

Développement d'un outil de génération automatique des réseaux de réluctances pour la modélisation de dispositifs électromécaniques

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'École Normale Supérieure Paris-Saclay

École doctorale n°575 Electrical, Optical, Bio-physics and Engineering
(EOBE)
Spécialité de doctorat: Génie Électrique

Thèse présentée et soutenue à Cachan, le 04 décembre 2019, par

Salim Asfirane

Composition du Jury :

Zhuoxiang Ren Professeur des Universités, UPMC (– L2E)	Président
Frédéric Gillon Maître de Conférences, École Centrale de Lille (– L2EP)	Rapporteur
Christophe Espanet Professeur des Universités, Université de Franche-Comté, et Directeur Scientifique, Sonceboz MMT	Rapporteur
Thierry Lubin Maître de Conférences, Université de Lorraine (– GREEN)	Examineur
Mohamed Gabsi Professeur des Universités, ENS Paris-Saclay, (– SATIE)	Directeur de thèse
Yacine Amara Professeur des Universités, Université du Havre, (– GREAH)	Co-Directeur de thèse
Georges Barakat Professeur des Universités, Université du Havre, (– GREAH)	Invité

« *Space should be divided into tubes not cubes* »

Oliver Heaviside

Remerciements

Je désire en premier lieu adresser mes remerciements aux membres du jury pour avoir accepté d'examiner mon travail de thèse. Je tiens tout d'abord à remercier M. Zhuoxiang REN pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury. Je tiens également à remercier M. Christophe ESPANET, et M. Frédéric GILLON d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse, merci pour vos réflexions plus qu'intéressantes sur mon travail. Merci à M. Thierry Lubin et M. Georges BARAKAT d'avoir accepté de faire partie de mon jury. Merci pour vos remarques pertinentes et notre échange si intéressant.

Les travaux de ma thèse ont été réalisés au laboratoire SATIE (Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de l'Énergie) au sein de l'École Normale Supérieure Paris-Saclay (à Cachan) en collaboration avec le laboratoire GREAH (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre) de l'université Le Havre Normandie. Je remercie, M. Pascal LARZABAL, directeur du SATIE, pour m'avoir accueillie au sein du laboratoire. Un grand merci aussi à M. Georges BARAKAT, directeur du laboratoire GREAH, pour l'accueil chaleureux qui m'a été fait au Havre et pour nos discussions passionnantes concernant les machines électriques, les réseaux de réductances et tous les autres sujets.

Je tiens à exprimer ma gratitude et ma reconnaissance à mon directeur de thèse, M. Mohamed GABSI, pour avoir proposé ce sujet de thèse et pour la confiance qu'il m'a accordé pour mener ce travail. Intégrer l'équipe SETE (Systèmes d'Énergies pour les Transports et l'Environnement) du SATIE était une grande chance. Merci Mohamed ! Ma gratitude et ma reconnaissance vont aussi à mon co-directeur de thèse M. Yacine AMARA pour ce qu'il a pu m'apporter tant au niveau scientifique qu'au niveau humain. Merci pour ces passionnantes discussions et pour l'accueil que tu m'as consacré au Havre. Je tiens également à remercier M. Sami HLIQUI pour le temps qu'il m'a accordé tout au long de la période de thèse et qui n'a jamais hésité à partager ses connaissances et ses expériences. Mes remerciements vont également à M. Olivier DE LA BARRIÈRE pour avoir su m'aiguiller lors de mes différents questionnements. Merci pour votre implication, votre aide et votre soutien.

Merci à M. Hamid BEN AHMED pour ses idées enrichissantes et ces discussions dont on sort à chaque fois grandi. Merci également à M. Smail MEZANI du laboratoire GREEN (Groupe de Recherche en Énergie Electrique de Nancy) de l'Université de Lorraine pour sa disponibilité et sa contribution dans mes travaux.

Le travail de recherche est loin d'être un travail solitaire. Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à mener à bien ce projet. Je remercie toute l'équipe SETE pour leur sympathie. Je remercie tous les doctorants, anciens et nouveaux, pour ces excellentes années, d'abord mes collègues de bureau au SATIE, Sylvain, Hiba, Agathe et particulièrement André NASR et Malick Koua CISSÉ pour nos échanges et le partage de nos avis en ce qui concerne les modèles de machines électriques et au-delà. Mes collègues du bureau d'à côté, Kien, Norredine et Noemi pour qui j'aurai toujours beaucoup d'admiration et d'estime. Merci pour toutes les discussions passionnantes qui concernent la science et puis le reste !

Merci aussi aux doctorants et désormais docteurs des autres équipes du SATIE. Je pense particulièrement à Alex, Muriel, Thomas, Benjamin, Matthieu. Je tiens à remercier particulièrement Tayssir pour son soutien, ses conseils et son aide. Je remercie également Yoann pour ses avis toujours éclairés et sa maîtrise de la science qu'il n'hésite pas à partager. Merci à tous pour l'ambiance toujours agréable que vous mettez au laboratoire. C'est toujours un plaisir que de partager des repas ensemble (et bien plus encore).

Mes remerciements vont aussi aux docteurs du GREAH, Hamza et Mohamed Ali. Je tiens à exprimer ma gratitude à ma collègue de bureau au GREAH, Mme Amina BENSALAH pour son soutien durant la période de rédaction et qui a contribué rien que par sa bonne humeur à ce que la rédaction arrive à terme.

Je tiens aussi à remercier toute l'équipe administrative du SATIE, que l'on ne remercie jamais assez. Merci à notre secrétaire générale, Mme Sophie ABRIET ainsi qu'aux autres membres de l'équipe, Mme Béatrice BACQUET et Mme Dorothee KOUEVI-AKOE, aussi bien pour votre soutien logistique que pour la pertinence et la diligence avec lesquelles vous trouvez des solutions pour toutes les complications administratives qui peuvent apparaître. Un merci tout particulier au doyen du SATIE, M. Dominique BACH, pour sa disponibilité à chaque fois que je l'ai sollicité et son ingéniosité pour faire fonctionner des protocoles SSH ou même l'imprimante de la reprographie !

Merci aussi à M. Eric LEMAINS et à M. Vina DYCK du GREAH qui eux aussi ont toujours répondu présents pour solutionner les soucis techniques.

Même si la modélisation des machines électriques sera toujours un sujet obscur pour eux, je remercie mes parents qui m'ont soutenu tout au long de longues mes études. Merci à ma mère et à mes sœurs, qui ont cru en moi et m'ont toujours soutenu dans les moments les plus compliqués. Je tiens à remercier particulièrement mon père, sans tes encouragements et ton soutien, tout ceci n'aurait pas été possible !

Merci !

Salim

Table des matières

<i>Remerciements</i>	5
<i>Liste des figures</i>	11
<i>Liste des tableaux</i>	17
Introduction générale.....	18
Chapitre I. <i>État de l'art sur la modélisation par réseaux de réductances</i>	22
1.1 Introduction.....	23
1.2 Notions d'électromagnétismes et équations de Maxwell.....	25
1.3 Approches de Modélisation électromagnétique.....	27
1.3.1 Approches analytiques.....	28
1.3.2 Approches numériques.....	30
1.3.3 Approches semi-numériques/semi-analytiques.....	31
1.3.4 Comparaisons entre les différentes méthodes de modélisation électromagnétique.....	33
1.4 Historique du modèle du circuit magnétique.....	36
1.5 Notion de tubes de flux et de réductance/perméance.....	39
1.5.1 Les perméances constantes.....	40
1.5.2 Les perméances saturables (intrinsèquement non-linéaires).....	40
1.5.3 Les perméances de géométrie variable.....	41
1.6 Notions de réductance unidirectionnelle et de bloc élémentaire de réductances.....	41
1.6.1 Réductances unidirectionnelles.....	41
1.6.2 Bloc de réductances (bidirectionnel/tridimensionnel).....	45
1.6.3 Éléments de comparaison entre les modèles à réductances unidirectionnelles (réseaux d'expertise) et les modèles à blocs de réductances élémentaires (réseaux maillés).....	46
1.7 État de l'art des travaux de modélisation par réseaux de réductances.....	48
1.7.1 Travaux basés sur des modèles en réseaux d'expertise.....	48
1.7.2 Travaux basés sur des modèles Réseaux maillés.....	53
1.7.3 Réseaux mixtes (maillés/d'expertise).....	55
1.7.4 Modèles réseaux réductants couplés aux autres méthodes de modélisation.....	57
1.7.4.1 Couplage des réseaux de réductances avec la méthode des éléments finis.....	57
1.7.4.2 Couplage des réseaux de réductances avec la méthode analytique.....	62
1.7.5 Modèles multi-physiques.....	64
1.8 Outils de modélisation électromagnétiques et de C.A.O en réseaux de réductances.....	65
1.8.1 Bibliothèques de modèles.....	67
1.8.1.1 <i>Turbo-TCM</i>	67
1.8.1.2 <i>RNM-3D</i>	68
1.8.1.3 <i>Ansys-RMxprt</i>	69

1.8.1.4	<i>SPEED Software</i>	70
1.8.2	Réseau de réluctances à construire.....	72
1.8.2.1	<i>RelucTool</i>	72
1.8.2.2	<i>Modelica</i>	74
1.9	Conclusion.....	76
Chapitre II. <i>Modélisation électromagnétique par réseaux de réluctances maillés</i>		79
2.1	Introduction	80
2.2	Choix de formulation.....	82
2.3	Méthode de résolution implémentée dans <i>MRNsoftware</i>	83
2.3.1	Système d'équations matriciel dans <i>MRNsoftware</i>	84
2.3.2	Notion de bloc/élément/nœud.....	86
2.3.3	Numérotation des blocs/éléments.....	87
2.4	Modélisation des sources.....	89
2.4.1	Modélisation des aimants	89
2.4.2	Modélisation des bobinages	91
2.4.3	Distribution et traitement des sources dans les modèles de <i>MRNsoftware</i>	95
2.5	Conditions aux limites.....	99
2.5.1	Condition de flux tangent	99
2.5.2	Conditions de périodicité/anti-périodicité	99
2.6	Calcul des grandeurs locales	101
2.7	Calcul des grandeurs globales	103
2.7.1	Calcul des flux et des forces électromotrices	103
2.7.2	Calcul des efforts.....	104
2.7.2.1	Méthode de la variation de l'énergie	104
2.7.2.2	Méthode du tenseur de contraintes de Maxwell	105
2.7.2.3	Méthode de calcul du couple hybride.....	107
2.8	Prise en compte du phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques.....	107
2.9	Prise en compte du mouvement.....	111
2.10	Conclusion.....	114
Chapitre III. <i>Interfaces non-conformes dans un réseau de réluctances maillé</i>		115
3.1	Introduction	116
3.2	Modélisation de l'entrefer et traitement du mouvement	117
3.2.1	Modèle analytique basé sur une fonction périodique	117
3.2.2	Perméances d'entrefer déterminées à partir d'un modèle par éléments finis	118
3.2.3	Autres méthodes de modélisation des perméances d'entrefer	120
3.2.4	Connexion stator/rotor et gestion du mouvement dans les réseaux maillés	120
3.3	Interpolation polynomiale des potentiels aux nœuds par polynômes de Lagrange	123

3.3.1	Ligne de glissement à l'entrefer	123
3.3.2	Relaxation du maillage	125
3.3.3	Traitement des matrices de résolution	126
3.4	Étude comparative de différents maillages non-conformes	129
3.4.1	Modèle de l'étude	129
3.4.2	Maillage du modèle en réseaux de réluctances avec interfaces non-conformes.....	130
3.4.3	Résultats de simulation et confrontation des modèles.....	136
3.5	Conclusion.....	145
Chapitre IV. <i>Outil MRNsoftware et application sur les structures électromagnétiques</i>		146
4.1	Introduction	147
4.2	Déroulement de l'outil <i>MRNsoftware</i> et traitement d'un modèle	148
4.3	Traitement de la géométrie dans <i>MRNsoftware</i>	151
4.4	Traitement du maillage dans <i>MRNsoftware</i>	152
4.5	Modèle de la machine linéaire à aimants permanents	154
4.5.1	Modèle réluctant linéaire de la machine à aimants.....	155
4.5.2	Modèle réluctant non-linéaire de la machine à aimants	159
4.6	Modèle de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée.....	162
4.6.1	Principe de fonctionnement de la machine.....	165
4.6.2	Étude paramétrique de la largeur de la dent de la partie statique	168
4.6.3	Modèle réluctant de la machine à bobinage double couche (maillage conforme).....	171
4.6.4	Modèle réluctant de la machine à commutation de flux pour les deux configurations de bobinage (maillage non-conforme)	172
4.7	Conclusion.....	182
Conclusion générale et perspectives.....		185
<i>Bibliographie</i>		189
<i>Annexe : Publications scientifiques</i>		202
<i>Conférences internationales avec actes et comité de sélection</i>		203
<i>Revue internationale avec comité de lecture</i>		203

Liste des figures

Chapitre I. *État de l'art sur la modélisation par réseaux de réductances*

Figure 1.1	Schéma représentatif des méthodes de modélisation électromagnétique.	28
Figure 1.2	Front de Pareto des modèles pour la conception des machines électriques [27].	34
Figure 1.3	Temps d'évaluation par rapport à la précision des méthodes de modélisation électromagnétique pour des topologies complexes.	35
Figure 1.4	Perméances d'entrefer avec prise en charge du mouvement [45].	38
Figure 1.5	Notion de tube de flux	40
Figure 1.6	Formes et valeurs des perméances de tube de flux identifiées dans les dispositifs électromagnétiques [45], [49]. (a) Parallélépipède. (b) Demi-cylindre (sens 1). (c) Cylindre (sens 1). (d) Demi-cylindre (sens 2). (e) Morceau de cylindre (sens 1). (f) Morceau de cylindre (sens 2). (g) Trapèze (sens 1). (h) Trapèze (sens 2).	42
Figure 1.7	Tube de flux en morceaux de cylindre et valeurs des perméances correspondantes. (a) Quart de cylindre creux. (b) Quart de cylindre plein. (c) Morceau de cylindre (sens 1). (d) Morceau de cylindre (sens 2).	43
Figure 1.8	Tube de flux de formes combinée et valeurs des perméances.	44
Figure 1.9	Modèle réductant de la machine à commutation du flux et forme de tubes de flux dans l'entrefer [56].	44
Figure 1.10	Blocs élémentaires de réductances 2-D et 3-D. (a) bloc de réductances bidimensionnel rectangulaire ; (b) bloc de réductances bidimensionnel cylindrique; (c) bloc de réductance tridimensionnel parallélépipède; (d) bloc de réductance tridimensionnel cylindrique.	45
Figure 1.11	Blocs de réductance 2-D et valeurs des perméances normales et tangentielles.	46
Figure 1.12	Machine à concentration de flux à double excitation. (a) Coupe 2-D. (b) Vue 3-D. (c) Modèle réductant d'axe d. [1].	49
Figure 1.13	Modèle expert de machine à double excitation 3-D [59].	50
Figure 1.14	Machine à flux axial à stator composé de circuits magnétiques en forme de «U» [60], [62].	51
Figure 1.15	Modèle de la machine à flux axial développée au rayon moyen [11].	52
Figure 1.16	Machine à flux axial à double stator modèle développé au rayon moyen [63].	52
Figure 1.17	Machine à bobinage à épingles et à aimants en V [7].	54
Figure 1.18	Machine synchrone à double excitation à aimants enterrés.	55
Figure 1.19	Machine à double excitation à griffes à bobinage global [76].	56
Figure 1.20	Machine à double excitation. (a) Modèle quasi-3D ; (b) Bande d'éléments d'entrefer.	56
Figure 1.21	Circuit magnétique (modélisation couplée éléments finis- circuit réductant) [80], [81]	57
Figure 1.22	Modèle de la machine à concentration de flux. (a) Modèle EF. (b) Représentation du modèle couplé (circuits réductant-EF). (c) Modèle couplé (tubes de flux dans le logiciel EF) [2]	58

Figure 1.23	Machine multi-stack à modulation de flux. (a) Vue éclatée de la machine multi-stack. (b) Trajet de fuite 3-D. (c) Circuit réductant comportant le trajet de fuite 3-D	58
Figure 1.25	Comparaison du couple de la machine multi-stack calculé par le modèle EF 3-D et le modèle couplé (circuit réductant et EF 2-D).	61
Figure 1.26	Couplage en potentiel scalaire « solution analytique/réseau de réductances » [89].	63
Figure 1.27	Machine tubulaire. (a) Structure de la machine ;(b) bloc élémentaires de résistances thermiques ; (c) Modèle 2-D [95], [96].	64
Figure 1.28	Interface graphique de <i>Tubes and Slices</i> [100]	66
Figure 1.29	Interface graphique de TURBO-TCM [102]	67
Figure 1.30	Structure de base d'un modèle en réseau à réductances tridimensionnel avec prise en compte du flux de fuite dans un transformateur triphasé [55]	69
Figure 1.31	Interface graphique de <i>SPEED Software</i> et modèle de machine à aimants au rotor [112]. (a) Interface graphique (b) Circuit de réductances linéaire. (c) Circuit de réductances non-linéaire.	71
Figure 1.32	Composants magnétiques dans <i>RelucTool</i> [5].	73
Figure 1.33	Modèle 2-D de la machine à concentration de flux à aimants trapézoïdaux [5]. (a) Schéma réductant expert. (b) Modèle sur <i>RelucTool</i> .	73
Figure 1.34	Modèle <i>RelucTool</i> d'un pôle de la machine à aimants en V [120].	74
Figure 1.35	Modélisation d'un actionneur tubulaire. (a) Circuit de réductances. (b) Modèle électro-magnéto-mécanique dans <i>Modelica</i> [122], [123].	75
Figure 1.36	Modèle électro-magnéto-mécanique d'un actionneur (Simulink) [124]	75

Chapitre II. Modélisation électromagnétique par réseaux de réductances maillés

Figure 2.1	Principe de génération d'un schéma maillé (a) Actionneur étudié ; (b) Découpage en blocs élémentaires ; (c) Réseaux de réductances	80
Figure 2.2	Exemples de maillages (découpages). (a) Conforme ; (b) Non-conforme	81
Figure 2.3	Illustration des méthodes de résolution par l'approche bond-graph	82
Figure 2.4	Conservation du flux dans un nœud du réseau de réductances	84
Figure 2.5	Branche du réseau de perméances avec : (a) source de force magnéto-motrice ; (b) source de flux	84
Figure 2.6	Nœuds périphériques et nœuds centraux des éléments	86
Figure 2.7	Superposition des nœuds entre deux éléments adjacents	87
Figure 2.8	Branche commune entre deux éléments adjacents	87
Figure 2.9	Division du modèle en zones et numérotation locale	88
Figure 2.10	Numérotation globale des nœuds et allure de la matrice de résolution correspondante	89
Figure 2.11	Approximation des caractéristiques B-H de différents aimants permanents [98]	90
Figure 2.12	Représentation de l'aimant par un circuit réductant	90
Figure 2.13	Distribution des sources dans l'aimant	91
Figure 2.14	Bloc élémentaire de l'aimant avec : (a) des sources de f.m.m ; (b) des sources de flux	91
Figure 2.15	Distribution des sources de force magnéto-motrice dans les dents	92
Figure 2.16	Distribution des sources de force magnéto-motrice dans la culasse (avec retour fictif)	92

Figure 2.17	Distribution de sources de f.m.m dans le schéma statorique de machines synchrones [102]	93
Figure 2.18	Distribution des sources de f.m.m - Réseaux de ré reluctances maillés (machine asynchrone) [127], [128]. (a) Stator ; (b) Rotor.	93
Figure 2.19	Distribution des sources de force magnétomotrice dans un réseau maillé	94
Figure 2.20	Force magnétomotrice entre deux encoches d'une même phase [2]	94
Figure 2.21	Transformation des sources de f.m.m en sources de flux	95
Figure 2.22	Distribution spatiale de la force magnétomotrice due au courant de chaque phase	97
Figure 2.23	Distribution spatiale de la force magnétomotrice totale	98
Figure 2.24	Application de conditions de flux tangent	99
Figure 2.25	Condition de périodicité	100
Figure 2.26	Condition d'anti-périodicité	101
Figure 2.27	Circuit final correspondant au modèle d'un unique pôle	101
Figure 2.28	Simplification du réseau pour une représentation aux nœuds centraux des blocs élémentaires	102
Figure 2.29	Calcul du flux par spire dans une bobine	104
Figure 2.30	Variation de la co-énergie magnétique à courant constant (f.m.m constante)	105
Figure 2.31	Calcul du couple par la méthode du tenseur de Maxwell dans un réseau maillé	106
Figure 2.32	Caractéristique magnétique (formulation racine carré)	108
Figure 2.33	Perméabilité constante et variation de la source	109
Figure 2.34	Variation de la perméabilité	109
Figure 2.35	Algorithme de prise en compte de la saturation magnétique	110
Figure 2.36	Prise en compte du mouvement (maillage conforme avec un pas de la taille d'un bloc)	112
Figure 2.37	Mouvement avec un pas quelconque	113
Figure 2.38	Déroulement d'une simulation multistatique dans <i>MRNsoftware</i>	113

Chapitre III. Interfaces non-conformes dans un réseau de ré reluctances maillé

Figure 3.1	Ré reluctance au niveau de l'entrefer ; (a) Modèle à ré reluctances unidirectionnelle et bidimensionnel. (b) perméance d'entrefer en fonction de la position mécanique du rotor.	118
Figure 3.2	Problématique de la connexion des éléments entre le rotor, l'entrefer et le stator	118
Figure 3.3	Séparation des ré reluctances des blocs élémentaires à l'interface de glissement [128]	121
Figure 3.4	Bande de mouvement dans l'entrefer [3]	122
Figure 3.5	Ré reluctances de connexion entre les rotors et le stator dans l'entrefer d'un engrenage magnétique [72]	122
Figure 3.6	Blocs ré reluctants à l'interface stator / rotor	123
Figure 3.7	Illustration de la relaxation du maillage ; (a) Réseau de ré reluctances maillé. (b) Eléments finis.	125
Figure 3.8	Maillage conforme/Maillage non-conforme. (a) Maillage conforme (b) Interface non-conforme au niveau de l'entrefer	126
Figure 3.9	Découpage en zone du modèle	129
Figure 3.10	Modèle de référence par éléments finis. (a) Maillage de référence. (b) Distribution des lignes de flux dans le modèle	130

Figure 3.11	Illustration des 9 schémas de découpage en réseaux de réductances maillés (schémas 1 à 3).	133
Figure 3.12	Illustration des 9 schémas de découpage en réseaux de réductances maillés (schémas 4 à 6).	134
Figure 3.13	Illustration des 9 schémas de découpage en réseaux de réductances maillés (schémas 7 à 9).	135
Figure 3.14	Comparaison du nombre de nœuds des différents maillages testés	136
Figure 3.15	Flux à vide (sans courant dans la bobine). (a) Formes d'ondes pour les différents maillages. (b) Contenu harmonique des courbes de flux à vide.	137
Figure 3.16	Force électromotrice (à vide). (a). Formes d'ondes (b) Contenu harmonique des ondes de force électromotrice à vide (sans courant dans la bobine).	138
Figure 3.17	Force de détente pour les différents maillages. (a) Formes d'ondes de la force de détente. (b) Contenu harmonique de la force de détente (sans courant dans la bobine).	139
Figure 3.18	Flux en charge perçu par la bobine (présence de courant dans la bobine) ; (a) Formes d'ondes pour les différents maillages. (b) Contenu harmonique des courbes de flux en charge	140
Figure 3.19	Force électromotrice (en charge) de la bobine. (a). Formes d'ondes (b) Contenu harmonique (présence de courant dans la bobine).	141
Figure 3.20	Force de déplacement pour les différents maillages. (a) Formes d'ondes de la force de déplacement. (b) Contenu harmonique de la force de déplacement (présence de courant dans la bobine).	142
Figure 3.21	Comparaison entre les différents maillages (a) Ecart relatif entre les valeurs efficaces. (b) Temps (normalisé) par point de calcul pour les simulations à vide. (c) Temps (normalisé) par point de calcul pour les simulations en charge.	144
<i>Chapitre IV. Outil MRNsoftware et application sur les structures électromagnétiques</i>		
Figure 4.1	Organigramme de déroulement de l'outil <i>MRNsoftware</i> .	149
Figure 4.2	Définition des zones du modèle. (a) Boutons de définition dans l'interface. (b) Divisions du modèle de l'actionneur à aimants.	149
Figure 4.3	Boîtes de dialogue spécifiques. (a) forme du bloc élémentaire dans la zone. (b) matériau de la zone.	150
Figure 4.4	Bloc élémentaire de réductances 2-D. (a) Sans sources de forces magnétomotrices. (b) Présence de sources de forces magnétomotrices dans la direction \vec{y} .	150
Figure 4.5	Interface Graphique <i>MRNsoftware</i> .	152
Figure 4.6	Onglet Mesh de l'outil <i>MRNsoftware</i> .	153
Figure 4.7	Actionneur linéaire à aimants permanents.	154
Figure 4.8	Division en zones du modèle de la machine linéaire à aimants permanents.	155
Figure 4.9	Distribution des sources de force magnétomotrice dans l'aimant	156
Figure 4.10	Maillage par éléments finis de la machine linéaire à aimants (42292 nœuds).	157
Figure 4.11	Induction et champ magnétique dans l'entrefer. (a) Composante normale de l'induction dans l'entrefer (direction \vec{y}). (b) Composante tangentiel du champ magnétique dans l'entrefer (direction \vec{x}).	157
Figure 4.12	Cartographie du module de l'induction magnétique dans le cas linéaire.	158
Figure 4.13	Grandeurs globales (flux de phase et force électromotrice) dans le cas linéaire (a) Flux à vide par spire. (b) Force électromotrice par spire.	158

Figure 4.14	Force de détente de la machine à aimants permanents (cas linéaire).	159
Figure 4.15	Distribution des composantes de l'induction dans l'entrefer dans les directions \vec{x} et \vec{y}	159
Figure 4.16	Flux par spire et force électromotrice par spire pour $J_{max} = 20 \text{ A/mm}^2$ et $f = 50 \text{ Hz}$	160
Figure 4.17	Force de déplacement pour $J_{max} = 20 \text{ A/mm}^2$ et $f = 50 \text{ Hz}$.	160
Figure 4.18	Comparaison des pertes fer calculées pour les deux modèles (réductant et éléments finis).	162
Figure 4.19	Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée classique.	163
Figure 4.20	Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée à partie mobile segmentée.	163
Figure 4.21	Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée 18/10 à bobinage d'induit en double couche.	163
Figure 4.22	Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée 18/10 à bobinage d'induit en simple couche.	163
Figure 4.23	Trajet du flux en circuit ouvert et modes de commutation dans la phase A de l'enroulement d'induit à double couche. (a) Position de flux maximal, (b) Première position de flux nul. (c) Position de flux minimum, (d) Deuxième position de flux nul.	165
Figure 4.24	Paramètres géométriques de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée.	166
Figure 4.25	Flux par spire pour une densité de courant d'excitation de $J_{exc} = 20 \text{ A / mm}^2$	167
Figure 4.26	Force électromotrice par spire pour une densité de courant d'excitation de $J_{exc} = 20 \text{ A / mm}^2$	167
Figure 4.27	Valeur maximale du flux à vide perçu pour une spire des bobines d'induit en fonction du courant d'excitation.	168
Figure 4.28	Valeur moyenne de la force de déplacement en fonction de la largeur de la dent du la partie statique	169
Figure 4.29	Ondulation de la force de déplacement en fonction de la largeur de la dent de la partie statique	169
Figure 4.30	Valeur moyenne de la force de déplacement en fonction du courant de la densité de courant d'induit (J_{max}).	170
Figure 4.31	Ondulation de force de déplacement en fonction du courant de la densité de courant d'induit (J_{max}).	170
Figure 4.32	Composantes de l'induction dans l'entrefer de la machine à bobinage double couche. (a) Composante tangentielle (direction \vec{x}). (b) Composantes normale (direction \vec{y}).	171
Figure 4.33	Force de déplacement en fonction de la position pour la configuration double couche pour $J_{exc}=20\text{A/mm}^2$ et $J_{max}=40\text{A/mm}^2$.	172
Figure 4.34	Maillage éléments finis de la machine linéaire à commutation de flux à commutation de flux.	172
Figure 4.35	Illustration de la machine linéaire à dans l'interface graphique de l'outil <i>MRNsoftware</i> .	173
Figure 4.36	Schéma de découpage en blocs de réluctances	174
Figure 4.37	Distribution de la force magnétomotrice dans la configuration double couche du bobinage de la machine à commutation de flux à excitation bobinée.	175
Figure 4.38	Distribution de la force magnétomotrice dans la configuration double couche du bobinage de la machine à commutation de flux à excitation bobinée.	176

Figure 4.39	Flux par spire pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage double-couche).	177
Figure 4.40	Force électromotrice en charge pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage double-couche).	177
Figure 4.41	Flux par spire pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage double-couche).	178
Figure 4.42	Force électromotrice en charge par spire pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage simple-couche)	178
Figure 4.43	Force de déplacement pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage double-couche).	179
Figure 4.44	Force de déplacement pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage simple-couche).	179
Figure 4.45	Composante normale de l'induction dans l'entrefer de la machine à double couche de bobinage (direction \vec{y}).	180
Figure 4.46	Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer de la machine à double couche de bobinage (direction \vec{x})	180

Liste des tableaux

Tableau 1.1	Grandeurs électromagnétiques	26
Tableau 1.2	Avantages et inconvénients de la méthode de modélisation par résolution formelle des équations de Maxwell	34
Tableau 1.3	Avantages et inconvénients des modèles numériques (Eléments finis)	35
Tableau 1.4	Avantages et inconvénients des circuits magnétiques équivalents	35
Tableau 1.5	Analogies électrique-magnétique	37
Tableau 1.6	Quelques éléments de comparaison (réseaux d'expertise/réseaux maillés)	47
Tableau 1.7	Paramètres du circuit et grandeurs évaluées	60
Tableau 2.1	Grandeurs de définition des forces magnétomotrices	96
Tableau 2.2	Paramètres de la fonction d'approximation de la B-H	108
Tableau 3.1	Paramètres du circuit et grandeurs évaluées	130
Tableau 3.2	Paramètres du circuit et grandeurs évaluées	131
Tableau 4.1	Paramètres de l'actionneur linéaire à aimants	155
Tableau 4.2	Caractéristiques du matériau ferromagnétique	161
Tableau 4.3	Paramètres géométriques de la machine linéaire à commutation de flux	166

Introduction générale

Introduction générale

Dans le contexte actuel de raréfaction des ressources d'énergie fossile, et du souci de l'impact négatif de leurs utilisations sur la santé humaine et l'environnement, de plus en plus de gouvernements cherchent des solutions pour réduire leur emploi. Le secteur de la production d'énergie étant l'un des plus grands consommateurs de combustible fossile, les gouvernements tentent de promouvoir l'utilisation des énergies renouvelables à travers la création de nouvelles filières industrielles ayant pour objectif d'assurer un approvisionnement sûr et durable.

Dans les sociétés industrialisées et modernes, une grande partie de l'énergie électrique est consommée par des moteurs électriques. L'optimisation de leurs rendements permettrait une réduction de la consommation des énergies fossiles. Afin d'atteindre ces objectifs, l'amélioration des caractéristiques des matériaux, et l'adoption de stratégies de dimensionnement permettant l'optimisation du rendement des machines électriques sont à l'étude. Les moteurs et actionneurs électromagnétiques convertissent l'énergie électrique via un champ magnétique en travail mécanique (ou inversement pour les générateurs). Différents effets physiques sont exploités pour cette conversion d'énergie, en fonction de la structure du dispositif électromagnétique. Lors de la conception de l'actionneur, il est nécessaire d'organiser soigneusement les interactions dans le processus de conversion d'énergie électro-magnéto-mécanique (ou inversement) afin d'obtenir une solution optimale. La complexité de cette tâche nécessite l'utilisation de techniques de modélisation et de simulation pour prévoir et décrire la distribution du champ magnétique à l'intérieur de l'actionneur. Le besoin de disposer de modèles fiables, dans les différentes physiques impliquées, est certain.

Généralement, la modélisation précise des machines électriques requiert l'utilisation de méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis. Cependant, ces méthodes sont souvent grandes consommatrices de mémoire et de temps de calcul, et de ce fait mal adaptées pour traiter les problèmes d'optimisation caractérisés par un domaine d'exploration très étendu. De plus, une approche multi-physique évaluant simultanément des domaines physiques différents avec des modèles fins (modèles numériques) s'avèrerait être compliquée à mettre en place, très coûteuse en temps de calcul et pourrait ne pas être absolument nécessaire. Par ailleurs, les exigences en termes de niveaux de précision se situent à différents niveaux dans les différentes phases d'un projet de conception. Ces limitations ont toujours poussé les concepteurs de machines électriques à exploiter d'autres familles de modèles telles que les modèles analytiques ou semi-analytiques qui permettent d'obtenir des résultats fiables en un faible temps de calcul. Toutefois, contrairement aux modèles basés sur les méthodes éléments finis mise en œuvre dans différents logiciels commerciaux, les modèles analytiques et semi-analytiques ont été peu capitalisés dans des outils logiciels, pour les rendre plus génériques et plus accessibles.

Dans ce travail, nous proposons de combler cette lacune en développant une plate-forme logicielle visant à faciliter la mise en œuvre de la méthode semi-analytique des circuits de réluctances.

En termes d'outils de modélisation basés entièrement, ou en partie, sur une approche de modélisation par réseaux de réluctances, un certain nombre de logiciels existe. Dans l'univers académique comme pour les outils commerciaux, une partie de ces logiciels est basée sur des bibliothèques de modèles et sont donc dédiés à un type particulier de machines (RNM-3D pour les transformateurs, Turbo-TCM pour les alternateurs de moyenne puissance, etc.). D'autres sont un peu plus généralistes et permettent de résoudre des circuits qu'il faut réaliser (Reluctool, Modelica, etc.). Enfin, bien que ces logiciels servent tous à la modélisation, certains d'entre eux tels que SPEED ou Reluctool sont « plus » orientés vers l'optimisation des dispositifs.

Il existe fondamentalement deux approches de modélisation par réseaux de réluctances : les modèles qui reposent sur des réluctances unidirectionnelles (réseaux d'expertise) et les modèles qui reposent sur les blocs multidirectionnels de réluctances (réseaux maillés). Les modèles par réseaux d'expertise peuvent être très rapides à simuler mais cette méthode a néanmoins le désavantage d'être

longue dans l'étape de développement. De plus, ces derniers nécessitent la connaissance a priori, ou la prédétermination, des trajets du flux dans la structure à modéliser. Les modèles maillés quant à eux, utilisent des blocs élémentaires de réluctances bidirectionnels (modèles 2D) ou tridimensionnels (modèles 3D). Ces derniers ne présupposent pas de trajet privilégié du flux, et ont l'avantage de donner accès aux composantes des grandeurs calculées. C'est cette dernière approche qui sera retenue dans ce travail de thèse.

Ces travaux se sont inscrits dans le cadre d'une collaboration entre les laboratoires SATIE, de l'université Paris-Saclay, et GREAH, de l'université Le Havre Normandie. Les laboratoires SATIE et GREAH possèdent une expérience reconnue dans l'établissement et la manipulation des modèles analytiques issus de la résolution formelle des équations de Maxwell ainsi que des modèles basés sur les circuits de perméances. Les deux laboratoires ont également une maîtrise des outils d'optimisation des structures électromagnétiques puisque les modèles développés dans les thèses précédentes ont généralement été utilisés pour effectuer un dimensionnement optimal de machines sur des cahiers des charges plus ou moins complexes [1]–[4]. Cependant, ces modèles sont dédiés à un unique type de structure et ne reposent pas sur une approche automatisée de leur génération. Cette thèse vise au développement d'une interface logicielle qui permettra à l'utilisateur de générer un réseau de réluctances/perméances de manière automatique et transparente après avoir dessiné la structure, comme il est possible de le faire dans les logiciels de modélisation par éléments finis commerciaux. De ce fait, un effort est fourni afin de développer des méthodologies d'automatisation de la génération du réseau de réluctances qui décrit le dispositif.

Ce manuscrit s'organise en quatre chapitres. Le premier chapitre sera consacré au contexte de l'étude et à un état de l'art détaillé sur les méthodes de modélisation des machines électriques. Un accent particulier sera mis sur les méthodes de modélisation par constantes localisées. Nous présenterons les modèles par réseaux de réluctances et les différentes approches employées dans la littérature spécialisée. Cela permettra d'identifier les facteurs limitant et d'entrevoir les points méritant un approfondissement en insistant sur les différentes méthodes de modélisation des actionneurs électriques. Nous présenterons aussi dans le premier chapitre les outils logiciels que nous avons pu recenser et dont le principe de modélisation repose sur les réseaux de réluctances. Nous exposerons les techniques et modèles qu'ils intègrent. Enfin, nous en profiterons pour exprimer les problématiques auxquelles nous essayerons de répondre.

Le deuxième chapitre s'articulera autour de la méthodologie développée pour répondre à la problématique des procédures de traitement d'un modèle réluctant. Dans un effort d'automatisation des modèles par réseaux de réluctances, nous proposons une méthodologie du traitement des modèles partant du découpage de la géométrie de la structure jusqu'à la prise en charge du mouvement. Nous aborderons les méthodes de prise en compte du phénomène de saturation magnétique, et celle que nous avons retenue pour nos travaux. Nous parlerons des méthodes de calcul des efforts dans les modèles par réseaux de réluctances, et de l'implémentation de la méthode du tenseur de contraintes de Maxwell pour le calcul de la force et du couple dans les modèles maillés que nous avons développés. Le second chapitre nous permettra donc d'exposer la méthodologie employée pour rendre la génération de modèles par réseaux de réluctances plus « automatique ». Ce chapitre se restreindra cependant au découpage conforme et régulier des structures étudiées.

Le troisième chapitre sera consacré à l'étude de l'implémentation de la méthode d'interpolation polynomiale par polynômes de Lagrange pour la gestion, et la connexion des interfaces de non-conformité au sein d'un réseau de réluctance maillé. L'approche développée sera dans un premier temps appliquée à la prise en compte du mouvement. Cette approche permettra de découpler le pas de mouvement du découpage des armatures statique et mobile. Dans un deuxième temps, cette approche

Introduction générale

sera aussi exploitée dans le cadre de la relaxation de maillage pour réaliser différents découpages (différentes tailles de blocs élémentaires) au sein du modèle d'un actionneur.

Le quatrième et dernier chapitre permettra la mise en application des méthodologies développées. Nous décrirons, en premier lieu, les étapes inhérentes à l'utilisation de l'outil logiciel *MRNsoftware*. Comme pour les logiciels commerciaux basés sur la méthode des éléments finis, cet outil comprend des modules qui se chargent du traitement de la géométrie, du maillage, de la résolution et du post-traitement. Ainsi, nous expliquerons les étapes et méthodologies de traitement d'un modèle à partir de la géométrie de l'actionneur à modéliser jusqu'au traitement des matrices pour construire le système d'équations à résoudre. Nous utiliserons les concepts développés dans le chapitre 2 pour réaliser le modèle d'une machine linéaire à aimants permanents afin de les valider. Nous appliquerons à cette structure un maillage conforme et comparerons les résultats obtenus à ceux issus d'un modèle par éléments finis réalisé sur un logiciel commercial (Ansys-Maxwell®). Nous intégrerons ensuite l'algorithme de prise en compte de la saturation magnétique et réaliserons des simulations dans différents régimes de fonctionnement. Par la suite, nous étudierons la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Nous réaliserons des modèles pour comparer deux configurations de distribution des enroulements pour cet actionneur. Nous validerons notamment la méthodologie de distribution des forces magnétomotrices en comparant les résultats obtenus (flux, force électromotrice et force de déplacement) avec ceux des modèles par éléments finis.

Chapitre I

État de l'art sur la modélisation par réseaux de réductances

Structures / Méthodes et Outils

Table des matières – Chapitre I

1.1	Introduction.....	23
1.2	Notions d'électromagnétismes et équations de Maxwell.....	25
1.3	Approches de modélisation électromagnétique.....	27
1.3.1	Approches analytiques.....	28
1.3.2	Approches numériques.....	30
1.3.3	Approches semi-numériques/semi-analytiques.....	31
1.3.4	Comparaisons entre les différentes méthodes de modélisation électromagnétique...	33
1.4	Historique du modèle du circuit magnétique.....	36
1.5	Notion de tubes de flux et de réductance/perméance.....	39
1.5.1	Les perméances constantes.....	40
1.5.2	Les perméances saturables (intrinsèquement non-linéaires).....	40
1.5.3	Les perméances de géométrie variable.....	41
1.6	Notions de réductance unidirectionnelle et de bloc élémentaire de réductances.....	41
1.6.1	Réductances unidirectionnelles.....	41
1.6.2	Bloc de réductances (bidirectionnel/tridimensionnel).....	45
1.6.3	Éléments de comparaison entre les modèles à réductances unidirectionnelles (réseaux d'expertise) et les modèles à blocs de réductances élémentaires (réseaux maillés)	46
1.7	État de l'art des travaux de modélisation par réseaux de réductances.....	48
1.7.1	Travaux basés sur des modèles en réseaux d'expertise.....	48
1.7.2	Travaux basés sur des modèles réseaux maillés.....	53
1.7.3	Réseaux mixtes (maillés/d'expertise).....	55
1.7.4	Modèles réseaux réductants couplés aux autres méthodes de modélisation.....	57
1.7.5	Modèles multi-physiques.....	64
1.8	Outils de modélisation électromagnétiques et de C.A.O en réseaux de réductances.....	65
1.8.1	Bibliothèques de modèles.....	67
1.8.2	Réseau de réductances à construire.....	72
1.9	Conclusion.....	76

1.1 Introduction

L'émergence et la multiplication des machines électriques dans l'environnement moderne a conduit à l'apparition de cahiers des charges de plus en plus complexes et ayant un fort impact sur la conception des machines électriques. A l'ère de la conception par optimisation et dans la philosophie de résolution de problèmes inverses, à partir d'un cahier des charges, aussi restrictif soit-il, on cherchera le jeu de paramètres qui sera le plus optimal pour répondre aux exigences de performance et ce à moindre coût. Divers aspects de la conception des machines électriques présentent des objectifs contradictoires tels que de minimiser la masse et les pertes ou de maximiser le rendement et limiter les températures à cahier des charges couple/vitesse donné. Pour parvenir à une conception optimale, on explore un espace de solutions en adoptant des techniques d'optimisation multi-objectifs. Grâce à la génération de fronts de Pareto, on révèle souvent des compromis différents entre les objectifs contraires. Outre les objectifs, des contraintes sont souvent nécessaires pour éviter la convergence vers des solutions infaisables. Ces contraintes peuvent être l'induction dans l'entrefer, la température maximale des conducteurs, la tenue mécanique, etc.

Afin de prendre les différents aspects liés à la conception/optimisation des machines électriques, la nécessité de modèles est certaine. Dans les différentes branches de la physique (mécanique, thermique, électromagnétique, etc.), le choix des modèles dépendra en grande partie de l'application visée, de ses exigences de performances, de la fidélité souhaitée des modèles et de leur rapidité de calcul, ainsi que de la topologie de la machine elle-même. Les spécialistes s'accorderont à dire que l'on rencontre deux grandes familles de modèles dont les principes fondamentaux sont distincts : les modèles analytiques, basés sur la résolution formelle des équations physiques et les modèles numériques, basés sur des formulations mathématiques qui déterminent une solution numérique approchée du problème physique initial. Une troisième famille peut être ajoutée aux deux autres citées précédemment, les modèles dits semi-numériques ou semi-analytiques. Ces méthodes reposent sur une formulation physique dont la résolution se fait tout de même de manière numérique. Il existera aussi des méthodes hybrides qui combinent deux approches dans un même modèle pour une même physique. Ces méthodes de modélisation lorsqu'elles sont appliquées dans le domaine électromagnétique et plus particulièrement celui de la modélisation des machines électriques seront détaillées dans ce chapitre.

Il convient de mentionner qu'une approche multi-physique évaluant simultanément tous les domaines physiques différents avec des modèles haute-fidélité et très fins (modèles numériques) s'avèrerait être compliquée à mettre en place, très couteuse en temps de calcul et pourrait ne pas être absolument nécessaire. Les exigences en termes de fidélité se situent à différents niveaux par rapport aux différents degrés de précision qui sont exigés dans les différentes phases du projet de conception (pré-dimensionnement/optimisation/finalisation de projet) [5], [6]. Dans les premières phases, le cahier des charges peut encore manquer de précision et il est possible de se contenter de modèles relativement grossiers tels que des circuits électriques équivalents. En effet, ce genre de modèles n'évaluent que des grandeurs globales mais permettent de choisir un type de machine pour l'application visée et d'affiner le cahier des charges.

Il convient aussi de dire que la fidélité exigée des modèles dépend aussi des différents domaines de la physique. A titre d'exemple, l'analyse mécanique est par moment réalisée à l'aide de modèles analytiques simplifiés dont les temps d'évaluation sont relativement rapides [7]. De plus, une analyse statique en considérant le cas le plus défavorable est souvent suffisante pour évaluer la tenue pendant la phase de conception.

En termes d'échelle de temps, les transitoires dans le domaine thermique sont généralement de plusieurs ordres de grandeur plus lents que dans le domaine électromagnétique. Bien souvent, une machine fonctionnera en régime permanent électrique pendant une période prolongée alors qu'elle n'aura pas encore atteint l'état d'équilibre thermique. Il ne sera donc pas nécessaire d'évaluer les transitoires thermiques à chaque pas de temps de l'analyse des performances électromagnétiques et électriques.

Autre phénomène lié à la thermique, les températures et transferts de chaleur à l'intérieur des enroulements sont difficiles à déterminer en raison de l'inhomogénéité des matériaux dans un bobinage (distribution de fil aléatoire, présence d'isolants électriques et de zones d'air). Ces effets sont difficiles à prendre en compte avec suffisamment de détails même dans des modèles numériques et nécessitent généralement un ajustement de la conductivité thermique par des formules empiriques [8]. Les modèles semi-numériques (modèles à constantes localisés thermiques), bien moins fins et bien moins coûteux en temps de calcul que les modèles numériques, peuvent fournir une information relativement précise sur la température.

Semblablement aux autres domaines physiques, diverses techniques de modélisation électromagnétique existent. La modélisation électromagnétique à des fins de conception dépend de manière significative du type de machine et des aspects de fonctionnement et de performance à prendre en compte. De manière générale, les modèles de fidélité moyenne à haute (modèles semi-numériques et modèles numériques) sont nécessaires pour analyser, avec une précision acceptable, le comportement des machines sous différentes conditions [9]. Alors que des modèles analytiques suffisent à prédire les performances, en particulier pour les géométries de machine faciles à modéliser. Ils pourraient, en revanche, produire des résultats inappropriés dans un processus d'optimisation si les géométries et les configurations sont modifiées au-delà de leur domaine de validité. Il est bien évident que, pour toutes les situations citées plus haut, des analyses plus fines peuvent être complétées lors des dernières phases de conception. Dans le cadre de la conception des machines, pour chaque physique et à chaque niveau de fidélité requis, un type de modélisation est préconisé [9]. Dans le contexte de modélisation électromagnétique des machines électriques, il est nécessaire de développer des outils de modélisation qui allie fidélité et rapidité.

Dans ce chapitre, en premier lieu, nous commencerons par aborder les familles de modélisation électromagnétique. Nous poursuivrons par les définitions de quelques notions de base sur lesquelles toute modélisation en réseau de réductances est fondée. Puis, afin d'aborder une classification des travaux de modélisation par la méthode des réseaux de réductances, il nous faudra déterminer un critère. Selon le mode de construction de ces modèles on peut distinguer deux approches fondamentales:

- Les schémas réductants de type expert ou réseaux d'expertise
- Les schémas réductants de type réseaux maillés

Ce critère est proposé afin de distinguer les travaux qui emploient des réductances unidirectionnelles de ceux qui adoptent l'approche maillée. Nous mettrons en suite en évidence les différences conceptuelles entre les deux approches et nous ferons un point sur les outils de Conception Assistée par Ordinateur (C.A.O) basés sur les modèles de réductances.

1.2 Notions d'électromagnétismes et équations de Maxwell

Le sujet de ce travail de thèse traite de la modélisation électromagnétique des machines électriques, un rappel des notions fondamentales d'électromagnétisme et des équations de Maxwell nous paraît important. Ces dernières sont données sous leur forme différentielle dans les équations (1.1) à (1.4) ci-dessous. Elles sont regroupées en équation de couplages (1.1) et (1.2) et équation de conservation (1.3) et (1.4). Les équations (1.5) à (1.7) décrivent les lois constitutives des matériaux.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Équation de Maxwell-Faraday} \quad 1.1$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \quad \text{Équation de Maxwell-Ampère} \quad 1.2$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{Équation de Maxwell-Gauss} \quad 1.3$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Équation de Maxwell-Thomson} \quad 1.4$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad 1.5$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} + \vec{j}_s \quad 1.6$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad 1.7$$

Aux équations précédentes, nous ajouterons les deux équations qui définissent le flux magnétique et le flux électrique, respectivement équation 1.8 et équation 1.9. Toutes les grandeurs impliquées dans les équations précitées sont données dans le tableau ci-dessous.

$$\Phi_M = \iint \vec{B} \cdot \vec{dS} \quad 1.8$$

$$\Phi_E = \iint \vec{D} \cdot \vec{dS} \quad 1.9$$

Tableau 1.1. Grandeurs électromagnétiques

Symbole	Nom	Unité
E	Champ électrique	V/m
H	Champ magnétique	A/m
D	Densité de champ électrique (Induction électrique)	C/m ²
B	Densité de champ magnétique (Induction magnétique)	T
J	Densité de courant	A/m ²
J_s	Densité de courant source	A/m ²
ρ	Densité de charge électrique	C/m ³
σ	Conductivité électrique	S/m
ϵ	Permittivité diélectrique	F/m
μ	Perméabilité magnétique	H/m
Φ_E	Flux électrique	V·m
Φ_M	Flux magnétique	Wb

Dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS). Les lois de la magnétodynamique restent les mêmes à ceci-près que les courants de déplacements sont négligés et l'équation 1.2 (équation de Maxwell-Ampère) s'en trouve modifiée et revêt la forme de l'équation 1.10.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} \quad 1.10$$

Lorsque on applique l'opérateur de divergence à cette équation, la divergence d'un rotationnelle étant nulle, on aboutit à l'équation 1.11 ; fondement du fait que la loi des nœuds est valable dans l'ARQS.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad 1.11$$

Les équations de Maxwell sont bien évidemment liées entre elles. En supposant que les charges sont fixes ou qu'elles se déplacent de manière constante (courant constant), les équations deviennent indépendantes du temps. Elles se séparent en deux équations pour le champ électrique indépendantes des deux équations pour le champ magnétique. L'équation de Maxwell-Faraday devient :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad 1.12$$

Ainsi, les champs sont indépendants du temps et les uns des autres et les équations décrivent trois domaines distincts: l'électrostatique, l'électrocinétique et la magnétostatique.

Dans les matériaux magnétiques durs, l'aimantation notée (M) doit être explicitement incluse et l'induction magnétique s'exprime alors en utilisant la relation 1.13.

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \quad 1.13$$

Dans l'APQR et en magnétostatique, les courants électriques induits dans les matériaux conducteurs sont ignorés et l'équation 1.6 se simplifie en l'équation 1.14.

$$\vec{j} = \vec{j}_s \quad 1.14$$

Afin de résoudre les équations de Maxwell dans le cas magnétostatique, bien que des formulations en champ magnétique existent, on utilise classiquement deux formulations. Ce sont celles qui sont le plus souvent employées dans les méthodes de modélisation : la formulation en potentiel magnétique vecteur et la formulation en potentiel magnétique scalaire.

Formulation du problème magnétostatique en potentiel vecteur

A partir de l'équation de Maxwell-Thomson (équation 1.4), l'induction magnétique dérive d'un potentiel vecteur et en ajoutant la jauge de Coulomb, on pourra écrire les équations de Laplace (en l'absence de sources) et de Poisson (en présence de source) ; respectivement les équations (1.15) et (1.16) avec (A) le potentiel magnétique vecteur.

$$\nabla^2 \vec{A} = 0 \quad \text{Équation de Laplace} \quad 1.15$$

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \vec{A} = -\vec{j}_s - \nabla \vec{M} \quad \text{Équation de Poisson (Magnétostatique)} \quad 1.16$$

Formulation du problème magnétostatique en potentiel scalaire

Afin de modéliser des problèmes avec des sources de courant, le champ magnétique s'écrit sous la forme d'une somme d'un champ source (dont le rotationnel représente la densité de courant source) et d'un champ magnétique de réaction à ce champ source. Ce que l'on retrouve dans les équations (1.17) et (1.18) avec (\vec{H}_s) et (\vec{H}_m) respectivement le champ source et le champ de réaction. En magnétostatique, le champ magnétique H obéit à l'équation de Maxwell-Ampère et de ce fait le rotationnel du champ H_m est nul (équation 1.19).

De ce fait, le champ magnétique \vec{H}_m dérive d'une fonction scalaire et on peut écrire l'équation (1.20) avec (U) le potentiel magnétique scalaire. Finalement le champ H s'écrit tel qu'il est donné à l'équation (1.21).

$$\vec{H} = \vec{H}_s + \vec{H}_m \quad 1.17$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_s = \vec{j}_s \quad 1.18$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}_m = 0 \quad 1.19$$

$$\vec{H}_m = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) \quad 1.20$$

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) + \vec{H}_s \quad 1.21$$

1.3 Approches de Modélisation électromagnétique

Il est souvent nécessaire d'estimer les grandeurs des machines électriques pour optimiser leur conception. Cette estimation repose sur un calcul précis des caractéristiques de la machine, telles que le couple électromagnétique, les pertes magnétiques et les forces dans l'entrefer. Toutes ces quantités

peuvent être calculées si le champ magnétique à l'intérieur de la machine est entièrement déterminé. Afin de déterminer la distribution du champ magnétique, il faut résoudre les équations de Maxwell en se servant de modèles pour décrire le dispositif. De même sorte que pour les autres domaines de la physique, différentes approches de modélisation existent.

Sur la Figure 1.1, est illustré un organigramme des méthodes de modélisation électromagnétique employées pour les actionneurs. Ce schéma est non-exhaustif dans les méthodes qui y sont représentés mais suffisamment représentatif des grands axes de modélisation pour donner une vision globale et aider à situer le travail présenté dans ce manuscrit. Outre les modèles analytiques et numériques, dans la branche des modèles semi-numériques se trouvent les circuits magnétiques équivalents. Deux approches fondamentales s'en dégagent, les réseaux d'expertise et les réseaux maillés. C'est dans le contexte de la modélisation par réseaux de réductances maillés que se positionnent les travaux développés dans cette thèse. Nous détaillerons dans cette partie leurs avantages et inconvénients. Nous aborderons dans cette section les approches de modélisation telles qu'elles sont classiquement définies et dresserons une comparaison générale entre elle. Il est important de mentionner qu'il est aussi possible de combiner deux approches de modélisation issues de deux familles différentes pour réaliser le modèle électromagnétique d'une structure ; par exemple une approche par élément finis ou une approche analytique couplée à un circuit de réductances. Ces types de modèles seront abordés dans la section 1.7.4 de ce chapitre.

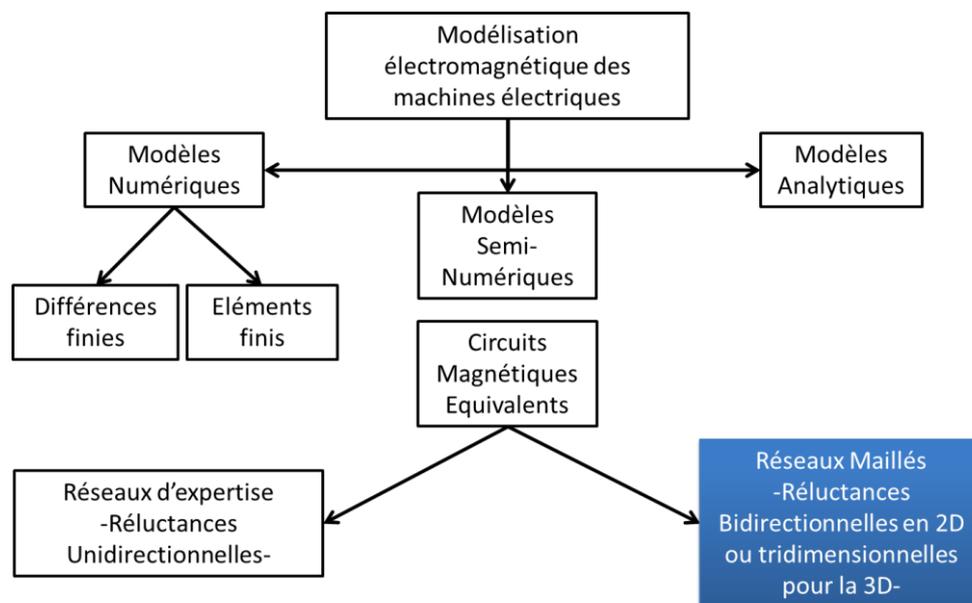


Figure 1.1. Schéma représentatif des méthodes de modélisation électromagnétique.

1.3.1 Approches analytiques

Ce que l'on entend par approches de modélisation analytiques sont les modèles qui résolvent de manière explicite, exacte et formelle les équations de Maxwell. Il faudra tout de même inverser numériquement des matrices pour trouver les coefficients des séries Fourier. En conception des machines électriques, les modèles analytiques étaient utilisés bien avant le développement des modèles numériques avec les commodités qu'offre la puissance de calcul des ordinateurs de l'ère moderne. Ces modèles sont dit analytiques car la forme analytique de la solution des équations de Maxwell dans le domaine modélisé est connue. Se basant sur la résolution formelle de ces équations, ils décrivent explicitement le fonctionnement et le comportement du dispositif.

Les modèles analytiques prennent souvent de fortes hypothèses. Dans ce type de modélisation, la distribution locale des inductions dans les dents et les encoches est négligée. Cependant, en calculant le flux entrant dans la surface du stator à partir du champ magnétique de l'entrefer avec une distribution uniforme, l'induction au milieu des dents du stator peut être évaluée. D'abord pour faciliter l'écriture de la forme de la solution, des simplifications de la géométrie sont souvent opérées. Le coefficient de Carter est utilisé pour transformer une géométrie saillante en une structure équivalente sans encoches [10] mais l'induction moyenne dans l'entrefer est conservée. Il a été appliqué pour réaliser, par exemple, le modèle d'une machine à flux axial développé au rayon moyen par O. De La Barrière dans [11]. D'autres transformations conformes du type Schwartz-Cristoffel servent le même but [12]–[14]. D'autres modèles se passent des transformations géométriques et proposent des solutions analytiques exactes. C'est le cas pour la géométries de la machine à aimants en surface à encoches semi-fermées dans [15].

De par la difficulté de décrire analytiquement certains phénomènes physiques tels que la saturation des matériaux ferromagnétiques, celle-ci est négligé. Les solutions sont plutôt recherchées pour un fonctionnement de la machine sans prendre en compte le caractère non-linéaire des matériaux ferromagnétique. Ces derniers sont considérés de perméabilité relative infinie ou de valeur constante.

De plus, bien qu'il existe des modèles qui font une décomposition en série de Fourier, les modèles analytiques se contentent souvent de l'approximation au premier harmonique. Ceci devient handicapant lorsque l'on souhaite, par exemple, réaliser des calculs de pertes fer dans les tôles. Une connaissance précise des grandeurs magnétiques à un niveau local est nécessaire afin de pouvoir appliquer les modèles de pertes de type Bertotti [16] par exemple.

Pour dépasser ces hypothèses, certaines techniques ont été utilisées pour prendre en compte la saturation à une échelle globale comme par exemple en adaptant l'épaisseur de l'entrefer [17] ou en utilisant une méthode itérative pour inclure les propriétés non-linéaires des matériaux magnétiques.

Certaines approches consistent en une modélisation analytique par sous-domaine [18], [19]. L'approche de modélisation par sous-domaines consiste à réduire la description de la solution des équations de Maxwell à une description par « sous-domaine » au lieu de l'étude du domaine global. C'est la raison pour laquelle certains auteurs classent ces approches parmi les méthodes semi-analytiques. L'avantage apporté par les méthodes analytiques par sous-domaine est par exemple la possibilité de prendre en compte les phénomènes de saturation magnétique (par des méthodes itératives) à une échelle locale (au niveau du sous-domaine d'une dent par exemple).

Il n'en reste pas moins que pour les modèles analytiques, il faut résoudre les équations de Maxwell pour chaque nouvelle forme introduite dans les structures. De ce fait, pour des géométries complexes, il devient difficile d'obtenir une formulation analytique correcte ou en d'autres termes d'écrire les équations de manière formelle. Ceci en fait aussi des modèles pas ou peu génériques et dont le développement est généralement assez long et fastidieux.

Néanmoins, même s'ils incluent un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, les modèles analytiques restent d'une utilité certaine dans les étapes de pré-dimensionnement afin de dégrossir l'espace de solutions. D'une part, les temps d'évaluation des modèles restent très courts. D'autre part, avec les équations explicites des modèles analytiques, les formes analytiques des dérivées des solutions sont aussi connues. Leur principal avantage est d'offrir la possibilité d'utiliser des algorithmes déterministes (par exemple la méthode du gradient) lorsque ces modèles sont employées dans des routines d'optimisation. Un autre avantage est de pouvoir aisément opérer un couplage entre les différents domaines physiques de par la nature explicite des équations des modèles analytiques.

Il existe un certain nombre d'outils logiciels intégrant des modèles analytiques tels que *SIMUMSAP* développé au GREAH (Groupe de Recherche en Électrotechnique et Automatique du

Havre) et consacré aux machines à aimants. Il est à chaque fois enrichi par des travaux sur les machines à flux axial [20], [21]. On pourra citer aussi *SIMUPMSAM* développé par l'Université Internationale Libanaise consacré aux machines à aimants et aux machines asynchrones [22] qui offre aussi par exemple la possibilité pour l'utilisateur d'étudier l'effet de l'excentricité du rotor.

Un état de l'art sur les modèles analytiques des machines à aimants peut être retrouvé dans les références [6], [18], [23] et plus particulièrement, pour les machines à flux axial, dans la référence [11]. Pour la modélisation en sous domaines, un état de l'art est fait dans la référence [24].

1.3.2 Approches numériques

Ce que nous qualifions par modèles numériques dans cette catégorie sont les modèles basés sur des formulations mathématiques afin d'approcher par une solution numérique, la solution réelle du problème physique initial. En s'appuyant sur ces formulations mathématiques et en utilisant des méthodes numériques, ces approches de modélisation résolvent un système d'équations algébriques qui décrit le comportement physique de l'objet modélisé. Le comportement de l'entité modélisée est régi par des équations aux dérivées partielles dans les différents domaines de la physique (électromagnétisme, mécanique, thermique). Nous citerons quelques-unes de ces méthodes : méthode des intégrales de frontière, méthode des différences finies, méthode des éléments finis, etc.

Typiquement en électromagnétisme, ce sont les équations de Maxwell qui sont à résoudre dans une forme et une formulation qui conviennent au problème posé (électromagnétisme basses ou hautes fréquences, approximation des régimes quasi-stationnaires, électrostatique, électrocinétique, magnétostatique, magnétodynamique). Bien que des formulations en champs magnétique soient possibles, les problèmes dans les modèles numériques, sont le plus souvent formulés pour une solution qui repose sur l'évaluation d'un potentiel (qu'il soit scalaire ou vecteur) en plusieurs points discrets appartenant au domaine modélisé. La valeur du potentiel en ces points est évaluée de manière directe et précise en résolvant le système d'équations algébriques. Puis, par interpolations basées sur divers techniques numériques (splines cubiques, polynômes de Lagrange, etc.), l'information sur le potentiel est retrouvée sur le reste du domaine.

En règle générale, les méthodes numériques reposent sur une suite d'étapes nécessaires au traitement d'un modèle. Après avoir choisi le domaine de la physique approprié, vient une étape de prétraitement ou « pré-processing » où s'opère la description de la géométrie du dispositif et l'affectation des matériaux et caractéristiques physiques dans tout le domaine modélisé. Toujours au cours de l'étape de pré-processing, se fait l'attribution des sources et l'affectation des conditions aux limites et éventuellement des conditions initiales. Entre le pré-processing et le processing, se met en place la discrétisation spatiale par le maillage du domaine étudié afin de poser les points discrets où seront calculées les grandeurs recherchées. Ces points sont appelés nœuds du maillage. Vient alors le processing où s'effectue la construction du système matriciel d'équations algébriques à résoudre. Le système est ensuite résolu avec des méthodes numériques pour prendre en compte les non-linéarités (variantes de la méthode du point fixe ou des méthodes de Newton...). Après avoir finalement obtenu les champs de potentiel au niveau des nœuds du maillage, c'est l'étape de post-traitement ou « post-processing » qui permet l'exploitation des résultats en donnant accès aux cartographies des potentiels. Plus particulièrement, en électromagnétisme, à cette étape auront été déterminés le potentiel magnétique (scalaire ou vecteur) et les induction et champ magnétiques au niveau local. Puis, les grandeurs au niveau global (inductances, forces, etc.) seront calculées à partir de ces résultats.

Les méthodes numériques, peuvent ainsi s'appliquer à des géométries complexes et prendre en compte un grand nombre de phénomènes physiques en ne considérant qu'un petit nombre d'hypothèses. Il est bien évident que plus la finesse du modèle est grande (tant au niveau des phénomènes physiques

qu'il prend en considération, qu'au niveau des nœuds nécessaires à représenter la géométrie du dispositif) plus le modèle est compliqué et long à construire et plus son temps d'évaluation est grand. Ne prenant ainsi que de faibles hypothèses, la fidélité du modèle numérique à restituer des valeurs proches des grandeurs recherchées du dispositif physique réel va, en grande partie, dépendre du maillage. Sa densité et sa qualité en sont deux facteurs primordiaux.

Du point de vue du couplage entre les différentes physiques, de par la nature non-explicite des équations des modèles numériques, le couplage ne s'opère pas aussi naturellement que sur les équations explicites des modèles analytiques. D'autant plus que, souvent, les différentes physiques nécessitent différentes granularités en termes de discrétisation spatiale (maillage) et de discrétisation temporelle (pas de calcul). Lorsque le couplage entre différentes physiques est opéré, deux approches sont considérées. Une première implique que chaque physique soit représentée dans un système matriciel distinct. Par la suite, les systèmes matriciels communiquent dans une résolution itérative ou les sorties de l'un sont les entrées de l'autre et vice-versa jusqu'à atteindre une solution. Cette approche est qualifiée de couplage faible. Si tout est résolu simultanément dans une même matrice, l'approche est qualifiée de couplage fort.

Méthode des Éléments finis

Dans les méthodes de modélisation numériques, la méthode des éléments finis (MEF), réputée précise et rapide, est maintenant tellement démocratisée parmi les concepteurs de machines électriques que l'on ne la présente plus. Dans la littérature scientifique comme dans l'industrie, nombreux sont les travaux de conception et d'optimisation basés sur des modèles en éléments finis. Cet engouement de la part des concepteurs est dû dans une grande mesure à l'existence et l'exploitation – tant dans le milieu académique que dans le milieu industriel – d'un très grand nombre de logiciels de Conception Assistée par Ordinateur (CAO). Ces logiciels sont à la fois pensés, conçus et optimisés pour les besoins de modélisation électromagnétique et de modélisation multi-physique. Parmi les logiciels commerciaux on peut citer ANSYS-Maxwell®, Flux2D® (Altair-Cedrat), COMSOL®, etc. Parmi les logiciels libres on citera Finite Element Magnetics Method (FEMM).

Comme pour les autres méthodes de modélisation numérique, la méthode des éléments finis repose sur la discrétisation de l'espace. En d'autres termes, il est nécessaire de découper la géométrie étudiée en éléments simples (ex: triangles ou quadrangles en 2-D, tétraèdres ou prismes en 3-D). De ce « découpage » ou plus précisément maillage ainsi que de la taille des mailles et leur répartition et forme, découle une forte influence sur la précision des résultats du calcul et sur son coût en temps machine et en place mémoire. La méthode des éléments finis présente l'avantage d'être générique et de pouvoir prendre en compte différents phénomènes physiques (saturation magnétique, courants de Foucault, etc.). Les éléments finis sont une méthode de modélisation qui se prête bien à la standardisation tant au niveau des structures modélisées qu'au niveau des domaines de la physique où elle est appliquée.

1.3.3 Approches semi-numériques/semi-analytiques

Les modèles semi-numériques ou semi-analytiques sont considérés comme modèles à constantes localisées ou à constantes réparties. Ils sont une approximation, non-exacte qui permet une étude des dispositifs dans divers domaines de la physique (l'électromagnétique, thermique, mécanique, etc.).

Ces modèles permettent d'agréger un ensemble de phénomènes microscopiques dans un (ou plusieurs) phénomène à une échelle macroscopique. Par exemple, une résistance électrique, est un système physique contenant des atomes et des électrons libres, avec une géométrie et une structure complexes, un mouvement thermique, etc. Malgré cette complexité, elle est traitée comme un unique objet avec une (ou plusieurs) équations relatant ce qu'il se passe à ses bornes.

Un ensemble d'hypothèses permet de traiter un système complexe comme un élément unique se comportant comme une seule entité. Dans ces modèles, un nœud est considéré comme un point unique où deux éléments ou plus se connectent. Les « fils » de connexion sont des composants qui n'ont aucune résistance, capacité ou inductance (à moins d'être explicitement modélisés comme des éléments séparés). Les modèles à constantes localisées considèrent que la relation « tension-courant » d'un composant est la seule équation nécessaire pour décrire son comportement. Si le modèle macroscopique est trop grossier pour décrire le comportement du dispositif, il est possible de diviser le système en fragments plus petits. Pour les besoins de conception ou d'analyse, il sera ainsi possible de décrire le comportement à l'échelle qui nous intéresse.

- Modèle à constantes réparties

Le modèle à constantes réparties suppose une division en parties infiniment plus petites d'un même dispositif ou d'un ensemble de dispositifs. On parle de constantes réparties lorsque la longueur d'onde des grandeurs recherchées est du même ordre de grandeur que le dispositif lui-même. Un exemple typique serait la modélisation d'une ligne électrique de transport ou de distribution [25].

- Modèle à constantes localisées

Le modèle à constantes localisées repose sur l'association d'éléments discrets au sein d'un même dispositif. Les grandeurs recherchées sont supposées constantes sur la totalité de l'espace couvert par chaque élément. Les exemples les plus typiques sont le réseau nodal pour le domaine thermique et les réseaux de ré reluctances pour le domaine magnétique.

Les modèles ré reluctants font parties des modèles dit semi-analytiques ou semi-numériques. Grâce à la discrétisation du domaine suivant le principe de tube de flux, et par une analogie avec les circuits électriques, les modèles en réseaux de ré reluctances sont utilisés pour la représentation des états magnétiques des dispositifs.

Il nous paraît important de signaler que dans la littérature scientifique, différentes expressions sont employées pour qualifier ce type de modèles : méthode des circuits magnétiques équivalents (CME) souvent aussi abrégé MEC ou EMCN pour « Magnetic Equivalent Circuits » ou « Equivalent Magnetic Circuit Network », réseaux de ré reluctances (RdR) ou de réseaux de perméances (RdP) et leurs équivalents anglais « reluctance network method » (RN ou RNM) ou « permeance network » (PN) ou enfin « Lumped Parameter Model » pour modèles à constantes localisées.

Ces méthodes sont qualifiées de semi-analytiques ou de semi-numériques parce que la constitution des éléments du réseau repose sur les principes fondamentaux de l'électrocinétique (loi d'Ampère, loi d'Ohm...). Ils sont formulés de façon analytique mais le domaine modélisé est subdivisé en plusieurs parties. La résolution se fait de façon numérique. Autrement dit, on passe de l'univers continu et du formalisme des équations aux dérivées partielles dans tout le domaine modélisé à un univers discret, formalisé par un système d'équations algébriques. Chaque équation décrira une partie de ce domaine.

De même que pour un circuit électrique, le circuit magnétique équivalent est formé de nœuds, de branches et de mailles. Dans ce réseau de ré reluctances, chaque maille du circuit décrit un trajet que le flux magnétique est susceptible de suivre dans le domaine modélisé. De plus, chaque maille du circuit vérifie le théorème d'Ampère sur le contour fermé qu'elle décrit. Ainsi par cette analogie avec les circuits électriques, les grandeurs électriques ont leurs analogues magnétiques. Les ré reluctances magnétiques sont analogues aux résistances électriques, les flux magnétiques sont analogues aux courants électriques, et les forces magnétomotrices aux forces électromotrices. Les équations du système

algébrique se construisent alors à l'aide des lois de Kirchhoff et se mettent sous forme matricielle par la suite pour simplifier la résolution. A la fin, chaque élément du circuit donnera accès aux valeurs des flux et des potentiels et donc, à partir de là, à tout autre grandeur magnétique.

Nous ferons toutefois la distinction entre les modèles dits « experts » ou « d'expertise » et les modèles dit « maillés ». Dans la première approche (réseaux experts), le circuit est constitué de réductances unidirectionnelles. Il est impératif, dans ce cas-là, de connaître le trajet des flux magnétiques dans la structure et d'identifier correctement les réductances/perméances de ces trajets. Dans la seconde approche (réseaux maillés), la structure est discrétisée avec des blocs élémentaires de réductances bidirectionnel ou tridimensionnel. Cette approche s'affranchit de la nécessité de connaître a priori les trajets du flux.

Les modèles en réseaux de réductances ont la réputation de disposer d'un bon compromis entre la rapidité et la finesse des résultats. Il sera toujours possible d'affiner un modèle en schémas réductants en augmentant les subdivisions. L'augmentation du nombre d'éléments permettra de décrire avec plus de précision les grandeurs au niveau local mais cela est au détriment de la rapidité d'évaluation du modèle. Il est à noter que si le système est décomposé en fragments de plus en plus petits, le modèle à constantes localisées devient assez similaire au modèle à éléments finis dans le sens où il s'approchera plus d'une solution exacte.

Les modèles par réseaux d'expertise peuvent être très rapides à simuler mais cette méthode a le désavantage de souffrir de cette nécessité de faire des hypothèses sur les trajets du flux dans la structure. Pour ce faire, certains travaux ont recours à des modèles numériques en éléments finis [1], [2][26].

Par rapport aux modèles purement analytiques, dans les modèles par réseaux de réductances il y a plus d'aisance à prendre en compte les phénomènes physiques (saturation, pertes fer, etc.). Un autre avantage des méthodes semi-numériques est que pour certaines formulations, il est possible d'obtenir la dérivée « formelle » des grandeurs de sorties du modèle par rapport aux paramètres d'entrées, ce qui est un atout pour l'utilisation d'algorithmes déterministes pour l'optimisation.

Enfin, en termes de temps de développement, les modèles réductants, sont le plus souvent, situés entre les modèles analytiques et les modèles numériques.

Afin d'aborder une classification des travaux, qui sera détaillée plus loin dans ce chapitre, il faut déterminer un critère de classification. Selon le mode de construction des modèles, les deux approches fondamentales définies ici i.e. les schémas réductants de type expert ou réseaux d'expertise et les schémas réductants de type réseaux maillés, servent de premier critère de classification des travaux impliquant les modèles en réseaux de réductances.

1.3.4 Comparaisons entre les différentes méthodes de modélisation électromagnétique

Outre le fait que le nombre de phénomènes physiques pris en considération allongera les temps de calcul mais donnera un rendu plus fidèle par rapport au dispositif physique, un certain nombre d'éléments de modélisation influencera les temps d'évaluation des modèles et la précision sur les grandeurs évaluées. Pour les modèles numériques et semi-numériques, la fidélité et les temps de calcul dépendront du nombre de degrés de liberté (nombre de nœuds/éléments) considéré dans le modèle ainsi que de la complexité de construction des matrices de résolution. Pour les modèles analytiques, les hypothèses (le nombre d'harmonique considéré, complexité de la géométrie, etc.) influencera ces deux choses.

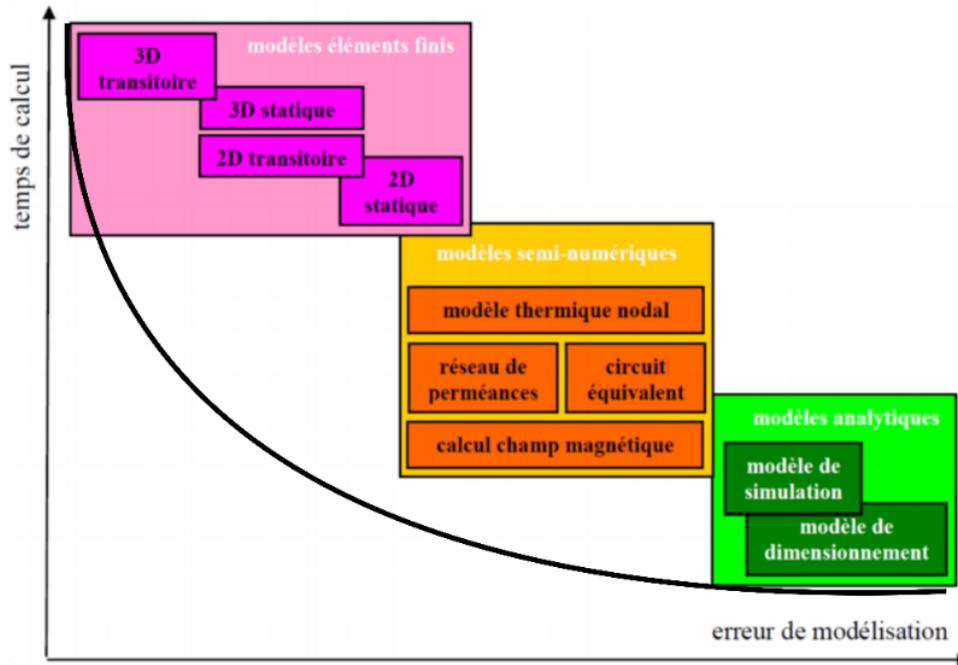


Figure 1.2. Front de Pareto des modèles pour la conception des machines électriques [27].

La Figure 1.3 présente un Pareto des méthodes de modélisation classiquement employées dans la conception de machines électriques par rapport aux temps d'évaluation des modèles et à leur fidélité. Un modèle en éléments finis 3-D fin prenant en compte un minimum d'hypothèses sera celui qui nécessite le plus de temps de calcul mais aussi celui qui donnera le plus d'informations et l'information la plus précise (tant au niveau local que global). Un modèle analytique sera le plus rapide et pourra fournir une information acceptable sur les grandeurs globales mais il sera le moins précis quant à l'information locale. Les méthodes semi-numériques sont souvent présentées comme un compromis entre les modèles analytiques et les modèles numériques. De manière générale, dans les trois familles de modélisation, analytique, numérique et semi-numérique, on peut résumer les avantages et inconvénients des méthodes les plus « classiques » dans le domaine électromagnétique et appliquées aux machines électriques i.e. résolution formelle, éléments finis et réseaux de réductances, dans le Tableau 1.2, 0 et Tableau 1.4 respectivement.

Tableau 1.2. Avantages et inconvénients de la méthode de modélisation par résolution formelle des équations de Maxwell

Avantages (+)	Inconvénients (-)
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Temps d'évaluation des modèles très rapides ➤ Systèmes d'équations explicites ➤ Simplicité de compréhension des modèles ➤ Existences de quelques logiciels pour quelques topologies de machines 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Difficulté de modéliser certains phénomènes physiques ➤ Limitée en termes de géométries (simplifications géométriques) ➤ Hypothèse du premier harmonique

Tableau 1.3. Avantages et inconvénients des modèles numériques (Eléments finis)

Avantages (+)	Inconvénients (-)
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Méthodes génériques ➤ Temps de développement des modèles rapides ➤ Existence de quantités de logiciels (optimisés) ➤ Prise en compte des phénomènes physiques (saturation des matériaux ferromagnétiques) 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Temps d'évaluations longs particulièrement pour la 3-D ➤ Opacité des codes des logiciels commerciaux

Tableau 1.4. Avantages et inconvénients des circuits magnétiques équivalents

Avantages (+)	Inconvénients (-)
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Temps d'évaluation des modèles rapides ➤ Existence de quelques logiciels ➤ Prise en compte des phénomènes physiques (saturation des matériaux ferromagnétiques) 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Temps de développement du modèle longs ➤ Manque de généricité de la méthode ➤ Nécessité de modifier les modèles lorsque les paramètres varient largement

La Figure 1.3 apporte une vision de la précision des modèles réalisés avec les différentes méthodes par rapport à leurs temps d'évaluation.

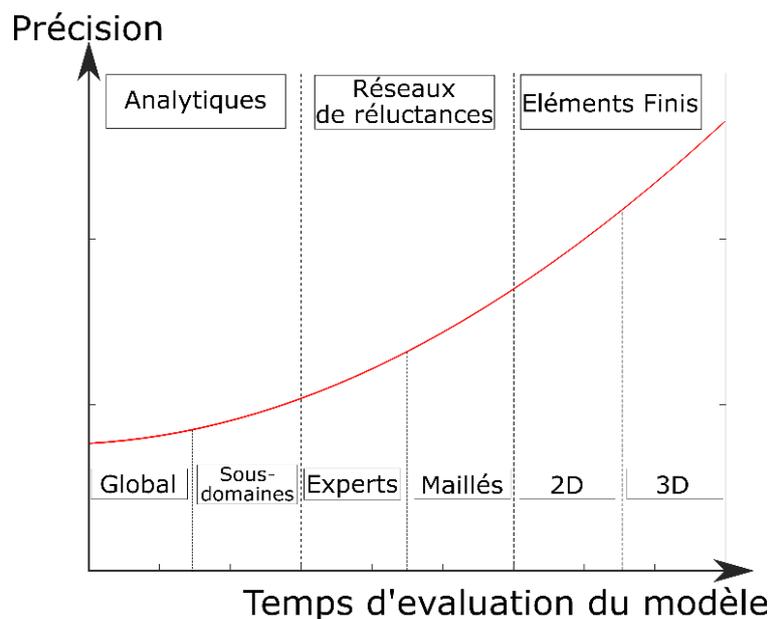


Figure 1.3. Temps d'évaluation par rapport à la précision des méthodes de modélisation électromagnétique pour des topologies complexes.

Il paraît important de nuancer l'information présente sur la Figure 1.3. Cette appréciation est avant tout d'un ordre qualitatif. Les limites présentes sur la figure entre les différents types de modèles sont complètement fictives. Il peut évidemment exister des modèles en réseaux de ré reluctances plus lents que des modèles par éléments finis ou encore des modèles en réseaux de ré reluctances plus rapides que des modèles analytiques. Cela dépend de la complexité de la géométrie et des phénomènes physiques pris en considération dans le modèle. Certains modèles s'exécuteront plus rapidement que d'autres et cela dépendra de la granularité du modèle mais aussi beaucoup de la manière dont le modèle est implémenté au niveau du code et de la programmation (code compilé, modèle MATLAB® ou autres).

Il est important de dire qu'il existe aussi des techniques de modélisation « hybride » combinant deux méthodes de modélisation dans un même modèle pour une même physique. Il est, quelques fois, avantageux de combiner deux techniques de modélisation dans un seul « solveur » afin de tirer parti des atouts de chaque technique pour résoudre des problèmes. Les méthodes hybrides ne sont pas simplement deux codes de modélisation distincts (d'ailleurs qu'ils aient une interface utilisateur commune ou non). Une méthode hybride divise généralement un problème en deux parties (deux géométries) et applique une technique différente à chaque partie tout en faisant correspondre les flux et/ou les champs à la limite pour assurer une solution unique. Certains codes hybrides résolvent d'abord une partie, puis utilisent les sources de l'un comme conditions aux limites de l'autre lors de la résolution de la seconde partie. D'autres codes hybrides résolvent les deux parties simultanément.

1.4 Historique du modèle du circuit magnétique

La notion de "résistance magnétique" a été mentionnée pour la première fois par James Prescott Joule en 1840 [28]. S'en suit alors, toujours dans le XIX^{ème} siècle, les travaux de John Hopkinson [29] et de Henry Augustus Rowland [30] qui mettent en évidence une analogie entre le courant électrique et le flux magnétique. Le terme « Reluctance » est proposé en 1888 par Oliver Heaviside [31]. L'idée d'une loi de flux magnétique, similaire à la loi d'Ohm pour les circuits électriques fermés émerge. Cette loi est souvent appelée loi de Hopkinson, mais a été formulée plus tôt par H.A. Rowland en 1873 [30]. Le terme force magnétomotrice est également une création de Rowland en 1880 [4]. Ce terme est aussi employé par Bosanquet en 1883 [32]. Un historique bien plus détaillé et complet depuis les prémices des modèle du circuit magnétique peut être retrouvé dans la référence [33].

Plus tard, au XX^{ème} siècle, l'approche de la représentation de champs magnétique par des permeances décrivant les trajets du flux dans un circuit magnétique a été reprise dans les années 1940 par Herbert C. Roters [34] et R. E. Peierls [35]. Durant cette même période, la dualité des grandeurs physiques dans les circuits électriques et dans les circuits magnétiques a été mise en évidence par E. Colin Cherry [36] pour réaliser les circuits équivalents de transformateurs.

W. T. J. Atkins, en 1958, établit le principe théorique de la possibilité de représentation des effets dynamiques aussi bien que statiques par un réseau d'éléments électriques à savoir résistances et capacités; prenant ainsi en compte l'interaction entre champs électrique et champ magnétique. Il a ainsi montré qu'un tel réseau (i.e. avec des éléments résistifs et capacitifs) pouvait être considéré comme équivalent ou analogue à tout champ bidimensionnel qui satisfait l'équation de diffusion. Atkins en fait la démonstration sur un modèle électrique-magnétique en réseaux de résistances et capacitances d'un conducteur annulaire dans [37]. Dans les années 1960, Roberts [38], [39] développe une méthode de circuits magnétiques équivalents avec prise en compte des courants de Foucault dans les conducteurs en utilisant des résistances et des capacités.

En 1966, E.I King [40], [41], qui démontre une équivalence entre la formulation des réseaux de ré reluctances et la méthode des différences finies, reprend la méthode de Roberts pour réaliser le modèle d'un pas d'encoche d'une machine asynchrone.

E.R. Laithwaite [42] développe un peu plus l'analogie entre circuit magnétique et circuit électrique et défend l'analyse des machines électriques avec l'approche « circuit magnétique ». Il propose ainsi les concepts de 'transferance' analogue à une inductance magnétique, 'd'absorbance' pour l'analogie de la réactance et de 'concedance' pour l'impédance magnétique. C.J. Carpenter [43] emmène cette analogie plus loin et introduit le concept de 'terminaux magnétiques' comme moyen utile de décrire les paramètres des dispositifs électromagnétiques. Il met en exergue le fait que dans l'analogie électrique-magnétique, il serait judicieux de prendre pour analogue du courant, la variation du flux plutôt que le flux.

En effet, une loi équivalente de la loi d'Ohm pour les circuits magnétiques ne peut être appliquée qu'à des champs magnétiques statiques ou quasi-statiques à une fréquence constante. Pour de tels champs, le flux magnétique devient un analogue parfait du courant électrique. Cependant, dans le cas de champs transitoires, il est préférable d'associer le flux magnétique au flux électrique plutôt qu'au courant électrique.

Lorsqu'on fait cette analogie, le flux magnétique correspond donc à une charge électrique et l'analogue du courant électrique n'est donc pas le flux magnétique mais son taux de variation dans le temps. Carpenter fait appel à la notion de courant magnétique définie par Heaviside [31] et la réductance est traitée comme un élément de stockage d'énergie (inverse de la «capacité magnétique») plutôt que comme un élément dissipatif («résistance magnétique»). C. J. Carpenter conclut que deux analogies électromagnétiques sont possibles. Cela lui permet d'étendre ainsi la méthode de calcul aux problèmes impliquant les courants de Foucault. Le Tableau 1.5 illustre en partie ces deux analogies.

Tableau 1.5. Analogies électrique-magnétique

Électrique	Magnétique	
	régimes statiques	régimes dynamiques
Courant électrique	Flux magnétique Φ	Variation du flux $\frac{d\Phi}{dt}$
Charge électrique	/	Flux magnétique Φ
Force électromotrice	Force magnétomotrice	Force magnétomotrice

Jusque-là, les modèles étaient plus-ou-moins complexes mais aucun n'était en 3 dimensions (3 D). En 1969, J. Turowski réalise un modèle, en réseaux de réductances, en 3-D, d'un transformateur de puissance triphasé pour des calculs de champs de fuite. Il a pu améliorer son modèle 2-D et étend la méthode des réseaux de réductances pour le calcul des flux magnétiques dans toutes les dimensions géométriques du transformateur [44].

Depuis les années 1980, les auteurs œuvrent à enrichir la méthode et à développer de nouvelles approches basés sur les réseaux de réductances. V. Ostovic [45], a incorporé le mouvement dans ses modèles en reliant les pôles statoriques et rotoriques par des perméances qui dépendent du déplacement (voir Figure 1.4). M.E Latreche [46] mets en place une méthodologie pour la réalisation de modèles de divers topologies de machines à aimants.

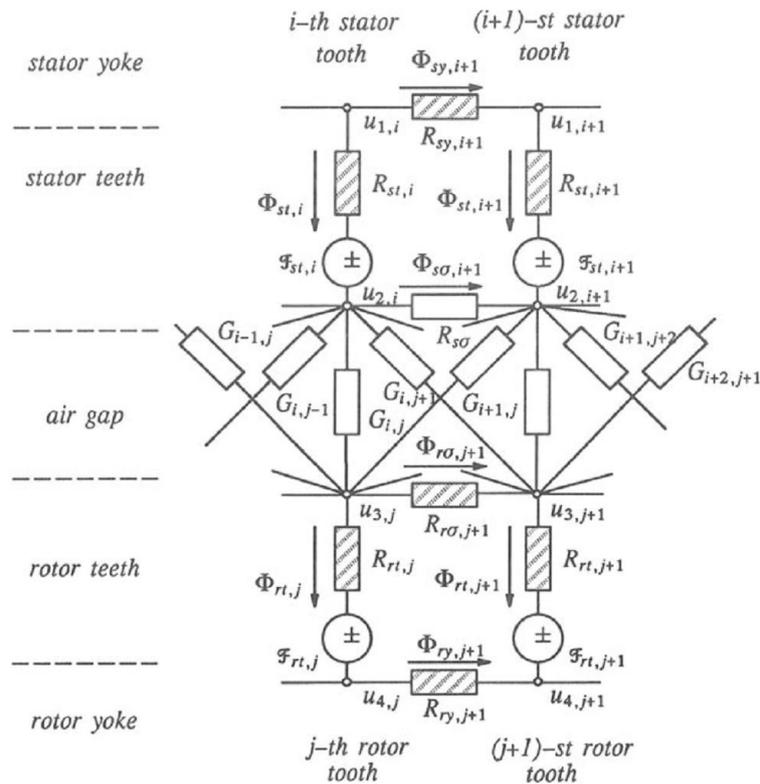


Figure 1.4. Perméances d'entrefer avec prise en charge du mouvement [45].

Dans les années 1990, les approches « maillées » commencent à apparaître. Cette approche consiste à mailler la structure modélisée avec des blocs élémentaires de réductances bidirectionnelles ou tridimensionnelles. Elle a été appliquée avec succès à diverses topologies de machine [47]–[49]. Il nous paraît important de mentionner qu'il existe dans la littérature scientifique une série de publications montrant les équivalences entre les systèmes matriciels auxquels on aboutit par une discrétisation du domaine par la méthode des éléments finis et ceux d'une discrétisation en tube de flux ou réseaux de réductances [50]–[53].

La méthode de modélisation par réseaux de réductances est souvent présentée comme étant un compromis entre les méthodes analytiques et numériques. La polyvalence de cette dernière a permis son application aux problèmes électromagnétiques divers. Outre les transformateurs et bobines à noyaux de fer [54], la méthode a été, et continue à être, développée pour modéliser divers types de dispositifs électromagnétiques; tels que des machines tournantes ou les actionneurs animés d'un mouvement de translation. Les auteurs ont aussi œuvré à enrichir la méthode de modélisation par réseaux de réductances pour réduire les hypothèses de modélisation et que les modèles intègrent différents phénomènes physiques (saturation magnétique, courants de Foucault...), modes de fonctionnement et phénomènes 3-D. Dès la fin des années 1980 et le début des années 1990, des tentatives de mettre en place des outils de C.A.O basés sur la méthode des réseaux de réductances commencent à voir le jour [55]. Néanmoins, très peu de celles-ci connaissent le succès que rencontrent les logiciels de modélisation par éléments finis. Cela est sans doute dû à leur manque de généralité. Rappelons toutefois que, dans la plupart des cas, le but de l'utilisation des modèles en schémas réductants n'est pas de concurrencer les méthodes numériques (spécifiquement EF) mais de développer des méthodes qui permettent de combiner, à la fois, faible temps de calcul et précision suffisante afin d'avoir, toute proportion gardée, des modèles fiables et rapides pour les intégrer dans des démarches de pré-dimensionnement d'actionneurs électromagnétiques. Les travaux de modélisation par réseaux de réductances, ainsi que les logiciels existants, seront abordés avec plus de détails dans la suite de ce chapitre.

1.5 Notion de tubes de flux et de réductance/perméance

La notion physique de tube de flux et sa représentation mathématique sont intimement liées à la loi de Hopkinson, « équivalente » à la loi d'Ohm pour les circuits magnétiques. Un tube de flux réel est de forme géométrique quelconque mais qui conserve le caractère conservatif du flux magnétique. Le flux qui pénètre dans le tube est égal au flux qui en sort.

A des fins de représentation mathématique du tube de flux réel par un tube de flux équivalent, certaines hypothèses doivent être émises. A l'intérieur du volume, l'induction magnétique est supposée uniforme et son sens et direction se trouve dans le sens de la longueur traversée par le flux. Toujours à l'intérieur, les lignes de flux magnétiques sont toutes parallèles et de même amplitude. Le tube sera donc constitué de surfaces équipotentielles successives et perpendiculaires aux lignes de flux magnétique. Nous supposons donc que la distribution du potentiel est uniforme sur toutes les surfaces.

La Figure 1.5 illustre un tronçon de circuit magnétique traversé par un flux magnétique (Φ). Ce tronçon de circuit est assimilé à un tube de flux qui est caractérisé par ses dimensions géométriques et ses propriétés magnétiques. Les grandeurs géométriques qui le caractérisent sont la section (S) traversée par le flux et la longueur (ℓ) du tronçon parcouru par le flux. La perméabilité magnétique (μ) décrit les propriétés magnétiques du matériau constitutif du tronçon de circuit. Nous supposons ici que la perméabilité magnétique est uniforme et isotrope. En l'absence d'un champ magnétique source et à partir de l'équation Maxwell-Ampère (équation 1.2), on peut écrire que le champ H dérive d'une fonction scalaire tel qu'il est donné à l'équation (1.4). H est égal au gradient d'un potentiel magnétique scalaire noté (U).

Sous ces hypothèses et après calculs (équations 1.22 à 1.29), le flux magnétique peut être écrit en fonction de la différence de potentiel magnétique scalaire aux extrémités de ce circuit. Toutes les grandeurs qui le caractérisent sont prises en compte dans la réductance du « morceau » de circuit magnétique. Le produit de la réductance et du flux qui le traverse est égal à la différence entre les potentiels magnétiques scalaires. On retrouve cela dans l'équation 1.28 qui décrit la loi équivalente à la loi d'Ohm pour les circuits magnétiques. La réductance du tronçon de circuit est notée (\mathfrak{R}). La section traversée par le flux dépendra de la coordonnée (x).

$$\vec{H} = -\overrightarrow{grad}U \quad 1.22$$

$$\int \vec{H} \cdot \vec{dx} = \int \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot \vec{dx} = - \int \frac{dU}{dx} \cdot dx \quad 1.23$$

$$\int \frac{[\iint \vec{B} d\vec{S}]}{\mu \iint d\vec{S}} \cdot \vec{dx} = -\Delta U \quad 1.24$$

$$\Delta U = U(0) - U(l) \quad 1.25$$

$$\Delta U = \int_0^l \frac{\Phi}{\mu S(x)} dx \quad 1.26$$

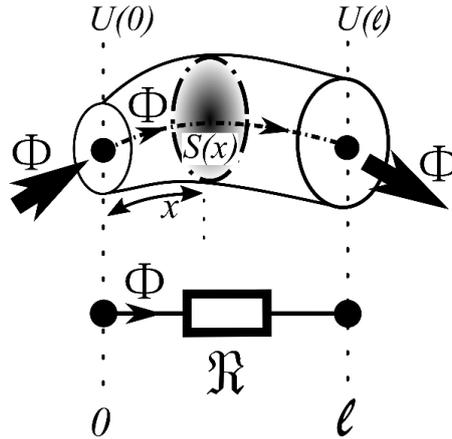


Figure 1.5. Notion de tube de flux

$$\Delta U = \Phi \times \left[\int_0^l \frac{dx}{\mu S(x)} \right] \quad 1.27$$

$$\Delta U = \mathfrak{R} \Phi \quad 1.28$$

$$\mathfrak{R} = \int_0^l \frac{dx}{\mu S(x)} \quad 1.29$$

$$P = \frac{1}{\mathfrak{R}} \quad 1.30$$

Ainsi la réductance, ou son inverse la perméance telle que le définit l'équation (1.30), stocke à la fois l'information de la géométrie et celle de la caractéristique physique magnétique du matériau qu'elle décrit. Classiquement, du point de vue de la variation de « l'information » de géométrie ou de perméabilité d'une réductance, dans un dispositif électromagnétique (typiquement une machine électrique) l'auteur dans [45] identifie trois sortes de perméances: les perméances constantes, les perméances saturables (intrinsèquement non-linéaires) et les perméances de géométrie variable.

1.5.1 Les perméances constantes

Ce sont les perméances du circuit dont les dimensions géométriques et les perméabilités magnétiques sont constantes. Elles sont affectées aux parties du circuit dont les dimensions ne changent pas pendant le fonctionnement du dispositif électromagnétique et qui ont une perméabilité relative constante, quelle que soit la valeur du flux les traversant. Elles sont utilisées dans les modèles type « expert » pour représenter les perméances de fuite (ou les trajets du flux de fuite) et pour les parties ferromagnétiques du dispositif qui ne sature pas pendant son fonctionnement (partie linéaire de la caractéristique B-H du matériau). Dans l'approche de modélisation par réseaux de réductances maillés du travail présenté dans cette thèse, elles sont utilisées pour représenter les perméances de toutes les parties des dispositifs dont la perméabilité est considérée constante (i.e. air, cuivre et aimants).

1.5.2 Les perméances saturables (intrinsèquement non-linéaires)

Lorsque l'on considère les matériaux ferromagnétiques constituant des machines électriques, ils fonctionnent généralement au niveau (et même au-delà) du coude de saturation de la courbe d'aimantation. L'induction magnétique dans ces régions n'est pas linéairement proportionnelle au champ magnétique. Ce qui signifie qu'en termes de modélisation par la méthode des réseaux de réductances, les éléments qui représentent les parties ferromagnétiques du dispositif verront leurs réductances dépendre du flux qui les traverse. Par conséquent, leur perméance est intrinsèquement non-linéaire.

1.5.3 Les perméances de géométrie variable

Elles désignent les perméances affectées aux tubes de flux dont les dimensions géométriques (longueur parcouru et section traversée par le flux) varient en fonction d'un paramètre du dispositif. Pour une machine électrique, ce paramètre est lié à l'entrefer et à l'angle de déplacements entre la partie statique (stator) et la partie mobile (rotor ou mover). En termes de modélisation, il est important de représenter correctement cette partie. Les perméances de géométrie variable sont aussi utilisées dans les approches de modélisation de types « experts » avec des formulations qui dépendent de la position pour prendre en compte le mouvement. Le calcul des forces et les différentes manières de modéliser l'entrefer seront présentées avec plus de détails dans le chapitre suivant de ce manuscrit.

1.6 Notions de ré reluctance unidirectionnelle et de bloc élémentaire de ré reluctances

Dans cette section nous allons définir la notion de ré reluctance unidirectionnelle et celle de bloc élémentaire de ré reluctances. Qu'elles soient unidirectionnelles ou un élément de ré reluctance 2-D/3-D, ces volumes élémentaires servent de brique de base pour le découpage (discrétisation) spatiale du domaine étudié. Elles déterminent aussi les deux approches fondamentales employées dans la modélisation en circuits magnétiques équivalents (réseaux d'expertise et réseaux maillés).

1.6.1 Ré reluctances unidirectionnelles

Comme il a été défini dans la section précédente, un tube de flux regroupe un ensemble de lignes de flux. Les géométries de tubes de flux couramment rencontrées dans les machines électriques sont présentées dans les Figure 1.6, Figure 1.7 et Figure 1.8.

La valeur de la perméance de chaque tube de flux présenté dépendra de ses dimensions. Le sens de passage du flux dans le tube déterminera sa longueur et sa section. La valeur de la perméance sera bien évidemment le résultat du calcul de l'intégrale présentée dans l'équation 1.29 pour chacune des situations. A chaque fois, les dimensions caractéristiques du tube de flux seront indiquées sur la figure pour la forme du tube et le sens du flux correspondant. Les équations (1.31 à 1.38) donnent la valeur de la perméance dans chaque cas de figure.

La Figure 1.6 (a) correspond à un tube de flux parallélépipède. Les Figure 1.6 (b) et (d) correspondent à des tubes de flux en demi-cylindre avec des sens différents pour le flux qui les traverse. La Figure 1.6 (c) correspond à un tube de flux de forme cylindrique composé de deux tubes du type demi-cylindres correspondants de la figure (b). D'un point de vue circuit, ceci correspond donc à deux ré reluctances/perméances en parallèle. Lorsque l'on met deux perméances en parallèle, il devient facile d'en faire la somme et d'aboutir à l'expression de la perméance du tube de flux de la figure (c) voir (équation 1.33). Les figures (e) et (f) sont des tubes de flux en cylindre incomplet et les valeurs des perméances vont dépendre du sens du flux et sont données dans les équations 1.35 et 1.36. Les valeurs des perméances correspondantes aux tubes de flux de forme prismatique droite à base trapèze des Figure 1.6 (g) et Figure 1.6 (h) sont donnée en fonction des dimensions dans les équations 1.37 et 1.38. Le détail du calcul des situations présentées dans les Figure 1.6 (a), (b), (c), (d), (g) et (h) est développé dans la référence [45]. Les situations décrites dans les Figure 1.6 (e) et (f) peuvent être retrouvées dans la référence [49].

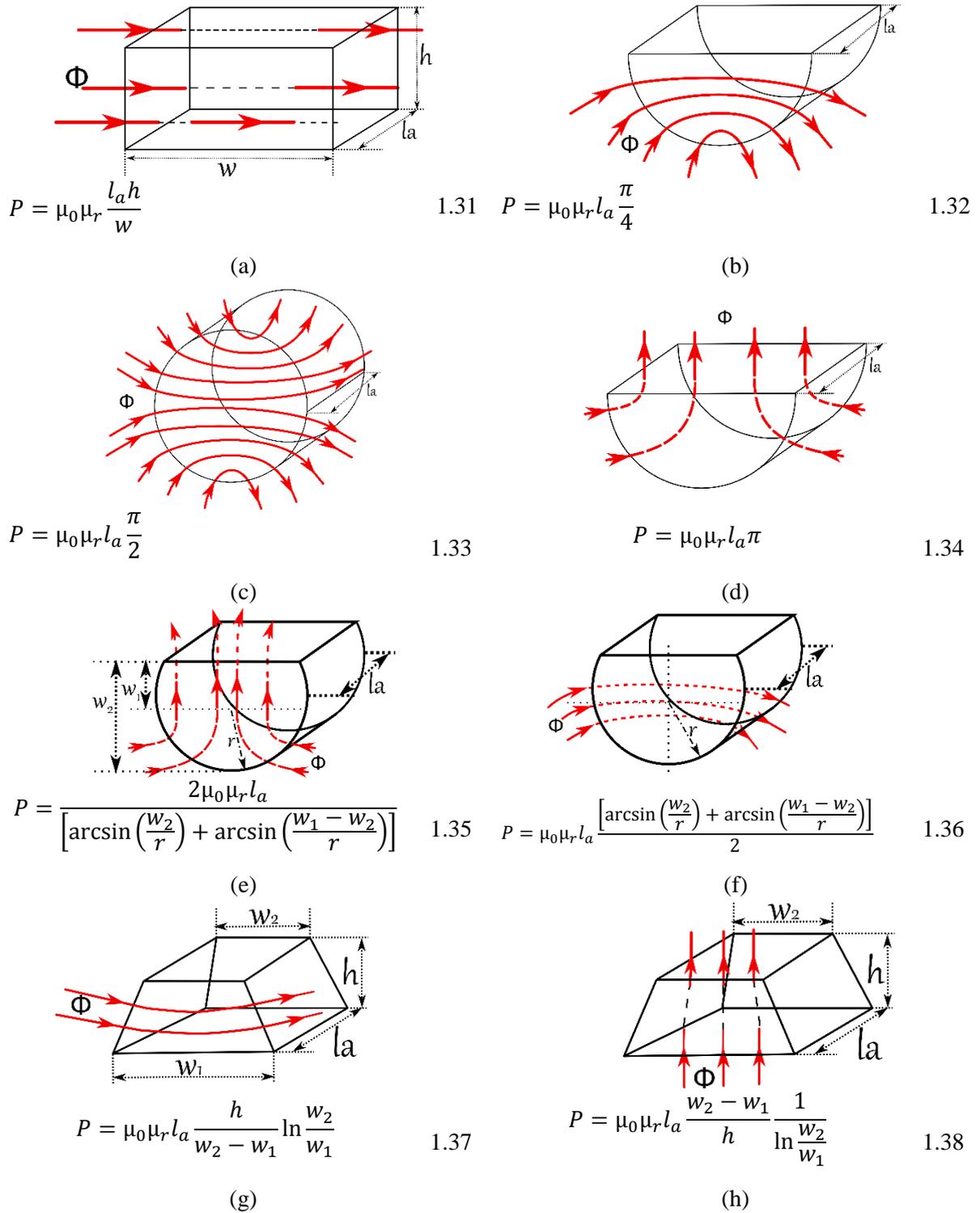


Figure 1.6. Formes et valeurs des perméances de tube de flux identifiées dans les dispositifs électromagnétiques [45], [49]. (a) Parallélépipède. (b) Demi-cylindre (sens 1). (c) Cylindre (sens 1). (d) Demi-cylindre (sens 2). (e) Morceau de cylindre (sens 1). (f) Morceau de cylindre (sens 2). (g) Trapèze (sens 1). (h) Trapèze (sens 2).

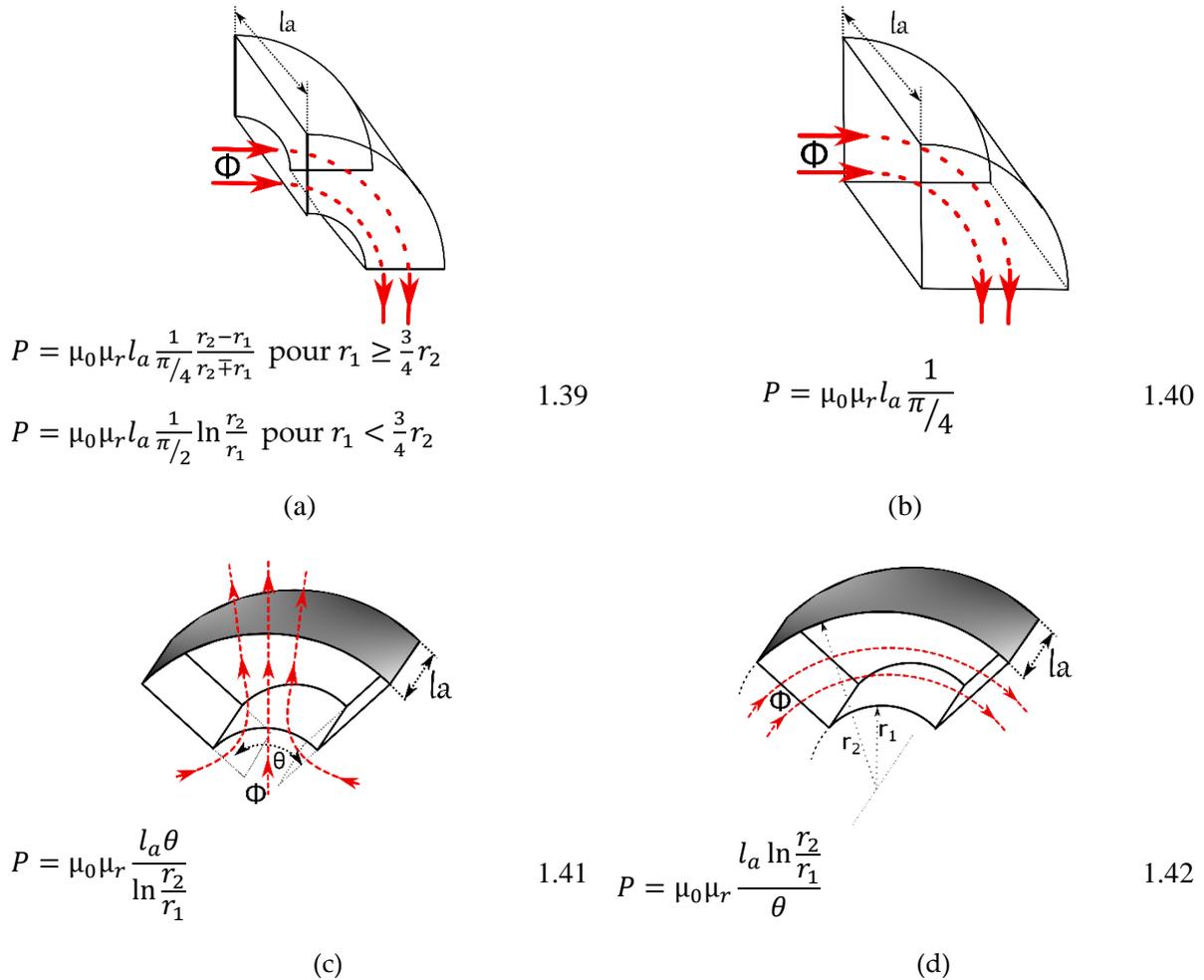


Figure 1.7. Tube de flux en morceaux de cylindre et valeurs des perméances correspondantes.
(a) Quart de cylindre creux. (b) Quart de cylindre plein. (c) Morceau de cylindre (sens 1).
(d) Morceau de cylindre (sens 2).

La Figure 1.7 présente des tubes de flux en morceaux de cylindre. Lorsque le tube de flux a la forme d'un quart de cylindre creux (Figure 1.7 a), la valeur de la perméance du trajet dépendra de l'écart entre le rayon intérieur r_1 et le rayon extérieur r_2 (équation 1.39). Lorsque le tube de flux a la forme d'un quart de cylindre plein (Figure 1.7 b), la valeur de la perméance est donnée dans l'équation 1.40. La valeur de la perméance pour le morceau de cylindre des Figure 1.7 (c) et Figure 1.7 (d) vont dépendre du sens du flux qui les traversent (équations 1.41 et 1.42).

En combinant différentes formes de tubes de flux (développées dans les Figure 1.6 et Figure 1.7), on arrive à construire de nouvelles formes pour représenter des trajets plus complexes. Certaines de ces combinaisons ont donné les formes de tube de flux présentées à la Figure 1.8. Ainsi, ces nouveaux tubes de flux ont de nouvelles valeurs de perméances (voir Figure 1.8 et équations 1.43 à 1.45). Ces formes ont été utilisées dans la référence [56] pour réaliser le modèle d'une machine à commutation de flux à aimants permanents. En effet, les auteurs identifient les trajets du flux dans l'entrefer de la machine à l'aide d'un modèle en éléments finis. Ils regroupent les lignes de champ en tube de flux dont les formes sont données aux Figure 1.7 et Figure 1.8 et reprises à la Figure 1.9. Ainsi comme le montre la Figure 1.9, pour un motif géométrique de la structure, un circuit réductant est identifié pour la partie stator et un autre circuit pour le motif du rotor. Puis, pour une position déterminée du rotor, les perméances d'entrefer (avec les formes de tube identifié par le modèle EF) assurent la connexion entre le circuit statorique et le circuit rotorique.

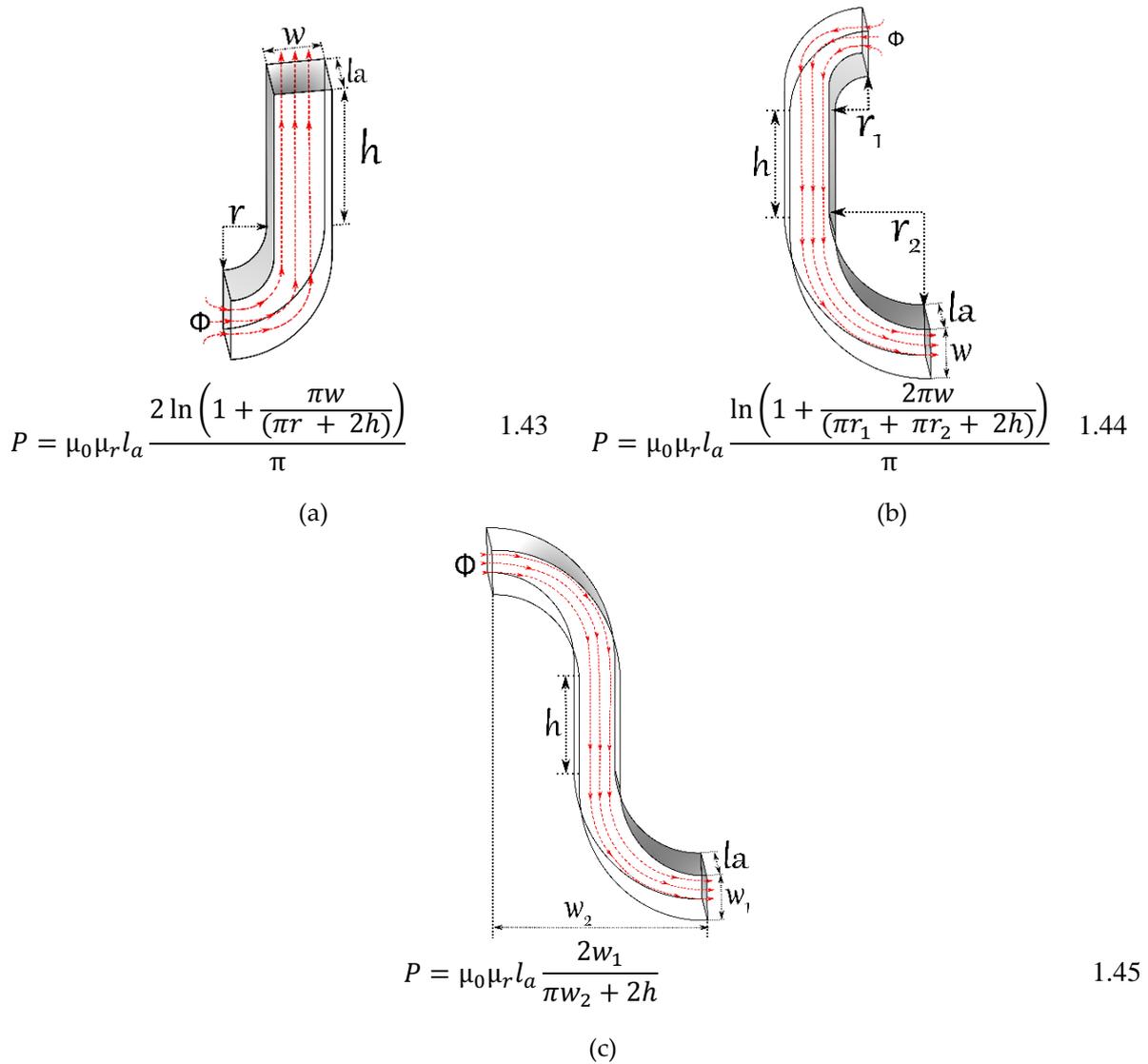


Figure 1.8. Tube de flux de formes combinée et valeurs des perméances.

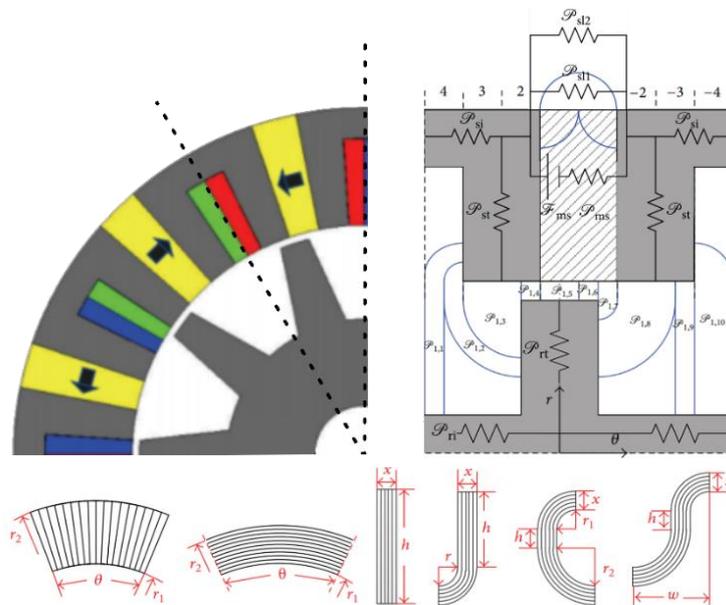


Figure 1.9. Modèle réductant de la machine à commutation du flux et forme de tubes de flux dans l'entrefer [56].

L'interconnexion des réductances représentant les tubes de flux va former le réseau de réductances. La circulation du flux dans ce réseau de réductance repose sur les lois de Kirchhoff, pour les nœuds et les mailles, de la même manière que pour les modèles bâtis sur le principe des blocs élémentaires de réductances. Les méthodes de construction des réseaux, de formulation et de résolution des circuits de réductances seront abordées dans le chapitre 2 de ce manuscrit.

1.6.2 Bloc de réductances (bidirectionnel/tridimensionnel)

En combinant plusieurs directions du flux dans un même volume élémentaire et en les représentant par des réductances, il devient possible de donner une base (au sens mathématique) à chaque volume élémentaire. Ainsi pour un modèle en 2-D ou en 3-D, les formes les plus classiques des blocs de réductances élémentaires sont données à la Figure 1.10. Une forme rectangulaire de bloc pour une modélisation en 2-D et en coordonnées cartésiennes est représentée à la Figure 1.10 (a). En 3-D, le bloc de réductance tridimensionnel prend la forme d'un parallélépipède avec des réductances qui viennent se greffer dans la troisième direction de l'espace (voir Figure 1.10 c). En coordonnées polaires, le bloc de réductances bidimensionnel à la forme d'un morceau de couronne (Figure 1.10 b) en 2-D et prend la forme d'un morceau de cylindre en 3-D (bloc tridimensionnel cylindrique de la Figure 1.10 d). Les blocs de réductances présentés ici constituent les briques de base dans la construction des modèles en réseaux de réductances maillés (2-D et 3-D).

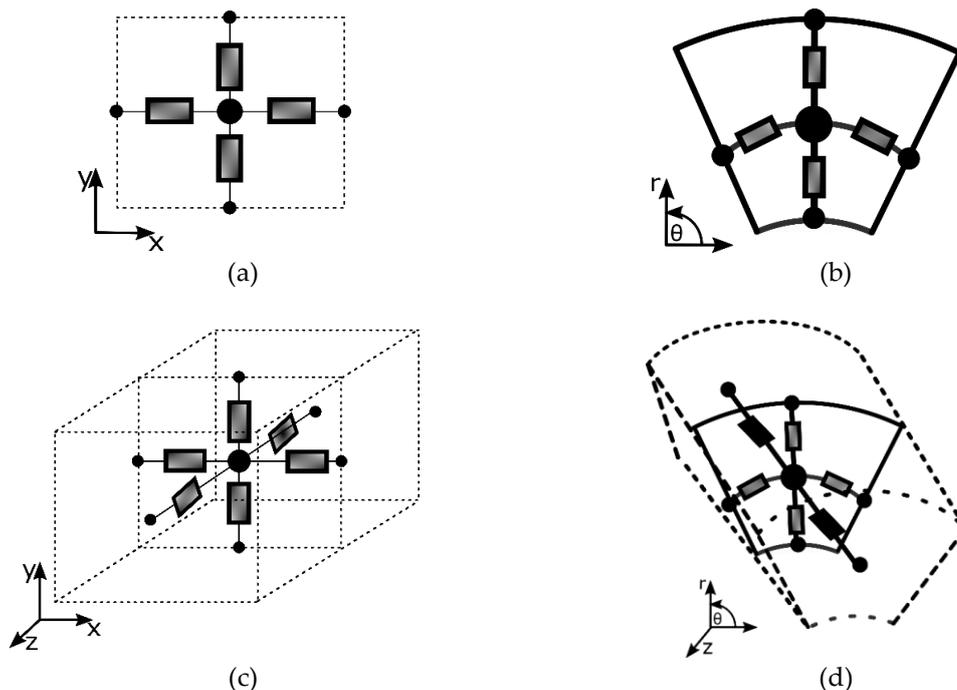


Figure 1.10. Blocs élémentaires de réductances 2-D et 3-D. (a) bloc de réductances bidimensionnel rectangulaire ; (b) bloc de réductances bidimensionnel cylindrique; (c) bloc de réductance tridimensionnel parallélépipède; (d) bloc de réductance tridimensionnel cylindrique.

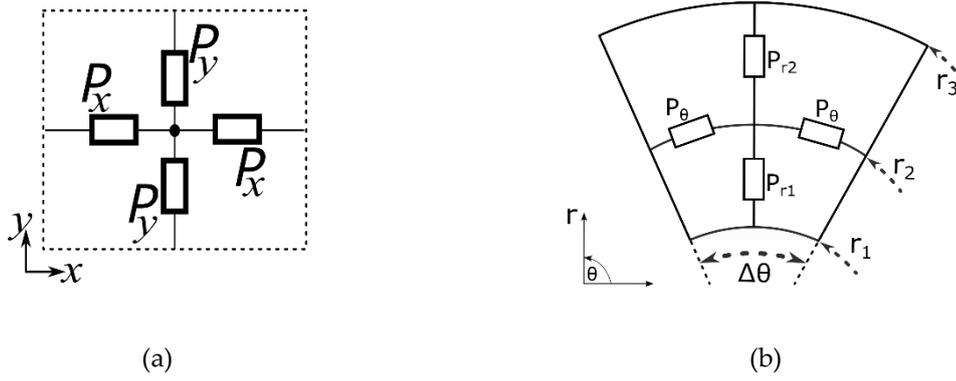


Figure 1.11. Blocs de réductance 2-D et valeurs des perméances normales et tangentielles.

$$\begin{cases} P_x = 2\mu_0\mu_r l_a \frac{h}{l} \\ P_y = 2\mu_0\mu_r l_a \frac{l}{h} \end{cases} \quad 1.46$$

$$\begin{cases} P_{r1} = \mu_0\mu_r l_a \frac{\Delta\theta}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \\ P_{r2} = \mu_0\mu_r l_a \frac{\Delta\theta}{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \\ P_\theta = \mu_0\mu_r l_a \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_1}\right)}{\Delta\theta} \end{cases} \quad 1.47$$

En effet, lorsque l'on opte pour des modèles en 2-D, les blocs élémentaires et la répartition des réductances dans le sens « normal » et « tangential », respectivement dans les axes 'x' et 'y' en coordonnées cartésiennes et 'r' et 'θ' en coordonnées polaires, sont illustrés à la Figure 1.11. Les valeurs des perméances correspondantes sont données dans les équations (1.46) et (1.47). L'interconnexion des blocs élémentaires de réductances se fera par les branches partagées par les blocs adjacents et formera le réseau de réductances. De la même manière que pour les modèles bâtis avec des reluctances unidirectionnelles, la circulation du flux repose sur les lois de Kirchhoff. Les méthodes de construction des réseaux, de formulation et de résolution des circuits de réductances seront abordées dans le chapitre 2 de ce manuscrit.

1.6.3 Éléments de comparaison entre les modèles à réductances unidirectionnelles (réseaux d'expertise) et les modèles à blocs de réductances élémentaires (réseaux maillés)

Les modèles par réseaux d'expertise peuvent être très rapides à simuler mais cette méthode a néanmoins le désavantage d'être longue dans l'étape de développement (schéma réductant en soi, calcul des réductances, détermination des réductances d'entrefer). De plus, ils nécessitent la connaissance a priori des trajets du flux/lignes de champ dans la structure à modéliser. Le schéma développé reste spécifique à une seule configuration géométrique et, par conséquent, à une position spécifique du rotor. Si l'on cherche à connaître, par exemple, l'induction ou le flux magnétique dans une phase en fonction

de la position, un nouveau schéma de réductances de la structure est nécessaire ou sinon la réadaptation de ce dernier (modélisation de l'entrefer).

L'autre inconvénient de la méthode de modélisation par réductance unidirectionnelle est que si on fait varier les paramètres géométriques dans une large plage, il sera aussi probablement nécessaire d'avoir un nouveau schéma réductant de la structure. Des trajets de flux magnétique seront susceptibles d'apparaître ou de disparaître sans qu'ils n'aient été pris en compte dans le modèle initial.

De plus, les modèles maillés (avec des blocs élémentaires de réductances bidirectionnels ou tridimensionnels) donnent accès aux composantes des grandeurs calculées (sur deux axes pour des modèles 2-D maillés et sur trois axes pour les modèles 3-D maillés). A titre d'exemple, le choix de la méthode de calcul du couple s'en trouve affecté. Le tenseur de contraintes de Maxwell n'est applicable que lorsque les composantes de l'induction magnétique (normale et tangentielle) peuvent être calculées.

Contrairement aux modèles d'expertise où nous ne pouvons pas avoir accès aux composantes de l'induction, lors de son estimation dans les modèles réductants maillés, elle est décomposée sur deux axes pour les modèles en 2-D et sur les 3 axes pour les modèles en 3-D. A condition que le maillage soit fin, les composantes sur chaque axe peuvent être évaluées. Ce qui permet, par la suite, l'utilisation de la méthode du tenseur de Maxwell pour le calcul des forces et du couple. Le calcul des efforts sera abordé dans le chapitre 2.

Le Tableau 1.6 illustre une comparaison entre les deux approches de modélisation par réseaux de réductances.

Tableau 1.6. Quelques éléments de comparaison (réseaux d'expertise/réseaux maillés)

Réseaux d'expertise	Réseaux maillés
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Nécessité de connaître les trajets du flux ➤ Recours à d'autres modèles (ou méthodes de modélisation) pour connaître les trajets du flux ➤ La prise en compte du mouvement, nécessite une adaptation importante du réseau ➤ Nouvelle modélisation nécessaire lorsque les paramètres varient ➤ Application du tenseur de Maxwell impossible ➤ Manque de généralité de la méthode et difficilement automatisable 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Aucune connaissance a priori des trajets du flux ➤ Adaptation du maillage lorsque les paramètres varient ➤ Calcul des efforts par la méthode du tenseur de Maxwell ➤ Manque de généralité de la méthode mais plus aisément automatisable

La méthode des réseaux de réductances permet d'analyser des états magnétiques dans des domaines bidimensionnels (2-D) et tridimensionnels (3-D) avec deux approches distinctes. La méthode est fondée sur l'analogie circuit électrique/circuit magnétique. D'un point de vue mathématique, il s'agit de construire un système d'équations algébriques en se basant sur les lois de Kirchhoff et de le résoudre. Les flux magnétiques dans les branches du circuit et les potentiels scalaires magnétiques aux niveaux des nœuds sont des grandeurs duales. La solution pourra s'écrire pour l'une des deux grandeurs comme pour l'autre. La construction et résolution du système d'équations algébriques dans le cadre de la formulation choisie pour les travaux réalisés dans cette thèse sera abordée dans le second chapitre.

1.7 État de l'art des travaux de modélisation par réseaux de réductances

Procéder à un classement des travaux de recherche sur le thème de la modélisation par réseaux de réductances n'est pas une tâche aisée. La première difficulté est que dans la littérature scientifique, cette méthode de modélisation est exploitée depuis bien longtemps déjà. Il existe en réalité une abondance d'articles traitants de la thématique des réseaux de réductances. L'autre difficulté de classification réside dans le fait que les travaux existants se distinguent tant par la richesse des structures étudiées, que par l'absence d'un standard normatif que les modélisateurs adopteraient, à l'instar de la méthode des éléments finis où « les règles numériques » ont été clairement établies.

Comme il a été évoqué précédemment, les deux approches fondamentales de discrétisation de la géométrie des dispositifs modélisés sont les réseaux d'expertise et les réseaux maillés. Ces deux approches nous serviront de critère de classification.

Dans cette section, nous recenserons les thèses de doctorat et autres travaux produits dans la littérature spécialisée qui impliquent une partie importante de modélisation par réseaux de réductances. Ce recensement ne se veut aucunement exhaustif mais tente de mettre en exergue des travaux qui s'inscrivent dans la même thématique (modèles électromagnétiques de machines électriques par réseaux de réductances). Les principes de modélisation utilisés se rapprochent de ceux exploités dans ce travail de thèse ou ont servi de base de réflexion à l'élaboration du travail présenté dans ce manuscrit. Un accent sera mis sur les références qui suggèrent des modèles plus ou moins génériques basés sur une approche modèle « d'expertise » ou « maillé ».

Il faudra ajouter à cela les travaux de modélisation qui font un couplage sur un même modèle électromagnétique entre un réseau de réductance et les approches de modélisation analytiques ou numériques. Il sera aussi important de mentionner les travaux de conception/optimisation multi-physique avec des modèles à constantes localisées couplés. Nous concluons cette partie en abordant l'aspect C.A.O. Nous ferons le point sur les outils logiciels, que l'on aura pu recenser, fondés sur une méthode de réseaux de réductances pour la modélisation, le pré-dimensionnement et/ou la conception de dispositifs électromagnétiques. Les travaux qui sont liés au développement ou qui utilisent des logiciels basés sur les réseaux de réductances (principalement développés dans le domaine académique) seront évoqués dans cette partie.

1.7.1 Travaux basés sur des modèles en réseaux d'expertise

Les modèles basés sur des réseaux d'expertises ont la particularité de ne comporter que des réductances unidirectionnelles (voir section 1.6.1). Pour les machines synchrones, les modèles ainsi construits sont souvent utilisés dans le cadre d'une modélisation de Park couplée au schéma de réductances. Ils font donc l'hypothèse du premier harmonique avec un circuit équivalent d'axe d pour une machine à pôles lisses ou un circuit d'axe d et un autre pour l'axe q pour une machine à pôles saillants. L'autre approche couramment utilisée est la simulation multistatique ou un modèle statique est réalisé pour chaque position de mouvement relatif entre un stator et un rotor.

Bien qu'elles ne se soient pas encore imposées dans l'industrie, un intérêt certain est montré à l'étude des machines à double excitation dans la littérature scientifique.

Dans la référence [57], L. Vido réalise le schéma réductant de la structure de la machine synchrone à aimants permanents à concentration de flux et à bobinages concentriques (MSAPConF) dont l'intérêt pour les applications de véhicules hybrides avait été démontré dans [58]. La Figure 1.12 (a) et la Figure 1.12 (c) illustrent la topologie de la MSAPConFDE. Une stratégie de pré-dimensionnement optimale a été mise en place en utilisant une modélisation de Park couplée à des réseaux de réductances. L'auteur dans [57] réalise un modèle réductant dans les axes d et q et adopte donc plusieurs hypothèses : modèle

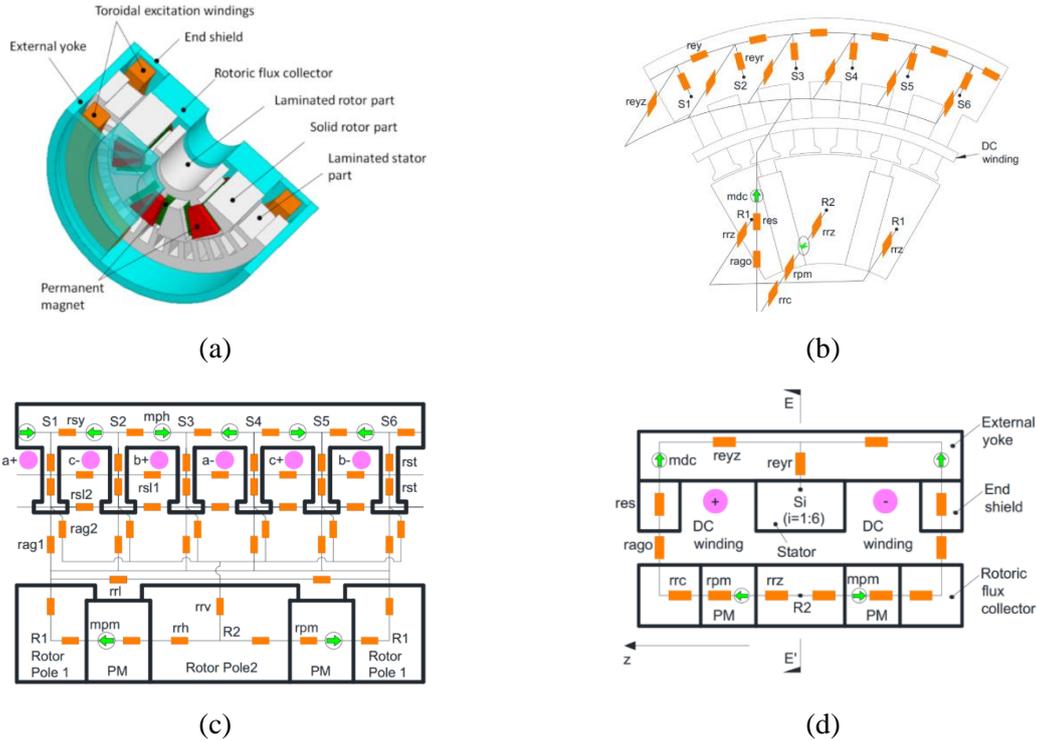


Figure 1.13. Modèle expert de machine à double excitation 3-D [59].

Outres les modèles faisant l'hypothèse du premier harmonique (modèles de Park), d'autres approches basées sur une modélisation en réseaux d'expertises prennent en charge le mouvement par une approche multistatique.

Une autre topologie de machine synchrone à double excitation avec un bobinage d'excitation global est modélisée avec un réseau expert dans [59]. Avec un modèle relativement très léger (70 réductances), l'auteur arrive à estimer le flux à vide en fonction de la position pour divers courants d'excitation. La Figure 1.13 illustre la machine ainsi que le réseau de réductances expert dans les 3 dimensions.

Pour leurs caractéristiques de puissance/couple massique élevées par rapport aux machines à flux radial, les machines à flux axial sont une solution étudiée dans la littérature pour des applications éoliennes ou véhicules électrique.

Dans [60], les auteurs réalisent le modèle réductant d'une topologie particulière de machine à flux axial avec un stator composé de circuits magnétiques simples en forme de «U». Le rotor est en matériau composite utilisant des aimants permanents de forme circulaires. Ils réalisent d'abord un modèle 2-D statique puis proposent un modèle 3-D dans l'axe direct et dans l'axe en quadrature. Dans le plan du mouvement, des fuites magnétiques se produisent autour de l'entrefer. Elles apparaissent ou disparaissent lorsque le rotor se déplace. Les différentes positions du rotor par rapport au stator donnent lieu à un réseau de réductances variables (nombre de trajets du flux et nombre de réductances). Pour cette topologie particulière, la position d'axe q est particulièrement complexe à modéliser. Lorsque le circuit magnétique en « U » du stator se retrouve entre deux aimants permanents du rotor, ces derniers sont court-circuités magnétiquement. Le modèle réductant dans l'axe q est plus complexe et comporte plus de réductances que celui de l'axe direct. Afin de prendre en compte la saturation, les auteurs approximent la caractéristique B-H du matériau ferromagnétique en utilisant la fonction de Marrocco [61].

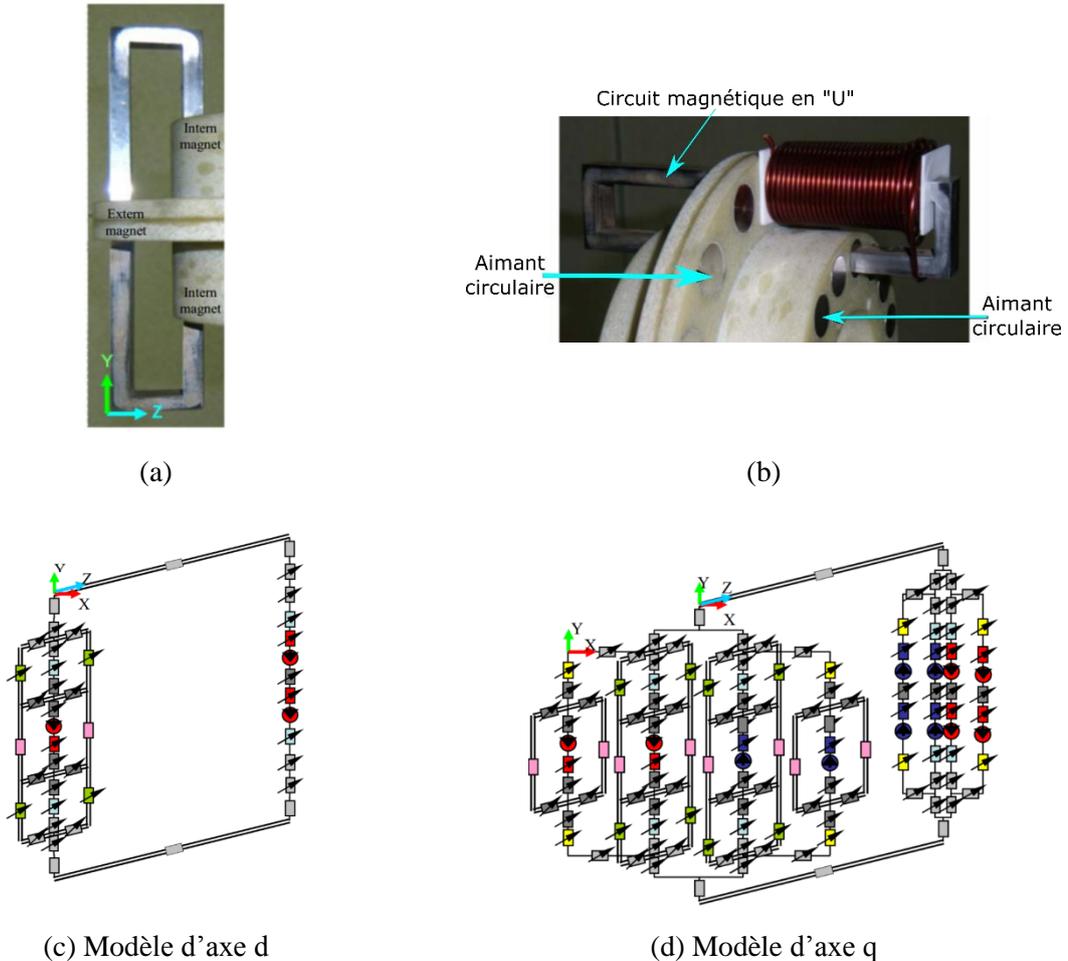


Figure 1.14. Machine à flux axial à stator composée de circuits magnétiques en forme de «U» [60], [62].

Afin de simplifier l'étude de ces machines, une approche de modélisation de la machine à flux axial à aimants développée au rayon moyen existent [11], [63]. L'aspect de la machine à flux axial devient celle d'un actionneur "linéaire". La Figure 1.15 illustre cette transformation. L'hypothèse la plus forte que prend cette approche est que les effets de bord dans la direction perpendiculaire au plan de modélisation sont négligés.

A des fins d'optimisation et pour dégrossir l'espace de solution avant d'opter pour un modèle en éléments finis, M. Hage-Hassan [63] développe un modèle réductant d'une machine à flux axial destinée à une application de véhicule électrique. Deux configurations sont présentées, la machine à double rotor et simple stator et la machine à double stator et simple rotor. Le mouvement relatif du rotor par rapport au stator est pris en charge. L'entrefer est modélisé par trois couches de réductances. Afin de simplifier le modèle, des conditions de périodicité sont incorporées en reliant les réductances d'extrémités. Une particularité du modèle proposé est que seule une petite partie de la dent est représenté par une réductance unique, la plus grande portion est reportée sur les réductances d'entrefer reliées au stator. Ces réductances sont un mélange de matériaux ferromagnétique et d'air.

La Figure 1.16 illustre le réseau de réductances de la machine à flux axial à double stator. L'auteur résout son modèle en calculant les flux des mailles du circuit de réductances et la saturation globale est considérée par une méthode de Newton-Raphson. Les méthodes de résolution, la modélisation de l'entrefer et l'incorporation du mouvement dans les réseaux de réductances seront abordés dans les chapitres 2 et 3 de ce manuscrit.

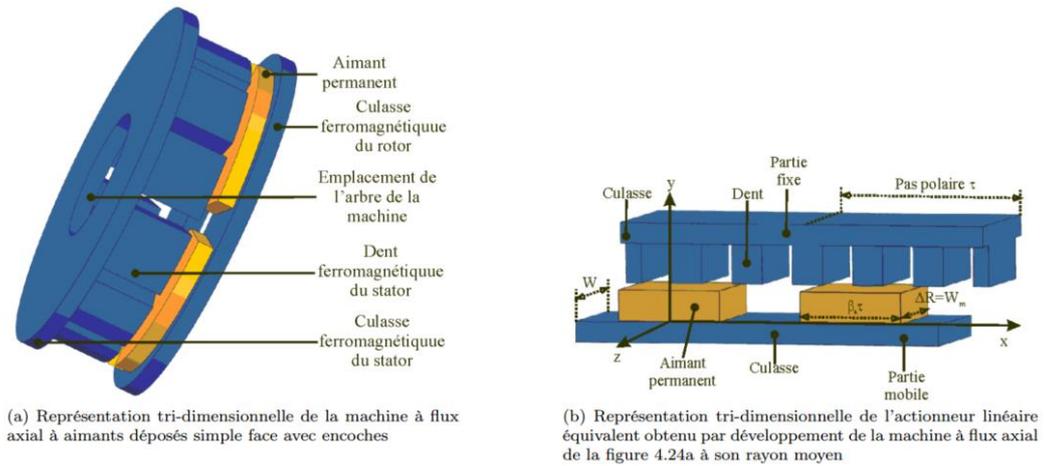
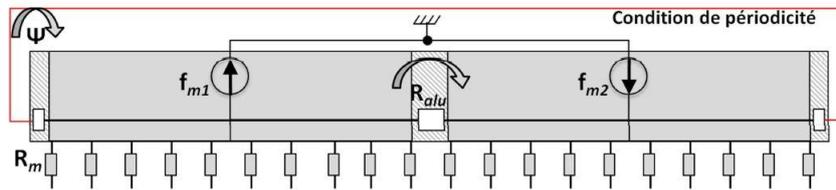
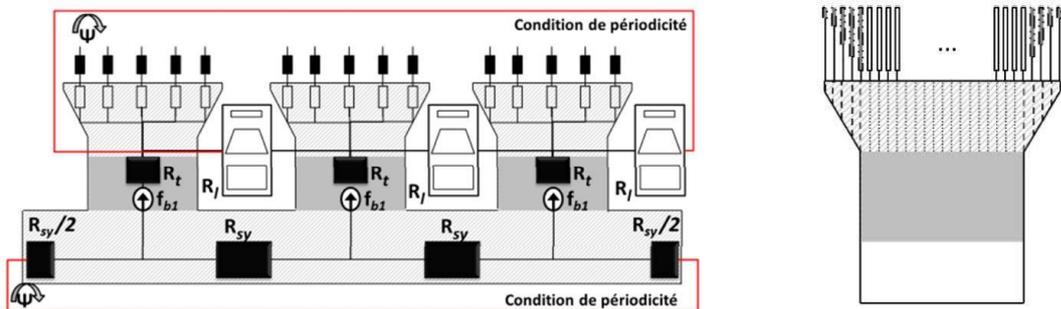


Figure 1.15. Modèle de la machine à flux axial développée au rayon moyen [11].



(a) Réseau de réductances du rotor de la machine double stator



(b) Discretisation du stator

(c) Discretisation de l'isthme

Figure 1.16. Machine à flux axial à double stator modèle développé au rayon moyen [63].

Machine à griffes

Dans [64], un modèle 3-D a été développé pour étudier un pôle de l'alternateur à griffes en utilisant des réductances unidirectionnelles dans les trois directions. Pour des applications d'éoliennes, des modèles en réseaux de reluctances de machines à griffe sont proposés dans [65]. D'autres modèles non-linéaires de machine à griffes sont proposés dans [66]. Les non-linéarités sont traitées par un algorithme de Newton-Raphson. Un état de l'art sur les modèles en circuits magnétiques peut être retrouvé dans [67].

Autres topologies de machines

Divers topologies de machines ont été modélisées par des réseaux/circuits de réductances sur le modèle expert, le plus souvent à des fins d'optimisation et on retrouve cela dans la littérature scientifique. Plusieurs modèles de la machine à commutation de flux sont développés dans [68], un

moteur pas à pas polarisé industriel est modélisé dans [69], T. Rominosa dans [26] propose le modèle d'une machine synchro-réductante et M. Latreche [46] modélise dans le cadre des travaux de sa thèse divers topologies de machines à aimants. La machine asynchrone à cage est modélisée dans [70] par un réseaux de réductances ou divers défauts sont introduits (excentricité, rupture de barres, court-circuit, etc.).

Comme il a été évoqué précédemment, le plus souvent les auteurs construisent et résolvent leurs réseaux de réductances par un « code maison » qu'ils confectionnent eux même. D'autres auteurs passent par des logiciels de modélisation tels que *RelucTool* pour résoudre leurs modèles réductants. Les logiciels de modélisation basés sur une approche par tubes de flux / réseaux de réductances seront abordés dans la section 1.8 de ce chapitre.

1.7.2 Travaux basés sur des modèles Réseaux maillés

Dans l'effort d'automatisation de la méthode de modélisation par réseaux de réductances, l'approche la plus prisee par les auteurs reste sans conteste celle des réseaux maillés. L'approche maillée est plus aisément automatisable que l'approche des réseaux experts (voir section 1.6). La raison principale est que les réductances du modèle maillé ne désignent pas un trajet identifié du flux comme dans le cas de l'approche expert mais suppose un chemin possible que peut emprunter le flux magnétique. Ceci exonère le concepteur d'identifier des chemins du flux de la structure qu'il modélise et le dispense de faire le calcul de chaque réductance à adjoindre aux trajets identifiés. Différentes topologies de machines électriques peuvent alors être modélisées par un ensemble de blocs élémentaires de réductances. Les formes les plus communes rencontrées dans ce type de modèles ont été présentées dans la section 1.6.2 de ce chapitre. Dans cette section nous évoquerons les travaux de modélisation basés sur les réseaux de réductances maillés (en 2-D et en 3-D).

Un certain nombre de travaux dans la littérature scientifique ont posé les bases de la modélisation par réseaux de réductances maillés pour différentes topologies de machine et certains auteurs décrivent les méthodes qu'ils mettent en œuvre pour prendre en compte divers phénomènes physiques tel que la saturation par l'équivalence entre la somme des énergies des branches d'un bloc élémentaire et l'énergie emmagasinée dans le bloc. C'est le cas dans [48] où l'auteur propose une démarche maillée standard qui se prête bien à divers topologies de machine. J. Perho [49] dans le cadre des travaux de sa thèse propose une modélisation de machines asynchrones par réseaux de réductances maillés. L'auteur ajoute, sur les branches des blocs élémentaires de réductances, des condensateurs magnétiques pour prendre en compte les courants de Foucault. Dans le cadre de la traction hybride, H. Bouker [7] dans les travaux de sa thèse sur les machines synchrones à aimants à haute vitesse, propose le modèle d'une machine peu conventionnelle : la machine à bobinage à épingle à aimants en V. La machine modélisée est illustrée sur la Figure 1.17. La discrétisation de cette structure par des blocs élémentaires de réductance 2-D (un maillage 2-D) est présentée sur la même figure. De par la forme des encoches circulaires (dans le but d'accueillir le bobinage en épingle), des approximations sur les formes des réductances ont dû être faites. La topologie originale de cette machine présente des zones de forte saturation (espace inter-encoches), la taille des blocs élémentaires y est donc plus petite. Afin de prendre en compte le mouvement, une bande modélisant l'entrefer est remaillée à chaque position du rotor.

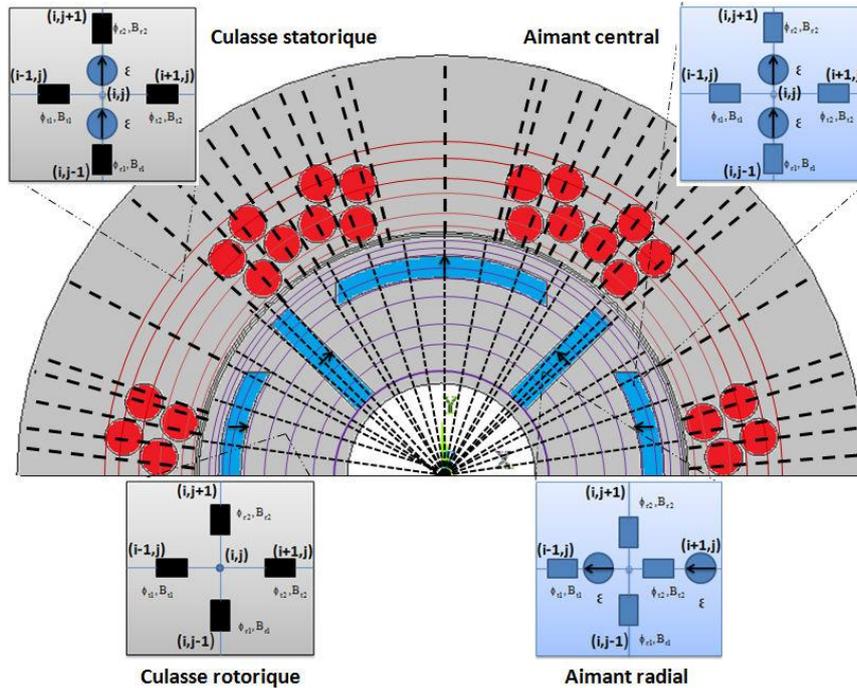


Figure 1.17. Machine à bobinage à épingles et à aimants en V [7].

Y. Laoubi [71] propose une méthode de modélisation des machines à flux axial par les réseaux de perméances génériques. La démarche est basée sur le découpage en passant par le module de maillage du logiciel de modélisation par éléments finis FLUX2D. L'auteur récupère un maillage parallélépipédique dont il se sert ensuite pour construire le réseau de réductances. M. A. Benhamida dans [4] développe différents modèles 2-D de machines à concentration de flux et à aimants en surface de diverses gammes de puissance pour des applications d'éoliennes. Un multiplicateur magnétique à aimants en surface est modélisé par un réseau maillé dans [72]. Des réductances variables sont insérées aux niveaux des deux entrefers pour compléter le réseau et gérer le mouvement. Le couple dans ces derniers modèles est évalué par le biais du tenseur de Maxwell.

En termes de modélisation 3-D par les réseaux de réductances maillés, la Figure 1.18 illustre la machine à double excitation à aimants enterrés et à bobinage d'excitation globale modélisée dans [2]. La saturation est prise en compte par une méthode itérative dérivée de la méthode du point fixe.

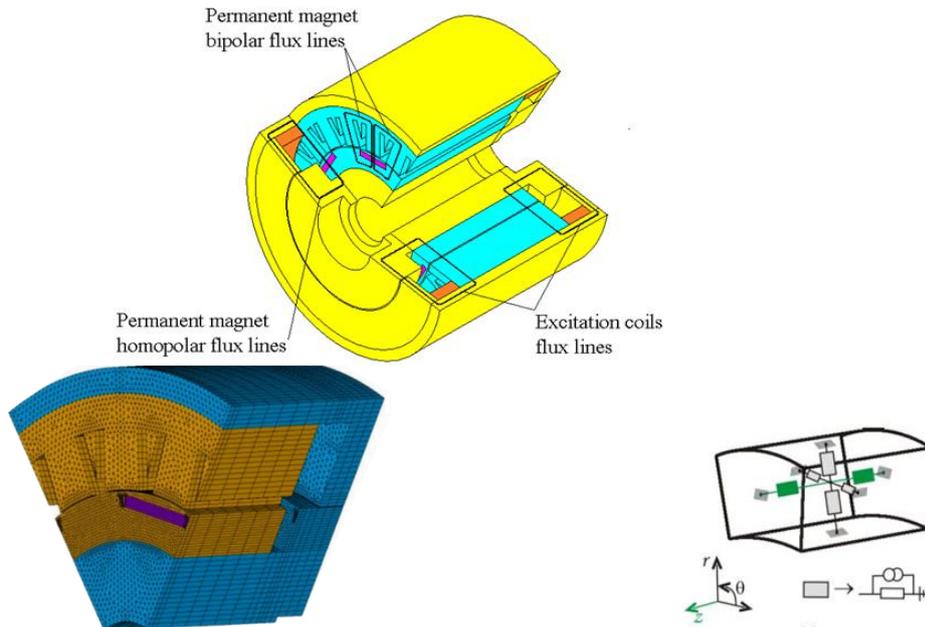


Figure 1.18. Machine synchrone à double excitation à aimants enterrés.

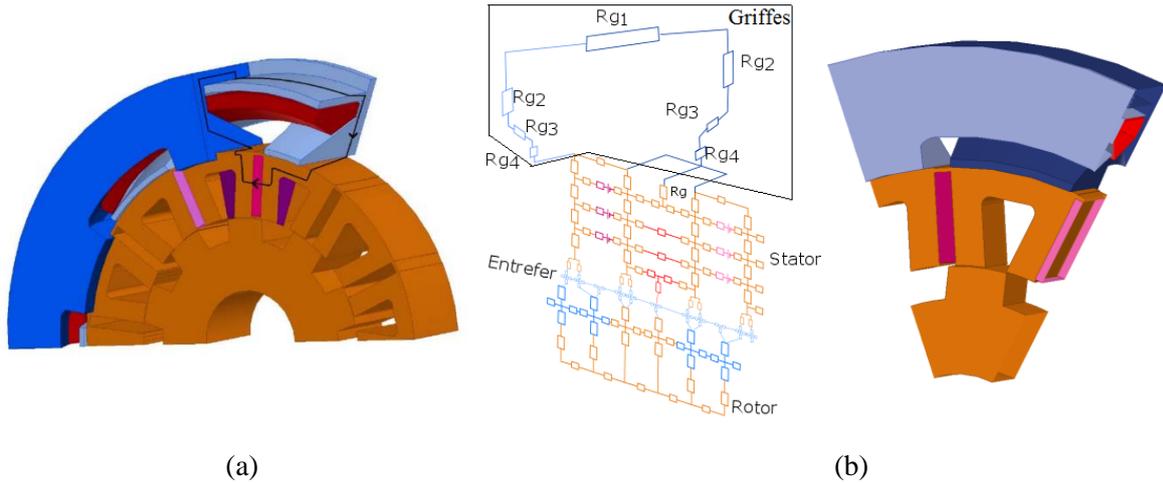
Dans [73], les auteurs décrivent la discrétisation et la génération automatique d'une formulation 3-D d'un dispositif électromagnétique statique à noyau en U. Afin de valider le modèle développé, les résultats sont comparés à un modèle en éléments finis 3-D réalisé sur le logiciel FLUX2D. D'autres auteurs proposent des modèle 3-D maillés pour les machines asynchrones linéaires dans [74], [75] en ajoutant une réductance et une source de force magnétomotrice supplémentaires sur les branches des blocs élémentaires de réductances pour prendre en compte les courants de Foucault.

1.7.3 Réseaux mixtes (maillés/d'expertise)

Les travaux de modélisation abordés ici concernent les modèles qui optent pour une approche maillée par des blocs bidirectionnels pour le plan principal de modélisation mais qui prennent en compte les trajets axiaux en ajoutant des réductances unidirectionnelles.

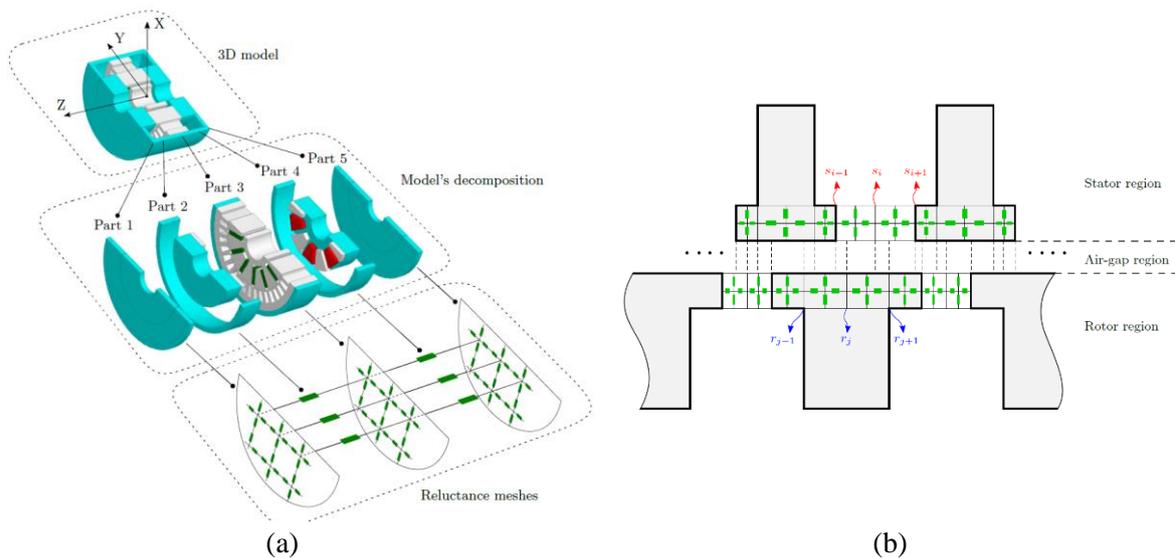
Afin de réaliser un modèle rapide qui a été implémenté dans une démarche d'optimisation, A. Dupas [76] propose un schéma réductant d'une machine synchrone à commutation de flux dans laquelle est présent un bobinage global afin de réaliser la double excitation.

La structure ainsi que le schéma réductant sont montrés à la Figure 1.19. On reconnaît les blocs élémentaires de réductances dans les zones où les trajets du flux ne sont pas forcément connus. Les trajets qu'emprunte le flux dans les griffes (trajets 3-D) sont, quant à eux, modélisés par des réductances unidirectionnelles. L'auteur obtient une précision acceptable tout en réduisant drastiquement les temps d'évaluation du modèle par rapport un modèle en éléments finis 3-D.



(a) (b)
 Figure 1.19. Machine à double excitation à griffes à bobinage global [76].
 (a) Trajet du flux dans les griffes. (b) Circuit réductant d'un pôle

Pour une application destinée à la traction, T.K. Hoang [3] propose un modèle quasi-3D, afin d'évaluer les performances d'une machine à concentration de flux à double excitation 3-D qu'il intègre dans un algorithme d'optimisation. La machine étudiée est intrinsèquement 3-D, la principale particularité du modèle est qu'il est divisé en cinq parties qui correspondent chacune à un plan 2-D modélisé par un réseau maillé de blocs bidirectionnels. Les cinq plans 2-D sont ensuite reliés par des réductances unidirectionnelles dans la direction axiale pour prendre en compte les différents trajets du flux dans la topologie de la machine. L'autre particularité du modèle présenté est qu'il intègre une bande de blocs élémentaires de réductances 2-D au niveau de l'entrefer qui est remaillée à chaque pas de mouvement.



(a) (b)
 Figure 1.20. Machine à double excitation. (a) Modèle quasi-3D ; (b) Bande d'éléments d'entrefer.

La saturation est prise en compte par une méthode itérative. La Figure 1.20 (a) illustre les différents plans 2-D de la machine ainsi que le modèle quasi-3D et la Figure 1.20 (b) illustre la bande de mouvement au niveau de l'entrefer.

1.7.4 Modèles réseaux réductants couplés aux autres méthodes de modélisation

Dans un modèle électromagnétique, il devient parfois avantageux de réaliser un modèle en couplant deux différentes approches. Les motivations peuvent être diverses : obtenir un système plus compact qu'un modèle purement numérique et gagner en temps d'évaluation ou éviter la problématique des réductances d'entrefer dans un modèle purement réductant. Pour ce qui des modèles hybrides de la méthode des réseaux de réductances couplée à d'autres approches de modélisation, on évoquera les modèles analytiques hybrides (MAH) i.e. couplage d'un réseau de réductances à une résolution formelle, les modèles couplés réseaux de réductances et éléments finis et la méthode des intégrales de frontières couplée à un réseau de réductances maillé [77], [78]. Plus de détails sont donnés dans cette section sur les modèles couplés aux éléments finis et les modèles analytiques hybrides.

1.7.4.1 Couplage des réseaux de réductances avec la méthode des éléments finis

Afin d'avoir un système d'équation compacte et de minimiser les temps de calcul, le couplage d'une formulation en éléments finis avec un réseau de réductances peut s'avérer intéressant. En remplaçant une partie du modèle par un circuit réductant grossier, le gain en temps de calcul permet de se concentrer plus précisément sur le comportement de certaines parties plus critiques d'un système (entrefer par opposition aux parties ferromagnétiques). Une approche en potentiel scalaire et une autre approche en potentiel vecteur ont été proposées dans [79]. Le but de la démarche est de faire correspondre les grandeurs globales du schéma réductant plus grossier (flux magnétiques et forces magnétomotrices) et les grandeurs locales (potentiels, inductions, champs magnétiques) aux surfaces de connexion entre la partie du modèle en éléments finis et celle en circuit de réductances. L'approche a été appliquée à un circuit magnétique simple avec entrefer et excité par une bobine ou les pôles ont été remplacés par un circuit réductant et des surfaces de couplage. La formulation proposée a été d'abord appliquée en 2-D [80] puis en 3-D [81]. Le maillage en éléments finis sur le modèle 2-D ainsi que le résultat sur le modèle 3-D sont montrés à la Figure 1.21.

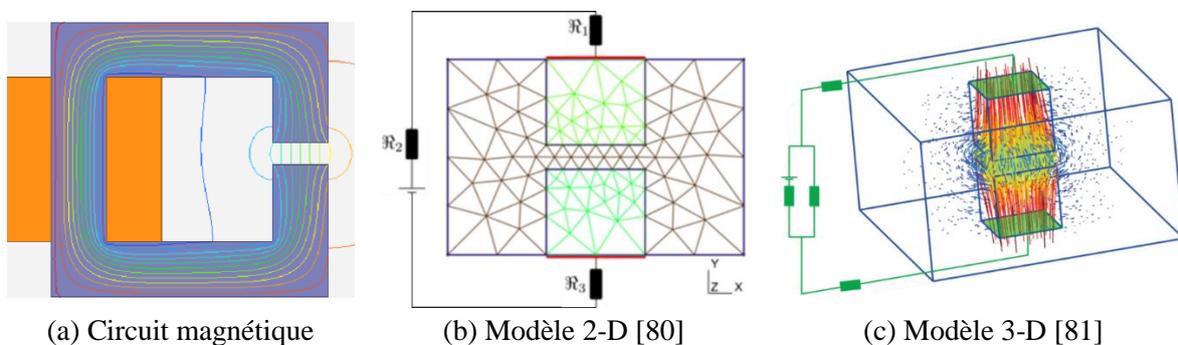


Figure 1.21. Circuit magnétique (modélisation couplée éléments finis- circuit réductant) [80], [81]

Pour établir le modèle d'une machine synchrone à aimants, D.A. Philips [82] réalise un couplage entre éléments finis et réseau de réductances. Le rotor de la machine est modélisé en éléments finis par un code que l'auteur développe lui-même et le stator est en réseau de réductances. Les conditions aux limites à l'interface des deux systèmes lui servent d'équations de couplage.

D'autres manières de réaliser le couplage entre deux méthodes de modélisation pour une même structure consiste à réaliser un circuit de réductances avec un logiciel commercial.

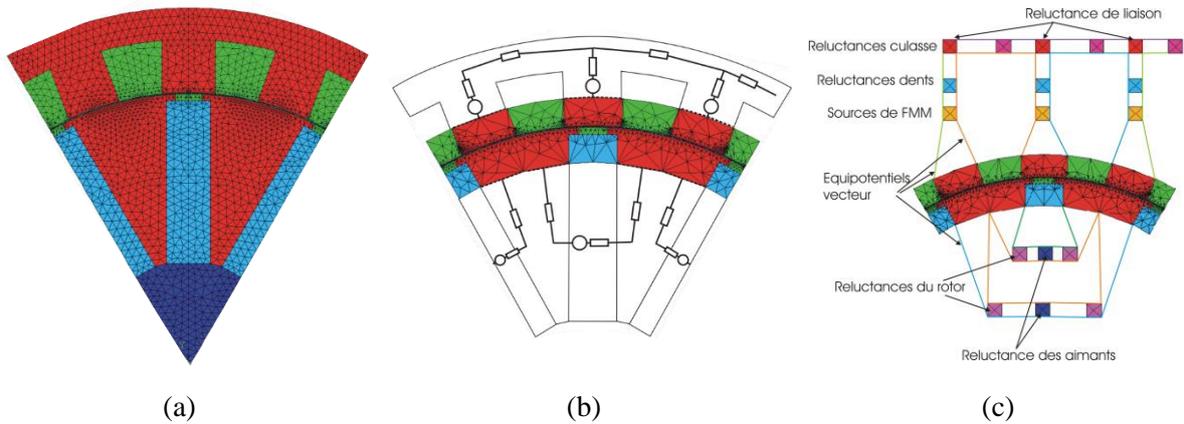


Figure 1.22. Modèle de la machine à concentration de flux. (a) Modèle EF. (b) Représentation du modèle couplé (circuits réductant-EF). (c) Modèle couplé (tubes de flux dans le logiciel EF) [2]

B. Nedjar [2] réalise le modèle 2-D couplé entre un approche de tubes de flux et une approche en éléments finis de la machine à concentration de flux. Les structures géométriques de la machine à modéliser ainsi que des blocs représentant les tubes de flux qui remplacent les réductances sont modélisés directement dans l'interpréteur géométrique du logiciel. La Figure 1.22 illustre ce principe. La partie la plus sensible du modèle (entrefer avec la zone haute du rotor et la zone basse des encoches et dents statoriques) est représentée par sa géométrie réaliste dans l'interpréteur géométrique du logiciel EF. Le tube de flux est modélisé par un bloc de dimension fixe avec un maillage EF réduit. L'auteur agit sur les propriétés des matériaux et sur les dimensions des blocs pour faire correspondre aux réductances qui se substituent aux autres parties de la machine. L'auteur réalise le couplage en potentiel vecteur en définissant des équipotentiels vecteurs qui relient les blocs représentant les tubes de flux et le reste du modèle en éléments finis. Cela lui permet de ne pas perdre en précision et de gagner en temps d'évaluation du modèle puisqu'il réduit le nombre de variables (nombre de nœuds et dimension des matrices de résolution).

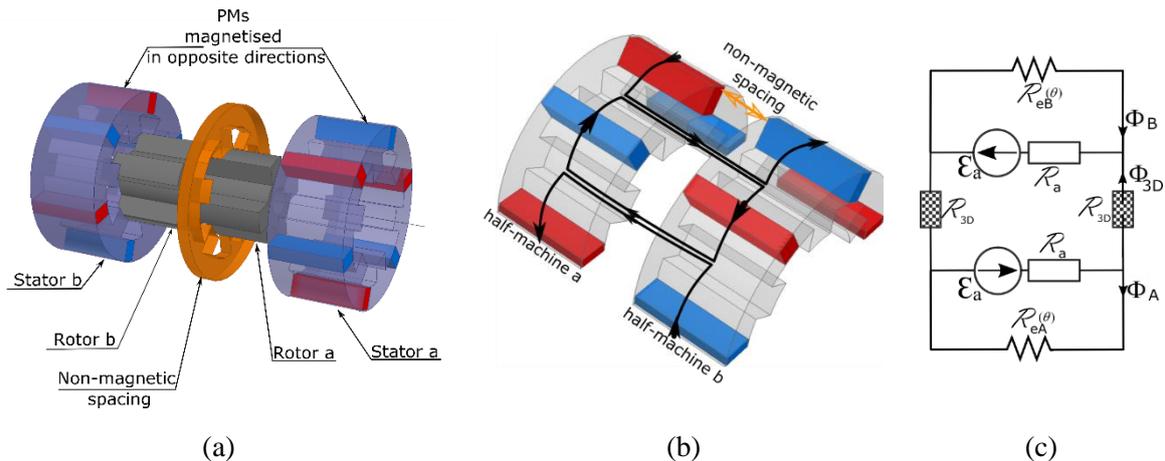


Figure 1.23. Machine multi-stack à modulation de flux. (a) Vue éclatée de la machine multi-stack. (b) Trajet de fuite 3-D. (c) Circuit réductant comportant le trajet de fuite 3-D

Une autre manière de réduire le temps de calcul en réduisant le nombre de degrés de liberté est de réaliser un modèle 2-D dans le logiciel EF et de le coupler avec un circuit réductant externe. Pour illustrer ce principe, nous avons étudié le concept de machine multi-stack appliqué à une topologie de

machine à double saillance à flux homopolaire (voir Figure 1.23). Un double modèle en éléments finis 2-D est réalisé afin d'évaluer le flux principal dans la structure (flux dans le plan de modélisation). Ce modèle par EF est ensuite couplé à un circuit réductant qui modélise les fuites dans la troisième direction (direction axiale). Le circuit réductant est utilisé pour évaluer les effets 3-D introduits par le fait même du double-stack de la structure de la machine. Un modèle par éléments finis 3-D de la structure est proposé pour valider les résultats du modèle couplé.

Cette approche multi-stack a été utilisée par Bobba & al. sur une machine à commutation de flux dans [83] afin de réduire le contenu harmonique et le couple de détente. Dans la littérature scientifique, le vrillage est une technique bien connue et largement utilisée pour la réduction des harmoniques et de l'ondulation couple. L'approche multi-stack peut aussi servir de solution pour la réduction de l'ondulation de couple.

La machine à modulation de flux multi-stack, quant à elle, est un concept combinant deux machines distinctes dans une même structure multi-stack. Un espacement amagnétique est utilisé comme barrière de flux entre les deux demi-stators. Les aimants permanents sont placés dans la culasse du stator au-dessus des encoches. Les demi-stators combinés partagent le même enroulement d'induit. Les enroulements de phase sont donc communs aux deux demi-machines. La force électromotrice dans chaque phase est le résultat de la somme des variations de flux dans chaque demi-machine. De plus, le rotor denté est « décalé » d'une demi-machine à l'autre avec un angle de (π/N_r) avec N_r , le nombre de dents du rotor. Les dents du rotor seront alors décalées d'un angle de 45° pour une configuration triphasée 6/4 de la structure multi-stack, comme illustré sur la Figure 1.23 (a). Les aimants permanents sont aimantés dans la direction orthoradiale et la direction d'aimantation est inversée d'une demi-machine à l'autre. Un espacement amagnétique sépare les deux demi-stators. Il en résulte de cette configuration que la variation de flux en fonction de la position dans la "demi-machine b" est équivalente à celle de la « demi-machine a » avec un déphasage de même que le décalage du rotor (π/N_r) et multiplié par un facteur -1 (du fait que l'excitation soit dans le sens opposé). L'angle de décalage du rotor π / N_r (45°) assure que la fréquence de l'onde de couple de la machine multi-stack soit le double de celle d'une machine simple-stack équivalente.

L'hypothèse forte selon laquelle les deux demi-machines ne sont pas couplées magnétiquement permet une étude en deux dimensions de la structure multi-stack (chaque demi-machine est étudiée seule et la superposition des résultats est opérée par la suite).

La Figure 1.23 (b) illustre le trajet 3-D (direction axiale). La largeur de l'espacement amagnétique ainsi que les facteurs de correction pour le flux sont évalués pour chaque phase avec le circuit de réductances illustré à la Figure 1.23 (c). Les équations (1.48) à (1.54) illustrent le calcul des valeurs des paramètres du circuit avec $i=1, 2, 3$ and $j = A, B$ pour chaque phase dans chaque demi-machine respectivement. Les paramètres du circuit réductant et leurs définitions sont donnés dans le Tableau 1.7. Les réductances du trajet principal du flux (chemin rotor-entrefer) sont calculées via l'inductance de phase dans le cas linéaire donnée par le modèle EF en 2-D.

Pour la machine multi-stack, nous devons néanmoins prendre en compte les fuites de flux qui se produisent dans la direction axiale 3-D. Ces fuites ne sont pas prises en compte dans le modèle EF 2-D. De plus, pour que le concept multi-stack fonctionne, l'espacement amagnétique entre les deux demi-stators est indispensable. Cet espacement doit être suffisamment large pour que le chemin 2-D offert par le trajet rotor-entrefer soit moins réductant que celui de la direction axiale. Ceci engendre une perte de longueur active du conducteur actif lorsque l'on compare la machine multi-stack avec une machine simple-stack de même longueur totale. Le facteur de correction doit pouvoir intégrer ces deux phénomènes.

Tableau 1.7. Paramètres du circuit et grandeurs évaluées

Paramètres	Définition
R_{3D}	Réductance du trajet 3-D (espacement amagnétique)
R_a	Réductance des aimants permanents
R_{eA}, R_{eB}	Réductances d'entrefer des demi-machines (trajet rotor-entrefer de chaque demi-machine respectivement)
Φ_A, Φ_B	Flux principal dans chaque demi-machine
Φ_{3D}	Flux du trajet 3-D (espacement amagnétique)
\mathcal{E}_a	Force magnétomotrice de l'aimant
E_{pm}	Epaisseur de l'aimant
H_{pm}	Hauteur de l'aimant
μ_{pm}	Perméabilité relative des aimants permanents
R_{ext_s}	Rayon extérieur statorique
R_{cs}	Rayon de la culasse statorique
l_{3D}	Largeur de l'espacement amagnétique
L_{tot}	Longueur totale de la machine
N	Nombre de spires
$\Phi_{FE_i}^j$	Flux dans les phases (calculé par le modèle EF 2-D)
$R_{FE_i}^j$	Réductance du trajet rotor-entrefer
$L_{FE_i}^j$	Inductance de phase (calculée par le modèle EF 2-D)

$$R_{3D} = \frac{l_{3D}}{\mu_0 S_{3D}} \quad 1.48$$

$$R_{e_i}^j(\theta) = \frac{R_{FE_j}(\theta)}{\frac{1}{2}(L_{tot} - l_{3D})} \quad 1.49$$

$$R_a = \frac{1}{\mu_{pm}} \frac{E_{pm}}{H_{pm}} \frac{1}{\frac{1}{2}(L_{tot} - l_{3D})} \quad 1.50$$

$$\Phi_{FE_i}^j = f(\theta, L_{tot}, l_{3D}) \quad 1.51$$

$$R_{FE_i}^j(\theta) = \frac{N^2}{L_{FE_i}^j(\theta)} \quad 1.52$$

$$S_{3D} = \frac{\pi}{6} (R_{ext_s}^2 - R_{cs}^2) \quad 1.53$$

$$\mathcal{E}_a = \frac{E_{pm}}{\mu_{pm}} B_r \quad 1.54$$

L'équation (1.55) donne le facteur de correction k_i^j . Le facteur de correction prend en compte les pertes de performances occasionnées par le flux de fuite dans la direction axiale 3-D et la perte de longueur active du conducteur (par rapport à une machine simple-stack de même longueur totale).

$$k_i^j(\theta) = \frac{\Phi_i^j(\theta, R_{3D})}{\Phi_i^j(\theta, R_{3D} = \infty)} \quad 1.55$$

$$\Phi_{MS-i} = k_i^A(\theta)\Phi_{FE-i}^A + k_i^B(\theta)\Phi_{FE-i}^B \quad 1.56$$

$$T_{MS} = \sum_{i=1}^3 \frac{d\Phi_{MS-i}}{d\theta} I_i \quad 1.57$$

Le flux total dans chaque phase de la machine multi-stack est calculé comme il est indiqué à l'équation (1.56) et finalement le couple hybride est calculé tel qu'il est donné à l'équation (1.57).

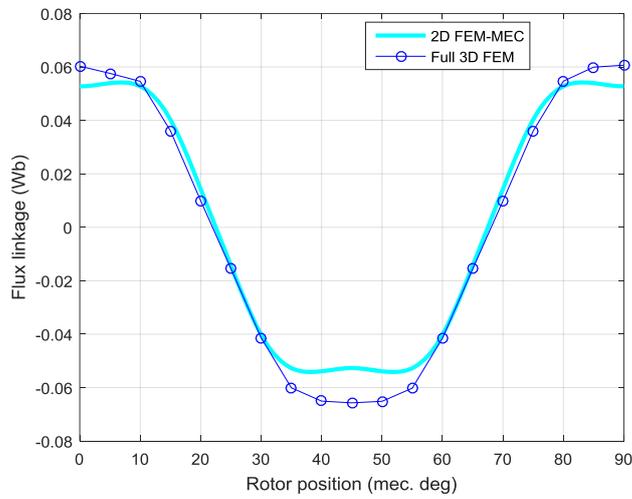


Figure 1.24. Comparaison du flux de la machine multi-stack calculé par le modèle EF 3-D et le modèle couplé (circuit réductant et EF 2-D).

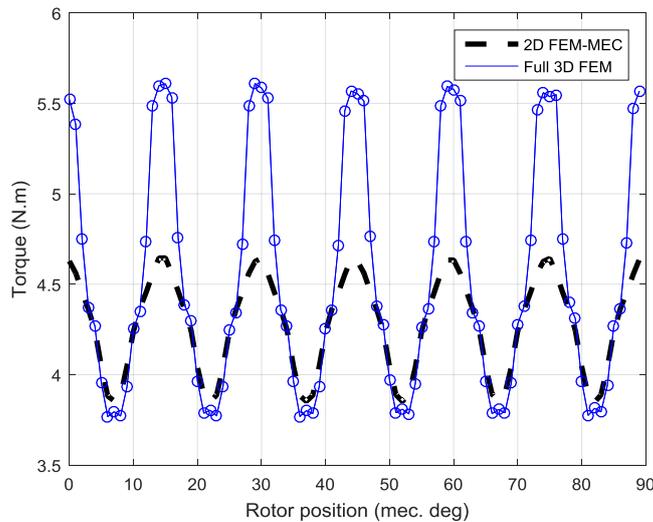


Figure 1.25. Comparaison du couple de la machine multi-stack calculé par le modèle EF 3-D et le modèle couplé (circuit réductant et EF 2-D).

La Figure 1.24 illustre la comparaison du flux de la machine multi-stack calculé par le modèle EF 3-D et le modèle couplé circuit réductant et EF 2-D. La Figure 1.25 illustre la comparaison du couple de la machine multi-stack calculé par le modèle EF 3-D et le modèle couplé (circuit réductant et EF 2-D). L'écart sur la valeur moyenne du couple entre les deux modèles n'excède pas 5 %. Les écarts constatés entre les deux modèles sont dus aux interactions axiales qui sont mieux évaluées par le modèle éléments finis 3-D. Les valeurs maximales et minimales du flux évaluées par le modèle 3-D sont plus importantes de 18% que celles évaluées par le modèle 2-D couplé ce qui conduit aux écarts sur l'évaluation du couple hybride instantané.

Le modèle EF 3-D comporte 750828 éléments tétraédriques et la solution est obtenue en 20 minutes pour un point de calcul (une seule position de rotor) contre quelques secondes pour le modèle couplé (processeur 64 Bits Intel® Xeon® CPU@3.50GHz avec 32 Go de RAM).

1.7.4.2 Couplage des réseaux de réductances avec la méthode analytique

Afin de s'affranchir de la difficulté de modéliser l'entrefer par des réductances, certains auteurs optent pour une modélisation analytique. La solution formelle dans cette zone est couplée au réseau de réductances (en général maillé) qui modélise le reste de la structure (encoches et fer statorique et/ou rotorique). Ceci permet d'avoir une forme analytique des grandeurs magnétiques en tout point de l'entrefer tout en ayant une bonne estimation de ces grandeurs dans les parties ferromagnétiques (prise en compte des caractéristique B-H dans les réductances).

Une formulation de la solution du modèle analytique est proposée en potentiel vecteur et est couplée à une formulation en potentiel scalaire du réseau de réductances pour le modèle d'une machine asynchrone en 2-D dans [84] puis en 3-D dans [85]. Au niveau des interfaces entre le modèle analytique et les éléments du réseau de réductances, les composantes radiales de l'induction et les composantes circonférentielles du champ magnétique sont égales. En d'autres termes, la condition aux limites appliquée sur ces interfaces est celle qui assure la continuité de l'induction normale et du champ tangentiel au niveau des nœuds situés sur la portion partagée entre le « macroélément entrefer » et les éléments de réductances. Les équations (1.58) et (1.59) dénotent cette égalité au niveau de l'interface.

$$B_r(\text{analytique}) = B_r(\text{Réseau de réductances}) \quad 1.58$$

$$H_\theta(\text{analytique}) = H_\theta(\text{Réseau de réductances}) \quad 1.59$$

D'autres exemples du couplage d'un réseau de réductances avec une solution analytique en potentiel vecteur existent dans la littérature. Dans [86], la méthode est appliquée à une machine à commutation de flux linéaire à aimants et à effet Vernier. Le principe de la méthode analytique hybride MAH est étendu à la 3-D dans [87]. La méthode est également appliquée à une topologie particulière du moteur linéaire Tecnotion UXX [88].

La formulation de la solution analytique en potentiel scalaire est aussi possible à des fins de couplage avec le réseau de réductances [89], [90]. C'est par exemple le cas pour plusieurs modèles de machines développés au GREAH (Groupe de Recherche en Electrotechnique et automatique du Havre) où une solution analytique est préférée dans les régions du modèle où la perméabilité magnétique est constante (l'air de l'entrefer et les aimants permanents).

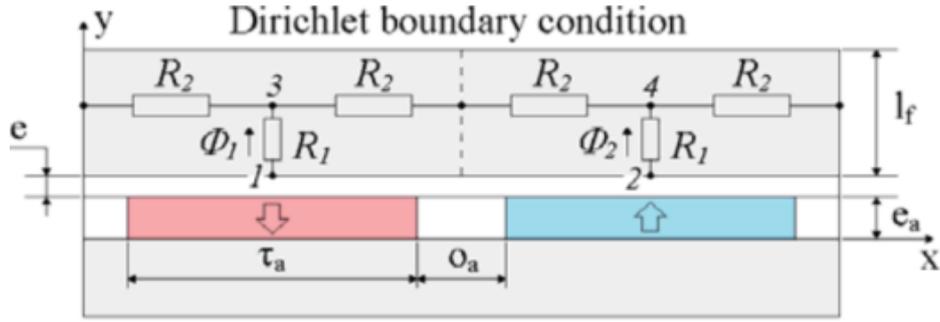


Figure 1.26. Couplage en potentiel scalaire « solution analytique/réseau de réductances » [89].

Le fondement de cette approche est illustré sur le modèle de la Figure 1.26. Il s'agit d'abord d'écrire la solution du potentiel scalaire dans le repère du modèle. Le potentiel magnétique scalaire dans la zone de l'entrefer est donné à l'équation (1.60). U_{ag} est le potentiel magnétique scalaire dans l'entrefer, n , est le numéro d'harmonique N_h est le nombre d'harmoniques considérés, τ_p est le pas polaire, a_{1n} , a_{2n} , a_{3n} , a_{4n} sont le coefficient de la série de Fourier qui dépendent de la décomposition en série de Fourier de l'aimantation des aimants.

Le couplage entre les deux modèles se fait en mettant en place deux séries d'équations. La première s'obtient en égalisant le potentiel scalaire magnétique au niveau de l'interface entre le réseau de réductances et le modèle analytique dans l'entrefer. Cette égalité prend forme dans les équations (1.61) où U_1 , U_2 et x_1 , x_2 sont respectivement les potentiels magnétiques scalaires et les coordonnées des nœuds 1 et 2. e_a et e sont respectivement l'épaisseur de l'aimant et celle de l'entrefer. La deuxième série d'équations s'obtient en calculant les flux entrants aux nœuds. Pour les deux branches rattachées aux nœuds (1 et 2) du circuit de réductances à l'interface entre les deux zones, le flux, calculé par la forme analytique, doit être égal au flux qui traverse les réductances \mathfrak{R}_1 (équations 1.62).

$$U_{ag}(x, y) = \sum_{n=1}^{N_h} \left[\begin{aligned} & \left(a_{1n} \cdot \sinh\left(n\pi \frac{y}{\tau_p}\right) + a_{2n} \cdot \cosh\left(n\pi \frac{y}{\tau_p}\right) \right) \cdot \sin\left(n\pi \frac{x}{\tau_p}\right) \\ & + \\ & \left(a_{3n} \cdot \sinh\left(n\pi \frac{y}{\tau_p}\right) + a_{4n} \cdot \cosh\left(n\pi \frac{y}{\tau_p}\right) \right) \cdot \cos\left(n\pi \frac{x}{\tau_p}\right) \end{aligned} \right] \quad 1.60$$

$$\begin{cases} U_1 = U_{ag}(x = x_1, y = e_a + e) \\ U_2 = U_{ag}(x = x_2, y = e_a + e) \end{cases} \quad 1.61$$

$$\begin{cases} \frac{(U_1 - U_3)}{\mathfrak{R}_1} = \Phi_1 = -\mu_0 L_a \int_0^{\tau_p/2} \frac{\partial U_{ag}(x, y = e_a + e)}{\partial y} dx \\ \frac{(U_2 - U_4)}{\mathfrak{R}_1} = \Phi_2 = -\mu_0 L_a \int_{\tau_p/2}^{\tau_p} \frac{\partial U_{ag}(x, y = e_a + e)}{\partial y} dx \end{cases} \quad 1.62$$

L'autre avantage de la méthode analytique hybride (MAH) réside dans le fait que la prise en compte du mouvement en devient plus simple puisque il s'agit d'incrémenter la distance de déplacement à la coordonnée de déplacement comme l'illustre l'équation 1.63 où x_d est le déplacement.

$$x = x + x_d \quad 1.63$$

Cette approche a été développée et adaptée sur un certain nombre de structures. Parmi les modèles basés sur l'approche MAH réalisés au GREAH, on citera le modèle de la machine synchrone à aimants en surface dans les travaux de A.R. Aden Diriyé [91], la machine linéaire plane à aimants permanents dans [92], la machine tubulaire à mouvement de translation linéaire avec une configuration à partie mobile interne et une autre avec une partie mobile externe dans [93] et une machine synchrone à double excitation avec aimants en surface du rotor et une excitation série dans [94].

1.7.5 Modèles multi-physiques

La modélisation semi-analytique par constantes localisées se prête bien à différentes physiques. Pour ce qui est du domaine thermique par exemple, toujours par analogie avec les circuits électriques, le comportement thermique d'un dispositif électromagnétique peut être modélisé par une approche semi-numérique (modèle à constantes localisées). Les différentes parties du dispositif sont modélisées par des résistances à travers lesquelles circule un flux thermique. Les résistances thermiques sont de plusieurs natures : résistances de contact surfacique entre deux zones solides, résistance de convection entre une zone solide et une zone fluide et en mouvement et les résistances de conduction. Les résistances de conduction modélisent l'échange de chaleur entre deux régions d'un même solide ou d'un même fluide immobile par des résistances de conduction ou le flux thermique est proportionnel au gradient local de la température. Dans cette analogie, le courant est donc le flux thermique et le potentiel scalaire est la température. Dans la référence [95], à l'instar de la méthode employée pour le domaine électromagnétique, les auteurs utilisent une méthode hybride entre modèle analytique et réseaux de réductances maillé 2-D afin de retrouver la distribution de la température, en régime permanent, dans la structure de machine tubulaire modélisée. La Figure 1.27 illustre la structure de la machine ainsi que le bloc élémentaire de résistances et source de flux thermiques utilisés comme élément de base pour réaliser le maillage de la machine.

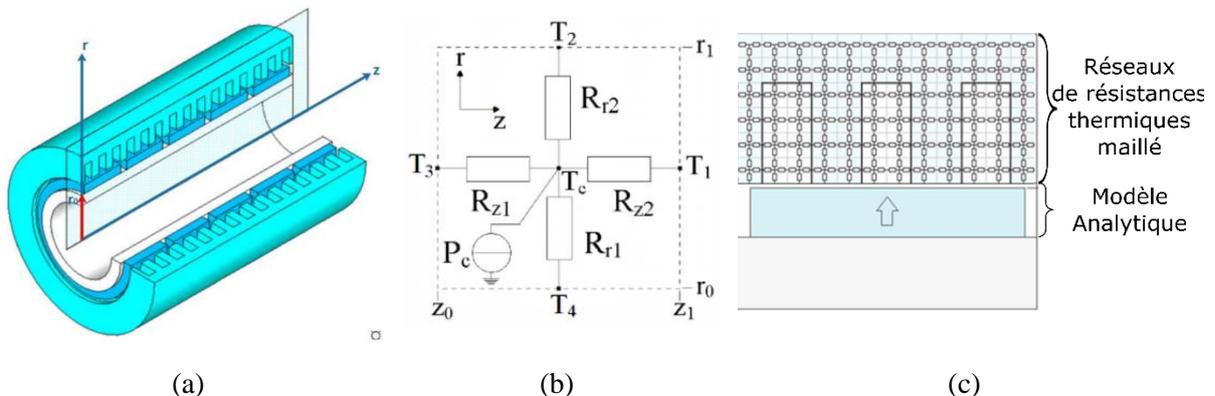


Figure 1.27. Machine tubulaire. (a) Structure de la machine ;(b) bloc élémentaires de résistances thermiques ; (c) Modèle 2-D [95], [96].

En termes de logiciels de modélisation basés sur le principe du modèle à constantes localisées pour la thermique, on pourra citer MotorCAD qui inclut un module pour réaliser des modèles thermiques par réseau nodal.

Outre le domaine thermique, la modélisation par constantes localisées peut aussi s'appliquer dans le domaine mécanique. Même s'il existe des différences, il est possible de dresser des analogies avec les éléments des circuits électriques (i.e. résistifs, capacitifs et inductifs qui sont l'essence des modèles à constantes localisées). Le plus souvent, l'effort mécanique est matérialisé par le gradient de pression et le flux mécanique par la vitesse de déplacement. Ainsi, les sources de flux mécanique sont les vitesses et les sources d'effort sont des différences de pression. La déformation des matériaux est étudiée pour le modèle vibratoire et la mécanique ondulatoire pour le modèle acoustique. En effet, le comportement

vibratoire est exprimé sous la forme d'un circuit au moyen d'une décomposition modale. Pour l'influence des forces d'origine magnétique sur le comportement vibro-acoustique, les forces magnétiques calculées sont utilisées comme entrées pour le modèle mécanique qui permet de déterminer le comportement vibratoire. Par la suite, les sources du modèle acoustique sont les vitesses modales calculées par le modèle vibratoire.

Dans le cadre de développement d'outils et de modèles multi-physiques, certains travaux dans la littérature choisissent de réaliser une modélisation par constantes localisées dans les différents domaines de la physique. Leur motivation première est de simplifier le couplage entre les modèles dans les différentes physiques. Leurs objectifs visent à augmenter le niveau d'automatisation des procédures avec un accent sur la généralité ainsi que la rapidité d'évaluation des modèles tout en gardant une précision acceptable.

Dans la veine des travaux de modélisation multi-physiques avec des modèles électriques, magnétiques, thermiques, mécaniques, et acoustiques nous mentionneront les travaux de H. Ennassiri [97] qui étudie le couplage magnéto-vibroacoustique dans le cadre de la modélisation d'une machine synchrone à rotor bobiné dédié à la traction électrique ainsi que la modélisation couplée thermo-magnéto-vibroacoustique d'une machine synchrone à concentration de flux. La particularité des modèles, dans les trois domaines de la physique, est qu'ils sont basés sur une approche en réseaux maillés. N. Bracikowski dans [98] développe sous MATLAB® l'outil « PLUM » (Physical Lumped Models) où il intègre un ensemble de modèles physiques couplés de la machine synchrone à aimants permanents montés en surface. Tous les modèles incorporés dans PLUM sont sous forme de « circuits » et répondent aux lois de Kirchhoff. Le modèle multi-physique (électro-magnéto-thermo-vibroacoustique) a la particularité d'être basé sur une approche de réseaux experts. La particularité du modèle magnétique est que l'auteur évalue plusieurs approches pour le calcul des perméances d'entrefer (éléments finis, géométrique, etc.). Il opte finalement pour la méthode de calcul géométrique qu'il juge robuste pour des processus d'optimisation.

1.8 Outils de modélisation électromagnétiques et de C.A.O en réseaux de réductances

En termes d'outils de modélisation basés entièrement ou en partie sur une approche de modélisation par réseaux de réductances, un certain nombre de logiciels existe. Dans l'univers académique comme pour les outils commerciaux, une partie de ces logiciels sont dédiés à un type particulier de machines, d'autres sont un peu plus généralistes et d'autres encore résolvent des circuits qu'il faut réaliser. Enfin, bien que ces logiciels servent tous à la modélisation, certains sont « plus » orientés vers l'optimisation des dispositifs. Toutefois, la plus part d'entre eux partagent la caractéristique de disposer d'une interface graphique qui permet l'interaction entre l'utilisateur et son modèle.

Dès 1988, une approche basée sur une méthode de « maillage » d'un domaine en tubes de flux est proposée et intégrée à une interface graphique : *Tubes and Slices*. Dans la méthode des éléments finis, les éléments couvrent l'ensemble du système et un seul jeu de coordonnées globales est utilisé. Se basant sur l'idée que, idéalement, les coordonnées doivent suivre la direction du champ, les concepteurs de *Tubes and Slices* s'inspirent du principe du tube de flux pour développer leur méthode et s'en servent pour calculer l'inductance d'un conducteur en forme de 'T' où la capacitance d'un système d'électrodes coaxiales [99], [100].

Le programme *TAS (Tubes And Slices)*, développé à l'Université de Southampton (Royaume Uni), associe deux propriétés à un vecteur de champ local dans un espace tridimensionnel. L'une d'elles est associée à un élément de surface et définit ainsi un tube de flux, tandis que l'autre est associée à un segment de droite et définit ainsi une différence de potentiel. De tels champs de vecteurs ont donc deux

propriétés et leur discrétisation naturelle se fait en tubes de flux et en tranches d'équipotentiellles. Les distributions de tubes et de tranches sont générées puis remodelées à l'aide de « points de construction ». Un ensemble de points de construction définit un « maillage » de quadrilatères représentant un système combiné de tubes et de tranches. Tous les quadrilatères peuvent être subdivisés en "sous-tubes" et "sous-tranches" avec des lignes parallèles. Ces subdivisions supplémentaires sont effectuées automatiquement mais leur nombre est défini par l'utilisateur. Chaque tube ou tranche est une entité indépendante à laquelle une énergie particulière est associée. Le calcul de l'énergie du système se fait par la superposition de ces énergies, ce qui est un processus numérique simple. Deux façons permettent de calculer l'énergie, l'une basée sur les tubes et l'autre sur les tranches. Les deux valeurs fournissent les limites supérieure et inférieure. Au fur et à mesure que le maillage est resserré, les deux limites convergent l'une vers l'autre et la précision des modèles augmente.

Par rapport aux méthodes purement numériques, ou même semi-numériques, il n'y a pas de coefficients inconnus ou d'équations simultanées. Au lieu de cela, la variation est réalisée graphiquement en modifiant les tubes et les tranches.

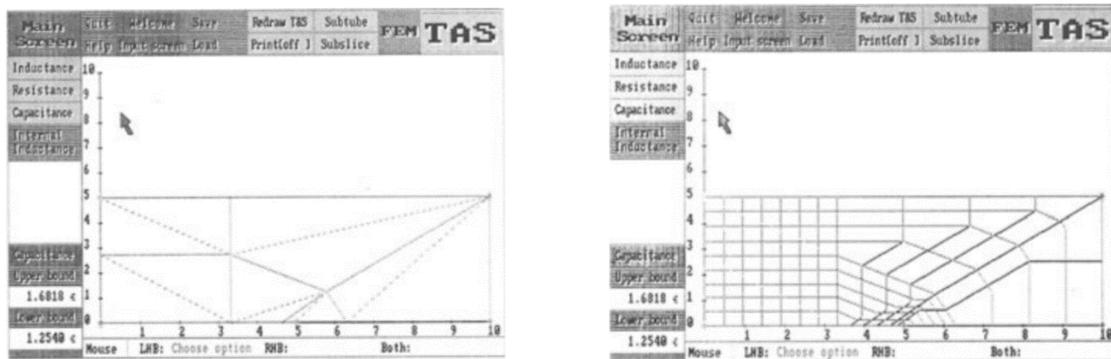


Figure 1.28. Interface graphique de *Tubes and Slices* [100]

La Figure 1.28 illustre l'interface graphique de *Tubes and Slices*. L'étape «solution» est remplacée par le calcul des limites d'énergie, qui, outre l'évaluation d'un paramètre système global, fournit une information sur la précision des modèles.

L'étape de post-traitement n'existe pas à elle seule mais est associée à la procédure de remodelage des distributions de tubes et de tranches. Ce processus est analogue aux techniques d'adaptation de maillage dans la méthode des éléments finis.

Outre *Tubes and Slices*, très peu ou voir aucun outil logiciel existant (basé sur une méthode de modélisation par réseaux de réductances) ne repose sur cette approche de maillage du domaine étudié par un processus graphique. Nous pouvons toutefois refaire référence à l'approche développée dans le cadre des travaux de Y. Laoubi [71] qui passe par l'interpréteur géométrique et l'outil de maillage du logiciel de modélisation en éléments finis *FLUX2D/FLUX3D*. En effet, les informations de coordonnées des éléments du découpage géométrique (en quadrangles réguliers) créées par le mailleur de *FLUX2D/FLUX3D* sont exploitées et constituent une base à partir de laquelle le réseau de réductances, par l'approche maillée, est construit. D'autres travaux de thèse ont débouché sur des outils de modélisation basés sur les réseaux de réductances d'expertise. Nous pouvons citer SiRePCE (Simulation par Réseaux de Perméances Couplés Électriquement) développé par H. Roisse [101] pour la modélisation de machines synchrones.

Dans la suite de cette section nous aborderons les outils que nous avons pu recenser. Nous les séparerons en deux catégories. L'une correspond aux logiciels qui incluent une bibliothèque de modèles parmi laquelle on peut choisir une topologie et l'autre regroupe les outils de résolution de réseaux de

réductances à établir et à construire. Nous nous concentrerons particulièrement sur les aspects C.A.O de ces logiciels.

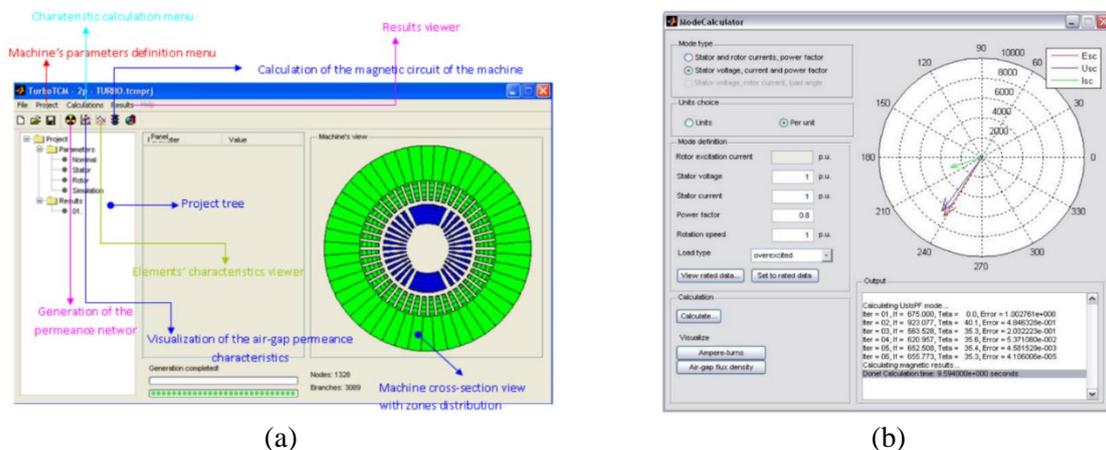
1.8.1 Bibliothèques de modèles

Ce que l'on entend par bibliothèque de modèles est que ces logiciels, intègrent des topologies prédéfinies de rotors et de stators dans leurs interfaces. Il n'est pas possible de sortir du cadre des topologies présentes dans leurs bases de données. De plus, pour un grand nombre d'entre eux, il n'est pas possible d'accéder aux équations mathématiques sur lesquelles se basent les modèles ou de modifier les formulations des modèles en pré-traitement ou les algorithmes de résolution.

1.8.1.1 Turbo-TCM

Au L2EP (Laboratoire d'électrotechnique et d'électronique de puissance) de Lille, dans le cadre des travaux de sa thèse, D. Petrichenko développe un outil sur MATLAB® dédié à la modélisation des turbo-alternateurs de moyenne puissance [102]. La Figure 1.29 illustre l'interface de l'outil TURBO-TCM. La méthode a été développée afin de pouvoir prendre en compte la géométrie complexe et les particularités des turboalternateurs (conduits de refroidissement, formes des encoches, etc.). Le logiciel Turbo-TCM a été réalisé, dans un environnement MATLAB® et dans le but d'être couplé à un des algorithmes d'optimisation. Dans la philosophie des modèles experts, Turbo-TCM prend en charge des alternateurs d'une gamme de puissance de 10 à 100 MW. Les modèles extraits sont dans un plan d-q ou en multistatique. En utilisant une transformation conforme de la géométrie, les perméances liant les dents stator aux dents rotor sont évaluées analytiquement par la méthode de contour de dents (*tooth contour method*) et dépendent de la position relative du stator par rapport au rotor. Le modèle fait l'hypothèse que les dents ne saturent que très faiblement et que le trajet du flux γ est seulement radial. Il se contente donc de réductances unidirectionnelles dans le sens radial pour définir une dent (stator et rotor). Le phénomène de saturation est pris en compte par un algorithme de Newton-Raphson.

A l'aide de la méthode des contours de dents, les perméances d'entrefer sont évaluées et implémentées dans le modèle réductant. Dans les turboalternateurs de forte puissance, des conduits de refroidissement radiaux existent, ceci conduit à avoir des effets 3-D sur la répartition du flux. En outre, le stator et le rotor sont laminés et ont leurs propres coefficients de foisonnement. Tout cela affecte la fidélité de la représentation purement 2-D du réseau de réductances. Turbo-TCM a la particularité de prendre en compte l'hétérogénéité axiale. Pour ce faire, des coefficients sont appliqués pour modifier la caractéristique B-H des perméances saturables. Les perméances d'entrefer et les perméances d'encoches voient leurs longueurs actives modifiées par l'application d'un coefficient lié à la longueur axiale considérée initialement.



(a) (b)
Figure 1.29. Interface graphique de TURBO-TCM [102].

1.8.1.2 RNM-3D

RNM-3D (Reluctance Network Method in 3 dimensions) [55] est un outil de modélisation de transformateurs de puissance basé sur un principe de réductances unidirectionnelles montées en réseau mais prenant en charge les trajets du flux dans les 3 directions de l'espace.

Les transformateurs de forte puissance (haute-tension) doivent résister aux tensions élevées en régime permanent et supporter les surtensions transitoires. Pour des raisons d'isolation diélectrique et de refroidissement thermique, le transformateur est généralement immergé dans une cuve contenant de l'huile minérale. Par ailleurs, dans ce type de transformateurs, les fuites magnétiques sont importantes. Pour éviter un échauffement trop important lié aux courants de Foucault, des écrans (fait d'un matériau conducteur) sont placés à l'intérieur des parois de la cuve. Le rôle des écrans est d'empêcher le flux magnétique de pénétrer dans les parois de la cuve. A une faible distance de la paroi d'une cuve et des enroulements du transformateur, l'état et la position des écrans affectent fortement la répartition du flux de fuite.

Le code *RNM-3D* est consacré à l'optimisation de la construction des zones de champ de fuite des transformateurs de puissance [54], [55]. J. et M. Turowski ont développé, dans les années 1990 à l'Université de Lodz (Pologne), *RNM-3D* et l'ont doté d'une interface interactive. Il comporte des sous-programmes de pré-traitement et de post-traitement dédiés aux transformateurs triphasés. Le programme repose sur un modèle en réseau de réductances prédéfini et « standard » du transformateur. Cependant, l'utilisateur a le loisir de définir un nombre différent de mailles et branches. Il s'agit de la première étape du processus de simulation. Un pré-processeur calcule ensuite les valeurs de toutes les réductances du réseau. Le post-processeur permet de calculer et d'afficher les grandeurs magnétiques (induction et champ) ainsi que les pertes.

Sur les autres aspects de la simulation, le déroulement du code *RNM-3D* est le suivant : après avoir spécifié les paramètres du transformateur (le courant maximal et le nombre de spires des bobinages, les dimensions et la perméabilité relative du matériau ferromagnétique), il sera nécessaire de définir la valeur de la fréquence ou de la plage de fréquences de l'alimentation en tension et du pas de temps pour l'analyse. La formulation est en potentiel scalaire mais la résolution se fait par une analyse nodale modifiée [103] ou MNA, qui en plus de déterminer le potentiel aux nœuds du réseau, détermine aussi les flux dans certaines branches. Les branches/réductances du modèle sont repérées par un indice et par leur proposition en coordonnées x y z dans le réseau.

La Figure 1.30 montre la structure de base d'un modèle en réseau tridimensionnel de réductances avec prise en compte du flux de fuite dans un transformateur triphasé. Une coupe dans le plan xz montre un modèle en 2-D et les différentes réductances qui modélisent le noyau, l'air, le cuivre des bobinages et les parois de la cuve.

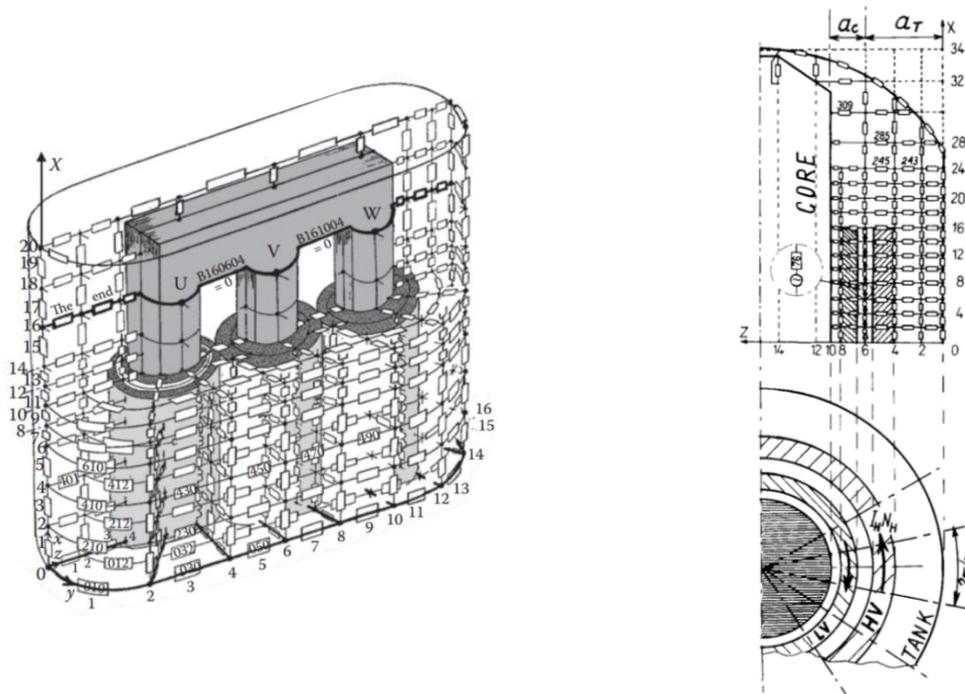


Figure 1.30. Structure de base d'un modèle en réseau à réductances tridimensionnel avec prise en compte du flux de fuite dans un transformateur triphasé [55]

Bien plus récemment, les auteurs dans [104] présentent un modèle maillé et configurable pour la modélisation de grands transformateurs de puissance et de distribution à l'aide de la méthode du réseau à réductance. Il s'agit d'une approche maillée développée sous MATLAB® qui offre la souplesse nécessaire pour s'adapter à différentes topologies de transformateurs. Le comportement non-linéaire des matériaux ferromagnétiques et le couplage avec le circuit électrique sont pris en considération. Le modèle proposé permet aussi d'estimer les forces électromotrices en cas de défauts.

1.8.1.3 Ansys-RMxpert

Le logiciel *RMxpert* est intégré à la suite logicielle de ANSYS comme un module dans Ansys-Maxwell. (*RMxpert*) Rotating Machine Expert est un outil de conception basé sur des modèles de la suite Ansys-Maxwell [105].

En utilisant les méthodes analytiques et de circuits magnétiques équivalents, *RMxpert* est conçu pour être un outil d'aide à la prise de décision dans les étapes préliminaires de conception comme pour le choix d'une topologie. L'avantage certain que présente *RMxpert* est qu'il est en mesure de configurer automatiquement un fichier exploitable dans un projet Ansys-Maxwell (2-D/3-D) pour une modélisation fine en éléments finis. Le projet inclut la géométrie, les matériaux, les symétries et excitations appropriées et les conditions aux limites.

Un certain nombre de travaux dans littérature spécialisée ont été réalisés en exploitant les modèles de diverses topologies proposées par *RMxpert*. Comme il est facile de modifier les paramètres des modèles, *RMxpert* est souvent utilisé en premier lieu pour concevoir la structure initiale (parmi les topologies disponibles) et effectuer des simulations statiques. Ensuite, la géométrie 2-D ou 3-D est générée et importée dans Ansys-Maxwell pour une analyse plus fine (haute-fidélité multistatique ou transitoire). Le défaut de court-circuit dans les enroulements d'un moteur à réductance variable est examiné dans [106] avec des modèles préalablement réalisées dans *RMxpert*.

RMxpert est capable de fournir les grandeurs globales telles que le rendement ou le couple ainsi que les paramètres des circuits électriques équivalents (inductances des axes d-q). Cependant, les

équations exactes utilisées dans les calculs de *RMxpvt* sont inconnues. Très peu d'information sur les principes sur lesquelles se fonde le formalisme des modèles *RMxpvt* sont données. Afin de vérifier les résultats obtenus sur l'évaluation du couple des modèles *RMxpvt* de machines synchrones à aimants permanents à démarrage direct, les auteurs dans [107] comparent le couple des machines obtenu par un calcul analytique basé sur les paramètres géométriques et électriques des machines.

De la même manière, dans les travaux d'optimisation réalisés dans la thèse de V. Elistratova [108], l'auteur valide ses modèles analytiques et en réseaux de réductances experts pour trois topologies de machines (aimants en V, à concentration de flux, à aimants enterrés) pour un fonctionnement en régime permanent avec des modèles *RMxpvt*. L'auteur exploite, ensuite, les modèles en éléments finis dans Ansys-Maxwell. Des écarts d'un ordre de grandeur de 9 % ont été observés sur les forces électromotrices entre les modèles *RMxpvt* et Ansys-Maxwell.

D'autres machines moins conventionnelles telle qu'une génératrice synchrone triphasée supraconductrice à haute température à 3 paires de pôles de 2400 kVA avec une vitesse nominale de 1000 tr/min est modélisée dans [109] à l'aide des topologies disponibles dans *RMxpvt*.

Dans une autre référence [110], les topologies d'encoches existantes dans *RMxpvt* sont exploitées dans l'influence de la forme de ces dernières sur le rendement des moteurs asynchrones. L'influence du laminage des tôles sur les performances des moteurs à induction monophasés du commerce est étudié avec *RMxpvt* dans [111].

1.8.1.4 *SPEED Software*

SPEED (Scottish Power Electronics et Electric Drives) est un consortium d'entreprises industrielles ayant un intérêt commun dans l'électronique de puissance et la technologie de la motorisation. Le laboratoire *SPEED*, créé en 1987 par le professeur T.J.E Miller de l'Université de Glasgow, produit des logiciels de conception de divers topologies de machines électriques dont *SPEED Software*. Depuis quelques années, *SPEED Software* a été intégré à la suite logicielle de Siemens CD-Adapco (Computational Dynamics-Analysis & Design Application Company).

Le logiciel *SPEED Software* a été pensé comme un outil d'aide à la conception dans les étapes préliminaires de dimensionnement des moteurs. Il intègre une interface graphique et des modèles prédéfinis de différentes topologies de machines (machines à réductance variable, machines à aimants permanents, machines à induction, machines à courant continu à collecteur mécanique).

Les géométries des moteurs sont prédéfinies par des modèles paramétrés et les simulations sont basées sur des modèles de circuit électriques équivalents, modèles analytiques et de modèles en réseaux de réductances. La simulation inclut les aspects électromagnétiques et les aspects alimentation/commande. Le post-traitement, qui incarne une synthèse des résultats de simulations, se présente sous la forme de tableaux de conception énumérant les paramètres évalués et un affichage graphique permet de visualiser les formes d'onde des grandeurs calculées (courant, tension, couple, force électromotrice et flux dans les bobines) [112]. Pour une modélisation plus fine, des liens vers des programmes de simulation en éléments finis et de systèmes sont en développement constant.

Peu de détails existent dans la littérature sur les principes employés dans les modèles des architectures de moteurs présents dans le logiciel *SPEED Software*. Toutefois, il est mentionné que des modèles en schémas réductants sont utilisés pour certaines topologies telles que les machines à aimants en surface et les machines à courant continu [113]. La Figure 1.31 montre l'interface graphique avec le modèle d'une machine à aimants en surface ainsi que la fenêtre de lien vers le modèle éléments finis. Les Figure 1.31 (b) et (c) montrent les circuits réductants sur lesquels se base l'estimation de l'induction dans l'entrefer de ces machines.

D'abord est faite une estimation du flux dans l'entrefer basée sur le circuit réductant de la Figure 1.31 (b) où l'aimant est modélisé par un circuit de Norton (source de flux (Φ_r) en parallèle avec sa perméance). Ceci est utilisé comme point de départ pour un calcul avec prise en compte de la saturation en utilisant le circuit réductant de la Figure 1.31 (c) où l'aimant est représenté par un circuit équivalent de Thévenin (force magnétomotrice en série avec sa réductance).

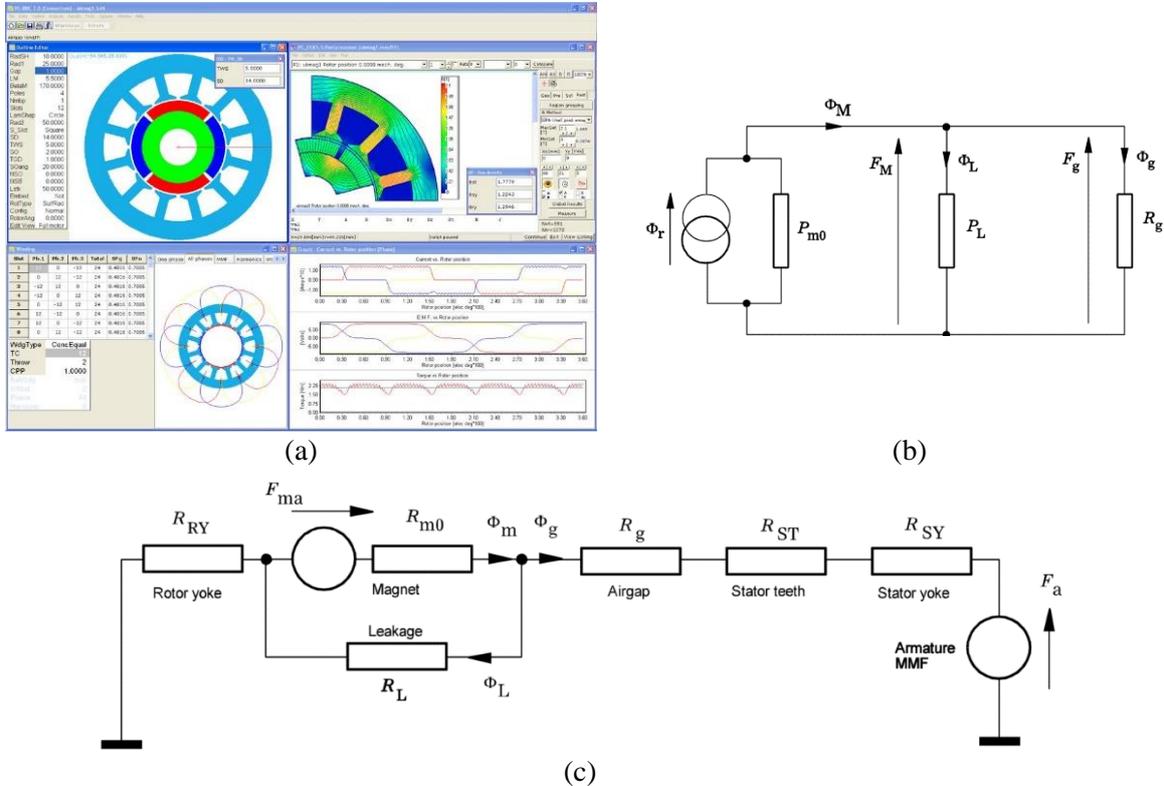


Figure 1.31. Interface graphique de *SPEED Software* et modèle de machine à aimants au rotor [112].
(a) Interface graphique (b) Circuit de réductances linéaire. (c) Circuit de réductances non-linéaire.

Les perméances, les flux et la force magnétomotrice dans les deux modèles sont associées à un demi-pôle. Le flux Φ_g est le flux qui traverse l'entrefer, Φ_m est le flux de l'aimant et Φ_L est le flux de fuite. L'aimant est modélisé par une unique perméance calculée à l'équation (1.64) ou β_M est l'ouverture angulaire de l'aimant, L_M est la longueur de l'aimant dans la direction d'aimantation et r_m est le rayon moyen de l'aimant. R_g est la réductance d'entrefer et est donnée à l'équation (1.65). g est l'épaisseur d'entrefer et A_g la section d'entrefer sous un demi-pôle. Pour les machines à aimants en surface un facteur de fuite, donné par l'équation (1.66), est défini. Le flux dans l'entrefer de ces machines est ensuite calculé par l'équation (1.67). Pour les machines à aimants insérés ou enterrés, la réductance de fuite est calculée directement à partir de la géométrie et est exprimé comme une fraction de perméance de l'aimant (p_{rl}). L'équation du flux dans l'entrefer correspondant à ces machines est donnée en (1.68). L'algorithme itératif s'affaire à calculer le flux dans l'entrefer. Les inductions dans les culasses et des dents sont calculées à partir de sections de leurs perméances respectives et les chutes de potentiel magnétique correspondantes sont obtenues à l'aide de la courbe B(H) du matériau ferromagnétique. La force magnétomotrice de l'aimant (F_{ma}) est calculée à partir du champ magnétique dans l'aimant (H_m) donné à l'équation (1.14) avec ϵ_g , ϵ_{SY} , ϵ_{RY} et ϵ_{ST} les chutes de potentiel magnétique dans les culasses statorique et rotorique et dans les dents statoriques respectivement. Finalement, une approximation en exponentielle est adoptée afin de prendre en compte les effets d'épanouissement du flux qui se répercutent sur la forme de l'induction dans l'entrefer et de corriger cette dernière.

$$P_{m0} = \mu_0 \mu_r \frac{\beta_M r_M L_a}{2 L_M} \quad (\text{Wb/At}) \quad 1.64$$

$$R_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} \quad (\text{At/Wb}) \quad 1.65$$

$$f_{LKG} = \frac{\Phi_g}{\Phi_m} = \frac{\Phi_g}{\Phi_g + \Phi_L} \quad 1.66$$

$$\Phi_g = \frac{1}{\frac{1}{f_{LKG}} + P_{m0} R_g} \Phi_r \quad 1.67$$

$$\Phi_g = \frac{1}{1 + (1 + p_{rl}) P_{m0} R_g} \Phi_r \quad 1.68$$

$$H_m = \frac{(\epsilon_g + \epsilon_{SY} + \epsilon_{RY} + \epsilon_{ST})}{L_M} \quad 1.69$$

Le flux produit par les aimants (flux à vide) peut être séparé en deux composantes: la plus grande d'entre elles est le flux d'entrefer et la petite fraction étant le flux de fuite. Les perméances dans ce modèle correspondent approximativement aux trajets de flux principaux dans la machine. Elles sont calculées à partir de la géométrie et des caractéristiques du matériau. La saturation est prise en compte par une méthode itérative. Lors d'un fonctionnement en charge, le courant d'induit produit une distribution de force magnétomotrice qui déforme l'onde de l'induction dans l'entrefer. Pour une analyse précise des états magnétiques, il est tout de même préconisé d'utiliser une modélisation par éléments finis.

1.8.2 Réseau de réductances à construire

Dans cette partie, nous aborderons les logiciels de modélisation où le réseau de réductances est à construire. Ce type de logiciel est basé sur des modèles réalisés sur un mode réseaux d'expertise où l'identification préalable des trajets du flux et des réductances de ces trajets est nécessaire.

1.8.2.1 *RelucTool*

La suite logicielle CADES conçu par le G2ELab de Grenoble et Vesta Systems intègre différents modules dédiés à la modélisation et d'optimisation multi-physique de dispositifs électromagnétiques. Un modèle descriptif intégrant les phénomènes physiques pour produire un « composant logiciel » standard. Le composant est ensuite exploité dans les modules d'optimisation de la suite logicielle CADES [114].

Le logiciel *RelucTool* fait partie de cette suite logicielle et a été développé dans le but de rendre la description d'un réseau de réductances plus intuitive pour les concepteurs. Sur le principe d'un logiciel Pspice, l'utilisateur de *RelucTool* réalise un circuit de réductances semblablement à un circuit électrique en choisissant des éléments dans une base de données et en les connectant dans un circuit. Les modèles réalisés dans *RelucTool* sont le plus souvent statique ou multi-statiques et les évaluations de la force et du couple se font par la méthode de la variation d'énergie [114].

Les éléments de la bibliothèque de *RelucTool* se déclinent sous forme de réductances et de sources de force magnétomotrice. Les éléments de circuit disponibles ont un modèle associé prédéfini: réductance linéaire ou saturable avec des modèles de courbes B-H, etc. Chaque élément peut être

configuré dans une boîte de dialogue spécifique. Une fois que le concepteur connaît la topologie de son modèle, il doit choisir les éléments appropriés (réductances et sources de flux) et les glisser graphiquement dans la fenêtre de son modèle. La Figure 1.32 illustre les différents composants disponible dans *RelucTool* avec les équations auxquelles ils obéissent.

Composant	Symbole	Expression
Force Magnéto-Motrice (FMM)		$FMM = N_s \cdot I$
Aimant		$\Re_{aimant} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_a} \cdot \frac{L_a}{S_a}$ $FMM_{aimant} = \frac{B_r}{\mu_0 \cdot \mu_a} \cdot L_a$
Réductance d'entrefer		$\Re_{entrefer} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{L_e}{S_e}$
Réductance linéaire		$\Re_{air} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{L_{air}}{S_{air}}$
Réductance saturable		$\Re_{sat} = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{L_{sat}}{S_{sat}}$

Figure 1.32. Composants magnétiques dans *RelucTool* [5].

Lors de la configuration des éléments, le concepteur peut définir des valeurs numériques ou des expressions symboliques. Les expressions symboliques sont analysées en fonction de leurs paramètres et ces derniers sont interprétés comme paramètres d'entrées ou de sorties du modèle. Il est par exemple possible d'exprimer une force en fonction d'un flux et d'une section. Ceci permet d'obtenir l'expression exacte des sorties en fonction des entrées de manière explicite. Cette manière de formuler le problème de modélisation rend possible de dériver de manière formelle et exacte des modèles qui sont par essence non-explicites (système implicite d'équations algébriques décrivant le modèle à constantes localisées) [5], [115], [116]. Par cet « accès » aux dérivées, il est possible de déterminer les gradients et Jacobiens des systèmes modélisés. Ceci confère un réel avantage dans les démarches d'optimisation puisque il devient possible d'utiliser des algorithmes déterministes [5], [116]. Dans la littérature scientifique, un certain nombre de travaux font état du développement de *RelucTool* depuis plusieurs années [117]–[119]. Aussi, divers travaux de modélisation et d'optimisation de machine ont été réalisés à l'aide de ce même logiciel. Dans [5], H. Dogan réalise, à l'aide de *RelucTool*, le modèle d'une machine à concentration de flux à aimants de forme trapézoïdale. Il se contente du modèle d'une paire de pôles et exploite les conditions de périodicité du flux magnétique. La Figure 1.33 illustre le quart de la machine ainsi que le circuit de réductances correspondant dans *RelucTool*. Le réseau de réductance est sur trois niveaux (rotor, entrefer et stator) avec les différentes sources d'ampères-tours qu'elles viennent des aimants ou des courants statoriques.

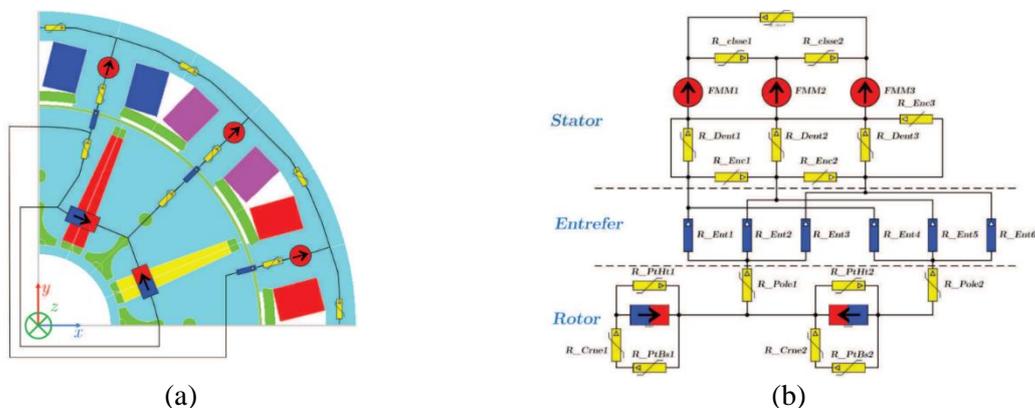


Figure 1.33. Modèle 2-D de la machine à concentration de flux à aimants trapézoïdaux [5].

(a) Schéma réductant expert. (b) Modèle sur *RelucTool*.

Dans une optique de réduction du modèle électromagnétique, M. Le Guyadec [120] met en place la possibilité de prendre en compte les anti-périodicités dans le logiciel *RelucTool*. L'auteur réalise le modèle quasi-statique d'une machine à aimants en V à l'aide du logiciel *RelucTool* dans le cadre de ses travaux de thèse et modélise ainsi un unique pôle magnétique de la machine. Une modélisation par éléments finis lui permet, en premier lieu, d'identifier les trajets de fuites ainsi que les zones de saturation afin de déterminer au mieux le réseau réductances de la machine modélisée. L'anti-périodicité permet ainsi de diviser par deux le nombre d'éléments dans les schémas en circuit de réductances à résoudre et donc de réduire les temps d'évaluation des modèles. La Figure 1.34 montre le modèle de réductances de la machine avec une anti-périodicité induite sur les flux magnétiques. Cette anti-périodicité est matérialisée dans le circuit de réductance par le composant d'anti-périodicité qui introduit l'égalité sur les flux notés F_1 et F_7 telle que $F_1 = -F_7$.

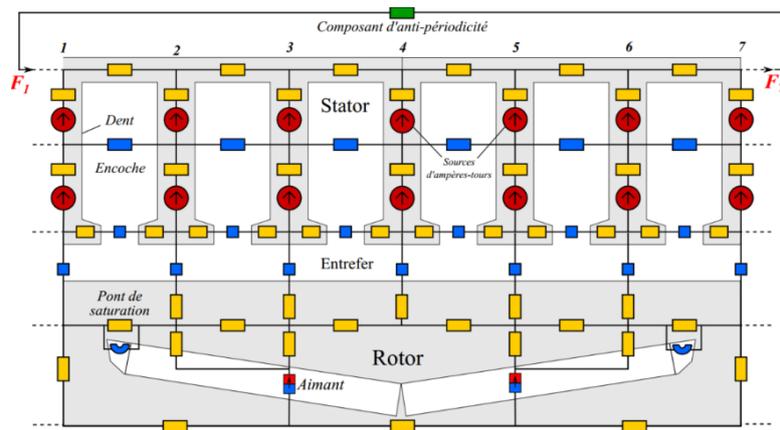


Figure 1.34. Modèle *RelucTool* d'un pôle de la machine à aimants en V [120].

1.8.2.2 Modelica

Modelica est un langage de modélisation qui permet de formuler des modèles mathématiques de systèmes complexes. C'est également un langage de programmation orienté objet et basé sur des équations. Cela permet une modélisation acausale pour une meilleure réutilisation des modèles car les équations ne spécifient pas une direction prédéterminée du flux de données. *Modelica* possède une capacité de modélisation multi-domaine, Il existe des composants dont les modèles appartiennent à différents domaines i.e. électriques, mécaniques, thermodynamiques, hydrauliques, biologiques etc. Les composants issus des différents domaines peuvent aussi être interconnectés. Le langage *Modelica* est un langage de description architecturale pour les systèmes physiques complexes. Les efforts de conception de *Modelica* ont commencé en 1996 par H. Elmqvist dans le cadre de ses travaux de thèse [121]. Depuis, le langage *Modelica* ainsi que la bibliothèque gratuite *Modelica Standard Library* sont en constante évolution et développement.

Pour ce qui est du volet électromagnétique, dans la référence [122], les auteurs présentent une bibliothèque *Modelica* dédiée à la modélisation d'actionneurs électromagnétiques. Ils proposent une modélisation électro-magnéto-mécanique couplée d'un actionneur tubulaire réalisé à l'aide des bibliothèques *Modelica*.

Le phénomène de saturation des matériaux ferromagnétique est pris en considération. La bibliothèque développée par les auteurs contient des réductances non-linéaires et la courbe de la perméabilité relative des matériaux en fonction de l'induction $\mu_r(B)$ est interpolée par divers méthodes numériques. De la même manière que pour un certain nombre de modèles basés sur les réseaux d'expertise, la force et le couple sont calculés par la méthode de l'énergie. De plus, afin d'identifier les réductances de fuite de l'actionneur, un modèle par éléments finis est réalisé. La Figure 1.35 (a) illustre

les lignes de flux déterminé par le modèle EF ainsi que les réductances qui correspondent à ces trajets. La Figure 1.35 (b) illustre le modèle couplé électro-magnéto-mécanique dans *Modelica*. Ce dernier comprend le sous-système électrique (bobine) du côté gauche avec le convertisseur électromagnétique, le circuit de réductances au milieu, et le sous-système mécanique du côté droit. D'autres modèles de la bibliothèque *Modelica Standard* peuvent être connectés, par exemple, une masse et un ressort de rappel.

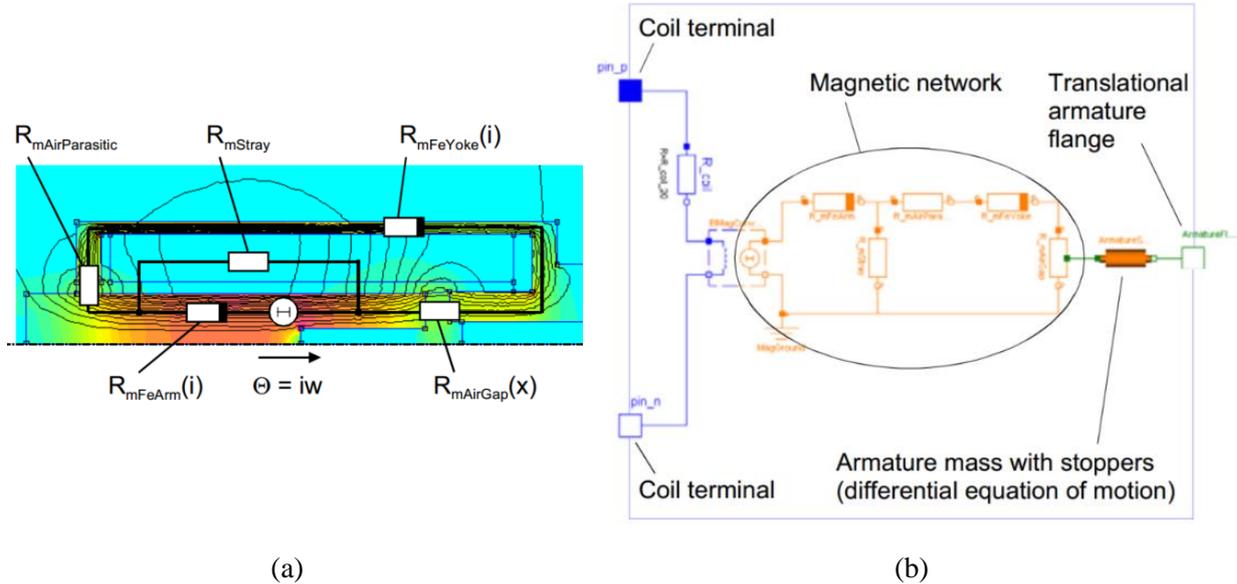


Figure 1.35. Modélisation d'un actionneur tubulaire. (a) Circuit de réductances. (b) Modèle électro-magnéto-mécanique dans *Modelica* [122], [123].

Il est à mentionner aussi que les versions récentes de MATLAB®/SIMULINK intègrent des réductances saturables dans les modules Simulink. L'avantage principale des modèles à constantes localisées réalisés dans ce type de logiciels est sans conteste la facilité de couplage des différentes physiques ; par exemple le modèle électro-magnéto-mécanique tel que représenté sur la Figure 1.36 ainsi que la possibilité de traiter le modèle dans un même environnement logiciel.

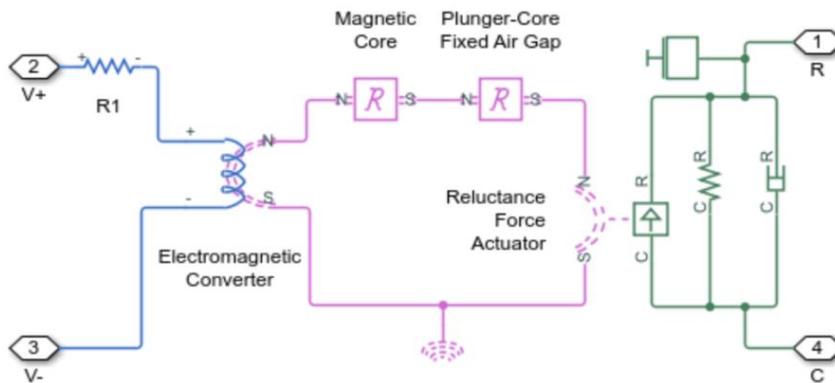


Figure 1.36. Modèle électro-magnéto-mécanique d'un actionneur (*Simulink*) [124]

1.9 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté les modèles à constantes localisées et les différentes philosophies et approches qui les accompagnent. Nous avons tenté de mettre en exergue les travaux de modélisation par la méthode semi-numérique qui s'incarne dans le domaine électromagnétique par les réseaux de réductances.

Dans la littérature scientifique, les modèles proposés dépendent souvent du type de topologie que les auteurs modélisent ainsi que des grandeurs qu'ils cherchent à évaluer. Dans une vision plus large, les modèles qu'ils développent dépendent aussi du besoin auquel les concepteurs essayent de répondre.

Le pré-dimensionnement, au cours des premières phases de la réalisation d'un projet de conception, nécessite souvent des modèles dont le caractère recherché est bien plus la rapidité que la fidélité. Durant ces phases préliminaires, l'objectif visé est de balayer l'espace des solutions dans un large spectre. Même s'ils peuvent, dans certains cas, être source d'erreur, les modèles réductants de type experts sont préférés pour leur rapidité d'exécution. Ce qui contraste avec les modèles hautes-fidélités (en éléments finis par exemple) qui servent de modèles de validation mais ces derniers sont souvent plus complexes et plus lents. Néanmoins, les temps de développement des modèles réductants experts sont importants car il est tout de même nécessaire de définir les réductances qui composent le réseau. Le type de modélisation ainsi que la granularité du modèle sont à déterminer en prenant en considération les objectifs de l'étude et les critères de finesse exigés.

Les modèles semi-analytiques que sont les schémas réductants constituent tout de même un bon compromis entre complexité de développement et fidélité. De par le nombre de travaux récents engagés sur le sujet, la richesse des topologies étudiées (machines à commutation de flux, machine synchro-réductante, machines à flux axial, machines à double excitation, etc.), et les efforts de généralisation de la méthode notamment par l'approche des réseaux maillés, il est évident qu'il existe un intérêt certain à ce type de modélisation.

De par l'aspect C.A.O, les logiciels que nous avons pu recenser partagent tous la caractéristique de disposer d'une interface graphique pour l'interaction avec l'utilisateur. Même s'ils sont basés sur des approches différentes, ils ont tous l'avantage de soulager l'utilisateur de certaines tâches (identification des trajets de flux, calcul des réductances, construction et résolution du système matriciel, etc.).

Malgré les efforts mis en place, pour la standardisation de la méthode de réseaux de réductances, qu'ils soient dans le monde académique ou commercial, il apparaît, pour l'heure, qu'il n'existe aucun outil logiciel fondé sur une approche « réseaux de réductances » permettant le traitement automatique d'une géométrie « quelconque » comme c'est le cas pour les logiciels de C.A.O fondés sur la méthode des éléments finis.

A partir de ce constat, les problématiques auxquelles nous essayerons de répondre peuvent donc se résumer essentiellement dans ce qui suit :

→Est-il possible de générer automatiquement des schémas réductants à partir d'une géométrie quelconque pour réduire les temps de développement des modèles ?

→Est-il possible que ces modèles réductants «générés automatiquement» soient suffisamment précis et rapides pour qu'ils puissent être intégrés aux procédures de conception par optimisation ; dans les étapes de pré-conception/pré-dimensionnement ou même dans les étapes plus en aval de conception et de validation ?

Une attention particulière sera portée à la possibilité d'intégrer les méthodologies que nous développons à un outil logiciel muni d'une interface graphique pour l'aisance de manipulation. Les

objectifs que nous poursuivons dans la logique de conception de cet outil sont de réduire à un minimum les efforts de l'utilisateur et de conserver son plein contrôle sur les processus engagés dans les modèles.

Les méthodes employées doivent prendre en compte un maximum de géométries, de structures de machines et de conditions de fonctionnement. Il sera aussi nécessaire d'intégrer, dans les démarches de modélisation, la prise en compte de divers phénomènes physiques mis en jeu dans les dispositifs électromagnétiques.

Le choix de l'approche à utiliser pour tenter de répondre à ces questions se porte naturellement sur la méthode des réseaux de réductances maillés. En maillant la géométrie par des blocs élémentaires de réductances, aucune connaissance préalable du comportement du flux magnétique n'est requise. Cependant, cela entraîne un effort de calcul certainement plus important que pour un modèle expert de la même structure. Il est important de souligner, toutefois, que plus les modèles sont dédiés à une seule structure moins il est nécessaire de passer par des étapes de vérification ou de test et par conséquent plus les temps d'évaluations seront rapides. En d'autres termes, plus les approches utilisées sont génériques plus les temps d'évaluation sont longs.

La première contrainte à laquelle on se heurte lorsque l'on aborde la problématique du maillage dans une modélisation en réseaux de réductances par l'approche maillée est inhérente à la philosophie du tube de flux (voir section 1.5). Dans une modélisation par schémas réductants, le découpage (la discrétisation spatiale) doit forcément décrire correctement les trajets du flux. Les autres contraintes viennent du fait que les réductances doivent impérativement être plus ou moins faciles à calculer. Les blocs élémentaires de réductances doivent être de géométries plus ou moins simples (parallélépipède, morceaux de cylindre, etc.).

Le deuxième chapitre de ce manuscrit portera sur la méthodologie adoptée pour la modélisation par réseau de réductances avec génération automatique de maillage. Nous détaillerons les méthodes numériques mises en place pour construire et résoudre le système d'équations qui découle du maillage par des blocs élémentaires de réductances. Nous exposerons les techniques mises en place dans le cadre du développement de l'outil de modélisation appelé *MRNsoftware* tel que la numérotation des blocs ou la gestion du mouvement. Ce dernier point est lié à la gestion de la connexion des blocs de réductances entre la zone statique et la zone mobile. Le raccordement au niveau des branches partagées par deux blocs élémentaires adjacents est primordial afin d'assurer les conditions de continuité des grandeurs magnétiques au niveau des interfaces des blocs. Cela se fait naturellement si le maillage est conforme mais s'avère ne pas être pratique si le stator et le rotor sont maillés indépendamment ou encore si le pas de mouvement est différent du pas de discrétisation spatiale au niveau de l'entrefer. Ce même chapitre va se restreindre au cas du maillage conforme.

La modélisation de l'entrefer et la problématique de la connexion du stator/rotor seront abordées dans le troisième chapitre. Ce dernier sera consacré à la mise en place d'une méthode d'interpolation des potentiels magnétiques scalaires par polynômes de Lagrange pour connectés les interfaces de non-conformité entre les régions d'un même modèle. Il est en effet possible d'assurer la connexion entre deux réseaux réductants maillés indépendamment l'un de l'autre par cette méthode et de rendre le mouvement indépendant de la discrétisation de l'entrefer. Cette approche sera aussi exploitée pour faire de la relaxation de maillage sur différentes zones du modèle.

Dans le quatrième chapitre, les approches développées seront exploitées pour modéliser les machines linéaires à aimants permanents et les machines linéaires à commutation du flux à excitation bobinée. L'interface graphique de l'outil *MRNsoftware* sera présentée dans le même chapitre. Les résultats des simulations obtenues par nos modèles réductants seront comparés à des modèles par éléments finis réalisés sur un logiciel commercial.

Chapitre I. Etat de l'art sur la modélisation par réseaux de réductances
(Structures / Méthodes et Outils)

Rappelons toutefois que le but recherché n'est pas de concurrencer les autres méthodes de modélisation (telle que la modélisation par éléments finis) mais de développer des techniques pour apporter plus de généralité à la méthode des réseaux de réductances. Le but, in fine, est de pouvoir obtenir un modèle fiable qui se rapproche le plus d'un réseau réductant d'expertise et ce, de la manière la plus automatique et la moins contraignante pour l'utilisateur. Toutes ces notions seront développées dans les prochains chapitres de ce manuscrit.

Chapitre II

Modélisation électromagnétique par réseaux de réluctances maillés

Traitement des aspects numériques / Standardisation des procédures / implémentation dans *MRNsoftware*

Table des matières – Chapitre II

2.1	Introduction.....	80
2.2	Choix de formulation.....	82
2.3	Méthode de résolution implémentée dans <i>MRNsoftware</i>	83
2.3.1	Système d'équations matriciel dans <i>MRNsoftware</i>	84
2.3.2	Notion de bloc/élément/nœud.....	86
2.3.3	Numérotation des blocks/éléments.....	87
2.4	Modélisation des sources.....	89
2.4.1	Modélisation des aimants.....	89
2.4.2	Modélisation des bobinages.....	91
2.4.3	Distribution et traitement des sources dans les modèles de <i>MRNsoftware</i>	95
2.5	Conditions aux limites.....	99
2.5.1	Condition de flux tangent.....	99
2.5.2	Condition de périodicité/anti-périodicité.....	99
2.6	Calcul des grandeurs locales.....	101
2.7	Calcul des grandeurs globales.....	103
2.7.1	Calcul des flux et des forces électromotrices.....	103
2.7.2	Calcul des efforts.....	104
2.8	Prise en compte du phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques.....	107
2.9	Prise en compte du mouvement.....	111
2.10	Conclusion.....	114

2.1 Introduction

Le premier chapitre nous a permis d'exposer un état de l'art de la modélisation par réseaux de réductances. Nous avons présenté les modèles à constantes localisées et les différentes approches employées dans la littérature de spécialité. Nous avons aussi présentés les outils logiciels dont le principe de modélisation repose sur les réseaux de réductances. Dans un effort d'automatisation des réseaux de réductances, nous proposons une méthodologie de mise en place des modèles. Ce deuxième chapitre nous permettra d'exposer la méthodologie employée pour rendre la génération de modèles par réseaux de réductances plus « automatisée ».

Afin de rendre la modélisation par réseaux de réductances plus facile à utiliser, une approche, fondée sur la discrétisation de la géométrie en des blocs de réductances élémentaires, est développée. Cette approche est intégrée dans un outil permettant le traitement automatisé d'une géométrie ; fournissant un modèle précis dans un délai plus court que celui nécessaire à la construction d'un modèle dédié. L'outil, intégralement développé sur MATLAB®, a été appelé *MRNsoftware* (pour Mesh-based Reluctance Network Software).

La Figure 2.1 illustre le principe de génération d'un schéma réductant maillé dans le cas d'un actionneur à aimants. La première étape de la méthodologie consiste à subdiviser les différentes régions de l'actionneur en blocs élémentaires (Figure 2.1 b). Chaque bloc, caractérisé par sa localisation géométrique, ses dimensions et ses propriétés électromagnétiques, ne doit appartenir qu'à un seul matériau. Les éléments génériques le définissant (réductances et sources de force magnétomotrice doivent être alors adaptées en fonction de ses caractéristiques.)

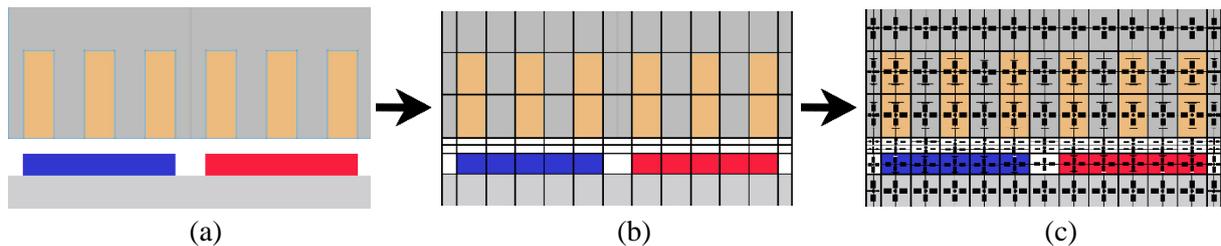


Figure 2.1. Principe de génération d'un schéma maillé

(a) Actionneur étudié ; (b) Découpage en blocs élémentaires ; (c) Réseaux de réductances.

MRNsoftware intègre un « mailleur » automatique qui, avec un minimum d'intervention de la part de l'utilisateur, réalise le découpage géométrique de la structure étudiée et la génération des blocs élémentaires de réductances. L'outil construit ensuite le système d'équations qui traduisent ce découpage. Toutes les étapes de cette méthodologie seront détaillées dans ce chapitre.

Pour que les matrices décrivent correctement la structure électromagnétique étudiée et les trajets du flux, il est important que les branches du réseau soient correctement connectées. Chaque bloc élémentaire de réductances doit partager une de ses arêtes avec une seule arête des blocs adjacents dans le cadre d'un maillage conforme (Figure 2.1 c). Même si la hauteur des éléments dans les différents niveaux selon la direction \vec{y} n'est pas la même, le nombre d'éléments est le même dans chacun d'entre eux.

Il est aussi possible de réaliser, en réseaux de réductances maillés, une grille pour un maillage non-conforme. La Figure 2.2 (a) illustre un exemple de grille conforme et régulière et la Figure 2.2 (b) une grille non-conforme. Dans un découpage conforme, chaque nœud du réseau est relié aux nœuds qui l'entourent par une branche, il n'y a donc pas d'interface de non-conformité dans le découpage des structures modélisées.

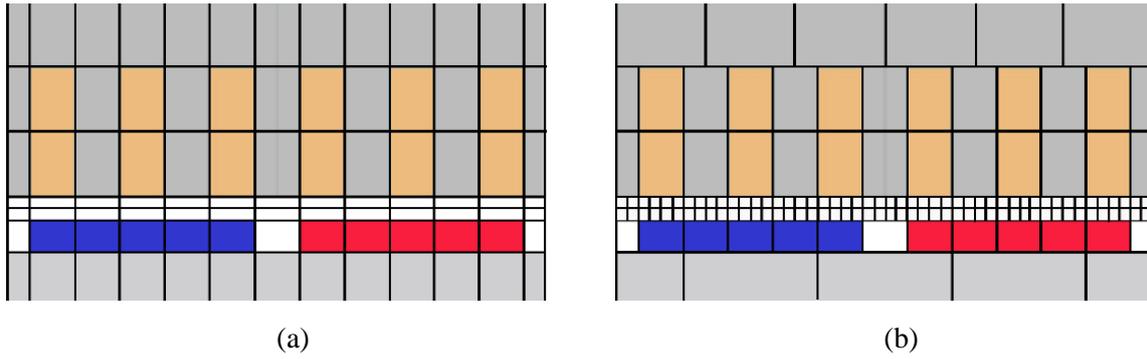


Figure 2.2. Exemples de maillages (découpages). (a) Conforme ; (b) Non-conforme.

L'avantage d'un découpage conforme est qu'aucune forme d'interpolation n'est nécessaire au niveau des interfaces entre deux éléments adjacents. En revanche, même si les branches des éléments aux interfaces de non-conformités ne se connectent pas naturellement, un découpage non-conforme apporte une flexibilité certaine pour mailler plus finement certaines régions du modèle.

Ce chapitre va se restreindre au cas du maillage conforme. Les explications seront données pour les méthodes employées pour formuler le problème magnétique et plus spécifiquement celles qui ont été mises en place dans l'outil *MRNsoftware*. Les différents aspects de construction des modèles seront présentés. L'automatisation de la distribution des sources, de la construction et résolution des systèmes d'équations avec prise en compte de la saturation, l'exploitation des résultats en post-traitement seront abordés dans cette partie du manuscrit. Il est important de mettre un accent sur les aspects de « traitement numérique » et par conséquent, sur les matrices de résolution et la manière de les construire. Le maillage non-conforme et le traitement des interfaces de non-conformité seront présentés dans le troisième chapitre.

2.2 Choix de formulation

En fonction de la formulation adoptée du système d'équation, il est possible de déterminer soit le potentiel vecteur soit le potentiel scalaire. En adoptant les hypothèses énoncées dans les sections 1.5 et 1.6 du premier chapitre (ensemble de réductances décrivant des trajets du flux), le circuit équivalent avec des paramètres localisés est construit. Par la suite, divers méthodes numériques sont introduites pour tenir compte des phénomènes physiques spécifiques au domaine magnétique tel que la saturation des matériaux ferromagnétiques. Les méthodes exploitées pour la résolution des circuits électriques sont par la suite exploitées pour le cas des circuits magnétiques équivalents.

Le potentiel magnétique vecteur au niveau des nœuds est largement utilisé dans les méthodes de calcul par éléments finis. En revanche, dans les réseaux de réductances, la formulation en potentiel magnétique scalaire correspond naturellement aux notions de potentiel et de courant électriques dans les circuits électriques. De plus, l'automatisation des démarches de construction du réseau est plus simple dans le cas d'une formulation en potentiel scalaire.

Dans les méthodes de résolution de circuit électriques, certains auteurs [101], [125], [126] adoptent une approche basée sur la théorie des graphes pour formuler et résoudre le système d'équations issu du circuit de réductances.

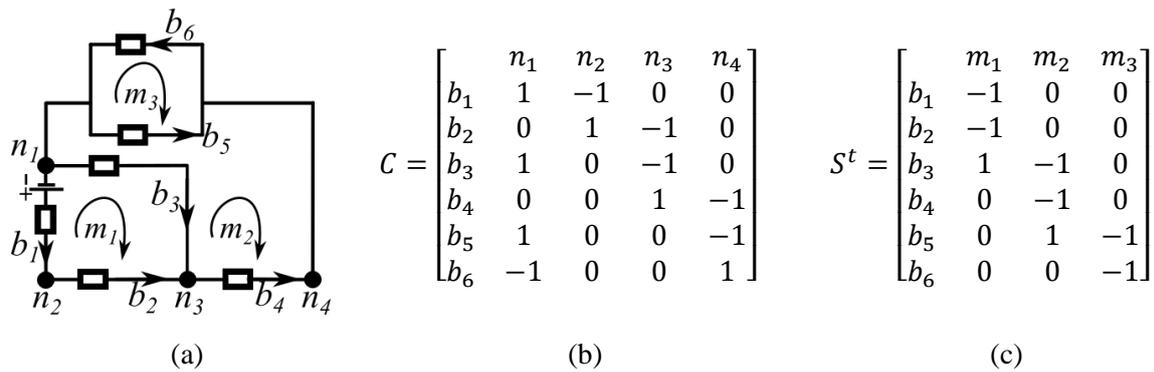


Figure 2.3. Illustration des méthodes de résolution par l'approche bond-graph.

Ainsi, deux formulations sont utilisées, une première pour une résolution avec le potentiel scalaire aux nœuds et une seconde, analogue à une résolution en potentiel vecteur, avec les courants de mailles. La première formulation exploite les relations entre nœuds et branches. La seconde exploite la relation entre branches et mailles pour une solution de flux de mailles. La Figure 2.3 montre un exemple de circuit et les matrices correspondantes à ces deux formulations.

Pour la formulation en potentiel, la matrice d'incidence, notée $[C]$, exploite l'orientation des arêtes (branches) vis-à-vis des nœuds à leurs extrémités. Ainsi, les éléments de la matrice d'incidence prennent la valeur +1, -1 et 0 respectivement si le nœud est le point de départ, d'arriver ou n'appartient pas à la branche. L'équation 2.1 illustre les éléments de la matrice avec c_{b_i, n_j} branche b_i et le nœud n_j . Au final, l'équation matricielle à résoudre est donnée à l'équation 2.2. $[P]$ est la matrice diagonale des perméances de branche, $[U]$ le vecteur des potentiels aux nœuds et $[\epsilon]$ celui des sources de force magnétomotrice. Les flux dans les branches sont calculés par l'équation 2.3 où $[\Phi]$ est le vecteur des flux de branches.

$$c_{b_i, n_j} = \begin{cases} +1 & \text{Si la branche } b_i \text{ part du nœud } n_j \\ -1 & \text{Si la branche } b_i \text{ arrive au du nœud } n_j \\ 0 & \text{Si le nœud } n_j \text{ n'appartient pas à la branche } b_i \end{cases} \quad 2.1$$

$$[C]^t[P][C] \times [U] = [C]^t[P] \times [\epsilon] \quad 2.2$$

$$[\Phi] = [P][C] \times [U] - [P] \times [\epsilon] \quad 2.3$$

Pour la formulation en flux de mailles, la matrice de structure, notée $[S]$, exprime les relations entre les mailles et les branches. Un sens est assigné à chaque maille et les éléments de la matrice, notés s_{m_i, b_j} , sont construits de telle sorte que si la branche b_i est orientée dans le même sens ou en sens inverse de la maille m_j , l'élément s_{m_i, b_j} prend respectivement une valeur positive ou négative. Si la branche b_i n'appartient pas à la maille m_j , l'élément s_{m_i, b_j} prend une valeur nulle (voir équation 2.4). Le système matriciel à résoudre pour retrouver les flux dans les mailles est donné à l'équation 2.5. La matrice $[\mathfrak{R}]$ est la matrice diagonale des réductances de branches, $[\Psi]$ est le vecteur des flux de mailles et $[\epsilon_M]$ celui des sources, calculé par l'équation 2.6. Les flux dans les branches sont cette fois-ci calculés par l'équation 2.7.

$$s_{m_i, b_j} = \begin{cases} +1 & \text{Si la branche } b_i \text{ orientée dans le même sens que la maille } m_j \\ -1 & \text{Si la branche } b_i \text{ orientée dans le sens inverse de celui de la maille } m_j \\ 0 & \text{Si la branche } b_j \text{ n'appartient pas à la maille } m_i \end{cases} \quad 2.4$$

$$[S][\mathfrak{R}][S]^t \times [\Psi] = [\epsilon_M] \quad 2.5$$

$$[\epsilon_M] = [S] \times [\epsilon] \quad 2.6$$

$$[\Phi] = [S]^t \times [\Psi] \quad 2.7$$

L'avantage de cette méthode est de proposer une polyvalence entre une formulation pour les flux et une formulation pour les potentiels. L'autre avantage est que les matrices $[P]$ et $[\mathfrak{R}]$ sont diagonales. Cependant, dans un souci de simplification des démarches de construction et de résolution des systèmes d'équations qui seront décrites par la suite, nous avons opté pour la formulation en potentiel scalaire [2], [4]. Cette formulation s'adapte plus facilement aux modifications apportées au réseau de réductances et au système matriciel d'équations algébriques en conséquence. Nous œuvrons, rappelons-le, à standardiser la méthode de modélisation pour prendre en charge différentes architectures de machines électriques et de conditions de fonctionnement. Dans le système algébrique matriciel à résoudre, d'autres éléments que la discrétisation spatiale doivent être pris en compte. Sont à considérer: les phénomènes de saturation, la distribution spatiale des sources de force magnétomotrice, le mouvement, etc. La méthode de résolution par potentiel scalaire au niveau des nœuds est implémentée dans l'outil *MRNsoftware*. Cette méthode sera détaillée dans la section 2.3.

2.3 Méthode de résolution implémentée dans *MRNsoftware*

Pour la résolution des modèles réalisés dans *MRNsoftware*, la formulation en potentiel scalaire est adoptée. Cette méthode reste fondée sur les lois de Kirchhoff. Lorsqu'elles sont appliquées aux réseaux de réductances, elles s'accordent avec le principe de conservation du flux au niveau des nœuds du réseau. La conservation du flux permet d'écrire la loi de l'équation 2.8 et est représentée à la Figure 2.4. Cette loi énonce que la somme des flux sortants d'un nœud est égale à la somme des flux rentrant dans ce même nœud.

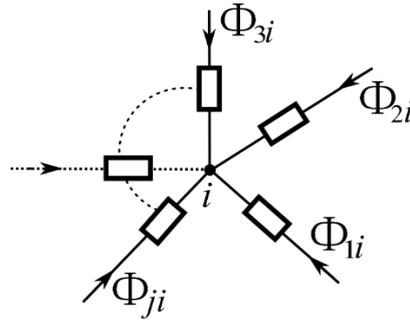


Figure 2.4. Conservation du flux dans un nœud du réseau de réductances.

$$\Phi_{1i} + \Phi_{2i} + \Phi_{3i} + \dots + \Phi_{ji} = 0 \quad 2.8$$

Les flux Φ_{1i} , Φ_{2i} , et Φ_{3i} représentent respectivement les flux sortant des nœuds 1,2, et 3 et rentrant au nœud i . Le flux Φ_{ji} représente le flux sortant du nœud j et rentrant au nœud i . L'utilisation de la loi des nœuds permet une adaptation facile du réseau de réductances à la modification des branches ou à la distribution des sources de forces magnétomotrices (ce dernier point sera abordé dans la section 2.4 de ce chapitre). Dans cette section, nous décrivons la construction du système matriciel dans le cadre d'un maillage conforme et régulier. Nous détaillerons la formulation en potentiel scalaire, les notions de bloc de réductances et de nœud, la manière dont les blocs sont numérotés et la construction du système matriciel d'équations pour résoudre le problème. L'équation 2.9 décrit le flux dans une branche du schéma réductant en correspondance avec les potentiels aux 2 nœuds qui délimitent cette même branche. La figure 2.5 représente une branche du réseau de réductances qui porte une source de flux entre les nœuds i et j . Afin de correspondre à la formulation choisie (voir section 2.3.1), toutes les sources devront être exprimées en source de flux (Figure 2.5 b).



Figure 2.5. Branche du réseau de perméances avec : (a) source de force magnétomotrice ; (b) source de flux.

$$\Phi_{ij} = \frac{(U_i - U_j)}{\mathfrak{R}_{ij}} + \Phi_{S_{ij}} \quad 2.9$$

U_i et U_j sont respectivement les potentiels scalaire des nœuds i et j .

$\Phi_{S_{ij}}$ est la source de flux entre les nœuds i et j .

ϵ_{ij} est la source de force magnétomotrice entre les nœuds i et j .

$\mathfrak{R}_{i,j}$ est la valeur de réductance qui relie les nœuds i et j .

2.3.1 Système d'équations matriciel dans *MRNsoftware*

A partir de de la somme des flux au niveau du nœud i à l'équation 2.8 et de l'équation des flux de branche (équation 2.9), nous pouvons écrire l'équation correspondante au nœud i à l'équation 2.9 où n est le nombre de nœuds total du système. Si une source de flux existe sur les branches reliant le nœud i

aux autres nœuds, il est bien évidemment nécessaire de la prendre en considération et est intégrée le deuxième membre de l'équation.

$$\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n P_{ki} \right) U_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n P_{ki} U_k = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \Phi S_{ki} \quad 2.10$$

En réorganisant les équations pour tous les nœuds du réseau dans un système matriciel algébrique où les inconnues sont les potentiels scalaires aux nœuds de ce réseau, on aboutit au système matriciel de l'équation 2.12 dont la dimension est équivalente au nombre total de nœuds dans le réseau.

$$[P]_{n \times n} \times [U]_{n \times 1} = [\Phi S]_{n \times 1} \quad 2.11$$

Dans ce système, $[P]$ est une matrice de dimension $n \times n$, et est la matrice des perméances. $[U]$ est le vecteur des potentiels magnétiques scalaires aux nœuds et est de dimension $n \times 1$. $[\Phi S]$ est le vecteur d'excitation magnétique (ou vecteur des sources) de dimension $n \times 1$. Il exprime la somme des sources de flux en chaque nœud. Les éléments de la matrice des perméances sont donnés dans les équations 2.12 et 2.13. Il existera un élément dans cette matrice si les nœuds i et j sont connectés par une branche. Les éléments de diagonale sont donnés à l'équation 2.13 avec $\mathfrak{R}_{i,j}$, la réductance entre les nœuds i et j . De plus, il est évident que dans le système matriciel d'équations algébriques, la perméance P_{ji} est strictement égale à la perméance P_{ij} . Le système matriciel 2.11 est développé et détaillé à l'équation 2.14.

$$P_{i,j} = -\frac{1}{\mathfrak{R}_{i,j}} \text{ (pour } i \neq j \text{)} \quad 2.12$$

$$P_{i,i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -P_{i,j} \text{ (pour } i \neq j \text{)} \quad 2.13$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=2}^n P_{k1} & -P_{21} & \dots & -P_{n1} \\ -P_{12} & \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^n P_{k2} & \dots & -P_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -P_{1n} & -P_{2n} & \dots & \sum_{k=1}^{n-1} P_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=2}^n \Phi S_{k1} \\ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^n \Phi S_{k2} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^{n-1} \Phi S_{kn} \end{bmatrix} \quad 2.14$$

La méthode décrite ici est une méthode de construction et de résolution du système matriciel traduisant un schéma réductant qui se prête bien à la standardisation. Elle peut être généralisée à n'importe quel réseau de réductances maillé (dans le cadre d'un maillage conforme).

Afin de résoudre le système, notre objectif ici est de trouver les potentiels magnétiques scalaires au niveau de chaque nœud. Le système matriciel (voir équations 2.11 et 2.14) devra être reconstruit pour chaque état magnétique qui dépendra du point de fonctionnement (alimentation, position des parties mobile, etc.). Il sera alors nécessaire d'apporter des modifications dans la matrice des sources $[\Phi S]$ et dans la matrice des perméances $[P]$. Pour la prise en compte de l'effet de saturation magnétique, nous opérons pour une méthode itérative où l'on agira sur les perméabilités magnétiques des réductances saturables (parties ferromagnétiques) afin de trouver le point de fonctionnement (équilibre magnétique). Ceci nécessitera aussi des modifications dans les éléments des deux matrices $[P]$ et $[\Phi S]$. La méthode

utilisée pour le traitement de la non-linéarité de la caractéristique magnétique des matériaux sera décrite avec plus de détails dans la section 2.8 de ce chapitre.

2.3.2 Notion de bloc/élément/nœud

Il est important de distinguer la notion d'un bloc de réductances élémentaire de celle d'un nœud. Dans la modélisation en schémas réductants maillés, les notions de blocs de réductances, élément fondamental constitutif du schéma réductant maillé (voir section 1.6.2), et de nœud du réseau sont souvent confondues. Ceci est justifié par le fait que si la solution n'est calculée que pour le nœud central de chaque élément, le nombre de nœuds du réseau est finalement le même que le nombre de blocs. Les nœuds seront exploités pour établir le système d'équations. Dans une modélisation 2-D, lorsque les blocs de réductances s'organisent dans un réseau maillé, régulier et conforme, comme présenté à la Figure 2.6, leurs nœuds périphériques se superposent. Si on s'intéresse à la connexion des blocs i et j (Figure 2.6 et Figure 2.7), les nœuds centraux sont notés i_5 et j_5 et les nœuds périphériques sont notés de 1 à 4. Les nœuds i_2 et j_4 coïncident parfaitement à l'interface des deux blocs. Si on souhaite considérer explicitement les nœuds périphériques dans le système d'équations, il sera nécessaire de définir les équations à incorporer dans le système. L'objectif étant d'aboutir à un système matriciel d'équation qui décrit correctement le modèle et de garantir un nombre d'équations égal au nombre d'inconnus. Ces équations sont illustrées par les équations 2.16 et 2.17 pour les nœuds i_2 et j_4 .

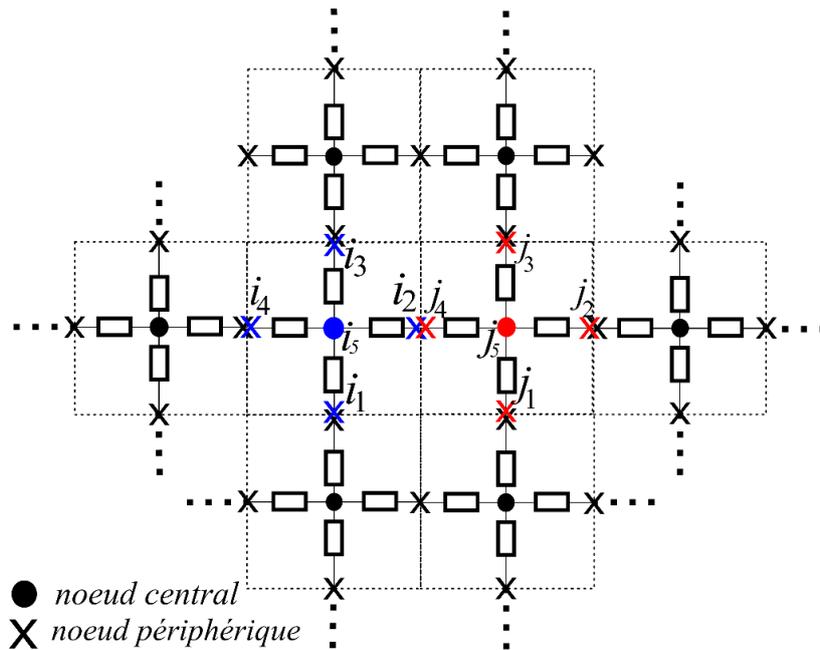


Figure 2.6. Nœuds périphériques et nœuds centraux des éléments.

L'équation 2.15 exprime la relation d'égalité entre les potentiels des deux nœuds et l'équation 2.16 illustre l'égalité du flux dans la branche qui relie les deux éléments. \mathfrak{R}_{i_d} et \mathfrak{R}_{j_g} sont respectivement la réductance de la branche droite de l'élément i et la réductance de la branche gauche de l'élément j . U_i et U_j sont les potentiels scalaires au niveau de chaque nœud. Le système d'équations final comportera ainsi autant d'équations que de nœuds centraux et périphériques.

$$U_{i2} - U_{j4} = 0 \tag{2.15}$$

$$\frac{U_{i5} - U_{i2}}{\mathfrak{R}_{i_d}} - \frac{U_{j4} - U_{j5}}{\mathfrak{R}_{j_g}} = 0 \tag{2.16}$$

L'avantage de formuler le système matriciel en incluant les nœuds périphériques est que les blocs seront ainsi entièrement découplés. Le désavantage de cette approche est que le nombre de variables est plus élevé que pour une formulation ne considérant que les nœuds centraux. En conséquence, le système matriciel à résoudre augmente de taille.

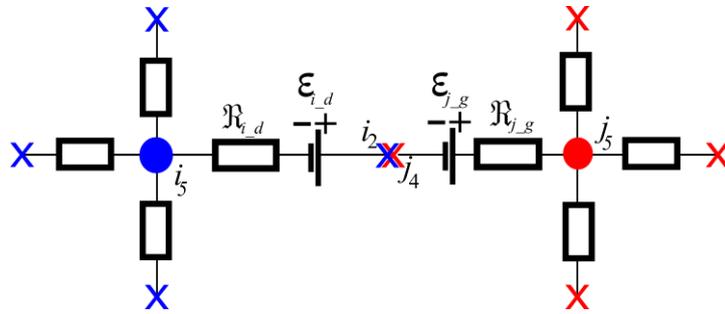


Figure 2.7. Superposition des nœuds entre deux éléments adjacents

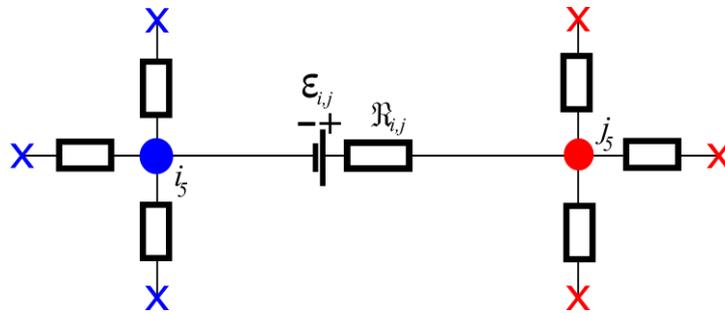


Figure 2.8. Branche commune entre deux éléments adjacents

Comme l'illustrent la Figure 2.8 et l'équation 2.17, lorsque la somme des réductances sur la branche partagée des deux éléments adjacents est réalisée, les nœuds périphériques disparaissent de la formulation finale. Ce qui permet d'éliminer une variable pour chaque connexion entre 2 blocs adjacents et par conséquent, de réduire le nombre d'équations et la taille du système matriciel à résoudre. Il en va de même pour les forces magnétomotrices si les branches des éléments en comportent (équation 2.18).

$$\mathfrak{R}_{i,j} = \mathfrak{R}_{i,d} + \mathfrak{R}_{j,g} \quad 2.17$$

$$\varepsilon_{i,j} = \varepsilon_{i,d} + \varepsilon_{j,g} \quad 2.18$$

Lorsqu'il s'agit d'un découpage conforme et régulier, l'essentiel de la formulation adoptée dans *MRNsoftware* sera celle qui est axée sur le potentiel scalaire et la résolution du système pour le nœud central des blocs élémentaires. Ceci permet de limiter le nombre de variables du système d'équations. Cependant, afin de pouvoir gérer un maillage non-conforme, il sera nécessaire de faire apparaître les nœuds périphériques des blocs de réductances au niveau des interfaces de non-conformité. Le maillage non-conforme fera l'objet du chapitre 3 de ce manuscrit.

2.3.3 Numérotation des blocs/éléments

Lorsque l'on aborde la numérotation des nœuds dans le réseau de réductances maillé, nous optons pour deux schémas de numérotation, l'un global et l'autre local. La numérotation locale est employée pour numéroter les blocs réductants d'une même zone (voir Figure 2.9). La numérotation globale est utilisée pour réindexer tous les éléments qui composent le modèle (ensemble des éléments de toutes les zones) dans la matrice de résolution du système (matrice [P]). Pour des raisons de convenance, la structure modélisée est découpée en zones distinctes. Le modèle se retrouve organisé en « niveaux ». Ainsi, la numérotation locale concerne un groupe de nœuds/blocs qui appartient à la même zone.

Il est important de noter que la topologie de la matrice de résolution [P] ne décrit pas la topologie de la distribution des nœuds du réseau réductant dans un sens « géométrique ». Il est bien évident que la matrice de résolution devra comporter les informations concernant tous les nœuds du réseau. Ceci reste vrai dans le cas de maillage conforme tel qu'il est abordé dans ce chapitre. Pour ce qui est de la numérotation globale, nous nous en servons pour construire la matrice globale [P] pour la résolution du système. Une attention particulière sera accordée à l'ordre de numérotation des blocs réductants qui conditionne la forme de la matrice [P]. Dans le cas d'une modélisation en 2 dimensions, afin d'obtenir une matrice bande, les blocs seront numérotés de façon régulière de gauche à droite ou dans le sens horaire pour un même étage d'éléments. Puis, la numérotation se poursuit de bas en haut, entre les niveaux. Ceci est répété « localement » pour chaque zone et suit la même règle lorsque l'on passe à la numérotation globale (numérotation continue, de bas en haut). Le découpage en zones permet de séparer la zone mobile par rapport à la zone fixe. Il est aussi important de séparer les zones d'existence de sources de force magnétomotrice imposée (voir section 2.4). De ce fait on instaurera une numérotation locale inhérente à chaque zone. La Figure 2.9 représente un pôle d'actionneur avec un aimant permanent (zone 2) et un bobinage autour d'une dent (zone 5). Le découpage du modèle en zones et la numérotation locale sont représentés sur cette figure. La Figure 2.10 illustre le même modèle avec la numérotation globale et un nombre total de 18 nœuds. A l'intérieur d'une zone, chaque nœud sera connecté aux blocs adjacents dans les deux directions de l'espace. De cette manière, la matrice de résolution aura l'allure d'une matrice bande (voir Figure 2.10). Cette matrice comporte un ensemble de sous-matrices [P], délimitées en rouge sur la Figure 2.10 (b). Ces sous-matrices s'organisent sur la diagonale et comportent les connexions des éléments internes à chaque zone. Elles sont construites en se basant sur la méthodologie décrite en section 2.3.1. Les sous-matrices délimitées en vert représentent les éléments de connexion entre les 6 zones du modèle (Figure 2.9).

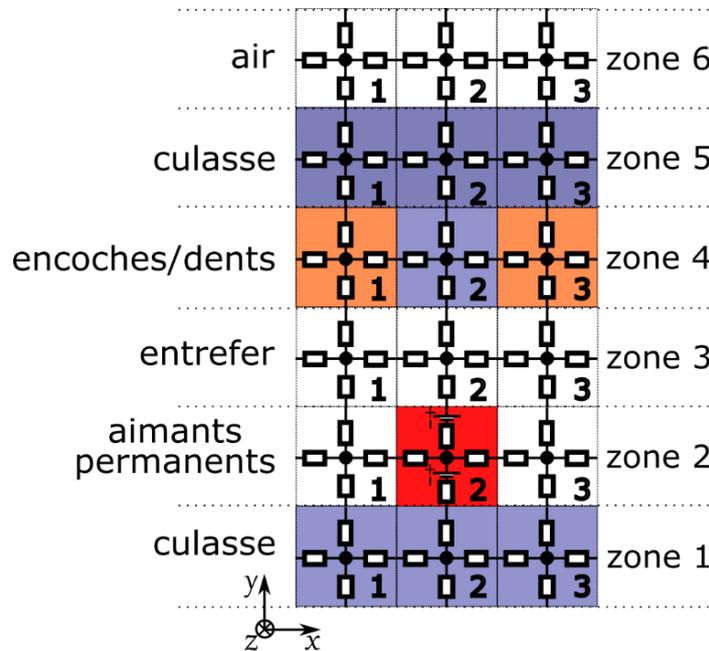


Figure 2.9. Division du modèle en zones et numérotation locale

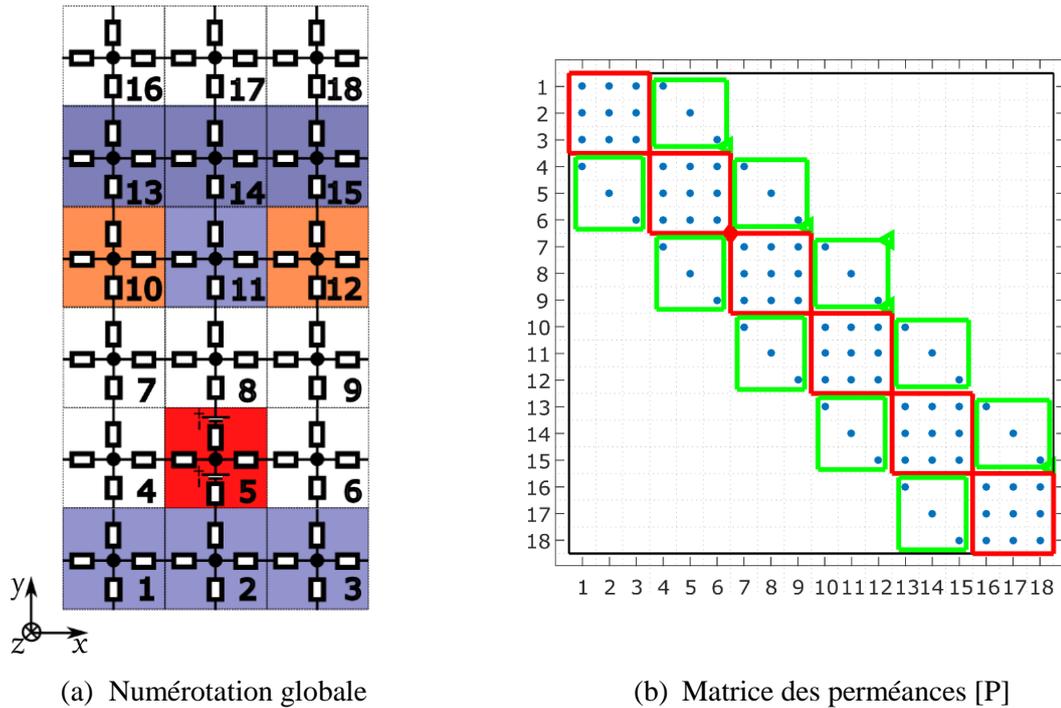


Figure 2.10. Numérotation globale des nœuds et allure de la matrice de résolution correspondante

2.4 Modélisation des sources

Les sources magnétiques, dans nos cas d'étude, sont de deux origines : aimants permanents et courants électriques. Dans le réseau de réductances, les sources magnétiques sont représentées par des forces magnétomotrices ou par des sources de flux (dépendamment de la formulation adoptée). Dans cette partie nous allons décrire la modélisation des sources dans de tels systèmes ainsi que leur répartition dans les réseaux de réductances. Nous expliquerons les méthodes employées dans les travaux de cette thèse. Nous détaillerons particulièrement les techniques de distribution des sources de force magnétomotrice dues aux courants dans les bobinages et la démarche développée pour standardiser la procédure.

2.4.1 Modélisation des aimants

La courbe $B(H)$ d'un aimant, comme de tout matériau magnétique, est un cycle d'hystérésis non-linéaire. Néanmoins, le cycle est approximé à une fonction affine dans la zone d'utilisation (au voisinage de l'induction rémanente B_r). La Figure 2.11 illustre l'approximation linéaire de la courbe caractéristique pour la plupart des aimants permanents.

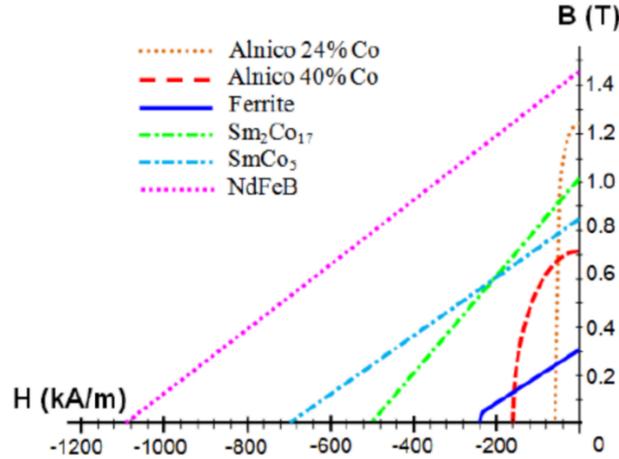


Figure 2.11. Approximation des caractéristiques B-H de différents aimants permanents [98].

Deux possibilités existent pour modéliser un aimant permanent dans un réseau de réductances. En exploitant l'analogie électrique/magnétique, il est ainsi possible de représenter la force magnétomotrice de l'aimant par un générateur de tension « magnétique » de Thévenin en série avec la réductance propre de l'aimant. Il est aussi possible de modéliser ce dernier par un générateur de « courant magnétique » de Norton en parallèle avec la réductance de l'aimant permanent (l'aimant est ici une source de flux magnétique). La Figure 2.12 illustre ces deux représentations pour un aimant de forme parallélépipédique. Les paramètres du modèle de l'aimant vont dépendre de ses caractéristiques magnétiques et de ses dimensions géométriques. Les dimensions de l'aimant sont représentées sur la Figure 2.12. Les équations 2.19, 2.20 et 2.21 illustrent respectivement la source de f.m.m, la réductance et la source de flux de l'aimant. ε_{PM} est la f.m.m de l'aimant, \mathfrak{R}_{PM} sa réductance et Φ_{SPM} son flux rémanent avec L_{PM} la largeur de l'aimant, E_{PM} son épaisseur et B_r son induction rémanente.

$$\varepsilon_{PM} = \frac{E_{PM}}{\mu_0 \mu_{r_{PM}}} B_r \quad 2.19$$

$$\mathfrak{R}_{PM} = \frac{E_{PM}}{\mu_0 \mu_{r_{PM}} (w_{PM} l_a)} \quad 2.20$$

$$\Phi_{SPM} = B_r L_{PM} l_a \quad 2.21$$

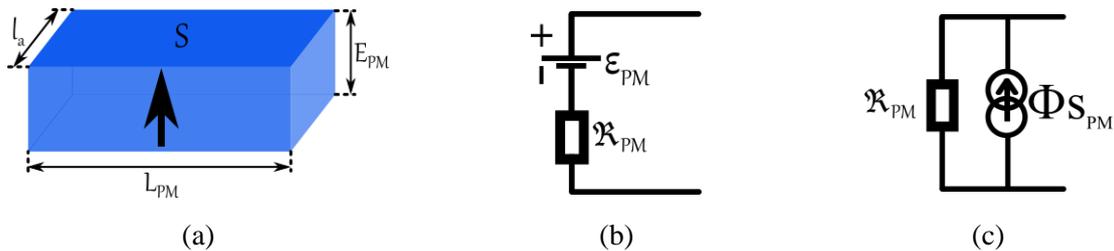
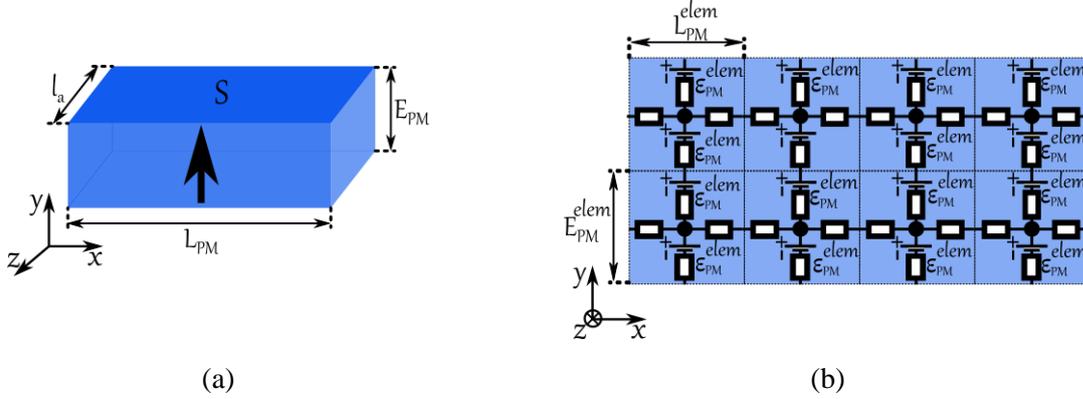


Figure 2.12. Représentation de l'aimant par un circuit réductant.

Dans le cadre de la représentation par un réseau de réductances maillé, la Figure 2.13 (b) illustre le découpage en blocs élémentaires de l'aimant de forme parallélépipédique de la Figure 2.13 (a). L'aimant est repéré par les axes x, y et z et dans le cadre d'une modélisation en 2-D par *MRNsoftware* et d'un découpage conforme et régulier, la distribution se fait sous la forme de sources de force magnétomotrice. Les sources de f.m.m sont placées sur les branches de chaque bloc réductant. Les sources ne sont présentes que sur les branches de la direction d'aimantation et sont orientées dans le même sens que celle-ci. Dans le cas du maillage régulier et conforme tel qu'il est illustré sur la Figure 2.13 (b), les éléments ont tous les mêmes dimensions. De ce fait, les sources de f.m.m des branches sont

égaient. Il en va de même pour les réductances des blocs. Elles sont calculées comme il est indiqué par les équations 2.22 à 2.23 avec ϵ_{PM}^{elem} la f.m.m de la branche, \mathfrak{R}_{PM}^h , réductance de la branche du haut et \mathfrak{R}_{PM}^b la réductance de la branche du bas. $\Phi_{S_{PM}^{elem}}$ est la source de flux de la branche et est calculée par l'équation 2.24.



(a) (b)
Figure 2.13. Distribution des sources dans l'aimant



Figure 2.14. Bloc élémentaire de l'aimant avec : (a) des sources de f.m.m ; (b) des sources de flux

$$\epsilon_{PM}^{elem} = \frac{1}{2} \frac{E_{PM}^{elem}}{\mu_0 \mu_{r_{PM}}} B_r \quad 2.22$$

$$\mathfrak{R}_{PM}^h = \mathfrak{R}_{PM}^b = \frac{E_{PM}^{elem} / 2}{\mu_0 \mu_{r_{PM}} (L_{PM}^{elem} l_a)} \quad 2.23$$

$$\Phi_{S_{PM}^{elem}} = \frac{\epsilon_{PM}^{elem}}{\mathfrak{R}_{PM}^h} \quad 2.24$$

Le passage d'une source de f.m.m à une source de flux se fait par une transformation Thevenin/Norton et est illustré sur la Figure 2.14. Cette transformation est nécessaire afin de s'accorder à la forme choisie pour la formulation du problème.

2.4.2 Modélisation des bobinages

Le plus souvent, dans les réseaux de réductances d'expertise, les sources de force magnétomotrice dues aux aimants sont placées en série avec la perméance de l'aimant. Celles dues aux courants des bobinages sont placées selon deux approches. Les valeurs des sources de f.m.m dépendent naturellement de la distribution du courant et de l'emplacement de la source. Une première approche consiste à les disposer dans les dents avec une source qui exprime le total de la force magnétomotrice portée sur cette dent (voir Figure 2.15 et équation 2.25 et 2.26).

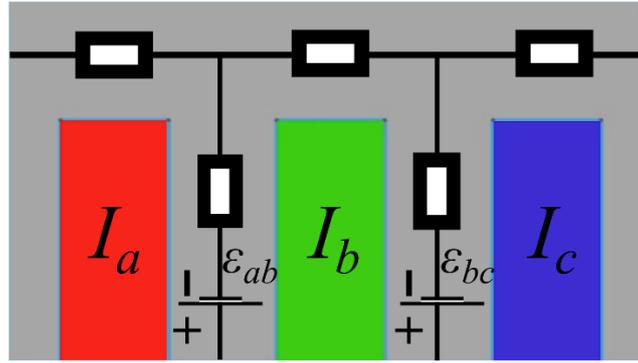


Figure 2.15. Distribution des sources de force magnétomotrice dans les dents (réseau d'expertise)

$$\varepsilon_{ab} = N(I_a - I_b) \quad 2.25$$

$$\varepsilon_{bc} = N(I_b - I_c) \quad 2.26$$

Une deuxième approche consiste à placer les sources dans la culasse en considérant un retour fictif pour chaque encoche (voir Figure 2.16). Chaque source prendra une valeur imposée par le courant dans chaque encoche (équations 2.27 à 2.29).

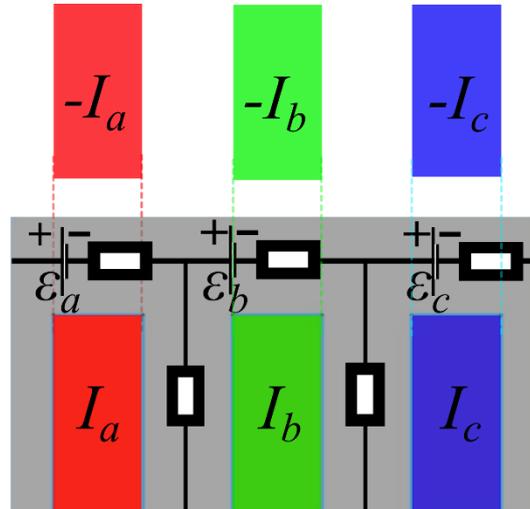


Figure 2.16. Distribution des sources de force magnétomotrice dans la culasse (avec retour fictif)

$$\varepsilon_a = NI_a \quad 2.27$$

$$\varepsilon_b = NI_b \quad 2.28$$

$$\varepsilon_c = NI_c \quad 2.29$$

Afin de prendre en considération les fuites d'encoche de manière correcte, il est aussi coutumier de distribuer les sources sur les branches du réseau qui portent les réductances d'encoches [102] (voir Figure 2.17). Les sources dans les encoches dépendront de la surface de cuivre qu'ils recouvrent.

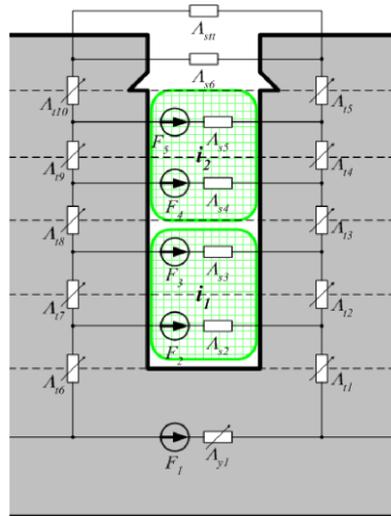


Figure 2.17. Distribution de sources de f.m.m dans le schéma statorique de machines synchrones [102]

Le plus souvent, dans les modèles en réseaux de réductances 2-D maillés, les sources de force magnétomotrice sont placées sur les branches de la direction circonférentielle des blocs élémentaires de réductances. L'auteur dans [127] réalise le modèle d'une machine asynchrone avec des sources de forces magnétomotrices qui connectent les circuits électriques du stator et du rotor au réseau de réductances. Dans son modèle, les forces magnétomotrices statoriques sont représentées par des sources placées dans les éléments qui modélisent les encoches et la culasse du stator. Celles du rotor sont placées dans les éléments des encoches rotoriques (voir Figure 2.18). Les valeurs des sources de forces magnétomotrices sont calculées à partir du courant de chaque encoche et sont pondérées, dans le stator, par le nombre de spires englobées par le bloc élémentaire et par la surface qu'il recouvre. Dans la culasse statorique, les éléments une f.m.m maximale. Dans le rotor, les f.m.m sont pondérées par la surface que recouvre le bloc élémentaire [128].

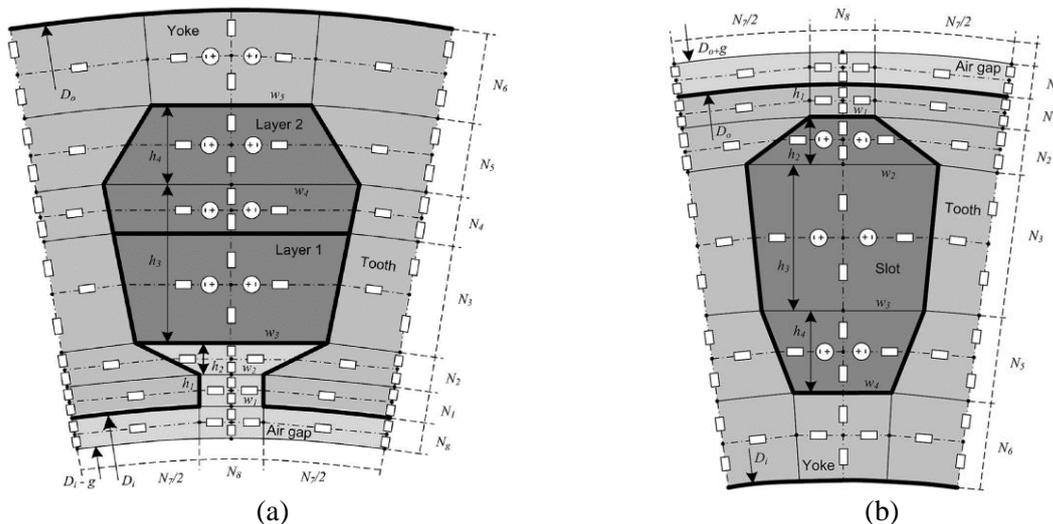


Figure 2.18. Distribution des sources de f.m.m - Réseaux de réductances maillés (machine asynchrone) [127], [128]. (a) Stator ; (b) Rotor.

Il est aussi possible de placer les sources dans les branches radiales des blocs élémentaires, sur toute l'étendue du modèle; dans les dents et les encoches dans la hauteur de la zone de bobinage (Figure 2.19). Quelque-soit la méthode employée pour distribuer les sources dans le réseau de réductances, la règle fondamentale à adopter est de respecter le théorème d'Ampère (Équation 1.10).

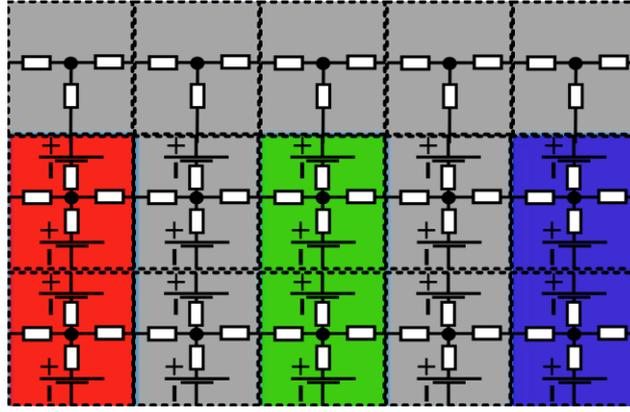


Figure 2.19. Distribution des sources de force magnétomotrice dans un réseau maillé

La Figure 2.20 illustre la force magnétomotrice normalisée pour un bobinage modélisé par des sources de force magnétomotrice selon la direction \vec{y} (radiale). Pour les blocs élémentaires entre les deux encoches, la f.m.m prend sa valeur maximale. L'équation 2.30 donne la f.m.m par bloc de réluctances entre les deux encoches illustrées [2].

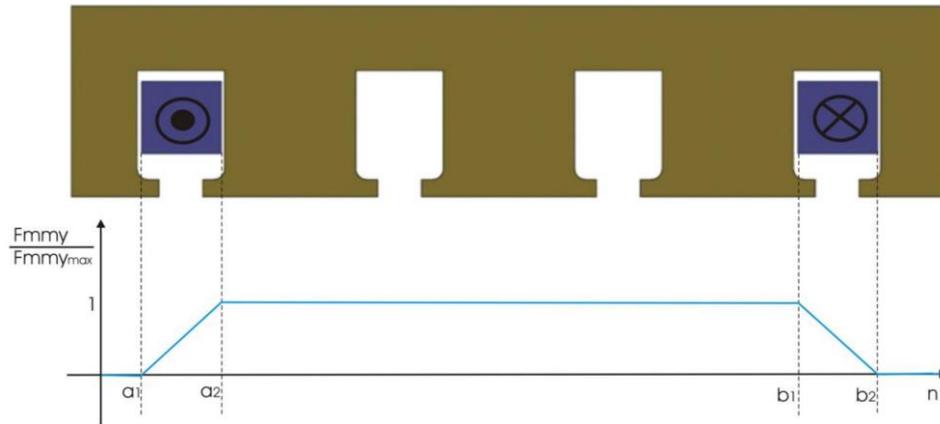


Figure 2.20. Force magnétomotrice entre deux encoches d'une même phase [2]

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \leq a_1 \text{ ou } n \geq b_2 \\ \frac{1}{2} S_n k_{bn} J_n + \sum_{k=a_2}^{n-1} S_k k_{bk} J_k & \text{si } a_1 \leq n \leq a_2 \\ \sum_{k=a_1}^{a_2} S_k k_{bk} J_k & \text{si } a_2 \leq n \leq b_1 \\ \sum_{k=a_1}^{a_2} S_k k_{bk} J_k - \frac{1}{2} S_n k_{bn} J_n - \sum_{k=b_1}^{n-1} S_k k_{bk} J_k & \text{si } b_1 \leq n \leq b_2 \end{cases} \quad 2.30$$

La force magnétomotrice totale est la somme algébrique des f.m.m créées par les différents bobinages. ε_n est la force magnétomotrice portée par les branches du bloc n . S_n , k_{bn} et J_n sont respectivement les section, coefficient de remplissage et la densité de courant du bloc n . a_1 , a_2 , b_1 et b_2 sont les numéros des limites des encoches du bobinage.

Pour des raisons de simplicité d'automatisation, nous choisirons cette dernière manière pour la disposition des sources de f.m.m dans nos réseaux de réluctances (branches radiales/direction \vec{y}). La manière dont les sources magnétiques dues aux courants des bobinages sont traitées dans *MRNsoftware* sera détaillée dans la sous-section suivante (section 2.4.3).

2.4.3 Distribution et traitement des sources dans les modèles de *MRNsoftware*

Afin de standardiser la procédure, la distribution des sources dans le réseau de réductances se fait à l'étape qui suit le maillage du domaine et qui précède la résolution. En premier lieu, toutes les sources magnétiques présentes dans le modèle (dues aux courants et/ou aux aimants) sont placées et distribuées dans les blocs élémentaires sous forme de sources de force magnétomotrice. Par la suite, il sera bien évidemment nécessaire de s'accorder à la formulation choisie i.e. formulation en perméances, potentiel scalaire et de transformer toutes les sources de forces magnétomotrices en sources de flux (voir section 2.3 et Figure 2.21).

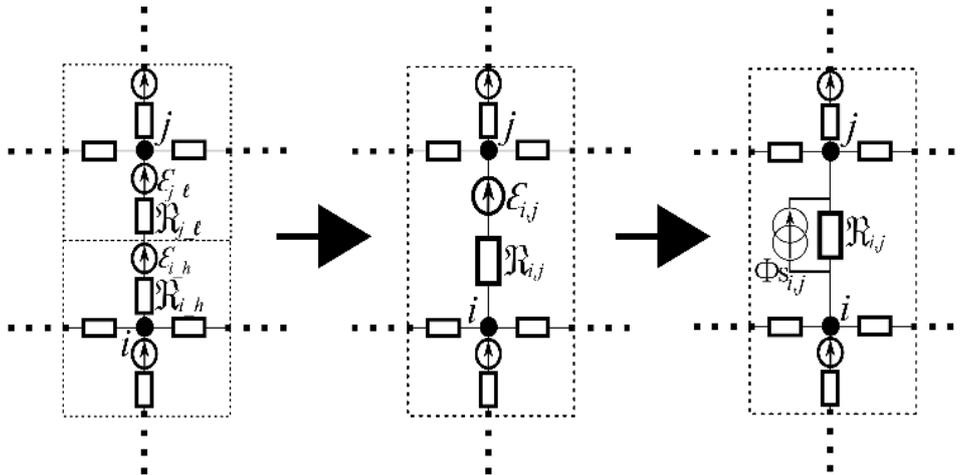


Figure 2.21. Transformation des sources de f.m.m en sources de flux

Pour distribuer les f.m.m dans les réseaux de réductances maillés, l'approche souvent utilisée consiste à positionner les sources dans les encoches et la culasse sur les branches circonférentielles (voir section 0). Ceci permet de traiter indépendamment la force magnétomotrice générée par chaque phase dans un système polyphasé.

Dans le cas des réseaux réductants développés dans cette thèse nous choisissons de distribuer la f.m.m totale (somme des f.m.m de chaque phase) sur les branches radiales (ou de direction \vec{y}) des blocs élémentaires. Pour chaque point de calcul, nous estimons qu'il est judicieux de disposer d'une formulation de la force magnétomotrice totale présente dans la structure modélisée. Cela est plus pratique pour une distribution sur les branches radiales des blocs élémentaires de réductances.

La Figure 2.22 illustre, dans un système triphasé à bobinage distribué, la répartition spatiale de la force magnétomotrice due au courant de chaque phase. La f.m.m par phase sera répartie autour d'une valeur nulle et nous optons pour une progression ou une dégression linéaire selon si le sens du bobinage est positif ou négatif. Entre les deux encoches d'une même phase, la f.m.m est à valeur maximale ($-\frac{NI_{max}}{2}$ ou $+\frac{NI_{max}}{2}$). Les équations 2.31 à 2.33 décrivent le calcul des forces magnétomotrices des phases A, B et C respectivement. Les grandeurs de définition des forces magnétomotrices sont données dans le Tableau 2.1. Lorsque le système est polyphasé, la f.m.m totale est la somme des f.m.m individuelles. L'équation 2.34 définit, dans le cas du système triphasé de la Figure 2.22, la force magnétomotrice totale en fonction de la coordonnée x pour chaque point de calcul.

$$\varepsilon_A(x) = \begin{cases} \frac{-NI_A}{2} & \text{si } x < x_{A+}^d \text{ ou si } x > x_{A-}^f \\ \left(\frac{NI_A}{x_{A+}^f - x_{A+}^d}\right)x - \frac{NI_A}{2} \left(\frac{x_{A+}^f + x_{A+}^d}{x_{A+}^f - x_{A+}^d}\right) & \text{si } x_{A+}^d < x < x_{A+}^f \\ \frac{+NI_A}{2} & \text{si } x_{A+}^f < x < x_{A-}^d \\ \left(\frac{-NI_A}{x_{A-}^f - x_{A-}^d}\right)x + \frac{NI_A}{2} \left(\frac{x_{A-}^f + x_{A-}^d}{x_{A-}^f - x_{A-}^d}\right) & \text{si } x_{A-}^d < x < x_{A-}^f \end{cases} \quad 2.31$$

$$\varepsilon_B(x) = \begin{cases} \frac{-NI_B}{2} & \text{si } x < x_{B+}^d \text{ ou si } x > x_{B-}^f \\ \left(\frac{NI_B}{x_{B+}^f - x_{B+}^d}\right)x - \frac{NI_B}{2} \left(\frac{x_{B+}^f + x_{B+}^d}{x_{B+}^f - x_{B+}^d}\right) & \text{si } x_{B+}^d < x < x_{B+}^f \\ \frac{+NI_B}{2} & \text{si } x_{B+}^f < x < x_{B-}^d \\ \left(\frac{-NI_B}{x_{B-}^f - x_{B-}^d}\right)x + \frac{NI_B}{2} \left(\frac{x_{B-}^f + x_{B-}^d}{x_{B-}^f - x_{B-}^d}\right) & \text{si } x_{B-}^d < x < x_{B-}^f \end{cases} \quad 2.32$$

$$\varepsilon_C(x) = \begin{cases} \frac{-NI_C}{2} & \text{si } x < x_{C+}^d \text{ ou si } x > x_{C-}^f \\ \left(\frac{NI_C}{x_{C+}^f - x_{C+}^d}\right)x - \frac{NI_C}{2} \left(\frac{x_{C+}^f + x_{C+}^d}{x_{C+}^f - x_{C+}^d}\right) & \text{si } x_{C+}^d < x < x_{C+}^f \\ \frac{+NI_C}{2} & \text{si } x_{C+}^f < x < x_{C-}^d \\ \left(\frac{-NI_C}{x_{C-}^f - x_{C-}^d}\right)x + \frac{NI_C}{2} \left(\frac{x_{C-}^f + x_{C-}^d}{x_{C-}^f - x_{C-}^d}\right) & \text{si } x_{C-}^d < x < x_{C-}^f \end{cases} \quad 2.33$$

Tableau 2.1. Grandeurs de définition des forces magnétomotrices

Paramètres	Définition
$\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C$	f.m.m imposée par les phases A, B et C
I_A, I_B, I_C	Valeurs instantanées du courant des phases A, B et C
x_{A+}^d, x_{A+}^f	Coordonnés de début et de fin de l'encoche positive de la phase A
x_{A-}^d, x_{A-}^f	Coordonnés de début et de fin de l'encoche négative de la phase A
x_{B+}^d, x_{B+}^f	Coordonnés de début et de fin de l'encoche positive de la phase B
x_{B-}^d, x_{B-}^f	Coordonnés de début et de fin de l'encoche négative de la phase B
x_{C+}^d, x_{C+}^f	Coordonnés de début et de fin de l'encoche positive de la phase C
x_{C-}^d, x_{C-}^f	Coordonnés de début et de fin de l'encoche négative de la phase C

$$\varepsilon_{tot}(x) = \varepsilon_A(x) + \varepsilon_B(x) + \varepsilon_C(x) \quad 2.34$$

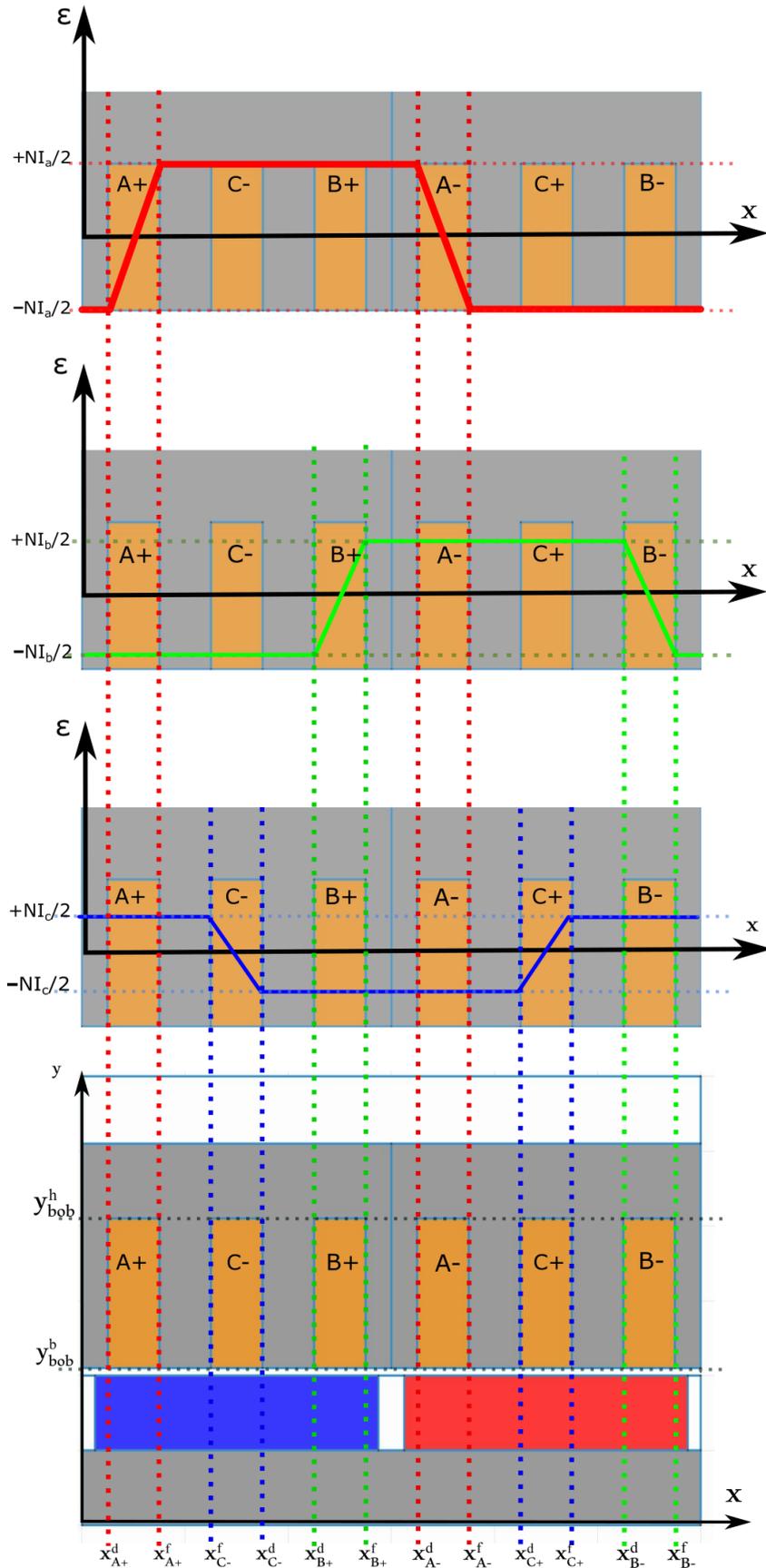


Figure 2.22. Distribution spatiale de la force magnétomotrice due au courant de chaque phase.

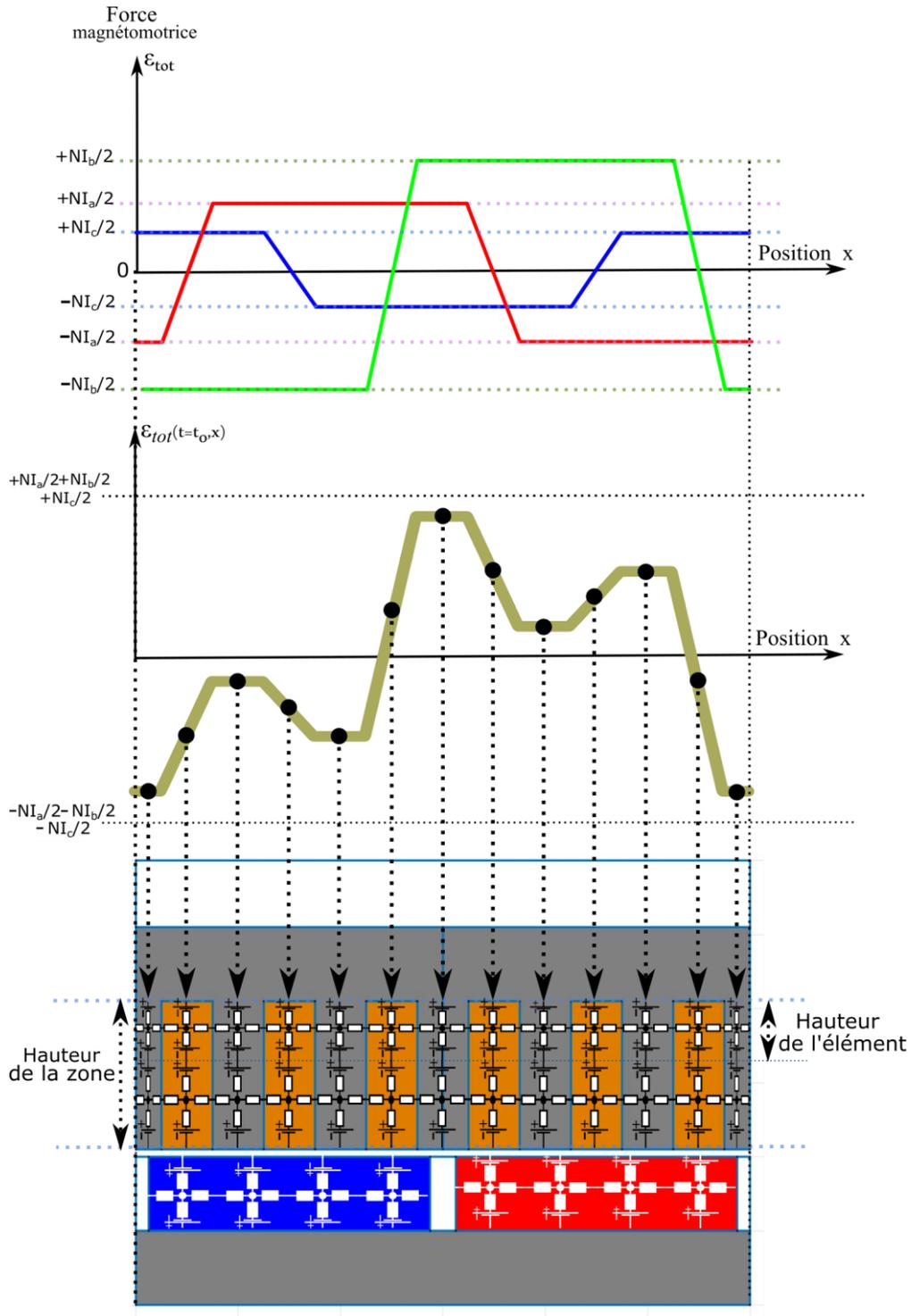


Figure 2.23. Distribution spatiale de la force magnétomotrice totale.

$$\varepsilon_{elem} = \frac{1}{2} \frac{E_h}{Z_h} \varepsilon_{tot}(x_{elem}) \quad 2.35$$

La Figure 2.23 illustre la force magnétomotrice totale et sa distribution. La force magnétomotrice totale est distribuée sur les branches de la direction \vec{y} de chaque bloc élémentaire en fonction de la coordonnée de son nœud central. La source, sur chaque branche, est pondérée par la hauteur qu'occupe l'élément et est calculée selon l'équation 2.35 avec E_h , la hauteur de l'élément, Z_h , la hauteur de la zone de bobinage et x_{elem} la coordonnée du nœud central de l'élément.

2.5 Conditions aux limites

Après le découpage géométrique du modèle et l'assignation des sources viendra l'imposition des conditions aux limites. Deux types de conditions aux limites sont prises en charge. La condition de flux tangent impose un flux tangentiel à la limite du modèle. Les conditions de périodicité et d'anti-périodicité imposent la cyclicité du flux pour réduire le modèle qu'à, respectivement, un pôle ou une paire de pôles. Ces deux types de conditions suffisent pour décrire les conditions aux limites fréquemment rencontrées lorsqu'il s'agit de modélisation électromagnétique de machines électriques.

2.5.1 Condition de flux tangent

Une condition de flux tangent est illustrée sur la Figure 2.24. Les blocs élémentaires du dernier étage de la zone du haut perdent leurs branches du haut et les éléments du premier étage de la zone du bas, perdent leurs branches du bas (Figure 2.24 b).

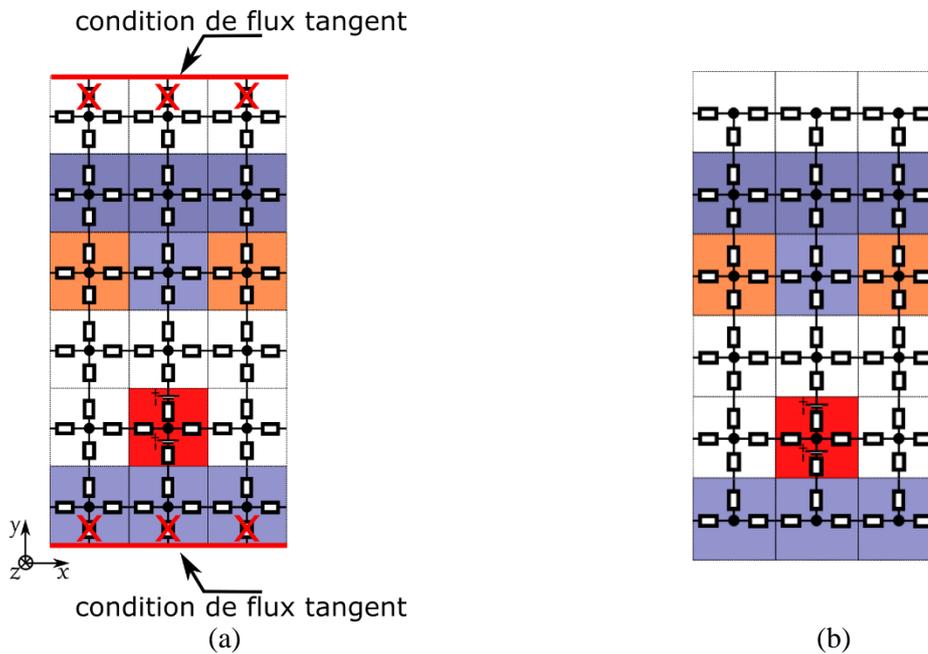


Figure 2.24. Application de conditions de flux tangent.

2.5.2 Conditions de périodicité/anti-périodicité

Il est toujours judicieux d'utiliser les symétries magnétiques afin de réduire la taille du modèle et de gagner en temps d'évaluation. Lorsque la modélisation se restreint à un unique pôle ou à une paire de pôles, les conditions aux limites adéquates doivent être imposées sur les bordures concernées du modèle afin de décrire correctement la symétrie magnétique. Tel qu'il est illustré sur la Figure 2.25, dans un schéma réductant modélisant une paire de pôles, la condition de périodicité implique la connexion des éléments des bordures concernées.

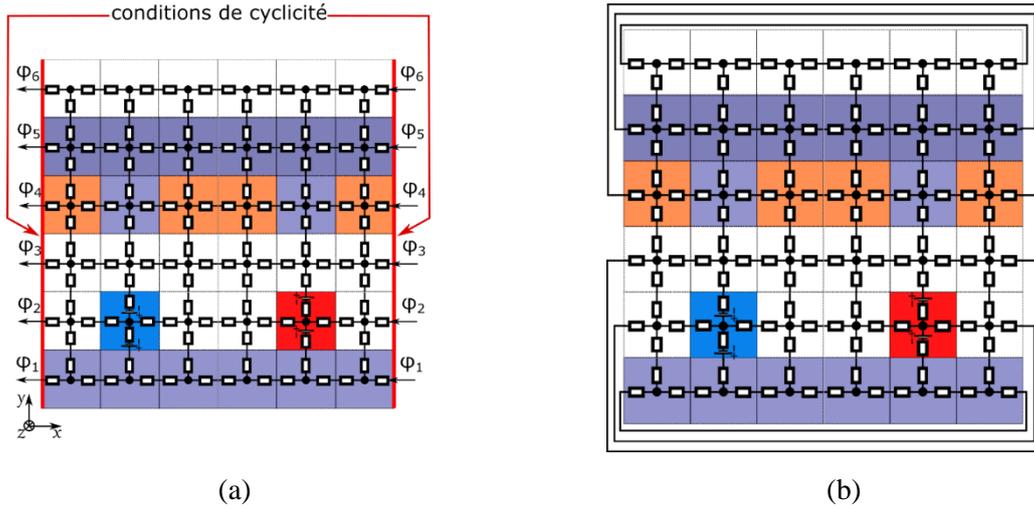


Figure 2.25. Condition de périodicité / cyclicité.

La condition d'anti-périodicité s'exprime aussi par le fait de connecter les éléments de bordure. La Figure 2.26 illustre le fait de connecter les éléments de bordure dans un schéma réductant d'un seul pôle. Il existe cependant une modification à effectuer lorsque la condition aux limites à appliquer est une condition d'anti-périodicité. Pour la condition d'anti-périodicité, le flux $\varphi_{3,1}$ sortant du nœud 3 et allant vers le nœud 1 (voir Figure 2.26 b) est égal au flux sortant du nœud 1 et allant au nœud 3 (équation 2.36). Cette condition sera prise en compte dans l'équation du nœud 1 par rapport au système matriciel de résolution tel que nous le formulons (voir section 2.3.1). Par rapport au nœud 1, une inversion de signe s'imposera sur le potentiel scalaire du nœud 3 (voir équation 2.37). L'équation 2.38 décrit l'équation du nœud 1 dans une telle formulation. Il en sera de même pour tous les nœuds des bordures « droite et gauche » du modèle (éléments aux extrémités (droite et gauche) des zones de la direction \vec{x}). La Figure 2.27 illustre l'aspect final du circuit réductant correspondant au modèle d'un unique pôle.

$$\varphi_{3,1} = \varphi_{1,3} \quad 2.36$$

$$\frac{U_2 - U_1}{\mathcal{R}_{1,2}} + \frac{U_4 - U_1}{\mathcal{R}_{1,4}} + \frac{-U_3 - U_1}{\mathcal{R}_{1,3}} = 0 \quad 2.37$$

$$-(P_{1,2} + P_{1,3} + P_{1,4})U_1 + P_{1,2}U_2 - P_{1,3}U_3 + P_{1,4}U_4 = 0 \quad 2.38$$

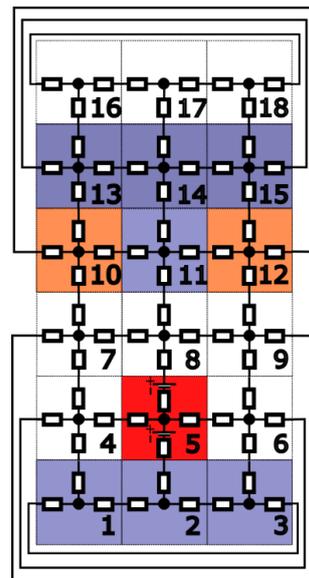
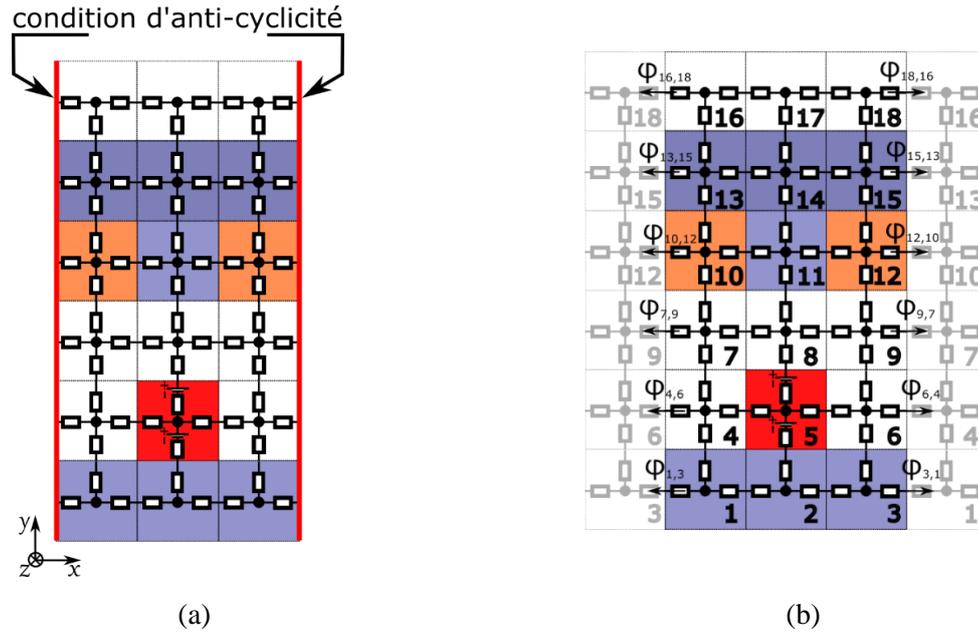


Figure 2.27. Circuit final correspondant au modèle d'un unique pôle

2.6 Calcul des grandeurs locales

La Figure 2.28 (a) illustre une partie de réseau de réductance 2-D en maillage conforme. La Figure 2.28 (b) fait un zoom sur le bloc élémentaire i après les opérations décrites dans la section 2.3.2 (somme des sources et somme des réductances). Les nœuds j , k , l et m sont les nœuds centraux des blocs élémentaires auxquels le nœud central du bloc i est connecté. Le bloc i est relié aux blocs k et m dans la direction de l'axe x et aux blocs j et l dans la direction de l'axe y . Les réductances \mathfrak{R}_a^i et \mathfrak{R}_b^i sont respectivement celles des branches de droite et de gauche (axe x) de l'élément i . Les réductances \mathfrak{R}_h^i et \mathfrak{R}_v^i sont respectivement celles des branches du bas et du haut (axe y) de l'élément i .

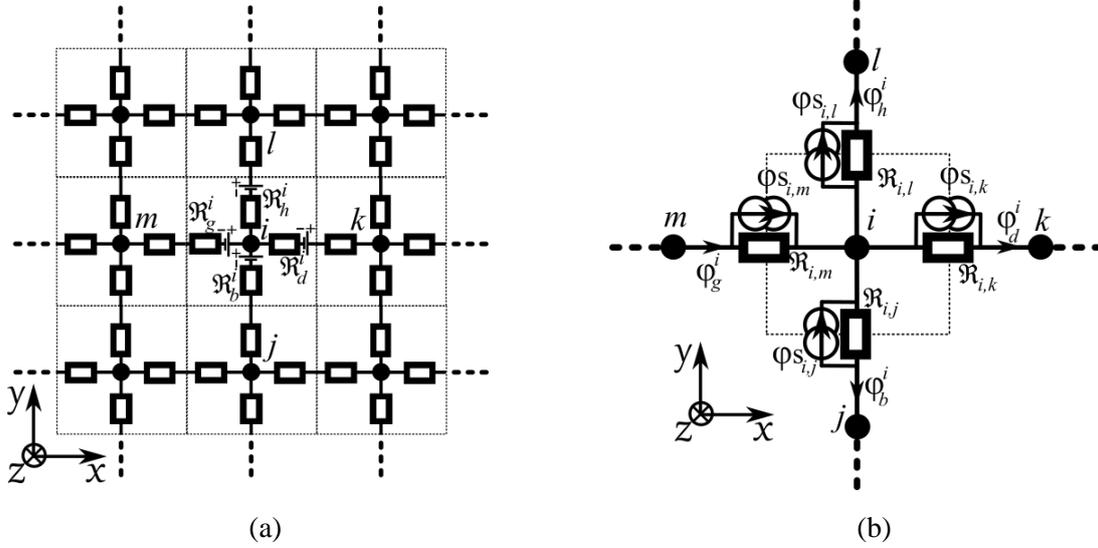


Figure 2.28. Simplification du réseau pour une représentation aux nœuds centraux des blocs élémentaires

Les équations 2.39 à 2.42 illustrent les flux des branches de droite, gauche, bas et haut du bloc i (respectivement φ_d^i , φ_g^i , φ_b^i et φ_h^i). $\mathfrak{R}_{i,j}$, $\mathfrak{R}_{i,k}$, $\mathfrak{R}_{i,l}$ et $\mathfrak{R}_{i,m}$ sont les réductances de branches reliant le nœud i aux autres nœuds après que les liaisons entre les blocs de réductances aient été opérées. Elles sont calculées tel que le définit l'équation 2.17 (voir section 2.3.2). $\varphi_{i,j}$ est le flux circulant dans la branche qui relie le nœud i au nœud j . Ce flux est positif s'il sort du nœud j et va vers le nœud i . Le même principe s'applique pour les flux circulant dans les autres branches (i.e. $\varphi_{i,k}$, $\varphi_{i,l}$ et $\varphi_{i,m}$). Les sources de flux ($\phi_{s_{i,j}}$, $\phi_{s_{i,k}}$, $\phi_{s_{i,l}}$ et $\phi_{s_{i,m}}$) prennent des valeurs positives si elles sont dirigées vers l'extérieur du nœud i et prennent des valeurs négatives si elles sont dirigées vers l'intérieur du nœud i . φ_d^i , φ_g^i sont positifs s'ils sont dirigés dans le sens de la direction \vec{x} . φ_b^i et φ_h^i sont quant à eux positifs s'ils sont dirigés dans le sens de la direction \vec{y} .

$$\varphi_d^i = \varphi_{i,k} = -\varphi_{k,i} = \frac{(U_i - U_k)}{\mathfrak{R}_{i,k}} + \phi_{s_{i,k}} \quad 2.39$$

$$\varphi_g^i = \varphi_{m,i} = -\varphi_{i,m} = \frac{(U_m - U_i)}{\mathfrak{R}_{i,m}} + \phi_{s_{i,m}} \quad 2.40$$

$$\varphi_b^i = \varphi_{j,i} = -\varphi_{i,j} = \frac{(U_j - U_i)}{\mathfrak{R}_{i,j}} + \phi_{s_{i,j}} \quad 2.41$$

$$\varphi_h^i = \varphi_{i,l} = -\varphi_{l,i} = \frac{(U_i - U_l)}{\mathfrak{R}_{i,l}} + \phi_{s_{i,l}} \quad 2.42$$

Le calcul des autres grandeurs magnétiques passe par le calcul du flux magnétique dans chaque branche qui compose l'élément (φ_d^{elem} , φ_g^{elem} , φ_b^{elem} et φ_h^{elem}). Les inductions sont d'abord calculées pour les branches comme le montrent les équations 2.43 à 2.46. B_d^{elem} , B_g^{elem} , B_h^{elem} et B_b^{elem} sont les inductions des branches de droite, gauche, haut et bas respectivement. S_d^{elem} , S_g^{elem} , S_h^{elem} et S_b^{elem} sont les sections au niveau des réductances de ces mêmes branches. Lorsque le bloc élémentaire de réductances est parallélépipédique, il en va de soi que $S_d^{elem} = S_g^{elem}$ et $S_b^{elem} = S_h^{elem}$.

$$B_d^{elem} = \frac{\varphi_d^{elem}}{S_d^{elem}} \quad 2.43$$

$$B_g^{elem} = \frac{\varphi_g^{elem}}{S_g^{elem}} \quad 2.44$$

$$B_h^{elem} = \frac{\varphi_h^{elem}}{S_h^{elem}} \quad 2.45$$

$$B_b^{elem} = \frac{\varphi_b^{elem}}{S_b^{elem}} \quad 2.46$$

Par la suite, les composantes d'axe x et d'axe y sont déterminées avec une moyenne arithmétique des grandeurs de branche. B_x^{elem} et B_y^{elem} sont les composantes de l'induction magnétique de l'élément et sont calculées tel que l'indique les équations 2.47 et 2.48. La norme de l'induction dans le bloc élémentaire (B^{elem}) est calculée à partir de l'équation 2.49.

$$B_x^{elem} = \frac{B_d^{elem} + B_g^{elem}}{2} \quad 2.47$$

$$B_y^{elem} = \frac{B_b^{elem} + B_h^{elem}}{2} \quad 2.48$$

$$B^{elem} = \sqrt{(B_x^{elem})^2 + (B_y^{elem})^2} \quad 2.49$$

$$B^{elem} = \sqrt{\left(\frac{B_d^{elem} + B_g^{elem}}{2}\right)^2 + \left(\frac{B_b^{elem} + B_h^{elem}}{2}\right)^2} \quad 2.50$$

Il est naturellement possible de calculer la norme de l'induction magnétique pour un bloc élémentaire de réductances directement à partir des valeurs de branches (équation 2.50). Il en va de même pour les composantes et la norme du champ magnétique (équation 2.51 à 2.53).

$$H_x^{elem} = \frac{H_d^{elem} + H_g^{elem}}{2} \quad 2.51$$

$$H_y^{elem} = \frac{H_h^{elem} + H_b^{elem}}{2} \quad 2.52$$

$$H^{elem} = \sqrt{\left(\frac{H_d^{elem} + H_g^{elem}}{2}\right)^2 + \left(\frac{H_h^{elem} + H_b^{elem}}{2}\right)^2} \quad 2.53$$

2.7 Calcul des grandeurs globales

Les grandeurs globales sont les flux et les forces électromotrices perçus par les bobinages ainsi que le couple ou la force développée par l'actionneur modélisé.

2.7.1 Calcul des flux et des forces électromotrices

La Figure 2.29 illustre un pôle d'actionneur avec deux différentes densités de maillage. La zone de bobinage est indiquée sur la figure ainsi que l'interface de calcul du flux perçu par chaque spire de la bobine. L'interface de détermination du flux est située à mi-hauteur de la zone de la bobine. Le flux dans les spires est calculé par la somme des flux traversant les branches du réseau de réductances perpendiculaires à cette interface. Les blocs élémentaires couvrant cette interface sont délimités en rouge. La Figure 2.29 (a) illustre un découpage avec un nombre d'étages pair de la zone de bobinage. Pour un maillage plus fin (Figure 2.29 b), un nombre d'étages impair est considéré. Le flux est ainsi calculé, pour un nombre d'étages pair, selon l'équation 2.54 et pour un nombre d'étages impair selon l'équation 2.55. La force électromotrice induite dans la bobine est calculée par la dérivée du flux total. L'équation 2.56 donne la f.é.m pour un mouvement linéaire et l'équation 2.57 pour un mouvement de rotation.

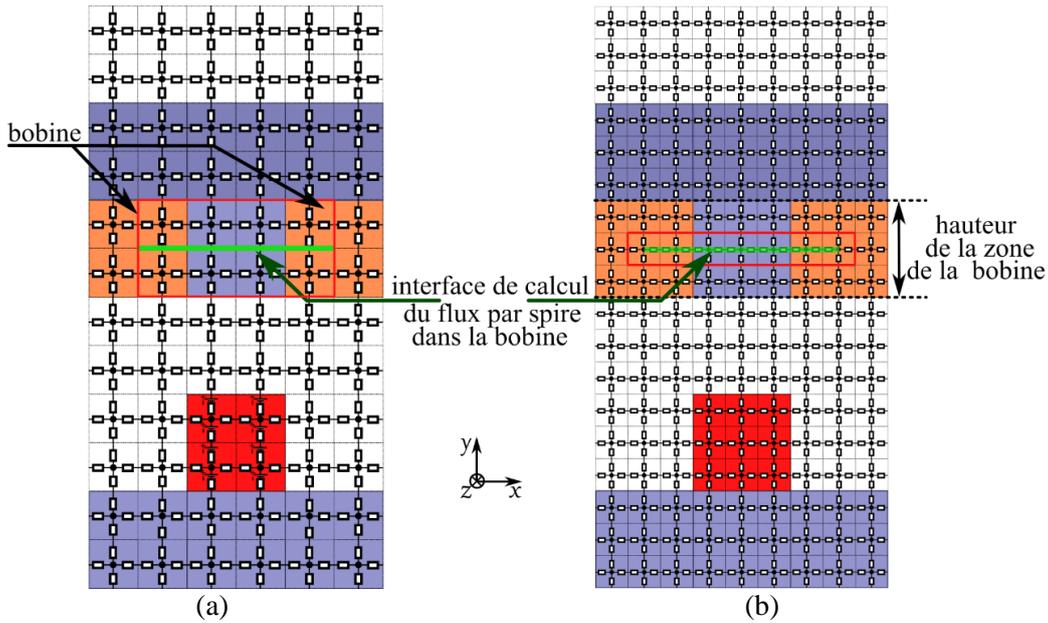


Figure 2.29. Calcul du flux par spire dans une bobine

$$\phi_{total} = N \sum_{\text{elements superieurs}} \varphi_b^{elem} = N \sum_{\text{elements inferieurs}} \varphi_h^{elem} \quad \text{Si le nombre d'étages (divisions selon l'axe } y \text{) est pair (Figure 2.29 a)} \quad 2.54$$

$$\phi_{total} = N \sum_{\text{elements}} \frac{\varphi_b^{elem} + \varphi_h^{elem}}{2} \quad \text{Si le nombre d'étages (divisions selon l'axe } y \text{) est impair (Figure 2.29 b)} \quad 2.55$$

$$f. \text{ é. m} = \frac{d\phi_{total}}{dx} \cdot V \quad 2.56$$

$$f. \text{ é. m} = \frac{d\phi_{total}}{d\theta} \cdot \Omega \quad 2.57$$

2.7.2 Calcul des efforts

En règle générale, dans une machine électrique, le couple électromagnétique à trois composantes (couple réluctant, couple de détente, couple hybride). Le couple réluctant est engendré par la variation de la réluctance du circuit magnétique liée au mouvement de la partie mobile par rapport à la partie fixe. Si la machines est à pôles saillants, une autre composante vient s'ajouter au couple. L'interaction des parties saillantes avec les aimants permanents engendre un couple de détente. Le couple de détente est à moyenne nulle et peut avoir de fortes ondulations. Finalement, le couple hybride est la résultante de l'interaction entre le flux d'excitation et les enroulements des phases.

Afin de calculer les efforts (force et couple), on retrouve principalement deux méthodes: la méthode de la variation de l'énergie magnétique et la méthode du tenseur de contraintes de Maxwell. Nous pouvons ajouter à cela la méthode de calcul du couple hybride à partir de la variation du flux perçu par les phases.

2.7.2.1 Méthode de la variation de l'énergie

Bien que le courant et le flux varient simultanément dans un système électrotechnique, le couple instantané est déterminé à partir de la variation de l'énergie magnétique à flux constant, ou de la variation de la co-énergie magnétique à force magnétomotrice constante (à courant constant).

La méthode des travaux virtuels repose sur la variation de la co-énergie entre deux positions. Dans un réseau de réluctances, le couple électromagnétique est donné selon l'équation 2.58. W'_θ est la co-

énergie magnétique dans chaque élément du modèle à la position θ . $\Delta\theta$ est l'incrément de position. La Figure 2.30 illustre la variation de la co-énergie magnétique à courant constant (f.m.m constante).

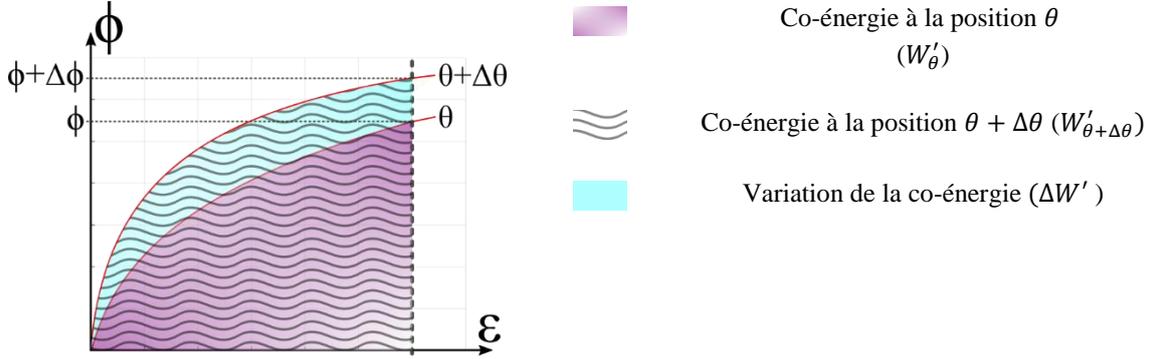


Figure 2.30. Variation de la co-énergie magnétique à courant constant (f.m.m constante)

La co-énergie dans une réductance, entre un nœud i et un nœud j , s'écrit comme à l'équation 2.59 où V est le volume qu'elle couvre. Il est possible de l'écrire en fonction de la différence de potentiel magnétique scalaire entre ses bornes $U_{i,j}$ et du flux qui la traverse $\phi_{rél}$ selon l'équation 2.60 [26]. Pour déterminer la co-énergie totale, il suffit de faire la somme des co-énergies de toutes les réductances du modèle.

Dans certains travaux de modélisation [101], [129], [130], les auteurs disposent d'une formulation analytique pour les perméances d'entrefer en fonction de la position relative du stator par rapport au rotor. De plus, les perméances saturables ne dépendent pas directement de l'angle de rotation. Ils font ainsi une estimation du couple uniquement à partir des perméances d'entrefer par l'équation 2.61. P_e et ε_e sont, respectivement, les perméances d'entrefer et les forces magnétomotrices à leurs bornes.

$$C_{em}(\theta) = \sum_{\text{Réductances}} \frac{W'_{\theta+\Delta\theta} - W'_{\theta}}{\Delta\theta} \quad 2.58$$

$$W'_{rél} = \iiint \left(\int_0^H B(H) dH \right) dV \quad 2.59$$

$$W'_{rél} = \int_0^H B(H) S_{rél} L_{rél} dH = \int_0^H \phi_{rél}(U_{i,j}) d(U_{i,j}) \quad 2.60$$

$$C_{em}(\theta) = \sum_{\substack{\text{Réductances} \\ \text{d'entrefer}}} \int_0^{\varepsilon_e} \frac{\partial P_e}{\partial \theta} \varepsilon_e d\varepsilon_e \quad 2.61$$

Cette méthode est moins dépendante de la discrétisation de l'entrefer que ne l'est celle du tenseur de contraintes de Maxwell (section 2.7.2.2). De ce fait elle est réputée numériquement plus stable. Cette méthode est privilégiée dans les travaux de modélisation où l'accès aux différentes composantes suivant les directions de l'espace n'est pas forcément garanti (réductances unidirectionnelles dans l'entrefer). Cependant, elle nécessite le calcul de deux positions pour avoir une estimation de la valeur instantanée du couple.

2.7.2.2 Méthode du tenseur de contraintes de Maxwell

Pour calculer la force exercée sur un objet avec la méthode du tenseur de contraintes de Maxwell, la connaissance du champ magnétique sur une surface fermée autour de cet objet est nécessaire. De plus, les composantes doivent être connues dans les différentes directions de l'espace. Dans le cas d'une

modélisation par réseau de réductances, les blocs élémentaires de réductances autour de la partie mobile d'un actionneur et/ou les conditions de périodicité permettent de fournir ce contour. D'une manière plus particulière, dans un réseau de réductances maillé, les composantes des grandeurs suivant les directions de l'espace sont connues (voir section 1.6).

Le tenseur de Maxwell (T) est donné dans un système de coordonnées cartésien à l'équation 2.62 où H_x , H_y et H_z sont les composantes du champ magnétique H . La force est estimée par le calcul de la divergence du tenseur de Maxwell (équation 2.63) [131]. Le couple est déterminé par la composante tangentielle de la force [2] (équation 2.64 et 2.65). H_t et B_n sont les composantes, du champ et de l'induction, respectivement, tangentielle et normale à la surface d'estimation du couple.

$$T = \begin{bmatrix} H_x H_x - \frac{H^2}{2} & H_x H_y & H_x H_z \\ H_y H_x & H_y H_y - \frac{H^2}{2} & H_y H_z \\ H_z H_x & H_z H_y & H_z H_z - \frac{H^2}{2} \end{bmatrix} \quad 2.62$$

$$\vec{F} = \vec{\nabla} \cdot T \quad 2.63$$

$$F_t = \oint\!\!\!\oint H_t B_n dS \quad 2.64$$

$$C_{em} = R \oint\!\!\!\oint H_t B_n dS \quad 2.65$$

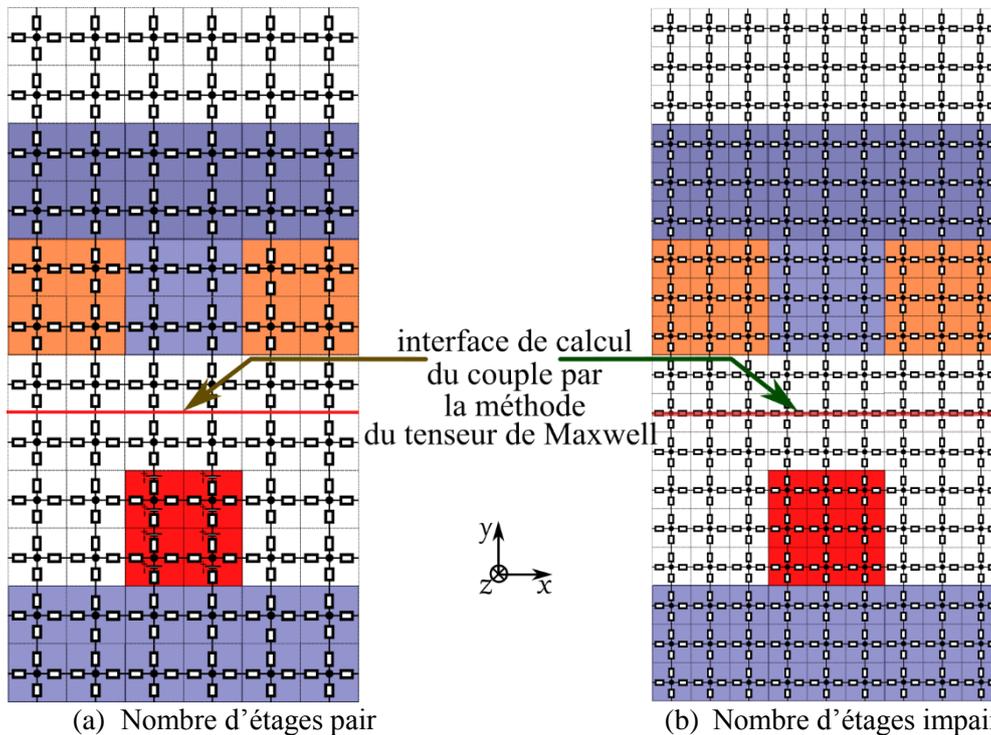


Figure 2.31. Calcul du couple par la méthode du tenseur de Maxwell dans un réseau maillé

Dans le cadre du maillage conforme, la Figure 2.31 montre une interface de calcul du couple par la méthode du tenseur de Maxwell à mi-hauteur de l'entrefer. La Figure 2.31 (a) illustre un découpage avec un nombre d'étages pair et la Figure 2.31 (b) illustre un découpage avec un nombre d'étages impair. Lorsque le nombre d'étages est pair et pour une estimation de la force tangentielle à mi-hauteur d'entrefer, une interpolation des champs et inductions magnétiques s'avérera nécessaire. En effet, au

niveau de cette interface, aucun chemin n'est défini par des réductances pour déterminer les grandeurs de la direction \vec{x} . L'autre choix serait de calculer la force tangentielle (ou le couple) à une autre hauteur (au niveau de nœuds centraux des blocs élémentaires). Pour un maillage avec un nombre d'étages impair, l'estimation pourra se faire de manière directe par le biais du tenseur de Maxwell. L'évaluation de la force dans la direction \vec{x} pourra être réalisée selon l'équation 2.66 où $l_x^{élé}$ est la dimension du bloc élémentaire dans la direction \vec{x} , $B_x^{élé}$ et $B_y^{élé}$ sont respectivement les inductions dans le sens tangentiel (direction \vec{x}) et normal (direction \vec{y}) de chaque élément de l'interface.

$$F_x = \frac{1}{\mu_0} L_a \sum_{\substack{\text{éléments} \\ \text{de l'interface}}} l_x^{élé} B_x^{élé} B_y^{élé} \quad 2.66$$

Dans les réseaux de réductances maillés, une meilleure précision sur les grandeurs locales est obtenue d'autant que le maillage est resserré, en particulier lorsque la saturation est prise en compte. Ainsi, avec un maillage plus dense, la fiabilité des estimations de force et de couple augmente.

2.7.2.3 Méthode de calcul du couple hybride

Il est possible de réaliser une estimation du couple/force hybride par le produit du courant et des forces magnétomotrices, comme le montre l'équation 2.67. C_{hyb} est le couple hybride, N est le nombre de spires d'enroulements d'induit, Ω est la vitesse de rotation, I est le courant de phase et q le nombre de phases. ϕ_i est le flux par spire perçu par chacune des phases. Dans les modèles en réseaux maillé, ce flux est déterminé de la manière présentée dans la section 2.7.1. Par cette méthode, il n'est naturellement pas possible d'évaluer les autres composantes du couple lorsqu'ils existent (i.e. couple de détente et couple réductant).

$$C_{hyb} = N\Omega \sum_{i=1}^q \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta} I_i \quad 2.67$$

2.8 Prise en compte du phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques

Afin d'évaluer correctement les performances d'un actionneur, il est essentiel de modéliser les propriétés des matériaux ferromagnétiques le plus précisément possible ; particulièrement si celui-ci fonctionne en saturation. En effet, l'état magnétique influe sur la perméabilité du matériau, qui est grande à faibles valeurs d'excitation et petite à hautes valeurs (phénomène de saturation).

Dans la modélisation par réseaux de réductances, il est supposé que la perméabilité est uniforme dans l'ensemble du volume élémentaire représenté par un bloc de réductances (voir section 1.5). Ainsi, toutes les réductances des branches d'un même bloc élémentaire ont la même perméabilité. La définition de la perméabilité absolue est donnée par la relation constitutive comme le rapport entre l'induction de l'élément et de l'intensité de champ d'élément. Puisque elle dépend de l'intensité du champ magnétique, elle dépendra donc des potentiels magnétiques du nœud central du bloc et des potentiels de tous les nœuds auxquels celui-ci est raccordé.

Les caractéristiques magnétiques B-H des matériaux ferromagnétiques sont issues de mesures expérimentales. Ces caractéristiques sont approchées par une formulation analytique ou une interpolation par morceaux constituée d'un polynôme sur chaque intervalle entre deux points de mesure. Un certain nombre de formulations sont employés dans la littérature spécialisée pour approcher au mieux les mesures expérimentales. La fonction de Marrocco [61] définit la variation de la réductivité relative (ν_r) par rapport à l'induction (équation 2.68) où les paramètres α , β , γ et c sont déterminés à partir de la caractéristique moyenne du matériau [129], [132].

$$\nu_r = \frac{1}{\mu_r} = \alpha + (c - \alpha) \frac{B^{2\beta}}{B^{2\beta} + \gamma} \quad 2.68$$

Une expression en arc-tangente donne la perméabilité relative en fonction de l'intensité du champ H. Cette expression est donnée à l'équation 2.69 où μ_{rmax} est la pente de la partie linéaire de la caractéristique et B_{sat} est l'induction à saturation.

$$\begin{cases} \mu_r(H) = 1 + \frac{2B_{sat}}{\mu_0 H \pi} \tan^{-1} \left[\frac{\pi}{2} (\mu_{rmax} - 1) \frac{\mu_0 H}{B_{sat}} \right] \\ B = \mu_0 \mu_r(H) H \end{cases} \quad 2.69$$

Une formulation en racine carré donne l'expression de l'induction en fonction de l'intensité du champ magnétique $B = f(H)$ où J_s est l'induction à saturation, μ_r est calculé à partir de la pente à l'origine et a est un paramètre de contrôle du coude de saturation (équation 2.70).

$$B(H) = \mu_0 H + \frac{(J_s/2)}{1-a} \left[\mu_0 (\mu_r - 1) \frac{H}{J_s} + 1 - \sqrt{\left(\mu_0 (\mu_r - 1) \frac{H}{J_s} + 1 \right)^2 - 4 \mu_0 (\mu_r - 1) H \frac{(1-a)}{J_s}} \right] \quad 2.70$$

Une formulation en double exponentielle est aussi proposé dans [1]. Cette dernière est donnée selon l'équation 2.71 où $A_1, A_2, H_1,$ et H_2 sont des paramètres déterminés pour approcher au mieux la courbe expérimentale.

$$B(H) = J_{sat} - A_1 \exp\left(-\frac{H}{H_1}\right) - (J_{sat} + A_2) \exp\left(-\frac{H}{H_2}\right) + \mu_0 H \quad 2.71$$

Pour sa stabilité, nous retenons la formulation en racine carrée pour représenter la caractéristique magnétique des matériaux ferromagnétiques utilisés dans les simulations présentées dans les chapitres 3 et 4 de ce manuscrit. La Figure 2.32 illustre la courbe de la formulation en racine carrée avec les paramètres J_{sat}, μ_r et a données dans le Tableau 2.2.

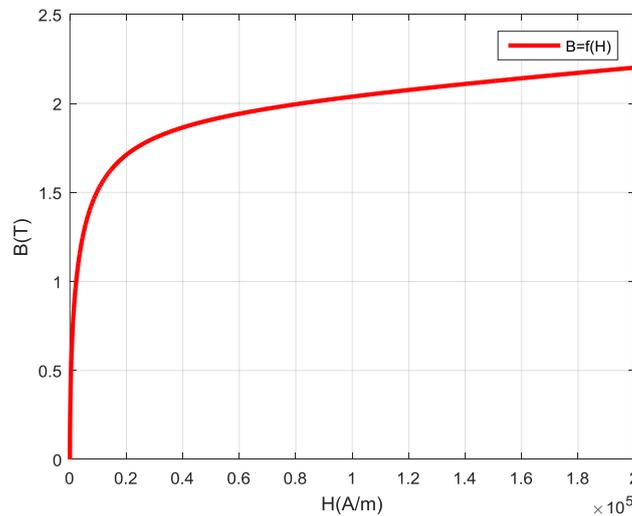


Figure 2.32. Caractéristique magnétique (formulation racine carré)

Tableau 2.2. Paramètres de la fonction d'approximation de la B-H

Paramètre	Valeur
J_{sat}	1.99 T
μ_r	7500
a	20

La prise en compte de la caractéristique non-linéaire est généralement traitée par un processus itératif. Fondamentalement, les méthodes de linéarisation (variantes de la méthode du point fixe) sont largement utilisées et conduisent à la convergence de manière certaine. Il est possible d'implémenter cette méthode de deux manières. Une première consiste à opter pour une perméabilité constante et une source d'induction variable (Figure 2.33). La deuxième (voir Figure 2.34) considère une perméabilité variable mais une source d'induction constante (ou nulle). La Figure 2.33 et la Figure 2.34 montrent, respectivement le déroulement de ces deux méthodes. Pour la première, la réductance est ainsi constante au cours des itérations. Cependant, une source variable d'induction vient s'ajouter sur la même branche (sous forme de source de f.m.m) de la réductance saturable concernée. Pour la seconde méthode, la perméabilité est linéarisée à chaque itération et ainsi les réductances doivent être modifiées en conséquence, mais aucune source d'induction supplémentaire n'est nécessaire dans la démarche.

Pour la première méthode, la convergence est assurée à condition de vérifier la condition sur la perméabilité donnée dans [133]. Cette convergence est cependant très lente. Cela étant, la méthode est très facilement généralisable au cas de l'hystérésis, même dynamique, ce qui n'est pas le cas de la perméabilité variable.

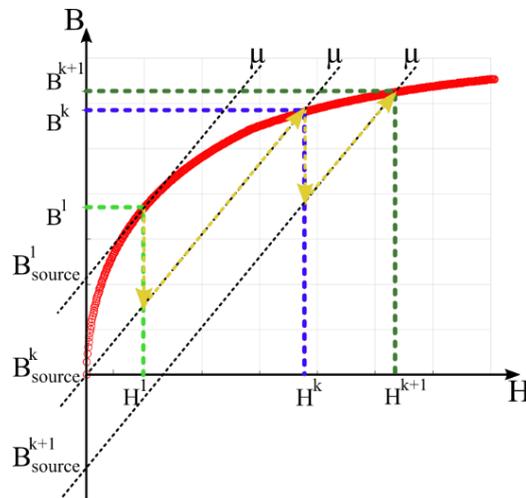


Figure 2.33. Perméabilité constante et variation de la source.

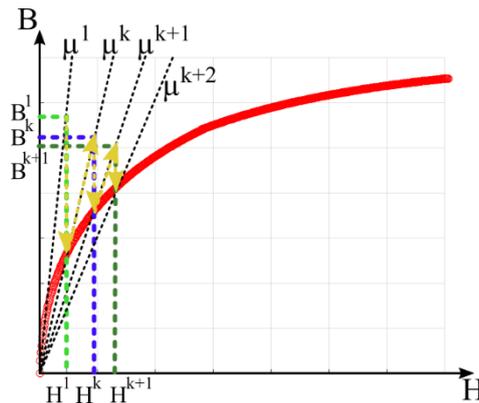


Figure 2.34. Variation de la perméabilité.

Il est possible d'allier les deux approches ou d'utiliser la perméabilité incrémentale dans un algorithme de prise en compte de la saturation [128]. Dans les réseaux de réductances maillés, la méthode de la variation de la perméabilité (Figure 2.34) a été implémentée avec succès dans un certain nombre de travaux [2], [4], [57], [127], [132]. Dans [2] et [128], les auteurs se basent sur l'équivalence entre l'énergie d'un bloc élémentaire et la somme des énergies des réductances de ce bloc afin d'affecter une même perméabilité aux réductances d'un même bloc élémentaire. L'équation 2.72 dénote cette

équivalence où $W_{m_{elem}}$ et W_{m_b} sont respectivement l'énergie magnétique du bloc élémentaire et l'énergie magnétique d'une branche du même bloc. V_b et H_b sont respectivement le volume et le champ magnétique de la branche ; V^{elem} et H^{elem} ceux du bloc élémentaire. Le champ magnétique du bloc élémentaire ainsi que la perméabilité (μ^{elem}) sont ensuite calculés selon l'équation 2.73.

$$W_m^{elem} = \sum_{b=1}^4 W_{m_b} = \frac{1}{2} \mu^{elem} \sum_{b=1}^4 V_b H_b^2 = \frac{1}{2} \mu^{elem} V^{elem} H^{elem^2} \quad 2.72$$

$$\begin{cases} H^{elem} = \sqrt{\sum_{b=1}^4 \frac{V_b}{V^{elem}} H_b^2} \\ \mu^{elem} = \frac{B^{elem}}{H^{elem}} \end{cases} \quad 2.73$$

Plusieurs critères d'arrêt peuvent être utilisés pour déterminer si l'algorithme a convergé. Le critère le plus couramment rencontré dans la littérature de spécialité est celui de l'écart relatif (simple ou quadratique) entre les perméabilités des réductances saturables de deux itérations consécutives (équation 2.74) [2]–[4], [7]. Un critère sur l'écart entre les inductions dans les branches du réseau a été testé dans [132]. Les auteurs comparent les deux critères (perméabilités et inductions) par rapport au nombre d'itérations pour une même tolérance préalablement définie. Ils déduisent de leur étude que le critère des perméabilités et celui des inductions conduisent à la convergence de l'algorithme dans les mêmes proportions.

$$\left\| \frac{\mu_r^k - \mu_r^{k+1}}{\mu_r^k} \right\|_2 < \xi \quad 2.74$$

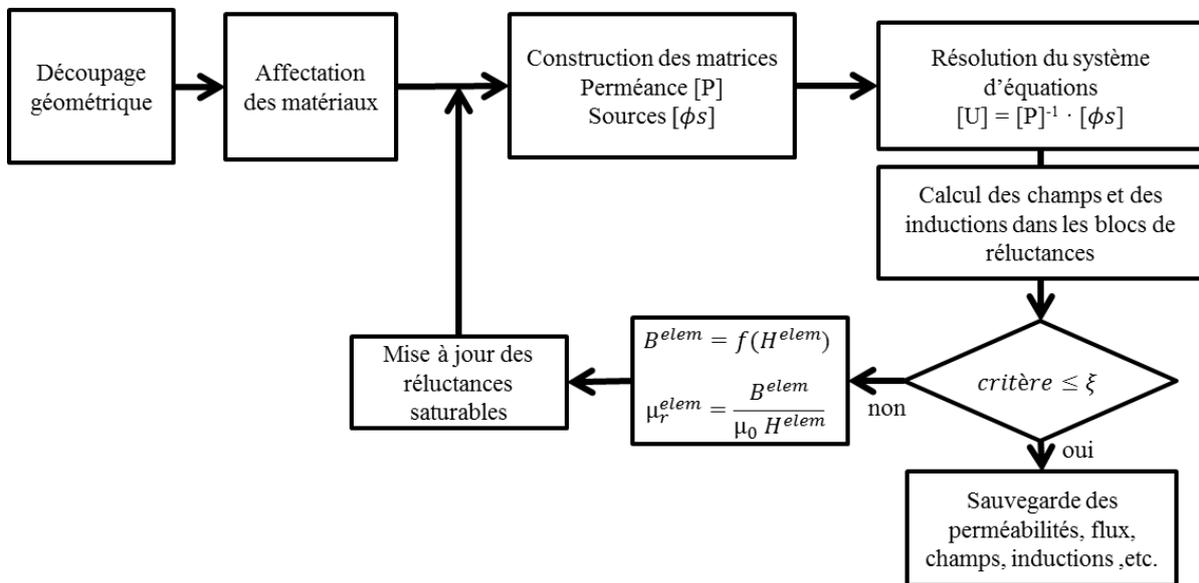


Figure 2.35. Algorithme de prise en compte de la saturation magnétique.

La Figure 2.35 illustre l'algorithme de prise en compte de la saturation magnétique implémenté dans *MRNsoftware*. Afin de garantir la convergence et de ne pas avoir à gérer des sources supplémentaires, nous appliquerons, dans le cadre des travaux présentés dans cette thèse, la méthode de réajustement de la perméabilité à chaque itération (voir Figure 2.34). En ce qui concerne le critère d'arrêt, nous choisirons un critère quadratique (équation 2.75) qui reflète l'énergie magnétique présente

dans le modèle (somme du produit de l'induction et du champ magnétique sur tous les éléments du modèle).

$$\left| \frac{\sum(B_{elem}^{k+1}H_{elem}^{k+1}) - \sum(B_{elem}^kH_{elem}^k)}{\sum(B_{elem}^kH_{elem}^k)} \right| < \xi \quad 2.75$$

Une amélioration possible pour la prise en compte du phénomène de saturation consisterait à introduire directement les caractéristiques non-linéaires dans la formulation de la réductance. L'équation 2.76 montre une telle relation où la réductance est écrite en fonction du champ et du flux magnétiques [63]. S'en suit alors une reformulation du système matriciel de résolution par flux de mailles ; pour lequel est adaptée une méthode de Newton-Raphson [63].

$$\mathfrak{R} = \left(\frac{H(\phi/Section)}{\phi} \right) l_a \quad 2.76$$

Une autre manière de traiter la saturation avec une méthode de Newton-Raphson consiste à introduire l'algorithme dans la formulation pour les potentiels au niveau des nœuds [96]. L'équation 2.77 montre le vecteur de potentiels scalaire de l'itération suivante par rapport à l'itération d'avant [96] où [J] est la matrice Jacobienne et ses éléments sont définis par l'équation 2.78. La dérivée d'une perméance $P_{i,k}$ qui relie les nœuds i et k par rapport au potentiel scalaire d'un nœud j s'écrit tel que le montre l'équation 2.79.

$$[U]_{n+1} = [U]_n + [J]_n^{-1}([P]_n[U]_n - [\phi s]_n) \quad 2.77$$

$$J_{i,j} = \sum_k \frac{\partial P_{i,k}}{U_j} U_k + P_{i,j} \quad 2.78$$

$$\frac{\partial P_{i,k}}{\partial U_j} = \frac{-P_{i,k}}{U_i - U_k} \frac{\partial(U_i - U_k)}{\partial U_j} \left(1 - \frac{S_{i,k}}{P_{i,k} l_{i,k} \left(\frac{\partial H_{i,k}}{\partial B_{i,k}} \right)} \right) \quad 2.79$$

Dans [134], les auteurs implémentent un algorithme de Newton-Raphson pour prendre en compte la non-linéarité des matériaux dans le modèle en réseaux d'expertise d'une machine à griffes. Ils le testent dans le cadre d'une formulation du système d'équations algébriques pour le flux dans les mailles et pour une formulation avec les potentiels aux nœuds (voir section 2.2). Lorsque la saturation est incluse, une formulation pour le flux dans les mailles peut donner un modèle plus efficace numériquement. Le nombre d'itérations nécessaires pour que l'algorithme de Newton-Raphson converge dans le modèle basé sur la formulation des flux de mailles est d'un ordre de grandeur inférieur à celui du modèle basé sur la formulation avec le potentiel aux nœuds. La différence dans le nombre d'itérations est en grande partie due au conditionnement de la matrice Jacobienne.

Les méthodes de Newton-Raphson n'ont pas été testées dans le cadre de ce travail de thèse, mais constituent une piste sérieuse pour accélérer la convergence de l'algorithme de prise en compte du phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques.

2.9 Prise en compte du mouvement

Dans le cadre des travaux de modélisation en réseaux de réductances, la prise en charge du mouvement est intimement liée à la modélisation de l'entrefer. Le trajet du flux dans l'entrefer n'étant pas certain (fuites et épanouissements), diverses méthodes sont employées dans la littérature de spécialité pour déterminer les réductances d'entrefer ou pour s'affranchir de cette tâche. Les modèles analytiques hybrides (voir section 1.7.4.2) modélisent l'entrefer par une formulation analytique. Nous

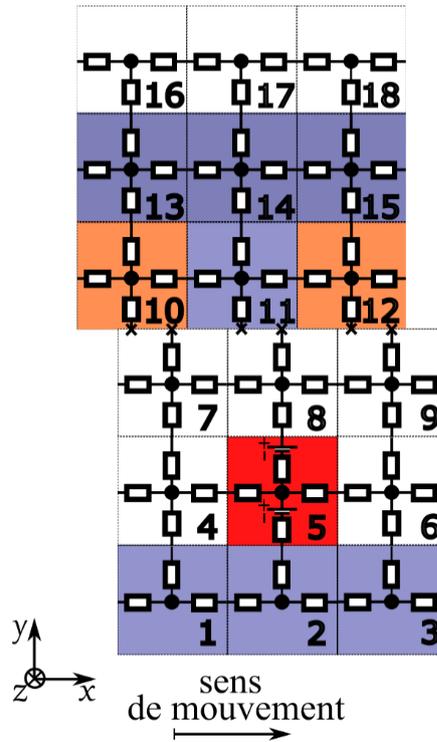


Figure 2.37. Mouvement avec un pas quelconque.

La Figure 2.38 illustre le déroulement d'une simulation multistatique de la manière dont elle est traitée dans *MRNsoftware*. La boucle de traitement de la saturation est incluse dans la démarche. La reconstruction du système d'équations matriciel devra s'effectuer pour tout nouvel état magnétique.

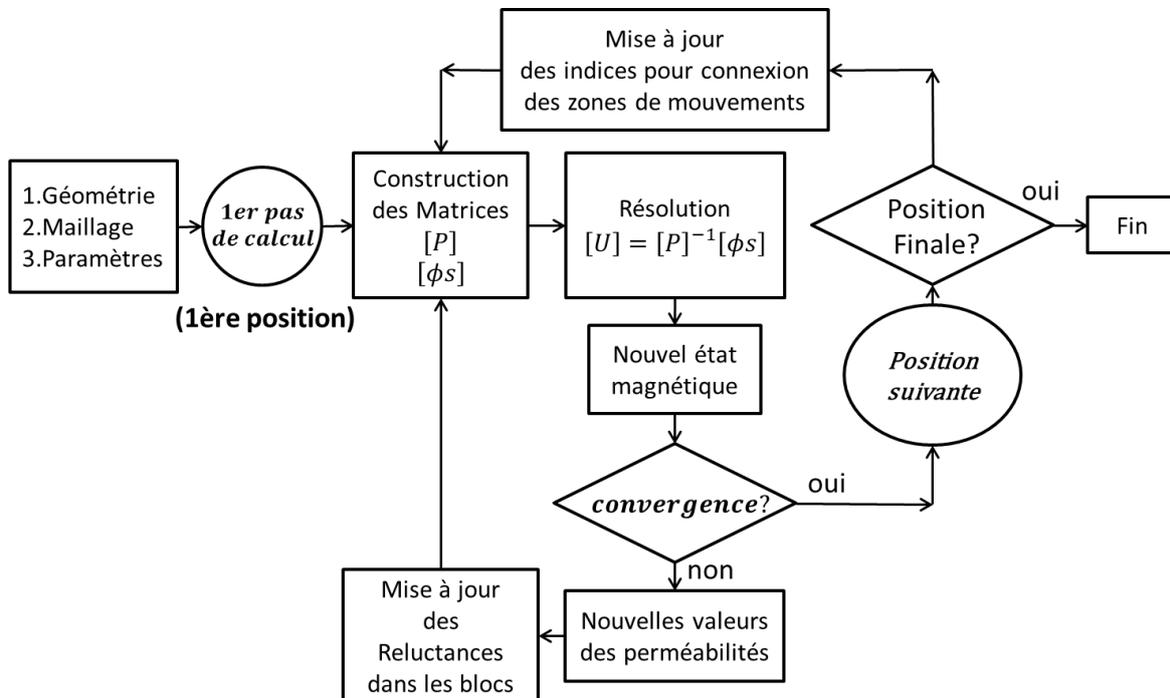


Figure 2.38. Déroulement d'une simulation multistatique dans *MRNsoftware*.

2.10 Conclusion

Bien qu'un réseau de réductances reste une représentation d'un système continu par un système discret ayant des paramètres localisés, l'approche de modélisation par réseaux maillés présente quelques spécificités. Nous avons présenté, dans ce deuxième chapitre, la méthodologie adoptée pour la modélisation par réseau de réductances avec génération automatique de maillage ainsi que les approches implémentés dans l'outil *MRNsoftware*.

L'approche de génération automatique de maillage a été développée pour aborder différents aspects d'un problème de modélisation électromagnétique d'actionneurs électromagnétique. Les modèles réalisés par cette approche doivent pouvoir évaluer de manière précise les grandeurs dans les deux directions de l'espace (pour une modélisation en 2-D). Selon le degré de précision désiré, le découpage du circuit magnétique en blocs élémentaires doit pouvoir s'adapter. En règle générale, dans les réseaux de réductances maillés, une meilleure précision sur les grandeurs locales est obtenue d'autant que le maillage est resserré, en particulier lorsque la saturation est prise en compte. Ainsi, avec un maillage plus dense, la fiabilité des estimations des forces et du couple augmente.

Dans ce deuxième chapitre, nous avons exposé la méthode de résolution implémentée dans *MRNsoftware*. Nous avons expliqué les choix adoptés par rapport à la formulation et à la construction du système d'équations matriciel de pour le problème électromagnétique. Nous avons parlé de la modélisation des sources (aimants et bobinages) ainsi que leurs distributions et traitements dans les modèles réalisés dans l'outil *MRNsoftware*. Deux formes de conditions aux limites sont prises en charge par *MRNsoftware* : la condition de flux tangent et les conditions de périodicité et d'anti-périodicité. Les étapes de calcul de grandeurs locales telles que les champs et inductions magnétiques au niveau de chaque bloc élémentaire et les techniques de calcul des grandeurs globales (flux et forces électromotrices et couple) ont été expliquées. La méthode de prise en compte du phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques a aussi été exposée. Nous avons aussi exposé de la méthode de prise en compte du mouvement dans un réseau de réductance conforme.

Cependant, la modélisation par réseaux de réductances maillés, dans le cadre d'un maillage conforme, reste limitée. La limitation fondamentale réside dans le fait que l'entrefer est discrétisé de manière à ce que le pas de mouvement souhaité soit au moins égal à la taille d'un bloc élémentaire ou à un de ces multiples impliquant une augmentation significative de la taille du système matriciel à résoudre.

Afin de dépasser cela, nous nous proposons d'explorer, dans le troisième chapitre, une technique qui permet de découpler la taille du découpage de la taille du pas de mouvement désirée.

Le maillage non-conforme fera, en effet, l'objet du troisième chapitre. Une interpolation des potentiels se révélera nécessaire pour connecter les différentes branches des interfaces de non-conformité. Différents découpages seront testés et la précision ainsi que le temps d'évaluation des modèles en réseaux de réductances seront comparés à un modèle de référence réalisé par éléments finis.

Chapitre III

Interfaces non-conformes dans un réseau de ré reluctances maillé

Approche d'interpolation par polynômes de Lagrange/gestion du mouvement et de la relaxation de maillage

Table des matières – Chapitre III

3.1	Introduction.....	116
3.2	Modélisation de l'entrefer et traitement du mouvement.....	117
3.2.1	Modèle analytique basé sur une fonction périodique.....	117
3.2.2	Perméances d'entrefer déterminées à partir d'un modèle par éléments finis	118
3.2.3	Autres méthodes de modélisation des perméances d'entrefer.....	120
3.2.4	Connexion stator/rotor et gestion du mouvement dans les réseaux maillés.....	120
3.3	Interpolation des potentiels aux nœuds par polynômes de Lagrange.....	123
3.3.1	Ligne de glissement à l'entrefer.....	123
3.3.2	Relaxation de maillage.....	125
3.3.3	Traitement des matrices de résolution.....	126
3.4	Etude comparative de différents maillages non-conformes.....	129
3.4.1	Modèle de l'étude.....	129
3.4.2	Maillage du modèle en réseaux de ré reluctances avec interfaces non-conformes.....	130
3.4.3	Résultats de simulation et confrontation des modèles.....	136
3.5	Conclusion.....	145

3.1 Introduction

Nous avons exposé dans le deuxième chapitre la méthodologie proposée pour la standardisation des procédures de modélisation par réseaux de réductances maillés. Cette méthodologie, dans le cas du maillage conforme, a été implémentée dans l'outil *MRNsoftware*.

Le but, de ce chapitre, est d'évaluer l'efficacité du maillage non-conforme dans la modélisation du réseau de réductance générée automatiquement sur la base de l'approche maillée (voir chapitre 1, section 1.7.2). Le maillage non-conforme est utilisé dans certains logiciels commerciaux de modélisation par éléments finis pour prendre en compte le mouvement. Ceci afin d'éviter de mailler la structure, de nouveau, à chaque pas de temps de l'analyse transitoire.

Dans ce chapitre, un exemple représentatif est présenté pour démontrer les possibilités et la précision offertes par un maillage non-conforme dans le cas des réseaux de réductances maillés. Comme il a été montré dans le chapitre 2, dans un maillage conforme, deux blocs élémentaires adjacents partagent une même branche. Cela rend le calcul plus rapide et plus précis, mais comme il reste dépendant de la discrétisation, il n'est pas pratique pour le traitement du mouvement. De plus, cela ne résout pas le problème de modélisation de l'entrefer lorsque le rotor et le stator sont maillés indépendamment puis connectés sur une interface non-conforme.

Pour résoudre ce dernier point (connectivité stator / rotor), différentes approches sont utilisées dans la littérature spécialisée (transformations conformes, fonctions analytiques, interpolation à partir de modèles par éléments finis, etc.). L'approche d'interpolation développée dans les travaux de cette thèse vise à rendre le traitement du mouvement indépendant de la discrétisation. Cette approche est également appliquée pour coupler différents maillages (discrétisation spatiale). Cela vise à rendre la relaxation de maillage plus aisée et plus automatique. Le modèle est d'abord divisé en zones indépendantes de la manière présentée au chapitre 2 (voir chapitre 2, section 2.3.3). Ces zones indépendantes seront connectées via le couplage par interpolation en introduisant des polynômes de Lagrange. Plusieurs maillages non-conformes sont présentés et les variables globales sont comparées à un modèle par éléments finis maillé finement.

La saturation magnétique est prise en compte dans les parties en ferromagnétique en appliquant la méthode itérative présentée dans le deuxième chapitre (voir section 2.8). Des comparaisons sont fournies dans les configurations en circuit ouvert et en charge pour le flux, le f.é.m et la force de déplacement.

Le principal avantage de la méthode est de surmonter les limitations des réseaux réductant maillés conformes et de rendre la modélisation encore plus générique. La méthode d'interpolation permet aussi de découpler le pas de mouvement du pas de maillage dans l'entrefer (voir section 2.9) sans recourir à une méthode particulière de modélisation des perméances d'entrefer.

Ceci permet aussi d'introduire un pas de mouvement quelconque dans les modèles de réductance maillés pour lesquels la modélisation du mouvement ne nécessite plus un nouveau maillage (au moins dans la couche d'entrefer) à chaque position. Les inconvénients de la méthode sont l'augmentation du nombre de variables (nœuds d'interface supplémentaires) et une certaine perte de précision liée à l'ordre des fonctions d'interpolation.

3.2 Modélisation de l'entrefer et traitement du mouvement

La problématique de la modélisation de l'entrefer et de la connexion stator / rotor est bien connue dans les modèles ré reluctants.

Pour résoudre ce problème, différentes approches sont utilisées dans la littérature de spécialité. Certains auteurs optent pour les modèles analytiques hybrides [86], [90], [92] (voir chapitre 1, section 1.7.4.2). Ces modèles sont utilisés pour calculer la solution du champ magnétique dans les régions à perméabilité constante (entrefer et aimant permanent) via une solution analytique formelle tout en évaluant le champ dans les encoches et les pièces ferromagnétiques par un réseau de ré reluctances. Ceci permet d'éviter le calcul de valeurs à assigner pour les perméances dans l'entrefer. Le couplage direct d'un circuit de ré reluctance avec un modèle de l'entrefer par éléments finis permet aussi d'éviter le calcul des perméances d'entrefer. C'est ce qui est proposé dans [2] où le champ dans la partie entrefer est résolu par éléments finis et le reste du modèle (rotor et stator) est réduit à un circuit de ré reluctances (voir section 1.7.4.1).

S'il est nécessaire de les calculer, de nombreuses méthodes sont proposées pour évaluer les ré reluctances d'entrefer. Une approche souvent utilisée par les auteurs est la détermination d'une loi périodique pour l'évolution de la perméances d'entrefer. En effet, la disponibilité d'une formulation analytique de la perméance d'entrefer en fonction de la position relative du rotor par rapport au stator simplifie aussi la prise en compte du mouvement.

3.2.1 Modèle analytique basé sur une fonction périodique

V. Ostovic [45] propose un modèle analytique basé sur une fonction périodique, adaptée pour prendre en compte les épanouissements du flux, pour chaque perméance reliant une dent du rotor à une dent du stator. En effet, dans cette approche, chaque pôle du stator est relié à un pôle du rotor et vice-versa. L'équation 3.1 montre le calcul d'une perméance au niveau de l'entrefer en fonction de l'angle de déplacement θ . w_{min} est défini par l'équation 3.2 et représente le minimum entre w_{st} et w_{rt} (respectivement les largeurs d'une dent statorique et d'un pôle rotorique). θ_t et θ'_t sont respectivement définies par les équations 3.3 et 3.4. D_e est le diamètre de l'entrefer moyen. O_{ss} et O_{sr} sont respectivement les ouvertures des d'encoches au stator et au rotor.

$$P_e = \begin{cases} P_{e_{max}} = \mu_0 \frac{w_{min}}{e} L_a & \text{si } 0 \leq \theta \leq \theta'_t \text{ et } 2\pi - \theta'_t \leq \theta \leq 2\pi \\ \frac{1}{2} P_{e_{max}} \left(1 + \cos \left(\pi \frac{\theta - \theta'_t}{\theta_t - \theta'_t} \right) \right) & \text{si } \theta'_t \leq \theta \leq \theta_t \\ \frac{1}{2} P_{e_{max}} \left(1 + \cos \left(\pi \frac{\theta - 2\pi + \theta'_t}{\theta_t - \theta'_t} \right) \right) & \text{si } 2\pi - \theta_t \leq \theta \leq 2\pi - \theta'_t \\ 0 & \text{si } \theta_t \leq \theta \leq 2\pi - \theta_t \end{cases} \quad 3.1$$

$$w_{min} = \min(w_{st}, w_{rt}) \quad 3.2$$

$$\theta'_t = \frac{|w_{st} - w_{rt}|}{D_e} \quad 3.3$$

$$\theta_t = \frac{w_{st} + w_{rt} + O_{ss} + O_{sr}}{D_e} \quad 3.4$$

Dans [2] l'auteur propose deux manières de représenter l'entrefer par des ré reluctances. La première est fondée sur des perméances unidirectionnelles dont la valeur dépendra de la position relative du stator par rapport au rotor. Une seconde modélisation de l'entrefer est réalisée par des blocs bidirectionnels dans le but de déterminer composantes spatiales de l'induction dans l'entrefer.

La perméance de connexion entre une dent rotorique et une dent statorique est estimée par une forme approchée avec des segments de droites. La Figure 3.1 (a) illustre les deux méthodes. L'évolution d'une perméance d'entrefer en fonction de l'angle de déplacement est représentée sur la Figure 3.1 (b). La perméance est maximale pour une position de conjonction entre une dent statorique et une dent rotorique. Sa valeur est calculée comme le montre l'équation 3.4 où $\Delta\theta$ est donnée à l'équation 3.5 et $\theta_{s1}, \theta_{s2}, \theta_{r1}$ et θ_{r2} sont, respectivement, les angles de début et de fin de la dent statorique et de la dent rotorique.

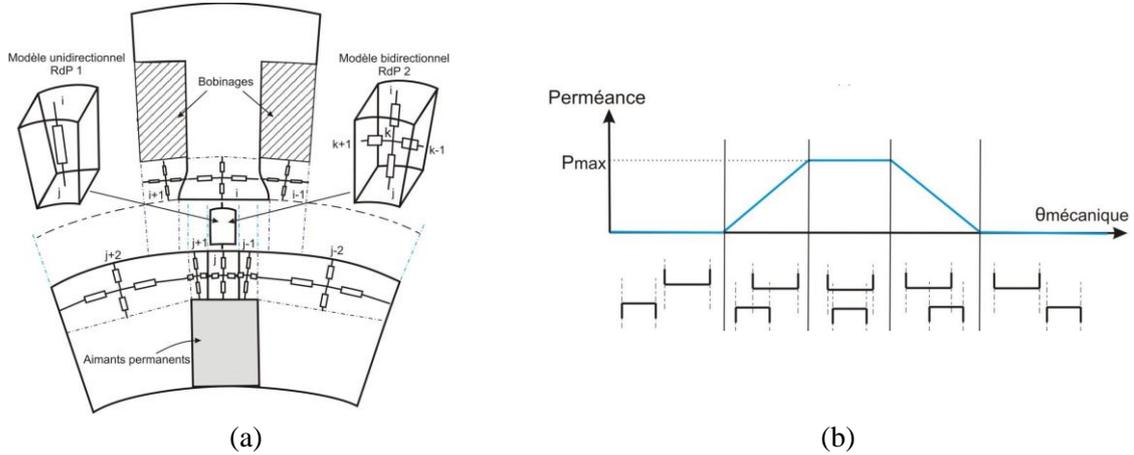


Figure 3.1. Ré reluctance au niveau de l'entrefer ; (a) Modèle à ré reluctances unidirectionnelle et bidimensionnel. (b) perméance d'entrefer en fonction de la position mécanique du rotor.

$$P_{s,r} = \mu_0 \frac{\Delta\theta R_{entrefer}}{e} L_{active} \quad 3.4$$

$$\Delta\theta = K_1(\theta_{s2} - \theta_{r1}) + K_2(\theta_{r2} - \theta_{s1}) - K_1K_2(\theta_{s2} - \theta_{s1}) \quad 3.5$$

$$K_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_{s1} \leq \theta_{r1} \leq \theta_{s2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$K_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta_{s1} \leq \theta_{r2} \leq \theta_{s2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3.2.2 Perméances d'entrefer déterminées à partir d'un modèle par éléments finis

Dans le but d'augmenter la précision dans l'évaluation de la valeur des perméances d'entrefer, d'autres auteurs réalisent un modèle par éléments finis. Des calculs magnétostatiques sont possibles pour différentes positions relatives du rotor par rapport au stator. Après avoir obtenu le résultat de la simulation par éléments finis, il s'agit de déterminer le flux dans une zone entre une dent statorique et une dent rotorique.

La complexité de la méthode réside dans le fait de déterminer, d'une part, le flux (prendre en considération les épanouissements) et de déterminer les extrémités de tube de flux pour le calcul des forces magnétomotrices. Pour calculer la ré reluctance, il faudra évaluer la valeur de la force magnétomotrice aux extrémités de cette zone.

Un premier inconvénient de la méthode est son temps de calcul car il est nécessaire à chaque fois de résoudre un modèle par éléments finis. Son autre inconvénient majeur réside dans l'automatisation de la démarche. Les tubes du flux à considérer doivent être « génériques » pour la détermination des perméances d'entrefer. Si, dans une étude paramétrique, les variations de la géométrie de la machine sont importantes, des épanouissements du flux peuvent apparaître/disparaître. Le calcul des perméances devra être adapté en conséquence des nouveaux tubes de flux.

Toujours à partir d'un modèle par éléments finis, plusieurs approches ont été testées dans la littérature spécialisée afin d'obtenir une formulation des perméances d'entrefer en fonction de la position. Ceci en effet permet de faciliter la prise en compte du mouvement.

Méthode de la longueur d'entrefer

L'auteur dans [26] obtient l'allure des lignes de champ. Ces lignes sont approximées par la juxtaposition de formes simples (segments de droite et arcs de cercle) en respectant l'hypothèse que l'induction dans l'entrefer est radiale au niveau de l'alésage statorique et que les lignes de flux aboutissent toujours perpendiculairement à la surface d'un matériau ferromagnétique. A l'aide de relations mathématiques simples, les perméances d'entrefer et de fuite d'encoche sont exprimées par une fonction périodique (longueur d'entrefer) en deux parties. Une première est associée au rotor et l'autre associée au stator [26].

Méthode de géométries simples

Pour une position déterminée du rotor par rapport au stator, les lignes de flux dans l'entrefer sont déterminées par un modèle par éléments finis. Par la suite, pour assurer la connexion entre le circuit réductant statorique et le circuit réductant rotorique, les lignes de flux sont agrégées pour constituer des tubes de formes géométriques simples. Les réductances dans l'entrefer, pour chaque position, sont ainsi calculées à partir des formes géométriques obtenues. Cette approche est mise en application dans [56] pour le modèle d'une machine à commutation de flux à aimants permanents (voir chapitre I, section 1.6.1).

L'avantage de cette approche est de pouvoir paramétrer facilement les perméances d'entrefer en se basant sur l'hypothèse que la variation de la géométrie de l'actionneur n'engendre pas de modifications de la forme des tubes de flux dans l'entrefer.

Afin de simplifier le calcul analytique des perméances dans l'entrefer et de profiter de l'avantage offert par cette méthode, elle est appliquée au modèle d'une machine à aimants en surface dans [98].

Méthode par interpolation trigonométrique

D'autres auteurs proposent des approches d'interpolation sur les points calculés pour obtenir une formulation analytique sur une plage de mouvement. Dans le modèle proposé par M. Hecquet [135], l'entrefer est modélisé par un nombre de réductances équivalent aux connexions des dents et des griffes. L'auteur réalise un modèle magnétostatique par éléments finis pour déterminer les valeurs des perméances d'entrefer aux différentes positions relatives du rotor par rapport au stator. Par la suite, l'auteur réalise une interpolation de ces valeurs pour obtenir une formulation analytique (loi d'évolution) des perméances en fonction de la position. Pour cause d'instabilités numériques, l'interpolation polynomiale est écartée et l'auteur opte pour une interpolation trigonométrique (combinaison linéaire de fonction périodique). Cette méthode est aussi utilisée dans les modèles de machines synchrones à aimants permanents [101]. L'équation 3.6 donne la fonction d'interpolation utilisée dans ces travaux (avec a_k et b_k qui sont les coefficients de la transformée de Fourier).

$$P_e(\theta) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_k (a_k \cos(2\pi k \theta) + b_k \sin(2\pi k \theta)) \quad 3.6$$

3.2.3 Autres méthodes de modélisation des perméances d'entrefer

Certains auteurs s'aident de transformations conformes pour calculer les perméances d'entrefer. Dans [136], un calcul complexe de la réductance de l'entrefer utilisant la transformation de Schwarz-Christoffel a été présenté pour des configurations simples de l'entrefer sur des inductances à noyau de fer et des transformateurs.

Dans [137], les auteurs proposent de combiner la transformation conforme de Schwarz-Christoffel et la méthode des contours de dents pour surmonter le fait de devoir réaliser un modèle sur un logiciel externe. Classiquement, un modèle est réalisé le plus souvent sur un logiciel de modélisation par éléments finis et doit être interfacé au modèle en réseaux de réductances. Dans le but d'éviter le passage par la modélisation par éléments finis, la boîte à outils Schwarz-Christoffel de MATLAB® [138] leur permet de convertir l'entrefer à double saillance de la machine à commutation de flux en un rectangle et d'appliquer la méthode des contours de dents par un calcul analytique.

Méthode des contours de dents

Pour calculer les perméances de l'entrefer par la méthode des contours de dents, le rotor et le stator sont divisés en régions de lignes autour de l'entrefer. Ces régions de lignes sont appelées contours de dents. Pour chaque position du rotor, un seul contour est activé. La perméance entre le contour activé et les contours environnants est calculée. L'activation d'un contour est réalisée en lui imposant un potentiel scalaire unitaire en magnétostatique ou en électrostatique. Tous les autres contours ont un potentiel nul. Par la suite, les relations entre flux, potentiel et perméances permettent de calculer directement cette dernière (perméance entre contour actif et inactif) à partir du flux entrant dans le contour inactif. Ceci peut être réalisé dans une simulation par éléments finis [139] ou calculer par une méthode analytique. Cette méthode est exploitée pour les modèles développés dans l'outil Turbo-TCM [102].

3.2.4 Connexion stator/rotor et gestion du mouvement dans les réseaux maillés

Dans un réseau réductant entièrement maillé, les besoins de précision de la simulation peuvent nécessiter une subdivision supplémentaire de la région de l'entrefer, à la fois dans la direction radiale et dans la direction circonférentielle. Si l'on souhaite garder un découpage conforme, le seul moyen d'augmenter les divisions circonférentielle dans la région de l'entrefer consiste à augmenter les divisions circonférentielles dans les autres régions du modèle (stator et rotor).

Lorsque le modèle réductant du stator et celui du rotor sont construits de manière indépendante du modèle d'entrefer, cela conduit à un découpage et à des divisions non homogènes sur les trois parties du modèle (rotor/entrefer/stator). La Figure 3.2 illustre cette situation. Il sera bien évidemment nécessaire de connecter les trois régions (rotor/entrefer/stator).

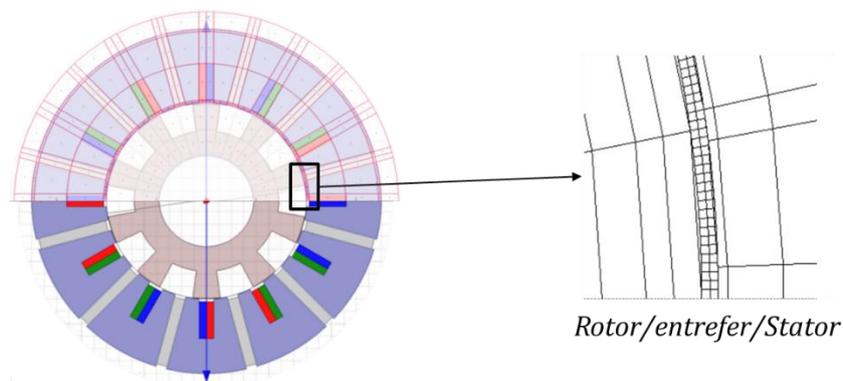


Figure 3.2. Problématique de la connexion des éléments entre le rotor, l'entrefer et le stator.

De plus, pour un mouvement avec un pas de déplacement quelconque, une interface de non-conformité apparaît au niveau de la ligne de glissement. En effet, lors du déplacement du rotor à chaque pas, les divisions (bordures des éléments) ne coïncident plus.

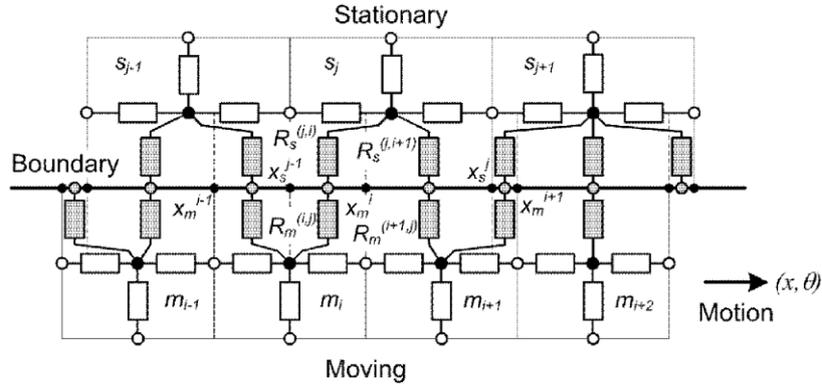


Figure 3.3. Séparation des réductances des blocs élémentaires à l'interface de glissement [128].

L'approche bien souvent employée dans la littérature de spécialité consiste d'abord à partager radialement la zone d'entrefer en deux régions. Une première région est connectée au stator (partie fixe) et la deuxième région est connectée au rotor (partie mobile). Il sera nécessaire de relier le réseau réductant de la partie mobile à celui de la partie fixe.

La technique proposée dans [128], [140] est de réajuster les réductances en contact avec la ligne de glissement ainsi que leurs connexions. La Figure 3.3 illustre cette méthode [140]. Les blocs élémentaires de la partie fixe sont adjacents à ceux de la partie mobile et sont en contact via la ligne de glissement. Les nœuds centraux de ces éléments sont connectés à travers de nouvelles branches. La réductance initialement présente sur la branche d'origine de ces éléments est séparée en plusieurs nouvelles réductances en conséquence des chevauchements (recouvrement) entre les blocs élémentaires des parties fixe et mobile.

En effet, la réductance du haut des blocs élémentaires de la partie mobile, en contact avec l'interface de glissement, est divisée en deux réductances pour créer les nouvelles branches de connexion (voir Figure 3.3). Les réductances du bas de la zone statique sont traitées de la même manière. Les valeurs dépendent de la proportion de chevauchement entre les éléments et peuvent être exprimées comme le montre l'équation 3.7 pour la réductance $R_s^{(j,i)}$ et où $R_{sb}^{(j)}$ est la réductance d'origine de la branche du bas de l'élément statorique s_j .

$$R_s^{(j,i)} = R_{sb}^{(j)} \cdot \frac{x_s^j - x_s^{j-1}}{x_m^i(x) - x_s^{j-1}} \quad 3.7$$

Dans [3], une bande d'éléments au niveau de l'entrefer est utilisée en tant que bande de mouvement. La Figure 3.4 illustre la bande de mouvement et ses divisions au niveau de l'entrefer. Le maillage de l'entrefer est basé sur des éléments bidimensionnels. Toutefois, la création des blocs est dérivée des divisions des éléments du stator et de rotor. Les bords des éléments du stator et du rotor (en contact avec l'entrefer) définissent les bords de l'élément dans l'entrefer. Le maillage de l'entrefer sera redéfini pour chaque position du rotor, c'est-à-dire en tenant compte de la rotation. Puisque l'entrefer est re-maillé à chaque étape, ceci a le désavantage d'induire un changement de la taille du système matriciel.

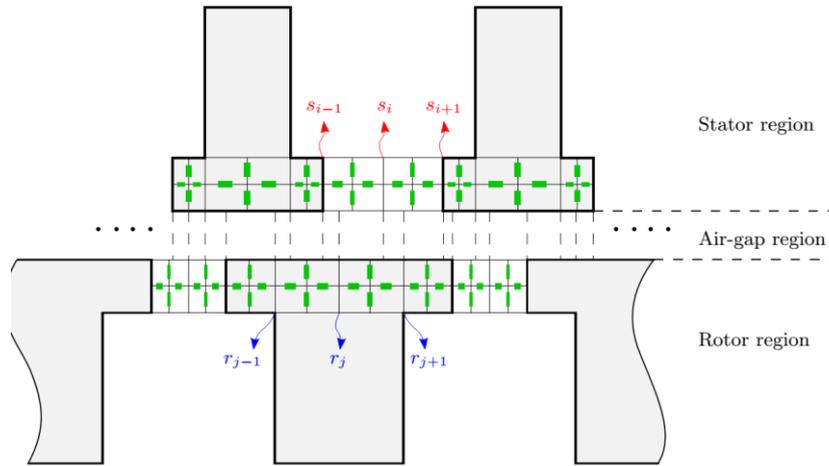


Figure 3.4. Bande de mouvement dans l'entrefer [3].

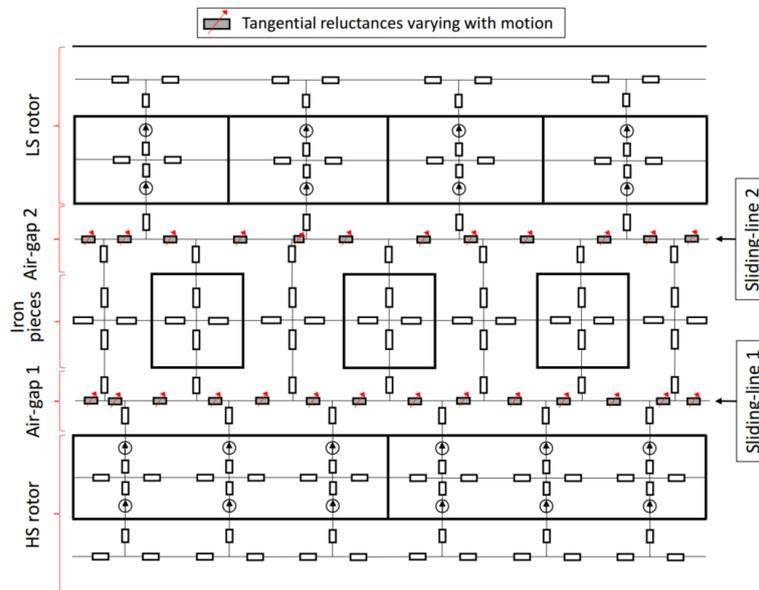


Figure 3.5. Réductances de connexion entre les rotors et le stator dans l'entrefer d'un engrenage magnétique [72].

Pour le modèle d'un engrenage magnétique à deux rotors, des réductances tangentielles supplémentaires dans l'entrefer sont utilisées dans [72] pour connecter les circuits réductants de la partie statique et des parties mobiles. La Figure 3.2 illustre les réductances dans le sens tangential, dans les parties d'entrefer. Cette méthode reste limitée à la modélisation de l'entrefer et serait difficile à mettre en œuvre pour la relaxation du maillage. Le modèle réductant d'un engrenage magnétique est aussi proposé dans [141] mais se base sur un maillage conforme de la structure.

Le couplage par interpolation lagrangienne est utilisé dans [142] pour connecter les réseaux réductants du stator et du rotor d'une machine à commutation de flux et pour rendre le traitement du mouvement indépendant de la discrétisation spatiale. Dans ce chapitre, cette dernière approche est développée et appliquée pour coupler différents maillages (discrétisations spatiales). Cela permet également d'appliquer une relaxation du maillage sur différentes zones du modèle qui n'ont pas la même densité de maillage. Le détail de l'approche développée sera donné dans la section suivante de ce chapitre.

3.3 Interpolation polynomiale des potentiels aux nœuds par polynômes de Lagrange

On rappelle que le polynôme de Lagrange associé au point x_i , développé à l'ordre k , est donné par l'équation 3.8. Cette formulation se décline aussi dans des coordonnées polaires et est donnée par l'équation 3.9 où θ est la coordonnée circonférentielle.

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad 3.8$$

$$L_i(\theta) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^k \frac{\theta - \theta_j}{\theta_i - \theta_j} \quad 3.9$$

Si on se contente du premier ordre pour les équations précédentes, les équations 3.8 et 3.9 se simplifient et s'écrivent comme l'indiquent les équations 3.10 et 3.11.

$$L_i(x) = \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \times \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad 3.10$$

$$L_i(\theta) = \frac{\theta - \theta_j}{\theta_i - \theta_j} \times \frac{\theta - \theta_j}{\theta_i - \theta_j} \quad 3.11$$

Dans le cadre de l'exploitation de cette méthode pour la modélisation par réseaux de ré reluctances, l'interpolation polynomiale par polynômes de Lagrange du premier ordre sera appliquée au niveau de chaque nœud dans une interface de non-conformité de maillage. En se basant sur les principes de la continuité du potentiel magnétique scalaire et de la continuité du flux magnétique au niveau d'une interface, cette interpolation est utilisée pour évaluer les valeurs du potentiel magnétique scalaire au niveau des nœuds de cette interface.

3.3.1 Ligne de glissement à l'entrefer

La Figure 3.6 illustre une interface de non-conformité de maillage au niveau d'une ligne de glissement à l'entrefer. Les nœuds au niveau de cette ligne sont connectés soit aux nœuds centraux des blocs élémentaires de la zone du haut (éléments de la partie statique ou reliés au schéma ré reluctant statorique), soit au réseau ré reluctant de la zone du bas (éléments de la zone mobile ou reliés au réseau ré reluctant rotorique). Les potentiels scalaires magnétiques des nœuds centraux des blocs élémentaires sont notés, respectivement, U_s et U_r pour les zones statique et mobile. Les nœuds périphériques des blocs élémentaires à l'interface sont notés $U_{r,i}$ et $U_{s,i}$. Les nœuds d'interface de la partie mobile ($U_{r,i}$) s'écrivent en fonction du potentiel magnétique scalaire des nœuds d'interface de la partie fixe ($U_{s,i}$).

De par la formulation adoptée pour le problème magnétique (voir chapitre 2, section 2.3) et du choix de résolution pour les nœuds centraux des blocs élémentaires, les nœuds d'interfaces constituent des nœuds supplémentaires et devront être pris en compte dans le système d'équations.

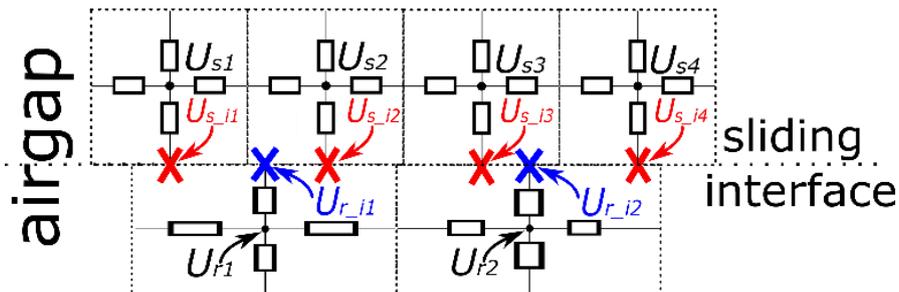


Figure 3.6. Blocs ré reluctants à l'interface stator / rotor.

Les équations des nœuds de la surface de glissement sont obtenues en réalisant une interpolation de leurs potentiels magnétiques scalaires et des inductions magnétiques des branches dont ces nœuds font partie.

La continuité du potentiel magnétique scalaire au niveau de l'interface de glissement permet d'écrire chaque potentiel de nœud en fonction des potentiels des nœuds situés immédiatement de part et d'autre. La continuité de la composante de l'induction magnétique dans le sens normale à l'interface de glissement sera assurée par la même méthode d'interpolation.

Afin de satisfaire à la formulation en potentiel et pour écrire un nombre d'équation égale au nombre d'inconnues, le potentiel magnétique des nœuds de l'interface appartenant aux blocs élémentaires de la partie mobile sont interpolés par les nœuds des éléments de la partie mobile. Inversement, l'induction magnétique des branches des nœuds d'interface de la partie statique sera écrite en fonction de l'induction magnétique des nœuds d'interface de la partie mobile.

Les équations 3.12 et 3.13 expriment cela respectivement pour les potentiels et les inductions. $U_{r_{i1}}, U_{r_{i2}}$ ainsi que $U_{s_{i2}}$ sont les potentiels scalaires magnétiques des nœuds de l'interface appartenant respectivement aux blocs élémentaires de la partie mobile (numérotés r_1 et r_2) et ceux de la partie fixe (numérotés s_2). $B_{r_{i1}}, B_{r_{i2}}$ et $B_{s_{i2}}$ sont les inductions des branches reliant les nœuds périphériques (nœuds à l'interface) aux nœuds centraux de ces même blocs élémentaires. Les positions des nœuds d'interface sont notées $x_{r_{i1}}, x_{r_{i2}}$ et $x_{s_{i2}}$.

$$U_{r_{i1}} = \frac{x_{r_{i1}} - x_{s_{i1}}}{x_{s_{i2}} - x_{s_{i1}}} U_{s_{i2}} + \frac{x_{s_{i2}} - x_{r_{i1}}}{x_{s_{i2}} - x_{s_{i1}}} U_{s_{i1}} \quad 3.12$$

$$B_{s_{i2}} = \frac{x_{s_{i2}} - x_{r_{i1}}}{x_{r_{i2}} - x_{r_{i1}}} B_{r_{i2}} + \frac{x_{s_{i2}} - x_{r_{i1}}}{x_{r_{i2}} - x_{r_{i1}}} B_{r_{i1}} \quad 3.13$$

Lorsque les inductions ($B_{r_{i1}}, B_{r_{i2}}$ et $B_{s_{i2}}$) sont réécrites en tant que gradient de potentiel magnétique scalaire par rapport aux branches qui les portent, elles prennent la forme donnée par les équations 3.14, 3.15 et 3.29. $\mathfrak{R}_{r_{i1}}, \mathfrak{R}_{r_{i2}}, \mathfrak{R}_{s_{i2}}$ et $S_{r_{i1}}, S_{r_{i2}}, S_{s_{i2}}$ sont les ré reluctances des branches qui portent ces inductions et leurs sections respectivement.

$$B_{s_{i2}} = \frac{\Delta U_{s_{i2}}}{\mathfrak{R}_{s_{i2}} S_{s_{i2}}} \quad 3.14$$

$$B_{r_{i1}} = \frac{\Delta U_{r_{i1}}}{\mathfrak{R}_{r_{i1}} S_{r_{i1}}} \quad 3.15$$

$$B_{r_{i2}} = \frac{\Delta U_{r_{i2}}}{\mathfrak{R}_{r_{i2}} S_{r_{i2}}} \quad 3.16$$

L'équation 3.16 est reprise sous cette forme à l'équation 3.17. $\Delta U_{r_{i1}}, \Delta U_{r_{i2}}$ et $\Delta U_{s_{i2}}$ sont définies par les équations 3.18, 3.19 et 3.20 respectivement avec U_{r1}, U_{r2} et U_{s2} les potentiels des nœuds centraux des blocs élémentaires.

$$\frac{\Delta U_{s_{i2}}}{\mathfrak{R}_{s_{i2}} S_{s_{i2}}} = \frac{x_{s_{i2}} - x_{r_{i1}}}{x_{r_{i2}} - x_{r_{i1}}} \frac{\Delta U_{r_{i2}}}{\mathfrak{R}_{r_{i2}} S_{r_{i2}}} + \frac{x_{s_{i2}} - x_{r_{i2}}}{x_{r_{i2}} - x_{r_{i1}}} \frac{\Delta U_{r_{i1}}}{\mathfrak{R}_{r_{i1}} S_{r_{i1}}} \quad 3.17$$

$$\Delta U_{r_{i1}} = U_{r1} - U_{r_{i1}} \tag{3.18}$$

$$\Delta U_{r_{i2}} = U_{r2} - U_{r_{i2}} \tag{3.19}$$

$$\Delta U_{s_{i2}} = U_{s2} - U_{s_{i2}} \tag{3.20}$$

La méthode présentée ici nous permet d'avoir un découpage différent de la région stator et indépendant du maillage de la région rotor. Le développement présenté ci-dessus pour une interface de non-conformité au niveau d'une ligne de glissement à l'entrefer se décline parfaitement pour une interface entre deux matériaux de natures différentes. De manière similaire et afin de développer cette approche pour traiter la relaxation de maillage, la même approche est reprise pour les nœuds d'interface entre différentes zones du modèle.

Il est à noter qu'il est possible, dépendamment du maillage et du découpage, d'augmenter l'ordre de l'interpolation. Cependant, l'interpolation dans les maillages et simulations présentées dans ce chapitre se limitera aux polynômes de Lagrange du premier ordre (voir équations 3.10 et 3.11).

3.3.2 Relaxation du maillage

Dans un modèle par éléments finis bidimensionnel, la relaxation du maillage peut être réalisée naturellement en raison de la forme des éléments et de la formulation spécifique à la méthode des éléments finis.

Dans le cadre des réseaux de ré reluctances, la discrétisation spatiale est liée au principe du tube de flux (voir chapitre 1, section 1.5). Plus spécifiquement, dans le cas des réseaux maillés, les blocs élémentaires de ré reluctances doivent être centrés afin de faire coïncider les branches de chaque élément et de décrire un trajet du flux à travers les deux blocs adjacents.

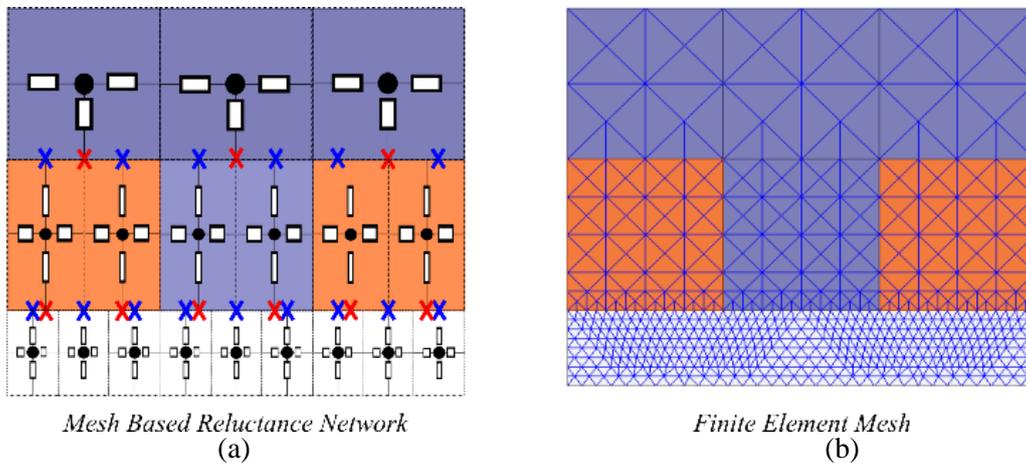


Figure 3.7. Illustration de la relaxation du maillage ; (a) Réseau de ré reluctances maillé. (b) Eléments finis.

Si l'on souhaite réaliser un découpage plus fin d'une région à l'autre du modèle, il devient facile de se retrouver dans la situation illustrée sur la Figure 3.7 (a). La Figure 3.7 illustre la relaxation du maillage dans le cas d'un modèle en réseau de ré reluctances maillé (Figure 3.7 a) et dans le cas d'un maillage par éléments finis classique à base de triangles (Figure 3.7 b).

En éléments finis, les nœuds (sommets des triangles) coïncident naturellement des éléments plus petits vers les éléments plus grands sans qu'un nœud se retrouve au milieu d'une arête. En revanche, lorsqu'il s'agit d'un réseau de ré reluctances maillé, les interfaces de non-conformité se distinguent

clairement (voir Figure 3.7 a). En fonction de la discrétisation, les potentiels scalaires des nœuds d'interface doivent être évalués.

Basée sur la même approche que celle utilisée pour modéliser l'interface non-conforme au niveau de l'entrefer (donnée dans la section 3.3), la méthode d'interpolation de Lagrange est utilisée pour permettre une flexibilité dans le maillage du domaine d'étude.

3.3.3 Traitement des matrices de résolution

Les modifications au niveau de la structuration des données impliquent un traitement des interfaces à l'étape de construction des matrices de résolution (chapitre 2, section 2.3.1). Cela se fait en premier lieu en séparant les interfaces conformes de celles où une non-conformité apparaît.

En effet, pour la connexion des zones conformes, il est nécessaire d'adopter la même structuration de matrice de résolution que pour la matrice des perméances [P] (chapitre 2, section 2.3). Le découpage à l'intérieur d'une même zone est conforme. De ce fait, les matrices retranscrivant les connexions entre les nœuds à l'intérieur d'une même zone sont bâties de la même manière.

Lorsqu'il s'agit de connecter deux zones avec une interface de non-conformité qui les relie, il sera nécessaire de les coupler (connecter) par des matrices incorporant l'interpolation polynomiale de Lagrange. Ceci impose une détection des interfaces non-conformes a priori de la construction de la matrice de résolution. Cette dernière se retrouve modifiée dû aux interpolations que l'on fera sur les potentiels scalaires ainsi que sur les inductions sortantes ou rentrantes au niveau des interfaces de non-conformité. Une vérification systématique des tailles et positions des blocs élémentaires des étages en bordure de zone (premier et dernier étage de zone) seront de rigueur.

La Figure 3.8 illustre le découpage en six zones d'un modèle avec un maillage conforme (Figure 3.8 a) et une interface de non-conformité introduite au niveau de l'entrefer moyen (Figure 3.8 b).

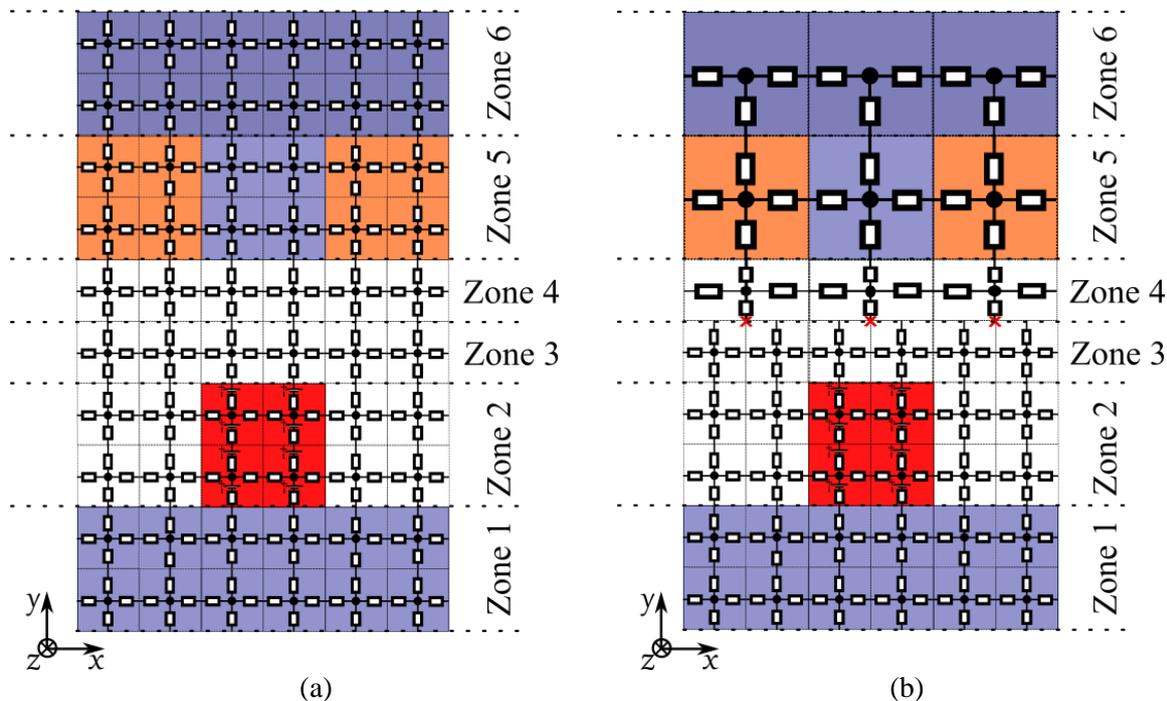


Figure 3.8. Maillage conforme/Maillage non-conforme. (a) Maillage conforme (b) Interface non-conforme au niveau de l'entrefer.

Le système matriciel correspondant au découpage en six zones et à un maillage conforme (Figure 3.8 a) est donné par l'équation 3.21.

$$\begin{bmatrix} [P_{z1}] & [P_{z1-z2}] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [P_{z2-z1}] & [P_{z2}] & [P_{z2-z3}] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [P_{z3-z2}] & [P_{z3}] & [P_{z3-z4}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [P_{z4-z3}] & [P_{z4}] & [P_{z4-z5}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [P_{z5-z4}] & [P_{z5}] & [P_{z5-z6}] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [P_{z6-z5}] & [P_{z6}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U_{z1}] \\ [U_{z2}] \\ [U_{z3}] \\ [U_{z4}] \\ [U_{z5}] \\ [U_{z6}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\phi_{s_{z1}}] \\ [\phi_{s_{z2}}] \\ [\phi_{s_{z3}}] \\ [\phi_{s_{z4}}] \\ [\phi_{s_{z5}}] \\ [\phi_{s_{z6}}] \end{bmatrix} \quad 3.21$$

$[P_{zi}]$ sont les matrices de perméance de zone décrivant toute la connexion entre les nœuds à l'intérieur de la zone i .

$[P_{zi-zj}]$ sont les matrices de couplage entre les zones i et j avec $i \neq j$ et $i, j = 1, 2, 3, \dots, n_z$. n_z est le nombre de zones. Toutes ces matrices sont carrées et leur dimension dépend du nombre de nœuds, qui est égal au nombre d'éléments dans un maillage ré luctant conforme.

$[U_{zi}]$ sont les vecteurs des potentiels scalaires des nœuds centraux des blocs élémentaires de ré reluctances de la zone i .

$[\phi_{s_{zi}}]$ sont les vecteurs d'excitation magnétique attachés aux nœuds de la zone i et exprimés en tant que sources de flux pour satisfaire l'homogénéité de l'équation.

Pour chaque interface de non-conformité, l'interpolation développée dans la section 3.3.1 devra être appliquée. Les équations 3.12 et 3.13 (voir section 3.3.1) qui décrivent l'interpolation pour chaque nœud seront écrites sous forme de matrices pour permettre leurs généralisations à tous les nœuds d'interface. Les équations 3.22 et 3.23 retranscrivent l'écriture matricielle pour tous les nœuds d'interface de deux zones concernées par une non-conformité.

$$[I][U_{int_r}] - [M_{interp_s}][U_{int_s}] = 0 \quad 3.22$$

$$[M_{ps_s}][U_{int_s}] - [M_{ps_s}][U_s] - [M_{interp_r}][U_{int_r}] + [M_{interp_r}][U_r] = 0 \quad 3.23$$

$[I]$ est la matrice identité. $[U_{int_r}]$ et $[U_{int_s}]$ sont les vecteurs contenant les valeurs du potentiel magnétique scalaire des nœuds d'interface pour les parties mobile et statique, respectivement.

$[U_r]$ et $[U_s]$ sont les vecteurs des valeurs du potentiel magnétique scalaire des nœuds centraux auxquels les nœuds d'interface sont connectés.

$[M_{interp_s}]$ est la matrice d'interpolation. $[M_{ps_s}]$ est la matrice contenant la perméance de l'élément divisée par sa section.

$[M_{interp_r}]$ est la matrice d'interpolation divisée par le produit de la ré luctance du bloc et de sa section.

Les nœuds de l'interface viendront s'ajouter en tant qu'inconnu dans le système d'équations. L'incorporation des équations 3.22 et 3.23 dans le système matriciel de résolution fournira les équations manquantes pour équilibrer le nombre d'inconnues dans l'ensemble du système. En regroupant les équations d'interpolation des potentiels scalaires des nœuds d'interfaces de non-conformité ainsi que les équations d'interpolation des flux des branches bordées par ces nœuds, les matrices finales prendront une nouvelle forme. Pour l'exemple donné par la Figure 3.8 b (modèle divisé en six zones et interface non-conforme au niveau de l'entrefer), le système de résolution prendra la forme de l'équation 3.24.

$$\begin{bmatrix} [P_{z1}] & [P_{z1-z2}] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [P_{z2-z1}] & [P_{z2}] & [P_{z2-z3}] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [P_{z3-z2}] & [P_{z3}] & [0] & [0] & [0] & [P_{part3}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [P_{z4}] & [P_{z4-z5}] & [0] & [0] & [P_{part4}] \\ [0] & [0] & [0] & [P_{z5-z4}] & [P_{z5}] & [P_{z5-z6}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [P_{z6-z5}] & [P_{z6}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [I] & [M_{interp_3}] \\ [0] & [0] & [M_{ps_3}] & [M_{interp_4}] & [0] & [0] & [M_{ps_3}] & [M_{interp_4}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [U_{z1}] \\ [U_{z2}] \\ [U_{z3}] \\ [U_{z4}] \\ [U_{z5}] \\ [U_{z6}] \\ [U_{int3}] \\ [U_{int4}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\phi_{S_{z1}}] \\ [\phi_{S_{z2}}] \\ [\phi_{S_{z3}}] \\ [\phi_{S_{z4}}] \\ [\phi_{S_{z5}}] \\ [\phi_{S_{z6}}] \\ [0] \\ [0] \end{bmatrix} \quad 3.24$$

Nous rappelons que le principe du découpage du modèle en zones distinctes reste le même que celui exposé en section 2.3.3 du chapitre 2. La différence néanmoins réside dans le fait de devoir prendre en considération les interfaces non-conformes au moment de la construction des matrices pour la résolution du système.

3.4 Étude comparative de différents maillages non-conformes

Nous présentons dans cette partie l'étude comparative entre différents maillage, de la même structure, comportant une ou plusieurs interfaces de non-conformité. Les résultats seront confrontés à un modèle de référence réalisé par éléments finis sur le logiciel Ansys-Maxwell®.

3.4.1 Modèle de l'étude

La Figure 3.9 illustre le modèle et son découpage en six zones distinctes. Dans chaque zone, nous pourrions appliquer une densité de maillage spécifique. Le nombre de divisions selon les directions \vec{x} et \vec{y} sera spécifique à la zone. L'entrefer sera séparé en deux zones au niveau de l'entrefer moyen. Cette séparation délimitera la zone de mouvement de la zone statique. Le Tableau 3.1 comporte les paramètres géométriques du modèle (τ_p est la largeur de pôle). Les dimensions de ce modèle ont été exagérées dans le but de maximiser les trajets du flux et de tester la robustesse de l'approche. Le courant dans la bobine est donné par l'équation 3.25 où J_{max} et S_{slot} sont respectivement la densité de courant et la section de l'encoche. x_d est le déplacement.

À l'étape du maillage, la géométrie est divisée en zones et les blocs élémentaires de ré reluctances sont créés. Les sources de force magnétomotrices de l'aimant sont placées dans la direction de son aimantation (voir chapitre 2, section 2.4.12.4.2). Les sources de force magnétomotrices dues aux courants sont recalculées à chaque étape de déplacement et réparties le long des branches de la direction \vec{y} dans la zone de bobinage (voir chapitre 2, section 2.4.2).

Le phénomène de saturation des parties ferromagnétiques (culasses et dents) est pris en compte par la méthode itérative présentée dans la section 2.8 du chapitre 2. Les valeurs de perméabilité des blocs ferromagnétiques sont réajustées à chaque itération jusqu'à convergence de l'algorithme.

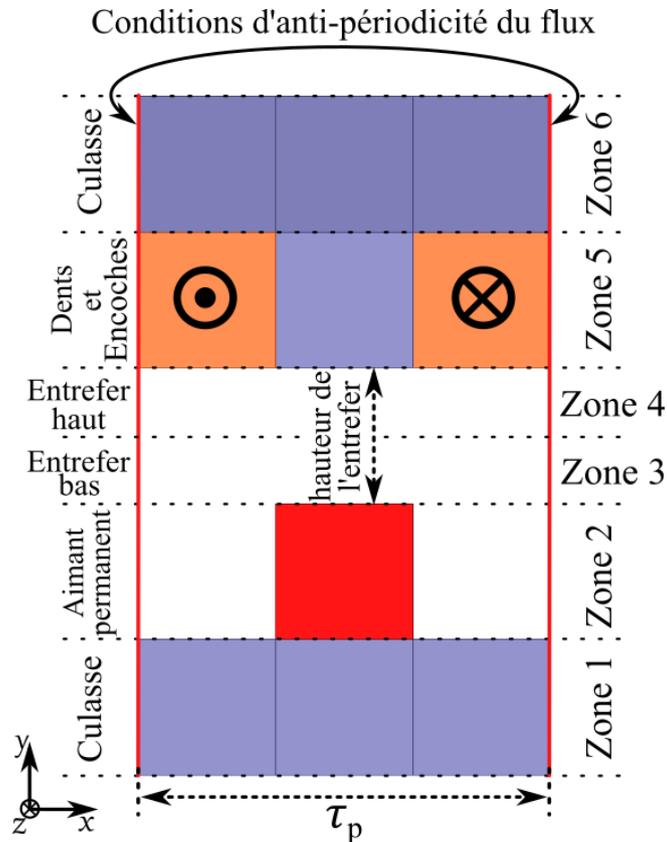


Figure 3.9. Découpage en zone du modèle.

Tableau 3.1. Paramètres du circuit et grandeurs évaluées

Paramètre	Valeur
Entrefer, hauteur des culasses, τ_p	10, 10, 30 mm
Rémanence de l'aimant	1.1 T
J_{max}, S_{slot}	50 A/mm ² , 100 mm ²

$$I = (J_{max} S_{slot}) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_d\right) \quad 3.25$$

3.4.2 Maillage du modèle en réseaux de ré reluctances avec interfaces non-conformes

Pour l'étude comparative, un modèle par éléments finis est maillé de manière suffisamment fine pour fournir une référence de comparaison (voir Figure 3.10 a). La Figure 3.10 (a) illustre le maillage éléments finis avec 3656 nœuds au total. La Figure 3.10 (b) illustre la distribution des lignes de flux dans le modèle sans courant dans la bobine. Les lignes de flux sont obtenues par le modèle éléments finis réalisé sur le logiciel Ansys-Maxwell®.

Dix schémas de maillage sont testés et comparés au modèle de référence en éléments finis. Neuf de ces schémas comportent des interfaces non-conformes pour évaluer l'approche d'interpolation des potentiels magnétiques scalaires. L'interpolation est appliquée au niveau des nœuds d'interface pour raccorder les différentes zones du modèle. Un dernier schéma de maillage est appliqué selon un découpage conforme pour donner un aperçu de la pertinence de l'interpolation scalaire en ce qui concerne la précision et le temps de calcul.

Le Tableau 3.2 résume la discrétisation spatiale dans chaque zone pour chaque motif de maillage. Le nombre de divisions dans les directions \vec{x} et \vec{y} ainsi que le nombre total d'éléments sont indiqués dans ce même tableau. Chaque motif de maillage a été choisi selon certaines spécifications.

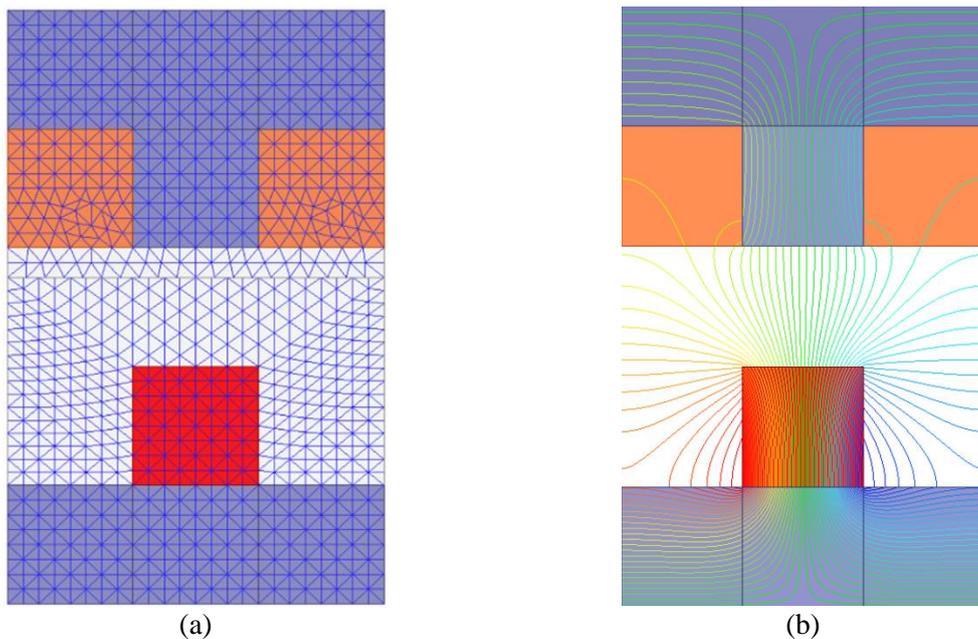


Figure 3.10. Modèle de référence par éléments finis. (a) Maillage de référence. (b) Distribution des lignes de flux dans le modèle.

Tableau 3.2. Paramètres du circuit et grandeurs évaluées

Zone div.		Schémas de découpage									
		Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3	Mesh 4	Mesh 5	Mesh 6	Mesh 7	Mesh 8	Mesh 9	Maillage conforme
Zone 1	\vec{x}	33	33	21	15	15	9	45	15	45	60
	\vec{y}	7	7	5	3	1	1	11	7	11	9
Zone 2	\vec{x}	33	33	21	15	15	9	45	15	45	60
	\vec{y}	7	7	5	3	3	3	11	7	11	9
Zone 3	\vec{x}	33	33	21	15	15	9	45	15	45	60
	\vec{y}	7	7	5	3	3	3	11	7	11	9
Zone 4	\vec{x}	45	45	27	27	21	12	33	51	51	60
	\vec{y}	7	7	5	3	3	3	11	7	11	9
Zone 5	\vec{x}	45	45	36	16	10	10	33	51	51	60
	\vec{y}	7	7	5	3	3	3	11	7	11	9
Zone 6	\vec{x}	45	15	15	6	6	9	33	51	51	60
	\vec{y}	7	7	3	1	1	1	11	7	11	9
Nombre de blocs de réductances		1638	1428	675	270	207	138	2574	1386	3168	3240

La Figure 3.11, la Figure 3.12 et la Figure 3.13 illustrent les 9 schémas de maillage qui comportent des interfaces de non-conformité. Les points dans la structure représentent les nœuds centraux des blocs élémentaires et les croix représentent les nœuds d'interfaces (au niveau des interfaces non-conformes). Un descriptif des spécificités de chaque maillage est donné dans ce qui suit :

→ Le maillage « Mesh 1 » est un maillage relativement fin avec une interface de non-conformité unique au niveau de l'entrefer.

→ Le deuxième schéma de maillage « Mesh 2 » est identique au maillage n°1 mais avec une relaxation du maillage au niveau de la culasse (zone 6). Le nombre de blocs élémentaires dans la direction \vec{x} est réduit d'un tiers, dans cette même zone, par rapport au maillage « Mesh 1 ».

→ Le troisième maillage, « Mesh 3 », présente un schéma de division différent des deux premiers. La zone de la bobine (zone 5) comporte un nombre d'éléments plus élevé (36 blocs dans la direction \vec{x}) que dans l'entrefer haut (zone 4 avec 27 blocs). Puis, 15 blocs dans la direction \vec{x} pour la zone de la culasse (zone 6). Ceci est fait dans le but d'obtenir trois interfaces de non-conformité de maillage avec un nombre de blocs élémentaires plus élevé puis plus faible aux abords des interfaces.

→ Les maillages n° 4 et n° 5 « Mesh 4 » et « Mesh 5 » ont un schéma de découpage plus léger que les premiers maillages avec un nombre de blocs élémentaires total de 270 et 207, respectivement. Les deux schémas comportent juste 2 blocs dans la direction \vec{x} pour la dent et toujours trois interfaces de non-conformité.

→ Le maillage n°6, « Mesh 6 », est le plus « grossier » de tous les maillages testés. C'est celui qui comporte le moins de blocs élémentaires (207 blocs). Les trois interfaces de non-conformité sont maintenues.

→ Le maillage 7, « Mesh 7 », présente un nombre plus élevé de divisions dans direction \vec{x} dans les zones 1, 2, 3 que dans les zones 4, 5, 6.

→ Dans le maillage n°8, « Mesh 8 », une différence plus grande est introduite entre le nombre de divisions dans la direction \vec{x} entre les zones 1, 2, 3 et 4, 5, 6 (par rapport au maillage n°7).

→ Le maillage 9 est un maillage dense avec un nombre de nœuds proche de celui du modèle par éléments finis. Il ne comporte qu'une seule interface non-conforme entre les zones d'entrefer bas (zone 3) et d'entrefer haut (zone 4).

Un dernier maillage a été ajouté à la comparaison. « Mesh_Conf » est un schéma de maillage conforme avec le même nombre de blocs dans chaque zone du modèle et un nombre de blocs élémentaire total proche de celui du modèle par éléments finis (3240 pour et 3656 pour le modèle EF).

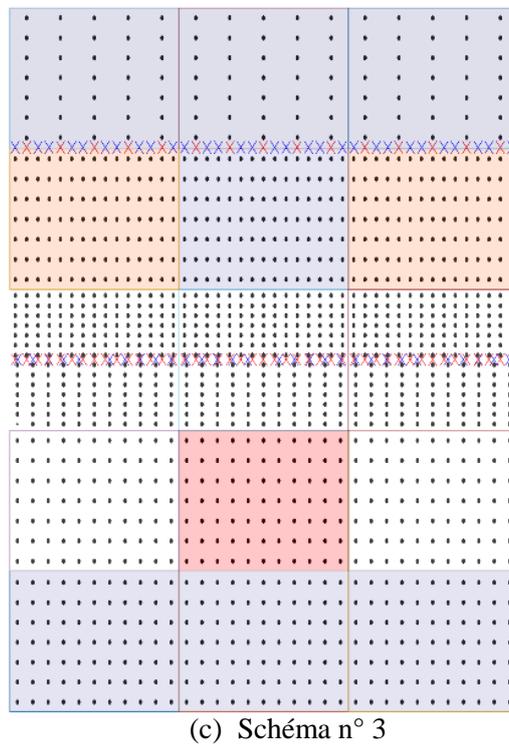
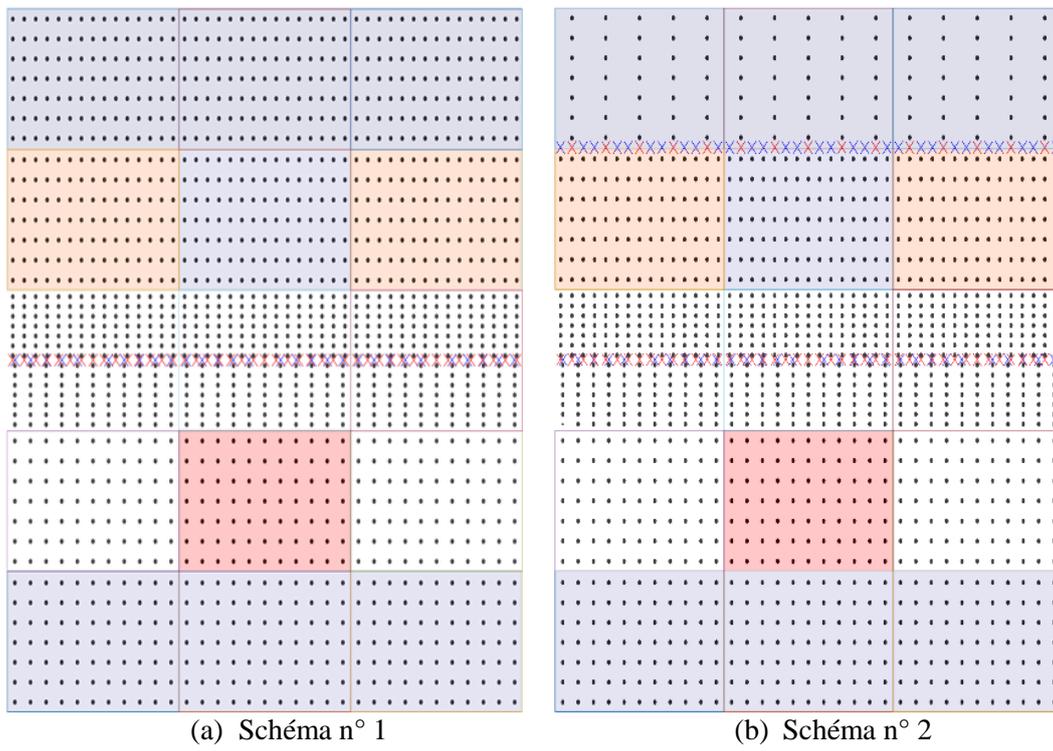


Figure 3.11. Illustration des 9 schémas de découpage en réseaux de réductances maillés (schémas 1 à 3).

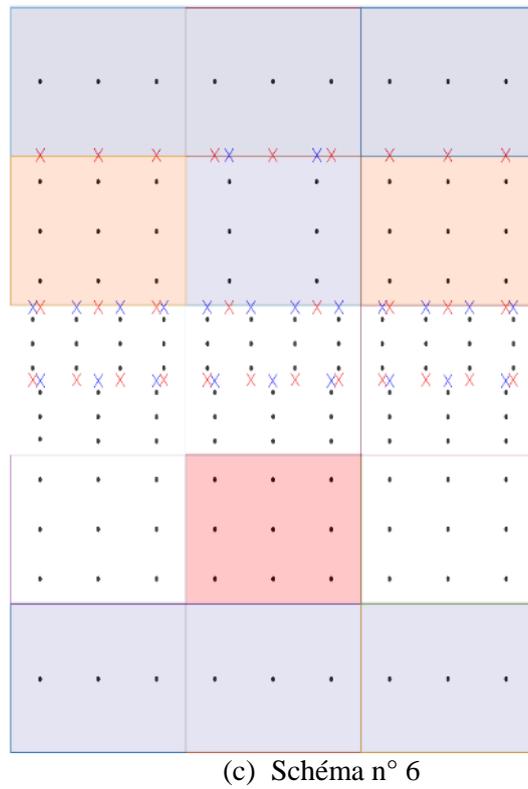
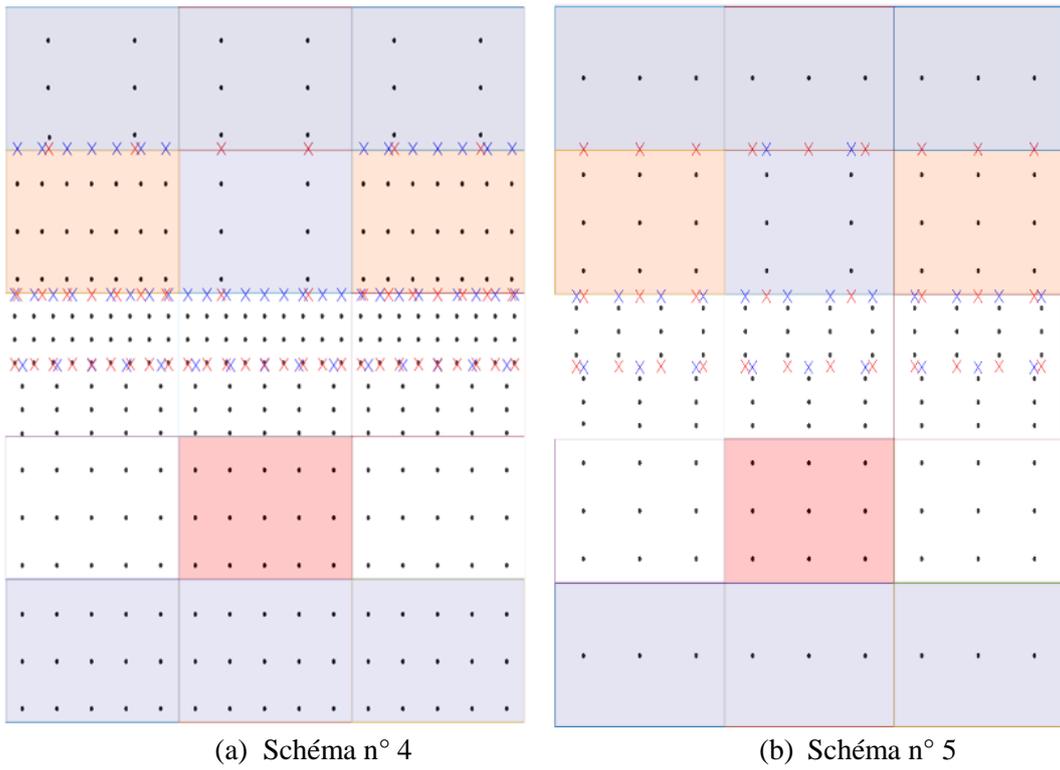


Figure 3.12. Illustration des 9 schémas de découpage en réseaux de ré reluctances maillés (schémas 4 à 6).

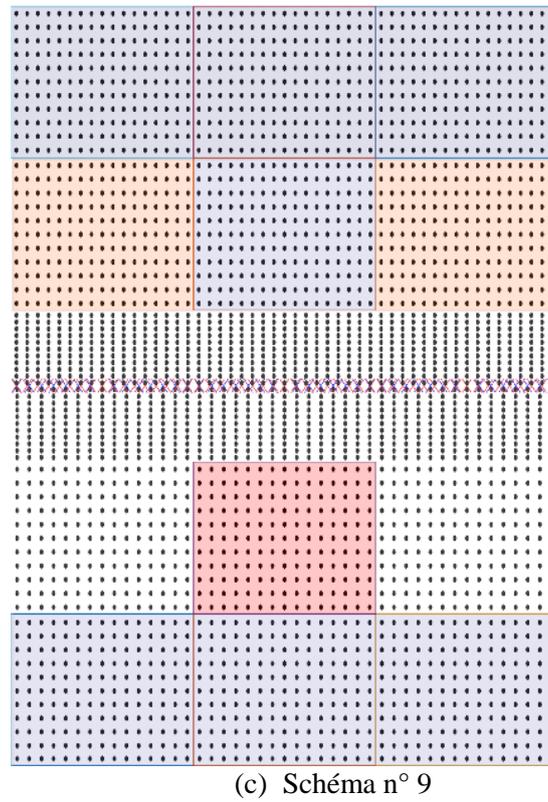
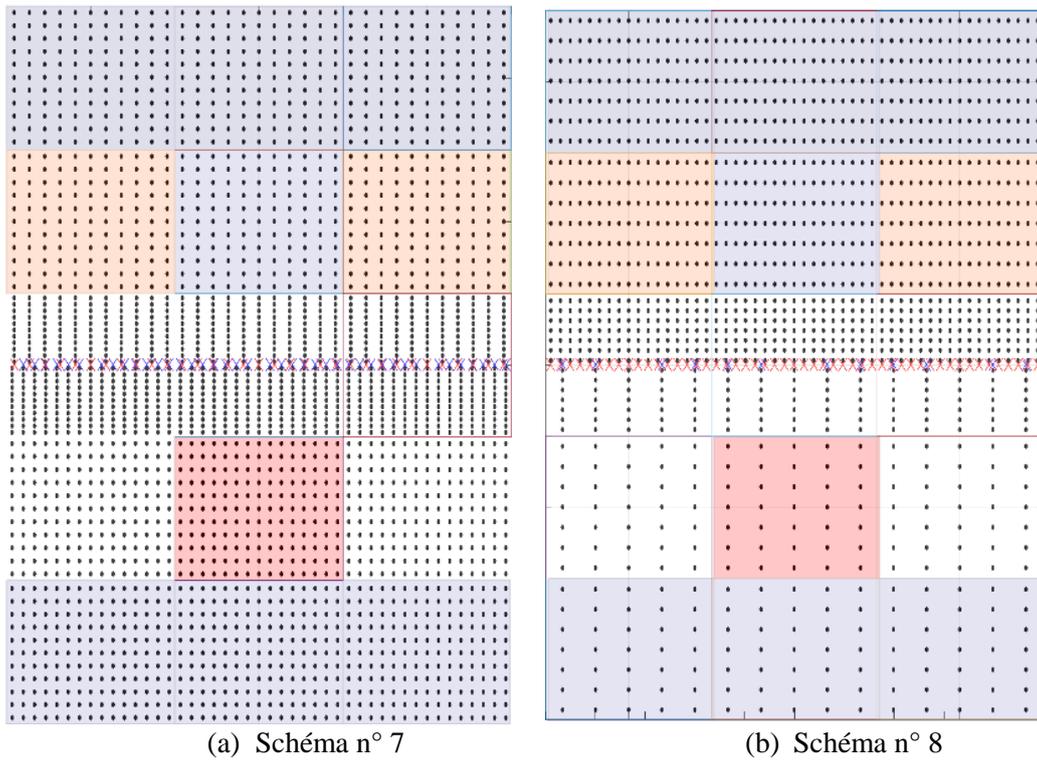


Figure 3.13. Illustration des 9 schémas de découpage en réseaux de réductances maillés (schémas 7 à 9).

La Figure 3.14 illustre un comparatif par rapport au nombre de nœuds entre les neuf maillages avec interfaces de non-conformité et le maillage de référence par éléments finis. Le nombre de nœuds centraux et le nombre de nœuds d'interface pour chaque maillage est aussi illustré sur la même figure.

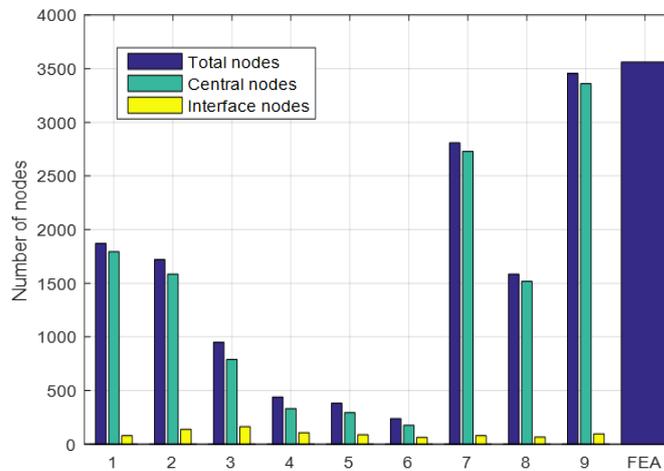


Figure 3.14. Comparaison du nombre de nœuds des différents maillages testés.

3.4.3 Résultats de simulation et confrontation des modèles

Deux cas de figure seront simulés : le circuit ouvert (c.-à-d. sans courant dans la bobine) et le modèle en charge (avec le courant I dans le bobinage – voir équation 3.25 section 3.4.1). Les grandeurs globales telles que le flux par spire, la force électromotrice et la force de déplacement sont comparées pour chaque maillage en réseaux de réductances avec le modèle de référence en éléments finis dans les deux situations (à vide et en charge).

La décomposition en série de Fourier des formes d'ondes permettra une analyse plus fine des résultats de chaque maillage.

La Figure 3.15 (a) illustre les formes du flux à vide perçu par la bobine (sans présence de courant dans l'encoche). La Figure 3.15 (b) illustre le contenu harmonique des ondes de flux pour chaque découpage. La Figure 3.16 (a) montre les formes d'onde de la force électromotrice à vide obtenues par différenciation du flux (voir chapitre 2, section 2.7.1). La Figure 3.16 (b) montre le contenu harmonique de ces mêmes ondes (correspondante à chaque maillage).

Il est possible d'observer la même distribution des harmoniques pour la force électromotrice que pour les formes d'onde du flux. Pour la plupart des harmoniques, les différences d'amplitude les plus élevées par rapport au modèle par éléments finis se retrouvent sur les maillages « Mesh 3 » et « Mesh 6 », particulièrement pour les harmoniques de 11^{ème} et de 13^{ème} rang. Les derniers maillages mentionnés contiennent trois interfaces non-conformes (au niveau des zones 3 et 4; 4 et 5 et 5 et 6; voir la Figure 3.11 et le Tableau 3.2). La même chose est observée sur le maillage numéro 5. Le couplage par interpolation est utilisé sur les trois niveaux. Ceci introduit un écart plus élevé sur les résultats que celui observé pour les autres schémas de maillage qui comportent moins d'interfaces non-conformes. En effet, une interface non-conforme existe dans les schémas « Mesh 1 » et « Mesh 8 » et « Mesh 9 » et deux interfaces pour le maillage numéro 2.

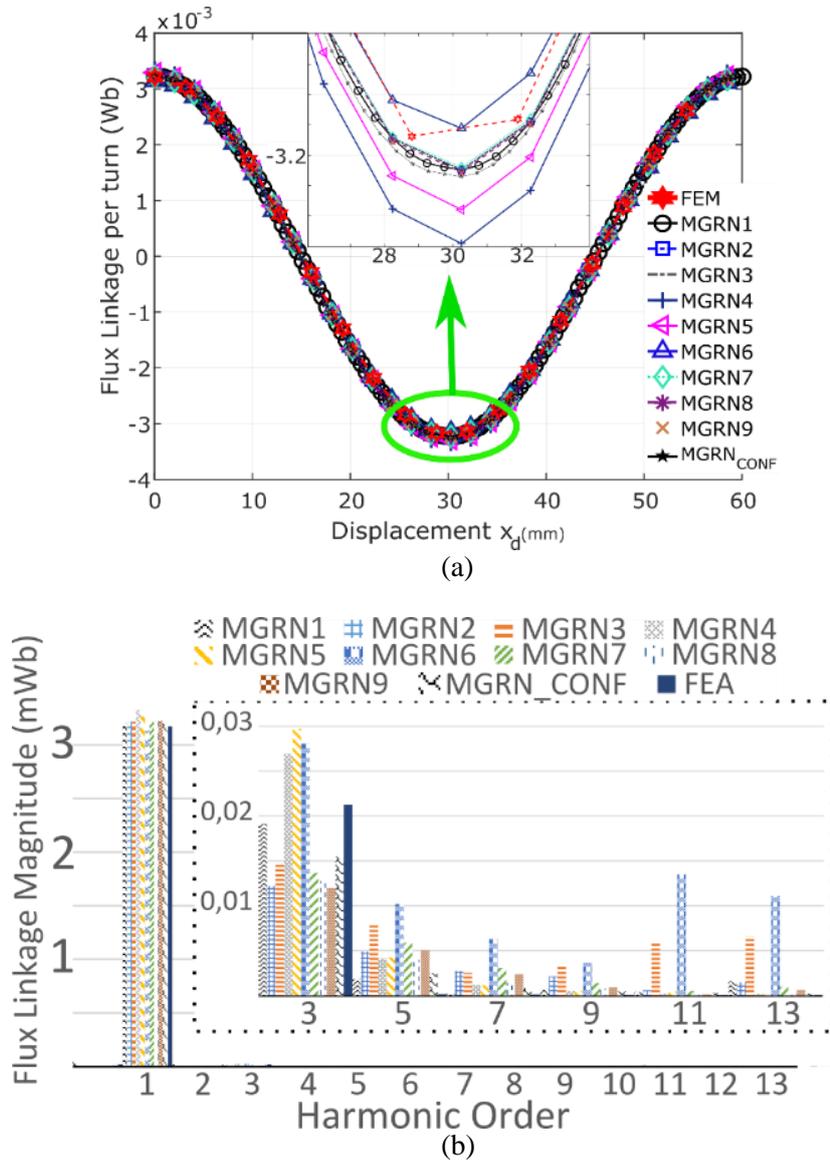


Figure 3.15. Flux à vide (sans courant dans la bobine). (a) Formes d'ondes pour les différents maillages. (b) Contenu harmonique des courbes de flux à vide.

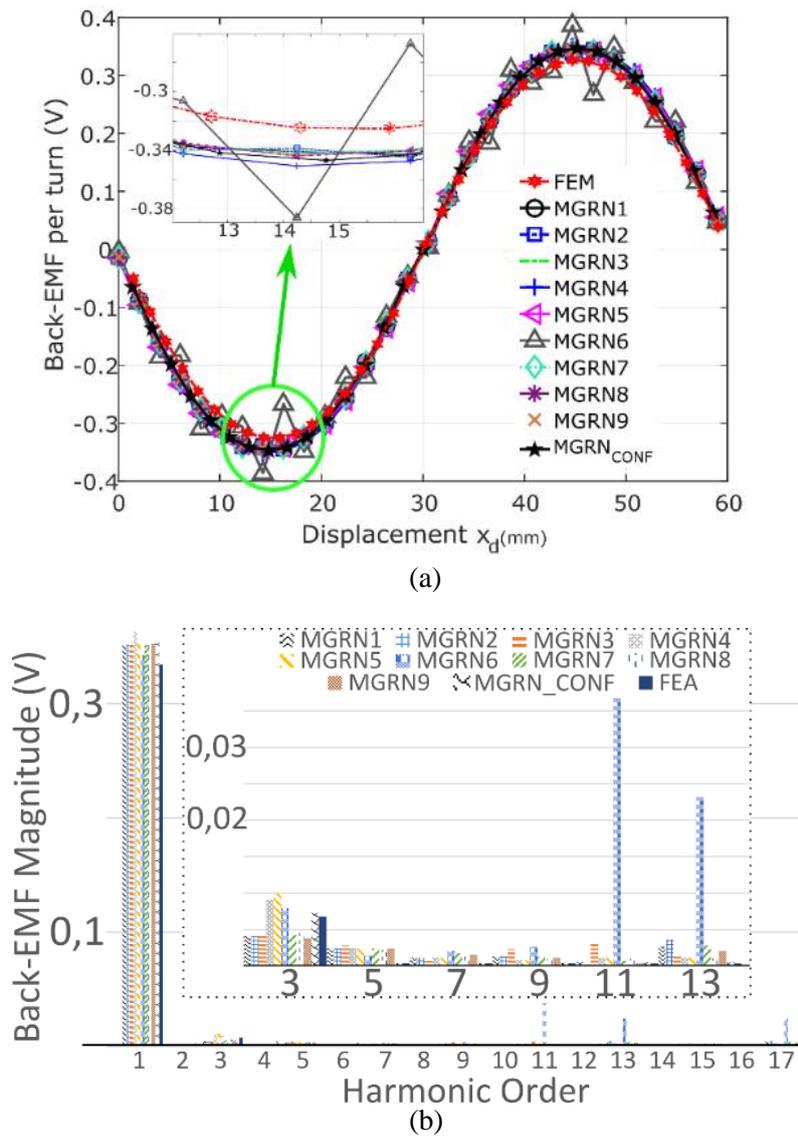


Figure 3.16. Force électromotrice (à vide). (a). Formes d'ondes (b) Contenu harmonique des ondes de force électromotrice à vide (sans courant dans la bobine).

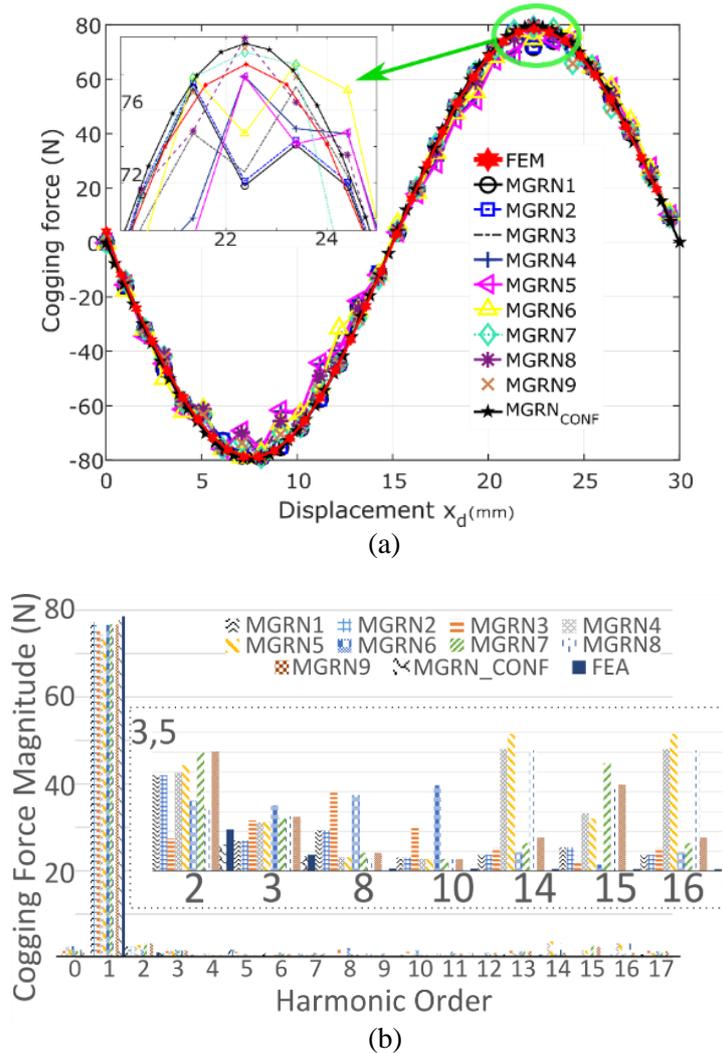


Figure 3.17. Force de détente pour les différents maillages. (a) Formes d'ondes de la force de détente. (b) Contenu harmonique de la force de détente (sans courant dans la bobine).

La Figure 3.17 (a) illustre les formes d'ondes de la force de détente en fonction du déplacement et la Figure 3.17 (b) le contenu harmonique de ces formes d'ondes pour chacun des maillages. Le schéma de maillage « Mesh 5 » présente les différences les plus significatives dans le contenu harmonique de la force de détente. Pour les simulations en circuit ouvert, les formes d'onde obtenues par le maillage conforme (flux à vide, force électromotrice et force de détente) sont les plus proches du modèle par éléments finis par rapport à tous les autres maillages qui comporte des interfaces de non-conformité.

La Figure 3.18 (a) illustre les formes d'ondes du flux en charge (courant présent dans le bobinage) pour tous les schémas testés. La Figure 3.18 (b) illustre le contenu harmonique de ces mêmes formes d'ondes. La Figure 3.19 (a) illustre la force électromotrice en charge et la Figure 3.19 (b) montre la décomposition harmonique de ces mêmes formes d'ondes. La Figure 3.20 (a) montre la force de déplacement obtenue par les différentes simulations et la Figure 3.20 (b) illustre leurs décompositions en harmoniques. Les différences les plus marquées sont observées sur les modèles de maillage n°3, n°5 et n°6, en particulier pour la force de déplacement.

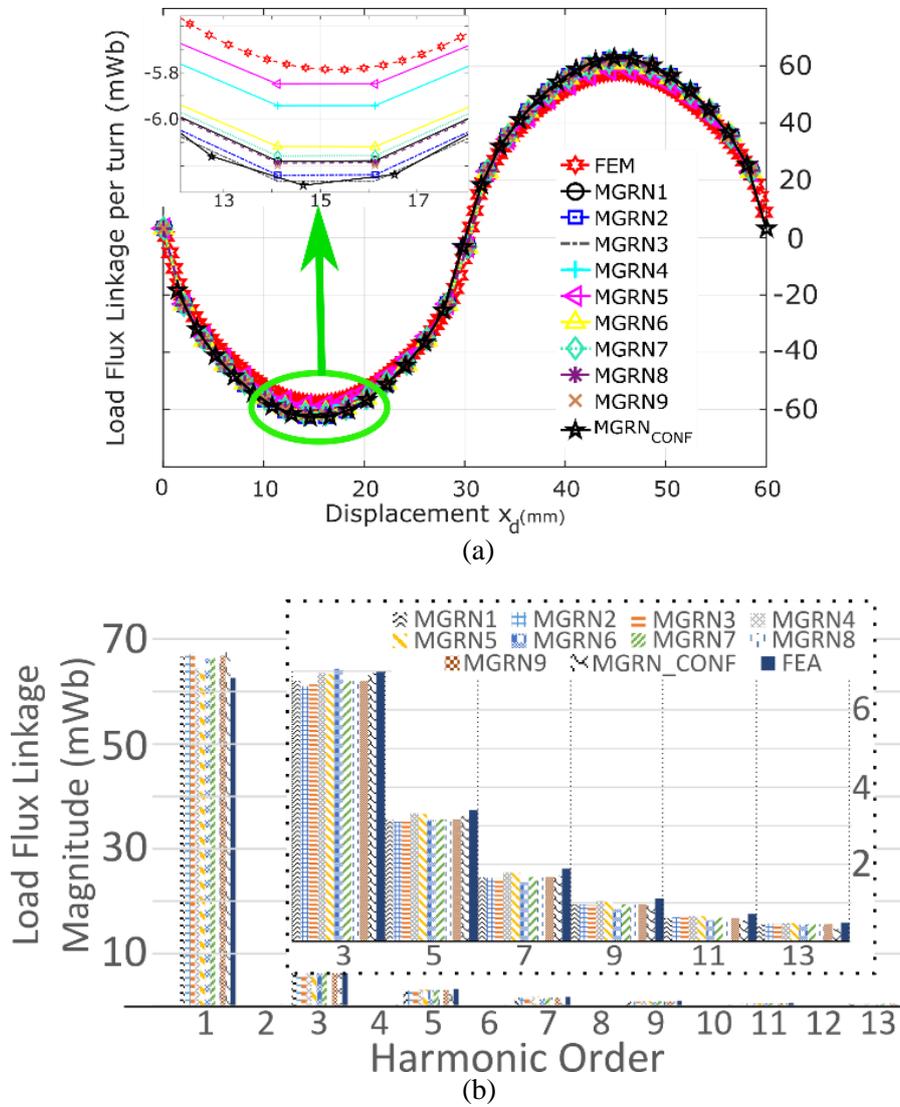


Figure 3.18. Flux en charge perçu par la bobine (présence de courant dans la bobine) ; (a) Formes d'ondes pour les différents maillages. (b) Contenu harmonique des courbes de flux en charge.

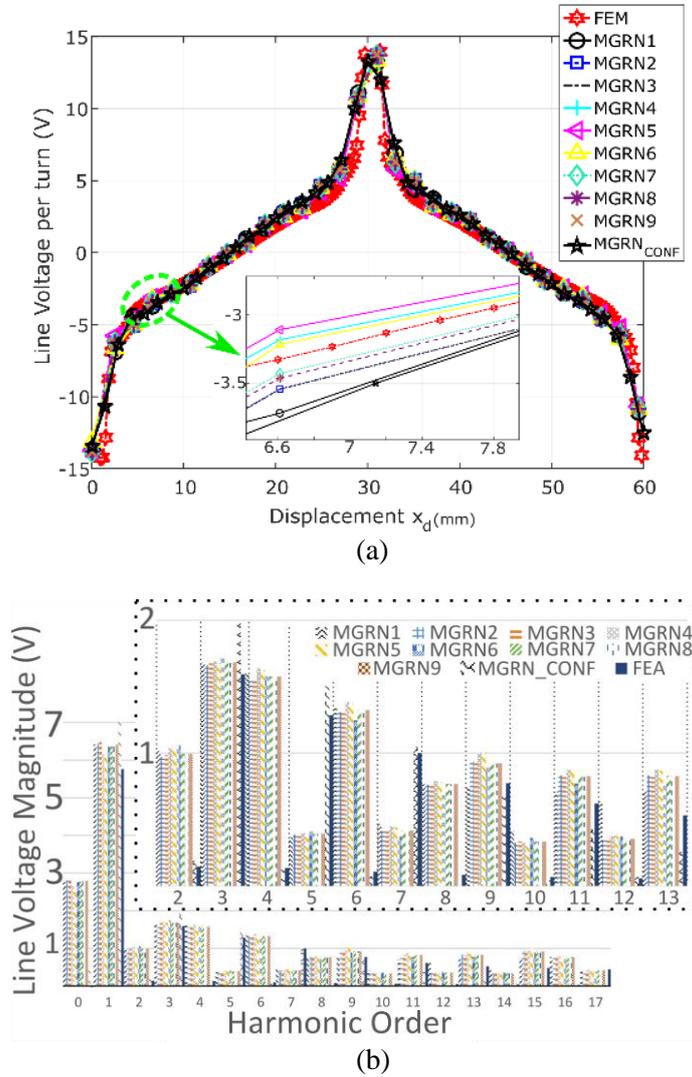


Figure 3.19. Force électromotrice (en charge) de la bobine. (a). Formes d'ondes (b) Contenu harmonique (présence de courant dans la bobine).

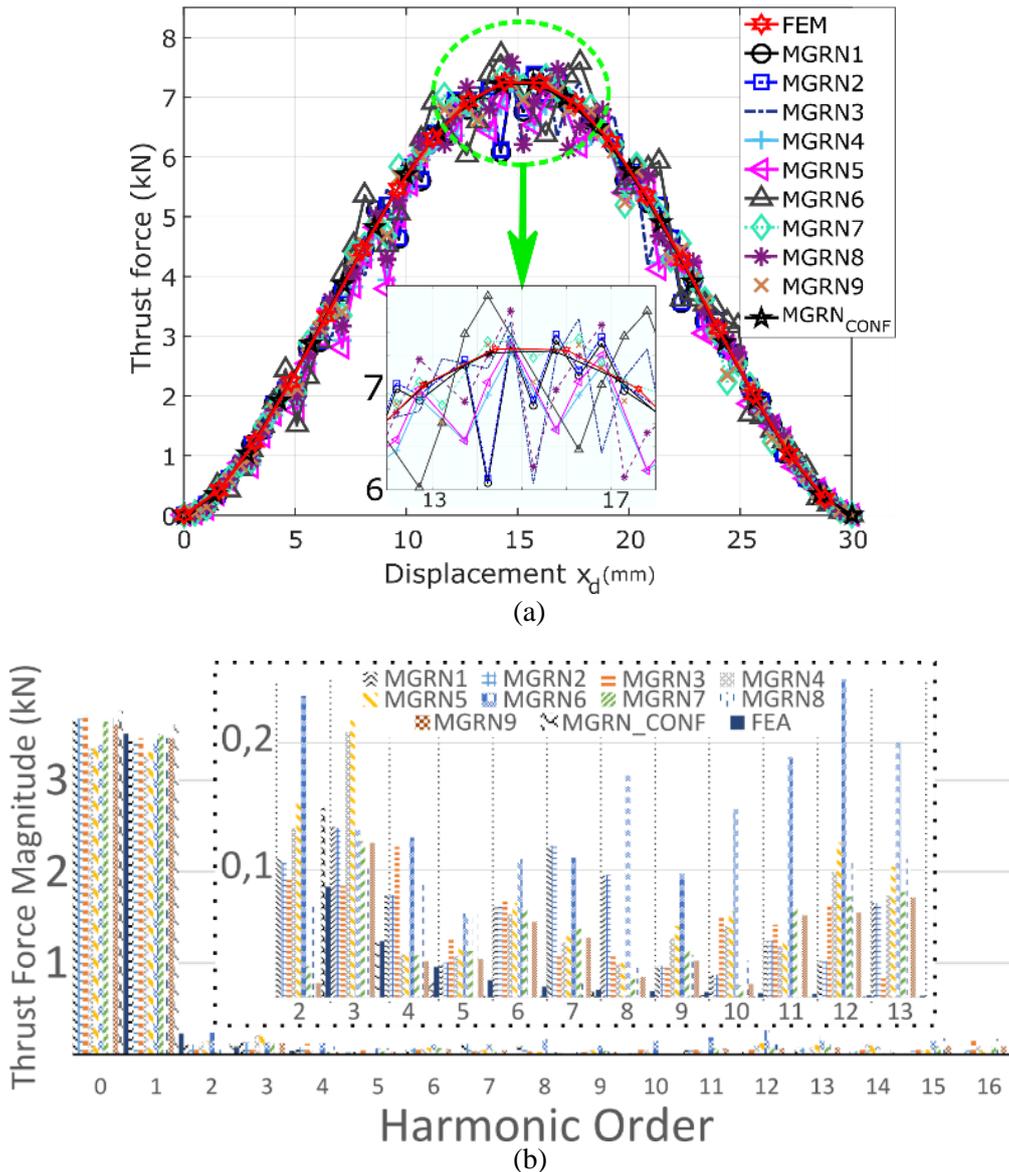


Figure 3.20. Force de déplacement pour les différents maillages. (a) Formes d'ondes de la force de déplacement. (b) Contenu harmonique de la force de déplacement (présence de courant dans la bobine).

Un assez bon accord est obtenu entre les neuf schémas de maillage non-conformes et les résultats des simulations par éléments finis dans les deux conditions de fonctionnement (en circuit ouvert et en charge). Cependant, les formes d'ondes les plus proches de celles obtenues par éléments finis, sont données par le modèle réductant dont le maillage est conforme (par rapport au contenu harmonique de toutes les grandeurs évaluées).

La Figure 3.21 (a) illustre le pourcentage d'erreur relative sur les valeurs efficaces de flux, de force électromotrice et de force de déplacement pour les neufs maillages non-conforme simulées. Les équations 3.26, 3.27 et 3.28 illustrent la manière dont l'écart relatif entre les modèles est calculé pour les trois grandeurs, respectivement. Il est possible de constater que tous les schémas de maillage entraînent une erreur relative ne dépassant pas 10 % pour les conditions de fonctionnement en circuit ouvert et en charge.

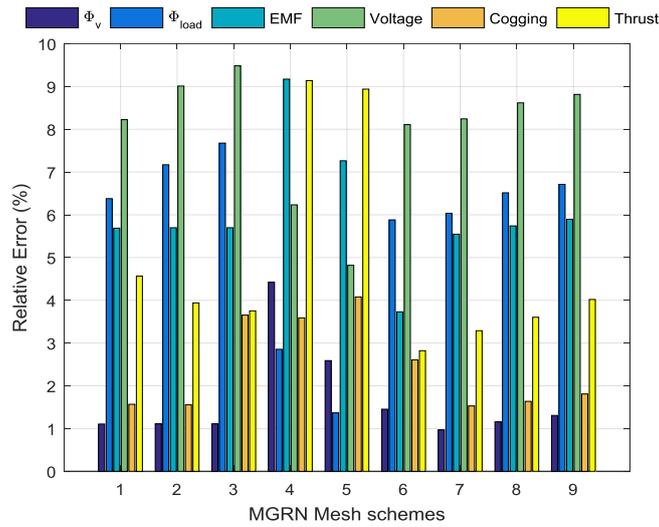
La Figure 3.21 (b) et La Figure 3.21 (c) donnent les temps d'évaluation pour un point de calcul normalisé par rapport à la simulation par éléments finis dans les cas « à vide » et « en charge »,

respectivement. Il est à noter que les temps d'évaluation sont plus longs dans le cas des simulations en charge par rapport aux simulations en circuit ouvert. Cela s'explique par deux raisons. En premier lieu, la distribution des sources de force magnétomotrice dues au courant de la bobine est une étape supplémentaire à réaliser lors de la préparation du modèle. Ces sources doivent être distribuées dans tous les blocs élémentaires de la zone de la bobine (zone 5 du modèle). Elles doivent ensuite être prises en compte dans le système matriciel de résolution (voir chapitre 2, section 2.4). La seconde raison vient du fait de la prise en compte du phénomène de saturation. Le point de fonctionnement se trouve plus haut sur la caractéristique magnétique du matériau et ceci engendre des itérations supplémentaires pour converger vers un équilibre magnétique.

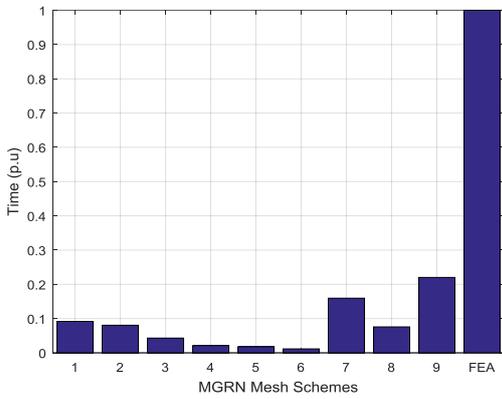
$$\Phi_{Err} = \frac{\Phi_{rms}^{FEA} - \Phi_{rms}^{MGRN}}{\Phi_{rms}^{FEA}} \times 100 \quad 3.26$$

$$V_{Err} = \frac{V_{rms}^{FEA} - V_{rms}^{MGRN}}{V_{rms}^{FEA}} \times 100 \quad 3.27$$

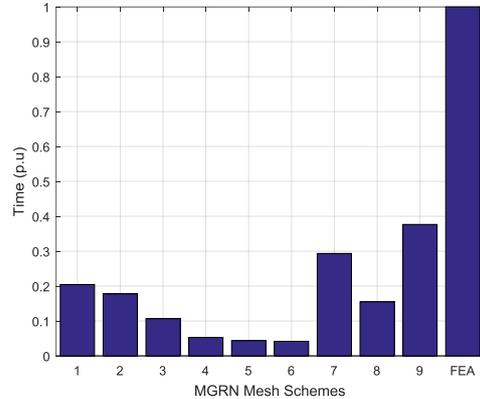
$$F_{Err} = \frac{F_{rms}^{FEA} - F_{rms}^{MGRN}}{F_{rms}^{FEA}} \times 100 \quad 3.28$$



(a)



(b)



(c)

Figure 3.21. Comparaison entre les différents maillages (a) Ecart relatif entre les valeurs efficaces. (b) Temps (normalisé) par point de calcul pour les simulations à vide. (c) Temps (normalisé) par point de calcul pour les simulations en charge.

Le temps d'évaluation le plus long est observé pour le maillage n° 9 dans le cas de la simulation avec courant dans la bobine (voir Figure 3.21 c). Il est proche de 40 % du temps de la simulation par éléments finis pour un nombre d'éléments du même ordre. En termes de temps d'évaluation, le maillage n°6 n'atteint pas 5 % du temps nécessaire à la simulation en éléments finis dans les deux situations (circuit ouvert et en charge) pour une erreur relative ne dépassant pas les 8 %. Le maillage n°6 constitue le meilleur compromis entre temps de calcul et précision, car ils possèdent le nombre de nœuds le plus faible.

Les configurations de maillages contenant le plus grand nombre d'interfaces non-conformes induisent les disparités les plus importantes en termes de contenu harmonique des grandeurs globales par rapport au modèle par éléments finis ou au maillage réductant conforme.

3.5 Conclusion

La méthodologie de couplage par interpolation du potentiel magnétique scalaire pour le maillage non-conforme dans les réseaux de réductances maillés a été présentée dans ce chapitre. Le couplage par interpolation permet de réaliser des modèles avec une relaxation du maillage sur différentes parties de la structure modélisée. Cette méthode permet aussi de rendre le traitement du mouvement totalement indépendant de la discrétisation spatiale. Le choix de la méthode d'interpolation s'est porté sur les polynômes de Lagrange du premier ordre.

Pour tester la robustesse de la méthode, des modèles réductant avec différents maillages de la structure ont été comparés. Chaque maillage possède sa spécificité avec une ou plusieurs interfaces non-conformes. L'évaluation des modèles réductants a été réalisée en comparant les valeurs efficaces et le contenu harmonique de différentes grandeurs. L'évaluation du flux dans la bobine, de la force électromotrice et de la force de déplacement, dans des conditions de fonctionnement en circuit ouvert et en charge, ont été comparées à un modèle de référence réalisé par éléments finis.

Le modèle par éléments finis fournit une référence par rapport au temps de calcul et à la précision. Il a été démontré que les réseaux de réductances générés automatiquement avec prise en compte des interfaces de non-conformité se traduisent par une réduction du temps de calcul alors que la précision reste acceptable. En effet, l'erreur relative reste inférieure à 10% sur les valeurs efficaces de toutes les grandeurs évaluées.

Le principal avantage de cette technique réside dans le fait qu'elle permet d'améliorer la généralité de l'outil développé. Cette méthode permet de surmonter l'une des limitations de la modélisation de réseau à réductance classique, liée à la prise en compte du mouvement et à la relaxation du maillage. L'objectif est d'utiliser la méthode d'interpolation de Lagrange pour permettre une flexibilité dans le maillage du domaine d'étude tout en préservant le caractère creux de la matrice de résolution. Les inconvénients de la méthode sont les nœuds supplémentaires (nœuds d'interfaces) à considérer et une certaine perte de précision due à l'ordre des fonctions d'interpolation.

Pour améliorer les résultats et la fiabilité des modèles, il est possible d'envisager d'augmenter l'ordre de l'interpolation. En effet, une interpolation par polynômes de Lagrange d'un ordre supérieure aurait pour effet de lisser les résultats. Cela étant, la finesse des résultats est aussi liée au maillage (taille des blocs élémentaires dans chaque zone du domaine d'étude) et à la structure modélisée.

Dans le quatrième chapitre de ce manuscrit, nous présenterons l'interface graphique de l'outil *MRNsoftware* et quelques exemples de modèles d'actionneurs linéaires réalisés à l'aide de l'outil. Les résultats obtenus seront validés par rapport à ceux issus de modèles par éléments finis.

Chapitre IV

Outil MRNsoftware et application sur les structures électromagnétiques

Machine linéaire à aimants permanents/Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée

Table des matières – Chapitre IV

4.1	Introduction.....	147
4.2	Déroulement de l’outil <i>MRNsoftware</i> et traitement d’un modèle.....	148
4.3	Traitement de la géométrie dans <i>MRNsoftware</i>	151
4.4	Traitement du maillage dans <i>MRNsoftware</i>	152
4.5	Modèle de la machine linéaire à aimants permanents.....	154
4.5.1	Modèle réductant linéaire de la machine à aimants.....	155
4.5.2	Modèle réductant non-linéaire de la machine à aimants.....	159
4.6	Modèle de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée.....	162
4.6.1	Principe de fonctionnement de la machine.....	165
4.6.2	Étude paramétrique de la largeur de la dent de la partie statique.....	168
4.6.3	Modèle réductant de la machine à bobinage double couche (maillage conforme)...	171
4.6.4	Modèle réductant de la machine à commutation de flux pour les deux configurations de bobinage (maillage non-conforme).....	172
4.7	Conclusion.....	182

4.1 Introduction

Le chapitre 2 nous a permis de dresser une méthodologie de modélisation « automatisée » par réseaux de réductances maillés pour les actionneurs électromagnétiques. Dans le chapitre 3 nous avons pu tester et valider l'approche de l'interpolation polynomiale pour connecter les interfaces d'un maillage non-conforme dans le cas des réseaux de réductances maillés.

Dans ce chapitre nous décrivons les étapes de déroulements de l'outil logiciel *MRNsoftware*. Comme il a été évoqué précédemment, nous nous inspirons fortement de la logique de traitement d'un modèle dans les logiciels de C.A.O en éléments finis. Le but de l'approche est la réalisation d'un ensemble de modules qui se chargent du traitement de la géométrie, du maillage, de la résolution et du post-traitement. Ainsi, nous expliquerons les étapes et méthodologies de traitement d'un modèle à partir de la géométrie de l'actionneur à modéliser jusqu'au traitement des matrices pour construire le système d'équations à résoudre.

Nous utiliserons les concepts expliqués dans le chapitre 2 pour réaliser le modèle de la machine linéaire à aimants permanents afin de valider les approches développées. Nous appliquerons, à la structure à aimants, un maillage conforme et comparerons les résultats avec un modèle par éléments finis réalisé sur un logiciel commercial (Ansys-Maxwell®). Une première étude, en régime linéaire et à vide, permettra de confirmer la validité de l'approche de découpage, de la gestion du mouvement et de l'évaluation des efforts magnétiques. Nous intégrerons ensuite l'algorithme de prise en compte de la saturation magnétique et réaliserons des simulations à différents régimes de fonctionnement. Nous validerons notamment la méthodologie de distribution des forces magnétomotrices en comparant les résultats obtenus (flux, force électromotrice et force de déplacement) avec ceux des modèles par éléments finis.

Par la suite, nous proposons d'étudier la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Cette dernière est dérivée du concept de machine tournante à commutation de flux à excitation bobinée (18/10) [143]. Par la suite, nous proposons d'évaluer l'impact de la largeur de la dent de la partie statique sur la force développée ainsi que sur ses ondulations. Nous nous servirons de l'approche développée dans le chapitre 3 pour optimiser le découpage en blocs de réductances et pour découpler le réseau réductant de la partie statique de celui de la partie mobile de l'actionneur. Nous comparerons les résultats donnés par les modèles réductants avec ceux des modèles par éléments finis dans le cas de deux configurations possibles des enroulements de l'actionneur à commutation de flux à excitation bobinée.

4.2 Déroulement de l'outil *MRNsoftware* et traitement d'un modèle

Comme il a été évoqué précédemment, nous nous inspirons fortement de la logique de traitement d'un modèle dans les logiciels de C.A.O en éléments finis. Le but de l'approche est la réalisation d'un package avec les modules qui se chargent du traitement de la géométrie, du maillage, de la résolution et du post-traitement. L'outil MRNsoftware comporte ainsi les quatre modules suivants :

- Le module « Interpréteur géométrique/Modeleur » : ce module prendra en charge la réalisation du dessin de la géométrie et du domaine d'étude. Il sera aussi possible de réaliser la géométrie sous n'importe quel logiciel (de type Drafsight ou Autocad) acceptant les formats de fichier standards (.DXF). Le dessin de la géométrie pourra, par la suite, être exploité et traité dans le module de l'outil.
- Le module « Mailleur » : ce module se chargera de la réalisation du schéma réductant de la géométrie/domaine d'étude. (Gestion du découpage géométrique et de la construction du circuit de réductances);
- Le module « Solveur » : ce module prendra en charge la résolution du système d'équations avec des routines pour la prise en compte du caractère non-linéaire des matériaux ferromagnétiques.
- Le module de « post-processing » : ce module prendra en charge le calcul des grandeurs (inductions, flux, etc.) après résolution et l'exploitation des résultats de simulation (cartographie des champs, etc.).

Dans le but de généraliser la méthode à différentes structures et géométries, le « mailler » doit, avec un minimum d'intervention de la part du concepteur, pouvoir découper la structure d'une géométrie quelconque en blocs élémentaires de réductances et construire, par la suite, le système d'équations qui traduit ce découpage.

De plus, le maillage doit pouvoir s'adapter facilement si les paramètres géométriques changent. Numériquement, ceci se traduit par la construction d'un système matriciel d'équations algébriques qui décrit toutes les branches, nœuds et sources présents dans le réseau réductant (voir chapitre 2). Précédemment à cela, certaines opérations relatives à la division géométrique du modèle et à la construction de matrices de géométrie doivent être opérées. Ces étapes commencent par la division du modèle en zone et le découpage en blocs élémentaires de réductances.

Un organigramme du principe de déroulements de l'outil MRNsoftware est donné sur la Figure 4.1. Les différentes étapes successives de traitement d'une simulation y sont explicitées.

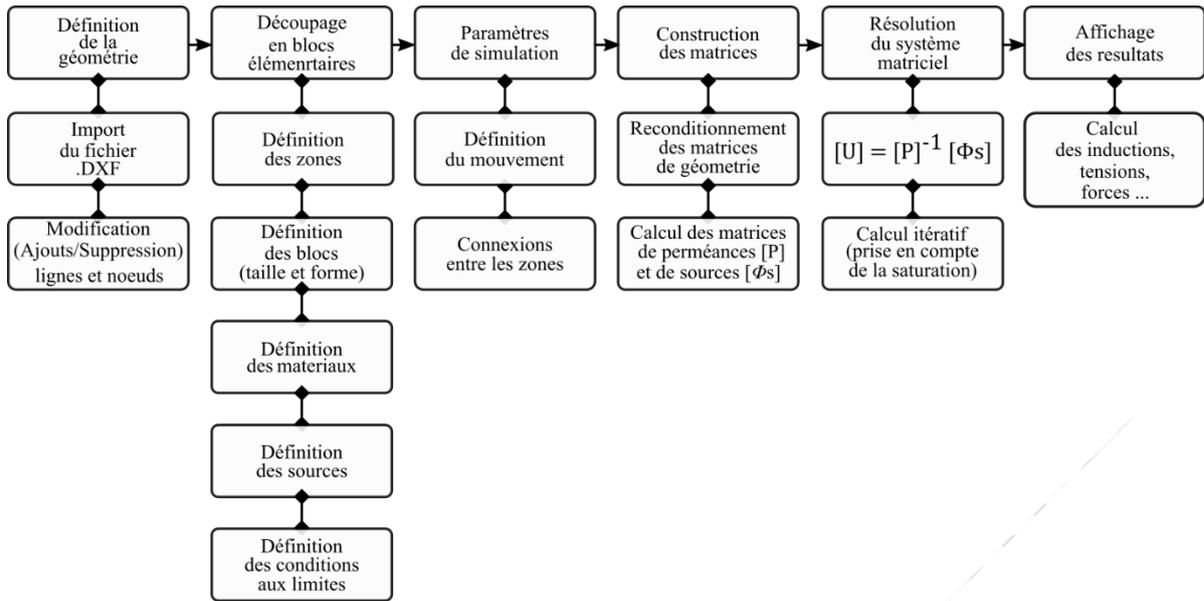


Figure 4.1. Organigramme de déroulement de l'outil MRNsoftware.

Après lecture de la géométrie dans l'onglet « Modeler » de l'interface graphique, nous procédant en premier lieu à la division du modèle en zones distinctes.

Il conviendra à ce moment-là de définir successivement le nombre de zones, les coordonnées qui délimitent chaque zone ainsi que le nombre de régions qu'elles comportent. Chaque région correspondra à un matériau distinct. Si le matériau est un aimant, il conviendra de définir sa direction d'aimantation. La Figure 4.2 illustre ce principe sur l'actionneur linéaire à aimants permanents.

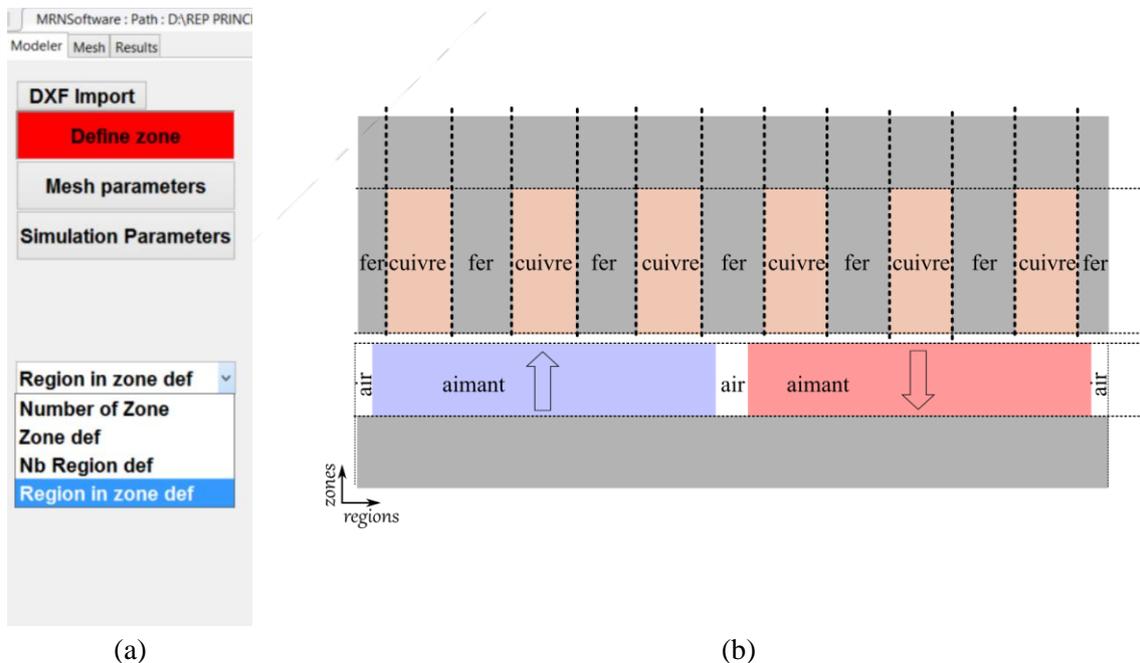


Figure 4.2. Définition des zones du modèle. (a) Boutons de définition dans l'interface. (b) Divisions du modèle de l'actionneur à aimants.



Figure 4.3. Boîtes de dialogue spécifiques. (a) forme du bloc élémentaire dans la zone. (b) matériau de la zone.

Des boîtes de dialogues permettront de définir les caractéristiques de la zone en spécifiant, à chaque fois, la forme des blocs et la nature du matériau considérées dans chaque région (voir Figure 4.3).

Par la suite, les informations relatives à chaque zone sont stockées dans des matrices indépendantes qui décrivent la topologie de chaque zone. Ces matrices devront être retraitées afin d'en extraire les informations qui permettront de construire les matrices de résolution (matrice de perméances $[P]$ et vecteur de sources d'excitation $[\phi_s]$). De plus, d'autres opérations sur les matrices seront nécessaires afin de simplifier la procédure de traitement du modèle.

La Figure 4.4 (a) illustre un bloc de réductances sans sources de force magnétomotrices et la Figure 4.4 (b) illustre un bloc portant des sources sur ses branches de la direction \vec{y} . Dans le repère cartésien bidimensionnel, les réductances de la direction \vec{x} sont notées \mathfrak{R}_{i_x} et celles de la direction \vec{y} sont notées \mathfrak{R}_{i_y} . Les longueurs l_{i_x} et l_{i_y} sont les dimensions du bloc dans ces deux directions.

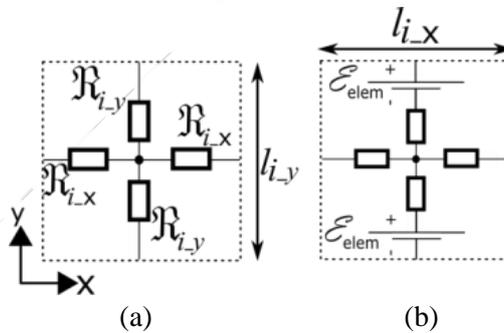


Figure 4.4. Bloc élémentaire de réductances 2-D. (a) Sans sources de forces magnétomotrices. (b) Présence de sources de forces magnétomotrices dans la direction \vec{y} .

Dans le réseau de réductances maillé par des blocs, la somme des réductances et des sources sur les branches partagées par deux éléments adjacents doit être opérée (voir chapitre 2, section 2.7).

Afin de simplifier le traitement au niveau matriciel, nous pourrions définir une matrice de réductances $[\mathfrak{R}]$ et une matrice de forces magnétomotrices $[\mathcal{E}]$ pour décrire toutes les branches présentes dans le circuit de réductances qui décrit le modèle. Les éléments des matrices $[\mathfrak{R}]$ et $[\mathcal{E}]$ sont respectivement données par les équations 4.1 et 4.2. Ces matrices seront construites dans une première étape et devront être traitées pour correspondre à la formulation adoptée $[P][U] = [\Phi_s]$ (voir section 2.3.1).

$$\mathfrak{R}_{i,j} = \begin{cases} \mathfrak{R}_{i_x} + \mathfrak{R}_{j_x} & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ sont connectés sur leurs branches} \\ & \text{circonférentielles (axe x)} \\ \mathfrak{R}_{i_y} + \mathfrak{R}_{j_y} & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ sont connectés sur leurs branches radiales} \\ & \text{(axe y)} \\ +\infty & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ ne sont pas connectés} \end{cases} \quad 4.1$$

En ce qui concerne les sources de forces magnétomotrices et au vu des conventions de numérotation adoptées (voir chapitre 2, section 2.3), nous dégageons la règle donnée par l'équation 4.2 pour les éléments de la matrice $[\varepsilon]$.

$$\varepsilon_{i,j} = \begin{cases} \varepsilon_{i_y} + \varepsilon_{j_y} & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ sont connectés par les branches de la} \\ & \text{direction } \vec{y} \text{ et que } i < j \\ -(\varepsilon_{i_y} + \varepsilon_{j_y}) & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ sont connectés par les branches de la} \\ & \text{direction } \vec{y} \text{ et que } i > j \\ \varepsilon_{i_x} + \varepsilon_{j_x} & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ sont connectés par les branches de la} \\ & \text{direction } \vec{x} \text{ et que } i > j \\ -(\varepsilon_{i_x} + \varepsilon_{j_x}) & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ sont connectés par les branches de la} \\ & \text{direction } \vec{x} \text{ et que } i < j \\ 0 & \text{Si les nœuds } i \text{ et } j \text{ ne sont pas connectés} \end{cases} \quad 4.2$$

Nous pourrons par la suite construire les éléments de la matrice $[P]$ en inversant chaque élément de la matrice $[\mathfrak{R}]$ et les éléments du vecteur $[\Phi_s]$ par la division préalable des éléments de la matrice $[\varepsilon]$ par ceux de la matrice $[\mathfrak{R}]$.

4.3 Traitement de la géométrie dans *MRNsoftware*

La géométrie de l'actionneur à modéliser peut être réalisée sur un outil de dessin (modeleur/interpréteur géométrique) tel que Draftsight®, AutoCAD® ou tout autre logiciel de ce type qui permet l'encodage de la géométrie au format de fichier standard .DXF. Par la suite, le fichier est importé par l'outil *MRNsoftware*. L'outil restitue la géométrie dans la partie « Modeler » de son interface graphique (Figure 4.5). Il est possible de réaliser des modifications sur la géométrie une fois que le fichier .DXF est importé et lu dans l'interface graphique de l'outil *MRNsoftware*. L'ajout de nœuds et de lignes de géométrie est aussi pris en charge à ce niveau-là.

L'utilisateur doit ensuite définir les différentes zones du modèle (voir chapitre 2, section 2.3), le système de coordonnées du bloc élémentaire à utiliser (cartésien ou polaire) et la qualité du découpage par régions (taille des blocs élémentaires).

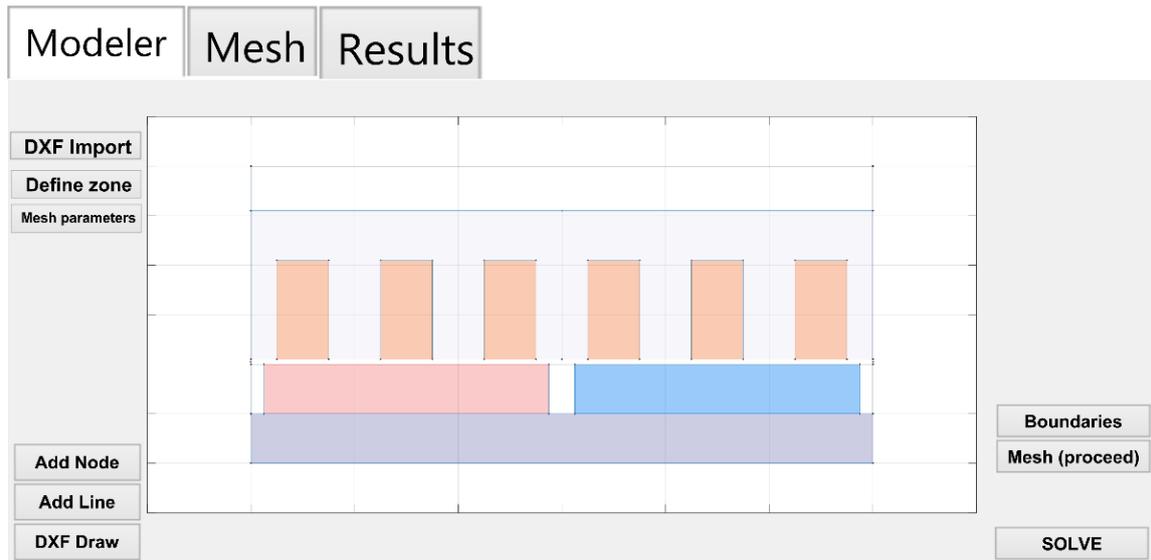


Figure 4.5. Interface Graphique MRNsoftware.

Format de fichiers .DXF

Le format de fichier .DXF (Drawing eXchange Format) est un format de fichier de données de C.A.O développé par Autodesk® pour permettre l'interopérabilité des données entre le logiciel AutoCAD® et d'autres programmes. Le format .DXF vise à fournir une représentation exacte des données. Les coordonnées DXF sont toujours sans dimensions, de sorte que le lecteur ou l'utilisateur doit connaître l'unité de dessin ou l'extraire des commentaires textuels des feuilles [144].

4.4 Traitement du maillage dans MRNsoftware

L'onglet « Mesh » de l'outil MRNsoftware permet de visualiser la structure ainsi que son maillage. La Figure 4.6 illustre un actionneur vu sous l'onglet Mesh. Les blocs élémentaires de réductances ne sont pas visibles pour des raisons de commodités, mais leurs nœuds centraux sont représentés par des points. Le bouton « Mesh Visual » donne accès aux nœuds centraux des blocs élémentaires suivant leur emplacement géométrique. L'action de cliquer sur un nœud du maillage révèle un certain nombre d'information telles que :

- Les coordonnées du nœud (dans les directions \vec{x} et \vec{y}).
- Les indices (ligne et colonne) dans la matrice de définition de zones.
- L'indice linéaire dans la matrice de résolution [P].
- Les valeurs des réductances du bloc élémentaire dans les directions \vec{x} (\mathcal{R}_c pour réductance circonférentielle) et \vec{y} (R_h et R_b réductance haut et réductance bas respectivement).
- Les valeurs des sources de force magnétomotrice (MMF_c et MMF_r pou, respectivement, les directions circonférentielle ou \vec{x} et radiale ou \vec{y})

Toutes ces informations s'avèrent aussi pratiques pour des commodités de vérification concernant, par exemple, les valeurs de réductances ou celles des sources de force magnétomotrices de chaque bloc élémentaire.

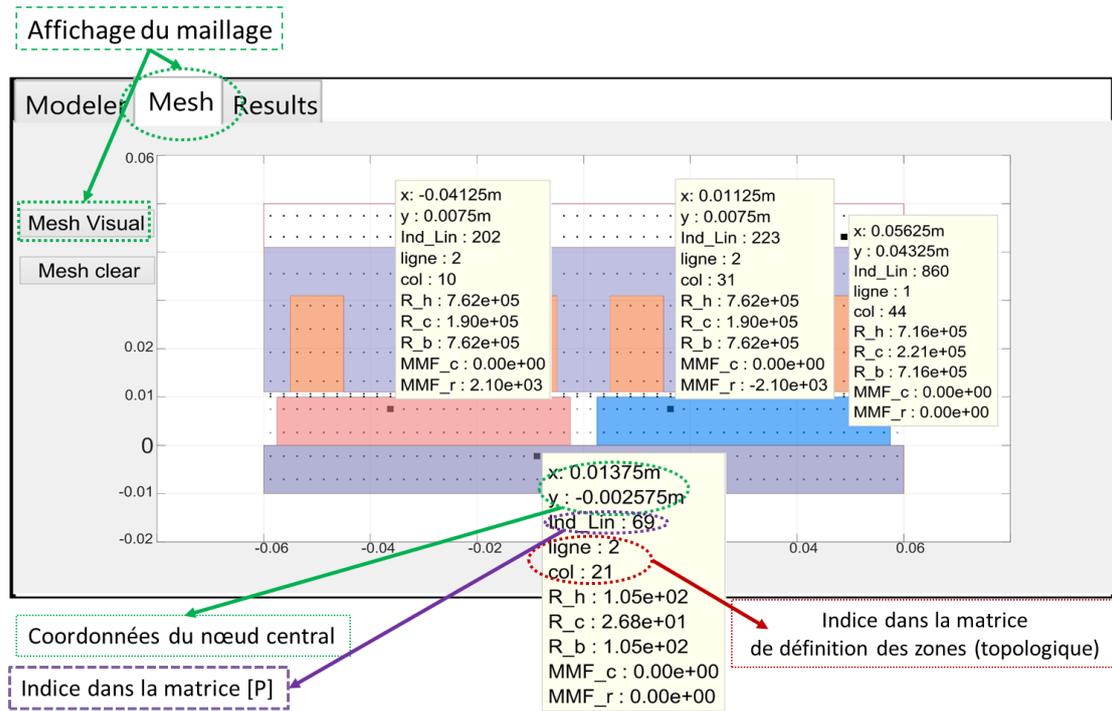


Figure 4.6. Onglet Mesh de l'outil MRNsoftware.

4.5 Modèle de la machine linéaire à aimants permanents

Les actionneurs électromagnétiques linéaires font l'objet d'études et d'évaluations intensives pour une utilisation dans diverses applications. D'une part, dans le domaine de l'aéronautique, des efforts importants sont déployés pour utiliser ce type d'actionneurs à la place des systèmes d'actionnement hydrauliques utilisés pour les contrôles de vol [145]–[147]. D'autre part, les constructeurs automobiles s'intéressent également aux actionneurs électromagnétiques linéaires. Actuellement, des actionneurs électro-hydrauliques sont utilisés dans les moteurs à combustion interne pour l'actionnement des soupapes. Cependant, en raison de problèmes de sensibilité de la température de l'huile, de nombreuses études ont été menées pour évaluer les avantages de l'utilisation d'actionneurs électromagnétiques [148]–[151]. Les actionneurs linéaires peuvent avoir différentes topologies. On peut retrouver des topologies d'actionneurs asynchrones [74], [152] et d'autres de type synchrones (machine linéaire à réluctance variable dans [153], machine à effet Vernier [154]). Les actionneurs à aimants permanents sont principalement utilisés en raison de leur densité de force élevée [155].

Dans cette partie, nous désirons étudier l'actionneur à aimants permanents par l'approche des schémas de réluctances maillées. Nous mettons en application un maillage conforme de l'actionneur d'abord à vide et avec une perméabilité linéaire pour les parties ferromagnétiques. Puis, nous intégrerons l'algorithme de prise en compte de la saturation et réaliserons des simulations en charge.

Nous choisissons de modéliser l'actionneur à aimants permanents donné sur la Figure 4.7.

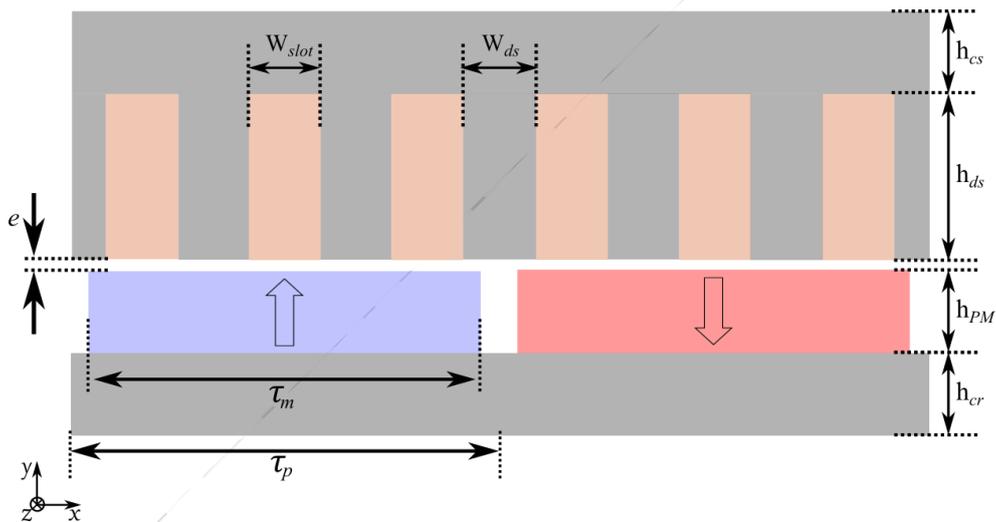


Figure 4.7. Actionneur linéaire à aimants permanents.

Les paramètres géométriques ainsi que magnétique de l'actionneur à aimants sont données par le Tableau 4.1 ci-dessous.

Tableau 4.1. Paramètres de l'actionneur linéaire à aimants

Paramètre	Valeur
W_{slot}	10 mm
W_{ds}	10 mm
τ_p	60 mm
τ_m	55 mm
h_{PM}	10 mm
h_{cs}	10 mm
h_{ds}	10 mm
h_{cr}	10 mm
e	1 mm
$\mu_{r_{PM}}$	1
B_r	1 T
$\mu_{r_{fer}}$	7500

4.5.1 Modèle réductant linéaire de la machine à aimants

Nous présenterons les spécificités de modélisation par réseaux de réductances maillés de l'actionneur à aimants permanents selon l'approche implémentée dans l'outil *MRNsoftware*.

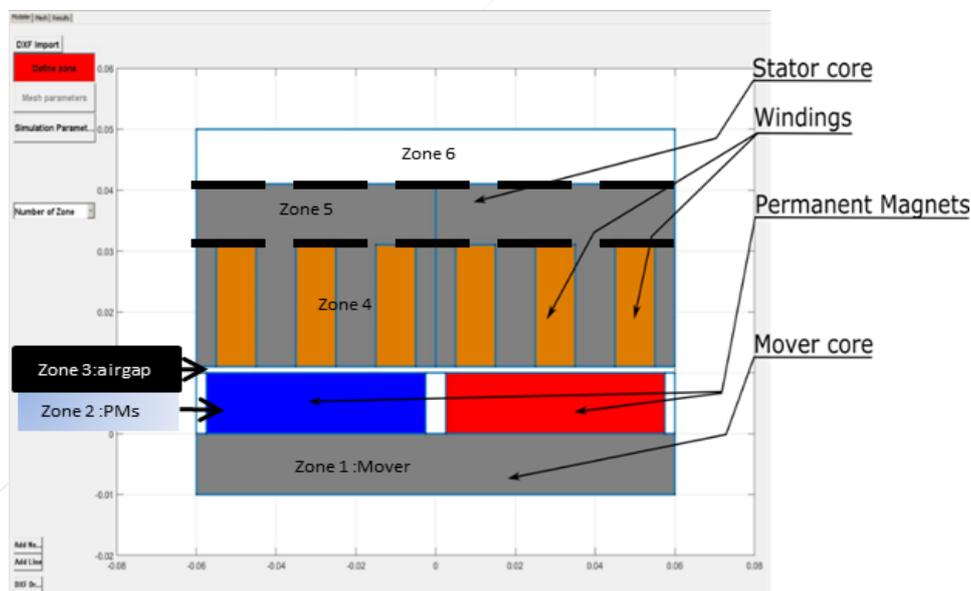


Figure 4.8. Division en zones du modèle de la machine linéaire à aimants permanents.

Le modèle est divisé en six zones distinctes. La Figure 4.8 illustre la division du modèle en zones. Conformément à la démarche présentée dans le chapitre 2 (voir section 2.4.1), la force magnétomotrice générée par l'aimant permanent doit être distribuée sur l'ensemble des blocs élémentaires de réductances qui le modélise. Dans le cas de notre actionneur, la direction de l'alimentation est selon \vec{y} . Par conséquent, les forces magnétomotrices des éléments représentant l'aimant sont définies selon les

Nous réalisons, dans un premier temps, une simulation avec une perméabilité linéaire pour les parties ferromagnétiques d'une valeur constante ($\mu_{r_{fer}} = 7500$). Nous choisissons un découpage conforme du modèle réductant avec 28 000 blocs élémentaires au total. La Figure 4.10 illustre le maillage par éléments finis de la machine linéaire à aimants permanents. Ce maillage comporte 21202 éléments et 42292 nœuds au total.

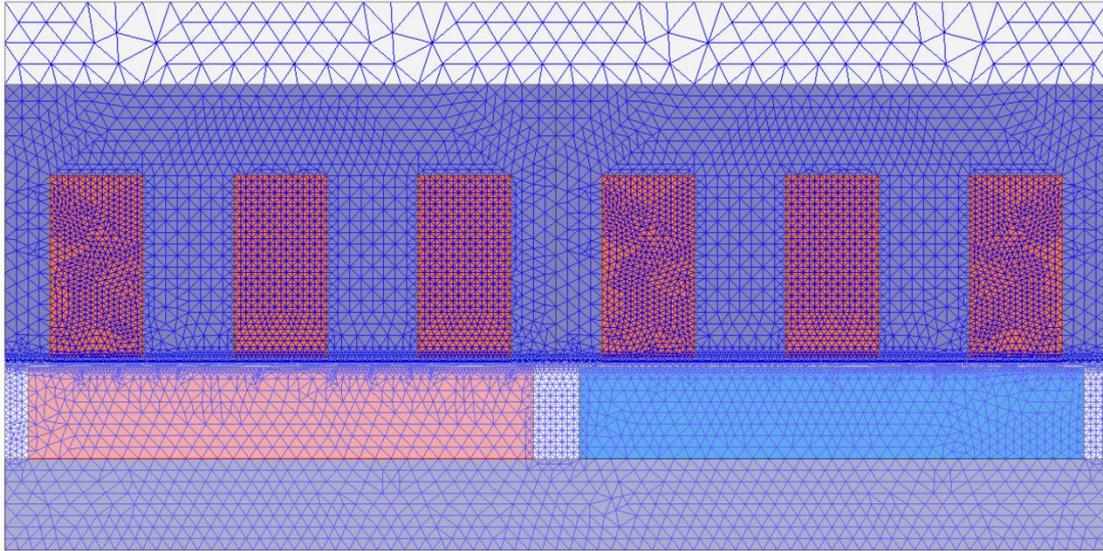


Figure 4.10. Maillage par éléments finis de la machine linéaire à aimants (42292 nœuds).

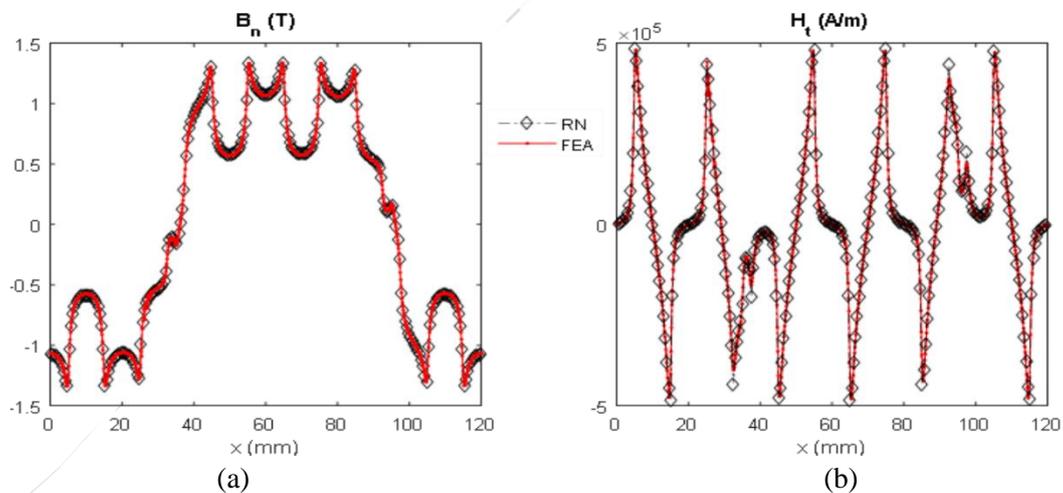


Figure 4.11. Induction et champ magnétique dans l'entrefer. (a) Composante normale de l'induction dans l'entrefer (direction \vec{y}). (b) Composante tangentielle du champ magnétique dans l'entrefer (direction \vec{x}).

La Figure 4.11 illustre la composante normale de l'induction (direction \vec{y}) et la composante tangentielle du champ magnétique dans l'entrefer (direction \vec{x}).

A l'aide du volet « Results » de l'outil *MRNsoftware*, nous pouvons visualiser la cartographie de la distribution du module de l'induction magnétique dans la structure de la machine linéaire à aimants permanents (voir la Figure 4.12).

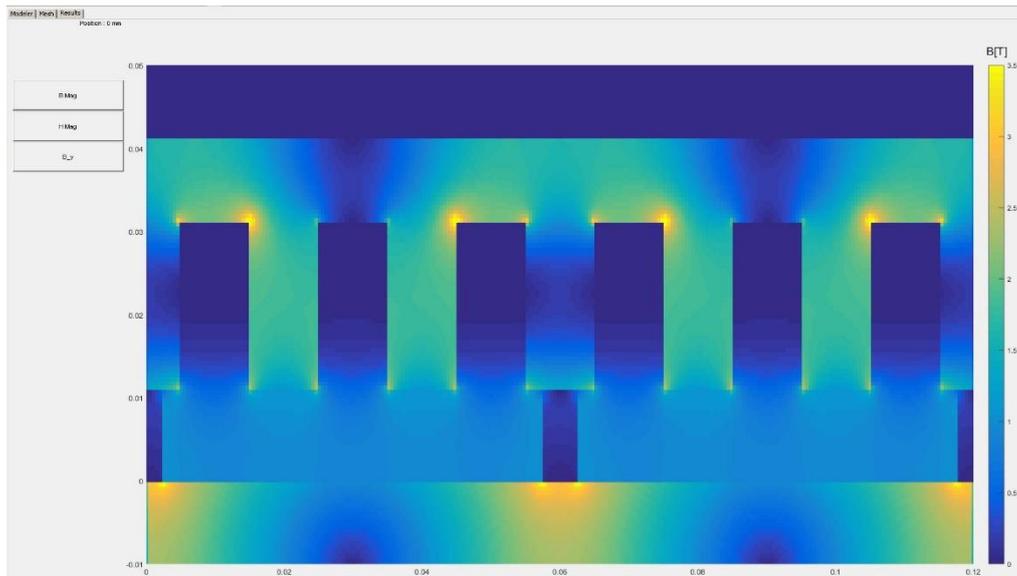


Figure 4.12. Cartographie du module de l'induction magnétique dans le cas linéaire.

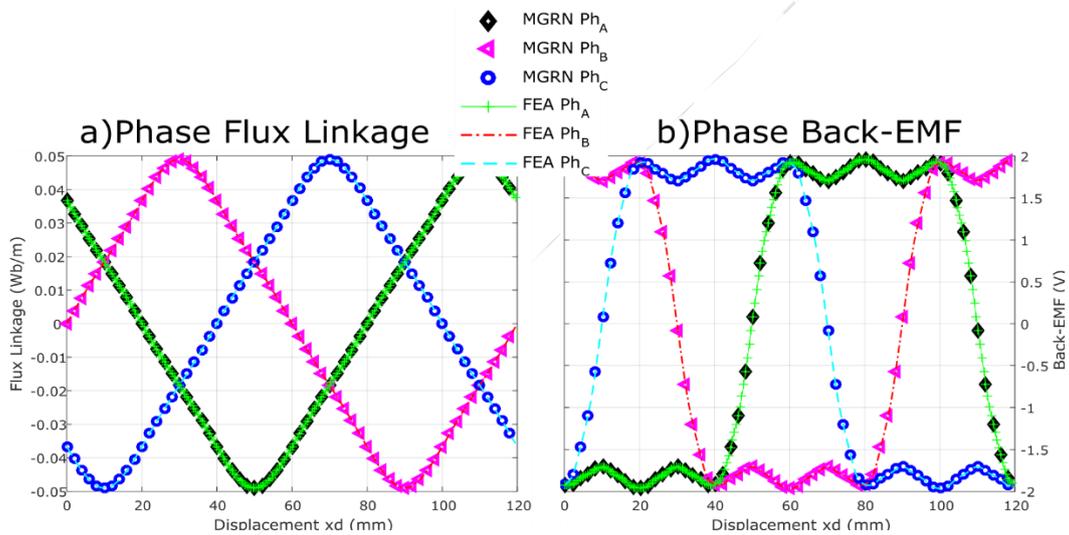


Figure 4.13. Grandeurs globales (flux de phase et force électromotrice) dans le cas linéaire
 (a) Flux à vide par spire. (b) Force électromotrice par spire.

La Figure 4.13 (a) illustre le flux à vide par spire et la Figure 4.13 (b) illustre la force électromotrice par spire en fonction de la position et dans le cas d'un matériau linéaire. La Figure 4.14 illustre la force de détente de la machine linéaire à aimants dans le même cas de simulation.

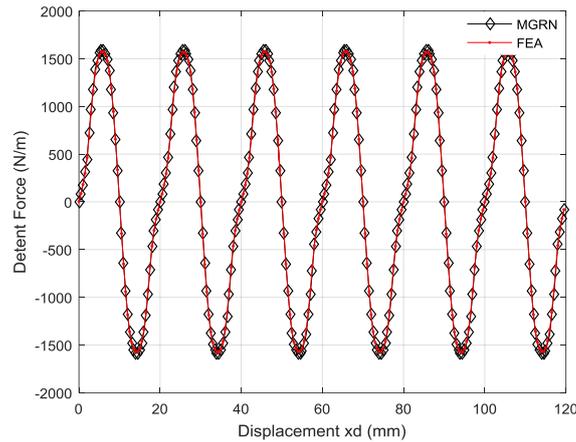


Figure 4.14. Force de détente de la machine à aimants permanents (cas linéaire).

Par ces simulations et la comparaison avec le modèle par éléments finis, nous confirmons que l'approche adoptée en termes de méthodologie aboutit bien à un résultat précis concernant à la fois les grandeurs locales et les grandeurs globales.

4.5.2 Modèle réductant non-linéaire de la machine à aimants

Dans la suite de cette section, la longueur axiale de l'actionneur est définie à $L_a = 100$ mm. Le phénomène de saturation magnétique est pris en considération par la méthode itérative expliquée au chapitre 2 (voir section 2.8 et la Figure 2.8). La distribution des sources de force magnétomotrices dues aux courants dans les bobinages est réalisée conformément à la manière décrite au chapitre 2 (se référer à la section 2.4.3, voir Figure 2.23).

Les grandeurs globales comme le flux, la force électromotrice des bobinages et la force de déplacement sont évaluées par les deux modèles (réductant maillé et éléments finis). Les comparaisons présentées dans les figures ci-dessous correspondent à un nombre équivalent de nœuds pour les deux méthodes de modélisation (8569 pour le modèle par éléments finis et 7680 pour le modèle par réseaux de réductances). Nous choisissons de réduire le nombre d'éléments pour les deux modèles de manière volontaire afin de s'assurer que les résultats restent concordants. En termes de grandeurs locales, nous pourrions comparer l'induction dans l'entrefer. La Figure 4.15 montre la distribution des composantes de l'induction dans l'entrefer dans les directions \vec{x} et \vec{y} à une première position de la partie mobile pour une densité de courant dans les encoches de $J_{max} = 20$ A / mm².

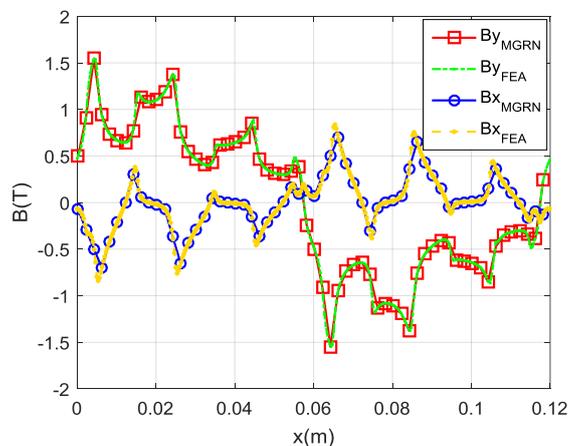


Figure 4.15. Distribution des composantes de l'induction dans l'entrefer dans les directions \vec{x} et \vec{y}

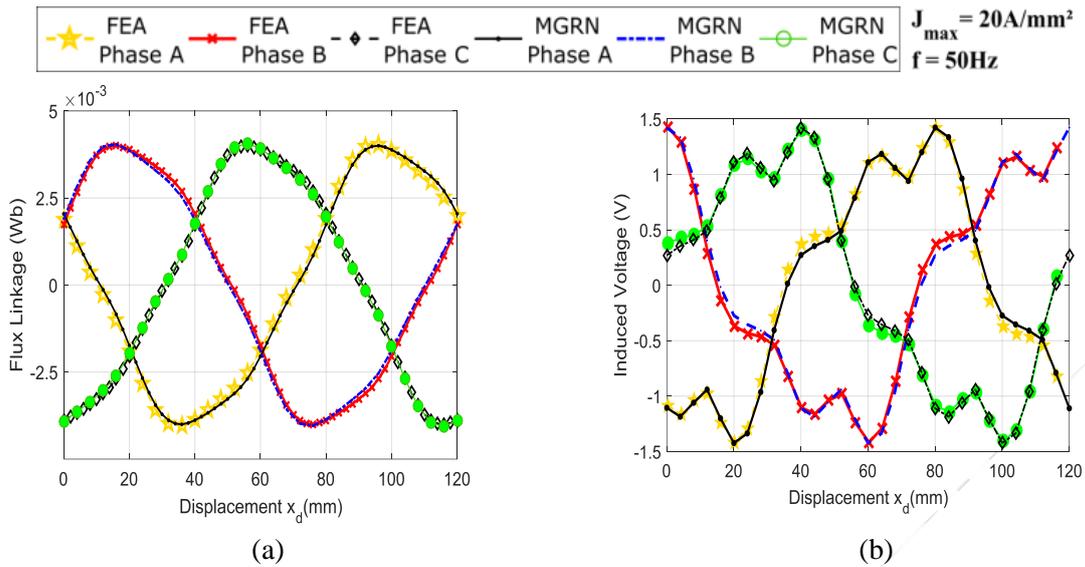


Figure 4.16. Flux par spire et force électromotrice par spire pour $J_{max} = 20 \text{ A/mm}^2$ et $f = 50 \text{ Hz}$

La Figure 4.16 illustre le flux par spire et la tension induite par spire en fonction du déplacement (x_d). La liaison de flux est la somme des flux (dans l'axe des ordonnées) passant à travers tous les éléments du bloc situés à mi-hauteur de l'encoche et couvrant un pas polaire. La tension induite est obtenue par la dérivée numérique du flux de phase (voir chapitre 2, section 2.7).

La Figure 4.17 illustre la force de déplacement pour une vitesse du mover de $V = 6 \text{ m/s}$ et une fréquence de $f = 50 \text{ Hz}$.

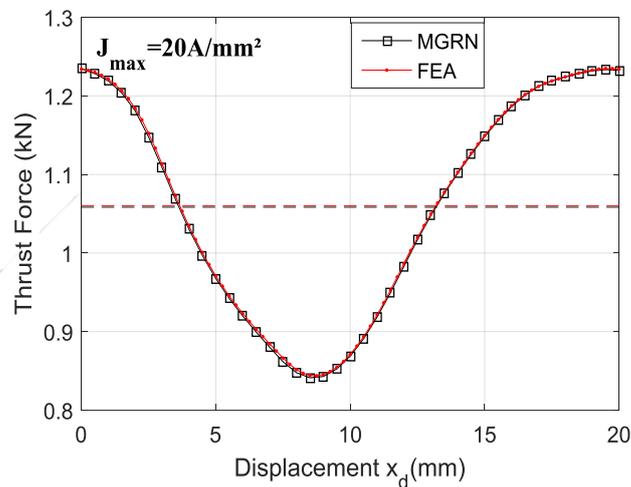


Figure 4.17. Force de déplacement pour $J_{max} = 20 \text{ A/mm}^2$ et $f = 50 \text{ Hz}$.

Un calcul de pertes fer est aussi réalisé en post-traitement en appliquant un modèle de Bertotti [16].

Les pertes sont séparées en pertes classiques par hystérésis, pertes par courants de Foucault et pertes excédentaires. Ces dernières sont définies par les équations 4.8, 4.9 et 4.10 respectivement. Les pertes fer totales en sont la somme et sont données par l'équation 4.11. B_{max} est l'amplitude de la composante fondamentale de l'induction magnétique. k_h , k_c et k_e sont respectivement les coefficients

des pertes par hystérésis, pertes par courants de Foucault et pertes excédentaires. Leurs valeurs sont données dans le Tableau 4.2 où d est l'épaisseur d'une tôle et σ la conductivité électrique du matériau.

$$P_{hys} = k_h f B_{max}^2 \quad 4.8$$

$$P_{CF} = k_c f \int_T \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt \quad 4.9$$

$$P_{exc} = k_e f \int_T \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1.5} dt \quad 4.10$$

$$P_{tot} = P_{hys} + P_{CF} + P_{exc} \quad 4.11$$

Tableau 4.2. Caractéristiques du matériau ferromagnétique

Paramètres	Valeur
d	0.35 mm
σ	$1923077 \Omega^{-1}m^{-1}$
k_h	$130.246 \text{ Ws T}^{-2}m^{-3}$
$k_c = \frac{\pi\sigma d^2}{6}$	$0.123 \text{ Ws}^2 \text{ T}^{-2}m^{-3}$
k_e	$0.357 \text{ Ws}^{1.5} \text{ T}^{-1.5}m^{-3}$

Pour calculer les pertes fer, les valeurs de densité de flux de chaque élément (bloc de réluctance) sont évaluées dans le modèle réluctant pour chaque position (x_d) du mover sur une seule période électrique. Ensuite, les composantes des pertes fer sont calculées indépendamment sur chaque axe du modèle 2-D (composantes dans les directions \vec{x} et \vec{y}).

Le modèle réluctant utilise la même courbe B-H pour les matériaux ferromagnétiques et les mêmes propriétés de matériau que dans le modèle réalisé par éléments finis qui sert de référence pour la comparaison et la validation des résultats (voir chapitre 2, section 2.8).

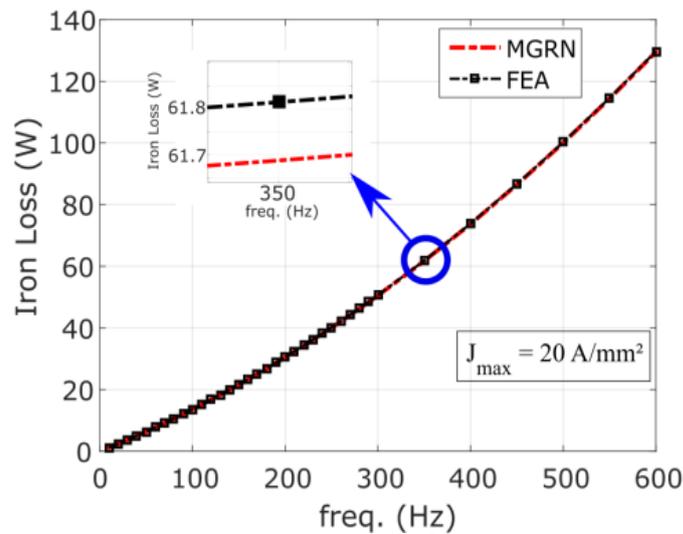


Figure 4.18. Comparaison des pertes fer calculées pour les deux modèles (réluctant et éléments finis).

La Figure 4.18 montre les pertes fer totales (dans toutes les parties ferromagnétiques) en fonction de la fréquence pour le modèle réluctant et le modèle par éléments finis. Les résultats sont en bon accord et l'écart relatif entre les pertes évaluées par éléments finis (Ansys-Maxwell®) et modèle réluctant ne dépasse pas 0,3%.

4.6 Modèle de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée

De nombreux articles ont récemment étudié différentes topologies d'actionneurs à commutation de flux [156]–[158]. A l'instar des actionneurs à réluctance variable, les machines linéaires à commutation de flux ont une partie longue en fer. Ceci se trouve être une conception pratique pour les applications qui nécessitent une longue course. De plus, de par la richesse harmonique et du fait d'une saturation magnétique non-homogène dans la structure, la machine à commutation de flux devient intéressante à étudier par des modèles en réseaux de réluctances afin de valider les approches que nous proposons.

En ce qui concerne les actionneurs linéaires à commutation de flux à excitation bobinée, deux topologies sont principalement étudiées dans la littérature de spécialité [159], [160]: le moteur linéaire à commutation de flux classique avec un bobinage au primaire (partie mobile de l'actionneur) et le moteur linéaire à commutation de flux à secondaire segmenté (partie statique ou rail). Le premier est illustré sur la Figure 4.19 et le second sur la Figure 4.20. Ces deux topologies de machine partagent l'avantage d'avoir une partie statique totalement passive. La machine à secondaire segmenté présente toutefois l'avantage structurel de ne pas avoir de chevauchement des enroulements d'excitation et induits (voir Figure 4.20).

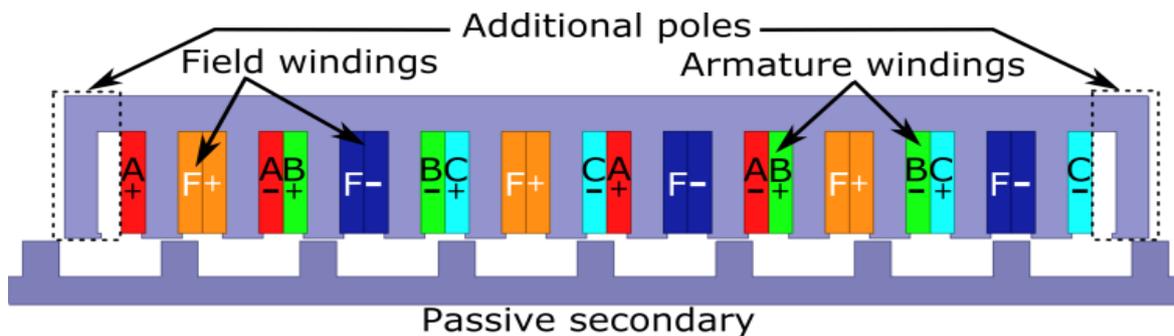


Figure 4.19. Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée classique.

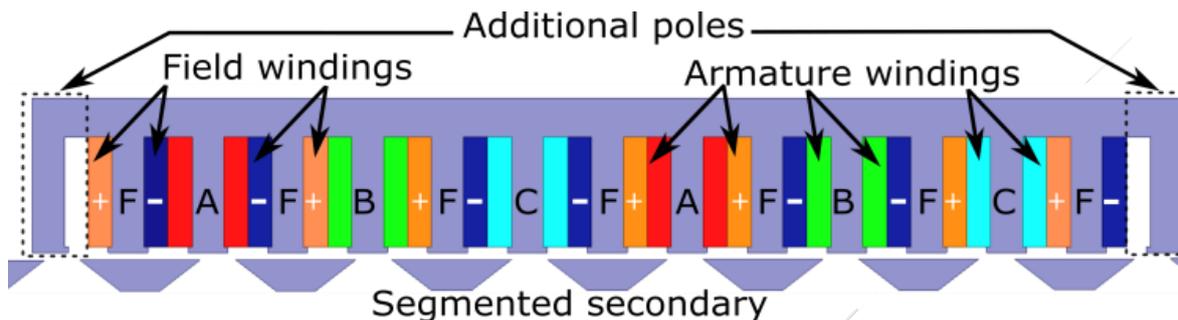


Figure 4.20. Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée à partie mobile segmentée.

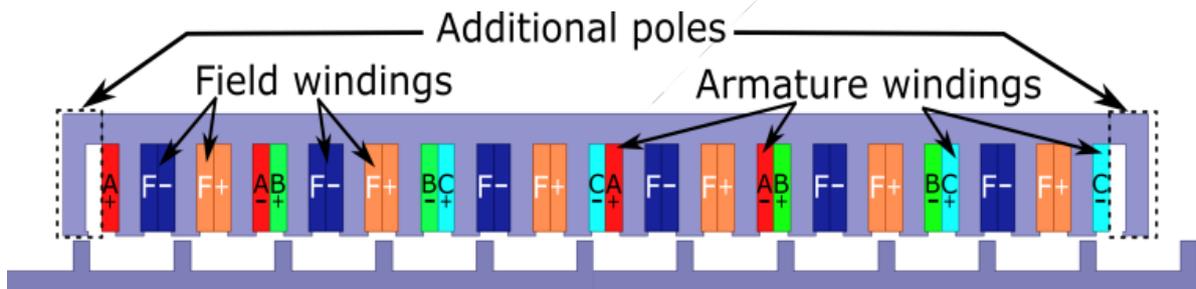


Figure 4.21. Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée 18/10 à bobinage d'induit en double couche.

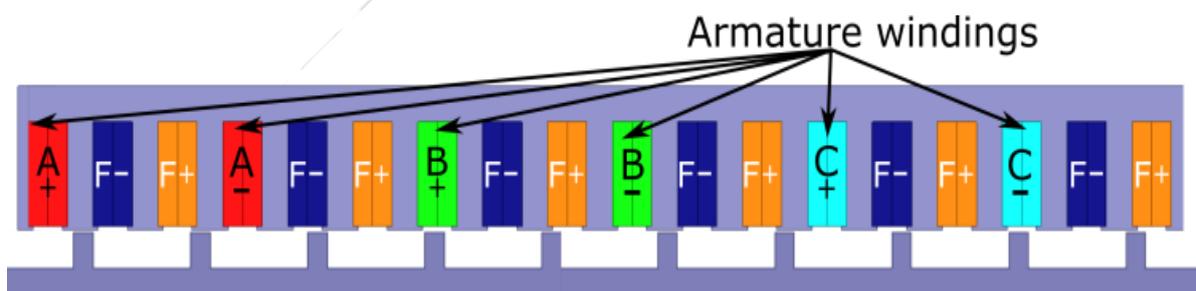


Figure 4.22. Machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée 18/10 à bobinage d'induit en simple couche.

Nous nous proposons d'étudier dans cette partie une topologie d'actionneur linéaire à commutation de flux. Le concept est inspiré de la topologie de la machine rotative à commutation de flux à excitation bobinée 18/10 étudiée dans [143].

Le même principe de fonctionnement sera exploité dans le cas du moteur linéaire. La machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée partage les avantages des concepts de machines linéaires présentés précédemment (voir Figure 4.19 et Figure 4.20). Combinant une partie totalement passive et un flux contrôlable, elles permettent un fonctionnement à grande vitesse. L'autre avantage du

nouveau concept présenté dans cette section est que pour le même nombre de pôles et la même configuration du bobinage d'excitation, différentes configurations d'enroulement d'induit sont possibles. Deux configurations seront comparées, le premier est un bobinage à simple couche et le deuxième à double couche (deux phases se partagent l'encoche). La configuration en double couche est présentée sur la Figure 4.21 et la configuration en simple couche est présentée sur la Figure 4.22.

Les principes de fonctionnement de la configuration de bobinage à double couche de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée sont expliqués dans cette section. La machine à configuration de bobinage simple couche fonctionne sur le même principe. Les enroulements d'excitation sont identiques à ceux de la configuration à double couche et la section totale de cuivre pour un enroulement de phase est la même pour les deux configurations. La principale différence structurelle par rapport à la configuration à double couche réside dans la présence de pôles supplémentaires afin de contenir le bobinage (voir Figure 4.21). Contrairement à la machine avec une partie fixe segmentée (voir Figure 4.20) où chaque bobine d'excitation produit un flux de direction inverse à la suivante, toutes les bobines d'excitation du moteur linéaire à commutation de flux que l'on présente produisent un champ dans la même direction. C'est aussi le cas du moteur linéaire à commutation de flux classique (voir Figure 4.19).

4.6.1 Principe de fonctionnement de la machine

Dans cette partie, nous aborderons les principes de fonctionnement de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Nous présenterons les modes de commutation du flux et les dimensions retenues pour l'étude.

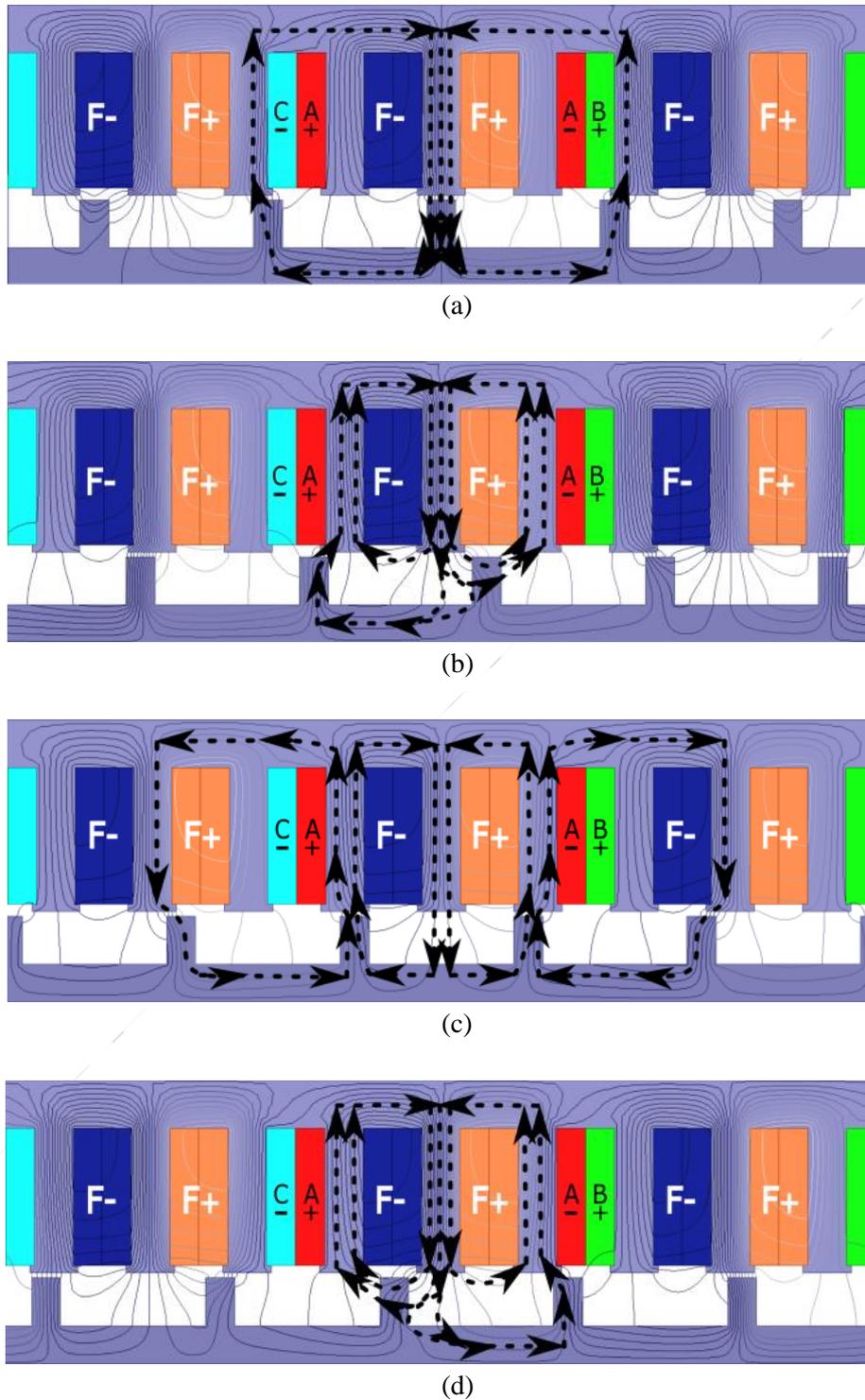


Figure 4.23. Trajet du flux en circuit ouvert et modes de commutation dans la phase A de l'enroulement d'induit à double couche. (a) Position de flux maximal, (b) Première position de flux nul. (c) Position de flux minimum, (d) Deuxième position de flux nul.

Les modes de commutation du flux perçu par la phase A de l'induit sont illustrés sur la Figure 4.23.

La Figure 4.23 (a) et La Figure 4.23 (c) illustrent, respectivement, les positions de flux maximum et de flux minimum (positions de conjonctions) par rapport au flux perçu par la phase A. Le flux positif maximal se produit lorsque la dent du rail statique est en conjonction avec la dent du primaire qui porte la bobine d'excitation. La seconde position se produit lorsque deux dents successives du rail statique font face aux deux dents immédiatement adjacentes à la dent qui porte le bobinage d'excitation.

En effet, cette position permet au flux provenant des bobines d'excitation adjacentes à la bobine de la phase A de se refermer en passant par les dents du stator adjacentes à la bobine d'excitation centrale.

Les deux positions de flux nul sont présentées sur la Figure 4.23 (b) et la Figure 4.23 (d). Elles sont obtenues lorsque la dent du rail statique est en opposition avec la dent du primaire qui porte la bobine d'excitation. Le flux généré par les conducteurs de la bobine d'excitation est court-circuité et reboucle via les dents adjacentes de la partie mobile.

La Figure 4.24 montre les paramètres géométriques de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Les valeurs des paramètres pour les simulations présentées dans cette section sont données dans le Tableau 4.3.

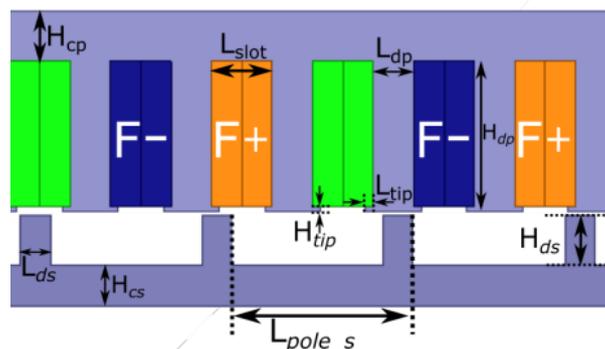


Figure 4.24. Paramètres géométriques de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée.

Tableau 4.3. Paramètres géométriques de la machine linéaire à commutation de flux

Paramètres	Valeurs
H_{cp}	10 mm
H_{dp}	28.5 mm
L_{slot}	12 mm
L_{dp}	8 mm
H_{cs}	8 mm
H_{ds}	10 mm
H_{tip}	1 mm
L_{ds}	6 mm
L_{pole_s}	36 mm
L_{tip}	1.5 mm
L_a (mm)	100 mm

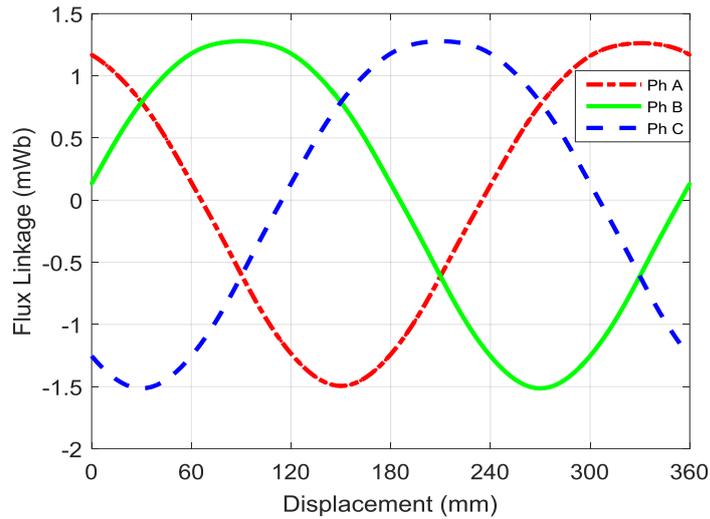


Figure 4.25. Flux par spire pour une densité de courant d'excitation de $J_{exc} = 20 \text{ A} / \text{mm}^2$

Le flux à vide par spire est illustré pour les trois phases sur la Figure 4.25. Il est possible de constater que le flux est polarisé et ceci est dû au fait que les bobines d'excitations produisent toutes un flux dans la même direction (voir Figure 4.23).

La Figure 4.26 (a) illustre les formes d'onde de la force électromotrice par spire. Son contenu harmonique est présenté sur la Figure 4.26. Il est à noter que l'harmonique fondamental est la composante principale de cette onde.

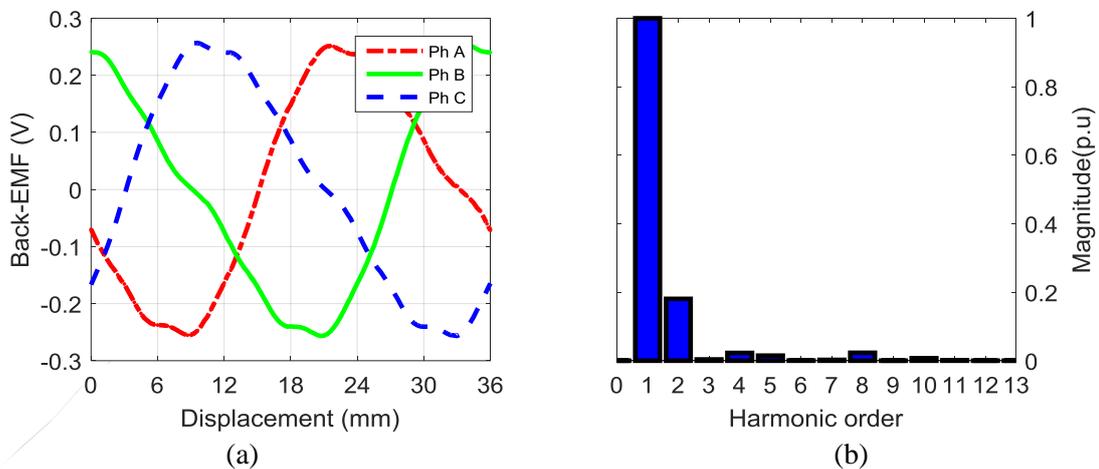


Figure 4.26. Force électromotrice par spire pour une densité de courant d'excitation de $J_{exc} = 20 \text{ A} / \text{mm}^2$

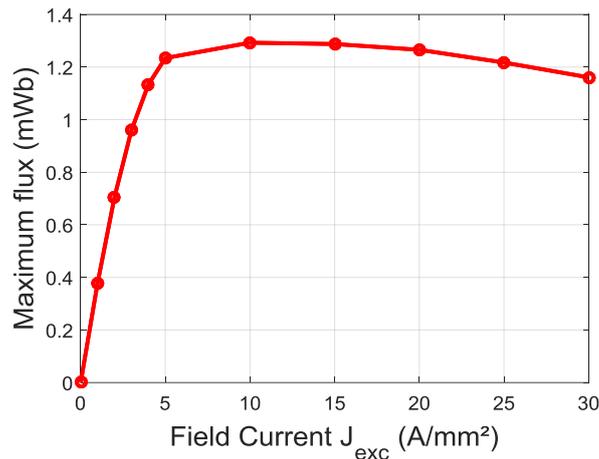


Figure 4.27. Valeur maximale du flux à vide perçu pour une spire des bobines d'induit en fonction du courant d'excitation.

La Figure 4.27 montre le flux maximal par rapport à la densité de courant d'excitation. Il est à noter que lorsque la densité de courant d'excitation est élevée, la valeur maximale du flux à vide diminue en raison de la saturation magnétique. Dans le cas de l'analyse des performances à vide, les deux configurations d'enroulement (simple et double couche) de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée auront les mêmes formes d'onde de flux à vide par spire et donc les mêmes forces électromotrices (à vide).

4.6.2 Étude paramétrique de la largeur de la dent de la partie statique

La machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée étant un concept nouveau, nous menons une étude préliminaire pour identifier et concevoir la topologie ainsi que la configuration de bobinage à étudier en réseaux de réluctances. De ce fait, nous réalisons une étude paramétrique sur la largeur de la dent de la partie statique (L_{ds}). Nous souhaitons étudier l'impact de la variation de ce paramètre géométrique sur la force de déplacement et sur son ondulation pour les deux configurations de bobinages (simple et double couche). Nous garderons les autres paramètres géométriques identiques par ailleurs (voir Tableau 4.3).

La Figure 4.28 illustre la valeur moyenne de la force de déplacement pour une densité de courant d'excitation de 20 A/mm² et une densité de courant de phase de 40 A/mm². Ces valeurs ont été choisies élevées de manière volontaire afin de tester la robustesse de la méthode et du code notamment par rapport à l'algorithme de prise en compte de la saturation magnétique (voir chapitre 2, section 2.8).

Il est possible de voir que la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée dans sa configuration double-couche développe une force plus élevée que pour la configuration simple couche pour toute la plage de variation de la largeur de la dent de la partie statique. Le maximum de force moyenne est atteint pour une largeur de dent de 10 mm et ce, pour les deux configurations de bobinage.

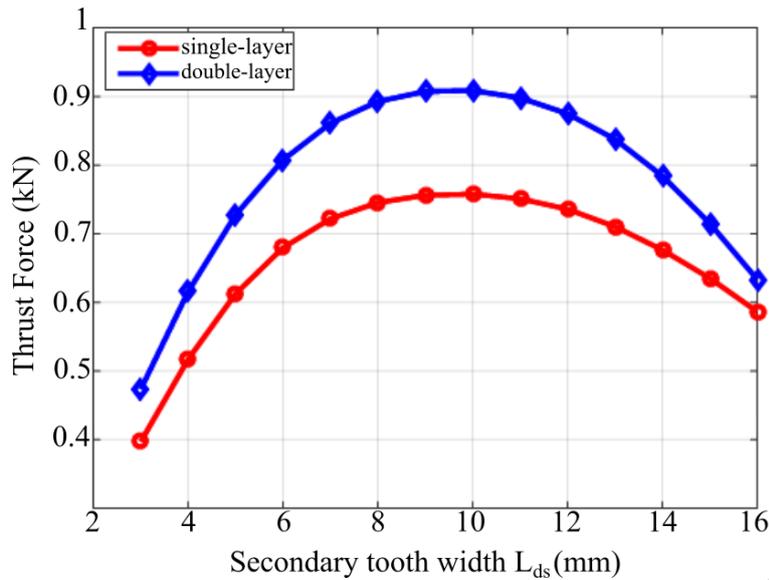


Figure 4.28. Valeur moyenne de la force de déplacement en fonction de la largeur de la dent de la partie statique

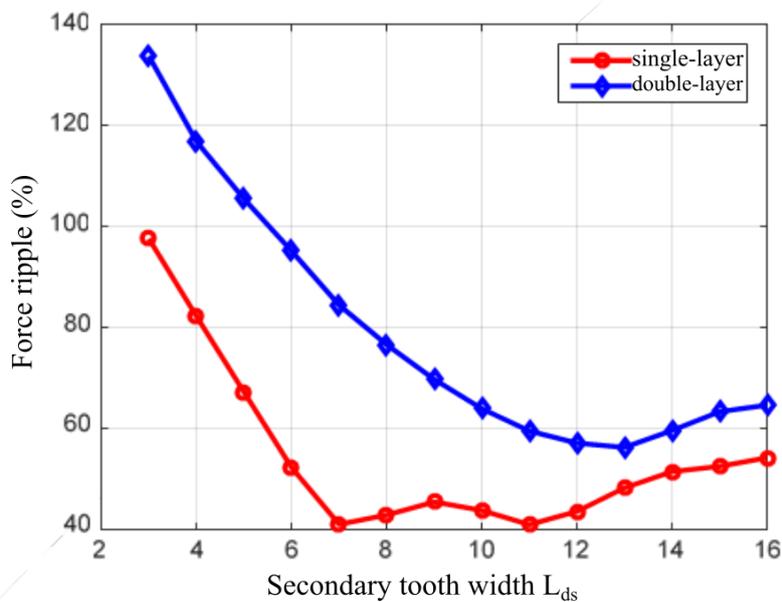


Figure 4.29. Ondulation de la force de déplacement en fonction de la largeur de la dent de la partie statique

L'ondulation de force est calculée telle que le montre l'équation 4.13 où F_{max} et F_{min} sont respectivement la valeur maximale et minimale de la force de déplacement et F_{mean} sa valeur moyenne.

$$\text{Ondulation de Force} = \frac{(F_{max} - F_{min})}{F_{mean}} \times 100 \quad 4.13$$

L'ondulation de force en fonction de la largeur de dent de la partie statique est représentée sur la Figure 4.29. Il est possible de constater que sur toute la plage de variation de la largeur de la dent et pour les mêmes conditions d'alimentation, la configuration simple couche produit une ondulation de force plus faible que la configuration double couche.

La largeur de la dent de la partie statique pour laquelle la force produite est maximale ($L_{ds} = 10$ mm). Nous fixerons ce paramètre à cette valeur et réalisons une étude de la force produite par rapport à la densité de courant d'alimentation (J_{max}). La Figure 4.30 illustre la force de déplacement produite pour une plage de variation de J_{max} allant de 0 à 40 A/mm² pour les deux configurations des bobinages de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée.

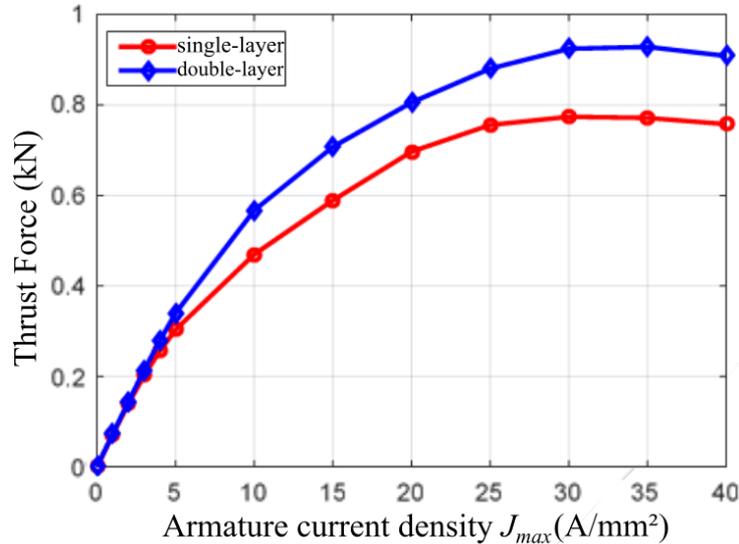


Figure 4.30. Valeur moyenne de la force de déplacement en fonction du courant de la densité de courant d'induit (J_{max}).

Entre 0 et 5 A/mm² il apparaît que l'écart de la force développée par les deux concepts de bobinages (simple et double couches) est très faible. Au-delà de $J_{max} = 5$ A/mm², la saturation devient plus importante et un écart se fait ressentir entre la force moyenne développée par les deux concepts de bobinage. La machine à bobinage double couche développe finalement une force moyenne plus importante que la même machine avec un bobinage simple couche.

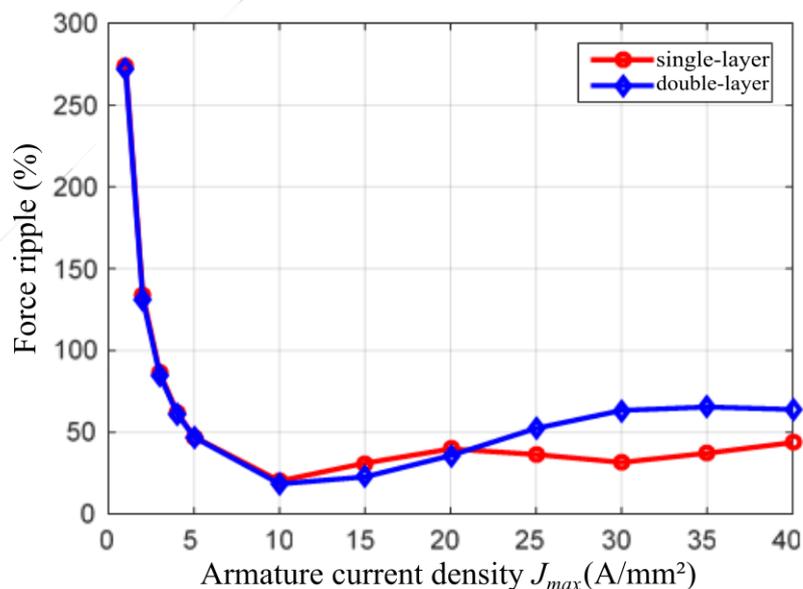


Figure 4.31. Ondulation de force de déplacement en fonction du courant de la densité de courant d'induit (J_{max}).

La Figure 4.31 illustre l'ondulation de la force pour la plage de variation de la densité de courant d'alimentation pour les deux configurations de bobinage testée. En termes d'ondulations de la force développée, les deux concepts ont un même taux d'ondulation jusqu'à une valeur de densité de courant de $J_{max} = 20 \text{ A/mm}^2$. Au-delà de cette valeur, le taux d'ondulation se stabilise autour de 65% pour le concept de bobinage double-couche et de 40% pour la machine à bobinage simple-couche.

4.6.3 Modèle réductant de la machine à bobinage double couche (maillage conforme)

Nous reprenons le concept de la machine qui développe la force la plus élevée avec la largeur optimale de la dent de la partie statique ($L_{ds} = 10 \text{ mm}$). Nous retenons le concept de bobinage à double-couche et comparons notre modèle réductant au modèle élément finis. Nous réalisons un découpage régulier et un maillage sans interfaces de non-conformité. Nous choisissons un nombre élevé de nœuds (89280 nœuds au total) avec un entrefer comportant 6 étages de blocs élémentaires afin d'approcher au mieux les grandeurs évaluées par le modèle par éléments finis. Nous garderons des densités de courant élevées ($J_{exc}=20\text{A/mm}^2$ et $J_{max}=40\text{A/mm}^2$) afin de tester la robustesse de l'algorithme de prise en compte de la saturation. Les composantes de l'induction au niveau de l'entrefer sont illustrées sur la Figure 4.32. Une bonne correspondance est observée entre les résultats des deux modèles.

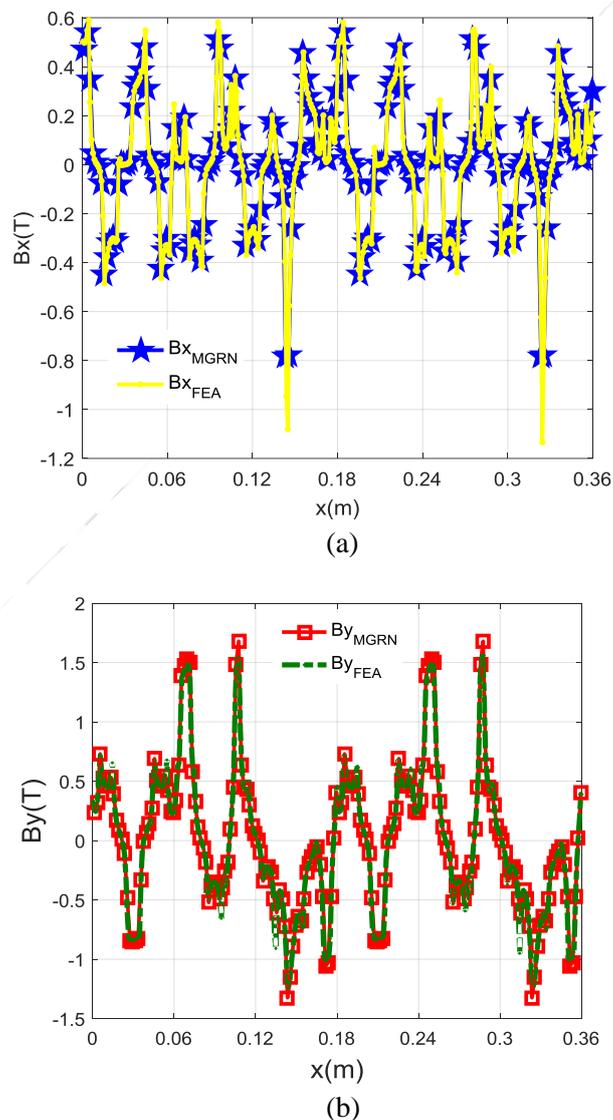


Figure 4.32. Composantes de l'induction dans l'entrefer de la machine à bobinage double couche. (a) Composante tangentielle (direction \vec{x}). (b) Composantes normale (direction \vec{y}).

La forme des composantes de l'induction comporte des variations brusques le long de l'entrefer de la machine. Ceci implique qu'un nombre d'éléments important est nécessaire dans la direction \vec{x} afin d'évaluer au mieux ces grandeurs.

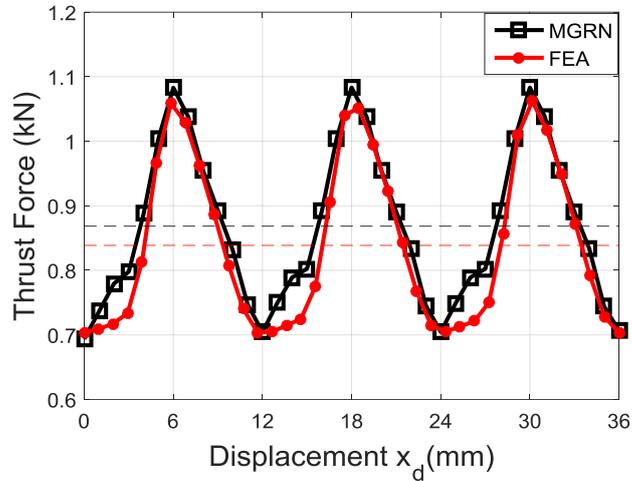


Figure 4.33. Force de déplacement en fonction de la position pour la configuration double couche pour $J_{exc}=20A/mm^2$ et $J_{max}=40A/mm^2$.

La Figure 4.33 illustre la force de déplacement en fonction de la position de la partie mobile pour le concept double-couche avec une largeur de dents de la partie statique de 10 mm. Une bonne correspondance est observée entre la courbe obtenue par éléments finis et celle obtenue par le modèle réductant avec un écart de 4 % sur la valeur moyenne. L'écart sur la valeur moyenne de la force entre les deux modèles s'explique par le fait que pour certaines positions de la partie mobile, la valeur de la force évaluée par le modèle réductant est plus élevée que celle évaluée par éléments finis. Les trajets de flux décrit par les deux modèles (particulièrement à ces positions) ne sont pas strictement identiques et conduisent à certains écarts. Plus de détails sur le modèle réductant sont donnés dans la section suivante.

4.6.4 Modèle réductant de la machine à commutation de flux pour les deux configurations de bobinage (maillage non-conforme)

La Figure 4.34 illustre le maillage par éléments finis de la machine linéaire à commutation de flux. Le maillage en éléments finis a été fixé à 19 709 éléments pour toutes les simulations et le nombre de degrés de liberté de la matrice de résolution est de 39 171. L'entrefer, d'épaisseur 1 mm, est maillé sur 4 couches.

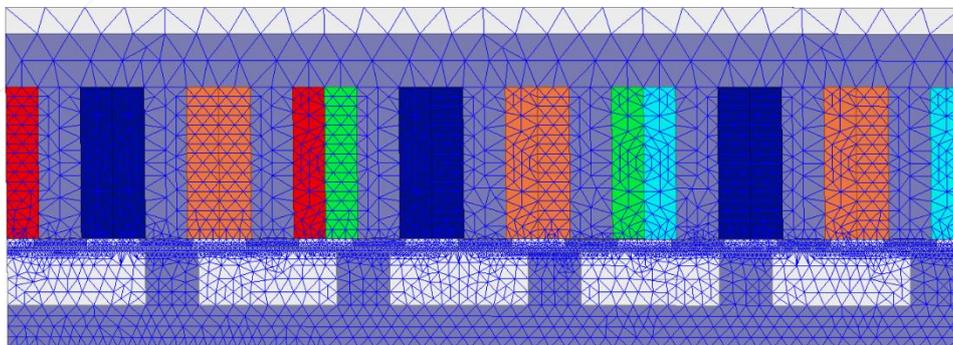


Figure 4.34. Maillage éléments finis de la machine linéaire à commutation de flux à commutation de flux.

La Figure 4.35 illustre la géométrie de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée avec la configuration de bobinage à double couche.

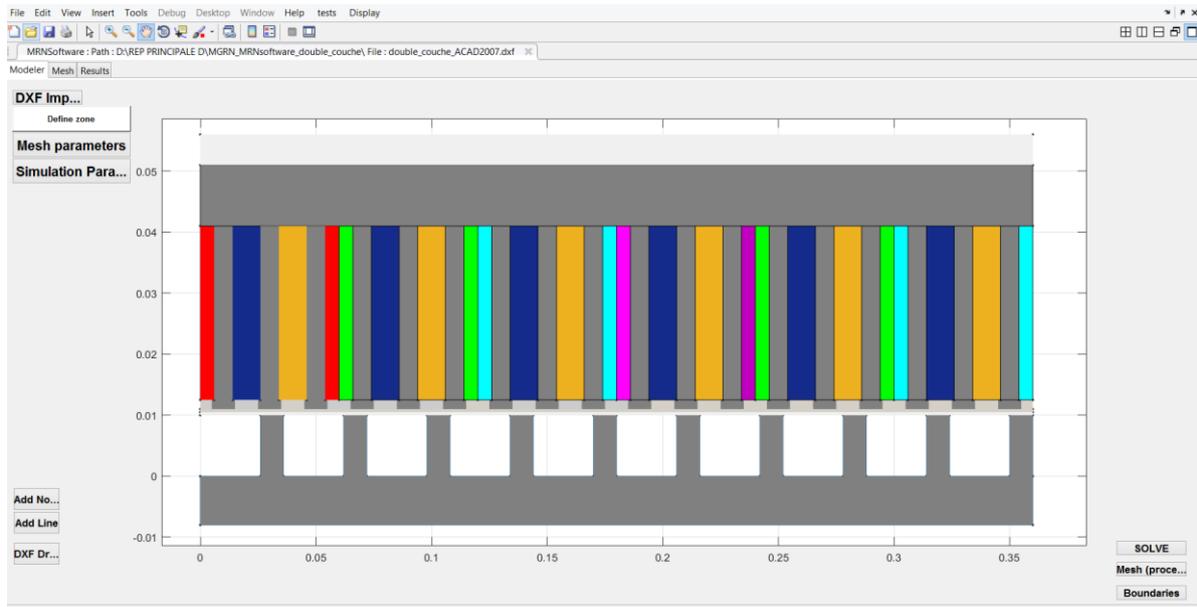


Figure 4.35. Illustration de la machine linéaire à dans l'interface graphique de l'outil *MRNsoftware*.

Nous cherchons à optimiser le maillage réticulé en introduisant des interfaces de non-conformité. Nous réalisons deux modèles en réseaux de réticulances maillés avec un découpage et un nombre d'éléments identiques pour les deux configurations des enroulements d'induit de la machine. Le nombre de blocs élémentaire est de 3660, le nombre total de nœuds est de 4860 avec 1200 nœuds d'interfaces.

La Figure 4.36 illustre le schéma de découpage utilisé pour le modèle réticulé. Les points représentent les nœuds centraux des blocs élémentaires de réticulances et les croix représentent les nœuds périphériques au niveau des interfaces de non-conformité. Deux interfaces non-conformes sont présentes dans ce découpage. Une première au niveau de l'entrefer afin de découpler le maillage de la partie mobile et de la partie statique et par la même occasion découpler le pas de mouvement du découpage géométrique. L'entrefer est maillé sur 2 étages avec une interface de non-conformité au milieu. La deuxième interface non-conforme se situe entre la zone des isthmes de dents et de la zone du bobinage. Un nombre important d'éléments reste néanmoins nécessaire dans la direction \vec{x} pour les zones des dents du rail statique, les zones de bobinage et de l'entrefer pour pouvoir estimer les variations des grandeurs (notamment l'induction) le long de cet axe. Les culasses ne nécessitent qu'un unique étage d'éléments.

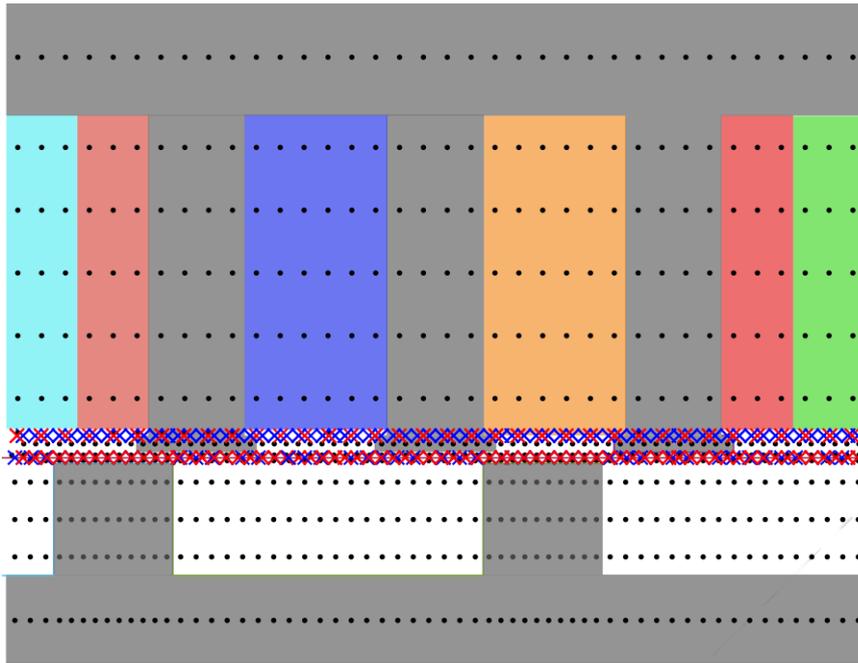


Figure 4.36. Schéma de découpage en blocs de réluctances

Nous comparerons les différentes grandeurs (flux, force électromotrice et force de déplacement) aux résultats donnés par les modèles en éléments finis pour les mêmes conditions de fonctionnement (densité de courant d'excitation et densité de courant d'induit de 5 A/mm^2). Dans les simulations présentées dans cette partie, le phénomène de saturation magnétique est aussi pris en charge par la méthode proposée dans la section 2.8 du chapitre 2. La caractéristique B-H des matériaux ferromagnétiques est approximée à l'aide de la formulation en racine carrée présentée dans la même section.

La Figure 4.37 et la Figure 4.38 illustrent la distribution des sources de force magnétomotrices dans le modèle réluctant maillé pour la configuration du bobinage double couche et simple couche respectivement. La distribution suit le même principe que celui expliqué dans la section 2.4 du chapitre 2 avec la particularité que les forces magnétomotrices engendrées par les courants dans chaque bobine d'excitation viennent se superposer à celles dues aux courants dans les phases de la machine.

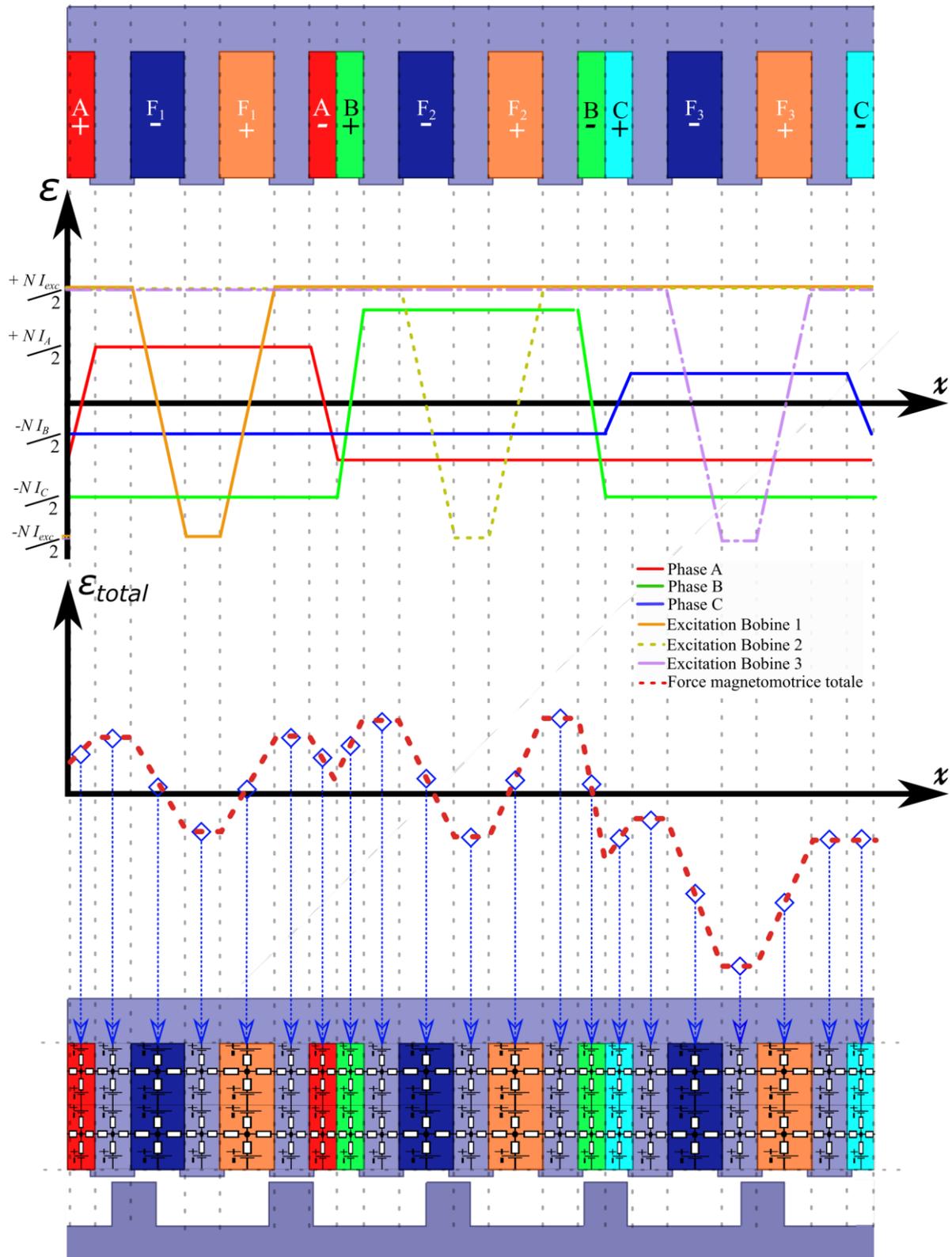


Figure 4.37. Distribution de la force magnétomotrice dans la configuration double couche du bobinage de la machine à commutation de flux à excitation bobinée.

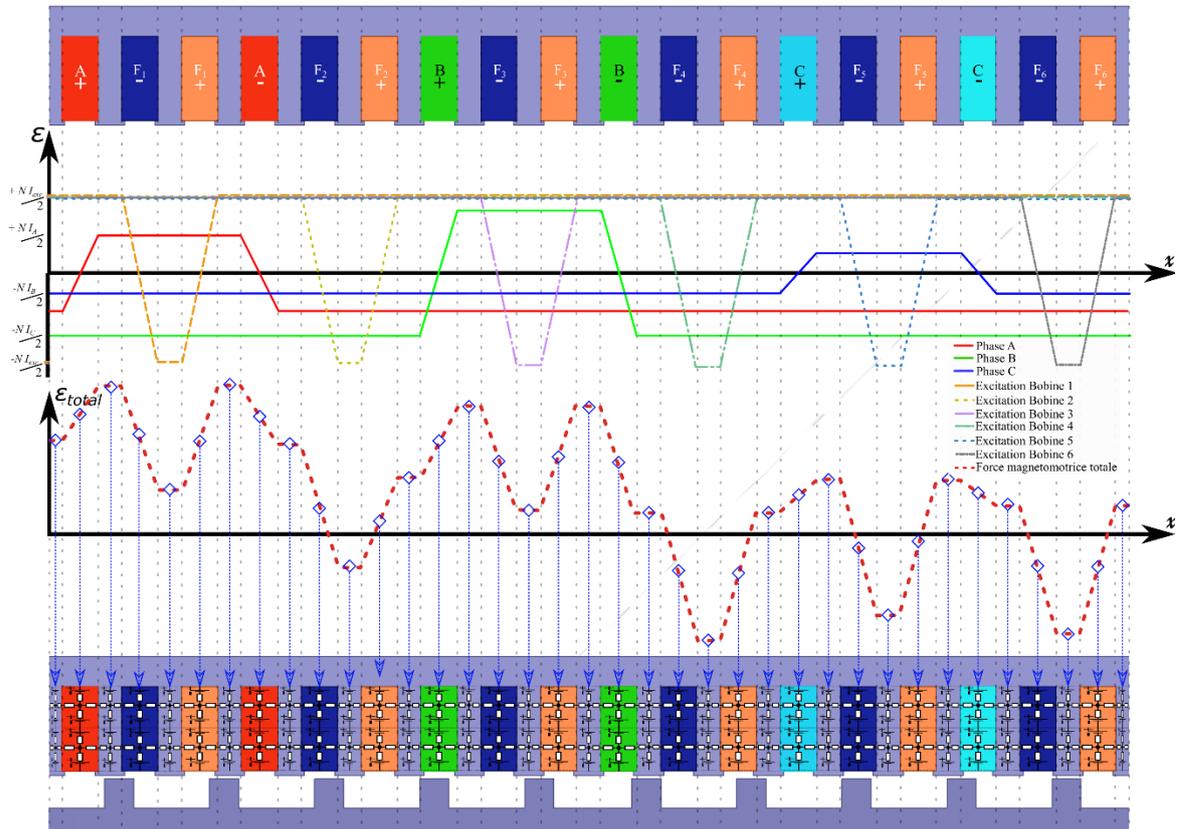


Figure 4.38. Distribution de la force magnétomotrice dans la configuration double couche du bobinage de la machine à commutation de flux à excitation bobinée.

L'actionneur est alimenté par un courant triphasé dont la fréquence (f_e) est exprimée par l'équation 4.12. N_r est le nombre de dents d'un motif du rail statique et est égal à 10, V_L est la vitesse linéaire et τ_p (36 mm) est la largeur d'un motif magnétique du rail statique équivalent à la longueur d'une dent et d'un évidement.

$$f_e = N_r \frac{V_L}{2\tau_p} \quad 4.12$$

La Figure 4.39 illustre le flux par spire pour la machine à bobinage double couche évalué par le modèle réductant et le modèle par éléments finis. La Figure 4.40 illustre la force électromotrice pour la même configuration de bobinage. Les deux figures qui suivent (Figure 4.41 et Figure 4.42) illustrent respectivement ces deux mêmes grandeurs (flux de phase et force électromotrices par spire) pour la configuration de bobinage simple couche.

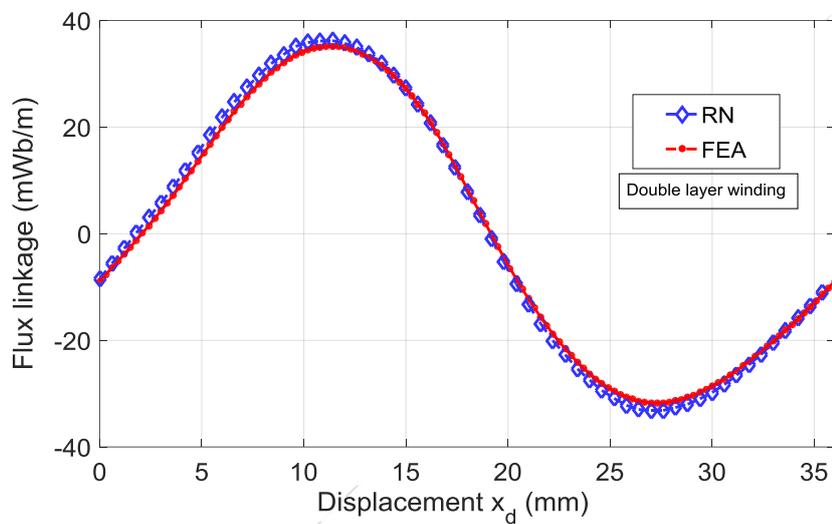


Figure 4.39. Flux par spire pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 \text{ A/mm}^2$ (bobinage double-couche).

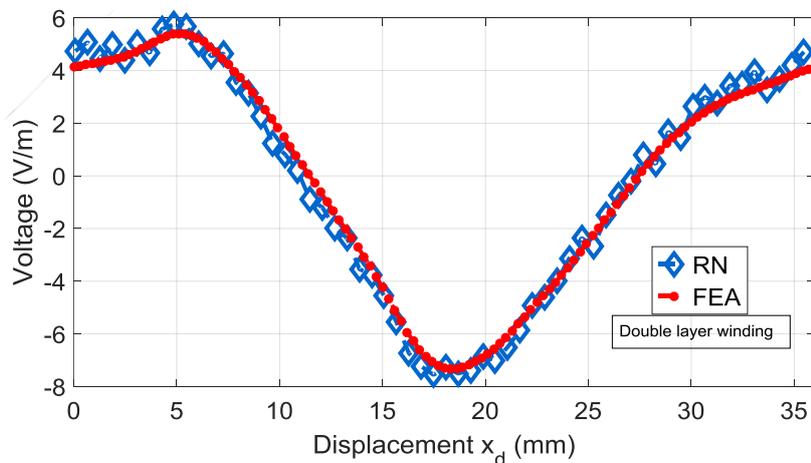


Figure 4.40. Force électromotrice en charge pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 \text{ A/mm}^2$ (bobinage double-couche).

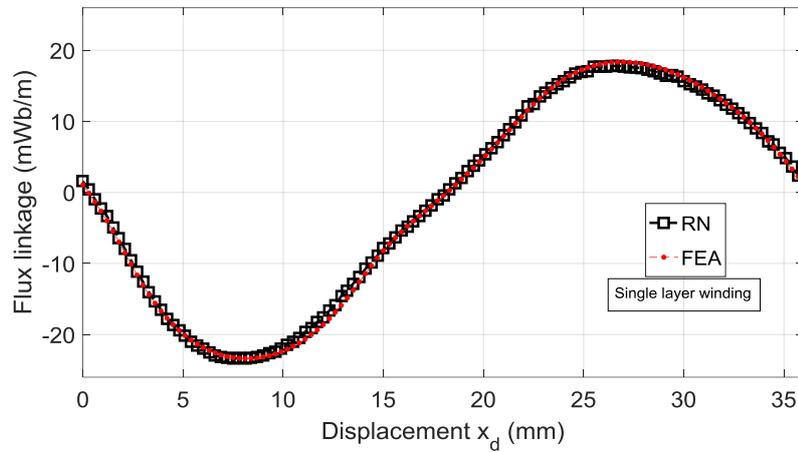


Figure 4.41. Flux par spire pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage double-couche).

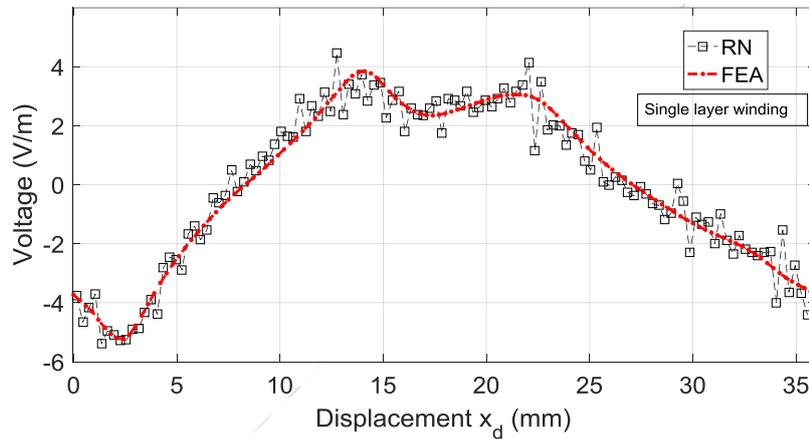


Figure 4.42. Force électromotrice en charge par spire pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 A/mm^2$ (bobinage simple-couche)

Les flux par spire évalués par les deux modèles, pour les deux configurations de bobinage, sont en bonne correspondance. Les forces électromotrices sont calculées par la dérivée numérique directe du flux de phase (voir chapitre 2, section 2.7.1). Ces dernières, pour les deux configurations de bobinages, présentent un écart engendré par la dérivée numérique. Un filtrage préalable des courbes du flux aura pour effet de lisser les courbes des forces électromotrices.

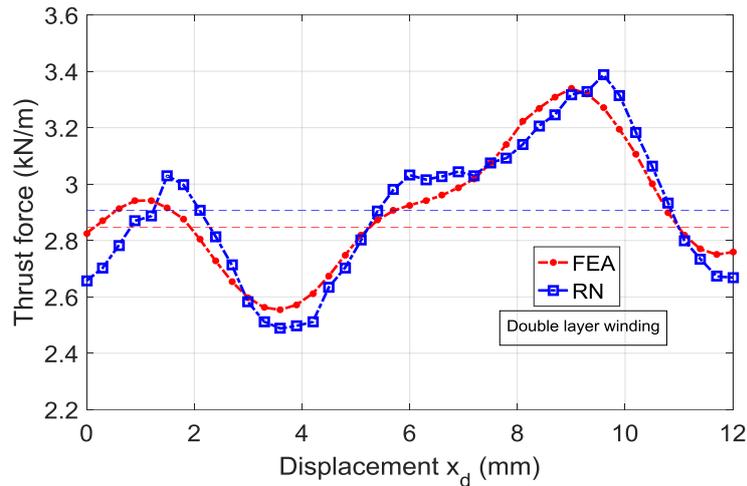


Figure 4.43. Force de déplacement pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 \text{ A/mm}^2$ (bobinage double-couche).

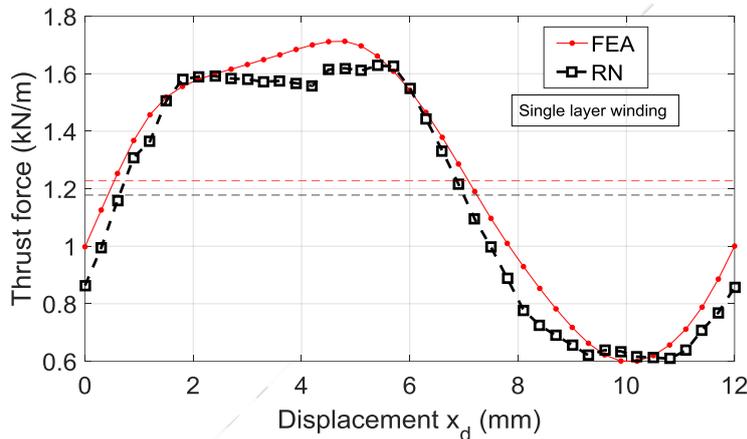


Figure 4.44. Force de déplacement pour $J_{exc} = J_{ind} = 5 \text{ A/mm}^2$ (bobinage simple-couche).

La Figure 4.43 et la Figure 4.44 illustrent, pour la machine à bobinage simple couche et la machine à bobinage double couche respectivement, la force de déplacement calculée par la méthode du tenseur de Maxwell (voir chapitre 2, section 2.7.2.2). Les modèles présentent un écart de 2.5 % sur la force moyenne entre le modèle réductant et celui par éléments finis de la machine à bobinage simple-couche et un écart du même ordre pour la machine à bobinage double couche.

Les écarts constatés sont dus au fait que pour plusieurs positions de la partie mobile, les composantes de l'induction magnétique le long de l'entrefer évaluées par les deux méthodes de modélisation ne se superposent pas parfaitement. Ceci se répercute sur le calcul des autres grandeurs et particulièrement sur l'évaluation de la force. L'évolution des composantes de l'induction pour la première position de la partie mobile sont illustrés sur la Figure 4.45 (direction \vec{y}) et la Figure 4.46 (direction \vec{x}). Ce qui justifie la nécessité d'avoir un nombre d'éléments élevé dans la direction \vec{x} (particulièrement au niveau de l'entrefer).

Il est cependant possible de constater que la force développée par la machine à bobinage double couche excède de plus du double celle développée par la configuration de bobinage simple couche pour les mêmes dimensions et les mêmes conditions d'alimentation ($J_{exc} = J_{ind} = 5 \text{ A/mm}^2$). Ceci est une conséquence du jeu de dimensions choisi pour réaliser les calculs.

De plus, comme il a été montré dans le chapitre 3, l'interpolation polynomiale utilisée pour lier les potentiels scalaires au niveau des interfaces de non-conformité introduit de l'erreur dans l'évaluation du modèle. Utiliser un découpage conforme pourra améliorer la précision des résultats sur les potentiels scalaires et de ce fait sur les grandeurs locales, mais aura aussi pour effet de nécessiter un nombre de blocs de réductances (et de nœuds) plus élevé et de rallonger les temps d'évaluation.

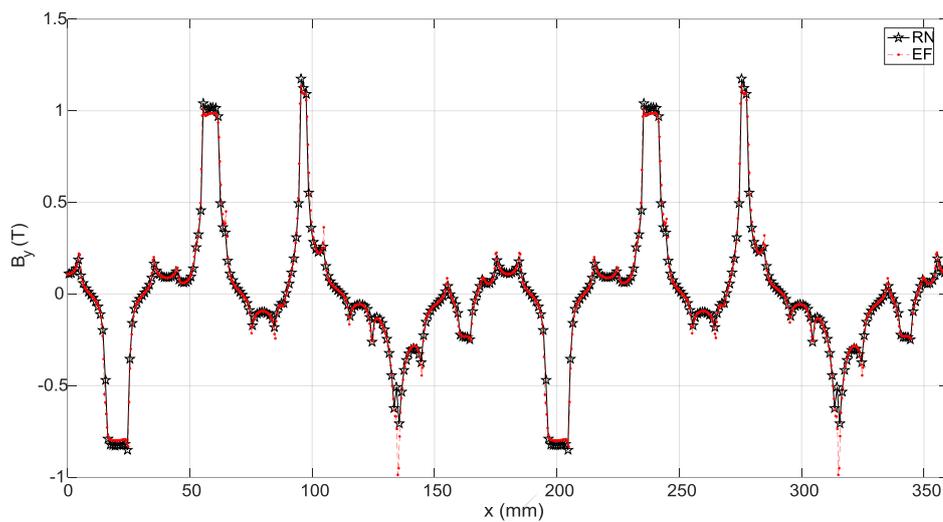


Figure 4.45. Composante normale de l'induction dans l'entrefer de la machine à double couche de bobinage (direction \vec{y}).

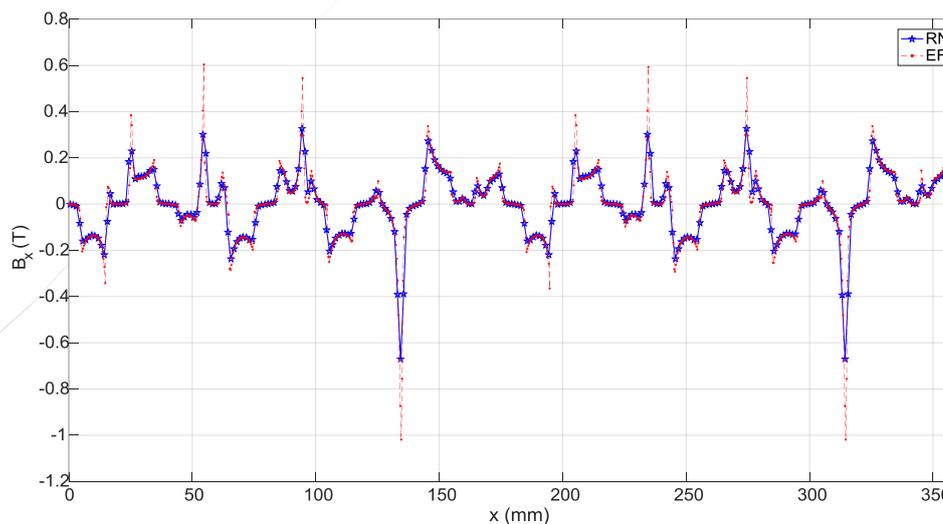


Figure 4.46. Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer de la machine à double couche de bobinage (direction \vec{x}).

En termes de temps de résolution, un rapport d'approximativement 1 pour 10 est observé pour un point de calcul en régime linéaire entre le modèle réductant et le modèle par éléments finis. Lorsque la saturation est prise en compte, les temps de résolution pour un point de calcul sont équivalents. Ces simulations ont été réalisées sur un processeur 64 Bits Intel® Xeon® CPU@3.50GHz avec 32 Go de RAM et le temps d'exécution constaté pour un point de calcul en régime linéaire est de 0.8 secondes pour le modèle réductant contre 7 secondes pour le modèle par éléments finis.

Les écarts de temps de calcul des simulations avec prise en compte de la saturation magnétique s'expliquent par le fait que l'algorithme itératif utilisé dans les modèles réductants (voir chapitre 2, section 2.8) nécessite quelques dizaines d'itérations pour converger. En revanche, les modèles par éléments finis emploient un algorithme de Newton-Raphson et ne dépassent guère six itérations pour un point de calcul. L'utilisation d'un tel algorithme permet un réel gain en temps d'évaluation car il nécessite moins d'itération pour atteindre la convergence vers l'équilibre magnétique et constitue une piste sérieuse pour l'accélération des temps de calculs de notre code.

4.7 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons en premier lieu présenté l'interface graphique de l'outil *MRNsoftware* qui a été développé sous un environnement MATLAB®. Nous avons décrit les étapes de déroulements de l'outil logiciel *MRNsoftware* et la méthodologie de traitement d'un modèle au sein de cet outil. Nous avons ensuite exploité cet outil pour modéliser plusieurs concepts d'actionneurs.

Nous avons appliqué la méthodologie de maillage conforme développée au chapitre 2 de ce manuscrit pour réaliser le modèle de la machine linéaire à aimants permanents. Nous avons d'abord réalisé des simulations à vide et en régime linéaire (parties ferromagnétiques avec une perméabilité constante), que nous avons comparé à des modèles en éléments finis pour les mêmes conditions de fonctionnement. Nous avons pu montrer que les résultats des deux méthodes de modélisation étaient concordants. A travers ces simulations, nous avons pu valider la méthodologie de découpage en blocs élémentaires ainsi que la méthode de gestion du mouvement dans un maillage conforme. Par la suite, nous avons intégré l'algorithme de prise en compte de la saturation magnétique et réalisé des simulations dans différents régimes de fonctionnement. En incluant la méthodologie de distribution des forces magnétomotrices pour un système triphasé dans le schéma réductant de la structure, nous avons montré que l'approche proposée est valide en comparant les résultats produits (flux, force électromotrice et force de déplacement) avec des modèles par éléments finis.

Nous avons, par la suite, effectué des calculs de pertes fer en post-traitement pour la même structure. L'accès aux grandeurs locales au sein d'un bloc élémentaire (notamment l'induction magnétique et ses composantes axiales) nous permet en effet de mettre en application le modèle intégral de Bertotti pour effectuer les calculs de pertes fer. A partir de la comparaison avec le modèle par éléments finis, un très faible écart est constaté.

Nous avons, en dernier lieu, étudié le concept de machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Deux configurations de bobinage possibles pour les enroulements d'induit ont été proposées. Un premier bobinage à simple couche où une même phase occupe l'intégralité de l'encoche et un bobinage à double couche où deux phases se partagent l'encoche ont été comparés. Nous avons réalisé une étude paramétrique pour déterminer la longueur de la dent du rail statique qui permettra à l'actionneur de développer la force de déplacement la plus élevée pour une alimentation donnée. L'impact de la largeur de la dent du rail statique sur la force et l'ondulation de force a révélé que la configuration à double couche produisait une force plus importante que le concept de bobinage à simple couche. Nous avons repris ce concept avec la dimension optimale de la dent de la partie statique et nous l'avons modélisé par l'approche des réseaux de réductances maillés que nous avons développée.

Nous avons appliqué la méthodologie développée au chapitre 3 de ce manuscrit pour optimiser le découpage en blocs de réductances. Par ailleurs, l'introduction d'une interface de non-conformité au niveau de l'entrefer a permis et réaliser la connexion du réseau de la partie mobile et de la partie statique de l'actionneur et de découpler le pas de mouvement du découpage géométrique de la structure. Nous avons pu réduire le nombre de blocs de réductances et de ce fait, le temps d'exécution du modèle tout en conservant la finesse des résultats.

La méthodologie développée et implémentée dans l'outil *MRNsoftware* propose une approche de modélisation plus générique et plus automatisable que les approches conventionnellement utilisées. Les techniques de discrétisation et de distribution des sources de force magnétomotrice, que nous avons proposées, permettent d'apporter des modifications rapides aux modèles. L'avantage de la méthodologie proposée est de permettre aux concepteurs d'actionneurs de tester différentes configurations géométriques ou configuration d'alimentation et de distribution des enroulements. Nous avons montré

que l'approche de génération automatique de maillage que nous avons développé permet ainsi de fournir des modèles précis dans un temps plus court que nécessaire au développement d'un modèle réductant dédié (approche expert).

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Dans ce manuscrit, une méthodologie associant la modélisation par réseaux de ré reluctances maillés à une approche d'automatisation du traitement d'un modèle ré luctant a été explorée. L'idée directrice de ce travail était de contribuer au développement d'un outil logiciel qui permet à l'utilisateur de générer un réseau de ré reluctances/perméances de manière automatisée et transparente. Cet outil logiciel (*MRNsoftware*) permet, après avoir dessiné la structure comme il est possible de le faire sur les logiciels de modélisation par éléments finis commerciaux, de déduire le réseau de ré reluctances.

Le premier chapitre nous a permis de présenter les modèles à constantes localisées et les différentes philosophies et approches qui les accompagnent. Dans la littérature de spécialité, les modèles proposés dépendent souvent du type de topologie modélisée ainsi que des grandeurs à évaluer par rapport aux besoins auxquels les concepteurs essayent de répondre. Pour les travaux présentés dans cette thèse, nous avons choisi de mettre en pratique l'approche des réseaux de ré reluctances maillés dans le but de leur automatisation. Le fait de mailler la géométrie par des blocs élémentaires de ré reluctances exonère le concepteur de la connaissance préalable du comportement du flux magnétique. Cependant, cela entraîne un effort de calcul plus important que pour un modèle « expert » de la même structure.

Dans le deuxième chapitre, nous avons exposé la méthode de résolution implémentée dans *MRNsoftware*. Nous avons exposé les méthodes de modélisation des sources (aimants et bobinages) ainsi que leurs distributions et traitements dans les modèles réalisés dans l'outil proposé. Les étapes de calcul des grandeurs locales comme les champs et inductions magnétiques au niveau de chaque bloc élémentaire et les techniques de calcul des grandeurs globales (flux et forces électromotrices et couple) ont été expliquées. Par ailleurs, nous avons aussi exposé la méthode de prise en compte du phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques ainsi que la méthode de prise en compte du mouvement dans un réseau de ré luctance conforme. Cependant, la modélisation par réseaux de ré reluctances maillés, dans le cadre d'un maillage conforme, reste limitée. L'entrefer est discrétisé de manière à ce que le pas de mouvement souhaité soit au moins égal à la taille d'un bloc élémentaire ou à un de ces multiples. Ce qui implique une augmentation significative de la taille du système matriciel à résoudre. Afin de remédier à cette limitation, le maillage non-conforme présente une piste intéressante que nous avons explorée dans le troisième chapitre.

Le sujet du troisième chapitre a porté sur la méthodologie de couplage par interpolation polynomiale de Lagrange du potentiel magnétique scalaire pour le maillage non-conforme dans les réseaux de ré reluctances maillés. Cette méthode permet de rendre le traitement du mouvement totalement indépendant de la discrétisation spatiale. Elle permet aussi de réaliser des modèles avec une relaxation du maillage sur différentes parties de la structure modélisée. Le principal avantage réside dans le fait que cette technique permet d'améliorer la générique de l'outil développé. Les inconvénients de la méthode sont les nœuds supplémentaires (nœuds d'interfaces) à considérer par rapport à un maillage conforme du même nombre de blocs élémentaires et une perte de précision liée à l'ordre des fonctions d'interpolation.

Nous avons présenté l'interface graphique de l'outil *MRNsoftware* dans le quatrième et dernier chapitre du manuscrit. Au vu de la mise en application des méthodes développées et de leur validation, nous avons réalisé plusieurs modèles d'actionneurs. Nous avons appliqué la méthodologie de maillage conforme développée au chapitre 2 pour réaliser le modèle d'un actionneur linéaire à aimants permanents. Nous avons, par la suite, effectué des calculs de pertes fer en post-traitement pour la même structure. L'accès aux grandeurs locales au sein d'un bloc élémentaire (notamment l'induction magnétique et ses composantes selon les différents axes) nous permet de mettre en application le modèle intégral de Bertotti pour effectuer les calculs de pertes fer. A partir de la comparaison avec le modèle par éléments finis, un très faible écart a été constaté.

Conclusion générale et perspectives

Nous avons aussi pu mettre en application la méthodologie proposée pour modéliser la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Sur les deux configurations des enroulements d'induit testées ; simple et double couches, celui à double couche offre les meilleures performances. Nous avons exploité l'approche par maillage non conforme du chapitre 3 pour optimiser le découpage de la structure et réduire ainsi la taille de la matrice de résolution donc les temps de calcul.

En termes d'apports et de contributions à la méthode de modélisation par réseaux de ré reluctances, nous pouvons résumer les points les plus importants dans ce qui suit :

- Nous avons pu étudier la machine double-stack par le couplage d'un circuit ré luctant avec un modèle par éléments finis 2-D afin de réduire les temps d'évaluation du couple par rapport à un modèle par éléments finis 3-D (voir chapitre 1, section 1.7.4.1).
- Nous avons mis au point une méthodologie de standardisation de la distribution des forces magnétomotrices au sein d'un réseau de ré reluctances maillé (voir chapitre 2, section 2.4.3). Cette méthode a été testée dans le cas du bobinage triphasé d'un actionneur à aimants permanents et dans le cas d'un actionneur à commutation de flux à excitation bobinée.
- Nous avons proposé une méthode d'interpolation par polynômes de Lagrange afin de pouvoir introduire des interfaces de non-conformité de maillage dans un découpage en blocs élémentaires de ré reluctances. L'interpolation des potentiels permet en effet de lier les potentiels magnétiques des nœuds qui appartiennent aux éléments de part et d'autre d'un découpage en blocs de différentes tailles (voir chapitre 3).
- Nous avons exploité le maillage non-conforme avec l'approche d'interpolation pour la connexion des zones mobiles et statique et pour découpler le pas de mouvement du découpage géométrique ainsi que pour la relaxation de maillage.
- Nous avons pu implémenter les méthodologies proposées, dans le cadre de ce travail de thèse, dans un outil logiciel (*MRNsoftware*) dont le code a été développé sous l'environnement MATLAB®.

En conclusion, la méthodologie développée et implémentée dans l'outil *MRNsoftware* propose une approche de modélisation plus générique et plus automatisable que les approches conventionnellement utilisées. Les techniques de discrétisation et de distribution des sources de force magnétomotrice, que nous avons proposées, permettent d'apporter des modifications rapides aux modèles. L'avantage de la méthodologie proposée est de permettre aux concepteurs d'actionneurs de tester différentes configurations géométriques ou configuration d'alimentation et de distribution des enroulements. Nous avons montré que l'approche de génération automatique de maillage que nous avons développée permet ainsi de fournir des modèles précis dans un temps plus court que celui nécessaire au développement d'un modèle ré luctant dédié « type expert ».

A ce jour, l'outil *MRNsoftware* permet de réaliser des modèles ré luctants maillés fiables de structures de machines linéaires.

En termes de perspectives à court terme, il faut naturellement prévoir d'intégrer les structures de machines tournantes à l'outil en adaptant la méthode graphique de définition des zones de la géométrie modélisée. L'outil devra aussi prendre en charge l'interconnexion de blocs de ré reluctances de différentes formes dans une même structure (trapézoïdales, cylindriques, etc.).

Il est intéressant aussi d'étudier l'impact sur le temps de calcul et sur la qualité des résultats de l'effet de différentes méthodes de couplage aux interfaces de mouvement (ré reluctances tangentielles, bande de mouvement à remailler, solution analytique au sein de l'interface de glissement). La méthode

d'interpolation exploitée a été limitée à un ordre 1, il sera judicieux d'étudier l'impact d'un ordre plus élevé sur la qualité des résultats obtenus.

Afin de réduire les temps de convergences de modèles obtenus et particulièrement lorsque la saturation magnétique est prise en considération, il faudra intégrer un algorithme de Newton-Raphson à la méthode de résolution.

A moyen terme, il conviendra d'étendre la modélisation au domaine de la 3-D afin de permettre le traitement de modèles en extrusion de maillage avec des blocs élémentaires à six branches pour représenter toutes les directions de l'espace. Une modélisation en multicouches permettrait aussi de traiter des géométries d'actionneurs en 3-D. Dans ce volet, il est probablement pertinent d'étudier la possibilité d'étendre la méthode d'interpolation des potentiels au domaine de la 3-D.

Dans l'esprit de l'exploitation de l'outil de maillage, il est possible d'envisager son utilisation pour les autres domaines de la physique. La thermique se prêtant bien à la modélisation par constantes localisées, il n'est pas exclu d'exploiter l'outil de maillage à ces fins. La logique de distribution des sources d'excitation doit cependant être adaptée pour correspondre aux exigences d'une telle modélisation. Un autre aspect important étant le couplage de modèles, il s'agit d'explorer, par exemple, la rétroaction entre le modèle thermique et le modèle magnétique. En effet, l'élévation de la température agit sur les propriétés magnétiques et électriques des matériaux comme la caractéristique magnétique du fer, l'induction rémanente des aimants ou encore la résistivité du cuivre.

Le logiciel, à plus long terme, pourra intégrer d'autres aspects multi-physiques de la modélisation des machines en implémentant également des modèles mécaniques de l'actionneur et en les faisant interagir avec le modèle magnétique. L'aspect modélisation multi-physique avec la prise en compte des contraintes mécaniques et thermiques est un thème sur lequel les deux laboratoires (SATIE et GREAH) ont déjà une certaine expérience. Des modèles thermiques nodaux ont été développés afin de prendre en compte, il est vrai, de manière simplifiée mais rapide, l'effet fondamental de la contrainte thermique dans le dimensionnement d'actionneurs. Ce point a été approfondi dans la thèse de Guang-Jin Li [8] qui a proposé un modèle magnéto-thermique d'un actionneur soumis à de sévères contraintes en température. Le couplage magnéto-vibroacoustique peut aussi être pris en considération par des modèles à constantes localisées. Ce dernier point a été étudié par Hamza Ennassiri [97] dans le cadre de la modélisation d'une machine synchrone à rotor bobiné.

Cependant, ces modèles ne permettent pas en encore de prendre en compte un certain nombre de phénomènes physiques comme les caractéristiques dynamiques des matériaux magnétiques qui reste aussi un point à explorer. En effet, dès que des fréquences de conversion importantes sont mises en jeu, ce qui est le cas dans les machines électriques quand on recherche la compacité, les courants induits dans les matériaux sont assez importants pour changer l'état magnétique de l'actionneur. Un calcul des pertes a posteriori, après calcul du champ en magnétostatique, semble alors erroné et les pertes fer doivent être incluses dès la phase de calcul du champ. Un travail peut aussi être entrepris pour étudier l'intégration des modèles de pertes dynamiques dans un modèle par réseaux de réductances.

Bibliographie

- [1] S. Hlioui, “Etude d’une machine synchrone à double excitation Contribution à la mise en place d’une plate-forme de logiciels en vue d’un dimensionnement optimal ”, Thèse de doctorat. Energie électrique. Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2008. Français. tel-00344568v2.
- [2] B. Nedjar, “Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l’optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation. ”, Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2011. Français. NNT : 2011DENS0056. tel-00675448.
- [3] T. Hoang, “Design optimization of a Double Excitation synchronous machines in railway traction,”. Thèse de doctorat. Electric power. Université Paris-Saclay, ENS Paris Saclay, 2016. English. NNT: 2016SACLN056. tel01408271v2.
- [4] M. A. Benhamida, “ Investigation of new generator technologies for offshore wind turbines. ” Thèse de doctorat. Normandie Université, 2018. English. NNT : 2018NORMLH11. tel-01890143.
- [5] H. Dogan, “ Méthodologie de conception des machines synchrones à aimants permanents - application au véhicule électrique avec chargeur rapide embarqué. ”, Thèse de doctorat. Sciences de l’ingénieur [physics]. Université de Grenoble, 2013. Français. tel-00906668v1.
- [6] Y. Amara, “ Modélisation pour le dimensionnement des machines électriques. Application à des machines spéciales. ”, Habilitation à Diriger des Recherches. Energie électrique. Université du Havre, 2012. tel-00831948.
- [7] H. Bouker, “ Conception et optimisation des machines synchrones à aimants permanents à haute vitesse dédiées aux véhicules électriques hybrides. ”, Thèse de doctorat. Energie électrique. Université Paris-Saclay, ENS de Cachan 2016. Français. NNT : 2016SACLN064. tel-01450394.
- [8] G. Li, “Contribution à la conception des machines électriques à rotor passif pour des applications critiques: modélisations électromagnétiques et thermiques sur cycle de fonctionnement, étude du fonctionnement en mode dégradé. ”, Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan, ENS Cachan, 2011. Français. NNT : 2011DENS0025. tel-006182362011.
- [9] M. Amrhein, T. C. O’Connell, and J. R. Wells, “ An integrated design process for optimized high-performance electrical machines, ” *Proc. 2013 International Electric Machines & Drives Conference IEMDC 2013*, Chicago, IL, 2013, pp. 847–854. doi: 10.1109/IEMDC.2013.6556197.
- [10] F. W. Carter, “Air-gap induction”, *Electrical Word and Engineer*, vol. 38, no. 22, pp. 884-888, November 1901.
- [11] O. De La Barrière, “Modèles analytiques électromagnétiques bi et tri dimensionnels en vue de l’optimisation des actionneurs disques : étude théorique et expérimentale des pertes magnétiques dans les matériaux granulaires. ”. Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2010. Français. NNT : 2010DENS0032. tel-00562019.
- [12] D. Fu, Y. Xu, and J. Gong, “Presentation of E-core transverse-flux permanent magnet linear motor and its no-load magnetic field analysis based on Schwarz-Christoffel transformation,”

Bibliographie

- 2016 *IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC)*, Miami, FL, 2016, pp. 1-1. doi: 10.1109/CEFC.2016.7816036.
- [13] E. Ilhan, M. F. J. Kremers, E. T. Motoasca, J. J. H. Paulides and E. A. Lomonova, "Spatial discretization methods for air-gap permeance calculations in double salient traction motors," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 6, pp. 2165-2172, Nov.-Dec. 2012. doi: 10.1109/TIA.2012.2226692.
- [14] B. L. J. Gysen, E. A. Lomonova, J. J. H. Paulides and A. J. A. Vandenput, "Analytical and Numerical Techniques for Solving Laplace and Poisson Equations in a Tubular Permanent Magnet Actuator: Part II. Schwarz–Christoffel Mapping," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 7, pp. 1761-1767, July 2008. doi: 10.1109/TMAG.2008.923438.
- [15] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "2-D Exact Analytical Model for Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors With Semi-Closed Slots," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 2, pp. 479-492, Feb. 2011. doi: 10.1109/TMAG.2010.2095874.
- [16] G. Bertotti, "General properties of power losses in soft ferromagnetic materials," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 1, pp. 621-630, Jan. 1988. doi: 10.1109/20.43994.
- [17] N. Boules, "Two-Dimensional Field Analysis of Cylindrical Machines with Permanent Magnet Excitation," in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-20, no. 5, pp. 1267-1277, Sept. 1984. doi: 10.1109/TIA.1984.4504593
- [18] F. Dubas and K. Boughrara, "New Scientific Contribution on the 2-D Subdomain Technique in Cartesian Coordinates: Taking into Account of Iron Parts ", *MDPI : Mathematical and Computational Applications — Open Access Journal*, 2017, doi : 10.3390/mca22010017.
- [19] K. Boughrara, F. Dubas, D. Energie, and F. Belfort, "New Subdomain Technique for Electromagnetic Performances Calculation in Radial-Flux Electrical Machines Considering," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 4, pp. 1-15, April 2018, Art no. 8103315. doi: 10.1109/TMAG.2017.2785254.
- [20] J. Azzouzi, "Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Application au cas de l'aérogénérateur. ", Thèse de doctorat. Energie électrique. Université du Havre, 2007. Français. tel-00634713, 2007.
- [21] H. Tiegna, "Contribution à la modélisation analytique des machines synchrones à flux axial à aimants permanents à attaque directe en vue de leur dimensionnement. Application aux éoliennes. ", Thèse de doctorat. Energie électrique. Université du Havre, 2013.
- [22] A. Mrad, Z. Noun, and M. Arnaout, "Simupmsam-An Analytical Modeling Tool for Permanent Magnet Synchronous and Asynchronous Machines," *2018 Int. Conf. Comput. Appl. ICCA*, July, 2018 pp. 56–59, 2018. doi: 10.1109/COMAPP.2018.8460460.
- [23] H. Tiegna, Y. Amara, and G. Barakat, "Overview of analytical models of permanent magnet electrical machines for analysis and design purposes," *ELSERVIER, Math. Comput. Simul.*, vol. 90, pp. 162–177, April 2013. doi : 10.1016/j.matcom.2012.12.002.
- [24] E. Devillers, J. Le Besnerais, M. Hecquet, and J. P. Lecointe, "A review of subdomain modeling techniques in electrical machines : performances and applications," *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Lausanne, September 2016, pp. 86-92. doi: 10.1109/ICELMACH.2016.7732510

Bibliographie

- [25] P. Escané, J. M. Escané, “Réseaux électriques linéaires à constantes réparties Réseaux électriques linéaires à constantes réparties,” *Techniques de l'ingénieur* ref. D1100 V1, vol. 33, pp. 1–21, 1999.
- [26] T. Raminosoa, “Optimisation Des Performances Des Machines Synchro-Reluctantes Par Réseaux De Perméances. ”, Thèse de doctorat. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, 2006. Français. tel-00126662.
- [27] S. Brisset, “ Démarches et Outils pour la Conception Optimale des Machines Electriques. ” Energie électrique. Habilitation à Diriger des Recherches. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2007. tel-00264041v3.
- [28] J. P. Joule, “ The Scientific Papers of James Prescott Joule ”, *London : The Society*, 1884.
- [29] J. Hopkinson, “ Original Papers By The Late John Hopkinson Technical Papers Vol I ”, Cambridge, 1901.
- [30] H. A. Rowland, “ On the magnetic permeability and the maximum of magnetism of iron, steel and nickel,” *London, Edinburgh, Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 46, no. 304, pp. 140–159, 1873. ISSN: 1941-5982 (Print) 1941-5990. doi : 10.1080/14786447308640912
- [31] O. Heaviside, “ Electrical Papers Volume II,” Macmillan. New York, 1894.
- [32] R. H. M. Bosanquet, “XXVIII. On magnetomotive force,” *London, Edinburgh, Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 5, no. 93, pp. 205–217, 1883.
- [33] D. W. Jordan, “ The Magnetic Circuit Model, 1850–1890: The Resisted Flow Image in Magnetostatics, ”, *The British Journal for the History of Science*, vol. 23, no. 2. pp. 131–173, 1990. doi : 10.1017/S0007087400044733
- [34] H. C. Roters, “ Electromagnetic Devices, ”, *New York : Wiley*, 1941.
- [35] R. E. Peierls, “ Use of the electrolytic tank for magnetic problems,” *Nature*, vol. 158, p. 851, *Nature Publishing Group*, 1946.
- [36] E. C. Cherry, “The duality between the inter-linked electric and magnetic circuits,” in *Proceedings of the Physical Society. Section B*, vol. 62, no. 2, 1949, pp. 101–111. doi: 10.1088/0370-1301/62/2/303
- [37] W. T. J. Atkins, “An improved electromagnetic analogue,” in *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*, vol. 105, no. 7, pp. 151-154, March 1958. doi: 10.1049/pi-c.1958.0020.
- [38] J. Roberts, “Analogue treatment of eddy-current problems involving two-dimensional fields,” in *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*, vol. 107, no. 11, pp. 11-18, March 1960. doi: 10.1049/pi-c.1960.0003.
- [39] J. Roberts, “Analogue treatment of eddy currents and magnetic flux penetration in saturated iron,” in *Proceedings of the IEE - Part C: Monographs*, vol. 109, no. 16, pp. 406-411, September 1962. doi: 10.1049/pi-c.1962.0057.
- [40] E. I. King, “Equivalent Circuits for Two-Dimensional Magnetic Fields: I-The Static Field,” in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-85, no. 9, pp. 927-935, Sept. 1966. doi: 10.1109/TPAS.1966.291715.

Bibliographie

- [41] E. I. King, "Equivalent Circuits for Two-Dimensional Magnetic Fields : II-The Sinusoidally Time-Varying Field," in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-85, no. 9, pp. 936-945, Sept. 1966. doi: 10.1109/TPAS.1966.291716
- [42] E. R. Laithwaite, "Magnetic equivalent circuits for electrical machines," in *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 114, no. 11, pp. 1805-1809, November 1967. doi: 10.1049/piee.1967.0344.
- [43] C. J. Carpenter, "Magnetic equivalent circuits," in *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 115, no. 10, pp. 1503-1511, October 1968. doi: 10.1049/piee.1968.0265.
- [44] J. K. Sykulski, "Computational Magnetism," Chapman & Hall 1995. ISBN: 0-412-58570-7.
- [45] V. Ostović, "Dynamics of Saturated Electric Machines," *Springer-Verlag New York*, 1989. Online ISBN : 978-1-4613-8933-0, Print ISBN : 978-1-4613-8935-4, doi : 10.1007/978-1-4613-8933-0
- [46] M. E. H. Latreche, "Modélisation Magnétique et Thermique Des Machines Électriques Par Schémas Équivalents. ", Thèse de doctorat. Génie électrique Toulouse, INPT, 1987 NNT : 1987INPT030H.
- [47] C. B. Rasmussen and E. Ritchie, "A magnetic equivalent circuit approach for predicting PM motor performance," *IAS '97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second IAS Annual Meeting*, New Orleans, LA, USA, 1997, pp. 10-17 vol.1. doi: 10.1109/IAS.1997.643001
- [48] M. Amrhein and P. T. Krein, "3-D Magnetic equivalent circuit framework for modeling electromechanical devices," in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 2, pp. 397-405, June 2009. doi: 10.1109/TEC.2009.2016134.
- [49] J. Perho, "Reluctance Network for Analysing Induction Machines," *Acta polytechnica Scandinavica. Electrical Engineering Series 110, Finish Academies Of Technology*, ISBN: 951-22-6090-5. ISSN: 0001-6845 2002.
- [50] A. Demenko, R. Wojciechowski, and J. K. Sykulski, "A network description of conducting regions in electrical machines," in *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 44, no. 6, pp. 714-717, June 2008. doi: 10.1109/TMAG.2007.916391.
- [51] A. Demenko, J. K. Sykulski, and R. Wojciechowski, "On the equivalence of finite element and finite integration formulations," in *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 46, no. 8, pp. 3169-3172, August. 2010. doi: 10.1109/TMAG.2010.2043506.
- [52] A. Demenko and J. K. Sykulski, "Analogies between Finite-Difference and Finite-Element Methods for Scalar and Vector Potential Formulations in Magnetic Field Calculations," in *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 52, no. 6, pp. 1-6, June 2016, Art no. 7004206. doi: 10.1109/TMAG.2016.2521345.
- [53] D. Tratkanov *et al.*, "Vers un nouveau concept pour la génération automatique de réseaux équivalents à partir de calculs de type éléments finis," in *3ème édition du Symposium de Génie Electrique SGE 2018*, Jul 2018, Nancy, France. (hal: 01933278), 2018, pp. 1-7.
- [54] J. Turowski and M. Kopec, "3-D Hybrid Analytically-Numerical Computation Of Tank Losses in 3-Phase Power Transformers, ", *COMPEL : International Journal of Computations and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 13, no. 1, pp. 105-108, 1994. doi : 10.1108/eb051851.

Bibliographie

- [55] J. Turowski, M. Turowski, and M. Kopec, "Method of Three-Dimensional Network Solution of Leakage Field of Three-phase Transformers," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 2911-2919, Sept. 1990. doi: 10.1109/20.104906.
- [56] Y. Tang, J. J. H. Paulides, and E. a. Lomonova, "Analytical Modeling of Flux-Switching In-Wheel Motor Using Variable Magnetic Equivalent Circuits," *ISRN Automotive Engineering*, vol. 2014, Article ID 530260, 10 pages, 2014. doi: 10.1155/2014/530260.
- [57] L. Vido, "Etude d'actionneurs électriques à double excitation destinés au transport. Dimensionnement de structures synchrones," Thèse de doctorat. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2004. Français. tel-00133970.
- [58] Y. Amara, "Contribution à la conception et à la commande des machines synchrones à double excitation Application au véhicule hybride." Thèse de doctorat. Sciences de l'ingénieur [physics]. UNIVERSITE PARIS XI, 2001. Français. tel-01625253.
- [59] K. Hoang, L. Vido, M. Gabsi, and F. Gillon, "3D modeling of double excitation synchronous motor with reluctance network," in *2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Berlin, 2014, pp. 2598-2604. doi: 10.1109/ICELMACH.2014.6960554.
- [60] R. Mignot, C. Espanet, D. Chamagne, and T. Martin, "Modeling of an axial flux pm motor using a 3D magnetic equivalent circuit," in *2014 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, Coimbra, 2014, pp. 1-9. doi: 10.1109/VPPC.2014.7007102.
- [61] A. Marrocco, "Analyse numérique de problèmes d'électrotechniques," *Ann. Sc. Math. Quebec*, vol. 1, no. 2, 1977, pp. 271-296.
- [62] R. B. Mignot, F. Dubas, C. Espanet, C. Cuchet, and D. Chamagne, "Original design of Axial Flux PM Motor and modeling of the magnetic leakage using a magnetic equivalent circuit," in *2012 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, Seoul, 2012, pp. 138-141. doi: 10.1109/VPPC.2012.6422629.
- [63] M. Hage-Hassan, "Méthodologies de conception optimale de systèmes de conversion électromécanique," Thèse de doctorat. Université Paris Sud - Paris XI, 2014. Français. NNT: 2014PA112048. tel-01002008.
- [64] M. Hecquet, "Modeling Of A Claw-Pole Alternator Permeance Network Coupled With Electric Circuits," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 2131-2134, May 1995. doi: 10.1109/20.376467.
- [65] A. Ibala, R. Rebhi, and A. Masmoudi, "MEC-Based Modelling of Claw Pole Machines : Application to Automotive and Wind Generating Systems," in *International Journal of Renewable Energy Research-IJRER*. vol. 1 no. 3. pp. 1-8, January 2011. Online ISSN: 1309-012.
- [66] D. C. Horvath, S. Member, S. D. Pekarek, and S. D. Sudhoff, "A Scaled Mesh / Nodal Formulation of Magnetic Equivalent Circuits with Motion," in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 34, no. 1, March 2019, pp. 58-69. doi: 10.1109/TEC.2018.2855100.
- [67] A. Ibala, R. Rebhi, A. Masmoudi, and A. Case, "Magnetic equivalent circuit based modeling of claw pole machines : A survey. " in *2011 International Conference on Electrical Machines and Systems*, Beijing, 2011, pp. 1-6. doi: 10.1109/ICEMS.2011.6073492.
- [68] E. Ilhan, "Hybrid modeling techniques embracing permanent-magnet-biased salient machines Hybrid modeling techniques embracing permanent-magnet-biased salient machines. ". Thèse de doctorat. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2014. doi: 10.6100/IR782713.

Bibliographie

- [69] C. M. Kuert, “Modélisation Moteurs Pas à Pas Hybrides.”. Thèse de doctorat. Département d’électricité. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. EPFL, Thèse no. 2323(2000). 2001.
- [70] A. Mayhob, “Modélisation Des Machines Électriques Tournantes Défectueuses Par La Méthode Des Réseaux De Perméances: Application à La Machine Asynchrone.”. Thèse de doctorat. Université du Havre 2009.
- [71] Y. Laoubi, “Modélisation des machines électriques par les réseaux de perméances génériques. Cas des machines à flux axial,” Thèse de doctorat. Normandie Université, 2017.
- [72] R. Benlamine, T. Hamiti, F. Vangraefschèpe, F. Dubas, and D. Lhotellier, “Modeling of a coaxial magnetic gear equipped with surface mounted PMs using nonlinear adaptive magnetic equivalent circuits,”. in *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Lausanne, 2016, pp. 1888-1894. doi: 10.1109/ICELMACH.2016.7732781.
- [73] Y. Benmessaoud, F. Dubas, M. Hilairret, and R. Beniamine, “Three-dimensional automatic generation magnetic equivalent circuit using mesh-based formulation,” in *2017 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Sydney, NSW, 2017, pp. 1-6. doi: 10.1109/ICEMS.2017.8056110.
- [74] J. Hur, S. Member, and J. Hong, “3-D Time-Stepping Analysis of Induction Motor by Equivalent Magnetic Circuit Network Method,” in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 5, pp. 3225-3228, Sept. 2001. doi: 10.1109/20.952582.
- [75] J. Hur, H. A. Toliyat, J-P. Hong, “Dynamic Analysis of Linear Induction Motors Using 3-D Equivalent Magnetic Circuit Network (EMCN) Method,”. *Electric Power Components and Systems*, vol. 29, no. 6, pp. 531–541, 2001. doi: 10.1080/153250001300338763.
- [76] A. Dupas, “Modélisation et Optimisation d’une Machine Synchrone à Commutation de Flux et à Double Excitation à Bobinage Global,” Thèse de doctorat. Université Paris-Saclay, ENS Paris Saclay, 2016. Français. NNT : 2016SACLN037. tel-01411300.
- [77] D. Martins Araujo, J-l. Coulomb, B. Delinchant, and O. Chadebec, “A Hybrid Method BEM-NRM for Magnetostatics Problems,”. *J. Microwaves, Optoelectron. Electromagn. Appl.*, vol. 12, no. 2, pp. 555–568, 2013.
- [78] D. Martins Araujo, J. Coulomb, O. Chadebec, and L. Rondot, “A Hybrid Boundary Element Method-Reluctance Network Method for Open Boundary 3-D Nonlinear Problems,” in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 2, pp. 77-80, Feb. 2014, Art no. 7001704. doi: 10.1109/TMAG.2013.2281759.
- [79] P. Dular, J. Gyselinck, T. Henneron, and F. Piriou, “Dual finite element formulations for lumped reluctances coupling,” in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, no. 5, pp. 1396-1399, May 2005. doi: 10.1109/TMAG.2005.844348.
- [80] A. Nunes, O. Chadebec, G. Meunier, and P. Kuo-peng, “Magnetic devices analysis by Face FEM coupled with standard reluctance network,” *20h Compumag Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, 2015, Montréal, Canada. hal-02023239.
- [81] A. S. Nunes, O. Chadebec, P. Kuo-Peng, P. Dular, and G. Meunier, “3D magnetic devices analysis using facet FEM formulation coupled with reluctance network method,” in *2016 IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC)*, Miami, FL, 2016, pp. 1-1. doi: 10.1109/CEFC.2016.7816191.

Bibliographie

- [82] D. A. Philips, "Coupling Finite Elements and Magnetic Networks in Magnetostatics," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 35, no. 10, March 1991, pp. 1991–2002, 1992. doi: 10.1002/nme.1620351005.
- [83] D. Bobba, Y. Li, and B. Sarlioglu, "Design Optimization for Reducing Harmonic Distortion of Flux Linkage in Low Pole Flux-Switching Permanent Magnet Machines," in *2016 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC)*, Dearborn, MI, 2016, pp. 1-6. doi: 10.1109/ITEC.2016.7520258.
- [84] H. Ghoizad, M. Mirsalim, M. Mehran, and C. Weiyang, "Coupled magnetic equivalent circuits and the analytical solution in the air-gap of squirrel cage induction machines," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 25, no. 1-4, pp. 749-754, 2007. doi : 10.3233/JAE-2007-772.
- [85] M. Mirzayee, M. Mirsalim, H. Gholizad and S. Javadi arani, "Combined 3D Numerical and Analytical Computation Approach for Analysis and Design of High Speed Solid Iron Rotor Induction Machines" *6th International Conference on Computational Electromagnetics*, Aachen, Germany, 2006, pp. 1-2.
- [86] K. J. W. Pluk, J. W. Jansen and E. A. Lomonova, "Hybrid Analytical Modeling: Fourier Modeling Combined With Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuits," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 8, pp. 1-12, August. 2015, Art no. 8106812. doi: 10.1109/TMAG.2015.2419197.
- [87] K. J. W. Pluk, J. W. Jansen, and E. A. Lomonova, "3-D Hybrid Analytical Modeling: 3-D Fourier Modeling Combined With Mesh-Based 3-D Magnetic Equivalent Circuits," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 12, pp. 1-14, Dec. 2015, Art no. 8208614. doi: 10.1109/TMAG.2015.2455951.
- [88] Tecnotion (The Linear Motor Company) UXX, <https://www.tecnotion.com/products/iron-less-linear-motors/uxx-series.html>. page web consultée le 10/09/2019.
- [89] G. Barakat and Y. Amara, "A simple and effective way to couple analytical formal solution of magnetic potential and reluctance network models," *9th IET International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 2014)*, London, 2014, pp. 1-2. doi: 10.1049/cp.2014.0199.
- [90] M. Dhifli, Y. Laoubi, G. Verez, Y. Amara, and G. Barakat, "Couplage direct de la solution analytique des équations de Maxwell avec les réseaux de réluctances," in *Symposium de Génie Électrique SGE 2014*, Jul 2014, Cachan, France. hal-01065221, pp. 8–10, 2014.
- [91] A. Aden Diriye, "Modélisation analytique tridimensionnelle de nouvelles structures de génératrices électriques destinées à l'éolien de forte puissance. ". Thèse de doctorat. Énergie électrique. Normandie Université, 2018. Français. NNT: 2018NORMLH13. tel-01902759.
- [92] Y. Laoubi, M. Dhifli, G. Verez, Y. Amara, and G. Barakat, "Open Circuit Performance Analysis of a Permanent Magnet Linear Machine Using a New Hybrid Analytical Model," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 3, pp. 1-4, March 2015, Art no. 8102304. doi: 10.1109/TMAG.2014.2361017.
- [93] S. Ouagued, Y. Amara, and G. Barakat, "Cogging Force Analysis of Linear Permanent Magnet Machines Using a Hybrid Analytical Model," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 7, pp. 1-4, July 2016, Art no. 8202704. doi: 10.1109/TMAG.2016.2521825.
- [94] A. Aden Diriye, N. Debbah, Y. Amara, G. Barakat, and R. Ibtouen, " Modeling of a Series Hybrid Excited Synchronous Structure Using Two Different Hybrid Analytical Models," in

Bibliographie

- 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), Lausanne, 2016, pp. 2551-2556. doi: 10.1109/ICELMACH.2016.7732880.
- [95] S. Ouagued, M. A. Ben Hamida, Y. Amara, G. Barakat, and J. J. H. Paulides, “Thermal modelling of tubular linear machines using a hybrid analytical method,” in *2015 International Conference on Sustainable Mobility Applications, Renewables and Technology (SMART)*, Kuwait City, 2015, pp. 1-5. doi: 10.1109/SMART.2015.7399242.
- [96] S. Ouagued, “Contribution à la modélisation multi-physique des générateurs de forte puissance pour les EMR. ”, Thèse de doctorat. Normandie Université, 2017. Français. NNT : 2017NORMLH29. tel-01823806.
- [97] H. Ennassiri, “Analyse magnéto-vibroacoustique des machines synchrones discoïdes à commutation de flux dédiées aux véhicules électriques hybrides. ”. Thèse de doctorat. Normandie Université, 2018. Français. NNT : 2018NORMLH36. tel-02074386.
- [98] N. Bracikowski, “Modélisation multi-physique par modèles à constantes localisées ; Application à une machine synchrone à aimants permanents en vue de son dimensionnement. ”. Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Lille, 2012. Français. NNT : 2012ECLI0028. tel-00905641.
- [99] P. Hammond and Z. Qionghua, “Calculation of Poissonian fields by means of the method of tubes and slices,” in *IEE Proceedings A - Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education - Reviews*, vol. 132, no. 4, pp. 149-156, July 1985. doi: 10.1049/ip-a-1.1985.0035.
- [100] J. K. Sykulski and P. Hammond, “Calculation of Electric and Magnetic Field by Means of the Method of Tubes and Slices,” in: *Savini A., Turowski J. (eds) Electromagnetic Fields in Electrical Engineering. Springer, Boston, MA*, pp. 63–68, 1988. doi: 10.1007/978-1-4613-0721-1_12.
- [101] H. Roisse, “Contribution à la modélisation des Systèmes Electrotechniques par la méthode Des réseaux de perméances couplés. Application aux Machines Synchrones à aimants permanents ”, Thèse de doctorat. Génie électrique. Université des sciences et technologies de Lille, 1998.
- [102] D. Petrichenko, “Contribution à la modélisation et à la conception optimale des turbo-alternateurs de faible puissance. ”. Thèse de doctorat. Electric power. Ecole Centrale de Lille, 2007. English. tel-00346766.
- [103] Chung-Wen Ho, A. Ruehli and P. Brennan, “The modified nodal approach to network analysis,” in *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 22, no. 6, pp. 504-509, June 1975. doi: 10.1109/TCS.1975.1084079.
- [104] M. Naïdjate, N. Bracikowski, M. Hecquet, M. Fratila, M. Martinez Duro, and J.-P. Ducreux, “A configurable reluctance network model for the study of large power and distribution transformers,” in *ISEF 2019, 19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering*, 2019, pp. 1–2.
- [105] ANSYS®, Ansys-RMxpert-Maxwell, “RMxpert User Manual.” Release 16.2, ANSYS, Inc.
- [106] L. Xiao, H. Sun, F. Gao, S. Hou, and L. Li, “A New Diagnostic Method for Winding Short-Circuit Fault for SRM Based on Symmetrical Component Analysis,” in *Chinese Journal of Electrical Engineering*, vol. 4, no. 1, pp. 74-82, March 2018. doi: 10.23919/CJEE.2018.8327374.

Bibliographie

- [107] A. Chama, A. J. Sorgdrager, R-J. Wang, "Synchronization criteria of line-start permanent magnet synchronous motors : a revisit," in *24th Southern African Universities Power Engineering Conference*, Vereeniging, South Africa, January 2016. doi: 10.13140/RG.2.1.3218.2803.
- [108] Vera Elistratova, "Conception Optimale d'une Gamme De Moteurs Synchrones à démarrage direct à haute performance énergétique,". Thèse de doctorat. Electric power. École Centrale de Lille, 2015. English. NNT : 2015ECLI0022. tel-01308575.
- [109] G. Zhang et al., "Optimal Design of an Innovative High Temperature Superconducting Generator With the Evaporative Cooling Stator and the Magnetic Flux Oriented Rotor," in *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp. 1545-1548, June 2007. doi: 10.1109/TASC.2007.898197.
- [110] M. Tumbek, Y. Oner, and S. Kesler, "Optimal Design of Induction Motor with Multi-Parameter by FEM Method," in *2015 9th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO)*, Bursa, 2015, pp. 1053-1056. doi: 10.1109/ELECO.2015.7394483.
- [111] K. E. Blazek and C. Riviello, "New Magnetic Parameters to Characterize Cold-Rolled Motor Lamination Steels and Predict Motor Performance," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 4, pp. 1833-1838, July 2004. doi: 10.1109/TMAG.2004.827178.
- [112] T. J. E. Miller, M. McGilp, and A. Wearing, "Motor design optimisation using SPEED CAD software," in *IEE Seminar on Practical Electromagnetic Design Synthesis* (Ref. No. 1999/014), London, UK, 1999, pp. 2/1-2/5. doi: 10.1049/ic:19990050.
- [113] T. J. E. Miller, *SPEED's Electric Motors : An outline of some of the theory in the SPEED software for electric machine design*, University. Glasgow, 2002.
- [114] B. Du Peloux, L. Gerbaud, F. Wurtz, V. Leconte, and F. Dorschner, "Automatic generation of sizing static models based on reluctance networks for the optimization of electromagnetic devices," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 4, pp. 715-718, April 2006. doi: 10.1109/TMAG.2006.872010.
- [115] B. Du Peloux De Saint Romain, L. Gerbaud, F. Wurtz, and E. Morin, "A method and a tool for fast transient simulation of electromechanical devices: application to linear actuators," in *MOMAG 2010*, Aug 2010, Vila Vehla, Brazil. hal-00609576.
- [116] C. Coutel, "Contribution méthodologique à la conception sous contraintes de dispositifs électromagnétiques,". Thèse de doctorat. Énergie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1999. Français. tel-00789967.
- [117] F. Wurtz, "Conceptions de la conception pour le génie électrique : de l'approche « Objets – Savoirs – Méthodes – Outils » à l'approche « Systèmes – Connaissances – Compétences - Organisations », ". Habilitation à Diriger des Recherches. Énergie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2008. tel-00728244.
- [118] B. Du Peloux De Saint Romain, "Modélisation des actionneurs électromagnétiques par réseaux de réductances. Création D'un outil métier dédié au prédimensionnement par optimisation," Thèse de doctorat. Énergie électrique. Université Joseph-Fourier -Grenoble I, 2006. Français. tel-00159778.
- [119] T. P. Do, "Simulation dynamique des actionneurs et capteurs électromagnétiques par réseaux de réductances : modèles, méthodes et outils,". Thèse de doctorat. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2010. Français. tel-00489111.

Bibliographie

- [120] M. Le Guyadec, “Dimensionnement multi-physique des véhicules hybrides, de leurs composants et de la commande du système,”. Thèse de doctorat. Energie électrique. Université Grenoble Alpes, 2018. Français. NNT : 2018GREAT071. tel-01891162v2.
- [121] H. Elmqvist, “A Structured Model Language for Large Continuous Systems,”. Thèse de doctorat. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH). 1978.
- [122] T. Bödrich and T. Roschke, “A Magnetic Library for Modelica,” in *Proceedings of the 6th International Modelica Conference*, pp. 559–565. The Modelica Association Modelica, March 7-8, 2005.
- [123] T. Bödrich, “Electromagnetic Actuator Modeling with the Extended Modelica Magnetic Library,” *Proceedings of the 6th International Modelica Conference*, The Modelica Association Modelica. pp. 221–227, March 2008.
- [124] MATLAB and SIMULINK Toolbox. Release 2018a. The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- [125] T. Raminosoa, I. Rasoanarivo, and F. Sargos, “Reluctance Network Analysis of High Power Synchronous Reluctance Motor with Saturation and Iron Losses Considerations,” in *2006 12th International Power Electronics and Motion Control Conference*, Portoroz, 2006, pp. 1052-1057. doi: 10.1109/EPEPEMC.2006.4778540.
- [126] M. Hage-Hassan, G. Krebs, and C. Marchand, “A Simplified Time Stepping Nonlinear Mesh Based Reluctance Network For Machine Design,” in *2013 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, Chicago, IL, 2013, pp. 879-884. doi: 10.1109/IEMDC.2013.6556201.
- [127] M. Amrhein and P. T. Krein, “Induction machine modeling approach based on 3-D magnetic equivalent circuit framework,” in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 25, no. 2, pp. 339-347, June 2010. doi: 10.1109/TEC.2010.2046998.
- [128] M. Amrhein, “Induction Machine Performance Improvements - Design Oriented Approches.”. Thèse de doctorat. University Of Illinois at Urbana-Champaign, 2007.
- [129] C. Delforge-Delmotte and B. Lemaire-Semail, “Modélisation d’une machine asynchrone par réseaux de perméances en vue de sa commande,” *Journal de Physique III*, EDP Sciences, 1996, 6 (12), pp.1785-1809. 10.1051/jp3:1996214. jpa-00249558.
- [130] M. Hecquet and P. Brochet, “Time variation of forces in a synchronous machine using electric coupled network model,” in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 3214-3217, Sept. 1998. doi: 10.1109/20.717754.
- [131] M. Amrhein and P. T. Krein, “Force calculation in 3-D magnetic equivalent circuit networks with a Maxwell stress tensor,” in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 3, pp. 587-593, Sept. 2009. doi: 10.1109/TEC.2009.2016142.
- [132] D. Fu, F. Gillon, Y. Xu, N. Bracikowski, and J. Gong, “Equivalent Magnetic Network of a Transverse-Flux Permanent Magnet Linear Motor,” in *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Alexandroupoli, 2018, pp. 2157-2163. doi: 10.1109/ICELMACH.2018.8507074.
- [133] F. I. Hantila, G. Preda, and M. Vasiliu, “Polarization method for static fields,” in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 672-675, July 2000. doi: 10.1109/20.877538.

Bibliographie

- [134] H. W. Derbas, J. M. Williams, A. C. Koenig and S. D. Pekarek, "A Comparison of Nodal- and Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuit Models," in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 2, pp. 388-396, June 2009. doi: 10.1109/TEC.2008.2002037.
- [135] M. Hecquet, "Contribution à la modélisation des systèmes électrotechniques par la méthode des schémas équivalents magnétiques. Application à l'alternateur automobile,". Thèse de doctorat. Génie électrique. Université des sciences et technologies de Lille. 1995.
- [136] A. Balakrishnan, W. T. Joines, and T. G. Wilson, "Air-gap reluctance and inductance calculations for magnetic circuits using a schwarz-christoffel transformation," in *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 4, pp. 654-663, July 1997. doi: 10.1109/63.602560.
- [137] E. Ilhan, E. T. Motoasca, J. J. Paulides, and E. A. Lomonova, "Conformal mapping: Schwarz-Christoffel Method for Flux-Switching PM Machines,". *Mathematical Sciences a Springer Open Journal*, 6 : 37, 2012. doi: 10.1186/2251-7456-6-37.
- [138] The Schwarz-Christoffel Toolbox for MATLAB, <http://www.math.udel.edu/~driscoll/SC/>, document en ligne consulté le 10/09/2019.
- [139] E. Ilhan, J. Paulides, L. Encica, and E. Lomonova, "Tooth contour method implementation for the flux-switching PM machines," in *The XIX International Conference on Electrical Machines - ICEM 2010*, Rome, 2010, pp. 1-6. doi: 10.1109/ICELMACH.2010.5608024.
- [140] M. Amrhein and P. T. Krein, "Magnetic equivalent circuit modeling of induction machines - Design-oriented approach with extension to 3-D," in *2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, Antalya, 2007, pp. 1557-1563. doi: 10.1109/IEMDC.2007.383660.
- [141] M. Naïdjate, N. Bracikowski, T. She, L. Moreau, X. Yang, and N. Bernard, "Study of Magnets and Pole Pieces Openings in Coaxial Magnetic Gearbox by Reluctance Network," *Proc. ELECTRIMACS 2019*, Salerno, Italy, pp. 1-5, May 2019.
- [142] M. A. Benhamida, H. Ennassiri, Y. Amara, G. Barakat and N. Debbah, "Study of switching flux permanent magnet machines using interpolation based reluctance network model," in *2016 International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb (CISTEM)*, Marrakech, Morocco, October, 2016, pp. 1-7. doi: 10.1109/CISTEM.2016.8066809.
- [143] AutoCAD DXF (Drawing Exchange Format), https://en.wikipedia.org/wiki/AutoCAD_DXF, document en ligne consulté le 10/09/2019.
- [144] D. P. Rubertus, L. D. Hunter, and G. j. Cecere, "Electromechanical Actuation Technology for the All-Electric Aircraft," in *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-20, no. 3, pp. 243-249, May 1984. doi: 10.1109/TAES.1984.310506.
- [145] D. Van Den Bossche, "More Electric Control Surface Actuation - A Standard for the next Generation of Transport Aircraft," in *PCIM Power Electronics Conference, Power electronics, intelligent motion, power quality; PCIM 2005, ZM Communications GMBH*, Numberg, 2005, pp. 31-37.
- [146] F. Claeysen, P. Jänker, R. LeLetty, O. Sosniki, A. Pages, G. Magnac, M. Christmann, G. Dodds, "New Actuators for Aircraft, Space and Military Applications (Review)," in *ACTUATOR 2010, 12th International Conference on New Actuators, 6th International Exhibition on Smart Actuators and Drive Systems*, Bremen, Germany, June 2010.

Bibliographie

- [147] Y. Yang, J. Liu, D. Ye, Y. Chen and P. Lu, "Multiobjective Optimal Design and Soft Landing Control of an Electromagnetic Valve Actuator for a Camless Engine," in *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 18, no. 3, pp. 963-972, June 2013. doi: 10.1109/TMECH.2012.2195728.
- [148] J.-L. Duchaud, S. Hlioui, F. Louf, M. Gabsi, and J. Ojeda, "Modeling and Optimization of a Linear Actuator for a Two-Stage Valve Tappet in an Automotive Engine," in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 64, no. 10, pp. 4441-4448, Oct. 2015. doi: 10.1109/TVT.2014.2372817.
- [149] K. Nam, K. Cho, S. S. Park, and S. B. Choi, "Design and Performance Evaluation of an Electro-Hydraulic Camless Engine Valve Actuator for Future Vehicle Applications," *MDPI, Sensors, Spec. Issue Mechatron. Syst. Autom. Veh.*, vol. 17, no. 12, pp. 1-14, article no 2940, 2017. doi: 10.3390/s17122940.
- [150] H. Li, Y. Huang, G. Zhu, and Z. Lou, "Linear Parameter-Varying Model of an Electro-Hydraulic Variable Valve Actuator for Internal Combustion Engines," *ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 140, no. 1, pp. 1-10, 2018. doi : 10.1115/1.4037286.
- [151] K. F. Raby, "Induction Machines for Special Purposes," in *Electronics and Power*, vol. 13, no. 1, pp. 29-, January 1967. doi: 10.1049/ep.1967.0024.
- [152] U. Deshpande, "Two-Dimensional Finite-Element Analysis of a High-Force-Density Linear Switched Reluctance Machine Including Three-Dimensional Effects,". *Conference Record of the 1999 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Forth IAS Annual Meeting* (Cat. No.99CH36370), Phoenix, AZ, USA, 1999, pp. 2235-2241 vol.4. doi: 10.1109/IAS.1999.799155.
- [153] G. Liu, L. Ding, W. Zhao, Q. Chen, and S. Jiang, "Nonlinear Equivalent Magnetic Network of a Linear Permanent Magnet Vernier Machine With End Effect Consideration," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 1, pp. 1-9, Jan. 2018, Art no. 8100209. doi: 10.1109/TMAG.2017.2751551.
- [154] S. A. Evans, I. R. Smith, and J. G. Kettleborough, "Permanent-Magnet Linear Actuator for Static and Reciprocating Short-Stroke Electromechanical Systems," in *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 6, no. 1, pp. 36-42, March 2001. doi: 10.1109/3516.914389.
- [155] L. Xu et al., "Design and Analysis of a New Linear Hybrid Excited Flux Reversal Motor With Inset Permanent Magnets," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 11, pp. 1-4, Nov. 2014, Art no. 8202204. doi: 10.1109/TMAG.2014.2324282.
- [156] W. Zhao, J. Ji, and G. Liu, "Design and Analysis of a New Modular Linear Flux-Reversal Permanent-Magnet Motor," in *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 24, no. 3, pp. 1-5, June 2014, Art no. 5200305. doi: 10.1109/TASC.2013.2282505.
- [157] X. Liu, L. Guohai, and W. Zhao, "Design and Analysis of a New Linear Wound Field Flux Reversal Machine," in *2015 IEEE International Magnetics Conference (INTERMAG)*, Beijing, 2015, pp. 1-1. doi: 10.1109/INTMAG.2015.7156715.
- [158] R. Cao, Y. Jin, Y. Zhang, and M. Cheng, "Design and comparison of two kinds of primary wound field flux-switching linear motors," *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 37 no. 1, 2016, pp. 333-356. doi: 10.1108/COMPEL-09-2016-0406.

Bibliographie

- [159] S. E. Abdollahi and S. Vaez-zadeh, "Back EMF Analysis of a Novel Linear Flux Switching," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 4, pp. 1-9, April 2014, Art no. 8200809. doi: 10.1109/TMAG.2013.2286566.
- [160] Y. J. Zhou, Z. Q. Zhu, and X. Ge, "Comparison of Torque Densities in Alternate Wound-Field Switched Flux Machines," in *17th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Hangzhou, 2014, pp. 2151-2157. doi: 10.1109/ICEMS.2014.7013841.

Annexe : Publications scientifiques

Conférences internationales avec actes et comité de sélection

- [C01] Design Of A Novel Concept Of Synchronous Motor For Torque Ripple Improvement
Salim Asfirane, Sami Hlioui, Hamid Ben Ahmed, Lionel Vido et Mohamed Gabsi
ELECTRIMACS2017, Juillet 2017, Toulouse, France. 2017. <hal-01655925>
- [C02] Software tool based on reluctance network automatic generation for electromagnetic devices modeling
Salim Asfirane, S Hlioui, Olivier De La Barriere, Yacine Amara, Georges Barakat et Mohamed Gabsi
NUMELEC2017, Novembre 2017, Paris, France. <hal-01655894>
- [C03] Global Quantities Computation Using Mesh Based Generated Reluctance Networks
Salim Asfirane; Sami Hlioui; Yacine Amara; Olivier De La Barriere; Georges Barakat; Mohamed Gabsi
2018 IEEE International Magnetics Conference (INTERMAG), Singapore, 2018, pp. 1-2.
doi: 10.1109/INTMAG.2018.8508215
- [C04] Performance Comparison of Different Winding Configurations of a Novel Wound-Field Flux-Switching Linear Machine (MEC Modeling)
Salim Asfirane; André Nasr ; Sami Hlioui; Yacine Amara; Olivier De La Barriere; Georges Barakat and Mohamed Gabsi, 2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM), Alexandroupoli, 2018, pp. 2276-2282.
doi: 10.1109/ICELMACH.2018.8507065
- [C05] Linear Scalar Magnetic Potential Interpolation For Non-conformal Meshing in Mesh Based Generated Reluctance Networks
Salim Asfirane; Sami Hlioui; Smail Mezani; Yacine Amara; Olivier De La Barriere; Georges Barakat and Mohamed Gabsi, 2019 IEEE Joint MMM-INTERMAG Conference, Washington DC., 2019

Reuves internationales avec comité de lecture

- [R01] Global Quantities Computation Using Mesh Based Generated Reluctance Networks
Salim Asfirane; Sami Hlioui; Yacine Amara; Olivier De La Barriere; Georges Barakat and Mohamed Gabsi, in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 54, no. 11, pp. 1-4, Nov. 2018, Art no. 7002304.
doi: 10.1109/TMAG.2018.2829155
- [R02] Scalar Magnetic Potential Interpolation for Non-Conformal Meshing in Mesh-Based Generated Reluctance Networks
Salim Asfirane; Sami Hlioui; Smail Mezani; Yacine Amara; Olivier De La Barrière; Georges Barakat and Mohamed Gabsi, in IEEE Transactions on Magnetics. (early access).
doi: 10.1109/TMAG.2019.2899820

Titre : Développement d'un outil de génération automatique des réseaux de réductances pour la modélisation de dispositifs électromécaniques

Mots clés : Modélisation par réseaux de réductances/perméances, modèles à paramètres localisés, modélisation par éléments finis.

Résumé : Dans un cadre de modélisation des machines électriques, la méthode qui connaît une grande popularité, car réputée pour la qualité de ses résultats est la méthode des éléments finis. Cependant, les temps de calcul deviennent importants lorsque les modèles éléments finis sont associés à une démarche d'optimisation et de prédimensionnement dans le cadre d'un cahier des charges complexe. Les méthodes de modélisation par constantes localisées sont bien souvent utilisées comme alternatives aux éléments finis. Ces approches de modélisation se prêtent bien aux différentes physiques impliquées dans le fonctionnement des machines électriques, i.e. électromagnétique, mécanique et thermique. Ainsi, les stratégies de conception optimisée d'une machine électrique utilisent ces modèles pour déterminer les propriétés et performances de cette dernière dans différentes conditions de fonctionnement. Toutefois, la mise en place de ce type de modèles nécessite un temps de développement important par manque d'outils dédiés tels que ceux existants pour les éléments finis. Dans le contexte électromagnétique, les travaux de cette thèse présentent une contribution à l'approche de modélisation par réseaux de réductances par le développement d'outils permettant leurs générations automatiques. Cette approche est intégrée dans un outil permettant le traitement automatisé d'une géométrie, fournissant ainsi une modélisation

précise dans un délai plus court que celui nécessaire à la construction d'un modèle dédié par les approches classiques. L'outil, intégralement développé sur MATLAB®, a été appelé *MRNsoftware* (pour Mesh-based Reluctance Network Software). Ce mémoire s'organise en quatre parties. Le premier chapitre est consacré à un état de l'art détaillé sur les méthodes de modélisation par réseaux de réductances. Dans la deuxième partie, nous abordons les méthodologies mises en place en se basant sur un maillage de l'espace d'étude par des blocs élémentaires bidirectionnels et dans le cadre d'un maillage conforme. Le maillage non-conforme fera l'objet du troisième chapitre. Différents découpages d'une même structure sont testés et la précision ainsi que le temps d'évaluation des modèles en réseaux de réductances sont comparés aux modèles de référence réalisés par éléments finis. Le quatrième chapitre présente en premier lieu l'interface graphique de l'outil. Par la suite, les approches de modélisation développées seront utilisées pour réaliser les modèles de la machine linéaire à aimants permanents et de la machine linéaire à commutation de flux à excitation bobinée. Ces approches de modélisation sont le fruit de la collaboration entre les laboratoires SATIE et GREAH et s'inscrivent dans la problématique générale de développement d'outils de modélisation multiphysiques de dispositifs électromagnétiques en vue de leurs dimensionnements optimisés.

Title : Development of a tool for automatic generation of reluctance networks for the modeling of electromechanical devices

Keywords : Reluctance/Permeance network modeling, lumped parameters models, finite element modeling.

Abstract : For electrical machine modeling, the method that is experiencing great popularity and is known for the quality of its results is the finite elements method. However, computation time becomes important when the finite element models are associated with optimization design process of a complex technical specification sheet.

The lumped parameter model approach is a good alternative to reduce the computation time. This approach is well suited for the different physical domains involved in the operation of electrical machines, namely electromagnetic, mechanical, and thermal. Thus, they were adopted for different electric machine design strategies in order to determine the properties and performance of the studied machine under different operating conditions. However, the implementation of these modeling approaches (lumped parameter models) requires significant development time while no dedicated tools exist such as those developed for the finite element method.

In the electromagnetic context, the work of this thesis presents a contribution to the reluctance network modeling approach by firstly developing an automated approach for the establishment of such a model. Secondly, by integrating this approach in a specific software, making their generation easier.

This approach provides a precise model in a shorter time than that required for the construction of a dedicated one. The tool, fully developed on MATLAB®, has been called *MRNsoftware* (for Mesh-based Reluctance Network Software).

This dissertation contains four chapters. The first chapter is devoted to a detailed state of the art on reluctance network modeling methods. In the second chapter, we discuss the methodologies implemented based on a conformal mesh of the study space by bidirectional elementary blocks.

The non-conformal mesh is the subject of the third chapter. Different mesh patterns of the same structure are tested, and the accuracy, as well as the evaluation time of the reluctance network models, are compared with the finite element reference models. The fourth chapter presents, at first, the graphical interface of the tool. Subsequently, the developed modeling techniques are used to realize the models of the permanent magnet linear machine and the wound-field flux-switching linear machine.

These modeling approaches are the result of the cooperation between SATIE and GREAH laboratories and are part of the general endeavor of developing multiphysics modeling tools for the optimal design of electromagnetic devices.