval par un endommagement accru de leurs surfaces. Cette dernière conséquence s'explique par le fait que tout contraste de phase se retrouve dans l'éclairement par le simple fait que la lumière se propage. Pour chaque période  $p$  d'un défaut de phase, il existe une distance où la transmission du défaut dans l'amplitude de l'onde lumineuse est maximale. Cette distance est le quart de la distance de Fresnel  $L_f$  dont l'expression est

$$L_f = \frac{2p^2}{\lambda_0}, \quad (1.2)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du faisceau laser incident. Par exemple, à  $\lambda_0 = 351$  nm, c'est à 1,4 m de propagation que se situe, pour la première fois<sup>5</sup>, le plan où le contraste en amplitude de l'onde lumineuse est maximal dû à la présence d'un défaut de phase de

4. La relation est valable pour des valeurs petites d'EQM.

5. Le processus de transfert de contraste entre la phase et l'éclairement est répété indéfiniment de façon périodique au cours de la propagation. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Talbot [3].



(a)



(b)

**FIGURE 1.3** – (a) Contrôle par interférométrie de la surface d'onde d'un composant optique; (b) Photographie du photomètre réalisant les mesures de transmission et de réflexion d'un composant optique.

période 1 mm. Cette augmentation de contraste en amplitude, *a fortiori* en éclairement, est néfaste pour deux raisons : (i) elle traduit une augmentation de la probabilité d'endommagement et (ii) certaines fréquences peuvent être amplifiées par effet non linéaire (eg. le gain d'énergie dans la section amplificatrice ou l'effet Kerr par propagation dans un composant suffisamment épais [4]). C'est pourquoi ces périodes spatiales sont contrôlées à l'aide de deux paramètres : l'EQM et la densité spectrale de puissance (DSP) de la surface d'onde<sup>6</sup>.

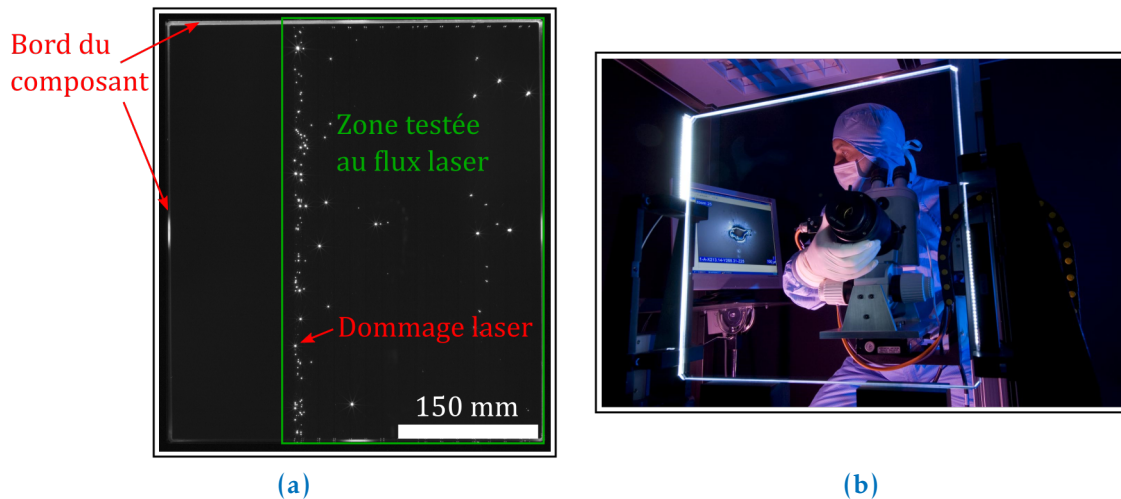
Les bandes de périodes spatiales de chaque type de composant sont spécifiées selon la position du composant dans la chaîne laser et selon sa fonction optique.

En plus de la qualité de la surface d'onde, il faut optimiser la transmission ou la réflexion des composants optiques pour avoir un maximum de maîtrise de l'énergie apportée à la cible. Cela est réalisé au moyen du dépôt de couches minces à la surface de la plupart des composants optiques<sup>7</sup>, dans le but de réaliser la fonction miroir ou celle antireflet. Typiquement, le traitement antireflet est spécifié pour avoir un minimum de pertes d'énergie par transmission et aussi pour éviter les faisceaux parasites. Cette performance est contrôlée par photométrie à l'aide du banc d'observation présenté sur la figure 1.3b.

Intéressons-nous maintenant à l'endommagement laser des composants optiques. Un hublot de chambre endommagé est néfaste pour la sécurité de l'installation. De plus la présence de dommages lasers sur tout autre composant diminue nettement les performances liées à l'énergie apportée à la cible (cf. section 1.2.4).

6. En intégrant la DSP sur une bande de période spatiale, nous retrouvons l'EQM au carré de la bande. La spécification sur ce paramètre permet de limiter les périodes spatiales présentant beaucoup de contraste.

7. Pour des raisons techniques, la face gravée des réseaux n'est pas traitée. Les surfaces des plaques amplificatrices ne sont également pas traitées puisque la fonction antireflet est réalisée par l'angle d'incidence du faisceau polarisé de façon rectiligne, et mis à Brewster.



**FIGURE 1.4** – (a) Endommagement d'un composant optique à l'issue d'un test d'endommagement, la concentration de dommages n'est pas homogène car les tests de tenue au flux sont effectués par bandes à différentes fluences; (b) contrôle de l'aspect d'un composant optique.

Aux fluences<sup>8</sup> de travail d'un faisceau du LASER MÉGAJoule et à sa durée d'impulsion, la silice ne s'endommage pas. En effet, il est démontré que la fluence seuil de dommages intrinsèques à la silice est de l'ordre de la centaine de  $J.cm^{-2}$  dans le régime de la nanoseconde [5]. Alors que cette limite n'est pas dépassée, les composants optiques s'endommagent.

Ceci est dû aux faiblesses présentes sous la surface du composant et engendrées lors du polissage. Durant les premières étapes de polissage, des fractures se créent à la surface de l'optique. Celles-ci sont finalement recouvertes par une couche fine sur-densifiée, appelé couche de Beilby, engendrée par l'action physico-chimique des abrasifs des dernières étapes de polissage [6]. Ces fractures hébergent des polluants issus du polissage qui sont susceptibles d'absorber le flux lumineux. De plus les fractures sont des défauts structuraux abaissant le seuil de dommages intrinsèques de la silice. Toutes ces faiblesses sont communément appelées défauts « sous-surfaciques » et contribuent à diminuer la résistance au flux laser de la surface d'un composant [7, 8].

Les dommages lasers critiques apparaissent principalement en face arrière du composant optique. Lorsqu'un dommage se forme à un moment de l'impulsion, un plasma se crée dans l'air. Si le dommage amorcé est en face avant, le plasma obture le reste de l'impulsion : l'énergie n'est plus transmise au dommage, il ne croît pas et se stabilise. À l'inverse, lors de la formation d'un dommage en face arrière, le plasma créé dans l'air réfléchit l'impulsion lumineuse sur le dommage : une grande quantité d'énergie est transmise au dommage, il croît et génère des fractures sous surfaciques fragilisant le dommage lors l'impulsion laser suivante.

Énormément d'efforts sont menés pour limiter la présence de défauts sous-surfaciques notamment au travers du procédé de finition de polissage dit MRF (pour Magneto Rheological Finishing) [9]. Une dernière étape d'acidage (ou attaque basique) permet également d'enlever les défauts « sous-surfaciques » [10, 11]. À l'heure actuelle, quelques rares défauts initiateurs de dommages lasers sont encore présents.

8. Le terme « fluence » est équivalent à la densité surfacique d'énergie.



La spécification vis-à-vis de l'endommagement d'une surface est donnée en densité de dommages par unité de surface lorsque celle-ci est illuminée à une certaine fluence, une durée d'impulsion et une longueur d'onde. Typiquement, la spécification du hublot de chambre est de  $10^{-2}$  dommages par  $\text{cm}^2$  pour une fluence incidente de  $14 \text{ J}\cdot\text{cm}^{-2}$  et une durée d'impulsion de 3 ns à 351 nm. La métrologie de cette spécification s'effectue sur un banc d'endommagement laser où le composant est directement soumis à la fluence test et l'on vient mesurer *post mortem* la densité de dommages apparaissant [12]. C'est une métrologie destructrice et, de fait, elle est effectuée par le prélèvement de composants optiques dans la chaîne de production (cf. la photographie présentée sur la figure 1.4a montrant l'aspect d'un composant à la fin d'un test d'endommagement).

Enfin, une fois abordés les aspects de performances de la tache focale et de sécurité de l'installation, introduisons la spécification liée aux défauts d'aspect. Celle-ci s'appuie uniquement sur la norme ISO 10110-7 [13] qui est détaillée en section 1.4 (cf. la figure 1.4b illustrant le contrôle d'aspect de la surface d'un composant optique).

Les spécifications énoncées dans cette section ne constituent pas une liste exhaustive de toutes celles régissant les composants optiques. L'objectif est de répertorier les performances qui peuvent tout autant être impactées par les défauts d'aspect, à savoir, la perte d'énergie par transmission, celle par diffraction, l'endommagement laser d'un défaut d'aspect et l'augmentation de contraste en éclairage. Propre aux défauts d'aspect, il faut citer aussi l'endommagement fratricide local. Le lien entre ces performances et les défauts d'aspect est démontré au cours de la section 1.2.

## 1.2 PRÉSENTATION DES DÉFAUTS D'ASPECT ET DE LEURS IMPACTS SUR LES PERFORMANCES D'UN FAISCEAU LASER

Étymologiquement, un défaut d'aspect est un défaut qui se voit aux moyens de l'observation traditionnelle<sup>9</sup>. Nous donnons une définition plus précise : c'est un défaut local, d'une dimension transverse suffisamment grande pour être observable avec les moyens actuels (*ie.* supérieure à  $10 \mu\text{m}$ ) qui impacte l'amplitude ou la phase de l'onde lumineuse. Par cette définition, les défauts périodiques spécifiés en partie par l'EQM (cf. section 1.1.2) ne sont pas des défauts d'aspect car non locaux, ni mêmes les défauts sous-surfaciques précurseurs d'endommagement (cf. section 1.1.2) qui sont trop petits pour rentrer dans cette catégorie.

Cette définition peu commune est cependant suffisamment générale pour traiter de l'ensemble des défauts d'aspect qui peuvent apparaître sur un composant optique d'une installation laser de puissance. À l'inverse, son point négatif est qu'elle ne respecte pas forcément l'étymologie. Il n'est pas évident de « voir » un défaut influant uniquement sur la phase de l'onde lumineuse.

Par la suite, nous détaillons la multitude de défauts d'aspect qu'il est possible d'observer sur un composant optique. Nous déterminons aussi les conséquences induites par la présence de ces défauts. Chaque conséquence est résumée dans la section 1.2.6.

---

9. Les moyens d'observation traditionnels pourraient être ceux établis dans la norme ISO 10110-7 relative aux défauts d'aspect [13]. Par exemple, une observation visuelle à l'aide d'un microscope, sans considération interférométrique tel que le contraste interférentiel différentiel présenté en section 2.1.2.

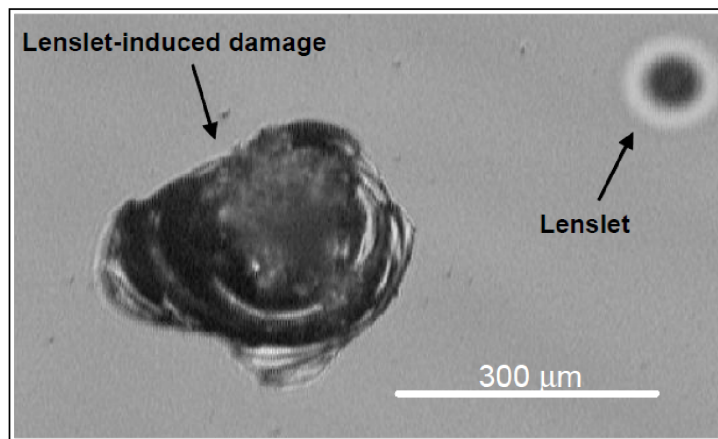
### 1.2.1 Défauts liés à la fabrication de la matière première du composant

La matière première de la plupart des composants optiques d'une installation laser de puissance est de la silice synthétisée. Par exemple, la matière première du hublot de chambre du LASER MÉGAJoule est produite à partir de la méthode OVD (pour « Outside Vapor Deposition »). Un gaz est condensé sur une paroi à une température relativement basse, entre 1300°C et 1600°C pour que la réaction chimique ait lieu, pour conduire à une structure moléculaire et atomique désordonnée. Le préforme ainsi obtenu est placé dans un four porté à 2000°C pour enlever toute porosité. Enfin, le préforme est coulé dans un moule, puis figé formant alors une plaque de silice appelée « boule ». Cette dernière est ensuite détournée et ébauchée suivant les dimensions de l'optique à réaliser<sup>10</sup>.

La principale raison qui conduit à synthétiser la silice est d'éviter toute imperfection ou bulle d'air emprisonnée dans la silice. Par exemple, un four à induction et des moules en graphite sont utilisés pour limiter les inclusions.

Ces imperfections sont considérées comme des défauts d'aspect et elles sont un facteur limitant pour l'utilisation du composant optique dans une chaîne laser de puissance. En effet, la présence de ces défauts dans le volume du composant accroît nettement l'endommagement de la face arrière. Dans [14], chaque défaut, appelé « objet de phase dans le volume d'un composant de silice », est caractérisé par la différence de marche induite au front d'onde. Ensuite il est reporté l'état d'endommagement de la surface située juste derrière le défaut lorsque celui-ci est illuminé par un faisceau intense<sup>11</sup>. Une forte corrélation est démontrée entre l'apparition de dommages et la présence d'un défaut de phase dans la matière notamment lorsque celui-ci présente une grande différence de marche (cf. figure 1.5).

Par le phénomène décrit dans [14], il est relaté un premier effet néfaste dû à la présence de défauts d'aspect : la création d'un « point chaud » dans le faisceau donnant



**FIGURE 1.5** – Figure 3 extraite de [14]. Représentation d'un dommage (à gauche) induit par la présence du défaut de phase, nommé « lenslet », dans le volume du composant (à droite).

10. L'épaisseur est toujours surdimensionnée pour qu'elle ait la bonne dimension une fois les étapes de polissage terminées.

11. Le faisceau laser est de forme elliptique (10×13 cm) d'une durée d'impulsion de 2 à 3 ns (forme temporelle carrée ou gaussienne) et d'une fluence incidente moyenne d'environ 4 J.cm<sup>-2</sup> à la longueur d'onde de 351 nm.

lieu à un sur-endommagement notable. Le terme utilisé pour décrire ce phénomène est l'endommagement fratricide local.

### 1.2.2 Défauts liés au polissage du composant

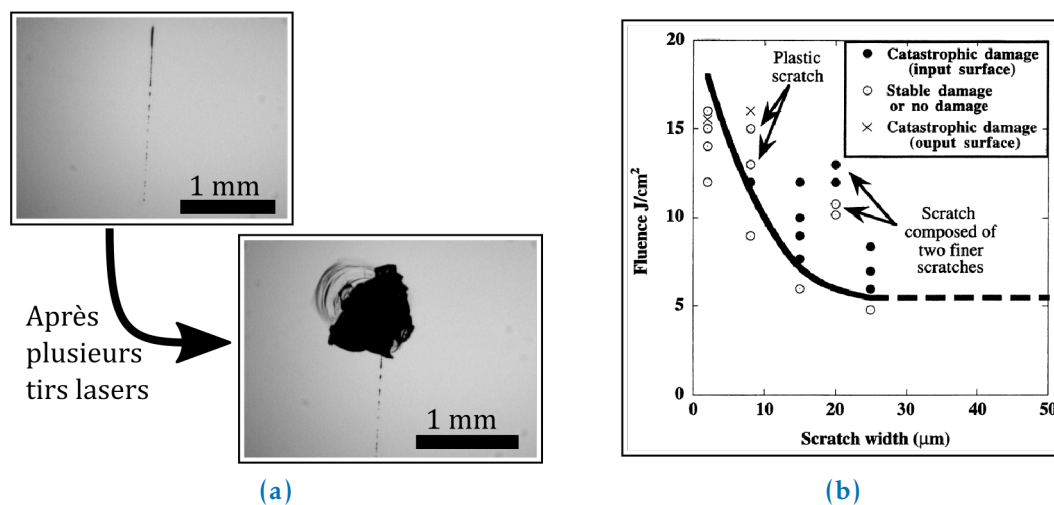
Une fois la matière première créée et les inclusions contrôlées, le bloc de matière est poli. Le processus de polissage implique plusieurs étapes où un enlèvement de matière de plus en plus fin est réalisé. Ces étapes de polissage génèrent des défauts d'aspect à la surface du composant. Ceux-ci sont classiquement appelés piqures, éclats, fractures ou rayures.

Une littérature abondante s'attache à expliquer l'endommagement intrinsèque des rayures car ce sont les principales faiblesses de la surface d'un composant optique. Il est montré par simulation numérique que le champ électrique peut être grandement amplifié sur de très courtes distances par différentes morphologies de rayures [15, 16]. Ces modifications de champ sont telles que dans certains cas de morphologies et d'énergies incidentes la rayure s'endommage d'elle même (cf. figure 1.6a) [17, 18].

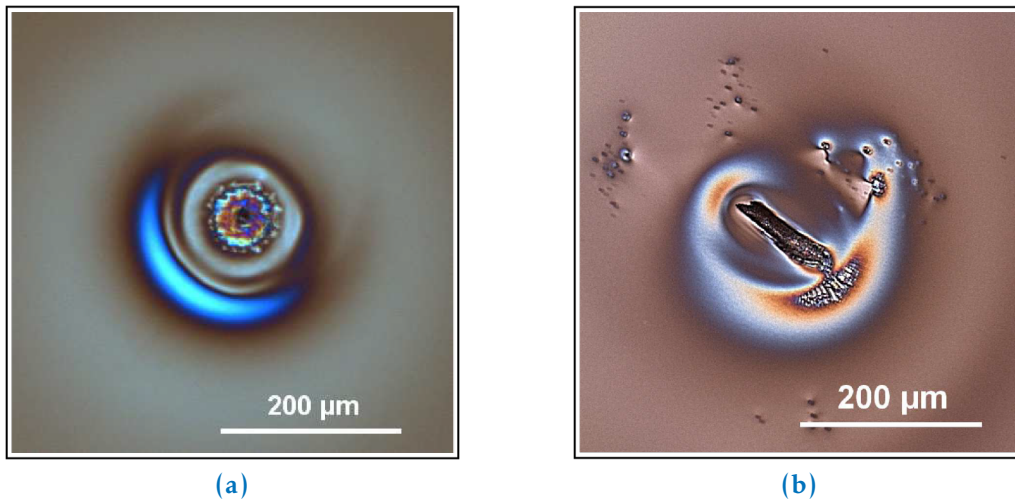
Il en ressort une règle d'art appliquée sur les composants optiques du LASER MÉGAJoule : les rayures au dessus de 10  $\mu\text{m}$  de large sont inacceptables car il est fortement probable qu'elles s'endommagent (cf. figure 1.6b). Néanmoins des études actuelles devraient permettre d'augmenter la tenue au flux des rayures. L'acidage d'une rayure rend sa morphologie plus lisse ; les modulations de champ électrique sont moins fortes et le phénomène d'endommagement moins probable [19, 20].

### 1.2.3 Défauts liés au dépôt de couches minces sur le composant

Une couche mince ayant la fonction d'antireflet est déposée sur la plupart des composants optiques. Cette couche est de type sol-gel et elle est déposée en phase liquide pour les composants du LASER MÉGAJoule faits de silice. Deux techniques de dépôt sont utili-



**FIGURE 1.6** – (a) Observation d'une rayure endommagée due au flux laser incident; (b) figure 3 extraite de [17]. Seuil de tenue au flux de la rayure en fonction de sa largeur.



**FIGURE 1.7** – Figure 1 extraite de [21]. Observations au microscope Nomarski (cf. section 2.1.2) de la morphologie de deux nodules (a) de structure circulaire, (b) de structure chaotique.

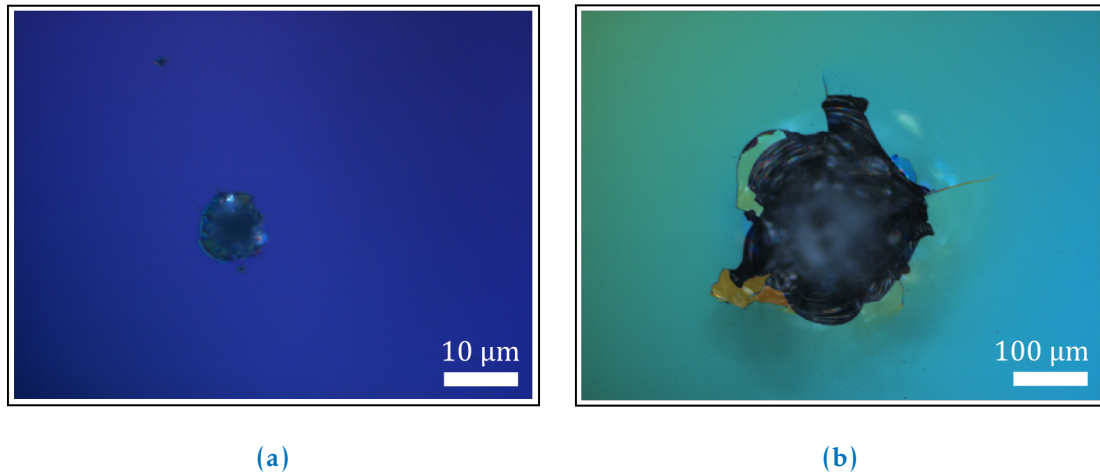
sées : (i) le trempage-retrait consistant à plonger le composant dans un bain de sol-gel, (ii) l'enduction laminaire qui utilise un tube fendu et qui balaye la surface à traiter déposant la couche par effet de capillarité.

Ces deux types de technique donnent lieu à divers défauts d'aspect dont les plus impactants sont de forme nodulaire (cf. figure 1.7). Ils sont causés par la présence de particules, soit dans la solution de sol-gel, soit sur la surface avant traitement. La particule perturbe le dépôt de la couche, si bien qu'un surplus de traitement sol-gel apparaît autour de celle-ci. Bien que le phénomène soit difficile à reproduire, deux populations de nodules semblent se dégager : (i) les nodules quasi-circulaires certainement causés par une seule particule (cf. figure 1.7a), (ii) les nodules d'une structure plus chaotique possiblement engendrés par un amas de petites particules déjà présentes dans la solution (cf. figure 1.7b).

Indépendamment de leur morphologie, des études récentes, effectuées en interne au laboratoire, montrent que ces nodules ne s'endommagent pas à la fluence nominale d'un faisceau du LASER MÉGAJoule. Cependant des critiques peuvent être formulées en ce qui concerne l'endommagement fratricide local. Une étude récente [21] montre le cas d'un nodule circulaire placé en face avant du composant optique pour lequel un dommage apparaît sur la face arrière du même composant.

#### 1.2.4 Défauts liés à l'utilisation du composant sur une chaîne laser

Nous avons déjà fait référence au mécanisme d'endommagement provoqué par la présence de défauts « sous-surfaciques » lors du passage du faisceau laser au travers du composant (cf. section 1.1.2). Les dommages qui en résultent peuvent être considérés comme des défauts d'aspect au regard de leur singularité et de leur dimension. Sur la figure 1.8a est représenté un dommage amorcé par la présence d'un défaut sous la surface. La principale problématique liée à ces dommages amorcés est qu'ils peuvent grossir au tir laser suivant, fragilisant alors d'autant plus la surface du composant (cf. figure 1.8b). Ce phénomène est appelé croissance des dommages.



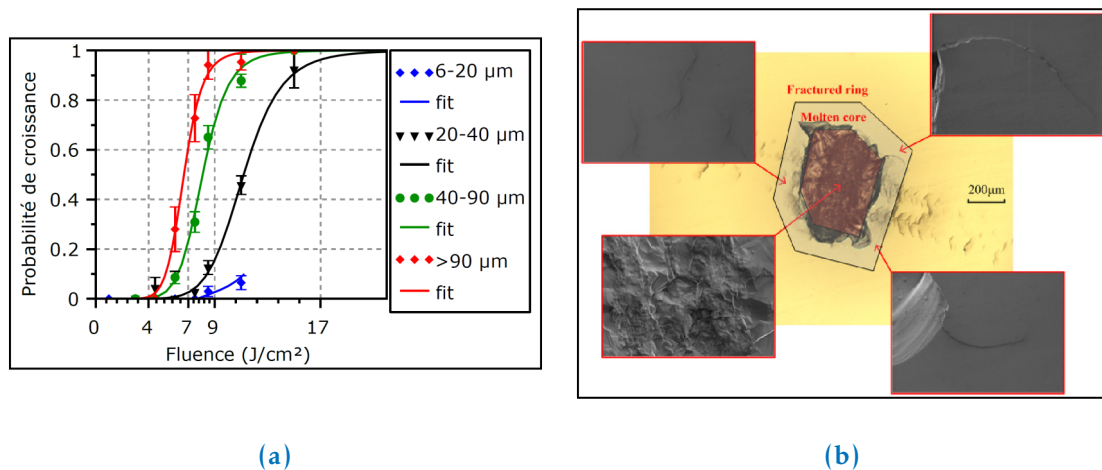
**FIGURE 1.8** – Observation au microscope Nomarski (*cf.* section 2.1.2) de dommages lasers : (a) dommage amorcé, (b) dommage croissant.

Deux approches se différencient dans la littérature pour décrire ce mécanisme. La première s'intéresse à la probabilité de croissance d'un dommage amorcé. Cette probabilité dépend fortement de l'énergie incidente. Dans [22], il est démontré que pour un laser spatialement gaussien de 3 ns à 355 nm, les dommages amorcés ont une plus forte probabilité de croissance à une fluence incidente supérieure à  $5 \text{ J.cm}^{-2}$ . Récemment, dans les travaux de thèse de M. VEIHNARD [23], des résultats ont été obtenus sur la probabilité de croissance de dommages qui sont en total cohérence avec les résultats de la littérature (*cf.* figure 1.9a). L'autre approche consiste à s'intéresser à la vitesse de croissance d'un dommage en fonction des différents paramètres du laser (fluence incidente, durée d'impulsion). Récemment une avancée intéressante [24, 23] s'est attachée à corrélérer les paramètres du faisceau laser avec l'évolution d'une description volumique de la morphologie d'un dommage.

Un dommage laser qui a crû à la surface du hublot de chambre a un impact principalement sur la sécurité de l'installation du fait des faiblesses mécaniques qu'il provoque. Néanmoins, un dommage laser sur un composant moins critique, provoque d'autres dégradations de performances.

Dans [25, 26], la formation de « points chauds » en aval de gros dommages lasers est corrélée avec une description de la morphologie d'un dommage en « polygone ». L'idée est de modéliser le dommage en un ensemble de polygones ayant des propriétés différentes<sup>12</sup> (*cf.* figure 1.9b). Ensuite, la propagation de la lumière au travers de ce modèle est simulée à l'aide d'un code de propagation fondé sur l'optique de Fourier (*cf.* section 3.1.7). Les résultats sont ensuite comparés avec des résultats expérimentaux issus de l'observation des figures de diffraction engendrées par des dommages réels. Il est montré qu'en champ très proche, de l'ordre de la dizaine de millimètres, les polygones de phase engendrent des « points brillants » alors qu'en champ lointain, de l'ordre du mètre, les figures de

12. Celui central est généralement opaque à la lumière et en périphérie se situent des polygones transparents créant un déphasage dans l'onde lumineuse.



**FIGURE 1.9** – (a) Figure 1.12 extraite de [23]. Évolution de la probabilité de croissance en fonction de la fluence, pour différentes tailles de dommages amorcés; (b) figure 3 extraite de [25]. Représentation d'un dommage laser et le modèle polygonal décrivant la morphologie du dommage. Observation au microscope et au microscope à balayage électronique.

diffraction font penser au disque d'Airy provoqué par un disque opaque<sup>13</sup>; aucune forte intensification ne se crée à ces distances. Au final, les dommages lasers croissants peuvent être dangereux par endommagement fratricide local sur quelques dizaines de millimètres de propagation.

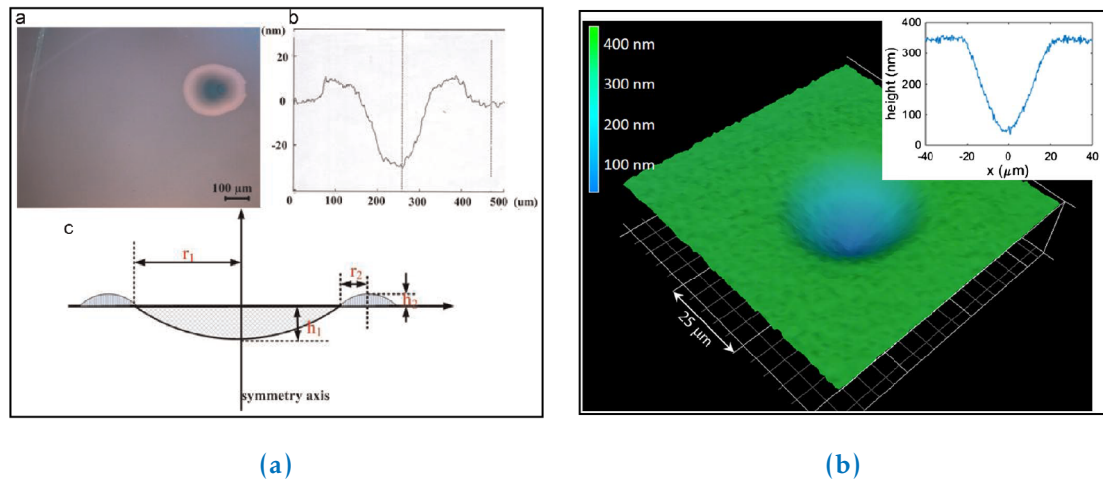
La chute de transmission d'énergie lumineuse est une des raisons pour lesquelles il est nécessaire de remplacer un composant optique d'une chaîne laser. Cette perte d'énergie, au long terme, s'explique à la fois par le vieillissement des traitements antireflets et par la présence de dommages lasers à la surface du composant. Lorsque la surface cumulée par l'ensemble des dommages est suffisamment grande, trop d'énergie est perdue par transmission nécessitant un remplacement. Typiquement, sur le LASER MÉGAJoule, est mis en place un diagnostic d'observation permettant d'estimer la surface endommagée des composants optiques<sup>14</sup>.

Pour conclure sur les dommages lasers, l'étude menée dans [27] montre l'importance de remplacer les composants optiques de fin de chaîne largement endommagés au regard de la perte d'énergie par diffraction. Il est observé, en laboratoire, que l'énergie présente dans le pied de la tache focale est augmentée en plaçant un composant optique fortement endommagés dans le trajet du faisceau lumineux.

Nous nous sommes attardés sur les dommages lasers, bien que ce ne soient pas les seuls défauts d'aspect apparaissant lors de l'utilisation d'un composant optique sur chaîne. En effet, un type de défauts appelé « brûlure plasma » apparaît à la surface des miroirs de transport de l'installation laser de puissance américaine nommé NATIONAL IGNITION FACILITY [28]. Plus récemment ce type de défauts a été reporté dans [29]. Ces modifica-

13. Le terme de disque d'Airy s'applique essentiellement à la figure de diffraction engendrée par le complémentaire du disque opaque, à savoir, l'ouverture circulaire. Le principe de Babinet (cf. section 3.2.1) permet de faire le parallèle entre la diffraction par un diaphragme et celle engendrée par un disque opaque.

14. C'est le même diagnostic qui permet de statuer de la nécessité de remplacer le hublot de chambre vis-à-vis de la sécurité.



**FIGURE 1.10** – (a) Figure 2 extraite de [29] représentant la morphologie d'une « brûlure plasma » ; (b) figure 2 extraite de [32] représentant la morphologie d'un « petit creux ».

tions locales de la surface apparaissent lors de la mise en conditionnement des miroirs de transport. Sur la figure 1.10a est montrée la morphologie d'une « brûlure plasma ». Il est observé en laboratoire que, loin des miroirs de transport (environ à 8 m de propagation correspondant au plan du prochain composant optique), le contraste spatial du faisceau augmente due à la présence de ces nombreuses « brûlure plasma ». Cette augmentation du contraste en éclairage est néfaste pour deux raisons. D'une part elle implique nécessairement une augmentation de la probabilité d'endommagement, d'autre part, le modèle de Bepalov-Talanov[30, 31] prédit que certaines fréquences spatiales de ce contraste peuvent être amplifiées par effet Kerr augmentant davantage la probabilité d'endommagement du composant optique placé en aval.

D'autres défauts d'aspect sont créés lors de l'utilisation : les « petits creux » [32, 33] (cf. la figure 1.10b montrant la morphologie d'un de ces défauts). C'est une forme d'endommagement laser, cependant aucune croissance n'est observée. Ils ne sont donc pas critiques vis-à-vis de l'endommagement laser. Néanmoins, lorsque ces défauts sont présents en grand nombre sur la surface d'un composant optique de fin de chaîne, il est montré, en laboratoire, qu'ils contribuent à la perte d'énergie par diffraction en augmentant l'énergie du pied de la tache focale [32, 33].

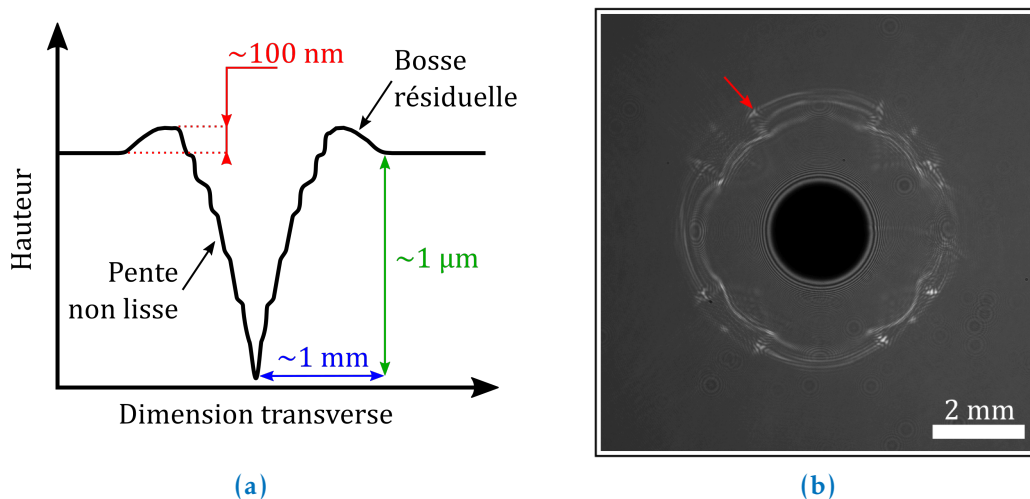
Enfin, un autre type de défauts peut apparaître à la surface d'un composant, lié à son état de propreté. Les particules de pollution interagissent avec le faisceau laser, si bien, qu'une « cuvette » se forme lorsque la particule est éjectée de la surface. Dans les cas où les « cuvettes » apparaissent en face avant du composant optique, elles sont susceptibles d'engendrer de fortes intensifications sur la face arrière du même composant. Dans [34], sont présentés des résultats numériques donnant les intensifications engendrées par ce type de défaut. Ces prédictions numériques ont récemment été confirmées expérimentalement par l'observation des figures de diffraction engendrées par des « cuvettes » [35]. Ces mêmes « cuvettes » ont engendré des dommages en face arrière du composant optique démontrant l'endommagement fratricide local de tels défauts.

### 1.2.5 Défauts liés au recyclage du composant

Lorsqu'un composant optique est largement endommagé, il est remplacé et il fait l'objet d'un processus de recyclage. L'idée est de stabiliser la silice endommagée. Lorsqu'un dommage apparaît, des fractures se propagent sous la surface; elles sont responsables de la croissance du dommage. Pour le stabiliser en taille, il suffit de faire disparaître ces fractures. La technique consiste à illuminer la silice endommagée avec un laser CO<sub>2</sub>, à la longueur d'onde de 10,6 μm, délivrant une impulsion toutes les dizaines de microsecondes [36, 37]. À cette longueur d'onde, la silice absorbe le flux lumineux, si bien que la température augmente localement jusqu'à dépasser le seuil de transition vitreuse. La silice se « ramolit » et les fractures sont rebouchées; le dommage laisse place à un cratère, appelé cône de remédiation, légèrement plus profond que le dommage initial mais beaucoup plus large. Le cratère, qui peut être considéré comme un défaut d'aspect, a une morphologie plus complexe qu'un simple cône (cf. figure 1.11a).

En premier lieu, une bosse résiduelle annulaire apparaît tout autour du cône. Il a été démontré numériquement que celle-ci est responsable des fortes intensifications observées en aval du cratère [38]<sup>15</sup>. De plus, il a été démontré que ces fortes intensifications de l'éclairage mènent à de l'endommagement fratricide local [39].

En plus de cette bosse résiduelle, les pentes du cône ne sont pas lisses. Ceci est dû à la manière dont est réalisé le cratère. Le faisceau du laser CO<sub>2</sub> étant bien plus petit que le cône, les trajectoires du faisceau décrivent des cercles concentriques de plus en plus grands (jusqu'à la taille finale du cratère). Chaque trajectoire du faisceau « réparateur » forme un palier dans la pente du cône. Les rayons lumineux réfractés par la pente du cône sont alors concentrés à certains endroits menant à des intensifications importantes (cf. figure 1.11b). La réfraction de ces rayons peut tout autant mener à de l'endommagement fratricide local [40].



**FIGURE 1.11** – (a) Vue schématique d'une coupe de la morphologie d'un cône de remédiation où l'on voit apparaître la bosse résiduelle et la pente du cône non lisse; (b) figure de diffraction observée en aval d'un cône de remédiation; des anneaux lumineux (repérés en rouge) apparaissent tout autour de l'ombre du cône pouvant engendrer un endommagement.

15. Nous proposons en section 4.2 une modélisation analytique de ce type de structure permettant de comprendre les différentes contributions apportées soit par la bosse résiduelle, soit par les pentes du cône.



### 1.2.6 Synthèse : types de défauts d'aspect et leurs conséquences sur les performances d'un faisceau laser

Tout au long des sections 1.2.1 à 1.2.5 a été démontré l'impact que peuvent avoir d'une manière générale les défauts d'aspect. Le tableau 1.2 récapitule tout ce qui a pu être relevé dans la littérature.

Sans ordre de hiérarchie, citons en premier l'endommagement laser intrinsèque à un défaut d'aspect (cf. première colonne du tableau 1.2). Son effet est d'autant plus accentué par la croissance du dommage amorcé. L'endommagement laser impacte plusieurs performances de l'installation laser. Par exemple, un dommage créé à la surface du hublot de chambre porte atteinte à la sécurité de l'installation. Dans le cas où le dommage est créé sur tout autre composant celui-ci peut être considéré comme un défaut d'aspect (cf. 7<sup>ème</sup> ligne du tableau 1.2). Dans ce cas l'endommagement laser laisse place aux autres impacts relevés dans la littérature.

La perte d'énergie par transmission traduit le simple fait que de la lumière est perdue soit par absorption, soit par réfraction ou soit par réflexion lorsque des rayons lumineux se propagent au travers de défauts d'aspect.

Un autre impact causé par les défauts est la perte d'énergie par diffraction. Cette conséquence se différencie de la précédente par le fait que l'on considère l'augmentation de l'énergie dans le pied de la tache focale. Certes cela contribue à une baisse de l'énergie transmise à la cible, néanmoins l'énergie présente dans le pied de la tache focale peut avoir un effet bien plus néfaste. En effet, en interagissant avec les bords de la capsule contenant la cible, la lumière présente dans le pied de la tache focale engendre un plasma obturant alors l'entrée de la capsule ; plus aucune énergie n'est transmise à la cible.

Ensuite vient la principale conséquence qui nous intéresse pour la suite du manuscrit : l'endommagement fratricide local. Un défaut crée un « point chaud » dans le faisceau lumineux par diffraction. Cette augmentation locale de la densité d'énergie engendre nécessairement une augmentation de la probabilité d'endommagement d'un composant optique placé en aval. La formation du « point chaud » est purement un effet linéaire. Néanmoins à cela peut s'ajouter des effets non linéaires telle que l'auto-focalisation par effet Kerr, augmentant davantage la densité d'énergie du « point chaud ».

En opposition au caractère local de la conséquence précédente, se situe l'augmentation de contraste en éclaircissement qui aurait pu être renommée en les termes « endommagement fratricide global ». Uniquement par le phénomène de diffraction, la présence d'une multitude de défauts fait augmenter le contraste du faisceau lumineux. Comme pour l'endommagement fratricide local, cela a un impact non négligeable sur l'endommagement d'un composant optique situé en aval. De même, peuvent être ajoutés des effets non linéaires tel que l'effet Kerr, augmentant davantage le contraste du faisceau et *a fortiori* l'endommagement en aval.

Toutes ces conséquences peuvent être rangées selon deux catégories. D'une part, il y a celles impliquant un nombre important de défauts d'aspect : la perte d'énergie par transmission, celle par diffraction et l'augmentation de contraste en éclaircissement. L'autre catégorie fait référence aux caractères locaux d'un défaut d'aspect et y sont incluses les

---

---

deux conséquences suivantes : l'endommagement laser et l'endommagement fratricide local.

Une autre conséquence, à la marge de l'état de l'art présenté précédemment, mérite d'être citée : le couplage spatio-temporel. Les défauts d'aspect des composants optiques perturbent l'onde lumineuse par propagation et diffraction. En présence d'une propagation dispersive, les dépendances temporelles et spatiales transverses sont couplées. C'est le cas essentiellement entre les réseaux de compression de l'installation laser de PETAL [41] mais aussi dans une moindre mesure entre les réseaux de fin de chaîne du LASER MÉGAJoule. Ainsi les défauts présents sur les composants optiques sont en capacité de modifier le profil temporel (valeur et nature du bruit du contraste).

	Types de défaut	Conséquences			
		Endom- gement laser	Perte d'énergie transmission	Endommagement fratricide local	Augmentation de contraste
			diffraction		
Matière première	Inclusion	×	◇	◇	◇
	Défaut de phase (bulle)	Pas d'effet	◇	◇	[14]
Polissage	Rayure / Piqure	[17, 18]	◇	◇	◇
Traitement	Nodule structure circulaire	Pas d'effet	◇	◇	[21]
	Nodule structure chaotique	Pas d'effet	◇	◇	Pas d'effet
Utilisation	Damage laser	× (croissance)	×	[27]	[25, 26]
	« Brûlure plasma »	Pas d'effet	◇	◇	[28, 29]
	« Petit creux »	Pas d'effet	◇	[32, 33]	◇
Recyclage	Cône de remédiation	Pas d'effet	◇	◇	[39, 40]

TABLE 1.2 – Récapitulatif des risques dus à la présence de défauts à la surface d'un composant optique; à chaque case est représenté un symbole; [XX], la publication qui traite de l'effet; ×, très probablement un effet; ◇, probablement un effet.

### 1.3 PRÉSENTATION DES MÉTHODES DE CARACTÉRISATION DES DÉFAUTS D'ASPECT

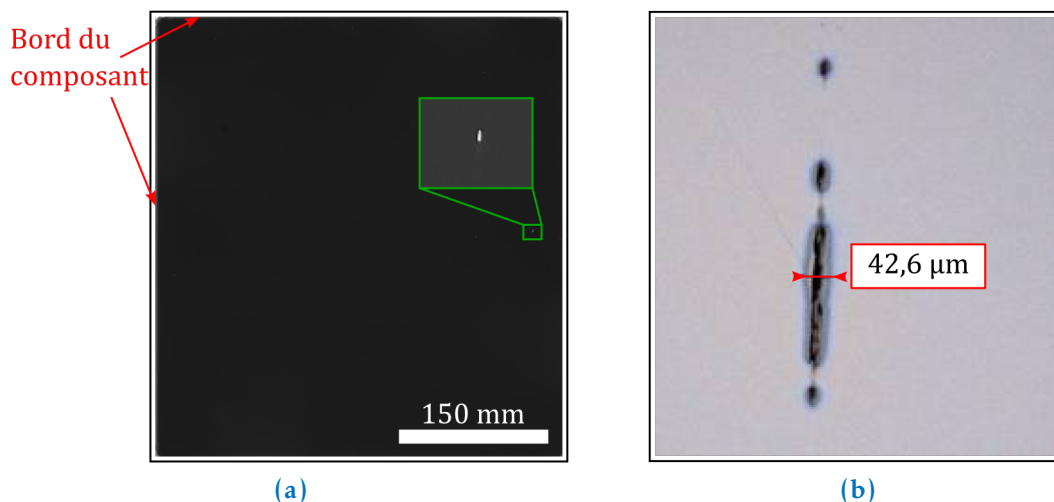
#### 1.3.1 Méthode de caractérisation héritée de la norme ISO 10110-7

Nous nous intéressons ici à la manière dont sont caractérisés les défauts d'aspect, au regard de la norme ISO 10110-7 relative aux défauts d'aspect, pour l'acceptabilité d'un composant optique du LASER MÉGAJoule, bien que nous n'ayons pas encore présenté cette norme (cf. section 1.4).

La norme spécifie deux types de critères, l'un fondé sur la visibilité du défaut, l'autre sur sa surface apparente. C'est le critère de surface qui est retenu par le CEA pour spécifier les défauts d'aspect. De plus, la norme propose des méthodes permettant de caractériser la taille des défauts. Au vu des spécifications imposées par le CEA, elles ne sont pas applicables à la production des composants optiques de grandes dimensions dédiés à l'installation du LASER MÉGAJoule. En effet, aucune automatisation des méthodes n'est précisée. Cette absence d'automatisation rend le temps d'inspection de l'aspect des composants très important.

L'automatisation a été développée en interne au CEA. La méthode est scindée en deux parties : une première étape de détection des défauts en plein champ (cf. figure 1.12a), puis l'observation à l'aide d'un macroscopie<sup>16</sup> de chaque défaut détecté (cf. figure 1.12b).

La détection de défauts utilise un appareil de photographie de grande résolution et divers systèmes d'éclairage. Ces derniers sont adaptés pour révéler différents types de défauts. L'éclairage en réflexion permet surtout de caractériser les défauts présents dans le traitement antireflet d'une surface. Ce même système est utilisé pour caractériser les défauts de traitement des composants optiques du NATIONAL IGNITION FACILITY [42]. L'éclairage uniforme en transmission réalisé à l'aide d'un négatoscope (table lumineuse servant classiquement à lire les radiographies) fait ressortir tout type de défauts à la surface et en volume du composant. Enfin, l'éclairage par la tranche, technique empruntée à [43],



**FIGURE 1.12** – (a) Observation en plein champ d'un composant optique, un défaut est détecté au moyen de l'éclairage par la tranche du composant, (b) observation de la morphologie du défaut détecté à l'aide du macroscopie, c'est une rayure de polissage.

16. Le macroscopie est un microscope de longue distance frontale.

permet une première différenciation entre les « vrais » défauts d’aspect de ceux juste posés à la surface telles que les poussières pouvant être nettoyées. Une fois l’acquisition de l’aspect de surface effectuée, un algorithme optimisé à l’aide de techniques empruntées au traitement d’image permet de détecter les défauts d’aspect.

Ensuite une observation plus précise à l’aide d’un microscope est réalisée à chaque lieu où un défaut est détecté. Là encore, plusieurs techniques d’éclairage sont à disposition pour observer la grande variété de défauts différents. Le défaut est ensuite détourné manuellement et la surface qui en résulte est comparée aux spécifications.

L’intérêt de cette méthode est quelle est efficace pour caractériser l’aspect d’un composant optique. De plus, cette méthode est en mesure de caractériser un défaut d’aspect vis-à-vis des critères dictés par la norme ISO 10110-7 (*cf.* section 1.4).

### 1.3.2 Autre méthode de caractérisation post production

L’installation américaine, NATIONAL IGNITION FACILITY, s’est détachée des normes relatives aux défauts d’aspect et juge que la performance majeure impactée par les défauts d’aspect concerne l’endommagement fratricide local. Ainsi, pour chaque défaut, il faut être en mesure de caractériser les « points chauds » qu’il est susceptible d’engendrer.

Cependant les problématiques de détection restent les mêmes, il est nécessaire d’optimiser le temps de détection. Le système, appelé « Linescan Phase Differential Imaging », est utilisé pour réaliser cette étape [44]. L’idée principale de la méthode est de détecter exclusivement les défauts locaux de phase car ils sont jugés comme étant les plus dangereux au regard de l’effet fratricide. Pour ce faire, le composant optique est placé entre une source lumineuse blanche linéaire horizontale et une caméra linéaire horizontale. Le composant est déplacé verticalement par rapport au système d’observation fixe, dans le but de caractériser l’intégralité de la surface. Enfin la source lumineuse est légèrement décalée par rapport à la caméra ; ainsi très peu du flux lumineux est capté par cette dernière. Dès lors qu’un défaut de phase est éclairé, les rayons sont déviés vers la caméra et le défaut est détecté (*cf.* figure 1.13).

Le seuil de détection est déterminé empiriquement [45]. Une corrélation est établie entre la quantité de lumière  $P_{\max}$  déviée vers la caméra par le défaut et une estimation numérique du danger engendré par le défaut. Cette estimation est fondée sur l’évaluation numérique des intensifications engendrées par le défaut à l’aide d’un code de propagation [46] et d’une mesure interférométrique de la phase apportée par le défaut. Une grande quantité de défauts sont rangés par des classes sur  $P_{\max}$  et à chaque classe est associée le ratio de défauts qui risque d’endommager le composant en aval (*cf.* figure 1.14a). Le seuil est typiquement choisi à 2700 (*cf.* figure 1.14a), là où il ne risque pas d’y avoir de défauts susceptibles de créer un endommagement.

Chaque zone où un défaut a été détecté est soumise à une mesure interférométrique et l’analyse par simulation numérique, utilisée pour déterminer le seuil de détection, est effectuée pour statuer des potentiels « points chauds » susceptibles d’endommager des composants optiques en aval.

Cette technique est très intéressante car elle s’attache directement à quantifier l’impact que pourraient avoir des défauts d’aspect sur l’endommagement fratricide local.

---

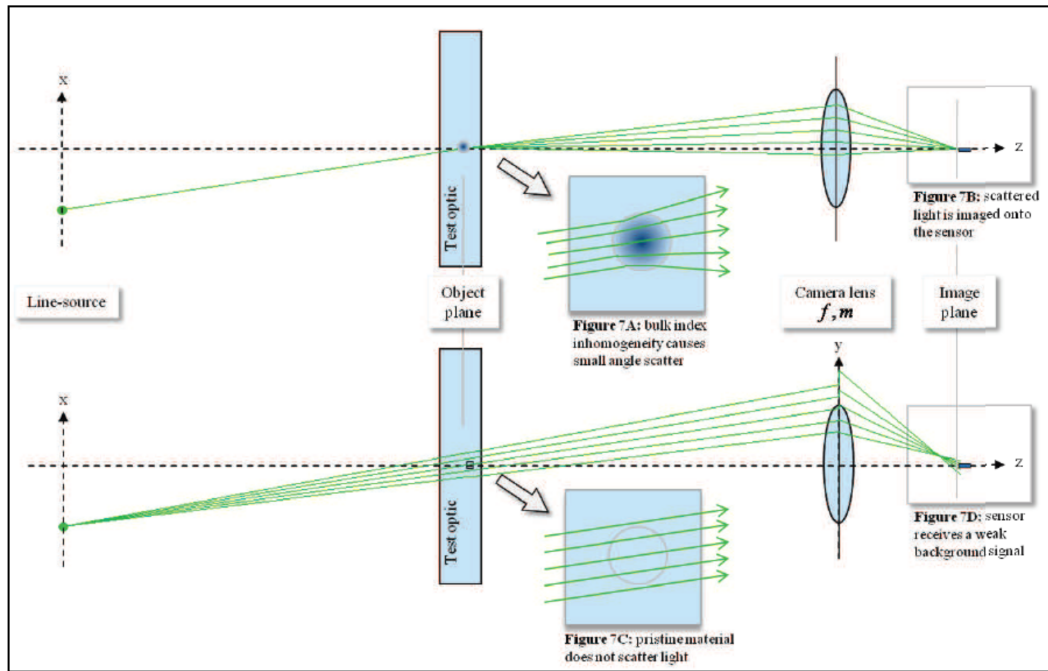
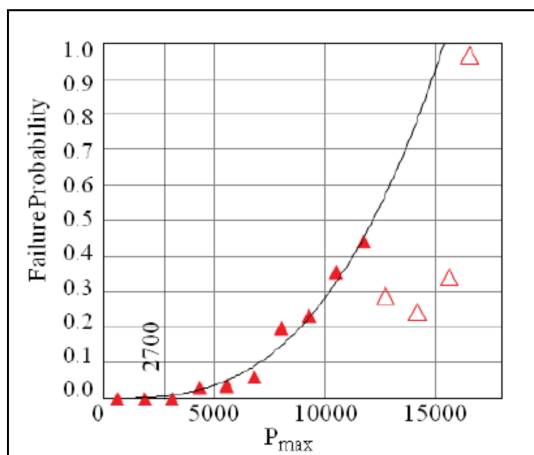
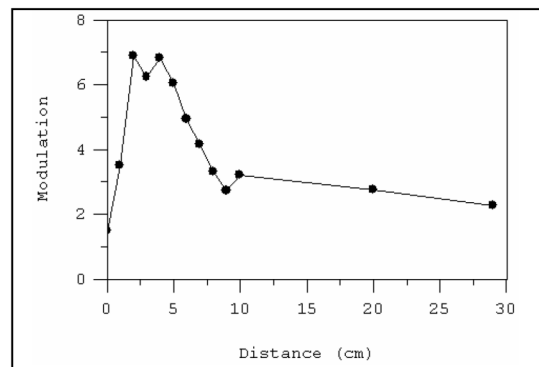


FIGURE 1.13 – Figure 7 extraite de [44] décrivant le principe de la méthode détectant la présence d’un défaut local de phase sur un composant optique.



(a)



(b)

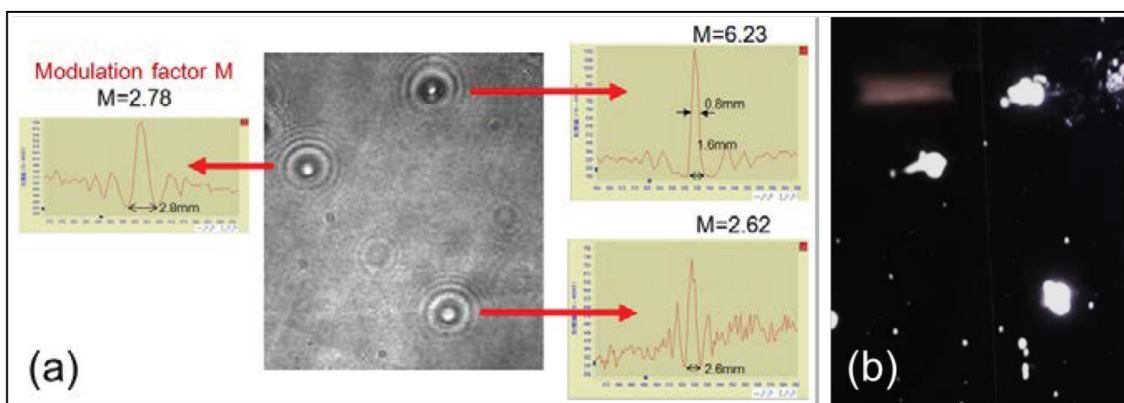
FIGURE 1.14 – (a) Figure 5 extraite de [44] donnant la corrélation entre la quantité de lumière  $P_{max}$  déviée vers la caméra par le défaut et la probabilité qu’a un défaut de chaque classe  $P_{max}$  « d’échouer » au test numérique évaluant l’impact du défaut sur l’endommagement fratricide; (b) figure 7 extraite de [47] décrivant l’intensification maximale en aval d’un défaut de traitement.

### 1.3.3 Méthode caractérisant l'impact des défauts

Au lieu de caractériser d'abord la morphologie du défaut puis de calculer son effet à l'aide de code de propagation, il est proposé dans plusieurs publications de caractériser directement l'effet du défaut [47, 48]. Il suffit d'observer aux distances de propagation pertinentes (*ie.* là où se situe le prochain composant) et de déterminer un critère sur l'intensification observée pour statuer de la dangerosité du défaut.

Plusieurs cas de défauts sont observés tels que des piqures, des cônes de remédiation et des défauts de traitement. C'est principalement l'intensification maximale à différentes distances de propagation qui est mesurées. Au cours de la propagation, l'intensification atteint un pic puis elle décroît vers un facteur proche de l'unité, une absence de modulation (*cf.* figure 1.14b). Ce sont ces pics d'intensification qui sont dangereux s'ils illuminent le composant suivant.

Récemment, ce type d'observation a été réalisé directement sur l'installation chinoise, SHENGUANG-II [49]. Cette dernière est dotée d'un système, appelé « Precision Diagnostic System », permettant d'acquérir le champ proche du faisceau laser, dans le plan d'un composant [50]. Des « points chauds » dans le faisceau sont observés. La présence de ces derniers est corrélée avec la formation de dommages sur la surface du composant (*cf.* figure 1.15). Ce phénomène est répétable; une fois le composant remplacé, le neuf s'endommage aux mêmes endroits. L'initiateur du « point chaud » est supposé être un défaut d'aspect en amont dans la chaîne, néanmoins, son impact peut être amplifié par effet non linéaire tel que l'auto-focalisation par effet Kerr ou l'imagerie non linéaire [51].



**FIGURE 1.15** – Figure 4 extraite de [49] faisant la corrélation de dommages (b) avec l'apparition, sur chaîne laser, d'un point chaud dans le faisceau probablement engendré par un défaut d'aspect (a),  $M$  étant l'intensification du « point chaud ».

#### 1.4 PRÉSENTATION DE LA SPÉCIFICATION DES DÉFAUTS D’ASPECT LIÉE À LA NORME ISO 10110-7

« Only three people have ever understood the scratch and dig standard : One is dead, the second is insane, and I, the third, have forgotten. To refresh my memory, however, I have investigated the history of these standards. »

*Extrait de l'article écrit par M. Young publié dans le journal Annual Optics Review [52].*

Qui s'intéresse aux normes relatives aux défauts d'aspect lira forcément les textes riches d'esprit de M. Young. Ce n'est pas le premier à s'être intéressé aux défauts d'aspect et notamment à les normaliser, mais c'est celui qui dans les années 1980 fit partie de l'institut de métrologie américain, « National Institute of Standards and Technology », et dont l'une des missions étaient de continuer les travaux sur la normalisation des défauts d'aspect. Son trait d'esprit à propos du sujet dénote un certain flou historique à propos des normes relatives aux défauts d'aspect. M. Young commente cette histoire dans certains de ces papiers [53, 54].

Les travaux du scientifique ont mené à une révision des normes militaires américaines et une meilleure compréhension de celles-ci. Le critère spécifié dans ces dernières est une notion de visibilité, *ie.* dans quelle mesure un défaut est autant visible qu'une mire éclairée de la même manière lors d'un contrôle visuel. Les défauts sont rangées par leur morphologie, d'un côté ceux allongés relatifs aux rayures, de l'autre ceux arrondies caractérisant les piqures. Le critère de visibilité permet notamment de mesurer à quel point le défaut dégrade la formation d'une image et comment il détériore la cosmétique de l'objet<sup>17</sup>.

De notre côté de l'Atlantique, la normalisation des défauts d'aspect prend une autre direction en spécifiant la surface des défauts. Les premiers à s'intéresser à ce type de normalisation sont les Allemands en 1978 (norme DIN 3140). Ce travail est ensuite repris par l'Association Française de Normalisation, notamment au travers des études réalisées par J. P. Marioge. Les papiers de ce dernier permettent de faire le lien entre le critère de surface des défauts et l'impact que cela peut avoir sur l'énergie diffractée dans le pied de la tache focale. Sur la figure 1.16 est représenté un graphe extrait de [55] donnant le nombre de défauts cylindriques acceptables en fonction des demi-angles apparents des défauts locaux. Cette abaque fait référence au principe de subdivision des défauts présente dans la norme (*cf.* tableau 1.3). Comme pour le critère sur la visibilité, les défauts sont rangés globalement en deux catégories, les rayures et les piqures.

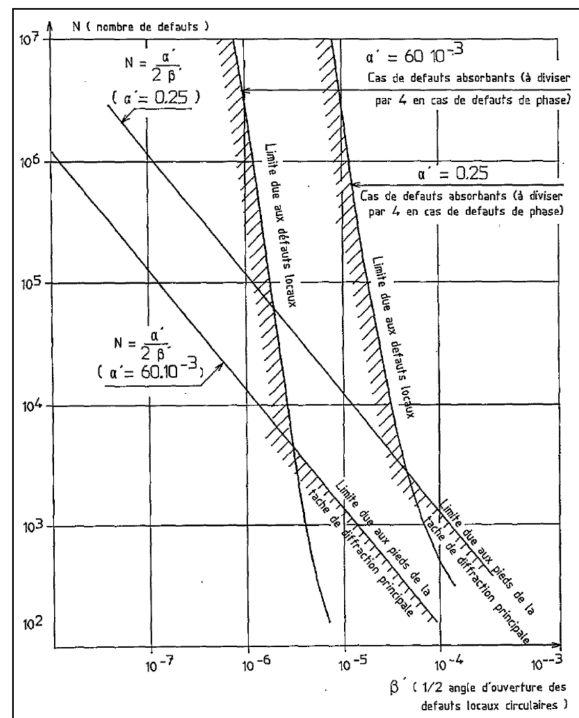
La norme actuelle, ISO 10110-7 relative aux défauts, fait état de ces deux types de critères, l'un sur la visibilité et l'autre sur la surface des défauts. Elle essaie, en outre, d'harmoniser les différentes techniques d'observation tout en sachant qu'aucun lien ne peut être fait entre les deux critères; ce n'est pas parce qu'un défaut est plus petit qu'il sera moins visible [56]. Dans le tableau 1.3 sont récapitulées les informations relatives à la norme ISO 10110-7.

C'est sur cette norme que s'est basé le CEA pour spécifier les défauts d'aspect, notamment sur le critère de surface des défauts d'aspect.

---

17. La cosmétique, bien loin de nos considérations pour une installation de laser de puissance, spécifie la plupart des objets du quotidien composées de « verre » tel qu'une montre ou une fenêtre.





**FIGURE 1.16** – Figure 7 extraite de [55] montrant l'intérêt des subdivisions lors d'une spécification s'intéressant à l'impact que peut avoir une population de défauts sur la lumière diffractée en périphérie de la tache focale;  $\beta'$  est le demi-angle apparent du défaut local,  $N$  le nombre de défauts,  $\alpha'$  le demi-angle d'ouverture de l'optique.

Critères		
	Visibilité	Surface
Terminologie	$N$ : nombre de défauts	$N_g$ : nombre de piqures
	$N = \varnothing_{\text{opt}}/20 \text{ mm}$	$A_g$ : côté max. d'une piqure
	$D$ : visibilité max. d'une piqure	$N_l$ : nombre de rayures
	$S$ : visibilité max. d'une rayure	$A_l$ : largeur max. d'une rayure
Subdivision	$\sum_i L_i S_i < S \times \varnothing_{\text{opt}}$	$N = 1$ et $A = 1 \Leftrightarrow$
	$\sum_i D_i < 2 \times N \times D$	$N = 100$ et $A = 0,1$
	$D_i \ll 5$ , piqure ignorée	$< 0,16 A_g$ , piqure ignorée
	$S_i \ll 5$ , rayure ignorée	$< 0,25 A_l$ , rayure ignorée
Concentration	$< 4$ rayures dans $\varnothing = 6,35 \text{ mm}$	$< 20 \%$ de $N \times A$ dans
	$\sum_i D_i < 2 \times D$ dans $\varnothing = 20 \text{ mm}$	5 % de toute la surface

**TABLE 1.3** – Récapitulatif des critères spécifiant les défauts d'aspect selon la norme ISO 10110-7 [13], tous les détails de la norme ne sont pas présentés dans ce tableau notamment la manière dont est calculé  $A_l$ ;  $\varnothing_{\text{opt}}$  : diamètre du composant optique,  $D$  et  $S$  sont des nombres directement liés à la mire permettant de mesurer la visibilité d'une piqure ou une rayure,  $L_i$  : largeur de la rayure de visibilité  $S_i$ ,  $\varnothing$  : diamètre d'une sous-pupille,  $A_g$  et  $A_l$  : côté du carré équivalent à la surface du défaut.

### 1.5 CRITIQUE À L’ENCONTRE DES MÉTHODES ACTUELLES DE SPÉCIFICATION DES DÉFAUTS D’ASPECT

Lors de la section 1.2, un travail de synthèse a été réalisé pour comprendre les conséquences néfastes engendrées par la présence de défauts d’aspect à la surface d’un composant optique dédié à une installation laser de puissance. La norme ISO 10110-7 fait référence à une seule de ces conséquences : l’énergie perdue dans les pieds de la tache focale. De plus, il est fait état de deux autres conséquences, à la marge des lasers de puissance, la cosmétique et la formation d’une image. Utiliser uniquement la norme semble insuffisant pour caractériser les défauts d’aspect du point de vue d’une installation laser de puissance.

Néanmoins, cette dernière peut être adaptée pour traiter d’une conséquence particulière : l’endommagement laser des défauts d’aspect. En effet, un lien étroit a été démontré entre la taille des rayures et leur capacité à s’endommager [17]. Or cette taille est l’un des critères selon la norme. Il suffit alors d’adapter la norme pour répondre à ce besoin. Cela a du sens, d’autant plus qu’une norme est un moyen intéressant pour communiquer avec les industriels. Est-il si facile d’adapter la norme aux autres conséquences ?

Pour la perte d’énergie par transmission, un argument simple fondé sur l’optique géométrique suffit à résoudre le problème. En modélisant les défauts d’aspect par des objets opaques, c’est autant d’énergie interceptée par l’ensemble des défauts qui n’est pas transmise au composant suivant. Le critère de surface explicité dans la norme est suffisant pour répondre à ce besoin. D’ailleurs, des spécifications imposées par le CEA montrent l’utilisation de la norme en ce sens : il n’est pas accepté de composant dont la surface cumulée de défauts correspond à plus de 1 % de l’énergie interceptée. Pour dépasser ce critère, il suffit que la surface soit criblée de défauts d’aspect. Il en va de même pour la perte d’énergie par diffraction et l’augmentation du contraste spatial en éclairage selon les résultats de la littérature [27, 32, 33, 28, 29].

Est-il aussi simple d’adapter la norme pour y inclure le phénomène d’endommagement fratricide local ? Suffit-il de connaître la dimension d’un défaut pour prédire les potentiels « points chauds » qu’il engendre et *a fortiori* une probabilité d’endommagement sur le composant suivant ?

La littérature nous renseigne déjà sur un point ; il semblerait que la phase du défaut ait un rôle important sur la formation de « points chauds ». Néanmoins aucune étude ne démontre un quelconque critère relatif à la phase permettant de statuer de la dangerosité d’un défaut d’aspect. Le système de caractérisation, utilisé sur l’installation américaine (cf. section 1.3.2), part du principe que chaque cas de défauts est particulier ; il est résolu à l’aide d’une mesure de phase, donnée d’entrée à la simulation numérique de la propagation de la lumière. À propos de ce type de méthode, c’est la conséquence qui est spécifiée, *ie.* dans quelle mesure le « point chaud » est intense, et non la cause, à savoir la morphologie du défaut, qui est spécifiée. Dans le cadre du système américain, cela passe par de la simulation numérique. D’autres systèmes expérimentaux font fi de la simulation et, *a fortiori*, de la mesure de la morphologie du défaut (cf. la section 1.3.3 et les références [47, 48]).

Plusieurs critiques peuvent être formulées à l’encontre de ces méthodes, premièrement le manque d’homogénéité avec les normes actuelles. La communication avec les industriels est plus compliquée à défaut d’avoir un outil clair. De plus les méthodes de caractérisation sont démultipliées augmentant le temps global de caractérisation. Deuxième-

ment, sans sens physique du phénomène de formation d'un « point chaud » en aval d'un défaut, il est très plausible de manquer de jugement sur la bonne description du phénomène par simulation numérique ou par observation expérimentale. Une résolution trop faible (du moyen expérimental ou de la simulation numérique) pourrait faire passer à côté d'un « point chaud ». Une description trop approximative du défaut pourrait fausser les prédictions de la simulation numérique. Enfin une mention particulière concerne les observations expérimentales des « points chauds » formés par diffraction qui se font selon une propagation linéaire. Au chapitre 5, il est montré qu'une même observable (même « point chaud ») caractérisée par son intensification et sa dimension peut conduire à des comportements différents lors d'une propagation en présence d'effet Kerr. En l'absence de compréhension des mécanismes fins de la diffraction, l'observation en propagation linéaire n'est pas toujours concluante.

Certes « chaque défaut est [...] un cas particulier et il n'est possible de traiter que quelques cas typiques » comme l'écrit J. P. Marioge [55]. Néanmoins l'étude des « cas typiques » permet d'améliorer notre sens physique que l'on doit avoir lors de la spécification d'un phénomène. De plus si ces « cas typiques » sont suffisamment proches des cas réels et qu'ils permettent de majorer le phénomène observé, alors seulement un ajustement des méthodes actuelles de caractérisation sera nécessaire. Cette philosophie est tout l'enjeu des chapitres suivants.

#### CONCLUSION DU CHAPITRE 1

Au travers de la littérature et des installations laser de puissance dédiées à la fusion par confinement inertiel, nous avons pu comprendre la nécessité de spécifier les défauts d'aspect. Ceux-ci sont multiples, leurs conséquences le sont tout autant. L'endommagement intrinsèque, l'augmentation du contraste spatial en éclairage, l'endommagement fratricide local, la perte d'énergie par transmission ou par diffraction sont les principales performances impactées par les défauts.

Chaque installation laser possède sa méthode pour spécifier les défauts, soit par la norme en vigueur, soit par des systèmes développés en interne. Prendre la norme pour acquise ne semble pas totalement judicieux car cette dernière manque d'arguments en ce qui concerne certaines conséquences telles que l'endommagement fratricide local. Développer des outils internes permet de pallier les manques de la norme mais, en contrepartie, l'harmonisation des méthodes et des critères pour la spécification disparaît et la communication entre les interlocuteurs devient plus difficile.

Les méthodes de spécification développées en interne, sur les installations NATIONAL IGNITION FACILITY (cf. section 1.3.2) et SHENYANGII (cf. section 1.3.3), s'intéressent toutes à l'effet fratricide local. L'efficacité de telles méthodes n'est pas remise en cause, néanmoins, ces méthodes ne sont fondées sur aucun modèle analytique permettant d'améliorer la compréhension sur le phénomène d'endommagement fratricide. Comprendre ce phénomène est la clef pour acquérir un meilleur jugement sur l'acceptabilité des défauts; ne serait-ce que dans le cadre de ces méthodes, pour juger de l'impact d'un manque lors de la caractérisation de la morphologie d'un défaut, ou de la pertinence de la résolution d'un calcul numérique de propagation ou celle d'une caméra observant les figures de diffraction, ou même de l'influence de l'effet Kerr se la propagation des « points chauds ».

Le travail, présenté par la suite, a pour objectif d'améliorer ce sens physique. Il a pour cadre l'endommagement fratricide local mais ne se restreint qu'aux défauts ponctuels (en

---

---

opposition à ceux rectilignes typiques des rayures). La formation d'un « point chaud » est étudiée sur des modèles de défauts, dans l'espoir qu'ils soient suffisants pour spécifier au plus près l'impact de vrais défauts. La simplicité des modèles est un atout conséquent puisqu'il suffira ensuite d'ajouter quelques critères à la norme pour la rendre utilisable vis-à-vis de l'endommagement fratricide local.

La validation d'un tel modèle analytique passe nécessairement par la confrontation avec la réalité. Il faut donc être capable de mesurer la cause, à savoir, la morphologie du défaut et la conséquence, *ie.* les intensifications locales engendrées. Les moyens dont nous disposons sont explicités dans le chapitre suivant.

---



## MOYENS EXPÉRIMENTAUX : OBSERVATION DE LA MORPHOLOGIE DES DÉFAUTS D'ASPECT ET DES FIGURES DE DIFFRACTION QU'ILS ENGENDRENT

---

Dans ce chapitre, nous présentons les moyens expérimentaux qui sont à notre disposition pour évaluer la morphologie des défauts et les figures de diffraction qu'ils engendrent. Cela est primordial pour valider la pertinence du modèle analytique développé au chapitre 3. Fondamentalement, ce modèle décrit l'impact d'un défaut sur l'onde lumineuse à l'aide de 3 natures de paramètres : la taille, la transmission et la phase du défaut. Pour déterminer la pertinence du modèle sur des cas réels de défauts, il est nécessaire d'évaluer ces paramètres. Nous nous fondons essentiellement sur des méthodes d'interférométrie pour répondre à ce besoin, notamment pour mesurer la phase ; l'idée n'est pas de fournir une liste exhaustive des méthodes mais de présenter les instruments qui sont à notre disposition en laboratoire.

Nous présentons deux moyens interférométriques pour mesurer la phase du défaut en section 2.1. Le premier, qui est capable de réaliser la topographie d'une surface, permet d'obtenir une information quantitative sur la phase du défaut. Néanmoins, pour des défauts présents sur des composants optiques sur lesquels sont déposées des couches minces, cette information peut être biaisée par les réflexions de la lumière sur la couche de traitement et sur le substrat. C'est pourquoi un second instrument est utilisé donnant une information qualitative sur la morphologie d'un défaut présent sur ce type de composants.

Le modèle du chapitre 3 doit permettre de prédire les intensifications engendrées par des défauts réels. Pour vérifier les résultats issus du modèle analytique, il est nécessaire de mesurer expérimentalement les intensifications en aval des défauts. Le banc d'observation EPSILON développé en interne au laboratoire répond à ce besoin. Il est présenté en section 2.2. Nous détaillons le fonctionnement du banc et la manière dont sont extraites les informations sur les « points chauds », présents dans les figures de diffraction. De plus nous proposons d'évaluer les performances du banc dans les sections 2.2.3 à 2.2.5. Trois analyses de performances sont réalisées : (i) comparaison entre l'intensification obtenue expérimentalement à celle établie à l'aide de la simulation numérique de la propagation de la lumière, (ii) comparaison de l'intensification déterminée dans plusieurs configurations d'utilisation du banc et (iii) comparaison de plusieurs mesures d'intensification répétées en aval d'un même défaut.

### 2.1 PRÉSENTATION DES MÉTHODES D'OBSERVATION DE LA MORPHOLOGIE D'UN DÉFAUT D'ASPECT

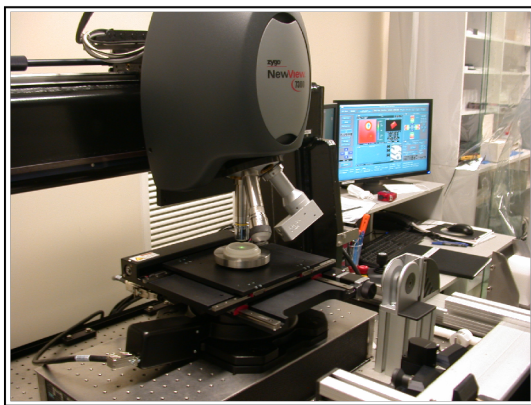
Deux moyens expérimentaux sont utilisés pour mesurer de manière quantitative ou qualitative la morphologie des défauts d'aspect : le rugosimètre interférométrique et le microscope Nomarski.

### 2.1.1 Rugosimètre interférométrique à lumière blanche

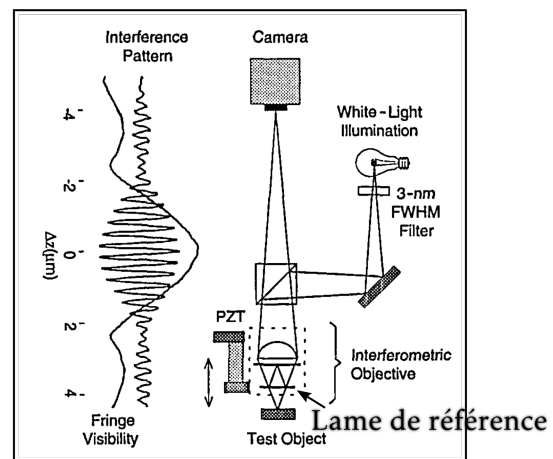
L'appareil utilisé pour mesurer quantitativement la morphologie d'un défaut est le NEWVIEW 7300 développé par l'entreprise ZYGO (cf. la photographie de l'installation sur la figure 2.1a). Il fonctionne sur le principe de l'interférométrie en lumière blanche [57].

La lumière blanche émise par l'appareil est réfléchiée à la fois sur une lame de référence et sur la surface à mesurer. Les deux faisceaux créent une figure d'interférence observée à l'aide d'une caméra (cf. le schéma de principe représenté sur la figure 2.1b). Sur la figure 2.2a est présenté le signal capté par la caméra pour une distance arbitraire entre la lame de référence et la surface à mesurer. Ensuite à l'aide d'un piézoélectrique, la distance entre la lame de référence et la surface à mesurer change faisant défiler les franges d'interférence. Pour chaque pixel de la caméra il est mesuré l'éclairement en fonction de cette distance. Ce signal a l'allure de la courbe présentée sur la figure 2.1b. La longueur de cohérence étant courte puisque nous sommes en lumière blanche, le contraste des franges est non nul sur une courte distance par rapport à ce que l'on peut attendre en lumière monochromatique.

Pour réaliser la topographie de la surface d'un défaut d'aspect, il suffit, pour chaque pixel, de relever la distance donnant un contraste d'éclairement maximal puisqu'elle correspond à la distance pour laquelle les chemins optiques entre la lame de référence et la surface à mesurer sont identiques. Par ce principe, l'appareil associe une hauteur mécanique à chaque pixel de la caméra. Enfin, différents objectifs de microscope sont à disposition pour augmenter la résolution spatiale :  $\{ \times 1 ; \times 2,5 ; \times 5 ; \times 10 ; \times 20 ; \times 50 ; \times 100 \}^1$ . Le pouvoir de résolution est limité par la diffraction du système optique qui est ici d'environ  $0,4 \mu\text{m}$  pour l'objectif  $\times 100$ . Lors de la mesure de défauts d'aspect il est préférable d'utiliser les objectifs  $\times 10$  et  $\times 100$  au vu de leur taille. Sur la figure 2.2b est présentée une mesure de la morphologie d'un défaut réalisée à l'aide du rugosimètre à l'objectif  $\times 100$ .



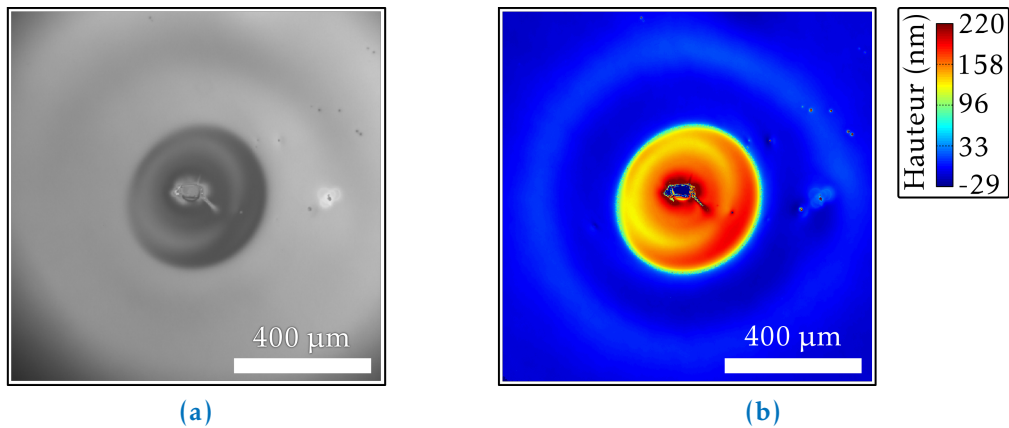
(a)



(b)

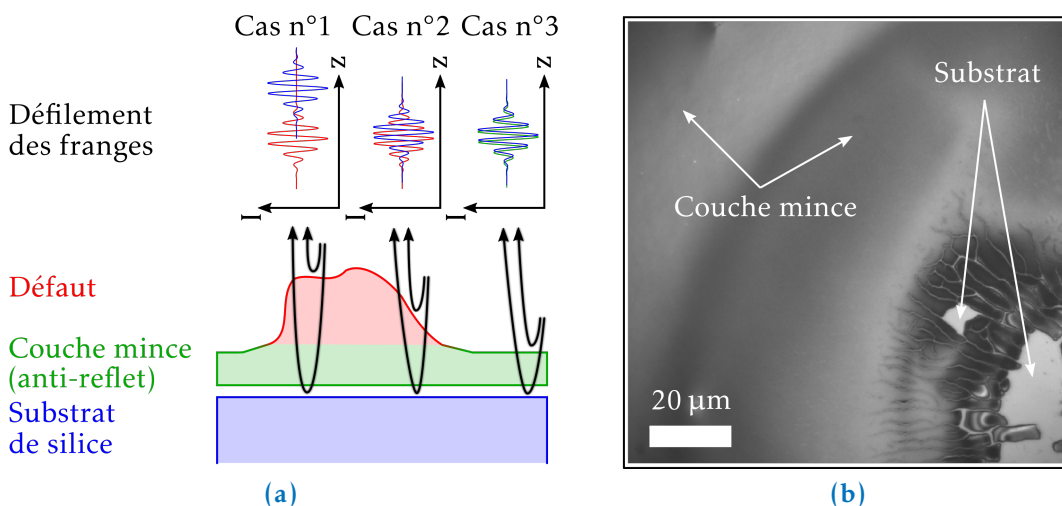
**FIGURE 2.1** – (a) Photographie du rugosimètre interférométrique installé au laboratoire ; (b) schéma de principe du rugosimètre interférométrique (figure 2 de [57]), PZT pour piézoélectrique.

1. Chaque facteur correspond au grandissement de l'image lorsque l'objectif est à la distance de travail nominale de la caméra.



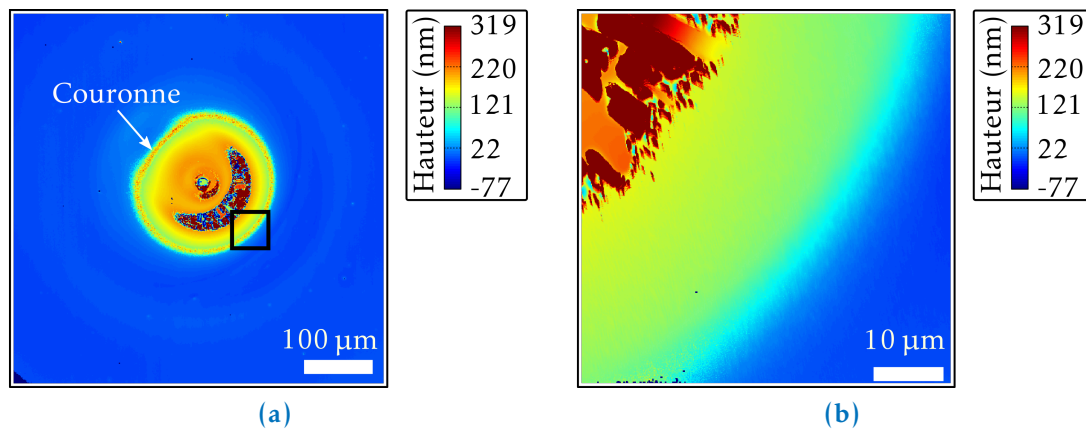
**FIGURE 2.2** – (a) Acquisition de la figure d'interférence par la caméra du rugosimètre pour une distance arbitraire entre la lame de référence et la surface à mesurer, (b) morphologie du même défaut de traitement une fois effectué le défilement des franges.

Dans certains cas, des artefacts de mesure peuvent apparaître notamment lors de la caractérisation de la surface d'une couche mince. En effet, la lumière est à la fois réfléchi par le substrat et par la couche mince. Si l'épaisseur de la couche est suffisamment grande devant la longueur du signal lors du défilement des franges, alors les deux signaux réfléchis se distinguent : il n'y a pas d'artefact de mesure (cf. cas n°1 de la figure 2.3a). Lorsque l'épaisseur diminue et atteint une certaine quantité, les deux signaux interfèrent si bien qu'à la distance où est attendu un maximum d'éclairement les deux signaux peuvent interférer de façon destructif et une autre distance est préférée (cf. cas n°2 de la figure 2.3a). Enfin, le cas n°3 de la figure 2.3a, correspond à la situation où les deux signaux sont quasiment en phase ce qui a pour effet de faire chuter le contraste par rapport à la mesure



**FIGURE 2.3** – (a) Schéma expliquant les artefacts de mesure causés par la présence d'une couche mince, (b) Acquisition de la figure d'interférence pour une distance donnée entre la lame de référence et la surface à mesurer observée à l'objectif  $\times 100$  d'une partie d'un défaut de traitement ; les endroits où la texture semble rugueuse et l'éclairement moins contrasté correspondent à la couche mince, alors que les lieux où l'aspect est lisse et mieux contrasté correspondent au substrat.





**FIGURE 2.4** – (a) Mesure de la morphologie d'un défaut de traitement à l'objectif  $\times 10$ , une couronne apparaît tout en périphérie du défaut, (b) Mesure de la morphologie d'un défaut à l'objectif  $\times 100$  sur une partie de la couronne, la profondeur de champ étant plus faible, l'artéfact de mesure disparaît partiellement.

de la surface d'un substrat nu. Typiquement, cette diminution locale de contraste au sein de la figure d'interférence nous permet de statuer si la couche mince est intègre ou si elle n'est plus présente à la surface du substrat (*cf.* figure 2.3b).

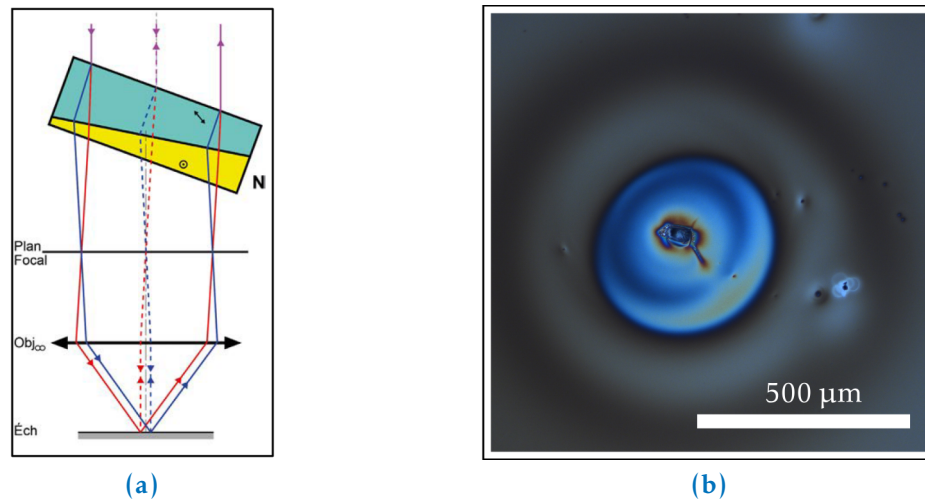
Sur la figure 2.4a sont reportés des artéfacts qui surviennent lors de la mesure de la morphologie d'un défaut de traitement à l'aide du rugosimètre à l'objectif  $\times 10$ . Une couronne est mesurée tout autour du défaut ce qui n'est pas réel. La même mesure est effectuée à l'objectif  $\times 100$  ce qui a pour effet d'enlever ce type d'artéfact (*cf.* figure 2.4b). Le fait que l'objectif  $\times 100$  améliore la mesure est dû à la profondeur de champ qui est moins grande au  $\times 100$ ; les deux signaux sont mieux séparés.

La mesure de la morphologie d'un défaut, via le rugosimètre interférentiel, peut, dans le cas d'une couche mince (typiquement les traitements anti-reflets), être parsemée d'artéfacts. Il faudra être précautionneux lors de l'exploitation de tels résultats, notamment par l'interprétation en les confrontant à d'autres mesures, typiquement l'observation au microscope Nomarski.

### 2.1.2 Microscopie à contraste interférentiel différentiel de type Nomarski

Nous disposons d'un autre moyen pour observer la morphologie des défauts : le microscope à contraste interférentiel différentiel dit microscope Nomarski. Au lieu de comparer l'onde, se réfléchissant sur la surface à mesurer, à une onde de référence (principe du rugosimètre interférentiel), ici, l'onde est comparée à elle-même décalée transversalement. L'analyse de l'interférogramme qui en résulte permet d'évaluer directement le gradient du front d'onde réfléchi par la surface à mesurer.

La réalisation de ce type d'observation s'effectue par l'intermédiaire d'un bi-prisme de Wollaston (ou Nomarski) (*cf.* figure 2.5a). Ce composant est l'assemblage de deux matériaux biréfringents uniaxes, dont leurs axes optiques sont croisés à  $90^\circ$ . La lumière incidente polarisée rectilignement est séparée angulairement par le prisme créant ainsi le décalage transverse. Après réflexion sur la surface à mesurer, le même prisme recombine



**FIGURE 2.5** – (a) Schéma de principe de la microscopie par contraste interférentiel différentiel Nomarski (figure 3b de [58]); N : le prisme de Nomarski, les rayons bleu et rouge sont décalés transversalement et recombinaés par le prisme permettant d’obtenir finalement une observation représentative du gradient de phase, (b) Observation au microscope Nomarski du défaut présenté en figure 2.2.

les deux faisceaux créant ainsi l’interférogramme dont est déduite la dérivée de la phase réfléchie par la surface à mesurer.

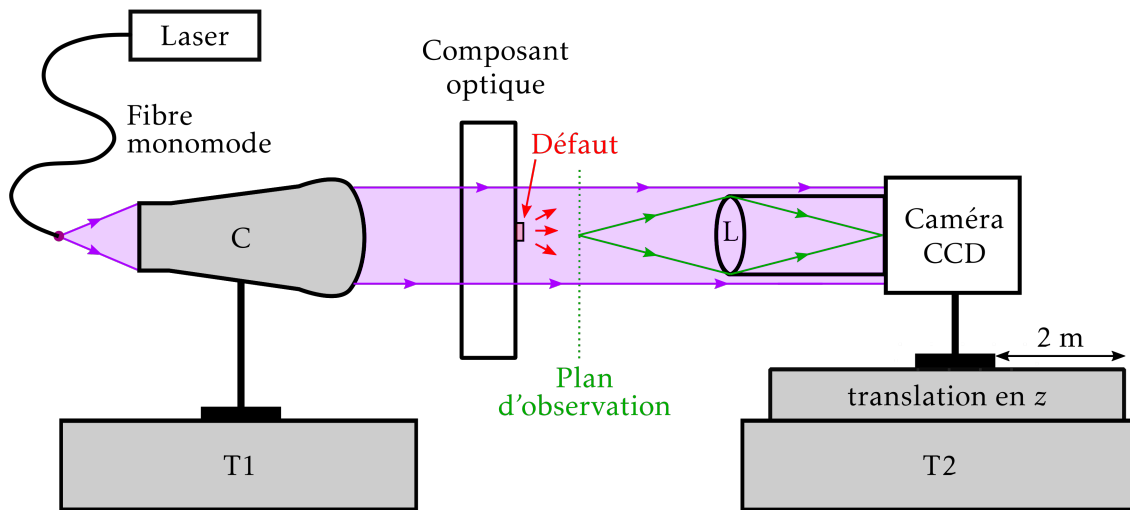
Lorsque la lumière incidente est blanche, il faut prendre en compte la superposition incohérente des différentes contributions monochromatiques. L’image apparaît alors colorée suivant les teintes de Newton et le contraste de couleurs met en évidence la variation de phase de la surface. Sur la figure 2.5b est représentée l’observation au microscope Nomarski du défaut présenté en figure 2.2. Cette mesure ne donne qu’une information qualitative, elle permet de se faire une idée sur la morphologie d’un défaut d’aspect.

## 2.2 PRÉSENTATION D’UNE MÉTHODE D’OBSERVATION DES FIGURES DE DIFFRACTION ENGENDRÉES PAR DES DÉFAUTS D’ASPECT

### 2.2.1 Présentation du banc expérimental EPSILON

L’impact des défauts d’aspect sur la lumière est caractérisé à l’aide du banc expérimental nommé EPSILON. L’idée est d’observer la lumière diffractée par un défaut au moyen d’une caméra CCD qui est placée à différentes distances de propagation du défaut [47, 25, 48]. Sur la figure 2.6 est présenté le schéma de principe du banc d’observation EPSILON. Il est constitué en deux parties représentées par les tables T1 et T2 de la figure 2.6; sur T1 est positionné le système d’éclairage tandis que le système de mesure est placé sur T2. Le composant optique présentant des défauts d’aspect est placé entre les deux tables.

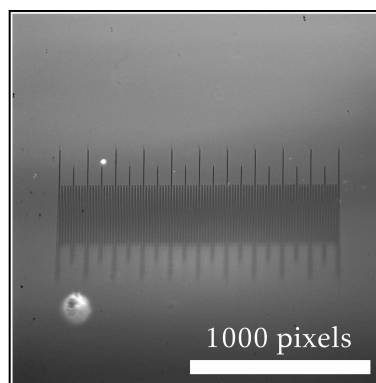
La source de lumière est un laser fonctionnant à la longueur d’onde  $\lambda_0 = 351$  nm ce qui est représentatif de la fin de chaîne du LASER MÉGAJoule. Le faisceau laser est injecté dans une fibre monomode et est ensuite collimaté à l’aide d’une lentille asphérique dont le foyer objet est positionné en sortie de la fibre optique. Le collimateur utilisé sur le banc est développé par l’entreprise Micro Laser Systems; il permet d’obtenir un faisceau



**FIGURE 2.6** – Schéma de principe du banc EPSILON permettant d’observer les figures de diffraction en aval de défauts; C : collimateur, L : lentille, T1 : table du système d’éclairage; T2 : table du système d’observation.

d’un diamètre de 33 mm avec un front d’onde plan dont la qualité est meilleure que  $\lambda_0/10$  RMS.

L’observation est réalisée à l’aide d’une caméra CCD 12-bit de  $2048 \times 2048$  pixels. La résolution spatiale est de  $7,5 \mu\text{m}$  par pixel. Le capteur de la caméra est spécialement fourni sans verre protecteur pour éviter toute interférence parasite par réflexion dans la protection. De plus, la fenêtre de la caméra est traitée antireflet pour la longueur d’onde de fonctionnement (*ie.* 351 nm). Cette précaution est tout autant importante pour éviter des interférences parasites dues à la réflexion de la lumière sur les dioptres de la fenêtre. La caméra est placée sur un rail dont l’axe est parallèle à la direction de propagation du faisceau, dans le but d’acquérir l’éclairement diffracté par un défaut à n’importe quelle distance de propagation (jusqu’à 1,5 m de propagation).



**FIGURE 2.7** – Observation avec l’objectif  $\times 10$  d’une mire permettant de caractériser la dimension d’un pixel.

Un objectif est placé devant la caméra permettant notamment de faire la mise au point sur le plan du défaut. L'objectif est composé d'une lentille placée à  $2f$  du plan du capteur de la caméra. Théoriquement, le système d'observation devrait présenter un grandissement de 1. En pratique, la taille d'un pixel avec l'objectif  $\times 1$  est estimée à  $7,4 \mu\text{m}$ , ce qui est équivalent à un grandissement de 1,01. La résolution de l'image peut être augmentée en utilisant un objectif de microscope. Placé à une certaine distance du capteur de la caméra il permet d'obtenir un grandissement d'environ 10 (en pratique, la résolution est de  $0,649 \mu\text{m}$  par pixel). Les caractérisations des grandissements ont été effectuées à l'aide d'une mire (cf. figure 2.7 pour la caractérisation de l'objectif  $\times 10$ ).

Le laser utilisé est impulsif et son taux de récurrence est réglé à 2 kHz. Ainsi, 400 impulsions sont collectées par le capteur de la caméra pour un temps d'acquisition de 200 ms. Basiquement, pour établir l'intensification  $I_{ij}$  de l'éclairement engendré par un défaut, il suffit de diviser la valeur  $p_{ij}$  de chaque pixel de l'image par la moyenne de l'image qui est proportionnelle à l'énergie du faisceau intercepté par la caméra :

$$I_{ij} = \frac{p_{ij}}{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{nm}}, \quad (2.1)$$

où  $N$  et  $M$  représentent la dimension de l'image en pixels.

Cependant, pour rendre cette évaluation plus précise, nous développons un traitement des acquisitions.

### 2.2.2 Traitement des acquisitions pour évaluer les « points chauds » de la figure de diffraction

Le faisceau qui illumine la caméra est spatialement gaussien comme le montre l'acquisition à vide (*ie.* sans défaut) reportée sur la figure 2.8a. Nous ne voyons ici que le « haut » de la gaussienne puisque le système d'observation a un champ d'environ  $15 \times 15 \text{ mm}^2$  à l'objectif  $\times 1$  alors que le diamètre du faisceau est d'environ 30 mm. Cette distribution gaussienne de l'éclairement est aussi présente lors de la mesure des figures de diffraction engendrées par un défaut d'aspect (cf. figure 2.8b où est représentée l'observation de la figure de diffraction à 400 mm d'un disque opaque<sup>2</sup> de rayon 1 mm).

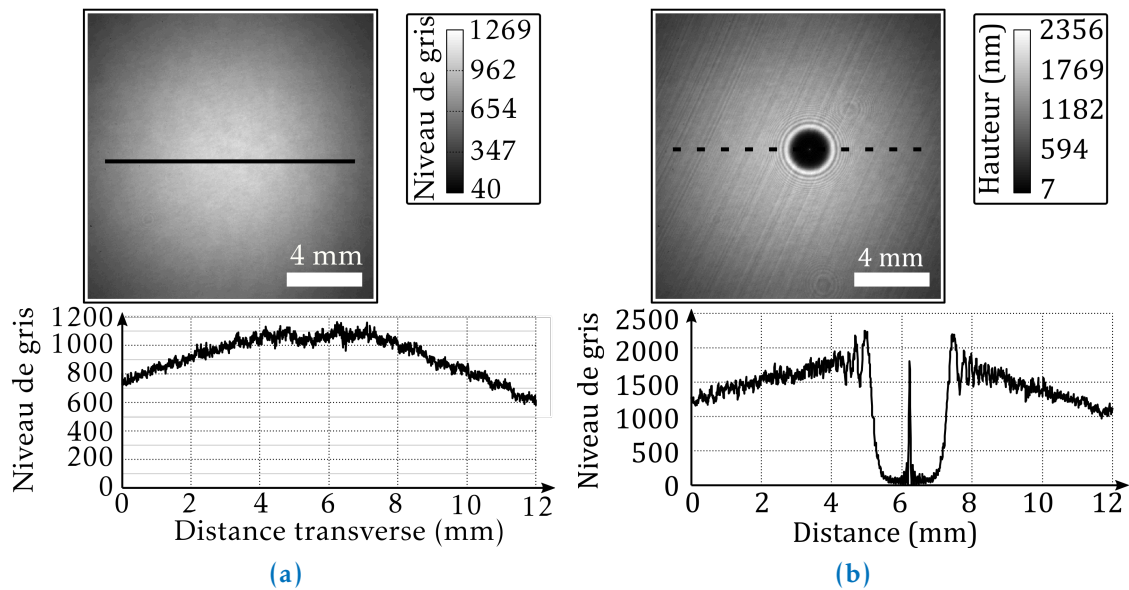
En calculant l'intensification engendrée par le disque opaque seulement à partir de l'équation (2.1), l'intensification au centre de la gaussienne est surestimée par rapport à celui induit par la diffraction d'une onde homogène perturbée par le disque. Pour redresser le signal, nous proposons de diviser le niveau de chaque pixel  $p_{\text{mes},ij}$  de l'acquisition de la figure de diffraction par celui de chaque pixel  $p_{\text{vide},ij}$  de la mesure à vide :

$$p_{\text{signal},ij} = \frac{p_{\text{mes},ij}}{p_{\text{vide},ij}}. \quad (2.2)$$

Sur la figure 2.9a est présenté le résultat d'un tel traitement réalisé à partir des deux images des figures 2.8a et 2.8b. Le signal est effectivement redressé. De plus les défauts sur le capteur de la caméra disparaissent.

Le niveau moyen obtenu à l'issue du traitement donnant la figure 2.9a est différent de 1. Ceci est dû aux fluctuations de l'énergie du laser au cours du temps. Dans le cas de la figure 2.9a, le niveau moyen étant supérieur à 1, l'énergie interceptée par la caméra est plus importante lors de la mesure avec défaut que lors de la mesure à vide. Pour pallier

2. Le disque opaque est une pastille de chrome déposée sur un échantillon de verre poli.



**FIGURE 2.8** – (a) Acquisition de l’image à vide; (b) acquisition de l’image du faisceau diffracté par le disque opaque.

cette augmentation d’énergie, une dernière étape consiste à appliquer le traitement de l’équation (2.1) à l’image redressée et nous obtenons l’intensification de l’éclairage engendrée par le défaut (cf. figure 2.9b). Ce dernier traitement peut paraître biaisé car l’énergie totale de l’image redressée est différente de l’énergie totale de l’image acquise sans défaut. En effet, le défaut est susceptible d’absorber de la lumière notamment dans le cas du disque opaque présenté sur la figure 2.8b. Cette erreur est négligeable dans la plupart des cas au vu de la surface que représente le défaut par rapport à la surface totale du capteur. Par exemple, dans le cas du disque opaque de la figure 2.8b, le ratio des deux surfaces vaut 1,4 %. Autrement dit, l’erreur effectuée sur le niveau moyen est de 1,4 %<sup>3</sup>.

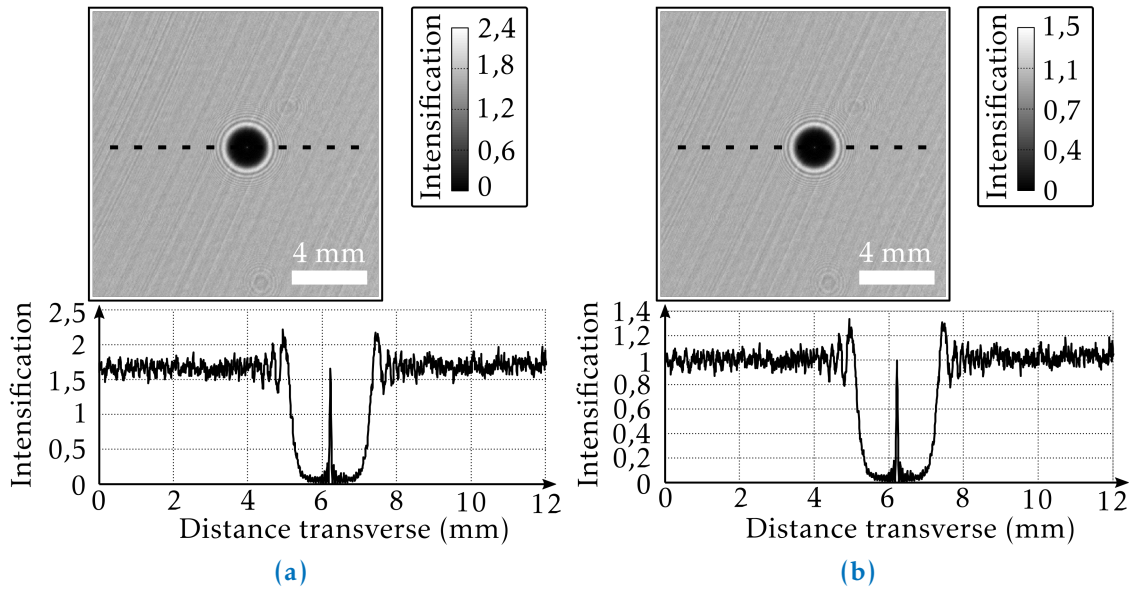
Enfin, il n’est généralement pas nécessaire de soustraire le niveau moyen du « bruit » de la caméra<sup>4</sup>. Le temps de pause étant court (quelques centaines de millisecondes), le niveau moyen du « bruit » de la caméra (cf. figure 2.10) représente environ 0,3 % du niveau moyen d’une mesure.

Une fois les traitements finis, il n’y a plus qu’à extraire les informations qui nous intéressent, à savoir l’intensification centrale et la surface des potentiels « points chauds » engendrés par des défauts d’aspect. Nous proposons deux méthodes pour établir les caractéristiques d’un « point chaud » : (i) l’image issue du traitement est prise sans autres considérations (méthode dite « simple »), (ii) un modèle est ajusté aux intensifications présentes dans l’image (méthode par ajustement).

Dans le premier cas, l’intensification centrale du « point chaud » est le pixel maximal et sa surface est donnée par le nombre de pixels dont la valeur est supérieure à une

3. Dans certains cas, notamment lors des mesures effectuées avec l’objectif  $\times 10$ , il est préférable de diviser le niveau de chaque pixel de l’image redressée par la moyenne d’une partie de l’image non impactée par le défaut ou par tout autre élément perturbant la mesure comme le bord du composant.

4. Ce qui est appelé « bruit » est le courant d’obscurité.



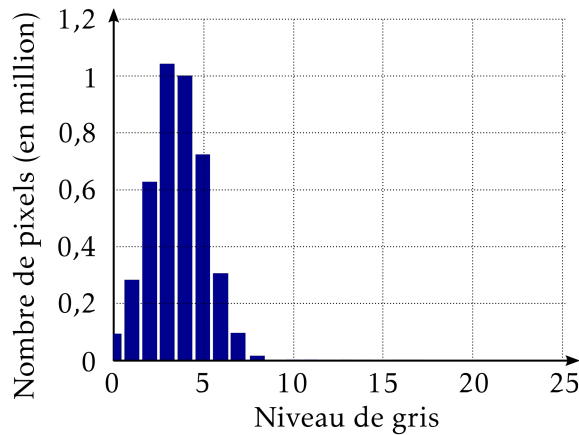
**FIGURE 2.9** – (a) Résultat de l’intensification à l’issue du traitement permettant de redresser la distribution gaussienne intrinsèque au défaut ; (b) Résultat de l’intensification à l’issue de la dernière normalisation du niveau moyen à 1.

quantité arbitraire (eg. l’intensification maximale divisée par 2). Dans le second cas, le « point chaud » est ajusté à une gaussienne dont le support est elliptique et orienté :

$$I_{\text{fit}}(x,y) = Ae^{-[a(x-x_0)^2+b(y-y_0)^2+c(x-x_0)(y-y_0)]}, \quad (2.3)$$

où l’ensemble  $\{A,a,b,c,x_0,y_0\}$  est constitué des paramètres du modèle gaussien.  $A$  permet d’obtenir directement l’intensification centrale. Le couple  $(x_0,y_0)$  représente le centre du « point chaud ». Enfin les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  donnent les dimensions du « point chaud ». Si  $X$  et  $Y$  sont les variables dans le repère de l’ellipse alors le modèle du « point chaud » est

$$I_{\text{fit}}(X,Y) = Ae^{-2\left[\frac{(X-x_0)^2}{w_x^2} + \frac{(Y-y_0)^2}{w_y^2}\right]}. \quad (2.4)$$



**FIGURE 2.10** – Histogramme d’une acquisition du « bruit » de la caméra en lumière ambiante (sans faisceau laser).

Les rayons à mi-hauteur en sont directement proportionnels :  $w_X \sqrt{\ln 2/2}$  et  $w_Y \sqrt{\ln 2/2}$  et la surface du « point chaud » à mi-hauteur est

$$S_{\text{fit}} = \frac{\pi \ln 2}{2} w_X w_Y. \quad (2.5)$$

L'intérêt d'ajuster un modèle est d'acquérir une meilleure confiance dans les données extraites d'une image notamment lorsque celle-ci présente un bruit important dû à des interférences parasites venant de particules sur le collimateur ou sur l'objectif ou même de réflexions parasites dans les éléments du collimateur ou dans ceux de l'objectif.

Nous proposons, par la suite d'étudier les performances des deux méthodes permettant d'acquérir les informations sur les points chauds (*ie.* pixel maximal + surface de l'ensemble des points au dessus d'une certaine valeur : méthode « simple » et l'ajustement de la forme du « point chaud » à une gaussienne : méthode par ajustement). Trois aspects sont étudiés : (i) comparaison entre les résultats expérimentaux et la simulation numérique, par l'optique de Fourier (*cf.* section 3.1.7), de la propagation de la lumière au travers d'un défaut, (ii) comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus à l'aide de l'objectif  $\times 1$  et  $\times 10$  et (iii) comparaison entre différents essais de répétabilité sur les figures de diffraction d'un même défaut.

### 2.2.3 Comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation numérique

Un disque et un anneau de phase sont utilisés pour comparer les résultats expérimentaux et ceux issus de la simulation numérique. Leur morphologie est mesurée à l'aide du rugosimètre interférentiel (*cf.* section 2.1.1) et reportée sur la figure 2.11. Les deux objets sont réalisés en laboratoire par l'ablation de la silice à l'aide un laser  $\text{CO}_2$  [37]. Ils sont utilisés initialement comme lame de phase sur un banc d'endommagement laser pour leur capacité à amplifier grandement, par le phénomène de diffraction, l'éclairement incident aux échantillons testés à un flux laser intense [59].

Nous pouvons avoir une grande confiance en la mesure du rugosimètre pour déterminer la morphologie des deux objets puisqu'aucune couche mince n'est présente à la surface du composant optique. La traduction de la morphologie des défauts en sauts de phase s'effectue au moyen de l'équation (3.49) pour un composant optique utilisé en transmission. Cela suppose de connaître l'indice de réfraction du matériau constituant le composant. Dans le cas présent, le matériau est de la silice qui a un indice  $n_1 = 1,47$  à la longueur d'onde de 351 nm. Le laser  $\text{CO}_2$ , vaporisant la silice pour réaliser les objets de phase, a chauffé le matériau changeant alors l'indice de réfraction en surface. Nous ferons l'hypothèse que ce changement d'indice est négligeable.

La lumière se propageant au travers des deux profils de phase, présentés sur la figure 2.11, est simulée numériquement par l'optique de Fourier (*cf.* section 3.1.7) à différentes distances de propagation :  $z = \{200 ; 400 ; 800 ; 900\}$  mm. Les figures de diffraction ainsi obtenues et les observations de l'intensification aux mêmes distances de propagation à l'aide du banc EPSILON sont présentées sur les figures 2.13 et 2.14b. Les figures de diffraction déterminées numériquement sont très similaires avec celles observées sur le banc expérimental.

Enfin l'intensification du « point chaud » central est évaluée pour chaque cas à l'aide des deux méthodes de traitement des acquisitions expérimentales et elle est comparée

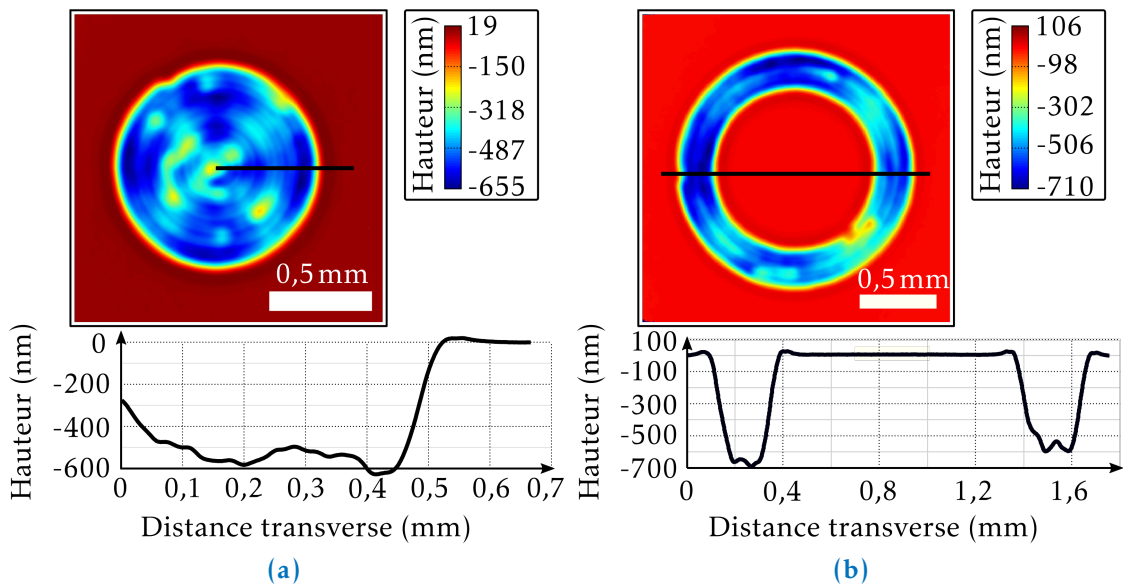


FIGURE 2.11 – Morphologie des objets de phase observée au rugosimètre à l’objectif  $\times 10$ ; (a) le disque de phase, (b) l’anneau de phase.

à celle déduite de la simulation à différentes distances de propagation (cf. figure 2.12). Le trait continu rouge correspond aux résultats issus de la simulation, les carrés verts à ceux estimés par la méthode « simple » et les cercles bleus sont les résultats établis par la méthode par ajustement. Il est notable que la méthode par ajustement permet d’obtenir des résultats plus cohérents avec ceux issus de la simulation. En effet, l’évaluation de l’intensification centrale par le pixel maximal est sensible aux interférences parasites.

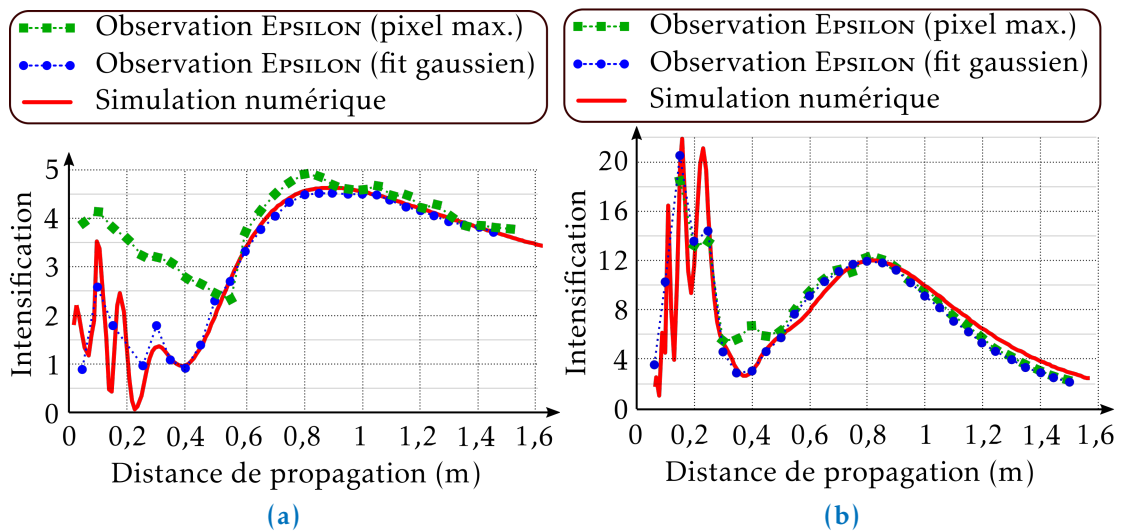


FIGURE 2.12 – Comparaison entre l’intensification centrale issue soit de la simulation numérique (trait continu rouge), soit de l’expérience par l’évaluation à l’aide de la méthode « simple » (carrés verts) ou soit à l’aide de la méthode par ajustement (cercles bleus) (a) cas du disque de phase, (b) cas de l’anneau de phase.



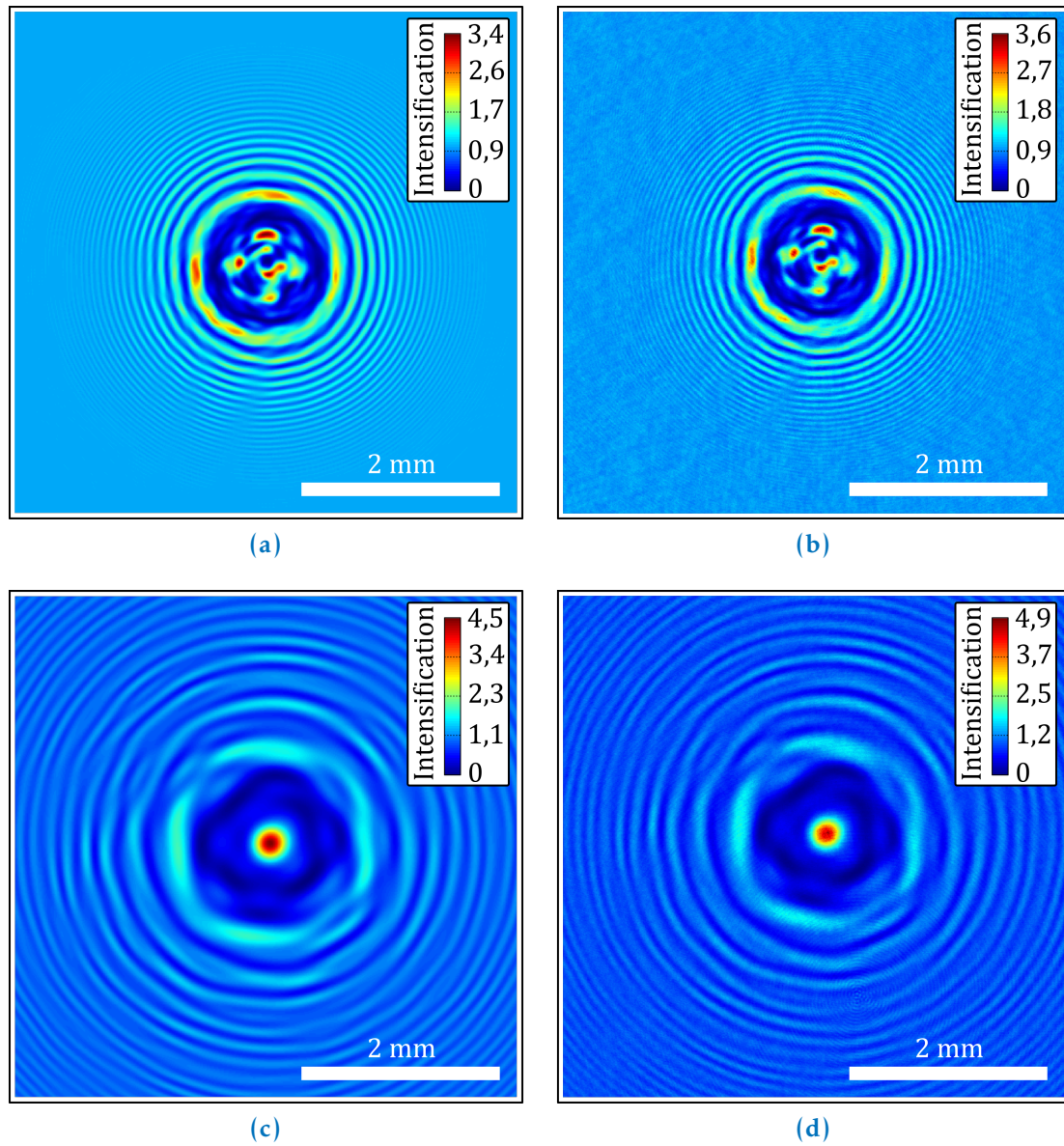


FIGURE 2.13 – Figures de diffraction engendrées par le disque de phase (a) simulation à 200 mm, (b) observation à 200 mm, (c) simulation à 800 mm, (d) observation à 800 mm.

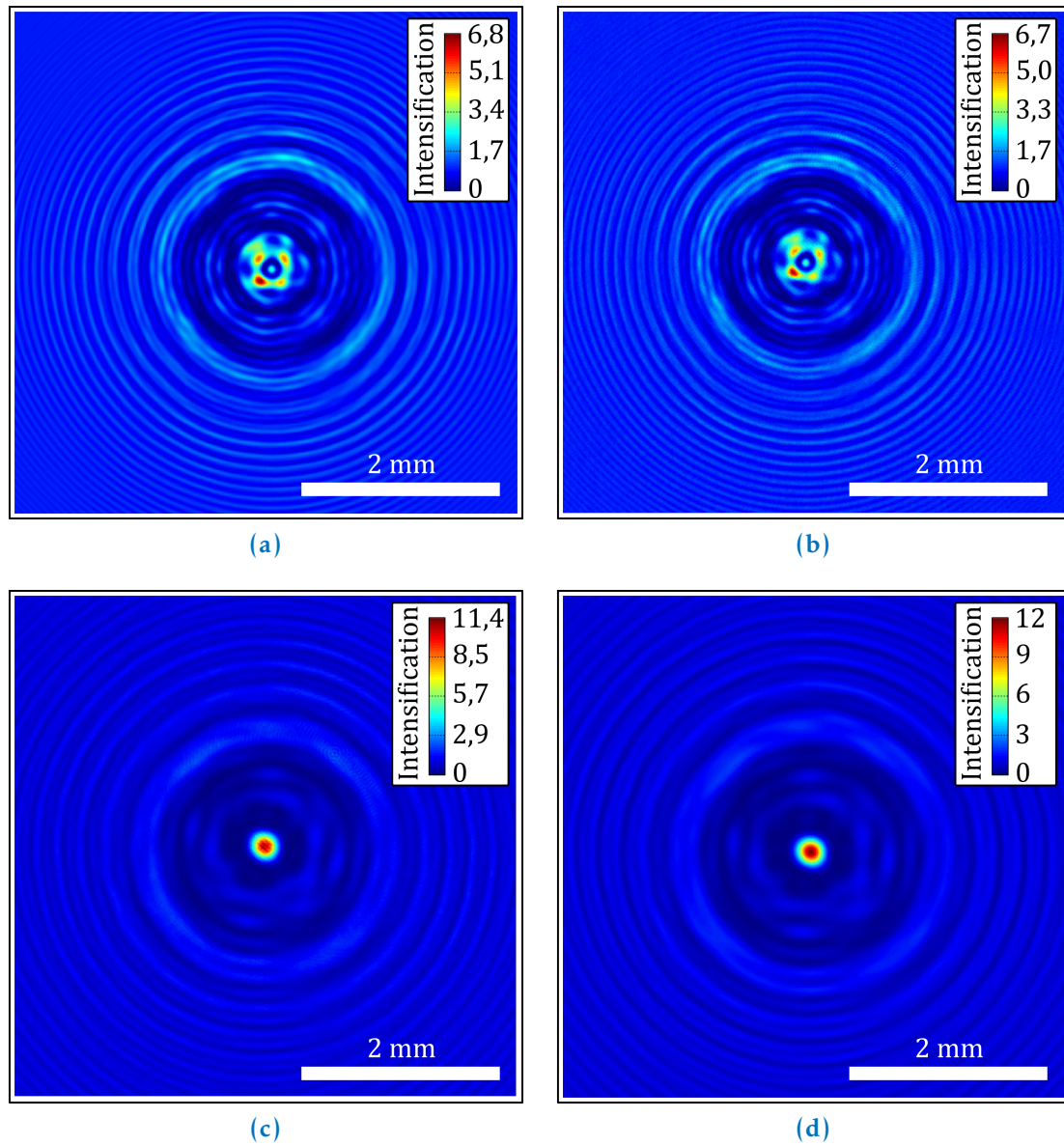


FIGURE 2.14 – Figures de diffraction engendrées par l’anneau de phase (a) simulation à 400 mm, (b) observation à 400 mm, (c) simulation à 900 mm, (d) observation à 900 mm.

### 2.2.4 Comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus avec l'objectif $\times 1$ et ceux obtenus avec l'objectif $\times 10$

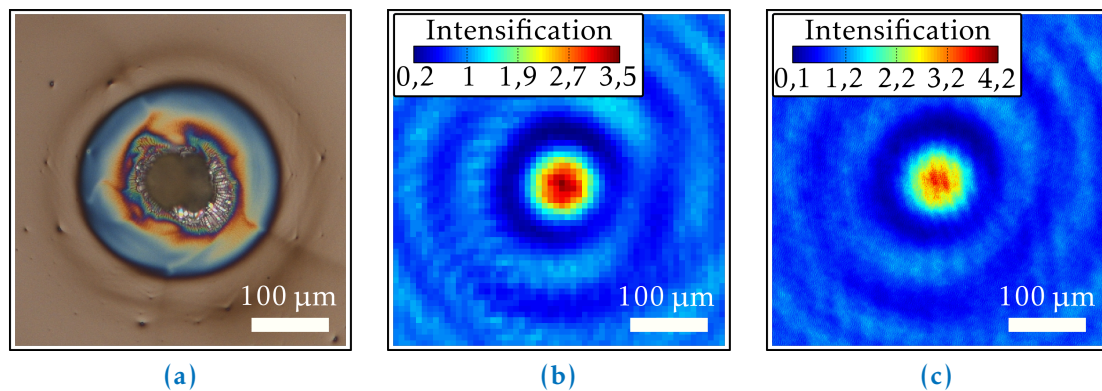
Dans cette section, nous proposons d'évaluer les différences qui peuvent survenir entre une mesure effectuée à l'objectif  $\times 1$  et une autre réalisée à l'objectif  $\times 10$ . La comparaison est menée sur les figures de diffraction engendrées par le défaut de traitement présenté sur la figure 2.15a. L'intensification observée à 50 mm du défaut à l'objectif  $\times 1$  est présentée sur la figure 2.15b tandis que la figure 2.15c montre la même intensification observée à l'objectif  $\times 10$ .

De ces deux mesures, nous sommes capables d'extraire les paramètres du « point chaud » central à l'aide des deux méthodes. Ceci est répété pour différentes distances de propagation et présenté sur les figures 2.16 et 2.17. Il est notable que la méthode ajustant le modèle gaussien au « point chaud » donne des résultats cohérents entre les mesures utilisant l'objectif  $\times 1$  et celles réalisées à l'objectif  $\times 10$ .

Il est possible que les observations réalisées avec l'objectif  $\times 1$ , de part sa résolution limitée, sous-estime les caractéristiques d'un « point chaud ». En effet, il suffit que la dimension de ce dernier soit de l'ordre de grandeur de la résolution obtenue à l'objectif  $\times 1$  pour sous-évaluer l'intensification du « point chaud ». Cela est valable aux courtes distances de propagation mais, en aucun cas, ce ne peut expliquer la grande différence qu'il peut y avoir entre l'objectif  $\times 1$  et  $\times 10$  à 40 mm du défaut (cf. figure 2.16a).

En réalité, les interférences parasites sont beaucoup plus prononcées sur les acquisitions effectuées avec l'objectif  $\times 10$  loin du défaut. Cela rend complètement inutilisable la méthode « simple » pour évaluer les caractéristiques du « point chaud ».

Encore une fois, la méthode par ajustement semble favorable pour estimer les caractéristiques d'un « point chaud » d'une figure de diffraction engendrée par un défaut d'aspect.



**FIGURE 2.15** – (a) Observation au microscope Nomarski de la morphologie du défaut de traitement ; (b) figure de diffraction observé à 50 mm du défaut à l'objectif  $\times 1$  ; (c) figure de diffraction observé à 50 mm du défaut à l'objectif  $\times 10$ .

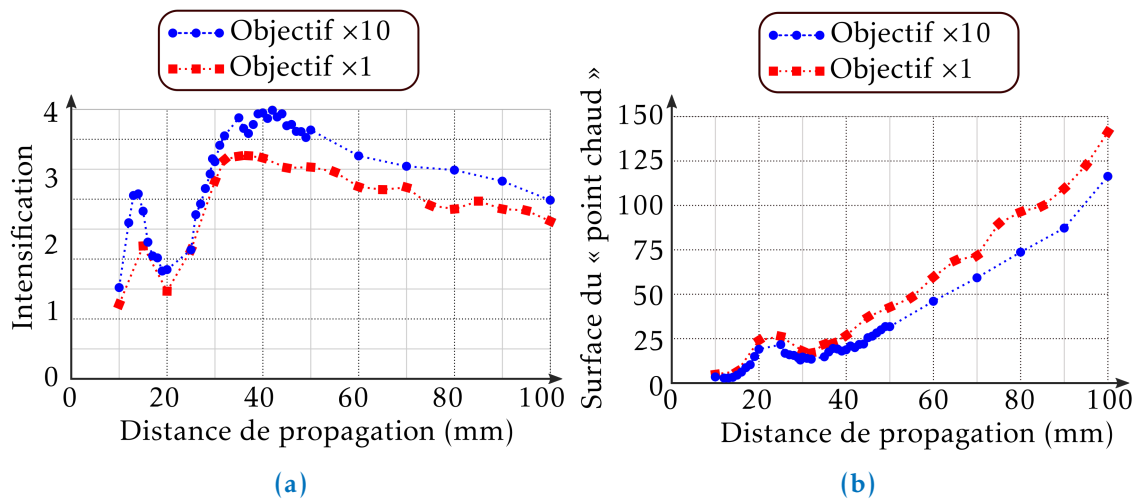


FIGURE 2.16 – Comparaison des résultats issus de l'application de la première méthode de traitement des acquisitions expérimentales aux observations de l'intensification réalisées à l'aide de l'objectif  $\times 1$  et  $\times 10$ ; (a) intensification maximale, (b) surface de l'ensemble des points au dessus de la mi-hauteur de l'intensification maximale.

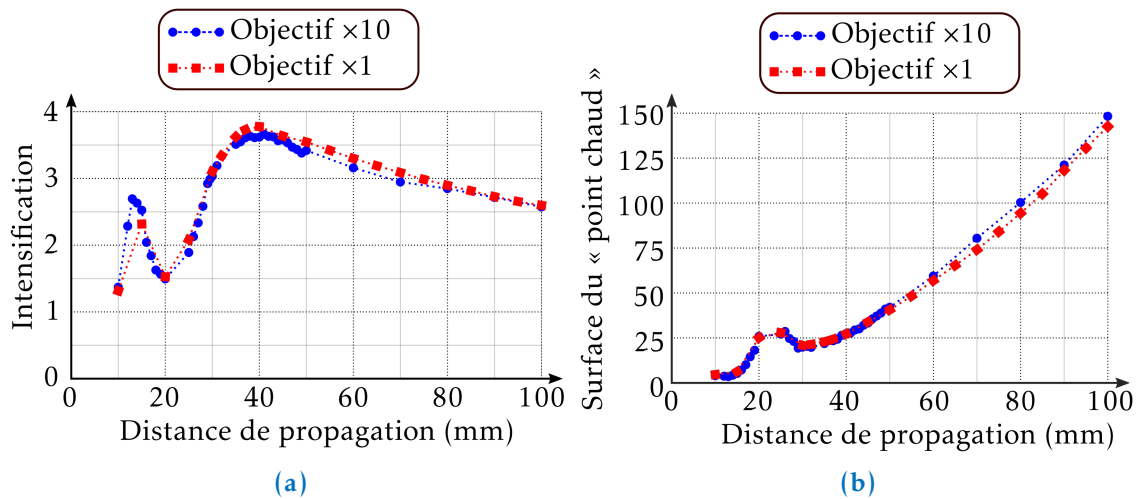


FIGURE 2.17 – Comparaison des résultats issus de l'application de la méthode ajustant le modèle gaussien aux observations de l'intensification réalisées à l'aide de l'objectif  $\times 1$  et  $\times 10$ ; (a) intensification centrale, (b) surface du « point chaud ».

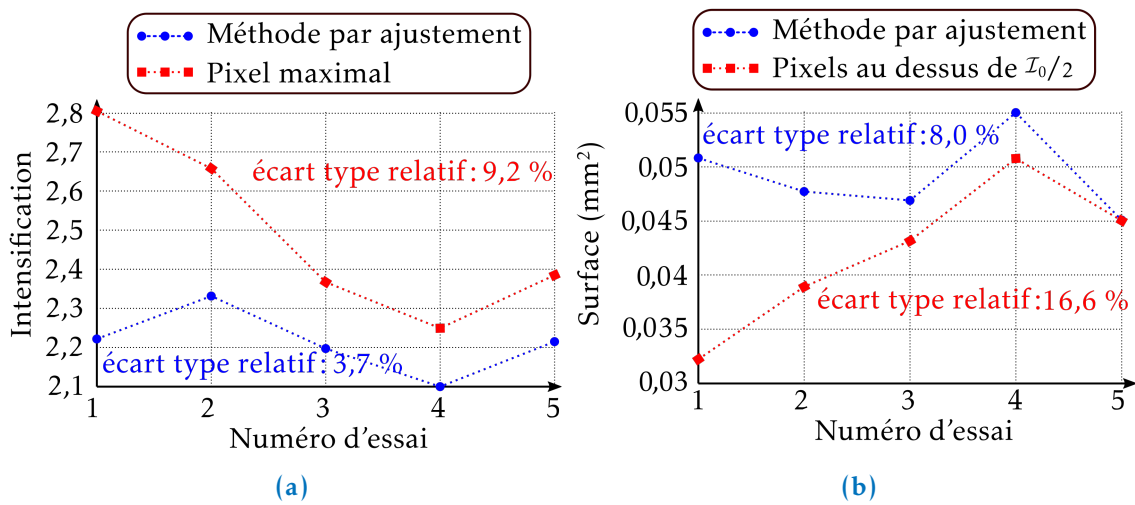


FIGURE 2.18 – Essais de répétabilité à l'objectif  $\times 1$  à 200 mm du défaut, (a) intensification centrale, (b) surface du « point chaud ».

### 2.2.5 Essais de répétabilité sur l'évaluation de l'intensification engendrée par un unique défaut d'aspect

Cinq mesures sont réalisées sur la lumière diffractée par le défaut présenté à la figure 2.2, pour évaluer la répétabilité du banc EPSILON (2 essais en début de thèse et 3 en fin de thèse).

Nous présentons ici les mesures effectuées à 200 mm du défaut avec l'objectif  $\times 1$  (cf. figure 2.18) et 50 mm avec le  $\times 10$  (cf. figure 2.19). Les deux méthodes pour estimer les caractéristiques du « point chaud » sont utilisées; les résultats sont présentés sur les figures 2.18 et 2.19. Sur chacune des figures, les carrés rouges sont les paramètres extraits à partir de la première méthode (*ie.* intensification maximale + surface de l'ensemble des

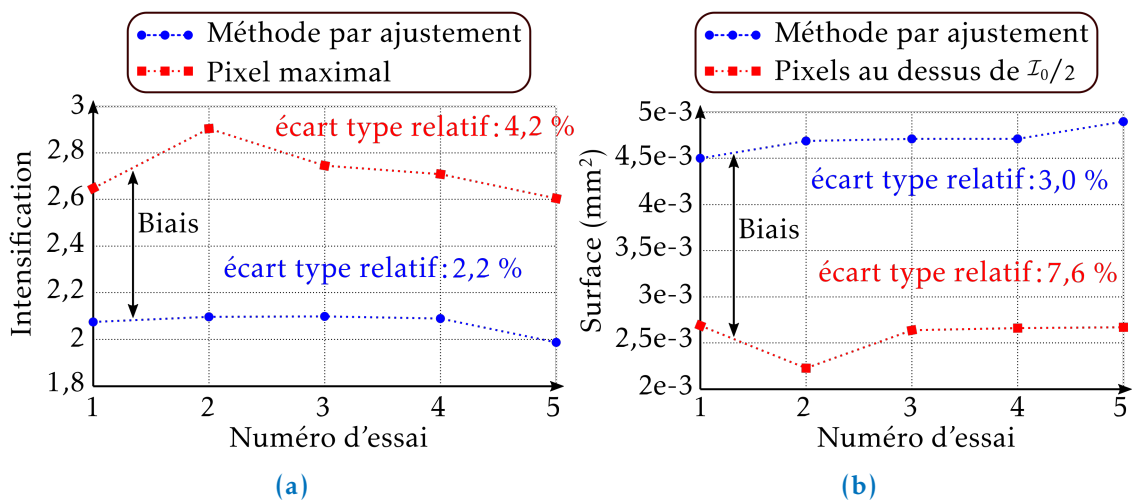


FIGURE 2.19 – Essais de répétabilité à l'objectif  $\times 10$  à 50 mm du défaut, (a) intensification centrale, (b) surface du « point chaud ». Le biais entre les deux méthodes vient du fait que la méthode du pixel maximal sur-estime la valeur de l'intensification du fait des interférences parasites.

points au dessus d'une la mi-hauteur de l'intensification maximale) et les cercles bleus sont ceux issus de l'ajustement du « point chaud » par une gaussienne.

Que ce soit pour l'évaluation de l'intensification centrale (cf. figures 2.18a et 2.19a) ou la surface (cf. figures 2.18b et 2.19b), l'écart-type entre les estimations issues de l'ajustement par une gaussienne en relatif à la valeur moyenne est toujours meilleure. De plus, un biais systématique est présent entre les deux méthodes pour l'observation à l'objectif  $\times 10$ . Ce biais est causé par les interférences parasites qui sont plus importantes en utilisant cet objectif.

La méthode de l'ajustement par un modèle gaussien est pertinente pour évaluer l'intensification au sein d'une figure de diffraction engendrée par un défaut d'aspect.

## CONCLUSION DU CHAPITRE 2

Au cours de ce chapitre, nous avons effectué une revue des instruments de mesure dont nous disposons pour caractériser la morphologie des défauts d'aspect. Nous avons démontré que la morphologie d'un défaut de traitement est particulièrement difficile à quantifier à l'aide du rugosimètre interférométrique du fait de la couche de traitement. C'est pourquoi il est intéressant de disposer d'un autre moyen de métrologie, le microscope Nomarski, permettant d'évaluer qualitativement la morphologie des défauts de traitement notamment pour statuer des potentiels artéfacts de mesure du rugosimètre.

Ensuite, le banc expérimental EPSILON est présenté; il permet d'estimer l'impact d'un défaut sur la lumière diffractée. Deux méthodes de traitement des signaux acquis sont présentées pour extraire l'intensification et les dimensions d'un « point chaud ». Celle se basant sur l'ajustement du « point chaud » à une fonction gaussienne permet d'obtenir des performances nettement meilleures, que ce soit quand on compare les résultats des signaux expérimentaux traités avec les simulations, ou quand on compare les mêmes résultats acquis dans différentes configurations ( $\times 1$  ou  $\times 10$ ), ou enfin quand on compare les résultats acquis lors d'expériences reproduites après de nombreux mois.

Assez peu d'essais de répétabilité ont été réalisés, il est nécessaire par la suite d'augmenter la quantité de données pour fournir une incertitude sur les estimations. Enfin, le modèle gaussien paraît intéressant pour modéliser des « points chauds » plus ou moins à symétrie de révolution. C'est sur ce type de forme de « point chaud » que nous focalisons notre étude par la suite. Cependant pour être le plus général possible, il serait intéressant de prendre en compte la forme du lieu d'intensification maximale, notamment lorsque celui-ci est de forme annulaire comme cela peut être le cas à certaines distances de propagation en aval d'un défaut.



## LIEN ENTRE LES MORPHOLOGIES DES DÉFAUTS ET LES « POINTS CHAUDS » QU’ILS ENGENDRENT : ANALYSE THÉORIQUE

---

L’intensification de la lumière, engendrée par un défaut d’aspect présent à la surface d’un composant optique, est critique pour tout autre composant situé en aval du défaut dans la chaîne laser. Ce phénomène appelé communément effet fratricide est l’une des principales raisons de spécifier les défauts d’aspect des composants dédiés aux lasers de puissance. Deux stratégies sont envisageables : l’impact de ces défauts sur la lumière est caractérisé dans le but d’accepter ou de refuser les composants présentant ces défauts, ou bien c’est la cause, à savoir la morphologie du défaut, qui est spécifiée.

Lorsque la conséquence est spécifiée (*ie.* l’intensification engendrée par le défaut), deux manières de procéder sont décrites dans la littérature : (i) il suffit d’observer l’intensification à l’aide d’un banc expérimental [48, 47], ensuite à l’aide de la loi d’endommagement [12], il est possible de prédire la probabilité de dommages due à la présence du défaut, (ii) l’intensification est évaluée numériquement grâce à la simulation et une bonne connaissance de la morphologie du défaut [44], ensuite la probabilité de dommages est déduite en utilisant la loi d’endommagement.

Ces deux méthodes sont critiquables. Pour la méthode numérique sa fiabilité repose sur la capacité à mesurer précisément la morphologie du défaut. Cela demande du temps et peut être très difficile à effectuer notamment lorsque des défauts apparaissent sur les composants optiques montés sur la chaîne laser en exploitation. Dans le cas où des caractérisations sont manquantes, elles sont remplacées par un modèle dont la validité n’est pas démontrée. Qu’elle soit numérique ou expérimentale, la méthode a une limite de résolution spatiale et les intensifications ayant une dimension transverse en deçà de cette limite sont alors mal évaluées. Enfin le principal reproche que l’on peut faire à ces méthodes est le manque d’intuition et de sens physique obligeant à traiter de la même manière tous les défauts d’un composant optique.

Au terme de ce chapitre nous proposons d’acquérir ce sens physique au gré d’un développement analytique (*cf.* sections 3.2 et 3.3). L’intérêt du travail analytique est double : (i) pas de dépendance du résultat à la résolution du problème, (ii) le lien entre la morphologie et l’intensification est une équation qui offre la possibilité d’identifier les paramètres importants, les invariants et enfin la nature des dépendances. Au préalable, nous jugeons nécessaire de détailler, dans la section 3.1, les théories existantes de la diffraction servant de base au travail analytique. Un premier cadre est alors formulé correspondant aux hypothèses et conditions de validité de la théorie utilisée. Enfin, en section 3.4, nous confrontons le modèle analytique aux deux méthodes précédentes, numérique et expérimentale, sur le cas de deux défauts observés sur de réels composants optiques.

Le modèle analytique que nous proposons en sections 3.2 et 3.3 suppose un cadre tant sur la morphologie des défauts que sur les intensifications engendrées.

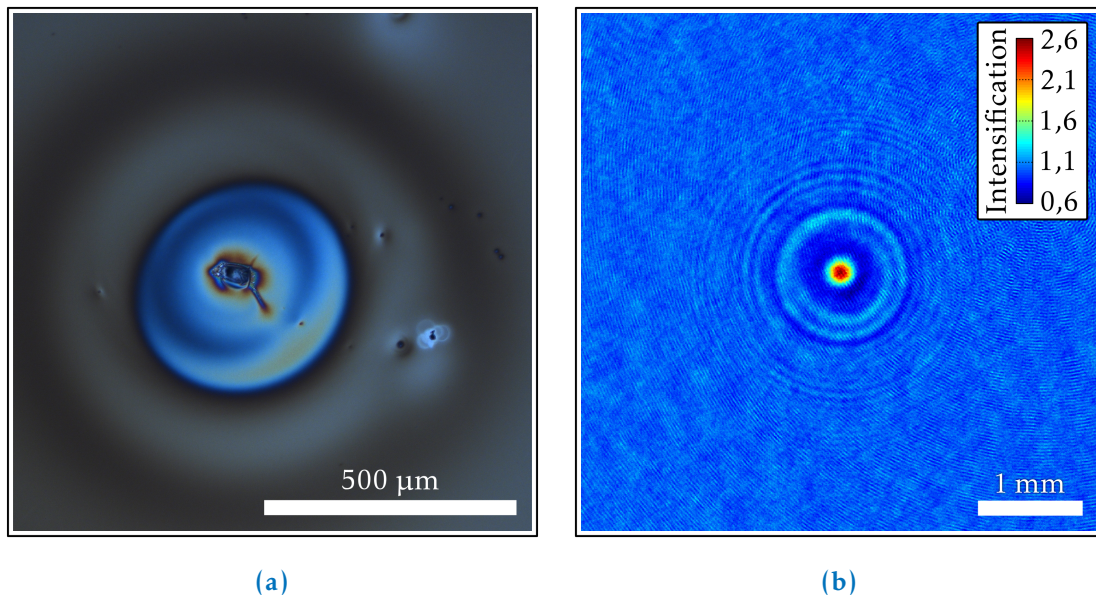
La littérature montre une volonté forte de spécifier les défauts d’aspect influençant la phase plutôt que l’amplitude de l’onde lumineuse [44]. Sans mener de calculs appro-



fondis sur la diffraction, il est facile de se persuader qu'un défaut de phase, telle une lentille, peut engendrer de très fortes modulations alors qu'un défaut d'amplitude ne devrait qu'atténuer la lumière. Nous aurons, au gré des développements suivants (*cf.* section 3.2.2), la possibilité de justifier théoriquement cette différenciation et, sur des cas réels (*cf.* section 4.2), nous nuancerons le propos en présentant des défauts influençant à la fois l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse.

Une deuxième distinction est faite lorsque l'on s'intéresse aux défauts d'aspect. La norme en fait état (*cf.* section 1.4) par le classement des défauts en fonction de leur forme : (i) ceux en longueur s'apparentant à des rayures, (ii) ceux ponctuels classés dans la catégorie des piqures. Cette distinction est légitime lorsque l'on s'intéresse au phénomène de diffraction. Par exemple, en champ lointain, une ouverture circulaire engendre une figure de diffraction décrite par une fonction de Bessel tandis que, pour une fente rectangulaire, la figure est représentée par le produit de deux sinus cardinaux [60].

Par la suite, nous choisissons de ne nous intéresser qu'aux défauts de forme ponctuelle. Bien que ce choix soit essentiellement arbitraire, nous pourrions proposer une justification fondée sur l'argument suivant : la pseudo-symétrie de révolution des défauts similaires aux piqures favorise l'interférence d'un plus grand nombre de rayons lumineux que celui des rayons qui interfèrent dans le cas d'une pseudo-symétrie axiale propre aux rayures. À titre d'illustration, nous nous intéresserons à des défauts comparables à celui présenté sur la figure 3.1a. C'est un défaut causé par la présence d'une particule dans la solution de traitement antireflet perturbant le dépôt de la couche mince [21]. Une bosse de traitement (teinte bleutée de l'observation au microscope Nomarski) se forme tout autour de la particule centrale.



**FIGURE 3.1** – (a) Observation d'un défaut typique (défaut de traitement) au microscope à Nomarski (*cf.* section 2.1.2), (b) figure de diffraction à 300 mm du défaut (observation à l'aide du banc EPSILON présenté en section 2.2.1)

Le précédent choix oriente les figures de diffraction susceptibles d'être observées. Typiquement, les motifs de diffraction sont constitués d'anneaux concentriques dont le centre est le lieu d'interférences potentiellement constructives (cf. figure 3.1b). Nous allons principalement nous intéresser aux centres de ces motifs car ils devraient être les lieux des plus grandes modulations d'éclairement au vu du nombre de rayons pouvant être en phase (ie. tous les rayons passant par le bord quasi-circulaire du défaut [61]). Un terme reviendra souvent pour décrire ces lieux : l'axe optique du défaut. C'est l'axe parallèle à la direction de propagation de la lumière incidente passant par le centre du défaut.

### 3.1 RAPPEL SUR LES THÉORIES DE LA DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

La théorie ondulatoire de la lumière a été abordée pour la première fois par C. Huygens en 1690. Dans son *traité de la lumière* [62], C. Huygens considère que lorsqu'une onde lumineuse se propage au travers d'une ouverture, tout se passe comme si chaque point de l'ouverture se comporte comme une source secondaire ponctuelle. Au final, la lumière observée en aval de l'ouverture est l'interférence entre toutes les ondes émises par les sources secondaires. Ce phénomène a été nommé pour la première fois par F. M. Grimaldi en 1665 sous l'appellation diffraction.

Un siècle plus tard, A. Fresnel et F. Arago en France et T. Young en Angleterre sont les principaux défenseurs de la théorie ondulatoire de la lumière en opposition à celle de I. Newton faisant l'hypothèse que la lumière est constituée de corpuscules (*Optiks* en 1704 [63]). En couronnant en 1819 le mémoire de Fresnel [64] destiné au concours portant sur « l'étude expérimentale et théorique de la diffraction », l'académie des Sciences reconnaît que la lumière est une onde. Dans son mémoire portant l'épigramme *Natura simplex et fecunda*, l'auteur met en équation les idées révolutionnaires de Huygens :

$$\mathcal{U}(M) = \iint_{Q \in \Sigma} \mathcal{U}(Q) \frac{e^{jkq}}{q} K(\chi) dS, \quad (3.1)$$

où  $\mathcal{U}$  est l'onde lumineuse<sup>1</sup>,  $M$  le point d'observation,  $Q$  un point appartenant à l'ouverture  $\Sigma$ ,  $j$  l'imaginaire pur,  $k = 2\pi n_0/\lambda_0$  le nombre d'onde,  $\lambda_0$  la longueur d'onde de la lumière,  $n_0$  l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage la lumière<sup>2</sup>,  $q$  la distance entre les points  $Q$  et  $M$ ,  $K(\chi)$  le facteur d'inclinaison et  $dS$  la surface élémentaire (les notations sont reportées sur la figure 3.2). Les deux idées principales de Huygens sont exposées dans l'équation (3.1) : (i) les sources ponctuelles sont représentées par des ondes sphériques ayant pour expression  $\exp(jkq)/q$ , (ii) l'interférence de toutes les ondes secondaires est modélisée par l'intégrale. De plus, Fresnel introduit le paramètre  $K(\chi)$  dépendant de l'angle de diffraction  $\chi$  : le facteur  $K$  est maximal pour des faibles valeurs de  $\chi$  et il décroît rapidement avec l'angle de diffraction [65].

Un cadre mathématique rigoureux a été élaboré par des scientifiques tels que H. Helmholtz, G. Kirchhoff, A. Sommerfeld et J. Rayleigh notamment pour exprimer analytiquement le facteur d'inclinaison. Nous proposons de résumer cette démarche mathématique par la suite.

1. Ici l'onde lumineuse  $\mathcal{U}$  est supposée être un scalaire complexe. Ce formalisme est justifié par la suite (cf. section 3.1.1).

2. Nous notons par la suite  $\lambda = \lambda_0/n_0$ .

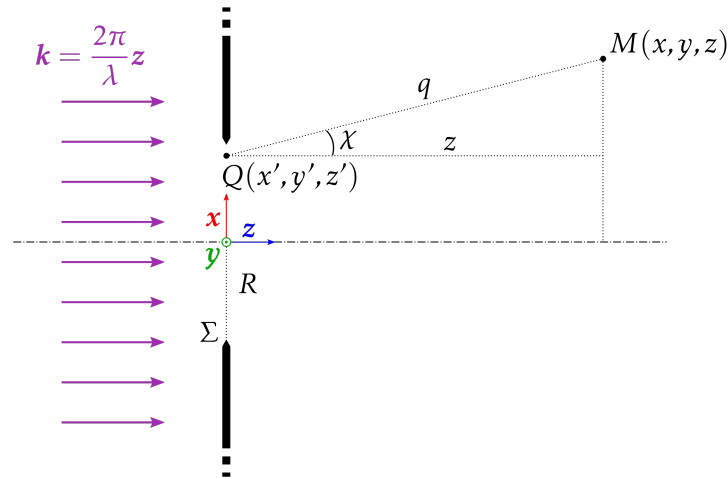


FIGURE 3.2 – Schéma représentant la diffraction de la lumière par une ouverture,  $R$  est la demi-dimension transverse de l'ouverture.

### 3.1.1 Équation de propagation de la lumière : la théorie du champ scalaire

La lumière est une onde électromagnétique. Elle est décrite par un champ électrique  $\mathcal{E}$  et un champ magnétique  $\mathcal{H}$ . Dans un **milieu diélectrique parfait** (absence de charges électriques libres), les deux champs vérifient les équations de Maxwell [66] suivantes (exprimées dans le système d'unité MKS)<sup>4</sup> :

$$\nabla \wedge \mathcal{E} = -\mu \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}, \quad (3.2a)$$

$$\nabla \wedge \mathcal{H} = \epsilon \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \quad (3.2b)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathcal{E}) = 0, \quad (3.2c)$$

$$\nabla \cdot (\mu \mathcal{H}) = 0, \quad (3.2d)$$

où  $\epsilon$  et  $\mu$  sont respectivement la permittivité et la perméabilité du milieu dans lequel la lumière se propage. Nous supposons que **les effets magnétiques du milieu sont négligeables** :  $\mu = \mu_0$  où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide. Sans aucune autre information sur le milieu de propagation, les six composantes des champs  $\mathcal{E}(x, y, z, t)$  et  $\mathcal{H}(x, y, z, t)$  sont couplées au travers des équations de Maxwell. L'évaluation de la lumière au cours de la propagation s'effectue alors en résolvant ces équations. À l'aide de certaines hypothèses sur le milieu, les quatre équations sont réduites au nombre de une.

3. Tous les objets vectoriels sont notés en gras dans le texte :  $\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}$ . De plus, nous utilisons la notation complexe pour exprimer les deux champs électromagnétiques. Pour le calcul des grandeurs physiques observables et mesurables (eg. la puissance électromagnétique), il faut se ramener aux quantités réelles des champs à savoir :  $\Re\{\mathcal{E}\}$  et  $\Re\{\mathcal{H}\}$ .

4. L'opérateur  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{x} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{y} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{z}$ , associé au produit vectoriel  $\wedge$  et au produit scalaire  $\cdot$ , symbolise respectivement le rotationnel et la divergence. De plus il exprime le gradient d'un scalaire ( $\text{rot } \mathcal{E} = \nabla \wedge \mathcal{E}$ ,  $\text{div } \mathcal{E} = \nabla \cdot \mathcal{E}$ ,  $\text{grad } U = \nabla U$ ).

Compte tenu de l'égalité  $\nabla \wedge (\nabla \wedge \mathcal{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathcal{E}) - \Delta \mathcal{E}$ <sup>5</sup>, en appliquant l'opérateur rotationnel à l'équation (3.2a) nous obtenons

$$\Delta \mathcal{E} - \nabla(\nabla \cdot \mathcal{E}) - \epsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (3.3)$$

En supposant le **milieu homogène**  $\left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = 0\right)$ , nous obtenons de l'équation (3.2c)

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0, \quad (3.4)$$

d'où nous en tirons

$$\Delta \mathcal{E} - \epsilon \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (3.5)$$

En supposant l'**onde monochromatique**<sup>6</sup>  $\left(\mathcal{E}(x, y, z, t) = \mathcal{A}(x, y, z) e^{-j\omega_0 t}\right)$  de pulsation propre  $\omega_0$ , nous obtenons

$$\Delta \mathcal{A} + \epsilon \mu_0 \omega_0^2 \mathcal{A} = 0. \quad (3.6)$$

De plus, en supposant le **milieu isotrope** ( $\epsilon$  est un scalaire) et linéaire d'indice  $n_0$  ( $\epsilon = \epsilon_0 n_0^2$  où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide), chaque composante du champ  $\mathcal{E}$  vérifie l'équation d'Helmholtz exprimée suivant la variable scalaire  $\mathcal{U}$ <sup>7</sup> :

$$(\Delta + k^2)\mathcal{U} = 0. \quad (3.7)$$

La démarche est équivalente pour démontrer que l'équation (3.7) est aussi vérifiée pour les composantes du champ  $\mathcal{H}$ .

Au travers de l'équation (3.7) et de toutes les suppositions faites sur le milieu et l'onde, nous venons de découpler les 6 composantes des champs constituant la lumière. C'est ce qui est communément appelé la théorie du champ scalaire de la lumière, puisque l'étude de la propagation d'une seule composante, via l'équation d'Helmholtz, permet de connaître celle des autres composantes.

Deux remarques sont indispensables pour justifier totalement la théorie scalaire de la lumière : l'une portant sur les conditions limites du problème étudié, l'autre sur ce qui est caché derrière l'équation (3.4).

Très proche de l'ouverture (de l'ordre de quelques longueurs d'onde), les conditions limites de la diffraction de la lumière par une ouverture mènent à des couplages entre les différentes composantes des champs. Pour s'affranchir de ces couplages, il suffit de considérer **les dimensions transverses des objets diffractants suffisamment grandes devant la longueur d'onde de la lumière**.

Enfin, l'équation (3.4) peut paraître déconcertante. En effet, appliquer cette équation à des ondes polarisées suivant une direction  $\left(\mathcal{E}(x, y, z, t) = \mathcal{E}_x(x, y, z, t)\mathbf{x}\right)$  implique que  $\mathcal{E}_x$  soit constant suivant cette direction. Cela induit que si l'onde est à symétrie de révolution, elle est nécessairement plane. Résoudre la propagation d'une onde de révolution

5. L'opérateur noté  $\Delta$  est le Laplacien. Appliqué à un scalaire, il symbolise :  $\Delta \mathcal{U} = \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial z^2}$ . Appliqué au vecteur  $\mathcal{E}(\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y, \mathcal{E}_z)$  :  $\Delta \mathcal{E} = \Delta \mathcal{E}_x \mathbf{x} + \Delta \mathcal{E}_y \mathbf{y} + \Delta \mathcal{E}_z \mathbf{z}$ .

6. Nous choisissons la convention  $\exp(-j\omega_0 t)$ . Cela conditionne, pour tout le reste du document, qu'un retard de phase est notée positivement ( $jkz$ ).

7. La célérité  $c$  de la lumière dans le vide fait le lien entre les grandeurs du vide et celle de l'onde lumineuse :  $c^2 = \omega_0^2/k_0^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$  où  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  ( $k = n_0 k_0$ ).

(par exemple un faisceau gaussien) à l'aide de l'équation d'Helmholtz paraît inconsistent vis-à-vis de ce qu'implique l'équation (3.4). Ce paradoxe est levé dans le cas de faisceaux paraxiaux par [67] où les auteurs démontrent, à l'aide d'un modèle perturbatif appliqué au champ  $\mathcal{E}$ , que l'équation paraxiale (dérivée de l'équation d'Helmholtz) est une approximation d'un modèle de propagation plus général. Les avancées proposées dans [67] sont les fondements d'une théorie décrivant la propagation de faisceaux non paraxiaux [68], phénomène sortant des problématiques du travail présent.

### 3.1.2 Lien entre le champ scalaire et l'éclairement lumineux

La théorie du champ scalaire fait intervenir seulement une grandeur, à savoir, l'une des composantes des champs  $\mathcal{E}$  ou  $\mathcal{H}$ . Cependant, la plupart des appareils de mesure ou d'observation, l'œil pour l'homme, ne sont sensibles qu'à l'éclairement lumineux<sup>8</sup>. Il est donc nécessaire de faire le lien entre la grandeur scalaire et l'éclairement produit par la lumière.

Avant tout, lorsqu'une notion de puissance électromagnétique est abordée, il est judicieux de faire intervenir le vecteur de Poynting [69]. Celui-ci est défini comme tel<sup>9</sup> :

$$\mathbf{\Pi} = \Re\{\mathcal{E}\} \wedge \Re\{\mathcal{H}\}. \quad (3.8)$$

Sa divergence a un lien très particulier avec la densité volumique d'énergie électromagnétique  $w$ <sup>10</sup> :

$$\nabla \cdot \mathbf{\Pi} = \Re\{\mathcal{H}\} \cdot (\nabla \wedge \Re\{\mathcal{E}\}) - \Re\{\mathcal{E}\} \cdot (\nabla \wedge \Re\{\mathcal{H}\}) \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Pi} = 0. \quad (3.9)$$

En intégrant l'équation (3.9) sur le volume  $V$  compris dans la surface  $S$ , nous obtenons

$$\iiint_V \frac{\partial w}{\partial t} dV + \iint_S \mathbf{\Pi} \cdot d\mathbf{S} = 0. \quad (3.10)$$

La puissance sortant de  $V$  est égale au flux du vecteur de Poynting à travers la surface  $S$ . Il vient que l'éclairement d'une onde électromagnétique (en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ ) vaut, sur un temps d'intégration  $\tau$  plus grand que la période de l'onde, le module de la moyenne temporelle du vecteur de Poynting

$$\mathcal{I} = \|\langle \mathbf{\Pi} \rangle_\tau\|. \quad (3.11)$$

Il suffit de connaître le lien entre le vecteur de Poynting et les composantes des champs  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{H}$  pour trouver la relation entre le champ scalaire et l'éclairement.

8. Le terme intensité lumineuse est aussi employé dans la communauté des laseristes, bien que l'intensité lumineuse en photométrie exprime une tout autre quantité : la capacité d'une source ponctuelle à éclairer dans une direction (unité la candela).

9. Contrairement à ce qui est écrit dans [69], nous exprimons ici le vecteur de Poynting dans le système d'unité MKS plutôt que dans celui gaussien (voir l'appendice C de [70] pour les correspondances entre les deux systèmes).

10. Se démontre en utilisant les équations de Maxwell (équations (3.2a) et (3.2b)) et en considérant  $w = \frac{1}{2}(\mu_0 \Re\{\mathcal{H}\}^2 + \epsilon_0 \Re\{\mathcal{E}\}^2)$  [69].

Pour une onde plane (l'onde sphérique est traitée en annexe A.1, l'onde paraxiale en annexe A.2) se propageant suivant la direction  $\mathbf{z}$ , les composantes des champs  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{H}$  sont définies comme telles :

$$\mathcal{E}(\mathbf{z}, t) = \begin{cases} \mathcal{E}_{0x} e^{j(-\omega_0 t + kz)} \\ \mathcal{E}_{0y} e^{j(-\omega_0 t + kz)} \\ \mathcal{E}_{0z} e^{j(-\omega_0 t + kz)} \end{cases}, \quad \mathcal{H}(\mathbf{z}, t) = \begin{cases} \mathcal{H}_{0x} e^{j(-\omega_0 t + kz)} \\ \mathcal{H}_{0y} e^{j(-\omega_0 t + kz)} \\ \mathcal{H}_{0z} e^{j(-\omega_0 t + kz)} \end{cases}, \quad (3.12)$$

où  $\mathcal{E}_{0x}, \mathcal{E}_{0y}, \mathcal{E}_{0z}, \mathcal{H}_{0x}, \mathcal{H}_{0y}$  et  $\mathcal{H}_{0z}$  sont des complexes constants. L'équation (3.2a) permet d'obtenir<sup>11</sup>

$$\nabla \wedge \mathcal{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathcal{E}_{0y} = -\frac{\mu_0 c}{n_0} \mathcal{H}_{0x}, \\ \mathcal{E}_{0x} = \frac{\mu_0 c}{n_0} \mathcal{H}_{0y}, \\ 0 = \mathcal{H}_{0z}. \end{cases} \quad (3.13)$$

En utilisant l'équation (3.2b) nous obtenons  $\mathcal{E}_{0z} = 0$ .

Ainsi, le vecteur de Poynting d'une onde plane s'exprime

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{z}, t) = \frac{n_0}{\mu_0 c} \left[ |\mathcal{E}_{0x}|^2 \cos^2(\omega_0 t - kz + \Phi_{0x}) + |\mathcal{E}_{0y}|^2 \cos^2(\omega_0 t - kz + \Phi_{0y}) \right] \mathbf{z}, \quad (3.14)$$

où  $\Phi_{0x} = \arg[\mathcal{E}_{0x}]$  et  $\Phi_{0y} = \arg[\mathcal{E}_{0y}]$ . Nous en déduisons l'éclairement<sup>12</sup> :

$$\mathcal{I} = \frac{\epsilon_0 c n_0}{2} \left( |\mathcal{E}_{0x}|^2 + |\mathcal{E}_{0y}|^2 \right). \quad (3.15)$$

C'est l'expression rigoureuse de l'éclairement homogène à des  $\text{W.m}^{-2}$ .

La proportionnalité qui existe entre le carré du champ et l'éclairement mène à définir l'éclairement, dans la théorie du champ scalaire de la lumière, comme étant

$$\mathcal{I} = |\mathcal{U}|^2. \quad (3.16)$$

### 3.1.3 Théorème intégrale de Kirchhoff : un outil mathématique indispensable

Le théorème intégrale de Kirchhoff [71] a une place importante dans la théorie du champ scalaire de la lumière. Il permet d'exprimer, à un point d'observation donné, une onde vérifiant l'équation d'Helmholtz seulement à partir de conditions limites autour du point d'observation.

Le théorème de Kirchhoff dérive du théorème de Green qui s'énonce ainsi :

*Soient  $\mathcal{U}(M)$  et  $\mathcal{G}(M)$  deux fonctions à valeurs complexes, et  $S_G$  la surface entourant le volume  $V_G$ . Si  $\mathcal{U}, \mathcal{G}$ , leur première et leur seconde dérivées partielles sont univaluées et continues dans  $V_G$  et sur  $S_G$ , alors*

11. Pour rappel :  $\omega_0/k = c/n_0$ .

12. Pour rappel :  $1/\mu_0 c = \epsilon_0 c$ . Le temps d'intégration  $\tau$  vaut une période de l'onde :

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \cos^2(\omega_0 t - kz + \Phi_{0x}) dt = \frac{1}{2}.$$

$$\iiint_{V_G} [\mathcal{U}\Delta\mathcal{G} - \mathcal{G}\Delta\mathcal{U}] dV = \iint_{S_G} [\mathcal{U}(\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n}) - \mathcal{G}(\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n})] dS, \quad (3.17)$$

où  $\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n}$  représente le produit scalaire entre  $\nabla\mathcal{G}$  et le vecteur unitaire normal à  $S_G$  sortant de cette surface<sup>13</sup>.

En choisissant bien  $\mathcal{G}$ ,  $S_G$  et  $V_G$ , le théorème de Green s'applique directement au problème de diffraction. En effet, prenons  $\mathcal{G}$  une onde sphérique de point source  $M$ <sup>14</sup>

$$\mathcal{G}(Q) = \frac{e^{jkq}}{q} \Rightarrow \nabla\mathcal{G}(Q)\cdot\mathbf{n}(Q) = \cos(\mathbf{q},\mathbf{n}(Q)) \frac{e^{jkq}}{q^2} (jkq - 1), \quad (3.18)$$

et  $V_G$  un volume entouré par  $S_{\text{ext}}$  dont est exclue une boule de rayon  $\epsilon$ <sup>15</sup> et de surface  $S_\epsilon$  ( $S_G = S_{\text{ext}} \cup S_\epsilon$ ) centrée sur  $M$  car  $\mathcal{G}$  n'est pas définie en  $M$  (cf. figure 3.3a). Nous obtenons en faisant tendre  $\epsilon$  vers zéro (détails des calculs en annexe A.3) :

$$\mathcal{U}(M) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_{\text{ext}}} [\mathcal{G}(\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n}) - \mathcal{U}(\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n})] dS. \quad (3.19)$$

L'onde  $\mathcal{U}$  évaluée en  $M$  vaut une expression dépendant uniquement de conditions limites déterminées autour du point d'observation.

### 3.1.4 Condition de rayonnement de Sommerfeld

Jusqu'ici, nous n'avons émis aucune hypothèse sur la géométrie du problème de la diffraction de la lumière, la surface de Green  $S_G$  pouvant être constituée d'une quelconque manière. Soyons un peu moins généraux et intéressons-nous au problème de la diffraction de la lumière par une ouverture. Cette pupille particulière pourra ensuite être remplacée par d'autres plus spécifiques, comme par exemple la morphologie d'un défaut d'aspect.

Pour le cas de la diffraction par une ouverture, la surface  $S_G$  est l'union entre la surface de l'ouverture  $\Sigma$ , une partie de la surface de l'écran  $S_1$  et une sphère tronquée  $S_2$  (cf. figure 3.3b). La première contribution qui semble facilement négligeable est celle apportée par la surface  $S_2$  : plus le point  $Q_2$  s'éloigne de  $M$ , moins l'onde  $\mathcal{G}$  contribue à l'intégrale puisqu'elle est inversement proportionnelle à la distance  $q_2$ . Cependant une justification

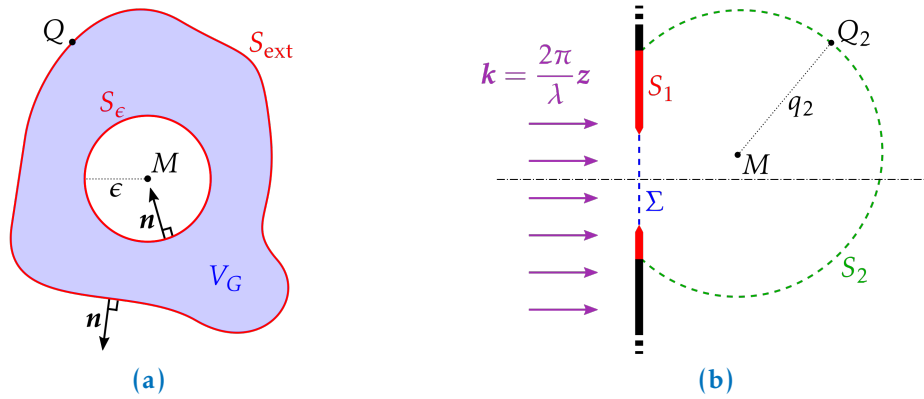
13. Par simplification d'écriture, les variables de définition sont omises dans les intégrales. Rigoureusement il aurait fallu écrire :

$$\forall Q \in V_G, \mathcal{U}(Q)\Delta\mathcal{G}(Q) - \mathcal{G}(Q)\Delta\mathcal{U}(Q) \text{ et } \forall Q \in S_G, \mathcal{U}(Q)(\nabla\mathcal{G}(Q)\cdot\mathbf{n}(Q)) - \mathcal{G}(Q)(\nabla\mathcal{U}(Q)\cdot\mathbf{n}(Q))$$

où  $\mathbf{n}(Q)$  et le vecteur normal à la surface  $S_G$  appliqué en  $Q$ .

14.  $\mathbf{q}$  est le vecteur ayant pour direction  $(MQ)$  allant de  $M$  vers  $Q$  et ayant pour norme la distance entre  $M$  et  $G$  ( $\|\mathbf{q}\| = q$ ).

15. Nous avons fait le choix de noter la très petite quantité par la lettre  $\epsilon$  bien que celle-ci soit utilisée pour exprimer la permittivité du milieu.



**FIGURE 3.3** – (a) Schéma représentatif de l'application du théorème de Green à un volume dont est exclue la sphère de rayon  $\epsilon$ , (b) représentation des surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  et  $\Sigma$  pour décrire la diffraction de la lumière par une ouverture.

rigoureuse apporte une condition suffisante à  $\mathcal{U}$  pour que l'intégrale sur  $S_2$  soit nulle. Si  $q_2 \gg \lambda$ , nous obtenons <sup>16</sup>

$$\mathcal{G}(Q_2) = \frac{e^{jkq_2}}{q_2} \Rightarrow \nabla \mathcal{G}(Q_2) \cdot \mathbf{n}(Q_2) = \cos(\mathbf{q}_2, \mathbf{n}(Q_2)) \frac{e^{jkq_2}}{q_2} \left( jk - \frac{1}{q_2} \right) \approx jk \mathcal{G}(Q_2). \quad (3.20)$$

En exprimant l'intégrale sur la surface  $S_2$  comme une intégrale sur l'angle solide  $\Omega$  <sup>17</sup>

$$\iint_{S_2} [\mathcal{G}(\nabla \mathcal{U} \cdot \mathbf{n}) - \mathcal{U}(\nabla \mathcal{G} \cdot \mathbf{n})] dS = \iint_{\Omega} (q_2 \mathcal{G}) (q_2 [\nabla \mathcal{U} \cdot \mathbf{n} - jk \mathcal{U}]) d\Omega, \quad (3.21)$$

il apparaît que pour annuler l'intégrale sur  $\Omega$  et *a fortiori* sur  $S_2$ , puisque la quantité  $|q_2 \mathcal{G}(Q_2)|$  est bornée, il suffit que  $\mathcal{U}(Q_2)$  vérifie la condition suivante

$$\lim_{q_2 \rightarrow \infty} q_2 [\nabla \mathcal{U} \cdot \mathbf{n} - jk \mathcal{U}] = 0. \quad (3.22)$$

C'est la **condition de rayonnement de Sommerfeld** [72]. Cela suppose que les ondes sont toutes sortantes de la surface  $S_2$  (aucune onde ne vient de l'infini) et qu'elles s'annulent au moins aussi rapidement à l'infini qu'une onde sphérique (cf. annexe A.4).

### 3.1.5 Diffraction de Rayleigh-Sommerfeld

Si l'onde lumineuse et le milieu respectent toutes les conditions mises en gras dans le texte (cf. sections 3.1.1 et 3.1.4), alors l'onde  $\mathcal{U}$  au point d'observation  $M$  a l'expression suivante :

$$\mathcal{U}(M) = \frac{1}{4\pi} \iint_{Q \in \Sigma \cup S_1} [\mathcal{G}(\nabla \mathcal{U} \cdot \mathbf{n}) - \mathcal{U}(\nabla \mathcal{G} \cdot \mathbf{n})] dS. \quad (3.23)$$

16.  $\mathbf{q}_2$  est le vecteur allant de  $M$  vers  $Q_2$  ( $\|\mathbf{q}_2\| = q_2$ ). Le vecteur sortant  $\mathbf{n}$  étant normal à la sphère de rayon  $q_2$ , nous obtenons  $\cos(\mathbf{q}_2, \mathbf{n}(Q_2)) = 1$ .

17. Pour une sphère de rayon  $q_2$ , l'angle solide élémentaire vaut en coordonnées sphériques ( $\theta$  étant l'altitude et  $\phi$  l'azimut) :  $d\Omega = dS/q_2^2 = \sin\theta d\theta d\phi$ . L'angle solide élémentaire ne dépend pas de la distance  $q_2$ .



Il reste maintenant à évaluer l'intégrale sur la surface  $S_1$  à l'aide de conditions limites sur l'onde  $\mathcal{U}$ . À ce niveau de développement, deux théories sont différentiables. La première, intitulée diffraction de Rayleigh-Sommerfeld (RS), suppose uniquement que l'onde  $\mathcal{U}$  est nulle sur la surface  $S_1$ . La seconde théorie, celle de Kirchhoff-Fresnel (KF), suppose à la fois que l'onde  $\mathcal{U}$  et sa dérivée sont nulles sur  $S_1$ .

Les résultats des deux théories peuvent être en accord avec certaines expériences. Cependant la théorie de KF est jugée inconsistante [73]. De plus, cette théorie appliquée à la diffraction de la lumière par un disque opaque (problème qui va nous concerner particulièrement en section 3.2.2) peut paraître déconcertante. En effet, elle prédit que de la lumière devrait être présente juste derrière le centre du disque opaque [74]. La théorie de RS lève ces ambiguïtés, c'est pourquoi nous continuons le développement à l'aide de cette théorie.

La théorie de RS suppose que **l'onde  $\mathcal{U}$  est nulle sur  $S_1$** . Ensuite la fonction  $\mathcal{G}$  est choisie judicieusement dans le but de simplifier des termes de l'intégrale. Pour tout point  $Q \in \Sigma \cup S_1$  :

$$\mathcal{G}(Q) = \frac{e^{jkq}}{q} - \frac{e^{jk\bar{q}}}{\bar{q}} \Rightarrow \nabla \mathcal{G} \cdot \mathbf{n} = 2 \cos(\mathbf{q}, \mathbf{n}) \left( jk - \frac{1}{q} \right) \frac{e^{jkq}}{q}. \quad (3.24)$$

$\mathcal{G}$  est l'interférence entre deux ondes sphériques déphasées de  $\pi$  de sources  $M$  et  $\tilde{M}$  symétrique de  $M$  par le plan  $\Sigma \cup S_1$  (cf. figure 3.4).  $\mathcal{G}$  est conforme avec toutes les hypothèses précédentes. De plus, sa définition implique qu'elle est nulle sur le plan  $\Sigma \cup S_1$ . L'équation (3.23) devient

$$\mathcal{U}(M) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{Q \in \Sigma} \mathcal{U}(Q) \cos(\mathbf{q}, \mathbf{n}) \left( jk - \frac{1}{q} \right) \frac{e^{jkq}}{q} dS. \quad (3.25)$$

Dès lors que le point d'observation est loin de la surface diffractante ( $q \gg \lambda$ ), nous retrouvons le principe d'Huygens-Fresnel

$$\mathcal{U}(M) = -\frac{j}{\lambda} \iint_{Q \in \Sigma} \mathcal{U}(Q) \frac{e^{jkq}}{q} \cos \chi dS. \quad (3.26)$$

Le facteur d'inclinaison  $K(\chi)$  introduit par Fresnel (cf. équation (3.1)) peut maintenant être évalué :

$$K(\chi) = -\frac{j}{\lambda} \cos \chi. \quad (3.27)$$

### 3.1.6 Diffraction de Fresnel

Nous allons voir que sous certaines hypothèses la diffraction de RS peut être plus simple à manipuler mathématiquement. Si le point  $Q$  appartenant à  $\Sigma$  a les coordonnées  $(x', y', 0)$  et  $M$ , le point d'observation, a les coordonnées  $(x, y, z)$  (cf. figure 3.2) alors

$$\begin{cases} q = \sqrt{z^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2} \\ \cos(\chi) = \frac{z}{\sqrt{z^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2}} \end{cases}, \quad (3.28)$$

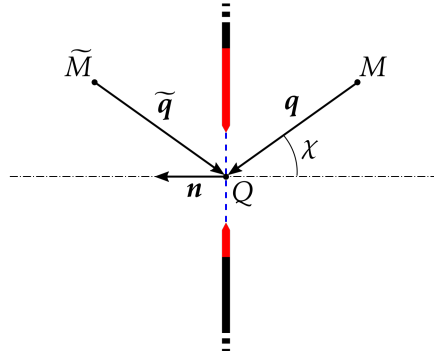


FIGURE 3.4 – Description de la fonction de Green  $\mathcal{G}$  suivant le formalisme de RS.

et l'équation (3.26) se réécrit

$$\mathcal{U}(x, y, z) = -\frac{j}{\lambda z} \iint_{Q(x', y') \in \Sigma} \mathcal{U}(x', y', 0) \frac{e^{jkz \sqrt{1 + \left(\frac{x-x'}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-y'}{z}\right)^2}}}{1 + \left(\frac{x-x'}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-y'}{z}\right)^2} dx' dy'. \quad (3.29)$$

L'approximation de Fresnel consiste à effectuer le développement limité de  $q$  suivant les quantités  $\left(\frac{x-x'}{z}\right)^2$  et  $\left(\frac{y-y'}{z}\right)^2$ . Un tel développement est possible dès lors que **la plus grande dimension transverse de l'ouverture est petite devant  $z$  et le point d'observation n'est pas très loin de l'axe optique**. En respectant ces deux hypothèses, la distance  $q$  devient

$$q = z \left[ 1 + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2z^2} + o\left(\frac{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^2}{8z^4}\right) \right], \quad (3.30)$$

et l'équation (3.29) devient

$$\mathcal{U}(x, y, z) = -\frac{j}{\lambda z} e^{jk \frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \iint_{Q(x', y') \in \Sigma} \left[ \mathcal{U}(x', y', 0) e^{jk \frac{x'^2+y'^2}{2z}} \right] e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x'x + y'y)} dx' dy'. \quad (3.31)$$

L'erreur commise sur l'onde est très importante lorsque le terme d'ordre 1 du développement limité de  $q$  est omis de l'argument de l'exponentielle complexe. Ainsi les termes d'ordre 0 et 1 sont conservés dans l'argument de l'exponentielle alors que seul le terme d'ordre 0 est conservé au dénominateur.

Quel est le domaine de validité de la diffraction de Fresnel? Le raisonnement le plus majorant serait de chercher pour quels endroits de l'espace les termes d'ordre supérieur du développement limité ne sont plus négligeables. Certains auteurs [75] ont étudié ce domaine de validité. Il semblerait que le modèle de Fresnel reste valide pour des distances plus courtes que celles prédites par les termes d'ordre supérieur. En effet, des arguments fondés sur le théorème de la phase stationnaire [76] montrent que le domaine de validité de la diffraction de Fresnel est effectivement plus large.

Dans l'équation (3.31) apparaît très nettement la transformée de Fourier du produit de l'onde  $\mathcal{U}$  supportée par  $\Sigma$  à  $z = 0$  et d'une onde sphérique de rayon  $z$ . Cette façon d'ex-

primer la diffraction de Fresnel permet de faire le lien avec l'optique de Fourier (cf. section 3.1.7). En effet, au terme de manipulations mathématiques sur la transformée de Fourier (détails des calculs en annexe A.5), nous montrons que la diffraction de Fresnel est équivalente à l'optique de Fourier. Les mêmes hypothèses sont effectuées au sein de ces deux théories.

Enfin, nous proposons de réécrire l'équation (3.31) dans un système de coordonnées cylindriques ( $M(r,\theta,z)$  et  $Q(r',\theta',0)$ ). En adimensionnant les variables  $r$  et  $r'$  par  $R$ , la demi dimension transverse caractéristique de l'ouverture (cf. figure 3.2)

$$\begin{cases} \rho = \frac{r}{R}, \\ \rho' = \frac{r'}{R}, \end{cases} \quad (3.32)$$

l'équation (3.31) devient

$$\mathcal{U}(\rho,\theta,z) = -j \frac{R^2}{\lambda z} e^{j\pi\rho^2 \frac{R^2}{\lambda z}} e^{jkz} \iint_0^1 \int_0^{2\pi} \left[ \mathcal{U}(\rho',\theta',0) e^{j\pi\rho'^2 \frac{R^2}{\lambda z}} \right] e^{-j2\pi\rho'\rho \frac{R^2}{\lambda z} \cos(\theta'-\theta)} \rho' d\rho' d\theta'. \quad (3.33)$$

Avant toute proposition d'adimensionnement de l'équation (3.33) par les grandeurs caractéristiques du problème, il est nécessaire de préciser la signification du terme  $\exp(jkz)$ . Il exprime le simple fait que l'onde se propage dans le sens des  $z$  croissants (intrinsèquement lié au choix de notation préliminaire  $\exp(-j\omega_0 t)$ ) ne dépendant en aucune façon des dimensions du problème. Sous les hypothèses de Fresnel, il est toujours en facteur de l'expression de l'onde et nous proposons de l'omettre pour adimensionner cette expression par rapport aux grandeurs du problème.

L'adimensionnement des variables transverses mène à la variable longitudinale sans dimension<sup>18</sup>

$$\zeta = \frac{z\lambda}{R^2}. \quad (3.34)$$

Nous obtenons alors<sup>19</sup>

$$\mathcal{U}^z(\rho,\theta,\zeta) = -\frac{j}{\zeta} e^{j\pi\frac{\rho^2}{\zeta}} \iint_0^1 \int_0^{2\pi} \left[ \mathcal{U}(\rho',\theta',0) e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \right] e^{-j2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta} \cos(\theta'-\theta)} \rho' d\rho' d\theta'. \quad (3.35)$$

Cette approche fondée sur des variables adimensionnées est utile pour certains calculs par la suite.

18. Il est commun de noter  $N_f$  le nombre de Fresnel qui est l'inverse de la quantité  $\zeta$  :  $N_f = 1/\zeta$  [75].

19. La notation  $\mathcal{U}^z$  exprime l'onde  $\mathcal{U}$  sans le terme  $\exp(jkz)$  :  $\mathcal{U}(\rho,\theta,z) = e^{jkz}\mathcal{U}^z(\rho,\theta,\zeta)$ .

### 3.1.7 Optique de Fourier

Au lieu d'appliquer le principe d'Huygens-Fresnel qui consiste à décomposer l'onde diffractée en une multitude d'ondes sphériques, décomposons maintenant cette onde sur une base d'ondes planes :

$$\mathcal{U}(x,y,0) = \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathcal{U}}(u,v,0) e^{j2\pi(xu+yv)} \, du \, dv. \quad (3.36)$$

$\tilde{\mathcal{U}}$  est la transformée de Fourier de  $\mathcal{U}$ . Pour simplifier les notations, l'opérateur transformée de Fourier appliqué à une onde est noté

$$\mathfrak{F}[U(x,y,0)]_{(u,v)} = \tilde{\mathcal{U}}(u,v,0) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x,y,0) e^{-j2\pi(xu+yv)} \, dx \, dy. \quad (3.37)$$

Les exponentielles complexes peuvent être interprétées physiquement comme des ondes planes de vecteur d'onde :  $\mathbf{k} = k(\alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{y} + \gamma\mathbf{z})$ . Du fait de l'équation de propagation d'Helmholtz (cf. équation (3.7)), la relation suivante lie les trois angles de propagation de l'onde plane :

$$\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}. \quad (3.38)$$

Les angles de diffraction des ondes planes sont liés aux variables de l'espace de Fourier

$$\begin{cases} u = \frac{\alpha}{\lambda}, \\ v = \frac{\beta}{\lambda}. \end{cases} \quad (3.39)$$

Revenons encore une fois à l'équation d'Helmholtz (cf. équation (3.7)) mais cette fois-ci appliquée à l'onde  $\mathcal{U}$ . Il est possible d'en faire la transformée de Fourier puisque l'équation est linéaire<sup>20</sup>

$$\frac{\partial^2 \tilde{\mathcal{U}}}{\partial z^2} + k^2(1 - \alpha^2 - \beta^2) \tilde{\mathcal{U}}(u,v,z) = 0. \quad (3.40)$$

L'équation (3.40) est une équation différentielle ayant deux solutions possibles :

$$\begin{cases} \text{Si } \alpha^2 + \beta^2 < 1, \tilde{\mathcal{U}}_1(u,v,z) = \tilde{\mathcal{U}}(u,v,0) e^{jkz\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}}, \\ \text{Si } \alpha^2 + \beta^2 > 1, \tilde{\mathcal{U}}_2(u,v,z) = \tilde{\mathcal{U}}(u,v,0) e^{-kz\sqrt{\alpha^2+\beta^2-1}}. \end{cases} \quad (3.41)$$

Les ondes ayant pour transformée de Fourier  $\tilde{\mathcal{U}}_2$  sont dites évanescentes. Leur contribution est négligeable pour des distances de propagation suffisamment grandes ( $z \gg \lambda$ ). Sous cette hypothèse, l'expression de  $\mathcal{U}$  à la distance  $z$  est déduite de la transformée de Fourier inverse de  $\tilde{\mathcal{U}}_1(u,v,z)$

$$\mathcal{U}(x,y,z) = \mathfrak{F}^{-1}[\mathfrak{F}[U(x,y,0)]\tilde{H}_z], \quad (3.42)$$

20. De plus nous avons :  $\mathfrak{F}\left[\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial y^2}\right] = -(2\pi)^2[u^2 + v^2]\tilde{\mathcal{U}}$ .

où  $\tilde{H}_z$  est la fonction de transfert de l'espace libre :

$$\tilde{H}_z(u, v) = e^{jkz\sqrt{1-(\lambda u)^2-(\lambda v)^2}}. \quad (3.43)$$

En faisant l'**approximation des angles petits** ( $\alpha \ll 1$  et  $\beta \ll 1$ ), la fonction de transfert de l'espace libre devient

$$\tilde{H}_z(u, v) = e^{jkz} e^{-j\pi\lambda z(u^2+v^2)}. \quad (3.44)$$

Cette dernière expression dérive tout autant du formalisme de la diffraction de Fresnel (détails des calculs en annexe A.5). Les approximations de Fresnel sont équivalentes au fait de supposer que les angles de diffraction sont petits. C'est ce qui est communément appelé l'approximation paraxiale.

Enfin, l'optique de Fourier a une place de choix dans la simulation numérique du phénomène de diffraction pour son formalisme fondé uniquement sur la transformée de Fourier [77].

Par la suite, la plupart de nos simulations numériques sont calculées à partir de cette théorie. Pour simuler la propagation de la lumière, il est nécessaire de faire attention à deux paramètres : le maillage de la boîte de calcul et les effets de bord. Le premier est ajusté essentiellement pour obtenir la résolution suffisante permettant d'observer le phénomène simulé ; il est défini par deux paramètres,  $N_{\text{maille}}$  : nombre de mailles dans la boîte de calcul et  $d_{\text{maille}}$  : dimension d'une maille (les mailles sont choisies carrées pour toutes les simulations présentes dans le manuscrit). Néanmoins le maillage est aussi étroitement lié aux effets de bord. Toute lumière prête à sortir de la boîte de calcul revient inévitablement vers le centre à cause des transformées de Fourier. Une première manière de réduire l'impact des effets de bord est de simuler la propagation d'un faisceau apodisé. Typiquement, le faisceau incident est une super gaussienne circulaire d'ordre 20, ayant un rayon de 80 % la taille de la boîte de calcul. Cependant, lors d'une simulation impliquant une grande distance de propagation, le phénomène de diffraction tend à envoyer de la lumière vers l'extérieur, si bien que le principe d'apodisation n'est plus suffisant pour éviter les effets de bord. Il est alors nécessaire d'augmenter le champ de la simulation ce qui a comme conséquence de perdre en résolution. À chaque nouvelle simulation c'est un compromis à faire entre les effets de bord et une résolution numérique suffisante.

### 3.1.8 Diffraction de Fraunhofer

Lorsque le point d'observation est suffisamment loin de l'ouverture, le terme représentant l'onde sphérique en facteur de la pupille d'entrée présent dans l'intégrale de la diffraction de Fresnel peut être négligé. Il suffit que le rayon de courbure de cette onde soit suffisamment grand. Soit  $R$  caractérisant la demi dimension transverse de l'ouverture. Si  $z \gg R^2/\lambda$  alors l'équation (3.31) devient<sup>21</sup>

$$\mathcal{U}\left(x, y, z \gg \frac{R^2}{\lambda}\right) = -\frac{j}{\lambda z} e^{jk\frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \iint_{(x', y') \in \mathbb{R}} \mathcal{U}(x', y', 0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x'x + y'y)} dx' dy'. \quad (3.45)$$

21. L'intégrale double décrit maintenant tout le plan où se situe l'objet diffractant, la pupille  $\Sigma$  est incluse dans la grandeur  $\mathcal{U}(x', y', 0)$ .

En champ lointain, la figure de diffraction générée par une pupille est tout simplement la transformée de Fourier de la pupille. C'est la diffraction de Fraunhofer [78] :

$$\mathcal{U}\left(x, y, z \gg \frac{R^2}{\lambda}\right) = -\frac{j}{\lambda z} e^{jk \frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \mathcal{TF}[\mathcal{U}(x', y', 0)]_{\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right)}. \quad (3.46)$$

Les variables de l'espace de Fourier sont

$$\begin{cases} u = \frac{x}{\lambda z} \approx \frac{\alpha}{\lambda} \\ v = \frac{y}{\lambda z} \approx \frac{\beta}{\lambda} \end{cases}. \quad (3.47)$$

Sous réserve que les angles de diffraction soient petits ( $\tan \alpha \approx \alpha$  et  $\tan \beta \approx \beta$ ), hypothèses vérifiées dans le cas de Fraunhofer, nous retrouvons les variables de Fourier du formalisme de l'optique de Fourier.

### 3.1.9 Synthèse : les théories de la diffraction de la lumière

Avant d'appliquer les formalismes que nous venons d'aborder et notamment celui de la diffraction de Fresnel, nous proposons sur la figure 3.5 une synthèse répertoriant les différents modèles et les hypothèses les liant.

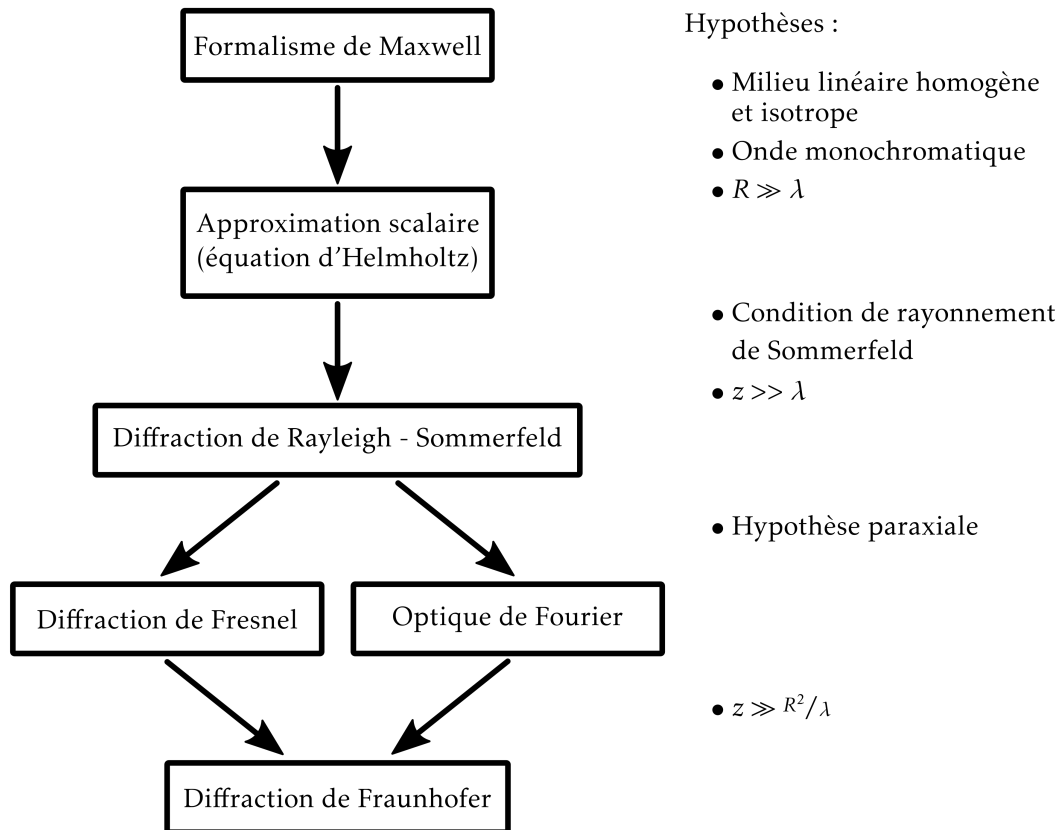


FIGURE 3.5 – Synthèse des différents modèles de la diffraction de la lumière.

### 3.2 PRÉSENTATION DU MODÈLE ANALYTIQUE FONDÉ SUR UNE MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION EN ONDES ÉLÉMENTAIRES POUR FAIRE LE LIEN ENTRE LE DISQUE DE PHASE ET L'INTENSIFICATION QU'IL ENGENDRE

L'idée principale de l'approche mise en place est de décomposer l'onde diffractée en ondes élémentaires (dont la propagation est facile à évaluer analytiquement à l'aide des théories de la diffraction). Cette décomposition paraît essentielle pour comprendre l'effet de la morphologie d'un défaut sur la formation d'un point chaud. L'approche générale de la décomposition est décrite dans [79].

Commençons par appliquer la méthode sur un cas simple : le disque de phase. Cela a déjà été effectué dans le domaine des micro-ondes pour caractériser les intensifications engendrées à des distances de l'ordre de la longueur d'onde [80]. L'onde lumineuse incidente d'éclairement  $\mathcal{I}_0 = |\mathcal{U}_0|^2$  diffractée par un disque de phase  $\phi$  a l'expression suivante dans le plan du disque ( $z = 0$ )<sup>22</sup> :

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}(r,0) = \begin{cases} \mathcal{U}_0 e^{j\phi} & , \text{ si } r < R \\ \mathcal{U}_0 & , \text{ sinon} \end{cases}, \quad (3.48)$$

où  $R$  est le rayon du disque.

À titre d'exemple, ce disque de phase peut modéliser la bosse de traitement antireflet représenté sur la figure 3.1a, en supposant que la bosse est transparente à la lumière. Il suffit de traduire la variation de hauteur  $h$  de la bosse en déphasage. Pour les défauts présents sur les composants optiques fonctionnant en transmission (cf. figure 3.6a), la relation est<sup>23</sup>

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_1 - 1)h, \quad (3.49)$$

où  $n_1$  est l'indice du milieu à l'interface entre le composant optique et l'air ( $n_{\text{air}} = 1$ ). La relation de l'équation (3.49) suppose qu'un défaut en bosse, d'une hauteur inférieure à  $\lambda_0(n_1 - 1)/2$ , est un retard de phase.

Pour les défauts sur les composants fonctionnant en réflexion (cf. figure 3.6b), l'expression est<sup>23</sup>

$$\phi = -\frac{2\pi}{\lambda_0}2h. \quad (3.50)$$

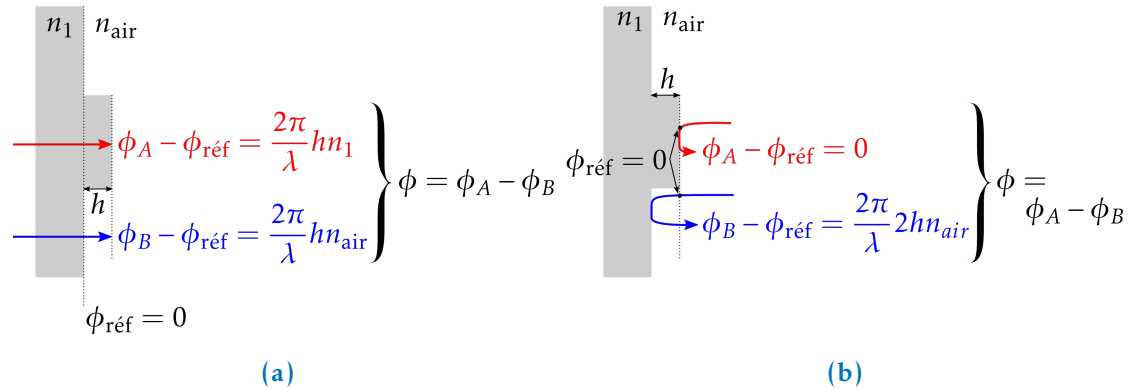
Dans ce régime de fonctionnement, un défaut en bosse est une avance de phase si la hauteur  $h < \lambda_0/4$ .

Les équations (3.49) et (3.50) supposent que les défauts sont « minces » (l'effet de la diffraction de la lumière est négligé à l'intérieur des variations de hauteur). Cela se justifie par les grandes distances de propagation que nous allons considérer (millimétriques voire métriques) et les faibles variations de hauteurs (centaines de nanomètres) des défauts.

L'onde décrite par l'équation (3.48) se décompose en deux ondes élémentaires de la manière suivante :

22. L'indice « dp » signifie disque de phase. Pour tout le reste du manuscrit, lorsque cet indice est noté, cela signifie que la grandeur associée dépend du rayon  $R$  et de la phase  $\phi$  du disque.

23. Dans les deux équations (3.49) et (3.50),  $h$  est une hauteur. C'est une quantité signée. Elle est positive lorsque le défaut est un surplus de matière, négative pour un creux.



**FIGURE 3.6** – (a) Bosse à la surface d’un composant en transmission, (b) bosse à la surface d’un composant en réflexion.

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}(r,0) = e^{j\phi} \mathcal{U}_{\text{tr}}(r,0) + \mathcal{U}_{\text{op}}(r,0), \quad (3.51)$$

où  $\mathcal{U}_{\text{tr}}$  et  $\mathcal{U}_{\text{op}}$  sont respectivement les ondes diffractées par une ouverture circulaire de rayon  $R$  et par un disque opaque de même rayon <sup>24</sup>. Évaluer l’onde  $\mathcal{U}_{\text{dp}}$  à une distance arbitraire  $z$  revient à étudier la diffraction de la lumière par deux objets complémentaires : l’ouverture circulaire et le disque opaque. Il est judicieux de faire intervenir le principe de Babinet lorsque nous abordons la diffraction de la lumière par des pupilles complémentaires.

### 3.2.1 Discussion sur le principe de Babinet

« Un point lumineux produisant son image ordinaire au fond de l’œil, si, hors de la ligne qui joint le point et l’œil, mais assez près de cette ligne, on place un petit obstacle opaque, l’effet de ce petit corps opaque sera exactement le même que celui d’une ouverture toute pareille illuminée par la lumière incidente, en sorte qu’autant le globule semble devoir produire d’opacité autant en réalité il produit d’illumination. »

*Extrait du mémoire d’optique météorologique rédigé par J. Babinet en 1837 [81].*

Dans la suite de son mémoire, J. Babinet illustre ce « principe d’optique très paradoxal » en mentionnant l’observation d’un phénomène décrit par L. A. Necker dans le numéro de novembre 1832 du journal *Philosophical Magazine* [82]. Le soleil se levant ou se couchant derrière le Mont Salève, fait apparaître les branches des arbres découpant le ciel non pas « opaques et noires » mais « argentées et brillantes » ; comme si les branches opaques laissaient passer la lumière. Le professeur Necker en fait une illustration reproduite sur la figure 3.7.

24. L’indice « tr » signifie « trou de lumière » (ouverture circulaire) et l’indice « op » signifie disque opaque. Pour tout le reste du manuscrit, lorsque que ces indices sont notés, cela signifie que la grandeur associée dépend du rayon  $R$  de l’ouverture ou du disque opaque.





**FIGURE 3.7** – Deux illustrations extraites de [82] reproduisant la couleur argentée des branches sur l’horizon au lever de soleil (à gauche) et au coucher de soleil (à droite).

Lorsque Babinet a introduit son principe, il faisait surtout état des taches produites par des objets complémentaires à l’infini. Ainsi certains ont nommé principe de Babinet ce à quoi le scientifique faisait lui-même référence : « Les figures de diffraction au voisinage d’un foyer produites par deux écrans complémentaires sont identiques, sauf au voisinage immédiat de l’image géométrique » [83]. D’autres [84, 85], ont fait une interprétation différente : soient  $M$  le point d’observation placé n’importe où dans l’espace,  $\mathcal{U}_\Sigma(M)$  et  $\mathcal{U}_{\bar{\Sigma}}(M)$  les ondes propagées au point  $M$  lorsque respectivement l’écran  $\Sigma$  et  $\bar{\Sigma}$  est sur le chemin de la lumière (les deux écrans étant complémentaires), et  $\mathcal{U}(M)$  l’onde lorsqu’il n’y a pas d’écran sur le chemin de la lumière, alors nous obtenons<sup>25</sup>

$$\mathcal{U}(M) = \mathcal{U}_\Sigma(M) + \mathcal{U}_{\bar{\Sigma}}(M). \quad (3.52)$$

D’après ce principe, l’onde plane ayant pour équation  $\mathcal{U}_0 \exp[jkz]$  fait le lien entre l’onde lumineuse diffractée par une ouverture circulaire et par un disque opaque :

$$\mathcal{U}_0 e^{jkz} = \mathcal{U}_{\text{op}}(r,z) + \mathcal{U}_{\text{tr}}(r,z). \quad (3.53)$$

Enfin, revenons à la diffraction de la lumière par un disque de phase. L’équation (3.53) permet de factoriser l’équation (3.51) de la manière suivante :

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}(r,z) = \mathcal{U}_0 e^{j\phi} e^{jkz} + (1 - e^{j\phi}) \mathcal{U}_{\text{op}}(r,z). \quad (3.54)$$

L’utilisation du principe de Babinet (ou d’un de ses corollaires) mène à une expression de l’onde lumineuse en aval d’un disque de phase en fonction d’un seul objet diffractant : le

25. Cette relation se démontre par le fait que les équations de Maxwell sont linéaires.

disque opaque. La diffraction par cet objet bloquant la lumière a eu une portée historique sur la preuve du comportement ondulatoire de la lumière. Le phénomène qui en résulte est appelé la tache d’Arago (tache de Fresnel ou tache de Poisson).

### 3.2.2 Discussion sur la tache d’Arago

« L’un de vos commissaires, M. Poisson, avait déduit des intégrales rapportées par l’auteur [A. Fresnel] le résultat singulier que le centre de l’ombre d’un écran circulaire opaque devait, lorsque les rayons y pénétraient sous des incidences peu obliques, être aussi éclairé que si l’écran n’existait pas. Cette conséquence a été soumise à l’épreuve d’une expérience directe, et l’observation a parfaitement confirmé le calcul. »

*Extrait du rapport rédigé par F. Arago sur le concours relatif à la diffraction organisé en 1818 par l’Académie des Sciences [86].*

L’ambiance scientifique des 18<sup>ème</sup> et début 19<sup>ème</sup> siècles est largement influencée par les découvertes de Newton. Sa théorie corpusculaire de la lumière est admise par la plupart des scientifiques bien qu’elle possède des lacunes. On se gardera bien, par exemple, d’expliquer le phénomène d’interférence découvert par Young en 1802 [87]. En 1818, Fresnel, soutenu par Arago, prend part au concours organisé par l’Académie des Sciences portant sur « l’étude expérimentale et théorique de la diffraction » en soumettant un mémoire [64] fondé sur la théorie ondulatoire de la lumière de Huygens. L’attention des commissaires est retenue par « l’exactitude des observations » de l’auteur. Cependant S. D. Poisson, fervent défenseur de la théorie corpusculaire, pense avoir trouvé un point faible dans la nouvelle théorie. En appliquant les intégrales de Fresnel au centre d’un disque opaque, il trouve le résultat « singulier » suivant : de la lumière doit être présente au centre de l’ombre du disque. L’expérience est faite *a posteriori* par Arago [88] et confirme la véracité de la théorie. Bien que ce soit un succès pour Fresnel, il faudra tout de même attendre 1850 pour convaincre les plus tenaces que la lumière s’interprète comme une onde : l’expérience du miroir tournant de L. Foucault montre que la vitesse de la lumière dans l’air est supérieure à celle dans l’eau (ce qui n’était pas permis dans la théorie corpusculaire de la lumière) [89].

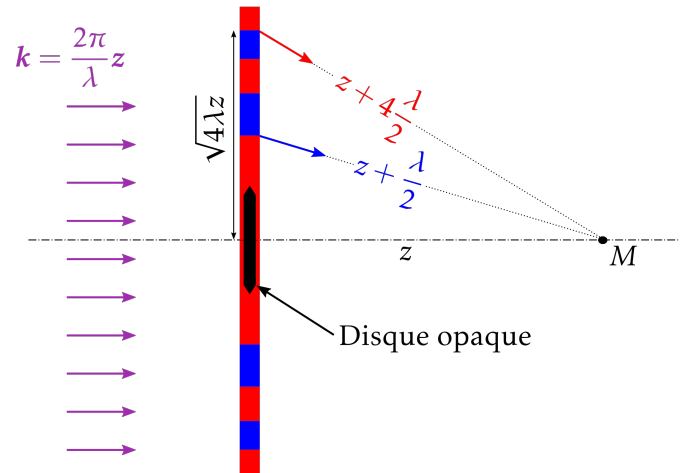
Nous utilisons le formalisme de la diffraction de Fresnel pour établir l’expression de l’onde lumineuse le long de l’axe optique d’un disque opaque. Dans ce problème de diffraction, le formalisme de Fresnel (cf. équation (3.35)) devient <sup>26</sup>

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^z(0, \zeta) = -\mathcal{U}_0 \frac{j}{\zeta} 2\pi \int_1^{\infty} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \rho' d\rho', \quad (3.55)$$

où les bornes de l’intégrale vont de 1 à  $\infty$  et l’adimensionnement est effectué par rapport au rayon du disque ( $\zeta = \lambda z / R^2$ ). Le calcul de cette intégrale est impossible : la primitive de la fonction à intégrer <sup>27</sup> n’a pas de limite définie en  $\infty$ . De plus, écrire une telle inté-

26. Puisque nous ne nous intéressons qu’à l’axe optique la variable  $\theta$  n’est pas définie.

27. La primitive de la fonction  $\xi \mapsto \xi e^{j\pi \frac{\xi^2}{\zeta}}$  est  $\xi \mapsto \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi \frac{\xi^2}{\zeta}}$ .



**FIGURE 3.8** – Vue de coupe décrivant les zones de Fresnel schématisées par l’alternance des couleurs rouge et bleue. Les rayons lumineux traversant les zones rouges sont décalés de l’axe optique de telle sorte que leur déphasage par rapport au rayon passant par le centre est compris dans l’intervalle  $[0, \pi]$  lorsqu’ils atteignent le point d’observation  $M$ . À l’inverse, les déphasages des rayons passant par les zones bleues sont compris dans l’intervalle  $[\pi, 2\pi]$ .

grale est en désaccord complet avec les hypothèses de Fresnel : les ondes provenant de la borne infinie ont *a fortiori* des angles de diffraction trop grands. Bien que les deux arguments précédents semblent compromettre le calcul de la tache d’Arago via la diffraction de Fresnel, un argument fondé sur les zones de Fresnel permet d’avoir l’intuition de ce qu’il pourrait se produire.

L’ensemble des zones de Fresnel [90] décrit tout le plan où se situe le disque opaque. Cet ensemble est constitué d’un disque et de plusieurs anneaux tous centrés sur l’axe optique (*cf.* l’alternance des zones rouges et bleus de la figure 3.8). Les frontières entre les zones sont définies comme telles : deux rayons lumineux passant par deux frontières consécutives traversent l’axe optique en ayant parcourus des trajets optiques différents de  $\lambda/2$  ; les deux rayons sont en opposition de phase et donc ils doivent se détruire. De plus, il est possible de montrer que les zones de Fresnel ont toutes la même surface. Ainsi, d’une zone à l’autre, les contributions des différents rayons devraient s’annuler. En poussant le raisonnement à l’infini, nous pouvons présumer que la borne infinie de l’intégrale ne contribue en aucune façon à l’onde diffractée ; seuls sont à prendre en compte les lieux présentant une rupture de continuité des zones de Fresnel. Bien que ce raisonnement soit fondé sur un argument faux (le passage à la limite infini n’est évidemment pas possible), il permet d’entrevoir une théorie qui fut avancée par T. Young et formalisée bien des années plus tard sous le nom de la théorie géométrique de la diffraction où il est avancé que seul les bords diffractent la lumière [91, 61]. Dans ce cas, nous obtenons alors

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^z(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 e^{j\frac{\pi}{4}}. \quad (3.56)$$

Nous retrouvons bien le résultat « singulier » soulevé par Poisson : l’éclairement le long de l’axe optique d’un disque opaque  $\mathcal{I}_{\text{op}}(0, \zeta) = |\mathcal{U}_{\text{op}}^z(0, \zeta)|^2$  vaut l’éclairement incident.

Deux approches plus rigoureuses mathématiquement mènent au même résultat : (i) de la diffraction de RS (*cf.* équation (3.26)), en établissant l’onde lumineuse le long de l’axe optique à l’aide de la méthode de la phase stationnaire [92], nous en déterminons le

lien avec l'équation (3.56) en identifiant les quantités négligeables, (ii) de la diffraction de Fresnel, en obtenant l'onde diffractée par une ouverture circulaire, nous en déduisons l'équation (3.56) par le principe de Babinet (cf. équation (3.53)).

La deuxième approche est rapide à mettre en place et elle apporte une confirmation à l'équation (3.56) :

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^z(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 - \mathcal{U}_{\text{tr}}^z(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left( 1 + \frac{j}{\zeta} 2\pi \int_0^1 e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \rho' d\rho' \right) = \mathcal{U}_0 e^{j\frac{\pi}{\zeta}}. \quad (3.57)$$

La première approche plus compliquée donne une information supplémentaire en quantifiant le domaine de validité. En annexe B est donné le détail des calculs de la diffraction de RS appliquée au disque opaque (fondé sur les calculs de [74]). Le résultat est le suivant :

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^{\text{RS}}(0, z) = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \mathcal{U}_0 e^{jk\sqrt{z^2 + R^2}}. \quad (3.58)$$

Dès lors que  $z \gg R$ , l'équation (3.56) apparaît comme étant l'ordre 0 en amplitude et l'ordre 1 en phase de l'onde exprimée à l'équation (3.58) :

$$\begin{cases} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} = 1 + o\left(\frac{R^2}{z^2}\right) \\ \sqrt{z^2 + R^2} = z \left( 1 + \frac{R^2}{2z^2} + o\left(\frac{R^2}{z^2}\right) \right) \\ \mathcal{U}_{\text{op}}^{\text{RS}}(0, z \gg R) \approx e^{jkz} \mathcal{U}_{\text{op}}^z(0, \zeta) \end{cases} \quad (3.59)$$

Pour que la diffraction de Fresnel soit applicable à un disque opaque, il est nécessaire que la distance de propagation soit grande devant la dimension transverse du disque :

$$z \gg R \Leftrightarrow \zeta \gg \frac{\lambda}{R}. \quad (3.60)$$

Enfin, revenons à l'équation (3.54) exprimant la diffraction de la lumière par un disque de phase. L'onde lumineuse diffractée par cet objet a l'expression suivante :

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}^z(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left[ e^{j\phi} + (1 - e^{j\phi}) e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \right]. \quad (3.61)$$

Par la suite, nous étudions de manière plus approfondie l'équation (3.61).

### 3.2.3 Intensification engendrée sur l'axe d'un disque de phase

À quelles distances se forment les points chauds sur l'axe optique d'un disque de phase? Quelles sont les valeurs de l'intensification de ces points chauds? Ces deux questions sont essentielles pour évaluer la dangerosité d'un disque de phase au regard de l'effet fratricide.

L'éclairement de la lumière en aval du disque de phase s'exprime à partir de l'équation (3.61) de la manière suivante :

$$\mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta) = \mathcal{I}_0 \left[ 1 + 4 \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) \right]. \quad (3.62)$$

L'intensification de l'éclairement est notée par la suite

$$I_{\text{dp}}(0, \zeta) = \frac{\mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta)}{\mathcal{I}_0} = 1 + 4 \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right). \quad (3.63)$$

Sur la figure 3.9 sont représentées les intensifications le long de l'axe optique de trois disques de phase ( $\phi = -\pi/2, \pi/2, \pi$ ). Nous constatons que chacune des trois courbes est maximale à plusieurs distances de propagation. Nous détaillons ce résultat par la suite.

Quand  $\zeta$  varie, l'intensification exprimée à l'équation (3.63) est maximale lorsque

$$\begin{cases} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) = 1, & \text{si } 0 < \phi \leq \pi \text{ (retard de phase),} \\ \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) = -1, & \text{si } -\pi \leq \phi < 0 \text{ (avance de phase),} \end{cases} \quad (3.64)$$

et prend la valeur

$$\max [I_{\text{dp}}(0, \zeta)] = \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| \right)^2. \quad (3.65)$$

D'après l'équation (3.65), l'intensification maximale ne dépend que de la phase du disque. Le cas  $\phi = 0$  rad est la diffraction d'une onde plane, l'éclairement diffracté vaut l'éclairement incident. Sur la figure 3.10a est représentée l'intensification maximale en fonction du déphasage apporté par le disque. Elle ne dépend pas du signe de la phase et la plus grande intensification, valant un facteur 9, est obtenue avec un disque déphasant la lumière de  $\lambda/2$  (ou  $-\lambda/2$ ).

L'approche par décomposition donne un sens à la valeur maximale de ce facteur. En effet, l'onde diffractée par un disque de phase est comme l'interférence entre trois ondes ; en développant l'équation (3.54), nous obtenons une onde plane et deux disques opaques. Chacune de ces ondes a une amplitude constante sur l'axe optique au cours de la propagation (facteur de modulation en amplitude égale à 1). Dès lors que ces trois ondes sont

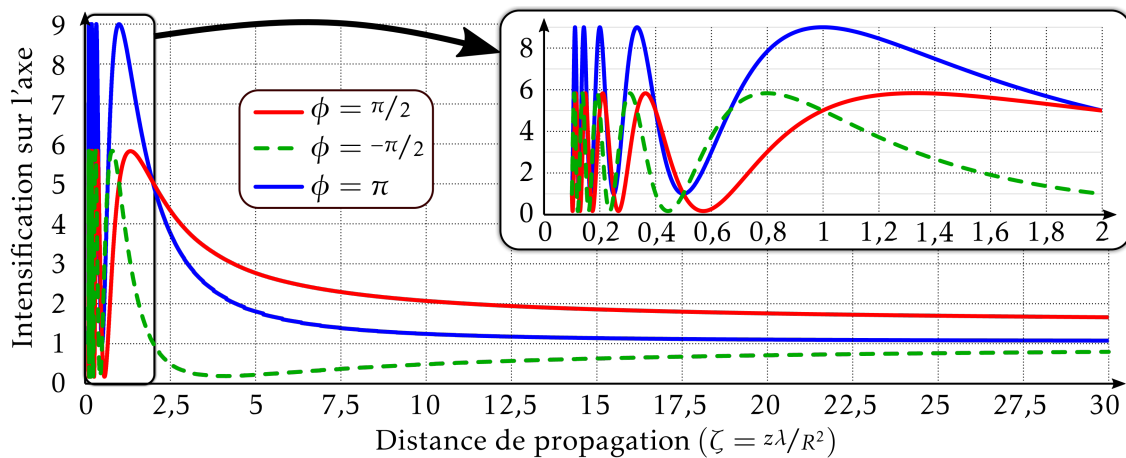


FIGURE 3.9 – Intensification de l'éclairement axial diffracté par trois disques de phase ( $\phi = -\pi/2, \pi/2, \pi$  radians) en fonction de la grandeur longitudinale sans dimension  $\zeta$ .

en phase, l'amplitude de l'onde principale vaut 3 fois l'amplitude incidente. Ainsi, l'intensification de l'éclairement peut valoir un facteur 9.

Pour être en phase, il suffit que les 3 ondes élémentaires respectent deux conditions déduites de l'équation (3.61) :

$$\begin{cases} \mathcal{U}_{\text{dp}}^z(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left[ e^{j\phi} + (1 - e^{j\phi}) e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \right] \Rightarrow e^{j\phi} = -1 \\ \mathcal{U}_{\text{dp}}^z(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left[ e^{j\frac{\pi}{\zeta}} + (1 - e^{j\frac{\pi}{\zeta}}) e^{j\phi} \right] \Rightarrow e^{j\frac{\pi}{\zeta}} = -1 \end{cases} \quad (3.66)$$

Les deux conditions sont respectées pour le cas particulier d'un disque de phase  $\pi$  (ou  $-\pi$ ) radians à des distances de propagation  $\zeta_l = 1/(2l + 1)$  où  $l \in \llbracket 0, \infty \llbracket$ . Ainsi l'éclairement semble maximal pour plusieurs valeurs de  $\zeta$  comme nous l'avons observé sur la figure 3.9. Avant toute tentative d'explication de ce phénomène, il faut rappeler que si  $l$  tend vers l'infini alors la distance de propagation tend vers 0 et les hypothèses de Fresnel ne sont plus valides comme le montre l'équation (3.60)). Les oscillations perpétuelles lorsque l'on se rapproche de l'objet ne sont pas réelles.

La récurrence des pics d'éclairement apparaissant à différentes distances de propagation s'interprète à l'aide des zones de Fresnel (cf. figure 3.8). Plus l'on s'éloigne du disque de phase et plus les zones de Fresnel, situées dans le plan du disque, s'agrandissent. Ainsi, au cours de la propagation de moins en moins de zones sont déphasées par le disque. De plus, par construction les zones se détruisent deux à deux sur l'axe optique à la distance  $z$ . Deux zones consécutives dont l'une est déphasée de  $\lambda/2$  (ou  $-\lambda/2$ ) doivent nécessairement mener à une intensification maximale sur l'axe. Pour être suffisante, la condition porte sur le nombre de zones à déphaser : il suffit d'un nombre impair de zones de Fresnel déphasées de  $\lambda/2$  (ou  $-\lambda/2$ ) par le disque pour atteindre une intensification maximale. Ces cas de figure apparaissent lorsque le rayon de la zone numéro  $2l + 1$  égale le rayon du disque<sup>28</sup> :

$$\sqrt{(2l + 1)\lambda z_l} = R \Leftrightarrow z_l = \frac{1}{2l + 1} \frac{R^2}{\lambda} \Leftrightarrow \zeta_l = \frac{1}{2l + 1}. \quad (3.67)$$

Cette équation n'est valable que pour le cas  $\phi = \pi$ .

À l'inverse, lorsque le nombre de zones déphasées est pair, le problème sur l'axe est équivalent à la diffraction d'une onde plane : l'éclairement est minimal sur l'axe optique et est égal à l'éclairement incident.

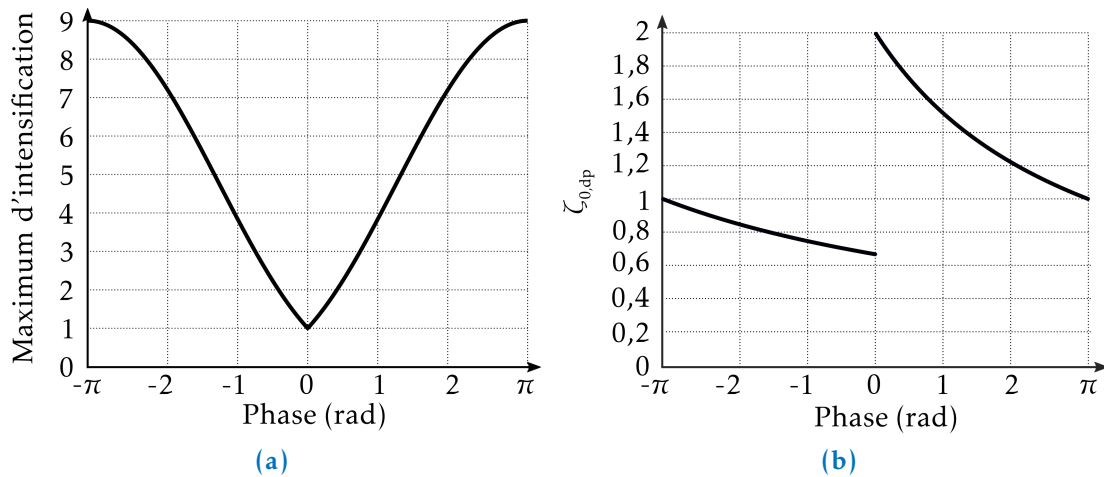
Cette récurrence des pics d'éclairement se généralise à des disques de phase  $\phi$ . De l'équation (3.64) nous obtenons les deux cas de figure suivants :

$$\forall l \in \llbracket 0, \infty \llbracket, \begin{cases} \zeta_{l,\text{dp}} = \frac{2\pi}{\pi(4l + 1) + \phi}, \text{ si } 0 < \phi \leq \pi \text{ (retard de phase)} \\ \zeta_{l,\text{dp}} = \frac{2\pi}{\pi(4l + 3) + \phi}, \text{ si } -\pi \leq \phi < 0 \text{ (avance de phase)} \end{cases} \quad (3.68)$$

Nous notons aussi la distance de propagation associée

$$z_{l,\text{dp}} = \zeta_{l,\text{dp}} \frac{R^2}{\lambda} \quad (3.69)$$

28. La première zone de Fresnel correspond à l'indice  $l = 0$ , cela correspond aussi au dernier pic d'intensification au cours de la propagation.



**FIGURE 3.10** – (a) Intensification maximale générée par un disque en fonction de la phase du disque (cf. équation (3.65)); (b) position  $\zeta_0$  du dernier pic d'intensification en fonction de la phase du disque (cf. équation (3.68)).

Par la suite nous nous intéressons essentiellement à la position du pic d'éclairement le plus éloigné du disque ( $l = 0$ ). En effet,  $\zeta_{0,dp}$  indique la distance au delà de laquelle le disque ne génère plus de pics d'éclairement (en quelque sorte, au-delà de cette distance, le disque devient de moins en moins dangereux). Cette distance est représentée sur la figure 3.10b en fonction de la valeur de la phase du disque. Elle est comprise dans l'intervalle  $[2/3, 2]$ . Un bon ordre de grandeur de  $\zeta_{0,dp}$  est donné par l'équation (3.67) ( $\zeta_0 = 1$ ). Les objets à phase positive engendrent un dernier pic d'éclairement à des distances plus grandes contrairement à ceux à phase négative. Une discontinuité apparaît en  $\phi = 0$ ; elle n'est pas aussi brutale que ce qu'elle laisse paraître. En effet les modulations d'éclairement sont infimes pour des valeurs de phase proches de zéro.

Enfin la distinction entre les phases positives et négatives apparaît aussi en étudiant le comportement asymptotique de l'éclairement central. Prenons  $\epsilon = \pi/\zeta$ . Lorsque  $\zeta \rightarrow +\infty$  alors  $\epsilon \rightarrow 0^+$  et, à l'ordre 1 en  $\epsilon$ , l'équation (3.63) devient

$$I_{dp}\left(0, \frac{\pi}{\epsilon}\right) = 1 + 4\epsilon \sin \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2}. \quad (3.70)$$

Si  $\epsilon \rightarrow 0^+$ , nous obtenons

$$\begin{cases} I_{dp} \rightarrow 1^+, & \text{si } 0 < \phi < \pi \text{ (retard de phase)} \\ I_{dp} \rightarrow 1^-, & \text{si } -\pi < \phi < 0 \text{ (avance de phase)} \end{cases}. \quad (3.71)$$

Dans le cas de phase négative, le dernier extrémum est un minimum. Ce comportement asymptotique, dépendant du signe de la phase, est observé sur la figure 3.9 : la courbe verte, représentant l'intensification en aval d'un disque déphasant l'onde lumineuse de  $-\pi/2$ , tend vers 1 par valeur inférieure à l'unité tandis que la courbe rouge correspondant au déphasage positif tend vers 1 par valeur supérieure.

Le comportement asymptotique montre que pour des distances suffisamment éloignées l'intensification le long de l'axe optique de l'objet diffractant n'est plus dangereuse. Qu'en est-il de l'intensification hors de l'axe optique en champ lointain? Nous utilisons le modèle de Fraunhofer pour évaluer cette intensification.

### 3.2.4 Intensification en champ lointain hors de l'axe

En champ lointain ( $z \gg R^2/\lambda$ ), le modèle de Fraunhofer (cf. section 3.1.8) permet de calculer analytiquement la figure de diffraction en aval d'un objet diffractant la lumière. Cette fois-ci, il est judicieux de décomposer l'onde  $\mathcal{U}_{\text{dp}}$  diffractée par un disque de phase en la somme d'une onde plane et de l'onde  $\mathcal{U}_{\text{tr}}$  diffractée par une ouverture circulaire. En effet la figure de diffraction de cette dernière est connue en champ lointain [60].

En manipulant le principe de Babinet (cf. section 3.2.1),  $\mathcal{U}_{\text{dp}}$  est décomposée de la manière suivante :

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}(r,z) = \left[ \mathcal{U}_0 e^{jkz} + (e^{j\phi} - 1) \mathcal{U}_{\text{tr}}(r,z) \right]. \quad (3.72)$$

Utiliser la diffraction de Fraunhofer (cf. équation (3.46)) permet d'obtenir

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}\left(x,y,z \gg \frac{R^2}{\lambda}\right) = e^{jkz} \left[ \mathcal{U}_0 + \frac{2}{\lambda z} \sin \frac{\phi}{2} e^{jk \frac{x^2+y^2}{2z}} e^{j\frac{\phi}{2}} \mathfrak{TF}[\mathcal{U}_{\text{tr}}(x',y',0)]_{\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right)} \right]. \quad (3.73)$$

La transformée de Fourier d'une ouverture circulaire exprimée dans un système de coordonnées cylindriques ( $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ ,  $x' = r' \cos \theta'$ ,  $y' = r' \sin \theta'$ ) fait apparaître la fonction de Bessel<sup>29</sup> d'ordre 0 :

$$\mathfrak{TF}[\mathcal{U}_{\text{tr}}(x',y',0)]_{\left(\frac{r \cos \theta}{\lambda z}, \frac{r \sin \theta}{\lambda z}\right)} = \iint_{00}^{R \ 2\pi} e^{-j \frac{2\pi r' r}{\lambda z} \cos(\theta - \theta')} r' dr' d\theta' = 2\pi \int_0^R J_0\left(\frac{2\pi r' r}{\lambda z}\right) r' dr'. \quad (3.74)$$

Or la primitive de la fonction  $\xi \mapsto \xi J_0(\xi)$  est  $\xi \mapsto \xi J_1(\xi)$ . Ainsi, à l'aide d'un changement de variables ( $r'' = 2\pi r' r / \lambda z$ ), l'équation (3.74) devient

$$\mathfrak{TF}[\mathcal{U}_{\text{tr}}(x',y',0)]_{\left(\frac{r \cos \theta}{\lambda z}, \frac{r \sin \theta}{\lambda z}\right)} = 2\pi R^2 \frac{J_1\left(\frac{2\pi R r}{\lambda z}\right)}{\frac{2\pi R r}{\lambda z}}. \quad (3.75)$$

L'onde lumineuse diffractée par un disque de phase est exprimée en fonction des grandeurs adimensionnées de la manière suivante<sup>30</sup> :

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}^z(\rho, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left[ 1 + \frac{4\pi}{\zeta} \sin \frac{\phi}{2} e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} e^{j\frac{\phi}{2}} \frac{J_1\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right)}{2\pi \frac{\rho}{\zeta}} \right]. \quad (3.76)$$

Nous en tirons l'éclairement

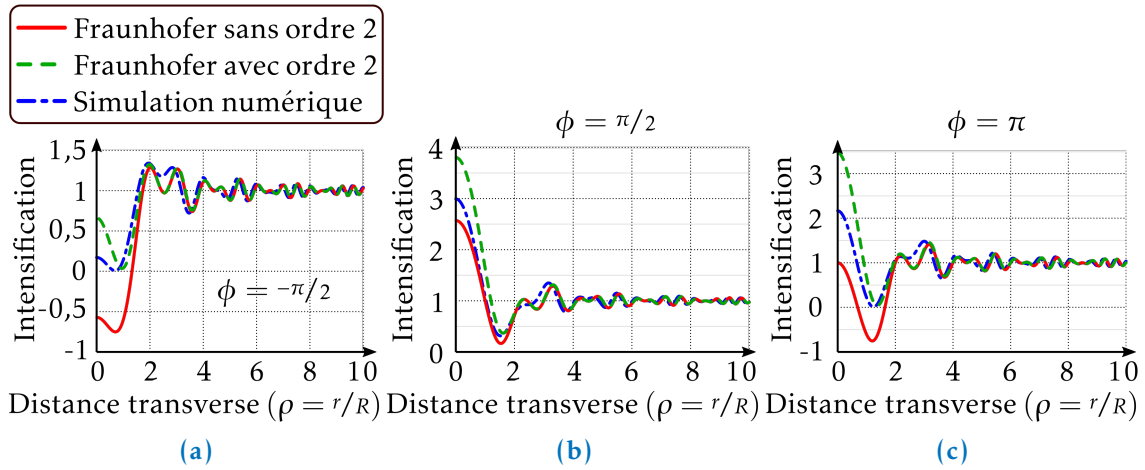
$$\mathcal{I}_{\text{dp}}(\rho, \zeta \gg 1) = \mathcal{I}_0 \left[ 1 + \frac{8\pi}{\zeta} \sin \frac{\phi}{2} \frac{J_1\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right)}{2\pi \frac{\rho}{\zeta}} \cos\left(\pi \frac{\rho^2}{\zeta} + \frac{\phi}{2}\right) + 16 \left( \frac{\pi}{\zeta} \sin \frac{\phi}{2} \frac{J_1\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right)}{2\pi \frac{\rho}{\zeta}} \right)^2 \right]. \quad (3.77)$$

Conserver le terme d'ordre 2 est discutable vis-à-vis de l'hypothèse principale du modèle de Fraunhofer :  $\zeta \gg 1$ . Cependant, ce terme permet d'obtenir une meilleure évaluation de l'éclairement diffracté par des disques de phase pour des distances relativement faibles ( $\zeta$  de l'ordre de quelques unités). En effet, sur la figure 3.11, l'intensification obtenue à partir du modèle de Fraunhofer (traits continus rouges sans le terme d'ordre 2

29. La fonction de Bessel d'ordre  $n$  a l'expression suivante :  $J_n(\xi) = \frac{j^n}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(n\theta - \xi \cos \theta)} d\theta$ .

30. Nous procédons au même adimensionnement effectué dans le cadre de la diffraction de Fresnel appliquée au disque opaque (cf. équation (3.55)) :  $\rho = r/R$  et  $\zeta = \lambda z/R^2$ .





**FIGURE 3.11** – Comparaison entre le modèle de Fraunhofer avec (courbe verte pointillée) et sans (courbe rouge) le terme d'ordre 2 et le modèle numérique (courbe bleue) fondé sur l'optique de Fourier (paramètres de simulation :  $R = 100 \mu\text{m}$ ,  $n_0 = 1$ ,  $\lambda = 351 \text{ nm}$  ( $\zeta = 4 \Rightarrow z = 114 \text{ mm}$ )  $d_{\text{maille}} = 3 \mu\text{m}$ ,  $N_{\text{maille}} = 4096$ , ). Intensification transverse donnée à  $\zeta = 4$  engendrée par un disque ( $R = 100 \mu\text{m}$ ) de 3 phases différentes : (a)  $\phi = -\pi/2 \text{ rad}$ , (b)  $\phi = \pi/2 \text{ rad}$ , (c)  $\phi = \pi \text{ rad}$ .

et traits interrompus verts en considérant le terme d'ordre 2) est comparée à l'intensification obtenue numériquement par l'optique de Fourier (cf. section 3.1.7) (traits mixtes bleus), à la distance  $\zeta = 4$  pour un disque de trois phases différentes :  $\phi = \{-\pi/2; \pi/2; \pi\}$  radians. Dans les trois cas de figure, quels que soient les termes considérés, le modèle de Fraunhofer ne permet pas d'estimer correctement l'intensification centrale à  $\zeta = 4$ . À l'inverse, le premier minimum local sur l'intensification est bien mieux estimé par le modèle de Fraunhofer en tenant compte du terme d'ordre 2 (eg. omettre l'ordre 2 revient à considérer des éclaircissements négatifs pour les cas  $\phi = -\pi/2$  et  $\pi$  radians!).

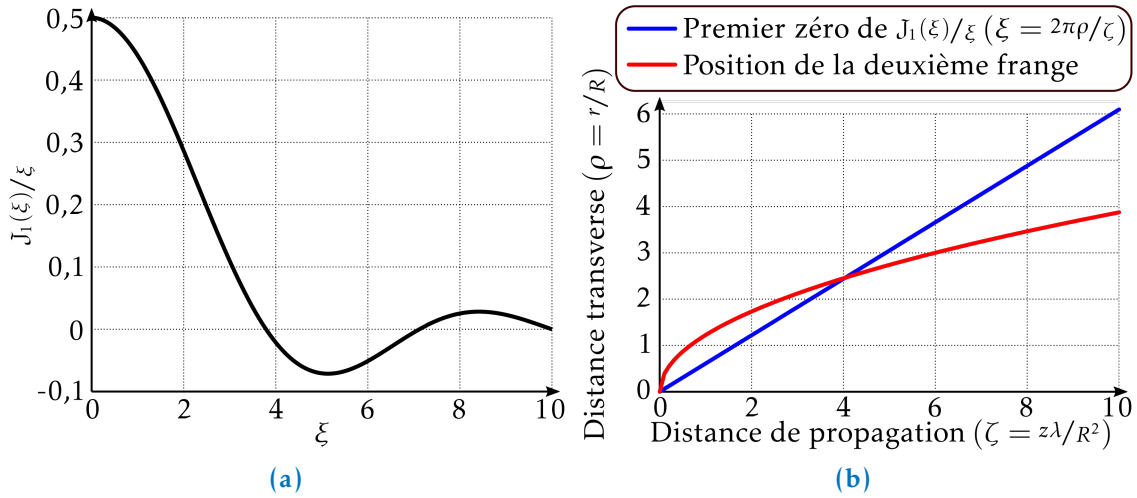
Dans l'équation (3.77) le terme  $1 + \cos(\pi\rho^2/\zeta)$  laisse penser à des franges d'interférence entre une onde plane et une onde sphérique. Dans notre cas, ces franges sont modulées par la transformée de Fourier de la pupille<sup>31</sup> et par un terme dépendant de la phase du disque. Cette modulation est la plus importante pour  $\phi = \pi \text{ rad}$ .

Ainsi nous continuons l'analyse en choisissant  $\phi = \pi \text{ rad}$  dans le but d'évaluer l'intensification maximale produite par un disque de phase, en champ lointain et hors de l'axe optique. L'intensification calculée à partir de l'équation (3.77) devient dans le cas particulier ( $\phi = \pi \text{ rad}$ )

$$I_{\text{dp}}(\rho, \zeta \gg 1) = 1 - \frac{8\pi}{\zeta} \frac{J_1\left(\frac{2\pi\rho}{\zeta}\right)}{2\pi\frac{\rho}{\zeta}} \sin\left(\pi\frac{\rho^2}{\zeta}\right) + 16 \left( \frac{\pi}{\zeta} \frac{J_1\left(\frac{2\pi\rho}{\zeta}\right)}{2\pi\frac{\rho}{\zeta}} \right)^2. \quad (3.78)$$

L'enveloppe  $J_1(\xi)/\xi$  est représentée sur la figure 3.12a. Elle passe par zéro pour différentes valeurs de  $\xi$ , notamment l'enveloppe reste positive jusqu'à  $\xi \approx 3,83$ . En absolu, la valeur maximale du premier lobe vaut environ 7,6 fois la valeur maximale du deuxième; les franges d'interférences situées à l'intérieur du premier lobe sont bien plus contrastées que celles localisées dans les lobes secondaires; nous ne nous intéressons qu'aux franges

31. Ce qui est appelé pupille ici est l'objet réel ayant pour équation :  $\mathcal{U}_{\text{pup}}(r, 0) = \begin{cases} 1 & \text{si } r < R. \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ .



**FIGURE 3.12** – (a) Représentation de la fonction  $\xi \mapsto J_1(\xi)/\xi$  représentative de la transformée de Fourier du support du disque de phase, le premier zéro vaut  $\xi = 3,83$ , (b) comparaison entre la position de la deuxième frange (cf. équation (3.79)) et le premier zéro de la fonction modulant les franges d’interférence engendrées par un disque de phase ( $\phi = \pi$  rad).

présentes dans le lobe principal pour évaluer, hors de l’axe, l’intensification maximale en champ lointain.

En omettant la contribution de l’enveloppe  $J_1(\xi)/\xi$ , le rayon de la  $l$ -ième frange d’interférence est <sup>32</sup>

$$\rho_l^{\text{th}}(\zeta) = \sqrt{\frac{1+2l}{2}\zeta}. \quad (3.79)$$

Lorsque la première frange se situe dans le premier lobe de l’enveloppe, elle est sombre du fait du signe négatif de l’équation (3.78). Ainsi pour évaluer l’intensification maximale en dehors de l’axe optique en champ lointain, il est nécessaire de s’intéresser à la deuxième frange d’interférence.

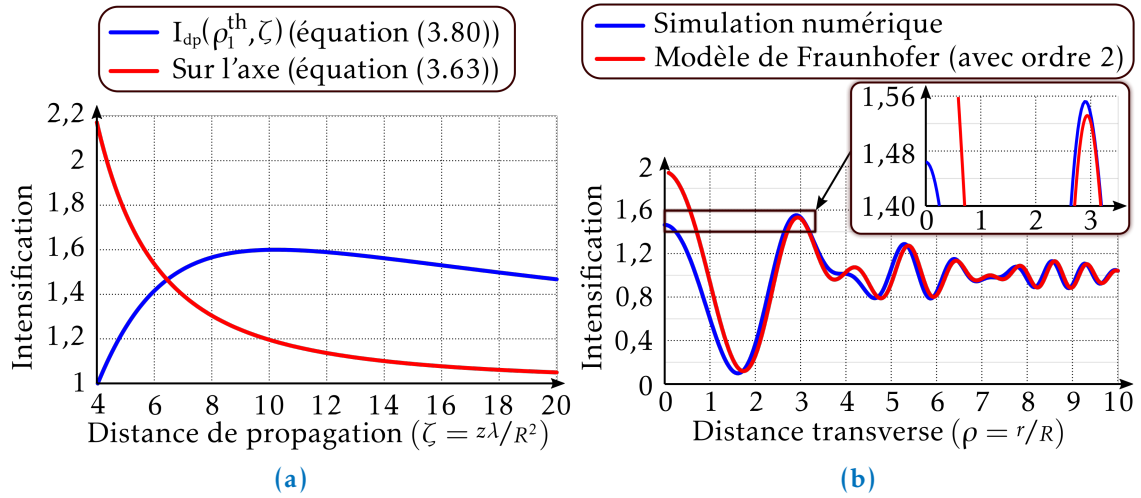
Sur la figure 3.12b est comparé le rayon de la deuxième frange (cas  $l = 1$ ) au premier zéro de la fonction  $J_1(\xi)/\xi$  où  $\xi = 2\pi\rho/\zeta$ . Dès lors que  $\zeta > 4$ , la deuxième frange se situe dans le lobe principal de l’enveloppe permettant d’établir l’intensification maximale hors-axe en champ lointain.

Évaluer l’équation (3.78) à l’aide du rayon correspondant à la deuxième frange donne une approximation de l’intensification du premier anneau brillant :

$$I_{\text{dp}}(\rho_1^{\text{th}}, \zeta) = 1 + \frac{8\pi}{\zeta} \frac{J_1\left(\frac{\pi\sqrt{6/\zeta}}{\zeta}\right)}{\pi\sqrt{6/\zeta}} + 16 \left( \frac{\pi}{\zeta} \frac{J_1\left(\frac{\pi\sqrt{6/\zeta}}{\zeta}\right)}{\pi\sqrt{6/\zeta}} \right)^2. \quad (3.80)$$

L’intensification obtenue à partir de l’équation (3.80) (cf. courbe bleue de la figure 3.13a) est comparée à l’intensification centrale donnée par l’équation (3.63) (courbe rouge). Les deux courbes se croisent à  $\zeta \approx 6,4$ , distance où théoriquement l’éclairement transverse commence à dépasser l’éclairement central. Nous avons voulu vérifier ce résultat à l’aide de la simulation numérique (cf. figure 3.13b où la courbe bleue représente

32. Le rayon de la  $l$ -ième frange est adimensionné par rapport au rayon de disque de phase. La première frange correspond au cas  $l = 0$ .



**FIGURE 3.13** – (a) Comparaison entre l’intensification centrale engendrée par un disque de phase  $\phi = \pi$  rad (cf. équation (3.63)) et l’intensification de la deuxième frange (cf. équation (3.80)) à partir de  $\zeta = 4$ , (b) intensification transverse à  $\zeta = 6,4$  d’un disque de rayon  $R = 100 \mu\text{m}$  et de phase  $\phi = \pi$  rad. La courbe rouge représente le modèle de Fraunhofer (en tenant compte du terme d’ordre 2) et, en bleu, le modèle numérique ( $d_{\text{maille}} = 3 \mu\text{m}$  et  $N_{\text{maille}} = 4096$ ).

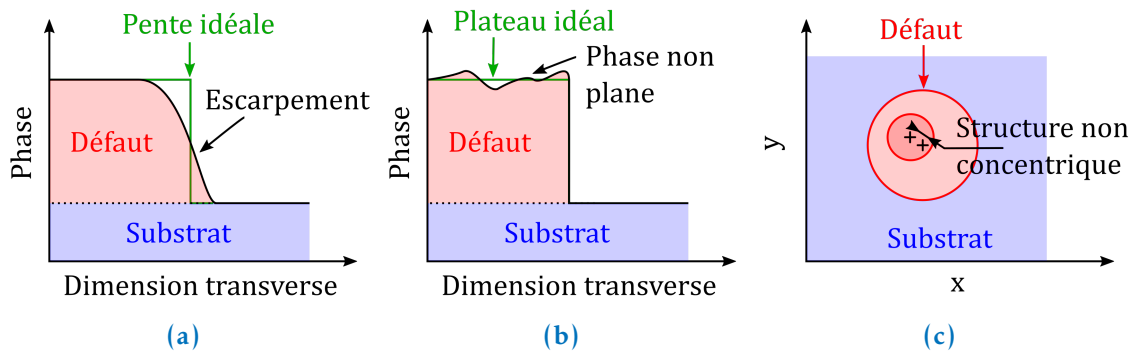
le calcul numérique). À  $\zeta = 6,4$ , l’intensification du premier anneau brillant, obtenue numériquement ( $I_{dp}(\rho_1^{\text{num}}, \zeta = 6,4) = 1,55$ ), dépasse de 6 % l’intensification centrale ( $I_{dp}^{\text{num}}(0, \zeta = 6,4) = 1,46$ ).

Deux hypothèses effectuées dans le développement donnant lieu à l’équation (3.80) permettent de comprendre la légère différence entre le résultat numérique et celui obtenu analytiquement : (i) le modèle de Fraunhofer ne donne qu’une approximation de l’intensification, (ii) la fonction  $J_1(\xi)/\xi$  modulant les franges d’interférence joue un rôle dans la position des franges dont nous n’avons pas tenu compte pour obtenir l’équation (3.79). En effet pour obtenir l’intensification du premier anneau brillant à  $\zeta = 6,4$  (cf. équation (3.80)), la position de la deuxième frange est supposée être égale à  $\rho_1^{\text{th}}(\zeta = 6,4) = 3,1$  alors que le modèle de Fraunhofer prédit  $\rho_1^{\text{FH}}(\zeta = 6,4) = 2,9$  (cf. courbe rouge de la figure 3.13b). L’effet de cette dernière hypothèse devient de moins en moins important en s’éloignant de l’objet diffractant, puisque l’enveloppe devient de plus en plus « plate » ayant alors un effet moindre sur la position du premier anneau brillant.

Enfin, la courbe bleue de la figure 3.13a prédit que l’intensification hors-axe est maximale à  $\zeta = 10,2$  et vaut un facteur  $\times 1,6$ . Nous pouvons en conclure que, même si l’éclairement transverse dépasse l’éclairement central en champ lointain, la valeur maximale du facteur d’intensification traverse n’est pas alarmante au regard de l’effet fratricide. Il suffit d’évaluer l’intensification centrale.

### 3.3 PRÉSENTATION DE LA COMPLEXIFICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE POUR RENDRE COMPTE DE STRUCTURES PLUS PROCHES DES DÉFAUTS RÉELS

L’observation reportée sur la figure 3.1 montre que ce défaut typique est constitué de plusieurs éléments : une particule au centre, une première bosse de traitement (de couleur bleue au microscope Nomarski cf. section 2.1.2) et de deux anneaux supplémentaires



**FIGURE 3.14** – Schéma expliquant : (a) le défaut d'escarpement, (b) le défaut de planéité de la phase et (c) le défaut de concentricité entre chaque élément décomposant la structure du défaut.

en périphérie. De plus, le contour de chaque élément n'est pas parfaitement circulaire. Les défauts locaux à la surface d'un composant optique paraissent bien plus complexes qu'un simple disque de phase.

Il semble nécessaire de complexifier le modèle pour rendre compte de la diffraction de la lumière par de vrais défauts. L'approche par décomposition en ondes élémentaires est un outil essentiel pour élaborer un modèle plus réaliste des défauts.

Deux aspects de complexité sont étudiés en détails : (i) le contour non circulaire du défaut et (ii) une structure composée de  $N$  anneaux de transmissions et phases différentes. Ces deux aspects de complexité sont inscrits dans un ensemble plus général où sont répertoriés par exemple : l'escarpement de la phase entre deux éléments (*cf.* figure 3.14a), la planéité de la phase de chaque élément (*cf.* figure 3.14b) et la concentricité des éléments (*cf.* figure 3.14c).

### 3.3.1 Effet du contour de la forme du défaut sur l'intensification

Revenons à la diffraction de la lumière par un disque opaque. Maintenant nous considérons que le contour du disque n'est plus strictement circulaire. Son contour est modélisé comme suit<sup>33</sup> :

$$R_\delta^2(\theta) = R^2 + \delta(\theta), \quad (3.81)$$

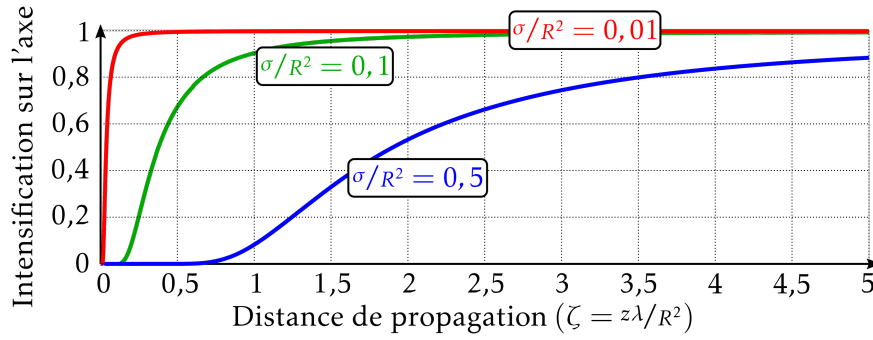
où  $R$  est maintenant la moyenne quadratique des rayons  $R_\delta$  du contour.  $\delta$  est une variable aléatoire à moyenne nulle suivant une loi de probabilité quelconque. Cette définition permet de conserver l'idée que l'objet diffractant possède un axe optique. Dans le plan du disque opaque ayant un défaut de circularité ( $z = 0$ ), l'onde lumineuse a l'expression suivante<sup>34</sup> :

$$\mathcal{U}_{\text{op},\delta}(r',\theta',0) = \begin{cases} 0, & \text{si } r' < R_\delta(\theta') \\ \mathcal{U}_0, & \text{sinon} \end{cases}. \quad (3.82)$$

Par les mêmes arguments qui ont permis de calculer la diffraction de Fresnel appliquée au disque opaque (*cf.* équation (3.55)), nous obtenons l'onde diffractée en aval d'un disque présentant un défaut de circularité

33. Nous faisons le choix de modéliser le carré des rayons du contour car c'est la quantité qui apparaît dans la diffraction de Fresnel (*cf.* équation (3.35)).

34. L'indice « op, $\delta$  », signifie que l'onde est diffractée par un disque opaque de rayon  $\sqrt{R^2 + \delta(\theta)}$ . L'onde dépend du rayon  $R$  et de  $\delta$ .



**FIGURE 3.15** – Intensification de l'éclairement le long de l'axe optique de disque ayant des défauts de circularité différents ( $\sigma/R^2 = 0,01 ; 0,1 ; 0,5$ ).

$$\mathcal{U}_{\text{op},\delta}^z(0,\zeta) = -\frac{j}{\zeta} \mathcal{U}_0 \iint_{0 R_\sigma(\theta)}^{2\pi \infty} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \rho' d\rho' d\theta' = \frac{\mathcal{U}_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\frac{\pi}{\zeta} \frac{R_\sigma^2(\theta')}{R^2}} d\theta' = \frac{\mathcal{U}_0}{2\pi} e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \int_0^{2\pi} e^{j\frac{\pi}{\zeta} \frac{\delta(\theta')}{R^2}} d\theta'. \quad (3.83)$$

Cette quantité est homogène à une moyenne suivant  $\theta$  qui, selon la variable aléatoire  $\delta$ , se traduit par

$$\mathcal{U}_{\text{op},\delta}^z(0,\zeta) = \mathcal{U}_0 e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \int_{-\infty}^{+\infty} p_\Delta(\delta) e^{j\frac{\pi}{\zeta} \frac{\delta}{R^2}} d\delta, \quad (3.84)$$

où  $p_\Delta$  est la densité de probabilité de  $\Delta$ . Nous reconnaissons dans l'équation (3.84) la fonction caractéristique  $\mathfrak{M}_\Delta$  de  $\Delta$  [93] :

$$\mathfrak{M}_\Delta(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\Delta(\delta) e^{j\omega\delta} d\delta. \quad (3.85)$$

Si la variable aléatoire  $\delta$  suit une loi normale  $\Delta$  de variance  $\sigma^2$ , alors nous sommes en mesure d'établir la fonction caractéristique [93] :

$$\mathfrak{M}_\Delta(\omega) = \exp(-\sigma^2 \omega^2 / 2). \quad (3.86)$$

Dans ce cas, l'équation (3.84) devient <sup>35</sup>

$$\mathcal{U}_{\text{op},\sigma}^z(0,\zeta) = \mathcal{U}_0 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{\zeta} \frac{\sigma}{R^2} \right)^2} e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \Rightarrow \mathcal{I}_{\text{op},\sigma}(0,\zeta) = \mathcal{I}_0 \exp \left[ - \left( \frac{\pi}{\zeta} \frac{\sigma}{R^2} \right)^2 \right]. \quad (3.87)$$

La grandeur pertinente pour décrire le défaut de circularité est  $\sigma/R^2$ . Elle est sans dimension puisque  $\sigma$  est l'écart type de  $R_\delta^2$ .

Les éclairements le long de l'axe optique de disques opaques ayant des défauts de circularité différents ( $\sigma/R^2 = \{0,01; 0,1; 0,5\}$ ) sont représentés sur la figure 3.15. Plus la

35. L'indice change en « op, $\sigma$  », pour signifier que l'onde est diffractée par un disque opaque présentant le défaut de circularité  $\sigma/R^2$ . L'onde dépend du rayon  $R$  et de  $\sigma$ .

$\sigma/R^2$	$a/b$	$\zeta_{90\%}^{\text{th}}$	$\zeta_{90\%}^{\text{num}}$ (ellipse)	Paramètres de simulation	
				$N_{\text{maille}}$	$d_{\text{maille}}$
0,05	1,07	0,48	0,47 ( $\pm 0,01$ )	8192	1 $\mu\text{m}$
0,1	1,15	0,97	0,96 ( $\pm 0,01$ )	8192	1 $\mu\text{m}$
0,27	1,5	2,63	2,60 ( $\pm 0,01$ )	8192	2 $\mu\text{m}$
0,42	2,0	4,1	3,9 ( $\pm 0,1$ )	8192	2 $\mu\text{m}$
0,5	2,41	4,8	4,4 ( $\pm 0,1$ )	8192	2 $\mu\text{m}$

**TABLE 3.1** – Comparaison entre les valeurs théoriques de  $\zeta_{90\%}$  obtenues à partir de l'équation (3.88) et celles estimées numériquement (cf. section 3.1.7) associées à des écrans de formes elliptiques. Pour chaque ellipse le demi petit axe est invariant :  $b = 100 \mu\text{m}$ . La longueur d'onde de la lumière est de  $\lambda_0 = 351 \text{ nm}$  et elle se propage dans le vide ( $n_0 = 1$ ).  $N_{\text{maille}}^2$  est le nombre de mailles de la boîte de calcul et  $d_{\text{maille}}$  est la taille de chaque maille.

valeur de  $\sigma/R^2$  est grande moins la forme du disque est circulaire et plus la tache d'Arago se forme à une longue distance. 90 % de l'éclairement incident au centre de l'ombre du disque présentant un défaut de circularité est atteint à la distance

$$\zeta_{90\%} = \frac{\pi}{\sqrt{\ln 1/0,9}} \frac{\sigma}{R^2} \approx 10 \frac{\sigma}{R^2}. \quad (3.88)$$

L'application numérique de l'équation (3.88) est comparée à des résultats obtenus numériquement<sup>36</sup> dans un cas où la lumière est diffractée par un écran d'une forme typique : la forme elliptique (représentative de la plupart des défauts de traitement et de défauts présents sur un composant légèrement incliné). Pour cette forme particulière, il est possible de faire le lien entre la description de son contour<sup>37</sup> et les paramètres de la loi normale utilisée dans l'équation (3.81), même si ce contour ne suit pas une distribution normale :

$$R_{\text{ell}}^2(\theta') = \frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{a^2 - b^2}{2} \cos 2\theta'. \quad (3.89)$$

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont les demi-axes de l'ellipse. En identifiant  $R_{\text{ell}}^2$  à  $R_{\delta}^2$ , nous obtenons les relations suivantes<sup>38</sup>

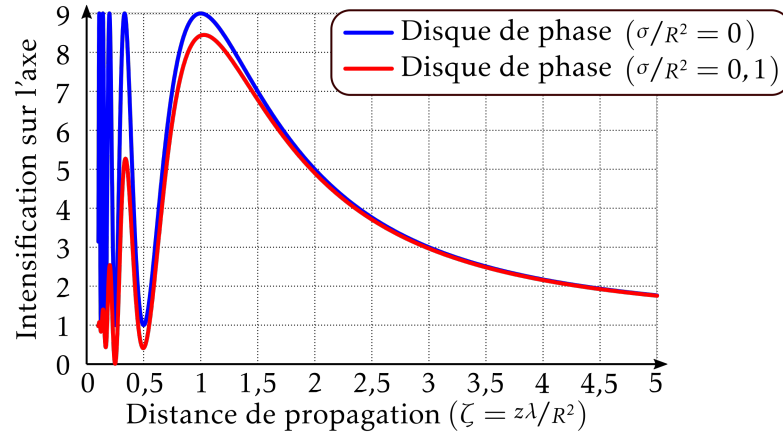
$$\left. \begin{array}{l} R^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} \\ \sigma = \frac{a^2 - b^2}{2\sqrt{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sigma}{R^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{(a/b)^2 - 1}{(a/b)^2 + 1}. \quad (3.90)$$

Dans le tableau 3.1 sont répertoriés les résultats. L'erreur relative sur  $\zeta_{90\%}$  devient de plus en plus importante lorsque le défaut d'ellipticité augmente ; la répartition des rayons au carré d'une ellipse qui devient de plus en plus allongée ressemble de moins en moins

36. Validation à l'aide d'un code de propagation fondé sur l'optique de Fourier (cf. section 3.1.7).

37. Le contour d'une ellipse est caractérisé par la courbe :  $\forall \xi \in [0, 2\pi], \begin{cases} x(\xi) = a \cos(\xi) \\ y(\xi) = b \sin(\xi) \end{cases}$ .

38. La grandeur  $\sigma$  liée à l'équation (3.81) est la moyenne quadratique de la loi normale  $\Delta$ . La moyenne quadratique de la fonction cosinus est sa valeur efficace. Dans le cas présent :  $\sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 2\theta' d\theta'} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .



**FIGURE 3.16** – Comparaison entre les intensifications engendrées soit par un disque de phase présentant un défaut de circularité ( $\sigma/R^2 = 0,1$ ), soit par un disque de phase. Les deux objets déphasent l'onde lumineuse de la même quantité :  $\phi = \pi$  rad.

à une distribution normale. Néanmoins, cette erreur reste faible pour des ellipses ayant leur grand axe deux fois supérieur à leur petit axe, ce qui sera généralement le cas pour les défauts traités par la suite.

Le passage du disque opaque au disque de phase possédant un défaut de circularité s'effectue à l'aide de la méthode introduite dans la section 3.2.1 fondée sur le principe de Babinet. L'onde diffractée par le disque de phase  $\phi$  ayant un défaut de circularité  $\sigma/R^2$  s'exprime<sup>39</sup>

$$\mathcal{U}_{\text{dp},\sigma}^z(0,\zeta) = \mathcal{U}_0 e^{j\phi} + (1 - e^{j\phi}) \mathcal{U}_{\text{op},\sigma}^z(0,\zeta) = \mathcal{U}_0 \left[ e^{j\phi} + (1 - e^{j\phi}) e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\pi \sigma}{\zeta R^2} \right)^2} e^{j \frac{\pi}{\zeta}} \right]. \quad (3.91)$$

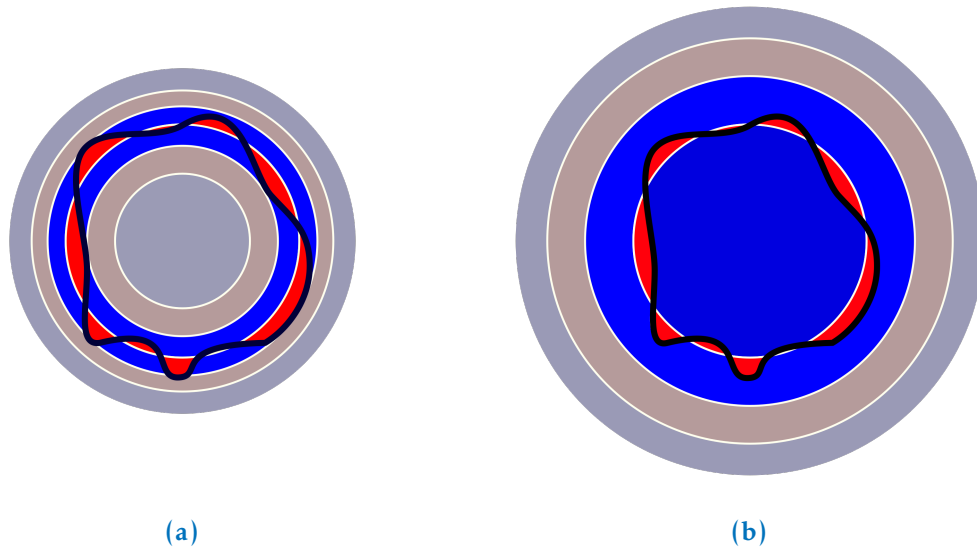
De l'équation (3.91), nous obtenons l'intensification de l'éclairement le long de l'axe optique du disque de phase présentant un défaut de circularité :

$$I_{\text{dp},\sigma}(0,\zeta) = 1 + 4e^{-\left(\frac{\pi \sigma}{\zeta R^2}\right)^2} \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\pi \sigma}{\zeta R^2} \right)^2} \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right). \quad (3.92)$$

Sur la figure 3.16 sont représentées les intensifications engendrées par deux objets de phase ( $\phi = \pi$  rad) : l'un présentant un défaut de circularité (cf. équation (3.92), l'autre étant parfaitement circulaire (cf. équation (3.63)). Le défaut de circularité impacte en premier lieu les interférences aux courtes distances de propagation. À l'aide de ce qui a été établi à l'équation (3.88), il est normal que le défaut de circularité ( $\sigma/R^2 = 0,1$ ) impacte seulement les modulations précédant le dernier pic d'intensification situé à  $\zeta_0 = 1$  puisque  $\zeta_{90\%} \approx 1$ .

Ce phénomène peut aussi s'interpréter à l'aide des zones de Fresnel. Sur la figure 3.17a sont représentées, dans le plan du disque de phase ayant un défaut de circularité, en rouges et bleues, les zones associées à la distance de l'avant dernier pic d'éclairement  $\zeta_1 = 1/3$  (cf. équation (3.67)). La figure 3.17b schématise la même situation mais à la distance correspondant au dernier pic :  $\zeta_0 = 1$  (cf. équation (3.67)). Le contour du disque est symbolisé par le trait noir. Les zones à l'intérieur de l'objet diffractant sont déphasées de

39. L'indice « dp, $\sigma$  » signifie que l'onde est diffractée par un disque de phase dont la forme du contour possède le défaut de circularité  $\sigma/R^2$ . L'onde dépend du rayon  $R$ , de la phase  $\phi$  et de  $\sigma$ .



**FIGURE 3.17** – Représentation des zones de Fresnel (alternance de zones rouges et bleues) dans le plan du disque de phase  $\phi = \pi$  rad ayant un défaut de circularité (son contour est donné par la ligne continue noire) : (a) à la distance correspondant à l’avant dernier pic d’éclairement  $\zeta_1 = 1/3$ , (b) à la distance du dernier pic d’éclairement  $\zeta_0 = 1$ .

$\lambda/2$  (les zones initialement rouges deviennent bleues et vice versa). Les couleurs pales représentent des zones qui se détruisent entre elles, ainsi seules les deux zones autour de la frontière délimitant l’objet diffractant contribuent à engendrer une intensification par interférences constructives (couleurs vives). Conformément à ce qui est écrit précédemment (*cf.* section 3.2.3), dans le cas de l’avant dernier pic, 3 zones de Fresnel sont inscrites à l’intérieur du disque présentant un défaut de circularité alors qu’une seule l’est pour le cas du dernier pic.

Dans le cas parfait (*ie.* sans défaut de circularité) les deux zones autour de la frontière auraient dû être de la même couleur (bleu vif). Du fait du défaut de circularité, certaines parties de ces deux zones ne sont pas déphasées ou déphasées à tort (rouge vif) détruisant partiellement les interférences engendrant les pics d’intensification. En relatif à la surface totale des deux zones, il y a beaucoup plus de surface rouge vive dans le cas de l’avant dernier pic que dans le cas du dernier. Les interférences constructives sont bien moins efficaces aux courtes distances de propagation à cause du défaut de circularité faisant chuter les pics d’intensification proches de l’objet diffractant.

### 3.3.2 Effet de structures en anneaux de phase concentriques sur l’intensification

L’idée est d’établir un modèle rendant compte de la diffraction par une structure complexe représentant mieux la réalité. Nous faisons l’hypothèse que cette structure est constituée d’un disque central concentrique à plusieurs anneaux périphériques. Au total  $m$  éléments décomposent la structure. Chaque élément est décrit par un rayon extérieur  $R_i$ , une phase  $\phi_i$  et une transmission  $t_i$ <sup>40</sup>. Dans tout le début du développement nous

40. Mettre une information sur la transmission est intéressant pour rendre compte de défauts influençant à la fois la phase et l’amplitude de l’onde lumineuse.



supposons que chaque élément est parfaitement circulaire ( $\sigma_i/R_i^2 = 0$ ). Dans le plan d'une telle structure, l'onde lumineuse a l'expression suivante<sup>41</sup> :

$$\mathcal{U}_{\text{str}}(r', z = 0) = \sum_{i=1}^{m+1} t_i e^{j\phi_i} \Upsilon_i(r', 0), \quad (3.93)$$

où  $(\Upsilon_i)_{\llbracket 1, m+1 \rrbracket}$  sont les supports des éléments définis par

$$\forall i \in \llbracket 1, m+1 \rrbracket, \Upsilon_i(r', 0) = \begin{cases} \mathcal{U}_0 & \text{si } R_{i-1} \leq r' < R_i, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.94)$$

avec  $R_0 = 0$  et  $R_{m+1} = \infty$ .

Chaque anneau est la différence entre deux disques opaques (cf. figure 3.18) que nous noterons

$$\forall i \in \llbracket 0, m+1 \rrbracket, \mathcal{U}_{\text{op}, i}(r', 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \leq R_i, \\ \mathcal{U}_0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.95)$$

Les ondes  $\mathcal{U}_{\text{op}, 0}$  et  $\mathcal{U}_{\text{op}, m+1}$  sont particulières :  $\forall r' \in \mathbb{R}^+, \mathcal{U}_{\text{op}, 0}(r', 0) = \mathcal{U}_0$  et  $\mathcal{U}_{\text{op}, m+1}(r', 0) = 0$ .

Toutes les considérations précédentes mènent à la décomposition suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{\text{str}}(r', z = 0) &= \sum_{i=1}^{m+1} (\mathcal{U}_{\text{op}, i-1}(r', 0) - \mathcal{U}_{\text{op}, i}(r', 0)) t_i e^{j\phi_i} \\ &= \sum_{i=0}^m \mathcal{U}_{\text{op}, i}(r', 0) t_{i+1} e^{j\phi_{i+1}} - \sum_{i=1}^{m+1} \mathcal{U}_{\text{op}, i}(r', 0) t_i e^{j\phi_i} \\ &= \mathcal{U}_0 t_1 e^{j\phi_1} + \sum_{i=1}^m (t_{i+1} e^{j\phi_{i+1}} - t_i e^{j\phi_i}) \mathcal{U}_{\text{op}, i}(r', 0). \end{aligned} \quad (3.96)$$

Pour connaître l'intensification  $I_{\text{str}}$  le long de l'axe optique de la structure, il suffit d'établir les expressions des ondes  $\mathcal{U}_{\text{op}, i}$  sur l'axe. Ne pas prendre en compte le défaut de circularité revient à considérer l'équation (3.56) et nous obtenons l'intensification suivante :

$$I_{\text{str}}(0, \zeta) = \left| t_1 e^{j\phi_1} + \sum_{i=1}^m (t_{i+1} e^{j\phi_{i+1}} - t_i e^{j\phi_i}) e^{j\pi \frac{\alpha_i}{\zeta}} \right|^2, \quad (3.97)$$

où  $(\alpha_i)_{\llbracket 1, m \rrbracket}$  est la suite définie par

$$\alpha_i = (R_i/R_m)^2, \quad (3.98)$$

la grandeur longitudinale est adimensionnée par rapport à  $R_m^2/\lambda$  (ie.  $\zeta = \lambda z/R_m^2$ ).

Enfin, pour prendre en compte le défaut de circularité  $\sigma_i/R_i^2$ , il suffit de se référer à l'équation (3.87) et l'équation (3.97) devient

$$I_{\text{str}, \sigma}(0, \zeta) = \left| t_1 e^{j\phi_1} + \sum_{i=1}^m (t_{i+1} e^{j\phi_{i+1}} - t_i e^{j\phi_i}) e^{-\frac{1}{2} \left( \pi \frac{\alpha_i}{\zeta} \frac{\sigma_i}{R_i^2} \right)^2} e^{j\pi \frac{\alpha_i}{\zeta}} \right|^2. \quad (3.99)$$

---

41. L'indice « str » signifie que l'onde dépend des paramètres de la structure diffractante.

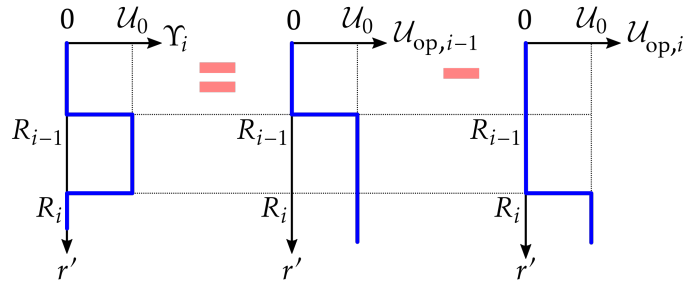


FIGURE 3.18 – Décomposition de l'anneau correspondant à l'indice  $i$  en deux disques opaques.

Nous introduisons d'ores et déjà le concept de majoration utile lorsque l'information sur le défaut est partielle (bien plus détaillé à la section 4.5). À l'aide de l'inégalité triangulaire<sup>42</sup>, il est possible de majorer l'intensification par

$$\begin{aligned} I_{\text{str}}(0, \zeta) &\leq \left( t_1 |e^{j\phi_1}| + \sum_{i=1}^m (t_{i+1} |e^{j\phi_{i+1}}| + t_i |e^{j\phi_i}|) \left| e^{j\frac{\alpha_i}{\zeta}} \right| \right)^2 \\ &\leq \left( t_{m+1} + 2 \sum_{i=1}^m t_i \right)^2. \end{aligned} \quad (3.100)$$

Si  $m = 1$  et  $t_1 = t_2 = 1$  (ie. le cas du disque de phase), au maximum l'intensification peut valoir un facteur  $\times 9$  (cf. équation (3.100)), cas que nous avons démontré à l'aide du disque déphasant la lumière de  $\pi$  radians (cf. équation (3.65)).

Une autre manière de majorer l'intensification consiste à isoler les phases deux par deux<sup>43</sup> :

$$\begin{aligned} I_{\text{str}}(0, \zeta) &\leq \left( |e^{j\phi_1}| + \sum_{i=1}^m |e^{j\phi_{i+1}} + e^{j\phi_i}| \left| e^{j\frac{\alpha_i}{\zeta}} \right| \right)^2 \\ &\leq \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^m \left| \sin \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{2} \right| \right)^2. \end{aligned} \quad (3.101)$$

Cette dernière majoration montre que plus les sauts de phase sont proches de  $\pi$  rad plus l'intensification engendrée risque d'être élevée.

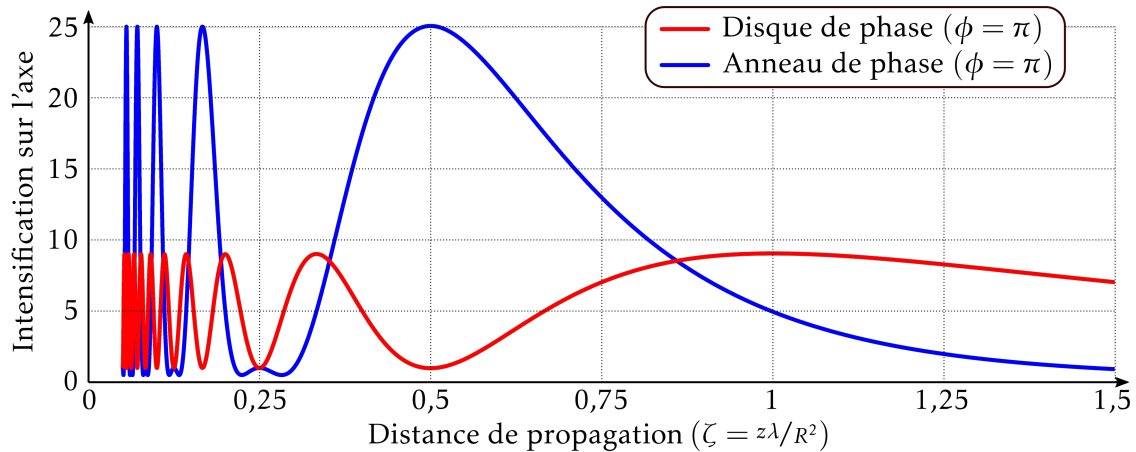
Pour le cas d'un anneau de phase ( $\phi_1 = 0$  et  $\phi_2 = \phi$ ), d'une largeur  $L$  et d'un rayon extérieur  $R$ , donnés par le jeu de paramètres suivant :

$$\begin{cases} m = 2 \\ t_1 = t_2 = t_3 = 1, \\ \phi_1 = \phi_3 = 0 \text{ et } \phi_2 = \phi, \\ R_1 = R - L \text{ et } R_2 = R, \\ \sigma_1/R_1^2 = \sigma_1/R_2^2 = 0, \end{cases} \quad (3.102)$$

l'intensification peut atteindre un facteur  $\times 25$  ! En s'inspirant des zones de Fresnel, il est possible de trouver la largeur et la phase donnant lieu à un tel facteur d'intensification. Il suffit que l'anneau déphase de  $\lambda/2$  ( $\phi = \pi$  rad) l'entièreté de la deuxième zone de Fresnel

42. L'inégalité triangulaire est la suivante :  $\forall (a, b) \in \mathbb{C}, |a + b| \leq |a| + |b|$ .

43. La structure est supposée complètement transparente ( $\forall i \in \llbracket 1, m \rrbracket, t_i = 1$ ).



**FIGURE 3.19** – Intensification engendrée par un anneau de phase (courbe bleue) et un disque de phase (courbe rouge) en fonction de  $\zeta$ . Les deux objets déphasent l’onde lumineuse de  $\pi$  rad ; le dernier pic engendré par l’anneau se situe à  $\zeta_0 = 1/2$  alors que celui du disque est à  $\zeta_0 = 1$ .

pour que les trois premières zones interfèrent de façon constructive. Or, pour recouvrir seulement la deuxième zone, il faut que le rayon extérieur soit  $\sqrt{2}$  fois plus grand que le rayon intérieur. Dans ces circonstances, l’intensification  $\times 25$  est atteinte lorsque le rayon de la deuxième zone de Fresnel (cf. figure 3.8) égale le rayon extérieur :

$$\sqrt{2z\lambda} = R \Leftrightarrow \zeta = \frac{1}{2}. \quad (3.103)$$

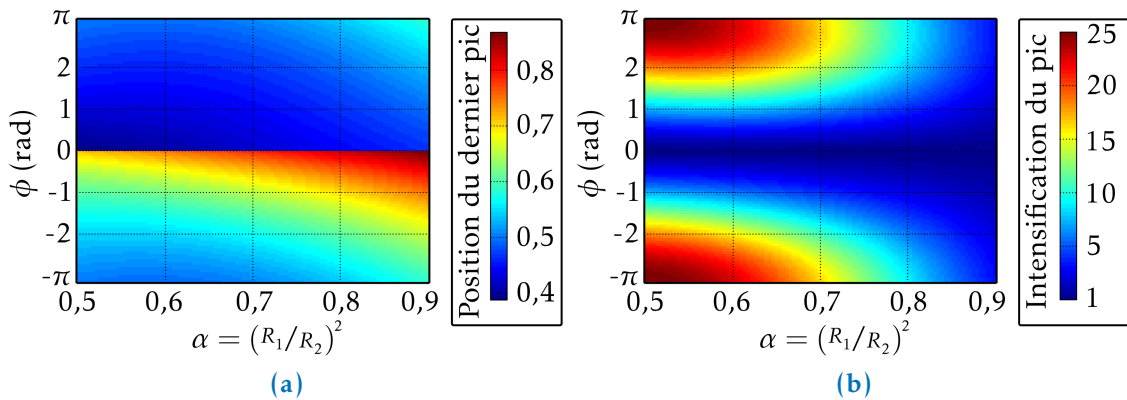
Sur la figure 3.19 est représentée en bleu l’intensification en aval de l’anneau déphasant la lumière de  $\pi$  radians. Là où l’intensification maximale (d’un facteur  $\times 9$ ) est atteinte une dernière fois à la distance  $\zeta_0 = 1$  pour un disque de phase de  $\pi$  radians (cf. courbe rouge et équation (3.67)), dans le cas annulaire, le dernier pic d’intensification maximale est obtenu pour une valeur de  $\zeta_0$  moitié moindre.

Lorsque la phase n’est pas tout à fait de  $\pi$  rad ou quand le rapport des rayons extérieur et intérieur n’est plus en  $\sqrt{2}$ , il est difficile de garantir analytiquement que le lieu correspondant au dernier pic d’intensification est autour de  $\zeta = 1/2$  (dans le cas du disque de phase nous avons démontré (cf. équation (3.68)) que ce lieu est autour de  $\zeta = 1$ ). Nous exploiterons numériquement l’équation (3.97) pour justifier la pertinence de la distance  $\zeta = 1/2$  pour le cas annulaire.

Nous nous intéressons à deux plages de distances :  $\zeta \in [0,1;1]$  et  $\zeta \in [1;200]$ . Dans ces deux intervalles, nous cherchons l’ultime pic d’intensification. La valeur et la position de ce pic sont représentées sur la figure 3.20 pour l’intervalle  $[0,1;1]$  et sur la figure 3.21 pour l’intervalle  $[1;200]$ .

Une différence notable de comportement apparaît sur la figure 3.21a entre les phases positives et celles négatives. Les phases négatives n’engendrent pas de pics d’intensification dans l’intervalle  $\zeta \in [1;200]$  ; il en va de même pour les cas où la phase vaut  $\pi$  rad. Pour ces valeurs de phase, qu’elle qu’en soit la distance de propagation, la position du dernier pic évolue entre les valeurs 0,5 et 0,87 (cf. figure 3.20a).

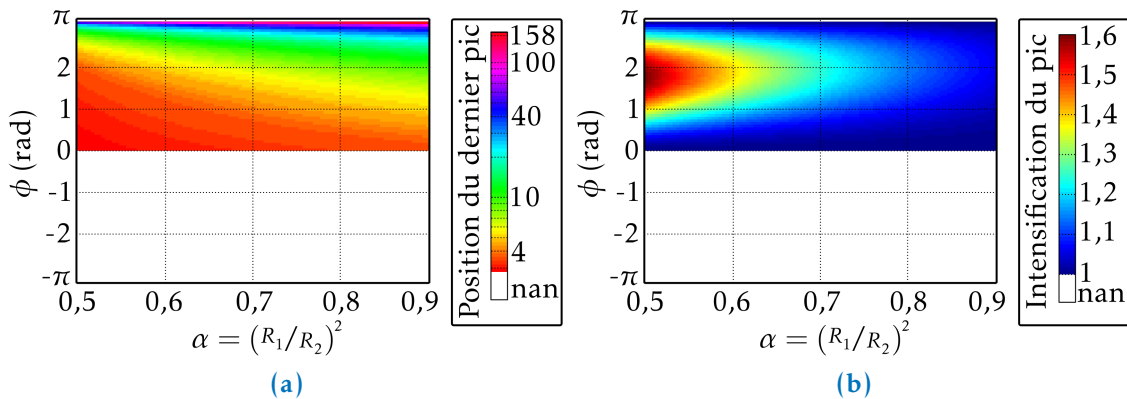
Les anneaux à phase positive engendrent un pic d’intensification au-delà de la distance  $\zeta = 1$  (pour chaque cas, nous avons vérifié qu’il n’y a qu’un seul pic d’intensification dans l’intervalle  $\zeta \in [1;200]$ ). Néanmoins, la valeur de l’intensification associée à ce pic (cf. figure 3.21b) est relativement faible par rapport à celle correspondant au pic compris



**FIGURE 3.20** – Pour des  $\zeta \in [0,1;1]$ , sont représentées en couleur (a) la position du dernier pic d’intensification en aval d’un anneau de phase et (b) la valeur du pic associé en fonction de la phase et du rapport au carré des rayons constituant l’anneau.

dans l’intervalle  $[0,1;1]$  (cf. figure 3.20b). Pour les phases positives, ne s’intéresser qu’au dernier pic de l’intervalle  $[0,1;1]$  est cohérent par rapport à l’effet fratricide puisque c’est de loin le plus dangereux. La position de ce dernier pic évolue entre<sup>44</sup> 0,4 et 0,6.

Au final, la position du dernier pic intense engendré par un anneau de phase ( $\zeta_0$  pour les phases négatives et  $\zeta_1$  pour celles positives) évolue autour de la quantité  $\zeta = 1/2$ .



**FIGURE 3.21** – Pour des  $\zeta \in [1;200]$ , sont représentées en couleur (a) la position du dernier pic d’intensification en aval d’un anneau de phase (échelle des couleur logarithmique) et (b) la valeur du pic associé en fonction de la phase et du rapport au carré des rayons constituant l’anneau; les zones blanches représentent le fait qu’il n’y a pas de pic d’intensification dans l’intervalle  $\zeta \in [1;200]$

44. Ce résultat n’est vrai que pour  $\alpha \in [0,5;0,9]$ , intervalle qui nous intéressera par la suite.

### 3.4 PREMIERS RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX COMPARÉS À L'APPLICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE À DEUX DÉFAUTS RÉELS

Une grande partie des défauts que nous étudions sont des défauts de traitement de forme nodulaire [21]. La formation de ces nodules est due à la présence d'une particule soit dans le traitement soit à la surface du composant optique avant le processus de traitement. Cette particule perturbe le dépôt de la couche antireflet si bien que des variations de hauteur se forment autour de la particule (cf. figure 3.22b). Ces variations de hauteur et la particule constituent les éléments décomposant le défaut. Nous présentons dans cette section le cas d'un nodule typique (cf. la mesure interférométrique présentée sur la figure 3.22a). Ici, 3 variations de hauteur se sont formées autour de la particule ayant produite le nodule typique. Au final, ce sont 4 éléments qui décomposent le nodule ; chaque élément est caractérisé par 4 paramètres : (i) la moyenne des rayons  $R_i$ , (ii) l'écart type autour de cette moyenne  $\sigma_i$ , (iii) la hauteur en moyenne  $h_i$  nécessaire au calcul de la phase  $\phi_i$  (cf. équation (3.49)) et (iv) la transmission  $t_i$ .

Un second défaut moins complexe est présenté sur la figure 3.23a. Il est engendré par un mécanisme d'endommagement laser [34] suite à l'éjection d'une particule d'aluminium de la surface d'un composant optique (cf. figure 3.23b). Ce mécanisme engendre une cuvette qui est modélisée par un disque de phase.

Nous commençons d'abord par expliciter comment les paramètres des modèles sont estimés à partir de mesures interférométriques et d'éclairement.

#### 3.4.1 Estimations des paramètres d'entrée au modèle analytique

Le support de chaque élément décomposant les deux défauts est déterminé en appliquant un seuillage sur la mesure interférométrique. Les seuils sont soit évalués automatiquement à l'aide d'un algorithme emprunté au domaine du traitement d'image (méthode d'Otsu [94]), soit ils sont fixés manuellement. Dans l'exemple du nodule de la figure 3.22a, les supports des 4 éléments sont représentés sur la figure 3.24a. Le support de l'unique élément décomposant la cuvette est présenté sur la figure 3.24b.

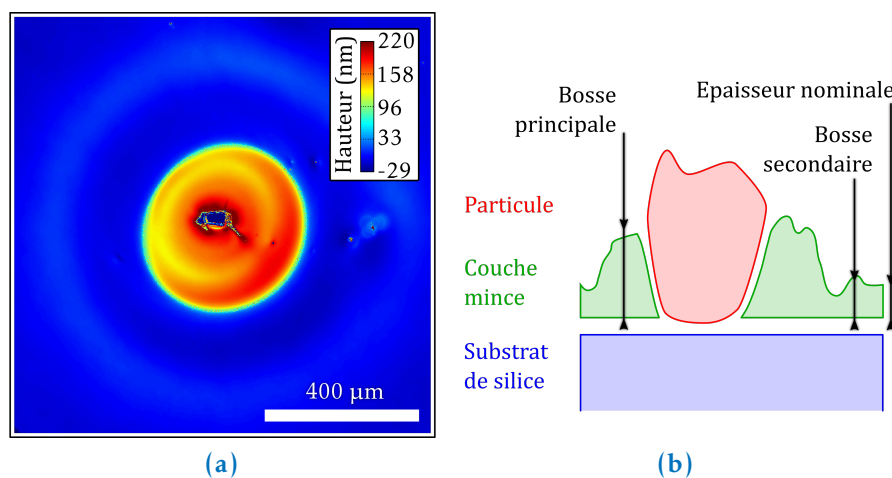
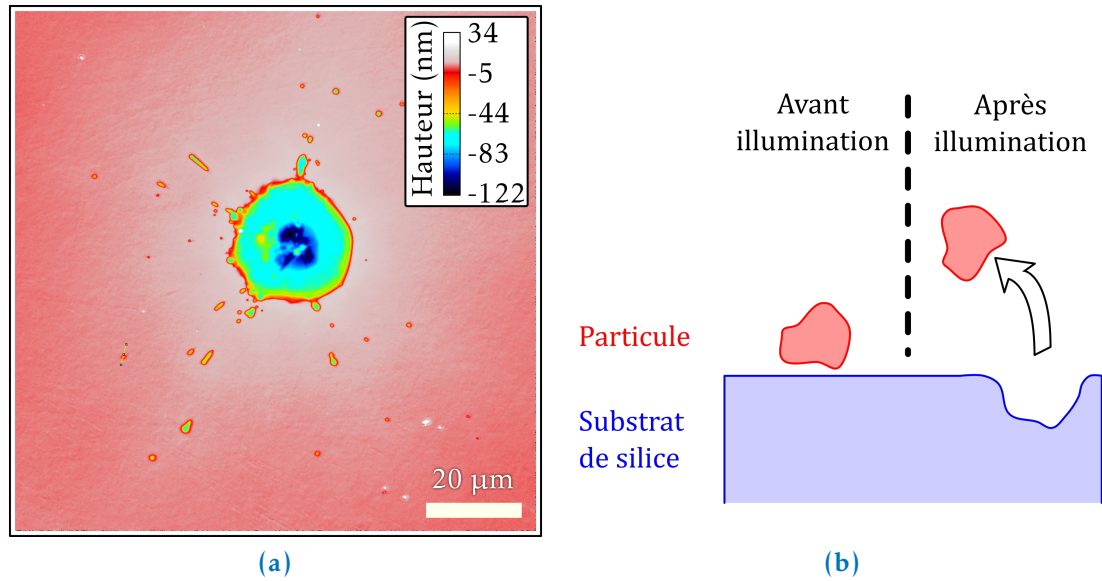
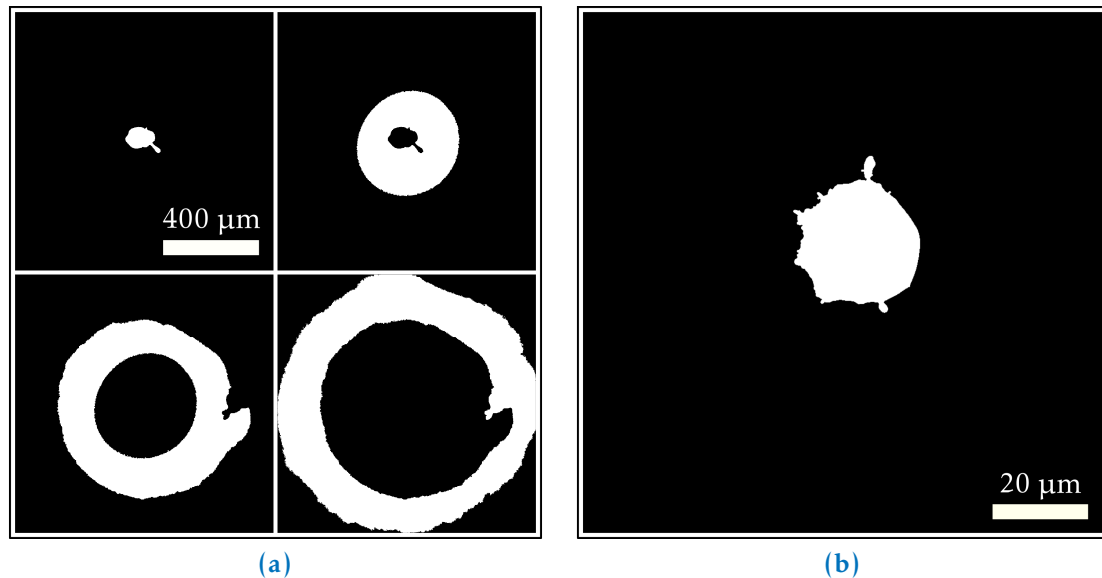


FIGURE 3.22 – (a) Observation du nodule typique à l'aide du rugosimètre interférométrique (cf. section 2.1.1); (b) Schéma expliquant la formation d'un nodule dans la couche de traitement.



**FIGURE 3.23** – (a) Observation de la cuvette à l’aide du rugosimètre; (b) Schéma expliquant la formation d’une cuvette suite à l’éjection d’une particule de la surface d’un composant optique après passage d’un flux lumineux intense.



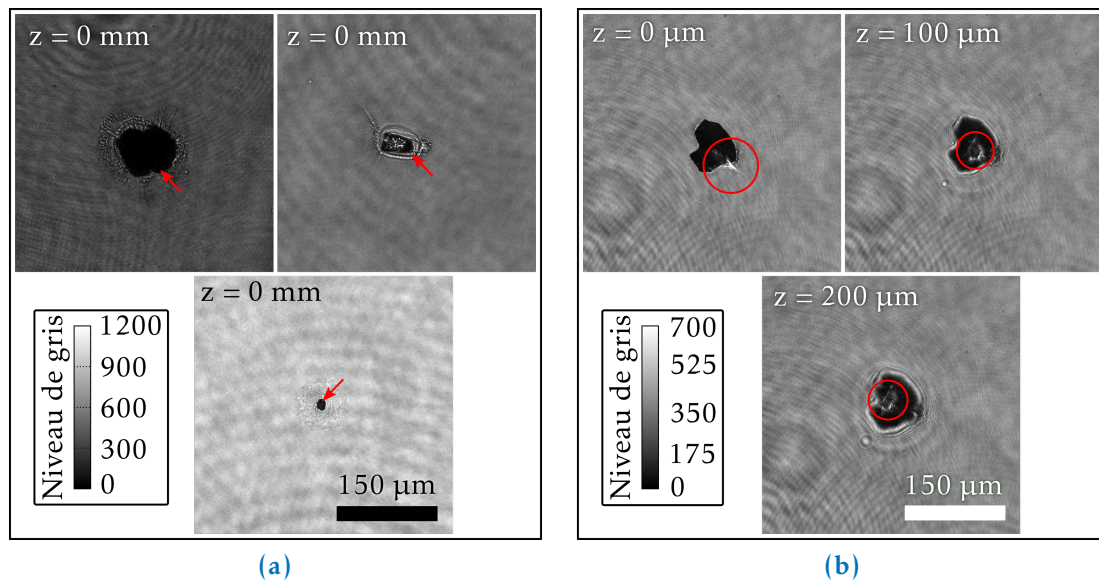
**FIGURE 3.24** – Supports des différents éléments constituant les deux défauts représentés en blanc : (a) cas du nodule typique et (b) cas de la cuvette.

Les paramètres transverses ( $R_i$  et  $\sigma_i/R_i^2$ ) sont extraits au moyen d'un ajustement du contour à un cercle en minimisant l'erreur par la méthode des moindres carrés [95]. La moyenne de la mesure interférométrique sur chaque support permet d'obtenir les hauteurs des éléments, ensuite, la phase est déduite de l'équation (3.49) en ayant la connaissance *a priori* de l'indice du milieu du défaut (à la longueur d'onde de 351 nm, l'indice de la couche antireflet est  $n_1 = 1,22$ ; pour la silice :  $n_1 = 1,47$ ).

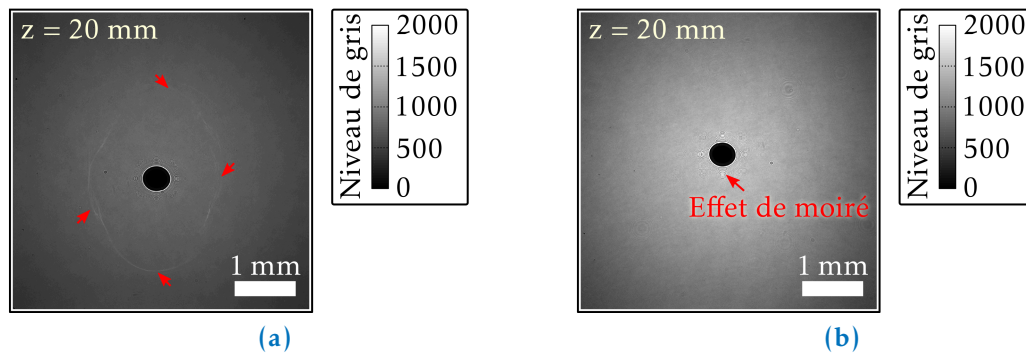
La transmission  $t_i$  d'un élément est supposée être égale à 0 ou 1. Pour la cuvette, il n'y a pas de doute possible, elle transmet toute la lumière ( $t_1 = 1$ ). Dans le cas d'un défaut de traitement présentant une particule centrale, celle-ci est considérée opaque à la lumière tandis que les variations de hauteur du traitement antireflet sont supposées transparentes. Des observations d'éclairement lumineux sont présentées sur la figure 3.25a lorsque la mise au point est effectuée dans le plan des défauts à l'aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1). Pour chaque défaut présenté, aucune lumière n'est transmise par la particule (l'ombre centrale) alors que les variations de hauteur de traitement transmettent toute la lumière.

L'opacité d'une particule peut s'expliquer de deux manières différentes : (i) la particule absorbe réellement la lumière ou (ii) les pentes de la particule sont tellement importantes que la lumière est réfractée suivant de grands angles laissant alors une ombre derrière la particule.

Si de la lumière est réfractée par les pentes de la particule, nous devrions l'observer sur les images d'éclairement. En effet, de tels rayons lumineux sont observés en aval d'un nodule (cf. figure 3.25b). Cependant, l'observation de ces rayons n'est pas si triviale, il est nécessaire que l'ouverture numérique du système d'imagerie soit suffisamment grande par rapport aux angles de diffraction.



**FIGURE 3.25** – (a) Observation de l'éclairement en effectuant la mise au point sur le défaut à l'aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1); les ombres sont représentatives de particules au centre de nodules, (b) Évolution de la figure de diffraction en aval d'un nodule présentant une particule centrale; les rayons réfractés par la particule s'éloignent de plus en plus du centre de la particule au cours de la propagation (observation à l'aide du banc EPSILON).



**FIGURE 3.26** – Observation à l’aide du banc EPSILON de la figure de diffraction engendrée par un cône de remédiation à 20 mm (a) sans et (b) avec le système d’imagerie (objectif  $\times 1$ ); les rayons réfractés (en rouge sur (a)) ne peuvent être observés par le système d’imagerie.

Les figures 3.26a et 3.26b illustrent bien ce phénomène. Elles représentent l’observation de l’éclairement diffracté en aval d’un objet particulier à la même distance de propagation, sans ou avec le système d’imagerie. L’objet en question est un cône de remédiation [36]. Il est réalisé par ablation de matière à l’aide d’un laser  $\text{CO}_2$  dans le but de stabiliser les dommages lasers apparaissant à la surface de composants optiques. L’angle formé par la pente du cône par rapport au reste du composant optique est suffisamment important pour observer le phénomène de réfraction. Cependant, à même distance de propagation, le système d’imagerie ne permet pas d’observer la lumière réfractée tout autour de l’ombre du cône (cf. figure 3.26b).

À l’aide des hypothèses présentées et du traitement des mesures interférométriques et d’éclairement nous sommes en mesure d’évaluer les paramètres d’entrée du modèle représentant un défaut d’aspect. Le tableau 3.2 récapitule les paramètres modélisant le nodule typique et la cuvette.

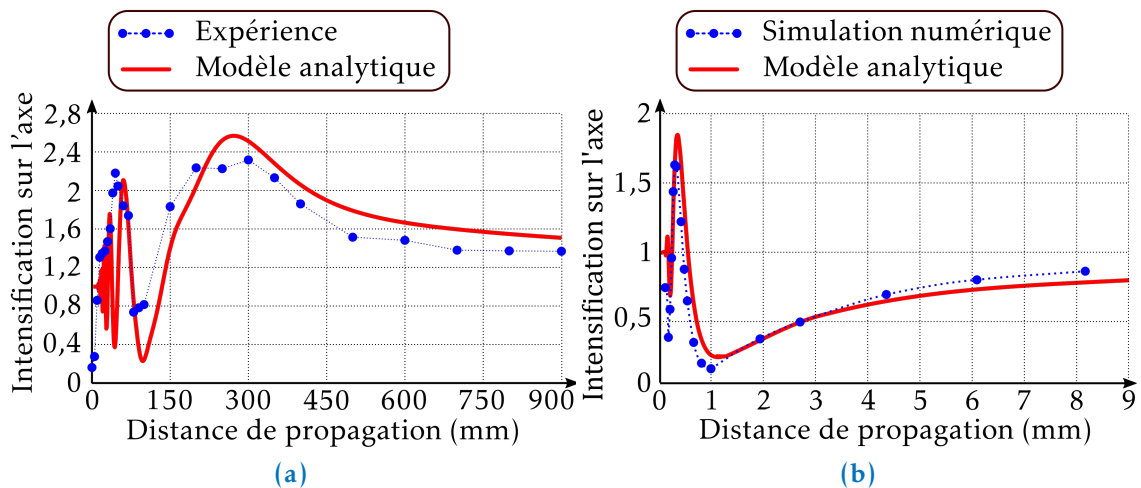
### 3.4.2 Pertinence du modèle au regard de la réalité

Les résultats des modèles des équations (3.92) et (3.99) appliqués au nodule typique et à la cuvette sont comparés avec l’observation de l’éclairement diffracté par le nodule

Paramètres	Nodule typique				Cuvette
	Particule	Variations hauteurs			
		$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	
$R_i$ ( $\mu\text{m}$ )	57	234	393	505	13
$\sigma_i / R_i^2$	0,48	0,068	0,11	0,059	0,21
$t_i$	0	1	1	1	1
$\phi_i$ (rad)	–	0,52	-0,012	0,04	-0,53

**TABLE 3.2** – Paramètres modélisant le nodule typique et la cuvette.





**FIGURE 3.27** – Comparaison entre l’intensification centrale mesurée ou simulée à différentes distances de propagation (cercles bleus) et celle au centre du modèle (courbe rouge) engendrée (a) soit par le nodule typique (mesures établies à l’aide d’EPSILON), (b) soit par la cuvette (simulation fondé sur l’optique de Fourier (cf. section 3.1.7)).

typique à l’aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1) et de la simulation numérique, fondée sur l’optique de Fourier (cf. section 3.1.7), de la propagation de la lumière au travers du profil de phase de la cuvette.

La grandeur extraite de la mesure d’éclairement diffracté et de la simulation numérique est l’intensification le long de l’axe optique du défaut (cercles bleus des figures 3.27a et 3.27b). En rouge sont représentées les intensifications calculées à l’aide des modèles fondés sur les paramètres du nodule typique et de la cuvette. Les modèles reproduisent très correctement les intensifications observées en aval des deux défauts qu’ils soient composés de plusieurs éléments (cas du nodule typique) ou d’un seul (cas de la cuvette).

### CONCLUSION DU CHAPITRE 3

Dans ce chapitre nous développons un modèle analytique dans le but de prédire l’intensification engendrée sur l’axe optique de défauts présentant une pseudo-symétrie de révolution. Ce modèle est fondé sur la tache d’Arago engendrée par un disque opaque. À l’aide du principe de Babinet découlant de la linéarité de la diffraction, nous décomposons l’onde diffractée par un défaut structuré en la somme d’une onde plane et d’une multitude d’ondes, chacune diffractée par un disque opaque. Il suffit de décrire un défaut par un certain nombre de paramètres pour rendre compte de l’intensification engendrée sur son axe optique. Les paramètres du défaut découlent directement de la méthode de décomposition et nous les rangeons en 4 catégories : les rayons  $R_i$ , les défauts de circularité  $\sigma_i/R_i^2$ , les transmissions  $t_i$  et les phases  $\phi_i$ .

Toute la démarche est fondée sur la diffraction de Fresnel (cf. section 3.1.6). Il est primordial que le domaine d’application du modèle analytique soit inclus dans le domaine de validité de cette théorie. Grâce à la démarche par décomposition, le disque opaque est le seul objet diffractant sur lequel il est important d’établir la validité de la théorie de Fresnel. À l’aide de la diffraction de Rayleigh-Sommerfeld (cf. section 3.1.5) dont le domaine de validité inclut celui de Fresnel, nous montrons que les équations de Fresnel sont

valides sur l'axe optique lorsque la distance de propagation est suffisamment grande devant le rayon du disque opaque. Sous cette condition, la tache d'Arago ne présente aucun danger au regard de l'effet fratricide puisqu'il n'y a pas d'intensification (l'éclairement diffracté central vaut l'éclairement incident quelle que soit la distance de propagation supérieure au rayon du disque) rendant ainsi bénin tout défaut d'amplitude modélisable par un disque opaque.

Maintenant en appliquant ce résultat à la démarche par décomposition, l'onde diffractée par un défaut de phase est modélisée par l'interférence entre plusieurs tache d'Arago, menant à d'importantes intensifications en aval. Nous montrons que la zone d'intérêt pour la problématique de l'endommagement fratricide, lieu où l'intensification tend à décroître, est autour de la quantité  $R^2/\lambda$  validant ainsi que le domaine d'application du modèle est inclus dans le domaine de validité de la diffraction de Fresnel (il suffit que  $R > \lambda$ ).

Dans le cas simple d'un défaut de phase, nous montrons l'influence de chaque paramètre sur l'intensification à l'aide des équations établies et par une interprétation du problème en s'intéressant aux zones de Fresnel. Le rayon donne une bonne idée du lieu de la dernière intensification maximale ( $R^2/\lambda$ ). La phase  $\phi$  permet d'établir la valeur de l'intensification maximale. Le défaut de circularité  $\sigma/R^2$  a tendance à faire chuter l'intensification aux courtes distances de propagation.

Dans le cas plus complexe, nous sommes en mesure de donner une majoration de l'intensification à l'aide de l'inégalité triangulaire. Pour ce qui est de l'évaluation de la position de la dernière intensification maximale, le problème est plus difficile. Le cas de l'anneau de phase est traité, nous montrons numériquement que cette distance se situe autour de la quantité  $R^2/2\lambda$ .

Enfin, une première confrontation entre le modèle et la réalité est établie en section 3.4. Le modèle donne de très bonnes prédictions au regard de ce que l'on peut observer traditionnellement que ce soit par l'expérience ou par la simulation numérique.



## DOMAINE D'APPLICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE SUR UNE VARIÉTÉ DE DÉFAUTS : RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

---

Dans le chapitre précédent nous avons développé un modèle (*cf.* section 3.3.2) permettant d'estimer l'intensification engendrée par un défaut quelconque, sous réserve qu'il ait une forme plus ou moins circulaire. Les paramètres du modèle sont le rayon, le défaut de circularité, la transmission et la phase de chaque élément constituant le défaut. En évaluant ces paramètres sur les bases d'observations interférométriques et d'éclaircissements pour deux cas réels (*cf.* section 3.4.1), nous sommes capables de prédire les intensifications engendrées le long de l'axe optique d'un objet simple (la cuvette *cf.* figure 3.23a) et par un objet complexe (le nodule typique *cf.* figure 3.23a).

Dans le présent chapitre nous souhaitons approfondir la confrontation du modèle à la réalité en s'intéressant à 4 types de défauts : les défauts annulaires traités en section 4.1, les défauts en amplitude et en phase étudiés en section 4.2, les nodules à croissant présentés en section 4.3 et les défauts présentant de l'escarpement en section 4.4. Chaque section rend plus pertinent le modèle développé en section 3.3.2. De plus, elles montrent certaines limites liées aux hypothèses du modèle : la pseudo-symétrie de révolution (*cf.* section 4.3), la planéité de la phase des éléments (*cf.* section 4.1) et la transition de phase brutale entre deux éléments (*cf.* section 4.4).

La plupart des limitations énoncées n'impactent pas les prédictions effectuées sur le dernier pic d'intensification. Ainsi, nous sommes en mesure d'évaluer la dernière distance où le défaut est encore dangereux. Ceci est d'un intérêt capital pour la spécification puisque nous savons qu'au delà de cette distance l'intensification diminue et, *a fortiori*, l'endommagement fratricide est fortement atténué. Nous nommons « zone de sécurité » celle s'étendant au-delà de cette distance.

Cette zone de sécurité suppose de connaître tous les paramètres constituant le modèle ce qui n'est pas si évident dans un contexte de spécification ; l'évaluation de certains paramètres (*eg.* la phase) demande des moyens de mesure importants, consommant du temps (*cf.* section 2.1). C'est pourquoi, nous évaluons en section 4.5, des enveloppes majorant les intensifications dépendant de paramètres plus ou moins faciles à estimer. La zone de sécurité est réduite, néanmoins, elle est estimée à l'aide de très peu de paramètres. La plupart de ces enveloppes (*cf.* sections 4.5.2 et 4.5.3) dérivent directement du modèle et d'une notion déjà abordée dans le chapitre précédent : l'inégalité triangulaire (utilisée aux équations (3.100) et (3.101)).

Enfin, le chapitre précédent montre que lorsque la complexité du défaut est grande (*eg.* les 4 éléments décomposant le nodule typique de la figure 3.22a), aucun enseignement simple ne peut décrire la position du dernier pic ou sa valeur ; il est absolument nécessaire d'effectuer le calcul de l'équation (3.99) pour avoir accès à ces grandeurs. La section 4.6 vise à contrecarrer ce problème en établissant des règles sur les déphasages et les dimensions transverses dans le but de simplifier la morphologie d'un défaut *a priori* complexe.

## 4.1 APPLICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE À UN DÉFAUT DE PHASE ANNULAIRE

Le défaut présenté dans cette section est représentatif d'objets résultant de la pollution d'une surface par une goutte d'un quelconque solvant. La trace que laisse la goutte après séchage forme un surplus de matière annulaire. Nous supposons que les variations de hauteur du défaut présenté sur la figure 4.1 sont constituées de traitement ( $n_1 = 1,22$ ).

Deux observations à l'aide du rugosimètre interférométrique (cf. section 2.1.1) ont été effectuées sur cette goutte, l'une avec l'objectif  $\times 100$  (cf. figure 4.1a), l'autre au  $\times 10$  (cf. figure 4.1b). Les deux mesures ne donnent pas les mêmes résultats que ce soit pour la phase sur l'anneau ou pour celle sur le disque. L'anneau étant étroit, l'objectif  $\times 100$  permet d'obtenir une meilleure estimation de la phase de l'anneau grâce à sa résolution spatiale plus fine. Ensuite les différences de phase du plateau central, entre les mesures à l'objectif  $\times 10$  et  $\times 100$ , s'expliquent par les considérations exprimées en section 2.1.1.

La goutte se décompose en deux éléments, un disque intérieur et un anneau, qui sont supposés être transparents à la lumière. À l'intérieur du disque se trouvent des petites structures dont l'impact sur la lumière n'est pas pris en compte. Dans le tableau 4.1 sont présentés les paramètres de chaque élément estimés par les deux mesures.

Le déphasage apporté par le disque intérieur est largement plus faible que celui de l'anneau, si bien qu'en première approximation, la morphologie de la goutte est supposée être un pur anneau de phase ( $\phi_1 \approx 0$ ). Les enseignements acquis à propos de l'anneau de phase (cf. en fin de section 3.3.2) peuvent être appliqués. La dimension transverse de la goutte (paramètre  $R_2$ ), donne une bonne idée de la position du dernier pic élevé d'intensification  $z_0 = 16$  mm (cf. équation (3.103))<sup>1</sup>, ce qui est en total accord avec la

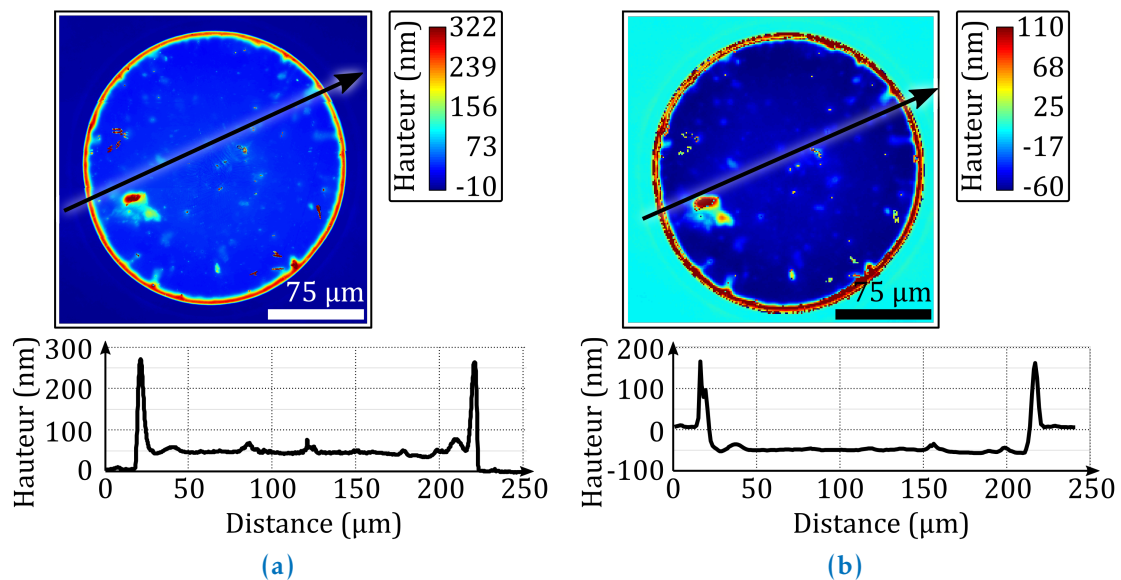


FIGURE 4.1 – Mesures de la morphologie d'une goutte à l'aide du rugosimètre interférométrique (cf. section 2.1.1) (a) objectif  $\times 100$  et (b) objectif  $\times 10$ .

1. Pour effectuer ce calcul, il est nécessaire de connaître la longueur d'onde de la lumière ; pour ce calcul et tous ceux qui vont suivre dans ce chapitre, la longueur d'onde est la même que celle utilisée sur le banc EPSILON) à savoir :  $\lambda_0 = 351$  nm. De plus l'indice de réfraction du milieu de propagation vaut  $n_0 = 1$ .

Paramètres	Disque intérieur ( $i = 1$ )		Anneau ( $i = 2$ )	
	Mesure $\times 100$	Mesure $\times 10$	Mesure $\times 100$	Mesure $\times 10$
$R_i$ ( $\mu\text{m}$ )	98	92	105	105
$\sigma_i/R_i^2$	0,019	0,013	0,030	0,025
$t_i$	1	1	1	1
$\phi_i$ (rad)	0,158	-0,16	1,063	0,63

**TABLE 4.1** – Paramètres modélisant la goutte évalués à l’aide de la mesure rugosimètre à l’objectif  $\times 100$  et  $\times 10$ .

mesure de l’intensification centrale établie à l’aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1) :  $z_0^{\text{mes}} = 15$  mm (cercles bleus de la figure 4.2).

Une idée plus précise du dernier pic d’intensification est obtenue à l’aide des abaques représentées sur la figure 3.20. En tenant compte uniquement des paramètres estimés à partir de la mesure de la morphologie effectuée à l’objectif  $\times 100$  ( $\alpha = 0,87$  et  $\phi = 1,063$  rad), nous sommes en mesure d’évaluer plus précisément la position du dernier pic,  $z_0 = 15$  mm, et de fournir la valeur de l’intensification à cette distance,  $\times 2,5$ . Nous mesurons, à l’aide du banc EPSILON, un facteur  $\times 2,6$  à 15 mm de la goutte ce qui est conforme avec les résultats tirés des abaques.

À l’aide d’un faible nombre de paramètres et d’une hypothèse simplifiant la morphologie du défaut, nous sommes déjà en mesure de fournir des informations importantes au regard de l’endommagement fratricide.

#### 4.1.1 Déphasage : un paramètre à caractériser précisément

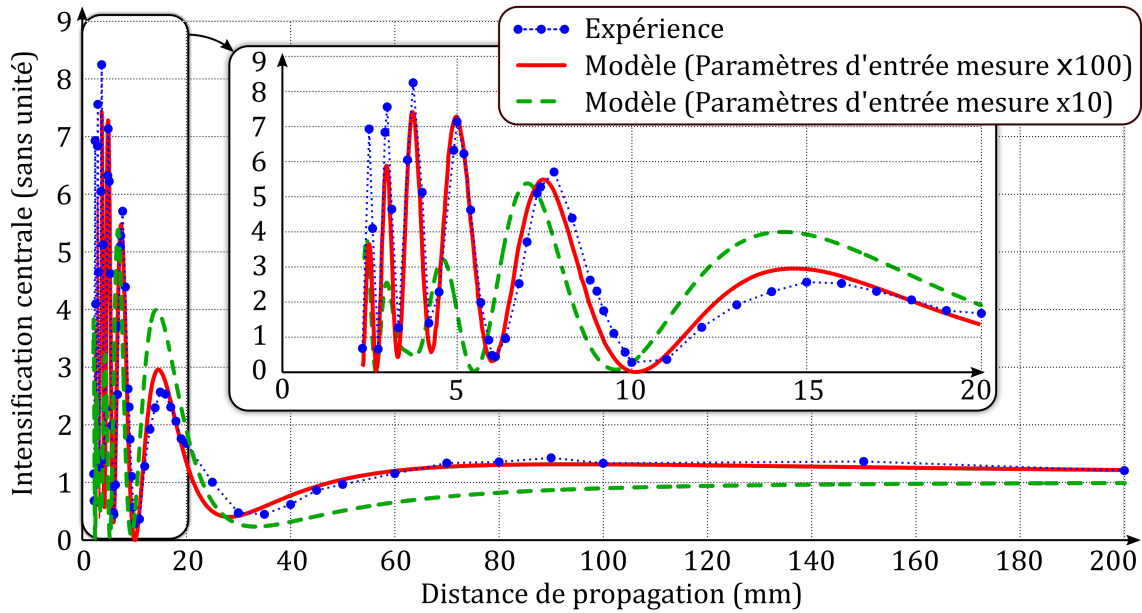
Sur la figure 4.2 sont représentées les intensifications centrales prédites par le modèle fondé soit sur les paramètres déduits de l’observation à l’objectif  $\times 100$  du rugosimètre (trait continu rouge), soit sur ceux issus de la mesure à l’objectif  $\times 10$  du rugosimètre (trait interrompu vert).

Le jeu de paramètres provenant de la mesure mieux résolue donne de meilleurs résultats sur la prédiction de l’intensification engendrée le long de l’axe optique de la goutte, que ce soit par rapport à la valeur des pics d’intensification ou par rapport au comportement asymptotique de l’intensification. L’erreur sur la phase  $\phi_2$  influence principalement les valeurs des pics d’intensification et leurs positions tandis que l’erreur sur la phase  $\phi_1$  donne lieu à des comportements asymptotiques différents.

Le modèle permet de valider la confiance que l’on peut avoir sur les paramètres estimés à l’aide d’une observation bien résolue. Cela montre aussi la sensibilité de l’intensification au regard du déphasage apporté par le défaut.

#### 4.1.2 Limite du modèle analytique aux courtes distances de propagation

L’évaluation de l’intensification pour des distances inférieures à 2,5 mm n’est pas présentée sur la figure 4.2. Ceci est dû au fait qu’en deçà de cette distance, les figures de diffraction sont plus complexes : les anneaux de diffraction s’articulent autour de deux



**FIGURE 4.2** – Intensification le long de l’axe optique de la goutte. Les cercles bleus sont issus de la mesure effectuée à l’aide du banc EPSILON, le trait rouge continu est le résultat du modèle analytique fondé sur les paramètres de la mesure du rugosimètre à l’objectif  $\times 100$ , le trait vert interrompu est l’intensification donnée par le modèle analytique dont les paramètres d’entrée sont ceux estimés à partir de la mesure effectuée au rugosimètre à l’objectif  $\times 10$ .

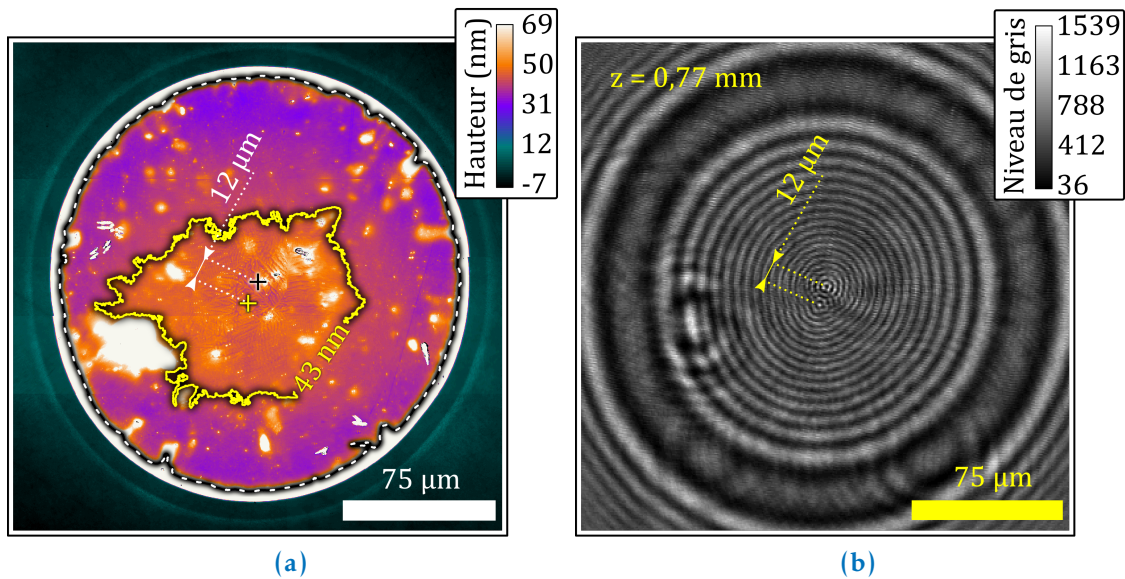
centres espacés de  $12 \mu\text{m}$  (cf. figure 4.3b où y est représentée la figure de diffraction observée à  $0,77 \text{ mm}$  de la goutte). Dans ce cas de figure, le modèle analytique n’est plus en capacité de décrire le phénomène puisqu’il prédit l’apparition d’un seul centre.

Une piste intéressante permettant d’expliquer la formation de ces deux centres consiste à observer en détails la morphologie du disque intérieur. Sur la figure 4.3a sont représentées les variations de hauteur de la goutte entre  $-7$  et  $69 \text{ nm}$  mesurées à l’aide du rugosimètre à l’objectif  $\times 100$ . Le plateau de phase du disque intérieur n’est pas totalement plat, il forme un dôme d’un dénivelé d’environ  $30 \text{ nm}$ . Le centre du dôme (croix jaune de la figure 4.3a) est estimé comme étant le centre du contour formé par la ligne de niveau à  $43 \text{ nm}$ , valeur choisie arbitrairement, représentée en jaune sur la figure 4.3a.

Ce centre est légèrement décalé par rapport à celui de l’anneau (croix noire correspondant au centre du contour représenté par le trait interrompu en noir et blanc). La distance entre les deux centres est évaluée à  $12 \mu\text{m}$ , ce qui est cohérent avec la distance entre les deux centres de la figure de diffraction observée à  $0,77 \text{ mm}$  de la goutte.

Au final, pour comprendre les figures de diffraction aux courtes distances de propagation il est nécessaire de considérer toutes les variations de phase à l’intérieur d’un défaut.

Nous mettons en lumière l’une des limites du modèle liée à l’hypothèse de planéité des déphasages des éléments décomposant la structure d’un défaut. Cette limitation se généralise à tout véritable défaut. Néanmoins toute la pertinence du modèle se révèle à une distance suffisamment grande, notamment pour prédire les derniers pics d’intensification, principal lieu d’intérêt en ce qui concerne l’endommagement fratricide.



**FIGURE 4.3** – (a) Morphologie de la goutte donnée par le mesure du rugosimètre à l'objectif  $\times 100$ , la ligne de niveau à 43 nm est représentée par la courbe jaune (son centre est la croix jaune), le contour de l'anneau est donné par le trait interrompu noir et blanc (son centre est la croix noire); (b) figure de diffraction produite à 0,77 mm de la goutte observée à l'aide du banc EPSILON.

#### 4.2 APPLICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE À DES DÉFAUTS INFLUANT À LA FOIS SUR L'AMPLITUDE ET LA PHASE DE L'ONDE LUMINEUSE

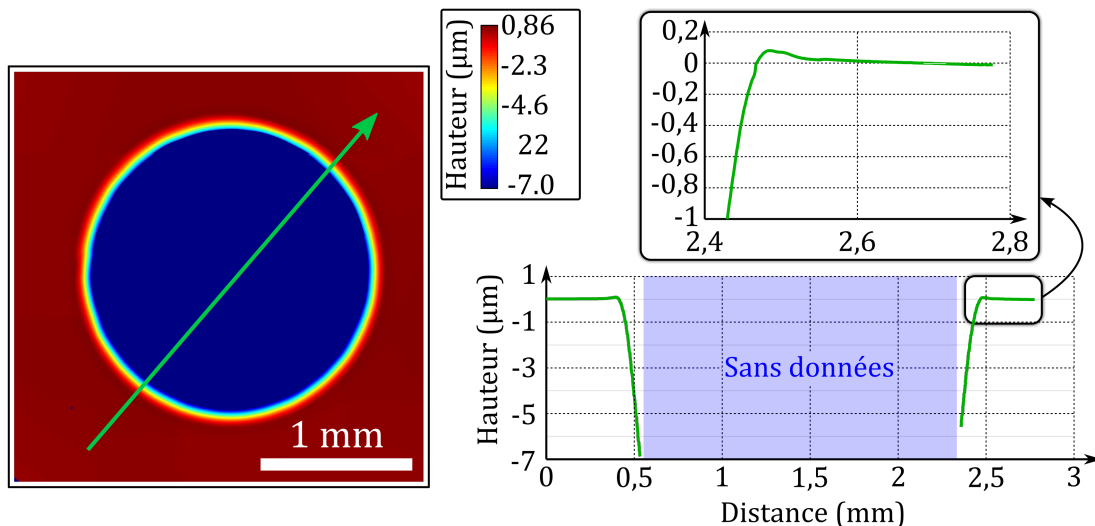
Dans cette section, nous nous intéressons à des défauts quasi-circulaires, ayant pour point commun un disque opaque en leur centre ( $t_1 = 0$ ) et une structure transparente plus ou moins complexe en périphérie. Ce type de structure est représentatif de deux natures de défauts différents : (i) les nodules, un cas particulier des défauts de traitement antireflet déjà présenté en section 3.4 et (ii) les cônes de remédiation de dommages lasers.

Ces cônes ont été introduits dans la section 3.4.1. Lorsque le laser  $\text{CO}_2$  vaporise la silice endommagée, un reflux de matière se crée en périphérie de la forme conique. Les pentes du cône réfractent la lumière, d'où la formation d'une ombre à partir d'une certaine distance de propagation (cf. figure 3.26). Au delà de cette distance, l'absence de lumière est modélisée par un élément opaque tandis que le reflux de silice d'une hauteur de l'ordre d'une centaine de nanomètres est modélisé par un anneau de phase.

Les morphologies de deux défauts sont présentées sur les figures 4.4 et 4.5. Il y est montré un cône de remédiation et un nodule. Les pentes du cône étant très raides, elles présentent des sauts de phase trop importants pour être caractérisés au rugosimètre interférentiel (cf. section 2.1.1). La description précise du déphasage des pentes n'est pas nécessaire puisque cette zone est considérée comme opaque à la lumière.

Sur la figure 4.5a est représentée une observation du nodule à particule à l'aide du microscope Nomarski (cf. section 2.1.2). Pour rappel c'est une mesure qualitative qui nous permet d'avoir une vue d'ensemble du nodule. La particule se situe à l'intérieur du trait interrompu noir et blanc. Celle-ci est bien opaque à la lumière au vu de l'ombre qu'elle produit observée sur la vignette en haut à gauche de la figure 3.25a. Deux zones s'articulent autour de cette particule qui correspondent, sur l'observation au microscope

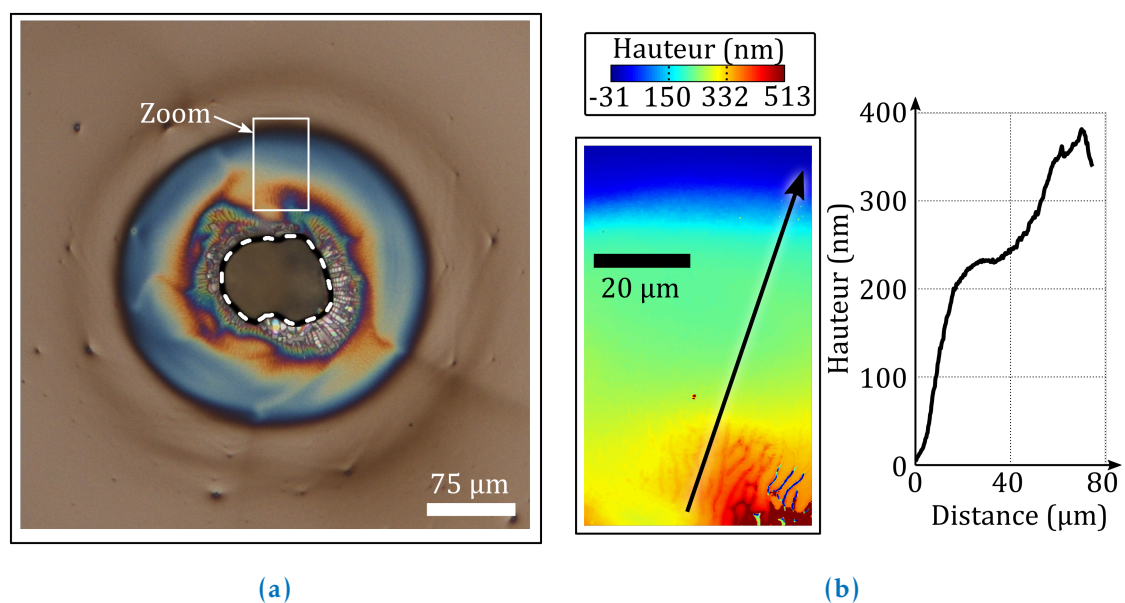




**FIGURE 4.4** – Mesure au rugosimètre interférentiel (cf. section 2.1.1) de la morphologie d'un cône de remédiation. Tout le centre de la mesure ne contient pas de données car les sauts de phase sont trop importants pour être caractérisés au rugosimètre.

Nomarski, aux teintes bleues d'une part et oranges de l'autre. Ces deux zones sont considérées comme transparentes à la lumière et une mesure quantitative de leur hauteur est donnée sur la figure 4.5b. C'est une observation établie à l'objectif  $\times 100$  du rugosimètre interférentiel.

La quasi-symétrie de révolution des deux défauts permet d'évaluer expérimentalement l'intensification centrale (cf. cercles bleus des figures 4.6a et 4.6b obtenus à l'aide du banc



**FIGURE 4.5** – (a) Observation au microscope à contraste interférentiel (microscope Nomarski) du nodule à particule, le trait interrompu noir et blanc représente le contour de l'ombre de la particule; (b) zoom d'une partie du nodule à l'objectif  $\times 100$  du rugosimètre.

Paramètres	Nodule à particule			Cône de remédiation	
	Traitement				
	Particule ( $i = 1$ )	( $i = 2$ )	( $i = 3$ )	Cône ( $i = 1$ )	Reflux ( $i = 2$ )
$R_i$ ( $\mu\text{m}$ )	39	68	120	1050	1100
$\sigma_i/R_i^2$	0,18	0,25	0,05	0,015	0,033
$t_i$	0	1	1	0	1
$\phi_i$ (rad)	–	1,37	0,79	–	0,42

TABLE 4.2 – Paramètres des structures modélisant le nodule à particule et le cône de remédiation.

EPSILON présenté en section 2.2.1). Les données expérimentales sont comparées aux résultats des modèles prenant en compte tous les paramètres des défauts répertoriés dans le tableau 4.2 (traits continus rouges calculés à partir de l'équation (3.99)). De la même manière que pour la goutte (cf. section 4.1), nous ne présentons pas de résultat aux courtes distances de propagation ( $z < 10$  mm) en ce qui concerne le nodule à particule.

Ces deux exemples de défauts réels illustrent, une fois de plus, l'utilité du modèle en ce qui concerne la prédiction de l'intensification notamment autour de sa dernière oscillation. Notons que le trait interrompu vert présenté sur la figure 4.6b est l'intensification donnée par le modèle considérant les formes strictement circulaires des éléments constituant le cône de remédiation (cf. équation (3.63)). La comparaison entre les traits rouge et vert montre que l'effet du défaut de circularité a un impact très important sur les intensifications aux courtes distances de propagation.

Bien que le modèle permette de tirer de bonnes prédictions, aucun enseignement simple du chapitre 3 ne peut être applicable, dans l'espoir d'avoir une intuition sur les pics d'intensification. En effet, les morphologies des deux défauts sont trop compliquées par

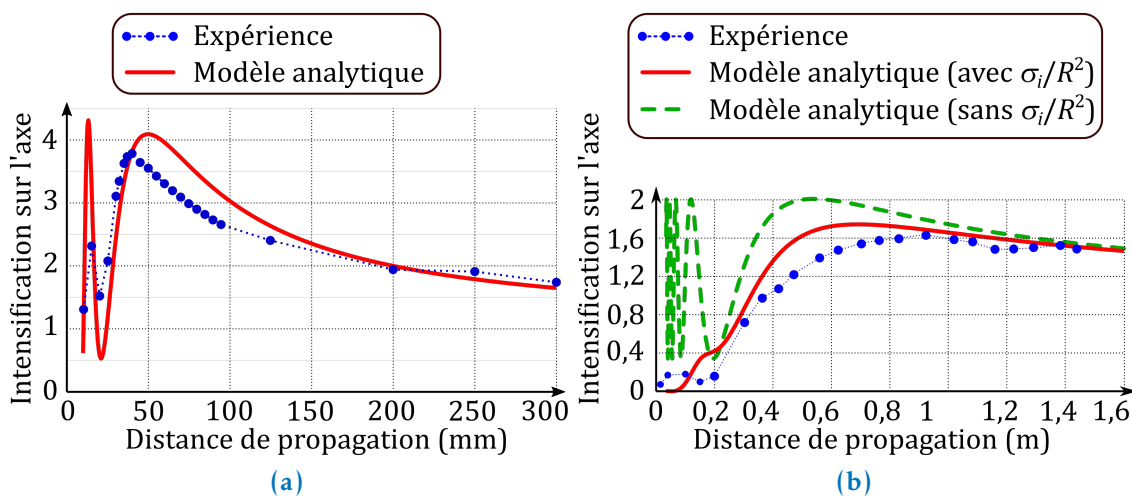


FIGURE 4.6 – Comparaison entre l'intensification centrale mesurée (cercles bleus) et celle calculée à partir des paramètres synthétisés dans le tableau 4.2 et selon l'équation (3.99) (trait continu rouge) : (a) le cas du nodule et (b) le cas du cône de remédiation. Le trait interrompu vert représente le résultat du modèle sans considérer les défauts de circularité du cône (cf. équation (3.99)).

rapport au disque et à l'anneau de phase. Néanmoins, en exploitant les équations du chapitre 3, nous pouvons comprendre l'effet d'une zone opaque au centre d'un défaut de phase et en tirer certaines simplifications intéressantes.

#### Équations de Fresnel appliquées au cas du défaut de phase opaque en son centre

Intéressons nous plus en détail à l'équation donnant la courbe verte de la figure 4.6b. Pour un anneau déphasant de  $\phi$  l'onde lumineuse  $\mathcal{U}_{\text{op},\phi}$  et entourant un disque opaque, l'équation (3.97) devient :

$$\mathcal{U}_{\text{op},\phi}^z(0,\zeta) = \mathcal{U}_0 e^{j\frac{\pi\alpha}{\zeta}} \left[ e^{j\phi} + (1 - e^{j\phi}) e^{j\frac{\pi(1-\alpha)}{\zeta}} \right], \quad (4.1)$$

où  $\alpha$  est le rapport au carré entre les rayons extérieur et intérieur de l'anneau ( $\alpha = (R_2/R_1)^2$ ). En oubliant l'exponentielle complexe en facteur de l'expression, qui n'a aucun rôle dans le calcul de l'éclairement, nous reconnaissons l'expression de l'onde diffractée par un disque de phase (cf. équation (3.61)). Le rayon de ce disque équivalent est

$$e^{j\frac{\pi}{\zeta_{\text{éq}}}} = e^{j\frac{\pi(1-\alpha)}{\zeta}} \Leftrightarrow R_{\text{éq}} = \sqrt{1-\alpha}R_2 = \sqrt{R_2^2 - R_1^2}. \quad (4.2)$$

Si le rayon intérieur est proche du rayon extérieur (ie.  $R_2 - R_1$  petit) alors

$$R_{\text{éq}} \approx \sqrt{2(R_2 - R_1)R_2}. \quad (4.3)$$

En d'autres termes, le rayon équivalent vaut la moyenne géométrique entre le rayon extérieur et deux fois la largeur de l'anneau. Dans le cas du cône de remédiation  $R_{\text{éq}} = 328 \mu\text{m}$ . En utilisant l'équation (3.69), le disque équivalent produit un dernier pic d'éclairement à la distance  $z_{0,\text{dp}} = 540 \text{ mm}$ , ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux et analytiques présentés sur la figure 4.6b.

Bien que la structure du nodule autour de l'élément opaque soit complexe (deux variations de hauteur), celle-ci est plus proche d'un disque de phase ( $\phi_2 \approx \phi_3$ ) que d'un anneau de phase ( $\phi_2 = 0$  et  $\phi_3 = \phi$ ); appliquer les enseignements relatifs au disque de phase semble cohérent. En simplifiant la structure transparente en un seul élément (rayon intérieur :  $39 \mu\text{m}$  et rayon extérieur :  $120 \mu\text{m}$  d'où  $R_{\text{éq}} = 113 \mu\text{m}$ ), nous obtenons une idée de la position du dernier pic d'intensification par l'équation (3.67) :  $z_0 = 36 \text{ mm}$  ce qui est proche de celle mesurée ( $z_{0,\text{mes}} = 37 \text{ mm}$ ).

Le résultat voulant que le carré du rayon équivalent soit égal à la différence des carrés des rayons extérieur et intérieur se généralise dans le cas de l'onde  $\mathcal{U}_{\text{op,str}}$  diffractée d'une structure à  $m$  éléments dont le premier est opaque ( $t_1 = 0$ ). Dans ce cas l'équation (3.96) devient

$$\mathcal{U}_{\text{op,str}}^z(0,\zeta) = \mathcal{U}_0 e^{j\frac{\pi\alpha_1}{\zeta}} \left[ t_2 e^{j\phi_2} + \sum_{i=2}^m \left( t_{i+1} e^{j\phi_{i+1} - t_i e^{j\phi_i}} e^{j\pi\frac{\alpha_i - \alpha_1}{\zeta}} \right) \right]. \quad (4.4)$$

En d'autres termes,  $\mathcal{U}_{\text{op,str}}$  est équivalent à la diffraction de la lumière par une structure composée de  $m - 1$  éléments (le premier élément disparaît) dont les rayons  $R_i$  sont remplacés par les rayons équivalents  $R_{\text{éq},i} = \sqrt{R_i^2 - R_1^2}$  ( $\Leftrightarrow \alpha_{\text{éq},i} = \alpha_i - \alpha_1$ ). Pour le cas d'un

seul anneau de phase entourant l'élément opaque central, ce dernier a un effet seulement sur la position des pics d'intensification.

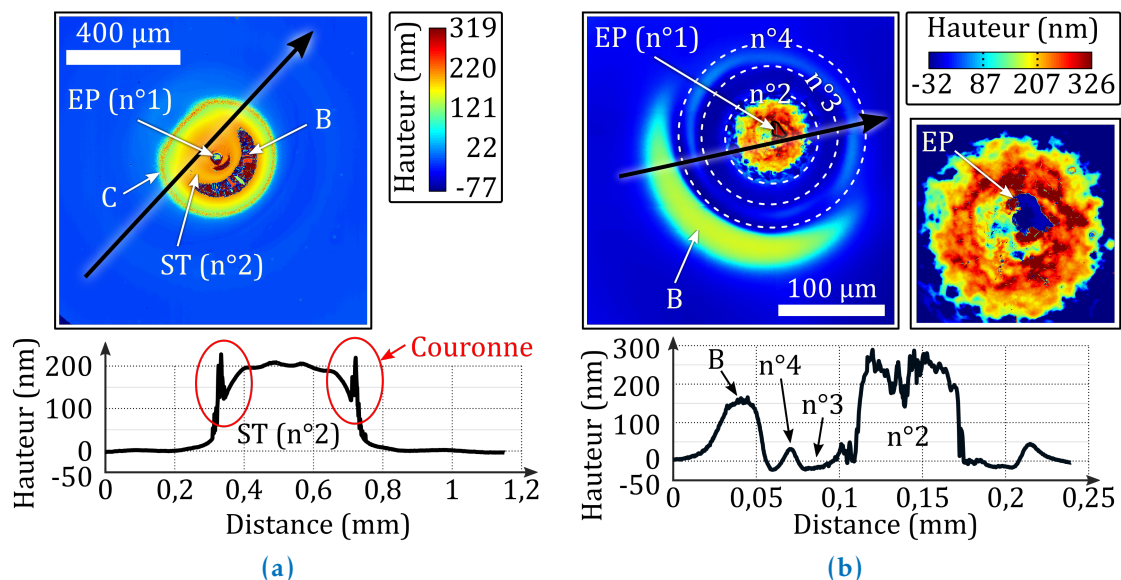
#### 4.3 APPLICATION DU MODÈLE À DES DÉFAUTS PRÉSENTANT UNE DISSYMMÉTRIE

Dans cette section, nous nous intéressons à des nodules : c'est un cas particulier de défauts de traitement déjà présenté en section 3.4, qui présente une forte dissymétrie : un bourrelet de matière en forme de croissant se crée dans le nodule (*cf.* nodule à croissant n°1 de la figure 4.7a) ou en périphérie du nodule central (*cf.* nodule à croissant n°2 de la figure 4.7b). Nous voulons évaluer à quel point le modèle est en capacité de décrire l'intensification engendrée par une telle morphologie et tirer des enseignements sur l'impact que peut avoir un bourrelet sur les figures de diffraction.

Ces bourrelets sont dus au processus de traitement, bien qu'ils n'apparaissent pas systématiquement (*cf.* figures 3.22a et 4.5). Ici, la technique de dépôt consiste à plonger le composant optique dans un bain de traitement. En retirant le composant du bain à une certaine vitesse, une fine couche d'indice faible et d'épaisseur maîtrisée est appliquée en surface et constitue la fonction d'antireflet. Dans un premier temps nous faisons abstraction de la présence de ce bourrelet en croissant pour évaluer la pertinence du modèle au regard des intensifications engendrées.

##### 4.3.1 Modélisation sans tenir compte de la dissymétrie

Sur la figure 4.7a est présentée la mesure de la morphologie du nodule à croissant n°1 au rugosimètre interférentiel à l'objectif  $\times 10$ , ce qui permet d'avoir une vue globale du défaut. En utilisant les enseignements de la section 2.1.1 et des mesures mieux résolues



**FIGURE 4.7** – (a) Mesure au rugosimètre interférentiel (objectif  $\times 10$ ) de la morphologie du nodule à croissant n°1; (b) mesure au rugosimètre interférentiel (objectif  $\times 100$ ) de la morphologie du nodule à croissant n°2; (EP : Empreinte Particule; B : Bourrelet; ST : Surplus de Traitement; C : Couronne).

grâce à l'objectif  $\times 100$  (l'une d'entre elles est présentée sur la figure 2.4b), nous sommes en mesure d'une part, d'affirmer que la particule centrale a disparu du substrat, et d'autre part d'estimer que la couronne est un artéfact de mesure. Ainsi, sans tenir compte du bourrelet, le défaut se décompose en deux éléments : (i) un trou central correspondant à l'empreinte de la particule et (ii) un surplus de traitement antireflet tout autour du premier élément.

La mesure interférométrique du nodule n°2 (cf. figure 4.7b) effectuée à l'objectif  $\times 100$  fait apparaître moins d'artéfacts. Néanmoins, cette mesure étant un assemblage de plusieurs mesures sous-pupilles, l'empreinte de la particule est difficilement visible (elle se situe au milieu de 4 mesures sous-pupilles). C'est pourquoi, sur la figure 4.7b, est aussi présentée une mesure effectuée à l'objectif  $\times 100$ , de la partie centrale seule. La particule a disparu du substrat, nous n'observons plus que l'empreinte de la particule.

Sans tenir compte du bourrelet, le défaut peut être décomposé en 4 éléments : (i) un trou central correspondant à l'empreinte de la particule, (ii) une première grande variation de hauteur de traitement autour de l'empreinte, (iii) un premier anneau creux et (iv) un second anneau en bosse. Les hauteurs des deux derniers éléments sont relativement faibles par rapport à la première grande variation de hauteur de traitement (élément n°2).

Les paramètres des nodules à croissant n°1 et n°2 sont récapitulés dans le tableau 4.3.

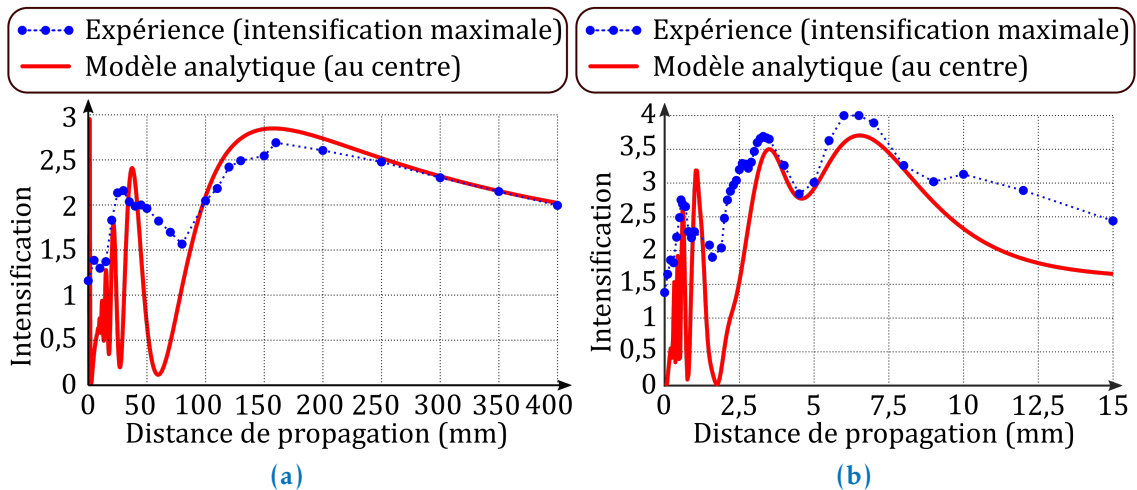
Les dissymétries causées par les bourrelets en croissant impactent *a priori* les figures de diffraction ; la notion d'axe optique perd tout son sens. C'est pourquoi, nous proposons d'extraire uniquement l'intensification maximale des figures de diffraction observées à l'aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1) (cercles bleus des figures 4.8a et 4.8b). Ces données expérimentales sont comparées à l'intensification le long de l'axe optique des structures modélisant les défauts (courbes rouges obtenues en appliquant les paramètres du tableau 4.3 à l'équation (3.99)).

L'approche par décomposition modélise de manière très convaincante les différents maxima locaux de l'intensification. Elle permet de prédire la distance d'apparition de ces maxima et de donner une évaluation cohérente de la valeur de l'intensification mesurée, et cela sans même avoir tenu compte des bourrelets.

De plus, pour le cas du nodule n°1, sans tenir compte de l'élément n°1 (justification de la simplification en section 4.6.2), la structure devient un disque de phase. Nous pouvons appliquer les enseignements vus en section 3.2 : le dernier pic d'intensification se trouve

Paramètres	Nodule à croissant n°1		Nodule à croissant n°2			
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
$R_i$ ( $\mu\text{m}$ )	15	183	6	32	66	78
$\sigma_i/R_i^2$	0,15	0,07	0,46	0,046	0,048	0,1
$t_i$	1	1	1	1	1	1
$\phi_i$ (rad)	-0,28	0,72	-0,28	0,87	-3,9e-3	0,12

TABLE 4.3 – Paramètres modélisant les nodules à croissant n°1 et n°2.



**FIGURE 4.8** – Comparaison entre l’intensification maximale mesurée à différentes distances de propagation (cercles bleus) et celle au centre du modèle (courbe rouge) engendrées (a) soit par le nodule à croissant n°1, (b) soit par le nodule à croissant n°2.

à  $z_{0,dp} = 155$  mm (cf. équation (3.103)) ce qui est en total accord avec la position du dernier pic mesuré :  $z_0^{mes} = 160$  mm.<sup>2</sup>

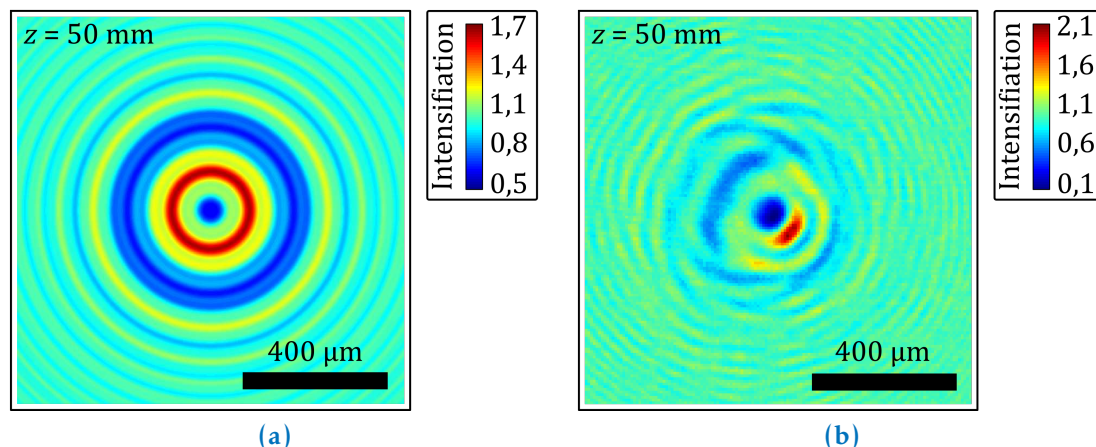
Il reste néanmoins des différences entre les résultats des modèles analytiques et ceux de l’expérience. La première a déjà fait l’objet d’une étude détaillée en section 4.1.2 : aux courtes distances de propagation ( $z < 25$  mm pour le cas n°1 et  $z < 2,5$  mm pour le cas n°2) le modèle n’est plus en capacité de prédire l’intensification, il faut considérer tout le profil de phase du défaut.

Nous montrons par la suite, que les autres différences entre le modèle analytique et l’expérience (de 50 à 80 mm pour le cas n°1 et au-delà de 9 mm pour le cas n°2) sont dues à l’interférence entre la partie de la lumière diffractée par le bourrelet et celle perturbée par le reste de la structure.

#### 4.3.2 Différence de résultats entre le modèle analytique et l’expérience

Intéressons-nous d’abord aux différences d’intensification entre 50 mm et 80 mm pour le cas n°1 (cf. figure 4.8a). Avant de considérer l’impact du bourrelet sur les figures de diffraction, il est important de remarquer que la différence entre le modèle analytique et l’expérience a pour origine le fait que nous comparons l’intensification mesurée maximale à celle au centre de la structure modélisant le nodule ; la plus grande intensification n’est pas toujours sur l’axe optique du modèle. En effet, au cours de la propagation, un échange permanent d’énergie existe entre le point central et les anneaux de diffraction en périphérie. Lorsque le point central n’est plus intense, c’est principalement le premier anneau de diffraction qui prend le relais. Ce dernier devient alors le lieu d’intensification maximale.

2. En ce qui concerne le nodule à croissant n°2, sa structure est trop complexe pour appliquer directement les enseignements vus précédemment. Néanmoins en section 4.6.1, l’approche visant à simplifier la morphologie d’un défaut permet d’exploiter les enseignements de la section 3.2.



**FIGURE 4.9** – (a) Figure de diffraction, simulée à l’aide de l’optique de Fourier (cf. section 3.1.7), engendrée à 50 mm d’un disque de rayon  $183\ \mu\text{m}$  et de phase  $0,72\ \text{rad}$  (paramètres de l’élément n°2 du nodule à croissant n°1); (b) figure de diffraction mesurée à l’aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1) à 50 mm du nodule à croissant n°1.

Par exemple, nous avons simulé à l’aide de l’optique de Fourier (cf. section 3.1.7) l’effet sur la lumière d’un disque de phase ayant les paramètres de l’élément n°2 du cas n°1 (paramètres de simulation :  $N_{\text{maille}} = 4096$  et  $d_{\text{maille}} = 1,5\ \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 351\ \text{nm}$ ). La répartition d’éclairement à 50 mm s’effectue uniformément autour du premier anneau de diffraction (cf. figure 4.9a). L’intensification maximale est évaluée numériquement à un facteur  $\times 1,6$ . C’est cette valeur qui est à comparer au cas expérimental ( $\sim \times 2$  à 50 mm cf. figure 4.8a).

La présence du bourrelet dans la morphologie du nodule « casse » la symétrie de révolution, si bien que nous observons expérimentalement une concentration de la lumière dans une partie du premier anneau de diffraction (cf. l’observation présentée sur la figure 4.9b réalisée à l’aide du banc EPSILON à 50 mm du nodule).

Pour le nodule à croissant n°2, nous nous préoccupons de l’écart d’intensification au-delà de 9 mm. Alors que le modèle prédit que l’intensification centrale décroît de façon monotone après 7 mm (cf. courbe rouge de la figure 4.8b), nous mesurons un changement de variation à 10 mm menant à une évaluation plus importante de l’intensification (cercles bleus de la figure 4.8b).

Sur la figure 4.10 sont représentées les figures de diffraction observées à différentes distances du nodule à croissant n°2. La forme du point chaud se dégrade au cours de la propagation : à 7 mm il est plus ou moins circulaire, à 9 mm il semble se déplacer transversalement, enfin à 12 mm il a une forme elliptique. Contrairement au cas n°1, au vu de ces observations, le fait que nous comparions l’intensification maximale mesurée à l’intensification centrale engendrée par le modèle n’est pas le principal argument pour expliquer l’écart entre l’analytique et l’expérience; il est absolument nécessaire de faire intervenir l’impact du bourrelet sur la lumière.

#### 4.3.3 Effet de la dissymétrie sur l’intensification

Intéressons-nous à la diffraction par le bourrelet seul du cas n°2. De la mesure interférométrique (cf. figure 4.7b), nous extrayons le support du bourrelet (le contour du

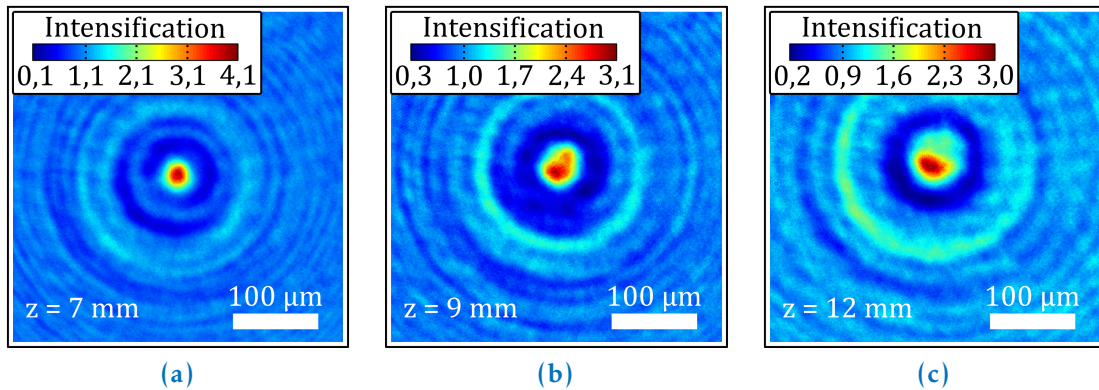


FIGURE 4.10 – Figures de diffraction mesurées à l’aide d’EPSILON en aval du nodule à croissant n°2 : (a) à 7 mm, (b) à 9 mm et (c) à 12 mm.

support est représenté par le trait interrompu blanc et noir de la figure 4.11a ; la croix noire présente sur les figures 4.11a à 4.11c représente le centre du reste de la structure établi à l’aide de la mesure du rugosimètre (cf. figure 4.7)) ; la hauteur du bourrelet est estimée à 154 nm. Sur la figure 4.11c est représentée la figure de diffraction à 12 mm du bourrelet seul (paramètres de simulation :  $N_{\text{maille}} = 2583$  et  $d_{\text{maille}} = 0,74 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 351 \text{ nm}$ ). Bien que la forme du bourrelet ne soit pas annulaire, celle-ci est suffisamment courbe pour que des rayons lumineux interfèrent en un pseudo-centre et génèrent un point brillant. Ce dernier donne une explication cohérente sur les écarts observés entre l’analytique et l’expérience. En effet, le point brillant engendré par le bourrelet seul ne se forme qu’à partir de 9 mm et il est décalé par rapport au centre du reste de la structure (cf. figure 4.11) impliquant, par interférence avec le reste de la structure, une augmentation de l’intensification au-delà de 9 mm, et un décalage transverse du point chaud.

L’idée finale de cette section est de fournir un enseignement permettant de donner le lieu où est susceptible d’être engendré le point brillant obtenu en aval du bourrelet seul.

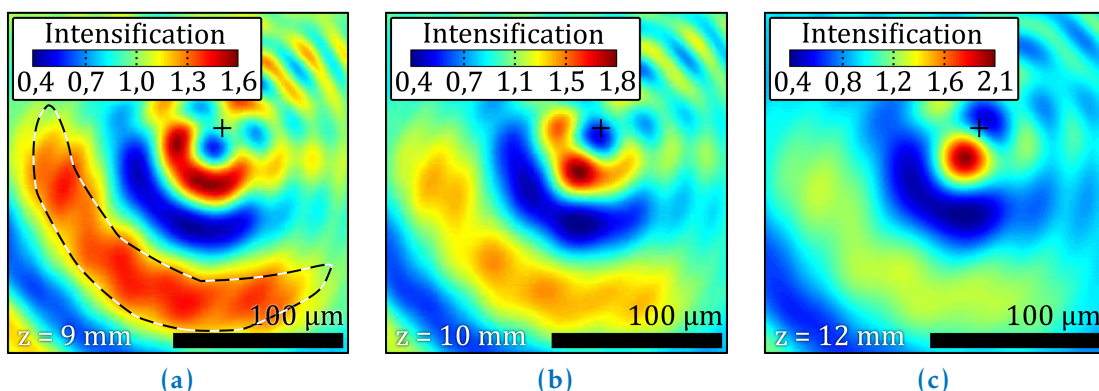


FIGURE 4.11 – Figures de diffraction en aval du bourrelet simulées à l’aide de l’optique de Fourier (cf. section 3.1.7) ; la hauteur du bourrelet est de 154 nm : (a) à 9 mm, (b) à 10 mm et (c) à 12 mm. Les pointillés blancs et noirs représentent le contour du bourrelet et les croix noires le centre du reste de la structure du nodule n°2.



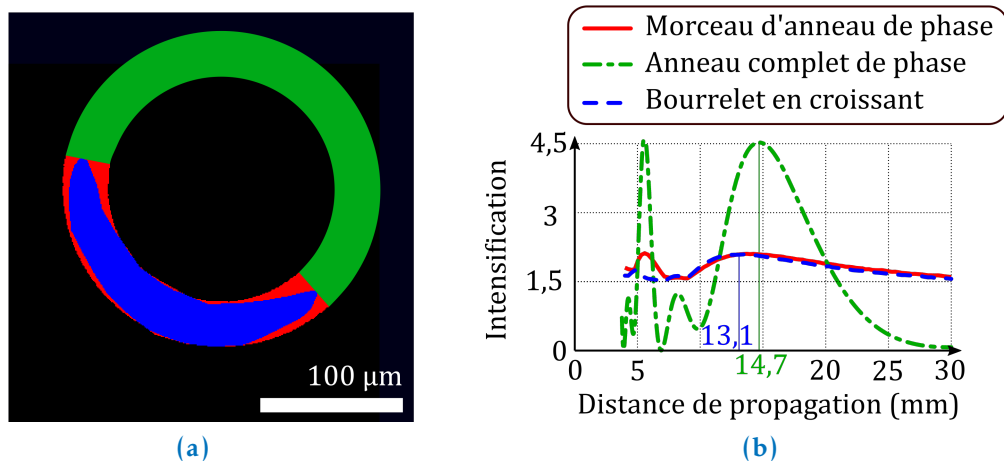
En connaissant ce lieu nous sommes en mesure de fournir le domaine de pertinence du modèle analytique.

Pour ce faire, modélisons dans un premier temps le croissant par un morceau d'anneau ( $R_1 = 80 \mu\text{m}$  et  $R_2 = 112 \mu\text{m}$ ) (cf. support rouge de la figure 4.12a). À l'aide de l'optique de Fourier (cf. section 3.1.7), les intensifications en aval du bourrelet et du morceau d'anneau sont simulées ( $d_{\text{maille}} = 0,74 \mu\text{m}$ ,  $N_{\text{maille}} = 2583$ ,  $\lambda = 351 \text{ nm}$ ) à différentes distances de propagation; sur la figure 4.12b est reportée l'intensification maximale en aval du bourrelet (trait interrompu bleu) et du morceau d'anneau (trait continu rouge) entre 4 et 30 mm.

Entre 9 mm et 15 mm, le point brillant est très bien modélisé par le morceau d'anneau. Néanmoins une différence apparaît en deçà de 9 mm : alors qu'il n'y a pas de point brillant en aval du bourrelet, un autre pic d'intensification est engendré par le morceau d'anneau faisant écho au comportement oscillatoire de l'intensification en aval d'un anneau complet (cf. figure 3.19). Comme pour le défaut de circularité d'une marche de phase (cf. section 3.3.1), ces oscillations sont atténuées par le défaut de circularité de la forme du bourrelet.

Enfin nous proposons de modéliser le morceau d'anneau par l'anneau complet (cf. support vert de la figure 4.12a). Dans le cas d'un anneau de phase nous sommes en mesure d'appliquer le modèle analytique et l'intensification engendrée par l'anneau est présentée par le trait mixte vert sur la figure 4.12b. Bien que la valeur de l'intensification soit très différente entre le morceau d'anneau (facteur  $\times 2$ ) et l'anneau complet (facteur  $\times 4,5$ ), la position du dernier pic d'intensification de chaque cas est cohérente. Les enseignements sur la position du dernier pic engendré par un anneau (cf. équation (3.103) et abaque de la figure 3.20) sont applicables au morceau d'anneau et *a fortiori* au bourrelet.

Dans le cas n°1, le bourrelet a un impact à la distance  $z_0 = 27 \text{ mm}$  (cf. équation (3.103)) : le dernier pic mesuré dans le cas n°1 à  $z = 160 \text{ mm}$  n'est pas impacté par la présence du bourrelet, le modèle suffit à décrire les modulations de l'intensification au plus loin du



**FIGURE 4.12** – (a) Support du bourrelet en bleu, du morceau d'anneau en rouge et de l'anneau complet en vert; (b) intensifications maximales simulées entre 4 et 30 mm en aval du bourrelet (trait interrompu bleu) et du morceau d'anneau (trait continu rouge); l'intensification centrale en aval de l'anneau complet est représenté par le trait mixte vert (jeu de paramètres ( $R_1 = 80 \mu\text{m}$ ,  $R_2 = 112 \mu\text{m}$ ,  $\phi_1 = 0,61 \text{ rad}$ ) appliqué à l'équation (3.97)). Les trois objets de phase ont une hauteur de 154 nm dans le traitement d'indice  $n_1 = 1,22$ .

défaut. Dans le cas n°2, cet ordre de grandeur vaut 18 mm : l'estimation effectuée à l'aide du modèle analytique est faussée autour de cette distance par la présence du bourrelet.

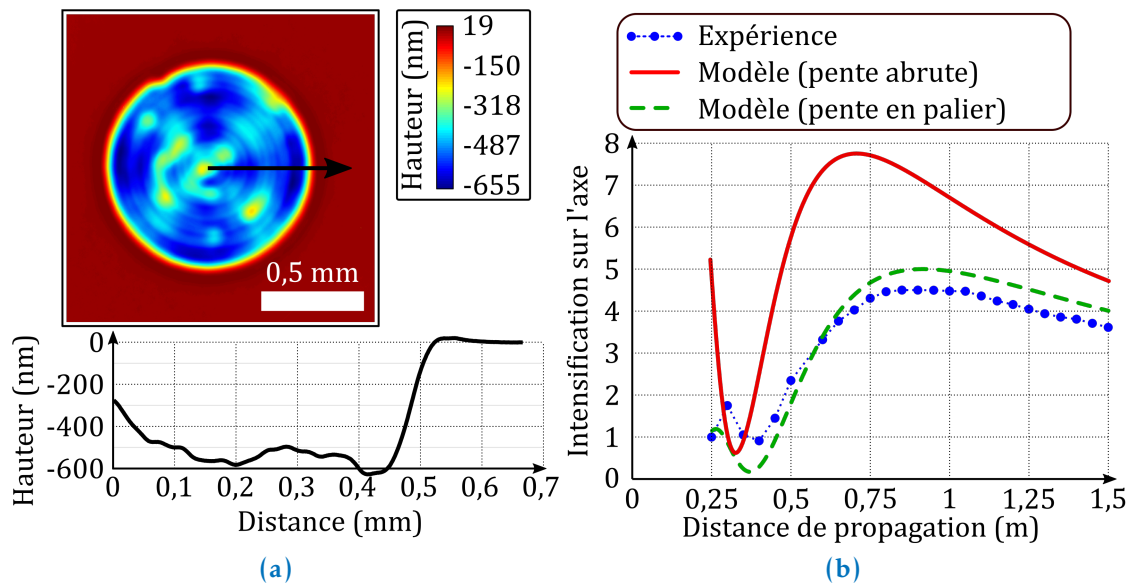
La présence du bourrelet dans le cas n°2 est plus gênante au regard de la problématique de l'endommagement fratricide. En effet, l'évaluation analytique de l'intensification à des distances éloignées du nodule n°2 est sous-estimée alors que celle du cas n°1 est cohérente.

Nous démontrons un enseignement supplémentaire dans le but de statuer sur la pertinence du modèle au regard des éléments non symétriques présents dans la morphologie d'un défaut.

#### 4.4 APPLICATION DU MODÈLE ANALYTIQUE À UN DÉFAUT DONT LE SAUT DE PHASE S'EFFECTUE AVEC UNE TRANSITION

Jusqu'à maintenant, nous supposons que la transition de phase entre deux éléments conjoints, qui décomposent la structure d'un défaut, est la plus escarpée possible, *ie.* la transition de phase est immédiate. Bien que ce ne soit pas le cas en réalité, faire cette hypothèse ne semble pas avoir d'impact sur l'estimation des intensifications d'éclairement au vu de la bonne concordance entre l'expérience et le modèle.

Néanmoins, il existe des cas où la pente de la phase n'est plus négligeable au regard de l'intensification que génère l'objet diffractant. Pour illustrer ce propos, nous nous appuyons sur l'objet, appelé B2K, dont la morphologie est présentée sur la figure 4.13a. C'est un objet que nous avons conçu dans le but de générer une forte intensification, utile pour des expériences d'endommagement laser [59]. L'idée de la conception d'un tel objet repose sur le principe des zones de Fresnel (*cf.* figure 3.8) appliquées au disque de



**FIGURE 4.13** – (a) Mesure de la morphologie du défaut B2K établie à l'aide du rugosimètre interférentiel (*cf.* section 2.1.1); (b) comparaison de l'intensification mesurée (cercles bleus), le modèle considérant la pente de phase abrupte (trait rouge continu) et celui tenant compte du défaut d'escarpement en décomposant la pente en paliers (trait interrompu vert).

Paramètres	Creux $i = 1$	Pente	
		Début	Fin
$R_i$ $\mu\text{m}$	487	466	513
$\sigma_i/R_i^2$	0.021	0.060	0.014
$t_i$	1	1	1
$\phi_i$ (rad)	-4.0	-	-

TABLE 4.4 – Paramètres modélisant la morphologie du défaut B2K de la figure 4.13a.

phase : pour avoir une forte intensification (eg. un facteur  $\times 9$ ) à la distance  $z$ , il suffit de déphaser l'entièreté de la première zone de Fresnel de  $\lambda/2$  (ie. une profondeur de 373 nm dans de la silice ( $n_1 = 1,47$ ) à  $\lambda_0 = 351$  nm et un rayon  $R = \sqrt{\lambda z}$ ).

À l'aide de l'ablation de silice par un laser  $\text{CO}_2$ , nous avons façonné un disque ayant en moyenne une profondeur de 487 nm [59]. Théoriquement, un disque de phase ayant cette profondeur génère une intensification d'un facteur  $\times 7,9$  (cf. équation (3.65)), comme le montre la courbe rouge de la figure 4.13b représentant l'intensification centrale donnée par le modèle. Tel quel, le modèle surestime grandement l'intensification observée expérimentalement (cercles bleus). Le défaut d'escarpement de l'objet est l'argument principal pour obtenir une meilleure estimation de l'intensification (c'est-à-dire la prise en compte de la pente de la phase).

Avant toute démonstration, il faut noter que l'approche par décomposition permet de modéliser l'effet du défaut d'escarpement sur l'intensification. Pour cela, il suffit de décomposer la pente d'un objet de phase (cf. la courbe bleue de la figure 4.14a) en une multitude d'éléments, donnant alors une phase en escalier représentée par la courbe rouge. Nous supposons que la pente est constante. Plus grand est le nombre d'éléments décomposant la pente, meilleure devrait être l'estimation de l'intensification. Une étude de

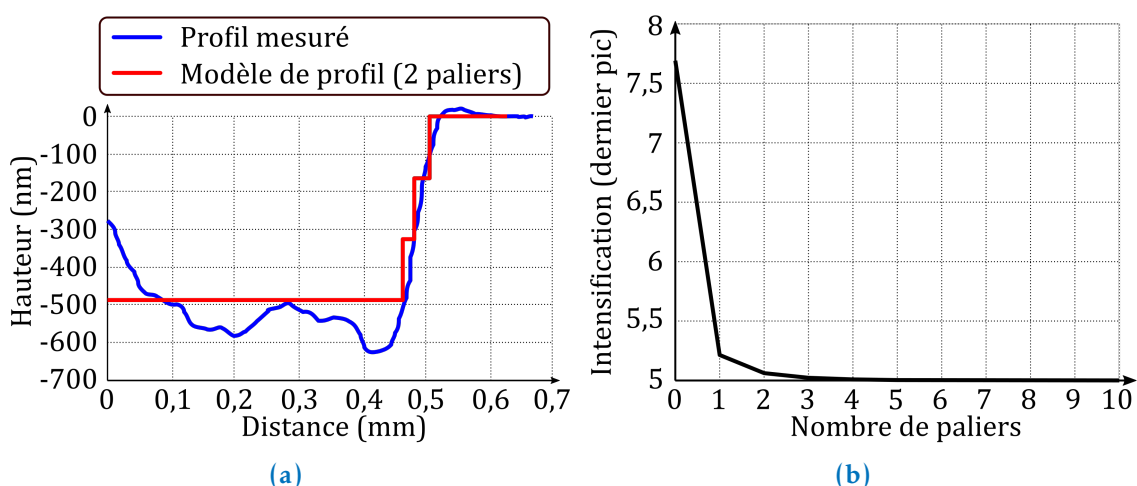


FIGURE 4.14 – (a) Coupe du profil de profondeur du défaut B2K dont l'escarpement est modélisé par la courbe rouge; (b) étude de convergence de l'intensification du dernier pic en fonction du nombre de paliers décomposant la pente.

convergence est proposée à la figure 4.14b fondée sur les paramètres de l'objet présenté sur la figure 4.13a en fonction du nombre de paliers décomposant la pente. Il suffit de 3 paliers (*ie.* 4 éléments décomposant la pente) pour avoir une très bonne estimation de l'effet de la pente sur l'intensification centrale de l'éclairement lumineux.

Le trait interrompu vert sur la figure 4.13b montre l'intensification de l'éclairement en tenant compte du défaut d'escarpement dans le modèle (4 éléments décomposent la pente). L'estimation du facteur d'intensification est nettement améliorée.

Lorsque les déphasages sont importants (*eg.* proche de  $\pi$  ou  $-\pi$  rad), le défaut d'escarpement joue un rôle significatif sur la valeur de l'intensification. Néanmoins, en ce qui concerne la position du dernier pic d'intensification, une bonne approximation est donnée à l'aide des enseignements tirés de la section 3.2. Dans le cas présent, cette estimation valant  $z_0 = 676$  mm (*cf.* équation (3.67)) est du même ordre de grandeur que la position du dernier pic mesuré :  $z_0^{\text{mes}} = 900$  mm.

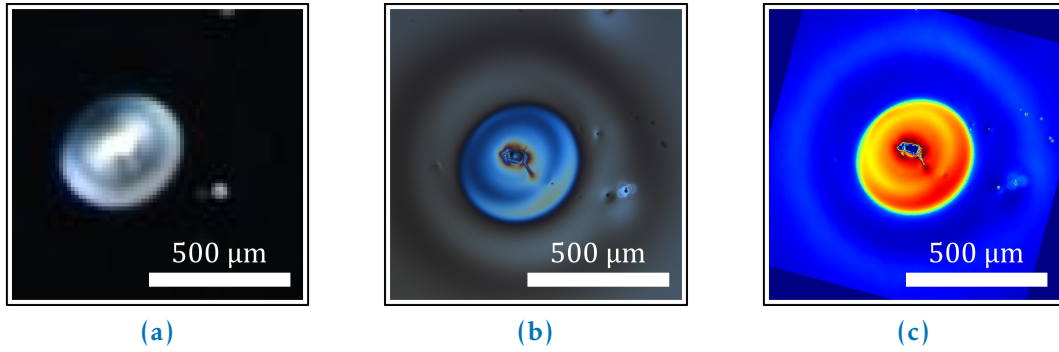
Dans les cas précédemment présentés (*cf.* sections 4.1 à 4.3), il semblerait que le défaut d'escarpement n'ait pas un rôle très important à la vue de la bonne prédiction du modèle ne tenant pas compte de cet aspect.

#### 4.5 APPLICATION DE LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION POUR MAJORER LES INTENSIFICATIONS EN NE CONNAISSANT QUE CERTAINS PARAMÈTRES DU DÉFAUT

Le modèle décrit par l'équation (3.99) suppose de connaître chaque onde élémentaire décomposant l'onde diffractée par le défaut. Ces ondes élémentaires sont caractérisées par une dimension transverse, une transmission, un déphasage et un défaut de circularité. Dans les sections 4.1 à 4.4, le lien direct entre l'intensification, notamment concernant le dernier pic d'intensification, et les paramètres du modèle, est mis en valeur par le biais de l'expérience.

Cependant les paramètres décrivant chaque onde peuvent être compliqués voire impossibles à estimer (*eg.* le cas de défauts apparaissant sur chaîne). Plusieurs cas de figure montrent que le paramètre de phase est difficile à estimer (*cf.* la goutte de la section 4.1). De plus, dans un contexte de spécification de défauts, caractériser précisément tous les paramètres de chaque défaut n'est pas une bonne méthode car cela demande beaucoup de ressources en temps et en instrumentation. Il est donc intéressant d'être capable de tirer un maximum d'informations sur l'intensification à partir d'un jeu de paramètres partiellement connus.

La suite du développement, qui reprend des résultats déjà présentés dans [79], est hiérarchisée en fonction de la difficulté à caractériser les paramètres. Ainsi, le premier paramètre considéré est la plus grande dimension transverse  $R_m$  d'un défaut pouvant être évaluée par une simple photographie (*cf.* figure 4.15a). Ensuite nous verrons l'effet des rayons intérieurs (paramètres  $\alpha_i$ ) de la structure d'un défaut. Ces rayons sont estimés à l'aide d'une photographie mieux résolue pouvant faire intervenir du contraste de phase (*cf.* figure 4.15b). Enfin nous nous intéresserons à ce que peut apporter une information partielle sur les déphasages  $\phi_i$ . Quantifier la phase d'un défaut est le plus difficile ; elle s'obtient à l'aide de mesures fondées sur l'interférométrie (*cf.* figure 4.15c).



**FIGURE 4.15** – (a) Photographie du nodule typique (banc d’observation industriel); (b) Observation au microscope Nomarski (cf. section 2.1.2) du même défaut; (c) Mesure à l’aide du rugosimètre interférentiel (section 2.1.1) de la morphologie du nodule typique.

#### 4.5.1 Effet de la plus grande dimension transverse d’un défaut sur la majoration

Dans cette section, nous cherchons à nous placer dans le cas le plus majorant, c’est-à-dire, le cas de l’objet générant la plus grande intensification à la distance  $z$ , avec comme seul paramètre fixe la dimension transverse de l’objet diffractant. Mettons de côté le modèle développé plus haut et revenons à l’équation de Fresnel (cf. équation (3.35)).

Les conclusions de la section 3.3.1 sur le défaut de circularité d’un objet diffractant impliquent que celui-ci doit nécessairement être à symétrie de révolution pour engendrer une intensification maximale. De plus, son déphasage doit compenser la phase du terme correspondant à l’onde sphérique de la diffraction de Fresnel pour maximiser l’interférence entre les rayons lumineux traversant l’objet : celui-ci a nécessairement une morphologie de lentille. Enfin un offset de phase  $\Phi$  est nécessaire pour maximiser l’interférence entre les rayons traversant le défaut et ceux se propageant à l’extérieur du défaut. Toutes ces conditions reviennent à considérer l’onde  $\mathcal{U}_R$  ayant l’expression suivante à  $z = 0$  :

$$\mathcal{U}_R(\rho, 0) = \begin{cases} \mathcal{U}_0 e^{-j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} e^{j\Phi} & , \text{ si } \rho < 1, \\ \mathcal{U}_0 & , \text{ sinon.} \end{cases} \quad (4.5)$$

À la distance  $z$ , sur l’axe optique, l’onde s’exprime

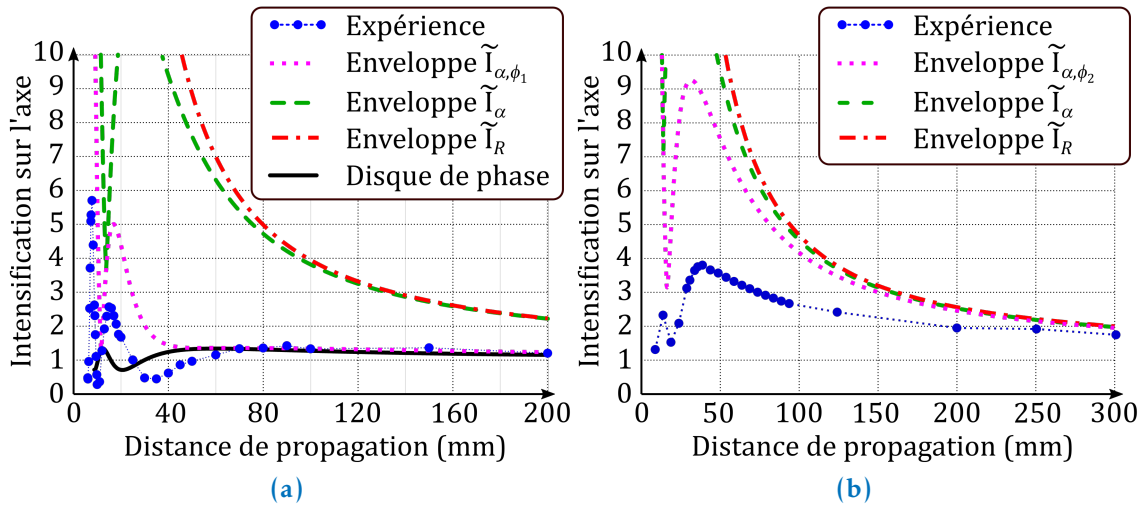
$$\mathcal{U}_R(0, \zeta) = -\mathcal{U}_0 \frac{j}{\zeta} 2\pi \left( \int_1^\infty e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \rho' d\rho' + \int_0^1 e^{j\Phi} \rho' d\rho' \right). \quad (4.6)$$

Nous reconnaissons l’intégrale de gauche qui est la diffraction de la lumière par un disque opaque que nous avons su évaluer à l’équation (3.56). L’équation (4.6) devient

$$\mathcal{U}_R(0, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left( e^{j\frac{\pi}{\zeta}} - \frac{j\pi}{\zeta} e^{j\Phi} \right) \Rightarrow I_R(0, \zeta) = \left| \frac{\mathcal{U}_R(0, \zeta)}{\mathcal{U}_0} \right|^2 = 1 + \left( \frac{\pi}{\zeta} \right)^2 - \frac{2\pi}{\zeta} \sin\left( \frac{\pi}{\zeta} - \Phi \right). \quad (4.7)$$

Pour trouver l’objet menant à la plus forte intensification à la distance  $z$ , il suffit d’évaluer l’offset de phase  $\Phi$  qui maximise l’expression de l’intensification donnée à l’équation (4.7) :

$$\sin\left( \frac{\pi}{\zeta} - \Phi \right) = -1 \Rightarrow \Phi \equiv \left( \frac{\pi}{\zeta} + \frac{\pi}{2} \right) \pmod{2\pi}. \quad (4.8)$$



**FIGURE 4.16** – Enveloppes majorant les intensifications générées par de vrais défauts (cercles bleus); en noir l’enveloppe dépendant uniquement de la plus grande dimension transverse du défaut (cf. section 4.5.1), en vert celle dépendant des dimensions des éléments décomposant le défaut (cf. section 4.5.2) et en magenta celle dépendant en plus d’une des deux phases (cf. section 4.5.3); (a) cas de la goutte, le trait noir continu représente le disque de phase constitué uniquement des paramètres de l’élément n°2; (b) cas du nodule à particule.

En connaissant uniquement la dimension transverse d’un défaut, tout ce que l’on peut affirmer sur l’intensification engendrée est qu’elle est majorée par l’enveloppe suivante<sup>3</sup> :

$$\tilde{I}_R(\zeta) = \left(1 + \frac{\pi}{\zeta}\right)^2. \quad (4.9)$$

L’enveloppe diverge en  $z = 0$ . Cela n’a rien de physique, les hypothèses de Fresnel ne sont tout simplement pas respectées.

Sur les figures 4.16a et 4.16b sont représentées respectivement, par le trait mixte rouge, l’enveloppe  $\tilde{I}_R$  majorant les intensifications générées par la goutte présentée sur la figure 4.1 et l’enveloppe majorant les intensifications générées par le nodule de la figure 4.5. C’est le premier degré d’information sur les intensifications. Bien que cette information sur-évalue grandement le vrai impact du défaut sur la lumière, la spécification devrait se fonder sur cette enveloppe sans davantage de connaissances sur le défaut.

#### 4.5.2 Effet des rayons intérieurs sur la majoration

Dans cette section nous revenons sur le modèle fondé sur la décomposition des défauts. À l’aide d’une photographie suffisamment résolue il est possible de caractériser les rayons intérieurs à la structure d’un défaut, à savoir les paramètres  $\alpha_i = R_i^2/R_m^2$  de l’équation (3.97).

Considérons d’abord une structure transparente constituée de deux éléments ( $m = 2; t_1 = t_2 = t_3 = 1; \alpha_1 = \alpha; \alpha_2 = 1; \phi_1$  et  $\phi_2$  quelconques). En appliquant ces paramètres

3. Toutes les enveloppes de l’intensification sur l’axe seront notées avec des tildes. De plus l’indice correspond au paramètre duquel l’enveloppe dépend.

au modèle général donné à l'équation (3.97), l'intensification de l'éclairement le long de l'axe optique d'un tel objet s'exprime comme suit :

$$I_\alpha(0, \zeta) = \left| 1 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2\zeta}(1-\alpha)\right) e^{j\left(\frac{\pi}{2\zeta}(\alpha-1) + \phi_2 - \frac{\pi}{2}\right)} + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2\zeta}\alpha\right) e^{j\left(\frac{\pi}{2\zeta}(\alpha-2) + \phi_1 - \frac{\pi}{2}\right)} \right|^2, \quad (4.10)$$

où les deux phases  $\phi_1$  et  $\phi_2$  sont isolées dans deux exponentielles complexes. En appliquant l'inégalité triangulaire<sup>4</sup>, il est possible de majorer l'équation (4.10) par

$$\tilde{I}_\alpha(\zeta) = \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta}(1-\alpha) \right| + 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta}\alpha \right| \right)^2. \quad (4.11)$$

Cette enveloppe est utilisée lorsque les seules informations inconnues sont celles relatives aux déphasages du défaut. Ce cas de figure survient lors d'une mesure qualitative au microscope Nomarski (cf. section 2.1.2) où seule une information quantitative sur les dimensions transverses est accessible, la valeur de phase restant un paramètre inconnu.

Le comportement asymptotique de l'enveloppe définie à l'équation (4.11) est donnée par<sup>5</sup>

$$\tilde{I}_\alpha(\zeta \rightarrow \infty) = \left( 1 + \frac{\pi}{\zeta} \right)^2 + o\left(\frac{1}{\zeta^2}\right). \quad (4.12)$$

Nous retrouvons l'enveloppe  $\tilde{I}_R$  ne tenant compte que de la plus grande dimension transverse de l'objet (cf. équation (4.7)).

Une fois de plus nous nous sommes mis en situation pour évaluer l'intérêt d'une telle enveloppe. Sur les figures 4.16a et 4.16b est présentée respectivement, par les traits interrompus longs et verts, l'enveloppe  $\tilde{I}_\alpha$  appliquée au cas de la goutte et au cas du nodule à particule<sup>6</sup>. L'intérêt d'une telle enveloppe est discutable au vu des résultats qu'elle propose. En effet, dans chaque cas, la courbe reste très proche de celle correspondante à l'enveloppe  $\tilde{I}_R$ .

Néanmoins, l'enveloppe  $\tilde{I}_\alpha$  permet d'établir des résultats intéressants, que nous développons par la suite, notamment pour simplifier la décomposition d'un défaut.

Avant toute simplification, il est nécessaire de mentionner que l'équation (4.11) est aussi applicable au disque de phase ( $m = 1; t_1 = t_2 = 1$ ). En effet, un disque de phase est un anneau de phase dont le rayon intérieur est égal au rayon extérieur ( $\alpha = 0$  ou  $\alpha = 1$ ). L'expression de l'enveloppe devient alors

$$\tilde{I}_{\alpha=1}(\zeta) = \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta} \right| \right)^2. \quad (4.13)$$

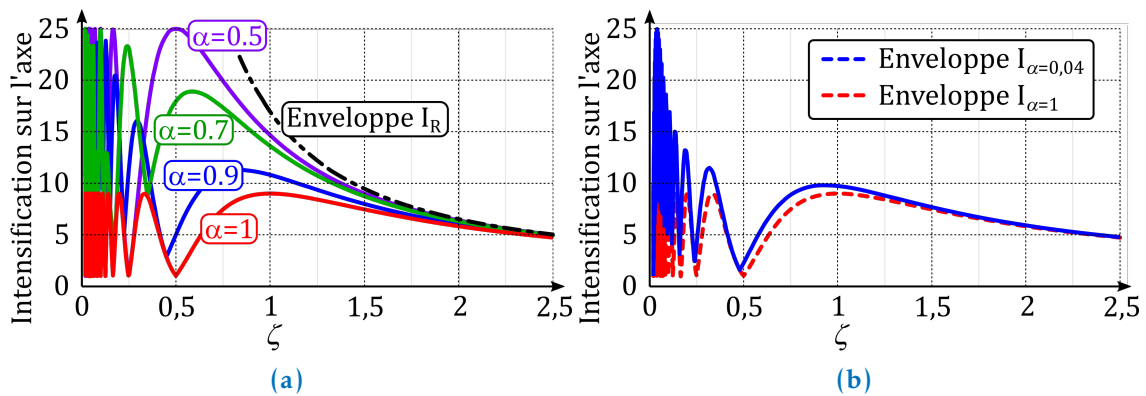
Les enveloppes  $\tilde{I}_\alpha$  sont représentées sur la figure 4.17a pour plusieurs valeurs de  $\alpha$ . Seuls les cas correspondant à des  $\alpha$  plus grands que 0,5 sont exposés, puisque le cas  $1 - \alpha$  donne les mêmes enveloppes<sup>7</sup>. La position du dernier pic d'intensification évolue entre  $\zeta = 0,5$  donnant la plus grande intensification (facteur  $\times 25$ ) et  $\zeta = 1$  (le disque de phase,

4. L'inégalité triangulaire est la suivante :  $\forall (a, b) \in \mathbb{C}, |a + b| \leq |a| + |b|$ .

5. Les sinus sont linéarisés :  $\sin \xi = \xi + o(\xi)$

6. Pour le cas du nodule à particule se décomposant en trois éléments, nous nous sommes ramenés à une structure à deux éléments à l'aide de la loi d'équivalence donnée à l'équation (4.4).

7. Cette symétrie est directement donnée par l'équation (4.11).



**FIGURE 4.17** – (a) Enveloppes de l'intensification engendrée par une structure à 2 éléments; les enveloppes ne dépendent que des dimensions transverses des éléments; (b) Enveloppes ne dépendant que des dimensions transverses de deux structures : une structure à deux éléments et un disque de phase; les deux courbes se rejoignent à partir d'une distance suffisamment grande.

donnant un facteur  $\times 9$ ). À titre de comparaison, l'enveloppe  $\tilde{I}_R$  est présentée par le trait mixte noir.

Enfin, la simplification qui est mise en évidence grâce à l'enveloppe  $\tilde{I}_\alpha$  concerne les structures composées de deux éléments ayant des dimensions transverses très différentes ( $\alpha$  proche de zéro). Sans même connaître la phase de ces éléments, nous montrons, à l'aide des équations (4.11) et (4.13), que le plus petit élément n'interfère plus avec le grand à partir d'une distance suffisamment grande. En effet, si  $\pi\alpha/2\zeta \ll 1$  le développement limité de l'enveloppe  $\tilde{I}_\alpha$  (cf. équation (4.11)) donne

$$\tilde{I}_\alpha(\zeta) = \left[ 1 + 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta} \right| + \frac{\pi\alpha}{\zeta} \left( 1 - \cos \frac{\pi}{2\zeta} \right) + o\left( \frac{\pi^2\alpha^2}{4\zeta^2} \right) \right]^2. \quad (4.14)$$

Lorsque  $\pi\alpha/\zeta \ll 1/2^8$ , nous retrouvons l'expression de l'enveloppe dans le cas d'un disque de phase (cf. équation (4.13)) : le petit élément n'interfère plus avec le grand. Par exemple, sur la figure 4.17b est représentée en bleu l'enveloppe (cf. équation (4.11)) pour le cas d'un anneau dont  $\alpha = 0,04$  (le rayon extérieur vaut 5 fois le rayon intérieur) et en rouge est tracée l'enveloppe pour le cas du disque de phase ayant un rayon égal au rayon extérieur de l'anneau (cf. équation (4.13)). L'enveloppe du disque correspond à  $\tilde{I}_{\alpha=0,04}$  lorsque la distance est suffisamment grande :  $\zeta \gg 2\pi\alpha = 0,2$ .

Puisque les cas  $\alpha$  et  $1 - \alpha$  sont équivalents, le précédent résultat s'étend au cas des anneaux de phase dont  $\alpha$  est proche de 1 (ie. le rayon extérieur avoisine le rayon intérieur). L'anneau est tellement mince qu'il ne contribue plus à la figure de diffraction, seul le disque intérieur compte.

La goutte présentée à la figure 4.1 illustre bien ce dernier cas ( $\alpha = 0,88$ ). À partir de 172 mm, il est certain que l'anneau n'a quasiment plus d'impact sur l'intensification le long de l'axe optique. Sur la figure 4.16a est présentée, en trait continu noir, l'intensification en aval du disque intérieur seul. C'est à partir de 80 mm que cette courbe rejoint les résultats expérimentaux, ie. la contribution de l'anneau de phase est négligeable, ce qui est cohérent avec le résultat théorique.

8. Au maximum  $1 - \cos[\pi/2\zeta] = 2$  et au minimum  $1 + 2|\sin[\pi/2\zeta]| = 1$ . Pour que la quantité  $\pi\alpha(1 - \cos[\pi/2\zeta])/\zeta$  soit négligeable devant  $1 + 2|\sin[\pi/2\zeta]|$ , il suffit que  $\pi\alpha/\zeta \ll 1/2$ .



L'apport principal de l'enveloppe  $\tilde{\Gamma}_\alpha$  est qu'elle donne un moyen de simplifier la décomposition d'un défaut au regard de l'intensification engendrée. En effet, il n'est pas nécessaire d'évaluer plus précisément les petits éléments pour estimer les intensifications à de grandes distances de propagation, *eg.* celles correspondant au dernier pic d'intensification.

#### 4.5.3 Effet sur l'intensification d'une connaissance limitée sur les déphasage $\phi_i$ d'un défaut

Dans les sections 4.1 et 4.2, nous avons observé à quel point il pouvait être difficile d'évaluer le déphasage de certains éléments (*eg.* la phase de l'élément n°2 du cas de la goutte). C'est pourquoi nous proposons dans cette section de calculer des enveloppes seulement à partir d'une information partielle sur la phase (*ie.* seulement la connaissance de la phase  $\phi_1$  ou seulement la phase  $\phi_2$  pour un objet à deux éléments).

Encore une fois, nous appliquons l'inégalité triangulaire à l'équation (4.10) pour fournir l'expression de l'enveloppe qui ne dépend que de  $\phi_1$  :

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha, \phi_1}(\zeta) = \left( 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta} (1 - \alpha) \right| + \left| e^{j\phi_1} - e^{j\phi_1} e^{j\frac{\pi\alpha}{\zeta}} + e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \right| \right)^2. \quad (4.15)$$

Il n'y a pas d'expression plus simple du terme à droite du signe d'addition. Nous n'en tirons qu'une information qualitative, après un calcul numérique fondé sur les paramètres de la goutte (*cf.* trait interrompu court magenta de la figure 4.16a). L'enveloppe exprimée à l'équation (4.15) est particulièrement intéressante pour le cas des structures à deux éléments dont les valeurs de rayon sont voisines (paramètre  $\alpha$  proche de 1). C'est le cas de la goutte ( $\alpha = 0,88$ ), d'où une nette amélioration de la majoration de l'intensification.

De même pour l'enveloppe ne dépendant que de  $\phi_2$ , nous obtenons :

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha, \phi_2}(\zeta) = \left( 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta} \alpha \right| + \left| e^{j\phi_2} e^{j\frac{\pi\alpha}{\zeta}} - e^{j\phi_2} e^{j\frac{\pi}{\zeta}} + e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \right| \right)^2. \quad (4.16)$$

Cette enveloppe est appliquée au cas du nodule présenté sur la figure 4.5<sup>9</sup> et elle est représentée par le trait interrompu court et magenta sur la figure 4.16b. L'enveloppe exprimée à l'équation (4.16) est particulièrement intéressante pour le cas des structures à deux éléments dont les valeurs de leur rayon sont éloignées (paramètre  $\alpha$  proche de 0). C'est n'est pas forcément le cas du nodule à particule ( $\alpha = 0,24$ ), où l'amélioration de la majoration est moins nette que pour le cas de la goutte.

Nous montrons qu'une information partielle sur la phase peut, dans certains cas, améliorer grandement notre connaissance sur l'intensification réellement engendrée par le défaut.

9. Encore une fois, la loi d'équivalence de l'équation (4.4) est utilisée pour passer d'une structure de trois éléments à seulement deux.

#### 4.6 APPLICATION DE LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION POUR SIMPLIFIER LA MORPHOLOGIE D'UN DÉFAUT AU REGARD DE L'INTENSIFICATION

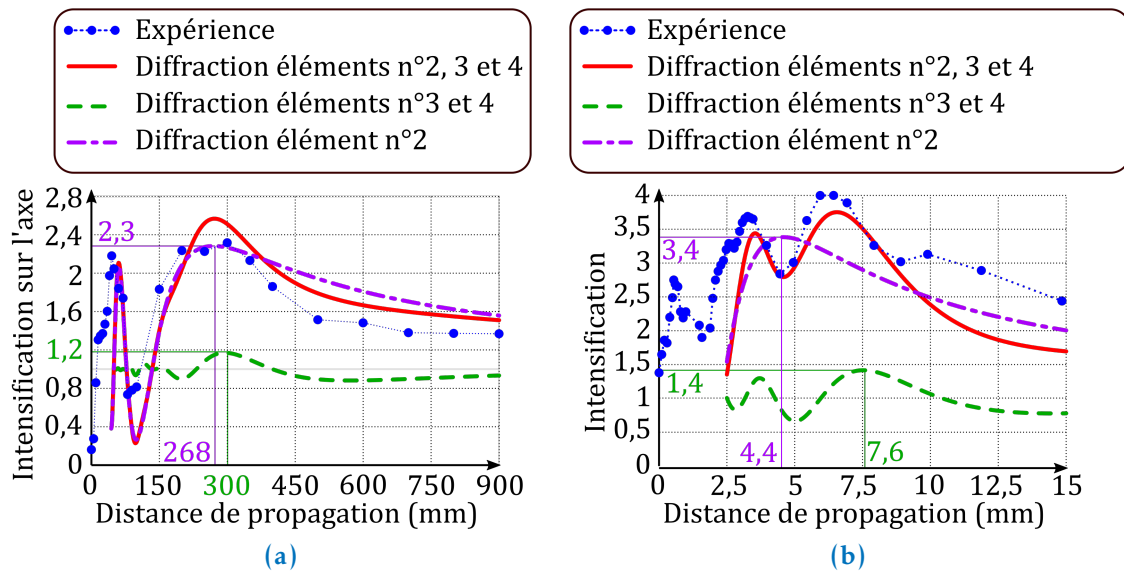
Certains défauts ont des structures complexes ( $m > 2$ ) comme le nodule présenté sur la figure 3.1 comportant 4 éléments. Le seul enseignement apporté par le modèle, décrit par l'équation (3.99), est l'évolution de l'intensification centrale au cours de la propagation, une fois le calcul réalisé. Cependant établir des règles simples pour ces cas complexes, par exemple l'estimation de la position du dernier pic dans le cas d'un disque ou d'un anneau de phase (cf. équations (3.67) et (3.103)), semble compromis. Pour pallier cette complexité, nous proposons dans cette section d'établir des règles permettant de simplifier la morphologie d'un défaut. L'idée est de fournir des conditions sur les paramètres d'un défaut pour que sa morphologie se réduise à un disque ou un anneau de phase. Ainsi les enseignements du chapitre 3 peuvent être applicables même à un défaut de morphologie complexe.

##### 4.6.1 Simplification de la morphologie au regard des déphasages

Dans cette section nous nous intéressons à deux nodules : (i) le nodule typique de la figure 3.1a décrit par le tableau 3.2 et (ii) le nodule à croissant n°2 de la figure 4.7b dont les paramètres sont répertoriés dans le tableau 4.3. Les structures des morphologies des deux nodules sont quasiment identiques : autour de la bosse centrale (élément n°2) se forme deux anneaux de phase (élément n°3 et 4). La seule différence se situe au niveau de l'élément n°1 ; dans le cas du nodule typique cet élément est opaque, tandis qu'il est transparent pour le nodule à croissant n°2. Néanmoins cette différence n'a pas d'impact sur le propos de cette section puisque nous verrons, dans la section 4.6.2, que l'élément n°1 a une dimension transverse trop petite pour avoir une influence sur les figures de diffraction aux distances qui nous importent. L'idée principale est d'étudier indépendamment l'impact sur l'intensification de chaque élément puis de comparer celle issue de l'interférence entre tous les éléments.

Intéressons-nous d'abord à la diffraction de la lumière par la structure composée uniquement des éléments n°3 et 4. Pour les deux défauts, la phase de l'élément n°3 étant proche de zéro, la structure constituée seulement des éléments n°3 et 4 peut être considérée comme un parfait anneau de phase. Les enseignements à propos de l'anneau peuvent être alors appliqués à cette structure (cf. section 3.3.2). Ainsi l'intensification, engendrée par les éléments n°3 et 4, devrait être majorée par un facteur  $\times 1,2$  pour le cas du nodule typique et par un facteur  $\times 1,5$  pour le cas du nodule à croissant n°2 (cf. équation (3.101)). De plus, le dernier pic d'intensification survient autour de 363 mm du nodule typique et autour de 8,6 mm du nodule à croissant n°2 (cf. équation (3.103)). Dans chaque cas, ces résultats se vérifient par le calcul (courbes interrompues vertes des figures 4.18a et 4.18b calculée à partir de l'équation (3.99) et des paramètres des éléments n°3 et 4).

Ensuite intéressons-nous à la diffraction de la lumière par la bosse centrale (l'élément n°2 de chaque nodule). Cette dernière est modélisée par un disque de phase ; les enseignements qui en découlent peuvent être appliqués. Le dernier pic d'intensification engendré par l'élément n°2 se situe à 268 mm dans le cas du nodule typique et 4,4 mm dans le cas du nodule à croissant n°2 (cf. équation (3.68)). De plus la valeur de l'intensification sur chaque pic vaut un facteur  $\times 2,3$  pour le cas de nodule typique et  $\times 3,4$  pour le cas du no-



**FIGURE 4.18** – Intensification engendrée par des groupes d'éléments décomposant deux défauts illustrant la simplification par les déphasages (intensification mesurée représentée par les cercles bleus); (a) cas du défaut typique de la figure 3.22a; (b) cas du nodule à particule n°2 de la figure 4.7b.

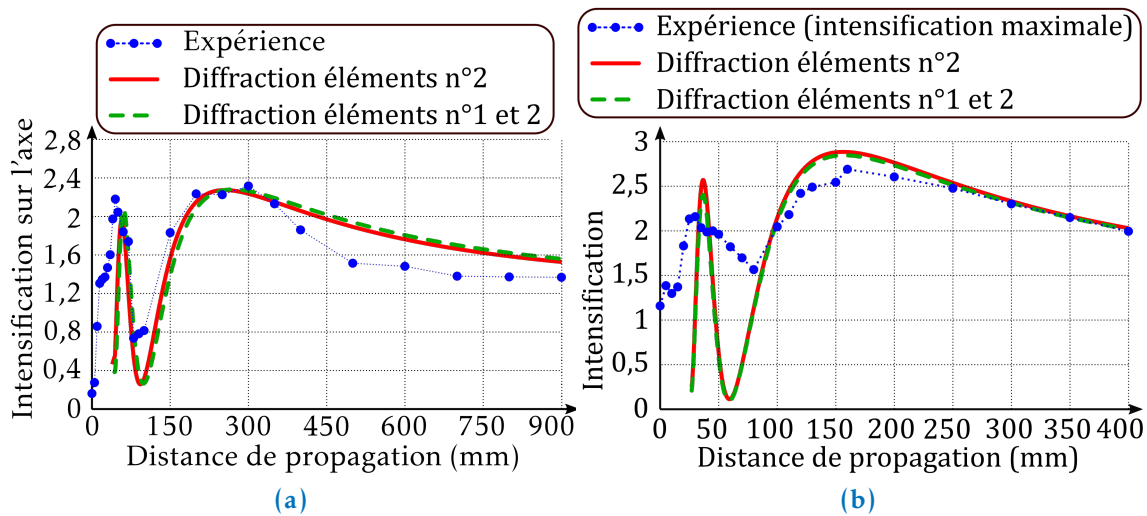
dule à croissant n°2 (cf. équation (3.63)). Ces résultats sont vérifiés sur les figures 4.18a et 4.18b où est représentée, par le trait mixte violet, l'intensification engendrée uniquement par l'élément n°2.

Enfin, pour les deux nodules, l'interférence entre les éléments n°2, 3 et 4 est représentée sur les figures 4.18a et 4.18b par les traits continus rouges (calcul effectué à partir de l'équation (3.99)). Dans chaque cas, au premier ordre, l'intensification engendrée uniquement par la bosse centrale (trait mixte violet) donne une bonne estimation du dernier pic d'intensification engendré par toute la structure; considérer les anneaux permet ensuite d'affiner les résultats.

Lorsque la morphologie d'un défaut est complexe, si la structure présente des éléments en périphérie présentant des sauts de phase faibles par rapport à l'élément central, alors une bonne estimation des caractéristiques du dernier pic d'intensification peut être établie seulement à partir des paramètres de l'élément central, au travers des enseignements mis en évidence dans le cas du disque de phase (cf. section 3.2).

#### 4.6.2 Simplification de la morphologie au regard des dimensions transverses

Ici nous nous intéressons à la structure suivante : un petit élément central est entouré par un second plus grand et transparent ( $t_2 = 1$ ). L'idée de cette section est de se baser sur les dimensions transverses des éléments pour justifier que la lumière perturbée par l'un n'interfère pas avec celle diffractée par l'autre. Nous illustrons ce cas à l'aide de deux défauts : (i) le nodule typique de la figure 3.22a dont les paramètres sont répertoriés dans le tableau 3.2 et (ii) le nodule à croissant n°1 de la figure 4.7a dont les paramètres sont dans le tableau 4.3.



**FIGURE 4.19** – Intensification engendrée par des groupes d’éléments décomposant deux défauts illustrant la simplification par les dimensions transverses (intensification mesurée représentée par les cercles bleus); (a) cas du défaut typique de la figure 3.22a, la particule centrale est opaque; (b) cas du nodule à particule n°1 de la figure 4.7b, la particule centrale est transparente.

Deux cas sont à différencier : (i) l’élément n°1 est opaque ( $t_1 = 0$ ) illustré par le nodule typique, (ii) l’élément n°1 est transparent ( $t_1 = 1$ ) représenté par le nodule à croissant n°1.

En ce qui concerne le cas opaque, les équations ont déjà été formulées dans la section 4.2. Nous avons montré qu’une structure opaque en son centre et transparente en périphérie est équivalente à un disque de phase dont le rayon est ajusté suivant l’équation (4.2). En repartant de l’équation (4.1), qui exprime l’onde diffractée par toute la structure, il suffit que l’argument de l’exponentielle complexe  $\exp(j\pi\alpha/\zeta)$  soit négligeable pour qu’on y reconnaisse l’onde diffractée par un simple disque de phase (cf. équation (3.61)). Ce cas correspond au fait que l’élément n°1 n’interfère plus avec l’élément n°2 :

$$\pi\alpha \ll \zeta \Rightarrow \text{l'élément n°1 } (t_1 = 0) \text{ n'interfère pas avec l'élément n°2.} \quad (4.17)$$

Dans le cas du nodule typique, il suffit d’observer les figures de diffraction au-delà de la distance  $z = 29 \text{ mm}$ <sup>10</sup> pour ne plus avoir à se soucier de l’élément n°1. Ainsi le pic d’intensification à 300 mm (cf. figure 4.19a) peut être estimé en considérant uniquement les paramètres de l’élément n°2<sup>11</sup>. Nous vérifions ce résultat par le calcul de l’intensification engendrée soit par l’élément n°2 seul (trait continu rouge de la figure 4.19b), soit par les éléments n°1 et 2 (trait interrompu vert de la figure 4.19b). Les deux courbes sont confondues à 300 mm de propagation.

10. L’élément n°2 est le plus grand à considérer :  $\alpha = (R_1/R_2)^2$  et  $\zeta = z\lambda/R_2^2$ .

11. Nous avons montré en section 4.6.1 que les éléments n°3 et 4 contribuent faiblement à l’intensification à 300 mm.

Dans le cas où l'élément n°1 est transparent ( $t_1 = 1$ ), nous utilisons le résultat développé en fin de section 4.5.2. Nous avons démontré le résultat suivant :

$$2\pi\alpha \ll \zeta \Rightarrow \text{l'élément n°1 } (t_1 = 1) \text{ n'interfère pas avec l'élément n°2.} \quad (4.18)$$

Ce résultat est appliqué au cas du nodule à croissant n°1. Il suffit de se situer à  $z \gg 2\pi\alpha R_2^2/\lambda = 4 \text{ mm}$  du nodule pour ne plus se soucier de l'élément n°1. Ce résultat est vérifié par le calcul de la diffraction seulement par l'élément n°2 (trait continu rouge de la figure 4.19b) et celui relatif à la diffraction des éléments n°1 et 2 (trait interrompu vert de la figure 4.19b). Au delà de 4 mm et notamment pour le dernier pic d'intensification à 150 mm, les deux courbes sont identiques.

Enfin ce résultat est très intéressant pour la problématique de l'endommagement fracturicide puisqu'il permet d'affirmer que si l'élément n°1 est suffisamment petit, il n'a pas d'impact sur les dernières intensifications, et donc il n'est pas nécessaire de le caractériser finement (*ie.* connaître le déphasage qu'il apporte à l'onde).

#### CONCLUSION DU CHAPITRE 4

Dans le chapitre 3, le modèle analytique est introduit à l'aide d'une structure simple : le disque de phase (*cf.* section 3.2). Deux enseignements sont retenus : (i) le dernier pic d'intensification se situe autour de la distance  $R^2/\lambda$  et (ii) la quantité  $(1 + 2|\sin \phi/2|)^2$  donne la valeur de ce pic. Ce modèle simple, ne semble pas être suffisant pour décrire la plupart des morphologies de défauts ; il est alors complexifié par l'ajout d'un paramètre, représentant le défaut de circularité, et un nombre  $m$  d'anneaux concentriques, décrivant les sauts de phase dans la structure même du défaut. Nous sommes en mesure de donner des abaques dans le cas d'un anneau de phase et notamment d'en tirer deux enseignements : (i) la position du dernier pic d'intensification engendré par un anneau est environ à  $R^2/2\lambda$ , et la quantité  $(1 + 4|\sin \phi/2|)^2$  donne une majoration de la valeur du pic. Néanmoins, dès que le modèle est plus complexe, il est nécessaire d'effectuer le calcul pour connaître le lieu d'intensification maximal et aucun enseignement simple ne peut être alors envisagé.

Tout le travail du début du chapitre 4 (*cf.* sections 4.1 à 4.4) est de valider la pertinence du modèle complexe pour prédire l'intensification engendrée par de vrais défauts notamment pour décrire le dernier pic d'intensification. Nous retenons trois limites : (i) l'incapacité de décrire les intensifications aux courtes distances de propagation, pour cela il est nécessaire de prendre en compte tout le profil de phase ; (ii) faire attention à la transition de phase entre deux éléments décomposant le défauts, si celle-ci est trop lente, *ie.* pas assez escarpée, alors il suffit de découper la pente de phase « en escalier » pour que le modèle puisse prendre en compte l'effet sur l'intensification, (iii) faire attention aux éléments non symétriques, ceux-ci ont un impact fort lorsque leur dimension est plus grande que celles des autres éléments symétriques.

Pour comprendre cette dernière limite, une méthode décomposant la structure du défaut en sous-ensembles, est mise en place pour interpréter l'effet de chaque sous-ensemble sur l'intensification. Cette méthode est reprise en fin de chapitre (*cf.* section 4.6) pour simplifier le modèle. Les sous-ensembles sont constitués d'un disque de phase et des anneaux de phase. Bien que ces sous-ensembles interfèrent entre eux, ce qui rend le problème complexe, les enseignements du disque de phase donnent au premier ordre une

bonne estimation de la localisation du dernier pic et sa valeur. Dans un contexte de spécification cette information est primordiale pour ne pas accumuler des mesures inutiles.

Enfin, nous nous sommes intéressés aux informations sur l'intensification déduites d'une méconnaissance de la morphologie d'un défaut. Par rapport aux degrés de connaissance de la morphologie, nous sommes en mesure de fournir l'enveloppe la plus proche de l'intensification. Une synthèse de ces résultats est présentée sur les tableaux [4.5](#) et [4.6](#).

$R_m$	Connu	Connu	Connu	Connu	Connu	Connu
$m$	?	$m = 1$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 2$	$m = 2$
$(\alpha_i)_{\llbracket 1, m-1 \rrbracket}$	?	-	-	Connu	Connu	Connu
Données						
$(t_i)_{\llbracket 1, m \rrbracket}$	?	$t_1 = 1$	$t_1 = 1$	$t_1 = 1$	$t_1 = 1$	$t_1 = 1$ $t_2 = 1$
$(\phi_i)_{\llbracket 1, m \rrbracket}$	?	?	$\phi_1 = \phi$	?	$\phi_1$ connue $\phi_2$ inconnue	$\phi_1 \approx 0$ $\phi_2$ connue
Simplifications	-	-	-	-	-	-
Enseignements						
$z_0$	-	$\approx \frac{R^2}{\lambda}$	$= z_{0, \phi}$	-	-	$\approx \frac{R^2}{2\lambda}$
$I(0, z_0)$	-	-	$= \left(1 + 2 \left  \sin \frac{\phi}{2} \right  \right)^2$	-	-	-
$I(0, z)$	-	-	<i>cf.</i> (3.63)	-	-	-
Enveloppes						
	$\bar{\Gamma}_R$ ( <i>cf.</i> (4.9))	$\bar{\Gamma}_{\alpha=1}$ ( <i>cf.</i> (4.13))	-	$\bar{\Gamma}_\alpha$ ( <i>cf.</i> (4.11))	$\bar{\Gamma}_{\alpha, \phi_1}$ ( <i>cf.</i> (4.15)) intérêt si $\alpha \approx 1$	$\bar{\Gamma}_{\alpha, \phi_1}$ ( <i>cf.</i> (4.15)) intérêt si $\alpha \approx 1$

**TABLE 4.5** – Synthèse de l'utilisation du modèle pour spécifier des défauts dont on a une connaissance partielle (ligne « Données »). Les « ? » signifient que le paramètre est inconnu ; les « - » signifient qu'il n'est pas possible (ou qu'il n'est pas nécessaire) de simplifier, d'obtenir un enseignement ou d'appliquer une enveloppe ; les références sont liées aux équations exprimant les enveloppes (ou le modèle).

$R_m$	Connu	Connu	Connu	Connu	Connu	Connu	Connu
$m$	$m = 2$	$m = 2$	$m > 1$	$m > 1$	$m > 1$	$m > 1$	Connu ( $> 2$ )
$(\alpha_i)_{\llbracket 1, m-1 \rrbracket}$	Connu	Connu	$\alpha_1$ connu	$\alpha_1 \ll \alpha_2$	?	?	Connus
Données	$t_1 = 1$	$t_1 = 1$	$t_1 = 0$	$t_1 = 0$ ou 1	trans-	$\forall i > 1$	Connus
	$t_2 = 1$	$t_2 = 1$		$t_2 = 1$	parent	$ \phi_i  <  \phi_1 $	
	$\phi_1$ inconnue	$\phi_1$ connue	?	?			Connues
	$\phi_2$ connue	$\phi_2$ connue					
Simplifications							
	-	-	$m_n = m - 1$	Enlever élément n°1	Enlever éléments n°i (i>1)		-
	-	-	$\alpha_{n,i} = \alpha_i - \alpha_1$				
Enseignements			À voir avec	À voir avec	Se reporter		-
	-	-	la nouvelle	la nouvelle	au cas		-
	-	-	structure	structure			-
	-	cf. (4.10)			$m = 1$		cf. (3.97)
Enveloppes	$\bar{T}_{\alpha, \phi_2}$ (cf. (4.16))		À voir avec la nouvelle structure	À voir avec la nouvelle structure	Se reporter au cas $m = 1$		-
	intérêt si $\alpha \approx 0$ )	-					

TABLE 4.6 – Synthèse de l’utilisation du modèle pour spécifier des défauts dont on a une connaissance partielle (ligne « Données »). Les « ? » signifient que le paramètre est inconnu ; les « - » signifient qu’il n’est pas possible (ou qu’il n’est pas nécessaire) de simplifier, d’obtenir un enseignement ou d’appliquer une enveloppe ; les références sont liées aux équations exprimant les enveloppes (ou le modèle).





## LIMITES DE LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION VIS-À-VIS DE L'EFFET KERR : RÉSULTATS ANALYTIQUES ET NUMÉRIQUES

---

Dans le chapitre 4, nous avons démontré que des « points » très brillants peuvent être engendrés en aval de défauts d'aspect si ceux-là impactent au moins la phase de l'onde lumineuse. Il existe des cas où la distance d'apparition du « point chaud » est de l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'un composant optique (typiquement la dizaine de millimètres). Pour que ce type de cas survienne, il est nécessaire que le défaut soit d'une taille suffisante ( $R = 59 \mu\text{m}$  pour que le dernier « point chaud » apparaisse autour de 10 mm de propagation à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 351 \text{ nm}$  et dans de la silice  $n_0 = 1,47$ ).

Cependant, lorsque la lumière intense se propage au travers d'un milieu diélectrique, l'effet Kerr entre en jeu et peut changer complètement les résultats établis en régime de propagation linéaire [96]. En section 5.1, nous rappelons le formalisme de l'optique non linéaire permettant d'établir les grandeurs impactées par l'effet Kerr.

Il est probable que le régime de propagation d'un « point chaud » soit non linéaire tant la concentration de l'énergie lumineuse peut être intense. Ceci peut avoir de graves conséquences pour le composant optique notamment si le « point chaud » auto-focalise par effet Kerr. Ce phénomène est largement établi dans le cadre de faisceaux gaussiens, ce qui est reporté dans la section 5.2. La description analytique du problème fait intervenir deux paramètres : la forme de l'éclairement du faisceau et la courbure du front d'onde en son centre.

Pour comprendre comment l'effet Kerr peut impacter la propagation d'un « point chaud » engendré par un défaut d'aspect, il est nécessaire d'avoir une expression analytique de ces deux paramètres issue d'une propagation simplement linéaire. Pour cela, nous utilisons la décomposition en disques opaques de la structure d'un défaut (cf. chapitre 3). Un travail préliminaire consiste à établir les profils d'éclairement et de phase de la tache d'Arago, éléments fondateurs de la décomposition (cf. section 5.3).

Au vu de la modélisation satisfaisante d'un défaut d'aspect par un disque de phase, quand bien même la structure du défaut serait complexe (cf. section 4.6), nous limitons, en section 5.4.1, la description analytique de l'éclairement transverse et de la courbure du front d'onde au cas du disque de phase. La description analytique de l'éclairement transverse est comparée à l'observation expérimentale de figures de diffraction engendrées par des cas réels de défauts d'aspect.

En toute connaissance des résultats analytiques établis en section 5.4, nous sommes enfin en mesure d'établir l'impact des effets non linéaires pour le cas d'un « point chaud » engendré par un disque de phase (cf. section 5.5). L'idée n'est pas d'aller décrire la propagation jusqu'à la focalisation du « point chaud », mais d'établir un critère permettant de statuer sur un potentiel gain de l'éclairement par effet Kerr. Ce résultat est notamment validé à l'aide du code de propagation MİRÓ développé en interne au CEA [77].

## 5.1 RAPPEL SUR L'EFFET D'UN LASER INTENSE SUR UN MATÉRIAU DIÉLECTRIQUE

Avant de s'intéresser à la propagation non linéaire de la lumière dans un matériau diélectrique parfait, il est nécessaire de s'intéresser à l'action d'un champ électrique sur la matière, notamment en introduisant la notion de polarisation du milieu.

## 5.1.1 Polarisation du milieu diélectrique

Dans le cas d'un milieu diélectrique, le champ électrique pénètre à l'intérieur du matériau isolant et influe sur les porteurs de charges de la matière. Ces porteurs, électrons ou ions, ne sont pas aussi libres que dans le cas d'un matériau conducteur, si bien qu'ils restent attachés à leur groupement atomique et constituent des charges liées. Cependant, le barycentre des charges positives n'est plus confondu avec celui des charges négatives, ce qui a pour effet de former un moment dipolaire électrique. L'état électrique du matériau peut être caractérisé par une densité de moments dipolaires, communément appelée vecteur de polarisation  $\mathcal{P}$ <sup>1</sup>. Par définition, pour tout point  $A$  du milieu :

$$d\mathbf{p}(A) = \mathcal{P}(A)dV, \quad (5.1)$$

où  $d\mathbf{p}(A)$  est le moment dipolaire en  $A$  entouré par le volume élémentaire  $dV$ .

Ainsi, sous l'action d'un champ électrique, il se crée un champ de polarisation  $\mathcal{P}$  qui est à l'origine d'un nouveau champ électrique modifiant le champ initialement appliqué. Le champ électrique total à considérer est la somme de celui initial et de celui créé par polarisation.

Établir le lien entre le vecteur de polarisation  $\mathcal{P}$  et les charges libres est possible en étudiant le cas d'un dipôle électrique (cf. figure 5.1). Le potentiel électrique élémentaire  $d\mathcal{V}_M$ , d'un dipôle de moment  $d\mathbf{p}$ , exprimé au point  $M$  extérieur au diélectrique, est donné par

$$d\mathcal{V}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{d\mathbf{p}(A) \cdot \mathbf{r}}{r^2}, \quad (5.2)$$

où  $\mathbf{r}$  est le vecteur unitaire allant du dipôle au point  $M$  et  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide. Le gradient de  $1/r$  dans le repère lié au diélectrique au point  $A$  vaut :  $\nabla(1/r) = -\mathbf{r}/r^2$ . Ainsi, en intégrant sur tout le volume du matériau  $V$ , l'équation (5.2) devient

$$\mathcal{V}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{A \in V} \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \cdot \mathcal{P}(A) dV. \quad (5.3)$$

Or  $\nabla \cdot (\mathcal{P}(A)/r) = 1/r \nabla \cdot \mathcal{P}(A) + \nabla(1/r) \cdot \mathcal{P}(A)$ , d'où

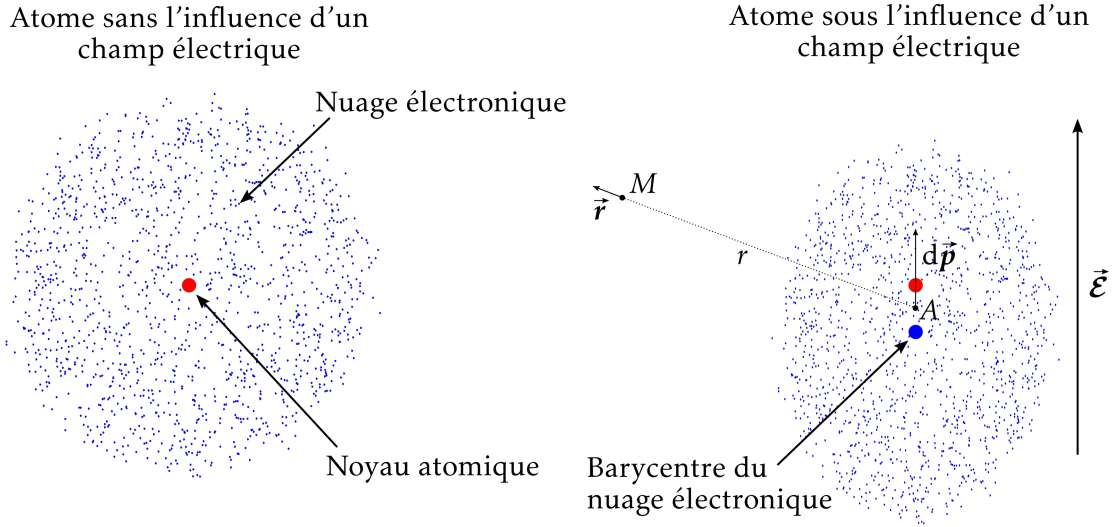
$$\mathcal{V}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{A \in V} \frac{-\nabla \cdot \mathcal{P}(A)}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{A \in V} \nabla \cdot \left( \frac{\mathcal{P}(A)}{r} \right) dV. \quad (5.4)$$

En appliquant le théorème d'Ostrogradski au second terme de la somme, nous obtenons

$$\mathcal{V}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{A \in V} \frac{-\nabla \cdot \mathcal{P}(A)}{r} dV + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{A \in S} \frac{\mathcal{P}(A) \cdot \mathbf{n}}{r} dS, \quad (5.5)$$

où  $S$  est la surface entourant le volume  $V$  et  $\mathbf{n}$  le vecteur normal et sortant de cette surface.

1. Pour rappel les notations en gras sont des vecteurs.



**FIGURE 5.1** – Schéma du dipôle modélisant le comportement électrique d'un atome sous l'effet d'une onde lumineuse intense.

Par analogie avec le potentiel créé par des distributions de charges libres dans le vide, dans le cas du diélectrique polarisé, les champs ont pour sources les distributions de « charges de polarisation » de densité volumique

$$\rho_p = -\nabla \cdot \mathcal{P}(A), \quad (5.6)$$

et surfacique

$$\sigma_p = \mathcal{P}(A) \cdot \mathbf{n}. \quad (5.7)$$

Ces « charges de polarisation » correspondent aux charges liées. Dans l'expression la plus générale de l'équation de Maxwell-Gauss, ces charges interviennent de la manière suivante<sup>2</sup> :

$$\nabla \cdot \mathcal{E}(A) = \frac{\rho_p + \rho_{\text{libre}}}{\epsilon_0}. \quad (5.8)$$

Puisqu'il n'y a pas de charge libre ( $\rho_{\text{libre}} = 0$  car milieu diélectrique), nous obtenons en tout point du milieu

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P}) = 0. \quad (5.9)$$

En identifiant l'équation (5.9) à l'équation (3.2c), l'égalité suivante est déduite :  $\epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P} = \epsilon \mathcal{E}$  où  $\epsilon$  est la permittivité du milieu<sup>3</sup>.

L'intérêt de modéliser l'action d'un champ électrique sur la matière permet ensuite d'introduire la propagation non linéaire de la lumière.

### 5.1.2 Indice non linéaire engendré par effet Kerr

Par définition l'indice de réfraction d'un matériau diélectrique s'exprime en fonction de la permittivité  $\epsilon$  du milieu :

$$n^2 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}. \quad (5.10)$$

2. Pour rappel  $\mathcal{E}$  est le champ électrique (cf. section 3.1).

3. Il est classique d'introduire l'induction électrique de la manière suivante  $\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P} = \epsilon \mathcal{E}$ .

Dans la section 3.1.1, nous faisons état du cas linéaire où :  $n^2 = n_0^2 = \epsilon/\epsilon_0$ . La linéarité se situe entre le vecteur de polarisation et le champ électrique :

$$\mathcal{P} = \epsilon \mathcal{E} - \epsilon_0 \mathcal{E} = \epsilon_0 (n_0^2 - 1) \mathcal{E} = \epsilon_0 \chi \mathcal{E}, \quad (5.11)$$

où  $\chi$  est la susceptibilité du matériau qui dans le cas linéaire est une matrice de dimension  $3 \times 3$  (la matrice se réduit au scalaire  $n_0^2 - 1$  dans le cas d'un milieu isotrope).

Lorsque la lumière est suffisamment intense, la polarisation n'évolue plus linéairement avec le champ électrique. Il est commun de modéliser la réponse non linéaire du milieu à l'aide du modèle perturbatif suivant <sup>4</sup> :

$$\mathcal{P} = \epsilon_0 \left( \underline{\underline{\chi}}^{(1)} \mathcal{E} + \underline{\underline{\chi}}^{(2)} \mathcal{E}^2 + \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \mathcal{E}^3 + \dots \right), \quad (5.12)$$

où  $\chi^{(i)}$  est la susceptibilité d'ordre  $i$ , représentée par un tenseur d'ordre  $i + 1$ . Nous retrouvons le terme linéaire  $\chi^{(1)}$  qui est une matrice (tenseur d'ordre 2). Les coefficients d'ordre supérieur à 1 sont responsables des phénomènes d'optique non linéaire tels que la conversion de fréquence (ordre 3) ou l'effet Kerr (ordre 4).

Lorsque le milieu est centrosymétrique (cas d'un milieu isotrope), toutes les susceptibilités d'ordre pair sont nulles <sup>5</sup> :  $\forall i \in \mathbb{N}, \chi^{(2i+2)} = 0$ . Ainsi nous n'observerons jamais de la conversion de fréquence dans de la silice.

En limitant le développement jusqu'à l'ordre 3, pour la silice (le **milieu isotrope** implique que la polarisation linéaire est réduite à un scalaire :  $\chi^{(1)} = n_0^2 - 1$ ) nous obtenons la relation suivante :

$$\epsilon \mathcal{E}(\omega_0) = \epsilon_0 \mathcal{E}(\omega_0) + \mathcal{P}(\omega_0) = \epsilon_0 \left( n_0^2 \mathcal{E}(\omega_0) + \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \mathcal{E}(\omega_0) \mathcal{E}^*(\omega_0) \mathcal{E}(\omega_0) \right). \quad (5.13)$$

La notation de la fréquence est implicite pour la suite du développement.

En supposant l'**onde polarisée rectilignement** ( $\mathcal{E} = \mathcal{E}_x \mathbf{x}$ ), le tenseur  $\chi^{(3)}$  contracté trois fois avec le champ  $\mathcal{E}$  vaut [99] <sup>6</sup> :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \mathcal{E} \mathcal{E}^* \mathcal{E} &= 3 \left( \sum_{j,k,l} \chi_{xjkl}^{(3)} \mathcal{E}_j \mathcal{E}_k^* \mathcal{E}_l \mathbf{x} + \sum_{j,k,l} \chi_{yjkl}^{(3)} \mathcal{E}_j \mathcal{E}_k^* \mathcal{E}_l \mathbf{y} + \sum_{j,k,l} \chi_{zjkl}^{(3)} \mathcal{E}_j \mathcal{E}_k^* \mathcal{E}_l \mathbf{z} \right) \\ &= 3 \chi_{xxxx}^{(3)} |\mathcal{E}_x|^2 \mathcal{E}_x \mathbf{x} + 3 \chi_{yxxx}^{(3)} |\mathcal{E}_x|^2 \mathcal{E}_x \mathbf{y} + 3 \chi_{zxxx}^{(3)} |\mathcal{E}_x|^2 \mathcal{E}_x \mathbf{z}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Or l'isotropie du milieu permet de simplifier le tenseur de susceptibilité d'ordre 3 :  $i \neq j \Rightarrow \chi_{ijjj}^{(3)} = 0$ . Sous cette condition l'équation (5.13) devient

$$\epsilon \mathcal{E} = \epsilon_0 \left( n_0^2 + 3 \chi_{xxxx}^{(3)} |\mathcal{E}_x|^2 \right) \mathcal{E}. \quad (5.15)$$

4. Chaque terme de la somme a une fréquence d'oscillation propre. La polarisation linéaire oscille à la même fréquence que le faisceau incident :  $\mathcal{P}^{(1)}(\omega_0) = \epsilon_0 \underline{\underline{\chi}}^{(1)} \mathcal{E}(\omega_0)$ . La polarisation d'ordre 2 peut osciller à différentes fréquences  $\mathcal{P}^{(2)}(\omega_3) = \epsilon_0 \underline{\underline{\chi}}^{(2)} \mathcal{E}(\omega_1) \mathcal{E}(\omega_2)$ . Pour que la polarisation non linéaire soit le plus grande possible il est nécessaire que l'accord de phase soit respecté :  $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$  [97]. La polarisation d'ordre 3 vérifie toujours l'accord de phase et peut osciller à la même fréquence que l'onde incidente :  $\mathcal{P}^{(3)}(\omega_0) = \epsilon_0 \underline{\underline{\chi}}^{(3)} \mathcal{E}(\omega_0) \mathcal{E}^*(\omega_0) \mathcal{E}(\omega_0)$  [98].

5. Démonstration à l'aide de la propriété d'invariance du matériau par une inversion  $x, y, z \rightarrow -x, -y, -z$ .

6. Chacun des indices  $j, k, l$  s'identifie aux coordonnées spatiales des vecteurs  $(x, y, z)$ .

De l'équation (5.15), nous obtenons une expression de la permittivité du milieu. Il vient alors l'indice de réfraction du milieu (cf. équation (5.10)) :

$$n = \sqrt{n_0^2 + 3\chi_{xxxx}^{(3)} |\mathcal{E}_x|^2} = n_0 + \frac{3}{2} \frac{\chi_{xxxx}^{(3)}}{n_0} |\mathcal{E}_x|^2 + o\left(\frac{\chi_{xxxx}^{(3)}}{n_0} |\mathcal{E}_x|^2\right). \quad (5.16)$$

**Sous réserve que le produit entre le module au carré de l'onde et le terme  $\chi_{xxxx}^{(3)}/n_0$  soit faible**, l'indice de réfraction du milieu est la somme de l'indice de réfraction linéaire et d'un terme proportionnel au module carré de l'onde.

À ce stade, deux formalismes décrivent l'indice de réfraction non linéaire : soit par rapport au module carré de l'onde, soit en fonction de l'éclairement. Par la suite, nous choisissons la deuxième option ; la notation communément utilisée est la suivante :

$$n = n_0 + \gamma \mathcal{I}. \quad (5.17)$$

Pour donner l'expression de  $\gamma$  en fonction des termes du tenseur  $\chi^{(3)}$ , il est nécessaire de revenir à la définition rigoureuse de l'éclairement faisant intervenir le vecteur de Poynting. Que l'onde soit plane, sphérique ou paraxiale, nous avons démontré la relation liant l'éclairement aux composantes de l'onde (cf. section 3.1.2 et annexes A.1 et A.2) et dans le cas d'une onde polarisée rectilignement suivant la direction  $\mathbf{x}$ , nous obtenons

$$\mathcal{I}(x,y,z) = \frac{\epsilon_0 c n_0}{2} |\mathcal{E}_x|^2, \quad (5.18)$$

d'où, nous en tirons l'expression de l'indice de réfraction non linéaire<sup>7</sup>

$$\gamma = \frac{3\chi_{xxxx}^{(3)}}{\epsilon_0 c n_0^2}. \quad (5.19)$$

La métrologie de la valeur de  $\gamma$  a fait l'objet de plusieurs publications. Par la suite nous prendrons pour tous les calculs numériques la valeur  $\gamma = 3,6 \text{ e-}20 \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$  pour de la silice à 351 nm [100].

Dans le contexte des défauts d'aspect, le fait que l'indice de réfraction dépende de l'éclairement est un effet néfaste. En effet, nous montrons, à l'aide du modèle analytique développé au cours du chapitre 3, qu'un « point chaud » est susceptible d'apparaître au cours de la propagation. Cette intensification locale de l'éclairement « s'imprime » dans la phase de l'onde au travers de l'indice non linéaire  $\gamma$ . Cette déformation de la phase peut être vue comme une lentille ; si celle-ci est convergente alors « le point chaud » se « pince » (ie. augmentation de l'intensification et diminution de sa taille transverse) engendrant d'autant plus de déformation de phase.

Ce phénomène non linéaire, nommé auto-focalisation par effet Kerr, peut s'emballer dans le cas d'un faisceau gaussien et donner lieu à un endommagement volumique particulier appelé la « filamentation » [101]. Le « point chaud » engendré par un défaut d'aspect est différent d'un faisceau classique du fait de son origine : il est le lieu d'interférences entre des rayons lumineux traversant le défaut. Tout l'enjeu de la section 5.5 est d'établir dans quelle mesure la propagation d'un « point chaud » est différente de celle d'un faisceau gaussien. Au final, un critère est établi permettant de statuer sur la présence d'un potentiel gain de l'éclairement par effet Kerr. Avant d'en arriver à un tel critère, nous rappelons la théorie de l'auto-focalisation d'un faisceau gaussien en section 5.2.

7. Il n'est pas rare de trouver dans la littérature d'autres expressions du terme non linéaire  $\gamma$ . Cela dépend de l'expression du champ électrique qui peut être définie à un facteur 1/2 près.

## 5.2 RAPPEL SUR L'AUTO-FOCALISATION PAR EFFET KERR D'UN FAISCEAU GAUSSIEN

Il existe plusieurs manières de démontrer le « pincement » d'un faisceau gaussien par effet Kerr : résoudre l'équation de propagation non linéaire appliquée au faisceau gaussien [102], traiter le problème par analogie à un guide d'onde et enfin, d'un point de vue phénoménologique, s'intéresser à la concurrence entre la diffraction qui tend à faire diverger le faisceau et l'effet Kerr qui engendre une courbure de phase convergente [103]. Nous choisissons la dernière méthode pour déterminer les grandeurs régissant le phénomène d'auto-focalisation.

Toute l'idée de la méthode est de comparer la variation de courbure engendrée par effet non linéaire  $d\mathcal{C}_{NL,G}/dz$ <sup>8</sup> à celle impliquant la diffraction  $d\mathcal{C}_{L,G}/dz$ . Le faisceau commence à se pincer dès lors que

$$\left| \frac{d\mathcal{C}_{NL,G}(z)}{dz} \right| > \left| \frac{d\mathcal{C}_{L,G}(z)}{dz} \right|. \quad (5.20)$$

Nous définissons l'éclairement d'un faisceau gaussien à son point de focalisation<sup>9</sup> de la manière suivante :

$$\mathcal{I}_G(r,0) = \mathcal{I}_0 e^{-2\frac{r^2}{w_0^2}}. \quad (5.21)$$

À  $z = 0$ , l'onde d'un faisceau gaussien est définie comme étant

$$\mathcal{U}_G(r,0) = \mathcal{U}_0 e^{-\frac{r^2}{w_0^2}}. \quad (5.22)$$

En utilisant l'optique de Fourier (cf. section 3.1.7), à partir de l'expression de l'onde en  $z = 0$  (cf. équation (5.22)), nous sommes en mesure d'exprimer l'onde d'un faisceau gaussien à la distance  $z$  [104] :

$$\mathcal{U}_G(z,r) = \frac{\mathcal{U}_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_r}\right)^2}} e^{-\frac{r^2}{w_G^2(z)}} e^{-j \arctan \frac{z}{Z_r}} e^{jk \frac{r^2}{2\mathcal{R}_G(z)}} e^{jkz}, \quad (5.23)$$

où  $Z_r$  est la distance de Rayleigh,  $w_G(z)$  la dimension transverse du faisceau au cours de la propagation et  $\mathcal{R}_G(z)$  le rayon de courbure du front d'onde définis par

$$\begin{cases} Z_r = \pi \frac{w_0^2}{\lambda}. \\ w_G^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{Z_r} \right)^2 \right]. \\ \mathcal{R}_G(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{Z_r}{z} \right)^2 \right]. \end{cases} \quad (5.24)$$

Nous retrouvons deux résultats importants à propos de la propagation d'un faisceau gaussien : (i) la dimension transverse reste plus ou moins la même jusqu'à la distance

8. La notation  $\mathcal{C}$  désigne la courbure du front d'onde au centre du faisceau gaussien. L'indice G désigne que c'est une quantité associée au faisceau gaussien et donc dépend intrinsèquement des paramètres du faisceau gaussien. L'indice NL correspond au terme « non linéaire » tandis que l'indice L correspond au terme « linéaire ».

9. Le point de focalisation d'un faisceau gaussien est la distance pour laquelle la dimension transverse du faisceau est la plus petite au cours de la propagation. Au point focal la dimension vaut  $w_0$ . Ici nous choisissons cette distance comme étant l'origine des  $z$ .

de Rayleigh, (ii) loin de la distance de Rayleigh, le front d'onde au premier ordre est sphérique et a pour rayon de courbure la distance  $z$ .

Le calcul de la variation de courbure engendrée par effet Kerr s'effectue par l'intermédiaire de l'expression de la variation de phase non linéaire  $d\Phi_{\text{NL,G}}$ . De l'équation (5.17) nous obtenons

$$d\Phi_{\text{NL,G}}(r,z) = k_0 \gamma \mathcal{I}_G(r,z) dz. \quad (5.25)$$

Nous en déduisons la variation de courbure non linéaire qui est proportionnelle au terme d'ordre 2 de la variation de phase non linéaire<sup>10</sup> :

$$\frac{d\mathcal{C}_{\text{NL,G}}(z)}{dz} = \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial r^2} \left[ \frac{\partial \Phi_{\text{NL,G}}(r,z)}{\partial z} \right] = \frac{\gamma}{n_0} \frac{\partial^2 \mathcal{I}_G(r,z)}{\partial r^2}. \quad (5.26)$$

Le calcul de la variation de courbure du front d'onde engendrée par diffraction s'effectue directement à partir de l'équation (5.23) :

$$\frac{d\mathcal{C}_{\text{L,G}}(z)}{dz} = \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{\mathcal{R}_G(z)} \right] = -\frac{1}{\mathcal{R}_G^2(z)} \frac{d\mathcal{R}_G(z)}{dz} = \frac{Z_r^2 - z^2}{(Z_r^2 + z^2)^2}. \quad (5.27)$$

Au point focal du faisceau gaussien ( $z = 0$ ), les variations des deux courbures ont les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \left. \frac{d\mathcal{C}_{\text{NL,G}}}{dz} \right|_{z=0} = \dot{\mathcal{C}}_{\text{NL,G}}(0) = -4 \frac{\gamma}{n_0} \frac{\mathcal{I}_0}{w_0^2} + o\left(\frac{r^3}{w_0^3}\right) = -\frac{8}{\pi} \frac{\gamma}{n_0} \frac{1}{w_0^4} P_G + o\left(\frac{r^3}{w_0^3}\right), \\ \left. \frac{d\mathcal{C}_{\text{L,G}}}{dz} \right|_{z=0} = \dot{\mathcal{C}}_{\text{L,G}}(0) = \frac{1}{Z_r^2} = \frac{1}{\pi^2 w_0^4 n_0^2}, \end{cases} \quad (5.28)$$

où  $P_G = \pi w_0^2 \mathcal{I}_0 / 2$  est la puissance d'un faisceau gaussien.

Avant d'aller plus loin, nous constatons que les deux courbures sont de signe opposé, l'une tend à faire converger le faisceau, l'autre à le faire diverger. Dans la convention que nous avons choisie ( $\exp(jkz)$ ), si la courbure d'un front d'onde est négative alors le faisceau converge (cas de la courbure non linéaire), sinon il diverge (cas de la courbure linéaire).

Il ne reste plus qu'à comparer les deux variations de courbures au point de focalisation pour établir un critère statuant d'un effet de pincement du faisceau dû à l'effet Kerr<sup>11</sup> :

$$\left| \dot{\mathcal{C}}_{\text{NL,G}}(0) \right| > \left| \dot{\mathcal{C}}_{\text{L,G}}(0) \right| \Leftrightarrow P_G > P_c = \frac{\lambda_0^2}{8\pi n_0 \gamma}. \quad (5.29)$$

Lorsque la puissance du faisceau gaussien dépasse la puissance critique  $P_c$  la variation de courbure non linéaire au cours de la propagation est plus importante que celle de la courbure linéaire, le faisceau commence à converger et à se pincer.

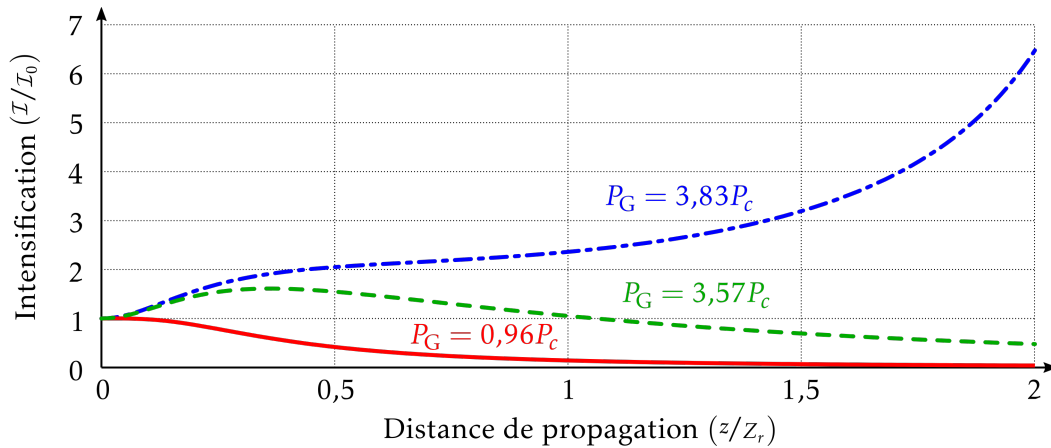
Ce résultat est connu et il a fait l'objet de démonstrations numériques [105]. Il existe en réalité trois régimes de fonctionnement : (i) la puissance ne dépasse pas  $P_c$  et il n'y a pas

10. Nous définissons la courbure d'un front d'onde comme étant le terme  $\mathcal{C}$  de l'onde  $\mathcal{U}$  :

$$\arg[\mathcal{U}(r,\theta,z)] = A(\theta,z) + \frac{k}{2} \mathcal{C}(\theta,z) r^2.$$

11. Nous considérons une approximation de la variation de courbure non linéaire en faisant abstraction des termes supérieurs à l'ordre 2. Cela revient à considérer le faisceau gaussien comme étant la parabole  $\mathcal{I}_G(r,0) = \mathcal{I}_0(1 - 2r^2/w_0^2)$ .





**FIGURE 5.2** – Différents comportements de l'intensification centrale de l'éclairement d'un faisceau gaussien dans un régime de propagation non linéaire; calcul réalisé à l'aide du code de propagation M<sub>IR</sub>O développé au CEA [77]; le trait continu rouge correspond au cas  $P_G = 0,96P_c$ , celui interrompu vert au cas  $P_G = 3,57P_c$  et le trait mixte bleu est pour un faisceau gaussien d'une puissance de  $P_G = 3,83P_c$ .

de gain non linéaire (trait continu rouge de la figure 5.2), (ii)  $P \in [P_c, 3,72P_c]$ , un gain de l'éclairement dû à l'effet Kerr est observé sans qu'il y ait un emballement jusqu'à un éclairement infini (trait interrompu vert) et (iii) la puissance dépasse  $3,72P_c$  et le faisceau se focalise ce qui est caractéristique de l'endommagement appelé filamentation (trait mixte bleu).

Le résultat numérique précédent ne s'applique qu'au seul cas gaussien. Des théories sur l'auto-focalisation de faisceaux arbitraires ont été développées au cours des dernières années se fondant à la fois sur des résultats analytiques et numériques. L'équation de propagation non linéaire n'ayant pas de solutions générales, une description statistique du faisceau est généralement employée pour analyser les conséquences qu'induit l'effet Kerr sur des faisceaux particuliers [106]. Le modèle mathématique de la théorie des moments appliqué à l'équation de propagation non linéaire [107] permet notamment de déterminer une puissance critique à ne pas dépasser pour éviter l'auto-focalisation du faisceau [108]. Cette notion d'auto-focalisation n'est pas forcément universelle pour tous les faisceaux. Il a été démontré numériquement et expérimentalement que le faisceau de Bessel « respire » au lieu de s'auto-focaliser en présence d'un effet Kerr significatif [109].

Le faisceau de Bessel est une solution particulière de l'équation de propagation et a pour caractéristique de ne pas être diffracté au cours de la propagation<sup>12</sup>. En pratique, un faisceau de Bessel est réalisé au moyen de l'interférence entre deux faisceaux gaussiens qui se propagent dans des directions différentes. Au début de sa découverte théorique, certains pensaient que le faisceau de Bessel était similaire à la tache d'Arago au vu de la description transverse de la tache faisant intervenir une fonction de Bessel (cf. la discussion menée à la section 5.3). Même si l'éclairement central de la tache est constante (cf. équation (3.56)), la dimension de la tache évolue au cours de la propagation (résultat

12. L'onde d'un faisceau de Bessel idéal s'exprime  $\mathcal{U}_{\text{Bessel}}(r, z) = \mathcal{U}_0 J_0(\alpha r) e^{-j\sqrt{k^2 - \alpha^2}z}$  où  $\alpha$  permet de déterminer le diamètre du faisceau et le nombre d'onde  $\beta = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$  [110].

démontré par la suite en section 5.3) ce qui n'est pas le cas d'un faisceau de Bessel qui est dit non diffractif.

Nous proposons d'appliquer la méthode des courbures linéaire et non linéaire, utilisée précédemment dans le cas d'un faisceau gaussien, dans le but d'établir la limite en puissance à partir de laquelle le "point chaud" engendré par un défaut est susceptible de se « pincer ». Le calcul des courbures s'effectue par l'intermédiaire du modèle analytique développé en section 3.2 et *a fortiori* par l'évaluation de l'éclairement transverse et de la courbure du front d'onde de la tache d'Arago.

### 5.3 PRÉSENTATION DU MODÈLE ANALYTIQUE TRI-DIMENSIONNEL POUR DÉCRIRE LA TACHE D'ARAGO

La littérature est fournie quant à l'évaluation de l'éclairement de la tache d'Arago engendrée par un disque opaque. Il est démontré, à l'aide d'une première intégration par parties des intégrales de Fresnel appliquées au disque opaque, que la forme de l'éclairement de la tache est une fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 [111]. Bien que la littérature soit focalisée uniquement sur l'éclairement de la tache, une expression de la phase est tout autant évaluée. Le front d'onde exprimé est divergent et sphérique. La divergence du front d'onde est cohérente avec le phénomène de diffraction qui tend à faire grossir la tache. Néanmoins la propriété sphérique du front d'onde est difficile à admettre puisque l'éclairement central est constant au cours de la propagation (*cf.* section 3.2.2).

L'intégration par parties effectuée dans la littérature est intéressante mais aucun commentaire n'est effectué à propos de la négligence de certains termes. Nous proposons par la suite d'intégrer successivement par partie les intégrales de Fresnel appliquées au disque opaque et d'évaluer, au moyen de développements limités, des expressions cohérentes entre l'éclairement transverse et la courbure du front d'onde.

Repartons de l'équation (3.35). Appliquée au disque opaque, elle devient <sup>13</sup>

$$U_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = \frac{-j2\pi}{\zeta} e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} U_0 \int_1^{\infty} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} J_0\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \rho' d\rho'. \quad (5.30)$$

À l'aide d'une première intégration par parties, le terme intégral de l'équation (5.30) devient <sup>14</sup>

$$\begin{aligned} \int_1^{\infty} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} J_0\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \rho' d\rho' &= \left[ \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} J_0\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \right]_1^{\infty} \\ &\quad - \int_1^{\infty} \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \left[ -2\pi \frac{\rho}{\zeta} J_1\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \right] d\rho' \\ &= -\frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} J_0\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) + \frac{2\pi\rho^2}{j\zeta} \int_1^{\infty} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\frac{2\pi\rho'\rho}{\zeta}} \rho' d\rho' \end{aligned} \quad (5.31)$$

13. Pour rappel, les notations des variables spatiales sont définies à la section 3.1.6. De plus la notation « op » en indice signifie que la grandeur dépend des paramètres du disque opaque, *ie.* son rayon.

14. Dans l'annexe C.1 sont données les propriétés des fonctions de Bessel utilisées dans le calcul de l'intégration par parties.

Au terme de la première intégration par parties l'onde diffractée par un disque opaque a l'expression suivante :

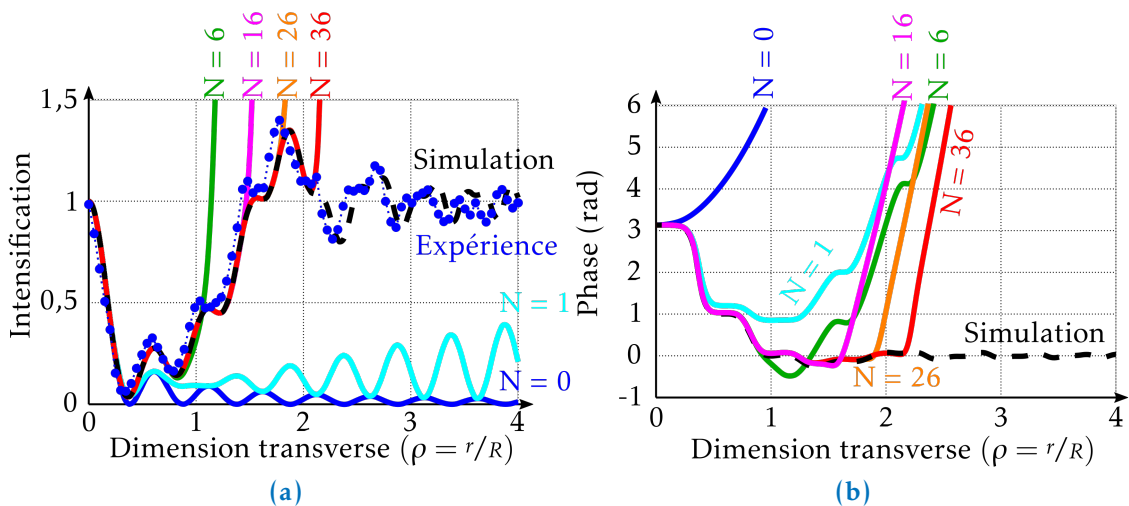
$$U_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = U_0 e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} \left[ e^{j\frac{\pi}{\zeta}} J_0\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) - \left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right)^2 \int_1^\infty e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}} \rho' d\rho' \right] \quad (5.32)$$

En négligeant le résidu intégral issu de l'intégration par parties, nous retrouvons le résultat de la littérature voulant que la forme de l'éclairement soit une fonction de Bessel et que la courbure du front d'onde soit sphérique. Cependant il existe encore des termes d'ordre 2 en  $\rho$  dans le résidu intégral qui sont manquants lorsque le résidu est négligé.

En continuant d'effectuer des intégrations par parties successives, nous obtenons (cf. annexe C.2 pour le détail des calculs) :

$$U_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = U_0 e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} \left[ e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \sum_{i=0}^N (-j\rho)^i J_i\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) + \left(-j \frac{2\pi}{\zeta}\right)^{N+2} \rho^{2N} \int_1^\infty e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_{N+1}\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^{N+1}} \rho' d\rho' \right], \quad (5.33)$$

où  $N + 1$  est le nombre d'intégrations par parties successives effectuées. Sur la figure 5.3 sont comparés, à la distance  $\zeta = 1$ , les résultats en éclairement et en phase de la simulation numérique de la propagation de la lumière au travers d'un disque opaque (paramètres de simulation :  $R = 150 \mu\text{m}$ ,  $n_0 = 1$ ,  $\lambda_0 = 351 \text{ nm}$  ( $\zeta = 1 \Rightarrow z = 64,1 \text{ mm}$ ),  $d_{\text{maille}} = 2 \mu\text{m}$  et  $N_{\text{maille}} = 4096$ ) et ceux obtenus à l'aide de l'équation (5.33) tronquée



**FIGURE 5.3** – Comparaison entre les résultats de la simulation numérique (trait interrompu noir) et ceux du modèle analytique de l'équation (5.33) tronqué à différentes valeurs de  $N$  (traits continus) représentant la diffraction de la lumière par un disque opaque à  $\zeta = 1$ , le modèle de la littérature est représenté par le cas  $N = 0$ ; (a) l'éclairement en fonction de la dimension transverse, les cercles bleus sont issus de l'observation à l'aide du banc EPSILON, (b) la phase en fonction de la dimension transverse.

à différentes valeurs de  $N$ . De plus, sur la figure 5.3a est présenté le profil d'éclairement à 64 mm d'un disque opaque<sup>15</sup> de rayon  $R = 150 \mu\text{m}$  observé à l'aide du banc EPSILON (nous n'avons pas mis en œuvre de moyen expérimental pour évaluer la phase diffractée).

Il est notable que le cas  $N = 0$  (une seule intégration par parties, ce qui est équivalent aux résultats de la littérature) décrit fidèlement le premier lobe de l'éclairement. À l'inverse, pour le cas de la phase, il est nécessaire d'intégrer au moins deux fois par partie pour rendre compte fidèlement de l'évolution de la phase centrale démontrant ainsi que le résultat de la littérature est faux pour évaluer la phase diffractée. Enfin, dans le cas où  $N$  est suffisamment grand, l'équation (5.33) permet de décrire l'éclairement et la phase très convenablement pour des distances transverses grandes devant la dimension du premier lobe. Cependant, le calcul diverge après une certaine distance transverse. Le résidu intégral n'est plus du tout négligeable lorsque que l'excursion en  $\rho$  est trop grande.

Par la suite, nous exprimons l'équation (5.33) en fonction des développements limités des fonctions de Bessel pour obtenir une expression simple de l'onde transverse correspondant à la tache de d'Arago.

En utilisant le développement des fonctions de Bessel (*cf.* annexe C.1), et en négligeant le terme intégral, nous obtenons le polynôme suivant :

$$U_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = U_0 e^{j\pi \frac{1+\rho^2}{\zeta}} \left[ \sum_{i=0}^N \sum_{p=0}^{\infty} (-j\rho)^i \frac{(-1)^p}{p!(i+p)!} \left( \pi \frac{\rho}{\zeta} \right)^{2p+i} \right]. \quad (5.34)$$

En réorganisant les termes, l'équation (5.34) devient

$$U_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = U_0 e^{j\pi \frac{1+\rho^2}{\zeta}} \left[ \sum_{i=0}^N \sum_{p=0}^{\infty} (-j)^i \frac{(-1)^p}{p!(i+p)!} \left( \frac{\zeta}{\pi} \right)^i \left( \frac{\pi^2 \rho^2}{\zeta^2} \right)^{p+i} \right]. \quad (5.35)$$

Sous réserve que  $\zeta < \pi$ , le développement limité est effectué suivant la variable  $\epsilon$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon = \frac{\pi^2 \rho^2}{\zeta^2}, \\ U_{\text{op}}^z(\epsilon, \zeta) = e^{j\left(\frac{\pi}{\zeta} + \frac{\zeta}{\pi} \epsilon\right)} \left[ \underbrace{U_0 \sum_{m=0}^N \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m+p}}{p!(2m+p)!} \left( \frac{\zeta}{\pi} \right)^{2m} \epsilon^{2m+p}}_{U_{\text{op,réel}}^z(\epsilon, \zeta)} \right. \\ \left. + j \underbrace{U_0 \sum_{k=0}^N \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1+p}}{p!(2k+1+p)!} \left( \frac{\zeta}{\pi} \right)^{2k+1} \epsilon^{2k+1+p}}_{U_{\text{op,imag}}^z(\epsilon, \zeta)} \right]. \end{array} \right. \quad (5.36)$$

15. Le disque opaque est une pastille de chrome déposée sur une lame de verre.

L'éclairement  $\mathcal{I}_{\text{op}}$  de la tache d'Arago, l'amplitude  $\mathcal{A}_{\text{op}}$  et la phase  $\Phi_{\text{op}}$  de l'onde sont évalués de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathcal{A}_{\text{op}}(\epsilon, \zeta) = |\mathcal{U}_{\text{op}}^z|(\epsilon, \zeta) = [\mathcal{U}_{\text{op,réel}}^2(\epsilon, \zeta) + \mathcal{U}_{\text{op,imag}}^2(\epsilon, \zeta)]^{1/2} \\ \mathcal{I}_{\text{op}}(\epsilon, \zeta) = \mathcal{U}_{\text{op,réel}}^2(\epsilon, \zeta) + \mathcal{U}_{\text{op,imag}}^2(\epsilon, \zeta) \\ \Phi_{\text{op}}(\epsilon, \zeta) = \arg[\mathcal{U}_{\text{op}}^z](\epsilon, \zeta) = \arctan\left(\frac{\mathcal{U}_{\text{op,imag}}(\epsilon, \zeta)}{\mathcal{U}_{\text{op,réel}}(\epsilon, \zeta)}\right) + \frac{\pi}{\zeta} + \frac{\zeta}{\pi}\epsilon \end{cases} \quad (5.37)$$

À l'ordre 1 en  $\epsilon$ , nous obtenons

$$\begin{cases} \mathcal{A}_{\text{op}}(\epsilon, \zeta) = \mathcal{U}_0 [1 - \epsilon + o(\epsilon^2)], \\ \mathcal{I}_{\text{op}}(\epsilon, \zeta) = \mathcal{I}_0 [1 - 2\epsilon + o(\epsilon^2)], \\ \Phi_{\text{op}}(\epsilon, \zeta) = \frac{\pi}{\zeta} + o(\epsilon^2), \end{cases} \quad (5.38)$$

et à l'ordre 2 en  $\rho$ , si  $\rho^2 \ll (\zeta/\pi)^2 < 1$ , nous obtenons :

$$\begin{cases} \mathcal{A}_{\text{op}}(\rho, \zeta) = \mathcal{U}_0 \left[ 1 - \left(\frac{\pi\rho}{\zeta}\right)^2 + o(\rho^3) \right], \\ \mathcal{I}_{\text{op}}(\rho, \zeta) = \mathcal{I}_0 \left[ 1 - 2\left(\frac{\pi\rho}{\zeta}\right)^2 + o(\rho^3) \right], \\ \Phi_{\text{op}}(\rho, \zeta) = \frac{\pi}{\zeta} + o(\rho^3). \end{cases} \quad (5.39)$$

Ce résultat suppose que  $\zeta < \pi$ . Cependant, nous obtenons des expressions identiques pour le cas  $\zeta > \pi$  en introduisant  $\epsilon = \pi\rho^2/\zeta$  à l'équation (5.35); il faut néanmoins que la condition de validité du développement limité soit  $\rho^2 \ll \zeta/\pi$ .

Au terme du développement limité exprimé par l'équation (5.39), il est notable que la courbure du front d'onde au centre de la tache d'Arago est nulle ce qui est cohérent avec le fait que l'éclairement central soit constant au cours de la propagation. Ce résultat est en opposition avec ceux de la littérature.

Par analogie avec un faisceau gaussien il est possible de déduire, de la parabole exprimée à l'équation (5.39), une dimension transverse de la tache d'Arago<sup>16</sup> :

$$w_{\text{op}}(\zeta) = \frac{\zeta}{\pi} R. \quad (5.40)$$

Lorsque  $\zeta = \pi$ , la tache centrale remplit toute l'ombre géométrique du disque opaque. Ce résultat est cohérent avec la figure de diffraction de Fraunhofer, nous passons continûment d'une tache brillante au centre de l'ombre du disque à la figure de Fraunhofer alternant de larges franges brillantes et sombres.

De même, en ajustant la forme de la tache d'Arago à un faisceau gaussien nous pouvons en déduire le rayon à mi-hauteur<sup>17</sup> :

16. La grandeur  $w_{\text{op}}$  est dimensionnée. Ainsi l'approximation par une parabole de l'éclairement de la tache d'Arago s'exprime :  $\mathcal{I}_{\text{op}}(\rho, \zeta) \approx \mathcal{I}_0 [1 - 2\rho^2 R^2 / w_{\text{op}}^2(\zeta)]$

17. Un résultat plus précis aurait été obtenu en calculant le rayon à mi-hauteur à partir du développement limité à l'ordre 4 suivant  $\rho$  :  $w_{\text{op}}^{[1/2]}(\zeta) = \zeta R / \sqrt{3}\pi$ .

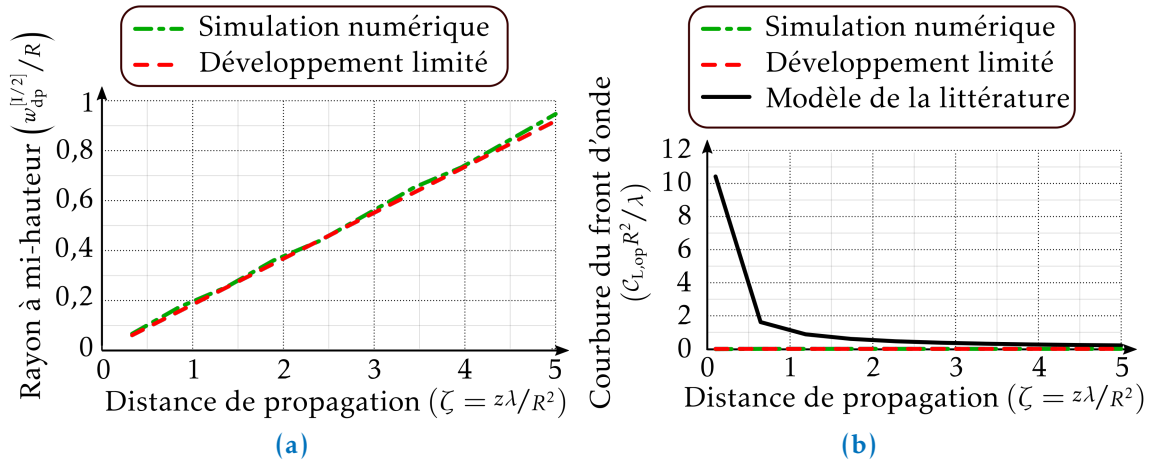
$$w_{\text{op}}^{[1/2]}(\zeta) = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} w_{\text{op}}(\zeta). \quad (5.41)$$

D'après les conditions de validité du développement limité de l'équation (5.39), lorsque  $\zeta > \pi$ , les dimensions transverses définies aux équations (5.40) et (5.41) semblent être en dehors du domaine de validité transverse limité à  $\sqrt{\zeta/\pi}$ .

De plus les courbures linéaires au centre du front d'onde, selon le développement limité  $\mathcal{C}_{L,\text{op}}$  et selon la littérature  $\mathcal{C}_{L,\text{op}}^{\text{litt}}$ , ont les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \mathcal{C}_{L,\text{op}} = 0, \\ \mathcal{C}_{L,\text{op}}^{\text{litt}} = \frac{1}{z} = \frac{\lambda}{R^2} \frac{1}{\zeta}. \end{cases} \quad (5.42)$$

Sur les figures 5.4a et 5.4b sont représentés respectivement le rayon à mi-hauteur de l'éclairement et la courbure du front d'onde en fonction de la distance de propagation. Le trait interrompu rouge est issu de la simulation numérique (paramètres de simulation :  $R = 150 \mu\text{m}$ ,  $n_0 = 1$ ,  $\lambda_0 = 351 \text{ nm}$  ( $\zeta = 1 \Rightarrow z = 64,1 \text{ mm}$ ),  $d_{\text{maille}} = 2 \mu\text{m}$  et  $N_{\text{maille}} = 4096$ ) et le trait mixte vert est calculé à partir de l'équation (5.41). La dimension transverse de l'éclairement et la courbure du front d'onde sont fidèlement reproduits par les développements limités pour les distances  $\zeta < 5$ . Au-delà de  $\zeta = \pi$  une légère dérive commence à apparaître sur l'estimation de la dimension transverse à mi-hauteur, la condition de validité du développement limité est de moins en moins respectée.



**FIGURE 5.4** – Comparaison, en fonction de la distance de propagation  $\zeta$ , entre les caractéristiques transverses de la tache d'Arago issues, soit du modèle analytique (trait interrompu rouge) ou soit de la simulation numérique (trait mixte vert) à différentes distances de propagation; (a) le rayon à mi-hauteur et (b) la courbure du front d'onde, le trait continu noir correspond à la courbure du front d'onde en intégrant une seule fois par partie (modèle de la littérature étant le cas  $N = 0$  de l'équation (5.33)).

Maintenant que l'onde diffractée par un disque opaque est décrite analytiquement autour de l'axe optique, nous sommes en mesure de décrire analytiquement la dépendance transverse du « point chaud » engendré par un objet de phase (l'éclairement et la phase transverse). Au vu de la modélisation satisfaisante des défauts réels par des disques de phase (cf. section 4.6), nous avons limité l'étude analytique au cas du disque de phase.

#### 5.4 PRÉSENTATION DU MODÈLE ANALYTIQUE TRI-DIMENSIONNEL DE L'INTENSIFICATION ENGENDRÉE PAR UN DISQUE DE PHASE

##### 5.4.1 Description transverse de l'onde diffractée par un disque de phase

Au cours du chapitre 3, nous avons démontré que l'onde diffractée par un disque de phase se décompose en trois éléments : une onde plane et deux ondes diffractées par un disque opaque (équation (3.54)). La contribution des deux objets opaques peuvent être réunies en une seule de la manière suivante <sup>18</sup>

$$\mathcal{U}_{\text{dp}}^z(r, z) = e^{j\phi} \left[ \mathcal{U}_0 - 2j \sin \frac{\phi}{2} e^{-j\frac{\phi}{2}} \mathcal{U}_{\text{op}}^z(r, z) \right]. \quad (5.43)$$

De l'équation (5.43), nous en déduisons l'éclairement  $\mathcal{I}_{\text{dp}}$  et la phase  $\Phi_{\text{dp}}$  diffractés par le disque de phase en fonction des grandeurs  $\mathcal{A}_{\text{op}}$ ,  $\mathcal{I}_{\text{op}}$  et  $\Phi_{\text{op}}$  liées au disque opaque (cf. équation (5.39)) :

$$\begin{cases} \mathcal{I}_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \mathcal{I}_0 + 4 \mathcal{I}_{\text{op}}(\rho, \zeta) \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \mathcal{U}_0 \sin \frac{\phi}{2} \mathcal{A}_{\text{op}}(\rho, \zeta) \sin \left( \Phi_{\text{op}}(\rho, \zeta) - \frac{\phi}{2} \right). \\ \Phi_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \arg \left[ \mathcal{U}_{\text{dp}}^z \right](\rho, \zeta) = \phi + \arctan \left[ \frac{-2 \sin \frac{\phi}{2} \mathcal{A}_{\text{op}}(\rho, \zeta) \cos \left( \Phi_{\text{op}}(\rho, \zeta) - \frac{\phi}{2} \right)}{\mathcal{U}_0 + 2 \sin \frac{\phi}{2} \mathcal{A}_{\text{op}}(\rho, \zeta) \sin \left( \Phi_{\text{op}}(\rho, \zeta) - \frac{\phi}{2} \right)} \right]. \end{cases} \quad (5.44)$$

En utilisant les développements limités de l'équation (5.39) à l'ordre 2 en  $\rho$ , il vient

$$\begin{cases} \mathcal{I}_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \mathcal{I}_0 \left\{ 1 + 4 \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) - 4 \left( \frac{\pi \rho}{\zeta} \right)^2 \left[ 2 \sin^2 \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) \right] \right\} + o(\rho^3), \\ \Phi_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \phi + \arctan \left[ \frac{-2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right)}{1 + 2 \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right)} \right] + \left( \frac{\pi \rho}{\zeta} \right)^2 \frac{2 \sin \frac{\phi}{2} \cos \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right)}{\mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta)} + o(\rho^3). \end{cases} \quad (5.45)$$

Pour  $\rho = 0$ , nous retrouvons, dans l'expression de l'éclairement de l'équation (5.45), l'éclairement central déjà exprimé à l'équation (3.62).

Au même titre que l'approximation par une parabole effectuée dans le cas d'un faisceau gaussien, nous définissons ici la dimension transverse d'un « point chaud » engendré par un disque de phase et son rayon à mi-hauteur <sup>19</sup>

18. Pour rappel la notation dp en indice signifie que la grandeur dépend des paramètres du disque de phase  $(R, \phi)$ .

19. La grandeur  $w_{\text{dp}}$  est dimensionnée. Pour rappel  $\mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta)$  dénote l'intensification de l'éclairement sur l'axe au cours de la propagation.

$$\begin{cases} w_{\text{dp}}(\zeta) = \frac{\zeta R}{\sqrt{2}\pi} \sqrt{\frac{I_{\phi}(0, \zeta)}{\left|2\sin^2 \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2}\right)\right|}}, \\ w_{\text{dp}}^{[1/2]}(\zeta) = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} w_{\text{dp}}(\zeta), \end{cases} \quad (5.46)$$

si bien que l'éclairement du « point chaud » s'exprime comme étant la parabole

$$\begin{cases} \mathcal{I}_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta) \left[1 - 2 \frac{\rho^2 R^2}{w_{\text{dp}}^2(\zeta)}\right], & \text{si } 2\sin^2 \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2}\right) > 0, \\ \mathcal{I}_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta) \left[1 + 2 \frac{\rho^2 R^2}{w_{\text{dp}}^2(\zeta)}\right], & \text{si } 2\sin^2 \frac{\phi}{2} + \sin \frac{\phi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2}\right) < 0, \\ \mathcal{I}_{\text{dp}}(\rho, \zeta) = \mathcal{I}_{\text{dp}}(0, \zeta) \left[1 + o\left(\frac{\pi^2 \rho^2}{\zeta^2}\right)\right], & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.47)$$

Trois cas de figure se présentent : (i) l'éclairement au centre est un maximum local suivant  $\rho$ , (ii) l'éclairement au centre est un minimum local suivant  $\rho$  et (iii) la dérivée seconde de l'éclairement par rapport à  $\rho$  est nulle au centre.

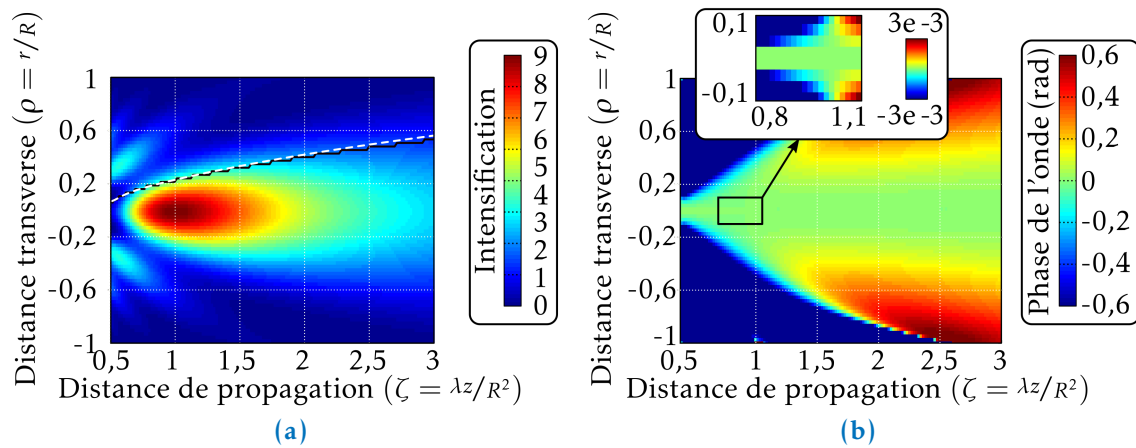
Ainsi, il existe des cas où l'éclairement central n'est plus un maximum local. Ces cas de figure apparaissent lorsque la distance de propagation est loin d'un pic d'intensification, par exemple dans un creux d'éclairement, *ie.*  $\sin(\pi/\zeta - \phi/2) = -1$ . De plus il est nécessaire que la phase soit inférieure à une certaine valeur  $\phi_s$ , que nous pouvons déterminer en se plaçant dans un creux d'éclairement

$$2\sin^2 \frac{\phi_s}{2} - \sin \frac{\phi_s}{2} = 0 \Rightarrow \phi_s = \frac{\pi}{3}. \quad (5.48)$$

Pour tout déphasage compris dans l'intervalle  $[-\pi; \pi]$  supérieur à  $\phi_s$  en valeur absolue, le « point chaud » engendré par le disque de phase reste un maximum local suivant  $\rho$  au cours de la propagation.

Sur la figure 5.5a est représentée, en échelle de couleur, l'intensification de l'éclairement en aval d'un disque de phase  $\phi = \pi$  rad en fonction de la dimension transverse  $\rho$  et de la distance de propagation  $\zeta$  (données issues de la simulation numérique fondée sur l'optique de Fourier (*cf.* section 3.1.7); paramètres de simulation :  $d_{\text{maille}} = 4 \mu\text{m}$  et  $N_{\text{maille}} = 4096$ ,  $R = 100 \mu\text{m}$  et  $\lambda = 351 \text{ nm}$ ). Nous retrouvons le résultat analytique démontrant que l'intensification est maximale avec un facteur  $\times 9$  sur le dernier pic d'intensification situé à  $\zeta_0 = 1$  (*cf.* équation (3.67)). Les rayons à mi-hauteur, donnés par le modèle analytique (*cf.* équation (5.46)) et par la simulation numérique, sont représentés respectivement par le trait interrompu blanc et le trait continu noir. Le modèle analytique, impliquant un développement limité, reproduit fidèlement le comportement transversal de l'éclairement d'un « point chaud » en aval d'un disque de phase jusqu'à  $\zeta = 3$ . Au premier ordre, il est notable que le rayon d'un « point chaud » évolue proportionnellement à la distance de propagation (*cf.* équation (5.46)). En effet, en évaluant la dimension transverse d'un « point chaud » à chaque pic d'intensification (*ie.* à tous les  $\zeta_{l, \text{dp}}$  de l'équation (3.68)) nous obtenons





**FIGURE 5.5** – Représentation en deux dimensions  $(\rho, \zeta)$  de l'onde diffractée par un disque de phase  $\phi = \pi$  rad (donnée issue de la simulation numérique fondée sur l'optique de Fourier); (a) éclaircissement transverse, le trait interrompu blanc correspond au rayon à mi-hauteur issu du modèle analytique (cf. équation (5.46)) et le trait continu noir est le rayon à mi-hauteur évalué à l'aide de la simulation numérique; (b) phase de l'onde diffractée par le disque de phase (la phase du terme  $\exp(jkz)$  est omise; la phase centrale est celle de référence et mise à zéro).

$$w_{\text{dp}}(\zeta_{l,\text{dp}}) = \frac{\zeta_{l,\text{dp}} R}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}{\left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}}, \quad (5.49)$$

qui par rapport à la grandeur dimensionnée  $z_{l,\text{dp}}$  devient

$$w_{\text{dp}}(z_{l,\text{dp}}) = \frac{\lambda z_{l,\text{dp}}}{R \sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}{\left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}}. \quad (5.50)$$

La taille d'un « point chaud » est proportionnelle à la distance de propagation, et elle est inversement proportionnelle au rayon du disque de phase. De plus, le coefficient de proportionnalité dépend de la phase  $\phi$  de l'objet diffractant, si bien qu'à une distance similaire et un rayon identique, plus la phase du disque est proche de zéro et plus le « point chaud » est de grande taille. Pour les phases proches de zéro, la dimension transverse du « point chaud » tend vers l'infini, ce qui coïncide avec le cas de la diffraction d'une onde plane.

La courbure du front d'onde d'un « point chaud »  $C_{L,\text{dp}}$  est différente de zéro contrairement au cas précédent de la tache d'Arago (cf. équation (5.38)) :

$$C_{L,\text{dp}}(\zeta) = \frac{2\pi\lambda \sin \frac{\phi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2}\right)}{R^2 \zeta^2 I_{\text{dp}}(0, \zeta)}. \quad (5.51)$$

À chaque pic d'éclaircissement, la courbure du front d'onde au centre d'un « point chaud »

s'annule<sup>20</sup>. Ce dernier résultat est complètement cohérent avec le comportement de l'éclairement central si en faisant référence au cas d'un faisceau gaussien à son point focal : lorsque la valeur de l'éclairement central diminue, la courbure du front d'onde change de signe, l'onde devient divergente. Sur la figure 5.5b est représentée, en échelle de couleur, la phase de l'onde diffractée par un disque de phase  $\phi = \pi$  rad. Sur le dernier pic d'intensification  $\zeta_0 = 1$ , la dérivée seconde de la phase change de signe ce qui est en accord avec le modèle analytique donné à l'équation (5.51).

#### 5.4.2 Prédiction de la taille du « point chaud » observée en aval de défauts réels

Nous confrontons le modèle analytique développé au cours de la section 5.4.1 sur deux cas de défauts déjà présentés à la section 3.4 : le nodule typique (cf. la figure 3.22a représentant la morphologie du nodule et le tableau 3.2 où sont répertoriés les paramètres du nodule) et la cuvette laissée par une particule (cf. la figure 3.23a pour la morphologie de la cuvette et le tableau 3.2 pour les paramètres).

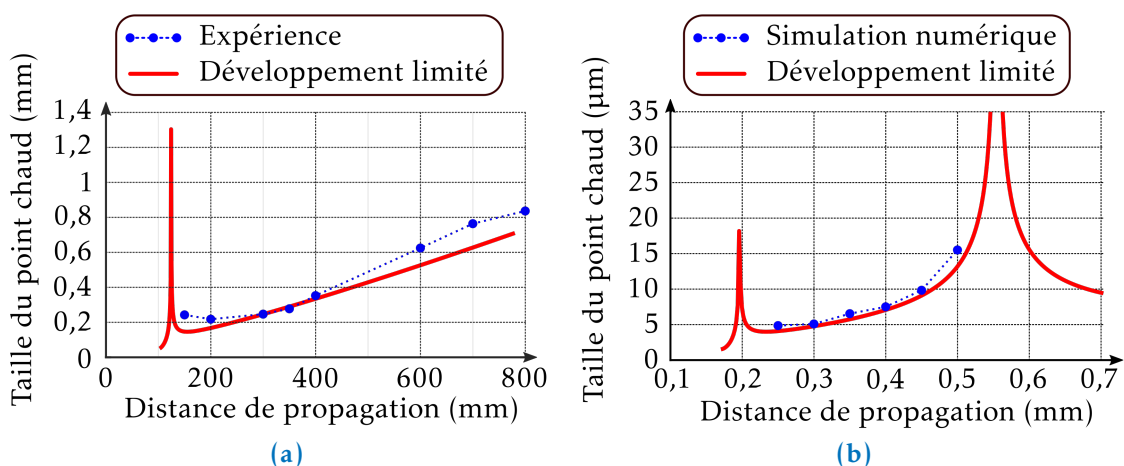
La morphologie de la cuvette est suffisamment simple pour être modélisée par un disque de phase. En ce qui concerne le nodule typique, bien que sa morphologie soit complexe, nous avons montré qu'au premier ordre, le nodule perturbe la lumière comme le ferait un disque de phase ayant les paramètres de l'élément n°2 (cf. section 4.6).

Nous nous intéressons au « point chaud » engendré au delà de 150 mm du nodule typique (cf. figure 3.27a) et à celui engendré à 0,5 mm de la cuvette (cf. figure 3.27b). La taille du « point chaud » engendré par le nodule est estimée à partir des observations expérimentales établies à l'aide du banc EPSILON (cf. section 2.2.1) alors que, dans le cas de la cuvette, l'estimation de la taille du « point chaud » est fondée sur la simulation numérique (cf. l'optique de Fourier présentée à la section 3.1.7) de la lumière diffractée par le profil de phase présenté sur la figure 3.23a. Dans les deux cas, à chaque distance de propagation, le « point chaud » est ajusté à une gaussienne à deux dimensions de support elliptique (cf. équation (2.4)). La taille du « point chaud » est estimée comme étant la moyenne entre les deux demi axes de l'ellipse donnant une intensification à  $1/e^2$ , ce qui est comparable avec le modèle analytique (cf. la première définition donnée à l'équation (5.46)).

Sur la figure 5.6 est représentée, par les cercles bleus, l'évolution de la taille du « point chaud » engendré, soit par le nodule typique (cf. figure 5.6a), soit par la cuvette (cf. figure 5.6a). Le trait continu rouge correspond au modèle analytique exprimé à l'équation (5.46). Que ce soit dans le cas d'une structure complexe, représenté par le nodule typique, ou dans un cas plus simple, illustré par la cuvette, le modèle analytique reproduit fidèlement l'évolution de la taille d'un « point chaud » diffracté par des cas réels, notamment lorsque le « point chaud » est le plus intense, *ie.* à 300 mm du nodule et à 0,45 mm de la cuvette (cf. figure 3.27).

Il serait vain de pouvoir observer expérimentalement ou même numériquement les singularités sur la taille du « point chaud » établies analytiquement à 120 mm de nodule ou à 0,2 et 0,56 mm de la cuvette, tant la structure du défaut doit être parfaitement représentative d'un disque de phase. Néanmoins, ces singularités sont la traduction d'un changement de signe de la dérivée seconde de l'intensification en fonction de la dimension transverse. Ainsi en-deçà de 120 mm pour le cas du nodule et au-delà de 0,56 mm

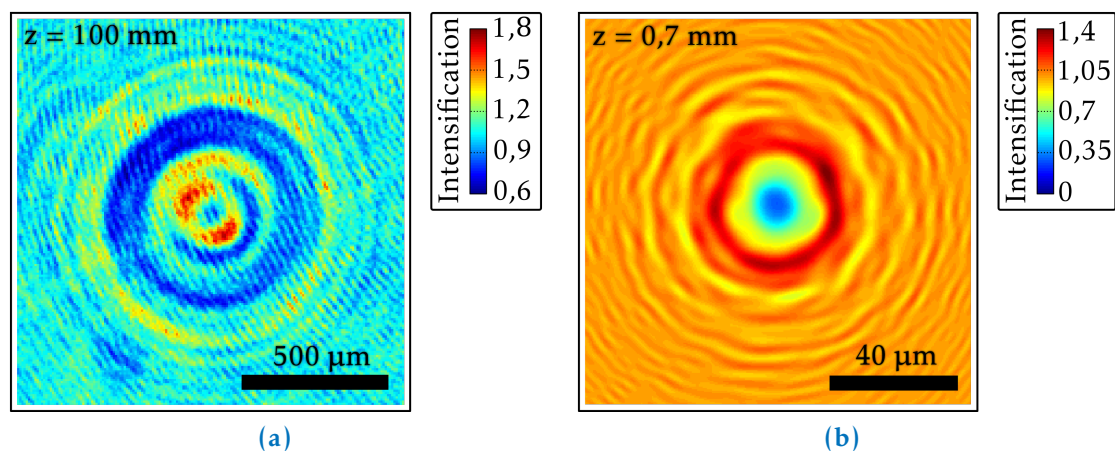
20. La courbure du front d'onde s'annule aussi aux distances correspondant aux creux d'éclairement.



**FIGURE 5.6** – Dimension du « point chaud » au cours de la propagation ; le trait continu rouge est issu du modèle analytique et les cercles bleus sont issus (a) de l'observation faite à l'aide du banc EPSILON en aval du nodule typique et (b) de la simulation numérique fondée sur le profil de phase de la cuvette donné à la figure 3.23a.

pour le cas de la cuvette, l'intensification centrale est un minimum d'éclairement. Cela est vérifié expérimentalement à 100 mm du nodule et numériquement à 0,7 mm de la cuvette (cf. figure 5.7).

À l'aide du modèle analytique, nous sommes en mesure de prédire la taille des « points chauds » engendrés par de vrais défauts modélisables par un disque de phase, soit parce la morphologie du défaut est simple, soit parce qu'elle est simplifiable (cf. les règles de simplification développée au cours de la section 4.6).



**FIGURE 5.7** – (a) Intensification à 100 mm du nodule typique observée à l'aide du banc EPSILON, (b) intensification à 1,5 mm de la cuvette calculée à l'aide de la simulation numérique de la propagation de la lumière au travers du profil de phase de la cuvette.

### 5.5 PRÉSENTATION D'UN CRITÈRE PERMETTANT DE STATUER SUR LA POTENTIEL GAIN PAR EFFET KERR DE L'ÉCLAIREMENT D'UN « POINT CHAUD » ENGENDRÉ PAR UN DISQUE DE PHASE

Pour évaluer si l'effet non linéaire peut mener à un gain d'éclairement, nous appliquons la méthode abordée dans la section 5.2, à savoir, comparer les variations de courbures linéaire  $\dot{C}_{L,dp}$  et non linéaire  $\dot{C}_{NL,dp}$  du front d'onde diffractée par un disque de phase. Dans le cas du faisceau gaussien, les variations de courbures sont comparées à son point de focalisation, *ie.* là où la courbure du front d'onde linéaire est nulle (*cf.* équation (5.29)). Plaçons-nous alors à la distance  $z_{l,dp}$  où la courbure du front d'onde est nulle (détails des calculs en annexe C.3) :

$$\begin{cases} \dot{C}_{L,dp}(z_{l,dp}) = \frac{1}{2\pi^2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|} \frac{\lambda_0^2}{n_0^2 w_{dp}^4(z_{l,dp})}, \\ \dot{C}_{NL,dp}(z_{l,dp}) = \frac{\gamma}{n_0} \frac{\partial^2 \mathcal{I}_{dp}(r, z_{l,dp})}{\partial r^2} = -\frac{8}{\pi} \frac{\gamma}{n_0} \frac{1}{w_{dp}^4} P_{dp}(z_{l,dp}) + o\left(\frac{r}{R}\right)^3, \end{cases} \quad (5.52)$$

où  $P_{dp}(z_{l,dp})$  est la puissance d'un « point chaud » définie comme pour le faisceau gaussien :

$$P_{dp}(z_{l,dp}) = \frac{\pi}{2} w_{dp}^2(z_{l,dp}) \mathcal{I}_{dp}(0, z_{l,dp}). \quad (5.53)$$

Un gain non linéaire est observé lorsque la variation de courbure non linéaire est plus forte que celle linéaire, c'est-à-dire lorsque

$$\dot{C}_{NL,dp}(z_{l,dp}) > \dot{C}_{L,dp}(z_{l,dp}) \Leftrightarrow P_{dp}(z_{l,dp}) > P_s = \frac{1}{16\pi \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|} \frac{\lambda_0^2}{n_0 \gamma} = \frac{1}{2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|} P_c, \quad (5.54)$$

où  $P_c$  représente la puissance critique observée dans le cas d'un faisceau gaussien.

Le résultat analytique est surprenant pour deux raisons : (i) le mécanisme non linéaire est régi par la puissance contenue dans le « point chaud », comme pour le cas d'un faisceau gaussien bien que les deux objets soient de nature complètement différente ; le faisceau gaussien existe de lui-même alors que le « point chaud » échange de l'énergie avec les anneaux de diffraction qui l'entourent. (ii) La puissance seuil  $P_s$  à ne pas dépasser dépend de la phase du défaut qui a engendré le « point chaud ». Ce résultat, loin d'être intuitif, peut néanmoins s'interpréter en considérant que la phase du défaut initial joue un rôle important sur la vitesse de convergence et de divergence de l'intensification centrale en régime de propagation linéaire.

L'équation (5.54) établit une condition pour chaque pic d'intensification intervenant dans la matière. Néanmoins il existe une relation d'ordre entre la puissance de chacun des pics ; c'est le dernier pic d'intensification qui contient le plus de puissance. S'intéresser uniquement à ce dernier pic ( $z = z_{0,dp}$ ) permet de s'assurer que la condition formulée à l'équation (5.54) est satisfaite pour tous les autres pics.

La puissance seuil est égale à la puissance critique d'un faisceau gaussien lorsque la phase du disque vaut  $\phi = \pi/3$ ,  $P_s$  est plus faible pour les cas où la phase du disque est proche de  $\pi$  et pourrait avoir une valeur infinie lorsque la phase  $\phi$  se rapproche de zéro. Ce dernier cas de figure est hors du modèle décrivant le mécanisme non linéaire fondé sur l'étude des courbures. En effet lorsque  $\phi = 0$ , il n'y a plus de disque de phase : c'est le

cas de la propagation d'une onde plane. Pour une telle onde, il est commun de décrire le mécanisme non linéaire d'une manière perturbative. De faibles perturbations, en phase ou en amplitude, sont amplifiées par effet Kerr, pouvant mener à un gain d'éclairement de certaines fréquences spatiales du faisceau [30, 31].

Nous souhaitons par la suite confronter ce résultat analytique à la simulation numérique de la propagation non linéaire de la lumière au travers d'un disque de phase parfait.

## 5.6 RÉSULTATS NUMÉRIQUES DE LA PROPAGATION NON LINÉAIRE DE LA LUMIÈRE DIFFRACTÉE PAR UN DISQUE DE PHASE PARFAIT

Le code de propagation MIRÓ [77] est utilisé pour rendre compte numériquement des potentiels effets non linéaires survenant lors de la propagation d'un « point chaud » engendré par un disque de phase parfait. Il s'attache en particulier à résoudre l'équation de propagation non linéaire.

Chaque simulation est faite dans la configuration suivante (cf. figure 5.8) : le disque de phase est placé à une distance arbitraire de la source lumineuse; la lumière se propage d'abord dans le vide (pas d'effet non linéaire  $\gamma = 0 \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$  et  $n_0 = 1$ ), puis arrivée au dernier pic d'intensification, là où la courbure du front d'onde est nulle, (ie. à la distance  $z_{0,dp}$  définie l'équation (3.68)), la lumière se propage dans de la silice ( $\gamma = 3,6 \text{ e-}20 \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$  et  $n_0 = 1,47$  [100]). Toutes les simulations sont réalisées à la longueur d'onde de  $\lambda_0 = 351 \text{ nm}$ .

Deux séries de simulations sont mises en œuvre. La première démontre qu'à même profil d'éclairement (autour du « point chaud »), la propagation dans le milieu non linéaire est sensiblement différente lorsque la phase du défaut d'origine varie. La deuxième série montre que pour observer un gain non linéaire d'éclairement, il suffit de se référer à la puissance seuil de l'équation (5.54), quels qu'en soient les profils d'éclairement.

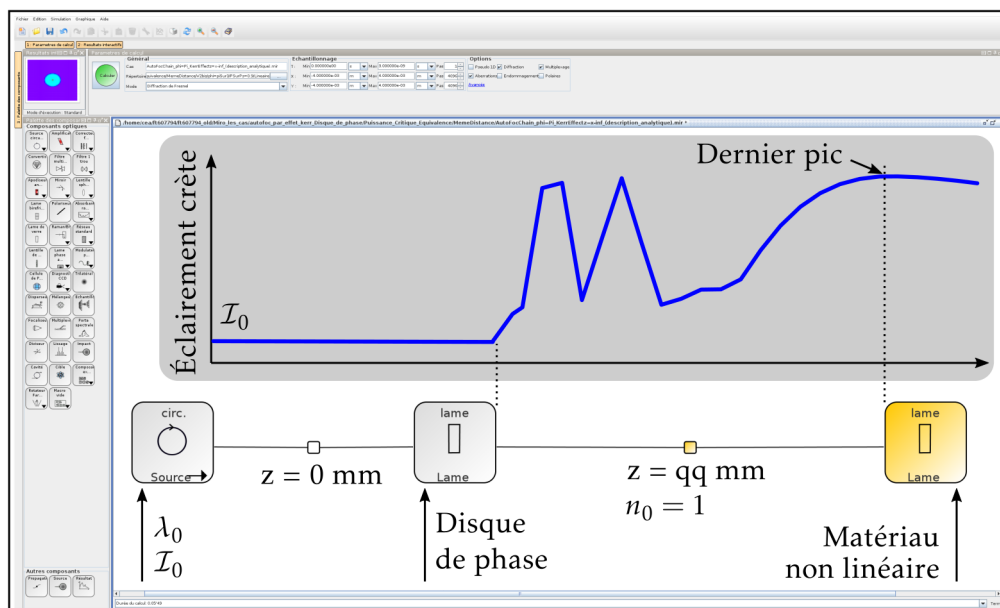


FIGURE 5.8 – Schéma de principe expliquant la simulation effectuée à l'aide du code de propagation MIRÓ [77] (représentation de l'interface du logiciel MIRÓ).

## 5.6.1 Cas de profils d'éclairement et de phase identiques

Soit un disque de phase dont nous considérons trois cas différents de phases :  $\phi = \{\pi/4 ; \pi/3 ; \pi\}$  rad. Pour chaque cas, les profils d'éclairement et de phase autour du « point chaud » sont les mêmes à l'entrée du matériau non linéaire <sup>21</sup>. La dimension transverse  $w_{dp}$  définie à l'équation (5.50) et la puissance définie à l'équation (5.53) sont les mêmes dans chaque cas (cf. la ligne « paramètres ciblés » du tableau 5.1).

Cela est rendu possible en choisissant judicieusement les paramètres  $\{R ; z_{0,dp} ; \mathcal{I}_0\}$  suivant les équations (5.50) et (5.53). Ces derniers sont répertoriés dans le tableau 5.1 à la ligne « paramètres déduits ».

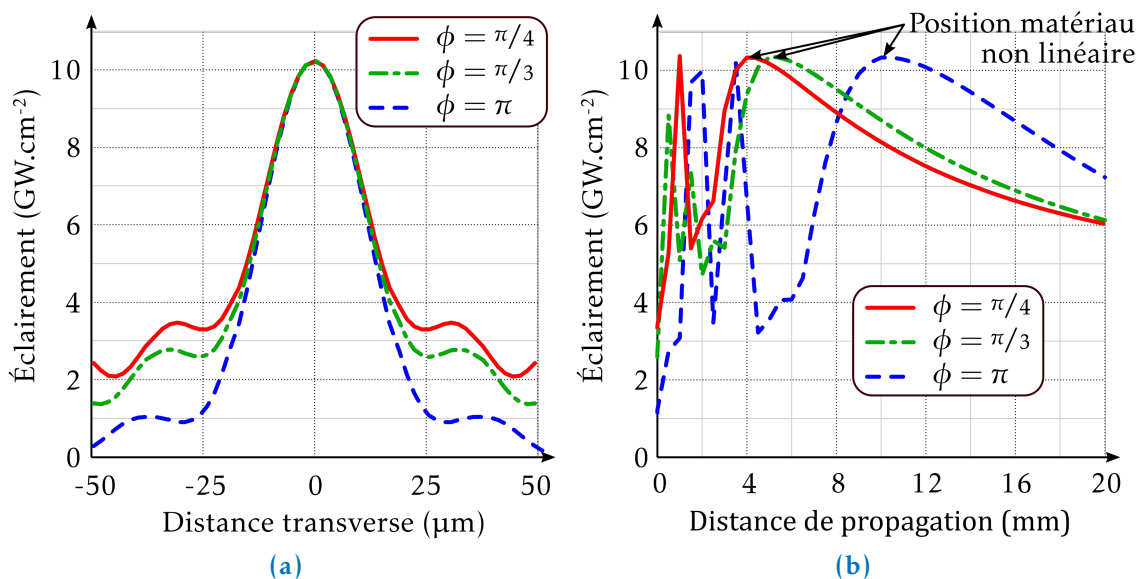
Nous vérifions par la simulation MİRÓ que, dans chaque cas, le profil d'éclairement autour du « point chaud » est similaire. Sur la figure 5.9a sont représentées les coupes des trois profils d'éclairement simulés à la distance  $z_{0,dp}$ . Évidemment, le niveau moyen d'éclairement est différent pour chaque cas. Néanmoins, au lieu qui nous importe, à savoir autour du « point chaud », la répartition d'éclairement est la même.

Sur la figure 5.9b sont présentées les intensifications crêtes, simulées par MİRÓ, en fonction de la distance de propagation en régime linéaire ( $\gamma = 0 \text{ m}^2 \cdot \text{W}^{-1}$ ,  $n_0 = 1,47$ ). Pour chaque cas, le dernier pic d'intensification apparaît à une distance différente en accord avec les données du tableau 5.1. Cela est nécessaire pour obtenir les mêmes profils d'éclairement et de phase autour du « point chaud » à la distance  $z_{0,dp}$ . Dans chaque cas de

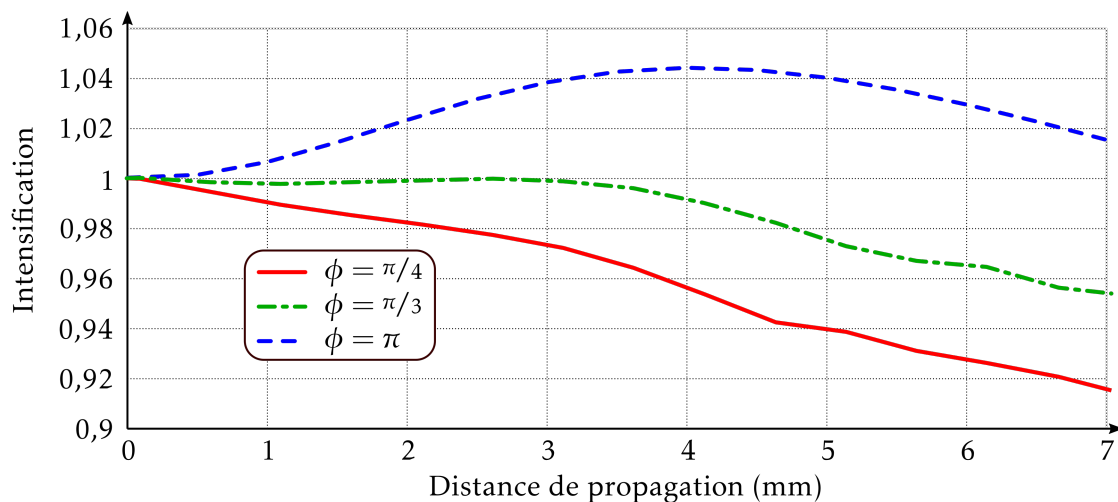
Paramètres ciblés	$\phi$ (rad)	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi$
	$w_{dp}$ ( $\mu\text{m}$ ) à $z_{0,dp}$	23,4	23,4	23,4
	$\mathcal{I}_{dp}(0, z_{0,dp})$ ( $\text{GW} \cdot \text{cm}^{-2}$ )	10,35	10,35	10,35
	$P_{dp}$ (kW) à $z_{0,dp}$	89	89	89
Paramètres déduits	$R$ ( $\mu\text{m}$ )	30,2	34,6	60
	$z_{0,dp}$ (mm)	4,2	5,1	10,3
	$\mathcal{I}_0$ ( $\text{GW} \cdot \text{cm}^{-2}$ )	3,32	2,58	1,15
Paramètres simulation	$d_{\text{maille}}$ ( $\mu\text{m}$ )	1,46	1,46	1,46
	$N_{\text{maille}}$	4096	4096	4096
	$B_{\text{max}}$ (rad)	1e-2	1e-2	1e-2
Conséquences	$P_S$ (kW)	121	93	46
	$P_{dp}/P_S$	0,73	0,96	1,9
	Effet	pas de gain non linéaire	pas de gain non linéaire	gain non linéaire

**TABLE 5.1** – Récapitulatif de la série de simulations montrant des propagations différentes alors que les profils d'éclairement sont les mêmes autour du « point chaud ». Le paramètre  $B_{\text{max}}$  fixe le nombre de pas en  $z$  nécessaire à la résolution du calcul de propagation non linéaire. Il correspond à la quantité d'intégrale  $B$  tolérée entre deux pas en  $z$

21. Par abus de langage, nous appelons matériau non linéaire, l'échantillon de silice dans lequel la lumière est susceptible de se propager dans un régime non linéaire.



**FIGURE 5.9** – (a) Coupe du profil d'éclairement illuminant le matériau non linéaire pour chaque cas de phase; (b) éclairement en fonction de la distance de propagation en régime linéaire ( $\gamma = 0 \text{ m}^2.\text{W}^{-1}$ ). La position du matériau non linéaire varie en fonction de la phase considérée.



**FIGURE 5.10** – Intensification (normalisation par rapport à l'éclairement maximal incident au matériau non linéaire) en fonction de la distance de propagation. Pour chaque phase, l'origine des  $z$  est prise au début du matériau non linéaire. Un gain non linéaire est observé seulement pour le cas  $\phi = \pi$  rad.

phase, le matériau non linéaire est situé plus ou moins loin du disque de phase selon la valeur de  $z_{0,dp}$ .

Les intensifications en régime de propagation non linéaire sont présentées sur la figure 5.10. L'intensification est normalisée à l'intensification maximale incidente au matériau non linéaire. Dans chaque cas, l'origine des distances de propagation est choisie à partir de la distance où la lumière se propage dans le matériau non linéaire. Le trait continu rouge correspond au cas  $\phi = \pi$  rad ; le comportement de la lumière est net, un gain non linéaire est observé. Le cas  $\phi = \pi/3$  est représenté par le trait mixte vert ; l'intensification crête reste plus ou moins constante pour ensuite décroître. Le trait interrompu bleu est l'intensification crête dans le cas  $\phi = \pi/4$ . Aucune amplification n'est observée.

Bien que les profils d'éclairement et de phase soient identiques, les comportements en  $z$  sont différents. Il semblerait que ces derniers soient liés à la puissance seuil définie à l'équation (5.54). Lorsque celle-ci est dépassée, un gain non linéaire est observé (cf. cas  $\phi = \pi$  rad). Lorsque, cette puissance est quasiment atteinte (le cas  $\phi = \pi/3$  rad) aucun gain n'est prédit par le code de propagation MURÓ, néanmoins l'intensification crête reste constante sur une certaine distance. Enfin, dans le cas où la puissance seuil n'est pas du tout dépassée ( $\phi = \pi/4$  rad) alors l'intensification crête décroît.

Par la suite, nous proposons d'étudier plus en détails l'importance de la puissance seuil définie à l'équation (5.54).

### 5.6.2 Cas de profils d'éclairement différents pour des profils de phase identiques

Dans cette section, nous démontrons l'intérêt de la puissance seuil  $P_s$  exprimée à l'équation (5.54). Pour rappel, lorsque la puissance d'un « point chaud », exprimée à l'équation (5.53), dépasse  $P_s$  sur un pic d'éclairement, alors l'effet Kerr prend le dessus sur la diffraction : un gain non linéaire est observé.

Pour chaque phase étudiée,  $\phi = \{\pi/4 ; \pi/3 ; \pi\}$  radians, deux configurations sont présentées :  $P_{dp}/P_s = \{0,5 ; 2\}$ . Dans le but de simplifier la comparaison, le matériau non linéaire est placé à une distance identique pour chaque phase. Ainsi le dernier pic d'éclairement doit se situer à la même distance ; cela conditionne le rayon du disque (cf. tableau 5.2).

Sur la figure 5.11a est présentée une coupe du profil d'éclairement à l'entrée du matériau non linéaire, dans la configuration  $P_{dp}/P_s = 0,5$ . La taille du « point chaud » étant fixée par la phase et le rayon du défaut, il ne reste plus que l'éclairement incident pour ajuster la puissance  $P_{dp}$ , dans le but d'obtenir le même rapport  $P_{dp}/P_s$  pour chaque phase. L'éclairement incident est alors différent pour chaque phase et, *a fortiori*, le niveau moyen d'éclairement l'est autant. Le fait que les éclaircements centraux soient égaux, dans les cas  $\phi = \pi$  et  $\pi/3$  rad, est fortuit.

L'éclairement crête en fonction de la distance de propagation est représenté sur la figure 5.11b en régime linéaire. Le dernier pic d'éclairement est atteint, dans les trois cas, à la même distance :  $z = 10,3$  mm. Le matériau non linéaire est placé à cette distance.

Le cas de la propagation non linéaire est représenté sur la figure 5.12. L'origine des  $z$  est placée à l'entrée du matériau non linéaire et l'intensification est normalisée à l'éclairement crête illuminant le matériau non linéaire. Le cas  $\phi = \pi$  rad est représenté par



Paramètres	$\phi$ (rad)	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi$			
ciblés	$z_{0,dp}$ (mm)	10,3	10,3	10,3			
	$w_{dp}$ ( $\mu\text{m}$ )	36,8	33,1	23,4			
	$\mathcal{I}_{dp}(0, z_{0,dp})$ (GW.cm <sup>-2</sup> )	2,87	11,4	2,68	10,8	2,70	10,8
	$P_S$ (kW)	121		93		46	
	$P_{dp}/P_S$	0,5	2	0,5	2	0,5	2
Paramètres	$R$ ( $\mu\text{m}$ )	47,4		49,0		60	
déduits	$\mathcal{I}_0$ (GW.cm <sup>-2</sup> )	0,92	3,67	0,67	2,69	0,30	1,20
Paramètres	$d_{\text{maille}}$ ( $\mu\text{m}$ )	1,46		1,46		1,46	
simulation	$N_{\text{maille}}$	4096		4096		4096	
	$B_{\text{max}}$ (rad)	1e-2		1e-2		1e-2	

TABLE 5.2 – Récapitulatif de la série de simulations montrant que la propagation en régime non linéaire est régie par la puissance seuil.

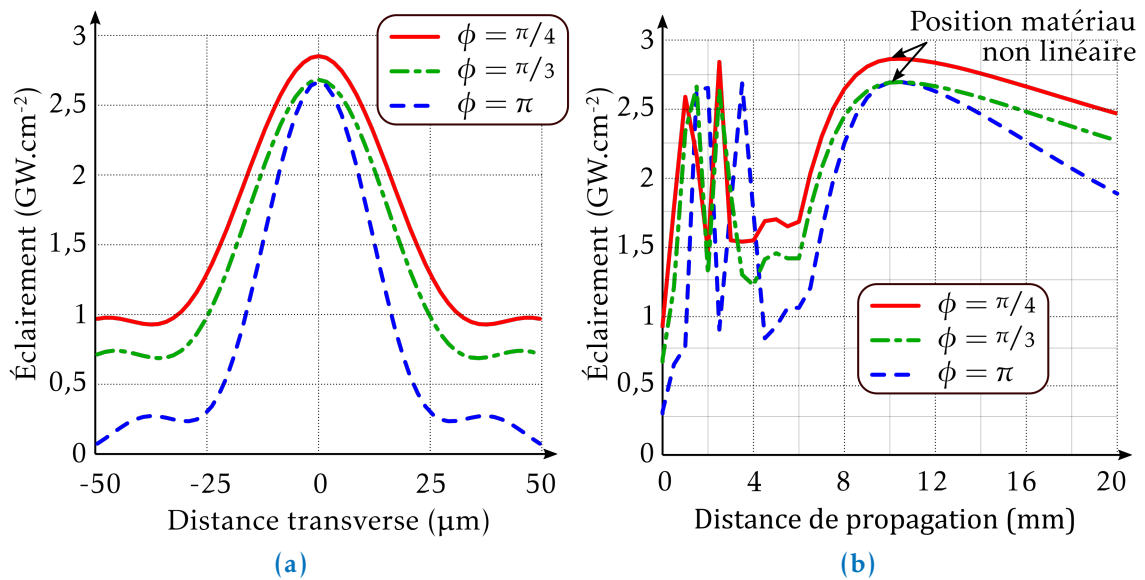


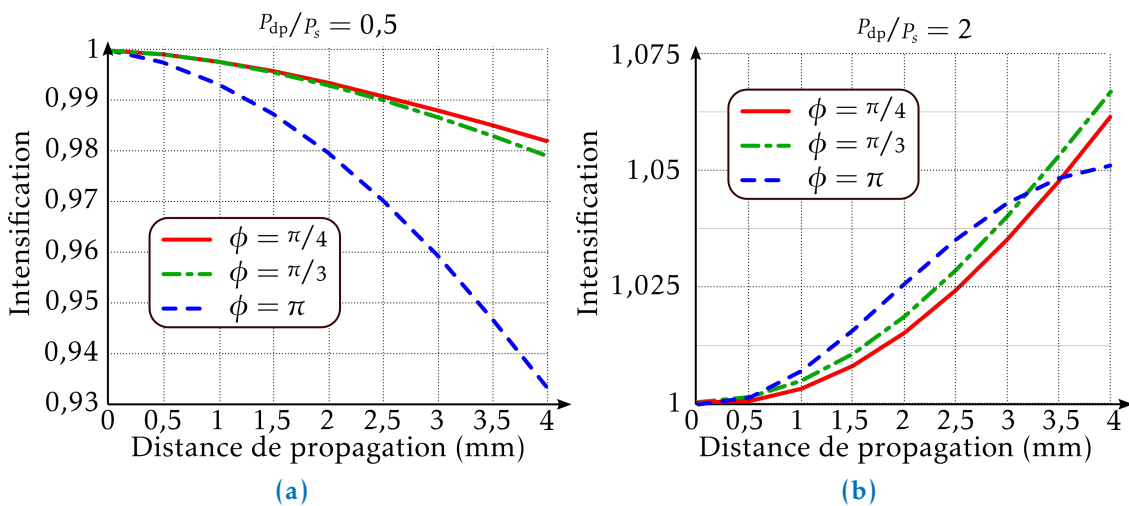
FIGURE 5.11 – (a) Coupes du profil d'éclairement illuminant le matériau non linéaire pour le cas  $P/P_S = 0,5$ ; (b) éclairement en fonction de la distance de propagation en régime linéaire ( $\gamma = 0 \text{ m}^2.\text{W}^{-1}$ ) pour la configuration  $P_{ph}/P_S = 0,5$ . La position du matériau non linéaire est identique pour chaque phase.

le trait interrompu bleu, celui  $\phi = \pi/3$  rad correspond au trait mixte vert et le cas  $\phi = \pi/4$  rad au trait continu rouge.

Lorsque le rapport  $P_{dp}/P_s = 0,5$  (cf. figure 5.12a), l'intensification commence par décroître, la diffraction est suffisante pour contrer les effets non linéaires, tandis que quand la puissance du « point chaud » dépasse la puissance seuil,  $P_{dp}/P_s = 2$ , l'intensification commence par croître, un gain non linéaire est observé.

Le travail présenté ici a pour objectif principal de présenter les limites d'une description de la propagation d'un « point chaud » uniquement à l'aide du modèle linéaire. Nous venons de démontrer que lorsque la puissance d'un « point chaud », calculée à l'aide de l'équation (5.53), dépasse la puissance seuil de l'équation (5.54), il est nécessaire de tenir compte de l'effet Kerr pour décrire correctement la propagation. La puissance seuil donne le cadre du modèle de propagation linéaire d'un « point chaud » engendré par un disque de phase. Pour aller plus loin, *ie.* expliquer cette propagation non linéaire, il est nécessaire d'effectuer un travail à la fois analytique et numérique.

Comprendre finement la propagation non linéaire d'un « point chaud » est intéressant et cela pourrait avoir des applications notamment pour spécifier les défauts d'aspect. Néanmoins ce comportement dépend d'un paramètre dont la valeur est encore loin d'être bien établie : l'indice non linéaire  $\gamma$ . La finesse qu'apporterait une meilleure compréhension du phénomène d'auto-focalisation d'un « point chaud » pourrait être perdue par le manque de précision dans le coefficient  $\gamma$ . Par exemple, la valeur de  $\gamma$  est donnée à 18 % près [100]. De plus cette valeur semble dépendre du type de silice utilisé (cf. le tableau 2 de [112]). À la longueur de 400 nm, un facteur 1,43 peut être appliqué à la valeur de l'indice non linéaire de différents types de silice. Enfin, s'intéresser à l'effet Kerr à la longueur de 351 nm n'est clairement pas un avantage au vu de la figure 7 de [112] qui donne la valeur du  $\gamma$  en fonction de la longueur d'onde. Le point ayant pour abscisse 351 nm se situe au sommet de l'hyperbole n'aidant pas la robustesse de la mesure du  $\gamma$ .



**FIGURE 5.12** – Intensification (normalisation par rapport à l'éclairement maximal incident au matériau non linéaire) en fonction de la distance de propagation : (a)  $P_{dp}/P_s = 0,5$  pas de gain dû à l'effet Kerr, (b)  $P_{dp}/P_s = 2$  gain dû à l'effet Kerr.

## CONCLUSION DU CHAPITRE 5

Tout au long des chapitres 3 et 4, nous montrons à quel point la propagation linéaire de la lumière à travers un défaut d'aspect peut être néfaste pour des composants optiques placés en aval du défaut, car des « points chauds » apparaissent au cours de la propagation. Cependant, dans une chaîne laser, la lumière se propage au travers de composants optiques et des effets non linéaires néfastes peuvent apparaître. Dans ce chapitre, nous traitons exclusivement du cas de l'effet Kerr qui rentre en concurrence avec la diffraction qui tend à faire diverger l'onde, alors que l'effet Kerr fait converger le faisceau. Cette description phénoménologique réservée jusqu'alors aux faisceaux gaussiens (cf. section 5.2), est appliquée au cas d'un « point chaud » engendré par un disque de phase (cf. section 5.5).

Pour arriver à nos fins, est établie la description transverse de la tache d'Arago, élément de base à la décomposition d'une structure de phase (cf. section 5.3). Nous déterminons notamment que la courbure du front d'onde est nulle au centre de la tache d'Arago. Ce résultat, en accord avec le fait que l'éclairement au centre de la tache est constant au cours de la propagation, est néanmoins nouveau par rapport aux résultats de la littérature.

Grâce à la description transverse de la tache d'Arago, nous déterminons la courbure du front d'onde et la taille du « point chaud » engendré par un disque phase. De plus l'expression analytique de la taille d'un « point chaud » est comparée avec l'observation des figures de diffraction en aval de défauts réels à l'aide du banc EPSILON. Les résultats expérimentaux sont complètement cohérents avec la description analytique (cf. section 5.4).

Forts des résultats analytiques sur l'onde diffractée par un disque de phase, la concurrence entre la diffraction d'un « point chaud » et l'effet Kerr est établie (cf. section 5.5). Il en vient une expression analytique simple qui ressemble au cas gaussien : lorsque la puissance du « point chaud » dépasse une puissance seuil, alors la variation de courbure non linéaire du front d'onde vainc celle induit par diffraction. Cela a pour effet de « pincer » le « point chaud », *ie.* il devient plus intense et plus petit. Cependant l'expression de la puissance seuil dans le cas d'un « point chaud » diffère de celle de la théorie de l'auto-focalisation d'un faisceau gaussien. En effet, elle dépend aussi du défaut initial par l'intermédiaire du déphasage  $\phi$  qu'il induit à l'onde lumineuse.

Ce résultat analytique contre-intuitif est confronté avec succès à la résolution numérique de l'équation de propagation non linéaire appliquée à des disques de phase parfaits (via le code de propagation MIRÓ développé au CEA [77]). Nous obtenons bien un gain non linéaire au cours de la propagation lorsque la puissance du « point chaud » dépasse la puissance seuil (cf. section 5.6.2). Le résultat fort et complètement contre-intuitif est, qu'à même profil d'éclairement (même dimension du « point chaud » et même éclairement crête) et à même profil de phase (courbure nulle au centre du « point chaud »), un cas engendre un gain non linéaire alors que l'intensification d'un autre décroît au cours de la propagation. À la question de savoir si un gain non linéaire est observé en aval d'un « point chaud » engendré par un disque de phase, il suffit de comparer la puissance du « point chaud » avec la puissance seuil définie à l'équation (5.54).

---

## APPLICATION : SPÉCIFICATION DES DÉFAUTS D'ASPECT VIS-À-VIS DE L'ENDOMMAGEMENT FRATRICIDE LOCAL

---

Le contexte sur les défauts d'aspect, rappelé au chapitre 1, montre qu'il n'y a aucun outil permettant de les spécifier au regard de l'endommagement fratricide local qui soit en cohérence avec la norme actuelle, ISO 10110-7. Ce manque d'homogénéité met en défaut la communication avec les industriels et il remet en cause la métrologie des défauts d'aspect déjà bien établie en laboratoire et chez les industriels. C'est l'une des raisons qui a poussé le développement, au chapitre 3, d'un modèle analytique permettant de prédire les « points chauds », engendrés par diffraction, initiateurs de l'endommagement des composants optiques placés en aval dans la chaîne laser.

Un des paramètres du modèle (le rayon extérieur du défaut) est déjà plus ou moins intégré dans le critère de la norme. Il suffit alors d'une dernière étape pour adapter le modèle analytique à la norme (section 6.1.1). Le travail de majoration de l'intensification effectué au chapitre 4 sert de base. Se restreindre à seulement un des paramètres du modèle analytique mène nécessairement à sur-spécifier les défauts d'aspect. C'est pourquoi, sur les bases d'un résultat fort du chapitre 4 montrant que la plupart des défauts d'aspect se comportent comme un disque de phase, le paramètre de phase est intégré à la spécification (*cf.* section 6.1.2).

Néanmoins il reste un dernier lien à élucider pour être en capacité de spécifier l'endommagement fratricide, celui entre le « point chaud » et l'endommagement du composant optique placé en aval. La première hypothèse, simpliste et même fautive dans certains cas, est de considérer que l'endommagement est un phénomène à seuil, *ie.* au-delà d'une certaine intensification le « point chaud » engendré par le défaut endommage systématiquement le composant en aval. C'est cette hypothèse qui est effectuée en section 6.1 et qui est comparée, en section 6.2, avec une autre tenant compte de l'endommagement en régime d'impulsion nanoseconde où l'endommagement est dit « probabiliste ». Ce n'est pas tant parce que le « point chaud » dépasse un seuil d'intensification qu'un dommage se forme, il est aussi nécessaire de prendre en compte l'entière intensification du « point chaud ». Grâce à une partie des acquis du chapitre 5, la dimension transverse du « point chaud » est connue pour le cas du disque de phase. En connaissant la loi de probabilité d'endommagement, établie expérimentalement en laboratoire, et le profil d'éclairement transverse du « point chaud », le lien est établi entre les paramètres du disque de phase et la probabilité qu'il a d'endommager un composant optique en aval.

Enfin, en section 6.3 est établie une spécification tenant compte de l'enseignement du chapitre 5 sur la propagation d'un « point chaud » en présence d'effet Kerr. Le critère sur la puissance du « point chaud » établi à l'équation (5.54) implique un critère sur les paramètres du disque de phase. Dès lors que le critère est dépassé, la propagation est sensiblement différente de celle établie en régime linéaire : le « point chaud » auto-focalise. Nous ne voulons pas rentrer dans ce régime de fonctionnement d'où la pertinence de ce critère au regard de la spécification des défauts d'aspect.

## 6.1 SPÉCIFICATION À L’AIDE D’UN CRITÈRE D’ENDOMMAGEMENT DÉTERMINISTE

Il est absolument nécessaire de développer un critère de dangerosité relatif à l’endommagement fratricide pour ensuite spécifier les défauts d’aspect. Le premier que nous proposons est le suivant : les défauts engendrant des intensifications supérieures à un facteur  $I_s$  dans le plan d’un composant optique sont inacceptables. Le choix du facteur  $I_s$  dépend de l’application.

Sur des installations laser de puissance fonctionnant avec des impulsions courtes, l’ordre de la picoseconde, le mécanisme d’endommagement laser est dit « déterministe », *ie.* au-delà d’une certaine fluence le matériau s’endommage systématiquement [113]. Ainsi, il suffit de choisir le facteur  $I_s$  pour qu’aucun défaut ne puisse engendrer des « points chauds » dépassant le seuil en fluence sur un composant optique<sup>1</sup>.

Sur des installations laser de puissance fonctionnant avec des impulsions plus longues telles que le LASER MÉGAJoule en France, le NATIONAL IGNITION FACILITY aux États-Unis ou le SHENGUANG-II en Chine, ce type de critère est un peu plus arbitraire. En effet, le mécanisme d’endommagement est dit « probabiliste ». À chaque classe de fluence est associée une probabilité d’endommagement [114, 115]. Néanmoins le critère  $I_s$  permet d’obtenir *a minima* une sur-spécification des défauts d’aspect vis-à-vis de l’endommagement fratricide. Par la suite,  $I_s$  est choisi égal à 2.

Nous avons démontré qu’une fois le dernier pic d’intensification dépassé, l’intensification centrale tend vers la valeur 1 (*cf.* section 3.2). Au delà du dernier pic d’intensification, il existe une distance à partir de laquelle l’intensification est toujours inférieure à  $I_s$ . Cette distance, appelée distance de sécurité, est notée  $z_s$  et elle est associée à une zone de sécurité qui s’étend au delà de la distance de sécurité. Pour tout composant optique placé dans la zone de sécurité, nous sommes sûrs qu’il n’y a pas d’endommagement fratricide possible.

### 6.1.1 Spécification de l’endommagement fratricide vis-à-vis de la norme actuelle

Les normes actuelles relatives aux défauts d’aspect ne spécifient que la surface du défaut. De ce paramètre, il est possible de se ramener à une dimension transverse en supposant que le contour de la surface est circulaire<sup>2</sup>. Au vu du peu de paramètres que propose la norme, seule l’enveloppe  $\tilde{I}_R$  qui considère uniquement la plus grande dimension transverse  $R$ , peut être en mesure de fournir une spécification majorante (*cf.* équation (4.9)). Lorsque l’enveloppe  $\tilde{I}_R$  passe en-deçà de la limite fixée  $I_s$  alors le défaut n’est plus dangereux<sup>3</sup> :

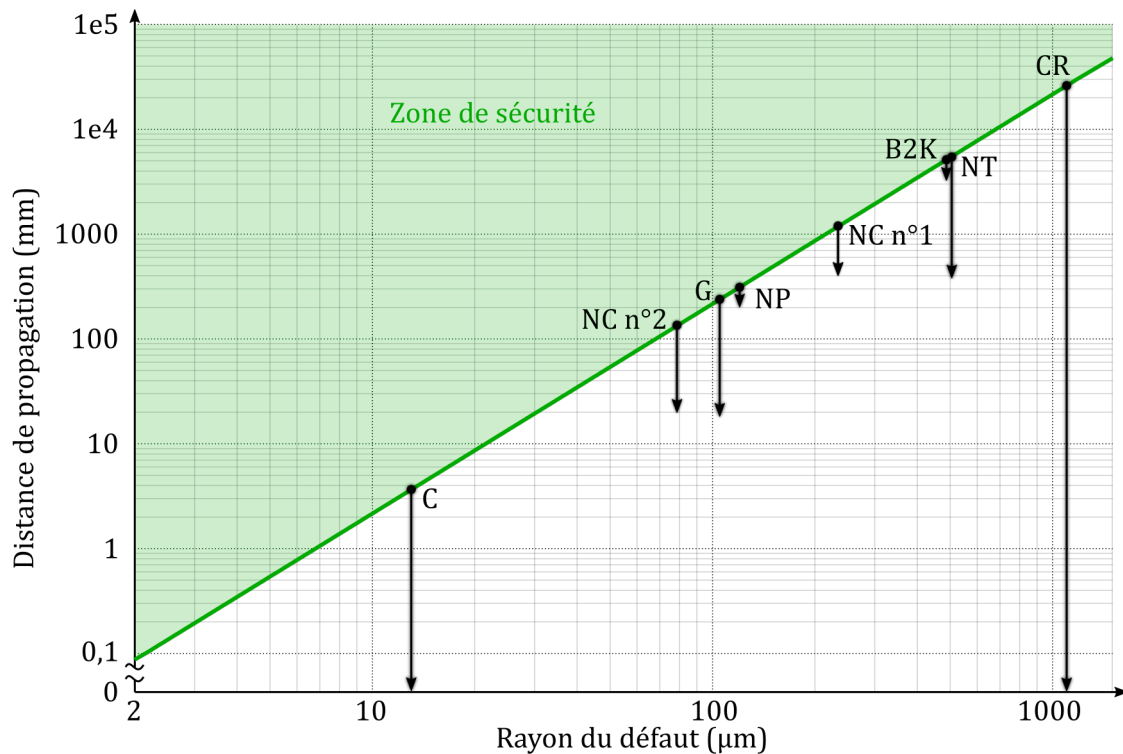
1. Le mécanisme d’endommagement est décrit selon la fluence du faisceau (densité surfacique d’énergie), tandis que le critère  $I_s$  est homogène à l’intensification de l’éclairement (densité surfacique de puissance). Il n’y a aucun problème à cela puisque une intensification en éclairement est équivalent à une intensification en fluence. Si la fluence nominale vaut  $F_0$  et que les composants optiques s’endommagent pour une fluence au delà de  $2F_0$  alors il faudra fixer  $I_s = 2$ .

2. La norme spécifie en réalité le côté  $c$  du carré équivalent en surface. Pour être le plus majorant vis-à-vis de l’endommagement fratricide, il est préférable de spécifier le rayon  $R$  du disque équivalent en surface :  $R = c/\sqrt{\pi}$ .

3. Pour rappel :  $\zeta = \lambda z/R^2$ .

$$\tilde{I}_R(\zeta) < I_s \Leftrightarrow \frac{1}{\zeta} < \frac{\sqrt{I_s} - 1}{\pi} \Rightarrow R < \sqrt{\frac{(\sqrt{I_s} - 1)\lambda z}{\pi}}. \quad (6.1)$$

Sur la figure 6.1, l'équation (6.1) est représentée par la zone verte dans le cas où  $\lambda = 351 \text{ nm}$  et  $I_s = 2$ . Le trait continu vert représente la distance de sécurité évaluée selon l'enveloppe  $\tilde{I}_R$ . De plus, sont répertoriés sur la figure 6.1 par des flèches, le cas de tous les défauts qui ont été traités dans les chapitres 3 et 4; la base de chaque flèche représente la distance de sécurité en aval de chaque défaut selon la norme et la pointe de la flèche correspond à la distance à partir de laquelle le défaut n'est plus dangereux au regard du critère  $I_s$  (données basées sur les observations à l'aide du banc EPSILON). Lorsque la pointe de la flèche se situe à la distance  $z = 0$ , cela indique que le défaut ne génère pas d'intensification supérieure au facteur  $I_s = 2$ . La longueur de la flèche indique à quel point l'utilisation de l'enveloppe  $\tilde{I}_R$  conduit, pour chaque type de défaut observé, à une sur-spécification.



**FIGURE 6.1** – Abaque spécifiant l'acceptabilité des défauts en fonction de leur dimension transverse. Tout défaut se trouvant dans la zone verte est jugé non dangereux. Par les flèches sont représentés les défauts traités dans les chapitres 3 et 4; la base de la flèche est la distance de sécurité  $z_s$  selon l'abaque; la pointe de la flèche est celle mesurée expérimentalement à l'aide du banc EPSILON. Les défauts sont repérés par des lettres : C pour la cuvette de la figure 3.23a, NC n°2 pour le nodule à croissant n°2 de la figure 4.8b, G pour la goutte de la figure 4.1, NP pour le nodule à particule de la figure 4.5, NC n°1 pour le nodule à croissant n°1 de la figure 4.7a, le B2K de la figure 4.13a, NT pour le nodule typique de la figure 3.22a et CR pour le cône de remédiation de la Figure 4.4.

Il est notable que dans aucun cas, la spécification fondée sur l'enveloppe  $\widetilde{I}_R$  ne sous-spécifie la dangerosité d'un défaut. De plus, quelle que soit la morphologie d'un défaut, la spécification est en mesure de donner une réponse qui garantit la sécurité de l'installation.

Cependant dans certains cas, les défauts semblent être véritablement trop sur-spécifiés notamment ceux n'engendrant pas de « point chaud » dangereux, au regard du critère  $I_s$ . Pour pallier cette sur-spécification, nous proposons d'y ajouter le paramètre de phase, puisque, grâce aux enveloppes de la section 4.5, nous avons compris qu'un gain important pouvait être effectué sur la majoration de l'intensification en tenant compte de la phase d'un défaut.

### 6.1.2 Amélioration de la spécification par la connaissance de la phase du défaut

Dans cette section, nous nous intéressons uniquement aux défauts qui peuvent être modélisés par un disque de phase ou être simplifiés comme tel. Sur l'ensemble des défauts présentés, deux ne rentrent pas dans cette catégorie : la structure annulaire de la goutte présentée en section 4.1 et le nodule à particule de la section 4.2.

Pour établir la phase  $\phi$  d'un disque qui engendre une intensification supérieure à  $I_s$  à une certaine distance, il suffit de résoudre l'expression suivante :

$$1 + 4 \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) < I_s, \quad (6.2)$$

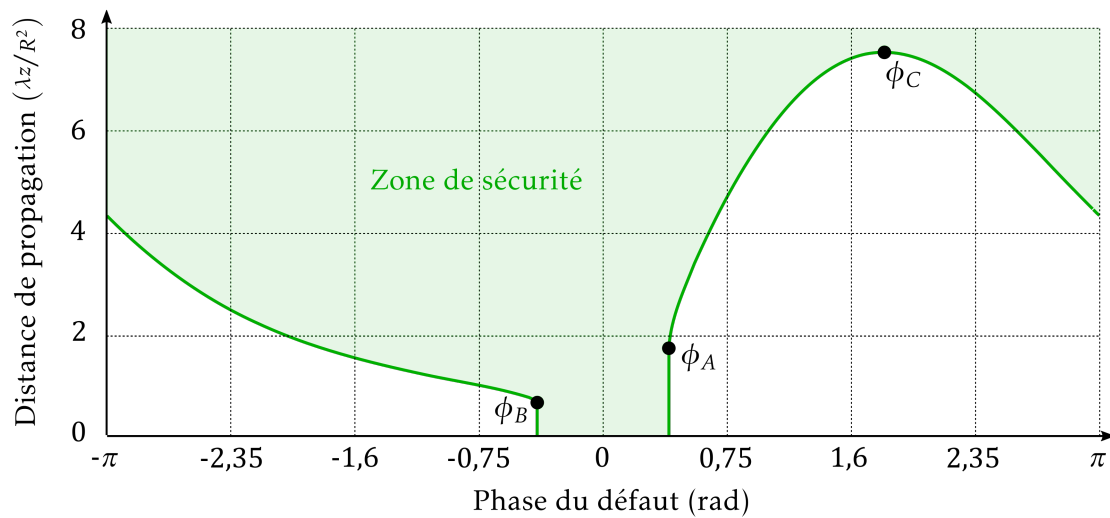
où nous reconnaissons, dans le terme de gauche, l'intensification centrale en aval d'un disque de phase donnée par l'équation (3.63). La résolution analytique de cette expression n'apporte pas une meilleure compréhension du problème (détails des calculs en annexe C.4); néanmoins, la représenter graphiquement offre un intérêt (cf. figure 6.2 tracée dans le cas où la valeur  $I_s = 2$  est prise). Le trait vert correspond au cas où l'inégalité de l'équation (6.2) est une égalité. Au delà de cette frontière (zone colorée en vert), les défauts sont non dangereux au regard du critère  $I_s$ ; en deçà, le défaut est potentiellement dangereux.

Trois points remarquables peuvent être évalués analytiquement (cf. annexe C.4) :

$$\begin{cases} \phi_A = -\phi_B = 2 \arcsin \frac{\sqrt{I_s} - 1}{2}, \\ \phi_C = \frac{\phi_A + \pi}{2}. \end{cases} \quad (6.3)$$

L'intensification ne dépasse jamais  $I_s$  si celle-ci est engendrée par un disque dont la phase  $\phi \in [\phi_B; \phi_A]$ . Ainsi pour ces cas de phases, le défaut ne peut être dangereux au regard du critère  $I_s$ . Plus le critère est permissif (ie. la valeur de  $I_s$  est de plus en plus grande), plus l'intervalle  $[\phi_B; \phi_A]$  est grand et un plus grand nombre de défauts peut être accepté.

La phase  $\phi_C$  est un point intéressant au sens où elle est associée à la zone de sécurité la plus éloignée du disque. Un parallèle peut être fait avec les résultats de la section précédente (cf. équation (6.1)) pour le cas où  $I_s = 2$ . La spécification fondée uniquement



**FIGURE 6.2** – Abaque spécifiant l’acceptabilité des défauts en fonction de leur phase (le paramètre  $R$  du défaut se retrouve dans l’adimensionnement de la distance de propagation). La zone verte correspond à la zone de sécurité. Trois points sont remarquables :  $\phi_A$ ,  $\phi_B$  et  $\phi_C$ .

sur la dimension transverse donne l’expression numérique suivante pour un profil de phase quelconque :

$$\zeta > 7,58, \quad (6.4)$$

alors que, pour la spécification d’un disque de phase valant  $\phi_C$ , il faut vérifier la condition suivante pour respecter le critère  $I_s$  :

$$\zeta > \zeta_C = 7,53. \quad (6.5)$$

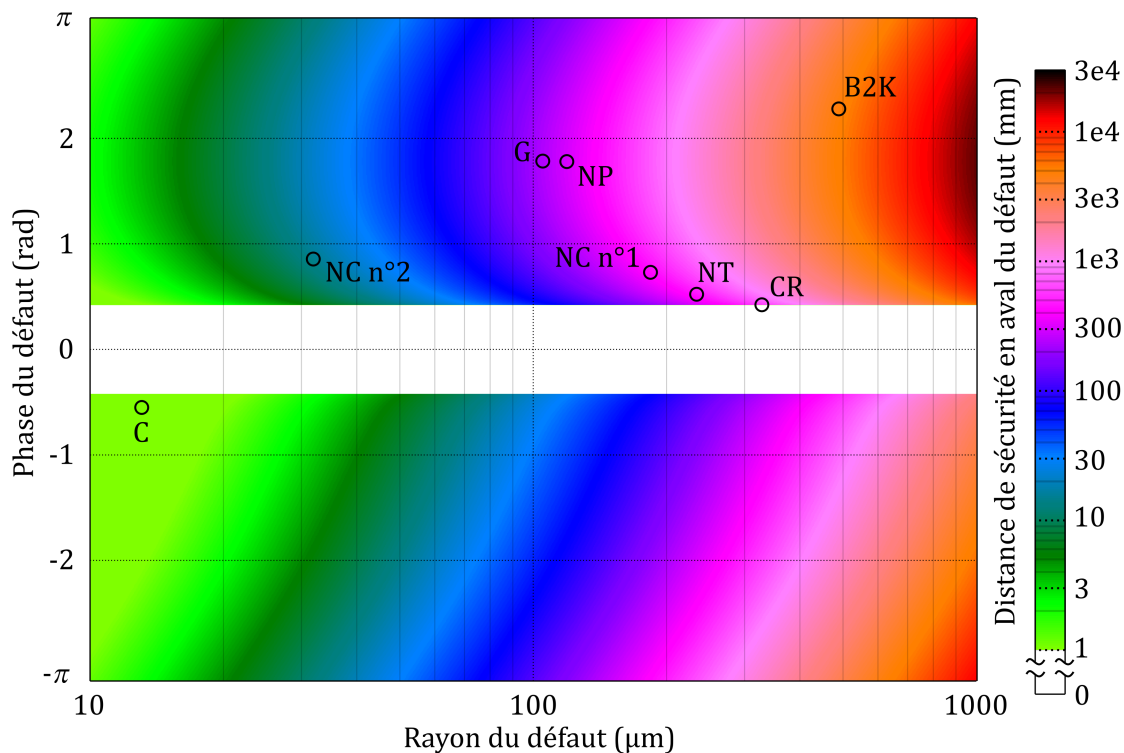
Les valeurs numériques des équations (6.4) et (6.5) sont très proches ; cela montre que, lorsque  $I_s = 2$ , la spécification donnée par uniquement la dimension transverse est équivalente à celle associée au pire cas de phase. Ainsi même lorsque le défaut ne peut être modélisé par un disque de phase ou simplifié comme tel, la phase la plus critique  $\phi_C$  donne toujours une bonne spécification<sup>4</sup>.

Enfin une dissymétrie nette apparaît entre les défauts en creux apportant une avance de phase à l’onde et ceux en bosse équivalents à un retard. D’après la convention de signe qui a été suivie depuis le début de ce manuscrit de thèse (une onde plane s’exprimant  $\exp[j(-\omega_0 t + kz)]$ ), un retard de phase est noté positivement tandis qu’une avance est négative. D’après la figure 6.2, ce sont les défauts en bosse, retardant localement la lumière, qui représentent le plus grand danger. En effet, à même valeur de phase en absolu, la zone de sécurité associée au défaut en bosse se situe toujours plus loin que celle en aval d’un défaut de forme creuse.

Les distances spécifiées sur la figure 6.2 sont adimensionnées suivant la quantité  $R^2/\lambda$ . En passant à une grandeur dimensionnée, la figure 6.2 est éclatée suivant la dimension transverse du défaut [116]. Nous présentons cet éclatement des distances, en échelle de

4. Attention, ce résultat est vrai lorsque le critère est fixé à  $I_s = 2$ . Par exemple lorsque  $I_s = 4$ , dans le cas de la spécification par la dimension transverse :  $\zeta > \pi$  et pour la spécification par la phase :  $\zeta > 3$ . Spécifier des défauts n’ayant pas une structure de disque de phase (ou simplifiée comme telle) à l’aide de la spécification par la phase  $\phi_C$  mène potentiellement à une légère sous-spécification du défaut.





**FIGURE 6.3** – Abaque spécifiant l’acceptabilité des défauts en fonction de leur dimension transverse et leur phase. En couleur est représentée, en échelle logarithmique, la distance de sécurité associée à chaque couple  $(R, \phi)$ . Les cercles noirs représentent la place des défauts étudiés aux chapitres 3 et 4. Les lettres sont les mêmes que celles présentées dans la légende de la figure 6.1.

couleur logarithmique sur la figure 6.3. Chaque point de l’abaque représente un défaut décrit par le couple de paramètres  $(R, \phi)$  auquel est associé une distance de sécurité.

De plus, les défauts, qui ont été traités dans les chapitres 3 et 4, sont représentés par des cercles. Pour aider à la compréhension le tableau 6.1 récapitule les distances de sécurité établies à l’aide des deux spécifications et celle mesurée à l’aide du banc EPSILON. Il est notable que pour chaque cas, la spécification en  $(R, \phi)$  donne de meilleurs résultats que celle en  $R$ . Le gain sur la distance de sécurité peut être considérable, jusqu’à un facteur 40 pour le cône de remédiation.

De plus la spécification en  $(R, \phi)$  offre un avantage supplémentaire par rapport à celle en  $R$  : nous savons à quel point le défaut est proche de la bande blanche centrale, là où les défauts sont jugés non dangereux. Si un défaut proche de cette zone est gênant, il peut sûrement être déclassé. Par exemple évaluer l’impact du défaut de circularité sur l’intensification peut s’avérer suffisant. C’est ainsi que la cuvette et le cône de remédiation sont jugés non dangereux au regard du critère  $I_s$  (cf. les figures 3.27b et 4.6b donnant, pour les deux défauts, l’intensification prédite par le modèle tenant compte de la circularité, qui ne dépasse jamais  $I_s = 2$ ).

Enfin, une réserve pourrait être émise en ce qui concerne le nodule à croissant n°2. La spécification en  $(R, \phi)$  sous-spécifie l’impact du nodule par rapport au résultat obtenu à l’aide du banc EPSILON. Cet aspect n’est pas à négliger. C’est pourquoi un moyen d’alerte est développé en section 4.3.3 pour avertir d’une potentielle sous-spécification du défaut due à la présence d’un bourrelet de traitement dans la morphologie du défaut.

Défauts		C	NC n°2	G	NP	NC n°1	NT	CR	B2K
Distance de sécurité (mm)	EPSILON	0	20	18	200	400	375	0	3500
	Spécification R	3,7	130	238	317	724	5457	2,6e4	5120
	Spécification (R,φ)	0,4	15	236	311	400	400	600	4670

**TABLE 6.1** – Récapitulatif des distances de sécurité associées à chaque défaut évaluées soit par le banc EPSILON, soit par la spécification en R ou soit par la spécification en (R,φ). Les lettres correspondent aux défauts des chapitres 3 et 4 et leur signification est répertoriée dans la légende de la figure 6.1.

## 6.2 SPÉCIFICATION TENANT COMPTE DE LA LOI D'ENDOMMAGEMENT

### 6.2.1 Loi d'endommagement d'un composant optique

Lorsque l'impulsion est suffisamment longue, de l'ordre de la nanoseconde, le mécanisme d'endommagement est dit probabiliste. Cet endommagement a pour origine la présence de défauts répartis sous l'ensemble de la surface du composant optique (cf. section 1.1.2). La tenue au flux de ces « défauts sous-surfaciques » dépend à la fois de la fluence incidente, de la longueur d'onde et de la durée d'impulsion.

Les modèles rendant compte de ce phénomène d'endommagement sont probabilistes. Il est nécessaire de connaître à la fois la fluence incidente et la surface illuminée à cette fluence pour être en totale capacité de prédire le phénomène. Cela rend le critère  $I_s$  arbitraire et manque de justification pour ce qui est du phénomène d'endommagement en régime d'impulsion nanoseconde.

Pour une durée d'impulsion donnée, il y a deux manières de présenter l'endommagement d'un composant : à chaque classe de fluence est associée soit une densité surfacique de dommages, soit une probabilité d'endommagement. Pour les composants optiques du LASER MÉGAJoule, il est classique de mesurer la tenue au flux en densité surfacique de dommages, tant la surface d'un composant est grande. Néanmoins les deux descriptions sont équivalentes. Sous l'hypothèse d'une répartition de dommages aléatoire, le nombre de dommages d'une surface donnée suit une loi de Poisson. Ainsi, pour une surface S donnée, illuminée à la fluence F, la relation liant la densité de dommages  $d_{LD}$  à la probabilité  $p_{LD}$  d'avoir au moins un dommage est [117]<sup>5</sup>

$$p_{LD}(F,S) = 1 - e^{-Sd_{LD}(F)}. \quad (6.6)$$

La loi d'endommagement d'un composant optique, à savoir la relation entre la fluence incidente et la densité de dommages, est classiquement donnée par une loi de puissance [12] :

5. Toute grandeur où « LD » est noté en indice (pour loi d'endommagement) est liée intrinsèquement à la loi d'endommagement. Ainsi la grandeur dépend de  $d_{réf}$ ,  $F_{réf}$  et  $\beta$ .

$$d_{LD}(F) = d_{réf} \left( \frac{F}{F_{réf}} \right)^\beta, \quad (6.7)$$

où les paramètres  $d_{réf}$ ,  $F_{réf}$  et  $\beta$  sont intrinsèquement liés à la surface du composant mais aussi à la longueur d'onde et à la durée d'impulsion du faisceau incident. Actuellement la loi d'endommagement des composants optiques, à 3 ns et à  $\lambda_0 = 351$  nm, est de l'ordre de  $d_{réf} = 1$  dommage.cm<sup>-2</sup> à  $F_{réf} = 14$  J.cm<sup>-2</sup><sup>6</sup>. Classiquement,  $\beta$  est de l'ordre de 10.

Par la suite nous exploitons ces résultats pour déterminer la probabilité que présente un défaut d'aspect de causer au moins un dommage sur un composant situé en aval par endommagement fratricide.

### 6.2.2 Application de la loi d'endommagement à un « point chaud » engendré par un disque de phase

Nous nous limitons une fois de plus aux défauts pouvant être modélisés par un disque de phase ou simplifiés comme tel.

Pour appliquer la loi d'endommagement à l'intensification engendrée par un disque de phase, il faut être en mesure de connaître le profil transverse d'intensification. Or, un des enjeux de la section 5.3 est de modéliser ce profil. En première approximation, ce dernier peut être modélisé par une fonction gaussienne dont le rayon à  $1/e^2$  est donné par la quantité  $w_{dp}$ <sup>7</sup> de l'équation (5.50). Celui-ci dépendant de la dimension transverse et de la phase du disque qui l'a engendré, il dépend aussi de la distance de propagation.

Par exemple, sur la figure 6.4a est représentée, par le trait interrompu bleu, une coupe du profil d'intensification à  $z = 10,3$  mm d'un disque de rayon  $R = 60$  μm et de phase  $\phi = \pi$  rad (simulation numérique par l'optique de Fourier (cf. section 3.1.7)). Le trait continu rouge représente le modèle gaussien uniquement fondé sur les résultats analytiques de l'intensification centrale  $I_{dp}(0,z)$  et de la dimension transverse  $w_{dp}(z)$  (cf. équations (3.63) et (5.50)). En première approximation (ie. autour du « point chaud »), l'intensification est bien décrite par le modèle gaussien.

Ainsi, le profil de fluence  $F$  engendré par le disque se modélise par

$$F_{dp}(F_0, r, z) = F_0 I_{dp}(0, z) e^{-2 \frac{r^2}{w_{dp}^2(z)}}, \quad (6.8)$$

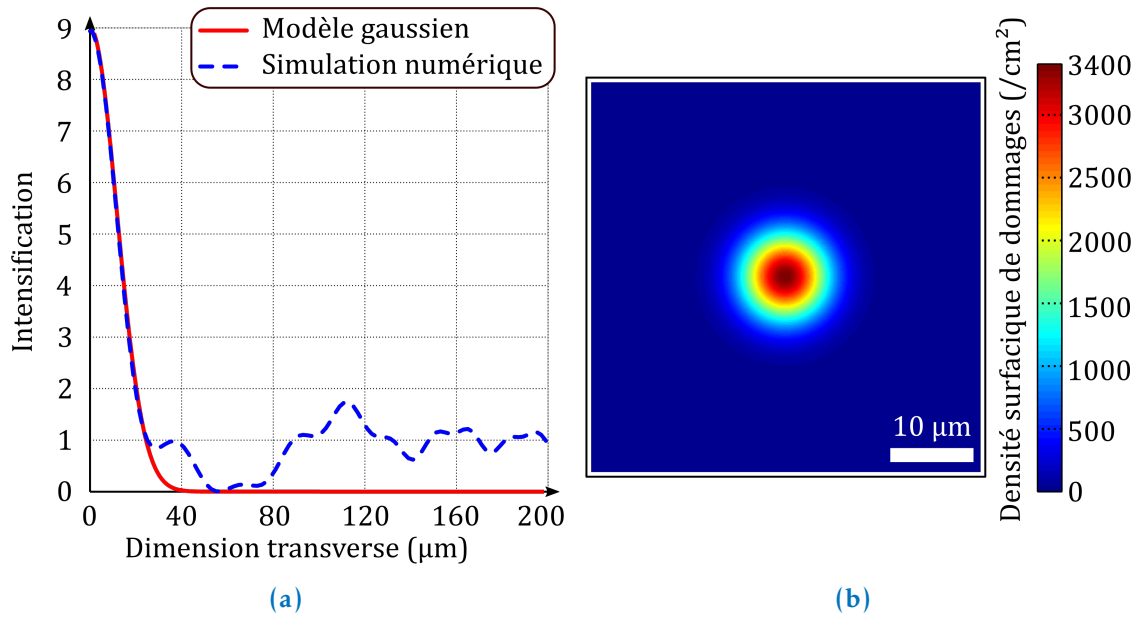
où  $F_0$  est la fluence incidente au disque de phase. En appliquant la loi d'endommagement à ce profil via l'équation (6.7), nous obtenons une densité de dommages pour chaque fluence du profil (cf. figure 6.4b où  $F_0 = 7$  J.cm<sup>-2</sup>,  $d_{réf} = 1$  dommage.cm<sup>-2</sup> à  $F_{réf} = 14$  J.cm<sup>-2</sup> et  $\beta = 10$ ):

$$d_{LD,dp}(F_0, r, z) = d_{réf} \left( \frac{F_{dp}(F_0, r, z)}{F_{réf}} \right)^\beta, \quad (6.9)$$

En intégrant cette densité de dommages, nous obtenons le nombre de dommages  $N_{LD,dp}$

6. La spécification du hublot de chambre est bien inférieure à 1 dommage.cm<sup>-2</sup>. En réalité ce sont les dommages croissants qui sont spécifiés alors que la quantité 1 dommage.cm<sup>-2</sup> correspond aux dommages amorcés. Tout dommage amorcé ne croît pas forcément.

7. Pour rappel, toute grandeur où « dp » est noté en indice fait référence au disque de phase. Ainsi cette grandeur dépend à la fois du rayon  $R$  et de la phase  $\phi$  du disque.



**FIGURE 6.4** – (a) Coupe du profil d'intensification engendré à 10,3 mm d'un disque de rayon 60  $\mu\text{m}$  et d'une phase de  $\pi$  rad, le trait interrompu bleu correspond à la simulation numérique et le trait continu rouge à la modélisation de l'intensification centrale par une gaussienne (cf. équation (6.8)); (b) calcul via l'équation (6.9) de la densité de dommages associée au profil d'éclaircissement présenté en figure 6.4a, les paramètres de la loi étant 1 dommage. $\text{cm}^{-2}$  à  $F_{\text{réf}} = 14 \text{ J}\cdot\text{cm}^{-2}$  et  $\beta = 10$ .

engendrés par le « point chaud »

$$\begin{aligned}
 N_{\text{LD,dp}}(F_0, z) &= d_{\text{réf}} \left( \frac{F_0 I_{\text{dp}}(0, z)}{F_{\text{réf}}} \right)^\beta 2\pi \int_0^\infty e^{-\beta \frac{2r^2}{w_{\text{dp}}^2(z)}} r dr \\
 &= d_{\text{réf}} \frac{\pi w_{\text{dp}}^2(z)}{2\beta} \left( \frac{F_0 I_{\text{dp}}(0, z)}{F_{\text{réf}}} \right)^\beta.
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Enfin la probabilité d'obtenir au moins un dommage, due à la présence du disque de phase dans le trajet du faisceau lumineux, est donnée par l'équation (6.6) :

$$p_{\text{LD,dp}}(F_0, z) = 1 - e^{-N_{\text{LD,dp}}(F_0, z)}. \tag{6.11}$$

Pour l'exemple du « point chaud » présenté sur la figure 6.4 ( $z = 10,3 \text{ mm}$  et  $F_0 = 7 \text{ J}\cdot\text{cm}^{-2}$ ), la probabilité d'endommagement est de  $p_{\text{LD,dp}}(F_0, z) = 94 \%$ . Sans défaut celle-ci aurait été de  $p_{\text{LD}}(F_0, S = \pi w_{\text{dp}}^2/2) = 10^{-6} \%$  (cf. équation (6.6))<sup>8 9</sup>. La probabilité d'en-

8. La surface  $S$  utilisée pour effectuer le calcul de probabilité d'endommagement sans défaut est celle équivalente en énergie au « point chaud ». L'énergie d'un faisceau gaussien d'une fluence crête de  $F_0$  et d'un rayon à  $1/e^2$  de  $w_{\text{dp}}$  a l'expression suivante :  $F_0 \pi w_{\text{dp}}^2/2$ . Un faisceau sans modulation spatiale qui a une fluence  $F_0$  et qui a la même énergie, doit nécessairement avoir une surface de  $\pi w_{\text{dp}}^2/2$ .

9. Pour la loi donnée ( $d_{\text{réf}} = 1 \text{ dommages}\cdot\text{cm}^{-2}$  à  $F_{\text{réf}} = 14 \text{ J}\cdot\text{cm}^{-2}$ ), la densité de dommages est de  $1,21 \cdot 10^{-4} \text{ dommages}\cdot\text{cm}^{-2}$  à  $7 \text{ J}\cdot\text{cm}^{-2}$ .

dommagement est nettement augmentée par la présence du défaut dans le trajet de la lumière.

### 6.2.3 Formulation de l'abaque tenant compte de la loi d'endommagement

Le travail effectué dans la section précédente peut être élaboré pour chaque rayon  $R$  et chaque phase  $\phi$  d'un disque. Pour une distance  $z_{\text{sécu}}$  donnée, une probabilité d'endommagement est associée à chaque couple  $(R, \phi)$  en utilisant la démarche résumée par les équations (6.8) à (6.11).

Nous choisissons de représenter l'augmentation de la probabilité d'endommagement due à la présence du défaut, par rapport à la probabilité d'endommagement qu'a un faisceau non modulé de même dimension que le « point chaud ». Pour cela, le nombre de dommages induit par le faisceau sans les modulations est retiré du calcul de probabilité. L'équation (6.11) est alors redéfinie comme suit

$$p_{\text{LD,dp}}(F_0, z_{\text{sécu}}) = 1 - e^{-\left(N_{\text{LD,dp}}(F_0, z_{\text{sécu}}) - \frac{\pi w_{\text{dp}}^2(z_{\text{sécu}})}{2} d_{\text{LD}}(F_0)\right)}, \quad (6.12)$$

où la surface  $\pi w_{\text{dp}}^2/2$  est prise comme étant la surface équivalente en énergie à celle du « point chaud » modélisé par une fonction gaussienne ; l'expression de  $d_{\text{LD}}(F_0)$  est donnée à l'équation (6.7).

En ce qui concerne la fluence  $F_0$  incidente au disque de phase, celle-ci est insérée dans le calcul en y intégrant un histogramme de fluence de faisceau incident typique. Soit  $h(dF_0)$  l'histogramme normalisé des fluences incidentes<sup>10</sup>, la probabilité d'avoir au moins un dommage dû à la présence du défaut est donnée par<sup>11</sup>

$$p_{\text{LD,dp}}(h, z_{\text{sécu}}) = 1 - \exp \left[ - \int_{F_{0,\min}}^{F_{0,\max}} \left( N_{\text{LD,dp}}(s dF_0, z_{\text{sécu}}) - \frac{\pi w_{\text{dp}}^2(z_{\text{sécu}})}{2} d_{\text{LD}}(F_0) \right) h(dF_0) dF_0 \right] \quad (6.13)$$

où les fluences  $F_{0,\min}$  et  $F_{0,\max}$  déterminent les limites de l'histogramme de fluences du faisceau incident.

Deux exemples sont choisis pour illustrer l'augmentation de probabilité, l'un représentant l'accroissement d'endommagement de la face de sortie du hublot de chambre, si un défaut est situé sur la face d'entrée ( $z_{\text{sécu}} = 34$  mm dans de la silice  $n_0 = 1,47$ ), l'autre exemple équivaut à l'endommagement d'un composant placé à une distance typique ( $z_{\text{sécu}} = 300$  mm) d'un autre composant en amont. Les paramètres liés à l'histogramme  $h$  du faisceau incident sont choisis en fonction d'un faisceau typique du LASER MÉGAJoule. Les paramètres liés à la loi d'endommagement sont pris comme précédemment :  $d_{\text{réf}} = 1$  dommage.cm<sup>-2</sup> à  $F_{\text{réf}} = 14$  J.cm<sup>-2</sup> et  $\beta = 10$ . Les deux cas de figure

10. L'histogramme est normalisé, ie.  $\int_{F_{0,\min}}^{F_{0,\max}} h(dF_0) dF_0 = 1$ . Les fluences  $F_{0,\min}$  et  $F_{0,\max}$  déterminent les limites de l'histogramme.

11. L'indice  $h$  est rajouté à la probabilité  $p_{\text{LD,dp}}$  signalant que la probabilité dépend aussi de l'histogramme des fluences incidentes.

sont représentés sur les figures 6.5 et 6.6; chaque trait continu de couleur donne une équi-probabilité, représentant l'augmentation de probabilité en pourcentage d'avoir au moins un dommage dû à la présence d'un défaut dans le trajet du faisceau lumineux.

En fond de chaque abaque est représentée la zone de sécurité associée à la spécification tenant compte du rayon et de la phase du défaut (cf. section 6.1.2). Chaque zone est une application de celle tracée sur la figure 6.2 aux deux distances : 34 mm (dans de la silice) et 300 mm (dans l'air). La forme générale de cette zone de sécurité correspond avec celles des équi-probabilités. Par exemple les retards de phase (notées positivement) restent les plus dangereux. Néanmoins certaines différences sont notables.

La bande horizontale verte de la spécification en  $(R,\phi)$  se retrouve évasée sur les équi-probabilités. Selon ces dernières, plus le défaut est de grande taille moins il a de chance d'endommager un composant placé à une distance fixe du défaut. Ce résultat est totalement intuitif au vu de l'expression de la dimension du « point chaud » donnée à l'équation (5.50) : à même distance de propagation, la dimension du « point chaud » est inversement proportionnelle à la dimension du défaut. Plus le défaut est grand et moins de surface est illuminée à une fluence forte. Cela a pour effet de faire chuter la probabilité.

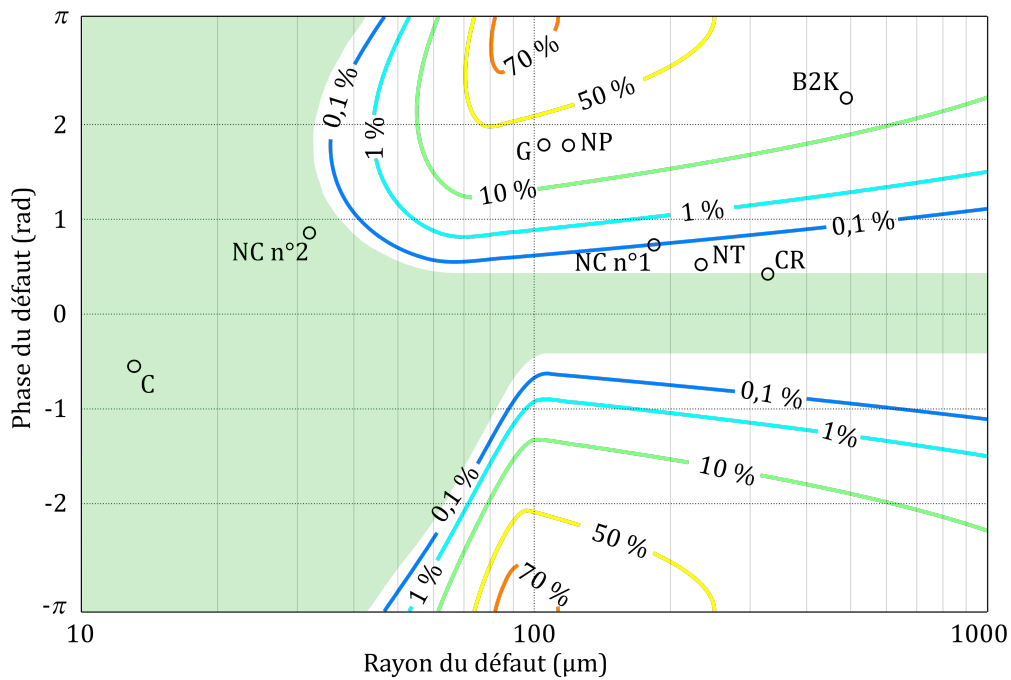
La seconde grande différence s'illustre en comparant la position relative entre les équi-probabilités et la zone de sécurité donnée par la spécification en  $(R,\phi)$ . À 34 mm de propagation dans de la silice, la frontière de la zone de sécurité se situe en dessous de la courbe correspondant à la probabilité de 0,1 % tandis qu'à 300 mm la correspondance se situe au dessus 0,1 % de probabilité d'endommagement. En utilisant la spécification en  $(R,\phi)$ , les défauts sont davantage sur-spécifiés aux courtes distance de propagation.

Bien que nous montrons des différences de positionnement dépendant de la distance de propagation, la spécification en  $(R,\phi)$  mène à refuser des défauts qui ont une probabilité d'endommager le composant en aval de l'ordre d'un centième de pourcent. Quel sens donner à cet ordre de grandeur? N'y a-t-il pas là une sur-spécification notable en utilisant uniquement la zone de sécurité établie à l'aide de la spécification en  $(R,\phi)$ ?

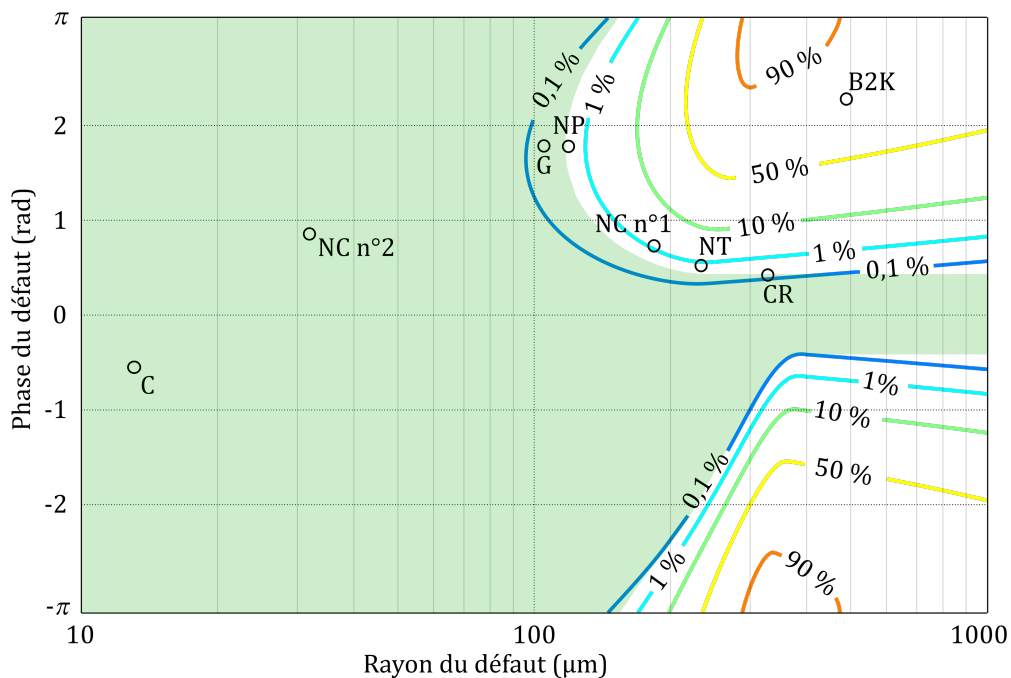
Un élément de réponse consiste à s'intéresser à l'endommagement susceptible d'être provoqué par un faisceau non modulé par un défaut. Avant tout, certaines précisions doivent être faites.

Les équi-probabilités tracées sur les figures 6.5 et 6.6 sont déterminées à partir de la loi d'endommagement en dommages amorcés. Néanmoins ce sont les dommages croissants qui sont dommageables pour une installation laser, d'où la spécification du hublot de chambre en dommages croissants. En ce qui concerne les dommages amorcés par un « point chaud » engendré par un défaut, il est fort probable que le seuil de croissance en fluence soit largement dépassé tant le facteur d'intensification peut être grand. Pour donner un ordre d'idée, une règle d'art issue de la littérature statue que les dommages amorcés ont une forte probabilité de croître au-delà de  $8 \text{ J.cm}^{-2}$  (cf. figure 1.9a du chapitre 1). Nous faisons alors l'hypothèse que chaque dommage amorcé par un « point chaud » croît.

Par cette dernière considération, il faut comparer la probabilité qu'a un faisceau typique du LASER MÉGAJoule d'engendrer des dommages croissants à la probabilité des dommages amorcés engendrés par un « point chaud ». La loi gouvernant les dommages croissants est modélisée par une fonction puissance, de la même expression que celle donnée à l'équation (6.7), dont les paramètres sont :  $d_{\text{réf}} = 10^{-2} \text{ dommages.cm}^{-2}$  à  $F_{\text{réf}} = 14 \text{ J.cm}^{-2}$  et  $\beta = 10$ .



**FIGURE 6.5** – Augmentation de la probabilité d'endommagement à  $z_{\text{sécu}} = 34$  mm (dans la silice  $n_0 = 1,47$ ) d'un disque de phase. Les paramètres de la loi d'endommagement sont :  $d_{\text{réf}} = 1$  dommage.cm<sup>-2</sup> à  $F_{\text{réf}} = 14$  J.cm<sup>-2</sup> et  $\beta = 10$ . L'histogramme de fluence du faisceau incident est centré sur  $F_0 = 7$  J.cm<sup>-2</sup>. Les lettres sont les mêmes que celles présentées dans la légende de la figure 6.1. La zone verte correspond à la zone de sécurité suivant le critère  $I_s = 2$ .



**FIGURE 6.6** – Augmentation de la probabilité d'endommagement à  $z_{\text{sécu}} = 300$  mm (dans l'air  $n_0 = 1$ ) d'un disque de phase. Les paramètres de la loi d'endommagement sont :  $d_{\text{réf}} = 1$  dommage.cm<sup>-2</sup> à  $F_{\text{réf}} = 14$  J.cm<sup>-2</sup> et  $\beta = 10$ . L'histogramme de fluence du faisceau incident est centré sur  $F_0 = 7$  J.cm<sup>-2</sup>. Les lettres sont les mêmes que celles présentées dans la légende de la figure 6.1. La zone verte correspond à la zone de sécurité suivant le critère  $I_s = 2$ .

Selon l'histogramme d'un faisceau typique du LASER MÉGAJOULE,  $7,2 \text{ cm}^2$  de la surface du faisceau est à une fluence au moins deux fois supérieure à celle nominale. Cette surface portée à  $14 \text{ J.cm}^{-2}$  possède 7 % de chances d'engendrer un dommage croissant (application numérique de l'équation (6.6)). Autrement dit, il faudrait environ 70 dommages (7 %/0,1) en limite de la spécification en  $(R;\phi)$  pour arriver aux mêmes chances d'engendrer des dommages croissants. Le caractère local des défauts d'aspect perd alors tout son sens, ce qui rend la spécification  $(R,\phi)$  sévère au regard de l'endommagement en régime d'impulsion nanoseconde.

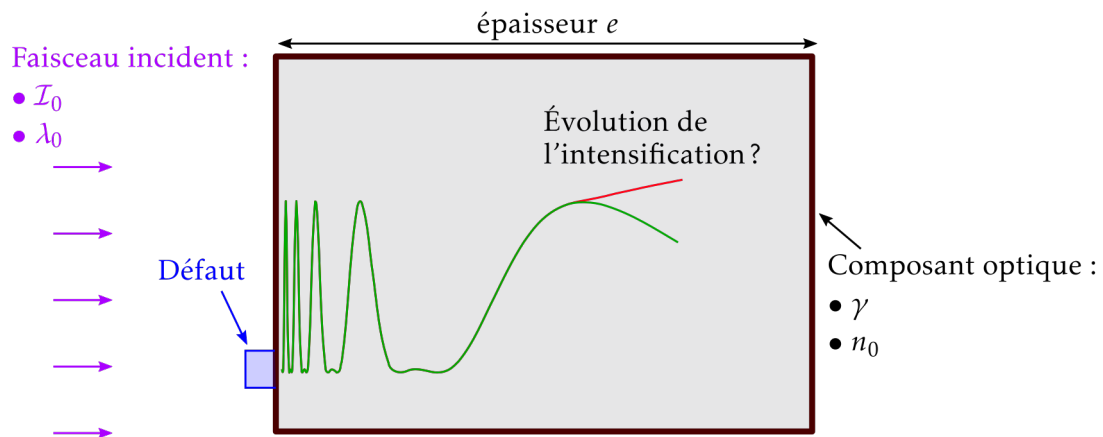
### 6.3 SPÉCIFICATION LIÉE À LA LIMITE DU MODÈLE ANALYTIQUE VIS-À-VIS DE L'EFFET KERR

Au cours du chapitre 5, un critère établi permet d'affirmer ou d'infirmer si l'éclairement d'un « point chaud » est amplifié dans un matériau en présence d'effet Kerr.

Lorsque la puissance du « point chaud » engendré par un défaut est plus grande que la puissance seuil définie à l'équation (5.54), alors un risque d'auto-focalisation existe. Ce résultat n'est valable que pour un disque de phase. Néanmoins nous montrons au chapitre 4 que la plupart des défauts se modélisent ou se simplifient comme tel. C'est dans ce cadre que les spécifications précédentes sont fondées (cf. sections 6.1.2 et 6.2) et nous continuons ainsi.

De plus, nous nous intéressons uniquement à la situation où un défaut se situant en face d'entrée d'un composant optique pourrait endommager la face de sortie du même composant (cf. figure 6.7).

En remplaçant la puissance du « point chaud » par son expression définie à l'équation (5.53), le critère établi à l'équation (5.54) devient <sup>12</sup>



**FIGURE 6.7** – Schéma représentant la situation qui nous préoccupe : un défaut en face d'entrée crée un « point chaud » dans le composant optique dont l'éclairement peut être amplifié et peut endommager la face arrière du même composant.

12. Pour rappel la distance  $z_{l,dp}$  est celle où se situe le  $l$ -ème pic d'intensification. Son expression est donnée à l'équation (3.69). De plus  $P_c$  est la puissance critique d'un faisceau gaussien dont l'expression est donnée à l'équation (5.29).



$$\frac{\pi}{2} w_{\text{dp}}^2(z_{l,\text{dp}}) \mathcal{I}_{\text{dp}}(0, z_{l,\text{dp}}) > \frac{P_c}{2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}, \quad (6.14)$$

En remplaçant  $w_{\text{dp}}(z_{l,\text{dp}})$  par son expression établie à l'équation (5.50) et  $\mathcal{I}_{\text{dp}}(0, z_{l,\text{dp}})$  par l'équation (3.65) nous obtenons <sup>13</sup>

$$\frac{\lambda^2 z_{l,\text{dp}}^2 \mathcal{I}_0}{2\pi R^2} \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| \right)^3 > P_c \quad (6.15)$$

Pour évaluer  $z_{l,\text{dp}}$ , deux cas de figure se présentent : (i) le dernier pic d'intensification se situant à la distance  $z_{0,\text{dp}}$  apparaît dans l'épaisseur  $e$  du composant ( $z_{0,\text{dp}} < e$ ), auquel cas  $z_{l,\text{dp}} = z_{0,\text{dp}}$ , puisque le pic présentant le plus de puissance est le dernier (d'indice  $l = 0$ ); (ii) le dernier pic apparaît en dehors du composant et pour simplifier le calcul  $z_{l,\text{dp}}$  est remplacé par  $e$ .

Grâce à cette dernière considération sur l'équation (6.15), nous sommes en mesure de déterminer les couples  $(R; \phi)$  du disque de phase pouvant être spécifié uniquement à l'aide des résultats établis en régime de propagation linéaire. Sur la figure 6.8 sont représentés, par la zone verte, tous les couples  $(R; \phi)$  rentrant dans cette catégorie pour le cas particulier suivant :  $n_0 = 1,47$ ,  $\lambda_0 = 351$  nm,  $e = 34$  mm,  $\mathcal{I}_0 = 2,3$  GW.cm<sup>-2</sup> et  $\gamma = 3,6$  m<sup>2</sup>.W<sup>-1</sup>. Ainsi une bande de défauts se dessine; à l'extérieur de celle-ci l'effet Kerr n'est pas prépondérant, l'éclairement du « point chaud » n'est pas amplifié. Par la suite, les frontières de cette zone sont déterminées analytiquement.

La frontière se situant aux plus faibles rayons et aux phases positives (nommée F1 sur la figure 6.8 et représentée en rouge) est évaluée en considérant que le dernier pic d'intensification dépasse le critère et se trouve dans le composant optique <sup>14</sup> :

$$\text{Si } 0 < \phi_{\text{F1}} < \pi, \quad R_{\text{F1}} = (\phi_{\text{F1}} + \pi) \sqrt{\frac{P_c}{2\pi \mathcal{I}_0 \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi_{\text{F1}}}{2} \right| \right)^3}}. \quad (6.16)$$

Il en va de même pour la frontière F2, représentée en bleu sur la figure 6.8, mais lorsque la phase est négative :

$$\text{Si } -\pi < \phi_{\text{F2}} < 0, \quad R_{\text{F2}} = (\phi_{\text{F2}} + 3\pi) \sqrt{\frac{P_c}{2\pi \mathcal{I}_0 \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi_{\text{F2}}}{2} \right| \right)^3}}. \quad (6.17)$$

Pour établir l'expression de la frontière F3, représentée en noir sur la figure 6.8, il suffit de remplacer le terme  $z_{l,\text{dp}}$  par l'épaisseur  $e$  du composant <sup>15</sup> :

13. Pour rappel  $\mathcal{I}_0$  est l'éclairement incident au défaut.

14.  $z_{0,\text{dp}}$  est remplacé par son expression (cf. équation (3.69) puis équation (3.68)).

15. Pour rappel,  $\lambda = \lambda_0/n_0$ .

$$\forall \phi_{F3} \in \mathbb{R}, \quad R_{F3} = \lambda e \sqrt{\frac{\mathcal{I}_0 \left(1 + 2 \left| \sin \frac{\phi_{F1}}{2} \right| \right)^3}{2\pi P_c}}. \quad (6.18)$$

Les points  $R_D$  et  $R_E$  représentés sur la figure 6.8 sont particulièrement intéressants puisque hors de l'intervalle  $[R_D; R_E]$ , quel que soit la phase du défaut, nous sommes certains que l'effet Kerr ne crée pas d'amplification<sup>16</sup>. Les expressions de ces deux points sont obtenues en considérant  $\phi_{F1} = \phi_{F3} = \pi$  rad :

$$\begin{cases} R_D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\pi P_c}{3 \mathcal{I}_0}}, \\ R_E = \frac{\lambda e}{R_D}. \end{cases} \quad (6.19)$$

Dans la situation où  $R_E$  est inférieur à  $R_D$  alors aucun défaut n'engendre un « point chaud » susceptible de voir son éclairement amplifié par effet Kerr :

$$\begin{aligned} \text{pas d'amplification de l'éclairement du « point chaud » par effet Kerr} &\Leftrightarrow R_E < R_D \\ &\Leftrightarrow \frac{I_0 \lambda e}{P_c} < \frac{2\pi}{27}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Cette dernière formulation qui devient indépendante du défaut peut être comparée avec l'intégrale B, la grandeur classiquement utilisée pour caractériser la dégradation d'un faisceau due à l'effet Kerr suivant le modèle de Bepalov-Talanov [118]. L'intégrale B est définie par l'expression [119] :

$$B = \frac{2\pi}{\lambda_0} \int_0^e \gamma \mathcal{I}(z) dz, \quad (6.21)$$

où  $e$  est l'épaisseur de matériau non linéaire traversé par le faisceau et  $\mathcal{I}$  l'éclairement du faisceau. Dans le cas où l'éclairement du faisceau vaut  $\mathcal{I}_0$  au cours de la propagation, nous obtenons

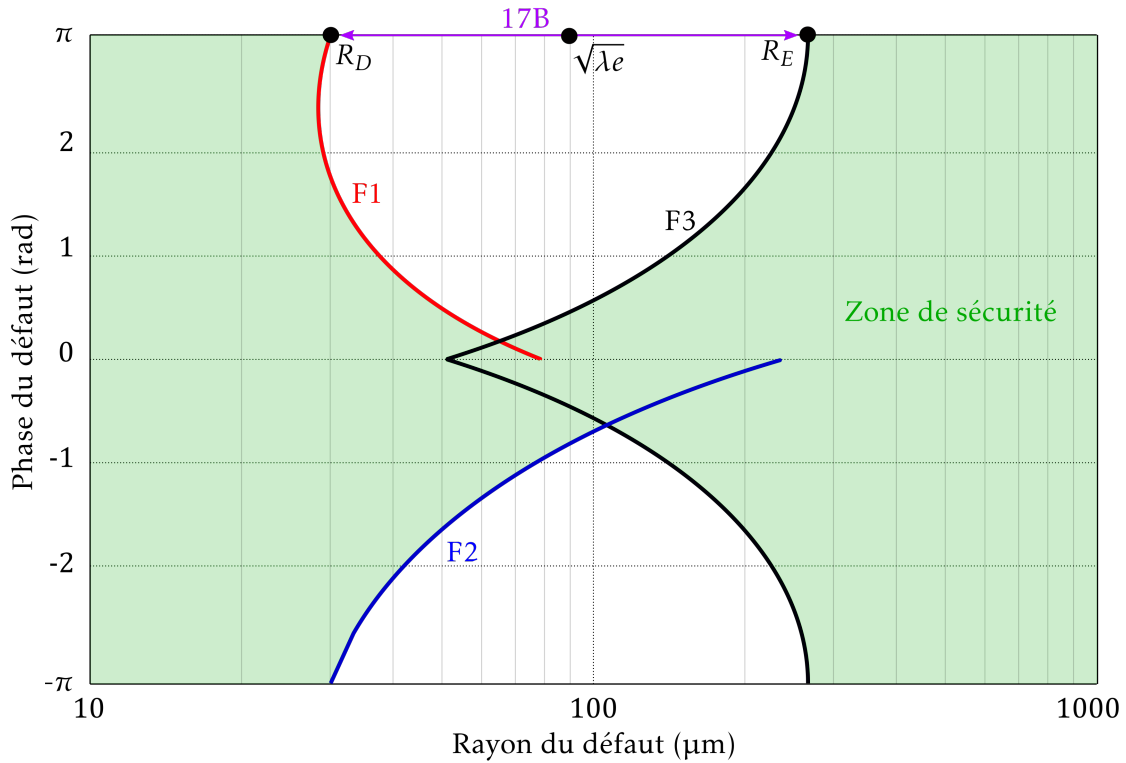
$$B = \frac{2\pi}{\lambda_0} \gamma \mathcal{I}_0 e. \quad (6.22)$$

La condition exprimée à l'équation (6.20) devient avec l'intégrale B :

$$\text{pas d'amplification de l'éclairement du « point chaud » par effet Kerr} \Leftrightarrow B < \frac{2\pi}{4 \times 27} \approx 0,058 \text{ rad}, \quad (6.23)$$

un cas rare sur une installation laser de puissance où l'intégrale B peut être bien supérieure à 1 rad.

16. Cette affirmation n'est pas tout à fait exacte ; une partie de la frontière F1 est au-delà de  $R_D$ . Néanmoins l'erreur effectuée sur le rayon est faible.



**FIGURE 6.8** – Abaque spécifiant les défauts qui n'engendrent pas de « points chauds » susceptibles d'être amplifiés par effet Kerr, l'éclairement incident au défaut vaut  $\mathcal{I}_0 = 2,3 \text{ GW.cm}^{-2}$  et l'épaisseur du composant vaut  $e = 34 \text{ mm}$ . La bande interdite représentée par la zone blanche est centrée autour de la valeur  $\sqrt{\lambda e}$  et sa largeur dans une échelle logarithmique est  $\ln(17B)$ .

La représentation en échelle logarithmique est particulièrement intéressante. En effet la distance logarithmique entre les points  $R_D$  et  $R_E$  s'exprime simplement en fonction de de l'intégrale B :

$$\ln R_E - \ln R_D = \ln \frac{R_E}{R_D} = \ln \frac{\lambda_0 e}{n_0 R_D^2} = \ln \left( \frac{4 \times 27}{2\pi} B \right) \approx \ln 17B. \quad (6.24)$$

De plus le point médian de  $R_D$  et  $R_E$  en échelle logarithmique vaut :

$$\frac{\ln R_E + \ln R_D}{2} = \ln \sqrt{R_D R_E} = \ln \sqrt{\frac{\lambda_0 e}{n_0}}. \quad (6.25)$$

La bande interdite est centrée sur la quantité  $\sqrt{\lambda_0 e / n_0}$  qui dans le cas de la figure 6.8 vaut  $90 \text{ μm}$ . La largeur de la bande dépend de l'intégrale B : plus la valeur de l'intégrale B est grande et plus la bande interdite est large.

#### CONCLUSION DE CHAPITRE 6

Nous avons démontré dans ce chapitre, l'utilité de développer le modèle analytique du chapitre 3 faisant le lien entre les paramètres du défaut et l'intensification qu'il engendre. Il suffit ensuite d'élaborer une spécification sur les paramètres pour éviter les risques causés par de fortes intensifications.

Deux critères sur le risque engendré par l'intensification sont déterminés : l'un fait l'hypothèse que le risque d'endommagement est « déterministe », l'autre prend en compte le

modèle « probabiliste » de l’endommagement en régime d’impulsion nanoseconde. Les deux critères sont comparés à deux distances de propagation. Retenons d’abord que les deux critères mènent à des abaques selon les paramètres  $R$  et  $\phi$  qui se ressemblent : il est plus simple d’accepter des défauts qui induisent un retard à l’onde lumineuse (défaut en creux pour un composant optique fonctionnant en transmission). Une bande de phase apparaît au centre des abaques représentant des défauts non critiques. Les abaques restent tout de même différentes sur deux points principaux : (i) elles ne spécifient pas de la même façon les défauts suivant la distance de sécurité et (ii) la bande centrale des défauts non critiques s’évase pour le cas « probabiliste », ce qui permet d’accepter des défauts de plus grande dimension.

La différence de fond entre les deux abaques concerne l’information qu’elles établissent. Là où celle « déterministe » spécifie l’acceptabilité du défaut, l’abaque « probabiliste » permet d’établir le risque que peut engendrer le défaut. La valeur de ce risque prend tout son sens en la comparant, à la probabilité d’endommagement du faisceau sans modulation.

Une autre comparaison est réalisée suivant l’intégration de plus ou moins de paramètres dans la spécification. Deux cas sont traités : la spécification en  $R$  et la spécification en  $(R, \phi)$ . Pour chaque défaut présenté au chapitre 4, la spécification intégrant le plus de paramètres permet de se rapprocher au plus près de la distance de sécurité observée expérimentalement. Néanmoins une équivalence existe entre les deux spécifications. Il suffit de considérer le pire cas de phase de la spécification en  $(R, \phi)$  pour retrouver sans grande différence la spécification en  $R$ . Cette correspondance a été établie à l’aide du critère « déterministe », elle est complètement transposable au critère « probabiliste ».

Une spécification est aussi menée sur le résultat du chapitre 5 concernant l’impact de l’effet Kerr sur un potentiel gain non linéaire lors de la propagation d’un « point chaud » dans un composant optique. Le critère qui est donné repose sur le fait que nous ne voulons pas que le « point chaud » rentre dans un régime de propagation non linéaire. Selon ce critère, une bande de défaut en  $R$  se forme où, à l’extérieur, l’impact de l’effet Kerr n’est pas suffisant pour apporter un gain d’intensification au « point chaud ». Cette bande est centrée sur la quantité  $\sqrt{\lambda e}$ . Les grandeurs associées à cette bande de défauts critiques sont établies en fonction de l’intégrale  $B$  qui régit le dimensionnement d’une installation laser de puissance selon l’effet Kerr. Plus l’intégrale  $B$  est grande et moins nous sommes en mesure d’accepter des défauts d’aspect.

La limite inférieure de la bande est en totale cohérence avec les résultats de la spécification en  $R$ , dans le cas de défauts présents en face avant du hublot de chambre pour un éclairage incident classique ( $F_0 = 7 \text{ J.cm}^{-2}$ ).

Comment utiliser ces outils pour la spécification des défauts d’aspect au regard de l’endommagement fratricide local ? La réponse à cette question est détaillée en conclusion du manuscrit.



## 7.1 CONCLUSIONS

Ce manuscrit de thèse traite du phénomène d'endommagement fratricide local pouvant survenir dans une chaîne laser de puissance. Le principal acteur est un défaut d'aspect : c'est une imperfection locale à la surface d'un composant optique qui influe sur l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse. Au cours de la propagation du faisceau lumineux, le défaut d'aspect engendre des modulations d'éclairement qui sont responsables d'un sur-endommagement notable des composants optiques placés en aval dans la chaîne.

Ce manuscrit définit la base d'une spécification des défauts d'aspect apparaissant à la surface des composants optiques de grandes dimensions, dédiés aux installations de laser de puissance, ceci dans l'objectif d'éviter l'endommagement fratricide local.

À terme, ce manuscrit doit être en mesure d'établir les fondements de la spécification des défauts d'aspect, apparaissant à la surface des composants optiques de grandes dimensions dédiés aux installations laser de puissance, pour éviter tout endommagement fratricide local.

Afin de définir une spécification efficace, deux principes doivent être suivis : (i) la règle doit être compréhensible simplement et mener à des mesures de contrôle usuelles, (ii) la règle doit pouvoir être contournée dans des cas particuliers. Bien que le second principe semble répondre à une faiblesse du premier, ils sont complémentaires. Le premier principe de simplification conduit naturellement à sur-spécifier. Lorsqu'un défaut d'aspect, présent à la surface du composant optique, est hors de la règle mais pour autant le composant respecte toutes les autres contraintes, il serait préférable de reconsidérer le défaut potentiellement sur-spécifié plutôt que de reprendre les étapes de fabrication longues et coûteuses ; le terme utilisé pour décrire le second principe est la dérogation.

En plus d'un retour sur les contributions concernant la spécification des défauts d'aspect, deux autres contributions sont rapportées : l'une concernant les défauts modifiés ou apparaissant sur chaîne, l'autre donnant des recommandations sur les remédiations de dommages effectuées par laser CO<sub>2</sub>.

### 7.1.1 Règle de base pour la spécification

Lors du chapitre 1, nous nous sommes intéressés à la norme relative aux défauts d'aspect [13] permettant de communiquer simplement avec les industriels. Elle a orienté la plupart des méthodes de contrôle d'aspect des composants optiques. Établir une règle qui s'inspire de la norme semble complètement adéquat, néanmoins il est nécessaire de l'ajuster au regard de la problématique de l'endommagement fratricide local.

La norme spécifie deux critères, l'un sur la visibilité du défaut par comparaison avec une mire, l'autre sur le côté du carré équivalent à la surface du défaut. Le critère de visibilité n'a aucune correspondance avec les paramètres que nous avons mis en place

au chapitre 3, comme en témoigne le document technique [56]. Ce critère est à proscrire pour traiter de l'endommagement fratricide local.

Le critère associé à la surface du défaut est intéressant. Il est complètement lié à l'un des paramètres principaux du modèle analytique développé au chapitre 3, à savoir la plus grande dimension transverse d'un défaut. Au cours du chapitre 4, une information qui majore l'intensification est obtenue uniquement par la connaissance de ce paramètre. L'enveloppe de l'intensification qui en découle sert de fondement à la première abaque formulée au chapitre 6. C'est à ce premier niveau que devrait se situer la règle, facile et rapide d'exécution, relative à l'endommagement fratricide local.

Cependant le critère de surface, établi dans la norme, doit être modifié sur deux aspects. En toute rigueur il serait préférable de discuter en rayon du cercle équivalent à la surface du défaut plutôt qu'en côté du carré équivalent à la surface. Bien que cela n'implique qu'un facteur  $\sqrt{\pi}$ , il permet déjà de relâcher la spécification; si le vocabulaire de la norme ne change pas, au lieu de spécifier le côté  $c$  du carré équivalent en surface, il faut spécifier le côté  $\sqrt{\pi}c$  du carré.

Le second aspect porte sur la notion de subdivision à laquelle fait référence la norme. Selon la norme, il y a une équivalence de surface entre un gros défaut et plusieurs petits. Par exemple, un seul défaut de 200  $\mu\text{m}$  de côté est équivalent à deux défauts de 141  $\mu\text{m}$  de côté. Une subdivision pourrait être envisageable vis-à-vis de l'abaque établie à l'aide des lois d'endommagement au chapitre 6. Néanmoins, les ordres de grandeur sont complètement différents; il faudrait un peu moins de 50 défauts de 141  $\mu\text{m}$  de rayon pour être équivalent, en probabilité d'endommagement, à un seul défaut de 200  $\mu\text{m}$  de rayon (cf. la figure 6.6 pour un déphasage de  $\phi = 2$  rad). Le critère de subdivision de la norme sur-spécifie inutilement et implique la nécessité d'aller observer des défauts petits diminuant l'efficacité du contrôle. S'abstenir de ce critère est essentiel au regard de l'endommagement fratricide local.

Grâce aux résultats, acquis et présentés dans ce manuscrit, nous pouvons espérer un relâchement global des spécifications actuelles. En connaissant les épaisseurs des composants et les distances entre les composants, il est possible de spécifier les faces de tous les composants. Cependant ce relâchement est nuancé par l'endommagement intrinsèque des défauts d'aspect. Pour les défauts d'aspect dont l'endommagement intrinsèque est jugé fortement probable, c'est la gestion de ce risque qui doit gouverner la spécification des défauts en face arrière du composant tandis que la spécification de la face avant est régie par la gestion du risque d'endommagement fratricide local.

Enfin, en ce qui concerne les défauts en face d'entrée des composants, tout ce qui est établi en régime de propagation linéaire doit être comparé aux résultats des travaux menés sur l'effet Kerr. En effet au chapitre 5, nous établissons un critère statuant du basculement du régime de propagation linéaire d'un « point chaud » dans celui de propagation non linéaire. En l'état d'avancement de nos travaux, la spécification devrait se contenter de refuser tout défaut qui dépasse ce critère. C'est le sens de la dernière abaque présentée au chapitre 6. Concernant l'épaisseur du hublot de chambre, l'abaque spécifie un rayon de 29  $\mu\text{m}$  tandis que celle établie en régime de propagation linéaire donne un rayon de 33  $\mu\text{m}$  (cf. la figure 6.1 en prenant une distance de 34 mm dans de la silice :  $n_0 = 1,47$ ). Les deux abaques spécifient sensiblement la même valeur pour

---

l'épaisseur du hublot de chambre et les paramètres standards d'un faisceau du LASER MÉGAJoule ( $\mathcal{I}_0 = 2,3 \text{ GW.m}^{-2}$ ).

### 7.1.2 Dérogation à la règle

L'un des résultats forts acquis à l'issue de ces travaux de thèse, est d'avoir démontré analytiquement et expérimentalement que le modèle du disque de phase est un bon candidat pour modéliser la majeure partie des défauts d'aspect susceptibles d'être dangereux. Deux abaques sont déterminées en fonction du rayon et de la phase du disque (cf. figures 6.3 et 6.6). Au vu de leur forme, la dérogation intervient à plusieurs niveaux d'information sur la phase du défaut.

La dissymétrie entre les défauts en bosse ou en creux montre que l'information sur le signe de la phase est intéressant. Il sera plus facile d'accepter un défaut présentant une avance de phase (en creux pour un composant en transmission) que celui retardant la phase de l'onde lumineuse (en bosse pour un composant en transmission).

Un intervalle de déphasage est particulièrement intéressant : tout défaut dont la phase est comprise entre  $\phi_A$  et  $\phi_B$  (cf. équation (6.3)) est bénin au regard de l'endommagement fratricide local. Savoir si la phase d'un défaut est comprise dans cette intervalle peut s'avérer très utile pour la dérogation.

Enfin, le travail effectué au section 6.2, intégrant le modèle de l'endommagement laser en régime d'impulsion nanoseconde, offre une compréhension supplémentaire pour l'aide à la dérogation. La quantification de l'impact d'un défaut sur l'endommagement fratricide local est absolument nécessaire pour gérer le risque à sa juste valeur. Néanmoins pour que ce soit complètement satisfaisant, cette valeur doit être comparée avec l'endommagement « naturel » induit par le faisceau laser ayant seulement ses propres modulations.

### 7.1.3 Défauts modifiés ou apparaissant sur chaîne

Il n'y a aucune raison pour qu'un défaut d'aspect garde son intégrité au cours de l'utilisation du composant optique sur la chaîne laser. Comment savoir si l'intensification engendrée par la nouvelle morphologie est dangereuse? Le modèle analytique développé au chapitre 3 permet d'apporter des éléments de réponse.

Par exemple, nous pouvons imaginer que la particule qui a engendré un défaut de traitement (comme celui présenté à la figure 4.5) puisse être éjectée de la surface sous l'effet d'un flux lumineux intense. Le terme « nettoyage » est communément utilisé pour décrire ce phénomène car aucun endommagement croissant n'est généralement observé. Quel bénéfice pouvons-nous tirer de ce type de nettoyage pour l'endommagement fratricide local? Avant le changement de morphologie, le défaut opaque en son centre dû à la présence de la particule et présentant un anneau de phase tout autour, peut être simplifié en un disque de phase dont le rayon est ajusté. Après le changement, le défaut se modélise par un anneau de phase puisque la lumière est transmise au centre, du fait de l'éjection de la particule. Or nous montrons que le dernier pic d'intensification peut être deux fois moins loin pour l'anneau de phase que pour le disque de phase, cependant, le pic peut être plus fort dans le cas d'un anneau puisque la structure présente deux sauts



de phase. La zone de sécurité est modifiée, ce qui doit être pris en compte pour éviter tout endommagement fratricide local.

Ces considérations complexes et demandant une compréhension précise de l'évolution de la morphologie du défaut doivent surtout intervenir au niveau de la dérogradation.

Enfin, des défauts apparaissent lors de l'utilisation d'une optique sur chaîne comme le montre la littérature. Ceux qui semblent présenter le plus de danger vis-à-vis de l'endommagement fratricide local ont pour origine la pollution particulaire [35]. Le composant le plus critique est le hublot de chambre et plus particulièrement sa face avant. Toute cuvette engendrée par l'interaction entre le faisceau et la pollution est un potentiel danger pour la face avant du hublot de chambre.

Un diagnostic *in situ* permet d'observer l'état de surface des hublots de chambres. Une information sur la taille des cuvettes est alors accessible. Coupler cette mesure à la spécification en  $R$  de la figure 6.1 permettrait d'avoir un moyen d'alerte sur le danger qu'apporte l'état de surface de la face avant sur la face arrière du hublot de chambre. Il ne faut pas oublier non plus l'impact de l'effet Kerr qui est traité par l'abaque proposée à la figure 6.8.

Des cuvettes d'un diamètre supérieur à 60  $\mu\text{m}$  sur la face avant sont potentiellement dangereuses pour la face arrière. Le doute pourrait être infirmé ou confirmé par la mesure de la phase de la cuvette ce qui n'est pas envisageable actuellement sur l'installation LASER MÉGAJoule.

#### 7.1.4 Remédiation par laser $\text{CO}_2$

Lorsque qu'un composant optique est endommagé, il est remplacé et un processus de recyclage est entrepris. Une des étapes consiste à stabiliser la silice endommagée en la vaporisant à l'aide d'un laser  $\text{CO}_2$ . Cela mène à une imperfection locale de la surface qui est nommée cône de remédiation.

Nous montrons à la section 4.2 que l'intensification néfaste engendrée par un cône de remédiation est causée par une bosse de matière présente tout autour du cône. Cela a déjà pu être relevé dans la littérature [39], néanmoins, nous donnons ici une interprétation analytique du problème. Des efforts nécessaires ont été menés pour diminuer la hauteur du reflux de matière en périphérie du cône rendant l'intensification suffisamment faible pour ne jamais être néfaste.

Certes il faut jouer sur la phase de la bosse pour faire diminuer l'intensification mais l'une des conditions nécessaires pour que l'intensification soit la plus intense est que la forme du contour du cône soit circulaire. Rendre les contours non circulaires est un avantage supplémentaire pour éviter les fortes intensifications en aval du cône de remédiation.

## 7.2 PERSPECTIVES

Ce manuscrit répond à certaines questions portant sur l'impact des défauts d'aspect sur la propagation d'un laser de puissance. Néanmoins, certaines de ces réponses soulèvent d'autres questionnements qui ne trouvent pas d'éléments de réponse dans ce manuscrit. Ces interrogations non résolues, assimilées à des perspectives, peuvent servir de point de départ à des pistes de recherche.

---

### 7.2.1 *Comment améliorer la règle de base pour la spécification ?*

Il semblerait qu'il soit possible d'accepter des défauts de grandes dimensions en face avant des composants optiques au vu de l'évasement que propose l'abaque représentée sur la figure 6.5. Ce résultat suppose de connaître la phase du défaut. Néanmoins, n'y a-t-il pas une manière de spécifier une limite supérieure pour la dimension transverse d'un défaut permettant de statuer qu'au-delà le défaut n'est plus dangereux ?

Une piste pouvant répondre au problème consiste à s'intéresser plus en détail au paramètre relatif au défaut de circularité. Plus le défaut de circularité est grand, moins l'intensification aux courtes distances de propagation est grande; elle est donc moins dangereuse. En d'autres termes cela reviendrait à spécifier une zone de sécurité avec deux limites en  $R$  : en-dessous de la borne inférieure le défaut n'est pas dangereux, au-delà de celle supérieure le travail présenté dans ce manuscrit montre que le défaut n'est pas dangereux.

Néanmoins, plusieurs réserves sont à mentionner à l'encontre d'une telle démarche. La première concerne le lieu d'intensification maximale. Si l'intensification centrale n'est pas un problème, il faut pourtant s'interroger sur l'intensification du premier anneau de diffraction et évaluer son impact sur l'endommagement. La seconde réserve porte sur les sous-structures à l'intérieur du défaut de grande dimension. Ces sous-structures engendrent des « points chauds » à des distances moindres que ceux formés par la structure globale rendant caduque la spécification établie sur la dimension de la structure principale.

À la fin de la fabrication d'un composant optique une étape d'acidage (ou attaque basique) est effectuée pour augmenter la tenue au flux des composants. Des études actuelles proposent d'enlever des épaisseurs de matière plus ou moins grandes. Plus l'enlèvement de matière est grand, plus les attaques chimiques élargissent les piqures de polissage. Nous pouvons d'ores et déjà établir une spécification sur la taille de ces défauts élargis à l'aide de la spécification en  $R$ .

Néanmoins, la morphologie des piqures élargies semble être caractérisée par une pente de phase plus ou moins importante. L'effet de ce paramètre, qui est nommé l'escarpement, est abordé dans la section 4.4. Nous montrons notamment que l'intensification est diminuée par la présence d'une pente moins escarpée rendant le modèle sans escarpement a fortiori trop majorant.

Prendre en compte l'escarpement serait particulièrement intéressant pour mieux spécifier les piqures de polissage élargies par l'attaque chimique, d'autant plus que le modèle analytique proposé au chapitre 3 semble en totale capacité de traiter le problème en décomposant la pente de phase en escalier.

### 7.2.2 *Comment améliorer la capacité à déroger la spécification des défauts d'aspect ?*

En conclusion, il est proposé que la dérogation se situe au niveau de la mesure de phase. Une étape préliminaire de dérogation pourrait se situer au niveau de la forme du défaut. Certes pour faire chuter le dernier pic d'intensification le défaut de circularité de la forme doit être grand (cf. figure 3.16) mais cela permettrait de déclasser facilement des défauts dont le contour est loin d'être circulaire.

Une bonne manière de procéder pour introduire le défaut de circularité à la spécification consiste à s'intéresser au disque de phase  $\phi_C$  (cf. équation (6.3)). Évaluer l'impact du défaut de circularité pour ce cas de déphasage est possible au travers des équations mises en place à la section 3.3.1. S'intéresser uniquement à ce déphasage n'est pas anodin, cela doit permettre d'être suffisamment proche de majorer l'effet pour une phase quelconque. Au final, la nouvelle abaque proposée devra dépendre à la fois de la dimension transverse et la forme du défaut.

### 7.2.3 Comment améliorer la spécification au regard de l'effet Kerr ?

Au chapitre 5, un critère sur la puissance du « point chaud » est déterminé pour statuer de la présence d'un gain non linéaire induit par effet Kerr. En aucun cas, le critère ne permet de déterminer la valeur du gain et sa position en  $z$ . Il ne permet pas non plus de déterminer s'il y a une auto-focalisation du « point chaud » jusqu'à un éclairement infini.

Avoir accès à ces grandeurs serait intéressant pour spécifier au plus juste les défauts d'aspect vis-à-vis de l'effet Kerr. Une analyse purement numérique pourrait permettre *a minima* d'établir des abaques pour aider à la spécification.

Enfin, déterminer une expression analytique du gain ou même de l'auto-focalisation semble difficile. Néanmoins, au vu des résultats numériques que nous avons obtenus, nous émettons la conjecture suivante : une fois le seuil en puissance dépassé, le gain non linéaire sur l'intensification centrale est plus prononcé pour les disques de phase engendrant, en régime de propagation linéaire, une intensification qui décroît sur de plus grandes distances de propagation.

### 7.2.4 Comment mesurer la phase ?

Avant toute métrologie, il ne faut pas négliger la connaissance *a priori* des défauts notamment établie à l'aide d'études sur l'origine des défauts. Par exemple avec tout le travail qui a pu être mené sur les défauts de traitement, qui a notamment permis le développement du chapitre 4, une conjecture se dessine : la phase des défauts de traitement les plus dangereux ne semble que très rarement dépasser 1 rad.

Lorsque cette information issue d'un retour d'expérience est manquante, pour déroger à la règle, la mesure de phase est obligatoire. Néanmoins pour être efficace, il faut que cette mesure soit relativement rapide. De plus, cela serait intéressant si cette mesure était facile à mettre en place sur les bancs d'observation actuels. Il ne faut pas oublier l'un des résultats forts des travaux de thèse : une information partielle ou majorante sur la phase est certainement suffisante pour statuer de l'acceptabilité du défaut. Le contraste interférentiel différentiel qui est succinctement présenté au chapitre 2 pourrait être une bonne voie pour la mesure de phase. Bien que nous montrons que le système que nous utilisons n'apporte qu'une information qualitative, selon certaines configurations, il est possible d'accéder à une information quantitative certainement suffisante pour aider à la dérogation.

---

### 7.2.5 Que faire des défauts qui ne se modélisent (ou ne se simplifient) pas comme un disque de phase ?

Nous avons montré que des défauts ne pouvaient pas se modéliser (ou se simplifier) comme un disque de phase (eg. le cas de la goutte de la section 4.1). À part la spécification en  $R$ , aucune autre spécification ne peut être appliquée à ces cas particuliers de défauts, ce qui rend la dérogation impossible. Néanmoins la méthodologie développée pour le cas du disque de phase peut être généralisée à ces structures plus complexes.

La méthode de décomposition établie à la section 3.3 est suffisamment générale pour établir, d'une part, l'expression de l'intensification sur l'axe, et d'autre part, celle du profil de l'éclairement autour du « point chaud ». Grâce à ces deux expressions, des abaques avec un critère sur l'endommagement, « déterministe » ou « probabiliste », peuvent être développées. Cependant les expressions risquent d'être compliquées au vu de l'augmentation du nombre de paramètres (si la structure du défaut se décompose en  $m = 2$  disques opaques alors deux paramètres de phases et deux paramètres de rayons décrivent la structure). Pour simplifier les expressions, il serait préférable de faire des hypothèses sur la structure. Par exemple, pour les défauts ressemblant au cas de la goutte de la section 4.1, considérer que la phase intérieure est nulle, permettrait de simplifier les équations.

### 7.2.6 Que penser de l'imagerie non linéaire ?

L'imagerie non linéaire est un phénomène impliquant les défauts d'aspect. Ce phénomène n'a pas du tout été traité dans ce manuscrit. Néanmoins nous avons pu nous y intéresser, notamment en y appliquant le modèle analytique développé au chapitre 3, sans pour autant dégager de résultats nouveaux par rapport à la littérature [51, 120, 121].

Classiquement ce phénomène met en jeu trois composants optiques. Sur le premier, un défaut d'aspect diffracte la lumière. Le deuxième composant optique est suffisamment loin pour que les figures de diffraction engendrées par le défaut soient des figures de Fraunhofer. Elles ne présentent donc aucune sur-intensification néfaste pour le composant n°2. Néanmoins, les modulations d'éclairement sont « imprimées » dans la phase de l'onde, au travers de l'indice non linéaire du matériau induit par effet Kerr. L'onde principale est diffractée par ce réseau de phase, créé par effet Kerr au sein même du composant n°2. Le défaut d'aspect initial est alors « imagé » sur le dernier composant situé à la même distance que celle entre les composants n°1 et 2. Nous avons à faire ici au principe d'holographie.

Dire que le défaut est « imagé » sur le composant n°3 est partiellement faux. La forme du défaut est certes « imagée » sur le composant n°3 mais l'amplitude et la phase sont différentes de celles du défaut initial. Cela dépend de l'intégrale  $B$  engendrée dans le composant n°2. Dans les études préliminaire que nous avons menées sur ce phénomène, nous avons pu déterminer que l'onde  $\mathcal{U}$ , éclairant le composant n°3 (placé à la distance  $z_3$ ), a l'expression suivante, si le défaut initial est un disque de rayon  $R$  et de phase  $\phi$ ,

$$\mathcal{U}(r < R, z_3) = \mathcal{U}_0 e^{B \sin \phi} e^{-j2B \sin^2 \frac{\phi}{2}}, \quad (7.1)$$

où  $\mathcal{U}_0$  est l'amplitude de l'onde incidente. Ce résultat est en total accord avec ceux déterminés dans [121]. Le résultat est vrai seulement si l'intégrale  $B$  est petite devant l'unité et si les distances entre les composants sont grandes. Il est intéressant de voir que le défaut initialement en phase se retrouve « imagé » dans l'amplitude et la phase de l'onde

lumineuse; d'ailleurs la transmission peut être supérieure à l'unité dans certains cas de valeurs de  $\phi$  et d'intégrale B. La méthode de décomposition peut être appliquée à ce nouveau défaut, ce qui permet d'évaluer les potentiels « points chauds » engendrés à la fois à l'intérieur et en aval du composant n°3.

Ce phénomène impliquant l'effet Kerr peut tout autant apparaître avec la conversion de fréquence [122]. Appliquer la méthode de décomposition à l'imagerie non linéaire impliquant la conversion de fréquence est un travail à mener pour être en pleine capacité de spécifier les défauts d'aspect sur les composants optiques intégrés dans le système de conversion de fréquence.

### 7.2.7 *Que penser des rayures?*

L'un des cadres du manuscrit est de s'intéresser uniquement aux défauts de formes proche du disque. Cependant les rayures ne peuvent être classées dans cette catégorie et donc les résultats des travaux de thèse ne peuvent y être appliqués.

La méthode de décomposition semble complètement appropriée pour l'étude des intensifications engendrées par des rayures. Au lieu que l'onde élémentaire soit celle diffractée par un disque opaque, il faudrait sûrement choisir l'onde élémentaire comme celle diffractée par un rectangle opaque de la dimension de la rayure.

Une étude préliminaire non présentée dans le manuscrit montre que le lieu d'intensification maximale ne semble pas être sur l'axe de symétrie de la rayure mais bien sur le premier rebond de diffraction. Cela peut compliquer quelque peu la description analytique du problème car la position de ce lieu n'est pas fixe au cours de la propagation. Néanmoins, cette même étude montre qu'il semblerait que le facteur d'intensification soit relativement faible comparé à ce qui est obtenu dans le cas d'un défaut de forme ronde. La probabilité d'endommagement fratricide local devrait alors être réduite par rapport au défaut de forme ronde.

Ce résultat préliminaire est à relativiser. Là où l'intensification est forte mais illuminant peu de surface (cas du défaut de forme ronde), l'intensification plus faible pour le cas des rayures illumine une surface beaucoup plus grande (de l'ordre de la longueur de la rayure). Il est probable que les rayures ne puissent avoir un fort impact sur l'endommagement fratricide local. Cependant les conclusions devraient être toutes autres au regard de l'endommagement fratricide global (définition à la section 1.2.6) : l'augmentation du contraste en éclaircissement est beaucoup plus important avec plusieurs rayures qu'avec autant défauts arrondis ce qui peut mener au final à une probabilité d'endommagement global non négligeable.

### 7.2.8 *Que penser des défauts sur les réseaux de diffraction de la fin de chaîne du Laser Méga-Joule?*

Les réseaux de diffraction de la fin de chaîne du LASER MÉGAJOLE sont des composants difficiles à fabriquer et coûteux. Il n'est pas rare, qu'à l'issue de la fabrication, quelques défauts d'aspect puissent être bien en dehors de la spécification. Établir une dérogation juste est primordial pour statuer de la dangerosité de ces défauts.

Les outils proposés au chapitre 6 peuvent être une source d'inspiration. Cependant il faut être capable de faire le lien entre un défaut de gravure et ce que cela engendre

---

---

sur l'amplitude et la phase de l'onde lumineuse. Plusieurs hypothèses peuvent être posées, par exemple, une absence de gravure implique que la lumière ne soit pas propagée dans l'ordre de diffraction utile, ce qui pourrait être considéré comme une absence de lumière. Au final, si l'hypothèse est vérifiée, une absence de gravure génère autant de modulations d'éclairement qu'un objet opaque ce qui n'est pas dangereux au regard de l'endommagement fratricide local.

---



## COMPLÉMENTS DE CALCULS POUR LES THÉORIES DE LA DIFFRACTION

### A.1 VECTEUR DE POYNTING D'UNE ONDE SPHÉRIQUE

Il s'agit de déterminer la relation entre le vecteur de Poynting et les composantes des champs  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{H}$  d'une onde sphérique. Le système de coordonnées sphériques  $(q, \theta, \phi)$ <sup>1</sup>, les composantes du champ  $\mathcal{E}$  sont<sup>2</sup>

$$\mathcal{E}(q, t) = \begin{cases} \mathcal{E}_q(q, t) = \frac{\mathcal{E}_{0q}}{q} e^{j(-\omega_0 t + kq)}, \\ \mathcal{E}_\theta(q, t) = \frac{\mathcal{E}_{0\theta}}{q} e^{j(-\omega_0 t + kq)}, \\ \mathcal{E}_\phi(q, t) = \frac{\mathcal{E}_{0\phi}}{q} e^{j(-\omega_0 t + kq)}. \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Les composantes du champ  $\mathcal{H}$  sont du même type.

Le rotationnel de  $\mathcal{E}$  en coordonnées sphériques est :

$$\nabla \wedge \mathcal{E} = -\frac{1}{q} \frac{\partial [q\mathcal{E}_\phi(q, t)]}{\partial q} \boldsymbol{\theta} + \frac{1}{q} \frac{\partial [q\mathcal{E}_\theta(q, t)]}{\partial q} \boldsymbol{\phi} = -jk\mathcal{E}_\phi(q, t)\boldsymbol{\theta} + jk\mathcal{E}_\theta(q, t)\boldsymbol{\phi}. \quad (\text{A.2})$$

L'équation de Maxwell (cf. équation (3.2a)) permet d'obtenir les relations suivantes :

$$\nabla \wedge \mathcal{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \mathcal{H}_{0q}, \\ \mathcal{E}_{0\phi} = -\frac{\mu_0 c}{n_0} \mathcal{H}_{0\theta}, \\ \mathcal{E}_{0\theta} = \frac{\mu_0 c}{n_0} \mathcal{H}_{0\phi}. \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

En utilisant l'équation (3.2b), nous obtenons de la même manière :  $\mathcal{E}_{0q} = 0$ . Enfin le vecteur de Poynting (cf. équation (3.8)) pour une onde sphérique est donné par

$$\boldsymbol{\Pi}(q, t) = \frac{n_0}{\mu_0 c} \left[ \frac{|\mathcal{E}_{0\theta}|^2}{q^2} \cos^2(\omega_0 t - kq + \Phi_{0\theta}) + \frac{|\mathcal{E}_{0\phi}|^2}{q^2} \cos^2(\omega_0 t - kq + \Phi_{0\phi}) \right] \mathbf{q}, \quad (\text{A.4})$$

où  $\Phi_{0\theta} = \arg[\mathcal{E}_{0\theta}]$  et  $\Phi_{0\phi} = \arg[\mathcal{E}_{0\phi}]$ . Il vient l'éclairement :

$$\mathcal{I}(q) = \frac{\epsilon_0 c n_0}{2} \left[ \left( \frac{|\mathcal{E}_{0\theta}|}{q} \right)^2 + \left( \frac{|\mathcal{E}_{0\phi}|}{q} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.5})$$

Le résultat est similaire à celui obtenu pour l'onde plane. Décrire l'éclairement d'une onde sphérique par la grandeur scalaire  $|\mathcal{U}|^2$  ne donne qu'une valeur relative de l'éclairement.

1. Il est plus commun d'utiliser les lettres  $r$  ou  $\rho$  pour définir le rayon. Ces dernières étant déjà prises pour exprimer d'autres grandeurs, la lettre  $q$  est choisie. Ce choix est en total accord avec les notations de la figure 3.2

2. Les composantes des champs  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{H}$  dépendent seulement des variables  $q$  et  $t$ .



## A.2 VECTEUR DE POYNTING D'UNE ONDE PARAXIALE

Dans la même philosophie que celle suivie pour les cas de l'onde plane et de l'onde sphérique, nous cherchons la relation entre le vecteur de Poynting et les composantes des champs  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{H}$ . Soit l'onde définie par le champ  $\mathcal{E}$  suivant :

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \begin{cases} \mathcal{E}_x(x,y,z,t) = \Gamma_x(x,y,z)e^{j(-\omega_0 t + kz)}, \\ \mathcal{E}_y(x,y,z,t) = \Gamma_y(x,y,z)e^{j(-\omega_0 t + kz)}, \\ \mathcal{E}_z(x,y,z,t) = \Gamma_z(x,y,z)e^{j(-\omega_0 t + kz)}. \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Les composantes de  $\mathcal{H}$  sont de la même forme (leurs enveloppes seront notées  $\Lambda_x$ ,  $\Lambda_y$  et  $\Lambda_z$ ).

Nous allons utiliser l'hypothèse paraxiale à l'aide du formalisme développé dans [67]. Soit  $R$  la dimension transverse caractérisant le faisceau à laquelle est associée la quantité  $kR^2$  caractéristique de la grandeur longitudinale. Introduisons maintenant la quantité<sup>3</sup>  $\epsilon = 1/kR$ . Depuis les équations de Maxwell, en exprimant le champ électrique en puissance de  $\epsilon$  (modèle perturbatif) et en adimensionnant les expressions par les grandeurs caractéristiques, [67] montre qu'il suffit de conserver les termes d'ordre 0 en  $\epsilon$  pour que le champ vérifie l'équation paraxiale classique. En d'autres termes l'approximation paraxiale consiste à ne conserver que les termes d'ordre 0 en  $\epsilon$ .

Depuis l'équation (3.2a) nous obtenons

$$\nabla \wedge \mathcal{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial \Gamma_z}{\partial y} - \frac{\partial \Gamma_y}{\partial z} - jk\Gamma_y = j\mu_0 \omega_0 \Lambda_x, \\ \frac{\partial \Gamma_x}{\partial z} - \frac{\partial \Gamma_z}{\partial x} + jk\Gamma_x = j\mu_0 \omega_0 \Lambda_y, \\ \frac{\partial \Gamma_y}{\partial x} - \frac{\partial \Gamma_x}{\partial y} = j\mu_0 \omega_0 \Lambda_z. \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Adimensionner par les grandeurs caractéristiques ( $\xi = x/R$ ,  $\eta = y/R$  et  $\zeta = z/kR^2$ )<sup>4</sup> l'équation (A.7) devient

$$\begin{cases} \frac{1}{R} \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \eta} - \frac{1}{kR^2} \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \zeta} - jk\Gamma_y = j\mu_0 \omega_0 \Lambda_x, \\ \frac{1}{kR^2} \frac{\partial \Gamma_x}{\partial \zeta} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \xi} + jk\Gamma_x = j\mu_0 \omega_0 \Lambda_y, \\ \frac{1}{R} \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \xi} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Gamma_x}{\partial \eta} = j\mu_0 \omega_0 \Lambda_z. \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

3. Il ne faudra pas confondre  $\epsilon$  qui exprime ici une très petite quantité avec  $\epsilon_0$  qui est la permittivité du vide (ou même  $\epsilon$  qui exprimait la permittivité du milieu dans les équations de Maxwell (cf. équation (3.2))).

4. L'adimensionnement de la distance de propagation est différent d'un facteur  $2\pi$  avec celui que l'on peut trouver dans tout le reste du manuscrit.

Nous pouvons maintenant introduire la quantité  $\epsilon = 1/kR$  :

$$\begin{cases} \epsilon \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \eta} - \epsilon^2 \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \zeta} - j\Gamma_y = j\mu_0 \frac{\omega_0}{k} \Lambda_x, \\ \epsilon^2 \frac{\partial \Gamma_x}{\partial \zeta} - \epsilon \frac{\partial \Gamma_z}{\partial \xi} + j\Gamma_x = j\mu_0 \frac{\omega_0}{k} \Lambda_y, \\ \epsilon \frac{\partial \Gamma_y}{\partial \xi} - \epsilon \frac{\partial \Gamma_x}{\partial \eta} = j\mu_0 \frac{\omega_0}{k} \Lambda_z. \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

L'approximation paraxiale consiste à ne garder que les termes d'ordre 0, nous obtenons

$$\begin{cases} \Gamma_y(x,y,z) = -\frac{\mu_0 c}{n_0} \Lambda_x(x,y,z), \\ \Gamma_x(x,y,z) = \frac{\mu_0 c}{n_0} \Lambda_y(x,y,z), \\ 0 = \Lambda_z(x,y,z). \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Par le même procédé, en utilisant l'équation (3.2b), nous en déduisons  $\Gamma_z = 0$ . Il vient le vecteur de Poynting (cf. équation (3.8)) :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(x,y,z,t) = \frac{n_0}{\mu_0 c} \left[ |\Gamma_x(x,y,z)|^2 \cos^2(\omega_0 t - kz + \Phi_x(x,y,z)) \right. \\ \left. + |\Gamma_y(x,y,z)|^2 \cos^2(\omega_0 t - kz + \Phi_y(x,y,z)) \right] \mathbf{z}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

où  $\Phi_x(x,y,z) = \arg[\mathcal{E}_x]$  et  $\Phi_y(x,y,z) = \arg[\mathcal{E}_y]$ . Il vient l'éclairement :

$$\mathcal{I}(x,y,z) = \frac{\epsilon_0 c n_0}{2} \left[ |\Gamma_x(x,y,z)|^2 + |\Gamma_y(x,y,z)|^2 \right]. \quad (\text{A.12})$$

Le résultat est similaire à celui obtenu pour l'onde plane ou pour l'onde sphérique. Décrire l'éclairement d'une onde paraxiale par la grandeur scalaire  $|\mathcal{U}|^2$  ne donne toujours qu'une valeur relative de l'éclairement.

### A.3 THÉORÈME INTÉGRAL DE KIRCHHOFF

Du théorème de Green (cf. équation (3.17)) se déduit le théorème intégral de Kirchhoff (cf. équation (3.19)), à savoir, l'onde  $\mathcal{U}$  au point  $M$  s'exprime en fonction de conditions limites autour du point d'observation.

Le théorème de Green introduit deux fonctions  $\mathcal{U}$  et  $\mathcal{G}$  devant vérifier certaines conditions. La fonction  $\mathcal{U}$  est l'onde que nous cherchons à calculer. Nous choisissons  $\mathcal{G}$  comme étant une onde sphérique de point source  $M$ . Ce choix est possible si et seulement si le volume d'intégration  $V_G$  du théorème de Green est défini d'une manière à exclure le point  $M$ . Ainsi  $V_G$  est pris comme étant le volume entouré par une surface  $S$  dont est exclue la boule de rayon  $\epsilon$  centrée sur  $M$  (cf. figure 3.3a). Notons  $S_\epsilon$  la sphère entourant la boule exclue. La surface à considérer dans le théorème de Green est alors  $S_G = S \cup S_\epsilon$ . Par toutes les considérations précédentes, le théorème de Green se réécrit :

$$\iiint_V [\mathcal{U} \Delta \mathcal{G} - \mathcal{G} \Delta \mathcal{U}] dV = \iint_S + \iint_{S_\epsilon} [\mathcal{U} (\nabla \mathcal{G} \cdot \mathbf{n}) - \mathcal{G} (\nabla \mathcal{U} \cdot \mathbf{n})] dS. \quad (\text{A.13})$$

Maintenant si  $\mathcal{U}$  vérifie l'équation d'Helmholtz (cf. équation (3.7)) alors <sup>5</sup>

$$\mathcal{U}\Delta\mathcal{G} - \mathcal{G}\Delta\mathcal{U} = -\mathcal{U}k^2\mathcal{G} + \mathcal{G}k^2\mathcal{U} = 0. \quad (\text{A.14})$$

Ainsi l'intégrale sur  $V$  est nulle et nous obtenons

$$\iint_S [\mathcal{U}(\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n}) - \mathcal{G}(\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n})] dS = - \iint_{S_\epsilon} [\mathcal{U}(\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n}) - \mathcal{G}(\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n})] dS. \quad (\text{A.15})$$

Maintenant, cherchons la limite de l'intégrale de droite lorsque le rayon de la sphère  $S_\epsilon$  tend vers zéro. Soit  $\Omega_\epsilon$  l'angle solide sous lequel est vue la sphère  $S_\epsilon$  <sup>6</sup>, nous obtenons <sup>7</sup>

$$\begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ - \iint_{S_\epsilon} [\mathcal{U}(\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n}) - \mathcal{G}(\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n})] dS \right\} &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \iint_{\Omega_\epsilon} \epsilon^2 \left[ \mathcal{U}(\epsilon) \frac{e^{jk\epsilon}}{\epsilon^2} (jk\epsilon - 1) + \frac{e^{jk\epsilon}}{\epsilon} (\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n}) \right] d\Omega \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \iint_{\Omega_\epsilon} [jk\epsilon\mathcal{U}(\epsilon)e^{jk\epsilon} - \mathcal{U}(\epsilon)e^{jk\epsilon} + \epsilon e^{jk\epsilon} (\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n})] d\Omega \\ &= -\mathcal{U}(M) \iint_{\Omega_\epsilon} d\Omega = -4\pi\mathcal{U}(M). \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Enfin, en substituant le résultat de l'équation (A.16) dans l'équation (A.15), nous obtenons le théorème intégral de Kirchhoff :

$$\mathcal{U}(M) = \frac{1}{4\pi} \iint_S [\mathcal{G}(\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n}) - \mathcal{U}(\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n})] dS. \quad (\text{A.17})$$

L'expression de l'onde  $\mathcal{U}$  au point  $M$  ne dépend que de conditions limites autour du point d'observation.

#### A.4 ONDE SPHÉRIQUE ET CONDITION DE RAYONNEMENT DE SOMMERFELD

La condition de rayonnement de Sommerfeld est la suivante :

$$\lim_{q_2 \rightarrow \infty} q_2 [\nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n} - jk\mathcal{U}] = 0. \quad (\text{A.18})$$

Une onde sphérique divergente de point source  $M$  a l'expression suivante <sup>8</sup> :

$$\mathcal{U}(Q_2) = \frac{e^{jkq_2}}{q_2} \Rightarrow \nabla\mathcal{U}\cdot\mathbf{n} = \cos(\mathbf{q}_2, \mathbf{n}) \frac{\partial\mathcal{U}(Q_2)}{\partial q_2} = \frac{e^{jkq_2}}{q_2^2} (jkq_2 - 1). \quad (\text{A.19})$$

5.  $\mathcal{G}$  est une onde sphérique, elle vérifie l'équation d'Helmholtz.

6. La relation entre l'intégrale sur une sphère et celle sur l'angle solide correspondant est la suivante :  
 $\iint_{S_\epsilon} dS = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \epsilon^2 \sin\theta d\theta d\phi = \iint_{\Omega_f} \epsilon^2 d\Omega$ .

7. L'équation (3.18) donne le produit scalaire entre  $\nabla\mathcal{U}$  et le vecteur  $\mathbf{n}$  normal à  $S_G = S \cup S_\epsilon$  sortant de cette surface. Dans le cas présent  $Q \in S_\epsilon$ , donc  $\cos(\mathbf{q}, \mathbf{n}) = -1$  et nous obtenons  $\nabla\mathcal{G}\cdot\mathbf{n} = -\frac{e^{jk\epsilon}}{\epsilon^2} (jk\epsilon - 1)$ .

8. Le vecteur sortant  $\mathbf{n}$  étant normal à la sphère de rayon  $q_2$ , nous obtenons  $\cos(\mathbf{q}_2, \mathbf{n}) = 1$ .

Appliquer la partie gauche de la condition de rayonnement de Sommerfeld à l'onde sphérique donne

$$\lim_{q_2 \rightarrow \infty} q_2 \left[ \frac{e^{jkq_2}}{q_2^2} (jkq_2 - 1) - jk \frac{e^{jkq_2}}{q_2} \right] = \lim_{q_2 \rightarrow \infty} \left[ -\frac{e^{jkq_2}}{q_2} \right] = 0. \quad (\text{A.20})$$

L'onde sphérique divergente vérifie bien la condition de rayonnement de Sommerfeld. Le résultat s'étend à toute onde s'annulant à l'infini aussi rapidement que l'onde sphérique.

#### A.5 LIEN ENTRE LA DIFFRACTION DE FRESNEL ET L'OPTIQUE DE FOURIER

Exprimons le formalisme de la diffraction de Fresnel (cf. équation (3.31)) de la manière suivante :

$$\mathcal{U}(x, y, z) = -\frac{j}{\lambda z} e^{jk \frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \iint_{(x', y') \in \mathbb{R}^2} \left[ \mathcal{U}(x', y', 0) e^{jk \frac{x'^2+y'^2}{2z}} \right] e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x'x + y'y)} dx' dy'. \quad (\text{A.21})$$

Le domaine d'intégration est maintenant l'entièreté du plan où se situe l'objet diffractant. Pour se ramener aux bornes de l'équation (3.31), il suffit de choisir  $\mathcal{U}(x', y', 0)$  en conséquence.

Dans l'équation (3.31) apparaît très nettement la transformée de Fourier du produit de l'onde  $\mathcal{U}$  à  $z = 0$  et d'une onde sphérique de rayon  $z$ . En effet, il suffit de définir les variables de l'espace de Fourier comme étant

$$\begin{cases} u = \frac{x}{\lambda z}, \\ v = \frac{y}{\lambda z}, \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

et l'équation (A.21) devient <sup>9</sup>

$$\mathcal{U}(x, y, z) = -\frac{j}{\lambda z} e^{jk \frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \mathcal{TF} \left[ \mathcal{U}(x', y', 0) e^{jk \frac{x'^2+y'^2}{2z}} \right]_{\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right)}. \quad (\text{A.23})$$

En utilisant la propriété suivante : la transformée de Fourier d'un produit et le produit de convolution (noté  $*$ ), nous obtenons

$$\mathcal{U}(x, y, z) = -\frac{j}{\lambda z} e^{jk \frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \left[ \tilde{\mathcal{U}} \left( \frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}, 0 \right) * \mathcal{TF} \left[ e^{jk \frac{x'^2+y'^2}{2z}} \right]_{\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right)} \right]. \quad (\text{A.24})$$

La transformée de Fourier à droite du signe de convolution se calcule comme suit <sup>10</sup> :

$$\begin{aligned} \mathcal{TF} \left[ e^{jk \frac{x'^2+y'^2}{2z}} \right]_{\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right)} &= \iint_{(x', y') \in \mathbb{R}^2} e^{j \frac{\pi}{\lambda z} (x'^2+y'^2)} e^{-j \frac{2\pi}{\lambda z} (x'x + y'y)} dx' dy' \\ &= e^{-j \frac{\pi}{\lambda z} (x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j \frac{\pi}{\lambda z} (x'-x)^2} dx' \int_{-\infty}^{\infty} e^{j \frac{\pi}{\lambda z} (y'-y)^2} dy' \\ &= j \lambda z e^{-j \frac{\pi}{\lambda z} (x^2+y^2)} \\ &= j \lambda z e^{-j \pi \lambda z \left( \left( \frac{x}{\lambda z} \right)^2 + \left[ \frac{y}{\lambda z} \right]^2 \right)}. \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

9. La notation de la transformée de Fourier est conforme avec celle donnée à l'équation (3.37).

10. D'après [123],  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{ja\xi^2} d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{j\frac{\pi}{4}}$ .

L'équation (A.24) se réécrit

$$\mathcal{U}(x,y,z) = e^{jk\frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \left[ \tilde{\mathcal{U}}\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}, 0\right) * e^{-j\pi\lambda z \left[ \left(\frac{x}{\lambda z}\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda z}\right)^2 \right]} \right]. \quad (\text{A.26})$$

Exprimons maintenant le produit de convolution de l'équation (A.26)<sup>11</sup>

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(x,y,z) &= e^{jk\frac{x^2+y^2}{2z}} e^{jkz} \iint_{(u,v) \in \mathbb{R}^2} \tilde{\mathcal{U}}(u,v,0) e^{-j\pi\lambda z \left[ \left(\frac{x}{\lambda z} - u\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda z} - v\right)^2 \right]} \mathrm{d}u \mathrm{d}v \\ &= e^{jkz} \iint_{(u,v) \in \mathbb{R}^2} \tilde{\mathcal{U}}(u,v,0) e^{-j\pi\lambda z (u^2+v^2)} e^{j2\pi(xu+yv)} \mathrm{d}u \mathrm{d}v. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Nous reconnaissons dans l'équation (A.27) la transformée de Fourier inverse du produit entre la transformée de Fourier de la pupille et la fonction de transfert de l'espace libre  $\tilde{H}_z$ , en somme l'optique de Fourier

$$\mathcal{U}(x,y,z) = \mathfrak{TF}^{-1} \left[ \mathfrak{TF}[\mathcal{U}(z=0)] \tilde{H}_z \right], \quad (\text{A.28})$$

où

$$\tilde{H}_z(u,v) = e^{jkz} e^{-j\pi\lambda z (u^2+v^2)}. \quad (\text{A.29})$$

---

11. Soient deux fonctions  $(x,y) \mapsto g(x,y)$  et  $(x,y) \mapsto h(x,y)$ . Le produit de convolution entre  $g$  et  $h$  est  $g(x,y) * h(x,y) = \iint_{(u,v) \in \mathbb{R}^2} g(u,v) h(x-u, y-v) \mathrm{d}u \mathrm{d}v$ .

---

## APPLICATION DE LA DIFFRACTION DE RAYLEIGH-SOMMERFELD À LA TACHE D'ARAGO

Appliquer la diffraction de RS (cf. équation (3.26)) sur l'axe optique d'un disque opaque de rayon  $R$  revient à considérer l'expression suivante (cf. figure 3.2) :

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{\text{op}}^{\text{RS}}(r=0, z) &= -\frac{j}{\lambda} \iint_{Q \in \Sigma} \mathcal{U}_{\text{op}}(Q) \frac{e^{jkq}}{q} \cos \chi \, dS \\ &= -\frac{j2\pi}{\lambda} \mathcal{U}_0 \int_R^\infty \frac{e^{jkq}}{q} \frac{z}{q} r' \, dr', \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

où la variable d'intégration  $r'$  est la distance du point  $Q$  à l'axe optique. Un changement de variable s'impose  $q = \sqrt{z^2 + r'^2}$  :

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^{\text{RS}}(0, z) = -jkz\mathcal{U}_0 \int_{\sqrt{z^2+R^2}}^\infty \frac{e^{jkq}}{q} \, dq. \quad (\text{B.2})$$

Enfin dans le but d'obtenir une expression dont la variable d'intégration est adimensionnée, nous effectuons le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} q' = \frac{q}{\sqrt{z^2 + R^2}}, \\ \mathcal{U}_{\text{op}}^{\text{RS}}(0, z) = -jkz\mathcal{U}_0 \int_1^\infty \frac{e^{jk\sqrt{z^2+R^2}q'}}{q'} \, dq'. \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

La fonction à intégrer n'a pas de primitive connue. Nous allons utiliser le théorème de la phase stationnaire [74] pour évaluer l'intégrale. Ce théorème s'énonce ainsi :

Soit  $g$  une fonction non stationnaire sur l'intervalle  $[a, b]$ <sup>1</sup>, alors l'intégrale suivante est approchée par intégration par partie ( $\alpha$  doit être suffisamment grand et la fonction  $h$  définie sur  $[a, b]$ ) :

$$\int_a^b h(\xi) e^{j\alpha g(\xi)} \, d\xi = \left[ \frac{1}{j\alpha} \frac{h(\xi)}{\dot{g}(\xi)} e^{j\alpha g(\xi)} \right]_a^b + o\left(\frac{1}{\alpha^2}\right). \quad (\text{B.4})$$

Dans notre cas  $\alpha = k\sqrt{z^2 + R^2} \gg 1$ . L'équation (B.2) devient

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^{\text{RS}}(0, z) = -jkz\mathcal{U}_0 \left[ \frac{1}{jk\sqrt{z^2 + R^2}} \frac{e^{jk\sqrt{z^2+R^2}q'}}{q'} \right]_1^\infty = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \mathcal{U}_0 e^{jk\sqrt{z^2+R^2}}. \quad (\text{B.5})$$

1. La fonction  $g$  est non stationnaire sur  $[a, b] \Leftrightarrow \forall \xi \in [a, b], (\dot{g}(\xi) \neq 0 \text{ où } \ddot{g}(\xi) = 0)$



## COMPLÉMENTS DE CALCULS POUR LES RÉSULTATS ANALYTIQUES

---

### C.1 QUELQUES PROPRIÉTÉS DES FONCTIONS DE BESSEL

Les fonctions de Bessel d'ordre  $n$  sont définies de la façon suivante :

$$J_n(x) = \frac{j^n}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(n\theta - x \cos \theta)} d\theta. \quad (\text{C.1})$$

Les propriétés des fonctions de Bessel que nous allons utiliser sont les suivantes :

$$\begin{cases} J_n(+\infty) = 0, \\ J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x), \\ \frac{\partial}{\partial x} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x). \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

Les deux dernières propriétés permettent d'exprimer le résultat suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{J_n(x)}{x^n} \right] &= (-1)^n \frac{\partial}{\partial x} [x^{-n} J_{-n}(x)] \\ &= (-1)^n x^{-n} J_{-(n+1)}(x) \\ &= (-1)^n (-1)^{n+1} \frac{J_{n+1}(x)}{x^n} \\ &= -\frac{J_{n+1}(x)}{x^n}. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Un développement limité des fonctions de Bessel existe :

$$J_n(x) \approx \frac{1}{n!} \left( \frac{x}{2} \right)^n \left[ 1 - \left( \frac{x}{2} \right)^2 \frac{1}{1!(n+1)} + \left( \frac{x}{2} \right)^4 \frac{1}{2!(n+1)(n+2)} + \dots \right] \quad (\text{C.4})$$

### C.2 CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTÉE PAR UN DISQUE OPAQUE PAR DES INTÉGRATIONS PAR PARTIES SUCCESSIVES

Nous voulons développer le champ de la tache de Poisson dont l'expression est

$$U_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = \frac{2\pi}{j\zeta} e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} \int_1^{\infty} e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} J_0 \left( 2\pi \frac{\rho' \rho}{\zeta} \right) \rho' d\rho'. \quad (\text{C.5})$$



La méthode choisie est d'effectuer des intégrations par parties successives du terme intégral :

$$\begin{aligned}
\int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} J_0\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \rho' d\rho' &= \left[ \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} J_0\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \right]_1^{\infty} \\
&\quad - \int_1^{\infty} \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \left[ -2\pi\frac{\rho}{\zeta} J_1\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right) \right] d\rho' \\
&= -\frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\frac{\pi}{\zeta}} J_0\left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right) + \frac{2\pi\rho^2}{j\zeta} \int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\frac{2\pi\rho'\rho}{\zeta}} \rho' d\rho'
\end{aligned} \tag{C.6}$$

Au terme de la première intégration par parties, le champ de la tache de Poisson s'exprime :

$$\mathcal{U}_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = e^{j\pi\frac{\rho^2}{\zeta}} \left( e^{j\frac{\pi}{\zeta}} J_0\left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right) - \left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right)^2 \int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}} \rho' d\rho' \right) \tag{C.7}$$

Nous intégrons par parties le terme intégrale suivant :

$$\begin{aligned}
\int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}} \rho' d\rho' &= \left[ \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}} \right]_1^{\infty} \\
&\quad - \int_1^{\infty} \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \left[ -2\pi\frac{\rho}{\zeta} \frac{J_2\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}} \right] d\rho' \\
&= j\left(\frac{\zeta}{2\pi}\right)^2 e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \frac{J_1\left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right)}{\rho} + \frac{2\pi\rho^2}{j\zeta} \int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_2\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(\frac{2\pi\rho'\rho}{\zeta}\right)^2} \rho' d\rho'
\end{aligned} \tag{C.8}$$

Au terme de la deuxième intégration par parties, le champ de la tache de Poisson s'exprime :

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) &= e^{j\pi\frac{\rho^2}{\zeta}} \left( e^{j\frac{\pi}{\zeta}} J_0\left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right) - j e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \rho J_1\left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right) \right. \\
&\quad \left. + j\left(\frac{2\pi}{\zeta}\right)^3 \rho^4 \int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_2\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^2} \rho' d\rho' \right)
\end{aligned} \tag{C.9}$$

Nous intégrons par parties le terme suivant :

$$\begin{aligned}
\int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_2\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^2} \rho' d\rho' &= \left[ \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_2\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^2} \right]_1^{\infty} \\
&\quad - \int_1^{\infty} \frac{\zeta}{j2\pi} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \left[ -2\pi\frac{\rho}{\zeta} \frac{J_3\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^2} \right] d\rho' \\
&= j\left(\frac{\zeta}{2\pi}\right)^3 e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \frac{J_2\left(2\pi\frac{\rho}{\zeta}\right)}{\rho^2} + \frac{2\pi\rho^2}{j\zeta} \int_1^{\infty} e^{j\pi\frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_3\left(2\pi\frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(\frac{2\pi\rho'\rho}{\zeta}\right)^3} \rho' d\rho'
\end{aligned} \tag{C.10}$$

Au terme de la troisième intégration par parties, le champ de la tache de Poisson s'exprime :

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} \left( e^{j\frac{\pi}{\zeta}} J_0\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) - j e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \rho J_1\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) - e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \rho^2 J_2\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) \right. \\ \left. + \left(\frac{2\pi}{\zeta}\right)^4 \rho^6 \int_1^\infty e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_3\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^3} \rho' d\rho' \right) \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

Nous pourrions continuer indéfiniment le calcul et montrer par récurrence que le champ de la tache de Poisson s'exprime :

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_{\text{op}}^z(\rho, \zeta) = e^{j\pi \frac{\rho^2}{\zeta}} \left( e^{j\frac{\pi}{\zeta}} \sum_{i=0}^N (-j\rho)^i J_i\left(2\pi \frac{\rho}{\zeta}\right) \right. \\ \left. + \left(-j \frac{2\pi}{\zeta}\right)^{N+2} \rho^{2N} \int_1^\infty e^{j\pi \frac{\rho'^2}{\zeta}} \frac{J_{N+1}\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)}{\left(2\pi \frac{\rho'\rho}{\zeta}\right)^{N+1}} \rho' d\rho' \right) \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

### C.3 DÉTAILS DES CALCULS DONNANT LA DÉRIVÉE DE LA COURBURE LINÉAIRE DU FRONT D'ONDE DIFFRACTÉ PAR UN DISQUE DE PHASE

Nous cherchons à calculer la dérivée en fonction de  $z$  de la courbure  $\mathcal{C}_{\text{L,dp}}$  du front d'onde diffracté par un disque de phase. Cette courbure est exprimée à l'équation (5.51) :

$$\mathcal{C}_{\text{L,dp}}(\zeta) = \frac{2\pi\lambda \sin \frac{\phi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2}\right)}{R^2 \zeta^2 I_{\text{dp}}(0, \zeta)}. \quad (\text{C.13})$$

Suivant la variable  $z$ , l'expression de la courbure devient

$$\mathcal{C}_{\text{L,dp}}(z) = \frac{2\pi R^2 \sin \frac{\phi}{2} \cos\left(\frac{\pi R^2}{\lambda z} - \frac{\phi}{2}\right)}{\lambda z^2 I_{\text{dp}}(0, z)}. \quad (\text{C.14})$$

Il vient la dérivée de la courbure  $\mathcal{C}_{\text{L,dp}}$  :

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{C}}_{\text{L,dp}}(z) = \frac{\partial \mathcal{C}_{\text{L,dp}}(z)}{\partial z} = \frac{2\pi R^2}{\lambda} \left[ \frac{2 \sin \frac{\phi}{2} \cos\left(\frac{\pi R^2}{\lambda z} - \frac{\phi}{2}\right)}{z^3 I_{\text{dp}}(0, z)} \right. \\ \left. + \frac{1}{z^2} \left( \frac{\frac{\pi R^2}{\lambda z^2} \sin \frac{\phi}{2} \sin\left(\frac{\pi R^2}{\lambda z} - \frac{\phi}{2}\right) I_{\text{dp}}(0, z) + \sin \frac{\phi}{2} \cos\left(\frac{\pi R^2}{\lambda z} - \frac{\phi}{2}\right) \dot{I}_{\text{dp}}(0, z) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

Si  $z = z_{l,\text{dp}}$ , *ie.* l'intensification atteint un maximum, alors  $\sin(\pi R^2/\lambda z - \phi/2) = 1$  ou  $-1$  (dépend du signe de la phase *cf.* équation (3.64)) et donc  $\cos(\pi R^2/\lambda z - \phi/2) = 0$ . Il vient

$$\dot{\mathcal{C}}_{\text{L,dp}}(z_{l,\text{dp}}) = \frac{2\pi^2 R^4}{\lambda^2 z_{l,\text{dp}}^4} \frac{\left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}{I_{\text{dp}}(0, z_{l,\text{dp}})}. \quad (\text{C.16})$$

Or sur un pic d'intensification

$$\mathcal{I}_{\text{dp}}(0, z_{l,\text{dp}}) = \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| \right)^2, \quad (\text{C.17})$$

d'après l'équation (3.65). Ainsi équation (C.16) devient

$$\begin{aligned} \dot{C}_{L,dp}(z_{l,dp}) &= \frac{2\pi^2 R^4}{\lambda^2 z_{l,dp}^4} \frac{\left| \sin \frac{\phi}{2} \right|}{\left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| \right)^2} \\ &= \frac{\lambda^2}{2\pi^2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|} \frac{4\pi^4 R^4 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|^2}{\lambda^4 z_{l,dp}^4 \left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| \right)^2}, \end{aligned} \quad (C.18)$$

où nous pouvons reconnaître la dimension transverse du « point chaud » sur un pic d'intensification définie à l'équation (5.50) :

$$\dot{C}_{L,dp}(z_{l,dp}) = \frac{\lambda^2}{2\pi^2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right|} \frac{1}{w_{dp}^4(z_{l,dp})}. \quad (C.19)$$

#### C.4 ABAQUE DANS LE CAS D'UN DISQUE DE PHASE

Cette annexe a pour but de donner une expression de l'abaque présentée à la figure 6.2 permettant de spécifier les défauts modélisés par un disque de phase. Revenons à l'expression de l'intensification le long de l'axe optique d'un disque de phase (cf. équation (3.63)) :

$$I_{dp}(0, \zeta) = 1 + 4 \sin^2 \frac{\phi}{2} + 4 \sin \frac{\phi}{2} \sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right). \quad (C.20)$$

Il est important de noter que cette expression est  $2\pi$ -périodique suivant  $\phi$ .

Nous cherchons la distance pour laquelle l'intensification reste en-dessous d'un facteur  $I_s$  :

$$\sin \left( \frac{\pi}{\zeta} - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{I_s - 1 - 4 \sin^2 \frac{\phi}{2}}{4 \sin \frac{\phi}{2}}, \quad (C.21)$$

La prochaine étape est de passer par la fonction arcsin, pour obtenir une expression de  $\zeta$  en fonction de  $\phi$ . Le terme à droite de l'égalité n'est plus  $2\pi$ -périodique. En utilisant la fonction arcsin, nous perdons alors le caractère  $2\pi$ -périodique de l'expression. Cette dernière n'a de sens que si la phase  $\phi$  est comprise dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$  (les phases dans l'intervalle  $[-\pi; 0]$  mène à des distances de propagation négatives). Ce n'est pas forcément problématique, il suffit d'extrapoler les résultats dans l'intervalle  $[0; 2\pi]$  de manière périodique à l'intervalle  $[-\pi; 0]$ . L'expression de la frontière présente dans l'abaque de la figure 6.2 est

$$\zeta = \frac{2\pi}{2 \arcsin \left( \frac{I_s - 1 - 4 \sin^2 \frac{\phi}{2}}{4 \sin \frac{\phi}{2}} \right) + \phi}. \quad (C.22)$$

Trois points particuliers sont repérés sur l'abaque présentée à la figure 6.2 :  $\phi_A$ ,  $\phi_B$  et  $\phi_C$ . Les phases  $\phi_A$  et  $\phi_B$  correspondent à celles d'un disque dépassant à peine le facteur  $I_s$ . Autrement dit le maximum d'intensification donné à l'équation (3.65) est égal à  $I_s$  :

$$\left( 1 + 2 \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| \right)^2 = I_s \Leftrightarrow \left| \sin \frac{\phi}{2} \right| = \frac{\sqrt{I_s} - 1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \phi_A = 2 \arcsin \frac{\sqrt{I_s} - 1}{2}, \\ \phi_B = -2 \arcsin \frac{\sqrt{I_s} - 1}{2}. \end{cases} \quad (C.23)$$

En ce qui concerne la phase  $\phi_C$ , elle correspond à la phase du disque dont la zone de sécurité est la plus éloignée. En reprenant les travaux menés sur la majoration à la section 4.5, l'enveloppe pour un disque de phase vaut (cf. équation (4.13)) :

$$\tilde{I}_{\alpha=1}(\zeta) = \left(1 + 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta} \right| \right)^2. \quad (\text{C.24})$$

La distance de sécurité  $\zeta_C$  associée à  $I_s$  la plus éloignée d'un disque vaut :

$$\left(1 + 2 \left| \sin \frac{\pi}{2\zeta_C} \right| \right)^2 = I_s \Leftrightarrow \frac{1}{\zeta_C} = \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{\sqrt{I_s} - 1}{2} \right). \quad (\text{C.25})$$

Or l'enveloppe  $\tilde{I}_{\alpha=1}$  est obtenue lorsque de la phase du disque vaut :

$$\phi = \frac{\pi}{2\zeta} + \frac{\pi}{2}. \quad (\text{C.26})$$

En recombinaut les équations (C.25) et (C.26), nous obtenons :

$$\phi_C = \arcsin \left( \frac{\sqrt{I_s} - 1}{2} \right) + \frac{\pi}{2}, \quad (\text{C.27})$$

c'est-à-dire

$$\phi_C = \frac{\phi_A + \pi}{2}. \quad (\text{C.28})$$



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] M. NICOLAIZEAU et J.-L. MIQUEL, « LMJ status : fifth bundle commissioning and PW class laser coupling », *Proc. of SPIE* **10898**, 1089802, 2019 (cité page 6).
- [2] A. LIARD et Genevieve Chabassier MICHAEL BRAY, « Laser megajoule optics : II. Wavefront analysis in the testing of large components », *Proc. of SPIE* **3739**, p. 461, 1999 (cité pages 8, 9).
- [3] H. F. TALBOT, « Facts relating to optical science », *Philosophical Magazine* **9** (56), p. 401, 1836 (cité page 9).
- [4] M. BRAY et Genevieve CHABASSIER, « Localized wavefront deformations – propagation in nonlinear media : II. A simple but accurate computational method », *Proc. of SPIE* **3492**, p. 480, 1999 (cité page 10).
- [5] T. A. LAURENCE *et al*, « Metallic-like photoluminescence and absorption in fused silica surface flaws », *Applied Physics Letters* **94**, 151114, 2009 (cité page 11).
- [6] G. T. BEILBY, « Surface Flow in Crystalline Solids under Mechanical Disturbance », *Roy. Soc. Proc.* **72**, p. 218, 1903 (cité page 11).
- [7] T. SURATWALA *et al*, « Sub-surface mechanical damage distributions during grinding of fused silica », *J. Non-Cryst. Solids* **352**, 5601, 2006 (cité page 11).
- [8] J. NÉAUPORT *et al*, « Imaging subsurface damage of grinded fused silica optics by confocal fluorescence microscopy », *Opt. Express* **17**, 3543, 2009 (cité page 11).
- [9] F. SHI *et al*, « Combined technique of elastic magnetorheological finishing and HF etching for high-efficiency improving of the laser-induced damage threshold of fused silica optics », *Applied Optics* **53** (4), p. 598, 2014 (cité page 11).
- [10] C. L. BATTERSBY *et al*, « Effets of wet etch processing on laser-induced damage of fused silica surfaces », *Proc. of SPIE* **3578**, p. 446, 1998 (cité page 11).
- [11] L. W. HRUBESH *et al*, « Chemical etch effects on laser-induced surface damage growth in fused silica », *Proc. of SPIE* **4347**, 553, 2001 (cité page 11).
- [12] L. LAMAIGNÈRE *et al*, « An accurate, repeatable, and well characterized measurement of laser damage density of optical materials », *Rev. Sci. Instrum.* **78** (10), 103105, 2007 (cité pages 12, 51, 157).
- [13] Norme ISO 10110-7, *Optique et photonique – Indications sur les dessins pour éléments et systèmes optiques – Partie 7 : Imperfection de surface*, rapp. tech., AFNOR, 2017 (cité pages 12, 28, 169).
- [14] M. C. NOSTRAND *et al*, « Correlation of laser-induced damage to phase objects in bulk fused silica », *Proc. of SPIE* **5647**, p. 233, 2005 (cité pages 13, 22).
- [15] N. BLOEMBERGEN, « Role of Cracks, Pores, and Absorbing Inclusions on Laser Induced Damage Threshold at Surfaces of Transparent Dielectrics », *Appl. Opt.* **12** (4), p. 661, 1973 (cité page 14).

- [16] C. ZHANG *et al*, « Light intensification effect of trailing indent crack in fused silica subsurface », *Science China Physics, Mechanics & Astronomy* **58** (3), 034201, 2015 (cité page 14).
  - [17] A. SALLEO *et al*, « Laser-induced damage of fused silica at 355 nm initiated at scratches », *Proc. of SPIE* **3244**, p. 341, 1998 (cité pages 14, 22, 29).
  - [18] P. CORMONT *et al*, « Characterization of scratches on fused silica optics and a way to remove them », *Proc. of SPIE* **8530**, 853026, 2012 (cité pages 14, 22).
  - [19] Benoit DA COSTA FERNANDES *et al*, « Understanding the effect of wet etching on damage resistance of surface scratches », *Scientific Reports* **8**, 1337, 2018 (cité page 14).
  - [20] M. PFIFFER, « Amélioration de la tenue au flux laser des composants optiques du Laser MégaJoule par traitement chimique », thèse de doct., Université de Bordeaux, 2017 (cité page 14).
  - [21] E. LAVASTRE *et al*, « Study of downstream impacts induced by defects of sol-gel antireflection layers in high power lasers », *Optical Interference Coatings Conference*, ThA.8, 2019 (cité pages 15, 22, 52, 88).
  - [22] Stavros G. DEMOS *et al*, « Investigation of processes leading to damage growth in optical materials for large-aperture lasers », *Appl. Opt.* **41** (18), p. 3628, 2002 (cité page 16).
  - [23] M. VEINHARD, « Endommagement surfacique de la silice avec des faisceaux laser de type LMJ », thèse de doct., Université Aix-Marseille, 2019 (cité pages 16, 17).
  - [24] Matthieu VEINHARD *et al*, « Quantification of laser-induced damage growth using fractal analysis », *Opt. Lett.* **42** (24), p. 5078, 2017 (cité page 16).
  - [25] Y. ZHENG *et al*, « Studies on transmitted beam modulation effect from laser induced damage on fused silica optics », *Opt Express* **21** (14), p. 16605, 2013 (cité pages 16, 17, 22, 37).
  - [26] Y. ZHENG *et al*, « Modeling and characterization of wavefront morphologies of laser induced damages on dielectric coating », *Optics Communications* **403**, p. 317, 2017 (cité pages 16, 22).
  - [27] S. BOUILLET *et al*, « Measuring a laser focal spot on a large intensity range : effect of optical component laser damages on the focal spot », *Proc. of SPIE* **7405**, 74050W, 2009 (cité pages 17, 22, 29).
  - [28] J. R. SCHMIDT *et al*, « Scattering-induced downstream beam modulation by plasma scalded mirrors », *Proc. of SPIE* **6720**, 67201H, 2007 (cité pages 17, 22, 29).
  - [29] L. XIAOFENG *et al*, « Modulations of the plasma scald on the downstream beam », *Opt. Commun.* **355**, p. 290, 2015 (cité pages 17, 18, 22, 29).
  - [30] V. I. BESPALOV et V. I. TALANOV, « Filamentary Structure of Light Beams in Nonlinear Liquids », *JETP Letters* **3**, p. 307, 1966 (cité pages 18, 144).
  - [31] D. C. BROWN, *High-Peak-Power Nd :Glass Laser Systems* (Springer-Verlag, Berlin, 1981), chap. 7, p. 192 (cité pages 18, 144).
  - [32] E. FEIGENBAUM *et al*, « Light scattering from laser induced pit ensembles on high power laser optics », *Opt. Express* **23** (8), p. 10589, 2015 (cité pages 18, 22, 29).
-

- 
- [33] Eyal FEIGENBAUM *et al*, « Measurement of optical scattered power from laser induced shallow pits on silica », *Appl. Opt.* **54** (28), 8554-8560, 2015 (cité pages 18, 22, 29).
- [34] M. J. MATTHEWS *et al*, « Phase modulation and morphological evolution associated with surface-bound particle ablation », *J. Opt. Soc. Am. B* **30** (12), p. 3233, 2013 (cité pages 18, 88).
- [35] A. BEAUDIER *et al*, « Front and rear surface damage of optical components due to particulate contamination », *Proc. of SPIE* **11173**, 11173-49, 2019, congrès prévu en septembre 2019 (cité pages 18, 172).
- [36] E. MENDEZ *et al*, « Localized CO<sub>2</sub> laser damage repair of fused silica optics », *Appl. Opt.* **45** (21), p. 5358, 2006 (cité pages 19, 91).
- [37] P. CORMONT *et al*, « Impact of two CO<sub>2</sub> laser heatings for damage repairing on fused silica surface », *Opt. Express* **18** (25), 26068-26076, 2010 (cité pages 19, 42).
- [38] T. DOUALLE *et al*, « CO<sub>2</sub> laser microprocessing for laser damage growth mitigation of fused silica optics », *Optical Engineering* **56** (1), 011022, 2016 (cité page 19).
- [39] Manyalibo J. MATTHEWS *et al*, « Downstream intensification effects associated with CO<sub>2</sub> laser mitigation of fused silica », *Proc. of SPIE* **6720**, 67200A, 2008 (cité pages 19, 22, 172).
- [40] H. YANG *et al*, « Downstream light intensification induced by Gaussian mitigation pits using micro-milling on rear KDP surface », *Proc. of SPIE* **10840**, 108400W, 2019 (cité pages 19, 22).
- [41] H. Coič *et al*, « Modeling of the petawatt PETAL laser chain using Miró code », *Appl. Opt.* **56** (34), p. 9491, 2017 (cité page 21).
- [42] F.L. RAVIZZA, « Imaging of Phase Objects using Partially Coherent Illumination », mém. de mast., University of North Texas, 2013, chap. 3, p. 37 (cité page 23).
- [43] R. R. PRASAD *et al*, « Design of an illumination technique to improve the identification of surface flaws on optics », *Proc. of SPIE* **5647**, p. 421, 2005 (cité page 23).
- [44] Frank L. RAVIZZA *et al*, « Process for rapid detection of fratricidal defects on optics using linescan phase-differential imaging », *Proc. of SPIE* **7504**, 75041B, 2009 (cité pages 24, 25, 51).
- [45] F.L. RAVIZZA, « Imaging of Phase Objects using Partially Coherent Illumination », mém. de mast., University of North Texas, 2013, chap. 3, p. 47 (cité page 24).
- [46] R. A. SACKS *et al*, « The virtual beamline (VBL) laser simulation code », *Proc. of SPIE* **9345**, 93450M, 2015 (cité page 24).
- [47] Mike RUNKEL *et al*, « A system for measuring defect induced beam modulation on inertial confinement fusion-class laser optics », *Proc. of SPIE* **5991**, 59912H, 2006 (cité pages 25, 26, 29, 37, 51).
- [48] F. TOURNEMENNE *et al*, « Visual defects diffraction in high power lasers : impact on downstream optics », *Proc. of SPIE* **10447**, 104471Y, 2017 (cité pages 26, 29, 37, 51).
- [49] J. ZHU *et al*, « Key issues of damage resistance of final optics for ICF high power laser facility », *Proc. of SPIE* **10898**, 1089807, 2019 (cité page 26).
-



- [50] Chong LIU *et al.*, « Studies on design of 351 nm focal plane diagnostic system prototype and focusing characteristic of SGII-upgraded facility at half achievable energy performance », *Appl. Opt.* **55** (10), p. 2800, 2016 (cité page 26).
- [51] J. T. HUNT *et al.*, « Hot images from obscurations », *Appl. Opt.* **32** (30), p. 5973, 1993 (cité pages 26, 175).
- [52] M. YOUNG, « The scratch standard is only a Cosmetic standard », *Laser Focus/Electro Optics*, 1985 (cité page 27).
- [53] Matt YOUNG, « Can You Describe Optical Surface Quality With One Or Two Numbers? », *Proc. of SPIE* **0406**, p. 12, 1983 (cité page 27).
- [54] Matt YOUNG, « The Scratch Standard Is Only A Cosmetic Standard », *Proc. of SPIE* **1164**, p. 185, 1989 (cité page 27).
- [55] J. P. MARIOGE, « Polishing process-local defects and roughness : I.-local defects », *Journal of Optics* **24** (4), 177, 1993 (cité pages 27, 28, 30).
- [56] ISO / TR 21477, *Optique et photonique – Préparation des plans pour les éléments et systèmes optiques – Spécification des imperfections de surface et systèmes de mesure*, rapp. tech., AFNOR, 2017 (cité pages 27, 170).
- [57] J. F. BIEGEN, « Determination of the phase change on reflection from two-beam interference », *Optics Letters* **19** (21), 1690, 1994 (cité page 34).
- [58] H. SAUER et J. SURREL, « Contraste interférentiel différentiel Nomarski en microscopie », *Photoniques* **86**, 40, 2017 (cité page 37).
- [59] L. LAMAIGNÈRE *et al.*, « A powerful tool for comparing different test procedures to measure the probability and density of laser induced damage on optical materials », *Review of Scientific Instruments*, soumis à publication (cité pages 42, 109, 110).
- [60] M. BORN et E. WOLF, *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Pergamon Press, Oxford, 1959 [6<sup>ème</sup> éd. 1980]), chap. 8, p. 392 (cité pages 52, 75).
- [61] R BORGHI, « Uniform asymptotics of paraxial boundary diffraction waves », *J. Opt. Soc. Am. A* **32** (4), p. 685, 2015 (cité pages 53, 70).
- [62] C HUYGENS, *Traité de la lumière* (Chez Pierre van der Aa, Leyde, 1690), (cité page 53).
- [63] I NEWTON, *Opticks : Or, a treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light* (Imprimé pour William Innys, Londres, 1704 [[4<sup>ème</sup> éd. 1730]]) (cité page 53).
- [64] A. FRESNEL, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France* (*Acad. Sci.*, Paris, 1826), tome 5, p. 339 (cité pages 53, 69).
- [65] M. BORN et E. WOLF, *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Pergamon Press, Oxford, 1959 [6<sup>ème</sup> éd. 1980]), chap. 8, p. 371 (cité page 53).
- [66] J. W. GOODMAN, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill Companies, New York, 1968 [2<sup>ème</sup> éd. 1988]), chap. 3, p. 36 (cité page 54).
-

- 
- [67] M. LAX *et al.*, « From Maxwell to paraxial wave optics », *Phys. Rev. A* **11**, p. 1365, 1975 (cité pages 56, 180).
- [68] R. BORCHI et M. SANTARSIERO, « Summing Lax series for nonparaxial beam propagation », *Opt. Lett.* **28** (10), p. 774, 2003 (cité page 56).
- [69] M. BORN et E. WOLF, *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Pergamon Press, Oxford, 1959 [6<sup>ème</sup> éd. 1980]), chap. 1, p. 9 (cité page 56).
- [70] D. J. GRIFFITHS, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice-Hall Inc., Upper Saddle River, 1981 [[3<sup>ème</sup> éd. 1999]]) (cité page 56).
- [71] G. KIRCHHOFF, « Zur Theorie der Lichtstrahlen », *Annalen der Physik* **254** (4), p. 663, 1883 (cité page 57).
- [72] A. SOMMERFELD, « Die Greensche Funktion der Schwingungsgleichung. », *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* **21**, p. 309, 1912 (cité page 59).
- [73] J. SAATSI et P. VICKERS, « Miraculous Success? Inconsistency and Untruth in Kirchhoff's Diffraction Theory », *British Journal for the Philosophy of Science*, 2011 (cité page 60).
- [74] R. L. LUCKE, « Rayleigh–Sommerfeld diffraction and Poisson's spot », *European Journal of Physics* **27** (2), p. 193, 2006 (cité pages 60, 71, 185).
- [75] W. H. SOUTHWELL, « Validity of the Fresnel approximation in the near field », *J. Opt. Soc. Am.* **71** (1), p. 7, 1981 (cité pages 61, 62).
- [76] J. W. GOODMAN, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill Companies, New York, 1968 [2<sup>ème</sup> éd. 1988]), chap. 4, p. 69 (cité page 61).
- [77] O. MORICE, « Miro : Complete modeling and software for pulse amplification and propagation in high-power laser systems », *Optical Engineering* **42** (6), p. 1530, 2003 (cité pages 64, 125, 132, 144, 150).
- [78] J. W. GOODMAN, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill Companies, New York, 1968 [2<sup>ème</sup> éd. 1988]), chap. 4, p. 73 (cité page 65).
- [79] F. TOURNEMENNE *et al.*, « Strong Light Intensifications Yielded by Arbitrary Defects : Fresnel Diffraction Theory Applied to a Set of Opaque Disks », *Phys. Rev. Applied* **11**, 034008, 2019 (cité pages 66, 111).
- [80] O. BRYNGDAHL, « Diffraction patterns of small phase objects measured in the microwave region », *Ark. Fysik.* **16** (6), p. 69, 1959 (cité page 66).
- [81] A. BABINET, *Compte Rendu des séances de l'Académie des Sciences* (*Acad. Sci.*, Paris, 1837), tome 4, p. 644 (cité page 67).
- [82] L. A. NECKER, « Prof. L. A. Necker's Observation on some remarkable Optical Phenomena seen in Switzerland », *Philosophical Magazine* **1** (5), p. 329, 1832 (cité pages 67, 68).
- [83] G. BRUHAT, *Optique* (Masson & Cie, Paris, 1930 [4<sup>ème</sup> éd. 1954]), chap. 11, p. 238 (cité page 68).
- [84] M. BORN et E. WOLF, *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Pergamon Press, Oxford, 1959 [6<sup>ème</sup> éd. 1980]), chap. 8, p. 381 (cité page 68).
-

- [85] M. TOTZECK et M. A. KRUMBUGEL, « Extension of Babinet's principle and the Andrews boundary diffraction wave to weak phase objects », *J. Opt. Soc. Am. A* **11** (12), p. 3235, 1994 (cité page 68).
- [86] F. ARAGO, *Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel* (H. de Senarmont, 1866), tome 1, p. 236 (cité page 69).
- [87] T. YOUNG, *A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts* (Imprimé pour J. Johnson, Londres, 1807), lecture 39 : On the nature of light and colours, p. 464 (cité page 69).
- [88] A. FRESNEL, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France* (Acad. Sci., Paris, 1826), tome 5, p. 460, voir note de bas de page (cité page 69).
- [89] J. & V. ROSMORDUC et F. DUTOUR, *Les révolutions de l'optique et l'œuvre de Fresnel* (édition Vuibert, 2004), ch. 9, p. 120 (cité page 69).
- [90] G. BRUHAT, *Optique* (Masson & Cie, Paris, 1930 [4<sup>ème</sup> éd. 1954]), ch. 9, p. 167 (cité page 70).
- [91] A. RUBINOWICZ, « Thomas Young and the theory of diffraction », *Nature* **180**, p. 160, 1957 (cité page 70).
- [92] N. BLEISTEIN et R. A. HANDELSMAN, *Asymptotic Expansion of Integrals*, New York, 1975), (cité page 70).
- [93] J. W. GOODMAN, *Statistical Optics* (John Wiley & Sons Inc., New York, 1985 [Wiley Classics Library éd. 2000]), chap. 2, p. 19 (cité page 80).
- [94] N. OTSU, « A threshold selection method from gray-level histograms », *IEEE Trans. Sys., Man., Cyber.* **9**, p. 62, 1979 (cité page 88).
- [95] J. C. LAGARIAS *et al*, « Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions », *SIAM Journal of Optimization* **1**, p. 112, 1998 (cité page 90).
- [96] J.H. MARBURGER, « Self-focusing : Theory », *Progress in Quantum Electronics* **4**, p. 35, 1975 (cité page 125).
- [97] F. HACHE, *Optique non linéaire* (EDP Sciences et CNRS éditions, 2016), ch. 3, p. 44 (cité page 128).
- [98] F. HACHE, *Optique non linéaire* (EDP Sciences et CNRS éditions, 2016), ch. 5, p. 71 (cité page 128).
- [99] D. C. BROWN, *High-Peak-Power Nd :Glass Laser Systems* (Springer-Verlag, Berlin, 1981), chap. 1, p. 41 (cité page 128).
- [100] D. MILAM, « Review and assessment of measured values of the nonlinear refractive-index coefficient of fused silica », *Appl. Opt.* **37** (3), p. 546, 1998 (cité pages 129, 144, 149).
- [101] N. B. ABRAHAM et W. J. FIRTH, « Overview of transverse effects in nonlinear-optical systems », *J. Opt. Soc. Am. B* **7** (6), p. 951, 1990 (cité page 129).
- [102] S. A. AKHMANOV *et al*, « Self-Focusing and Self-Trapping of Intense Light Beams in a Nonlinear Medium », *Soviet Physics JETP* **23** (6), p. 1025, 1966 (cité page 130).
- [103] P. P. BANERJEE, *Nonlinear Optics* (Inc. Marcel Dekke, 2004), ch. 4, p. 83 (cité page 130).
-

- 
- [104] P. P. BANERJEE, *Nonlinear Optics* (Inc. Marcel Dekke, 2004), ch. 1, p. 28 (cité page 130).
- [105] J.H. MARBURGER, « Self-focusing : Theory », *Progress in Quantum Electronics* **4**, p. 49, 1975 (cité page 131).
- [106] J. GARNIER, « Statistical analysis of noise-induced multiple filamentation », *Phys. Rev. E* **73**, 046611, 2006 (cité page 132).
- [107] V. M. PÉREZ-GARCIA et G. D. MONTESINOS, « The method of moments for nonlinear Schrodinger equations : theory and applications », *SIAM J. Appl. Math. Soc.* **67**, p. 990, 2007 (cité page 132).
- [108] S. N. VLASOV *et al*, « Averaged description of wave beams in linear and nonlinear media (the method of moments) », *Radiophys. Quantum Electron.* **14**, p.1062, 1971 (cité page 132).
- [109] M. FLAMMINI *et al*, « Observation of Bessel-beam self-trapping », *Phys. Rev. A* **98**, 033808, 2018 (cité page 132).
- [110] T. WULLE et S. HERMINGHAUS, « Nonlinear Optics of Bessel Beams », *Phys. Rev. Letters* **70** (10), p. 1401, 1993 (cité page 132).
- [111] J. E. HARVEY et J. L. FORGHAM, « The spot of Arago : New relevance for an old phenomenon », *Am. J. Phys.* **52** (3), p. 243, 1984 (cité page 133).
- [112] S. SANTRAN *et al*, « Precise and absolute measurements of the complex third-order optical susceptibility », *J. Opt. Soc. Am. B* **21** (21), p. 2180, 2004 (cité page 149).
- [113] M. MERO *et al*, « Scaling laws of femtosecond laser pulse induced breakdown in oxide films », *Phys. Rev. B* **71**, 115109, 2005 (cité page 152).
- [114] J. O. PORTEUS et Steven C. SEITEL, « Absolute onset of optical surface damage using distributed defect ensembles », *Appl. Opt.* **23** (21), p. 3796, 1984 (cité page 152).
- [115] H. KROL *et al*, « Investigation of nanoprecursors threshold distribution in laser-damage testing », *Optics Communications* **256**, p. 184, 2005 (cité page 152).
- [116] F. TOURNEMENNE *et al*, « A change of paradigm for visual defects specification in high power lasers », *Proc. of SPIE* **10898**, 1089805, 2019 (cité page 155).
- [117] M. D. FEIT, « Statistical description of laser damage initiation in NIF and LMJ Optics at 355 nm », *Proc. of SPIE* **3492**, p. 188, 1999 (cité page 157).
- [118] D. C. BROWN, *High-Peak-Power Nd :Glass Laser Systems* (Springer-Verlag, Berlin, 1981), chap. 7, p. 196 (cité page 165).
- [119] D. C. BROWN, *High-Peak-Power Nd :Glass Laser Systems* (Springer-Verlag, Berlin, 1981), chap. 1, p. 45 (cité page 165).
- [120] C. C. WIDMAYER *et al*, « Nonlinear holographic imaging of phase errors », *Appl. Opt.* **37**, p. 4801, 1998 (cité page 175).
- [121] Sergey G. GARANIN *et al*, « Risky intensity peaks resulting from nonlinear holographic imaging », *Appl. Opt.* **50** (21), p. 3733, 2011 (cité page 175).
- [122] M. BONDANI *et al*, « Holography by nondegenerate  $\chi^{(2)}$  interactions », *J. Opt. Soc. Am. B* **20** (1), p. 1, 2003 (cité page 176).
- [123] M. BORN et E. WOLF, *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Pergamon Press, Oxford, 1959 [6<sup>ème</sup> éd. 1980]), chap. 8, p. 431 (cité page 183).
-

## Résumé

Chaque faisceau d'un laser de puissance, tel que le Laser MégaJoule, est mis en forme et voit son énergie amplifiée à l'aide d'une centaine de composants optiques tels que des plaques de verre amplificateur, des lentilles, des miroirs, des lames de phase, des réseaux... Évidemment ces composants ne sont pas parfaitement réalisés et ils présentent à leurs surfaces des défauts de fabrication. Ces imperfections peuvent être dues aux outils de polissage des composants, aux dépôts antireflet ou même apparaître au cours de la phase d'exploitation ou de remédiation du composant. Ces défauts contribuent à une baisse des performances du Laser MégaJoule que ce soit au niveau de l'énergie déposée au centre de la chambre d'expériences ou à l'endommagement accéléré des composants optiques placés en aval. Actuellement la norme ISO 10110-7 est utilisée pour spécifier les défauts d'aspect. Cependant elle manque de justification pour les besoins d'une chaîne laser de puissance. Dans le cadre de la thèse nous nous intéressons exclusivement à l'endommagement fratricide local des composants optiques. Un défaut présent à la surface du composant module l'onde lumineuse par phénomène de diffraction. Un « point chaud » peut apparaître dans le faisceau laser augmentant alors la densité locale surfacique d'énergie appliquée aux composants suivants. La loi d'endommagement prédit une augmentation de la probabilité d'endommagement puisque la densité d'énergie est modifiée. Une première étude, fondée sur les équations de Fresnel, met en évidence les paramètres intéressants à spécifier pour prédire les intensifications engendrées par des défauts typiques. Le lien entre paramètres du défaut et intensifications diffractées est, ensuite, validé expérimentalement sur des cas réels de défauts. Une seconde étude établit un seuil exprimé en puissance en deçà duquel l'hypothèse d'une propagation linéaire, selon les équations de Fresnel, est valide. La cohérence des résultats donnés par le seuil en puissance et par la simulation numérique renforce l'idée voulant que la propagation d'un « point chaud » en présence d'effet Kerr soit sensiblement différente de celle d'un faisceau gaussien. Fort de ces deux résultats nous sommes en capacité d'établir une spécification des défauts d'aspect en ayant une meilleure compréhension de l'endommagement fratricide local.

Mots clefs : Laser de Puissance, Diffraction, Endommagement Laser, Métrologie Optique, Défaut de Phase, Effet Kerr

---

## Abstract

Each beam of a high power laser facility, such as the Laser MégaJoule, is shaped and amplified thanks to hundreds optical components such as amplifier slabs at Brewster's angle, lenses, mirrors, phase plates, diffraction gratings... Of course, all these components cannot be perfect; there are some defects on their surface. These imperfections appear at each stage of the life of the component, during polishing, coating, or mitigation process or when the component is used on the facility. They have a huge impact on the energy losses delivered on the target and they decrease the resistance of downstream components to intense light. The ISO 10110-7 standard is currently used to specify the visual defects. However, this standard is poorly justified and do not fit a high power laser needs. In this thesis, we are focused on the fratricide effect. Light propagates through a defect, then, some intensity modulations appear along the propagation. The damage law states that high energy density leads to an increase of the damage probability. Firstly, we investigate the characteristic parameters of the defect morphology linked to the formation of downstream « hot spots ». Then, the link between these typical parameters and the high intensifications are confirmed by experiments on real defects. Secondly, a power criterion is demonstrated to guarantee the linear propagation hypothesis. This criterion is compared to numerical simulations and it is shown how the nonlinear propagation, induced by Kerr effect, can be different between the « hot spot » formed by a defect and a Gaussian beam. Finally, the results are used to improve the visual defect specification thanks to a better understanding of the fratricide effect.

Keywords : High Power Laser, Diffraction, Laser Damage, Optical Metrology, Phase Defect, Kerr Effect