



HAL
open science

Propagation de lumière dans l'hélium métastable : stockage, amplification, fluctuations et bruit quantique.

Pascal Neveu

► **To cite this version:**

Pascal Neveu. Propagation de lumière dans l'hélium métastable : stockage, amplification, fluctuations et bruit quantique.. Physique Quantique [quant-ph]. Université Paris Saclay (COMUE), 2019. Français. NNT : 2019SACLN044 . tel-02397341

HAL Id: tel-02397341

<https://theses.hal.science/tel-02397341>

Submitted on 6 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Propagation de lumière dans l'hélium métastable: stockage, amplification, fluctuations et bruit quantique.

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'École Normale Supérieure Paris-Saclay

l'École doctorale n°572 Ondes et Matières (EDOM)
Spécialité de doctorat : Physique Quantique

Thèse présentée et soutenue à Orsay, le 27 novembre 2019, par

PASCAL NEVEU

Composition du Jury :

Antoine Browaeys Directeur de recherche, Institut d'Optique Graduate School Laboratoire Charles Fabry	Président
Valentina Parigi Maître de conférences, Université Pierre et Marie Curie Laboratoire Kastler Brossel	Rapporteuse
Isabelle Philip Directrice de recherche, Université de Montpellier Laboratoire Charles Coulomb	Rapporteuse
Eric Lantz Professeur, Université Bourgogne Franche-Comté Institut FEMTO-ST	Examineur
Fabienne Goldfarb Maître de conférences, Université Paris-Sud Laboratoire Aimé Cotton	Directrice de thèse
Étienne Brion Chargé de recherche, Université Paul-Sabatier Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité	Co-encadrant

REMERCIEMENTS

Alors que la clôture de mon manuscrit de thèse est proche, et que l'ensemble des étapes formelles du doctorat s'est déroulé, il m'est important de remercier les nombreuses personnes qui ont contribué, d'une façon ou d'une autre, à ces trois années de travail. La rédaction de ces remerciements est loin d'être la plus facile, et certainement la plus injuste envers celles et ceux que je vais oublier! La rédaction de ces remerciements n'aurait pas été possible sans la validation de mon travail de thèse par un jury exceptionnel, avec qui les discussions lors de la soutenance ont fait de l'examen un entretien vraiment enrichissant. Je remercie donc Isabelle Philip et Valentina Parigi pour la relecture exhaustive de mon manuscrit et les discussions soulevées lors de la soutenance. Merci aussi pour à Eric Lantz et Antoine Browaeys pour la qualité des échanges et la pertinence de leurs questions. Par ailleurs, je remercie ce dernier pour avoir assuré la présidence de mon jury.

Tout d'abord je tiens à remercier Fabienne Goldfarb pour son accueil dans son équipe, au sein du groupe GLOP. Si j'ai pu avoir la chance de réaliser une première expérience prolongée de recherche réussie, c'est aussi grâce à ta disponibilité, et la confiance que tu m'as accordée. J'ai en effet pu mener mes recherches dans ton groupe avec une réelle liberté, et avec des interactions et retours justement dosés, ce qui m'a probablement été le plus bénéfique. Par ailleurs, merci pour la confiance que tu m'as accordée en me permettant d'aller à de nombreuses conférences. Merci à Fabien Bretenaker et Etienne Brion pour les échanges que l'on a pu avoir au cours de ces trois années. On n'aura cessé d'être surpris par la physique toujours plus chouette que cette cellule d'hélium nous aura réservée! Fabien, merci pour les discussions toujours éclairantes et ton sens physique qui aura été toujours d'une grande aide pour l'explication des résultats. Etienne, merci pour ta pédagogie et ta rigueur, qui m'ont permises de développer des compétences théoriques, et un vrai recul sur le formalisme employé. Ces interactions, efficaces, et toujours dans la bonne humeur, ont été une excellente recette pour me permettre de réaliser ces travaux.

Le groupe aura connu divers doctorants et post-docs durant mon passage au laboratoire. Merci Marie-Aude pour m'avoir donné les clés de la manip et m'avoir

efficacement transmis l'état des lieux des projets. J'espère pouvoir faire de même avec Shikang qui va prendre la suite ! Merci Chitram pour tes anecdotes en salle de manip qui font parfois oublier le bruit des multiples ventilos. Merci Jasleen pour ton insatiable enthousiasme. Merci aussi aux autres membres qui ont traversés GLOP ; les bonnes humeurs de Aliou et Hui, la curiosité de Debanuj, la joie de vivre de Yifan et les blagues fracassantes de Paul. Et merci à toi Gregory, collègue et ami, pour avoir injecté une bonne dose d'interactions et de bonne humeur dans le groupe. Par ailleurs, j'aurai eu la chance de pouvoir former différents stagiaires du groupe, dont notamment Joseph Delpy avec qui il a été un plaisir de travailler pendant quelques semaines.

Durant ma thèse, j'ai eu la chance d'avoir une expérience d'enseignement riche et variée. Merci à Jean-Baptiste et Arnaud pour m'avoir permis de m'investir au département de Physique de l'ENS Paris-Saclay, merci à Zina pour son efficacité, merci à Christian et Simon pour leur bonne humeur ! Merci Jean-Sébastien pour les bonnes interactions autour de l'enseignement de la physique du solide. Merci Timothée pour m'avoir formé sur les centres NVs et le projet expérimental. Grâce à Grégory et Jean-Baptiste, j'ai eu la chance de pouvoir réaliser un échange partiel de ma mission d'enseignement avec quelques heures à l'IUT d'Orsay. Merci Jay pour ton accueil à l'IUT, et ces échanges qui m'ont permis de découvrir d'autres étudiants.

Malgré la période de turbulence qu'aura traversé le laboratoire durant ma thèse, j'ai quand même pu profiter d'une excellente entente entre les différents groupes, chercheurs ou doctorants. En ce qui concerne les doctorants, merci en particulier à Aurélien, Adrien, Caroline, Loïc, Clément, Thibault, Mélissa, Lucile O.C., Lucile V., Benjamin, Raphaël, Lucas, Ky-Luc avec qui le quotidien du labo est toujours agréable, au détour d'un couloir ou lors de pauses cafés.

La thèse est une chose, l'à-côté en est une autre. La musique aura notamment été un exutoire assez efficace permettant de lier de belles relations. Merci Antoine et Fabien pour ces moments de groove endiablés, et ces concerts partagés ensemble. J'espère sincèrement que PESO survivra quelques années au gré des devenirs de chacun. Merci aux ex-camarades de promo avec qui cela commence à faire une épaisse tranche de vie partagée ensemble. Merci Antoine, dont le soutien m'évoque celui d'un skieur novice porté au bas des pistes par son vigoureux compagnon. Merci Méghane, pour tes coups de mains à Catane et pour m'avoir fait découvrir mes premières cellules biologiques. Merci Pierre, pour ces impros partagées, il va me falloir trouver un improvisateur de ta qualité là-haut dans le nord, et ça ne va pas être chose facile ! Merci Claire, grâce à toi, nos fins de soirées finissent souvent sur un divin Genépi. Merci Louis pour tes anecdotes polyrégionales et ton enthousiasme sur lequel on peut toujours compter. Je n'en écrirai pas trop à ton sujet, tu risquerais de faire un malaise. Merci Édouard, camarade inébranlable des randos, où la fugue de Bach n'a pas finie d'être sifflotée. Merci Rémi, si un jour tu trouves que le chapitre 2 de cette thèse manque de cohérence quantique, ne vous en faites pas, *c'est pas le pire*. Merci Suzanne, partenaire invincible d'escape game,

nous ayant sauvé des pièges les plus diaboliques. Merci à la troupe des outes avec Vincent, Bertrand, Doriane et Hugues ; promis je ne ferais plus maître du jeu, au risque de me prendre cent quatre-vingt mille tabourets. Merci aux copains d'avant, Doltin, Samuel, Nicolas, Maxence, Johan et Nicolas, avec qui les retrouvailles bien qu'éparses suffisent à oublier la distance.

Merci à ma famille avec qui j'ai la chance d'entretenir des relations proches et des projets partagés. Merci Marie-Claire pour tes milliards d'idées et créations. Merci François pour ces moments de fratries. Merci Julien, sans toi je serai passé à côté de multiples artistes dont Snarky Puppy, je ne te remercierai jamais assez ! Merci Alexia, tes gestes et attentions du quotidien laissent rêveur ! Merci Logan, quand tu pourras lire ces lignes, j'espère que j'aurai trouvé un job. Merci à mes parents, votre soutien sans faille, votre ouverture d'esprit et votre curiosité ont attisé la mienne, et m'ont aussi permis d'en arriver là. Merci à ma famille d'ordre 1, Vincent, Brigitte, Laura, Mathieu, Eloi, Michel, Iris, Annie, David, Benoit, Olivier et Anne-Laure, pour tous les moments partagés ensemble. Ma belle-famille a aussi sa part de responsabilité (!) dans la réussite de ce projet. Merci Françoise, Christian, Pauline et Lauriane pour votre soutien et votre présence.

Enfin, merci à toi Marion, pour ces années de bonheur à tes côtés. Ta présence au quotidien et ton soutien dans tous mes projets a certainement sa place dans cette aventure de thèse qui n'aurait pas eu la même issue sans toi. L'aventure continue ensemble aux Pays-Bas.

TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
1 Optique quantique en vapeur atomique	5
1 Génération d'états comprimés de lumière	6
1.1 États quantiques de lumière	6
1.2 Des non-linéarités comme moyen de compression	15
1.3 Description d'un amplificateur sensible à la phase	19
2 Résonances sub-naturelles pour le contrôle optique	21
2.1 Théorie classique de la dispersion	22
2.2 Piégeage cohérent de population	24
2.3 Transparence électromagnétiquement induite	27
2.4 Oscillations cohérentes de population	31
3 Conclusions	38
2 Stockage de lumière par oscillations cohérentes de population	41
1 Sensibilité à la phase du CPO – Constat expérimental	42
1.1 Retour sur le système à deux niveaux	42
1.2 Mise en œuvre expérimentale	44
2 Stockage classique de lumière par CPO	48
2.1 Définitions et approximations	48
2.2 Propagation de la pompe	56
2.3 Propagation du champ sonde	57
2.4 Mise en œuvre expérimentale	63
2.5 Image du <i>populariton</i>	66
3 Stockage quantique de lumière par CPO	69
3.1 Méthode	70
3.2 Propagation du champ signal	73
3.3 Propagation du spectre de bruit	75
4 Conclusions	79

3	Génération d'états comprimés par mélange à 4 ondes	81
1	Constat expérimental	82
2	Modèle	84
2.1	Définitions et approximations	84
2.2	Propagation des champs optiques	88
2.3	Justification numérique du modèle	93
2.4	Propagation du bruit	96
3	Résultats expérimentaux	101
3.1	Transmission du champ sonde	101
3.2	Bande passante	102
3.3	Calibration de la détection homodyne	104
3.4	Mesure de squeezing	111
3.5	Modélisation du signal détecté	112
4	Conclusions et perspectives	117
4	Spectroscopie de bruit de spin dans l'hélium métastable	123
1	Méthode	124
2	Résultats expérimentaux	127
2.1	Dispositif expérimental	128
2.2	Détection de deux modes de spin	131
2.3	Dépendance en polarisation	135
3	Modèle	138
3.1	Hamiltonien atomique	139
3.2	Propagation du champ électrique et détection	142
3.3	Résultats du modèle	144
4	Conclusions	145
	Conclusion	147
	A Structure électronique de l'hélium	151
	B CPO hyperfin dans un système en Λ- Compléments	153
1	Équations classique de propagation des quadratures	153
2	Équations de propagation quantique des quadratures	156
3	Fonction d'ajustements des coefficients de transmission	157
	C Opérateur enveloppe du champ sonde	159
	D Transformation d'un état de lumière en milieu absorbant	163
1	Modélisation de l'absorption	163
2	Émission spontanée	165
3	Action de l'opérateur de squeezing sur $ 0\rangle$ et $ 1\rangle$	167

E	Fluctuations et dissipation d'un gaz diffusant	169
1	Dans un système à deux niveaux	169
2	Dans un système à trois niveaux	172
	Bibliographie	175

INTRODUCTION

Comme suggéré par FEYNMAN, 1986, les systèmes régis par les lois quantiques offrent de nouvelles ressources pour le stockage et le traitement de l'information. Le principe de superposition permet notamment de préparer un système quantique dans une combinaison linéaire arbitraire d'états, sans équivalent classique. Ces systèmes peuvent être par exemple un système élémentaire à deux niveaux appelé bit quantique ou *qubit*, ou bien une collection de ces derniers appelée registre quantique, brique du traitement de l'information. Le *parallélisme quantique* (DEUTSCH et JOZSA, 1992), c'est-à-dire la possibilité d'appliquer simultanément, en parallèle, un même algorithme à l'ensemble des états de la base de calcul d'un registre, augure d'une puissance de calcul dépassant de loin les performances des machines classiques (GROVER, 1997; SHOR, 1999).

Les systèmes candidats à la réalisation de registres quantiques explorés jusqu'ici sont nombreux et relèvent de différentes communautés de physiciens : transmons dans les circuits supraconducteurs (POLITI, MATTHEWS et O'BRIEN, 2009), puits quantiques dans les semiconducteurs (LI, PETIT et al., 2018), centres colorés dans le diamant (CHILDRESS et HANSON, 2013), ions terre rare dans les cristaux (ZHONG et al., 2017), vapeurs atomiques (KATZ et FIRSTENBERG, 2018), ions piégés (MONZ et al., 2016), ou encore atomes en cavité (RITTER et al., 2012). Dans toutes ces propositions, la décohérence liée à l'interaction résiduelle du système avec son environnement pose une limite à la quantité d'information stockée et à sa fiabilité : en effet, la fragilité d'un registre augmente avec le nombre de qubits qu'il contient. Pour relever ce défi, une piste envisageable consiste à connecter un ensemble de petits registres fiables pour former un réseau. Ce scénario implique le recours de qubits messagers chargés de la communication entre les noeuds du réseau. Les photons sont tout indiqués pour ce rôle car ils interagissent peu avec leur environnement et se propagent rapidement. Le développement de plateformes d'interaction entre la lumière – assurant le transport de l'information – et la matière – permettant le stockage et le traitement d'informations – est donc une nécessité.

Durant ma thèse, j'ai travaillé sur une vapeur d'hélium métastable à température ambiante. Loin d'atteindre les performances de piégeage, de contrôle individuel, ou d'isolement au milieu extérieur nécessaires à la réalisation d'un dispositif d'information quantique fiable, l'hélium 4 constitue néanmoins un excellent *système test* pour étudier différents processus cohérents applicables à d'autres systèmes plus complexes. En effet, l'absence de spin nucléaire interdit aux atomes d'échanger leur spin lors de collisions, et simplifie grandement sa structure électronique par rapport aux vapeurs alcalines par exemple, ce qui permet de se focaliser sur un processus d'intérêt. En particulier, ce manuscrit détaille l'étude théorique et expérimentale de trois phénomènes distincts.

Chacune des études menées concerne l'interaction d'un mode du champ électromagnétique avec un ensemble d'atomes d'hélium, et son effet sur les propriétés classiques et quantiques du mode en question. Le chapitre 1 introduit les notions utiles dans l'ensemble du manuscrit. Après avoir donné les éléments essentiels pour la description quantique d'un mode du champ dans la base continue, il décrit plus précisément la génération ainsi que la mesure d'états comprimés. Par ailleurs, il rappelle l'intérêt des résonances sub-naturelles pour le contrôle optique, avec l'exemple de deux phénomènes menant à ce type de résonance : la transparence électromagnétiquement induite (EIT) et les oscillations cohérentes de populations (CPO).

Stockage

La synchronisation des canaux d'un processeur quantique photonique requiert de pouvoir stocker et restituer à la demande un état quantique de lumière. FLEISCHHAUER et LUKIN, 2000 ont proposé d'inscrire un *état lumineux* dans une superposition d'*états atomiques* de longue durée de vie, par EIT. Ce protocole est devenu aujourd'hui le protocole canonique pour la conversion réciproque lumière-matière à la demande. Employé avec un système de détection annoncée (*heralded detection*), il permet l'émission à la demande de photons uniques par un ensemble macroscopique d'atomes (DUAN et al., 2001). Ces protocoles, initialement étudiés en vapeur, ont vite été adaptés à des systèmes solides présentant des structures atomiques permettant leur implémentation (XU et al., 2008; KELLY et al., 2010; PINGAULT, BECKER et al., 2014).

La superposition d'états atomiques stockant l'état lumineux doit être protégée contre les effets de décohérence. En vapeur par exemple, les superpositions entre deux sous-niveaux de spin d'écart de projections $\Delta m = 2$, souvent employées, sont perturbées par les collisions à échange de spin chez les alcalins, ou plus simplement par le bruit magnétique ambiant. En milieu solide, les milieux optiquement actifs sont aussi fortement perturbés par l'environnement cristallin. Des solutions existent pour limiter ces sources de décohérence en vapeur (KATZ et FIRSTENBERG, 2018) ou en milieu solide (SOHN et al., 2018), mais présentent l'inconvénient de n'être valables qu'au cas par cas sur un système en particulier.

MAYNARD, BRETEAKER et GOLDFARB, 2014 ont suggéré un autre protocole de stockage optique, dans un système atomique en Λ (deux niveaux optiquement couplés à un même niveau excité) identique à celui utilisé pour l'EIT. Ce protocole, basé sur des CPO, s'est montré aussi efficace que l'EIT, mais avec un net avantage de robustesse face à certains effets de décohérence. Aucune modélisation du processus n'avait été réalisée jusqu'ici et les propriétés quantiques du phénomène n'avaient pas été étudiées. Le chapitre 2 de ce manuscrit montre qu'une description similaire à celle employée pour l'EIT est possible, en définissant une quantité mixte lumière-matière propre au CPO. Par ailleurs, il étudie théoriquement la possibilité de stocker des états quantiques de lumière par ce protocole en déterminant ce qu'il advient des statistiques quantiques des quadratures d'un mode du champ lorsqu'il se propage.

Amplification

Dans la base continue du champ électromagnétique, les états comprimés du rayonnement sont certainement parmi les plus étudiés. En effet, dans un milieu non-linéaire, le transfert cohérent de photons entre différents modes du champ redistribue les statistiques des quadratures des modes impliqués, en générant des états comprimés. Dans de tels états, les fluctuations de certaines quadratures sont réduites sous le seuil de la limite quantique standard. Outre leur intérêt métrologique (AASI et al., 2013, ZHANG, AGARWAL et SCULLY, 2019), ces états peuvent aussi être utilisés pour l'information quantique (PARIGI et al., 2007) en raison des états obtenus par l'ajout ou le retrait d'un photon.

Le chapitre 3 de cette thèse discute de la génération d'états comprimés par mélange à quatre ondes dans l'hélium métastable. Il détaille un modèle analytique permettant de reproduire les résultats expérimentaux et d'obtenir les caractéristiques essentielles classiques et quantiques du phénomène. Il montre également que le mélange à quatre ondes permet de générer efficacement des états comprimés à deux modes. Enfin, les mesures expérimentales d'états comprimés sont décrites et modélisées en fin de chapitre.

Fluctuations

Le chapitre 4 de cette thèse étudie l'impact des fluctuations de spin d'un ensemble d'atomes d'hélium métastable sur le bruit d'un champ s'y propageant. En particulier, les fluctuations de spin peuvent s'inscrire dans les fluctuations de polarisation du champ optique par effet Faraday, et sont donc aisément détectables expérimentalement (ZAPASSKII et al., 2013). Cette technique de spectroscopie est employée dans les milieux solides car elle permet de remonter, de façon non invasive, à des propriétés intrinsèques de décohérence de spin (BECHTOLD et al., 2016).

Les résultats exposés dans le chapitre 4 de ce manuscrit montrent que plusieurs modes de fluctuations de spin peuvent être observés expérimentalement.

Par ailleurs, le dispositif expérimental communément utilisé pour la mesure de ces fluctuations peut être modifié pour distinguer les fluctuations de direction de polarisation des fluctuations d'ellipticité. Enfin, un modèle numérique est proposé et les simulations sont comparés aux résultats expérimentaux.

Les travaux décrits dans ce manuscrit ont fait l'objet des publications suivantes :

- P. Neveu, F. Bretenaker, F. Goldfarb et E. Brion. *Quantum properties of light propagating in a Coherent Population Oscillation Storage Medium*. Physical Review A **100**, 013820 (2019). DOI : [10.1103/PhysRevA.100.013820](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.013820).
- P. Neveu, C. Banerjee, J. Lugani, F. Bretenaker, E. Brion et F. Goldfarb. *Phase Sensitive Amplification Enabled by Coherent Population Trapping*. New Journal of Physics **20**, 083043 (2018). DOI : [10.1088/1367-2630/aadb79](https://doi.org/10.1088/1367-2630/aadb79).
- P. Neveu, M.-A. Maynard, R. Bouchez, J. Lugani, R. Ghosh, F. Bretenaker, F. Goldfarb, et E. Brion. *Coherent Population Oscillation-Based Light Storage*. Physical Review Letters **118**, 073605 (2017). DOI : [10.1103/PhysRevLett.118.073605](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.118.073605).

Par ailleurs, deux publications sont actuellement en préparation :

- P. Neveu, J. Delpy, F. Bretenaker et F. Goldfarb. *Vacuum squeezing generation in a room temperature vapor*. En préparation.
- P. Neveu, F. Bretenaker, E. Brion et F. Goldfarb. *Multimode spin noise spectroscopy*. En préparation.

CHAPITRE 1

OPTIQUE QUANTIQUE EN VAPEUR ATOMIQUE

Par opposition à l'optique *classique* qui est l'étude des propriétés ondulatoires de la lumière, on parle d'optique *quantique* dès lors que c'est la statistique du nombre de photons du champ lumineux qui est en jeu. Les applications potentielles d'états de la lumière dis non-classiques à la métrologie, l'information et plus généralement aux technologies quantiques ont suscité une intense activité de recherche fondamentale. Dans cette communauté, on peut considérer deux écoles principales : l'une utilisant des états à *faible dispersion* du nombre de photons, par opposition à l'autre s'intéressant aux états à *large dispersion* du nombre de photons.

Dans la première école, la brique de base est l'excitation élémentaire d'un mode du champ électromagnétique : le photon unique. C'est dans une vapeur de calcium que GRANGIER, ROGER et ASPECT, 1986 ont pour la première fois détecté la signature statistique propre aux photons uniques. Depuis lors, les sources et détecteurs de photons uniques ont connu un développement technologique rapide, rendant la performance presque banale. Atomes et ions uniques piégés, molécules uniques, puits quantiques dans les semiconducteurs, centres colorés du diamant, nanotubes de carbones, les sources sont aujourd'hui multiples et bien contrôlées. Disposant désormais de sources de photons uniques indiscernables (SOMASCHI et al., 2016), voire de sources de superposition de photons uniques et de paires de photons (LOREDO et al., 2019), des applications pour les réseaux quantiques peuvent être envisagées.

La réalisation de réseaux quantiques dans la *base discrète* des états de Fock permet de profiter de la parfaite orthogonalité des différents modes du champ, mais la difficulté à générer des états à $N \geq 2$ photons avec haute fidélité reste un frein majeur. C'est pourquoi la seconde école étudie des états quantiques dans la *base continue* du champ électromagnétique, plus accessible expérimentalement. Dans ce chapitre, on introduit d'abord les notions élémentaires du formalisme de la base continue, avant de se focaliser sur les états comprimés de lumière et les idées physiques utiles pour comprendre leur génération. La deuxième partie de ce chapitre

rappelle l'intérêt des résonances subnaturelles d'un milieu pour le contrôle optique d'états quantiques de lumière.

1 Génération d'états comprimés de lumière

Cette première partie présente les processus physiques utiles à la génération d'états comprimés de lumière. Après avoir rappelé le formalisme nécessaire pour décrire ces états, on discute de l'importance des non-linéarités pour leur génération. Enfin, on s'attachera à l'exemple des processus d'*amplification sensible à la phase*.

1.1 États quantiques de lumière

De façon très générale, la propagation d'une onde dans une portion bornée de l'espace fait automatiquement apparaître l'existence de modes propres, c'est-à-dire de modes décrit par un jeu de paramètres prenant des valeurs discrètes comme la fréquence ou la polarisation. De la même façon que le mouvement d'une corde en vibration se décompose sur ses modes propres caractérisés par leur fréquence et polarisation, l'amplitude de toute onde électromagnétique (\mathbf{E} , \mathbf{B}) est distribuée sur un ensemble de modes caractérisés par un jeu de paramètres μ comme la fréquence $\omega_\mu/2\pi$, le mode spatial $\mathbf{f}_\mu(\mathbf{r})$ (polarisation et vecteur d'onde) ou encore le moment orbital (GRYNBERG, ASPECT et FABRE, 2010) :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = i \sum_{\mu} \sqrt{\frac{\hbar \omega_{\mu}}{2\epsilon_0 \mathcal{V}}} \mathbf{f}_{\mu}(\mathbf{r}) a_{\mu} + \text{h.c.}, \quad (1.1)$$

On parle de champ électromagnétique *quantique* car le degré d'occupation de ces modes se fait de façon discrète. Dans l'équation 1.1, a_{μ} et son hermitique conjugué a_{μ}^{\dagger} sont les opérateurs annihilation et création de *photons*, excitations élémentaires de chaque mode μ , et \mathcal{V} le volume de l'espace sur lequel les modes sont quantifiés. Du fait du caractère bosonique du photon, ces opérateurs ne commutent pas entre eux et obéissent à la relation

$$[a_{\mu}, a_{\mu}^{\dagger}] = 1. \quad (1.2)$$

Chacun des modes propres d'une corde en vibration est un oscillateur harmonique dans lequel un terme d'énergie cinétique et un terme d'énergie potentielle se partagent alternativement, à la fréquence de l'oscillateur, l'énergie totale du système. De la même façon, le Hamiltonien H_{μ} de chaque mode du champ électromagnétique est un oscillateur harmonique

$$H_{\mu} = \hbar \omega_{\mu} (X_{\mu}^2 + P_{\mu}^2), \quad (1.3)$$

où les deux termes quadratiques sont les *quadratures* du mode μ définies par

$$X_\mu = \frac{a_\mu + a_\mu^\dagger}{2}, \quad P_\mu = \frac{a_\mu - a_\mu^\dagger}{2}. \quad (1.4)$$

On notera

$$X_\mu^\phi = \left(a_\mu e^{-i\phi} + a_\mu^\dagger e^{+i\phi} \right) / 2 \quad (1.5)$$

la quadrature généralisée telle que $X_\mu \equiv X_\mu^0$ et $P_\mu \equiv X_\mu^{\frac{\pi}{2}}$.

Dans les paragraphes qui suivent, on rappelle quelles sont les caractéristiques principales de différents états de la base continue couramment rencontrés. Enfin, on discute de la mesure d'un état de la base continue.

États cohérents

Les états décrivant un oscillateur harmonique classique μ sont les états *cohérents* $|\alpha\rangle_\mu$, états propres des opérateurs a_μ avec la valeur propre α

$$a_\mu |\alpha\rangle_\mu = \alpha |\alpha\rangle_\mu. \quad (1.6)$$

En moyennant l'opérateur champ électrique sur cet état, on obtient

$$\begin{cases} {}_\mu \langle \alpha | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \alpha \rangle_\mu = i \sqrt{\frac{\hbar \omega_\mu}{2\epsilon_0 V}} \mathbf{f}_\mu(\mathbf{r}) \alpha + \text{c.c.} \\ |\alpha(t)\rangle_\mu = e^{-\frac{i\omega_\mu t}{2}} |\alpha e^{-i\omega_\mu t}\rangle \end{cases}, \quad (1.7)$$

et les moyennes des quadratures se partagent alternativement l'amplitude du champ à la fréquence de l'oscillateur

$$\begin{cases} {}_\mu \langle \alpha(t) | X_\mu(t) | \alpha(t) \rangle_\mu = \text{Re}(\alpha e^{i\omega_\mu t}) \\ {}_\mu \langle \alpha(t) | P_\mu(t) | \alpha(t) \rangle_\mu = \text{Im}(\alpha e^{i\omega_\mu t}) \end{cases}. \quad (1.8)$$

Ces états ont été initialement introduits par SCHRÖDINGER, 1926 pour décrire un paquet d'onde sans étalement, et GLAUBER, 1963 adopte l'adjectif *cohérent* pour insister sur le lien avec une source classique cohérente de lumière. Par ailleurs, en présence de décohérence, tout état quantique converge vers un état cohérent (ZUREK, HABIB et PAZ, 1993).

Par la suite, pour simplifier, j'utiliserai l'*enveloppe* du champ électrique grâce au changement de variable $\alpha \rightarrow \alpha e^{-i\omega_\mu t}$, où α désigne alors l'amplitude complexe du champ électrique, indépendante du temps

$$\begin{cases} \langle \alpha | \mathbf{E}(\mathbf{r}) | \alpha \rangle = i \sqrt{\frac{\hbar \omega_\alpha}{2\epsilon_0 V}} \mathbf{f}_\alpha(\mathbf{r}) \alpha e^{-i\omega_\mu t} + \text{c.c.} \\ |\alpha(t)\rangle = |\alpha\rangle. \end{cases} \quad (1.9)$$

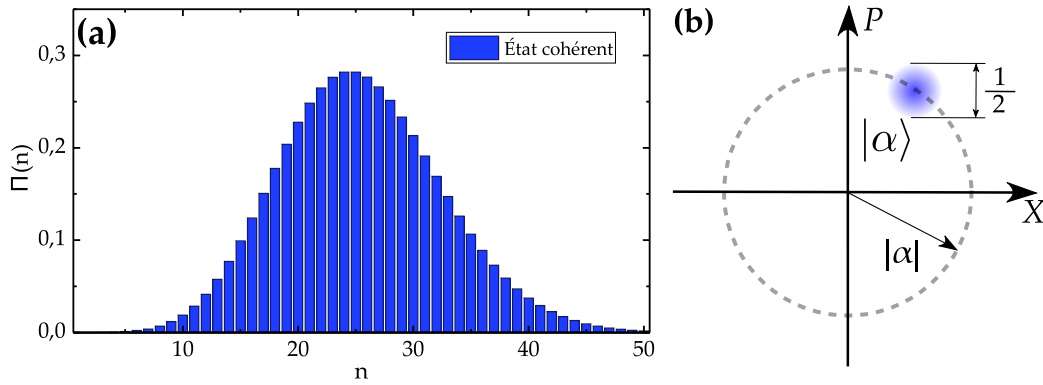


FIGURE 1.1 – **État cohérent.** (a) Distribution du nombre de photons dans un état cohérent pour $\alpha = 5$. (b) Représentation d'un état cohérent dans l'espace des phases. Autour de la valeur moyenne α , un bruit intrinsèque disperse la distribution de probabilité sur un écart type de $1/2$ pour chacune des quadratures.

Ses parties réelle et imaginaire s'expriment en fonction des quadratures X et P par

$$\begin{cases} \langle \alpha(t) | X(t) | \alpha(t) \rangle = \text{Re}(\alpha) \\ \langle \alpha(t) | P(t) | \alpha(t) \rangle = \text{Im}(\alpha) \end{cases} \quad (1.10)$$

où l'indice μ a volontairement été oublié pour alléger les notations.

Un état cohérent dispose d'une large distribution statistique du nombre de photons le constituant. Il s'écrit en effet, dans la base des états de Fock

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (1.11)$$

La distribution statistique de son nombre de photons $\Pi(n)$ est Poissonienne

$$\Pi(n) = e^{-|\alpha|^2} \frac{\alpha^{2n}}{n!}, \quad (1.12)$$

ce qui donne une moyenne \bar{n} et une variance Δn^2 égales à $|\alpha|^2$. Le vide de photons $|0\rangle$ est le seul état cohérent coïncidant avec un état de Fock.

La figure 1.1.a montre cette distribution pour un état cohérent contenant en moyenne 25 photons. Comme cette distribution est large, la mesure de l'intensité d'un champ préparé dans un état cohérent est associée à un bruit de photons (*shot noise*) intrinsèque et fondamental. Ce bruit définit la *limite quantique standard* (*Standard Quantum Limit, SQL*) $\Delta n / \bar{n} = 1/\sqrt{\bar{n}}$, limite intrinsèque de résolution dès lors qu'un dispositif de détection utilise des champs classiques.

Les quadratures d'un état cohérent ont, elles aussi, une limite fondamentale de résolution. On a en effet

$$\Delta X = \sqrt{\langle \alpha | X^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | X | \alpha \rangle^2} = \frac{1}{2}, \quad (1.13)$$

$$\Delta P = \sqrt{\langle \alpha | P^2 | \alpha \rangle - \langle \alpha | P | \alpha \rangle^2} = \frac{1}{2}. \quad (1.14)$$

Ces écarts-types sont indépendants du nombre de photons : quelle que soit l'amplitude α d'un état cohérent, la limite de résolution pour la détection d'une quadrature sera la même que celle du vide (voir Fig. 1.1.b). Ainsi, dans l'espace des phases, tout état cohérent $|\alpha\rangle$ peut s'interpréter comme un état vide de photons, déplacé autour de la valeur moyenne α . Cette action est réalisée par l'opérateur déplacement $D(\alpha)$ défini par

$$D(\alpha) = \exp[\alpha a^\dagger - \alpha^* a], \quad \text{vérifiant} \quad |\alpha\rangle = D(\alpha) |0\rangle. \quad (1.15)$$

La limite de résolution des quadratures provient explicitement de la relation de commutation sur les opérateurs annihilation et création : d'après 1.3, les opérateurs X et P sont les deux variables conjuguées d'un mode du champ électromagnétique. Du fait de la relation de commutation 1.2, leurs statistiques sont corrélées, et limitées par l'inégalité de Heisenberg

$$\Delta X \Delta P \geq \frac{1}{4}, \quad (1.16)$$

Dans le cas d'un état cohérent, cette inégalité est dite *saturée* car $\Delta X \Delta P = 1/4$.

La représentation de la figure 1.1.b illustre la statistique des mesures des quadratures d'un état cohérent. Par exemple, les projections suivant les directions X et P sont données par les distributions de probabilité (HAROCHE et RAIMOND, 2006)

$$\begin{cases} \Pi(x) = |\langle x | \alpha \rangle|^2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-2(x - \text{Re}(\alpha))^2\right] \\ \Pi(p) = |\langle p | \alpha \rangle|^2 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-2(p - \text{Im}(\alpha))^2\right] \end{cases} \quad (1.17)$$

On peut en fait montrer que l'ensemble des projections d'angle β dans l'espace des phases sont toutes gaussiennes, centrées sur $\text{Re}(\alpha e^{i\beta})$, et de largeurs données les écarts-types $\Delta X = \Delta P = 1/2$. Pour cette raison, les états cohérents constituent l'exemple typique d'états dit *gaussiens*.

États comprimés

Les états comprimés (*squeezed states*) sont l'exemple le plus simple d'états de lumière non-classiques que l'on puisse donner dans la base continue du champ électromagnétique. Ils désignent l'ensemble des états pour lesquels la statistique du

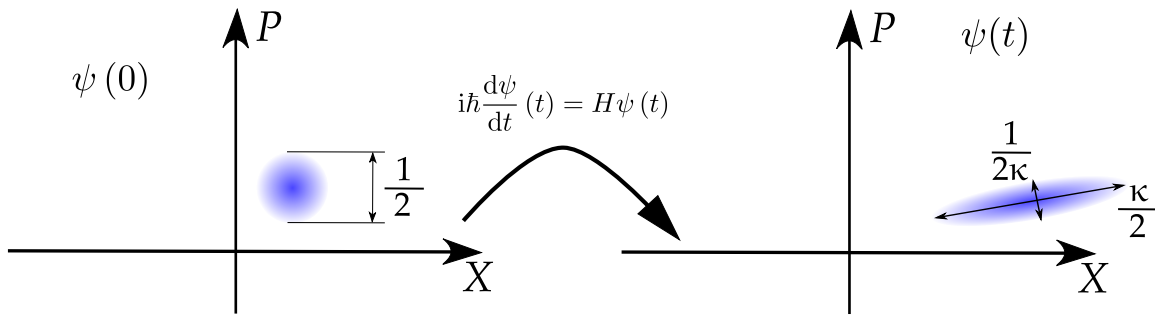


FIGURE 1.2 – **Exemple canonique d'état comprimé.** Évolution d'un paquet d'onde gaussien dans un piège harmonique à une dimension. Les quadratures X et P correspondent à la position et l'impulsion du paquet. Lors des oscillations, les incertitudes sur les quadratures oscillent à deux fois la fréquence du piège. À chaque instant, l'état dispose d'une quadrature de variance inférieure à la SQL, et de quadrature orthogonale de variance supérieure à la SQL.

nombre de photons est *en deçà* de la limite quantique standard pour certaines quadratures. Le premier exemple d'état comprimé fut envisagé par KENNARD, 1927, pour décrire la dynamique temporelle d'un paquet d'onde initialement gaussien ψ dans un piège harmonique, de Hamiltonien H :

$$i\hbar \frac{d\psi(t)}{dt} = H\psi(t) \quad (1.18)$$

La dispersion non-linéaire de l'équation de Schrödinger aboutit à une oscillation des variances sur la position x et l'impulsion p du paquet d'onde, à fréquence double de celle du piège. À chaque instant t , il existe un jeu de quadratures $X^\phi(t)$ et $X^{\phi+\pi/2}(t)$ de variances respectives $\frac{1}{2\kappa}$ et $\frac{\kappa}{2}$, où κ est un paramètre dépendant du piège et de l'état gaussien de départ (DODONOV, 2002). Ainsi, il existe toujours une quadrature X^ϕ dont la variance est sous la limite quantique standard, et telle que le produit des variances

$$\Delta X^\phi(t) \Delta X^{\phi+\pi/2}(t) = \Delta X^\phi(0) \Delta X^{\phi+\pi/2}(0) = \frac{1}{4}, \quad (1.19)$$

ne cesse de saturer la relation d'indétermination de Heisenberg 1.16. Dans l'espace des phases, la redistribution des variances aboutit à un état ressemblant à une ellipse dont le grand axe (petit axe) est au delà (en deçà) des dimensions initiales de l'état cohérent. L'état est dit *comprimé* puisqu'il existe une quadrature dont la variance est sous la limite quantique standard.

Pour caractériser le taux de compression d'un état comprimé, on utilise l'*opérateur de squeezing*,

$$S(r) = \exp \left[\frac{ra^2 - r^*a^{\dagger 2}}{2} \right] \quad (1.20)$$

où $r = |r| e^{i\theta_r}$ est le *paramètre de squeezing*. Le module $|r|$ caractérise l'amplitude et

θ_r l'angle de compression. Cet opérateur est l'opérateur d'évolution d'un Hamiltonien quadratique. Dans le cas particulier ou $\theta_r = 0$, on montre que

$$\begin{cases} \langle \psi | S^\dagger X S(\zeta) | \psi \rangle = \langle \psi | X | \psi \rangle e^{+r} \\ \langle \psi | S^\dagger(\zeta) P S(\zeta) | \psi \rangle = \langle \psi | P | \psi \rangle e^{-r} \end{cases} \quad (1.21)$$

Ces transformations sur les valeurs moyennes s'appliquent aussi aux écarts-types :

$$\Delta X = \Delta X_0 e^{+r} \quad \text{et} \quad \Delta P = \Delta P_0 e^{-r} \quad (1.22)$$

Ainsi, on a conservation du produit $\Delta X \Delta P = \Delta X_0 \Delta P_0$ mais le bruit est redistribué entre les quadratures. De façon générale, pour $\theta_r \neq 0$ [π] les états comprimés tels que définis par 1.20 ne saturent pas la relation d'incertitude de Heisenberg pour les quadratures X et P , mais pour un autre jeu de quadratures.

Les premières réalisations expérimentales de squeezing (SLUSHER et al., 1985, SHELBY et al., 1986) ont vite motivé leur utilisation en métrologie (GRANGIER, SLUSHER et al., 1987). Aujourd'hui encore, la dernière génération de la collaboration LIGO-VIRGO pour la détection d'ondes gravitationnelles utilise de la lumière comprimée (ABADIE et al., 2011). Plus généralement, l'utilisation de lumière comprimée pour les systèmes d'imagerie ouvre un large panel d'applications potentielles (TREPS et al., 2003, LUGIATO, GATTI et BRAMBILLA, 2002) comme l'amplification d'images sans bruit ajouté ou la détection de mouvements ou d'objets en deçà des limites de résolution classique par exemple (ZHANG, AGARWAL et SCULLY, 2019). En termes de performance, le meilleur taux de compression de lumière obtenu jusqu'alors est de 15 dB (VAHLBRUCH et al., 2016), soit un gain d'un facteur 32.

Les états comprimés discutés ici sont des états comprimés en quadratures. D'autres observables peuvent également voir leur statistique comprimée. SHORT et MANDEL, 1983 furent par exemple les premiers à montrer le dégrouperement de photons associé à un émetteur de photons uniques. La statistique subpoissonienne observée démontre la compression de l'état du champ cette fois en nombre de photons. Depuis lors, la mesure de cette statistique constitue d'ailleurs une des étapes essentielles à la caractérisation d'un émetteur de photons uniques. Enfin, la notion de squeezing n'est pas exclusivement réservée au champ électromagnétique : des observables atomiques peuvent aussi être comprimées. Par exemple, on parle de *spin squeezing* lorsque qu'une composante du moment orbital total d'un ensemble de spin a sa variance réduite par rapport à la situation où l'on sommerait simplement les moments orbitaux (WINELAND et al., 1992). Sans être exhaustif, plusieurs réalisations expérimentales au moyen d'interactions répulsives d'ions piégés (MEYER et al., 2001), ou dans un condensat de Bose-Einstein (ESTEVE et al., 2008), ou encore au moyen d'interactions collectives d'une vapeur atomique en cavité (LEROUX, SCHLEIER-SMITH et VULETIĆ, 2010) ont permis d'obtenir ce type de compression. Enfin, plus récemment, SALVI et al., 2018 ont montré une technique

permettant la compression sur la position d'un atome de strontium.

États comprimés à deux modes

Comme le montre la définition 1.20, l'opérateur de squeezing agit sur les statistiques du nombre de photons d'un mode par *paires de photons* (opérateur a^2). On peut généraliser cet opérateur en ne présupposant pas que l'action ait lieu sur le même mode du champ, mais sur deux modes différents a et b :

$$S(r) = \exp \left[\frac{rab - r^* a^\dagger b^\dagger}{2} \right] \quad (1.23)$$

Les résultats 1.21 et 1.22 restent valables pour le squeezing bimode, à condition de considérer les quadratures suivantes :

$$X^\phi = \frac{(a+b)e^{-i\phi} + (a^\dagger + b^\dagger)e^{+i\phi}}{\sqrt{8}} \quad (1.24)$$

Un processus décrit par l'opérateur 1.23 génère des corrélations fortes entre les deux modes impliqués. Aucun des deux modes a ou b n'est comprimé, mais certaines de leurs combinaisons linéaires possèdent des quadratures comprimées. HUNTINGTON et al., 2005 ont ainsi utilisé un interféromètre de Mach-Zender déséquilibré pour séparer spatialement deux modes spectraux intriqués et comprimés ; pris séparément, aucun de ces modes ne montre de statistique en deçà de la SQL alors que certaines combinaisons de modes présentent du squeezing.

L'opérateur de squeezing 1.23 génère une intrication entre les modes a et b . Les modes ainsi intriqués possèdent alors des corrélations non locales, qui peuvent être utilisées pour décrire le fameux paradoxe proposé par EINSTEIN, PODOLSKY et ROSEN, 1935 (OU et al., 1992, SILBERHORN et al., 2001, ZHANG, WANG, LI et al., 2000). Dans ce manuscrit, on s'attachera plus particulièrement à la description du squeezing entre deux modes spectraux.

États non gaussiens

Jusqu'ici, on a discuté d'états non classiques du rayonnement dont la statistique reste gaussienne, c'est-à-dire relativement proches des états classiques. Or, la perspective d'un réseau quantique d'information utilisant des états de lumière non-classique dans la base continue nécessite des états aux statistiques non gaussiennes. En effet, l'utilisation d'états gaussiens ne permet pas de réaliser certaines étapes fondamentales comme la distillation d'intrication, utile à la lutte contre les phénomènes de décohérence toujours présents dans les systèmes expérimentaux (EISERT, SCHEEL et PLENIO, 2002). Pour obtenir ce type d'état, il faut employer de

fortes non-linéarités cumulant la réponse d'un milieu non-linéaire avec des protocoles de post-détections. Il existe plusieurs états quantiques étudiés expérimentalement dont les statistiques sont non gaussiennes. Sans être exhaustif, on peut citer plus particulièrement les états correspondants à des soustractions ou additions de photons, utilisé dans le cadre de l'étude de la transition classique/quantique (ZAVATTA, VICIANI et BELLINI, 2004, ou pour les télécommunications quantiques (PARIGI et al., 2007, NAMEKATA et al., 2010, RA et al., 2017), ou encore les états agglomérats (*cluster states*) hautement intriqués (BRIEGEL et RAUSSENDORF, 2001, YOSHIKAWA et al., 2016). Dans des perspectives plus fondamentales, en référence à la célèbre expérience de pensée de SCHRÖDINGER, 1935, la superposition quantique de deux états classiques incompatibles (état *chat*) a été montrée expérimentalement plusieurs fois (MONROE et al., 1996, BRUNE et al., 1996, VLASTAKIS et al., 2013, OURJOUNTSEV et al., 2007, HACKER et al., 2019).

Mesure des quadratures d'un état

Plusieurs méthodes existent pour mesurer les propriétés statistiques d'un état de lumière. La plus intuitive consiste simplement à envoyer le champ lumineux sur une photodiode classique. Même si les rapides oscillations à fréquence optique ne sont pas détectables, les *variations de l'amplitude* du champ le sont. Typiquement, on emploie cette technique pour mesurer une modulation de la quadrature en amplitude X : SCHNABEL, 2017 montre ainsi que le filtrage électronique du signal permet de choisir le mode du champ électromagnétique mesuré. Cette technique a par exemple été employée pour la détection des ondes gravitationnelles du 4 septembre 2015 (ABBOTT et al., 2016). Dans cette expérience, les tracés temps-fréquence illustrant l'évolution spectrale des ondes gravitationnelles sont en fait la mesure de la quadrature en amplitude du champ en sortie d'interféromètre. Bien que cette méthode ait l'avantage de pouvoir sélectionner le mode du champ sondé de façon assez simple par changement de la fréquence du filtre, l'inconvénient majeur est qu'il n'est pas possible de mesurer d'autres quadratures. Autrement dit, la tomographie complète du champ est impossible.

En revanche, la détection homodyne est une méthode permettant de faire la cartographie complète d'un état dans l'espace des phases. La figure 1.3 montre un schéma de principe de cette détection. L'idée essentielle est de superposer un état dans un mode a à un champ quasi-classique dans un mode b de même fréquence et de même mode transverse (*l'oscillateur local*) via une lame semi-réfléchissante. De cette façon, les modes de sortie de la lame s'expriment en fonction des modes d'entrée par

$$c = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + b) \quad \text{et} \quad d = \frac{1}{\sqrt{2}}(a - b). \quad (1.25)$$

Deux photo-détecteurs mesurent alors les intensités des canaux c et d , dont on

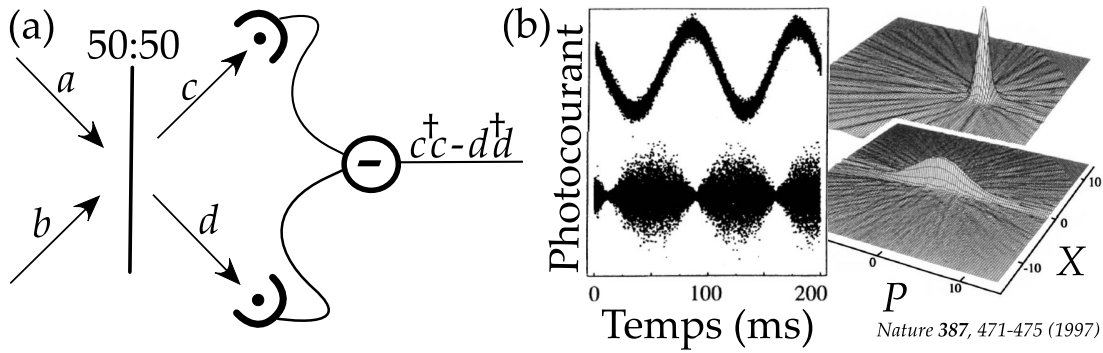


FIGURE 1.3 – **Principe de la détection homodyne.** (a) Une lame semi-réfléchissante combine les modes a et b en les modes c et d . La différence des signaux photo-électriques issus des détecteurs permet de cartographier l'état du mode a dans l'espace des phases dès lors que l'état occupant le mode b est un état cohérent beaucoup plus intense. (b) Mesure historique d'un vide comprimé. Photocourant (gauche) et reconstruction de l'état (droite). État cohérent (haut) et vide comprimé en phase (bas). Figure extraite de BREITENBACH, SCHILLER et MLYNEK, 1997 (lic. 4611820258975).

fait électroniquement la différence. L'opérateur décrivant la différence de photocourant I est

$$I \propto c^\dagger c - d^\dagger d = ab^\dagger + ba^\dagger \quad (1.26)$$

Si on note $\beta e^{i\phi}$ l'amplitude complexe de l'état cohérent de l'oscillateur local dans le mode b , on montre que le photo-courant est proportionnel à

$$I \propto \beta \left(a e^{-i\phi} + a^\dagger e^{i\phi} \right) = 2\beta X^\phi, \quad (1.27)$$

soit l'image de la quadrature X^ϕ du mode signal. Ainsi, les fluctuations du photocourant, toujours dans l'hypothèse d'un oscillateur local de grande amplitude devant le signal, s'écrivent

$$\Delta^2 I \propto \beta^2 \Delta^2 X^\phi. \quad (1.28)$$

En scannant la phase relative ϕ entre l'oscillateur local et le signal, il est possible de reconstruire l'ensemble de l'état du mode a dans l'espace des phases. La figure 1.3.b montre un exemple pionnier de détection d'un état cohérent et d'un vide comprimé en phase. Dans le cas d'un état cohérent, quelle que soit la phase relative entre l'oscillateur local et le signal, la variance du photocourant est contrainte par la limite quantique standard. Dans le cas du vide comprimé, même si la valeur moyenne du photocourant est toujours nulle, la variance de certaines quadratures est en deçà de la SQL.

Dans cette méthode, c'est l'oscillateur local qui détermine le mode sondé. En effet, même en l'absence d'entrée dans le mode a , c'est le vide de photons dans ce mode, à la fréquence de l'oscillateur local, qui est sondé. C'est d'ailleurs un autre avantage de la détection homodyne sur la détection directe, pour laquelle la calibration de la SQL est moins aisée. Ensuite, le choix de la fréquence à laquelle la

densité spectrale de puissance du photocourant va être mesurée joue un nouveau rôle de filtrage électronique du mode sondé (SCHNABEL, 2017).

La détection homodyne a aussi ses inconvénients. En tant que détection électronique, sa bande passante excède difficilement le GHz (voir par exemple HUANG et al., 2015). De plus, elle est extrêmement sensible aux bruits parasites, et donc à l'efficacité de détection des détecteurs utilisés¹ (APPEL et al., 2007). Pour remédier à cela, des propositions récentes de détection homodyne large-bande proposent une détection *optique* des quadratures (SHAKED et al., 2018).

1.2 Des non-linéarités comme moyen de compression

La génération d'états comprimés de lumière nécessite une interaction non-linéaire entre le champ lumineux et un milieu. Il existe plusieurs moyens pour modéliser ces non-linéarités. Une première méthode *ab initio* complètement générale, consiste à propager un champ électromagnétique dans un milieu dont la réponse est décrite par son Hamiltonien complet. Dans cette approche, *toutes* les non-linéarités sont prises en compte, ce qui nécessite souvent un développement perturbatif de la réponse du milieu. Cette sous-section rappelle les descriptions classique et quantique employées dans cette démarche.

Description classique La propagation d'un champ électrique \mathbf{E} dans un milieu de polarisation \mathbf{P} est régie par l'équation suivante, issue des équations de Maxwell

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \partial_t^2\right) \mathbf{E}(x, y, z, t) = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}(x, y, z, t). \quad (1.29)$$

μ_0 la permittivité diélectrique du vide et c la vitesse de la lumière dans le vide. Pour un champ se propageant suivant $+z$, il est d'usage d'introduire les amplitudes complexes du champ électrique E et de la polarisation P

$$\mathbf{E} = E(x, y, z, t) e^{-i(\omega_0 t - kz)} \mathbf{u} + \text{c.c} \quad \text{et} \quad \mathbf{P} = P(x, y, z, t) e^{-i(\omega_0 t - kz)} \mathbf{v} + \text{c.c}. \quad (1.30)$$

(\mathbf{u}, \mathbf{v}) sont des vecteurs unitaires et $(\omega_0, k = \omega_0/c)$ sont les pulsation et vecteur d'onde de l'onde plane. Cette décomposition permet de dissocier les échelles de temps variant à fréquence optique des échelles typiques de variation de l'amplitude complexe, plus lentes. Pareillement, on dissocie les échelles de longueur de l'ordre de la longueur d'onde des distances typiques de variations de l'amplitude complexe. Sauf cas extrêmes², on a

$$\frac{\partial}{\partial t} \ll \omega_0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial z} \ll k \quad (1.31)$$

1. On peut voir la partie non détectée du champ comme un vide de photons, avec son bruit associé.

2. C'est la situation rencontrée dans la génération d'impulsions ultra-brèves par exemple.

Ces approximations dites de *l'enveloppe lentement variable* permettent de négliger les dérivées secondes devant les dérivées premières en réinjectant 1.30 dans 1.29, et d'obtenir l'équation

$$(c\partial_z + \partial_t) E(x, y, z, t) \mathbf{u} = i \frac{\omega_0}{2\epsilon_0} P(x, y, z, t) \mathbf{v}. \quad (1.32)$$

Il est alors nécessaire d'introduire un modèle décrivant le système afin de connaître le lien entre la polarisation du milieu \mathbf{P} et le champ électrique appliqué \mathbf{E} . Notons que la polarisation \mathbf{P} peut être une polarisation propre au milieu, une polarisation induite par le champ \mathbf{E} , ou encore une polarisation induite par l'existence d'autres champs présents dans le milieu $\mathbf{E}_i = E_i e^{-i(\omega_i t - k_i z)}$. Ainsi, de façon très générale, on peut écrire

$$P = P^{(0)} + P^{(1)} + \dots \quad (1.33)$$

avec

$$P^{(i)} (\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_i) \mathbf{v} = \epsilon_0 \left[\chi^{(i)} \right] \times (E_1, E_2, \dots, E_i)^T \quad (1.34)$$

où $\left[\chi^{(i)} \right]$ est la susceptibilité diélectrique d'ordre i , c'est-à-dire un tenseur complexe d'ordre i , couplant i champs électriques entre eux pour donner naissance à une composante à la fréquence $\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_i$ du champ électromagnétique. $P^{(i)}$ est calculé à partir d'un développement perturbatif, faisant intervenir i composantes du champ total. On trouve des relations similaires faisant intervenir les amplitudes complexes conjuguées des champs électrique E_i^* à condition que cela corresponde à des contributions $-\omega_i$ dans la polarisation. Ici, nous n'avons toujours rien supposé sur la réponse du milieu ; on a au contraire envisagé l'existence de toutes sortes de processus non linéaires mettant en jeu un grand nombre de champs électriques de fréquences différentes.

Description quantique Les équations précédentes, bien qu'elles décrivent un champ électrique classique, donnent un indice sur la nature des processus quantique en jeu. En effet, dans l'équation 1.34, la combinaison des fréquences des champs électriques apparaissant dans le processus non-linéaire est l'exact équivalent de la combinaison des photons à envisager dans le processus. De plus, il pourrait sembler naïf de penser que le bruit du champ électromagnétique est affecté de la même manière que sa valeur moyenne par le processus, mais c'est en fait bien souvent vérifié. Ainsi, les effets paramétriques³ mettant en jeu une déamplification⁴ du champ électrique vont être aussi associés à une réduction du bruit, éventuellement sous la limite quantique standard, définition du squeezing.

3. On parle d'effet paramétrique lorsque l'on a affaire à un processus linéaire ou non-linéaire cohérent, c'est-à-dire où l'onde générée par le processus est cohérente avec l'onde incidente, et interfère donc avec celle-ci. Pour BOYD, 2003, il s'agit des processus *en circuit fermé* où les états quantiques initial et final mis en jeu dans le processus sont identiques.

4. A différencier de l'absorption, pour laquelle le champ incident transfère des photons vers tous les modes spatiaux, sans corrélation de phase. Ce processus est non-paramétrique car les états initial et final diffèrent.

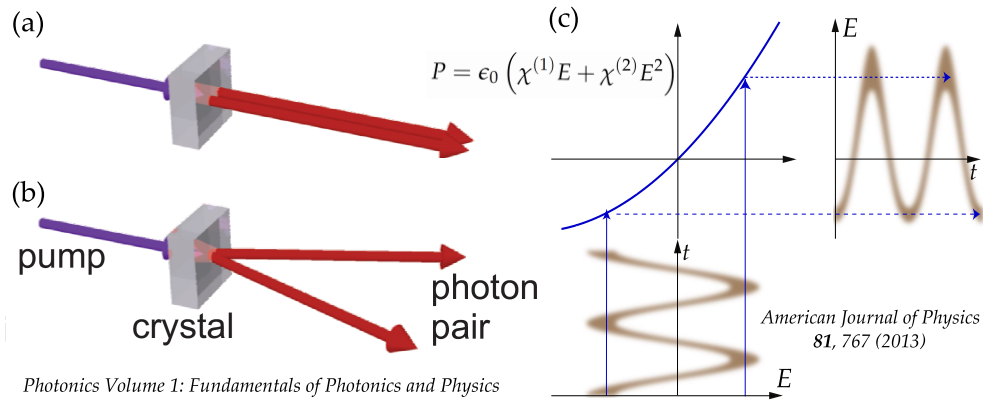


FIGURE 1.4 – **Amplification paramétrique optique.** Un faisceau pompe (bleu) est un réservoir de photons pour les faisceaux signal et complémentaire (rouge). En configuration dégénérée (a), les faisceaux signal et complémentaire sont parallèles, par opposition à la situation non dégénérée (b). Figure extraite de LVOVSKY, 2015 (lic. 4611820836881). (c) Interprétation graphique du squeezing associé. Le milieu présente une susceptibilité d'ordre 2 non nulle, rendant convexe la courbure de $P(E)$. Une pompe intense est superposée au vide de photons dans le mode du signal (bas). La transformation par la polarisation du milieu fait que les maxima (minima) d'amplitudes sont amplifiés (déamplifiés), en valeur moyenne et en bruit, comprimant ainsi les propriétés de bruit du signal (droite). Figure extraite de BAUCHROWITZ, WESTPHAL et SCHNABEL, 2013, avec l'autorisation de l'American Association of Physics Teachers.

Les premières réalisations expérimentales de squeezing citées à la section précédente ont été obtenues avec un mélange à 4 ondes dans une vapeur de sodium (SLUSHER et al., 1985) ou dans une fibre optique (SHELBY et al., 1986), mettant en jeu le $\chi^{(3)}$ du matériau. La même année, WU, KIMBLE et al., 1986 utilisent l'amplification paramétrique optique (*Optical Parametric Amplification*, OPA) ($\chi^{(2)}$) d'un cristal non-linéaire placé dans une cavité résonante. Les expériences plus récentes (VAHLBRUCH et al., 2016) donnant lieu aux records de squeezing optique (15 dB) utilisent ce même processus d'OPA.

La figure 1.4.a illustre une OPA dans lequel 3 champs électriques interviennent : la pompe de fréquence ω_0 et de vecteur d'onde \mathbf{k} , le signal (ω_s, \mathbf{k}_s) et son complémentaire (ω_c, \mathbf{k}_c). La conservation de l'énergie et de l'impulsion assurent respectivement

$$\omega_0 = \omega_s + \omega_c \quad \text{et} \quad 2\mathbf{k} = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_c \quad (1.35)$$

Ainsi, certains photons pompe vont être convertis en une paire de photons signal et complémentaire, ou réciproquement. Si les vecteurs d'onde des champs signal et complémentaire sont parallèles, on parle d'OPA spatialement dégénéré (Fig. 1.4.a), sinon d'OPA spatialement non-dégénéré (Fig. 1.4.b). Si aucun photon signal/complémentaire n'est présent à l'entrée du cristal, alors l'émission des paires de photons est spontanée.

Ce sont les caractéristiques internes d'un cristal qui déterminent s'il sera le

siège d'une OPA dégénérée ou non-dégénérée. En effet, selon les indices de réfraction du matériau à la fréquence de la pompe, du signal et de son complémentaire, les conditions géométriques d'interférences constructives des faisceaux signal et complémentaire seront différentes. La condition dite d'*accord de phase* pour la génération des paires de photons signal/complémentaire dépend donc de la phase relative globale entre le triplet pompe/signal/complémentaire ainsi que des indices de réfraction du milieu à chacune de ces fréquences. En vapeur atomique, le milieu est suffisamment dilué pour pouvoir considérer un indice de réfraction égal à 1 pour toutes les longueurs d'ondes. C'est pourquoi dans les processus étudiés dans ce manuscrit, seule la phase relative entre les photons incidents sera discutée pour l'accord de phase. Par ailleurs, pour cette même raison, les directions des faisceaux émis sont uniquement déterminées par les directions des faisceaux incidents.

La figure 1.4.c représente une interprétation graphique élégante du squeezing. Dans cette représentation où le signal et le complémentaire sont confondus ($\omega_s = \omega_c$), l'idée est de voir la transformation d'un champ initialement constitué d'une pompe classique (sans bruit) sommée d'un vide de photons dans le mode du signal. La superposition cohérente de ces deux champs est transformée par la polarisation du milieu qui, par sa courbure convexe induit une compression modulée de son bruit issu du vide de photons⁵. Cette modulation est le squeezing intrinsèquement associé au processus.

En vapeur atomique, les atomes sont polarisables par le biais de différentes transitions optiques, qui sont chacune couplées à des champs électriques différents. Par ailleurs, l'isotropie d'une vapeur atomique empêche l'existence de phénomènes non-linéaires basés sur la susceptibilité d'ordre deux ($\chi^{(2)}$) BOYD, 2003. Dans ce manuscrit, on s'intéresse à des processus générés par la susceptibilité d'ordre trois ($\chi^{(3)}$).

La méthode discutée ici présente l'avantage d'être générale, au risque d'une grande complexité difficilement analysable et souvent inutile puisque beaucoup de non-linéarités sont infinitésimales. On peut adopter une description plus simple, en présupposant déjà la forme Hamiltonienne du processus étudié, et faire évoluer les opérateurs du champ électromagnétique par cet Hamiltonien. Cette seconde méthode est appliquée dans la section suivante avec l'exemple d'une classe particulières de phénomènes : *l'amplification sensible à la phase* issue de processus non-linéaires d'ordre 3.

5. Le changement de l'amplitude globale du signal est une simple génération de seconde harmonique à $2\omega_0$.

1.3 Description d'un amplificateur sensible à la phase

Tout phénomène non-linéaire cohérent impliquant plusieurs photons est intrinsèquement sensible à leur phase relative. Ainsi, la terminologie d'*amplificateur sensible à la phase* englobe l'ensemble de ces processus multiphotons engageant une superposition cohérente de pompes intenses et de champs signal/complémentaire. Dans cette partie, on se concentre sur la description d'un phénomène utilisant la susceptibilité d'ordre trois ($\chi^{(3)}$), c'est-à-dire un mélange à 4 ondes. Il s'agit plus particulièrement de la conversion de deux photons issus d'une pompe (ω_0) en un photon signal (ω_s) et complémentaire (ω_c) tels que (voir Fig. 1.5.a)

$$2\omega_0 = \omega_s + \omega_c \quad \text{avec} \quad \omega_{s/c} = \omega_0 \pm \delta \quad (1.36)$$

et tels que les vecteurs d'ondes correspondants vérifient la conservation de l'impulsion. Cet effet est largement étudié dans les fibres optiques (TONG et RADIC, 2013) car, par opposition aux amplificateurs sensibles à la phase, CAVES, 1982 montre que tout amplificateur classique *insensible* à la phase rajoute nécessairement du bruit au signal amplifié. Dans la limite des grands gains, ce bruit ajouté est au minimum de 3 dB. Au contraire, les processus *sensibles* à la phase permettent de conserver le rapport signal sur bruit des champs lumineux lors de leur amplification (SLAVÍK et al., 2010, TONG, LUNDSTRÖM et al., 2011).

On peut décrire heuristiquement ce processus de conversion de deux photons pompes en une paire de photons signal/complémentaire par le Hamiltonien effectif suivant (CHEN et ZHANG, 2009)

$$H = i\hbar\zeta e^{2i\Theta} a_s^\dagger a_c^\dagger + \text{h.c.} \quad (1.37)$$

$\sqrt{\zeta}$ est proportionnel à l'amplitude (classique) du champ pompe, $\Theta = 2\phi_0 - \phi_c - \phi_s$ est la phase relative entre les différents modes impliqués dans le processus et $a_{s,c}^\dagger$ sont les opérateurs création de photon respectifs des modes signal et complémentaire. ζ est supposé constant, c'est-à-dire que l'effet du transfert des photons sur la valeur moyenne de la pompe est négligé. Du fait de l'intrication des paires de photons signal/complémentaire, il est pertinent d'effectuer le changement de base suivant

$$a_+ = \frac{a_s + a_c}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad a_- = \frac{a_s - a_c}{\sqrt{2}}, \quad (1.38)$$

où cette fois les opérateurs a_\pm^\dagger correspondent à la création d'une superposition de photons entre les modes signal et complémentaire. Alors, on montre que l'évolution temporelle de ces opérateurs est une transformation de Bogoliubov (FERRINI et al., 2014)

$$a_\pm(t) = \lambda a_\pm(0) \pm \mu a_\pm^\dagger(0), \quad (1.39)$$

avec

$$\lambda = \cosh(\zeta t) \quad \text{et} \quad \mu = e^{i\Theta} \sinh(\zeta t). \quad (1.40)$$

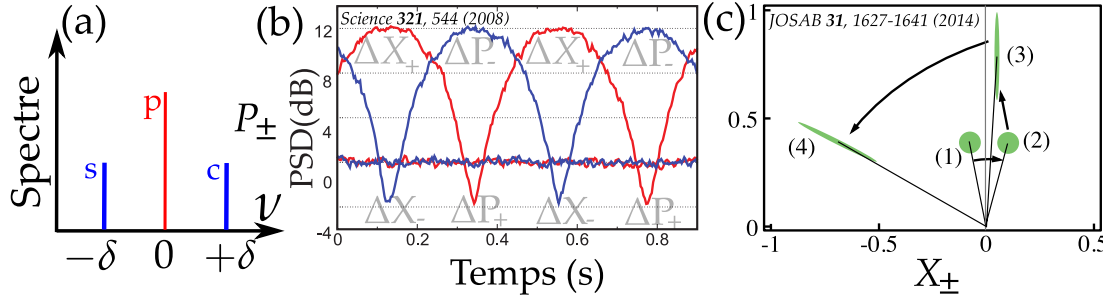


FIGURE 1.5 – **Processus d'amplification sensible à la phase.** (a) Composantes participant au processus. Le mélange à 4 ondes envisagé met en jeu 2 fois la pompe (en rouge) ainsi qu'une composante signal et complémentaire à $\pm\delta$ (en bleu) par rapport à la fréquence de la pompe. (b) Observation d'un squeezing bimode issu d'un mélange à 4 ondes dans une vapeur chaude de rubidium. Deux détections homodynes mesurent simultanément les variances ΔX_{\pm} et ΔP_{\pm} des quadratures des modes a_{\pm} lors d'un scan linéaire de la phase de l'oscillateur local. Figure extraite de BOYER et al., 2008 (lic. 4611821385477). (c) Décomposition de la transformation des quadratures bimodes X_{\pm} et P_{\pm} dans l'espace des phases. On trouve trois étapes élémentaires pour décrire de façon générale la matrice 1.41 : rotation (2), puis compression (3), puis rotation (4). Figure extraite de FERRINI et al., 2014, avec la permission de l'Optical Society of America.

Par conséquent, les quadratures des modes a_{\pm} (voir Eq. 1.4) évoluent suivant la matrice

$$\begin{pmatrix} X_{\pm}(t) \\ P_{\pm}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Re}[\lambda \pm \mu] & -\text{Im}[\lambda \mp \mu] \\ \text{Im}[\lambda \pm \mu] & \text{Re}[\lambda \mp \mu] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{\pm}(0) \\ P_{\pm}(0) \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

Par exemple, si $\Theta = 0$, les quadratures X_{+} et P_{-} vont subir une amplification tandis que les quadratures X_{-} et P_{+} vont être déamplifiées

$$\begin{pmatrix} X_{\pm}(t) \\ P_{\pm}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{\pm\zeta t} & 0 \\ 0 & e^{\mp\zeta t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{\pm}(0) \\ P_{\pm}(0) \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

L'équation 1.42 s'applique autant à la valeur moyenne des quadratures qu'à leurs fluctuations. Ainsi, toujours dans l'exemple $\Theta = 0$, une interaction pendant une durée T va générer un squeezing d'un facteur $\exp[-2\zeta T]$ des variances des quadratures X_{-} et P_{+} pendant que les quadratures X_{+} et P_{-} vont subir un anti-squeezing de même taux

$$\Delta^2 X_{\pm}(T) = e^{\pm 2\zeta T} \Delta^2 X_{\pm}(0) \quad \text{et} \quad \Delta^2 P_{\pm}(T) = e^{\mp 2\zeta T} \Delta^2 P_{\pm}(0). \quad (1.43)$$

BOYER et al., 2008 ont réalisé un tel squeezing bimode dans une vapeur de rubidium à température ambiante. La figure 1.5.c montre le signal issu des détections homodynes des quadratures des modes a_{\pm} . Le signal sous la limite quantique standard montre très clairement que les quadratures X_{-} et P_{+} sont simultanément comprimées. Du fait de l'intrication des modes signal et complémentaire, on parle

alors d'*inséparabilité*⁶ de ces modes. L'inséparabilité entre deux faisceaux générés par un phénomène paramétrique a été vérifiée dans des oscillateurs paramétriques (LAURAT et al., 2004) ou par mélange à 4 ondes dans des fibres optiques (SILBERHORN et al., 2001) par exemple.

De façon générale, pour tout Θ , il existe toujours certaines quadratures des modes a_{\pm} qui sont comprimées. C'est l'objet de la figure 1.5.c dans laquelle FERRINI et al., 2014 décomposent la transformation issue de la matrice symplectique 1.41 en 3 transformations élémentaires : 2 rotations et une compression dont l'expression est semblable à l'équation 1.42.

Il est possible d'obtenir un signal et un complémentaire dégénérés à condition d'être dans une configuration où deux pompes sont situées à $\pm\delta$ de la fréquence du signal. ARISMAR CERQUEIRA et al., 2008 montrent ainsi qu'il est possible de générer des mélanges à 4 ondes en cascades générant un peigne de fréquences aux corrélations non triviales sur une bande passante large de plusieurs centaines de nanomètres.

Bien que la génération d'états comprimés soit aujourd'hui bien comprise, les processus non-linéaires impliqués sont rarement efficaces. La seconde partie de ce chapitre montre l'intérêt des résonances sub-naturelles pour le contrôle optique.

2 Résonances sub-naturelles pour le contrôle optique

Outre de faibles pertes par propagation, l'utilisation des fibres optiques pour les télécommunications a l'avantage de permettre un multiplexage large bande grâce aux fréquences des champs optiques. Entre les années 1970 et les années 2000, le développement rapide des techniques de multiplexage a permis de passer d'un débit de 100 Mb/s à plus de 1 Tb/s dans une fibre monomode (ESSIAMBRE et TKACH, 2012), soit un facteur 10 000 en seulement 30 ans. Depuis, la demande de débit est toujours exponentiellement croissante alors que la limite actuelle de débit des fibres monomodes peine à dépasser les 100 Tb/s⁷ (GALDINO, SEMRAU et BAYVEL, 2018). Pour répondre à ce défi, différentes solutions sont envisagées, à base de multiplexage sur le moment orbital de la lumière (BOZINOVIC et al., 2013) protégé des effets diffusants dus aux impuretés du milieu (LEI et al., 2019), ou plus simplement un multiplexage spatial dans des fibres multimodes (STUART, 2000), à coeur creux (NIELSEN et al., 2004), ou multicoeurs (PUTTNAM et al., 2017).

Les difficultés à répondre à la demande concernent non seulement le transfert de données, mais aussi leur traitement. Ainsi, l'usage de la lumière pour l'algorithmique (la photonique) fait aussi partie des pistes d'optimisation des réseaux d'information. Au cours des dernières décennies, la photonique sur puce (*silicon*

6. Une définition quantitative de l'inséparabilité est, dans le cas précis de cet exemple $\Delta X_-^2 + \Delta P_+^2$. On parle de modes inséparables dès lors que l'inséparabilité est < 2 .

7. ESSIAMBRE et TKACH, 2012 estiment que la demande en 2020 est d'1 Tb/s par canal, soit la capacité totale de débit d'une fibre des années 2000.

photonics) a connu un réel essor (SHACHAM, BERGMAN et CARLONI, 2007). Par exemple, des travaux sur la réalisation d'amplificateur paramétrique optique sur puce (FOSTER et al., 2006), de sources de lumière sur puce (ZHOU, YIN et MICHEL, 2015), ou encore de ligne à retard sur puce (WANG, ASHRAFI et al., 2016) contribuent au projet d'un réseau d'information tout-optique.

La réalisation d'un *réseau quantique d'information* permettrait, en exploitant la puissance de la superposition d'états et de l'intrication, de réduire considérablement les durées de calcul. Par exemple, POLITI, MATTHEWS et O'BRIEN, 2009 ont démontré la factorisation d'un nombre (15) en utilisant un processeur quantique à 5 qubits suivant l'algorithme de SHOR, 1999⁸. Les candidats pour la réalisation de tels réseaux sont nombreux; atome en cavité (RITTER et al., 2012), qubits supraconducteurs (GAMBETTA, CHOW et STEFFEN, 2017), centres colorés du diamant (CHILDRESS et HANSON, 2013, BECKER et al., 2016) ou encore horloges atomiques (KOMAR et al., 2014)... même si à l'heure de l'écriture de cette thèse, l'applicabilité à grande échelle est encore hors de portée.

Parmi les pré-requis pour réaliser un tel réseau quantique d'information, il est nécessaire de pouvoir synchroniser des canaux entre eux, c'est-à-dire avoir des mémoires quantiques capables de rémettre à la demande un état préalablement stocké. Une des pistes pour réaliser de telles mémoires est d'exploiter les propriétés de dispersion d'un système atomique à proximité de résonances ultrafines.

2.1 Théorie classique de la dispersion

La réponse d'un milieu à un champ électrique est caractérisée par sa susceptibilité. Dans le cas d'un milieu linéaire ($\chi^{(i \geq 2)} = 0$) ne disposant pas de polarisation propre ($P^{(0)} = 0$), on a la relation constitutive

$$P(\omega) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(\omega). \quad (1.44)$$

J'oublierai volontairement l'exposant ⁽¹⁾ par la suite. L'équation de propagation 1.32 peut être exprimée dans le domaine de Fourier⁹

$$\partial_z E(z, \omega) = i \frac{\omega}{c} \left(1 + \frac{\chi}{2}\right) E(z, \omega), \quad (1.45)$$

ce qui permet d'obtenir l'expression du champ à fréquence ω

$$E(z, \omega) = E(0, \omega) e^{i \frac{\omega z}{c} \left(1 + \frac{\text{Re}\chi}{2}\right)} e^{-\frac{\omega z}{2c} \text{Im}\chi}. \quad (1.46)$$

Le facteur exponentiel complexe donne le *déphasage* induit par la propagation dans le milieu et le facteur exponentiel réel donne l'*absorption* du milieu. La théorie de

8. Le problème de factorisation des grands nombres est un exemple classique de problème dont aucune solution classique connue ne soit calculable en un temps polynomial de la taille du nombre à factoriser. L'algorithme quantique de Shor en donne une solution.

9. Dans ce cas, la polarisation est nécessairement colinéaire avec le champ électrique $\mathbf{v} = \mathbf{u}$.

la réponse linéaire causale montre que ces deux aspects ne sont pas indépendants mais sont reliés entre eux via les relation de Kramers-Kronig (MANGULIS, 1964)

$$\operatorname{Re}[\chi(\omega)] = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\nu \operatorname{Im}[\chi(\nu)]}{\nu^2 - \omega^2} d\nu \quad \text{et} \quad \operatorname{Im}[\chi(\omega)] = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\operatorname{Re}[\chi(\nu)]}{\nu^2 - \omega^2} d\nu. \quad (1.47)$$

Ces relations mathématiques indiquent que la modification du profil d'absorption d'un milieu induit des effets de dispersion, en particulier des effets de ralentissement du paquet d'onde.

La vitesse de déplacement d'une composante de pulsation ω – la vitesse de phase – est définie, d'après 1.46 par

$$v_\varphi(\omega) = \frac{c}{1 + \frac{\operatorname{Re}\chi(\omega)}{2}} \equiv \frac{c}{n(\omega)}. \quad (1.48)$$

où $n(\omega)$ est l'indice de réfraction, partie réelle de l'indice complexe.

Lorsqu'une impulsion se propage dans un milieu dispersif, chacune de ses composantes spectrales se propage à sa propre vitesse de phase v_φ . L'interférence de l'ensemble de ces composantes définit la vitesse à laquelle le paquet d'onde se propage : à chaque instant t , il existe un point d'abscisse z tel que toutes les composantes spectrales sont en phase

$$\omega t - \frac{\omega}{c} \left(1 + \frac{\operatorname{Re}\chi}{2} \right) z = \text{cte}(\omega). \quad (1.49)$$

Par dérivation par rapport à ω , on obtient

$$t - \frac{1}{c} \left(1 + \frac{\operatorname{Re}\chi}{2} + \frac{\omega}{2} \frac{d\operatorname{Re}\chi}{d\omega} \right) z = 0. \quad (1.50)$$

La quantité z/t permet d'évaluer la vitesse de déplacement de ce point appelée vitesse de groupe du paquet d'onde v_g ,

$$v_g(\omega) = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}(\omega)} \equiv \frac{c}{n_g(\omega)}. \quad (1.51)$$

où n_g est l'indice de groupe. Ainsi, un profil d'absorption ultrafin induisant une dispersion marquée $|dn/d\omega| \gg 1$ modifie fortement la vitesse de groupe : une résonance en transmission (absorption) est associée à une vitesse de groupe réduite (augmentée) par rapport à c .

A la question "Pourquoi ralentir la lumière?", KRAUSS, 2008 répond "c'est avant tout parce qu'on sait le faire". C'est en effet la curiosité qui a motivé l'étude de systèmes induisant des vitesses de groupes largement réduites, augmentées, voire négatives, en vapeur de césium (KIM et al., 2003), dans des méta-matériaux à indice de réfraction négatif (DOLLING et al., 2006) et dans de simples fibres optiques

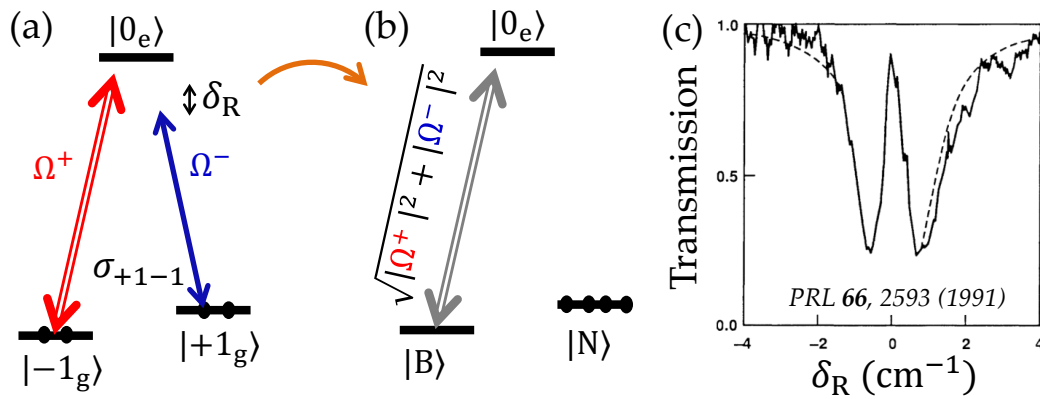


FIGURE 1.6 – **Piégeage cohérent de population.** (a) Système en Λ . Deux niveaux de longue durée de vie $\pm 1_g$ partagent un même niveau excité. Chacune des deux transitions est excitée par un champ électrique. (b) Lorsque la condition de résonance à deux photons est vérifiée, le système est optiquement pompé dans l'état noir, superposition des niveaux fondamentaux. (c) Signature spectrale typique du CPT. Le pompage dans l'état noir inhibe l'absorption des champs électriques, rendant le milieu transparent sur une bande passante limitée par la durée de vie de la superposition d'états. Figure extraite de BOLLER, IMAMOĞLU et HARRIS, 1991 (lic. RNP/19/JUN/015778).

dopées à l'Erbium (GEHRING et al., 2006). Au delà de la curiosité, la génération de lumière lente a ouvert la voie au domaine des mémoires optiques. Dans cette partie, on discute de deux phénomènes cohérents permettant la génération de lumière lente et le stockage de lumière : la transparence électromagnétiquement induite (EIT) et les oscillations cohérentes de populations (CPO). Pour cela il est nécessaire d'introduire un autre phénomène, le piégeage cohérent de population (CPT).

2.2 Piégeage cohérent de population

Le piégeage cohérent de population, observé par ALZETTA et al., 1976 puis décrit pour la première fois par ARIMONDO et ORRIOLS, 1976, est un phénomène de résonance à deux photons dans un système à trois niveaux dont les deux transitions autorisées dessinent un Λ (voir fig. 1.6). Dans ce système, les deux niveaux fondamentaux $|\pm 1_g\rangle$ d'énergie $\hbar\omega_{\pm 1}$ et de longue durée de vie sont couplés par deux champs laser à un même niveau excité d'énergie $\hbar\omega_e$. Le CPT est un effet permettant d'inhiber l'absorption des transitions, rendant le milieu transparent même pour des excitations résonantes. On peut attribuer ce phénomène à un pompage optique dans un *état noir*.

État noir Le Hamiltonien décrivant l'interaction dipolaire des champs avec le système en Λ s'écrit, dans la base $|0_e\rangle$, $|-1_g\rangle$ et $|+1_g\rangle$,

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \Omega^+ \cos \omega t & \Omega^- \cos \omega t \\ \Omega^{+*} \cos \omega t & \omega_{-1} - \omega^+ & 0 \\ \Omega^{-*} \cos \omega t & 0 & \omega_{+1} - \omega^- \end{pmatrix}. \quad (1.52)$$

$\Omega^{\pm 1} \equiv d_{\pm} E^{\pm} / \hbar$ sont les pulsations de Rabi associées au couplage dipolaire des transitions par les champs d'amplitudes complexes E^{\pm} , de fréquences ω^{\pm} , et $d_{\pm 1}$ sont les dipôles respectifs des transitions d'énergies $\hbar\omega_{\pm 1}$. On montre alors que l'état

$$|N\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\Omega^+|^2 + |\Omega^-|^2}} (\Omega^- |-1_g\rangle - \Omega^+ |+1_g\rangle) \quad (1.53)$$

est un état propre du Hamiltonien à condition qu'il y ait une résonance à deux photons entre les états $|+1_g\rangle$ et $|-1_g\rangle$, et que cet état est immunisé du couplage dipolaire :

$$\langle e | H | N \rangle = 0 \quad \text{si} \quad \omega^- - \omega^+ = \omega_{+1} - \omega_{-1}. \quad (1.54)$$

À l'inverse, les deux autres états stationnaires du Hamiltonien sont une superposition faisant intervenir l'état excité, de faible durée de vie. Il suffit alors de quelques cycles d'absorption/émission pour pomper optiquement la population dans l'état *noir*.

Par opposition à l'état noir $|N\rangle$, on définit l'état *brillant* comme la superposition cohérente d'états fondamentaux et orthogonale à l'état noir

$$|B\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\Omega^+|^2 + |\Omega^-|^2}} (\Omega^+ |-1_g\rangle + \Omega^- |+1_g\rangle), \quad (1.55)$$

La figure 1.6.b représente le Hamiltonien dans la base $|e\rangle$, $|B\rangle$ et $|N\rangle$. Comme $|B\rangle$ n'est pas un état stationnaire du Hamiltonien, seule la transition $|B\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ est couplée par les champs. La résonance à deux photons permettant à l'état noir d'exister peut être particulièrement fine lorsque les états $|\pm 1_g\rangle$ sont de longue durée de vie (voir Fig. 1.6.c).

Depuis l'observation par ALZETTA et al., 1976 et ARIMONDO et ORRIOLS, 1976 dans une vapeur atomique, le phénomène a été largement étendu à tout système dont la structure électronique discrète permet une excitation en Λ : autres vapeurs atomiques (rubidium : AKULSHIN, CELIKOV et VELICHANSKY, 1991, césium : VANIER, GODONE et LEVI, 1998), cristaux (KOLESOV, 2005), structures semiconductrices (FU et al., 2005), puits quantiques (XU et al., 2008), centres colorés du diamant (NV : SANTORI et al., 2006, SiV : PINGAULT, BECKER et al., 2014, ...), ou encore dans des atomes artificiels supraconducteurs (KELLY et al., 2010). La finesse potentielle de la résonance à deux photons a vite motivé son utilisation à des fins métrologiques. Par exemple, encore aujourd'hui, les horloges atomiques définissant le

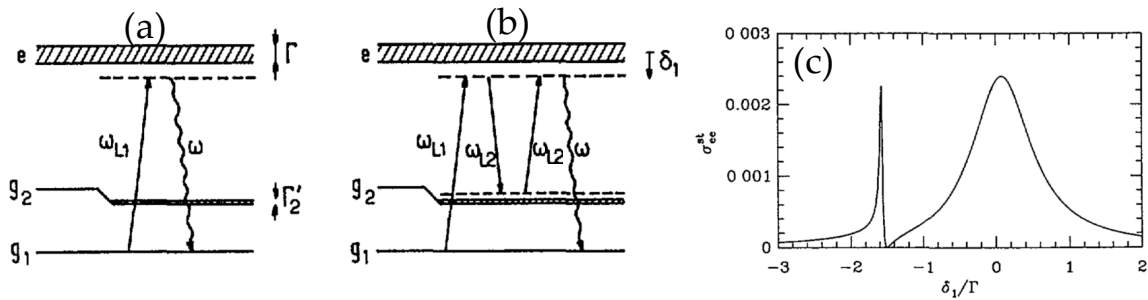


FIGURE 1.7 – **Décomposition du CPT en processus élémentaires.** Figures et notations extraites de LOUNIS et COHEN-TANNOUDJI, 1992. **(a)** Diffusion Rayleigh par absorption d'un photon ω_{L_2} puis réémission. **(b)** Émission Raman Stimulée d'un photon ω_{L_1} suivi d'une émission Raman spontanée. **(c)** L'amplitude de probabilité de ces deux processus est sommée lorsque le spectre de diffusion du système est mesuré. On y distingue les deux résonances des processus ainsi qu'une annulation de la diffusion lorsque la condition de résonance à deux photons est vérifiée.

temps universel reposent sur un protocole exploitant la longue durée de vie d'une excitation par CPT entre deux niveaux hyperfins d'une vapeur de césium (LUDLOW et al., 2015). Dans les vapeurs froides, des techniques de localisation sous la limite de diffraction (AGARWAL et KAPALE, 2006) ou pour le refroidissement sous la limite de recul (ASPECT et al., 1988) sont encore employées. Plus récemment, certains protocoles d'information quantique nécessitant la préparation d'états utilisent des transferts cohérents de population dérivés du CPT (procédés DLCZ¹⁰ DUAN et al., 2001, STIRAP¹¹ SHORE, 2017). On le verra dans la section suivante, le CPT est aussi à l'origine du phénomène de transparence électromagnétiquement induite, permettant notamment la réalisation de mémoires quantiques de lumière.

CPT et interférences quantique Une autre interprétation du phénomène, initialement proposée par LOUNIS et COHEN-TANNOUDJI, 1992, repose sur la décomposition du processus en la superposition cohérente de deux processus de diffusion. Le premier processus est une diffusion Rayleigh (absorption d'un photon puis réémission spontanée) n'engageant qu'une seule transition optique (Fig. 1.7.a). Le second processus est l'enchaînement d'une émission Raman stimulée via l'autre transition, pompant l'atome du niveau $|-1_g\rangle$ au niveau $|+1_g\rangle$, suivie d'une émission Raman spontanée faisant revenir l'atome dans son état initial (1.7.b.). LOUNIS et COHEN-TANNOUDJI, 1992 montrent que ces deux processus sont les processus majoritaires et qu'ils interfèrent destructivement lorsque la condition de résonance à deux photons est vérifiée, comme l'illustre le spectre de fluorescence de la figure 1.7.c. Le CPT est donc un effet d'interférence quantique destructive entre amplitudes de probabilité associées à deux processus de diffusion, impliquant une bonne transmission des champs optiques.

10. En hommage aux physiciens Duan-Lukin-Cirac-Zoller à l'origine du procédé.

11. Pour Stimulated Raman Adiabatic Passage.

CPT et non-linéarités Bien que le milieu soit transparent, il conserve ses non-linéarités optiques. HARRIS, FIELD et IMAMOĞLU, 1990 parlent même d'une exaltation des non-linéarités par le CPT. En effet, jusqu'alors, il fallait travailler loin des transitions pour pouvoir exploiter les non-linéarités d'un milieu sans être gêné par les phénomènes d'absorption. Le CPT permet de travailler à résonance, bénéficiant ainsi de fortes non-linéarités sans pertes. Plusieurs travaux théoriques (DANTAN, PINARD et BERMAN, 2003) ou expérimentaux (en vapeur alcaline dans le rubidium WANG, DUCREAY et al., 2000, le césium WANG, LIU et al., 2017, en milieu solide HAM, SHAHRIAR et HEMMER, 1999, ou dans les fibres optiques SCHMIDT et IMAMOĞLU, 1996) ont ainsi permis d'implémenter des processus paramétriques utilisant un ou plusieurs systèmes en Λ .

2.3 Transparence électromagnétiquement induite

Dans le cas limite où un bras du système en Λ est excité de façon bien plus intense que l'autre ($|\Omega_+| \gg |\Omega_-|$ par exemple), on parle de *transparence électromagnétiquement induite*¹² (*Electromagnetically Induced Transparency*, EIT). Le champ intense (*pompe*) a alors tendance à pomper optiquement la population dans le niveau fondamental couplé à l'état excité par le champ faible (*sonde*). Ce sont les propriétés de cette sonde qui sont mesurées, en supposant que son influence sur le système est négligeable. On note Ω_p la pulsation de Rabi du champ fort (pompe), et Ω la pulsation de Rabi du champ faible. À l'ordre le plus bas en Ω/Ω_p , l'état noir est en effet confondu avec l'état $|+1_g\rangle$

$$|N\rangle \simeq |+1_g\rangle. \quad (1.56)$$

Ainsi, à résonance à deux photons, la transition $|N\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ est interdite, et le milieu devient transparent pour la sonde. Ce cas limite du CPT présente l'avantage de pouvoir être expliqué par une description perturbative de la réponse du milieu en champ sonde. En particulier, FLEISCHHAUER et LUKIN, 2000 ont montré que la cohérence Raman du système en Λ – cohérence entre les niveaux fondamentaux – s'exprime en fonction de la fréquence de Rabi du champ sonde par¹³

$$\sigma_{+1-1} = -\frac{\Omega}{\Omega_p}. \quad (1.57)$$

Cette relation univoque entre un opérateur atomique et un opérateur du champ électromagnétique est fondamentale pour la description du contrôle de lumière par EIT. Elle montre qu'il est possible d'*inscrire* le champ sonde dans une quantité

12. La terminologie a été initialement proposé par BOLLER, IMAMOĞLU et HARRIS, 1991 qui ont introduit cette terminologie suite à la première observation du phénomène dans une vapeur de strontium.

13. Ce résultat est issu d'un développement perturbatif au premier ordre en champ sonde, en régime stationnaire.

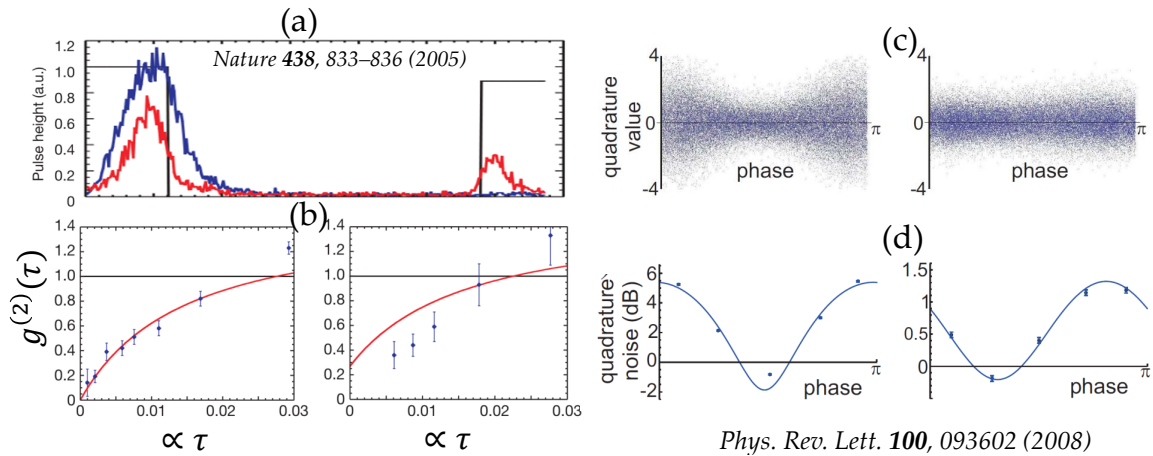


FIGURE 1.8 – **Stockage quantique de lumière par EIT.** (a) Séquence de stockage. L'intensité du champ pompe (sonde entrante, sonde sortante) est représentée en noir (bleu, rouge), en fonction du temps. On distingue les périodes d'écriture ($t < 0$), de stockage et de restitution. L'arrêt de la pompe lors du stockage fige la cohérence Raman dans son état à $t = 0$. (b) Stockage de photons unique par EIT. La fonction d'autocorrélation en intensité est mesurée pour les impulsions incidente (gauche) et restituée (droite). Le dégrouement de photons est la signature d'un photon unique. Fig. (a) et (b) extraites de CHANELIERE et al., 2005 (lic. 4611820491749). (c,d) Stockage de vide comprimé. Une variance de quadrature sous la SQL préservée entre les l'impulsion incidente (gauche) et restituée est la signature d'un stockage fidèle. Fig. (c) et (d) extraites de HONDA et al., 2008 (lic. RNP/19/JUN/015779).

atomique du milieu. De plus, lorsque cette cohérence ne met pas en jeu de niveau atomique sujet à l'émission spontanée, elle peut avoir une longue durée de vie.

L'EIT est un phénomène issu du couplage de deux oscillateurs quantiques (deux transitions optiques partageant un même niveau excité). Ainsi, le même type de phénomène a été étendu à des microrésonateurs couplés comme des résonateurs en modes de galerie TOTSUKA, KOBAYASHI et TOMITA, 2007, des cavités optiques FAN, 2002, des cavités plasmoniques ARTAR, YANIK et ALTUG, 2011 ou encore dans les cristaux photoniques YANG, YU et al., 2009. Le couplage d'un mode du champ électromagnétique à un mode mécanique (*optomécanique*) a permis d'envisager la transparence optomécaniquement induite (AGARWAL et HUANG, 2010, WEIS et al., 2010) pour des applications pour le contrôle optique, des capteurs de forces ou encore le refroidissement de mouvement mécanique jusqu'au phonon unique XIONG et WU, 2018.

Stockage de lumière par EIT

L'inscription possible d'un mode du champ électromagnétique dans une quantité atomique (Eq.1.57) a fait de l'EIT le premier protocole pour la réalisation de mémoires quantiques optiques. La longue durée de vie de la cohérence Raman correspond en effet à une résonance EIT extrêmement fine, ralentissant fortement

la vitesse de propagation du champ sonde dans le milieu et permet donc de retarder, voire figer et donc effectivement stocker un état quantique de lumière.

La figure 1.8.a représente le principe du protocole. Le signal en forme de créneau symbolise l'évolution du champ pompe au cours d'une séquence de stockage. La séquence se décompose en trois phases :

- Phase d'écriture : Initialement, le champ pompe est allumé et une impulsion sonde se propage dans le milieu en condition EIT, à vitesse réduite. Cela permet de comprimer spatialement l'impulsion sonde incidente pour qu'elle soit entièrement incluse dans le milieu. De plus, l'impulsion sonde s'inscrit dans la cohérence Raman du milieu (Eq.1.57).
- Phase de stockage : Soudainement, le champ pompe est éteint, figeant la cohérence Raman dans son état précédent.
- Phase de restitution : Après une durée arbitraire, la pompe est rallumée, générant à nouveau la propagation d'une impulsion sonde, par émission Raman stimulée.

Les premières démonstrations expérimentales de stockage *classique* (en milieu solide HAM, SHAHRIAR, KIM et al., 1997, et en vapeur atomique LIU et al., 2001) ont montré l'aptitude d'un milieu à restituer un signal inscrit en condition EIT. Suite à la proposition de LUKIN et IMAMOĞLU, 2001, la course aux mémoires quantiques fondées sur le phénomène d'EIT a été lancée¹⁴. La figure 1.8.a, montre le stockage d'un photon unique par ce protocole (CHANELIERE et al., 2005 et EISAMAN et al., 2005). Le dégroupement de photons dans l'impulsion sonde restituée observé sur la figure 1.8.b est la signature d'un photon unique. Plus récemment, le stockage d'un photon unique qubit de polarisation dans une mélasse de rubidium froid s'est montré fidèle sur $\sim 4 \mu\text{s}$ (YUNFEI et al., 2019). La figure 1.8.c montre le stockage quantique d'états comprimés de lumière dans par EIT (HONDA et al., 2008). Le squeezing encore présent dans l'état restitué montre l'aptitude du protocole à conserver les propriétés statistiques du mode inscrit. Exploitant ce type de mémoire ainsi que les propriétés dispersives de l'EIT, des composants tout-optique comme des interrupteurs ou transistors quantiques ont été étudiés (CHEN, BECK et al., 2013).

Facteurs de mérite Les paramètres clés pour quantifier la qualité d'une mémoire quantique sont son efficacité, sa fidélité, sa bande passante, ainsi que sa durée de vie. La fidélité rend compte de la reproduction de l'état inscrit dans l'état restitué. NOVIKOVA et al., 2007 ont proposé une procédure itérative permettant d'optimiser ce facteur de mérite¹⁵. La durée de vie de la mémoire est essentiellement déterminée par la capacité à isoler la cohérence Raman des processus de décohérence l'affectant directement, ou affectant la sélectivité de l'excitation à deux

14. Dont une démonstration rigoureuse du transfert d'état lumière-matière a été montré par DANTAN et PINARD, 2004b.

15. Pour être exact, cette procédure itérative permet d'optimiser l'efficacité de stockage, pendant classique de la fidélité.

photons. Certains groupes atteignent des durées de vie de mémoire remarquables. Par exemple, LONGDELL et al., 2005 ont montré dans un cristal de $\text{Pr}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ la possibilité de stockage par EIT sur une durée de l'ordre de la minute. En milieu atomique, KÖRBER et al., 2018 ont proposé, avec un atome unique en cavité qu'il était possible, en choisissant convenablement la cohérence Raman à exciter, de limiter l'impact des effets de décohérence induits par les inhomogénéités de champ magnétique par exemple. En vapeur à température ambiante, KATZ et FIRSTENBERG, 2018 ont stocké des états de lumières sur une seconde en utilisant un EIT immunisé de la décohérence induite par les collisions à échange de spin.

Une des limitations du protocole EIT est sa faible bande passante, donnée par la largeur de la résonance à deux photons. C'est pourquoi des protocoles dérivés de l'EIT mais loin des transitions optiques sont à l'étude (REIM et al., 2011). Par exemple, KACZMAREK et al., 2018 utilisent un système à trois niveaux en échelle afin de bénéficier d'une large bande passante sans être sujet à l'émission spontanée. FINKELSTEIN et al., 2018 vont plus loin en ajoutant deux transitions en échelle depuis le niveau $|+1_g\rangle$ pour pouvoir augmenter considérablement la bande passante de la mémoire. Dans la même perspective, SAGLAM YUREK et al., 2018 montrent que de très fortes puissances de pompe permettent également d'envisager le stockage cohérent de photons sur une large bande passante.

Image du polariton noir Comme le montre l'équation 1.57, la cohérence Raman – opérateur matériel –, et le champ sonde – opérateur du champ électromagnétique – sont liés. Partant de ce constat, FLEISCHHAUER et LUKIN, 2000 ont défini le *polariton noir*, superposition de ces deux opérateurs :

$$\text{DSP} = \cos \beta \Omega - g \sqrt{N} \sin \beta \sigma_{+1-1}. \quad (1.58)$$

\sqrt{N} est la densité linéique d'atomes excités, g un coefficient constant propre au milieu et β un angle de mélange donnée par l'intensité du champ pompe

$$\tan \beta = \frac{g \sqrt{N}}{\Omega_p}. \quad (1.59)$$

On montre alors que cette quasiparticule se propage dans le milieu suivant l'équation

$$\left(\partial_t + c \cos^2 \beta \partial_z \right) \text{DSP} (z, t) = 0, \quad (1.60)$$

soit une propagation sans absorption, à la vitesse de groupe $c \cos^2 \beta$. Ainsi, lorsque l'intensité de la pompe tend vers 0, la vitesse de propagation du polariton tend elle aussi vers 0. Cette réduction marquée de la vitesse de groupe correspond à un affinement de la résonance EIT élargie par saturation, et donc à une vitesse de propagation fortement réduite (voir section 1.51). Initialement, lors d'une séquence de stockage, le polariton noir dispose ainsi d'une composante électromagnétique

et d'une composante matérielle car $\beta \neq 0$ [$\pi/2$]. Quand le champ pompe est arrêté, le polariton noir est exclusivement sous la forme de la cohérence Raman, et ne se propage plus. Enfin, lorsque le champ pompe est rallumé, le polariton noir reprend une composante électromagnétique, et se propage à nouveau dans le milieu.

Durant ma thèse, j'ai travaillé sur une vapeur d'hélium métastable dans laquelle le stockage optique par EIT a déjà été démontré par MAYNARD, LABIDI et al., 2014. Néanmoins, la faible bande-passante du processus rend le système hautement sensible à certains effets de décohérence perturbant la condition de résonance à deux photons. Une alternative pour profiter des effets dispersifs associés à une résonance fine sans être affecté par ces effets de décohérence est d'utiliser un autre phénomène résonant : les oscillations cohérentes de population ultrafines.

2.4 Oscillations cohérentes de population (CPO)

Les oscillations cohérentes de population (*Coherent Population Oscillations*, CPO) ont été décrites pour la première fois sous le nom de *hole burning* par SCHWARZ et TAN, 1967. Bien que la terminologie soit aujourd'hui communément adoptée pour parler des pics de transparence de largeur homogène dans les larges bandes d'absorption de certaines matrices cristallines, il s'agit bien de l'idée selon laquelle une résonance en transmission de largeur limitée par l'émission spontanée siège au sein d'une large raie d'absorption. La technique est alors essentiellement utilisée pour des travaux de spectroscopie en milieu solide (SONG, LEE et LEVENSON, 1978, LEE et al., 1980). C'est durant cette même période que le terme d'*oscillations cohérentes de population* devient populaire suite à la description du phénomène par BOYD, RAYMER et al., 1981.

Description du phénomène

La figure 1.9.a représente un système à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$. Le phénomène de CPO se manifeste lorsque ce système est couplé à la superposition cohérente de deux champs. Un *champ pompe*, intense, sature la transition à résonance optique. Un *champ sonde*, moins intense, est désaccordé de δ par rapport à la pompe. Lorsque les deux champs sont cohérents entre eux, leur désaccord spectral induit un battement en intensité $I^{\text{in}}(t)$ à la fréquence de modulation δ (Fig. 1.9.b). Dès lors que la fréquence de modulation est plus faible que le taux d'émission spontanée Γ_0 , les populations du système vont pouvoir suivre le battement, induisant une saturation dynamique de la transition. À l'inverse, si la modulation est trop rapide devant le taux d'émission spontanée, la réponse du système va être moyennée. Ainsi, la réponse à la modulation de la pompe n'a lieu que dans une fenêtre spectrale limitée par le taux d'émission spontanée. Quand la saturation dynamique est efficace, on parle d'*oscillations cohérentes de population* car les populations du

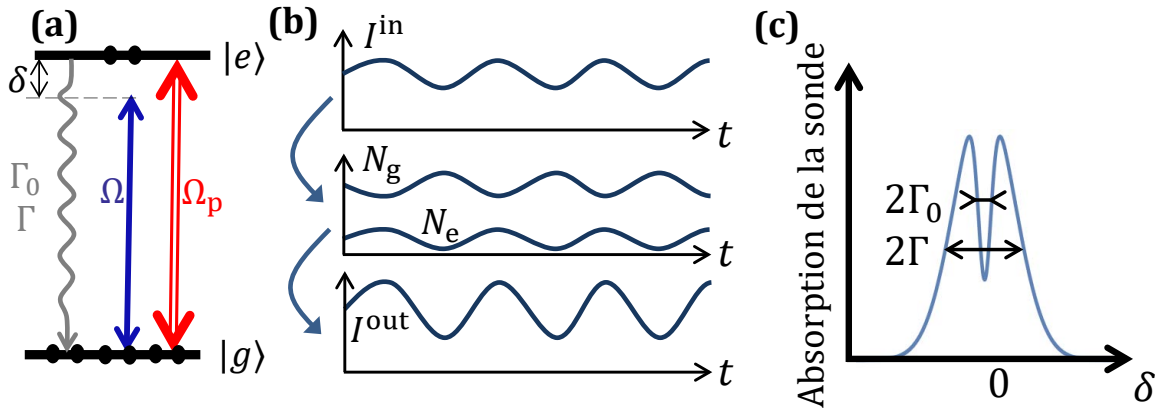


FIGURE 1.9 – Principe du CPO dans un système à deux niveaux. (a) Système à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$, dont le taux d'émission spontanée (de décohérence de la transition optique) du niveau excité est Γ_0 (Γ). Ce système est couplé à la superposition cohérente d'une pompe et d'une sonde de pulsations de Rabi respectives Ω_p et Ω , désaccordées de δ . (b) Dès lors que $|\delta| < \Gamma_0$, la modulation du champ pompe par le champ sonde induit une saturation dynamique du système, faisant osciller les populations et induisant une amplification de la modulation. (c) La réponse non-linéaire du système génère une résonance en transmission de la sonde, dont la largeur est limitée par le taux d'émission spontanée Γ_0 . Les largeurs indiquées sur cette figure ne tiennent pas compte de l'élargissement par saturation, mais sont les largeurs minimales des résonances. Dans cette figure, la pompe est à résonance atomique.

système suivent la modulation du champ pompe, en oscillant entre les niveaux fondamental et excité.

De plus, la réponse non linéaire du système à deux niveaux lorsque $|\delta| < \Gamma_0$ a tendance à amplifier la modulation. En effet, quand l'amplitude du champ total est maximale, la saturation du système est plus forte, et la transmission du champ total est plus grande. À l'inverse, quand l'amplitude du champ total est minimale, la saturation du système est plus faible, et donc la transmission du champ total est plus faible. La modulation du champ pompe est alors amplifiée par la réponse non-linéaire du système. Cette résonance est donc une résonance en transmission de la sonde, centrée sur la fréquence du champ pompe (voir figure 1.9.c). La largeur de cette résonance est la largeur homogène Γ_0 du système, car limitée par la durée de vie des populations seulement.

Comme ce phénomène résonant est une saturation dynamique, on peut le décrire avec un modèle phénoménologique basé sur des équations cinétiques n'impliquant que les populations du système. Soient N_g et N_e les fractions de population occupant les niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$ respectivement, on décrit la dynamique du système par

$$\begin{cases} \frac{dN_e}{dt} = -\Gamma_0 N_e + \frac{i^{in}(t)\sigma}{\hbar\omega_0} (N_g - N_e) \\ \frac{dN_g}{dt} = +\Gamma_0 N_e - \frac{i^{in}(t)\sigma}{\hbar\omega_0} (N_g - N_e) \end{cases} \quad (1.61)$$

où ω_0 est la fréquence de la transition et σ la section efficace d'absorption. LAUPRÊTRE, 2012 a montré qu'il est possible de dériver l'expression du spectre d'absorption du champ sonde à partir d'un développement de Floquet. On ne donnera ici que l'expression de la composante de Fourier à fréquence δ de la quantité $w = N_g - N_e$:

$$w = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I_p}{I_{\text{sat}}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I_p}{I_{\text{sat}}} - i\frac{\delta}{\Gamma_0}} \quad (1.62)$$

où I_p est l'intensité du champ pompe, I l'intensité du champ sonde et $I_{\text{sat}} = \Gamma_0 \hbar \omega_0 / 2\sigma$ l'intensité de saturation. Ainsi, au sein de la large bande d'absorption donnée par les deux premiers facteurs de l'expression 1.62, le dernier facteur de cette expression présente une résonance centrée en $\delta = 0$. La largeur W de cette résonance en transmission peut être évaluée en déterminant la largeur à mi-hauteur de la partie réelle de w :

$$W = 2\Gamma_0 \left(1 + \frac{I_p}{I_{\text{sat}}} \right). \quad (1.63)$$

Cette résonance est limitée par la largeur homogène du système, et est élargie par la saturation du champ pompe.

Utilisation des résonances CPO

Comme elle permet de remonter à la largeur homogène d'une transition, cette méthode a vite été employée pour la spectroscopie en milieu solide dans lesquels une mesure directe est délicate. Par ailleurs, après les différents travaux évoqués en introduction de la sous-section (2.4), c'est la modification drastique des propriétés dispersives d'un milieu qui a été étudiée.

En effet, comme évoqué en section 2, l'avantage d'une résonance fine est qu'elle est associée à de fortes propriétés dispersives. En particulier, le contrôle de la vitesse de groupe du champ signal a été l'objet de nombreux travaux. Par exemple, une résonance CPO ultrafine de 36 Hz dans le Rubis a permis à BIGELOW, LEPECHKIN et BOYD, 2003 de ralentir la vitesse de groupe du champ signal jusqu'à 57 m/s. D'autres performances du même type ont été réalisées dans des fibres optiques (SCHWEINSBERG et al., 2006), guide d'onde à puits quantiques (PALINGINIS et al., 2005), structures semiconductrices (GRINBERG, 2012), des vapeurs atomiques (LAUPRÊTRE et al., 2012) ou encore des films biologiques (WU et RAO, 2005) dans lesquels la vitesse de groupe est descendue jusqu'à 91 $\mu\text{m/s}$! Au delà de la performance, ces résultats montrent le large panel des systèmes dans lesquels ce type de contrôle peut être effectué par CPO. Dans les milieux solides, des applications dans le domaine des télécommunications (BOYD, GAUTHIER et GAETA, 2006), RADARs (BERGER, 2012) ou encore pour des réseaux optiques optiquement réglables (ZHANG, WANG, WANG et al., 2018) sont envisagées. Enfin, l'utilisation de phénomènes similaires dans les centres NV du diamant permet de mesurer l'impact de l'environnement sur la relaxation du système (MROZEK et al., 2016).

CPO hyperfin dans un système en Λ

Nous avons vu dans le paragraphe précédent que le CPO est un phénomène résonnant permettant de réduire la vitesse de groupe du champ sonde. Cependant, de façon générale, la faible durée de vie du niveau excité d'une transition optique rend la résonance plus large que celle obtenue dans le cas d'un phénomène EIT par exemple. Nous allons voir dans cette section comment il est possible de générer un CPO entre les deux niveaux fondamentaux d'un système en Λ , permettant d'induire une résonance en transmission ultrafine, de largeur comparable à celle d'une résonance EIT (LAUPRÊTRE et al., 2012)

On considère l'excitation de la transition D_1 de l'hélium métastable, c'est-à-dire entre les états 2^3S_1 (niveau métastable) et 2^3P_1 (voir figure 1.10). L'annexe A rappelle dans quelle mesure cette transition constitue en excellente approximation un système en Λ dès lors qu'elle est excitée par un champ polarisé linéairement. Les taux d'émission spontanée Γ_0 , de décohérence de la transition optique Γ , ainsi que les fuites et alimentations par transit γ_t sont annotés en figure 1.10.a. Les niveaux fondamentaux sont décalés de Δ_z et la cohérence de leur superposition décroît à taux γ_R . On choisit comme axe de quantification la direction de propagation des champs lumineux \mathbf{u}_z . Les deux sous-niveaux Zeeman du niveau métastable 2^3S_1 sont notés $|\pm 1_g\rangle$ en référence à leur projection de spin. Le sous-niveau Zeeman du niveau excité 2^3P_1 est noté $|0_e\rangle$.

La figure 1.10.a introduit les notations utilisées dans ce manuscrit. Le champ pompe \mathbf{E}_p est linéairement polarisé suivant une direction $\mathbf{u}_{||}$, et se propage suivant \mathbf{u}_z . On notera \mathbf{u}_\perp le vecteur orthogonal à $\mathbf{u}_{||}$, et tel que la base $\{\mathbf{u}_\perp, \mathbf{u}_{||}, \mathbf{u}_z\}$ soit directe. Le champ sonde \mathbf{E} est linéairement polarisé suivant le vecteur $\mathbf{u} = \sin \alpha \mathbf{u}_{||} + \cos \alpha \mathbf{u}_\perp$, faisant un angle $+\alpha$ avec \mathbf{u}_\perp . Ces champs s'écrivent

$$\mathbf{E}_p = \mathcal{A}_p(t) e^{-i\omega_0 t} \mathbf{u}_{||} + \text{c.c.}, \quad \mathbf{E} = \mathcal{A}(t) e^{-i\omega_0 t} \mathbf{u} + \text{c.c.} \quad (1.64)$$

où ω_0 est la fréquence du champ pompe (résonant avec la transition D_1), $\mathcal{A}_p(t)$ l'amplitude complexe du champ pompe et $\mathcal{A}(t)$ l'amplitude complexe du champ sonde. L'amplitude complexe du champ sonde est volontairement définie dans un référentiel tournant à la fréquence du champ pompe, car c'est bien cette quantité qui sera pertinente pour la suite. L'axe de quantification \mathbf{u}_z choisi motive l'expression des amplitudes complexes des champs optiques dans la base des polarisations circulaires $\mathbf{u}_\pm = (\mathbf{u}_{||} \pm i\mathbf{u}_\perp) / \sqrt{2}$. On a

$$\mathcal{A}_p \mathbf{u}_{||} = \frac{\mathcal{A}_p}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{\{\mathbf{u}_+, \mathbf{u}_-\}}, \quad \mathcal{A} \mathbf{u}_\perp = \frac{\mathcal{A}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -ie^{-i\alpha} \\ +ie^{i\alpha} \end{pmatrix}_{\{\mathbf{u}_+, \mathbf{u}_-\}}, \quad (1.65)$$

c'est-à-dire une excitation équilibrée des deux transitions du système par les champs optiques, mais dont les phases relatives sur chacun des bras dépendent de la polarisation de la sonde.

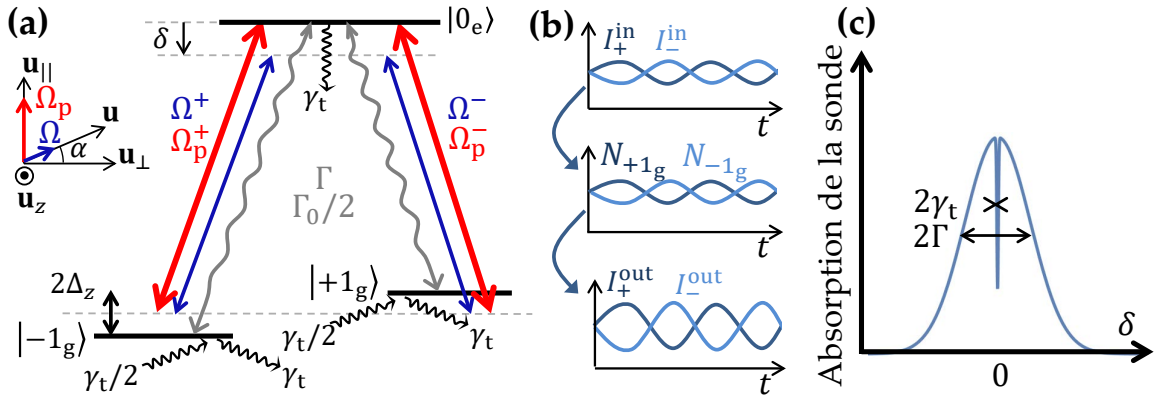


FIGURE 1.10 – (a) La transition D_1 de l'hélium métastable constitue un excellent système en Λ dans lequel les deux transitions polarisées σ^+ et σ^- ont les mêmes taux de décohérence Γ et d'émission spontanée $\Gamma_0/2$. Les fuites et alimentations de populations par transit sont caractérisées par le même taux de transit γ_t . Les champs pompe et sonde, polarisés linéairement se décomposent de façon équilibrée entre les deux transitions optiques. (b) Quand $\alpha = 0$, les CPO produits dans chacun des bras du système sont en opposition de phase, induisant un CPO effectif entre les deux niveaux fondamentaux du système. (c) La fenêtre de transmission générée par le phénomène est de largeur limitée par la durée de vie des niveaux fondamentaux. Les largeurs indiquées sur cette figure ne tiennent pas compte de l'élargissement par saturation, mais sont les largeurs minimales des résonances.

Les pulsations de Rabi des champs par couplage à la transition D_1 , de dipôle électrique d , sont données par

$$\Omega_p = \frac{d\mathcal{A}_p}{\sqrt{2}\hbar} \quad \text{et} \quad \Omega = \frac{d\mathcal{A}}{\sqrt{2}\hbar} \quad (1.66)$$

où le coefficient $\sqrt{2}$ provient des coefficients de Clebsch-Gordan de la transition (voir annexe A). Enfin, on appelle

$$\Omega_p^\pm = \Omega_p \mathbf{u}_{\parallel} \cdot \mathbf{u}_{\mp}, \quad \Omega^\pm = \Omega \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_{\mp} \quad (1.67)$$

la projection des champs suivant les composantes circulaires¹⁶.

Considérons le cas particulier où les champs sont polarisés orthogonalement ($\alpha = 0$). D'après la figure 1.10.a, chacune des deux transitions du système en Λ est sujette à un phénomène de CPO. Néanmoins, du fait de l'orthogonalité des polarisations des champs sonde et pompe, leur décomposition dans la base des polarisations circulaires sont déphasées suivant

$$\Omega_p^+ = \Omega_p^- \quad \text{et} \quad \Omega^+ = -\Omega^- \quad \text{pour } \alpha = 0. \quad (1.68)$$

Ainsi, comme schématisé sur la figure 1.10.b, quand le CPO sur la transition $|-1_g\rangle \leftrightarrow$

16. Nous avons affaire à des vecteurs complexes, ainsi la projection d'un vecteur suivant la composante circulaire \mathbf{u}_\pm se détermine par son produit scalaire avec $\mathbf{u}_\pm^* = \mathbf{u}_\mp$.

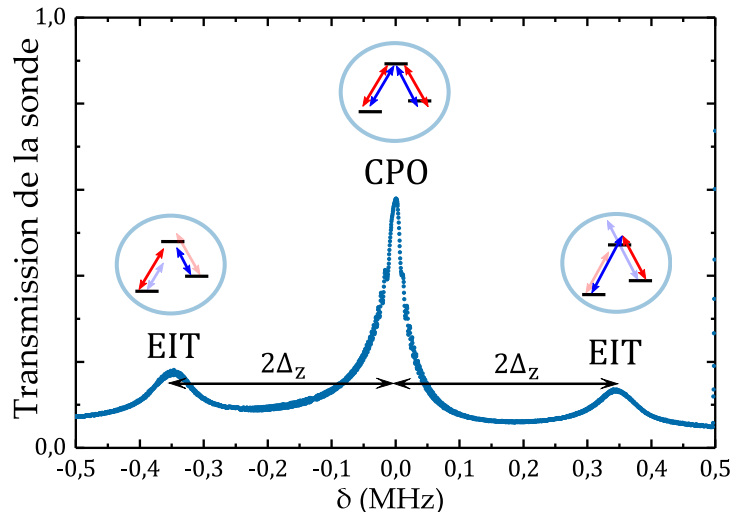


FIGURE 1.11 – **Transmission du champ sonde** en fonction de son désaccord δ avec la pompe. En $\delta = 0$ une résonance CPO ultrafine est présente. En $\delta = +2\Delta_z$ (resp. $\delta = -2\Delta_z$), une résonance à deux photons entre un photon sonde (resp. pompe) sur la transition σ_+ et un photon pompe (resp. sonde) sur la transition σ_- est à l'origine d'une raie EIT.

$|0_e\rangle$ dépeuple le niveau $|-1_g\rangle$ pour peupler le niveau $|0_e\rangle$, alors le CPO sur la transition $|+1_g\rangle \leftrightarrow |0_e\rangle$ dépeuple le niveau $|0_e\rangle$ pour peupler le niveau $|+1_g\rangle$, et réciproquement. Comme les amplitudes de ces deux CPO sont identiques, la population du niveau excité est stationnaire tandis que les populations des niveaux fondamentaux oscillent à fréquence δ . Ainsi les deux CPO entre chacun des niveaux fondamentaux et le niveau excité se combinent pour donner un CPO effectif entre les deux niveaux fondamentaux du système. On parle alors de CPO *ultrafin* (LAUPRÊTRE et al., 2012) car la largeur de la résonance en transmission associée est limitée par la durée de vie des niveaux fondamentaux $1/\gamma_t$, largement supérieure à celle du niveau excité $1/\Gamma_0$.

Dans notre vapeur d'hélium métastable à température ambiante, le taux γ_t est donné par l'inverse de la durée moyenne de transit des atomes à travers le faisceau, typiquement de l'ordre de 10 ms. Ainsi, LAUPRÊTRE et al., 2012 ont pu observer des vitesses de groupe de l'ordre de $c/10^4$, en vertu des fortes propriétés dispersives associées à cette résonance en transmission.

Séparation de l'EIT et du CPO

La figure 1.10.a montre la levée de dégénérescence des sous-niveaux $|\pm 1_g\rangle$, assurée par effet Zeeman à l'aide d'un champ magnétique suivant \mathbf{u}_z . Ce champ $\mathbf{B} = B\mathbf{u}_z$ induit pour chaque sous-niveau Zeeman un décalage en énergie $\hbar m\Delta_z$ avec

$$\Delta_z = g_L \mu_B B \quad (1.69)$$

où m est la projection de spin suivant \mathbf{u}_z , g_L le facteur de Landé (2 pour l'état métastable 2^3S_1), μ_B le magnéton de Bohr et B l'intensité du champ magnétique.

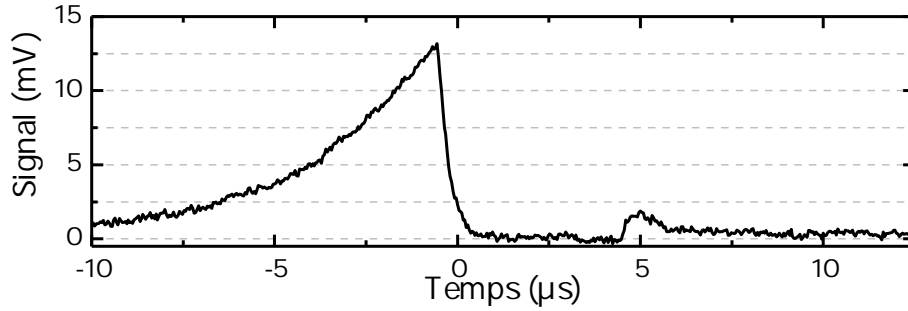


FIGURE 1.12 – Détection typique du champ signal en lors d’une séquence de stockage. $\Delta_z = 2\pi \times 10$ MHz, $P_{\text{pompe}}/P_{\text{sonde}} \simeq 100$. Le signal présent pour $t < 0 \mu\text{s}$ est une fuite de l’impulsion envoyée en entrée. Après la durée arbitraire de stockage ici de $5 \mu\text{s}$, une impulsion restituée est détectée. MAYNARD, 2016 à montré que la faible épaisseur optique de notre système explique la mauvaise efficacité de la mémoire.

Dans le cas du niveau métastable de l’hélium, ce décalage est de 2.8 MHz/Gauss.

L’introduction de ce champ magnétique est nécessaire pour découpler les phénomènes de CPO et d’EIT. En l’absence de la levée de dégénérescence, le centre de la raie de transmission CPO (pour $\delta = 0$) correspond en effet également à deux conditions de résonance à deux photons, autorisant l’apparition d’un phénomène d’EIT entre la sonde sur la transition σ_+ avec la pompe sur la transition σ_- , et inversement.

La figure 1.11 montre un spectre de transmission du champ sonde obtenu expérimentalement. Le champ magnétique introduit est suffisamment fort pour dissocier les phénomènes de CPO et d’EIT, soit

$$\Delta_z \gg \gamma_t, \gamma_R, \quad (1.70)$$

mais suffisamment faible pour ne pas induire d’effets de dispersion marqués suite à la différence d’indice complexe des composantes circulaires droite et gauche de la lumière, soit

$$\Delta_z \ll \Gamma. \quad (1.71)$$

Ces deux conditions sont réunies sur la figure 1.11 car les raies EIT et CPO sont distinctes (condition 1.70), et le plancher d’absorption reste le même pour chacune des résonances (condition 1.71).

Application au stockage de lumière

Nous avons vu en section 2.4 qu’il est possible de stocker des états quantiques de lumière par le phénomène d’EIT. En effet, il est possible de convertir l’impulsion sonde incidente en une excitation collective de spin en éteignant subitement le champ pompe. En allumant de nouveau la pompe, on reconvertit cette excitation de spin en impulsion lumineuse par émission Raman stimulée.

L'un des résultats majeurs obtenus dans l'équipe avant mon arrivée a été la démonstration de l'existence d'un stockage classique fondé sur le phénomène de CPO ultrafin. Un avantage de ce protocole par rapport au protocole EIT est que la résonance CPO met en jeu les populations des niveaux fondamentaux du système, beaucoup moins sensibles aux effets de décohérence que la cohérence Raman. Pour illustrer cet avantage, MAYNARD, BRETENAKER et GOLDFARB, 2014 ont introduit volontairement des inhomogénéités de champ magnétique dans la cellule d'hélium. Ces inhomogénéités perturbent grandement la condition de résonance à deux photons, donc la cohérence Raman, sans pour autant perturber la dynamique des populations. La durée de vie de la mémoire CPO reste inchangée même en présence de ces inhomogénéités, contrairement à la mémoire EIT, rendue inefficace dans ces conditions. Par ailleurs, ces travaux ont montré que l'impulsion sonde restituée conserve l'information de la phase relative entre les champs lors de l'écriture.

L'un des objectifs de ma thèse a été de caractériser plus rigoureusement et précisément le stockage CPO afin, notamment, de déterminer s'il était possible de stocker des états quantiques de lumière par ce phénomène. En effet, bien que l'expérience indique que la phase relative des champs classiques puisse être préservée, le fait que la lumière soit stockée dans des *populations* plutôt que des *cohérences* optiques semble en effet interdire le stockage d'états quantiques de lumière. De surcroît, il s'agissait de comprendre les mécanismes physiques sous-jacents pour déterminer ce qu'il advient du champ sonde lorsqu'il se propage en présence de ce phénomène.

3 Conclusions

Dans ce premier chapitre, on a présenté le contexte de recherche dans lequel se sont inscrits mes travaux de thèse. On y a présenté le rôle des résonances ultrafines pour le contrôle optique, avec en particulier les mémoires quantiques reposant sur l'EIT. Dans l'expérience sur laquelle ces travaux de thèse ont été réalisés, le stockage optique employant le CPO ultrafin s'est montré efficace, robuste (MAYNARD, 2016), mais fondamentalement incompris sur ce qui est concrètement stocké. Dans le chapitre 2 de ce manuscrit, on détaille un modèle analytique du phénomène apportant des réponses sur la nature du stockage CPO, permettant notamment de comprendre les forces et inconvénients de ce type de stockage, des points de vue classique et quantique.

Par ailleurs, on a présenté au début de ce chapitre l'intérêt des états comprimés de lumière ainsi que les moyens à employer pour leur génération. On montre dans le chapitre 3 de ce manuscrit comment générer des états comprimés de lumière à deux modes dans l'hélium métastable à température ambiante. Ce protocole, justifié par un modèle analytique, est particulièrement efficace car il permet d'atteindre de fortes non-linéarités malgré la faible épaisseur optique du système étudié. On

montre enfin que la nature du processus employé permet aussi d'envisager le stockage de ces états comprimés à deux modes.

CHAPITRE 2

STOCKAGE DE LUMIÈRE PAR OSCILLATIONS COHÉRENTES DE POPULATION

Comme expliqué au paragraphe 2.4 du chapitre 1, la plupart des protocoles de stockage quantique de lumière repose sur l'excitation cohérente entre deux niveaux de longue durée de vie. Le piégeage cohérent de population permet d'avoir une telle excitation lorsque ces deux niveaux sont couplés à un même niveau excité, par résonance à deux photons. La robustesse de ces protocoles de stockage est déterminée par la stabilité de la superposition d'états, ainsi que par la précision de l'excitation de la résonance à deux photons. Or, les sources de détérioration de cette superposition sont nombreuses. Dans notre expérience par exemple, les bruits issus de la décharge radiofréquence ou le bruit du champ magnétique environnant sont des facteurs pouvant dégrader la superposition d'états créée par la résonance à deux photons.

Les oscillations cohérentes de population ont l'avantage d'être robustes à certains effets de décohérence. Comme expliqué au chapitre précédent, les CPO dans un système en Λ permettent par ailleurs d'obtenir une résonance aussi étroite qu'avec l'EIT. C'est pourquoi MAYNARD, 2016 a utilisé ce phénomène pour des expériences de stockage qui se sont avérées moins sensibles aux effets déphasants que celle de stockage EIT. Cependant, les expériences ont été analysées d'un point de vue classique, et aucun modèle théorique n'a été développé. L'objectif de ce chapitre est de mieux comprendre les propriétés classiques et quantiques du stockage de lumière par CPO.

La section 1 de ce chapitre justifie que le CPO est un phénomène intrinsèquement paramétrique, car dépendant de la phase relative entre la sonde et la pompe. Un modèle analytique permettant de comprendre les mécanismes physiques en jeu lors d'une séquence de stockage CPO est détaillé dans la section 2. Enfin, la propagation des propriétés quantiques du champ électromagnétique en conditions CPO est analysée en section 3 afin de conclure si l'emploi de ce phénomène est adapté à des application quantiques.

1 Sensibilité à la phase du CPO – Constat expérimental

Le phénomène de CPO est particulier car il peut être décrit avec des équations d'évolutions atomiques ne faisant intervenir que les populations (Eqs. 1.61), ce qui peut faire douter d'une sensibilité du phénomène à la phase relative entre les champs pompe et sonde incident. Avant de démontrer expérimentalement que le CPO hyperfin dans notre dispositif expérimental est bien sensible à cette phase, on revient sur la situation élémentaire du système à deux niveaux et on montre par des idées simples que la sensibilité à la phase est en fait complètement intuitive.

1.1 Retour sur le système à deux niveaux

Le chapitre précédent a décrit le CPO de manière intuitive en terme d'amplification du battement pompe/sonde (Chap. 1, section 2.4 et Fig. 1.9). Toutefois, le cas particulier où la pompe et la sonde sont dégénérées ($\delta = 0$) présente a priori une certaine singularité. Dans ce cas en effet, il n'y a plus de modulation, pas d'oscillations des populations, et l'interprétation semble donc difficilement transposable. En fait, lorsque $\delta = 0$, la sonde va, selon sa phase relative Φ avec la pompe, interférer constructivement ou destructivement avec elle :

$$E^{\text{in}}(t) = (E_p + Ee^{i\phi}) e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.}, \quad (2.1)$$

$$I^{\text{in}}(t) = I_p + I + 2\sqrt{I_p I} \cos \phi. \quad (2.2)$$

Si l'interférence est constructive, alors la plus forte saturation du système favorise une plus grande transmission du champ sonde. Au contraire, une interférence destructive abaisse la saturation, favorisant une plus faible transmission du champ sonde. On retrouve en fait ici les deux cas envisagés lors de la description intuitive de la section 2.4 du chapitre 1 employée pour δ quelconque, indiquant que le battement est amplifié par le système. Cependant, quand $\delta = 0$ la phase relative entre les champs n'est plus variable au cours du temps et ces deux cas correspondent à deux phases relatives pompe/sonde distinctes : le phénomène est *paramétrique*, en ce sens qu'il est sensible à la phase relative entre les champs.

Le phénomène reste paramétrique même lorsque la pompe et la sonde ne sont pas dégénérées. Quand $\delta \neq 0$, il suffit d'avoir une sonde constituée d'une composante *signal* à $+\delta$, et d'une composante *complémentaire* (ou *idler*) à fréquence $-\delta$ par rapport au champ pompe pour retrouver le même constat (Fig. 2.1). En effet, dans ces conditions, le champ total excitant le système à deux niveaux s'écrit :

$$\begin{aligned} E^{\text{in}}(t) &= (E_p + Ee^{-i\delta t + i\phi_s} + Ee^{+i\delta t + i\phi_c}) e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.} \\ &= \left(E_p + 2Ee^{i\frac{\phi_s + \phi_c}{2}} \cos\left(\delta t - \frac{\phi_s - \phi_c}{2}\right) \right) e^{-i\omega_0 t} + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (2.3)$$

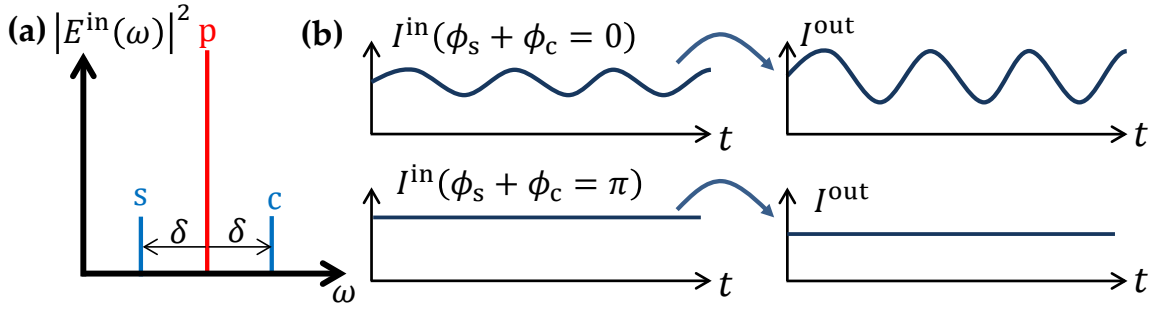


FIGURE 2.1 – (a) Le système est excité par la superposition cohérente d'un champ pompe (D) et d'une sonde composée d'un signal (s) et son complémentaire (c). Dans ce cas, le CPO devient sensible à la phase relative entre les champs. (b) Lorsque $\phi_s + \phi_c = 0 [2\pi]$, l'amplitude de battement est maximale et la sonde est amplifiée par CPO. En revanche, lorsque $\phi_s + \phi_c = \pi [2\pi]$, aucun battement sonde/pompe n'excite le milieu et la sonde est absorbée.

où $\phi_{s,c}$ sont les phases relatives entre les champ signal/complémentaire et le champ pompe, définies à $t = 0$. Par conséquent, on montre que l'intensité du champ total est donnée par :

$$I^{\text{in}}(t) = I_p + 4\sqrt{I_p I} \cos\left(\delta t - \frac{\phi_s - \phi_c}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi_s + \phi_c}{2}\right) + 4I \cos^2\left(\delta t - \frac{\phi_s - \phi_c}{2}\right), \quad (2.4)$$

Comme $I_p \gg I$, on a essentiellement un battement à la fréquence δ . Or, ce battement est maximal quand $\phi_s + \phi_c = 0 [2\pi]$. Au contraire, lorsque $\phi_s + \phi_c = \pi [2\pi]$, le système n'est soumis à aucune saturation dynamique.

Comme l'illustre la figure 2.1, l'existence de la résonance en transmission du champ sonde (signal et son complémentaire) dépend donc de sa phase relative avec la pompe. Par contre, si le champ sonde n'est constitué que d'une composante signal seule, alors quelle que soit sa phase relative avec le champ pompe, la résonance sera présente et la composante complémentaire sera spontanément générée par le milieu.

Dans les réalisations expérimentales de CPO, il est difficile d'avoir un accord de phase sur toute la zone d'excitation. Par exemple, en vapeur atomique, un angle entre les directions de propagation des champs pompe et sonde va introduire un déphasage entre les champs le long de la zone de recouvrement. Cet angle est bien souvent introduit volontairement pour pouvoir séparer spatialement les deux champs, synonyme d'un désaccord de mode longitudinal. De plus, les champs sont généralement focalisés sur la zone de recouvrement, ce qui est source d'un désaccord de mode spatial entre les champs qui détruit d'autant plus la condition d'accord de phase. La phase relative est donc moyennée dans l'espace, ce qui empêche la détection des effets paramétriques.

Dans un système en Λ

Le système en Λ présent dans notre système peut être vu comme deux systèmes à deux niveaux couplés entre eux (voir Chap. 1 Fig. 1.10). Ainsi, dès lors qu'il n'y a plus de battements dans chacun des bras du système, la résonance ultrafine en transmission n'est plus en mesure d'exister : le CPO hyperfin est donc lui aussi un phénomène paramétrique.

Néanmoins, tout comme pour le CPO à 2 niveaux, l'observation de ce phénomène nécessite un bon recouvrement des modes spatiaux des champs pour éviter que la phase relative se retrouve moyennée. Au cours de ma thèse, le filtrage spatial des champs sonde et pompe a été amélioré par l'emploi de fibres monomodes. Cette amélioration a permis de mesurer la dépendance en phase du phénomène (Sec. 2.3).

1.2 Mise en œuvre expérimentale

Hélium métastable

La plupart des expériences du même type que celles présentées dans ce manuscrit sont réalisées avec des vapeurs alcalines. L'avantage majeur de l'hélium métastable est son absence de structure hyperfine. Cela lui confère une structure électronique particulièrement simple, qui ne nécessite donc pas de système de repompage. Par ailleurs, les écarts entre les trois niveaux fins excités sont supérieurs à l'élargissement Doppler, même à température ambiante, ce qui permet d'exciter les transitions optiques séparément.

Ainsi, les larges écarts entre les états $2^3P_{0,1,2}$ de l'hélium 4 ont permis de réaliser des mesures de la constante de structure fine, avec un record de précision à 14 ppb obtenu par ZELEVINSKY, FARKAS et GABRIELSE, 2005. L'autre isotope naturellement présent, l'hélium 3, possède un spin nucléaire, mais son extrême stabilité permet d'envisager de l'utiliser pour support de mémoire quantique à très longue durée de vie (plusieurs heures) (DANTAN, REINAUDI et al., 2005). Enfin, la longue durée de vie de l'état métastable 2^3S_1 de l'hélium 4 est suffisante pour réaliser un condensat de Bose-Einstein (ROBERT et al., 2001 et PEREIRA DOS SANTOS et al., 2001).

Description de l'expérience

La figure 2.2.a montre un schéma simplifié du dispositif expérimental. Les faisceaux pompe et sonde sont générés à partir d'une diode laser (EAGLEYARD DFB) de longueur d'onde accordable autour de $1.083 \mu\text{m}$ et séparés à l'aide d'un cube séparateur de polarisation (PBS). Ils sont contrôlés en amplitude et en fréquence par des modulateurs acousto-optiques (AA OPTO-ELECTRONIC MT80-A1.5-IR), et leur phase relative est scannée à l'aide d'un miroir monté sur un transducteur piézoélectrique. Ils sont recombinaés avant d'être envoyés dans la cellule d'hélium

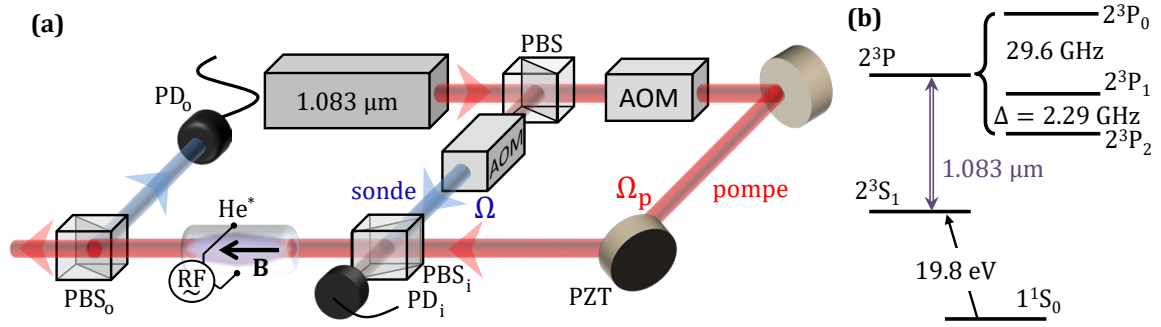


FIGURE 2.2 – **(a)** Schéma du dispositif expérimental. PBS : cube séparateur de polarisation. AOM : modulateur acousto-optique. PZT : transducteur piézoélectrique. PD : photodiode. B : champ magnétique. RF : décharge radiofréquence. **(b)** Niveaux électroniques de basse énergie de l' ^4He . Les collisions entre les électrons générés par la décharge radiofréquence et l'hélium permettent de pomper les atomes dans le niveau métastable 2^3S_1 .

métastable à l'aide d'un deuxième PBS. En sortie de cellule, une fois la sonde séparée de la pompe par un polariseur, l'enveloppe du champ sonde est détectée par la photodiode PD_0 (THORLABS PDA10CS-EC). La phase relative initiale entre les champs est mesurée par la photodiode PD_i via la figure d'interférences issue d'une légère fuite des champs sur le polariseur d'entrée (PBS_i). La phase relative en sortie de milieu peut être mesurée via l'interférence entre la sonde et la pompe résiduelle en sortie du polariseur PBS_0 .

La cellule d'hélium métastable est une simple cellule de verre de 6 cm de long, remplie à 1 Torr d'hélium 4. La cellule est à température ambiante, ce qui entraîne un élargissement inhomogène de l'ordre de $2\pi \times 0.8 \text{ GHz}$ (valeur expérimentale). Pour pomper l'hélium dans l'état métastable 2^3S_1 , deux électrodes montées de part et d'autre de la cellule de verre génèrent une décharge radiofréquence dans le gaz. Les collisions entre les électrons du plasma induit et l'hélium restant permettent de pomper une partie des atomes dans le niveau métastable 2^3S_1 (voir fig. 2.2.b). Ces collisions sont elles aussi la source d'un élargissement homogène de l'ensemble des transitions, de l'ordre de $2\pi \times 22.8 \text{ MHz}$.

Le niveau métastable de l'hélium constitue ainsi le niveau de basse énergie des transitions optiques vers les états $2^3P_{0,1,2}$. Un champ magnétique $\mathbf{B} \simeq 50 \text{ mG}$ aligné avec l'axe de propagation des champs lumineux lève la dégénérescence de ses sous-niveaux Zeeman d'environ 10 MHz. La durée de vie de ce niveau est limitée par le transit des atomes dans le faisceau qui est typiquement de l'ordre de 100 μs , ce qui donne un taux de transit $\gamma_t/2\pi \simeq 1.6 \text{ kHz}$. Enfin, la cellule est placée au centre d'un blindage magnétique permettant de réduire le taux de décohérence γ_R entre sous-niveaux Zeeman au taux de transit $\gamma_R \simeq \gamma_t$. L'annexe A fournit plus de détails sur les paramètres de l'expérience, ainsi qu'un rappel sur la sélection du système en Λ obtenu lors de l'excitation de la transition vers le niveau 2^3P_1 avec un champ polarisé linéairement.

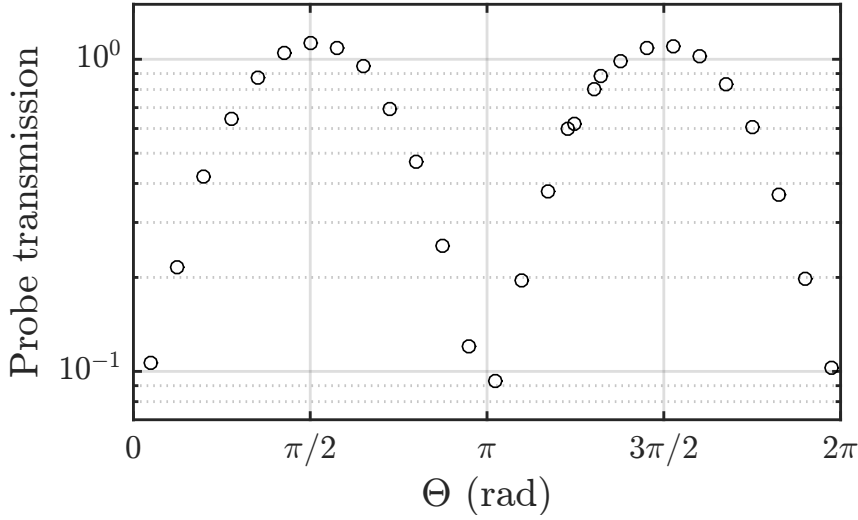


FIGURE 2.3 – **Sensibilité à la phase du CPO ultrafin.** Transmission expérimentale du champ sonde en fonction de sa phase relative avec le champ pompe. $P = 100 \mu\text{W}$, $P_d = 20 \text{ mW}$, $\Delta_z = 2\pi \times 10 \text{ MHz}$. L'existence des CPO induit une plus forte transmission du champ sonde, jusqu'à son amplification. Les phases d'absorption ($\Theta = 0 [\pi]$) ainsi que les phases d'amplification ($\Theta = \pi/2 [\pi]$) correspondent à la description donnée à la section 1.1.

Le dispositif expérimental permet de ne travailler qu'avec des champs pompe et sonde orthogonaux entre eux. La section 2.3 montre qu'il s'agit de la situation la plus intéressante car la seule permettant d'exciter la résonance CPO ultrafine.

Sensibilité à la phase du CPO

La figure 2.3 montre la transmission du champ sonde en fonction de sa phase relative Θ avec la pompe. Les données expérimentales ont été obtenues avec un champ sonde constitué d'un champ signal et de son complémentaire situés à $\pm 2 \text{ kHz}$ de la fréquence de la pompe. Cette sonde est obtenue en commandant un AOM avec un signal RF à 80 MHz, modulé en amplitude à 2 kHz, à l'aide d'un générateur de forme arbitraire, ce qui permet de définir les phases des champs signal et complémentaire par $\phi_c = \phi_s = \Theta$.

La sensibilité à la phase est en accord avec la description qualitative donnée en section précédente. En effet, pour $\Theta = \frac{\pi}{2} [\pi]$ les battements en opposition de phase présents sur chacun des deux bras du système induisent un CPO entre les deux niveaux fondamentaux, associé à une plus grande transmission. Pour $\Theta = 0 [\pi]$, aucun battement n'est présent et seule l'absorption classique subsiste. Le décalage de $\pi/2$ par rapport à la discussion de la section précédente est dû à la décomposition des champs polarisés linéairement dans la base circulaire : le facteur i présent dans l'équation 1.65 introduit en effet un déphasage de $\pi/2$ supplémentaire du champ signal par rapport au champ pompe.

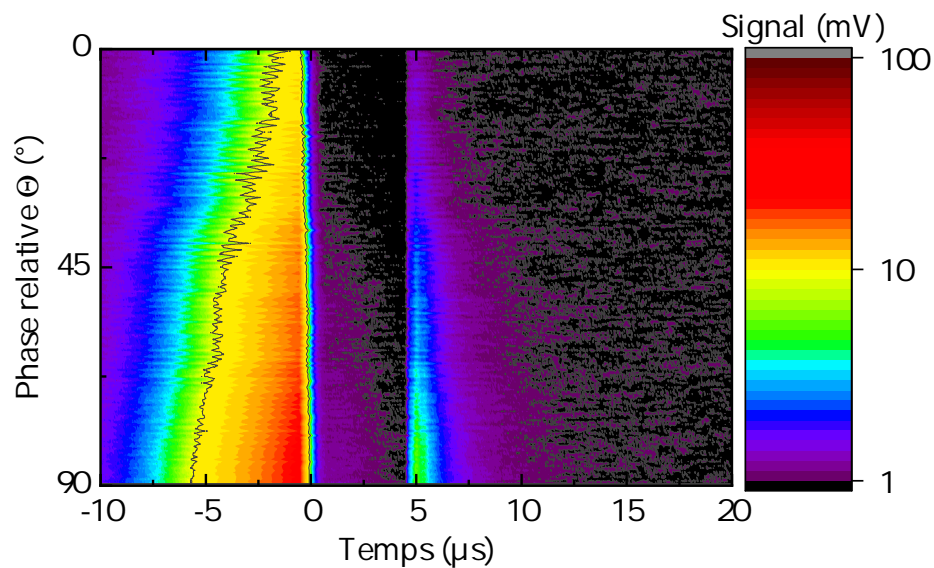


FIGURE 2.4 – **Démonstration expérimentale du stockage CPO sensible à la phase.** La tension mesurée sur la photodiode en sortie de cellule est tracée en fonction du temps et de la phase relative incidente Θ entre les champs. Chaque ligne horizontale correspond à une séquence de stockage de $5 \mu\text{s}$ de la sonde. Tandis que la transmission de la fuite est sensible à la phase par les raisons évoquées en section 2.4, on observe ici que l’impulsion restituée n’existe que dans les conditions où le CPO ultrafin existe. Les conditions expérimentales sont identiques à celles de la figure 2.1, sauf que la pompe et la sonde sont dégénérées en fréquence.

Quid du stockage CPO ?

Comme évoqué dans la section 2.4, MAYNARD, LABIDI et al., 2014 ont montré que la même séquence de stockage que pour l’EIT (Fig. 1.8), mais employée en conditions CPO, aboutit à une impulsion sonde restituée par le milieu. La figure 2.4 montre le profil temporel des impulsions *fuite* et *restitution* du champ sonde lorsque le système est excité en conditions CPO lors d’une séquence de stockage de $5 \mu\text{s}$. On observe que selon la phase relative initiale Θ entre les champs, une impulsion est restituée ou non. Cette observation conforte la discussion du paragraphe 1.1 et soulève le fait suivant : lorsque la phase relative entre les champs ne permet pas d’avoir un battement sur les deux bras du système en Λ , il y a *absence* de phénomène CPO, et donc absence de lumière restituée.

La sensibilité à la phase relative pompe-sonde du phénomène n’est a priori pas un problème pour le contrôle optique puisque la présence de ce type de non-linéarités peut, au contraire, être un moyen pour générer des états non-classiques de lumière par exemple (voir section 1.2). Néanmoins, on constate qu’une quadrature du champ sonde ne peut tout simplement pas être stockée. Or, d’un point de vue quantique, il n’est pas possible de séparer les deux quadratures d’un mode champ électromagnétique, compte tenu de leur corrélations croisées. C’est donc pour comprendre quantitativement le phénomène CPO présent dans notre système que les modèles décrits en sections 2 et 3 ont été développés.

2 Stockage classique de lumière par CPO

Le CPO est donc un phénomène paramétrique résonant qui, dans un système en Λ , permet d'aboutir expérimentalement à du stockage optique. Afin d'avoir une première idée de ce qu'il advient du champ sonde lorsqu'il se propage dans le milieu en conditions CPO, on développe dans cette partie un traitement analytique basé sur le formalisme de Maxwell-Bloch. Ici, on ne considère donc pas les propriétés quantiques du champ sonde (*i.e.* sa statistique de photons), mais seulement ses propriétés classiques (*i.e.* ses amplitude et phase). Un traitement quantique de ce calcul sera donné en troisième partie de chapitre.

2.1 Définitions et approximations

Hamiltonien

Considérons un ensemble homogène de densité n_{at} d'atomes d'hélium dans le niveau métastable 2^3S_1 . Ces atomes sont éclairés par des champs polarisés linéairement, accordables autour de la transition D_1 et on considère que celle-ci constitue un système en Λ fermé constitué de 2 états fondamentaux $|\pm 1_g\rangle$ et d'un état excité $|0_e\rangle$ (Fig. 1.10 et annexe A). Chacun de ces atomes est décrit par un ensemble d'opérateurs

$$\sigma_{\mu\nu} = |\mu\rangle \langle \nu|, \quad \mu, \nu = e, \pm 1. \quad (2.5)$$

Pour simplifier, les indices de ces opérateurs sont $e, +1, -1$ en référence aux états atomiques $|0\rangle_e, |+1\rangle_g, |-1\rangle_g$ respectivement. Le Hamiltonien propre de chaque atome de l'ensemble s'écrit

$$H_0 = \hbar\omega_0\sigma_{ee}, \quad (2.6)$$

et son moment dipolaire se met sous la forme

$$\mathbf{d} = \frac{d}{\sqrt{2}}\mathbf{u}_+\sigma_{e+1} + \frac{d}{\sqrt{2}}\mathbf{u}_-\sigma_{e-1} + \text{h.c.} \quad (2.7)$$

où d est choisi réel et positif. On choisit d'utiliser ce Hamiltonien non perturbé pour exprimer l'ensemble des opérateurs ainsi que les états en représentation d'interaction (COHEN-TANNOUJJI, DIU et al., 2006). Alors, chaque état $|j\rangle$ et chaque observable A possède une dépendance temporelle donnée par

$$|j(t)\rangle = e^{\frac{iH_0t}{\hbar}} |j\rangle \quad \text{et} \quad A(t) = e^{\frac{iH_0t}{\hbar}} A e^{-\frac{iH_0t}{\hbar}}. \quad (2.8)$$

Par exemple, l'opérateur dipôle électrique pour chaque atome s'écrit dans cette représentation

$$\mathbf{d} = \frac{d}{\sqrt{2}}\mathbf{u}_+\sigma_{e+1}e^{i\omega_0t} + \frac{d}{\sqrt{2}}\mathbf{u}_-\sigma_{e-1}e^{i\omega_0t} + \text{h.c.} \quad (2.9)$$

Pour s'affranchir des effets d'EIT, un champ magnétique lève la dégénérescence des niveaux fondamentaux par effet Zeeman. Cette interaction est décrite par le

Hamiltonien

$$H_z = \hbar \Delta_z (\sigma_{+1+1} - \sigma_{-1-1}). \quad (2.10)$$

Enfin, chaque atome est couplé aux champs pompe et sonde par couplage dipolaire

$$\begin{aligned} H_d &= -\mathbf{d} \cdot (\mathbf{E}_p + \mathbf{E}) \\ &= -\hbar \left[\left(\Omega_p^+ + \Omega^+ \right) \sigma_{e-1} + \left(\Omega_p^- + \Omega^- \right) \sigma_{e+1} + \text{h.c.} \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

dans lequel on ne considère que les contributions résonantes (*rotating wave approximation*). Les pulsations de Rabi de la pompe Ω_p^\pm ainsi que de la sonde Ω^\pm sont définies par les équations 1.66-1.68. Finalement, chaque atome de l'ensemble est soumis à un Hamiltonien total H fonction du temps et de la position sur l'axe de propagation des champs

$$H = H_z + H_d. \quad (2.12)$$

Approximation continue

Il n'est pas pertinent de considérer la dynamique de chaque atome. En effet, lorsqu'un champ lumineux se propage dans le milieu, l'ensemble des atomes excités dans l'espace et au cours du temps moyenne les trajectoires quantiques suivies par chacun d'eux. Pour décrire la propagation des champs lumineux le long de la cellule, l'approche usuelle consiste à décomposer le milieu en une succession de tranches $\mathcal{T}(z)$ d'épaisseur dz . Chaque tranche est suffisamment fine devant la longueur d'onde du champ propageant pour considérer son épaisseur infinitésimale, mais suffisamment épaisse pour contenir un grand nombre N_z d'atomes. La dépendance spatiale des opérateurs atomiques est alors définie par

$$\sigma_{\mu\nu}(z, t) = \frac{1}{N_z} \sum_{j \in \mathcal{T}(z)} \sigma_{\mu\nu}^j(t), \quad (2.13)$$

où la somme est calculée sur l'ensemble des atomes j à l'intérieur de la tranche $\mathcal{T}(z)$, décrits par leurs opérateurs $\sigma_{\mu\nu}^j$ respectifs.

Dans un premier temps, on ne considère dans les calculs que la valeur moyenne des opérateurs atomiques, c'est-à-dire la *matrice densité* ρ

$$\rho = \{ \rho_{\mu\nu} \} \quad \text{avec} \quad \rho_{\mu\nu} = \langle \sigma_{\nu\mu} \rangle. \quad (2.14)$$

Par exemple, la polarisation électrique moyenne du milieu est donnée par

$$\mathbf{P}(z, t) = n_{\text{at}} \text{Tr} [\rho(z, t) \mathbf{d}] = n_{\text{at}} \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \rho_{1e}(z, t) e^{i\omega_0 t} \mathbf{u}_+ + \frac{d}{\sqrt{2}} \rho_{-1e}(z, t) e^{i\omega_0 t} \mathbf{u}_- + \text{c.c.} \right), \quad (2.15)$$

avec $\text{Tr} [\rho(z, t) \mathbf{d}]$ le dipôle électrique moyen du milieu.

Équations d'évolution

La dynamique des atomes contenus dans la tranche $\mathcal{T}(z)$ est décrite par l'équation de Liouville Von-Neumann

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\mathbf{H}, \rho] + \mathcal{D}(\rho). \quad (2.16)$$

Les contributions dissipatives apparaissant dans $\mathcal{D}(\rho)$ sont récapitulées dans le tableau suivant

x	$\mathcal{D}(x)$
ρ_{ee}	$-\Gamma_0 \rho_{ee} - \gamma_t \rho_{ee}$
$\rho_{\pm 1 \pm 1}$	$+\frac{\Gamma_0}{2} \rho_{ee} - \gamma_t \rho_{\pm 1 \pm 1} + \frac{\gamma_t}{2}$
$\rho_{e\pm 1}$	$-\Gamma \rho_{e\pm 1}$
ρ_{+1-1}	$-\gamma_R \rho_{+1-1}$

où Γ_0 est le taux d'émission spontanée, Γ le taux de décohérence optique, γ_t le taux de transit des atomes et γ_R le taux de décohérence Raman. Contrairement à l'émission spontanée, la contribution du transit est ici purement phénoménologique. On considère ici une fuite de l'ensemble des niveaux à taux γ_t , pendant que les deux niveaux fondamentaux sont alimentés de façon identique.

Par la suite la valeur numérique du taux de décohérence optique Γ est prise égale à avec celle de l'élargissement Doppler. Au delà du confort analytique (et numérique) qui nous permet d'éviter une intégration sur l'ensemble des vitesses accessibles, cette approximation est justifiée numériquement par GOLDFARB et al., 2008 : les collisions à changement de vitesses dans le milieu se font à un taux suffisamment élevé pour que toute la largeur inhomogène intervienne dans le comportement des raies EIT.

L'équation de propagation des champs électriques moyens est obtenue à partir des équations de Maxwell

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \right) (\langle \mathbf{E}_p \rangle + \langle \mathbf{E} \rangle) = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (2.17)$$

qui, écrites en termes des enveloppes complexes (Eq. 1.64) lentement variables, se simplifient en

$$\{c\partial_z + \partial_t\} (\langle \mathcal{E}_p \rangle \mathbf{e}_{\parallel} + \langle \mathcal{E} \rangle \mathbf{u}) = i \frac{\omega_0}{2\epsilon_0} n_{at} \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \rho_{e1} \mathbf{u}_- + \frac{d}{\sqrt{2}} \rho_{e-1} \mathbf{u}_+ \right) \quad (2.18)$$

où l'on a remplacé le vecteur polarisation par sa définition (Eq. 2.15). Finalement, on exprime 2.18 en termes des pulsations de Rabi et on projette suivant les vecteurs $\mathbf{e}_{\parallel, \perp}$ pour obtenir

$$\begin{cases} (c\partial_z + \partial_t) (\Omega_p + \Omega \sin \alpha) & = \frac{ic\eta}{\sqrt{2}} (\rho_{e1} + \rho_{e-1}) \\ (c\partial_z + \partial_t) \Omega \cos \alpha & = \frac{c\eta}{\sqrt{2}} (\rho_{e1} - \rho_{e-1}), \end{cases} \quad (2.19)$$

où $\eta \equiv n_{at}\omega_0 d^2 / 4c\hbar\epsilon_0$. Dans nos conditions expérimentales, on a typiquement $\eta = 2.3 \times 10^{11} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$.

Conventions sur les champs optiques

On choisit la référence de phase de manière à ce que la pulsation de Rabi du champ pompe Ω_p soit réelle. Par ailleurs, les 4 quadratures du champ sonde, suivant \mathbf{u}_{\parallel} et \mathbf{u}_{\perp} sont définies par

$$\mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{u}_{\parallel} = X_{\parallel} + iP_{\parallel} \text{ et } \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{u}_{\perp} = X_{\perp} + iP_{\perp}. \quad (2.20)$$

avec \mathbf{u}_{\parallel} la direction de polarisation linéaire du champ pompe.

Pour ne pas alourdir les notations, on gardera la même notation $\mathbf{\Omega}$ pour l'enveloppe complexe d'un champ temporel $\mathbf{\Omega}(z, t)$ et sa transformée de Fourier $\mathbf{\Omega}(z, \nu)$ définie par

$$\mathbf{\Omega}(z, \nu) \equiv \int \mathbf{\Omega}(z, t) e^{-i\nu t} d\nu. \quad (2.21)$$

Il faut souligner que $\mathbf{\Omega}(z, \nu)$ est la composante spectrale à la pulsation ν de l'enveloppe complexe du champ sonde. Comme cette enveloppe est définie par rapport à la pompe (Eq. 1.64), $\mathbf{\Omega}(z, \nu)$ correspond donc à la composante spectrale à la pulsation $\omega_0 + \nu$ de l'amplitude complexe du champ sonde.

De la même façon, les quadratures du champ sonde dans l'espace de Fourier sont données par

$$X_{\parallel}(z, \nu) \equiv \int X_{\parallel}(z, t) e^{-i\nu t} d\nu = \frac{\mathbf{\Omega}(z, \nu) \cdot \mathbf{u}_{\parallel} + \mathbf{\Omega}(z, -\nu)^* \cdot \mathbf{u}_{\parallel}}{2}, \quad (2.22)$$

avec des relations similaires pour $X_{\perp}(z, \nu)$, $P_{\parallel}(z, \nu)$ et $P_{\perp}(z, \nu)$. Les quadratures dans le domaine temporel sont réelles, mais pas nécessairement dans le domaine spectral. D'après les définitions, on a la propriété suivante, valable pour toutes les quadratures :

$$X_{\parallel}(z, t) = X_{\parallel}(z, t)^* \Leftrightarrow X_{\parallel}(z, \nu) = X_{\parallel}(z, -\nu)^*, \quad (2.23)$$

La figure 2.5 illustre les trois cas particuliers suivants :

(i) Le champ sonde est stationnaire, polarisé suivant \mathbf{u}_{\perp} et constitué d'un signal à la fréquence de la pompe (voir fig. 2.5.a.i). Dans ce cas, nous pouvons simplement écrire :

$$\mathbf{\Omega}(z, t) = |\Omega(z)| e^{i\Theta} \mathbf{u}_{\perp} \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} X_{\perp}(z, t) = |\Omega(z)| \cos \Theta \\ P_{\perp}(z, t) = |\Omega(z)| \sin \Theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{\perp}(z, \nu) = |\Omega(z)| \cos \Theta \times \delta_D(\nu) \\ P_{\perp}(z, \nu) = |\Omega(z)| \sin \Theta \times \delta_D(\nu) \end{cases} \quad (2.25)$$

où δ_D la fonction de Dirac. Les quadratures $X_{\perp}(z, t)$ et $P_{\perp}(z, t)$ représentent bien les quadratures du champ sonde tel que nous en avons l'habitude (Figs. 2.5.b.i et 2.5.c.i). Leur décomposition spectrale est simplement piquée en $\nu = 0$.

(ii) Si le champ sonde est désaccordé d'une fréquence δ par rapport au champ de couplage (Fig. 2.5.a.ii), son enveloppe et ses quadratures définies plus haut s'écrivent :

$$\Omega(z, t) = |\Omega(z)| e^{i\delta t} e^{i\Theta} \mathbf{u}_{\perp} \quad (2.26)$$

$$\begin{cases} X_{\perp}(z, t) = |\Omega(z)| \cos(\Theta + \delta t) \\ P_{\perp}(z, t) = |\Omega(z)| \sin(\Theta + \delta t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{\perp}(z, \nu) = \frac{|\Omega(z)|}{2} (e^{i\Theta} \delta_D(\nu - \delta) + e^{-i\Theta} \delta_D(\nu + \delta)) \\ P_{\perp}(z, \nu) = \frac{|\Omega(z)|}{2i} (e^{i\Theta} \delta_D(\nu - \delta) - e^{-i\Theta} \delta_D(\nu + \delta)) \end{cases} \quad (2.27)$$

Dans ce cas, $X_{\perp}(z, t)$ et $P_{\perp}(z, t)$ ne correspondent plus aux quadratures habituelles puisque celles-ci sont définies dans le référentiel tournant à la fréquence de la pompe. Ainsi, la sonde *oscille* entre $X_{\perp}(z, t)$ et $P_{\perp}(z, t)$, quelle que soit sa phase relative initiale avec la pompe (Figs. 2.5.b.ii et 2.5.c.ii). Par conséquent, les décompositions spectrales des quadratures $X_{\perp}(z, \nu)$ et $P_{\perp}(z, \nu)$ présentent toujours des composantes non nulles à $\pm\delta$.

(iii) Dans le cas où la sonde n'est pas dégénérée avec la pompe, il est possible de retrouver une situation où les quadratures définies en 2.20 correspondent à celles couramment employées. Si la sonde est composée d'une composante signal à la fréquence $+\delta$ ainsi qu'une composante complémentaire à la fréquence $-\delta$ de même amplitude (Fig. 2.5.a.iii), on a alors :

$$\Omega(z, t) = |\Omega(z)| \left(\frac{e^{i\delta t}}{2} + \frac{e^{-i\delta t}}{2} \right) e^{i\Theta} \mathbf{u}_{\perp} = |\Omega(z)| \cos(\delta t) e^{i\Theta} \mathbf{u}_{\perp} \quad (2.28)$$

$$\begin{cases} X_{\perp}(z, t) = |\Omega(z)| \cos(\Theta) \cos(\delta t) \\ P_{\perp}(z, t) = |\Omega(z)| \sin(\Theta) \cos(\delta t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{\perp}(z, \nu) = |\Omega(z)| \cos(\Theta) \frac{\delta_D(\nu - \delta) + \delta_D(\nu + \delta)}{2} \\ P_{\perp}(z, \nu) = |\Omega(z)| \sin(\Theta) \frac{\delta_D(\nu - \delta) - \delta_D(\nu + \delta)}{2i} \end{cases} \quad (2.29)$$

Le schéma de la figure 2.5.b.iii représente les états cohérents des champs signal et complémentaire, tournant respectivement à pulsation $\pm\delta$ dans l'espace des phases. Leur somme, elle, oscille en valeur absolue le long d'un axe dont la direction est direction déterminée par la phase relative Θ entre le champ sonde total et la pompe. Cette situation est le parfait équivalent de la situation dégénérée puisque, en choisissant correctement la phase initiale Θ , il est possible de sélectionner la quadrature du champ sonde (Fig. 2.5.c.iii).

Cadre d'approximation

Les processus non-linéaires à l'oeuvre dans le milieu sont pour l'essentiel négligeables. Le phénomène non-linéaire dominant est le CPO que l'on peut décrire

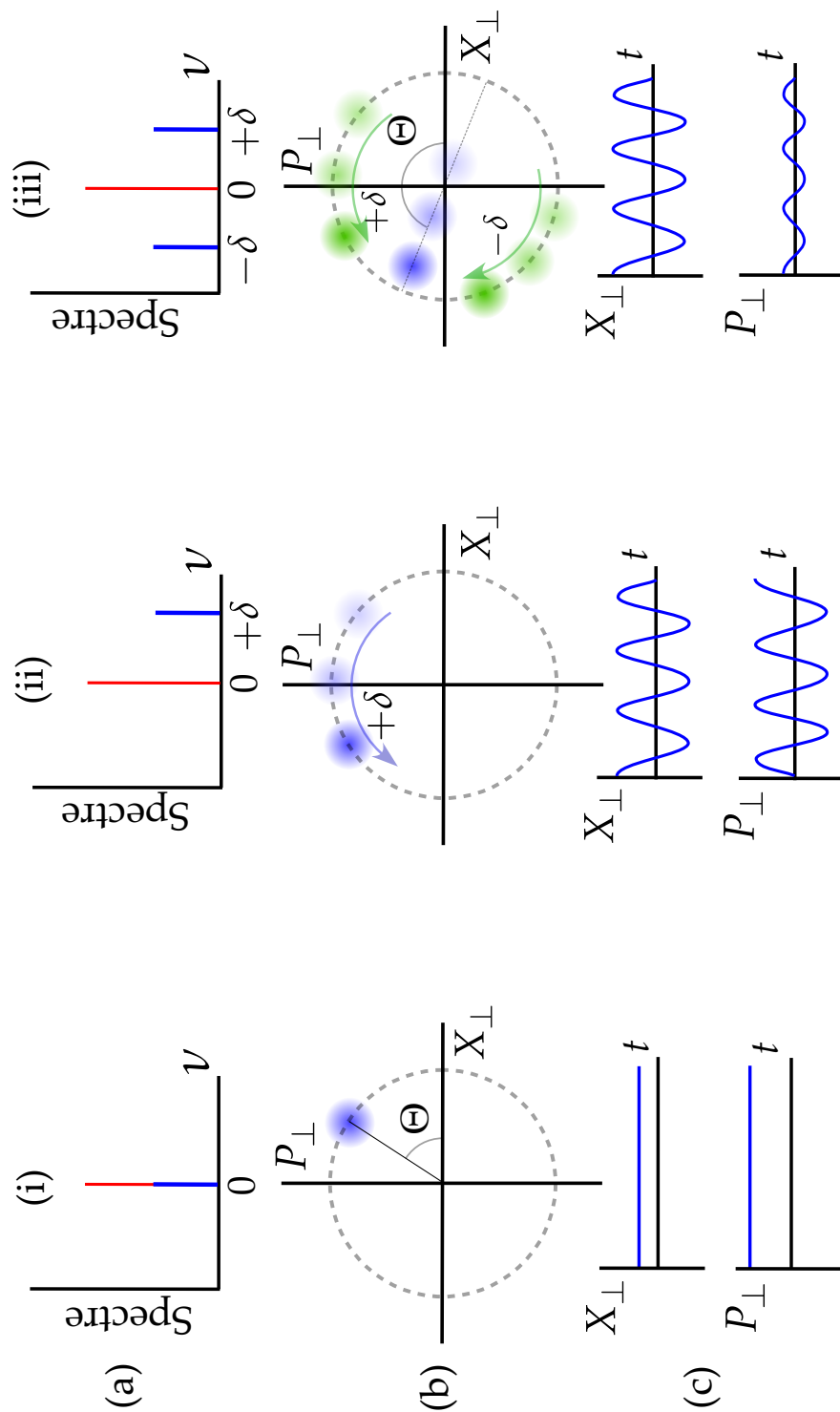


FIGURE 2.5 – **Champs sondes et quadratures.** (a) Spectres des enveloppes des champs optiques dans le cas d'un champ sonde dégénéré avec la pompe (i) ou non-dégénéré avec la pompe, sans (ii) ou avec (iii) complémentaire. (b). Représentation des champ sondes dans l'espace des phases, dans le cas d'états cohérents. Dans les cas non dégénérés, les composantes du champ sonde à fréquence $\pm\delta$ oscillent au cours du temps dans l'espace des phases. Dans le cas (iii), on a différencié les champs signal et complémentaire (en vert) du champ sonde total (en bleu). (c). Évolutions temporelles des quadratures $X_{\perp}(z, t)$ et $P_{\perp}(z, t)$ dans chacune des situations. Il n'est possible d'annuler à tout instant l'une des quadratures que dans les situations (i) et (iii).

analytiquement par une approche perturbative à l'ordre le plus bas en champ sonde.

Champs optiques Le champ pompe est beaucoup plus intense que le champ signal : expérimentalement, on a toujours au moins 2 ordres de grandeur entre les puissances des deux faisceaux envoyés :

$$|\langle \Omega_p \rangle| \gg |\langle \Omega \rangle| \quad (2.30)$$

On assimile donc le champ pompe à un champ classique et on développe perturbativement les quantités atomiques en champ sonde

$$\rho_{ij} = \rho_{ij}^{(0)} + \rho_{ij}^{(1)} \quad (2.31)$$

où $\rho_{ij}^{(0)}$ désigne la quantité atomique ρ_{ij} en présence de la pompe seule, et $\rho_{ij}^{(1)}$ la perturbation linéarisée en champ sonde¹. Ainsi, les équations d'évolution aux ordres 0 et 1 en champ sonde s'écrivent :

$$\text{Ordre 0} \quad \begin{cases} i\hbar \frac{\partial \rho^{(0)}}{\partial t} &= [\mathbf{H}^{(0)}, \rho^{(0)}] + \mathcal{D}(\rho^{(0)}) \\ (c\partial_z + \partial_t) \Omega_p &= \frac{ic\eta}{\sqrt{2}} (\rho_{e1}^{(0)} + \rho_{e-1}^{(0)}) \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\text{Ordre 1} \quad \begin{cases} i\hbar \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} &= [\mathbf{H}^{(0)}, \rho^{(1)}] + [-\mathbf{d}^{(0)} \cdot \mathbf{E}, \rho^{(0)}] + \mathcal{D}(\rho^{(1)}) \\ (c\partial_z + \partial_t) \Omega &= \frac{c\eta}{\sqrt{2}} (\rho_{e1}^{(1)} e^{-i\alpha} - \rho_{e-1}^{(1)} e^{i\alpha}) \end{cases} \quad (2.33)$$

où $\mathbf{H}^{(0)}$ est le Hamiltonien \mathbf{H} sans le couplage dipolaire du champ sonde et α est l'angle entre les directions de polarisation des champs (Eq. 1.10). Dans ce Hamiltonien, tous les ordres de non-linéarités dus au champ pompe sont pris en compte : ces non-linéarités sont importantes puisque elles sont responsables de la *saturation dynamique* des transitions, elle-même à l'origine du CPO.

Effet Zeeman La figure 1.11 montre comment il est possible de séparer les raies EIT de la raie CPO ultrafine. Le décalage Zeeman Δ_z doit être grand devant les largeurs de ces raies élargies par saturation, soit

$$\Delta_z \gg \gamma_R, \gamma_t, \zeta. \quad (2.34)$$

où $\zeta = \Omega_p^2 / \Gamma$ est l'élargissement par saturation. Cette première condition assure que la cohérence Raman n'est pas excitée dans les conditions CPO.

1. Par conservation de la population totale du système, on a $\sum_i \rho_{ii}^{(0)} = 1$ et $\sum_i \rho_{ii}^{(1)} = 0$.

De plus, il est nécessaire que le décalage soit faible devant la largeur de la transition, soit

$$\Delta_z \ll \Gamma, \Gamma_0 \quad (2.35)$$

où Γ est ici la largeur inhomogène de la transition. Cette condition permet de ne pas briser la symétrie du système en Λ , pour ne pas introduire des effets dispersifs de type effet Faraday. Ces approximations permettent de se placer aux ordres 0 des rapports :

$$\mathcal{O} \left(\frac{\Delta_z}{\Gamma}, \frac{\Delta_z}{\Gamma_0}, \frac{\gamma_R}{\Delta_z}, \frac{\gamma_t}{\Delta_z}, \frac{\zeta}{\Delta_z} \right). \quad (2.36)$$

Analytiquement, cette opération est réalisée en prenant successivement la limite $\gamma_R \rightarrow +\infty$, puis $\Delta_z \rightarrow 0$ sur les résultats analytiques complets. La première limite permet de remplir la condition 2.34 car la cohérence Raman est alors forcée à 0. La seconde limite permet de satisfaire la condition 2.35. Il s'agit en fait d'envisager un système en Λ parfaitement symétrique mais sans possibilité d'exciter la cohérence entre les deux niveaux fondamentaux.

Élargissement inhomogène Compte tenu du fort élargissement inhomogène devant la largeur homogène dans une vapeur atomique à température ambiante, on considère également l'ordre 0 suivant

$$\mathcal{O} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma} \right). \quad (2.37)$$

Dépendance temporelle On suppose également que la pompe Ω_p et la réponse du milieu $\rho^{(0)}$ sont stationnaires. Cette approximation est discutable puisque, lors d'une séquence de stockage expérimentale, l'intensité du champ pompe varie brutalement, mettant en jeu toutes les composantes spectrales de la réponse du système. Néanmoins, ce cadre est pertinent sur la phase d'écriture d'une séquence de stockage, une fois le régime permanent atteint.

Ainsi, dans le système d'équations d'évolution 2.32, toutes les dérivées temporelles seront négligées. Cette approximation présente de plus le confort de pouvoir prendre les transformées de Fourier du système 2.33 sans qu'apparaissent de produits de convolution :

$$\text{Ordre 0} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = [\mathbf{H}^{(0)}, \rho^{(0)}] + \mathcal{D}(\rho^{(0)}) \\ c\partial_z \Omega_p = \frac{ic\eta}{\sqrt{2}} (\rho_{e1}^{(0)} + \rho_{e-1}^{(0)}) \end{array} \right. \quad (2.38)$$

$$\text{Ordre 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} -i\hbar\nu\rho^{(1)} = [\mathbf{H}^{(0)}, \rho^{(1)}] + [-\mathbf{d}^{(0)} \cdot \mathbf{E}, \rho^{(0)}] + \mathcal{D}(\rho^{(1)}) \\ (c\partial_z - i\nu)\Omega = \frac{c\eta}{\sqrt{2}} (\rho_{e1}^{(1)} e^{-i\alpha} - \rho_{e-1}^{(1)} e^{i\alpha}) \end{array} \right. \quad (2.39)$$

où l'ensemble des quantités à l'ordre 1 de ces systèmes sont fonctions de la position z et de la pulsation ν .

En supposant que le spectre du champ sonde est inclus dans une plage de fréquences loin des raies EITs (Fig. 1.11), on peut également se placer aux ordres zero suivants :

$$\mathcal{O}\left(\frac{\nu}{\Gamma'}, \frac{\nu}{\Gamma_0}\right). \quad (2.40)$$

Après ces approximations, les seules échelles de fréquence auxquelles une composante spectrale ν du champ sonde peut être comparée sont le taux de transit γ_t , et l'élargissement par saturation ζ . Pour éviter des expressions trop longues, on s'arrêtera à l'ordre suivant

$$\mathcal{O}\left(\left(\frac{\nu}{\gamma_t}\right)^2, \left(\frac{\nu}{\zeta}\right)^2\right). \quad (2.41)$$

2.2 Propagation de la pompe

On considère ici la réponse du milieu ainsi que l'équation de propagation à l'ordre 0 en champ signal, c'est-à-dire en présence du seul champ pompe.

Réponse du milieu Dans le régime d'approximations décrit au paragraphe précédent, la matrice densité $\rho^{(0)}$ en présence du champ pompe s'écrit

$$\rho^{(0)} = \begin{pmatrix} \frac{s}{1+3s} & \frac{i\Omega_p}{2\sqrt{2}\Gamma(1+3s)} & \frac{i\Omega_p}{2\sqrt{2}\Gamma(1+3s)} \\ -\frac{i\Omega_p}{2\sqrt{2}\Gamma(1+3s)} & \frac{1+2s}{2+6s} & 0 \\ -\frac{i\Omega_p}{2\sqrt{2}\Gamma(1+3s)} & 0 & \frac{1+2s}{2+6s} \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

où $s = \Omega_p^2/\Gamma\Gamma_0 = \zeta/\Gamma_0$ est le paramètre de saturation des transitions. La figure 2.6 illustre la réponse du milieu à cette excitation, en fonction du paramètre de saturation s : pour $s \gg 1$, les populations sont partagées équitablement entre les trois niveaux accessibles.

Il n'est cependant pas pertinent de considérer des saturations trop importantes dans notre modèle car les approximations 2.34 et 2.35 faites sur le champ magnétique ne sont alors plus compatibles. À la limite de validité de ces approximations, on a $\zeta \sim \Gamma$, soit dans notre système $s \sim \Gamma/\Gamma_0 \sim 1000$. On se restreindra donc à des valeurs de saturations maximales de l'ordre de $s \sim 100$ pour toujours satisfaire simultanément les conditions 2.34 et 2.35.

Équation de propagation En réinjectant les cohérences de la matrice 2.42 dans 2.38, on obtient l'équation non-linéaire suivante

$$\partial_z \Omega_p = -\frac{\eta \Omega_p}{2\Gamma(1+3s)}. \quad (2.43)$$

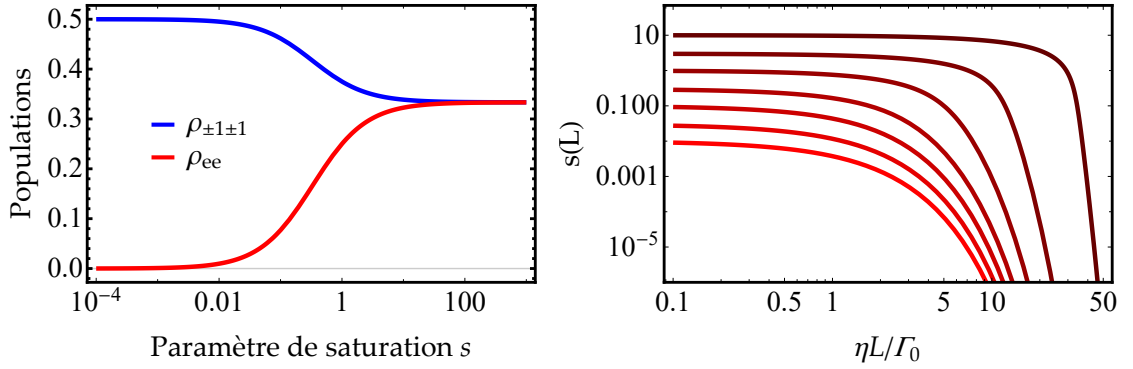


FIGURE 2.6 – **Réponse du système en présence de la pompe seule.** (a) Évolution des population en fonction du paramètre de saturation s (Eq. 2.42). On distingue le régime linéaire $s \ll 1$ du régime de saturation $s \gg 1$. (b) Absorption du champ pompe en fonction de la profondeur du milieu, pour différentes saturations initiales $s(0)$ (Eq. 2.45).

On utilisera cette équation écrite en termes du paramètre de saturation s

$$\partial_z s = -\frac{\eta}{\Gamma} \frac{s}{1 + 3s}, \quad (2.44)$$

dont l'intégration mène à l'équation

$$\ln \left(\frac{s(L)}{s(0)} \right) + 3(s(L) - s(0)) = -\frac{\eta L}{\Gamma}. \quad (2.45)$$

Dans cette équation, le premier terme du membre de gauche correspond à l'absorption linéaire du milieu, tandis que le second est la non-linéarité induite par la saturation. La figure 2.6.b montre le profil d'absorption du champ pompe en fonction de la profondeur du milieu pour plusieurs saturations initiales $s(0)$. Comme le champ magnétique présent dans le milieu interdit d'exciter la cohérence Raman, la pompe est toujours absorbée par le milieu, quelle que soit son intensité.

L'annexe B montre que l'équation 2.44 possède une solution semi-analytique, exprimée à l'aide de la fonction de Lambert W :

$$s(L) = \frac{W \left(3s(0)e^{3s(0) - \eta L / \Gamma} \right)}{3}. \quad (2.46)$$

2.3 Propagation du champ sonde

On considère maintenant que le champ sonde se propage dans un milieu *préparé* par le champ pompe, sans jamais affecter cette dernière.

Réponse du milieu Il est intéressant de regarder dans un premier temps les liens explicites entre les quantités propres au milieu $\rho_{ij}^{(1)}$ et celles propres au champ

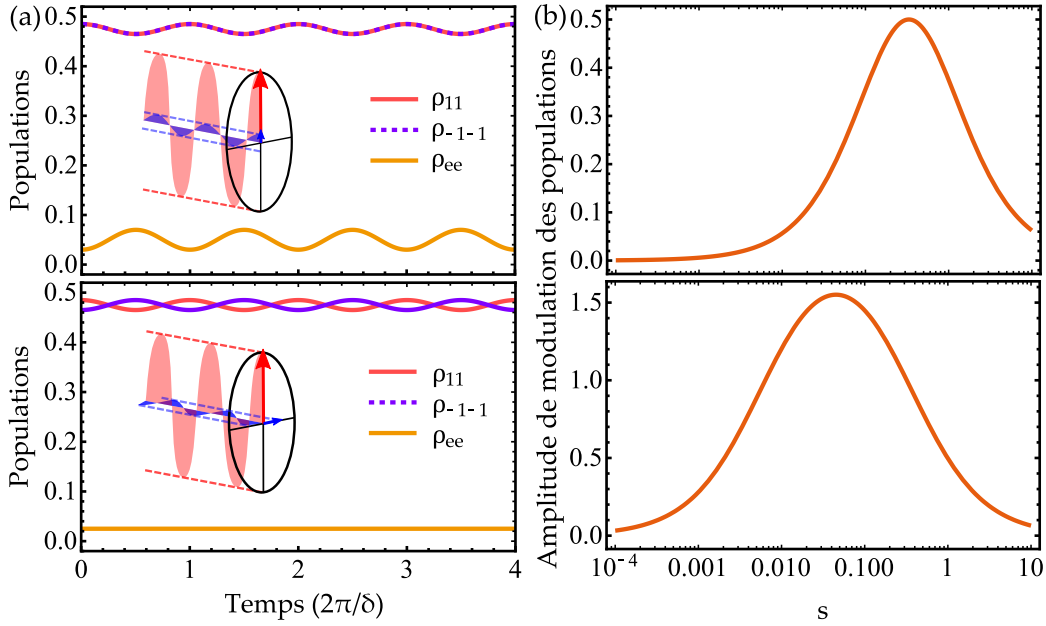


FIGURE 2.7 – **Modes CPO.** (a) Évolutions temporelles des populations du système en présence de l'excitation du mode CPO symétrique (**haut**) et anti-symétrique (**bas**). En insert, représentation des champs optiques nécessaires à l'excitation du mode en question. (b) Amplitude de modulation des modes en fonction de la saturation par la pompe (préfacteur des Eqs. 2.48 et 2.49).

$X_{\parallel,\perp}, P_{\parallel,\perp}$. Comme expliqué à la section 2.4 du chapitre précédent, la quantité atomique qui importe dans la dynamique du CPO ultrafin est la différence de population entre les deux niveaux fondamentaux, ce qui conduit à définir les quantités

$$\rho_{\Sigma}^{(1)} = \rho_{11}^{(1)} + \rho_{-1-1}^{(1)} \quad \text{et} \quad \rho_{\Delta}^{(1)} = \rho_{11}^{(1)} - \rho_{-1-1}^{(1)}. \quad (2.47)$$

$\rho_{\Delta} = 0$ traduit le *déséquilibre* des populations des niveaux fondamentaux puisque lorsque $\rho_{\Delta} = 0$, les niveaux fondamentaux sont équitablement peuplés. Par opposition, on dira que ρ_{Σ} traduit la partie équilibrée des populations des niveaux fondamentaux. Dans notre régime d'approximation, la résolution des équations de Bloch optiques linéarisées aboutit à

$$\rho_{\Sigma}^{(1)}(z, \nu) = \frac{-2\beta_{\Sigma}}{3(1+3s)\Omega_p} \left[1 - i\nu \left(\frac{1}{2\Gamma} - \frac{\beta_{\Sigma}}{3\zeta} \right) \right] X_{\parallel}(z, \nu) \quad (2.48)$$

$$\rho_{\Delta}^{(1)}(z, \nu) = \frac{-2\beta_{\Delta}}{(1+3s)\Omega_p} \left[1 - i\nu \left(\frac{1}{2\Gamma} - \frac{\beta_{\Delta}}{\zeta} \right) \right] P_{\perp}(z, \nu) \quad (2.49)$$

où β_{Σ} et β_{Δ} sont des coefficients compris entre 0 et 1, et donnés par

$$\beta_{\Sigma} = \frac{3s}{1+3s} \quad \text{et} \quad \beta_{\Delta} = \frac{s}{\frac{\gamma_t}{\Gamma_0} + s} \quad (2.50)$$

Ces relations ne sont pas sans rappeler la relation 1.57 liant la cohérence Raman au champ signal dans le cas de l'EIT. Ici, il s'agit d'un lien explicite entre une quadrature du champ signal et une combinaison des populations des niveaux fondamentaux. Du fait des deux transitions impliquées dans le système en Λ , deux modes CPO existent, impliquant soit la partie équilibrée $\rho_{\Sigma}^{(1)}$ des populations, soit leur déséquilibre $\rho_{\Delta}^{(1)}$. La figure 2.7 schématise les conditions d'excitations de ces modes, ainsi que la dynamique des populations correspondante.

Mode symétrique $\rho_{\Sigma}^{(1)}$ D'après la relation 2.48, la condition pour qu'il existe une variation égale des populations des niveaux fondamentaux est que le champ sonde ait sa quadrature $X_{||}$ non nulle. C'est-à-dire qu'il doit posséder une composante de polarisation parallèle à la pompe, et en phase ou opposition de phase avec celle-ci. En fait, on retrouve la discussion évoquée dans la section 1.1. En effet, la condition $X_{||} \neq 0$ implique l'existence de deux CPO en phase, sur chacune des deux transitions du système en Λ .

La seconde condition pour que ce mode CPO soit présent dans le système est que $\beta_{\Sigma} \sim 1$, c'est-à-dire

$$s > 1 \text{ soit, } \zeta > \Gamma_0. \quad (2.51)$$

Dans un système à deux niveaux, le CPO est une conséquence de la saturation dynamique de la transition. Par conséquent, il est nécessaire que le taux de pompage ζ excède les pertes par émission spontanée Γ_0 , afin que les populations puissent être affectées.

Mode antisymétrique $\rho_{\Delta}^{(1)}$ La discussion précédente est similaire dans le cas de l'expression 2.49. Pour exciter le mode CPO $\rho_{\Delta}^{(1)}$, le seul moyen est d'envoyer le champ sonde polarisé orthogonalement à la pompe, et en quadrature de phase. On se retrouve alors dans les conditions d'excitations du CPO ultrafin évoquées dans la section 1.1. La condition sur la phase relative entre les champs est la même que précédemment : il s'agit d'avoir un battement en intensité sur chacun des bras du système. La raison pour laquelle le mode est cette fois excité pour des signaux en quadratures de phase est que la décomposition dans la base des polarisations circulaires met en jeu un déphasage de $\pi/2$ (Eq. 1.65).

Ce mode CPO est activé pour une saturation beaucoup faible que le mode précédent. En effet, on a $\beta_{\Delta} \sim 1$ pour

$$s > \frac{\gamma_t}{\Gamma_0}, \text{ soit } \zeta > \gamma_t. \quad (2.52)$$

Ici, il importe que le taux de pompage ζ excède juste les pertes de populations par transit.

Équation de propagation du champ sonde

Le terme source de l'équation de propagation du champ sonde est une combinaison de cohérences optiques (Eq. 2.39). Comme les modes CPO Σ et Δ ne sont couplés qu'à des quadratures du champ sonde polarisé suivant \mathbf{u}_{\parallel} et \mathbf{u}_{\perp} respectivement, on ne considère que les combinaisons de cohérences optiques correspondant à ces composantes du champ sonde, c'est-à-dire pour $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi/2$. On a donc :

$$\left(\rho_{e1}^{(1)} + \rho_{e-1}^{(1)}\right)(z, \nu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\Gamma - i\nu} \left[\frac{i}{1 + 3s} \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{u}_{\parallel} + 3i\rho_{\Sigma}^{(1)} \Omega_p \right](z, \nu) \quad (2.53a)$$

$$\left(\rho_{e1}^{(1)} - \rho_{e-1}^{(1)}\right)(z, \nu) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\Gamma - i\nu} \left[\frac{1}{1 + 3s} \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{u}_{\perp} + i\rho_{\Delta}^{(1)} \Omega_p \right](z, \nu) \quad (2.53b)$$

Réinjecter les relations 2.48 et 2.49 dans 2.53 permet de déterminer les équations de propagation de chacune des quadratures X_{\perp} , P_{\perp} , X_{\parallel} et P_{\parallel} . Le détail de ces calculs, donné dans l'annexe B, permet d'extraire les coefficients de transmission ainsi que les vitesses de groupe de propagation :

$$X_{\parallel}(z, t) = X_{\parallel} \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_3(s)} \right) \exp \left[\int_0^z \frac{\eta (2\beta_{\Sigma} - 1)}{2\Gamma (1 + 3s)} d\xi \right], \quad (2.54a)$$

$$P_{\parallel}(z, t) = P_{\parallel} \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_1(s)} \right) \exp \left[- \int_0^z \frac{\eta d\xi}{2\Gamma (1 + 3s)} \right], \quad (2.54b)$$

$$X_{\perp}(z, t) = X_{\perp} \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_1(s)} \right) \exp \left[- \int_0^z \frac{\eta d\xi}{2\Gamma (1 + 3s)} \right], \quad (2.54c)$$

$$P_{\perp}(z, t) = P_{\perp} \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_2(s)} \right) \exp \left[\int_0^z \frac{\eta (2\beta_{\Delta} - 1)}{2\Gamma (1 + 3s)} d\xi \right], \quad (2.54d)$$

où les vitesses de groupe v_i sont données par

$$v_1(s) = \frac{c}{1 - \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)}} > c, \quad (2.55a)$$

$$v_2(s) = \frac{c}{1 + \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)} \left(6\beta_{\Delta}^2 \frac{\Gamma}{s\Gamma_0} - \beta_{\Delta} - 1 \right)} < c, \quad (2.55b)$$

$$v_3(s) = \frac{c}{1 + \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)} \left(\frac{2\beta_{\Sigma}^2}{3\xi} - \beta_{\Sigma} - 1 \right)} < c. \quad (2.55c)$$

Ainsi, en utilisant les équations 2.54 dans l'espace de Fourier, on peut écrire la matrice de transfert du champ sonde,

$$\begin{pmatrix} X_{\parallel} \\ P_{\parallel} \\ X_{\perp} \\ P_{\perp} \end{pmatrix} (z, \nu) = \exp \left(\int_0^z \mathcal{T}(s) d\xi \right) \begin{pmatrix} X_{\parallel} \\ P_{\parallel} \\ X_{\perp} \\ P_{\perp} \end{pmatrix} (0, \nu), \quad (2.56)$$

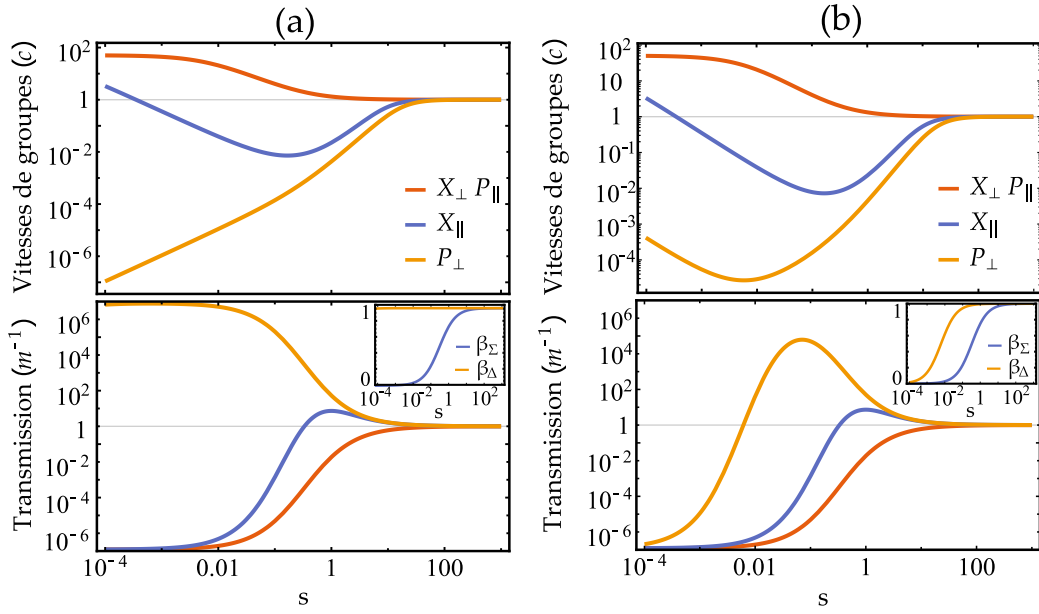


FIGURE 2.8 – **Vitesse de groupe et transmissions des modes propres de propagation.** Ces courbes ont été tracées avec des paramètres proches des conditions expérimentales : $\eta/2\Gamma = 16 \text{ m}^{-1}$, $c\eta/2\Gamma^2 = 0.98$, $\Gamma/\Gamma_0 = 47 \times 10^4$. **(a)** Situation idéale avec $\gamma_t/\Gamma_0 = 0$. **(b)** Situation expérimentale avec $\gamma_t/\Gamma_0 = 6.1 \times 10^{-3}$. Il existe un régime de saturation optimal dans lesquels les quadratures P_\perp et X_\parallel présentent une transmission accrue ainsi qu’une vitesse de groupe réduite par couplage aux modes CPO antisymétrique et symétrique respectivement. Inserts : profils des fonctions β_Σ et β_Δ sur la même gamme de saturation.

où $\mathcal{T}(s)$ est une matrice diagonale qui ne dépend que de la saturation par la pompe

$$\mathcal{T}(s) = \frac{\eta}{2\Gamma(1+3s)} \left[\begin{pmatrix} 2\beta_\Sigma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\beta_\Delta \end{pmatrix} - \mathbb{1} \right] + i\nu \begin{pmatrix} \frac{1}{v_3(s)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{v_1(s)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{v_1(s)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{v_2(s)} \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

Les quatre quadratures du champ sonde se propagent indépendamment les unes des autres. On peut les qualifier de modes propres de propagation, puisqu’un champ sonde quelconque peut se décomposer sur cette base de quadratures suivant

$$\mathbf{\Omega} = |\Omega| e^{i\Theta} \mathbf{u} = |\Omega| \begin{pmatrix} \cos \Theta \cos \alpha \\ \sin \Theta \cos \alpha \\ \cos \Theta \sin \alpha \\ \sin \Theta \sin \alpha \end{pmatrix}. \quad (2.58)$$

où les quatre composantes correspondent aux quadratures X_\parallel , P_\parallel , X_\perp et P_\perp respectivement.

La figure 2.8 compare les coefficients de transmission ainsi que les vitesses

de propagation de l'ensemble des modes propres, en l'absence (Fig. 2.8.a) ou en présence (Fig. 2.8.b) de pertes d'atomes par transit. Les quadratures X_{\perp} et P_{\parallel} ne sont couplées à aucun mode CPO. Ainsi, elles sont absorbées au même titre que le champ pompe, et se propagent à la vitesse de groupe supraluminique correspondante. À l'inverse, les quadratures X_{\parallel} et P_{\perp} sont chacune couplées à un mode CPO. Ce couplage se manifeste par une transmission augmentée et une vitesse de groupe réduite de ces quadratures du champ sonde.

Plus précisément, la quadrature P_{\perp} est couplée au mode CPO antisymétrique (Eq. 2.49). Dans le cas idéal où la saturation de la pompe assure un CPO antisymétrique efficace *i.e.* $\beta_{\Delta} = 1$, on a alors

$$P_{\perp}(z, t) = P_{\perp}\left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_2(s)}\right) \exp\left[+ \int_0^z \frac{\eta d\xi}{2\Gamma(1+3s)}\right], \quad (2.59)$$

soit un coefficient de transmission exactement opposé de celui de la quadrature X_{\perp} . Ce facteur de gain peut être colossal, puisque directement égal à l'épaisseur optique du milieu. En conséquence, la vitesse de groupe de cette quadrature peut être considérablement réduite. À titre d'exemple, dans nos conditions expérimentales, avec $\Omega_p \sim 2\pi \times 1$ MHz, on a

$$v_2(s) = \frac{c}{1 + \frac{3c\eta}{\Omega_p^2(1+3s)}} \sim \frac{\Omega_p^2(1+3s)}{3\eta} \sim \frac{c}{10\,000}, \quad (2.60)$$

Enfin, l'expression de la vitesse de groupe ressemble fortement à celle obtenue dans le cas de l'EIT (Eq. 1.60) car elle est, elle aussi, la conséquence d'une résonance étroite en transmission, élargie par saturation.

Enfin, la quadrature X_{\parallel} est couplée au mode CPO symétrique Σ (Eq. 2.48). Son équation de propagation est identique à celle de la quadrature P_{\perp} mais faisant intervenir cette fois le coefficient β_{Σ} , traduisant l'efficacité d'excitation de ce mode CPO. Or, comme ce mode CPO n'est excité pour une saturation bien plus forte que le CPO antisymétrique, on doit s'attendre à ce que l'augmentation de la transmission ainsi que la réduction de la vitesse de groupe de la quadrature X_{\parallel} soient moins marquées que pour P_{\perp} .

La figure 2.8.a est tracée dans le cas où $\gamma_t/\Gamma_0 = 0$, c'est-à-dire dans un régime sans pertes des niveaux fondamentaux. Dans ce cas idéal, quelle que soit la saturation par le champ pompe, le mode CPO antisymétrique peut être excité et le gain par CPO (transmission de P_{\perp}) est exactement opposé au taux d'absorption (transmission de X_{\perp}). Le mode CPO symétrique ne peut être excité que sur une gamme restreinte de saturations à cause des pertes par émission spontanée du niveau excité. Ainsi, l'efficacité de transmission de la quadrature X_{\parallel} est limitée à l'intervalle $1 < s < 10$. Par ailleurs, aux fortes saturations $s > 10$, le système n'est plus en mesure de répondre à la perturbation par le champ sonde : l'ensemble des quadratures se propage sans absorption, à vitesse c , comme elles le feraient dans

le vide.

La figure 2.7.b est tracée pour des pertes par transit proches de leurs valeurs expérimentales ($\gamma_t/\Gamma_0 \sim 0,01$). Cette fois-ci, le mode CPO antisymétrique ne peut être efficacement excité si la saturation excède ces pertes $s > \frac{\gamma_t}{\Gamma_0} \sim 0.01$. Ainsi, dans l'intervalle de $0.01 < s < 10$, il existe une saturation optimale pour laquelle le CPO antisymétrique est convenablement excité, augmentant la transmission de la sonde et réduisant sa vitesse de groupe.

2.4 Mise en œuvre expérimentale

Pour vérifier la validité du modèle, on a mesuré la transmission d'un champ sonde polarisé orthogonalement à la pompe. Le dispositif expérimental utilisé est celui de la figure 2.2. Pour s'affranchir complètement de la pompe résiduelle détectée par la photodiode de sortie, on envoie une sonde stationnaire bichromatique, contenant un champ signal et son complémentaire, de fréquences décalées de ± 2 kHz par rapport à la fréquence de la pompe (situation de la Fig. 2.5.a.iii). Ainsi, la composante de Fourier à 4 kHz sur le signal détecté par la photodiode de sortie est l'intensité du champ sonde. Par ailleurs, le battement à 2 kHz sur la photodiode d'entrée permet de mesurer la phase relative initiale entre les champs. Cette phase relative est balayée par le transducteur piezoélectrique, permettant de sélectionner les instants où la sonde se confond avec l'une de ses quadratures X_\perp ou P_\perp .

Afin de comparer les résultats de mesure avec les prédictions du modèle, il est nécessaire d'exprimer les coefficients de transmission en fonction de la distance z de propagation. En effet, le paramètre de saturation décroît durant la propagation à cause de l'absorption du champ pompe (Eq. 2.44). Comme démontré dans l'annexe B, les coefficients de transmission des quadrature X_\perp et P_\perp (Eqs. 2.54c et 2.54d) intégrés le long de la cellule sont donnés par

$$T_{X_\perp} = \left| \frac{X_\perp(L)}{X_\perp(0)} \right|^2 = \frac{W(e^{3s(0)-\eta L/\Gamma} 3s(0))}{3s(0)} = T_{D_2} \frac{s(L)}{s(0)}, \quad (2.61)$$

$$T_{P_\perp} = \left| \frac{P_\perp(L)}{P_\perp(0)} \right|^2 = \frac{W(e^{3s(0)-\eta L/\Gamma} 3s(0))}{3s(0)} \left(\frac{s(0) + \gamma_t/\Gamma_0}{T_{D_2} W(e^{3s(0)-\eta L/\Gamma} 3s(0)) / 3 + \gamma_t/\Gamma_0} \right)^2. \quad (2.62)$$

Dans ces expressions, le seul paramètre expérimental de contrôle est la saturation initiale $s(0)$ de la pompe. On appelle A le coefficient de proportionnalité entre le paramètre de saturation $s(0)$ et la puissance optique initiale de pompe P_0 : $s(0) = AP_0$.

Les transitions D_1 et D_2 de l'hélium métastable sont éloignées de 2.3 GHz. Or, la largeur Doppler des transitions est de l'ordre de 0.8 GHz. Ainsi, bien que la transition D_2 soit suffisamment éloignée de la transition D_1 pour ne pas perturber

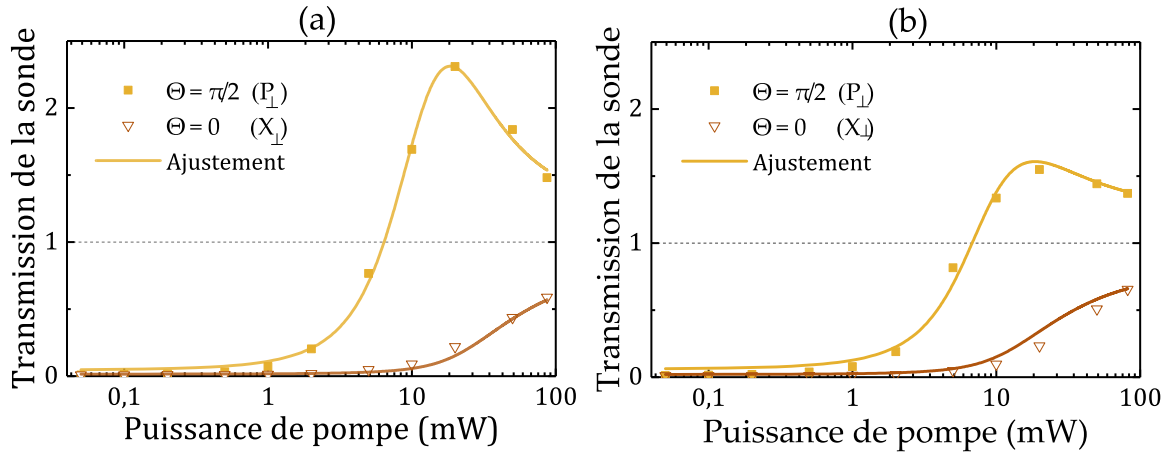


FIGURE 2.9 – **Mesures des transmissions extrêmes du champ sonde en fonction de la saturation par la pompe** Le champ sonde est ici polarisé orthogonalement à la sonde, donc seuls les modes correspondant aux quadratures X_{\perp} et P_{\perp} sont accessibles. Le waist des champ optique est de l'ordre de (a) 2 mm et (b) 1 mm. Il existe un régime de saturation dans lequel le CPO est le plus efficace, induisant une forte amplification du champ sonde. L'amplification est moins marquée dans la figure (b) car l'augmentation des pertes par transit des niveaux fondamentaux empêche le CPO antisymétrique d'être excité de façon optimale. Les points sont expérimentaux et les courbes sont des ajustements aux prédictions du modèle (Eqs. 2.64 et 2.65).

fortement sa dynamique, elle induit une légère absorption de l'ordre de 15 %. Afin que les ajustements au modèle en tiennent compte, on écrit la transmission totale des champs comme le produit des transmissions issues des transitions D_1 et D_2 . Par exemple, pour le champ pompe

$$T = T_{D_2} \times \frac{W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0)}{3AP_0} \quad (2.63)$$

De la même façon, on remplace les équations 2.61 et 2.62 par

$$T_{X_{\perp}} = T_{D_2} \times \frac{W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0)}{3AP_0} \quad (2.64)$$

$$T_{P_{\perp}} = T_{D_2} \times \left(\frac{AP_0 + \gamma_t / \Gamma_0}{T_{D_2} \times W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0) / 3 + \gamma_t / \Gamma_0} \right)^2 \frac{W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0)}{3AP_0} \quad (2.65)$$

La figure 2.9 montre les ajustements des expressions 2.64 et 2.65 aux données expérimentales. Compte tenu du grand nombre de variables d'ajustement, la pertinence de chaque paramètre obtenu doit être discutée. Pour la courbe de la figure

2.9.a, les paramètres issus de l'ajustement sont

$$\begin{aligned} \frac{\eta L}{\Gamma} &= 2.8 \pm 0.1 & T_{D_2} &= 20 \pm 3\% \\ \frac{\gamma_t}{\Gamma_0} &= (9.6 \pm 0.9) 10^{-2} & A &= (4.7 \pm 0.5) 10^{-2} \text{ W}^{-1}. \end{aligned}$$

- Le coefficient $\eta L/\Gamma$ correspond à l'épaisseur optique du milieu en régime linéaire (voir section 1.2). La valeur obtenue par l'ajustement est compatible avec les mesures expérimentales.
- La valeur du coefficient T_{D_2} de transmission par la D_2 est légèrement supérieure à ce qui est observé expérimentalement ($\sim 15\%$). Cette majoration a probablement trois causes. Premièrement, le recouvrement pompe/sonde est imparfait². Ainsi, une partie de la sonde est absorbée par la transition D_1 . Deuxièmement, l'absorption par la transition D_2 repeuple l'état $|2^3S_1, m=0\rangle$ du niveau métastable. Cela perturbe le pompage optique pour avoir un système en Λ , et induit donc une absorption supplémentaire par la transition D_1 . Troisièmement, l'absorption par la transition D_2 est d'autant plus marquée que la puissance de pompe est grande, à cause de l'élargissement par saturation. Les facteurs se cumulent pour finalement donner un coefficient d'absorption T_{D_2} effectif.
- D'après MAYNARD, 2016, la valeur du coefficient γ_t/Γ_0 est de l'ordre de 0.01, soit un ordre de grandeur plus bas que la valeur extraite de l'ajustement. Toutefois, cette valeur était obtenue pour des faibles puissances optiques de pompe. Dans notre cas, l'augmentation de l'absorption par la transition D_2 aux fortes puissances perturbe le système en Λ en redistribuant les populations entre les trois sous-niveaux du niveau métastable. Cet effet induit donc des pertes supplémentaires au transit des atomes, et se retrouve a fortiori dans ce paramètre d'ajustement.

Pour valider qualitativement le rôle du taux de transit dans le phénomène, on peut vérifier que la réduction de la taille de faisceau s'accompagne d'un CPO moins efficace, puisque le taux de fuite γ_t augmente. C'est l'objet de la figure 2.9.b, pour laquelle un télescope 2:1 a été placé en amont de la cellule afin de diviser par 2 le waist des faisceaux. L'ajustement aux équations 2.64 et 2.65 donne alors

$$\begin{aligned} \frac{\eta L}{\Gamma} &= 2.6 \pm 0.2 & T_{D_2} &= 21 \pm 3\% \\ \frac{\gamma_t}{\Gamma_0} &= (25 \pm 4) 10^{-2} & A &= (8 \pm 0.2) 10^{-2} \text{ W}^{-1} \end{aligned}$$

On obtient bien une augmentation de γ_t/Γ_0 ainsi que du facteur A , alors que les valeurs $\eta L/\Gamma$ et T_{D_2} restent compatibles avec celles obtenues sans télescope, ce qui va dans le sens des explications précédentes.

2. Le contraste des interférences pompe/sonde est de l'ordre de 97%.

2.5 Image du *populartiton*

Le mode CPO antisymétrique présente de nombreuses similarités avec l'EIT. Chacun de ces deux phénomènes peut avoir lieu dans un système en Λ , et chacun se manifeste par l'existence d'une résonance ultrafine en transmission pour le champ sonde. Par ailleurs, chacun de ces deux phénomènes donne lieu à un effet de stockage du champ sonde dans le milieu. Cependant, le modèle développé semble indiquer, via l'équation 2.49, que le stockage CPO ne se produit pas de la même manière pour les deux quadratures du champ sonde. Cette partie permet de confirmer que seule la quadrature P_{\perp} est en mesure d'être stockée au cours d'une séquence de stockage CPO par couplage au mode antisymétrique. Par la suite, lorsque l'on parlera de CPO, il sera sous entendu que c'est le mode CPO antisymétrique dont il s'agit.

Du fait des nombreuses similarités entre EIT et CPO, nous nous sommes demandé si un traitement similaire à celui de FLEISCHHAUER et LUKIN, 2000 (cf section 2.3) était possible dans le cas du CPO. Pour simplifier la situation, considérons que le mode CPO antisymétrique est correctement excité, c'est-à-dire en présence d'un champ sonde orthogonal au champ pompe, et en quadrature de phase avec celui-ci

$$\Omega = \pm i\Omega e_{\perp} \quad (2.66)$$

avec Ω réel. De plus, le spectre du champ sonde est symétrique par rapport à la fréquence de la pompe (Fig 2.5.iii).

Plaçons-nous dans la situation optimale où $\beta_{\Delta} \simeq 1$, assurant que les fuites des niveaux fondamentaux sont très inférieures au taux de pompage de la pompe. Dans ce cas idéal, la relation 2.49 entre le champ signal et la quantité caractéristique du mode CPO antisymétrique $\rho_{\Delta}^{(1)}$ se simplifie³

$$\rho_{\Delta}^{(1)}(z, \nu) = -\frac{2}{1+3s} \left(1 + \frac{i\nu}{\zeta}\right) \frac{P_{\perp}(z, \nu)}{\Omega_p}. \quad (2.67)$$

L'équation de propagation (Eq. B.9 en annexe B) du champ sonde se simplifie également

$$\partial_z P_{\perp}(z, \nu) = \left[\frac{\eta}{2\Gamma(1+3s)} - i\frac{\nu}{v_2} \right] P_{\perp}(z, \nu). \quad (2.68)$$

En parfaite analogie avec la démarche de FLEISCHHAUER et LUKIN, 2000, définissons la quantité \mathcal{P}_o suivante, superposition du mode CPO antisymétrique $\rho_{\Delta}^{(1)}$ et de la quadrature du champ sonde à laquelle il est couplé

$$\mathcal{P}_o(z, \nu) = \frac{1}{1+3s} \cos(\beta) P_{\perp}(z, \nu) - \sqrt{\frac{\eta c}{8}} \sin(\beta) \rho_{\Delta}^{(1)}(z, \nu) \quad (2.69)$$

3. On a négligé le terme en $1/\Gamma$ devant celui en $1/\zeta$. Cette approximation est vérifiée tant que $s \ll \Gamma/\Gamma_0 \sim 1000$.

où β est un angle de mélange qui ne dépend que de la saturation de la pompe :

$$\cos \beta = \frac{\Omega_p}{\sqrt{\frac{\eta c}{2} + \Omega_p^2}}, \quad \sin \beta = \frac{\sqrt{\frac{\eta c}{2}}}{\sqrt{\frac{\eta c}{2} + \Omega_p^2}}. \quad (2.70)$$

J'appellerai cette quantité *populariton*, en référence au *polariton* noir invoqué dans le cas de l'EIT.

Pour déterminer l'équation de propagation de \mathcal{P}_o , à partir de l'équation 2.68, on utilise les équations 2.67, 2.69 et 2.70 qui permettent d'obtenir⁴

$$P_{\perp}(z, \nu) = (1 + 3s) \left(1 - i\nu \frac{\sin^2 \beta}{\zeta} \right) \cos(\beta) \mathcal{P}_o(z, \nu) \quad (2.71)$$

$$\rho_{\Delta}^{(1)}(z, \nu) = -\sqrt{\frac{8}{\eta c}} \left(1 + i\nu \frac{\cos^2 \beta}{\zeta} \right) \sin(\beta) \mathcal{P}_o(z, \nu) \quad (2.72)$$

En réinjectant ces quantités dans l'équation de propagation 2.68, on obtient l'équation

$$\partial_z (1 + 3s) \left[1 - \frac{\sin^2 \beta}{\zeta} i\nu \right] \cos(\beta) \mathcal{P}_o = (1 + 3s) \left[\frac{\eta}{2\Gamma(1 + 3s)} + i\frac{\nu}{v_2} \right] \left[1 - \frac{\sin^2 \beta}{\zeta} i\nu \right] \cos(\beta) \mathcal{P}_o. \quad (2.73)$$

Au premier ordre en ν , en utilisant l'équation 2.45 ainsi que quelques calculs de trigonométrie élémentaire, on montre que

$$\partial_z \cos \beta = \partial_z \left[\frac{\sqrt{s}}{\sqrt{\frac{3\eta c}{2\Gamma_0} + s}} \right] = -\frac{\eta}{2\Gamma(1 + 3s)} \cos \beta \sin^2 \beta \quad (2.74)$$

$$\partial_z \sin^2 \beta = \partial_z \left[\frac{\frac{\eta c}{2}}{\frac{\eta c}{2} + |\Omega_p|^2} \right] = +\frac{\eta}{\Gamma(1 + 3s)} \cos^2 \beta \sin^2 \beta. \quad (2.75)$$

L'équation de propagation de la quantité \mathcal{P}_o devient alors

$$\partial_z \mathcal{P}_o(z, \nu) = \left[\frac{\eta}{2\Gamma(1 + 3s)} (1 + \sin^2 \beta + 2\beta_{\Sigma}) + i\frac{\nu}{v_2} (2 - \cos^4 \beta) \right] \mathcal{P}_o(z, \nu) \quad (2.76)$$

et sa résolution donne

$$\mathcal{P}_o(z, t) = \mathcal{P}_o \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_2(s)} (2 - \cos^4 \beta) \right) \exp \left[\int_0^z \frac{\eta (1 + \sin^2 \beta + 2\beta_{\Sigma})}{2\Gamma(1 + 3s)} d\xi \right]. \quad (2.77)$$

Ainsi, le populariton, superposition de la quadrature P_{\perp} du champ sonde et de

4. L'ensemble de ce calcul est réalisé au premier ordre en $\mathcal{O}(\nu)$, conformément au régime d'approximation spécifiés en de la section 2.1.

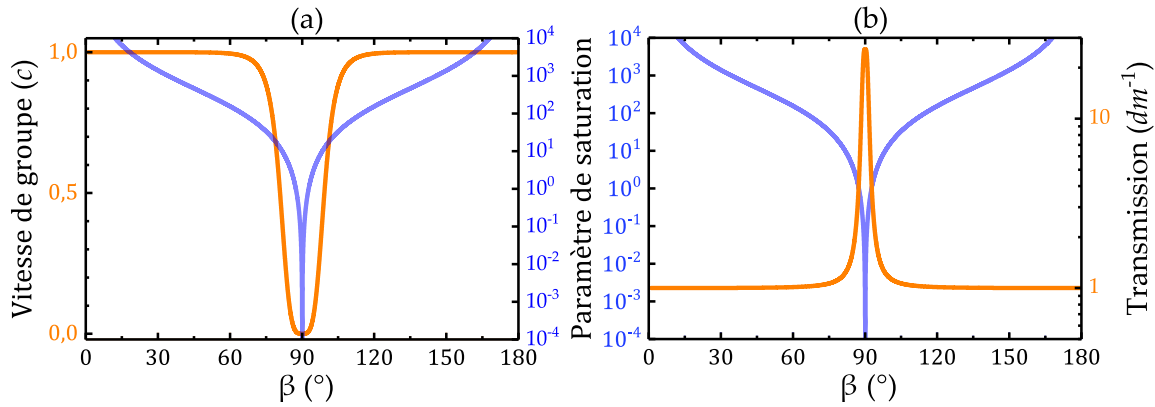


FIGURE 2.10 – **Caractéristiques de propagation du populariton en fonction de l’angle de mélange β .** En orange, (a) vitesse de groupe et (b) coefficient de transmission. En bleu, paramètre de saturation. Quand $\beta = 90^\circ$, le populariton est sous la forme de la différence de population $\rho_{\Delta}^{(1)}$, soit une vitesse de groupe exactement nulle. $\beta = 0^\circ$ correspond à une divergence du paramètre de saturation. Expérimentalement, les angles de mélange correspondent à une saturation de l’ordre de $10^{-2} < s < 10$. Ces caractéristiques sont tracées pour des paramètres proches des valeurs expérimentales $\eta/2\Gamma = 16 \text{ m}^{-1}$, $\eta c/2\Gamma^2 = 1$ et $\Gamma/\Gamma_0 = 47 \times 10^1$.

la différence de population entre les niveaux fondamentaux, se propage à une vitesse de groupe fortement réduite, tout en subissant une amplification au cours de sa propagation. La figure 2.10 représente la vitesse de groupe ainsi que le coefficient de transmission du populariton en fonction de l’angle β (en orange). Lorsque le champ pompe est nul ($s = 0$), $\beta = \pi/2$ et le populariton est sous la forme de la différence des populations $\rho_{\Delta}^{(1)}$, avec une vitesse de propagation nulle. Dès lors que le champ pompe est présent, l’angle de mélange a une valeur donnée par le paramètre de saturation du milieu et le populariton a une composante sonde P_{\perp} qui se propage. On peut remarquer qu’on obtient une résonance en transmission du populariton pour des angles de mélange β autour de 90° . La largeur de cette résonance n’a rien de fondamental puisqu’elle dépend du coefficient η du milieu, c’est-à-dire du nombre d’atomes sondés. Par ailleurs, la limite $\beta = 0^\circ$ est inaccessible puisque correspondant à une saturation infinie du milieu.

On peut donc interpréter le stockage CPO comme une propagation *gelée* du populariton. En début de séquence, le champ pompe est activé tandis qu’une impulsion sonde arrive dans le milieu. Le populariton est alors sous la forme d’une superposition sonde (P_{\perp})/population ($\rho_{\Delta}^{(1)}$). Lorsque le champ pompe est soudainement éteint, $\beta = 90^\circ$ et le populariton est exclusivement sous la forme de la différence de population $\rho_{\Delta}^{(1)}$, de longue durée de vie et qui ne se propage pas. Lorsque le champ pompe est rallumé, le populariton reprend une composante en P_{\perp} , et se propage à nouveau dans le milieu.

Autrement dit, l’interprétation en termes de populariton est rigoureusement identique à celle du polariton d’état noir de FLEISCHHAUER et LUKIN, 2000, à

	EIT	CPO
Situation		
Variable de stockage	$\rho_{1-1}^{(1)}$	$\rho_{\Delta}^{(1)}$
Variable stockée	Ω	P_{\perp}
Couplage	$\rho_{1-1}^{(1)} = -\left(1 + i\frac{\nu}{\xi}\right) \frac{\Omega}{\Omega_p}$	$\rho_{\Delta}^{(1)} = \frac{-2}{(1+3s)} \left(1 + i\frac{\nu}{\xi}\right) \frac{P_{\perp}}{\Omega_p}$
Vitesse de propagation	$v_g(s) = \frac{c}{1 + \frac{c\eta}{\Gamma\Omega_p^2}}$	$v_2(s) = \frac{c}{1 + \frac{3c\eta}{\Gamma\Omega_p^2(1+3s)}}$
Transmission	1	$\exp\left[+\int_0^z \frac{\eta d\xi}{2\Gamma(1+3s)}\right]$
Mélange	$\text{DSP} = \Omega \cos \beta - \sqrt{\frac{\eta c}{8}} \rho_{1-1}^{(1)} \sin \beta$	$\mathcal{P}_o = P_{\perp} \frac{\cos \beta}{1+3s} - \sqrt{\frac{\eta c}{8}} \rho_{\Delta}^{(1)} \sin \beta$
Angle de mélange	$\beta = \arctan\left(\sqrt{\frac{\eta c}{2\Omega_p^2}}\right)$	$\beta = \arctan\left(\sqrt{\frac{\eta c}{2\Omega_p^2}}\right)$

FIGURE 2.11 – Comparatif des caractéristiques de stockage par EIT et CPO.

condition de remplacer le champ total par sa quadrature P_{\perp} , et la cohérence Raman par la différence de population $\rho_{\Delta}^{(1)}$, ce que résume le tableau 2.11. Cependant, l'équation définissant le polariton d'état noir est *quantique*, à la différence de la définition du populariton qui est, elle, *quasi-classique*. Dans ce modèle, c'est bien la valeur moyenne du champ sonde, ainsi que la matrice densité du milieu qui est manipulée, c'est-à-dire la moyenne des opérateurs atomiques. L'analogie avec l'EIT serait parfaite si on avait obtenu une équation de propagation pour un état quantique superposition de celui du champ signal et d'un opérateur atomique.

Si l'on se risquait à substituer sans précaution les opérateurs eux-mêmes à leur valeur moyenne dans les équations obtenues précédemment, on arriverait à la conclusion erronée que seule la quadrature P_{\perp} est stockée par CPO, tandis que la quadrature X_{\perp} est absorbée par le milieu. Ceci reviendrait à décorréler deux quadratures quantiques du champ électromagnétique, ce qui est interdit par leur relation de commutation. La section suivante étudie l'évolution d'un état quantique de lumière lors de sa propagation en conditions CPO, afin de mieux comprendre ce qu'il advient des statistiques des opérateurs décrivant les quadratures X_{\perp} et P_{\perp} .

3 Stockage quantique de lumière par CPO

Il s'agit ici de reprendre la même démarche que dans la section précédente, mais en travaillant cette fois avec une description quantique du champ sonde.

3.1 Méthode

On se place ici dans la configuration la plus simple : en plus des conditions 2.34 et 2.35 nécessaires pour l'existence du CPO, on considère que l'émission spontanée est l'unique source de décohérence. Ceci conduit à poser

$$\gamma_t = \gamma_R = 0 \text{ rad.Hz} \quad \text{et} \quad \Gamma = \frac{\Gamma_0}{2}. \quad (2.78)$$

Une telle approximation nous éloigne de la situation expérimentale mais nous permettra de comprendre les processus fondamentaux qui pourraient empêcher un stockage quantique par CPO.

Opérateurs atomiques Il convient ici de décrire le milieu par les opérateurs atomiques, plutôt que par leur valeur moyenne seulement. On introduit une dépendance spatiale à ces opérateurs, de façon similaire à l'équation 2.13. Ainsi, les relations de commutation entre opérateurs sont données par

$$[\sigma_{1e}(z, t), \sigma_{e1}(z', t')] = \frac{1}{N_z^2} \sum_{j \in \mathcal{T}(z)} \sum_{j' \in \mathcal{T}(z')} [\sigma_{1e}^j(t), \sigma_{e1}^{j'}(t')] \quad (2.79)$$

$$= \frac{1}{N_z} [\sigma_{1e}^k(t), \sigma_{e1}^k(t')] \quad (2.80)$$

où le dernier commutateur est pris pour n'importe quel atome k de la tranche $\mathcal{T}(z)$.

Conventions sur les champs optiques La pompe est un champ classique, stationnaire et à résonance sur la transition D_1 . On a donc toujours

$$\mathbf{E}_p(z, t) = \frac{\hbar\sqrt{2}}{d} \Omega_p(t) e^{-i\omega_0(t-z/c)} \mathbf{u}_{||} + \text{c.c.} \quad (2.81)$$

Le champ sonde est quantifié et peut s'écrire⁵

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{\hbar\sqrt{2}}{d} g \mathcal{E}(z, t) e^{-i\omega_0(t-z/c)} \mathbf{u}_{\perp} + \text{c.c.} \quad (2.82)$$

où $g = d \sqrt{\frac{\omega_0}{4\hbar\epsilon_0 V}}$ est le coefficient caractérisant le couplage dipolaire atomes/champ, V est le volume pris pour la quantification des modes et \mathcal{E} l'opérateur d'enveloppe lentement variable (voir annexe C). Le lien entre la pulsation de Rabi du champ sonde Ω définie précédemment et cet opérateur \mathcal{E} est le suivant

$$\Omega(z, t) = \langle g \mathcal{E}(z, t) \rangle \mathbf{u}_{\perp}, \quad (2.83)$$

5. Le champ sonde est ici orthogonal à la pompe : on ne considère en effet que l'excitation du mode CPO antisymétrique.

La différence avec les équations 1.64 et 1.66 est que l'opérateur adimensionné $\mathcal{E}(z, t)$ ne commute pas avec son hermitique conjugué. Cette relation de commutation s'écrit (voir annexe C pour plus de détails)

$$\left[\mathcal{E}(z, t), \mathcal{E}^\dagger(z', t') \right] = \frac{L}{c} e^{i\omega_0 \left(t - t' - \frac{z - z'}{c} \right)} \cdot \delta \left(t - t' - \frac{z - z'}{c} \right) \quad (2.84)$$

avec $L = \sqrt[3]{V}$. Enfin, les quadratures de cet opérateur sont définies par

$$\mathcal{X}(z, t) = \frac{1}{2} \left(\mathcal{E}(z, t) + \mathcal{E}^\dagger(z, t) \right), \quad (2.85)$$

$$\mathcal{P}(z, t) = \frac{1}{2i} \left(\mathcal{E}(z, t) - \mathcal{E}^\dagger(z, t) \right). \quad (2.86)$$

Équations d'évolution La dynamique des opérateurs $\sigma_{\mu\nu}(z, t)$ est régie par l'équation de Heisenberg-Langevin (COHEN-TANNOUJJI, DUPONT-ROC et GRYNBERG, 1998) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{H}_z - \mathbf{d} \cdot (\mathbf{E}_D + \mathbf{E}), \sigma_{\mu\nu}] + \mathcal{D}(\sigma_{\mu\nu}) + F_{\mu\nu} \quad (2.87)$$

où $F_{\mu\nu}(z, t)$ est l'opérateur de Langevin de l'opérateur $\sigma_{\mu\nu}$. Tandis que $\mathcal{D}(\sigma_{\mu\nu})$ rend compte de la *dissipation* globale du système, les opérateurs $F_{\mu\nu}$ introduisent les *fluctuations* intrinsèques à l'origine de cette dissipation. De la même façon que pour les opérateurs atomiques, on introduit une dépendance spatiale par tranche

$$F_{\mu\nu}(z, t) = \frac{1}{N_z} \sum_{j \in \mathcal{T}(z)} F_{\mu\nu}^j(t). \quad (2.88)$$

La moyenne statistique de chacun de ces opérateurs est nulle, mais les corrélations entre opérateurs ne le sont pas :

$$\langle F_{\mu\nu}(z, t) \rangle = 0 \quad (2.89)$$

$$\langle F_{\mu\nu}(z_1, t_1) F_{\alpha\beta}(z_2, t_2) \rangle = \frac{\delta_{z_1}^{z_2}}{N_z} D_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \delta(t_1 - t_2). \quad (2.90)$$

$\delta_{z_1}^{z_2}$ est un symbole de Kronecker⁶ qui traduit la nécessité de prendre les opérateurs dans la même tranche $\mathcal{T}(z)$. Les coefficients $D_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ sont des *coefficients de diffusion* dont l'expression peut être déterminée par

$$D_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \langle \mathcal{D}(\sigma_{\mu\nu} \sigma_{\alpha\beta}) - \sigma_{\mu\nu} \mathcal{D}(\sigma_{\alpha\beta}) - \sigma_{\alpha\beta} \mathcal{D}(\sigma_{\mu\nu}) \rangle. \quad (2.91)$$

si l'unique source de décohérence est l'émission spontanée⁷ (COHEN-TANNOUJJI,

6. Dans la dépendance spatiale factice introduite, on a la relation suivante pour faire le lien avec la limite continue $\int_0^z \int_0^z \delta_{\xi_1}^{\xi_2} f(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = L \int_0^z f(\xi, \xi) d\xi$.

7. En revanche, les bruits générés par les collisions ou encore transit des atomes dans le milieu n'ont pas de forme connue.

DUPONT-ROC et GRYNBERG, 1998). Par ailleurs, la cohérence Raman n'est pas sujette aux fluctuations, on a donc

$$F_{\pm 1 \mp 1} = 0 \quad (2.92)$$

Dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable, la propagation des champs est donnée par

$$\{c\partial_z + \partial_t\} (\Omega_p \mathbf{u}_{\parallel} + g\mathcal{E} \mathbf{u}_{\perp}) = iNg^2 (\sigma_{-1e} \mathbf{u}_{+} + \sigma_{1e} \mathbf{u}_{-}). \quad (2.93)$$

Dans cette équation, N_z est le nombre d'atomes contenus dans la tranche $\mathcal{T}(z)$. On a donc $\eta = g^2 N_z / c$, ce qui est cohérent avec l'équation de propagation des champs classique 2.19.

Dépendance temporelle Comme dans la section précédente, on travaille dans l'espace de Fourier. Cependant, tout en maintenant les conditions 2.34 et 2.35, on ne se restreint pas tout de suite au premier ordre en $\mathcal{O}(v)$.

Linéarisation Afin de dissocier la réponse du milieu au champ pompe intense et au champ signal, chaque opérateur \mathcal{O} va être développé perturbativement au premier ordre en champ signal, en valeur moyenne d'une part, et en fluctuations d'autre part

$$\mathcal{O} = \langle \mathcal{O}^{(0)} \rangle + \langle \mathcal{O}^{(1)} \rangle + \delta\mathcal{O}. \quad (2.94)$$

Les termes $\langle \mathcal{O}^{(0)} \rangle$ sont solutions des équations de Bloch 2.38 en présence de pompe uniquement. C'est-à-dire qu'on a

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{i\hbar} [\langle \sigma_{\mu\nu}^{(0)} \rangle, \langle \mathbf{H}^{(0)} \rangle] + \mathcal{D}(\langle \sigma_{\mu\nu}^{(0)} \rangle) \\ c\partial_z \Omega_p = ig^2 N (\langle \sigma_{e1}^{(0)} \rangle + \langle \sigma_{e-1}^{(0)} \rangle) \end{cases}. \quad (2.95)$$

La résolution de ce système aboutit donc aux mêmes équations 2.42 et 2.45.

Les termes $\langle \mathcal{O}^{(1)} \rangle$ sont solutions des équations de Bloch 2.39 en présence de pompe et linéarisée au premier ordre en champ sonde

$$\begin{cases} -iv \langle \sigma_{\mu\nu}^{(1)} \rangle = \frac{1}{i\hbar} ([\langle \sigma_{\mu\nu}^{(1)} \rangle, \langle \mathbf{H}^{(0)} \rangle] + [\langle \sigma_{\mu\nu}^{(0)} \rangle, \langle \mathbf{H}^{(1)} \rangle]) + \mathcal{D}(\langle \sigma_{\mu\nu}^{(1)} \rangle) \\ (c\partial_z - iv) \langle \mathcal{E} \rangle = gN (\langle \sigma_{e1}^{(1)} \rangle + \langle \sigma_{e-1}^{(1)} \rangle) \end{cases}. \quad (2.96)$$

Le régime d'approximation est légèrement différent de celui décrit dans la section précédente et la résolution de ces équations fait l'objet de la sous-section suivante.

Enfin, les termes $\delta\mathcal{O}$ sont solutions des équations de Heisenberg-Langevin 2.87 en présence du champ pompe et linéarisées au premier ordre en les fluctuations⁸ :

$$\delta\mathcal{O} : \begin{cases} -i\nu\delta\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{i\hbar} \left([\delta\sigma_{\mu\nu}, \langle \mathbf{H}^{(0)} \rangle] + [\langle \sigma_{\mu\nu}^{(0)} \rangle, \delta\mathbf{H}] \right) + \mathcal{D}(\delta\sigma_{\mu\nu}) + F_{\mu\nu} \\ (c\partial_z - i\nu)\delta\mathcal{E} = gN(\delta\sigma_{e1} + \delta\sigma_{e-1}) \end{cases} \quad (2.97)$$

C'est la résolution de ce dernier système qui nous intéresse pour accéder à l'effet des fluctuations du milieu sur le champ au cours de sa propagation. Elle est présentée en sous-section 3.3.

3.2 Propagation du champ signal

Dans notre régime d'approximation, la valeur moyenne du champ signal satisfait l'équation de propagation suivante dans l'espace de Fourier

$$(c\partial_z - i\nu)\langle \mathcal{E} \rangle = \frac{g^2N}{\Gamma_0(1+3s)} \frac{i\nu\langle \mathcal{E} \rangle - \zeta\langle \mathcal{E}^+ \rangle}{\zeta - i\nu} \quad (2.98)$$

Ainsi, en passant aux quadratures du champ signal, on s'attend à retrouver le résultat des équations de Maxwell-Bloch 2.54c et 2.54d, à savoir que la quadrature $\langle \mathcal{P} \rangle$ est amplifiée tandis que la quadrature $\langle \mathcal{X} \rangle$ est absorbée. L'annexe B montre que les équations de propagation des valeurs moyennes des quadratures s'écrivent

$$\partial_z \langle \mathcal{X} \rangle(z, \nu) = \Lambda_1(z, \nu) \times \langle \mathcal{X} \rangle(z, \nu), \quad (2.99)$$

$$\partial_z \langle \mathcal{P} \rangle(z, \nu) = \Lambda_2(z, \nu) \times \langle \mathcal{P} \rangle(z, \nu), \quad (2.100)$$

avec

$$\Lambda_1 = -\frac{g^2N}{c\Gamma_0(1+3s)} + i\frac{\nu}{c} \quad \text{et} \quad \Lambda_2 = +\frac{g^2N}{c\Gamma_0(1+3s)} \cdot \frac{\zeta + i\nu}{\zeta - i\nu} + i\frac{\nu}{c} \quad (2.101)$$

Ces dernières équations montrent que l'effet CPO sur la quadrature n'est efficace que dans une bande passante donnée par l'élargissement par saturation ζ de la pompe. En dehors de cette bande, les deux quadratures du champ sonde sont absorbées. De plus, on notera que le développement adiabatique de Λ_2 , *i.e.* en puissances de ν , donne

$$\Lambda_2 \simeq \frac{g^2N}{c\Gamma_0(1+3s)} + i\nu \frac{1 + \frac{g^2N}{\Omega_p^2(1+3s)}}{c} - \frac{g^2N}{c\Gamma_0(1+3s)} \frac{\nu^2}{\zeta^2} + \mathcal{O}(\nu^2). \quad (2.102)$$

Le premier terme de cette somme correspond à l'amplification déjà obtenue plus haut, le second fait intervenir la vitesse de groupe dans les conditions optimales

8. D'un point de vue mathématique, le système d'équations décrivant $\langle \mathcal{O} \rangle_1$ est le même que celui décrivant $\delta\mathcal{O}$, à la différence des termes supplémentaires donnés par les forces de Langevin.

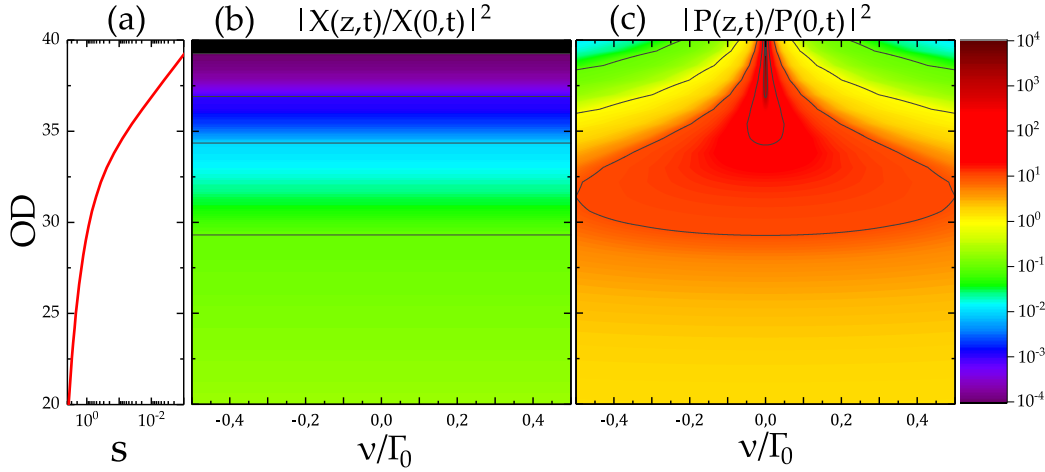


FIGURE 2.12 – **Transmission des composantes spectrales des quadratures du champ sonde** en fonction de la densité optique du milieu, pour une saturation initiale $s(0) = 10$. **(a)** Absorption de la pompe. C’est à partir d’une épaisseur optique de l’ordre de 30 que le régime d’absorption devient linéaire. **(b)** Transmission de la quadrature \mathcal{X} . Le profil d’absorption est identique à celui de la pompe. **(c)** Transmission de la quadrature \mathcal{P} . Dans le régime d’absorption non-linéaire, la très large raie CPO induit un faible gain. Dans le régime d’absorption linéaire, la raie CPO devient de plus en plus fine, et le gain induit devient colossal.

de CPO, et le troisième provient de la dispersion liée à la largeur de raie CPO. Finalement, de façon générale, les valeurs moyennes des quadratures se propagent de la manière suivante :

$$\langle \mathcal{X}(z, \nu) \rangle = e^{\int_0^z \Lambda_1(\nu, \xi) d\xi} \langle \mathcal{Q}(0, \nu) \rangle, \quad (2.103)$$

$$\langle \mathcal{P}(z, \nu) \rangle = e^{\int_0^z \Lambda_2(\nu, \xi) d\xi} \langle \mathcal{P}(0, \nu) \rangle. \quad (2.104)$$

On montre sans grande difficulté, en utilisant l’équation 2.45, que ces relations s’expriment analytiquement comme

$$\langle \mathcal{X}(z, \nu) \rangle = \frac{1}{\sqrt{G(z)}} e^{\frac{i\nu z}{c}} \langle \mathcal{X}(0, \nu) \rangle \quad (2.105)$$

$$\langle \mathcal{P}(z, \nu) \rangle = \sqrt{G(z)} \left(\frac{1 - i\nu/\zeta(0)}{1 - i\nu/\zeta(z)} \right) e^{\frac{i\nu z}{c}} \langle \mathcal{P}(0, \nu) \rangle, \quad (2.106)$$

avec un coefficient d’absorption en puissance de la pompe (et de la quadrature \mathcal{X}) donné par

$$G(z) = \frac{s(0)}{s(z)} = \frac{\zeta(0)}{\zeta(z)} > 1. \quad (2.107)$$

La figure 2.12 montre les transmissions des composantes spectrales de quadratures en fonction de l’épaisseur optique du milieu. Cela permet d’illustrer une nouvelle fois que la quadrature \mathcal{X} est absorbée tandis que la quadrature \mathcal{P} est

amplifiée. Du fait de l'absorption de la pompe par le milieu, la raie CPO a tendance à s'affiner au cours de la propagation : l'équation 2.106 montre en effet que, afin de profiter du gain $\sqrt{G(z)}$, il est nécessaire d'avoir le spectre inclus à la fois dans la raie CPO *initiale* ($\nu/\zeta(0) \ll 1$) et dans la raie CPO *en fin de propagation* ($\nu/\zeta(z) \ll 1$).

3.3 Propagation du spectre de bruit

La résolution des équations 2.97 par MATHEMATICA mène aux équations de propagation linéarisées sur les fluctuations du champ sonde

$$\partial_z \delta \mathcal{X} = \Lambda_1 \delta \mathcal{X} + \sum_{\mu\nu} \alpha_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad \partial_z \delta \mathcal{P} = \Lambda_2 \delta \mathcal{P} + \sum_{\mu\nu} \beta_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (2.108)$$

avec

$$\begin{aligned} \sum_{\mu\nu} \alpha_{\mu\nu} F_{\mu\nu} &= \frac{+gN}{\sqrt{2c}\Gamma_0} (F_{e-1} - F_{e1} + F_{-1e} - F_{1e}) \\ \sum_{\mu\nu} \beta_{\mu\nu} F_{\mu\nu} &= \frac{-gN}{\sqrt{2c}\Gamma_0(\zeta - i\nu)} \left[\nu (F_{e-1} - F_{e1} - F_{-1e} + F_{1e}) + \sqrt{2}\Omega_p (F_{11} - F_{-1-1}) \right]. \end{aligned} \quad (2.109)$$

Le premier terme du membre de droite des équations 2.108 correspond à la modification des fluctuations du champ sonde par la *réponse moyenne* du milieu. Le second correspond au bruit ajouté par les *fluctuations propres au milieu*. On peut définir trois combinaisons pertinentes d'opérateurs de Langevin $F_\Delta = F_{11} - F_{-1-1}$ et $F_\pm = F_{e1} \pm F_{e-1}$.

Une résolution par la méthode classique de la variation de la constante d'intégration mène à

$$\delta \mathcal{X}(z, \nu) = e^{\int_0^z \Lambda_1 d\xi} \delta \mathcal{X}(0, \nu) + \sum_{\mu\nu} \int_0^z dx e^{\int_x^z \Lambda_1 d\xi} \alpha_{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (2.110)$$

$$\delta \mathcal{P}(z, \nu) = e^{\int_0^z \Lambda_2 d\xi} \delta \mathcal{P}(0, \nu) + \sum_{\mu\nu} \int_0^z dx e^{\int_x^z \Lambda_2 d\xi} \beta_{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (2.111)$$

En sommant ces équations avec les équations 2.103 et 2.104, on obtient, pour le champ sonde complet

$$\mathcal{X}(z, \nu) = e^{\int_0^z \Lambda_1 d\xi} \mathcal{X}(0, \nu) + \sum_{\mu\nu} \int_0^z dx e^{\int_x^z \Lambda_1 d\xi} \alpha_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (2.112)$$

$$\mathcal{P}(z, \nu) = e^{\int_0^z \Lambda_2 d\xi} \mathcal{P}(0, \nu) + \sum_{\mu\nu} \int_0^z dx e^{\int_x^z \Lambda_2 d\xi} \beta_{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (2.113)$$

Ici encore, le premier terme rend compte de la modification du champ sonde par le milieu moyen, et le second du bruit ajouté par le milieu.

Évolution du spectre de bruit

Les équations 2.112 et 2.113 permettent d'obtenir l'expression du champ sonde à la sortie du milieu en fonction de celui en entrée. Afin de savoir si les propriétés de bruit de chacune des quadratures sont préservées lors de cette propagation, on définit la densité spectrale de puissance des quadratures

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_X(z, \nu) &\equiv \frac{4c}{L} \int dt e^{i\nu t} \langle X(z, t) X(z, 0) \rangle \\ &= \frac{4c}{L} \int d\nu' \langle X(z, \nu) X(z, \nu') \rangle, \end{aligned} \quad (2.114)$$

Cette quantité caractérise spectralement le bruit des quadratures du champ électromagnétique. Pour tout état cohérent⁹ on a $\mathcal{S}_X = 1$ (voir l'annexe C). Il s'agit donc de déterminer ce spectre de bruit pour les quadratures \mathcal{X} et \mathcal{P} après propagation dans le milieu.

Quadrature \mathcal{X} En utilisant les équations 2.112, 2.89, 2.90 on montre que

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_X(z, \nu) &= \frac{4c}{L} \int d\nu' e^{\int_0^z (\Lambda_1(\xi, \nu) + \Lambda_1(\xi, \nu')) d\xi} \langle \mathcal{X}(0, \nu) \mathcal{X}(0, \nu') \rangle \\ &+ \frac{4c}{N_z} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \int_0^z dx e^{2 \int_x^z \text{Re}[\Lambda_1(\xi, \nu)] d\xi} \alpha_{\mu\nu} \alpha_{\mu'\nu'} D_{\mu\nu}^{\mu'\nu'}. \end{aligned} \quad (2.115)$$

Le premier terme fait explicitement intervenir la densité spectrale de puissance de la quadrature \mathcal{X} à l'entrée de cellule. Le second provient de l'ajout de bruit par le milieu. Le premier se calcule simplement, car Λ_1 n'a pas de dépendance complexe en ν dans le cadre de nos approximations. D'après 2.101 et 2.107, on a

$$e^{\int_0^z (\Lambda_1(\xi, \nu) + \Lambda_1(\xi, \nu')) d\xi} = \frac{1}{G(z)} e^{i(\nu + \nu') \frac{z}{c}} \quad (2.116)$$

ainsi, on montre que¹⁰

$$\frac{4c}{L} \int d\nu' e^{\int_0^z (\Lambda_1(\xi, \nu) + \Lambda_1(\xi, \nu')) d\xi} \langle \mathcal{X}(0, \nu) \mathcal{X}(0, \nu') \rangle = \frac{1}{G(z)} \mathcal{S}_X(0, \nu) \quad (2.118)$$

9. L'intégration du préfacteur $4c/L$ dans la définition de \mathcal{S}_X permet de normaliser cette quantité à la limite quantique standard.

10. En utilisant l'astuce suivante à l'aide d'un changement de variable

$$\begin{aligned} e^{i(\nu + \nu') \frac{z}{c}} \langle \mathcal{X}(0, \nu) \mathcal{X}(0, \nu') \rangle &= e^{i(\nu + \nu') \frac{z}{c}} \int \int dt dt' e^{+it\nu} e^{+it'\nu'} \langle \mathcal{X}(0, t) \mathcal{X}(0, t') \rangle \\ &= \int \int dt dt' e^{+it\nu} e^{+it'\nu'} \langle \mathcal{X}(0, \tau) \mathcal{X}(0, \tau') \rangle \\ &= \langle \mathcal{X}(0, \nu) \mathcal{X}(0, \nu') \rangle \end{aligned} \quad (2.117)$$

Pour calculer le second terme, il est nécessaire de calculer les corrélations des bruits de Langevin. En utilisant la relation générale 2.91, on aboutit au tableau suivant

$D_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$	$\dots F_{\Delta}(z, -\nu)\rangle$	$\dots F_{+}(z, \nu)\rangle$	$\dots F_{-}(z, \nu)\rangle$
$\langle F_{\Delta}(z, \nu) \dots$	$\Gamma_0 \frac{s}{1+3s}$	0	0
$\langle F_{+}(z, \nu) \dots$	0	0	0
$\langle F_{-}(z, \nu) \dots$	0	0	Γ_0

où l'on a identifié les valeurs moyennes des opérateurs atomiques à leur moyenne en présence de la pompe seule. Il n'est pas nécessaire de calculer les autres coefficients de diffusion puisque ceux-ci n'apparaissent pas dans la dynamique des fluctuations des quadratures. On a alors (voir l'annexe B pour les détails de calcul)

$$\frac{4c}{N_z} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \int_0^z dx e^{2 \int_x^z \text{Re}[\Lambda_1(\xi, \nu)] d\xi} \alpha_{\mu\nu} \alpha_{\mu'\nu'} D_{\mu\nu}^{\mu'\nu'} = 1 - \frac{1}{G(z)} + 3s(z) \ln G(z) \quad (2.119)$$

Quadrature \mathcal{P} Procédons de la même manière afin de calculer l'évolution du bruit dans la quadrature \mathcal{P} . On a tout d'abord, en utilisant 2.113, 2.89 et 2.90 :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\mathcal{P}}(z, \nu) &= \frac{4c}{L} \int d\nu' e^{\int_0^z (\Lambda_2(\xi, \nu) + \Lambda_2(\xi, \nu')) d\xi} \langle \mathcal{P}(0, \nu) \mathcal{P}(0, \nu') \rangle \\ &+ \frac{4c}{N_z} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \int_0^z dx e^{2 \int_x^z \text{Re}[\Lambda_2(\xi, \nu)] d\xi} \beta_{\mu\nu} \beta_{\mu'\nu'} D_{\mu\nu}^{\mu'\nu'}. \end{aligned} \quad (2.120)$$

Du fait de la dépendance non triviale en ν de la fonction Λ_2 , on ne détaillerai ici que la situation idéale pour laquelle $\nu/\zeta \rightarrow 0$, c'est-à-dire que les composantes spectrales bien situées au coeur de la raie CPO. Dans ce cadre, on montre aisément que, d'après la définition de Λ_2 de l'équation 2.101

$$e^{\int_0^z (\Lambda_2(\xi, \nu) + \Lambda_2(\xi, \nu')) d\xi} = G(z) e^{i(\nu + \nu') \frac{z}{c}} \quad (2.121)$$

On fait alors de nouveau appel à la relation générale 2.91, et on obtient (voir l'annexe B pour les détails de calcul)

$$\frac{4c}{N_z} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \int_0^z dx e^{2 \int_x^z \text{Re}[\Lambda_2(\xi, \nu)] d\xi} \beta_{\mu\nu} \beta_{\mu'\nu'} D_{\mu\nu}^{\mu'\nu'} = G(z) - 1 \quad (2.122)$$

Bilan

En utilisant les résultats 2.115-2.122, on obtient les densités spectrales de puissances des deux quadratures du champ sonde, après propagation dans le milieu

$$\mathcal{S}_{\mathcal{X}}(z, \nu) = \frac{1}{G(z)} \mathcal{S}_{\mathcal{X}}(0, \nu) + 1 - \frac{1}{G(z)} + 3s(z) \ln G(z) \quad (2.123)$$

$$\mathcal{S}_{\mathcal{P}}(z, \nu) = G(z) \mathcal{S}_{\mathcal{P}}(0, \nu) + G(z) - 1 \quad (2.124)$$

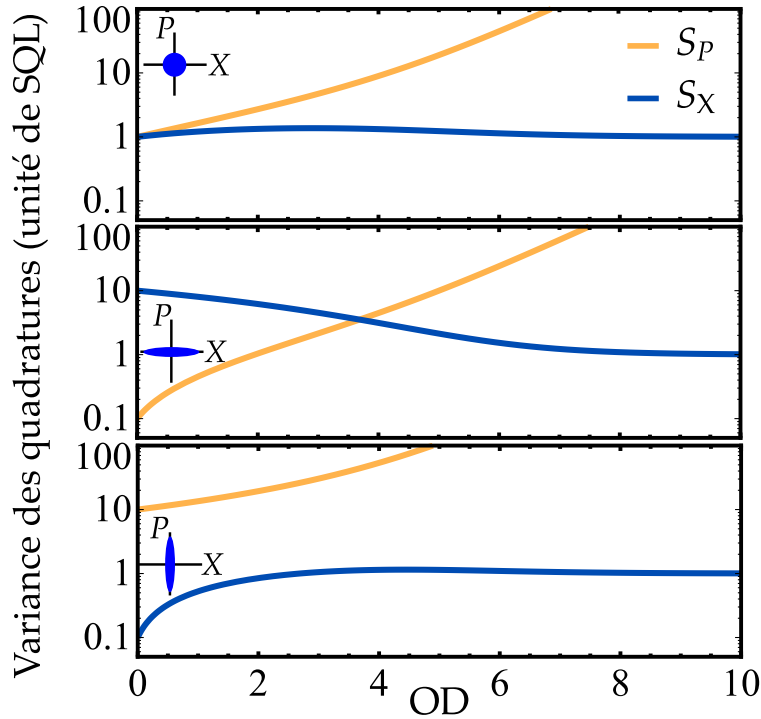


FIGURE 2.13 – **Évolution des variances des quadratures**, en fonction de l'épaisseur optique (OD) du milieu, pour une saturation initiale de la pompe de $s(0) = 10$. (a) État initial cohérent. (b) État initial comprimé d'un facteur 10 suivant \mathcal{P} . (c) État initial comprimé d'un facteur 10 suivant \mathcal{X} . Dans chacun des cas, la quadrature \mathcal{X} tend vers la limite quantique standard tandis que la variance de la quadrature \mathcal{P} est toujours croissante.

Pour la quadrature \mathcal{X} comme pour la quadrature \mathcal{P} , un bruit est ajouté lors de la propagation.

La figure 2.13 montre l'évolution des spectres de bruit des quadratures \mathcal{X} et \mathcal{P} en fonction de l'épaisseur optique du milieu, pour trois états quantiques initiaux. Le bruit de la quadrature \mathcal{P} augmente toujours et celui de la quadrature \mathcal{X} converge toujours vers la limite quantique standard. De façon générale, les relations 2.124 impliquent que le produit des variances des quadratures n'est pas conservé au cours de la propagation :

$$\mathcal{S}_{\mathcal{X}}(z, \nu) \mathcal{S}_{\mathcal{P}}(z, \nu) > \mathcal{S}_{\mathcal{X}}(0, \nu) \mathcal{S}_{\mathcal{P}}(0, \nu) \quad (2.125)$$

Ainsi, quel que soit l'état quantique d'entrée, celui-ci est détruit au cours de la propagation. C'est d'ailleurs pour cette raison que, depuis le début de ce chapitre, il est question d'*absorption* plutôt que de *déamplification* de la quadrature \mathcal{X} . La différence est fondamentale puisqu'ici des photons sont *absorbés* puis réémis aléatoirement par le milieu sans corrélations, au lieu d'avoir une conversion cohérente et réversible de photons sonde en photons pompe. Comme la quadrature \mathcal{X} est absorbée, sa variance tend vers la limite quantique standard, conformément au résultat de ZUREK, HABIB et PAZ, 1993.

Plus spécifiquement, le CPO nécessite une saturation du milieu, intrinsèquement associée à une population résiduelle dans le niveau excité du système atomique. Ce calcul nous montre que cette population résiduelle est source de bruit par émission spontanée et suffit à détruire l'état quantique d'entrée du champ sonde, empêchant donc la séparation des quadratures envisagée classiquement.

Par le processus d'EIT (Eq. 1.57), les deux quadratures du champ sonde peuvent être inscrites dans la cohérence Raman du système. Ici, les modes CPO ne sont couplés qu'à une quadrature du champ sonde, c'est-à-dire à une *projection* de celui-ci dans l'espace des phases. Cette projection est nécessairement accompagnée d'une perte d'information sur le champ sonde total. Autrement dit, pour pouvoir stocker les deux quadratures d'un mode du champ électromagnétique, il est nécessaire de faire appel à deux opérateurs atomiques qui ne commutent pas. En EIT par exemple, les deux quadratures de l'opérateur σ_{1-1} ne commutent pas entre elles :

$$-\left[\frac{\sigma_{1-1} + \sigma_{-11}}{2}, \frac{\sigma_{1-1} - \sigma_{-11}}{2i}\right] = \frac{1}{2i}(\sigma_{-1-1} - \sigma_{11}) \stackrel{\text{EIT}}{\simeq} -\frac{1}{2i} \quad (2.126)$$

et respectent ainsi les corrélations entre les quadratures du champ électromagnétique inscrit. Dans le cas du CPO, on ne peut pas définir deux quadratures de l'opérateur atomique $\sigma_{\Delta} = \sigma_{11} - \sigma_{-1-1}$ car celui-ci est réel :

$$\left[\frac{\sigma_{\Delta} + \sigma_{\Delta}^{\dagger}}{2}, \frac{\sigma_{\Delta} - \sigma_{\Delta}^{\dagger}}{2i}\right] = [\sigma_{\Delta}, 0] = 0 \quad (2.127)$$

Cette discussion est valable pour toutes les combinaisons linéaires de populations atomiques. Ainsi, pour pouvoir stocker les deux quadratures d'un mode du champ électromagnétique, il est nécessaire d'employer un opérateur liant plusieurs états atomiques entre eux, c'est-à-dire une superposition quantique d'états.

4 Conclusions

C'est motivé par le constat expérimental issue des travaux de MAYNARD, 2016 que nous nous sommes intéressé à la modélisation du CPO ultrafin afin de déterminer s'il était possible de l'utiliser pour des applications en optique quantique. La modélisation présentée ici dans un système en Λ permet dans un premier temps de comprendre l'existence de deux modes CPO; le mode CPO symétrique est l'analogue de l'unique mode CPO dans un système à deux niveaux, et le mode CPO antisymétrique est propre à un système à trois niveaux. Ce dernier peut être associé à une amplification du champ sonde de l'ordre du taux d'absorption du milieu. La comparaison avec l'expérience est très satisfaisante, et justifie la pertinence des approximations employées pour la modélisation. Cependant, l'étude de la propagation des statistiques du champ sonde montre que le CPO ne peut pas être utilisé pour des applications quantiques, car il détruit l'état quantique entrant.

Finalement, le CPO est un effet d'amplification sensible à la phase complètement symétrique classiquement : le gain de la quadrature $\langle \mathcal{P} \rangle$ est directement opposé à l'absorption de la quadrature $\langle \mathcal{X} \rangle$. Toutefois, la transposition naïve des propriétés classiques aux propriétés quantiques du champ donnerait à penser que le CPO est un phénomène pouvant séparer les deux quadratures d'un mode du champ électromagnétique. C'est l'émission spontanée, intrinsèque au phénomène, qui détruit les propriétés non-classiques du champ sonde, et préserve ainsi les inégalités de Heisenberg. Le CPO ultrafin est donc un exemple de phénomène paramétrique dont les effets sur les propriétés classiques d'un champ ne se transposent pas à ses propriétés quantiques.

CHAPITRE 3

GÉNÉRATION D'ÉTAT COMPRIMÉ PAR MÉLANGE À 4 ONDES

Comme évoqué dans la section 1.2, la génération d'états comprimés de lumière requiert des non-linéarités. Le phénomène de CPO, bien que non-linéaire et paramétrique, ne permet pas de réaliser de compression d'états. Dans ce chapitre, on va voir qu'il est néanmoins possible de générer un nouvel effet paramétrique dans des conditions d'excitation équivalentes à celles du CPO antisymétrique. Ce phénomène, fondamentalement différent du CPO, peut être utilisé efficacement pour la génération d'états comprimés de lumière.

La première partie du chapitre introduit ce nouveau phénomène en partant d'un constat expérimental. La deuxième partie détaille un modèle analytique permettant d'extraire ses caractéristiques classiques et quantiques. Enfin, la troisième partie compare les prédictions du modèle aux résultats expérimentaux obtenus sur les propriétés classiques et quantiques du phénomène.

1 Constat expérimental

Comme démontré dans le chapitre précédent, le CPO détruit les propriétés de bruit du champ signal à cause de l'émission spontanée induite par le pompage résiduel dans l'état excité. On peut donc se demander ce qu'il se passe si l'on contraint la population du niveau excité à rester nulle, lorsque les niveaux fondamentaux sont dégénérés. En effet, dans ce cas, représenté en insert de la figure 3.1.a, la transparence du milieu assurée par le CPT supprime toute émission spontanée, et donc le bruit associé ajouté au champ signal. Toutefois, la condition d'excitation de la résonance CPO ($\delta = 0$) coïncide alors avec les conditions de résonance à deux photons des champs signaux polarisés σ_{\pm} avec les pompes polarisées σ_{\mp} , donnant lieu au phénomène d'EIT.

L'expérience montre cependant que le comportement du système lorsque les niveaux fondamentaux sont dégénérés ne se réduit pas au seul phénomène de transparence électromagnétiquement induite, mais indique l'existence d'une non-linéarité paramétrique (c'est-à-dire dépendant de la phase relative pompe/sonde) de plus grande envergure que le CPO. La figure 3.1.a montre l'évolution des transmissions maximales et minimales de la sonde, en fonction de la puissance de pompe, pour trois désaccords Zeeman Δ_z entre les niveaux fondamentaux du système en Λ . Aux forts Δ_z (Fig. 3.1.a à gauche), le CPO ultrafin est le seul phénomène présent : la transmission de la sonde dépend de sa phase relative avec la pompe, ainsi que de la puissance de pompe. Aux faibles Δ_z (Fig. 3.1.a à droite), on remarque que la non-linéarité est plus prononcée car la différence entre les transmissions maximales et minimales est plus grande, alors que le système en Λ est en configuration CPT. En régime intermédiaire (Fig. 3.1.a au milieu), on observe une transition entre les deux non-linéarités pour une puissance de pompe de l'ordre de 20 mW. La figure 3.1.b compare ces mêmes transmissions en fonction du désaccord Zeeman pour une cellule dans et en dehors du blindage magnétique. Très clairement, l'absence de blindage magnétique désactive le phénomène paramétrique présent aux faibles Δ_z . Il est donc légitime de supposer que celui-ci implique la cohérence Raman entre les sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental, et donc probablement au phénomène de CPT.

Il est remarquable que des effets non-linéaires dans une vapeur atomique de faible épaisseur optique puissent aboutir à un phénomène paramétrique de si grande envergure. On obtient en effet des gains sur l'intensité du champ de l'ordre de ± 9 dB, pour une épaisseur optique d'environ 4.5 seulement. Les meilleures non-linéarités obtenues en vapeur alcalines sont du même ordre de grandeur (9 dB dans le rubidium MCCORMICK et al., 2007) ou supérieures (16 dB dans le césium WANG, LIU et al., 2017), mais pour des épaisseurs optiques de plusieurs dizaines.

La section 2.2 du chapitre 1 mentionne le rôle de la transparence électromagnétiquement induite dans l'exaltation des non-linéarités d'un milieu. Ici, l'approximation de système en Λ sur la transition D_1 est d'autant plus vérifiée que la pompe est intense. Le CPT, alors efficace, rend compte de toute la dynamique du système

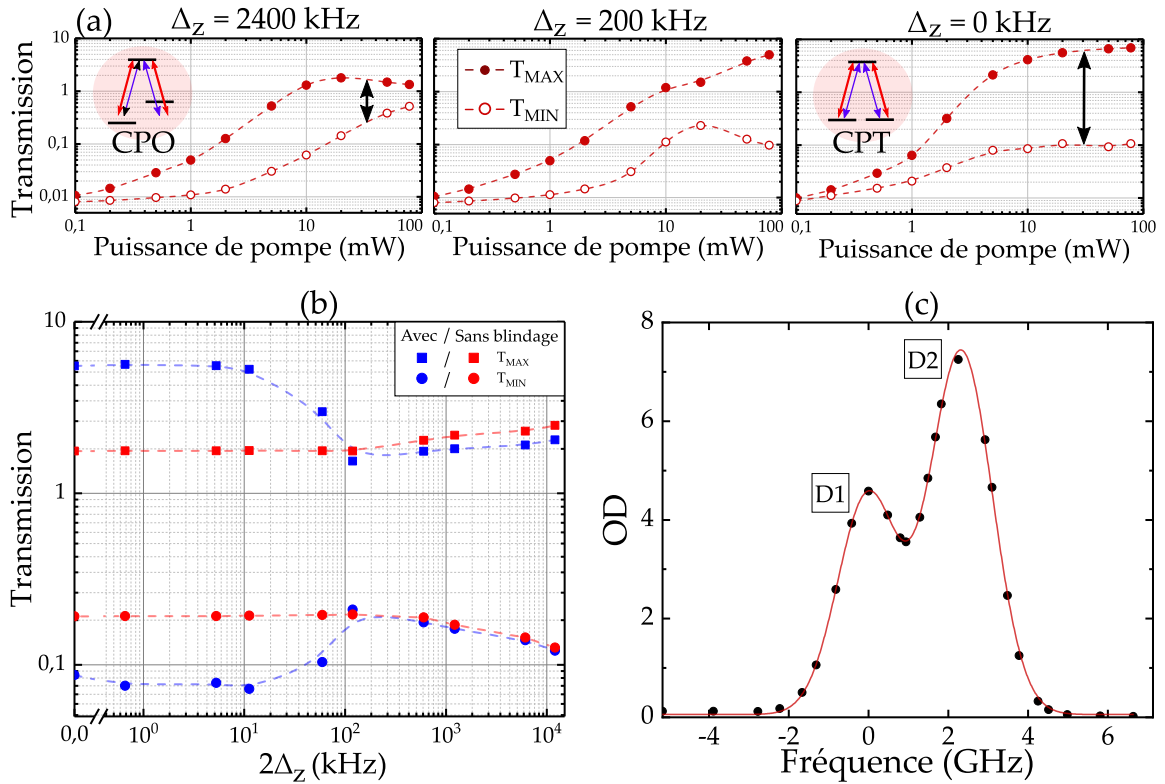


FIGURE 3.1 – **Introduction au phénomène non-linéaire étudié.** (a) Transmissions maximales (T_{MAX}) et minimales (T_{MIN}) de la sonde en fonction de la puissance de pompe, pour trois désaccords Zeeman Δ_z . Les points sont expérimentaux, les lignes les interpolent. À gauche, seul le CPO est efficace. À droite, le CPT est efficace et les non-linéarités sont accrues par comparaison au CPO. Au milieu, un désaccord Zeeman intermédiaire montre une transition entre les deux régimes précédents pour une puissance de pompe d'environ 20 mW. (b) Transmissions extrémales de la sonde en fonction de Δ_z , avec (rouge) ou sans (bleu) blindage magnétique. La puissance de pompe (10 mW) induit un élargissement par saturation $\zeta = \Omega_p^2/\Gamma \sim 100$ kHz. Les points sont expérimentaux, les lignes les interpolent. On distingue clairement deux régimes : pour $\Delta_z \gg \zeta$, le CPO est efficace et faiblement influencé par l'absence de blindage ; pour $\Delta_z \ll \zeta$, l'autre phénomène non-linéaire domine mais est fortement influencé par l'absence de blindage. (c) Spectre d'absorption de la sonde. Les points sont expérimentaux, les courbes les ajustent par la somme de deux gaussiennes. La proximité des transitions D_1 et D_2 est à l'origine de ce nouveau phénomène paramétrique.

et exclut l'explication du phénomène par d'autres sous-niveaux de la transition D_1 . Ainsi, l'origine des non-linéarités mises en évidence ici est à chercher ailleurs : la piste la plus naturelle est la transition optique la plus proche, c'est-à-dire la transition D_2 ($2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P_2$), de fréquence 2.3 GHz inférieure à celle de la transition D_1 .

La figure 3.1.c montre le spectre d'absorption de la sonde sur une plage de fréquences contenant les transitions D_1 et D_2 . On comprend alors que le désaccord de ces transitions est particulièrement adapté, puisque suffisamment élevé pour que l'absorption par la transition D_2 soit faible, mais suffisamment faible pour induire des non-linéarités lors de l'excitation résonante sur la transition D_1 .

2 Modèle

2.1 Définitions et approximations

Afin d'avoir une description analytique du phénomène, on complète la modélisation employée pour le CPO en y ajoutant la transition D_2 . En particulier, on se place toujours dans l'approximation de l'onde tournante pour écrire le Hamiltonien (Eq. 2.11) et dans l'approximation continue sur les opérateurs atomiques et de Langevin (Eq. 2.13). Les conventions sur les champs optiques (Eq. 2.20), le développement adiabatique (Eq. 2.40), ainsi que le développement perturbatif en champ signal de l'ensemble des opérateurs (Eqs. 2.30-2.31) sont les mêmes.

Hamiltonien

La prise en compte de la transition D_2 nécessite a priori d'ajouter ses 5 niveaux excités à la base dans laquelle les opérateurs sont exprimés (voir Fig. 3.2.a). Toutefois, du fait de la faible absorption de cette transition fortement désaccordée, on ne considère que les niveaux excités directement couplés aux niveaux $|\pm 1_g\rangle$, c'est-à-dire les niveaux $|2^3S_2, m = \pm 2\rangle$ et $|2^3S_2, m = 0\rangle$, notés respectivement $|\pm 2_f\rangle$ et $|0_f\rangle$. Pour que cette approximation soit valide, il sera nécessaire de rester dans un régime de faible absorption par la transition D_2 ¹. Dans l'approximation de l'onde tournante à la fréquence de la pompe, le Hamiltonien, représenté en figure 3.2, décrivant l'interaction dipolaire entre les champs optiques et les atomes s'écrit :

$$\begin{pmatrix} 0 & \Omega^+ & \Omega^- & 0 & 0 & 0 \\ \Omega^{+*} & 0 & 0 & -\frac{\Omega^{+*}}{\sqrt{3}} & \sqrt{2}\Omega^{-*} & 0 \\ \Omega^{-*} & 0 & 0 & \frac{\Omega^{-*}}{\sqrt{3}} & 0 & -\sqrt{2}\Omega^{+*} \\ 0 & -\frac{\Omega^+}{\sqrt{3}} & \frac{\Omega^-}{\sqrt{3}} & \Delta & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}\Omega^- & 0 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2}\Omega^+ & 0 & 0 & \Delta \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

1. Autrement, la redistribution des populations depuis les niveaux excités de la transition D_2 empêcherait un pompage optique efficace via la transition D_1 : quelques cycle d'absorption/rémission suffiraient à occuper les niveaux $|2^3S_2, m = \pm 1\rangle$ de façon non négligeable.

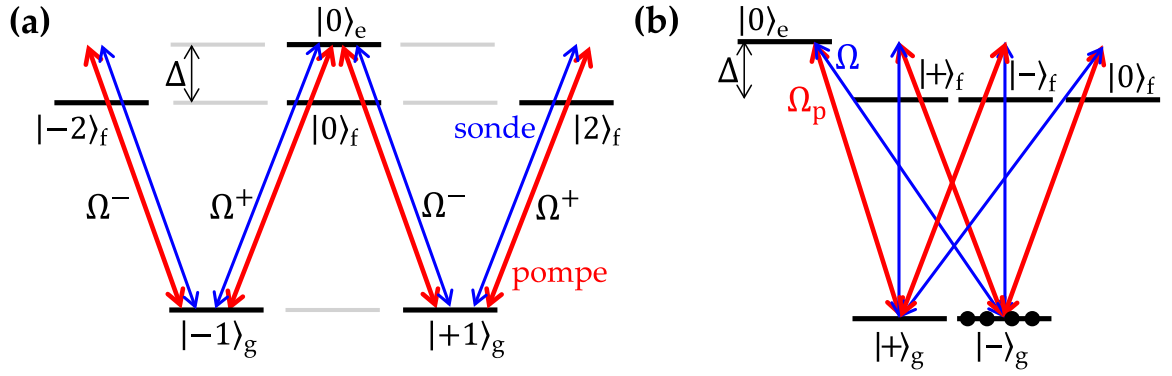


FIGURE 3.2 – **Niveaux électroniques impliqués.** (a) Représentation du Hamiltonien de couplage dipolaire entre les atomes et les champs optiques. Les champs optiques, polarisés linéairement et résonants avec la transition D_1 motivent à ne considérer que le système en Λ de cette transition (cf annexe A). Seuls les niveaux excités de la transition D_2 directement couplés au système en Λ sont considérés dans ce modèle. (b) Motivé par le piégeage cohérent de population, le changement de base $\mathcal{B}_{\text{at}} \leftrightarrow \mathcal{B}_{\text{sym}}$ (Eqs. 3.2 et 3.5) permet de séparer l'excitation des champs optiques.

dans la base

$$\mathcal{B}_{\text{at}} = \left\{ |0\rangle_e, |-1\rangle_g, |+1\rangle_g, |0\rangle_f, |-2\rangle_f, |+2\rangle_f \right\}. \quad (3.2)$$

Les coefficients numériques sont les coefficients de Clebsch-Gordan des transitions impliquées, et Δ le désaccord entre les transitions D_1 et D_2 . Les opérateurs impliquant les états $|\pm 2\rangle_f$ et $|0\rangle_f$ seront respectivement indexés par $\pm 2_f$ et 0_f .

Changement de base et interprétation qualitative du phénomène

Il est possible d'avoir une bonne idée qualitative des processus non-linéaires à l'origine du phénomène en exprimant le Hamiltonien dans une autre base. On sait par exemple que le CPT par le couplage sur la transition D_1 va pomper la population dans l'état noir $| - \rangle_g$, laissant l'état brillant $| + \rangle_g$ vide de population (voir Fig 1.6). Les états noir et brillant sont des superpositions des états atomiques $|\pm 1\rangle_g$:

$$|\pm\rangle_g = \frac{|+1\rangle_g \pm |-1\rangle_g}{\sqrt{2}}. \quad (3.3)$$

Le fait que les polarisations des champs sonde et pompe soient orthogonales induit que l'état noir pour l'un est l'état brillant pour l'autre, et réciproquement. Compte tenu de l'intensité relative des champs, la pompe l'emporte et l'état noir du système est approximativement l'état $| - \rangle_g$. Par ailleurs, le changement de base $|\pm 1\rangle_g \rightarrow |\pm\rangle_g$ donne un schéma en Λ typique du phénomène d'EIT, dans laquelle la sonde excite la transition entre l'état noir et l'état excité (voir Fig. 3.2.b). L'avantage de cette base est de dissocier les transitions optiques excitées par la pompe de celles excitées par la sonde sur la transition D_1 . On peut procéder de la même

manière pour la transition D_2 en définissant les états

$$|\pm\rangle_f = \frac{|+2\rangle_f \pm |-2\rangle_f}{\sqrt{2}}. \quad (3.4)$$

On a donc défini une nouvelle base *symétrisée*

$$\mathcal{B}_{\text{sym}} = \left\{ |0\rangle_e, |-\rangle_g, |+\rangle_g, |0\rangle_f, |-\rangle_f, |+\rangle_f \right\}, \quad (3.5)$$

dans laquelle le Hamiltonien prend la forme représentée en figure 3.2.b. Cette nouvelle base permet de *visualiser* les chemins multiphotoniques possibles et d'identifier explicitement les champs impliqués à chaque étape.

Les phénomènes nonlinéaires cohérents impliquant plusieurs photons sont efficaces dès lors qu'ils permettent à l'atome de retrouver son niveau initial après un cycle (BOYD, 2003). La figure 3.2.b montre donc que les processus stimulés majoritaires dans notre système sont les processus impliquant 4 photons : en effet, aucun chemin à 2 ou 3 photons ne permet de retomber dans l'état noir de façon cohérente. Parmi les multiples chemins à 4 photons existant dans le système, deux peuvent être considérés comme prépondérants :

$$\begin{aligned} \text{via } |+\rangle_f : & |-\rangle_g \xrightarrow{\Omega_p} |+\rangle_f \xrightarrow{\Omega^*} |+\rangle_g \xrightarrow{\Omega_p} |0\rangle_e \xrightarrow{\Omega^*} |-\rangle_g, \\ \text{via } |0\rangle_f : & |-\rangle_g \xrightarrow{\Omega_p} |0\rangle_f \xrightarrow{\Omega^*} |+\rangle_g \xrightarrow{\Omega_p} |0\rangle_e \xrightarrow{\Omega^*} |-\rangle_g. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Ces deux mélanges à quatre ondes permettent d'effectuer un transfert cohérent de photons depuis la pompe vers la sonde de façon efficace grâce à la transparence électromagnétiquement induite de la transition D_1 . D'autres processus engagent deux fois la transition D_2 , et sont donc beaucoup moins efficaces. Par ailleurs, le mélange à quatre ondes

$$\text{via } |-\rangle_f : |-\rangle_g \xrightarrow{\Omega^*} |-\rangle_f \xrightarrow{\Omega_p} |+\rangle_g \xrightarrow{\Omega_p} |0\rangle_e \xrightarrow{\Omega^*} |-\rangle_g, \quad (3.7)$$

est efficace mais ne correspond pas à un transfert cohérent de photons entre la pompe et la sonde : au cours du cycle, chaque photon sonde (pompe) absorbé est réémis de façon stimulée, donnant lieu à un bilan nul.

Régimes d'approximations

Le phénomène paramétrique observé expérimentalement se manifeste lorsque le CPT est efficace. Le développement analytique est donc limité à l'ordre suivant

$$\mathcal{O}\left(\frac{\zeta}{\gamma_R}\right), \quad (3.8)$$

où $\zeta = \Omega_p^2/\Gamma$ est l'élargissement par saturation et γ_R le taux de décohérence Raman. Par ailleurs, le fort désaccord optique Δ avec la raie D_2 permet également d'en négliger l'absorption, ce qui correspond à se limiter à l'ordre

$$\mathcal{O}\left(\frac{\Gamma, \zeta}{\Delta}\right). \quad (3.9)$$

L'ensemble de ces approximations permet de se focaliser sur les phénomènes non-linéaires dominants, et d'extraire analytiquement l'ensemble de leurs caractéristiques.

Équations d'évolution

La dynamique des atomes inclus dans la tranche $\mathcal{T}(z)$ est décrite par l'équation de Liouville Von-Neumann

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] + \mathcal{D}(\rho), \quad (3.10)$$

où les termes de dissipation impliquant la transition D_2 sont résumées ci-dessous. Du fait de la faible proportion de population pompée dans les niveaux excités de la transition D_2 , on ne tient notamment pas compte des fuites du niveau $|0_f\rangle$ vers l'état $|2^3S_1, m = 0\rangle$.

x	$\mathcal{D}(x)$
$\rho_{\alpha\alpha}$	$-\Gamma_0\rho_{\alpha\alpha} - \gamma_t\rho_{\alpha\alpha}$ avec $\alpha = e, \pm 2_f$
$\rho_{0_f 0_f}$	$-\frac{\Gamma_0}{3}\rho_{0_f 0_f} - \gamma_t\rho_{0_f 0_f}$
$\rho_{\pm 1 \pm 1}$	$+\frac{\Gamma_0}{2}\rho_{ee} - \gamma_t\rho_{\pm 1 \pm 1} + \frac{\gamma_t}{2}$
$\rho_{\alpha\beta}$	$-\Gamma\rho_{\alpha\beta}$ avec $\alpha, \beta = e, \pm 2_f, 0_f, \pm 1$ et $\alpha \neq \beta$
ρ_{+1-1}	$-\gamma_R\rho_{+1-1}$

En incluant les cohérences optiques de l'ensemble des transitions impliquées, les équations de propagation des champs s'écrivent, dans le même régime d'approximations que pour le modèle du CPO

$$\begin{cases} (c\partial_z + \partial_t) \Omega_p = +\frac{ic\eta}{\sqrt{2}}(\rho_{e,1} + \rho_{e,-1}) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -\frac{ic\eta}{\sqrt{6}}(\rho_{0_f,1} - \rho_{0_f,-1}) - ic\eta(\rho_{-2_f,-1} - \rho_{2_f,1}) \\ (c\partial_z + \partial_t) \Omega = +\frac{c\eta}{\sqrt{2}}(\rho_{e,1} - \rho_{e,-1}) \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -\frac{c\eta}{\sqrt{3}}(\rho_{0_f,1} + \rho_{0_f,-1}) - c\eta(\rho_{-2_f,-1} + \rho_{2_f,1}) \end{cases} \quad (3.11)$$

Ces équations (Eqs. 3.10–3.11) vont être développées perturbativement en champ signal. Toutefois, la résolution analytique des équations de Liouville Von-Neumann, même dans ce régime d'approximation, ne converge pas dans un temps raisonnable sur MATHEMATICA. C'est pourquoi on choisi de séparer le système en deux parties pour faire deux compilations : l'une implique la transition D_1 et le niveau

$|0_f\rangle$ seul, et l'autre implique la transition D_1 et les niveaux $|\pm 2_f\rangle$. Notons $\rho_{\Lambda+|0_f\rangle}$ et $\rho_{\Lambda+|\pm 2_f\rangle}$ les matrices densités obtenues à l'issue de chacune de ces compilations. Compte tenu du développement perturbatif au *premier* ordre en champ signal et de l'approximation 3.9, la matrice densité $\rho_{\Lambda+|0_f\rangle+|\pm 2_f\rangle}$ contenant l'ensemble des niveaux souhaités de la transition D_2 est donnée par

$$\rho_{\Lambda+|0_f\rangle+|\pm 2_f\rangle} = \rho_{\Lambda+|0_f\rangle} + \rho_{\Lambda+|\pm 2_f\rangle} - \rho_{\Lambda}. \quad (3.12)$$

ρ_{Λ} est la matrice densité issue de la transition D_1 seule, afin de ne pas faire contribuer cette transition deux fois. Cette approximation sera justifiée ultérieurement par l'accord entre le modèle développé et une simulation numérique complète, ainsi que par un bon accord avec les résultats expérimentaux.²

Finalement, les équations utiles à la modélisation s'écrivent, dans l'espace de Fourier,

$$\text{Ordre 0} \quad \begin{cases} 0 = [\mathbf{H}^{(0)}, \rho^{(0)}] + \mathcal{D}(\rho^{(0)}) \\ c\partial_z \Omega_p = +\frac{ic\eta}{\sqrt{2}}(\rho_{e,1}^{(0)} + \rho_{e,-1}^{(0)}) \\ \quad \quad \quad -\frac{ic\eta}{\sqrt{6}}(\rho_{0_f,1} - \rho_{0_f,-1}) - ic\eta(\rho_{-2_f,-1} - \rho_{2_f,1}) \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\text{Ordre 1} \quad \begin{cases} -i\hbar\nu\rho^{(1)} = [\mathbf{H}^{(0)}, \rho^{(1)}] + [-\mathbf{d}^{(0)} \cdot \mathbf{E}, \rho^{(0)}] + \mathcal{D}(\rho^{(1)}) \\ (c\partial_z - i\nu)\Omega = +\frac{c\eta}{\sqrt{2}}(\rho_{e,1}^{(1)} - \rho_{e,-1}^{(1)}) \\ \quad \quad \quad -\frac{ic\eta}{\sqrt{6}}(\rho_{0_f,1} + \rho_{0_f,-1}) - ic\eta(\rho_{-2_f,-1} + \rho_{2_f,1}) \end{cases} \quad (3.14)$$

2.2 Propagation des champs optiques

La résolution des équations 3.13 et 3.14 est délicate, bien qu'il d'un système linéaire développé perturbativement suivant les approximations 3.9. Les équations présentées dans cette partie ont été obtenues via l'utilisation du logiciel de calcul formel MATHEMATICA.

2. Il existe d'autres méthodes pour tenir compte de l'influence de niveaux fortement désaccordé sur la dynamique d'un système atomique. COHEN-TANNOUJJI, DIU et al., 2006 montrent comment intégrer les décalages Stark et couplages du même type dans un Hamiltonien réduit, à partir d'un développement perturbatif au second ordre du Hamiltonien complet. Cette démarche présente l'avantage de ne pas ajouter de nouveaux vecteurs d'états à la base initiale et donc de conserver un système Λ . Par ailleurs, cette approche plus minimaliste a le mérite de prédire une amplification sensible à la phase du champ sonde. Toutefois, d'un point de vue quantitatif, l'accord avec une simulation numérique complète des équations de Bloch est très mauvais. En cause, cette approche perturbative donne *seulement* une expression du Hamiltonien perturbé de la transition D_1 , mais ne donne pas d'expression des cohérences optiques de la transition D_2 . Or, ces cohérences doivent être prises en compte pour prédire quantitativement le coefficient d'amplification ainsi que la condition d'accord de phase du phénomène.

Pompe seule

Commençons par décrire la réponse du système en présence du seul champ pompe. La matrice densité développée à l'ordre le plus bas en la perturbation par la transition D_2 s'écrit, dans la base atomique

$$\rho^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{\Omega_p}{\sqrt{6}\Delta} & -\frac{\Omega_p}{2\Delta} & -\frac{\Omega_p}{2\Delta} \\ 0 & -\frac{1}{2} & +\frac{1}{2} & -\frac{\Omega_p}{\sqrt{6}\Delta} & +\frac{\Omega_p}{2\Delta} & +\frac{\Omega_p}{2\Delta} \\ 0 & -\frac{\Omega_p^*}{\sqrt{6}\Delta} & -\frac{\Omega_p^*}{\sqrt{6}\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega_p^*}{2\Delta} & +\frac{\Omega_p^*}{2\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega_p^*}{2\Delta} & +\frac{\Omega_p^*}{2\Delta} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{\text{at}}} \quad (3.15)$$

Comme attendu, le CPT efficace généré par la pompe induit l'existence d'une cohérence maximale entre les niveaux $|\pm 1\rangle_g$. De plus, le couplage de l'état noir avec les différents niveaux de la transition D_2 génère des cohérences optiques entre les niveaux $|i\rangle_g$ et $|j\rangle_f$. Par contre, dans ce régime d'approximation, les états excités de la transition D_2 ne sont pas peuplés.

L'équation de propagation de la pompe est alors donnée par

$$\partial_z \Omega_p = \frac{4i\eta}{3\Delta} \Omega_p + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Delta}\right) \quad \text{soit} \quad \Omega_p(z) = \Omega_p(0) e^{\frac{4i\eta z}{3\Delta}} \quad (3.16)$$

La présence d'un CPT efficace est synonyme d'une propagation sans absorption. La transition D_2 , fortement désaccordée induit seulement un déphasage du champ pompe. On définit le déphasage total μ subi par la pompe au cours de sa propagation dans le milieu de longueur L par

$$\mu = \frac{4\eta L}{3\Delta} \quad (3.17)$$

Ce coefficient peut être relié à l'épaisseur optique de la transition D_1 en régime linéaire (voir Eq. 2.45) $\text{OD} \equiv \eta L / \Gamma$ par

$$\mu = \frac{4\Gamma}{3\Delta} \text{OD}. \quad (3.18)$$

On voit ainsi explicitement apparaître le rapport Γ/Δ caractérisant l'influence sur μ de la proximité des transitions D_1 et D_2 .

Perturbation par la sonde

La résolution des équations 3.14 aboutit à l'équation de propagation suivante pour la sonde

$$\left(\partial_z - i\frac{\nu}{v_g}\right)\Omega = \frac{4i\eta}{3\Delta\Omega_p^*} \left(2\Omega\Omega_p^* - \Omega_p\Omega^*\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\Delta}\right) \quad (3.19)$$

où v_g est la vitesse de groupe donnée par

$$v_g = \frac{c}{1 + c\eta/\zeta\Gamma}. \quad (3.20)$$

Dans l'équation 3.19, $\mathcal{O}(1/\Delta)$ indique que l'on a pris soin de ne garder que les termes dominants (cf Eq. 2.1). En raison de la transparence électromagnétiquement induite par la pompe, la sonde subit une résonance en transmission accompagnée d'une vitesse réduite de déplacement du paquet d'onde.

Il est remarquable que le second membre ne fasse pas explicitement intervenir l'intensité du champ de couplage, mais seulement sa phase. En effet, habituellement, une non-linéarité optique est d'autant plus marquée que le champ pompe excitant le milieu est intense (dans les cristaux non linéaires, fibres optiques...). Ici, en revanche, le champ pompe est indispensable pour établir du CPT, mais une fois ce régime atteint, une augmentation de la fréquence Rabi de pompe ne rend pas l'effet plus efficace.

Par substitution du champ pompe donné par l'équation 3.16 dans 3.19, on obtient

$$\left(\partial_z - i\frac{\nu}{v_g}\right)\Omega = \frac{4i\eta}{3\Delta} \left(2\Omega - \Omega^* e^{\frac{8i\eta}{3\Delta}z}\right). \quad (3.21)$$

D'après 3.16, on sait que le champ pompe est déphasé au cours de sa propagation. Il est donc pertinent de redéfinir le champ sonde en tenant compte de ce déphasage, afin d'avoir une origine des phases qui corresponde à celle de la pompe, quel que soit z . En effet, expérimentalement, c'est la phase relative entre les champs qui est mesurable, c'est-à-dire la phase contenue dans la quantité Ω' définie par

$$\Omega(z) = \Omega'(z) e^{\frac{4i\eta z}{3\Delta}}. \quad (3.22)$$

L'équation 3.21 se simplifie alors en

$$\left(\partial_z - i\frac{\nu}{v_g}\right)\Omega' = i\frac{4\eta}{3\Delta} \left(\Omega' - \Omega'^*\right) = -\frac{8\eta}{3\Delta}\mathcal{P}' \quad (3.23)$$

où \mathcal{P}' est la quadrature du champ Ω' définie par l'équation 2.20 du chapitre précédent. En séparant les parties réelle et imaginaire, on obtient alors une équation

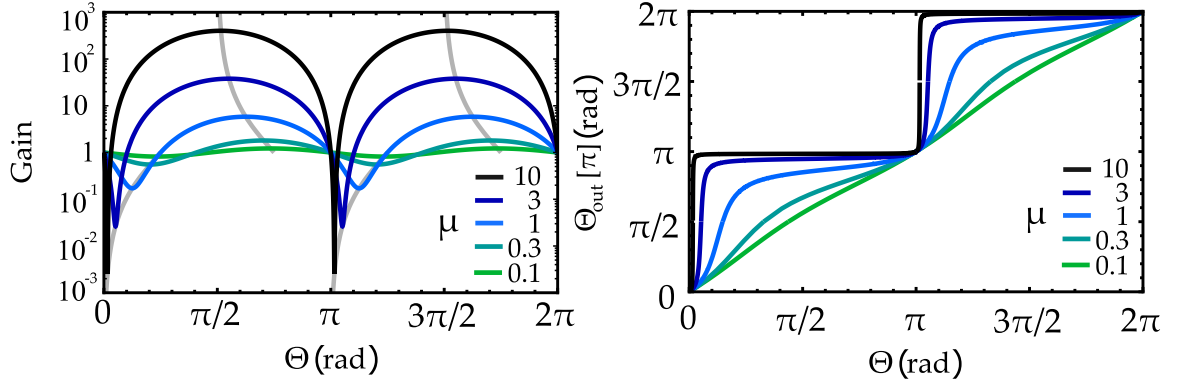


FIGURE 3.3 – **Amplification sensible à la phase de la sonde par la matrice de transfert 3.26.** (a) Transmission en intensité (gain) et (b) phase du champ sonde, en fonction de la phase relative à l'entrée du milieu. Le coefficient μ caractérise l'envergure du phénomène. Les courbes grises indiquent les phases relatives pour lesquelles le gain est extrême. Dans la limite d'un phénomène très efficace $\mu \gg 1$, la phase relative entre la sonde et la pompe est contrainte à prendre les valeurs $0 [\pi]$.

différentielle pour chacune des quadratures :

$$\begin{cases} \left(\partial_z - i\frac{v}{v_g}\right) \mathcal{X}' = -\frac{8\eta}{3\Delta} \mathcal{P}' \\ \left(\partial_z - i\frac{v}{v_g}\right) \mathcal{P}' = 0 \end{cases} . \quad (3.24)$$

Après intégration, la matrice de transfert du champ sonde s'écrit³

$$\begin{pmatrix} \mathcal{X}'(L, t) \\ \mathcal{P}'(L, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2\mu \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathcal{X}'(0, t - L/v_g) \\ \mathcal{P}'(0, t - L/v_g) \end{pmatrix} . \quad (3.25)$$

Tandis que la quadrature \mathcal{P}' se propage en toute transparence, l'amplitude de la quadrature \mathcal{X}' varie linéairement avec la distance. Si on réécrit la relation entrée-sortie pour le champ sonde, on obtient

$$\begin{pmatrix} \Omega(L, t) \\ \Omega^*(L, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1 + i\mu) e^{i\mu} & -i\mu e^{i\mu} \\ i\mu e^{-i\mu} & (1 - i\mu) e^{-i\mu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Omega(0, t - L/v_g) \\ \Omega^*(0, t - L/v_g) \end{pmatrix} . \quad (3.26)$$

Cette matrice de transfert est une matrice symplectique identique à celle de l'équation 1.39 du chapitre 1 de cette thèse. Elle traduit un phénomène d'amplification sensible à la phase relative initiale Θ entre la pompe et la sonde. Le gain en

3. La vitesse de groupe ne dépend que de l'intensité du champ pompe. Or, en raison de la transparence du milieu par CPT, cette vitesse de groupe reste la même tout au long de la propagation, ce qui simplifie grandement les calculs par rapport à ceux menés dans le cas du CPO.

intensité du champ sonde s'écrit

$$G(\Theta) = \left| \frac{\Omega(z)}{\Omega(0)} \right|^2 = 1 - 2\mu \sin 2\Theta + 4\mu^2 \sin^2 \Theta. \quad (3.27)$$

Ses extremas sont

$$G_{\text{MAX}} = 1 + 2\mu \left(\mu + \sqrt{1 + \mu^2} \right) = 1/G_{\text{MIN}} \quad \text{pour} \quad \Theta_{\text{M}} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{1}{\mu} \right) \left[\frac{\pi}{2} \right], \quad (3.28)$$

et la phase relative en sortie de milieu est donnée par⁴

$$\cot(\Theta_{\text{out}}) = \cot(\Theta) - 2\mu. \quad (3.29)$$

La figure 3.3 montre les caractéristiques du champ sonde transmis (Eqs. 3.29–3.27) en fonction de la phase relative initiale Θ entre la sonde et la pompe, pour différentes valeurs du paramètre μ . Il est remarquable que μ , déphasage de la pompe induit par la transition D_2 fortement désaccordée, soit l'unique paramètre caractérisant l'ensemble du phénomène. $\mu > 1$ est synonyme d'une amplification (déamplification) marquée du champ sonde lorsque les champs sont initialement en *quasi*-quadrature (*quasi*-opposition) de phase. J'emploie ici le préfixe *quasi* car les conditions d'accord de phase sont en fait très légèrement décalées (Eq. 3.28).

La figure 3.4 montre la transformation du champ classique dans l'espace des phases. Les champs sondes entrant et sortant sont représentés dans l'espace des phases pour tous les déphasages Θ possibles, en fixant arbitrairement l'amplitude du champ sonde initial à 1. Dans cette représentation, l'ensemble des phases initiales possibles pour le champ sonde définit un cercle. L'interaction non-linéaire avec le milieu (Eq. 3.27) se manifeste par la compression de ce cercle en une ellipse, d'autant plus écrasée que le coefficient μ est grand. Chaque ellipse bleue correspond à l'ensemble des champs sondes accessibles, pour un coefficient μ donné. Graphiquement, on obtient le champ sonde après interaction en projetant le champ sonde initial verticalement vers le haut (vers le bas) sur l'ellipse bleue pour $-\frac{\pi}{2} < \Theta < \frac{\pi}{2}$ ($+\frac{\pi}{2} < \Theta < \frac{3\pi}{2}$). La projection est verticale car seule la quadrature \mathcal{X} est transformée, tandis que la quadrature \mathcal{P} reste constante d'après les équations 3.24. Ainsi, si la projection obtenue est à l'extérieur (à l'intérieur) du cercle de départ, alors le champ sonde est amplifié (déamplifié). On remarque que le champ sonde n'est pas transformé pour $\Theta = \frac{\pi}{2} [\pi]$, car correspondant à l'intersection de l'ellipse d'arrivée et du cercle de départ.

4. Compte tenu de l'intervalle restreint des valeurs prises par la fonction \cot , Θ_{out} est obtenue par prolongement par continuité suivant la définition $\Theta_{\text{out}} = \text{acot}(\cot(\Theta) - 2\mu) + \pi \times \frac{1 - \text{sign}(\cot(\Theta) - 2\mu)}{2} + \pi \times \frac{1 + \text{sign}(\Theta - \pi)}{2}$ pour Θ défini entre 0 et 2π .

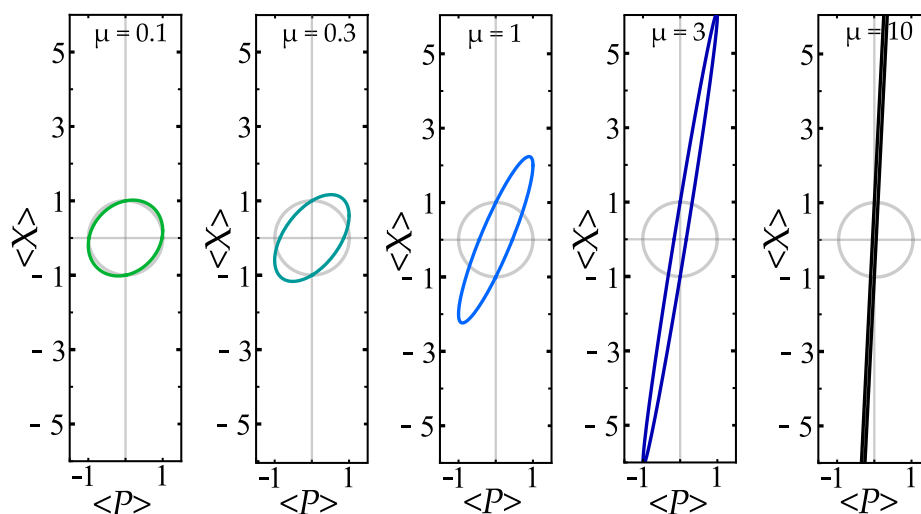


FIGURE 3.4 – **Représentation dans l’espace des phases.** Chaque courbe représente l’ensemble des champs sonde initiaux $\Omega'(0) = \exp(i\Theta)$ (en gris) et l’ensemble des champs sondes finaux correspondants $\Omega'(L) = \sqrt{G(\Theta)} \exp(i\Theta_{\text{out}})$ (en couleur). De gauche à droite, les graphes sont tracés pour des μ croissants, dont les valeurs ainsi que le code couleur sont identiques à la Fig. 3.3. Pour une phase initiale donnée Θ , le champ complexe résultant s’obtient graphiquement par projection verticale (en gardant P constant d’après 3.24) vers le haut pour $-\frac{\pi}{2} < \Theta < \frac{\pi}{2}$ et vers le bas pour $(+\frac{\pi}{2} < \Theta < \frac{3\pi}{2})$.

2.3 Justification numérique du modèle

Le prix à payer pour développer un modèle analytique décrit par un unique coefficient μ est le grand nombre d’approximations nécessaires (section 2.1). La comparaison des résultats du modèle avec une simulation numérique complète, c’est-à-dire compilant les équations 3.10 et 3.11 sans approximations, va permettre de les justifier.

Pour cela, je me suis inspiré du code initialement écrit par Marie-Aude Maynard au cours de sa thèse, code permettant de simuler la propagation des champs sonde et pompe via le formalisme de Maxwell-Bloch. La simulation avait été écrite en considérant le système en Λ de la transition D_1 , et permet d’obtenir, en tout z et à tout instant t les champs optiques ainsi que la matrice densité décrivant le milieu. Je l’ai simplifié⁵ et amélioré afin de prendre en compte les 3 niveaux excités $\pm 2_f$ et 0_f de la transition D_2 . Toutefois, pour des raisons de temps de calcul, j’ai dû me restreindre au régime stationnaire, oubliant toute dépendance temporelle des champs optiques et de la matrice densité. De ce fait, j’ai donc considéré dans la simulation que les champs pompe et sonde sont dégénérés en fréquence⁶.

5. J’ai maximisé le nombre de boucles implicites et employé une description matricielle pour en faciliter la lecture.

6. Les équations 3.11 sont, dans la simulation, les équations de propagation des *deux composantes* linéaires de polarisation d’un seul champ optique total. Ainsi, si un quelconque phénomène tend à mélanger ces champs entre eux, il est numériquement impossible d’extraire le champ sonde du champ pompe car la polarisation est ici le seul moyen de les discerner. Toutefois, on observe

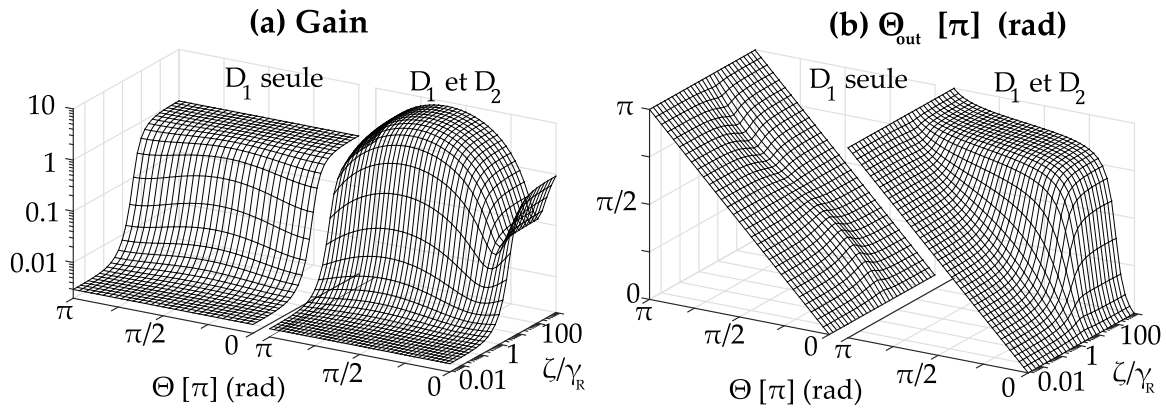


FIGURE 3.5 – **Activation de l'amplification par CPT.** (a) Transmission et (b) phase relative du champ sonde en sortie de milieu, en fonction de sa phase relative initiale Θ et de la puissance de pompe ζ/γ_R . Chaque figure compare une simulation tenant compte de la transition D_1 uniquement (à gauche), ou des transitions D_1 et D_2 (à droite). Le seuil $\zeta/\gamma_R = 1$ marque la transition au delà de laquelle le CPT est efficace, rendant la transition D_1 transparente et activant les non-linéarités avec la transition D_2 . Le CPO résiduel au seuil $\zeta/\gamma_R = 1$ explique la légère sensibilité à la phase sur la transition D_1 seule. Les simulations ont été réalisées avec des paramètres issus de mesures expérimentale (voir appendice A).

Activation par piégeage cohérent de population

La première vérification nécessaire pour justifier le modèle est la dépendance en puissance de pompe du phénomène. Le modèle prédit en effet que, quand le CPT efficace (Eq. 3.8), l'efficacité de l'amplification paramétrique ne dépend pas de la puissance de pompe. La figure 3.5 représente la transmission et la phase relative du champ sonde en fonction de sa phase relative initiale Θ avec le champ pompe, et de la puissance de pompe exprimée via le paramètre ζ/γ_R . C'est en effet la comparaison du taux de saturation ζ au taux de pertes de la cohérence Raman γ_R qui caractérise l'efficacité du piégeage cohérent de population.

La figure 3.5.a compare la transmission du champ sonde en présence de la transition D_1 seule, et en présence des transitions D_1 et D_2 . En dessous du seuil d'activation du CPT ($\zeta \ll \gamma_R$), l'absorption de la sonde par la transition D_1 domine, quelle que soit sa phase relative avec la pompe. Par contre, au dessus du seuil d'activation du CPT ($\zeta \gg \gamma_R$), la transition D_1 est alors parfaitement transparente, et la transition D_2 permet d'avoir une amplification sensible à la phase du champ sonde. Au dessus du seuil CPT, l'efficacité de l'amplification n'augmente plus avec la puissance de pompe, contrairement aux phénomènes non-linéaires habituellement rencontrés. Toutefois, il convient de ne pas avoir une saturation par la pompe

numériquement qu'aucune rotation/changement de polarisation n'a lieu dès lors que les niveaux Zeeman sont dégénérés. En effet, c'est la rupture de la symétrie du système atomique entre les composantes σ^+ et σ^- des champs optiques qui induit, par effet Faraday, une modification de la polarisation du champ optique incident.

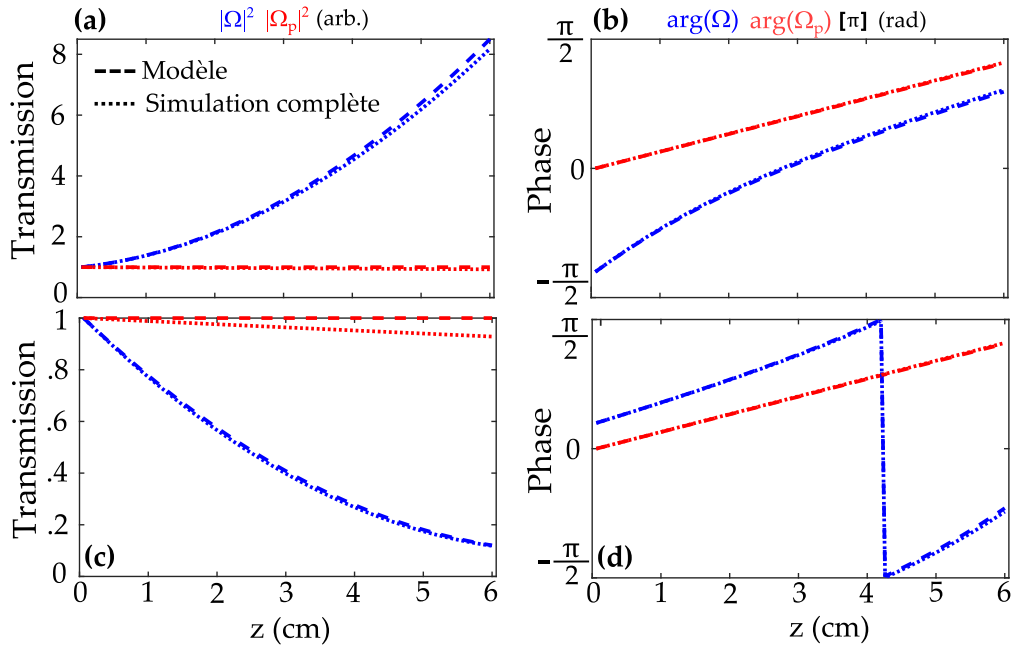


FIGURE 3.6 – **Comparaison du modèle à la simulation complète (a,c)** Transmissions et **(b,d)** phases des champs sondes (en bleu) et pompe (en rouge), pour les conditions d'accords de phases Θ_M impliquant amplification (a,b) ou déamplification (c,d) de la sonde. Les lignes discontinues sont issue d'une simulation complète (Eqs. 3.10,3.11) et les lignes pointillés du modèle précédent (Eq. 3.26). La décroissance de la pompe est due à une légère absorption par la transition D_2 .

trop importante car quand $\zeta \gg \Delta$ l'élargissement par saturation de la transition D_2 rendrait le milieu absorbant (régime non visible sur la figure 3.5).

La figure 3.5.b compare cette fois la phase relative Θ_{out} entre les champs optiques dans les deux cas précédents. Lorsque la transition D_1 est la seule considérée, il n'y a pas de changement notable de phase relative au cours de la propagation dans le milieu. En effet, ni l'absorption ni l'EIT ne sont associées à un déphasage relatif entre les champs. Par contre, la prise en compte de la transition D_2 modifie considérablement la réponse du milieu au dessus du seuil CPT, tendant à contraindre la phase relative proche de $\Theta = 0$ [π].

Dans le cas où l'on considère la transition D_1 seule, on observe une légère sensibilité à la phase de la transmission ainsi qu'un léger déphasage au voisinage du seuil CPT. Il s'agit en fait d'un effet de CPO résiduel. On a en effet $\zeta \sim \gamma_R \gtrsim \gamma_t$ c'est-à-dire que le CPO devient efficace pour un seuil légèrement inférieur au seuil CPT. Ainsi, les effets dispersifs associés, dont une dépendance explicite en phase, commencent à apparaître ; la quadrature \mathcal{P} est mieux transmise que la quadrature \mathcal{X} , conformément aux résultats obtenus au chapitre précédent. Toutefois, dès que le CPT devient efficace, il l'emporte sur le CPO.

Accord du modèle avec la simulation

La figure 3.6 compare les résultats issus de la simulation complète des équations de Maxwell-Bloch avec le modèle développé dans la section précédente. Le gain ainsi que la phase des champs pompe et sonde sont tracés en fonction de la distance dans la cellule, dans les conditions d'accord de phase Θ_M induisant une transmission maximale (Fig. 3.6.a-b) ou minimale (Fig. 3.6.c-d) du champ sonde. Le seul écart notable concerne l'évolution de l'amplitude de pompe. Cette différence s'explique simplement par l'absorption résiduelle de la transition D_2 qui ne permet pas d'avoir une transparence parfaite du milieu. Les légers écarts observés sur le champ sonde entre le modèle et la simulation complète peuvent raisonnablement être attribués à cet effet, comme par exemple la légère surestimation du gain maximal par le modèle.

2.4 Propagation du bruit

L'effet non-linéaire dont il est question dans ce chapitre possède plusieurs similitudes avec le CPO ultrafin étudié dans le premier chapitre de cette thèse. Notamment, la sensibilité à la phase de la transmission. Toutefois, la description donnée dans la section 2 de ce chapitre suggère un phénomène parfaitement cohérent, reposant simplement sur des mélanges à 4 ondes. Suivant la même démarche que pour le CPO, on va extraire l'évolution des variances des opérateurs quadratures du champ sonde, afin de déterminer si la transformation classique de la sonde (Fig. 3.4) se transpose à ses propriétés statistiques.

Le formalisme permettant d'obtenir l'évolution des spectres de squeezing des quadratures du champ sonde est rigoureusement équivalent à celui du chapitre précédent (section 3, Eqs. 2.78–2.97). La seule différence est l'introduction des opérateurs atomiques de la transition D_2 , ainsi que leur dissipation⁷ et fluctuations via les opérateurs de Langevin. On suppose que la seule source de décohérence est l'émission spontanée, ce qui permet d'employer des opérateurs de Langevin dont la forme connue. De plus, on se place dans ce calcul en régime permanent.

7. Les taux moyens de dissipations des cohérences dépendent de la transition impliquée. Pour la transition D_1 , les taux de décohérence optique sont $\Gamma_0/2$. Pour les cohérences optiques impliquant la transition D_2 ainsi que les cohérences entre états excités, il faut faire attention à sommer les pertes issues de chacun des niveaux concernés. Par exemple, l'opérateur σ_{-2f_e} est dissipé par l'émission spontanée des niveaux $|-2_f\rangle$ (taux Γ_0) et $|e\rangle$ (taux Γ_0). Ainsi, on prendra comme taux de décohérence total la somme des taux de décohérences associés, soit $\Gamma_0/2 + \Gamma_0/2 = \Gamma_0$. Pour l'opérateur σ_{-2f_0} , le taux de décohérence est cette fois $\Gamma_0/2 + \Gamma_0/6 = 2\Gamma_0/3$ car dans notre modèle, le niveau 0_f à un taux d'émission spontanée $\Gamma_0/3$.

Propagation des opérateurs quadratures

On montre, à l'aide d'une résolution perturbative sous MATHEMATICA, que l'équation de propagation de l'opérateur champ sonde \mathcal{E} s'écrit

$$\begin{aligned} \partial_z \mathcal{E}'(z) = & i \frac{4g^2 N}{3c\Delta} (\mathcal{E}' - \mathcal{E}'^\dagger) + \frac{gN}{c\Delta} \left\{ \right. \\ & + i \left[\frac{2}{3} (F_{e-g} e^{-i\phi} - \text{h.c.}) + (F_{+f+g} e^{-i\phi} + \text{h.c.}) + \frac{1}{\sqrt{3}} (F_{0f+g} e^{-i\phi} - \text{h.c.}) + 2F_{-f-g} e^{-i\phi} \right] \\ & \left. - \frac{\Omega_p}{\Gamma_0} \left[(F_{-f+f} + \text{h.c.}) + \sqrt{3} (F_{0f-f} - \text{h.c.}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

$\phi = 4g^2 N / 3c\Delta \times z$ est la phase accumulée par le champ pompe au cours de sa propagation. Les opérateurs $F_{\mu\nu}$, exprimés dans la base symétrisée, sont simplement des combinaisons linéaires des opérateurs de Langevin exprimés dans la base atomique. Par exemple on a

$$F_{e\pm g} = F_{e+1g} \pm F_{e-1g} \quad (3.31)$$

$$F_{+f\pm g} = (F_{+2g+1g} \pm F_{+2g-1g}) + (F_{-2g+1g} \pm F_{-2g-1g}) \quad (3.32)$$

...

Les autres relations entre opérateurs de Langevin des bases atomique et symétrisée s'obtiennent de façon similaire. On notera qu'aucun opérateur de Langevin correspondant aux populations n'est impliqué dans 3.30.

On peut alors extraire les équations de propagation des opérateurs quadratures \mathcal{X}' et \mathcal{P}'

$$\partial_z \mathcal{X}'(z) = -\frac{8g^2 N}{3c\Delta} \mathcal{P}' + \frac{gN}{c\Delta} \sum_{\kappa\nu} \alpha_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu}, \quad (3.33)$$

$$\partial_z \mathcal{P}'(z) = +\frac{gN}{c\Delta} \sum_{\kappa\nu} \beta_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu}. \quad (3.34)$$

On reconnaît dans le membre de droite les contributions identiques aux équations 3.24. Ainsi, les opérateurs quadratures se propagent bien suivant la même matrice symplectique que celle obtenue dans le calcul semi-classique. De plus, les seconds termes de ces seconds membres s'expriment de la façon suivante

$$\begin{aligned} \sum_{\kappa\nu} \alpha_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu} = & i \left[\frac{2}{3} (F_{e-g} e^{-i\phi} - \text{h.c.}) + \frac{1}{\sqrt{3}} (F_{0f+g} e^{-i\phi} - \text{h.c.}) + (F_{-f-g} e^{-i\phi} - \text{h.c.}) \right], \\ & - \frac{|\Omega_p|}{\Gamma_0} (F_{-f+f} + \text{h.c.}), \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\sum_{\kappa\nu} \beta_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu} = \left(F_{+f+g} e^{-i\phi} + \text{h.c.} \right) + \left(F_{-f-g} e^{-i\phi} + \text{h.c.} \right) + i \frac{|\Omega_p|}{\Gamma_0} \sqrt{3} \left(F_{0f-f} - \text{h.c.} \right). \quad (3.36)$$

Ils correspondent aux fluctuations quantiques introduites sur les quadratures du champ par le milieu lors de la propagation. Les équations 3.33-3.34 peuvent être résolues facilement par intégration directe

$$\mathcal{X}'(L) = \mathcal{X}'(0) - 2\mu \mathcal{P}'(0) + \mu \frac{gNL}{c\Delta} \sum_{\kappa\nu} \beta_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu} + \frac{gNL}{c\Delta} \sum_{\kappa\nu} \alpha_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu}, \quad (3.37)$$

$$\mathcal{P}'(L) = \mathcal{P}'(0) + \frac{gNL}{c\Delta} \sum_{\kappa\nu} \beta_{\kappa\nu} F_{\kappa\nu}, \quad (3.38)$$

où μ est le paramètre défini à l'équation 3.17, caractérisant l'efficacité du phénomène non-linéaire.

Propagation des variances des quadratures

Il s'agit d'évaluer les variances de ces deux quadratures en déterminant le spectre de squeezing défini dans le chapitre précédent (Eq. 2.114). En ne gardant que les termes non nuls après moyennage, on obtient

$$\mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(L) = \mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(0) + \frac{\mu}{3\Delta} \sum_{\kappa\nu\kappa'\nu'} \beta_{\kappa\nu} \beta_{\kappa'\nu'} D_{\kappa\nu}^{\kappa'\nu'}, \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\mathcal{X}'}(L) = & \mathcal{S}_{\mathcal{X}'}(0) + 4\mu^2 \mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(0) \\ & + \frac{\mu}{3\Delta} \sum_{\kappa\nu\kappa'\nu'} \left(\alpha_{\kappa\nu} \alpha_{\kappa'\nu'} + \mu(\beta_{\kappa\nu} \alpha_{\kappa'\nu'} + \alpha_{\kappa\nu} \beta_{\kappa'\nu'}) + \mu^2 \beta_{\kappa\nu} \beta_{\kappa'\nu'} \right) D_{\kappa\nu}^{\kappa'\nu'}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Les coefficients de diffusion $D_{\kappa\nu}^{\kappa'\nu'}$ se déterminent par application des relations d'Einstein généralisées décrites dans le chapitre précédent (Eqs. 2.91). Les seuls coefficients de diffusion utiles pour la suite sont

$$\begin{aligned} D_{+f+g}^{+g+f} &= D_{e-g}^{-g} = D_{e-g}^{-g-f} = D_{0f+g}^{+g0f} = D_{-f-g}^{-g-f} = D_{-f-g}^{-g} = D_{0f+g}^{+g+f} = 0, \\ D_{\pm g \pm f}^{\pm f \pm g} &= \Gamma_0 \left(\langle \sigma_{\pm g \pm g} \rangle + \frac{1}{2} \langle \sigma_{ee} \rangle + \frac{1}{3} \langle \sigma_{0f0f} \rangle + \langle \sigma_{\pm f \pm f} \rangle \right), \\ D_{-g}^{e-g} &= \Gamma_0 \left(\langle \sigma_{-g-g} \rangle + \frac{1}{2} \langle \sigma_{ee} \rangle + \frac{1}{3} \langle \sigma_{0f0f} \rangle + \langle \sigma_{-f-f} \rangle \right), \\ D_{+g}^{0f+g} &= \Gamma_0 \left(\frac{1}{3} \langle \sigma_{+g+g} \rangle + \frac{1}{2} \langle \sigma_{ee} \rangle + \frac{1}{3} \langle \sigma_{0f0f} \rangle + \langle \sigma_{+f+f} \rangle \right), \\ D_{-g}^{-f-g} &= \Gamma_0 \left(\langle \sigma_{-g-g} \rangle + \frac{1}{2} \langle \sigma_{ee} \rangle + \frac{1}{3} \langle \sigma_{0f0f} \rangle + \langle \sigma_{-f-f} \rangle \right), \\ D_{-g}^{-f0f} &= \Gamma_0 \langle \sigma_{-g0f} \rangle, & D_{-g}^{-f+f} &= \Gamma_0 \langle \sigma_{-g+f} \rangle, & D_{\pm f \mp f}^{\mp f \pm f} &= \Gamma_0 \langle \sigma_{\pm f \pm f} \rangle, \\ D_{-f0f}^{0f+g} &= \frac{\Gamma_0}{4} \langle \sigma_{-f+g} \rangle, & D_{\mp f \pm f}^{\pm f \pm g} &= \Gamma_0 \langle \sigma_{\mp f \pm g} \rangle, & D_{+f-f}^{-f0f} &= \Gamma_0 \langle \sigma_{+f0f} \rangle. \end{aligned}$$

En utilisant la matrice densité 3.15 exprimée dans la base symétrisée, les seuls coefficients de diffusion non nuls sont finalement les suivants :

$$D_{-g-f}^{-f-g} = D_{-g}^{e-g} = \Gamma_0, \quad D_{-g-f}^{-f0_f} = D_{0_f-f}^{-f-g*} = -\frac{\Gamma_0 \Omega_p^*}{\sqrt{3}\Delta}, \quad D_{-g-f}^{-f+f} = D_{+f-f}^{-f-g*} = \frac{\Gamma_0 \Omega_p^*}{\Delta}. \quad (3.41)$$

Conformément au développement perturbatif, on considère que la valeur moyenne des opérateurs atomiques est donnée par leur valeur en présence de la pompe uniquement. Les variances des quadratures \mathcal{X}' et \mathcal{P}' après propagation sur une longueur L du milieu s'écrivent finalement

$$\mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(L) = \mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(0) + \frac{\mu\Gamma_0}{3\Delta}, \quad (3.42)$$

$$\mathcal{S}_{\mathcal{X}'}(L) = \mathcal{S}_{\mathcal{X}'}(0) + 4\mu^2 \mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(0) + \frac{\mu\Gamma_0}{3\Delta} \left(\frac{13}{9} + \mu^2 \right). \quad (3.43)$$

Ce calcul aboutit à la conclusion très simple que le bruit ajouté par le processus est caractérisé par le coefficient

$$\frac{\mu\Gamma_0}{3\Delta} = \frac{8}{9} \cdot \text{OD} \cdot \left(\frac{\Gamma_0}{2\Delta} \right)^2, \quad (3.44)$$

dont l'origine physique est l'émission spontanée résiduelle de la transition D_2 . L'écart entre les deux transitions est tel que $\Gamma_0/2\Delta \sim 10^{-3} \ll 1$: le bruit ajouté est très faible, et l'on peut donc raisonnablement envisager la génération d'états comprimés avec cet effet non-linéaire.

Ce calcul est simplifié car il considère l'émission spontanée comme unique source de bruit. L'élargissement homogène Γ par collisions génère un bruit parasite de l'ordre de $\text{OD} \times (\Gamma/\Delta)^2 \sim 3 \times (1/3)^2 \simeq 3 \times 10^{-1}$. Il sera donc nécessaire d'en tenir compte pour calibrer expérimentalement la détection.

Représentation dans l'espace des phases

On peut extraire l'évolution d'une quadrature \mathcal{X}_ϕ quelconque en oubliant le bruit résiduel ajouté par émission spontanée pour alléger les calculs. On a en effet, d'après l'équation 3.37

$$\mathcal{X}'_\phi(L) = \frac{e^{-i\phi} \mathcal{E}(L) + e^{i\phi} \mathcal{E}^\dagger(L)}{2} = \mathcal{X}'_\phi(0) - 2\mu \cos \phi \mathcal{P}(0). \quad (3.45)$$

On montre sans difficulté que la variance de ces quadratures s'exprime en fonction des variances de l'état d'entrée suivant

$$\mathcal{S}_{\mathcal{X}'_\phi}(L) = \mathcal{S}_{\mathcal{X}'_\phi}(0) + 4\mu^2 \cos^2 \phi \mathcal{S}_{\mathcal{P}'}(0) - 2\mu \sin 2\phi. \quad (3.46)$$

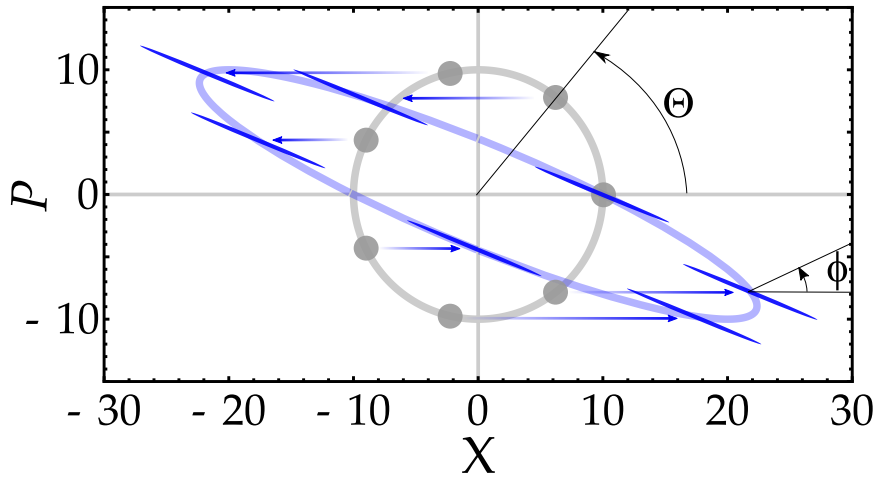


FIGURE 3.7 – **Transformation d'états cohérents.** Représentations de 7 états cohérents (disques gris) et de leur transformation après propagation (ellipses pleines bleues). Les états initiaux contiennent en moyenne 100 photons et la PSA est caractérisée par $\mu = 1$. Après propagation dans le milieu, leur valeur moyenne est projetée horizontalement suivant l'ellipse représentée en bleu, en transparence (cf. Fig. 3.4). L'isotropie de la statistique des quadratures est brisée lors de cette interaction pour former des états comprimés de rayonnement. Θ : phase de l'état d'entrée. ϕ : phase caractéristique de la quadrature X_ϕ .

En particulier, lorsqu'un état cohérent est envoyé en entrée du milieu, $\mathcal{S}_{\mathcal{X}'_\phi}(0) = 1$, ce qui donne

$$\mathcal{S}_{\mathcal{X}'_\phi}(L) = 1 + 4\mu^2 \cos^2 \phi - 2\mu \sin 2\phi. \quad (3.47)$$

On reconnaît une fonction très similaire à G , le gain classique défini à l'équation 3.27. La modification des statistiques par ce phénomène non-linéaire est indépendante des modifications sur la valeur moyenne. Autrement dit, amplification ou déamplification, le profil des statistiques d'un état en sortie de milieu ne dépend que de celles de l'état d'entrée, mais pas de sa phase relative avec la pompe. De plus, les extrema de cette fonction sont identiques à ceux du gain classique G . Ainsi, on doit s'attendre idéalement à avoir autant de déamplification (amplification) sur la valeur moyenne du champ que de squeezing (d'anti-squeezing) sur les variances de ces quadratures, soit environ 9 dB.

La figure 3.7 montre la transformation de différents états cohérents, dans un milieu possédant une non-linéarité caractérisée par $\mu = 1$. Initialement, les états cohérents envisagés contiennent 100 photons en moyenne et leur emplacement sur le cercle gris indique leur phase relative initiale Θ avec la pompe. Chaque disque gris couvre l'ensemble des valeurs accessibles autour de la valeur moyenne⁸. Lors

8. La variance de toutes les quadratures dans notre ensemble de définition est égale à $1/4$. Ici, chaque cercle gris est de diamètre 1, recouvrant donc 4 variances, soit plus de 99.9% des valeurs accessibles de la répartition gaussienne.

de l'interaction, on a vu que les valeurs moyennes des états sont projetées horizontalement sur l'ellipse représentée en bleu (voir Fig. 3.4). De plus, leur statistique est déformée : chaque ellipse plein représente l'ensemble des valeurs accessibles des quadratures d'un état ainsi comprimé (Eq. 3.47).

3 Résultats expérimentaux

Les premières études expérimentales d'amplification sensible à la phase sur la vapeur d'hélium de l'équipe ont été réalisées par Jasleen Lugani et Chitram Banerjee au cours de la thèse ce dernier. On ne rediscute pas ici de ses résultats, mais on se concentre sur ceux obtenus et qui ont, notamment, permis de valider les modèles exposés dans la section précédente.

3.1 Transmission du champ sonde

Le dispositif expérimental utilisé pour mesurer la transmission du champ sonde est rigoureusement le même que celui de la figure 2.2. Il permet de mesurer le champ sonde sortant (amplitude et phase relative avec la pompe), pour toute phase relative initiale Θ , celle-ci étant scannée lentement grâce à un miroir monté sur un actuateur piezoelectrique. Afin de s'affranchir de la pompe résiduelle transmise à travers les optiques de polarisation, le champ sonde envoyé est bichromatique, composé de deux fréquences situées à $\pm\delta$ de la fréquence de la pompe. La figure 3.8.a montre le signal mesuré sur la photodiode en sortie de cellule pour $\delta = 2$ kHz. Celui-ci est une fonction $S(t)$ du type

$$S(t) \propto \left| \sqrt{I_p} + \sqrt{I(t)} \left(e^{i\delta t} + e^{-i\delta t} \right) e^{i\Theta_{\text{out}}(t)} \right|^2 \quad (3.48)$$

$$\propto I_p + 4I(t) \cos^2(\delta t) + 2\sqrt{I_p I(t)} \cos(\delta t) \cos(\Theta_{\text{out}}(t)). \quad (3.49)$$

On distingue un battement rapide à la fréquence 2δ , un autre battement à la fréquence δ , ainsi qu'une lente variation des enveloppes des battements due à la dépendance temporelle de $I(t)$ et $\Theta_{\text{out}}(t)$. Expérimentalement, la fuite de pompe est faible devant la sonde $I_p \ll I$ et l'échelle de temps choisie pour que la phase relative varie de 2π (de l'ordre de 1 s) est volontairement large devant l'échelle de temps des battements (de l'ordre de 1 ms). Pour extraire Θ_{out} et l'amplitude du champ sonde sortant I_s correspondante, il suffit alors d'extraire l'amplitude des battements à δ et 2δ respectivement, par analyse spectrale. Le lien avec la phase relative initiale Θ est réalisé via une mesure simultanée du battement sonde/pompe par la photodiode située à l'entrée de milieu.

La figure 3.8.b montre l'évolution du gain du champ sonde en fonction de sa phase relative avec la pompe. La puissance de pompe $P_{\text{opt}} = 43$ mW permet d'être dans le régime où le CPT est efficace : cela correspond en effet à un coefficient

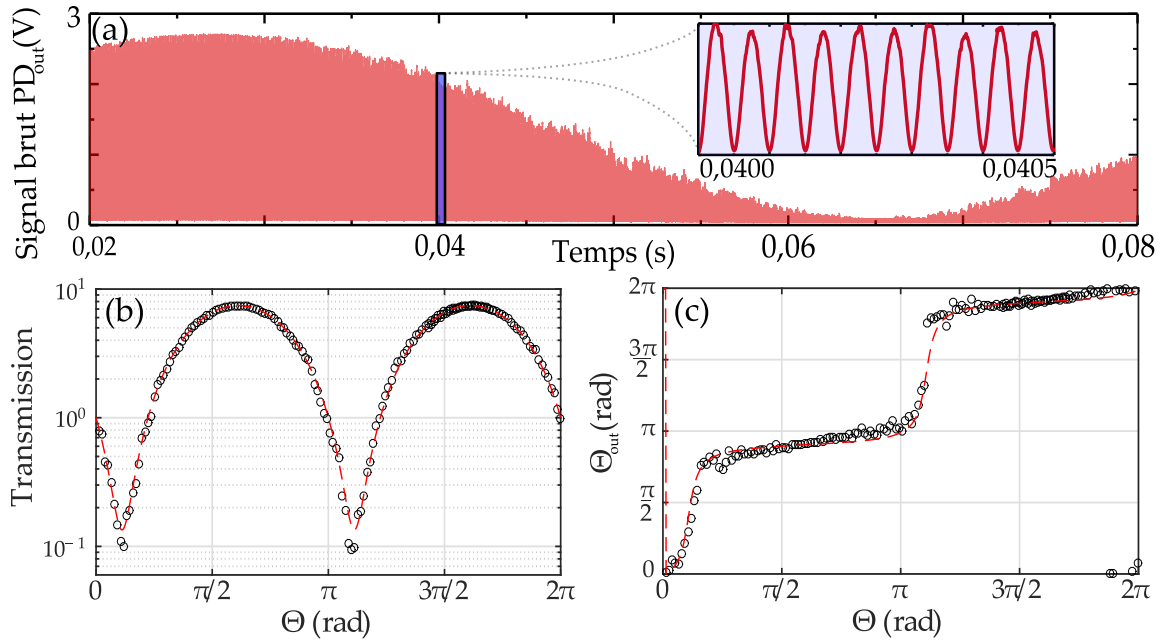


FIGURE 3.8 – **Propriétés classiques du champ sonde transmis.** Allure du signal brut issu de la photodiode de sortie PD_{out}. L’enveloppe du battement à 2δ permet d’extraire la transmission du champ sonde, tandis que le battement résiduel à fréquence δ donne la phase relative pompe/sonde en sortie de milieu. Un signal similaire en entrée de cellule permet de tracer ces signaux en fonction de la phase relative d’entrée Θ . Transmission (b) et phase relative (c) du champ sonde en sortie de milieu, en fonction de Θ . Les points sont expérimentaux, tandis que les lignes pointillées sont un ajustement avec l’équation 3.26 avec (b) : $\mu = 1.18 \pm 0.03$, (c) : $\mu = 1.5 \pm 0.5$.

$\zeta/\gamma_R = AP_{opt}\Gamma_0/\gamma_R \simeq 400 \gg 1$, où A est le coefficient de proportionnalité introduit à la figure 2.9. La courbe en pointillés rouges est un ajustement à la fonction analytique donnée par la matrice symplectique 3.26, donnant un gain maximal en intensité de 8.7 dB, et correspondant à un coefficient μ égal à 1.18 ± 0.03 .

La figure 3.8.c montre l’évolution de la phase relative de sortie entre les champs optiques, en fonction de Θ . La courbe rouge est issue d’un ajustement avec l’équation 3.29, donnant un coefficient $\mu = 1.5 \pm 0.5$ compatible avec la valeur obtenue pour l’ajustement de la figure 3.8.b.

L’accord du modèle avec l’expérience est très satisfaisant, et justifie donc la pertinence des approximations réalisées pour obtenir la matrice 3.26.

3.2 Bande passante

La figure 3.9.a montre l’évolution des transmissions maximale (en bleu) et minimale (en rouge) de la sonde lors d’un scan en phase relative Θ , en fonction de son désaccord δ avec la pompe. Ces mesures sont réalisées dans les mêmes conditions de saturation que précédemment, c’est-à-dire pour une puissance optique de pompe de 43 mW. Au-delà d’une bande passante à -3 dB de l’ordre de 500 kHz, on observe une décroissance exponentielle des transmissions avec δ .

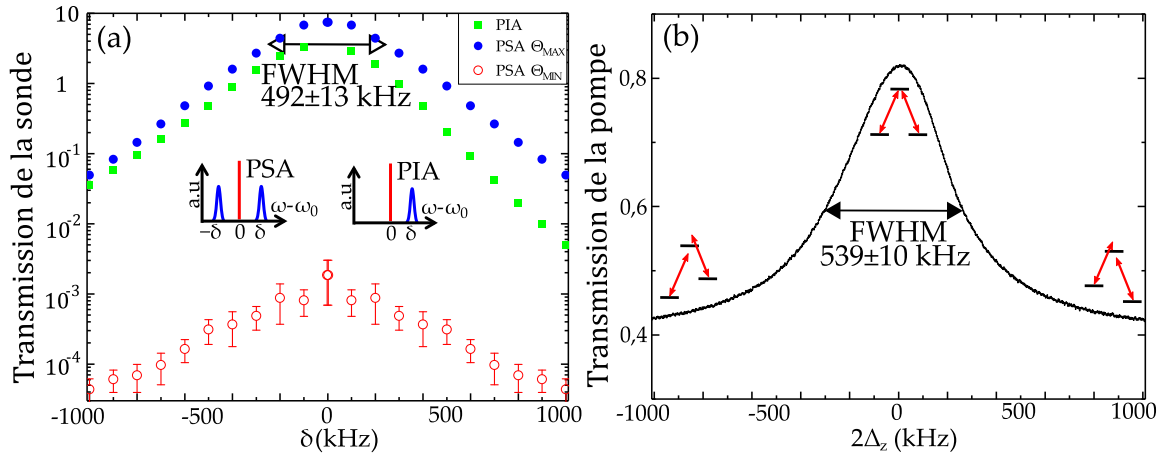


FIGURE 3.9 – **Bande passante de l'amplification sensible à la phase.** (a) Transmission extrémales du champ sonde pour une sonde bichromatique (cercles) ou monochromatique (carré), comme représenté en insert. Pour une sonde monochromatique (bichromatique), le phénomène est indépendant (dépendant) de la phase. (b) Transmission de la pompe en fonction du désaccord Zeeman $2\Delta_z$ introduit entre les niveaux $\pm 1_g$ à l'aide d'un champ magnétique longitudinal. La largeur de raie CPT ainsi déterminée est comparable à la bande passante PSA.

La bande passante du phénomène est comparable à la largeur de la raie CPT. En effet, comme la largeur de la raie CPT donne l'intervalle de fréquences dans lequel les résonances à deux photons sont efficaces, il est raisonnable d'observer que cette bande passante est du même ordre que la bande passante du phénomène non-linéaire activé par CPT. C'est l'objet de la figure 3.9.b, qui montre la transmission de la pompe en fonction du désaccord $2\Delta_z$ entre les sous-niveaux Zeeman $\pm 1_g$. Dès lors que le désaccord Zeeman $2\Delta_z$ excède le taux de saturation ζ , le CPT n'est plus efficace. On en déduit que, dans les mêmes conditions de saturation, la largeur de raie CPT et la bande passante PSA sont du même ordre de grandeur. Étant donné que la puissance de pompe n'est pas un paramètre modifiant l'efficacité de l'amplification dès lors que celle-ci excède le seuil CPT, on a donc un phénomène dont la bande passante est réglable, selon la saturation de la pompe. La limite inférieure de la bande passante est donnée par le seuil CPT $\zeta \sim \gamma_R \simeq 2\pi \times 10$ kHz. La limite supérieure de la bande passante est donnée par l'écart entre les raies D_1 et D_2 (2.3 GHz) car au-delà l'absorption PIA par la transition D_2 devient trop importante.

La figure 3.9.a montre également la transmission d'une sonde monochromatique désaccordée de δ par rapport à la pompe. Il s'agit ici d'amplification *insensible* à la phase (PIA) : en effet l'introduction de cette sonde dans le milieu génère spontanément une composante idler à $-\delta$. C'est donc toujours le battement à 2δ qui est détecté en sortie de milieu, même si en entrée, il y a seulement un battement à fréquence δ entre la sonde monochromatique et la pompe. Quelle que soit la valeur de la phase relative pompe/sonde d'entrée, l'idler spontanément émis va suivre la condition d'accord de phase pour permettre sa génération. Par ailleurs, la pente avec laquelle la transmission décroît en situation PIA est asymétrique : elle

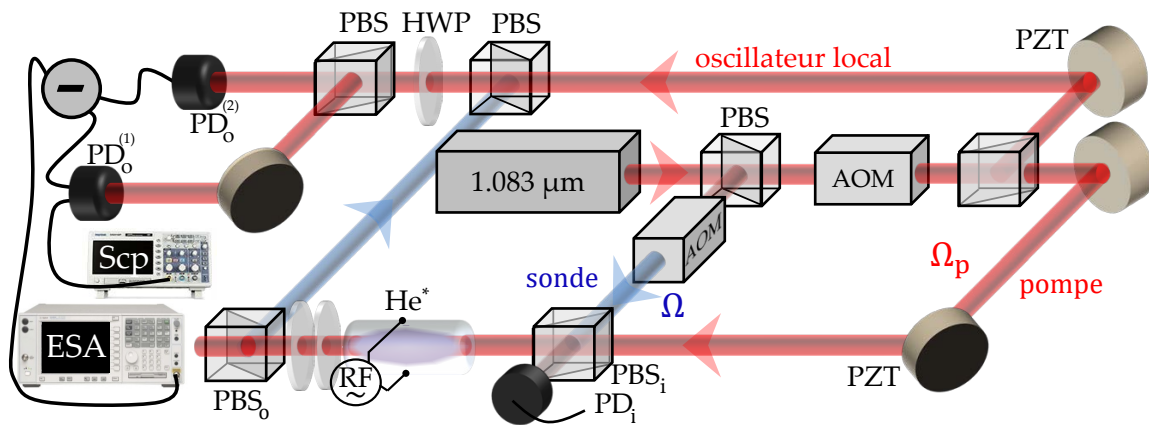


FIGURE 3.10 – Schéma du dispositif expérimental pour la détection de lumière comprimée. La détection homodyne permet de déterminer les propriétés statistiques du champ sonde transmis par le milieu. En pratique, le champ sonde initial est vide de photons. En plus des acronymes introduit en figure 2.2 : ESA : analyseur de spectre électronique, Scp : oscilloscope.

est plus forte pour $\delta > 0$, signature supplémentaire de l'absorption résiduelle par la transition D_2 .

3.3 Calibration de la détection homodyne

Les mesures expérimentales réalisées jusqu'ici concernent les propriétés *classiques* du champ sonde. Comme expliqué dans la section 2.4, l'interaction non-linéaire implique une modification du bruit des quadratures du champ sonde. En particulier, la quadrature qui est classiquement déamplifiée voit sa variance réduite sous la limite quantique standard (voir section 1.1), tandis que la variance de la quadrature orthogonale est augmentée dans les mêmes proportions. Cette section détaille les étapes nécessaires pour calibrer la détection des états comprimés générés. Les mesures évoquées dans cette section ont été réalisées au printemps 2019 avec Joseph Delpy, stagiaire de L3.

Mesurer les fluctuations quantiques des quadratures d'un champ électromagnétique nécessite une détection homodyne équilibrée (voir Fig. 1.3) afin de s'affranchir de bruits techniques et de pouvoir sélectionner la quadrature à mesurer. La figure 3.10 représente le dispositif expérimental avec cette détection. L'oscillateur local est extrait du champ pompe, en amont de la cellule. Le signal, extrait en sortie de cellule est mélangé avec l'oscillateur local sur un nouveau cube polarisant, puis envoyé à la détection homodyne.

Le détecteur utilisé pour la détection homodyne est le modèle THORLAB PDB450C. La tension en sortie du détecteur est alors proportionnelle à la différence des photocourants entre les deux photodétecteurs, avec une transimpédance de 10^5 V/A. La densité spectrale de puissance de ce signal est mesurée sur l'analyseur de spectre électronique AGILENT EXA N9010A, avec typiquement une bande passante vidéo de 4 Hz et une bande passante de résolution de 10 kHz.

Si la détection homodyne est en mesure de s'affranchir de la majorité des bruits techniques, certains bruits parasites – dus à une transmission résiduelle de la pompe P_r par le polariseur en sortie de cellule ou provenant simplement d'une source suffisamment bruitée du dispositif expérimental – peuvent subsister. Ces bruits supplémentaires B_D s'ajoutent de telle sorte que la variance du photocourant $\Delta^2 I_{\text{ph}}$ mesurée se décompose de la manière suivante

$$\Delta^2 I_{\text{ph}} \propto \text{SN}_{\text{LO}} \times \left(\Delta^2 X_\phi + B_D(P_r, \Theta) \right). \quad (3.50)$$

SN_{LO} est le bruit de photons de l'oscillateur local et $\Delta^2 X_\phi$ la variance de la quadrature X_ϕ de la sonde détectée.

Calibration du bruit de photons

Une première calibration essentielle pour la détection homodyne est de s'assurer qu'à la fréquence de la densité spectrale de puissance (PSD) mesurée, le bruit détecté est bien le bruit de photons isolé des bruits parasites. En effet, malgré la détection homodyne, la figure 3.11.a montre que certains pics de bruits dans le spectre de la densité empêchent toute mesure quantitative dès lors qu'ils sont situés dans la bande passante de résolution. Pour l'ensemble des résultats discutés dans ce chapitre, la densité spectrale de puissance à laquelle est mesurée la variance du photocourant est de 150 kHz, fréquence à laquelle il n'y a pas de bruit parasite.

La calibration consiste à vérifier la loi d'échelle du bruit mesuré en fonction de la puissance de l'oscillateur local lorsque seul celui-ci est envoyé dans la détection homodyne

$$\Delta^2 I_{\text{ph}} \propto \text{SN}_{\text{LO}} \times 1 \quad (3.51)$$

où le 1 provient du bruit du vide de photons dans lequel est la sonde.

En raison de la statistique poissonnienne du nombre de photons d'un état cohérent, la variance du nombre de photons SN_{LO} est égale au nombre de photons moyen de l'état. Par conséquent, la densité spectrale de puissance mesurée doit être proportionnelle au nombre de photons moyen, c'est-à-dire à la puissance de l'oscillateur local P_{LO} , soit

$$\Delta^2 I_{\text{ph}} \propto P_{\text{LO}} \quad (3.52)$$

La figure 3.11.b montre qu'on a bien un comportement linéaire, mais il faut s'assurer que le bruit mesuré est réellement le shot noise. Le photocourant mesuré I_{ph} est proportionnel à la puissance optique P_{LO} de l'oscillateur local par $I_{\text{ph}} = CP_{\text{LO}}$ où le coefficient $C = 0.7 \text{ A/W}$ est donné par le constructeur. La tension V_{ph} à l'image de ce photocourant est amplifiée à l'aide d'une transimpédance $R = 10^5 \text{ V/A}$. La densité spectrale de puissance de cette tension, exprimée en

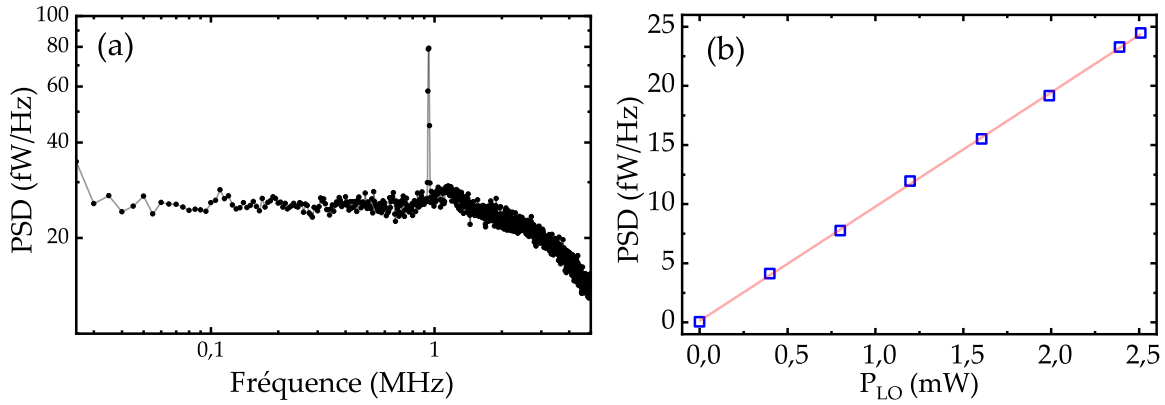


FIGURE 3.11 – **Calibration du bruit de photons.** (a) PSD du photocourant différence I_{ph} pour une puissance optique d'oscillateur local de 2.5 mW. Malgré l'équilibrage de la détection homodyne, certains bruits parasites basses fréquences ou à 950 kHz sont toujours présents. Pour l'ensemble des autres figures de cette section, la fréquence de la PSD mesurée est de 150 kHz. (b) PSD en fonction de la puissance de l'oscillateur local. La linéarité de cette courbe de calibration est en accord avec la statistique de photons d'un état cohérent. La droite est un ajustement aux points expérimentaux, de pente 9.66 fW/Hz/mW.

W/Hz est alors $PSD = PSD [V_{ph}] / R_{ESA} = R^2 PSD [I_{ph}] / 2R_{ESA}$ ⁹ où $R_{ESA} = 50 \Omega$ est l'impédance d'entrée de l'ESA. Or, la densité spectrale de puissance du photocourant I_{ph} est donnée par $2eI_{ph}$ (NGÔ et NGÔ, 1998). Finalement, la densité spectrale de puissance mesurée PSD est donnée par

$$PSD = \frac{2eCR^2}{R_{ESA}} \times P_{LO} \simeq 1.1 \cdot 10^{-11} \times P_{LO} \quad \text{SI} \quad (3.53)$$

soit une pente de $11.2 \text{ fW} \cdot \text{Hz}^{-1} / \text{mW}$, de l'ordre de ce qui est observé expérimentalement ($9.66 \pm 0.06 \text{ fW} \cdot \text{Hz}^{-1} / \text{mW}$), compte tenu de l'incertitude sur la transimpédance et sur l'efficacité quantique du détecteur.

Calibration du bruit d'amplitude de la pompe résiduelle B_D

Il n'est pas trivial de supprimer complètement le champ pompe transmis par la cellule. En effet, malgré les optiques de polarisation en sortie de cellule, une quantité résiduelle de pompe polarisée parallèlement au signal est toujours susceptible d'être transmise. Dans ce cas, l'interférence entre cette pompe résiduelle et l'oscillateur local dans les deux bras de la détection aboutit à une différence de photocourants non nulle :

$$\langle I_{ph} \rangle \propto \left(I_{LO} + I_p + 2\sqrt{I_p I_{LO}} \cos \phi \right) - \left(I_{LO} + I_p - 2\sqrt{I_p I_{LO}} \cos \phi \right) \propto \sqrt{I_p I_{LO}} \cos \phi \quad (3.54)$$

9. Le coefficient 0.5 provient du fait que l'impédance d'entrée de l'ESA est de 50 Ohm

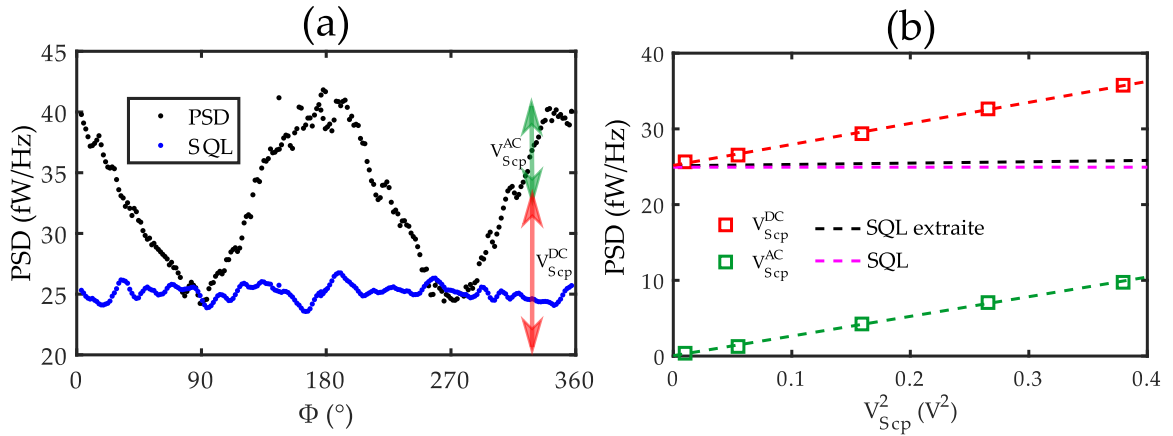


FIGURE 3.12 – **Calibration de B_D** (a) PSD de la différence des photocourants I_{ph} en fonction de la phase relative entre l’oscillateur local et la pompe résiduelle. Une interférence constructive dans un bras de la détection, et donc destructive dans l’autre, s’accompagne d’un déséquilibre de la détection, et donc d’une plus grande PSD mesurée. (b) Valeur moyenne V_{Scp}^{DC} et amplitude V_{Scp}^{AC} de la modulation de la PSD du photocourant I_{ph} , en fonction du carré l’amplitude de modulation de l’intensité mesuré sur un seul photo-détecteur. Retrancher V_{Scp}^{AC} à V_{Scp}^{DC} permet de retrouver le niveau de la SQL.

où I_{LO} est l’intensité optique de l’oscillateur local, I_p l’intensité optique de la pompe résiduelle, et ϕ leur phase relative. Ainsi, une pompe résiduelle dans la détection aboutit à un déséquilibre de la détection homodyne, et donc à un bruit supplémentaire mesuré.

La calibration de ce bruit parasite nécessite donc la mesure de la phase relative ϕ entre l’oscillateur local et la pompe résiduelle. Pour cela, le photocourant issu de l’un des deux photo-détecteurs de la détection homodyne est observé en même temps que la PSD (voir Fig. 3.10). Le signal d’interférence mesuré permet alors de remonter à l’information de la phase relative entre les deux champs. La figure 3.12.a compare la PSD issue de l’oscillateur local seul avec la PSD en présence d’une pompe résiduelle, en fonction de leur phase relative. Lorsque la pompe résiduelle interfère constructivement dans un bras de la détection (et donc destructivement dans l’autre), le déséquilibre se traduit par une densité spectrale de puissance accrue :

$$\Delta^2 I_{ph} \propto SN_{LO} \times (1 + B_D). \quad (3.55)$$

B_D , qui caractérise le déséquilibre de la détection, est donné par le terme d’interférence de l’oscillateur local avec la pompe résiduelle, soit

$$B_D \propto I_{LO} I_p \cos^2 \phi. \quad (3.56)$$

La figure 3.12.b montre la calibration en amplitude du bruit parasite, justifiant l’expression 3.56. À l’aide de cette calibration, connaissant la figure d’interférence entre la pompe résiduelle et de l’oscillateur local, il est possible de déduire à chaque instant la quantité de bruit à soustraire à la PSD pour s’affranchir du bruit B_D .

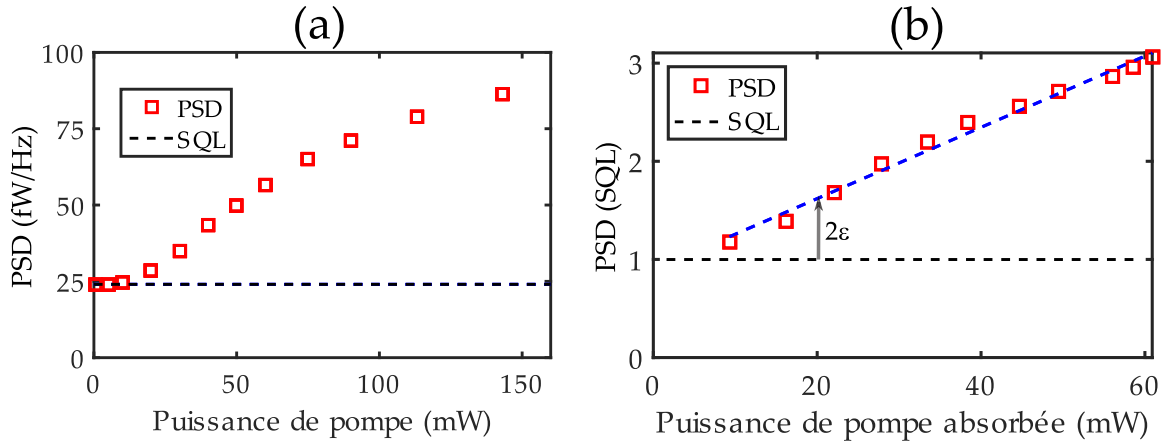


FIGURE 3.13 – **Calibration du bruit d'émission spontanée.** (a) PSD du photocourant différence I_{ph} en fonction de la puissance de pompe incidente, à résonance sur la transition D_2 . Le bruit détecté augmente jusqu'à ce que tous les atomes contenus dans le faisceau pompe soient saturés. Le seuil aux basses puissances de pompe peut s'interpréter par une faible probabilité de diffusion de photons vers la sortie de cellule. (b) PSD du photocourant différence I_{ph} en fonction de la puissance absorbée par le milieu, lorsque la pompe est résonante sur la transition D_1 . La linéarité de cette courbe justifie la validité de l'expression 3.59.

Calibration du bruit d'émission spontanée

On l'a vu dans la section précédente, l'écart entre les transitions D_1 et D_2 est insuffisant pour empêcher l'absorption par la transition D_2 d'un champ résonant avec la transition D_1 (voir figure 3.1.d). De plus, cette absorption repompe le sous-niveau métastable $m = 0$ et induit donc une absorption supplémentaire par la transition D_1 . Tous ces photons absorbés se retrouvent diffusés isotropiquement par les atomes. Inévitablement, certains d'entre eux sont émis dans le mode du champ sonde et sont donc captés par la détection homodyne.

La figure 3.13.a montre l'augmentation de la PSD détectée avec l'accroissement de la puissance de pompe incidente à résonance sur la transition D_2 . Aux faibles puissances incidentes, la pompe est *complètement* absorbée par le milieu en entrée de cellule et il est peu probable que les photons d'émission spontanée se retrouvent diffusés dans le mode de la sonde. En effet, après plusieurs cycles d'absorption-émission, il est plus probable que les photons en diffusion s'échappent du milieu là où la quantité d'atomes est la plus faible depuis l'entrée de cellule, c'est-à-dire à l'entrée ou sur les côtés de la cellule. Lorsque la puissance d'entrée augmente (à partir de 20 mW), le milieu sature et crée un canal de sortie pour les photons, facilitant leur sortie en rétro-diffusion ou bien dans la direction du faisceau. Aux très fortes saturation (> 150 mW), les atomes excités sont saturés et ne peuvent pas diffuser plus de photons, saturant ainsi le niveau d'émission spontanée détecté.

On peut modéliser ce comportement assez simplement, en assimilant la transition à un système à deux niveaux. En raison de l'excitation optique proche de la transition D_2 , chaque atome excité du gaz va diffuser des photons à un taux

moyen

$$\Gamma_{1at} = \frac{\Gamma_0}{2} \rho_{ee} \quad (3.57)$$

où ρ_{ee} est la population du niveau excité de durée de vie Γ_0 . Alors, en négligeant les multiples cycles d'absorption-émission des photons diffusés par le gaz, on peut évaluer le taux moyen d'émission spontanée détecté par

$$\Gamma_{det} = \int n_{at} dV \int d\Omega \Gamma_{1at}(\mathbf{r}) \quad (3.58)$$

où la première intégrale porte sur le volume du gaz et la seconde sur l'angle solide correspondant à l'ouverture numérique de la détection. On montre alors sans difficulté que le taux moyen d'émission spontanée détecté s'écrit

$$\Gamma_{det} \propto \frac{\Gamma_0}{2} (s(L) - s(0)). \quad (3.59)$$

s est le paramètre de saturation de la transition et L la longueur du milieu gazeux. Comme chacun de ces photons est émis de façon incohérente, et suivant une statistique poissonnienne, c'est à nouveau une statistique poissonnienne qui décrit les fluctuations de ces événements. Ainsi, on s'attend à ce que la variance du bruit d'émission spontanée soit proportionnelle à la puissance absorbée par le milieu.

La figure 3.13.b justifie la validité de cette expression quand la pompe est résonante avec la transition D_1 . Dans ce cas, les photons émis dans la direction sondée par la détection profitent alors du CPT pour être transmis sans être diffusés. Cette calibration est obtenue lorsque les chemins optiques de la pompe résiduelle et de l'oscillateur local diffèrent légèrement. Ainsi, le mode sondé par la détection homodyne n'est plus le mode squeezé, mais seulement un mode occupé par certains photons d'émission spontanée. Comme l'émission spontanée est un phénomène isotrope, on suppose que la quantité d'émission spontanée détectée dans cette situation est la même que lorsque la pompe résiduelle et l'oscillateur local se recouvrent.

De façon générale, l'état sondé par la détection homodyne n'est donc pas vide de photons, mais est en fait dans le mélange statistique

$$\begin{aligned} \rho &= \left(1 - \epsilon - \epsilon^2 - \dots\right) |0\rangle \langle 0| + \epsilon |1\rangle \langle 1| + \epsilon^2 |2\rangle \langle 2| + \dots \\ &= \frac{1 - 2\epsilon}{1 - \epsilon} |0\rangle \langle 0| + \sum_{i=1}^{\infty} \epsilon^i |i\rangle \langle i| \end{aligned} \quad (3.60)$$

où ϵ est la probabilité pour qu'un photon d'émission spontanée soit émis dans le mode du champ sonde. Ce coefficient n'est pas trivial à déterminer puisqu'il dépend de la quantité de puissance absorbée par le milieu, des conditions de diffusion des photons d'émission spontanée dans le milieu, ainsi que du fenêtrage temporel de détection. Bien que chaque photon d'émission spontanée soit unique, il n'est pas exclu d'être en mesure de détecter des paires (voire des triplets) de

photons puisque ni les lieux d'émissions, ni les délais entre eux ne sont mesurés. Écrire cette relation n'implique pas que notre détecteur soit en mesure de détecter un photon unique, mais seulement de rendre compte des statistiques des quadratures d'un mélange statistique contenant cet état.

On montre que les variances des quadratures de ce mélange statistique s'écrivent :

$$\Delta^2 X_\phi = \text{Tr}(\rho X_\phi^2) - \text{Tr}(\rho X_\phi)^2 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{2\epsilon}{(1-\epsilon)^2} \right) \quad (3.61)$$

où $1/4$ est la SQL, et le second terme de la somme le bruit ajouté par émission spontanée. Alors, en utilisant la calibration de la figure 3.13.b, on est en mesure d'évaluer le coefficient ϵ expérimental. En pratique, on vérifie que

$$P_{\text{abs}} < 20 \text{ mW} \implies \epsilon < 0.26. \quad (3.62)$$

Ainsi, pour simplifier le traitement, on ne conserve dans le mélange statistique que la composante du vide et la composante à un photon :

$$\rho \simeq (1-\epsilon) |0\rangle \langle 0| + \epsilon |1\rangle \langle 1|. \quad (3.63)$$

Les variances d'un état préparé dans ce mélange statistique s'expriment par

$$\text{Tr}(\rho X_\phi^2) = \frac{1}{4} (1 + 2\epsilon), \quad (3.64)$$

et la mesure de la puissance absorbée nous donne donc accès au paramètre ϵ expérimental (Fig. 3.13.b).

Pertes dans la détection

Notre système expérimental n'est pas optimisé pour la détection d'états comprimés de lumière. En effet, les sources de pertes sont les suivantes :

- Transmission de la fenêtre de sortie : 92 %.
- Transmission des optiques de polarisation (suppression de la pompe et détection homodyne) : 81 %.
- Efficacité quantique des détecteurs : 78 %.

Au total, la transmission est de l'ordre de $T_d = 58\%$. Cette faible transmission détruit les propriétés statistiques des états générés. En effet, en présence d'une détection inefficace de rendement T_d , la variance d'une quadrature mesurée ΔX_ϕ^d est reliée à la variance réelle ΔX_ϕ de la quadrature par

$$\Delta X_\phi^d = T_d \Delta X_\phi + (1 - T_d) \times \text{SQL}. \quad (3.65)$$

Ainsi, la variance d'une quadrature comprimée (dilatée) va toujours être surestimée (sous-estimée). Par ailleurs, la variance minimale que l'on est en mesure de

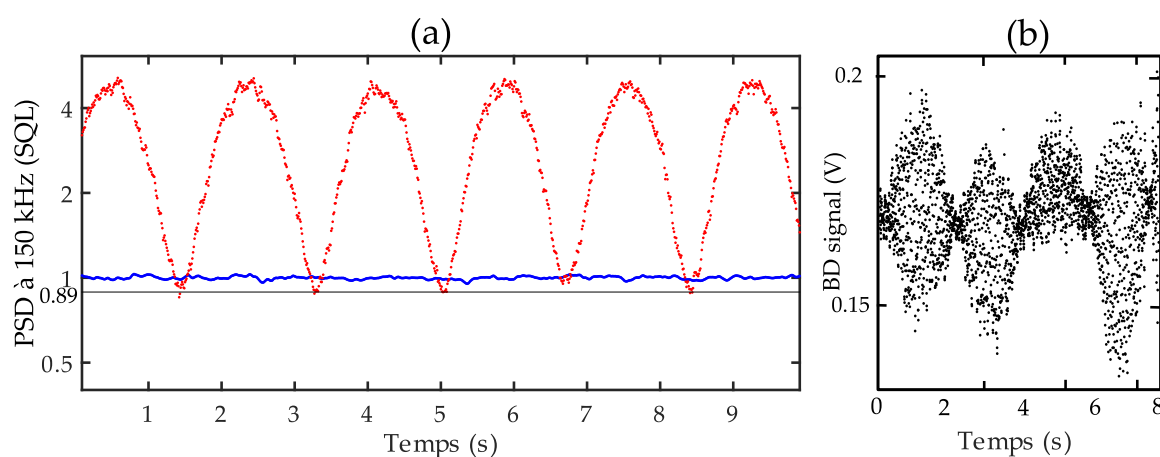


FIGURE 3.14 – **Mesure directe des variances.** (a) Densité spectrale de puissance à 150 kHz du photocourant lors d’un scan de la phase relative ϕ entre l’oscillateur local et la sonde. Le signal est normalisé à sa valeur moyenne obtenue en présence de l’oscillateur local seul, c’est-à-dire la limite quantique standard. On observe une modulation des variances, de valeur minimale (maximale) à -0.5 dB (6.8 dB) en-deçà (au-delà) de la limite quantique standard. Bande passante de résolution : 10 kHz. Bande passante vidéo : 10 Hz. (b) Allure temporelle du signal de détection (BD signal) lors d’un scan en phase relative ϕ . L’amplitude des fluctuations varie d’une quadrature à l’autre : certaines sont bruitées au-delà de la limite quantique standard quand d’autres sont mieux résolues. Les échelles de temps des figures (a) et (b) ne sont pas comparable, car issues de différentes mesures.

détecter, est de $(1 - T_d) \times \text{SQL}$. Dans le cas de notre expérience, cette variance minimale est donc de $0.42 \times \text{SQL}$, correspondant à un taux de squeezing minimal détectée de 3.7 dB seulement, bien inférieur au taux de squeezing maximal espéré, de l’ordre de 9 dB (cf Eq. 3.47).

3.4 Mesure de squeezing

La figure 3.14.a représente la PSD à 150 kHz des quadratures du champ émis en unité de SQL, lorsque l’on fait lentement varier la phase de l’oscillateur local ϕ . Ces données sont tracées sans aucun traitement a posteriori, en s’assurant que la puissance de pompe résiduelle soit suffisamment faible pour ne pas perturber la mesure (voir Fig. 3.12).

La variance observée dépend clairement de la quadrature mesurée. La figure 3.14.b montre la trace temporelle du signal de sortie de détection homodyne mesuré lorsque la phase relative de l’oscillateur local ϕ est scannée au cours du temps. L’amplitude des fluctuations est grande pour certaines quadratures, et plus faible pour d’autres.

Néanmoins, à première vue, le résultat est décevant. En effet, la variance minimale détectée descend seulement de 0.5 dB sous la limite quantique standard

(Fig. 3.14.a). Il faut toutefois se rappeler que l'état détecté n'est pas le vide comprimé, mais un mélange statistique de vide comprimé et de photons uniques comprimés ayant subi les différentes pertes du milieu ou de la détection (Fig. 3.13). Ainsi, dans les données de la figure 3.14.a, on estime à $\epsilon = 0.23$ la population dans l'état $|1\rangle$ générée par émission spontanée¹⁰. Afin d'extraire le vide comprimé seul dans le mélange statistique détecté, il est nécessaire de retravailler les données obtenues.

Il peut sembler discutable d'effectuer un traitement numérique puisque, dans notre système, il n'est pas possible de s'en affranchir autrement qu'en post-détection. En effet, l'état du signal généré sortant sera toujours mélangé à des photons d'émission spontanée. Toutefois, ces photons d'émissions spontanée sont propres à notre système expérimental à température ambiante : le recouvrement entre les raies d'absorption des transitions D_1 et D_2 peut aisément être réduit en travaillant à des température cryogénique par exemple. Un refroidissement à la température de l'azote liquide suffirait à réduire la transmission de la transition D_2 à quelques %. seulement. Le bruit que l'on va soustraire ici donc pas caractéristique du phénomène paramétrique étudié, mais bien lié aux imperfections de l'expérience.

3.5 Modélisation du signal détecté

Il s'agit ici de modéliser l'évolution de la matrice densité $\rho^s(z)$ de l'état du champ sonde optique au cours de sa propagation dans le milieu et de la détection. De façon générale celle-ci s'écrit, à l'abscisse z

$$\rho^s(z) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \rho_{nm}^s(z) |n\rangle \langle m| \quad (3.66)$$

dans la base des états de Fock $|n\rangle$ du champ électromagnétique. Les états de Fock écrits ici sont ceux du mode de la sonde dont le mode spatial coïncide avec celui de la pompe, et polarisé orthogonalement à celle-ci. En entrée de cellule, la sonde est préparée dans le vide de photons :

$$\rho^s(0) = |0\rangle \langle 0|. \quad (3.67)$$

10. Par ailleurs, la transmission du milieu (détection exclue) est ici évaluée à $T = 63\%$, en mesurant les puissances de pompe entrante (55 mW) et sortante (18.5 mW). Cette valeur est plus faible que dans le chapitre 2 ou pour la figure 3.9 pour probablement deux raisons. D'une part, la plus forte puissance de pompe induit un élargissement de la raie D_2 , augmentant donc son absorption lorsque l'excitation est résonante avec la transition D_1 . Par ailleurs, les optimisations expérimentales des mesures précédentes ont pu être accompagnées d'un léger désaccord vers le bleu de l'excitation de la transition D_1 , s'accompagnant naturellement d'une réduction de l'absorption par la transition D_2 .

Les états de Fock concernent ici ceux du mode sondé par la détection homodyne. Lorsque le champ se propage dans le milieu, il va subir différents processus transformant l'état initial : amplification paramétrique, absorption et émission spontanée. Ces trois phénomènes agissent, en toute rigueur, simultanément sur le champ. La propagation exacte est, de ce fait, délicate à calculer directement. On peut néanmoins opter pour un traitement approché, inspiré de la décomposition de Trotter, consistant à :

- i) découper le milieu en tranches élémentaires d'épaisseur dz ,
- ii) appliquer successivement, à chaque tranche, les trois transformations précédentes. Cette approximation est asymptotiquement exacte pour $dz \rightarrow 0$.

Amplification paramétrique. Cet effet peut être décrit par l'opérateur de squeezing

$$S(r) = \exp \left[\frac{ra^2 - r^*a^{\dagger 2}}{2} \right] \quad (3.68)$$

où r caractérise l'amplitude de compression ainsi que la direction de la quadrature comprimée. On choisit de représenter le processus par l'opérateur de squeezing plutôt que la matrice 1.41 car l'opérateur de squeezing est l'opérateur d'évolution agissant sur l'état, tandis que la matrice 1.41 caractérise la transformation du champ. Les coefficients r et μ sont reliés par¹¹

$$\mu = \sinh |r|. \quad (3.69)$$

Ainsi, un champ initialement dans l'état ρ^s se retrouve préparé dans le mélange statistique $S(r)\rho^s S^\dagger(r)$ après interaction. La propagation du champ signal à travers une tranche d'épaisseur dz située à l'abscisse z transforme donc son état $\rho^s(z)$ en

$$\rho^s(z + dz) = S(dr)\rho^s(z) S^\dagger(dr), \quad (3.70)$$

où dr est l'amplitude de squeezing élémentaire dans la tranche d'épaisseur dz donnée par (Eqs. 3.69 et 3.17)

$$dr = \frac{\sinh(r)}{\sqrt{1 + \left(1 - \frac{z}{L}\right)^2 \sinh^2(r)}} \frac{dz}{L}, \quad (3.71)$$

et L est l'épaisseur totale du milieu. Dans l'hypothèse de tranches suffisamment fines, l'opérateur de squeezing élémentaire prend la forme approchée suivante

$$S(dr) \simeq 1 + \frac{dr}{2} (a^2 - a^{\dagger 2}). \quad (3.72)$$

11. Pour obtenir cette relation, on compare l'expression 3.28 avec les taux d'amplification (déamplification) maximal en intensité e^r (e^{-r}). Le coefficient $\mu = 1.18$ a été évalué expérimentalement et correspond à un coefficient $|r|$ égal à 1.00.

et son action sur un état de Fock est donnée par

$$S(dr) |n\rangle = |n\rangle + \frac{dr}{2} \left(\sqrt{n(n-1)} |n-2\rangle - \sqrt{(n+1)(n+2)} |n+2\rangle \right). \quad (3.73)$$

Finalement, les composantes de l'état du champ $\rho^s(z+dz)$ après interaction s'expriment en fonction de celles de l'état incident $\rho^s(z)$ selon

$$\begin{aligned} \rho_{nm}^s(z+dz) = \rho_{nm}^s(z) + \frac{dr}{2} \left(\sqrt{(m+2)(m+1)} \rho_{n,m+2}^s(z) - \sqrt{(m-1)m} \rho_{n,m-2}^s(z) \right) \\ + \frac{dr}{2} \left(\sqrt{(n+2)(n+1)} \rho_{n+2,m}^s(z) - \sqrt{(n-1)n} \rho_{n-2,m}^s(z) \right). \end{aligned} \quad (3.74)$$

Dans l'équation précédente, écrite de façon générale, on a bien entendu $\rho_{nm}^s \equiv 0$ dès lors que $n, m < 0$.

Absorption L'absorption résiduelle par la transition D_2 a tendance à détruire à les cohérences de l'état ρ^s et à abaisser le nombre moyen de photons contenus dans le champ. On montre dans l'annexe D qu'une absorption en intensité $1 - T$ du champ sonde est bien représentée par la transformation non hermitique de l'état ρ^s du champ

$$\mathcal{D}(\rho^s, T) : \begin{cases} \rho_{nn}^s \rightarrow \rho_{nn}^s - (1-T)n\rho_{nn}^s + (1-T)(n+1)\rho_{n+1,n+1}^s \\ \rho_{nm}^s \rightarrow \rho_{nm}^s - (1-T)\rho_{nm}^s \end{cases}. \quad (3.75)$$

La première équation indique qu'une partie de la population de l'état de Fock $|n\rangle$ a été transférée à l'état $|n-1\rangle$. Pour écrire ces équations, on a donc considéré que l'absorption est suffisamment faible pour que le transfert de population se fasse essentiellement entre états de Fock consécutifs. Par ailleurs, la population de l'état à n photons est n fois plus absorbée que l'état à 1 photon, mais les cohérences ρ_{nm}^s sont toutes affectées par l'absorption dans les mêmes proportions.

Expérimentalement, il est possible d'obtenir le taux d'absorption du milieu en mesurant le coefficient de transmission T de la pompe. Dans le régime d'absorption linéaire par la transition D_2 , le coefficient de transmission dT d'une tranche d'épaisseur dz est relié à T via

$$dT = T \frac{dz}{L} \quad (3.76)$$

où L est la longueur totale du milieu. Ainsi, lors de cette absorption, la matrice densité de l'état du champ est transformée suivant

$$\rho^s(z+dz) = \mathcal{D}(\rho^s(z), dT). \quad (3.77)$$

Émission spontanée L'effet de l'absorption par la transition D_2 n'est pas seulement de détruire le mélange statistique ρ^s , mais aussi d'injecter des photons dans

le mode du champ sondé par émission spontanée. L'ajout d'une quantité $d\epsilon$ de population dans l'état $|1\rangle$ au cours de la propagation dans la tranche d'abscisse z et d'épaisseur dz implique la transformation suivante de l'état :

$$\rho^s(z + dz) = \alpha (\rho^s(z) + \beta d\epsilon |1\rangle \langle 1|), \quad (3.78)$$

avec α et β tels que

$$\text{Tr}[\rho^s(z + dz)] = 1 \quad \text{et} \quad \rho_{11}^s(z + dz) = \rho_{11}^s(z) + d\epsilon. \quad (3.79)$$

soit

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{d\epsilon}{1 - \rho_{11}^s(z) - d\epsilon}} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{1 - \rho_{11}^s(z) - d\epsilon} \quad (3.80)$$

Expérimentalement, nous sommes en mesure de détecter le coefficient ϵ en sortie de milieu (voir Fig. 3.13.b). On montre dans l'annexe D que la quantité de population dans l'état $|1\rangle$ peut être exprimée en toute abscisse z en fonction de ϵ , T et T_d

$$\epsilon(z) = \frac{\epsilon}{T_d} \cdot \frac{z}{L} T^{\frac{z}{L}-1} \quad (3.81)$$

Cette équation montre que la proportion de photons uniques tend vers 0 en entrée de milieu car la puissance absorbée y est nulle, et qu'elle est maximale en sortie de milieu dans le cas d'un régime d'absorption linéaire. Enfin, la quantité de photons uniques ajoutés au mélange lors de la propagation dans la tranche d'épaisseur dz d'abscisse z est donnée par

$$d\epsilon = \frac{\epsilon}{T_d} T^{\frac{z}{L}-1} \left(1 + \frac{z}{L} \log(T)\right) \frac{dz}{L} \quad (3.82)$$

Résultat du modèle

On calcule numériquement la propagation du champ sonde en appliquant alternativement les trois opérations 3.74, 3.77 et 3.78 aux tranches successives du système. La variance des quadratures du champ sortant est déterminée par

$$\text{Tr}[\rho^s(L) X_\phi^2] = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \rho_{nn}^s(L) + \sqrt{(n-1)n} \left(e^{-2i\phi} \rho_{n,n-2}^s(L) + e^{2i\phi} \rho_{n-2,n}^s(L) \right) \quad (3.83)$$

La figure 3.15.a montre les variances de l'ensemble des quadratures du champ sonde dans les conditions de l'expérience de la figure 3.14. En bleu, on a tracé la variance du vide de photons propagé en présence de squeezing, d'absorption et d'émission spontanée pour $|r| = 1$, et pour des conditions proches de l'expérience. La variance minimale (maximale) ainsi obtenue est égale à 0.78 SQL (4.9 SQL), soit une estimation du taux de squeezing (d'antisqueezing) de l'ordre de 1.0 dB (6.9 dB). Ces résultats reproduisent raisonnablement les mesures de la figure 3.14, justifiant la pertinence du modèle employé.

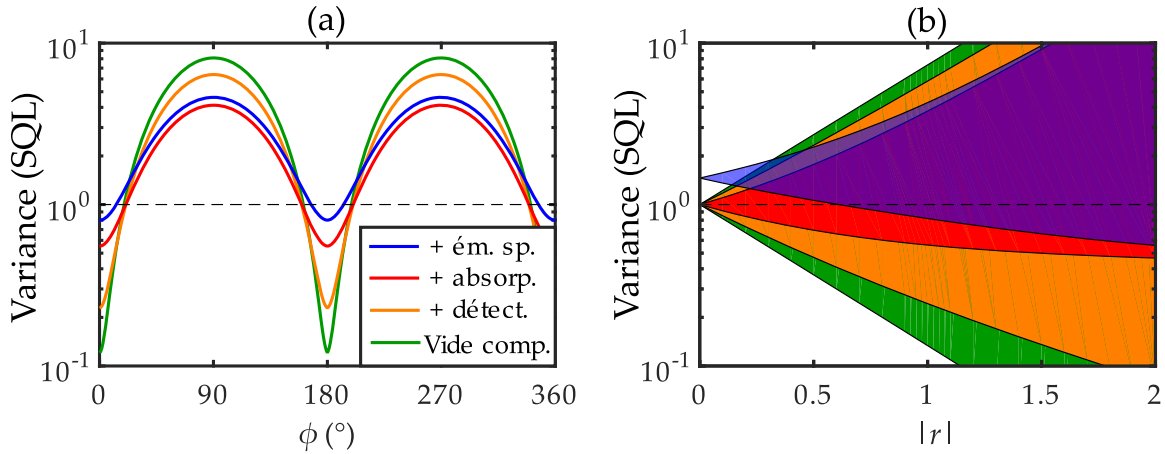


FIGURE 3.15 – **Modélisation des résultats expérimentaux pour $\epsilon = 0.23$, $T = 0.63$, $T_d = 0.58$.** (a) Variance de l'état comprimé généré pour $r = 1.05$. Les variances de l'état comprimé sans pertes (en vert) sont à comparer aux variances de ce même état en tenant compte des pertes de la détection (en orange), puis en ajoutant également les pertes par absorption (en rouge), ainsi qu'en présence d'émission spontanée (en bleu). La courbe bleu est en accord avec le résultat expérimental de la figure 3.14. (b) Évolution des variances avec le taux de squeezing. Chaque surface colorée correspond à l'ensemble des variances de l'état généré. Les pertes trop importantes de notre système expérimental empêchent de mesurer de fort taux de squeezing, même en présence de fortes non-linéarités.

La courbe rouge de la figure 3.15.a montre ce que serait le taux de squeezing mesuré si la détection pouvait s'affranchir des photons d'émission spontanée émis dans le mode du champ sonde ($\epsilon = 0$)¹². Dans ce cas, l'état du champ détecté présente un taux de compression bien plus marqué, de l'ordre de -2.6 dB sous la limite quantique standard. En fait, la présence de photons uniques dans le mélange statistique détecté augmente la valeur moyenne de la modulation de la PSD : cette courbe nous indique donc le taux de squeezing prévu si aucun photon d'émission spontanée n'arrive jusqu'au détecteur.

On peut aller plus loin en déterminant la variance des quadratures du champ sortant en l'absence des pertes de la détection (courbe orange 3.15.a). C'est en fait l'état réellement généré par le milieu, avant le dispositif expérimental de détection et sans émission spontanée.

Enfin, la courbe verte de la figure 3.15.a évalue les variances du vide comprimé en l'absence totale de pertes. On peut ainsi vérifier que le taux de squeezing attendu en l'absence de toute perte est de l'ordre de 9 dB, ce qui est cohérent avec le taux de non-linéarité mesuré classiquement.

La figure 3.15.b montre l'ensemble des variances de l'état généré dans les quatre configurations de la figure 3.15.a, en fonction du paramètre de squeezing. Le code couleur employé est celui de la figure 3.15.a. Dans le cas de plus fortes non-linéarités

12. Cette situation est envisageable expérimentalement si on réduit fortement l'angle solide de détection du détecteur par exemple.

que $|r| = 1$, les variances mesurées par le dispositif tendent à être celles de l'état généré sans émission spontanée. Par exemple, un coefficient $|r| = 2$ (qui correspondrait à ~ 3 passages dans la cellule), permettrait de s'affranchir des photons d'émission spontanée si le coefficient ϵ restait inchangé.

L'enseignement essentiel de la figure 3.15.b est néanmoins que les fortes pertes du système interdisent l'observation d'un fort taux de compression. Si l'on envisage par exemple 3 aller-retours dans le milieu ($|r| \sim 2$), alors que le taux de compression est de l'ordre de 17 dB, la variance minimale détectée peine à descendre en dessous de -2.5 dB sous la limite quantique standard¹³. Ainsi, la première étape nécessaire à l'optimisation du squeezing détecté est la réduction des pertes de la détection ainsi que celles du milieu.

4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons vu qu'il est possible d'exacerber les non-linéarités de l'hélium métastable par piégeage cohérent de population sur la transition D_1 . Ces non-linéarités aboutissent à une amplification sensible à la phase d'un champ sonde lorsque le système est excité par un champ pompe orthogonalement polarisé à celui-ci. Les résultats expérimentaux sont encourageants puisqu'ils montrent une non-linéarité de l'ordre de 9 dB, dans un système d'épaisseur optique de l'ordre de 4.5 seulement.

La description analytique des processus non-linéaires dominants rend bien compte des résultats expérimentaux. Les mélanges à quatre ondes impliqués dans le processus mettent explicitement en jeu les états noir et brillant définis par la pompe, sur une bande passante réglable, déterminée par la puissance de pompe. De plus, une fois le processus activé par CPT, les non-linéarités obtenues ne dépendent plus de la puissance de pompe, mais seulement de l'épaisseur optique du milieu.

L'ensemble de ces résultats classiques suggèrent qu'il est possible de générer des états de lumière intriqués à deux modes, sur une bande passante de l'ordre de 500 kHz. Toutefois, le dispositif expérimental ne permet pas de les obtenir, à cause de fortes pertes et de l'émission spontanée résiduelle du milieu, qui nous empêchent de détecter convenablement l'état le plus simple à comprimer : le vide. À partir d'une modélisation simple, on a montré qu'en dépit de ces perturbations, le vide comprimé généré atteint un taux de squeezing plafonnant autour de 2.6 dB.

En conclusion, l'hélium métastable reste un bon candidat pour la génération

13. Par ailleurs, l'augmentation du nombre d'allers-retours dans le milieu augmentera les pertes par absorption.

d'états quantiques à deux modes du rayonnement à condition de réduire fortement les pertes de la détection, ainsi que la proportion d'émission spontanée détectée. S'il paraît aisé de baisser les pertes de la détection par l'emploi de matériel plus performant, les pertes par absorption induisant l'émission spontanée semblent plus difficiles à réduire à température ambiante.

Outre l'utilisation d'états comprimés à deux modes, on discute dans les paragraphes suivants de deux autres perspectives. La première concerne l'optimisation des non-linéarités par utilisation d'une cavité optique. La seconde concerne le stockage de lumière comprimée ainsi que de la conversion entre lumière comprimée et spin collectif comprimé.

Amplification paramétrique en cavité

Le seul paramètre régissant l'efficacité du phénomène non-linéaire étudié est le paramètre $\mu = 4\Gamma/3\Delta \times \text{OD}$. Compte tenu des valeurs numériques de notre système, on a $\Gamma/\Delta \sim 0.3$ et $\text{OD} \sim 3$, ce qui donne $\mu \sim 1$. Une telle valeur est déjà synonyme d'une amplification marquée (voir Fig. 3.3), mais de multiples allers-retours dans le milieu rendraient le processus encore plus efficace.

Envisageons une cavité à deux miroirs de longueur $L_{\text{cav}} + L$, dont les miroirs ont un coefficient de réflectivité (transmittivité) en amplitude $r(t)$. Le champ sonde en sortie s'exprime alors comme la superposition cohérente des champs sondes issus des multiples tours dans la cavité¹⁴ :

$$\begin{pmatrix} \Omega_{\text{out}} \\ \Omega_{\text{out}}^* \end{pmatrix} = t^2 M_\mu \left[\mathbf{1} + (r P_{\text{cav}} M_\mu)^2 + (r P_{\text{cav}} M_\mu)^4 + \dots \right] \cdot \begin{pmatrix} \Omega_{\text{in}} \\ \Omega_{\text{in}}^* \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

Les matrices de transfert du champ sonde en propagation libre dans la cavité P_{cav} et dans la cellule d'hélium M_μ sont données par

$$P_{\text{cav}} = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\omega L}{c}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\omega L}{c}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad M_\mu = \begin{pmatrix} (1 + i\mu) e^{i\mu} & -i\mu e^{i\mu} \\ +i\mu e^{-i\mu} & (1 - i\mu) e^{-i\mu} \end{pmatrix} \quad (3.85)$$

La condition de résonance pour la pompe dans la cavité impose que le déphasage induit au cours d'un tour de cavité soit multiple de 2π , soit

$$2\mu + \frac{2L\omega}{c} = 0 [2\pi]. \quad (3.86)$$

Lorsque cette condition est vérifiée on montre facilement que la matrice de transfert après n trajets dans la cavité est

$$(P_{\text{cav}} M_\mu)^n = \begin{pmatrix} 1 + in\mu & -in\mu \\ +in\mu & 1 - in\mu \end{pmatrix} \quad (3.87)$$

14. Ces calculs sont réalisés pour un champ sonde stationnaire.

ce qui correspond simplement à un milieu n fois plus épais qu'en simple passage. On peut alors exprimer la matrice de transfert complète de la cavité par

$$t^2 M_\mu \sum_{n=0}^{\infty} (r P_{\text{cav}} M_\mu)^{2n} = \begin{pmatrix} (1 + i\mathcal{F}\mu) e^{i\mu} & -i\mathcal{F}\mu e^{i\mu} \\ +i\mathcal{F}\mu e^{i\mu} & (1 - i\mathcal{F}\mu) e^{-i\mu} \end{pmatrix} \quad (3.88)$$

où $\mathcal{F} = 1/t^2$ est la finesse de la cavité. Ainsi, en présence d'une cavité, le coefficient μ régissant l'efficacité de l'amplification est multiplié par la finesse de la cavité. Même en présence d'une *mauvaise* cavité, $\mathcal{F}\mu \gg 1$ donne un gain maximal

$$G_{\text{MAX}} \simeq 4\mathcal{F}^2 \mu^2, \quad (3.89)$$

soit une non-linéarité qui varie quadratiquement avec la finesse de la cavité. On peut ainsi envisager des non-linéarités extrêmes tout en utilisant une cavité peu performante. En effet, pour que l'ensemble de la bande passante du phénomène non-linéaire (500 kHz) soit incluse dans la bande passante d'une cavité de l'ordre du mètre, il faut avoir une finesse $\mathcal{F} < 200$.

Génération d'états comprimés et compression de spin

Comme l'illustre la figure 3.5, c'est bien le CPT par la pompe qui active la non-linéarité. De plus, la figure 3.2 montre que le champ sonde est en résonance EIT avec la pompe. Or, le 1 de cette thèse évoque l'utilisation de l'EIT pour stocker des états quantiques de lumière. On peut reprendre le formalisme du polariton noir (voir paragraphe 2.3) en définissant la quantité

$$\text{DSP} = \cos(\beta)\Omega - \sqrt{2\eta c} i \sin(\beta) \rho_{-g+g} \quad (3.90)$$

Cette quantité est la superposition cohérente du champ sonde et de la cohérence entre les états noirs et brillants définis par la pompe, avec un angle de mélange β

$$\tan \beta = \sqrt{2\eta c} / |\Omega_p|. \quad (3.91)$$

À l'aide de MATHEMATICA, on montre que cette cohérence se relie simplement au champ sonde par

$$\rho_{-g+g} = i \left(1 + i \frac{\nu}{\zeta} \right) \frac{\Omega}{\Omega_p} + \mathcal{O} \left(\frac{1}{\Delta} \right), \quad (3.92)$$

c'est-à-dire rigoureusement la même situation qu'en EIT classique. En utilisant les équations 3.90–3.92 on montre alors que

$$\Omega' = \left(1 - i \frac{\nu}{\zeta} \sin^2 \beta \right) \cos \beta \times \text{DSP}' \quad (3.93)$$

où $\text{DSP} = \text{DSP}' e^{4i\eta z/3\Delta}$ est le polariton noir dont la phase est donnée par la phase relative entre la sonde et la pompe. En réinjectant cette égalité dans l'équation de

propagation 3.23 du champ sonde, on obtient finalement l'équation de propagation du polariton noir

$$\left(\partial_z - i\frac{v}{c\cos^2\beta}\right) \text{DSP}' = i\frac{4\eta}{3\Delta} (\text{DSP}' - \text{DSP}'^*). \quad (3.94)$$

Cette équation est la même que l'équation de propagation du champ sonde. Le membre de gauche de cette équation de propagation a déjà été discuté dans le chapitre 1 : il s'agit d'une propagation dont la vitesse de groupe est contrôlée par l'intensité de pompe, permettant en particulier de faire du stockage lorsque $\beta \rightarrow \pi/2$, c'est-à-dire lorsque la pompe est éteinte. Le membre de droite de cette équation différentielle a été discuté pour le champ sonde, et correspond à la transformation par la matrice symplectique 3.26.

Ainsi, le protocole discuté dans ce chapitre permet à la fois de *générer* des états comprimés de lumière, mais en plus de les *stocker* dans une cohérence de longue durée de vie du milieu. L'intérêt de la génération à la demande d'un état comprimé est moins marqué que pour des photons uniques par exemple puisque le processus aboutissant à leur génération est déterministe.

Enfin, le squeezing de l'état de rayonnement est converti en un état matériel comprimé de spin (*spin squeezing*) lors d'une séquence de stockage (DANTAN et PINARD, 2004a). On parle de compression d'un spin \mathbf{J} si, pour un choix d'axe de quantification \mathbf{u}_z avec $J_z = \mathbf{J} \cdot \mathbf{u}_z$, il existe un jeu d'opérateurs de projections de spins orthogonales J_x et J_y (i.e. $[J_x, J_y] \propto J_z$) tels que leur variances $\Delta^2 J_{x,y}$ sont l'une réduite et l'autre augmentée par rapport à la limite quantique standard, dans les mêmes proportions (WINELAND et al., 1992). Le spin dont il est question ici est le spin collectif de l'ensemble atomique excité. En condition EIT, l'équation 1.57 écrite en terme d'opérateurs quantiques explicite le lien univoque entre l'opérateur a du champ sonde subissant l'EIT et l'opérateur atomique σ_{DB} qui lie les états noir et brillant et caractérise la robustesse du phénomène EIT créé. Ainsi, en présence d'EIT, les quadratures X^ϕ du champ sonde sont reliées aux projections de spin atomiques J^ϕ de la façon suivante

$$X^\phi = \frac{ae^{-i\phi} + a^\dagger e^{+i\phi}}{\sqrt{2}} \stackrel{\text{Eq. 1.57}}{\propto} \frac{\sigma_{\text{DB}}e^{-i\phi} + \sigma_{\text{BD}}e^{+i\phi}}{\sqrt{2}} = J^\phi. \quad (3.95)$$

Cette équation montre que la détection d'une quadrature comprimée de rayonnement s'interprète, dans le cas d'un EIT efficace, exactement comme la détection d'un spin comprimé. Ainsi, les données expérimentales de la figure 3.14 exprimées en terme de SQL peuvent s'interpréter autant en terme de quadrature de rayonnement du mode sondé, ou du spin collectif du milieu. Les fortes non-linéarités de notre système permettent ainsi d'envisager des taux de spin squeezing élevés, avec des possibilités d'utilisation à des fins métrologiques par exemple (DÖRING et al., 2010). Par ailleurs, on peut envisager de sonder ces états de spin comprimés plus quantitativement par des techniques de spectroscopie de bruit de spin

comme celle décrite dans le chapitre 4 de ce manuscrit.

CHAPITRE 4

SPECTROSCOPIE DE BRUIT DE SPIN DANS
L'HÉLIUM MÉTASTABLE

La statistique du nombre de photons d'un état quantique de lumière en détermine la nature. Ces propriétés statistiques sont accessibles expérimentalement, à condition d'être en mesure de supprimer les bruits parasites classiques, inévitablement présents lors d'une expérience. Dans ce chapitre, on étudie un phénomène parasite en particulier, intrinsèque au système d'étude. Il s'agit des fluctuations de spin d'un milieu, et de son impact sur le bruit de polarisation d'un champ lumineux qui le traverse. Autrement dit, la lumière peut être utilisée pour sonder les fluctuations d'un ensemble spin : c'est la méthode dite de *spectroscopie de bruit de spin*. Les origines de ces fluctuations varient selon le système d'étude. En vapeur atomique par exemple, elles peuvent être causées par les allers-retours incessants des atomes dans le volume excité par le faisceau laser.

La première partie de ce chapitre présente l'état de l'art de cette méthode de spectroscopie et son utilisation dans divers systèmes expérimentaux pour caractériser des sources de décohérence de spin. La deuxième section de ce chapitre expose les résultats expérimentaux obtenus dans une vapeur d'hélium métastable. La troisième section développe un modèle numérique afin de reproduire les résultats expérimentaux obtenus.

1 Méthode

Dans la course à la réalisation d'un réseau quantique d'information, la manipulation de spins comme qubit d'information fait bonne figure. Dans certains systèmes, les états de projection de spin $|m\rangle$ peuvent en effet avoir une durée de vie suffisante pour une telle utilisation. En vapeur atomique froide, l'écriture d'une superposition d'états $\Delta m = 0, \pm 2$ via des processus comme l'EIT permet d'obtenir des temps de cohérence de l'ordre de la milliseconde (CHO et al., 2016). Ce temps de relaxation est limité par la décohérence induite par les collisions, mais peut être augmenté jusqu'à la seconde en vapeur, même à température ambiante (KATZ et FIRSTENBERG, 2018) si l'on utilise une superposition $\Delta m = 1$, qui interdit les collisions à échanges de spin (KATZ, DIKOPOLTSEV et al., 2013). En milieu solide, la fabrication d'échantillons isolant un défaut de la matrice hôte permet d'obtenir des durées de cohérence de spin électronique du même ordre de grandeur (TYRYSHKIN et al., 2012). Dans les puits quantiques de semi-conducteurs par exemple, un positionnement et une orientation préférentiels peuvent permettre d'obtenir des durées de cohérence de l'ordre de la dizaine de millisecondes (KROUTVAR et al., 2004). Dans les centres colorés du diamant, le spin du centre NV doit à l'absence de spin de la matrice de diamant de ^{12}C environnant sa durée de cohérence de 1 ms (BALASUBRAMANIAN et al., 2009), à température ambiante comme à 500 K (TOYLI et al., 2012). Les autres centres colorés principalement étudiés aujourd'hui (Silicon-Vacancy, Germanium-Vacancy) ont par contre un spin électronique fortement perturbé par des transitions thermiques induites par phonons (PINGAULT, JARAUSCH et al., 2017). Toutefois, SOHN et al., 2018 ont montré que sous pression, l'augmentation de l'interaction hyperfine rend cette décohérence moins efficace, augmentant donc la durée de cohérence de spin.

Quel que soit le système, l'enjeu est d'arriver à comprendre le mécanisme dominant la dégradation de la cohérence de spin. C'est dans ce cadre que la spectroscopie de bruit de spin (SNS) s'inscrit. Le paragraphe 1 décrit son principe général avant de donner quelques exemples précis d'utilisation.

Principe

La technique spectroscopie de bruit de spin est basée sur l'effet Faraday. La figure 4.1.a schématise le dispositif de détection. Un champ optique polarisé linéairement

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathcal{E}(z, t) e^{-i\omega(t-z/c)} \mathbf{u}_{\parallel} + \text{c.c.}, \quad (4.1)$$

de fréquence $\omega/2\pi$, de direction \mathbf{u}_{\parallel} et d'amplitude complexe \mathcal{E} , se propage dans un milieu soumis à un champ magnétique \mathbf{B} orthogonal à la direction de propagation. L'angle entre les directions des champs est noté α

$$\mathbf{u}_{\parallel} = \cos \alpha \mathbf{u}_x + \sin \alpha \mathbf{u}_y. \quad (4.2)$$

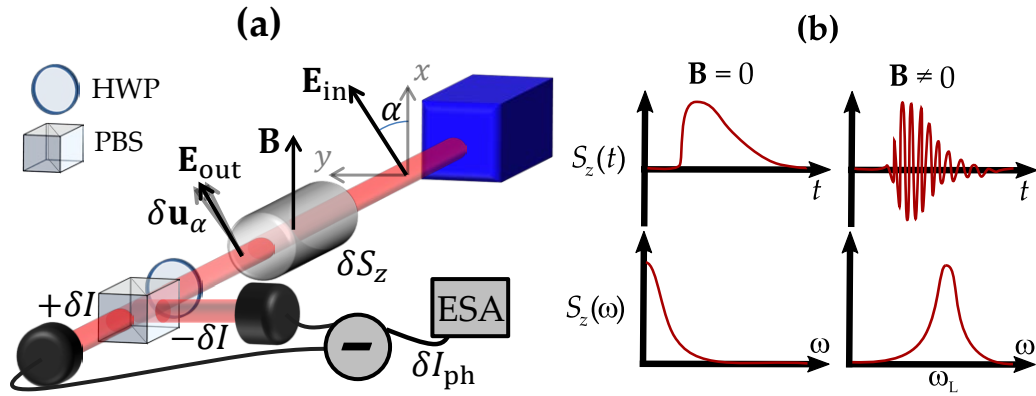


FIGURE 4.1 – **Principe de la SNS.** (a) Les fluctuations de spins δS_z du milieu induisent des variations de la direction de polarisation du champ optique par effet Faraday. Ces fluctuations de polarisation $\delta \mathbf{u}_\alpha$ sont converties en fluctuations d'intensité δI à l'aide d'une détection équilibrée. Le cube séparateur de polarisation (PBS) sépare le champ en deux parties, dont les intensités sont détectées par deux photodiodes dont on soustrait les photocourants. La lame demi-onde (HWP) permet d'ajuster la polarisation incidente à 45° des axes du PBS. Les fluctuations de polarisations ainsi inscrites dans les fluctuations de photocourants sont mesurées par un analyseur de spectre (ESA). (b) Rôle du champ magnétique transverse. En l'absence de champ magnétique, une fluctuation de spin relaxe sans modulation. En présence de champ magnétique, une fluctuation de spin relaxe en étant modulée à la fréquence de Larmor ω_L , décalant le spectre à des fréquences plus faciles à détecter.

et on appelle \mathbf{u}_\perp le vecteur unitaire orthogonal à \mathbf{u}_\parallel .

Les grandeurs pertinentes pour décrire les champs magnétique \mathbf{B} et électrique \mathbf{E} sont, respectivement, les fréquences de Larmor ω_L et de Rabi Ω , définies par

$$\begin{cases} \hbar\omega_L = g\mu_B \|\mathbf{B}\| \\ \hbar\Omega = \|\mathbf{d}\| \cdot \|\mathbf{E}\| \end{cases} \quad (4.3)$$

où g est le facteur de Landé du niveau de spin sondé, μ_B le magnéton de Bohr et \mathbf{d} le moment dipolaire de la transition optique considérée.

Si le champ optique est loin de toute résonance du milieu, il n'en modifie pas la dynamique. Cependant, le milieu peut présenter des fluctuations d'aimantation δS_z . Ces fluctuations sont, d'un point de vue de la structure électronique du système, des fluctuations d'énergies des niveaux atomiques, et donc des fluctuations de l'indice complexe du milieu δn . Ces fluctuations d'indices sont opposées entre les transitions polarisées circulaire droite et gauche. Ainsi, chaque fluctuation d'indice a tendance à faire tourner une polarisation linéaire incidente : c'est l'effet Faraday. Les fluctuations de spin s'inscrivent donc dans des variations $\delta \mathbf{u}_\alpha$ de la direction de polarisation du champ optique. On convertit alors ces fluctuations de polarisation en fluctuations d'intensité δI à l'aide d'une détection équilibrée : i) le champ incident est orienté à 45° des axes d'un PBS; ii) les deux polarisations, de même intensité moyenne, sont détectées par deux photodiodes dont on soustrait

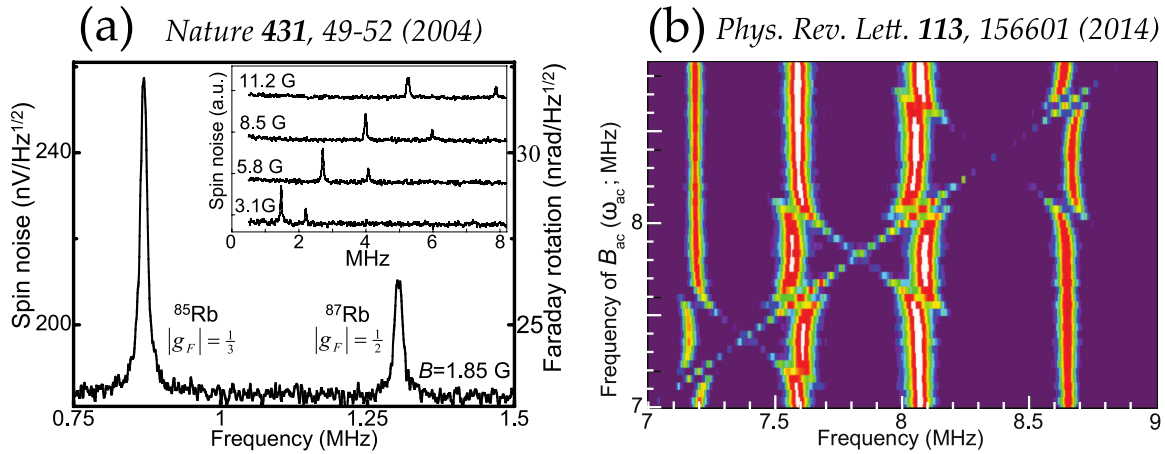


FIGURE 4.2 – **Résultats de SNS.** (a) La densité spectrale de puissance du photocourant est piquée à la fréquence de Larmor du niveau de spin sondé. Les deux pics sont dus à la présence de deux isotopes du rubidium. En insert, on constate que l'augmentation du champ magnétique s'accompagne d'un déplacement proportionnel des signaux. Figure extraite de CROOKER et al., 2004 (lic. 4639381503586). (b) En plus du champ magnétique permanent permettant aux spins de précesser, un champ magnétique variable induit un couplage dynamique des spins. Cette dynamique est sondée par SNS. Lorsque la fréquence du champ magnétique variable correspond à une fréquence de Larmor, on observe un anticroisement. Chaque fréquence de Larmor correspond à un écart Zeeman entre deux niveaux hyperfins de la vapeur de potassium. Figure extraite de GLASENAPP et al., 2014 (lic. RNP/19/JUL/017230)

les photocourants ; iii) on obtient finalement un signal électrique δI_{ph} à l'image des fluctuations d'intensité, et donc de spin.

Le champ magnétique \mathbf{B} est transverse et n'induit pas d'effet Faraday. En effet, seule une aimantation dans la direction de propagation z du champ optique induit une rotation de polarisation. Ce champ transverse permet de faire précesser les spins à la fréquence de Larmor ω_L , translatant ainsi le spectre des fluctuations à cette fréquence (voir Fig. 4.1.b). On obtient ainsi toute l'information des fluctuations de spin, loin des bruits parasites techniques basse fréquence.

Ce sont ALEKSANDROV et ZAPASSKII, 1981 qui proposent pour la première fois la détection de telles résonances magnétiques dans le spectre de bruit d'un champ optique, mais ce n'est que dans les années 2000 que le développement des analyseurs de spectres a permis une utilisation plus quantitative de ces résonances en vapeur atomique (CROOKER et al., 2004, MIHAILA et al., 2006), dans des semi-conducteurs (PETROV et al., 2018), ou encore dans des puits quantiques (YANG, GLASENAPP et al., 2014). La figure 4.2.a montre des résultats typiques de cette spectroscopie dans le cas d'une vapeur de Rubidium (CROOKER et al., 2004). Cette technique permet de réaliser une spectroscopie *temporelle* du bruit de spin uniquement. Néanmoins, CRONENBERGER et al., 2019 ont récemment montré que l'utilisation d'un oscillateur local dont le mode spatial est différent du champ sonde permet de remonter en plus aux propriétés *spatiales* du bruit de spin.

La première information que l'on peut extraire de ce type de spectre est la fréquence de Larmor moyenne sur la zone d'échantillon sondée, au centre du pic de bruit. La largeur de ce pic, dans le cas d'un champ magnétique homogène, est donnée par l'inverse de la durée de vie de cohérence de spin (KATSOPRINAKIS, DELLIS et KOMINIS, 2007). L'avantage majeur de cette technique est la possibilité de détecter un paramètre intrinsèque sans être invasif, dans un milieu élargi de façon inhomogène à température ambiante (ZAPASSKII et al., 2013).

Mesure non destructive Comme le champ optique est loin de toute résonance optique, on peut parler de mesure non destructive, non invasive, ou de mesure *faible*. GLASENAPP et al., 2014 ont montré dans une vapeur de potassium qu'il était en effet possible de sonder des phénomènes cohérents de type doublets Autler-Townes, ou triplets de Mollow, en sondant optiquement un système sans le perturber (voir Fig. 4.2.b). Ici, les fortes perturbations induisant les séparations de raies sont d'origine magnétique, c'est-à-dire couplant les projections de spin d'un même état.

Corrélations d'ordre élevé Les mesures évoquées jusqu'ici concernent la densité spectrale de puissance du bruit de spin, qui correspond à un corrélateur d'ordre 2. On peut aussi s'intéresser à des corrélations d'ordres plus élevés. Par exemple LI, CROOKER et SINITSYN, 2016 ont montré qu'il est possible d'extraire des corrélations d'ordre 4 à partir de SNS. Ces quantités peuvent être utiles pour démontrer le caractère quantique des interactions impliquées (BECHTOLD et al., 2016). La faible amplitude des signaux mesurés s'avère toutefois problématique. Pour surmonter cet obstacle, certains groupes travaillent à l'augmentation du rapport signal sur bruit en utilisant par exemple une détection homodyne (STERIN et al., 2018, PETROV et al., 2018).

La spectroscopie de bruit de spin peut sembler dénuée d'intérêt dans le cas d'une vapeur d'hélium métastable. En effet, comme dans les travaux précédemment réalisés en vapeur chaude CROOKER et al., 2004, l'origine des fluctuations est le transit des atomes dans le faisceau, classique, déjà connu et calibré dans notre système. Cependant, les résultats obtenus dans la section suivante montrent que la structure simple de l'hélium métastable peut permettre de révéler des comportements masqués par des structures plus complexes.

2 Résultats expérimentaux

L'étude menée est à la fois expérimentale et numérique. On commence dans cette section par décrire les résultats expérimentaux en insistant sur leur originalité. Pour tenter de répondre aux questions soulevées par ces résultats expérimentaux – dont certaines restent encore ouvertes –, on discute en section 3 les résultats

de simulation obtenus.

2.1 Dispositif expérimental

La description adoptée dans la première partie de ce chapitre permet de comprendre qualitativement comment les fluctuations de spin s'inscrivent dans les fluctuations de polarisation du champ optique. Cette description ne donne toutefois pas précisément la grandeur physique mesurée par la détection équilibrée. On va montrer ici que cette détection est en fait une détection homodyne, dans laquelle le champ moyen joue le rôle de l'oscillateur local, et les fluctuations orthogonalement polarisées celui du signal sondé.

En sortie de milieu, l'amplitude complexe $\mathcal{E}(z, t)$ du champ électrique s'écrit comme la somme de sa valeur moyenne et d'un terme de fluctuations

$$\mathcal{E}(z, t) = \langle \mathcal{E}(z) \rangle \mathbf{u}_{\parallel} + \mathbf{e}(t). \quad (4.4)$$

Les fluctuations $\mathbf{e}(t)$ peuvent a priori être en amplitude, en phase, et en polarisation. Cette forme très générale, ne fait aucune d'hypothèse sur leur forme¹.

Dans un régime idéal de fonctionnement, la détection équilibrée permet d'égaliser les intensités du champ électrique envoyé dans chacun des deux bras. Pour cela, la lame demi-onde précédant le cube séparateur de polarisation doit orienter le champ électrique suivant $(\mathbf{x} + \mathbf{y})\sqrt{2}$ (voir Fig. 4.6). Ainsi, l'amplitude complexe du champ après cette lame s'écrit

$$\text{HWP} \times \mathcal{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\parallel} + \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right) \mathbf{u}_x + \left(\langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\parallel} - \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right) \mathbf{u}_y \right]. \quad (4.5)$$

Enfin, le champ est envoyé sur le cube séparateur. Le photocourant I_{ph} est alors proportionnel à la différence des intensités entre les deux bras de la détection, soit

$$\begin{aligned} I_{\text{ph}}(t) &\propto \left| \langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\parallel} + \mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right|^2 - \left| \langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\parallel} - \mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right|^2 \\ &= -4 \text{Re} \left[\left(\langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\parallel} \right) \mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right] 2 |\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp}|^2 \\ &\simeq -4 \langle \mathcal{E} \rangle \text{Re} (\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp}). \end{aligned} \quad (4.6)$$

$\langle \mathcal{E} \rangle$ est supposé réel, ce qui revient à choisir l'origine des phases et on se restreint au premier ordre des fluctuations supposé largement dominant.

On retrouve la même expression que dans une détection homodyne, avec $\langle \mathcal{E} \rangle$ pour oscillateur local et les fluctuations orthogonales $\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp}$ pour signal. Dans cette configuration, seules les fluctuations polarisées orthogonalement au champ

1. La seule hypothèse, est d'avoir écrit le terme de fluctuation comme additif. Toutefois, si les fluctuations sont faibles devant la valeur moyenne, on peut toujours développer perturbativement le champ au premier ordre.

moyen et en phase avec celui-ci sont détectables. Ces fluctuations correspondent donc à des fluctuations de *direction* de polarisation du champ sortant.

Dans cette détection homodyne, modifier la phase relative entre l'oscillateur local et le signal n'est pas trivial puisqu'il s'agit en réalité des deux composantes de polarisation d'un même champ optique. On peut toutefois accéder à l'autre quadrature en plaçant une lame quart-d'onde QWP_0 dont les axes sont alignés avec $(\mathbf{u}_{\parallel}, \mathbf{u}_{\perp})$ en amont de la détection pour déphaser de $\pi/2$ l'oscillateur du signal. On a en effet dans ce cas

$$\text{HWP} \times \text{QWP}_0 \times \mathcal{E} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(\langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\parallel} + i\mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right) \mathbf{u}_x + \left(\langle \mathcal{E} \rangle + \mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\parallel} - i\mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \right) \mathbf{u}_y \right], \quad (4.7)$$

de telle sorte que le photocourant mesuré s'exprime de la manière suivante

$$I_{\text{ph}}(t) \propto +4 \langle \mathcal{E} \rangle \text{Im}(\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp}). \quad (4.8)$$

Ces fluctuations détectées correspondent aux fluctuations d'*ellipticité* du champ sortant.

Dans la section précédente, on a phénoménologiquement décrit la SNS comme l'inscription des fluctuations de spin dans des fluctuations de direction de polarisation du champ optique. Ces fluctuations sont donc en phase avec le champ optique moyen et détectable d'après l'équation 4.6. De plus l'expression 4.8 montre qu'il est possible de détecter les fluctuations d'ellipticité du champ sortant, en employant une lame quart-d'onde. Finalement, l'ensemble des fluctuations de polarisation du champ sortant sont accessibles expérimentalement. En parallèle de nos expériences sur ces deux détections, la distinction a été rendu explicite par PETROV et al., 2018.

Effet d'une ellipticité résiduelle du champ moyen Expérimentalement, la polarisation de sortie moyenne n'est jamais rigoureusement linéaire. Les effets biréfringents sont nombreux et doivent être compensés. Si l'on envisage un champ avec une légère ellipticité ϵ , son amplitude complexe peut s'écrire, au premier ordre en ϵ

$$\mathcal{E}(z, t) = \langle \mathcal{E}(z) \rangle \mathbf{u}_{\parallel} + i\epsilon \langle \mathcal{E}(z) \rangle \mathbf{u}_{\perp} + \mathbf{e}(t). \quad (4.9)$$

Le photocourant détecté est alors proportionnel à

$$I_{\text{ph}}(t) \propto -4 \langle \mathcal{E} \rangle \text{Re}(\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\perp}) + 4\epsilon \langle \mathcal{E} \rangle \text{Im}(\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_{\parallel}). \quad (4.10)$$

Les deux termes qui apparaissent dans 4.10 s'interprètent simplement comme la combinaison de deux détections homodynes : i) la détection homodyne décrite ci-dessus et ii) une détection homodyne d'oscillateur local le champ moyen $i \times \langle \mathcal{E}(z) \rangle \mathbf{u}_{\perp}$ et de signal les fluctuations en phase polarisées orthogonalement à celui-ci.

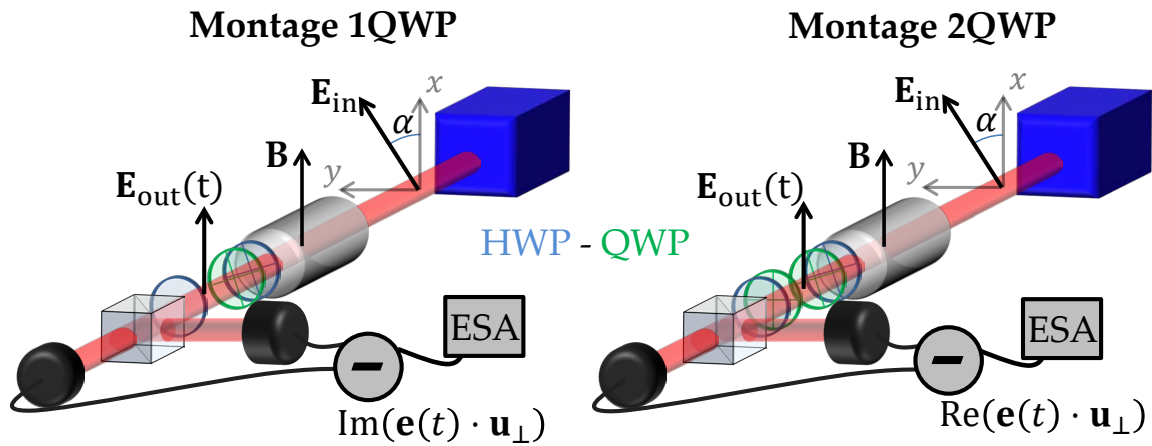


FIGURE 4.3 – **Dispositifs de détections pour la spectroscopie de bruit de spin.** La détection équilibrée permet de mesurer les fluctuations orthogonalement polarisées au champ optique. Le jeu de lames HWP et QWP permettent de compenser l'ellipticité résiduelle induite lors de la propagation du champ dans le milieu. Les montages à une lame quart d'onde (1QWP) ou deux lames quart d'onde (2QWP) permettent de détecter les fluctuations d'ellipticité du champ optique (fluctuations en quadrature de phase) ou de direction du champ optique (fluctuations en phase), respectivement.

Ainsi, en présence d'ellipticité parasite sur le champ moyen, d'autres signaux s'ajoutent à la détection, compliquant l'analyse et la compréhension des résultats. Expérimentalement, on a donc besoin d'un jeu de lames biréfringentes pour compenser l'ellipticité résiduelle sortante, puis de nouvelles lames pour sélectionner la quadrature des fluctuations détectées.

La figure 4.3 schématise les deux dispositifs expérimentaux à utiliser afin de caractériser l'ensemble des fluctuations de polarisation du champ transmis. Dans chacun de ces montages, il est nécessaire de compenser l'ellipticité résiduelle du champ moyen sortant en employant, notamment, une lame quart d'onde (Eq. 4.10). On appelle 1QWP ce montage, en référence à la seule lame quart d'onde présente dans la détection. Ce montage permet de mesurer exclusivement les fluctuations d'ellipticité du champ transmis, d'après l'équation 4.8. Les fluctuations de direction de polarisation du champ sortant sont détectables également à condition d'employer une seconde lame quart d'onde d'axes alignés avec la polarisation du champ moyen, pour déphaser à nouveau les fluctuations du champ moyen de 90° . On appelle ce montage 2QWP, en référence aux 2 lames quart-d'ondes nécessaires.

Dispositif expérimental utilisé Bien que le dispositif expérimental soit proche à celui de la figure 3.8 en termes d'excitation et de détection, la grande sensibilité en polarisation du phénomène oblige à prendre plus de précautions sur les optiques de polarisation. La figure 4.4 présente un schéma de l'expérience, avec l'ensemble des optiques de polarisations utilisées. On remarquera notamment :

- Un premier jeu de lames demi-onde (HWP), quart-d'onde (QWP) et polariseur précède la lame demi-onde HWP_{in} pour fixer la polarisation d'entrée

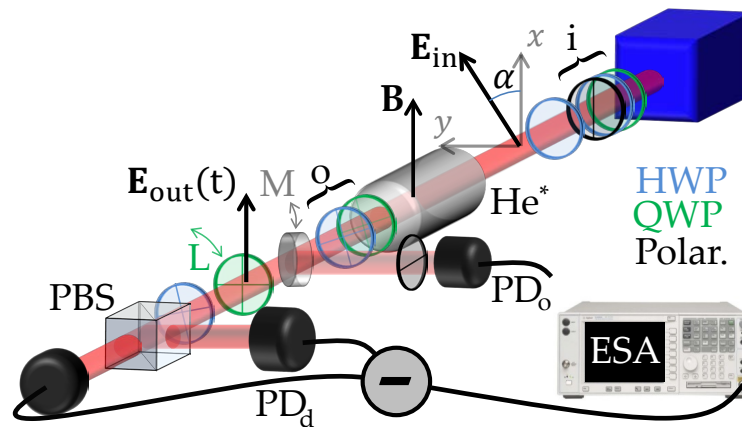


FIGURE 4.4 – **Dispositif expérimental pour la spectroscopie de bruit de spin.** Les lames bleues, vertes et noires sont respectivement des lames demi-ondes (HWP), des lames quart-d’ondes (QWP) et des polariseurs. M et L sont respectivement un miroir et une HWP amovible. Le jeu de lames et polariseurs d’entrée (i) permet d’ajuster la puissance incidente d’excitation optique. La HWP en entrée de cellule détermine l’angle α entre le champ magnétique et le champ optique incident. En sortie de cellule, le jeu de lames (o) permet, lorsque le miroir M est basculé, de finement régler la polarisation de sortie pour l’orienter linéairement suivant y en minimisant la puissance transmise à travers le polariseur. Lorsque M est hors du chemin optique, le faisceau entre dans la détection en passant éventuellement par la QWP basculante L, permettant de sélectionner le montage 1QWP ou 2QWP. Enfin, la dernière HWP permet d’équilibrer la détection homodyne.

pour s’affranchir des éventuels effets biréfringents induits par les optiques situées en amont.

- Un second jeu HWP + QWP en sortie de cellule pour fixer la polarisation de sortie. L’alignement de ces deux lames est critique car la détection est, comme on vient de le voir, très sensible à l’ellipticité. Il est donc nécessaire d’employer un chemin optique accessoire permettant de minimiser la transmission au travers d’un polariseur, synonyme d’une polarisation suivant x.
- Une lame quart-d’onde avant la détection, pour sélectionner la quadrature des fluctuations détectées.
- Une lame demi-onde pour équilibrer les deux bras de la détection.

2.2 Détection de deux modes de spin

La figure 4.5 montre quelques résultats typiques de SNS en montage 2QWP, pour une excitation optique proche des différentes transitions D_0 , D_1 et D_2 . Dans chacun des spectres de SNS exposés dans ce chapitre, on a pris soin de soustraire le plancher de bruit de photons du champ optique.

La figure 4.5.a montre le comportement du SNS à proximité de la transition D_2 , pour différents champs magnétiques appliqués. On observe un pic de bruit de spin à la fréquence de larmor ω_L . La linéarité du déplacement du pic avec le champ

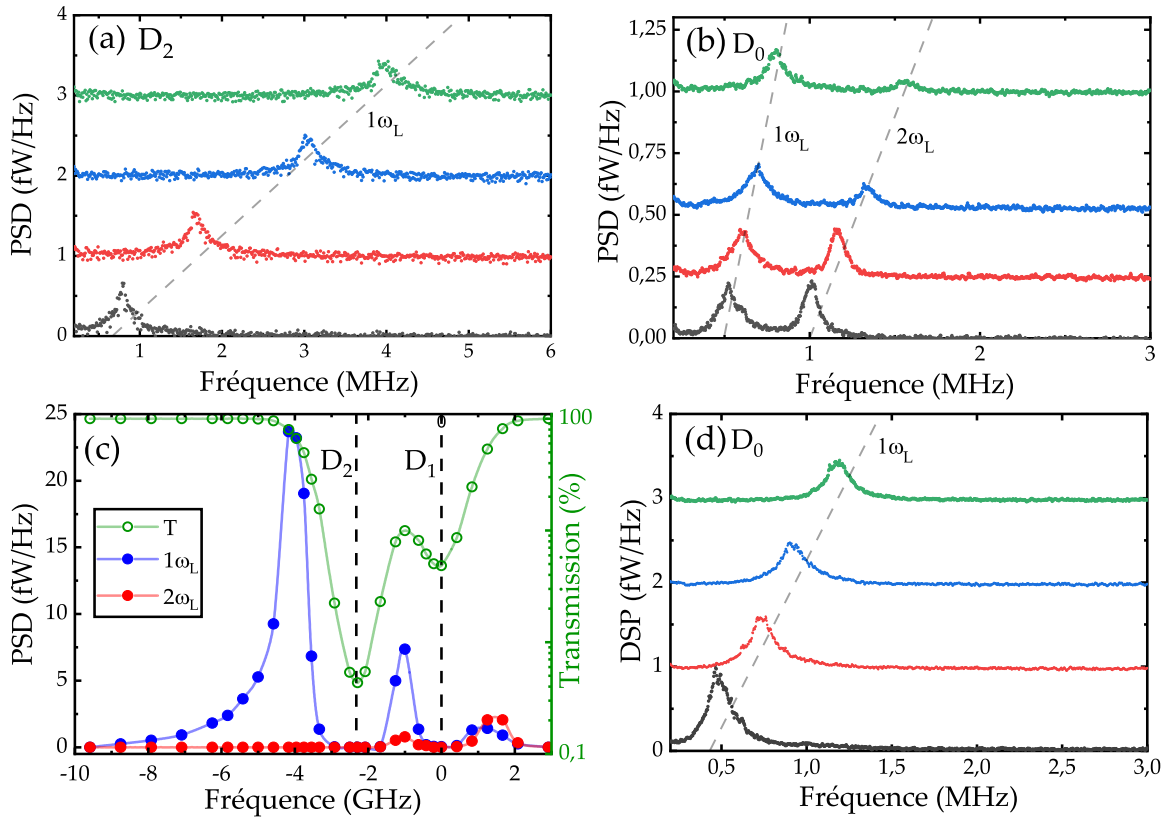


FIGURE 4.5 – SNS dans l'hélium métastable en montage 2QWP, pour une puissance optique d'entrée $P_{\text{opt}} = 1.5$ mW. (a) Lorsque l'excitation est proche à environ 1.5 GHz de la transition D_2 , un pic de bruit est visible au dessus du bruit de photons, à la fréquence de Larmor ω_L . Chaque tracé est décalé proportionnellement au champ magnétique appliqué. (b) Quand l'excitation à environ 500 MHz de la transition D_0 , on distingue clairement deux pics de bruits à ω_L et $2\omega_L$. (c) En bleu (en rouge), amplitude du pic de bruit de spin à $1\omega_L$ ($2\omega_L$) lors d'un scan de la fréquence optique au travers des transitions D_1 et D_2 ($\omega_L/2\pi = 450$ kHz). La transmission optique est tracée en vert. Le bruit de spin à $2\omega_L$ n'est détectable qu'au voisinage de la transition D_1 . Les figures (a), (b) et (c) sont obtenues pour $\alpha \sim 30^\circ$. (d) Spectres de bruit de spin à environ ~ 500 MHz de la transition D_0 pour $\alpha \sim 20^\circ$. Seul le pic de bruit à $1\omega_L$ est détectable.

magnétique justifie que celui-ci correspond bien à la précession de Larmor des spins du système. De plus, ces signaux ne dépendent pas de la polarisation optique incidente. Ce comportement est conforme à ce qui est généralement observé dans d'autres systèmes.

En revanche, la figure 4.5.b montre que la SNS à proximité de la résonance avec la transition D_0 est plus originale. En effet, deux pics de bruit de spin à ω_L et $2\omega_L$ sont détectés. On observe par ailleurs que le pic de bruit à $2\omega_L$ est vite détruit par augmentation du champ magnétique, contrairement à celui à ω_L . Ce bruit de spin à $2\omega_L$ est aussi détectable à proximité de la transition D_1 . La figure 4.5.c montre en effet l'évolution de l'amplitude des deux pics de bruit, lors d'un scan en fréquence de l'excitation optique au travers des transitions D_1 et D_2 . On observe que le bruit de spin à ω_L (bleu) est toujours détectable à proximité des transitions. Par contre,

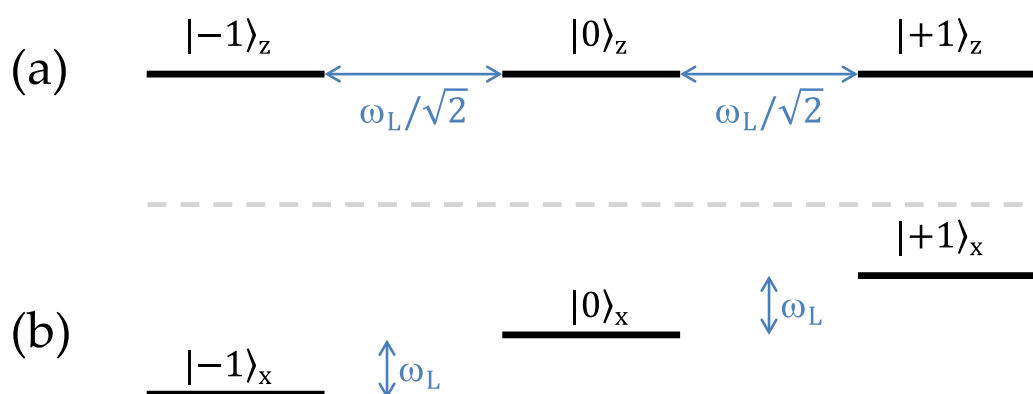


FIGURE 4.6 – **Projections d'un spin 1.** Hamiltonien Zeeman du niveau 2^3S_1 , lorsque celui-ci est exprimé dans la base des états $|i\rangle_z$ **(a)** ou bien $|i\rangle_x$ **(b)**.

le bruit de spin à $2\omega_L$ (rouge) n'est détectable qu'autour de la transition D_1 . Les optima de signal détecté correspondent à un compromis entre une maximisation de la transmission (vert) et de la proximité aux résonances optiques.

Enfin, la détection de deux modes de spin à proximité des transitions D_1 et D_0 présente une dépendance en polarisation. Alors que les figures 4.5.a-c sont obtenues pour un angle $\alpha \simeq 30^\circ$ entre la polarisation optique et le champ magnétique, la figure 4.5.d montre en effet que lorsque $\alpha \simeq 20^\circ$, un seul pic de bruit de spin à ω_L est visible à proximité de la transition D_0 . De plus, par comparaison avec les résultats de la figure 4.5.b, l'amplitude de ce pic de bruit est plus grande. Finalement, la détection des bruits de spin semble fortement conditionnée par la direction de polarisation d'entrée par rapport au champ magnétique appliqué. Ce comportement n'a pas été rapporté dans d'autres systèmes et n'est toujours pas compris. La section 2.3 discute plus quantitativement de cette dépendance en polarisation.

Précessions de Larmor d'un spin 1

Pour interpréter l'existence des deux pics de bruit détectables au voisinage des transitions D_1 et D_0 , il est nécessaire de s'intéresser à la dynamique d'un spin 1 en présence d'un champ magnétique. Classiquement, un champ magnétique a tendance à faire précesser toutes les fluctuations d'aimantation dirigées orthogonalement à celui-ci. D'un point de vue quantique, cette précession est le résultat du couplage Zeeman entre sous-niveaux de spin projetés orthogonalement au champ magnétique (voir Fig. 4.6). Ainsi, les 3 états de projections d'un spin 1 peuvent être vus comme 2 oscillateurs couplés par le champ magnétique. Naturellement, il existe alors deux modes propres d'oscillations du spin, de pulsations ω_L et $2\omega_L$, correspondant à deux mouvements de populations différents entre les sous-niveaux Zeeman du spin 1.

Le premier mode, de pulsation ω_L est antisymétrique : la population oscille entre les états ± 1 et 0, en ayant $\rho_{11}(t) = -\rho_{-1-1}(t)$ à chaque instant. La population de l'état 0 reste donc constante au cours du temps. Cette oscillation est l'exacte

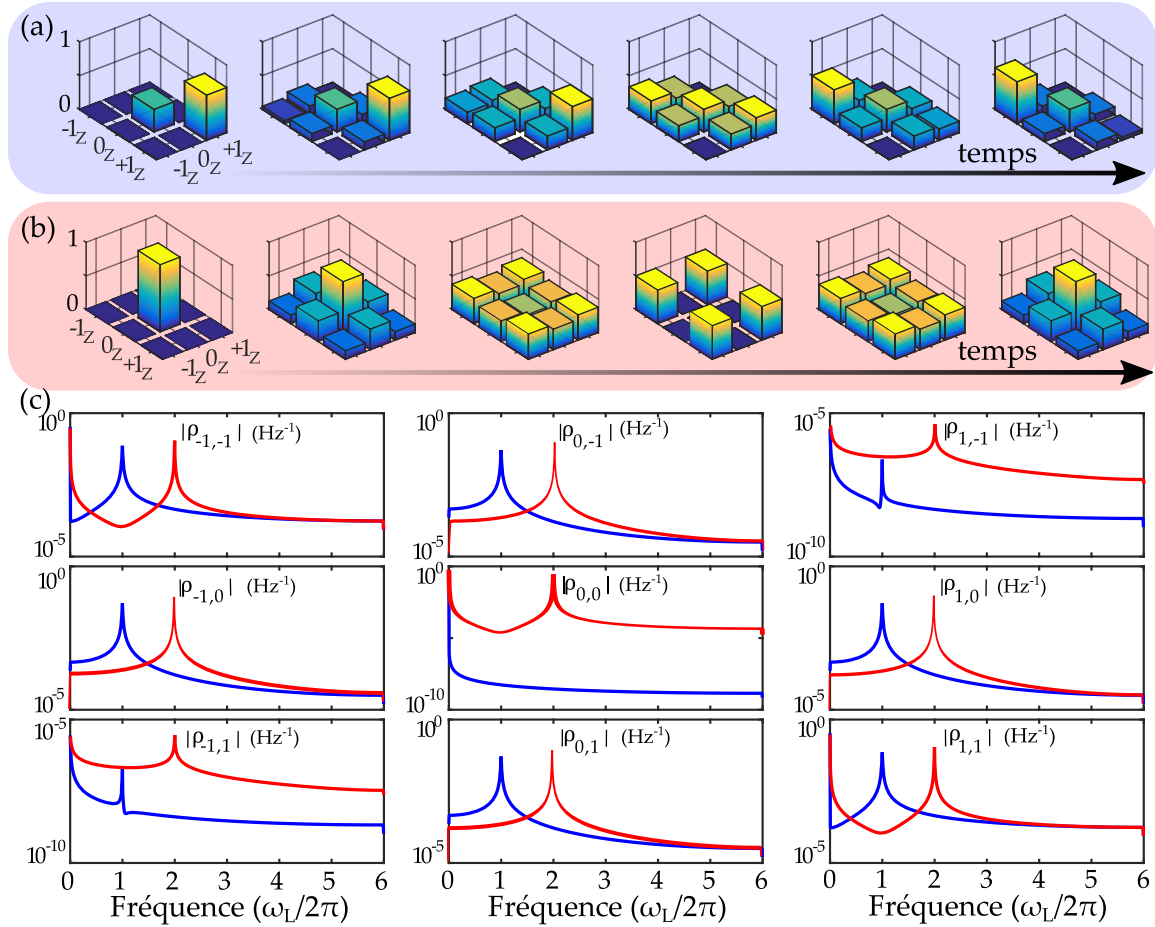


FIGURE 4.7 – **Modes propres d'oscillations d'un spin 1.** Matrice densité (en module), en fonction du temps pour (a) le mode antisymétrique ω_L et (b) symétrique $2\omega_L$. (c) Module du spectre de la matrice densité, obtenu après intégration sur une durée de $10/\gamma_t$, dans le cas où seul le mode antisymétrique/symétrique est excité (bleu/rouge). Les quantités atomiques oscillent à la fréquence du mode excité.

analogue, pour un spin 1, d'une précession de Larmor classique d'un spin 1/2, car la population oscille entre les états de projection de spin maximale et minimale.

La figure 4.7.a représente la matrice densité, à différents instants lorsque ce mode est excité. Le couplage cohérent entre les états par effet Zeeman génère des cohérences entre tous les états de projection de spin voisine ($\Delta m = 1$), oscillantes à la fréquence du mode. Les courbes bleues de la figure 4.7.c montrent le module du spectre $|\rho_{\mu\nu}(f)|$ des éléments de la matrice densité du niveau 2^3S_1 , avec

$$\rho_{\mu\nu}(f) = \int_0^T \rho_{\mu\nu}(t) e^{2\pi i f t} dt. \quad (4.11)$$

Dans ce mode d'oscillation, l'aimantation suivant l'axe de propagation M_z oscille aussi à pulsation ω_L :

$$M_z(t) = n_{at} \text{Tr} [\rho (|1\rangle\langle 1| - |-1\rangle\langle -1|)] = \mu_B (\rho_{11}(t) - \rho_{-1-1}(t)) = 2\mu_B \rho_{11}(t). \quad (4.12)$$

ce qui rend ce mode d'oscillation facilement accessible par spectroscopie de bruit de spin, d'après la description phénoménologique de la section précédente.

Le second mode, de fréquence $2\omega_L$, est symétrique car cette fois la population oscille entre les états ± 1 et 0 , avec $\rho_{11}(t) = +\rho_{-1-1}(t)$ à chaque instant. La figure 4.7.b montre la matrice densité au cours d'une période d'oscillation. Les courbes rouges de la figure 4.7.c représentent le module du spectre des différents termes de la matrice densité de l'état 2^3S_1 , lors de l'excitation de ce mode. Du fait du couplage cohérent entre les états, les variables atomiques oscillent à la fréquence du mode $2\omega_L$. La cohérence entre les états de spin ± 1 est ici plus fortement excitée que dans le mode antisymétrique, mais l'aimantation suivant l'axe de propagation reste nulle

$$M_z(t) = 0. \quad (4.13)$$

L'absence d'aimantation induite dans ce mode semble empêcher sa détection d'après la description phénoménologique couramment employée. La figure 4.5 prouve néanmoins le contraire.

La figure 4.5.b montre en outre que le signal à $2\omega_L$ est plus vite détruit par augmentation du champ magnétique, par comparaison au signal à ω_L . Ce constat peut s'expliquer simplement en remarquant que la présence du mode à $2\omega_L$ requiert l'excitation de la cohérence entre les niveaux $|\pm 1\rangle_g$. Cette excitation est réalisée par le biais de processus non-résonants à deux photons via l'état $|0\rangle_0$, induits par les champs optiques. Le champ magnétique, au contraire, tend à exciter les cohérences entre projections de spin vérifiant $\Delta m = 1$: lorsqu'il devient trop important, la cohérence entre les états $|\pm 1\rangle_g$ n'est plus efficacement excitée et le mode à $2\omega_L$ n'est plus détectable.

La détection de plusieurs modes d'oscillations de spin par SNS n'a pas été rapportée jusqu'à maintenant. Pourtant, en vapeurs alcalines notamment, le spin du niveau fondamental est plus grand que $1/2$. Nous estimons que la simplicité de la structure atomique des transitions D_0 et D_1 est responsable de cette efficacité d'excitation. En effet, dans les vapeurs atomiques alcalines par exemple, le grand nombre de niveaux induit par la structure hyperfine écrase l'influence des transitions à deux photons devant le grand nombre de transitions à un photon, empêchant de sonder efficacement les différents modes de spins. Cette conjecture est confortée par l'observation d'un unique mode de spin à ω_L dans le cas de la transition D_2 dans l'hélium (Fig. 4.5.a)

2.3 Dépendance en polarisation

Comme évoqué dans la figure 4.5.d, les spectres de bruit de spin expérimentaux dépendent fortement de la direction de polarisation initiale par rapport au champ magnétique. La figure 4.8 représente des spectres de bruit de spin typiques obtenus pour des excitations au voisinage des transitions D_0 et D_2 , pour différentes directions de polarisations d'entrées par rapport au champ magnétique, pour les montages 1QWP et 2QWP.

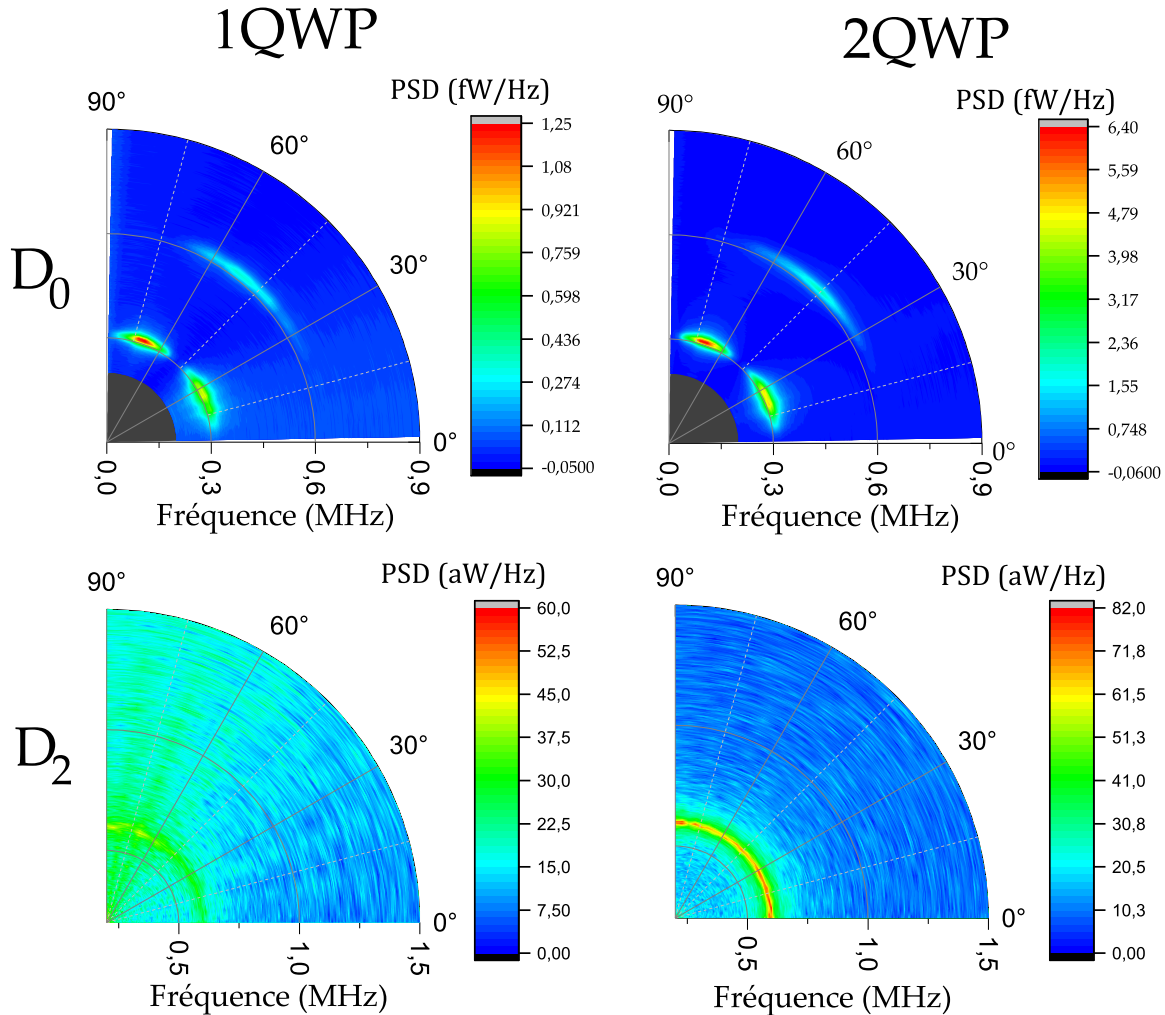


FIGURE 4.8 – **Dépendance en polarisation du bruit de spin** pour une excitation au voisinage des transitions D_0 (haut) et D_2 (bas), dans le cas des montages 1QWP (gauche) et 2QWP (droite). Le paramètre angulaire de ces graphes est l'angle entre la direction de polarisation du champ \mathbf{E} et celle du champ magnétique \mathbf{B} . À proximité de la transition D_2 , les fluctuations de spins sont converties en fluctuations de polarisation à $\omega_L/2\pi \simeq 600$ kHz, détectables quelle que soit la polarisation d'entrée via le montage 2QWP seulement. Les résultats obtenus lorsque l'excitation est au voisinage de la transition D_0 ne sont pas encore pleinement compris : les fluctuations de direction et d'ellipticité sont similaires, avec la possibilité de détecter les deux modes de spin pour certaines orientations préférentielles de polarisation d'entrée. D_0 : $\Delta_0/2\pi = 300$ MHz, $\omega_L/2\pi = 310$ kHz, $P_{\text{opt}} = 3$ mW. D_2 : $\Delta_2/2\pi = 2$ GHz, $\omega_L/2\pi = 600$ kHz, $P_{\text{opt}} = 1.1$ mW. Les larges écarts de PSD des graphes du haut et du bas proviennent de transimpédances du photodétecteur différentes.

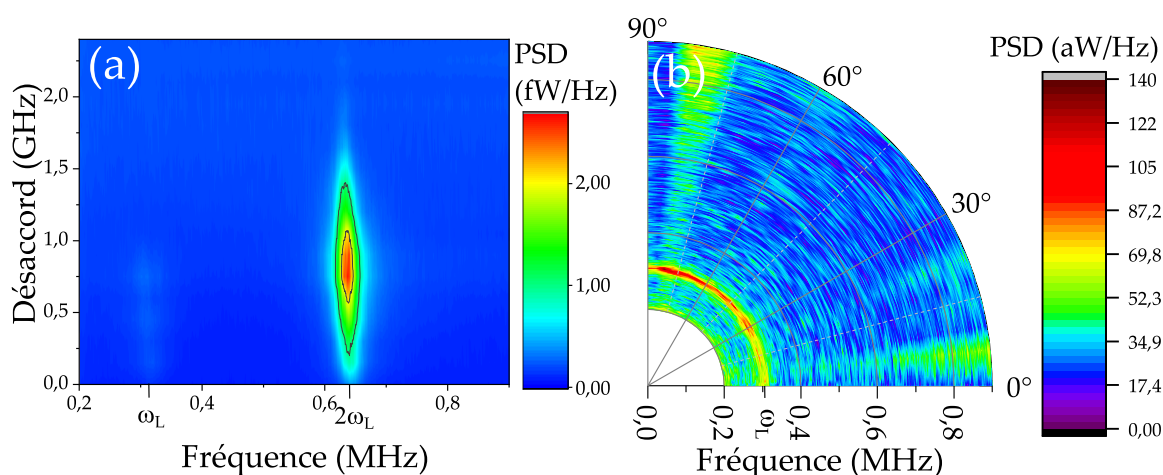


FIGURE 4.9 – Influence du désaccord optique sur le bruit de spin au voisinage de la transition D_0 . **(a)** Spectres de bruit de spin en fonction du désaccord optique avec la transition D_0 . Paramètres expérimentaux : $\alpha = 45^\circ$, $P_{\text{opt}} = 3 \text{ mW}$, $\omega_L = 315 \text{ kHz}$. Quel que soit le désaccord optique, le pic de bruit de spin à ω_L est faiblement marqué par rapport à son homologue à $2\omega_L$. **(b)** Lorsque le désaccord optique est fixé à 3 GHz, le bruit de spin à ω_L semble avoir une dépendance en polarisation moins marquée, alors que le bruit à $2\omega_L$ n'est plus détectable.

Pour la transition D_2 , le résultat est conforme aux prédictions de la description phénoménologique exposée en introduction de ce chapitre : les fluctuations de spins s'inscrivent dans des fluctuations de la direction de polarisation, sondables avec le montage 2QWP seulement, et indépendamment de la polarisation d'entrée. Les fluctuations d'ellipticité, détectables avec le montage 1QWP, sont quant à elles sous la résolution de détection.

En revanche, les comportements sont différents lorsque l'excitation optique est au voisinage des transitions D_0 . On note d'une part la détection d'un pic de bruit de spin à $2\omega_L$ lorsque la polarisation est de l'ordre de 45° avec le champ magnétique. Par ailleurs, le pic à ω_L est très sensible à la polarisation d'entrée de la lumière. Les résultats expérimentaux obtenus à proximité de la transition D_1 , non tracés ici, sont similaires.

Influence du désaccord optique Dans la figure 4.8, les conditions d'excitation sont différentes pour les transition D_0 et D_2 . En effet, l'excitation est plus proche pour la transition D_0 (300 MHz) que pour la transition D_2 (2.5 GHz). Vu la faible épaisseur optique de la transition D_0 , il est en effet difficile d'obtenir des résultats de spectroscopie pour une excitation trop hors résonance. À l'inverse, il est difficile d'obtenir des résultats de spectroscopie lorsque l'excitation est trop proche de la résonance avec la transition D_2 en raison de sa forte absorption. La figure 4.9.a montre le comportement des spectres de bruit lorsque l'on s'éloigne de la transition D_0 , pour $\alpha = 45^\circ$. On y remarque que l'amplitude du pic de bruit de

spin à $2\omega_L$ est marquée pour un désaccord optimal de l'ordre de 800 MHz pour ces conditions d'excitation.

La figure 4.9.b montre le comportement du spectre de bruit de spin lorsque l'excitation est désaccordée de 3 GHz par rapport à la transition D_0 , c'est-à-dire dans des conditions proches des résultats obtenus pour la transition D_2 . Bien que le signal recueilli soit proche de la limite de résolution de notre dispositif, il semble que la dépendance en polarisation du bruit à ω_L soit moins marquée.

Résolution de détection À partir des spectres de bruit de spin mesurés, on peut remonter à l'ordre de grandeur des fluctuations de polarisations induites par l'effet Faraday. En effet, on peut écrire les fluctuations de polarisation comme $\mathbf{e} \cdot \mathbf{u}_\perp \simeq \langle \mathcal{E} \rangle \delta\alpha(t)$ où $\delta\alpha$ est la fluctuation temporelle de polarisation linéaire du champ. Dans ce cas, on montre que la différence des photocourants en sortie de détection homodyne se met sous la forme

$$I_{\text{ph}} = 2CP_{\text{opt}}\text{Re}(\delta\alpha) \quad (4.14)$$

où C est le coefficient photoélectrique du détecteur en A/W, et P la puissance optique du champ optique. De plus, la densité spectrale de puissance de bruit mesurée (PSD) en W/Hz est reliée à celle de la différence de photocourant PSD [I_{ph}] par²

$$\text{PSD} = \left(\frac{R}{2}\right)^2 \text{PSD} [I_{\text{ph}}] \frac{1}{R_{\text{ESA}}} \quad (4.15)$$

Dans cette équation, $R = 10^4 \text{ V/A}$ est la transimpédance du photodétecteur et R_{ESA} est l'impédance d'entrée de l'analyseur de spectre. Finalement, on peut estimer l'amplitude spectrale de bruit en angle à l'aide des équations 4.14 et 4.15 $\sqrt{\text{DSP}[\delta\alpha]}$:

$$\sqrt{\text{PSD}[\delta\alpha]} = \frac{\sqrt{\text{PSD} \times R_{\text{ESA}}}}{RCP_{\text{opt}}} \quad (4.16)$$

Dans les mesures de la figure 4.5.a, les maxima de bruit correspondent à des amplitudes de bruit de l'ordre de $8 \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$, soit un écart-type en angle $\Delta\alpha = \sqrt{2 \int \text{PSD}[\delta\alpha] df}$ de l'ordre de 0.1° . Par ailleurs, la résolution de notre dispositif peut être estimée, depuis la figure 4.5, à 0.01 fW/Hz , soit une amplitude de bruit en angle de $1 \text{ nrad}/\sqrt{\text{Hz}}$.

3 Modèle

La dépendance explicite en polarisation des spectres de bruit de spin obtenus pour des excitations au voisinage des transitions D_0 et D_1 n'est, à ce jour, pas comprise. Pour tenter de reproduire les résultats expérimentaux présentés ci-dessus et

2. La démarche est similaire à celle effectuée pour obtenir l'équation 3.53.

mieux en cerner la physique, nous avons développé un modèle numérique présenté dans cette section.

3.1 Hamiltonien atomique

La figure 4.1 définit les orientations et notations utilisées dans ce modèle. On utilise la base circulaire \mathbf{u}_{\pm} donnée par

$$\mathbf{u}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathbf{u}_x \pm i\mathbf{u}_y] \quad (4.17)$$

pour exprimer les composantes polarisées circulairement du champ optique \mathcal{E}^{\pm}

$$\mathcal{E}\mathbf{u}_{\parallel} = \mathcal{E} (\cos \alpha \mathbf{u}_x + \sin \alpha \mathbf{u}_y) = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} (e^{-i\alpha} \mathbf{u}_+ + e^{i\alpha} \mathbf{u}_-) = \mathcal{E}^+ \mathbf{u}_+ + \mathcal{E}^- \mathbf{u}_-. \quad (4.18)$$

On définit de la même manière les fréquences de Rabi correspondantes par $\Omega^{\pm} = d\mathcal{E}^{\pm}/\hbar$, où d est le dipôle des transitions $D_{n=0,1,2}$.

Les Hamiltoniens H_{D_n} qui ne tiennent compte que de la transition $D_{n=0,1,2}$ s'écrivent alors, dans l'approximation quasi-résonante (RWA),

$$H_{D_0} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{\Omega^+}{\sqrt{3}} \\ \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\Omega^-}{\sqrt{3}} \\ -\frac{\Omega^{+*}}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{\Omega^{-*}}{\sqrt{3}} & \Delta_0 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$H_{D_1} = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & \omega_L & 0 & 0 & \Omega^+ & 0 \\ \omega_L & 0 & \omega_L & \Omega^+ & 0 & \Omega^- \\ 0 & \omega_L & 0 & 0 & \Omega^- & 0 \\ 0 & \Omega^{+*} & 0 & \sqrt{2}\Delta_1 & \omega_L & 0 \\ \Omega^{+*} & 0 & \Omega^{-*} & \omega_L & \sqrt{2}\Delta_1 & \omega_L \\ 0 & \Omega^{-*} & 0 & 0 & \omega_L & \sqrt{2}\Delta_1 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$H_{D_2} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & \Omega^- & 0 & -\frac{\Omega^+}{\sqrt{6}} & 0 & 0 \\ \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\Omega^-}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{\Omega^+}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{\omega_L}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\Omega^-}{\sqrt{6}} & 0 & -\Omega^+ \\ \Omega^{-*} & 0 & 0 & \Delta_2 & \omega_L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Omega^{-*}}{\sqrt{2}} & 0 & \omega_L & \Delta_2 & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_L & 0 & 0 \\ -\frac{\Omega^{+*}}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{\Omega^{--}}{\sqrt{6}} & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_L & \Delta_2 & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_L & 0 \\ 0 & -\frac{\Omega^{+*}}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_L & \Delta_2 & \omega_L \\ 0 & 0 & -\Omega^{+*} & 0 & 0 & 0 & \omega_L & \Delta_2 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

dans les bases suivantes

$$\left\{ \left| 2^3S_1, m_z = -1, 0, 1 \right\rangle, \left| 2^3P_n, m_z = -n, \dots, n \right\rangle \right\}. \quad (4.22)$$

Les facteurs numériques ainsi que leur signes proviennent des coefficients de Clebsch-Gordan (voir annexe A) ainsi que de la décomposition rigoureuse des champs optiques polarisés circulairement sur une transition (cf LAUPRÊTRE, 2012; MESSIAH, 1995) et Δ_n est le désaccord optique du champ avec la transition D_n . Le fort désaccord entre la fréquence du champ optique et la transition la plus proche justifie à chaque fois de ne considérer une seule transition.

On a choisi de prendre comme axe de quantification la direction de propagation du champ optique $+z$ (Fig. 4.6.a) et non la direction du champ magnétique (Fig. 4.6.a) car les composantes circulaires transverses de polarisation du champ optique correspondent aux composantes circulaires d'excitation atomique. Les états $|2^3S_1, m_z = -1, 0, 1\rangle$ et $|2^3S_1, m_x = -1, 0, 1\rangle$ sont reliés par

$$\begin{cases} |-1\rangle_X = \frac{1}{2} (|-1\rangle_Z - \sqrt{2}|0\rangle_Z + |+1\rangle_Z) \\ |0\rangle_X = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-1\rangle_Z - |+1\rangle_Z) \\ |+1\rangle_X = \frac{1}{2} (|-1\rangle_Z + \sqrt{2}|0\rangle_Z + |+1\rangle_Z) \end{cases} \quad (4.23)$$

Par la suite, pour ne pas alourdir les notations, un état désigné par $(0, \pm 1)$ sera implicitement considéré comme l'état de projection du moment cinétique m_z du niveau 2^3S_1 .

La dynamique des atomes peut alors être déterminée en utilisant l'équation maîtresse :

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho] + \mathcal{D}(\rho) \quad (4.24)$$

où H est le Hamiltonien du système, et \mathcal{D} l'opérateur décrivant la dissipation due à l'environnement. Ces sources de dissipation sont celles décrites au paragraphe 2.1 du chapitre 2 : décohérence optique (taux Γ), décohérence Raman (taux γ_R), émission spontanée (taux Γ_0) et transit des atomes (taux γ_t).

Fluctuations

Les résultats de la figure 4.7 sont issus d'une intégration numérique de l'équation 4.24. Cette équation est parfaitement déterministe, et converge vers sa solution à l'état stationnaire. Or, expérimentalement, nous décelons des fluctuations autour de cette valeur d'équilibre. Pour modéliser correctement le système, il est donc nécessaire d'ajouter des termes de fluctuations.

Il s'agit de tenir compte de la source de la dissipation du système en y ajoutant le bruit intrinsèque qui est associé, de façon similaire aux termes de bruit de Langevin dans l'équation 2.87. Dans notre cas, les fluctuations sont purement

classique car elles proviennent de la diffusion des atomes depuis et vers le volume d'excitation du laser. Ainsi, à chaque instant, une fraction d'atomes préparé dans les fondamentaux $-1, 0$ ou 1 va sortir ou entrer dans le faisceau lumineux. Concrètement, les populations des niveaux $-1, 0$ et 1 obéissent, en l'absence de tout couplage cohérent, aux équations suivantes

$$\begin{cases} \frac{d\rho_{-1-1}}{dt}(t) = -\gamma_t \rho_{-1-1}(t) + \frac{\gamma_t}{3} - f_{-10}(t) - f_{-11}(t) \\ \frac{d\rho_{00}}{dt}(t) = -\gamma_t \rho_{00}(t) + \frac{\gamma_t}{3} + f_{-10}(t) - f_{01}(t) \\ \frac{d\rho_{11}}{dt}(t) = -\gamma_t \rho_{11}(t) + \frac{\gamma_t}{3} + f_{-11}(t) + f_{01}(t) \end{cases} \quad (4.25)$$

$\rho_{-1-1}(t) + \rho_{00}(t) + \rho_{11}(t) = 1$, et $f_{\mu\nu}(t)$ sont les fractions d'atomes passant de l'état μ à l'état ν à l'instant t . Ces fonctions sont de valeur moyenne statistique nulle

$$\langle f_{\mu\nu}(t) \rangle = 0, \quad (4.26)$$

et de variance

$$\langle f_{\mu\nu}(t) f_{\mu\nu}(t') \rangle = \frac{4\gamma_t}{9\bar{N}} \delta(t - t'). \quad (4.27)$$

où \bar{N} est le nombre moyen d'atomes compris le faisceau lumineux (voir annexe E pour la démonstration). La fonction de Dirac modélise un bruit blanc et Markovien.

Ces fluctuations vont introduire une certaine puissance dans le bruit des quantités atomiques $\rho_{\mu\nu}$. Pour caractériser quantitativement l'amplitude de bruit, on utilise la densité spectrale de puissance définie pour chaque variable atomique $\rho_{\mu\nu}$ (STOICA, MOSES et al., 2005)

$$\text{PSD}_{\rho_{\mu\nu}}(f) = |\rho_{\mu\nu}(f)|^2 \quad (4.28)$$

Modélisation numérique des fluctuations. En pratique, on propage numériquement l'équation maitresse 4.24 sur une durée T en ajoutant, à chaque pas d'itération temporelle dt , les termes de fluctuations $f_{\mu\nu}$. Si dt est suffisamment faible devant toutes les échelles de temps caractéristiques du système, alors le caractère *blanc* du bruit est assuré. En choisissant, à chaque pas, les valeurs $f_{\mu\nu}$ aléatoirement équiréparties dans l'intervalle $\left[-\sqrt{4\gamma_t/3\bar{N}dt}, +\sqrt{4\gamma_t/3\bar{N}dt}\right]$, on impose en outre la variance de l'équation 4.27³.

La figure 4.10 montre les densités spectrales de puissance de l'ensemble de la matrice densité, en présence de ces fluctuations. Bien que la densité spectrale de puissance soit calculée dans le régime permanent, les fluctuations induisent de petites dynamiques transitoires qui se décomposent sur les deux modes accessibles.

3. Pour une distribution aléatoire entre $-\sqrt{3a}$ et $\sqrt{3a}$, la variance est en effet donnée par $\frac{1}{2\sqrt{3a}} \int_{-\sqrt{3a}}^{+\sqrt{3a}} x^2 dx = a$. Dans notre cas $a = 4\gamma_t/9\bar{N}dt$

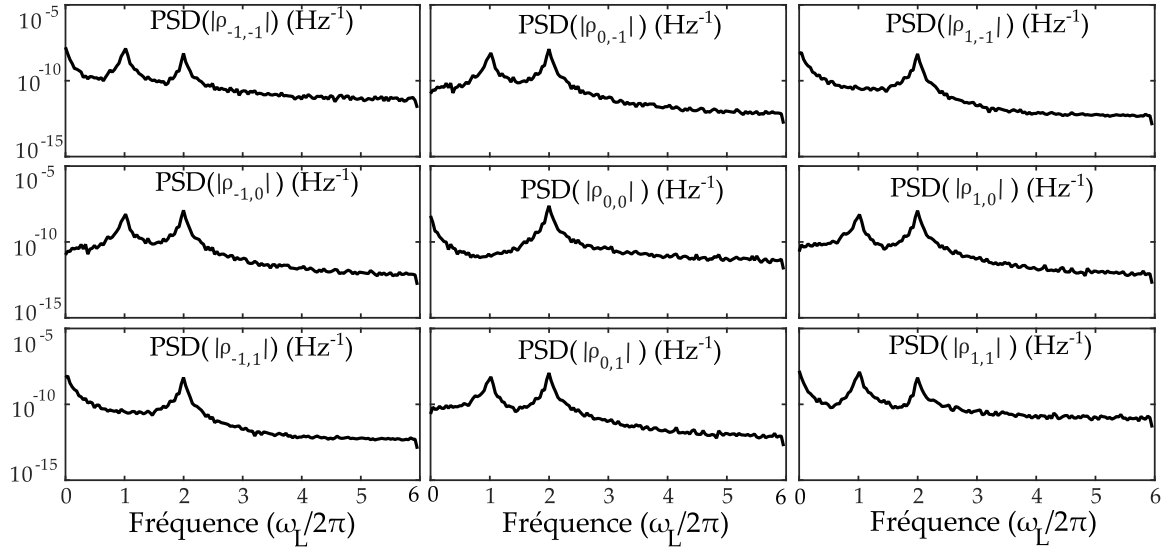


FIGURE 4.10 – **Densité spectrale de puissance de la matrice densité.** Initialement, le système est préparé dans un mélange statistique équilibré entre les 3 sous-niveaux de spin. À cause des fluctuations introduites, les deux modes d'oscillation sont toujours excités, ce qui induit deux pics de bruit aux fréquences correspondantes (Fig 4.7).

Ainsi, deux pics de bruit aux fréquences ω_L et $2\omega_L$ sont présents sur les quantités atomiques. Numériquement, la durée d'intégration T est suffisamment grande devant toutes les échelles de temps du système pour que l'expression 4.28 soit considéré valide pour cette valeur de T finie.

3.2 Propagation du champ électrique et détection

Il s'agit de modéliser la propagation du champ électrique dans le milieu. La réponse d'un milieu diélectrique à un champ électrique est caractérisée par le vecteur polarisation

$$\mathbf{P} = n_{\text{at}} \text{Tr} [\rho \mathbf{d}] = (\mathcal{P}^+ \mathbf{u}_+ + \mathcal{P}^- \mathbf{u}_-) e^{-i\omega(t - \frac{z}{c})} + \text{h.c.}, \quad (4.29)$$

où \mathcal{P}^\pm sont les amplitudes complexes des composantes σ^\pm du vecteur polarisation. Ici, la matrice densité sur laquelle la trace est prise est la matrice densité totale, c'est-à-dire du niveau 2^3S_1 et des niveaux excités 2^3P . Dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable, l'équation de propagation des composantes circulaires du champ électrique dans le milieu sont alors données par (LAMBROPOULOS et PETROSYAN, 2007)

$$(c\partial_z + \partial_t) \mathcal{E}^\pm(z, t) = i \frac{\omega}{2\epsilon_0} \mathcal{P}^\pm(z, t). \quad (4.30)$$

En faisant attention aux conventions de signe (LAUPRÊTRE, 2012; MESSIAH,

1995), ainsi qu'aux coefficients de Clebsch-Gordan (voir annexe A), les composantes circulaires du vecteur polarisation s'expriment en fonction des cohérences optiques de la manière suivante

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{D_0}^+ = n_{\text{at}}d \left(-\frac{\rho_{0_d-1g}}{\sqrt{3}} \right) \\ \mathcal{P}_{D_1}^+ = n_{\text{at}}d \left(+\frac{\rho_{0e-1g}}{\sqrt{2}} + \frac{\rho_{1_10g}}{\sqrt{2}} \right) \\ \mathcal{P}_{D_2}^+ = n_{\text{at}}d \left(-\frac{\rho_{0_f-1g}}{\sqrt{6}} - \frac{\rho_{1_10g}}{\sqrt{2}} - \rho_{2_11g} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} \mathcal{P}_{D_0}^- = n_{\text{at}}d \left(+\frac{\rho_{0_d1g}}{\sqrt{3}} \right) \\ \mathcal{P}_{D_1}^- = n_{\text{at}}d \left(+\frac{\rho_{0e1g}}{\sqrt{2}} + \frac{\rho_{-1_10g}}{\sqrt{2}} \right) \\ \mathcal{P}_{D_2}^- = n_{\text{at}}d \left(+\frac{\rho_{0_f1g}}{\sqrt{6}} + \frac{\rho_{-1_10g}}{\sqrt{2}} + \rho_{-2_1-1g} \right). \end{cases} \quad (4.31)$$

L'indice $D_{n=0,1,2}$ indique que seule la transition D_n est considérée comme contribuant au dipôle. On définit les coefficients numériques C_{nij}^\pm apparaissant dans les équations 4.31 par $\mathcal{P}_{D_n}^\pm = n_{\text{at}}d \sum_{ij} C_{nij}^\pm \rho_{ij}$. Finalement, par couplage à la transition D_n seule, les équations de propagation des composantes circulaires du champ électrique s'écrivent de la manière suivante

$$(c\partial_z + \partial_t) \mathcal{E}^\pm(z, t) = i \frac{\omega n_{\text{at}}d}{2\epsilon_0} \sum_{ij} C_{nij}^\pm \rho_{ij}(z, t). \quad (4.32)$$

Évaluation du champ électrique sortant On peut évaluer le champ électrique sortant en intégrant numériquement les équations 4.31 et 4.24 dans le temps (par pas dt) et dans l'espace (par pas dz). Toutefois, la durée de calcul devient vite longue puisque le pas temporel de calcul doit être plus petit que l'échelle caractéristique de temps minimale du système, soit $dt \ll dz/c \sim 10$ ps. Or, la durée totale d'intégration permettant d'avoir une bonne résolution spectrale est $T \gg 2\pi/\omega_L \sim 1$ μ s. Il faudrait donc résoudre quelque $\sim 10^8$ fois l'équation de Von-Neumann 4.24 pour connaître le champ électrique sortant.

Cependant, l'excitation laser est suffisamment loin des résonances atomiques pour pouvoir considérer le milieu comme peu épais. Dans cette approximation, on peut négliger d'une part l'influence réciproque des atomes et du champ en ne considérant que l'action du champ sur les atomes. D'autre part, la propagation des fluctuations peut être négligée. On évalue alors simplement le champ sortant comme

$$\mathcal{E}^\pm(L, t) = \mathcal{E}^\pm(0) + i \frac{\omega n_{\text{at}}dL}{2\epsilon_0} \sum_{ij} C_{nij}^\pm \rho_{ij}(t). \quad (4.33)$$

Chaque ρ_{ij} est évalué pour un atome, ce qui permet de s'affranchir de toute intégration spatiale, et d'augmenter le pas temporel à une valeur seulement limitée par les échelles de temps caractéristiques de l'atome, soit ~ 1 ns. On obtient alors des simulations après seulement quelques 10^5 itérations.

L'évaluation du champ optique sortant s'obtient finalement en utilisant la relation de passage des composantes circulaires aux composantes linéaires de polarisation 1.65, ce qui donne d'après 4.33

$$\mathcal{E}(L, t) = \mathcal{E}(0) + i \frac{n_{\text{at}} dL}{2\epsilon_0} \sum_{ij} \left(C_{nij}^+ \rho_{ij}(t) \mathbf{e}_+ + C_{nij}^- \rho_{ij}(t) \mathbf{e}_- \right). \quad (4.34)$$

On suppose ici que, vue la symétrie du système, il n'y a pas de changement de la polarisation moyenne du champ sonde.

Évaluation numérique du champ détecté D'après les équations 4.34 et 4.18, les fluctuations mesurables expérimentalement sont alors données par

$$\mathbf{e}(t) \cdot \mathbf{u}_\perp = \frac{n_{\text{at}} dL}{2\epsilon_0} \sum_{ij} \left(C_{nij}^+ \rho_{ij}(t) e^{i\alpha} - C_{nij}^- \rho_{ij}(t) e^{-i\alpha} \right). \quad (4.35)$$

3.3 Résultats du modèle

La figure 4.11.a montre l'évolution du spectre de bruit de spin, en fonction de l'angle α entre le champ magnétique et la polarisation du champ électrique incident. On y remarque la présence d'un pic de bruit à ω_L , indépendant de la direction incidente de polarisation et un pic de bruit à $2\omega_L$ pour une direction de polarisation privilégiée, de l'ordre de 45° par rapport au champ magnétique. Ces résultats suggèrent donc qu'il est possible de sonder les deux modes dynamiques d'un spin 1.

Comme attendu, le couplage Zeeman entre états de spin vérifiant $\Delta m = 1$ a tendance à exciter le mode ω_L . Par ailleurs, la présence d'une excitation optique à deux photons entre les états de spin vérifiant $\Delta m = 2$ permet d'exciter également la cohérence Raman du système, et donc le mode de spin à $2\omega_L$. Toutefois, la dépendance explicite en polarisation pour la détection de ce mode demeure incomprise et ne reproduit pas les résultats expérimentaux.

Ces résultats de simulation sont qualitativement les mêmes, quel que soit le montage envisagé (1QWP ou 2QWP) et quelle que soit la transition optique la plus proche, mais les amplitudes absolues et relatives entre les pics de bruit à ω_L et $2\omega_L$ dépendent de la transition la plus proche. La figure 4.11.b compare les aires sous les pics de bruits, pour chacune des trois transitions optiques accessibles, tout paramètre égal par ailleurs. Il semble que plus le nombre de transitions optiques est élevé, plus l'amplitude de bruit de spin à ω_L est grande. Cette observation s'interprète simplement par la plus forte épaisseur optique du milieu, rendant l'interaction dipolaire atome-champ plus importante. On remarque également que plus le nombre de niveaux excités est élevé, moins l'excitation du mode à $2\omega_L$ est prononcée. Comme ce mode est excité via la cohérence Raman entre les niveaux fondamentaux, elle-même excitée par des processus optique à deux photons, on peut comprendre qualitativement que la transition D_2 soit moins favorable.

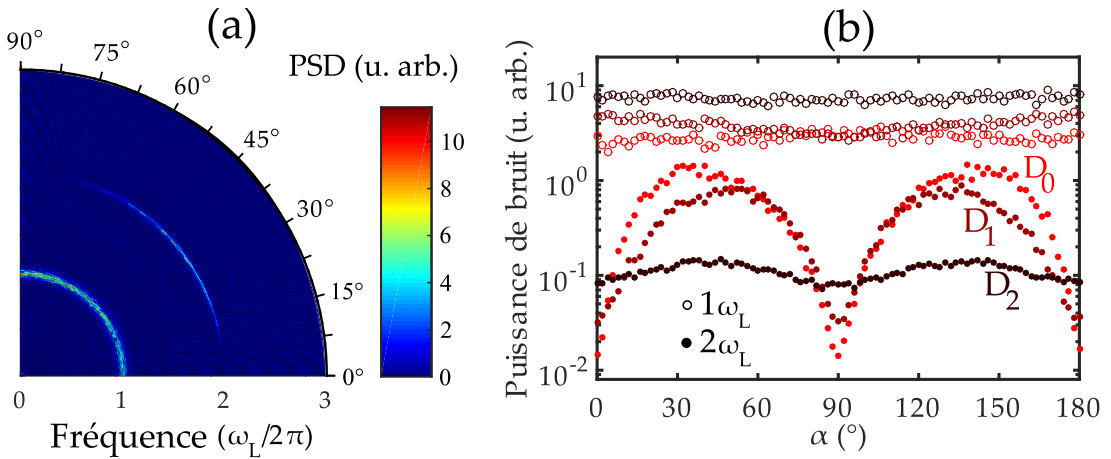


FIGURE 4.11 – **Simulation de SNS.** (a) Tracé polaire des spectres de bruit de spin, en fonction de l'angle α entre le champ magnétique et la polarisation du champ électrique. Un pic de bruit à ω_L est toujours présent, quelle que soit la polarisation d'entrée. Par ailleurs, un pic de bruit de spin à $2\omega_L$ est visible pour $\alpha \simeq 45^\circ$. Ces comportements ne dépendent ni de la transition sondée, ni du montage envisagé (1QWP ou 2QWP). (b) Puissances nettes de bruits en fonction de l'angle α . Plus la transition dispose de sous-transitions, plus (moins) le bruit de spin à ω_L ($2\omega_L$) est marqué. Paramètres de simulation : $\Omega = \omega_L/2 = \Delta/5 = \gamma/10 = 30\gamma_R = 30\gamma_t = 2\Gamma_0/3$.

Le modèle développé ne reproduit cependant pas certains comportements expérimentaux observés. Les résultats de spectroscopie sont identiques pour les montages 1QWP et 2QWP, suggérant ainsi que les fluctuations de direction et d'ellipticité de la polarisation du champ optiques sont identiques. Or, pour la transition D_2 par exemple, on a mesuré expérimentalement que les fluctuations de spins induisent essentiellement des fluctuations de la direction de polarisation. Par ailleurs, le bruit de spin à ω_L ne dépend pas de la polarisation, contrairement à ce qui est observé expérimentalement. Néanmoins, les comportements observés pour le pic de bruit à $2\omega_L$ dans l'expérience et dans la simulation coïncident, avec une présence marquée lorsque le champ magnétique et la direction de polarisation sont à 45° .

4 Conclusions

Le résultat essentiel de cette étude est que plusieurs modes de spin peuvent être sondés par spectroscopie de bruit de spin. Cette possibilité ouvre de nouvelles perspectives pour l'étude d'effets de décohérences de spin car la SNS est aujourd'hui cantonnée à l'étude des effets de décohérence de spin entre niveaux de projections tels que $\Delta m = 1$. Les résultats obtenus dans l'hélium métastable suggèrent que la décohérence de spin entre niveaux de projections de spin $\Delta m = 2$ est possible à l'aide d'une excitation à deux photons optiques. De plus, dans une

perspective de spectroscopie de bruit de spin à des ordres plus élevés, on pourrait envisager la détection des corrélations croisées entre les différents modes de spin.

Par ailleurs, on a montré qu'il est possible de détecter à la fois les fluctuations de la direction de polarisation optique du champ transmis (montage 2QWP), et ses fluctuations d'ellipticité (montage 1QWP). Cette nuance n'est pas explicite dans la littérature, et ouvre des perspectives pour des mesures plus quantitatives.

Les résultats expérimentaux et numériques ne permettent pas de tirer une conclusion solide sur la description des comportements observés. La dépendance en polarisation observée expérimentalement sur les bruits de mode de spin n'est notamment aujourd'hui pas comprise, et est mal modélisée. Afin de mieux prédire les résultats expérimentaux, une première piste consiste à retravailler la forme des fluctuations numériques introduites. Ici elles ne modélisent en effet que les fuites de population par transit des atomes. Or, si les travaux de MAYNARD, 2016 ont montré que la cohérence entre les états de projection de spin $\Delta m = 2$ est effectivement limitée par ce transit, aucune mesure expérimentale ne nous permet d'affirmer que cela reste valable pour les cohérences $\Delta m = 1$. De plus, l'effet du pompage optique sur les fluctuations n'est pas considéré dans notre modèle. Or, il est clair que l'élargissement par saturation des transitions est associé à une augmentation des fluctuations de populations des niveaux fondamentaux. Par ailleurs, les désaccords entre simulation et expérience suggèrent de retravailler l'évaluation du champ détecté (Eq. 4.35). Il est notamment surprenant que les résultats de simulation de spectroscopie ne dépendent pas du montage envisagé (1QWP ou 2QWP), en particulier lorsque l'excitation optique est proche de la transition D_2 où les résultats expérimentaux sont fidèles à ceux communément observés.

Spectroscopie d'un état comprimé en spin

Au chapitre précédent, on a étudié un phénomène non-linéaire permettant de générer un état de lumière dont les quadratures sont comprimées et de le convertir en un état matériel comprimé en spin (cf Eq. 3.95). En fait, dans le montage 3.10, le champ moyen (pompe) est supprimé pour n'en conserver que ses fluctuations de polarisations orthogonales, et donc à l'image des fluctuations de spin. L'oscillateur local de la détection homodyne permet d'amplifier ces fluctuations et d'en détecter l'ensemble des quadratures. Le montage 3.10 correspond en fait à la proposition de STERIN et al., 2018 pour améliorer les dispositifs de SNS couramment employés, en utilisant un oscillateur local externe. Si le chapitre 3 s'est concentré sur la description d'un vide de photons comprimé par un milieu préparé par un champ intense, le chapitre 4 décrit le transfert des fluctuations d'un milieu sur les fluctuations de polarisation de ce champ intense. Dans les deux cas, il s'agit bien du bruit du champ orthogonalement polarisé au champ intense dont les quadratures sont mesurées.

CONCLUSION

Cette thèse avait pour objectifs de mieux comprendre plusieurs phénomènes cohérents pouvant survenir au sein d'une vapeur d'hélium métastable : les oscillations cohérentes de population ultrafines pour le stockage de lumière, l'amplification paramétrique optique pour la génération d'états comprimés, ainsi que la spectroscopie de bruit de spin. Chaque étude expérimentale a fait l'objet d'une modélisation théorique ou numérique permettant d'en prédire les caractéristiques et d'envisager leur utilisation dans d'autres systèmes.

Le premier objectif était de faire une description quantitative du stockage de lumière par oscillations cohérentes de population (CPO). La modélisation développée au chapitre 2, confortée par son accord avec l'expérience, décrit le stockage classique par CPO grâce à une quantité mêlant lumière et matière. Par ailleurs, elle montre que les taux d'amplification par CPO, donnés par le taux d'absorption du milieu, peuvent être considérables et sont donc associés à des vitesses de groupe fortement réduites. On a également mis en évidence le lien entre les modes propres de propagation d'un milieu et ses modes propres d'oscillation de population. Toutefois, la dégradation des propriétés statistiques d'un champ optique par ajout de bruit d'émission spontanée lors de sa propagation en conditions CPO interdit l'utilisation du phénomène pour des applications quantiques. Cette impossibilité est, en réalité, plus fondamentale encore : il est impossible de transférer réversiblement les deux quadratures d'un champ optique – quantités ne commutant pas entre elles – vers des opérateurs de population atomiques – commutant entre eux.

La connaissance des effets indésirables induits par CPO peut néanmoins être capitale : un champ sonde, même vide de photons, peut avoir l'une de ses quadratures bruitée par la présence d'un champ pompe, si ceux-ci initient un CPO. Des mesures préliminaires non exposées dans ce manuscrit indiquent que l'excitation quasi-résonante de la transition D_2 par une pompe conduit à un CPO entre ses niveaux fondamentaux et excités, pour un champ sonde polarisé orthogonalement.

L'étude du bruit d'émission spontanée généré par cet effet est une perspective naturelle des travaux présentés dans ce manuscrit. Ce bruit, heureusement négligeable dans le cas où l'excitation est résonante sur la transition D_1 (cas de l'amplification paramétrique décrite au chapitre 3), pourrait s'avérer problématique pour l'étude d'autres phénomènes. Au delà de l'exemple propre à notre expérience, les résonances CPO ont été observées dans une large variété de systèmes optiques. Ainsi, la connaissance des modes CPO de ces systèmes peut permettre d'en éviter l'excitation, pour s'affranchir des effets parasites sur les propriétés quantiques des champs qui s'y propagent.

Le chapitre 3 de cette thèse montre qu'il est possible de générer des états comprimés à deux modes par mélange à quatre ondes dans l'hélium métastable. Il est notamment remarquable qu'un effet non-linéaire puisse être si prononcé (gain d'environ 9 dB) dans une vapeur atomique d'épaisseur optique aussi faible (environ 4,5). Les résultats expérimentaux et les simulations numériques sont très bien reproduites par un modèle analytique simple. L'efficacité de l'amplification paramétrique s'explique par un piégeage cohérent de population permettant l'excitation résonante d'une transition optique sans être parasité par son absorption. Ainsi, de fortes non-linéarités sont accessibles, en exploitant la proximité d'une transition optique voisine. Ce phénomène n'est ainsi pas propre à l'hélium : la structure énergétique requise est suffisamment simple pour pouvoir être rencontrée dans d'autres vapeurs atomiques ou être envisagée dans des atomes artificiels en milieu solide si les applications recherchées nécessitent des systèmes sur puce ou d'autres longueurs d'ondes par exemple.

Les premières mesures d'états comprimés obtenus via cette non-linéarité sont encourageantes et correctement décrites par un modèle numérique. Ce modèle rend notamment compte des facteurs limitants de l'expérience actuelle, et indique qu'une amélioration du taux de compression doit inévitablement commencer par une réduction des pertes du dispositif expérimental. Outre l'emploi d'un matériel plus performant, cette optimisation devra absolument s'accompagner d'une réduction de la température du système afin de réduire l'absorption par la transition voisine. Les taux de compression obtenus pourront alors être considérables en simple passage ou en employant une cavité résonante, et permettront de générer efficacement des états comprimés à deux modes du rayonnement.

De plus, le piégeage cohérent de population – intrinsèque au phénomène paramétrique étudié – est accompagné d'une conversion réciproque entre le champ lumineux et l'état de spin collectif de l'ensemble macroscopique d'atomes illuminés : il est ainsi possible de générer une compression du spin collectif des atomes excités sur une durée de l'ordre de quelques millisecondes. Les mesures expérimentales de squeezing exposées au chapitre 3 peuvent, dans ce cas particulier, s'interpréter aussi bien comme des mesures de quadratures comprimées d'un état de lumière que comme celles d'un état de spin comprimé. Toutefois, ces mesures montrent le taux de compression de spin maximal accessible actuellement, mais ne

donnent pas d'indice sur les propriétés de décohérence de cet état de spin. Pour cela, on pourrait envisager une séquence dans laquelle on génère un état de spin comprimé, puis sonder au cours du temps sa décohérence à l'aide de la technique de spectroscopie de bruit de spin (SNS) décrite au chapitre 4.

On a montré en effet que la technique de SNS dans l'hélium métastable présente des comportements originaux, non rapportés jusqu'ici dans la littérature. On montre notamment que les deux modes d'oscillation de Larmor d'un spin 1 sont détectables. La possibilité de la détection multimode de bruit de spin, ainsi que la mise en place de deux types de montages distinguant les fluctuations de direction de polarisation des fluctuations d'ellipticité, augure de nouvelles perspectives pour cette technique de spectroscopie. Par exemple, la mesure des corrélations croisées entre différents modes de bruit de spin, ou encore la détection simultanée des deux quadratures des fluctuations et de leurs corrélations, pourraient aider à quantitativement caractériser les différentes sources de décohérence de spin d'un système.

Cependant, la SNS dans l'hélium métastable n'est pas encore complètement comprise. En particulier, la dépendance en polarisation des spectres mesurés demeure inexpliquée et la modélisation numérique ne prédit pas correctement les comportements observés expérimentalement. Plusieurs pistes d'amélioration concernant la simulation des fluctuations et l'évaluation du champ détecté sont à creuser. En effet, le modèle actuel ne tient pas compte des fluctuations associées aux pertes par émission spontanée modifiées par pompage optique par exemple, mais seulement du transit des atomes à travers le faisceau. Une modélisation plus performante pourra permettre de conclure sur l'explication physique des spectres de bruits mesurés, et si la détection de ce type de signaux est transposable à d'autres systèmes.

Dans cette démarche, j'ai également réalisé au cours de ma thèse un système optique pour caractériser, à chaud et à température cryogénique (4 K), des ensembles de centres colorés du diamant (SiV et GeV). Ces systèmes, qubits candidats pour une implémentation en réseau quantique sur puce, ont une durée de cohérence de spin de l'ordre de quelques dizaines de nanosecondes à 4 K (PINGAULT, BECKER et al., 2014, SIYUSHEV et al., 2017), limitée par le peuplement thermique par phonons des deux niveaux du qubit. Certains groupes travaillent à augmenter cette durée de cohérence de spin par une réduction drastique de la température (SUKACHEV et al., 2017) ou en mettant le cristal sous pression pour amplifier la séparation des deux niveaux du qubit (SOHN et al., 2018). Notre équipe se dirige vers une caractérisation plus complète du bruit de spin dans ces systèmes par l'utilisation de la SNS.

ANNEXE A

STRUCTURE ÉLECTRONIQUE DE L'HÉLIUM

L'hélium dans son état fondamental 2^3S_0 ne dispose pas de transition optique. Le premier niveau excité 2^3S_1 se trouve à 19.6 eV (63.4 nm) au dessus du fondamental (voir Fig. A.1). Ce niveau est dit metastable car disposant d'une très longue durée de vie naturelle 7870 (510) s (HODGMAN et al., 2009). C'est d'ailleurs l'état atomique neutre possédant la plus longue durée de vie. Cette robustesse est la conséquence d'une double interdiction de la transition $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3S_0$. Premièrement, la transition est interdite car les niveaux possèdent le même nombre quantique orbital $L = 0$. Par ailleurs, ces deux états à deux électrons ne sont pas dans la même configuration de spin : antiparallèle pour l'état fondamental, et parallèle pour l'excité, nécessitant donc des effets de décohérence assurant un retournement de spin. Ainsi, le processus dissipatif autorisant le plus rapidement les électrons à retomber dans le niveau fondamental est le couplage dipolaire magnétique. C'est ce niveau metastable qui nous sert de niveau fondamental pour des transitions optiques à 1063 nm vers les états $2^3P_{0,1,2}$.

Le tableau de la figure A.1 résume les valeurs numériques de toutes les grandeurs utilisées dans cette thèse. Les informations nécessaires à leur détermination sont détaillées dans la thèse de mes prédécesseurs LAUPRÊTRE, 2012 et MAYNARD, 2016.

Transition D_1 et système en Λ La figure A.1 montre les différents coefficients de CLEBSCH-GORDAN des transitions optiques $D_{0,1,2}$, définies comme les transitions $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P_{0,1,2}$ respectivement. Il est remarquable que le coefficient liant les sous-niveaux $m = 0$ de la transition D_1 soit nul. Ainsi, lorsqu'un champ optique polarisé dans la direction de l'axe de quantification est résonant sur cette transition, il suffit de quelques cycles optique pour efficacement dépeupler le niveau $|2^3S_1, m = 0\rangle$.

Grandeur	Notation	Valeur
Fréquence de transition $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P$	ω_0	$2\pi \times 276$ THz
Dipôle électrique de transition	d	45 mD
Taux d'émission spontanée du niveau 2^3P	Γ_0	$2\pi \times 1.63$ MHz
Élargissement homogène par collisions	Γ_{coll}	$2\pi \times 22.8$ MHz
Élargissement inhomogène Doppler	Γ_D	$2\pi \times 0.8$ GHz
Taux de décohérence optique totale	$\Gamma = \Gamma_{\text{coll}} + \frac{\Gamma_D}{2}$	$2\pi \times 0.39$ GHz
Taux de transit	γ_t	$2\pi \times 10$ kHz
Taux de décohérence Raman	γ_R	$2\pi \times 13$ kHz
Nombre d'atomes sondés	n_{at}	$2.2 \cdot 10^{11}$ cm ⁻³
Coefficient de couplage dipolaire	$\eta = n_{\text{at}}\omega_0 d^2 / 4c\hbar\epsilon_0$	0.23 μm ⁻¹ μs ⁻¹
Longueur de la cellule d'hélium	L	6 cm

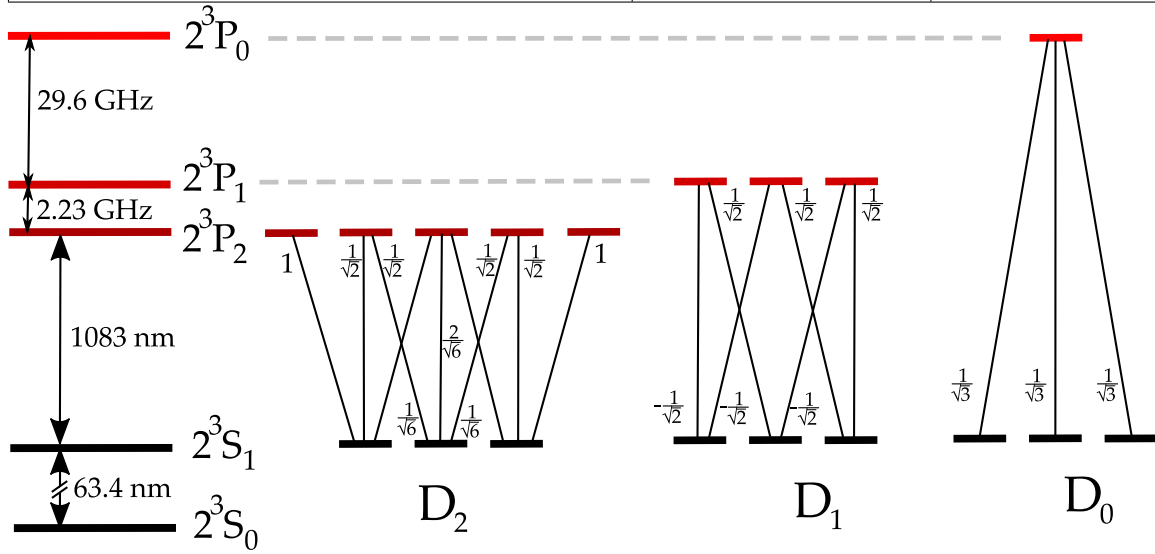


FIGURE A.1 – Premiers niveaux électroniques de l'hélium 4 et valeurs numériques. Trois transitions optiques sont accessibles depuis le niveau métastable 2^3S_1 . La transition $|2^3S_1, m = 0\rangle \leftrightarrow |2^3P_1, m = 0\rangle$ est interdite, induisant un pompage optique efficace vers un système en Λ lorsque la transition est excitée par des champs polarisés linéairement, et orthogonalement à l'axe de quantification.

ANNEXE B

CPO HYPERFIN DANS UN SYSTÈME EN Λ -
COMPLÈMENTS

Cette annexe regroupe certaines étapes de calculs du chapitre 2 de ce manuscrit. Les sections 1 et 2 détaillent l'obtention des équations de propagation classique et quantique du champ sonde respectivement. La section 3 donne plus d'informations sur l'expression des fonctions d'ajustements des coefficients de transmission.

1 Équations classique de propagation des quadratures

Quadrature X_{\perp} L'équation de propagation 2.39 s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (c\partial_z - i\nu) X_{\perp}(z, \nu) &\stackrel{\text{Eq. 2.22}}{=} (c\partial_z - i\nu) \frac{\Omega(z, \nu) + \Omega(z, -\nu)^*}{2} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \\
 &\stackrel{\text{Eq. 2.39}}{=} \frac{c\eta}{2\sqrt{2}} \left[\left(\rho_{e1}^{(1)} - \rho_{e-1}^{(1)} \right) (z, \nu) + \left(\rho_{e1}^{(1)*} - \rho_{e-1}^{(1)*} \right) (z, -\nu) \right] \cdot \\
 &\stackrel{\text{Eq. 2.53}}{=} -\frac{c\eta}{2} \frac{1}{\Gamma - i\nu} \frac{1}{1+3s} X_{\perp}(z, \nu)
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

Appliquons alors l'approximation 2.40 au premier ordre en ν

$$(c\partial_z + i\nu) X_{\perp} \simeq -\frac{c\eta}{2\Gamma(1+3s)} \left(1 + i\frac{\nu}{\Gamma} \right) X_{\perp} \tag{B.2}$$

On obtient ainsi finalement l'équation de propagation pour la quadrature X_{\perp}

$$\partial_z X_{\perp} = \left[-\frac{\eta}{2\Gamma(1+3s)} + i\frac{\nu}{c} \left\{ 1 - \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)} \right\} \right] X_{\perp}. \tag{B.3}$$

Cette équation est directement intégrable car elle ne fait pas intervenir d'autres quadratures du champ signal. Ainsi, dans notre régime d'approximation, cette quadrature fait partie des *modes propres* de propagation du milieu. Les deux termes

du membre de droite de cette équation représentent le facteur de transmission et la vitesse de propagation de la quadrature. En effet, par intégration directe on obtient

$$X_{\perp}(z, \nu) = X_{\perp}(0, \nu) \exp \left[\int_0^z \left(-\frac{\eta}{2\Gamma(1+3s)} + \frac{i\nu}{v_1(s)} \right) d\xi \right], \quad (\text{B.4})$$

soit, repassant dans le domaine temporel,

$$X_{\perp}(z, t) = X_{\perp} \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_1(s)} \right) \exp \left[- \int_0^z \frac{\eta d\xi}{2\Gamma(1+3s)} \right], \quad (\text{B.5})$$

avec

$$v_1(s) = \frac{c}{1 - \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)}} > c.$$

La quadrature X_{\perp} est absorbée et se propage avec la vitesse supraluminique associée. Ce résultat n'est pas surprenant puisque l'on sait que cette quadrature n'est pas couplée explicitement à un mode CPO, elle ne fait qu'ajouter une saturation supplémentaire au système.

Quadrature P_{\perp} Cette quadrature est, d'après l'équation 2.49, explicitement couplée au mode CPO antisymétrique. On a

$$\begin{aligned} (c\partial_z - i\nu) P_{\perp}(z, \nu) &\stackrel{\text{Eq. 2.22}}{=} (c\partial_z - i\nu) \frac{\Omega(z, \nu) - \Omega(z, -\nu)^*}{2i} \cdot \mathbf{u}_{\perp} \\ &\stackrel{\text{Eq. 2.39}}{=} \frac{c\eta}{2i\sqrt{2}} \left[\left(\rho_{e1}^{(1)} - \rho_{e-1}^{(1)} \right) (z, \nu) - \left(\rho_{e1}^{(1)*} - \rho_{e-1}^{(1)*} \right) (z, -\nu) \right] \\ &\stackrel{\text{Eq. 2.53}}{=} -\frac{c\eta}{2} \frac{1}{\Gamma - i\nu} \left[\frac{1}{1+3s} P_{\perp} + \rho_{\Delta}^{(1)} \Omega_D \right] (z, \nu) \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Appliquons alors l'approximation 2.40 au premier ordre en ν

$$\begin{aligned} (c\partial_z - i\nu) P_{\perp} &\simeq -\frac{c\eta}{2\Gamma} (1 + i\frac{\nu}{\Gamma}) \left[\frac{1}{1+3s} P_{\perp} + \rho_{\Delta}^{(1)} \Omega_D \right] \\ &\stackrel{\text{Eq. 2.49}}{=} -\frac{c\eta}{2\Gamma(1+3s)} (1 + i\frac{\nu}{\Gamma}) \left[1 - 2\beta_{\Delta} \left(1 + i\nu \left(\frac{1}{2\Gamma} - \frac{\beta_{\Delta}}{\zeta} \right) \right) \right] P_{\perp} \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

La quadrature P_{\perp} se propage sans faire intervenir les autres composantes du champ signal non plus, c'est un autre mode propre de propagation. Son équation de propagation s'écrit

$$\partial_z P_{\perp} = \left[\frac{\eta}{2\Gamma(1+3s)} (2\beta_{\Delta} - 1) + i\frac{\nu}{c} \left\{ 1 + \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)} \left(6\beta_{\Delta}^2 \frac{\Gamma}{s\Gamma_0} - \beta_{\Delta} - 1 \right) \right\} \right] P_{\perp}. \quad (\text{B.8})$$

Comme pour la quadrature X_{\perp} , on retrouve un terme décrivant la transmission, et un terme correspondant à la vitesse de propagation

$$P_{\perp}(z, \nu) = P_{\perp}(0, \nu) \exp \left[\int_0^z \left(\frac{\eta(2\beta_{\Delta} - 1)}{2\Gamma(1+3s)} - \frac{i\nu}{v_2(s)} \right) d\xi \right], \quad (\text{B.9})$$

avec

$$v_2(s) = \frac{c}{1 + \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)} \left(6\beta_\Delta^2 \frac{\Gamma}{s\Gamma_0} - \beta_\Delta - 1 \right)} < c. \quad (\text{B.10})$$

Finalement, en repassant dans le domaine temporel :

$$P_\perp(z, t) = P_\perp \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_2(s)} \right) \exp \left[\int_0^z \frac{\eta(2\beta_\Delta - 1)}{2\Gamma(1+3s)} d\xi \right] \quad (\text{B.11})$$

En raison de l'excitation du mode CPO antisymétrique, la transmission du champ sonde est augmentée, voire supérieure à 1 dans certains cas, et sa vitesse de groupe fortement réduite.

Quadrature X_\parallel Cette quadrature, d'après l'équation 2.48, est couplée au mode CPO symétrique. En suivant la même démarche, on obtient

$$\begin{aligned} (c\partial_z - i\nu) X_\parallel(z, \nu) &\stackrel{\text{Eq. 2.22}}{=} (c\partial_z - i\nu) \frac{\Omega^\parallel(z, \nu) + \Omega^{\parallel*}(z, -\nu)}{2} \\ &\stackrel{\text{Eq. 2.39}}{=} \frac{ic\eta}{2\sqrt{2}} \left[\left(\rho_{e1}^{(1)} + \rho_{e-1}^{(1)} \right) (z, \nu) - \left(\rho_{e1}^{(1)*} + \rho_{e-1}^{(1)*} \right) (z, -\nu) \right] \\ &\stackrel{\text{Eq. 2.53}}{=} -\frac{c\eta}{2} \frac{1}{\Gamma - i\nu} \left[\frac{1}{1+3s} X_\parallel + 3\rho_\Sigma^{(1)} \Omega_D \right] (z, \nu). \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Appliquons alors l'approximation 2.40 au premier ordre en ν

$$\begin{aligned} (c\partial_z - i\nu) X_\parallel &\simeq -\frac{c\eta}{2\Gamma} (1 + i\frac{\nu}{\Gamma}) \left[\frac{1}{1+3s} X_\parallel(z, \nu) + 3\rho_\Sigma^{(1)} \Omega_D \right] \\ &= -\frac{c\eta}{2\Gamma(1+3s)} (1 + i\frac{\nu}{\Gamma}) \left[1 - 2\beta_\Sigma \left(1 - i\nu \left(\frac{1}{2\Gamma} - \frac{\beta_\Sigma}{3\zeta} \right) \right) \right] X_\parallel \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

On retrouve une équation de propagation identique à celle de P_\perp , avec cette fois le paramètre β_Σ , propre au mode CPO concerné. En utilisant la même démarche qu'au paragraphe précédent, on aboutit donc à

$$X_\parallel(z, t) = X_\parallel \left(0, t - \int_0^z \frac{d\xi}{v_3(s)} \right) \exp \left[\int_0^z \frac{\eta(2\beta_\Sigma - 1)}{2\Gamma(1+3s)} d\xi \right] \quad (\text{B.14})$$

avec

$$v_3(s) = \frac{c}{1 + \frac{c\eta}{2\Gamma^2(1+3s)} \left(\frac{2\beta_\Sigma^2}{3\zeta} - \beta_\Sigma - 1 \right)} < c \quad (\text{B.15})$$

En vertu de l'excitation du mode CPO symétrique, la transmission du champ sonde est augmentée. Néanmoins, comme le mode n'est excité que pour une plus forte saturation du système (pour $\beta_\Sigma = 1$), la transmission – ainsi que la réduction de la vitesse de groupe – sont moins marqués que pour la quadrature P_\perp .

Quadrature P_{\parallel} La même démarche que pour les trois autres quadratures nous permet d'obtenir l'équation

$$P_{\parallel}(z, t) = P_{\parallel}\left(0, t - \int_0^z \frac{d\zeta}{v_1(s)}\right) \exp\left[-\int_0^z \frac{\eta d\zeta}{2\Gamma(1+3s)}\right]. \quad (\text{B.16})$$

Comme pour la quadrature X_{\perp} , cette quadrature n'est pas explicitement couplée à un mode CPO. Son équation de propagation est donc identique à l'équation B.5.

2 Équations de propagation quantique des quadratures

Valeurs moyennes On montre, avec l'appui de MATHEMATICA, que

$$\begin{aligned} (c\partial_z - i\nu) \langle \mathcal{X}(z, \nu) \rangle &= (c\partial_z - i\nu) \left\langle \frac{\mathcal{E}_{\perp}(z, \nu) + \mathcal{E}_{\perp}^{\dagger}(z, -\nu)}{2} \right\rangle \\ &= \frac{g^2 N}{\Gamma_0(1+3s)} \cdot \frac{1}{2(\zeta - i\nu)} \langle -\zeta \mathcal{E}^{\dagger} + \nu i \mathcal{E} - \zeta \mathcal{E} + \nu i \mathcal{E}^{\dagger} \rangle \\ &= -\frac{g^2 N}{\Gamma_0(1+3s)} \langle \mathcal{X}(z, \nu) \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

et

$$\begin{aligned} (c\partial_z - i\nu) \langle \mathcal{P}(z, \nu) \rangle &= (c\partial_z - i\nu) \left\langle \frac{\mathcal{E}_{\perp}(z, \nu) - \mathcal{E}_{\perp}^{\dagger}(z, -\nu)}{2i} \right\rangle \\ &= \frac{g^2 N}{\Gamma_0(1+3s)} \cdot \frac{-i}{2(\zeta - i\nu)} \langle -\zeta \mathcal{E}^{\dagger} + \nu i \mathcal{E} + \zeta \mathcal{E} - \nu i \mathcal{E}^{\dagger} \rangle \\ &= \frac{g^2 N}{\Gamma_0(1+3s)} \cdot \frac{\zeta + i\nu}{\zeta - i\nu} \langle \mathcal{P}(z, \nu) \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Afin de simplifier les notations, on note

$$\partial_z \langle \mathcal{X} \rangle(z, \nu) = \Lambda_1(z, \nu) \times \langle \mathcal{X} \rangle(z, \nu), \quad (\text{B.19})$$

$$\partial_z \langle \mathcal{P} \rangle(z, \nu) = \Lambda_2(z, \nu) \times \langle \mathcal{P} \rangle(z, \nu), \quad (\text{B.20})$$

où les fonctions $\Lambda_{1,2}$ sont données par

$$\Lambda_1 = -\frac{g^2 N}{c\Gamma_0(1+3s)} + i\frac{\nu}{c} \quad \text{et} \quad \Lambda_2 = +\frac{g^2 N}{c\Gamma_0(1+3s)} \cdot \frac{\zeta + i\nu}{\zeta - i\nu} + i\frac{\nu}{c} \quad (\text{B.21})$$

Fluctuations L'essentiel du calcul est détaillé à la section 3, mis à part quelques étapes de calcul pour l'obtention des équations 2.119 et 2.122 données ici :

$$\begin{aligned}
\frac{4c}{N} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \int_0^z dx e^{2 \int_x^z \text{Re}[\Lambda_1(\xi, \nu)] d\xi} \alpha_{\mu\nu} \alpha_{\mu'\nu'} D_{\mu\nu}^{\mu'\nu'} &= \frac{4c}{N} \left(\frac{+gN}{\sqrt{2c}\Gamma_0} \right)^2 \Gamma_0 \int_0^z dx \frac{s(z)}{s(x)} \\
&= -\frac{4c}{N} \left(\frac{+gN}{\sqrt{2c}\Gamma_0} \right)^2 \Gamma_0 \frac{\Gamma_0}{2\eta} s(z) \int_{s(0)}^{s(z)} dx \frac{1+3s}{s^2} \\
&= -s(z) \left[-\frac{1}{s(z)} + \frac{1}{s(0)} - 3 \ln G(z) \right] \\
&= 1 - \frac{1}{G(z)} + 3s(z) \ln G(z)
\end{aligned} \tag{B.22}$$

$$\begin{aligned}
\frac{4c}{N} \sum_{\mu\nu\mu'\nu'} \int_0^z dx e^{2 \int_x^z \text{Re}[\Lambda_2(\xi, \nu)] d\xi} \beta_{\mu\nu} \beta_{\mu'\nu'} D_{\mu\nu}^{\mu'\nu'} &= \frac{4c}{N} \left(\frac{gN}{\sqrt{2c}\Gamma_0} \right)^2 \int_0^z dx \frac{s(x)}{s(z)} \frac{1}{\zeta^2} 2\Omega_D^2 \Gamma_0 \frac{s}{1+3s} \\
&= -\frac{4c}{N} \left(\frac{gN}{\sqrt{2c}\Gamma_0} \right)^2 \frac{\Gamma_0}{2\eta} \frac{1}{s(z)} \int_{s(0)}^{s(z)} s \frac{2\Omega_D^2 \Gamma_0}{\zeta^2} ds \\
&= -\frac{1}{s(z)} \int_{s(0)}^{s(z)} ds \\
&= -\frac{1}{s(z)} (s(z) - s(0)) \\
&= G(z) - 1
\end{aligned} \tag{B.23}$$

3 Fonction d'ajustements des coefficients de transmission

Quadrature X_\perp et pompe Considérons un milieu de longueur L excité par un champ pompe de puissance incidente P_0 . La transmission en puissance de la quadrature X_\perp est donné par

$$T_{X_\perp} = \left| \frac{X_\perp(L, \nu)}{X_\perp(0, \nu)} \right|^2 = \exp \left[- \int_0^L \frac{\eta}{\Gamma(1+3s)} d\xi \right]. \tag{B.24}$$

Le changement de variable $\xi \rightarrow s$ est particulièrement simplificateur (Eq. 2.44)

$$T_{X_\perp} = \exp \left[- \int_{s(0)}^{s(L)} \frac{ds}{s} \right] = \frac{s(L)}{s(0)}. \tag{B.25}$$

L'absorption du champ sonde dans cette quadrature est rigoureusement identique à celle de la pompe.

$s(L)/s(0)$ ne s'exprime pas de façon analytique (Eq. 2.45). Afin de pouvoir relier ce coefficient de transmission à des paramètres mesurable, on exprime l'équation 2.45 en terme de puissances optiques. Pour cela, on définit le coefficient A liant paramètre de saturation s à la puissance optique P par

$$s = AP \tag{B.26}$$

En définissant la transmission en puissance de la pompe par $T = P(L) / P_0$, l'équation 2.45 s'écrit

$$\ln T + 3A(T-1)P_0 = -\frac{\eta L}{\Gamma} \quad (\text{B.27})$$

La réécriture de cette équation suivant

$$3AP_0 T e^{3AP_0 T} = e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0 \quad (\text{B.28})$$

a le mérite d'introduire la branche 0 de la fonction W de LAMBERT vérifiant

$$x = ze^z \Leftrightarrow z = W(X), \quad (\text{B.29})$$

bien connu des logiciels de traitement de données. Ainsi, la transmission mesurée de la quadrature X_\perp (ainsi que la pompe) peut être ajustée à l'équation

$$T_{X_\perp} = \frac{W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0)}{3AP_0} \quad (\text{B.30})$$

avec les coefficients A et $\eta L / \Gamma$ comme paramètres ajustables.

Quadrature P_\perp On a d'après l'équation B.9

$$T_{P_\perp} = \left| \frac{P_\perp(L, \nu)}{P_\perp(L, \nu)} \right|^2 = \exp \left[\int_0^L \frac{\eta(2\beta_\Delta - 1)}{\Gamma(1 + 3s)} d\xi \right], \quad (\text{B.31})$$

et le changement de variable $\xi \rightarrow s$ est toujours arrangeant (Eq. 2.44)

$$T_{P_\perp} = \exp \left[- \int_{s(0)}^{s(L)} \frac{1}{s} \cdot \frac{s - \gamma_t / \Gamma_0}{s + \gamma_t / \Gamma_0} ds \right] = \left(\frac{s(0) + \gamma_t / \Gamma_0}{s(L) + \gamma_t / \Gamma_0} \right)^2 \frac{s(L)}{s(0)}. \quad (\text{B.32})$$

Ainsi, utilisant les équations B.26, B.28 et B.29, on peut ajuster la transmission de champ sonde dans la quadrature P_\perp en fonction de la puissance de pompe incidente par

$$T_{P_\perp} = \left(\frac{AP_0 + \gamma_t / \Gamma_0}{W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0) / 3 + \gamma_t / \Gamma_0} \right)^2 \frac{W(e^{3AP_0 - \eta L / \Gamma} 3AP_0)}{3AP_0} \quad (\text{B.33})$$

avec γ_t / Γ_0 , A et $\eta L / \Gamma$ comme paramètres d'ajustements.

ANNEXE C

OPÉRATEUR ENVELOPPE DU CHAMP SONDE

Cette appendice détaille le calcul de certains résultats intermédiaire des chapitre 2 et 3, concernant l'utilisation des opérateurs du champs sonde. L'idée est de définir un opérateur d'enveloppe lentement variable pour le champ sonde, et de dériver ses propriétés. Ces calculs sont extraits ou adaptés de COHEN-TANNOUJJI, DUPONT-ROC et GRYNBERG, 1998; LOUDON, 2000; ANDREWS, 2015.

Définition du champ sonde

De façon parfaitement générale, le champ sonde peut être développé dans la base a_l des ondes planes de fréquence ω_l et de vecteur d'onde $|\mathbf{k}_l| = \omega_l/c$. Ce champ s'écrit, dans la représentation d'interaction¹ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_l \mathbf{i} \sqrt{\frac{\hbar \omega_l}{2\epsilon_0 V}} \left(\mathbf{e}_l a_l e^{i(\mathbf{k}_l \mathbf{r} - \omega_l t)} - \text{h.c.} \right) \quad (\text{C.1})$$

La somme est prise sur l'ensemble l des nombres quantiques caractérisant les modes du vide, à savoir 3 nombres pour le vecteur d'onde et un nombre pour la polarisation. On envisagera seulement des champs se propageant suivant $+z$, de fréquences $\omega_l \equiv \omega_0 + \delta_l$ proches de ω_0 et de polarisation décomposée sur la base circulaire σ_{\pm} , qui sera indicée par $p = \pm$. On peut donc se placer dans un sous-espace² dans lequel le champ signal s'exprime :

$$\mathbf{E}(z, t) \simeq \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2\epsilon_0 V}} \sum_{l,p} \mathbf{i} \left(\mathbf{e}_p a_{l,p} e^{-i(\omega_0 + \delta_l)(t - \frac{z}{c})} - \text{h.c.} \right) = \mathbf{E}^{(+)}(z, t) + \mathbf{E}^{(-)}(z, t) \quad (\text{C.2})$$

1. L'Hamiltonien utilisé pour cette représentation est le Hamiltonien du vide.

2. Tous autres états resteront vide.

où l'on a négligé le désaccord δ_l devant ω_0 dans le préfacteur en racine. $\mathbf{E}^{(\pm)}$ représentent respectivement les parties annihilatrice et créatrice du champ signal. Cette fois-ci, dans l'expression précédente, l ne symbolise que la fréquence du mode l .

Opérateur «enveloppe lentement variable »

Nous voulons décrire le champ par un opérateur d'enveloppe lentement variable. Pour cela écrivons

$$\mathbf{E}(z, t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0 V}} \sum_p \left(\mathcal{E}^p(z, t) e^{-i\omega_0(t-\frac{z}{c})} \mathbf{u}_p + \text{h.c.} \right)$$

où, encore une fois, l'indice p symbolise la polarisation. \mathcal{E}^p a une dépendance spatiale et temporelle, c'est la superposition sur les modes l qui décrit la forme de l'impulsion du champ sonde. Cet opérateur *enveloppe* est alors défini, en passant à la limite continue ($V \rightarrow \infty$), par :

$$\mathcal{E}^p(z, t) = +i\sqrt{\frac{L}{2c\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} b_p(\omega) e^{-i(\omega-\omega_0)(t-z/c)} d\omega \quad (\text{C.3})$$

$$\mathcal{E}^p(z, t)^\dagger = -i\sqrt{\frac{L}{2c\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} b_p^\dagger(\omega) e^{+i(\omega-\omega_0)(t-z/c)} d\omega \quad (\text{C.4})$$

où les $b_p(\omega)$ sont les opérateurs annihilations des ondes planes de pulsation ω et polarisée σ_p . La différence entre les opérateurs $b_p(\omega)$ et $a_{l,p}$ est simplement une translation de fréquence d'amplitude ω_0 , et le préfacteur en $\sqrt{L/c}$ permet de normaliser. Dans l'équation (C.4), on a bien fait attention à prendre l'hermitique conjugué de la transformée de Fourier, et non pas la transformée de Fourier de l'hermitique conjugué. Cet opérateur n'est pas " l'opérateur annihilation d'un photon en z à l'instant t ", mais *visuellement*, autorisons nous à qualitativement le voir de la sorte (ANDREWS, 2015). Lorsque l'on passera dans l'espace de Fourier, on aura

$$\mathcal{E}^p(z, \nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}^p(z, t) e^{i\nu t} dt = +i\sqrt{\frac{L}{c}} e^{i\nu z/c} b_p(\omega_0 + \nu) \quad (\text{C.5})$$

$$\mathcal{E}^{p\dagger}(z, \nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}^p(z, t)^\dagger e^{i\nu t} dt = -i\sqrt{\frac{L}{c}} e^{i\nu z/c} b_p^\dagger(\omega_0 - \nu) \quad (\text{C.6})$$

Cette fois, on prend bien la transformée de Fourier de l'hermitique conjugué. Pour les équations (C.3, C.4), on s'intéresse en effet au champ électrique et à son hermitique conjugué, car à la fin, le champ électrique est réel (on somme $TF + TF^*$). Pour les équations (C.5, C.6), on s'intéresse au spectre du champ et de son hermitique conjugué.

Relations de commutations

On a les relations de commutations suivantes

$$\left[b_p(\omega), b_{p'}^\dagger(\omega') \right] = 2\pi\delta_p^{p'} \delta_D(\omega + \omega') \quad (\text{C.7})$$

On montre aisément avec les équations (C.7) et (C.3) que cet opérateur vérifie la relation de commutation suivante :

$$\left[\mathcal{E}_\alpha(z, t), \mathcal{E}_{\alpha'}^\dagger(z', t') \right] = \frac{L}{c} \delta_\alpha^{\alpha'} e^{i\omega_0(t-t' - \frac{z-z'}{c})} \cdot \delta_D\left(t - t' - \frac{z-z'}{c}\right)$$

Cette relation de commutation s'écrit, dans l'espace de Fourier :

$$\begin{aligned} \left[\mathcal{E}_\alpha(z, \nu), \mathcal{E}_{\alpha'}^\dagger(z', \nu') \right] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \left[\mathcal{E}_\alpha(z, t), \mathcal{E}_{\alpha'}^\dagger(z', t') \right] e^{i\nu t} e^{i\nu' t'} \\ &= \frac{L}{2\pi c} \delta_\alpha^{\alpha'} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' e^{i\omega_0(t-t' - \frac{z-z'}{c})} \delta_D\left(t - t' - \frac{z-z'}{c}\right) e^{i\nu t} e^{i\nu' t'} \\ &= \frac{L}{2\pi c} \delta_\alpha^{\alpha'} e^{i\frac{z\nu+z'\nu'}{c}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau' e^{i\omega_0(\tau-\tau')} \delta_D(\tau - \tau') e^{i\nu\tau} e^{i\nu'\tau'} \\ &= \frac{L}{2\pi c} \delta_\alpha^{\alpha'} e^{i\frac{z\nu+z'\nu'}{c}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{i(\nu+\nu')\tau} \\ &= \frac{L}{c} \delta_\alpha^{\alpha'} e^{i\frac{z-z'}{c}\nu} \delta_D(\nu + \nu') \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

grâce au changement de variable $\tau = t - \frac{z}{c}$. Ainsi, le Hamiltonien de couplage dipolaire du champ signal avec l'atome j s'écrit, en ne conservant les termes quasi-résonant (RWA) :

$$-\mathbf{d}_j \cdot \mathbf{E}(z, t) \stackrel{\text{RWA}}{\simeq} -\hbar g \left[\sigma_{e-1}^j \mathcal{E}^+(z, t) + \sigma_{e1}^j \mathcal{E}^-(z, t) \right] - \text{h.c.}$$

où $g = d\sqrt{\frac{\omega_0}{2\hbar\epsilon_0 V}}$ est choisi réel et supposé (cf plus haut) indépendant de la fréquence ($\delta \ll \omega_0$). Le Hamiltonien complet contient une somme sur tous les atomes j .

Quadratures et taux de squeezing

Les quadratures \mathcal{P} et \mathcal{Q} de l'opérateur \mathcal{E} sont définies dans l'équation 2.20. Leur pendant dans l'espace de Fourier sont définies par

$$\mathcal{P}(z, \nu) = \frac{1}{2} \left(\mathcal{E}(z, \nu) + \mathcal{E}^\dagger(z, \nu) \right) = i\sqrt{\frac{L}{4c}} e^{i\nu z/c} \left(a(\omega_0 + \nu) - a^\dagger(\omega_0 - \nu) \right), \quad (\text{C.9})$$

$$\mathcal{Q}(z, \nu) = \frac{1}{2i} \left(\mathcal{E}(z, \nu) - \mathcal{E}^\dagger(z, \nu) \right) = i\sqrt{\frac{L}{4c}} e^{i\nu z/c} \left(a(\omega_0 + \nu) + a^\dagger(\omega_0 - \nu) \right). \quad (\text{C.10})$$

où, en tant que composantes spectrales, les opérateurs $\mathcal{P}(z, \nu)$ et $\mathcal{Q}(z, \nu)$ peuvent avoir une amplitude complexe.

En utilisant les relations de commutations (C.8), il est possible de dériver la variance de ces opérateurs. On a :

$$\begin{aligned}
& \int dv' \langle \mathcal{P}(z, \nu) \mathcal{P}(z, \nu') \rangle \\
&= \frac{1}{4} \int dv' \langle \mathcal{E}^\dagger(z, \nu) \mathcal{E}(z, \nu') + \mathcal{E}(z, \nu) \mathcal{E}^\dagger(z, \nu') \rangle \\
&= \left(\frac{L}{4c} + \frac{1}{2} \int dv' \langle \mathcal{E}^\dagger(z, \nu) \mathcal{E}(z, \nu') \rangle \right) \\
&= \frac{L}{4c}.
\end{aligned} \tag{C.11}$$

où, à la fin du calcul, on a considéré le vide de photons pour moyenner. Ainsi, avec cette définition, le taux de squeezing d'un état cohérent pour chacune de ses quadratures est donné par à $\mathcal{S}_X(\omega) = 1$.

ANNEXE D

TRANSFORMATION D'UN ÉTAT DE LUMIÈRE EN MILIEU ABSORBANT

Cette annexe détaille certains calculs utilisés dans la modélisation des résultats expérimentaux de squeezing (Chap. 3, section 3.5). La section 1 justifie la transformation non hermitique du champ utilisée pour modéliser les pertes par absorption du milieu. La section 2 indique les étapes du raisonnement pour déterminer l'expression 3.81. Enfin, la dernière section 3, donne les expressions analytiques de l'action de l'opérateur de squeezing sur les états de Fock $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Cette dernière section est une partie du travail réalisé par Joseph Delpy, stagiaire de L3, en 2019.

1 Modélisation de l'absorption

Considérons un état du champ électromagnétique préparé dans le mélange statistique initial suivant

$$\rho_s^i = \sum_{n,m=0}^{\infty} \rho_{nm}^i |n\rangle \langle m|. \quad (\text{D.1})$$

Les états $|n\rangle$ sont les états de Fock du mode dans lequel l'état est préparé. Le milieu dans lequel cet état se propage possède un coefficient de transmission en intensité T . On suppose que la transformation de l'état est de la forme

$$\rho_s^f = \mathcal{D}(\rho_s^i, T) : \begin{cases} \rho_{nm}^f = \rho_{nm}^i - \kappa a_n \rho_{nn}^i + \kappa b_n \rho_{n+1,n+1}^i \\ \rho_{nm}^f = \rho_{nm}^i - \kappa c_{nm} \rho_{nm}^i \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

avec κ un coefficient dépendant de T . La première équation indique qu'une partie de la population de l'état de Fock $|n\rangle$ a été transféré à l'état $|n-1\rangle$. En écrivant cette transformation non hermitique, on a donc supposé que les pertes étaient suffisamment faibles pour que l'absorption de deux photons (ou plus) soit négligeable.

Pour avoir conservation de la population totale il est nécessaire d'imposer

$$a_0 = 0 \quad \text{et} \quad a_{n+1} = b_n. \quad (\text{D.3})$$

On veut que cette transformation non hermitique permette de vérifier que la variance d'une quadrature ΔX_ϕ^f de l'état final, s'exprime en fonction de celle de l'état initial ΔX_ϕ^i par

$$\text{Tr} \left(\rho_s^f X_\phi^2 \right) = T \text{Tr} \left(\rho_s^i X_\phi^2 \right) + \frac{1-T}{4}. \quad (\text{D.4})$$

Les variances des états initial et final s'écrivent respectivement, d'après les équations D.1, D.2 et D.3

$$\text{Tr} \left(\rho_s^i X_\phi^2 \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left((2n+1) \rho_{nn}^i + \sqrt{(n-1)n} \left(e^{-2i\phi} \rho_{n,n-2}^i + e^{2i\phi} \rho_{n-2,n}^i \right) \right) \quad (\text{D.5})$$

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left(\rho_s^f X_\phi^2 \right) = \text{Tr} \left(\rho_s^i X_\phi^2 \right) - \frac{\kappa}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \left[(2n+1) \left(a_n \rho_{n,n}^i - a_{n+1} \rho_{n+1,n+1}^i \right) \right. \\ \left. + \sqrt{(n-1)n} \left(c_{n,n-2} e^{-2i\phi} \rho_{n,n-2}^i + c_{n-2,n} e^{2i\phi} \rho_{n-2,n}^i \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Intuitivement, on pose $\kappa = 1 - T$, et on montre alors que l'équation D.4 est vérifiée si et seulement si

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \left[(2n+1) \left((a_n - 1) \rho_{n,n}^i - a_{n+1} \rho_{n+1,n+1}^i \right) \right. \\ \left. + \sqrt{(n-1)n} \left((c_{n,n-2} - 1) e^{-2i\phi} \rho_{n,n-2}^i + (c_{n-2,n} - 1) e^{2i\phi} \rho_{n-2,n}^i \right) \right] = -1 \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Les coefficients $c_{n,m}$ ne doivent dépendre que de n, m , et pas de l'état envisagé. Il semble raisonnable que la seule possibilité pour que cette relation soit toujours vérifiée est d'avoir

$$c_{n,m} = 1. \quad (\text{D.8})$$

L'équation D.7 se simplifie alors en

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \left((a_n - 1) \rho_{n,n} - a_{n+1} \rho_{n+1,n+1} \right) = -1. \quad (\text{D.9})$$

Par unité de la trace de la matrice densité, il est donc nécessaire d'avoir

$$(2n+1)(1-a_n) + (2n-1)a_n, \quad (\text{D.10})$$

soit

$$a_n = n. \quad (\text{D.11})$$

Finalement, la transformation non hermitique de l'état dans un milieu ayant un coefficient de transmission T est donc modélisée par

$$\rho_s^f = \mathcal{D}(\rho_s^i, T) : \begin{cases} \rho_{nm}^f = \rho_{nn}^i - (1-T)n\rho_{nm}^i + (1-T)(n+1)\rho_{n+1,n+1}^i \\ \rho_{nm}^f = \rho_{nm}^i - (1-T)\rho_{nm}^i \end{cases} \quad (\text{D.12})$$

Il peut sembler surprenant d'avoir un taux d'absorption des cohérences indépendant des états impliqués de la superposition.

2 Émission spontanée

Expérimentalement, on est en mesure de détecter un coefficient ϵ qui rend compte de la population du mélange statistique dans l'état de Fock $|1\rangle$ après détection :

$$\rho_s^{\text{det}} = (1-\epsilon)|0\rangle\langle 0| + \epsilon|1\rangle\langle 1|. \quad (\text{D.13})$$

Pour mesurer ce coefficient ϵ , il est nécessaire de désaligner les chemins optiques de l'oscillateur local et de la pompe résiduelle pour être certain que le mélange statistique du signal détecté n'a subi aucun phénomène cohérent. Par ailleurs, la pompe est absorbée dans le milieu avec un coefficient de transmission en intensité T .

Dans le modèle développé dans la section 3.5, on a besoin de connaître cette proportion de population pour toutes les abscisses z du milieu : $\epsilon(z)$. Dans l'hypothèse d'un milieu dans le régime d'absorption linéaire, l'absorption de la pompe dans le milieu est décrite par l'équation

$$s(z) = s(0) T^{\frac{z}{L}} \quad (\text{D.14})$$

où s est le paramètre de saturation de la transition D_2 , et L la longueur totale du milieu. Par ailleurs, le coefficient de transmission d'une tranche d'épaisseur dz est donné par

$$T^{\frac{dz}{L}} = 1 - \frac{dz}{L} \ln(T). \quad (\text{D.15})$$

Ainsi, la proportion de population $\epsilon(z+dz)$ dans l'état de Fock $|1\rangle$ après propagation le long du tranche d'épaisseur dz , s'exprime en fonction de celle avant propagation $\epsilon(z)$ par

$$\epsilon(z+dz) = \epsilon(z) - \frac{dz}{L} \ln(T)\epsilon(z) + \frac{dz}{L} \ln(T) \times s(z) \times h. \quad (\text{D.16})$$

Les deux premiers termes de cette équation traduisent l'absorption des photons uniques du mélange statistique incident. Cette absorption est identique à celle

de la pompe. Le dernier terme de cette équation correspond aux *nouveaux photons ajoutés* dans le mélange statistique par émission spontanée. Cette quantité de photon ajoutés est nécessairement proportionnelle à l'absorption de la tranche ($\frac{dz}{L} \ln T$), ainsi qu'à la population d'atomes dans l'état excité, elle-même proportionnelle à la saturation $s(z)$ de la tranche. Enfin, le paramètre h rend compte de la probabilité qu'un photon émis soit effectivement émis dans le mode du champ sonde, et soit détecté. Ainsi, l'équation différentielle vérifiée par $\epsilon(z)$ est la suivante

$$\frac{d\epsilon}{dz} = -\frac{\ln(T)}{L} (\epsilon(z) - s(z) h) \quad (\text{D.17})$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\epsilon(0) = 0 \quad \text{et} \quad \epsilon(L) = \epsilon. \quad (\text{D.18})$$

La première condition est simplement que, en entrée de milieu, l'état envoyé est dans le vide de photons. La seconde condition aux limites traduit le fait que le mélange statistique détecté en sortie de milieu est caractérisé par le coefficient ϵ mesuré. Dans ces conditions, on montre alors, par la méthode de variation de la constante que la solution de cette équation différentielle s'écrit

$$\epsilon(z) = \epsilon \frac{z}{L} T^{\frac{z}{L}-1}. \quad (\text{D.19})$$

Enfin, le coefficient ϵ mesuré ne reflète pas rigoureusement le mélange statistique présent en sortie de milieu. En effet, de nombreuses pertes dues à la détection détruisent ce mélange statistique. La transmission de la détection est caractérisée par son coefficient de transmission T_d . D'après les équations 3.65 et 3.64, le lien entre le coefficient ϵ mesuré et la réelle proportion de population dans l'état $|1\rangle$ en sortie de milieu ϵ^r est donné par

$$(1 + 2\epsilon) = T_d (1 + 2\epsilon^r) + (1 - T_d), \quad (\text{D.20})$$

soit,

$$\epsilon^r = \frac{\epsilon}{T_d}. \quad (\text{D.21})$$

Finalement, la proportion de population dans l'état $|1\rangle$, peut être évaluée en chaque abscisse du milieu en fonction des paramètres ϵ , T et T_d mesurés expérimentalement

$$\epsilon(z) = \frac{\epsilon}{T_d} \frac{z}{L} T^{\frac{z}{L}-1}. \quad (\text{D.22})$$

3 Action de l'opérateur de squeezing sur $|0\rangle$ et $|1\rangle$

Cette section donne les relations utiles afin d'évaluer analytiquement l'action de l'opérateur de squeezing S sur les états de Fock $|0\rangle$ et $|1\rangle$. On note

$$S = \exp \left[\frac{1}{2} \left(r a^2 - r^* a^{\dagger 2} \right) \right] \quad (\text{D.23})$$

avec a l'opérateur annihilation du mode concerné, et $r = |r| e^{i\theta_r}$ un nombre complexe caractérisant le squeezing en amplitude et en phase. Pour cela, en utilisant le lemme de Baker-Campbell-Hausdorff, on obtient :

$$S a S^\dagger = e^{\text{ad}_K} a = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\text{ad}_K)^n}{n!} a \quad (\text{D.24})$$

où $\text{ad}_X Y$ est l'opérateur qui associe à Y le commutateur $[K, Y]$ avec $K = \frac{1}{2} (r a^2 - r^* a^{\dagger 2})$. En écrivant $r = |r| e^{i\theta_r}$, on montre alors que :

$$S a S^\dagger = a \cosh |r| + a^\dagger e^{i\theta_r} \sinh |r|, \quad (\text{D.25})$$

soit donc, par projection suivant $|0\rangle$ ou $|1\rangle$

$$\begin{cases} [a \cosh |r| + a^\dagger e^{i\theta_r} \sinh |r|] S |0\rangle = 0 \\ [a \cosh |r| + a^\dagger e^{i\theta_r} \sinh |r|] S |1\rangle = S |0\rangle \end{cases}$$

En écrivant $S |0\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^0 |n\rangle$ et $S |1\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^1 |n\rangle$, on montre avec ces relations que :

$$\begin{cases} S |0\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m}^0 |2m\rangle \\ S |1\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m+1}^1 |2m+1\rangle \end{cases} \quad (\text{D.26})$$

où les coefficients C_{2m}^0 et C_{2m+1}^1 sont donnés par

$$\begin{cases} C_{2m}^0 = (-1)^m e^{im\theta_r} \tanh^m |r| \frac{\sqrt{(2m)!}}{2^m m!} \frac{1}{\cosh^{3/2} |r|} \\ C_{2m+1}^1 = \sum_{k=0}^m (-1)^m (2^{m-2k}) e^{im\theta_r} \tanh^m |r| \frac{m!}{(k!)^2} \sqrt{\frac{(2k+2)!(m+1)}{(2m+2)!(k+1)}} \sqrt{\frac{(2k)!}{2k+1}} \frac{1}{\cosh^{3/2} |r|} \end{cases} \quad (\text{D.27})$$

Finalement, le mode sondé est dans le mélange statistique suivant

$$S \rho S^\dagger = (1 - \epsilon) \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m}^0 |2m\rangle \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m}^{0*} \langle 2m| + \epsilon \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m}^1 |2m+1\rangle \sum_{m=0}^{\infty} C_{2m}^{1*} \langle 2m+1| \quad (\text{D.28})$$

Ainsi, les variances des quadratures s'expriment par

$$\begin{aligned}
\text{Tr} \left(S\rho S^\dagger X_\phi^2 \right) &= \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | S\rho S^\dagger X_\phi^2 | n \rangle \\
&= (1 - \epsilon) \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | S | 0 \rangle \langle 0 | S^\dagger X_\phi^2 | n \rangle + \epsilon \sum_{n=0}^{\infty} \langle n | S | 1 \rangle \langle 1 | S^\dagger X_\phi^2 | n \rangle \\
&= (1 - \epsilon) \sum_{m=0}^{\infty} \langle 2m | S | 0 \rangle \langle 0 | S^\dagger X_\phi^2 | 2m \rangle + \epsilon \sum_{m=0}^{\infty} \langle 2m + 1 | S | 1 \rangle \langle 1 | S^\dagger X_\phi^2 | 2m + 1 \rangle \\
&= (1 - \epsilon) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_{2m}^0}{4} [e^{2i\phi} \sqrt{(2m+1)(2m+2)} C_{2m+2}^{0*} + (4m+1) C_{2m}^{0*} + e^{-2i\phi} \sqrt{2m(2m-1)} C_{2m-2}^{0*}] \\
&\quad + \epsilon \sum_{m=0}^{\infty} \frac{C_{2m+1}^1}{4} [e^{2i\phi} \sqrt{(2m+2)(2m+3)} C_{2m+3}^{1*} + (4m+3) C_{2m+1}^{0*} + e^{-2i\phi} \sqrt{2m(2m+1)} C_{2m-1}^{1*}]
\end{aligned} \tag{D.29}$$

ANNEXE E

FLUCTUATIONS ET DISSIPATION D'UN GAZ DIFFUSANT

Les spectres expérimentaux de spectroscopie de bruit de spin exposés dans le chapitre 4 proviennent des fluctuations de populations entre les sous-niveaux de spin de l'état 2^3S_1 . Numériquement, on a pris en compte ces fluctuations en ajoutant des nombres aléatoires à chaque pas d'itération de l'intégration numérique. L'intervalle sur lequel ces nombres peuvent être pris n'est pas trivial, et nécessite d'étudier rigoureusement le lien avec la dissipation. Cette annexe justifie le choix de l'intervalle de valeurs utilisées pour correspondre au mieux à la réalité.

1 Dans un système à deux niveaux

Définitions Avant de considérer un spin 1, considérons un spin 1/2, d'états $|1\rangle$ et $|2\rangle$, sujet à des échanges de spin entre ses deux niveaux. On note γ_t le taux de dissipation induit par ces fluctuations et $N_1 = N - N_2$ le nombre total d'atomes dans l'état $|1\rangle$, et réciproquement. Enfin, on définit $n_{1,2} = \frac{N_{1,2}}{N} = 1 - n_{2,1}$, les populations atomiques moyennées sur l'ensemble des atomes.

Les équations d'évolutions des populations atomiques n_1 and n_2 , en l'absence de couplage cohérent, sont données par

$$\begin{cases} \frac{dn_1}{dt}(t) = -\gamma_t \frac{p(t)}{2} + \frac{f(t)}{2} \\ \frac{dn_2}{dt}(t) = +\gamma_t \frac{p(t)}{2} - \frac{f(t)}{2} \end{cases} \quad (\text{E.1})$$

avec $p = n_1 - n_2$ l'inversion de population, et $f(t)$ le terme de fluctuations induisant la dissipation au taux γ_t . Ecrit en terme de somme de population et de différence, on a :

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt}(t) = -\gamma_t p(t) + f(t) \\ \frac{d(n_1+n_2)}{dt}(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

avec $n_1 + n_2 = 1$ à chaque instant.

Les fluctuations sur les populations atomiques sont induites par les fluctuations du nombre total d'atomes. On peut raisonnablement supposer que les fluctuations des quantités N_1 et N_2 sont décorréliées, si l'on considère que les fluctuations sont dues au transit des atomes. Alors, on peut exprimer les moments du nombre total d'atomes $N = N_1 + N_2$ par

$$\begin{cases} \langle N \rangle = \bar{N} = 2 \langle N_1 \rangle = 2 \langle N_2 \rangle \\ \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 = \Delta N^2 = 2\Delta N_1^2 = 2\Delta N_2^2 \end{cases} \quad (\text{E.3})$$

où toutes les fluctuations sont supposées suivre une statistique poissonnienne. La différence population atomique $P = N_1 - N_2$, vérifie également

$$\begin{cases} \langle P \rangle = 0 \\ \langle P^2 \rangle - \langle P \rangle^2 = \Delta P^2 = \Delta N^2 \end{cases} \quad (\text{E.4})$$

Le lien entre les populations atomiques $n_{1,2}, p$ et les nombres d'atomes $N_{1,2}, P$

$$\begin{cases} n_j = \frac{N_j}{N} \\ p = \frac{P}{N}, \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

permet de finalement relier les moments de p avec ceux de N ¹ :

$$\begin{cases} \langle p \rangle = 0 \\ \Delta^2 p \simeq \frac{1}{N} \end{cases} \quad (\text{E.6})$$

Cette seconde équation est une approximation car elle nécessite d'avoir $N \gg 1$, ce qui est le cas dans notre système macroscopique.

Théorème fluctuation-dissipation. On suppose que les fluctuations f sont de moyenne nulle et de corrélations que l'on peut modéliser par une fonction de Dirac² :

$$\langle f(t) \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle f(t_1) f(t_2) \rangle = C \delta(t_1 - t_2). \quad (\text{E.7})$$

Numériquement, le pas numérique d'intégration nécessite d'être plus petit que toutes les échelles de temps, afin d'assurer que le bruit introduit soit blanc. Le but ici est de relier le coefficient de diffusion C au taux de dissipation γ_t . D'après E.2,

1. On a $\Delta^2 p = \left\langle \frac{p^2}{N^2} \right\rangle = 1 - 4 \left\langle \frac{N_1 N_2}{N^2} \right\rangle$. Or, compte tenu du grand nombre d'atomes moyen \bar{N} devant leur écart type ΔN , on définit $\epsilon_i = N_i - \bar{N}/2 \ll 1$ de telle sorte que $\Delta^2 p \simeq \frac{\langle \epsilon_1^2 \rangle}{N^2} + \frac{\langle \epsilon_2^2 \rangle}{N^2} = \frac{\Delta^2 N}{N^2} = \frac{1}{N}$.

2. L'échelle de temps entre deux collisions est négligeable devant le taux de transit des atomes. Ainsi, il est raisonnable de supposer ce processus Markovien

l'évolution de la valeur moyenne de la différence de population est une décroissance exponentielle à taux γ_t

$$\langle p(t) \rangle = p_0 e^{-\gamma_t t}, \quad (\text{E.8})$$

et l'incidence des fluctuations au cours de l'évolution se traduit par un facteur intégral

$$p(t) = p_0 e^{-\gamma_t t} + \int_0^t f(\tau) e^{-\gamma_t(t-\tau)} d\tau \quad (\text{E.9})$$

La fonction de corrélation de cette quantité s'écrit, dans l'hypothèse ergodique,

$$\langle p(t_1) p(t_2) \rangle = \int_0^{t_1} d\tau_1 \int_0^{t_2} d\tau_2 e^{-\gamma_t(t_1+t_2-\tau_1-\tau_2)} \langle f(\tau_1) f(\tau_2) \rangle + p_0^2 e^{-\gamma_t(t_1+t_2)}, \quad (\text{E.10})$$

soit donc (MARTIN, 2001)

$$\langle p(t_1) p(t_2) \rangle = \frac{C}{2\gamma_t} \left(e^{-\gamma_t|t_1-t_2|} - e^{-\gamma_t(t_1+t_2)} \right) + p_0^2 e^{-\gamma_t(t_1+t_2)}. \quad (\text{E.11})$$

En particulier, pour $t_1 = t_2 = t$ et à l'équilibre thermodynamique

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta p^2(t) = \frac{C}{2\gamma_t}. \quad (\text{E.12})$$

L'équation E.6 nous indique alors que l'on doit avoir

$$\frac{C}{2\gamma_t} = \frac{1}{\bar{N}} \quad (\text{E.13})$$

où le nombre moyen d'atomes dans le faisceau laser peuvent être évalué par la loi des gaz parfait

$$\bar{N} = \frac{PV}{k_B T} \simeq \frac{133 \text{ Pa} \times 6 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \pi (10^{-3})^2 \text{ m}^2}{1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times 300 \text{ K}} \simeq 6 \cdot 10^{15} \quad (\text{E.14})$$

soit finalement

$$C \simeq 2 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1} \quad (\text{E.15})$$

Pour faire le pendant rigoureux avec la simulation, il est nécessaire d'évaluer l'amplitude des fluctuations à donner aux nombre aléatoires générés à chaque pas d'itération dt afin d'obtenir la bonne variance. On a numériquement, les nombres aléatoires générés suivant

$$f(t_i) = D \times \text{rand}(-1, 1), \quad (\text{E.16})$$

c'est-à-dire aléatoirement distribué entre $-D$ et D . La variance d'une telle distribution est $D^2/3$. Ainsi, l'intervalle de valeur des nombres aléatoire doit vérifier

$$\frac{D^2}{3} = C\delta(0) \quad \text{soit} \quad D = \sqrt{3C/dt} \quad (\text{E.17})$$

2 Dans un système à trois niveaux

On considère maintenant les trois sous-niveaux ZEEMAN d'un spin 1 : $|-1\rangle$, $|0\rangle$ et $|1\rangle$. On définit alors trois fonction de bruit $f_{-10}(t)$, $f_{01}(t)$, et $f_{-11}(t)$ telles que les équations d'évolution des populations atomiques, en l'absence de tout couplage cohérent s'écrivent

$$\begin{cases} \frac{dn_{-1}}{dt}(t) = -\gamma_t n_{-1}(t) + \frac{\gamma_t}{3} - f_{-10}(t) - f_{-11}(t) \\ \frac{dn_0}{dt}(t) = -\gamma_t n_0(t) + \frac{\gamma_t}{3} + f_{-10}(t) - f_{01}(t) \\ \frac{dn_1}{dt}(t) = -\gamma_t n_1(t) + \frac{\gamma_t}{3} + f_{-11}(t) + f_{01}(t) \end{cases} \quad (\text{E.18})$$

avec $n_1 + n_2 + n_3 = 1$ et

$$\langle f_{ij}(t) \rangle = 0 \quad \langle f_{ij}(t) f_{kl}(t') \rangle = \delta_{ij}^{kl} C \delta(t - t'). \quad (\text{E.19})$$

Les inversions de populations $p_{ij} = n_i - n_j$ suivent alors l'équation d'évolution

$$\frac{dp_{ij}}{dt}(t) = -\gamma_t p_{ij}(t) + 2f_{ji}(t) - f_{ik}(t) + f_{jk}(t). \quad (\text{E.20})$$

En définissant les fonctions $g_{ij}(t) = +2f_{ji}(t) - f_{ik}(t) + f_{jk}(t)$, on retrouve les mêmes équations que pour un système à deux niveaux. L'auto corrélation des fonctions g s'exprime en fonction de celle des fonctions f par

$$\langle g_{ij}(t) g_{kl}(t') \rangle = 4\delta_{ij}^{kl} C \delta(t - t') \quad (\text{E.21})$$

Selon le résultat E.12 de la section précédente, on a, à l'équilibre thermodynamique

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta p_{ij}^2(t) = \frac{4C}{2\gamma_t} = \frac{2C}{\gamma_t}. \quad (\text{E.22})$$

Par ailleurs, un raisonnement analogue à celui utilisé pour obtenir E.6 permet de montrer que $\Delta^2 p_{ij} = 2/3\bar{N}$. Il faut donc avoir

$$C = \frac{\gamma_t}{3\bar{N}} \simeq 4 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1} \quad (\text{E.23})$$

pour reproduire correctement les fluctuations à l'origine de la dissipation par transit. Numériquement, il s'agit d'introduire des nombres aléatoires d'amplitude comprise entre $-D$ et D , avec

$$\frac{D^2}{3} = C\delta(0) \quad \text{soit} \quad D = \sqrt{\gamma_t/\bar{N}dt} \simeq 3 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-\frac{1}{2}}/\sqrt{dt}. \quad (\text{E.24})$$

BIBLIOGRAPHIE

- AASI, Junaid et al. (2013). *Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light*. *Nature Photonics* **7**, 613.
- ABADIE, J. et al. (2011). *A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit*. *Nature Physics* **7**, 962. DOI : [10.1038/nphys2083](https://doi.org/10.1038/nphys2083).
- ABBOTT, B. P. et al. (2016). *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*. *Physical Review Letters* **116**, 061102. DOI : [10.1103/PhysRevLett.116.061102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.061102).
- AGARWAL, Girish S. et Sumei HUANG (2010). *Electromagnetically induced transparency in mechanical effects of light*. *Physical Review A* **81**, 041803. DOI : [10.1103/PhysRevA.81.041803](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.041803).
- AGARWAL, Girish S. et Kishore T KAPALE (2006). *Subwavelength atom localization via coherent population trapping*. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **39**, 3437. DOI : [10.1088/0953-4075/39/17/002](https://doi.org/10.1088/0953-4075/39/17/002).
- AKULSHIN, AM, AA CELIKOV et VL VELICHANSKY (1991). *Sub-natural absorption resonances on the D1 line of rubidium induced by coherent population trapping*. *Optics communications* **84**, 139-143. DOI : [10.1016/0030-4018\(91\)90216-Z](https://doi.org/10.1016/0030-4018(91)90216-Z).
- ALEKSANDROV, EB et Valerii S. ZAPASSKII (1981). *Magnetic resonance in the Faraday-rotation noise spectrum*. *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **54**, 64.
- ALZETTA, GAML et al. (1976). *An experimental method for the observation of rf transitions and laser beat resonances in oriented Na vapour*. *Il Nuovo Cimento B* **36**, 5-20. DOI : [10.1007/BF02749417](https://doi.org/10.1007/BF02749417).
- ANDREWS, David L (2015). *Photonics, Volume 1 : Fundamentals of Photonics and Physics*. John Wiley & Sons.
- APPEL, Jürgen et al. (2007). *Electronic noise in optical homodyne tomography*. *Physical Review A* **75**, 035802. DOI : [10.1103/PhysRevA.75.035802](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.75.035802).
- ARIMONDO, E et G ORRIOLS (1976). *Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping*. *Lettere Nuovo Cimento* **17**, 333. DOI : [10.1007/BF02746514](https://doi.org/10.1007/BF02746514).

- ARISMAR CERQUEIRA, S. Jr et al. (2008). *Highly efficient generation of broadband cascaded four-wave mixing products*. *Optics Express* **16**, 2816-2828. DOI : [10.1364/OE.16.002816](https://doi.org/10.1364/OE.16.002816).
- ARTAR, Alp, Ahmet A YANIK et Hatice ALTUG (2011). *Multispectral plasmon induced transparency in coupled meta-atoms*. *Nano Letters* **11**, 1685-1689. DOI : [10.1021/nl200197j](https://doi.org/10.1021/nl200197j).
- ASPECT, A et al. (1988). *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping*. *Physical Review Letters* **61**, 826. DOI : [10.1103/PhysRevLett.61.826](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.61.826).
- BALASUBRAMANIAN, Gopalakrishnan et al. (2009). *Ultralong spin coherence time in isotopically engineered diamond*. *Nature Materials* **8**, 383. DOI : [10.1038/nmat2420](https://doi.org/10.1038/nmat2420).
- BAUCHROWITZ, Jöran, Tobias WESTPHAL et Roman SCHNABEL (2013). *A graphical description of optical parametric generation of squeezed states of light*. *American Journal of Physics* **81**, 767-771. DOI : [10.1119/1.4819195](https://doi.org/10.1119/1.4819195).
- BECHTOLD, A. et al. (2016). *Quantum Effects in Higher-Order Correlators of a Quantum-Dot Spin Qubit*. *Physical Review Letters* **117**, 027402. DOI : [10.1103/PhysRevLett.117.027402](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.027402).
- BECKER, Jonas Nils et al. (2016). *Ultrafast all-optical coherent control of single silicon vacancy colour centres in diamond*. *Nature Communications* **7**, 13512. DOI : [10.1038/ncomms13512](https://doi.org/10.1038/ncomms13512).
- BERGER, Perrine (2012). *Slow and fast light in semiconductor optical amplifiers. Applications in microwave photonics and RADAR*. Thèse. Université Paris Sud - Paris XI. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00676461>.
- BIGELOW, Matthew S., Nick N. LEPESHKIN et Robert W. BOYD (2003). *Observation of Ultraslow Light Propagation in a Ruby Crystal at Room Temperature*. *Physical Review Letters* **90**, 113903. DOI : [10.1103/PhysRevLett.90.113903](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.113903).
- BOLLER, K-J, A IMAMOĞLU et Stephen E HARRIS (1991). *Observation of electromagnetically induced transparency*. *Physical Review Letters* **66**, 2593. DOI : [10.1103/PhysRevLett.66.2593](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.2593).
- BOYD, Robert W (2003). *Nonlinear optics*. Elsevier.
- BOYD, Robert W., Daniel J. GAUTHIER et Alexander L. GAETA (2006). *Applications of Slow Light in Telecommunications*. *Optics and Photonics News* **17**, 18-23. DOI : [10.1364/OPN.17.4.000018](https://doi.org/10.1364/OPN.17.4.000018).
- BOYD, Robert W., Michael G. RAYMER et al. (1981). *Four-wave parametric interactions in a strongly driven two-level system*. *Physical Review A* **24**, 411-423. DOI : [10.1103/PhysRevA.24.411](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.24.411).
- BOYER, Vincent et al. (2008). *Entangled images from four-wave mixing*. *Science* **321**, 544-547. DOI : [10.1126/science.1158275](https://doi.org/10.1126/science.1158275).
- BOZINOVIC, Nenad et al. (2013). *Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers*. *Science* **340**, 1545-1548. DOI : [10.1126/science.1237861](https://doi.org/10.1126/science.1237861).
- BREITENBACH, Gerd, S SCHILLER et J MLYNEK (1997). *Measurement of the quantum states of squeezed light*. *Nature* **387**, 471. DOI : [10.1038/387471a0](https://doi.org/10.1038/387471a0).

- BRIEGEL, Hans J. et Robert RAUSSENDORF (2001). *Persistent Entanglement in Arrays of Interacting Particles*. Physical Review Letters **86**, 910-913. DOI : [10.1103/PhysRevLett.86.910](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.910).
- BRUNE, Michel et al. (1996). *Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement*. Physical Review Letters **77**, 4887-4890. DOI : [10.1103/PhysRevLett.77.4887](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.77.4887).
- CAVES, Carlton M (1982). *Quantum limits on noise in linear amplifiers*. Physical Review D **26**, 1817. DOI : [10.1103/PhysRevD.26.1817](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.26.1817).
- CHANELIERE, Thierry et al. (2005). *Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories*. Nature **438**, 833. DOI : [10.1038/nature04315](https://doi.org/10.1038/nature04315).
- CHEN, Haixia et Jing ZHANG (2009). *Phase-sensitive manipulations of the two-mode entangled state by a type-II nondegenerate optical parametric amplifier inside an optical cavity*. Physical Review A **79**, 063826. DOI : [10.1103/PhysRevA.79.063826](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.79.063826).
- CHEN, Wenlan, Kristin M BECK et al. (2013). *All-optical switch and transistor gated by one stored photon*. Science **341**, 768-770. DOI : [10.1126/science.1238169](https://doi.org/10.1126/science.1238169).
- CHILDRESS, Lilian et Ronald HANSON (2013). *Diamond NV centers for quantum computing and quantum networks*. MRS bulletin **38**, 134-138. DOI : [10.1557/mrs.2013.20](https://doi.org/10.1557/mrs.2013.20).
- CHO, Y-W et al. (2016). *Highly efficient optical quantum memory with long coherence time in cold atoms*. Optica **3**, 100-107. DOI : [10.1364/OPTICA.3.000100](https://doi.org/10.1364/OPTICA.3.000100).
- COHEN-TANNOUDJI, Claude, Bernard DIU et al. (2006). *Quantum Mechanics (2 vol. set)*.
- COHEN-TANNOUDJI, Claude, Jacques DUPONT-ROC et Gilbert GRYNBERG (1998). *Atom-photon interactions : basic processes and applications*. Atom-Photon Interactions : Basic Processes and Applications, by Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, Gilbert Grynberg, pp. 678. ISBN 0-471-29336-9. Wiley-VCH. 678.
- CRONENBERGER, S. et al. (2019). *Spatiotemporal Spin Noise Spectroscopy*. Physical Review Letters **123**, 017401. DOI : [10.1103/PhysRevLett.123.017401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.017401).
- CROOKER, SA et al. (2004). *Spectroscopy of spontaneous spin noise as a probe of spin dynamics and magnetic resonance*. Nature **431**, 49. DOI : [10.1038/nature02804](https://doi.org/10.1038/nature02804).
- DANTAN, A. et M. PINARD (2004a). *Quantum-state transfer between fields and atoms in electromagnetically induced transparency*. Physical Review A **69**, 043810. DOI : [10.1103/PhysRevA.69.043810](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.69.043810).
- DANTAN, A., G. REINAUDI et al. (2005). *Long-Lived Quantum Memory with Nuclear Atomic Spins*. Physical Review Letters **95**, 123002. DOI : [10.1103/PhysRevLett.95.123002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.123002).
- DANTAN, Aurelien et Michel PINARD (2004b). *Quantum-state transfer between fields and atoms in electromagnetically induced transparency*. Physical Review A **69**, 043810. DOI : [10.1103/PhysRevA.69.043810](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.69.043810).
- DANTAN, Aurélien, Michel PINARD et Paul R BERMAN (2003). *EIT-assisted atomic squeezing*. The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **27**, 193-199. DOI : [10.1140/epjd/e2003-00253-y](https://doi.org/10.1140/epjd/e2003-00253-y).

- DEUTSCH, David et Richard JOZSA (1992). *Rapid solution of problems by quantum computation*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical and Physical Sciences **439**, 553-558. DOI : [10.1098/rspa.1992.0167](https://doi.org/10.1098/rspa.1992.0167).
- DODONOV, V V (2002). *Nonclassical states in quantum optics : a squeezed review of the first 75 years*. Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics **4**, R1-R33. DOI : [10.1088/1464-4266/4/1/201](https://doi.org/10.1088/1464-4266/4/1/201).
- DOLLING, Gunnar et al. (2006). *Simultaneous negative phase and group velocity of light in a metamaterial*. Science **312**, 892-894. DOI : [10.1126/science.1126021](https://doi.org/10.1126/science.1126021).
- DÖRING, D. et al. (2010). *Quantum-projection-noise-limited interferometry with coherent atoms in a Ramsey-type setup*. Physical Review A **81**, 043633. DOI : [10.1103/PhysRevA.81.043633](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.81.043633).
- DUAN, L-M et al. (2001). *Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics*. Nature **414**, 413. DOI : [10.1038/35106500](https://doi.org/10.1038/35106500).
- EINSTEIN, A., B. PODOLSKY et N. ROSEN (1935). *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?* Physical Review **47**, 777-780. DOI : [10.1103/PhysRev.47.777](https://doi.org/10.1103/PhysRev.47.777).
- EISAMAN, MD et al. (2005). *Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses*. Nature **438**, 837. DOI : [10.1038/nature04327](https://doi.org/10.1038/nature04327).
- EISERT, J., S. SCHEEL et M. B. PLENIO (2002). *Distilling Gaussian States with Gaussian Operations is Impossible*. Phys. Rev. Lett. **89** (13), 137903. DOI : [10.1103/PhysRevLett.89.137903](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.137903). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.137903>.
- ESSIAMBRE, René-Jean et Robert W TKACH (2012). *Capacity trends and limits of optical communication networks*. Proceedings of the IEEE **100**, 1035-1055. DOI : [10.1109/JPROC.2012.2182970](https://doi.org/10.1109/JPROC.2012.2182970).
- ESTEVE, J et al. (2008). *Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate*. Nature **455**, 1216. DOI : [10.1038/nature07332](https://doi.org/10.1038/nature07332).
- FAN, Shanhui (2002). *Sharp asymmetric line shapes in side-coupled waveguide-cavity systems*. Applied Physics Letters **80**, 908-910. DOI : [10.1063/1.1448174](https://doi.org/10.1063/1.1448174).
- FERRINI, Giulia et al. (2014). *Symplectic approach to the amplification process in a nonlinear fiber : role of signal-idler correlations and application to loss management*. Journal of the Optical Society of America B **31**, 1627-1641. DOI : [10.1364/JOSAB.31.001627](https://doi.org/10.1364/JOSAB.31.001627).
- FEYNMAN, Richard P (1986). *Quantum mechanical computers*. Foundations of physics **16**, 507-531. DOI : [10.1007/BF01886518](https://doi.org/10.1007/BF01886518).
- FINKELSTEIN, Ran et al. (2018). *Fast, noise-free memory for photon synchronization at room temperature*. Science Advances **4**, eaap8598. DOI : [10.1126/sciadv.aap8598](https://doi.org/10.1126/sciadv.aap8598).
- FLEISCHHAUER, M et M LUKIN (2000). *Dark-State Polaritons in Electromagnetically Induced Transparency*. Physical Review Letters **84**, 5094-5097. DOI : [10.1103/PhysRevLett.84.5094](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.5094).
- FOSTER, Mark A et al. (2006). *Broad-band optical parametric gain on a silicon photonic chip*. Nature **441**, 960. DOI : [10.1038/nature04932](https://doi.org/10.1038/nature04932).

- FU, Kai-Mei C et al. (2005). *Coherent population trapping of electron spins in a high-purity n-type GaAs semiconductor*. Physical Review Letters **95**, 187405. DOI : [10.1103/PhysRevLett.95.187405](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.187405).
- GALDINO, L, D SEMRAU et P BAYVEL (2018). *Breaking the Transmission Barriers in Ultra-broadband High-capacity Optical Fiber Transmission Systems*. Latin America Optics and Photonics Conference. Optical Society of America, Tu2E-2. DOI : [10.1364/LAOP.2018.Tu2E.2](https://doi.org/10.1364/LAOP.2018.Tu2E.2).
- GAMBETTA, Jay M, Jerry M CHOW et Matthias STEFFEN (2017). *Building logical qubits in a superconducting quantum computing system*. Quantum Information **3**, 2. DOI : [10.1038/s41534-016-0004-0](https://doi.org/10.1038/s41534-016-0004-0).
- GEHRING, George M et al. (2006). *Observation of backward pulse propagation through a medium with a negative group velocity*. Science **312**, 895-897. DOI : [10.1126/science.1124524](https://doi.org/10.1126/science.1124524).
- GLASENAPP, P et al. (2014). *Spin noise spectroscopy beyond thermal equilibrium and linear response*. Physical Review Letters **113**, 156601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.113.156601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.156601).
- GLAUBER, Roy J (1963). *Photon correlations*. Physical Review Letters **10**, 84. DOI : [10.1103/PhysRevLett.10.84](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.10.84).
- GOLDFARB, F. et al. (2008). *Observation of ultra-narrow electromagnetically induced transparency and slow light using purely electronic spins in a hot atomic vapor*. Europhysics Letters **82**, 54002. DOI : [10.1209/0295-5075/82/54002](https://doi.org/10.1209/0295-5075/82/54002).
- GRANGIER, Philippe, Gerard ROGER et Alain ASPECT (1986). *Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter : a new light on single-photon interferences*. Europhysics Letters **1**, 173. DOI : [10.1209/0295-5075/1/4/004](https://doi.org/10.1209/0295-5075/1/4/004).
- GRANGIER, Philippe, R. E. SLUSHER et al. (1987). *Squeezed-light-enhanced polarization interferometer*. Physical Review Letters **59**, 2153-2156. DOI : [10.1103/PhysRevLett.59.2153](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.2153).
- GRINBERG, Patricio (2012). *Slow light in two dimensional semi-conductor photonic crystals*. Thèse. Université Paris Sud - Paris XI. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00830962>.
- GROVER, Lov K. (juil. 1997). *Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack*. Phys. Rev. Lett. **79**, 325-328. DOI : [10.1103/PhysRevLett.79.325](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.325).
- GRYNBERG, Gilbert, Alain ASPECT et Claude FABRE (2010). *Introduction to quantum optics : from the semi-classical approach to quantized light*. Cambridge university press.
- HACKER, Bastian et al. (2019). *Deterministic creation of entangled atom-light Schrödinger-cat states*. Nature Photonics, 110-115. DOI : [10.1038/s41566-018-0339-5](https://doi.org/10.1038/s41566-018-0339-5).
- HAM, BS, MS SHAHRIAR et PR HEMMER (1999). *Enhancement of four-wave mixing and line narrowing by use of quantum coherence in an optically dense double- Λ solid*. Optics Letters **24**, 86-88. DOI : [10.1364/OL.24.000086](https://doi.org/10.1364/OL.24.000086).
- HAM, BS, MS SHAHRIAR, MK KIM et al. (1997). *Frequency-selective time-domain optical data storage by electromagnetically induced transparency in a rare-earth-doped solid*. Optics Letters **22**, 1849-1851. DOI : [10.1364/OL.22.001849](https://doi.org/10.1364/OL.22.001849).

- HAROCHE, Serge et J-M RAIMOND (2006). *Exploring the quantum : atoms, cavities, and photons*. Oxford university press.
- HARRIS, Stephen E, JE FIELD et A IMAMOĞLU (1990). *Nonlinear optical processes using electromagnetically induced transparency*. Physical Review Letters **64**, 1107. DOI : [10.1103/PhysRevLett.64.1107](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.64.1107).
- HODGMAN, S. S. et al. (2009). *Metastable Helium : A New Determination of the Longest Atomic Excited-State Lifetime*. Physical Review Letters **103**, 053002. DOI : [10.1103/PhysRevLett.103.053002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.053002).
- HONDA, Kazuhito et al. (2008). *Storage and retrieval of a squeezed vacuum*. Physical Review Letters **100**, 093601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.100.093601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.093601).
- HUANG, Duan et al. (2015). *Continuous-variable quantum key distribution with 1 Mbps secure key rate*. Optics Express **23**, 17511-17519. DOI : [10.1364/OE.23.017511](https://doi.org/10.1364/OE.23.017511).
- HUNTINGTON, E. H. et al. (2005). *Demonstration of the spatial separation of the entangled quantum sidebands of an optical field*. Physical Review A **71**, 041802. DOI : [10.1103/PhysRevA.71.041802](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.71.041802).
- KACZMAREK, K. T. et al. (2018). *High-speed noise-free optical quantum memory*. Physical Review A **97**, 042316. DOI : [10.1103/PhysRevA.97.042316](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.97.042316).
- KATSOPRINAKIS, GE, AT DELLIS et IK KOMINIS (2007). *Measurement of transverse spin-relaxation rates in a rubidium vapor by use of spin-noise spectroscopy*. Physical Review A **75**, 042502. DOI : [10.1103/PhysRevA.75.042502](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.75.042502).
- KATZ, Or, Mark DIKOPOLTSEV et al. (2013). *Nonlinear elimination of spin-exchange relaxation of high magnetic moments*. Physical Review Letters **110**, 263004. DOI : [10.1103/PhysRevLett.110.263004](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.263004).
- KATZ, Or et Ofer FIRSTENBERG (2018). *Light storage for one second in room-temperature alkali vapor*. Nature Communications **9**, 2074. DOI : [10.1038/s41467-018-04458-4](https://doi.org/10.1038/s41467-018-04458-4).
- KELLY, William R et al. (2010). *Direct observation of coherent population trapping in a superconducting artificial atom*. Physical Review Letters **104**, 163601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.104.163601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.163601).
- KENNARD, Earle H (1927). *Zur quantenmechanik einfacher bewegungstypen*. Zeitschrift für Physik **44**, 326-352. DOI : [10.1007/BF01391200](https://doi.org/10.1007/BF01391200).
- KIM, Kyoungdae et al. (2003). *Observation of arbitrary group velocities of light from superluminal to subluminal on a single atomic transition line*. Physical Review A **68**, 013810. DOI : [10.1103/PhysRevA.68.013810](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.68.013810).
- KOLESOV, Roman (2005). *Coherent population trapping in a crystalline solid at room temperature*. Physical Review A **72**, 051801. DOI : [10.1103/PhysRevA.72.051801](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.72.051801).
- KOMAR, Peter et al. (2014). *A quantum network of clocks*. Nature Physics **10**, 582. DOI : [10.1038/nphys3000](https://doi.org/10.1038/nphys3000).
- KÖRBER, Matthias et al. (2018). *Decoherence-protected memory for a single-photon qubit*. Nature Photonics **12**, 18. DOI : [10.1038/s41566-017-0050-y](https://doi.org/10.1038/s41566-017-0050-y).
- KRAUSS, Thomas F (2008). *Why do we need slow light ?* Nature Photonics **2**, 448. DOI : [10.1038/nphoton.2008.139](https://doi.org/10.1038/nphoton.2008.139).

- KROUTVAR, Miro et al. (2004). *Optically programmable electron spin memory using semiconductor quantum dots*. Nature **432**, 81. DOI : [10.1038/nature03008](https://doi.org/10.1038/nature03008).
- LAMBROPOULOS, Peter et David PETROSYAN (2007). *Fundamentals of quantum optics and quantum information*. Springer.
- LAUPRÊTRE, T. et al. (2012). *Ultranarrow resonance due to coherent population oscillations in a Λ -type atomic system*. Physical Review A **85**, 051805. DOI : [10.1103/PhysRevA.85.051805](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.85.051805).
- LAUPRÊTRE, Thomas (déc. 2012). *Coherent processes and applications of the slow and fast light phenomena in metastable helium at room temperature*. Thèse. Université Paris Sud - Paris XI. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00772326>.
- LAURAT, Julien et al. (2004). *Compact source of Einstein-Podolsky-Rosen entanglement and squeezing at very low noise frequencies*. Physical Review A **70**, 042315. DOI : [10.1103/PhysRevA.70.042315](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.70.042315).
- LEE, J. H. et al. (1980). *Coherent population oscillations and hole burning observed in $Sm^{+2} : CaF_2$ using polarization spectroscopy*. Optics Letters **5**, 196-198. DOI : [10.1364/OL.5.000196](https://doi.org/10.1364/OL.5.000196).
- LEI, Gong et al. (2019). *Optical orbital-angular-momentum-multiplexed data transmission under high scattering*. Light : Sciences and Applications **8**, 060801. DOI : [10.1038/s41377-019-0140-3](https://doi.org/10.1038/s41377-019-0140-3).
- LEROUX, Ian D, Monika H SCHLEIER-SMITH et Vladan VULETIĆ (2010). *Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin*. Physical Review Letters **104**, 073602. DOI : [10.1103/PhysRevLett.104.073602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.073602).
- LI, Fuxiang, SA CROOKER et NA SINITSYN (2016). *Higher-order spin-noise spectroscopy of atomic spins in fluctuating external fields*. Physical Review A **93**, 033814. DOI : [10.1103/PhysRevA.93.033814](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.93.033814).
- LI, Ruoyu, Luca PETIT et al. (2018). *A crossbar network for silicon quantum dot qubits*. Science advances **4**, eaar3960. DOI : [10.1126/sciadv.aar3960](https://doi.org/10.1126/sciadv.aar3960).
- LIU, Chien et al. (2001). *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*. Nature **409**, 490. DOI : [10.1038/35054017](https://doi.org/10.1038/35054017).
- LONGDELL, Jevon J et al. (2005). *Stopped light with storage times greater than one second using electromagnetically induced transparency in a solid*. Physical Review Letters **95**, 063601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.95.063601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.063601).
- LOREDO, JC et al. (2019). *Generation of non-classical light in a photon-number superposition*. Nature Photonics, 1-6. DOI : [10.1038/s41566-019-0506-3](https://doi.org/10.1038/s41566-019-0506-3).
- LOUDON, Rodney (2000). *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press.
- LOUNIS, B et Claude COHEN-TANNOUDJI (1992). *Coherent population trapping and Fano profiles*. Journal de Physique II **2**, 579-592. DOI : [10.1051/jp2:1992153](https://doi.org/10.1051/jp2:1992153).
- LUDLOW, Andrew D et al. (2015). *Optical atomic clocks*. Reviews of Modern Physics **87**, 637. DOI : [10.1103/RevModPhys.87.637](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.87.637).
- LUGIATO, LA, A GATTI et E BRAMBILLA (2002). *Quantum imaging*. Journal of Optics B : Quantum and semiclassical optics **4**, S176. DOI : [10.1088/1464-4266/4/3/372](https://doi.org/10.1088/1464-4266/4/3/372).

- LUKIN, MD et Ataç IMAMOĞLU (2001). *Controlling photons using electromagnetically induced transparency*. *Nature* **413**, 273. DOI : [10.1038/35095000](https://doi.org/10.1038/35095000).
- LVOVSKY, AI (2015). *Squeezed light*. *Photonics Volume 1 : Fundamentals of Photonics and Physics*, 121-164. DOI : [10.1002/9781119009719.ch5](https://doi.org/10.1002/9781119009719.ch5).
- MANGULIS, Visvaldis (1964). *Kramers-Kronig or Dispersion Relations in Acoustics*. *The Journal of the Acoustical Society of America* **36**, 211-212. DOI : [10.1121/1.1918936](https://doi.org/10.1121/1.1918936).
- MARTIN, Philippe A (2001). *Cours de physique statistique des processus irréversibles*. Ecole Polytechnique.
- MAYNARD, M-A, F BRETENAKER et F GOLDFARB (2014). *Light storage in a room-temperature atomic vapor based on coherent population oscillations*. *Physical Review A* **90**, 061801. DOI : [10.1103/PhysRevA.90.061801](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.061801).
- MAYNARD, M-A, T LABIDI et al. (2014). *Observation and measurement of an extra phase shift created by optically detuned light storage in metastable helium*. *Europhysics Letters* **105**, 44002. DOI : [10.1209/0295-5075/105/44002](https://doi.org/10.1209/0295-5075/105/44002).
- MAYNARD, Marie-Aude (2016). *Stockage d'impulsions lumineuses dans l'hélium métastable à température ambiante*. 2016SACLS445. Thèse de doct. URL : <http://www.theses.fr/2016SACLS445/document>.
- MCCORMICK, CF et al. (2007). *Strong relative intensity squeezing by four-wave mixing in rubidium vapor*. *Optics Letters* **32**, 178-180. DOI : [10.1364/OL.32.000178](https://doi.org/10.1364/OL.32.000178).
- MESSIAH, Albert (1995). *Mécanique quantique*. Dunod.
- MEYER, V et al. (2001). *Experimental demonstration of entanglement-enhanced rotation angle estimation using trapped ions*. *Physical Review Letters* **86**, 5870. DOI : [10.1103/PhysRevLett.86.5870](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.5870).
- MIHAILA, Bogdan et al. (2006). *Quantitative study of spin noise spectroscopy in a classical gas of ^{41}K atoms*. *Physical Review A* **74**, 043819. DOI : [10.1103/PhysRevA.74.043819](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.74.043819).
- MONROE, Christopher et al. (1996). *A "Schrödinger cat" superposition state of an atom*. *Science* **272**, 1131-1136. DOI : [10.1126/science.272.5265.1131](https://doi.org/10.1126/science.272.5265.1131).
- MONZ, Thomas et al. (2016). *Realization of a scalable Shor algorithm*. *Science* **351**, 1068-1070. DOI : [10.1126/science.aad9480](https://doi.org/10.1126/science.aad9480).
- MROZEK, M. et al. (2016). *Coherent population oscillations with nitrogen-vacancy color centers in diamond*. *Phys. Rev. B* **94**, 035204. DOI : [10.1103/PhysRevB.94.035204](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.94.035204).
- NAMEKATA, Naoto et al. (2010). *Non-Gaussian operation based on photon subtraction using a photon-number-resolving detector at a telecommunications wavelength*. *Nature Photonics* **4**, 655. DOI : [10.1038/nphoton.2010.158](https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.158).
- NGÔ, Christian et Hélène NGÔ (1998). *Introduction à la physique des semi-conducteurs*. Dunod.
- NIELSEN, Martin Dybendal et al. (2004). *Low-loss photonic crystal fibers for transmission systems and their dispersion properties*. *Optics Express* **12**, 1372-1376. DOI : [10.1364/OPEX.12.001372](https://doi.org/10.1364/OPEX.12.001372).
- NOVIKOVA, Irina et al. (2007). *Optimal control of light pulse storage and retrieval*. *Physical Review Letters* **98**, 243602. DOI : [10.1103/PhysRevLett.98.243602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.243602).

- OU, Z. Y. et al. (1992). *Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables*. Physical Review Letters **68**, 3663-3666. DOI : [10.1103/PhysRevLett.68.3663](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.3663).
- OURJOUNTSEV, Alexei et al. (2007). *Generation of optical 'Schrödinger cats' from photon number states*. Nature **448**, 784. DOI : [10.1038/nature06054](https://doi.org/10.1038/nature06054).
- PALINGINIS, Phedon et al. (2005). *Room temperature slow light in a quantum-well waveguide via coherent population oscillation*. Optics Express **13**, 9909-9915. DOI : [10.1364/OPEX.13.009909](https://doi.org/10.1364/OPEX.13.009909).
- PARIGI, Valentina et al. (2007). *Probing quantum commutation rules by addition and subtraction of single photons to/from a light field*. Science **317**, 1890-1893. DOI : [10.1126/science.1146204](https://doi.org/10.1126/science.1146204).
- PEREIRA DOS SANTOS, F. et al. (2001). *Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium*. Physical Review Letters **86**, 3459-3462. DOI : [10.1103/PhysRevLett.86.3459](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3459).
- PETROV, M. Yu. et al. (mar. 2018). *Increased sensitivity of spin noise spectroscopy using homodyne detection in n-doped GaAs*. Phys. Rev. B **97** (12), 125202. DOI : [10.1103/PhysRevB.97.125202](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.125202). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.97.125202>.
- PINGAULT, Benjamin, Jonas N BECKER et al. (2014). *All-optical formation of coherent dark states of silicon-vacancy spins in diamond*. Physical Review Letters **113**, 263601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.113.263601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.263601).
- PINGAULT, Benjamin, David-Dominik JARAUSCH et al. (2017). *Coherent control of the silicon-vacancy spin in diamond*. Nature Communications **8**, 15579. DOI : [10.1038/ncomms15579](https://doi.org/10.1038/ncomms15579).
- POLITI, Alberto, Jonathan CF MATTHEWS et Jeremy L O'BRIEN (2009). *Shor's quantum factoring algorithm on a photonic chip*. Science **325**, 1221-1221. DOI : [10.1126/science.1173731](https://doi.org/10.1126/science.1173731).
- PUTTNAM, Benjamin J et al. (2017). *High capacity transmission systems using homogeneous multi-core fibers*. Journal of Lightwave Technology **35**, 1157-1167. DOI : [10.1109/JLT.2017.2669207](https://doi.org/10.1109/JLT.2017.2669207).
- RA, Young-Sik et al. (2017). *Tomography of a Mode-Tunable Coherent Single-Photon Subtractor*. Physical Review X **7**, 031012. DOI : [10.1103/PhysRevX.7.031012](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.7.031012).
- REIM, KF et al. (2011). *Single-photon-level quantum memory at room temperature*. Physical Review Letters **107**, 053603. DOI : [10.1103/PhysRevLett.107.053603](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.053603).
- RITTER, Stephan et al. (2012). *An elementary quantum network of single atoms in optical cavities*. Nature **484**, 195. DOI : [10.1038/nature11023](https://doi.org/10.1038/nature11023).
- ROBERT, Alice et al. (2001). *A Bose-Einstein condensate of metastable atoms*. Science **292**.5516, 461-464. DOI : [10.1126/science.1060622](https://doi.org/10.1126/science.1060622).
- SAGLAM YUREK, Erhan et al. (2018). *Coherent storage and manipulation of broadband photons via dynamically controlled Autler-Townes splitting*. Nature Photonics **12**, 774. DOI : [10.1038/s41566-018-0279-0](https://doi.org/10.1038/s41566-018-0279-0).
- SALVI, Leonardo et al. (2018). *Squeezing on momentum states for atom interferometry*. Physical Review Letters **120**, 033601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.120.033601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.033601).

- SANTORI, Charles et al. (2006). *Coherent population trapping of single spins in diamond under optical excitation*. Physical Review Letters **97**, 247401. DOI : [10.1103/PhysRevLett.97.247401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.247401).
- SCHMIDT, H et A IMAMOGLU (1996). *Giant Kerr nonlinearities obtained by electromagnetically induced transparency*. Optics Letters **21**, 1936-1938. DOI : [10.1364/OL.21.001936](https://doi.org/10.1364/OL.21.001936).
- SCHNABEL, Roman (2017). *Squeezed states of light and their applications in laser interferometers*. Physics Reports **684**, 1-51. DOI : [10.1016/j.physrep.2017.04.001](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.04.001).
- SCHRÖDINGER, Erwin (1926). *Der stetige Übergang von der Mikro-zur Makromechanik*. Naturwissenschaften **14**, 664-666. DOI : [10.1007/BF01507634](https://doi.org/10.1007/BF01507634).
- (1935). *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik*. Naturwissenschaften **23**, 823-828. DOI : [10.1007/BF01491891](https://doi.org/10.1007/BF01491891).
- SCHWARZ, S. E. et T. Y. TAN (1967). *Wave interactions in saturable absorbers*. Applied Physics Letters **10**, 4-7. DOI : [10.1063/1.1754798](https://doi.org/10.1063/1.1754798).
- SCHWEINSBERG, A. et al. (2006). *Observation of superluminal and slow light propagation in erbium-doped optical fiber*. Europhysics Letters **73**, 218. URL : <http://stacks.iop.org/0295-5075/73/i=2/a=218>.
- SHACHAM, Assaf, Keren BERGMAN et Luca P CARLONI (2007). *On the design of a photonic network-on-chip*. First International Symposium on Networks-on-Chip (NOCS'07). IEEE, 53-64. DOI : [10.1109/NOCS.2007.35](https://doi.org/10.1109/NOCS.2007.35).
- SHAKED, Yaakov et al. (2018). *Lifting the bandwidth limit of optical homodyne measurement with broadband parametric amplification*. Nature Communications **9**, 609. DOI : [10.1038/s41467-018-03083-5](https://doi.org/10.1038/s41467-018-03083-5).
- SHELBY, R. M. et al. (1986). *Broad-Band Parametric Deamplification of Quantum Noise in an Optical Fiber*. Physical Review Letters **57**, 691-694. DOI : [10.1103/PhysRevLett.57.691](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.57.691).
- SHOR, Peter W (1999). *Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer*. SIAM review **41**, 303-332. DOI : [10.1137/S0097539795293172](https://doi.org/10.1137/S0097539795293172).
- SHORE, Bruce W (2017). *Picturing stimulated Raman adiabatic passage : a STIRAP tutorial*. Advances in Optics and Photonics **9**, 563-719. DOI : [10.1364/AOP.9.000563](https://doi.org/10.1364/AOP.9.000563).
- SHORT, R. et L. MANDEL (1983). *Observation of Sub-Poissonian Photon Statistics*. Physical Review Letters **51**, 384-387. DOI : [10.1103/PhysRevLett.51.384](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.51.384).
- SILBERHORN, Ch. et al. (2001). *Generation of Continuous Variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr Nonlinearity in an Optical Fiber*. Phys. Rev. Lett. **86**, 4267-4270. DOI : [10.1103/PhysRevLett.86.4267](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.4267).
- SIYUSHEV, Petr et al. (2017). *Optical and microwave control of germanium-vacancy center spins in diamond*. Phys. Rev. B **96**, 081201. DOI : [10.1103/PhysRevB.96.081201](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.081201).
- SLAVÍK, Radan et al. (2010). *All-optical phase and amplitude regenerator for next-generation telecommunications systems*. Nature Photonics **4**, 690. DOI : [10.1038/nphoton.2010.203](https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.203).

- SLUSHER, R. E. et al. (1985). *Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity*. *Physical Review Letters* **55**, 2409-2412. DOI : [10.1103/PhysRevLett.55.2409](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.55.2409).
- SOHN, Young-Ik et al. (2018). *Controlling the coherence of a diamond spin qubit through its strain environment*. *Nature communications* **9**, 2012. DOI : [10.1038/s41467-018-04340-3](https://doi.org/10.1038/s41467-018-04340-3).
- SOMASCHI, Niccolo et al. (2016). *Near-optimal single-photon sources in the solid state*. *Nature Photonics* **10**, 340. DOI : [10.1038/nphoton.2016.23](https://doi.org/10.1038/nphoton.2016.23).
- SONG, J. J., J. H. LEE et M. D. LEVENSON (1978). *Picosecond relaxation measurements by polarization spectroscopy in condensed phases*. *Physical Review A* **17**, 1439-1447. DOI : [10.1103/PhysRevA.17.1439](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.17.1439).
- STERIN, Pavel et al. (2018). *Optical Amplification of Spin Noise Spectroscopy via Homodyne Detection*. *Physical Review Applied* **9**, 034003. DOI : [10.1103/PhysRevApplied.9.034003](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.9.034003).
- STOICA, Petre, Randolph L MOSES et al. (2005). *Spectral analysis of signals*.
- STUART, Howard R (2000). *Dispersive multiplexing in multimode optical fiber*. *Science* **289**, 281-283. DOI : [10.1126/science.289.5477.281](https://doi.org/10.1126/science.289.5477.281).
- SUKACHEV, D. D. et al. (2017). *Silicon-Vacancy Spin Qubit in Diamond : A Quantum Memory Exceeding 10 ms with Single-Shot State Readout*. *Phys. Rev. Lett.* **119**, 223602. DOI : [10.1103/PhysRevLett.119.223602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.223602).
- TONG, Zhi, Carl LUNDSTRÖM et al. (2011). *Towards ultrasensitive optical links enabled by low-noise phase-sensitive amplifiers*. *Nature Photonics* **5**, 430. DOI : [10.1038/nphoton.2011.79](https://doi.org/10.1038/nphoton.2011.79).
- TONG, Zhi et Stojan RADIC (2013). *Low-noise optical amplification and signal processing in parametric devices*. *Advances in Optics and Photonics* **5**, 318-384. DOI : [10.1364/AOP.5.000318](https://doi.org/10.1364/AOP.5.000318).
- TOTSUKA, Kouki, Norihiko KOBAYASHI et Makoto TOMITA (2007). *Slow light in coupled-resonator-induced transparency*. *Physical Review Letters* **98**, 213904. DOI : [10.1103/PhysRevLett.98.213904](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.213904).
- TOYLI, DM et al. (2012). *Measurement and control of single nitrogen-vacancy center spins above 600 K*. *Physical Review X* **2**, 031001. DOI : [10.1103/PhysRevX.2.031001](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.2.031001).
- TREPS, Nicolas et al. (2003). *A quantum laser pointer*. *Science* **301**, 940-943. DOI : [10.1126/science.1086489](https://doi.org/10.1126/science.1086489).
- TYRYSHKIN, Alexei M et al. (2012). *Electron spin coherence exceeding seconds in high-purity silicon*. *Nature Materials* **11**, 143. DOI : [10.1038/nmat3182](https://doi.org/10.1038/nmat3182).
- VAHLBRUCH, Henning et al. (2016). *Detection of 15 dB squeezed states of light and their application for the absolute calibration of photoelectric quantum efficiency*. *Physical Review Letters* **117**, 110801. DOI : [10.1103/PhysRevLett.117.110801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.110801).
- VANIER, Jacques, Aldo GODONE et Filippo LEVI (1998). *Coherent population trapping in cesium : Dark lines and coherent microwave emission*. *Physical Review A* **58**, 2345. DOI : [10.1103/PhysRevA.58.2345](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.58.2345).

- VLASTAKIS, B. et al. (2013). *Deterministically encoding quantum information using 100-photon Schrödinger cat states*. *Science* **342**, 607-610. DOI : [10.1126/science.1243289](https://doi.org/10.1126/science.1243289).
- WANG, Dan, Chao LIU et al. (2017). *Strong coherent light amplification with double electromagnetically induced transparency coherences*. *Scientific Reports* **7**, 5796. DOI : [10.1038/s41598-017-06266-0](https://doi.org/10.1038/s41598-017-06266-0).
- WANG, Junjia, Reza ASHRAFI et al. (2016). *Subwavelength grating enabled on-chip ultra-compact optical true time delay line*. *Scientific Reports* **6**, 30235. DOI : [10.1038/srep30235](https://doi.org/10.1038/srep30235).
- WANG, S, DG DUCREAY et al. (2000). *Coherent population trapping and four-wave mixing via dark states in a Doppler-broadened open Rb system*. *Physical Review A* **61**, 033805.
- WEIS, Stefan et al. (2010). *Optomechanically induced transparency*. *Science* **330**, 1520-1523. DOI : [10.1126/science.1195596](https://doi.org/10.1126/science.1195596).
- WINELAND, D. J. et al. (1992). *Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy*. *Physical Review A* **46**, R6797-R6800. DOI : [10.1103/PhysRevA.46.R6797](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.46.R6797).
- WU, Ling-An, HJ KIMBLE et al. (1986). *Generation of squeezed states by parametric down conversion*. *Physical Review Letters* **57**, 2520. DOI : [10.1103/PhysRevLett.57.2520](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.57.2520).
- WU, Pengfei et D. V. G. L. N. RAO (2005). *Controllable Snail-Paced Light in Biological Bacteriorhodopsin Thin Film*. *Physical Review Letters* **95**, 253601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.95.253601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.253601).
- XIONG, Hao et Ying WU (2018). *Fundamentals and applications of optomechanically induced transparency*. *Applied Physics Reviews* **5**, 031305. DOI : [10.1063/1.5027122](https://doi.org/10.1063/1.5027122).
- XU, Xiaodong et al. (2008). *Coherent population trapping of an electron spin in a single negatively charged quantum dot*. *Nature Physics* **4**, 692. DOI : [10.1038/nphys1054](https://doi.org/10.1038/nphys1054).
- YANG, Luyi, P GLASENAPP et al. (2014). *Two-colour spin noise spectroscopy and fluctuation correlations reveal homogeneous linewidths within quantum-dot ensembles*. *Nature Communications* **5**, 4949. DOI : [10.1038/ncomms5949](https://doi.org/10.1038/ncomms5949).
- YANG, Xiaodong, Mingbin YU et al. (2009). *All-optical analog to electromagnetically induced transparency in multiple coupled photonic crystal cavities*. *Physical Review Letters* **102**, 173902. DOI : [10.1103/PhysRevLett.102.173902](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.173902).
- YOSHIKAWA, Jun-ichi et al. (2016). *Generation of one-million-mode continuous-variable cluster state by unlimited time-domain multiplexing*. *APL Photonics* **1**, 060801. DOI : [10.1063/1.4962732](https://doi.org/10.1063/1.4962732).
- YUNFEI, Wang et al. (2019). *Efficient quantum memory for single-photon polarization qubits*. *Nature Photonics* **13**, 346-351. DOI : [10.1038/s41566-019-0368-8](https://doi.org/10.1038/s41566-019-0368-8).
- ZAPASSKII, Valerii S. et al. (2013). *Optical spectroscopy of spin noise*. *Physical Review Letters* **110**, 176601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.110.176601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.176601).
- ZAVATTA, Alessandro, Silvia VICIANI et Marco BELLINI (2004). *Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light*. *Science* **306**, 660-662. DOI : [10.1126/science.1103190](https://doi.org/10.1126/science.1103190).

- ZELEVINSKY, T., D. FARKAS et G. GABRIELSE (2005). *Precision Measurement of the Three 2^3P_J Helium Fine Structure Intervals*. Physical Review Letters **95**, 203001. DOI : [10.1103/PhysRevLett.95.203001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.203001).
- ZHANG, Lida, Girish S. AGARWAL et M. O. SCULLY (2019). *Beam Focusing and Reduction of Quantum Uncertainty in Width at the Few-Photon Level via Multi-Spatial-Mode Squeezing*. Physical Review Letters **122**, 083601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.122.083601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.083601).
- ZHANG, Xiao-Jun, Hai-Hua WANG, Lei WANG et al. (2018). *Optically Tunable Gratings Based on Coherent Population Oscillation*. Scientific Reports **8**, 6834. DOI : [10.1038/s41598-018-25010-w](https://doi.org/10.1038/s41598-018-25010-w).
- ZHANG, Yun, Hai WANG, Xiaoying LI et al. (2000). *Experimental generation of bright two-mode quadrature squeezed light from a narrow-band nondegenerate optical parametric amplifier*. Physical Review A **62**, 023813. DOI : [10.1103/PhysRevA.62.023813](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.62.023813).
- ZHONG, Tian et al. (2017). *Nanophotonic rare-earth quantum memory with optically controlled retrieval*. Science **357**.6358, 1392-1395. DOI : [10.1126/science.aan5959](https://doi.org/10.1126/science.aan5959).
- ZHOU, Zhiping, Bing YIN et Jurgen MICHEL (2015). *On-chip light sources for silicon photonics*. Light : Science & Applications **4**, e358. DOI : [10.1038/lsa.2015.131](https://doi.org/10.1038/lsa.2015.131).
- ZUREK, Wojciech H., Salman HABIB et Juan Pablo PAZ (1993). *Coherent states via decoherence*. Physical Review Letters **70**, 1187-1190. DOI : [10.1103/PhysRevLett.70.1187](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.1187).

Titre : Propagation de lumière dans l'hélium métastable: stockage, amplification, fluctuations et bruit quantique

Mots clés : Optique quantique, optique non-linéaire, mémoire optique, physique atomique, processus cohérents, spectroscopie de bruit de spin

Résumé : Un état quantique de lumière est caractérisé par la statistique de son nombre de photons. Lorsque qu'un champ électromagnétique se propage dans un milieu, ses statistiques peuvent être modifiées, notamment en présence de phénomènes cohérents. Cette thèse s'intéresse expérimentalement et théoriquement à la propagation d'états quantiques de lumière dans une vapeur d'hélium métastable à température ambiante. Dans un premier temps, on étudie la propagation de lumière en présence d'oscillations cohérentes de populations ultrafines et montre qu'elles permettent de stocker efficacement une quadrature spécifique d'un champ lumineux. Néanmoins, ce protocole ne permet pas de stocker les deux quadratures d'un mode du champ électromagnétique, et les conditions de propagation dans le milieu dégradent leurs

propriétés statistiques, empêchant son utilisation pour des applications quantiques. Ce travail montre ensuite qu'il est possible de générer des états comprimés à deux modes dans ce même système, par mélange à 4 ondes. Les états fortement comprimés (9 dB) peuvent être générés en exploitant les fortes non-linéarités induites par piégeage cohérent de population via une transition optique, ainsi que par la proximité d'une autre transition optique voisine. Enfin, une dernière partie s'intéresse au transfert de bruit par effet Faraday entre les fluctuations de spin atomique du milieu et les fluctuations de polarisation d'un champ lumineux. L'étude de ces fluctuations par spectroscopie de bruit de spin a mis en évidence des comportements originaux qui pourraient par la suite être utilisés dans d'autres milieux.

Title : Light propagation in metastable helium: storage, amplification, fluctuations and quantum noise

Keywords : Quantum optics, nonlinear optics, optical memory, atomic physics, coherent processes, spin noise spectroscopy

Abstract : A quantum state of light is characterized by its statistics of number of photons. These statistics can change in the presence of coherent phenomena. This PhD focuses both experimentally and theoretically on the propagation of quantum states within a room temperature vapor of metastable helium. First, we show that ultranarrow coherent population oscillations allow to efficiently store a specific quadrature of a light wave. Nevertheless, this protocol cannot be used to store the two quadratures of a light field. Indeed, the propagation conditions deteriorates

its statistical properties, forbidding its use for quantum application. Secondly, we show that it is possible to generate twomode squeezed states of light in that system. High amplification can be achieved (9 dB), exploiting the strong nonlinearities enabled by coherent population trapping of a transition, and because of the energy level structure. Finally, we study atomic spin noise transfer to light polarization noise via Faraday effect. These fluctuations, probed by spin noise spectroscopy, show original behaviors that may be useful in another systems.

