



HAL
open science

**Exploration de la transition
Berezinskii-Kosterlitz-Thouless avec des excitons
dipolaires**

Suzanne Dang

► **To cite this version:**

Suzanne Dang. Exploration de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless avec des excitons dipolaires. Physique [physics]. Sorbonne Université, 2018. Français. NNT : 2018SORUS385 . tel-02406328

HAL Id: tel-02406328

<https://theses.hal.science/tel-02406328>

Submitted on 12 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT
DE SORBONNE UNIVERSITÉ**

Spécialité : Physique

École doctorale n°564 : Physique en Île-de-France

réalisée

à l'Institut des Nanosciences de Paris

présentée par

Suzanne DANG

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Sujet de la thèse :

**Exploration de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless
avec des excitons dipolaires**

soutenue le 24 septembre 2018

devant le jury composé de :

M.	Alberto BRAMATI	Président du jury
M ^{me}	Hélène PERRIN	Examinatrice
M.	Thierry GUILLET	Rapporteur
M.	Maxime RICHARD	Rapporteur
M.	Markus HOLZMANN	Membre invité
M.	François DUBIN	Directeur de thèse

Remerciements

Le travail présenté dans ce manuscrit n'aurait jamais vu le jour sans les efforts fournis par l'ensemble des membres de l'équipe « excitons indirects », c'est donc tout naturellement à eux que j'adresse mes premiers remerciements. Je tiens à remercier sincèrement mon encadrant, François DUBIN, pour sa patience et sa pédagogie face à mes nombreux questionnements, mais aussi pour l'énergie qu'il apporte au quotidien, ce qui a, sans aucun doute, permis de mener à bien ce projet. Je mesure tout à fait ma chance d'avoir un encadrant aussi investi dans la réussite de mon projet de thèse. J'adresse un grand merci aux membres de l'équipe présents à mon arrivée : Mathieu ALLOING, Mussie BEIAN et Romain ANANKINE qui m'ont transmis leur savoir-faire et m'ont accueillie avec gentillesse lors de mon stage de master 2. J'ai ainsi été formée non seulement à manipuler le montage optique complexe, mais aussi à utiliser le vocabulaire adapté, que je ne comprenais pas totalement à mes débuts : « trigger » la caméra avec le SRS, « loader » la macro pour lancer une mesure automatique, faire un peu de « beam walking » pour s'aligner... qui sont finalement devenus des termes naturels pour moi, me permettant de mesurer le chemin parcouru. Merci en particulier à Romain, avec qui j'ai réalisé de nombreuses manipulations et qui a pris le temps de relire ce manuscrit. J'ai pu apprécier à quel point il maîtrisait à merveille les corrections au stylo encre rouge avec une pointe de critique. Enfin, je souhaite une belle réussite et de futurs beaux résultats, pour Marta ZAMORANO qui a récemment rejoint l'équipe.

Au cours de mes trois années de thèse, j'ai eu la chance de travailler aux côtés de Monique COMBESCOT qui a grandement enrichi notre compréhension théorique des phénomènes observés. J'aimerais la remercier pour sa bienveillance et sa pédagogie. J'ai été très honorée de travailler au côté d'une experte mondiale des problèmes à N-corps et des bosons composites. Je remercie également notre collaborateur, Markus HOLZMANN, qui a éclairé notre compréhension sur la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless alors que nous commençons à étudier plus en détail la vorticité suite aux travaux de thèse de Romain. Grâce à sa curiosité pour le système d'excitons dipolaires, bien qu'éloigné de son champ d'étude privilégié des atomes froids, nous avons pas à pas mis en évidence que nos paramètres expérimentaux étaient en accord avec la théorie attendue pour une transition de type BKT.

À une échelle un peu plus grande, l'équipe « excitons indirect » s'inscrit au sein de l'équipe Photons, Magnons et Technologies Quantiques (PMTeQ). J'aimerais remercier notre chef d'équipe, Valia VOLIOTIS ainsi que l'ensemble des membres permanents : Catherine GOURDON, Sophie HAMEAU, Laura THEVENARD, Mathieu BERNARD, Benoit EBLE, Roger GROUSSON, Richard HOSTEIN et Florent MARGAILLAN qui à travers l'organisation de séminaires et discussions d'articles, ont contribué à élargir ma culture scientifique. J'ai très apprécié avoir

leur commentaires bienveillants et encourageants sur mon travail à l'issu de mon séminaire d'équipe, peu avant que je commence la rédaction de mon manuscrit.

Je remercie l'équipe de la salle blanche du Centre de Nanostructures et Nanotechnologies (C2N) : Aristide LEMAITRE et Carme GOMEZ qui ont réalisé l'épitaxie de l'échantillon 1, Edmond CAMBRIL pour la gravure, Kamel MERGHEM pour la micro-soudure et Abdelmounaim HAROURI pour son aide précieuse lors de mes visites à la salle blanche du C2N. Je remercie l'équipe de Princeton qui a fourni le deuxième échantillon étudié durant mes travaux de thèse et dont l'épitaxie est réalisée par Loren PFEIFFER et Ken WEST. Je remercie Stefan SUFFIT qui a réalisé la gravure de cet échantillon à la salle blanche de Paris Diderot.

Je tiens à remercier les doctorants et post-doctorants, qui ont permis de faire en sorte que mes trois années de thèse se déroulent dans une ambiance chaleureuse au niveau du laboratoire. Je les remercie de m'avoir donné leur confiance pour être leur représentante au conseil du laboratoire et espère avoir correctement rempli ma mission qui est de créer un lien social entre les doctorants. Je garde précieusement en souvenir les repas au restaurant administratif, les pauses café (parfois très prolongées) en salle de convivialité et les sorties, bars que nous avons partagé. Merci à Antoine, Bertille, Bruno, Céline, Camille, Clément, Cyril, Danilo, Elisa, Guadalupe, Juan, Julien, Houda, Léo, Lise, Lounès, Mattia, Maya, Nathalie, Pierre-Yves, Piotr, Pokky, Raphaël, Richard, Romain, Sunniva, Sylvain et Violette. Bonne continuation pour vos thèses et projets respectifs!

Merci à mes amis de toujours : Elodie, Milena, Minnetta, Romain, Sabrina, Théo, pour leur présence et leur soutien indéfectible depuis nos années de lycée jusqu'à aujourd'hui. Merci à Marina, Myriam, Nam et Tabatha qui m'ont apporté un peu de douceur et de courage pour braver les épreuves depuis notre rencontre en première année de Physique à l'Université Pierre et Marie Curie. Je suis contente de vous avoir gardées auprès de moi bien que nous ayons chacune choisi nos spécialisations (respectivement acoustique, motorisation, enseignement, astrophysique) et tracé nos propres routes.

Merci à ma famille, Carine, Richard et mes parents qui m'ont toujours encouragé dans mes choix. Enfin, merci à Rémi qui m'a donné le courage d'aller jusqu'au bout.

Table des matières

Introduction générale	1
I Excitons dipolaires et transitions de phase quantiques à 2D	7
I.1 Excitons dans les semiconducteurs	7
I.1.1 Excitons dans le massif	8
I.1.2 Excitons dans les puits quantiques	11
I.2 Excitons sous champ électrique externe	12
I.2.1 Double puits quantique sous champ électrique	12
I.2.2 Interaction dipolaire entre excitons	15
I.2.3 Piège dipolaire	15
I.2.4 Cycle de vie des excitons	16
I.3 Effets collectifs et transitions de phases à 2D	20
I.3.1 Condensation de Bose-Einstein	20
I.3.2 Condensation noire et grise des excitons	23
I.3.3 Transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless	26
I.4 Travaux antérieurs	26
I.4.1 Anneaux fragmentés	26
I.4.2 Mise en évidence du noircissement par mesures spectroscopiques	27
I.4.3 Superfluidité et vorticité quantique	28
II Techniques expérimentales	31
II.1 Échantillon	31
II.1.1 Échantillon C ₂ N	31
II.1.2 Échantillon Princeton	32
II.2 Expérience de micro-photoluminescence	33
II.2.1 Environnement cryogénique	34
II.2.2 Dispositif pour le montage de l'échantillon	35
II.2.3 Équipements	37
II.2.4 Séquence de mesure	39
II.3 Mesures spectroscopiques	39
II.3.1 Mesures stroboscopiques	40
II.3.2 État de l'art et améliorations	41
II.4 Mesures interférométriques	42
II.4.1 Interféromètre de Mach-Zehnder	42
II.4.2 Interférométrie spatiale et temporelle	44

II.5 Régime de mesure	46
II.5.1 Paramètres électriques	46
II.6 Conclusion	47
III Transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless	49
III.1 Ordre dans les systèmes de basse dimension	49
III.1.1 L'argument de Peierls	49
III.1.2 Cristal harmonique classique	51
III.1.3 Fluctuations quantiques	52
III.1.4 Ordre et désordre dans les systèmes magnétiques	53
III.2 Transition vers un état superfluide	55
III.2.1 L'état superfluide	55
III.2.2 Lien entre condensation de Bose-Einstein et superfluidité	56
III.2.3 Défauts topologiques	57
III.3 Signatures de la transition BKT	59
III.3.1 Saut de la densité superfluide	59
III.3.2 Quasi-ordre à longue portée	61
III.4 État de l'art expérimental : mise en évidence de la transition BKT	62
III.4.1 Expérience historique d'hélium superfluide	62
III.4.2 Atomes froids	62
III.4.3 Exciton-polaritons	63
III.4.4 Qu'en est t-il pour les excitons indirects ?	65
IV Preuves expérimentales de la transition BKT pour un gaz d'excitons piégés	67
IV.1 Équation d'état à 2D	67
IV.1.1 Invariance d'échelle	67
IV.1.2 Modélisation des interactions dipole-dipole à 2D par une interaction de contact	68
IV.1.3 État de l'art	70
IV.2 Mesure de l'équation d'état pour des excitons dipolaires	72
IV.2.1 Détermination du potentiel de confinement	72
IV.2.2 Densité dans l'espace des phases le long du piège	74
IV.2.3 Tracé de l'équation d'état	75
IV.3 Expériences interférométriques et cartographie de défauts	76
IV.3.1 Mesure de la cohérence spatiale du gaz d'exciton	77
IV.3.2 Détection des défauts de densités	79
IV.3.3 Régime de densité optimal	83
IV.3.4 Détection automatique des défauts	85
IV.3.5 Conclusion	86
V Équation d'état et universalité	89
V.1 Universalité	89
V.1.1 Robustesse de l'invariance d'échelle	89
V.1.2 État de l'art sur la mesure de l'universalité	90
V.2 Avec les excitons dipolaires	91

TABLE DES MATIÈRES

v

V.2.1	Interactions « fortes »	91
V.2.2	Précision de la mesure de densité	92
V.3	Mesures	93
V.3.1	Caractérisation de l'échantillon 2	93
V.3.2	Mesure de l'équation d'état et universalité	96
V.3.3	Universalité des fluctuations	98
V.4	Conclusion	100
	Conclusion	103
	Bibliographie	107

Introduction générale

La dimensionnalité joue un rôle fondamental dans la physique d'un système ; elle détermine l'arrangement spatial et modifie les interactions entre particules qui ont une influence les symétries d'un système. Dans les solides cristallins, les symétries qui apparaissent à l'échelle atomique sont d'une importance cruciale pour leur classification. Cependant, à une et deux dimensions, l'arrangement périodique des atomes dans un cristal est perturbé par les fluctuations thermiques. Une conséquence de ce phénomène est que l'ordre cristallin est perdu à longue portée, empêchant toute transition de phase vers un état ordonné [1]. La théorie d'une transition de phase topologique développée d'un côté par V. BEREZINSKII, de l'autre par J.M. KOSTERLITZ & D.J. THOULESS a permis d'élaborer un nouveau type de transition dans les systèmes à 2D dans lesquels les défauts topologiques jouent un rôle important. Cette découverte a été récompensée en 2016 par le prix Nobel de Physique pour les découvertes des transitions de phase topologiques et des phases topologiques de la matière.

Dans les gaz de bosons à 2D, la théorie développée par BEREZINSKII-KOSTERLITZ-THOULESS (BKT) a permis d'expliquer le processus microscopique conduisant à l'établissement d'un état superfluide. Cet état particulier de la matière se caractérise par une viscosité nulle et une conductivité thermique infinie. La première observation de la superfluidité a été faite dans un système 3D avec de l' ^4He refroidi à très basse température, ce qui s'est révélé être un système de choix pour observer les premières signatures de la transition BKT dans des expériences réalisées par BISHOP & REPPY en 1978 avec des films de ^4He [2]. D'un point de vue fondamental, la superfluidité s'explique par l'aspect quantique du gaz et la forte dégénérescence des atomes condensés dans le même état. De ce fait, la superfluidité est fortement connectée avec la condensation de Bose-Einstein, un état quantique de la matière motivant de nombreuses recherches. Dans ce domaine, les systèmes atomiques ont opéré une percée fulgurante dans les années 1990 grâce au développement de techniques de refroidissement permettant d'atteindre une température d'une dizaine de nK avec des densités de particules suffisantes pour observer la condensation de vapeurs d'atomes froids. Les premières observations de condensats ont été réalisées avec des atomes de rubidium ^{87}Rb par ANDERSON *et al.* [3] et de sodium ^{23}Na par DAVIS *et al.* [4]. Ces observations confirment ainsi les prédictions théoriques amorcées par BOSE en 1924, qui émet l'idée que la distribution de Maxwell-Boltzman n'est pas adaptée pour des particules microscopiques puisque le principe d'incertitude de Heisenberg doit jouer un rôle prépondérant. Il applique cette idée aux photons, utilisant leur caractère indiscernable et redérive ainsi la loi de Planck [5]. Ces travaux sont ensuite repris par EINSTEIN qui l'applique à un gaz parfait de particules massives [6].

Dans les systèmes issus de la matière condensée, les techniques mises en œuvres pour dé-

montrer l'existence de la condensation de Bose-Einstein ont conduit notamment à l'utilisation d'hétéro-structures de semiconducteurs de type III-V. Dans ces matériaux, les excitations électroniques du milieu appelées *excitons* sont créés optiquement avec une énergie facilement accessible de quelques électrons-volts. La masse effective, très légère (de l'ordre d'une fraction de la masse d'un électron libre) de ces quasi-particules bosoniques, a très vite attiré l'attention pour l'obtention de condensats de Bose-Einstein à haute température critique. Pour s'affranchir du faible temps de vie radiatif de l'exciton qui limite la densité que l'on peut atteindre, LOZOVIK & YUDSON ont proposé une configuration originale qui consiste à séparer spatialement l'électron et le trou de l'exciton dans deux puits quantiques distincts, pour former ce qu'on appelle des excitons spatialement indirects [7] aussi qualifiés d'excitons dipolaires à cause du fort dipôle résultant de la séparation des charges. Grâce au faible recouvrement des fonctions d'onde, le temps de vie radiatif atteint environ 100 ns et permet d'atteindre aisément l'équilibre thermodynamique puisque ce temps est long devant les processus de thermalisation. Malgré tous les avantages apportés par ces particules, la recherche d'une preuve de la condensation des excitons s'est trouvée vaine pendant longtemps [8, 9, 10] puisque les précédentes études se sont focalisées à tort sur la recherche de l'exaltation de la photoluminescence en dessous de la température critique de condensation.

Les désillusions liées à la recherche de la condensation d'excitons ont trouvé une justification théorique grâce aux travaux de M. COMBESCOT qui a étudié en détail les effets dus à la nature multi-composante de l'état fondamental des excitons. Dans un matériau comme l'arséniure de gallium, il est composé de 4 états de « spin » : les excitons de spin $S = \pm 1$ appelés excitons *brillants* de part leur capacité à interagir avec le champ de photons, puis les excitons $S = \pm 2$ dit *noirs*, ne pouvant pas se désexciter de manière radiative. Suite à l'interaction avec le champ photonique, l'état brillant se trouve légèrement plus haut en énergie de quelques μeV , M. COMBESCOT a conclu que la condensation des excitons devait donc avoir lieu dans l'état « noir » ($S = \pm 2$) qui correspond à l'état de spin le plus bas en énergie [11, 12]. Ce phénomène, attendu dans un régime très dilué, doit se manifester par une population macroscopique dans l'état noir et donc par une diminution de l'intensité émise par le gaz d'excitons [13]. Par ailleurs, dans un régime de densité plus élevé, l'interaction entre les quatre états de spin de l'état fondamental devient dominante et permet de coupler de manière cohérente l'état noir avec l'état brillant à travers le processus d'échange de fermions. Ceci a pour conséquence d'introduire une partie brillante dans le condensat noir, qui est désormais qualifié de condensat « gris » [14]. Les preuves expérimentales d'un tel processus, ont été apportées par les travaux de thèse de M. BEIAN et R. ANANKINE, notamment en montrant l'existence d'une fraction brillante de l'ordre de 40 % dans le condensat gris, transportant avec elle les informations sur la cohérence spatiale macroscopique [15]. Deux groupes israéliens ont par ailleurs rapporté des preuves du noircissement d'un liquide d'excitons à plus haute densité au passage d'une température critique mais sans preuves de cohérence spatiale [16, 17, 18]. On note aussi l'émergence de nouveaux matériaux bidimensionnels : les dichalcogénures de métaux de transition, qui ont récemment signalé l'observation d'une condensation d'excitons révélée par une nouvelle technique de spectroscopie sondant les excitations électroniques [19] ou encore dans le graphène par des mesures de transport de charges dans des bi-couches de graphène-WSe₂ [20].

Durant les travaux de thèse de R. ANANKINE, le caractère superfluide du gaz d'exciton

a également été exploré et a fait l'objet d'observations tout à fait exceptionnelles [21]. Il a montré la formation spontanée de vortex quantiques avec un enroulement de la phase de 0 à 2π , caractéristiques d'un état superfluide. Les vortex, présentant une singularité de phase en leur centre, ont été mis en évidence par des mesures interférométriques où leur présence est signalée par l'apparition de singularités dans les figures d'interférence. D'autres systèmes comme les excitons-polaritons ont eux aussi rapporté des signatures de superfluidité à 2D [22] et la présence de vortex quantiques [23]. Plusieurs groupes ont observé la condensation de Bose-Einstein d'exciton-polaritons [24, 25, 26] qui se différencie néanmoins des systèmes atomiques par le fait que le condensat est hors d'équilibre.

Dans les systèmes à deux dimensions tels que ceux décrits précédemment, l'établissement de l'état superfluide se fait grâce au mécanisme BKT. Historiquement, c'est l'étude de systèmes magnétiques qui a conduit THOULESS à cette découverte. Il a pour cela examiné la compétition entre l'énergie et l'entropie lors de la formation de parois de domaine entre blocs de spins « up » et spins « down » [27]. Pour une paroi d'épaisseur a dans un système de taille L , l'entropie dépend du nombre de configurations possibles

$$S \approx k_B p \ln(L/pa)$$

avec p le nombre de paroi. De plus, pour des spins ayant une énergie d'interaction en Ja^2/r^2 , l'énergie associée à une paroi de domaine est donnée par

$$E \approx 2J \ln(L/4a)$$

En considérant l'énergie libre $F = E - TS$, on remarque que au dessus d'une température $T > J/k_B$, l'entropie domine et la formation de parois de domaine est thermodynamiquement stable. En revanche, à basse température, l'énergie libre F est dominée par le terme en énergie E et il est peu probable de former des parois lorsque la taille du système L est grande. L'astuce est alors de remarquer que l'énergie nécessaire pour la formation d'une paire de parois ne dépend que de la distance les séparant :

$$E_n \approx 4Ja^2 \ln(n)$$

E_n étant l'énergie de deux parois séparées par n spins. C'est donc la formation de paires de parois qui conduit à la minimisation de l'énergie libre en dessous d'une température critique T_{BKT} . Dans un gaz de bosons à 2D, c'est ce même mécanisme qui entre en jeu pour établir un état superfluide grâce à l'appariement des défauts topologiques. Les deux phases qui s'établissent de part et d'autre de la température critique sont caractérisées par un comportement typique de la fonction de corrélation spatiale : pour $T < T_{BKT}$, elle décroît algébriquement tandis qu'à $T > T_{BKT}$ elle décroît exponentiellement avec une longueur de corrélation ξ qui diverge exponentiellement avec la température. La transition a lieu à une température critique T_{BKT} définie par la loi universelle

$$n_s \lambda_{th}^2 = 4$$

avec n_s la densité superfluide et λ_{th} la longueur d'onde thermique de de Broglie. Nous verrons que, tant pour la transition BKT que pour la condensation de Bose-Einstein, la densité dans l'espace des phases $n\lambda_{th}^2$ sera d'une grande importance pour déterminer le seuil des

transitions.

Afin de quantifier l'espace de paramètres dans lesquels émerge la transition BKT, l'équation d'état du système se révèle être un outil très puissant. Elle est établie grâce aux variables thermodynamiques du gaz de Bose qui sont la température T , le potentiel chimique μ et la densité dans l'espace des phases $n_X \lambda_{th}^2$. Elle a été mesurée pour la première fois dans des gaz d'atomes froids en interaction faible par HUNG *et al.* [28] et par YEFSAH *et al.* [29]. Ils ont tous les deux observé une *invariance d'échelle* lorsque la densité dans l'espace des phases est représentée en fonction du rapport entre les deux seules échelles d'énergie du système 2D qui sont le potentiel chimique μ et l'énergie thermique $k_B T$. Cette invariance est tout à fait typique des systèmes à deux dimensions avec des interactions de contact entre particules puisque contrairement au cas 3D, le paramètre d'interaction entre deux corps g peut être exprimé sans dimension. Lorsqu'on fait varier la force des interactions g , une nouvelle caractéristique émane de l'équation d'état, qui est l'*universalité*. Ce caractère universel de l'équation d'état a été observé avec les atomes froids grâce à la mise en œuvre d'un important développement technique pour augmenter le degré de contrôle du gaz par l'utilisation de réseau optique [30].

Pour mesurer l'équation d'état avec les excitons dipolaires, notre principale préoccupation expérimentale a été de réduire au maximum les fluctuations dues aux charges libres pour extraire le signal homogène du gaz d'excitons. Dans la littérature, les seules mesures de cet élargissement homogène de la photoluminescence ont été rapportées par ZIMMERMAN *et al.* qui ont extrait la composante lorentzienne de la transformée de Fourier du spectre, et l'on attribue au signal homogène des excitons [31] d'une largeur spectrale de l'ordre de 200 μeV . Mais la plupart du temps, les expériences discutées dans la littérature font état d'une raie asymétrique de plus d'un meV de large avec une lente décroissance au niveau des basses énergies. Cela signifie que le gaz est dominé par un élargissement inhomogène dont l'origine a été étudiée mais pas totalement comprise [32, 33]. Une solution partielle a été apportée par la nouvelle génération d'échantillon étudiée lors de cette thèse, avec l'avantage de présenter un très faible niveau de fluctuations.

Plan de la thèse

Dans ce manuscrit, nous apportons de fortes indications expérimentales de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless avec un gaz d'excitons dipolaires piégés. Nous commençons dans le chapitre I, par décrire la physique de base des semiconducteurs pour mieux comprendre l'environnement dans lequel sont créés les excitons. Nous verrons que l'application d'un champ électrique perpendiculaire au plan d'un double puits permet la formation d'excitons spatialement indirects. Ces quasi-particules sont très intéressantes pour plusieurs raisons : leur temps de vie est allongé, de sorte qu'elles atteignent un état d'équilibre thermodynamique, leur moment dipolaire est très grand et les interactions entre particules sont fortes. Enfin, ce sont des bosons composites, ce qui leur confère des qualités uniques. Toutes ces qualités en font de bons candidats pour observer la condensation de Bose-Einstein ainsi que la superfluidité. Nous verrons qu'un aspect singulier des excitons est son état fondamental à quatre composantes, ce qui enrichit considérablement les transitions de phases quantiques

attendues.

Le chapitre II est consacré à la description des techniques expérimentales mises en œuvre pour créer et sonder les excitons dipolaires. Nous commencerons par une description détaillée des deux hétérostructures utilisées au cours de ces travaux ainsi que du montage expérimental. Puis, nous verrons que les principales caractéristiques du gaz d'excitons sont étudiées à travers leur photoluminescence, analysée par spectroscopie sur réseau ou par interférométrie pour sonder la cohérence spatiale et temporelle du gaz. Un effort expérimental a été mené pour réduire le taux de fluctuations de charges en réalisant toutes les expériences en mode séquentiel, une technique clé qui conditionne l'interprétation des expériences.

Le chapitre III donne une description phénoménologique de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. En accord avec le théorème de Mermin-Wagner, nous verrons qu'à basse dimension (2D et 1D), l'ordre à longue portée est perdu mais il peut s'établir un ordre à quasi-longue portée dans un état superfluide. La transition associée qui est d'ordre infinie au sens de Landau, diffère des transitions de phase bien connues du second ordre comme la transition ferromagnétique-paramagnétique. Nous définirons enfin les deux signatures directes de la transition puis nous ferons un état de l'art qui retrace l'historique des expériences marquantes dans le domaine.

Dans les chapitres IV et V sont présentés les résultats expérimentaux obtenus durant cette thèse. Nous montrerons qu'il est possible de tracer l'équation d'état des excitons indirects, ce qui signale que le système est effectivement à l'équilibre thermodynamique. Le chapitre 4 se focalisera sur les résultats obtenus avec un premier échantillon. Il sera présenté une étude complète des défauts de densité qui apparaissent dans la photoluminescence réémise par les excitons. Ces résultats seront mis en relation avec des mesures de la cohérence spatiale du gaz en fonction de la position dans le piège.

Nous terminons au chapitre V avec la présentation des mesures effectuées avec une nouvelle génération d'échantillon qui présente un très faible niveau de fluctuations de charges. Grâce à ces qualités, nous avons pu mesurer l'équation d'état avec une très bonne précision et montrer ainsi son universalité. Finalement, nous avons mis en évidence que la force des interactions dépend de la température.

Chapitre I

Excitons dipolaires et transitions de phase quantiques à 2D

Ce premier chapitre introduit la notion d'*excitons dipolaires*. Ces quasi-particules naissent dans des puits quantiques de semiconducteurs polarisés électriquement. Leur caractère bosonique offre la possibilité d'observer des effets collectifs à suffisamment basse température. De plus, leur structure interne, composée de deux fermions, vient ajouter de l'originalité aux transitions de phase quantiques déjà connues.

I.1 Excitons dans les semiconducteurs

Les semiconducteurs sont des matériaux de choix pour la fabrication de composants micro et opto-électroniques. Leur production, aujourd'hui contrôlée à la couche atomique près grâce aux techniques d'épitaxie par jets moléculaires, permet la réalisation de nanostructures confinant les électrons dans un plan (2D), un fil (1D) ou encore dans une boîte quantique (0D).

Une des propriétés remarquable des semiconducteurs est leur structure de bande composée d'une *bande de valence* pleine d'électrons et d'une *bande de conduction* complètement vide à température nulle et qui sont séparés par une bande interdite, typiquement de quelques électrons-volts pour l'arséniure de gallium. Cette énergie est facilement accessible par excitation optique ou électrique et permet d'atteindre le premier état excité du semiconducteur où un électron de la bande de valence est promu dans la bande de conduction, laissant une charge vacante appelée *trou* qui possède une charge et une impulsion opposées à celle de l'électron.

Dans les paragraphes suivants, nous nous intéresserons aux semiconducteurs massifs possédant un gap direct, pour lesquels le premier état excité correspond à un électron dans la bande de conduction et un trou dans la bande de valence de même impulsion. Nous verrons ensuite que pour des épaisseurs de couches suffisamment petites, il est possible de confiner les électrons et trous à deux dimensions. Enfin, nous verrons que si on prend en compte l'interaction coulombienne entre charges de signes opposés, on observe l'existence d'une paire électron-trou liée, d'énergie légèrement inférieure aux charges libres, qu'on appelle *exciton*.

I.1.1 Excitons dans le massif

Les principaux semiconducteurs que nous utilisons sont des alliages binaires d'arséniure de gallium (**GaAs**) ou ternaires d'arséniure de gallium-aluminium (**AlGaAs**) qui sont des composés de type III-V. Cela signifie qu'un type d'atome appartient à la colonne III du tableau périodique des éléments comme le gallium (Ga) et l'aluminium (Al) et possèdent donc 3 électrons de valence, tandis que le deuxième type d'atome fait partie de la colonne V avec 5 électrons de valence comme pour l'arsenic (As). Dans l'espace réel, le GaAs cristallise selon une structure de type *blende de zinc* comme schématisé sur la figure I.1.a. où deux types d'atomes s'arrangent selon deux structures cubique faces centrées (CFC) décalés de $\frac{1}{4}$ suivant la grande diagonale. La maille élémentaire rhomboédrique à base centrée est représentée en bleu et contient 2 atomes par maille : 1 atome de Ga ($4s^2 4p^1$) et 1 atome As ($4s^2 4p^3$) donnant lieu à 8 électrons de valence et donc 4 bandes de valence pleines (non représentées dans la structure de bande). Les atomes forment entre eux des liaisons covalente par hybridation sp^3 . Dans l'espace réciproque, la première zone de Brillouin prend la forme d'un octaèdre tronqué dans lequel on distingue des points de haute symétrie dans le repère (k_x, k_y, k_z) : $\Gamma(0, 0, 0)$, le centre de la zone de Brillouin, X $(\frac{2\pi}{a}, 0, 0)$ le long des axes $[\bar{1} 0 0]$ et L $(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a})$ le long de l'axe $[1 1 1]$, comme on peut le voir sur la figure I.1.b.

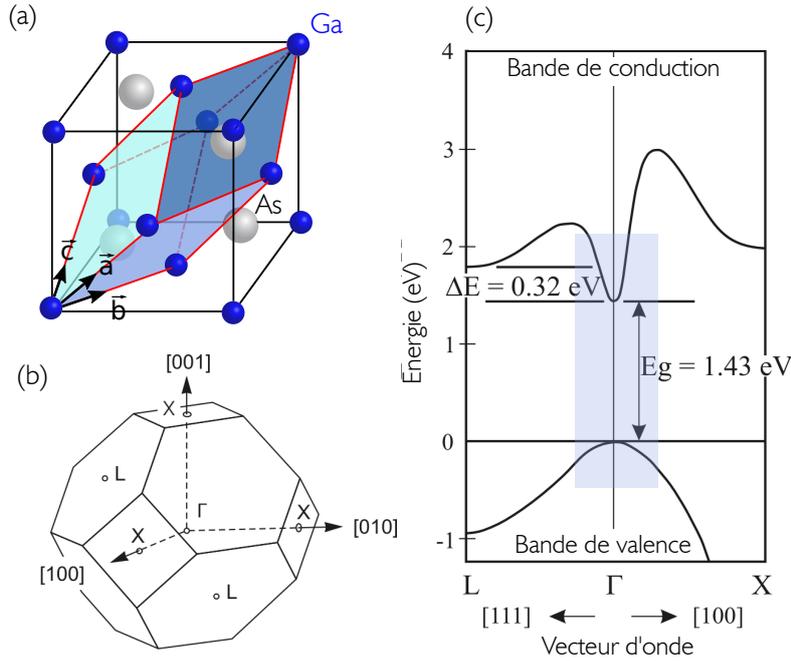


Fig. I.1 (a) Maille élémentaire du GaAs et sa structure blende de zinc. Elle est formée par un réseau cubique face centrées de gallium et d'atome d'arsenic sur la moitié des sites tétraédriques. (b) La première zone de Brillouin dans le réseau réciproque (k_x, k_y, k_z) est un octaèdre tronqué. Les flèches tiretées indiquent trois directions cristallographiques le long desquelles on trouve des points de haute symétrie $\Gamma(0,0,0)$, X $(\frac{2\pi}{a}, 0, 0)$ et L $(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a})$. (c) Structure de bande du GaAs à température ambiante le long des axes $[1 1 1]$ et $[1 0 0]$ [34].

L'arséniure de gallium étant un semiconducteur à gap direct, l'électron et le trou injectés se forment respectivement au minimum de la bande de conduction et au maximum de la bande de valence qui se trouvent au point Γ . C'est autour de ce point que se concentre la description du premier niveau excité, permettant d'approximer les bandes de valence et de conduction par des bandes paraboliques au voisinage de $\mathbf{k} = 0$ (zone bleutée en figure I.1.c). Ainsi, en prenant l'origine des énergies en haut de la bande de valence, les relations de dispersion dans la bande de conduction E_c et de valence E_v s'écrivent :

$$E_c(\mathbf{k}) = E_g + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_e^*} \quad (\text{I.1})$$

$$E_v(\mathbf{k}) = -\frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_h^*} \quad (\text{I.2})$$

avec E_g l'énergie de gap et $m_{e,h}^*$ la masse effective de l'électron et du trou, qui donnent la courbure. Lorsque le semiconducteur est excité optiquement, un photon est absorbé, lui fournissant suffisamment d'énergie pour aller dans la bande de conduction. En vertu de la conservation du moment, le trou ainsi créé possède une impulsion et une charge opposée à celle de l'électron. Si la paire électron-trou est liée par attraction coulombienne, son énergie est plus basse que la paire libre correspondante. Cet état quantique, associé à l'exciton, est légèrement inférieur en énergie que celui du gap E_g , dont l'hamiltonien est donné par :

$$H = E_g + \frac{p_e^2}{2m_e^*} + \frac{p_h^2}{2m_h^*} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|r_e - r_h|} \quad (\text{I.3})$$

avec p_e , m_e (respectivement p_h , m_h) l'impulsion et la masse effective de l'électron (resp. du trou), e la charge de l'électron, ϵ_0 la permittivité du vide et ϵ_r celle relative au matériau. Ce système analogue à l'atome d'hydrogène peut se décrire dans le référentiel du centre de masse dans lequel l'énergie de l'exciton peut s'écrire :

$$E_X = E_g + \frac{\hbar^2 \mathbf{K}^2}{2M_X} - E_b^n \quad (\text{I.4})$$

$$(\text{I.5})$$

avec M_X la masse totale de l'exciton $M_X = (m_e^* + m_h^*)$, \mathbf{K} l'impulsion du centre de masse et E_b^n l'énergie de liaison entre les deux charges en interaction coulombienne qui est définie comme :

$$E_b^n = \frac{R^*}{n^2} \quad (\text{I.6})$$

où n est le nombre quantique principal, $R^* = \frac{\mu e^4}{2\epsilon_0\epsilon_r\hbar^2}$ est la constante de Rydberg effective et $\mu = \frac{m_e^* m_h^*}{m_e^* + m_h^*}$ la masse effective d'un exciton. On peut également définir le rayon de Bohr de la paire $a_0 = \frac{\hbar^2 \epsilon_r}{e^2 \mu}$ qui renseigne sur son extension spatiale. Dans le cas du GaAs, les masses effectives valent $m_e^* = 0.067m_0$ et $m_h^* = 0.45m_0$ ce qui permet de déduire le rayon de Bohr

$a_0 = 12$ nm (avec une permittivité du GaAs $\epsilon_r = 12.9$) ainsi que l'énergie de liaison $E_b \sim 8$ meV.

D'un point de vue fondamental, l'exciton correspond à une *excitation électronique* cohérente sur une fraction macroscopique du système. Sa fonction d'onde est une onde plane définie sur la longueur de cohérence du système pouvant aller jusqu'à quelques micromètres selon la qualité du semiconducteur. Deux cas limites sont pourtant à distinguer et donnent lieu à deux types d'excitons : les excitons de **Frenkel** pour lesquels la paire électron-trou initialement localisée sur le site n_1 est délocalisée sur un site n_2 grâce à des processus de Coulomb interatomiques. Si on décrit le réseau cristallin comme une chaîne d'atomes avec $\nu = 0$ l'état fondamental et $\nu = 1$ le premier niveau excité (figure I.2.a), lors de la désexcitation de l'électron du site n_1 , un autre électron est excité en site n_2 . On trouve ce type d'excitons dans les matériaux organiques et les alcalins. Le deuxième cas est celui des excitons de **Wannier** pour lesquels l'électron et le trou sont représentés par deux excitations délocalisées : une onde plane pour l'électron et une seconde onde plane pour le trou. La localisation du trou, proche de l'électron, s'effectue par des processus coulombiens intrabande attractifs qui conservent l'impulsion totale : un électron dans la bande de conduction est diffusé, passant d'une impulsion k_e à $k_e + q$ alors que le trou passe de k_h à $k_h - q$ comme représenté figure I.2.b et dans le diagramme de Feynman en I.2.c. C'est ce type d'excitons que l'on rencontre dans les matériaux inorganiques, dont le GaAs.

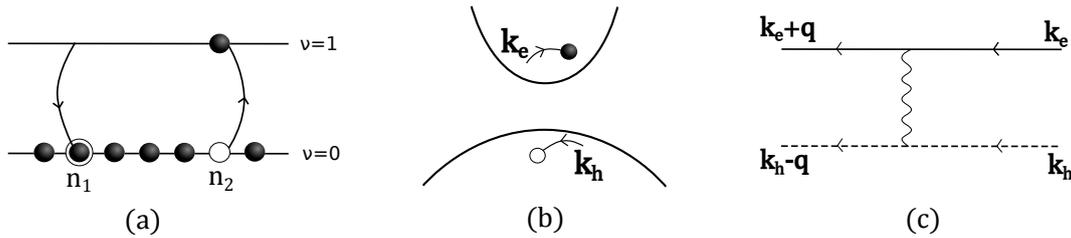


Fig. I.2 (a) Délocalisation des excitons de Frenkel par processus coulombien inter-site un électron sur le site n_1 est désexcité au niveau du fondamental $\nu=0$ au même moment qu'un électron du site n_2 passe dans le niveau excité $\nu=1$. (b) Dans le cas des excitons de Wannier, les processus coulombiens intrabande sont à l'origine de la localisation du trou au voisinage de l'électron. Diagramme de Feynman correspondant ; la ligne droite pleine symbolise l'électron passant d'une impulsion k_e à $k_e + q$ tandis que la ligne tiretée symbolise le trou passant de k_h à $k_h - q$. La ligne ondulée reliant l'électron et le trou symbolise l'interaction coulombienne. Figures reprises de [35].

La structure de bande des semiconducteurs massifs est importante pour comprendre la structure interne des excitons. Les semiconducteurs III-V cristallisent selon une structure blende de zinc dont la maille élémentaire se constitue d'un atome de type III et un atome de type V. Il y a au total 8 électrons de valence qui donnent lieu à 8 bandes d'énergie lors de l'hybridation des orbitales atomiques s , p_x , p_y , p_z . On note que chaque bande est deux fois dégénérée à cause du spin de l'électron et donc chaque bande contient $2N$ électrons. Si on considère uniquement les bandes proches de $\mathbf{k} = 0$ où se forment les excitons, seules 3 bandes deviennent pertinentes : la bande de conduction Γ_6 antiliante de symétrie s ainsi que les bandes de valence Γ_7 et Γ_8 de symétrie p ; Γ_8 étant dégénérée avec une bande de trous

lourds Γ_8^{hh} et une de trous légers Γ_8^{lh} comme représenté sur la figure I.3. Comme le trou lourd interagit plus fortement avec le milieu cristallin, sa masse effective est plus élevée : $m_{hh} = 0.5m_0$ (avec m_0 la masse de l'électron libre) alors que celle du trou léger est de $m_{lh} = 0.08m_0$ et l'électron $m_e = 0.067m_0$. D'autre part, du fait de la présence d'un couplage spin-orbite, la bande Γ_7 , appelée bande de « split-off », est plus basse en énergie, décalée de E_{SO} .

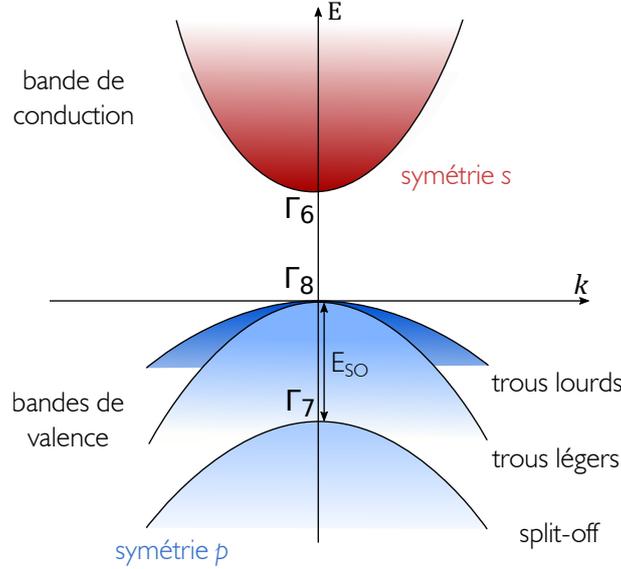


Fig. I.3 Structure de bande pour le GaAs massif, proche de $\mathbf{k} = 0$.

I.1.2 Excitons dans les puits quantiques

Le confinement des charges selon l'axe de croissance O_z entraîne de fortes modifications de la structure de bande présentée précédemment dans le matériau massif. Selon la direction de confinement, les niveaux d'énergie deviennent quantifiés tandis que dans le plan xOy on observe une levée de dégénérescence de la bande Γ_8 menant à la séparation de la bande de trous lourds et de la bande de trous légers. Les niveaux d'énergie associés au confinement dans un puits d'épaisseur L sont en effet donnés par

$$E_{cf} = n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L^2} \quad (I.7)$$

et sont proportionnels à l'inverse de la masse effective m^* de la particule confinée avec n un nombre entier non nul qui exprime la quantification du $n^{\text{ème}}$ niveau excité permettant de qualifier ces structures de puits quantiques. Dans la direction du confinement, les bandes de conduction et de trou lourd présentent donc des niveaux d'énergie quantifiés notés respectivement E_n et HH_n (HH pour *heavy hole*). Par la suite, on ne considèrera que cette bande de valence pour traiter la création des excitons confinés dans un plan, car il s'agit de la plus haute en énergie.

La fabrication de puits quantiques se fait par une superposition de couches de semi-conducteurs de différentes natures qui se distinguent par leur énergie de gap et leur affinité électronique, qui est l'énergie minimale à fournir à un électron en bas de la bande de

conduction pour l'arracher au semiconducteur. L'empilement de ces couches forme alors une hétérostructure. Il en existe de deux types, définis selon la manière dont les charges sont piégées :

- Type I, l'électron et le trou sont confinés dans le même matériau.
- Type II, les charges de signes opposés sont séparées spatialement dans deux matériaux différents, par exemple l'électron dans le matériau B et le trou dans le matériau A comme schématisé dans la figure I.4.

Dans le cadre de nos expériences, nous faisons appel à des hétérostructures de type I avec pour matériaux puits du GaAs d'énergie de gap ~ 1.52 eV à 4K et une barrière d'AlGaAs d'énergie de gap plus grande, voisine de 2 eV.

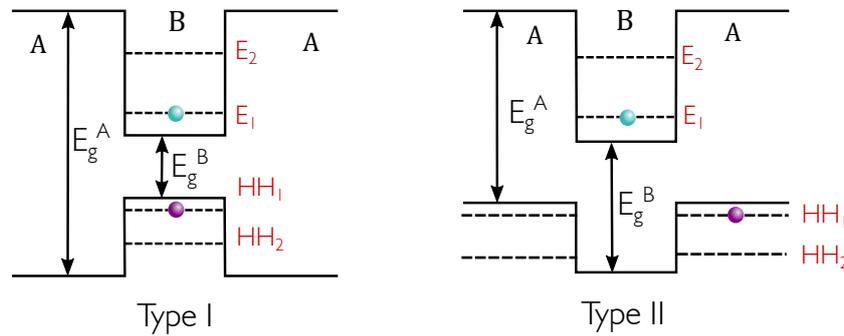


Fig. I.4 Hétérostructures de type I et type II.

I.2 Excitons sous champ électrique externe

Un élément essentiel pour la formation d'excitons dipolaires est l'application d'un champ électrique externe selon la direction de croissance. Il permet à la fois d'induire une séparation spatiale des charges opposés mais également le confinement des particules à l'aide d'un champ électrique spatialement non uniforme, appliqué à l'aide d'électrodes déposées à la surface de l'échantillon.

I.2.1 Double puits quantique sous champ électrique

Pour nos expériences, nous avons fait le choix d'utiliser des doubles puits quantiques mais tous les effets qui seront décrits par la suite peuvent aussi s'observer dans des puits quantiques larges. Les bandes de valence et de conduction selon l'axe de croissance (qui est également l'axe de confinement) sont représentées figure I.5 pour un double puits symétrique où une barrière d'AlGaAs de 4 nm d'épaisseur sépare les deux puits quantiques de GaAs, larges de 8 nm chacun. Les niveaux discrets issus du confinement selon l'axe Oz sont schématisés en tirets dans les deux puits de GaAs. Dans le cas de puits quantique avec des barrières de taille finie, la fonction d'onde du premier état excité $n = 1$ est de la forme $A \cos(kz)$ dans le puits et décroît exponentiellement dans les barrières comme représenté dans la figure I.5.a pour l'électron et le trou lourd.

Lorsque l'hétérostructure est soumise à un champ électrique externe F_z suivant l'axe de croissance, les bandes de valence et de conduction sont alors inclinées. Plusieurs cas de figure sont à considérer selon la force du champ appliqué :

- À champ nul, l'électron et le trou se trouvent dans le même puits et leur fonction d'onde se recouvrent complètement comme représenté en figure I.5.a . Leur temps de vie très court, de l'ordre de la nanoseconde, ne permet pas d'atteindre un équilibre thermique. L'alignement de l'électron avec le trou leur vaut le nom d'*excitons directs*.
- À champ faible, on peut traiter l'effet induit par le champ électrique de manière perturbative. La correction au premier ordre étant nulle pour des raisons de symétrie, on ne considère que la correction au deuxième ordre du niveau d'énergie E_1 engendré par l'interaction avec les autres niveaux E_n ($n \neq 1$) :

$$\Delta E_1 = -e^2 F_z^2 \sum_{n \neq 0} \frac{|\langle \varphi_1^{(0)} | z | \varphi_n^{(1)} \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_1^{(0)}} \quad (\text{I.8})$$

Elle prédit un déplacement du niveau vers les basses énergies, c'est ce qu'on appelle l'effet Stark dans un confinement quantique. Cette méthode s'applique lorsque le décalage ΔE_1 est faible devant la distance entre les niveaux.

- À champ suffisamment fort, on peut induire le passage des charges par effet tunnel à travers la barrière d'AlGaAs pour minimiser l'énergie de chacune des charges. Dans ce cas, le calcul des niveaux d'énergies par la méthode perturbative n'est plus valable et la diagonalisation complète du problème est nécessaire. C'est le cas représenté dans la figure I.5.b, les électrons et trous sont spatialement séparés sous l'effet du champ électrique ce qui leur vaut le nom d'*excitons spatialement indirects*. Dans cette configuration, les fonctions d'onde sont asymétriques et le recouvrement entre les fonctions d'onde de l'électron et du trou est réduit. Ceci engendre une diminution du taux de recombinaison et par conséquent un allongement de leur temps de vie, pur atteindre la centaine de nanosecondes.

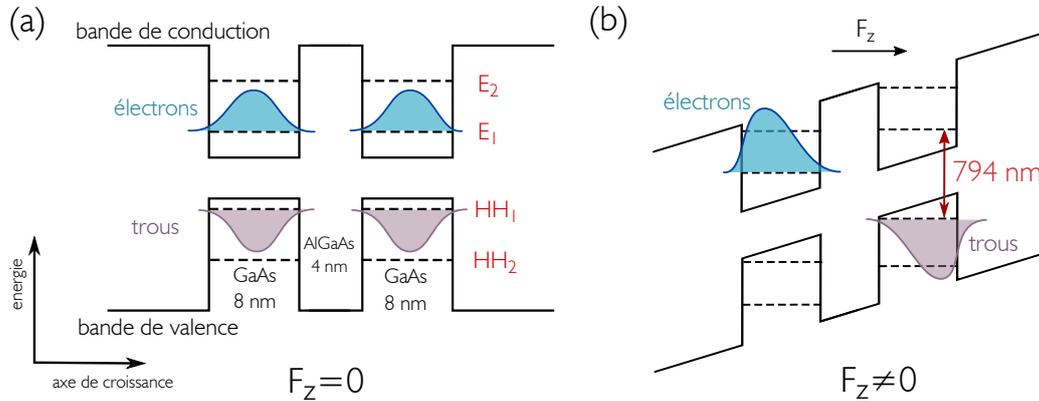


Fig. I.5 Bande de conduction et de valence d'un double puits quantique de GaAs avec une barrière d'AlGaAs suivant l'axe de croissance. Les niveaux d'énergie E_n sont les $n^{\text{ème}}$ niveaux excités de la bande de conduction avec en bleu la fonction d'onde du premier niveau et HH_n ceux de la bande de trous lourds (a) sans champ électrique et (b) avec champ appliqué perpendiculairement au plan des couches. En (b) on observe une séparation spatiale des électrons et trous, donnant naissance aux excitons spatialement indirects.

C'est depuis le début des années 1960 que les excitons sont apparus comme des systèmes

modèles dans l'observation des transitions de phase quantiques. En effet, leur température critique peut atteindre une centaine de Kelvin, puisque pour un gaz de bosons sans interactions, la température critique est inversement proportionnelle à la masse effective. Ces études ne prenaient pas en compte la nature composite de l'exciton. Toutefois, d'autres caractéristiques des excitons sont venues limiter l'observation des effets collectifs, comme leur temps de vie radiatif qui est d'environ 100 ps, bien inférieur au temps caractéristique de thermalisation via les phonons acoustiques longitudinaux à deux dimensions, de l'ordre de la nanoseconde. On trouve également que l'interaction entre excitons de spin opposés n'est pas répulsive et donc l'état fondamental se compose d'un regroupement de particules en molécules excitoniques appelées biexcitons. D'autre part, la formation de paires électron-trou appariées nécessite des gammes de densités restreintes dont le seuil dépend du coefficient η défini par :

$$\eta = N \left(\frac{a_X}{L} \right)^3 \quad (\text{I.9})$$

avec N le nombre de particules, a_X l'extension spatiale de l'exciton et L^3 Le volume du système considéré. Dans le cas où $\eta \sim 1$ les excitons sont ionisés et on observe la formation d'un plasma d'électrons et de trous dans un processus appelé la *dissociation de Mott* [36, 37]. Au contraire si la densité est trop faible, on observe une dissociation des excitons qui engendre une augmentation de l'énergie (les paires liées ayant une énergie plus basse) mais également une augmentation du « désordre » et donc de l'entropie du système. Si on considère l'énergie libre du système $F = E - TS$, alors il existe un seuil pour lequel le terme d'entropie devient supérieur à celui d'énergie, minimisant l'énergie libre ce qui définit le processus de *dissociation entropique* [38].

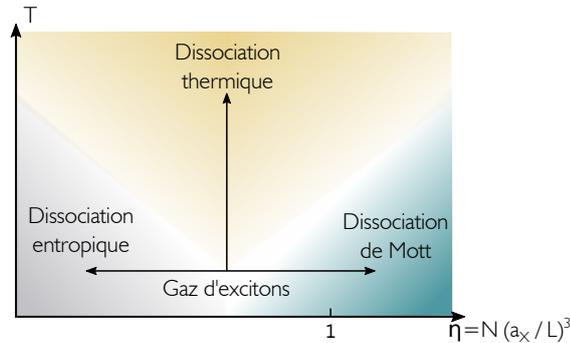


Fig. I.6 *Processus de dissociation d'un gaz d'excitons. À densité constante, les excitons se dissocient lorsque l'énergie thermique devient supérieure à l'énergie de liaison de la paire. Pour des densités $\eta \sim 1$ on observe la dissociation des excitons en un plasma d'électrons et de trous tandis qu'à faible densité, c'est l'augmentation de l'entropie qui engendre la dissociation.*

L'idée d'une séparation spatiale des charges dans deux couches distinctes a été proposée dans les années 70 par LOZOVIK & YUDSON [7] et a permis d'outrepasser les limitations, en termes de temps de vie des particules, pour l'obtention d'un gaz froid d'excitons semiconducteurs.

- l’allongement du temps de vie des particules par l’application d’un champ électrique perpendiculairement au plan des particules comme déjà décrit au paragraphe précédent. Le champ repousse les particules de charges opposées dans deux puits distincts par effet tunnel et provoque un faible recouvrement des fonctions d’onde augmentant le temps de vie qui est désormais autour de $\tau \sim \mathbf{100\ ns}$.
- Les excitons ayant leurs électrons et trous spatialement séparés, ils forment un dipôle aligné avec le champ électrique externe et acquièrent donc une énergie d’interaction dipolaire : $U_{dip} = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{F}_z$. Pour les doubles puits que nous étudions, le moment dipolaire des excitons est particulièrement élevé ($d \sim 100$ Debye) et contraint fortement les dipole à s’alligner avec le champ électrique pour minimiser leur énergie.
- Tous les moments dipolaires des excitons étant alignés avec le champ électrique, il y a alors des interactions répulsives dipôle-dipôle qui tendent à stabiliser le gaz d’excitons et permettent d’atteindre de fortes densités tout en empêchant la formation d’un plasma électron-trou.

I.2.2 Interaction dipolaire entre excitons

Le fort champ électrique appliqué sur l’hétérostructure induit un dipôle permanent pour les excitons qui sont alignés perpendiculairement au plan des puits, engendrant de fortes interactions dipôle-dipôle entre eux. Ces interactions dipolaires à longue portée sont caractéristiques du système, c’est pour cela que les excitons spatialement indirects sont aussi appelés *excitons dipolaires*. Il est possible de quantifier cette interaction en considérant tout d’abord l’interaction électrostatique entre deux excitons :

$$u_{\text{paire}}(r) = \frac{2e^2}{\kappa} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\sqrt{d^2 + r^2}} \right) \quad (\text{I.10})$$

avec d la distance entre les deux puits et κ la constante diélectrique du semiconducteur. Si la distance entre les deux excitons est très grande telle que $r \gg d$, alors ce potentiel prend la forme d’une énergie de répulsion dipôle-dipôle $u(r) \sim \frac{e^2 d^2}{\kappa r^3}$. Dans l’approximation de champ moyen, l’énergie d’interaction dipôle-dipôle entre excitons est donnée par la formule du condensateur plan, c’est-à-dire pour deux plans de particules chargées :

$$\Delta E_X = \int n_X u_{\text{paire}}(\mathbf{r}) d^2 \mathbf{r} = \frac{4\pi e^2 d}{\kappa} n_X \quad (\text{I.11})$$

Cette énergie reflète la répulsion entre excitons qu’on appelle *blueshift*. Elle évolue linéairement avec la densité, ce qui sert de jauge pour faire le lien entre énergie et densité d’excitons. Par ailleurs, cette formule ne prend pas en compte les corrélations entre excitons et un modèle plus complet est nécessaire. Un premier modèle donné par STERN et al. prend en compte les corrélations de paires qui sont de la forme $\exp(u_{\text{paire}}(r)/k_B T)$. Dans notre cas, nous utilisons le modèle présenté dans la référence [39] qui précise, par un facteur correctif, que la corrélation de paire dépend de la densité, pour les gammes de densité que nous étudions (autour de 10^{10} excitons au cm^{-2}). La figure I.7 présente la différence entre les modèles de corrélations de paires indépendante et dépendante de la densité d’excitons. Actuellement, il n’existe pas de consensus sur la relation liant le blueshift et la densité. Le modèle présenté

en [39] nous donne typiquement pour un blueshift de $\Delta E_X \sim 1$ meV une densité d'excitons de l'ordre de $\sim 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$.

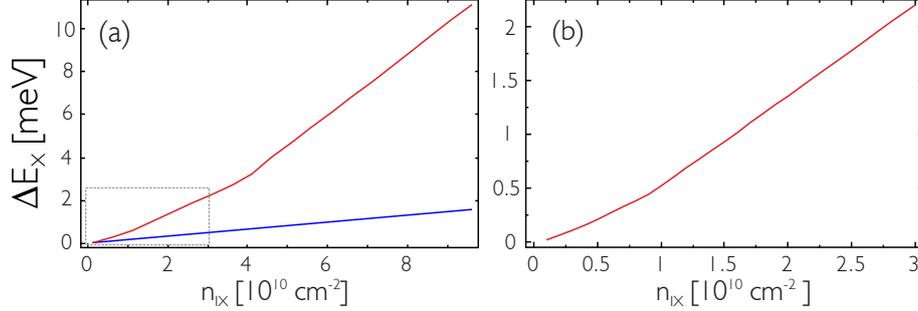


Fig. I.7 Blueshift en fonction de la densité d'excitons indirects (noté IX pour indirect excitons) dans les puits, dans le cas où les corrélations de paires d'exciton sont indépendantes de la densité (courbe bleue) puis en prenant en compte les corrélations entre excitons en fonction de la densité (courbe rouge). (b) Gros plan au niveau des densités typiques étudiées dans nos travaux.

1.2.3 Piège dipolaire

Pour polariser l'hétérostructure contenant le double puits, on utilise un dispositif à effet de champ constitué d'une électrode de surface métallique tandis que le substrat de l'échantillon joue le rôle d'électrode de masse, comme présenté en figure I.8.b. En appliquant un potentiel négatif, on limite le courant passant à travers la structure tout en la polarisant. De plus, la barrière Schottky, formée par l'interface métal-semiconducteur limite le passage des charges grâce à la barrière de potentiel créée par la jonction des bandes de conduction des deux matériaux.

Afin d'atteindre des densités suffisamment grandes pour observer des effets collectifs, les excitons sont piégés dans un champ électrique non uniforme imposé par un jeu de deux électrodes de surface : une électrode centrale circulaire entourée d'une électrode de garde, les deux étant séparées par un anneau isolant d'une centaine de nanomètres. Les excitons possédant un dipôle permanent minimisent leur énergie en se dirigeant vers les zones de champ fort ; grâce à l'application d'une différence de potentiel élevée, on peut alors confiner les particules dans une zone restreinte de l'espace formant alors un *piège dipolaire*.

Trois configurations, présentées en figure I.8.a, sont possibles selon le couple de tensions appliquées sur l'électrode de centre V_c et de garde V_g . Proche de l'anneau isolant, les lignes de champ divergent fortement créant de hautes barrières de confinement issues de la rectification de potentiel. Cela explique pourquoi les excitons restent confinés même dans la configuration de piège élevé. D'un point de vue pratique, il faut placer préférentiellement les puits loin des électrodes de surface afin d'éviter que les divergences du champ, à l'origine de composantes du champ électrique dans le plan des puits, n'engendrent la ionisation des excitons.

1.2.4 Cycle de vie des excitons

La création d'une paire électron-trou dans le puits quantique s'effectue par excitation optique soit de manière résonante avec la transition entre les premiers niveaux du puits

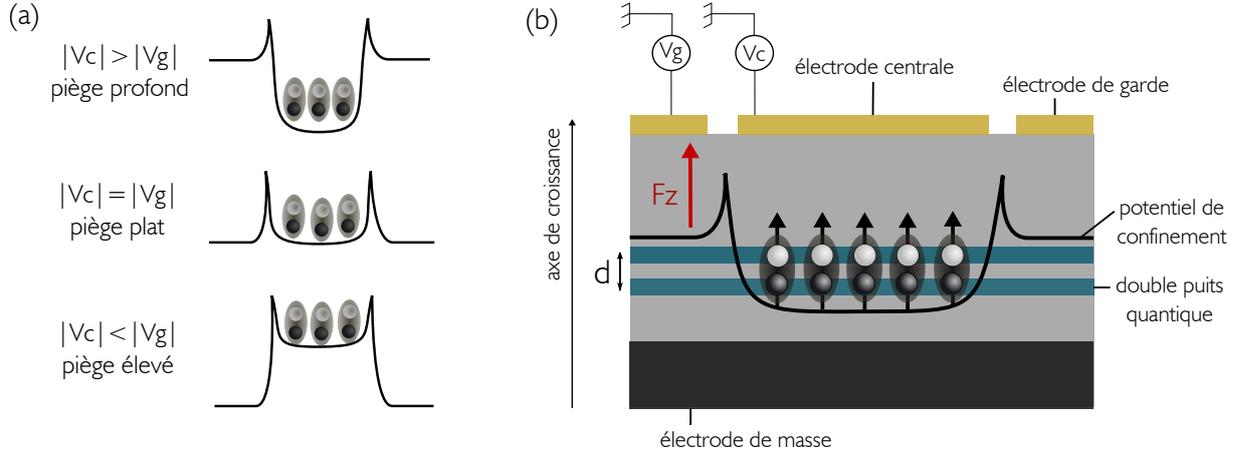


Fig. I.8 (a) Trois configurations du potentiel de confinement sont possibles selon le potentiel appliqué sur l'électrode de centre V_c et l'électrode de garde V_g . La rectification du potentiel entre les deux électrodes crée une barrière très étroite. (b) Le champ électrique est appliqué grâce à un jeu de deux électrodes déposées à la surface. Les dipôles s'alignent avec le champ électrique pour minimiser leur énergie et sont attirés par les zones de fort champ.

$E_1 - HH_1$ (flèches rouges dans la figure I.9.a), soit à plus haute énergie (flèches oranges). Les charges photo-crées relaxent vers le minimum de leur bande respective proche de $k_{\parallel} = 0$ par divers processus, notamment par l'émission/absorption successive de phonons acoustiques longitudinaux ou bien encore par interactions entre paires d'excitons ou charges libres-excitons. Lorsque les excitons sont suffisamment bien thermalisés, proche de $\mathbf{k} = 0$ ils peuvent se recombiner et émettre un photon à la condition que l'échange d'impulsion entre l'exciton et le photon soit possible, c'est-à-dire que l'exciton se trouve dans la zone radiative délimitée par la dispersion photonique dans le milieu. Les photons ainsi émis constituent la photoluminescence qui possède toutes les propriétés caractéristiques des excitons. La recombinaison radiative des paires électron-trou n'est possible que lorsque l'impulsion dans le plan des puits k_{\parallel}^X des excitons satisfait la condition suivante :

$$|k_{\parallel}^X| \leq |k_{\parallel}^{\gamma}| \quad (\text{I.12})$$

avec k_{\parallel}^{γ} l'impulsion dans le plan du photon. Sachant que l'énergie des excitons E_X dans le puits quantique est donnée par :

$$E_X = E_X^0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2M_X} \quad (\text{I.13})$$

avec E_X^0 qui correspond à la somme de l'énergie de gap, de confinement et de liaison de l'exciton. La dispersion d'un photon dans un cristal d'indice n est donnée par :

$$E_{\gamma} = \hbar \frac{c}{n} k = \hbar \frac{c}{n} \sqrt{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2} \quad (\text{I.14})$$

où k_{\perp} est l'impulsion selon l'axe de croissance. En égalisant les énergies de l'exciton et du photon, on peut alors trouver les valeurs de k_{\perp} qui permettent de satisfaire la condition

énoncée plus haut :

$$k_{\perp} = \sqrt{\frac{n^2}{\hbar^2 c^2} \left(E_X^0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2M_X} \right)^2 - k_{\parallel}^2} \quad (\text{I.15})$$

qui a des racines réelles si et seulement si :

$$k_{\parallel} < \frac{n}{\hbar c} \left(E_X^0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2M_X} \right) \quad (\text{I.16})$$

Deux solutions réelles pour la norme du vecteur d'onde dans le plan k_{\parallel} sont possibles :

$$|k_{\parallel}| < k_{\parallel}^{(1)} = \frac{cM_X}{n\hbar} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2n^2 E_X^0}{c^2 M_X}} \right) \quad (\text{I.17})$$

$$|k_{\parallel}| > k_{\parallel}^{(2)} = \frac{cM_X}{n\hbar} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2n^2 E_X^0}{c^2 M_X}} \right) \quad (\text{I.18})$$

Seule la première inégalité donne des valeurs de k_{\parallel} dans la première zone de Brillouin. Il vient que seuls les excitons ayant une énergie $E_{X-\gamma}^{\max} = \hbar^2 k_{\parallel}^{(1)2} / 2M_X$ peuvent se désexciter de manière radiative, ce qui définit une zone dans la courbe de dispersion que l'on appelle le cône de lumière, représenté en figure I.9.b. L'application numérique au système d'exciton dans le GaAs nous donne $E_X^0 \sim E_g = 1.52$ eV et $n \approx 3.6$ ce qui permet de calculer l'impulsion maximale $k_{\parallel}^{(1)} \approx 2.8 \cdot 10^7$ m⁻¹ et l'énergie maximale associée $E_{X-\gamma}^{\max} \approx 150$ μeV. À la température de base à laquelle nous travaillons, $T_b = 330$ mK, l'énergie thermique est de $k_B T_b \approx 30$ μeV ce qui nous amène à déduire que tous les excitons une fois thermalisés se trouvent dans le cône de lumière.

Dans le cas de l'excitation non résonante, les charges libres optiquement créées, après thermalisation dans le minimum de la bande, donnent naissance aux excitons directs. Ce type d'excitation peut donner lieu à la création de charges, d'énergie plus élevées, qui peuvent perturber le gaz d'excitons indirect et empêcher sa bonne thermalisation. On préférera donc utiliser la méthode d'excitation résonante pour obtenir un gaz froid d'excitons indirects. Dans ce cas, l'énergie du laser est ajusté avec l'énergie de la transition des excitons directs, qui sous l'effet du champ électrique externe, engendre la formation d'excitons indirects qui thermalisent vers le cône radiatif.

Les processus de thermalisation sont d'un enjeu central pour l'observation d'un gaz froid d'excitons puisque les effets collectifs ne peuvent s'observer que lorsque la température effective se trouve en dessous d'un kelvin. Le processus le plus efficace pour leur thermalisation est l'émission de phonons acoustiques longitudinaux, qui se trouve être très efficace avec un temps caractéristique de l'ordre de la nanoseconde [40, 41]. Il existe néanmoins une limitation théorique pour des puits quantiques de GaAs qui se situe à une énergie d'environ 35 μeV, soit une température de 350 mK et s'explique par le croisement de la dispersion excitonique avec la dispersion phononique comme montré figure I.10 : en dessous de cette limite, il n'est plus possible d'émettre un phonon pour refroidir un exciton, ce qui provoque un goulot d'étranglement à cette énergie. Des processus de second ordre peuvent néanmoins survenir comme l'absorption d'un phonon proche de l'énergie de croisement suivie de l'émission d'un phonon

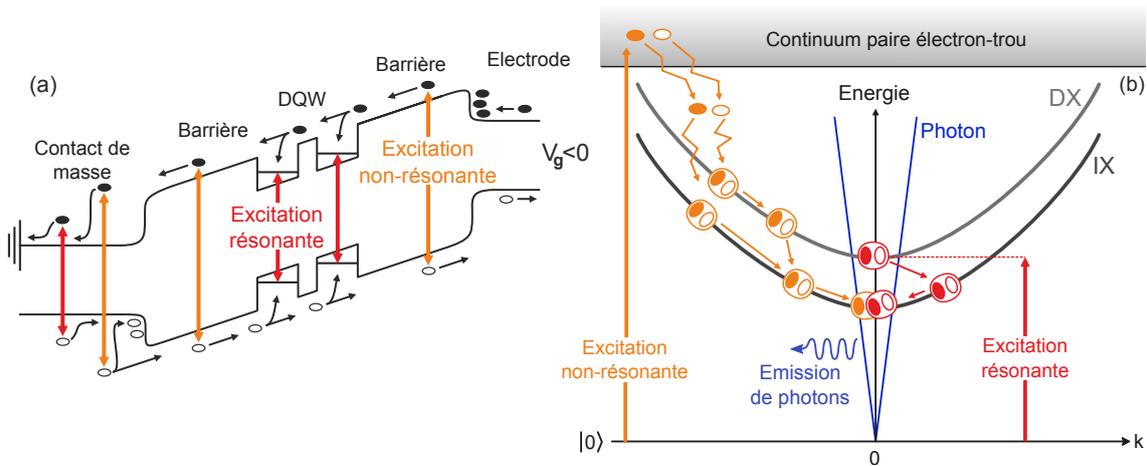


Fig. I.9 L'injection optique de paires électron-trou peut se faire soit par excitation résonante avec le premier niveau du puits, soit à plus haute énergie de manière non-résonante. (a) Modulation des bandes de valence et de conduction en présence du contact de surface et du contact de masse. Un potentiel négatif est appliqué sur l'électrode de surface. (b) Courbes de dispersion des excitons directs et indirects et thermalisation des charges jusque dans le cône de lumière proche de $k = 0$.

de plus grande énergie mais l'efficacité de ce processus décroît de manière exponentielle avec la température du bain d'excitons. D'autres processus comme les collisions exciton-exciton ou exciton-charge libre à basse température sont supposées intervenir en dessous de la température limite pour la thermalisation via phonons acoustiques mais sont peu abordés dans la littérature.

1.3 Effets collectifs et transitions de phases à 2D

Les excitons, de part leur spin total entier, ont un caractère bosonique et sont soumis à la statistique de Bose-Einstein. En abaissant la température du système, on doit alors observer une température critique pour laquelle toutes les particules s'accroissent dans l'état d'énergie le plus bas. Cependant, la nature fermionique de ses composants rend le problème plus complexe de par l'aspect multicomposante de l'état fondamental. Cette caractéristique sera abordée au travers de la condensation noire des excitons dans laquelle l'état fondamental n'est pas couplé au champ de photons. Néanmoins, sous certaines conditions, l'état noir peut interagir avec des états « brillants » d'énergie légèrement supérieure et couplé à la lumière, donnant naissance à un condensat « gris ». Enfin, nous verrons qu'à deux dimensions, la transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) relie l'état condensé pour lequel l'ordre à longue-portée est détruit à température finie par l'augmentation des fluctuations conduisant à une phase désordonnée.

1.3.1 Condensation de Bose-Einstein

Dans cette section, nous allons voir que pour un gaz parfait de bosons à basse température la statistique quantique permet de décrire un effet non prédit par la statistique de

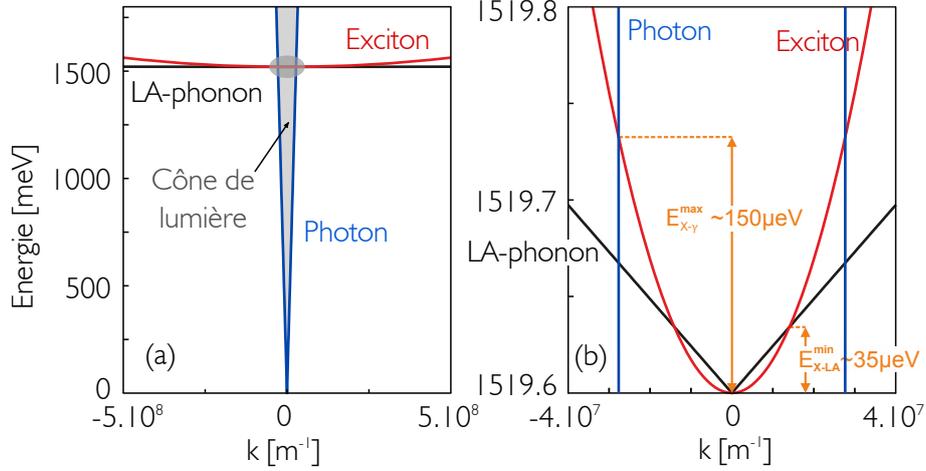


Fig. I.10 (a) Relations de dispersion pour l'exciton (en rouge) les phonons acoustiques longitudinaux (en noir) et pour le photon (en bleu). La zone grisée correspond au cône de lumière (calculé dans la section I.2.4) qui définit la zone pour laquelle un exciton peut se recombiner de manière radiative. (b) Gros plan sur les points d'intersection des courbes de dispersions du photon et de l'exciton à $E_{X-\gamma}^{\max} \sim 150 \mu\text{eV}$ et des phonons avec l'exciton en $E_{X-LA}^{\min} \sim 35 \mu\text{eV}$ qui équivaut à une température de $\sim 350 \text{ mK}$.

Boltzmann, qui est la *condensation de Bose-Einstein*. Il s'agit d'un état particulier de la matière dans lequel un nombre macroscopique de particules occupe le même état quantique. Nous commencerons par une description dans le cas à trois dimensions, puis dans un système 2D homogène où la condensation de Bose-Einstein n'est pas possible.

Condensation de bose à 3D Les effets collectifs apparaissent au moment où l'aspect quantique des particules n'est plus négligeable c'est-à-dire qu'on ne peut plus les considérer comme des masses ponctuelles de position et d'impulsion bien définies. Il faut substituer à cette description classique, une description quantique en terme de probabilité de présence, où la fonction d'onde des particules est une onde de probabilité. C'est lorsqu'on abaisse la température que ces effets se font ressentir, la probabilité de présence en terme ondulatoire est nécessaire. On utilise pour cela un paramètre caractéristique mis en lumière par DE BROGLIE pour décrire l'extension spatiale de la fonction d'onde des particules, appelé longueur d'onde thermique :

$$\lambda_{\text{th}} = \frac{h}{\sqrt{2\pi M k_B T}} \quad (\text{I.19})$$

avec k_B la constante de Boltzmann. Elle est inversement proportionnelle à la température et donc décrit le fait que la longueur d'onde thermique augmente lorsqu'on diminue la température. Ces simples considérations permettent de décrire de manière intuitive l'apparition d'un condensat, comme expliqué à la figure I.11. Considérons pour cela un volume fini contenant des particules bosoniques de densité $n = N/V$ pour lesquelles on abaisse progressivement la température. Pour T grand devant la température critique de condensation T_c les particules sont décrites de manière classique par leur position et leur impulsion. Pour $T > T_c$ les effets

quantiques apparaissent, les particules voient leur longueur d'onde thermique augmenter au fur et à mesure que la température diminue. Quand le critère de condensation $n\lambda_{\text{th}} \sim 1$ est atteint, proche de $T \sim T_c$ les fonctions d'ondes commencent à se chevaucher, on distingue deux composantes : une partie des particules sont condensées dans l'état fondamental et commencent à peupler de manière macroscopique cet état (onde en rouge). La deuxième composante correspond à partie thermique qui sont les états excités. Enfin, pour $T < T_c$ Un très grand nombre de particules sont dans l'état fondamental, elles possèdent une unique fonction d'onde dont l'extension spatiale est de la taille du système.

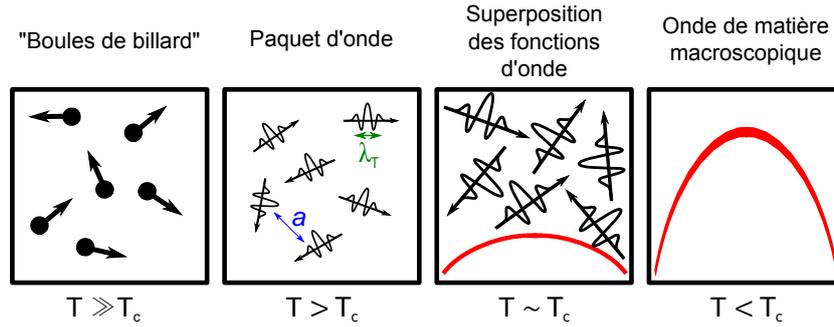


Fig. I.11 À une température très supérieure de la température critique, les particules enfermées dans une boîte sont décrites par leur position et leur vitesse. En diminuant la température, les paquets d'onde s'étendent spatialement jusqu'à se superposer et former en dessous de la température critique une unique onde de matière ayant une extension spatiale de la taille du système.

Nous allons maintenant traiter la condensation de Bose-Einstein en utilisant la description statistique dans l'ensemble grand canonique pour une assemblée de bosons sans interaction dans un volume fixé. Le nombre de bosons dans l'état quantique θ d'énergie ϵ_θ suit la statistique de Bose-Einstein donnée par :

$$N_\theta(T, \mu) = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_\theta - \mu)} - 1} \quad (\text{I.20})$$

où $\beta = 1/k_B T$. Le nombre total de particules s'exprime alors comme :

$$N = \sum_{\theta=0}^{\infty} N_\theta(T, \mu) \quad (\text{I.21})$$

Afin que le nombre de particules dans l'état θ reste positif, il faut que le potentiel chimique respecte la condition suivante :

$$\mu \leq \epsilon_0 \quad (\text{I.22})$$

avec ϵ_0 l'énergie du fondamental. Le potentiel chimique devant être plus petit que l'énergie de n'importe quel mode, il varie donc de $-\infty$ à ϵ_0 . Comme montré dans la figure I.12, le potentiel chimique est négatif et atteint la valeur $\epsilon_0 = 0$ pour un point caractéristique qui définit la température critique de condensation indiquée en pointillés. Si on distingue les particules se trouvant dans l'état fondamental $\theta = 0$ de celles dans les niveaux excités $\theta \neq 0$ on peut écrire le nombre total de particules comme :

$$N = N_0(T, \mu) + N_{\text{exc}}(T, \mu) \quad (\text{I.23})$$

avec

$$N_{exc}(T, \mu) = \sum_{\theta \neq 0} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_\theta - \mu)} - 1} < \sum_{\theta \neq 0} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_\theta - \epsilon_0)} - 1} \equiv N_{exc}^{max} \quad (\text{I.24})$$

N_{exc}^{max} définit le nombre maximal de particules que l'on peut placer dans les états excités. Dès lors, toute particule rajoutée au système au delà de N_{exc}^{max} vont venir s'accumuler dans l'état fondamental N_0 , les états excités étant saturés, jusqu'à atteindre N pour $T = 0$ (voir figure I.12).

On peut montrer qu'à 3D la saturation des états excités survient quand le nombre critique de particules devient :

$$N_c = \frac{L^3}{\lambda_{th}^3} g_{3/2}(1) \quad (\text{I.25})$$

avec $g_{3/2}(1) = \zeta(3/2) \approx 2.612$, $\zeta(x)$ étant la fonction zêta de Riemann et $g_{3/2}(z)$ une fonction monotone sur l'intervalle $[0, 1[$.

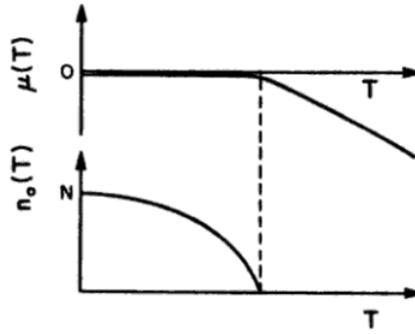


Fig. I.12 Évolution du potentiel chimique et du nombre de particules dans l'état fondamental en fonction de la température (figure issue de [42]).

En définissant la densité dans l'espace des phases $D \equiv \frac{N}{L^3} \lambda_{th}$, on détermine également une densité critique dans l'espace des phases :

$$D_c = g_{3/2}(1) \quad (\text{I.26})$$

En passant à la limite thermodynamique, on peut remplacer la somme discrète sur les états quantiques par une intégrale en faisant apparaître la densité d'états¹ :

$$N_{exc}(T) = \int_0^\infty \frac{\rho^{(d)}(\epsilon)}{e^{\beta\epsilon} - 1} d\epsilon \quad (\text{I.27})$$

mettant en avant que le nombre de niveaux excités dépend de la dimension du système à travers de la densité d'états $\rho(\epsilon)$:

1. en considérant que la population thermique peut se décrire dans le cas d'un potentiel chimique nul.

$$\rho^{3D}(\epsilon) = \frac{L^3}{(2\pi)^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \epsilon^{1/2} \quad (\text{I.28})$$

$$\rho^{2D}(\epsilon) = \frac{mL^2}{2\pi\hbar^2} \quad (\text{I.29})$$

$$\rho^{1D}(\epsilon) = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \frac{L}{2\pi} \epsilon^{-1/2} \quad (\text{I.30})$$

En injectant $\rho^{2D}(\epsilon)$ et $\rho^{1D}(\epsilon)$ dans l'expression du nombre de particules dans les niveaux excités, on trouve que celui-ci devient infini, rendant la condensation impossible à une et deux dimensions.

Condensation à 2D piégé Comme il a été montré au paragraphe précédent, la condensation de Bose-Einstein est impossible pour un gaz 2D homogène. Dans le cas particulier du gaz piégé dans un potentiel harmonique $V_{\text{trap}} = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$, il est néanmoins possible de créer un quasi-condensat. On montre qu'à partir de la densité d'état ρ^{trap} le nombre critique d'atomes dans l'état excité est fini et s'écrit :

$$\rho^{\text{trap}}(\epsilon) = \frac{\epsilon}{(\hbar\omega)^2} \quad (\text{I.31})$$

$$N_c^{\text{trap}} = \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^2 \quad (\text{I.32})$$

En dessous de la température critique, le nombre d'atomes dans l'état excité est à saturation. La température critique de condensation s'obtient en remarquant que $N = N_c^{\text{trap}}(T_c)$:

$$k_b T_c = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \hbar\omega \sqrt{N} \quad (\text{I.33})$$

En combinant l'équation 1.23 et l'équation 1.32 pour $N = N_c^{\text{trap}}(T_c)$ et $N_{\text{exc}} = N_c^{\text{trap}}(T)$, on obtient la proportion d'atomes dans l'état fondamental :

$$\frac{N_0}{N} = \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (\text{I.34})$$

La saturation des états excités reste valable à la limite thermodynamique ($N \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow 0$ avec $N\omega^2$ constant), ce qui permet d'observer un état condensé.

1.3.2 Condensation noire et grise des excitons

La nature composite des excitons offre une physique très riche si on prend en compte le spin de ses constituants. La structure fine de l'exciton donne naissance à 4 états de spin qui se distinguent par la valeur de leur spin total ± 2 ou ± 1 . À une densité suffisamment grande, les deux états sont amenés à interagir entre eux. Dans ce cas, la description du gaz de Bose utilisé en première approximation est modifiée par l'effet de ces interactions.

Structure fine de l'exciton Comme décrit au paragraphe I.1.1 les électrons de la bande de conduction possèdent une symétrie s de moment orbital $l = 0$ tandis que les trous de la bande valence sont de symétrie p avec $l = 1$ ($l_z = 0, \pm 1$). Le moment de spin $s = 1/2$ ($s_z = \pm 1/2$) permet de définir le moment angulaire total pour les électrons $j_z = l_z + s_z = \pm 1/2$ et pour les trous $j_z = \pm 3/2, \pm 1/2$. Dans le cas des puits quantiques, seule la bande de trous lourds de moment cinétique total ($\pm 3/2$) est pertinente pour la description d'excitons à 2D. La combinaison entre les électrons ($\pm 1/2$) et les trous lourds ($\pm 3/2$) nous donne alors des excitons de spin (± 2) et (± 1). Les excitons de spin (± 2) ne sont pas couplés à la lumière car leur moment total est différent de celui du photon et sont de ce fait appelés **excitons noirs**, alors que les excitons (± 1) sont couplés au champ de photons de polarisation circulaire σ_{\pm} et sont donc appelés **excitons brillants**.

Condensation noire des excitons Si on ne prend en compte que les processus intra-coulombiens qui sont à l'origine de la formation des excitons de Wannier déjà décrit en section I.1.1, alors les quatre états de spin sont dégénérés. Il faut cependant prendre en compte les processus de Coulomb *inter-bande* dans lesquels la désexcitation d'un électron vers la bande de valence provoque l'émission d'un photon virtuel immédiatement réabsorbé par un électron de la bande de valence qui est promu dans la bande de conduction. Ce processus schématisé en figure I.13 est répulsif car deux électrons sont en jeu ; par ailleurs il ne concerne que les excitons brillants, puisque ce sont les seuls qui peuvent interagir avec le champ de photon. Il vient alors que le niveau d'énergie des excitons brillants se trouve à plus haute énergie par rapport à celui des excitons noirs. Il a été montré seulement en 2007 par M. COMBESCOT *et al.* [43] que la condensation des excitons devait avoir lieu dans l'état fondamental qui est en réalité un état noir, ce qui explique pourquoi la recherche active d'un fort accroissement de la luminescence des excitons se condensant dans l'état fondamental n'a jamais été montré.

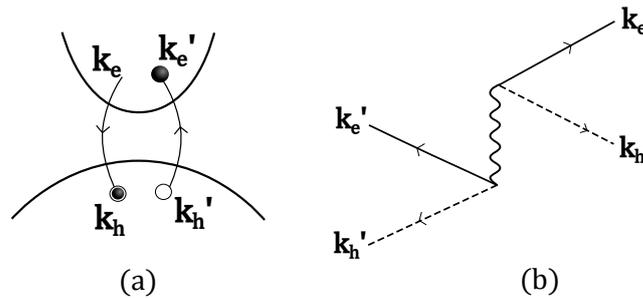


Fig. I.13 *Processus de Coulomb interbandes à l'origine de la levée de dégénérescence entre les états noirs et les états brillants. (a) Désexcitation et excitation d'un électron vers la bande de conduction par émission d'un photon virtuel. (b) Diagramme de Feynman correspondant.*

Interaction d'échange et condensation grise Outre les processus coulombiens inter-bande qui lèvent la dégénérescence entre les niveaux de spins noirs et brillants, les excitons interagissent également entre eux par l'échange de charges et l'interaction coulombienne. Ce processus cohérent où deux excitons de spin $+1$ et -1 se transforment en deux excitons de

spin $+2$ et -2 lorsqu'ils échangent leur trou lourd est représenté dans le diagramme de Feynman dans la figure I.14.b et permet, à partir d'une population purement composée d'excitons brillants, de former une population d'excitons noirs, bien que ceux-ci n'interagissent pas avec la lumière. Une conséquence de cette interaction, en considérant tout d'abord un cas classique où l'énergie thermique $k_B T$ à disposition est supérieure à l'écart entre les niveaux noirs et brillants, est qu'ils sont peuplés de manière égale à 50% chacun. Dans le cas dégénéré, une fraction macroscopique d'excitons se trouvent dans l'état noir et sont couplés de manière cohérente aux excitons brillants par l'interaction d'échange, donnant naissance à un condensat « gris ». C'est par l'étude des photons émis par la partie brillante que l'on peut révéler les caractéristiques du système. À remarquer que l'interaction d'échange s'établit sous certaines conditions de densité et dépend linéairement avec celle-ci, donnant lieu à deux régimes :

- **Régime dilué** : pas ou peu d'échange de charges entre excitons noirs et brillants, les niveaux ne sont pas couplés et le niveau fondamental est purement noir.
- **Régime d'interaction** à partir d'une certaine densité critique, l'échange a lieu et permet de coupler de manière cohérente le niveau brillant au niveau noir menant à une condensation grise.

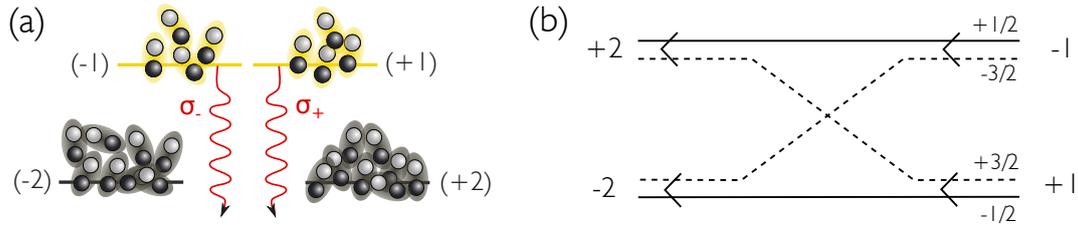


Fig. I.14 (a) Schéma des 4 états de spin ± 1 et ± 2 . Les excitons brillants ± 1 se trouvent à une énergie supérieure de celle des excitons noirs ± 2 car ils interagissent avec les fluctuations quantiques du vide par émission/absorption d'un photon virtuel. (b) Diagramme de Feynman de l'échange de fermion entre deux excitons brillants donnant naissance à deux excitons noirs.

C'est en 1995 que Nozières a mis en évidence la nécessité des interactions pour l'établissement d'un condensat [42] non fragmenté. Le critère mis en avant est que la différence d'énergie existante entre $2N$ particules dans l'état fondamental en $\mathbf{k} = 0$ comparé à (N, N) particules en $(-\mathbf{k}, \mathbf{k})$ avec $k = 2\pi/L$ vaut :

$$(N\epsilon_{\mathbf{k}} + N\epsilon_{-\mathbf{k}}) - 2N\epsilon_0 = 2N \frac{1}{2m} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 \propto \frac{N}{L^2} \quad (\text{I.35})$$

qui est sous-extensif, c'est-à-dire que la différence d'énergie entre les niveaux devient de plus en plus petite lorsqu'on augmente la taille de système L^3 , si bien que pour un échantillon de taille macroscopique à la limite thermodynamique ($N, L^3 \rightarrow \infty$, avec $N/L^3 = \text{constante}$) la différence entre les niveaux est infiniment petite et n'explique pas pourquoi les particules vont condenser dans l'état fondamental seul. La condensation ne s'explique que s'il existe effectivement une interaction entre les particules qui évite la formation de condensats indépendants incohérents entre eux qu'on qualifie aussi de fragmentés. La différence d'énergie entre un condensat en $k = 0$ et deux condensats en \mathbf{k} et $-\mathbf{k}$ s'écrit :

$$E_{N,N}(\mathbf{k}) - E_{2N}(\mathbf{0}) = 2N\epsilon_{\mathbf{k}} + \bar{v}N^2 \quad (\text{I.36})$$

avec $\bar{v} > 0$ une interaction de contact répulsive² empêchant l'accumulation de particules qui donnerait une densité infinie. Le terme $2N\epsilon_{\mathbf{k}}$ est sous-extensif comme montré précédemment tandis que le deuxième terme $\bar{v}N^2$ correspondant à l'interaction entre les niveaux est extensif. Par conséquent, la fragmentation coûte en énergie et est donc moins favorable.

I.3.3 Transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless

Nous présentons ici une description très succincte de la transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) qui sera plus largement approfondie dans le chapitre III.

Pour des particules piégées à deux dimensions, la condensation de Bose-Einstein n'a pas lieu au sens strict. En effet, la réduction de la dimensionnalité entraîne la perte d'ordre à longue portée à cause des fluctuations thermiques (théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg) [1]. Alors qu'à 3 dimensions les fluctuations thermiques s'atténuent à longue distance, à 2 dimensions elles créent l'apparition de défauts topologiques, appelés vortex. Ces objets sont définis par une phase tournant de $\pm n2\pi$ (n la charge du vortex), avec au centre une singularité de phase et une densité nulle. La longueur caractéristique pour laquelle la densité moyenne est rétablie est la taille typique du vortex, appelée *longueur de cicatrisation* ξ (*healing length* en anglais). La présence des vortex empêche l'établissement d'une phase ordonnée dans le système.

Cependant, l'idée proposée par BEREZINSKII [44] KOSTERLITZ & THOULESS [45] respectivement en 1972 et 1973 est que l'appariement de vortex de circulation opposés, ne détruit que localement l'ordre en phase. Ils ont alors montré la possibilité d'établir un état ordonné et ont appliqué cette théorie à un superfluide où l'énergie thermique est « évacuée » par la création de vortex. Ainsi on observe en dessous de la température critique T_{BKT} que les vortex de charge opposées $n = +1$ et $n = -1$ sont appariés puis au fur et mesure que la température augmente, les paires se dissocient lorsqu'on se trouve au dessus de T_{BKT} laissant place à des vortex libres. Bien qu'il existe un coût en énergie associé à la formation de ces défauts, celui-ci est contrebalancé par l'augmentation de l'entropie. Une deuxième caractéristique du passage de l'état normal vers l'état superfluide est le saut de la densité superfluide n_s qui est définie à partir de la densité totale de particules dans le système $n = n_{\text{th}} + n_s$ avec n_{th} la densité correspondante à la partie thermique. La transition survient lorsque :

$$n_s \geq 4/\lambda_{\text{th}}^2 \quad (\text{I.37})$$

autrement dit pour une densité dans l'espace des phases $D_s \geq 4$. Au dessus du seuil, le système est caractérisé par une fonction de corrélation au premier ordre

$$g^{(1)}(r) \propto r^{-\alpha} \quad (\text{I.38})$$

qui décroît de manière algébrique en dessous de la température critique et où $\alpha = 1/D_s$. Au dessus de la température critique la fonction de corrélation au premier ordre est caractérisée par une décroissance exponentielle de longueur caractéristique λ_{th} .

2. Il est considéré une interaction de contact pour faciliter les calculs

I.4 Travaux antérieurs

Ce travail de thèse s'inscrit dans la continuité des trois projets de thèse qui ont précédés et qui sont ici présentés de manière succincte.

I.4.1 Anneaux fragmentés

Les premiers résultats qui ont suivi l'élaboration du montage expérimental ont été obtenus par M. ALLOING qui a montré les premières preuves de la condensation des excitons par l'étude d'anneaux fragmentés. L'hétérostructure utilisée ici contient un seul puits quantique large où les charges sont injectées par un laser de pompe non-résonnant à plus haute énergie (641.5 nm). Sous l'effet du champ électrique appliqué sur la structure, les charges atteignent le puits quantique. Le déséquilibre entre le nombre de trous et d'électrons capturés dans le puits à cause de leur différence de masse effective, entraîne la création d'une région riche en trous au voisinage de la zone excitée par le faisceau pompe (figure I.15). Des excitons dipolaires se forment à l'intersection entre la zone riche en trous et le gaz d'électrons l'entourant, dessinant alors un anneau tel qu'on peut le voir dans la figure I.16.a.

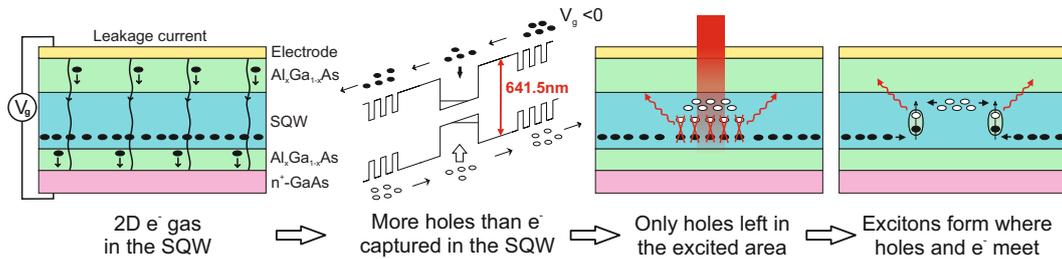


Fig. I.15 Mécanisme de formation d'anneaux d'excitons dipolaires.

Grâce à un laser sonde, les auteurs ont pu explorer l'environnement électrostatique à la périphérie de l'anneau et ont montré la présence d'îlots où, pour une même densité d'excitons, l'intensité lumineuse était 20 fois plus faible, montrant ainsi qu'une population d'excitons noirs était dominante. Les auteurs ont sondé la cohérence spatiale par des mesures interférométriques présentées en figure I.16 où les images (a - e) sont réalisées à 330 mK et de (f - j) à une température de $T_b = 7$ K. Les images d'interférences sont réalisées en décalant latéralement un bras de l'interferomètre par rapport à l'autre de 0, 1.4 et 2.4 μm . La présence de franges très claires en (e) et leur absence en (j) montre l'émergence d'un état avec une longueur de cohérence excédant 10 fois la longueur d'onde thermique de de Broglie dans la zone de faible luminescence. Cette observation est la signature de la condensation grise d'excitons dans laquelle une partie brillante du condensat est couplée de manière cohérente avec les excitons noirs.

Le manque de contrôle sur la densité et le piégeage des excitons a par la suite poussé les auteurs à utiliser des électrodes de surface, ce qui s'est révélé être d'une importance cruciale pour atteindre les densités requises pour la condensation sur l'ensemble du piège.

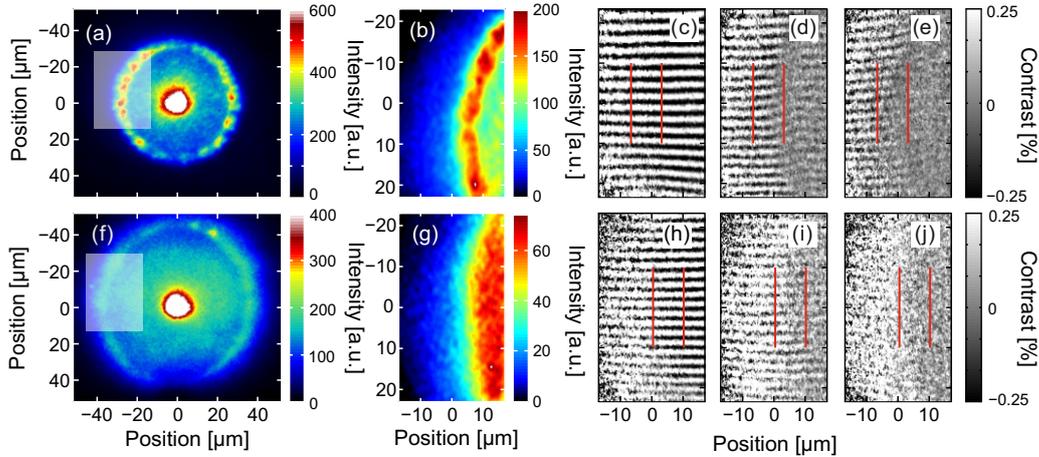


Fig. I.16 (a,f) Image réelle d'un anneau fragmenté; (b,g) image envoyée dans l'interferomètre correspondant à la zone blanche dans l'image (a ou f). Les interférogrammes présentés de (c-e) et (h-j) sont enregistrés avec un décalage latéral d'un des bras de l'interféromètre de 0, 1.4 et 2.4 μm respectivement à 330 mK et 7 K.

1.4.2 Mise en évidence du noircissement par mesures spectroscopiques

Les mesures spectroscopiques réalisées lors de la thèse de M. BEIAN ont également montré des signatures de la condensation grise des excitons pour des températures en dessous de 1 K. Ces expériences ont été menées dans des conditions légèrement différentes puisqu'il s'agissait d'excitons dipolaires dont l'électron et le trou sont séparés dans deux puits quantiques et confinés spatialement à l'aide de pièges électrostatiques formés par des électrodes déposées en surface. Une large partie de cette thèse a été dédiée au développement des techniques nécessaires pour l'application d'un champ électrique sur un échantillon de taille microscopique (circuit imprimé, électrodes de surface).

Les mesures spectroscopiques ont été réalisées dans un piège circulaire de 10 μm de diamètre avec des tensions de grille de $V_c = -4.8\text{ V}$ et $V_g = -3.5\text{ V}$ en configuration de piège profond. La figure I.17 montre les résultats où deux températures ont été étudiées : les mesures en rouge sont prises à 330 mK, *i.e.* en dessous de la température critique attendue pour la condensation, en bleu, au dessus de T_c . Pour ces deux températures, la densité totale d'excitons dans le piège varie de manière équivalente puisque les deux déclinés en énergie se superposent comme on peut le voir figure I.17.a. En revanche, un écart notable se forme dans les courbes d'intensité et d'intensité intégrée environ $\sim 150\text{ ns}$ après l'extinction du pulse qui injecte les excitons dans le piège. Le temps de vie optique des excitons tend à saturer lorsqu'on réduit la température (figure I.17.d) montrant le refroidissement effectif du gaz. D'autre part, la diminution d'intensité à 0.34 K ne peut s'expliquer que par le peuplement d'une fraction macroscopique d'excitons dans les états noirs.

1.4.3 Superfluidité et vorticité quantique

Dans la continuité des travaux présentés ci-dessus, la thèse de R. ANANKINE a apporté des preuves supplémentaires de l'existence d'un seuil en température à partir duquel le gaz

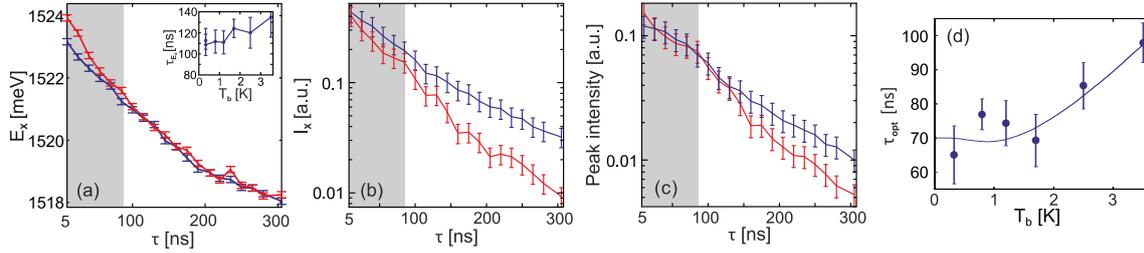


Fig. I.17 Caractéristiques de la photoluminescence en fonction de la densité d'excitons présents dans le piège (a) énergie, (b) intensité, intégrée et (c) intensité. (d) Temps de vie optique en fonction de la température du bain d'excitons.

d'excitons montre les propriétés de cohérence à la fois spatiale et temporelle attendues pour un condensat gris. Tout d'abord, les mesures interférométriques par transformée de Fourier ont révélées que le temps de cohérence était multiplié par 2 en dessous du seuil en température (cf. I.18.b). Ce résultat a été confirmé par la détection d'un seuil en température identique lors de mesures par interférométrie spatiale où un décalage latéral de $2 \mu\text{m}$ est introduit entre les deux bras de l'interféromètre (cf. I.18.a).

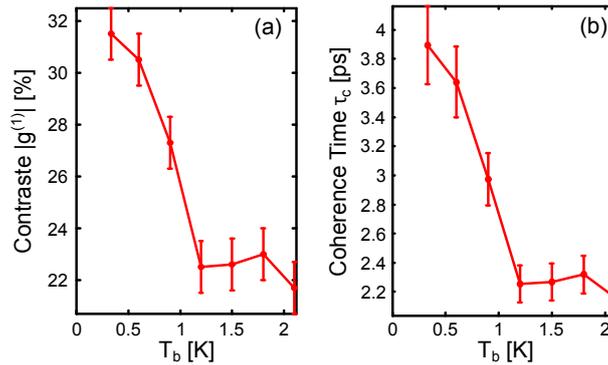


Fig. I.18 Seuils de cohérence spatiale (a) et temporelle (b) en fonction de la température du bain d'excitons.

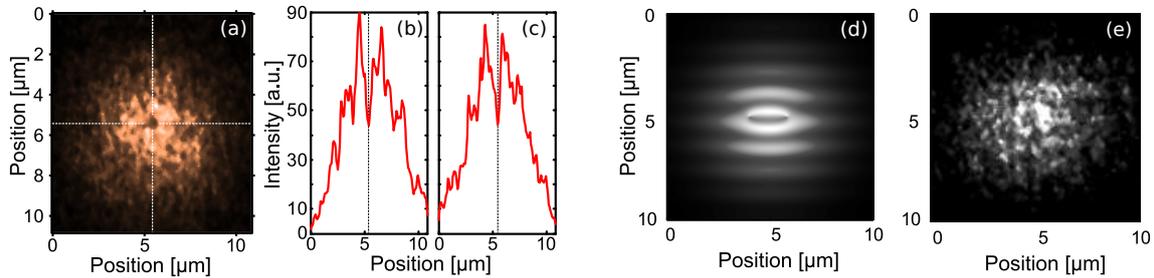


Fig. I.19 (a) Image réelle du nuage d'excitons en présence d'un défaut de densité au centre, (b) et (c) sont les coupes horizontale et verticale faisant apparaître une forte diminution d'intensité. (e) Image d'un défaut de densité qui ouvre une frange lumineuse (d) simulation de l'interférogramme correspondant.

Le deuxième volet des travaux de R. ANANKINE concerne l'observation de défauts de densité qui, avec les propriétés de cohérence montrées précédemment, constituent la signature d'un état superfluide. Comme on peut le voir sur une image réelle du nuage d'excitons en figure I.19.a, la photoluminescence présente un défaut en son centre, où les coupes horizontales et verticales (b,c) révèlent une perte d'intensité de $\sim 50\%$ aux positions marquées par des tirets. Des mesures complémentaires ont montré que la nature de ses défauts conduisait à un enroulement de la phase autour du défaut (figure I.19.e) en accord avec la simulation en I.19.d signalant la nature quantique de ces défauts.

Dans le présent manuscrit, je me suis attachée à étudier plus en détail les défauts de densité tels que présentés en figure I.19.a, en réalisant une étude statistique de leurs positons et leur évolution en fonction de la densité d'excitons piégés ainsi que de la température. Ces résultats, qui constituent le point de départ de mes travaux, seront présentés au chapitre 4.

Chapitre II

Techniques expérimentales

II.1 Échantillon

Durant ces travaux, deux échantillons de différentes provenances ont été étudiés. Tous deux ont été fabriqués par des techniques de croissance par couches atomiques successives appelée épitaxie par jets moléculaires. Le premier échantillon fabriqué au Centre de Nanosciences et Nanotechnologies (C2N) a permis l'observation de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. Le deuxième échantillon a, quant à lui, permis d'étudier en détail la phase pré-superfluide qui précède l'établissement de la superfluidité au centre d'un piège électrostatique.

II.1.1 Échantillon C2N

Le premier échantillon étudié a été fabriqué au sein du Centre de Nanosciences et Nanotechnologies (C2N), la croissance a été réalisée par A. LEMAÎTRE et C. GOMEZ CARBONELL, tandis que la lithographie électronique et les micro-soudures ont été réalisées respectivement par E. CAMBRIL et K. MERGHEM.

La structure globale de l'échantillon est constituée d'un dispositif à effet de champ comportant un double puits quantique placé à environ $1 \mu\text{m}$ de la surface. Les puits sont composés d'arséniure de gallium (GaAs) et sont d'une épaisseur de 8 nm et le matériau barrière utilisé pour séparer les deux puits, est l'arséniure de gallium dopé à l'aluminium ($\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$), d'une épaisseur de 4 nm. La quantité d'aluminium dans les barrières donnée par le nombre stœchiométrique x détermine la hauteur du gap en énergie [46]. Dans notre cas, $x = 0.33$, ce qui correspond à une énergie de gap de 1.880 eV, donc une longueur d'onde d'absorption de 659.5 nm. L'énergie des excitons directs formés dans les puits de GaAs se trouve autour de $E_{\text{DX}} = 794 \text{ nm}$.

La croissance des différentes couches s'effectue sur un substrat de n^+ -GaAs, c'est-à-dire fortement dopé par des atomes de silicium, avec une concentration de l'ordre de 10^{18} cm^{-3} . Les atomes de silicium se comportent comme des atomes « donneurs » vis-à-vis des atomes de gallium car ils possèdent un électron supplémentaire. Comme cet électron n'est pas impliqué dans la formation de liaisons covalentes, il est donc libre et participe au transport du courant. Une couche de n^+ -GaAs de 200 nm, dopé de la même manière que le substrat, joue le rôle d'électrode de masse et est reliée à une électrode de surface par un contact diffusif d'indium. Un super-réseau formé de 10 paires de GaAs/AlGaAs de 4 nm d'épaisseur chacune, permet

de limiter les courants de fuite en capturant les électrons d'énergie élevée se déplaçant entre les deux couches épaisses de n^+ -GaAs.

Pour le contact de surface, une couche de titane de 6 nm est préalablement déposée pour une meilleure accroche, puis vient une couche d'or de 4 nm, toutes les deux recouvrant 5 nm de GaAs qui protège la couche d'AlGaAs de l'oxydation. L'interface métal-semiconducteur constitue une barrière Schottky qui bloque le passage des électrons. Sur cette même surface, des motifs d'électrodes circulaires de différents diamètres sont dessinés par lithographie électronique dont la vue globale est représentée dans la figure II.2.b. Cette étape permet de délimiter une électrode centrale et une électrode de garde, séparées par une barrière isolante de 200 ou 400 nm, indispensables au piégeage des excitons [47, 48]. On note l'existence de plusieurs types de géométries pour les électrodes de surface : forme de losange [49], d'étoile [50], électrodes perforées [51] et trois électrodes [52].

Au cours de mes travaux, une problématique fondamentale et directement liée à la qualité des échantillons est venue limiter la qualité des mesures. Ce problème, connu sous le nom de *diffusion spectrale* est intrinsèquement lié à la quantité d'impuretés présentes dans le bâti d'épitaxie. Elles entraînent un *élargissement inhomogène* de la raie de photoluminescence. Son origine vient plus particulièrement des impuretés ionisées piégées aux hétéro-interfaces, faisant varier le champ électrostatique avec lequel les excitons interagissent. Ces limitations sont d'un intérêt d'autant plus fort que les objets fabriqués sont petits, comme dans le cas des boîtes quantiques [53]. Une comparaison des performances spectrales des deux échantillons est présentée en figure II.7 et sera discuté dans la section II.3.2.

II.1.2 Échantillon Princeton

Le deuxième échantillon étudié provient de l'équipe de L. PFEIFFER qui dirige le groupe « High Electron Mobility Molecular Beam Epitaxy » du département d'ingénierie électrique de l'université de Princeton. De renommée mondiale, ce groupe est spécialisé dans la fabrication d'échantillons d'arséniure de gallium-aluminium pour des systèmes à haute mobilité électronique.

La structure de cet échantillon est identique à celle présentée précédemment : deux puits quantique de GaAs de 8 nm sont séparés par une barrière d'AlGaAs de 4 nm et entouré de part et d'autre de couches d' $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ avec $x = 0.30$. L'énergie des excitons directs est légèrement différente de celle du premier échantillon et se trouve à $E_{DX} = 787.2$ nm. Une des différences notables avec le premier échantillon est la moindre distance entre le double puits et la surface, réduite à environ 300 nm. On note que l'électrode de masse est constituée du substrat de GaAs dopé ainsi de quelques couches voisines elles aussi dopées au silicium.

En terme de niveau d'impuretés et de mobilité des porteurs, cet échantillon montre des performances bien meilleures que le précédent, comme le confirme les caractéristiques spectrales enregistrées : les largeurs spectrales sont 2 fois plus petites en spectroscopie par réseau sur des séries d'images moyennées et les temps de cohérence sont multipliés $\times 4$ en spectroscopie par transformée de Fourier. Les excitons ont aussi une mobilité accrue, si bien que les pièges sont excités avec des spots plus petit $\sim 1 \mu\text{m}$ ce qui a l'avantage de moins perturber le système et on observe que les excitons sont capables de diffuser sur toute la surface des pièges de $20 \mu\text{m}$.

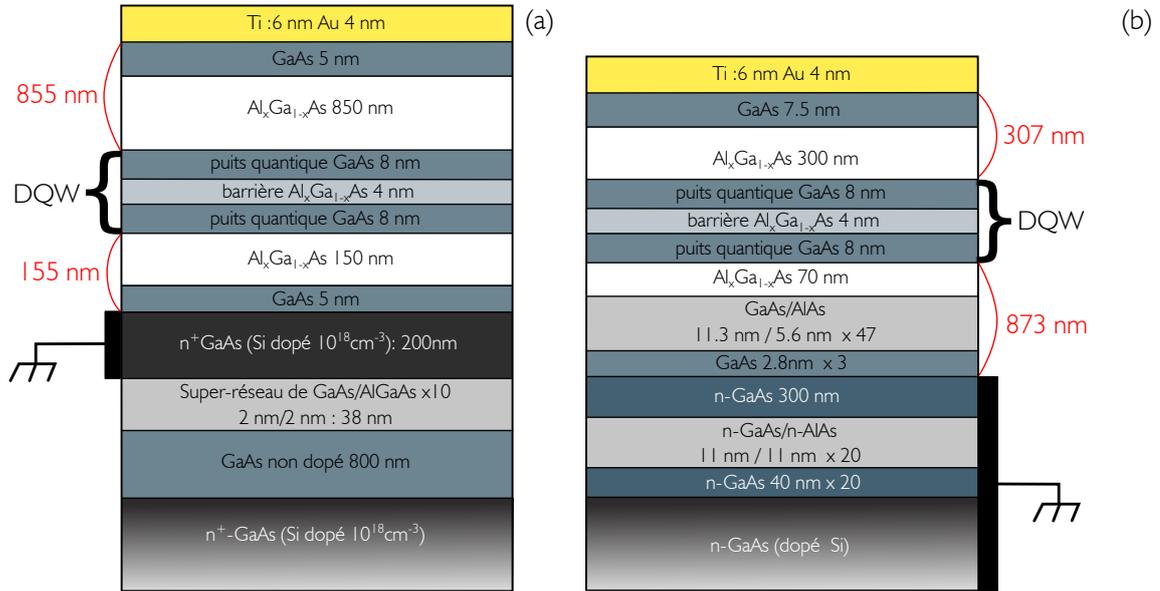


Fig. II.1 Structure des différentes couches composant l'échantillon provenant du C2N (a) et de Princeton (b) réalisées par épitaxie par jets moléculaires. À gauche, les doubles puits quantiques (Double Quantum Wells, DQW) sont situés à une distance d'environ $\sim 1 \mu\text{m}$ de la surface et l'électrode de masse est décrochée du substrat pour limiter les fluctuations du potentiel électrostatique. À droite, l'échantillon de Princeton, où les doubles puits sont plus rapprochés de la surface. Ici, l'électrode de masse est composée du substrat ainsi que des couches dopées en contact avec le substrat.

Comme le premier échantillon, nous avons déposé des électrodes semi-transparentes à la surface, par un dépôt métallique Ti/Au. Deux électrodes indépendantes sont dessinées par lithographie électronique comme on peut le voir sur la figure II.2 (à gauche) et à plus grande échelle sur l'image de droite. Ceci permet de définir deux électrodes indépendantes pour contrôler le confinement des excitons. Les dépôts métalliques et la lithographie sont réalisés dans la salle blanche de l'Université Paris Diderot, en collaboration avec S. SUFFIT.

II.2 Expérience de micro-photoluminescence

Le dispositif expérimental mis en place pour sonder la photoluminescence émise par les excitons repose sur le principe de la microscopie. L'image de l'échantillon est agrandie d'un facteur 100 environ, puis envoyée dans deux chemins possibles afin de sonder ses propriétés :

- Par spectroscopie résolue spatialement, l'image est envoyée sur la fente d'un spectromètre-imageur permettant une analyse complète des informations concernant l'énergie de la photoluminescence, son intensité, son intensité intégrée et cumulée ainsi que la largeur spectrale.
- Par interférométrie, pour l'étude de la cohérence spatiale et temporelle. Elle permet de déterminer expérimentalement la fonction de corrélation temporelle $g^{(1)}(t, \delta t)$ et

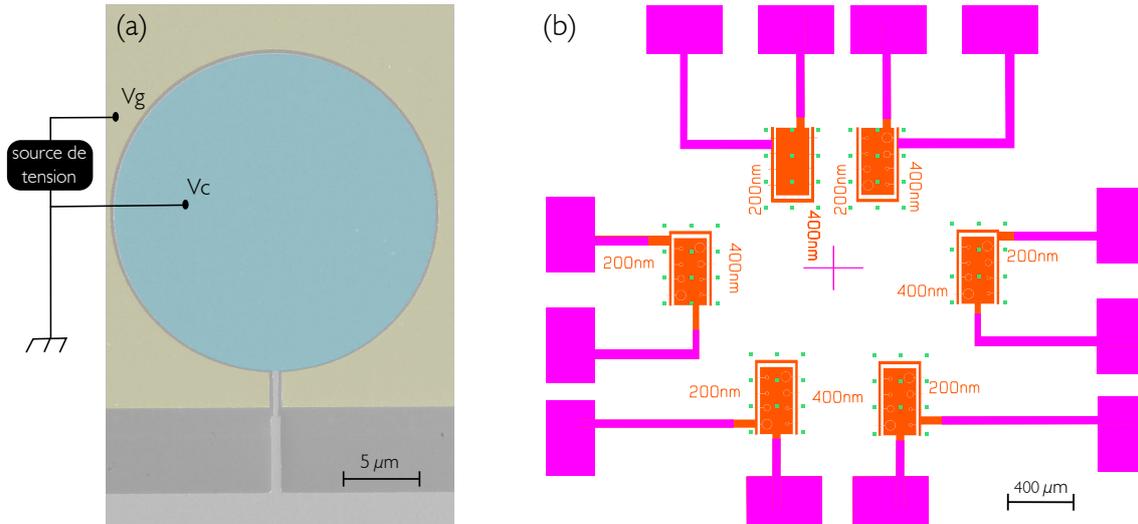


Fig. II.2 Image de surface par microscopie électronique d'une électrode circulaire de $20 \mu\text{m}$ (à gauche). En bleu l'électrode de centre sur laquelle on applique un potentiel négatif V_c , en jaune l'électrode de garde (de tension appliquée V_g) sont reliées à une source de tension. (b) Vue générale du dessin lithographié des 6 pads (rectangles orange) qui contiennent chacun 8 électrodes circulaires de 10, 20 et 30 μm de diamètre et deux largeurs de barrière de 200 et 400 nm. De chaque pad sortent deux connexions, une pour les électrodes centrales, l'autre pour la grande électrode de garde et sont elle-mêmes connectées à des électrodes plus larges pour réaliser les micro-soudures.

spatiale $g^{(1)}(r, \delta r)$.

Un système de refroidissement permet d'atteindre une température de base en dessous de un kelvin. Une description complète est faite dans le paragraphe suivant.

II.2.1 Environnement cryogénique

La détection des excitons requiert d'abaisser la température en dessous de quelques kelvin afin de conserver les paires électron-trous liés (leur énergie de liaison étant de 3 à 5 meV). De ce fait, il est nécessaire de refroidir l'échantillon, ce qui est rendu possible grâce à un cryostat Oxford Instruments Heliox AC-V. Celui-ci possède une entrée optique avec un traitement de surface passe-bande pour les longueurs d'onde comprises entre 600 et 900 nm. Ce cryostat de type « one shot » permet de fonctionner à une température de base de 0.3 kelvin pendant 12 heures.

Plusieurs étages en température sont nécessaires pour atteindre la température de base. La première étape permet de diminuer la température de l'hélium 4 liquide de 4.2 K à environ 2.6 K grâce à un tube pulsé. Son principe de fonctionnement est basé sur un cycle de Stirling inversé avec deux sources de chaleur : le milieu extérieur (source chaude) et l'hélium 4 (source froide). La compression s'effectue grâce à une onde acoustique permettant le transfert thermique de chaleur de la source froide vers la source chaude. Le fonctionnement du tube

pulsé permet donc de maintenir en continu une température de 2.6 K.

La deuxième étape se déroule en trois temps comme représenté sur la figure II.3. Un interrupteur thermique (*heat switch*) permet d'établir un contact thermique entre l'hélium 3 stocké dans l'enceinte du cryostat, et un charbon actif (*sorb*) sur lequel viennent s'adsorber les atomes. Une résistance placée à proximité de la sorb (sorption pump) est chauffée à une température de 35 K (II.3 gauche) et permet de libérer les atomes ^3He qui viennent se condenser au fond de l'insert grâce à un flux de vapeur ^3He descendant. Enfin, en relâchant la contrainte en température de la sorb, celle-ci se refroidit, captant de nouveau les atomes d'hélium 3 et renversant le flux de ^3He . C'est ce processus final de pompage de vapeur d'hélium 3 qui permet d'atteindre la température de base (II.3 droite).

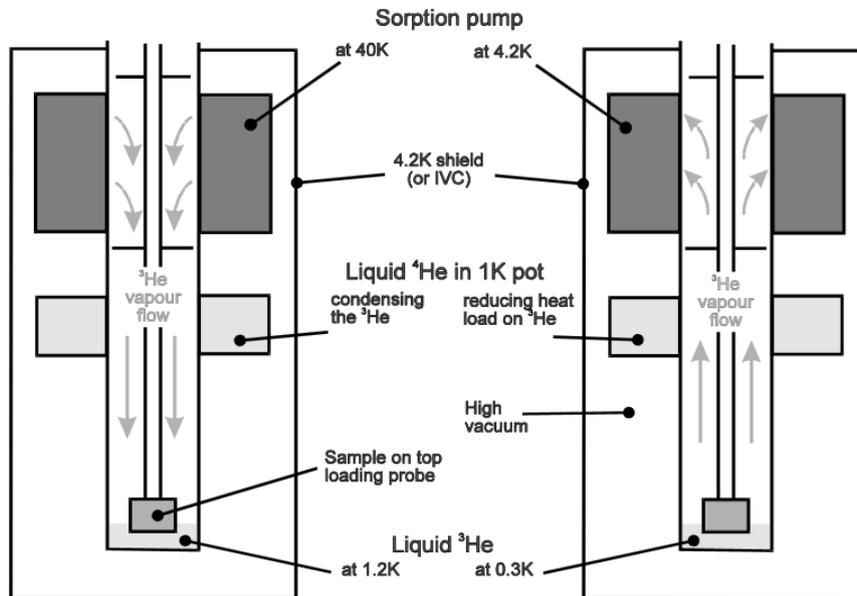


Fig. II.3 Principe de fonctionnement d'un système de refroidissement par ^3He avec pompe à sorption. En phase de condensation (schéma de gauche), ^3He est libéré par la pompe et s'accumule en bas de l'insert avec une température d'environ 1.2 K. À droite, ^3He est cryo-sorbé et permet d'atteindre une température de base d'environ 0.3 K. Source : www.Oxford-instruments.com

Ce type de cryostat est particulièrement adapté pour les températures d'intérêt dans l'étude des excitons, c'est-à-dire entre 0.3 et 2 K. La possibilité d'ajuster et de contrôler finement la température avec une stabilité de ± 3 mK en dessous de 2 Kelvin est également un avantage. À noter également que la puissance de refroidissement atteint 100 mW à la température de base. Un des rares inconvénients de l'appareillage reste la stabilité mécanique qui est affectée par les vibrations du tube pulsé lors des cycles de compression/détente. Celle-ci reste néanmoins de bonne qualité puisque nous mesurons une résolution spatiale de 1 μm .

II.2.2 Dispositif pour le montage de l'échantillon

Pour des contraintes techniques mais également de modularité, nous avons fait le choix d'utiliser des circuits imprimés (*Printed Circuit Board*, PCB) qui offrent la possibilité de contacter électriquement un grand nombre de pistes avec un faible coût de fabrication. Le design du circuit a été développé durant les travaux de thèse de M. BEIAN. Il permet une utilisation simultanée de 16 pistes en courant continu (DC) et de 4 pistes radio-fréquences (RF) reconnaissables sur la figure II.4 de gauche par des pistes ornées de part et d'autre de trous appelés *vias*. La distance entre la piste et la masse que constitue le reste du PCB est calculée précisément pour que l'impédance soit de 50Ω comme pour la distance séparant l'âme et la gaine d'un câble coaxial. Les connexions finales se font à l'aide de connecteurs de type SMA. L'échantillon est placé au centre des terminaisons RF et DC grâce à une laque d'argent qui a le double avantage de coller et d'assurer un bon contact électrique. Les derniers contacts entre les pistes macroscopiques du PCB et de l'échantillon se font par micro-soudure avec des fils d'or d'environ $20 \mu\text{m}$ de diamètre, comme on peut le voir sur la figure II.4.b. À noter que les fils d'or de micro-soudures sont à l'origine d'une forte réflexion des signaux électriques à cause du changement d'impédance. Des travaux liés à cette problématique ont eu lieu au cours de cette thèse ; nous avons montré la possibilité de mettre en œuvre une transition dans le GHz de l'énergie des excitons, sans induire d'échauffement de l'échantillon. La technique mise en place ne requière pas d'adaptation d'impédance et repose uniquement sur une compensation des signaux connaissant la fonction de transfert [54].

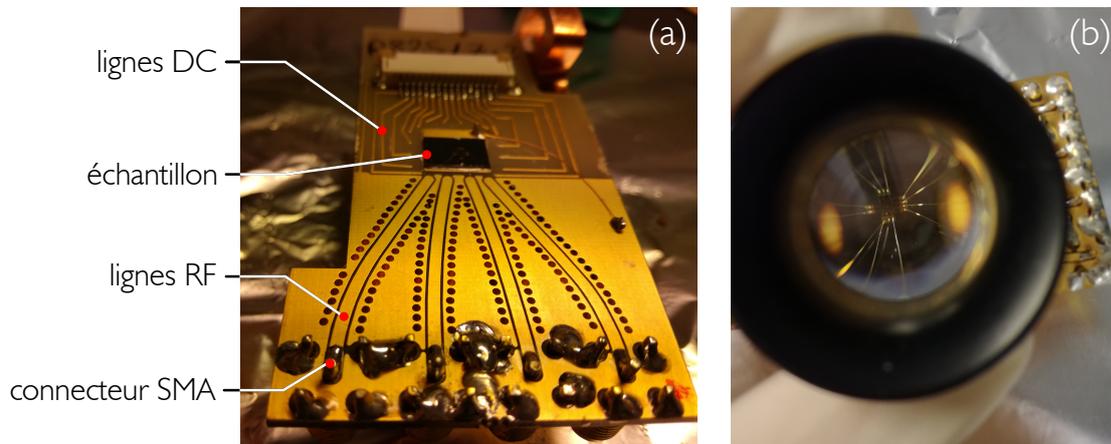


Fig. II.4 (a) Circuit imprimé pour le montage de l'échantillon composé de 4 pistes RF ainsi que de 16 pistes DC. L'échantillon placé au centre est connecté électriquement par micro-soudures de fils d'or (b).

Dans l'enceinte du cryostat, les fils connectant le PCB jusqu'à l'extérieur sont enroulés le long de tiges. Ceci permet d'obtenir une grande surface de contact et assure une bonne thermalisation des câbles conducteurs métalliques qui sont à l'une de leur extrémité à température ambiante. Les tensions DC sont appliquées grâce à un générateur de tension dont les caractéristiques techniques sont présentées dans le paragraphe suivant. Pour le montage final, le PCB est fixé sur un porte-échantillon en cuivre désoxygéné par une colle au germanium permettant un bon contact thermique entre l'échantillon et la zone la plus froide du cryostat. Un objectif de microscope placé sur une platine de translation et capable de se déplacer

dans les trois directions de l'espace permet de focaliser l'excitation laser sur l'échantillon. L'objectif possède une distance focale de 8.33 mm et une ouverture numérique de 0.40.

II.2.3 Équipements

Générateur de tension et mesureur de courant haute-précision Le champ électrique extérieur nécessaire à la formation des excitons spatialement indirects est appliqué sur l'électrode de surface grâce à un générateur de tension Keithley modèle 2614B pouvant aller jusqu'à 20 V. Grâce à cet appareil, nous sommes capables de détecter le courant passant à travers la structure de l'échantillon avec une précision de l'ordre de 10 pA. Dans un souci d'amélioration constante de l'expérience, nous avons pu mettre en avant un autre avantage de l'appareil. En plaçant un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure à 2 kHz nous avons pu vérifier, dans une certaine mesure, l'absence de fluctuations électrostatiques pouvant provenir de bruit haute-fréquence. À ce stade, aucun changement significatif des paramètres de contrôle n'a été décelé, le générateur n'est donc pas à l'origine de bruit électronique.

Spectromètre imageur La photoluminescence émise par les excitons, d'abord agrandie par deux télescopes successifs, est focalisée par une lentille de focale $f = 200$ mm sur l'entrée de la fente du spectromètre (Princeton Instruments Acton SP2500) (voir figure II.5). Deux modes d'acquisition sont possibles :

- en image réelle, la photoluminescence est directement envoyée sur le capteur CCD (LaVision PicoStar-UF) et permet d'obtenir l'intensité en fonction des coordonnées x et y de l'espace.
- en spectroscopie résolue spatialement, la fente d'entrée est fermée pour une meilleure résolution spectrale, la lumière est diffractée par un réseau de 600 ou 1800 traits/mm et permet d'atteindre une mesure des largeurs de raies de photoluminescence de respectivement 400 et 80 μeV . On obtient dans ce cas aussi une image de l'intensité en fonction de l'axe de la fente et de l'énergie.

Avant d'arriver sur la caméra CCD, la lumière est envoyée dans un photo-multiplieur qui accélère les photo-électrons grâce à deux électrodes polarisées entraînant par avalanche la création d'autres photo-électrons qui viendront amplifier le signal initial. Enfin, les photo-électrons arrivent sur une photocathode imagée par la caméra CCD qui possède des pixels d'une taille de 13.9 μm .

Diode laser Le laser de pompe utilisé pour exciter les puits quantiques est une diode laser continue Toptica DL 100 qui possède une plage de longueur d'onde comprise entre 785 et 810 nm et une largeur spectrale de $\Delta\nu = 100$ kHz. La puissance maximale de sortie est de 80 mW et varie très légèrement selon la longueur d'onde choisie. Dans le cadre de nos expériences, nous nous plaçons à une longueur d'onde de **794 nm** qui correspond à l'énergie de la transition $n = 1$ des puits de GaAs. D'un point de vue expérimental, il est important de vérifier que le laser est mono mode afin d'assurer que l'excitation est strictement résonante.

Modulateurs acousto-optique et électro-optique Ces appareils sont nécessaires pour façonner un pulse laser, à partir d'une source laser continue. Le modulateur acousto-optique (*acousto-optical modulator*, AOM) Crystal Technologies Inc., fonctionne sur le principe d'un

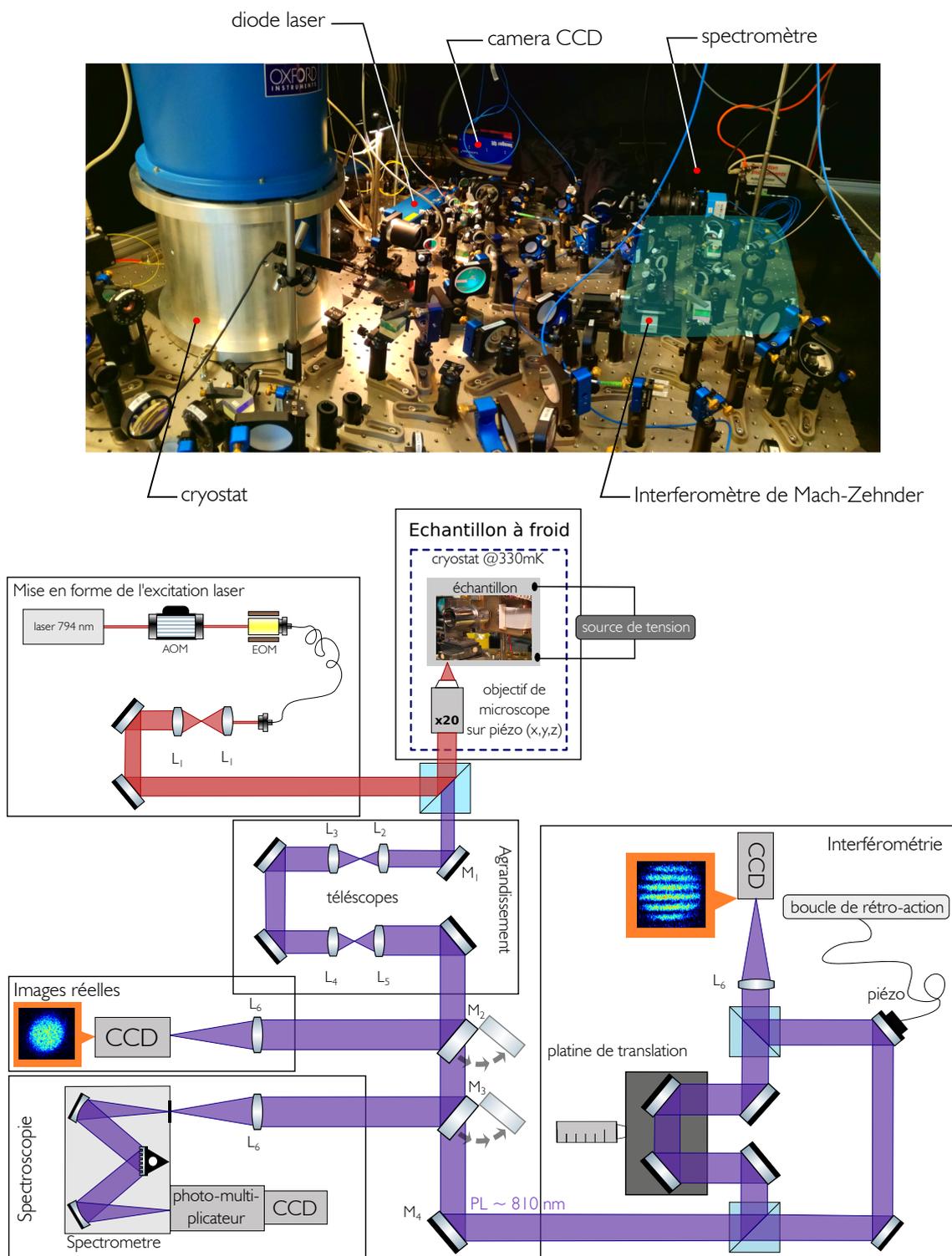


Fig. II.5 *Expérience de micro-photoluminescence. En haut, une photographie présente les principaux éléments. En bas, une représentation schématique des différents modules. Après le module d'agrandissement, plusieurs possibilités s'offrent à l'utilisateur en orientant la photoluminescence avec des miroirs amovibles : (M_2) étude des images réelles, (M_3) spectroscopie ou (M_4) interférométrie.*

oscillateur piézo-électrique qui génère une onde acoustique, entraînant des variations d'indice au sein du milieu. Ceci provoque la diffraction du rayon incident selon plusieurs ordres. En récupérant l'ordre 1 diffracté, on obtient donc un faisceau haché à la fréquence de vibration appliquée sur le cristal. L'avantage de cet appareil est qu'il permet une extinction totale mais son régime transitoire d'allumage/d'extinction présente un temps caractéristique relativement long (~ 10 ns) ce qui rend les flancs du pulse plus larges qu'attendu.

Le modulateur electro-optique (*electro-optical modulator*, EOM) Jenoptik utilise l'effet Pockels, c'est-à-dire la génération ou la modification de la biréfringence d'un milieu suite à l'application d'un champ électrique. Il possède un temps d'allumage et d'extinction très court, autour de la nanoseconde mais possède des rebonds parasites hors du pulse, ce qui restreint la qualité de l'extinction du laser de pompe. Par conséquent, les deux modulateurs sont montés en série pour allier leurs avantages respectifs et obtenir une extinction la plus nette possible.

Séquenceur Le séquenceur est un élément essentiel pour mettre en place nos expériences pulsées. Il permet de définir le taux de répétition de la séquence de mesure qui varie de 1 à 2 MHz. Il déclenche avec une précision de l'ordre de la nanoseconde le pulse d'excitation laser régité par les modulateurs électro-optiques et acousto-optiques ainsi que l'ouverture de la caméra.

II.2.4 Séquence de mesure

Pour limiter au maximum la quantité de charges photo-injectées par le laser de pompe, nous avons fait le choix de travailler en régime impulsif. La séquence de mesure, schématisée dans la figure II.6, est constituée d'un pulse laser et d'une détection pouvant balayer différents délais après l'extinction du laser d'injection. Le pulse laser d'une durée de 100 ns et mis en forme par les modulateurs AOM et EOM. Le temps de collecte par le capteur CCD peut s'ajuster en variant la durée d'ouverture de la caméra, typiquement de 10 ns. Cette séquence est répétée à une fréquence de 1.5 MHz.

Comme représenté sur la figure II.6 le laser de pompe, résonant avec la transition des puits, est focalisé grâce à l'objectif de microscope sur l'électrode centrale semi-transparente. Les deux électrodes de surface auxquelles sont appliquées une tension négative, sont reliées à l'électrode de masse que constitue le substrat de GaAs dopé. Soumis à un champ électrique externe, les bandes de valence et de conduction sont désormais inclinées, provoquant un passage tunnel vers l'état d'énergie minimal, formant alors des excitons spatialement indirects comme présenté en section I.2.1. En appliquant un potentiel sur l'électrode du centre $|V_C|$ supérieur à celui de l'électrode de garde $|V_G|$ on crée un potentiel de confinement pour piéger spatialement ces excitons. La forme (parabolique) et les caractéristiques de ce potentiel seront décrites en détail dans les chapitres suivants et seront d'un intérêt crucial pour la description théorique de nos expériences.

II.3 Mesures spectroscopiques

Une technique fondamentale pour sonder les propriétés des excitons est la spectroscopie. Dans cette section seront présentées les performances du premier échantillon avant de montrer les améliorations apportées par la nouvelle génération d'échantillon.

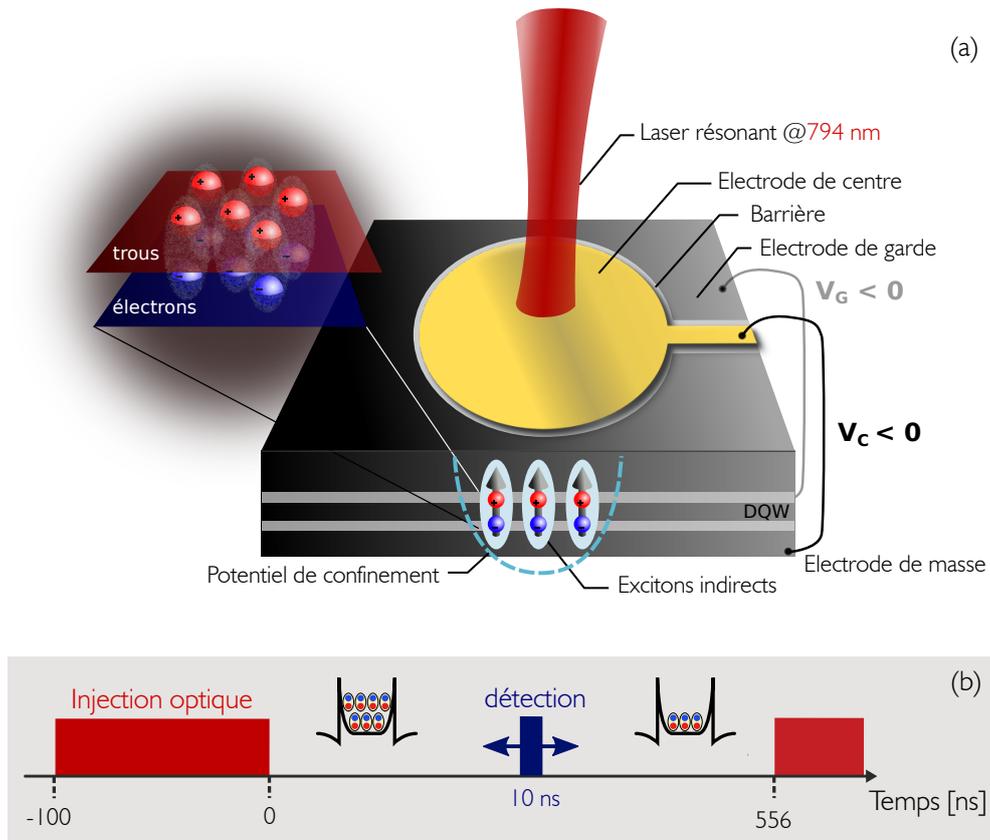


Fig. II.6 (a) Schéma de l'échantillon : hétérostructure semiconductrice comportant un double puits quantique, deux électrodes de surface permettent de polariser la structure en inverse ($V_C / V_G < 0$ avec $|V_C| > |V_G|$) créant un potentiel de confinement (pointillés en bleu). Un laser de pompe ajusté à l'énergie de la transition des puits (794 nm) crée les paires électron-trous. Les charges opposés sont piégés dans deux plans séparés (zoom à gauche) formant des dipôles alignés selon l'axe de croissance. (b) Séquence de mesure.

II.3.1 Mesures stroboscopiques

L'acquisition de spectre avec de long temps d'exposition provoque un élargissement inévitable de la raie de photoluminescence qui atteint alors quelques centaines de μeV et ne permet pas de bien résoudre spectralement l'émission issue des excitons seuls [15]. Nous avons donc opté pour une procédure de mesure où les temps d'exposition sont réduits à leur maximum, tout en gardant un niveau du rapport signal-sur-bruit suffisant. En contrepartie, on augmente le nombre d'acquisitions. De cette manière, on sonde la luminescence sur un temps relativement court pour s'affranchir de la diffusion spectrale, d'où le nom de mesure par *stroboscopie*.

Lors des mesures par spectroscopie, on acquiert des spectres résolus spatialement où on lit en fonction de la position le long de l'axe de la fente, l'énergie de l'émission. En réalisant des coupes, on extrait tous les paramètres pertinents en fonction de la position dans le piège dipolaire :

- **Énergie** et **blueshift**, sont des paramètres utiles pour déterminer la densité *totale* d’excitons présents dans le piège. Bien que les excitons noirs ne soient pas détectables par mesure de leur luminescence, ils participent néanmoins à l’énergie totale du système $E_X = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{F} + u_0 n_x$ où le premier terme correspond à l’énergie d’interaction entre le champ extérieur F et le moment dipolaire d de l’exciton, le deuxième terme étant le blueshift dû aux interactions répulsives entre les dipôles des excitons (dans un modèle au 1^{er} ordre, cf. figure I.7). La mesure du blueshift est donc obtenue en prenant la différence d’énergie entre les délais où le piège est très dilué avec l’énergie au temps t considéré et renseigne donc sur la densité d’excitons présents au temps t .
- **Intensité** et **intensité intégrée** permettent de déduire la *proportion d’excitons brillants*, qui sont les seuls à participer à l’émission de lumière. Pour un spectre résolu spatialement, on détermine alors les zones peuplées d’excitons brillants, puis en réalisant une coupe, on associe l’intensité à la valeur maximale du pic. En comparant l’intensité des pics pour différentes réalisations et diverses densité dans le piège, on se renseigne sur la quantité relative d’excitons brillants. D’autre part, l’aire sous la courbe d’un spectre définit l’intensité intégrée et permet de calculer la quantité d’excitons brillants émis à toutes les énergies.
- **Largeur spectrale**, paramètre déterminant pour qualifier la qualité du système. L’inverse de la largeur de raie est proportionnel au temps que passent les excitons optiquement actifs, proches de l’état d’impulsion nulle dans la zone radiative. Si on fait l’hypothèse d’un état condensé, toutes les particules se trouvent dans le même état d’énergie minimal, ce qui se traduit par un rétrécissement de la largeur de raie. Divers facteurs peuvent également entrer en jeu, comme l’élargissement inhomogène discuté précédemment, ou encore la présence de charges libres qui entraîne une raie asymétrique, élargie du côté des basses énergies [55].

L’analyse statistique des paramètres pertinents en fonction de la position et du remplissage du piège (*i.e.* pour différentes densités) permet de réaliser des moyennes et d’évaluer le niveau de diffusion spectrale résiduel par l’écart-type des mesures. Enfin, en corrélant les mesures spectroscopiques réalisées pour différentes températures avec les mesures interférométriques, on obtient un aperçu réaliste de l’état du gaz d’excitons.

II.3.2 État de l’art et améliorations

État de l’art Au cours des travaux de thèse précédents, réalisés par M. BEIAN et R. ANANKINE, un effort important a été fourni pour constamment améliorer les performances spectrales des gaz d’excitons piégés. L’utilisation de méthodes stroboscopiques a constitué un progrès majeur pour mieux sonder la qualité du gaz. Les paramètres expérimentaux qui peuvent être variés à cette fin, sont :

- le taux de répétition de la séquence de mesure ;
- la puissance d’excitation ;
- le temps d’exposition ;
- les valeurs de tension de grille.

Les conditions à remplir pour obtenir un environnement stable favorable à l’émergence d’un condensat de Bose-Einstein sont tout d’abord : une densité suffisamment grande d’excitons, de l’ordre de $\sim 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ et un niveau négligeable de porteurs libres, *i.e.* un photo-courant passant à travers la structure le plus faible possible afin d’éviter les interactions entre les

charges et les excitons indirects qui entraînent un élargissement de la raie. Les paramètres de tension de grille répondant à ces critères sont $V_C = V_G$, un piège « plat », avec une puissance d'excitation de $P_{ex} = 1.5 \mu\text{W}$ la valeur moyenne de la largeur spectrale atteint 0.7 meV voire 0.5 meV pour les spectres les plus fins.

Améliorations La nouvelle génération d'échantillons fournie par le groupe de Princeton nous a permis d'améliorer grandement les performances spectrales, une amélioration que nous attribuons à une forte réduction du niveau d'impuretés chargées dans la structure. Une comparaison entre les deux échantillons est présentée en figure II.7.a . Dans la partie haute de la figure, deux quantités sont comparées : l'énergie et la largeur à mi-hauteur (*Full Width at Half Maximum*, FWHM) des spectres de photoluminescence, en bleu les données de l'échantillon 1 pour un délai après l'extinction laser, en rouge le nouvel échantillon pour deux délais successifs. En comparant les échelles, on remarque en premier lieu que la dispersion des courbes bleues sont nettement plus grandes : 0.3 meV (bleu) contre 0.1 meV (rouge) pour l'énergie et la FWHM. La largeur de raie moyenne est presque divisée par deux dans le nouvel échantillon.

Bien que l'on observe une amélioration des largeurs de spectres pour l'échantillon 2, nous sommes toujours affectés par l'effet de diffusion spectrale. Comme on peut le constater sur les exemples de spectres présentés en figure II.7.b, les fluctuations entraînent le dédoublement voire le triplement des pics. Pour illustrer les performance du nouvel échantillon, quatre spectres résolus spatialement sont présentés en II.7.c, mesurés à 4 températures différentes. Les quatre spectres sont mesurés pour une même densité d'excitons dans le piège pour lesquels on remarque clairement l'élargissement de la largeur de raie avec la température.

II.4 Mesures interférométriques

La deuxième technique largement utilisée pour sonder les propriétés de la photoluminescence est l'interférométrie. Elle nous est utile pour déterminer les propriétés de *cohérence temporelle* et *spatiale* du gaz d'excitons. Une description générale du montage, qui repose sur un interféromètre de Mach-Zehnder, sera présentée. Nous discuterons ensuite de la méthode de mesure où, une différence de marche longitudinale, permet de sonder les propriétés de cohérence temporelle, tandis qu'un décalage latéral entre les deux bras de l'interféromètre permet de sonder la cohérence spatiale entre deux points distincts du gaz.

II.4.1 Interféromètre de Mach-Zehnder

Le schéma du dispositif est représenté en figure II.8. L'entrée de l'interféromètre est indiquée par la flèche blanche à droite. Un premier cube sépare la photoluminescence qui passe à travers deux bras distincts : un premier bras est dit « fixe », le second est dit « mobile » puisqu'il comporte une platine de translation micrométrique permettant de faire varier la différence de marche δL . Un deuxième cube recombine les deux bras pour donner une figure d'interférence. Afin d'observer des franges d'interférence horizontales, il est nécessaire d'incliner un des miroirs d'un angle α dans le plan yz entre les deux images, comme représenté en bas à gauche de la figure II.8. L'interfrange i dépend de l'angle α imposé par un miroir du bras fixe mais également de la longueur d'onde $i = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$.

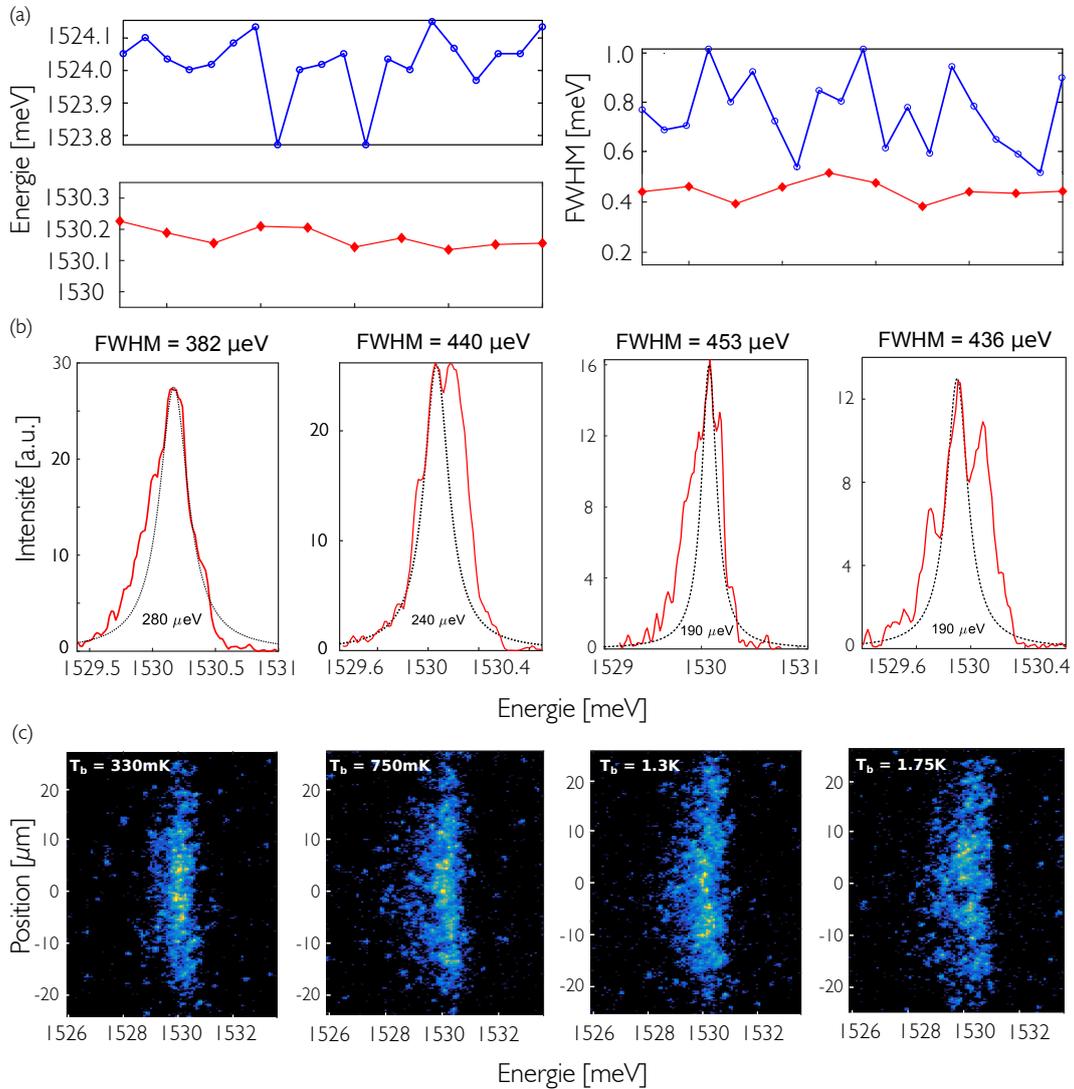


Fig. II.7 *Illustration de la diffusion spectrale. (a) Comparaison de la dispersion des valeurs en énergie et en largeur de raie (FWHM) entre les deux générations d'échantillons. En bleu : échantillon du C2N, en rouge : échantillon de Princeton. (b) Exemples de spectres obtenus avec la seconde génération d'échantillon. La diffusion spectrale, toujours présente, se manifeste par une multiplication des pics. Au dessus de chaque spectre est indiquée la valeur de la largeur de raie détectée par analyse automatique. La ligne pointillée noire est un ajustement lorentzien d'un pic unique permettant de mettre en évidence des largeurs de raie plus étroites. (c) Spectres résolus spatialement avec l'échantillon 2 pour 4 températures (0.33, 0.75, 1.3 et 1.75 K).*

L'intensité mesurée à la sortie de l'interféromètre pour un décalage latéral δx et un retard temporel δt a pour expression

$$I_{\text{out}} = \langle |\psi_0(\mathbf{r}, t) + \psi_0(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}, t + \delta t) e^{i(q_\alpha z + \phi_t + \phi)}|^2 \rangle_t \quad (\text{II.1})$$

où q_α est la fréquence spatiale des franges induites par l'angle α , $\phi_t = \frac{2\pi 2\delta L}{\lambda}$ est la différence de phase entre les deux chemins de l'interféromètre et ϕ une phase aléatoire. Si on connaît l'intensité des deux bras de l'interféromètre $I_1 = \langle |\psi_0(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle_t$ et $I_2 = \langle |\psi_0(\mathbf{r}, \delta x, t, \delta t)|^2 \rangle_t$, on peut alors définir l'intensité normalisée de la figure d'interférence qui peut s'écrire comme :

$$I_{\text{int}} = \frac{I_{\text{out}} - I_1 - I_2}{\sqrt{I_1 I_2}} \quad (\text{II.2})$$

$$= |g^{(1)}(\mathbf{r}, \delta x, \delta t)| \cos(q_\alpha z + \varphi_t + \Phi_{\mathbf{r}, \delta x, \delta t} + \varphi) \quad (\text{II.3})$$

Le contraste des franges mesuré donne alors accès à la norme de la fonction de corrélation au 1er ordre, définie comme :

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \delta\mathbf{r}, t, \delta t) = \frac{\langle \psi_0^*(\mathbf{r}, t) \psi_0(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}, t + \delta t) \rangle_t}{\sqrt{\langle |\psi_0(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle_t \langle |\psi_0(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}, t + \delta t)|^2 \rangle_t}} \quad (\text{II.4})$$

avec $\psi_0(\mathbf{r}, t)$ la fonction d'onde des excitons brillants. Elle quantifie les corrélations existantes entre deux points de la source en \mathbf{r} et $\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}$ (cohérence *spatiale*) ou entre deux instants différents t et $t + \delta t$ pour un même point source (cohérence *temporelle*). Elle est déterminée expérimentalement par le contraste des franges d'interférence.

II.4.2 Interférométrie spatiale et temporelle

Spectroscopie par transformée de Fourier Comme décrit précédemment, la diffusion spectrale est une limitation forte des mesures réalisées par spectroscopie via un réseau de diffraction. Nous allons voir que la spectroscopie par transformée de Fourier est une technique de mesure qui permet de s'affranchir un peu plus (mais pas complètement) de cette difficulté.

Les mesures de cohérence temporelle sont réalisées en superposant deux images temporellement décalées de t et $t + \delta t$. En bougeant la platine de translation de δL , on introduit une différence de marche de $2\delta L$; la lumière se propageant dans le bras mobile effectue alors un chemin plus long, entraînant un retard temporel $\delta t = 2\delta L/c$ avec c la célérité de la lumière dans l'air. L'acquisition du profil de $|g^{(1)}|$ (équivalent au contraste des franges) en fonction du retard δt de l'interféromètre permet de déduire le temps de cohérence τ_c du gaz d'excitons. Autrement dit, si le retard dans l'interféromètre est supérieur au temps de cohérence ($\delta t > \tau_c$), les franges d'interférence deviennent brouillées : les deux fronts d'onde sont incohérents.

Un grand avantage des mesures interférométriques en comparaison des mesures spectroscopiques est qu'elles demandent un temps d'acquisition plus court et sont donc moins impactées par l'élargissement inhomogène. Les temps de cohérence mesurés, et par conséquent les largeurs de raie, sont mieux résolus. Elle met également en évidence les différentes composantes du spectre, très distinguables dans les échantillons de Princeton, qui présentent une partie gaussienne et une partie exponentielle. En vertu du théorème de Wiener-Khinchine : « La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du signal est égale à sa densité spectrale en énergie » ce qui permet de d'accéder à la forme du spectre par une deuxième technique. Les résultats correspondants seront présentés dans le dernier chapitre.

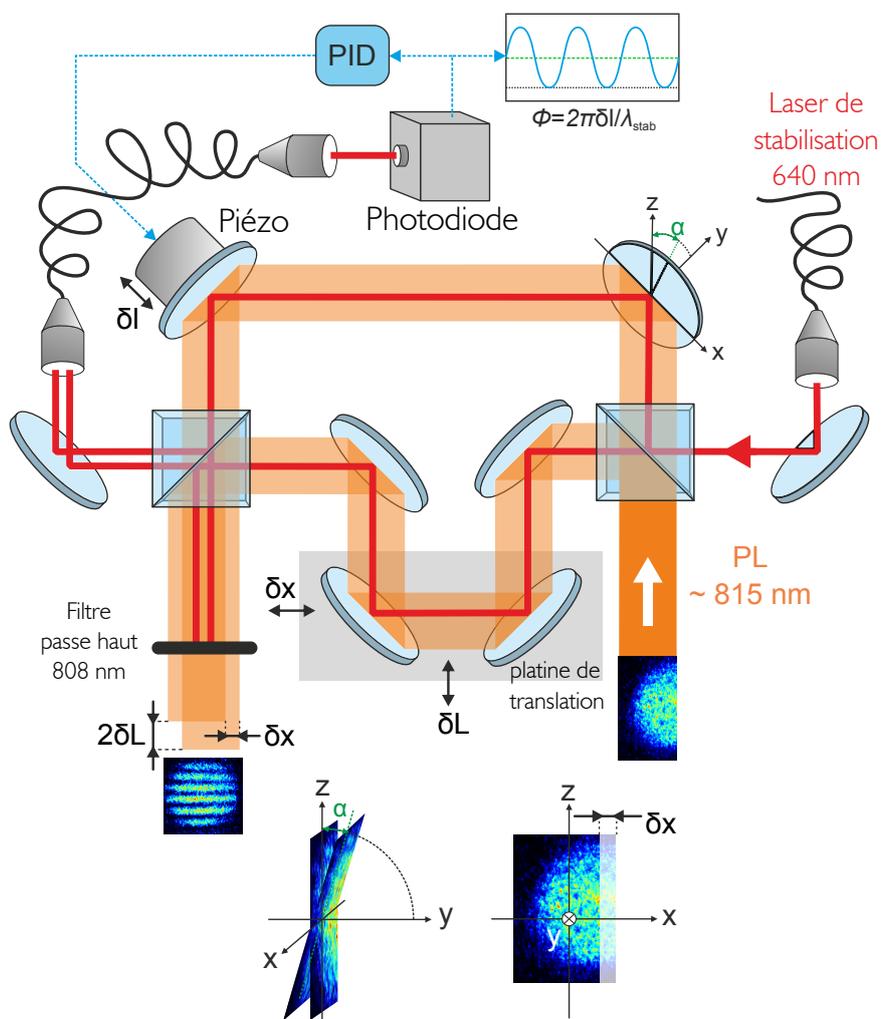


Fig. II.8 Schéma de l'interféromètre de Mach-Zehnder. La photoluminescence (en orange) est divisée puis recombinaée grâce à deux cubes. Une différence de marche longitudinale est introduite par une platine de translation. Le montage est stabilisé par un laser passant à travers le dispositif et relié à un régulateur contrôlant la position d'un miroir fixé à un transducteur piézoélectrique.

Interférométrie spatiale Les mesures de cohérence spatiales sont réalisées avec un retard temporel nul $\delta t = 0$ et un décalage spatial selon l'axe Ox tel que représenté dans la figure II.8 partie du bas. Elle consiste à faire interférer deux points du nuage d'excitons séparés d'une distance δx d'environ $2 \mu\text{m}$. Ce choix est motivé par une stabilité mécanique qui nous donne une résolution $\sim 1 \mu\text{m}$ mais également par le fait que seule la partie centrale formée par un disque $\sim 5 \mu\text{m}$ peut potentiellement se trouver dans un état condensé et donc présente une cohérence à longue portée. De ces conditions, il vient que δx doit être compris entre $1 \mu\text{m}$ et $2.5 \mu\text{m}$ au maximum. Expérimentalement, ce décalage est introduit à l'aide des deux miroirs du bras fixe par la technique de « beam walking ». En se basant sur les images de surface que l'on peut voir à travers chaque bras de l'interféromètre, on mesure le décalage δx .

Ces mesures requièrent un grand niveau de stabilité puisqu'il est nécessaire de maintenir le δx et δL constants. Pour ce faire, un laser de stabilisation à $\lambda_{\text{stab}} = 640 \text{ nm}$ est envoyé à travers l'interféromètre et récupéré par une photodiode fibrée qui transmet la valeur de l'intensité à un système d'asservissement. Une boucle de rétroaction (*Proportionnelle-Intégrale*, PI) compare la valeur récupérée par la photodiode à une valeur de consigne fixée par l'utilisateur (ligne pointillée verte sur le schéma II.8). Un miroir fixé sur un transducteur piézoélectrique permet d'ajuster continuellement la différence de marche en faisant varier δl , comme représenté sur la figure II.8. Grâce à la stabilisation, on contrôle la variation de la différence de marche avec une précision de $\lambda_{\text{stab}}/30$.

II.5 Régime de mesure

II.5.1 Paramètres électriques

Les valeurs de tensions de grille appliquées respectivement sur les électrodes du centre et de garde doivent être choisies rigoureusement puisqu'elles contrôlent la qualité du gaz piégé. Dans la figure II.9 est présentée la cartographie des paramètres pertinents pour l'échantillon 2, qui nous a permis de faire le choix du meilleur couple de paramètre V_C/V_G (la même cartographie pour l'échantillon 1 est présentée dans la thèse de M. BEIAN [13]). Trois zones sont à distinguer :

- **Piège plat** ($V_C = V_G$). Ce sont les valeurs se trouvant le long de la diagonale. L'intensité des spectres y est la plus élevée tout comme les largeurs de raies.
- **Piège profond** ($|V_C| > |V_G|$). Elle correspond à la partie sous-diagonale. Dans cette configuration, les excitons sont fortement piégés et leur largeur spectrale très petites.
- **Piège élevé** ($|V_C| < |V_G|$). Elle correspond à la partie sur-diagonale. Les excitons y sont moins bien piégés.

Au regard de ces résultats, nous avons choisi de travailler dans la partie sous-diagonale, tout en restant proche de la diagonale. C'est en effet la zone qui présente les caractéristiques expérimentales les plus favorables : l'intensité et l'intensité intégrée y sont relativement élevées, ce qui permet de diminuer les temps d'acquisition tout en gardant un bon rapport signal-sur-bruit, les largeurs spectrales se trouvent en moyenne aux alentours de $300 \mu\text{eV}$, le courant passant à travers la structure est faible et la configuration en « piège » permet d'atteindre les densités requises pour obtenir un condensat.

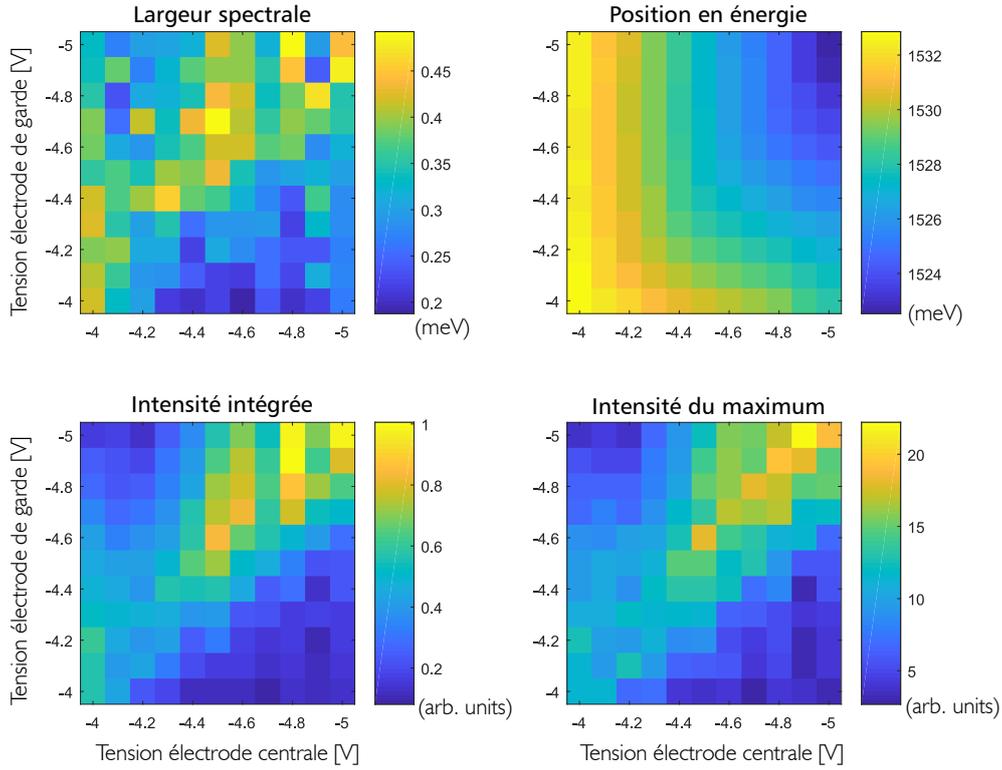


Fig. II.9 Cartographie des tensions de grille appliquées pour un retard fixe après l’extinction du pulse laser de 120 ns. Mesures effectuées sur un piège de $20 \mu\text{m}$ grâce à un réseau de 1800 traits/mm. Le long de la diagonale $V_C = V_G$, la sous-diagonale correspond à la configuration de « piège » $|V_C| > |V_G|$ et la sur-diagonale correspond au piège élevé $|V_C| < |V_G|$.

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé les caractéristiques des deux échantillons qui ont permis l’obtention des résultats présentés dans cette thèse. Nous avons présenté le dispositif expérimental développé pour sonder la lumière émise par les excitons, confinés dans un piège électrostatique de 10 à $20 \mu\text{m}$. Deux types de mesures sont mises en place pour étudier les propriétés du gaz d’excitons : la spectroscopie et l’interférométrie. Enfin, nous avons discuté des améliorations expérimentales apportées durant ce travail par l’utilisation d’un nouvel échantillon, de techniques de mesures adaptées (stroboscopie) ainsi que l’optimisation des paramètres expérimentaux.

Chapitre III

Transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless

L'objectif de ce chapitre est de présenter plus en détail la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) qui survient exclusivement à deux dimensions, dans une variété de systèmes aussi bien classiques que quantiques.

Dans une première partie III.1 sera discutée la perte d'ordre à longue portée qui survient dans les systèmes de basse dimension en utilisant l'argument proposé par PEIERLS, puis de manière plus rigoureuse avec une chaîne d'atomes soumise aux excitations de ses modes propres, les phonons. Nous verrons également que la perte d'ordre persiste même à $T = 0$ en raison des fluctuations quantiques. Puis, en faisant un parallèle avec la transition de phase ordre-désordre dans les systèmes magnétiques, on montrera en quoi la transition BKT est différente des transitions de phase connues dans des systèmes à trois dimensions.

La section III.2, sera consacrée à la description détaillée de l'état superfluide, qui correspond à l'état ordonné du système, par opposition à l'état « normal » qui est désordonné. Le lien entre superfluidité et condensation de Bose sera mis en évidence à travers la fonction d'onde du condensat et nous montrerons que les fluctuations thermiques sont à l'origine de nucléation de défauts topologiques dans le superfluide. La troisième partie III.3 s'attachera à présenter l'origine microscopique du mécanisme BKT, dû à la présence de défauts topologiques qui prolifèrent en dessous d'une densité totale critique dans l'espace des phases et s'apparient au-dessus de ce seuil. Dans ce dernier régime, le système peut restaurer l'ordre qui est désormais à *quasi-longue portée* et caractérisé par une lente décroissance des corrélations. Ce comportement typique a fait l'objet d'études expérimentales menées avec des gaz d'atomes froids et des excitons-polaritons dont les expériences sont présentées dans la dernière partie III.4.

III.1 Ordre dans les systèmes de basse dimension

III.1.1 L'argument de Peierls

Historiquement, c'est PEIERLS qui, en 1934, a mis en évidence la perte d'ordre dans les systèmes de basse dimension [56]. Pour cela, il a considéré une chaîne d'atomes de paramètre de maille a , comme représentée en figure III.1, dans laquelle la position de l'atome 0 est fixée. Les atomes sont liés entre eux uniquement par leur voisin de gauche, c'est-à-dire que l'atome 1 est lié à l'atome 0 et l'atome 2 est lié à l'atome 1, etc.

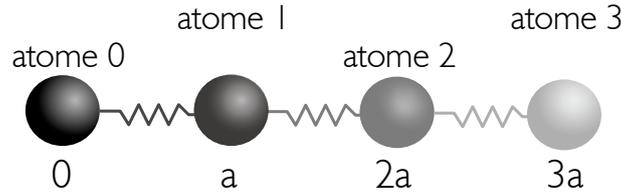


Fig. III.1 *Empilement de dislocations : les atomes sont reliés à l'atome se trouvant à leur gauche et oscillent autour de leur position d'équilibre à cause des fluctuations thermiques.*

Chaque atome est soumis aux fluctuations thermiques et oscille autour de sa position d'équilibre d'une quantité δ_j (avec j un entier qui correspond à la position du $j^{\text{ème}}$ atome), de sorte que la variation moyenne de l'écart par rapport à la position d'équilibre est nulle $\langle \delta_j \rangle = 0$ et l'écart quadratique moyen est proportionnel au rapport de l'énergie thermique sur la raideur κ du ressort fictif qui lie l'atome j à son voisin de gauche : $\langle \delta_j^2 \rangle \sim k_B T / \kappa$. La position de l'atome 1 s'exprime comme

$$x_1 = x_0 + a + \delta_1 \quad (\text{III.1})$$

et la position d'un atome j quelconque est donnée par

$$x_j = x_{j-1} + ja + \Delta_j \quad (\text{III.2})$$

Comme les atomes sont idéalement considérés comme non liés à leur voisin de droite (ce qui leur vaut le nom d'empilement de dislocations), les fluctuations de chaque atome sont indépendantes entre elles et l'écart-type sur la distance séparant l'atome 0 d'un atome j quelconque peut s'exprimer comme la somme

$$\Delta_j = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_j \quad (\text{III.3})$$

La variance sur la position d'un atome j quelconque de la chaîne vaut ainsi

$$\langle \Delta_j^2 \rangle \sim \frac{k_B T}{\kappa} j \quad (\text{III.4})$$

Les fluctuations sur la distance entre l'atome 0 et j évoluent donc comme \sqrt{j} . Par ce raisonnement simple on met en évidence une perte d'ordre cristallin lorsque l'incertitude sur la position devient supérieure au paramètre de maille, *i.e* quand $\langle \Delta_j^2 \rangle \geq a^2$. On remarque que plus la température augmente, plus les fluctuations thermiques sont élevées et la disparition de l'ordre s'opère sur une distance courte. À noter que même pour une température très faible, l'effet a bien lieu si on considère une distance suffisamment grande.

Nous avons traité ici le cas à une dimension où la perte d'ordre, *i.e* $\langle \Delta_j^2 \rangle$, évolue linéairement avec la distance depuis l'origine (l'atome 0). En revanche, à deux dimensions, elle est logarithmique tandis qu'à 3 dimensions, elle atteint une valeur finie. L'effet de la dimensionalité est donc d'une importance cruciale. En effet, à 3 dimensions pour un atome 0 fixé, il possède 6 voisins qui doivent avoir des fluctuations dans la même direction pour avoir un effet notable sur l'atome 0 ce qui rend moins probable la perte d'ordre. Une conclusion similaire est présentée dans le dernier chapitre de l'ouvrage consacré à la Physique Statistique de LANDAU et LIFSHITZ [57].

Néanmoins, l'argument de PEIERLS sur la chaîne à une dimension ne prend pas en compte le fait que chaque atome est aussi influencé par la présence de son voisin de droite. Une étude plus complète est donc nécessaire pour démontrer le résultat précédent de manière rigoureuse.

III.1.2 Cristal harmonique classique 1D

Dans ce paragraphe, on considère désormais une chaîne où les atomes sont liés à la fois par la gauche et la droite. Ce développement s'inspire largement du cours de J. DALIBARD, donné au Collège de France en 2017, dans la série d'enseignements sur les « Fluides quantiques de basse dimension et la transition de Kosterlitz-Thouless », chapitre 1 [58]. Nous allons ainsi montrer à l'aide du modèle du cristal harmonique par un traitement classique que l'ordre à longue portée n'est pas préservé à une dimension.

On considère pour cela une chaîne d'atomes avec des conditions aux limites périodiques, l'atome 0 étant le même que l'atome N (voir figure III.2). L'énergie du système vaut :

$$E = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m \dot{u}_j^2 + \frac{\kappa}{2} (u_{j+1} - u_j)^2 \quad (\text{III.5})$$

avec u_j l'écart de l'atome j par rapport à sa position d'équilibre X_j .

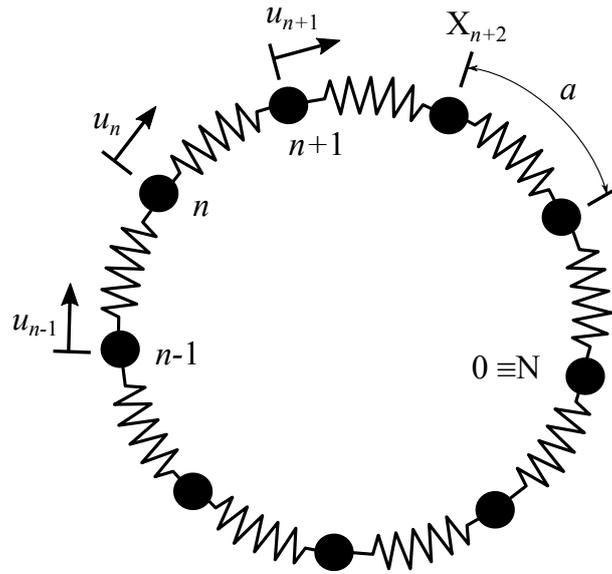


Fig. III.2 Chaîne d'atomes liés à leur plus proches voisins par une force de rappel de constante de raideur κ . Les positions d'équilibre sont notées X_j et les déplacements notés u_j . Les conditions aux limites périodiques imposent que l'atome 0 est confondu avec l'atome N .

Les équations du mouvement donnent lieu à un système de N équations couplées,

$$m \ddot{u}_j = \kappa (u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1}) \quad (\text{III.6})$$

dont les solutions sont les modes propres du système que l'on appelle phonons. Ces modes s'écrivent

$$\hat{u}_j = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_j e^{-ikX_j} u_j \text{ avec } k = -\frac{\pi}{a}, \dots, -\frac{2\pi}{Na}, 0, \frac{2\pi}{Na}, \dots, \frac{\pi}{a} \quad (\text{III.7})$$

Il y a donc N modes de vibration qui sont peuplés de manière équivalente en vertu du théorème d'équipartition de l'énergie (pour un traitement classique). Il existe alors des modes à haute énergie où les atomes vibrent indépendamment de leur voisin. Calculons alors la corrélation entre le déplacement de l'atome j et celui de l'atome 0. En prenant la transformée de Fourier de \hat{u}_k on obtient la position

$$u_j - u_0 = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k (e^{ikX_j} - 1) u_k \quad (\text{III.8})$$

puis en prenant le carré et la valeur moyenne

$$\langle (u_j - u_0)^2 \rangle = \frac{4}{N} \sum_k \sin^2(kX_j/2) \langle |\hat{u}_k|^2 \rangle \quad (\text{III.9})$$

$$= \frac{k_B T}{m} \frac{4}{N} \sum_k \frac{\sin^2(kX_j/2)}{\omega_k^2} \quad (\text{III.10})$$

Nous ne détaillons pas ici le calcul de cette somme qui dans un premier temps consiste au passage à une intégrale¹. Notons seulement qu'il conduit à montrer une divergence linéaire de $\langle (u_j - u_0)^2 \rangle$ avec j . La conclusion qui vient est que l'ordre à longue portée est perdu et que la variance vaut

$$\langle (u_j - u_0)^2 \rangle = \frac{k_B T}{\kappa} j \quad (\text{III.11})$$

en accord avec le résultat annoncé par PEIERLS. À noter que les modes de vibrations impliqués dans la perte d'ordre sont ceux pour lesquels la longueur d'onde est de l'ordre de la distance entre les atomes.

III.1.3 Fluctuations quantiques

Pour aller au delà des considérations classiques, on peut également étudier comment le résultat précédent est modifié si on prend en compte l'effet des fluctuations quantiques. Comme celles-ci sont présentes à toutes les températures, on se place à $T = 0$ pour simplifier l'analyse. Les fluctuations quantiques trouvent leur origine dans le principe d'incertitude d'Heisenberg : $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$, autrement dit, il existe une incertitude sur l'énergie des niveaux si on considère des temps très courts.

Comme précédemment, modélisons le système par une chaîne d'atomes, comme précédemment, mais cette fois-ci, on représente chaque atome par un oscillateur harmonique quantique avec des niveaux d'énergie séparés de $\hbar\omega/2$. L'énergie potentielle du système vaut alors :

$$\frac{1}{2} m \omega_k^2 \langle |\hat{u}_k|^2 \rangle = \frac{1}{4} \hbar \omega_k \quad (\text{III.12})$$

Nous ne détaillerons pas ici le détail du calcul qui est très bien présenté dans le cours de J. DALIBARD. On donne seulement l'expression de la variance de la longueur entre l'atome j et l'atome 0,

$$\langle (u_j - u_0)^2 \rangle \sim \frac{a_{\text{oh}}^2}{\pi} \ln(X_j/a), \quad (\text{III.13})$$

ce qui signifie que même à température nulle, les effets quantiques ne permettent pas d'établir un ordre à longue portée.

1. Ce calcul est réalisé dans le cours 2017 de J. DALIBARD au collège de France, chapitre 1

III.1.4 Ordre et désordre dans les systèmes magnétiques

Nous allons nous appuyer sur quelques rappels de base sur les transitions de phase pour mieux appréhender les particularités de la transition BKT. Pour cela, nous allons étudier la transition ordre-désordre dans des systèmes magnétiques, précisément la transition d'un état ferromagnétique vers un état paramagnétique, qui a lieu lors du passage par la température critique T_c , dite de Curie.

Dans la transition ferromagnétique-paramagnétique, on distingue deux phases que l'on caractérise à l'aide des paramètres suivant :

1. L'aimantation \mathbf{M} qui est la moyenne des moments magnétiques \mathbf{m} : $\mathbf{M} = \frac{1}{N} \sum_i \mathbf{m}_i$
2. La fonction de corrélation $G_1 = \langle m(\mathbf{r})m(0) \rangle$.

En fonction de la température du système (par rapport à la température de Curie T_c) on observe deux phases distinctes :

- Pour $T > T_c$, le système est dans la phase désordonnée, les moments magnétiques s'orientent aléatoirement, l'aimantation \mathbf{M} est nulle et la fonction de corrélation décroît exponentiellement.
- Pour $T < T_c$, la phase ordonnée apparaît : la proportion de moment magnétiques qui s'alignent selon la même direction augmente quand on diminue la température, l'aimantation est maximale à $T = 0$ et la fonction de corrélation est une constante.

Ces deux phases sont représentées dans la figure III.3 qui donne l'évolution de l'aimantation en fonction de la température. L'aimantation constitue le *paramètre d'ordre* de la transition ferromagnétique-paramagnétique car il caractérise la perte de symétrie du système : il est nul à haute température et non nul à basse température, brisant l'isotropie du système. Dans un film magnétique 2D, l'aimantation est d'ordre $n = 2$ puisqu'il s'agit d'un vecteur contraint dans le plan. Connaissant la dimensionalité du système et l'ordre n du paramètre d'ordre, on peut donc définir la *classe d'universalité* de la transition.

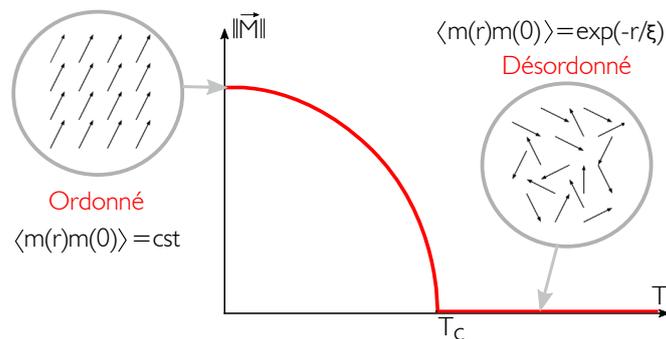


Fig. III.3 Evolution de l'aimantation durant la transition ferromagnétique-paramagnétique. Dans la phase désordonnée le système est caractérisé par une décroissance exponentielle de la fonction de corrélation tandis qu'elle est constante dans la phase ordonnée.

Modèle d'Ising à deux dimensions

Une approche utilisée pour étudier la transition ferromagnétique-paramagnétique à l'échelle microscopique est le modèle d'Ising à 2 dimensions. Ce modèle simplifié permet de déterminer l'évolution de l'aimantation en fonction de la température en considérant un réseau de spins en interaction avec leurs plus proches voisins et pouvant prendre les valeurs $+1$ ou -1 . L'hamiltonien du système s'écrit :

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i^z S_j^z \quad (\text{III.14})$$

où $S_{i,j}^z$ sont des variables scalaires binaires (± 1) caractérisant le moment cinétique perpendiculaire au plan de la couche. Dans ce modèle le paramètre d'interaction J est défini positif de sorte qu'il favorise la configuration où les spins s'alignent dans la même direction (H est minimal lorsque $S_i^z = S_j^z$). Il y a un équilibre à trouver entre l'entropie qui favorise le désordre et la minimisation de l'hamiltonien qui favorise l'alignement des spins. Les résultats fournis par une simulation sont présentés en figure III.4 pour trois températures. Les couleurs blanche et noire font référence aux deux configurations de spin possibles. On y retrouve les deux phases mentionnées précédemment : la phase désordonnée où l'orientation des spins est aléatoire et la phase ordonnée où on distingue de larges domaines de spins dans la même direction. Entre les deux, pour une température proche de la température de Curie, se trouve la phase critique qui se distingue par des corrélations en loi de puissance dans la distribution spatiale des spins et dont les fluctuations sont invariantes d'échelle.

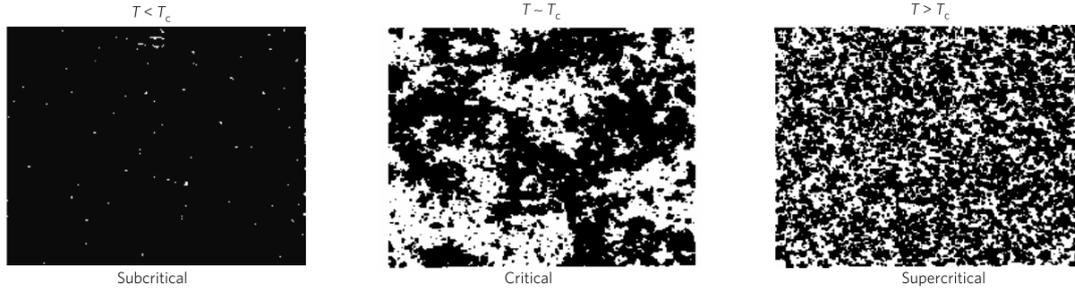


Fig. III.4 Configurations de spins pour différents régimes : sous-critique $T < T_c$, critique $T \sim T_c$ et supercritique $T > T_c$. La distinction entre les spins $+1$ et les spins -1 se fait à l'aide du contraste noir/blanc. Image extraite de D.R. CHIALVO, *Nat. Phys.* (2010) [59].

L'invariance d'échelle observée au point critique donne lieu à des caractéristiques du système que nous rencontrerons par la suite au chapitre IV lorsque nous étudierons un gaz de Bose 2D en présence d'interactions. À noter qu'il s'agit d'un système simplifié dont la résolution analytique a été faite en 1944 par L. ONSAGER qui a défini une expression pour la température critique du système [60].

Modèle XY

Une description plus réaliste du système serait de prendre en compte que les moments magnétiques sont orientés dans le plan xy ; dans ce cas ils sont caractérisés par l'angle ϕ

qu'ils forment avec l'axe Ox et l'hamiltonien du système s'écrit :

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \cos(\phi_i - \phi_j) \quad (\text{III.15})$$

avec $J > 0$, $0 \leq \phi_{i,j} < 2\pi$ et la somme $\langle i,j \rangle$ prise sur les plus proches voisins uniquement. Il a été montré que dans cette configuration, il n'y a pas de transition de phase au sens de Landau possible [1, 61, 44]. À la place, il survient une transition de phase d'origine topologique qui est la transition de Berezinskii-Kosterlitz-Thouless. L'originalité de cette transition qui contraste avec la transition ferro-paramagnétique réside dans le fait qu'il n'existe pas de brisure de symétrie et donc qu'il n'existe pas de paramètre d'ordre qui décrit la transition. D'autre part, il n'y a pas non plus de discontinuité au voisinage du point critique des variables thermodynamiques permettant de classer la transition au sens de LANDAU : la transition de phase est alors dite d'ordre infini.

III.2 Transition vers un état superfluide

Les conclusions que nous avons pu tirer de la section précédente sont résumées par le théorème de Mermin-Wagner [1] et Hohenberg [62] qui s'exprime dans un cadre plus général et prédit que *pour des systèmes de dimension inférieure ou égale à 2, il y a absence d'ordre à longue portée avec brisure spontanée de symétrie continue à une température non nulle.* Ce théorème est valable pour des interactions à courte portée, en effet, si les fluctuations sont à longue portée, elles peuvent être créées à moindre coût car l'augmentation d'entropie favorise ce processus. Dans le cas d'interactions répulsives, il existe néanmoins une transition possible vers un état superfluide qui présente un *quasi-ordre* à longue portée. La transition BKT survient lors de la transition d'une phase désordonnée vers un quasi-ordre à longue portée.

III.2.1 L'état superfluide

Nous donnons dans cette section les conditions nécessaires pour comprendre de manière phénoménologique l'émergence de la superfluidité. Elle concerne premièrement l'écoulement du fluide et sa capacité à s'écouler sans viscosité. Cette propriété engendre deux comportements distincts lorsqu'un superfluide est mis en rotation dans un récipient :

1. pour une faible vitesse de rotation, le superfluide reste au repos. L'absence de forces de frottements entre les parois et le fluide empêchent l'entraînement du fluide (critère 1).
2. pour une vitesse de rotation suffisamment grande, le superfluide se met en rotation et on observe l'existence de courants permanents métastables ; le superfluide persiste indéfiniment dans son état de rotation même si le récipient est mis au repos (critère 2).

Le deuxième ingrédient fondamental est l'équilibre thermodynamique, comme décrit par A.J. LEGGETT [63]. Si on considère toujours un fluide mis en rotation à une faible vitesse $\omega < \omega_c$ ($\omega_c \equiv \hbar/mR^2$ pour un récipient de rayon R et des particules de masse m), l'état d'équilibre est défini à l'aide de l'énergie libre $F = \langle H \rangle - TS$ où l'hamiltonien est défini par :

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \boldsymbol{\omega} \cdot \hat{\mathbf{L}} \quad (\text{III.16})$$

avec \hat{H}_0 l'hamiltonien lorsque le récipient est au repos, $\boldsymbol{\omega}$ la vitesse angulaire du récipient et $\hat{\mathbf{L}}$ le moment cinétique dans le référentiel du laboratoire. Sous condition que la vitesse de rotation soit assez faible on peut alors écrire le moment angulaire comme :

$$\mathbf{L} = f_n(T)I_{cl}\boldsymbol{\omega} \quad (\text{III.17})$$

où $f_n(T)$ la fraction de fluide dans l'état normal qui vaut 0 quand $T \rightarrow 0$ et qui vaut 1 quand $T \rightarrow T_c$ et est relié à la fraction superfluide par $f_n(T) = 1 - f_s(T)$. Pour un fluide classique, les particules se mettent en rotation à cause des forces de frottements et le moment d'inertie vaut $I_{cl} \equiv NmR^2$ qui est le moment d'inertie classique. À l'équilibre, lorsque F est minimal, le moment cinétique vaut $\mathbf{L} = I_{cl}\boldsymbol{\omega} = NmR^2\boldsymbol{\omega}$. Une fraction superfluide non nulle a donc pour conséquence une réduction du moment cinétique.

Les premières observations de la superfluidité ont été faite simultanément par KAPITZA [64], ALLEN et MISENER [65] qui ont publié leur travaux dans la même revue en 1938. Dans ces observations, KAPITZA (Moscou) montre que l'écoulement de l'hélium 4 liquide à travers une fente de 0.5 microns de large est plus rapide lorsqu'on se trouve en dessous d'une température critique. De plus, en faisant l'hypothèse d'un écoulement laminaire, il mesure une valeur pour la limite haute de la viscosité qui est alors particulièrement faible. Dans des expériences plus complètes, ALLEN et MISENER (Cambridge) montrent que l'écoulement de l'hélium liquide à travers de fins capillaires ne dépend pas de la différence de pression, ni du diamètre du capillaire (qu'ils ont fait varier de $10\mu\text{m}$ à 1mm). Ces observations tout à fait exceptionnelles ont mené à la conclusion qu'il n'était pas possible de déduire une valeur de viscosité, comme ce qui peut habituellement être fait à partir de la loi de Poiseuille pour un fluide classique en écoulement laminaire [66].

À ce moment, la nature quantique du fluide n'est pas encore soupçonnée. C'est peu de temps après ces découvertes que Fritz LONDON suggère la nature non classique de l'hélium superfluide en émettant l'hypothèse de la formation d'une onde de matière macroscopique dans le liquide, qui serait donc semblable à un condensat de Bose. Il avait pour cela remarqué que la température critique de l'hélium 4, $T_\lambda = 2.17 \text{ K}$ ² était proche de la température attendue théoriquement pour un condensat de Bose idéal. Cependant, les atomes d'hélium 4 étant en interaction, le calcul de la température critique devrait se distinguer du cas d'un gaz de Bose idéal. En prenant en compte les interactions, PENROSE et ONSAGER ont pu faire une première estimation de la fraction condensée dans un superfluide d'hélium 4 qui est d'environ 8% [67, 68].

III.2.2 Lien entre condensation de Bose-Einstein et superfluidité

Le lien existant entre condensation de Bose et superfluidité a longtemps fait l'objet de discussions et n'est pas encore aujourd'hui bien établi [69]. Ce n'est qu'une dizaine d'années plus tard, après les premières suggestions de LONDON, que les travaux de LANDAU & LIFSCHITZ puis de PENROSE & ONSAGER amorcent une réelle compréhension théorique du lien entre condensation de Bose-Einstein et superfluidité [70, 71, 72].

2. Le point λ correspond à la coexistence des phases d'hélium I liquide (normal), Hélium II liquide (superfluide) et hélium gazeux. La transition λ entre le liquide normal et superfluide dessine un chemin dans le diagramme de phase de l'hélium 4.

Dans un condensat, le paramètre d'ordre est la fonction d'onde $\Psi_0(\mathbf{r})$ qui est un champ complexe représentant les particules se trouvant dans l'état d'énergie le plus bas.

$$\Psi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{\rho(\mathbf{r})} e^{i\theta(\mathbf{r})} \quad (\text{III.18})$$

avec $\theta(\mathbf{r})$ qui représente la phase et $\rho(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})|^2$ la densité au point \mathbf{r} . Le point crucial établissant le lien entre condensat et superfluide vient de l'existence d'un champ de vitesse associé au gradient de la phase du paramètre d'ordre :

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{m} \nabla \theta \quad (\text{III.19})$$

qui est identifié comme la vitesse du superfluide. De cette équation, on établit deux conséquences importantes qui caractérisent l'état superfluide. D'une part, pour n'importe quelle région de l'espace dans laquelle la densité est définie (*i.e.* non nulle), on peut écrire

$$\nabla \times \mathbf{v}_s(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{III.20})$$

révélant le caractère irrotationnel du superfluide. D'autre part, en prenant l'intégrale sur un contour fermé entourant un point de densité nulle, on montre qu'il y a une quantification de la circulation :

$$\oint_C \mathbf{v}_s(\mathbf{r}) \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{\hbar}{m} n \quad (\text{III.21})$$

avec n un entier.

Bien que le paramètre d'ordre soit décrit par deux grandeurs (la phase et la densité de l'état quantique de plus basse énergie), tout le lien qui est fait avec la superfluidité ne tient que dans la relation entre la phase et la vitesse superfluide. Il ne faut donc pas confondre la densité de l'état propre ψ_0 , $\rho(\mathbf{r}) = |\psi_0(\mathbf{r})|^2$ et la densité superfluide. Cette relation n'est vraie qu'à $T = 0$, où tout le fluide est dans l'état superfluide et on a effectivement $\rho_s = \rho$.

III.2.3 Défauts topologiques

L'existence de fluctuations thermiques au sein d'un superfluide génère la nucléation de défauts topologiques appelés *vortex*. Comme on l'a vu au paragraphe précédent, la circulation autour d'un point de densité nulle donne une valeur quantifiée

$$\oint_C \mathbf{v}(\mathbf{r}) \cdot d\boldsymbol{\ell} = \frac{2\pi\hbar}{m} n \quad (\text{III.22})$$

avec n un nombre entier qui peut valoir $\pm 1, \pm 2, \dots$ et qui correspond à la *charge* du vortex. La figure III.5.a représente le champ de vitesse pour un vortex de charge $+1$ et en III.5.b un vortex de charge -1 . Le champ de vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ généré par un vortex est orthoradial :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{mr} \mathbf{u}_\varphi \quad (\text{III.23})$$

avec $\mathbf{u}_\varphi = \mathbf{u}_z \times \frac{\mathbf{r}}{r}$. Pour un vortex unique, le champ de vitesse décroît donc en $1/r$ comme représenté en figure III.5. De plus, la relation entre le gradient de la phase et la vitesse du superfluide indique qu'en présence d'un vortex, la phase est quantifiée. Il existe par

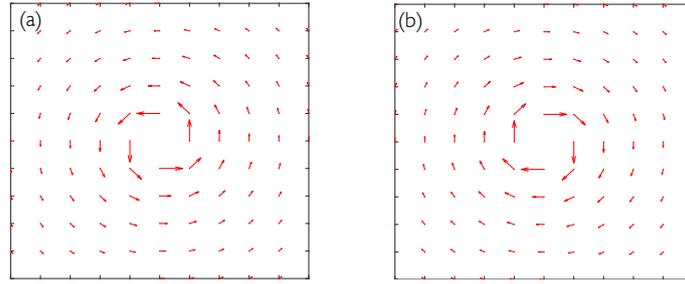


Fig. III.5 Champ de vitesse pour un vortex (a) et un antivortex (b)

conséquent un enroulement de la phase de $\Delta\theta = \pm 2\pi n$. Dans ce cas la phase tourne de 0 à 2π comme schématisé dans les cartographies de phase en figure III.6.b.

Le centre du vortex est un point singulier où la densité s'annule et la phase n'est pas définie. La densité recouvre sa valeur moyenne sur une longueur caractéristique que l'on appelle *longueur de cicatrisation* (*healing length* en anglais), notée ξ . Elle définit donc la taille typique d'un vortex, qui vaut 2ξ , et dépend de la force des interactions entre deux particules \tilde{g} , par la relation :

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2\tilde{g}\rho}} \quad (\text{III.24})$$

Dans le cadre de nos études de la superfluidité avec des excitons dipolaires, les densités typiques nécessaires à l'établissement d'un condensat se trouvent autour d'une densité $\rho \sim 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ tandis que les prédictions théoriques de la force des interactions entre excitons donnent une valeur aux alentours de $\tilde{g} \sim 4$, l'ordre de grandeur pour la longueur de cicatrisation est donc de $\sim 25 \text{ nm}$.

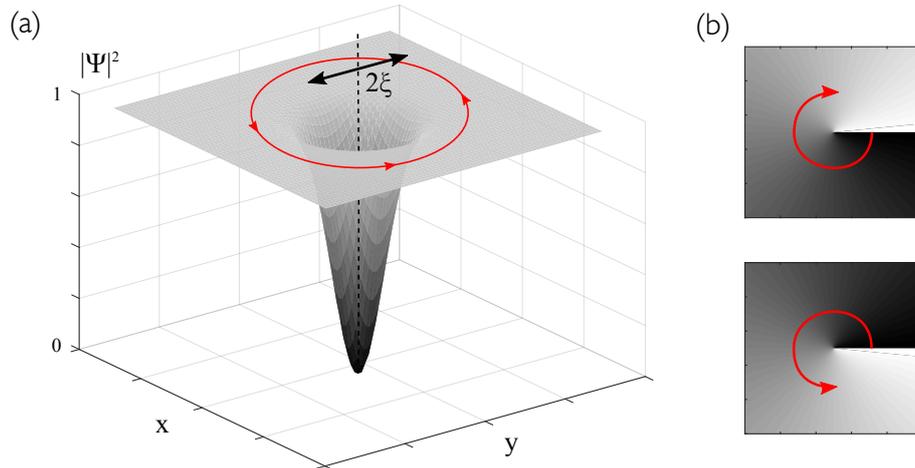


Fig. III.6 (a) Densité dans le plan xy en présence d'un vortex de diamètre typique 2ξ . La circulation de la phase est de $\pm 2\pi$ comme illustré dans la figure (b) qui représente la cartographie de la phase tournant dans le sens horaire (figure du haut) et anti-horaire (figure du bas) pour un vortex placé au centre de l'image. Au centre du vortex, la densité est nulle et la phase n'est pas définie.

Observations expérimentales Les premières visualisations de vortex quantiques ont été réalisées dans l'hélium 4 superfluide par YARMCHUK & PACKARD en 1982 [73] mais leur présence avait déjà été mise en évidence quelques années auparavant par VINEN & HALL en 1956 [74] et VINEN en 1961 [75]. Dans ces expériences, un liquide d'hélium 4 est mis en rotation et bombardé par un faisceau d'électrons accélérés par un champ électrique. Les électrons étant influencés par la présence des vortex, ils apparaissent sur un écran fluorescent en formant des tâches lumineuses et se disposent en réseau, comme on peut le voir dans la figure III.7.

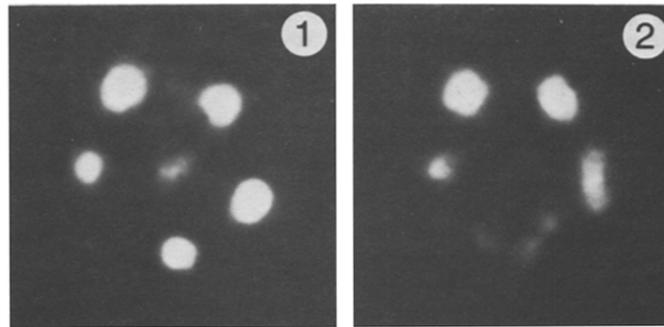


Fig. III.7 Photographies de vortex quantiques dans un superfluide d'hélium 4 et imagés à l'aide d'un faisceau d'électrons accélérés vers un écran fluorescent. Image extraite de E.J. YARMCHUK dans *J. of Low Temp. Phys.* (1982) [73].

Dans les systèmes atomiques confinés grâce à des pièges magnéto-optiques, d'autres observations de vortex quantiques ont suivies, notamment dans le groupe de CORNELL & WIEMAN en 1999 [76] et le groupe de J. DALIBARD en 2000 dans un gaz d'atomes de rubidium 87 mis en rotation à l'aide d'un laser [77]. Les auteurs ont observé l'apparition de trous de densité qui augmentent en nombre à mesure que la vitesse de rotation est elle-même augmentée. Des images d'absorption lors d'expériences de temps de vol, où le piège est soudainement éteint avant qu'un laser sonde image les atomes lors de leur chute, sont présentées dans la figure III.8. L'image (d) montre un vortex en son centre avec une perte d'intensité de 50% et une largeur à mi-hauteur du profil de $\sim 20\mu\text{m}$. On remarque par ailleurs que les configurations de vortex multiples dessinent un arrangement en réseau, ce qui est en fait favorisé par les interactions répulsives entre vortex [78].

III.3 Signatures de la transition BKT

Dans cette section sont présentées les deux preuves directes de la transition BKT.

III.3.1 Saut de la densité superfluide

L'apparition du quasi-ordre à longue portée lors de l'établissement d'un état superfluide à 2D est une caractéristique de la transition BKT. Le mécanisme microscopique qui rentre en jeu dans ce processus est l'appariement des vortex quantiques sous la température critique. Ce résultat s'appréhende très simplement par des considérations en terme d'énergie et d'entropie de nucléation de vortex. Considérons un système à deux dimensions en forme de disque de

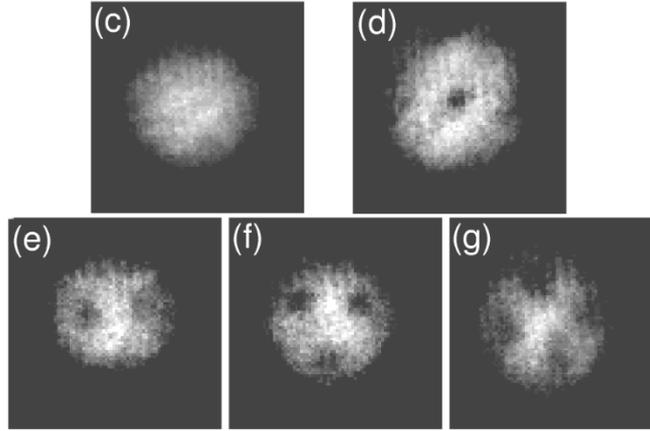


Fig. III.8 Images de vortex dans un condensat de ^{87}Rb mis en rotation avec une fréquence qui varie de 145 Hz à 168 Hz. Les images sont réalisées lors d'expériences de temps de vol où les atomes du piège magnéto-optique sont relâchés et sondés durant leur chute par un laser d'absorption. Image extraite de MADISON, et al., *Physical Review Letters* (2000) [77].

rayon R , le coût en énergie cinétique associé à la formation d'un vortex de diamètre ξ s'écrit :

$$E = \frac{1}{2}m \int_{\xi}^R v^2 \rho_s d^2\mathbf{r} = \frac{1}{2}m\rho_s \int_{\xi}^R \left(\frac{\hbar}{mr}\right)^2 2\pi r dr = \frac{\pi\hbar^2}{m} \rho_s \ln\left(\frac{R}{\xi}\right) \quad (\text{III.25})$$

avec ρ_s la densité superfluide et ξ la longueur de cicatrisation. On remarque ici que l'énergie cinétique diverge logarithmiquement avec la taille R du système.

L'entropie associée à la formation d'un vortex de surface $\pi\xi^2$ dépend du nombre de configurations possibles W pour placer un vortex unique dans le disque de surface πR^2 :

$$S = k_B \ln(W) = k_B \ln\left(\frac{\pi R^2}{\pi\xi^2}\right) = 2k_b \ln\left(\frac{R}{\xi}\right) \quad (\text{III.26})$$

Cette expression est approximative dans la mesure où on ne prend pas en compte les effets de bords. Néanmoins on peut déduire le potentiel thermodynamique adapté à l'étude du système, *i.e.* l'énergie libre de Gibbs $F = E - TS$.

$$F = \left(\frac{\pi\hbar^2}{m} \rho_s - 2k_B T\right) \ln\left(\frac{R}{\xi}\right) \quad (\text{III.27})$$

En écrivant que $\hbar = h/2\pi$ on fait apparaître la longueur d'onde thermique définie au chapitre 1, ce qui permet de réécrire l'énergie libre comme :

$$F = \frac{k_B T}{2} (\rho_s \lambda_{th}^2 - 4) \ln\left(\frac{R}{\xi}\right) \quad (\text{III.28})$$

ce qui fait apparaître la densité superfluide dans l'espace des phases $D_s = \rho_s \lambda_{th}^2$. Cette dernière équation fait apparaître deux régimes selon la valeur de D_s :

- $D_s < 4$ alors F , l'énergie libre, est négative et la formation de vortex est thermodynamiquement favorable. Comme $F \rightarrow -\infty$ on observe une prolifération de vortex libres qui engendre une augmentation des fluctuations de phase. À la transition, la densité superfluide dans l'espace des phases passe brutalement de 0 à $D_s = 4$ et la densité normale dans l'espace des phases de D_n à $D_n - 4$. Ce saut constitue une des preuves directe de la transition BKT et nous donnerons par la suite un exemple d'observation expérimentale avec des films d'hélium 4. De plus, dans le dernier chapitre de ce manuscrit nous traiterons plus en détails de l'établissement de la phase superfluide par la diminution des fluctuations de densité, ce qui a déjà fait l'objet d'études théoriques pour les systèmes d'atomes froids [79].
- $D_s > 4$ alors F est positive et la formation d'un vortex unique est peu probable. Il existe néanmoins une configuration par paires de vortex, qui apparaît être plus favorable. L'énergie d'une paire s'écrit en effet :

$$E_{\text{paire}} = 2 \frac{\pi \hbar^2}{m} \rho_s \ln \left(\frac{\ell}{\xi} \right) \quad (\text{III.29})$$

avec ℓ la distance séparant les deux vortex de charges opposées. Dans cette configuration de paire, l'énergie cinétique ne diverge plus avec la taille du système, ce qui a pour conséquence que l'énergie libre est toujours négative, rendant cette configuration favorable thermodynamiquement.

III.3.2 Quasi-ordre à longue portée

Pour un état superfluide, la présence de vortex uniques a pour conséquence l'introduction de fluctuations de phase. En effet, pour un condensat, la phase ϕ est définie comme étant la même en tout point du condensat puisque toutes les particules forment une unique fonction d'onde macroscopique. Si maintenant on place un vortex au centre de ce condensat, deux points placés de part et d'autre de la singularité de phase auront une différence de phase de π du fait de l'enroulement de la phase autour du défaut. Dans la limite où le nombre de vortex est très grand, chaque vortex étant a priori mobile, la cohérence de phase est rapidement perdue, ce qui se caractérise par une décroissance exponentielle de la cohérence spatiale

$$|G^{(1)}| \sim \exp(-r/\zeta) \quad (\text{III.30})$$

avec ζ la longueur de corrélation. On retrouve ici le même résultat que pour un système magnétique désordonné où les spins prennent des directions aléatoires avec des corrélations qui décroissent rapidement.

On a vu que dans le cas où $D_s > 4$, la formation de vortex uniques était peu probable et par conséquent laissait place à la formation de paire de vortex de charges opposées qui ont la particularité de n'avoir qu'un effet local sur la phase : en prenant un contour fermé entourant une paire, le champ de vitesse décroît très rapidement en $1/r^2$, soit plus rapidement qu'une charge unique où la décroissance est en $1/r$. C'est ce mécanisme d'appariement de vortex qui permet donc de restaurer l'ordre à quasi longue portée. Dans ce régime, la fonction de corrélation est caractérisée par une lente décroissance en loi de puissance :

$$|G^{(1)}| \sim r^{-\eta} \quad (\text{III.31})$$

avec $\eta = 1/D_s$. Par ailleurs, il n'existe dans la littérature que très peu de signatures expérimentales directes de ce comportement, qui est discuté dans la section suivante, pour trois systèmes différents.

III.4 État de l'art expérimental : mise en évidence de la transition BKT

III.4.1 Expérience historique d'hélium superfluide

Les premières preuves expérimentales de la transition BKT ont été apportées par BISHOP et REPPY en 1978 dans leurs expériences mettant en jeu des films d'hélium 4 liquide. Leur dispositif expérimental était composé d'un film plastique de Mylar sur lequel étaient déposées une couche d'atomes d'hélium 4, ensuite enroulé et fixé à un pendule de torsion en vue d'être mis en rotation. La fréquence propre est déterminée à 2.5 kHz et une mesure précise du décalage de la période de rotation ΔP est effectuée avec une précision relative de 10^{-9} . D'autre part, un système de refroidissement permet de contrôler la température variant de 0.3 à 1.6 K.

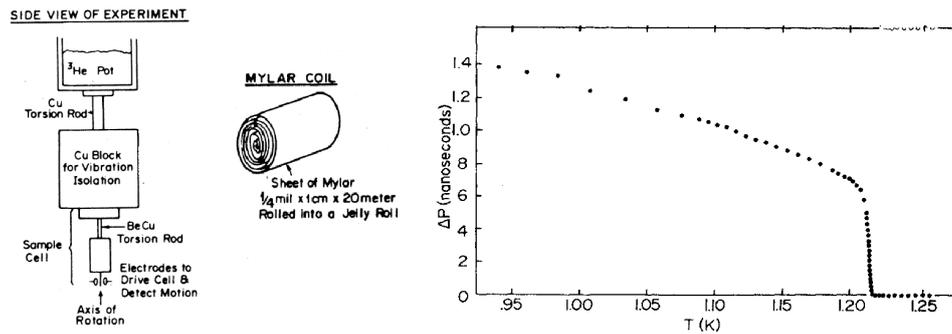


Fig. III.9 (À gauche) Schéma de l'expérience comportant un système de refroidissement, un fil de torsion et à l'extrémité, des électrodes permettant de détecter le mouvement de rotation. Un film de Mylar, sur lequel sont déposés les atomes d'hélium 4, est enroulé et fixé au fil de torsion. (À droite) Décalage de la période (en nanosecondes) par rapport à la résonance (mesurée à haute température) lors du refroidissement du système. Un saut de la période apparaît à 1.22K et est attribué à la transition vers un état superfluide. Figure extraite de BISHOP et REPPY, *Phys. Rev. Lett.* (1978) [2]

La figure III.9 présente le décalage par rapport à période à la résonance ΔP en fonction de la température. Les auteurs ont mis en évidence un saut dans le décalage de la période qui est expliqué comme la transition d'une partie du fluide vers l'état superfluide. Pour un fluide normal mis en rotation, celui-ci se met à tourner à cause des frottements qui le mettent en interaction avec les parois. Au passage d'une température critique, lorsque qu'une partie devient superfluide, il y a une perte de masse qui ne se met plus en rotation (pour de faibles valeurs de vitesse de rotation, c'est le critère 1) ce qui engendre une diminution du moment d'inertie et par conséquent de la période de rotation. Cette expérience montre, pour la première fois, une signature directe de la transition BKT.

III.4.2 Atomes froids

Les expériences menées dans le groupe de J.DALIBARD et publiées en 2006 [80] ont permis de mettre en lumière le processus microscopique de la transition BKT qui est la prolifération de vortex libres. Les expériences sont réalisées avec un nuage d'atomes de ^{87}Rb dans un piège magnéto-optique et refroidis par évaporation pour atteindre une température de quelques dizaines de nanokelvins pour former un condensat à 3D. Un réseau optique à une dimension permet de séparer le nuage en deux parties indépendantes comme on peut le voir sur la figure III.10.a, mais sert aussi à comprimer le gaz pour former un condensat bidimensionnel. Une barrière est dressée au milieu du condensat pour le diviser en deux parties indépendantes. Puis en coupant le piègeage, on fait interférer les deux nuages, donnant les images d'interférences telles qu'on peut voir en figure III.10.b.

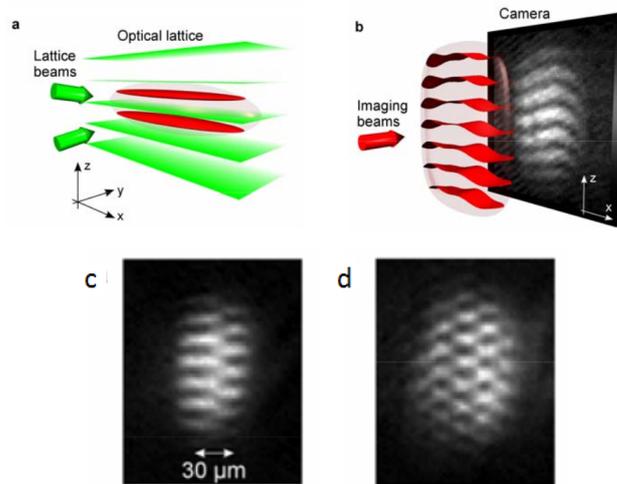


Fig. III.10 Principe de l'expérience (a) Un condensat d'atomes de ^{87}Rb est initialement créé à 3D puis séparé en deux condensats indépendants à l'aide d'un réseau optique à 1D. Les deux condensats interfèrent lors d'expériences de temps de vol et sont imagés par un laser de sonde (b). Des lignes de dislocations sont observées le long de l'axe d'extension du nuage et mettent en évidence la présence de vortex quantiques (c) dont le nombre augmente avec la température (d). Image extraite de HADZIBABIC, et al., *Nature* (2006) [80]

Deux résultats majeurs sont exposés par les auteurs : d'une part, ils ont intégré le contraste d'interférence C sur une portion $L_x \times L_y$ et étudié l'évolution du contraste avec la taille de la zone d'intégration. Pour une zone carrée $L_x \times L_x$, la valeur moyenne de C^2 est donnée par $\langle C^2(L_x) \rangle = 1/L_x \int_0^{L_x} [g_1(x,0)]^2 dx \propto (1/L_x)^{2\alpha}$. Les auteurs ont observé un saut du coefficient α de 0.5 à 0.25, en accord avec la théorie BKT qui prédit un saut de densité superfluide dans l'espace des phases, associé à un changement brutal du comportement de la fonction de corrélation au 1er ordre. D'autre part, les images d'interférences entre les deux condensats montrent des dislocations de phase, mettant en évidence la présence de vortex quantiques au sein d'un des condensats, ce qui a déjà été observé en 2005 par le même groupe [81]. Ils ont ensuite étudié le nombre de dislocations en fonction de la température, et ont observé que ce nombre augmentait avec la température, en accord avec le scénario microscopique.

pique de prolifération de vortex désappariés. On note l'observation de la phase superfluide dans des travaux similaires, toujours réalisés avec des atomes froids [82, 83] mais aussi des gaz de fermions [84].

III.4.3 Exciton-polaritons

Dans les systèmes issus de la matière condensée, de récentes expériences ont rapporté une décroissance en loi de puissance de la fonction de corrélation spatiale $G^{(1)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ puis temporelle avec un exposant en accord avec la prédiction de la théorie BKT [85, 86]. Ces résultats ont été obtenus avec des gaz d'exciton-polaritons, il s'agit de quasi-particules hybrides qui résultent du couplage fort entre un exciton créé dans un puits quantique et un photon piégé dans une cavité. L'avantage de ces quasi-particules est leur faible masse effective du fait de leur composante photonique, ce qui permet d'atteindre des température de condensation bien supérieure (~ 20 K) en comparaison des atomes (nK) et des excitons (1 K). La condensation des polaritons dans la branche « basse » a été montrée en 2006 [25] mais le pompage en continu du système pour peupler le condensat (les exciton-polaritons ont un faible temps de vie, autour de la centaine de picoseconde) pose néanmoins la question de l'équilibre thermodynamique du système.

Dans l'article présenté par CAPUTO *et al.* [86], les auteurs annoncent des temps de vie très allongés grâce à une meilleure qualité d'échantillon et conduisent à la bonne thermalisation des particules. Ils mesurent par interférométrie, en renversant l'image d'un des bras de l'interféromètre par centro-symétrie, les fonctions de corrélation spatiale et temporelle au 1^{er} ordre pour différentes puissance de laser de pompe (*i.e.* pour différentes densités) d'un nuage de polaritons diffusant sur une zone de $80 \times 60 \mu\text{m}$.

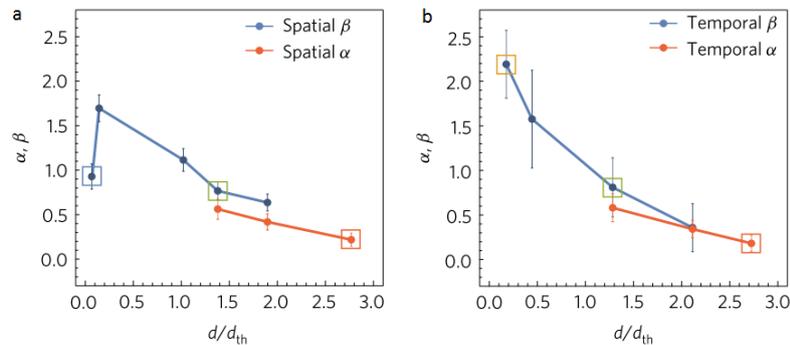


Fig. III.11 *Exposants utilisés pour l'ajustement des courbes de $g^{(1)}$ spatiale (a) et temporelle (b). Au-dessus d'une densité critique de particules, l'ajustement par une loi algébrique (ligne orange) est plus pertinente en comparaison d'une loi exponentielle (ligne bleue) et tend vers la valeur de 1/4 attendue. Figure extraite de CAPUTO, et al., Nat. Mat. (2018) [86].*

Les auteurs ont ajusté leurs courbes en utilisant soit une loi exponentielle soit une loi algébrique et ont répertorié les résultats des ajustements dans la figure III.11.a pour la cohérence spatiale et III.11.b pour la cohérence temporelle. En dessous d'une densité critique d_{th} les courbes suivent une loi exponentielle tandis qu'au dessus de la densité critique, la

décroissance est soit exponentielle, soit purement algébrique pour les points autour de $2.8 d/d_{th}$ où la valeur de l'exposant α se trouve autour de $1/4$. Trois interrogations persistent à la lecture de ces résultats :

- Ces mesures ne dévoilent pas l'évolution de l'exposant caractéristique pour des densités au delà de $3d_{th}$ comme dévoilé dans leurs images réelles du nuage de polaritons. En effet, son aspect semble décliner pour une densité de $4d_{th}$ ce qui devrait aussi être le cas pour l'exposant critique.
- Les auteurs indiquent ne pas être en mesure de détecter les vortex qui sont pourtant à l'origine du processus microscopique ; il se pose alors la question de pouvoir attribuer la mesure la décroissance algébrique au mécanisme BKT.
- Un point plus crucial concerne la longueur de corrélation du système qui détermine la distance sur laquelle il est nécessaire d'étudier le système pour conclure sans équivoque à une décroissance exponentielle ou bien algébrique. La longueur d'onde thermique des polaritons se trouve autour de $\lambda_{th} \sim 4 \mu m$ grâce à une très faible masse effective et la force des interactions est de l'ordre de $\tilde{g} \sim 0.01$. La longueur de corrélation ζ , qui dépend de \tilde{g} , est autour de $5\lambda_{th}$ ce qui suggère d'étudier la décroissance sur une distance bien plus grande que celle présentée par les auteurs (environ 10 fois ζ est nécessaire pour conclure sur la nature de la décroissance).

III.4.4 Qu'en est-t-il pour les excitons indirects ?

Dans le domaine des excitons indirects, le champ de recherche de la transition BKT est très peu exploré au niveau expérimental mais présente néanmoins quelques éléments théoriques apportées par LOZOVIK *et al.* qui a étudié l'état superfluide pour un gaz d'excitons indirects créés dans des doubles puits quantiques et a prédit l'existence d'une transition BKT [87, 88]. Dans une étude plus générale sur les transitions de phase [89] il a mis en avant l'effet de la distance entre les doubles puits sur la température critique mais également l'effet d'un potentiel désordonné qui engendre une diminution de la température critique [90].

Dans ce manuscrit, nous étudions des excitons dans un piège harmonique, qui ont fait

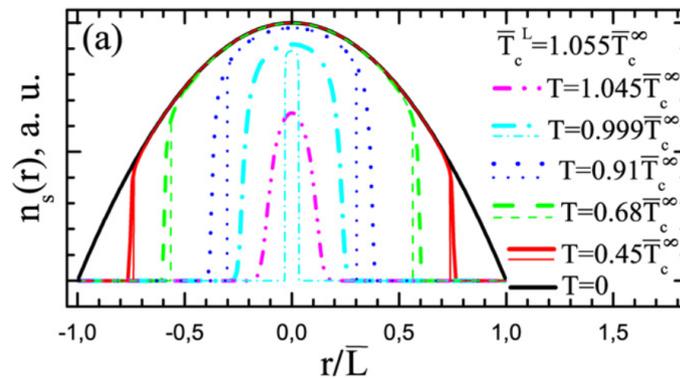


Fig. III.12 Profils de densité superfluide n_s des excitons dans le piège en fonction de la température critique. Les traits pointillés et tiretés font référence à deux types d'approximations pour la prise en compte de la variation du potentiel de confinement. Figure extraite de LOZOVIK, *et al.*, *Phys. Lett. A*, 2007 [91].

l'objet d'une analyse numérique afin de déterminer les paramètres clés d'un tel système [91]. Pour cela, les auteurs considèrent des excitons dans un piège de forme harmonique formant deux populations : un disque central où s'établit la superfluidité pour un rayon $R < R_s$ et une couronne où les excitons sont dans l'état non-superfluide, dit « normal », pour $R_s < R < L$. Dans la région autour de $R \sim R_s$, il y a une zone de transition graduelle de paires de vortex vers des vortex libres. Cette transition s'opère à la fois pour une densité critique dans le piège mais aussi pour une certaine température. Les calculs numériques sont réalisés pour des profils de densités, dit de Thomas-Fermi, en forme de parabole inversée. À température nulle, l'ensemble des excitons sont dans l'état superfluide, donnant le profil représenté en noir sur la figure III.12 puis au fur et à mesure que la température augmente, la fraction superfluide dans le piège diminue jusqu'à devenir nulle.

On notera que les investigations sur la superfluidité des excitons indirects restent très générales et assez peu détaillées concernant les interactions entre particules qui jouent pourtant un rôle crucial dans l'état superfluide.

Chapitre IV

Preuves expérimentales de la transition BKT pour un gaz d'excitons piégés

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats expérimentaux montrant l'établissement d'une phase superfluide d'excitons indirects au centre d'un piège de $10 \mu\text{m}$ de diamètre, entouré par une couronne de fluide dans l'état normal. En étudiant les propriétés thermodynamiques du gaz d'excitons 2D à travers son équation d'état, nous montrerons qu'il existe une transition de l'état normal vers l'état superfluide. Une description complète du protocole adopté pour tracer l'équation d'état du gaz d'excitons dipolaires sera présentée. Ensuite, par l'étude statistique de la position des défauts de densités, mis en relation avec la mesure de la cohérence spatiale, il sera mis en évidence l'existence d'une transition médiée par la prolifération de défauts.

IV.1 Équation d'état à 2D

Pour un gaz à l'équilibre thermodynamique, une manière judicieuse d'étudier ces propriétés est de regarder son équation d'état qui relie les variables thermodynamiques pertinentes du système. En utilisant une description grand canonique du gaz, un système ouvert de volume V fixé échange à la fois de l'énergie et des particules avec un réservoir, les deux formant un système isolé. Les variables thermodynamiques pertinentes pour décrire le gaz sont alors la température T , le potentiel chimique μ et le volume V qui nous permettront de tracer l'équation d'état et dont le protocole de mesure sera présenté dans le cas des excitons dipolaires. Dans cette section, nous verrons une propriété remarquable des gaz 2D en présence d'interactions de contact, qui est l'invariance d'échelle, valable sous certaines conditions. Cette particularité survient uniquement en présence d'interactions de contact et nous montrerons la possibilité de modéliser les interactions entre excitons de type dipôle-dipôle par des collisions locales à 2D.

IV.1.1 Invariance d'échelle

Lors de la transition d'un état ferromagnétique vers un état paramagnétique, nous avons vu au chapitre III que le point critique de la transition est caractérisé par des corrélations en loi de puissance ce qui implique une invariance d'échelle du système [92]. Il vient en

particulier qu'il n'existe plus de longueur caractéristique et que les propriétés physiques restent inchangées quelque soit l'échelle de longueur considérée. L'invariance d'échelle se manifeste pour une diversité de systèmes : les fluides parfaits, les fractales, au point critique lors des transitions de phase pour des systèmes à 3D, par exemple, la transition liquide-gaz (pour l'éthane [93]) ou encore pour l'hélium 4 normal-superfluide [94].

Pour un gaz de Bose à 2D, pour lequel on prend en compte les interactions, cette propriété apparaît lorsqu'on modélise l'interaction entre particules par une interaction de contact. Dans ce cas, l'énergie d'interaction fait apparaître un paramètre d'interaction \tilde{g} qui est sans dimension à 2D (contrairement au cas 1D et 3D), ce qui entraîne l'absence de longueur caractéristique et de dépendance en énergie. Cette caractéristique du système permet d'observer l'invariance d'échelle non seulement au point critique de la transition mais sur toute son équation d'état décrivant le système par ces variables thermodynamiques. La description du gaz par les seules variables en énergie du système, i.e. le potentiel chimique μ et l'énergie thermique $k_B T$, exprimés sous la forme du rapport $\mu/k_B T$ permet de montrer le caractère invariant d'échelle.

Dans le cadre de nos expériences, le champ électrique extérieur contraint le dipôle des excitons à s'aligner perpendiculairement au plan des couches, donnant lieu à des interactions entre dipôles. Pour définir la portée de ce type d'interaction on s'appuie sur la définition générale : *une interaction de type $1/r^\alpha$ est dite « à longue portée » si $\alpha < d$, avec d la dimension du système.* Si on transpose cette définition à notre système, les interactions dipolaires étant en $1/r^3$ on a alors $\alpha = 3$ qui est plus grand que la dimension. Les interactions dipolaires à deux dimensions sont donc par définition à courte portée.

IV.1.2 Modélisation des interactions dipole-dipole à 2D par une interaction de contact

L'objet de cette section est de montrer que, dans le cadre de l'étude des excitons dipolaires, l'interaction de type dipole-dipole à deux dimensions, peut être modélisée par une interaction de contact et permet l'observation de l'invariance d'échelle. Le calcul présenté ici a été établi par notre collaborateur M. HOLZMANN.

On considère tout d'abord 2 excitons de masse identique m_X qui interagissent entre eux par le potentiel d'interaction dipolaire $U(r) = e^2 d^2 / r^3$, d étant la distance entre les centres des deux puits quantiques où les excitons sont confinés. On peut écrire la position et la vitesse dans le référentiel du centre de masse

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \quad \mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 \quad (\text{IV.1})$$

et les variables relatives s'écrivent

$$\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \quad \mathbf{p} = \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \quad (\text{IV.2})$$

l'hamiltonien du centre de masse \hat{H}_{CM} et relatif \hat{H}_{rel} sont

$$\hat{H}_{CM} = \frac{\hat{P}^2}{2M} \quad \hat{H}_{rel} = \frac{\hat{p}^2}{2m_r} + U(r) \quad (\text{IV.3})$$

avec la masse totale $M = 2m_X$ et la masse relative $m_r = m_X/2$.

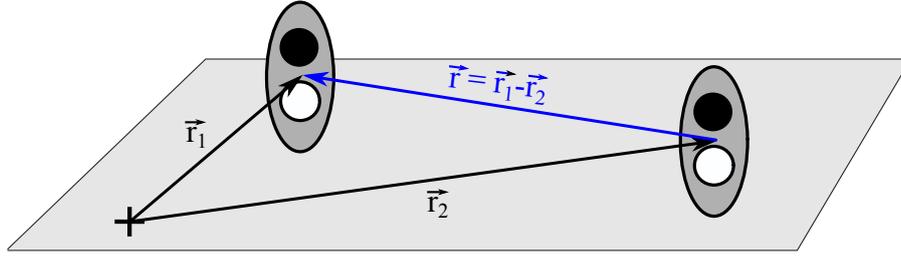


Fig. IV.1 Deux excitons en interaction à des positions \vec{r}_1 et \vec{r}_2 . Le mouvement relatif des deux particules est décrit par le vecteur \vec{r} .

L'équation de Schrödinger pour le mouvement relatif est

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{m_X} + \frac{e^2 d^2}{r^3} - E \right] \psi = 0 \quad (\text{IV.4})$$

Pour résoudre cette équation, on se restreint d'abord aux solutions basses énergies qui sont valables lorsque la distance typique de la portée de l'interaction r_0 est plus petite que la longueur d'onde thermique des particules, i.e. pour $r_0 \ll 1/k$. Pour simplifier le calcul, on restreint les solutions basses énergies à la recherche de la fonction d'onde à énergie nulle. Une forme simple à considérer pour la fonction d'onde est $\Psi(r) \sim e^{-u(r)}$ ce qui permet de réécrire l'équation de Schrödinger

$$\left[\frac{-\hbar^2}{m_X} \left(-\nabla^2 u + (\nabla u)^2 \right) + \frac{e^2 d^2}{r^3} - E \right] \psi = 0 \quad (\text{IV.5})$$

En négligeant les termes $\nabla^2 u$ et E pour de petites valeurs de r on obtient alors pour l'expression de $u(r)$

$$u'(r) = \pm \sqrt{\frac{me^2 d^2}{\hbar^2}} r^{-3/2} \quad (\text{IV.6})$$

$$u(r) \underset{r \rightarrow 0}{\simeq} 2\sqrt{\frac{r_0}{r}} \quad (\text{IV.7})$$

avec $r_0 = \sqrt{me^2 d^2 / \hbar^2}$ et $u(r)$ qui est une solution approchée. Pour le calcul exact de la solution $\Psi(r)$, réécrivons l'équation de Schrödinger initiale en exprimant désormais le Laplacien en coordonnées cylindriques

$$\frac{-\hbar^2}{m_X r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \Psi \right) + \frac{e^2 d^2}{r^3} \Psi(r) = 0 \quad (\text{IV.8})$$

et on effectue le changement de variables $z = 2\sqrt{r_0/r}$ avec $dz/dr = -z^3/r_0$, en accord avec la solution approchée trouvée précédemment, ce qui donne

$$\frac{z^5}{a_0^2} \frac{d}{dz} \left(z \frac{d}{dz} u(z) \right) - \frac{z^6}{a_0^2} u(z) \quad (\text{IV.9})$$

$$u''(z) + \frac{1}{z} u'(z) - u(z) = 0 \quad (\text{IV.10})$$

dont la solution est donnée par la fonction de Bessel modifiée $K_0(z)$ ce qui donne la solution exacte

$$\Psi(r) = K_0\left(2\sqrt{r_0/r}\right) \quad (\text{IV.11})$$

Le développement asymptotique en $r \rightarrow \infty$ de la solution exacte à énergie nulle permet d'écrire

$$\Psi(r) \underset{r \rightarrow 0}{\sim} -\ln\left(\frac{e^{2\gamma}}{r/r_0}\right) \quad (\text{IV.12})$$

avec $\gamma \approx 0.577$ la constante de Euler-Mascheroni.

Pour déterminer la forme de la fonction d'onde dans la région $r_0 < r \ll 1/k$ on utilise la formule générale pour la fonction d'onde de diffusion aux énergies $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m_r$

$$R_l(kr) \sim \sqrt{\frac{k}{2\pi}} [\cos(\delta_l(k))J_l(kr) - \sin(\delta_l(k))Y_l(kr)] \quad (\text{IV.13})$$

en prenant la limite lorsque $kr \rightarrow 0$

$$R_0(kr \rightarrow 0) \sim 1 + \frac{\tilde{g}}{2\pi} \ln\left(\frac{kre^\gamma}{2}\right) \quad (\text{IV.14})$$

En réécrivant $\Psi(r)$ sous une forme identique à celle de $R_l(kr \rightarrow 0)$ on a :

$$\Psi(r) \sim \ln\left(\frac{kre^\gamma}{2} \frac{2e^{-3\gamma}}{kr_0}\right) \quad (\text{IV.15})$$

$$\sim \ln\left(\frac{kre^\gamma}{2}\right) + \ln\left(\frac{2e^{-3\gamma}}{kr_0}\right) \quad (\text{IV.16})$$

$$\sim \ln\left(\frac{2e^{-3\gamma}}{kr_0}\right) \left[1 + \frac{\ln(kre^\gamma/2)}{\ln(2e^{-3\gamma}/kr_0)}\right]. \quad (\text{IV.17})$$

Par identification, on en déduit le paramètre d'interaction \tilde{g} sans dimension

$$\tilde{g} = \frac{2\pi}{\ln(2e^{-3\gamma}/kr_0)} \quad (\text{IV.18})$$

et s'écrit sous une forme générique comme

$$\tilde{g} = \frac{2\pi}{\ln(1/\bar{k}d^*)} \quad (\text{IV.19})$$

avec d^* un paramètre caractéristique des excitons et $\bar{k} \approx \sqrt{2\pi}/\lambda_{\text{th}}$ et qui fait apparaître une dépendance en température. Grâce à cette forme, on retrouve la dépendance logarithmique de l'énergie qui est caractéristique des systèmes à 2D.

IV.1.3 État de l'art

Équation d'état avec des atomes froids

Dans la littérature, deux groupes ont rapporté en 2011 la mesure de l'équation d'état pour des gaz d'atomes froids. C'est d'une part le groupe de C. CHIN dans l'article de HUNG et al. [28] qu'est présentée la mesure précise de l'équation d'état avec des atomes de césium 133 dans un piège harmonique de la forme $V(r, z) = \frac{1}{2}m\omega_r r^2 + \frac{1}{2}m\omega_z z^2$ avec m la masse de l'atome de césium et ω_r, ω_z les fréquences de piégeage dans le plan et selon l'axe de confinement. La valeur de ω_z est très grande devant celle de ω_r de sorte que le gaz est quasi-2D et permet d'explorer la physique des basses dimensions. Ces expériences sont basées sur la mesure *in situ* des profils de densité des atomes piégés en collectant perpendiculairement au plan xy les images d'absorption du gaz. À partir des profils de densité moyens mesurés sur 50 images et pour différentes températures : 21, 37, 42, 49 et 60 nK, la densité dans l'espace des phases pour l'ensemble des expériences est reportée pour tracer la courbe $D = f(\mu/k_B T)$. En montrant que toutes ces données se superposent en une unique courbe, quelle que soit la température et la densité considérée, les auteurs ont mis en avant l'invariance d'échelle de l'équation d'état.

À l'aide d'atomes de ^{87}Rb , YEFSAH et al. [29] ont eux aussi mesuré, par la même technique *in situ*, l'équation d'état pour la densité dans l'espace des phases et pour la pression réduite. Grâce à ces deux équations d'état, ils ont déduit l'entropie par particule dans un régime fortement dégénéré et dont la valeur, très faible (en dessous de $0.1 k_B$), démontre la possibilité d'utiliser ce gaz comme « réfrigérant » pour d'autres gaz quantiques. Les équations d'état présentent une invariance d'échelle remarquable pour les systèmes en interaction faible $\tilde{g} \ll 1$, contrairement au régime d'interaction forte que l'on peut définir qualitativement par le critère $\tilde{g} > 2\pi$ [95]. Leurs résultats sont comparés à des simulations numériques prenant en compte deux régimes asymptotiques : d'une part pour la partie des faibles densités (modèle de Hartree-Fock) et d'autre part pour la zone de forte densité (approximation de Thomas-Fermi) qui sont des théories de champ moyen [96]. Les simulations de type Monte-Carlo classique proposées par PROKOF'EV & SVISTUNOV permettent de relier les deux régimes, pour un gaz de Bose en interaction faible [97], ce qui permet aux auteurs de réaliser une comparaison théorique sur l'ensemble des valeurs de densité.

Équation d'état avec des gaz de fermions

Dans les gaz de fermions à 2D avec des atomes de lithium 6, BOETTCHER et al. ont rapporté également la mesure de l'équation d'état [98]. Dans ce système, les atomes possèdent des interactions attractives à courte portée et il est possible de varier la force des interactions en modulant la résonance de Feshbach entre les deux niveaux hyperfins de plus basse énergie d'un atome de ^6Li . De cette manière, les auteurs peuvent passer du régime de gaz de Fermi attractif au régime du gaz de Bose formé de dimères fortement liés. Les auteurs ont mesuré pour différentes forces d'interaction, dans le régime bosonique, la densité dans l'espace des phases en fonction de $\mu/k_B T$ et on observé une dispersion des courbes dans la zone linéaire, i.e. la zone fortement dégénérée, mettant en évidence la variation effective du paramètre d'interaction \tilde{g} . Dans ces mesures réalisées à une température fixe, l'invariance d'échelle attendue en fonction du rapport $\mu/k_B T$ n'est pas vérifiée, mais ces expériences mettent en lumière la dépendance avec le paramètre d'interaction qui se déduit de la pente des

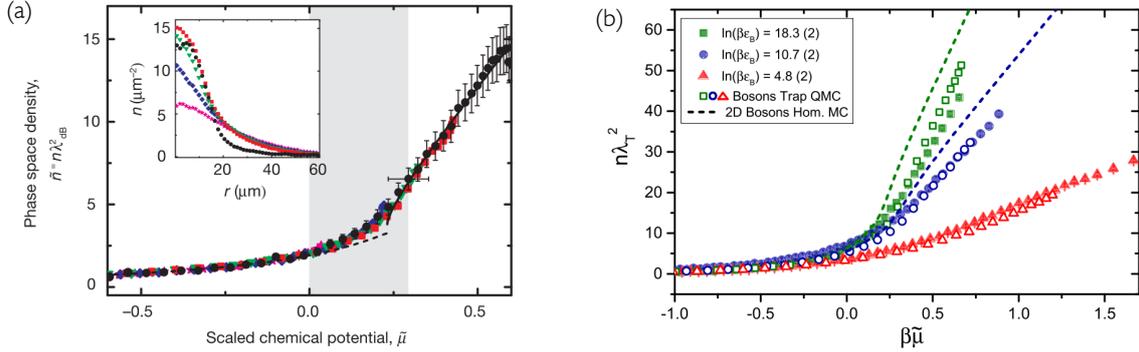


Fig. IV.2 Equations d'état (a) pour des atomes de césium (HUNG et al. Nature 2011 [28]) et (b) pour un gaz de fermions à 2D dont le paramètre d'interaction \tilde{g} varie grâce à l'ajustement d'une résonance de Feshbach. BOETTCHER et al. Phys. Rev. Lett. 2016 [98]

courbes dans la zone linéaire. Des simulations de type Monte-Carlo classique et Monte-Carlo quantiques ont été réalisées pour ajuster les données expérimentales. Il ressort de la comparaison théorie/expérience que la température critique et le voisinage de la zone $\mu/k_B T \sim 0$ et $D \sim 4$ est bien prédite par les deux modèles, quelque soit la force des interactions considérée. Au contraire, pour des valeurs de densité $D > 4$ les effets quantiques sont d'autant plus présents et dévient de la prédiction classique pour des valeurs de $\tilde{g} > 1$.

IV.2 Mesure de l'équation d'état pour des excitons dipolaires

L'intérêt de l'équation d'état est de relier entre elles les différentes variables thermodynamiques pertinentes que sont la température T , la densité d'excitons n_x et le potentiel chimique μ . Dans cette section sera décrit le protocole adopté pour mener à bien cette mesure et la précision avec laquelle elle peut être obtenue. La première étape consiste à déterminer le potentiel de confinement, qui est ajusté par un potentiel harmonique de pulsation ω à définir. Connaissant le potentiel confinement, donc son énergie associée, on en déduit le profil de densité d'excitons au travers du piège par le blueshift en énergie. La densité dans l'espace des phases est alors déduite du profil de densité. Enfin nous présenterons le modèle théorique appliqué pour ajuster l'équation d'état et définir le paramètre d'interaction \tilde{g} pour notre système.

IV.2.1 Détermination du potentiel de confinement

Dans le cadre de nos expériences, la température des excitons est donnée par la température du bain et dont le refroidissement effectif a été démontré lors de la thèse de M. BEIAN par la mesure de la diminution du temps de vie des excitons à mesure qu'on abaisse la température [15]. Le paramètre à notre disposition est la densité de particules qui est obtenue expérimentalement à travers le blueshift en énergie. Pour rappel, l'énergie des excitons E_X est donnée par :

$$E_X = \underbrace{-\mathbf{d} \cdot \mathbf{F}}_{\text{confinement}} + \underbrace{u_0 n_X}_{\text{blueshift}} \quad (\text{IV.20})$$

où le premier terme caractérise l'interaction entre les excitons dipolaires et le potentiel de confinement dont l'aspect dépend du potentiel électrique appliqué sur l'électrode de surface. Le deuxième terme $u_0 n_x$, appelé blueshift, est lié à la densité d'excitons n_X par l'interaction dipôle-dipôle qui règne entre eux. L'idée est de déterminer le potentiel de confinement pour un jeu de données puis connaissant le terme $-\mathbf{d} \cdot \mathbf{F}$, ainsi que l'énergie E_X par des mesures spectroscopiques, on obtient alors la densité d'excitons à travers le piège.

La détermination du potentiel de confinement est réalisée à très longs délais après l'extinction du laser d'injection de sorte que la densité d'excitons est très faible. Les spectres résolus spatialement reflètent alors le potentiel de confinement grâce aux particules piégées dans le désordre comme on peut le voir dans la figure IV.4.a. Le profil du confinement a une forme parabolique

$$V_{\text{trap}} = \frac{1}{2} m_X \omega^2 x^2 \quad (\text{IV.21})$$

L'enjeu est alors de déterminer la fréquence de piégeage ω . Pour ce faire, on effectue des coupes spatiales de $\sim 1 \mu\text{m}$ de large puis on relève le maximum d'énergie de la raie de photoluminescence en fonction de la position dans le piège comme représenté en rouge dans la figure IV.3 pour quatre exemples. En noir est représenté l'ajustement des courbes par le potentiel harmonique avec des valeurs de ω indiquées sur chaque figure. Un échantillon des profils permet de déterminer une valeur moyenne de pulsation du piège de $1.0 \cdot 10^{10} \text{ rad.s}^{-1}$.

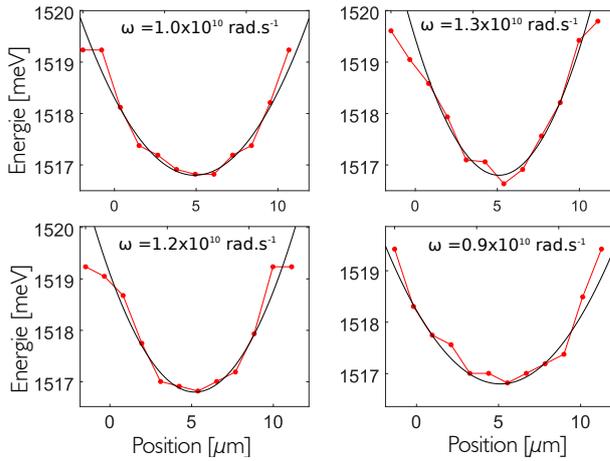


Fig. IV.3 Ajustement de la fréquence de piégeage ω du potentiel de confinement à longs délais après l'extinction du laser d'injection. La faible photoluminescence des excitons piégés dans les défauts du potentiel électrostatique permet de distinguer la forme du confinement.

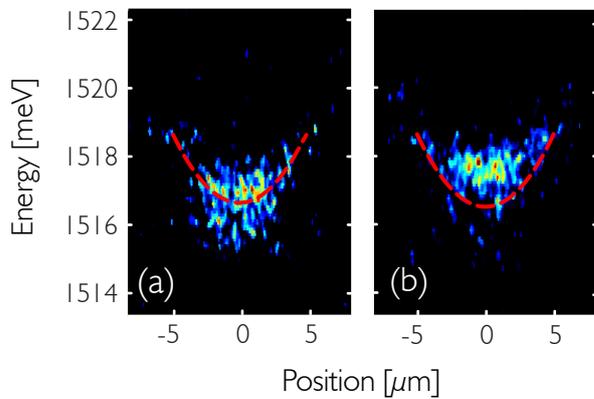


Fig. IV.4 Détermination du potentiel de confinement à longs délais après l'injection laser grâce aux excitons piégés dans les défauts (a). Pour des délais plus courts, la densité d'excitons dans le piège est déterminée à partir du blueshift (b). Les lignes pointillées rouges marquent le potentiel de confinement, défini par le spectre (a).

IV.2.2 Densité dans l'espace des phases le long du piège

Comme il a été montré au chapitre III, le paramètre pertinent pour déterminer le point critique du passage du régime normal au régime superfluide est la *densité totale dans l'espace des phases*. Pour un gaz d'excitons, la valeur est affectée par la structure à quatre composantes de l'état fondamental. La dégénérescence double de l'état de spin de plus basse énergie, l'état noir $J = \pm 2$, donne une valeur critique pour la densité totale dans l'espace des phases qui se trouve autour de $D_c \approx 8$.

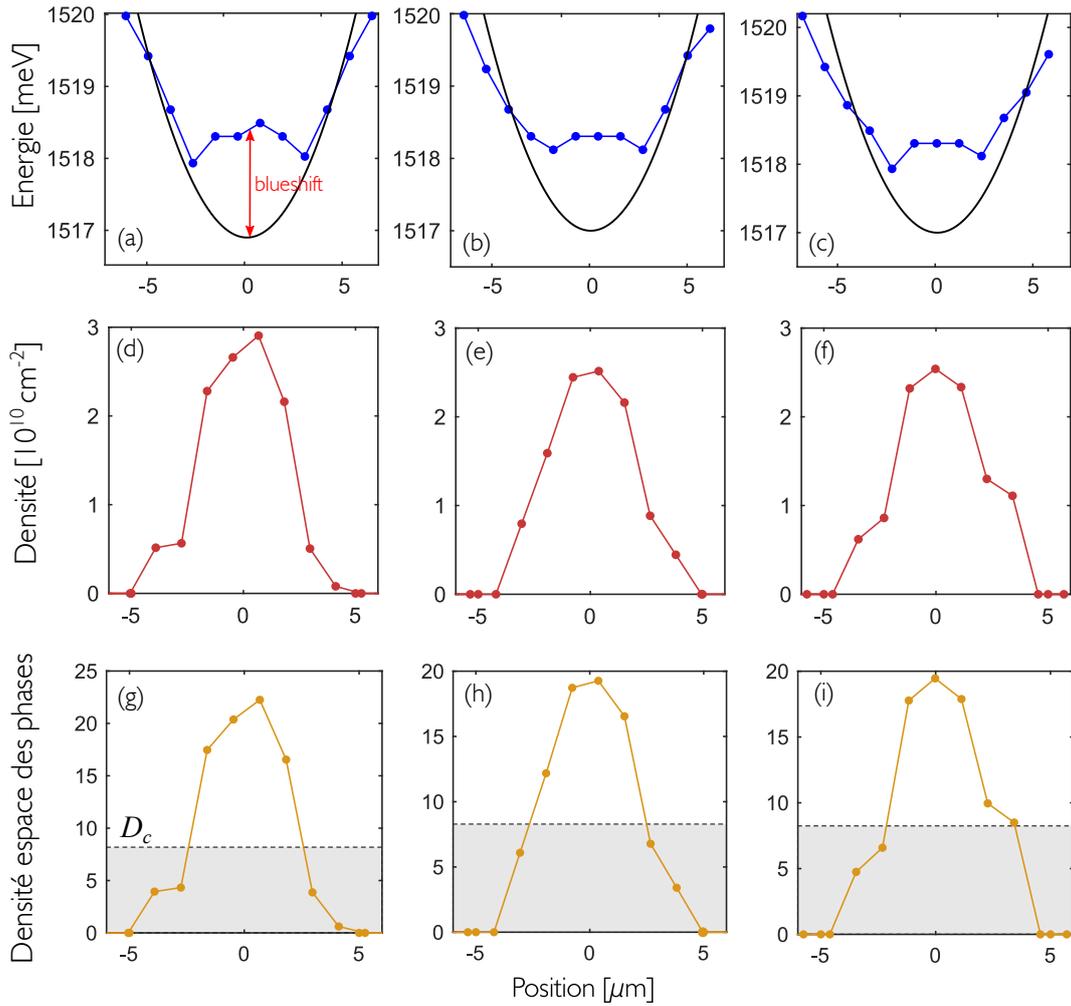


Fig. IV.5 Énergie (en bleu) des excitons confinés un piège de $10 \mu\text{m}$ de large, au délai 160 ns après l'extinction du laser et énergie de confinement (en noir) mesurée à longs délais à $T_b = 330 \text{ mK}$ (a-c). La différence d'énergie donne le blueshift et permet de déduire la densité d'excitons (d-f) à partir d'une courbe de calibration. La densité dans l'espace des phases est calculée en multipliant la densité n_X par λ_{th}^2 la longueur d'onde thermique (g-i). Les régions grisées délimitent les zones spatiales au dessus et en dessous du point critique fixé à $D_c \approx 8$.

Sur la figure IV.5 (et respectivement sur la figure IV.6) sont représentés trois profils de

remplissage du piège à 330 mK (resp. 1.3 K), où, à partir des profils en énergie mesurés par un découpage avec un pas de $1\mu\text{m}$ le long du piège, sont déduits les profils de densité n_X puis la densité dans l'espace des phases $n_X\lambda_{\text{th}}^2$. À une température $T_b = 330\text{ mK}$ les profils IV.5.(g-i) montrent une partie centrale, pour un rayon de 2-3 μm , où $n_X\lambda_{\text{th}}^2$ est au dessus de la valeur seuil définie à $D_c \approx 8$. Cependant pour une température de $T_b = 1.3\text{K}$, la valeur de $n_X\lambda_{\text{th}}^2$ ne dépasse pas la valeur critique comme on peut le voir dans la figure IV.6.(g-i).

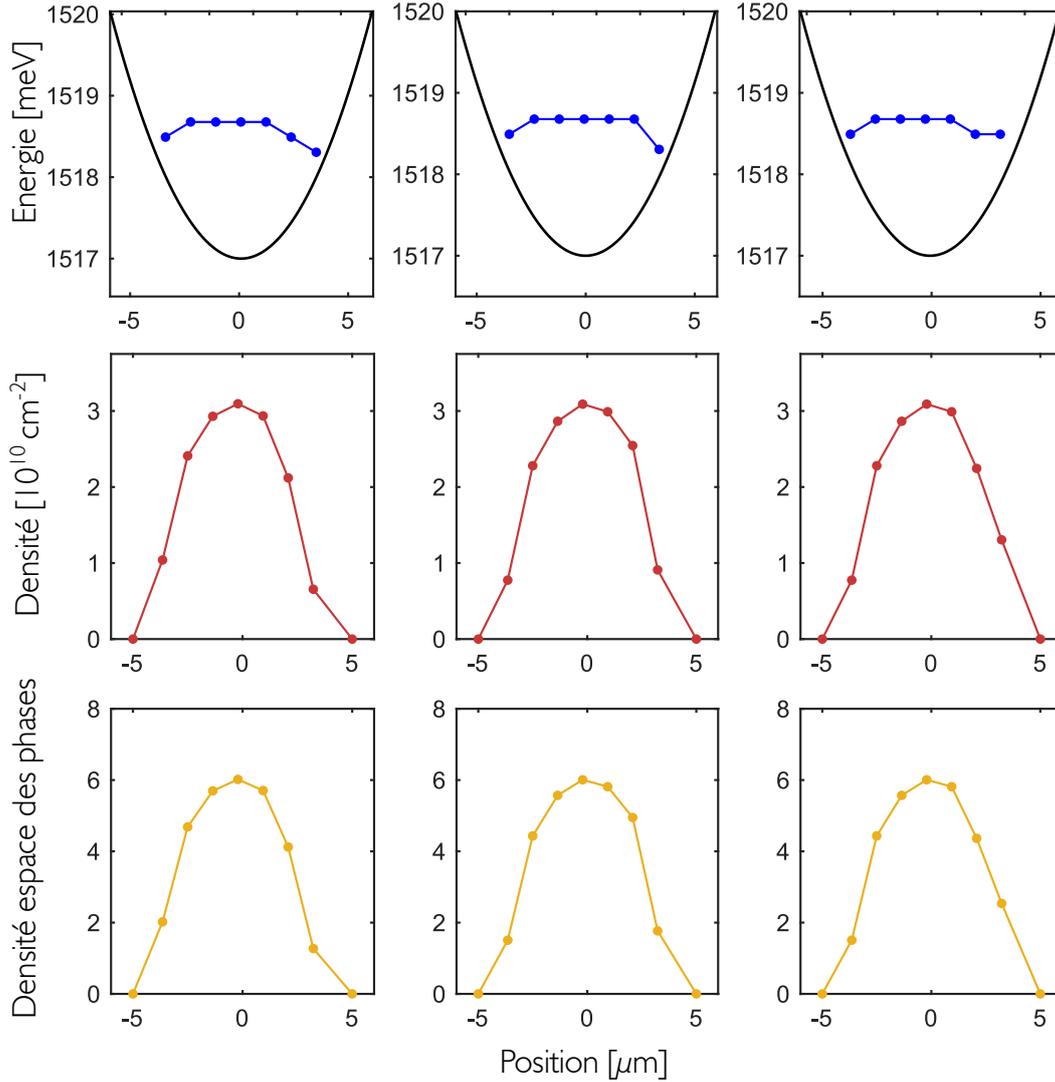


Fig. IV.6 Énergie des excitons (en bleu) le long du piège 145 ns après l'extinction du laser et potentiel de confinement (en noir) mesuré à $T_b = 1.3\text{ K}$ (a-c). Densité d'excitons (d-f) et densité dans l'espace des phases (g-i).

IV.2.3 Tracé de l'équation d'état

Pour un gaz 2D à l'équilibre thermodynamique, l'existence d'un paramètre d'interaction sans dimension \tilde{g} provoque l'absence de longueur et d'énergie caractéristiques du système.

Ceci entraîne que la densité dans l'espace des phases dépend d'une part, du rapport $\mu/k_B T$ qui sont les deux seuls termes en énergie du système et d'autre part, du paramètre d'interaction \tilde{g} . Pour tracer l'équation d'état $D(\mu/k_B T, \tilde{g})$ il faut rappeler que le gaz d'excitons est placé dans un potentiel de piégeage harmonique tandis que les propriétés thermodynamiques du gaz de Bose sont décrites pour un système homogène. Le lien entre gaz piégé et gaz homogène est établi grâce à l'approximation de la densité locale (en anglais LDA pour *Local Density Approximation*), qui permet de considérer le voisinage de chaque point \mathbf{r} du piège harmonique comme une zone homogène où le potentiel chimique $\mu(\mathbf{r})$ est ajusté par le facteur $V(\mathbf{r})$ par rapport au potentiel chimique se trouvant au centre du piège μ_0 , le potentiel chimique effectif en un point quelconque s'écrit alors

$$\mu(\mathbf{r}) = \mu_0 - V(\mathbf{r}) \quad (\text{IV.22})$$

ce qui permet de considérer le gaz piégé comme un gaz homogène. Cette approximation est valable lorsque le potentiel de piégeage varie lentement par rapport aux échelles microscopiques comme la longueur de cicatrisation ($\xi \approx 25$ nm), la longueur d'onde thermique (qui vaut ≈ 300 nm à 330 mK et 120 nm à 1.8K) ainsi que la longueur de diffusion ($r_0 \approx 20$ nm).

À partir des profils de densité dans l'espace des phases présentés en figures IV.5.(g-i) et IV.6.(g-i), on trace l'équation d'état du gaz d'excitons dans un piège harmonique qui se trouve en figure IV.7 pour 4 températures : 330 mK (bleu), 1.3 K (rose), 2.3 K (rouge) et 3.5 K (noir). L'encart représente un gros plan sur la zone de faible dégénérescence du gaz, proche de $\mu = 0$. Les courbes noires représentent l'ajustement des données à l'aide des simulations Monte-Carlo qui s'ajustent avec nos données pour une valeur de $\tilde{g} = 6$ (trait pointillé) ou $\tilde{g} = 7$ (trait plein). L'ensemble des courbes se superposent très clairement en une unique courbe, démontrant ainsi une invariance d'échelle approximative, en accord avec la résolution accessible dans notre expérience. La mesure de l'équation d'état du gaz permet aussi de démontrer l'équilibre thermodynamique du gaz d'excitons, un élément fondamental qui n'avait jamais été montré jusqu'ici.

La valeur critique de la densité dans l'espace des phases est définie par la simulation comme $D_c \approx 8$ et délimite la zone de fluide normal représenté sur fond bleu et la zone superfluide en jaune. La densité critique est également représentée sur la figure IV.7.b où sont tracés les profils de densité dans l'espace des phases pour 3 températures (0.34 K en bleu, 1.3 K en vert et 2.5 K en rouge). Seule la courbe à basse température pour un rayon $R < 3$ μm dépasse la valeur critique $D_c \approx 8$. Comme nous allons le voir sur des expériences complémentaires, présentées en section IV.3 seule la partie centrale du piège montre un comportement superfluide, et cela dans une gamme de densité restreinte. L'établissement de l'équation d'état pour les excitons indirects constitue une avancée majeure pour le domaine car elle montre, pour la première fois, notre capacité à étudier avec précision la thermodynamique du gaz.

IV.3 Expériences interférométriques et cartographie de défauts

Les mesures présentées dans cette section sont motivées par l'observation de défauts de densités dans les images réelles de la photoluminescence réémise par les excitons, qui ont fait

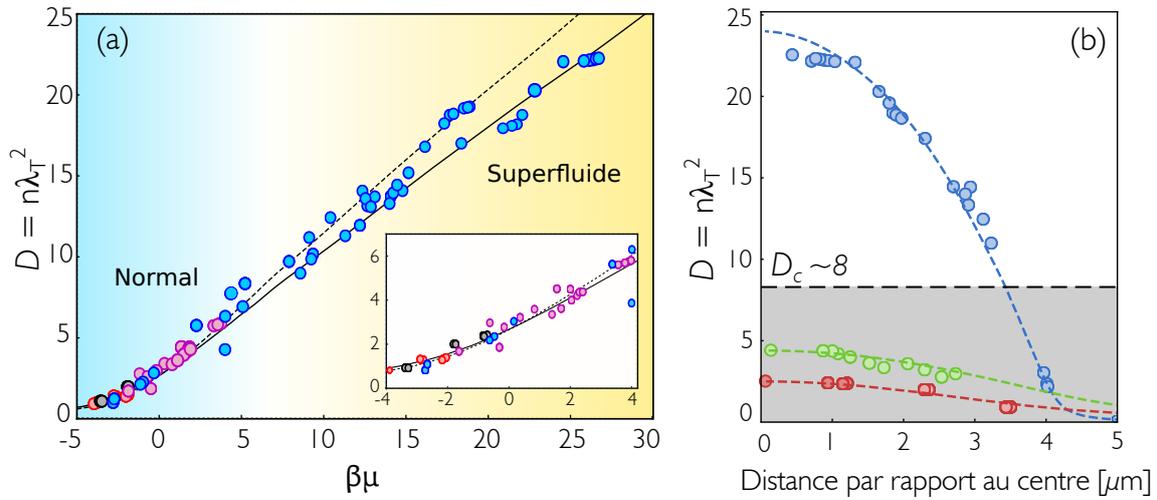


Fig. IV.7 (a) Équation d'état pour un gaz d'excitons indirects. Les points bleus, violets, noirs et rouges sont mesurés aux températures respectives $T_b = 0.33, 1.3, 2.5$ et 3.5 K. Il existe deux régimes en fonction de la valeur de D : régime « normal » ($D < 8$ zone bleue) et le régime superfluide ($D > 8$ zone jaune). (b) Profils de densité dans l'espace des phases en fonction de la position dans le piège.

l'objet d'une première étude dans la thèse R. ANANKINE [99]. Au cours de son travail, il a mis en évidence la vorticité lié à ces défauts, qui se manifeste par l'observation de fourches sur les figures d'interférences [21]. Nous poursuivons ici l'étude amorcée grâce à la mise en place d'une détection systématique des défauts et une analyse statistique de leur dispersion, en fonction de la température et de la densité. D'autre part, seront présentés des résultats de mesures interférométriques menées dans le but de sonder le niveau de cohérence spatiale des excitons en fonction de la position dans le piège. Cette expérience nous renseigne à la fois sur le niveau de dégénérescence du gaz, mais également sur la présence ou non de vortex libres qui ont pour effet de détruire la cohérence à longue portée.

IV.3.1 Mesure de la cohérence spatiale du gaz d'exciton

Pour un gaz dans un état parfaitement condensé, toutes les particules dans le même état quantique sont décrites par une seule fonction d'onde dont l'extension spatiale est donnée par la taille du système. Formant alors une même onde, la phase en deux points distincts du condensat est alors identique. Les mesures interférométriques élaborées durant ce projet ont vocation de sonder le degré de cohérence entre deux points distincts de $\delta L = 2\mu\text{m}$ au sein d'un piège d'excitons de $10\mu\text{m}$ de diamètre. La valeur de δL a été choisie, d'une part pour respecter la résolution minimale que l'on peut d'obtenir à cause des vibrations mécaniques ($\sim 1\mu\text{m}$) et d'autre part, pour sonder le centre du piège qui est la région attendue pour la formation du condensat (dans un rayon $< 3\mu\text{m}$). De plus, on s'assure que les effets observés pour un décalage de $2\mu\text{m}$ ne peuvent être associés qu'aux effets collectifs puisque l'extension spatiale de la fonction d'onde d'un exciton à 330mK est de $\sim 300\text{nm} \ll \delta L$.

Le dispositif expérimental simplifié est présenté dans la figure IV.8 : une diode laser à 794nm , dont la sortie est hachée par un modulateur acousto-optique (AOM), injecte les excitons

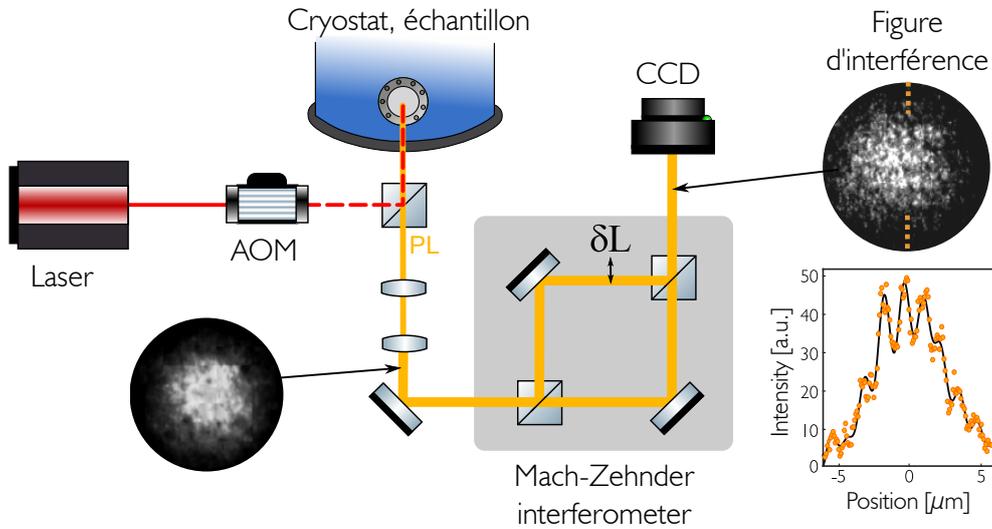


Fig. IV.8 Expérience d'interférométrie avec un décalage latéral des deux images issues des deux bras de l'interféromètre fixé à $\delta L = 2 \mu\text{m}$ (la différence de marche longitudinale est gardée constante). Un angle θ , par rapport à l'axe vertical Oz entre les deux bras de l'interféromètre, permet d'imposer des franges d'interférence horizontales.

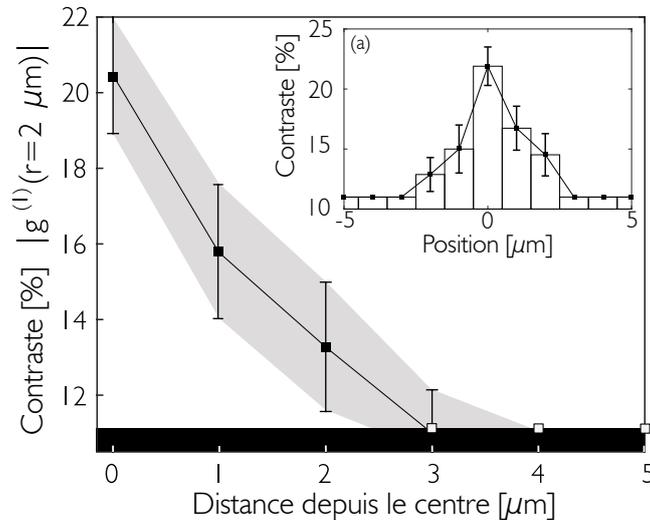


Fig. IV.9 Cohérence spatiale pour un décalage latéral de $\delta L = 2 \mu\text{m}$ entre les deux bras de l'interféromètre. L'insert représente le contraste par rapport à la position dans le piège tandis que la courbe principale donne le contraste moyen calculé par symétrie centrale.

dans le piège de $10 \mu\text{m}$. La photoluminescence (PL) réémise lors de la recombinaison des paires électron-trou est agrandie en passant au travers d'un jeu de deux lentilles conjuguées puis envoyée à l'entrée d'un interféromètre de Mach-Zehnder. L'aspect des images enregistrées est présenté pour l'entrée et la sortie de l'interféromètre. La différence de marche entre les

deux bras de l'interféromètre est gardée fixe, mais les sorties des deux bras sont décalées latéralement de $\delta L = 2 \mu\text{m}$. Un angle θ par rapport à l'axe vertical est appliqué entre les deux bras de l'interféromètre pour imposer des franges horizontales. Grâce à ce dispositif, on enregistre les figures d'interférences telles que celles qu'on peut voir dans la figure IV.8 (droite) accompagnées de la coupe verticale correspondant au centre du piège (tirets orange) avec un contraste de l'ordre de $\sim 20\%$.

La figure IV.9.a présente les résultats pour une série de 50 interférogrammes enregistrés à 330 mK à un délai de ~ 150 ns après l'extinction du laser dans une configuration « piège plat » ($V_c = V_g = -4.8$ V). Les interférogrammes obtenus sont analysés en réalisant un découpage avec un pas de $1 \mu\text{m}$ sur lesquels on relève le contraste des franges d'interférences depuis le centre vers l'extérieur de 0 à $5 \mu\text{m}$ et 0 à $-5 \mu\text{m}$. En faisant la moyenne de part et d'autre du centre du piège, on obtient la figure IV.9.c où seule la partie centrale pour un rayon $R < 3 \mu\text{m}$ possède un contraste au dessus du contraste minimal que l'on peut détecter, fixé à 11% (bande noire), et dont les variations peuvent être attribuées à des franges d'interférences¹. Le maximum de contraste moyen est obtenu au centre du piège avec une valeur de 21% qui révèle un comportement non classique puisque pour un décalage de $2 \mu\text{m}$ la longueur de cohérence est alors grande devant la limite classique. Au-delà de $R > 3 \mu\text{m}$, le signal est plus faible, indiquant des densités inférieures à celles requises pour obtenir un état condensé et leur valeur est proche du niveau minimal du rapport signal-sur-bruit. L'effet de la température est également à considérer puisque pour $T_b \geq 1.2$ K le contraste des franges se trouve au niveau du rapport signal-sur-bruit.

IV.3.2 Détection des défauts de densités

Les images réelles de la photoluminescence des excitons font apparaître des « trous » de densité dont les positions semblent aléatoires. L'objet de cette section est d'étudier plus en détail le comportement de leur dispersion par une étude statistique en fonction de la température et de la densité.

Défauts de densité ou vortex quantiques ?

Les variations d'intensité observées sur les images réelles peuvent être attribuées à plusieurs phénomènes. Une des hypothèses explorées est celle liée à l'aspect granuleux des images, qui peut laisser penser à un phénomène de tavelure (speckle en anglais). Il s'agit d'une figure caractéristique lorsque l'on fait passer un laser à travers un milieu désordonné et qui présente une loi caractéristique dans l'intensité de décroissance exponentielle. Cette hypothèse a été rejetée puisque la décroissance exponentielle n'a pas été observée. Une deuxième hypothèse est que les déplétions de densité sont dues à la présence de vortex quantiques dont la densité s'annule en leur centre. Pour vérifier cette hypothèse, des expériences d'interférométrie spatiale identiques à celles présentées dans le paragraphe précédent ont été menées pour mettre en avant la vorticité et plus particulièrement l'enroulement de la phase de 0 à 2π autour du centre du vortex. Ainsi un vortex de charge ± 1 se trouvant au centre d'une frange d'interférence, crée une ouverture de frange, comme montrée au chapitre I. L'hypothèse du vortex quantique n'est donc pas à exclure mais cela ne signifie pas nécessairement que l'en-

1. On s'assure également que l'interfrange correspond à celui fixé par l'angle θ pour faire apparaître des franges horizontales.

semble des trous de densité sont des vortex quantiques. Dans la suite, pour ne rien présumer de la nature des objets détectés lors de nos expériences, nous utiliserons la dénomination de défaut de densité.

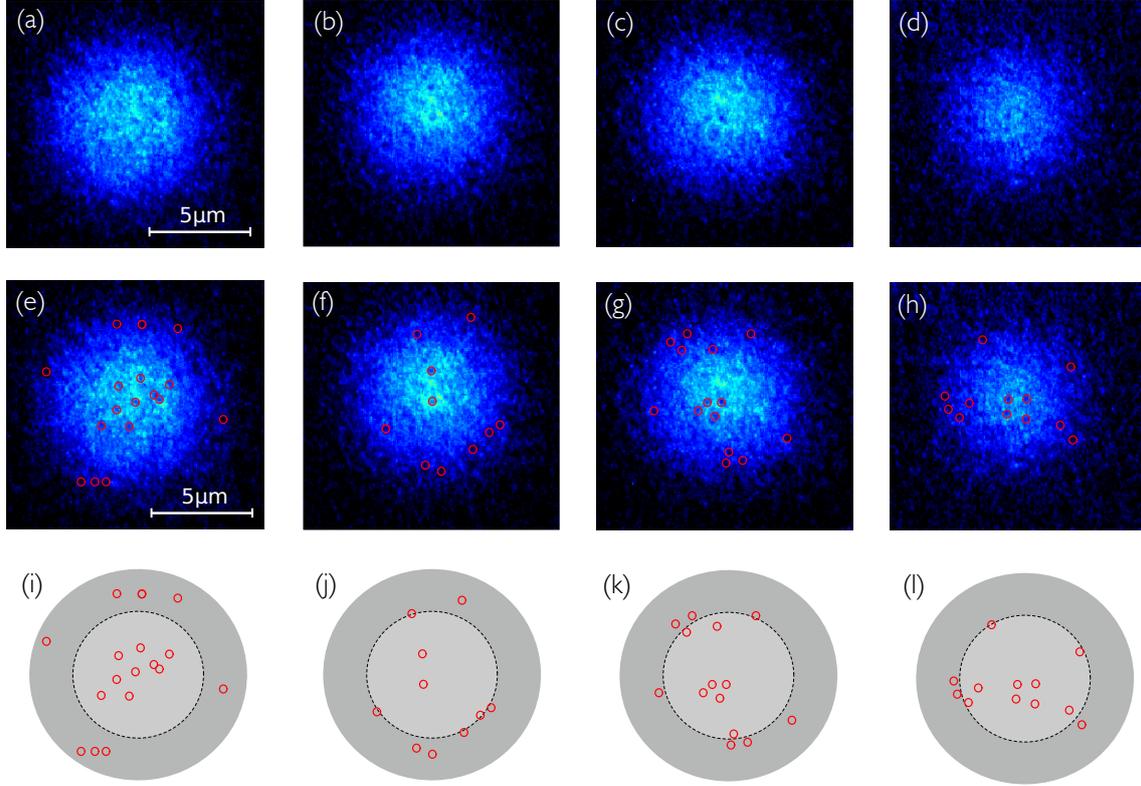


Fig. IV.10 *Protocole de détection des défauts de densité, ici pour un exemple à $T_b = 330$ mK dans un piège de $10 \mu\text{m}$. (a-d) Images réelles d'un gaz d'excitons à 140 ns (a) 190 ns (b) 210 ns (c) et 345 ns (d). Les défauts de densité correspondant aux images (a-d) sont signalés sur les images (e-h) puis reportés sur un disque fictif de même taille que le piège où le cercle central représente une zone de $3 \mu\text{m}$ de rayon.*

Épinglement dans des défauts de potentiel

Plusieurs difficultés expérimentales rendent la détection de vortex quantiques délicate. La première difficulté expérimentale est liée à la taille des défauts topologiques, comme nous l'avons vu au cours du chapitre III, la taille caractéristique des vortex est proportionnelle à $1/\sqrt{g}$ et par conséquent, pour des systèmes en interaction forte comme les excitons dipolaires, les tailles sont relativement petites. Le calcul de la taille du cœur d'un vortex est de l'ordre de $\sim 50\text{nm}$ et la résolution spatiale permise par notre montage expérimental ne donne pas la possibilité de les imager avec précision. La deuxième difficulté vient du fait que les vortex nucléés ne sont pas statiques au cours d'une mesure, ils prolifèrent et diffusent dans le gaz. Cependant, certains d'entre eux, piégés dans des défauts de potentiel peuvent être mis en évidence par une forte diminution d'intensité. En tirant parti de ce phénomène de piégeage des vortex dans le potentiel désordonné, un protocole de détection des défauts d'intensité a

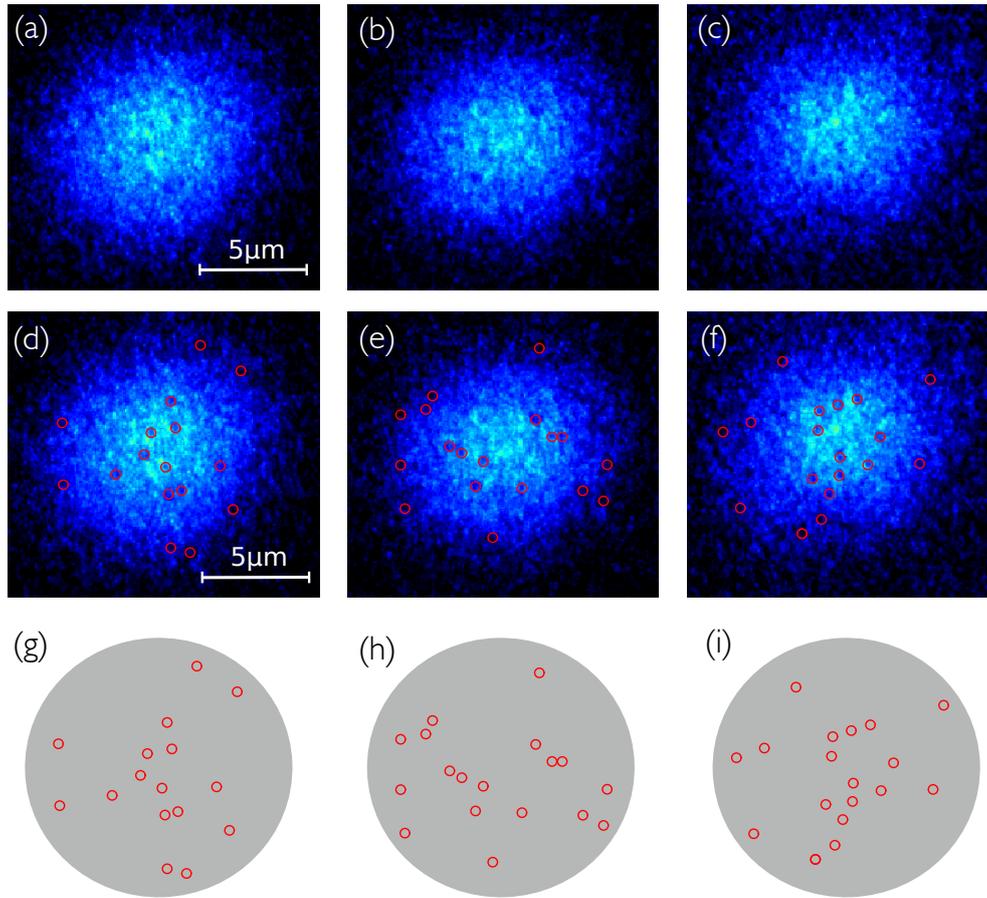


Fig. IV.11 Trois exemples d'images réelles à $T_b = 2.5 \text{ K}$ pour 3 densités d'excitons aux délais 160, 200 et 345 ns.

été mis en place pour étudier leur répartition statistique. En figure IV.10.a-d sont présentées des images réelles d'un gaz d'excitons à différentes densités allant de 1.5 à $3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, les défauts les plus profonds sont marqués par un point rouge puis reportés sur un disque de taille identique au piège en figures IV.10.i-l. Ce procédé est répété pour 60 images où toutes les positions sont superposées pour donner la figure IV.12 pour deux températures : $T_b = 330 \text{ mK}$ et 2.5 K . Quelques exemples d'images réelles à 2.5 K sont montrés en figure IV.11.

Déplétion de densité de défauts en fonction de la température

En figure IV.12 est présentée la répartition des défauts d'intensité pour deux températures, $T_b = 330 \text{ mK}$ et 2.5 K et une densité fixe au centre du piège aux alentours de $2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, obtenue en superposant les positions d'une série de 60 images. La comparaison entre les deux cartographies laisse clairement apparaître une diminution des défauts présents à 330 mK dans la région centrale pour un rayon $R < 2 - 3 \mu\text{m}$.

En étudiant la densité de probabilité de défauts, i.e. le nombre de défauts détectés par unité de surface, on obtient les courbes portées en figure IV.13 qui représentent la densité moyenne sur des couronnes de $\sim 0.5 \mu\text{m}$ d'épaisseur. À basse température, la densité de

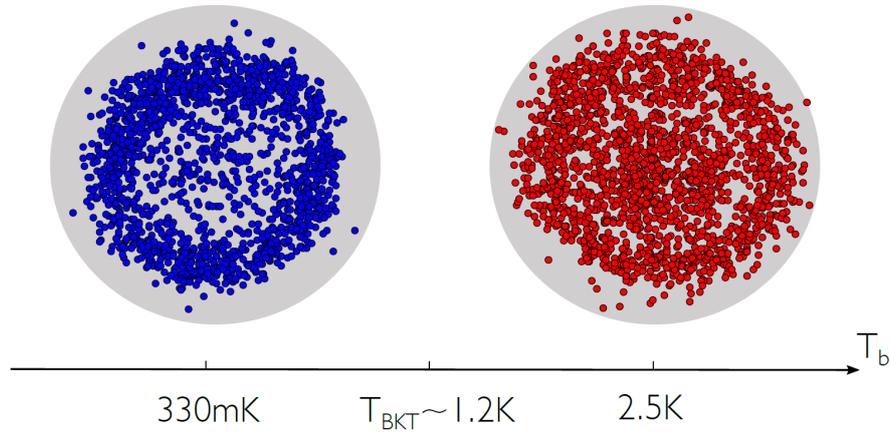


Fig. IV.12 *Distribution des défauts de densité à deux températures (au-dessus et en dessous de la température critique théorique pour la transition BKT) pour une densité au centre du piège de $2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$.*

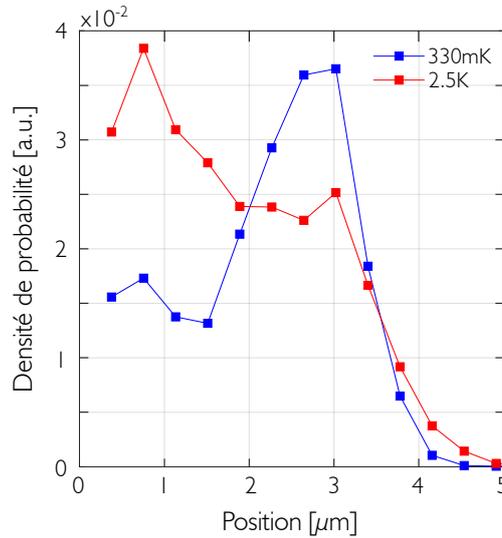


Fig. IV.13 *Densité de probabilité correspondant aux cartographies de la figure IV.12. Elle est définie comme le nombre de défauts détectés par unité de surface en délimitant des anneaux concentriques de $0.5 \mu\text{m}$ d'épaisseur.*

défauts est maximale sur une couronne de 2 à $3.5 \mu\text{m}$ de large et minimale pour un rayon $R < 2\mu\text{m}$. À l'inverse, à haute température, la densité est maximale au centre, mais reste néanmoins élevée sur la couronne extérieure. Si on attribue aux vortex la présence de ces défauts, alors ce comportement s'explique par le fait que l'énergie thermique à disposition pour nucléer un vortex est plus élevée à 2.5 K. D'autre part, la formation d'un vortex est favorisée dans une zone de faible densité puisque cela demande moins d'énergie, c'est donc sur les bords du piège, là où la densité est la plus faible que se créent préférentiellement les vortex.

Lien avec la transition BKT

Pour parvenir au point de la transition BKT $n_X \lambda_{\text{th}}^2 \approx 8$ deux possibilités sont explorées au sein du piège ; soit en variant la longueur d'onde thermique λ_{th} à travers la température

du bain d'excitons, soit en variant la densité. Dans le cas des des excitons piégés, la densité qui est maximale au centre du piège, diminue à mesure qu'on s'éloigne du centre du piège, comme on peut le voir sur les profils de densité en figure IV.5.d-f. Ceci permet d'explorer la transition BKT même à température fixe, lorsqu'on se trouve à 330 mK où la densité dans l'espace des phase passe au dessus du seuil.

En reliant ces résultats aux mesures de cohérence spatiale, on trouve, en particulier à basse température, que deux zones se distinguent (schématisées figure IV.14) :

- $R > 3 \mu\text{m}$: une couronne extérieure très dense en défauts quelque soit la température. Aucune cohérence à longue portée n'est observée, le contraste d'interférence avoisine le niveau du rapport signal-sur-bruit.
- $R < 3 \mu\text{m}$: la partie centrale du piège voit sa densité de défauts diminuer avec la température et cela s'accompagne d'un accroissement du contraste d'interférence, autour de $\sim 20\%$, signe d'un comportement non classique et de l'existence d'une fraction de particules dans l'état condensé.

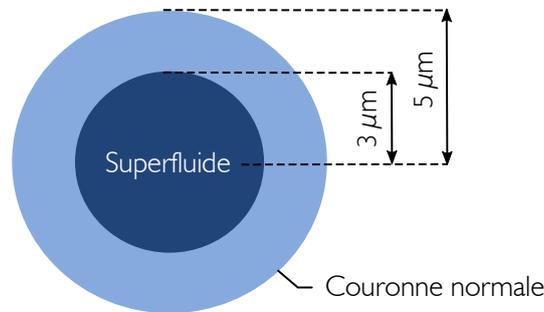


Fig. IV.14 Deux régions se distinguent : au centre une partie superfluide, à l'extérieur un fluide normal (où la densité de défauts ne varie pas avec la température).

IV.3.3 Régime de densité optimal

Les cartographies de défauts présentées en IV.3.2 sont réalisées à densité d'excitons fixe. Figure IV.17 sont présentées les cartographies pour trois régimes de densité différents au centre du piège ($1.8, 2.75, 3.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$). Ces cartographies sont retranscrites en terme de densité de défauts dans les figures IV.15.a et IV.16.a.

À une température fixe de 330mK, et pour différentes valeurs de densité allant de 2 à $3.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (figure IV.15.b) on distingue dans la zone centrale du piège, une zone où la densité de défauts chute à une valeur correspondant à environ la moitié de la densité de défauts sur les bords du piège. Ce comportement est en accord avec le scénario microscopique pour la théorie BKT, d'autant plus que le gaz répond aux critères pour son observation :

1. Les profils de densité dans l'espace des phases indiquent que la zone centrale du piège ($R < 3 \mu\text{m}$) a une valeur au-dessus de la valeur critique $D_c \approx 8$.
2. Les mesures de cohérence spatiale indiquent un niveau de cohérence plus élevé au centre du piège et dans une certaine gamme de densité.
3. Les densités auxquelles se produit la diminution de densité de défauts montrée en figure IV.15.b sont en accord avec les résultats de spectroscopie réalisés lors de la

thèse de M. BEIAN [15], qui a montré un noircissement du gaz pour des densités proches de $n_X = 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$.

4. Pour cette même gamme de densité et à $T_b < 1 \text{ K}$, la cohérence temporelle du gaz est augmentée [100].

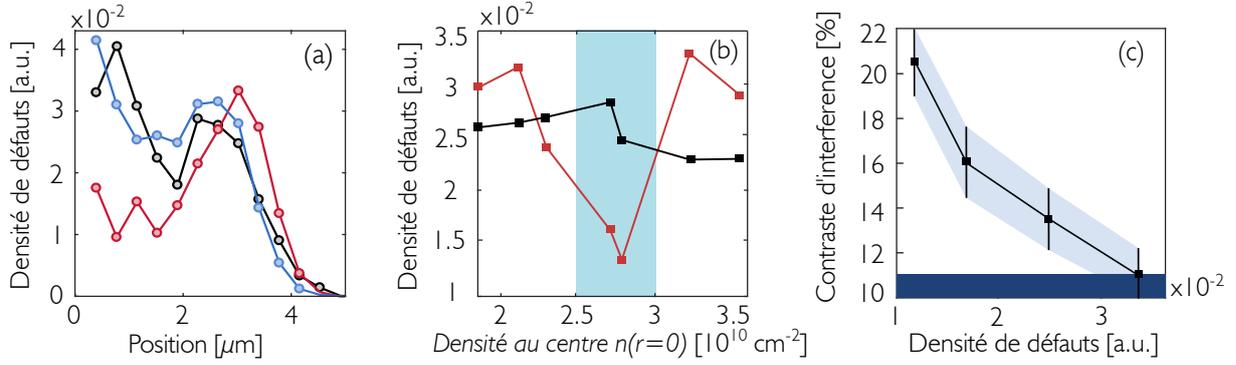


Fig. IV.15 **Mesures à température fixe $T_b = 330 \text{ mK}$.** (a) Profil spatial des défauts de densité pour une densité centrale qui vaut $2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (rouge), $1.8 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (noir) et $3.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (bleu). (b) Densité de défauts pour la partie centrale du piège $R < 2 \mu\text{m}$ (rouge) et la partie extérieure $R > 2 \mu\text{m}$ (noir). (c) Variation du contraste d'interférence en fonction de la densité de défauts pour une densité d'excitons au centre de $2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$.

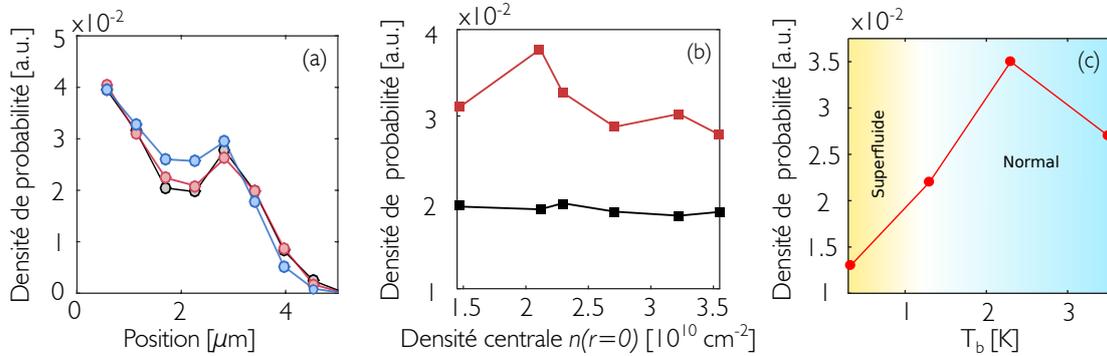


Fig. IV.16 **Mesures à température fixe $T_b = 2.5 \text{ K}$ (a-b) et en fonction de la température (c).** (a) Profil spatial des défauts de densité pour une densité centrale qui vaut $2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (rouge), $1.8 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (noir) et $3.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (bleu). (b) Densité de défauts pour la partie centrale du piège $R < 2 \mu\text{m}$ (rouge) et la partie extérieure $R > 2 \mu\text{m}$ (noir). (c) Variation de la densité de défauts dans la zone $R < 2 \mu\text{m}$ en fonction de la température du bain d'excitons à densité centrale fixée ($2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$).

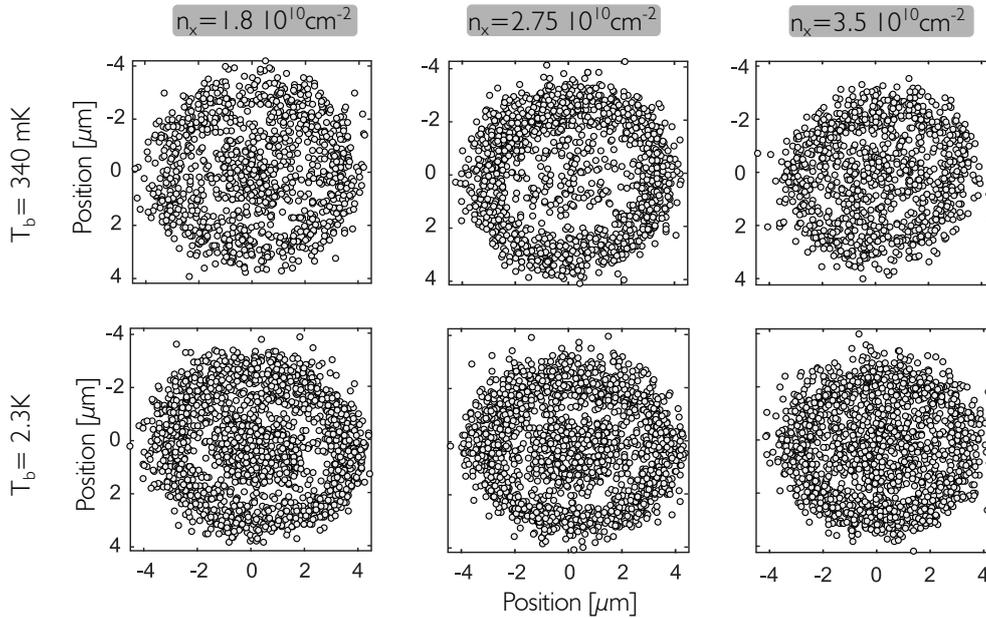


Fig. IV.17 Cartographie des défauts dans la photoluminescence des excitons sur 60 expériences par densités et par température. Ligne 1, $T_b = 340$ mK et ligne 2, $T_b = 2.3$ K.

IV.3.4 Détection automatique des défauts

En complément de la détection des défauts de densité « à la main », nous avons entrepris une détection automatique, basée sur l'utilisation d'une routine *Matlab* de détection des minimum locaux à 2D appelé *FastPeakFind*. À noter que le programme détecte correctement les minima uniquement lorsque la zone étudiée présente un niveau de signal homogène. Compte tenu de la forme particulière pour le profil de densité des excitons au sein du piège, seule la partie centrale de $2 \mu\text{m}$ de rayon présente un profil suffisamment homogène, comme on peut le voir en figure IV.18.a. L'analyse présentée dans ce paragraphe se concentre donc sur la partie centrale du piège, là où une variation significative du nombre de défauts a été mise en avant en fonction de la température et de la densité.

En figure IV.18.b sont montrés les résultats de l'analyse automatique à 330 mK et 2.5 K où l'axe des ordonnées représente la somme des densités de probabilités. Il s'agit donc d'un indicateur de la densité de défauts et montre une claire divergence entre les deux températures considérées pour une densité identique à celle des analyses présentées en IV.3.3.

Le désavantage de la détection automatique est qu'elle est très sensible au niveau de signal moyen défini par l'utilisateur et affecte la sensibilité de la détection si la zone considérée n'est pas suffisamment homogène. En effet, bien que la zone centrale du profil de densité présenté en IV.18.a soit homogène à cette échelle, un gros plan montre qu'il existe une diminution du signal moyen entre 1 et $2 \mu\text{m}$ de rayon. Deux zones de densité homogène ont alors été définies pour réaliser cette analyse : un disque central de $1 \mu\text{m}$ de rayon, puis un anneau entre 1 et $2 \mu\text{m}$ de rayon. Cependant, la définition de plusieurs zones provoque des effets de bords qui diminuent l'efficacité de la détection.

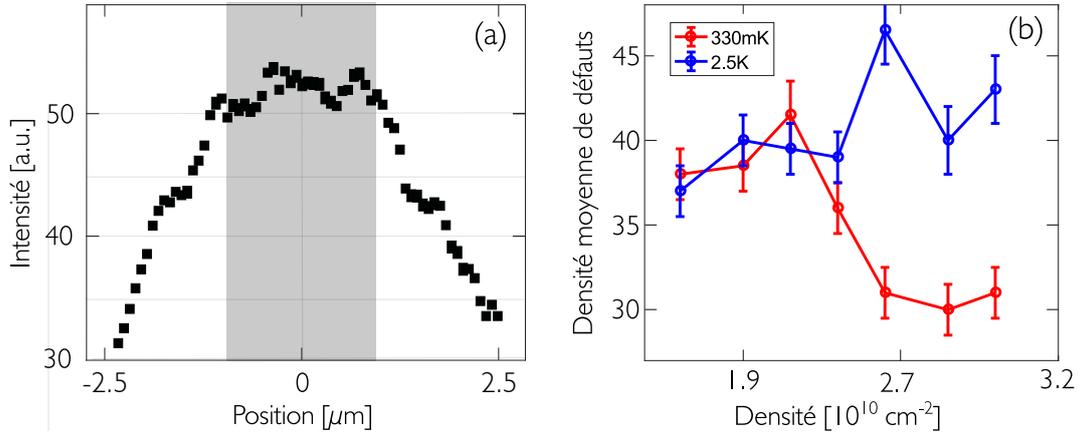


Fig. IV.18 (a) Profil de densité des excitons dans un piège de $10 \mu\text{m}$ de diamètre. Seule la partie centrale grisée d'environ $1 \mu\text{m}$ présente un profil suffisamment homogène pour effectuer l'analyse automatique correctement. (b) Densité moyenne des défauts en fonction de la densité dans le piège à 330 mK (rouge) et 2.5 K (bleu).

IV.3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que les excitons dipolaires piégés affichent un comportement caractéristique des gaz à l'équilibre thermodynamique. Ainsi, nous avons pu tracer pour la première fois leur équation d'état. Le gaz montre également la propriété d'invariance d'échelle, déjà observée dans des gaz d'atomes ultra-froids en interaction faible. Par ailleurs, contrairement aux systèmes atomiques, les excitons possèdent des interactions entre dipôles fortes qui peuvent se modéliser par une interaction de contact ayant pour paramètre d'interaction $\tilde{g} \sim 6$. Nous avons établi la valeur critique de densité dans l'espace des phases $D_c \approx 8$ grâce aux simulations Monte-Carlo. Cette valeur est en accord avec la prédiction universelle $D_s = 4$ qui implique que la densité critique totale $D_c > D_s$ dans l'hypothèse où toutes les particules ne soient pas dans l'état superfluide. De plus, on s'attend à ce que la densité critique D_c diminue avec la force des interactions \tilde{g} , telle que pour un système en interaction forte, D_c aura une valeur proche de D_s . Avec les excitons dipolaires, bien qu'ils possèdent des interactions fortes, c'est l'existence des quatre composantes de spin pour l'état fondamental qui explique que la densité critique soit environ le double de D_s .

À travers une étude statistique des défauts d'intensité observés dans la photoluminescence des excitons, nous avons mis en évidence des indications fortes de la transition BKT à la fois par la variation de densité au sein même du piège mais également en traversant le seuil en température, attendu autour de 1.3 K. En corrélant cette étude à des mesures de cohérence spatiale réalisées par des mesures interférométriques, deux régions aux comportements distincts sont dévoilées : une région centrale pour laquelle la densité de défauts diminue de moitié pour des densités restreintes autour de $\sim 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ et où la cohérence spatiale indique un comportement non classique avec une cohérence à longue portée et d'autre part une couronne externe présentant une densité de défauts maximale et une cohérence spatiale très faible.

Ces résultats coïncident avec le processus microscopique décrit par Berezinskii, Kosterlitz et Thouless pour lequel la prolifération de vortex en dessous de $D_s = 4$ vient diminuer

drastiquement la cohérence en phase et empêche l'établissement d'une cohérence à longue portée. À l'inverse, au dessus de la densité critique, la cohérence à quasi-longue portée est rétablie par l'appariement de vortex/antivortex qui ne détruisent la phase que localement.

Chapitre V

Équation d'état et universalité

Comme il a été montré au chapitre précédent, l'équation d'état des excitons dipolaires montre une caractéristique proche d'une invariance d'échelle. Cependant, si on considère la dépendance du paramètre d'interaction avec la température établie au paragraphe IV.1.2, l'invariance d'échelle est perdue. Dans ce chapitre, nous allons voir qu'en traçant les courbes normalisées par le paramètre d'interaction, on observe un nouveau caractère singulier qui est l'*universalité*.

Dans un premier temps, je présenterai en quoi consiste le caractère universel, ce qui sera illustré par des expériences menées avec des gaz d'atomes froids à la fois dans un piège harmonique mais aussi sur réseau, pour faire varier la force des interactions. Puis, je présenterai les mesures effectuées avec les gaz d'excitons dipolaires sur un échantillon de nouvelle génération. Grâce à des performances augmentées en terme de fluctuations électrostatiques très faible, nous verrons qu'il est possible de tracer l'équation d'état des excitons avec une très bonne précision. Cela nous a permis de dévoiler le caractère universel théoriquement attendu. Enfin, je présenterai les mesures qui prouvent la dépendance logarithmique du paramètre d'interaction, établie au chapitre IV pour un gaz d'excitons dipolaires lorsqu'il est modélisé par une interaction de contact.

V.1 Universalité

V.1.1 Robustesse de l'invariance d'échelle

L'invariance d'échelle observée au chapitre 4 est exceptionnelle car elle est observable uniquement proche du point critique. Il s'agit néanmoins d'une invariance d'échelle approximative, puisqu'en toute rigueur, un système à deux dimensions ne présente pas d'invariance d'échelle. C'est en fait à cause d'une faible résolution dans la mesure de la densité locale d'excitons et donc la densité dans l'espace des phases que semble émerger cette invariance. Pour étayer ce point, il sera montré dans la suite une comparaison des résolutions que nous sommes capables d'atteindre en fonction de l'échantillon étudié.

Le calcul présenté au chapitre 4, montrant la possibilité de modéliser l'interaction entre dipôles par une interaction de contact, a permis d'établir la dépendance en température du

paramètre d'interaction à 2D qui s'écrit dans sa forme générique comme

$$\tilde{g} = -\frac{2\pi}{\ln(\bar{k}d^*)} \quad (\text{V.1})$$

avec $d^* = r_0 e^{3\gamma}/2$, un paramètre qui contient les caractéristiques des excitons puisqu'il dépend de la longueur du dipôle $d \sim 12$ nm et du rayon de Bohr $a_B \sim 20$ nm à travers r_0 la longueur typique de diffusion qui vaut $r_0 = d^2/a_B$. En figure V.2 est représentée la valeur du paramètre d'interaction \tilde{g} en fonction de la température. À noter que les valeurs approximatives pour d et a_B engendrent une barre d'erreur sur la valeur de d^* ; pour cette raison, on définit plutôt une surface de valeurs possibles dans la figure V.2 (surface grisée). On voit ainsi que l'invariance d'échelle est brisée lorsqu'on augmente la température, mais on note par ailleurs qu'en renormalisant chaque courbe par \tilde{g} , l'ensemble des courbes doivent se superposer, donnant une loi universelle telle que

$$n\lambda_{th}^2 = f(\beta\tilde{\mu}/\tilde{g}) \quad (\text{V.2})$$

avec $\beta = 1/k_B T$ et $\tilde{\mu}$ le potentiel chimique qui dépend de la position dans le piège.

V.1.2 État de l'art sur la mesure de l'universalité

L'universalité de l'équation d'état a été mesurée avec des systèmes atomiques par le groupe de C.CHIN en 2011 [28] pour une gamme de valeurs de la force d'interaction typiquement de l'ordre de 10% pour des atomes dans un piège harmonique. De plus, en modifiant la fréquence du piège, il est possible de faire varier la force des interactions, ce qui leur a permis d'atteindre des valeurs allant de 0.05 à 0.26. Puis, en combinant l'utilisation de réseaux optiques avec la variation du champ magnétique au voisinage d'une résonance de Feshbach, ils ont pu augmenter ce coefficient par 10, comme présenté dans leurs travaux de 2013 [30]. L'avantage des réseaux optiques est qu'il est possible d'atteindre des densités par site qui sont plus élevées mais aussi d'augmenter la masse effective et par conséquent d'augmenter la force des interactions pour aller de 0.5 à 2.8.

Le système étudié est bidimensionnel et le paramètre d'interaction prend la forme $g = 4\pi/|\ln(na_{2D}^2)|$, où a_{2D} est la longueur de diffusion à 2D, avec la présence d'un terme logarithmique, caractéristique de la dimension 2. Les auteurs ont étudié la transition BKT au voisinage du point critique et déterminé les valeurs critiques de la densité dans l'espace des phases n_c , du potentiel chimique μ_c ou encore de la constante de couplage superfluide G_c , comme il est décrit dans leurs précédents travaux menés dans un réseau d'atomes par piégeage optique [101]. Ils ont ainsi exploré l'évolution des paramètres critiques en fonction de la force des interactions puis étudié l'universalité de l'équation d'état :

$$\tilde{n} - \tilde{n}_c = H\left(\frac{\tilde{\mu} - \tilde{\mu}_c}{G_c}\right) \quad (\text{V.3})$$

H étant une fonction sans dimensions.

Sur la figure V.1 est présentée l'évolution des paramètres critiques : (a) constante de couplage, (b) le potentiel chimique et (c) densité dans l'espace des phases en fonction de la force des interactions, dans un piège harmonique (points en noir) et dans un réseau optique (points en blanc). L'universalité, qui se traduit par la superposition en une unique courbe

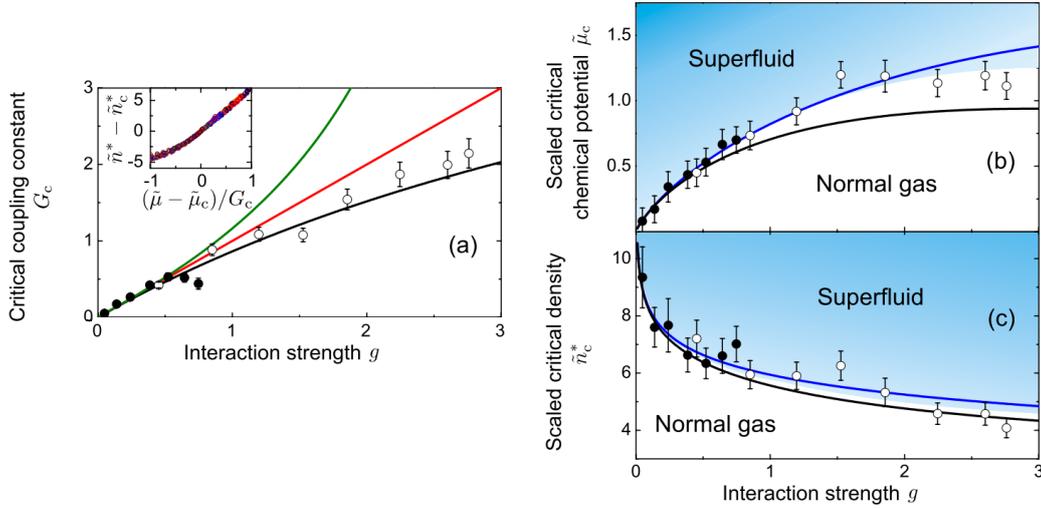


Fig. V.1 Paramètres critiques de la transition superfluide en fonction de la force des interactions. Les points en blanc sont mesurés avec le réseau optique tandis que les points noirs sont mesurés in situ avec un gaz 2D dans un piège harmonique. L'évolution du paramètre de couplage critique dans la figure (a) est comparée à la prédiction en champ moyen (en rouge) et une théorie perturbative (en vert). La prédiction utilisant la théorie de champ classique est représentée par les courbes en bleu et avec la théorie de Ginzburg-Landau, en noir (b-c). Figure extraite de HA et al., *Phys. Rev. Lett.*, 2013 [30]

comme on peut le voir dans l'insert de la figure V.1.a, confirme le rôle crucial des interactions à 2D et la possibilité d'étendre la théorie des gaz en interaction faible ($g \ll 1$) aux gaz en interaction forte ($g \geq 1$).

V.2 Avec les excitons dipolaires

V.2.1 Interactions « fortes »

En comparaison avec les systèmes atomiques, les excitons dipolaires présentent une force d'interaction entre particules renforcée par leur large moment dipolaire qui permet d'atteindre pour \tilde{g} des valeurs 10 fois supérieures à celles des atomes dans un piège harmonique. Jusqu'à présent, la majorité des études théoriques se sont focalisées sur les systèmes en interaction faible ($\tilde{g} \ll 1$) [102, 97], bien que l'émergence des gaz dipolaires avec des atomes de chrome [103] et l'étude de molécules bosoniques aient apporté un regain d'intérêt [104], la théorie associée reste néanmoins très peu développée. Par ailleurs, la définition de la limite interactions faibles/fortes est définie dans la littérature de manière qualitative. C'est en prenant la limite des interactions fortes comme la valeur de \tilde{g} pour laquelle l'énergie d'interaction de N particules atteint l'énergie cinétique de N particules qui n'interagissent pas entre elles et répartie dans l'état d'énergie le plus bas, que HADZIBABIC ET DALIBARD définissent la valeur limite de $\tilde{g} = 2\pi$ [95]. Par une autre méthode d'analyse, en étudiant l'effet des excitations phononiques sur l'évolution de la population n_0 dans le condensat,

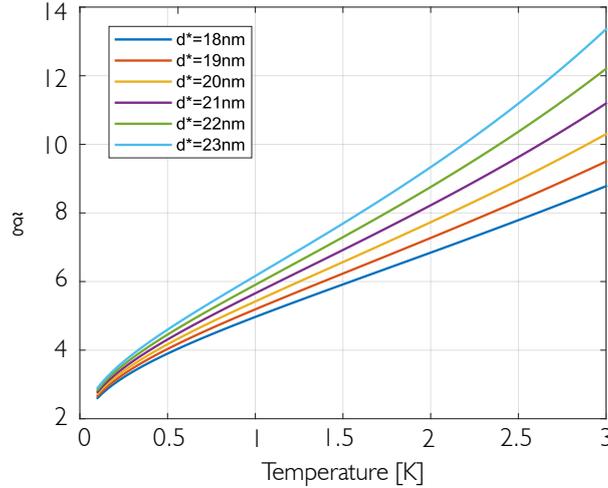


Fig. V.2 Évolution du paramètre d'interaction en fonction de la température pour différentes valeurs de d^* caractérisant le système.

HOLZMANN a défini une valeur critique pour \tilde{g} de 4π [105].

Dans le cas des excitons dipolaires, la force des interactions varie avec la température du gaz, comme il a été montré au chapitre IV, où la dépendance logarithmique, typique des systèmes à deux dimensions a été mise en évidence. Cette dépendance est illustrée en figure V.2 pour différentes valeur du paramètre d^* qui caractérise le système à travers la taille du dipôle de l'exciton et son rayon de Bohr.

V.2.2 Précision de la mesure de densité

L'effet de la diffusion spectrale discutée au chapitre II est à l'origine de notre principale limitation expérimentale pour établir l'équation d'état des excitons. De ce point de vue, l'avantage de l'échantillon 2 est le niveau de fluctuations qui est divisé par 4 par rapport au premier échantillon. Les fluctuations trouvent leur origine dans les charges photo-injectées par la laser et qui transitent dans l'hétérostructure quand celle ci est polarisée électriquement. Comme la qualité de la conduction des charges est bien meilleure dans l'échantillon 2, les charges excédentaires sont plus facilement évacuées. En termes quantitatifs, l'échantillon 1 est soumis à des fluctuations moyennes de l'ordre de $400 \mu\text{eV}$ sur l'énergie de la photoluminescence ce qui engendre une erreur sur la densité calculée de $\pm 4 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$, tandis que pour l'échantillon 2 le niveau de fluctuation mesuré est de l'ordre de $100 \mu\text{eV}$ (pour une température de 330 mK) et donc une erreur sur la densité de $\pm 1 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$. Le tableau V.3 récapitule l'ensemble des erreurs commises en fonction du niveau de fluctuations de l'énergie, qui, comme nous allons le voir dans la suite, possède une dépendance en température.

V.3 Mesures

Pour augmenter le nombre de points pour tracer l'équation d'état, nous avons fait le choix de travailler sur un piège plus grand, de $20 \mu\text{m}$ de diamètre, puisque la résolution optique est limitée à $1 \mu\text{m}$. Cela nous permet d'avoir une vingtaine de points pour chaque

ΔE_X [μeV]	Δn_X [10^9 cm^{-2}]	$\Delta n_X \lambda_{\text{th}}^2$ ($T_b = 330 \text{ mK}$)	$\Delta n_X \lambda_{\text{th}}^2$ ($T_b = 1.2 \text{ K}$)
± 250 (éch. 1)	± 5	± 4	± 1
± 200 (éch. 1)	± 4	± 3	± 0.8
± 100 (éch. 2)	± 2	± 1.6	± 0.4
± 50 (éch. 2)	± 1	± 1.5	± 0.2

Fig. V.3 Tableau récapitulatif des fluctuations de la densité n_X et de la densité dans l'espace des phases $n_X \lambda_{\text{th}}^2$ pour deux températures $T_b=330\text{mK}$ et 1.2K en fonction de la fluctuation en énergie ΔE_X .

densité considérée. De la même manière que pour l'équation d'état présentée au chapitre IV, à partir de spectres résolus spatialement, on récolte le blueshift de la photoluminescence des excitons et on en déduit la densité d'excitons présents dans le piège.

V.3.1 Caractérisation de l'échantillon 2

Mesures stroboscopiques

Les mesures stroboscopiques constituent une caractérisation très instructive et particulièrement adaptée pour évaluer la qualité du système par l'analyse des paramètres pertinents en fonction du délai après l'extinction du laser, et permet de déterminer le régime de densité optimal pour observer la dégénérescence du gaz. En figure V.4 sont présentées les mesures stroboscopiques de l'échantillon 2 en configuration piège ($V_c=-4.4 \text{ V}$ et $V_g=-4.1 \text{ V}$) et une puissance d'excitation de $3 \mu\text{W}$. La largeur spectrale donnée figure V.4.d est un paramètre clé qui traduit la cohérence de phase des excitons brillants dans l'état de plus basse énergie ; on s'attend donc à une largeur de raie de photoluminescence réduite pour un état parfaitement condensé. On observe par ailleurs pour les longs délais ($> 200 \text{ ns}$) que les états localisés dans les défauts donnent lieu à des largeurs spectrales très faibles qu'il faut distinguer d'un état condensé, puisque ceux-ci se trouvent dans des régimes de densité théoriquement trop faibles pour donner lieu à la condensation. L'énergie donne la densité totale d'excitons présents quelque soit son état de spin tandis que l'intensité et l'intensité intégrée renseigne sur la population d'excitons brillants. Plus précisément, l'intensité intégrée représente la somme des photons émis dans un intervalle de temps et on observe sur la figure V.4.c que ce nombre diminue alors qu'on abaisse la température, qui se séparent clairement à 200 ns comme on peut le voir dans l'insert de la figure V.4.c. On remarque par ailleurs une rupture de pente dans l'intensité intégrée qui s'opère au délai 200 ns , indiquant un changement de régime.

Fluctuations en énergie

Pour identifier le régime le plus stable en terme de fluctuations électrostatiques, nous avons étudié les fluctuations en énergie en fonction du délai après l'extinction du laser comme présenté en figure V.5.a. Sur cette figure, chaque courbe correspond à la moyenne des fluctuations mesurées sur l'ensemble du piège pour un découpage de la photoluminescence par tranches de $1 \mu\text{m}$. On observe que c'est à basse température que le niveau de fluctuation est le plus bas et atteint un minimum autour de 200 ns . Plus la température augmente et plus le niveau de fluctuations augmente ; il atteint une valeur autour de $200 \mu\text{eV}$ à $T_b = 1.8$

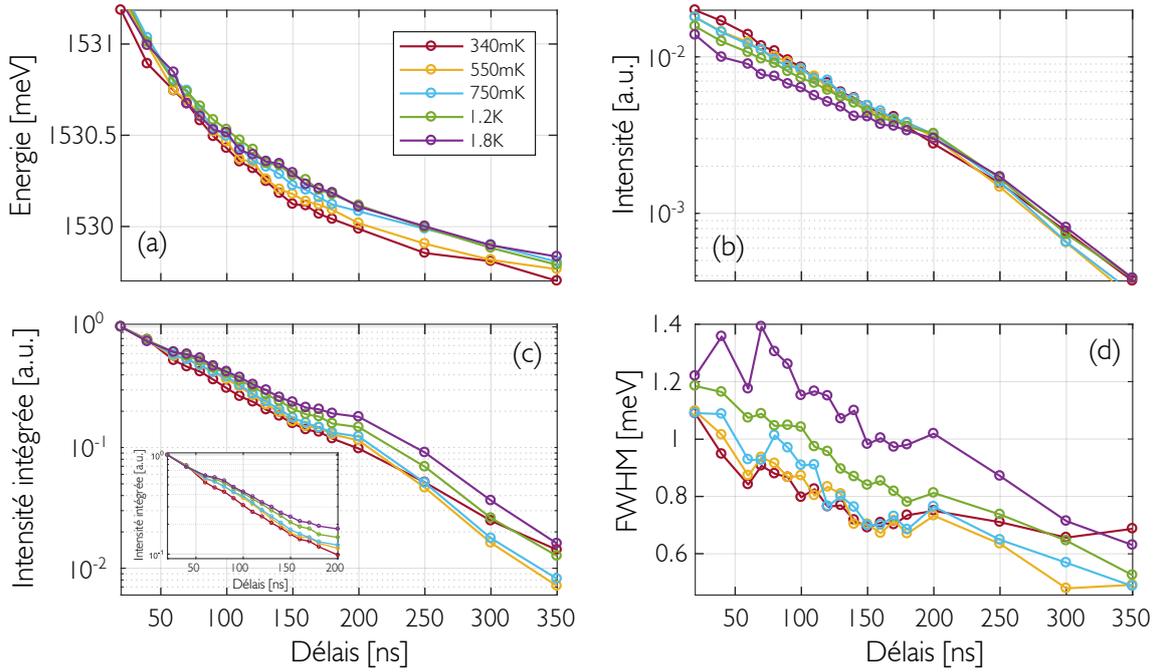


Fig. V.4 Paramètres caractéristiques de la photoluminescence des excitons en fonction du délai après la fin de l'injection optique, pour l'échantillon 2. (a) énergie, (b) intensité, (c) intensité intégrée et (d) largeur spectrale. Les potentiels appliqués sur les électrodes de surfaces sont $V_c = -4.4$ V (électrode centrale) et $V_g = -4.1$ V (électrode de garde).

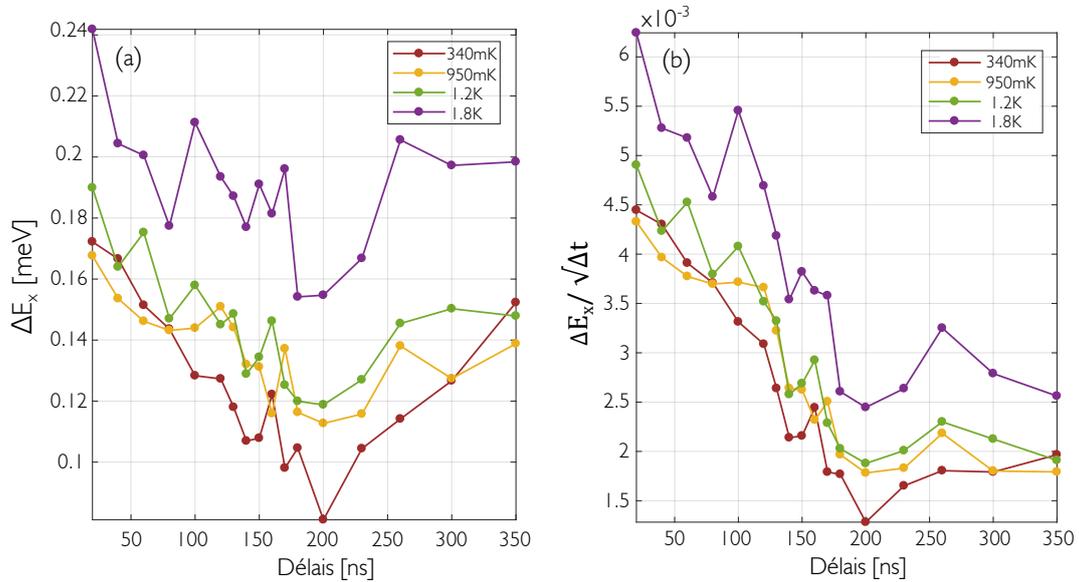


Fig. V.5 (a) Fluctuations en énergie en fonction du délais après l'extinction du laser d'injection pour quatre températures (0.34, 0.95, 1.2, 1.8 K). (b) Fluctuations normalisées par le temps d'exposition Δt .

K. Ce comportement est en accord avec le fait que l'énergie thermique permet aux charges excédentaires de transiter plus facilement dans l'hétérostructure et peuvent perturber la stabilité du gaz. Après 200 ns le niveau de fluctuations augmente pour toutes les températures, ce qui peut être dû au temps d'exposition rallongé à longs délais. La figure V.3.b représente la fluctuation en énergie normalisée par la temps d'exposition pour s'affranchir de cet effet. Deux régimes se dessinent : avant 200 ns, on observe une diminution linéaire des fluctuations ; après 200 ns, elle se stabilise.

En corroborant les résultats des mesures stroboscopiques avec celles issues des analyses de fluctuations, on met en évidence trois régimes de mesures :

1. **Régime dilué** : juste après l'excitation laser et jusqu'à 70 ns de retard après l'extinction laser, le niveau de fluctuations électrostatiques est élevé à cause des charges libres photo-injectées. Le piège est très peuplé, le blueshift mesuré est autour de 1.3 meV ce qui correspond à une densité d'excitons de $2.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, valeur comparable à la densité théorique requise pour l'observation d'un état condensé.
2. **Régime intermédiaire** : entre les délais 70 et 200 ns. Le blueshift, varie de 1 meV à 200 μeV et donne une densité d'excitons correspondante de 20 à $4 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$. Dans cette plage de densité, s'ouvre un éventail dans l'intensité et l'intensité intégrée (mieux visible dans l'insert de la figure V.4.c) en fonction de la température T_b . Ce phénomène, déjà rapporté dans les travaux de M. BEIAN [15] marque le refroidissement du gaz. La largeur de la raie, moyennée sur 20 images, se trouve autour de $\sim 800 \mu\text{eV}$, contre 1.3 meV pour l'échantillon 1 dans une configuration similaire de « piège » ($|V_c| > |V_g|$).
3. **Régime très dilué** : pour des délais supérieurs à 200 ns, le gaz est très dilué et les excitons se localisent dans les défauts de potentiel. Les largeurs de raie associées sont les plus faibles, autour de 600 μeV (mesurées par spectroscopie sur un réseau de 600 traits/mm de résolution égale à 400 μeV).

Avec l'échantillon 2, la densité maximale atteignable est limitée à une valeur de $2.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$, correspondant à la gamme de densité nécessaire pour la condensation. À titre de comparaison, dans le régime dense avec l'échantillon 1, la densité atteint des valeurs supérieures à $4 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. Par ailleurs, grâce à un niveau de fluctuations divisé par un facteur 4, il est possible de tracer une équation d'état avec une meilleure précision que celle présentée dans le chapitre IV.

Cohérence temporelle du gaz

Les mesures réalisées par spectroscopie sur réseau sont limitées par la résolution de l'instrument (0.4 meV avec le 600 traits/mm et 0.2 meV avec le 1800 traits/mm). Bien que la résolution avec un réseau de 1800 traits/mm soit adaptée pour sonder les largeurs de raies des excitons, de telles mesures nécessitent un temps d'acquisition plus long qui les rendent sensibles au processus d'élargissement inhomogène. Nous avons donc choisi de caractériser plus finement les performances du gaz en utilisant la spectroscopie par transformée de Fourier qui consiste en des mesures interférométriques. L'avantage de cette technique est que le temps d'exposition nécessaire à l'acquisition des interférogrammes est deux fois plus court que pour la spectroscopie sur réseau, ce qui permet de s'affranchir partiellement des effets de fluctuations électrostatiques.

Ces expériences sont réalisées avec un décalage latéral nul ($r=0$) entre les deux sorties de l'interféromètre puis en faisant varier la différence de marche de $\tau = 0$ à $\tau = 1.4$ μm , soit l'équivalent de $\tau=0$ à 4.6 ps. Les résultats sont présentés en figure V.6 pour deux remplissages du piège, $n_X = 1.2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ (rouge) et $n_X = 5 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$ (bleu) où chaque point représente le contraste moyen sur 20 interférogrammes. Chaque courbe est ajustée par une exponentielle de la forme $a \cdot \exp(-t/\tau) + c$ duquel on extrait le temps de cohérence τ qui est le temps caractéristique du déclin de l'exponentielle. On obtient respectivement $\tau = 2.5$ ps and 3.7 ps pour une densité d'excitons de 1.2 et 0.5 10^{10} cm^{-2} . Par cette analyse, il n'est cependant pas possible d'extraire le temps de cohérence associé au gaz d'excitons. Cela vient du fait qu'il existe deux composantes dans le spectre mesuré : l'un est lié au « bruit de charge » qui possède une forme exponentielle dans l'espace des fréquences [106], l'autre est lié au signal issu du gaz d'excitons pur. Dans l'espace fréquentiel, le signal correspond au produit de deux exponentielles : $\exp(-t/\tau_1) \times \exp(-t/\tau_2)$. On en déduit que le temps de cohérence τ mesuré correspond à $1/\tau = 1/\tau_1 + 1/\tau_2$, avec par exemple τ_1 associé au bruit de charge et τ_2 le temps de cohérence des excitons. Dans l'hypothèse où le bruit de charge perturbe le gaz d'excitons avec $\tau_1 \ll \tau_2$ alors le temps de cohérence global est dominé par le bruit de charge et $\tau_1 \approx \tau$.

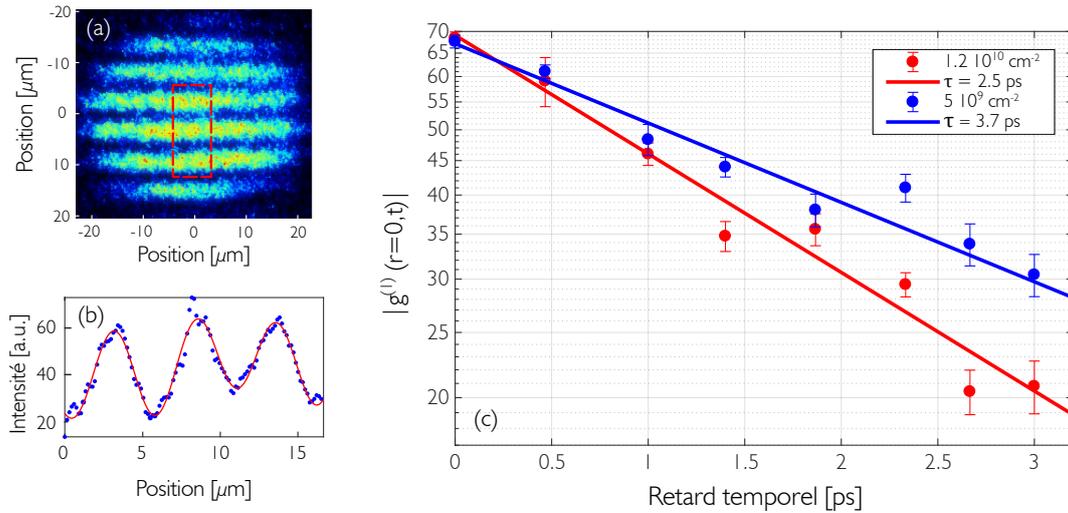


Fig. V.6 (a) Exemple d'interférogramme mesuré à l'autocorrélation. Un programme automatique sélectionne une coupe contenant les 3 franges centrales (sélectionnées en rouge). La coupe est ensuite ajustée par une somme de sinus d'où on détermine le contraste. En (b) un exemple de coupe pour un retard temporel de 1.8 ps avec en bleu les points expérimentaux et en rouge la courbe d'ajustement. (c) Le module de fonction de corrélation au premier ordre $g^{(1)}(r = 0,t)$ donne le contraste moyen sur 20 images en fonction de la différence de marche dans l'interféromètre δt pour deux densités. Les courbes sont ajustées par une exponentielle simple dont le temps de décroissance caractéristique est respectivement de 2.5 ps et 3.7 ps.

V.3.2 Mesure de l'équation d'état et universalité

La caractérisation de l'échantillon 2 à travers ses performances spectrales nous a permis de mettre en évidence les régimes de densités adéquats pour tracer l'équation d'état. Nous avons identifié les régimes 1 et 2 comme réunissant les meilleures performances de par le niveau de fluctuations, la largeur de raie et une densité suffisante pour traverser le seuil de densité critique dans l'espace des phases. La première étape à accomplir afin de tracer l'équation d'état est de déterminer le potentiel de confinement. Celui-ci varie d'un échantillon à l'autre, à cause de la distance des doubles puits par rapport aux électrodes de surface. La fréquence de piégeage pour ce nouvel échantillon doit se trouver différente de celle que nous avons mesurée pour l'échantillon 1. C'est ce qui est illustré dans la figure V.7 où on remarque, par l'aspect des spectres résolus spatialement, que la fréquence de piégeage est bien plus faible dans l'échantillon 2 que sur le premier échantillon. Pour déterminer la forme du piégeage dessiné en rouge sur la figure V.7.a, nous avons utilisé une dizaine de spectres enregistrés au délai 350 ns. Les ailes extérieures du profil de confinement sont déterminées à l'aide des spectres résolus spatialement avec un remplissage du piège plus élevé, i.e. à des délais plus courts. Un exemple de remplissage de piège est présenté au délai 130 ns auquel est superposé le profil de confinement (courbe rouge).

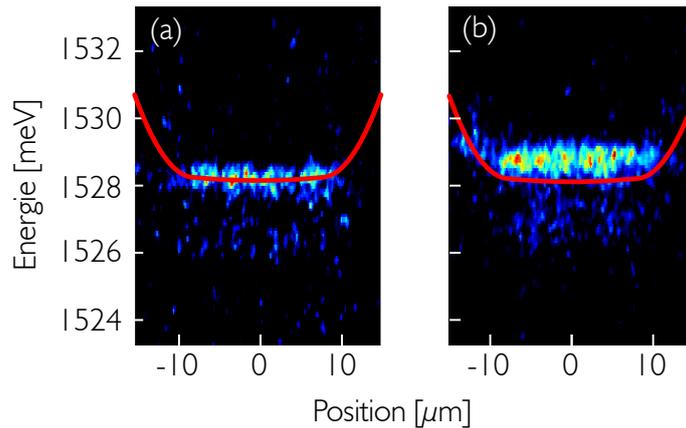


Fig. V.7 La forme du potentiel de confinement est définie grâce aux spectres résolus spatialement, enregistrés à long délais après l'extinction du laser comme en (a) au délai 350 ns. La figure (b) représente un exemple de remplissage du piège, ici à 130 ns auquel est superposé le profil de confinement défini à long délai (en rouge).

La densité, puis la densité dans l'espace des phases sont calculées en utilisant le même protocole que celui décrit dans le chapitre IV. Nous avons apporté une amélioration en tenant compte de l'effet de l'écrantage du champ externe par les deux plans de trous et d'électrons. Grâce au niveau de précision que nous sommes capable d'atteindre avec l'échantillon 2, nous avons donc pris en compte l'effet de cet écrantage qui dépend linéairement de la densité et modifie le terme de confinement $V(r)$ en $V(r) - E_{int}(n_X)$. Cette amélioration permet d'accéder à une précision relative de l'ordre de 10% supplémentaire.

En traçant $n_X \lambda_{th}^2$ en fonction de $\beta\mu$, on obtient les figures V.8.a pour sept températures et V.8.b pour deux températures sélectionnées. L'ensemble des courbes tracées dans la figure V.8.a se distribuent en éventail et sont comprises dans un intervalle défini par les courbes

issues des simulations Monte-Carlo avec un coefficient d'interaction allant de $\tilde{g} = 4$ à $\tilde{g} = 7$. Le coefficient d'interaction g est lié à la pente de la courbe $n_X \lambda_{th}^2 = f(\beta\mu, g)$. Les barres d'erreurs indiquées sur la figure V.8.b sont obtenues statistiquement. On observe que les points à 1.2 K suivent très bien la simulation avec une force d'interaction entre $\tilde{g} = 6$ et 7 tandis que les points à 0.34 K, bien que l'erreur associée soit plus élevée, suivent de manière très visible la simulation avec $\tilde{g} = 4$. En normalisant toutes les courbes par la valeur de g ajustant au mieux les données, on obtient la figure V.8.c où l'ensemble des courbes se superposent et dévoilent le caractère universel de l'équation d'état.

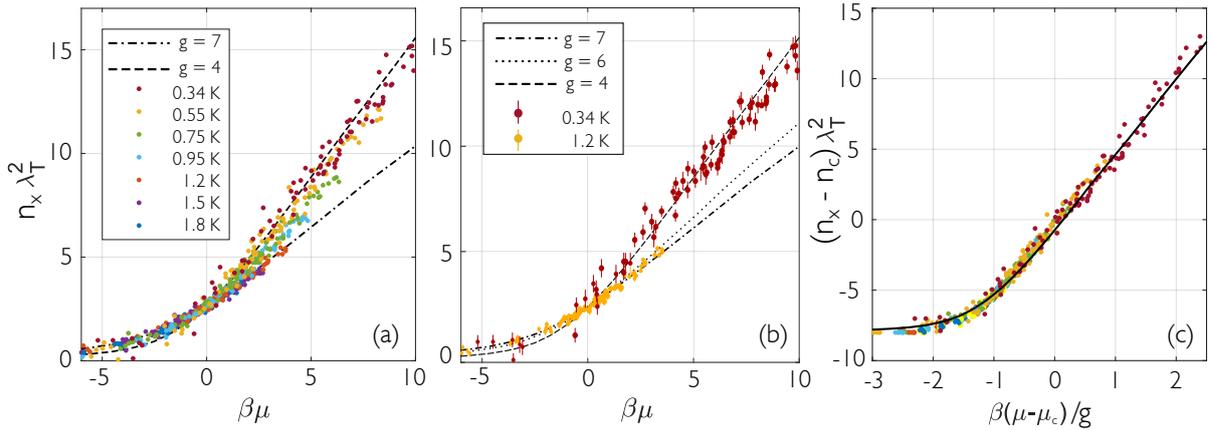


Fig. V.8 (a) Équation d'état pour des températures allant de 0.34 K à 1.8 K. (b) Équation d'état pour deux températures : 0.34 K et 1.2 K. Les simulations Monte-Carlo donnent les ajustements représentés en noir pour $\tilde{g} = 4, 6.5$ et 7. (c) Équation d'état normalisée par le coefficient d'interaction \tilde{g} .

V.3.3 Universalité des fluctuations

Dans cette section, nous allons voir que l'universalité observée sur l'équation d'état s'établit également à travers l'étude des fluctuations de densité. Cette propriété sera démontrée dans le calcul présenté dans le premier paragraphe. Je présenterai ensuite les mesures effectuées pour déterminer la force des interactions à travers l'étude des fluctuations. Nous serons alors capable de tracer la force des interactions g en fonction de la température et nous verrons que ces mesures sont en accord avec la théorie qui prédit une évolution logarithmique avec T_b .

Calcul théorique

Nous utilisons encore une fois une description dans l'ensemble grand canonique où le système échange des particules et de l'énergie avec un réservoir. La fonction de partition s'écrit

$$Z = \sum_m e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \quad (\text{V.4})$$

avec m l'indice du micro-état. Le nombre moyen de particules est donné par

$$\langle N \rangle = \frac{1}{Z} \sum_m N_m e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} = \frac{1}{\beta Z} \sum_m \frac{\partial}{\partial \mu} \left(e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \right) \Big|_{V,T} \quad (\text{V.5})$$

$$= \frac{1}{\beta Z} \frac{\partial}{\partial \mu} \underbrace{\sum_m \left(e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \right)}_Z = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu} \Big|_{V,T} \quad (\text{V.6})$$

De même,

$$\langle N^2 \rangle = \frac{1}{Z} \sum_m N_m^2 e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \quad (\text{V.7})$$

$$= \frac{1}{\beta^2 Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \mu^2} \Big|_{V,T} \quad (\text{V.8})$$

Ce qui nous permet de calculer la variance du nombre de particules Δ_N^2

$$\Delta_N^2 = \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 = \frac{1}{\beta^2 Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \mu^2} - \left(\frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu} \right)^2 \quad (\text{V.9})$$

$$= \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \underbrace{\left(\frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \mu} \right)}_{\beta \langle N \rangle} \quad (\text{V.10})$$

$$= \frac{1}{\beta} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial \mu} = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial (\beta \mu)^2} \quad (\text{V.11})$$

Le logarithme de la fonction de partition $\ln(Z)$ est une quantité extensive tandis que β et μ sont des quantités intensives

$$\langle N \rangle \sim \langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 \propto V \quad (\text{V.12})$$

on détermine alors que le nombre moyen de particules ainsi que la variance Δ_N^2 sont des quantités extensives, proportionnelles à V le volume du système.

Si on suppose qu'il existe une invariance d'échelle dans le système telle que la densité dans l'espace des phases est une fonction de $\beta\mu$, i.e.

$$n\lambda^2 = f(\beta\mu) \quad (\text{V.13})$$

où cette fois on considère la densité moyennée spatialement $n = \langle N \rangle / V$, $\lambda^2 = 2\pi\hbar^2 / mk_B T$ et f une fonction sans dimension. On obtient donc

$$\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2 = V\lambda^{-2} \frac{\partial n\lambda^2}{\partial \beta\mu} = V\lambda^{-2} g(\beta\mu) \quad (\text{V.14})$$

où la fonction $g(x) = f'(x)$ est aussi sans dimension. On peut réécrire

$$[\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2] \lambda^2 V = g(x) \quad (\text{V.15})$$

ce qui exprime l'invariance d'échelle pour $\Delta n^2 \lambda^2$ représentant les fluctuations de densité. Si la densité n'était pas moyennée spatialement, l'invariance d'échelle aurait été observée pour $\Delta n^2 \lambda^4$.

Mesures

L'invariance d'échelle attendue pour les fluctuations de densité est explorée dans cette section. Pour cela, on relève la variance σ_X^2 de la densité qu'on trace en fonction de $\beta\mu$ comme présenté dans la figure V.9.a pour les mêmes températures que celles utilisées pour tracer l'équation d'état. À basse température, $T_b = 0.34$ K (ligne rouge foncée), seule la zone $\beta\mu = [2, 11]$ est tracée car pour de plus faibles valeurs de $\beta\mu$ la statistique de points n'est pas suffisante pour conclure. En revanche, à haute température, $T_b = 1.8$ K (courbe bleue foncée), la gamme de $\beta\mu$ sondée est plus faible (< 0), ce qui est un effet direct de la température car l'axe de abscisses est fonction de l'inverse de $k_B T$.

Pour chaque température, le niveau de fluctuations sature à une valeur qui dépend de la force des interactions g , comme on peut le voir figure V.9.a. En comparant les niveaux de fluctuations relatifs, nous avons déterminé la valeur du paramètre g . La valeur de référence pour \tilde{g} est choisie à haute température car c'est celle pour laquelle l'erreur sur la mesure est la plus faible. Elle est définie à $\tilde{g} = 7$ pour une température de 1.8 K en ajustant l'équation d'état par une courbe issue de la simulation Monte-Carlo. Puis, nous avons déduit les valeurs de \tilde{g} pour les autres températures en comparant le niveau relatif des fluctuations. Ceci nous permet finalement de tracer la figure V.9.b. dont les points expérimentaux sont encadrés par deux valeurs possibles pour le paramètre d^* que l'on évalue en théorie autour de 18 et 22 nm ($d^* = (d^2/a_B)e^{3\gamma}/2$ avec d la distance entre puits et a_B le rayon de Bohr de l'exciton).

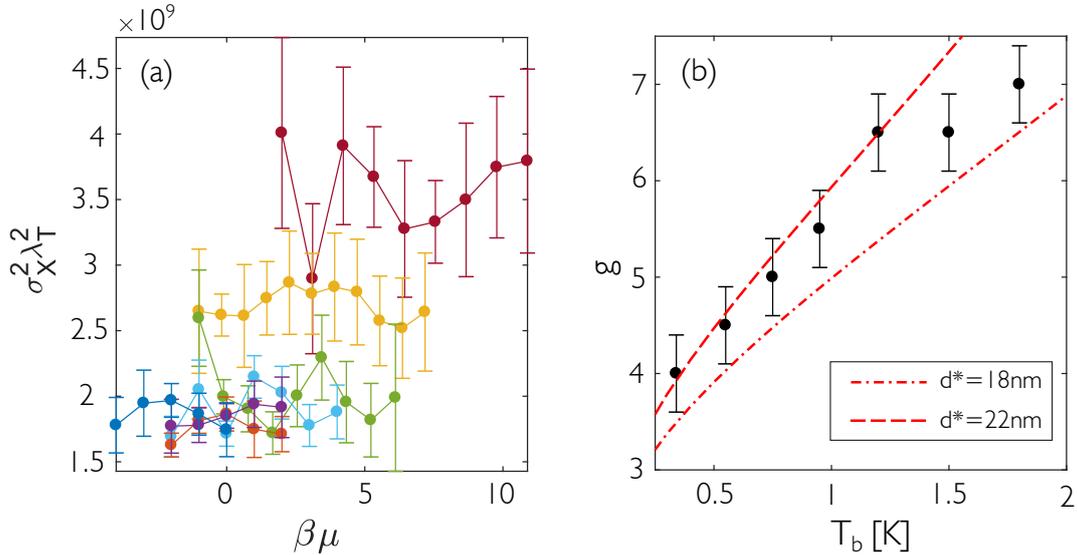


Fig. V.9 (a) $\sigma_X^2 \lambda^2$ en fonction de $\mu/k_B T$ avec σ_X^2 la variance sur la mesure de densité d'excitons. Le plateau de saturation des fluctuations pour chaque température permettent de déduire la force des interactions reporté en (b). Les deux courbes en rouge sont des ajustements théoriques qui dépendent du paramètre d^* , caractéristique du système d'excitons dans un double puits et dont la valeur est approximative.

V.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons vu que la force des interactions associée aux excitons indirects se trouve au-delà des valeurs maximales que l'on peut trouver dans les gaz d'atomes froids. Bien que leurs interactions puissent être qualifiées de « fortes » en comparaison à d'autres systèmes (atomes, excitons-polaritons), la définition stricte du seuil d'interaction faible/forte, qui est 2π ou 4π , permet de classer le système d'exciton dans la catégorie des interactions faibles. De ce fait, la théorie associée reste la même que celle développée pour les systèmes atomiques.

Nous avons étudié une nouvelle génération d'échantillon, fabriqué dans un centre d'épitaixie spécialisé dans les matériaux à base de GaAs. La mobilité des échantillons fabriqués est l'une des meilleures au monde. Ceci nous a permis de réduire le niveau de fluctuations, qui est désormais jusqu'à 4 fois plus faible que sur l'échantillon 1. Grâce à cette avancée technologique, nous sommes capable de tracer l'équation d'état avec une très bonne précision pour sonder la thermodynamique du gaz d'excitons. Nous avons également présenté la mesure du paramètre d'interaction qui varie avec la température du gaz et modifie la pente des équations d'état. Nous avons vu qu'en normalisant chaque courbe par son coefficient d'interaction associé, on montre le caractère universel, où toutes les courbes se confondent en une unique courbe.

Enfin, nous avons exploré la dépendance logarithmique du paramètre d'interaction attendue pour des systèmes à deux dimensions. Cette dépendance a été sondé expérimentalement à travers l'étude des fluctuations de densité et leurs niveaux de saturation relatifs. En accord avec les incertitudes expérimentales, on trouve que le paramètre d'interaction est compris dans une plage théoriquement définie par l'erreur possible sur la valeur de d^* qui caractérise le double puits quantique.

Conclusion

Dans ce manuscrit, nous avons présenté des preuves expérimentales de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless pour des excitons dipolaires dans un piège électrostatique de $10 \mu\text{m}$ de diamètre. Les expériences sont menées dans des hétérostructures semiconductrices composées d'un double puits quantique de GaAs/AlGaAs intégré dans un dispositif à effet de champ. Le premier résultat majeur présenté dans ce manuscrit est la mesure de l'équation d'état d'un gaz d'excitons. Elle est représentée en fonction des variables adimensionnées $n_X \lambda_{\text{th}}^2$, la densité dans l'espace des phases et du rapport $\mu/k_B T$, avec μ et $k_B T$ sont les deux seules échelles d'énergie du système. L'équation d'état est tracée à partir de spectres résolus spatialement, enregistrés pour différents remplissages du piège. Lorsque le gaz est ultra dilué, les quelques excitons piégés dans des défauts de potentiel permettent de dessiner la forme du potentiel harmonique qui retient les particules et ainsi de déduire la fréquence de piégeage. Pour un remplissage plus élevé, nous sommes capables de déterminer la densité d'excitons présents dans le piège à travers le blueshift de l'énergie de la photoluminescence. Enfin, grâce à l'approximation de la densité locale, on peut assimiler chaque région du piège à une zone homogène en densité et ainsi révéler la physique d'un gaz homogène à 2D. De cette manière, nous avons pu observer l'invariance d'échelle approximative de l'équation d'état, en accord avec la résolution expérimentale à disposition, ce qui nous a permis d'illustrer le caractère bidimensionnel du système et de démontrer pour la première fois l'équilibre thermodynamique d'un gaz d'excitons piégés.

Grâce aux simulations Monte-Carlo, nous avons pu estimer la densité totale dans l'espace des phases pour laquelle s'opère la transition d'un état normal vers un état superfluide autour de $D_c \approx 8$. Les profils de densité dans l'espace des phases ajustés par les simulations ont montré que la densité critique était atteinte à une température de $T_b = 330 \text{ mK}$ uniquement dans la région centrale du piège. Dans les régimes de densité correspondants, nous avons réalisé une mesure du niveau de cohérence en fonction de la position dans le piège lors d'expériences d'interférométrie spatiale. Nous avons pu définir une zone centrale (pour un rayon $R < 3 \mu\text{m}$) pour laquelle le degré de cohérence émerge de la valeur fixée par le niveau de bruit. En complément de ces mesures d'interférométrie spatiale, nous avons réalisé une détection des défauts de densité dans la photoluminescence qui montre une diminution du nombre de défauts dans une gamme de densité et de température restreinte. La cartographie de ces défauts a révélé une zone centrale en accord avec la zone définie par les mesures interférométriques. L'ensemble de ces observations ont permis de conclure sur la nature superfluide de la zone centrale pour un rayon inférieur à $3 \mu\text{m}$, montrant la transition vers un état avec un haut degré de cohérence et une faible densité de défauts.

Un aspect important à considérer dans le système que nous étudions est le caractère

multi-composantes de l'état fondamental. Il est constitué de deux états de spins $S = \pm 1$ et $S = \pm 2$, séparés de quelques μeV à cause des processus coulombiens interbandes qui concernent uniquement les excitons brillants et sont par conséquent légèrement plus haut en énergie. Dans les simulations Monte-Carlo réalisées ici, nous avons pris en compte cet aspect, ce qui nous a permis de définir la densité critique dans l'espace des phases. Nous avons constaté par notre étude statistique des défauts dans une gamme de densité autour de $2.7 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ une réduction des défauts d'un facteur 2 dans la partie centrale. Ceci s'explique par l'existence d'un couplage cohérent entre les états noirs et les états brillants dû aux processus d'échange de fermions. Les états brillants introduisent donc une partie excitée, non-superfluide, où se forment des vortex libres, ce qui permet de comprendre pourquoi la diminution du nombre de défauts ne tend pas vers zéro dans la partie centrale du piège.

Durant ce travail, nous avons également réalisé une avancée majeure d'un point de vue expérimental. Grâce à une nouvelle génération d'échantillons comportant un très faible niveau de fluctuations de charges nous avons amélioré d'un facteur 4 la stabilité de nos mesures. Cette avancée a permis de sonder avec précision la thermodynamique du gaz d'excitons à travers son équation d'état. Nous avons observé une nouvelle caractéristique de celle-ci qui est l'universalité, présentée dans le dernier chapitre du manuscrit. Une invariance d'échelle est mesurée en normalisant le rapport d'énergie $\mu/k_B T$ par la force des interactions g . Enfin, l'étude de l'invariance des fluctuations nous a permis de déduire le paramètre d'interaction pour chaque température, mettant en évidence la dépendance logarithmique théoriquement attendue entre le paramètre d'interaction et la température du bain d'excitons.

Perspectives

Mesure du déclin algébrique de la fonction de corrélation $g^{(1)}(r)$

Le déclin algébrique de la cohérence spatiale est une signature très recherchée pour mettre en évidence la transition BKT [85, 86]. La mesure de cette caractéristique pour notre système représente à l'heure actuelle un défi expérimental de par la taille de la zone superfluide qui est seulement de $3 \mu\text{m}$ de rayon. Pour pouvoir conclure à une éventuelle décroissance algébrique ou exponentielle, la taille requise du système est de 10 à 20 fois la longueur de cohérence. Le seul avantage en faveur de cette mesure pour des excitons dipolaires est que la longueur de cohérence diminue avec la force des interactions (et qui est dans notre cas 10 à 100 fois plus grande que les autres systèmes explorés puisque $\xi \approx 25 \text{ nm}$). Il reste néanmoins la nécessité de produire un état superfluide homogène sur plusieurs dizaines de μm puisque notre résolution spatiale est limitée à $1 \mu\text{m}$.

Transition Isolant de Mott/Superfluide

Une extension naturelle de ce travail de thèse serait d'étudier la transition vers l'état superfluide en façonnant le confinement spatial à l'aide d'un réseau 2D comportant une hauteur de barrière ajustable. Dans un réseau de puits de potentiel, les interactions répulsives entre excitons conduisent à une configuration où l'on pourrait observer une répartition uniforme des particules sur l'ensemble des sites du réseau. Les particules étant localisées dans chaque site, le système forme ce qu'on appelle un isolant de Mott. À mesure que l'on abaisse

les barrières entre sites, l'extension spatiale de la fonction d'onde des particules augmente, ce qui permet d'introduire des interactions entre les sites du réseau. Cela peut donner lieu à l'apparition d'un état superfluide où les particules sont délocalisées sur tout le réseau avec une cohérence de phase entre les sites. Une telle transition a été observée avec des atomes froids piégés dans un réseau optique [107]. En complément, un tel système pourrait permettre d'observer une phase supersolide dans laquelle est conservée à la fois la cohérence de phase du superfluide et l'organisation spatiale d'un isolant de Mott [108, 109]. Dans cette perspective, nous avons amorcé l'élaboration de réseaux d'électrodes déposées à la surface de l'échantillon avec deux types d'organisation (carré et hexagonal), comme présenté dans la figure V.10. Deux sous-réseaux d'électrodes indépendants sont destinés à être polarisés par des tensions $V_1 \neq V_2$ formant un piège pour les excitons dans les sites signalés en jaune.

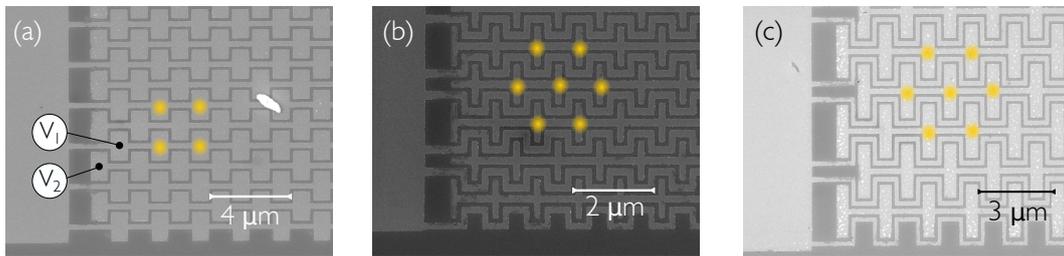


Fig. V.10 Images par microscopie électronique à balayage de réseaux d'électrodes. (a) réseau carré, (b) réseau hexagonal de barrières épaisses, (c) réseau hexagonal avec des barrière fines.

Bibliographie

- [1] N. D. MERMIN & H. WAGNER; «Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models»; *Phys. Rev. Lett.* **17**, p. 1133–1136 (1966). 1, 26, 55
- [2] D. J. BISHOP & J. D. REPPY; «Study of the Superfluid Transition in Two-Dimensional ^4He Films»; *Phys. Rev. Lett.* **40**, p. 1727–1730 (1978). 1, 61, 63
- [3] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN & E. A. CORNELL; «Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor»; *Science* **269**, p. 198–201 (1995). 1
- [4] K. B. DAVIS, M. O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN & W. KETTERLE; «Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms»; *Phys. Rev. Lett.* **75**, p. 3969–3973 (1995). 1
- [5] S. N. BOSE; «Planck’s law and the hypothesis of light quanta»; *Z. Phys* **26**, p. 1–5 (1924). 1
- [6] A. EINSTEIN; *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases* (Akademie der Wissenschaften, in Kommission bei W. de Gruyter) (1924). 1
- [7] Y. E. LOZOVIK & V. YUDSON; «Feasibility of superfluidity of paired spatially separated electrons and holes; a new superconductivity mechanism»; *JETP lett* **22**, p. 274–276 (1975). 2, 14
- [8] A. A. HIGH, J. R. LEONARD, A. T. HAMMACK, M. M. FOGLER, L. V. BUTOV, A. V. KAVOKIN, K. L. CAMPMAN & A. C. GOSSARD; «Spontaneous coherence in a cold exciton gas»; *Nature* **483**, p. 584 (2012). 2
- [9] A. HIGH, J. LEONARD, M. REMEIKA, L. BUTOV, M. HANSON & A. GOSSARD; «Condensation of excitons in a trap»; *Nano letters* **12**, p. 2605–2609 (2012). 2
- [10] R. ZIMMERMAN; «Bose–Einstein Condensation of Excitons : Promise and Disappointment ed AL Ivanov and SG Tikhodeev»; (2008). 2
- [11] M. COMBESCOT, O. BETBEDER-MATIBET & R. COMBESCOT; «Bose-Einstein Condensation in Semiconductors : The Key Role of Dark Excitons»; *Phys. Rev. Lett.* **99**, p. 176403 (2007). 2
- [12] M. COMBESCOT & M. N. LEUENBERGER; «General argument supporting Bose–Einstein condensate of dark excitons in single and double quantum wells»; *Solid State Communications* **149**, p. 567–571 (2009). 2
- [13] M. T. BEIAN; *Spectral evidence for a condensate of dark excitons in a trap*; Thèse de doctorat ; ED564 (2016). 2, 46

- [14] R. COMBESCOT & M. COMBESCOT ; «“Gray” BCS Condensate of Excitons and Internal Josephson Effect» ; *Phys. Rev. Lett.* **109**, p. 026 401 (2012). 2
- [15] M. BEIAN, M. ALLOING, R. ANANKINE, E. CAMBRIL, C. G. CARBONELL, A. LEMAÎTRE & F. DUBIN ; «Spectroscopic signatures for the dark Bose-Einstein condensation of spatially indirect excitons» ; *EPL (Europhysics Letters)* **119**, p. 37 004 (2017). 2, 40, 72, 83, 95
- [16] Y. SHILO, K. COHEN, B. LAIKHTMAN, K. WEST, L. PFEIFFER & R. RAPAPORT ; «Particle correlations and evidence for dark state condensation in a cold dipolar exciton fluid» ; *Nature communications* **4**, p. 2335 (2013). 2
- [17] K. , Y. SHILO, K. WEST, L. PFEIFFER & R. RAPAPORT ; «Dark High Density Dipolar Liquid of Excitons» ; *Nano Letters* **16**, p. 3726–3731 (2016). 2
- [18] S. MISRA, M. STERN, A. JOSHUA, V. UMANSKY & I. BAR-JOSEPH ; «Experimental Study of the Exciton Gas-Liquid Transition in Coupled Quantum Wells» ; *Phys. Rev. Lett.* **120**, p. 047 402 (2018). 2
- [19] A. KOGAR, M. S. RAK, S. VIG, A. A. HUSAIN, F. FLICKER, Y. I. JOE, L. VENEMA, G. J. MACDOUGALL, T. C. CHIANG, E. FRADKIN *et al.* ; «Signatures of exciton condensation in a transition metal dichalcogenide» ; *Science* **358**, p. 1314–1317 (2017). 2
- [20] G. W. BURG, N. PRASAD, K. KIM, T. TANIGUCHI, K. WATANABE, A. H. MACDONALD, L. F. REGISTER & E. TUTUC ; «Strongly Enhanced Tunneling at Total Charge Neutrality in Double-Bilayer Graphene-WSe₂ Heterostructures» ; *Phys. Rev. Lett.* **120**, p. 177 702 (2018). 2
- [21] R. ANANKINE, M. BEIAN, S. DANG, M. ALLOING, E. CAMBRIL, K. MERGHEM, C. G. CARBONELL, A. LEMAÎTRE & F. DUBIN ; «Quantized Vortices and Four-Component Superfluidity of Semiconductor Excitons» ; *Phys. Rev. Lett.* **118**, p. 127 402 (2017). 2, 76
- [22] A. AMO, J. LEFRÈRE, S. PIGEON, C. ADRADOS, C. CIUTI, I. CARUSOTTO, R. HOUDRÉ, E. GIACOBINO & A. BRAMATI ; «Superfluidity of polaritons in semiconductor microcavities» ; *Nature Physics* **5**, p. 805 (2009). 3
- [23] K. G. LAGOUDAKIS, F. MANNI, B. PIETKA, M. WOUTERS, T. C. H. LIEW, V. SAVONA, A. V. KAVOKIN, R. ANDRÉ & B. DEVEAUD-PLÉDRAN ; «Probing the Dynamics of Spontaneous Quantum Vortices in Polariton Superfluids» ; *Phys. Rev. Lett.* **106**, p. 115 301 (2011). 3
- [24] H. DENG, G. WEIHS, C. SANTORI, J. BLOCH & Y. YAMAMOTO ; «Condensation of semiconductor microcavity exciton polaritons» ; *Science* **298**, p. 199–202 (2002). 3
- [25] J. KASPRZAK, M. RICHARD, S. KUNDERMANN, A. BAAS, P. JEAMBRUN, J. KEE-LING, F. MARCHETTI, M. SZYMAŃSKA, R. ANDRE, J. STAEHLI *et al.* ; «Bose–Einstein condensation of exciton polaritons» ; *Nature* **443**, p. 409 (2006). 3, 63
- [26] E. WERTZ, L. FERRIER, D. SOLNYSHKOV, R. JOHNE, D. SANVITTO, A. LEMAÎTRE, I. SAGNES, R. GROUSSON, A. V. KAVOKIN, P. SENELLART *et al.* ; «Spontaneous formation and optical manipulation of extended polariton condensates» ; *Nature physics* **6**, p. 860 (2010). 3
- [27] J. MICHAEL KOSTERLITZ & D. J. THOULESS ; «Early work on defect driven phase transitions» ; dans «40 Years of Berezinskii–Kosterlitz–Thouless Theory», p. 1–67 (World Scientific) (2013). 3

- [28] C.-L. HUNG, X. ZHANG, N. GEMELKE & C. CHIN; «Observation of scale invariance and universality in two-dimensional Bose gases»; *Nature* **470**, p. 236 (2011). 4, 70, 71, 90
- [29] T. YEFSAH, R. DESBUQUOIS, L. CHOMAZ, K. J. GÜNTER & J. DALIBARD; «Exploring the thermodynamics of a two-dimensional Bose gas»; *Phys. Rev. Lett.* **107**, p. 130401 (2011). 4, 71
- [30] L.-C. HA, C.-L. HUNG, X. ZHANG, U. EISMANN, S.-K. TUNG & C. CHIN; «Strongly interacting two-dimensional Bose gases»; *Phys. Rev. Lett.* **110**, p. 145302 (2013). 4, 90, 91
- [31] A. GORBUNOV & V. TIMOFEEV; «Coherence of Bose-Einstein condensates of dipolar excitons in GaAs/AlGaAs heterostructures»; *Low Temperature Physics* **42**, p. 340–346 (2016). 4
- [32] G. J. SCHINNER, J. REPP, E. SCHUBERT, A. K. RAI, D. REUTER, A. D. WIECK, A. O. GOVOROV, A. W. HOLLEITNER & J. P. KOTTHAUS; «Many-body correlations of electrostatically trapped dipolar excitons»; *Phys. Rev. B* **87**, p. 205302 (2013). 4
- [33] J. A. KASH, M. ZACHAU, E. E. MENDEZ, J. M. HONG & T. FUKUZAWA; «Fermi-Dirac distribution of excitons in coupled quantum wells»; *Phys. Rev. Lett.* **66**, p. 2247–2250 (1991). 4
- [34] S. M. SZE *et al.*; *Modern semiconductor device physics* (John Wiley) (1998). 8
- [35] M. COMBESCOT & S.-Y. SHIAU; *Excitons and Cooper pairs : two composite bosons in many-body physics* (Oxford University Press) (2015). 10
- [36] L. KAPPEL, J. SZCZYTKO, F. MORIER-GENOUD & B. DEVEAUD; «Direct observation of the Mott transition in an optically excited semiconductor quantum well»; *Phys. Rev. Lett.* **94**, p. 147403 (2005). 14
- [37] M. STERN, V. GARMIDER, V. UMANSKY & I. BAR-JOSEPH; «Mott transition of excitons in coupled quantum wells»; *Phys. Rev. Lett.* **100**, p. 256402 (2008). 14
- [38] J. MOCK, G. THOMAS & M. COMBESCOT; «Entropy ionization of an exciton gas»; *Solid State Communications* **25**, p. 279–282 (1978). 14
- [39] A. L. IVANOV, E. A. MULJAROV, L. MOUCHLIADIS & R. ZIMMERMANN; «Comment on “Photoluminescence Ring Formation in Coupled Quantum Wells : Excitonic Versus Ambipolar Diffusion”»; *Phys. Rev. Lett.* **104**, p. 179701 (2010). 15
- [40] P. STENIUS & A. IVANOV; «Relaxation kinetics of quasi two-dimensional excitons coupled to a bath of bulk acoustic phonons»; *Solid state communications* **108**, p. 117–122 (1998). 18
- [41] A. SOROKO & A. IVANOV; «Phonon-assisted relaxation kinetics of statistically degenerate excitons in high-quality quantum wells»; *Phys. Rev. B* **65**, p. 165310 (2002). 18
- [42] P. NOZIÈRES; *Some Comments on Bose–Einstein Condensation*; p. 15–30 (Cambridge University Press) (1995). 22, 25
- [43] M. COMBESCOT, O. BETBEDER-MATIBET & R. COMBESCOT; «Bose-Einstein Condensation in Semiconductors : The Key Role of Dark Excitons»; *Phys. Rev. Lett.* **99**, p. 176403 (2007). 24

- [44] V. BEREZINSKII; «Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems possessing a continuous symmetry group. ii. quantum systems»; Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics **34**, p. 610 (1972). 26, 55
- [45] J. M. KOSTERLITZ & D. J. THOULESS; «Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems»; Journal of Physics C: Solid State Physics **6**, p. 1181 (1973). 26
- [46] M. EL ALLALI, C. B. SO/RENSEN, E. VEJE & P. TIDEMAND-PETERSSON; «Experimental determination of the GaAs and $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ band-gap energy dependence on temperature and aluminum mole fraction in the direct band-gap region»; Phys. Rev. B **48**, p. 4398–4404 (1993). 31
- [47] A. GÄRTNER, L. PRECHTEL, D. SCHUH, A. HOLLEITNER & J. KOTTHAUS; «Micro-patterned electrostatic traps for indirect excitons in coupled GaAs quantum wells»; Phys. Rev. B **76**, p. 085 304 (2007). 32
- [48] G. CHEN, R. RAPAPORT, L. PFFEIFER, K. WEST, P. PLATZMAN, S. SIMON, Z. VÖRÖS & D. SNOKE; «Artificial trapping of a stable high-density dipolar exciton fluid»; Phys. Rev. B **74**, p. 045 309 (2006). 32
- [49] S. LOBANOV, N. GIPPIUS & L. BUTOV; «Theory of condensation of indirect excitons in a trap»; Phys. Rev. B **94**, p. 245 401 (2016). 32
- [50] Y. KUZNETSOVA, P. ANDREAKOU, M. HASLING, J. LEONARD, E. CALMAN, L. BUTOV, M. HANSON & A. GOSSARD; «Two-dimensional snowflake trap for indirect excitons»; Optics letters **40**, p. 589–592 (2015). 32
- [51] C. DOROW, Y. KUZNETSOVA, J. LEONARD, M. CHU, L. BUTOV, J. WILKES, M. HANSON & A. GOSSARD; «Indirect excitons in a potential energy landscape created by a perforated electrode»; Applied Physics Letters **108**, p. 073 502 (2016). 32
- [52] G. J. SCHINNER, J. REPP, E. SCHUBERT, A. K. RAI, D. REUTER, A. D. WIECK, A. O. GOVOROV, A. W. HOLLEITNER & J. P. KOTTHAUS; «Many-body correlations of electrostatically trapped dipolar excitons»; Phys. Rev. B **87**, p. 205 302 (2013). 32
- [53] J. HOUEL, A. V. KUHLMANN, L. GREUTER, F. XUE, M. POGGIO, B. D. GERARDOT, P. A. DALGARNO, A. BADOLATO, P. M. PETROFF, A. LUDWIG, D. REUTER, A. D. WIECK & R. J. WARBURTON; «Probing Single-Charge Fluctuations at a GaAs/AlAs Interface Using Laser Spectroscopy on a Nearby InGaAs Quantum Dot»; Phys. Rev. Lett. **108**, p. 107 401 (2012). 32
- [54] M. BEIAN, S. DANG, M. ALLOING, R. ANANKINE, E. CAMBRIL, C. GOMEZ, J. OS-MOND, A. LEMAÎTRE & F. m. c. DUBIN; «Dynamical Control over the Confinement of Spatially Indirect Excitons in Electrostatic Traps Composed of Coupled GaAs Quantum Wells»; Phys. Rev. Applied **8**, p. 054 025 (2017). 36
- [55] M. STERN, V. UMANSKY & I. BAR-JOSEPH; «Exciton Liquid in Coupled Quantum Wells»; Science **343**, p. 55–57 (2014). ISSN 0036-8075. 41
- [56] R. E. PEIERLS; «Remarks on Transition Temperatures»; Helv. Phys. Acta (1934). 49
- [57] L. D. LANDAU & E. M. LIFSHITZ; *Course of theoretical physics* (Elsevier) (1959). 50
- [58] J. DALIBARD; «Fluides quantiques de basse dimension et transition de Kosterlitz-Thouless»; <http://www.college-de-france.fr/site/jean-dalibard/course-2016-2017.htm>. 51

- [59] D. R. CHIALVO; «Emergent complex neural dynamics»; *Nature Physics* **6**, p. 744 (2010). 54
- [60] L. ONSAGER; «Crystal statistics. I. A two-dimensional model with an order-disorder transition»; *Physical Review* **65**, p. 117 (1944). 54
- [61] F. WEGNER; «Spin-ordering in a planar classical Heisenberg model»; *Zeitschrift für Physik* **206**, p. 465–470 (1967). 55
- [62] P. C. HOHENBERG; «Existence of long-range order in one and two dimensions»; *Physical Review* **158**, p. 383 (1967). 55
- [63] A. J. LEGGETT; *Quantum liquids : Bose condensation and Cooper pairing in condensed-matter systems* (Oxford University Press) (2006). 55
- [64] P. KAPITZA; «Viscosity of liquid helium below the λ -point»; *Nature* **141**, p. 74 (1938). 56
- [65] J. ALLEN & A. MISENER; «Flow of liquid helium II»; *Nature* **141**, p. 75 (1938). 56
- [66] S. BALIBAR; «Qui a découvert la superfluidité»; *Bulletin de la Société Française de Physique* **128**, p. 14 (2001). 56
- [67] O. PENROSE & L. ONSAGER; «Bose-Einstein condensation and liquid helium»; *Physical Review* **104**, p. 576 (1956). 56
- [68] S. BALIBAR; «Looking back at superfluid helium»; dans «Poincaré Seminar 2003», p. 17–29 (Springer) (2004). 56
- [69] L. PITAEVSKII & S. STRINGARI; *Bose-Einstein condensation and superfluidity* (Oxford University Press) (2016). 56
- [70] L. LANDAU & E. LIFSCHITZ; «Statistical Physics [in Russian]»; GITTL p. 428–451 (1951). 56
- [71] O. PENROSE; «On the quantum mechanics of helium II»; *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **42**, p. 1373–1377 (1951). 56
- [72] O. PENROSE & L. ONSAGER; «Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium»; *Phys. Rev.* **104**, p. 576–584 (1956). 56
- [73] E. YARMCHUK & R. PACKARD; «Photographic studies of quantized vortex lines»; *Journal of Low Temperature Physics* **46**, p. 479–515 (1982). 59
- [74] H. E. HALL & W. VINEN; «The rotation of liquid helium II I. Experiments on the propagation of second sound in uniformly rotating helium II»; *Proc. R. Soc. Lond. A* **238**, p. 204–214 (1956). 59
- [75] W. VINEN; «The detection of single quanta of circulation in liquid helium II»; *Proc. R. Soc. Lond. A* **260**, p. 218–236 (1961). 59
- [76] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. HALJAN, D. HALL, C. WIEMAN & E. A. CORNELL; «Vortices in a Bose-Einstein condensate»; *Phys. Rev. Lett.* **83**, p. 2498 (1999). 59
- [77] K. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN & J. DALIBARD; «Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate»; *Phys. Rev. Lett.* **84**, p. 806 (2000). 59, 60
- [78] D. BUTTS & D. ROKHSAR; «Predicted signatures of rotating Bose-Einstein condensates»; *Nature* **397**, p. 327 (1999). 59

- [79] N. PROKOF'EV & B. SVISTUNOV; «Two-dimensional weakly interacting Bose gas in the fluctuation region»; *Phys. Rev. A* **66**, p. 043 608 (2002). 61
- [80] Z. HADZIBABIC, P. KRÜGER, M. CHENEAU, B. BATTELIER & J. DALIBARD; «Berezinskii–Kosterlitz–Thouless crossover in a trapped atomic gas»; *Nature* **441**, p. 1118 (2006). 62, 64
- [81] S. STOCK, Z. HADZIBABIC, B. BATTELIER, M. CHENEAU & J. DALIBARD; «Observation of Phase Defects in Quasi-Two-Dimensional Bose-Einstein Condensates»; *Phys. Rev. Lett.* **95**, p. 190 403 (2005). 63
- [82] R. DESBUQUOIS, L. CHOMAZ, T. YEFSAH, J. LÉONARD, J. BEUGNON, C. WEITENBERG & J. DALIBARD; «Superfluid behaviour of a two-dimensional Bose gas»; *Nature Physics* **8**, p. 645 (2012). 63
- [83] C. DE ROSSI, R. DUBESSY, K. MERLOTI, M. d. G. DE HERVE, T. BADR, A. PERRIN, L. LONGCHAMBON & H. PERRIN; «Probing superfluidity in a quasi two-dimensional Bose gas through its local dynamics»; *New Journal of Physics* **18**, p. 062 001 (2016). 63
- [84] P. A. MURTHY, I. BOETTCHER, L. BAYHA, M. HOLZMANN, D. KEDAR, M. NEIDIG, M. G. RIES, A. N. WENZ, G. ZÜRN & S. JOCHIM; «Observation of the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless Phase Transition in an Ultracold Fermi Gas»; *Phys. Rev. Lett.* **115**, p. 010 401 (2015). 63
- [85] W. H. NITSCHKE, N. Y. KIM, G. ROUMPOS, C. SCHNEIDER, M. KAMP, S. HÖFLING, A. FORCHEL & Y. YAMAMOTO; «Algebraic order and the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition in an exciton-polariton gas»; *Physical Review B* **90**, p. 205 430 (2014). 63, 104
- [86] D. CAPUTO, D. BALLARINI, G. DAGVADORJ, C. S. MUÑOZ, M. DE GIORGI, L. DOMINICI, K. WEST, L. N. PFEIFFER, G. GIGLI, F. P. LAUSSY *et al.*; «Topological order and thermal equilibrium in polariton condensates»; *Nature Materials* **17**, p. 145 (2018). 63, 64, 65, 104
- [87] Y. E. LOZOVIK, O. L. BERMAN & M. WILLANDER; «Superfluidity of indirect excitons and biexcitons in coupled quantum wells and superlattices»; *Journal of Physics: Condensed Matter* **14**, p. 12 457 (2002). 65
- [88] Y. E. LOZOVIK, I. KURBAKOV, G. ASTRAKHARCHIK & M. WILLANDER; «Bose condensation of two-dimensional dipolar excitons : Simulation by the quantum Monte Carlo method»; *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **106**, p. 296–315 (2008). 65
- [89] Y. E. LOZOVIK & O. BERMAN; «Phase transitions in a system of two coupled quantum wells»; *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **64**, p. 573–579 (1996). 65
- [90] O. L. BERMAN, Y. E. LOZOVIK, D. W. SNOKE & R. D. COALSON; «Superfluidity of ‘dirty’ indirect excitons in coupled quantum wells»; *Solid State Communications* **134**, p. 47–50 (2005). 65
- [91] Y. E. LOZOVIK, I. KURBAKOV & M. WILLANDER; «Superfluidity of two-dimensional excitons in flat and harmonic traps»; *Phys. Lett. A* **366**, p. 487–492 (2007). 65, 66
- [92] N. PAVLOFF & N. SATOR; *Physique statistique* (De Boeck Supérieur) (2016). 67

- [93] A. VORONEL; *Thermal measurements and critical phenomena in liquids*; chapitre 5 (Phase Transitions and Critical Phenomena) (1976). 68
- [94] M. BUCKINGHAM & W. FAIRBANK; «Chapter III The Nature of the λ -Transition in Liquid Helium»; dans «Progress in low temperature physics», , tome 3p. 80–112 (Elsevier) (1961). 68
- [95] Z. HADZIBABIC & J. DALIBARD; «Two-dimensional Bose fluids : An atomic physics perspective»; arXiv preprint arXiv :0912.1490 (2009). 71, 91
- [96] T. YEFSAH; *Thermodynamique du gaz de Bose à deux dimensions*; Thèse de doctorat; Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (2011). 71
- [97] N. PROKOF'EV & B. SVISTUNOV; «Two-dimensional weakly interacting Bose gas in the fluctuation region»; *Phys. Rev. A* **66**, p. 043 608 (2002). 71, 91
- [98] I. BOETTCHE, L. BAYHA, D. KEDAR, P. MURTHY, M. NEIDIG, M. RIES, A. WENZ, G. ZUERN, S. JOCHIM & T. ENSS; «Equation of state of ultracold fermions in the 2D BEC-BCS crossover region»; *Phys. Rev. Lett.* **116**, p. 045 303 (2016). 71
- [99] R. ANANKINE; *Cohérence quantique et superfluidité d'un gaz d'excitons piégés*; Thèse de doctorat; Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (2017). 76
- [100] R. ANANKINE, S. DANG, M. BEIAN, E. CAMBRIL, K. MERGHEM, C. G. CARBONELL, A. LEMAITRE & F. DUBIN; «Temporal Coherence of a Homogeneously Broadened Gas of Spatially Indirect Excitons and "Gray" Bose-Einstein Condensation»; arXiv preprint arXiv :1610.05055 (2016). 83
- [101] X. ZHANG, C.-L. HUNG, S.-K. TUNG & C. CHIN; «Observation of quantum criticality with ultracold atoms in optical lattices»; *Science* **335**, p. 1070–1072 (2012). 90
- [102] N. PROKOF'EV, O. RUEBENACKER & B. SVISTUNOV; «Critical Point of a Weakly Interacting Two-Dimensional Bose Gas»; *Phys. Rev. Lett.* **87**, p. 270 402 (2001). 91
- [103] A. GRIESMAIER, J. WERNER, S. HENSLER, J. STUHLER & T. PFAU; «Bose-Einstein Condensation of Chromium»; *Phys. Rev. Lett.* **94**, p. 160 401 (2005). 91
- [104] A. FILINOV, N. V. PROKOF'EV & M. BONITZ; «Berezinskii-Kosterlitz-Thouless Transition in Two-Dimensional Dipole Systems»; *Phys. Rev. Lett.* **105**, p. 070 401 (2010). 91
- [105] M. HOLZMANN; «Thermodynamics of quasi-two dimensional bosons»; (2013); lecture notes of the courses given at the Les Houches Pre-doctoral School 2013. 91
- [106] A. V. KUHLMANN, J. HOUEL, A. LUDWIG, L. GREUTER, D. REUTER, A. D. WIECK, M. POGGIO & R. J. WARBURTON; «Charge noise and spin noise in a semiconductor quantum device»; *Nature Physics* **9**, p. 570 (2013). 96
- [107] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T. W. HÄNSCH & I. BLOCH; «Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms»; *Nature* **415**, p. 39 (2002). 105
- [108] A. ANDREEV & I. LIFSHITZ; «Quantum theory of defects in crystals»; *Sov. Phys. JETP* **29**, p. 1107 (1969). 105
- [109] I. DANSHITA & C. SÁ DE MELO; «Stability of Superfluid and Supersolid Phases of Dipolar Bosons in Optical Lattices»; *Phys. Rev. Lett.* **103**, p. 225 301 (2009). 105

Sujet : Exploration de la transition Berezinskii-Kosterlitz-Thouless avec des excitons dipolaires

Résumé : Ces travaux sont consacrés à l'étude d'un gaz d'excitons bidimensionnel créé dans un double puits quantique de semiconducteurs. Grâce à un champ électrique appliqué perpendiculairement au plan des puits, les deux composants de l'exciton, l'électron et le trou, sont chacun confinés dans deux puits séparés. Ceci donne naissance à des excitons avec un fort moment dipolaire, piégés et refroidis à très basse température. Dans ce manuscrit, nous étudions les propriétés du gaz d'excitons à travers la photoluminescence émise lors de la recombinaison des paires électron-trou, que nous analysons grâce à des mesures spectroscopiques et interférométriques. Ainsi, nous avons étudié la thermodynamique et établi l'équation d'état du gaz d'excitons dans un piège harmonique. Nous avons dévoilé l'universalité de l'équation d'état ce qui a rendu possible la première démonstration de l'équilibre thermodynamique du gaz et a aussi permis d'évaluer la force des interactions entre excitons. En associant des mesures de cohérence spatiale et l'étude de la distribution de défauts de densité dans la photoluminescence des excitons, nous avons montré que dans une zone centrale du piège de rayon $R < 3 \mu m$, il s'opère conjointement une augmentation du niveau de cohérence et une diminution de la densité de défauts. Des travaux précédents ayant montré que ces défauts pouvaient constituer des défauts topologiques appelés *vortex*, nos observations constituent ainsi un ensemble de preuves de l'établissement d'un état superfluide dans la partie centrale du piège, en accord avec la théorie prédite par Berezinskii, Kosterlitz et Thouless.

Mots clés : Excitons, optique, semiconducteurs, photoluminescence, transition BKT, condensation de Bose-Einstein, superfluidité, défauts topologique

Subject : Exploring the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition with dipolar excitons

Abstract: This work is devoted to the study of a two dimensional exciton gas created in a semiconductor double quantum wells. Thanks to an electric field applied perpendicular to these layers, the exciton constituents, namely, the electron and the hole, are confined each in one quantum well so that excitons inherit a strong electric dipole. In this manuscript, we study the properties of such exciton gas trapped at very low temperature, through the photoluminescence emitted by electron-hole recombinations. We particularly study the emitted light using spectroscopic and interferometric techniques. Thus, we explore the thermodynamics of a trapped gas and quantify its equation of state. We unveil an important feature: the universality of the equation of state, which allows the first demonstration of thermodynamic equilibrium for excitons, and we realize a direct measurement of the excitons dipolar interaction strength. By probing both the spatial coherence and the density of defects of the excitons photoluminescence, we show that it exists a central region ($R < 3 \mu m$) in an exciton trap where a high degree of spatial coherence is conditioned by a decrease of the defects density. Our experiments thus provide a set of evidences pointing towards a Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition for trapped 2D exciton gas.

Keywords : Excitons, optics, semiconductors, photoluminescence, BKT transition, Bose-Einstein condensation, superfluidity, topological defects