



HAL
open science

Interaction entre ultrasons de puissance et fluides complexes

Thibaut Dochy

► **To cite this version:**

Thibaut Dochy. Interaction entre ultrasons de puissance et fluides complexes. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2018. Français. NNT : 2018TOU30298 . tel-02392921

HAL Id: tel-02392921

<https://theses.hal.science/tel-02392921>

Submitted on 4 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *10/12/2018* par :

Thibaut DOCHY

Interaction entre ultrasons de puissance et fluides complexes

JURY

XAVIER JACOB	Maître de conférences de l'Université de Toulouse III Professeur de l'Université de Toulouse III	Directeur de thèse
MARIE CATHERINE CHARRIER-MOJTABI	Professeur de l'Université de Toulouse III	Examinateur
ABDLEKADER MOJTABI	Professeur de l'Université de Toulouse III	Examinateur
VALERY BOTTON	Professeur INSA de Lyon	Examinateur
MEJDI AZAIEZ	Professeur de l'Université de Bordeaux I	Rapporteur
MOUNIR BOU-ALI	Professeur de l'Université de Mondragon-Espagne	Rapporteur

École doctorale et spécialité :

MEGEP : Dynamique des fluides

Unité de Recherche :

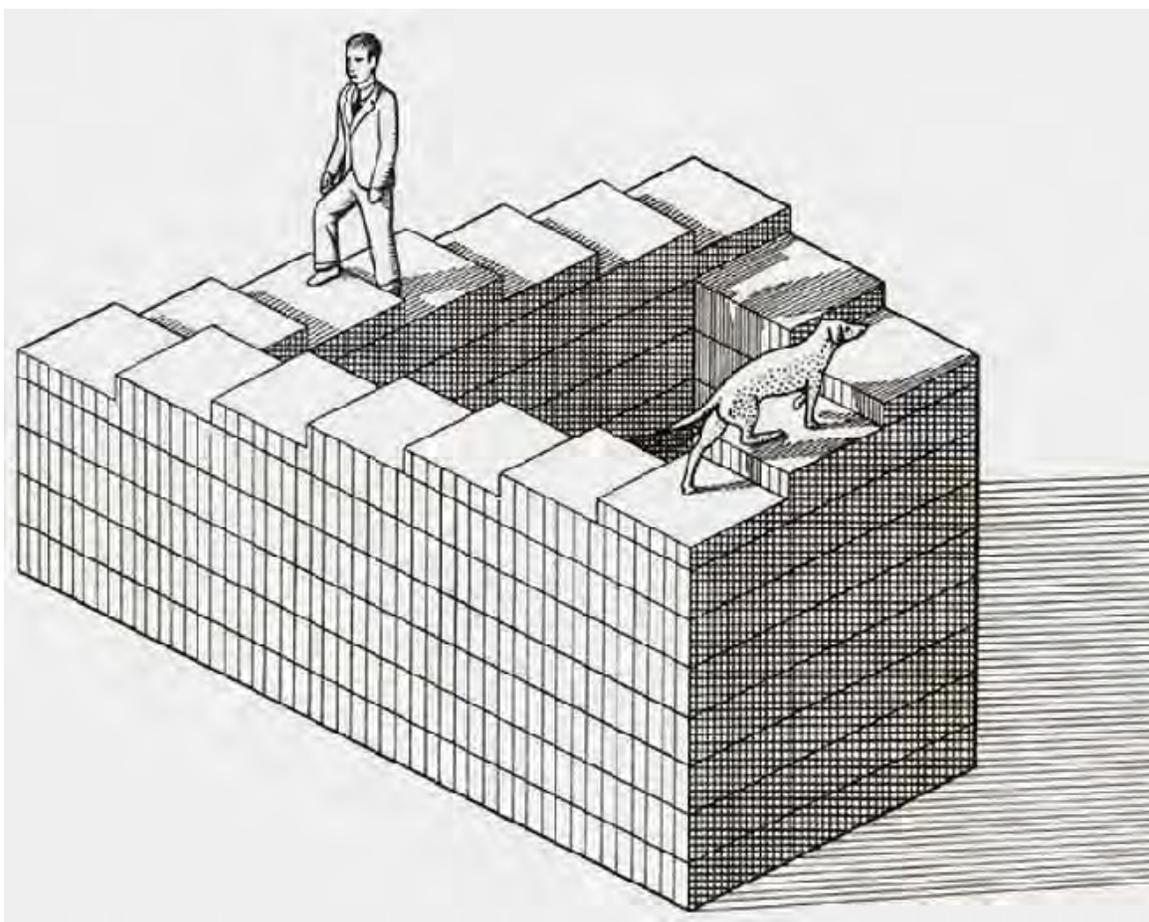
Institut de Mécanique des fluides de Toulouse (UMR 5502)

Directeur(s) de Thèse :

Xavier Jacob et Marie-Catherine Charrier-Mojtabi

Rapporteurs :

Pr. Mejdj Azaiez et Pr. Mounir Bou-Ali



Regarde spectateur, l'une des plus parfaites machines créée par les dieux infernaux pour l'anéantissement mathématique d'une vie humaine. Mais quel est donc ce paradoxe ? C'est la science, bien sûr ! car il n'y a qu'une réponse à ses méfaits et à ses périls, encore plus de sciences. Heureusement, pour moi, je n'ai qu'à suivre Einstein, pour trouver la sortie.

*Image : L'escalier impossible de Lionel Penrose
Citation : Romain Gary Jean Cocteau*

Résumé On étudie l'évolution d'une solution initialement homogène constituée de deux espèces soumises à un gradient thermique qui génère un transfert de matière, ce qui peut conduire à la séparation des espèces du fluide binaire. La configuration choisie pour étudier la séparation est une cellule rectangulaire (ou parallélépipédique), horizontale et placée dans le champ de pesanteur. La présence d'une source piézo-électrique, sur l'une des parois verticales de la cavité, permet de générer un écoulement stationnaire à grande échelle. L'écoulement est induit par la propagation d'ondes ultrasonores au sein du fluide visqueux : la dissipation de l'énergie acoustique de l'onde au sein du fluide porte le nom d'Eckart streaming. On cherche à optimiser la séparation en combinant gradient thermique et source acoustique.

La première partie consiste en l'étude de l'écoulement isotherme généré par l'onde ultrasonore dans un fluide mono-constituant. Après avoir calculé le champ d'intensité acoustique avec l'intégrale de Rayleigh, le profil est implémenté dans un code aux éléments finis Comsol Multiphysics. Les résultats numériques sont comparés avec des résultats expérimentaux antérieurs.

Dans une seconde partie, on considère une cavité contenant un fluide binaire. On détermine analytiquement, à l'aide du logiciel Maple, la séparation (différence de fraction massique entre les deux extrémités de la cellule) en fonction des paramètres de contrôle du problème. Des simulations numériques 2D et 3D ont montré un bon accord entre les résultats analytiques et numériques, pour un paramètre acoustique constant et un chauffage par le bas ou par le haut de la cellule. Le problème considéré dépend alors de huit paramètres adimensionnels. Trois d'entre eux sont propres à la nature du fluide binaire : le nombre de Lewis Le , de Prandtl Pr et le facteur de séparation ψ . Il y a ensuite deux paramètres de contrôle, le nombre de Rayleigh thermique Ra et la force acoustique adimensionnelle A . Enfin, les autres paramètres adimensionnels sont les deux rapports d'aspect de la cavité, ainsi que l'épaisseur relative du faisceau acoustique ϵ .

Mots clés : *acoustic streaming, thermogravitation, Effet Soret, séparation, fluide binaire, ondes ultrasonores.*

Abstract The evolution of an initially homogeneous solution consisting of two species subjected to a thermal gradient which generates a mass transfer, which can lead to the separation species from the binary fluid, is studied. The configuration chosen to study the separation is a rectangular (or parallelepipedic) cell, horizontal and placed in the gravitational field. The presence of a piezoelectric source on one of the vertical walls of the cavity makes it possible to generate a stationary flow on a large scale. The flow is induced by the propagation of ultrasonic waves within the viscous fluid : the dissipation of the acoustic energy of the wave within the fluid is called Eckart streaming. We seek to optimize the separation by combining thermal gradient and acoustic source.

The first part consists of the study of the isothermal flow generated by the ultrasonic wave in a monoconstituent fluid. After calculating the acoustic intensity field with the Rayleigh integral, the profile is implemented in a Comsol Multiphysics finite element code. The numerical results are compared with previous experimental results.

In a second part, we consider a cavity containing a binary fluid. A configuration heated from the top is privileged to allow the insertion of an acoustic source. The separation (difference of mass fraction between the two ends of the cell) is determined analytically using the Maple software as a function of the control parameters of the problem. 2D and 3D numerical simulations showed a good agreement between the analytical and numerical results, for a constant acoustic parameter. The problem considered depends on eight dimensionless parameters. Three of them are specific to the nature of the binary fluid : the Lewis number Le , the Prandtl number Pr and the separation factor ψ . There are then two control parameters, the thermal Rayleigh number Ra and the adimensional acoustic force A . Finally, the other dimensionless parameters are the two aspect ratios of the cavity, as well as the relative thickness of the beam.

Keywords : *acoustic streaming, thermogravitation, Soret effect, species separation, binary fluid, acoustic waves.*

Table des matières

I	État de l'Art	1
1	Séparation en fluide binaire	5
1.1	L'histoire de la séparation : éléments historiques	5
1.2	Thermodiffusion	7
1.3	Effet Fourier et Dufour	9
1.4	Convection	10
1.5	Approximation de Boussinesq	11
1.6	Nombres adimensionnels	12
1.6.1	Facteur de séparation	12
1.6.2	Nombre de Prandtl	13
1.6.3	Nombre de Lewis	13
1.7	Diffusion thermogravitationnelle	14
2	Courant acoustique	17
2.1	Historique	17
2.2	Modèle de Nyborg	18
2.3	Force acoustique d'entraînement pour une onde plane harmonique	24
2.4	Extensions du modèle de Nyborg	26
2.5	Propagation acoustique non linéaire et courant acoustique	27
2.5.1	Coefficient de non linéarité	27
2.5.2	Distance de discontinuité et nombre de Goldberg	29
2.5.3	Equation de KZK	31

2.6	Mélanges binaires et ondes ultrasonores	32
II	Écoulement induit par ultrasons	35
3	Courant acoustique et rayonnement acoustique	39
3.1	Rayonnement acoustique : sources planes	39
3.2	Écoulement potentiel	43
3.3	Formalisme de Fourier	45
3.4	Champ proche et champ lointain	48
3.5	Validation du calcul numérique	49
3.5.1	Champ de pression sur l'axe	49
3.5.2	Champ de pression, vitesse et intensité	52
3.6	Rayonnement pour le calcul d'écoulement induit	55
3.6.1	Configuration expérimentale	55
3.6.2	Pression acoustique	56
3.6.3	Vitesse et intensité acoustique	57
3.6.4	Force acoustique	60
3.7	Rayonnement acoustique : modèle non-linéaire	62
4	Écoulement induit en 2D	65
4.1	Champ proche	66
4.2	Écoulement induit en fonction de la puissance	71
4.3	Champ lointain	79
4.3.1	Écoulement induit en fonction de la puissance	81
5	Écoulement induit en 3D	85
5.1	Écoulement induit en champ proche	88
5.1.1	Écoulement induit à la puissance $P=1.4W$	88
5.1.2	Écoulement induit de $P=2.8 W$ à $5.6W$	93
5.2	Champ lointain	94

III	Influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces d'un fluide binaire	99
6	Modèle couplé et solution analytique en 2D	103
6.1	Formulation mathématique	104
6.1.1	Équation de continuité pour un fluide incompressible	104
6.1.2	Équation de Navier-Stokes	105
6.1.3	Équation de conservation de l'énergie	105
6.1.4	Équation de conservation des espèces	106
6.2	Forme adimensionnée des équations	107
6.2.1	Conditions aux limites et différentes hypothèses	108
6.2.2	Synthèse des paramètres adimensionnels du problème	111
6.3	Solution analytique en 2D	112
6.3.1	Paramètres de contrôle : cas chauffé par le haut	115
6.3.2	Configuration optimale en présence d'un faisceau acoustique	118
7	Simulations numériques (Comsol)	125
7.1	Modèle A constant en 2D	129
7.1.1	Configuration chauffée par le bas : iso-C	129
7.1.2	Configuration chauffée par le haut : iso-C	130
7.1.3	Champ de vitesses	133
7.2	Modèle A constant en 3D : iso-C et champ de vitesses	137
7.3	Modèle A variable en 2D : iso-concentration et champ de vitesse	142
7.3.1	Source circulaire	142
7.3.2	Source carrée	147
7.4	Modèle A variable en 3D	149
7.4.1	Source circulaire	149
7.4.2	Source carrée	157

A	Instabilité de Rayleigh-Bénard	165
B	Pression acoustique et directivité	169
	B.1 Pression acoustique	169
	B.2 Directivité	173
C	Atténuation acoustique, puissance et non linéarité	177
	C.1 Atténuation acoustique	177
	C.2 Puissance acoustique	178
	C.3 Influence de la non-linéarité	180
D	Force acoustique adimensionnée	181
	D.1 Source carrée	181
	D.2 Source circulaire	182
	D.2.1 Force acoustique adimensionnelle	186
E	Étude de fluides binaires	189
	E.1 Fluide binaire : eau -éthanol	189
	E.2 Fluide binaire : eau -isopropanol	191
	E.3 Paramètres de contrôle : cas chauffé par le bas	192
	E.3.1 Mélange eau-éthanol (Platten)	192
	E.3.2 Mélange eau-éthanol (Moses)	193
	E.3.3 Mélange eau-éthanol (Fineberg et Laporta)	193
	E.3.4 Mélange eau-isopropanol	194
	E.4 Configurations optimales chauffées par le bas	197
	E.4.1 Mélange eau-éthanol (Moses)	197
	E.4.2 Mélange eau-éthanol (Moses)	198
	E.4.3 Mélange eau-éthanol (Fineberg)	200
	E.5 Prédiction Maple : champ de vitesse	201
	E.5.1 Chauffé par le bas	202
	E.5.2 Chauffé par le haut	203
	E.5.3 Représentation graphique et Interprétation	204

E.5.4	Influence du couple (Ra,m)	208
E.6	Simulation numérique (comsol)	211
Bibliographie		215

Table des figures

1.1	Liber de arte distillandi de simplicibus	6
1.2	Schéma de la configuration $D_T > 0$	7
1.3	Schéma de Thermodiffusion pure	9
1.4	Convection naturelle	10
1.5	Thermodiffusion gravitationnelle	16
2.1	Configuration chauffée par le haut	32
3.1	Représentation du disque plan [119]	41
3.2	Système de coordonnées pour la source rectangulaire .	46
3.3	Différentes zones du rayonnement	48
3.4	Pression acoustique : source carrée ($a = 5\lambda$)	50
3.5	Pression acoustique : source carrée ($a = 10\lambda$)	50
3.6	Pression acoustique : source circulaire ($a = 10\lambda$) . . .	51
3.7	Schéma de configuration : source rectangulaire	51
3.8	Représentation source rectangulaire taille 0.5λ par 10λ	52
3.9	Pression, vitesse et intensité acoustique en champ proche	53
3.10	Pression, vitesse et intensité acoustique en champ lointain	54
3.11	Schéma de la configuration	55
3.12	Pression acoustique en champ proche	57
3.13	Vitesse acoustique en champ proche	58
3.14	Module de l'intensité acoustique en champ proche . . .	59
3.15	Force acoustique $f_{ac,z}$ en champ proche	60
3.16	Force acoustique $f_{ac,y}$ en champ proche	61

3.17	Pression acoustique longitudinale : fondamental et quatre premiers harmoniques	63
4.1	Champ proche : configuration expérimentale (Moudjed)	66
4.2	Maillage sous Comsol : champ proche	68
4.3	Profils transversaux de l'intensité acoustique normalisée	70
4.4	Écoulement induit (P=1.4W) en champ proche 2D . .	71
4.5	Force acoustique importée sous Comsol (P=5.6W) . .	73
4.6	Force acoustique (N/m^3)	74
4.7	Contribution des différents harmoniques (P=5.6W, $\alpha_{ac} = f(\text{fréquence})$)	76
4.8	Norme de la vitesse de l'écoulement induit (P=5.6W)	77
4.9	Vitesse analytique de l'écoulement induit en fonction de la puissance acoustique	79
4.10	Champ lointain : configuration (Moudjed)	80
4.11	Force acoustique $f_{ac,x,y,z}$ en champ lointain	81
4.12	Maillage sous Comsol : champ lointain	82
4.13	Écoulement induit en champ lointain 2D	83
5.1	Calcul du rayonnement acoustique	86
5.2	Force acoustique $f_{ac,z}$ en champ proche	87
5.3	Représentation du maillage en champ proche 3D	88
5.4	Écoulement induit (P=1.4W) en champ proche 3D . .	89
5.5	Recirculations de l'écoulement en champ proche 3D . .	90
5.6	Écoulement induit : coupes transversales (P=1.4W) .	92
5.7	Écoulement induit : coupes longitudinales P=2.8, 5.6W	93
5.8	Représentation du maillage en champ lointain 3D . . .	95
5.9	Écoulement induit en champ lointain 3D	96
5.10	Écoulement induit : coupes longitudinales (P=1.4,2.8W)	97
6.1	Représentation de la cavité horizontale en 2D	103
6.2	Évolution du facteur m selon (A,Ra)	117

6.3	Évolution du facteur m selon (A, Ra)	119
6.4	Évolution du facteur m selon (A, ϵ)	121
6.5	Paramètres de contrôle A : mélange 2	122
7.1	Schéma de définition	126
7.2	Maillage 2D	127
7.3	Iso-C dans le cas chauffé par le bas ($A=95, Ra=2000$)	129
7.4	Iso-C dans le cas chauffé par le bas ($A=10000, Ra=2000$)	129
7.5	Iso-C cas chauffé par le haut ($A=100, Ra=0$)	130
7.6	Iso-C cas chauffé par le haut ($A=175, Ra=4000$)	131
7.7	Iso-C cas chauffé par le haut ($A=275, Ra=8000$)	131
7.8	Iso-C cas chauffé par le haut ($A=325, Ra=10000$)	131
7.9	Iso-C cas chauffé par le haut ($A=1070, Ra=100\ 000$)	131
7.10	Coupe longitudinale du champ C ($A=325, Ra=100\ 000$)	132
7.11	Régime monocellulaire dans le cas ($A=175, Ra=4000$)	134
7.12	Recirculations dans le cas ($A=1070, Ra = 10^5$)	134
7.13	Champ de vitesses et fonction de courant	134
7.14	Coupe transversale (numérique) de la vitesse	135
7.15	Iso-C (3D) avec le couple ($A=1070, Ra=10^5$)	138
7.16	Champ de vitesse issu du modèle 3D	140
7.17	Iso-C (3D) avec le couple ($A=325, Ra=10^4$)	141
7.18	Force acoustique : source circulaire (2D)	143
7.19	Écoulement induit : source circulaire (2D)	143
7.20	Iso-Concentrations : source circulaire (2D)	144
7.21	Coupe longitudinale du champ C ($A=325, Ra=100\ 000$)	144
7.22	Paramètre acoustique : source circulaire (2D)	145
7.23	Écoulement induit : source circulaire (2D)	145
7.24	Iso-Concentrations : source circulaire (2D)	146
7.25	Coupe longitudinale du champ C ($A=325, Ra=100\ 000$)	146
7.26	Force acoustique : source carrée (2D)	148
7.27	Écoulement induit : source carrée (2D)	148

7.28	Iso-Concentrations : source carrée (2D)	148
7.29	Maillage de la cavité parallélépipédique	150
7.30	Force acoustique implémentée sous Comsol (3D)	152
7.31	Iso-C : source circulaire (3D)	153
7.32	Iso-C : coupes longitudinales	154
7.33	Iso-C : coupes horizontales, source circulaire (3D)	155
7.34	Écoulement induit : norme de la vitesse	156
7.35	Maillage de la cavité : configuration multi-sources	158
7.36	Iso-C (3D) avec le couple ($A=325, Ra=10^4$)	159
7.37	Vitesse longitudinale dans le cas ($A=325, Ra=10^4$)	160
A.1	Cas Rayleigh-Bénard : champ de vitesse	167
A.2	Stabilité de l'état conducteur d'un fluide pur	168
B.1	Pression axiale en champ proche	170
B.2	Pression axiale en champ très proche	171
B.3	Solution analytique de la pression acoustique	172
B.4	Représentation fonction Bessel $J_1(kas\sin\theta)$	174
B.5	Représentation de la directivité $D(\theta)$	175
D.1	Source carrée : force acoustique	181
D.2	Source circulaire : force acoustique	183
D.3	Schéma de configuration (3D)	185
D.4	Force acoustique $A_{ac,z}(x, y, z)$ (3D)	186
D.5	Force acoustique $A_{ac,x}(x, y, z), A_{ac,y}(x, y, z)$ (3D)	187
E.1	Étude du facteur m dans le cas de eau-éthanol (Platten)	192
E.2	Étude du facteur m dans le cas eau-éthanol (Moses)	193
E.3	Étude du facteur m dans le cas eau éthanol (Fineberg)	194
E.4	Étude du facteur m (eau-isopropanol)	195
E.5	Analyse du facteur m : mélange 1 (eau-éthanol)	197
E.6	Analyse du facteur m : mélange 2 (eau-éthanol)	199

E.7	Champ de vitesse $u_1(y)$ pour $y=(0,0.5)$	204
E.8	Champ de vitesse $u_2(y)$ pour $y=(0.5,1)$	205
E.9	Champ de vitesse $u_2(y)$ pour $y=(0.90,1)$	206
E.10	Champ de vitesse $u_1(y)$ pour $y=(0,0.5)$ avec m qui varie	210
E.11	Champ de vitesse ($A=390, Ra=1708$)	211
E.12	Mise en évidence de recirculations	212
E.13	Mise en évidence du régime monocellulaire	213
E.14	Iso-C dans le cas chauffé par le bas ($A=390, Ra=1708$)	213
E.15	Iso-C dans le cas chauffé par le bas ($A=80, Ra=1000$)	213
E.16	Iso-C dans le cas chauffé par le bas ($A=100, Ra=163$)	214

Liste des tableaux

3.1	Représentation des différentes configurations de sources	49
3.2	Géométrie de la configuration	56
3.3	Propriété du fluide (eau) et de la source acoustique . .	56
3.4	Discretisation du domaine et de la source	57
3.5	Application numérique : p_{ac} , v_{ac} , I_{ac}	59
3.6	Amplitude de l'intensité et de la force acoustique . . .	60
3.7	Paramètres du calcul en non-linéaire	64
4.1	Configuration expérimentale en champ proche	67
4.2	Caractéristiques et maillage du code acoustique	68
4.3	Caractéristiques et maillage sous Comsol	69
4.4	Écoulement induit 2D en champ proche (P=1W4) . . .	72
4.5	Écoulement induit 2D en champ proche (P=2W8) . . .	72
4.6	Écoulement induit 2D en champ proche (P=4W2) . .	72
4.7	Paramètres de calcul des harmoniques (méthode 1) . .	75
4.8	Paramètres de calcul des harmoniques (méthode 2) . .	76
4.9	Écoulement induit 2D en champ proche (P=5w6) . . .	78
4.10	Coordonnées de mesure [96]	80
4.11	Correspondance aux coordonnées de mesure	80
4.12	Écoulement induit 2D en champ lointain (P=1W4) . .	82
4.13	Écoulement induit 2D en champ lointain (P=2W8) . .	82
4.14	Écoulement induit 2D en champ lointain (P=4W2) . .	84
5.1	Niveau de discrétisation du rayonnement acoustique .	86

5.2	Implémentation et maillage sous Comsol	88
5.3	Écoulement induit en champ proche 3D (P=1.4W) . .	91
5.4	Écoulement induit en champ proche 3D	93
5.5	Écoulement induit 3D en champ lointain (P=1W4) . .	98
5.6	Écoulement induit 3D en champ lointain (P=2W8) . .	98
5.7	Écoulement induit 3D en champ lointain (P=4W2) . .	98
5.8	Écoulement induit 3D en champ lointain (P=5W6) . .	98
6.1	Variables adimensionnelles	108
6.2	Paramètres de contrôle (A,Ra) : mélange 2	120
6.3	Nombres adimensionnels : mélange 2	123
6.4	Configuration de la cavité : mélange 2	123
7.1	Méthode de résolution	127
7.2	Configuration sous Comsol 2D	128
7.3	Configuration sous Comsol en 3D	128
7.4	Gradient de fraction massique m	133
7.5	Écoulement principal induit	135
7.6	Écoulement retour induit	136
7.7	Dimensions de la cavité 3D	138
7.8	Écoulement principal 3D	139
7.9	Écoulement retour 3D	139
7.10	Dimensions de la cavité 3D : configuration 2	141
7.11	Caractéristiques de la source circulaire	142
7.12	Caractéristiques de la cavité	143
7.13	Paramètre de séparation S	147
7.14	Caractéristiques de la source carrée	147
7.15	Caractéristiques de la cavité 3D et du rayonnement . .	150
7.16	Caractéristiques de la source circulaire 3D	151
7.17	Synthèse des différents résultats obtenus	155
7.18	Configuration permettant un équivalent expérimental .	159

B.1	Paramètres de la source circulaire (Moudjed)	169
C.1	Calcul du coefficient d'atténuation acoustique	177
C.2	Prédiction Puissance acoustique en champ proche	178
C.3	Ajustement Puissance acoustique en champ proche	178
C.4	Puissance acoustique en champ lointain	179
C.5	Puissance acoustique en champ lointain : ajustements	179
E.1	Fluide binaire eau-éthanol	190
E.2	Fluide binaire eau-éthanol : variables adimensionnées	190
E.3	Fluide binaire : eau-isopropanol	191
E.4	Fluide binaire eau-isopro. : variables adimensionnées	191
E.5	Couples de valeurs (A,Ra) : mélange 2	198
E.6	Configurations qui maximisent m (chauffées en bas)	200
E.7	Étude théorique des recirculations	207
E.8	Coefficients des polynômes de la vitesse	209
E.9	Amplitude et épaisseur des recirculations	211
E.10	Écoulement induit (chauffé en bas)	214
E.11	Écoulement adimensionnel (chauffé en bas)	214

Remerciements

J'adresse mes sincères remerciements à Mr Xavier Jacob et Mme Marie Catherine Charrier-Mojtabi pour leur aide, leur soutien et leurs compétences qui se sont révélées très précieuses tout au long de mon doctorat. Je tiens donc à les remercier tant sur le plan scientifique qu'humain, d'avoir rendu cette expérience aussi enrichissante.

J'exprime mes remerciements à Mr Mejdî Azaiez et à Mr Mounir Bou-Ali, qui ont accepté de rapporter sur ce travail. Je remercie également Mr Valery Botton ainsi que Mr AbdelKader Mojtabi pour avoir accepté de juger ce travail.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres du laboratoire PHASE dans lequel j'ai commencé mon doctorat. Je n'oublie pas les multiples aides de Mr Pierre de Guibert. Je remercie également Mme Myriam Boyer pour son écoute, son soutien et son amitié. Je tiens à remercier tout le personnel de l'IMFT, où s'est poursuivi ce doctorat.

Enfin, j'exprime toute ma reconnaissance à ma famille, en particulier mes parents, qui m'ont toujours soutenu et encouragé dans mes choix.

Nomenclature

Symboles et abréviations latines

A	force acoustique adimensionnelle $A = \frac{f_{ac}H^3}{\rho_0 a^2}$
$A_{(s0,\rho0)}$	module d'élasticité adiabatique $A_{(s0,\rho0)} = \frac{1}{\chi} (Pa)$.
a_T	rayon du transducteur (m)
a	diffusivité thermique ($m^2.s^{-1}$)
a_{ac}	coefficient d'atténuation acoustique (m^{-1})
$B_{(s0,\rho0)}$	facteur de la perturbation acoustique (ordre 2)
B_x	rapport d'aspect transversal (l/H) selon \mathbf{e}_x
B_z	rapport d'aspect longitudinal (L/H) selon \mathbf{e}_z
C_0	fraction massique à l'état initial
c_p	chaleur spécifique à pression constante
C	fraction massique
d	diamètre de la source piezo-électrique : $d = 2a_T$ (m)
D	coefficient de diffusion de Fick ($m^2.s^{-1}$)
$D(\theta)$	facteur de directivité
D_T	coefficient de thermodiffusion ($m^2.s^{-1}.K^{-1}$)
D_F	coefficient Dufour ($m^2.s^{-1}.K^{-1}$)
f_{ac}	force acoustique ($N.m^{-3}$)
f	fréquence du transducteur (s^{-1})
g	accélération de la pesanteur ($m^2.s^{-1}$)
G	nombre de Goldberg
H	hauteur de la cavité selon \mathbf{e}_y (m)

H_b	hauteur de la source acoustique selon \mathbf{e}_y (m)
I_{ac}	intensité acoustique ($W.m^{-2}$)
$I_{ac,max}$	amplitude maximale de l'intensité acoustique
k	nombre d'onde (m^{-1})
k_c	nombre d'onde critique (m^{-1})
l_x	largeur du diagramme de rayonnement selon \mathbf{e}_x (m)
l_y	hauteur du diagramme de rayonnement selon \mathbf{e}_y (m)
l_z	longueur du diagramme de rayonnement selon \mathbf{e}_z (m)
l	largeur de la cavité selon \mathbf{e}_x (m)
H	hauteur de la cavité selon \mathbf{e}_y (m)
L	longueur de la cavité selon \mathbf{e}_z (m)
L_D	distance de discontinuité
Le	nombre de Lewis $Le = \frac{a}{D}$
M	nombre de Mach en mécanique des fluides
M_{ac}	nombre de Mach acoustique
m	gradient de fraction massique selon \mathbf{e}_z
N	évolution du potentiel chimique
N_x, N_y, N_z	discrétisation utilisée pour le code acoustique
p	pression (Pa)
p_{ac}	norme de la pression acoustique (Pa)
p_{max}	amplitude maximale de la pression acoustique (Pa)
P_{ac}	puissance acoustique (W)
Pr	nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{a}$
r	puissance calorifique
Ra	nombre de Rayleigh $Ra = \frac{g\beta_T H^3 \Delta T}{\nu a}$
Ra_c	nombre de Rayleigh critique
S	paramètre de séparation $S = mB_z$
S_T	coefficient Soret $S_T = D_T/D$ (K^{-1})
T	température (K)
t	temps (s)
(u, v, w)	composantes du vecteur vitesse instantanée ($m.s^{-1}$).

\mathbf{v}	vecteur vitesse ($m.s^{-1}$).
v_{ac}	vitesse acoustique ($m.s^{-1}$).
$v_{ac,max}$	amplitude maximale de la vitesse acoustique
U_{ac}	amplitude de la vitesse acoustique ($m.s^{-1}$).
V_S	vitesse de vibration de la source. ($m.s^{-1}$).
u_e	vitesse de l'écoulement, composante horizontale. ($m.s^{-1}$).
$u_{e,retour}$	vitesse de l'écoulement retour ($m.s^{-1}$).
(x, y, z)	coordonnées cartésiennes (m).
z_f	distance de Fresnel (m)
ΔT	écart de température (K)

Lettres grecques

β_T	coefficient d'expansion thermique (K^{-1})
β_C	coefficient d'expansion massique ($m^3.mol^{-1}$)
β	coefficient de non linéarité $\beta = 1 + \frac{B_{(s0,\rho0)}}{2A_{(s0,\rho0)}}$
μ	viscosité dynamique ($Kg.m^{-1}.s^{-2}$)
ν	viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$)
ψ	facteur de séparation $\psi = -\frac{\beta_C}{\beta_T}C_0(1 - C_0)S_T$
ρ	masse volumique ($Kg.m^{-3}$)
ϵ	épaisseur relative du faisceau $\epsilon = \frac{H_b}{H}$
ϕ	fonction de courant
ϕ_{ac}	potentiel des vitesses acoustique
μ	viscosité dynamique
λ_K	conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
λ	longueur d'onde
σ	taux de croissance de la perturbation

Introduction générale

Les substances les plus courantes dans la nature sont des mélanges. Le principe d'un procédé de séparation est d'utiliser une différence de propriétés entre le composé d'intérêt et le reste du mélange. Plus la différence de propriété sera grande, plus la séparation sera aisée. Ainsi, le choix du procédé de séparation commence par une bonne connaissance de la composition du mélange et des propriétés des différents composants. Depuis les travaux de Soret [5], il est connu qu'un mélange de fluide binaire soumis à un gradient thermique cesse d'être homogène. En effet, la présence d'un gradient thermique engendre un transfert de matière au sein du mélange détruisant cette homogénéité. La thermophorèse ou thermodiffusion ou Effet Ludwig-Soret ou effet Soret, se retrouve dans les procédés industriels comme dans les processus naturels. Cet effet Soret apparaît dans les phénomènes de transport en croissance cristalline [6], [7], [8] ainsi que dans les gaz naturels et les réservoirs d'hydrocarbures [10], [11] ou encore dans le rôle de différenciation des magmas [9]. Une ouverture à cette étude de séparation est l'extraction industrielle. La thermodiffusion est importante dans l'application aux fluides de gisements [12], [13], [14]. L'importance de ce processus est principalement lié à son utilisation dans la séparation d'éléments à haute valeur ajoutée. On peut également citer de nouveaux champs d'applications avec le domaine des mélanges de colloïdes [15], des fluides magnétiques [16] et des mélanges isotopiques [17].

Contenu du manuscrit

L'objectif est d'augmenter la séparation des constituants d'un fluide binaire par diffusion thermogravitationnelle associé à une onde acoustique. Après avoir introduit les notions de séparation thermogravitationnelle et d'Eckart streaming, nous consacrons les deux premiers chapitres à la formulation mathématique. La configuration d'étude est une cellule horizontale de hauteur H , de largeur L placée dans le champ de pesanteur. Une synthèse des différentes valeurs des paramètres (Le, Pr, ψ) sera établie, pour plusieurs types de mélanges (eau-éthanol et eau-isopropanol) et dans différentes proportions. Ces paramètres seront utilisés par la suite. On définit la diffusion thermogravitationnelle comme étant le couplage entre la thermodiffusion et la convection. Ce couplage conduit à une séparation des constituants du mélange beaucoup plus importante que celle induite par la thermodiffusion pure. Un optimum de séparation est obtenu pour un choix approprié de la vitesse convective et de la vitesse rapportée au temps de diffusion massique. Dans ce travail, nous étudions l'action de la propagation d'ondes ultrasonores, au sein du fluide binaire, sur la séparation. Si la source d'ondes ultrasonores est convenablement placée sur l'une des parois verticales de la cavité (les parois horizontales étant maintenues à une température constante) un écoulement monocellulaire est généré au sein du fluide. Dans cette configuration, on peut optimiser la séparation du fluide binaire. Dans le troisième chapitre, on va valider notre modèle pour le calcul du rayonnement acoustique. On compare donc notre code numérique (en langage C) avec des résultats acoustiques analytiques [119]. Le modèle numérique est implémenté à partir de l'intégrale de Rayleigh. On considère alors un rayonnement qui a lieu dans un demi-espace infini sans prise en compte de réflexions aux bords. La formule de Rayleigh exprime la pression en fonction de la distribution des vitesses vibratoires sur un plan. On détermine alors le

profil du champ de pression acoustique pour différentes géométries de sources. On établit ensuite le champ de pression, de vitesse et d'intensité acoustique de la source ultrasons dans le cas connu de la configuration expérimentale de Moudjed [96].

Dans les chapitres 4 et 5, le profil d'intensité acoustique calculé au chapitre précédent est implémenté dans un code aux éléments finis Comsol Multiphysics. On importe alors la force acoustique dans le logiciel Comsol afin de simuler l'écoulement induit par les ondes ultrasonores. Les résultats numériques de l'acoustic streaming sont comparés avec les valeurs expérimentales de Moudjed (2014) [96]. Les équations régissant le problème sont l'équation de continuité et l'équation de Navier-Stokes comportant le terme de force acoustique. La cavité est remplie d'eau et l'écoulement est isotherme. La comparaison avec les résultats expérimentaux de [96] nous permet de valider nos simulations d'écoulement (2D et 3D).

Dans le chapitre 6, on réalise la formulation mathématique du problème multiphysique. On considère maintenant un fluide binaire au sein de la cavité. Le problème est alors régi par quatre équations : l'équation de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et des espèces. Elles sont exprimées sous forme adimensionnelle. Le problème considéré dépend alors de sept paramètres adimensionnels. Trois sont propres au mélange binaire, le nombre de Lewis Le , le nombre de Prandtl Pr et le facteur de séparation ψ . Deux autres sont les paramètres de contrôle : le Rayleigh thermique Ra et la force acoustique adimensionnée A . On doit également prendre en compte la taille du faisceau qui occupe la cavité $\epsilon = \frac{H_b}{H}$. Enfin, le dernier nombre adimensionnel est le rapport d'aspect B_z de la cavité rectangulaire en 2D. Dans le cas de la cavité parallélépipédique 3D, un second rapport d'aspect est à considérer B_y .

Le chapitre 7 permet d'explorer les configurations qui sont susceptibles de maximiser la séparation du mélange binaire en fonction des pa-

ramètres ($Le, Pr, \psi, \epsilon, A, Ra$). Pour trouver une solution analytique du problème, on suppose que $B_z \gg 1$ et on fait l'approximation de l'écoulement parallèle. À l'aide du logiciel Maple, on obtient le champ de vitesse, de concentration et de température. On retient alors les configurations où la présence d'une source acoustique (paramètre A) améliore la séparation pour un nombre de Rayleigh Ra fixé. On cherche des configurations susceptibles d'être réalisées expérimentalement.

Le chapitre 8 permet de confronter les résultats analytiques et numériques. Des simulations numériques sous Comsol (2D et 3D) avec l'implémentation d'un faisceau acoustique (A constant puis variable) sont réalisées. On retrouve alors un très bon accord avec les calculs analytiques. Une comparaison entre les modèles A variable et A constant est rendue possible, pour cela la valeur moyenne du paramètre A variable est équivalente à la valeur constante A . L'énergie envoyée au sein du fluide est identique et la comparaison entre les deux modèles est permise. D'une part, on réalise des comparaisons sur le champ de vitesse établi au sein du fluide. On observe alors une relation directe entre vitesse de l'écoulement du fluide et amplitude de la force acoustique. On met également en évidence des mouvements de recirculations au sein du fluide, dans certains cas particuliers. Ces recirculations sont conjecturées avec le modèle Maple et retrouvées sous Comsol. On compare alors l'amplitude et la vitesse de l'écoulement retour. D'autre part, on réalise des comparaisons sur le champ de fraction massique. On établit ainsi l'influence des différents modèles (A constant, A variable) ainsi que des différentes géométries de sources (carrée, circulaire) sur le champ de fraction massique.

Première partie
État de l'Art



”La science est un océan, dont nous n’avons extrait que quelques gouttes...”

image issue de l’œuvre de Joel Rea

Chapitre 1

Séparation en fluide binaire

1.1 L'histoire de la séparation : éléments historiques

Le procédé le plus familier et le plus ancestral [18] est la distillation [19]. C'est une technique de séparation des mélanges utilisée pour séparer les constituants d'un mélange homogène liquide. L'alambic fut d'abord utilisé pour fabriquer des eaux florales, des huiles essentielles ou des médicaments, avant de permettre la production d'eaux-de-vie par distillation de jus de fruits fermentés [20], [21]. La légende attribue l'apport de la distillation en Irlande à Saint Patrick qui aurait apporté avec lui le premier alambic au douzième siècle. L'Irlande est aussi connue sous le nom de pays de la triple distillation. Depuis cette époque, la maîtrise de l'art de distiller semble régner en maître sur l'île, c'est la seule reine incontestée. La séparation des mélanges de constituants chimiques a ensuite pris de l'ampleur avec l'avènement de l'ère industrielle. Notamment avec les hydrocarbures, l'agroalimentaire et le domaine pharmaceutique. Ce qui a donné lieu à un éventail très large de procédés de séparation [22]. En chimie, on appelle procédés de séparation, les méthodes pour convertir un mélange de substances en deux ou plusieurs composants homogènes (et/ou hétérogènes). Il existe

deux familles de procédés de séparation : les procédés à séparation mécanique (1) et les procédés à séparation par diffusion (2) avec transfert de matière [[24]- [27]].

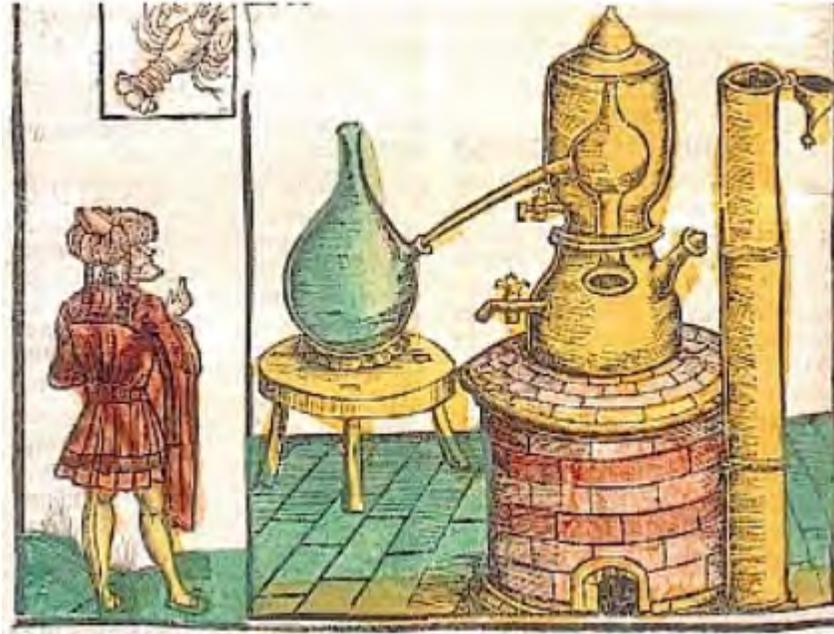


FIGURE 1.1 – Liber de arte distillandi de simplicibus, manuel de distillation imprimé en 1512 [23]

Parmi les procédés de séparation (1), on peut citer les méthodes les plus courantes : la filtration, la centrifugation, la décantation, le tamisage et la séparation magnétique. Parmi les procédés de séparation (2), on peut citer l'extraction (liquide-liquide), la distillation ainsi que la pervaporation. Dans la présente étude, on s'intéresse à la séparation des espèces d'une solution de fluides binaires remplissant une cavité. On réduit alors les nombreux procédés existants aux quelques méthodes de séparation de deux liquides miscibles. Parmi ces méthodes, on peut citer la distillation (basée sur le point d'ébullition), la pervaporation (vaporisation au travers d'une membrane) et l' extraction liquide-

liquide (ajout d'un solvant organique). Ces méthodes de diffusion sont coûteuses et le dispositif de mise en œuvre est important. Une méthode de séparation alternative est proposée dans cette étude, afin de séparer deux liquides miscibles à moindre coût.

1.2 Thermodiffusion

Une cavité rectangulaire remplie d'un fluide binaire chauffée par le bas est étudiée dans un premier temps (figure 1.2). Les parois inférieures et supérieures sont respectivement aux températures T_c et T_f tel que $T_c > T_f$. Les parois verticales sont adiabatiques et le flux de matière est nul aux parois.

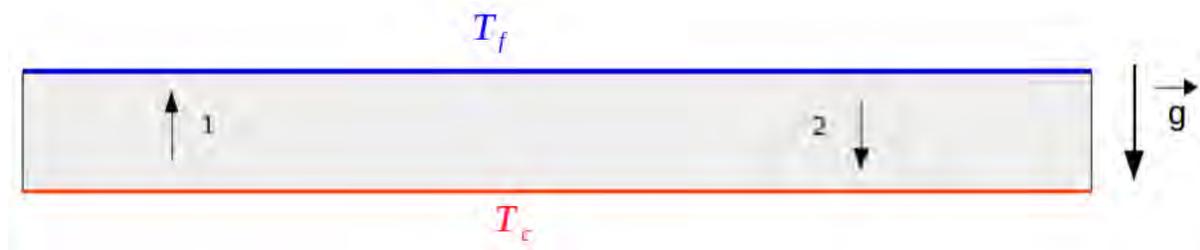


FIGURE 1.2 – Schéma de la configuration $D_T > 0$

Sous l'effet d'une inhomogénéité de température, il apparaît un gradient de fraction massique : il s'agit de l'effet Soret (ou thermodiffusion). Si $D_T > 0$, le constituant le plus dense migre vers la paroi froide (ici 1). On attribue la découverte de la thermophorèse à Carl Ludwig [28], il observa expérimentalement qu'une solution de sulfate de soude, donc un mélange de fluide, soumis à un gradient thermique, cesse d'être homogène en composition. La thermodiffusion fut étudiée et bien comprise par Charles Soret à partir de 1879 [5]. Le scientifique suisse identifia cet effet dans des solutions de chlorure de sodium et de nitrate de potassium [29], [30]. L'importance du flux de thermodiffusion dépend de la nature du fluide binaire ainsi que du gradient

thermique imposé. On écrit alors le vecteur densité de flux de matière dû à l'effet Soret [5] :

$$\mathbf{J}_{\text{Soret}} = -\rho C(1 - C)D_T \nabla T$$

On note D_T le coefficient de thermodiffusion ($D_T < 0$ ou $D_T > 0$) et C la fraction massique du constituant le plus dense. On définit le flux et les coefficients en référence par rapport au constituant le plus dense. On fait l'hypothèse que $C(1 - C) \simeq C_0(1 - C_0)$, où C_0 est la fraction massique de référence du constituant le plus dense. Cette hypothèse est valable si C varie peu autour de C_0 . Ce flux de matière va créer à son tour un gradient massique, qui génère lui-même un second flux de matière opposé au premier. La loi de Fick relie ce flux de masse au gradient de concentration :

$$\mathbf{J}_{\text{Fick}} = -\rho D \nabla C$$

On note D le coefficient de diffusion massique ($D > 0$). On peut donc écrire le vecteur densité de flux de diffusion massique au sein du fluide binaire :

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_{\text{Fick}} + \mathbf{J}_{\text{Soret}} \quad (1.1)$$

A l'état d'équilibre, ce flux est nul. Ce qui permet d'établir la relation suivante [31]¹

$$\nabla C = -\frac{D_T}{D} C_0(1 - C_0) \nabla T \quad (1.2)$$

Le phénomène de thermodiffusion s'accompagne d'un phénomène complémentaire, l'effet Dufour, découvert en 1872 [32], [33]. Celui-ci caractérise le gradient de température induit par un gradient de

1. Dans un mélange de fluide binaire, la diffusion des espèces a lieu en raison de la diffusion massique, de la diffusion barotrope et de la thermodiffusion. Pour des valeurs de pression faibles ou modérées, la barodiffusion peut être négligée, on résume alors le vecteur densité de flux à \mathbf{J}_1

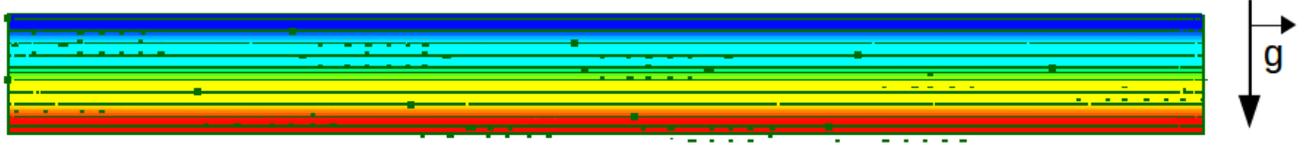


FIGURE 1.3 – Schéma de Thermodiffusion pure

concentration dans un mélange. Le rapport $\frac{D_T}{D}$ est appelé coefficient Soret S_T . Lorsque l'effet Soret est positif ($S_T > 0$) alors le constituant le plus dense migre vers la région la plus froide. En effet d'après 1.2 , on voit que lorsque $S_T > 0$, alors ∇C et ∇T sont opposés.

1.3 Effet Fourier et Dufour

Le vecteur densité du flux de chaleur résulte de la loi de Fourier et de l'effet Dufour :

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{q}_{\text{Fourier}} + \mathbf{J}_{\text{Dufour}}$$

Si les variations de températures ne sont pas trop importantes, on rend compte localement des phénomènes de conduction de la chaleur par la loi de Fourier, à savoir le vecteur densité du flux de chaleur \mathbf{q} est proportionnel au gradient de température :

$$\mathbf{q}_{\text{Fourier}} = -\lambda \nabla T \quad (1.3)$$

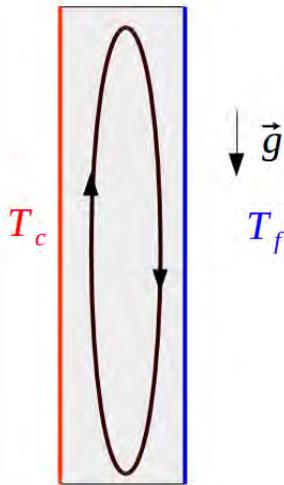
La conduction thermique est un transfert thermique d'une région où la température est élevée vers une région où la température est plus basse, et qui se réalise sans transport macroscopique de matière. La conduction thermique est décrite par la loi dite de Fourier établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Fourier en 1822 [39]. Cette expression 1.3 suppose que la conducti-

tivité thermique λ est homogène et isotrope. A cela, on ajoute la contribution du gradient de température induit par un gradient de concentration dans un mélange :

$$\mathbf{J}_{\text{Dufour}} = -\rho C_0 T D_F \left(\frac{\partial \mu}{\partial C_i} \right) \nabla C$$

On note D_F le coefficient de Dufour et μ le potentiel chimique de l'espèce considérée. L'effet Dufour est négligeable dans les liquides. Si le fluide binaire est un gaz, on doit considérer les deux phénomènes. La contribution du gradient de concentration au flux de chaleur (effet Dufour) et la contribution du gradient thermique au flux massique (effet Soret).

1.4 Convection



En présence de gravité, une particule de fluide chauffée devient moins dense du fait de sa dilatation thermique et remonte sous l'action de la poussée d'Archimède. On considère un système simple et on suppose un fluide newtonien, incompressible, dans l'approximation de Boussinesq, c'est-à-dire que la seule propriété physique qui change est $\rho = \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0))$, la masse volumique. Le coefficient β_T représente l'expansion thermique ($\beta_T > 0$ pour la plupart des fluides).

FIGURE 1.4 – Convection naturelle

La convection naturelle traduit le transfert de chaleur d'une région chaude (fluide au contact d'une paroi chauffée) vers une région froide avec un mouvement macroscopique de matière. L'élément générateur

c'est une différence de température qui engendre un gradient de densité. Dans un environnement de microgravité comme dans l'espace, la convection naturelle n'est pas possible. En effet, les éléments nécessaires à l'apparition de la convection sont : $\nabla \mathbf{T} \neq \mathbf{0}$, $\rho = \rho(T)$ et la présence du champ de gravité \mathbf{g} .

Deux types de problèmes concernant la convection naturelle de fluides binaires ont été largement étudiés : la convection de double diffusion (thermosolutale) et la convection induite par effet Soret (diffusion thermogravitationnelle). Une synthèse bibliographique complète est effectuée par Yacine [41].

1.5 Approximation de Boussinesq

On se place dans le cas d'un mélange de deux constituants (solvant-soluté) parfaitement miscibles. Lorsque le fluide considéré n'est plus un corps pur, la densité s'exprime en fonction de la température et de la composition du mélange. On considère de faibles variations de température et de fraction massique au sein du mélange. Dans ces conditions, la masse volumique en un point du fluide binaire est une fonction linéaire de la température et de la fraction massique locale C , c'est l'approximation de Boussinesq [42] :

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)) \quad (1.4)$$

β_T , β_C sont les coefficients d'expansion thermique et massique du fluide binaire, T la température et C la fraction massique du constituant le plus dense. (ρ_0, T_0, C_0) sont les valeurs de ces grandeurs dans leur état de référence. Cette approximation suppose que les grandeurs thermo-physiques du mélange binaire sont constantes à l'exception de la masse volumique du mélange qui dépend linéairement de T et C . On considère le fluide incompressible et dilatable.

1.6 Nombres adimensionnels

1.6.1 Facteur de séparation

On exprime le facteur de séparation par :

$$\psi = -\frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{D_T}{D} c_0(1 - c_0) = -\frac{\beta_C}{\beta_T} c_0(1 - c_0) S_T \quad (1.5)$$

Une relation entre densité et facteur de séparation va être formulée. On peut écrire :

$$\Delta\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_C \Delta T + \left(\frac{\partial\rho}{\partial C}\right)_T \Delta C \quad (1.6)$$

On note $\Delta T = T - T_0$ et $\Delta C = C - C_0$. On se place dans l'hypothèse des faibles variations de T et de C autour de T_0 et C_0 , On injecte (éq. 1.2) dans (éq. 1.6), on obtient [41] :

$$\rho = -\rho_0 \beta_T (1 + \psi) \Delta T \quad (1.7)$$

On voit alors que lorsque $\psi > 0$ la variation de la masse volumique est plus marquée lorsque la thermodiffusion $\frac{D_T}{D}$ est élevée. En revanche, quand $-1 < \psi < 0$ le terme $(1 + \psi)$ sera alors faible. La variation de la masse volumique sera d'autant plus limitée. Le coefficient β_C étant généralement négatif, le terme $-\frac{\beta_C}{\beta_T}$ sera positif. Donc le signe de ψ dépend directement du signe de D_T

1.6.2 Nombre de Prandtl

C'est en 1910 lors de ses recherches sur les écoulements turbulents que Prandtl a signalé le rôle du nombre dit « de Prandtl » :

$$Pr = \frac{\nu}{a}$$

Le Prandtl représente le rapport entre deux mécanismes :

$$Pr = \frac{\text{temps de diffusion thermique}}{\text{temps de diffusion de la quantité de mouvement}}$$

Le nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesses. Autrement dit, dans le cas d'un écoulement en proche paroi, $Pr \gg 1$ indique que la couche limite thermique sera beaucoup moins épaisse que la couche limite visqueuse.

1.6.3 Nombre de Lewis

Le nombre de Lewis est utilisé pour caractériser les écoulements fluides dans lesquels ont lieu simultanément le transfert de masse et le transfert de chaleur. Il s'exprime comme le rapport de la diffusivité thermique a sur la diffusivité de masse D :

$$Le = \frac{a}{D}$$

Ces trois nombres caractérisent le mélange binaire considéré. La séparation du mélange binaire va notamment dépendre de ces trois paramètres. Des valeurs précises des propriétés du fluide (notamment le coefficient Soret) sont donc nécessaires. On peut alors citer Platten et Legros [40] ainsi que Lhost [44]. Une synthèse de la littérature

expérimentale concernant les valeurs des paramètres (Le, Pr, ψ) est réalisée par Millour [43]. Toutefois, une mesure précise du coefficient de Soret est laborieuse de par sa faible valeur ($S_T \cong 10^{-3} K^{-1}$).

1.7 Diffusion thermogravitationnelle

L'étude de la séparation par diffusion thermogravitationnelle a fait couler beaucoup d'encre depuis sa découverte jusqu'à nos jours.

En 1938 Clausius et Dickel [46] mettent au point un dispositif utilisant le champ de pesanteur pour engendrer un courant de convection, permettant ainsi d'améliorer la séparation produite par la thermodiffusion pure dans un mélange gazeux. Cette méthode, appelée par la suite diffusion thermogravitationnelle, est un couplage entre la thermodiffusion et la convection. Elle s'est révélée alors la plus efficace pour séparer les isotopes de certains gaz. La même méthode a ensuite été utilisée pour les liquides par Korsching et Wirtz à partir de 1939 [47]. Les premières descriptions phénoménologiques de l'effet thermogravitationnel ont été effectuées par Onsager en 1931 [48]. Pour les mélanges gazeux, la théorie Furry, Jones et Onsager (théorie FJO) [49] a été élaborée en 1939, pour les liquides, il faudra attendre 1942 avec De Groot [50]. Costeseque [51] a étudié la migration des éléments par thermodiffusion et thermogravitation en milieux poreux. De nombreuses mesures expérimentales sont ensuite synthétisées par Platten [40] et Legros [52]. Ils ont réalisé des travaux sur la thermodiffusion en milieu libre. Plus récemment, on peut citer les études expérimentales de Platten sur les mélanges eau-éthanol [53], [54]. Platten et al. [53] ont démontré que l'on pouvait augmenter la séparation moléculaire pour un fluide binaire confiné dans une colonne thermogravitationnelle en inclinant la colonne, chauffée par le haut, d'un certain angle par rapport à la verticale. Plusieurs techniques expérimentales ont été mises au point [55], [56]. Une synthèse historique a été réalisée par Marcoux [57].

Marcoux et Charrier-Mojtabi ont effectué des simulations numériques et ont comparé aux résultats obtenus analytiquement, ils ont considéré une cellule de thermogravitation verticale en milieux poreux [58].

En 2001, Millour a considéré la convection thermique d'un fluide chauffé par le bas contenant un mélange de deux constituants [43]. En 2005, Piquer a réalisé une étude analytique et numérique [59], [60] de la convection mixte avec effet Soret en canal horizontal. Khouzam [63], [64], [65] a étudié la séparation dans un canal rectangulaire dont la paroi supérieure est entraînée. En 2008, Elhajjar a exploré de nombreuses configurations géométriques et thermiques [61] dans le but d'améliorer la séparation thermogravitationnelle des constituants d'un mélange. Les auteurs ont considéré des colonnes verticales soumises à un gradient thermique horizontal. Puis des cavités horizontales soumises à un gradient thermique vertical. Elhajjar et al ont ensuite considéré l'influence des vibrations verticales de haute fréquence et de faible amplitude sur la séparation [62]. Khouzam a réalisé une étude portant sur l'analyse de stabilité de l'écoulement monocellulaire [63], dans une cellule dont une paroi est entraînée [64]. Un écoulement monocellulaire est indispensable pour réaliser la séparation d'un fluide binaire. Ouattara et al. [66], [67] ont étudié la prise en compte des parois dans le processus de séparation d'un mélange binaire en milieu poreux. Ils ont étudié la stabilité linéaire de la solution d'équilibre et de la solution monocellulaire dans une cavité horizontale. Une configuration avec des flux croisés de chaleur a été envisagée par Yacine [41], qui s'intéresse ainsi à la séparation des constituants d'un fluide binaire remplissant une cavité horizontale soumise à des flux croisés de chaleur [68], [69], [70].

Si $D_T > 0$, le composant le plus dense migre vers la paroi la plus froide. Si l'écoulement convectif est monocellulaire alors à l'état stationnaire, on obtient une répartition des concentrations caractérisée par une stratification verticale du champ de fraction massique avec

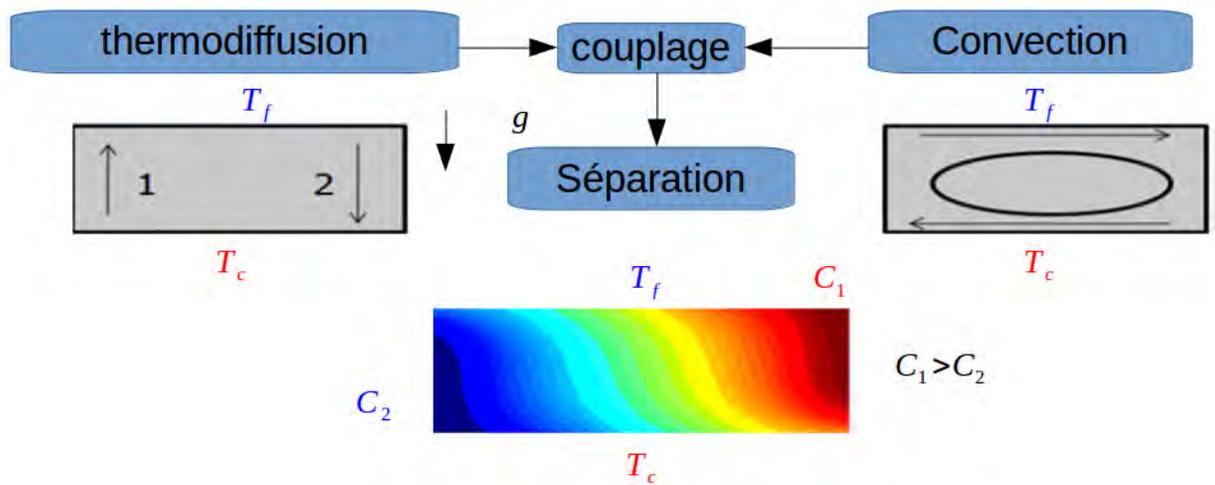


FIGURE 1.5 – Thermodiffusion gravitationnelle

$C_1 > C_2$ si le mouvement convectif s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre.

Une étude sur l'instabilité thermo-convective (dite de Rayleigh-Bénard), qui peut se déclencher lors de la thermodiffusion gravitationnelle, sera réalisée en annexe A

Ce premier chapitre nous a permis de réaliser une entrée en matière dans l'étude de la séparation. Une synthèse bibliographique des différentes découvertes a été réalisée. Les paramètres adimensionnels décrivant les fluides ont été explicités. La thermodiffusion gravitationnelle a été définie. Dans le second chapitre complémentaire à celui-ci, nous allons réaliser une synthèse historique et bibliographique portant sur les travaux d'un courant fluide généré par une onde acoustique. On définira alors de nouveaux paramètres propres au domaine acoustique.

Chapitre 2

Courant acoustique

2.1 Historique

La dissipation de l'énergie acoustique d'une onde dans un fluide génère un courant acoustique. Ce phénomène a été découvert par Faraday en 1831 [100] sans qu'il ne puisse l'expliquer. Il fut ainsi le premier à mettre en évidence la mise en mouvement d'un fluide sous l'action des ondes ultrasonores. En 1929, Lord Rayleigh [102] a réalisé une expérience afin de mieux appréhender le phénomène. Finalement, en 1978, Lighthill montra que la dissipation d'énergie acoustique des ondes ultrasonores permettait de mettre en mouvement le fluide. Il existe plusieurs catégories de mouvement de streaming acoustique. Premièrement, l'écoulement de type Slitching streaming issu des proches parois dans l'épaisseur de la couche limite acoustique. Deuxièmement, l'écoulement de type Rayleigh streaming. Le streaming de Rayleigh se développe au niveau des couches limites de l'écoulement puis se généralise dans tout le domaine (fluide), il forme alors un système de cellules rotationnelles qui se caractérise par des recirculations. Enfin, l'écoulement de type Eckart streaming. Dans ce dernier cas, on considère la source acoustique vibrante assez directive pour éviter les interactions avec les parois. L'écoulement est alors localisé au sein du

fluide [1]. Notre étude se place dans le cas d'un courant acoustique de type Eckart Streaming. L'étude du streaming acoustique s'inscrit dans un contexte bibliographique riche. Dans le cas d'un écoulement isotherme, on peut citer Botton et al. [126], [127], [128], Moudjed [96], [141], Ben Haj Slama [129], [130] et Lei [142], qui ont notamment réalisé des études expérimentales. L'acoustic streaming a donné lieu à des études numériques variées ([131]– [135]). Une synthèse bibliographique des modèles analytiques, expérimentaux et numériques portant sur l'étude de l'acoustic streaming en isotherme est réalisée par Moudjed [96]. Dans la cas d'une cavité soumise à un gradient thermique, on peut citer Ben Hadid [137], [138] ainsi que Dridi [139], [140]. Les domaines d'applications du streaming acoustique sont multiples. De nombreuses études utilisent l'onde acoustique pour améliorer un transfert de chaleur au sein d'un fluide. Legay et al. ont réalisé une synthèse de cette littérature [143]. On peut également citer l'action à la manipulation d'objets biologiques [144], [145], ou de particules ([146]- [148]) ainsi que les processus d'émulsification ([149] - [151]). La formulation réalisée dans les paragraphes suivants (2.2, 2.3 et 2.4) reprend la synthèse de Moudjed dont *"un des objectifs est de clarifier l'établissement théorique de ce terme de force acoustique dans une équation du mouvement où l'inertie est naturellement présente"* [96] .

2.2 Modèle de Nyborg

Une onde acoustique se propageant dans un fluide visqueux au repos génère un écoulement à grande échelle appelé « acoustic streaming ». La première description de ce phénomène a été réalisée par Rayleigh [101] en 1884. Elle a ensuite été reprise par Schlitching [103] (1932), Nyborg [104], [106] (1958), Tjotta [107](1999) et Hamilton [108] (2003). Une synthèse complète des différents travaux a été réalisée par Lei [109] (2017). La formulation du courant acoustique repose sur les équations

de Navier-Stokes qui décrivent le mouvement des fluides Newtoniens. Dans le cas d'un fluide visqueux compressible, ce système regroupe l'équation de continuité (2.1) et l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.2), présentées en notation indicielle :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) \quad (2.1)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\zeta + \frac{\mu}{3} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) + f_i \quad (2.2)$$

On note ρ la masse volumique et v_i la composante de la vitesse selon l'axe (Ox_i). L'équation de conservation de la quantité de mouvement fait intervenir le gradient de pression $-\frac{\partial p}{\partial x_i}$, les termes de diffusion $(\zeta + \frac{\mu}{3}) \frac{\partial}{\partial x_i} (\frac{\partial v_j}{\partial x_j})$ (par expansion volumique) et $\mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2}$ (par cisaillement), et les efforts volumiques ρf_i . Dans la suite, on considère qu'aucun effort volumique lié à un champ de forces extérieures n'est appliqué ($f_i = 0$). Nous allons établir l'équation formulée par Nyborg (équation 4.a dans [106]) qui détermine le terme de force acoustique dans la suite. Dans le cas d'un écoulement incompressible, le terme de diffusion par expansion volumique est nul. l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.2) est alors réduite à :

$$\rho \left[\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (2.3)$$

on peut coupler (2.3) et (2.1). La dérivée de ρv_i est calculée et on utilise (2.1). Pour un fluide compressible, on écrit donc :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \left(-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) \right) \quad (2.4)$$

On injecte l'équation de continuité dans l'expression ci-dessus. L'expression peut être réécrite de la façon suivante :

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + v_i \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) \quad (2.5)$$

L'équation de conservation de quantité de mouvement est alors réécrite :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + (v_i \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (2.6)$$

Dans le cas d'un fluide en écoulement stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) = 0$) :

$$(v_i \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (2.7)$$

Cette équation 2.7 est celle établie par Nyborg (éq. 4.a dans [106]). Nyborg va alors considérer le terme $-(v_i \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j})$ comme l'opposé de la force acoustique :

$$-f_{ac} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} \quad (2.8)$$

On définit la force acoustique comme égale à l'amplitude acoustique générée dans le fluide à laquelle on soustrait le terme de diffusion par cisaillement. Moudjed [96] synthétise la formulation du modèle établi par Nyborg [104]. On linéarise les équations précédentes, cela revient à considérer l'onde de pression comme une perturbation de l'état à l'équilibre.

$$\rho = \rho_0 + \rho_{ac}, v_i = v_{0,i} + v_{ac,i}, p = p_0 + p_{ac}$$

ρ_0 est la densité au repos, $v_{0,i}$ est la vitesse au repos (qui est nulle) et p_0 est la pression du fluide au repos. Les termes ρ_{ac} , $v_{ac,i}$, $p_{ac,i}$ sont respectivement la masse volumique, la vitesse et l'amplitude de pression acoustique à l'ordre 1. Une loi générale qui lie la pression et la densité peut alors être formulée :

$$p_{ac} = f(\rho) \quad (2.9)$$

Les trois grandeurs physiques impliquées sont la pression p , le champ de vitesse \mathbf{v} , et la densité ρ . A l'ordre 0, les équations 2.1 et 2.2 se réduisent à :

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(p_0) = 0 \quad (2.10)$$

A l'ordre 1, on obtient :

$$\frac{\partial \rho_{ac}}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i}(v_{ac,i}) \quad (2.11)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v_{ac,i}}{\partial t} = -\frac{\partial p_{ac}}{\partial x_i} \quad (2.12)$$

On peut établir une relation entre pression et densité. Cette relation est fournie par l'équation d'état du fluide $p = p(\rho, s)$ (où s est l'entropie), qui peut être approximé par un développement à l'ordre 2 au voisinage de l'état d'équilibre du mélange. On considère une transformation isentropique, on écrit alors :

$$p = p_0 + A_{(s_0, \rho_0)} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{B_{(s_0, \rho_0)}}{2} \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right)^2 \quad (2.13)$$

On note $A_{(s_0, \rho_0)} = \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{s_0, \rho_0}$ et $B_{(s_0, \rho_0)} = \rho_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{s_0, \rho_0}$. $A_{(s_0, \rho_0)}$ est le coefficient de compressibilité isentropique. Il s'exprime comme l'inverse du module d'élasticité adiabatique :

$$A_{(s_0, \rho_0)} = \left(\frac{1}{\chi} \right)_s \quad (2.14)$$

A l'ordre 1, il reste $f(\rho)$ selon le coefficient $A_{(s_0, \rho_0)}$. On peut alors écrire $f(\rho) = (\rho - \rho_0) \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho_0}$ avec $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} = c_0^2$. Finalement, on écrit :

$$p_{ac} = (\rho - \rho_0) c_0^2 \quad (2.15)$$

La loi du comportement fluide (2.9) linéarisé à l'ordre 1 peut donc se réécrire :

$$p_{ac} = c_0^2 \rho_{ac} \quad (2.16)$$

A partir de 2.15 et 2.11, on obtient la relation entre pression acoustique et vitesse acoustique :

$$\frac{\partial p_{ac}}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} (v_{ac,i}) = 0 \quad (2.17)$$

En dérivant l'équation de continuité (2.11) , la relation suivante est obtenue :

$$\frac{\partial^2 \rho_{ac}}{\partial^2 t} = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial v_{ac,i}}{\partial t} \right) \quad (2.18)$$

On injecte (2.16) dans le terme de gauche et (2.12) dans le terme de droite de l'équation ci-dessus. La combinaison des trois équations nous permet d'aboutir à l'équation de propagation des ondes en régime linéaire :

$$\frac{\partial^2 p_{ac}}{\partial^2 t} = c_0^2 \frac{\partial^2 p_{ac}}{\partial x_i^2} \quad (2.19)$$

On observe qu'à l'ordre 1, on retrouve l'équation de propagation des ondes. La pression acoustique p_{ac} est une quantité scalaire dépendant du temps t et de la position (x, y, z) . Les termes $(v_i \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j})$ étant du second ordre , ils ne sont pas présents ici, la force acoustique est donc nulle pour un développement à l'ordre 1 de l'équation du mouvement. Nous avons considéré l'équation de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de continuité. Ainsi, selon l'ordre du développement en pression , masse volumique et vitesse pour ces

équations, on aboutit à différents résultats. A l'ordre 1, on obtient l'équation de propagation des ondes. Nyborg va donc développer les grandeurs ρ , v , p , à l'ordre 2.

$$\rho = \rho_0 + \rho_{ac} + \rho_e, v_i = v_{0,i} + v_{ac,i} + v_{e,i}, p = p_0 + p_{ac} + p_e$$

On note alors ρ_e , $v_{e,i}$, p_e , la masse volumique, la vitesse et la pression liées à l'écoulement entraîné, à l'ordre 2. En introduisant l'ordre de 2 dans l'équation 2.8 on obtient :

-à l'ordre 0 :

$$\frac{\partial p_0}{\partial x_i} = 0 \quad (2.20)$$

-à l'ordre 1 :

$$\frac{-\partial p_{ac}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_{ac,i}}{\partial x_i^2} = 0 \quad (2.21)$$

-à l'ordre 2 :

$$-\frac{\partial p_e}{\partial x_i} - v_{ac,i} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 v_{ac,j}) - \rho_0 v_{ac,j} \frac{\partial v_{ac,i}}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 v_{e,i}}{\partial x_j^2} = 0 \quad (2.22)$$

On identifie alors la forme $-(v_{ac,i} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_0 v_{ac,j}) + \rho_0 v_{ac,j} \frac{\partial v_{ac,i}}{\partial x_j})$ 2.7 qui correspond à la force acoustique :

$$f_{ac,i} = -(v_{ac,i} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_0 v_{ac,i}) + \rho_0 v_{ac,j} \frac{\partial v_{ac,i}}{\partial x_j}) \quad (2.23)$$

Au passage de l'onde, la particule de fluide oscille autour de sa position d'équilibre. Nyborg simplifie alors l'expression en considérant la

moyenne temporelle de la vitesse. Il considère que l'écoulement induit est décrit par cette vitesse moyenne. Il n'est donc pas possible d'étudier le phénomène d'acoustic streaming avec la seule théorie de l'acoustique linéaire.

2.3 Force acoustique d'entraînement pour une onde plane harmonique

La force acoustique d'entraînement pour une onde plane harmonique va être formulée dans la suite. Soit une onde plane progressive d'amplitude u_0 se propageant selon z :

$$v_{ac} = u_0 e^{-\alpha_{ac} z} \cos(\omega t - kz) \quad (2.24)$$

On note α_{ac} le coefficient d'atténuation acoustique. Il traduit la dissipation de l'énergie acoustique au sein du milieu, son expression est développée en annexe (annexe C.1). L'expression de la vitesse est introduite dans le terme d'entraînement de la force acoustique identifié par Nyborg (éq. 2.23). Une moyenne temporelle d'une période est réalisée, la force acoustique moyennée obtenue s'écrit alors :

$$\overline{f_{ac,i}(z)} = u_0^2 \alpha_{ac} \rho_0 e^{-2\alpha_{ac} z} \quad (2.25)$$

On a vu la loi du comportement fluide linéarisée (éq. (2.9)). Nous allons réécrire celle-ci en considérant une onde plane :

$$v_{ac} = u_0 e^{j(\omega t - k_0 z)}$$

On utilise alors (éq. (2.12)) puis (éq. (2.16)) :

$$\rho_0 j \omega v_{ac} = -c_0^2 \frac{\partial \rho_{ac}}{\partial x_i}$$

On utilise (  q. (2.11)) dont le terme suivant est nul à l'ordre 1 :

$$\frac{\partial(\rho_{ac}v_{ac})}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial\rho_{ac}}{\partial x_i}v_{ac} = \rho_{ac}\left(\frac{\partial v_{ac}}{\partial x_i}\right)$$

On obtient la relation entre la densité et la vitesse :

$$\rho_0 j w v_{ac} = \frac{\partial v_{ac}}{\partial x_i}\left(\frac{-c_0^2\rho_{ac}}{v_{ac}}\right) = c_0^2 j k_0 \rho_{ac}$$

On trouve la relation entre la densité ρ_{ac} et la vitesse v_{ac} :

$$\rho_{ac} = \frac{\rho_0}{c_0} v_{ac} \quad (2.26)$$

En considérant (  q. (2.16)) et $k_0 = \frac{w}{c_0}$, on écrit :

$$p_{ac} = c_0\rho_0v_{ac} \quad (2.27)$$

On écrit maintenant l'intensité acoustique moyenne, pour l'onde plane progressive (  q. 2.24) :

$$\bar{I}_{ac} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p_{ac}v_{ac}dt = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} c_0\rho_0v_{ac}^2dt = \frac{1}{2}c_0\rho_0u_0^2e^{-2\alpha_{ac}(w)z} \quad (2.28)$$

Par identification de (  q. 2.28) et (  q. 2.25) :

$$\bar{f}_{ac} = \frac{2\alpha_{ac}}{c}\bar{I}_{ac} \quad (2.29)$$

Ce modèle est purement mathématique. Lighthill [3] va par la suite développer une étude plus physique.

2.4 Extensions du modèle de Nyborg

Lighthill exprime l'équation (2.8) de façon plus réduite :

$$\overline{f_{ac,i}} = -\rho \overline{\frac{\partial v_i v_j}{\partial x_j}} \quad (2.30)$$

Ainsi Nyborg réalise une approche purement mathématique où il conserve uniquement les termes d'ordre 2 et Lighthill propose une approche plus physique [3]. L'équation (2.8) moyennée dans le temps est alors décrite de manière analogue aux tenseurs de Reynolds. L'expression vectorielle de la force acoustique volumique moyenne (éq. 2.30) a été clarifiée par Moudjed [96]. Une synthèse complète est alors effectuée (expression de la force acoustique 1.2.21, 1.2.22, 4.2.8 et appliqué à une onde plane, on obtient 4.2.13 issue de [96]). Les différentes constructions aboutissant à la force acoustique d'entraînement sont alors énumérées. L'expression (éq. 2.8) issue du modèle étendu de Lighthill est similaire à l'équation de conservation de quantité de mouvement en stationnaire avec un terme source supplémentaire de forçage acoustique. Une méthode de séparation des échelles de temps est proposée dans la thèse de Moudjed [96]. Elle aboutit à une expression similaire aux contraintes de Reynolds sans avoir à considérer l'ordre 2 des équations. Ainsi, en décomposant en échelles de temps le champ de vitesse, de pression et de masse volumique en une somme de deux champs dont les variations temporelles diffèrent, on aboutit au résultat ci-dessus (éq. 2.30) (cf. équation 4.2.8 [96])¹. La forme vectorielle de l'équation est alors retrouvée :

$$\vec{f}_{ac} = \frac{2\alpha_{ac} \vec{I}_{ac}}{c} \quad (2.31)$$

1. Dans cette méthode de séparation des échelles de temps, Moudjed [96] observe qu'aucune hypothèse n'est faite sur la propagation du son. Elle peut être choisie avec ou sans diffraction, avec ou sans atténuation, linéaire ou non-linéaire.

Dans le cas ou l'on considère une onde plane, qui s'écrit $v_{ac,z}(x, y, z, t) = u_0(x, y)e^{\alpha_{ac}z} \cos(2\pi ft - kz)$ (équation 4.2.9 de [96]) la seule composante non nulle de la force acoustique est alors :

$$f_{ac,z}(x, y, z) = \frac{2\alpha_{ac}I_{ac,z}(x, y, z)}{c} \quad (2.32)$$

Trujillo [133] définit le débit de force de moment acoustique, dans le cas d'une onde plane.

$$f_{ac} = \frac{P_{ac}}{c} e^{-\alpha_{ac}z} \quad (2.33)$$

P_{ac} est la puissance acoustique émise par la source est en Watt.

2.5 Propagation acoustique non linéaire et courant acoustique

2.5.1 Coefficient de non linéarité

L'étude de la propagation non linéaire a été formulée analytiquement ([152] - [160]). De nombreux travaux ont ensuite été réalisés [112], [111], [156]. Un champ de recherche est particulièrement actif de nos jours, c'est l'imagerie médicale ([161]- [167]). Une synthèse des différents travaux est réalisée par Saint Ellier [168]. Les effets non linéaires de la propagation acoustique sont présents dans la première partie de ce manuscrit, portant sur l'étude de l'écoulement isotherme étudié par Moudjed [96]. Moudjed a trouvé un très bon accord entre ses simulations numériques et ses résultats sans prise en compte des effets non-linéaires. Les non-linéarités seront prise en compte dans ce manuscrit dans le cas isotherme avec une forte puissance acoustique ($P=5.6W$) en champ proche. Une modalisation 2D permettra alors de visualiser l'écoulement induit en tenant compte des non-linéarités.

Dans la seconde partie de cette étude, où l'on considère un fluide binaire, les effets non linéaires seront négligés. Le formalisme suivant est mis en place, afin d'être en mesure de quantifier l'importance de la non linéarité par le nombre de Goldberg. L'équation de continuité (éq. 2.1) et l'équation de la quantité de mouvement (éq. 2.2) ne peuvent plus être simplifiées comme précédemment (éq. 2.17) pour les perturbations de la pression acoustique. L'équation de continuité (éq. 2.1), ne s'écrit plus comme précédemment (éq. 2.11). L'équation d'Euler (éq.2.12) ne peut plus être simplifiée sous la forme (éq. 2.17) pour les perturbations de la pression acoustique considérée ici. Les relations suivantes sont alors utilisées :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{ac}}{\partial x_i} \quad (2.35)$$

L'expression 2.13 où sont définis les coefficients $A_{(s0,\rho_0)}$ et $B_{(s0,\rho_0)}$ est utilisée. La non-linéarité est caractérisée par le rapport $\frac{B_{(s0,\rho_0)}}{A_{(s0,\rho_0)}}$ [113].

Dans le cas d'un liquide où le milieu est considéré linéaire, on peut exprimer la célérité du son selon :

$$c_0^2 = \frac{1}{\chi \rho_0}$$

Le coefficient β est le paramètre de non-linéarité, il s'écrit :

$$\beta = 1 + \frac{B_{(s0,\rho_0)}}{2A_{(s0,\rho_0)}} \quad (2.36)$$

Pour l'eau, on obtient $\beta = 3.5$ (le rapport $\frac{B_{(s0,\rho_0)}}{A_{(s0,\rho_0)}} = 5$ pour l'eau). Une étude des lois de comportement est détaillée par Jacob [112].

2.5.2 Distance de discontinuité et nombre de Goldberg

La vitesse de propagation des ondes dépend de la densité, chaque zone de compression se propage avec une vitesse $(c+v)$ différente de celle des autres zones. Cela provoque une déformation de l'onde de plus en plus importante lors de son avancée, il se forme une discontinuité. On appelle cette distance (source acoustique-discontinuité) la distance de discontinuité notée L_D . C'est la distance de formation de l'onde de choc. A cette distance, le processus n'est plus isentropique. La dissipation visqueuse ainsi que la conduction thermique deviennent plus importants que les effets non-linéaires. On exprime la distance de discontinuité de la façon suivante :

$$L_D = \frac{1}{k_0 \beta M_{ac}} \quad (2.37)$$

Elle est inversement proportionnelle au nombre de Mach acoustique, à la fréquence et au paramètre de non-linéarité. Le modèle de propagation non-linéaire possède un domaine de validité restreint à la distance de discontinuité ($0 \leq z \leq L_D$). On rappelle le nombre de Mach acoustique :

$$M_{ac} = \frac{v_{ac}}{c_0} \quad (2.38)$$

On note v_{ac} la vitesse de l'onde acoustique et c_0 la célérité du son dans le fluide. Le nombre de Goldberg définit l'évaluation de l'importance relative des effets non linéaires sur les effets visqueux. Ainsi, en partant des équations de continuité 2.1, de Navier-Stokes 2.2 et de l'équation de l'énergie, on peut formuler une expression du nombre de Goldberg [114], [115], [116] :

$$G = \frac{1}{\alpha_{ac} L_D} \quad (2.39)$$

Les deux coefficients qui apparaissent sont le coefficient d'atténuation acoustique a_{ac} dont l'expression (ainsi que l'ordre de grandeur dans le problème) est détaillée en annexe (annexe C.1). Le coefficient L_D correspond à la distance de discontinuité. Le nombre de Goldberg est le rapport des termes non linéaires aux termes dissipatifs. La valeur critique du nombre de Goldberg est donnée par Fenlon [194] :

$$G = 4.5 \tag{2.40}$$

Au-delà de cette valeur, les effets non linéaires prédominent. Le calcul détaillé du nombre de Goldberg avec les paramètres de notre étude est effectué en annexe (annexe C.3). Le calcul montre que les effets non linéaires ne sont pas négligeables (tout au long de cette étude) avec $G=45$ en isotherme (partie II) et $G=20$ pour les mélanges binaires (partie III). Dans cette étude, malgré un nombre de Goldberg G plus élevé que le critère de Fenlon, de très bons accords sont trouvés [96] en utilisant l'hypothèse de la propagation acoustique linéaire (cas $G=45$ partie II), on ne prend pas en compte l'acoustique non-linéaire (générations d'harmoniques). De plus, le nombre de Goldberg (1D) ne prend pas en compte la géométrie spatiale de la source. En champ proche 2D, on considérera l'influence de la non-linéarité dans le cas de forte puissance acoustique ($P=5.6W$).

2.5.3 Equation de KZK

On considère l'équation de continuité 2.1, l'équation de la quantité de mouvement 2.2 ainsi que l'équation d'évolution de l'énergie. A partir de ce système d'équations, on obtient l'équation de KZK (Khokhlov - Zabolotskaya - Kuznetsov) :

$$\frac{\partial^2 p_{ac}}{\partial \tau \partial Z} = \underbrace{-\frac{c_0}{2} \nabla_{\perp}^2 p_{ac}}_{\text{Diffraction}} + \underbrace{\frac{\alpha_{ac}}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p_{ac}}{\partial \tau^3}}_{\text{Absorption}} + \underbrace{\frac{\beta}{\rho c_0^3} \frac{\partial}{\partial \tau} (p_{ac} \frac{\partial p_{ac}}{\partial \tau})}_{\text{Effet non linéaire}} \quad (2.41)$$

La démonstration est faite par Kuznetsov [154] et Aanonsen [157]. Ce modèle de propagation acoustique est basé sur l'approximation parabolique. Il prend en compte, en plus, les effets non-linéaires. On note p_{ac} , la pression acoustique (en Pa), $\tau = t - \frac{z}{c}$ un temps retardé en seconde, c_0 , la célérité du son (en $m.s^{-1}$), ρ , la masse volumique du fluide (en $kg.m^{-3}$), α_{ac} , le coefficient d'atténuation en amplitude en m^{-1} et β le coefficient de non-linéarité 2.36. Une résolution numérique de l'équation 2.41 est réalisée avec la méthode des différences finies implicite amont et de Crank-Nicolson en Fortran [174] et en Matlab [175]. L'équation KZK est obtenue en considérant une source très directive, le champ acoustique ultrasonore peut être assimilé à un faisceau parallèle confiné et quasi plan sur une distance suffisamment longue depuis la source (faisceau d'ondes planes collimatées).

2.6 Mélanges binaires et ondes ultrasonores

Un nouveau procédé qui permet la séparation des espèces dans une cavité rectangulaire horizontale remplie d'un fluide binaire, chauffée (par le haut ou par le bas), a été étudiée par Fontaine [89]. La nouveauté dans cette étude est l'action combinée des ondes ultrasonores et de la thermodiffusion. L'auteur étudie alors l'interaction entre une onde progressive ultrasonore et un fluide incompressible. Il réalise une étude analytique et numérique de l'influence d'un écoulement généré par des ondes ultrasons (Eckart streaming) sur la séparation des espèces d'un mélange binaire en microgravité [90]. L'interaction entre l'onde acoustique et le fluide est modélisée par une force de volume [104] qui est dirigée dans le sens de la propagation de l'onde acoustique. La force acoustique est alors approximée par une constante dans la région de la cavité soumise à l'onde. L'hypothèse d'une distribution acoustique homogène, sur une partie de la cavité, est supposée valide.

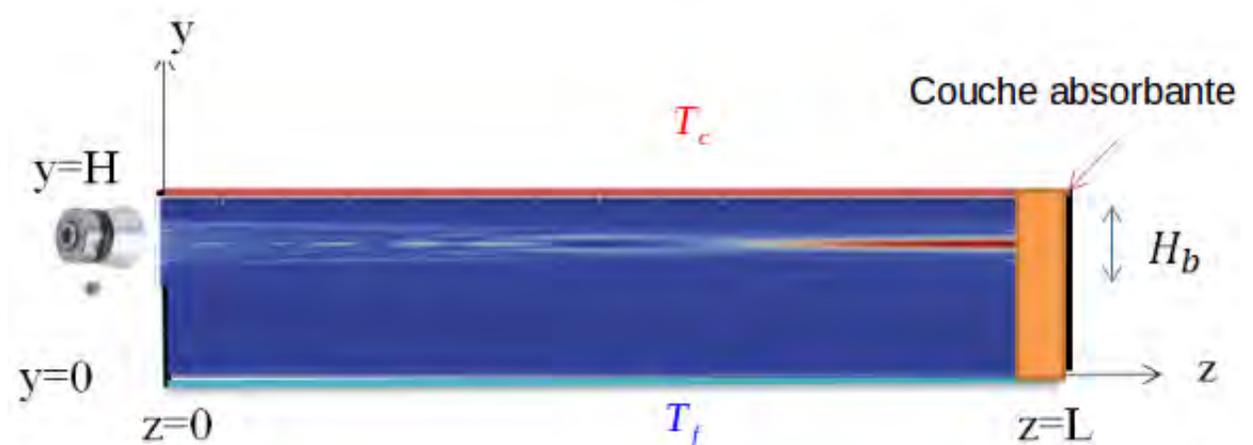


FIGURE 2.1 – Configuration chauffée par le haut en présence d'une source acoustique

La contrainte de l'écoulement monocellulaire impose d'injecter l'onde acoustique uniquement dans une partie de la cavité. Dans une confi-

guration chauffée par le haut (ou chauffée par le bas en microgravité), le mouvement du fluide est uniquement dû à la propagation de l'onde acoustique convenablement choisie. L'écoulement sera alors totalement piloté par la source piézoélectrique. Cela permet de s'affranchir du Rayleigh critique (l'instabilité de Rayleigh-Bénard n'a pas lieu). Ainsi, on peut envisager des hauteurs de cavité suffisamment importantes (centimétriques) pour y placer une source acoustique. L'écoulement généré par la source au sein du fluide est nommé Eckart streaming. La vitesse convective, qui est alors imposée par l'onde acoustique, doit être adaptée au temps de diffusion massique. La puissance de l'onde acoustique sera donc déterminante. La séparation impose un régime monocellulaire, la distribution spatiale l'onde (champ proche ou lointain) sera donc aussi primordiale, la fréquence de la source acoustique devra être choisie judicieusement.

Dans la présente étude, nous considérons le champ de gravité et cherchons à optimiser la séparation du fluide binaire en combinant les effets de l'onde acoustique et du gradient thermique. Les récents travaux [92], [93] étudient la séparation du mélange binaire en conjuguant gradient thermique dans un champ de pesanteur et force acoustique A . C'est donc l'addition des phénomènes de thermodiffusion gravitationnelle et d'acoustic streaming qui sont mis en jeu. Charrier-Mojtabi et Jacob ont déjà exploré cette configuration [91], [92], ainsi que Mougobha [93]. Ils ont exprimé la séparation en fonction du nombre de Rayleigh thermique Ra , de la force acoustique adimensionnelle A , du nombre de Lewis Le , du facteur de séparation ψ , du nombre de Prandtl Pr et du rapport d'aspect B_z de la cellule. Un modèle plus réaliste prenant en compte le rayonnement acoustique a été réalisé dans ces études. La séparation est optimum pour des nombres de Rayleigh très faibles ($Ra=23$, $Le=241$, $Pr=27.2$, $\psi=0.209$, $A=64$) [92]. Le stage de master de Mougobha a permis d'initier le cas A variable ($Ra=100$, $Le=200$, $Pr=22$, $\psi=0.211$, $A=40$) [93].

Ce second chapitre nous a permis de réaliser une synthèse sur les travaux théoriques et expérimentaux en relation avec la présente étude. Les paramètres adimensionnés décrivant les ondes sonores ont été explicités. Une synthèse des travaux combinant onde acoustique et diffusion thermogravitationnelle a été réalisée. Nous allons maintenant aborder la seconde partie, comportant des simulations numériques, afin de modéliser le phénomène d'acoustic streaming en le comparant à un cas expérimental connu [96].

Deuxième partie

Écoulement induit par ultrasons



Et l'eau bat toutes les proues, et l'air souffle à pleines joues
Ils se dispersent sur l'onde, ils vont ; ils jettent la sonde.

*image : Joel Rea, citation : Victor Hugo — La Légende des siècles
Dernière série XXII Océan*

Chapitre 3

Courant acoustique et rayonnement acoustique

Dans ce chapitre, nous présentons le calcul de rayonnement acoustique avec des sources planes, on considère différentes configurations de sources. Dans un premier temps, on considère des configurations similaires au modèle de Ocheltree [169] et Jensen [170] pour valider les différentes géométries de source. Ensuite, on considère la configuration de Moudjed [96], ce calcul est alors utilisé dans la suite pour prédire l'écoulement induit à partir du rayonnement de la source acoustique.

3.1 Rayonnement acoustique : sources planes

Ce paragraphe, qui synthétise les différentes méthodes de rayonnement acoustique, est issu du compte rendu sur les méthodes de l'acoustique¹. Pour représenter le faisceau, différentes méthodes sont possibles. D'une part, on peut modéliser chaque point de l'émetteur par une source ponctuelle (représentation intégrale de Green). D'autre part, on peut décrire le champ par une superposition d'ondes planes (représentation intégrale de Fourier). La représentation intégrale de

1. Le livre blanc de l'acoustique en France en 2010, pp. 101- 109

Green nécessite de connaître la fonction de Green associée à la géométrie de la source. La représentation de Fourier nécessite de connaître le champ de pression ou le champ de vitesse normale sur la surface de la source. Cette deuxième représentation est bien adaptée à l'étude des champs réfléchis et transmis sur des interfaces. Ce sont des modélisations classiques qui sont très largement utilisées [117]. Si on est en régime transitoire, on effectue en plus une transformée de Laplace en temps. La transformée de Laplace appliquée à la représentation de Green donne alors l'intégrale de Rayleigh (régime harmonique). La transformée de Laplace appliquée à la représentation de Fourier donne accès à la méthode de résolution de Cagniard-De Hoop. Cette méthode a été proposée par Cagniard en 1930 puis améliorée par De Hoop en 1960 ; elle connaît actuellement un regain d'intérêt [118] (régime impulsionnel).

Les nombreuses méthodes de calcul du rayonnement acoustique sont décrites dans les ouvrages de référence ([119] - [125]). L'utilisation du calcul de rayonnement est nécessaire pour ensuite construire le profil de la force acoustique qui contient le terme d'intensité acoustique I_{ac} (2.29). Nous utiliserons la formulation de l'intégrale de rayonnement acoustique. Il existe différentes méthodes de résolutions numériques toutes basées sur les solutions de l'équation d'onde, en milieu borné ou non, en dehors de l'approximation haute fréquence ou de la source ponctuelle.

Il existe une méthode où l'on regarde la réponse impulsionnelle de diffraction. Elle a été développée par Jensen [170] dans son programme : Field II [171] , qui calcule le champ de pression acoustique, cette méthode est valable uniquement en champ lointain. Une autre méthode consiste à se placer en régime harmonique , en effectuant une transformée de Fourier simple. Cette intégrale peut être obtenue par le principe de Huygens ou avec la fonction de Green. Cette intégrale peut s'exprimer dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel.

Enfin, cette méthode de calcul est valable en champ proche et en champ lointain. Le temps de calcul basé sur la réponse impulsionnelle de diffraction est plus court que celui basé sur la méthode de Rayleigh en régime harmonique. Mais la généralité du domaine de validité (champ proche et lointain) de la méthode de Rayleigh en fait une méthode attractive. La recherche d'un écoulement monocellulaire nous amène à explorer tout le domaine du rayonnement et différentes dimensions de cavités. Le calcul du rayonnement acoustique sera donc basé sur la méthode de Rayleigh en régime harmonique.

La propagation d'une onde sonore dans un espace est donnée par la théorie des champs acoustiques [119]. On détermine le potentiel des vitesses émis par une sphère qui vibre.

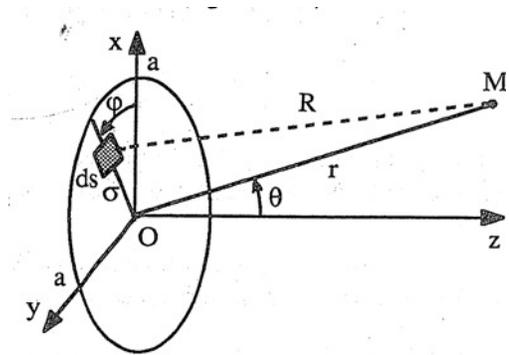


FIGURE 3.1 – Représentation du disque plan [119]

A une distance $r > a_T$ du centre de la sphère, le potentiel pour une onde sphérique est divergent. (avec une onde convergente, on a une contribution qui est nulle en ce domaine de l'espace). On écrit l'expression du potentiel de la sphère en coordonnée radiale, créé au point $r > a_T$ par la sphère vibrante de rayon a_T et de vitesse radiale $v_s = V_n(P)\cos(\omega t)$.

$$\phi(r, t) = \frac{V_n a^2}{r} \cos(\omega t - kr) \quad (3.1)$$

le potentiel scalaire $\phi(r, t)$ est proportionnel au produit $V_n a_T^2$, qui correspond au volume déplacé par unité de temps par la sphère de surface $4\pi a_T^2$. On note V_n la vitesse normale de la sphère. Nous allons utiliser ce dernier résultat pour calculer une onde rayonnée par une source quelconque en la décomposant en éléments de dimensions dS .

$$\phi(r, t) = \iint \frac{V_n}{2\pi r} \cos(\omega t - kr) dS \quad (3.2)$$

Le potentiel est donné par l'intégrale de Rayleigh :

$$\phi(r, t) = e^{+i\omega t} \iint \frac{V_n}{2\pi r} e^{-ikr} dS \quad (3.3)$$

Le rayonnement d'un disque vibrant se calcule à partir de cette intégrale qui traduit le principe de Huygens : chaque point de la source émet une onde hémisphérique. Tout élément de la source, entourant un point P et vibrant avec une vitesse normale $V_n(P)$, produit en un point P situé à une distance r , une onde sphérique divergente dont l'amplitude A est proportionnelle à la surface dS de l'élément. L'intégrale traduit le principe de Huygens en sommant la contribution des zones incrémentielles représentant la surface rayonnante [120], [121], [122].

3.2 Ecoulement potentiel

Le rotationnel appliqué à l'équation d'Euler 2.12 donne :

$$\overrightarrow{rot}(\rho_0 \frac{\partial v_{ac,i}}{\partial t}) = \overrightarrow{rot}(-\frac{\partial p_{ac}}{\partial x_i}) \quad (3.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial(\overrightarrow{rot}v_{ac,i})}{\partial t} = \overrightarrow{rot} \overrightarrow{grad} p_{ac} = \overrightarrow{0} \quad (3.5)$$

$$\overrightarrow{rot}(v_{ac,i}) = cste \quad (3.6)$$

Le rotationnel de \overrightarrow{v} est indépendant du temps et donc égal à sa valeur moyenne, elle même supposée nulle car le mouvement est vibratoire. Il existe donc une fonction $\phi(r, t)$ tel que :

$$v_{ac}(r, t) = \nabla\phi(r, t) \quad (3.7)$$

L'équation du mouvement 2.12 s'écrit alors :

$$\rho_0 \frac{\partial\phi(r, t)}{\partial t} = -p_{ac} + f(\phi) \quad (3.8)$$

le potentiel des vitesses est défini à une fonction du temps près (choix de jauge). On choisit ici $f=0$. De cette dernière expression du potentiel scalaire donné par l'intégrale de Rayleigh , on peut déduire la pression sonore qui s'exprime comme :

$$p_{ac}(r, t) = -\rho_0 \frac{\partial\phi(r, t)}{\partial t} \quad (3.9)$$

Pour une onde acoustique l'écoulement du fluide est irrotationnel : il existe un potentiel des vitesses qui s'exprime comme 3.7, la surpression est alors donnée par 3.9 :

$$p_{ac}(r, t) = -i\omega\rho_0 e^{+i\omega t} \iint \frac{V_n(P)}{2\pi r} e^{-ikr} dS \quad (3.10)$$

avec $\omega = 2\pi f$ et $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c_0}$

On établit alors la pression totale en considérant un ensemble de sources ponctuelles réparties sur la surface rigide. Le champ de pression totale est obtenu par intégration de la pression de chaque source avec l'intégrale de Rayleigh. Cette intégrale nous donne le calcul de la pression rayonnée dans un demi-espace infini sans prise en compte de conditions aux bords. La pression rayonnée en un point de coordonnées (x, y, z) est calculée selon : d qui est la distance à laquelle on regarde l'onde acoustique depuis la source, $V_n(P)$, ρ qui est la densité du fluide considéré, f qui est la fréquence de l'onde émise et c_0 qui est la vitesse de l'onde. Une fois la pression connue, la vitesse acoustique se déduit de l'équation 3.19 :

$$v_{ac}(r, t) = -ike^{+i\omega t} \iint \frac{V_n}{2\pi r} e^{-ikr} dS - e^{+i\omega t} \iint \frac{V_n}{2\pi r^2} e^{-ikr} dS \quad (3.11)$$

L'expression 3.11 est obtenue en considérant la dérivée de la somme égale à la somme des dérivées.

Thivant [172] réalise une synthèse des différentes approches afin de définir les principales méthodes énergétiques de prédiction ou d'analyse vibro-acoustique (théorie de Sabine, Statistical Energy Analysis, Méthode des Intégrales Énergétiques, Équation de diffusion). On note l'intensité acoustique instantané selon :

$$\vec{I}_{ac,i}(\vec{r}, t) = p_{ac}(\vec{r}, t) \vec{v}_{ac}(r, \vec{r}, t) \quad (3.12)$$

3.3 Formalisme de Fourier

On note la transformée de Fourier de la pression acoustique selon :

$$\hat{p}_{ac}(r, w) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{ac}(r, t) e^{-iwt} dt \quad (3.13)$$

La pression est alors vue comme une somme infinie et continue de signaux harmoniques. On considère le phénomène harmonique de pulsation ω . Des grandeurs appelées pression et vitesse complexes sont alors introduites, telles que les grandeurs physiques $p(t)$ et $u(t)$ soient égales aux parties réelles de $p_c(t)$ et $u_c(t)$. Les variables complexes peuvent être mises sous la forme du produit d'une amplitude complexe, ne dépendant que de la position spatiale r , par un coefficient de variation temporelle e^{iwt} . En notation en régime harmonique, les équations sur la surpression 3.10 et la vitesse acoustique 3.11 deviennent respectivement :

$$\hat{p}_{ac}(r, w) = -if\rho_0 \iint \frac{V_n(P)}{2\pi r} e^{-ikr} dS \quad (3.14)$$

$$\hat{v}_{ac}(r, w) = \left(1 - \frac{i}{kr}\right) \frac{\hat{p}_{ac}(r, w)}{\rho c} \quad (3.15)$$

On peut réécrire l'expression 3.14 dans le cas de N sources :

$$\hat{p}_{ac}(r, w) = \frac{i\rho_0 c}{\lambda} \sum_{n=1}^N V_n \iint \frac{1}{r} e^{-ikr} dA \quad (3.16)$$

On note N le nombre d'éléments de taille $\Delta A = \Delta h \Delta w$ et V_n la vitesse complexe d surface de l'élément n. La vitesse complexe de surface V_n est la même pour tous les éléments uniformément excités.

On note la distance $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2}$ à laquelle on se place pour calculer le rayonnement acoustique :

$$\hat{p}_{ac}(r, \omega) = \frac{i\rho_0 c}{\lambda} \sum_{n=1}^N V_n \int_{-\Delta h/2}^{\Delta h/2} \int_{-\Delta w/2}^{\Delta w/2} \frac{e^{-ikr}}{r} dx_0 dy_0 \quad (3.17)$$

La configuration est illustrée sur la figure 3.2 issue de [169]. En choisissant Δh et Δw petit, on considère un élément de surface qui est petit, la distance au point du champ est plus grande que les dimensions de la source (approximation de Fraunhofer). La distance $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ est grande devant x_0 et y_0 .

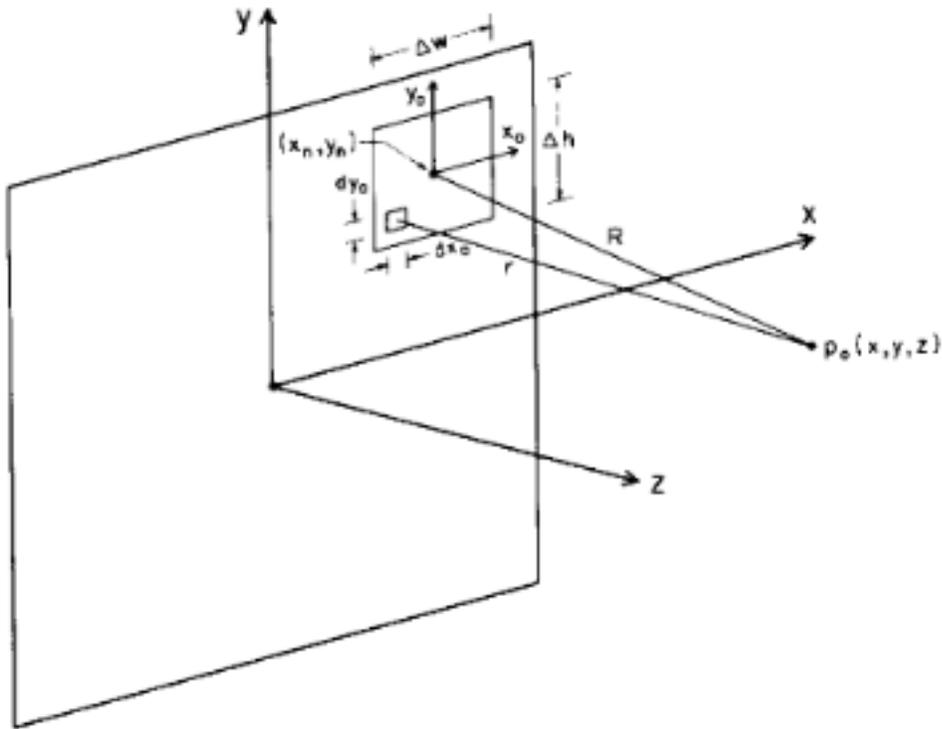


FIGURE 3.2 – Système de coordonnées pour la source rectangulaire

La moyenne temporelle de l'intensité instantanée, nommée intensité

active, s'exprime en fonction des variables complexes :

$$\overrightarrow{I_{ac,c}}(\overrightarrow{r}, w) = \frac{1}{2} Re(p_{ac} \overrightarrow{v_{ac}}^*) \quad (3.18)$$

La partie imaginaire de l'intensité complexe est nommée intensité réactive :

$$\overrightarrow{J_{ac,c}}(\overrightarrow{r}, w) = \frac{1}{2} Im(p_{ac} \overrightarrow{v_{ac}}^*) \quad (3.19)$$

On note

$$\overrightarrow{I_{ac}} = \overrightarrow{I_{ac,c}} + i \overrightarrow{J_{ac,c}} \quad (3.20)$$

On notera que l'intensité active, étant égale au flux moyen d'énergie, contient l'information principale pour décrire les transferts d'énergie acoustique. L'intensité réactive caractérise quant à elle l'amplitude des fluctuations temporelle de l'intensité instantanée autour de cette moyenne. Elle donne également des indications sur la nature du champ acoustique et des sources. Dans notre code en C, on écrit le calcul de la pression acoustique 3.14 , de la vitesse acoustique 3.15 et de l'intensité acoustique 3.20 à partir de ces dernières expressions en régime harmonique. Le code acoustique est ensuite étendu au cas multi-sources. On exprime la pression 3.16 acoustique avec N le nombre d'éléments de taille ΔA . Le champ de vitesse est sommé sur N éléments :

$$v_n = \sum_{n=1}^N -\left(1 - \frac{i}{kr}\right) \frac{p_n(x, y, z, t)}{\rho_0 c} \quad (3.21)$$

avec pour le champ de vitesse multi-sources , une sommation sur la contribution de chaque onde de pression générée pour chacune des sources. On en déduit alors l'intensité résultante :

$$I_n = p_n v_n \quad (3.22)$$

On note les différents sources $n = 1, 2 \dots N$.

3.4 Champ proche et champ lointain

L'onde n'a pas les mêmes propriétés de propagation dans tout l'espace qui entoure la source. Ces zones vont dépendre de λ la longueur d'onde du faisceau, c la vitesse de l'onde dans le milieu, f la fréquence de la source et de la taille de la source (d_T pour la source circulaire). Dans la théorie de la diffraction, il existe différentes zones de propagation dans l'espace

- la zone de champ proche (zone de Rayleigh + zone de Fresnel). L'onde est considérée comme hémisphérique. La zone de Rayleigh est comprise entre $\frac{\lambda}{2\pi}$ et $\frac{d_T^2}{4\lambda}$ et la zone de Fresnel (comprise entre $\frac{d_T^2}{4\lambda}$ et $\frac{d_T^2}{2\lambda}$)
- la zone de champ lointain (zone de Fraunhofer). Cette zone se situe au-delà de $\frac{d_T^2}{2\lambda}$. L'énergie rayonnée est confinée dans un faisceau conique et les ondes sont approximées par des ondes planes.

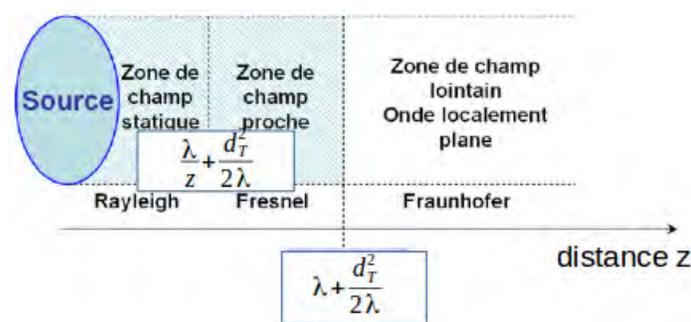


FIGURE 3.3 – Différentes zones du rayonnement

On définit alors la zone de Fresnel, la frontière entre le champ proche et le champ lointain par :

$$z_f \simeq \frac{d_T^2}{2\lambda} \quad (3.23)$$

Les premières configurations de calcul ont été choisies pour comparer les résultats obtenus à un modèle analytique connu, celui de

Ocheltree [169] et Jensen [170]. On va représenter la distribution de la pression acoustique dans différentes configurations. On considère alors différentes géométries de sources : carrée, rectangulaire, circulaire à des fréquences variées. Ces représentations permettent également d’illustrer les principales caractéristiques du rayonnement des sources circulaires et carrées. On réalise ensuite un calcul du rayonnement acoustique dans la configuration identique à celle de Moudjed [96]. On considère alors une source circulaire, de fréquence $f = 2MHz$. On va alors représenter le champ de pression, de vitesse et d’intensité acoustique.

3.5 Validation du calcul numérique

On résume les différentes configurations réalisées dans le tableau 3.1. Les caractéristiques des sources sont les suivantes :

Géométrie	Taille de la source	Fréquence	Zone de Fresnel	Discrétisation de la source	N_z
carré	2.5mm ($a_T=5\lambda$)	3MHz	3.125mm	$\frac{\lambda}{10}$ (0.5mm)	250
carré	5mm ($a_T=10\lambda$)	3MHz	12.5mm	$\frac{\lambda}{10}$	250
circulaire	5mm ($a_T=10\lambda$)	3MHz	12.5mm	$\frac{\lambda}{10}$	250
rectangulaire	0.25x5mm ($a_T=10\lambda$)	3MHz	0.75mm	$\frac{\lambda}{10}$	250

TABLE 3.1 – Représentation des différentes configurations de sources

3.5.1 Champ de pression sur l’axe

La pression acoustique issue de la source circulaire passe par une série de maxims constants tandis que les maximums ont des amplitudes différentes dans le cas de la source carrée. La zone de champ lointain (à partir de $\frac{z}{z_f}=1$) possède un profil acoustique qui se traduit par une exponentielle décroissante.

On représente ensuite une source rectangulaire identique à B. Ocheltree [169] de taille $L_x=0.5\lambda$ par $L_y=10\lambda$.

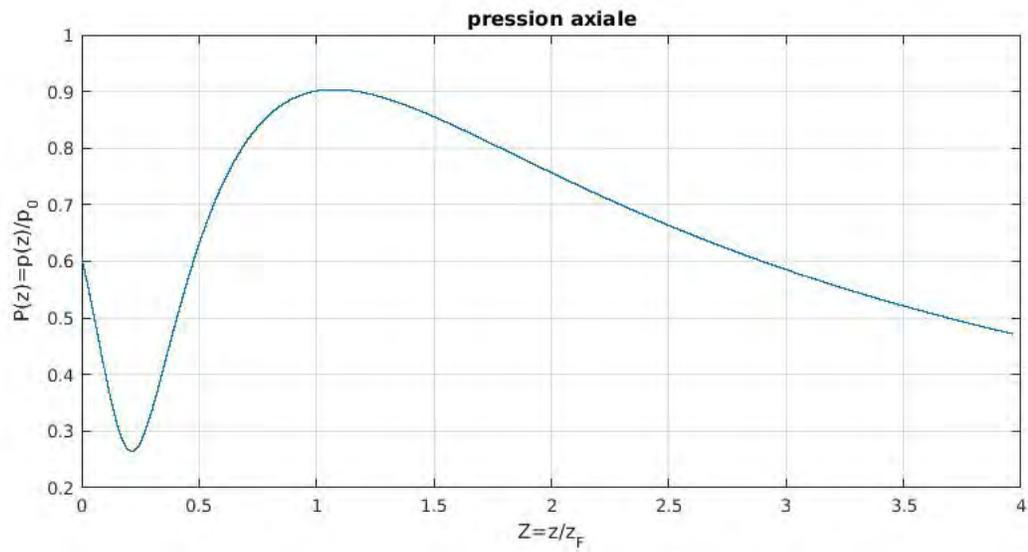


FIGURE 3.4 – Source carré : module de la pression (normalisé par p_0) en fonction de la distance (normalisée par z_f), cas $a_T = 5\lambda$

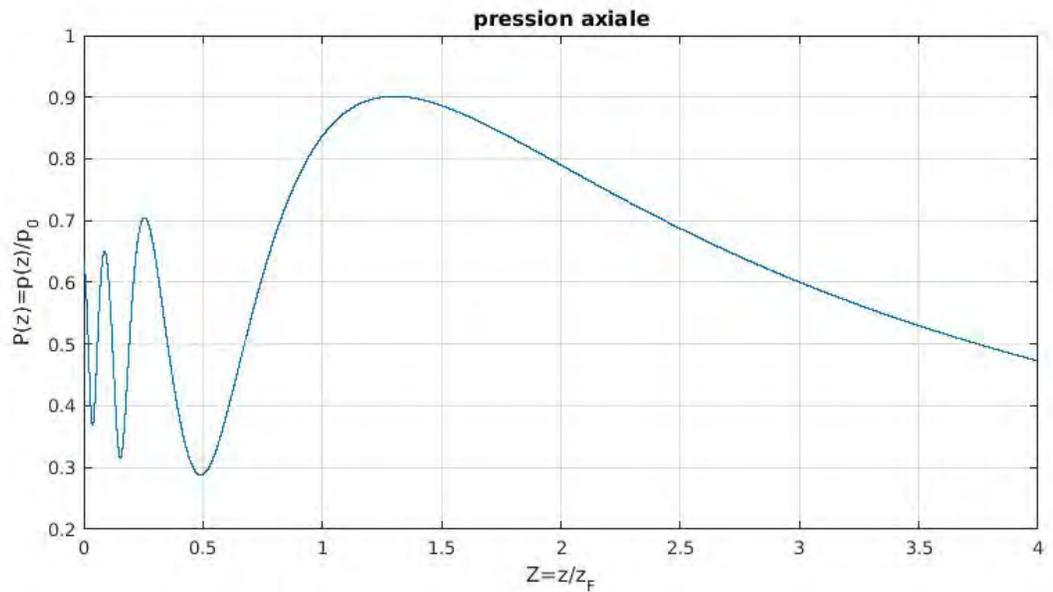


FIGURE 3.5 – Source carré : module de la pression (normalisé par p_0) en fonction de la distance (normalisée par z_f), cas $a_T = 10\lambda$

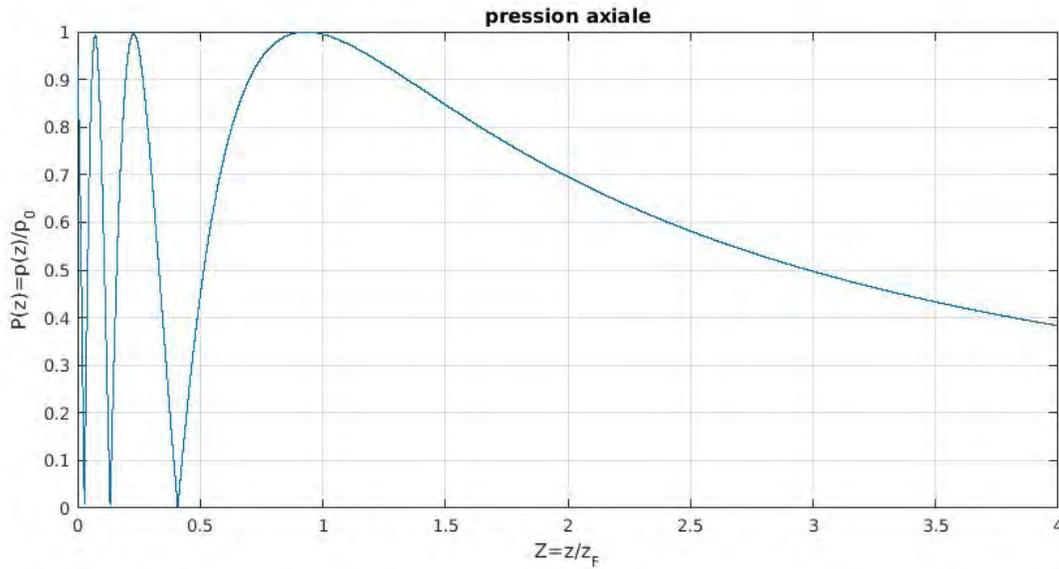


FIGURE 3.6 – Source circulaire : module de la pression (normalisé par p_0) en fonction de la distance (normalisée par z_f), cas $a_T = 10\lambda$

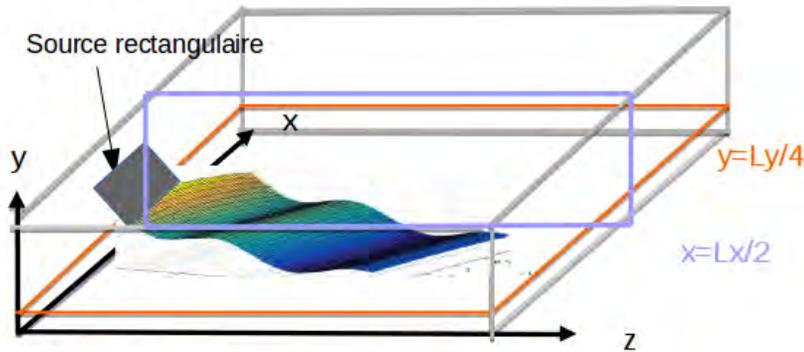


FIGURE 3.7 – Source rectangulaire : représentation de la configuration 0.5λ par 10λ

On représente les plans de coupe 0.5λ et 10λ . Par comparaison quantitative avec les résultats de B. Ocheltree [169], on observe un bon accord. La valeur des maxima et leurs positions permettent de confirmer quantitativement les résultats numériques. Le rapport d'aspect de la

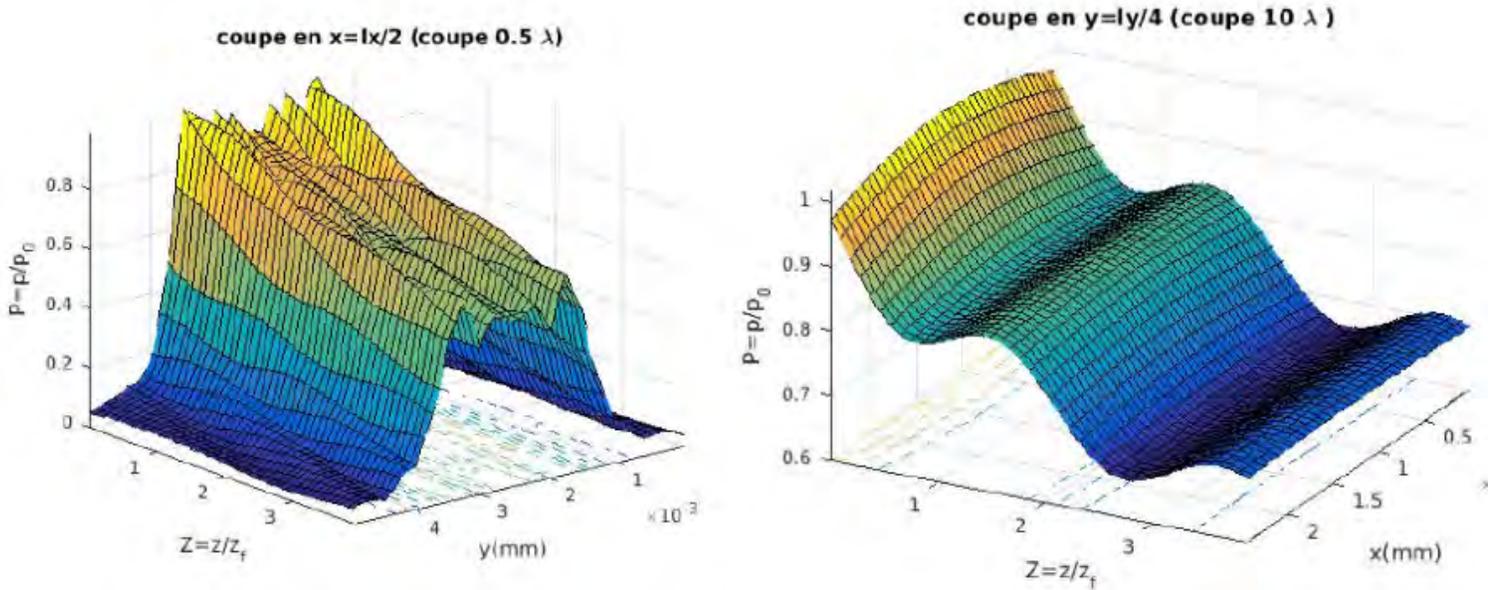


FIGURE 3.8 – Source rectangulaire de taille 0.5λ par 10λ : module de la pression (normalisé par p_0) en fonction de la distance (normalisée par z_f)

source rectangulaire permet de générer différents profils du rayonnement acoustique. Les éléments de validation sont détaillés en annexe (annexe B.1).

3.5.2 Champ de pression, vitesse et intensité

On considère maintenant une source circulaire de diamètre $d_T = 8.5\text{mm}$ et de fréquence $f=2\text{MHz}$, qui sera utilisée dans la suite (partie III). On réalise une comparaison avec les profils obtenus par D. Mair [173]. On se place dans la cas tel que le rayon $a_T = 6\lambda$.

On représente sur la figure 3.8, la distribution en champ proche de la pression acoustique p_{ac} , vitesse acoustique v_{ac} et de l'intensité acoustique I_{ac} le long de l'axe du transducteur. On trouve une distribution (p_{ac}, v_{ac}, I_{ac}) identique à celle de D. Mair [173]. On représente ensuite

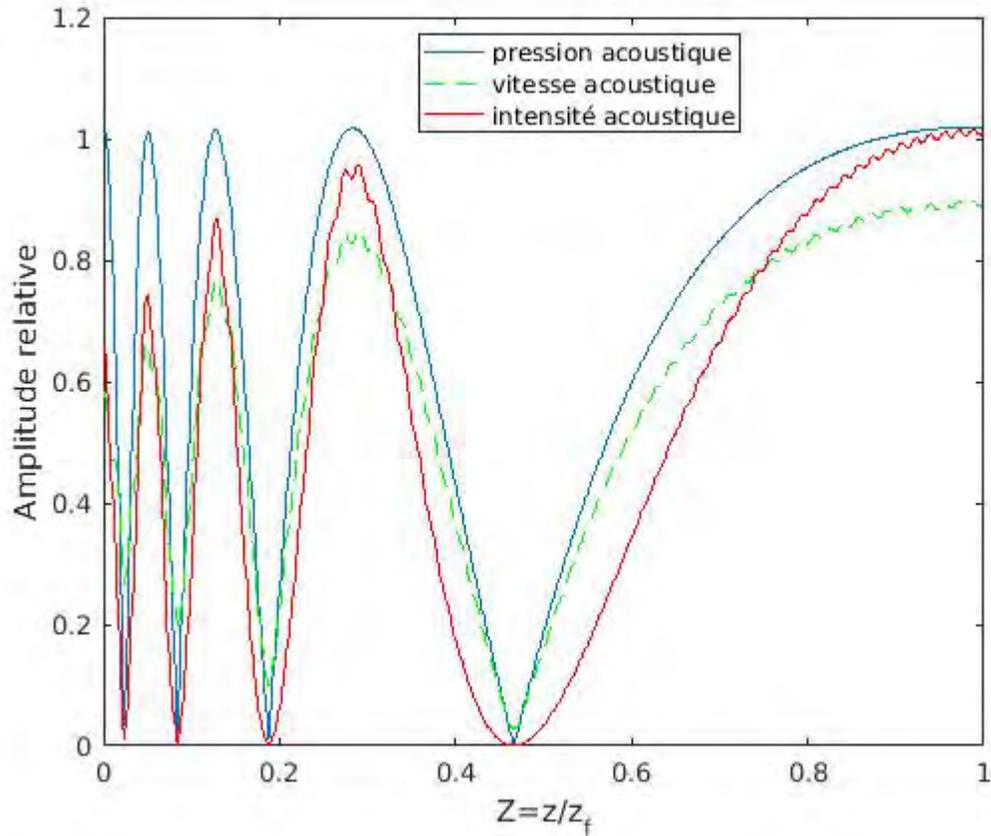


FIGURE 3.9 – Source circulaire : distribution de la pression acoustique relative, vitesse acoustique relative et intensité acoustique relative, selon l’axe du transducteur normalisé par la zone de Fresnel

sur la figure 3.9 les mêmes grandeurs en zone de champ proche et de champ lointain. On retrouve alors le profil caractéristique du champ lointain. Un très bon accord est établi avec D. Mair [173]

On voit sur la figure 3.9, que l’on peut approximer l’intensité acoustique $I_{ac} = p_{ac}v_{ac}$ par son expression valable pour les ondes planes ($I_{ac} = \frac{p_{ac}^2}{\rho c}$). En effet, on peut observer sur la figure 3.9 que la distribution de l’intensité acoustique le long de l’axe du transducteur est

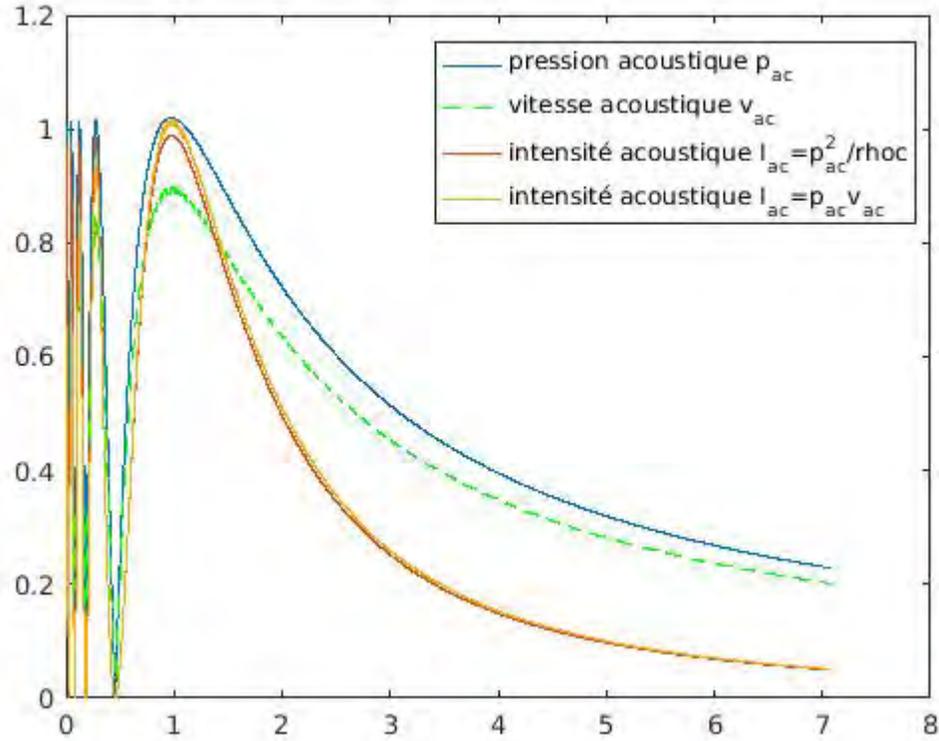


FIGURE 3.10 – Source circulaire : distribution de la pression acoustique relative, vitesse acoustique relative et intensité acoustique relative, selon l’axe du transducteur normalisé par la zone de Fresnel

identique pour les deux expressions. Les courbes orange ($I_{ac} = p_{ac}v_{ac}$) et rouge ($I_{ac} = \frac{p_{ac}^2}{\rho c}$) sont superposées. Cette configuration sera utilisée dans la suite (chapitre 7). Le rayonnement issu de la source circulaire étudiée ici (diamètre $d_T = 8.5mm$, fréquence $f=2MHz$) sera alors importé comme terme source et on étudieras l’écoulement induit au sein d’un mélange binaire.

3.6 Rayonnement pour le calcul d'écoulement induit

3.6.1 Configuration expérimentale

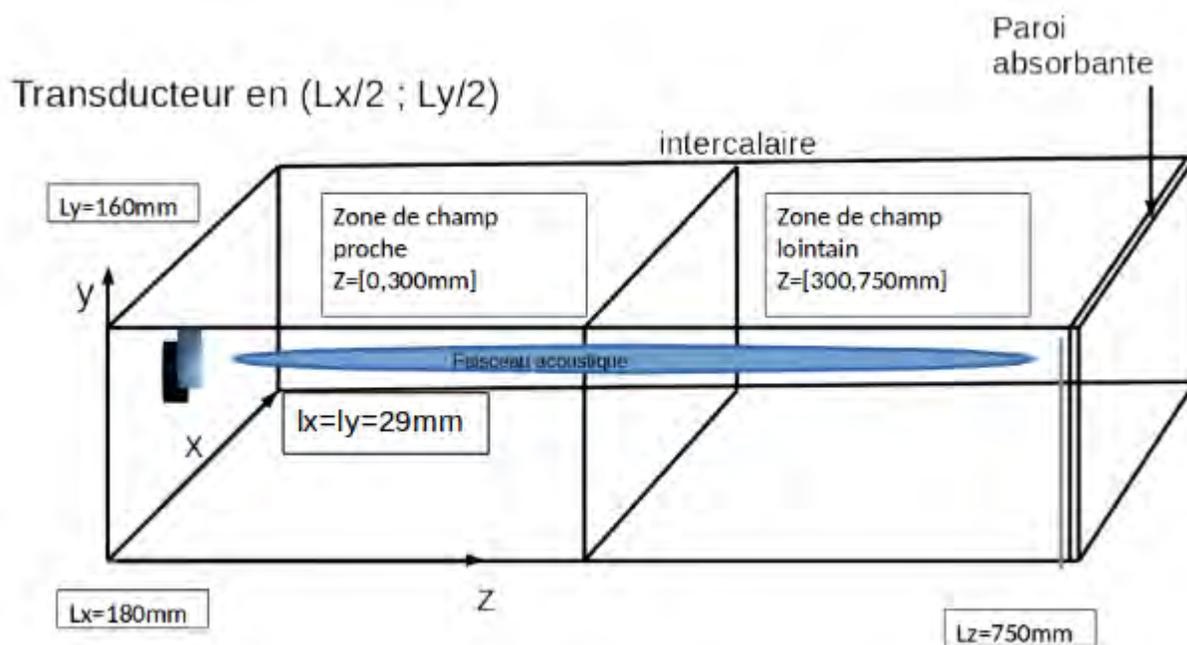


FIGURE 3.11 – Schéma de la configuration

On considère la configuration expérimentale de Moudjed [96]. On note (L_x, L_y, L_z) les dimensions de la cavité et (l_x, l_y, l_z) les dimensions du domaine de calcul du rayonnement acoustique dans la cavité [96]. La force acoustique sera représentée à partir du terme d'intensité acoustique (éq. 2.29). Ici le faisceau est directif : $ka_T = 125$ (annexe B.2). L'étalement de l'onde acoustique est alors réduit au diamètre de la source. Le calcul du rayonnement a été restreint à ce diamètre ($l_x = l_y = 29\text{mm}$). La longueur l_z sera déterminée par la nature du champ étudié (proche $l_z = [0, 300\text{mm}]$ ou lointain $l_z = [300, 750\text{mm}]$). On se place dans un domaine longitudinal similaire à celui de Moud-

jed avec L_z allant de 0 à 750mm. Dans notre calcul du rayonnement, un maillage de l'ordre de la longueur d'onde est utilisé afin d'avoir une bonne description du domaine. La cavité rectangulaire considérée est de taille ($L_x=180$ mm, $L_y=160$ mm, $L_z=750$ mm). On résume les propriétés de la source ainsi que la géométrie considérée.

Paramètres	Valeurs
Hauteur de la cavité L_y	160 mm
Profondeur de la cavité L_x	180 mm
Longueur de la cavité L_z	750 mm
Domaine rayonnement acoustique en champ proche l_z	[0,300mm]
Domaine du rayonnement acoustique en champ en lointain l_z	[300,750mm]

TABLE 3.2 – Géométrie de la configuration

Paramètres	Valeurs
Densité au repos ρ_0	1000 $Kg.m^{-3}$
Nombre d'onde k	8486 m^{-1}
Vitesse de vibration acoustique V_n	0.1 $m.s^{-1}$
Célérité des ondes c_0	1480 $m.s^{-1}$
Fréquence de la source f	10 ⁶ $Hz(s^{-1})$

TABLE 3.3 – Propriété du fluide (eau) et de la source acoustique

3.6.2 Pression acoustique

La figure 3.12 permet de retrouver le champ de pression acoustique attendu, en accord avec le modèle analytique établi (annexe B.1). La distribution spatiale et les valeurs obtenues correspondent aux prédictions établies analytiquement (annexe B.1). En champ proche, une étude analytique détaille les valeurs par lesquelles passe chacun des 19 maxima de l'amplitude de pression acoustique (annexe B.1),

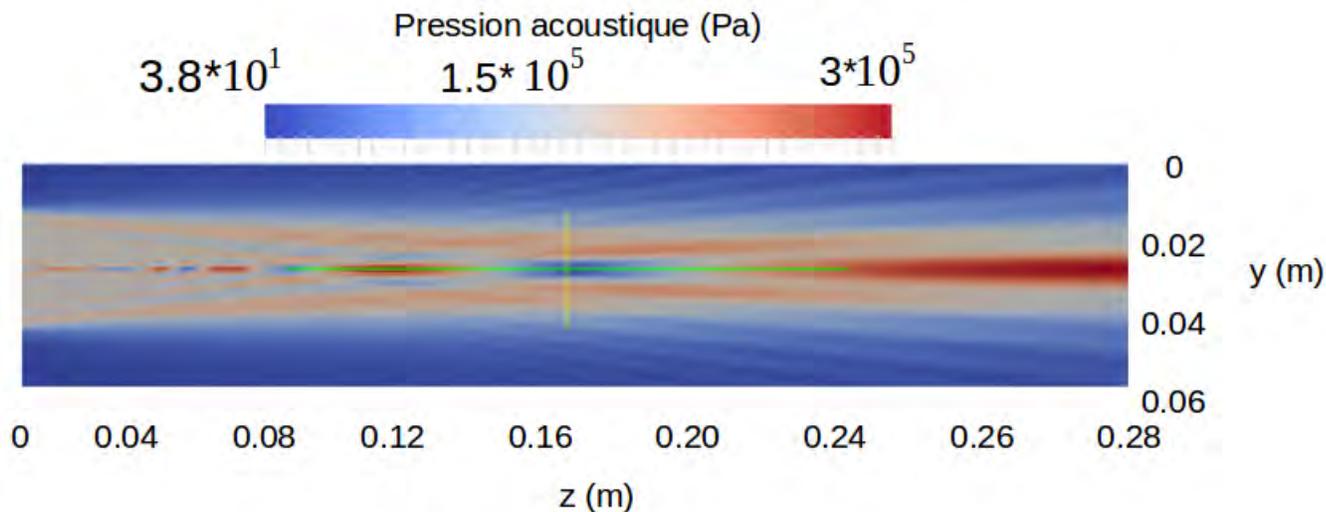


FIGURE 3.12 – Pression en champ proche ($x = Lx/2$)

un très bon accord est établi. On retrouve $p_{max} = 2\rho_0cV_n = 3.10^5 N/m^2$.

Paramètres	Valeurs
Domaine de rayonnement	$l_x.l_y.l_z$
$l_x.l_y.l_z$	29*29*280mm
Discrétisation du domaine	$N_x * N_y * N_Z$
$N_x * N_y * N_Z$	110*110*110)
Discrétisation de la source	$\frac{\lambda}{10}$

TABLE 3.4 – Discrétisation du domaine et de la source

3.6.3 Vitesse et intensité acoustique

Sur la figure 3.13, on voit que le champ de vitesse $v_{ac,z}(z)$ varie entre $0.01m.s^{-1}$ proche de la source, et son maximum $0.2m.s^{-1}$ atteint à la distance $z=280mm$ de la source. On retrouve bien la valeur maximale attendue pour la vitesse acoustique donnée par l'équation 2.27.

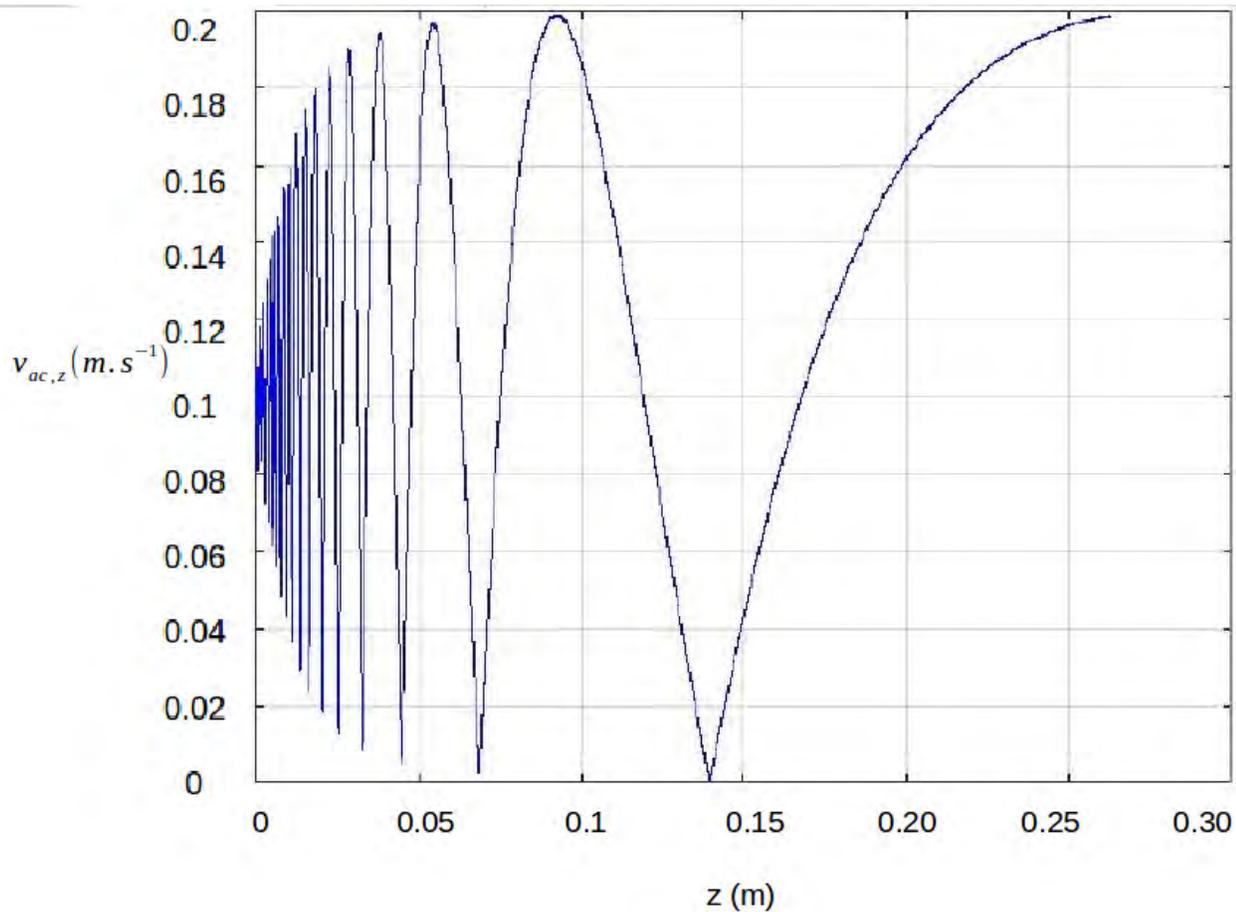


FIGURE 3.13 – Composante axiale de la vitesse en champ proche $v_{ac,z}(z, 0, 0)$

Les profils et valeurs du champ de pression et de vitesse correspondent bien aux calculs analytiques correspondant. L'intensité acoustique représentée sur la figure 3.14, est calculée à partir du produit de la pression et de la vitesse acoustique. On retrouve bien les maxima d'amplitude de l'intensité acoustique attendus.

Le détail des différentes applications numériques des maxima de pression, vitesse et intensité est explicité dans le tableau 3.5.

On va maintenant représenter la force acoustique associée au profil

Paramètres	Valeurs
Expression de la pression maximale $p_{ac,max}$	$2\rho_0cV_n$
Amplitude maximale de la pression $p_{ac,max}$	$3.10^5 Pa$
Relation pression acoustique- vitesse acoustique $2.27 v_{ac}$	$v_{ac} = \frac{p_{ac}}{c_0\rho_0}$
Densité au repos ρ_0	$1000 Kg.m^{-3}$
Célérité des ondes c_0	$1480 m.s^{-1}$
Amplitude maximale de la vitesse acoustique $v_{ac,max}$	$0.2 m.s^{-1}$
Formule l'Intensité acoustique I_{ac}	$I_{ac,max} = 0.5p_{ac,max}v_{ac,max}$
Amplitude maximale de l'intensité acoustique $I_{ac,max}$	$3 * 10^4 W/m^2$

TABLE 3.5 – Application numérique : calcul de l'amplitude maximale de la pression acoustique p_{ac} , vitesse acoustique v_{ac} et de l'intensité acoustique I_{ac}

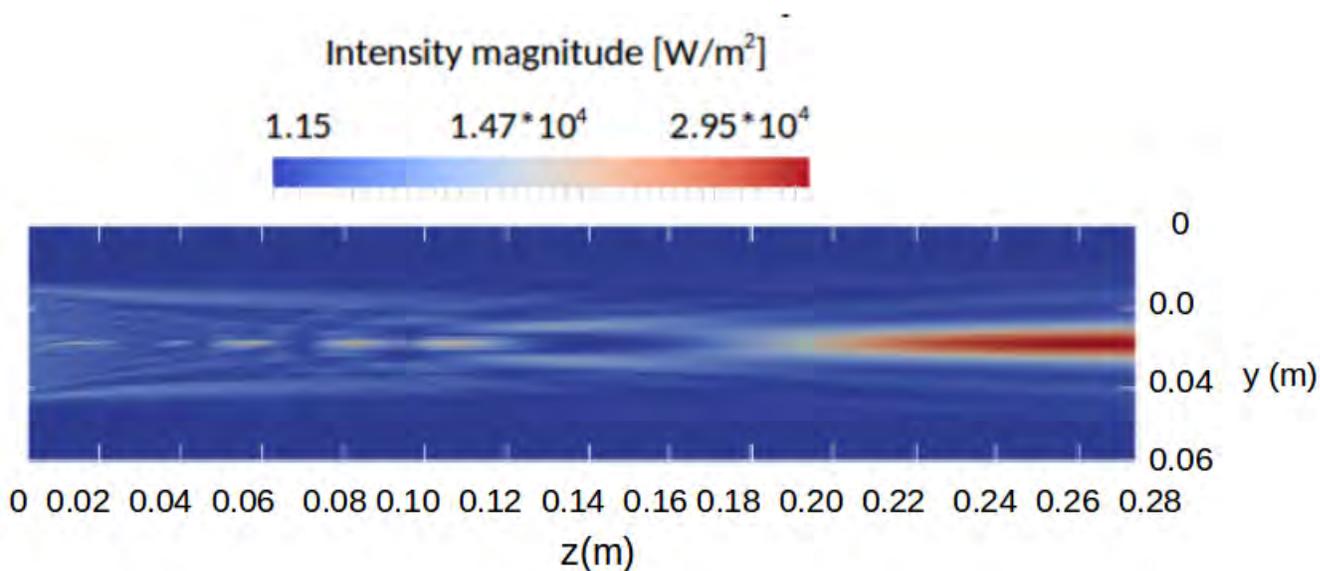


FIGURE 3.14 – Intensité acoustique en champ proche ($x = Lx/2$)

d'intensité qui a été calculé (figure 3.14). On voit sur la figure 3.14 que le rayonnement acoustique est réduit au diamètre de la source $d_T = 29mm$, ce qui correspond à un coefficient de directivité $ka_T = 120$. Les propriétés de la source et sa directivité seront discutées dans la prochaine section.

3.6.4 Force acoustique

Le calcul de la force acoustique f_{ac} est obtenu à partir de l'intensité acoustique, d'après l'équation 2.31. Un ajustement de puissance acoustique est calculé en annexe (annexe C.2).

Paramètres	Valeurs
Amplitude maximale de la pression $p_{ac,max}$	$3.10^5 Pa$
Amplitude maximale de la vitesse acoustique $v_{ac,max}$	$0.2 m.s^{-1}$
Amplitude maximale de l'intensité acoustique $I_{ac,max}$	$3 * 10^4 W/m^2$
Expression de la force acoustique f_{ac}	$f_{ac,max} = \frac{2\alpha_{ac}I_{ac,max}}{c_0}$
Atténuation acoustique α_{ac}	$0.1 m^{-1} C.1$
Densité de volume maximale de la force acoustique $f_{ac,max}$	$4N/m^{-3}$

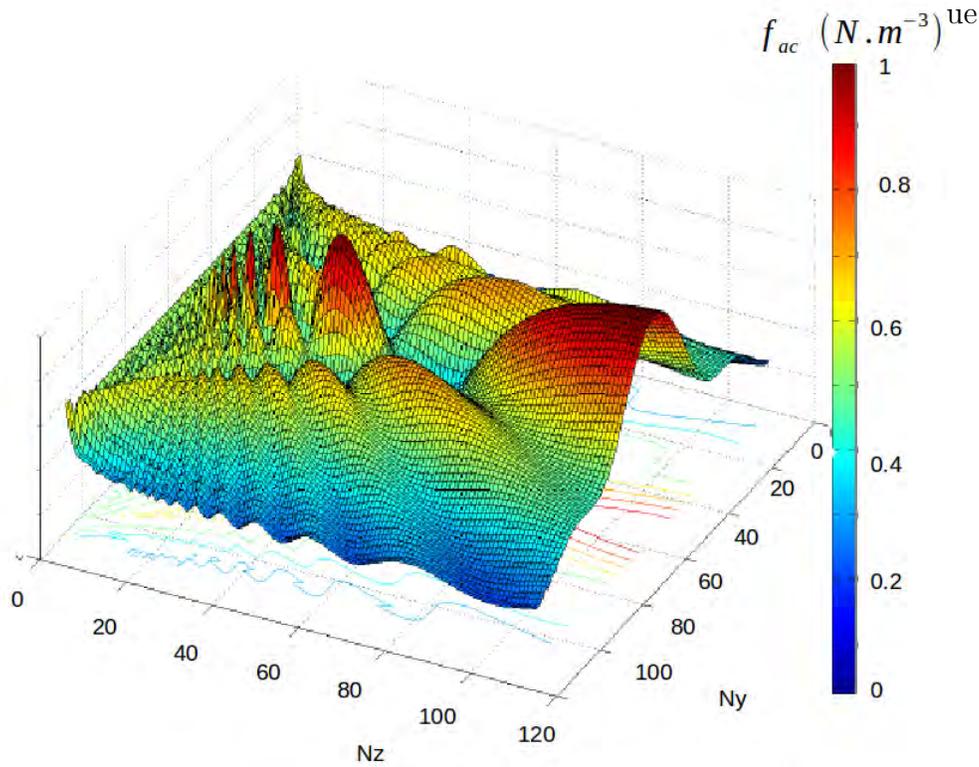


FIGURE 3.15 – Composante axiale (z) de la force acoustique $f_{ac,z}(y, z)$ acoustique $f(N/m^3)$ P=1.4W champ proche , coupe 2D dans le plan $(y, z, x = Lx/2)$

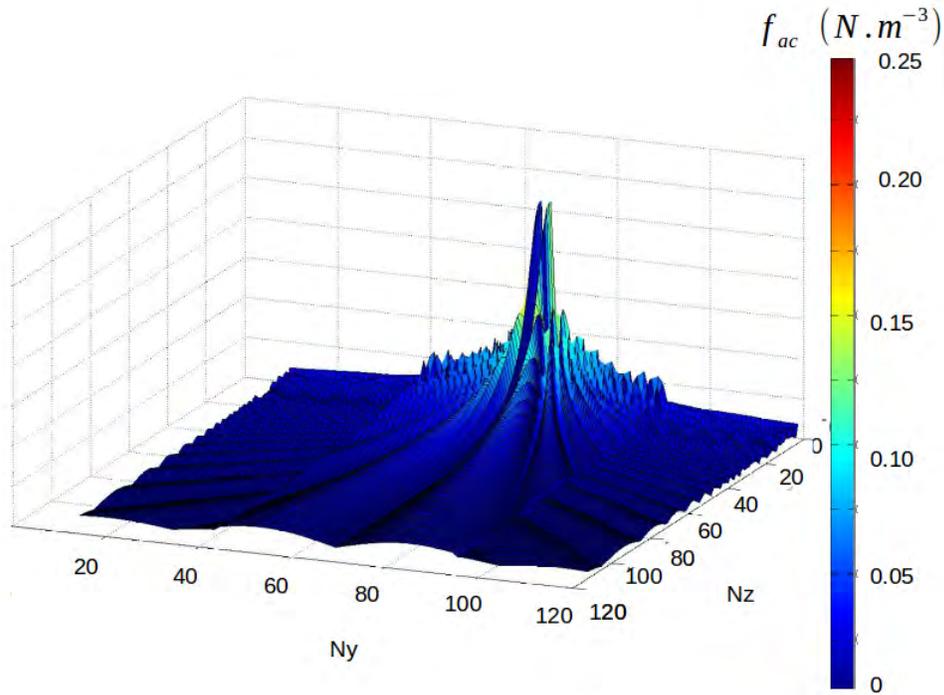


FIGURE 3.16 – Composante transversale de la force acoustique $f_{ac,y}(y, z)$ acoustique $f(N/m^3)$ P=1.4W champ proche , coupe 2D dans le plan $(y, z, x = Lx/2)$

Les applications numériques sont réalisées dans le tableau ci-dessus (tableau 3.7). On réalise une modélisation du rayonnement acoustique réduite au diamètre de la source en champ proche², la force acoustique $f_{ac,i}(x, y, z)$ a été représentée dans le plan (Oxy) , selon la composante longitudinale (Oz) . Deux composantes de la force acoustique $f_{ac,z}(y, z)$ (fig. 3.15) et $f_{ac,y}(y, z)$ (fig. 3.16) sont illustrées.

L'amplitude maximale de la composante $f_{ac,z}$ est près de quatre fois plus importante que celle de la composante $f_{ac,y}$. De plus, la composante $f_{ac,y}(y, z)$ (tout comme $f_{ac,x}(y, z)$) possède un seul maxima d'amplitude très proche de la source. Dans le cas des hautes fréquences (de l'ordre du MHz), on peut donc négliger les composantes transversales ($f_{ac,x}, f_{ac,y} \ll f_{ac,z}$). Le diamètre et la fréquence de la source permettent de réduire le rayonnement acoustique à la seule composante

2. le rayonnement est de dimension $(ly*lz=29*275mm)$

longitudinale. L'onde sonore peut alors être considérée comme unidirectionnelle. Le calcul de f_{ac} peut être réalisé pour des sources moins directives (de valeur ka_T plus faibles). Dans ce cas, les composantes transversales ($I_{ac,x}$, $I_{ac,y}$) de l'intensité sont plus élevées, mais la force acoustique est plus faible, car il n'y a pas d'interférences constructives comme pour les sources étendues.

On remarque que la valeur moyenne des composantes transversales de la force acoustique est de l'ordre de 5% par rapport à la composante longitudinale.

3.7 Rayonnement acoustique : modèle non-linéaire

De nombreux modèles numériques (KZKTexas, Field II, Abersim) permettent de modéliser la propagation acoustique en tenant compte des non-linéarités (KZK). F. Prieur [176] développe une méthode basée les approximations quasi-linéaires. De nombreuses méthodes de résolution ont été réalisées ([177]- [179]). L'étude de l'acoustic streaming issu d'un modèle de propagation non linéaire à été étudié par [181] Ici, on utilisera un modèle développé sous Matlab réalisé par Joshua E. Soneson (2008) [94], [175]. Cette méthode est résumée dans une synthèse de Jensen [95]. Ce modèle permet une résolution de l'équation KZK (éq. 2.41) basée sur la split step method, en régime harmonique on écrit KZK :

$$\frac{\partial \hat{p}_k}{\partial z} + \frac{ic_0}{2} \nabla_r \hat{p}_k + \alpha_{ac} \hat{p}_k = 0 \quad (3.24)$$

On note les différents harmoniques $k = 1, 2 \dots K$. Une étude sur les différents poids des k-harmoniques à été réalisée par Lee et Hamilton [177]. On note \hat{p}_k la valeur complexe de l'amplitude de la pression du k-ième harmonique. La résolution est réalisée par un schéma de différences finies basé sur une approximations des dérivées intervenantes dans l'équation à l'aide de développement en série de Taylor

(diagonally-implicit Runge Kutta).

On considère ici la configuration acoustique de Moudjed, résumée dans le tableau 3.7. On représente la distribution de la pression acoustique le long de l'axe du transducteur pour les quatre premiers harmoniques ($k= 1$ à 5) sur la figure 3.17.

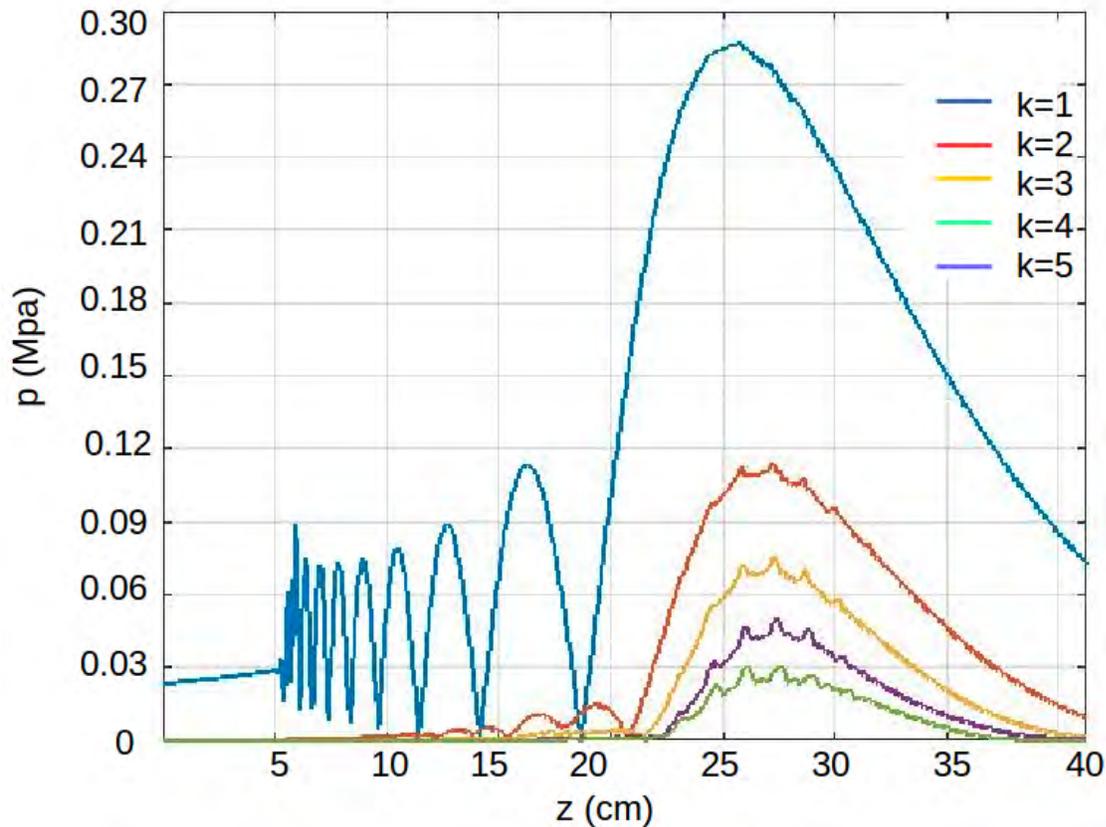


FIGURE 3.17 – Pression acoustique longitudinale : fondamental et quatre premiers harmoniques

On représente le fondamental et les quatre premiers harmoniques en champ proche (fig. 3.17). Dans ce troisième chapitre, les résultats issus du code de rayonnement acoustique ont été comparés aux calculs analytiques. Une étude analytique détaillant la position des extremums

Paramètres	Valeurs
fréquence f	$2MHz$
diamètre de la source d_T	29 mm
masse volumique ρ	$1000Kg/m^3$
célérité des ondes c	1500 m/s^{-1}
coefficient de non-linéarité β	3.5
puissance P	5.6 W

TABLE 3.7 – Paramètres du calcul en non-linéaire

de pression permet de valider notre code numérique (annexe B.2) avec un très bon accord. Les champs de pression, vitesse et intensité sont ensuite calculés et comparés aux valeurs analytiques. La polyvalence du code acoustique (géométrie et fréquence de la source) permet de considérer une grande diversité de configurations. La détermination du champ de force acoustique à partir du champ d'intensité en tout point du domaine, nous permet également d'envisager le calcul pour des faisceaux moins directifs. Ces calculs de rayonnement sont utilisés dans la partie suivante pour calculer l'écoulement induit par le faisceau d'ultrasons. Dans les deux prochains chapitres, les écoulements induits (respectivement en 2D puis en 3D) ont été calculés pour différentes puissances acoustiques. La force acoustique calculée ici ($P=1.4W$, fig. 3.15 , 3.16) est alors implémentée dans le code aux éléments finis Comsol. Les résultats de l'acoustic streaming sont comparés aux résultats expérimentaux antérieurs de Moudjed [96]. Le modèle de rayonnement acoustique avec prise en compte des non-linearités sera également implémenté comme terme source pour représenter l'écoulement induit dans le cas de la configuration de Moudjed (cas $P=5.6W$, fig. 3.17).

Chapitre 4

Écoulement induit en 2D

Dans ce chapitre, des calculs (par éléments finis, sous Comsol) de l'écoulement induit par l'onde ultrasonore sont présentés. Le rayonnement acoustique de l'onde ultrasonore a été calculé (en régime harmonique) au préalable avec un code numérique. On cherche ici à valider le profil et les valeurs de l'écoulement induit en le comparant aux résultats expérimentaux connus [96]. Une combinaison du code acoustique et du logiciel Comsol permet alors de réaliser le calcul de l'écoulement induit. La force acoustique (figures 3.15 et 3.16) est implémentée comme un terme de source dans l'équation de la quantité de mouvement sous Comsol. Le rayonnement de la force acoustique f_{ac} est importé dans le modèle à partir de fichiers externes. La distribution spatiale de f_{ac} est donc reproduite fidèlement. On considère une cavité isotherme remplie d'eau. Le domaine de calcul est défini par quatre parois et une surface libre, cela se traduit, pour les parois, par une condition de non-glissement, c'est-à-dire une vitesse nulle à la paroi et, pour la surface libre, par une condition de glissement libre. La résolution numérique du logiciel Comsol est basée sur les équations (2.1) et (2.2). Ce système d'équations est décrit par une forme matricielle sous Comsol. L'équation matricielle peut ensuite être résolue selon différents modèles numériques (en régime permanent ou en régime

transitoire [192], [193]). La distribution spatiale du terme source est contenu dans l'équation matricielle non triviale. Une résolution basée sur la décomposition LU [193] disponible avec un solveur en régime transitoire [192] est utilisé. Bien que coûteux en temps de calcul, le mode de résolution choisi (factorisation LU) permet d'aboutir à une solution pour des critères de convergence plus fins. Le calcul est initié avec un champ de vitesse et de pression nul.

4.1 Champ proche

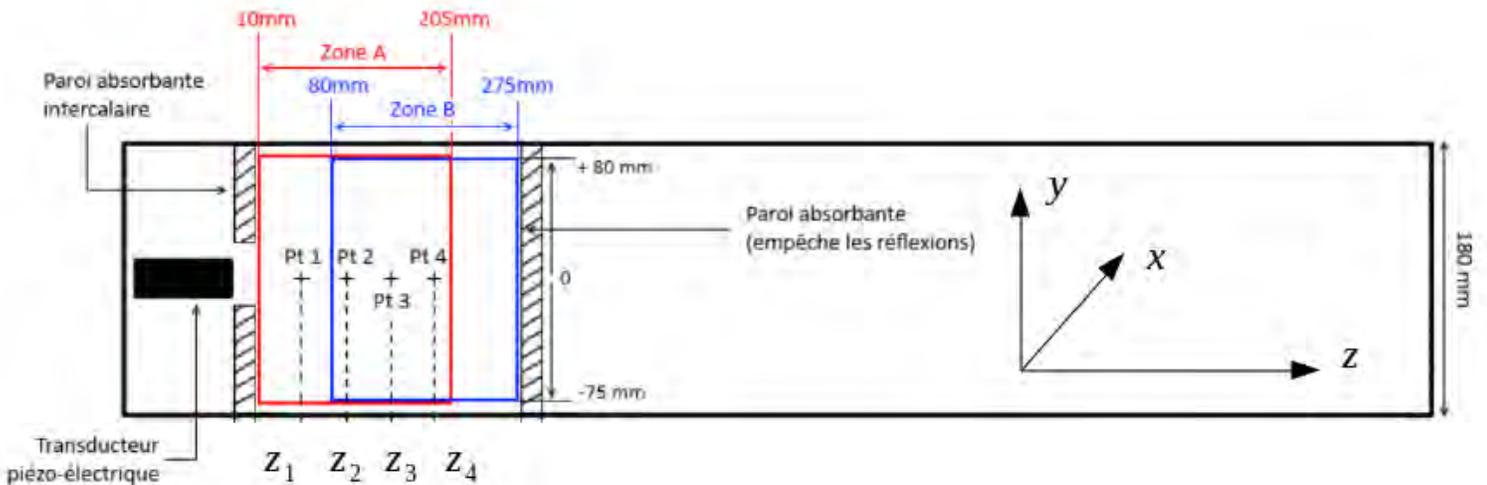


FIGURE 4.1 – Champ proche : configuration expérimentale (Moudjed)

La figure 4.1 est issue de l'étude de Moudjed [96], pour étudier la structure de l'écoulement, nous utilisons les mêmes sections $z_1 = 50$, $z_2 = 100$, $z_3 = 150$ et $z_4 = 200\text{mm}$ du transducteur. Pour un modèle acoustique 2D ou 3D, la force acoustique est importée sous forme d'un tableau de quatre colonnes, seule la composante axiale est utilisée, car compte-tenu de la directivité de la source, les composantes transversales sont négligeables.

Distances	valeurs
Distance source acoustique-paroi opposée	285mm
Hauteur de la cavité L_y	160mm
Longueur de la cavité L_z	280mm
Hauteur du rayonnement importé l_y	29mm
Longueur du rayonnement importé l_z	280mm

TABLE 4.1 – Configuration expérimentale en champ proche

Les différents tableaux synthétisent la configuration expérimentale en champ proche (tableau 4.1), les caractéristiques du code numérique acoustique (tableau 4.2) ainsi que les caractéristiques du code numérique des écoulements induits Comsol (tableau 4.3). On rappelle que l'étalement de l'onde acoustique est réduit au diamètre de la source. Le choix du calcul de la force acoustique en régime harmonique est basé sur la séparation des échelles de temps entre la vitesse de propagation de l'onde acoustique et la vitesse des particules fluide [126]. On choisit de discrétiser le maillage du rayonnement acoustique à 110 points pour ne pas incorporer les 19 maxima présents en champ très proche (voir annexe B.1). En effet, les fluctuations sont très nombreuses en champ très proche (entre 1 à 20mm), puisque 14 maxima se situent dans cette zone restreinte. Le nombre de maxima total est fixé en fonction des caractéristiques de la source (rayon a_T , fréquence). Une discrétisation plus importante du rayonnement acoustique, qui incorpore les nombreuses fluctuations sur une zone restreinte, génère des temps de calcul beaucoup plus longs sous Comsol, pour un écoulement induit similaire.

On représente dans la suite des profils transversaux de la vitesse axiale de l'écoulement u_e ($m.s^{-1}$) en fonction de la puissance. Le pourcentage d'erreur sur la valeur expérimentale par mesure avec l'hydrophone est de l'ordre de 15% d'après le décalage induit sur le graphique de Moudjed [96]. Nous avons comparé nos résultats numériques à la va-

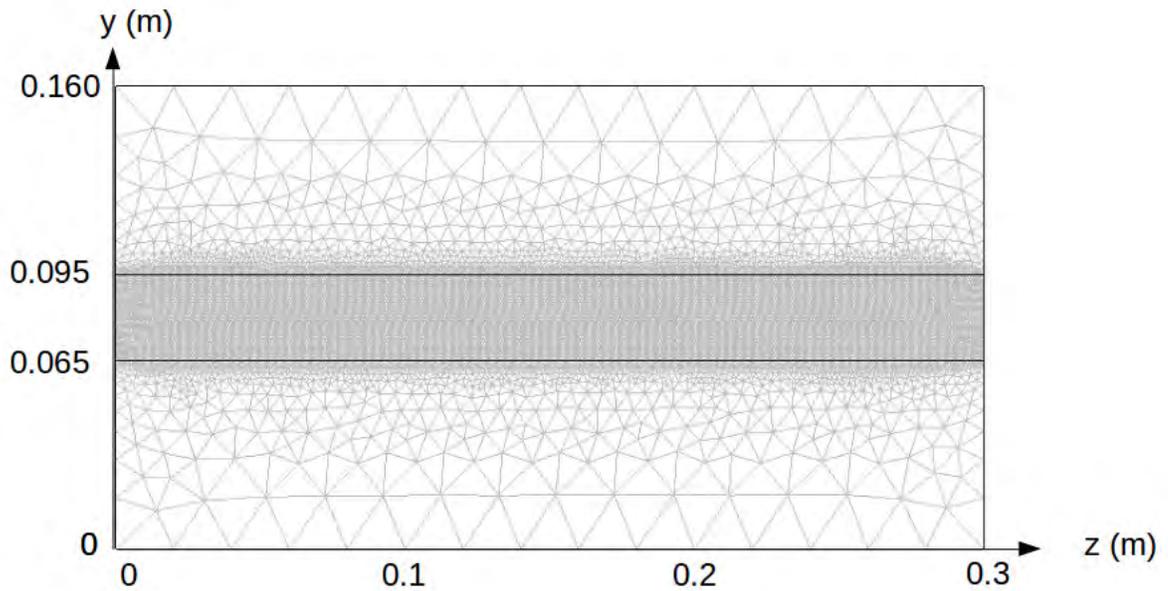


FIGURE 4.2 – Représentation d'un maillage Comsol en champ proche

variables	dimension
variables importées $(y, z, f_{ac,y}(y, z), f_{ac,z}(y, z))$	4 colonnes de 12100 lignes chacune
taille importée en mm ($l_y * l_z$)	29mm*280mm
taille importée en nombre de points $N_y * N_z$	110*110
longueur d'onde de la source λ	0.75mm
discrétisation longitudinale $\delta z = \frac{l_z}{N_z}$	2.55mm
rayon de la source a_T	14.5mm
rapport $\frac{a_T}{\lambda}$	19.33 (19 maximas)
nombre de maximums pris en compte	6/19
nombre d'onde k	8486
facteur de directivité ka_T	125 B.5
discrétisation de la source	$\frac{\lambda}{10}$

TABLE 4.2 – Caractéristiques et maillage du code acoustique

leur moyenne expérimentale obtenue par Moudjed. On retrouve le profil de l'intensité acoustique normalisé. Différents types de maillages sont

utilisés. A partir de 8400 éléments quadrangles, on trouve un bon accord entre les résultats numériques et expérimentaux de Moudjed [96]. Le maillage en 2D sera discrétisé d'avantage sous Comsol pour chercher à minimiser l'écart entre les résultats numériques et expérimentaux. Les maillages utilisés sous le code acoustique et Comsol sont différents. Le code acoustique utilise un maillage cubique uniforme alors que Comsol utilise un maillage 2D quadrangle ou tétraédrique affiné dans la partie qui contient le faisceau (figure 4.2) . On réalise une interpolation en espace pour obtenir la force acoustique sur le maillage, et ce, pour chaque pas de temps (ce qui n'est pas nécessaire dans notre cas, celui d'une force acoustique stationnaire).

Variables	Dimension
Dimension de la cavité $L_y * L_z$	160mm*300mm
Maillage quadrangle	22 400 éléments, 101 000 d.d.l.
Maillage tétraédrique	20 000 éléments, 66000 d.d.l.
Discrétisation sous Comsol	$\delta z = \delta y = 2\text{mm}$
Méthode de résolution	Instationnaire
Solveurs	Spooles, Pardiso
Méthode Itérative	conjugate gradient method, Generalized alpha
Seuil de tolérance à la convergence	0.001

TABLE 4.3 – Caractéristiques et maillage sous Comsol

Des coupes transversales (z_1, z_2, z_3, z_4) ont été réalisées, l'intensité acoustique puis la vitesse axiale de l'écoulement ont été relevées. L'onde est considérée focalisée. La puissance acoustique (annexe C.2) va ensuite être modifiée, elle est directement reliée à la vitesse des particules fluides par une relation connue (figure 4.6).

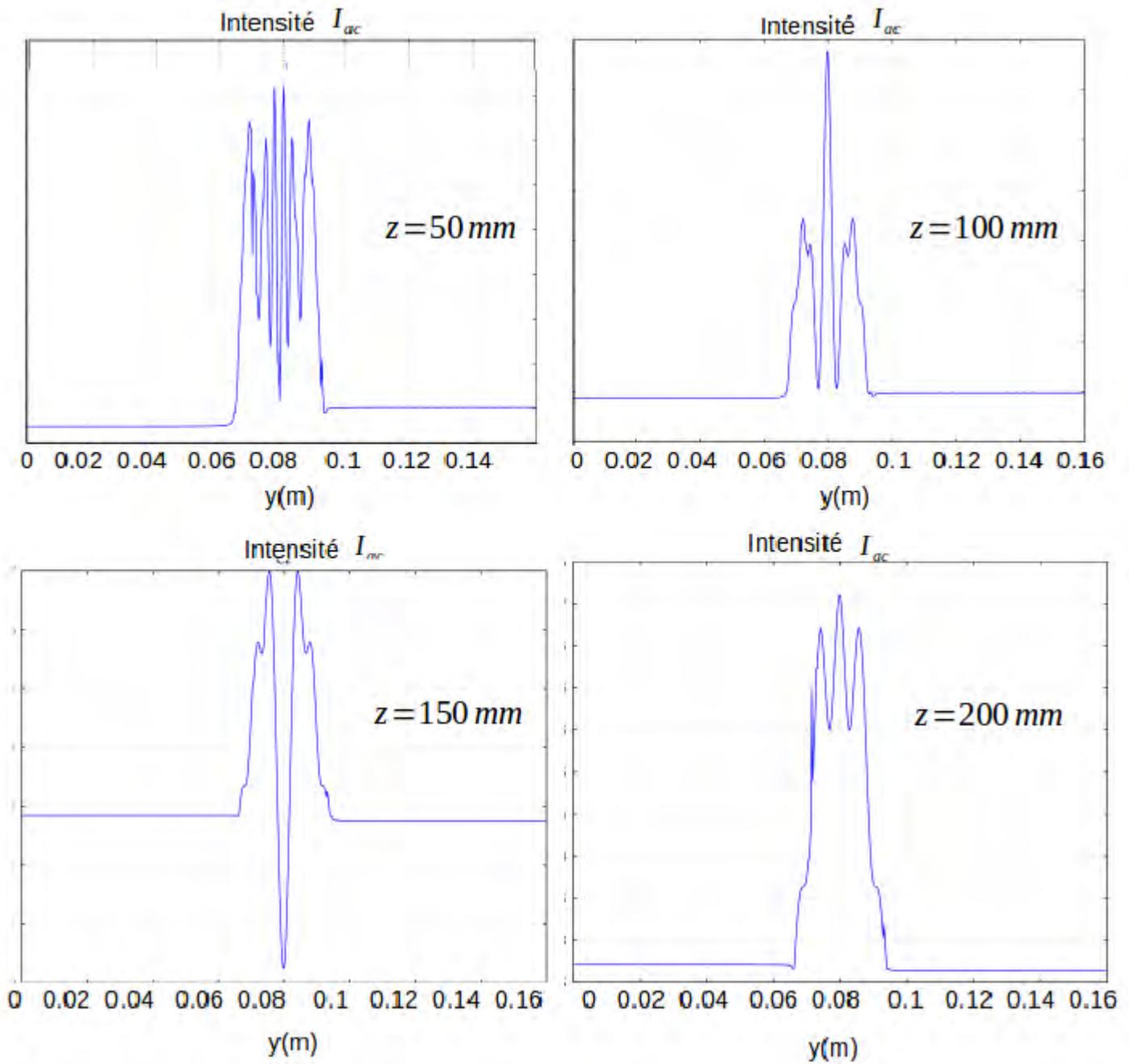


FIGURE 4.3 – Profils transversaux de l'intensité acoustique normalisée

4.2 Écoulement induit en fonction de la puissance

On trouve un profil de la vitesse axiale de l'écoulement qui suit le profil de la force acoustique importée.

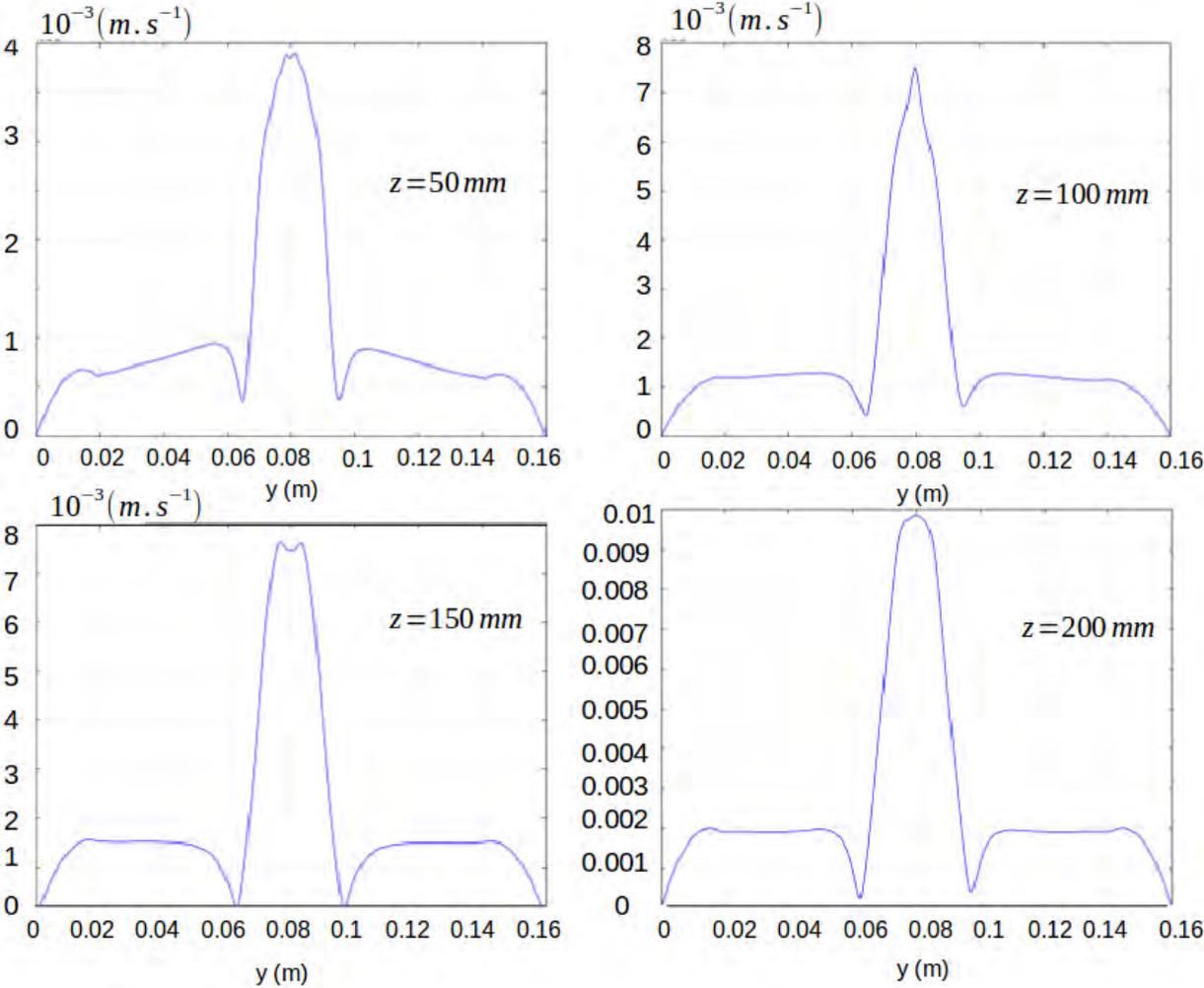


FIGURE 4.4 – Écoulement induit ($P=1.4\text{W}$) en champ proche 2D

Le calcul est réalisé pour différentes puissances acoustiques comme dans l'expérience : $P_{ac} = [1.4 - 5.6W]$.

On trouve un écart entre simulation numérique et résultats expérimentaux inférieur à 25% (pour les puissances : P=1.4W, 2.8W, 4.2W).

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=50mm	0.0032	0.0037	13.6%
z=100mm	0.0055	0.0072	25%
z=150mm	0.0060	0.0078	24 %
z=200mm	0.0080	0.0100	20%

TABLE 4.4 – Écoulement induit 2D en champ proche (P=1W4)

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=50mm	0.0055	0.0051	7.3%
z=100mm	0.0085	0.0077	9.5%
z=150mm	0.0095	0.0098	4%
z=200mm	0.0125	0.0110	12%

TABLE 4.5 – Écoulement induit 2D en champ proche (P=2W8)

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=50mm	0.0073	0.0070	4.2%
z=100mm	0.0115	0.0100	13.1%
z=150mm	0.0125	0.0120	4%
z=200mm	0.0160	0.0170	6%

TABLE 4.6 – Écoulement induit 2D en champ proche (P=4W2)

La figure 4.4 représente l'écoulement induit en champ proche à la puissance P=1.4W. Les vitesses mises en jeu sont de l'ordre du millimètre par seconde. On superpose le profil d'intensité acoustique et

de vitesse d'écoulement, on observe un profil de l'écoulement directement influencé par la distribution spatiale du rayonnement acoustique. On représente les coupes selon (Oy) dans le plan $(x = Lx/2, z = [z_1, z_2, z_3, z_4])$. L'écoulement pour $P=1.4W$ est représenté sur la figure 4.4. Les résultats des écoulements induits sont synthétisés pour les différentes puissances respectivement dans les tableaux 4.4 ($P=1.4W$), 4.5 ($P=2.8W$) et 4.6 ($P=4.2W$).

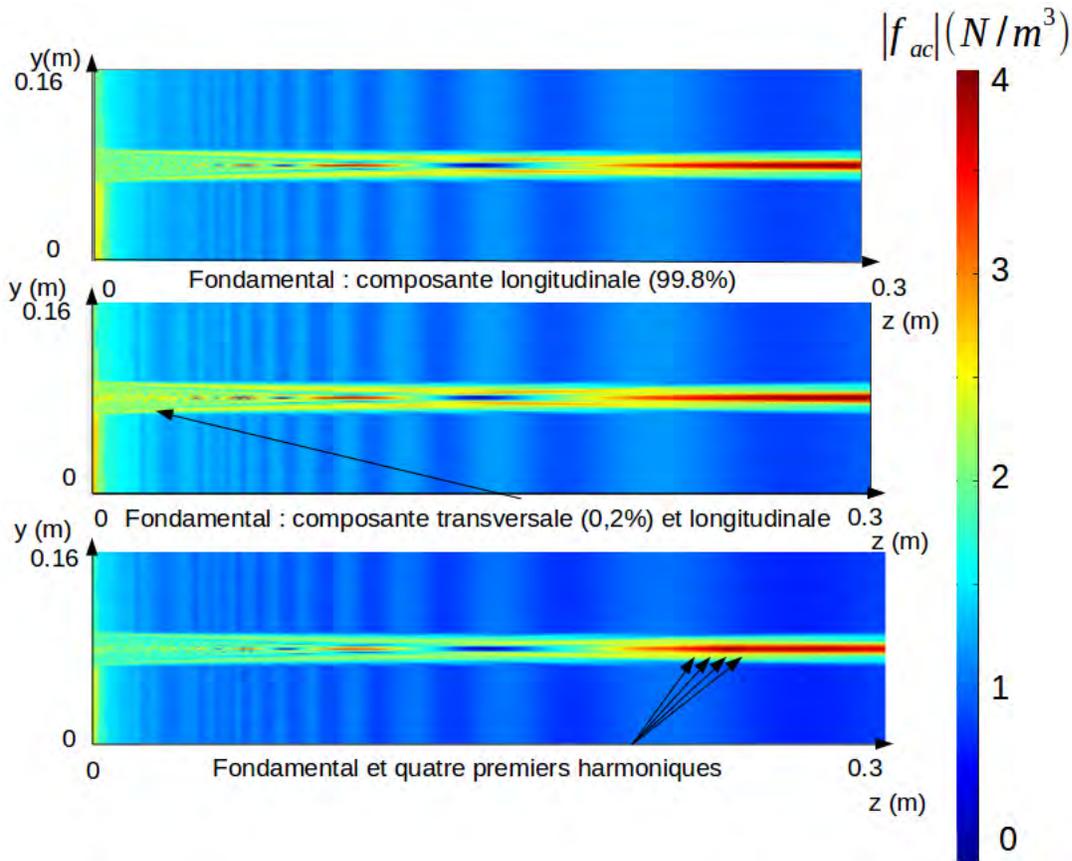


FIGURE 4.5 – Force acoustique importée sous Comsol ($P=5.6W$)

Dans le cas $P_{ac} = 5.6W$ en champ proche, l'écoulement induit est étudié en prenant en compte la non-linéarité de l'onde ultrasonore.

Deux méthodes sont envisagées pour implémenter le fondamental et

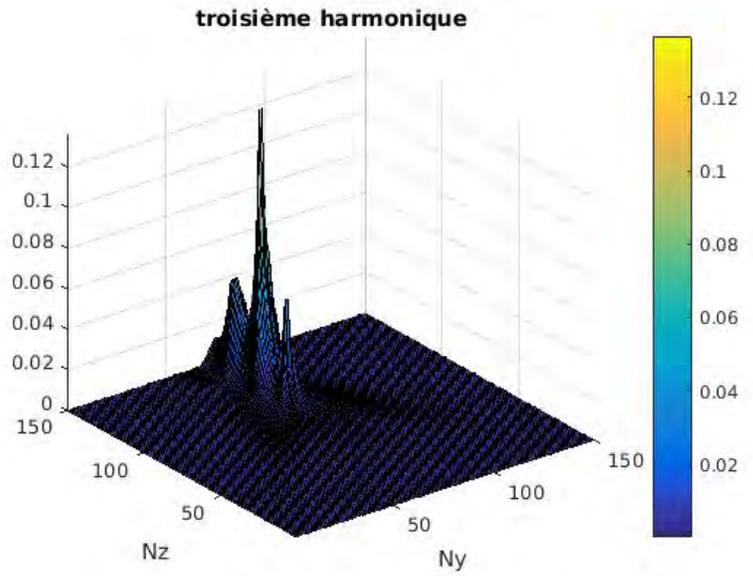
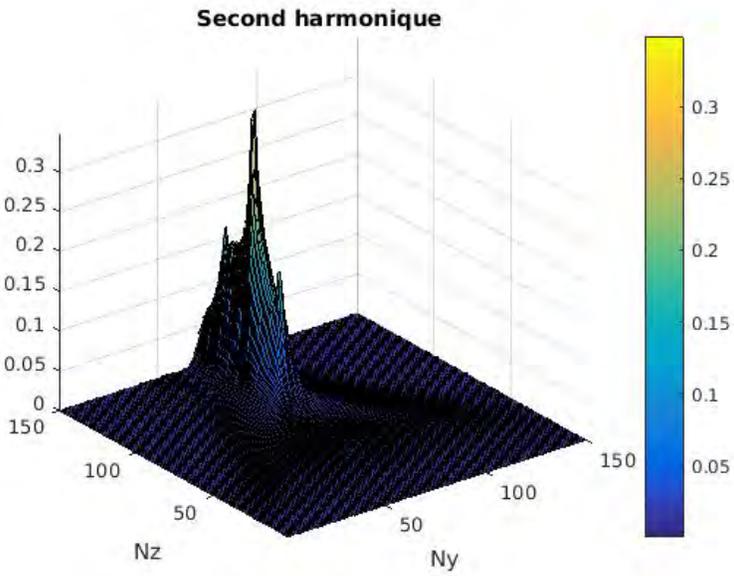
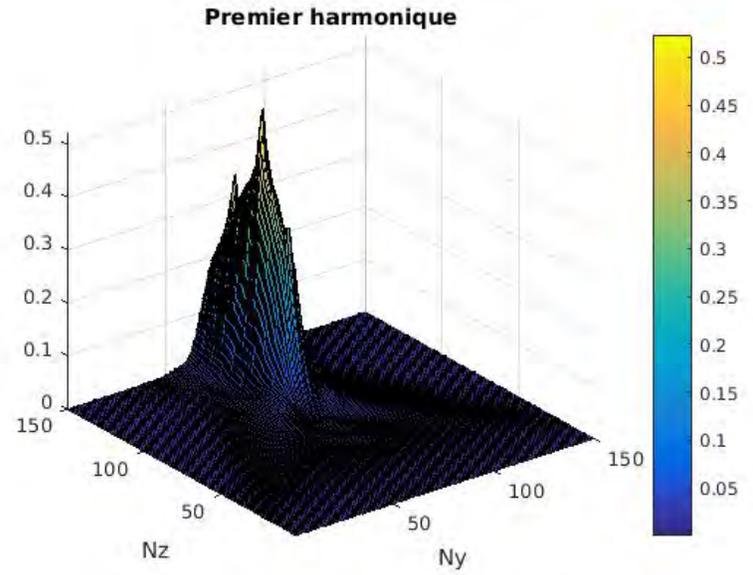
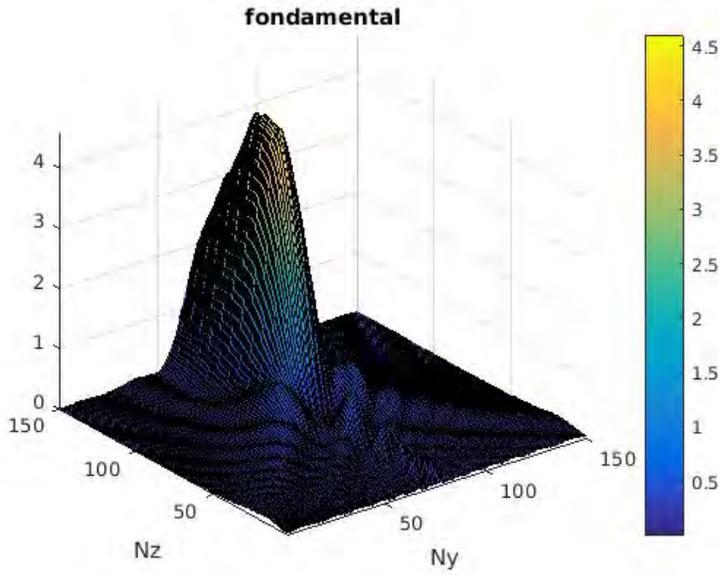


FIGURE 4.6 – Force acoustique (N/m^3) : fondamental et harmoniques ($k=1,2,3,4$) avec $\alpha_{ac,moyen} = 0.1m^{-1}$.

les harmoniques. Premièrement, on considère que le puissance acoustique relevée à l'hydrophone $P_{ac} = 5.6W$ correspond uniquement au fondamental. La normalisation en pression est alors effectuée à partir du fondamental (dont le maximum est $p_{ac} = 3 * 10^5 Pa$ (fig. 3.17)). On obtient alors la pondération de la force acoustique et de ces harmoniques (fig. 4.6) pour une force acoustique maximale du fondamental $f_{ac} = 4N/m^3$. La figure 4.6 permet de visualiser le poids des différents harmoniques en terme de force acoustique (en considérant un coefficient d'atténuation constant $\alpha_{ac,moyen} = 0.1m^{-1}$). On ajuste ensuite le coefficient d'atténuation pour chacun des harmoniques (fig. 4.7 et tableau 4.7).

fondamental (k=1) et harmoniques	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
pression acoustique maximale ($10^5 Pa$)	3	1.2	0.8	0.5	0.03
Poids en pression (fondamental+harmoniques) en $z = z_f$ ($5.5 * 10^5 Pa$)	55%	21%	14.5%	9%	0.5%
Amplitude maximale de l'intensité acoustique $I_{ac,max}$ ($10^4 W/m^2$)	3	1.2	0.8	0.5	0.03
Atténuation acoustique $\alpha_{ac}(m^{-1})$	0.1	0.4	0.9	1.6	2.5
Expression de la force acoustique maximale $f_{ac,max} = \frac{2\alpha_{ac}I_{ac,max}}{c_0}$ (N/m^3)	4	2.06	3.12	1.92	0.5
Poids en force (fondamental+harmoniques) en $z = z_f$ ($11.5N/m^3$)	34%	18%	26%	17%	5%

TABLE 4.7 – Paramètres de calcul des harmoniques (méthode 1)

Deuxièmement, on considère que la puissance totale est égale à $P_{ac} = 5.6W$, en considérant le fondamental et les harmoniques (k=1 à 5). On normalise par la pression totale ($p_{ac} = 3 * 10^5 Pa$) avec les différents poids des harmoniques. La pression acoustique totale cumulée des harmoniques et du fondamental est alors $p_{ac} = 3 * 10^5 Pa$ (cf. fig. 4.5 et tableau 4.8). On ajuste ensuite le coefficient d'atténuation pour chaque harmoniques.

On représente l'écoulement induit en incorporant la contribution des quatre premiers harmoniques (fig. 4.8) d'après la première méthode. On obtient le même écoulement induit avec la seconde méthode pour

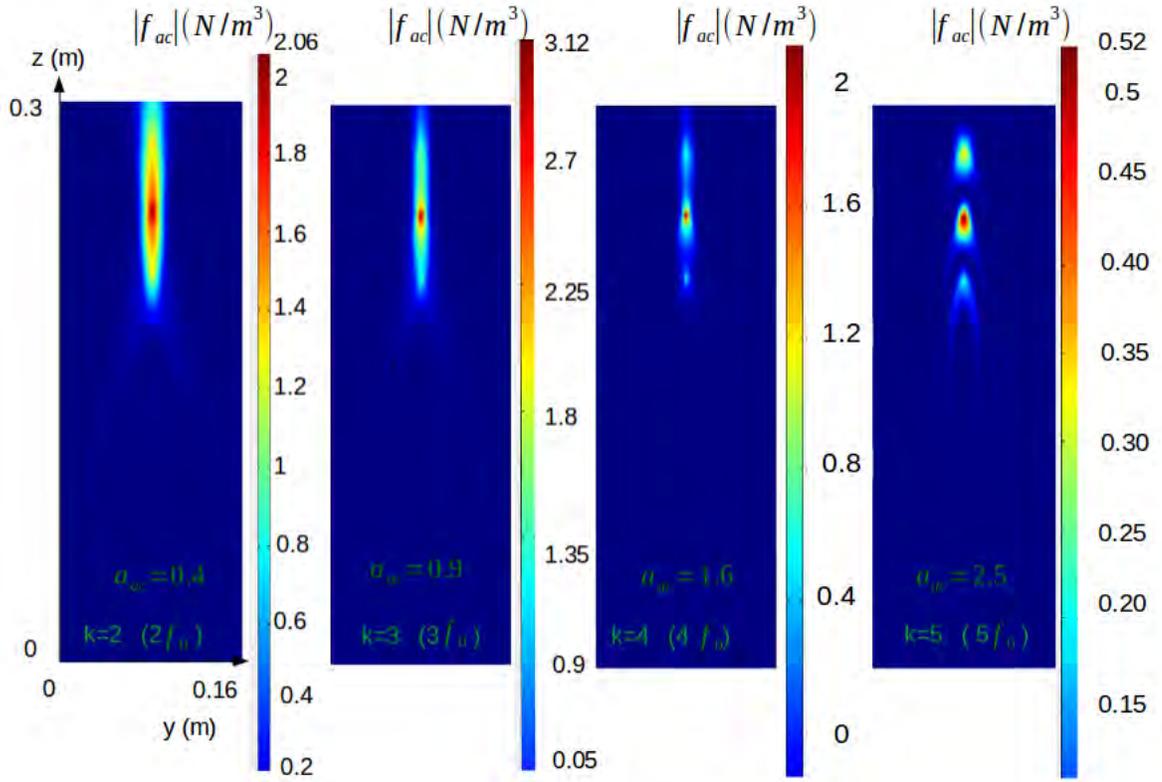


FIGURE 4.7 – Contribution des différents harmoniques ($P=5.6W$, $\alpha_{ac} = f(\text{fréquence})$)

fondamental (k=1) et harmoniques	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
pression acoustique maximale ($10^5 Pa$)	1.63	0.64	0.43	0.27	0.01
Poids en pression (fondamental+harmoniques) en $z = z_f$ ($3 * 10^5 Pa$)	55%	21%	14.5%	9%	0.5%
Amplitude maximale de l'intensité acoustique $I_{ac,max}$ ($10^4 W/m^2$)	1.63	0.64	0.43	0.27	0.01
Atténuation acoustique $\alpha_{ac}(m^{-1})$	0.1	0.4	0.9	1.6	2.5
Expression de la force acoustique maximale $f_{ac,max} = \frac{2\alpha_{ac}I_{ac,max}}{c_0}$ (N/m^3)	2.16	1.11	1.68	1	0.27
Poids en force (fondamental+harmoniques) en $z = z_f$ ($6.2N/m^3$)	34%	18%	26%	17%	5%

TABLE 4.8 – Paramètres de calcul des harmoniques (méthode 2)

un temps caractéristique d'établissement de l'écoulement (30 fois) plus important. Les trois premiers harmoniques sont significatifs dans la

contribution de la force acoustique. On représente les contributions des différents harmoniques (poids des harmoniques) par rapport au fondamental et aux quatre premiers harmoniques dans le tableau 4.7. La force acoustique maximale est près de deux fois plus importante que dans le cas de la seconde méthode. L'écoulement oscille dès les premiers instants puis est instable. La seconde méthode (dont le maximum cumulé de force acoustique fondamental et harmoniques est égale à 54% de la première méthode) permet d'observer un écoulement induit sur un temps plus important avant d'osciller et de devenir instable à son tour.

On représente la norme de la vitesse de l'écoulement induit dans la cavité, en tenant compte des non-linéarités, sur la figure 4.8.

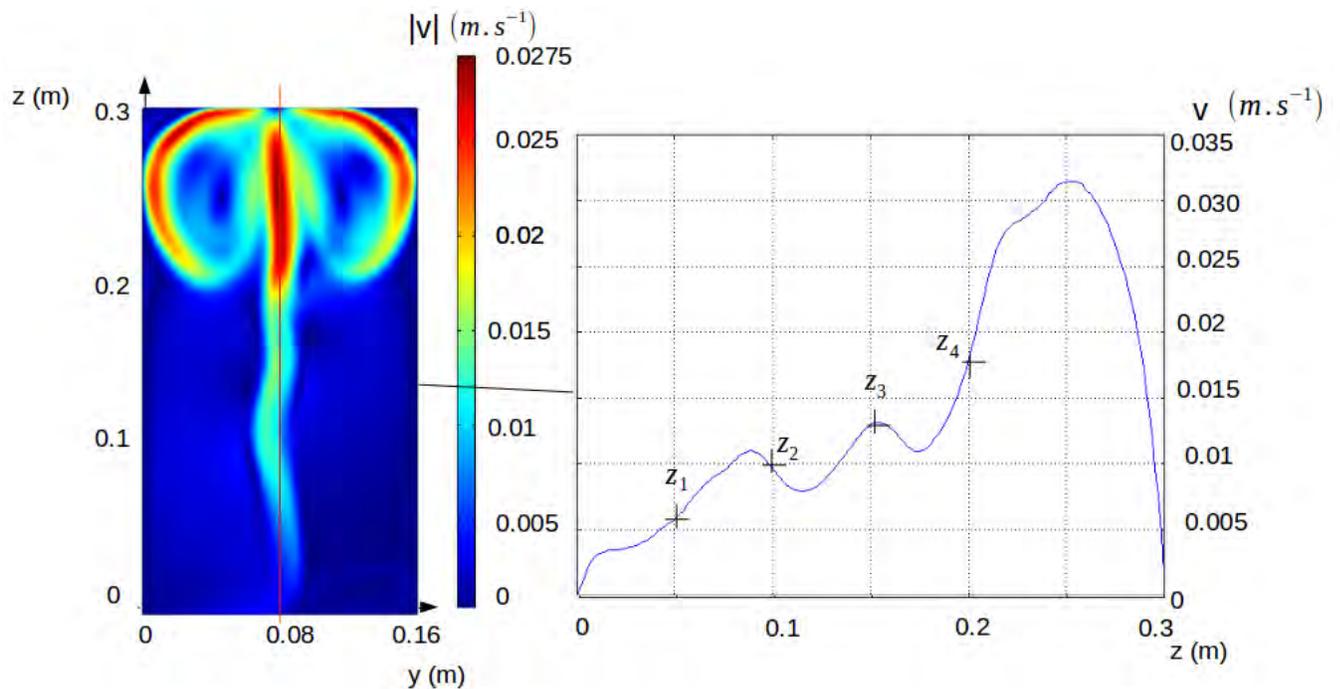


FIGURE 4.8 – Norme de la vitesse de l'écoulement induit ($P=5.6W$)

Dans le cas $P=5.6W$, la prise en compte des non-linéarités permet une étude plus réaliste du profil de l'écoulement induit, en particulier à

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=50mm	0.0075	0.0060	20%
z=100mm	0.0130	0.0100	24%
z=150mm	0.0145	0.0130	11%
z=200mm	0.0175	0.0170	3%

TABLE 4.9 – Écoulement induit 2D en champ proche (P=5w6)

la zone de Fresnel. L'écoulement induit oscille et se déstabilise très rapidement. On compare l'écoulement induit au résultats expérimentaux antérieurs de Moudjed (tableau 4.9). On trouve ici un accord satisfaisant (écart maximale de 24%).

Il existe une relation entre vitesse d'écoulement et puissance acoustique de la forme $v = A\sqrt{P_{ac}}$ ou $v = BP_{ac}$.

La figure 4.9 est obtenue à partir des différentes valeurs issus de Mitome [97], Frenkel [98], Nowicki [99] dont Moudjed [96] réalise une synthèse. Une comparaison entre la vitesse de l'écoulement obtenue, ici, numériquement (figure 4.9, croix) et expérimentalement (figure 4.9, lignes [97], [98], [99]) est effectuée. On trouve un bon accord pour les vitesses d'écoulement (numérique) de faible puissance (P=1.4W, 2.8W). En revanche, lorsque l'on augmente la puissance (P=4.2W, 5.6W), on obtient des vitesses d'écoulement expérimentale plus élevée (facteur 2).

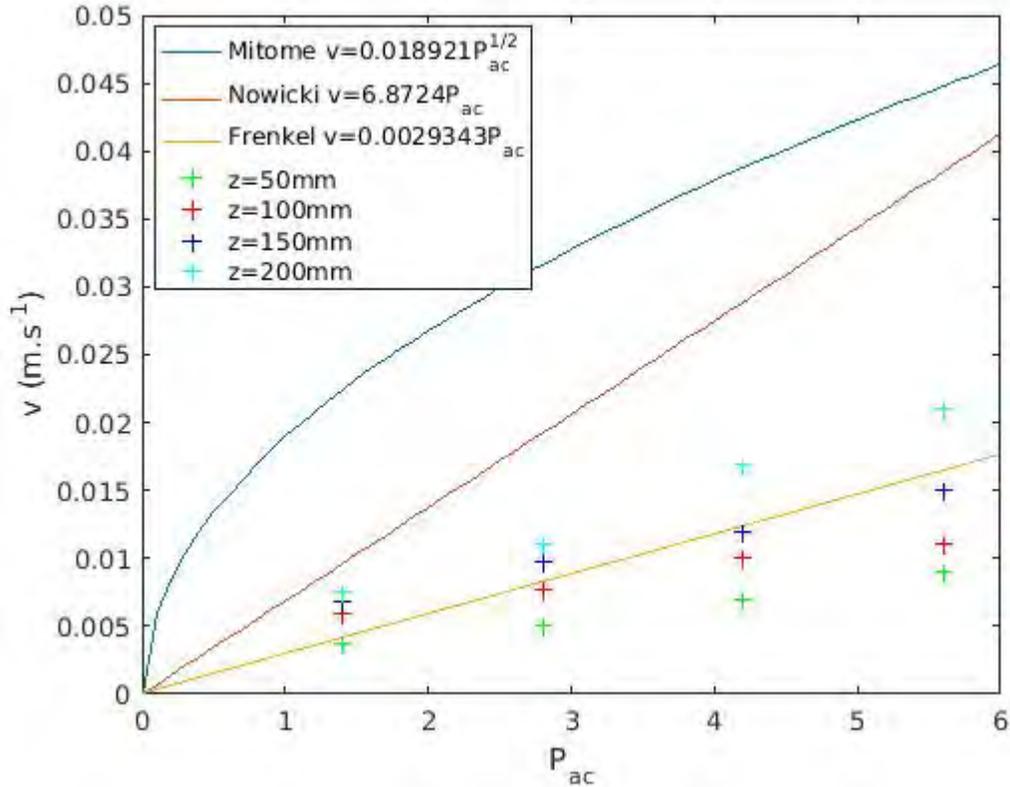


FIGURE 4.9 – Vitesse analytique de l’écoulement induit en fonction de la puissance acoustique

4.3 Champ lointain

On se place maintenant dans le domaine du champ lointain dont on présente la configuration expérimentale issue de [96].

La figure 4.10 est issue de l’étude de Moudjed [96]. On relève les champs de vitesse aux positions résumées dans le tableau 4.10.

On représente le champ lointain à partir de $z_f = 275\text{mm}$ ramené à $z_0 = 0$ (car la zone de Fresnel est le début de la zone de champ lointain et on importe uniquement dans la zone de champ lointain (figure 3.3)).

En champ lointain, plutôt que d’importer des tableaux de données

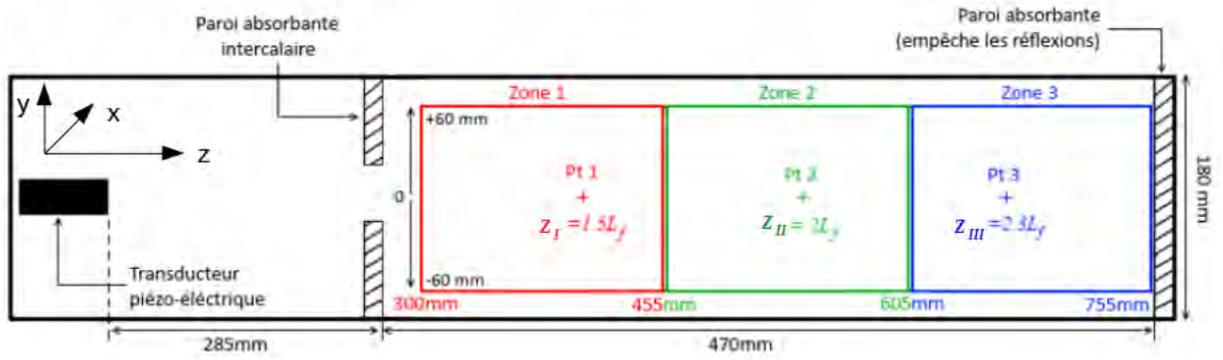


FIGURE 4.10 – Champ lointain : configuration (Moudjed)

variables	distance
$z_1 = 1.5L_f$	411 mm
$z_2 = 2L_f$	549 mm
$z_3 = 2.3L_f$	611 mm

TABLE 4.10 – Coordonnées de mesure [96]

variables	distance	correspondance
$z_1 = 1.5L_f$	411 mm	136mm
$z_2 = 2L_f$	549 mm	275mm
$z_3 = 2.3L_f$	611 mm	336mm

TABLE 4.11 – Correspondance aux coordonnées de mesure

(comme en champ proche), on privilégie une autre méthode pour modéliser la présence du faisceau acoustique et ainsi réduire le temps de calcul. On implémente l'expression analytique de la force acoustique directement sous Comsol (figure 4.11).

On détaille en annexe (équation C.3) l'expression générale de la force analytique en champ lointain. Cette méthode nous affranchit de l'étape d'importation de grands volumes de données ainsi que de la correspondance entre les deux maillages (code acoustique et Comsol). La

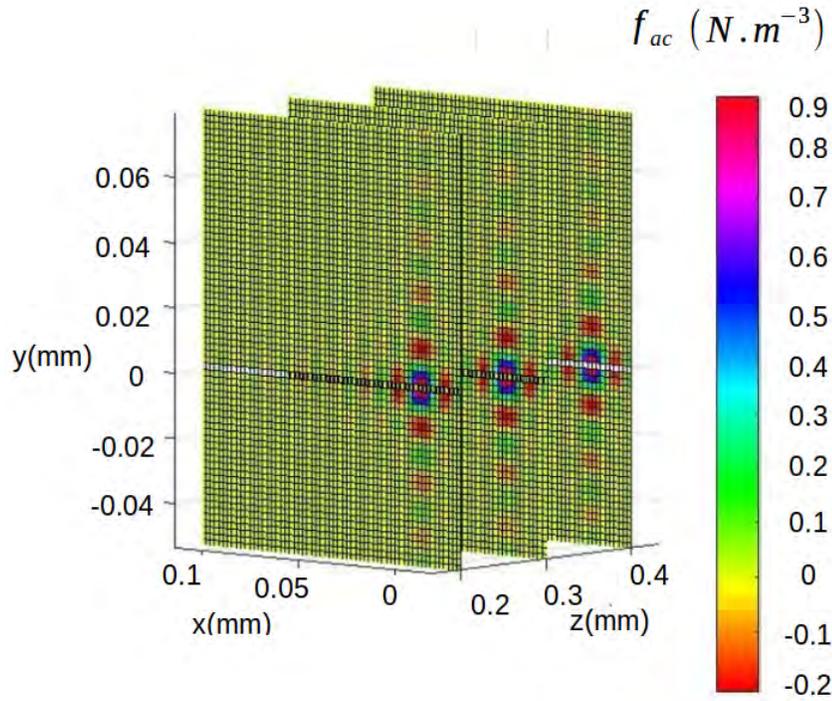


FIGURE 4.11 – force acoustique $f_{ac,z}(x, y, z)$ tel que $f(N/m^3)$ pour $P=1.4W$ en champ lointain 3D

discrétisation du rayonnement acoustique est alors initialement identique au maillage Comsol, ce qui permet également une discrétisation beaucoup plus importante du maillage du rayonnement acoustique pour des temps de calculs plus réduits.

4.3.1 Écoulement induit en fonction de la puissance

Les vitesses d'écoulements obtenues sont comparées avec les vitesses mesurées expérimentalement [96]. La norme de la vitesse est réduite à la contribution de la vitesse axiale u_e ($m.s^{-1}$). Des recirculations apparaissent à l'extrémité de la cavité. Celles-ci sont d'autant plus importantes que la puissance augmente. On trouve un bon accord avec

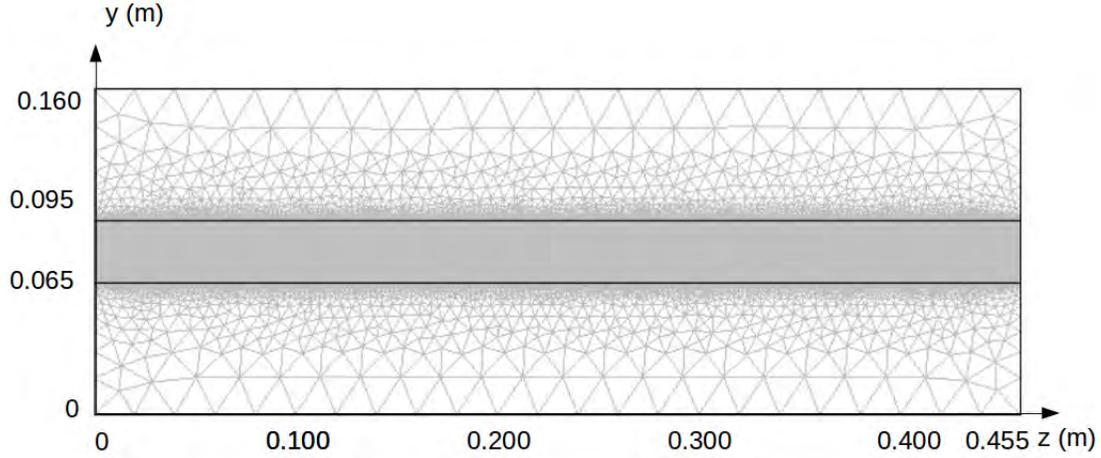


FIGURE 4.12 – Représentation d’un maillage Comsol en champ lointain

les résultats expérimentaux (en fixant le temps caractéristique pour que l’écoulement soit établi).

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
$z=136\text{mm}$	0.0100	0.0130	24%
$z=275\text{mm}$	0.0110	0.0120	9%
$z=335\text{mm}$	0.0100	0.0112	11%

TABLE 4.12 – Écoulement induit 2D en champ lointain ($P=1W4$)

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
$z=136\text{mm}$	0.0180	0.0190	6%
$z=275\text{mm}$	0.0225	0.0250	10%
$z=335\text{mm}$	0.0220	0.0242	10%

TABLE 4.13 – Écoulement induit 2D en champ lointain ($P=2W8$)

Les écoulements induits en champ lointain pour différentes puissances acoustiques sont représentés sur la figure 4.13. Ils sont implémentés

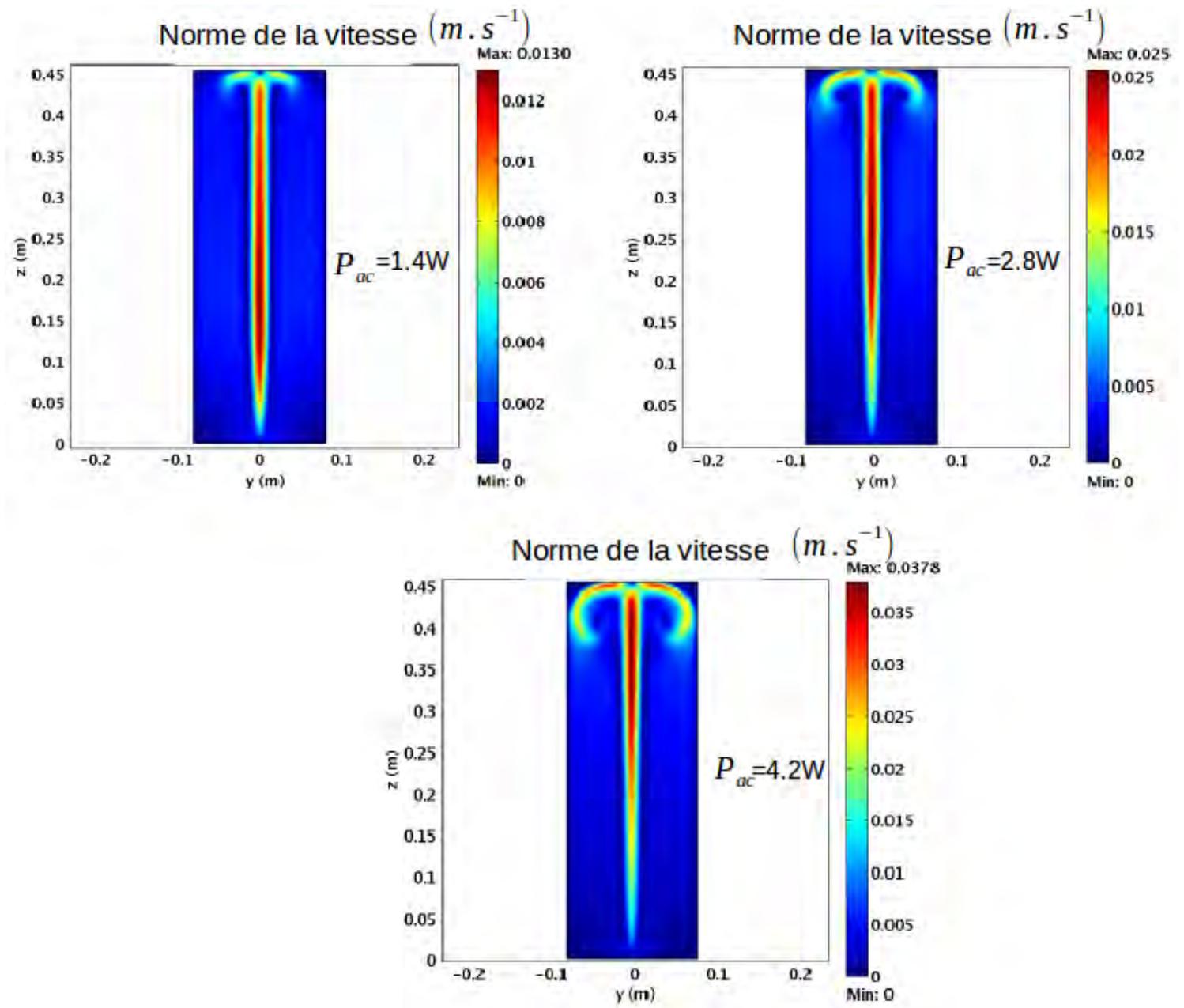


FIGURE 4.13 – Écoulement 2D avec ($P=1.4W$ à $4.2W$) champ lointain

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=136mm	0.0200	0.0235	15%
z=275mm	0.0390	0.0344	12%
z=335mm	0.0380	0.0374	2%

TABLE 4.14 – Écoulement induit 2D en champ lointain (P=4W2)

avec l'expression analytique de la force acoustique. Pour chacun des cas étudiés sur la figure 4.13, les vitesses d'écoulements sont relevées dans les tableaux ci-dessus et comparées aux résultats expérimentaux correspondant¹. On trouve un écart maximale dans la zone la plus proche de la source en champ lointain (z=335mm). Dans ce chapitre, nous avons établi l'écoulement induit (sous Comsol) dans un modèle numérique simplifié à deux dimensions. On a considéré une cavité rectangulaire isotherme remplie d'eau, dans laquelle on a implémenté la force acoustique. Un bon accord est mesuré entre les simulations numériques et les vitesses expérimentales de l'écoulement (écart maximum de 25% en champ proche et en champ lointain). On peut définir un temps caractéristique nécessaire à l'établissement de l'écoulement (qui dépend de la longueur de la cavité et de la vitesse de l'écoulement). Ce temps d'établissement du régime stationnaire correspond à ce qui est observé expérimentalement. Si l'on poursuit les itérations au-delà de ce temps caractéristique, le modèle numérique semble osciller puis on obtient des instabilités d'écoulement. Cette perte de stabilité est d'autant plus rapide que la puissance est élevée. Une modélisation trois dimensions s'avère alors indispensable pour modéliser numériquement l'écoulement stationnaire observé expérimentalement.

1. comparaison avec Moudjed pp. 78, Figure 2.3.29

Chapitre 5

Écoulement induit en 3D

Dans ce chapitre, on implémente la force acoustique dans un modèle plus réaliste (3D) afin de comparer nos résultats avec le cas expérimental connu de Moudjed [96]. On considère une cavité isotherme composée de quatre parois et une surface libre, la configuration expérimentale n'est pas symétrique (conditions aux limites). En revanche, le rayonnement est symétrique, on peut alors simplifier le calcul du code acoustique (et réduire le temps de calcul). Le domaine de calcul 3D du rayonnement acoustique est décomposé en quatre blocs. Chacun des blocs représente un quart du calcul de rayonnement. Le faisceau est symétrique de révolution par rapport à l'axe (Oz). Le fichier de données à importer sous Comsol est reconstitué par réplication du premier bloc (sous Matlab) comme le schématise la figure 5.1. Pour réduire le temps de calcul du rayonnement acoustique et faciliter l'importation, on utilise une symétrie par bloc restreinte au diamètre du faisceau. Parmi les différentes discrétisations réalisées (cf. tableau 5.1), c'est la discrétisation (110x110x110) qui donne l'erreur la plus faible (écart avec l'expérimental). On représente la discrétisation de la force acoustique (110x110) dans le plan de coupe ($x=Lx/2$) sur la figure 5.2. Dans la suite, les résultats présentés correspondent aux discrétisations les plus fines.

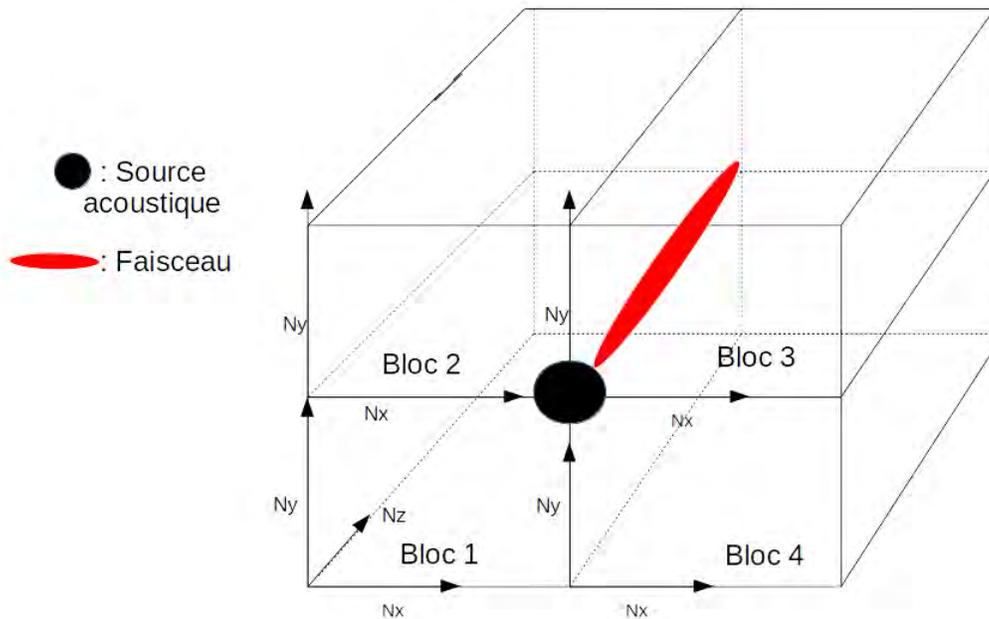


FIGURE 5.1 – Calcul du rayonnement acoustique

second volume de l'importation ($l_x * l_y * l_z$)	29*29*275mm	tailles des mailles
1er discrétisation du rayonnement ($N_x * N_y * N_z$)	44x44x44	0.16*0.16*6.25mm
2ème discrétisation du rayonnement ($N_x * N_y * N_z$)	55x55x55	0.13*0.13*5mm
3ème discrétisation du rayonnement ($N_x * N_y * N_z$)	60x60x60	0.12*0.12*4.5mm
4ème discrétisation du rayonnement ($N_x * N_y * N_z$)	110x110x110	0.065*0.065*2.5mm

TABLE 5.1 – Niveau de discrétisation du rayonnement acoustique

Pour le modèle COMSOL 2D avec 6300 éléments quadrangles, on a une fidèle description du modèle¹. En 3D, un maillage à 200 000 éléments permet une bonne représentation de l'écoulement. Différents niveaux de discrétisation ont été réalisés afin de chercher à minimiser l'écart avec le modèle expérimental.

Un volume cylindrique est défini sous Comsol pour affiner le maillage

1. Cela correspond à 60*105 éléments quadrangles (soit un élément tous les 2.6mm en L_z). En 3D, cela correspond à un maillage à 400 000 éléments quadrangles si l'on s'en tient au modèle 2D de 60x105 éléments par arête

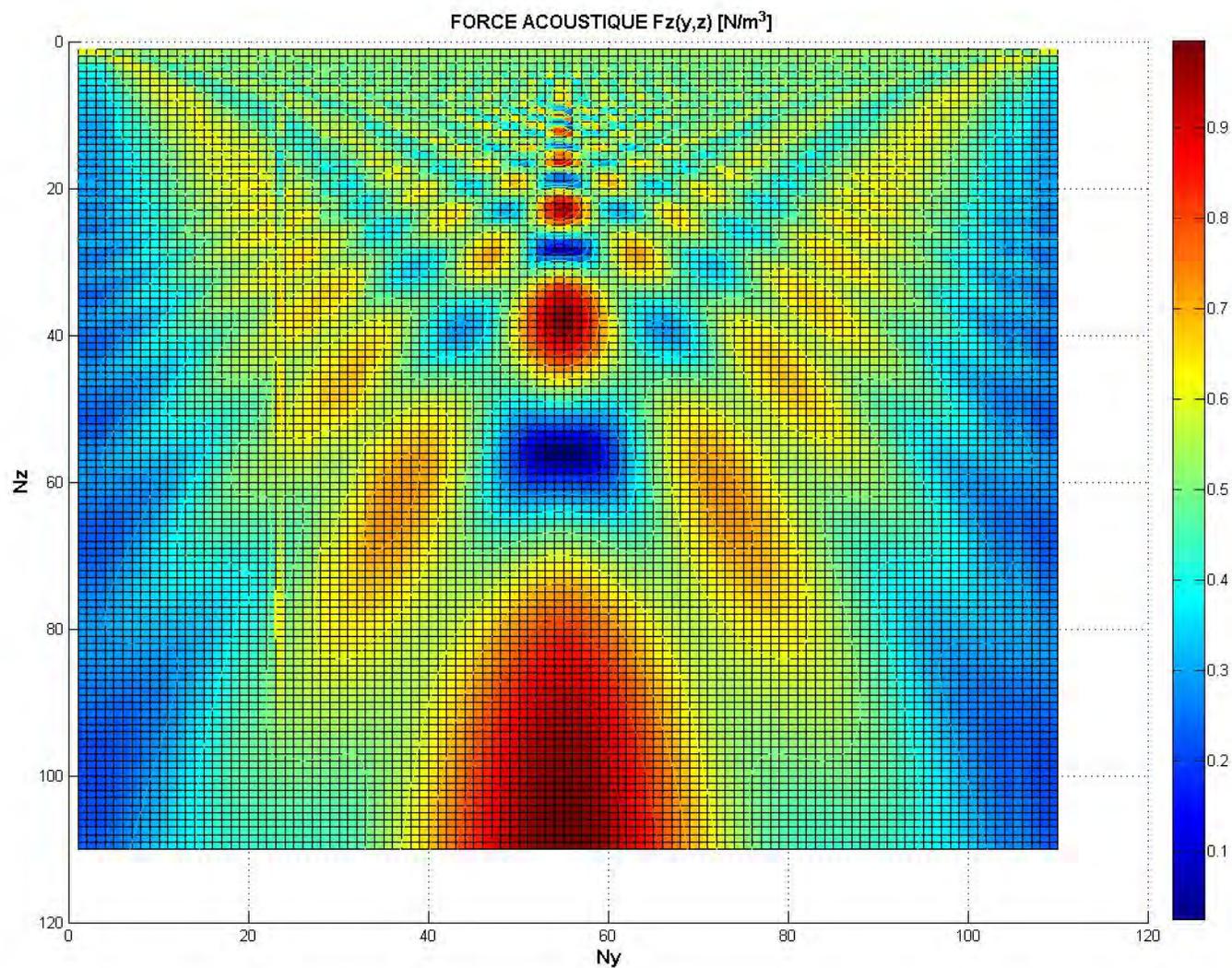


FIGURE 5.2 – Vue de dessus de la force acoustique $f(N/m^3)$ $P=1.4W$ champ proche , coupe 2D : $x=Lx/2$

Variables	Volumes
Volume de la cavité $L_x * L_y * L_z$	160*180*275mm
discrétisation Comsol (cavité complète)	400 000 éléments
discrétisation Comsol (volume réduit 29*29*275mm)	2 millions d'éléments

TABLE 5.2 – Implémentation et maillage sous Comsol

dans la partie de la cavité où est contenu le faisceau (tableau 5.2).

5.1 Écoulement induit en champ proche

5.1.1 Écoulement induit à la puissance $P=1.4W$

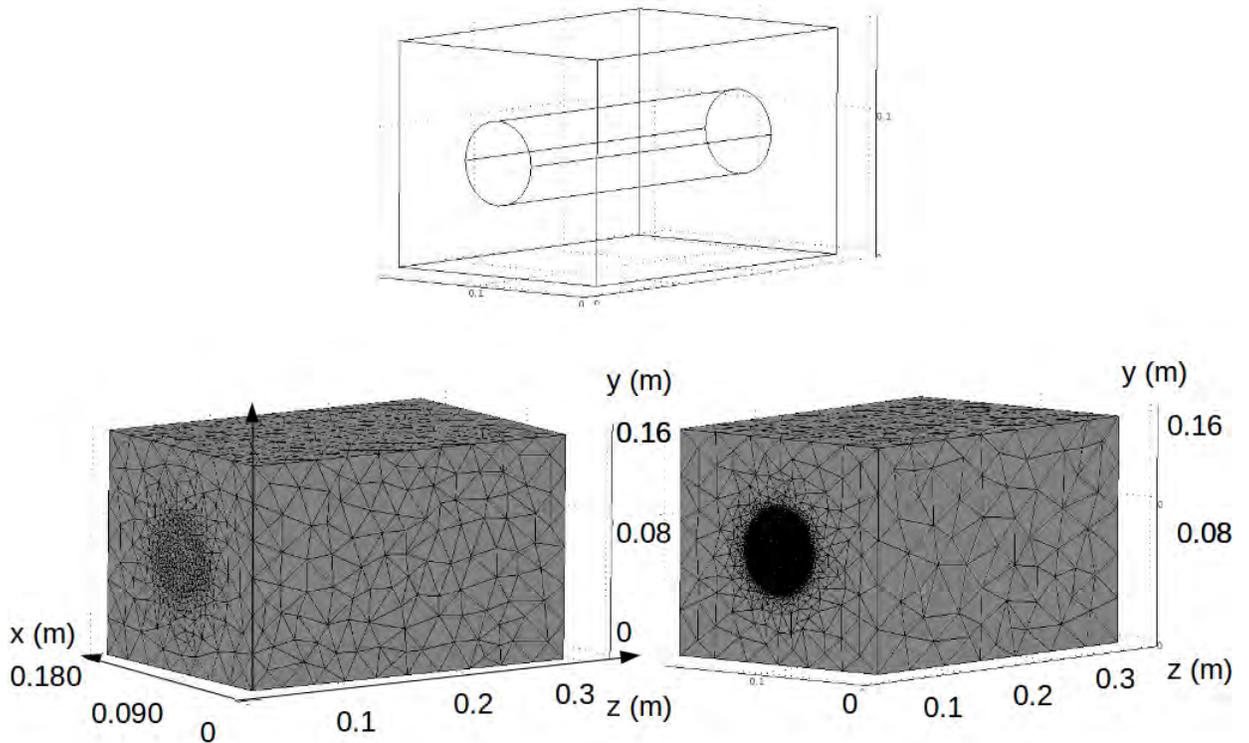


FIGURE 5.3 – Représentation du maillage en champ proche 3D

On représente le maillage en champ proche 3D (fig. 5.3) pour différents niveaux de discrétisations. On définit un cylindre de diamètre égal au faisceau acoustique dans lequel le maillage est affiné (allant de 150 000 à 2 millions d'éléments).

On représente sur la figure 5.4, la norme du champ de vitesse : $\|v(y)\| = \sqrt{v_y^2(y) + v_z^2(y)}$. La norme de la vitesse est réduite à la composante v_z , en effet $\|v_z(y)\| > \|v_y(y)\|$.

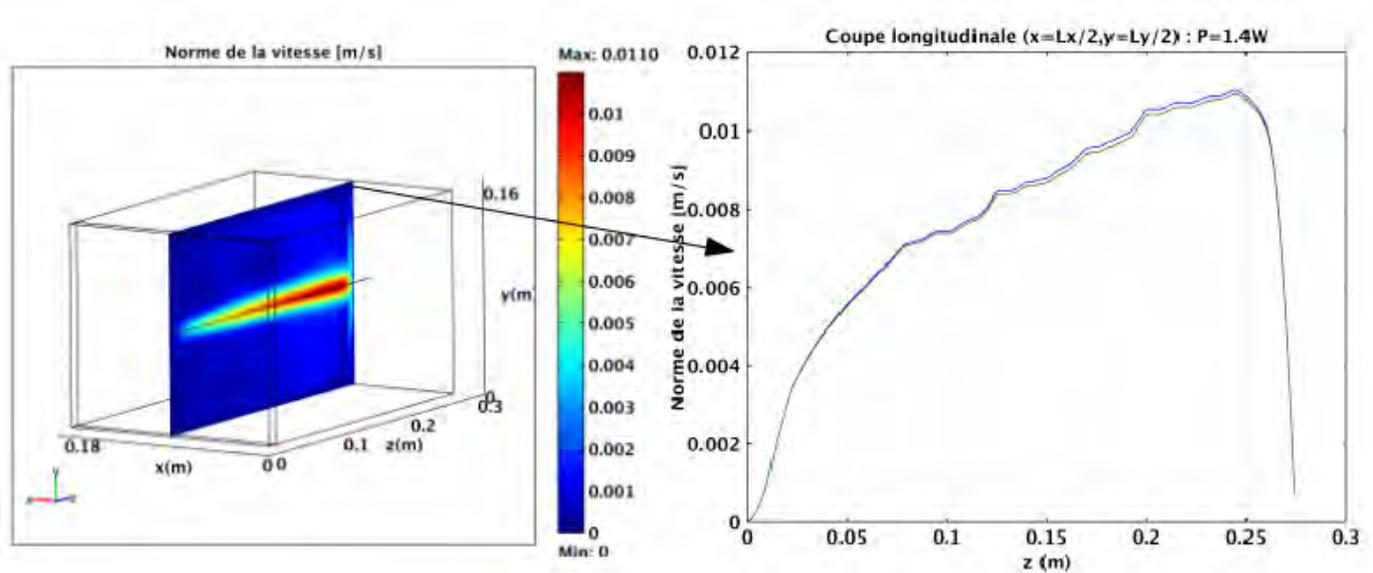


FIGURE 5.4 – Représentation de l'écoulement dans le plan $x=Lx/2$ (gauche) en champ proche 3D, coupe longitudinale ($y=Ly/2$), $P=1.4W$, issu du modèle 3D champ proche (droite)

L'écoulement induit par le faisceau acoustique est représenté sur la figure 5.4 dans le cas $P=1.4W$. Une coupe le long de l'axe du transducteur est réalisée. Le caractère transitoire est illustré sur la figure 5.4, par la superposition de l'écoulement induit pour différents temps ($t=1000s$ bleu, $t=2000s$ vert). Les deux courbes (bleu et vertes) se superposent. Ainsi, le régime est établi et stationnaire. Le modèle 3D ne

présente pas d'oscillation qui déstabilise l'écoulement. Ce phénomène est uniquement observé dans les simulations à deux dimensions aux temps longs (plusieurs fois le temps caractéristique au bout duquel le régime est établi). Le modèle 3D nous permet de mettre en évidence le phénomène de recirculation, illustré sur la figure 5.5, la face avant représentant l'extrémité de la cavité opposée à la source acoustique.

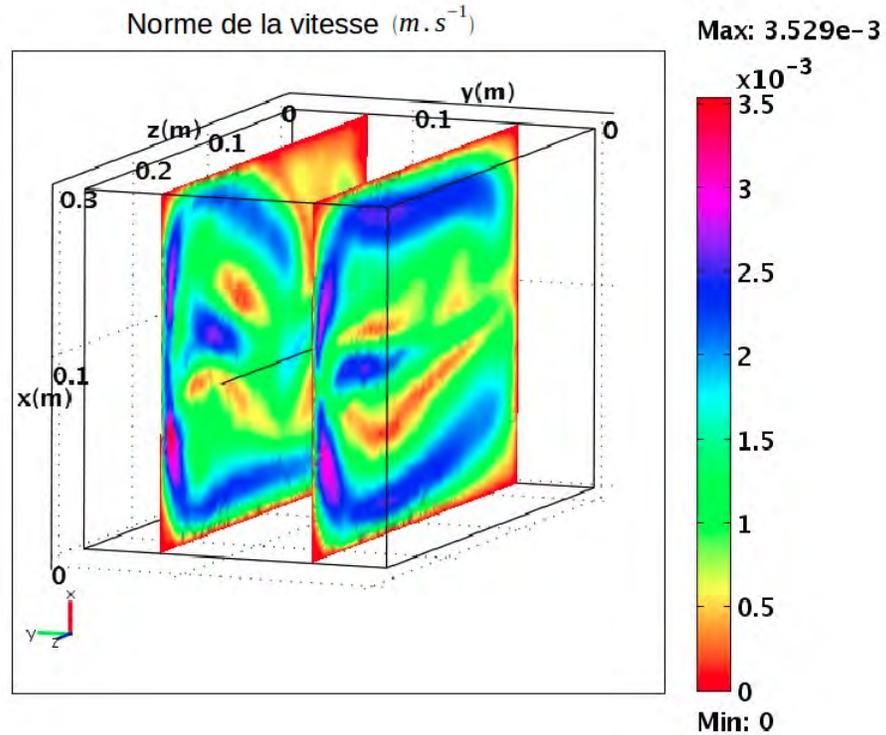


FIGURE 5.5 – Recirculations en champ proche $P=1.4W$

L'écoulement généré par le faisceau est beaucoup plus important que les recirculations. En effet, une coupe dans le plan longitudinal ($x=Lx/2$) ne permet donc pas de visualiser le phénomène masqué par l'importance de l'écoulement central. On réalise donc des coupes dans

des plans parallèles² afin de visualiser ces recirculations sur la figure 5.5. On observe que le maximum d'amplitude des recirculations est quatre fois moins élevé que le maximum d'amplitude de l'écoulement principal.

On observe à l'extrémité de la cuve, une zone où se mettent en place les recirculations autour du jet central. Ces recirculations sont étudiées par Moudjed (annexe E. P=1.4W, p.159 [96]).

On représente la norme de l'écoulement induit, dans des plans de coupes transversaux à l'axe du transducteur, sur la figure 5.6. Les écarts avec les résultats expérimentaux sont synthétisés dans le tableau 5.3. Le modèle de faible puissance P=1.4W, présente l'écart le plus élevé avec les résultats expérimentaux.

Coupe : z(mm)	expérimentale (m/s)	numérique (m/s)	écart
50mm	0.0032	0.0052	38.5%
100mm	0.0055	0.0074	25%
150mm	0.0060	0.0085	30%
200mm	0.0080	0.0105	24%

TABLE 5.3 – Écoulement induit en champ proche 3D (P=1.4W)

On relève dans le tableau 5.3, un écart allant jusqu'à 38.5% en zone de champ très proche. Après avoir comparé les résultats aux valeurs expérimentales dans le cas P=1.4W, on va faire varier la puissance acoustique $P = [1.4 - 5.6W]$.

2. (x=Lx/4,3Lx/4)

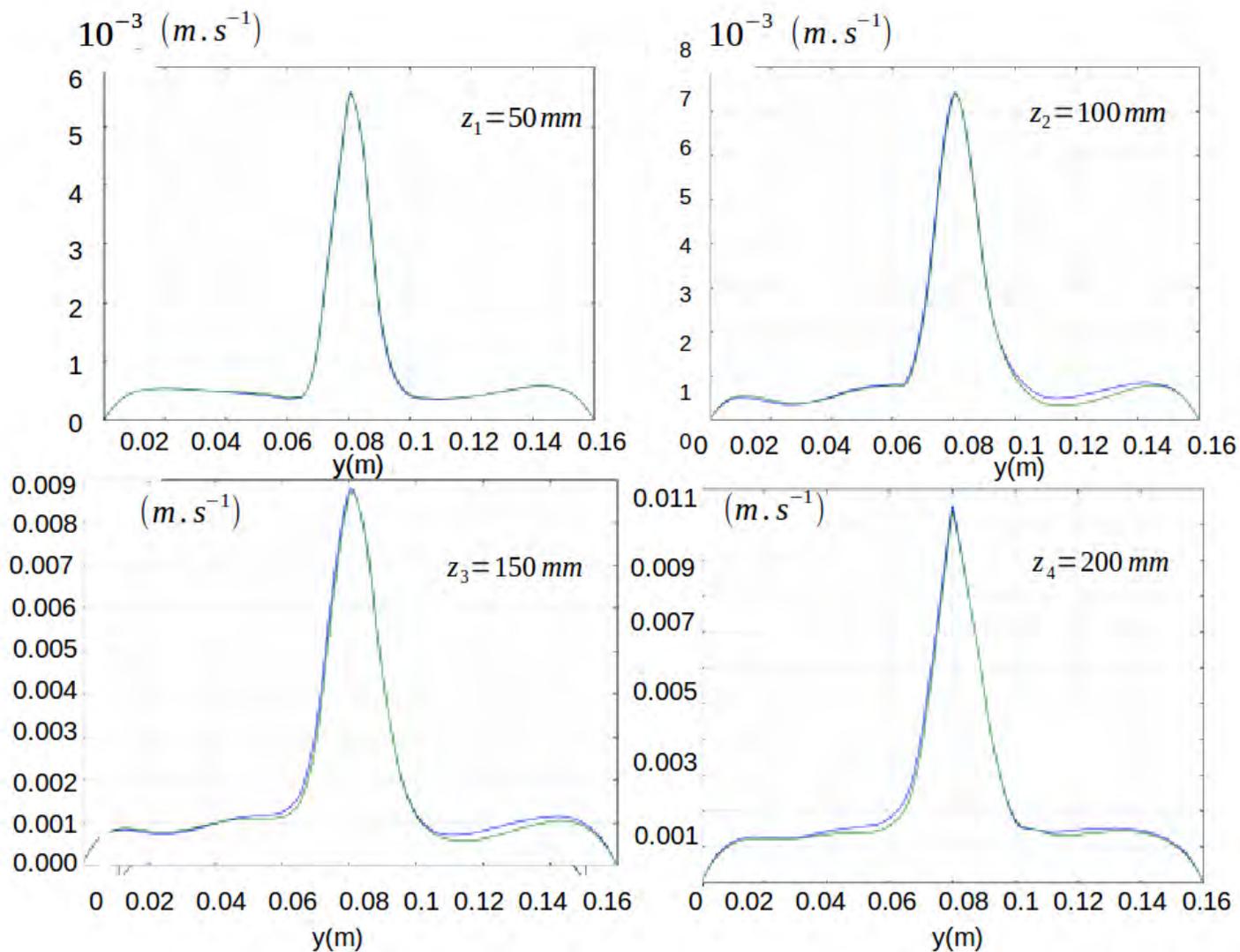


FIGURE 5.6 – Norme de la vitesse d'écoulement : coupes transversales perpendiculaires) l'axe du faisceau ($P=1.4W$) en champ proche, 2 courbes à $t=1000s$ (bleu) et $t=2000s$ (vert).

5.1.2 Écoulement induit de $P=2.8\text{ W}$ à 5.6 W

On représente la norme du champ de vitesse le long de l'axe du transducteur, pour différentes puissances acoustiques, sur la figure 5.7.

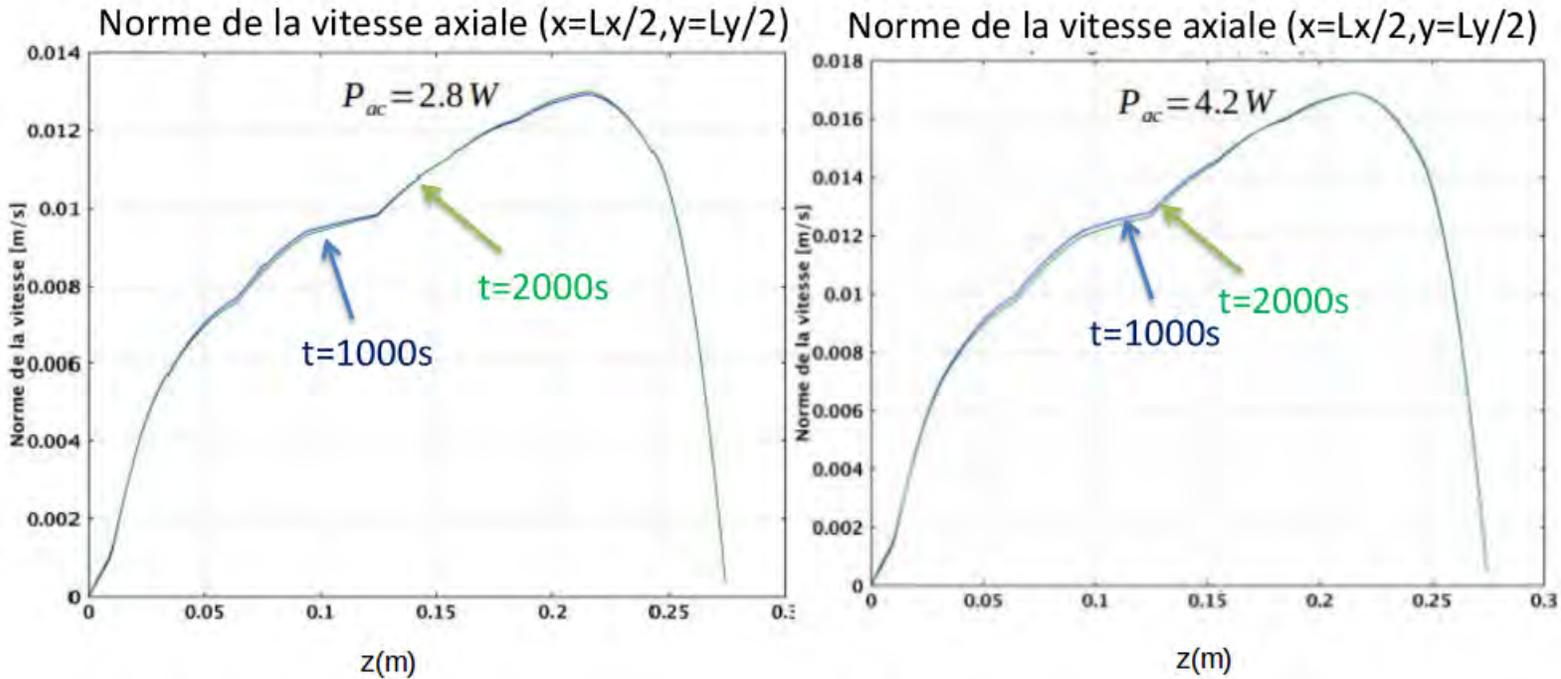


FIGURE 5.7 – Norme de la vitesse d'écoulement : coupes longitudinale ($P=2.8\text{ W}$ et $P=4.2\text{ W}$) en champ proche, 2 courbes à $t=1000\text{ s}$ (bleu) et $t=2000\text{ s}$ (vert).

Coupe : z(mm)	($P=1.4\text{ W}$) v(m/s)	($P= 2.8\text{ W}$) v(m/s)	($P=4.2\text{ W}$) v(m/s)	($P=5.6\text{ W}$) v(m/s)
50mm	(0.0052)	0.0068	0.0088	0.0090
100mm	0.0074	0.0094	0.0120	0.0125
150mm	0.0085	0.0115	0.0145	0.0148
200mm	0.0105	0.0126	0.0165	0.0160
écart moyen	26%	20%	15%	9.5%

TABLE 5.4 – Écoulement induit en champ proche 3D

Dans le cas $P=5.6\text{ W}$, le modèle 2D champ proche tenant compte

des non-linéarités est comparé au modèle 3D. Dans la zone proche de la contribution des harmoniques ($z=200\text{mm}$) on trouve un bon accord en 3D (6%). L'écart est réduit en 2D en incorporant les quatre premiers harmoniques (3%). Le tableau 5.4 réalise une synthèse des différents cas étudiés en champ proche 3D, et des écarts obtenus avec les résultats expérimentaux. Sous Comsol en 2D et en champ proche, les résultats présentent un écart maximal de l'ordre de 20% en comparaison aux vitesses d'écoulement mesurées, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des fluctuations relevé avec l'hydrophone . Cet écart est de 26% en 3D champ proche (et 38.5% en zone de champ très proche $z=50\text{ mm}$ à faible puissance $P=1.4\text{W}$ où cet écart est maximal). Néanmoins le modèle 3D converge vers un état stationnaire , ce qui nous amène à privilégier les résultats obtenus par le modèle à trois dimensions. Afin d'assurer la robustesse des calculs, les modèles numériques ont été discrétisés davantage.

5.2 Champ lointain

On peut implémenter la force acoustique en champ lointain par 2 méthodes. D'une part (1), un rayonnement réduit au diamètre de la source est importé sous Comsol. D'autre part (2), une expression analytique a directement été codée sous Comsol (représentée sur la figure 4.11). Les deux méthodes ont été utilisées. Le rayonnement acoustique (1) est réduit au diamètre du faisceau pour limiter le volume importé. Malgré cela, l'importation de données (1) est pénalisante pour les temps de calcul sous Comsol . L'utilisation de l'expression analytique (2) permet de gagner du temps de calcul et d'obtenir des résultats plus proches de l'expérience. Dans la suite, l'implémentation de la forme analytique (2) directement sous Comsol sera donc privilégiée. La figure 5.8 permet de visualiser les différents niveaux de discrétisation au sein de la cavité. On considère une cavité parallélépipédique dans

laquelle est défini un volume cylindrique dont le diamètre est égal à la hauteur du faisceau acoustique (fig. 5.8). Une discrétisation plus fine est réalisée dans le cylindre dans lequel a lieu l'écoulement induit.

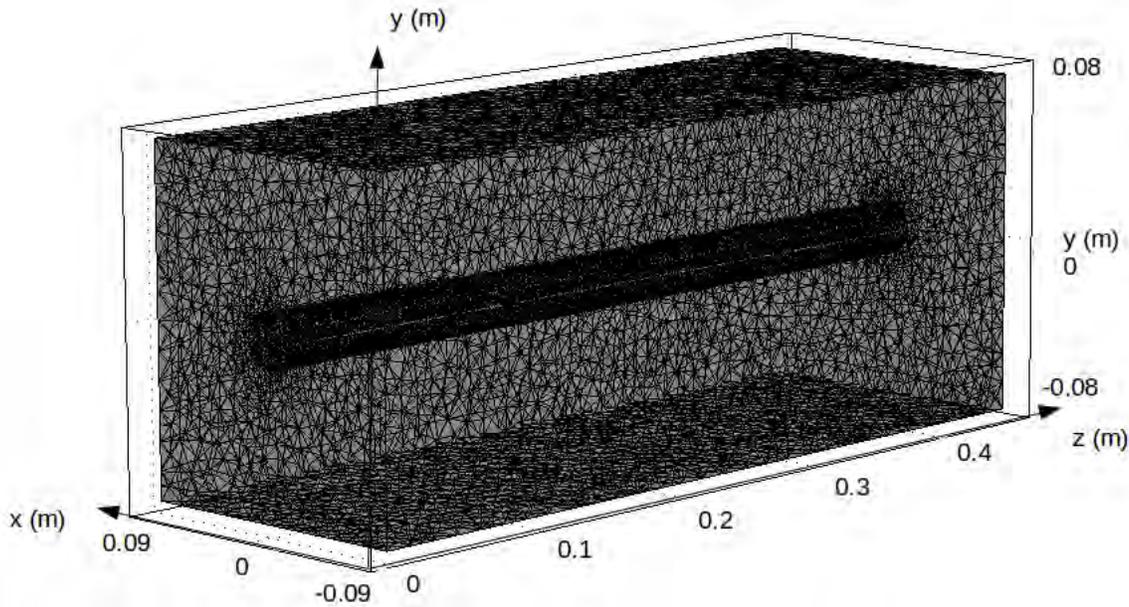


FIGURE 5.8 – Représentation du maillage en champ lointain 3D

On représente sur la figure 5.9, la norme de la vitesse de l'écoulement induit en champ lointain en 3D, pour différentes puissances acoustiques $P = [1.4 - 5.6W]$. On réalise ensuite des coupes longitudinales le long de l'axe du transducteur (figure 5.10).

On présente dans le tableau 5.4 une synthèse des vitesses obtenues, pour les différentes puissances acoustiques, comparée aux résultats expérimentaux.

Les modèles en champ lointain en 2D et 3D ont été comparés³. En

3. comparaison avec Moudjed pp. 78, Figure 2.3.29

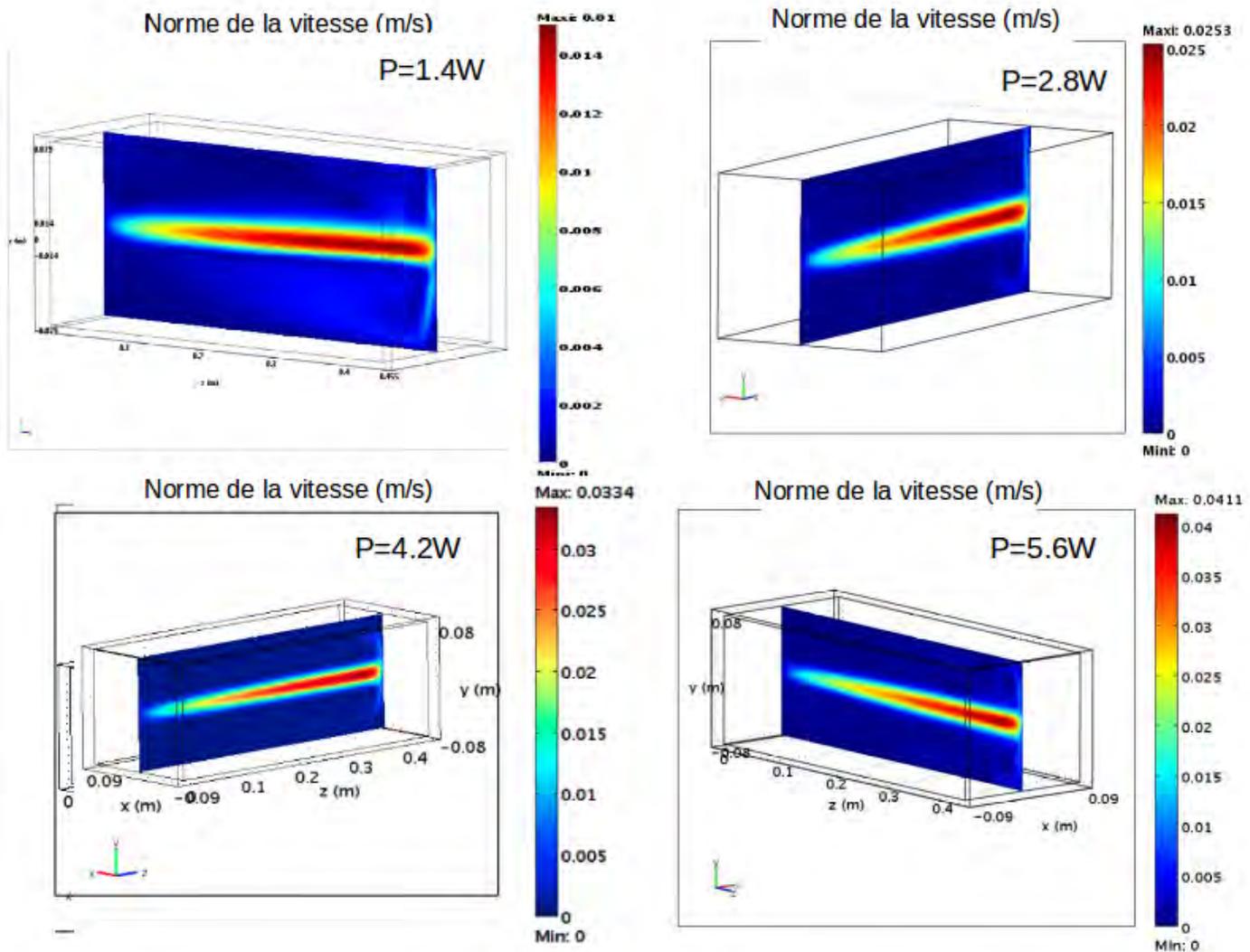


FIGURE 5.9 – Écoulement induit en champ lointain 3D

champ lointain 3D, avec une force acoustique analytique directement implémentée sous Comsol, le maillage acoustique présente l'avantage d'avoir le même niveau de discrétisation que le maillage de l'écoulement (discrétisé de 200 000 jusqu'à 2 millions d'éléments dans la cavité cylindrique) qui est alors mieux défini que le modèle importé (de l'ordre de

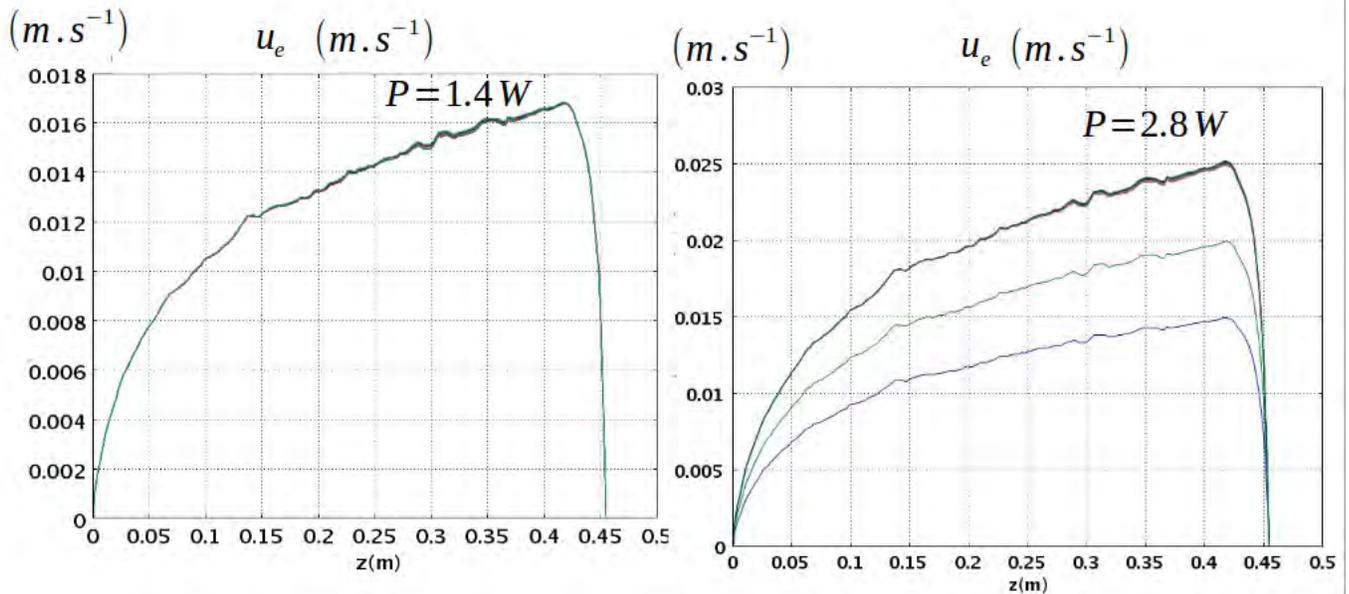


FIGURE 5.10 – Écoulement induit : coupes longitudinales ($P=1.4, 2.8W$) le long de l'axe du transducteur en champ lointain 3D : représentation du profil de l'écoulement induit à différents temps : $t=1000s$ (bleu), $t=2000s$ (vert clair), $t=3000s$ (vert foncé), $t=4000s$ (noir), $t=5000s$ (rouge)

1 million d'éléments en 3D⁴). En champ lointain, en 2D, on a un écart maximale de 24% et 33%, en 3D, pour des puissances allant de 1.4W à 4.2W. Ainsi, une expression analytique directement implémentée sous Comsol permet de meilleurs résultats que l'importation de volumes de données (avec un écart de l'ordre de 40%). On voit que l'écoulement induit converge vers un état stationnaire (superposition des courbes) sur la figure 5.10.

Un accord satisfaisant est retrouvé en 3D champ lointain pour les différentes puissances. De manière générale, l'écoulement induit par importation des données depuis le code acoustique vers Comsol, a permis de retrouver des résultats expérimentaux établis, ceci avec un

4. pour une discrétisation $110*110*110$ on a une discrétisation de 1 300 000 éléments

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=136mm	0.0100	0.0110	10%
z=275mm	0.0110	0.0140	22%
z=335mm	0.0100	0.0150	33%

TABLE 5.5 – Écoulement induit 3D en champ lointain (P=1W4)

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=136mm	0.0180	0.0175	3%
z=275mm	0.0225	0.0225	1%
z=335mm	0.0220	0.0240	10%

TABLE 5.6 – Écoulement induit 3D en champ lointain (P=2W8)

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=136mm	0.0200	0.0200	1%
z=275mm	0.0390	0.0275	30%
z=335mm	0.0380	0.0280	27%

TABLE 5.7 – Écoulement induit 3D en champ lointain (P=4W2)

Coupe	u_e ($m.s^{-1}$) expérimentale	u_e ($m.s^{-1}$) numérique	écart
z=136mm	0.0300	0.0300	1%
z=275mm	0.0550	0.0325	40%
z=335mm	0.0580	0.0350	40%

TABLE 5.8 – Écoulement induit 3D en champ lointain (P=5W6)

accord satisfaisant. Sauf en champ lointain où la taille du domaine présente une discrétisation insuffisante de f_{ac} mais ce choix présente peu d'intérêt car il existe un équivalent analytique.

Troisième partie

Influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces d'un fluide binaire



L'esprit de l'homme, lumière, domptant la nature entière,
Oui, malgré tes chocs sauvages, nous lierons tes deux rivages.

*image : Joel Rea, citation : Victor Hugo — La Légende des siècles
Dernière série XXII Océan*

Chapitre 6

Modèle couplé et solution analytique en 2D

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'influence d'une onde ultrasonore sur la séparation des espèces d'un fluide binaire. Nous allons chercher une solution analytique en 2D du problème multiphysique couplé, à savoir la séparation d'un fluide binaire sous l'effet d'un gradient thermique vertical et d'un courant acoustique horizontal.

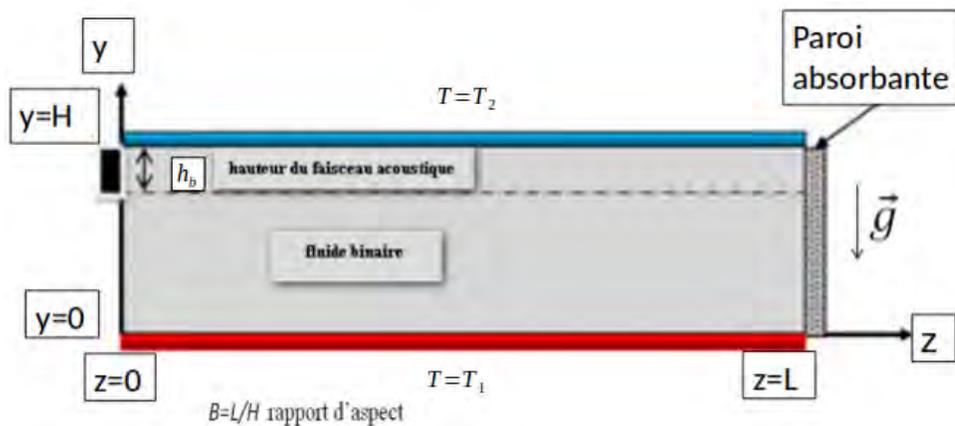


FIGURE 6.1 – Représentation de la cavité horizontale en 2D

Après avoir donné la formulation mathématique du problème, on

cherche une solution analytique dans l'hypothèse d'écoulement de type parallèle, valable pour $B_z \gg 1$. Le type d'écoulement modélise la présence d'une cellule de convection unique, pour obtenir une bonne séparation des espèces. On explicitera alors les différents paramètres adimensionnels du problème. On considère une cavité rectangulaire de hauteur H selon \vec{e}_y et de longueur L selon \vec{e}_z , la cavité contient un fluide binaire. Les parois horizontales sont isothermes alors que les parois verticales sont adiabatiques. Sur l'une des parois verticales, un transducteur piezo-électrique produisant un faisceau acoustique de hauteur h_b est positionné soit en haut ou soit en bas de la cellule afin d'induire un écoulement monocellulaire (condition nécessaire à la séparation des espèces). On note $\epsilon = \frac{h_b}{H}$ la hauteur adimensionnelle du faisceau acoustique. La paroi opposée à celle du transducteur est parfaitement absorbante pour éviter les réflexions.

6.1 Formulation mathématique

Dans les conditions où l'approximation de Boussinesq est valide, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et l'équation de conservation des espèces sont explicitées dans la suite.

6.1.1 Équation de continuité pour un fluide incompressible

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \tag{6.1}$$

6.1.2 Équation de Navier-Stockes

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \overrightarrow{\text{grad}})(\vec{V}) \right) = -\overrightarrow{\text{grad}}P + \rho \vec{g} + f_{ac} \delta \vec{e}_z \quad (6.2)$$

avec $\delta = 0$ si $y \in [0, H - h_b]$ et $\delta = 1$ si $y \in [H - h_b, H]$, en supposant que le faisceau acoustique est situé en haut de la cellule.

Suivant le modèle de Nyborg, l'onde acoustique génère une force volumique $\vec{F}_{ac} = f_{ac} \vec{e}_z$ où \vec{e}_z est la direction de propagation de l'onde. Pour une onde plane avec une faible divergence du faisceau (éq. 2.25), on écrit $f_{ac} = \rho_0 \alpha_{ac} u_0^2 e^{-2\alpha z}$. Pour une atténuation faible de l'onde $f_{ac} = \rho_0 \alpha_{ac} u_0^2$, soit une constante dans la partie soumise à l'onde et $f_{ac} = 0$ en dehors du faisceau.

6.1.3 Équation de conservation de l'énergie

On néglige l'effet Dufour¹ et on obtient [61] l'équation :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} - B_T T \frac{dP}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r + (\overline{\overline{T}} : \vec{\nabla} \vec{V})$$

r représente la somme des puissances calorifiques dissipées au sein du fluide. On note $\overline{\overline{T}}$ le tenseur des contraintes de viscosité. On suppose r négligeable. On considère que la puissance volumique liée aux

1. On obtient après calcul [43] :

$$N = \left(\frac{T_0}{C_{P0, C0}} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial C_i} \right)_{T_0, P_0}$$

On note N l'évolution du potentiel chimique en fonction de la concentration. (la variation d'énergie liée à la variation du nombre de moles d'une espèce) et à la diffusivité thermique. On peut négliger l'effet Dufour dans le cas d'un fluide binaire [40]. La différence de température $\nabla^2 T$ induite par la différence de concentration massique est négligeable (c.a.d. $N = 0 \rightarrow (\frac{\partial \mu}{\partial C_i}) = 0$). La variation d'énergie liée à la variation du nombre de moles du soluté en fonction de la concentration massique est négligeable, de l'ordre de 10^{-3} . On retrouve alors l'équation de l'énergie sans terme de source interne quand $N=0$.

variations de pression $B_T \frac{dP}{dt}$ et la dissipation visqueuse ($\overline{T} : \overrightarrow{\nabla} \overrightarrow{V}$) sont négligeables devant le terme diffusif $\overrightarrow{\nabla} \cdot (\lambda \overrightarrow{\nabla} T)$. L'équation de l'énergie se réduit à :

$$\frac{dT}{dt} = a \nabla^2 T \quad (6.3)$$

On note la diffusion thermique :

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

6.1.4 Équation de conservation des espèces

On utilise l'équation de conservation de la masse (éq. (2.1)). On définit la fraction massique C_i de l'espèce $[i]$ par $C_i = \frac{\rho_i}{\rho}$. On montre que C_i obéit à :

$$\rho \frac{dC_i}{dt} = - \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{j}_i$$

Où \overrightarrow{j}_i est le vecteur densité de diffusion massique de l'espèce $[i]$. ($\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_{\text{Fick}} + \mathbf{J}_{\text{Soret}}$ (éq. 1.1)). On suppose que le terme $C_i(1 - C_i)$ varie peu par rapport à $C_0(1 - C_0)$ avec C_0 qui désigne la fraction massique à l'état initial. On écrit donc l'équation d'évolution pour l'espèce de fraction massique C du constituant considéré :

$$\frac{dC}{dt} = D \nabla^2 C + D_T C_0 (1 - C_0) \nabla^2 T \quad (6.4)$$

On exprime le système d'équations précédent (éq.6.1), (éq. 6.2), (éq. 6.3), (éq. 6.4). On rappelle que $\overrightarrow{V}, P, T, C$ représentent respectivement les champs de vitesse, pression, température et de fraction massique du constituant le plus lourd.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$$

On introduit la pression motrice $P_g = P + \rho gy$:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{\vec{\nabla} P_g}{\rho_0} + \nu \nabla^2 \vec{V} + \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} + \frac{f_{ac} \delta \vec{e}_z}{\rho_0}$$

$$\frac{dT}{dt} = a \nabla^2 T$$

$$\frac{dC}{dt} = D \nabla^2 C + D_T C_0 (1 - C_0) \nabla^2 T$$

On note $\delta = 0$ si $y \in [0, H - h_b]$, , avec $\delta = 1$ si $y \in [H - h_b, H]$, en supposant que le faisceau acoustique est situé en haut de la cellule. Nous allons maintenant mettre ce système sous forme adimensionnelle.

6.2 Forme adimensionnée des équations

les longueurs (x,y,z) sont rapportées à la hauteur de couche H . Le temps est rapporté au temps de diffusion thermique $\frac{H^2}{a}$. La concentration est ramenée à l'écart obtenu par rapport à un état conductif. On injecte les variables adimensionnelles définies dans le tableau 6.1. On obtient après calcul, les quatre équations sous forme adimensionnelle écrites dans le cadre de l'approximation de Boussinesq :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}^* = 0 \tag{6.5}$$

$$\frac{\partial \vec{V}^*}{\partial t^*} + (\vec{V}^* \cdot \nabla^*) \vec{V}^* = -\vec{\nabla} P^* + Pr \nabla^2 \vec{V}^* + Pr Ra (T + \psi C^*) \vec{e}_y + A \delta \vec{e}_z \tag{6.6}$$

$$\frac{dT^*}{dt^*} = \nabla^2 T^* \quad (6.7)$$

$$\frac{dC^*}{dt^*} = \frac{1}{Le} (\nabla^2 C^* - \nabla^2 T^*) \quad (6.8)$$

On identifie l'expression de la force acoustique adimensionnée :

$$A = A_{ac} = \frac{f_{ac} H^3}{\rho_0 a^2} \quad (6.9)$$

On appelle A le paramètre acoustique, c'est un des deux paramètres de contrôle. L'expression du second paramètre de contrôle, le nombre de Rayleigh, s'exprime par $R_a = \frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\nu a}$. Les trois paramètres qui sont propres au mélange binaire sont : le nombre de Lewis $Le = \frac{a}{D}$, le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{a}$ et le facteur de séparation $\psi = -\frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{D_T}{D} c_0(1 - c_0) = -\frac{\beta_C}{\beta_T} c_0(1 - c_0) S_T$.

variable	adimensionné	expression	référence
longueur	x^*, y^*, z^*	$x^*, y^*, z^* = \left(\frac{x, y, z}{H}\right)$	hauteur H
temps	t^*	$t^* = \frac{t}{t_{ref}}$	temps $t_{ref} = \frac{H^2}{a}$
vitesse	u^*, v^*, w^*	$u^*, v^*, w^* = \left(\frac{u, v, w}{V_{ref}}\right)$	vitesse $V_{ref} = \frac{a}{H}$
pression	p^*	$p^* = \frac{p}{p_{ref}}$	pression $p_{ref} = \rho_0 \frac{a^2}{H^2}$
température	T^*	$T^* = \frac{(T - T_{ref})}{\Delta T}$	température $\Delta T = T_1 - T_2$
concentration	C^*	$C^* = \frac{C - C_{ref}}{\Delta C}$	$\Delta C = -\Delta T C_0(1 - C_0) \frac{D_T}{D}$

TABLE 6.1 – Variables adimensionnelles

6.2.1 Conditions aux limites et différentes hypothèses

1. Les conditions aux limites (C.L.) cinématiques sont le non glissement aux parois (en 2D : $B_Z = B$) :

$$\vec{V}^*(y^* = 0) = \vec{V}^*(y^* = 1) = \vec{V}^*(z^* = 0) = \vec{V}^*(z^* = B_z) = \vec{0} \quad (6.10)$$

2. Les conditions aux limites thermiques avec des parois verticales adiabatiques. On étudie un système soumis à un gradient de température vertical :

$$\frac{\partial T^*}{\partial z^*_{(y^*, z^*=0)}} = \frac{\partial T^*}{\partial z^*_{(y^*, z^*=B)}} = 0 \quad (6.11)$$

On a $T(y = 0) = T_1$ et $T(y = h) = T_2$ avec $T_1 > T_2$ ou $T_1 < T_2$. En adimensionnel $T^*(y^* = 0, z^*) = 1, T^*(y^* = 1, z^*) = 0$, avec $T_{ref} = T_2$

3. Les conditions aux limites sur la fraction massique : les parois étant imperméables, le flux de matière est nul aux parois $\vec{J}_m \cdot \vec{n} = 0$ avec $\vec{n} = \pm \vec{e}_y$ pour les parois horizontales et $\vec{n} = \pm \vec{e}_z$ pour les parois verticales. En considérant les C.L. sur T, on établit alors les C.L. sur C sur les parois verticales en dimensionnel :

$$\frac{\partial C}{\partial z_{(y, z=0)}} = \frac{\partial C}{\partial z_{(y, z=L)}} = 0 \quad (6.12)$$

d'où en adimensionnel :

$$\frac{\partial C^*}{\partial z^*_{(y^*, z^*=0)}} = \frac{\partial C^*}{\partial z^*_{(y^*, z^*=B)}} = 0$$

Ainsi que sur les parois horizontales :

$$\frac{\partial C}{\partial y_{(y=0, z)}} = -C_0(1 - C_0)S_T \frac{\partial T}{\partial y_{(y=0, z)}}, \quad \frac{\partial C}{\partial y_{(y=h, z)}} = -C_0(1 - C_0)S_T \frac{\partial T}{\partial y_{(y=h, z)}}$$

d'où en adimensionnel :

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*_{(y^*=0, z^*)}} = \frac{\partial C^*}{\partial y^*_{(y^*=0, z^*)}}, \quad \frac{\partial T^*}{\partial y^*_{(y^*=1, z^*)}} = \frac{\partial C^*}{\partial y^*_{(y^*=1, z^*)}}$$

4. La continuité de la vitesse \vec{V} , de la contrainte, de la température T et de la fraction massique à l'interface $z = 1 - \epsilon$.

On va résumer les différentes hypothèses de notre étude :

A) le fluide binaire incompressible est supposé newtonien. L'écoulement est laminaire et bidimensionnel. La longueur de l'enceinte est suffisamment grande par rapport aux autres dimensions pour que les effets des parois verticales soient négligeables.

B) l'effet Dufour est négligé.

C) les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température et à la concentration de référence sauf dans le terme $\rho \vec{g}$ de l'équation de Navier-Stokes où la masse volumique varie linéairement en fonction de la température et de la concentration (approximation de Boussinesq). Partout ailleurs $\rho = \rho_0 = \text{constante}$.

E) les conditions de réflexion des ondes ultrasonores sur les parois horizontales de la cavité sont négligées, ceci est dû à la haute directivité du faisceau acoustique. La paroi verticale située en face du transducteur est considérée comme parfaitement absorbante. On néglige alors la réflexion de l'onde acoustique, on considère une onde progressive, pouvant ainsi entraîner un écoulement stationnaire à grande échelle.

F) on considère l'équation de propagation des ondes linéarisée à l'ordre 1. Les termes non linéaires de propagation des ondes sont donc négligés, les effets non linéaires qui incluent la génération d'harmoniques par effet de non linéarité, ne sont pas pris en compte (éq. 2.39). **Dans la suite, la notation * pour les grandeurs adimensionnelles sera enlevée.**

6.2.2 Synthèse des paramètres adimensionnels du problème

Le problème dépend donc en 2D de sept paramètres adimensionnels qui sont le nombre de Rayleigh thermique Ra , le nombre de Lewis Le , le nombre de Prandtl Pr , le facteur de séparation ψ , la hauteur relative du faisceau $\epsilon = \frac{h_b}{H}$, le paramètre acoustique A et le rapport d'aspect B . Trois de ces paramètres (Pr , Le , ψ) dépendent de la nature du fluide considéré et sont donc fixés par le choix du mélange auquel on s'intéresse, T_0 et C_0 étant fixé. Remarquons que le nombre de Rayleigh Ra ainsi que le paramètre acoustique A sont proportionnels à H^3 . Ce sont les deux paramètres de contrôle du système. Le paramètre acoustique s'écrit :

$$A_{ac,i}(x, y, z) = \frac{f_{ac,i}(x, y, z)H^3}{\rho_0 a^2}$$

d'après l'expression de la force acoustique (éq. 2.32), on peut réécrire le paramètre adimensionnel acoustique sous la forme :

$$A_{ac,i}(x, y, z) = \frac{2\alpha_{ac}I_{ac,i}(x, y, z)H^3}{\rho_0 c_0 a^2} \quad (6.13)$$

On voit que le paramètre acoustique adimensionnel est proportionnel au cube de la hauteur de la cavité, tout comme le nombre de Rayleigh thermique (annexe A)

$$Ra = \frac{g\beta_T\Delta TH^3}{\nu a}$$

Ces deux nombres sont inversement proportionnels à la diffusivité thermique a . Ces deux nombres contiennent à leur numérateur la perturbation extérieure, respectivement le gradient thermique et l'intensité acoustique. Une recherche des configurations qui optimisent la

séparation va être réalisée dans la suite. On va donc chercher, pour un fluide binaire donné, le couple de valeurs des paramètres de contrôle (A, Ra) qui permet d'optimiser la séparation du mélange. Dans le cas de cellules de grand rapport d'aspect $B = B_z \gg 1$, on fait l'hypothèse de l'écoulement parallèle utilisée par Cormack et al. [191] puis par Elhajjar et al. [62].

6.3 Solution analytique en 2D

On réalise une résolution analytique du système d'équations formulé précédemment (éq. 6.5, 6.6, 6.7, 6.8) avec les conditions aux limites associées et les hypothèses formulées (section 6.2.1), dans le cas d'une cellule de grand rapport d'aspect : $B_z \gg 1$. On considère une solution, dont on écrit respectivement la vitesse \vec{V} , la température T et la fraction massique C , sous la forme :

$$\vec{V} = U(y)\vec{e}_z \quad (6.14)$$

$$T(y) = h(y) \quad (6.15)$$

$$C(y, z) = mz + f(y) \quad (6.16)$$

La hauteur relative ϵ représente la partie supérieure de la cavité où le faisceau acoustique A_{ac} est présent ($\delta = 1$).

- On s'intéresse à un état stationnaire :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0$$

On néglige la composante de la vitesse perpendiculaire aux parois horizontales dans la partie centrale de la cellule et on écrit que la vitesse ne possède qu'une seule composante selon \mathbf{e}_y qui ne dépend que de la coordonnée selon \mathbf{e}_y , soit : $\vec{V} = U(y)\mathbf{e}_z$. Le champ de température et

de fraction massique sont écrits sous la forme $T(y) = h(y)$ et $C(y, z) = mz + f(y)$ avec m qui exprime le gradient de fraction massique selon la direction \mathbf{e}_z . En substituant ces profils dans le système (éq. 6.5, 6.6, 6.7, 6.8), en négligeant le terme d'advection $(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}$ et en éliminant la pression, on obtient :

$$\frac{\partial^2 U(y)}{\partial y^2} + Ra \psi m y - \frac{cste}{P_r} + \frac{A\delta}{P_r} = 0 \quad (6.17)$$

$$\frac{\partial^2 h(y)}{\partial y^2} = 0 \quad (6.18)$$

$$mLeU(y) = \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (6.19)$$

On note $cste$ la constante d'intégration. D'autres conditions sont nécessaires pour résoudre ce système d'équations, les conditions aux limites sur les parois verticales n'étant pas prises en compte, car nous nous intéressons à l'écoulement loin de ces parois. On traduit pour cela que le débit massique est nul à travers toute section droite verticale y de la cavité :

$$\int_0^1 U dy = 0$$

-la conservation du soluté dans toute la cavité (car $C_{init}=C_0=0$) :

$$\int_0^1 \int_0^{B_z} C dy dz = 0$$

A l'état stationnaire, on écrit la conservation du flux de matière sur toute section verticale :

$$\int_0^1 UC - \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial y} \right) dy = 0$$

En combinant les 3 conditions aux limites (cinématique, thermique et massique), les deux propriétés précédentes et la conservation du flux de matière sur toute section verticale à l'équilibre, on obtient une équation² d'ordre 3 en m . On obtient l'expression de m en fonction de

$$m = f(A, \psi, \varepsilon, Le, Pr, Ra).$$

On cherche ainsi le A moyen (force acoustique adimensionnée moyenne) qui maximise la séparation à l'aide du logiciel symbolique Maple. On implémente alors les quatre équations adimensionnées (éq. 6.5, 6.6, 6.7, 6.8) dans le code Maple. On cherche ainsi à déterminer analytiquement les champ de vitesse et de concentration qui caractérisent l'écoulement de type parallèle, en fonction des paramètres dont dépend le fluide (Le, Pr, ψ) et des paramètres de contrôle (A, Ra). Nous allons voir que de nouveaux nombres adimensionnels doivent être pris en compte, telle que la hauteur relative de la source acoustique sur la hauteur de la cavité, notée ε . On cherche à établir une vitesse de convection de l'ordre du temps de diffusion massique du mélange afin d'optimiser la séparation. Pour déterminer ces solutions, on a considéré certaines hypothèses simplificatrices. En appliquant ces conditions aux limites dans les équations précédentes, on a également obtenu le profil du champ de vitesse analytique. On explicite ici pour quelles configurations le gradient de fraction massique m est le plus élevé, cela correspond à la

2.

$$\begin{aligned} & -Le^2 Ra^2 \psi^2 Pr^2 m^3 \\ & + (72Le^2 Ra \psi Pr Ae^7 - 84Le^2 Ra \psi Pr Ae^6 \\ & - 18Le^2 Ra \psi Pr Ae^8 - 54Le^2 Ra \psi Pr Ae^3 + 84Le^2 Ra \epsilon^3) m^2 \\ & + (288\epsilon^{10} - 1440\epsilon^9 + 2016\epsilon^8 + 576\epsilon^7 \\ & - 3744\epsilon^6 + 3168\epsilon^5 - 864\epsilon^4 + 504 \frac{Ra \psi Pr^2}{Le A^2} - 362880 \frac{Pr^2}{Le^2 A^2}) Le^2 A^2 m + \\ & + 15120 Le Pr Ae^2 - 30240 Le Pr Ae^3 + 15120 Le Pr Ae^4 = 0 \end{aligned}$$

séparation la plus élevée au sein du fluide binaire. Les configurations retenues seront celles assurant une séparation maximale.

Nous allons chercher à étudier le comportement du gradient de fraction massique m pour deux types de mélanges binaire : eau-éthanol et eau-isopropanol. On étudiera différentes concentrations pour chacun de ces mélanges. Une étude des valeurs des triplets (Le, Pr, ψ) pour les mélanges eau-éthanol (annexe E.1) et eau-isopropanol (annexe E.2) est réalisée pour différentes concentrations dans le mélange. Dans chaque cas, pour un jeu de valeurs (Le, Pr, ψ, ϵ) fixées, les variations du gradient de fraction massique m seront représentées en fonction des paramètres de contrôle (A, Ra) . Les cas eau-éthanol (annexes E.3.3, E.3.3, E.3.3) et eau-isopropanol (annexe E.3.4) sont étudiés en configuration chauffée par le bas en annexe. La valeur de A utilisée sous Maple correspond à une moyenne sur la partie soumise à l'onde acoustique. On note le rapport de fraction massique eau sur éthanol de la manière suivante i/j . Ainsi un mélange eau-éthanol de type 60/40 correspond à 60% en masse d'eau (i) et 40% en masse d'éthanol (j). Cette convention sera utilisée dans la suite pour les différents mélanges. Le terme de gauche (i) faisant toujours référence à l'eau. La configuration la plus intéressante est la seule explicitée ici, c'est un mélange eau-éthanol chauffé par le haut, dans une proportion en eau et en éthanol bien spécifique (70/30).

6.3.1 Paramètres de contrôle : cas chauffé par le haut

Problématique

On cherche à réaliser une séparation des constituants du mélange eau-éthanol, dans une cellule que l'on pourra fabriquer expérimentalement. A cet effet, le faisceau acoustique occupe la moitié de l'un des côtés latérale de la cellule et afin de pouvoir utiliser des sources acoustiques de dimension raisonnables, on prévoit une hauteur de couche de l'ordre

de 20 mm. Dans ces conditions, le nombre de Rayleigh est de l'ordre de 10^5 (pour un gradient thermique $\Delta T = 1$). De plus, on considère une cellule chauffée par le haut afin de ne pas déstabiliser l'écoulement, et que le fluide soit entraîné par la force acoustique.

Mélange eau-éthanol

On considère les valeurs de Moses et Steinberg avec des cavités chauffées par le haut (figure 6.2). On présente deux figures pour différentes plages des paramètres de contrôle (A, Ra) . On considère deux mélanges eau-éthanol de différentes fractions massiques 60/40 (à gauche : figure A) et 70/30 (à droite : figure B).

Sur la figure (A), le couple $(Ra=900, A=280, \epsilon=0.5)$ est obtenu pour la valeur optimale du gradient de fraction massique m du mélange (60/40). Le paramètre A qui maximise m croît quand le Rayleigh augmente. Ce phénomène est valable pour des Rayleigh allant de 0 à 1000 pour la figure (A) et de 0 à 7000 pour la figure (B). Ensuite, le facteur A décroît, cette décroissance est d'autant plus lente que le facteur de séparation ψ est faible (figure B). On cherche pour quel nombre de Rayleigh Ra (que l'on souhaite élevé) le paramètre acoustique A correspond à une valeur optimale du gradient de fraction massique m .

On a exploré de nombreux cas parmi lesquels sont retenus ces deux mélanges (figures A et B), placés dans une configuration chauffée par le haut, ce qui permet d'améliorer la séparation en présence d'un faisceau acoustique, lorsque le nombre de Rayleigh est élevé. Lorsque les paramètres de contrôle (A, Ra) augmentent, le gradient de fraction massique m conserve son maximum, on retrouve ce phénomène sur la figure A (jusqu'à $Ra=1000, m=-0.40$) et la figure B (jusqu'à $Ra=6000, m=-0.40$).

Les couples de paramètres de contrôle (A, Ra) optimisant m ont une évolution directement influencée par les valeurs des trois nombres adi-

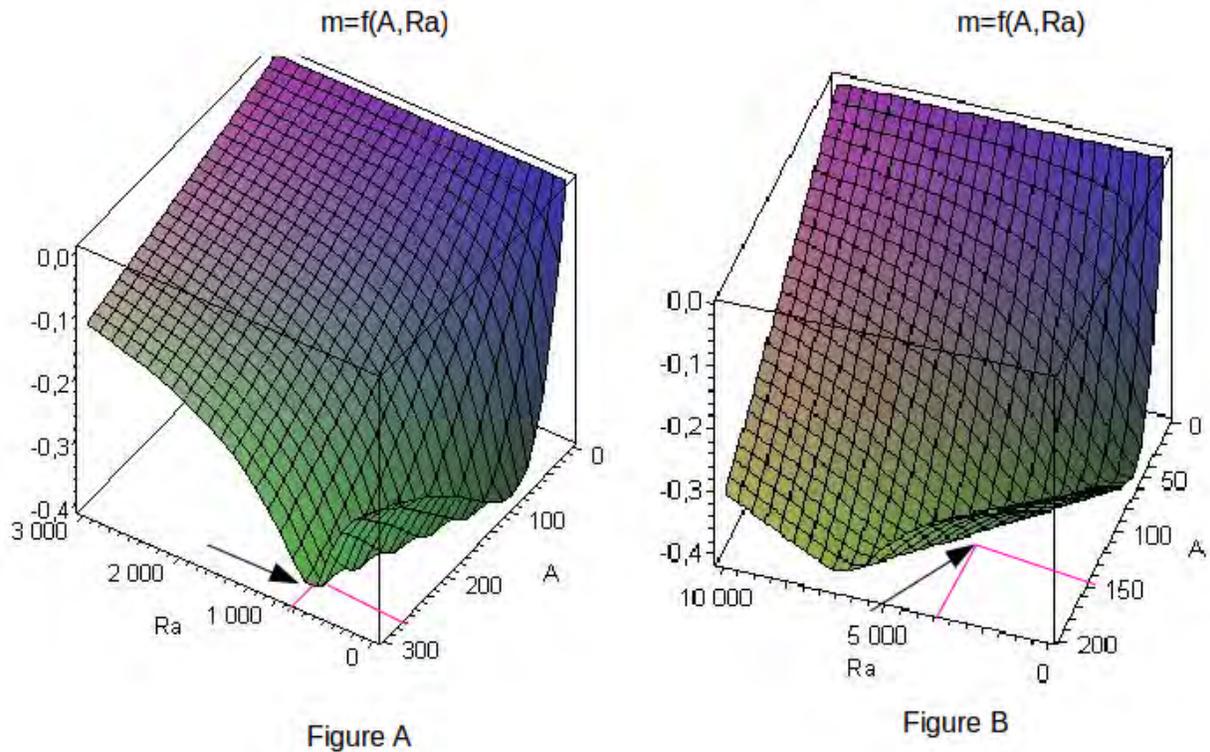


FIGURE 6.2 – Mélange eau-éthanol (Moses) $m=f(A, Ra)$ cellule chauffé par le haut : figure A : $Le=55, Pr = 15, \psi = 0.1, \epsilon = 0.5$, mélange 60/40 (gauche) , figure B : $Le=55, Pr = 15, \psi = 0.007$, mélange 70/30 (droite)

mensionnels (Le, Pr, ψ), ce sont les trois paramètres qui caractérisent les mélanges binaires. On explicite ici les deux configurations où ces trois paramètres (Le, Pr, ψ) présentent des valeurs optimales. Ainsi, on a choisi ces mélanges pour lesquels le nombre de Lewis ne dépasse pas une valeur donnée $Le < 80$, ce qui permet alors de réaliser la séparation tout en nécessitant la présence d'un faisceau acoustique A , et ce, pour des nombres de Rayleigh, Ra , élevés.

Ces deux mélanges ont la même tendance avec une plage de valeurs du couple (A, Ra) qui augmentent tous deux pour maximiser m .

Lorsque $\psi < 0$, cette plage de valeurs est très faible. Lorsque $\psi > 0$, plus le facteur de séparation est faible (sans être inférieur à 10^{-3}) et plus la plage de valeurs qui maximise m s'étend à des Rayleigh élevés, tout en nécessitant la présence du faisceau acoustique. On peut observer que le couple (A, Ra) qui optimise m pour des valeurs (Le, Pr, ψ) données, suit une tendance particulière. Ainsi, selon les valeurs de (Le, Pr, ψ) données, on observe une des différentes évolutions possibles des optimums de m en fonction de (A, Ra) . Les différentes tendances possibles parmi les différentes configurations envisagées sont explicitées en annexe E.3. Le comportement du mélange (figure B) chauffé par le haut est particulièrement intéressant, puisqu'il permet d'améliorer la séparation en présence d'un faisceau acoustique A pour des nombres de Rayleigh importants (de l'ordre de $Ra=10^5$).

6.3.2 Configuration optimale en présence d'un faisceau acoustique

On augmente maintenant la plage de variation du nombre de Rayleigh $Ra \in [0, 10^5]$ et celle du paramètre acoustique $A \in [1, 1100]$ (fig. 6.3). La figure 6.3 est donc une extension de la figure 6.2 (figure B) pour une plus vaste plage de données des paramètres de contrôle (A, Ra) . Le maximum de séparation pour le couple $(A=275, Ra=7000)$ est retrouvé ($|m| = 0.40$). Sur la figure 6.3 (Figure C), on peut voir que plus le nombre de Rayleigh augmente et le paramètre acoustique doit être élevé pour réaliser la séparation, il est même indispensable. En effet, dans le cas $(Ra=100\ 000, A=0)$ on voit sur la figure 6.3 (Figure D) qu'aucune séparation n'est réalisée ($m=0$). La figure D est une coupe de la figure C dans le plan $Ra = 10^5$ (cf. fig 6.3). En revanche, dans la configuration $(Ra=100\ 000, A=1070)$, on obtient une séparation ($|m| = 0.18$). Ces calculs sont effectués pour un paramètre $\epsilon=0.5$. On rappelle que ϵ représente le rapport de la hauteur pour la

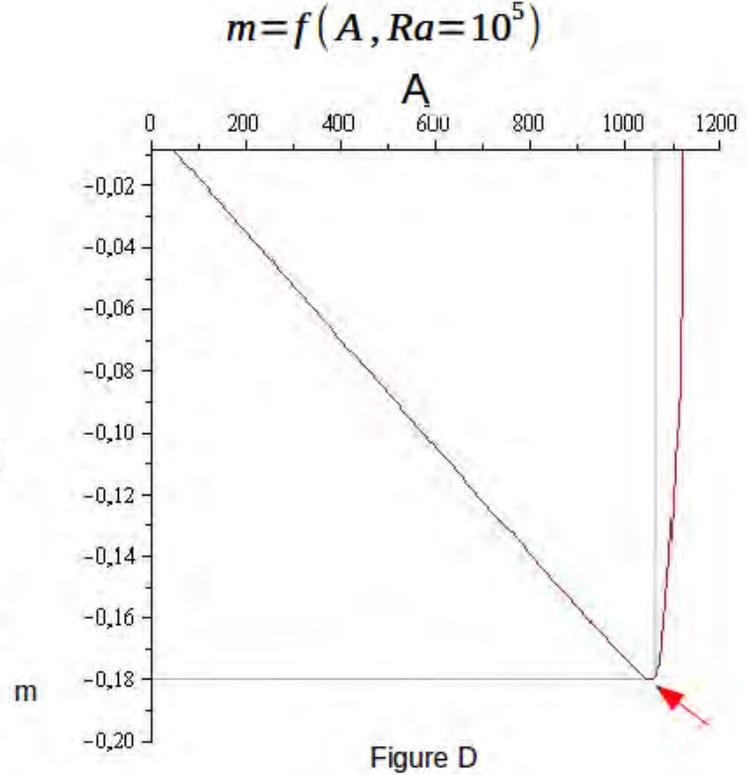
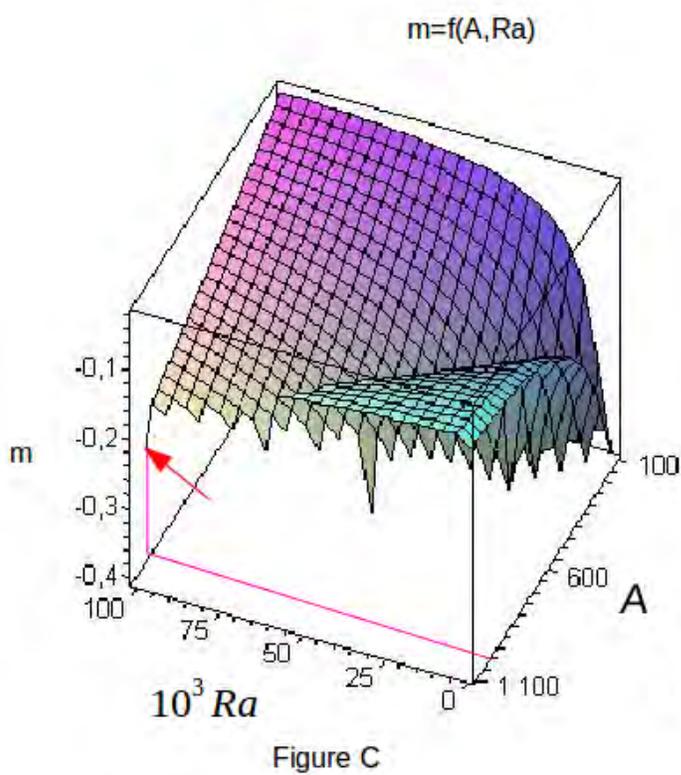


FIGURE 6.3 – Mélange eau-éthanol (Moses) cellule chauffée par le haut : figure C : $m=f(A, Ra)$, $Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007$, mélange 70/30 (gauche), figure D : $m=f(A)$ pour $Ra = 10^5$ mélange 70/30 (droite)

source sur la hauteur de la cavité. La contrainte de cette étude étant de trouver une configuration où la hauteur de la cavité est suffisamment élevée pour y placer une source, on souhaite que le paramètre ϵ soit le plus élevé possible. Une étude en fonction du paramètre ϵ est donc réalisée dans la suite, pour le mélange 70/30 eau-éthanol (figure 6.3). Différents couples de valeurs (A, Ra) qui permettent d'obtenir un maximum local du gradient de fraction massique m , issus de la figure 6.3, sont présentés dans le tableau 6.2.

L'influence de l'augmentation du nombre de Rayleigh sur le pa-

nombre de Rayleigh	paramètre acoustique A	ϵ	$ m $
1000	150	0.5	0.40
3000	150	0.5	0.40
4000	175	0.5	0.40
6000	225	0.5	0.38
8000	285	0.5	0.38
100 000	1070	0.5	0.18

TABLE 6.2 – Couples de valeurs (A,Ra) qui optimisent le gradient de fraction massique $m=f(A,Le=55.5,P_r = 15, \psi = 0.007)$ Cas Moses (70/30)

ramètre $m = m(A, \epsilon)$ est présentée sur la figure 6.4. Par la suite, on étudie l'influence du nombres de Rayleigh Ra sur les configurations qui optimisent le gradient de fraction massique m en fonction du paramètre ϵ et du paramètre acoustique A (fig. 6.4).

Pour Ra=1000, (fig. 6.4) on relève un couple de valeurs qui optimise le gradient de fraction massique m. On voit qu'il existe tout un ensemble de couples (A, ϵ) pour le Rayleigh fixé Ra=1000, qui atteignent l'extremum $|m| = 0.40$. Chaque valeur ϵ comprise entre $\epsilon = 0.20$ et $\epsilon = 0.80$ possède un facteur A qui permet de se placer dans une configuration (Ra=1000, $|m| = 0.40$). Ces couples de valeurs A sont symétriques de part de d'autre de $\epsilon=0.50$.

Lorsque Ra=5000 (fig. 6.4), pour l'intervalle $\epsilon \in [0.36 - 0.64]$, il existe une plage de valeurs du paramètre acoustique $A = [175 - 200]$ qui permet de se placer dans une configuration (Ra=5000, $|m| = 0.40$). Ces couples de valeurs A sont toujours symétriques de part de d'autre de $\epsilon=0.50$. On voit que l'ensemble des valeurs ϵ qui permettent d'atteindre l'extremum m diminue lorsque le nombre de Rayleigh Ra augmente. C'est-à-dire que les couples de valeurs (A, ϵ) , qui optimisent m, se resserrent autour de la solution unique incluant le paramètre $\epsilon = 0.5$ lorsque le nombre de Rayleigh Ra augmente.

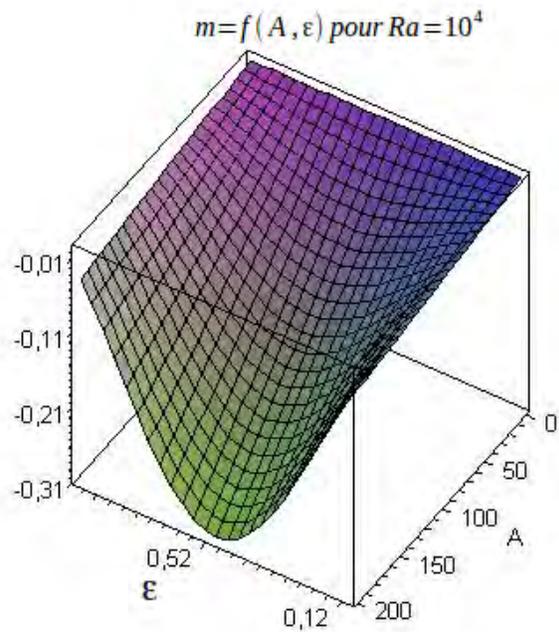
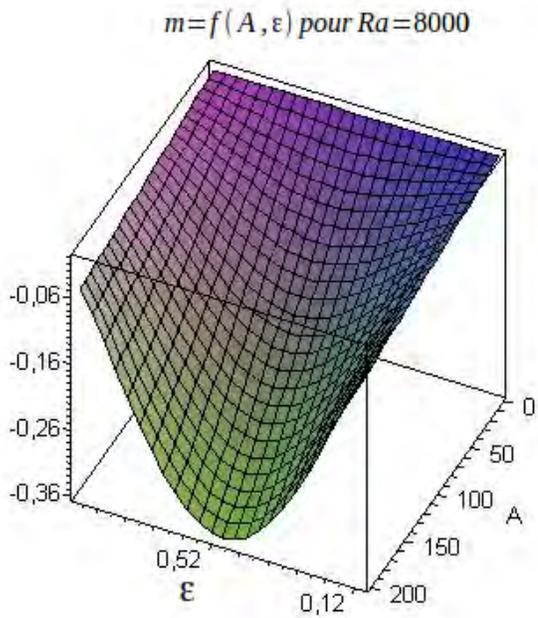
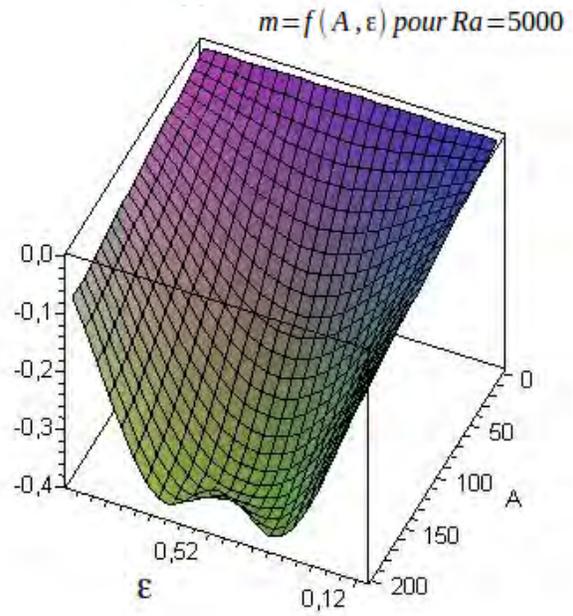
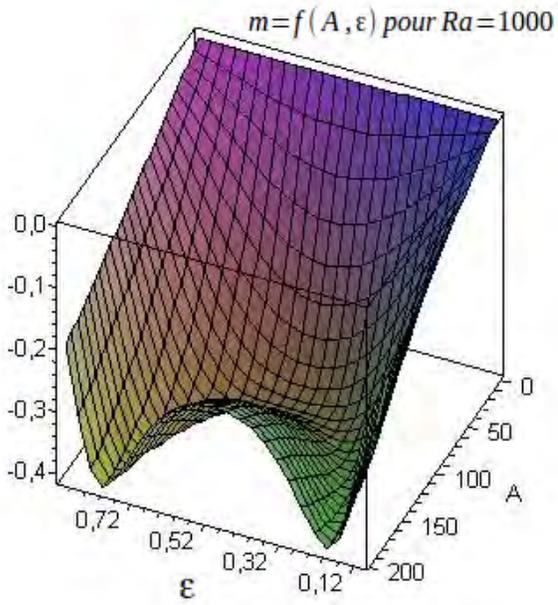


FIGURE 6.4 - $m = m(A, \epsilon)$ pour $Ra=1000, 5000, 8000$ et $10\ 000$ tel que $(Le=55.5, Pr = 15, \psi = 0.007)$

Lorsque $Ra=8000$ (fig. 6.4), il existe un seul couple (A,ϵ) qui rend m extremum ($Ra=8000, |m| = 0.36$) tel que ($A=325, \epsilon = 0.5$). Ainsi, plus le nombre de Rayleigh augmente et plus le nombre de solutions permises par les différents ϵ qui maximisent m est réduit pour finalement obtenir une solution unique en $\epsilon = 0.5$. Ce phénomène, on le retrouve pour tous les types de fluides binaires étudiés ici, on peut retarder le phénomène en augmentant le paramètre acoustique A .

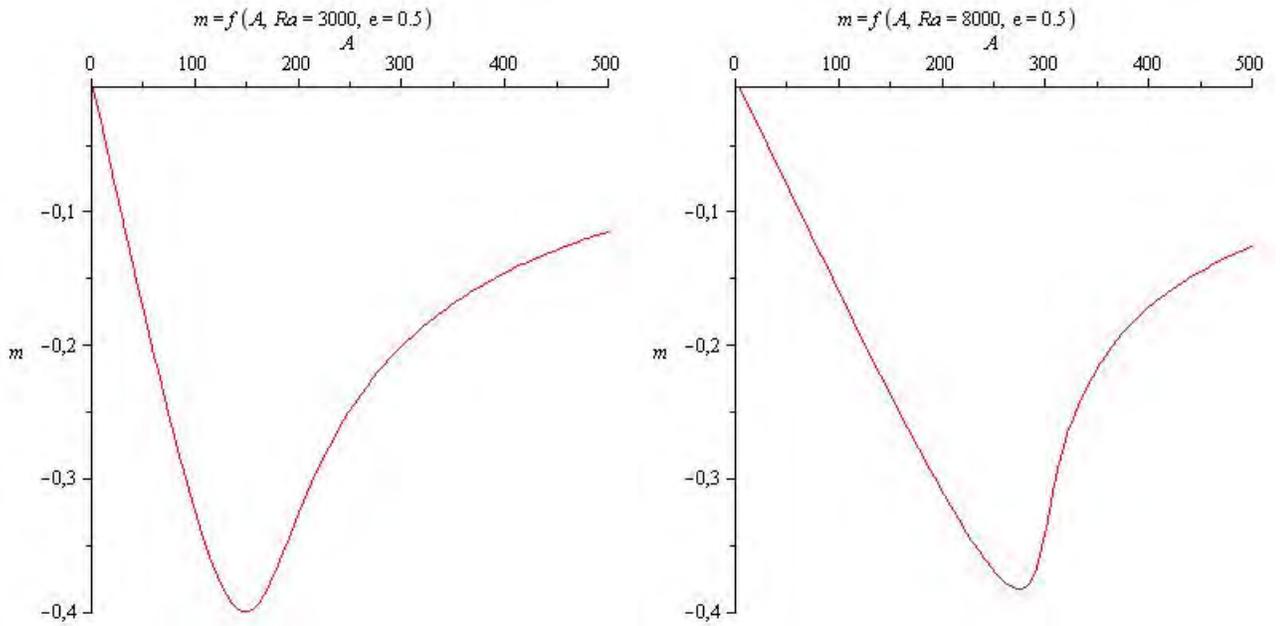


FIGURE 6.5 – Couples de valeurs (A,Ra) qui optimisent le gradient de fraction massique m pour $Le=55.5, Pr = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$

La figure 6.5 présente deux coupes issues de la figure 6.4, dans le cas des représentations ($Ra=3000, \epsilon = 0.5$) et ($Ra=8000, \epsilon = 0.5$). On relève ainsi pour (Ra, ϵ) fixé, la valeur de A qui permet d'atteindre le maximum local du gradient de fraction massique m . On est dans une configuration de paramètres (Le, Pr, ψ) telle que la séparation est nulle ($m=0$) lorsque le paramètre acoustique est nul ($A=0$).

On s'est intéressé à l'étude des cavités chauffées par le haut, l'écoulement du fluide est alors généré uniquement par l'onde acoustique. On recherche une solution analytique dans le cadre de l'approximation « parallel flow ». Cette configuration est privilégiée car elle permet de considérer des nombres de Rayleigh thermiques supérieurs à 1708 et ainsi de s'affranchir de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. On étudie deux concentrations différentes du mélange eau-éthanol (60/40, 70/30), lorsque le nombre de Rayleigh augmente, le facteur m qui maximise la séparation augmente (figure 6.3). Son maximum est atteint pour le couple $(Ra, A, m) = (7000, 275, |m| = 0.36)$. Ensuite lorsque Ra augmente, m diminue, on peut relever le couple suivant $(Ra, A, |m|) = (10^5, 1070, 0.18)$. Pour chaque configuration, on choisit le paramètre acoustique A qui maximise la séparation (figure 6.3). Un compromis entre séparation élevée (m le plus grand possible) et hauteur de la cavité (Rayleigh le plus élevé possible) a été réalisé. La configuration retenue est détaillée dans les tableaux suivants.

paramètre	Le	Pr	ψ	ϵ	Ra	$ m $	rapport aspect B_z
valeur	55.5	15	0.007	0.5	100 000	0.18	10

TABLE 6.3 – Nombres adimensionnels : Mélange eau-éthanol 70/30 issue des valeurs de Moses, en configuration chauffé par le haut

paramètre	hauteur L_y	longueur L_z	ϵ	diamètre de la source
valeur	17mm	170 mm	0.5	d=8.5mm

TABLE 6.4 – Configuration de la cavité et de la source acoustique : Mélange eau-éthanol 70/30 issue des valeurs de Moses, en configuration chauffé par le haut

On considère une hauteur de cavité de $L_y = 17$ mm qui permet de placer une source acoustique circulaire de diamètre $d = 8.5$ mm ($\epsilon =$

0.5), ce qui permet de rendre la source suffisamment directive pour une fréquence appropriée. En cas de non-directivité de la source, les réflexions sur les parois engendrent des ondes stationnaires qui ne permettent pas la séparation car elles génèrent un écoulement multicellulaire. Dans ce chapitre seule l'évolution du gradient de fraction massique m a été présentée, dans le cas de la configuration chauffée par le haut. L'étude sous Maple en configuration chauffée par le bas est réalisée en annexe (annexe E.3) pour des mélanges variés (Le , Pr , ψ). On représente alors l'évolution du champ de fraction massique pour différents mélanges.

Les tableaux 6.3 et 6.4 résument la configuration privilégiée dans la suite. Il s'agit du mélange (70%) eau- (30%) éthanol dans la configuration chauffée par le haut (annexe E.1). Les valeurs de Moses sont privilégiées bien qu'elles présentent un important écart par rapport à celles de Platten. Le champ de vitesse associé à ce cas particulier a été calculé analytiquement sous Maple (annexe E.5). Cette configuration présente des recirculations en haut et en bas de la cavité (annexe E.5.2). Une étude de l'influence du paramètre m sur l'amplitude et le taux d'occupation des recirculations est réalisée en annexe (E.5.4).

Chapitre 7

Simulations numériques (Comsol)

Dans ce chapitre, nous présentons une étude numérique 2D/3D de l'influence de la propagation d'ondes ultrasonores dans un fluide binaire placé dans une cellule parallélépipédique horizontale et soumise à un gradient thermique verticale. On s'intéresse à l'écoulement monocellulaire induit par l'onde ultrasonore. On réalise des simulations numériques combinant le rayonnement acoustique de l'onde ultrasonore (issu du code acoustique) et l'écoulement induit par cette onde (logiciel Comsol Multiphysics) au sein du fluide. On cherche alors à valider les résultats analytiques obtenus à l'aide du logiciel Maple du chapitre précédent, qui ont permis de sélectionner les mélanges binaires susceptibles de présenter une séparation optimale caractérisée par le paramètre acoustique A . On rappelle les deux paramètres de contrôle, qui sont le nombre de Rayleigh, Ra , et la force acoustique adimensionnée A dans la partie de la cavité soumise à l'onde acoustique. La modélisation numérique sous Comsol Multiphysics est réalisée en 2D (cavité rectangulaire) puis en 3D (cavité parallélépipédique). Dans un premier temps, on représente le paramètre acoustique A par une distribution spatiale homogène. On réalise alors une comparaison entre les résultats numériques et les résultats analytiques.

Dans un second temps, on considère le paramètre acoustique A va-

riable (en 2D puis 3D). Celui-ci est calculé à partir de l'intégrale de Rayleigh issue du code acoustique numérique. L'implémentation de l'onde acoustique (A variable) est ensuite réalisée sous Comsol. Le processus d'importation a été validé dans le cas de l'écoulement entraîné dans le fluide isotherme (cf. chapitre 3 et 4).

Une comparaison est ensuite effectuée entre les modèles avec A homogène puis A variable (représentation réel du faisceau). On cherche une répartition de A de telle sorte que la vitesse moyenne de l'écoulement soit proche de celle obtenue avec A constant pour Ra fixé. L'influence de la géométrie de la source est également discutée (carrée ou circulaire). On implémente les équations adimensionnelles du problème (éq. 6.5, 6.6, 6.7, 6.8) et les conditions aux limites associées (éq. 6.10, 6.11, 6.12) dans le logiciel aux éléments finis Comsol Multi-Physics. On rappelle le schéma du dispositif étudié :

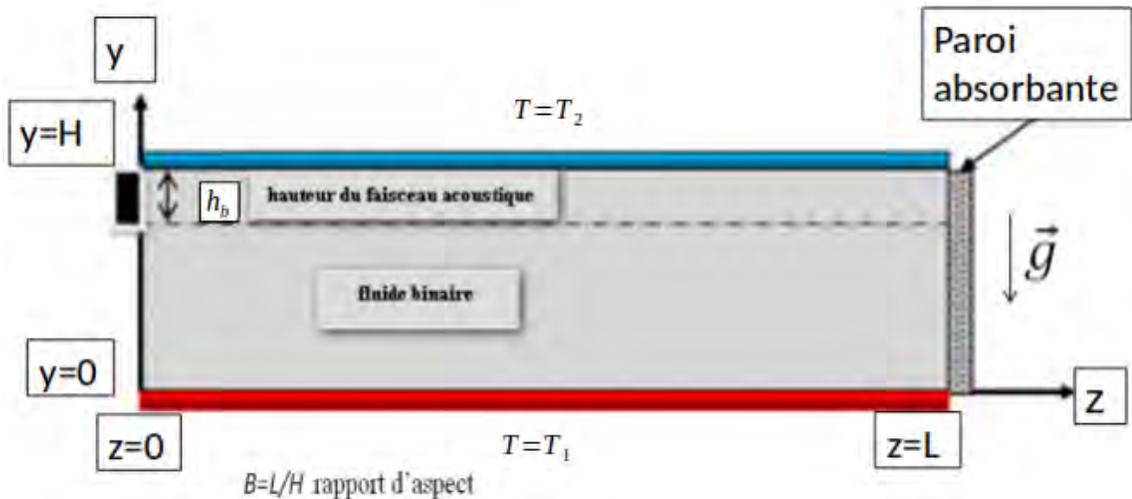


FIGURE 7.1 – Schéma de définition

Dans le cas de la cavité chauffée par le bas, une seule configuration Comsol sera explicitée dans ce chapitre, afin de mettre en évidence les contraintes liées à ce choix. Une étude détaillée des différentes confi-

gurations chauffées par le bas et par le haut, pour différents mélanges, est réalisée en annexe (annexe E.3). Elle constitue le travail principal réalisé dans cette étude, établir les configurations qui améliorent la séparation en présence d'un faisceau acoustique. Les champs de vitesses et de fraction massique sont alors calculés pour des cavités de rapport d'aspect $B_z = \frac{L}{H} = 10$ (annexes E.4, E.5). Des recirculations du champ de vitesse sont prédites sous Maple (annexe E.5). L'étude est explicitée pour chacun des mélanges étudiés. Les résultats analytiques et numériques sont alors comparés. Seul un cas d'une cellule chauffée par le bas est explicité dans ce chapitre. Le cas des cellules chauffées par le haut est privilégié car il peut présenter un équivalent expérimental. On résume les maillages et méthodes de résolution utilisées sous Comsol dans la suite. Le maillage en 2D sera affiné par la suite (20 millions d'éléments) quand Ra et A augmentent.

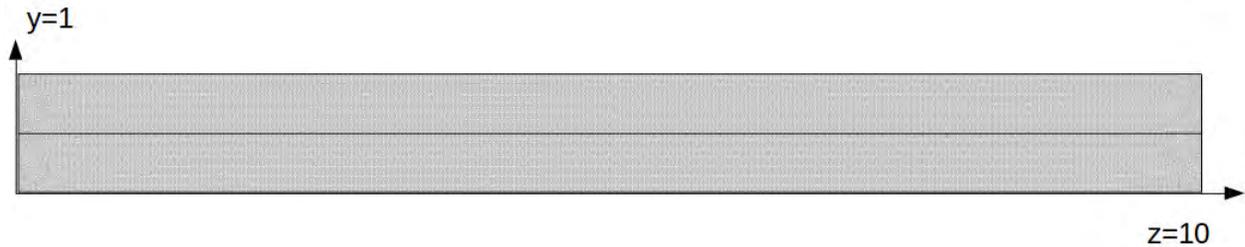


FIGURE 7.2 – Représentation du maillage en 2D (40 000 éléments)

logiciel	Comsol Multiphysics
méthode	factorisation LU des éq.de N.-S. [193]
solveurs	Spooles, Pardiso

TABLE 7.1 – Méthode de résolution

On représente les isoconcentrations, notées iso-C (éq. 6.16) puis ensuite les champs de vitesses (U,V,W) ainsi que la norme de la vi-

distances	valeurs
dimensions de la cavité $L_z * L_y$	$L * H$
dimensions de la cavité adimensionnée	$1 * 10$
maillage quadrangle	40 000 éléments
nombre de degrés de libertés	410 000

TABLE 7.2 – Configuration sous Comsol 2D

distances	valeurs
dimensions de la cavité $L_x * L_y * L_z$	$L * H$
dimensions de la cavité adimensionnée	$0.5 * 1 * 10$
maillage quadrangle	20 millions d'éléments
nombre de degrés de libertés	205 millions

TABLE 7.3 – Configuration sous Comsol en 3D

tesse \mathbf{u} correspondante (éq. 6.14). On considère alors l'hypothèse de l'écoulement parallèle valable pour des cellules de grande extension longitudinale $B_z \gg 1$, on choisit $B_z = 10$. On a vérifié que les résultats obtenus avec $B_z = 20$ différent peu de ceux obtenus pour $B_z = 10$ en dehors des parois verticales de la cavité. Dans la seconde partie, en fluide isotherme, on a travaillé avec une cavité de taille (165*180*275mm) en champ proche et (175*160*455mm) en champ lointain. L'étude présentée dans ce chapitre est principalement réalisée avec une cavité de dimensions (8.5*17*170mm) (pour un nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$).

7.1 Modèle A constant en 2D

7.1.1 Configuration chauffée par le bas : iso-C

On considère le mélange 70/30 ($Le = 55.5, Pr = 15, \psi = 0.007$). On représente les iso-concentrations du champ de fraction massique pour deux valeurs du couple (A, Ra) tel que $(A=95, Ra=2000)$ d'après la prévision Maple (annexe E.4.2, table E.5), puis $(A=8000, Ra=2000)$ afin de chercher à imposer un régime monocellulaire. On obtient une répartition des concentrations qui se caractérise par une stratification du champ de fraction massique (on rappelle que la fraction massique initiale est en $C_0 = 0$). Les extremums de séparation sont donc différenciés par un code couleur. En configuration chauffée par le bas, si l'on augmente le nombre de Rayleigh au-delà d'une valeur critique ($Ra_c=1708$ car ψ est proche de $\psi = 0$, le cas du fluide pur), on obtient un écoulement multicellulaire et il n'y a plus de séparation possible.

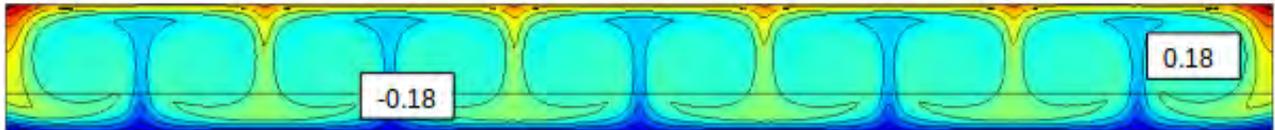


FIGURE 7.3 – iso-C ($A=95, Le=55.5, Pr=15, Ra = 2000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.8$)

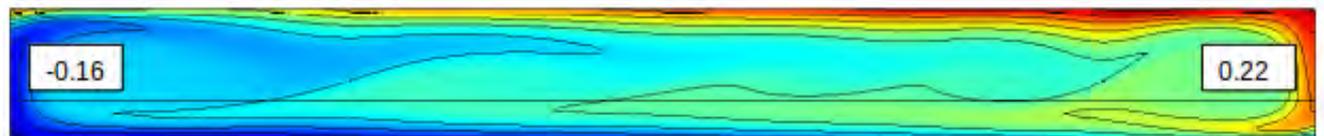


FIGURE 7.4 – iso-C ($A = 8000, Le=55.5, Pr=15, Ra = 2000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.8$)

Sur la figure 7.3, les iso-C du champ de fraction massique ne correspondent pas à un champ stratifié, ce qui correspond aux cellules de convection caractéristiques de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. On cherche alors à augmenter le paramètre acoustique A pour imposer un régime monocellulaire. Dans ce cas, il est nécessaire d'imposer $A=8000$ pour retrouver une structure monocellulaire de l'écoulement. Le paramètre A (trop élevé) va alors homogénéiser le mélange. L'énergie nécessaire pour imposer un régime monocellulaire accroît considérablement la vitesse au sein du fluide. Il n'y a pas de séparation possible (fig. 7.4). On présente les iso-C dans la suite des configurations chauffées par le haut.

7.1.2 Configuration chauffée par le haut : iso-C

On étudie le cas du mélange eau-éthanol 70% en masse d'eau et 30% en masse d'éthanol (Moses). On présente ci-dessous le champ de fraction massique C en fonction de différents couples de paramètres de contrôle (A, Ra). On représente les isoconcentrations (iso-C), on cherche à obtenir un maximum de séparation entre les deux constituants. Une stratification quasi-v verticale du champ de fraction massique, est observée, lorsqu'on est proche du maximum de séparation.



FIGURE 7.5 – iso-C ($A = 100, Le = 55.5, Pr = 15, Ra = 0, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

Les profils attendus ont été calculés au préalable analytiquement (fig. 6.3). On fixe le couple (A, Ra) tel que l'on maximise la séparation d'après les prévisions obtenues (mélange 70/30 issus de fig. 6.2). On privilégie le dernier cas de figure 7.9 dans la suite. En effet, pour ce

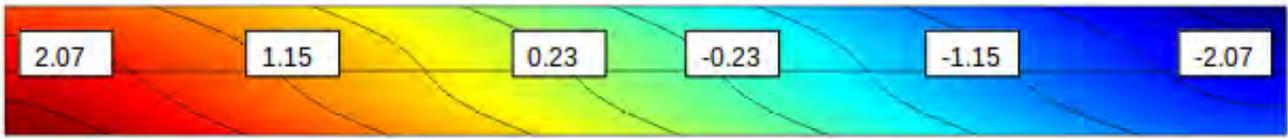


FIGURE 7.6 – iso-C ($A = 175, Le = 55.5, Pr = 15, Ra = 4 * 10^3, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)



FIGURE 7.7 – Iso-C ($A=275, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 8 * 10^3, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

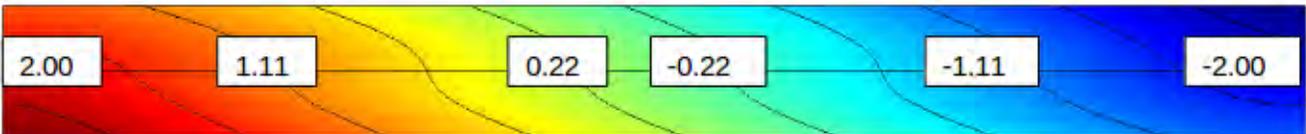


FIGURE 7.8 – Iso-C ($A = 325, Le = 55.5, Pr = 15, Ra = 1 * 10^4, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

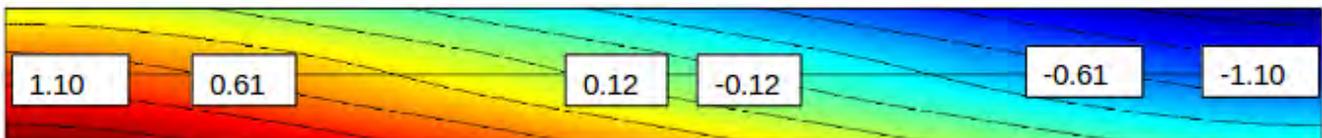


FIGURE 7.9 – Iso-C ($A = 1070, Le = 55.5, Pr = 15, Ra = 1 * 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

nombre de Rayleigh élevé, la hauteur de la cavité est suffisamment importante pour qu'une source soit placée en y occupant la moitié de la hauteur (configuration qui maximise la séparation). Une coupe ($y=L_y/2$) de la figure 7.9 est représentée sur la figure 7.10.

Afin de calculer la séparation et dans le but d'éliminer les effets de bords, la courbe $C = f(z)$ est tracée pour une valeur donnée de y au centre de la cavité ($y=L_y/2$). La pente de la courbe, qui est une

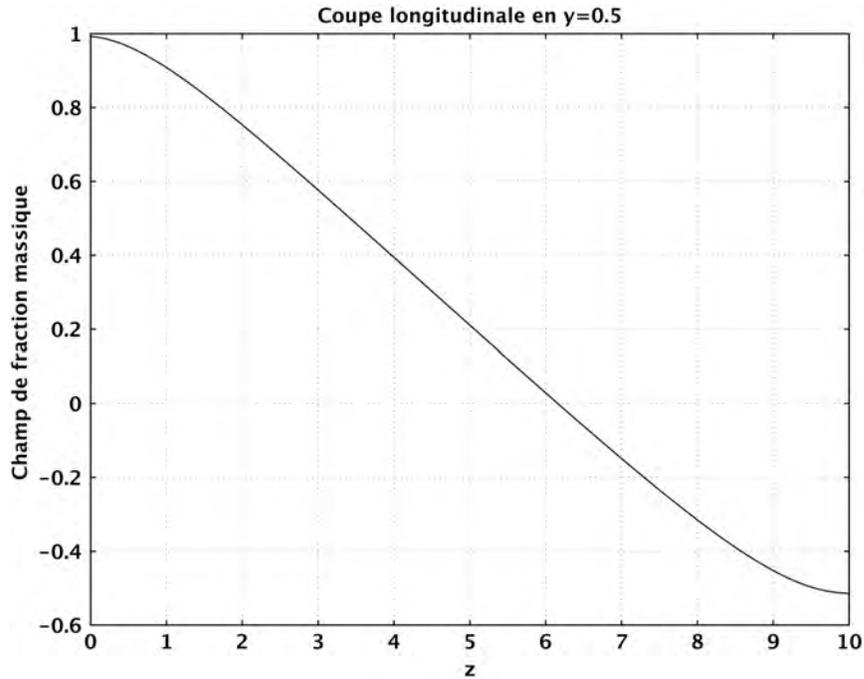


FIGURE 7.10 – $C = f(z)$ ($A=1070, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 100000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

droite dans la partie centrale de la cavité, nous donne la valeur de m (gradient de fraction massique selon l'horizontale) et la séparation est donnée par $S=mB$. On représente à $y=0.5$ fixé, le profil de fraction massique suivant l'axe longitudinal. Le gradient de fraction massique m est calculé pour chaque couple (A, Ra) , représenté sur les figures [7.5- 7.9]. Le calcul est détaillé pour la configuration privilégiée dans la suite 7.9¹ On constate un très bon accord entre les valeurs du gradient de fraction massique m , obtenues par le calcul numérique

1. L'évolution de la concentration en fonction de z est linéaire dans l'intervalle [2,8]. On estime donc la pente m qui correspond au gradient horizontal de fraction massique et on déduit (6.16) la séparation par la relation $S = mB$. B est le rapport d'aspect de la cellule. Ici $B = 10$, $m = \frac{y-y_0}{x-x_0} = \frac{-0.35-0.75}{8-2} = -0.183$.

Ra	A	COMSOL	m COMSOL	Maple	m Maple	écart
0	100	fig. 7.5	-0.406	section 6.3.2	-0.400	1.5%
4000	175	fig. 7.6	-0.406	section 6.3.2	-0.400	1.5%
8000	275	fig. 7.7	-0.384	section 6.3.2	-0.380 6.4,	1.1%
10 000	325	fig. 7.8	-0.384	section 6.3.2	-0.380 6.4	1.1%
100 000	1070	fig. 7.9	-0.183	section 6.3.2	-0.180	1.9%

TABLE 7.4 – Comparaison entre la solution analytique (Maple) et la solution numérique (Comsol) : gradient de fraction massique $m=f(Le = 55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5, A, Ra)$

et le calcul avec analytique (moins de 2% d'écart, cf. tableau 7.4). Le maillage présent, constitué de 20 millions d'éléments sur une cavité de taille millimétrique, permet de générer des mailles de taille infinitésimales². Le coefficient m est négatif car on définit encore la séparation $S=C_{droite} - C_{gauche}$.

7.1.3 Champ de vitesses

On s'intéresse uniquement à des configurations chauffées par le haut dans toute la suite du manuscrit. On choisit le mélange eau-éthanol (Moses 70/30) qui permet d'obtenir des nombres de Rayleigh élevés pour l'optimum de séparation. On fait alors varier Ra de 4000 à 10^5 . On représente le champ de vitesses (fig. 7.11) correspondant au cas (A=175, Ra=4000) étudié (fig. 7.6). On trouve alors un écoulement monocellulaire. Les valeurs des champs de vitesses sont reportées dans le tableau 7.5. On rappelle que les vitesses obtenues ici sont adimen-

2. La cavité de taille adimensionnelle $1*10$ est composée de 20 millions d'éléments.

Le maillage est de l'ordre du millième de millimètre. On a donc un maillage beaucoup plus discrétisé que dans la seconde partie (en isotherme) où le maillage était de l'ordre du millimètre. Les longueurs de cavité sont du même ordre, néanmoins les hauteurs et profondeurs de cavités diffèrent d'un facteur 10 ($L_x=L_y=10h$).

Ceci permet de générer un maillage adimensionnel de l'ordre de 5.10^{-7} . Une fois ramené à la taille dimensionnelle de la cavité, on multiplie par la hauteur $H=17\text{mm}$, ce qui correspond à un maillage dimensionné de $8,5.10^{-6}\text{m}$

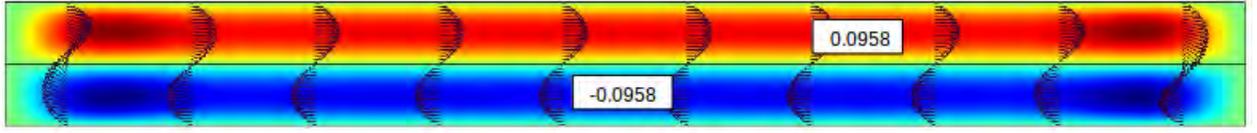


FIGURE 7.11 - $u(A=175, Le=55.5, P_r = 15, Ra = 4000, \psi = 0.007)$

sionnées (tableau 6.1). On observe un écart de 1% sur les champs de vitesses. Pour un nombre de Rayleigh $Ra = 1 * 10^5$ (annexe E.5), on trouve un profil avec des petites recirculations du champ de vitesses trouvées aussi analytiquement. On présente ci-dessous le champ de vitesses et les coupes de $u(y)$ (fig. 7.12) ainsi que la fonction de courant (fig. 7.13) correspondant au cas 7.9. On retrouve, tout comme

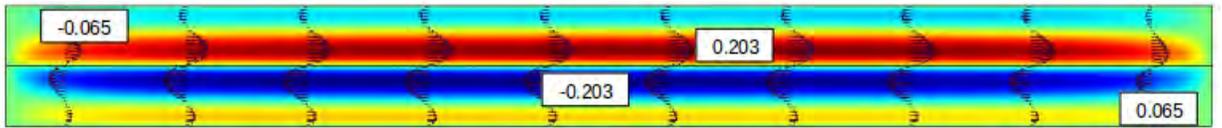


FIGURE 7.12 - Vitesse longitudinale V_z ($A=1070, Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, Ra = 10^5$)

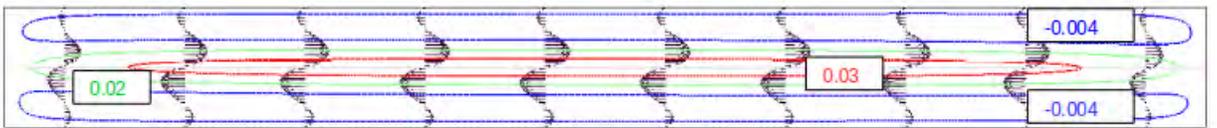


FIGURE 7.13 - Champ de vitesse et fonction de courant $\phi(y, z)$ ($A=1070, Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, Ra = 10^5$)

le champ de vitesses déterminé analytiquement (E.5.3), des recirculations qui occupent 16% des parties supérieures et inférieures de la

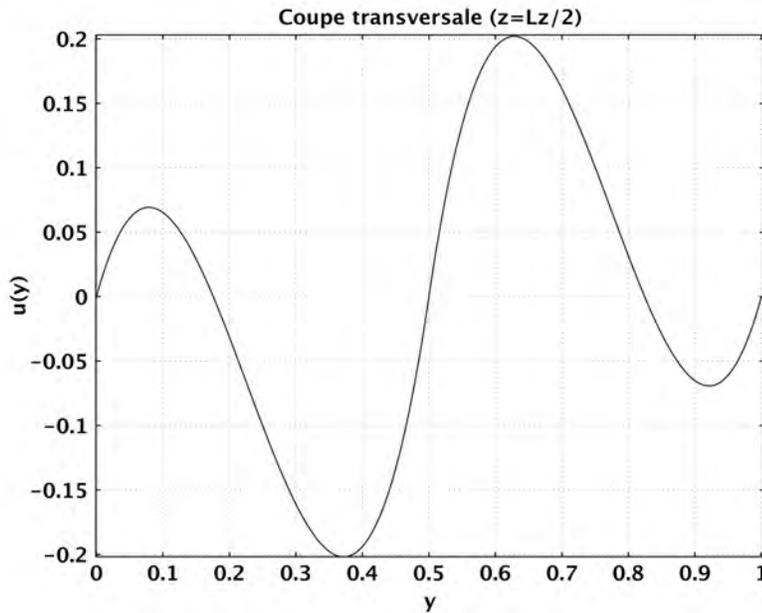


FIGURE 7.14 – Coupe transversale de la vitesse adimensionnelle u ($A=1070, Le=55.5, Pr = 15, \psi = 0.007, Ra = 10^5$)

cavité. On relève dans un tableau la vitesse d'écoulement maximale de l'écoulement principal u_{max} et la vitesse de l'écoulement retour maximale $u_{retour,max}$ qui caractérise les recirculations. On compare alors les vitesses prédites sous Maple et celles retrouvées sous Comsol (pour l'écoulement principal tableau 7.5 et l'écoulement retour tableau 7.6).

configuration	Ra	A	COMSOL	$ u $ num.	Maple	$ u $ analy.	écart
chauffé en haut	4000	175	fig 7.11	0.0958	E.5.3	0.0950	1%
chauffé en haut	100 000	1070	fig 7.12	0.203	E.5.3	0.228	11%

TABLE 7.5 – Comparaison entre la prédiction analytique et le résultat numérique : vitesse maximale de l'écoulement principal, $|u| = f(Le = 55.5, Pr = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5, A = 1070, Ra = 10^5)$

configuration	Ra	A	COMSOL	u COMSOL	Maple	u Maple	écart
chauffé par le haut	10^5	1070	fig 7.12	0.0650	6.3.2	0.0500	25%

TABLE 7.6 – Représentation de l’écoulement retour $|u_{retour}|=f(Le = 55.5, Pr = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5, A = 1070, Ra = 10^5)$

Dans la modélisation numérique, on considère une cavité fermée, ce qui modifie le champ de vitesse au niveau des parois verticales de la cavité. Cela explique les différences importantes sur les valeurs de u_{retour} . Par contre, pour le calcul de m , sous COMSOL on s’affranchit des parois verticales de la cavité en prenant la pente de la courbe $C(y)$ à z fixé qui est une droite dans la partie centrale de la cavité.

On a vu en 2D différents modèles de dimension $(1*10)$ en adimensionnel qui correspondent à $(h*10h)$ en dimensionnel. Si l’on revient en dimensionnel, on peut établir pour chaque cas considéré, la taille réelle de la cavité compte tenu de la valeur du nombre de Rayleigh. On peut également déterminer la vitesse d’écoulement en (m/s) ainsi que la force acoustique et la puissance correspondante en utilisant le tableau 6.1 .

La valeur de A utilisée sous Maple est constante et correspond à une moyenne de A sur la surface où on injecte le faisceau. On a calculé la valeur moyenne de A qui maximise la séparation dans des configurations spécifiques $(Le, Pr, \psi, Ra, \epsilon)$ dans le chapitre précédent, sous Maple. Ces prédictions (champ de fraction massique et champ de vitesses) ont été retrouvées par voie numérique. Une étude détaillée des autres mélanges étudiés est réalisée en annexe E.3. On trouve un très bon accord sur le gradient de fraction massique m (2%) et sur la vitesse principale de l’écoulement (11%). Les recirculations sont également retrouvées sous Comsol avec un écart maximal dans le cas explicité ici (25%). Les autres configurations, qui mettent en jeu des couples (A, Ra) plus faibles, permettent de trouver un très bon accord sur la séparation et

également sur le champ de vitesses. Elles sont étudiées en annexe E.3.

On va retenir une configuration chauffée par le haut dans la suite. En effet, il existe une dépendance cubique du nombre de Rayleigh en fonction de la hauteur de la cavité. Pour augmenter la hauteur de la cavité, on doit donc travailler avec des nombres de Rayleigh élevés (fig. 7.12). Au dessus d'un certain nombre de Rayleigh (ici $Ra > 7000$ pour le mélange 70/30 (Moses fig. 6.2) la séparation diminue . On doit donc réaliser un compromis entre hauteur de cavité et la séparation maximale obtenue. Les configurations chauffées par le haut permettent de prendre des nombres de Rayleigh beaucoup plus élevés que celles chauffées par le bas. Dans cette situation, le streaming est indispensable pour réaliser la séparation des espèces. Quand la cellule est chauffée par le haut et $\psi > 0$, le constituant le plus lourd migre vers la paroi froide soit la paroi du bas. On a donc une configuration stable avec des iso-C parallèles aux parois horizontales. Pour obtenir une séparation des constituants, il faut donc soumettre le fluide à une source acoustique convenablement placée sur une des parois verticales de la cavité afin d'induire un écoulement monocellulaire au sein de celle-ci. Dans la suite , un modèle 3D est réalisé afin de faire une comparaison entre les modèles 2D/3D. On retrouve bien les couples (A, Ra) obtenus analytiquement qui maximisent m . Les isoconcentrations tendent à devenir horizontales quand on augmente les couples (A, Ra) (fig. 7.9). Cela est dû à l'augmentation du paramètre A pour optimiser la séparation lorsque le Rayleigh augmente.

7.2 Modèle A constant en 3D : iso-C et champ de vitesses

Les caractéristiques de la cavité considérée en trois dimensions sont résumées dans le tableau ci-dessous.

distances	valeurs
dimensions de la cavité $L_x * L_y * L_z$	8.5*17*170mm
dimensions de la cavité adimensionnée	0.5*1*10
maillage	20 millions d'éléments
nombre de degrés de libertés	205 millions
taille de maille dimensionnée	0.073mm

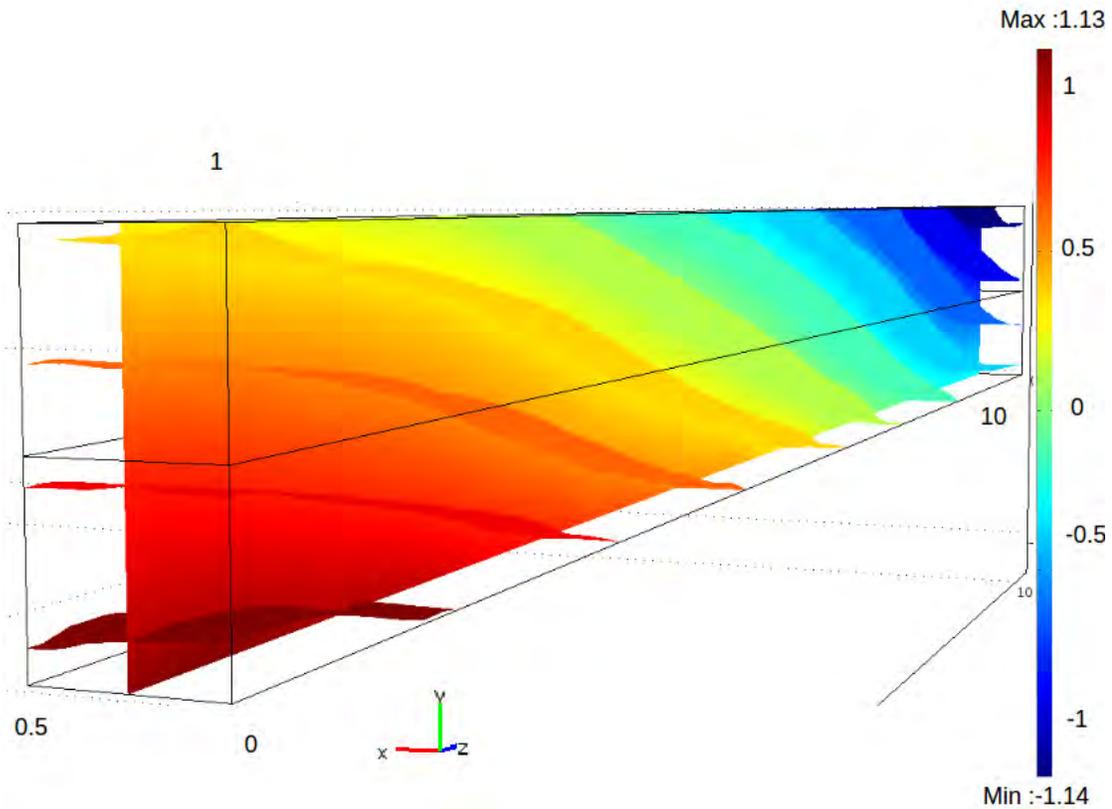


FIGURE 7.15 – Iso-C ($A=1070, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 100000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

On représente sur la figure 7.15 le champ de fraction massique dans la configuration parallélépipédique de rapport d'aspect : $B_x = 0.5, B_y = 1, B_z = 10$. Le gradient de fraction massique m est alors extrait depuis la figure 7.15 en réalisant une coupe à l'intersection des deux plans ($x =$

$Lx/2; y = Ly/2$), pour le couple ($A=1070, Ra=10^5$), on trouve³ $S = mB = 1.85$. On rappelle en 2D que l'on a établi (fig. 7.25) $S = 1.83$. On trouve donc une valeur proche pour la séparation S , les profils des isoconcentrations sont également similaires (cas 2D fig. 7.9 et cas 3D fig. 7.15). On va représenter la vitesse dans le plan de coupe ($x = Lx/2$) de la cavité. Cette coupe longitudinale de la figure 7.15 est représentée sur la figure 7.16. On met en évidence le phénomène de recirculation en 3D avec A constant. On retrouve les mêmes proportions (16%) de la partie supérieure et inférieure de la cavité dans lesquelles on a des recirculations.

La vitesse maximale de l'écoulement principal et de l'écoulement retour est alors résumée dans les tableaux suivants.

configuration	Ra	A	COMSOL	u COMSOL	Maple	u Maple	écart
chauffé par le haut	10^5	1070	7.16	0.205	E.5	0.228	11%

TABLE 7.8 – Vitesse de l'écoulement principale 3D $u_{max,principal}=f(Le = 55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5, A = 1070, Ra = 10^5)$

configuration	Ra	A	COMSOL	u COMSOL	Maple	u Maple	écart
chauffé par le haut	10^5	1070	7.16	0.0520	E.5	0.0500	1%

TABLE 7.9 – Vitesse de l'écoulement retour 3D $u_{max,retour}=f(Le, P_r, \psi, \epsilon, A, Ra)$

On voit que la vitesse de la recirculation est maintenant beaucoup plus proche de la prévision Maple (l'écart est maintenant négligeable). Sur la figure 7.16, on voit l'écoulement retour. Dans la partie basse de la cavité, il oscille légèrement (ce qui indiquerait la nécessité d'un maillage plus fin que celui utilisé, de 20 millions d'éléments quadrangles)⁴

3. B pris correspond au rapport longitudinale B_z tel que $B=L/H$, B_x sera toujours spécifié avec son indice tel que $B_x = L_x/H$

4. Nota : on parle d'une vitesse retour de l'ordre de 0.05 en adimensionnel, ce qui correspond à 10^{-7} en dimensionnel).

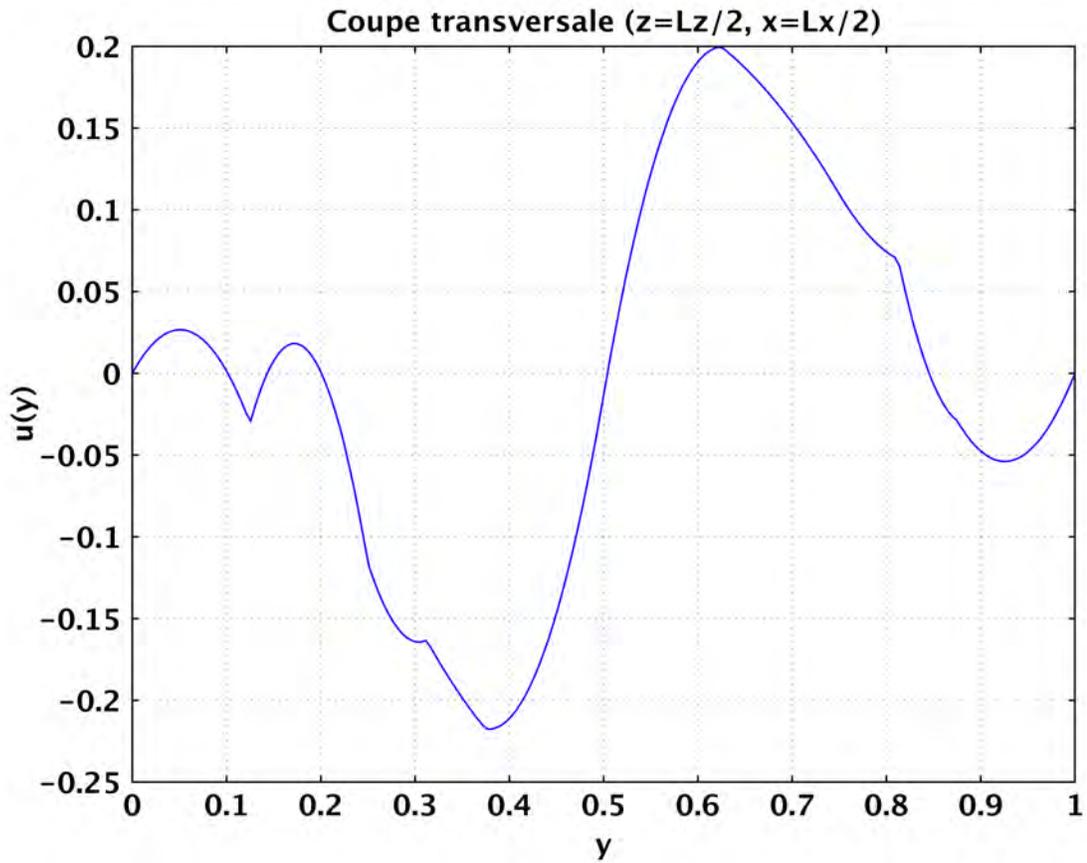


FIGURE 7.16 – $u(y)=f(y)$, sur la ligne intersection des deux plans ($x = Lx/2$ en $z = Lz/2$), ($A=1070, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 100000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

Le modèle 3D nous permet donc de retrouver une représentation plus réaliste de l'écoulement, avec un très bon accord sur l'écoulement principal ($|u_{max}|=0.205$) et sur les recirculations ($|u_{max,retour}| = 0.05$). Les modèles 2D et 3D Comsol sont en accord avec les résultats analytiques. Le passage 2D en 3D donne des résultats numériques comparables. On voit ainsi que le modèle 2D permet une description simplifiée par rapport à la simulation numérique 3D pour la séparation S. Cependant une transcription en 3D est nécessaire pour une représentation plus réaliste de l'écoulement. Dans la suite, le cas A variable sera étudié.

Une description plus réaliste du phénomène sera alors réalisée.

On s'intéresse à une seconde configuration ($A=325$, $Ra=10\ 000$) qui donne un gradient de fraction massique m plus élevé (m donné par Maple $m = 0.384$). On considère une cavité avec une extension dans le sens de la profondeur d'un facteur quatre.

distances	valeurs
dimensions de la cavité $L_x * L_y * L_z$	31.6*7.9*79mm
dimensions de la cavité adimensionnée	4*1*10
maillage	20 millions d'éléments
nombre de degrés de libertés	205 millions

TABLE 7.10 – Dimensions de la cavité 3D : configuration 2

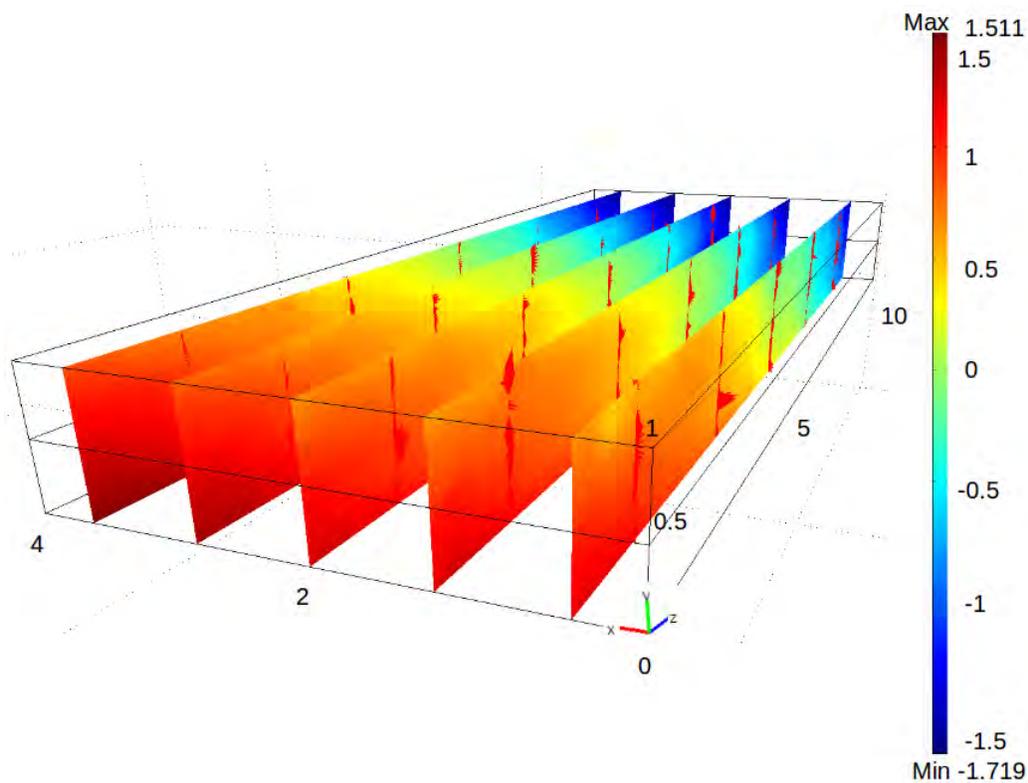


FIGURE 7.17 – Iso-C ($A=325, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 10000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

Cette configuration est intéressante car elle permet d'obtenir un gradient de fraction massique plus important ($m_{analytique} = 0.384$ et $m_{numérique} = 0.30$). Cependant, la hauteur de la cavité est plus faible ($H=7.9\text{mm}$), ce qui correspond à une source de diamètre $d_T = 4\text{mm}$. La fréquence f doit alors être augmentée tel que $f = 15\text{MHz}$ pour conserver un faisceau directif ($ka_T = 100$) dans la partie supérieure de la cavité et ainsi assurer un écoulement monocellulaire indispensable à la séparation.

7.3 Modèle A variable en 2D : iso-concentration et champ de vitesse

7.3.1 Source circulaire

On considère une source acoustique de fréquence $f=2\text{MHz}$ et de diamètre 8.5mm . Elle occupe la partie supérieure de la cavité. Les caractéristiques de la source et de la cavité sont résumées dans les tableaux suivants.

Géométrie de la source	circulaire
Diamètre de la source	8.5mm
Fréquence	2MHz
Vitesse de vibration	0.1 m.s ⁻¹

TABLE 7.11 – Caractéristiques de la source circulaire

On représente la distribution acoustique dans la cavité. On calcule $\langle A(y, z) \rangle$ de telle sorte que $\langle A(y, z) \rangle = A_{moyen} = 1070$. Les figures 7.19, 7.20 représentent respectivement le champ de vitesse et le champ de fraction massique pour le couple ($A=1070, Ra = 10^5$). On compare ces deux champs au cas A moyen (fig. 7.9).

Hauteur de la cavité H	17mm
longueur de la cavité L	170mm
Hauteur adimensionnée	1
Longueur adimensionnée B_z	10
Hauteur de la source H_b	8.5mm
Taux d'occupation $\epsilon = \frac{H_b}{H}$	0.5

TABLE 7.12 – Caractéristiques de la cavité

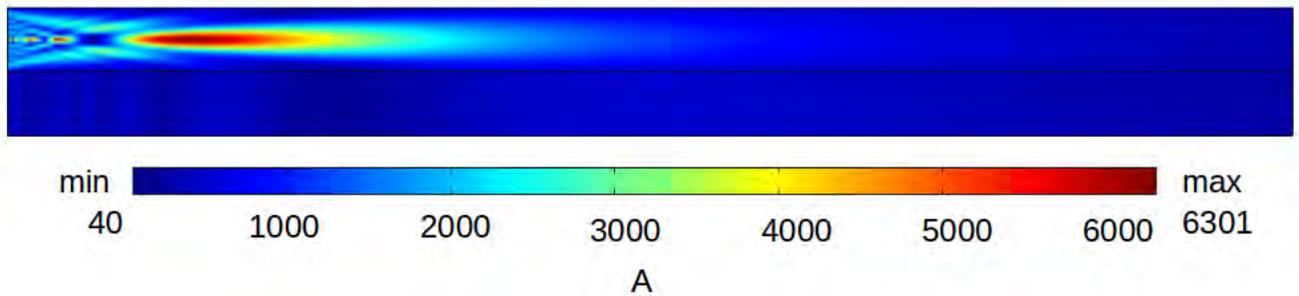


FIGURE 7.18 – Paramètre acoustique $A_z(y, z)$: source circulaire 2D dans le plan de coupe ($x = Lx/2$) ($A_{moyen} = 1070, Le=55.5, P_r = 15, Ra = 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

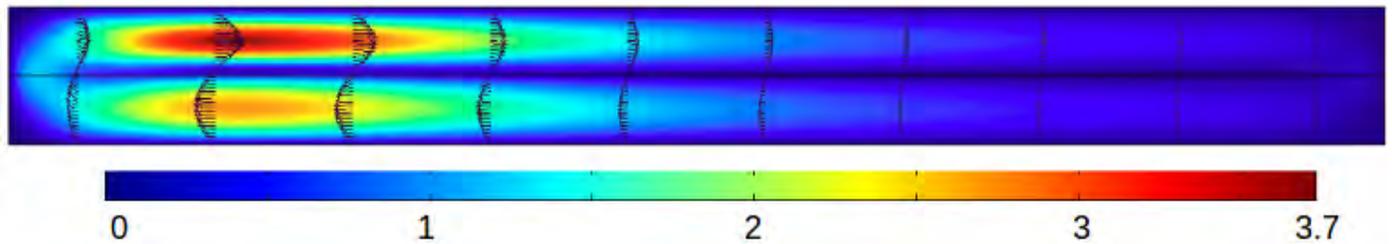


FIGURE 7.19 – u ($A_{moyen} = 1070, Le=55.5, P_r = 15, Ra = 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

Les fluctuations du champ d'intensité génèrent une vitesse localement plus importante dans la zone de champ proche. En effet, la figure 7.19 nous montre que localement la vitesse maximale est plus de dix fois plus importante que la vitesse moyenne ($u^* = 0.203$ fig. 7.12 , sec-

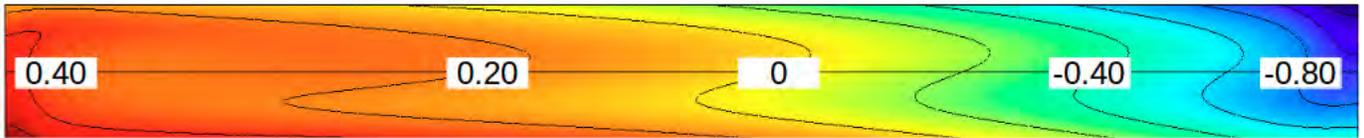


FIGURE 7.20 – Iso-C ($A_{moyen} = 1070, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

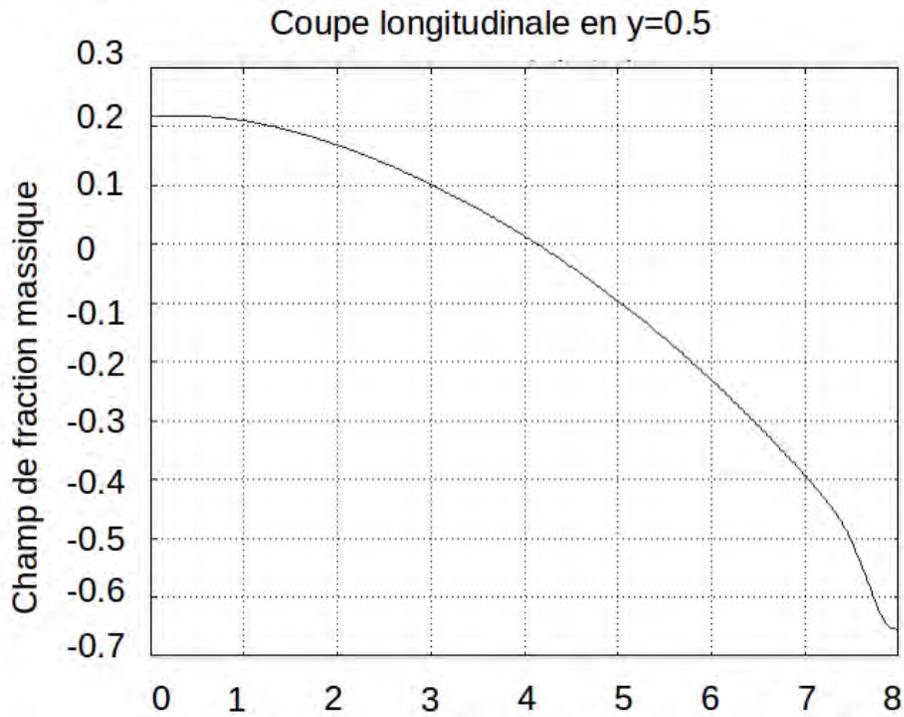


FIGURE 7.21 – $C = f(z)$ ($A_{moyen} = 1070, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 100000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$) en $y = 0.5$

tion E.5.3). Il en résulte un profil des isoconcentrations déformé par rapport au cas $A=\text{constant}=1070$ dans la zone de champ proche. La figure 7.21 montre que $S=0.88$ ($S=|C_{droite} - C_{gauche}|$). L'approximation adoptée pour le calcul de la solution approchée avec Maple (à savoir $C = mz + f(y)$) n'est plus valable ici. Dans le cas A variable, il est

donc plus judicieux d'ajuster la puissance du faisceau afin de générer une vitesse d'écoulement proche de la vitesse de convection, la force acoustique moyenne est alors divisée par quatre. On représente alors la force acoustique (fig. 7.22), la norme de la vitesse de l'écoulement (fig. 7.23) et le champ de fraction massique (fig. 7.24) dans la suite. On représente une coupe longitudinale (fig. 7.25) du champ de fraction massique associée. On trouve alors une séparation $S=2.5$. On voit ici qu'il est indispensable d'ajuster la puissance acoustique de la source piezo-électrique telle que la vitesse moyenne de l'écoulement soit proche de la vitesse de convection.

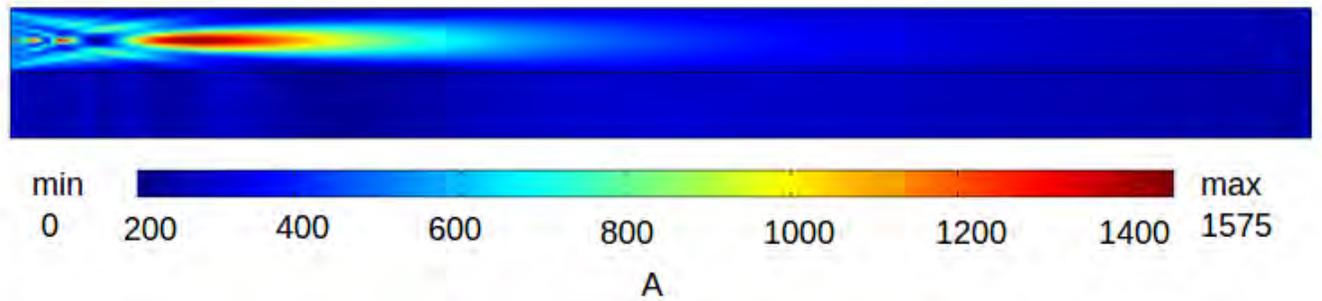


FIGURE 7.22 – Paramètre acoustique ($A_{moyen} = 267.5$, $Le=55.5$, $P_r = 15$, $R_a = 10^5$, $\psi = 0.007$, $\epsilon = 0.5$)

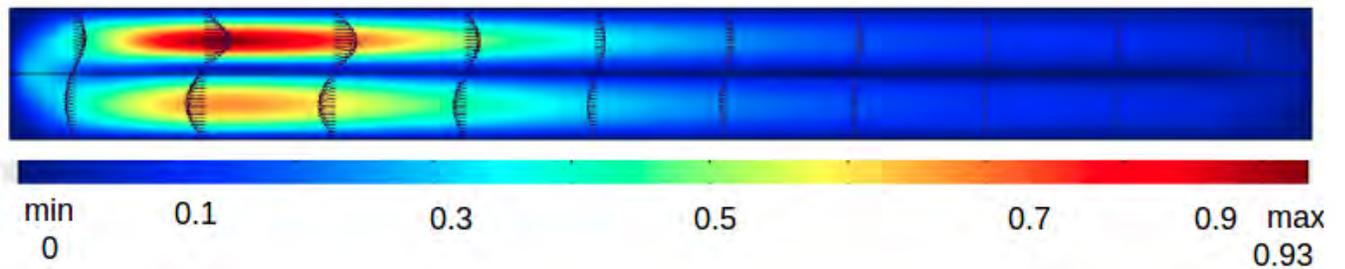


FIGURE 7.23 – u ($A_{moyen} = 267.5$, $Le=55.5$, $P_r = 15$, $R_a = 10^5$, $\psi = 0.007$, $\epsilon = 0.5$)

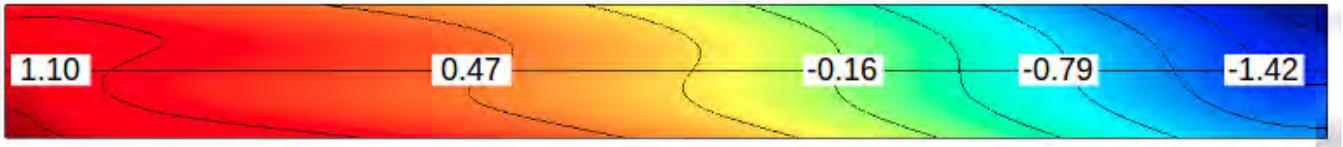


FIGURE 7.24 – iso-C ($A_{moyen} = 267.5, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

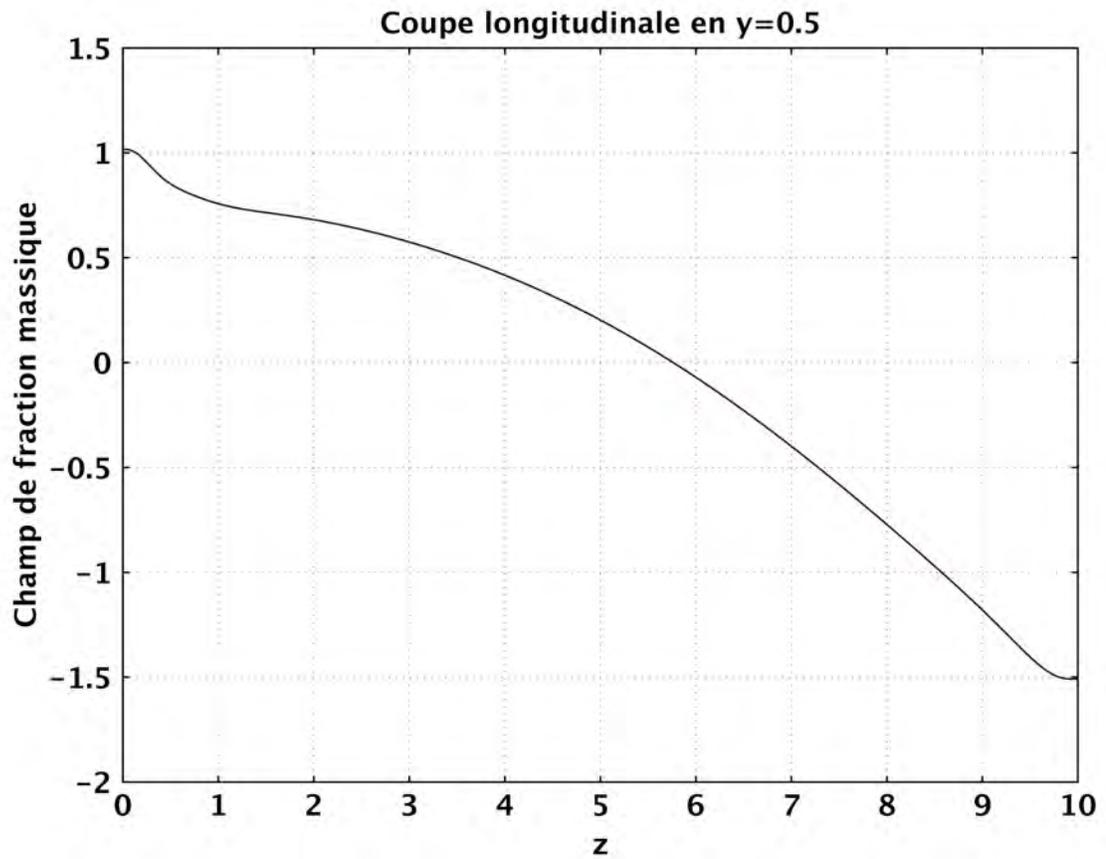


FIGURE 7.25 – $C = f(z)$ ($A_{moyen} = 267.5, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 100000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

gradient de fraction massique	m
hauteur de la cavité	H
paramètre de séparation	S=mB
Cas A constant	S=1.83
Cas A variable 2D circulaire	S=2.50 (7.24)

TABLE 7.13 – Paramètre de séparation S

L'écoulement principal et l'écoulement retour sont maintenant totalement différents du résultat analytique obtenu avec le paramètre acoustique A constant.

On remarque que l'approximation faite pour le calcul de la solution analytique n'est pas valable ($C = mz + f(y)$). Par contre, on obtient bien une séparation des constituants du mélange binaire.

7.3.2 Source carrée

On considère ensuite une source carrée dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau suivant. On présente le rayonnement acoustique de la source dans le plan ($x = Lx/2$). En comparant le rayonnement de la source avec celui de la source circulaire de diamètre égal au côté du carré, on voit que l'énergie acoustique est distribuée de façon plus homogène. On va représenter le champ de fraction massique et le champ de vitesse pour $A_{moyen} = 1070$ et $Ra = 10^5$.

géométrie de la source	carrée
côté de la source	8.5mm
fréquence	2MHz
vitesse de vibration	0.1 m.s ⁻¹

TABLE 7.14 – Caractéristiques de la source carrée

La quantité d'énergie injectée est identique pour les deux sources (carré fig. 7.28) et circulaire (fig. 7.20). Dans le cas de la source carrée,

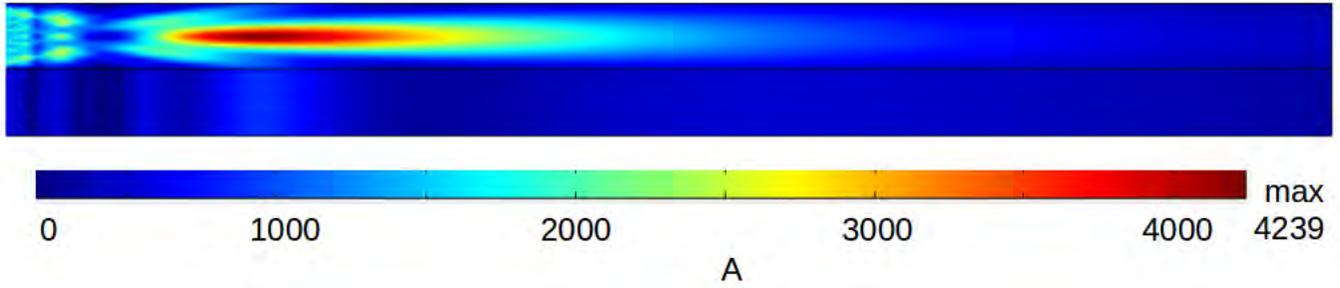


FIGURE 7.26 – Paramètre acoustique $A_z(y, z)$: source carrée 2D dans le plan de coupe ($x = Lx/2$)

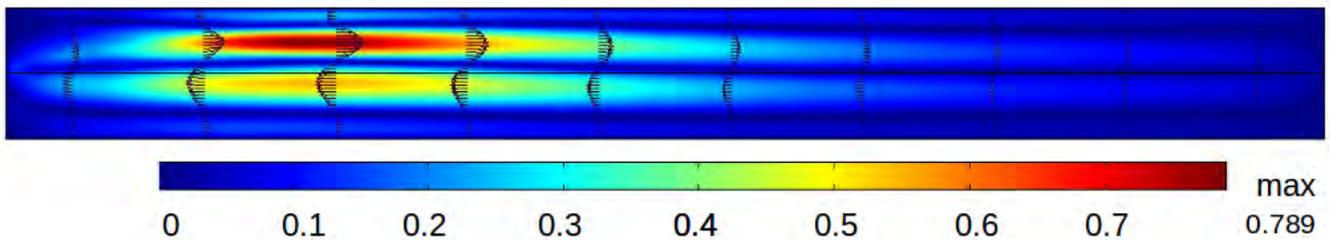


FIGURE 7.27 – u (A variable source carrée) tel que ($A_{moyen} = 1070$, $Le=55.5, P_r = 15, R_a = 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

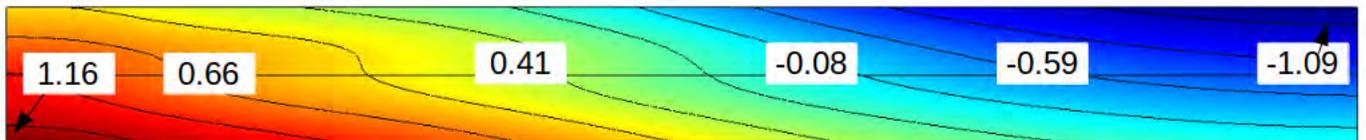


FIGURE 7.28 – iso-C, A variable source carrée ($A_{moyen} = 1070$, $Le=55.5, P_r = 15, R_a = 10^5, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

la séparation est de $S=1.79$. On présente le champ de vitesse dans le cas de la source carrée. On voit alors que la vitesse maximale est inférieure à celle obtenue dans le cas de la source circulaire (facteur 4). La source circulaire et la source carrée présentent une distribution spatiale de la force acoustique différente. La moyenne est identique dans les deux cas (circulaire fig. 7.18 et carré fig. 7.26) elle est égale à $A_{moyen} = 1070$.

On peut donc mettre en évidence l'influence des différentes distributions spatiales de l'intensité acoustique au sein de la cavité. Dans le cas de la source circulaire, les maximas d'intensité passent par une valeur identique ($A_{max} = 6300$) ainsi que par 0 entre chaque maxima, ce qui génère des variations abruptes. En revanche, dans le cas de la source carrée, ces maximas d'intensité ne présentent pas des pics de même amplitude (fig. 7.26), la distribution ne passe pas par 0 entre chaque maxima, l'énergie est répartie de façon plus homogène dans la cavité, ceci amène à des vitesses locales moins importantes. Dans le cas de la source circulaire, il est nécessaire de diviser la force acoustique par quatre pour retrouver une vitesse d'écoulement proche de la vitesse de convection (fig. 7.22). Il existe une relation directe entre vitesse d'écoulement induite et la force acoustique (donc la puissance acoustique 4.9). Pour la source carrée on retrouve bien $\langle u \rangle \simeq 0.2$ pour $A_{moyen} = 1070$ alors que pour la source circulaire $\langle u \rangle \simeq 0.2$ pour $A_{moyen} = 267.5$.

7.4 Modèle A variable en 3D

7.4.1 Source circulaire

Les caractéristiques de la cavité et de la source sont indiquées dans les tableaux suivants. Un exemple de maillage est représenté sur la figure 7.29.

Un modèle de cavité parallélépipédique 3D plus réaliste incorporant une source acoustique conduisant à A variable en 3D (fig. 7.30) est considéré.

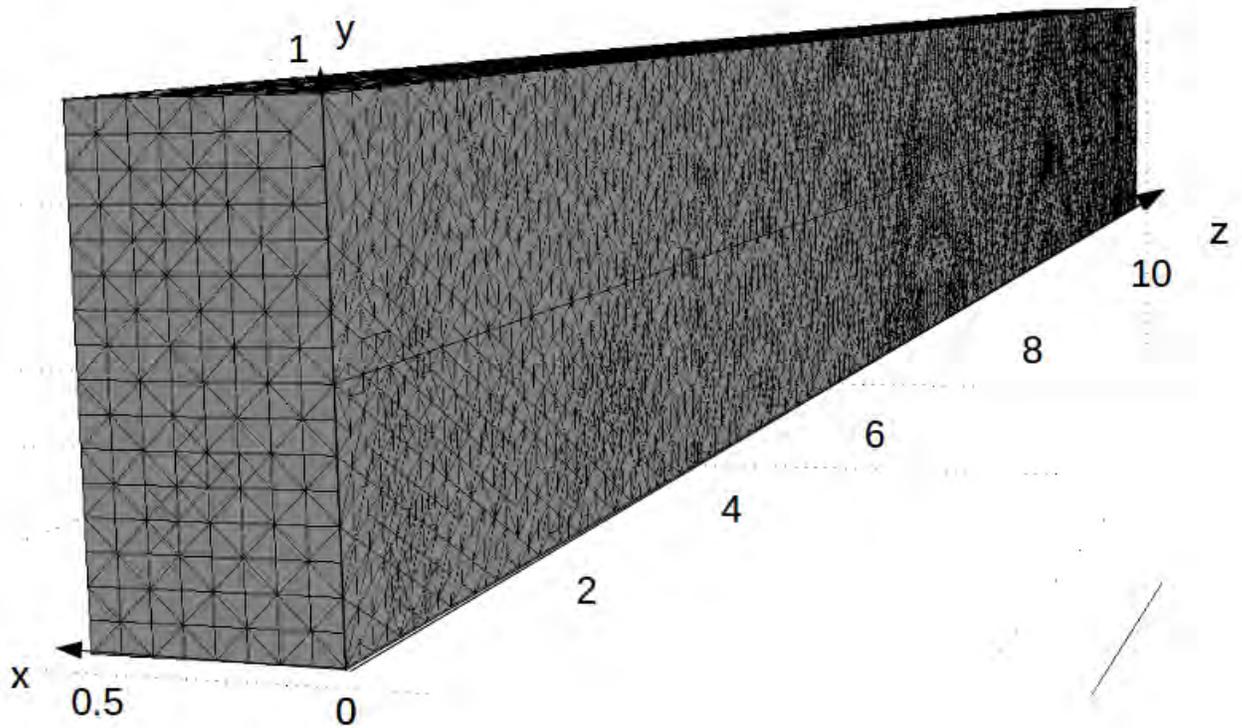


FIGURE 7.29 – Maillage de la cavité parallélépipédique sous Comsol

paramètres	valeurs
dimension de la cavité l^*H^*L	8.5*17*170mm
dimension du maillage importé $l_x^*l_x^*l_z$	7.5*7.5*170mm
dimension de la cavité adimensionnée	0.5*1*10
Maillage sous Comsol	20 millions d'éléments quadrangles
$A_{max,3D}$	10 000
$A_{moyen,3D}$	1070

TABLE 7.15 – Caractéristiques de la cavité 3D et du rayonnement

Champ de vitesse et champ de fraction massique

On représente le rayonnement issu des différentes composantes du paramètre acoustique A en annexe D.2.1. On voit bien que la compo-

géométrie de la source	circulaire
diamètre de la source	8.5mm
fréquence	2MHz
vitesse de vibration	0.1 m.s ⁻¹
discrétisation Nx*Ny*Nz	55*55*55

TABLE 7.16 – Caractéristiques de la source circulaire 3D

sante longitudinale $A_{ac,z}(x, y, z)$ est plus importante (facteur 7.7) par rapport aux deux composantes transversales du paramètre acoustique ($A_{ac,x}(x, y, z), A_{ac,y}(x, y, z)$). On présente la force acoustique adimensionnelle A implémentée sous Comsol pour le calcul numérique sur la figure (fig. 7.30). On s’assure de retrouver le profil de la force acoustique implémentée, ceci nous indique que l’importation des données est correcte. Sur la figure 7.31, on représente le champ de fraction massique dans le plan de coupe ($x = \frac{L_x}{2}$).

On trouve ici une séparation $S = 1.85$ (fig. 7.31), elle est identique au modèle 3D avec A constant ($S = 1.85$). On cherche ensuite dans quel plan il est plus avantageux de réaliser l’extraction d’un composant du mélange binaire (partiellement) séparé. Pour cela, on va représenter le champ de fraction massique dans différents plans de coupes.

Les plans de coupe $y = [\frac{L_y}{10}, \frac{L_y}{4}, \frac{L_y}{2}, \frac{3L_y}{4}, \frac{9L_y}{10}]$ sont présentés sur la figure 7.33. On voit qu’il est nécessaire de réaliser l’extraction en bas à gauche (et respectivement en haut à droite) de la cavité, afin de s’assurer de prélever dans la zone spatiale des extremums de séparation.

L’écoulement associé à ce profil du champ de fraction massique va être présenté dans la suite.

Le modèle 2D, A constant permet de retrouver le résultat analytique ($S=1.83$), ce modèle est donc suffisant pour décrire le champ de fraction massique avec un bon accord. Pour caractériser l’écoulement en revanche, il est nécessaire de prendre en compte le paramètre acoustique A variable en 3D, afin de pouvoir considérer la nature de l’écoulement

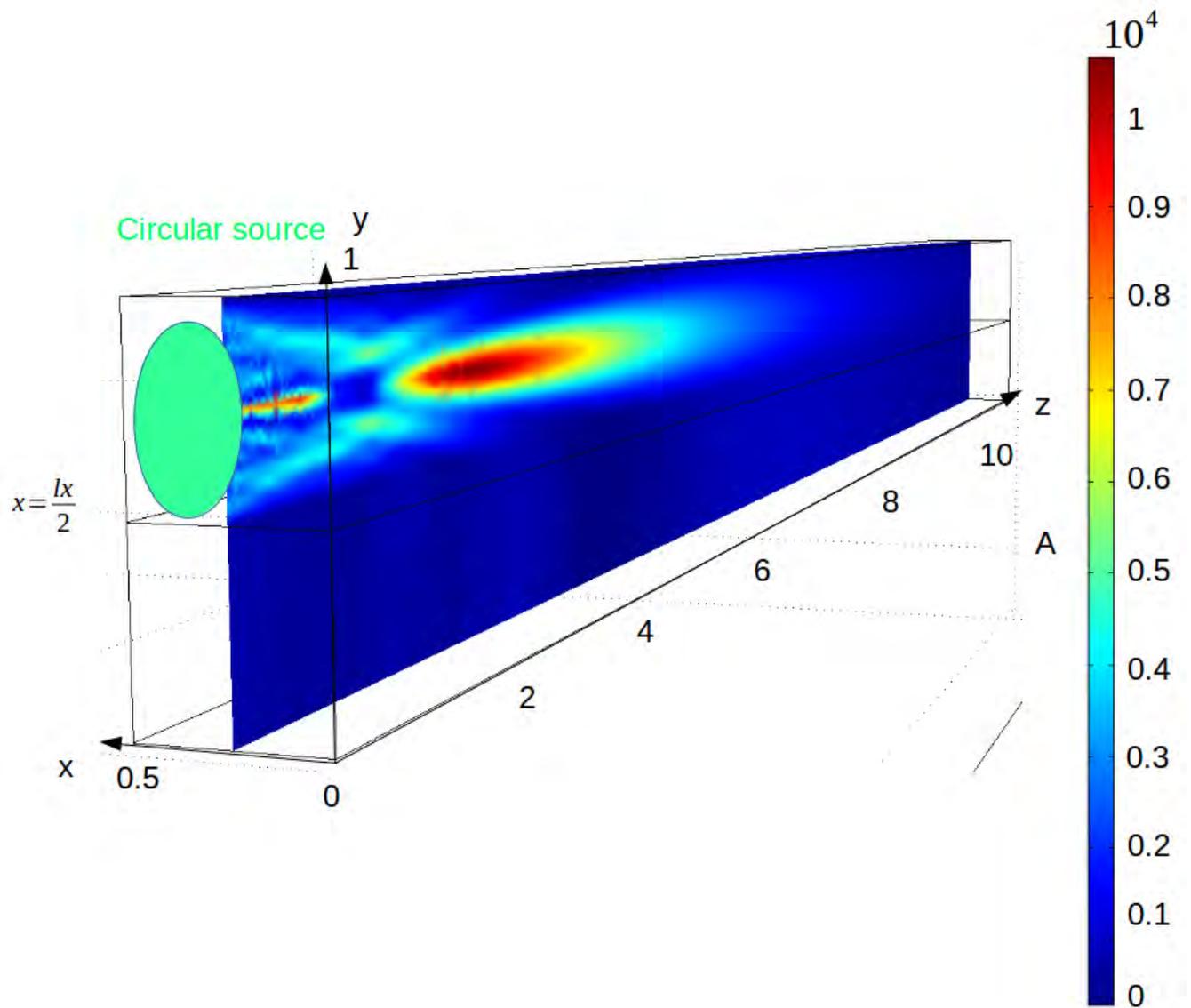


FIGURE 7.30 – Paramètre acoustique A issu de la source circulaire 3D

et à la fois restituer un champ de fraction massique cohérent. Ainsi le modèle 3D, A variable, permet à la fois une très bonne description du champ de vitesse et du champ de fraction massique. Les différents modèles étudiés sont résumés dans le tableau suivant (tableau. 7.17).

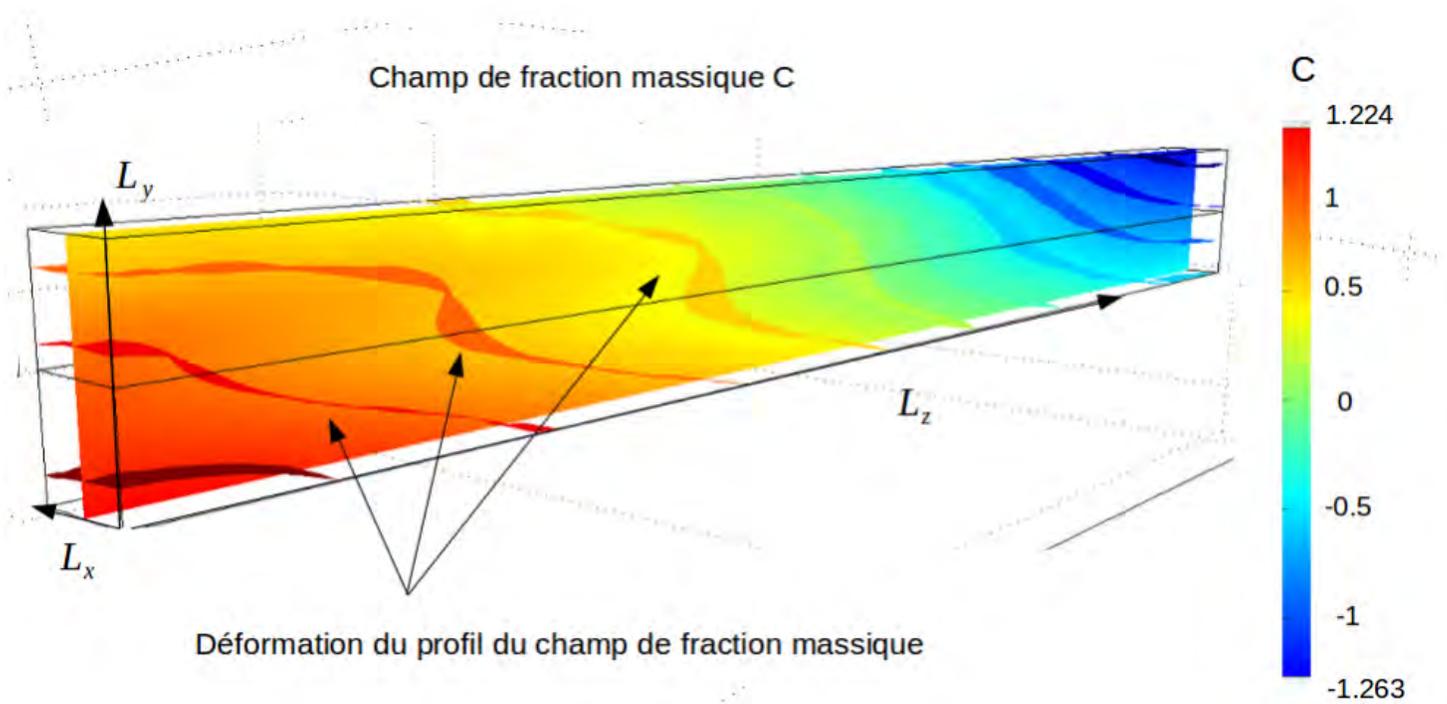


FIGURE 7.31 – Iso-C ($A = 1070$, $Le = 55.5$, $Pr = 15$, $Ra = 10^5$, $\psi = 0.007$, $\epsilon = 0.5$)
plan de coupe ($x = Lx/2$)

Les valeurs moyennes de la vitesse de l'écoulement $\langle u \rangle$ (dans le cas A variable) sont comparées à la vitesse constante (du cas A constant). Les maximums de la vitesse u_{max} de l'écoulement sont également relevés dans les différents cas (tableau. 7.17). On relève également la vitesse moyenne des recirculations $\langle u_{retour} \rangle$ en haut $\langle u_{retour,haut} \rangle$ et en bas $\langle u_{retour,bas} \rangle$ de la cavité. La vitesse moyenne des recirculations est également comparée pour les différentes géométries de source utilisées.

Une analyse des différents résultats présentés (tableau. 7.17) est discutée dans la suite. En considérant les modèles où la force acoustique est constante (2D,3D), on trouve un très bon accord avec le calcul ana-

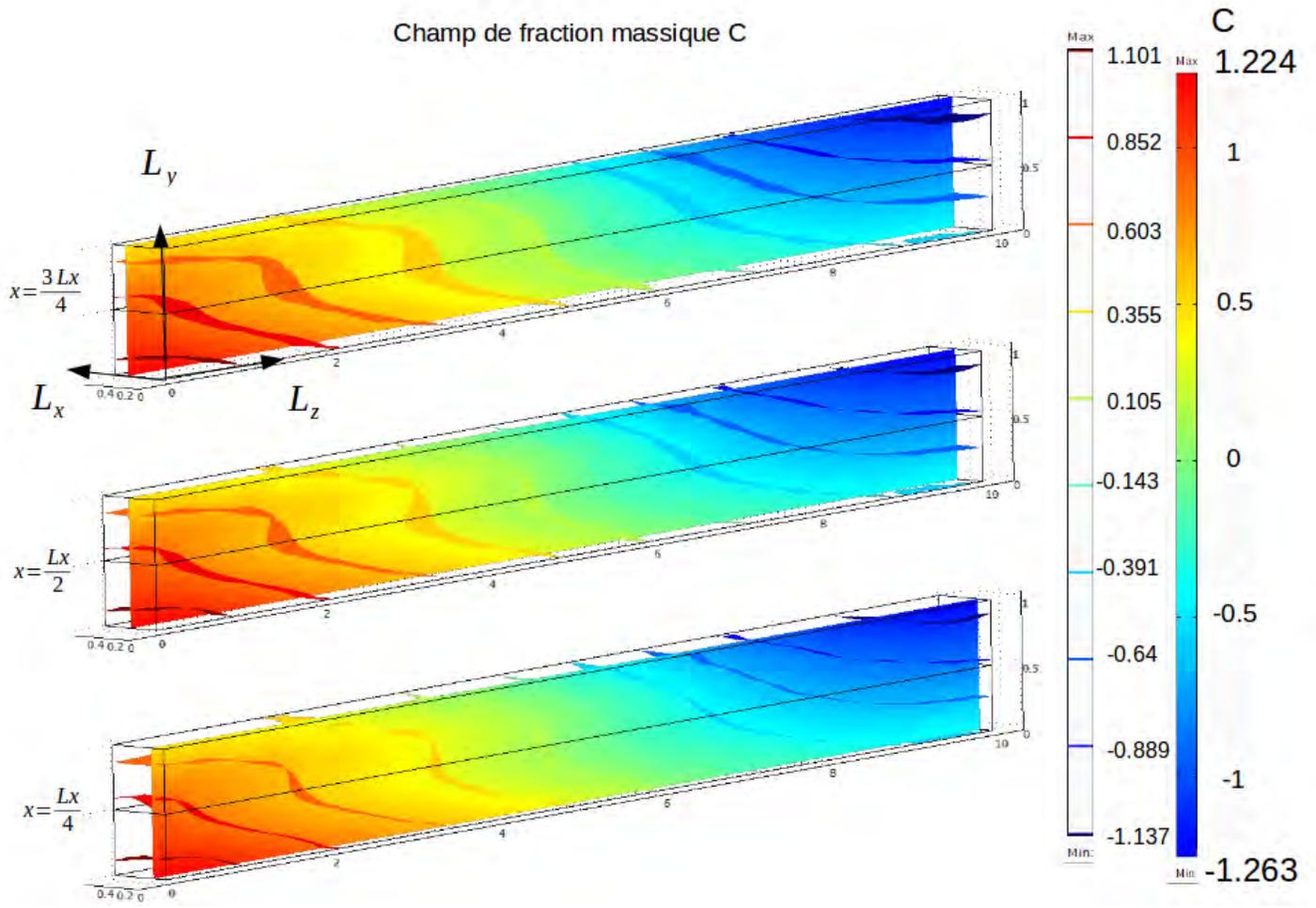


FIGURE 7.32 – Iso-C : coupes longitudinales

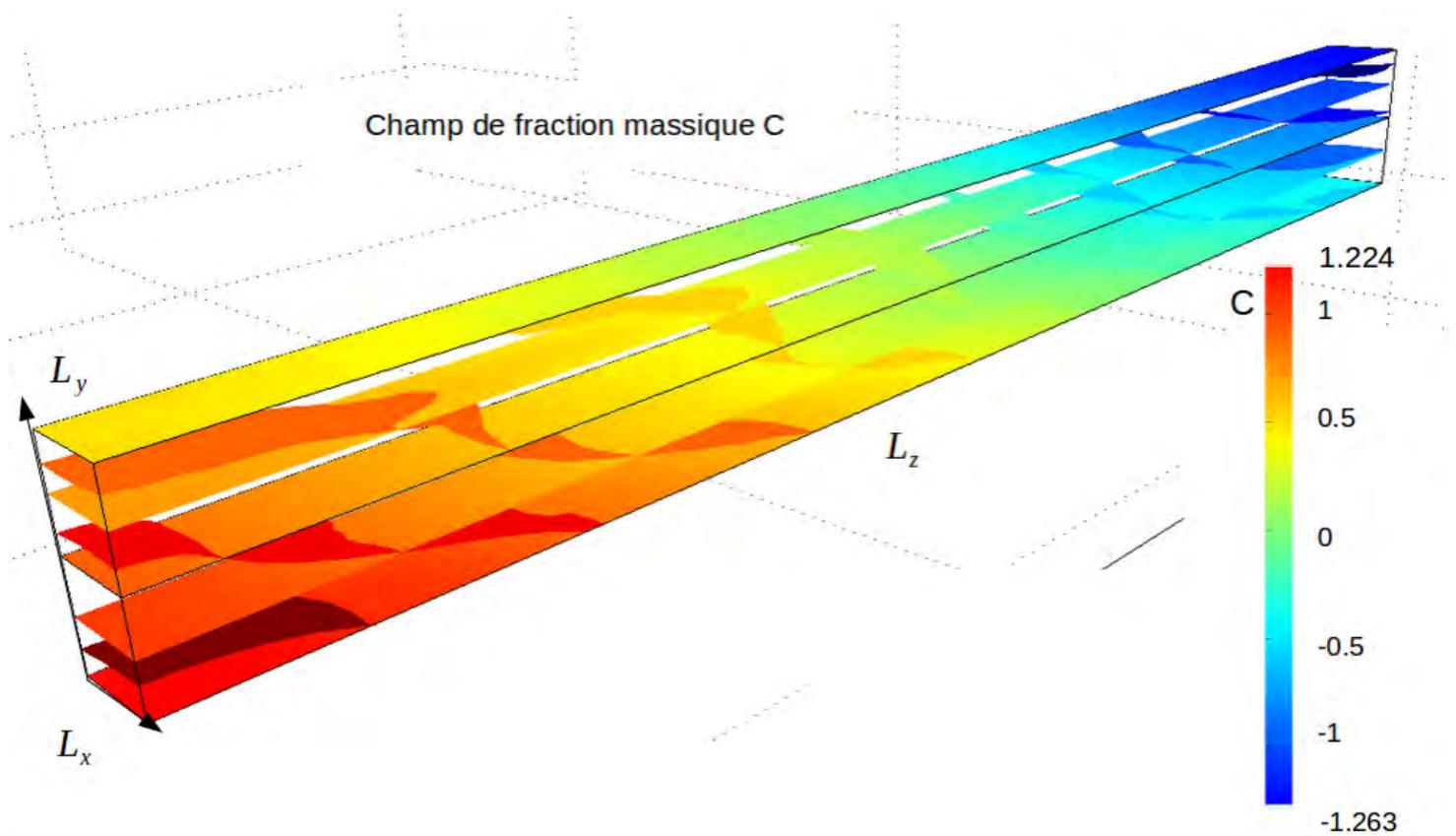


FIGURE 7.33 – Iso-C ($A = 1070$, $Le = 55.5$, $Pr = 15$, $Ra = 10^5$, $\psi = 0.007$, $\epsilon = 0.5$)

	A_{2D}	$A_{variablecirculaire,2D}$	$A_{variablecirculaire,2D}$	$A_{variablecarré,2D}$	A_{3D}	$A_{variable,3D}$
A_{max}	1070	6300	1540	4200	1070	10 000
$\langle A \rangle$	1070	1070	267.5	1070	1070	1070
S	1.83	0.80	2.50	1.79	1.85	1.85
$\langle u \rangle$	0.200	0.874	0.218	0.156	0.200	0.222
u_{max}	0.203	3.7	0.930	0.789	0.205	1.89

TABLE 7.17 – Synthèse des différents résultats obtenus selon la nature du faisceau (2D,3D, homogène, variable)

lytique (2D). En revanche, lorsque la force acoustique varie, le profil des recirculations est déformé et l'amplitude des recirculations fluctue (A variable 2D : carré, circulaire). Dans le cas 3D, source circulaire, A

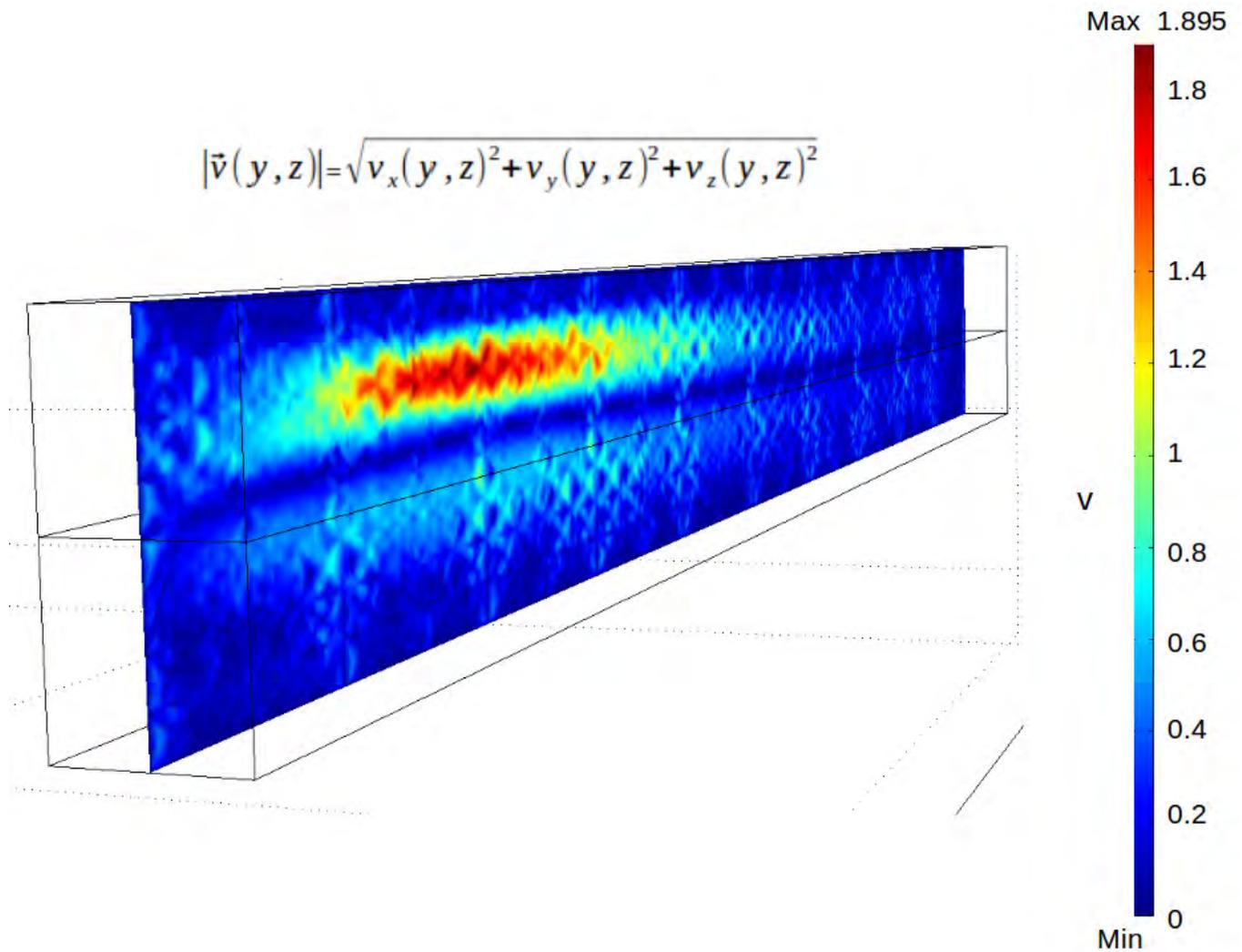


FIGURE 7.34 – Représentation de la norme de la vitesse ($A = 1070$, $Le = 55.5$, $P_r = 15$, $R_a = 10^5$, $\psi = 0.007$, $\epsilon = 0.5$)

variable est pris de telle sorte que $A_{moyen} = 1070$. Cette représentation plus réaliste (fig. 7.32) nous amène à une vitesse d'écoulement 2 fois plus faible que dans le cas 2D circulaire A variable (fig. 7.19). La vitesse d'écoulement étant proportionnelle à la force acoustique, on a

réalisé un modèle 2D A variable tel que $A_{moyen} = 267.5$ (fig. 7.21). On retrouve alors une vitesse moyenne d'écoulement proche de la vitesse de convection $\langle u \rangle = 0.203$. D'un point de vue expérimental, on a nécessairement une distribution A variable donc on doit tenir compte des répartitions A variable source circulaire ou carrée. On voit ainsi que la modélisation 3D est indispensable, dans le cas A variable, afin de restituer un profil d'écoulement induit plus réaliste. On voit alors que le modèle analytique $C = mz + f(y)$ ne s'applique plus en $(x=Lx/2, y=Ly/2)$, le long de l'axe longitudinal. On a quand même une séparation du fluide binaire ($S = |C_{droite} - C_{gauche}|$)

7.4.2 Source carrée

Configuration multi-sources

On réalise maintenant la configuration multi-sources : 6 cellules piezo-électriques carrée de côté 4mm , espacées de 2mm chacune, pour générer un écoulement monocellulaire ($A=325$, $Ra=10\ 000$) de fréquence $f=15\text{MHz}$. On représente le maillage de la cavité (fig. 7.35) et le champ de fraction massique (fig. 7.36).

On trouve un facteur m ($m=0.25$ fig. 7.36) plus faible que dans le cas A constant équivalent ($m=0.30$ fig. 7.17). On représente la vitesse longitudinale V_z associée au champ de fraction massique 7.37. Les vecteurs vitesses (en rouge) permettent de visualiser le sens de circulation au sein du mélange. On retrouve un écoulement principale monocellulaire. Cette configuration multi-source avec une extension de la cavité dans le sens de la profondeur permet d'augmenter le volume du mélange binaire à séparer.

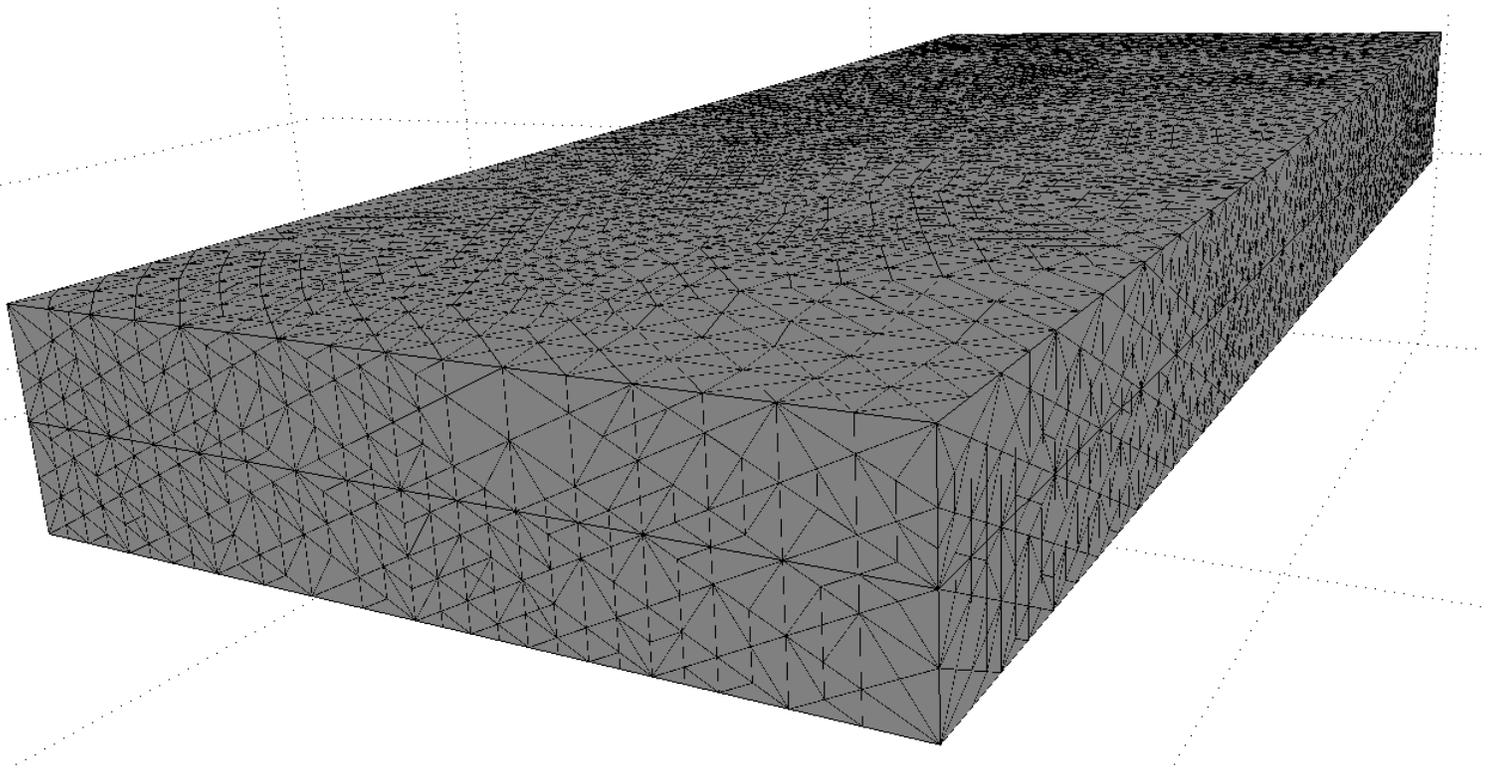


FIGURE 7.35 – Maillage de la cavité parallélépipédique sous Comsol : configuration multi-sources

Cette étude a permis de déterminer, pour un nombre de Rayleigh qui est suffisamment élevé, une configuration permettant de réaliser un dispositif expérimental. En dessous de $Ra=7000$, il devient compliqué de loger une source acoustique (inférieure au millimètre) dans la cavité. Au-dessous de $Ra=100\ 000$, la séparation diminue davantage (inférieure à 0.18 sous Maple). On résume alors les différentes configurations dont le paramètre acoustique (A) permet d'atteindre le maximum local de séparation ($S=mB$) avec le diamètre de la source ainsi que les dimensions de la cavité associées.

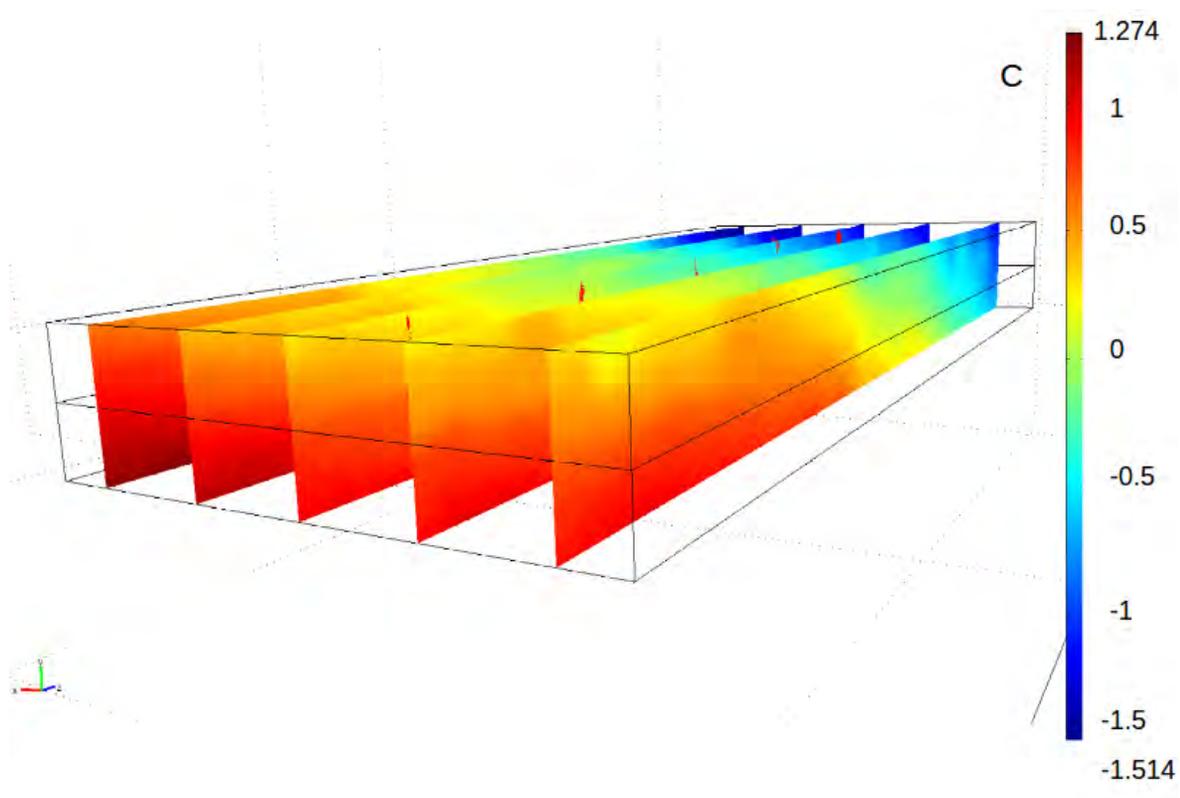


FIGURE 7.36 – Iso-C ($A=325, Le=55.5, P_r = 15, Ra = 10000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

paramètre	configuration 1	configuration 2	configuration 3
hauteur de la cavité H	17mm	7.9mm	5.8mm
une source acoustique	$A=1070$	$A=325$	$A=175$
Ra	100 000	10 000	4000
m	0.180	0.384	0.406
diamètre de la source	8.5mm	4mm	2.9 mm
fréquence	2MHz	15 MHz	20MHz
directivité ka_T	70	100	100

TABLE 7.18 – Configuration permettant un équivalent expérimental

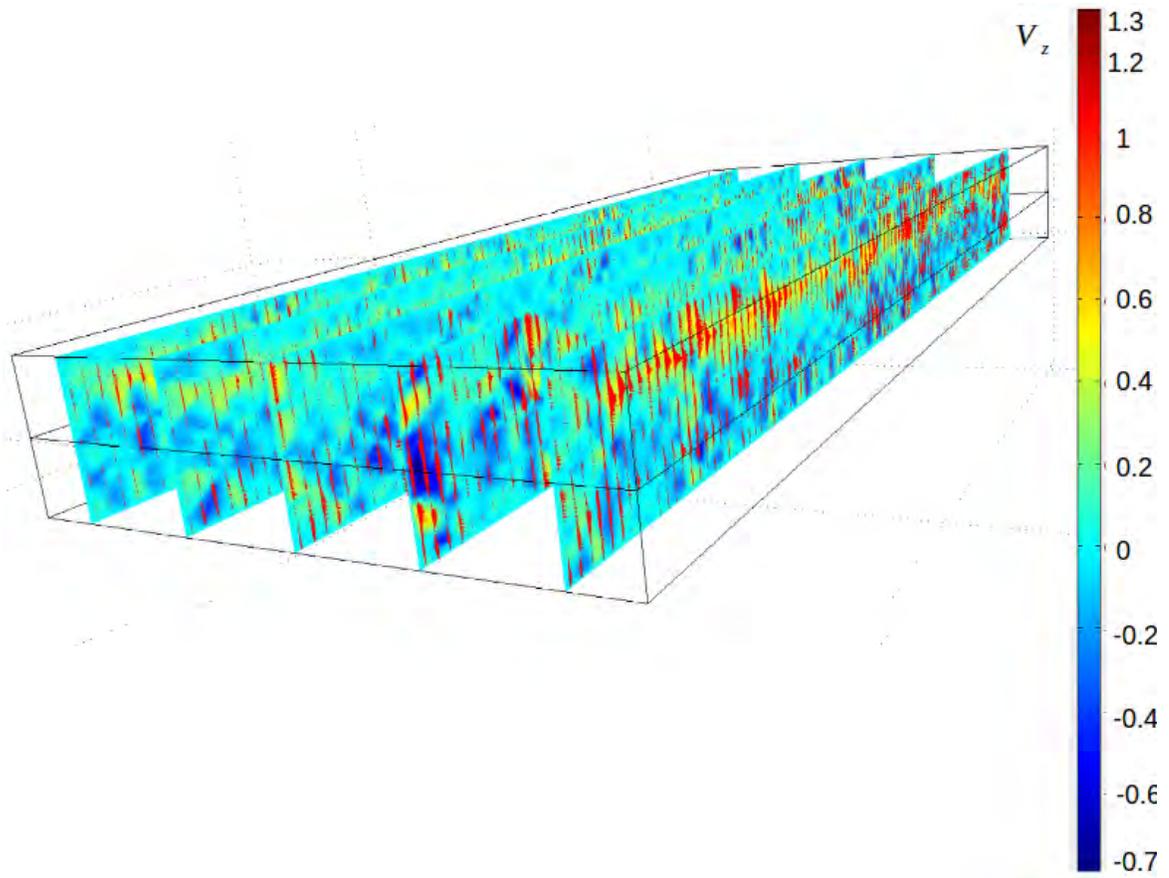


FIGURE 7.37 – Vitesse longitudinale V_z ($A=325, Le=55.5, P_r = 15, R_a = 10000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

Conclusion et Perspectives

Ce mémoire porte sur l'étude de la séparation d'un fluide binaire par thermodiffusion associée au mouvement du fluide généré par une onde ultrasonore. Le premier objectif de ce travail était de prendre en compte les caractéristiques de la source acoustique afin de réaliser un calcul de l'écoulement induit par un faisceau d'ultrasons. La deuxième partie de ce manuscrit présente l'application des résultats de ce travail préliminaire à l'étude de la séparation d'espèces. Dans les deux premiers chapitres on présente les phénomènes physique mis en jeu, ainsi qu'une synthèse bibliographique des travaux déjà réalisés sur la séparation thermogravitationnelle et sur l'acoustic streaming. Le chapitre 3 décrit la méthode de calcul utilisée pour obtenir l'intensité acoustique rayonnée par une source donnée, ainsi que la validation du code numérique associé. On considère alors différentes configurations de sources en champ proche et en champ lointain puis on étudie une configuration expérimentale tirée d'une étude antérieure. Dans les chapitres 4 et 5, des modélisations numériques (2D et 3D) ont permis de valider l'écoulement induit (par Eckart Streaming), par comparaison avec des résultats expérimentaux antérieurs. On a alors considéré une cavité remplie d'eau et un écoulement isotherme. De cette comparaison, on déduit qu'il y a un bon accord en champ proche lorsque le rayonnement acoustique calculé est importé sous COMSOL (code aux éléments finis). En champ lointain, la formulation analytique du rayonnement est préférable. Les écoulements induits obtenus en 2D oscil-

lent, ils présentent des instabilités non observées dans les expériences. Ces instabilités ne sont pas retrouvées en 3D, l'écoulement établi est stable. L'augmentation de la puissance acoustique accroît l'écart entre les vitesses de l'écoulement obtenue numériquement et celles obtenues expérimentalement.

Dans une seconde partie, le problème est étendu à une étude multiphysique. On considère alors un fluide binaire, principalement le mélange eau-éthanol (70% en masse d'eau), que l'on souhaite séparer par action combinée d'un gradient thermique et d'une onde ultrasonore. Après avoir explicité le cadre analytique (multiphysique), différentes configurations permettant d'augmenter la séparation en présence d'un faisceau acoustique ont été recherchées. On considère une cavité horizontale placée dans le champ de pesanteur. On retient une configuration où la cavité est chauffée par le haut et l'onde ultrasonore est appliquée sur une partie de ses parois verticales. Cette nouvelle configuration a pour objectif de découpler le gradient thermique (ΔT imposé) de la vitesse du fluide induite par l'onde ultrasonore. Ceci n'est pas le cas dans les cellules classiques de thermogravitation (T.G.C.) où le gradient thermique induit à la fois la diffusion massique et la vitesse du fluide. Nous avons cherché une solution analytique du problème pour des cellules de grand rapport d'aspect en faisant l'hypothèse d'un écoulement de type parallèle. Pour obtenir cette solution analytique, le logiciel de calcul symbolique Maple a été utilisé. Cela nous a permis de déterminer quels couples de paramètres de contrôle (A = paramètre acoustique, Ra = nombre de Rayleigh) permettent d'optimiser la séparation du mélange considéré ($Le=55$, $Pr=15$, $\psi = 0.007$). La configuration privilégiée étant celle où la cavité est chauffée par le haut, elle permet de s'affranchir du Rayleigh critique d'apparition de la convection multicellulaire et de considérer des hauteurs de cavités plus importantes. Une configuration précise est établie, avec un nombre de Rayleigh thermique de valeur $Ra = 10^5$ et un paramètre acoustique $A = 1070$. Les champs de

vitesses et les champs de fraction massique du mélange binaire obtenus analytiquement ont été retrouvés numériquement, avec un bon accord. La prédiction des recirculations du champ de vitesses (dans certains cas particuliers) a été également retrouvée numériquement (2D,3D). Cette recirculation se traduit par une cellule principale au centre de la cavité et deux cellules contrarotatives en haut et en bas de la cavité. Le code acoustique a permis de considérer un écoulement plus réaliste avec un paramètre acoustique A variable. Ce paramètre de contrôle est d'abord associé au nombre de Rayleigh fixé ($Ra = 10^5$), sa valeur ($A = 1070$) est déterminée afin d'optimiser la séparation ($S=mB_z$). Une source piézoélectrique ($f=2\text{MHz}$, $d_T=8.5\text{mm}$) est alors placée dans la partie supérieure de la cavité. La source occupe exactement la moitié supérieure de la cavité ($\epsilon = 0.5$). Cette configuration est intéressante car la plage de fréquence que nécessite une source de cette taille est disponible dans le commerce. Une seconde configuration multi-source est réalisée ($Ra = 10^4$, $A = 325$). La cavité est alors étendue dans le sens de la profondeur. On voit qu'il est nécessaire d'utiliser un paramètre A variable dans une modélisation 3D afin de restituer un profil d'écoulement ainsi qu'un champ de fraction massique plus réaliste. Le modèle analytique $C = mz + f(y)$ ne s'applique plus, cependant cette approximation permet d'estimer l'ordre de grandeur de la séparation. L'intérêt des configurations étudiées est qu'elles sont susceptibles de présenter un équivalent expérimental ($Ra = 10^4$ ou $Ra = 10^5$). La hauteur de la cavité varie alors de 8 mm ($Ra = 10^4$) à 17 mm ($Ra = 10^5$).

Les perspectives envisageables en prolongement direct de cette thèse concernent 2 objectifs. Premièrement, la prise en compte des interactions entre le fluide et les parois. En micro-fluidique, de nombreux cas d'études nécessitent la prise en compte des interactions faisceau-paroi, du point de vue numérique et expérimental. Deuxièmement, on pourrait considérer une étude avec une cavité agrandie dans le sens de la profondeur. Dans ce cas, une configuration multi-sources plus importante devrait être considérée pour contrôler l'écoulement induit. Ainsi, on pourrait réaliser un dispositif expérimental, avec une cellule suffisamment haute et suffisamment large avec une source acoustique sous forme de multi-sources.

Annexe A

Instabilité de Rayleigh-Bénard



Les progrès et les idées,
Pont de cent mille coudées
Que rien ne rompt,
Et sur tes sombres marées
Ces arches démesurées
Resplendiront ¹ .

1. extrait du poème de Victor Hugo, Océan. Peinture réalisée par Rob Gonsalves, Bridging The Seas With A Boat

On appelle convection les mouvements de circulation présents au sein des fluides. Henri Bénard montre expérimentalement la présence d'une instabilité en convection naturelle dès 1900 [71]. Des cellules de convection apparaissent spontanément dans un liquide quand on lui applique une source de chaleur extérieure. L'intérêt des tourbillons thermoconvectifs de Bénard s'est accru, dès qu'on s'est aperçu qu'on pouvait expliquer par leurs mécanismes différents phénomènes naturels [72], [73], [74]. Le premier physicien à poser un cadre théorique pour caractériser cette instabilité en convection naturelle est Lord Rayleigh en 1916 [75]. Un paramètre adimensionnel permet de quantifier le déclenchement de cette instabilité. Il s'exprime en fonction de la température ΔT , de l'accélération de la pesanteur \mathbf{g} ainsi que des propriétés du fluide, à savoir, la viscosité cinématique ν , la diffusivité thermique α , ainsi que le coefficient d'expansion thermique β_T . C'est le nombre de Rayleigh. Ce dernier représente le rapport du terme moteur (poussée d'Archimède) sur le terme dissipatif (viscosité et diffusivité). On note le nombre de Rayleigh :

$$R_a = \frac{g\beta_T\Delta TH^3}{\nu\alpha} \quad (\text{A.1})$$

À partir d'un certain seuil du gradient thermique, on observe la transition entre le régime conductif et le régime convectif : il apparaît des rouleaux thermo-convectifs aussi appelés cellules de Bénard. On observe la formation de rouleaux convectifs. La hauteur de la cavité est notée h . Si $\nabla\mathbf{T} \wedge \mathbf{g} = \mathbf{0}$, Il existe un seuil de déclenchement de la convection. Il est appelé nombre de Rayleigh critique. On peut alors déterminer une valeur du Rayleigh qui correspond à la naissance de l'instabilité thermoconvective A.1.

Une modélisation sous OpenFOAM permet de simuler numériquement ces structures convectives. On considère une cavité parallélépipédique

chauffée par le bas. On note B le rapport d'aspect de la cavité. Une simulation complémentaire est effectuée sous le logiciel COMSOL où l'on retrouve le même profil. On représente ici le champ de vitesse pour une cavité chauffée par le bas de rapport d'aspect $B=2$. On note k le nombre d'onde dans la cavité. C'est une grandeur inversement proportionnelle à la longueur d'onde.

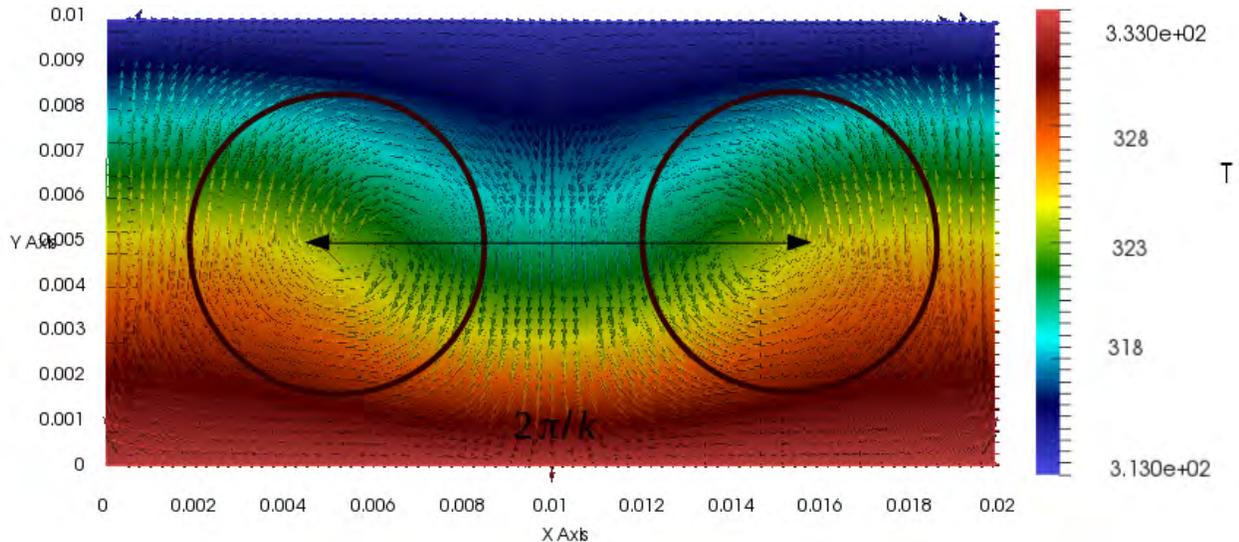


FIGURE A.1 – Représentation du champ de température et de vitesse de l'instabilité de Rayleigh Bénard dans l'air : $Ra=2300$, $\Delta T = 20$ K , $B=2$

Rayleigh [75] a montré que les mouvements de convection apparaissent dans la couche fluide lorsque le nombre de Rayleigh devient supérieur à une valeur critique $Ra_{c,0} = 27\pi^4/4$. En situation d'adhérence, le calcul du nombre de Rayleigh critique a été effectué la première fois par Pellew et Southwell [76]. Les études de stabilité linéaire permettent de considérer l'évolution de perturbations du type $f_{perturbation} = \hat{f}(y) = e^{ikx + \sigma t}$. $f_{perturbation}$ est une perturbation arbitraire d'amplitude complexe \hat{f} , de nombre d'onde k dans la direction x et de taux de croissance σ .² Les auteurs trouvent $Ra_c = 1707.778$ et un nombre d'onde

2. On suppose que le problème présente une périodicité selon l'axe x . On peut alors définir un

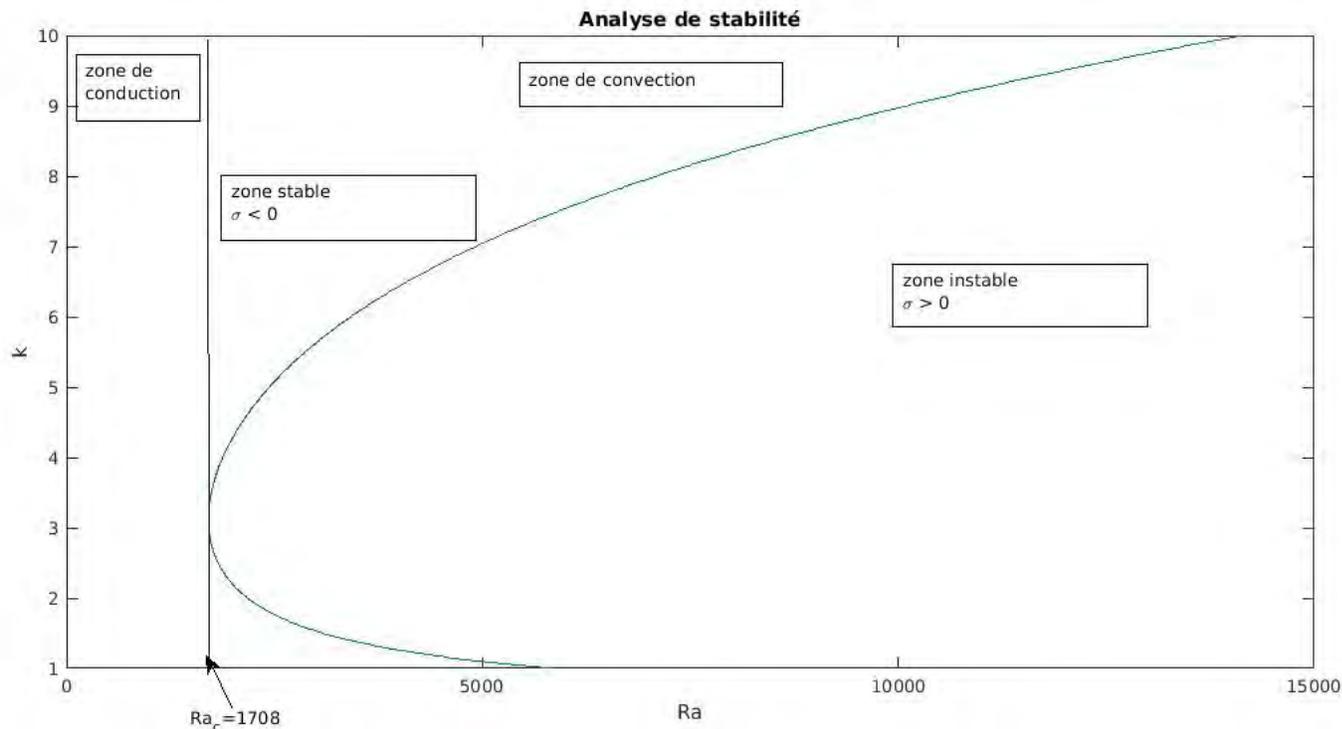


FIGURE A.2 – Simulation numérique Matlab : variation $Ra=f(k)$ (bas)

$k_c = 3.11$. Dans la simulation numérique réalisée sous Matlab, on observe que l'on retrouve la valeur la plus basse du nombre de Rayleigh $Ra_c = 1708$ pour $k_c = 3.12$. [77] Cela signifie que nous allons avoir une valeur stable pour toutes les valeurs k où $Ra < Ra_c$. Lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté au-delà de sa valeur critique, une convection stationnaire s'organise sous forme de rouleaux. Le Rayleigh critique va dépendre de la géométrie de la cavité. Pour un rapport de forme $B=1$ (cavité carrée) $Ra_c = 2584.31$, tandis que dans le cas d'une cavité infinie $Ra_c = 1707.21$ [81].

vecteur d'onde k par $k = 2\pi/Lx$.

Annexe B

Pression acoustique et directivité

B.1 Pression acoustique

On s'intéresse au champ de pression acoustique le long de l'axe du transducteur en champ proche. On va effectuer un agrandissement de la zone de champ très proche pour faire apparaître les maxima de pression confinés entre $z=0$ et $z=40\text{mm}$ et valider analytiquement les résultats numériques.

$\beta(z) = \sqrt{z^2 + (19\lambda)^2} - z = \frac{n}{2}\lambda$ possède plusieurs solutions pour $z \neq 0$. La pression est maximale chaque fois que $\beta = \frac{n}{2}\lambda$. On cherche z tel que : $z_n = \frac{a^2}{n\lambda} - \frac{n\lambda}{4}$ avec n entier. Les maximums sont localisés pour des valeurs impaires de n . On calcule la position des premiers maximums :

Pour $n=1$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$) :

Paramètre	Expression	Valeur
Densité	ρ_0	1000 Kg/m ³
Vitesse membrane 2MHz	$V_n(S)$	0.1 m/s
Célérité	c	1500 m/s

TABLE B.1 – Paramètres de la source circulaire (Moudjed)

$\beta(z) = \sqrt{z^2 + (19.33)^2} - z = 0.375$, en $z=280\text{mm}$ (figure B.3) et théoriquement $z_1 = 280\text{mm}$ (formule $z_n = \frac{a^2}{n\lambda} - \frac{n\lambda}{4}$)

Pour $n=3$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{3\pi}{2}) = 1$) : $\beta(z) = 1.125$,en $z=93\text{mm}$. théoriquement $z_3 = 92.2\text{mm}$.

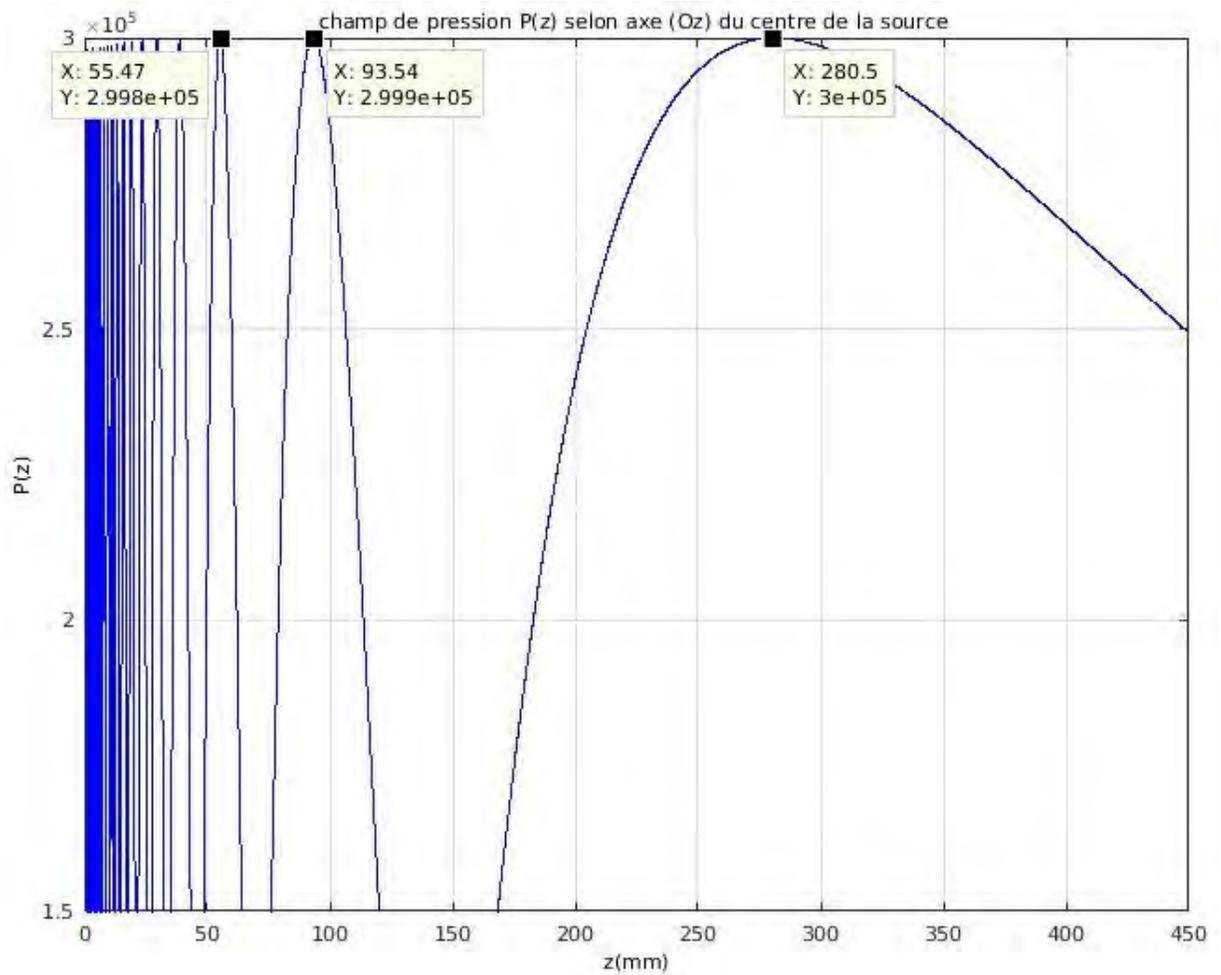


FIGURE B.1 – Pression axiale en champ proche

Pour $n=5$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{5\pi}{2}) = 1$) : $\beta(z) = 1.875$, en $z=55\text{mm}$. théoriquement $z_5 = 55\text{mm}$.

Pour $n=7$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{7\pi}{2}) = 1$) : $\beta(z) = 2.625$, $enz = 38mm$.
théoriquement $z_7 = 38.6875mm$

Pour $n=9$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{9\pi}{2}) = 1$) : $\beta(z) = 3.375$, $enz = 29mm$.
théoriquement $z_9 = 29.42mm$

Pour $n=11$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{11\pi}{2}) = 1$) : $\beta(z) = 4.125$, $enz = 23mm$.
théoriquement $z_{11} = 23mm$

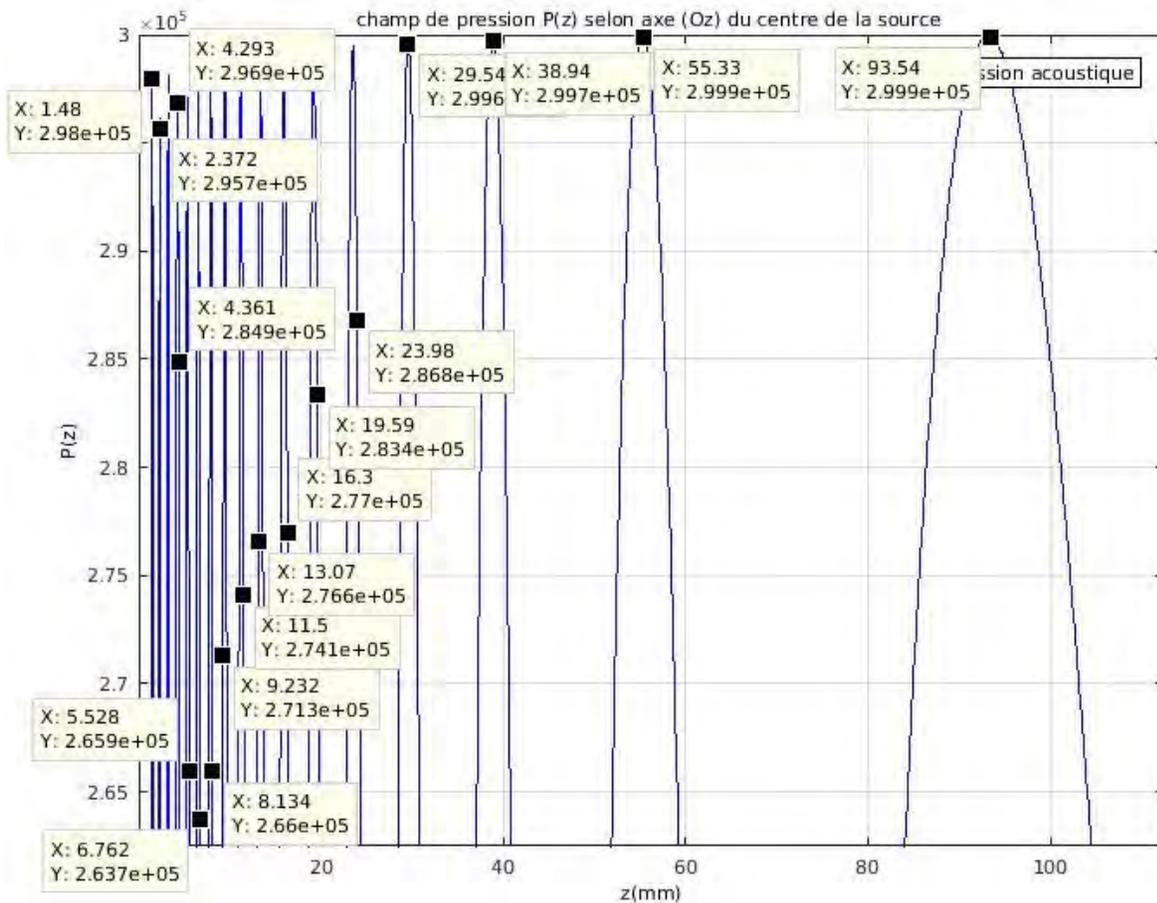


FIGURE B.2 – Pression axiale en champ très proche

Pour $n=13$ ($\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{13\pi}{2}) = 1$) : $\beta(z) = 4.875$, $enz = 19mm$.
théoriquement $z_{13} = 19mm$

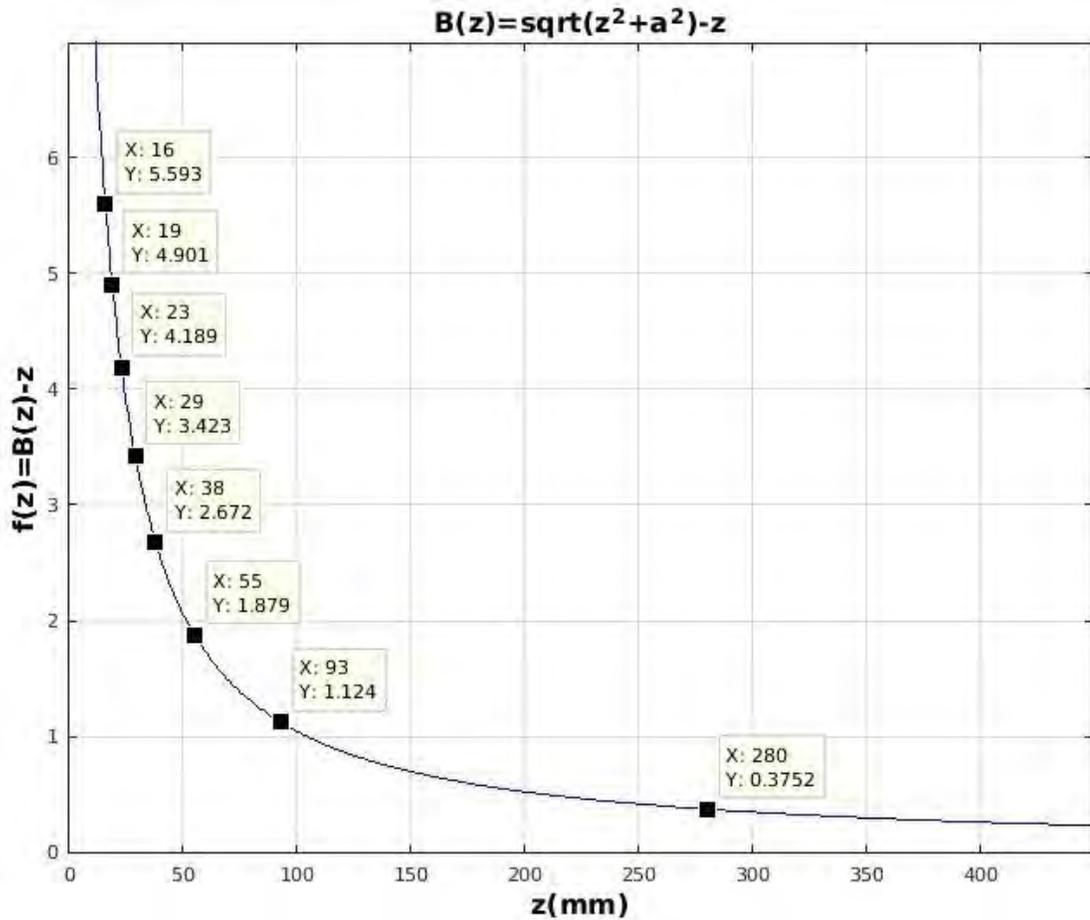
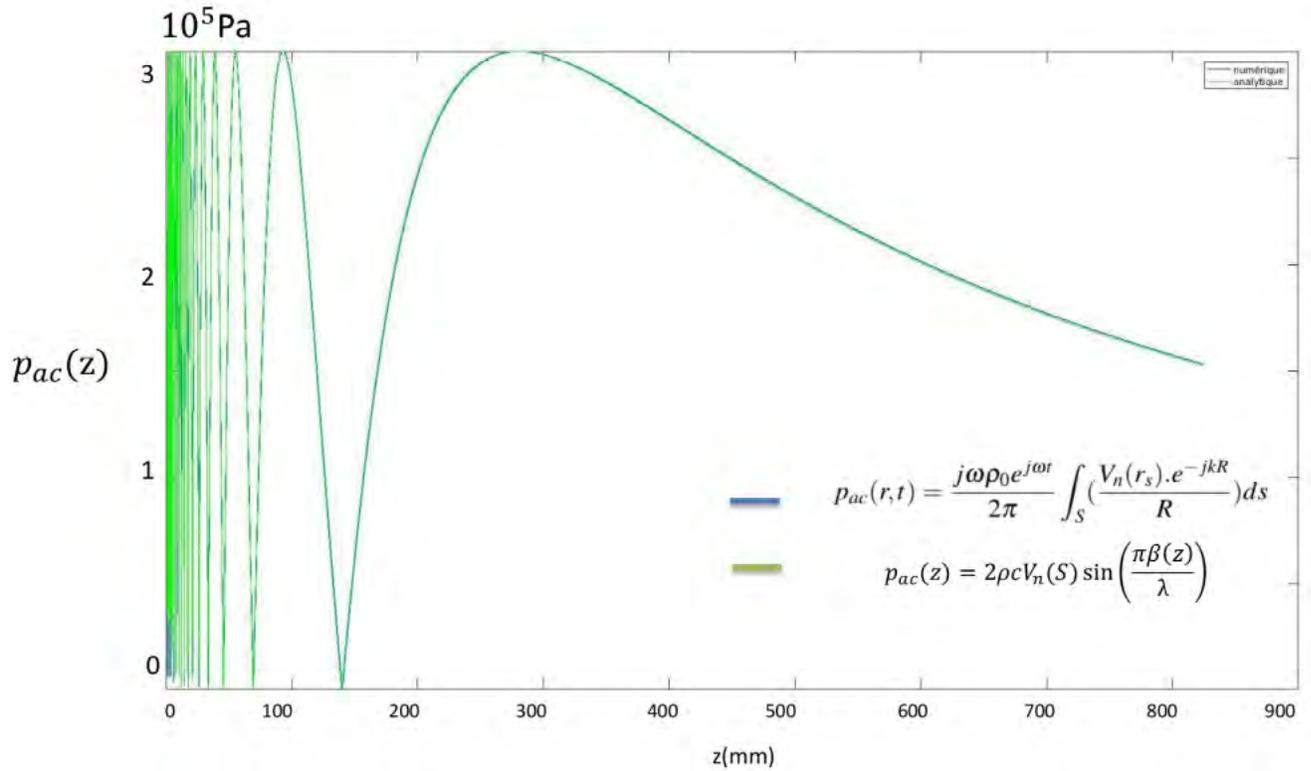


FIGURE B.3 – Solution analytique des positions des maxima d’amplitude de la pression acoustique : fonction $\beta(z) = \sqrt{z^2 + (19\lambda)^2} - z = \frac{n}{2}\lambda$

Ainsi de suite pour toutes les valeurs de n impaires allant de 15 à 39, pour $n = 41 (\sin(\frac{\pi\beta}{\lambda}) = \sin(\frac{41\pi}{2}) = 1)$: $\beta(z) = 15.375 > a = 14.5\text{mm}$, il n’y a pas de solutions car $\beta(z)$ est borné à son rayon $a=14.5\text{mm}$ pour $z=0$ et la fonction est strictement décroissante. Ces 20 solutions correspondent aux 20 maxima de pression qui existent dans la configuration $a = 19.3\lambda$ avec $z \neq 0$. Les figures B.1 et B.2 sont issus du code numérique et la figure B.3 est la représentation analytique.

On superpose le modèle numérique (bleu) et analytique (vert) de la distribution de la pression acoustique le long de l’axe du transducteur sur la figure B.4. On voit que l’on retrouve un parfait accord entre



résultats numériques et prévisions analytiques. Nous allons maintenant nous intéresser à la directivité en champ lointain pour une source circulaire.

B.2 Directivité

$$\hat{p}_a(r, \theta, \omega) = i f \rho_0 V_n(P) \frac{\pi a^2 e^{-ikr}}{(2\pi r)} D(\theta)$$

$$D(\theta) = \frac{J_1(k a \sin \theta)}{(k a \sin \theta)} \quad (\text{B.1})$$

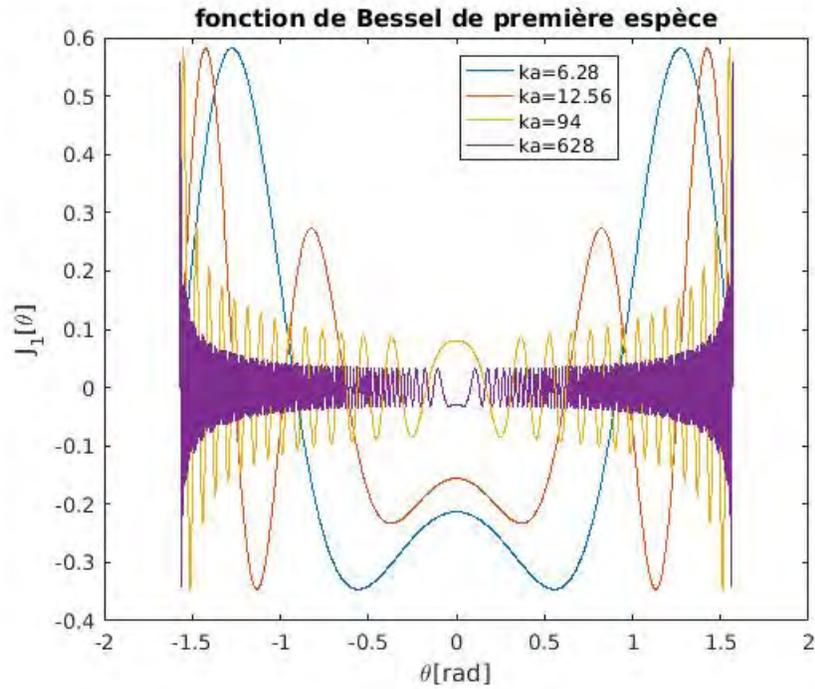


FIGURE B.4 – Représentation fonction Bessel $J_1(kasin\theta)$

La directivité est déterminée par la valeur du produit (ka_T). Les figures B.4 et B.5 représentent l'influence du facteur (ka_T) sur le niveau de directivité de la source. La figure B.5 permet d'illustrer le terme de directivité $D(\theta)$ issu de l'équation B.1. Dans le second paragraphe (configuration Moudjed), le facteur $ka_T = 120$. Dans le troisième paragraphe on considère une source de 8.5mm et de fréquence $f=2\text{MHz}$, on à donc un facteur $ka_T = 40$.

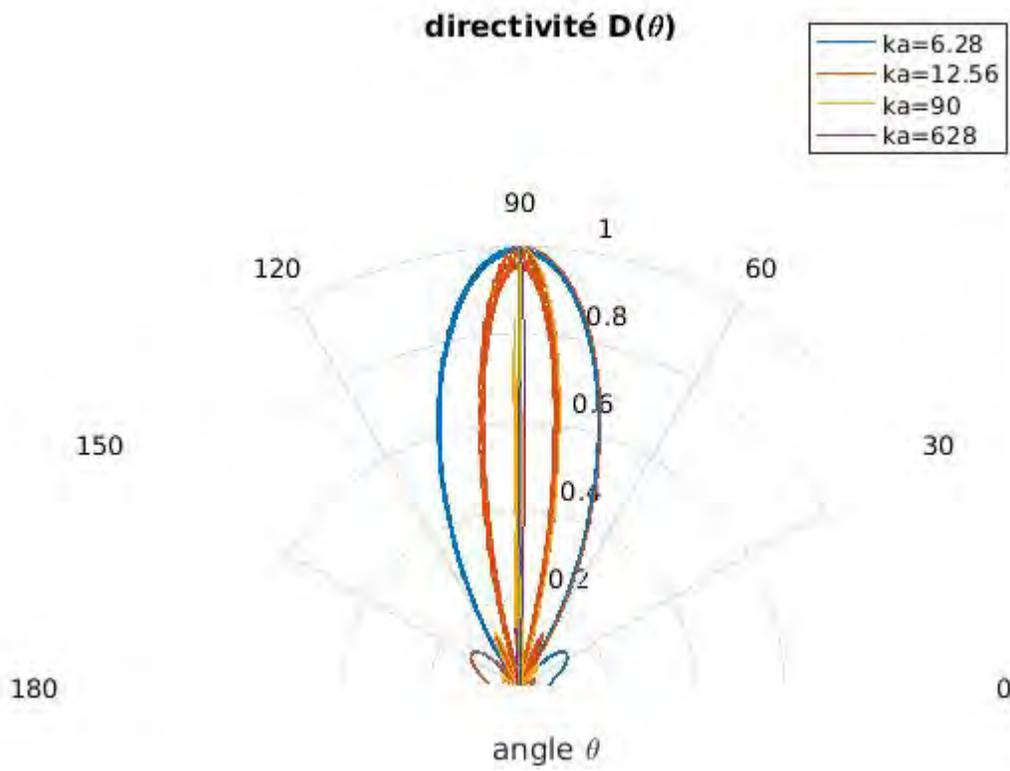


FIGURE B.5 – Représentation de la directivité $D(\theta) = \frac{J_1(ka \sin \theta)}{(ka \sin \theta)}$

Annexe C

Atténuation acoustique, puissance et non linéarité

C.1 Atténuation acoustique

$$\alpha(w) = \frac{w^2}{2\rho c_0^3} \left(\frac{4}{3}\mu + \zeta + \frac{c^2 \kappa^2 \theta T}{C_p^2} \right) \quad (\text{C.1})$$

On voit que le facteur d'atténuation est proportionnel au carré de la fréquence de l'onde acoustique. On montre ainsi que la dissipation visqueuse et thermique portée dans le terme $e^{j(k+j\alpha(w))z}$ entraîne l'absorption du son par le milieu selon une loi $e^{-\alpha(w)z}$ pour la pression acoustique et $e^{-2\alpha(w)z}$ pour la force acoustique. On voit selon différentes fréquences, l'évolution du facteur d'atténuation acoustique :

paramètres	1,5Mhz, eau	5Mhz, eau	2MHz, eau
viscosité dynamique $\frac{4}{3}\mu$	$1.33 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-3}$
viscosité volumique (ou cinématique)	$\zeta = 1,007 \cdot 10^{-6}$	$\zeta = 1,007 \cdot 10^{-6}$	$\zeta = 1,007 \cdot 10^{-6}$
Terme des effets thermiques $\epsilon\lambda$	négligé	négligé	négligé
Facteur $\frac{w^2}{2\rho c_0^3}$	13.14	146	23.37
coefficient d'atténuation acoustique α	0.017	0.19	$0.031 < a < 0.1$

TABLE C.1 – Calcul du coefficient d'atténuation acoustique

C.2 Puissance acoustique

Champ proche On calcule de manière analytique en champ proche :

$$P_{ac} = 2\pi \int_0^{R_{ac}} I(r)rdr = \pi R_{ac}^2 I_{moy}$$

On souhaite fixer une puissance tel que $P=1.4W$ avec $R_{ac} = 14.5mm$:

$$I_{moy} = \frac{P_{ac}}{\pi R_{ac}^2}$$

On obtient alors une intensité acoustique moyenne calculée avec la méthode des trapèzes : $I_{moy} = 2.12 * 10^3 [W/m^2]$. On a alors une intensité dont les maximas sont de l'ordre de $I_{max} = 4.22 * 10^3 [W/m^2]$. Ce calcul permet d'établir un ordre de grandeur de l'intensité acoustique. On réalise un ajustement numérique pour faire correspondre l'intensité à la puissance que l'on souhaite.

Expérimental	Intégration de Iac COMSOL [W/m^2]	I_{max}	fac_{max}
P=1.4W	2120	$4.22*10^3$	0.56
P=2.8W	4240	$8.5*10^3$	1.12
P=4.2W	6360	$1.26*10^4$	1.125

TABLE C.2 – Prédiction Puissance acoustique en champ proche

Expérimental	Numérique ajustement(Moudjed)	f_{max}	$fac_{max,ajusté}$
P=1.4W	P= 0.9W	0.56	0.36
P=2.8W	P=1.7W	1.12	0.68
P=4.2W	P=3.3W	1.125	0.88

TABLE C.3 – Ajustement Puissance acoustique en champ proche

[96]¹ Il existe un facteur entre le résultat analytique par intégration du champ d'intensité acoustique et la mesure de la puissance acoustique avec un hydrophone [96] en champ proche. Le modèle champ proche permet d'estimer l'ordre de grandeur de la puissance selon la pression tandis que le modèle champ lointain nous donne une valeur exacte.

1. $P = IS = \pi I_{moy} R_{ac}^2 = 1.4W$ lorsque $I_{moy} = 2.12 * 10^3 [W/m^2]$

Champ lointain En champ lointain, on a une valeur exacte de la puissance acoustique :

$$P_{ac} = \frac{\pi a^2 p_{ac_{max}}^2}{8\rho c}$$

solution exacte valable en champ lointain en $z = Lf$.² . En champ lointain , les puissances acoustiques sont assez cohérentes. La pression est divisée par 1.88 quand la puissance est 3.53 fois plus faible (passage de P=4.95W à P=1.4W).

exp.	pression acoustique p_{max}	$vac_{max}(m/s)$	$I_{max} = 0.5 * p * v$	$fac_{max}(N/m^3)$
P=1.4W	159 574 Pa	0.1	$7.5*10^3$	1.13
P=2.8W	225 671 Pa	0.15	$1.5*10^4$	2.25
P=4.2W	276 390 Pa	0.18	$2.2*10^4$	3.31

TABLE C.4 – Puissance acoustique en champ lointain

Expérimental	Numérique ajustement(Moudjed)	f_{max}	fac_{max}
P=1.4W	P=1.24W	1.13	1.00
P=2.8W	P=2.92W	2.25	2.34

TABLE C.5 – Puissance acoustique en champ lointain : ajustements

Moudjed a adapté les valeurs numériques de la puissance en champ proche (P=0.9W, P=1.7W , P=3.3W) pour respectivement (P=1.4W, P=2.8W, P=4.2W) et en champ lointain (P=1.24W pour P=1.4W). Ici, on conserve la puissance acoustique du modèle expérimental (P=1.4W, $fac_{max} = 1.13N/m^3$) , (P=2.8W, $fac_{max} = 2.25N/m^3$) et (P=4.2W, $fac_{max} = 3.31N/m^3$). L'atténuation acoustique de la force acoustique à la zone de Fresnel ($e^{-2\alpha(w)z_f} = 94.4\%$) est prise en compte. On prendra finalement (P=1.4W, $fac_{max} = 1N/m^3$) , (P=2.8W, $fac_{max} = 2N/m^3$) et (P=4.2W, $fac_{max} = 3N/m^3$). En champ lointain, on exprime la

2. $P_{ac} = 3.14(14.5 * 0.001)^2(300000)^2/(8 * 1000 * 1500) = 4.95$.

pression et la force acoustique [169] :

$$pac(x, y, z) = \frac{\rho c V_n(S) e^{-(\alpha(w))R}}{R\lambda} \text{sinc}\left(\frac{kax}{R}\right) \text{sinc}\left(\frac{kay}{R}\right) \quad (\text{C.2})$$

$$fac(x, y, z) = \frac{\alpha(w)\rho c V_n(S)^2 e^{-2(\alpha(w))R}}{R^2 \lambda^2} \text{sinc}\left(\frac{kax}{R}\right) \text{sinc}\left(\frac{kay}{R}\right) \quad (\text{C.3})$$

C.3 Influence de la non-linéarité

On note c_0 la célérité du son pour un liquide linéaire. Pour l'eau $c_0 = 1480 m.s^{-1}$. On calcule alors pour une fréquence de $f=2\text{MHz}$, on trouve $\omega_0 = 12.56 * 10^6$. On obtient $k_0 = 8486$. On estime alors le coefficient de Mach de l'ordre de $M = 1.35 * 10^{-4}$ pour une vitesse acoustique de $0.2 m.s^{-1}$. On a ($\frac{B}{A}=5$) dans le cas de l'eau, le coefficient $\beta = 3.5$ (respectivement $\frac{B}{A}=7.5$; 10.5 dans le cas de l'éthanol donc $\beta = 6.25$) . On peut donc réaliser une estimation de la valeur de

$$L_D = \frac{1}{8486 * 3.5 * 6.1.35 * 10^{-4}} = 0.249. \quad (\text{C.4})$$

Ce qui nous amène au calcul du nombre de Goldberg :

$$G = \frac{1}{0.1 * 0.249} = 40 \quad (\text{C.5})$$

On voit que le coefficient $G \gg 1$ dans le cas d'une vitesse de $10 cm.s^{-1}$. Donc les effets non linéaires prédominent. Dans notre étude, en fluide binaire ($\alpha_{ac} = 0.08$), on obtient également, pour les mélanges eau-éthanol, un nombre de Goldberg supérieur au critère de Felon ($G = 28$) mais inférieur au cas isotherme.

Annexe D

Force acoustique adimensionnée

D.1 Source carrée

taille source (mm)	f	P	z_f	D	volume code acoustique (mm)
8.5*8.5	2MHz	50mW	48mm	(ka=35)	$l_x * l_y * l_z = 8.5 * 8.5 * 170$

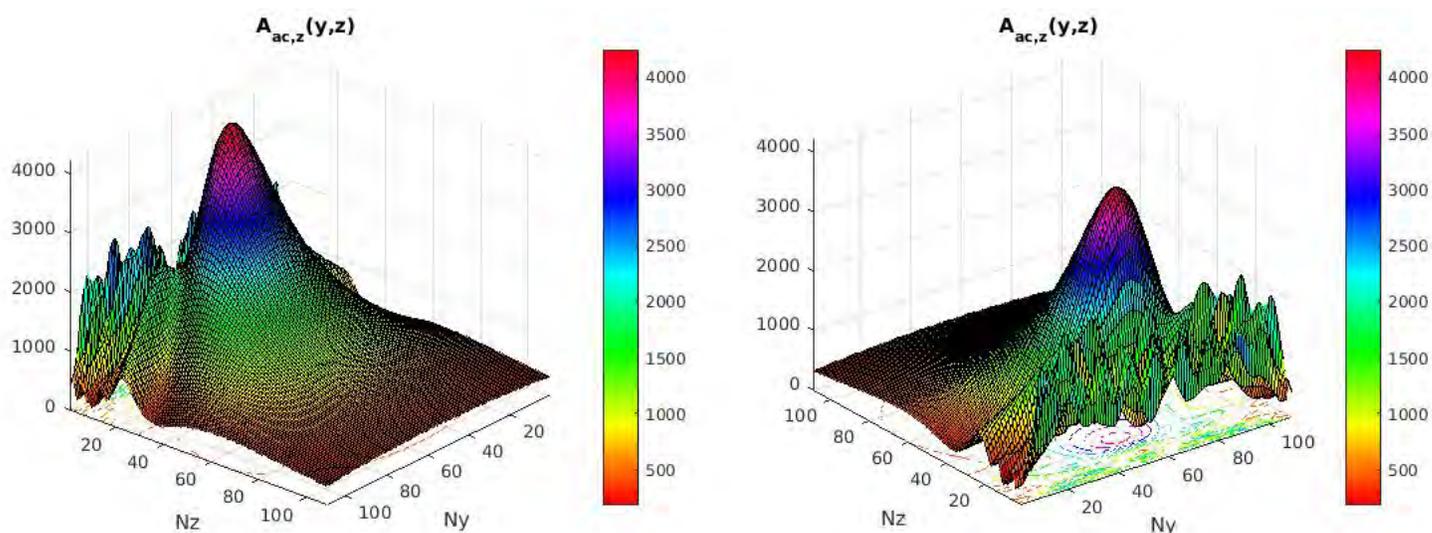


FIGURE D.1 – Source carrée : force acoustique

La moyenne surfacique de A est calculée par la méthode des trapèzes ¹.

1. pour la source circulaire le A moyen correspond à 12.5% du A maximale et 17% pour la source carrée

On considère le mélange eau-éthanol de Moses chauffé par le haut avec le couple ($Ra=10^5$, $A=1070$, $\epsilon = 0.5$). On a alors une cavité de taille ($Lx*Ly*Lz$) tel que ($8.5*17*170mm$) . On va voir l'influence de la géométrie de la source sur la distribution spatiale de la force acoustique adimensionnelle A . On exprime le coefficient d'atténuation selon les propriétés du fluide (μ, ρ_0, c_0, k). On considère une vitesse de vibration $Vn(S) = 0.1m/s$.

mélange	coefficient d'atténuation	fréquence f=2MHz
eau-éthanol 70/30	$\alpha(f) = 2 * 10^{-14} f^2(Hz)$	0.08

On estime à 15% l'erreur engendrée par le champ de vitesse lors de l'importation du paramètre A variable dans notre modèle 2D. On réalise une configuration avec une source circulaire de 8.5mm de diamètre d et de fréquence $f=2MHz$.

D.2 Source circulaire

code acoustique

La source occupe la partie supérieure de la cavité. On fixe une puissance acoustique $P=30$ mW.² On note la directivité D . B.5

2. On peut aussi représenter cette contrainte sur la valeur de A de la manière suivante :

$$A_{acmax} = \frac{f_{acmax} h^3}{\rho_0 k^2} = 491300 f_{acmax} = 8560$$

On cherche un A moyen de l'ordre de 1070, on pose $f_{acmax} = 0.0174N/m^3$ car A moyen = 12.5 % de A maximale pour la configuration source circulaire. Pour une puissance $P=1.4W$ et une fréquence $f=2MHz$ une source de diamètre $d=30mm$ possède $f_{acmax} = 1N/m^3$. Ici pour la même fréquence $f=2MHz$, la source est 3.4 fois plus petite donc la puissance doit être 11.6 fois plus élevée (la pression doit donc être 3.4 fois plus élevée pour compenser la taille réduite de la source) pour présenter le même $f_{acmax} = 1N/m^3$. Ici une source de 8.5mm de diamètre de Puissance 16.3W engendre une force acoustique maximale de $f_{acmax} = 1N/m^3$. Donc, pour $P=28.3mW$, on trouve $f_{acmax} = 0.0174N/m^3$; Ce calcul de puissance ne prend pas en compte les pertes.

d	P	z_f	D	volume code acoustique (mm)
8.5mm	30mW	24mm	(ka=35)	$lx*ly*lz=8.5*8.5*170$

On explore la zone de champ proche et de champ lointain comme la longueur de la cavité est 7 fois supérieure à la longueur de Fresnel. On va représenter la valeur absolue de la force acoustique adimensionnelle A . La moyenne surfacique de A est calculée par la méthode des trapèzes sous Matlab :

$$A_{mean} = \int_{Nz=1}^{Nz=110} \int_{Ny=1}^{Ny=110} A(y, z) dy dz \left(\frac{1}{109}\right) \left(\frac{1}{109}\right) = 1070$$

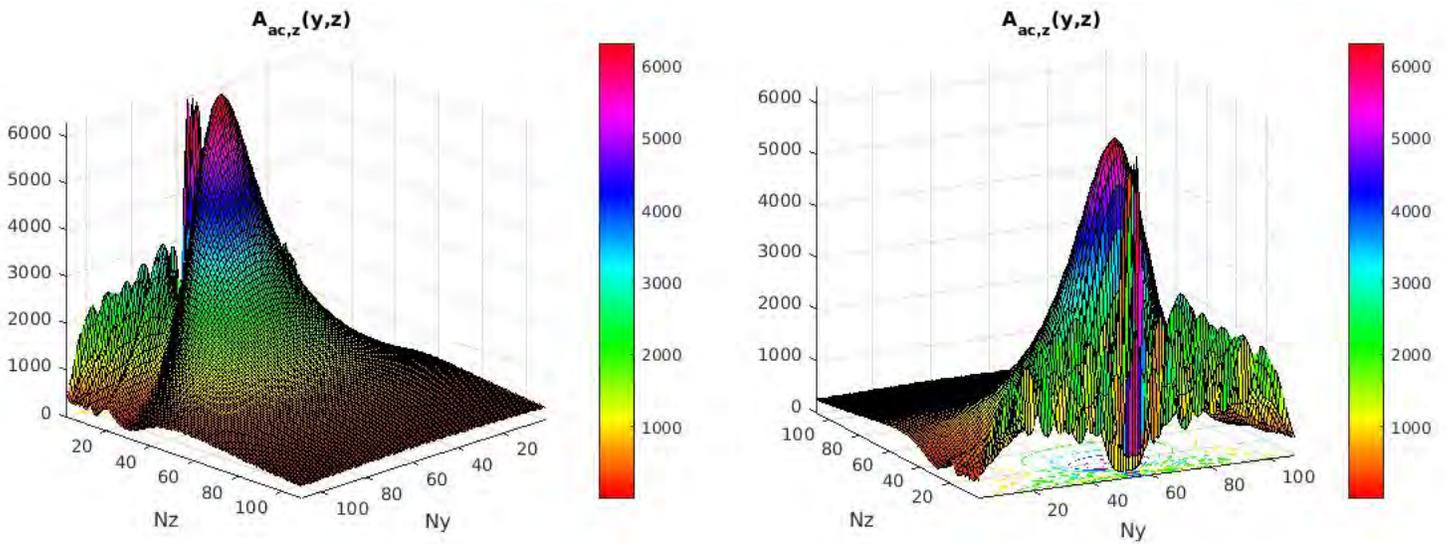


FIGURE D.2 – Source circulaire : force acoustique

On note (lx, ly, lz) les dimensions du code acoustique et (Lx, Ly, Lz) les dimensions de la cavité. L'étalement de la source est réduit à son diamètre ($ka = 70$). En 2D ($ly = 8.5mm, lz = 170mm$) dans la cavité ($Ly = 17mm, Lz = 170mm$). On discrétise (ly, lz) selon $(Ny = 110, Nz = 110)$ en 2D. La distribution spatiale de la force acoustique

présente une série de pics en zone de champ très proche (jusqu'à la zone de Fresnel $z_f = 24mm$) qui occupe un septième de la longueur $Lz=170mm$, c'est-à-dire pour Nz qui varie de 0 à 15 ($1/7$ de Nz qui varie de 0 à 110). Ces pics présentent un maximum identique pour la source circulaire. Le nombre de maximas dans cette zone dépend de la relation entre le rayon de la source $a=8.5mm$ et la longueur d'onde $\lambda = 0.75mm$. On a ici $a=11\lambda$ qui correspond à 11 maximas en zone de champ proche (comportement similaire à B.3). Notre discrétisation inclut trois maximas sur les 11 de la zone de champ proche. On réalise ici une approximation en zone de champ proche sur le nombre de maximas. Le rayonnement acoustique issu de la source circulaire illustré ici a été injecté dans la cavité rectangulaire (2D). La même source (circulaire) va être représentée en trois dimensions pour le cas de la cavité parallélépipédique. On représente alors les différentes composantes de la force acoustique adimensionnel.

Ensuite on à la zone de champ lointain qui se traduit par une exponentielle décroissante. Cette zone se situe pour Nz qui varie de 16 à 110 et occupe donc la majeure partie de la surface du rayonnement acoustique. On implémente uniquement la composante $A_{ac_z}(y, z)$ sur la partie supérieure tel que $\epsilon = 0.5$. On représente A une fois implémentée sous COMSOL. On cherche ainsi à s'assurer qu'elle correspond spatialement et numériquement au modèle issu du code acoustique E.4 visualisé précédemment.³

L'objectif est d'estimer les paramètres adéquats (taille de la source, fréquence, puissance) afin de réaliser une configuration pouvant maximiser la séparation.

On représente la géométrie dans laquelle on réalise les plans de coupe du rayonnement acoustique dans la suite. On va ainsi réaliser

3. On implémente en adimensionnel dans la cavité ($Ly^* = 1, Lz^* = 10$) le faisceau acoustique sur ($ly^* = [0.5, 1]$ et $lz^* = [0, 10]$). On trace le profil obtenu sous COMSOL et les valeurs de la force acoustique A. On réalise également l'intégrale de A sur le domaine afin de retrouver la valeur moyenne sous COMSOL.

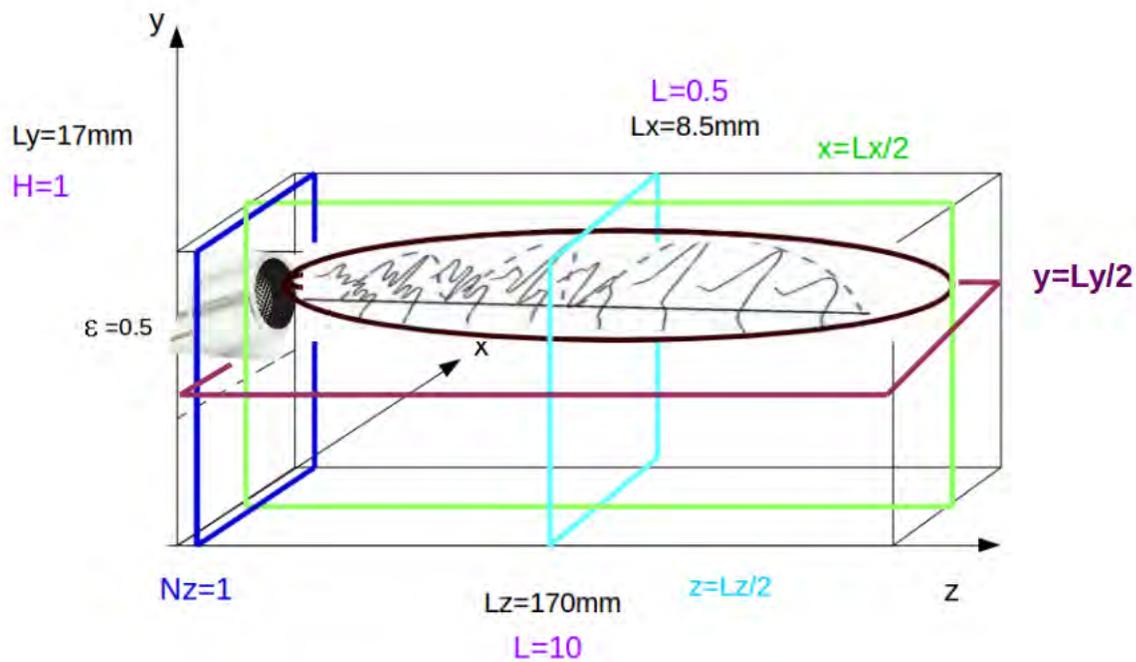


FIGURE D.3 – Schéma de configuration (3D)

des coupes en $(x = L_x/2, y = L_y/2, z = L_z/2)$ ainsi qu'au niveau de la source acoustique ($Nz = 1$).

tout en permettant de travailler avec des cavités de dimensions millimétriques (Rayleigh de l'ordre de 1000).

D.2.1 Force acoustique adimensionnelle

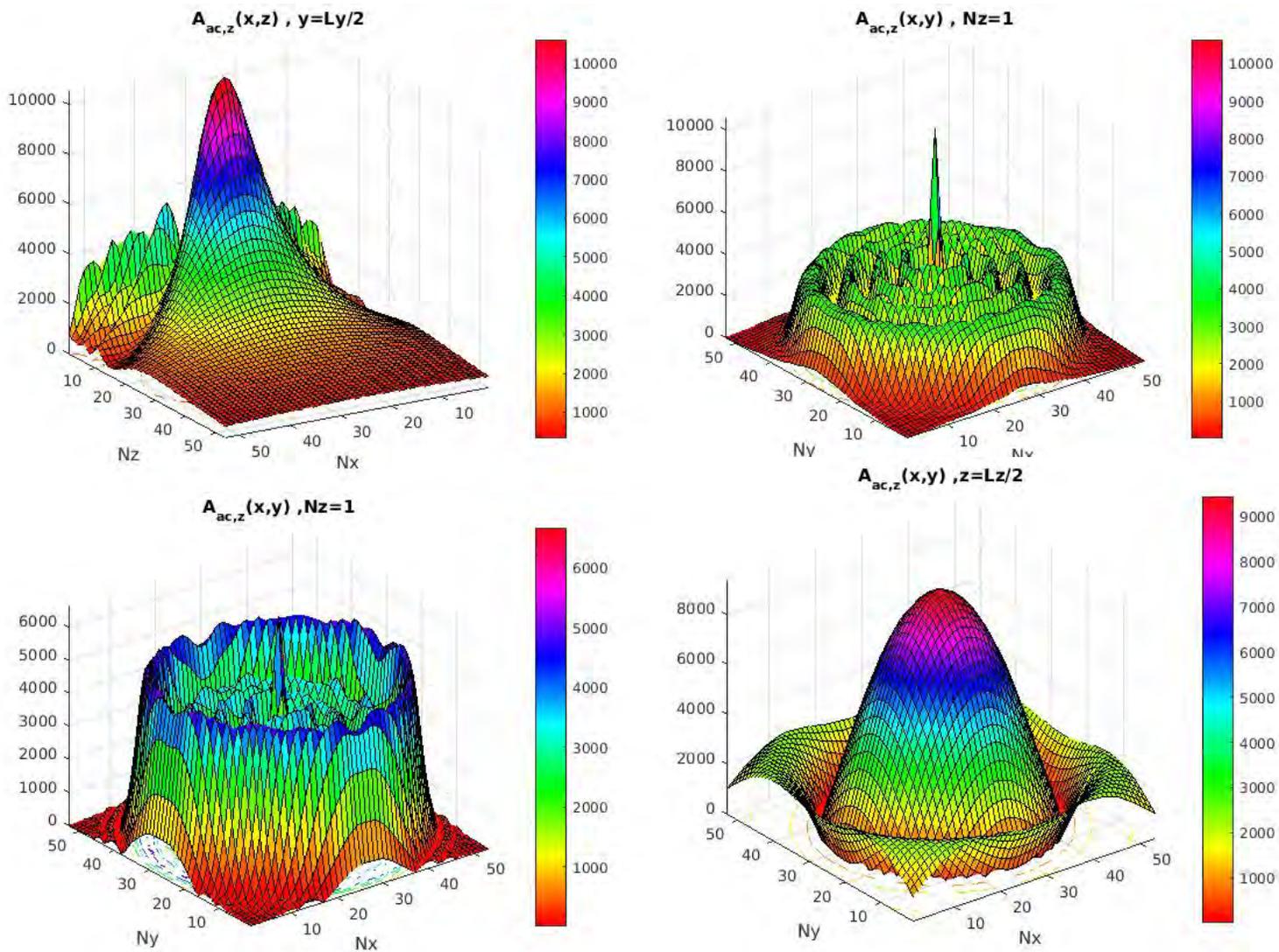


FIGURE D.4 – Composantes longitudinale $A_{ac,z}(x, y, z)$

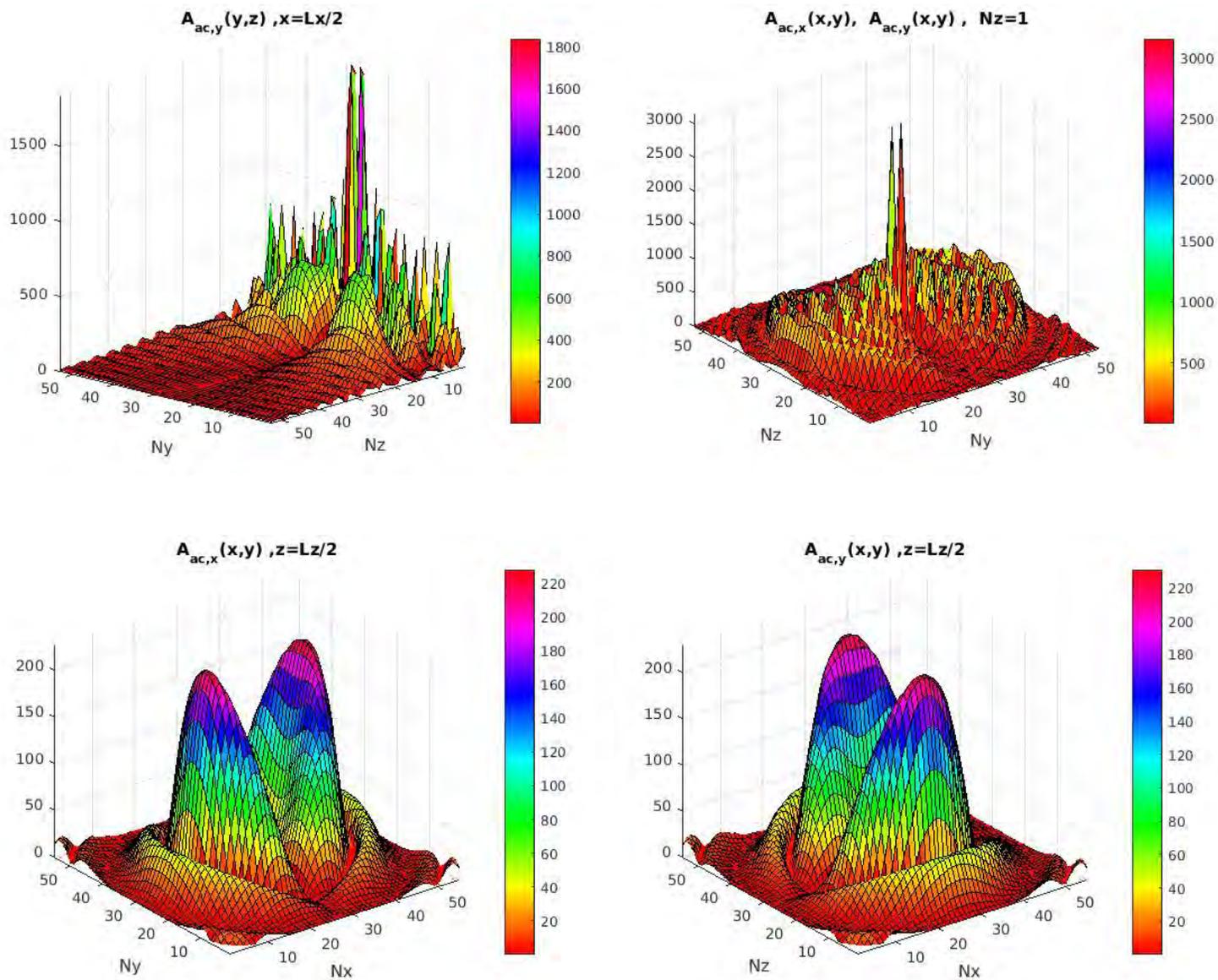


FIGURE D.5 – Composantes $A_{ac,x}(x, y, z), A_{ac,y}(x, y, z), A_{ac,z}(x, y, z)$

Annexe E

Étude de fluides binaires

E.1 Fluide binaire : eau -éthanol

Pour $C_0=(0.50;0.6088)$, les nombres adimensionnés sont calculés¹ à partir des valeurs de Lapeyra et al. [182],Platten et al. [54], [53], Moses [43], Königer et al. [185].On prend en compte la variation de la célérité des ondes dans le milieu [186], [190].

La valeur $\psi = 0.007$ est obtenue par approximation linéaire (référence 7) selon [183]. Le facteur de séparation ψ traduit physiquement la présence d'un gradient de concentration induit par effet Soret. On a ψ qui varie sur un intervalle important incluant 0 pour les mélanges eau-éthanol. Pour ce mélange, on considère $Pr=17$ et $Le=50$ d'après [184]. On prendra les valeurs ($Pr=15$, $Le=55.5$, $\psi=0.007$) [43]. Dans le mélange eau-éthanol [34], [35], [36], non seulement le coefficient de Soret change de signe mais la pente varie aussi avec la fraction mo-

1. Pour les calculs des Rayleigh, Lewis et Prandtl, on prendra une diffusivité thermique $a = 10^{-7}m^2.s^{-1}$. Les nombres de Rayleigh thermiques sont calculés précisément pour les cas ($C_0=0.50;0.6088$) et on réalise une estimation pour ($C_0=0.704;0.74;0.92$) en fixant ($R_a = 20 * h^3\Delta T, R_a = 15 * h^3\Delta T, R_a = h^3\Delta T$). On estime que l'évolution de la dilatation thermique β_T et de la viscosité cinématique ν sont linéaires pour de petites variations de concentration en eau (accord à 95% [182]). On considère que le coefficient de dilatation thermique diminue de 12% et la viscosité cinématique augmente de 16% lorsque la concentration en eau augmente de 20%. Ces estimations sont basées sur le passage eau-éthanol $C_0(eau) = 0.5$ à 0.6 . On estime donc pour $C_0=0.704$ que $\beta_T = 0.68 * 10^{-3}K^{-1}$ et $\nu = 3.152 * 10^{-6}m^2.s^{-1}$

laire [37]. Notons aussi un comportement tout à fait spectaculaire pour ce système : la fraction molaire de changement de signe est indépendante de la température moyenne dans le système [34]. Ces comportements sont étudiés par Crocollo [38].

$C_0(\text{eau})$	0.50	0.6088	unité
dilatation thermique β_T	0.885 [182]	0.786 [53]	$10^{-3}K^{-1}$
viscosité cinématique ν (ou ζ)	2.34	2.716 [53]	$10^{-6}m^2.s^{-1}$
viscosité dynamique μ	2.134 [182]/2.479 [190]	2.225 [190]/2.54	$10^{-3}Kg.m^{-1}s^{-2}$
diffusivité thermique a (ou k)	0.85 [189]	0.8771 [189]	$10^{-7}m^2.s^{-1}$
conductivité thermique λ	0.350 [189]	0.337 [189]	$W.m^{-1}.K^{-1}$
densité du mélange ρ_0	910.085 [182]	934 [54]/935.17 [53]	$Kg.m^{-3}$
diffusion massique isotherme D	3.62 [185]/6.2 [188]	4.32 [54]/3.82 [185]/6.1 [188]	$10^{-10}m^2.s^{-1}$
dilatation volumétrique β_c	-0.245 [182]	-0.212 [54] [53]	K^{-1}
coefficient de thermodiffusion D_T	1.77 [182]	1.75 [182]/1.37 [54]	$10^{-12}m^2.s^{-1}.K^{-1}$
vitesse particules fluides V_a^{max}	390 [54]	239 [54]	$10^{-6}m.s^{-1}$

TABLE E.1 – Fluide binaire eau-éthanol

C_0 (eau)	$C_0=0.50$	$C_0=0.6088$	$C_0=0.704$ [43]	$C_0=0.74$ [43]	$C_0=0.92$ [43]
$R_a = \frac{g\beta_T\Delta T h^3}{\nu a}$	$37.15h^3(mm)\Delta T$	$R_a = 28.3h^3\Delta T$	$R_a = 20h^3\Delta T$	$R_a = 15h^3\Delta T$	$R_a = h^3\Delta T$
$L_e = \frac{a}{D}$	276(calc)	55.5 [43]/231(calc)	55.5	83	100/131/126.5
$P_r = \frac{C_p\mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$	23.4(calc)	15 [43]/27.1(calc)	15	18	10.5/9.28/8.929
ψ	+0.338(calc.)	+0.1 [43]/+0.211 [54]	0.007	-0.058	-0.24/-0.282/-0.253

TABLE E.2 – Fluide binaire eau-éthanol : variables adimensionnées

On note le rapport de fraction massique eau sur éthanol de la manière suivante i/j . Ainsi un mélange eau-éthanol de type 60/40 correspond à 60% d'eau (i) et 40% d'éthanol (j). Cette convention sera utilisée dans la suite pour les différents mélanges. Le terme de gauche (i) étant toujours la fraction massique de l'eau. Le terme de droite correspond à l'éthanol ou à l'isopropanol selon le cas étudié.

E.2 Fluide binaire : eau -isopropanol

C_0 (eau)	0.5832 [44]	0.9 [44]	unité
dilatation thermique volumétrique β_T	0.757	0.32/0.33 [187]	$10^{-3} K^{-1}$
viscosité cinématique ν (ou ζ)	4	1.61	$10^{-6} m^2.s^{-1}$
viscosité dynamique μ	1.57	1.57/1.41 [187]	$10^{-3} Kg.m^{-1}.s^{-2}$
diffusivité thermique a (ou k)	1.01	1.22	$10^{-7} m^2.s^{-1}$
conductivité thermique λ	0.328	0.525	$W.m^{-1}.K^{-1}$
densité du mélange ρ_0	982.5	980.89 [187]	$Kg.m^{-3}$
chaleur spécifique du mélange C_p	3.5	4.4	$10^3 J.Kg^{-1}.K^{-1}$
diffusion massique isotherme D	10	10/6.55 [187]/6 [188]	$10^{-10} m^2.s^{-1}$
dilatation massique volumétrique β_c	-0.231	-0.1287/-0.1437 [187]	K^{-1}
coefficient de thermodiffusion D_T	10	-4.59 [187]	$10^{-12} m^2.s^{-1}.K^{-1}$

TABLE E.3 – Fluide binaire : eau-isopropanol

nombre	formule	58-42	80-20	90-10
concentration (eau)	C_0	$C_0=0.58$	$C_0=0.80$	$C_0=0.90$
Rayleigh thermique	$R_a = \frac{g\beta_T\Delta T h^3}{\nu a}$	$18.56h^3(mm)\Delta T$	$16h^3(mm)\Delta T$	$R_a = 15.78h^3(mm)\Delta T$
Lewis	$L_e = \frac{a}{D}$	100 [43]/101(calc)	115 [43]	125 [43]/122
Prandtl	$P_r = \frac{C_p\mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$	40 [43]/39.6(calc)	20 [43]	13.2 [43]/13.19
psi	$\psi = -\frac{\beta_c}{\beta_T} \frac{D_T}{D} c_0(1 - c_0)$	0.38 [43]/0.74(calc)	-0.13 [43]	-0.435 [43]/-0.361

TABLE E.4 – Fluide binaire eau-isopropanol : variables adimensionnées

On utilise les valeurs² de Lhost [44] ainsi que Lhost et Platten [43].

2. Les nombres de Rayleigh thermiques sont calculés précisément pour les cas ($C_0=0.58;0.90$) et on réalise une estimation pour ($C_0=0.80$) en fixant ($R_a = 16 * h^3 \Delta T$)

E.3 Paramètres de contrôle : cas chauffé par le bas

E.3.1 Mélange eau-éthanol (Platten)

A partir de 6.14, 6.15, 6.16, on établit une expression de m tel que $m = f(A, \psi, \varepsilon, Le, Pr, Ra)$. Toutes les configurations sont représentées pour $\varepsilon = 0.5$. On a ici une seule solution $m[1]$. Ici $A=0$ maximise la séparation. On cherche les couples de valeurs (A, Ra) qui optimisent le coefficient m 6.3 pour un couple de valeurs $(Le, Pr, \psi, \varepsilon)$ fixé.

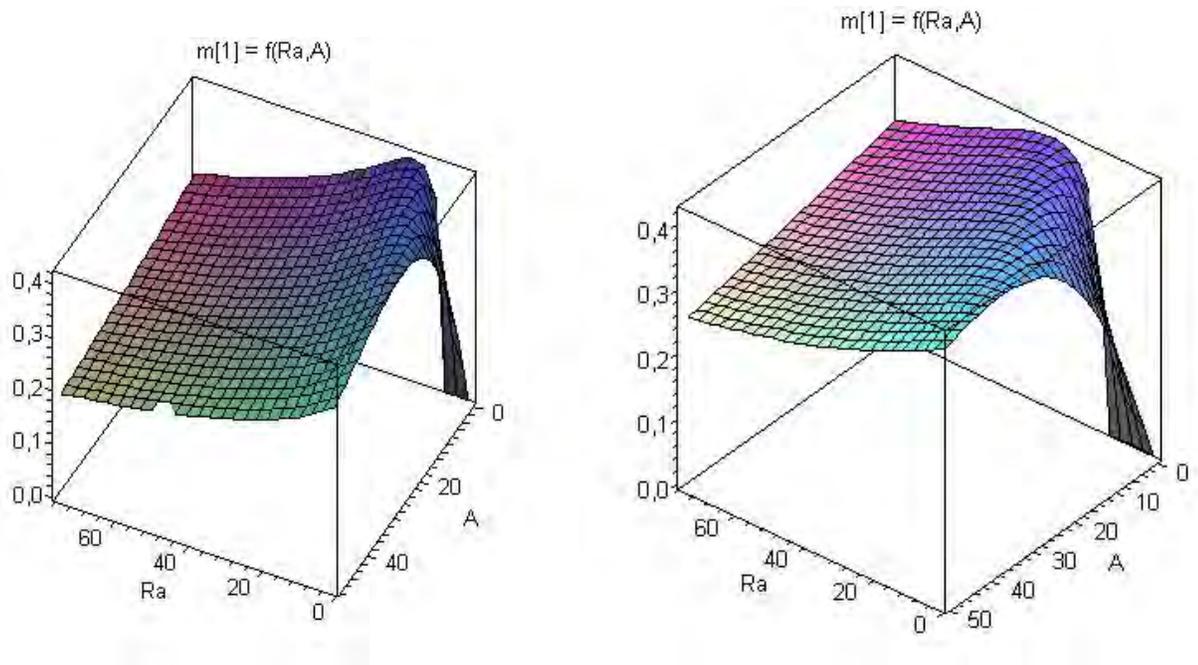


FIGURE E.1 – Étude du facteur m dans le cas 50/50 (gauche) et 60/40 (droite)
 $m=f(Le=276, Pr = 23.4, \psi = 0.338)$ cf. gauche et $m=f(Le=231, Pr = 27.1, \psi = 0.211)$
cf. droite

E.3.2 Mélange eau-éthanol (Moses)

Le paramètre A qui maximise m est constant quand le nombre de Rayleigh (Ra) augmente pour une plage de données $Ra=[1,300]$. Pour une concentration en eau $C_0 = 0.60$ et $C_0 = 0.704$, on a pris les valeurs de Moses et Steinberg [43] ($T=25$ degrés).

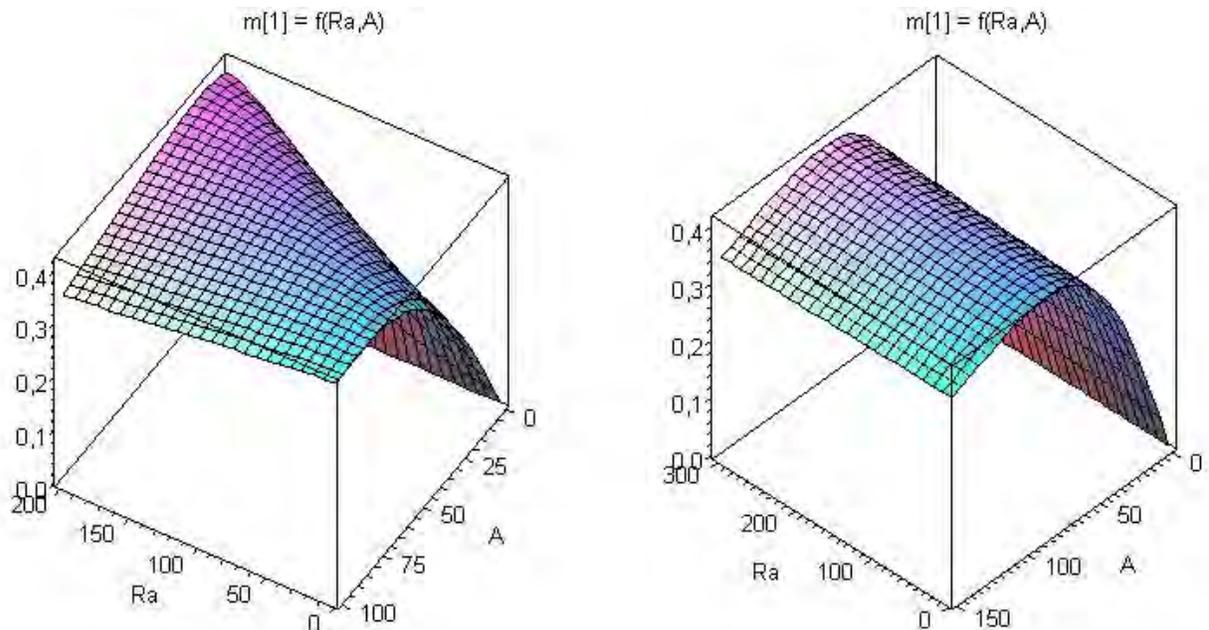


FIGURE E.2 – Étude du facteur m dans le cas 60/40 (gauche) et 70/30 (droite)
 $m=f(Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.1$ (cf gauche)), $m=f(Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007$ (cf droite))

E.3.3 Mélange eau-éthanol (Fineberg et Laporta)

Le paramètre A qui maximise m croît lentement quand le Rayleigh augmente entre 1 et 1000. Cela rend cette configuration intéressante. Pour $C_0=0.74$, on prend les valeurs de Fineberg et al. avec ($Pr=18, Le=83, \psi=-0.058$) [43] ($T=31$ degrés). Pour $C_0 = 0.92$, on prend les valeurs

de La Porta et al. avec ($Pr=10.5, Le=100, \psi=-0.24$) [43] ($T=26$ degrés) et Touiri et al. [43] ($T=25$ degrés) avec ($Pr=9.28, Le=131, \psi=-0.282$) ainsi que Kolodner [43] ($T=27.82$ degrés) avec ($Pr=8.929, Le=126.5, \psi=-0.253$). Ces trois différents couples donnent le même comportement d'évolution de m en fonction du couple (A, Ra) . On représente ici les valeurs de La Porta avec ($Pr=10.5, Le=100, \psi=-0.24$).

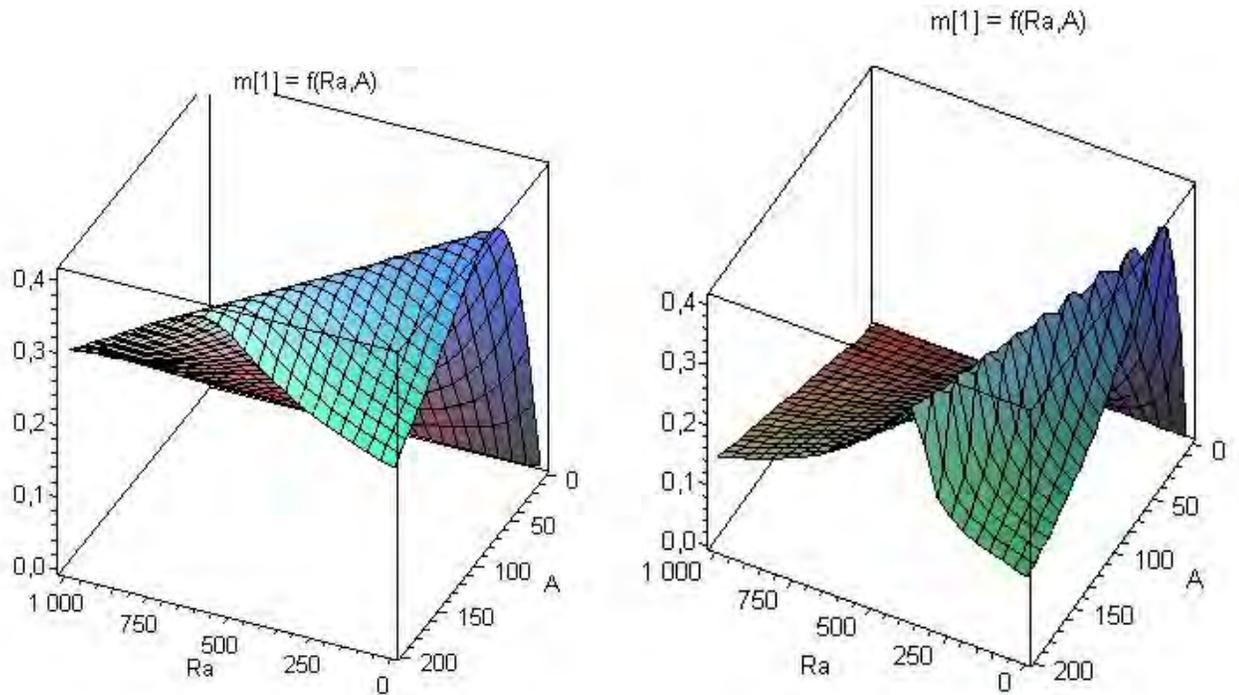


FIGURE E.3 – Étude du facteur m dans le cas 74/26 (gauche) et 92/8 (droite)
 $m=f(Le=83, Pr = 18, \psi = -0.058$ (cf gauche, Fineberg), $m=f(Le=100, Pr = 10, \psi = -0.24$ (cf droite, Laporta)

E.3.4 Mélange eau-isopropanol

On cherche pour un nombre de Rayleigh Ra fixé, les valeurs de A permettant d'atteindre le maximum de m (correspondant au paramètre

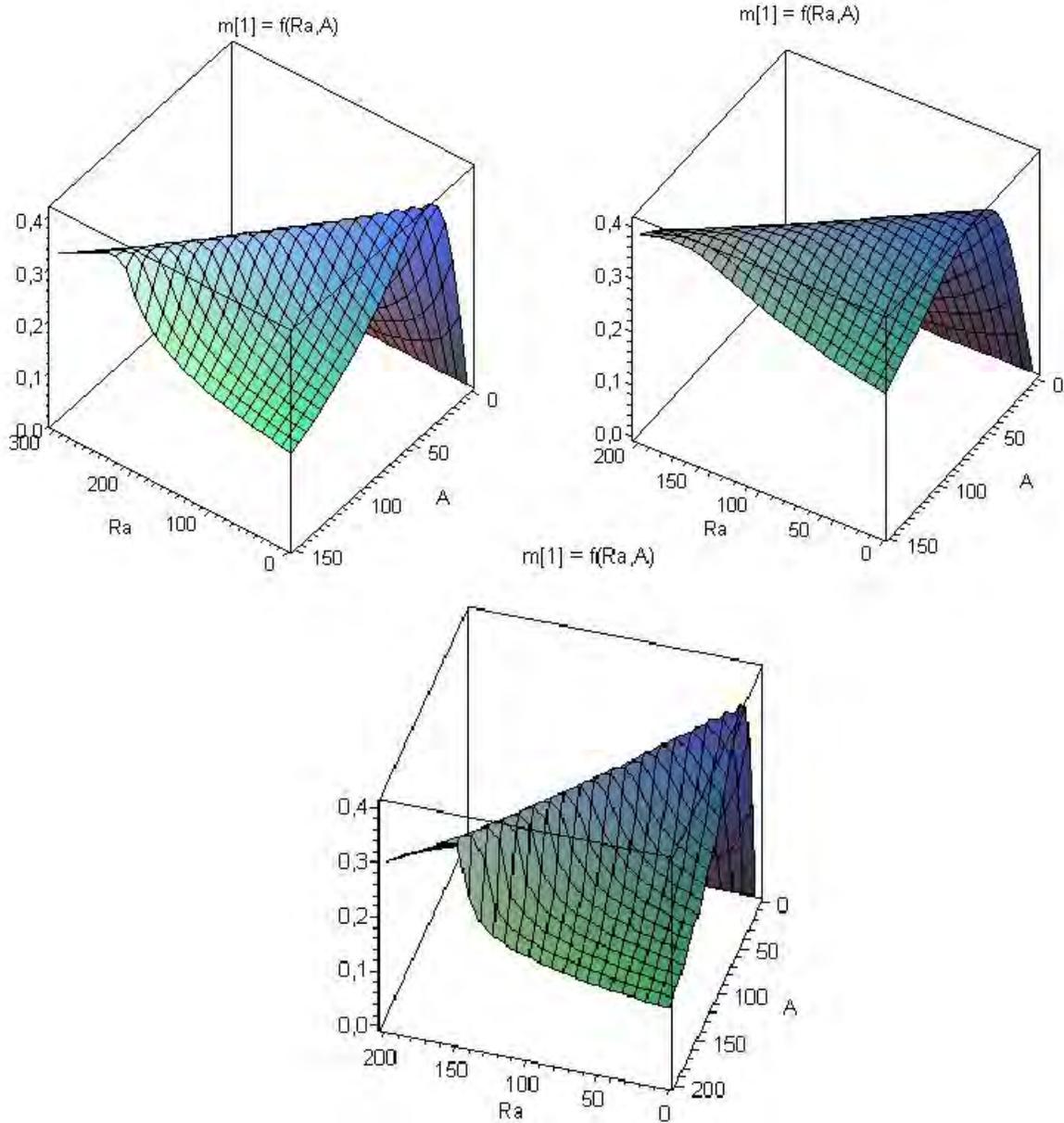


FIGURE E.4 – Étude du facteur m dans le cas eau-isopropanol mélange 58/42 (haut gauche) $m=f(\text{Le}=83, P_r = 40, \psi = 0.38)$, mélange 80/20 (haut droit) $m=f(\text{Le}=115, P_r = 20, \psi = -0.13)$, et mélange 90/10 $m=f(\text{Le}=125, P_r = 13.2, \psi = -0.435)$ (bas)

de séparation $S=mB$, B étant le rapport d'aspect de la cavité). On a donc cherché les couples (A,Ra) en variant les paramètres (Le,Pr,ψ) sous Maple. On a utilisé les valeurs de : Platten en $C_0 = 0.5$, $C_0 = 0.6$; Moses et Steinberg (1986) en $C_0 = 0.6$, $C_0 = 0.70$; Fineberg en $C_0 = 0.74$ et LaPorta et al. en $C_0 = 0.9$. Pour certains mélanges, le maximum de séparation est réalisé en absence de faisceau E.1 acoustique.³ Parmi les différents mélanges et les différentes proportions, on voit qu'une faible variation d'un seul des paramètres adimensionnels (Le, ψ) va avoir une profonde influence sur la variation de m selon le couple de valeurs (A,Ra) . Les mélanges tels que le nombre de Lewis $Le > 200$ et le facteur de séparation $\psi > 0.2$ maximisent m lorsque $A=0$ (annexe E.1), c'est la première tendance. Lorsque $Le > 80$ et $\psi < 0$, alors on a des couples de valeurs (A,Ra) qui augmentent tous deux pour maximiser m (annexe E.3,E.4) c'est la seconde tendance ($Le = [80 - 125]$, $\psi = [-0.435 - (-0.058)]$). Lorsque $Le = 100$ et $\psi = 0.38$, le maximum m est obtenu pour un seul nombre Rayleigh et différentes valeurs de A possibles E.4. On voit que l'on tend à se rapprocher de la première tendance. Si on considère $Le < 80$ et $\psi > 0$, le paramètre acoustique A augmente quand le nombre de Rayleigh Ra diminue E.2 afin de maximiser m . Le nombre de Prantl varie entre $Pr = [10 - 40]$ dans les différents modèles. Il contribue également à influencer sur les variations de m selon (A,Ra) . Plus le nombre de Prandtl est élevé et plus les valeurs du nombre de Rayleigh qui maximisent m se resserrent autour d'une seule valeur, elle-même associée à différentes valeurs de A (si on considère Le et ψ fixé). Cette observation est issue des figures 50/50 Platten ($Pr=23.4$) et 58/42 eau-isopropanol ($Pr=40$). On recherche une configuration où la présence du faisceau acoustique A améliore la séparation. On se place dans le cas des nombres de Lewis inférieurs à 200 et de facteurs de séparation $\psi < 0.2$.

3. Cas mélange eau-éthanol 50/50 et 60/40 Platten : c'est lorsque $A=0$ que le facteur m est maximal.

E.4 Configurations optimales chauffées par le bas

E.4.1 Mélange eau-éthanol (Moses)

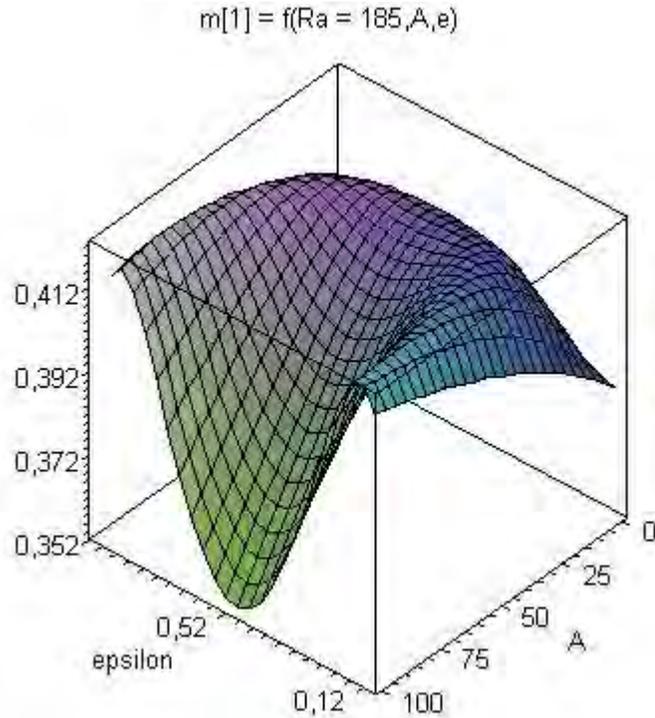


FIGURE E.5 – Cas Moses et Steinberg (60/40) $m=f(A, Ra)$, $m=f(A, Le=55.5, Pr = 15, \psi = 0.1)$

On note A la valeur moyenne du faisceau acoustique qui maximise la séparation. Pour un faible nombre de Rayleigh (ici $Ra=185$), on a fait varier le paramètre ϵ afin d'observer l'influence de l'épaisseur de la source sur la séparation. La séparation est maximale en $\epsilon = 0.2$ et $\epsilon = 0.8$ pour $A > 50$ dans le modèle Moses et Steinberg $C_0 = 0.6$.

Comme l'on travaille avec des cavités millimétriques, le cas $\epsilon = 0.8$ est intéressant pour placer une source piézo-électrique dans la cavité (même s'il nécessite un facteur A plus important que le modèle similaire avec $\epsilon = 0.5$). On retiendra cette configuration dans la suite

des simulations numériques. On a donc une source de 1.5mm de hauteur. On a retenu le couple (A=60, Ra=185) qui maximise m tel que m=0.418. On voit pour ce modèle que lorsque le Rayleigh augmente, le paramètre acoustique A qui maximise m décroît rapidement. On retient la configuration (Ra=185, A=60, $\epsilon = 0.8$, m=0.418) qui correspond à une hauteur de cavité h=1.875 mm.

E.4.2 Mélange eau-éthanol (Moses)

Dans ce modèle, le paramètre A qui maximise m décroît lentement lorsque le nombre de Rayleigh Ra augmente. Ce phénomène de décroissance du paramètre A est beaucoup plus rapide pour les autres configurations. On représente l'évolution de m selon (A,Ra) avec le Rayleigh qui varie de 1 à 4000. Les couples de valeurs relevés sont établis dans le tableau suivant.

nombre de Rayleigh	paramètre acoustique A	ϵ	m
1000	80	0.5	0.41
1000	120	0.8	0.41
2000	38	0.5	0.41
2000	95	0.8	0.41
3000	14	0.5	0.41
3000	55	0.8	0.41

TABLE E.5 – Couples de valeurs (A,Ra) : mélange 2

D'après l'estimation réalisée (E.1 $R_a = 20h^3(mm)\Delta T$), cela nous amène à une hauteur de cavité h=4.5mm lorsque Ra=2000. Le profil retrouvé est semblable aux mélanges précédents, où le Rayleigh varie de 1 à 200, ici le phénomène est étendu sur une plus vaste plage de valeurs du nombre de Rayleigh. On retient cette configuration (60/40 Moses) qui permet d'envisager la présence d'une source acoustique. Une recherche sur l'influence de la largeur du faisceau ϵ qui maximise

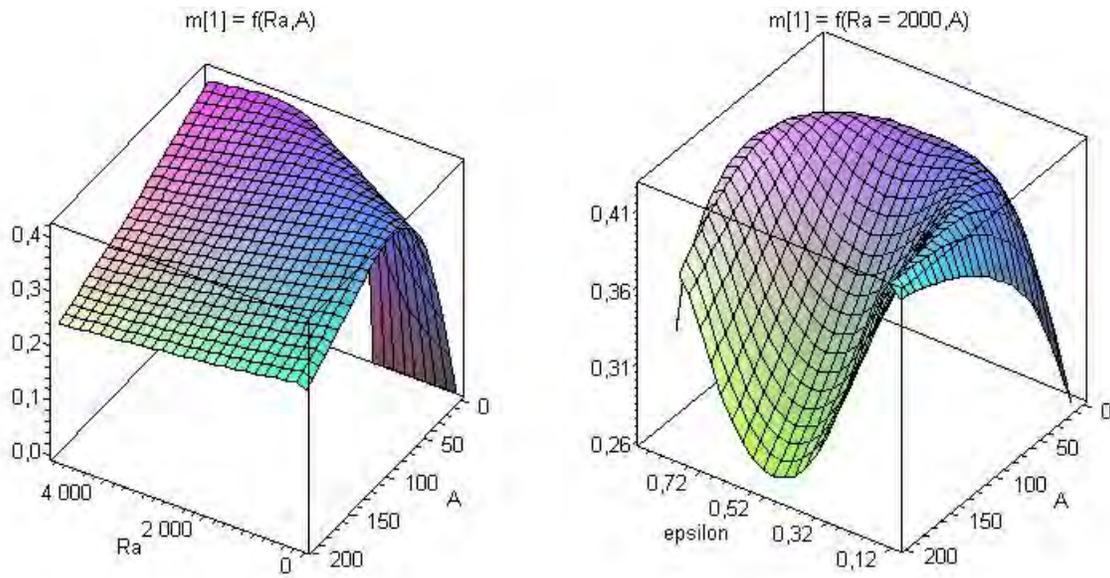


FIGURE E.6 – Cas Moses et Steinberg (70/30) $m=f(A, Ra)$, $m=f(A, Le=55.5, Pr = 15, \psi = 0.007)$

m , pour Ra fixé, est effectuée. La séparation est maximale pour $\epsilon = 0.2$ et $\epsilon = 0.8$ pour $A > 100$.

Pour $\epsilon < 0.5$: Pour un Rayleigh fixé, la diminution de la largeur du faisceau ϵ doit s'accompagner d'une augmentation de la valeur acoustique A pour conserver un facteur de séparation m maximale (ici tel que $m=0.41$). Ce phénomène présente une symétrie en $\epsilon = 0.5$

Pour $\epsilon > 0.5$: Pour un Rayleigh fixé, l'augmentation de la largeur du faisceau ϵ doit s'accompagner d'une augmentation de la valeur acoustique A pour conserver un facteur de séparation m maximale (ici tel que $m=0.41$).

On retient la configuration ($Ra=2000, A=95, \epsilon = 0.8, m=0.42$) qui correspond à une hauteur $h=4.5\text{mm}$. On a donc une source acoustique de 3.6mm de hauteur. On a une configuration où la taille de la source est plus de deux fois supérieure à la configuration précédente

(Moses 60/40). Entre les deux modèles, seul le facteur de séparation ψ a changé. Cela nous permet d'évaluer la sensibilité du modèle aux conditions initiales. Néanmoins, une contrainte est à prendre en compte, au-delà d'un certain nombre de Rayleigh ($Ra=1708$, en fluide pur), une instabilité thermo-convective se met en place, celle-ci crée un écoulement multicellulaire qui ne permet pas la séparation.

E.4.3 Mélange eau-éthanol (Fineberg)

On cherche des configurations où l'on augmente le Rayleigh jusqu'à 1708. Au-delà on est en régime turbulent (car ψ très proche de 0). Pour un Rayleigh supérieur à 1708, on sera alors dans la même problématique que le modèle eau-éthanol 70/30 de Moses et Steinberg. On relève plusieurs couples de valeurs qui maximisent m (cas 74/26) :

Ra	epsilon	A	m
1000	0.5	280	0.38
1500	0.5	366	0.36
1708	0.5	390	0.35

TABLE E.6 – Configurations qui maximisent m (chauffées en bas)

On retient la configuration ($Ra=1708, \epsilon=0.5, m=0.38$) qui maximise m pour $A=390$. On utilisera cette configuration dans la suite, lors du calcul du profil de vitesse. On va maintenant voir la configuration eau-éthanol 74/26.

On a exploré trois tendances d'évolution du couple (A, Ra) pour les mélanges eau-éthanol. Premièrement $A=0$ maximise m pour de faibles Rayleigh ($Ra < 50$) (Platen). Deuxièmement, A diminue lorsque Ra augmente pour conserver $m=0.42$. (Moses). Troisièmement, A augmente lorsque Ra croît (Fineberg, Porta et al.). Les configurations telles que $\psi < 0$ nécessitent un paramètre acoustique plus important

pour réaliser une séparation maximale du fluide binaire. On voit ici l'influence du facteur de séparation sur le paramètre acoustique A . Les mélanges eau-éthanol 92/8 et eau-isopropanol (80/20 et 90/10) présentent le même comportement que le mélange eau-éthanol 74/26 (Fineberg). De même pour le mélange eau-isopropanol 58/42 et eau-éthanol 50/50 et 60/40 de Platen.

E.5 Prédiction Maple : champ de vitesse

A partir de l'hypothèse de l'écoulement Parallèle sous Maple, le logiciel symbolique nous donne les champs de vitesses issus de la simulation. On établit l'expression de la vitesse u_1 dans la partie $(0,\epsilon)$:

$$u_1(y) = -\frac{Ra\phi my^3}{6} + \frac{y^2 C}{2P_r} + By$$

On établit l'expression de la vitesse u_2 dans la partie $(1-\epsilon,1)$:

$$u_2(y) = -\frac{Ra\phi my^3}{6} + \frac{y^2}{2P_r}(-A + C) + C3y + C4$$

On applique ensuite les conditions aux limites et la continuité de la vitesse en $y= 1-\epsilon$. On utilise la conservation du débit sur l'ensemble de la couche : le débit massique est nul à travers toute section droite verticale y de la cavité :

$$\int_0^1 u dy = 0$$

On écrit alors la vitesse selon :

$$u_1(y) = -\frac{1}{12P_r}y(2Ra\phi my^2 P_r - 3Ra\phi my P_r - 18yA\epsilon^2 + 12yA\epsilon^3 + 12A\epsilon^2 - 12A\epsilon^3 + Ra\phi mPr)$$

$$u_2(y) = -\frac{1}{12P_r}(y-1)(2Ra\phi my^2 P_r + 12yA\epsilon^3 + 6yA \\ -yRa\phi mP_r - 18yA\epsilon^2 - 6A\epsilon^3 - 6A + 12A\epsilon)$$

Le profil de la vitesse obtenu est valable dans les cas chauffés par le bas et par le haut. Le signe du couple (Ra, ψ, m) va directement influencer le profil de l'écoulement. En effet, les termes $(-Ra\phi m)$ en y^3 ; $(-A + Ra\phi m)$ en y^2 et $(-Ra\phi m)$ en y sont prépondérants par rapport aux autres termes proportionnels à ϵ et ϵ^2 et ϵ^3 . De même, les termes en y^2 et y^3 sont petits devant le terme en y car y est compris entre 0 et 1.

On va représenter le profil des vitesses pour quatre configurations pré-établies dans le chapitre 7 à partir de la Modélisation Maple. On détermine sous Maple le profil du champ de vitesse et on va confronter la prédiction au résultat numérique COMSOL.

E.5.1 Chauffé par le bas

Calcul analytique

Nous allons explorer les deux cas de figures ψ négatif et ψ positif. Le modèle de Fineberg et al. 74%-26%. eau-éthanol $\psi < 0$ est le premier choisit ici, avec les valeurs E.4.3($Le=83, P_r = 18, \psi = -0.058, m=0.35, \epsilon = 0.5, Ra=1708, A=390$) :

$$u_1(y) = 5.77873333333y^3 - 3.2514333333y^2 + 0.1810333333y$$

$$u_2(y) = 5.7787333333y^3 - 14.0847666666y^2 + 11.014366667z - 2.7083333333$$

On représente maintenant un cas ψ positif. On considère le mélange de Moses 70%-30% eau-éthanol E.3.1. On applique les valeurs ($Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, m=0.42, \epsilon = 0.5, Ra=1000, A=80$) :

$$u_1(y) = -0.49y^3 + 2.068333333y^2 - 0.9116666667y$$

$$u_2(y) = -0.49y^3 - 0.598333333y^2 + 1.755y - 0.6666666666$$

Ce dernier cas nous place dans la situation particulière ou $A > Ra\psi m$. Les décimales, jusqu'à l'ordre affiché ici, sont nécessaires pour illustrer correctement le profil de l'écoulement.

E.5.2 Chauffé par le haut

Calcul analytique

On considère le mélange de Moses et Steinberg eau-éthanol 70%-30% 6.4 ($Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, m = -0.40, \epsilon = 0.5, A = 175, Ra = 4000$) :

$$u_1(y) = 1.866666666y^3 + 0.116666666y^2 - 0.525y$$

$$u_2(y) = 1.866666666y^3 - 5.716666666y^2 + 5.30833333y - 1.458333333$$

On considère le cas 6.4 ($Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, m = -0.18, \epsilon = 0.5, A = 1070, Ra = 10^5$) :

$$u_1(y) = 21y^3 - 13.66666667y^2 + 1.583333333y$$

$$u_2(y) = 21y^3 - 49.33333334y^2 + 37.25y - 8.916666666$$

On a calculé le champ de vitesse adimensionné $U(y)$ dans les deux régions de l'espace. Lorsque l'on se situe dans la zone inférieure de la cavité ($0, \epsilon$) : $U(y)=u_1(y)$. Dans la zone supérieure de la cavité ($y=1-\epsilon, 1$) : $U(y)=u_2(y)$. On représente les polynômes (u_1, u_2) de vitesse des écoulements issus de la prédiction numérique Maple.

E.5.3 Représentation graphique et Interprétation

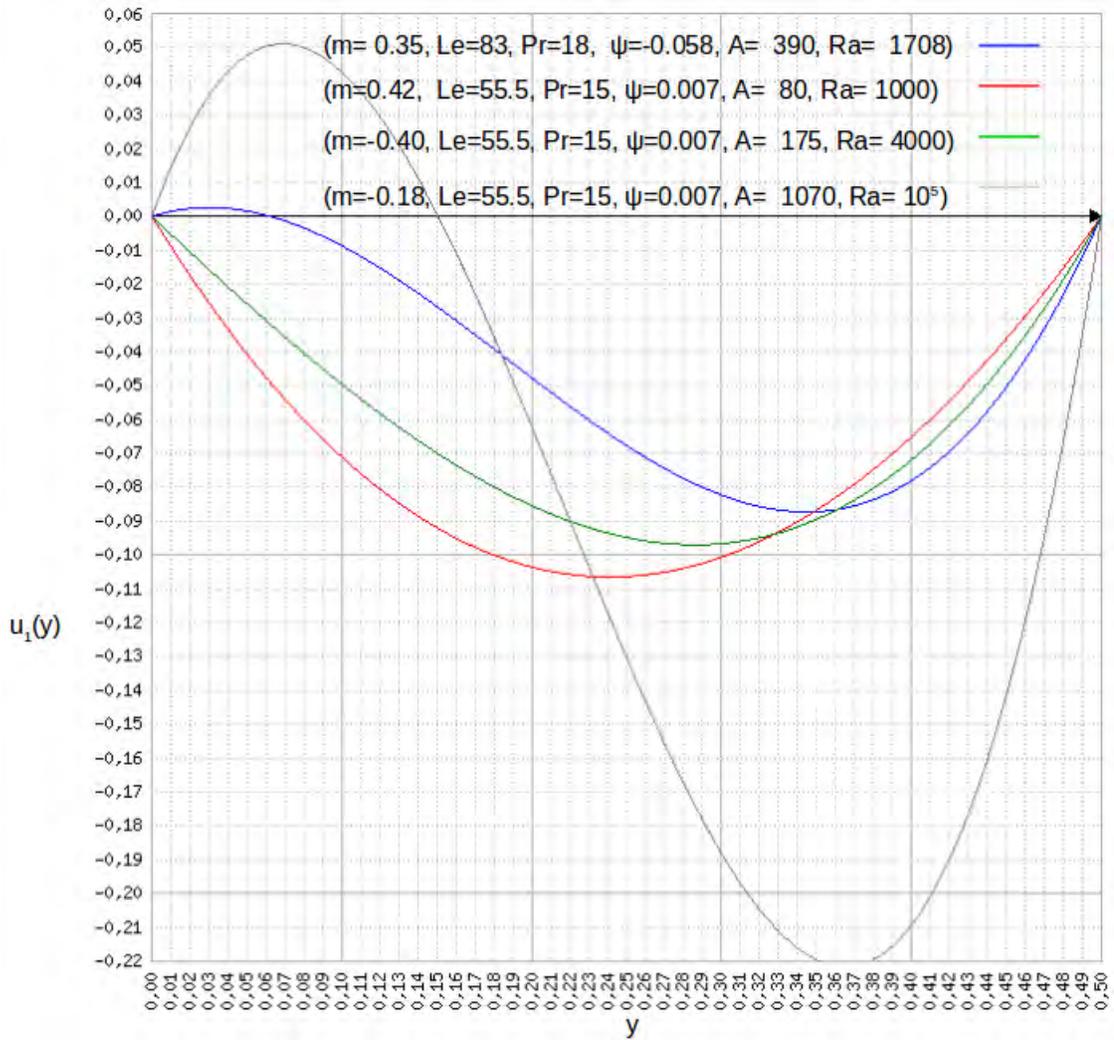


FIGURE E.7 – Champ de vitesse $u_1(y)$ pour $y=(0,0.5)$

On représente la vitesse adimensionnée de l'écoulement $u_1(y)$ tel que $u_1(y)$ est positif (parabole bleu et grise) dans certains cas, un écoulement retour se met alors en place. On représente ensuite la vi-

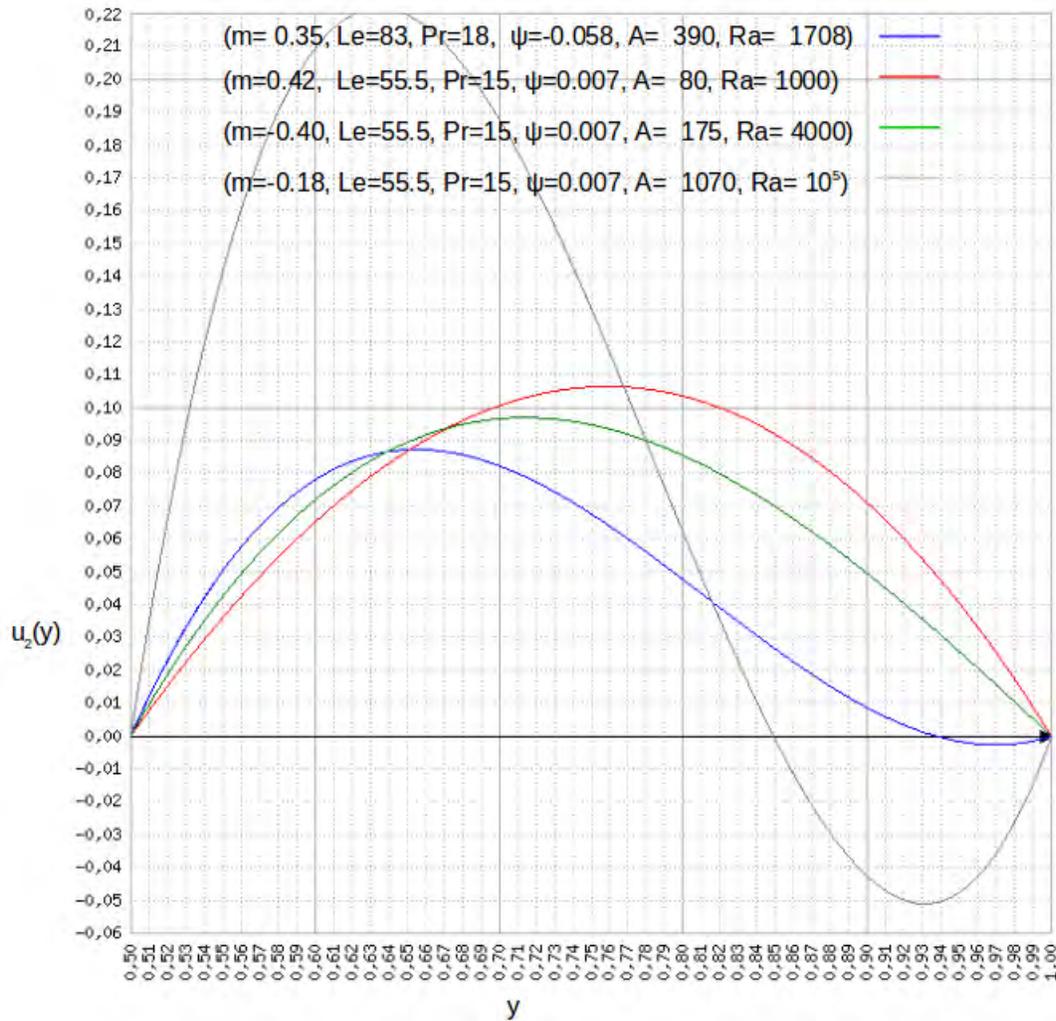


FIGURE E.8 – Champ de vitesse $u_2(y)$ pour $y=(0.5,1)$

vitesse adimensionnée de l'écoulement ($u_2(y)$) dans la partie supérieure de la cavité, d'après la prédiction Maple . Le profil de la vitesse $u_2(y)$ est ensuite étudié pour un cas isolé qui présente un écoulement retour très faible. On va étudier la nature de l'écoulement selon l'expression analytique $u_1(y)$ dans la partie inférieure de la cavité. On note le polynôme $u_1(y) = ay^3 + by^2 + cy$

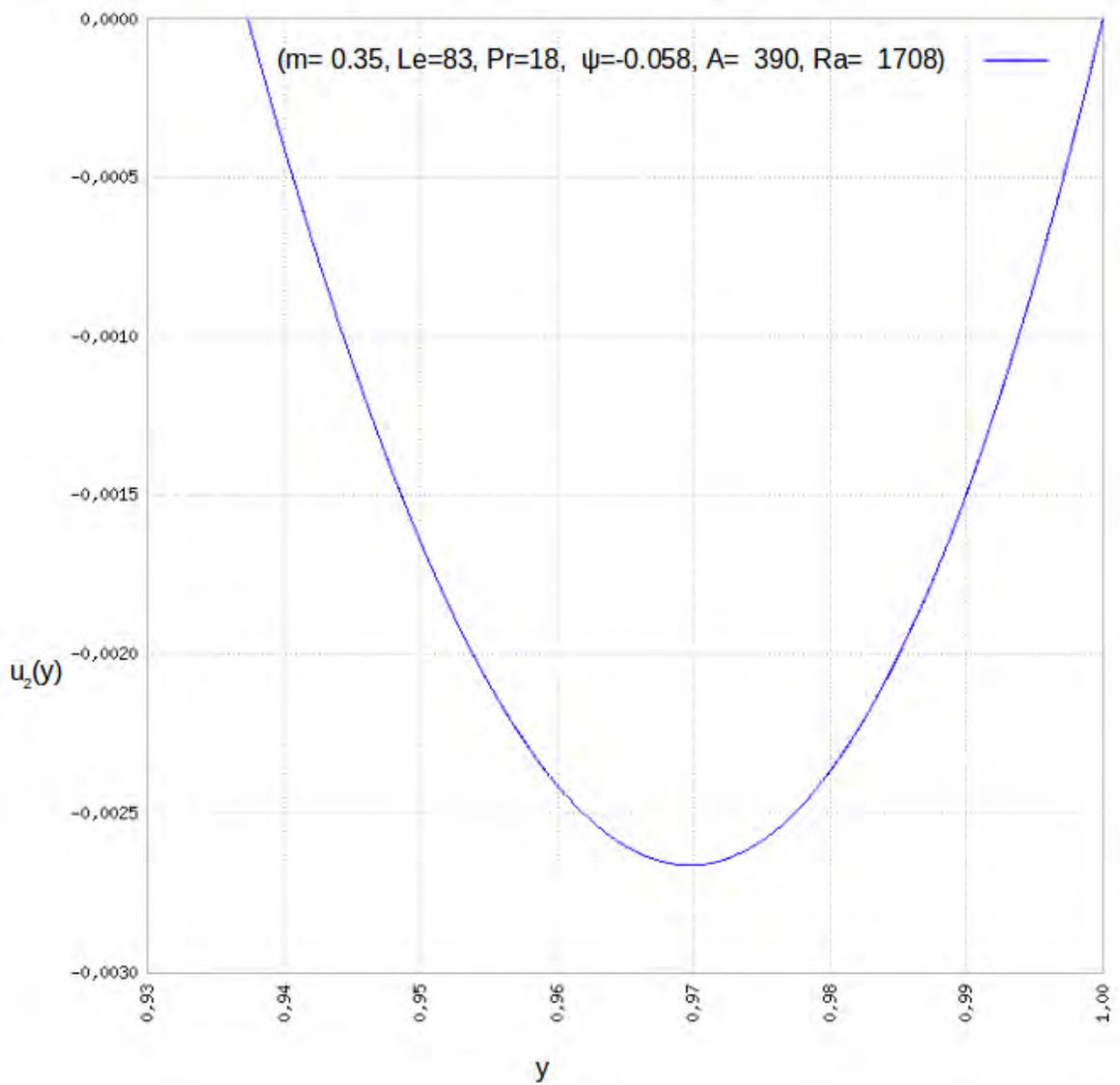


FIGURE E.9 – Champ de vitesse $u_2(y)$ pour $y=(0.90,1)$

Le facteur $\epsilon = 0.5$ est fixé dans les différents cas étudiés. Un faisceau acoustique de force adimensionnée A impose un écoulement qui engendre un champ de vitesse u_2 positif dans la partie supérieure de la cavité. Dans le cas d'un écoulement monocellulaire, il en résulte un

T(y)	Ra	ψ	m	A	Pr	$c(10^{-2})$	$u_{e,retour}$	$ u_{e,retour} $	u1(y)=0
1-y	1708	-0.058	0.35	390	18	+0.18	oui	$2,75 \cdot 10^{-3}$	$y=(0, 6,5 \cdot 10^{-3}, 0.5)$
1-y	1000	0.007	0.42	80	15	-0.91	non	0	$y=(0, 0.5)$
y	4000	0.007	-0.40	175	15	$-0.52y$	non	0	$y=(0,0.5)$
y	10^5	0.007	-0.18	1070	15	+1.58	oui	0.05	$y=(0, 0.31, 0.5)$

TABLE E.7 – Influence de (Ra, ψ) sur le signe des polynômes (u1)

champ de vitesse u_1 négatif dans la partie inférieure de la cavité. A partir du moment où la composante u_1 présente un terme en y positif, cela annonce la présence d'un écoulement de sens positif dans la partie inférieure de la cavité. On parle alors de la présence de recirculations. Ainsi le signe du coefficient c qui est situé devant le terme en y permet de prédire la nature de l'écoulement. Lorsque c est positif, on a des recirculations. Plus c positif est élevé et plus l'amplitude de l'écoulement retour est importante. On exprime le coefficient c :

$$c = \left(-\frac{Ra\psi m}{12} + \frac{-A\epsilon^2 + A\epsilon^3}{Pr} \right)$$

Dans le cas général, on pourrait parler d'une approximation (linéarisation) qui est réalisée (On suppose que les fluctuations des pré-facteurs en y^2 et y^3 et faible devant y). Ici, la plage de variation de y est comprise entre $[0, 0.5]$. Les termes en y^2 et y^3 sont bien inférieurs au terme en y (comme $y < 0.5$). Ainsi, même si les facteurs multiplicatifs de y^2 et y^3 sont du même ordre que le facteur en y (ce qui est le cas ici), ils peuvent être légitimement négligés. On résume les différentes situations dans un tableau ci-dessus dont deux cas étudiés ici présentent des recirculations ($Ra=1708$, $\psi = -0.058$, $m=0.35$) et ($Ra=10^5$, $\psi = 0.007$, $m=0.18$). Pour un nombre de Rayleigh Ra élevé, le gradient de masse horizontal devient suffisant pour générer un flux convectif d'origine massique dans le même sens ou dans le sens opposé à la cellule de convection engendrée par l'onde acoustique [196].

On va ainsi caractériser l'amplitude de l'écoulement retour, on observe deux cas où l'on a des recirculations. On voit donc que la présence d'un écoulement retour a lieu lorsque l'on chauffe par le haut (ce qui entraîne un facteur m négatif) ou que le facteur de séparation ψ est négatif.

La réciproque est fautive, puisque une configuration chauffée par le haut n'engendre pas nécessairement un écoulement retour comme le montre le cas $Ra=4000$. En effet, un facteur m négatif peut quand même donner un coefficient c négatif avec ψ positif (le facteur A influe également).

Ainsi, nous cherchons à interpréter mathématiquement la présence de cet écoulement retour qui se traduit par un coefficient c positif. Nous avons vu deux configurations chauffées par le haut et deux configurations chauffées par le bas. On voit les quatre paramètres qui influencent la nature de l'écoulement (Ra, ψ, m, A). Nous allons maintenant étudier la sensibilité au paramètre m , sur le profil de l'écoulement retour.

E.5.4 Influence du couple (Ra, m)

On reprend le cas ($Le=55.5, P_r = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$) où l'on exprime de façon générale le champ de vitesse en fonction du couple (A, Ra, m) :

$$u_1(y) = -0.001166666667Ram y^3 + \frac{1}{30}(0.0525Ram + 0.5A)y^2 \\ + \frac{1}{180}(-1.5A - 0.105Ram)y$$

$$u_2(y) = -0.001166666667Ram y^3 + \frac{1}{2}(-0.033333333A + 0.0035Ram)y^2$$

m	0.158	0.18	0.20	0.21	0.22
a	18.43333333	21	23.3333333	24.5	-45.483333333
b	-9.816666667	-13.66666667	-17.16666666	-18.91666666	20.66666667
c	0.30000000	1.583333333	2.75	3.3333333	3.91666666
d	18.43333333	21	23.3333333	24.5	25.66666667
e	-45.48333333	-49.33333	-52.8333333	-54.58333333	-56.333333
f	35.96666667	37.2500000	38.4166666	39	39.58333333
g	-8.9166666	-8.9166666	-8.9166666	-8.9166666	-8.9166666

TABLE E.8 – $(u_1, u_2) = f(m, Le = 55.5, Pr = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5, A = 1070, Ra = 10^5)$

$$+ \frac{1}{180}(4.5A - 0.105Ram)y - 0.008333A$$

On note $u_1(y) = ay^3 + by^2 + cy$ et $u_2(y) = dy^3 + ey^2 + fy + g$

On voit ici comment les paramètres de contrôle (A, Ra) vont influencer le profil de l'écoulement. On prend le couple $(A, Ra) = (1070, 100\ 000)$ et on prend différentes valeurs de m .

On va tracer (u_1) pour quatre différents cas afin de voir l'influence de m . Le second cas avec $m = -0.180$ correspond au cas étudié sous Maple 6.2 et calculé sous COMSOL 7.12. Comme le nombre de Rayleigh est élevé, dans ce cas-ci le coefficient m va fortement influencer l'amplitude de l'écoulement retour (parabole positive) lorsque m augmente. Ainsi, on note les couples de vitesse de retour u_{retour} et le facteur m correspondant. On note les couples avec la vitesse maximale de l'écoulement retour $u_{retour, max}$, la vitesse maximale de l'écoulement u_{max} et le taux d'occupation de l'écoulement retour ($o = \%$) en haut et en bas de la cavité, selon le facteur m .

On a réalisé une étude détaillée du profil du champ de vitesse pour quatre configurations, dont deux chauffées par le bas (E.5.1 Fineberg 74/26, Moses 70/30) qui seront étudiées dans la suite. Les deux autres

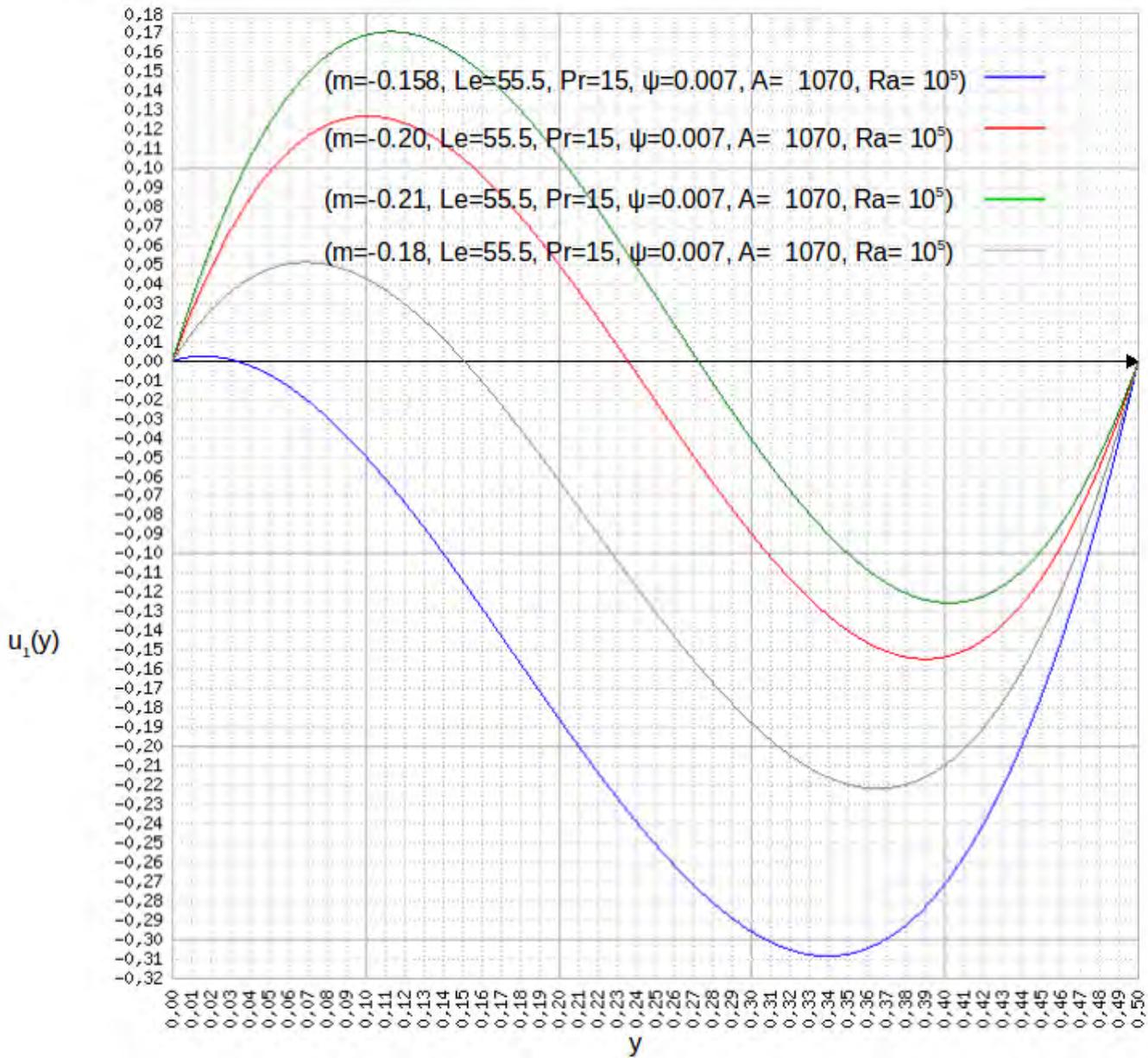


FIGURE E.10 – Champ de vitesse $u_1(y)$ pour $y=(0,0.5)$ avec m qui varie

configurations, chauffées par le haut (E.5.2 Moses 70/30 : Ra=4000, Ra=100 000) sont étudiées dans le chapitre 7. On rappelle que sous

m	0.158	0.18	0.20	0.21
u_{max}	0.31	0.22	0.16	0.12
$u_{retour,max}$	0.005	0.050	0.12	0.17
$o = \%$	3	16	23	27

TABLE E.9 – $f(m, Le = 55.5, Pr = 15, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5, A=1070, Ra = 10^5)$

Maple et Comsol, les modèles sont adimensionnés. On va maintenant représenter le comportement des champs de vitesses associés de ces différents cas étudiés .

E.6 Simulation numérique (comsol)

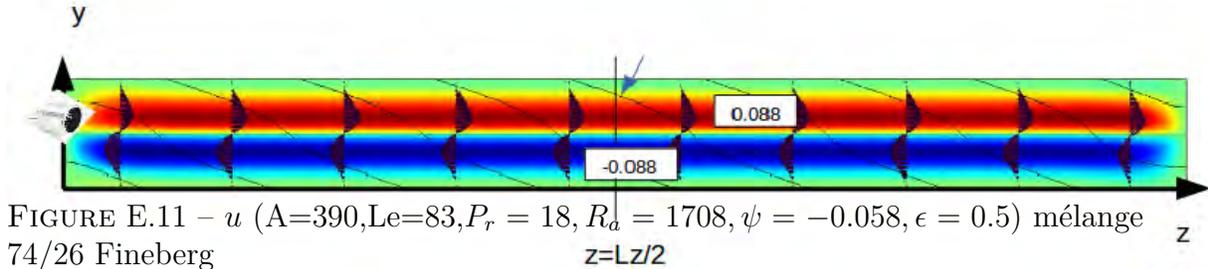


FIGURE E.11 – u ($A=390, Le=83, Pr = 18, Ra = 1708, \psi = -0.058, \epsilon = 0.5$) mélange 74/26 Fineberg

On représente les champs de vitesse et les champs de fraction massique associés aux configurations chauffées par le bas prédites sous Maple. On s'intéresse ici aux deux cas dont le profil du champ de vitesse a été étudié en détail. Premièrement, le cas Fineberg 74/26 (E.5.1). On représente le champ de vitesse obtenu sous Comsol. On réalise une coupe de la figure dans le plan ($z=Lz/2$). On trouve sous COMSOL ($m=0.357, u_{max}^*=0.088$). Ceci est proche de la prédiction Maple (annexe E.5.3) avec les valeurs ($m=0.35, u_{max}^*=0.089$). On voit également que la vitesse adimensionnelle est très proche de la prévision Maple (écart de 1.2% entre les deux modèles). La figure E.12 est une coupe

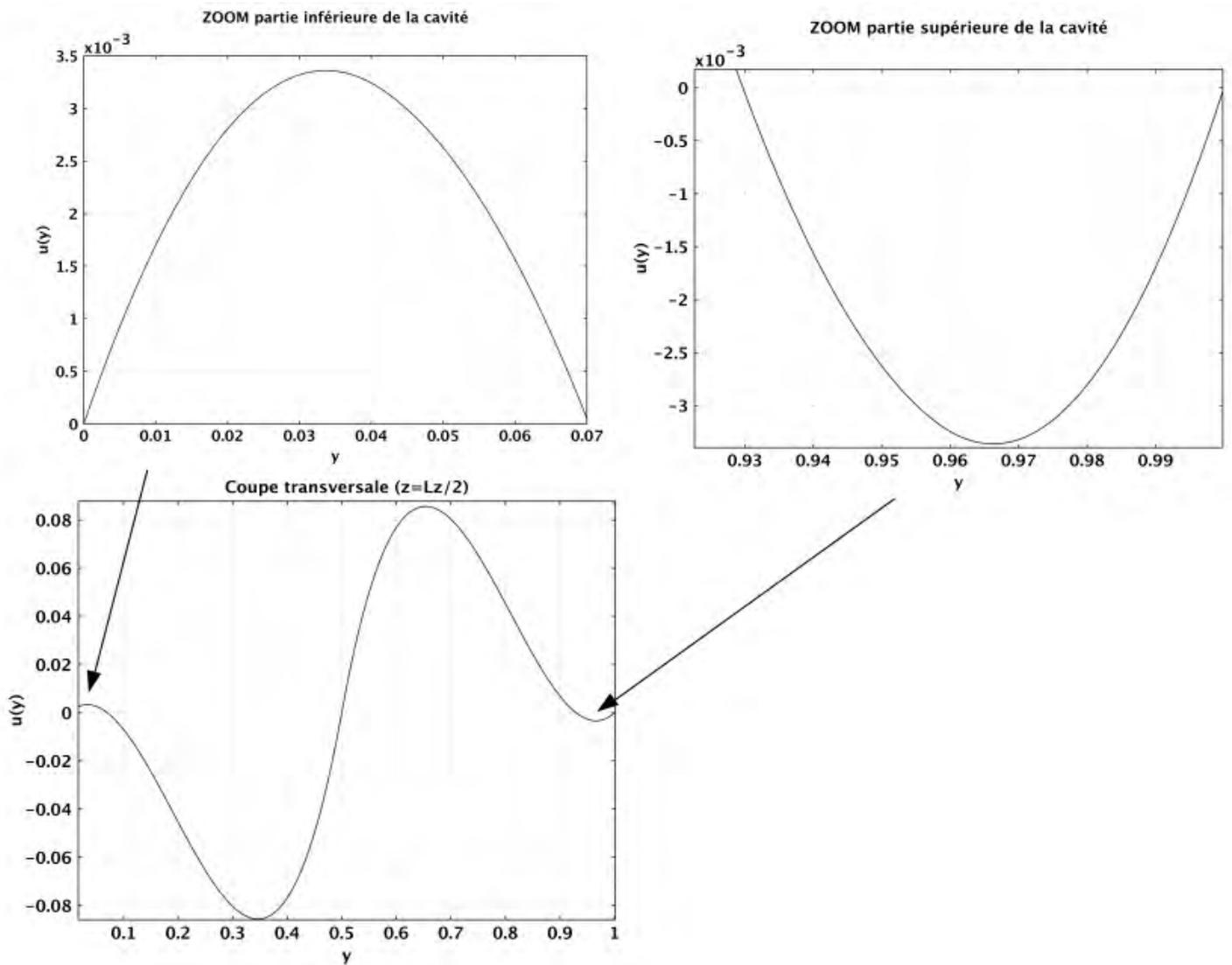


FIGURE E.12 – $u^*(A=390, Le=83, Pr = 18, Ra = 1708, \psi = -0.058)$

de la figure E.11. Un écoulement retour se met en place, il correspond à la prévision théorique Maple (E.5.3). On trouve sous Comsol la même amplitude et largeur d'écoulement retour que la prédiction Maple⁴ Un

4. On obtient un écoulement retour d'amplitude $u_{retour,max}^* = 3.25 * 10^{-3}$ qui occupe 7% de la cavité près de la paroi supérieure et inférieure. Sous Maple, l'écoulement retour occupe 6.5% en

écart de 15% sur l'amplitude de l'écoulement retour est observé, il peut s'expliquer par le fait que l'on résout le problème dans le cas d'une cellule d'extension horizontale infinie avec le logiciel Maple (E.5.1). On représente maintenant sous Comsol le second profil de vitesse, étudié au préalable sous Maple, toujours en configuration chauffée par le bas.

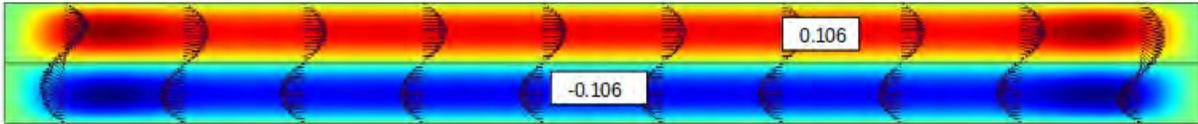


FIGURE E.13 – $u(A=80, Le=55.5, Pr = 15, Ra = 1000, \psi = 0.007)$

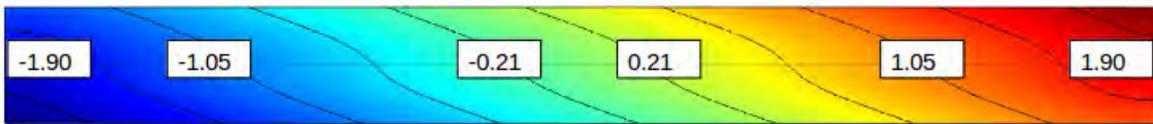


FIGURE E.14 – iso-C ($A=390, Le=83, Pr=18, Ra = 1708, \psi = -0.058, \epsilon = 0.5$)



FIGURE E.15 – iso-C ($A=80, Le=55.5, Pr=15, Ra = 1000, \psi = 0.007, \epsilon = 0.5$)

On retrouve la prédiction Maple (E.5.3) d'un écoulement monocellulaire. On a ensuite représenté les champs de fraction massique associés, où un très bon accord avec les prévisions Maple est établi. Le modèle Moses 60/40 chauffé par le bas est étudié ici. L'écoulement prédit monocellulaire est retrouvé. On réalise ici une représentation des résultats obtenus sous Comsol dans le cas A constant 3D.

haut et en bas de la cavité et $u_{retour,max}^* = 2.75 * 10^{-3}$.

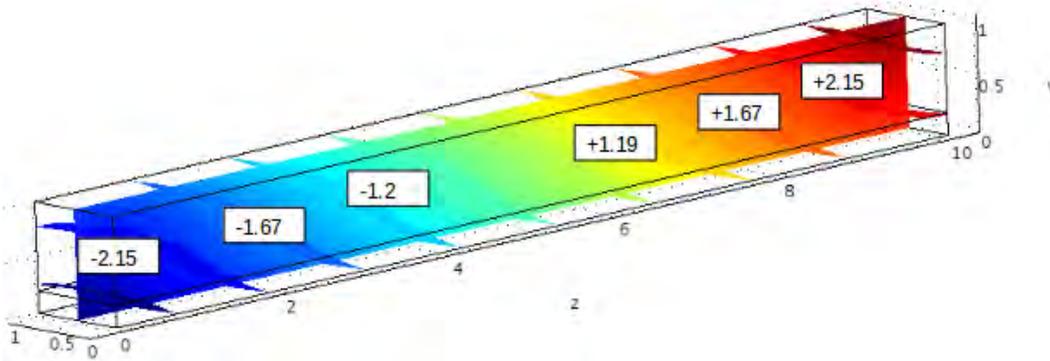


FIGURE E.16 – iso-C ($A=100, Le=55.5, P_r=15, Ra = 165, \psi = 0.1, \epsilon = 0.8$)

configuration	Ra	A	COMSOL	u COMSOL	Maple	u Maple	écart
chauffé en bas	1708	390	figure E.11	0.088	E.5.1	0.089	1%
chauffé en bas	1000	80	figure E.13	0.106	E.5.1	0.105	1%

TABLE E.10 – Comparaison entre la prédiction analytique Maple et le résultat numérique Comsol : vitesse de l'écoulement principal, $u=f(Le, P_r, \psi, \epsilon, A, Ra)$

On retrouve bien le gradient de fraction massique m prédit par le modèle analytique Maple. L'écoulement principal (tableau E.10) montre un très bon accord avec le modèle analytique Maple. Les recirculations dans la cavité (tableau E.11) montrent un accord satisfaisant. La configuration chauffée par le bas étudiée ici (figure E.16) permet de réaliser une séparation élevée ($S=4.2$) mais la hauteur de la cavité n'est pas suffisante pour placer une source acoustique.

configuration	Ra	A	COMSOL	u COMSOL	Maple	u Maple	écart
chauffé en bas	1708	390	figure E.12	0.00325	E.5.1	0.00275	15%

TABLE E.11 – Comparaison entre la prédiction analytique Maple et le résultat numérique Comsol : vitesse de l'écoulement retour, $u_{retour}=f(Le, P_r, \psi, \epsilon, A, Ra)$

Bibliographie

- [1] C. Eckart, « *Vortices and streams caused by sound waves.* »
Phys. Rev. **73** (1) **68** , 1948
- [2] M.C. Charrier-Mojtabi, A. Fontaine, and A. Mojtabi, « *Influence of acoustic streaming on thermodiffusion in a binary mixture under microgravity.* »
Int. J. Heat Mass Transfer, **55** **5992-5999**. , 2012
- [3] S. J. Lighthill, « *Acoustic streaming.* »
Journal of Sound and Vibration , vol. **61**, no. **13**, p. **391–418** , 1978
- [4] T. Dochy, X. Jacob et M.C. Charrier-Mojtabi, « *Actions d'ondes ultrasonores appliquées à la séparation des espèces d'un fluide binaire.* »
23 ème congrès de Mécanique, 2017
- [5] C. Soret, « *Influence de la température sur la distribution des sels dans leurs solutions.* »
C.R. Acad. Science **91**, p.**289-291**, 1879
- [6] M. C. Gregg, « *The microstructure of the Ocean.* »
Scient. Am. Publi. , 1973
- [7] W. R. Wilcox, « *Transport phenomena in crystal growth from solution.* »
Progress in crystal growth and characterization of materials **26** **153-194**, 1993
- [8] J. S. Turne, « *Multicomponent convection.* »
Annual review of fluid mechanics, **17**(1) , 1985
- [9] E. Huppert and R. S. J. Sparks, « *Double-diffusive convection due to crystallization in magmas.* »
Annual review of earth and planetary Sciences **12**(1), **11-37**, 1984
- [10] F. Montel, « *La place de la thermodynamique dans la modélisation des répartitions des espèces hydrocarbures dans les réservoirs pétroliers, incidence sur les problèmes de production.* »
Entropie, **34** : **7-9** , 1998
- [11] F. Montel, « *Importance de la thermodiffusion en exploration et production pétrolière.* »
Entropie, **30** : **86-93** , 1994

- [12] E. Tzimas, A. Georgakaki, C. Garcia Cortes and S.D. Peteves, «*Enhanced Oil Recovery using Carbon Dioxide in the European Energy System.*»
Institute for Energy Petten, The Netherlands, 2005
- [13] C. H. and Belery and P. Whinston, «*Compositional gradients in petroleum reservoirs.*»
Technical report SPE 28000, 1994
- [14] M. C. Gregg, «*The microstructure of the Ocean.*»
Scient. American Publ. , 1973
- [15] J.K.G. Dhont, «*Thermodiffusion of interacting colloids.*»
I. A statistical thermo- dynamics approach. Journal of Physical Chemistry , 120(3) :1632–1641, , 2003
- [16] S. Wiegand, «*Thermal diffusion in liquid mixtures and polymer solution.*»
Journal of Physics : Condensed Matter , 16 : R357–R379 , 2004
- [17] G. D. Rabinovich, V.I. Shinkeviv, and K.K. Azroyan, «*Thermal diffusion separation of isotops in solutions.*»
Journal of Engineering Physics and thermophysics , 37(1) :808-812 , 1979
- [18] M. Levey, «*Babylonian Chemistry : a study of arabic and second millennium B.C. perfumery.*»
Osiris, vol. 12, p. 376-389 , 1956
- [19] M. Levey, «*Early Arabic Pharmacology : An Introduction Based on Ancient and Medieval Sources.*»
Brill Archive,p. 9 , 1973
- [20] R.J. Forbes, «*Short History of the Art of Distillation.*»
Leiden, E.J. Brill 406p, 1948
- [21] P. Germa, «*Depuis quand ? : le dictionnaire des inventions.*»
France-Loisirs Paris, p. 19, 1983
- [22] C. Judson King, «*Separation Processes.*»
Introduction, Wiley-VCH Verlag GmbH Co, coll. Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry, 2002
- [23] V. Viktória, «*Distillation extractive discontinue dans une colonne de rectification et dans une colonne inverse*», *issue du No. 32. The Book of Distillation : the First Book.*
thèse de doctorat de l'I.N.P. de Toulouse , 2006
- [24] D. Ronze, «*Introduction au génie des procédés.* »
Editions Tec et Doc, 2008
ISBN : 978-2-7430-1066-9
- [25] E.J. Henley, J.D. Seader, D.K. Roper, «*Separation process principles.*»
Wiley, 2011
ISBN : 978-0-470-64611-3

- [26] P. Wuithier, «*Le pétrole - Raffinage et génie chimique I.*»
Editions Technip, 1972
 ISBN : 2-7108-0198-1
- [27] J.P. Wauquier, «*Procédés de séparation.*»
(Editions Technip, 1998
 ISBN : 2-7108-0671-1
- [28] C. Ludwig, «*Diffusion zwischen ungleich erwarmten Orten gleich zusammengesetzter Lösung.*»
Buchhändler des K.K. Hofes und der K. Akademie der Wissenschaften, pp.
539, 1856
- [29] C. Soret, «*Sur l'état d'équilibre que prend, au point de vue de sa concentration, une dissolution saline primitivement homogène, dont deux parties sont portées à des températures différentes.*»
Ann. Phys. Chim., Ser. 5, Vol. 22, p.293-297, 1881
- [30] C. Soret, «*Theory of the Soret effect.*»
J. Am. Chem. Soc., vol. 50 p.283-291, 1928
- [31] L.D. Landau., E. M. Lifshitz, «*Electrodynamics of Continuous Media.*»
Pergamon press, New York, 1960.
- [32] L. Duffour, «*Abbreviated communication*»
Arch. Sci. Phys. Nat., Ser.5, vol. 45, pp 9-12, 1872.
- [33] L. Duffour, «*Ueber die diffusion der Gase durch porose Walnde und die sie begleitenden Temperaturveränderungen.*»
Ann. Phys. (Leipzig), Ser. 2, vol 28, pp 490-492 , 1873.
- [34] P. Kolodner and H. Williams and C. Moe, «*Optical measurement of the Soret coefficient of ethanol/water solutions.*»
J. Chem. Phys. , 88 :6512 , 1988.
- [35]] K.J. Zhang, M.E. Briggs, R.W. Gammon and J.V. Sengers, «*Optical measurement of the Soret coefficient and the diffusion coefficient of liquid mixtures.*»
J. Chem. Phys.,104(17) :6881–6892 , 1996.
- [36] J.F. Dutrieux, J.K. Platten, G. Chavepeyer, and M.M. Bou-Ali, «*On the Measurement of Positive Soret Coefficients.*»
J. Phys. Chem. B , 106(23) :6104–6114 , 2002.
- [37] P.-A. Artola, «*Étude théorique et numérique de l'effet Soret.*»
thèse de doctorat de l'Université Paris Sud 11 , 2009.
- [38] F. Croccolo, H. Bataller and F. Scheffold, «*A light scattering study of non equilibrium fluctuations in liquid mixtures to measure the Soret and mass diffusion coefficient.*»
The Journal of Chemical Physics 137, 234202 ,2012
 doi : 10.1063/1.4771872

- [39] J. Fourier, « *Théorie analytique de la chaleur.*»
Firmin Didot, père et fils, Paris, 1822.
- [40] K. Platten and J.C. Legros, « *Convection in liquids.*»
Springer Verlag , 1984.
- [41] Y.Loujaine, « *Étude de la séparation thermogravitationnelle en milieu fluide ou poreux dans une enceinte soumise à des flux thermiques croisés.*»
thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier , 2015.
- [42] J. Boussinesq, « *théorie analytique de la chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière.* »
Gauthier Villars, Vol 2. , Paris, 1903.
- [43] E. Millour, « *Convection thermique d'un liquide binaire confiné dans un cylindre vertical.*» , **thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier , 2001.**
- [44] O. Lhost, « *Étude de la convection libre induite par effet Soret.*»
thèse de doctorat de l'Université de Mons hainaut, 1990
- [45] E. Knobloch and D.R. Moore, « *Linear stability of experimental Soret convection.*»
Phys. Rev. A., vol.37 n.3, 1987
- [46] K. Clusius and G. Dickel, « *Neues verfahren zur gasentmischung und isotopentrennung.*»
Naturwissenschaften , 26(33) : 546–546 , 1938.
- [47] H. Korsching and K. Wirtz, « *Ussigkeitsgemischen im clusiusschen trennrohr (trennung der zinkisotope).*»
Naturwissenschaften , 27(20) :367–368 , 1939.
- [48] L. Onsager, « *Reciprocal relations in irreversible processes.*»
Phys. Rev. , 37(4) :405–426 , 1931.
- [49] W. H. Fury, R.C. Jones et L. Onsager, « *On the theory of isotope Separation by thermal diffusion.*»
Phys. Rev. 55, p.1083-1095 , 1939.
- [50] S.R. De Groot, « *Théorie phénoménologique du procédé thermo-gravitationnel de séparation dans un liquide.*»
Physica, 9 :801–816 , 1942.
- [51] P. Costeseque, « *Sur la migration des éléments par thermodiffusion.*»
Bull Mineral 108, p.305-324 , 1985.
- [52] J.C. Legros, « *Double diffusive instabilities and Soret coefficient Measurement under microgravity conditions.*»
Acta Astronautica 15, n 6/7 , p.455-461 , 1987.
- [53] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, and J. F. Dutrieux, « *Enhanced molecular separation in inclined thermogravitational columns.*»
Journal of Phys. Chemistry B , 2003, , 107(42) :11763 – 11767.

- [54] J.K. Platten, « *The Soret effect : A review of recent experimental Results.* »
Journal of applied Mechanics 2006, vol 73/5.
- [55] J. K. Platten, M. M. Bou-Ali, P. Costesèque, J. F. Dutrieux, W. Köhler, C. Leppla, S. Wiegand and G. Wittko, « *Benchmark values for the Soret, thermal diffusion and diffusion coefficients of three binary organic liquid mixtures.* »
Philosophical Magazine **83(17-18) 1965-1971** 2003.
- [56] P. Blanco, M. M. Bou-Ali, J. K. Platten, J. A. Madariaga, P. Urteaga, C. Santamaria, « *Thermodiffusion coefficient for binary liquid hydrocarbon mixtures.*»
Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics, **32(3)**, **309-317**, 2007
- [57] M. Marcoux, « *Contribution à l'étude de la diffusion thermogravitationnelle en milieu poreux.* »
thèse de doctorat à l'Université Paul Sabatier, 1998.
- [58] M. Marcoux, M. C. Mojtabi, «*Etude paramétrique de la thermogravitation en milieu poreux.*»
C.R. Acad. Science Pars série IIb, **326,539-546**, 1998.
- [59] E. Piquer, M.-C. Charrier-Mojtabi, M. Azaiez and A. Mojtabi, « *Convection mixte en fluide binaire avec effet soret : étude analytique de la transition vers les rouleaux transversaux 2d.*»
Comptes Rendus Mécanique , **333(2) :179 – 186** , 2005.
- [60] E. Piquer, « *Convection mixte en fluide binaire avec prise en compte de l'effet Soret.*»
thèse de doctorat de l' Université Paul Sabatier, 2005
- [61] B. Elhajjar, « *Sur le couplage thermodiffusion-convection : séparation et instabilités induites par de nouvelles configurations géométriques et thermiques.*»
thèse de doctorat de l' Université Paul Sabatier , 2008.
- [62] B. Elhajjar, A. Mojtabi, and M. C. Charrier-Mojtabi, « *Influence of vertical vibrations on the separation of a binary mixture in a horizontal porous layer heated from below.*»
International Journal of Heat and Mass Transfer **53** , **4844** , 2010
- [63] A.Khouzam, «*Étude analytique et numérique de la thermodiffusion en fluide binaire en présence de convection mixte.*»
thèse de doctorat de l' Université Paul Sabatier , 2013.
- [64] A.K houzam, A.Mojtabi, M.C.Charrier-Mojtabi and B.Ouattara, « *Séparation des espèces d'un mélange binaire en présence de convection mixte.*»
20 ème Congrès Français de Mécanique, 2011.
- [65] A. Khouzam, A. Mojtabi , M.-C. Charrier-Mojtabi, and Y. Loujaine, « *Nouveau procédé de séparation des espèces d'un fluide binaire par convection mixte.*»
21 Congrès Français de Mécanique, 2013

- [66] B. Ouattara, « *Prise en compte des caractéristiques thermophysiques des parois dans le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire ou d'un nanofluide par diffusion thermogravitationnelle en milieu poreux.* »
thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier , 2014.
- [67] A. Khouzam, A. Mojtabi, M.-C. Charrier-Mojtabi, B. Ouattara, « *Species separation of a binary mixture in the presence of mixed convection.* »
International Journal of Thermal Sciences, 2013, vol. 73, pp.18-27.
- [68] L. Yacine, A. Mojtabi, R. Bennacer et A. Khouzam, « *Séparation des constituants d'un fluide binaire remplissant une cavité horizontale soumise à des flux croisés de chaleur.* »
21 ème Congrès Français de Mécanique , 2013
- [69] L. Yacine, A. Khouzam, A. Mojtabi et R. Bennacer, « *Analyse de la stabilité linéaire des solutions de double diffusion pure et de convection obtenues dans le cas d'une cavité poreuse, horizontale, saturée par un fluide binaire soumise à des flux thermiques croisés.* »
22 ème congrès français de mécanique, 2015.
- [70] M. A. Larabi, A. Mojtab and D. Mutschler, « *Couplage thermodiffusion-convection dans une colonne thermo-gravitationnelle en vue de la séparation des espèces d'un mélange multi-constituants.* »
23 ème Congrès Français de Mécanique , 2017
- [71] H. Bénard, « *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide.* »
Revue Générale des Sciences Pures et Appliquées, **11**, 1261-1271, 1309-1328.
, 1900.
- [72] H. Bénard, « *Les Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide propageant de la chaleur par convection en régime permanent.* »
thèse de doctorat au collège de France, 1901.
- [73] H. Bénard, « *Travaux récents sur les tourbillons cellulaires et les tourbillons en bandes. Applications à l'astrophysique et à la météorologie.* »
. J. Phys. Radium, **1938**, **9 (11)**, pp.486- 500. , 1938.
doi : 10.1051/jphysrad :01938009011048600
- [74] P. Idrac, « *Études expérimentales sur le vol à voile.* »
Thèse de doctorat, Paris, 1921.
- [75] W.J. S. Rayleigh, « *On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side.* »
Phil. Mag. S.6 Vol.32 No 192, 432-546, 1916.
doi : 10.1080/14786441608635602
- [76] A. Pellew and R. V. Southwell, « *On maintained convective motion in a fluid heated from below.* »
Proc. Roy. Soc. A , **176** :312–343, 1940.

- [77] M. Sandberg, N. Berg, G. Johnsson, « *Rayleigh-Bénard convection.*»
Bachelor degree project, SA104X, KTH Mechanics, 2011.
- [78] A. Schlüter, D. Lortz, and F. Busse, « *On the stability of steady finite amplitude convection.*»
J. Fluid Mech. , 23 :129–144 , 1965.
- [79] F. Busse, « *On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below.*»
J. Math. Phys. , 46 :140–150 , 1967.
- [80] F. H. Busse and R. M. Clever, « *Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate prandtl.*»
J. Fluid. Mech. , 91 :319–335 , 1979.
- [81] H. Moumni, «*Simulation numérique de transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité de type Rayleigh-Bénard.*»
J. Fluid. Mech. , 91 :319–335 , 1979.
- [82] G.Z. Gershuni and D.V. Lyubimov.T, « *Thermal Vibrational Convection.*»
JohnWiley Sons, , 1998.
- [83] S. Ouadhani, « *Actions des vibrations sur le processus de séparation des constituants d'un mélange binaire en configuration Rayleigh-Bénard.*»
thèse de doctorat de l'université Paul Sabatier, Toulouse , 2016.
- [84] S. Ouadhani, A. Abdennadher, A. Mojtabi, « *Influence des Vibrations Verticales sur la Séparation des Espèces en Couche Poreuse Horizontale chauffée par le bas.*»
Congrès Français de Mécanique , 2015.
- [85] H. Khallouf, G. Z. Gershuni, and A. Mojtabi, « *Some properties of convective oscillations in porous medium.*»
Numerical Heat Transfer part A-Applications D, 30 :605–618, , 1996.
- [86] S. Zen'kovskaya and T. Rogovenko, « *Filtration convection in a high-frequency vibration field.*»
Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 40(3) :379–385 , 1999.
- [87] G. Bardan and A. Mojtabi, « *On the Horton-Rogers-Lapwood convective instability with vertical vibration : Onset of convection.*» **Physics of Fluids , 12(11) :2723 – 2731, 2000.**
- [88] M.C. Charrier-Mojtabi, Y.P. Razi, K. Maliwan, and A. Mojtabi, « *Influence of vibration on solet-driven convection in porous media.*»
Numerical Heat Transfert Part A Applications, 46 :981 – 994,, 2004.
- [89] A. Fontaine, « *Interaction entre une onde acoustique et un fluide : Application à la thermoacoustique et à la séparation des constituants d'un mélange binaire par onde ultrasonore.* »
thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 2011.

- [90] M. C. Charrier-Mojtabi, A. Fontaine A. Mojtabi, « *Influence of acoustic streaming on thermo-diffusion in a binary mixture under microgravity.* »
International Journal of Heat and Mass Transfer vol. **55**, pp. **5992–5999** , 2012.
- [91] M.C. Charrier-Mojtabi & X. Jacob & A. Mojtabi, « *Étude de l'action d'ondes ultrasonores sur la séparation des espèces d'un fluide binaire dans le champ de pesanteur.*»
21ème Congrès Français de Mécanique, 2013.
- [92] M. C. Charrier-Mojtabi , X. Jacob , A. Mojtabi, « *Étude de l'influence des caractéristiques de la source acoustique dans le couplage entre acoustic streaming et séparation des espèces en fluide binaire en présence de champ de pesanteur.* »
12ème Congrès de Mécanique-Casablanca(Maroc), 2015.
- [93] J. Moubogha Moubogha, « *Influence de l'acoustic streaming sur la séparation des espèces d'une solution binaire en cavité horizontale.* »
Rapport de stage, Laboratoire P.H.A.S.E. , 2015.
- [94] J. Soneson, « *A parallel algorithm for high-intensity focused ultrasound simulation*»
 Div. of Solid and Fluid Mech., U.S. Food and Drug Administration, 10903 New Hampshire Ave., Silver Spring, MD 20993, joshua.soneson@fda.hhs.gov
- [95] Jensen, « *Transducer models in the ultrasound simulation program FIELD II and their accuracy*»
 Acoustical Society of America. Journal, 127(3), 1828-1828. DOI : 10.1121/1.3384240
- [96] B. Moudjed, « *Caractérisation expérimentale et théorique des écoulements entraînés par ultrasons. Perspectives d'utilisation dans les procédés de solidification du Silicium Photovoltaïque.* »
thèse de doctorat de L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon , 2013.
- [97] H.Mitome, « *The mechanism of generation of acoustic streaming* »
Electronics and Communications in Japan, Vol. 81, No. 10, 1998.
- [98] V. Frenkel, R.Gurka, A.Liberzon, U.Shavitet E.Kimmel, « *Preliminary investigation of ultrasound induced acoustic streaming using particle image velocimetry* »
Ultrasonics, vol. **39**, p. **153–156**, 2001.
- [99] A. Nowicki, T. Kowalewski, W. Secomski et J.Wojcik, , « *Estimation of acoustical streaming : theoretical model, Doppler measurements and optical visualisation* »
Eur. J. Ultrasound , vol. **7**, p. **73–81**, 1998.
- [100] M. Faraday, « *Acoustic streaming.* »
Phil. Trans., **121**, p. **229**,, 1831.
- [101] Lord Rayleigh, « *The circulation of air in Kund's problem*»
Philos. Trans. R. Soc. , London, 175 , 1 , 1884.

- [102] Lord Rayleigh, *«The Theory of Sound»*
MacMillan, London, 1929.
- [103] H. Slitching, *«Berechnung ebener periodischer Grenzschriftstromungen (Calculation of plane periodic boundary layer streaming). »*
Physikalische Zeitschrift 33(8) :327–335, 1932.
- [104] Nyborg, *«Acoustic streaming due to attenuated plane waves »*
J Acoust Soc Am 25(1) :68–75, 1953.
- [105] Nyborg, *«Acoustic streaming near a boundary. »*
J Acoust Soc Am 30(4) :329–339, 1958.
- [106] W. L. Nyborg, *Non Linear Acoustics*
chap. 7 : Acoustic streaming, p. 207–228. Academic Press, 1998.
- [107] S. Tjøtta, *Theoretical investigation of heat and streaming generated by high intensity ultrasound*
Acustica vol. 85, pp. 780–787., 1999.
- [108] M.F. Hamilton, Y.A. Ilinskii and E. Zabolotskaya, *«Acoustic streaming generated by standing waves in two-dimensional channels of arbitrary width»*
J. Acoust Soc Am 113(1) :153–160, 2003.
- [109] J. Lei, *«Comparing methods for the modelling of boundarydriven streaming in acoustofluidic devices »*
Microfluid Nanofluid (2017) 21 :23, 2017.
- [110] V. E. Gusev et V. Rudenko, *«Nonsteady quasi-one-dimensional acoustic streaming in unbounded volumes with hydrodynamic nonlinearity. »*
Sov. Phys. Acoust. , vol. 25, p. 493–497, 1979.
- [111] C. Barrière, *«Effet de la diffraction sur l'interaction paramétrique d'ondes acoustiques, application à la mesure de paramètres de non linéarité et de champs acoustiques.»*
thèse de doctorat de l'Université Denis Diderot (Paris 7), 2005.
- [112] X. Jacob, *«Applications de l'interaction d'ondes élastiques à la mesure des propriétés non-linéaires des matériaux et à la caractérisation de champs de pression. »*
thèse de doctorat de l'Université Denis Diderot (Paris 7), 2005.
- [113] R. T. Beyer, *«Parameter of nonlinearity in fluids. »*
J.A.S.A 32(6) pp.719-721, 1960.
- [114] M. Rieutord, *«Une introduction à la dynamique des fluides. »*
Masson, Paris, 1997.
- [115] E. Guyon, J.P. Hulin, L. Petit, *«Hydrodynamique physique, Savoirs actuels »*
EDP Sciences, CNRS edition, 2001.
- [116] L. Landau, E. Lifchitz, *«Mécanique des fluides »*
troisième édition française , traduite du Russe : Mir-Ellipses, 1994.

- [117] M. Bruneau, « *Manuel d'Acoustique fondamentale.* »
éditions Hermès, 1998.
- [118] P. R. Stepanishen, « *Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle* »
J. Acoust. Soc. Am. **49**, 1971.
- [119] D.Royer et E. Dieulesaint, « *Onde élastique dans les solides.* »
éditions Masson, **Tome 1**, pp.41-53. , 1996.
- [120] Z. Zemanek, « *Beam behaviour within the nearfield of a vibrating piston.* »
J. Acoust. Soc. Am., **Vol. 49**, **No. 1**, pp 188-191 , 1971.
- [121] P.R. Stephanisen, « *The time dependant force and radiation impedance on a piston in a rigid infinite planar baffle*»
Journ.Acoust. Soc. Am., **Vol. 49**, **No. 3.**, pp. 841-849, 1971.
- [122] B. Ocheltree, « *Theoretical analysis f ultrasonic linear phased arrays for hyperthermic treatment*»
M.S. thesis Dept Elec. and Comp. Eng. Univ. of Illinois, Urbana II, 1984.
- [123] F. Fahy and P. Gardonio, « *Sound Ultrasound and structural Vibrations.*»
Amsterdam Academic Press,2nd edition , 2007.
- [124] C. Lesueur, J.L. Guyader, « *Rayonnement acoustique des structures.*»
C. Lesueur, Ed., Eyrolles, chap. 4,1998.
- [125] D.T. Blackstock, « *Fundamuntals of physical acoustics.*»
John Wiley Sons , 2000.
- [126] V. Botton, B. Moudjed, W. Dridi, D. Henry, H. BenHadid, E. Jondeau et N.Grosjean,
« *Étude expérimentale et théorique d'un écoulement entraîné par des ultrasons.*»
20ème Congrès Français de Mécanique , 2011.
- [127] B. Moudjed, V. Botton, D. Henry, S. Millet and H. BenHadid, « *Écoulement généré par un faisceau d'ultrasons se réfléchissant sur une paroi.*»
22 ème Congrès Français de Mécanique , 2015.
- [128] B. Moudjed, V. Botton, D. Henry, S. Millet and H. BenHadid, « *Scaling and dimensional analysis of acoustic streaming jets* »
Physics of Fluids,**26**, **issue 9** , 2014.
- [129] R. B. H. Slama, « *Écoulements générés en milieu fluide par une onde ultrasonore focalisée : streaming acoustique et écoulement de particules solides* »
thèse de doctorat de l'Université de Lyon et de Monastir , 2018.
- [130] R. Ben Haj Slama, B. Gilles, M. Ben Chiekh, J.C. Béra, « *PIV for the characterization of focused field induced acoustic streaming : seeding particle choice evaluation.*»
Ultrasonics Sonochemistry **vol. 76**, pp 217-226, 2017.
- [131] B. Sajjadi, A. Aziz, A. Raman , S. Ibrahim, « *A comparative fluid flow characterisation in a low frequency/high power sonoreactor and mechanical stirred vessel.*»
Ultrasonics Sonochemistry, **vol. 27** pp. 359–373, 2015.

- [132] B. Sajjadi, A. Aziz, A. Raman , S. Ibrahim, «*Influence of ultrasound power on acoustic streaming and micro-bubbles formations in a low frequency sono-reactor : Mathematical and 3D computational simulation.*»
Ultrasonics Sonochemistry, vol **24**,pp. **193–203**, 2015.
- [133] F. J. Trujillo a, K. Knoerzer, «*A computational modeling approach of the jet-like acoustic streaming and heat generation induced by low frequency high power ultrasonic horn reactors.*»
Ultrasonics Sonochemistry vol. **18** , pp.**1263–1273**, 2011.
- [134] A. A. Doinikov, T. Combriat, P. Thibault, and P. Marmottant, «*Acoustic streaming produced by a cylindrical bubble undergoing volume and translational oscillations in a microfluidic channel.*»
Phys. Rev. E **94**, **033109** , 2016.
- [135] J. Lei, P. Glynne-Jones and M. Hill, «*Acoustic streaming in the transducer plane in ultrasonic particle manipulation devices.*»
Lab on a chip, Report of Faculty of Engineering and the Environment, University of Southampton, Southampton, UK, 2015.
- [136] Q. Tang, J. Hu, «*Diversity of acoustic streaming in a rectangular acoustofluidic field.*»
Ultrasonics **58**, **27–34**, 2015.
- [137] H. Lei, D. Henry and H. Ben Hadid, «*Numerical study of the influence of a longitudinal sound field on natural convection in a cavity.*»
Int. J.Heat Mass Transfer, **49**, **3601-3616**. , 2006.
- [138] H. Lei, D. Henry and H. Ben Hadid, «*Numerical study of the influence of a longitudinal sound field on natural convection in a cavity.*»
Int. J.Heat Mass Transfer, **49**, **3601-3616**. , 2006.
- [139] W. Dridi, D.Henry, and H. Ben Hadid, «*Influence de l'acoustic streaming sur les instabilités affectant une couche de fluide chauffée latéralement.* »
C. R. Mécanique, vol. **337**, Issue **4**, pp. **238-244** , 2009.
- [140] W. Dridi, D.Henry, and H. Ben Hadid, «*Influence de l'acoustic streaming on the stability of a laterally heated three- dimensional cavity.*»
Phys. Rev. E **77**, **046311** , 2008.
- [141] B. Moudjed, V. Botton, D. Henry, S. Millet, H. BenHadid, «*Near-field acoustic streaming jet* »
22 ème Congrès Français de Mécanique , 2015.
- [142] H. Lei, D. Henry, H. BenHadid, «*Acoustic force model under standing waves.*»
22 ème Congrès Français de Mécanique , 2015.
- [143] M. Legay, N. Gondrexon, S. Le Person, «*Enhancement of heat transfer by ultrasounds : Review and Recent Advances* »

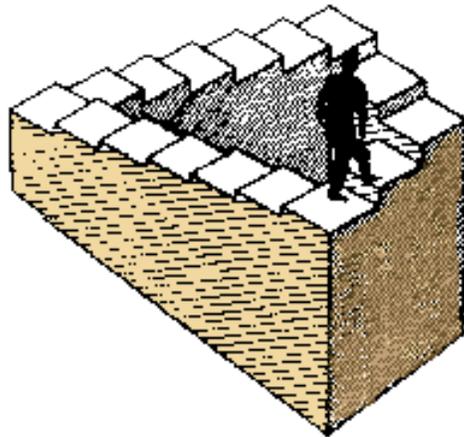
- Int. J. Chem. Eng.** , 2011.
doi : 10.1155/2011/670108
- [144] C. Ratier, « *Étude et réalisation d'un dispositif de séparation acoustique et de son application à des objets biologiques* »
thèse de doctorat de l'Université Paris VII, Denis Diderot, 2009.
- [145] D Carugo, B Hammarström, U Jonnalagadda, J Lei, F Plazonic, « *Acoustofluidic manipulation of biological bodies : Applications in medical and environmental diagnosis*»
The Journal of the Acoustical Society of America **141 (5)**, **3504-3504**, 2017.
- [146] J. Lei , P. Glynne-Jones M. Hill, « *Acoustic streaming in the transducer plane in Ultrasonics particles manipulation devices* »
Royal society of chemistry , **13**, **2133-2143**, 2013.
- [147] J. Lei , P. Glynne-Jones, « *Numerical simulation of 3D boundary-driven acoustic streaming in microfluidic devices* »
Lab on a Chip **14 (3)**, **532-541**, 2014.
- [148] J. Lei, P Glynne-Jones, M Hill, « *Modal Rayleigh-like streaming in layered acoustofluidic devices* »
Physics of Fluids **28 (1)**, **012004**, 2016.
- [149] S. Kentish, T.J. Wooster, M. Ashokkumar, S. Balachandran, R. Mawson, L. Simons, « *The use of ultrasonics for nanoemulsion preparation* »
Innovative Food Sci. Emerg. Technol. **9** **170-175.**, 2008.
- [150] A.R. Jambrak, V. Lelas, T.J. Mason, G. Kresic, M. Badanjak, « *Physical properties of ultrasound treated soy proteins* »
J. Food Eng. **93** **386-393.**, 2009.
- [151] A.R. Jambrak, T.J. Mason, V. Lelas, Z. Herceg, I.L. Herceg, « *Effect of ultrasound treatment on solubility and foaming properties of whey protein suspensions* »
J. Food Eng. **86** **281-287.**, 2008.
- [152] E.A. Zabolotskaya, « *Sound beams in a nonlinear isotropic solid.* »
Sov. Phys.Acoust.Ac.,**32** :**296-299** , 1986.
- [153] E.A. Zabolotskaya and R.V. Khoklov, « *Quasi-plane waves in the nonlinear acoustics of confined beams.* »
Sov. Phys. Acoust.Ac., **15(1)** : **pp.35-40** , 1969.
- [154] V.P. Kuznetsov, « *Equations of nonlinear acoustics.*»
Sov. Phys. Acoust.,**16** :**467-470** , 1970.
- [155] S. Akçağıl and T. Aydemi, « *New exact solutions for the Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov, the Newell-Whitehead-Segel and the Rabinovich wave equations by using a new modification of the tanh-coth method.*»

- Cogent Mathematics** , **3** : **119310**, 2016.
DOI : 10.1080/23311835.2016.119310
- [156] L. K. Zarembo, V. A. Krasilnikov, « *Nonlinear phenomena in the propagation of elastic waves in solids.*»
Sov. Phys. Ups., **13** pp. **778**, 1971.
- [157] S.I. Aanonsen, « *Distortion and harmonic generation in the nearfield of finite amplitude sound beam.*»
J. Acoust. Soc. Am., vol. **75**, No. **3**, p. **749-768**, 1984.
DOI : 10.1155/2011/670108
- [158] Y. S. Lee, M. F. Hamilton
« *Time domain modelling of pulsed finite-amplitude sound beams.*»
JASA **97(2)**, pp. **906-917** ,1995.
- [159] A. Rozanova, « *The Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov equation .*»
Lab. Jacques-Louis Lions, Univ. Pierre et Marie Curie, Paris , 2007.
- [160] I. Kostin, G. Panasenko, « *Analysis and homogenization of the Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov type equation* »
Oral communication in the international conference on advanced problems in mechanics, St Petersburg, 2005.
- [161] M. A. Averkiou, D. N. Roundhill, J. E. Powers, « *A new imaging technique based on the nonlinear properties of tissues* »
IEEE Ultrason. Symp. pp. **1561-1566**, 1997.
- [162] T. Christopher, « *Finite-amplitude distortion-based inhomogeneous pulse echo ultrasonic imaging*»
– **IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr.** vol. **44**, pp. **125-139** , 1997.
- [163] B. Ward, A. C. Baker, V. F. Humphrey, « *: Nonlinear propagation applied to the improvement of resolution in diagnostic medical ultrasound* »
– **JASA** vol. **101**, pp. **143-154**, 1997.
- [164] T. G. Muir, E. L. Carstensen, « *: Prediction of nonlinear acoustic effects at biomedical frequencies and intensities* »
Ultrasound in Med. and Biol. vol. **6**, pp. **345-357** , 1980.
- [165] H. C. Starritt, M. A. Perkins, F. A. Duck, V. F. Humphrey, « *Evidence for ultrasonic finite-amplitude distortion in muscle using medical equipment*»
– **JASA**, vol. **77**, pp. **302- 306**), 1985.
- [166] T. G. Muir, « *Nonlinear effects in acoustic imaging* »
– **Acoust. imaging, 1982, Ultrason. Symp. IEEE**, pp. **659-662**, 1982.
- [167] E. Bachmann, « *Imagerie ultrasonore 2D et 3D sur GPU : application au temps réel et à l'inversion de forme d'onde complète* »
thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, 2016.

- [168] E. Saint Ellier, « *Non linéarités acoustiques et streaming de Rayleigh : mesures appliquées à la thermoacoustique.* »
thèse de doctorat de l'Université de Franche-comté., 2013.
- [169] I. Keeneth, B. Ocheltree, L.A. Frizzell, « *Sound field Calculation for rectangular Sources.* »
IEEE Tansactions on ultrasonics. Ferroelectrics, and frequency, vol. **36. no. 2**, 1989.
- [170] J.A. Jensen N.B. Svendsen, « *Calculation of pressure field drom arbitrarily, shaped , apodized and excited ultrasound transducers.* »
IEEE Trans.Ultrason.Ferroelec.Freq.Contr., Volume : **39** , Issue : **2** ,pp. **262 - 267** , 1992.
- [171] J.A. Jensen, « *Sur l'état d'équilibre que prend, du point de vue de sa concentration, une dissolution saline primitivement homogène, dont deux parties sont portées à des températures différentes.* »
Arch. Sci. Phys. Nat.,pp. **48-61.** , 1879.
- [172] M. Thivant, «*Modélisation de la propagation acoustique par la méthode du potentiel d'intensité.*»
thèse de doctorat de l'INSA de Lyon), 2013.
- [173] D. Mair, «*Intensity field of continuous-wave axisymmetric transducers.*»
J. Acoust.Soc. Am., Vol. **81**, No. **328.**), 1987.
- [174] R. O. Cleveland, « <http://people.bu.edu/robinc/kzk/> ».
- [175] J. E. Soneson, «*A User-friendly Software Paxckage for HIFU Simulation* »
AIP Conference Proceedings 1113, **165** , 2009.
- [176] F. Prieur, «*Fast simulation of second harmonic ultrasound field using a quasi-linear method* »
J. Acoust. Soc. Am., Vol. **131**, No. **6.** , 2012.
- [177] Lee Y. S., Hamilton M. F., «*Time domain modelling of pulsed finite-amplitude sound beams* »
JASA 97(2), pp. **906-917** , 1995.
- [178] T. Kamakura, T. Ishawa, K. Matsuda« *A new theoretical approach to the analysis of non linear sound beams using the oblate spheroidal coordinat system* »
J. Acoust. Soc. Am., Vol. **107** , pp. **3083-3086**, 1999.
- [179] S. Liu, Y. Yang, C. Li, X. Guo, J. Tu, D. Zuang «*Prediction of HIFU Propagation in a Dispersive Medium via Kholokov-Zabolotskaya-Kutsenov Model Combined with fractional Order Derivative* »
Applied Science, , Vol. **8**, No. **609**, 2018.
- [180] S. Nachef, D. Cathignol, J. Chapelon«*Champ de pression des transducteurs plans dans le domaine de l'acoustique non-linéaire : théorie et expérience* »
Journal de Physique III, Vol. **2**, 1992.

- [181] M. Solovchuk, T.W. H. Sheu, «*Simulation of non linear Westervelt equation for the investigation of acoustic streaming and nonlinear propagation effects*»
Journal of. Acoust. Soc. Am., Vol. **134**, No. **5**, 2013.
- [182] E. Lapeyra, M. Bou-Ali, J.A. Madariaga, Carlos M. SantaMaria, «*Thermodiffusion Coefficients of Water-Ethanol Mixtures for Low Water Mass Fractions.*»
Microgravity Science and technology, 2016.
DOI : 10.1007/s12217-016-9508-7
- [183] E. Moses and V. Steinberg, «*Competing Patterns in a Convective Binary Mixture.*»
Physical Review Letters, vol. **57 n. 16**, 1956.
- [184] H.R. Brand, P.S. Lomdhal ,A.C. Newell , B. Feir, «*Turbulence in convective binary mixtures.* »
Physica 23D ,Vol. **23**, Issues **1–3**, **345-361** , 1986.
- [185] A. Koniger, B. Meier, W. Kohler, «*Mesurement of the Soret diffusion , and thermal diffusion coefficients of three binary organic benchmarl mixtures and of ethanol/water mixtures using a beam detection technique.* »
Phil. Mag. Taylor, **89 (10)**, pp.**907-923**, 2009.
- [186] J. Emery, S. Gasse et C. Dugue, «*Coefficient de non linéarité acoustique dans les mélanges eau-éthanol.* », **Journal de Physique Colloques**, **1979**, **40 (C8)**, pp.**C8-231-C8-234**, 1979.
- [187] A. Mialdun , V. Yasnou and al., «*A comprehensive study of diffusion, thermodiffusion, and Soret coefficients of water-isopropanol mixtures.* »
Journal of Chemical Physics, vol. **136 n. 24** , , 2012.
- [188] E. J. W. Wensink, A. C. Hoffmann and al., «*Dynamic properties of water/alcohol mixtures studied by computer simulation.* »
Journal of Chemical Physics, , **119**, **7308**, 2003.
- [189] J. Wang and M. Fiebig, «*Measurement of the Thermal Diffusivity of Aqueous Solutions of Alcohols by a Laser-Induced Thermal Grating Technique.* »
International journal of thermophysics, vol. **16**, n **6**, 1995.
- [190] Gonzalez, N. Calvar, E. Gomez and al., «*Density, dynamic viscosity, and derived properties of binary mixtures of methanol or ethanol with water, ethyl acetate, and methyl acetate.* »
Journal of Chemical Thermodynamics, volume **39**, issue **12**, pages **1578-1588**, 2007.
- [191] D. E. Cormack, L. G. Leal, and J. Imberger, «*Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls. Part 1. Asymptotic theory* »
Journal of Fluid Mechanics , **65(02)**, 1974.

- [192] A. Fourmigue, « *Méthodes de calcul numérique pour la simulation thermique des circuits intégrés.* »
thèse de doctorat, Université de Montréal , 2014.
- [193] C. Vuik A. Segal, « *Solution of the coupled Navier-Stokes equations.* »
Faculty of technical mathematics and informatics delft university of technology. Report 95-28 , 1995.
- [194] F. H. Fenlon, « *A recursive procedure for computing the non linear spectral interactions of progressive finite amplitude waves in non dispersive fluids* »
JASA, vol. 50, pp. 1299- 1312 , 1971.
- [195] J. Banchet « *Mesure du paramètre acoustique non linéaire dans les solvants et dans les polymères* »
thèse de doctorat, Université Concordia Montréal , 2000.
- [196] M. C. Charrier-Mojtabi, X. Jacob, T. Dochy, A. Mojtabi « *Species separation of a binary mixture under acoustic streaming* »
E.P.J., e180296 , Article en révision.



Nom d'un chien !
 Il a beau avoir quatre pattes,
 il ne peut emprunter,
 deux chemins à la fois !
 Einstein ! Einstein !
 Où es-tu donc passé ?