



HAL
open science

Simulation numérique de la propagation dans l'atmosphère de sons impulsionnels et confrontations expérimentales

Matthias Cosnefroy

► **To cite this version:**

Matthias Cosnefroy. Simulation numérique de la propagation dans l'atmosphère de sons impulsionnels et confrontations expérimentales. Autre. Université de Lyon, 2019. Français. NNT : 2019LYSEC014 . tel-02418454

HAL Id: tel-02418454

<https://theses.hal.science/tel-02418454v1>

Submitted on 18 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE
CENTRALE LYON

N° d'ordre NNT : 2019LYSEC014

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
opérée au sein de l'École Centrale de Lyon

École Doctorale N° 162
Mécanique Énergétique Génie Civil Acoustique

Spécialité de doctorat : Acoustique

Soutenue publiquement le 16 mai 2019, par
Matthias Cosnefroy

**Simulation numérique de la propagation dans
l'atmosphère de sons impulsionnels et
confrontations expérimentales**

Devant le jury composé de :

Marchiano, Régis
Gauvreau, Benoit
Guiffaut, Christophe
Collier, Sandra L.
Cheinet, Sylvain
Juvé, Daniel

Institut d'Alembert
IFSTTAR
XLIM
U.S. Army Research Lab.
ISL
LMFA

Président & Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Examinatrice
Directeur de thèse
Directeur de thèse

Remerciements

Le travail de recherche présenté ci-après a été réalisé à l'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis (ISL) au sein du groupe Acoustique et Protection du Combattant (APC), en collaboration avec le Centre Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA) de l'École Centrale de Lyon.

Mes remerciements vont tout d'abord à mes directeurs de thèse Sylvain Cheinet et Daniel Juvé pour leur encadrement *in situ* et à distance, respectivement, auxquels j'associe Didier Dragna pour son aide et ses conseils avisés tout au long de la thèse. Je souhaite également remercier Régis Marchiano et Benoit Gauvreau pour avoir accepté d'être les patients rapporteurs de ce travail, de même que Christophe Guiffaut et Sandra Collier, pour avoir fait partie du jury et, pour cette dernière, pour avoir fait le déplacement depuis les États-Unis.

Je remercie encore une fois chaleureusement Daniel Juvé et Didier Dragna pour leur soutien lors des derniers mois de thèse et leur relecture du manuscrit. Merci également à Loïc Ehrhardt, Adrien Dagallier, Thierry Broglin et Timothée Surgis pour leurs contributions scientifiques et nos interactions sociales. Je remercie Gwénaél Gabard et Olivier Dazel pour l'encadrement de mon mémoire de Master 2 (entre autres), sans lesquels le troisième chapitre de ce manuscrit n'aurait pas pu voir le jour, ainsi que le personnel de WTD91 pour leur assistance lors de l'expérience ADVISE.

Je tiens également à remercier l'ensemble de l'équipe APC pour leur accueil, et, notamment, Pierre Naz, pour sa tolérance face aux innombrables (mais orwelliens) « HF ex ». Merci également aux doctorants ou aux êtres humains avec qui j'ai daigné partager mon bureau (et mes écrans) : Thomas, Adrien, Floriane et Johanna, et, sur la fin, Timothée. Je remercie les doctorants, post-doctorants voire chercheurs du LMFA pour leur aide matérielle ponctuelle.

Merci enfin aux camarades acousticiens manceaux, à Krist (pour l'hébergement lyonnais), à Philéas (compagnon d'infortune), et surtout à Elena, sans laquelle cette thèse se serait terminée très prématurément. Merci de même à toutes les personnes ayant contribué de manière moins directe à ces travaux.

Résumé

L'acoustique présente un intérêt certain pour des applications de sécurité et de défense puisqu'elle permet une surveillance passive, omnidirectionnelle et sans ligne de vue directe des sources. Des antennes de microphones sont ainsi utilisées pour détecter, localiser et classifier des explosions, des tirs d'artillerie ou des tirs d'armes de poing. Les signatures temporelles enregistrées à quelques centaines de mètres de la source peuvent cependant présenter une grande sensibilité aux conditions environnementales, et notamment, en milieu ouvert, à la nature du sol et à la micrométéorologie. Des effets de propagation importants liés à la stratification moyenne de l'atmosphère, à la turbulence, à la topographie, à la rugosité de surface ou à l'impédance du sol sont en effet attendus. L'influence combinée de ces effets reste peu documentée pour des sons impulsionnels, et peut se traduire par une dégradation des performances des systèmes de détection et de localisation des sources.

La simulation numérique est complémentaire de l'approche expérimentale pour mieux comprendre ces interactions, en permettant le contrôle des paramètres d'entrée. L'acoustique du champ de bataille fait intervenir des sons à caractère impulsionnel et de grande amplitude, qui se propagent sur de relativement longues distances et présentent de petites échelles spatiales ; la prise en compte des effets de turbulence ou de topographie impose de plus une modélisation volumique tridimensionnelle. Ces aspects sont très contraignants en terme de coûts de calcul.

Au cours de cette thèse, une nouvelle version 3D parallélisée et utilisant des schémas de discrétisation à faible taux de dispersion et de dissipation d'un modèle de différences finies des équations d'Euler dans le domaine temporel (FDTD) a été implémentée. Une nouvelle approche a été développée pour optimiser l'absorption des couches parfaitement adaptées (PML), utilisées pour tronquer le domaine de calcul, en conditions de propagation rasante. Une formulation originale des conditions limites liées au sol dans le domaine temporel basée sur un coefficient de réflexion a été proposée, cette grandeur présentant plusieurs avantages par rapport à l'impédance de surface plus classiquement employée.

La confrontation avec l'expérience reste indispensable pour s'assurer de la qualité des prédictions numériques en conditions réalistes. Des mesures ont ainsi été réalisées pour différentes conditions atmosphériques afin de documenter la variabilité des sons impulsionnels, pour des distances de propagation de plusieurs centaines de mètres. Un très bon accord a été obtenu avec des simulations numériques déterministes (sans turbulence atmosphérique) pour toutes les configurations considérées, à l'exception d'une sous-estimation des niveaux en zone d'ombre pour les hautes fréquences liée à la non prise en compte de la diffusion acoustique par la turbulence. Ces résultats ouvrent la voie à l'étude des pertes de cohérence spatiale et temporelle des signaux induites par la turbulence et à celle de leur influence sur les performances des antennes microphoniques.

Abstract

Acoustics is of interest for applications pertaining to defence and security since it can provide a passive, omnidirectional and non-line-of-sight survey of acoustic sources. Microphone arrays are for instance used to detect, localize and classify explosions, artillery fire or gunshots. Time signatures recorded a few hundred meters from the source may however be very sensitive to the environmental conditions since significant propagation effects related to the mean stratification of the atmosphere, turbulence, topography or ground surface roughness and impedance are expected. The combined impact of these effects is as yet little documented for impulse sounds, and this lack of knowledge can degrade the performance of detection and localization systems.

Numerical simulations are complementary to experiments to better understand these interactions, since the input parameters can be controlled. Battlefield acoustics typically involves very loud, impulse sounds, which propagate with short wavelengths over relatively long distances. Combined with the three-dimensional volume modeling required for turbulence or topography effects, such numerical predictions are very challenging in terms of computational cost.

In the course of this work, a new 3D version of the in-house parallel finite-difference time-domain solver (FDTD) was implemented with discretization schemes featuring low dispersion and low dissipation. A novel approach was developed to optimize the effectiveness of perfectly matched layers (PML), used to terminate the computational domain, in the context of grazing incidence. An interesting formulation regarding the ground boundary conditions in the time domain was proposed, which makes use of a reflection coefficient; this quantity offers several advantages over the more commonly used surface impedance.

Comparison with measurements is necessary to ensure the accuracy of numerical predictions in realistic conditions. Acoustic measurements were thus carried out in various meteorological conditions. The formed database provides original insights into the propagation effects on impulse sounds over up to several hundreds of meters. A very good agreement is obtained with deterministic simulations (without atmospheric turbulence) for all considered configurations, apart from an underprediction of sound levels in shadow zones for the higher frequencies since scattering by turbulence is not taken into account. These results pave the way for further assessment of spatial and temporal coherence losses due to turbulence effects, and of their influence on the performance of microphone arrays.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
Table des matières	vii
Introduction	1
1 Modélisation numérique des effets de propagation acoustique	5
1.1 Méthodes numériques pour la propagation acoustique	6
1.2 Résolution des équations de propagation par FDTD	9
1.2.1 Équations d'Euler linéarisées pour la propagation en milieu extérieur . .	10
1.2.2 Calcul des dérivées spatiales	11
1.2.3 Intégration temporelle	12
1.2.4 Filtrage spatial des champs acoustiques	14
1.3 Méthodes de réduction des ressources de calcul	16
1.3.1 Méthode de la fenêtre de calcul glissante	16
1.3.2 Calcul massivement parallèle	18
1.4 Prise en compte des sources par déconvolution	20
1.4.1 Limites des sources de masse et intérêt de la déconvolution	20
1.4.2 Principe de la déconvolution : approche fréquentielle	22
1.4.3 Déconvolution temporelle	23
1.4.4 Déconvolution hybride originale	25
1.4.5 Exemple et validation	26
2 PMLs for acoustic waves at extreme grazing incidence	33
2.1 Perfectly Matched Layers: a brief review	34
2.1.1 Standard formulation	34
2.1.2 Convolutional formulation (CPML)	35
2.1.3 Parameters and damping mechanisms of the CFS transformation	37
2.2 Stability analysis of the discrete PML equations	38
2.2.1 Derivation for the advection equation	38
2.2.2 Application to the 3D wave equation	41
2.2.3 Additional remarks	43

2.3	Efficient absorption of grazing waves	45
2.3.1	Modeling errors and numerical errors	45
2.3.2	Numerical experiment	46
2.3.3	Parametric study	49
2.3.4	Robust PML parameters	51
2.3.5	Influence and choice of α_0	52
2.4	Application to 3D outdoor sound propagation	53
2.4.1	Long range propagation in a homogeneous atmosphere	53
2.4.2	Comparison to outdoor experimental data	57
3	Modélisation des effets de sol	63
3.1	Rappels sur les matériaux poreux	63
3.1.1	Hypothèse de fluide équivalent	64
3.1.2	Paramètres et modèles de sol	64
3.1.3	Approches de modélisation numérique	67
3.2	Conditions limites d'impédance dans le domaine temporel et admissibilité physique	69
3.2.1	Formalisme et rappel des conditions fondamentales	69
3.2.2	Le coefficient de réflexion caractérise la condition limite	71
3.3	Méthode multipolaire en ordre élevé	75
3.3.1	Approximation rationnelle et réponse impulsionnelle	76
3.3.2	Résolution par équations différentielles auxiliaires (ADE)	78
3.4	Avantages pratiques du coefficient de réflexion	79
3.4.1	Identification des coefficients de l'approximation rationnelle	79
3.4.2	Solution semi-analytique temporelle en incidence normale	80
3.4.3	Position des pôles et stabilité numérique	81
3.5	Couplage avec les équations de propagation	83
3.5.1	Méthode des caractéristiques	83
3.5.2	Lien avec les conditions limites physiques et implémentation	85
3.5.3	Vérification 1D avec des coefficients arbitraires	87
3.6	Application à la propagation en milieu extérieur 3D	89
3.6.1	Solution analytique au-dessus d'un sol plan d'impédance finie	89
3.6.2	Approximation rationnelle de modèles de sol	91
3.6.3	Comparaison des résultats numériques avec la solution analytique	94
4	Comparaisons simulation–expérience	103
4.1	Présentation de l'expérience et comparaisons qualitatives	103
4.1.1	Présentation de l'expérience	103
4.1.2	Premières comparaisons qualitatives avec le modèle numérique	108
4.2	Caractérisation de l'environnement et des sources	113
4.2.1	Mesures d'impédance <i>in situ</i>	113
4.2.2	Paramètres atmosphériques et profils verticaux	117
4.2.3	Caractérisation des sources	119
4.3	Comparaisons à courtes et moyennes distances	122
4.3.1	Propagation jusqu'à 50 mètres en atmosphère supposée homogène	123
4.3.2	Propagation à 100 mètres en atmosphère stratifiée	129

4.4	Comparaisons jusqu'à 450 mètres en conditions favorables et défavorables	136
4.4.1	Propagation en conditions favorables	136
4.4.2	Propagation en conditions défavorables	141
Conclusion		147
A Compléments sur la comparaison simulation–expérience		149
A.1	Reproduction de l'article présentant les résultats expérimentaux	149
A.2	Surestimation de l'onde de sol avec le modèle de relaxation	169
B Distribution initiale de pression gaussienne en champ libre 3D		173
B.1	Solution analytique dans le domaine temporel	173
B.2	Source ponctuelle équivalente	175
C Outflow of Eulerian moving frames and initial conditions of PML auxiliary variables		177
D Performance comparison between ITM2 and ITM4		181
E Coefficients numériques		185
E.1	Schémas spatiaux et temporels	185
E.1.1	Différences finies	185
E.1.2	Filtres sélectifs	187
E.1.3	Intégration temporelle	188
E.2	Modèles de sol	189
E.2.1	Sol « herbeux »	189
E.2.2	Sol « neigeux »	190
Bibliographie		191

Introduction

La propagation acoustique en milieu extérieur fait intervenir une physique complexe. Des effets importants liés à l'atmosphère et au sol sont observés à relativement longue distance de la source (de l'ordre de quelques centaines de mètres), lorsque source et récepteur sont proches du sol. Ces effets incluent la réfraction moyenne par des gradients verticaux de vent ou de température au sein de la couche limite de surface, la diffusion par la turbulence atmosphérique, l'absorption moléculaire, la topographie et les effets d'une impédance de sol et d'une rugosité de surface.

L'approche numérique s'avère incontournable devant l'influence combinée de ces effets de propagation, à la fois pour l'*interprétation* d'expériences sur le terrain, mais aussi pour la *prédiction* des niveaux, voire de données plus avancées telles que les cohérences spatiales ou temporelles. De nombreuses méthodes existent dans la littérature pour traiter ces effets, comme les méthodes paraboliques ou géométriques. Celles-ci présentent cependant des limitations en terme de fréquence ou de secteur angulaire, ou sont mal adaptées à la prise en compte des écoulements. Les méthodes temporelles, et en particulier les méthodes de différences finies (FDTD), s'imposent depuis quelques années dans la communauté grâce à l'augmentation des puissances de calcul. Typiquement basées sur la résolution directe d'équations de propagation à partir d'une discrétisation du milieu, elles utilisent peu d'approximations physiques et sont adaptées aux problèmes tridimensionnels en milieu hétérogène et en mouvement. La prise en compte d'un milieu tridimensionnel est, entre autres, nécessaire à la simulation d'effets intrinsèquement 3D, tels que l'influence de la turbulence atmosphérique ou d'une topographie complexe, ou pour des applications liées à l'antennerie acoustique. Outre les phénomènes de propagation non linéaires ou la prise en compte de milieux instationnaires (non traités dans ce travail), l'aspect temporel facilite surtout l'étude de signaux transitoires : ceci est un avantage certain par rapport aux approches fréquentielles, puisqu'une seule simulation permet de caractériser la propagation acoustique pour une large bande de fréquences.

Objectifs de la thèse

L'une des applications de ce travail concerne l'acoustique du champ de bataille, qui est une thématique portée par l'ISL¹ et qui intéresse les militaires pour pouvoir détecter, localiser et classifier des « événements acoustiques » (explosions, tirs d'artillerie ou d'armes de poing) à partir d'antennes de microphones. L'influence de l'environnement sur les signatures acoustiques peut en effet fortement dégrader la performance de ces systèmes, puisque les effets de propagation atmosphériques ne sont actuellement pas pris en compte (CHEINET et BROGLIN [37]). Peu

1. L'Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis, hôte et financeur de cette thèse.

de travaux de recherche s'intéressent à la fois aux distances d'intérêt pour cette application (de la centaine de mètres au kilomètre) et au caractère impulsionnel (et donc, généralement, large bande) des sons rencontrés. Cette thèse est une contribution à l'effort de documentation requis pour mieux comprendre et quantifier la variabilité déterministe et stochastique des sons impulsionnels, pour espérer à long terme améliorer les performances des systèmes militaires — ou, à défaut, réduire leur sensibilité aux conditions environnementales.

Ce travail s'inscrit dans la continuité et dans la complémentarité de la thèse de Loïc Ehrhardt [72], qui s'est entre autres intéressé à la validation théorique en deux dimensions des effets de turbulence prédits par un modèle FDTD (appelé par la suite « ITM2 »). On s'intéresse maintenant à la comparaison à plus longue distance entre des résultats expérimentaux en extérieur, obtenus au cours de la thèse, et des prédictions numériques *déterministes* (sans turbulence) en trois dimensions. L'approche purement déterministe est justifiée par les distances de propagation et les fréquences considérées pour l'expérience (jusqu'à environ 500 m et 2 kHz, respectivement), car les effets liés à l'état moyen de l'atmosphère suffisent pour expliquer en majeure partie la variabilité des signaux observés.

Ces spécifications expérimentales sont très contraignantes numériquement, puisque les signaux temporels doivent être propagés sur des milliers de longueurs d'onde. Ceci impose une discrétisation suffisamment fine du milieu pour éviter des erreurs numériques trop importantes. De telles simulations sont actuellement inaccessibles pour des géométries tridimensionnelles avec les schémas numériques d'ordre relativement faible de ITM2, qui nécessitent une résolution spatiale d'une vingtaine de points par longueur d'onde. Le développement d'une nouvelle version du modèle FDTD est un prérequis à la confrontation avec les mesures. L'extension à court terme à l'étude des phénomènes stochastiques en conditions réalistes par des méthodes de type Monte-Carlo impose de plus une grande efficacité pour cette nouvelle version, appelée ITM4. Enfin, les simulations temporelles en trois dimensions sont relativement peu répandues et un certain nombre de difficultés scientifiques restent à surmonter, concernant par exemple la prise en compte des sources, la modélisation des sols ou l'efficacité des conditions de non-réflexion.

Organisation du manuscrit

Le premier chapitre est dédié à la résolution des équations de propagation couramment utilisées pour l'acoustique en milieu extérieur. Après une brève revue de littérature sur les différentes approches possibles, l'algorithme de résolution FDTD est présenté en détail. On insistera notamment sur les erreurs liées aux schémas numériques pour justifier le développement de la nouvelle version de ITM, associé à une révision intégrale de l'architecture du code préexistant. Sont ensuite présentées deux approches supplémentaires de réduction des temps de calcul nécessaires pour des géométries tridimensionnelles, à savoir, le calcul massivement parallèle et les techniques de fenêtres glissantes. La deuxième partie de ce chapitre se concentre sur la prise en compte des sources acoustiques, qui n'est pas triviale avec des schémas numériques d'ordre élevé. Une approche de déconvolution originale tirant parti de la linéarité des équations de propagation est ici utilisée, ce qui a de plus pour avantage de pouvoir facilement prendre en compte la variabilité du signal source. Cette propriété s'avère très intéressante pour incorporer des sources expérimentales dans les simulations.

Le second chapitre traite de l'efficacité des conditions de non-réflexion, et, en particulier, des couches parfaitement adaptées (PMLs). En effet, pour des domaines de calcul très allongés,

des oscillations parasites peuvent apparaître lorsque les ondes acoustiques se propagent en incidence rasante dans les traitements absorbants. Ce point est l'une des principales difficultés à surmonter pour des simulations tridimensionnelles à longue distance. Il est montré qu'une analyse de stabilité des équations discrètes dans le domaine temporel permet de guider le choix des paramètres constitutifs des PMLs pour optimiser l'absorption des ondes rasantes. Ce chapitre a fait l'objet d'une soumission d'article, et est ici partiellement reporté sans traduction en langue française.

Le troisième chapitre présente la modélisation des effets de sol dans le domaine temporel. La transcription dans le domaine temporel des propriétés du sol n'est pas simple puisque ces dernières ne sont généralement définies que dans le domaine fréquentiel *via* une condition d'impédance. Ce chapitre montre les avantages de l'utilisation du coefficient de réflexion par rapport à l'impédance ou à l'admittance pour l'implémentation de conditions limites dans le domaine temporel. Le coefficient de réflexion permet par exemple de vérifier l'admissibilité physique des conditions limites et de prédire leur stabilité numérique. L'implémentation et le couplage avec les équations de propagation sont présentés en détail. Les effets de propagation attendus en conditions homogènes au-dessus d'un sol plan sont rappelés au travers de cas de validation.

Le quatrième et dernier chapitre met en œuvre toutes les avancées présentées précédemment pour s'intéresser à la comparaison entre des simulations déterministes et des résultats expérimentaux en extérieur. L'expérience ADVISE, qui s'est déroulée en Allemagne en octobre 2016, est tout d'abord présentée. Les capacités du modèle ITM à reproduire qualitativement les effets de réfraction moyens sont ensuite illustrées à partir de tests de sensibilité à la direction du vent, avant d'effectuer des comparaisons quantitatives pour plusieurs configurations expérimentales. Ces comparaisons ont notamment nécessité une estimation *in situ* des paramètres du sol et des profils atmosphériques, ainsi qu'une caractérisation des sources utilisées pour l'expérience. L'interprétation physique des résultats expérimentaux n'est pas donnée en détail, ceux-ci faisant l'objet d'un article (CHEINET et al. [39]) ; ce dernier est intégralement reproduit dans l'annexe A.

Chapitre 1

Modélisation numérique des effets de propagation acoustique

Ce chapitre s'intéresse à la modélisation des effets de propagation acoustique liés à l'atmosphère avec la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), dans le cadre du développement d'une nouvelle version du code ITM disponible en début de thèse ; cette nouvelle version utilise des schémas numériques d'ordre élevé pour pouvoir propager des signaux dans des configurations tridimensionnelles sur des distances de l'ordre de plusieurs milliers de longueurs d'onde — soit, pour les fréquences qui nous intéressent (jusqu'à environ 2 kHz), sur plusieurs centaines de mètres.

La modélisation de la propagation en milieu semi-ouvert n'est pas triviale devant la multitude des phénomènes physiques rencontrés, tant atmosphériques que liés au sol, ce qui exclut l'approche analytique pour des configurations réalistes. Une présentation exhaustive de ces effets de propagation peut par exemple être trouvée dans EHRHARDT [72] et FAURE [74]. Dans ce travail, le problème type à modéliser, notamment en vue de simuler l'expérience ADVISE dans le chapitre 4, consiste en une source large bande omnidirectionnelle et ponctuelle émettant dans un milieu tridimensionnel potentiellement hétérogène et en mouvement au-dessus d'un sol plan impédant ; la source et les récepteurs sont supposés proches du sol (à des hauteurs de l'ordre du mètre).

Ainsi, les effets de propagation *linéaires* à considérer incluent ici :

- la dispersion géométrique, qui conduit à une décroissance de l'amplitude des ondes acoustiques liée à l'augmentation de la surface des fronts d'onde au cours de la propagation ;
- la réflexion sur un sol plan, où l'onde réfléchie peut être partiellement absorbée et retardée en fonction de son contenu fréquentiel, donnant lieu entre autres à des phénomènes d'interférences ;
- l'absorption atmosphérique, liée au phénomène de relaxation moléculaire, qui conduit à une diminution de l'amplitude des ondes en fonction de la fréquence [13, 14, 157, 158] ;
- la réfraction (et la diffraction) par les profils atmosphériques verticaux moyens de vent ou de température, associée à une courbure progressive des fronts d'onde vers le haut ou vers le bas, selon le signe des gradients atmosphériques apparents (voir, par exemple, [53]).

Seuls des profils verticaux de vent horizontal sont considérés dans ce document ; des effets similaires, au moins qualitativement, sont attendus pour des profils verticaux de vitesse du son liés à des variations de la température de l'air (mis à part, bien sûr, l'absence de sensibilité à la direction de propagation, puisque le vent est une grandeur vectorielle alors que la vitesse du son est scalaire). Les phénomènes de diffusion par la turbulence atmosphérique (voir, par exemple, [140]) ne sont pour l'instant pas modélisés, étant donné que la génération et la prise en compte de la turbulence s'avère très coûteuse en terme de ressources de calcul pour de grandes distances de propagation ; le modèle ITM a toutefois déjà prouvé ses capacités à prendre en compte de tels effets [38, 73], qui seront inclus à brève échéance dans la nouvelle version du modèle¹. De la même manière, la modélisation des effets de topographie et de rugosité de surface pourront constituer une perspective à plus long terme. On note enfin que la modélisation de l'absorption atmosphérique ne pose pas de problèmes particuliers pour nos applications, puisqu'elle peut être prise en compte par post-traitement des résultats de simulations [208].

La méthode FDTD — et par extension, le modèle ITM — s'avère apte à rendre compte de l'ensemble des effets de propagation mentionnés précédemment, qui plus est dans le domaine temporel, ce qui facilite l'étude de signaux transitoires ; une seule simulation « large bande » permet en effet de caractériser la propagation sur une large plage de fréquences. La première section de ce chapitre a pour objectif de donner une vue d'ensemble succinctes des méthodes numériques utilisées en acoustique environnementale et de justifier l'usage de la méthode FDTD. La section 1.2 présente l'algorithme FDTD utilisé dans la nouvelle version de ITM. La section 1.3.1 discute de la parallélisation du code et des techniques de fenêtres glissantes utilisées pour réduire les temps de calcul et l'espace mémoire nécessaire. La quatrième section est dédiée au traitement des sources acoustiques ponctuelles par déconvolution. Les conditions de rayonnement à l'infini (de type PML) et la modélisation des effets de sol (*via* une condition limite d'impédance dans le domaine temporel) seront discutées dans les chapitres 2 et 3, respectivement.

1.1 Méthodes numériques pour la propagation acoustique

La simulation numérique de la propagation acoustique dans l'atmosphère est en essor depuis quelques décennies seulement ; à titre de comparaison, la simulation de la propagation des ondes électromagnétiques est étudiée depuis les années 1960 [220]. Les modèles numériques utilisés pour l'acoustique « aérienne », dont quelques-uns sont présentés ci-après, sont pour la plupart dérivés de modèles équivalents développés en électromagnétisme, en géophysique ou en acoustique sous-marine [188].

Lancer de rayons

L'une de ces méthodes est la méthode des rayons, qui consiste à suivre l'évolution au cours du temps de l'amplitude et de la direction de propagation des fronts d'onde [31, 168, 29]. L'avantage de cette approche est son faible coût numérique, qui permet de facilement considérer des distances de propagation importantes en présence d'effets de réfraction ou de turbulence [123], même en trois dimensions.

1. Les effets de turbulence à longue distance ont depuis ces travaux été inclus dans le modèle ITM (voir, par exemple, CHEINET et al. [41]).

En revanche, elle ne permet pas (ou difficilement) la prise en compte du phénomène de diffraction, qui est l'un des mécanismes d'insonification des zones d'ombre acoustiques, qui peuvent par exemple se former lorsque les ondes se propagent face au vent [214]. En effet, cette approche géométrique fait implicitement une hypothèse de hautes fréquences, et les champs acoustiques simulés sont alors nuls en zone d'ombre puisque les rayons ne peuvent pas y pénétrer (voir le chapitre 4). Une autre limitation concerne la prise en compte d'un profil vertical de vent réaliste (ou logarithmique), qui peut donner lieu à des erreurs numériques de par la présence d'un très fort gradient au niveau du sol [135, 189]. Cette approche reste cependant très utilisée, pour étudier par exemple la propagation non linéaire des ondes infrasonores dans l'atmosphère [184].

Méthode FFP (*Fast Field Program*)

On peut également citer la méthode FFP (pour *Fast Field Program*). Introduite par DINAPOLI et DEAVENPORT [60] pour l'acoustique sous-marine, elle consiste à résoudre une équation d'onde sur la pression acoustique dans le domaine des nombres d'onde horizontaux, où le milieu de propagation est décomposé en une succession de strates horizontales au sein desquelles les paramètres atmosphériques sont supposés constants. Cette approche a par exemple été utilisée pour la propagation atmosphérique par RASPET et al. [172].

La principale limitation de cette méthode est liée à l'hypothèse d'invariance horizontale du milieu de propagation, ce qui restreint son application au cas d'une atmosphère stratifiée et d'un sol plan homogène [188].

Équation parabolique

Les différentes méthodes basées sur une équation parabolique peuvent prendre en compte une atmosphère hétérogène voire un sol irrégulier [32, 91, 189]. Celles-ci reposent sur la résolution d'une équation de propagation sur la pression dans le domaine de Fourier obtenue à partir d'une approximation dite paraxiale (ou de petits angles), qui conduit à négliger les contributions acoustiques se propageant avec un grand angle par rapport au plan horizontal (de l'ordre de la dizaine de degrés pour les formulations « standards » [118]). Ces méthodes sont très populaires dans le cadre de l'acoustique atmosphérique, tant pour étudier les effets de réfraction et de turbulence [90, 43, 50, 36] que les effets d'un écran acoustique [185], voire d'une topographie complexe associée à des paramètres atmosphériques issus d'un modèle micrométéorologique [138].

Une limitation intrinsèque de cette approche est qu'elle suppose que les ondes se propagent dans une direction privilégiée, et ne prend pas en compte les effets de rétrodiffusion ; cette dernière approximation s'avère toutefois raisonnable pour la propagation atmosphérique et en l'absence d'obstacles, si les paramètres atmosphériques varient lentement dans l'espace [188]. La contrainte de secteur angulaire peut cependant être plus problématique en cas de diffraction au-delà de l'angle limite, notamment dans les zones d'ombre acoustiques [162]. Des améliorations de la méthode ont ainsi été développées pour permettre d'augmenter cet angle limite [162, 54, 87]. Une difficulté concerne également la prise en compte du vent dans les équations paraboliques, qui est à défaut introduit par une vitesse du son effective [188]. Là encore, diverses extensions spécifiques ont été proposées pour pouvoir considérer un vent « vectoriel », sous certaines hypothèses [162, 54]. Enfin, comme toutes les approches fréquentielles, cette méthode est peu adaptée à l'étude de signaux large bande, puisqu'un grand nombre de simulations doit être réalisé pour couvrir la totalité de la plage fréquentielle d'intérêt.

Méthode des éléments de frontière

La méthode des éléments de frontière (ou BEM, pour *Boundary Element Method*) consiste à résoudre la formulation intégrale de l'équation de Helmholtz par le biais d'une discrétisation des frontières du domaine de propagation, grâce au théorème de Green [34]. Cette méthode est très performante en terme de ressources de calcul nécessaires, puisque le nombre de dimensions du problème acoustique est de fait réduit de un, et est particulièrement adaptée à la prise en compte de frontières complexes (topographie, écrans acoustiques ou propriétés de sol hétérogènes) [71, 28].

La méthode BEM est cependant peu utilisée pour des applications atmosphériques (en champ lointain), puisqu'elle est inadaptée à l'étude des milieux hétérogènes. Des couplages champ proche–champ lointain avec d'autres modèles de propagation peuvent toutefois être envisagés pour de telles configurations [169] (par exemple, avec une équation parabolique).

Méthode des lignes de transmission

La méthode des lignes de transmission (ou TLM, pour *Transmission Line Matrix*) est une méthode temporelle reposant sur le principe de Huygens, où un front d'onde acoustique est décrit comme un ensemble de sources secondaires [96]. L'évolution temporelle du front d'onde est ainsi déterminée par propagation de proche en proche, où les sources secondaires génèrent après un certain temps un nouveau front d'onde, qui peut lui-même être décomposé comme une superposition de sources secondaires, et ainsi de suite. Cette méthode a été introduite en 1971 par JOHNS et BEURLE [119] pour étudier la propagation électromagnétique dans des guides d'onde, puis utilisée en acoustique par SALEH et BLANCHFIELD [187]. Elle a depuis été appliquée à la propagation environnementale, par exemple dans le cas d'un gradient vertical de vitesse du son [106, 12] ou, très récemment, pour caractériser les effets d'une rugosité de surface du sol [74, 76].

La méthode TLM peut prendre en compte la plupart des effets physiques rencontrés en milieu extérieur, avec un coût moindre en terme de temps de calcul que la méthode FDTD [106]. En revanche, les effets du vent sont approchés par une vitesse du son effective [74] ; cette approximation n'est valide que pour des ondes se propageant avec de faibles angles d'élévation [188, p. 50].

Équations d'Euler linéarisées

Suite à l'évolution continue des capacités de calcul, une autre classe de méthodes est utilisée depuis le début des années 2000. Celles-ci consistent à modéliser directement la propagation acoustique à partir d'équations dérivées de la mécanique des fluides (dans le domaine temporel ou fréquentiel), telles que les équations d'Euler linéarisées (ou LEE, pour *Linearized Euler's Equations*). Ces méthodes sont plus générales que les approches présentées précédemment et permettent la prise en compte de la plupart des effets de propagation rencontrés en milieu extérieur, dans la mesure où peu d'approximations physiques sont utilisées. Elles nécessitent en contrepartie des moyens de calcul importants — c'est d'autant plus vrai pour des configurations tridimensionnelles à longue distance — et sont plus difficiles à mettre en œuvre.

La méthode de résolution des LEE la plus utilisée pour l'acoustique environnementale est la méthode FDTD. Introduite dès les années 1960 pour la propagation d'ondes électromagné-

tiques [220], cette dernière consiste à résoudre itérativement les équations de propagation à partir d'une discrétisation du temps et du milieu de propagation sur des grilles le plus souvent cartésiennes. Les premiers travaux consacrés à l'acoustique environnementale se sont pour la plupart intéressés aux effets de propagation atmosphériques en présence d'écrans acoustiques et de sols plans impédants, à relativement courtes distances [24, 190, 209]. Les simulations FDTD en trois dimensions à longue distance restent cependant encore assez peu répandues dans la littérature, car elles imposent le recours au calcul distribué [49, 67, 69] ; on rappelle que le calcul 3D est nécessaire pour la prise en compte des effets de turbulence atmosphérique et de certains effets de topographie. Comme on le verra par la suite, la méthode FDTD a également grandement bénéficié des apports de la communauté de l'aéroacoustique numérique [199].

La popularité de la méthode FDTD peut s'expliquer par sa simplicité relative et par le fait que le milieu de propagation est discrétisé sur des grilles régulières, ce qui permet l'obtention de schémas numériques très performants. D'autres méthodes de résolution des LEE opérant sur des maillages non structurés existent dans la littérature, telles que la méthode des volumes finis [117], la méthode des éléments finis [147], ou la méthode de Galerkin discontinue [151, 153], mais sont peu utilisées pour la propagation en milieu extérieur.

On peut enfin mentionner les méthodes pseudospectrales [192, 67], parfois utilisées comme alternatives à la méthode FDTD pour la propagation atmosphérique. Une telle méthode est par exemple proposée par HORNIKX et al. [107] pour modéliser la propagation en présence d'un profil de vent logarithmique, d'écrans acoustiques et d'un sol discontinu. L'intérêt de cette approche est qu'elle permet de réduire le nombre de points du domaine de calcul, à raison d'une résolution spatiale minimale de seulement 2 points par longueur d'onde, pour considérablement réduire les ressources de calcul utilisées. Une telle résolution spatiale n'a cependant pas beaucoup d'intérêt dans le cas d'une atmosphère fortement hétérogène (par exemple, en présence de turbulence), puisque la résolution nécessaire à la discrétisation du milieu peut devenir plus contraignante que la résolution nécessaire à la propagation des ondes.

1.2 Résolution des équations de propagation par FDTD

Le modèle ITM est un modèle FDTD parallélisé développé à l'ISL, en langage FORTRAN, depuis un peu plus d'une décennie. La version ITM2, développée entre les années 2011 et 2012 et dont une description exhaustive est donnée dans [72], a donné lieu à plusieurs publications dédiées à l'acoustique urbaine et atmosphérique² pour des problèmes 2D et 3D [38, 73, 40]. Ce code s'avère toutefois limité pour des configurations 3D à longue distance, car il requiert une discrétisation très fine du milieu de propagation (environ 20 points par longueurs d'onde). Le développement de ITM4 a consisté en une réécriture intégrale de ITM2, en gardant les éléments du code liés à la parallélisation (voir section 1.3.2), pour permettre l'utilisation de schémas numériques à faible taux de dispersion et de dissipation initialement développés pour l'aéroacoustique numérique (voir, par exemple, TAM [199]).

En effet, les approches de résolution itérative d'équations d'Euler linéarisées ont tendance à être très sensibles aux erreurs de dispersion numérique ; elles se manifestent par une vitesse

2. Une version plus prospective de ITM2 existe également, appelée ITM3 ; elle a été développée en 2015 pour étudier la faisabilité de la propagation à longue distance en présence de turbulence, grâce à une technique de fenêtre glissante.

de propagation des ondes simulées différente de la vitesse du son, en fonction de la longueur d'onde [203, 122]. L'accumulation des erreurs de dispersion au cours de la propagation peut conduire à une déformation artificielle des signaux. Les schémas optimisés, utilisés dans plusieurs études pour la propagation en milieu extérieur [49, 102, 69], permettent de limiter ces erreurs et donc de considérer des distances de propagation plus importantes.

Cette section présente l'algorithme FDTD implémenté dans ITM4 pour la résolution des équations d'Euler linéarisées couramment utilisées en acoustique environnementale.

1.2.1 Équations d'Euler linéarisées pour la propagation en milieu extérieur

Les équations d'Euler linéarisées décrivant la propagation acoustique en trois dimensions dans une atmosphère potentiellement hétérogène et en mouvement peuvent être obtenues à partir des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie. Si les fluctuations acoustiques sont supposées faibles devant les paramètres atmosphériques ambiants, et si l'air peut être considéré comme un gaz parfait, on peut se ramener sous certaines hypothèses au jeu d'équations couplées suivant [160] :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla p + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} = \rho_0 c^2 Q, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \nabla p / \rho_0 = \mathbf{F} / \rho_0, \quad (1.2)$$

avec p la pression acoustique et $\mathbf{v} = (u, v, w)$ la vitesse particulière, au temps t et à la position $\mathbf{r} = (x, y, z)$. Le milieu de propagation est caractérisé par la masse volumique de l'air ρ_0 , la vitesse du son adiabatique c et le vent $\mathbf{V} = (U, V, W)$; ces grandeurs sont supposées connues et sont stationnaires, mais peuvent varier spatialement. Les quantités Q et $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$ correspondent aux sources de masse et aux forces extérieures, respectivement. On considère de plus des conditions initiales $p(\mathbf{r}, t = 0)$ et $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t = 0)$ arbitraires.

Les équations (1.1) et (1.2) permettent de décrire, entre autres, l'influence du vent sur la propagation acoustique, qui implique localement des effets de convection et de variations d'amplitude. Si le vent est nul, ces équations se ramènent à l'équation des ondes classique. Par soucis de généralité et pour faciliter la formalisation de la méthode FDTD, ce système peut également s'écrire sous forme matricielle comme

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} + \mathbf{D} \mathbf{q} = \mathbf{S}, \quad (1.3)$$

avec $\mathbf{q} = \{p, u, v, w\}^T$ le vecteur des variables acoustiques, appelé par la suite « vecteur solution », et

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} U & \rho_0 c^2 & 0 & 0 \\ 1/\rho_0 & U & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} V & 0 & \rho_0 c^2 & 0 \\ 0 & V & 0 & 0 \\ 1/\rho_0 & 0 & V & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 & \rho_0 c^2 \\ 0 & W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & W & 0 \\ 1/\rho_0 & 0 & 0 & W \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial U}{\partial y} & \frac{\partial U}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial V}{\partial x} & \frac{\partial V}{\partial y} & \frac{\partial V}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial W}{\partial x} & \frac{\partial W}{\partial y} & \frac{\partial W}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{S} = \begin{Bmatrix} \rho_0 c^2 Q \\ F_x / \rho_0 \\ F_y / \rho_0 \\ F_z / \rho_0 \end{Bmatrix}.$$

La résolution itérative du système (1.3) avec la méthode FDTD est détaillée ci-après. Elle s'effectue en deux grandes étapes : les dérivées spatiales sont tout d'abord évaluées par différences finies, avant d'intégrer numériquement la dérivée temporelle de \mathbf{q} pour obtenir une estimation du vecteur solution.

1.2.2 Calcul des dérivées spatiales

On considère un maillage uniforme du milieu de propagation, avec un pas spatial Δ , tel que $x = i\Delta$, $y = j\Delta$ et $z = k\Delta$. Les dérivées spatiales qui apparaissent dans les équations (1.3) peuvent ainsi être estimées par différences finies, c'est-à-dire, comme une combinaison linéaire de la valeur des champs acoustiques au voisinage du point de grille considéré. Les dérivées spatiales du vecteur solution au point (i, j, k) et au temps t peuvent alors s'écrire

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} \right|_{i,j,k} &\simeq \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu=-M}^N a_{\nu}^{M,N} \mathbf{q}|_{i+\nu,j,k}, \\ \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} \right|_{i,j,k} &\simeq \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu=-M}^N a_{\nu}^{M,N} \mathbf{q}|_{i,j+\nu,k}, \\ \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} \right|_{i,j,k} &\simeq \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu=-M}^N a_{\nu}^{M,N} \mathbf{q}|_{i,j,k+\nu}, \end{aligned}$$

avec $a_{\nu}^{M,N}$ les coefficients des schémas de différenciation à $M + N + 1$ points. Loin des frontières du domaine de calcul, ces schémas sont centrés ($M = N$) ; des schémas décentrés ($M \neq N$) sont utilisés pour les points à proximité des frontières du domaine, comme illustré sur la figure 1.3 (à la page 15).

Les coefficients $a_{\nu}^{M,N}$ peuvent être déterminés par développement de Taylor, ou encore, de manière strictement équivalente, en considérant une interpolation de Lagrange des champs acoustiques. L'approche « optimisée » développée en aéroacoustique consiste à déterminer les coefficients $a_{\nu}^{M,N}$ de manière à ce que les dérivées spatiales continues et leur approximation discrète vérifient des propriétés équivalentes dans le domaine des nombres d'onde [202]. Ceci revient à considérer un nombre d'onde dit numérique k^* , associé aux schémas de différences finies, de la forme

$$k^* = \frac{i}{\Delta} \sum_{\nu=-M}^N a_{\nu}^{M,N} e^{-i\nu\bar{k}\Delta}, \quad (1.4)$$

avec i le nombre imaginaire et \bar{k} le nombre d'onde physique (en ne considérant, pour simplifier la discussion, qu'une seule dimension spatiale). Les coefficients $a_{\nu}^{M,N}$ sont ensuite optimisés pour garantir la propriété $k^* \simeq \bar{k}$ au sein de la plage fréquentielle d'intérêt.

Dans ce travail, le schéma centré d'ordre 4 à 11 points de BOGEY et BAILLY [26] est utilisé à l'intérieur du domaine. Celui-ci est optimisé pour des nombres d'onde réduits $\bar{k}\Delta$ compris entre $\pi/16$ et $\pi/2$ (soit une résolution de 32 et de 4 points par longueur d'onde, respectivement). Le nombre d'onde numérique $k^*\Delta$ de ce schéma et la vitesse de groupe correspondante v_g^* (voir TAM et al. [203]) sont affichés sur la figure 1.1 en fonction de $\bar{k}\Delta$. On constate que k^* est une bonne approximation de \bar{k} pour les plus grandes longueurs d'onde, et des erreurs de dispersion apparaissent lorsque $\bar{k}\Delta > \pi/2$. Il est également intéressant de noter que lorsque $\bar{k}\Delta \simeq \pi$, les ondes peuvent se propager à presque quatre fois la vitesse du son (qui plus est, dans le mauvais sens, puisque la vitesse de groupe est alors négative).

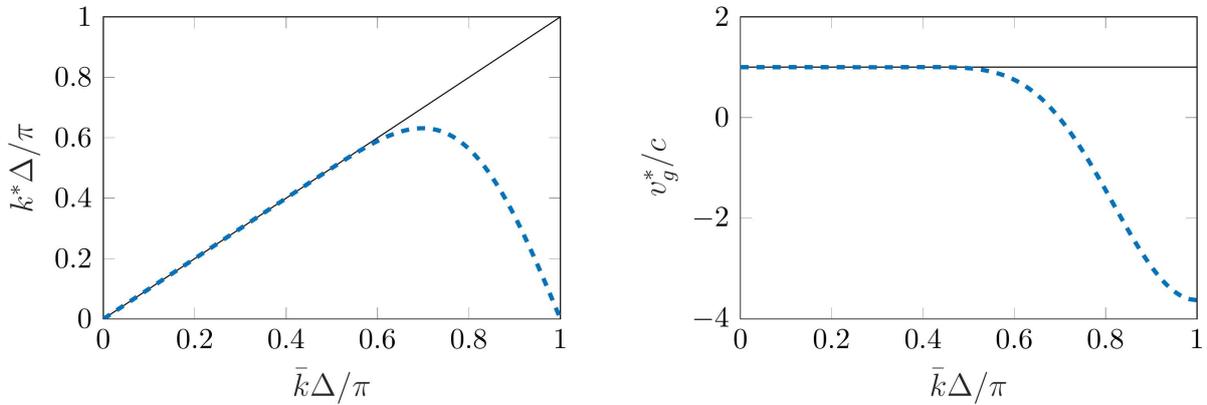


FIG. 1.1 : Gauche : nombre d'onde numérique k^* associé au schéma centré à 11 points de BOGEY et BAILLY [26] (en bleu) en fonction du nombre d'onde physique \bar{k} ; la ligne noire correspond à une résolution exacte de la dérivée spatiale. Droite : vitesse de groupe correspondante v_g^* , normalisée par la vitesse du son c .

Les schémas décentrés d'ordre 4 à 11 points de BERLAND et al. [22] sont utilisés sur les bords du domaine, avec des propriétés de dispersion équivalentes. Toutefois, les schémas décentrés peuvent également induire une dissipation ou une amplification locale des ondes acoustiques, car leur nombre d'onde numérique k^* n'est plus nécessairement réel. Avec de tels schémas, il est ainsi d'usage d'appliquer une étape supplémentaire de filtrage des champs acoustiques pour éviter l'apparition d'instabilités numériques, comme détaillé dans la section 1.2.4.

Le même jeu de schémas centrés et décentrés est par exemple utilisé par DRAGNA et al. [69]. Ils permettent de résoudre correctement les ondes acoustiques avec une résolution minimale d'environ 6 points par longueur d'onde. Il faut donc veiller à définir le pas de discrétisation Δ de manière garantir une telle résolution spatiale pour la plus petite des longueurs d'onde considérées.

1.2.3 Intégration temporelle

À une position et un temps t donnés, la dérivée temporelle du vecteur solution de l'équation (1.3) ne dépend que des variables acoustiques et de leurs dérivées spatiales (ou leur équivalent discret). Ceci se traduit, en chaque point du maillage, par un système d'équations différentielles

de la forme

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = \mathbf{K}(\mathbf{q}, t), \quad (1.5)$$

où le vecteur \mathbf{K} est connu une fois les dérivées spatiales intervenant dans les équations de propagation évaluées par différences finies ; les indices de position ne sont pas écrits par concision. Ce système peut être intégré temporellement, par exemple, à l'aide de méthodes de Runge-Kutta.

En discrétisant l'axe des temps avec un pas temporel constant Δt , une solution approchée pour \mathbf{q} au pas de temps suivant peut alors s'obtenir en évaluant itérativement le vecteur \mathbf{K} entre les temps $t = n\Delta t$ et $(n+1)\Delta t$, avec n le pas de temps courant, en chaque point du domaine de calcul. Un tel algorithme peut s'écrire pour des méthodes de Runge-Kutta explicites comme (voir, par exemple, [117])

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{q}|^n, \quad (1.6a)$$

$$\mathbf{q}|^{n+\gamma_s} = \mathbf{q}_0 + \gamma_s \Delta t \mathbf{K}|^{n+\gamma_{s-1}} \quad \text{pour } s = 1, \dots, S, \quad (1.6b)$$

$$\mathbf{q}|^{n+1} = \mathbf{q}|^{n+\gamma_S}, \quad (1.6c)$$

avec γ_s les coefficients du schéma numérique et S le nombre de sous-étapes. On utilise ici le schéma à faible taux de dispersion et de dissipation à 6 sous-étapes de BERLAND et al. [21], noté RK46L. Ce schéma permet de propager des ondes acoustiques avec une résolution d'au moins 4 pas de temps par période. Cette faible résolution est obtenue par optimisation des coefficients γ_s : les deux premiers coefficients sont optimisés pour améliorer les propriétés de stabilité et pour réduire les erreurs de dispersion et de dissipation du schéma, tandis que les coefficients restants sont choisis comme identiques aux coefficients du schéma de Runge-Kutta standard à 4 sous-étapes, ce qui permet de garantir un ordre formel de convergence à l'ordre 4. Les coefficients γ_s sont donnés dans l'annexe E.1.3. La figure 1.2 illustre schématiquement comment le schéma RK46L permet d'évaluer itérativement la solution au pas de temps suivant : la valeur du vecteur solution au pas de temps courant n et la valeur de sa dérivée temporelle à chaque sous-étape $n+\gamma_{s-1}$ permettent d'obtenir le vecteur solution au pas de temps intermédiaire suivant $n+\gamma_s$, jusqu'à obtenir une solution pour l'itération $n+1$.

Mis à part le choix des coefficients et le nombre de sous-étapes du schéma d'intégration temporel, l'algorithme (1.6) diffère quelque peu de l'implémentation traditionnellement utilisée pour les méthodes de Runge-Kutta. La plupart des méthodes de Runge-Kutta peuvent en réalité s'écrire sous cette forme, qui a l'avantage de ne nécessiter que deux espaces de stockage pour chaque variable à intégrer, contre trois pour l'implémentation classique [215]. Cet algorithme n'est toutefois valide que pour des problèmes linéaires (comme ici) ; pour des problèmes non linéaires, cette implémentation peut limiter l'ordre de convergence [193].

Le pas de temps Δt n'est enfin pas choisi arbitrairement, puisque celui-ci doit remplir la condition de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL), qui est une condition nécessaire à la stabilité numérique (par exemple, [139]). Le nombre CFL relie la vitesse du son avec le pas spatial et le pas temporel, et s'exprime comme

$$\text{CFL} = \frac{c\Delta t}{\Delta}. \quad (1.7)$$

Cette grandeur quantifie le nombre maximal de pas spatiaux que les ondes peuvent parcourir en une itération temporelle. Il est généralement admis le nombre CFL doit être inférieur ou égal à $1/\sqrt{N}$, avec N le nombre de dimensions spatiales du problème. Cette limite n'est cependant pas

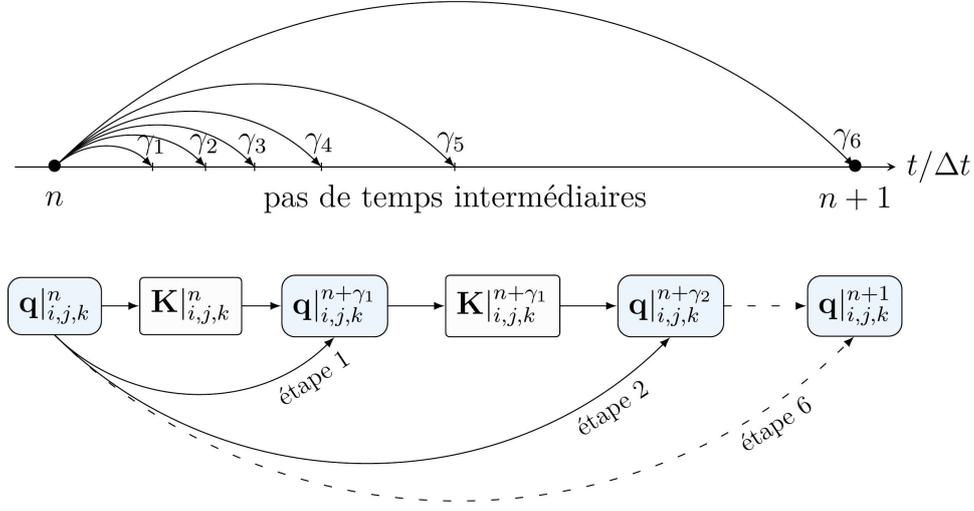


FIG. 1.2 : Procédure schématique pour intégrer la dérivée temporelle de \mathbf{q} avec le schéma RK46L.

ferme puisqu'elle dépend des schémas numériques utilisés, et peut notamment être augmentée lorsque les champs acoustiques sont filtrés (voir, par exemple, [35]); sauf mention contraire, le nombre CFL sera par la suite fixé à 1, 0.8 et 0.7 pour des simulations en une, deux et trois dimensions, respectivement.

Il est d'usage de définir le pas de temps Δt à partir du nombre CFL et du pas spatial comme $\Delta t = \text{CFL} \Delta / c$. Pour le nombre CFL le plus contraignant vis-à-vis du schéma temporel, soit $\text{CFL} = 1$, et un pas spatial à la limite de précision des schémas de différenciation de ITM4, soit une résolution de 6 points par longueur d'onde, cette définition correspond à une résolution temporelle de 6 points par période; le schéma RK46L garantit donc une intégration temporelle suffisamment précise si le pas spatial permet de bien propager les signaux.

1.2.4 Filtrage spatial des champs acoustiques

Comme mentionné précédemment, les schémas spatiaux décentrés, utilisés à proximité des frontières du domaine de calcul, peuvent induire une amplification locale des ondes discrétisées. Ce phénomène, qui affecte principalement les petites longueurs d'onde, peut conduire à l'apparition d'oscillations parasites et d'instabilités numériques [203].

Un filtre spatial explicite de type passe-bas est utilisé pour filtrer les composantes acoustiques dans chaque direction de l'espace, afin de supprimer ces oscillations (ce filtre est parfois également appelé « filtre sélectif »). Pour des filtres centrés à $2N + 1$ points, le vecteur solution filtré \mathbf{q}^f peut alors s'écrire au point (i, j, k) comme

$$\mathbf{q}^f|_{i,j,k} = \mathbf{q}|_{i,j,k} - \sigma_f^N \sum_{\nu=-N}^N d_\nu^N \mathbf{q}|_{i+\nu,j,k} - \sigma_f^N \sum_{\nu=-N}^N d_\nu^N \mathbf{q}|_{i,j+\nu,k} - \sigma_f^N \sum_{\nu=-N}^N d_\nu^N \mathbf{q}|_{i,j,k+\nu},$$

avec d_ν^N les coefficients de filtrage, et σ_f^N une constante entre 0 et 1 (voir plus bas). L'indice de

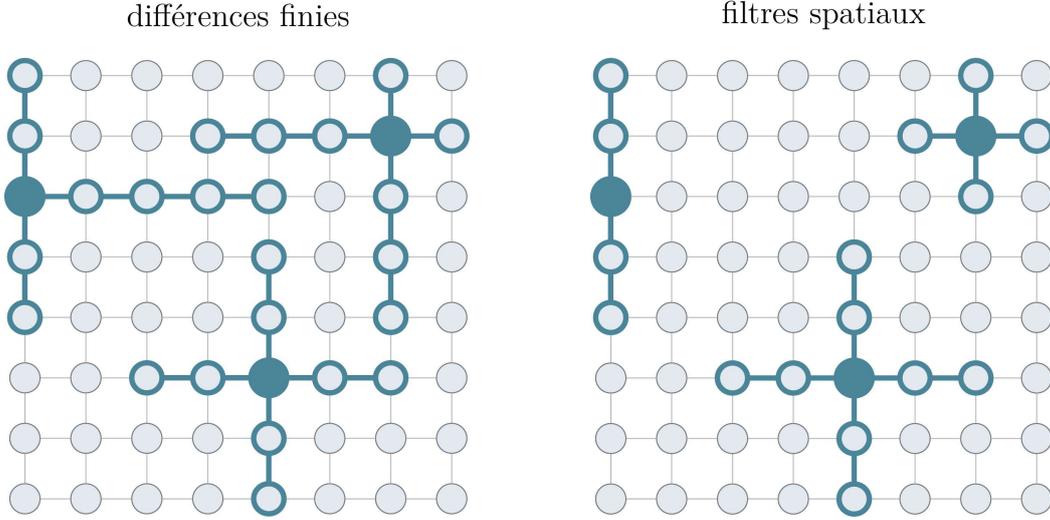


FIG. 1.3 : Illustration des points de grille considérés par les schémas de différences finies (gauche) et par les filtres spatiaux (droite) à proximité des frontières d'un domaine de calcul 2D ; par simplicité, des schémas comprenant 5 points au plus sont considérés.

temps est omis par concision. Cette étape de filtrage est appliquée toutes les deux itérations temporelles.

On utilise ici le filtre standard d'ordre 12 à 13 points de BOGEY et BAILLY [26] pour l'intérieur du domaine de calcul. En accord avec les travaux de RICHTER et al. [176] et RICHTER [175], des filtres *centrés* sont utilisés à proximité des bords, en réduisant progressivement le nombre de points des filtres (une illustration est présentée sur la figure 1.3). Pour les points situés à une maille des frontières, un filtre d'ordre 2 à 3 points est utilisé, et les champs ne sont pas filtrés *sur* les frontières.

La figure 1.4 montre le taux d'atténuation D_k des filtres utilisés par ITM4 (avec $\sigma_f^N = 1$), en fonction du nombre d'onde réduit $\bar{k}\Delta$; l'atténuation D_k peut être calculée à partir des coefficients de filtrage d_ν^N par la relation [26]

$$D_k(\bar{k}\Delta) = d_0^N + \sum_{\nu=1}^N 2d_\nu^N \cos(\nu\bar{k}\Delta).$$

On peut constater que les filtres d'ordre faible utilisés sur les bords peuvent conduire à une atténuation excessive des nombres d'onde bien résolus par les schémas FDTD. Toujours d'après RICHTER [175], le coefficient σ_f^N est ainsi paramétré en fonction de N pour limiter l'atténuation des grandes longueurs d'onde, avec $\sigma_f^N = [(2N + 1)/13]^2 \sigma_f^{N=6}$. Des tests de simulation à longue distance nous ont permis de définir empiriquement la quantité $\sigma_f^{N=6} = 0.25$, de manière à limiter au maximum l'atténuation des ondes bien résolues.

La figure 1.5 présente schématiquement l'algorithme FDTD implémenté dans ITM4. Le traitement des conditions de rayonnement et des conditions limites sera présenté dans les chapitres 2 et 3, respectivement. Les différents coefficients numériques utilisés sont reportés

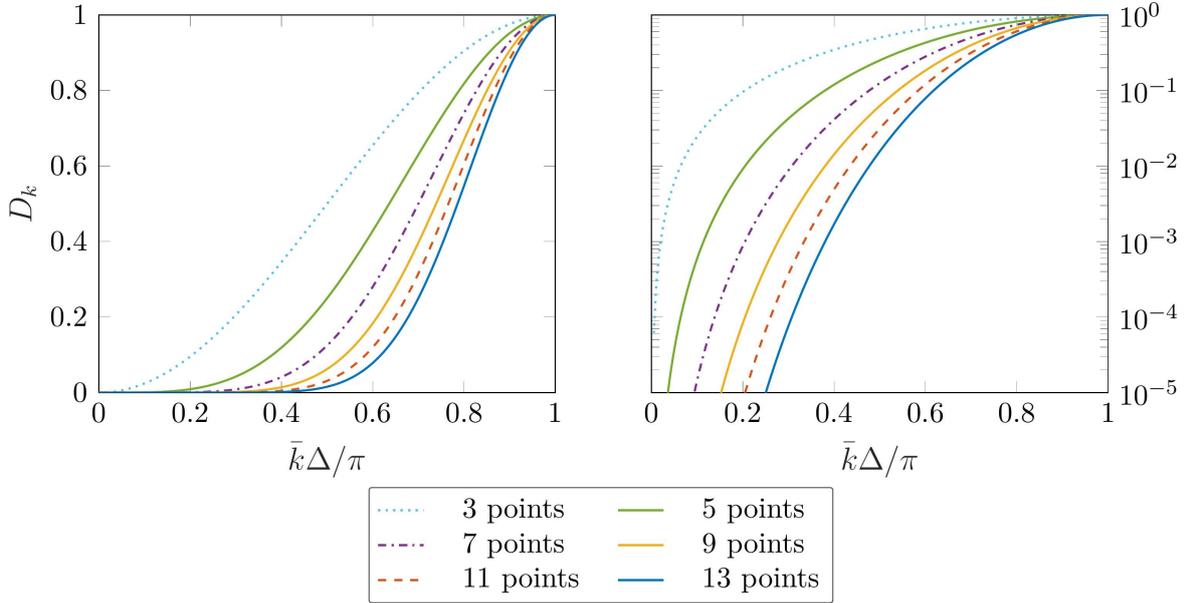


FIG. 1.4 : Taux d'atténuation des différents filtres spatiaux centrés à $2N + 1$ points utilisés dans ITM4, pour $\sigma_f^N = 1$, avec une échelle verticale linéaire (gauche) et logarithmique (droite).

dans l'annexe E.

Un premier cas de validation du modèle peut être trouvé dans l'annexe D, qui compare les performances de calcul de ITM2 et de ITM4 pour deux configurations acoustiques en champ proche ; un gain sur le temps de calcul d'environ deux ordres de grandeur est obtenu pour ITM4. Des cas de validation plus complexes seront présentés tout au long du manuscrit.

1.3 Méthodes de réduction des ressources de calcul

La simulation 3D à longue distance reste coûteuse en terme de ressources de calcul, malgré les développements apportés au modèle ITM lors cette thèse. Cette section présente brièvement deux méthodes permettant de réduire davantage les coûts numériques, à savoir : le recours à une fenêtre de calcul glissante, et le calcul parallèle. Ces deux approches sont utilisées dans les précédentes versions de ITM, et ont été implémentées dans ITM4.

1.3.1 Méthode de la fenêtre de calcul glissante

Comme mentionné à plusieurs reprises, la simulation numérique dans le domaine temporel facilite l'étude des signaux impulsionnels. Il s'avère que les signaux impulsionnels peuvent eux aussi faciliter la simulation numérique.

Les sons impulsionnels permettent en effet l'utilisation de techniques de fenêtres glissantes [80, 190, 1, 107, 223, 15], en tirant parti du support spatial limité des champs acoustiques. Si les phénomènes de rétrodiffusion acoustique peuvent être négligés, le domaine de calcul peut être restreint à une petite région autour de l'impulsion, qu'il va suivre au cours de sa propagation à la vitesse c , sans qu'il soit nécessaire de modéliser l'ensemble du domaine physique ; les

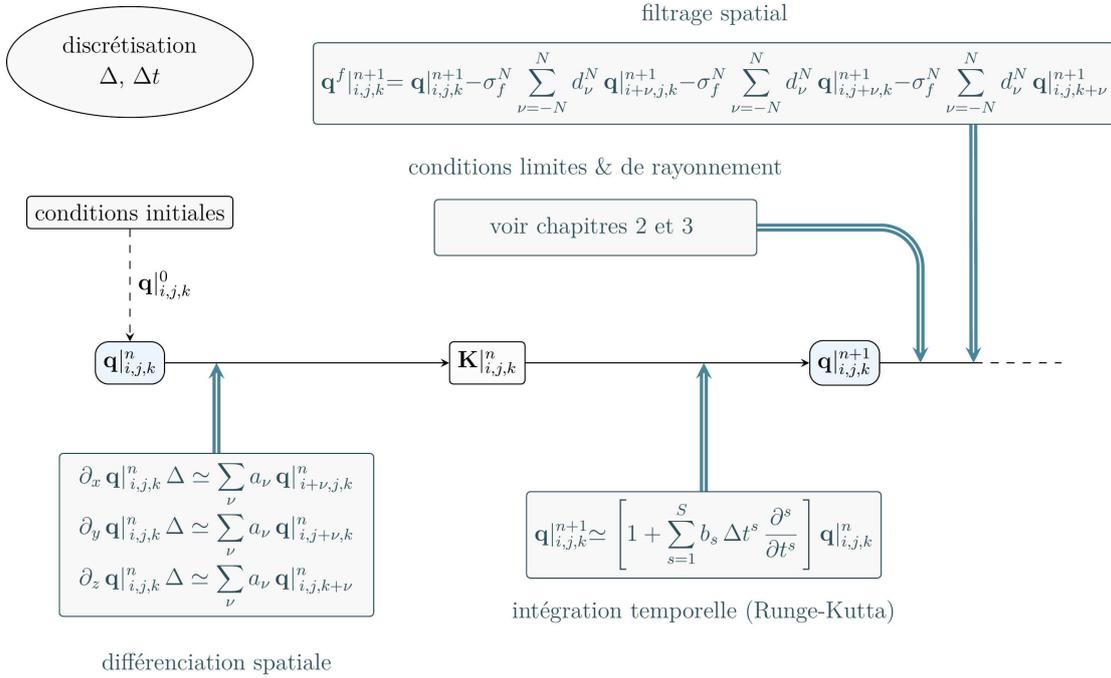


FIG. 1.5 : Procédure schématique utilisée par ITM4 pour résoudre les équations de propagation en FDTD.

ressources de calcul nécessaires sont ainsi considérablement réduites. Ceci permet de considérer des distances de propagation très importantes, d'autant plus que le temps de calcul total devient approximativement proportionnel à la distance de propagation³. Le principe de cette approche est illustré sur les figures 1.6 et 1.7.

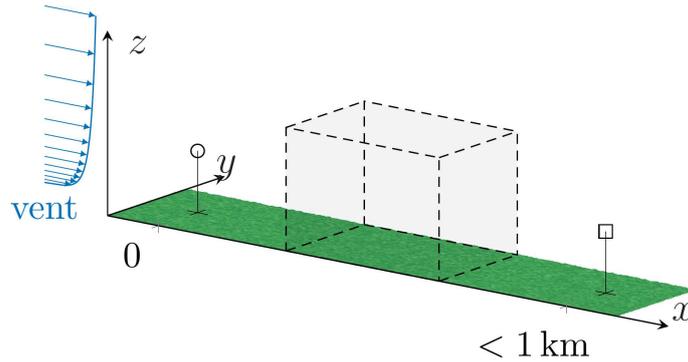


FIG. 1.6 : Illustration d'une fenêtre de calcul glissante se déplaçant dans la direction des x croissants depuis une source vers un microphone (non à l'échelle).

La fenêtre de calcul glissante est implémentée par une permutation circulaire du vecteur

3. Ce n'est pas tout à fait vrai : on verra dans les chapitres 2, 3 et 4 que plus la distance de propagation est importante, plus le domaine de calcul doit être grand (pour assurer, par exemple, l'efficacité des conditions de non-réflexion, pour prendre en compte l'allongement des signatures temporelles dû aux effets de sol, ou dans le cas d'une atmosphère réfractive ou turbulente).

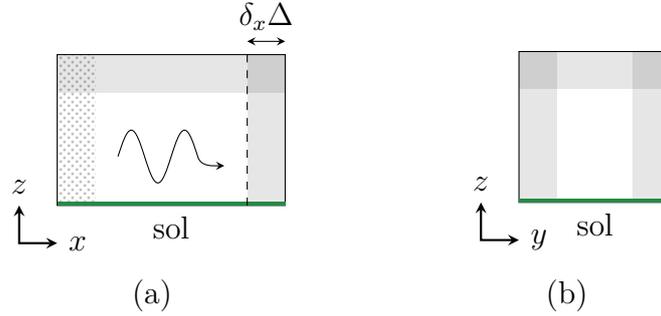


FIG. 1.7 : Coupes longitudinale (a) et transverse (b) de la fenêtre glissante de la figure 1.6. La position des couches parfaitement adaptées (PML), introduites dans le prochain chapitre, est indiquée en gris. La ligne verticale en pointillé délimite l'« entrée » de la fenêtre, où le vecteur solution \mathbf{q} est réinitialisé à zéro après chaque déplacement. Un étirement de grille est utilisé à la « sortie » de la fenêtre (la zone hachurée) pour éviter l'apparition d'instabilités numériques, comme détaillé dans l'annexe C.

solution \mathbf{q} de δ_x points de grille toutes les δ_t itérations temporelles (les paramètres atmosphériques sont aussi permutés, puisqu'ils peuvent varier le long de l'axe de propagation, de même que les variables PML et les variables liées au sol, introduites dans les chapitres 2 et 3). Le décalage δx est calculé à partir du nombre de Courant, avec la relation $\delta_x = \delta_t \text{CFL}$, pour s'assurer que la vitesse moyenne de la fenêtre de calcul coïncide avec la vitesse de propagation des ondes (dans le cas contraire, les ondes peuvent sortir de la fenêtre). Le décalage δ_x doit être un nombre entier pour ne pas avoir à interpoler spatialement les champs. Dans ce travail, δ_t est choisi comme $\delta_t = 10$. Le pas temporel Δt peut également être modifié d'après $\Delta t = \Delta \text{CFL} / (c \pm c_e)$, où le terme de correction $c_e \ll c$ rend compte des éventuels effets convectifs le long de l'axe de propagation ; ces effets peuvent modifier la célérité effective des ondes (par exemple, si du vent est présent et/ou dans le cas d'une atmosphère hétérogène). Comme illustré sur la figure 1.7(a), la région la plus à droite du domaine de calcul correspond à « l'entrée » de la fenêtre, de longueur $\delta_x \Delta$, où la valeur des variables acoustiques est remplacée par zéro après chaque déplacement, et où les paramètres du milieu peuvent être introduits.

Notons que l'implémentation présentée ci-dessus correspond à une approche « eulérienne » de la méthode de la fenêtre glissante, qui est la plus couramment utilisée dans la littérature. Une alternative « lagrangienne » consiste à introduire le changement de variable $x \rightarrow x + (c \pm c_e)t$ directement dans les équations de propagation, ce qui a pour avantage de grandement réduire les erreurs de dispersion numérique [80]. La fenêtre glissante lagrangienne n'a pas été retenue dans ce travail car elle complique le traitement des conditions de rayonnement à l'entrée et à la sortie de la fenêtre ; cette approche peut toutefois constituer une perspective de développement du modèle ITM.

Un premier exemple de calcul en fenêtre glissante sera considéré dans la section 1.4.

1.3.2 Calcul massivement parallèle

Le calcul parallèle permet de réduire le temps d'exécution d'un programme, et de répartir l'utilisation de la mémoire, grâce à l'utilisation *simultanée* de différents nœuds de calcul. Le recours à cette stratégie est indispensable pour des simulations FDTD en trois dimensions, qui

plus est pour des configurations à longue distance.

À la différence de la plupart des méthodes de résolution d'équations d'Euler linéarisées, la méthode FDTD a pour avantage d'être assez facilement parallélisable, car le milieu de propagation est discrétisé sur une grille cartésienne, et car les schémas de différences finies ne nécessitent que la valeur des champs à proximité immédiate du point de grille considéré. La parallélisation consiste alors à décomposer le milieu en N sous-domaines (de préférence homogènes, de manière à équilibrer la charge de calcul [94]), et des répartir ces sous-domaines entre N nœuds. Chaque nœud va alors réaliser des calculs (essentiellement de différences finies) au sein du sous-domaine qui lui est attribué, indépendamment des autres nœuds ; une illustration est proposée sur la figure 1.8.

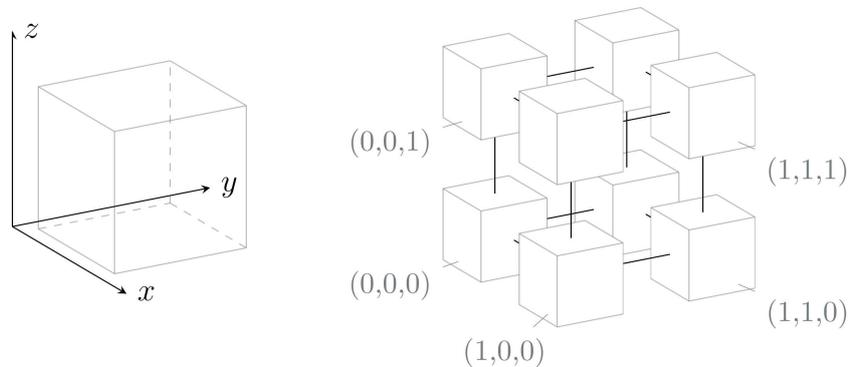


FIG. 1.8 : Principe de décomposition en sous-domaines de calcul, d'après une topologie cartésienne 3D, pour une architecture de 4 nœuds.

Dans le cas d'une architecture à mémoire distribuée (voir la section 2.2.10 de EHRHARDT [72]), où chaque nœud dispose de sa propre mémoire, un protocole de communication doit être utilisé pour assurer l'échange de données entre deux nœuds mitoyens (pour pouvoir, par exemple, appliquer les schémas de différences finies sur les bords des sous-domaines sans avoir à décentrer les schémas) ; le modèle ITM utilise le standard MPI (pour *Message Passing Interface* [93]). Comme illustré sur la figure 1.9, des points fantômes doivent être définis sur les bords des grilles FDTD pour permettre l'échange d'information.

Un algorithme détaillé de parallélisation d'un code FDTD en ordre faible peut être trouvé dans GUIFFAUT et MAHDJOUBI [94], dans le contexte de la propagation d'ondes électromagnétiques ; l'algorithme utilisé dans ITM4 lui est assez similaire, à l'exception du nombre de points fantômes à considérer (qui dépend de la taille des schémas spatiaux).

La plupart des simulations présentées dans ce documents ont été réalisées soit sur le calculateur interne de l'ISL, soit sur le calculateur Ada de l'Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS). Pour donner un ordre d'idée, ces simulations ont requis des temps « physiques » de calcul s'échelonnant de l'heure à plusieurs jours, en utilisant en moyenne une centaine de processeurs par simulation.

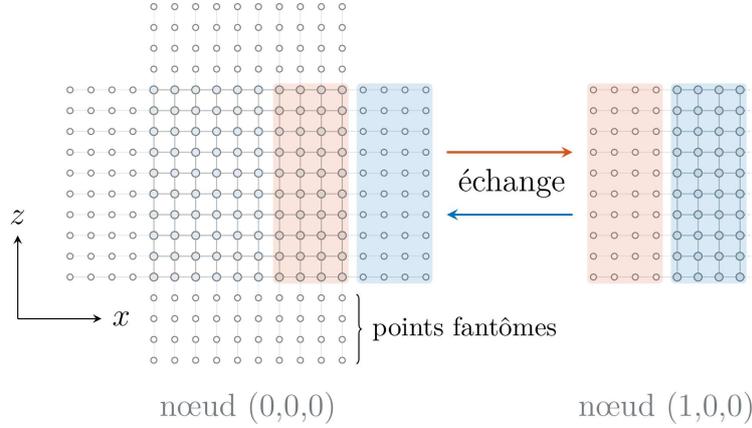


FIG. 1.9 : Principe de l'échange de données entre deux nœuds mitoyens *via* le protocole MPI, à partir de points fantômes définis sur les bords des grilles FDTD ; le nombre de points fantômes affiché est ici arbitraire.

1.4 Prise en compte des sources par déconvolution

Cette section détaille l'approche par déconvolution utilisée pour incorporer des sources monopolaires ponctuelles avec une évolution temporelle arbitraire dans ITM4.

1.4.1 Limites des sources de masse et intérêt de la déconvolution

La prise en compte des sources dans le cadre de simulations FDTD n'est pas triviale. L'approche la plus directe, qui n'a pas été retenue dans ce travail, consiste à prescrire dans les équations de propagation la source de masse $Q(\mathbf{r}, t)$. Cette approche est couramment considérée dans la littérature pour des signaux monochromatiques de par sa simplicité (voir, par exemple, [84]). Elle présente en revanche deux limitations pour rendre compte de sources ponctuelles à caractère transitoire.

La première est liée au fait que la pression acoustique générée par une source de masse donnée ne se déduit pas facilement de l'expression de Q , notamment lorsqu'un écoulement est considéré ou qu'un support spatial est utilisé pour implémenter la source (voir plus loin). Ceci peut rendre difficile l'obtention d'une source de masse équivalente à partir d'une mesure d'un signal de pression [72] en vue par exemple d'une comparaison avec des résultats expérimentaux.

La seconde limitation tient au fait qu'une source de masse *ponctuelle* ne peut pas être correctement représentée en différences finies, notamment dans un contexte de résolution en ordre élevé (par exemple, [74]). En effet, une telle source située en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ avec une évolution temporelle $s(t)$ s'écrit idéalement comme $Q(\mathbf{r}, t) = s(t) \delta(\mathbf{r})/\Lambda$, avec un support spatial correspondant à un pic de Dirac⁴ et un facteur de normalisation Λ . L'imposition de ce terme source en un point de l'espace (c'est-à-dire, sur un point de grille) conduit à une discontinuité des champs acoustiques, qui va exciter les petites longueurs d'onde mal résolues par les schémas numériques et provoquer des instabilités, étant donné que la transformée de Fourier spatiale de la distribution de Dirac est une fonction constante sur l'ensemble du spectre. De telles sources sont donc généralement

4. La notation $\delta(\mathbf{r})$ utilisée pour la distribution spatiale de Dirac correspond à $\delta(\mathbf{r}) = \delta(x)\delta(y)\delta(z)$.

associées à un support spatial qui varie plus lentement, où le terme de masse s'exprime alors sous la forme $Q(\mathbf{r}, t) = s(t)W_s(\mathbf{r})$, avec une fenêtre spatiale $W_s(\mathbf{r})$. Cette dernière est typiquement choisie comme une fonction gaussienne

$$W_s(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda} \exp \left[-4 \ln 2 \frac{(x^2 + y^2 + z^2)}{B^2} \right], \quad (1.8)$$

avec une largeur à mi-hauteur B de l'ordre de quelques points de grille (par exemple, [84]), qui a pour objectif d'adoucir la discontinuité (voir figure 1.10) et de ne pas exciter les petites longueurs d'onde.

Ceci se fait cependant au prix d'erreurs en amplitude et en phase qui peuvent donner lieu à une déformation des signaux notamment pour des sources impulsionnelles, puisque la fenêtre modifie la réponse de la source selon la longueur d'onde. La figure 1.10 montre la réponse associée à une fenêtre gaussienne pour différentes valeurs du paramètre B en fonction du nombre d'onde réduit $\bar{k}\Delta$. On peut constater que pour $\bar{k}\Delta/\pi > 0.1$, une telle source ne peut pas être considérée comme ponctuelle puisque le spectre de la fenêtre diffère de la réponse d'un Dirac. Ceci est d'autant plus problématique avec des schémas numériques d'ordre élevé, puisque l'implémentation des sources peut alors contraindre la résolution spatiale nécessaire pour pouvoir considérer une source ponctuelle. Notons également que si la largeur de l'enveloppe gaussienne est trop faible ($B \leq 3\Delta$), les petites longueurs d'onde peuvent malgré tout être excitées.

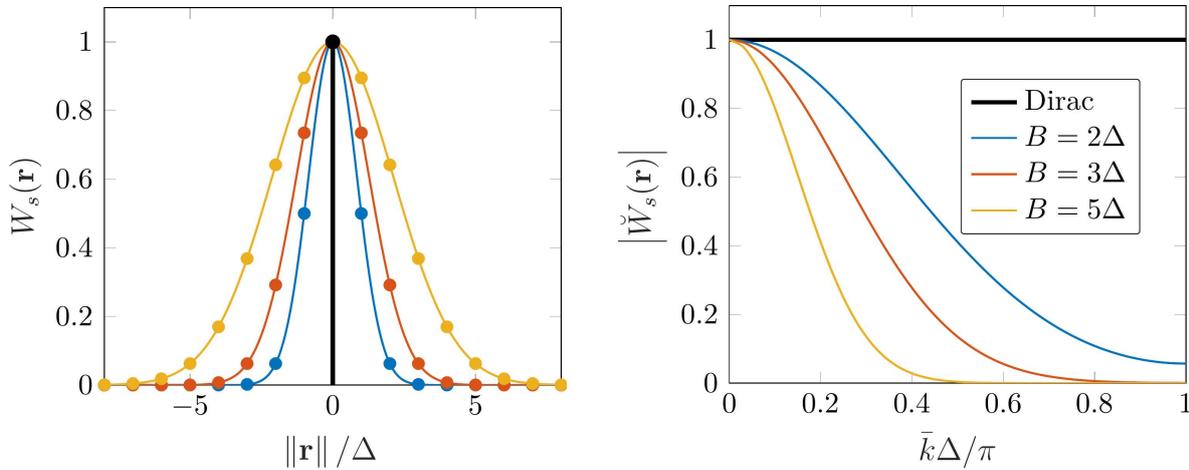


FIG. 1.10 : Gauche : fenêtre gaussienne $W_s(\mathbf{r})$ pour plusieurs largeurs à mi-hauteur B en fonction du module de \mathbf{r} ; la distribution spatiale de Dirac est indiquée en noir. Droite : module de la transformée de Fourier spatiale des différentes fenêtres, en fonction du nombre d'onde réduit $\bar{k}\Delta$; la ligne horizontale noire indique le spectre de la distribution de Dirac. Toutes les amplitudes sont normalisées.

Ces aspects conduisent par exemple HICKS [103], en géophysique, à proposer des fenêtres à base de sinus cardinaux avec une étendue spatiale limitée. Celles-ci ont pour propriété d'avoir un spectre assimilable à la réponse d'un Dirac tronquée en fréquence, avec un spectre plat pour les grandes longueurs d'onde et un spectre nul pour les petites longueurs d'onde. Cette approche a été initialement considérée pour l'implémentation des sources dans ITM4. Elle ne s'est cependant pas avérée apte à garantir à la fois une réponse plate sur l'ensemble de la bande

passante des schémas numériques utilisés et une réponse d'amplitude suffisamment faible pour les longueurs d'onde non résolues.

L'approche retenue dans ce travail exploite la linéarité des équations de propagation pour astucieusement simuler une source ponctuelle. Elle consiste dans un premier temps à émettre un signal impulsionnel via une distribution initiale de pression gaussienne, et d'enregistrer en fonction du temps les signaux propagés à la position des récepteurs considérés ; cette distribution initiale est définie de telle sorte à émettre de l'énergie sur l'ensemble de la bande passante FDTD, avec une énergie négligeable pour les fréquences non résolues. Les caractéristiques spectrales de la source sont ensuite corrigées grâce à une procédure de déconvolution, ce qui permet d'estimer la réponse impulsionnelle (également appelée fonction de Green) associée à chaque récepteur ; une procédure similaire est par exemple utilisée par SAKAMOTO et al. [186] pour déterminer des réponses impulsionnelles par FDTD, dans le cadre de l'acoustique des salles. Une fois la réponse impulsionnelle connue, la réponse à une source ponctuelle arbitraire s'obtient simplement en convoluant la réponse impulsionnelle avec le terme source désiré.

Cette approche a non seulement pour avantage de pouvoir proprement rendre compte de sources ponctuelles sans contraintes de bande passante, mais elle permet également la prise en compte d'une éventuelle variabilité temporelle du signal source, à l'aide d'une seule simulation. Ce dernier point sera mis à profit dans le chapitre 4 pour les confrontations expérimentales. La procédure de déconvolution est maintenant présentée plus en détail.

1.4.2 Principe de la déconvolution : approche fréquentielle

Si les équations de propagation sont linéaires et invariantes dans le temps, le champ de pression $p_g(\mathbf{r}, t)$ généré par une source ponctuelle $q_g(t)$ peut s'exprimer dans le domaine temporel comme un produit de convolution avec la réponse impulsionnelle $G(\mathbf{r}, t)$ du problème (voir, par exemple, [130])

$$p_g(\mathbf{r}, t) = G(\mathbf{r}, t) * q_g(t), \quad (1.9)$$

où \mathbf{r} correspond au point d'observation. Cette relation est très générale, dans la mesure où le signal source q_g est (pour l'instant) arbitraire⁵. Les grandeurs p_g et q_g sont supposées connues. Le signal de pression $p_g(\mathbf{r}, t)$, qui est ici obtenu par FDTD, peut permettre une estimation de la réponse impulsionnelle $G(\mathbf{r}, t)$ par une procédure de déconvolution. Cette dernière a pour objectif de compenser l'influence de la source.

L'opération de déconvolution s'écrit formellement dans le domaine de Fourier comme une simple division par $\hat{q}_g(\omega)$ à la fréquence angulaire ω . Le symbole $\hat{\cdot}$ fait référence à la transformée de Fourier d'une grandeur physique. La réponse impulsionnelle peut alors être déterminée par transformée de Fourier inverse comme

$$G(\mathbf{r}, t) = \text{TF}^{-1} \left\{ \frac{\hat{p}_g(\mathbf{r}, \omega)}{\hat{q}_g(\omega)} \right\}. \quad (1.10)$$

Une fois que la réponse impulsionnelle est connue, la réponse $p(\mathbf{r}, t)$ à une sollicitation $q_s(t)$ (par exemple, mesurée expérimentalement) s'obtient par le produit de convolution

$$p(\mathbf{r}, t) = G(\mathbf{r}, t) * q_s(t). \quad (1.11)$$

5. Avec les définitions adoptées ici, une source ponctuelle $q(t)$ s'écrit à partir d'une source de masse $Q(\mathbf{r}, t)$ comme $q(t)\delta(\mathbf{r}) = \rho_0 \partial Q / \partial t$.

Celui-ci peut être calculé avec n'importe quel langage de programmation pour un coût numérique négligeable, par exemple, avec la fonction `conv` de MATLAB.

L'opération de déconvolution n'est cependant pas si triviale en pratique, puisque le signal source $q_g(t)$ peut ne pas contenir d'énergie pour certaines bandes fréquences (en hautes fréquences, notamment). Le terme $1/\hat{q}_g(\omega)$ dans l'équation (1.10) peut alors tendre vers l'infini ; une étape préalable de régularisation est alors nécessaire pour rendre les résultats exploitables. Le bruit numérique, lié par exemple aux effets de la troncature des signaux simulés, peut également être amplifié d'un facteur $1/\hat{q}_g(\omega)$. Ce dernier point impose une grande rigueur vis-à-vis du fenêtrage temporel des résultats FDTD nécessaire à l'estimation des spectres, qui peut s'avérer laborieux et constituer une source d'erreur [42].

La prochaine sous-section présente une méthode plus robuste inspirée des travaux de MARROCCO et BARDATI [143], en électromagnétisme, consistant à déconvoluer les résultats directement dans le domaine temporel.

1.4.3 Déconvolution temporelle

L'expression de la source ponctuelle $q_g(t)$ utilisée précédemment n'a volontairement pas été explicitée, étant donné que l'approche de déconvolution fréquentielle est en théorie valide pour n'importe quel signal source. Ceci n'est plus vrai pour une déconvolution dans le domaine temporel.

MARROCCO et BARDATI [143] ont proposé une méthode de déconvolution temporelle valide pour des sources impulsionnelles qui s'expriment en fonction du temps soit comme une fonction gaussienne, soit comme une fonction gaussienne dérivée. Ceci est intéressant pour nos applications, puisqu'il se trouve qu'une distribution initiale de pression gaussienne génère ce type de signal pour des cas *tridimensionnels*. Il est en effet montré dans l'annexe B qu'une condition initiale sur les grandeurs acoustiques de la forme

$$p_g(\mathbf{r}, t = 0) = \exp \left[-4 \ln 2 \frac{(x^2 + y^2 + z^2)}{B^2} \right], \quad \mathbf{v}(\mathbf{r}, t = 0) = \mathbf{0}, \quad (1.12)$$

centrée ici en $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ sans perte de généralité, est associée en 3D à une source ponctuelle équivalente qui s'écrit comme la dérivée d'une fonction gaussienne

$$q_g(t) = \frac{\pi B^2}{4 \ln 2 c} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \exp \left[-4 \ln 2 \frac{(ct)^2}{B^2} \right] \right\}. \quad (1.13)$$

Cette équivalence est vérifiée si l'atmosphère peut être considérée comme raisonnablement homogène à proximité immédiate de la position de la source. On note que ce signal source a une moyenne nulle et est une fonction impaire du temps ; ces propriétés nous permettront de quelque peu simplifier les calculs présentés dans [143]. La transformée de Fourier de $q_g(t)$ est enfin donnée par

$$\hat{q}_g(\omega) = i\omega \left(\frac{\pi B^2}{4 \ln 2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\omega^2}{c^2} \frac{B^2}{16 \ln 2} \right). \quad (1.14)$$

Le principe de la déconvolution temporelle est assez simple. Il repose sur un développement en puissances de $i\omega$ de la fonction $1/\hat{q}_g(\omega)$ à l'ordre N , pour pouvoir faire l'approximation

suivante :

$$\frac{1}{\hat{q}_g(\omega)} \simeq \frac{A_{-1}}{i\omega} + \sum_{j=0}^N A_j (i\omega)^j. \quad (1.15)$$

Les coefficients A_j , jusqu'à l'ordre $N = 21$, sont donnés dans le tableau 1.1. Ils ont été déterminés d'après la procédure décrite dans [143] ; on note que les coefficients pairs sont nuls de par la symétrie de $q_g(t)$.

A_{-1}	A
A_1	$-AT^2/2$
A_3	$AT^4/8$
A_5	$-AT^6/48$
A_7	$AT^8/384$
A_9	$-AT^{10}/3840$
A_{11}	$AT^{12}/46080$
A_{13}	$-AT^{14}/645120$
A_{15}	$AT^{16}/10321920$
A_{17}	$-AT^{18}/185794560$
A_{19}	$AT^{20}/3715891200$
A_{21}	$-AT^{22}/81749606400$

TAB. 1.1 : Valeur des coefficients de déconvolution A_j (cf. équation 1.15), pour une source ponctuelle donnée par l'équation (1.13) ; les coefficients pairs sont nuls. Le paramètre A vérifie $A = 1/(T\sqrt{2\pi})$, où T est lié à la largeur à mi-hauteur B de la distribution initiale de pression d'après $T = B/(2\sqrt{2\ln 2}c)$.

En remplaçant l'expression (1.15) dans l'équation (1.10), on peut alors obtenir une estimation de la réponse impulsionnelle directement dans le domaine temporel sous la forme

$$G(\mathbf{r}, t) \simeq A_{-1} \int_{-\infty}^t p_g(\mathbf{r}, \tau) d\tau + \left[A_0 + \sum_{j=1}^N A_j \frac{\partial^j}{\partial t^j} \right] p_g(\mathbf{r}, t). \quad (1.16)$$

Cette relation peut là encore être assez facilement déterminée numériquement (voir un peu plus loin), par exemple en différences finies, étant donné que tout l'historique de p_g est connu. Cette approche a pour principal intérêt d'être beaucoup plus robuste que l'approche fréquentielle, puisque la déconvolution est ici effectuée de manière *locale* : les dérivées temporelles qui interviennent dans l'équation (1.16) peuvent être évaluées à un temps t_0 à partir de l'évolution du signal p_g au voisinage de t_0 [143]. Les effets de bord mentionnés précédemment ont donc peu d'influence sur l'estimation de la réponse impulsionnelle.

Le calcul des dérivées temporelles peut toutefois rendre difficile une estimation précise de $G(\mathbf{r}, t)$, puisque la série converge lentement. Un grand nombre de termes est alors nécessaire pour réaliser l'opération de déconvolution, ce qui implique des dérivées temporelles d'ordre très élevé et donc des erreurs importantes liées aux schémas de différenciation utilisés. La figure 1.11 montre par exemple le module de $\hat{q}_g(\omega)$ déterminé d'après la relation théorique (1.13) avec

$B = 2.5$ m, et d'après le développement en puissances de $i\omega$ correspondant pour différents ordres N . On peut constater que l'approximation n'est suffisamment précise qu'à partir de $N = 21$, ce qui implique de résoudre les dérivées temporelles jusqu'à l'ordre 21. Cette approche est donc en pratique restreinte aux basses fréquences, et n'est pas viable en l'état pour évaluer la réponse impulsionnelle sur l'ensemble de la bande passante de simulations FDTD.

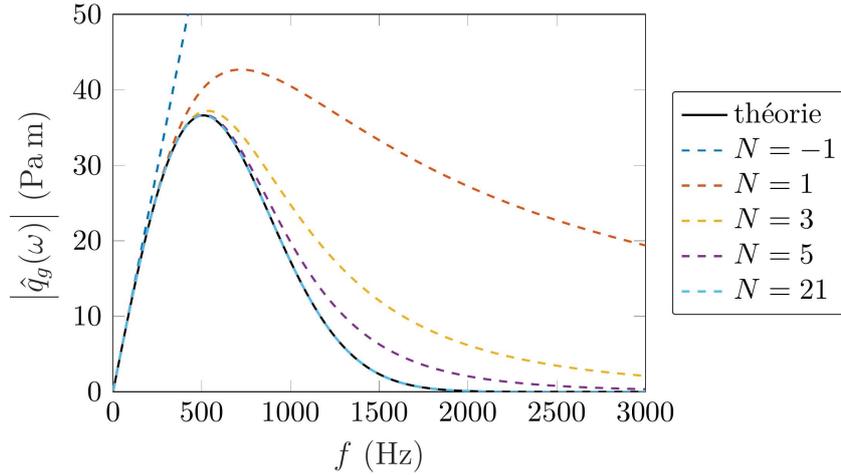


FIG. 1.11 : Module théorique de $\hat{q}_g(\omega)$ pour $B = 2.5$ m et approximation correspondante par développement en puissance de $i\omega$ pour différents ordres N , en fonction de la fréquence f .

Une approche basée sur un approximant de Padé [92] de $1/\hat{q}_g(\omega)$ a été initialement considérée pour permettre d'éviter le calcul de dérivées dans le domaine temporel. Elle ne s'est cependant pas révélée fiable de par la présence de pôles instables.

1.4.4 Déconvolution hybride originale

Une contribution originale de ce travail consiste à adopter une démarche hybride, où les résultats numériques obtenus pour la distribution initiale de pression sont déconvolués à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.

L'inverse du spectre de la source ponctuelle équivalente peut en effet s'écrire comme la superposition de deux contributions :

$$\frac{1}{\hat{q}_g(\omega)} = \frac{1}{\hat{q}_{\text{ME}}^N(\omega)} + \hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N(\omega). \quad (1.17)$$

Ceci permet de définir la réponse impulsionnelle comme

$$G(\mathbf{r}, t) = \text{TF}^{-1} \left\{ \frac{\hat{p}_g(\mathbf{r}, \omega)}{\hat{q}_{\text{ME}}^N(\omega)} + \hat{p}_g(\mathbf{r}, \omega) \hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N(\omega) \right\}. \quad (1.18)$$

Le terme $1/\hat{q}_{\text{ME}}^N(\omega)$ est défini par

$$\frac{1}{\hat{q}_{\text{ME}}^N(\omega)} = \frac{A_{-1}}{i\omega} + \sum_{j=0}^N A_j (i\omega)^j, \quad (1.19)$$

de manière similaire à la procédure temporelle présentée précédemment (l'indice « ME » fait ici référence à « *Moment Expansion* », qui est un terme utilisé pour désigner l'approche temporelle dans [143]). Ce terme permet de s'occuper de la partie basse fréquence du spectre. Le terme $\hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N(\omega)$ peut quant à lui s'exprimer d'après l'équation (1.17) comme la différence

$$\hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N(\omega) = \frac{1}{\hat{q}_g} - \frac{1}{\hat{q}_{\text{ME}}^N}, \quad (1.20)$$

et est traité plus classiquement par transformée de Fourier inverse. Une régularisation « au fil de l'eau » (ou « *water level* », en anglais) est appliquée à ce paramètre pour réduire la sensibilité au bruit (voir, par exemple, [27]). En remplaçant (1.19) dans (1.18), la réponse impulsionnelle peut ainsi s'exprimer dans le domaine temporel de manière exacte (formellement) :

$$G(\mathbf{r}, t) = A_{-1} \int_{-\infty}^t p_g(\mathbf{r}, \tau) d\tau + \left[A_0 + \sum_{j=1}^N A_j \frac{\partial^j}{\partial t^j} \right] p_g(\mathbf{r}, t) + p_g(\mathbf{r}, t) * \xi_{\text{Fourier}}^N(t). \quad (1.21)$$

Le dernier terme de cette relation est défini par commodité comme un produit de convolution entre $p_g(\mathbf{r}, t)$ et $\xi_{\text{Fourier}}^N(t) = \text{TF}^{-1} \left\{ \hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N(\omega) \right\}$. Pour un axe des temps discret, cette dernière grandeur peut ainsi être interprétée comme les coefficients d'un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie (RIF).

Cette formulation hybride est intéressante puisqu'elle permet d'associer la robustesse de la déconvolution temporelle à la souplesse de la déconvolution fréquentielle pour évaluer la réponse impulsionnelle sur l'ensemble de la bande passante FDTD. Ces aspects seront plus faciles à appréhender dans la section suivante à travers un exemple concret, qui servira également de cas de validation.

Le tableau 1.2 résume schématiquement les avantages et inconvénients des différentes approches présentées pour l'implémentation des sources.

	bande passante	robustesse	variabilité source
support gaussien			
support sinus cardinal			
déconvolution fréquentielle			
déconvolution temporelle			
déconvolution hybride			

TAB. 1.2 : Avantages et inconvénients des différentes approches présentées pour l'implémentation des sources.

1.4.5 Exemple et validation

On souhaite simuler en trois dimensions et en conditions homogènes le champ de pression généré par une source ponctuelle q_s , située à deux mètres au-dessus d'un sol parfaitement réfléchissant, enregistré à la même hauteur par un récepteur à 50 m de la source (voir le schéma de la figure 1.12). L'évolution temporelle de la source est présentée sur la figure 1.12 ; ce signal est arbitraire et correspond à un bruit blanc tronqué en fréquence, fenêtré par une fenêtre

de Blackman-Harris, avec une énergie négligeable au-dessus de 2 kHz. La source q_s n'est pas incorporée directement dans la simulation, mais sera prise en compte par post-traitement à l'aide de la procédure de déconvolution hybride.

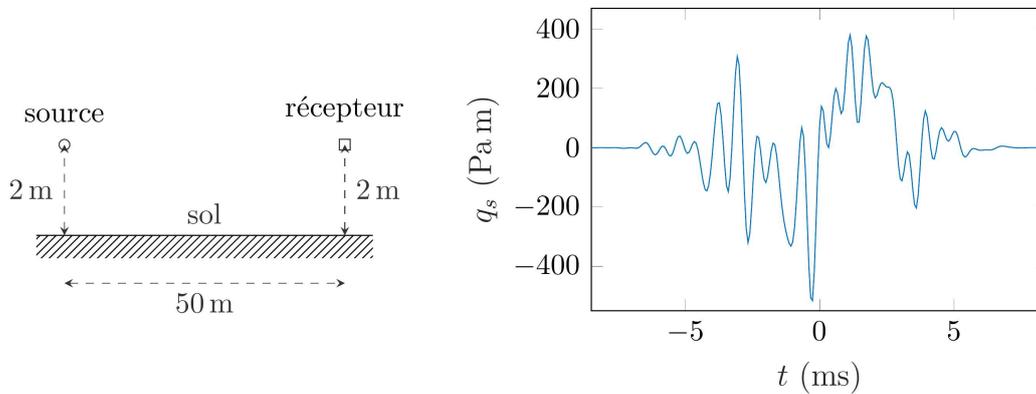


FIG. 1.12 : Gauche : schéma du problème. Droite : évolution temporelle de la source ponctuelle q_s ; ce signal contient de l'énergie jusqu'à 2 kHz.

Les paramètres FDTD sont tout d'abord définis de telle sorte à pouvoir correctement rendre compte du contenu fréquentiel de ce signal. Le pas spatial utilisé vaut ainsi $\Delta = 2.5$ cm, et le pas temporel Δt est calculé pour $CFL = 0.7$, avec une vitesse du son $c = 340$ m s⁻¹ ; environ 4000 itérations temporelles sont donc nécessaires pour simuler la propagation acoustique sur 50 m. Une distribution initiale de pression gaussienne est utilisée comme source numérique, centrée sur la position de la source physique. Sa largeur à mi-hauteur est définie comme $B = 10\Delta$; cette valeur est utilisée pour la plupart des simulations présentées dans ce travail, puisqu'elle permet d'injecter de l'énergie sur l'ensemble de la bande passante de ITM4, avec une faible excitation des fréquences mal résolues. La figure 1.13 montre l'évolution temporelle de la source ponctuelle équivalente q_g associée à cette condition initiale, ainsi que son spectre.

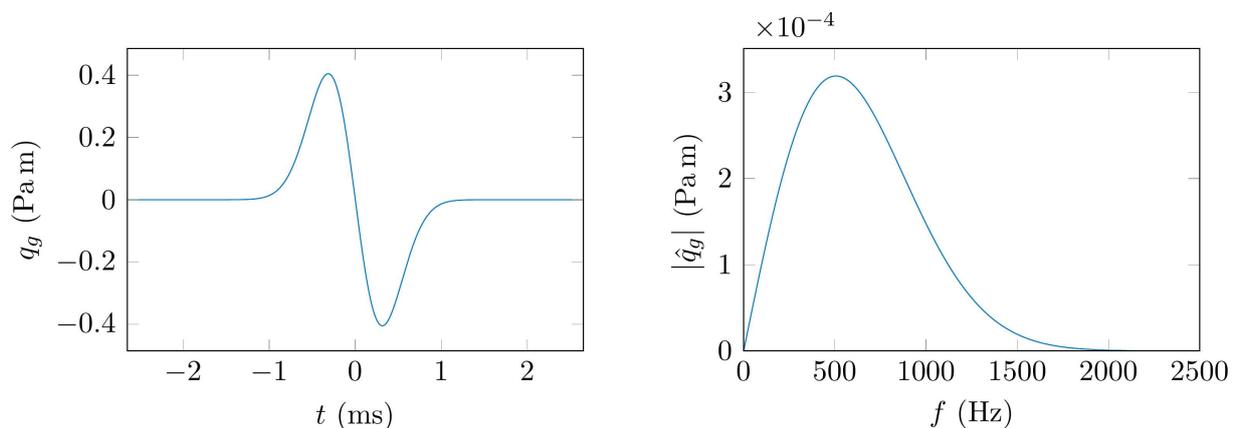


FIG. 1.13 : Évolution temporelle théorique de la source ponctuelle équivalente associée à la distribution initiale de pression gaussienne (gauche) et spectre théorique correspondant (droite).

La simulation FDTD est maintenant effectuée avec un domaine de calcul glissant comprenant

$250 \times 100 \times 200$ points. La longueur de la fenêtre glissante (la première dimension) doit être suffisamment grande de telle sorte à pouvoir contenir les champs acoustiques générés par la distribution initiale, et leur possible élargissement lié aux effets de propagation. Il est important de noter que la durée de la source physique $q_s(t)$ n'a aucune influence sur le choix de cette dimension, ce qui est un avantage certain des approches de déconvolution dans le cadre de simulations en fenêtre glissante : un signal physique arbitrairement long (voire harmonique) peut ainsi être considéré sans incidence sur la taille du domaine de calcul.

Le signal de pression simulé p_g enregistré par le récepteur est présenté sur la figure 1.14. La forme de ce dernier est ici très similaire à $q_g(t)$ puisque les effets de propagation autour de la fréquence centrale de l'impulsion ne consistent pour ce cas-test qu'en une décroissance en amplitude liée à l'atténuation géométrique, et un doublement d'amplitude liée à la réflexion sur le sol rigide. Ce signal doit être déconvolué avant de pouvoir estimer la solution correspondant à la source physique q_s .

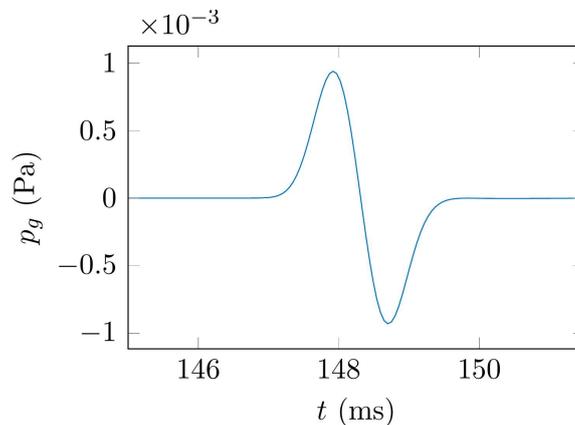


FIG. 1.14 : Signal de pression simulé par FDTD (avec la distribution initiale de pression) et enregistré par le récepteur après une propagation de 50 m au-dessus d'un sol plan parfaitement réfléchissant, en conditions atmosphériques homogènes.

La réponse impulsionnelle associée à ce problème peut être obtenue par déconvolution hybride, à partir de l'équation (1.21), qui nécessite dans un premier temps de choisir l'ordre N de la déconvolution. On choisit dans ce travail $N = 1$, pour n'avoir à calculer qu'une dérivée temporelle d'ordre un, étant donné que le développement de $1/\hat{q}_g$ converge relativement lentement. La figure 1.15 montre que le développement $1/\hat{q}_{ME}^N$ permet une bonne approximation de l'inverse de la source ponctuelle équivalente pour des fréquences inférieures à 500 Hz. Cette partie du spectre sera donc associée à une déconvolution dans le domaine temporel des résultats FDTD. Le caractère temporel, et donc local, de la déconvolution est particulièrement important pour des simulations tridimensionnelles en fenêtre glissante, étant donné que la taille de cette dernière est généralement choisie comme étant la plus petite possible pour réduire les temps de calcul. Dans certains cas, les signaux temporels simulés peuvent ainsi se terminer prématurément, sans avoir eu le temps de retourner à zéro. Une approche purement fréquentielle nécessite dans ce cas un fenêtrage consciencieux des signaux qui peut nuire à l'estimation de la réponse impulsionnelle, afin d'éviter l'apparition d'artefacts lors de l'opération de déconvolution liée à la non périodicité des signaux. La déconvolution temporelle est de ce point de vue beaucoup plus robuste puisque

les effets de bords n'ont d'influence que sur les bords. L'intégrale et la dérivée temporelle de $p_g(t)$ qui apparaissent dans l'équation (1.21) sont ici calculées en MATLAB avec la librairie open source **Chebfun**, qui permet de réaliser des opérations mathématiques avec une précision de 15 chiffres significatifs.

La contribution $\hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N$ non prise en compte par le développement de $1/\hat{q}_g$, c'est-à-dire, en hautes fréquences, est affichée sur la figure 1.15. On peut voir l'influence de la méthode de régularisation utilisée pour par la suite faciliter le passage dans le domaine temporel, qui a pour effet de plafonner les niveaux au-dessus 2.5 kHz. La transformée de Fourier inverse de cette contribution est évaluée numériquement, ce qui permet dans un second temps de calculer la convolution discrète entre $p_g(t)$ et $\xi_{\text{Fourier}}^N(t)$ de l'équation (1.21). Comme évoqué plus tôt, cette opération s'apparente à un filtrage numérique; la convolution aurait pu de manière strictement équivalente être effectuée par une multiplication dans le domaine de Fourier, et n'a ici que pour objectif de faciliter l'implémentation de l'algorithme de déconvolution afin d'éviter de calculer $\hat{p}_g(\omega)$. La figure 1.15 montre la réponse impulsionnelle du filtre inverse ξ_{Fourier}^N .

La déconvolution fréquentielle est plus sensible aux effets de bords que la déconvolution temporelle. Cependant, grâce à la déconvolution hybride, la déconvolution associée à $\hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N$ est moins susceptible de poser problème dans le cadre de simulations en fenêtre glissante puisque ces effets sont généralement associés aux basses fréquences, qui sont déconvoluées localement.

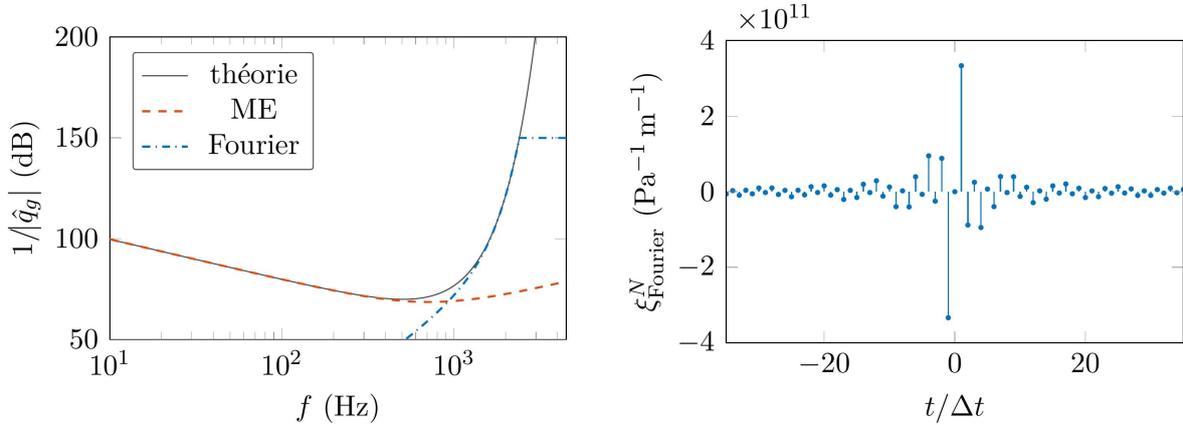


FIG. 1.15 : Gauche : module théorique de $1/\hat{q}_g$ (en noir) et de son approximation $1/\hat{q}_{\text{ME}}^N$ pour $N = 1$ (en rouge), et module de la contribution $\hat{\xi}_{\text{Fourier}}^N$ traitée par transformée de Fourier inverse. Droite : réponse impulsionnelle du filtre inverse ξ_{Fourier}^N échantillonnée avec une résolution temporelle Δt ; l'ordre de ce filtre RIF est déterminé à partir d'une résolution fréquentielle de 1 Hz.

La figure 1.16 montre la réponse impulsionnelle estimée d'après l'équation (1.21), dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel. Notons tout d'abord que la réponse impulsionnelle simulée est une approximation brutalement tronquée en fréquence de la réponse impulsionnelle physique; l'interprétation physique des résultats dans le domaine temporel peut par conséquent s'avérer complexe. On peut toutefois clairement observer dans le domaine fréquentiel le premier creux d'interférence lié au sol, autour de 1.4 kHz pour cette configuration géométrique. La solution fréquentielle théorique est également affichée, et est superposée à la solution numérique jusqu'à environ 2 kHz. Des différences commencent à apparaître au-delà de cette fréquence,

liées aux erreurs numériques de dispersion et de dissipation. La chute brutale des niveaux après 2.5 kHz (en dehors de la bande passante FDTD) est due à la régularisation du filtre de déconvolution.

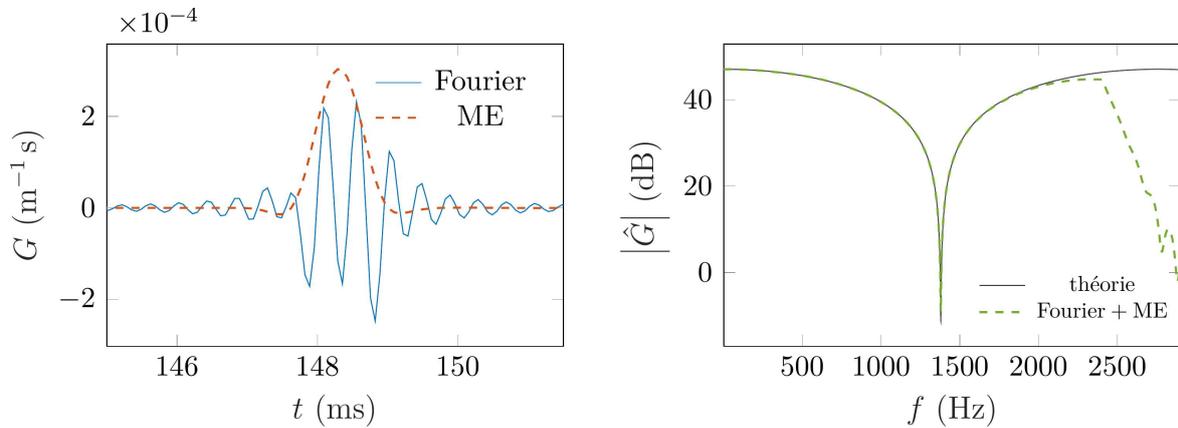


FIG. 1.16 : Gauche : réponse impulsionnelle obtenue par déconvolution hybride des résultats FDTD, pour chaque contribution. Droite : spectre correspondant ; la solution théorique est affichée en noir.

Une fois la réponse impulsionnelle connue, il ne reste plus qu'à convoluer cette dernière avec la source ponctuelle physique q_s pour obtenir le signal de pression propagé $p(t)$. Les résultats sont affichés sur la figure 1.17. On constate un accord parfait avec la solution théorique tant dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel (au sein de la plage fréquentielle d'intérêt), ce qui valide le traitement des sources pour ITM4.

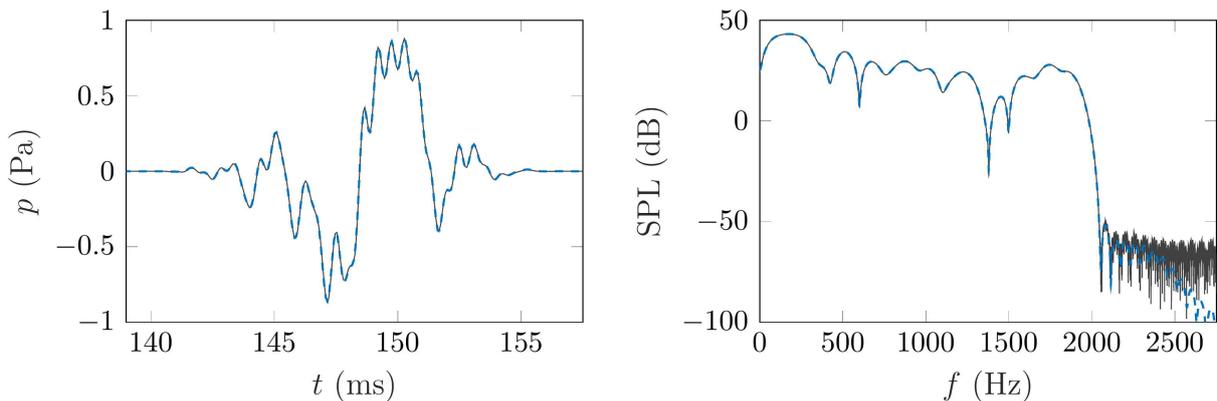


FIG. 1.17 : Estimation du signal de pression enregistré par le récepteur pour la source physique q_s (en bleu), dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel ; la solution théorique est affichée en noir.

Des cas de validation supplémentaires ont été effectués avec une atmosphère plus complexe, notamment en présence d'une turbulence très forte, afin de vérifier l'hypothèse d'homogénéité de l'atmosphère au voisinage de la source. Cette hypothèse a facilité l'obtention de la source ponctuelle équivalente associée à une distribution initiale de pression gaussienne, et s'est avérée valide pour tous les cas considérés.

Notons également que la procédure de déconvolution conduit à négliger l'effet éventuel d'un écoulement sur l'émission de la source (analogue à l'effet Doppler) ; ceci n'a cependant aucune influence dans le cadre de l'acoustique en milieu extérieur. On insiste enfin sur le fait que la déconvolution temporelle à partir d'une distribution initiale de pression gaussienne présentée dans ce document n'est valable que pour des problèmes tridimensionnels, puisque l'expression de la source ponctuelle équivalente dépend du nombre de dimensions.

Conclusion

La méthode des différences finies dans le domaine temporel a été présentée dans ce chapitre, après avoir rappelé plusieurs approches alternatives utilisées pour la propagation acoustique en milieu extérieur. Celle-ci consiste à résoudre des équations d'Euler linéarisées à partir d'une discrétisation de l'espace et du temps. Les dérivées spatiales peuvent ainsi être évaluées par différences finies comme une combinaison linéaire de la valeur des champs acoustiques au voisinage du point de grille considéré. La solution est mise à jour itérativement par un schéma d'intégration temporel de type Runge-Kutta. Un filtrage spatial des champs est utilisé pour atténuer les composantes acoustiques mal résolues par les schémas, qui peuvent compromettre la stabilité des simulations.

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre d'une révision intégrale de l'architecture du code existant en début de thèse, pour permettre l'implémentation de schémas optimisés d'ordre élevé. Ces derniers permettent de significativement réduire le nombre de points utilisés dans les simulations et donc de réduire les coûts de calcul associés aux simulations tridimensionnelles. Deux cas tests très simples présentés dans l'annexe D montrent un gain d'environ deux ordres de grandeur sur les temps de calcul et un ordre de grandeur sur l'utilisation mémoire par rapport à l'ancienne version du code. Deux méthodes supplémentaires de réduction du temps de calcul ont ensuite été présentées, à savoir, la parallélisation du code avec le protocole MPI, et les techniques de fenêtres glissantes. Ces développements répondent au cahier des charges imposé par la confrontation avec les résultats expérimentaux du chapitre 4.

La prise en compte des sources ponctuelles monopolaires a enfin été discutée. L'approche retenue consiste dans un premier temps à réaliser les simulations en injectant de l'énergie via une condition initiale sur la pression. Les résultats numériques sont dans un second temps déconvolués pour pouvoir estimer la réponse impulsionnelle du problème. Cette dernière peut ensuite être convoluée avec un terme source arbitraire, en post-traitement. Cette approche s'avérera très intéressante pour rendre compte de la variabilité temporelle des sources expérimentales. L'opération de déconvolution est traditionnellement effectuée soit dans le domaine fréquentiel, ce qui présente quelques limitations liées au fenêtrage des signaux, soit dans le domaine temporel. La déconvolution temporelle est plus robuste que l'approche fréquentielle, mais présente des limitations en terme de bande passante. Une déconvolution hybride originale a donc été proposée, qui permet un très bon compromis entre ces deux limitations. Un cas de validation a enfin été présenté.

On se restreint dans ce travail à l'étude de sources ponctuelles et monopolaires. Des sources plus générales peuvent toutefois être considérées avec l'approche de déconvolution. La méthode des sources équivalentes de VECHERIN et al. [211] permet par exemple d'approximer une source directive par une superposition de sources monopolaires. Pour une distribution de sources

donnée, il est alors possible d'estimer la réponse impulsionnelle associée à chaque position de source par déconvolution, à l'aide d'une simulation par source. L'évolution temporelle de chaque monopôle peut ensuite être indépendamment contrôlée pour pouvoir étudier l'influence de la directivité sur la propagation acoustique.

Chapter 2

Application of Perfectly Matched Layers for acoustic waves at extreme grazing incidence

Full-wave numerical methods can account for complex wave propagation problems in the time domain, over a wide range of frequencies, and usually consist in iteratively solving propagation equations over discrete spatial grids. One of these methods is the finite-difference time-domain method (FDTD), which is considered in this work for its efficiency and simplicity.

One of the main concerns of finite differences and other volume discretization techniques is that most physical problems are spatially unbounded. The computational domain must be truncated to keep the computational cost to a minimum, without generating spurious reflected waves. Among the numerous truncation techniques proposed in the literature (see [127] for a review), Perfectly Matched Layers (PML) are one of the most versatile. Initially developed for electromagnetics by BÉRENGER [19], it has rapidly gained interest from all fields of physics (e.g., outdoor sound propagation [45], aeroacoustics [109], geophysics [46], astrophysics [101] or quantum mechanics [148]). The key concept is to define buffer zones on the borders of the computational domain and to introduce a complex change of variables into the propagation equations so that the fields decay exponentially with space. The transformed equations are perfectly matched to the original equations *at the continuous level*, that is, no reflection occurs at the PML interface for all angles of incidence and for all frequencies. This makes PMLs in theory very efficient for most situations.

A limitation actually pertains to the choice of the constitutive parameters of the PMLs, as their performance may be very different *at the discrete level*. Besides, with the gradual increase in computational resources and the advent of widespread supercomputing capabilities, large-scale three-dimensional simulations are becoming the norm. For very elongated 3D domains, in particular, waves may enter the absorbing treatments at extreme grazing incidence (smaller than 5° , with respect to the surface of the layer), which can result over time in large spurious reflections [174]. Different approaches can be employed to improve the properties at the discrete level of PMLs, such as optimization procedures [44, 126, 99, 100], diverging absorption functions [23, 152], or more general PML transformations [127, 144]. Most of these, however, either involve burdensome computations or are not specifically suited for near-grazing incidence.

To our knowledge, a simple and convenient way to ensure a priori efficiency for grazing waves

is yet to be found, and, in practice, the PML parameters are often chosen empirically from preliminary computations or from the theoretical properties at normal incidence. It is shown here that a stability analysis of the discrete PML equations can provide a basis for the design of the PML parameters in such cases, which can allow for a nearly optimal absorption in the discrete space.

The chapter is written in the context of atmospheric acoustics but the main conclusions could apply to other fields. It is organized as follows. Section 2.1 describes the implementation of PMLs in 3D for the linearized Euler’s equations presented in chapter 1. A stability analysis for Runge-Kutta methods is performed in section 2.2, which is shown to be of particular interest for the absorption of grazing waves in section 2.3. In section 2.4, the approach is validated in 3D and an illustration in the context of long-range outdoor sound propagation is presented.

2.1 Perfectly Matched Layers: a brief review

The versatility of the initial split-variable PMLs of BÉRENGER [19] led to a swift adoption and to a prolific early literature. Subsequent research addressed the specific needs of the different scientific communities, for instance to enable the absorption of evanescent waves in electromagnetics [133, 20], or to overcome limitations associated with flows in aeroacoustics [110, 59]. These clustered developments however adopted different approaches and conventions, which sometimes makes interactions between the communities difficult. Among the PML formulations that can be found in the literature, we focus on two, both expressed in unsplit variables: the formulation introduced in [110, 113], referred to herein as “standard” due to its popularity in aeroacoustics, and the convolutional approach (CPML).¹ The latter was initially developed for electromagnetics to allow for more general PML transformations in the time domain [133, 180, 17].

2.1.1 Standard formulation

The following complex change of variable in the frequency domain can be used to construct a PML layer in the x -direction:

$$x \longrightarrow \int_0^x \left\{ 1 + \frac{\sigma_x(x')}{i\omega} \right\} dx' , \quad (2.1)$$

where the time convention $\exp(+i\omega t)$ is assumed, and the absorption parameter σ_x is a function of x . As detailed in section 2.1.3, this causes waves to decay exponentially for $\sigma_x > 0$. A PML is by definition perfectly matched, in the sense that no reflection occurs at the air-PML interface, and within the PML itself, provided that the physical medium is homogeneous in the direction normal to the layer [159]. These properties hold for any frequency and any angle of incidence. With Eq. (2.1), partial derivatives with respect to x become in the frequency domain

$$\frac{\partial}{\partial x} \longrightarrow \frac{1}{1 + \sigma_x/i\omega} \frac{\partial}{\partial x} , \quad (2.2)$$

1. sometimes also known as the auxiliary differential equations PML (ADE-PML)

and similarly for the other directions where we introduce the parameters σ_y and σ_z . Following [113], the equations for a PML corner can be obtained by replacing the spatial derivatives with respect to x , y and z in the Fourier transform of Eq. (1.3), then multiplying both sides by $(1 + \sigma_x/i\omega) \times (1 + \sigma_y/i\omega) \times (1 + \sigma_z/i\omega)$ and going back into the time domain. After some algebra, Eq. (1.3) may be written

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mathbf{q} + (\sigma_y + \sigma_z) \mathbf{h}_1 + \sigma_y \sigma_z \mathbf{h}_2 \right] \\
+ \mathbf{B} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mathbf{q} + (\sigma_x + \sigma_z) \mathbf{h}_1 + \sigma_x \sigma_z \mathbf{h}_2 \right] \\
+ \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial z} \left[\mathbf{q} + (\sigma_x + \sigma_y) \mathbf{h}_1 + \sigma_x \sigma_y \mathbf{h}_2 \right] \\
+ \mathbf{D} \mathbf{q} + (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)(\mathbf{q} + \mathbf{D} \mathbf{h}_1) \\
+ (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z)(\mathbf{h}_1 + \mathbf{D} \mathbf{h}_2) + \sigma_x \sigma_y \sigma_z (\mathbf{h}_2 + \mathbf{D} \mathbf{h}_3) = \mathbf{0} ,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

where \mathbf{h}_1 , \mathbf{h}_2 and \mathbf{h}_3 are auxiliary variables given by $\partial \mathbf{h}_1 / \partial t = \mathbf{q}$, $\partial \mathbf{h}_2 / \partial t = \mathbf{h}_1$ and $\partial \mathbf{h}_3 / \partial t = \mathbf{h}_2$. The latter are not necessary outside the PMLs since we recover Eq. (1.3) if $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$. Note that \mathbf{h}_3 is only required when three PMLs overlap (i.e., when $\sigma_x \sigma_y \sigma_z \neq 0$) and \mathbf{h}_2 is required when at least two PMLs overlap.

2.1.2 Convolutional formulation (CPML)

For simplicity, the convolutional formulation can be introduced by considering the one-dimensional wave equation

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} = \mathbf{0} , \tag{2.4}$$

and the same PML change of variables as previously. Equation (2.2) may be rearranged so that

$$\frac{\partial}{\partial x} \longrightarrow \frac{1}{1 + \sigma_x/i\omega} \frac{\partial}{\partial x} = [1 - \check{s}(\omega)] \frac{\partial}{\partial x} , \tag{2.5}$$

where $\check{\cdot}$ denotes a Fourier-transformed quantity, and $\check{s}(\omega) = \sigma_x / (i\omega + \sigma_x)$. The inverse Fourier transform of $\check{s}(\omega)$ can be computed analytically as

$$s(t) = \sigma_x e^{-\sigma_x t} \mathcal{H}(t) , \tag{2.6}$$

with \mathcal{H} the Heaviside step function. The spatial derivatives in Eq. (2.4) are replaced in the time domain with the inverse Fourier transform of Eq. (2.5), yielding

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} = \boldsymbol{\zeta}_x(t) , \tag{2.7}$$

whose right-hand side features the following convolution integral

$$\boldsymbol{\zeta}_x(t) = \mathbf{A} \int_{-\infty}^t s(t - \tau) \left. \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} \right|_{\tau} d\tau . \tag{2.8}$$

Its direct evaluation would be very computationally intensive as the whole time history of the integrand is required. The integral may be efficiently solved using recursive convolution

techniques [142] which introduce an approximation regarding the behavior of the integrand between two consecutive time steps. Such methods are, however, only second-order accurate at best [66] and require a coupling between different time schemes. It is in practice more convenient (see, e.g., [222]) to use the auxiliary differential equations method (ADE): upon differentiating Eq. (2.8) with respect to time and using Eq. (2.6), one simply obtains

$$\frac{\partial \zeta_x}{\partial t} + \sigma_x \zeta_x = \sigma_x \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x}, \quad (2.9)$$

which is an exact representation of the convolution integral. This equation is solved numerically using the same time integration scheme as for the bulk equations. The resulting similar numerical properties between the PML and the original equations will be taken advantage of later. The solution $\zeta_x(t)$ is then used to update Eq. (2.7) at each (intermediate) time step.

The CPML method actually only requires that the inverse Fourier transform of \check{s} can be computed analytically. More general PML coordinate transformations can be considered, such as [167]

$$x \longrightarrow \int_0^x \left\{ \kappa_x(x') + \frac{\sigma_x(x')}{i\omega + \alpha_x(x')} \right\} dx', \quad (2.10)$$

where the additional parameters κ_x and α_x are real and positive. This transformation is a “one-pole” transformation, though rational functions of $i\omega$ of any order are in theory also suitable for time-domain implementation [88]. Equation (2.10) is usually referred to as the complex frequency-shifted PML (CFS-PML) due to the relocation of the pole of the integrand away from the origin for $\alpha_x \neq 0$ (hence the denomination “frequency shift” for α_x in the following).

The procedure in 1D can be readily applied to an arbitrary number of dimensions. In 3D, using the transformation (2.10), Eq. (1.3) becomes

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\mathbf{A}}{\kappa_x} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \frac{\mathbf{B}}{\kappa_y} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} + \frac{\mathbf{C}}{\kappa_z} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} + \mathbf{D} \mathbf{q} = \zeta_x + \zeta_y + \zeta_z, \quad (2.11)$$

and the auxiliary equations take the form:

$$\frac{\partial \zeta_x}{\partial t} + (\tilde{\sigma}_x + \alpha_x) \zeta_x = \frac{\tilde{\sigma}_x \mathbf{A}}{\kappa_x} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x}, \quad (2.12a)$$

$$\frac{\partial \zeta_y}{\partial t} + (\tilde{\sigma}_y + \alpha_y) \zeta_y = \frac{\tilde{\sigma}_y \mathbf{B}}{\kappa_y} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y}, \quad (2.12b)$$

$$\frac{\partial \zeta_z}{\partial t} + (\tilde{\sigma}_z + \alpha_z) \zeta_z = \frac{\tilde{\sigma}_z \mathbf{C}}{\kappa_z} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z}. \quad (2.12c)$$

For convenience, we define the quantity $\tilde{\sigma}_i = \sigma_i/\kappa_i$ which is referred to as the *reduced* absorption. The auxiliary variables ζ_i are only required inside the layers and can be initialized to $\zeta_i(\mathbf{r}, 0) = \mathbf{0}$.

The CPMLs are merely introduced as source terms to the host equations, and the auxiliary variables act as linearly-independent damped first-order systems. Here, the latter are driven by the Eulerian fluxes, though very similar update equations would be obtained for different media [180] (e.g., lossy or nonlinear). This formulation is straightforward to implement in an existing code and is computationally efficient [127]. The parameter α_i does not incur any additional cost.

A treatment was proposed in [111, 112], in aeroacoustics, to stabilize the standard PML formulation in the presence of a mean flow, by introducing an additional space-time transformation. The latter is also compatible with the convolutional approach, as shown in [114]. Such a treatment was however not found necessary here as the Mach numbers considered later are small.

2.1.3 Parameters and damping mechanisms of the CFS transformation

It seems appropriate to clarify the distinction between the terms “PML transformation” and “PML formulation,” as used throughout this chapter, which is sometimes a source of confusion [129]. The former refers to the complex change of variables in the frequency domain, which dictates the theoretical PML properties; the latter defines how the propagation equations in a PML medium are written in a form that is amenable to numerical solving. The CFS transformation (2.10), which can be easily implemented with a convolutional formulation, is a generalization of (2.1). For $\kappa_i = 1$ and $\alpha_i = 0$, the standard and convolutional formulations thus have identical properties before discretization. The following discussion can therefore apply to both formulations.

The theoretical absorption properties of a CFS-PML can be easily illustrated by considering the following plane wave

$$p(\mathbf{r}, t) = X(x) \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp + i\omega t), \quad X(x) = \exp(-ik_x x), \quad (2.13)$$

with k_x the x -component of the wavenumber vector, \mathbf{k}_\perp the wavenumber vector in the yz -plane and similarly for the transverse position vector \mathbf{r}_\perp . Using the change of variables (2.10) for x , $X(x)$ becomes

$$X(x) = \exp \left[-ik_x \kappa_x x - \frac{k_x}{\omega} \left(\frac{\omega^2}{\omega^2 + \alpha_x^2} + \frac{i\omega\alpha_x}{\omega^2 + \alpha_x^2} \right) \sigma_x x \right], \quad (2.14)$$

where σ_x , κ_x and α_x are for now assumed constant. The main damping mechanism is associated with the absorption coefficient σ_x , which leads to an exponential attenuation of the solution proportional to the wavenumber component orthogonal to the layer, k_x , independent of the frequency if $\alpha_x = 0$. The stretch parameter κ_x indirectly contributes to the absorption by locally modifying the dispersion relation to artificially increase k_x (see [222]). This has the effect of slowing and bending the waves toward the direction normal to the layer [167]. The frequency shift α_x provides another damping mechanism which amounts to a first-order low-pass Butterworth filter, where α_x corresponds to the cut-off angular frequency [79]. The frequency response of this filter (the expression in parentheses, in Eq. (2.14)) is displayed on Fig. 1 of the previous reference. The benefit of using α_x lies in the imaginary dependence $i\omega\alpha_x/(\omega^2 + \alpha_x^2)$ allowing the attenuation of evanescent waves with angular frequencies close to $\omega = \alpha_x$. This is done at the expense of a lesser attenuation of propagative waves in the low frequency range, since the real term $\omega^2/(\omega^2 + \alpha_x^2)$ is zero for $\omega = 0$ and is always lower than unity. The frequency shift was shown to improve the long-term behavior of the solution [17, 78]; the improvement of the absorption of grazing waves suggested by [127, 144] will be reassessed in section 2.4.1.

The perfect matching property still holds with the CFS transformation (2.10) [17]. This is, however, only valid in the continuous case, and not once the problem is discretized [44]. Here, polynomial profiles are used to gradually turn on σ_i and κ_i along the normal axis from their minimum value at the air-PML interface to their maximum value on the external boundary. Following [180], a different scaling is used for α_i . It is maximum at the interface, to help prevent reflecting evanescent waves, and is set to zero on the boundary in order not to hinder the absorption of propagative waves. Dropping the subscripts for concision, the profiles are chosen as polynomial functions:

$$\sigma(l) = \sigma_0 (l/L)^m, \quad (2.15a)$$

$$\kappa(l) = 1 + (\kappa_0 - 1)(l/L)^m, \quad (2.15b)$$

$$\alpha(l) = \alpha_0 [1 - (l/L)^m], \quad (2.15c)$$

where σ_0 , κ_0 and α_0 denote the maximum of the respective profiles, m is the polynomial power (with $m \geq 0$), L is the physical length of the PML and l is the position inside the layer, with the origin at the interface with air. The same power is used for all the profiles to limit the number of degrees of freedom. Note that the choice $\alpha(0) \neq 0$ at the interface with air does not cause any spatial discontinuity in the PML properties since $\sigma(0) = 0$ (see Eq. (2.14)).

The absorption efficiency of the PMLs strongly depends on the parameter design: the remaining of the chapter is dedicated to guiding the choice for σ_0 , κ_0 , α_0 and m in discrete contexts, more specifically to absorb grazing waves. The convolutional formulation is retained in the following. The term ‘‘PML’’ will implicitly refer to a CPML with a CFS transformation, though most of the results should also hold for the standard formulation (with $\alpha = 0$), despite the differences in discretizations (see, e.g., [129] for a quantitative comparison between two PML discretizations).

2.2 Stability analysis of the discrete PML equations

This section shows that upper bounds for σ_0 and α_0 can be obtained from a stability analysis of the discrete PML equations. It also highlights the favorable effect of κ_0 on numerical stability, where ‘‘stability’’ here refers to a bounded solution. Keep in mind that the following analysis is specific to a set of numerical schemes and is thus very different from the intrinsic stability properties of the continuous PML equations, e.g., [16, 59, 18].

2.2.1 Derivation for the advection equation

For simplicity, let us consider the advection equation of a scalar q in a homogeneous medium

$$\frac{\partial q}{\partial t} + c \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (2.16)$$

The corresponding equations for a PML medium using transformation (2.10) are then, assuming that $\alpha = 0$,

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{c}{\kappa} \frac{\partial q}{\partial x} = \zeta, \quad (2.17a)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \tilde{\sigma} \zeta = \frac{\tilde{\sigma} c}{\kappa} \frac{\partial q}{\partial x}. \quad (2.17b)$$

We restrict ourselves to constant PML parameters, with the aim of performing a Fourier analysis; as will be shown later, the analysis is still relevant in the case of non-constant parameters. The extension to the case $\alpha \neq 0$ will also be discussed. It is recalled that the reduced absorption follows $\tilde{\sigma} = \sigma/\kappa$.

Using the finite difference approximation for the spatial derivatives in (2.17), the semi-discrete equations can be written in the spatial Fourier domain

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} \check{q} \\ \check{\zeta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-ik^*c}{\kappa} & -1 \\ \frac{ik^*c\tilde{\sigma}}{\kappa} & \tilde{\sigma} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \check{q} \\ \check{\zeta} \end{Bmatrix} = 0, \quad (2.18)$$

where the symbol $\check{}$ denotes a spatial-Fourier-transformed quantity. In the last equation, k^* is the numerical wavenumber [202] :

$$k^* = \frac{i}{\Delta} \sum_{\nu=-M}^N a_{\nu}^{M,N} e^{-i\nu\bar{k}\Delta} = \beta + i\gamma, \quad (2.19)$$

with \bar{k} the physical wavenumber. For symmetric stencils, k^* is real ($\gamma = 0$). Otherwise, the numerical wavenumber has an imaginary component, with $\gamma \geq 0$. The exact solution to Eq. (2.18) is

$$\begin{Bmatrix} \check{q}(t) \\ \check{\zeta}(t) \end{Bmatrix} = A e^{-\lambda t} \begin{Bmatrix} -1 \\ \tilde{\sigma} \end{Bmatrix} + B \begin{Bmatrix} -1 \\ \frac{ik^*c}{\kappa} \end{Bmatrix}, \quad (2.20)$$

where A and B are two coefficients obtained with the initial conditions, and $\lambda = \tilde{\sigma} - ik^*c/\kappa$. Without loss of generality, B can be set to zero by formally initializing the PML auxiliary variable with $\zeta(t=0) = -\tilde{\sigma}q(t=0)$.

When integrating Eq. (2.18) with a Runge-Kutta method, it can then be shown that the solution at time $t + \Delta t$ is related to the solution at time t with the following closed-form expression [108] :

$$\check{q}(t + \Delta t) = \left[1 + \sum_{s=1}^S b_s (-\lambda \Delta t)^s \right] \check{q}(t), \quad (2.21)$$

with S the number of stages for the integration and b_s the coefficients of the series; the latter are given in appendix E.1.3. The amplification factor between two consecutive time steps can then be computed as the ratio $G(\lambda \Delta t) = \check{q}(t + \Delta t)/\check{q}(t)$; the same amplification factor is obtained for $\check{\zeta}$. Since the expression for G does not depend on time, the solution will remain bounded

only if $|G(\lambda\Delta t)| < 1$. For a given time step Δt , there is thus a condition on λ so as to ensure numerical stability. The stability region of RK46L with respect to $\lambda\Delta t$ is plotted on Fig. 2.1, where the real and imaginary axes respectively refer to the decay rate and to the oscillatory nature of the semi-discrete solution (2.20). This stability region defines the range of admissible values for λ , and hence for the parameters of the discrete PML. The real part of λ must be positive so that the solution decays over time; the extent of the stability region is therefore limited to the right half of the complex $i\omega$ -plane. Note that in some cases the discrete solution may also be overstable, as the dissipation of the time integration scheme can compensate the growth even if $\text{Re}\{\lambda\} < 0$.

Replacing k^* into the expression for λ yields

$$\lambda = \tilde{\sigma} + c(\gamma - i\beta)/\kappa. \quad (2.22)$$

The reduced absorption $\tilde{\sigma}$ and γ determine the real part of λ , while β controls the imaginary part. For a given $\tilde{\sigma}$, the numerical wavenumber may thus shift the pole outside the stability region. Its imaginary part γ can artificially increase the decay rate of the solution and amounts to numerical damping, due to the spatial discretization scheme, while the discrete angular frequency is determined by βc . It is further assumed that the numerical wavenumber is a faithful approximation to the (real) physical wavenumber, i.e., $\text{Re}\{k^*\} \simeq \bar{k}$, so that $\beta c \simeq \omega$. The maximum for βc , and for $\text{Im}\{\lambda\Delta t\}$, can then be estimated from the a priori knowledge of the maximum ω and from the minimum number of points per wavelength PPW_{\min} of the spatial schemes. From the relation $\max(\omega) = 2\pi c/(\Delta\text{PPW}_{\min})$, it is found that $\max|\text{Im}\{\lambda\Delta t\}| \simeq 2\pi \text{CFL}/\text{PPW}_{\min}$, which is at most about 1 for $\text{PPW}_{\min} = 6$ and $\text{CFL} = 1$. Within this range, it turns out that the maximum $\text{Re}\{\lambda\Delta t\}$ ensuring stability is approximately a constant equal to $\lambda_s\Delta t$ that can be inferred from the case $\text{Im}\{\lambda\Delta t\} = 0$ (see Fig. 2.1). The stability analysis can thus be restricted to $\beta = 0$ so that λ is real. The stability of the numerical solution to Eq. (2.18) is then constrained to the real axis of the complex plane and λ must fall in the range $[0; \lambda_s[$, where λ_s is reported on tableau 2.1 for different Runge-Kutta schemes.

The maximum admissible reduced absorption of the discrete PML is then

$$\tilde{\sigma}_{\max} = \lambda_s - c\gamma/\kappa. \quad (2.23)$$

Equation (2.23) unfortunately requires an estimation of γ . The latter depends on $\bar{k}\Delta$ (see Eq. (2.19)) and may also vary spatially with the offsets ν of the spatial stencils. Inclusion of selective filtering, not taken into consideration with the present stability analysis for simplicity, may also contribute to γ (the influence of the filters on stability will be discussed in section 2.2.3). Deducing an effective value for γ to allow the generalization to more complex configurations thus appears tedious, and would be case-dependent anyway (in this case, a brute-force dispersion analysis of the complete numerical model may be more appropriate [84]).

The next section shows that in practice it is not necessary to estimate γ , and illustrates the applicability of Eq. (2.23) to the 3D wave equation by first considering the special case $\gamma = 0$, before extending to $\gamma \neq 0$. This simple one-dimensional analysis still provides good answers for problems involving a higher number of dimensions and overlapping PMLs. Although the formal demonstration is more cumbersome in such cases, the general form of the solution remains similar to Eq. (2.20), with an exponential decay proportional to the wavenumber component(s) normal to the layer(s); it is therefore sufficient to ensure that $\tilde{\sigma}_x$, $\tilde{\sigma}_y$ and $\tilde{\sigma}_z$ do not exceed $\tilde{\sigma}_{\max}$.

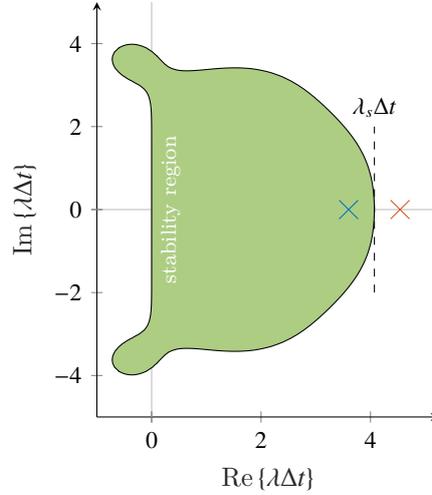


Figure 2.1: Stability region in the complex $i\omega$ -plane when integrating Eq. (2.18) with RK46L. The crosses show the values $\tilde{\sigma}_0\Delta t$ used for Fig. 2.2 and 2.3.

Table 2.1: Properties of several Runge-Kutta schemes. The estimated stability limit $\lambda_s\Delta t$ is the real positive root of $|G(\lambda\Delta t)| = 1$.

	formal order	S	$\lambda_s\Delta t$
RK22 ^a	2	2	2.00
RK33 ^a	3	3	2.51
RK44 ^a	4	4	2.79
RK46L ^b	4	6	4.07

^a standard

^b optimized for low dispersion and dissipation [21]

2.2.2 Application to the 3D wave equation

2.2.2.1 Test-cases without spatial dissipation ($\gamma = 0$)

Let us first focus on the case without spatial dissipation so that $\gamma = 0$, which can be achieved by considering centered stencils only (e.g., by using periodic boundary conditions). This allows estimating the maximum reduced absorption from Eq. (2.23) as

$$\tilde{\sigma}_{\max} = \lambda_s. \quad (2.24)$$

We consider the case of an initial Gaussian pressure pulse located at the center of a 300 by 300 by 300 Cartesian grid with a spatial step $\Delta = 5$ cm. The time step is computed from the Courant number ($\text{CFL} = 0.7$) with $c = 344 \text{ m s}^{-1}$. Periodic boundary conditions are defined in order to avoid asymmetric spatial stencils within the boundary region. Twenty-point-thick Perfectly Matched Layers are used on all sides with an absorption σ varying from 0 at the air-PML interface to σ_0 at the outer boundaries of the computational domain, with $m = 2$, and

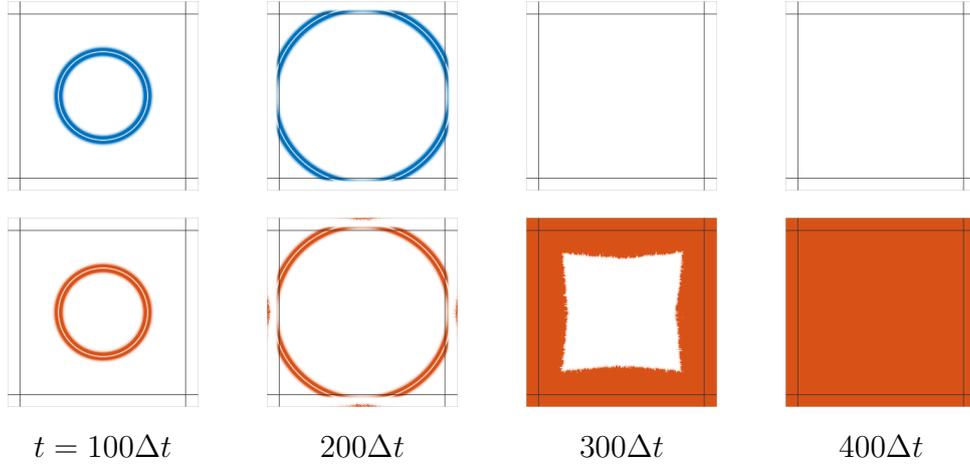


Figure 2.2: Slices of the 3D pressure field (in the source plane) generated by an initial Gaussian pressure pulse at different times (as shown) with different PML absorption profiles: $\sigma_0 = 1.8\lambda_s$ (top); $\sigma_0 = 2.2\lambda_s$ (bottom). All the PMLs have a thickness of 20 points with $\kappa_0 = 2$, $\alpha_0 = 0$ and $m = 2$. The boundary conditions are periodic so that centered spatial stencils are used for the whole computational domain.

a grid stretch κ varying from 1 to $\kappa_0 = 2$. Again, the frequency shift is set to $\alpha_0 = 0$ for now. Figure 2.2 shows a slice of the 3D pressure field at three different times for two values of σ_0 . At $t = 100\Delta t$, the waves have not reached the PMLs and are thus identical in both cases. For $\sigma_0 = 1.8\lambda_s$, the pulse is then effectively absorbed upon entering the PMLs and no disturbance can be seen after $t = 300\Delta t$. For $\sigma_0 = 2.2\lambda_s$, numerical instabilities appear as soon as the pulse impinges on the layers, at $t = 200\Delta t$, which originate from the outer boundaries. The spurious oscillations eventually pollute the whole computational domain at $t = 400\Delta t$.

This can be explained from Eq. (2.24). For $\sigma_0 = 1.8\lambda_s$ and $\kappa_0 = 2$, one has $\tilde{\sigma}_0 = 0.9\lambda_s$ which is lower than λ_s hence the stable simulation. However, for $\sigma_0 = 2.2\lambda_s$, instabilities appear because $\tilde{\sigma}_0 = 1.1\lambda_s \geq \lambda_s$. The respective values in terms of $\tilde{\sigma}_0\Delta t$ for both cases are reported on Fig. 2.1. Note that the use of smooth profiles contrasts with the previous assumption that the PML parameters do not vary spatially. Though, as long as the polynomial power m is the same for σ and κ , it can be shown that the reduced absorption profile $\tilde{\sigma}$ is monotonic with a maximum $\tilde{\sigma}_0$ on the outer boundary. According to Eq. (2.24), and if one assumes that a smooth profile does not modify the stability limit locally, $\tilde{\sigma}_0$ therefore controls stability and it is sufficient to ensure that $\tilde{\sigma}_0 < \lambda_s$. As an illustration, Fig. 2.3 shows the two reduced absorption profiles used for this test case.

2.2.2.2 Test-cases with spatial dissipation ($\gamma \neq 0$)

Wherever symmetric spatial stencils are not appropriate, as is usually the case in the boundary region, off-centered schemes are used (see section 1.2.2). This is at the expense of a local increase in numerical dissipation, especially *on* the boundaries, where the offset of the schemes is maximal; and in corners, where the spurious contributions along the different directions combine. From Eq. (2.22), this can have an adverse impact upon stability. Equivalently, equation (2.23) suggests that this spatial damping decreases the maximum admissible reduced

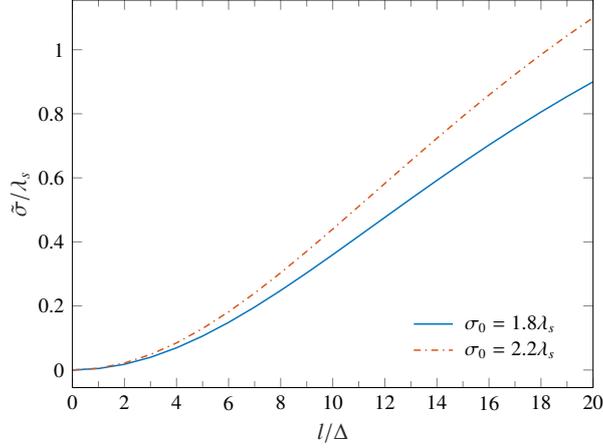


Figure 2.3: Reduced absorption profiles used for Fig. 2.2.

absorption.

The previous simulations are now reproduced with asymmetric boundary stencils. To this end, non-reflecting characteristic boundary conditions are now used instead of the periodic boundaries to terminate the PMLs (i.e., the reflected characteristic wave in the direction normal to the boundary is set to zero). Very similar results are expected with different boundary conditions if the PMLs are effective [166]. The upper row of Fig. 2.4 shows the results with the same set of parameters as for the stable configuration of section 2.2.2.1, namely $\sigma_0 = 1.8\lambda_s$, $\kappa_0 = 2$ and $m = 2$ so $\tilde{\sigma}_0 = 0.9\lambda_s$. Up to about 200 time iterations, the results are indistinguishable from the previous case. Beyond $t = 300\Delta t$ though, small artifacts appear at the four corners of the slice. At $t = 400\Delta t$ one can observe that the growing instabilities have expanded from the corners toward the center of the (3D) computational domain. As expected, the stability limit is more stringent with spatial damping since

$$\tilde{\sigma}_{\max} \leq \lambda_s, \quad (2.25)$$

and in the general case the a priori determination of $\tilde{\sigma}_{\max}$ is difficult.

Nonetheless, let us consider the following set of parameters: $\sigma_0 = 3.6\lambda_s$, $\kappa_0 = 4$ and $m = 2$. As shown, the pulse decays when it enters the PMLs and the simulation is stable up to at least $t = 400\Delta t$. Yet, it appears that the reduced absorption on the boundary is $\tilde{\sigma}_0 = 0.9\lambda_s$ which is identical to the previously unstable configuration. After Eq. (2.23), a larger grid stretch κ_0 reduces the effects of spatial dissipation on stability. Larger values of the reduced absorption are then allowed, and a large grid stretch yields

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} \tilde{\sigma}_{\max} = \lambda_s, \quad (2.26)$$

where we recover the limiting value for the case $\gamma = 0$. Therefore, by increasing κ_0 at constant $\tilde{\sigma}_0$ the PMLs are stabilized since the stability limit becomes less stringent. This result is in accordance with the observations of [111] for flow-induced instabilities.

2.2.3 Additional remarks and extension to $\alpha \neq 0$

The low-pass spatial filters were not used for the previous simulations to emphasize the accuracy of the predictions. This filtering limits the influence of the boundary finite differences

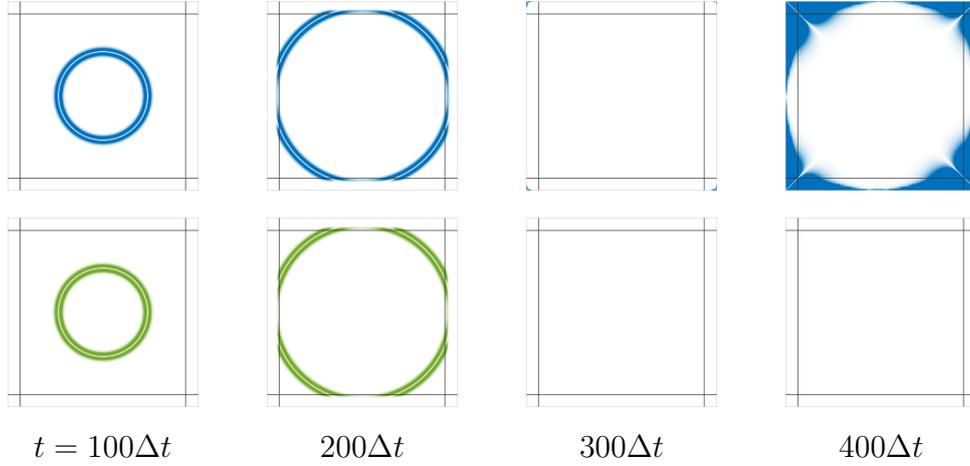


Figure 2.4: Slices of the 3D pressure field (in the source plane) generated by an initial Gaussian pressure pulse at different times (as shown) with different PML parameters: $\sigma_0 = 1.8\lambda_s$ and $\kappa_0 = 2$ (top); $\sigma_0 = 3.6\lambda_s$ and $\kappa_0 = 4$ (bottom). All the PMLs have a thickness of 20 points with $\alpha_0 = 0$ and $m = 2$. Non-reflecting characteristic boundary conditions are used on the borders of the computational domain with off-centered spatial schemes. The lack of symmetry for the upper slices is to be attributed to the source being not exactly at the center of the domain.

on stability, though at the cost of a slight decrease in the stability limit $\tilde{\sigma}_{\max}$ due to the increase in dissipation. It was observed that the instability of the unstable configuration of section 2.2.2.1 appears more rapidly with the filters, and the instability is prevented (or at least delayed) for the unstable simulation of section 2.2.2.2. The filters are applied in all the simulations of the following sections.

The frequency shift α was not included in the analysis, for simplicity, as it is observed that α is not a critical parameter for stability. A rough estimate of the maximum α can be readily obtained by identification of the coefficients in Eq. (3.10): it is found that $\tilde{\sigma} + \alpha < \lambda_s$. However, since α (respectively $\tilde{\sigma}$) is maximum (minimum) at the air-PML interface and minimum (maximum) on the boundaries (see Eq. (2.15)), it is in practice sufficient to ensure that $\tilde{\sigma}_0 < \lambda_s$ and $\alpha_0 < \lambda_s$.

To summarize, the absorption is bounded from stability considerations as

$$\tilde{\sigma}_0 \in [0; \lambda_s[, \quad \text{or, equivalently,} \quad \sigma_0 \in [0; \kappa_0 \lambda_s[, \quad (2.27)$$

where λ_s is specific to the time integration scheme and is inversely proportional to the time step, and the frequency shift is bounded as

$$\alpha_0 \in [0; \lambda_s[. \quad (2.28)$$

There is no stability constraint for κ_0 with the present analysis. As is, these ranges do not necessarily ensure numerical stability because of the dissipation of the spatial schemes. The upper bound for $\tilde{\sigma}_0$ does become fairly accurate once a grid stretch is used ($\kappa_0 > 1$), which also increases the allowed maximum absorption. A *stable* PML may however be very different from an *efficient* PML. We now show that this knowledge can be used to enhance the efficiency of PMLs at grazing incidence.

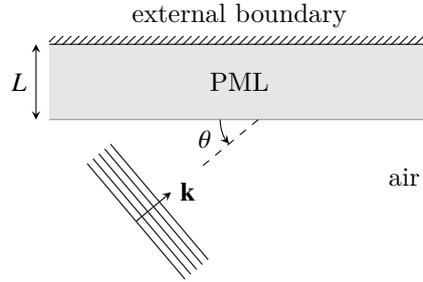


Figure 2.5: Harmonic plane wave entering a PML region with an angle of incidence θ and a wavenumber vector \mathbf{k} . A total reflection on the external boundary is assumed.

2.3 Efficient absorption of grazing waves

2.3.1 Modeling errors and numerical errors

The modulus of the reflection coefficient associated with a harmonic plane wave impinging on a PML of finite length L at an angle of incidence θ , as depicted on Fig. 2.5, can be computed with [196, 152]

$$R(\theta) = \exp \left[-2 \frac{\sin \theta}{c} \int_0^L \sigma(l') dl' \right]. \quad (2.29)$$

This relation relates the amplitudes of the incident and reflected fields, and is valid for the continuous PML equations, that is, before discretization. It is assumed that $\alpha = 0$ and $\kappa = 1$ without affecting the following arguments, since σ is the main damping mechanism (otherwise, see [20, 47]).

The key properties are obtained for extreme values of θ . The reflection coefficient is minimum at normal incidence ($\theta = \pi/2$) and maximum when $\theta = 0$. For the latter configuration, R is unity and the PML is virtually perfectly reflecting, as the waves are reflected off the external boundary: the PML fails in the grazing-incidence scenario.

Equation (2.29) locally applies to spherical waves. In this case, θ can become very small, for instance, if the source is close to the boundaries or for elongated domains. Although there is little margin, there is still room for improvement of the PML efficiency at near-grazing incidence. Using the polynomial profile of Eq. (2.15a) for σ , the reflection coefficient reads [19, 196]

$$R = \exp \left[-2 \frac{\sin \theta}{c} \frac{L \sigma_0}{m+1} \right]. \quad (2.30)$$

It appears that R can indeed be further decreased by either:

- increasing θ by increasing the dimensions of the computational domain so that the source is geometrically farther from the PML/the external boundary,
- increasing the size L of the layer,
- choosing a small polynomial power m , and/or
- maximizing the absorption σ_0 .

The first two items have the disadvantage of requiring additional grid points, which may amount to a significant increase in computational cost especially for three-dimensional simulations. On the other hand, m and σ_0 can improve the absorption of a PML for a given θ at no additional expense.

Figure 2.6(a) shows the reflection coefficient in terms of σ_0 and m for $\theta = 1^\circ$ and $L = 1$ m (with $c = 344 \text{ m s}^{-1}$). A large σ_0 and a small m can lead to a reasonably accurate solution at grazing incidence. For comparison with a common approach used to choose the PML parameters, the parameterization of COLLINO and TSOGKA [46] is also displayed, where σ_0 and m are chosen from a target theoretical reflection coefficient at normal incidence R_n . The value $R_n = 0.1\%$ is for instance used in [127, 144] to absorb grazing waves. In the present configuration, it is expected to fail as it leads to $R \simeq 0.9$.

Equation (2.30) of course only applies to the continuous PML equations and do not account for the discretization. At the discrete level, a PML supports *numerical errors* in addition to the *modeling errors* arising from the reflections on the external boundary [152], and the efficiency of a PML depends on a balance between the two contributions. Figure 2.6(b) schematizes the expected sources of numerical errors. Once discretized, the profiles for small m may for instance feature a discontinuity at the air-PML interface which would cause additional numerical reflections. Similarly, a large m and σ_0 may induce too sharp variations within the layer, especially on coarse grids; reflections deeper into the PML are, however, less troublesome than at the interface with air as the waves are already being damped [196]. It is also common knowledge that the numerical errors tend to decrease for grazing waves since the apparent PML profiles are smoother [44].

The following sections aim at illustrating that the numerical errors are small compared to the modeling errors at grazing incidence, and in particular that this implies that the largest possible σ_0 is beneficial to improve the performance of PMLs. This hinges on the knowledge of the maximum admissible (reduced) absorption determined in section 2.2.

2.3.2 Numerical experiment

The PML properties at the discrete level are not so easily determined analytically (especially for high-order numerical schemes). Thus, two-dimensional simulations are now conducted in a homogeneous medium using a moving computational domain of size 240 by 120 in the x and z directions, with a spatial step $\Delta = 5$ cm. The source located at $(x_s, z_s) = (0, 50\Delta)$ is defined from the initial acoustic fields

$$p(\mathbf{r}, t = 0) = S_0 \exp \left[-4 \log 2 \frac{(x - x_s)^2 + (z - z_s)^2}{B^2} \right], \quad \mathbf{v}(\mathbf{r}, t = 0) = \mathbf{0}, \quad (2.31)$$

where S_0 is the amplitude of the spatial Gaussian distribution and B is the full width at half maximum, set to 10Δ . The ground at $z = 0$ is perfectly reflecting. A 20-point-thick PML is used at the top, i.e., for z/Δ in the range [100; 119], and is terminated by non-reflecting characteristic boundary conditions. The simulations are run in double precision over 3000 time iterations with a Courant number of 0.7. A sketch of the experiment is available on Fig. 2.7. When the final time $t = 3000\Delta t$ is reached, the pressure field is saved for $z/\Delta < 100$ to exclude the PML region which is not of physical relevance (only the reflections back inside the domain are of interest); similarly, the first 40 points in the x direction are not considered, to exclude the

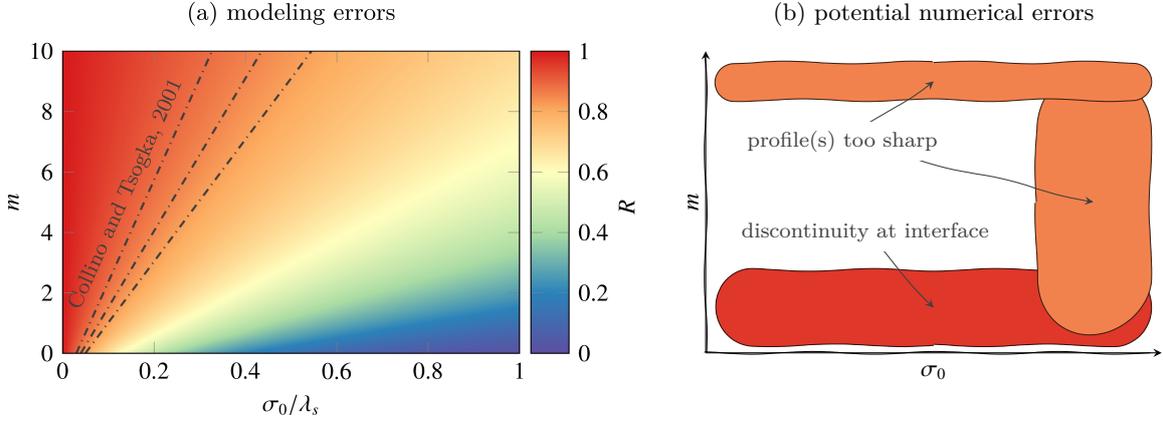


Figure 2.6: (a) Theoretical reflection coefficient in terms of σ_0 and m for $\kappa_0 = 1$, $\alpha_0 = 0$, $\theta = 1^\circ$ and $L = 1$ m. The absorption is normalized by λ_s , which is computed for $\Delta = 5$ cm and $\text{CFL} = 0.7$ with RK46L to allow for a direct comparison with the results of Fig. 2.9 (in both cases, $L/\Delta = 20$). The dashdotted lines show the parameterization of COLLINO and TSOGKA [46] using the target reflection coefficients at normal incidence $R_n = 0.1\%$, 0.01% and 0.001% ($R_n \equiv R[\theta = 90^\circ]$). (b) Qualitative illustration of the potential sources of numerical errors in terms of σ_0 and m . The errors for small m are the most critical, hence the difference in color (see the discussion of section 2.3.1).

outflow of the moving frame (see Fig. 1.7(a)). The results are compared with a reference solution computed over a 240×1140 domain, large enough to prevent significant reflections from the upper boundary in the region of interest.

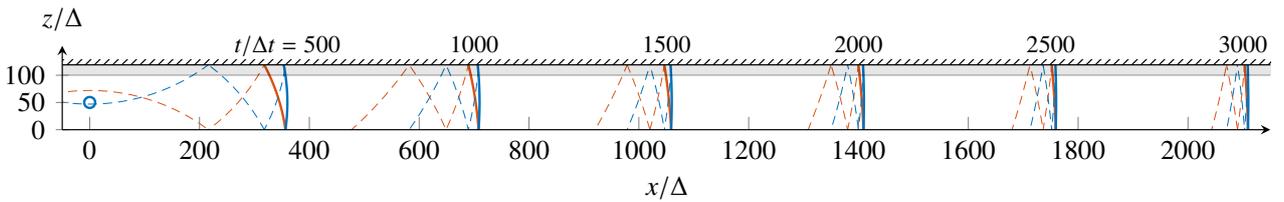


Figure 2.7: Sketch of the 2D experiment of section 2.3 (with a 1:1 aspect ratio). The gray area shows the location of the PML. The solid lines represent the physical solution at different times (as shown) assuming a cylindrical propagation; the direct wave is in blue and its ground reflection is in red. Corresponding dashed lines illustrate potential successive spurious reflections from the upper external boundary. It is emphasized that the size of the actual computational domain in the x direction is only about one tenth of the total propagation distance.

Figure 2.8 shows the reference pressure distribution p^{ref} at the final time as well as the residual pressure field $p - p^{\text{ref}}$ obtained for 3 sets of PML parameters, $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = \{0.1; 0.45; 0.8\}$, with $\kappa_0 = 2$, $\alpha_0 = 0$ and $m = 1.5$. The first set of parameters corresponds to an absorption σ_0 about twice as large as COLLINO and TSOGKA [46] (see Fig. 2.6(a)). As can be inferred from the reference field, the waves enter the upper PML at grazing incidence ($\theta \simeq 1^\circ$). This

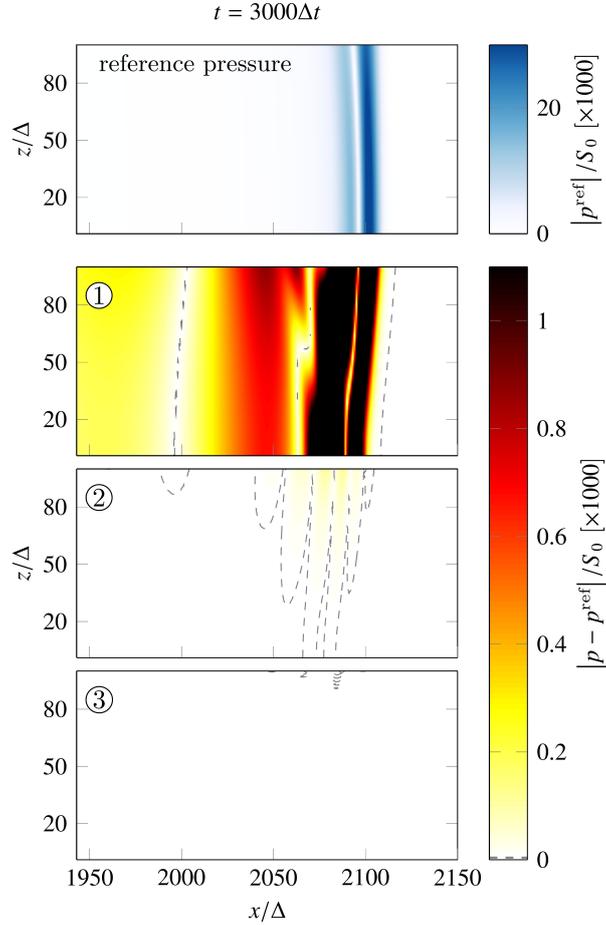


Figure 2.8: Results of 2D simulations with a moving computational domain at time $t = 3000\Delta t$. From top to bottom: reference pressure field p^{ref} ; residual pressure with a PML at the top with $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = 0.1$, $\kappa_0 = 2$, $\alpha = 0$ and $m = 1.5$ (saturated colormap); same with $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = 0.45$; same with $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = 0.8$. The gray dashed lines correspond to the 0.004 contour level. Note that the pressure field within the PML is not displayed. The circled numbers are used to annotate the results of Fig. 2.9(b).

is a challenging configuration, and results in spurious reflections accumulating over time. The spatial distribution of the error can be interpreted geometrically as the successive reflections off the PML and the ground, as illustrated on Fig. 2.7: the maximum error corresponds to the superposition of the first reflections on the PML, while the amplitude of subsequent reflections gradually decreases due to the PML absorption. For $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = 0.1$, the artificial oscillations pollute the entire computational domain with a maximum amplitude more than 10% of the maximum amplitude of the reference solution. As $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s$ increases to 0.45 the residual pressure is significantly reduced, and becomes barely noticeable with $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = 0.8$. The 0.004 contour level is plotted on Fig. 2.8 to allow for observing the residual pressure for the latter configuration. These results are in agreement with the discussion of section 2.3.1. Additional tests are however necessary to draw definitive conclusions.

2.3.3 Parametric study

The previous simulations are part of a parametric study where the reduced absorption $\tilde{\sigma}_0$ is varied from 0 to λ_s , the polynomial power m is varied between 0 and 10, and with different grid stretches: $\kappa_0 = \{1; 2; 4; 8; 16\}$. The influence of α_0 will be discussed separately. The results may be more conveniently interpreted with the following L_2 norm:

$$L_2^p = \left[\frac{\sum_{i,j}^{\Omega} (p_{i,j} - p_{i,j}^{\text{ref}})^2}{\sum_{i,j}^{\Omega} (p_{i,j}^{\text{ref}})^2} \right]^{1/2},$$

where Ω corresponds to the numerical domain displayed on Fig. 2.8 (at the same time iteration), and subscripts i and j refer to the x and z axes. The results are presented on Fig. 2.9. Numerical stability and the prediction thereof are to be considered first, before discussing the efficiency of the PML.

2.3.3.1 Numerical stability

Missing values on Fig. 2.9 indicate an unbounded norm and thus unstable simulations at the final time. Note that a few simulations may diverge at a later time (typically for large m and $\tilde{\sigma}_0$, as can be seen on Fig. 2.9(b) for $m \simeq 9$ and $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s \simeq 0.8$). The results confirm that the asymptotic prediction λ_s is an upper bound for the reduced absorption $\tilde{\sigma}_0$, and that stability is not necessarily ensured because of the dissipation of the boundary schemes (for instance responsible for the instabilities with $m = 0$, as predicted by Eq. (2.25)), and because of a dependence on m (not predicted, since it was assumed that $m = 0$ to derive the stability limit). The largest maximum reduced absorption $\tilde{\sigma}_{\text{max}}$ indeed occurs for $m = 0$, and decreases as m increases, especially for $\kappa_0 = 1$ (Fig. 2.9(a)). Increasing the grid stretch κ_0 however improves stability, and even allows for a very accurate prediction for large values of κ_0 . The choice $\kappa_0 = 16$ for instance leads to $\tilde{\sigma}_{\text{max}} \simeq \lambda_s$ for any m (Fig. 2.9(e)).

2.3.3.2 Modeling & numerical errors

In any case, the interval $[0; \lambda_s[$ spans the whole range of admissible values for $\tilde{\sigma}_0$ and sheds light on the different absorbing conditions. As expected, modeling errors are observed for $\tilde{\sigma}_0 \simeq 0$ due the poor efficiency of non-reflecting characteristic boundary conditions at grazing incidence [174]. The numerical errors can be qualitatively assessed by comparing the total error with the theoretical reflection coefficient of Fig. 2.6(a). For example, the resemblance with Fig. 2.9(a) for $\kappa_0 = 1$ indicates that the modeling errors outweigh the numerical errors for any $\tilde{\sigma}_0$ and m ; a small polynomial power thus decreases the total error despite numerical reflections at the air-PML interface. Once $\kappa_0 \geq 2$, the grid stretch allows for a decrease in the modeling errors (see below) so the relative contribution of the numerical errors increases and a very small m is no longer optimal.

Similarly, the areas of low errors (in blue) are skewed toward the largest $\tilde{\sigma}_0$ in all cases (unlike observed for less extreme angles of incidence, e.g., in Fig. 5.27 of [196] or in [180]). This suggests that for large $\tilde{\sigma}_0$ the modeling errors still dominate the solution at grazing incidence, as increasing the absorption reduces the L_2 -norm despite an expected increase in numerical reflections. In other words, numerical errors associated with a large $\tilde{\sigma}_0$ are small, so the maximum

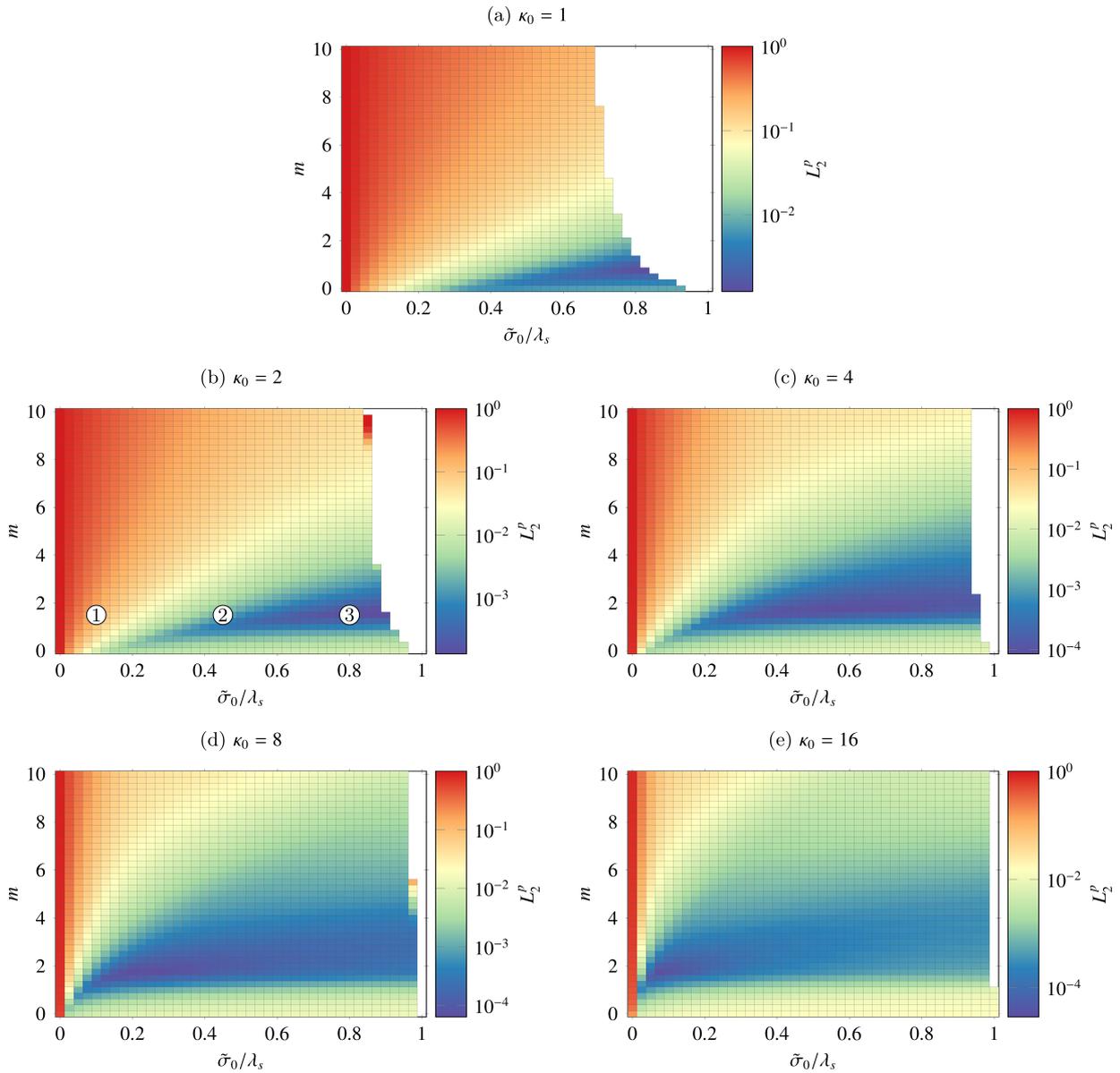


Figure 2.9: L_2^p for a 20-point-thick PML with a varying polynomial coefficient m and reduced absorption $\tilde{\sigma}_0$, with $\alpha_0 = 0$ and (a) $\kappa_0 = 1$; (b) $\kappa_0 = 2$; (c) $\kappa_0 = 4$; (d) $\kappa_0 = 8$; (e) $\kappa_0 = 16$. Missing values indicate an unbounded norm. The circled numbers mark the parameters used for Fig. 2.8.

reduced absorption generally corresponds to the optimal choice. This is not always the case when κ_0 is large; the largest $\tilde{\sigma}_0$ is however still appropriate as the norm is then close to the optimum. A large reduced absorption also relaxes the constraints for the choice of the polynomial power m .

2.3.3.3 PML efficiency

The L_2 -error was so far represented as a function of the reduced absorption $\tilde{\sigma}_0$, which controls stability. Figure 2.10 now shows L_2^p in terms of the absorption σ_0 to provide another perspective as to the relationship between σ_0 , $\tilde{\sigma}_0$ and κ_0 . It appears that the effectiveness of the PML is actually driven by σ_0 , since a similar norm is obtained for a given σ_0 across all κ_0 : the grid stretch in itself has little influence on the modeling errors as it does not directly contribute to the PML absorption (see section 2.1.3). Increasing κ_0 however increases the maximum admissible σ_0 since $\sigma_{\max} = \kappa_0 \tilde{\sigma}_{\max} \simeq \kappa_0 \lambda_s$, and thus allows for arbitrarily small modeling errors.

In practice, very large grid stretches ($\kappa_0 > 16$) are associated with substantial numerical errors [144] so the absorption σ_0 cannot be increased indefinitely. Large grid stretches ($\kappa_0 \geq 8$) can also result in instabilities due to numerical errors at normal incidence (not related to the time integration scheme) as discussed in section 2.4.1.

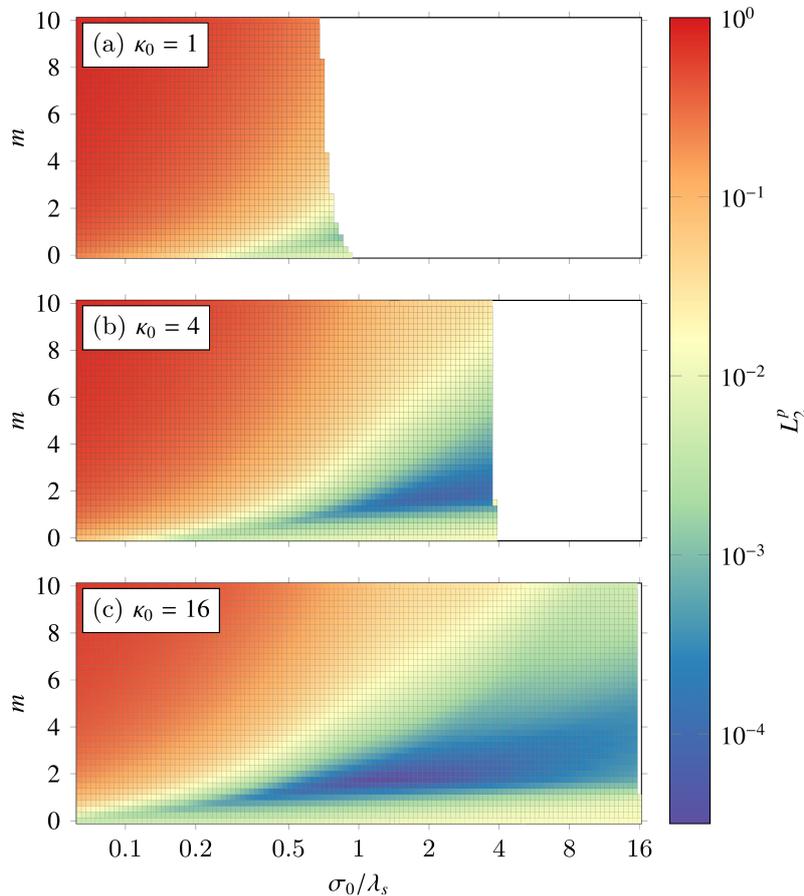


Figure 2.10: L_2^p with the same parameters as Fig. 2.9 for a varying absorption σ_0 (instead of a varying reduced absorption $\tilde{\sigma}_0$) with (a) $\kappa_0 = 1$; (b) $\kappa_0 = 4$; (c) $\kappa_0 = 16$.

2.3.4 Robust PML parameters

For a given grid stretch, an absorption close to the stability limit is very robust—though not necessarily optimal—and beneficial to the accuracy of the solution at grazing incidence for

a large range of polynomial coefficients m . Additional experiments with different PML sizes and numerical schemes of lower order confirm the generality of this discussion. A somewhat similar approach can be found in [152], wherein the use of profiles diverging on the external boundary is proposed to cancel the modeling errors (though not specifically for grazing waves). Conversely, chasing the optimal absorption is illusory as it is case-dependent. It can also lead to unexpected results since the determination of m must then be equally accurate.

Based on the previous results, the following procedure may be used to determine the parameters of a PML in a grazing-incidence scenario.

1. The grid stretch κ_0 must be chosen as large as possible to allow for high absorption rates, but small enough to prevent numerical errors. The optimal κ_0 depends on the size of the PML, as a large layer will be more sensitive to numerical errors, and reciprocally. The value $\kappa_0 = 4$ seems appropriate for PML thicknesses ranging from 20 to 40 points (see, e.g., [222] for a detailed discussion on the optimal κ_0 for the seismic wave equation).
2. The absorption σ_0 can be determined from λ_s as $\sigma_0 = a\kappa_0\lambda_s$ with $a \in [0; 1[$. The coefficient a must be close to unity for efficiency (that is, to decrease the modeling errors), but not too close, to account for the dissipation of the spatial schemes. A safe compromise is $a = 0.5$.
3. For large κ_0 and σ_0 , the polynomial power m has little influence on the efficiency of the PML. It must, however, be higher than a threshold value which depends on the PML thickness. The value $m = 2$ is a suitable choice for most configurations, although $m = 3$ is to be preferred for very thick PMLs (these are typical values for m even for normal incidence, as recommended, e.g., in [196]). Other profile shapes were also assessed, such as the shifted hyperbolic function of [152] (with a treatment on the boundary to avoid the divergence). The latter was significantly outperformed by polynomial functions for all the configurations of Fig. 2.9.

The Courant number can also be reduced to increase the absorption, though at the cost of additional time steps, and the size of the PML can be further increased.

2.3.5 Influence and choice of α_0

Further tests presented on Fig. 2.11 point out that the frequency shift α_0 should be for this configuration below $2 \times 10^{-2}\lambda_s$, which in some cases leads to an additional decrease in the L_2 -error by one order of magnitude (as also observed in [180]). This limit depends on the spectrum of the incident signal and is in agreement with the choice $\alpha_0 = \pi f_0$ [127], with f_0 the characteristic frequency of the incident wave (here, $f_0 \simeq 250$ Hz). However, the norm can soar for larger values of α_0 since the frequency shift acts as a low-pass filter for propagative waves (see section 2.1.3). A smaller α_0 appears more reliable here: the value $\alpha_0 = \pi f_0/2$ is used in the following.

Note that the polynomial power m for α is here the same as for σ and κ for convenience regarding the derivation of the stability limits. This may not be the optimal choice [145]. In fact, the optimal α_0 turns out to be much lower than its maximum admissible value; the profile could thus be defined separately without impacting stability whatsoever.

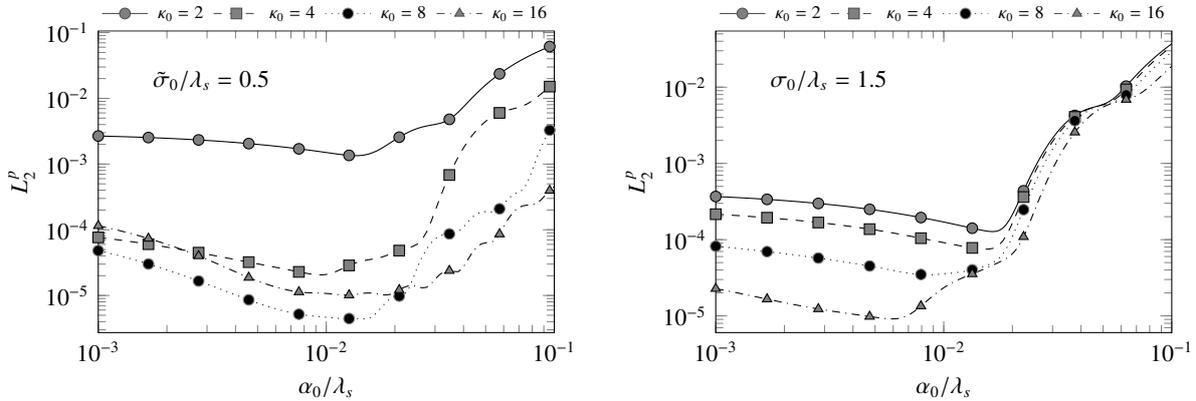


Figure 2.11: L_2^p for a 20-point-thick PML with a varying frequency shift α_0 for different grid stretches κ_0 and $m = 2$; left: fixed reduced absorption $\tilde{\sigma}_0/\lambda_s = 0.5$; right: fixed absorption $\sigma_0/\lambda_s = 1.5$.

2.4 Application to 3D outdoor sound propagation

This section illustrates how the present approach can be used to design PMLs for 3D outdoor sound propagation. Three-dimensional simulations are expected to be more sensitive to the PML parameters since two additional layers are present compared to the 2D case (see Fig. 1.7). The propagation in a homogeneous atmosphere at long range is considered first, where it is shown that the largest absorption σ_0 yields the most accurate results and can significantly outperform the use of a frequency shift α_0 . This PML design is then shown to allow for faithfully reproducing outdoor experimental data in a complex open environment.

2.4.1 Long range propagation in a homogeneous atmosphere

Simulations are performed using a moving 3D computational domain with a setup rather similar to that of section 2.3.2. An initial Gaussian pressure pulse is located at $z_s = 2$ m above a perfectly reflecting ground at a distance $D = 100\Delta = 5$ m away from the three transverse PMLs. The central frequency of the incident acoustic pulse is 250 Hz, with little energy above 1 kHz. The pulse propagates during 2×10^4 time iterations with CFL = 0.7, which corresponds to a maximum propagation distance of about 700 m. The parameters of the three PMLs are varied, and the results are compared to a reference solution for which $D = 800\Delta$ to discard the dispersion and dissipation errors inherent to the FDTD method. Note that the mesh grid for the reference solution contains about 800 million points.

2.4.1.1 Influence of the frequency shift at long range

Figure 2.12 shows the pressure waveforms obtained 350 meters away from the source and 2 meters above the ground for $\sigma_0/\lambda_s = 0.5$ and 2, with (Fig. 2.12(a)) and without (Fig. 2.12(b)) the frequency shift α , and for $\kappa_0 = 4$. Here, the transverse PMLs have a thickness of 20 points. The choice $\sigma_0/\lambda_s = 0.5$ aims at being representative of a “naive” approach but still corresponds to an absorption rate about ten times as large as in, e.g., [127, 144]. The choice $\sigma_0/\lambda_s = 2$ and $\kappa_0 = 4$ corresponds to the safe suggestions of section 2.3.4. Large spurious oscillations are seen

for $\sigma_0/\lambda_s = 0.5$ whereas the solution is almost indistinguishable from the reference solution for $\sigma_0/\lambda_s = 2$, for both α_0 . PMLs are therefore also suitable for extreme near-grazing-incidence scenarios in 3D provided that the constitutive parameters are chosen properly. In both cases, the frequency shift does not appear to notably improve the results. This contradicts the conclusions of [127, 144] for the seismic wave equation, and it appears that the choice for σ_0 should be the main focus.

The influence of the frequency shift is more obvious in the frequency domain. It is shown on Fig. 2.13 that the effects of α are indeed restricted to the lower frequencies [144] : the error decreases by about 2 dB below 200 Hz for $\sigma_0/\lambda_s = 0.5$ when α_0/λ_s is increased to 0.01 (Fig. 2.13(b)), but remains above 3 dB at 600 Hz. Even so, the level difference is still almost 5 dB at 150 Hz. Conversely, increasing the absorption to $\sigma_0/\lambda_s = 2$ significantly reduces the errors across the whole frequency range. The level difference is now 0.1 dB at 150 Hz and 0.05 dB at 600 Hz with $\alpha_0 = 0$ (Fig. 2.13(a)), and respectively 0.01 and 0.05 dB with $\alpha_0/\lambda_s = 0.01$ (Fig. 2.13(b)). The influence of α is small compared to σ and is limited to the low frequencies. Worse, for larger values of α_0 (e.g., $\alpha_0/\lambda_s = 0.02$) the absorption of the very low frequencies can be significantly altered, as hinted on Fig. 2.13(b) around the zero-frequency component. If chosen properly, the frequency shift yet does slightly foster the PML absorption at no additional cost and can improve the long-term behavior of the solution [17]. In this regard, it should be considered as complementary to the approach developed in this work but not as the main damping mechanism. This discussion agrees with [222] and should also apply for higher-order CFS transformations [77, 89] (see for instance [146] for a comparison between the one-pole and two-pole CFS-PMLs).

Finally, the level difference between the reference and exact solutions is displayed on Fig. 2.13 as an estimate of the FDTD errors, which increase with frequency. The difference is less than 1 dB below 1 kHz. It is then obvious that the performance of the absorbing layers is indeed the critical limiting factor for such applications.

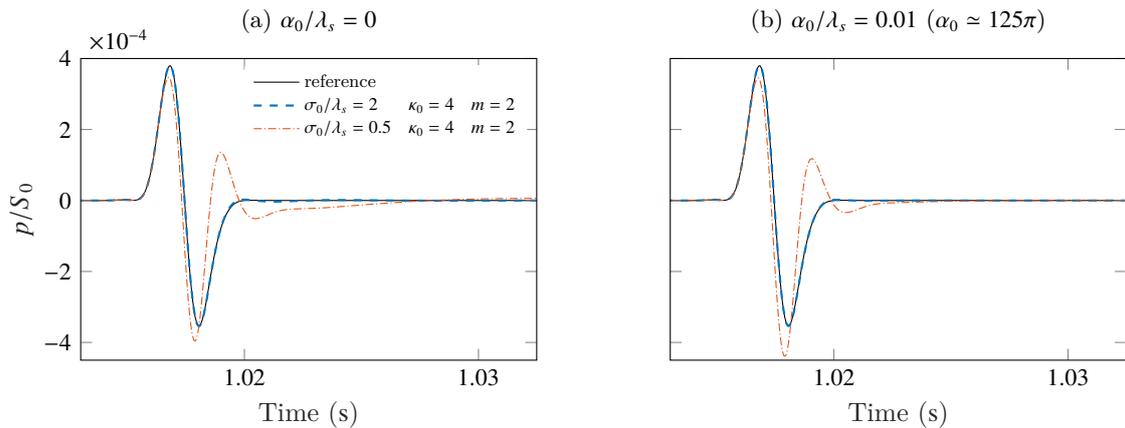


Figure 2.12: Pressure time series obtained 350 meters away from the source for the reference simulation and for two values of σ_0 , (a) with and (b) without the frequency shift (with $\kappa_0 = 4$, $m = 2$, $L/\Delta = 20$, $x/D = 70$).

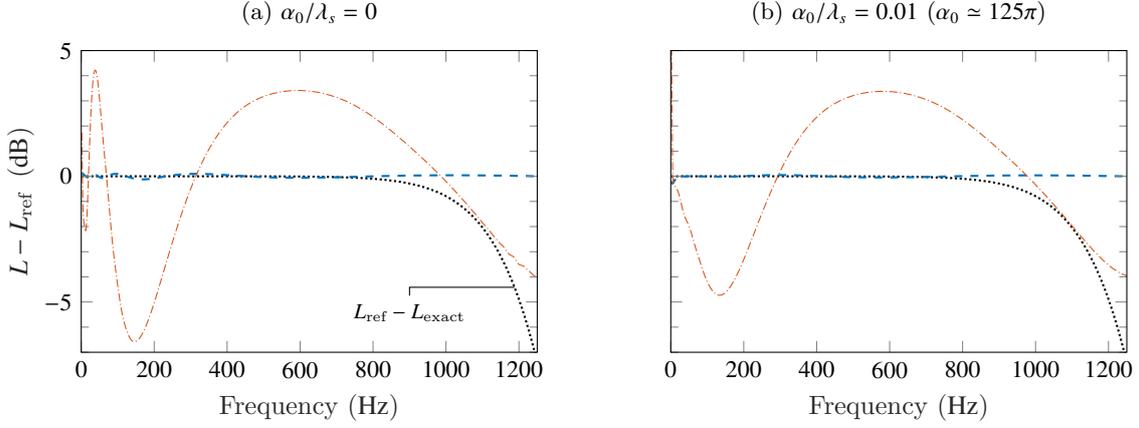


Figure 2.13: Level differences relative to the reference simulation for the waveforms of Fig. 2.12. The dotted line estimates the FDTD errors as the level difference between the reference and exact solutions.

2.4.1.2 Quantification of allowed propagation ranges

The following error estimate is now defined to quantitatively assess the performance of the PMLs as a function of the propagation range. The pressure time series $p_i(n\Delta t)$ are first extracted two meters above the ground for a given horizontal distance from the source $x = i\Delta$, to compute

$$e(i) = \frac{\max\left(|p_i(n\Delta t) - p_i^{\text{ref}}(n\Delta t)|\right)}{\max\left(|p_i^{\text{ref}}(n\Delta t)|\right)}, \quad (2.32)$$

where $\max(|p_i^{\text{ref}}(n\Delta t)|)$ is the maximum of the time series of the reference pressure. The maximum propagation distance x_{max} is then defined as the shortest distance for which $e(x_{\text{max}}/\Delta) \geq \epsilon$. This definition implies that any distance smaller than x_{max} will feature an error smaller than ϵ . tableau 2.2 reports x_{max}/D for $\epsilon = 0.1\%$ and 1% , and for various PML parameters.

Again, the stretch parameter κ_0 has little influence on the maximum propagation distance for a given σ_0 , especially when the latter is small. For $L/\Delta = 20$, $\sigma_0/\lambda_s = 0.5$ and $\epsilon = 0.1\%$, x_{max}/D is for example equal to 13 with $\kappa_0 = 1$ and only 15 with $\kappa_0 = 4$. This might explain why it is stated in [127, 101] that the grid stretch is not crucial (for the seismic wave equation and the equations of magnetohydrodynamics) and that the authors therefore used $\kappa_0 = 1$. However, increasing κ_0 allows higher absorption rates, and higher absorption rates increase the efficiency of the PMLs at grazing incidence: by using $\sigma_0/\lambda_s = 1.5$ instead of 0.5, whenever applicable, x_{max}/D is approximately increased by a factor 3 in most cases. Similarly, the maximum distance for a given κ_0 is always obtained when σ_0 is the closest to the stability limit—at least for $\kappa_0 \leq 4$. Note that the stability condition is expected to be more stringent in 3D because of corners, but the safe suggestion $a = 0.5$ of section 2.3.4 leads to stable simulations in all cases, up to at least 20000 time iterations. The same is true of the worst-case scenario assessed in tableau 2.2 which occurs for $\sigma_0/\lambda_s = 1.5$ and $\kappa_0 = 2$, corresponding to $a = 0.75$.

High absorption coefficients with grid stretching is the key to absorbing waves at grazing incidence. Compare the results for $L/\Delta = 40$ and $\sigma_0/\lambda_s = 0.5$ with the results for $L/\Delta = 20$,

Table 2.2: Maximum propagation distance x_{\max}/D ensuring that the error e is smaller than $\epsilon = 0.1\%$ and 1% , for different PML parameters, with $\alpha_0/\lambda_s = 0.01$. Dashes (—) indicate unstable simulations for which $\tilde{\sigma}_0 \geq \lambda_s$ (i.e., the instabilities were predictable), while daggers (†) mark unstable simulations for which $\tilde{\sigma}_0 < \lambda_s$. Note that the angle of incidence θ at $x = x_{\max}$ can be estimated as $\theta \simeq (x_{\max}/D)^{-1}$.

L/Δ	m	κ_0	σ_0/λ_s					σ_0/λ_s							
			0.5	1.0	1.5	2.0	4.0	0.5	1.0	1.5	2.0	4.0			
20	2.0	1	13	—	—	—	—	18	—	—	—	—			
		2	13	25	36	—	—	19	37	54	—	—			
		4	15	28	38	48	—	21	40	58	73	—			
		8	18	33	†	†	†	25	48	†	†	†			
		16	†	†	†	†	†	†	†	†	†	†			
30	2.5	1	18	—	—	—	—	26	—	—	—	—			
		2	19	37	53	—	—	27	53	79	—	—			
		4	21	41	58	75	—	30	59	86	114	—			
		8	26	50	67	†	†	36	71	104	†	†			
		16	†	†	†	†	†	†	†	†	†	†			
40	3.0	1	22	—	—	—	—	32	—	—	—	—			
		2	24	47	69	—	—	35	68	101	—	—			
		4	27	53	77	100	—	39	76	113	135 ^a	—			
		8	34	66	94	†	†	47	93	135 ^a	†	†			
		16	†	†	†	†	†	†	†	†	†	†			
						$\epsilon = 0.1\%$					$\epsilon = 1\%$				

^a total propagation range reached

$\kappa_0 = 4$ and $\sigma_0/\lambda_s = 2$: a better performance is obtained for the latter set of parameters even though in the former case the PMLs are twice as large. The approach, however, has some limitations: for large values of κ_0 the simulations are unstable despite $\tilde{\sigma}_0$ being way below the stability limit. Similar instabilities were also reported in [101] for $\kappa_0 = 8$. A possible explanation is that large grid stretches (and, to a lesser degree, together with a large σ_0) are prone to large numerical errors at normal incidence, as also observed in [144]. When the incident wavefield initially enters a PML, this amounts to the generation of spurious grid-to-grid oscillations which are reflected backwards and propagate toward the opposite boundary. If the oscillations then impinge on another PML, they will again be reflected, but they may also be amplified,² eventually compromising stability if the low-pass spatial filters do not compensate the growth. Here, this phenomenon is more critical in 3D since two PMLs directly face each other. It can be suppressed by increasing the strength of the spatial filters (at the cost of increased FDTD

2. because, for short waves, the phase and group velocities may have opposite signs (see [122], and [112, 141])

errors) or by using a larger computational domain to allow for damping the spurious waves over time. Note that at long range the worsened performance for normal waves does not hinder the absorbing efficiency per se, since it is only determinant in the close vicinity of the source.

The 1% criterion appears sufficient for this homogeneous configuration, as shown on Figs. 2.12 and 2.13 for $\sigma_0/\lambda_s = 2$. This threshold corresponds to a relative error of -40 dB; the computational requirements associated with outdoor sound propagation are then easily met in most cases since such a signal-to-noise ratio is not easily achieved experimentally. To fix the ideas, an initial distance between the source and the PMLs of only 5 meters corresponds to an accurate propagation range of about 500 meters (i.e., $\min(\theta) \simeq 0.5^\circ$), in 3D, with PMLs of reasonable size. It is also noted that the propagation over a perfectly reflecting ground is a difficult numerical configuration since the spurious reflections originating from the upper PML are not physically attenuated by the ground (see Fig. 2.7).

2.4.2 Comparison to outdoor experimental data

This section is dedicated to comparing numerical results to outdoor experimental data. The experiment consists in a reproducible and omnidirectional sound source at a height of 1.75 meter emitting impulses at regular intervals over flat grassland. Two microphones located 100 meters from the source and 2 meters above the ground are aligned with the wind direction (with a deviation of 3°) to simultaneously record the acoustic pressure upwind and downwind. A thorough description of the experiment is available in [39] (this paper is reproduced in appendix A.1).

A numerical setup similar to that of section 2.4.1.2 is used, except that the spatial step is reduced to $\Delta = 2.5$ cm since the source used in the experiment has frequency components up to 1.5 kHz. The ground is also not perfectly reflecting anymore. It is represented as a locally reacting plane whose acoustic properties are estimated from in situ ground impedance measurements [39]. This plane is modeled using (high-order) time-domain impedance boundary conditions (see, e.g., [65]). Twenty-point-thick PMLs are used in the simulations ($L/\Delta = 20$), located 2.75 meters from the source. The PML parameters are chosen so that the relative error is $\epsilon \simeq 0.1\%$ at a distance $x = 100$ m, as per tableau 2.2 ($x/D \simeq 36$).

Figure 2.14 shows a validation of the PML performance and of the ground effects at $x = 100$ m in the case of a homogeneous atmosphere, where the analytical and numerical solutions are displayed. The central frequency of the incident pulse is 500 Hz, so most of the energy falls within the dip that can be observed between 200 and 800 Hz. This dip results from a destructive interference between the direct and reflected waves [188], and requires the PMLs to be sufficiently efficient so as not to disturb the interference. Still, an excellent agreement is found between the analytical and numerical solutions both in the time and frequency domains. The small discrepancies can be attributed to the FDTD errors for the higher frequencies and are not related to the absorbing layers.

In the experiment, the wind and thermal stratification were estimated from the Monin-Obukhov Similarity Theory [39]. Since the observed variations in temperature with height are small, only the mean wind profile is considered here. The 3D wind vector is defined as

$$\mathbf{V} = \|\mathbf{V}(z)\| \{\cos \varphi, \sin \varphi, 0\}^T, \quad (2.33)$$

with φ the bearing between the wind direction and the propagation axis. Figure 2.15 shows

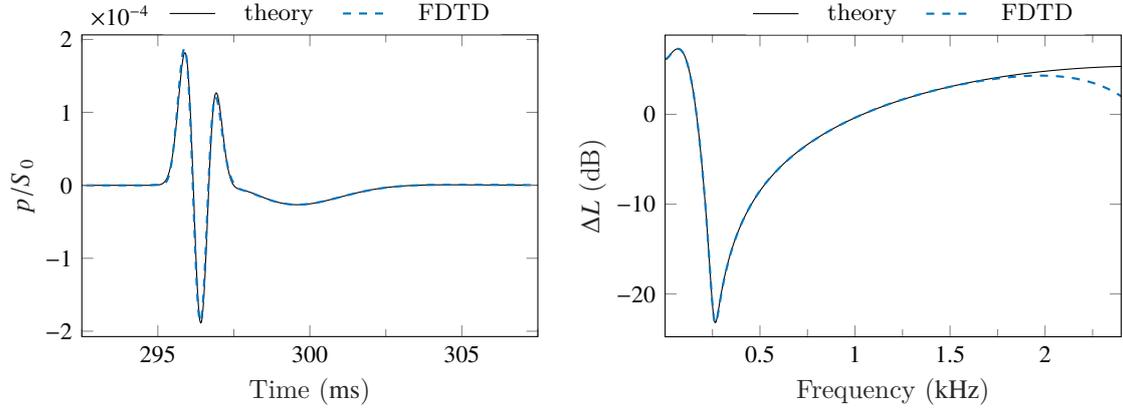


Figure 2.14: Validation for the configuration with an absorbing ground, for a propagation distance of $x = 100$ m in a homogeneous atmosphere. The analytical solution is computed from [190]. The numerical results are obtained for 20-point-thick PMLs with $\sigma_0/\lambda_s = 1.5$, $\kappa_0 = 4$, $\alpha_0/\lambda_s = 0.01$, $m = 2$ and $x/D \simeq 36$, which according to tableau 2.2 amounts to $\epsilon \simeq 0.1\%$. Left: time-domain pressure signals 2 m above the ground, normalized by the amplitude of the source S_0 . Right: corresponding relative sound pressure levels (i.e., corrected for geometrical spreading and for the frequency response of the source).

the estimated wind modulus with height. The latter is used as an input for the two following simulations, upwind and downwind. A vertical slice of the spatial pressure distribution obtained numerically for an initial Gaussian pulse is displayed on Fig. 2.15, for both configurations; the difference in times-of-arrival can be explained by the local influence of the wind on the effective sound celerity profile $c_{\text{eff}}(z) = c + \|\mathbf{V}(z)\| \cos \varphi$.

Though the interpretation of the results on a physical basis is out of the scope of this work, note that the computed pressure field is very sensitive to the wind direction: upward and downward refraction respectively occur upwind and downwind. This can have important implications regarding the performance of the PMLs. For the former case, most of the acoustic energy is progressively radiated toward the upper absorbing layer, while the sound field close to the ground has a smaller amplitude. Any spurious reflections from the PML could thus greatly alter the numerical solution upwind. Conversely, downwind, the atmosphere acts as a waveguide and more energy remains close to the ground. This makes for a much better signal-to-noise ratio, which is expected to be at worst similar to the homogeneous case. To somewhat balance the previous discussion, the waves may enter the top PML at a slightly decreased angle of incidence upwind compared to downwind, as observed on Fig. 2.15.

To allow the direct comparison with the measurements, the numerical pressure time series are obtained for the two microphones. The corresponding Green's functions are then estimated using a deconvolution technique (see section 1.4), and further convolved with the measured experimental source signal. The atmospheric absorption is also taken into account. Figure 2.16(a) shows the observed and simulated time signatures upwind and downwind. The experimental data consists in 1000 time-aligned shots over a leg of 30 minutes, where the mean pressure \bar{p}_{obs} and the 68% confidence interval are displayed. The numerical waveforms are shifted in time to match the experimental data; this shift is consistent with an experimental positioning uncertainty of the microphones of about one meter (equivalent to 3 ms). The observed difference in times-of-arrival

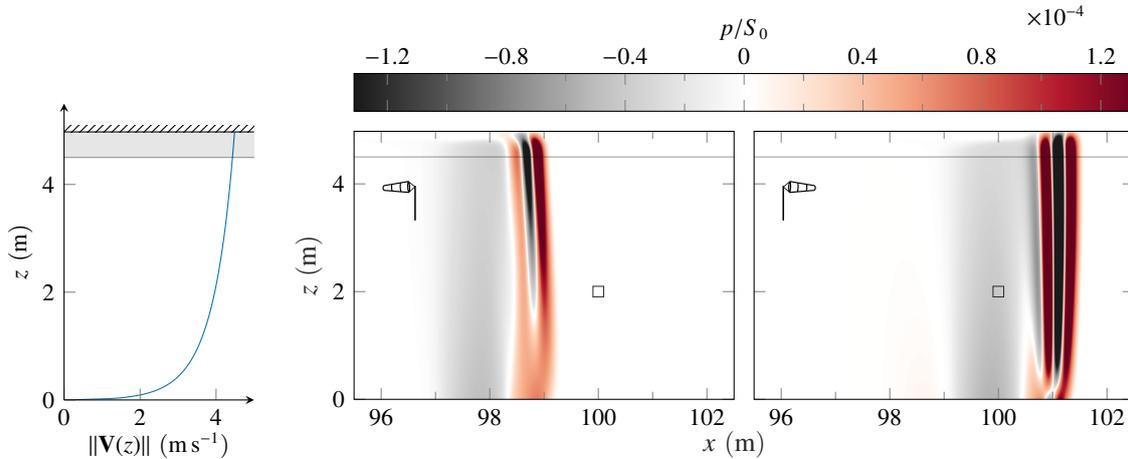


Figure 2.15: Left: modulus of the estimated horizontal wind profile with height; the gray area shows the position of the top PML. Right: slice of the normalized 3D pressure field at the same time ($ct \simeq 100$ m) obtained for an initial pulse, upwind ($\varphi = 183^\circ$) and downwind ($\varphi = 3^\circ$). The squares show the position of the microphones.

of 10 ms between the upwind and downwind cases are then accurately reproduced numerically.

The agreement between the observed mean waveform and the numerical results of Fig. 2.16(a) is found to be excellent both upwind and downwind. Figure 2.16(b) shows the same simulations with a PML absorption twice as large: the similarity between the numerical results of Figs. 2.16(a) and (b) indicate that the discrepancies with the measurements are essentially attributed to the physical input parameters, namely the source signal, the mean wind profile and the ground properties, and to the shot-to-shot variability due to atmospheric turbulence [39] (not taken into account here). Finally, as shown on Fig. 2.16(c), a PML absorption chosen from a target reflection coefficient at normal incidence $R_n = 0.1\%$ (see section 2.3.1) is not able to reproduce the experimental data. For comparison, the parameters of Figs. 2.16(a) and (b) respectively correspond to $R_n \simeq 1 \times 10^{-50}$ and 1×10^{-100} .

Conclusion

The admissible PML parameters were shown to be constrained by the stability properties of the discrete time-domain PML equations. For explicit Runge-Kutta time-integration schemes, these bounds can be easily predicted from the closed-form solution to the discrete 1D advection equation in a homogeneous PML medium. The analysis does not take into account varying PML profiles nor the numerical dissipation of the spatial schemes, though the predictions become very accurate with some amount of grid stretch. The latter also has the property of increasing the maximum admissible absorption rate. The approach is readily extended to overlapping PMLs in 3D since the update equations of the auxiliary convolutional PML variables verify similar stability constraints; the present analysis is nonetheless expected to hold for other PML formulations.

These considerations are of particular interest for waves entering PMLs at near-grazing incidence. In this configuration, the modeling errors arising from reflections on the external

boundary prevail and outweigh the discretization errors, which are small for grazing waves. Operating close to the stability limit allows minimizing the modeling errors and the total error can therefore be significantly reduced. The maximum absorption for a given grid stretch is also found to reduce the influence of the shape of the polynomial profiles, which makes this PML design very robust. Nearly optimal solutions were obtained in 3D for angles of incidence down to about 0.5° (smaller angles can be considered by decreasing the Courant number). Conversely, the frequency dependence introduced by CFS-PML transformations cannot reliably improve the results at grazing incidence in a general sense. Other commonly used approaches based on the reflection properties at normal incidence are also not appropriate and can lead to a significant underestimation of the suitable absorption rates.

The present approach is not specific to finite difference schemes and can be applied to different spatial resolution methods (possibly with very different grid stretches). Although the numerical model used in the study uses high-order numerical schemes, it is also suitable for low-order schemes.

The guidelines indicated for choosing relevant PML parameters are particularly useful for 3D long-range sound propagation in the atmosphere, as illustrated in this chapter.

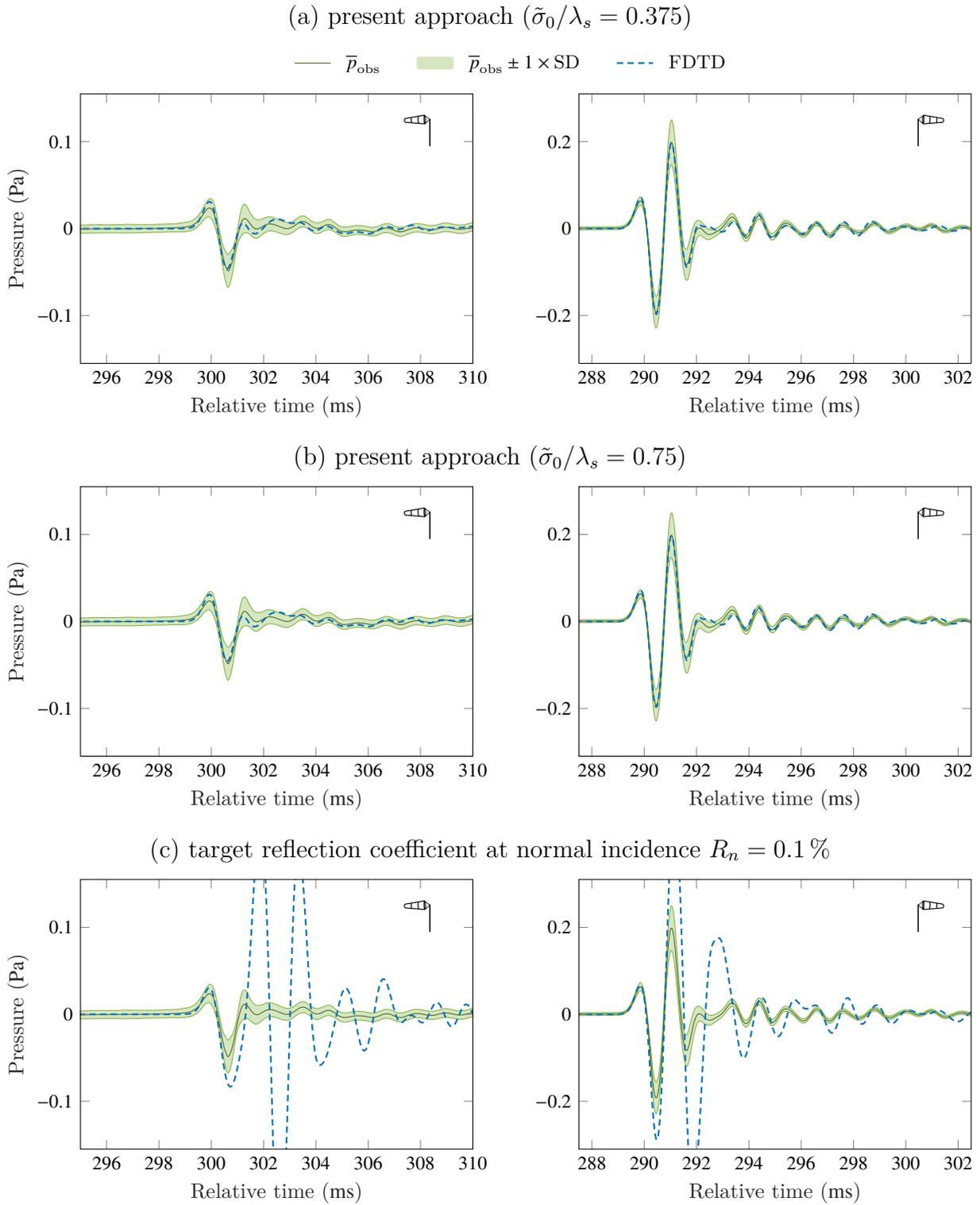


Figure 2.16: Comparison between the observed and 3D numerical results 100 m from the source, upwind (left) and downwind (right). The parameters of the PMLs are $x_{\text{max}}/D \simeq 36$, $L/\Delta = 20$, $\kappa_0 = 4$, $\alpha_0/\lambda_s = 0.01$ and $m = 2$, with (a) $\sigma_0/\lambda_s = 1.5$; (b) $\sigma_0/\lambda_s = 3$; (c) $\sigma_0/\lambda_s \simeq 0.09$. Note that the vertical scales displayed upwind and downwind are different.

Chapitre 3

Modélisation des effets de sol

La prise en compte de l'influence du sol sur la propagation sonore est fondamentale pour l'acoustique environnementale. Sous certaines hypothèses, ces effets peuvent généralement être modélisés par une condition limite d'impédance ; de nombreux travaux récents font cependant état de difficultés quant à la définition et l'implémentation de telles conditions limites *dans le domaine temporel* (par exemple, [50, 67, 72, 74]). Dans ce chapitre, il est montré que l'utilisation du coefficient de réflexion, au lieu de l'impédance de surface plus classiquement utilisée, permet de simplifier considérablement la modélisation des effets de sol dans le domaine temporel. Le coefficient de réflexion présente en effet plusieurs avantages, comme la possibilité de prédire les propriétés de stabilité physique et numérique.

Ce chapitre est organisé comme suit. La section 3.1 rappelle quelques éléments de théorie sur les matériaux poreux. La section 3.2 discute de l'admissibilité physique des conditions limites temporelles au sens large, et justifie l'intérêt du coefficient de réflexion. La section 3.3 présente la méthode multipolaire, qui permet de représenter des matériaux aux propriétés de surface arbitraires. Quelques avantages pratiques du coefficient de réflexion, vis-à-vis entre autres de la méthode multipolaire, sont illustrés dans la section 3.4, avant de discuter du couplage entre les conditions limites et les équations de propagation dans la section 3.5. La section 3.6 conclut ce chapitre et est dédiée plus spécifiquement aux aspects de la propagation en milieu extérieur : la propagation à longue distance et en trois dimensions d'une onde sphérique au-dessus d'un sol absorbant, en conditions atmosphériques homogènes, est considérée en guise d'illustration et de cas de validation.

On se limite ici à l'étude de sols plans (sans effets de topographie et de rugosité de surface), puisque cette hypothèse est vérifiée pour l'expérience ADVISE, et on suppose que le vent transverse au niveau du sol est négligeable ; la plupart des concepts présentés restent cependant valables pour des configurations plus générales.

3.1 Rappels sur les matériaux poreux

La modélisation acoustique des matériaux poreux, dont les sols ne sont qu'un cas particulier, est un domaine de recherche à part entière. Cette section a pour objectif de rappeler quelques éléments de théorie quant à l'origine des modèles de sols utilisés dans ce travail, et, plus généralement, pour la propagation en milieu extérieur. Ces rappels permettront aussi de justifier les choix algorithmiques de ITM4.

3.1.1 Hypothèse de fluide équivalent

Un milieu poreux est constitué d'une phase solide, appelée squelette, et d'une phase fluide, typiquement, de l'air ou de l'eau. Sa structure interne est composée de multiples cavités (éventuellement interconnectées) avec une géométrie complexe, saturées par le fluide. La grande majorité des modèles de sol utilisés dans le cadre de l'acoustique atmosphérique suppose que le squelette est immobile et acoustiquement rigide. Cette hypothèse permet de décrire le comportement du milieu poreux dans le domaine fréquentiel par une simple équation de Helmholtz [165] :

$$\Delta \hat{p} + \omega^2 \frac{\rho_{eq}(\omega)}{K_{eq}(\omega)} \hat{p} = 0, \quad (3.1)$$

qui s'obtient, après une étape d'homogénéisation des propriétés microscopiques du matériaux, à partir des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de la conduction de la chaleur [191]. Les quantités complexes ρ_{eq} et K_{eq} désignent la masse volumique et le module de compressibilité dynamique du fluide dit équivalent, et traduisent respectivement la dépendance en fréquence des effets visqueux et thermiques prenant place au sein du milieu poreux [225, 194][11, p. 68]. Ce milieu est bien sûr dispersif, mais aussi dissipatif, puisque la vitesse de phase des ondes acoustiques est définie par $c_p(\omega) = \sqrt{K_{eq}/\rho_{eq}}$. Tout l'enjeu de modélisation porte sur la définition de ρ_{eq} et K_{eq} permettant de décrire au mieux le comportement du matériau, ou, de manière équivalente, sur la définition de son impédance caractéristique $Z_c(\omega) = \sqrt{K_{eq}\rho_{eq}}$ et de son nombre d'onde $k_c(\omega) = \omega\sqrt{\rho_{eq}/K_{eq}}$ (ce dernier est parfois appelé constante de propagation).

3.1.2 Paramètres et modèles de sol

Une multitude de modèles existent dans la littérature pour décrire les propriétés théoriques des sols rencontrés en acoustique environnementale. Cette diversité fait écho à des sols de natures très différentes (par exemple, sols naturels ou synthétiques) et résulte également de la dualité entre la finesse de la description des processus physiques et les contraintes d'ordre métrologique et méthodologique. Ce dernier point sera développé plus en détail dans la section 4.2.1.

La plupart des modèles utilisés *en pratique* prennent en compte tout au plus trois paramètres physiques, que sont : la résistance statique au passage de l'air σ_g ; la porosité Ω_g , qui désigne le rapport entre le volume de la phase fluide et le volume total ; et la tortuosité q_g , qui permet de quantifier la géométrie du squelette (l'indice « g » fait référence à « *ground* »). Certains modèles peuvent également prendre compte le facteur de forme des pores [7]. Ces paramètres peuvent être interprétés tant d'un point de vue mécanique que d'un point de vue acoustique.

Les modèles considérés dans ce document sont présentés ci-après ; ceci n'est en rien une revue exhaustive de littérature (voir par exemple [10, 9, 67, 68]).

Modèle de Miki modifié

Le premier modèle est un modèle de type polynôme qui peut s'exprimer sous la forme [49]

$$Z_c(\omega) = \rho_0 c \left[1 + \mu \left(\frac{\omega_0}{i\omega} \right)^a \right], \quad (3.2a)$$

$$k_c(\omega) = \frac{\omega}{c} \left[1 + \nu \left(\frac{\omega_0}{i\omega} \right)^b \right], \quad (3.2b)$$

où μ , ν , a et b sont des coefficients réels, $\rho_0 c$ est l'impédance caractéristique de l'air et $\omega_0 = \sigma_g / \rho_0$. Ces relations correspondent au modèle de Miki [150] avec le jeu de coefficients

$$\mu = 0.459, \quad \nu = 0.673, \quad a = 0.632, \quad b = 0.618, \quad (3.3)$$

qui est une version modifiée du modèle empirique de Delany et Bazley [57], permettant de corriger un problème de non-passivité en basses fréquences. Il suppose implicitement que Ω_g et q_g sont proches de 1¹. Ce modèle à un paramètre n'est en principe valide que dans la plage fréquentielle $0.01 \sigma_g < f < \sigma_g$ [128], mais est malgré tout utilisé en dehors de ce domaine de validité. Le modèle de Miki est très populaire grâce à sa simplicité, mais aussi très critiqué pour son manque de réalisme physique (voir, par exemple, [68, 9]).

Tel qu'observé par COTTÉ et al. [49], le jeu de coefficients (3.3) peut conduire à une impédance de surface non passive dès lors qu'un support rigide est considéré (voir plus loin). On préférera alors les coefficients modifiés proposés par DRAGNA et BLANC-BENON [64] permettant de résoudre ce problème :

$$\mu = 0.459, \quad \nu = \gamma\mu, \quad a = b = 0.632, \quad (3.4)$$

avec γ le rapport des capacités spécifiques de l'air.

Modèle de relaxation

Le modèle de WILSON [217] interprète les effets visco-thermiques au sein du milieu poreux comme des phénomènes de relaxation. Ceci conduit à une impédance caractéristique et à un nombre d'onde du fluide équivalent de la forme [10]

$$Z_c(\omega) / \rho_0 c = \frac{\sqrt{q_g}}{\Omega_g} \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{1 + i\omega\tau_e}} \right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + i\omega\tau_v}} \right) \right]^{-1/2}, \quad (3.5a)$$

$$k_c(\omega) = \frac{\omega \sqrt{q_g}}{c} \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{1 + i\omega\tau_e}} \right) / \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + i\omega\tau_v}} \right) \right]^{1/2}, \quad (3.5b)$$

avec τ_e et τ_v les temps caractéristiques thermodynamique et aérodynamique, respectivement. Ce modèle semi-phénoménologique est un peu plus complexe que le modèle précédent, puisqu'il requiert une caractérisation de 4 paramètres, mais peut potentiellement permettre une meilleure description des propriétés acoustiques du matériau.

1. Il est possible de généraliser les équations (3.2) pour prendre en compte une porosité et une tortuosité arbitraires [149].

On se limite dans ce travail aux relations approchées (12) et (13) de WILSON [216], en supposant que $\Omega_g = 1$ et $q_g = 1$, afin d'estimer simplement les temps caractéristiques comme

$$t_e = 3.1/\omega_0 \quad \text{et} \quad t_v = 2.1/\omega_0. \quad (3.6)$$

Cette version simplifiée à un paramètre du modèle de Wilson présente des propriétés similaires aux modèles de Miki présentés précédemment, mais possède un domaine de validité plus large.

Modèle à porosité variable

Le modèle à deux paramètres dit à porosité variable [10, 66] mérite également d'être introduit puisque celui-ci est utilisé de manière intensive dans le prochain chapitre. Il correspond à une approximation basses fréquences pour un sol poreux semi-infini avec une grande résistance σ_g , pour lequel la porosité Ω_g varie exponentiellement avec la profondeur. Ce modèle n'est pas introduit par le couple Z_c et k_c , mais par son impédance de surface Z_s , qui sous certaines hypothèses, permet de décrire localement les interactions acoustiques entre le sol et l'atmosphère (voir section 3.1.3). Le modèle à porosité variable peut être défini par [66]

$$Z_s(\omega)/\rho_0 c = \sqrt{\frac{4\sigma_g}{i\omega\gamma\rho_0}} + \frac{c\alpha_g}{4i\omega\gamma}, \quad (3.7)$$

où α_g est le taux de décroissance de la porosité par unité de longueur (pour $\alpha_g > 0$, le sol en surface est plus poreux qu'en profondeur). Ce modèle d'impédance a par exemple permis d'obtenir la meilleure description des propriétés acoustiques mesurées au-dessus d'un sol herbeux par ATTENBOROUGH [9].

Paramètres acoustiques et paramètres mécaniques

Les trois modèles introduits dans cette section ont été considérés pour décrire par méthode inverse les propriétés acoustiques du sol herbeux de l'expérience ADVISE (voir la section 4.2.1). Ces modèles dépendent en effet de peu de paramètres physiques, ce qui simplifie considérablement l'analyse des résultats expérimentaux (à titre de comparaison, le modèle de Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge [120, 33, 170, 134] prend en compte 7 paramètres). Cette simplicité ne saurait rendre compte de l'extrême complexité des sols naturels (sans parler de leur rugosité de surface), mais peut suffire à traduire leurs propriétés acoustiques avec une précision raisonnable. Les paramètres « acoustiques » d'entrée de ces modèles doivent donc être considérés comme des paramètres effectifs, qui peuvent parfois différer des paramètres « mécaniques » du matériau (voir, par exemple, DON et CRAMOND [61] et ALBERT [2]). De la même manière, les paramètres d'entrée de différents modèles acoustiques peuvent significativement varier pour un même sol : la résistance σ_g estimée dans le chapitre 4 pour le sol herbeux peut ainsi varier d'un facteur 10 selon le modèle choisi (voir également [66]). Ce dernier point est souvent une source de confusion, et il est important de garder à l'esprit que les valeurs typiques de résistance communément admises dans la littérature sont généralement implicitement définies pour les modèles empiriques.

3.1.3 Approches de modélisation numérique

Réaction étendue contre réaction locale

D'une manière générale, deux approches existent pour modéliser numériquement les effets de sol. La première, et à première vue la plus directe, consiste à inclure le milieu poreux directement dans le domaine de calcul et de résoudre des équations de propagation spécifiques [190], comme par exemple l'équation (3.1). La seconde approche consiste à ne modéliser le matériau que d'après ses propriétés de surface via une condition limite dite d'impédance, étant donné que la propagation acoustique à l'intérieur du sol n'est pour nous pas intéressante en soi. Cette approche est avantageuse d'un point de vue numérique puisqu'elle permet de diminuer le volume du domaine à considérer et donc de réduire les coûts de calcul, mais se fait au prix d'une hypothèse sur l'angle de transmission des ondes acoustiques entre l'air et le sol.

La figure 3.1 illustre cette hypothèse, qui correspond à une réaction appelée locale, à opposer à une réaction étendue correspondant à la première approche. L'hypothèse de réaction locale suppose que l'onde transmise dans le sol se propage le long de la normale à la surface et donc que la réponse du sol est indépendante de l'angle d'incidence de l'onde acoustique. D'après la loi de Snell-Descartes, une grande partie des sols rencontrés dans le cadre de la propagation en milieu extérieur sont susceptibles d'être qualifiés de localement réactifs puisqu'ils admettent des vitesses de propagation beaucoup plus faibles que dans l'air [8, 11, p. 33]. La réaction étendue reste cependant à préférer pour des sols stratifiés tels que des sols recouverts de neige ou de litière végétale, et plus généralement, pour des matériaux multicouches [105]. Dans de telles configurations, des phénomènes complexes peuvent en effet apparaître puisque le sol se comporte comme un guide d'onde [86, p. 73], comme illustré sur la figure 3.1.

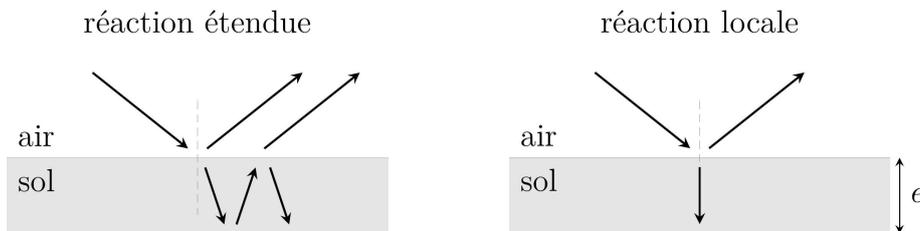


FIG. 3.1 : Illustration du principe de la réaction étendue (gauche) et locale (droite) pour un sol d'épaisseur e .

Pour l'approximation locale, les propriétés du sol peuvent être définies par l'impédance de surface Z_s , qui s'exprime en fonction de l'impédance caractéristique et du nombre d'onde dans le sol, mais qui dépend également des conditions de montage. Une pratique courante consiste par exemple à considérer une couche de matériau poreux d'épaisseur e terminée par une paroi rigide², auquel cas l'impédance de surface s'obtient par la relation [6, p. 67]

$$Z_s(\omega) = Z_c(\omega) / \tanh [ik_c(\omega)e], \quad (3.8)$$

où l'on a supposé par simplicité que la porosité du sol est proche de 1. Cette pratique ne contrevient pas nécessairement à l'hypothèse de réaction locale si l'on se rappelle du caractère

². En théorie, un nombre de couches arbitraire et de natures différentes peuvent être considérés, à partir d'une analyse par transmission de lignes.

effectif des paramètres du sol ; elle est par exemple utilisée par RASMUSSEN [171] pour faciliter l'analyse de résultats expérimentaux au-dessus d'une surface herbeuse. Pour un sol semi-infini, l'impédance de surface est égale à l'impédance caractéristique du sol, soit

$$Z_s(\omega) = Z_c(\omega). \quad (3.9)$$

Ceci n'est cependant qu'un cas particulier et ces deux quantités sont par essence de nature très différente.

Choix algorithmiques pour une modélisation dans le domaine temporel

La nouvelle version de ITM prend en compte une réaction locale, à la différence de ITM2 qui résout des équations de propagation dans le sol [72]. Ceci peut sembler être une régression puisque la réaction étendue est physiquement plus générale, mais il n'en est rien.

En effet, l'aspect temporel de la modélisation des matériaux poreux a été jusqu'ici volontairement mis de côté. Comme on le verra dans la prochaine section, la transcription des propriétés du sol dans le domaine temporel pour la réaction locale n'est pas directe, mais reste beaucoup plus simple à mettre en œuvre que pour la réaction étendue (notamment, grâce à la méthode multipolaire introduite plus tard). La propagation temporelle à l'intérieur des matériaux poreux est un problème complexe, qui pour les cas les plus favorables requiert des outils mathématiques avancés [30, chap. 8]. Il en résulte que la très grande majorité des sols à réaction étendue sont pris en compte dans le domaine temporel par le modèle de Zwikker et Kosten [225], car ce dernier présente une implémentation temporelle très simple³. Ce modèle n'est pas problématique en soi (bien qu'il néglige les effets thermiques soit pour les basses fréquences, soit pour les hautes fréquences [218]), mais ne suffit pas nécessairement dès lors que l'on souhaite reproduire des résultats expérimentaux avec un modèle numérique, et, en particulier, pour reproduire les mesures présentées dans le chapitre 4. La réaction locale est quant à elle d'utilisation très souple car elle permet la prise en compte d'une impédance de surface arbitraire, et autorise donc en pratique l'utilisation de n'importe quel modèle de sol.

ITM4 est certes limité aux cas où l'approximation locale est vérifiée puisque le réalisme physique de la modélisation de fines couches de matériaux poreux peut être contestable (la réaction étendue doit alors être considérée). Cependant, l'ancienne version du code ne peut pas non plus prendre en compte ces situations. Un sol de faible épaisseur (de l'ordre du centimètre ou de la dizaine de centimètres) requiert une discrétisation verticale très fine pour pouvoir être inclus dans les simulations, ce qui impose un faible pas spatial Δ ; cet impératif géométrique est beaucoup plus contraignant que la discrétisation nécessaire à la propagation des ondes acoustiques. Étant donné que les maillages non cartésiens ne sont pas implémentés, ces configurations ne peuvent pas être prises en compte sans fortement diminuer le pas spatial dans l'air, au prix d'un coût numérique prohibitif. Le choix algorithmique de la gestion de l'interface entre l'air et le sol de ITM2 pose également problème puisqu'il impose une forte contrainte sur le nombre de Courant des simulations numériques pour éviter une instabilité, qui conduit à une augmentation des temps de calcul d'un facteur deux (voir annexe D).

La réaction locale est considérée dans ce travail ; celle-ci se trouve par ailleurs particulièrement adéquate pour représenter un sol herbeux [51]. Par la suite, le terme « impédance » fait, par

3. On peut également citer la méthode temporelle récemment proposée par DRAGNA et al. [66] pour implémenter le modèle de relaxation (3.5) en réaction étendue.

défaut, référence à l'impédance de surface du sol Z_s , dorénavant désignée par Z afin d'alléger les notations.

3.2 Conditions limites d'impédance dans le domaine temporel et admissibilité physique

Les effets de sol sont inclus par une condition limite d'impédance⁴, qui consiste à imposer une relation entre les variables acoustiques *en chaque point* de la surface du sol. Ces variables acoustiques sont, dans le cadre de l'approximation locale, la pression pariétale $\hat{p}(\mathbf{r} \in \partial\Omega, \omega)$ et la vitesse normale $\hat{v}_n(\mathbf{r} \in \partial\Omega, \omega) = \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r} \in \partial\Omega, \omega) \cdot \mathbf{n}$, où $\partial\Omega$ désigne l'interface air-sol et \mathbf{n} correspond à la normale sortante. Par simplicité, la dépendance spatiale est par la suite implicite : $\hat{p}(\omega)$ et $\hat{v}_n(\omega)$ correspondent par exemple à la valeur des champs à une position donnée de la surface.

3.2.1 Formalisme et rappel des conditions fondamentales

Considérations préliminaires

Les propriétés acoustiques de matériaux absorbants localement réactifs peuvent être décrites par l'impédance $Z(\omega) = \hat{p}(\omega)/\hat{v}_n(\omega)$, mais aussi par l'admittance $Y(\omega) = \hat{v}_n(\omega)/\hat{p}(\omega)$ ou par le coefficient de réflexion $R(\omega) = (\hat{p} - \rho_0 c \hat{v}_n)/(\hat{p} + \rho_0 c \hat{v}_n)$ (pour ce dernier, voir, par exemple, [83]). Les relations permettant de passer d'une quantité à l'autre sont rappelées dans le tableau 3.1.

Une condition limite dans le domaine fréquentiel basée sur l'une de ces trois quantités revient à imposer une des relations suivantes à la surface du matériau :

$$\hat{p}(\omega) = \hat{v}_n(\omega)Z(\omega), \quad \hat{v}_n(\omega) = \hat{p}(\omega)Y(\omega), \quad \hat{g}(\omega) = \hat{f}(\omega)R(\omega), \quad (3.10)$$

où une définition possible des ondes caractéristiques incidente et réfléchie \hat{f} et \hat{g} est

$$\hat{f}(\omega) = (\hat{p} + \rho_0 c \hat{v}_n)/2 \quad \text{et} \quad \hat{g}(\omega) = (\hat{p} - \rho_0 c \hat{v}_n)/2. \quad (3.11)$$

On l'a vu, ces quantités sont généralement définies ou mesurées dans le domaine fréquentiel : une représentation dans le domaine temporel est requise au préalable à la prise en compte de telles conditions limites dans un modèle de propagation temporel. Cet aspect temporel contraint la définition de Z , Y et R , qui doit tout d'abord être étendue à l'ensemble du plan complexe. Ceci revient à considérer les transformées de Laplace bilatérales

$$Z(s) = \int_{-\infty}^{\infty} z(t) e^{-st} dt, \quad Y(s) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-st} dt, \quad R(s) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) e^{-st} dt, \quad (3.12)$$

où l'axe imaginaire du plan complexe s est le domaine de définition initial de Z , Y et R , soit $\omega = \text{Im}\{s\}$ (voir [155, 154] pour une justification détaillée de l'utilisation de la transformée de Laplace). Par la suite, les notations faisant explicitement apparaître la dépendance en s font en

4. Comme détaillé plus loin, cette terminologie n'implique pas nécessairement l'utilisation de l'impédance de surface pour imposer la condition limite.

toute rigueur référence à une fonction de transfert [par exemple, $Z(s)$], à ne pas confondre avec sa réponse en fréquence [$Z(\omega) \equiv Z(s)|_{s=i\omega}$].

Si l'impédance, l'admittance et le coefficient de réflexion correspondent à des systèmes linéaires et invariants dans le temps (SLIT), leur réponse à une sollicitation d'entrée se traduit dans le domaine temporel par un produit de convolution. L'équivalent temporel des équations (3.10) est alors donné par

$$p(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} v_n(\tau) z(t - \tau) d\tau, \quad v_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\tau) y(t - \tau) d\tau, \quad g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) r(t - \tau) d\tau, \quad (3.13)$$

où $z(t)$, $y(t)$ et $r(t)$ s'obtiennent respectivement par transformée de Laplace inverse de $Z(s)$, $Y(s)$ et $R(s)$, et correspondent par définition à la réponse impulsionnelle de chaque système.

L'impédance, l'admittance et le coefficient de réflexion traduisent le même processus physique et sont *a priori* strictement équivalentes, dans la mesure où toutes permettent de décrire l'effet d'un matériau sur l'amplitude et la phase d'une onde acoustique.

Conditions fondamentales

Comme initialement formalisé par RIENSTRA [178], ces trois grandeurs doivent vérifier plusieurs propriétés pour être physiquement admissibles dans le domaine temporel. Tout système physique est en effet assujéti au principe de causalité (la réponse d'un système ne peut pas dépendre du futur de la perturbation d'entrée) et de réalité (la réponse impulsionnelle du système doit être réelle). Dans le cas de la réponse acoustique de sols, on s'attend également à un comportement stable (toute perturbation d'amplitude finie doit produire une réponse finie) et passif (le modèle ne doit pas créer d'énergie); notons que la passivité d'un système implique sa causalité et sa stabilité. Dans la littérature « acoustique », la stabilité est implicitement supposée coïncider avec la causalité, ce qui n'est pas nécessairement vrai (voir, par exemple, [206]). Comme illustré dans la prochaine sous-section, il peut être intéressant de distinguer ces deux critères.

Dans le domaine de Laplace, ces conditions impliquent pour l'impédance, d'après Rienstra :

$$Z(s) = Z^*(s^*) \quad \text{pour} \quad \text{Re}\{s\} = 0, \quad (3.14a)$$

$$\text{Re}\{Z(s)\} \geq 0 \quad \text{pour} \quad \text{Re}\{s\} = 0, \quad (3.14b)$$

$$Z(s) \text{ est une fonction analytique pour } \text{Re}\{s\} > 0. \quad (3.14c)$$

Les deux premières conditions permettent d'obtenir un système réel (a) et passif (b). La dernière condition (c), souvent présentée comme une condition de causalité, implique qu'aucun pôle de la fonction de transfert $Z(s)$ ne doit être situé dans la moitié droite du plan complexe s ; autrement dit, les éventuels pôles doivent avoir une partie réelle négative. Cette condition est nécessaire et suffisante pour assurer la stabilité du système, mais pas toujours sa causalité.

Considérons par exemple la fonction de transfert suivante :

$$Z(s) = 1 + \frac{e^{s\tau}}{s + 1}, \quad \tau > 0. \quad (3.15)$$

Celle-ci vérifie les conditions (3.14) de réalité, de passivité et de stabilité (la fonction est analytique pour $\text{Re}\{s\} > 0$ car l'unique pôle est situé en $s = -1$), et admet pour réponse

impulsionnelle

$$z(t) = \delta(t) + e^{-(t+\tau)}\mathcal{H}(t + \tau), \quad (3.16)$$

avec $\delta(t)$ la distribution de Dirac et $\mathcal{H}(t)$ la fonction de Heaviside. Ce modèle n'est manifestement pas causal puisque $z(-\tau \leq t < 0) \neq 0$. Ce cas particulier suffit à invalider la condition (3.14c) comme condition suffisante de causalité, et peut par exemple expliquer l'introduction par DRAGNA et BLANC-BENON [64] de critères additionnels plus stricts pour compléter la condition de Rienstra (3.14c), ou l'extension de la condition de passivité au demi-plan gauche du plan complexe par MONTEGHETTI et al. [154]. La causalité d'un système dans le cas général n'est en effet pas aisément vérifiable dans le domaine de Laplace [224] puisque cette propriété tient davantage à la manière dont la réponse impulsionnelle est définie à partir de sa fonction de transfert qu'à la fonction de transfert elle-même (voir par exemple [199, p. 395]). L'origine de la confusion sur la définition de la causalité via la condition d'analyticité (3.14c) tient probablement au fait que celle-ci n'est une condition nécessaire et suffisante de causalité que pour des fonctions de transfert *rationnelles* [213]. Comme détaillé plus loin, la méthode multipolaire utilisée dans ce travail s'inscrit dans ce cadre : on supposera pour l'instant que les critères d'admissibilité (3.14) sont donc nécessaires et suffisants. D'un point de vue numérique, il est enfin à noter qu'un modèle non causal ne peut dans tous les cas pas être pris en compte par un schéma temporel explicite.

Si l'admittance est utilisée pour traiter les conditions limites, on retrouve exactement les mêmes contraintes que pour l'impédance [179, p. 39] :

$$Y(s) = Y^*(s^*) \quad \text{pour} \quad \operatorname{Re}\{s\} = 0, \quad (3.17a)$$

$$\operatorname{Re}\{Y(s)\} \geq 0 \quad \text{pour} \quad \operatorname{Re}\{s\} = 0, \quad (3.17b)$$

$$Y(s) \text{ est une fonction analytique pour } \operatorname{Re}\{s\} > 0. \quad (3.17c)$$

De la même manière, le coefficient de réflexion doit vérifier

$$R(s) = R^*(s^*) \quad \text{pour} \quad \operatorname{Re}\{s\} = 0, \quad (3.18a)$$

$$|R(s)| \leq 1 \quad \text{pour} \quad \operatorname{Re}\{s\} = 0, \quad (3.18b)$$

$$R(s) \text{ est une fonction analytique pour } \operatorname{Re}\{s\} > 0. \quad (3.18c)$$

Seule la condition de passivité (3.18b) change, et peut se déduire d'après (3.14b) et (3.17b) en utilisant les relations du tableau 3.1.

3.2.2 Le coefficient de réflexion caractérise la condition limite

Les conditions limites dans le domaine temporel les plus couramment utilisées sont basées sur l'impédance ou l'admittance, alors que le coefficient de réflexion est plus rarement utilisé dans la littérature [121, 63], en dépit des recommandations de [83, 81, 82] ; une raison possible est que le coefficient de réflexion ne relie pas directement les variables primitives des équations de propagation et peut donc apparaître comme une quantité moins tangible.

On s'est en effet contenté jusqu'ici de rappeler les conditions fondamentales sur Z , Y et R pour obtenir un modèle physiquement admissible dans le domaine temporel pour des fonctions de transfert rationnelles. Ces conditions fondamentales sont des conditions générales pour des systèmes monovariabiles, à une entrée et une sortie, qui ne présument en rien de la pertinence

	Z	Y	R	$\hat{v}_n = 0$	$\hat{p} = 0$	non-réflexion
$Z =$	—	$1/Y$	$\rho_0 c \frac{1+R}{1-R}$	∞	0	$\rho_0 c$
$Y =$	$1/Z$	—	$\frac{1}{\rho_0 c} \frac{1-R}{1+R}$	0	∞	$1/\rho_0 c$
$R =$	$\frac{Z - \rho_0 c}{Z + \rho_0 c}$	$\frac{1 - \rho_0 c Y}{1 + \rho_0 c Y}$	—	1	-1	0

TAB. 3.1 : Rappel des relations entre l'impédance Z , l'admittance Y et le coefficient de réflexion R , dans le cadre de la réaction locale. Quelques conditions limites simples sont indiquées : les conditions $\hat{v}_n = 0$ et $\hat{p} = 0$ correspondent à des réflexions totales (respectivement, conditions rigide et de relâchement de pression) ; la condition de non-réflexion (locale, ou pour des ondes à incidence normale) implique $\hat{p} = \rho_0 c \hat{v}_n$.

physique desdites variables d'entrée et de sortie. Alors que l'impédance, l'admittance et le coefficient de réflexion sont des quantités tout aussi adéquates pour étudier les propriétés d'un matériau absorbant, il n'en va pas nécessairement de même dès lors qu'il s'agit d'imposer des conditions limites. Le formalisme présenté dans la section 3.2.1 pour Z ou Y , bien que mathématiquement valide, présente en effet une faille : la pression et la vitesse normale ne sont pas indépendantes mais dépendent l'une de l'autre [82]. Leur représentation comme des fonctions de transfert est donc sujette à caution puisque la réponse du système influence la perturbation d'entrée. Comme observé par COSNEFROY [48] et, plus récemment, prédit par MONTEGHETTI et al. [154], le coefficient de réflexion semble en effet être numériquement la quantité pertinente pour ces applications.

Cette sous-section a pour objectif de justifier l'intérêt du coefficient de réflexion par rapport à l'impédance et l'admittance, sous l'angle original de l'analyse des systèmes dynamiques.

Schéma fonctionnel du coefficient de réflexion

Physiquement, un matériau réagit à une perturbation incidente et génère une réflexion. Cette onde réfléchie est la conséquence de l'onde incidente, et, pour l'acoustique linéaire, l'onde incidente est indépendante de l'onde réfléchie [82]. Le coefficient de réflexion R caractérise localement ce processus et est la fonction de transfert du système physique : il permet de déterminer la réponse $\hat{g}(\hat{f})$ à une onde incidente arbitraire \hat{f} , où \hat{f} est indépendante de \hat{g} . Autrement dit, R correspond à un système en boucle ouverte, et la réflexion d'une onde à la surface d'un matériau peut se représenter par le schéma fonctionnel de la figure 3.2.

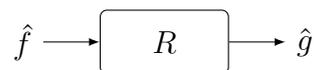


FIG. 3.2: Schéma fonctionnel du coefficient de réflexion.

Il est maintenant révélateur de considérer le coefficient de réflexion $R(s)$ comme une fonction de $Z(s)$ et $Y(s)$ pour mieux illustrer le rôle de l'impédance et de l'admittance sur la dynamique

de ce système. En utilisant les relations du tableau 3.1, le coefficient de réflexion peut s'exprimer comme

$$R(s) = \frac{Z(s)}{Z(s) + \rho_0 c} - \frac{Y(s)}{Y(s) + 1/\rho_0 c} . \quad (3.19)$$

Le schéma fonctionnel 3.2 est donc équivalent à l'association de deux blocs en parallèle faisant intervenir l'impédance ou l'admittance, comme illustré sur la figure 3.3.

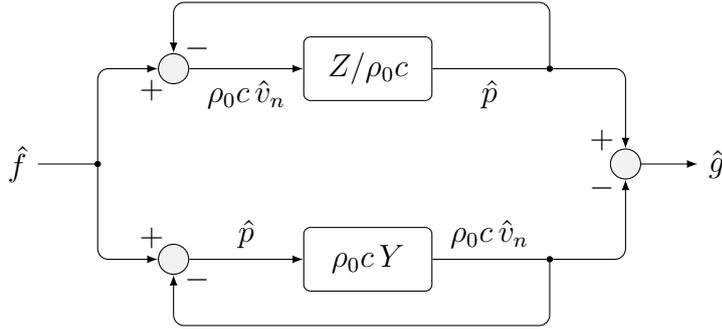


FIG. 3.3: Schéma fonctionnel du coefficient de réflexion à partir de Z et Y .

L'impédance et l'admittance ne sont en effet que des sous-systèmes du coefficient de réflexion. La réponse de $Z(s)$ et de $Y(s)$ traduit certes les propriétés du matériau absorbant, mais ne suffit pas à caractériser l'ensemble du processus de réflexion : elle interagit également avec le fluide environnant d'impédance caractéristique $\rho_0 c$. Ce couplage se manifeste par une boucle de rétroaction (négative) ayant pour effet de stabiliser la réponse des deux sous-systèmes, qui correspondent à des systèmes en boucle fermée.

Considérons par exemple une condition rigide pour laquelle $\hat{v}_n = 0$. Dans ce cas, l'admittance est nulle et ne contribue pas à la réponse du système alors que l'impédance est infinie. Le sous-système associé à l'impédance (voir figure 3.4) est donc instable puisque la sortie \hat{p} n'est pas bornée. Le couplage avec le fluide a cependant un effet stabilisateur de telle sorte que la fonction de transfert du système complet vaut $R(s) = 1$.

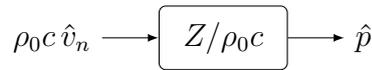


FIG. 3.4: Schéma fonctionnel de l'impédance.

De la même manière, la condition $\hat{p} = 0$ conduit à une instabilité du sous-système associé à l'admittance (figure 3.5) mais la réponse du système complet est bornée et correspond à $R(s) = -1$.



FIG. 3.5: Schéma fonctionnel de l'admittance.

En résumé, l'impédance et l'admittance caractérisent les propriétés acoustiques intrinsèques d'un matériau pris de façon isolée, alors que le coefficient de réflexion rend également compte de l'influence du fluide dans lequel ce matériau est immergé.

Implications

Une première conséquence de cette interprétation est que la causalité et la stabilité d'un système ne sont pas directement définies par son impédance ou son admittance, et donc que les conditions d'analyticité (3.14c) et (3.17c) sur Z ou Y ne sont pas applicables ; la causalité et la stabilité dépendent du coefficient de réflexion, qui caractérise le système complet. Les deux exemples suivants, tirés de [48], illustrent cette incompatibilité.

Exemple 1 Le modèle d'impédance

$$Z(s) = -s \quad (3.20)$$

vérifie la condition (3.14c), et semble stable et causal puisque sa réponse impulsionnelle vérifie

$$z(t) = -\frac{d}{dt}\delta(t). \quad (3.21)$$

Cependant, son coefficient de réflexion, donné par

$$R(s) = 1 + \frac{2}{s-1}, \quad (3.22)$$

indique que ce modèle n'est pas physiquement admissible. En effet, la condition (3.18c) n'est pas v rifi e et la réponse impulsionnelle du système vaut

$$r(t) = \delta(t) + 2e^t\mathcal{H}(t), \quad (3.23)$$

ce qui indique un système instable.

Exemple 2 En guise de deuxième exemple, on considère une impédance de la forme

$$Z(s) = \frac{1}{s-1}, \quad (3.24)$$

qui correspond à première vue à un système instable, puisque la réponse impulsionnelle de l'impédance tend vers l'infini :

$$z(t) = e^t\mathcal{H}(t). \quad (3.25)$$

Ce système est malgré tout physiquement admissible car son coefficient de réflexion est donné par

$$R(s) = -1 + \frac{2}{s}, \quad (3.26)$$

avec une réponse impulsionnelle causale et stable :

$$r(t) = -\delta(t) + 2\mathcal{H}(t). \quad (3.27)$$

Ces deux cas particuliers, corroborés par des simulations numériques, prouvent l'inexactitude des conditions (3.14c) et (3.17c), qui ne coïncident pas toujours avec la condition d'analyticité (3.18c) du coefficient de réflexion. Il est intéressant de noter que cette dernière contraint la position des pôles du coefficient de réflexion, mais peut aussi se traduire de manière équivalente

par une contrainte sur les zéros de l'expression $Z + \rho_0 c$. La condition physique nécessaire et suffisante de causalité et de stabilité pour des modèles rationnels peut donc s'écrire en terme d'impédance comme

$$Z(s) \neq -\rho_0 c \quad \text{pour} \quad \operatorname{Re}\{s\} > 0. \quad (3.28)$$

On retrouve cette condition dans [82], qui diffère des conditions vérifiées par des systèmes linéaires et invariants dans le temps.

L'utilisation de l'impédance ou de l'admittance pour imposer des conditions limites dans un code temporel résulte également en plusieurs approximations numériques, peu documentées dans la littérature, ou du moins dont les origines sont mal comprises. La première est liée à la représentation d'un système en boucle fermée par un système en boucle ouverte, qui a pour conséquence la non prise en compte du couplage avec le fluide. Ceci explique par exemple les instabilités rencontrées avec l'impédance par DRAGNA [67, p. 26] pour des sols très rigides (soit pour Z proche de l'infini), puisque le sous-système correspondant n'est plus stabilisé par la boucle de rétroaction du fluide; on s'attend à un comportement similaire avec l'admittance pour des sols aux caractéristiques proches d'une condition de relâchement de pression. De la même manière, ceci pourrait expliquer la contrainte sur le nombre de Courant maximal prédite par MONTEGHETTI et al. [154] avec l'impédance, pour la méthode de Galerkin discontinue, qui n'est pas présente avec le coefficient de réflexion. La seconde approximation liée à l'utilisation de l'impédance et de l'admittance implique que ce deux quantités ne permettent un contrôle que sur la pression ou la vitesse normale, respectivement, alors que le coefficient de réflexion permet de contrôler les deux variables à la fois [154]. Par exemple, si l'impédance est utilisée, la condition limite consiste à déterminer la pression à partir de la vitesse normale, et cette dernière n'est pas mise à jour car elle correspond à l'entrée du sous-système (voir le schéma 3.4). La qualité de cette approximation dépend de l'influence relative de l'impédance et de l'admittance sur la réponse du système, ce qui peut expliquer les pertes de convergences observées dans [48] pour l'impédance dans certaines configurations, qui ne sont pas observées pour le coefficient de réflexion. La quantification des erreurs numériques liées aux limites de l'impédance et de l'admittance sort du cadre de ce travail et ne sera pas traitée, bien que ces erreurs restent à mieux documenter notamment vis-à-vis de la propagation en milieu extérieur.

L'admissibilité physique des conditions limites temporelles dépend des propriétés du coefficient de réflexion, qui est utilisé par la suite. D'un point de vue numérique, celui-ci est à privilégier car il n'induit pas à ce stade d'approximation sur la réponse du matériau poreux, dans le cadre de l'approximation locale. Ces considérations peuvent sembler très formelles mais ont des conséquences pratiques, concernant par exemple l'étude des propriétés de stabilité numérique. Les avantages du coefficient de réflexion pour la méthode multipolaire seront discutés dans la section 3.4.

3.3 Méthode multipolaire en ordre élevé

Dans le cas général, les modèles de sol peuvent ne pas être directement applicables au domaine temporel [64] puisqu'ils ne vérifient pas nécessairement les critères d'admissibilité physique (voir section 3.2). Leur transformée de Fourier inverse peut de plus ne pas avoir de solution analytique, ou peut ne pas permettre une implémentation numérique efficace des

intégrales de convolution (3.13). Ceci est d'autant plus vrai pour le coefficient de réflexion puisque ces modèles sont le plus souvent définis pour l'impédance.

La méthode multipolaire [82, 173, 137, 155] est une approche alternative qui consiste à représenter la réponse en fréquence $R(\omega)$ d'un matériau à partir d'une fonction rationnelle $R_\star(s)$ afin de simplifier le traitement des conditions limites. Le système R_\star a une réponse en fréquence similaire à R au sein de la plage de fréquence d'intérêt, mais est construit de telle sorte à vérifier les conditions fondamentales et à permettre une résolution itérative d'ordre élevé du produit de convolution entre sa réponse impulsionnelle $r_\star(t)$ et une perturbation d'entrée arbitraire $f(t)$. Cette approche est très générale et présente l'avantage de ne pas être spécifique à un modèle de sol. Elle peut en outre permettre la prise en compte de réponses en fréquence mesurées expérimentalement.

3.3.1 Approximation rationnelle et réponse impulsionnelle

La fonction de transfert R_\star est définie telle que $R_\star(\omega) \simeq R(\omega)$ au sein d'une plage fréquentielle donnée. Un choix possible consiste à représenter ce système par une fonction rationnelle de la forme [163]

$$R_\star(s) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m s^m}{\sum_{n=0}^N a_n s^n}, \quad (3.29)$$

où a_n et b_m sont des coefficients réels, et M et N sont respectivement l'ordre du numérateur et du dénominateur. Cette expression peut être réécrite par décomposition en fractions partielles comme

$$R_\star(s) = \sum_{j=0}^{M-N} s^j R_j + \sum_{j=1}^N \frac{C_j}{s + \lambda_j}. \quad (3.30)$$

Les coefficients $-\lambda_j$ correspondent aux pôles complexes de R_\star et sont solutions de l'équation $\sum_{n=0}^N a_n (-\lambda_n)^n = 0$; la figure 3.6 illustre la contribution d'un pôle sur la partie réelle, la partie imaginaire et le module de $R_\star(s)$. À chaque pôle est associé un résidu complexe C_j qui module leur influence relative, et les coefficients R_j sont réels. La première somme est parfois appelée « terme direct » et intervient si l'ordre du numérateur est plus élevé que l'ordre du dénominateur, soit $M \geq N$.

La plupart des modèles de la littérature sont des cas particuliers de ces deux représentations, tel que le modèle à trois paramètres de TAM et AURIAULT [200]. La méthode multipolaire est cependant une méthode « large bande », étant donné qu'elle peut rendre compte des propriétés du sol sur une grande plage de fréquences — sous réserve que la réponse en fréquence à modéliser puisse être représentée correctement par une fonction rationnelle (ce qui est généralement le cas), et que la méthode d'identification des coefficients soit suffisamment robuste (voir la section 3.4.1).

On considère par la suite la représentation en modèle pôle-résidu de l'équation (3.30), qui permet de s'assurer plus facilement du respect des conditions fondamentales (3.18) pour le coefficient de réflexion. Ces dernières permettent en effet de contraindre cette expression :

- la condition de réalité (3.18a) implique que chaque paire complexe (C_j, λ_j) est associée à une paire complexe conjuguée (C_j^*, λ_j^*) ;
- la condition de passivité (3.18b) se traduit par $M \leq N$ et $|R_0| \leq 1$ (ces conditions sont nécessaires mais pas suffisantes);

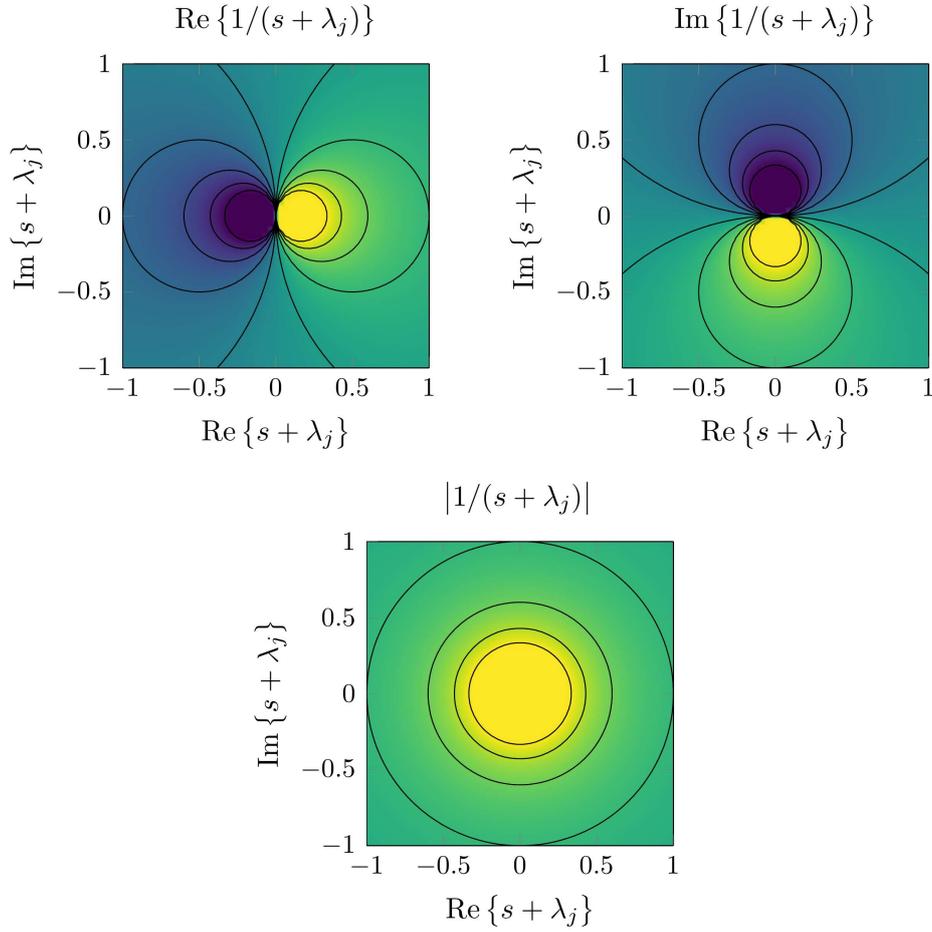


FIG. 3.6: Allure de la contribution d'un pôle dans le plan complexe.

- la condition de causalité et de stabilité (3.18c) contraint la position des pôles $-\lambda_j$, qui doivent se trouver dans la moitié gauche du plan complexe, soit $\text{Re}\{\lambda_j\} \geq 0$.

L'équation (3.30) peut donc être réécrite sous la forme

$$R_{\star}(s) = R_0 + \sum_{j=1}^P \frac{C_j}{s + \lambda_j} + \sum_{j=P+1}^{P+Q} \left(\frac{C_j}{s + \lambda_j} + \frac{C_j^*}{s + \lambda_j^*} \right), \quad (3.31)$$

où les paires complexes conjuguées apparaissent explicitement, avec P le nombre de pôles réels et Q le nombre de paires de pôles complexes ($N = P + 2Q$). La transformée de Laplace inverse de l'équation (3.31) permet d'obtenir la réponse impulsionnelle du système comme une superposition de fonctions exponentielles décroissantes

$$r_{\star}(t) = R_0 \delta(t) + \sum_{j=1}^P C_j e^{-\lambda_j t} \mathcal{H}(t) + 2 \sum_{j=P+1}^{P+Q} e^{-\alpha_j t} \left[A_j \cos(\beta_j t) + B_j \sin(\beta_j t) \right] \mathcal{H}(t), \quad (3.32)$$

où les pôles et résidus complexes sont donnés par $C_j = A_j + iB_j$ et $\lambda_j = \alpha_j + i\beta_j$.

La variable de temps est ici implicitement supposée continue; ceci permet d'interpréter physiquement ce système comme l'association en parallèle de systèmes masse-ressort avec

amortissement (voir, par exemple, les analogies mécaniques de SAKAMOTO et al. [186]). Dans le cas discret (la transformée de Laplace inverse est remplacée par la transformée en Z inverse), le coefficient de réflexion peut être considéré comme un filtre numérique à réponse impulsionnelle infinie [195, 163].

La détermination des coefficients du modèle pôle-résidu à partir d'une réponse en fréquence « physique » ainsi qu'une interprétation plus détaillée de la réponse impulsionnelle (3.32) sont données dans la section 3.4.

3.3.2 Résolution par équations différentielles auxiliaires (ADE)

L'approximation de la réponse impulsionnelle du système étant connue, la réponse à une onde incidente arbitraire est donnée d'après l'équation (3.13) par le produit de convolution

$$g(t) \simeq \int_{-\infty}^t f(\tau) r_{\star}(t - \tau) d\tau. \quad (3.33)$$

La résolution directe de cette intégrale n'est pas envisageable dans un code de propagation en trois dimensions puisque tout l'historique de $f(t)$ doit alors être gardé en mémoire (voir ÖZYÖRÜK et LONG [164]).

Diverses approches pour traiter les produits de convolution de façon itérative existent dans la littérature. La méthode des équations différentielles auxiliaires (ADE, pour *auxiliary differential equations*) est utilisée ici. Cette approche, déjà été introduite dans la section 2.1, consiste à définir des variables supplémentaires de telle sorte que le produit de convolution n'apparaisse pas explicitement [85]. Ces variables vérifient des équations différentielles ordinaires qui peuvent être résolues numériquement avec un schéma temporel d'ordre élevé.

En remplaçant l'expression (3.32) de $r_{\star}(t)$ dans l'équation (3.33), on obtient en effet

$$g(t) \simeq R_0 f(t) + \sum_{j=1}^P C_j \varphi_j(t) + 2 \sum_{j=P+1}^{P+Q} \left[A_j \psi_j^R(t) + B_j \psi_j^I(t) \right], \quad (3.34)$$

où φ_j , ψ_j^R et ψ_j^I sont des variables auxiliaires données par

$$\varphi_j(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) e^{-\lambda_j(t-\tau)} d\tau, \quad (3.35a)$$

$$\psi_j^R(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) e^{-\alpha_j(t-\tau)} \cos[\beta_j(t-\tau)] d\tau, \quad (3.35b)$$

$$\psi_j^I(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) e^{-\alpha_j(t-\tau)} \sin[\beta_j(t-\tau)] d\tau. \quad (3.35c)$$

La dérivée temporelle de ces équations conduit aux équations différentielles [66] :

$$\frac{d\varphi_j}{dt} + \lambda_j \varphi_j(t) = f(t), \quad (3.36a)$$

$$\frac{d\psi_j^R}{dt} + \alpha_j \psi_j^R(t) + \beta_j \psi_j^I(t) = f(t), \quad (3.36b)$$

$$\frac{d\psi_j^I}{dt} + \alpha_j \psi_j^I(t) - \beta_j \psi_j^R(t) = 0. \quad (3.36c)$$

Ces dernières sont résolues itérativement par intégration temporelle classique. Les solutions φ_j , ψ_j^R et ψ_j^I sont ensuite utilisées dans l'équation (3.34) pour déterminer la réponse temporelle du système. L'équation (3.36a) est très similaire aux équations résolues pour les PMLs ; le traitement des conditions limites est cependant un peu plus complexe car il nécessite un couplage avec les équations de propagation. Ce point est détaillé dans la section 3.5.

On insistera encore sur le fait que la méthode ADE permet une représentation exacte de l'intégrale de convolution (3.33), et que le choix des variables auxiliaires n'est pas unique. Cette méthode présente de plus un grand avantage par rapport aux autres approches : le même schéma d'intégration que pour les équations de propagation peut être utilisé pour résoudre les équations auxiliaires. Le traitement des conditions limites vérifie alors des propriétés numériques similaires en terme d'ordre des erreurs et de stabilité, comme discuté dans la prochaine section.

3.4 Avantages pratiques du coefficient de réflexion

Cette section introduit quelques avantages pratiques de l'utilisation du coefficient de réflexion par rapport à l'impédance ou l'admittance, dans le cadre de la méthode multipolaire. Toutes ces propriétés découlent directement du raisonnement présenté dans la section 3.2.1.

3.4.1 Identification des coefficients de l'approximation rationnelle

Le premier intérêt du coefficient de réflexion concerne la détermination des coefficients R_0 , C_j et λ_k du modèle pôle-résidu (3.31) ayant des propriétés similaires au sol à modéliser. Cette étape s'effectue ici à l'aide de la méthode de Vector Fitting (VFIT), utilisée par exemple par REYMEN et al. [173], dont le code source est disponible sur internet [98, 97, 58].

La méthode VFIT est une méthode itérative qui permet d'estimer les coefficients susmentionnés pour une réponse en fréquence « cible » arbitraire, au sein d'une plage de fréquence donnée. À partir d'une distribution initialement connue de N pôles réels ou complexes (pour des modèles de sol, ces pôles sont typiquement choisis espacés logarithmiquement le long de l'axe réel), l'algorithme optimise la position des pôles avec la méthode des moindres carrés et détermine les résidus associés, ainsi que le terme direct. Cette procédure peut être répétée en choisissant comme pôles de départ le jeu de pôles obtenu à l'itération précédente, jusqu'à ce que l'erreur entre la réponse en fréquence $R(\omega)$ et $R_*(\omega)$ converge. Des taux d'erreurs très satisfaisants sont généralement obtenus en quelques itérations pour les modèles de sol, qui requièrent tout au plus une dizaine de pôles selon l'étendue de la plage fréquentielle considérée (voir la section 3.6.2).

La méthode impose des pôles « stables », au sens admis pour des systèmes linéaires et invariants dans le temps. Ces pôles sont ainsi placés dans la moitié gauche du plan complexe, ce qui permet de s'assurer automatiquement de l'admissibilité physique des pôles du coefficient de réflexion. Ce n'est en revanche pas le cas pour l'impédance et l'admittance, puisque, d'après la relation (3.28), leur propriété de stabilité dépend uniquement des zéros de $Z + \rho_0 c$ et de $Y + 1/\rho_0 c$, respectivement. De ce point de vue, le coefficient de réflexion simplifie l'identification des coefficients de l'approximation rationnelle, sauf à développer des algorithmes spécifiques à l'impédance et à l'admittance. Il est vrai que pour des modèles pôle-résidu simples, avec peu de termes, des pôles « stables » pour l'impédance ou l'admittance peuvent généralement impliquer un coefficient de réflexion stable. Cette correspondance semble néanmoins restreinte aux modèles

passifs, ce qui pourrait par ailleurs expliquer l'intérêt particulier porté à cette propriété dans la littérature ; à l'inverse, un modèle non passif avec le coefficient de réflexion n'est pas forcément problématique d'un point de vue numérique, comme illustré dans la section 3.5.3.

On peut également s'attendre à de meilleurs ajustements de courbe pour le coefficient de réflexion puisque celui-ci est borné et que l'imposition de pôles « stables » coïncide avec la stabilité physique de la condition limite, ce qui n'est pas le cas pour l'impédance et l'admittance. Ce point est cependant difficile à démontrer dans le cas général étant donné la sensibilité des résultats à la position des pôles de départ, et qu'il faudrait davantage raisonner en terme d'incertitude sur la prédiction des signaux acoustiques à longue distance.

Enfin, des méthodes autres que VFIT ont été développées pour l'identification des coefficients, basées par exemple sur un approximant de Padé [161, 67] ou sur une approche d'optimisation dans le domaine fréquentiel. Dans cette dernière catégorie, on peut citer la méthode proposée par COTTÉ et al. [49] qui a pour avantage de pouvoir contrôler la valeur maximale du module des pôles obtenus. Il est en effet admis dans la littérature que les constantes de temps associées aux pôles (en particulier, aux pôles de l'impédance) doivent être petites devant le pas de temps Δt utilisé dans les simulations numériques ; ce point sera réévalué un peu plus loin.

3.4.2 Solution semi-analytique temporelle en incidence normale

Un autre intérêt du coefficient de réflexion est qu'il permet d'obtenir une solution analytique en incidence normale dans le domaine temporel sous une forme fermée, ce qui implique entre autres que chaque terme de son modèle pôle-résidu peut s'interpréter physiquement.

On considère à titre d'illustration l'équation des ondes en une dimension

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0, \quad (3.37)$$

vérifiée pour $x \leq 0$. Une frontière est située en $x = 0$, définie par la réponse impulsionnelle d'un coefficient de réflexion rationnel $r_*(t)$, donnée par l'équation (3.32). La solution de ce problème correspond à la superposition de deux ondes contra-propagatives $f(t - x/c)$ et $g(t + x/c)$. Après imposition de la condition limite, le champ de pression s'écrit comme

$$p(x, t) = f(t - x/c) + \int_{-\infty}^{t+x/c} f(\tau) r_*(t + x/c - \tau) d\tau. \quad (3.38)$$

On suppose sans perte de généralité que l'onde incidente correspond à la distribution de Dirac $f(t) = \delta(t)$, afin d'alléger les notations. En remplaçant $r_*(t)$ dans l'équation (3.38), l'évolution de la pression peut alors s'écrire sous la forme

$$p(x, t) = \delta(t - x/c) + R_0 \delta(t + x/c) + \sum_{j=1}^N |C_j| e^{-\alpha_j(t+x/c)} \cos[\beta_j(t + x/c) + \Psi_j] \mathcal{H}(t + x/c), \quad (3.39)$$

avec

$$\Psi_j = \tan^{-1} (B_j/A_j) .$$

La distinction entre les pôles réels et les pôles complexes précédemment utilisée n'a ici pas lieu d'être, puisque qu'elle n'avait pour seul objectif que d'économiser des ressources de calcul. On considère ici que les pôles réels sont des cas particuliers de pôles complexes, avec $\beta_j = B_j = 0$.

L'équation (3.39) fait explicitement apparaître la contribution de chaque pôle à l'évolution temporelle des grandeurs acoustiques, qui peut s'interpréter comme la réponse d'un oscillateur harmonique à un degré de liberté avec amortissement. Cette analogie permet de donner un sens physique à la position des pôles et des résidus dans le plan complexe. Le module du pôle $|\lambda_k|$ de chaque sous-système correspond ainsi à la pulsation propre, la partie imaginaire β_j à la pseudo-pulsation propre, et la partie réelle α_j quantifie le taux d'amortissement (voir par exemple [207]). Le module des résidus $|C_j|$ définit l'amplitude des oscillations, alors que leur argument Ψ_j traduit le déphasage de chaque sous-système. Le terme direct R_0 correspond quant à lui à la réponse instantanée du système complet.

Cette interprétation permet d'anticiper la forme des solutions attendues selon les paramètres du modèle pôle-résidu du coefficient de réflexion, tel qu'illustré sur la figure 3.7. Ceci tient au fait que la réponse de chaque pôle est indépendante des autres pôles. À l'inverse, l'impédance ne vérifie pas cette propriété puisque la solution sur la pression ou la vitesse ne s'exprime pas sous forme fermée (voir par exemple [177]) : la réponse des sous-systèmes est alors couplée, ce qui ne facilite pas leur interprétation sur des bases physiques. Cet avantage peut en soi sembler anecdotique, mais sert notamment de base à l'étude des propriétés de stabilité numérique de la prochaine sous-section. Il permettra également l'analyse de convergence de la section 3.5.3.

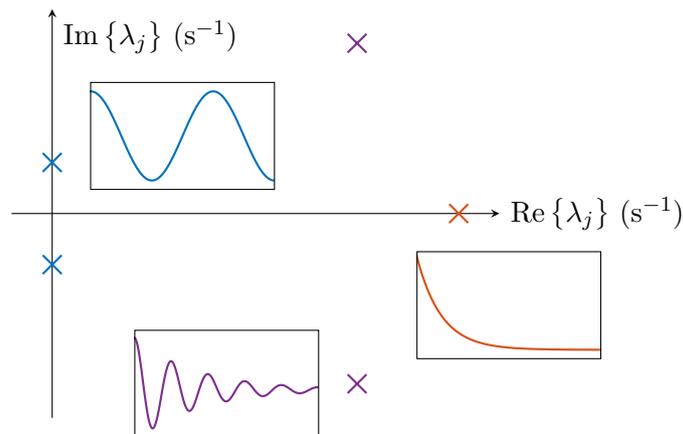


FIG. 3.7 : Contribution des pôles du coefficient de réflexion à la réponse temporelle du système en fonction de leur position dans le plan complexe. De gauche à droite : régime périodique (avec $\text{Re}\{\lambda_j\} = 0$), pseudo-périodique, et apériodique (avec $\text{Im}\{\lambda_j\} = 0$).

3.4.3 Position des pôles et stabilité numérique

De même que pour les PMLs, les propriétés de stabilité *numérique* des conditions limites basées sur le coefficient de réflexion peuvent être prédites à partir du facteur d'amplification du schéma d'intégration temporel utilisé dans les simulations (voir section 2.2).

Considérons à nouveau la solution semi-analytique (3.39) pour $x = 0$. On peut tout d'abord supposer que la version discrète de l'onde incidente $f(t)$ est bien résolue par le schéma temporel, puisque celle-ci s'est a priori propagée sans encombre jusqu'à la condition limite. De la même manière, la réponse instantanée liée à R_0 n'a pas d'influence sur la stabilité numérique puisque

ce terme se contente de réfléchir l'onde incidente avec un facteur d'amplitude. La solution pertinente pour étudier la stabilité est donc de la forme

$$p(t) = \sum_{j=1}^N p_j(t) \mathcal{H}(t), \quad p_j(t) = |C_j| e^{-\alpha_j t} \cos[\beta_j t + \Psi_j]. \quad (3.40)$$

La pression $p(t)$ s'exprime comme une combinaison linéaire de la contribution des pôles. Le traitement de la condition limite sera donc numériquement stable si chaque solution élémentaire $p_j(t)$ est stable. En réécrivant $p_j(t)$ comme

$$p_j(t) = \operatorname{Re} \left\{ P_{0,j} e^{-\lambda_j t} \right\}, \quad (3.41)$$

avec la constante complexe $P_{0,j} = |C_j| \exp(-i\Psi_j)$, on se ramène à une solution très similaire à la relation (2.20) obtenue pour la stabilité des PMLs. On peut donc estimer de la même manière les valeurs admissibles de λ_j à partir du facteur d'amplification numérique : tous les pôles du coefficient de réflexion doivent être inclus dans la région de stabilité du schéma d'intégration temporel pour que les simulations soient stables, indépendamment de la valeur des autres paramètres.

Cette condition s'avère très précise tant pour des pôles réels que complexes. On considère à titre d'exemple un coefficient de réflexion rationnel avec une paire de pôles complexes

$$R_*(s) = 1 + \frac{C_1}{s + \lambda_1} + \frac{C_1^*}{s + \lambda_1^*}, \quad (3.42)$$

avec $\lambda_1 \simeq (4 + i2) \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ et $C_1 = -1 \text{ s}^{-1}$. Deux simulations FDTD sont réalisées en trois dimensions avec un pas spatial $\Delta = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$ et différents nombres de Courant (CFL), où une source gaussienne émet au-dessus d'un plan d'impédance défini par la relation (3.42). La figure 3.8 montre une tranche verticale du champ de pression simulé à différents instants, pour $\text{CFL} = 0.6$ (en bleu) et $\text{CFL} = 0.7$ (en rouge). Dans le premier cas, l'onde incidente est réfléchi par la condition limite et la simulation reste stable jusqu'à (au moins) $t = 500\Delta t$; les pôles complexes n'induisent ici pas d'effets physiquement significatifs puisque leur résidu a une très faible amplitude, et la condition limite est alors essentiellement déterminée par le terme direct. Dans le second cas, une instabilité apparaît et finit par contaminer l'ensemble du domaine de calcul. Une troisième simulation est réalisée avec cette fois un sol rigide et un nombre de Courant identique au cas précédent (en noir) : la solution est maintenant stable, ce qui suggère que l'instabilité rencontrée avait pour origine le traitement de la condition limite. La figure 3.9 montre en effet que dans le second cas la paire de pôles est en dehors de la région de stabilité du schéma d'intégration temporel, alors qu'elle est incluse dans celle-ci pour la première simulation. Pour le schéma temporel utilisé ici, les conditions $\operatorname{Re}\{\lambda_j\} > 0$ et $|\lambda_j \Delta t| < 3$ permettent par exemple de s'assurer de la stabilité de la solution vis-à-vis du sol.

Il a été observé par COSNEFROY [48] que la stabilité numérique dépend des pôles du coefficient de réflexion même lorsque l'impédance ou l'admittance sont utilisées. Les propriétés des conditions limites semblent donc intégralement déterminées par le coefficient de réflexion. Il en résulte que la contrainte sur la valeur maximale des pôles *de l'impédance* utilisée par exemple par COTTÉ et al. [49] n'a pas d'intérêt direct, puisque les conditions doivent être imposées sur pôles du coefficient de réflexion ; des pôles de faible amplitude pour l'impédance ne se traduisent pas nécessairement par des pôles de faible amplitude pour le coefficient de réflexion.

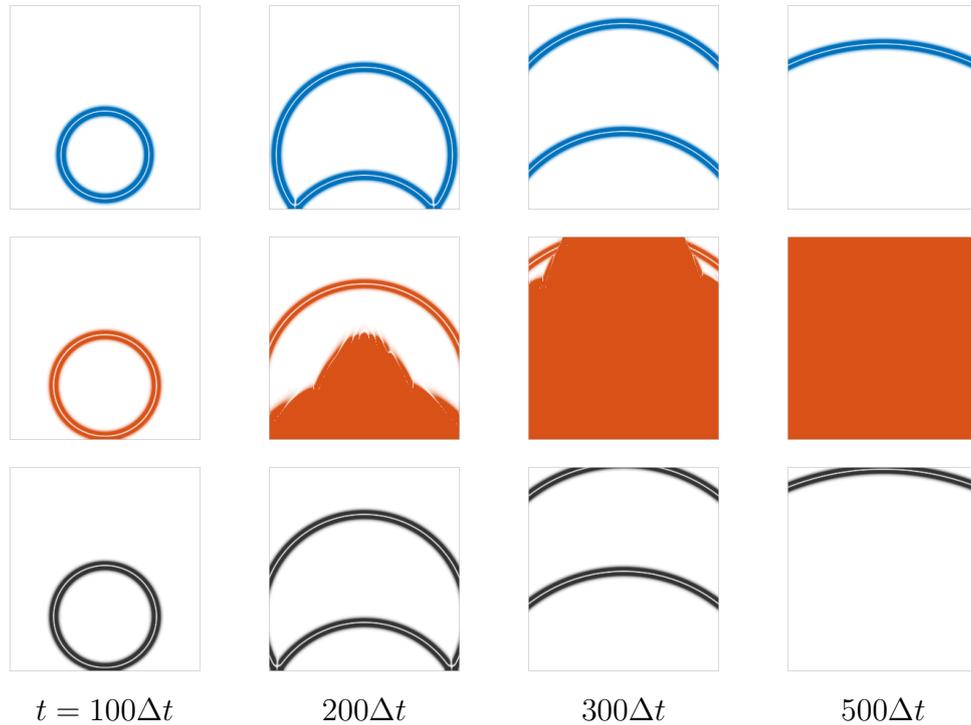


FIG. 3.8 : Tranches verticales à différents instants du champ de pression simulé au-dessus d'un plan d'impédance. Ligne du haut : simulation avec un nombre de Courant $CFL = 0.6$. Ligne du milieu : même simulation avec $CFL = 0.7$. Ligne du bas : simulation avec un sol rigide et $CFL = 0.7$.

La prédiction de la stabilité numérique pour un coefficient de réflexion donné sera mise à profit dans la section 3.6.2 pour estimer l'ordre optimal des modèles pôle-résidu.

3.5 Couplage avec les équations de propagation

Cette section détaille le couplage des conditions limites avec les équations de propagation. Ceci est le seul point de ce chapitre vraiment spécifique à la FDTD. Là encore, plusieurs approches coexistent dans la littérature. On peut par exemple citer la méthode des points fantômes [201], qui consiste à définir des points supplémentaires à proximité des parois, en dehors du domaine de calcul, pour permettre de contrôler les gradients acoustiques dans la direction normale à la frontière. Une autre approche très populaire en mécanique des fluides et en aéroacoustique est la méthode des caractéristiques [221, 5], détaillée dans la prochaine sous-section. Celle-ci est considérée dans ce travail car très simple à implémenter et permettant une prise en compte naturelle de conditions limites basées sur le coefficient de réflexion (la prise en compte de l'impédance ou de l'admittance avec cette méthode est également possible [84]).

3.5.1 Méthode des caractéristiques

La méthode des caractéristiques est une méthode générale de résolution d'équations aux dérivées partielles qui consiste à déterminer les courbes dites caractéristiques le long desquelles

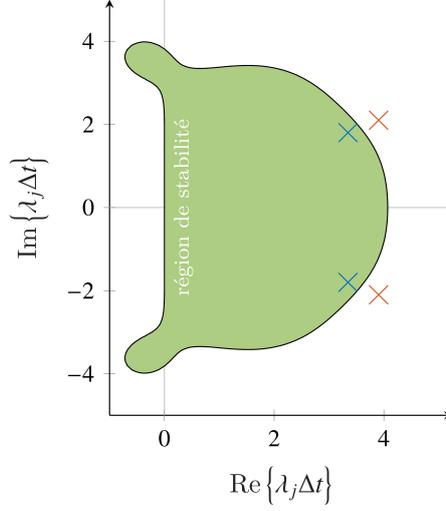


FIG. 3.9 : Région de stabilité dans le plan complexe des pôles du coefficient de réflexion, pour une intégration temporelle des équations (3.36) avec le schéma RK46L. Les croix indiquent la position des pôles correspondant aux simulations de la figure 3.8 dans le cas d'un sol absorbant (CFL = 0.6, en bleu, et CFL = 0.7, en rouge).

l'amplitude de la solution reste constante. Cette approche peut être utilisée localement sur les frontières du domaine de calcul pour imposer des conditions limites.

Sans perte de généralité, nous considérons ici la frontière définie par $z = 0$ correspondant au sol. Les ondes caractéristiques unidimensionnelles le long de la normale au sol peuvent être introduites en diagonalisant la matrice de flux $\mathbf{C} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}$ intervenant dans les équations de propagation (1.3) [84], de telle sorte que

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} + \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial z} + \mathbf{D}\mathbf{q} = \mathbf{S}, \quad (3.43)$$

avec

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\rho_0 c} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \rho_0 c & \rho_0 c \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}^{-1} = \rho_0 c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/(2\rho_0 c) & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/(2\rho_0 c) & 0 & 0 & -1/2 \end{bmatrix}$$

et la matrice diagonale $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(W, W, W + c, W - c)$; la composante normale de l'écoulement W n'est (numériquement) pas nécessairement nulle si une turbulence homogène et isotrope est considérée. En définissant le vecteur $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{q}$, l'équation (3.43) peut maintenant s'écrire [66]

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial t} + \mathbf{\Lambda} \frac{\partial \tilde{\mathbf{q}}}{\partial z} = \mathbf{P}^{-1} \left(\mathbf{S} - \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} - \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial y} - \mathbf{D}\mathbf{q} \right). \quad (3.44)$$

Cette écriture est spécifique à l'acoustique et diffère quelque peu de l'approche présentée par THOMPSON [204, 205] pour les problèmes de convection. En effet, on a ici supposé par simplicité que le gradient normal de célérité $\partial c / \partial z$ est négligeable, ce qui permet de faire apparaître une équation de transport dans le membre de gauche; ceci permettra par la suite de faire un lien avec les conditions limites physiques.

Le membre de droite de l'équation (3.44) ne dépend que des flux transverses et pas de $\partial/\partial z$, et peut donc être considéré comme un terme source [125]. Les éléments de $\tilde{\mathbf{q}}$ vérifient alors *localement* des équations de transport non homogènes dont la diagonale principale de $\mathbf{\Lambda}$ détermine le sens et la vitesse de convection, et correspondent par définition aux variables caractéristiques du système. Ces variables sont données par

$$\tilde{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \tilde{q}_u \\ \tilde{q}_v \\ \tilde{q}_a^+ \\ \tilde{q}_a^- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho_0 c u \\ \rho_0 c v \\ (p + \rho_0 c w)/2 \\ (p - \rho_0 c w)/2 \end{Bmatrix}, \quad (3.45)$$

où \tilde{q}_u et \tilde{q}_v sont des ondes caractéristiques de vorticité convect es à la vitesse W , et \tilde{q}_a^+ et \tilde{q}_a^- sont des ondes caractéristiques acoustiques se propageant avec une célérité $W \pm c$ (dans des sens opposés, puisque pour un écoulement subsonique $|W| < c$) [84].

Le sens de propagation des ondes caractéristiques détermine le sens de propagation de l'information. Les caractéristiques dirig es vers l'extérieur du domaine à un temps donné sont entièrement d termin es par les équations de propagation et ne contiennent aucune information sur les conditions limites [104]. L'information sur la frontière provient des ondes caractéristiques dirig es vers l'intérieur du domaine : la prise en compte des conditions limites revient donc à modifier les caractéristiques rentrantes, en fonction du signe des éléments de la diagonale principale de $\mathbf{\Lambda}$, de telle sorte à vérifier une relation physique donn e entre les variables acoustiques. Il ne reste ensuite qu'à mettre à jour le vecteur solution \mathbf{q} à partir des ondes caractéristiques modifi es avec l'expression $\mathbf{q} = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{q}}$, soit

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} p \\ u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{q}_a^+ + \tilde{q}_a^- \\ \tilde{q}_u/\rho_0 c \\ \tilde{q}_v/\rho_0 c \\ (\tilde{q}_a^+ - \tilde{q}_a^-)/\rho_0 c \end{Bmatrix}. \quad (3.46)$$

Pour résumer, la méthode des caractéristiques permet d'imposer numériquement des conditions limites en trois étapes, qui consistent, en chaque point du sol, à :

- déterminer les ondes caractéristiques à partir des variables acoustiques avec $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{q}$,
- modifier les ondes caractéristiques rentrantes pour vérifier les conditions limites physiques,
- mettre à jour les variables acoustiques à partir des ondes caractéristiques modifi es avec $\mathbf{q} = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{q}}$.

3.5.2 Lien avec les conditions limites physiques et implémentation

L'interprétation physique des ondes caractéristiques acoustiques \tilde{q}_a^+ et \tilde{q}_a^- est directe puisque qu'on retrouve les expressions de l'onde incidente f et de l'onde réfléchie g définies précédemment, au sens de propagation près [voir les équations (3.11) et (3.45)]. Ainsi, au niveau du sol, en $z = 0$, la caractéristique sortant du domaine est \tilde{q}_a^- , et \tilde{q}_a^+ est la caractéristique dirig e vers l'intérieur : on en déduit dans ce cas les équivalences $f \equiv \tilde{q}_a^-$ et $g \equiv \tilde{q}_a^+$. La relation physique entre les

caractéristiques acoustiques est donc déterminée par la réponse impulsionnelle du coefficient de réflexion $r(t)$ [ou, plutôt, $r_*(t)$], et l'expression de l'onde réfléchie $\tilde{q}_a^+(t)$ peut s'obtenir à partir de l'onde incidente $\tilde{q}_a^-(t)$ en calculant pour chaque point du sol la relation (3.34).

Les conditions limites pour les ondes de vorticité ne sont pas physiquement pertinentes pour ce travail puisqu'on considère un milieu de propagation non visqueux et que celles-ci interviennent soit au niveau du sol, où l'écoulement normal est très faible sinon nul, soit au sein des traitements PML. Elles sont malgré tout nécessaires d'un point de vue numérique dès lors que l'écoulement normal est dirig e vers l'intérieur du domaine (i.e., $\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} < 0$); dans ce cas, les caractéristiques de vorticité sont mises à zero. Il est intéressant de remarquer qu'aucune condition limite n'est nécessaire pour le cas $\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \geq 0$ puisque les ondes de vorticité se propagent vers l'extérieur du domaine.

L'algorithme complet permettant de coupler les équations de propagation avec des conditions limites basées sur le coefficient de réflexion avec la méthodes multipolaire, pour un axe des temps discret, est le suivant. On suppose tout d'abord que le vecteur solution $\mathbf{q}|^n$ au pas de temps courant n est connu de par les conditions initiales, ainsi que les variables auxiliaires $\varphi_j|^n$, $\psi_j^R|^n$ et $\psi_j^I|^n$ intervenant dans l'équation (3.34) et le terme source $f|^n$ des équations (3.36). Le vecteur solution à l'itération (intermédiaire) suivante $\mathbf{q}|^{n+1}$ vérifiant les conditions limites s'obtient par

- calcul de la dérivée temporelles des variables auxiliaires $\partial\varphi_j/\partial t|^n$, $\partial\psi_j^R/\partial t|^n$ et $\partial\psi_j^I/\partial t|^n$ d'après les équations (3.36),
- intégration temporelle de $\partial\varphi_j/\partial t|^n$, $\partial\psi_j^R/\partial t|^n$ et $\partial\psi_j^I/\partial t|^n$ pour obtenir $\varphi_j|^{n+1}$, $\psi_j^R|^{n+1}$ et $\psi_j^I|^{n+1}$,
- intégration temporelle des variables acoustiques pour obtenir $\mathbf{q}|^{n+1}$,
- calcul des ondes caractéristiques avec $\tilde{\mathbf{q}}|^{n+1} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{q}|^{n+1}$,
- modification de la caractéristique acoustique rentrante pour imposer la condition (3.34) (et mise à zero des ondes de vorticité, si nécessaire),
- mise à jour du vecteur solution avec $\mathbf{q}|^{n+1} = \mathbf{P}\tilde{\mathbf{q}}|^{n+1}$.

Il est entendu que cet algorithme est appliqu e à chaque sous étape du schéma d'intégration temporel et que le pas de temps $n + 1$ désigne, pour alléger les notations, le pas de temps intermédiaire suivant.

L'approche présentée est directement généralisable aux autres dimensions. On peut toutefois noter que le traitement des coins intérieurs (concaves) 2D ou 3D est un peu plus problématique car les ondes caractéristiques sont dans ce cas mal définies, étant donn e qu'un point peut nécessiter des conditions limites pour des directions différentes. La solution utilisée ici dans ce cas est de séparer le champ de pression en trois composantes distinctes avant de calculer les ondes caractéristiques pour chaque direction. Par exemple, pour un coin intérieur 3D, le champ de pression à l'itération n est d'abord d ecompos e en $p|^n = p_x|^n + p_y|^n + p_z|^n$ avec $p_i|^n = p|^n/3$. Seul $p_x|^n$ est utilis e pour obtenir les caractéristiques selon l'axe x , et similairement pour $p_y|^n$ et $p_z|^n$. Une fois les conditions limites appliquées, le champ de pression physique est obtenu en sommant les trois contributions : $p|^{n+1} = p_x|^{n+1} + p_y|^{n+1} + p_z|^{n+1}$.

3.5.3 Vérification 1D avec des coefficients arbitraires

On considère en guise de premier exemple d'application de la méthode multipolaire un coefficient de réflexion « cible » ayant une fonction de transfert de la forme

$$R(s) = \frac{C_1}{s + \lambda_1} + \frac{C_2}{s + \lambda_2} + \frac{C_2^*}{s + \lambda_2^*} + \frac{C_3}{s + \lambda_3} + \frac{C_3^*}{s + \lambda_3^*}, \quad (3.47)$$

qui va nous permettre de vérifier le traitement des conditions limites, d'une part, et le couplage avec les équations de propagation, d'autre part. La valeur des différents paramètres est donnée dans le tableau 3.2 : ce modèle est constitué d'un pôle réel et de deux paires complexes présentant des résonances autour de 200 et 500 Hz, respectivement. La réponse en fréquence de ce système est affichée sur la figure 3.10. Celui-ci ne correspond manifestement pas à un système physique, puisque non passif, mais est choisi afin d'exacerber les effets observés dans le domaine temporel. La réponse en fréquence de l'approximation du modèle (3.47) obtenue par VFIT pour $N = 5$ pôles est affichée sur la même figure. On peut observer un accord parfait entre les deux courbes, qui correspond à une erreur sur la valeur des pôles et des résidus de l'ordre de la précision machine.

j	C_j (s^{-1})	λ_j (s^{-1})
1	1000	1000
2	100	$200 + i400\pi$
3	1000	$300 + i1000\pi$

TAB. 3.2: Résidus C_j et pôles $-\lambda_j$ du coefficient de réflexion défini par l'équation (3.47).

Ce modèle est utilisé pour un cas test unidimensionnel où les champs acoustiques au temps initial sont donnés par

$$p(x, 0) = S_0 \exp \left[-4 \ln 2 \frac{(x - x_s)^2}{B^2} \right], \quad u(x, 0) = p(x, 0) / \rho_0 c. \quad (3.48)$$

Cette distribution, centrée en $x_s < 0$, génère une onde gaussienne de largeur à mi-hauteur $B = 0.5$ m se propageant vers la droite ; celle-ci se réfléchit en $x = 0$ sur la frontière du domaine définie par le coefficient de réflexion (3.47). La frontière gauche en $x = -15$ m correspond quant à elle à une condition caractéristique de non-réflexion, qui s'obtient simplement en imposant $R = 0$.

Une première simulation est effectuée avec un nombre de Courant égal à $CFL = 1$ et un pas spatial $\Delta = 5 \times 10^{-2}$ m. La pression et la vitesse sont enregistrées sur la condition limite, en $x = 0$, à chaque pas de temps ; ceci permet d'estimer les quantités $p(0, t)$ et $u(0, t)$. Les propriétés de la condition limite telles que vues par le modèle numérique peuvent alors être quantifiées à partir des spectres $\hat{p}(0, \omega)$ et $\hat{u}(0, \omega)$, qui permettent de déterminer l'impédance de surface « numérique » et le coefficient de réflexion associé en s'affranchissant des erreurs de dispersion du modèle FDTD. Les résultats sont affichés sur la figure (3.10), et sont indissociables des autres courbes sur l'ensemble du spectre.⁵ Ceci valide le traitement des conditions limites par la méthode multipolaire avec un schéma temporel d'ordre élevé.

5. On peut néanmoins noter une légère différence sur la partie imaginaire de l'impédance pour les très basses

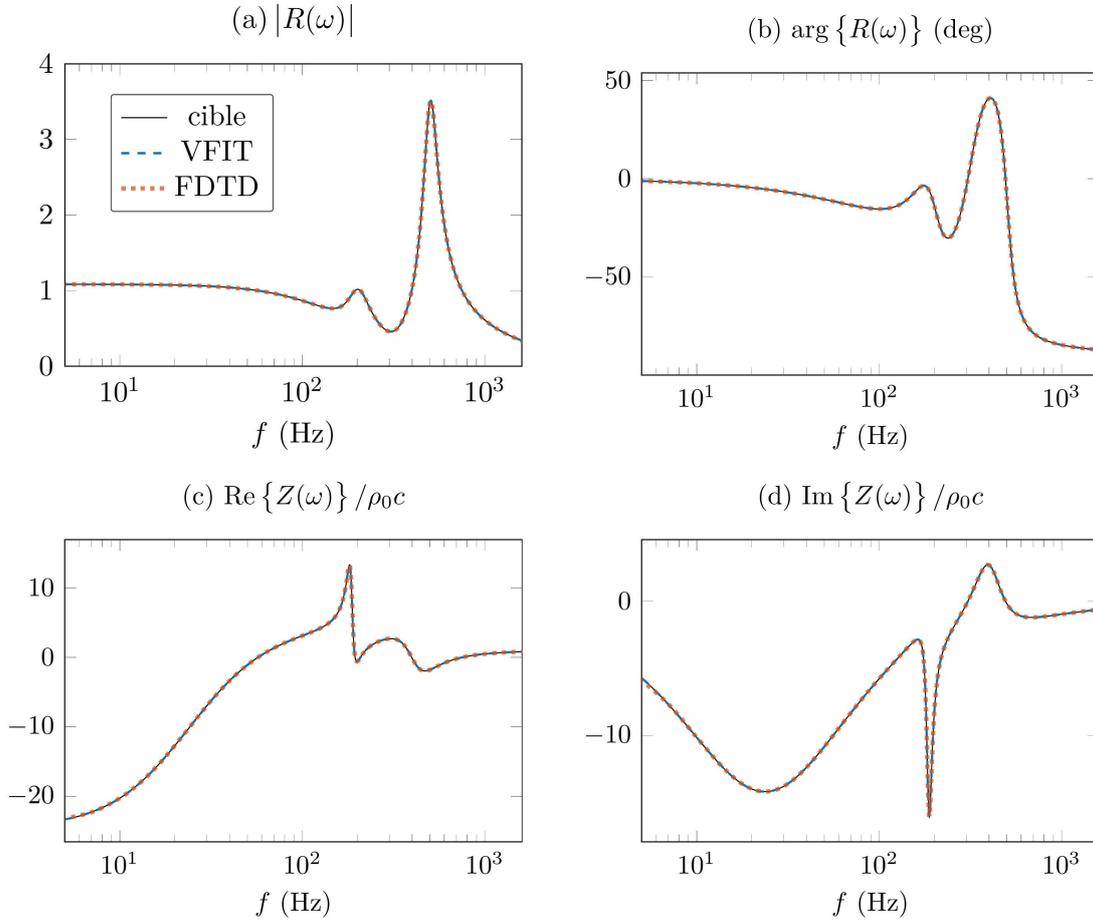


FIG. 3.10 : Module (a) et phase (b) du coefficient de réflexion dans le domaine fréquentiel et parties réelle (c) et imaginaire (d) de l'impédance correspondant à : la fonction de transfert (3.47) (« cible »), son approximation par VFIT à partir du coefficient de réflexion, l'estimation à partir des résultats FDTD avec $\Delta = 5 \times 10^{-2}$ m et CFL = 1.

On s'intéresse maintenant non plus à la relation entre p et u au niveau de la frontière mais à l'onde réfléchi par la condition limite. La figure 3.11(a) montre le champ de pression au temps final $p(x, t_f)$ obtenu numériquement avec les mêmes paramètres que précédemment, qui est superposé à la solution semi-analytique. Cette dernière est calculée d'après l'équation (3.38) avec une tolérance de 1×10^{-16} pour la quadrature de l'intégrale de convolution. Cette faible tolérance permet de quantifier avec une très grande précision les erreurs liées aux résultats FDTD, ce qui autorise l'étude des propriétés de convergence du modèle. La figure 3.11(b) montre la norme L_2 de l'erreur au temps $t = t_f$ entre la solution semi-analytique et le champ de pression calculé à CFL constant pour différents pas spatiaux Δ . On peut constater que l'erreur converge à l'ordre 4, ce qui correspond à l'ordre de convergence attendu pour la résolution des équations de propagation et pour le traitement des conditions limites : le couplage entre les deux est donc bien traité. On notera que le filtre spatial à 3 points a été enlevé pour l'occasion, puisque celui-ci

fréquences, qui est liée à la durée des signaux temporels utilisés pour calculer les spectres, et au fait que l'onde incidente gaussienne n'a pas une moyenne nulle.

aurait formellement limité la convergence à l'ordre 2.

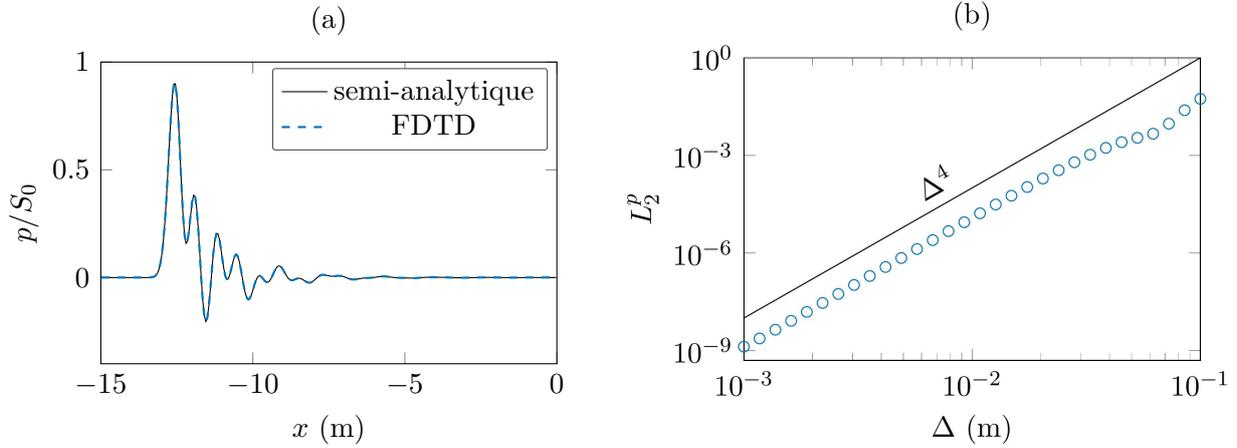


FIG. 3.11 : (a) Champ de pression au temps final obtenu via la solution semi-analytique (3.38), et par FDTD avec $\Delta = 5$ cm et $CFL = 1$. (b) Convergence spatiale de l'erreur L_2 entre les deux solutions à CFL constant.

3.6 Application à la propagation en milieu extérieur 3D

On s'intéresse maintenant plus spécifiquement aux aspects de la propagation en milieu extérieur, et, en particulier, à la propagation en trois dimensions d'une onde sphérique au-dessus d'un sol plan impédant à longue distance, en conditions atmosphériques homogènes. Cette section remplit trois objectifs :

- rappeler quelques éléments de théorie sur les effets de sol,
- illustrer l'obtention des coefficients de l'approximation rationnelle de modèles de sol,
- valider l'implémentation des conditions limites en 3D.

3.6.1 Solution analytique au-dessus d'un sol plan d'impédance finie

La solution semi-analytique donnée dans section 3.4.2 à partir du coefficient de réflexion n'est valide que localement, à la surface d'un matériau absorbant, ou en incidence normale. En effet, la propagation au-dessus d'un sol d'impédance finie en incidence oblique peut donner lieu à une contribution supplémentaire au champ acoustique aux propriétés très différentes d'une onde simplement réfléchiée spéculairement.

Plusieurs solutions analytiques existent dans la littérature pour prédire le champ de pression généré par une source ponctuelle placée en $\mathbf{r}_s = (0, 0, z_s)$ et l'influence d'un sol plan homogène localement réactif placé en $z = 0$ (voir [67, p. 46] pour une brève revue de littérature). La plus populaire consiste à écrire la fonction de Green du problème, dans le domaine fréquentiel, sous la forme [116, 156]

$$\hat{G}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e^{-i\bar{k}r_1}}{4\pi r_1} + [R_p + (1 - R_p)F(w)] \frac{e^{-i\bar{k}r_2}}{4\pi r_2}, \quad (3.49)$$

avec \bar{k} le nombre d'onde dans l'air, \mathbf{r} le vecteur position du point d'observation, r_1 la distance entre le point d'observation et la source, et r_2 la distance entre le point d'observation et la source-image placée en $(0, 0, -z_s)$. Les propriétés du sol sont prises en compte par la fonction $F(w)$ et par le coefficient de réflexion en ondes planes [11, chap. 2]

$$R_p(\omega, \theta) = \frac{Z(\omega) \sin \theta - \rho_0 c}{Z(\omega) \sin \theta + \rho_0 c}, \quad (3.50)$$

avec θ l'angle d'incidence [$R(\omega) \equiv R_p(\omega, \theta = \pi/2)$]. Pour une grande distance horizontale de propagation, la fonction F est obtenue par développement asymptotique et peut s'écrire [11, chap. 2]

$$F(w) = 1 - i\sqrt{\pi}w \operatorname{erfcx}(-w), \quad (3.51)$$

avec erfcx la fonction de Faddeeva, et w est un paramètre numérique (souvent appelé « distance numérique ») qui peut être approximé par [197]

$$w \simeq \sqrt{\frac{-i\bar{k}r_2}{2}} \left[\sin \theta + \frac{\rho_0 c}{Z(\omega)} \right]. \quad (3.52)$$

L'équation (3.49) permet d'identifier chaque contribution au champ acoustique. Le premier terme correspond à l'onde directe, qui se propage en champ libre depuis la source, et le second correspond à l'interaction entre l'onde directe et le sol. Le terme entre crochets peut en effet s'interpréter comme un coefficient de réflexion pour des ondes sphériques R_s , tel que

$$R_s = R_p + (1 - R_p)F(w). \quad (3.53)$$

Ce dernier peut lui-même être décomposé en deux contributions distinctes, avec, d'une part, le terme R_p , qui est un terme de réflexion spéculaire pour des ondes planes et correspond à l'émission d'une source-image ponctuelle modulée en amplitude et en phase, et, d'autre part, le terme $(1 - R_p)F(w)$, qui peut être vu comme une correction pour rendre compte de la sphéricité du front d'onde de l'onde directe [156]. Ce facteur de correction est responsable de l'« onde de sol », qui peut devenir la principale contribution au champ acoustique à longue distance. En accord avec cette interprétation mathématique et pour faciliter les références futures, la fonction de Green (3.49) peut s'écrire comme la superposition des contributions « directe », « spéculaire » et « de sol », soit

$$\hat{G}(\mathbf{r}, \omega) = \hat{G}_{\text{dir}}(\mathbf{r}, \omega) + \hat{G}_{\text{spec}}(\mathbf{r}, \omega) + \hat{G}_{\text{sol}}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.54)$$

avec

$$\hat{G}_{\text{dir}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e^{-i\bar{k}r_1}}{4\pi r_1}, \quad \hat{G}_{\text{spec}}(\mathbf{r}, \omega) = R_p \frac{e^{-i\bar{k}r_2}}{4\pi r_2}, \quad \hat{G}_{\text{sol}}(\mathbf{r}, \omega) = (1 - R_p)F(w) \frac{e^{-i\bar{k}r_2}}{4\pi r_2}. \quad (3.55)$$

On peut tout d'abord noter que l'onde de sol ne peut pas exister pour des sols rigides puisque $R_p = 1$, et donc $\hat{G}_{\text{sol}} = 0$. Dans ce cas de figure, les champs acoustiques présentent des interférences constructives et destructives très marquées, étant donné que l'amplitude des ondes directe et spéculaire est du même ordre de grandeur. Pour de grandes distances horizontales de propagation, la position de la source-image virtuelle est confondue avec celle de la source physique ($r_1 \simeq r_2$), ce qui se traduit simplement par un doublement d'amplitude.

Le terme de sol est nécessaire pour décrire les champs acoustiques à longue distance dès lors que le sol plan a une impédance finie. En effet, pour $r_1 \simeq r_2$, le front d'onde direct se propage en incidence rasante ($\theta \simeq 0$), et conduit à un déphasage de l'onde spéculaire d'un facteur π ($R_p \simeq -1$); le terme \hat{G}_{sol} est donc la seule contribution à l'équation (3.54) puisque $\hat{G}_{\text{dir}} + \hat{G}_{\text{spec}} \simeq 0$. Les ondes de sol se comportent comme des ondes de surface et décroissent exponentiellement avec la hauteur; leur décroissance en amplitude avec la distance horizontale est de la forme $1/\sqrt{r}$, et elles se propagent avec une célérité plus faible que la vitesse du son [11]. Une condition d'existence des ondes de sol pour des incidences rasantes peut s'écrire [62]

$$\operatorname{Re}\{Z(\omega)\} < -\operatorname{Im}\{Z(\omega)\}, \quad (3.56)$$

qui, pour des modèles d'impédance de sol finie, est typiquement vérifiée pour les basses fréquences. Ceci explique le comportement quasi-harmonique des ondes de sol mises en évidence expérimentalement dans plusieurs études [3, 198]. Des ondes de surface aux propriétés similaires peuvent également apparaître pour des sols rugueux (voir, par exemple, [74]).

3.6.2 Approximation rationnelle de modèles de sol

Les outils présentés dans ce chapitre sont maintenant mis en œuvre pour illustrer la prise en compte des effets de sol par le modèle ITM. D'un point de vue numérique, la première étape consiste à déterminer, avec la méthode VFIT (voir section 3.4.1), le modèle pôle-résidu R_* ayant la même réponse en fréquence qu'un coefficient de réflexion cible R . Ce dernier peut se déduire directement des modèles d'impédance de la section 3.1 avec les relations du tableau 3.1.

Modèles de sol considérés

On considère ici deux modèles de sol :

- le modèle à porosité variable, défini par l'équation (3.7), avec une résistance $\sigma_g = 25 \text{ kPa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ et un taux de décroissance de la porosité $\alpha_g = 50 \text{ m}^{-1}$; ces paramètres ont été obtenus à partir de mesures d'impédance *in situ* pour rendre compte du sol herbeux de l'expérience ADVISE (voir section 4.2.1),
- une couche d'épaisseur $e = 0.1 \text{ m}$ du modèle de Miki modifié [équations (3.2) et (3.4)] avec une résistance $\sigma_g = 10 \text{ kPa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ et un fond rigide; ces paramètres sont par exemple utilisés par DRAGNA et al. [65] pour modéliser un sol recouvert d'une couche de neige, et serviront ici à illustrer et valider le comportement de l'onde de sol à longue distance, bien que l'hypothèse de réaction locale puisse, pour ce modèle, être sujette à caution.

La figure 3.13 montre la partie réelle et imaginaire de l'impédance de surface théorique (« cible ») des deux modèles, ainsi que le module du coefficient de réflexion associé. On peut constater que les deux modèles sont passifs, et ont tendance à être très réfléchissants en dessous de 100 Hz car $|R| \simeq 1$. L'absorption augmente avec la fréquence : le module du coefficient de réflexion à 1000 Hz devient $|R| \simeq 0.7$ pour le modèle d'herbe et de l'ordre de 0.2 pour la couche de neige; une onde se réfléchissant spéculairement en incidence normale sur un sol neigeux verra donc son contenu hautes fréquences fortement atténué. On peut également noter la présence de résonances liées aux conditions de montage du modèle de neige d'épaisseur e , qui ne se sont pas présentes

pour le modèle d’herbe, implicitement semi-infini. Enfin, le modèle de neige vérifie la condition (3.56) d’existence de l’onde de sol jusqu’à 350 Hz, et, pour le modèle d’herbe, sur l’ensemble de la plage fréquentielle affichée.

Choix de l’ordre du modèle pôle-résidu

Le coefficient de réflexion des deux modèles est maintenant approximé en modèle pôle-résidu avec la méthode VFIT.

La principale difficulté réside dans le choix du nombre de pôles réels et complexes N . En effet, si N est trop faible, l’approximation R_\star de R sera de piètre qualité. À l’inverse, un grand nombre de pôles permet dans la plupart des cas une très bonne approximation ; cependant, ceci conduit généralement à des pôles très éloignés de l’origine du plan complexe, qui, d’après l’analyse de stabilité de la section 3.4.3, vont contraindre le choix du pas de temps Δt des simulations FDTD. L’utilisation du coefficient de réflexion permet d’obtenir la valeur optimale du nombre de pôles N_{opt} , qui correspond au meilleur compromis entre l’erreur de l’approximation et les contraintes sur Δt . En effet, pour un jeu de pôles donné, il est possible de trouver le pas de temps maximal Δt_{max} à la limite de stabilité du schéma FDTD d’intégration temporel (par exemple, avec la méthode de la sécante). Connaissant l’ordre de grandeur du pas de temps Δt_{est} des simulations à réaliser, une stratégie pour trouver N_{opt} peut alors consister à déterminer les modèles pôle-résidu en faisant varier N , et de comparer Δt_{max} avec la qualité de l’approximation : le nombre de pôles optimal N_{opt} est celui qui correspond à la meilleure approximation stable pour le pas de temps prescrit, telle que $\Delta t_{\text{est}} < \Delta t_{\text{max}}$.

La figure 3.12 montre l’erreur RMS entre $|R(\omega)|^2$ et $|R_\star(\omega)|^2$ ainsi que le pas de temps maximum Δt_{max} pour le modèle d’herbe et de neige, avec N variant entre 2 et 20. Les ajustements de courbe par VFIT sont réalisés en 25 itérations avec des pôles de départ espacés logarithmiquement le long de l’axe réels entre 1 et 2225 Hz ; cette plage de fréquence correspond à la bande passante des simulations FDTD présentées dans la section suivante. Sauf exceptions, on constate que l’erreur diminue avec le nombre de pôle pour les deux modèles, au prix d’une plus grande contrainte sur le pas de temps puisque Δt_{max} diminue lui aussi. Le pas de temps utilisé par la suite est de l’ordre de $\Delta t_{\text{est}} \simeq 5 \times 10^{-5}$ s et est représenté par la ligne horizontale de la figure 3.12(b). Les simulations avec le modèle d’herbe pour $N > 7$ seraient donc instables, étant donné que $\Delta t_{\text{est}} > \Delta t_{\text{max}}$. Le nombre de pôles optimal est ici $N_{\text{opt}} = 5$, qui est associé, en gardant une petite marge de manoeuvre, à la plus faible erreur de toutes les valeurs admissibles de N . Le modèle de neige pose moins de difficultés puisque la condition de stabilité est vérifiée dans tous les cas ; on trouve, d’après la procédure présentée précédemment, $N_{\text{opt}} = 19$. On se limitera néanmoins à 10 pôles pour limiter le coût de calcul du traitement des conditions limites, étant donné que cette valeur correspond déjà à une erreur plus faible que pour le modèle d’herbe.

Les coefficients obtenus pour les deux modèles sont donnés en annexe E.2.

Commentaires sur les approximations obtenues

Les réponses en fréquence associées aux modèles pôle-résidu de l’herbe ($N = 5$) et de la neige ($N = 10$) sont affichées sur la figure 3.13. Dans les deux cas, le module du coefficient de réflexion théorique est indissociable de son approximation au sein de la bande de fréquences considérée ; les résultats restent physiquement admissibles en dehors de cette dernière, bien que

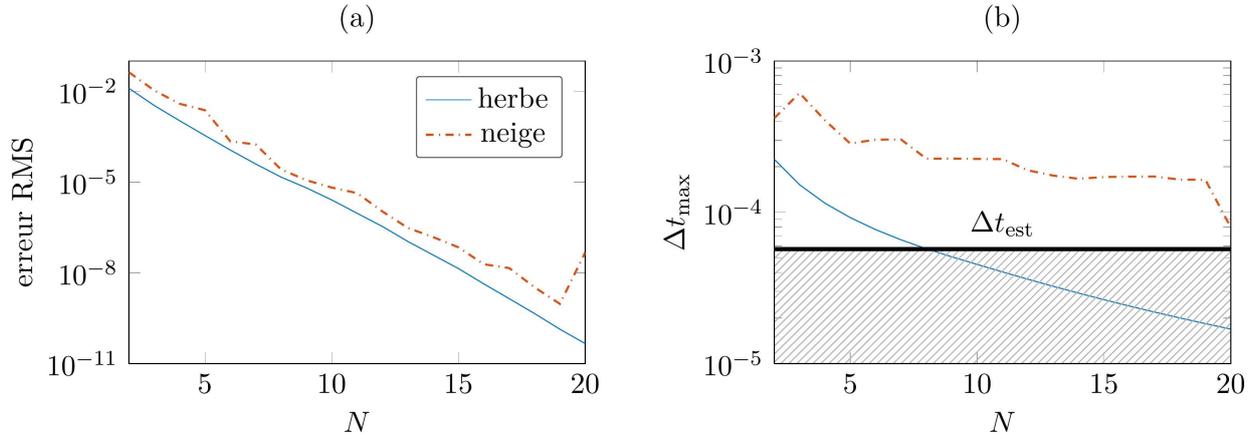


FIG. 3.12 : (a) erreur RMS entre le module du coefficient de réflexion théorique et son approximation par VFIT pour le modèle d’herbe et de neige, en fonction de l’ordre N du modèle pôle-résidu. (b) pas de temps maximal Δt_{\max} , obtenu avec la méthode de la sécante à partir de la position des pôles, garantissant des simulations stables avec le schéma d’intégration RK46L ; la zone hachurée indique les valeurs de Δt_{\max} qui correspondent à des simulations instables pour le pas de temps Δt_{est} .

les fréquences au delà de 2225 Hz ne soient pas prises en compte par VFIT. On notera toutefois, pour l’herbe, des erreurs plus importantes en valeur absolue sur l’impédance dans les basses fréquences.

La figure 3.14 montre la répartition des pôles dans le plan complexe. Le modèle d’herbe ne comporte que des pôles réels, caractéristique d’un matériau plutôt absorbant, et deux paires complexes conjuguées sont présentes pour la neige ; celles-ci permettent de rendre compte des résonances liées au support rigide. La région de stabilité du schéma temporel est également affichée. Pour le premier modèle, le pôle limitant le pas temporel est ainsi le pôle (réel) le plus éloigné de l’axe imaginaire, alors que la paire complexe la plus éloignée de l’axe réel est le facteur limitant pour le second modèle. Cette différence permet d’expliquer l’évolution différente de Δt_{\max} avec le nombre de pôles de la figure 3.12(b). En effet, pour la neige, le pas de temps maximum reste plus ou moins constant, autour de $\Delta t_{\max} \simeq 2 \times 10^{-4}$; ceci est cohérent avec la fréquence de résonance associée à la paire de pôles limitants, qui reste à peu près constante pour différentes valeurs de N et qui reste donc tout aussi limitante. Réciproquement, le pôle réel limitant du modèle d’herbe permet une meilleure approximation dans les basses fréquences. Ce pôle, associé au plus grand résidu (voir annexe E.2), se déplace de plus en plus loin le long de l’axe réel quand N augmente et contraint progressivement Δt_{\max} .

Ces considérations peuvent avoir un intérêt pratique dès lors que l’on souhaite diminuer la contrainte sur le pas de temps. En effet, une stratégie efficace pour le modèle de neige consiste à réduire la fréquence maximale prise en compte par VFIT pour éviter de modéliser la résonance haute fréquence, qui est limitante. À l’inverse, cette approche a peu d’effet pour le modèle d’herbe puisque celui-ci est davantage contraint par la fréquence minimale.

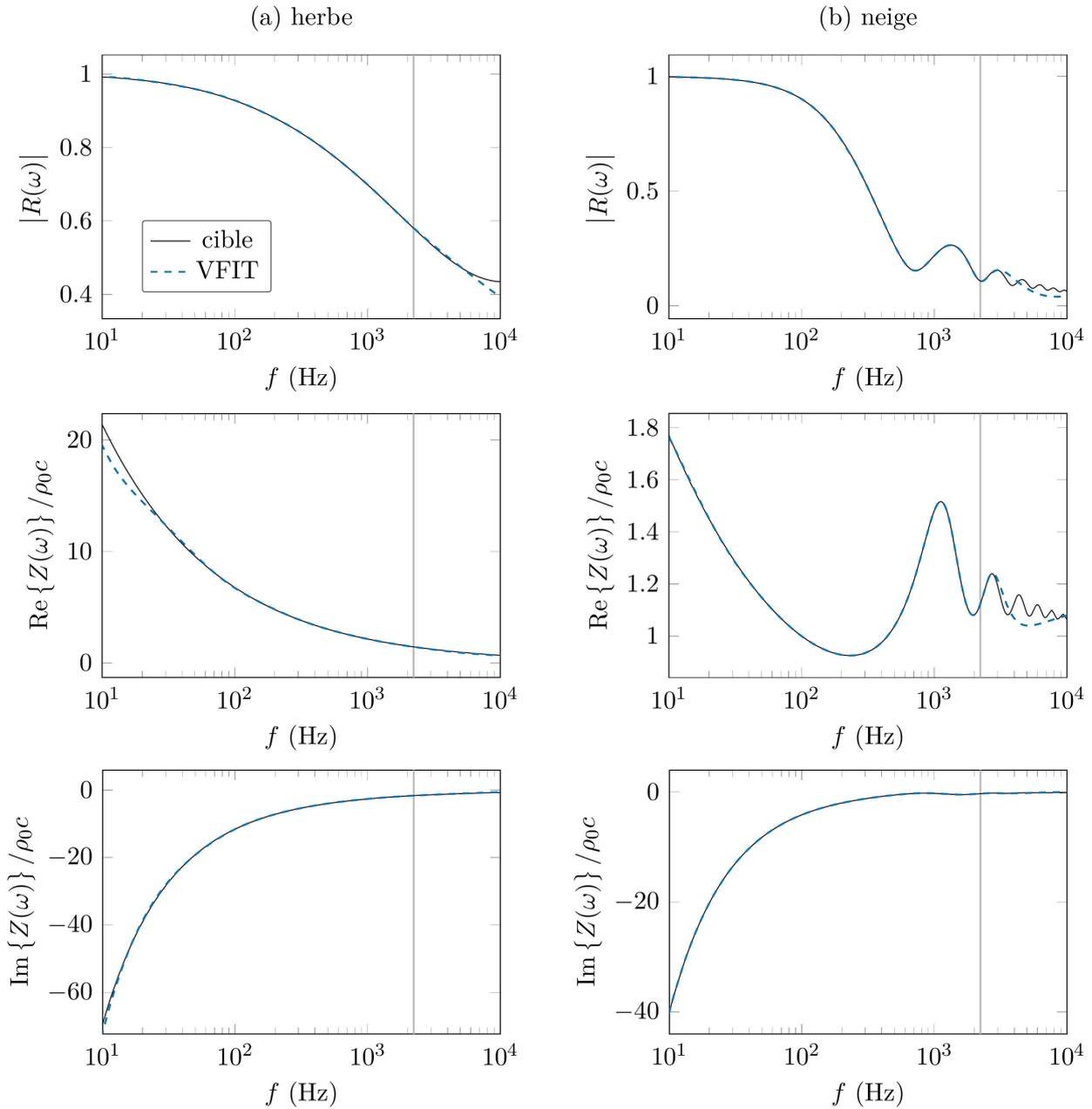


FIG. 3.13 : Module théorique (« cible ») du coefficient de réflexion (ligne du haut), partie réelle (ligne du milieu) et imaginaire (ligne du bas) de l'impédance, et approximation par VFIT à partir du coefficient de réflexion entre 1 et 2225 Hz (ligne verticale) pour (a) le modèle d'herbe avec $N = 5$ et (b) le modèle de neige avec $N = 10$.

3.6.3 Comparaison des résultats numériques avec la solution analytique

Les modèles pôle-résidu obtenus dans la section précédente sont maintenant utilisés en paramètres d'entrée de ITM pour propager des signaux jusqu'à 150 m au-dessus d'un sol plan

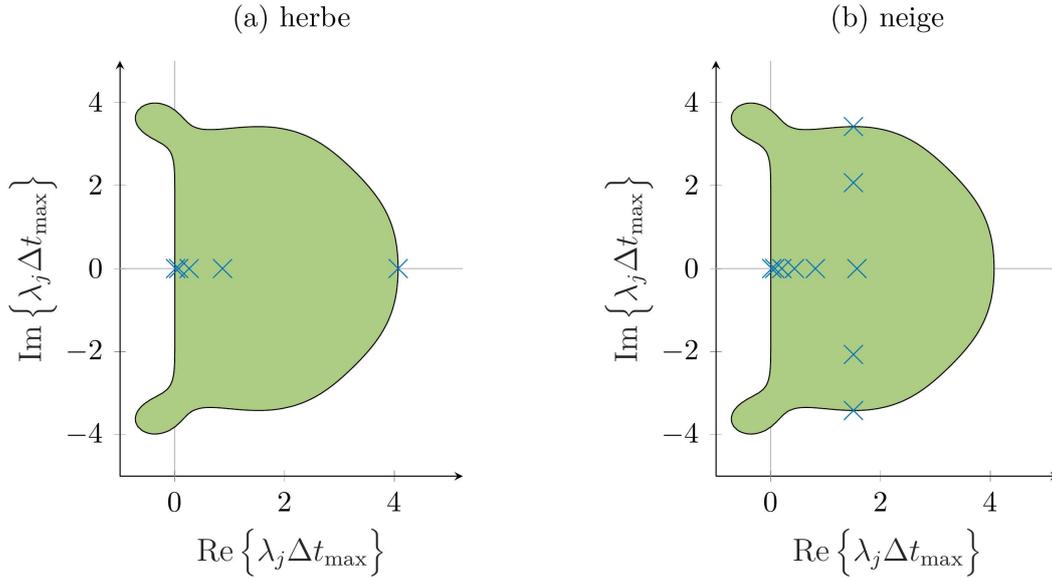


FIG. 3.14 : Position normalisée par Δt_{\max} dans le plan complexe des pôles du coefficient de réflexion obtenus par VFIT pour (a) le modèle d'herbe avec $N = 5$ et (b) le modèle de neige avec $N = 10$. La zone verte correspond à la région de stabilité du schéma d'intégration temporel RK46L.

impédant en conditions homogènes, afin de vérifier l'approximation en modèles pôle-résidu, valider l'implémentation des conditions limites en trois dimensions, puis interpréter physiquement les résultats.

Validation

La source, située à 2 m de hauteur, est une distribution initiale de pression Gaussienne avec une largeur à mi-hauteur de 25 cm et une amplitude $S_0 = 1$. Le pas spatial et le nombre de Courant valent respectivement $\Delta = 2.5$ cm et $\text{CFL} = 0.7$. Environ 10000 itérations temporelles sont nécessaires pour atteindre une distance de propagation de 150 m. Les dimensions transverses du domaine de calcul glissant sont choisies pour que les traitements PML soient suffisamment absorbants (voir chapitre 2).

La figure 3.15 montre le signal de pression enregistré à 100 m de la source et à 2 m de hauteur pour le modèle pôle-résidu de l'herbe, ainsi que la courbe d'atténuation relative au champ libre correspondante. La solution analytique affichée est obtenue d'après l'équation (3.49) à partir de l'impédance théorique du sol. Un excellent accord est obtenu entre les deux solutions. Les signaux de pression correspondant au sol neigeux sont affichés sur la figure 3.15. Là encore, les résultats numériques sont indissociables des résultats théoriques.

Ceci valide le traitement des conditions limites d'impédance pour rendre compte de surfaces localement réactives par la méthode multipolaire.

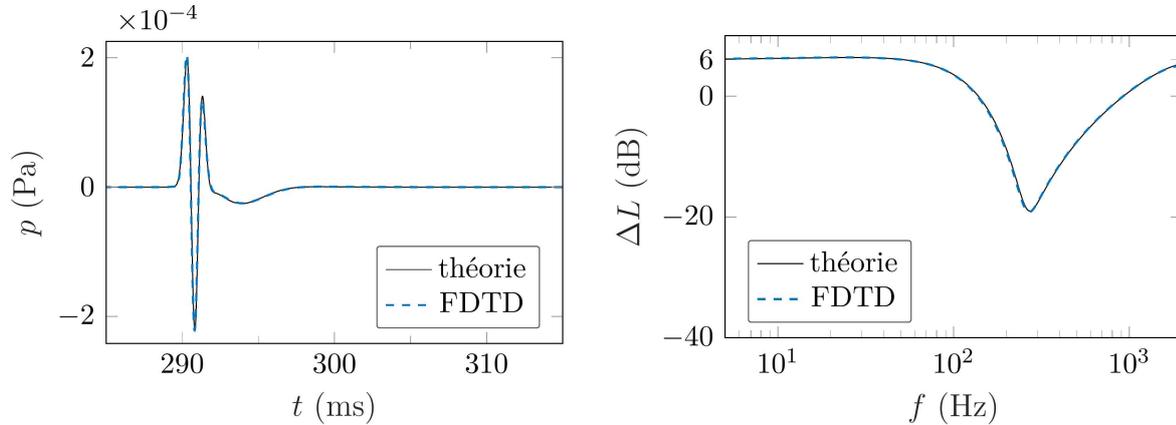


FIG. 3.15 : Solutions analytique et numérique à 2 mètres de hauteur après 100 mètres de propagation au-dessus d'un sol plan herbeux en conditions atmosphériques homogènes.

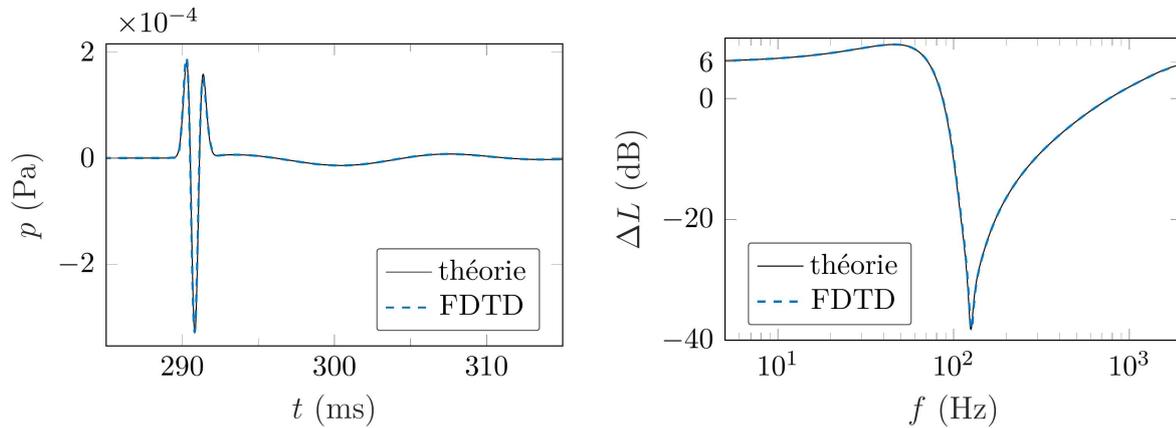


FIG. 3.16 : Solutions analytique et numérique à 2 mètres de hauteur après 100 mètres de propagation au-dessus d'un sol plan rigide recouvert de neige en conditions atmosphériques homogènes.

Interprétation physique

Les résultats des figures 3.15 et 3.16 peuvent s'interpréter à partir de l'équation (3.54), qui permet de séparer les contributions directe, spéculaire, et de l'onde de sol. La figure 3.17 montre les différentes contributions dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel pour les deux modèles d'impédance.

Le signal de pression de l'onde directe correspond au signal émis par la source en champ libre (en l'occurrence, la dérivée d'une fonction Gaussienne), et est identique pour les deux sols. L'onde réfléchié spéculairement ressemble au signal direct avec une inversion de signe, car, en incidence rasante, le coefficient de réflexion en ondes planes R_p est proche de -1 . Ce phénomène semble plus marqué pour la neige. En effet, le sol neigeux est plus absorbant que l'herbe et a donc une impédance de surface plus faible, ce qui conduit le coefficient de réflexion en ondes planes à tendre plus rapidement vers -1 [cf. l'expression de R_p (3.50)]. L'onde de sol a quant à elle un comportement très différent des deux premières contributions. On peut déjà remarquer sa

forme plus allongée, qui suggère un contenu fréquentiel plus basses fréquences, et son amplitude plus faible, qui s'explique ici par le fait que le signal source contient peu d'énergie dans cette bande de fréquences. On vérifie également qu'elle se propage un peu moins rapidement que la vitesse du son, ce qui peut s'observer (pour le modèle d'herbe, notamment) par une différence de temps d'arrivée par rapport à l'onde directe de l'ordre de la milliseconde. Enfin, on note des différences entre les deux modèles de sol : pour l'herbe, l'onde de sol a un comportement impulsionnel, à la différence de la neige où elle présente un comportement quasi-harmonique. Ceci indique un contenu fréquentiel plutôt large bande dans le premier cas, et plus étroit dans le second cas, ce qui est cohérent avec la condition (3.56) d'existence de l'onde de sol pour chacun des modèles. Les courbes d'atténuation de l'onde de sol (en vert) confirment ce diagnostic puisque cette contribution est négligeable au-dessus de 300 Hz pour la neige contre 1000 Hz pour l'herbe. On rappelle que la condition d'existence précitée prédit une onde de sol jusqu'à 350 Hz pour le premier cas et sur l'ensemble du spectre pour le second, en supposant une incidence totalement rasante.

Les courbes d'atténuation relatives au champ libre pour chaque contribution permettent de discuter de l'origine physique du premier creux observé dans le domaine fréquentiel sur les figures 3.15 et 3.16, plus communément appelé le « *ground dip* », qui apparaît respectivement aux alentours de 300 et 100 Hz. Celui-ci est avant tout causé par une interférence destructive entre l'onde directe et l'onde spéculaire, d'autant plus importante que R_p est proche de -1 . Ceci explique au moins partiellement la différence en amplitude de 20 dB observée entre le minimum du niveau de pression total de l'herbe et de la neige. L'onde de sol contribue également au phénomène de par une amplification du niveau sonore à gauche du creux, très marquée pour la neige, et un renforcement de l'interférence, qui se décale vers la gauche. On notera que l'onde de sol n'a ici presque aucune influence à droite du *ground dip*, pour cette configuration géométrique.

Un point cependant à garder à l'esprit est que, bien que la distinction entre l'onde de sol et l'onde spéculaire simplifie l'interprétation physique de ce phénomène, elle reste avant tout un artifice mathématique ; ces deux ondes, telles que définies par l'équation (3.54), peuvent en effet présenter dans certains cas un comportement non causal (voir par exemple la figure 5 de DRAGNA et al. [65]).

Influence de la distance de propagation

On considère enfin l'influence des effets de sol sur les signatures acoustiques avec la distance de propagation. Ceci permettra, notamment, de souligner les effets atmosphériques considérés dans le chapitre suivant. La figure 3.18 présente l'évolution du signal de pression, obtenu numériquement, et de son atténuation relative au champ libre avec la distance horizontale à la source, jusqu'à 150 m, et pour différents types sols : les deux modèles précédents ainsi qu'un sol plan parfaitement rigide.

On l'a vu, un sol rigide n'admet pas d'onde de sol et son coefficient de réflexion en ondes planes vaut 1 quel que soit l'angle d'incidence de l'onde acoustique. L'atténuation de la figure 3.18(a) résulte donc uniquement de l'interférence géométrique entre l'onde directe et l'onde réfléchi spéculairement avec la même amplitude et la même phase, qui peut se traduire en théorie par un doublement et jusqu'à une annulation d'amplitude. L'atténuation liée aux deux autres sols a peu à voir avec le cas rigide, si ce n'est pour des distances de propagation inférieures à 20 m, où l'on constate des franges d'interférences à la même position que pour le sol rigide mais avec une

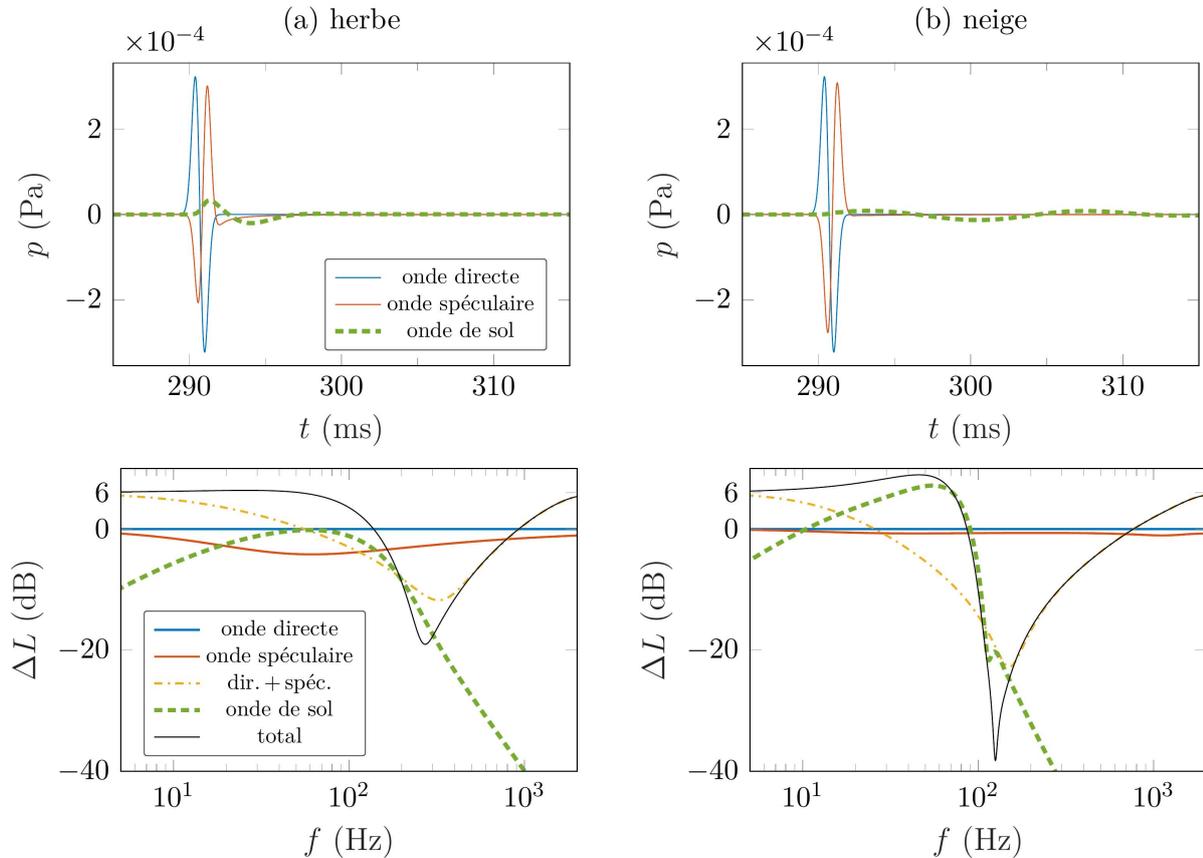


FIG. 3.17 : Propriétés théoriques de l’onde directe, l’onde spéculaire et l’onde de sol après 100 mètres de propagation au-dessus d’un sol plan d’herbe (colonne de gauche) et d’un sol plan rigide recouvert de neige (colonne de droite) en conditions atmosphériques homogènes, d’après l’équation (3.54).

dynamique moins importante, puisque l’onde réfléchiée spéculairement est partiellement absorbée et déphasée par le sol. Des différences apparaissent cependant à plus longue distance dans les basses fréquences, à cause de deux phénomènes. D’une part, l’impédance finie conduit à un déphasage proche de π entre l’onde directe et l’onde réfléchiée puisque l’angle d’incidence devient rasant ; ceci explique l’orientation globalement verticale de la première frange d’interférence correspondant au *ground dip*. D’autre part, l’influence relative de l’onde de sol s’accroît avec la distance étant donné que cette onde ne décroît qu’en $1/\sqrt{r}$, et vient graduellement creuser et décaler l’interférence vers la gauche tout en amplifiant les niveaux à gauche du creux.

Les signaux de pression de la figure 3.18 permettent de compléter ces conclusions puisqu’ils contiennent également des informations sur la phase. Les signaux sont ici renormalisés par l’inverse de la distance entre la source et le récepteur pour s’affranchir de l’atténuation géométrique, et sont représentés en fonction du temps retardé $t - r/c$; un front d’onde se propageant avec une célérité c apparaît de cette manière aligné avec l’axe des ordonnées. L’échelle de couleur est saturée pour mieux observer l’onde de sol. Celle-ci se manifeste pour l’herbe et la neige par un étalement d’énergie vers l’arrière du front d’onde, et semble se séparer progressivement des ondes directe et réfléchiée avec la distance : l’orientation oblique de cette contribution confirme

en effet que l'onde de sol se propage avec une vitesse de propagation légèrement plus faible que la vitesse du son, de l'ordre de 0.5 %.

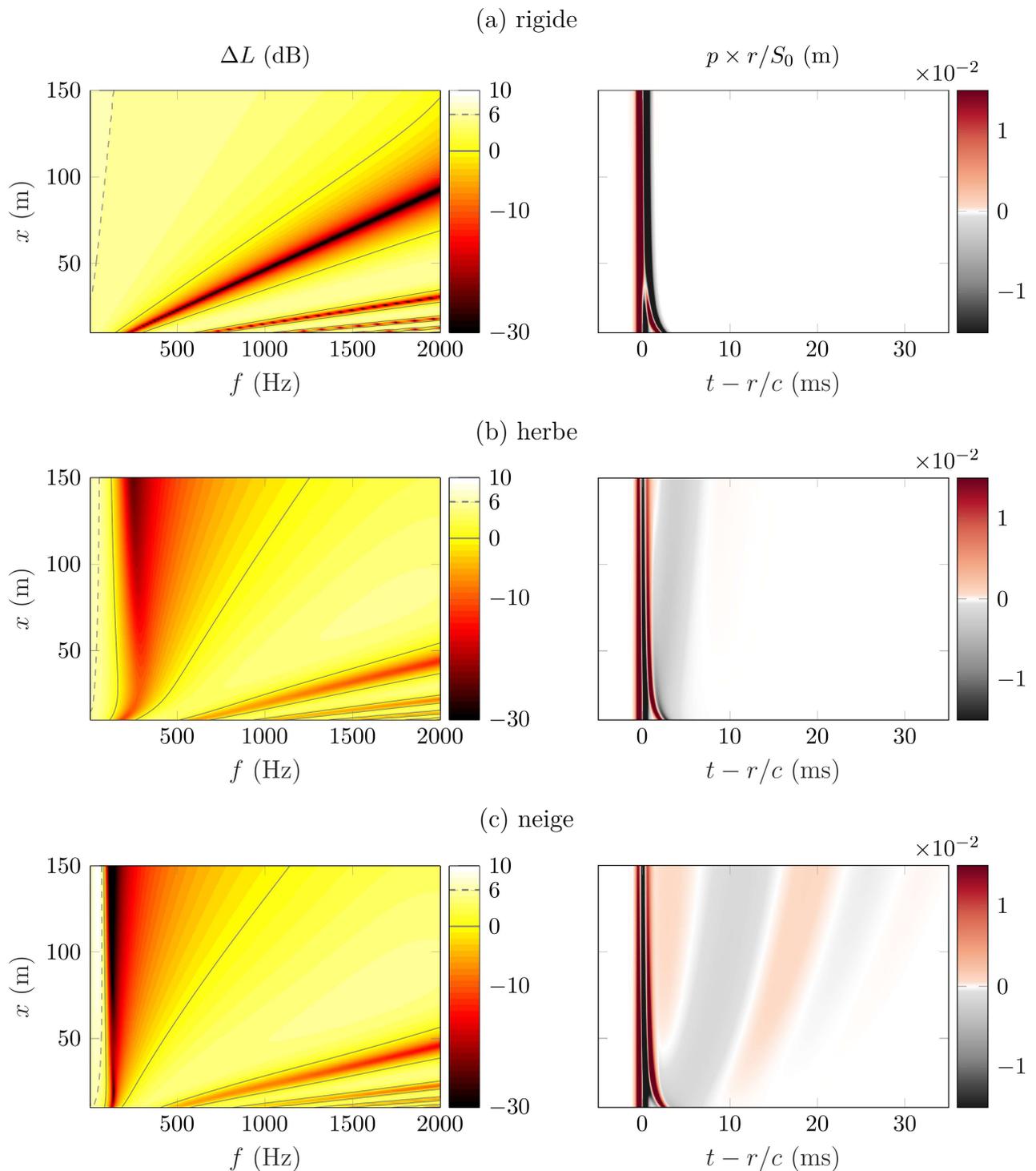


FIG. 3.18 : Évolution du signal de pression (droite) et de l'atténuation relative au champ libre (gauche) avec la distance de propagation, calculées avec ITM pour un récepteur et une source placés à 2 mètres de hauteur en conditions atmosphériques homogènes, au-dessus d'un sol plan de type (a) rigide, (b) herbeux, (c) rigide recouvert de neige.

Conclusion

Les traitements algorithmiques apportés à ITM pour la modélisation des effets de sol ont été présentés en détail dans ce chapitre. Ceux-ci reposent sur une approximation rationnelle d'un coefficient de réflexion cible, qui peut s'interpréter comme l'association en parallèle d'oscillateurs harmoniques à un degré de liberté. Les propriétés acoustiques du sol pour une grande gamme de fréquences sont ainsi décrites dans le domaine temporel par des équations différentielles ordinaires couplées aux équations de propagation, qui peuvent être résolues efficacement de manière itérative tout en garantissant une solution d'ordre élevé.

La transcription dans le domaine temporel de modèles définis dans le domaine fréquentiel (ou de Laplace) nécessite cependant quelques précautions préalables à l'imposition de conditions limites, puisque ceux-ci ne sont pas nécessairement physiquement admissibles ; ils doivent entre autres vérifier des propriétés de stabilité et de causalité. Ces conditions fondamentales se traduisent par des contraintes dans l'ensemble du plan complexe qui s'expriment clairement avec le coefficient de réflexion. Les effets de l'impédance ou de l'admittance sont plus difficiles à interpréter dans le domaine temporel puisque ces deux quantités ne caractérisent que le matériau absorbant pris de façon isolée, et ne prennent pas en compte les interactions avec le fluide environnant.

Ce couplage est inhérent au coefficient de réflexion. Il en résulte que ce dernier définit les propriétés numériques de la condition limite, et, en particulier, ses propriétés de stabilité. On a montré dans ce chapitre comment la prévision de la stabilité d'un modèle peut être exploitée pour trouver un bon compromis entre l'ordre du modèle pôle-résidu et la qualité de l'approximation.

L'implémentation des conditions limites a été validée en trois dimensions pour une propagation acoustique à relativement grande distance. Ceci a également été l'occasion de rappeler les effets de sol attendus dans le cadre de la propagation en milieu extérieur, afin de faciliter l'interprétation des effets atmosphériques observés dans le prochain chapitre.

Enfin, bien que ce travail se limite à l'étude de sols parfaitement plans, des sols à géométrie plus complexe peuvent être assez facilement pris en compte numériquement, soit à l'aide d'un sol plan équivalent [210, 75, 76], qui peut permettre de prendre en compte une rugosité, soit à l'aide de coordonnées curvilignes [125, 212, 124, 69], pour la prise en compte de la topographie. Il est également à noter que le formalisme des conditions limites temporelles est valable tant pour des problèmes de réflexion que pour des problèmes de transmission. Des développements futurs pourraient alors consister à prendre en compte le coefficient de transmission pour faciliter la modélisation acoustique de parois, de la végétation ou encore de couplage entre guides d'ondes (tels que des rues) dans le domaine temporel.

Chapitre 4

Comparaisons simulation–expérience

Ce chapitre met à profit tous les outils numériques présentés dans les chapitres précédents pour comparer les prédictions du modèle FDTD à des mesures en environnement ouvert complexe (sol absorbant avec effets atmosphériques) ; il correspond au volet numérique des résultats expérimentaux acquis durant cette thèse, qui ont récemment fait l’objet d’une première publication (CHEINET et al. [39]), et s’inscrit dans la continuité d’autres travaux sur la propagation des sons impulsionnels publiés par CRAMOND et DON [52], ALBERT et ORCUTT [4] ou encore DRAGNA et al. [70]. Le principal objectif est de démontrer les capacités nouvellement acquises du modèle ITM à quantifier des signatures temporelles en conditions tridimensionnelles réalistes entre 50 Hz et 2 kHz pour des distances de propagation subkilométriques. Ces spécifications sont contraignantes d’un point de vue numérique, puisqu’elles imposent le recours au calcul massivement parallèle, mais aussi du point de vue de la modélisation, puisque des effets de propagation importants liés au sol et à l’état de l’atmosphère sont attendus pour une source et un récepteur proches du sol. On s’intéresse ici plus spécifiquement à la modélisation des effets déterministes, associés à des variations moyennes de la micrométéorologie pour des échelles de temps de l’ordre de l’heure ; les effets stochastiques liés à la turbulence atmosphérique (échelles de temps de l’ordre de la seconde, voir l’annexe A.1) ne seront abordés qu’à travers la comparaison avec les mesures.

Ce chapitre est organisé comme suit. La section 4.1 présente l’expérience et rappelle les effets de réfraction attendus en présence d’un gradient vertical de vent moyen. La section 4.2 documente les mesures d’impédance du sol, l’état de stratification de l’atmosphère et la caractérisation des sources expérimentales. Les comparaisons entre les résultats expérimentaux et les prédictions numériques dans différentes configurations sont présentées dans les sections 4.3 et 4.4.

4.1 Présentation de l’expérience et comparaisons qualitatives

4.1.1 Présentation de l’expérience

L’expérience ADVISE, pour *Atmospheric-Driven Variability of Impulse Sounds Experiment*, s’est déroulée à Meppen (Allemagne) du 17 au 21 octobre 2016. Fruit d’une collaboration

internationale entre l'ISL et des organismes états-uniens¹ et allemand², elle avait pour objectif de mieux documenter la sensibilité des sons impulsionnels aux conditions atmosphériques de surface, d'une part, et d'alimenter des modèles numériques, d'autre part. L'article publié traite en détail du volet expérimental et des aspects relatifs à la turbulence atmosphérique, notamment (CHEINET et al. [39]); ce dernier est reproduit en intégralité dans l'annexe A.1.

Conditions expérimentales

L'expérience a pris place dans un champ d'environ 600 m par 500 m au sein d'un complexe militaire étendu, par définition reculé et (la plupart du temps) plutôt calme. Le terrain présente un sol très plat constitué d'herbe fraîchement coupée (la taille des brins d'herbe est inférieure à 10 cm), avec quelques zones comportant de l'herbe non ramassée ou des touffes récalcitrantes (voir figure 4.1). Le sol est globalement homogène, avec des irrégularités de hauteur de l'ordre de la dizaine de centimètres, pour des échelles horizontales de plusieurs dizaines de mètres; il sera par la suite modélisé comme une surface plane puisque ces échelles sont grandes devant la plus petite longueur d'onde acoustique d'intérêt (par exemple, FAURE et al. [76]). Quatre instruments météorologiques (dont une tour) permettent de quantifier l'évolution des paramètres atmosphériques, qui serviront de données d'entrée au modèle FDTD (voir section 4.2.2).



FIG. 4.1: Vue panoramique du site de l'expérience (face au quart nord-ouest).

Les mesures acoustiques ont été réalisées avec deux sources impulsionnelles, à savoir : un canon à gaz, ayant pour vocation première d'effaroucher les oiseaux, placé verticalement sur une table et dont l'embouchure du canon culmine à 1.58 m (voir figure 4.2); et un haut-parleur omnidirectionnel jouant des signaux transitoires émis depuis un ordinateur portable, dont le centre de la tête est à 1.75 m du sol. Ces deux sources répondent à des besoins différents. La première est suffisamment puissante pour garantir un bon rapport signal sur bruit à 500 m de distance (voir CHEINET et BROGLIN [37]), au prix d'une faible cadence de tir (environ un tir toutes les 30 secondes) et d'une faible reproductibilité (voir section 4.2.3). La seconde est parfaitement reproductible avec une cadence élevée (environ un tir par seconde) et permet de suivre continûment l'évolution de la décohérence temporelle liée aux effets de propagation stochastiques (voir annexe A.1), au prix d'une distance maximale de propagation d'au plus 200 m. Les signaux sont enregistrés à l'aide de 14 microphones indépendants; ces signaux sont resynchronisés à la source par post-traitement grâce à un signal GPS pulse par seconde (GPS-PPS) commun à tous les microphones, et grâce à 2 microphones placés à proximité de

1. l'U.S. Army Research Laboratory (ARL) et le Cold Region Research and Engineering Laboratory (CRREL)

2. le Bundeswehr Wehrtechnische Dienststelle 91 (WTD 91)

la source. Les 12 microphones restants sont montés sur 4 barres à 2 m de hauteur, à raison de 3 microphones par barre, comme illustré sur la figure 4.3. Cette disposition permet d'étudier les effets de décohérence spatiale pour différentes distances intermicrophoniques ; comme on s'intéresse ici avant tout aux effets de propagation déterministes, un seul microphone par barre sera considéré par la suite (sauf exception).

Des mesures d'une trentaine de minutes pour 10 configurations différentes ont été réalisées en positionnant les 4 barres selon différentes directions par rapport au vent, avec le canon à gaz (soit approximativement 50 tirs) ou le haut-parleur (environ 1500 tirs). Les barres sont positionnées à l'aide d'un GPS différentiel (précis en théorie au centimètre près) avec une incertitude de positionnement des microphones de l'ordre du mètre. La figure 4.2 montre un exemple de configuration circulaire, pour laquelle la source est placée au milieu du champ et les barres sont disposées à 200 m en amont et en aval du vent (idéalement) ainsi qu'en conditions de vent transverse (la direction du vent peut néanmoins varier de plusieurs dizaines de degrés lors de la mise en place du dispositif). Un autre type de configuration consiste à disposer la source et les microphones en une ligne de 450 m de long, parallèlement à la direction du vent, pour observer l'influence des effets atmosphériques avec la distance, en conditions de propagation favorables ou défavorables. Le tableau 4.1 donne le placement des barres de microphones pour les 6 configurations retenues pour ce document (les configurations présentant des données atmosphériques partielles ou à moyenne fortement instationnaire ont été écartées).

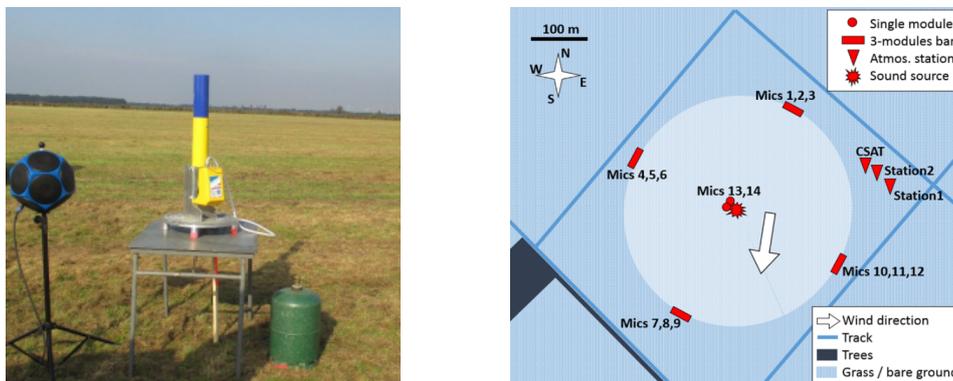


FIG. 4.2 : Gauche : sources acoustiques utilisées lors de l'expérience. Droite : exemple de configuration en cercle (de rayon 200 m).

Exemple de résultats

La figure 4.4 montre des signaux de pression enregistrés avec le canon à gaz pour des configurations similaires aux configurations 18A et 18B, en conditions favorables et défavorables avec un vent modéré (entre 2 et 3 m s^{-1} à environ 2 mètres de hauteur). Ces configurations, qui correspondent aux figures 10 et 11 de l'annexe A.1, n'ont pas été retenues pour la comparaison avec les prédictions numériques en raison de mesures de vent incomplètes, mais constituent une bonne entrée en matière pour les effets atmosphériques (avec un excellent rapport signal sur bruit à longue distance). Une visualisation en cascade complémentaire des figures de l'article est ici utilisée, où chaque ligne correspond à un tir de canon.



FIG. 4.3 : Barre de 3 microphones avec boules anti-vent. Chaque microphone dispose de son propre module d'acquisition autonome.

On constate que les signaux sont plutôt similaires à 50 m de la source pour les deux directions de vent ; la variabilité observée de tir à tir s'explique avant tout par la variabilité du canon à gaz, puisque cette distance n'est pas suffisante pour observer des effets marqués liés à l'atmosphère (voir, par exemple, [55]). Ces effets se manifestent à plus longue distance, et les signaux dès 150 m sont très différents en amont et en aval du vent. On peut observer des différences marquées sur la forme générale des signaux, leur amplitude et leur temps d'arrivée moyen : les signaux en conditions de propagation favorables présentent des oscillations de grande amplitude, et arrivent à 450 m environ 30 ms avant les signaux en conditions défavorables (l'incertitude de positionnement des microphones induit une incertitude sur les temps d'arrivée de l'ordre de 3 ms) ; ces derniers présentent une simple oscillation basse-fréquence dont l'amplitude de crête moyenne est jusqu'à trois fois plus faible qu'en aval du vent. Ces différences moyennes sont attribuables aux effets atmosphériques déterministes, essentiellement liés ici à la réfraction par un gradient vertical de vent moyen (voir la section 4.2.2). Les effets de propagation stochastiques se traduisent quant eux par une fluctuation de tir à tir des temps d'arrivée (le « *wander* ») et de la forme des signatures (le « *spread* »), et sont attribués au phénomène de diffusion (ou « *scattering* ») par la turbulence atmosphérique (voir par exemple [140] ou l'annexe A.1).

L'influence de la réfraction moyenne des ondes acoustiques est discutée plus en détail dans la prochaine sous-section.

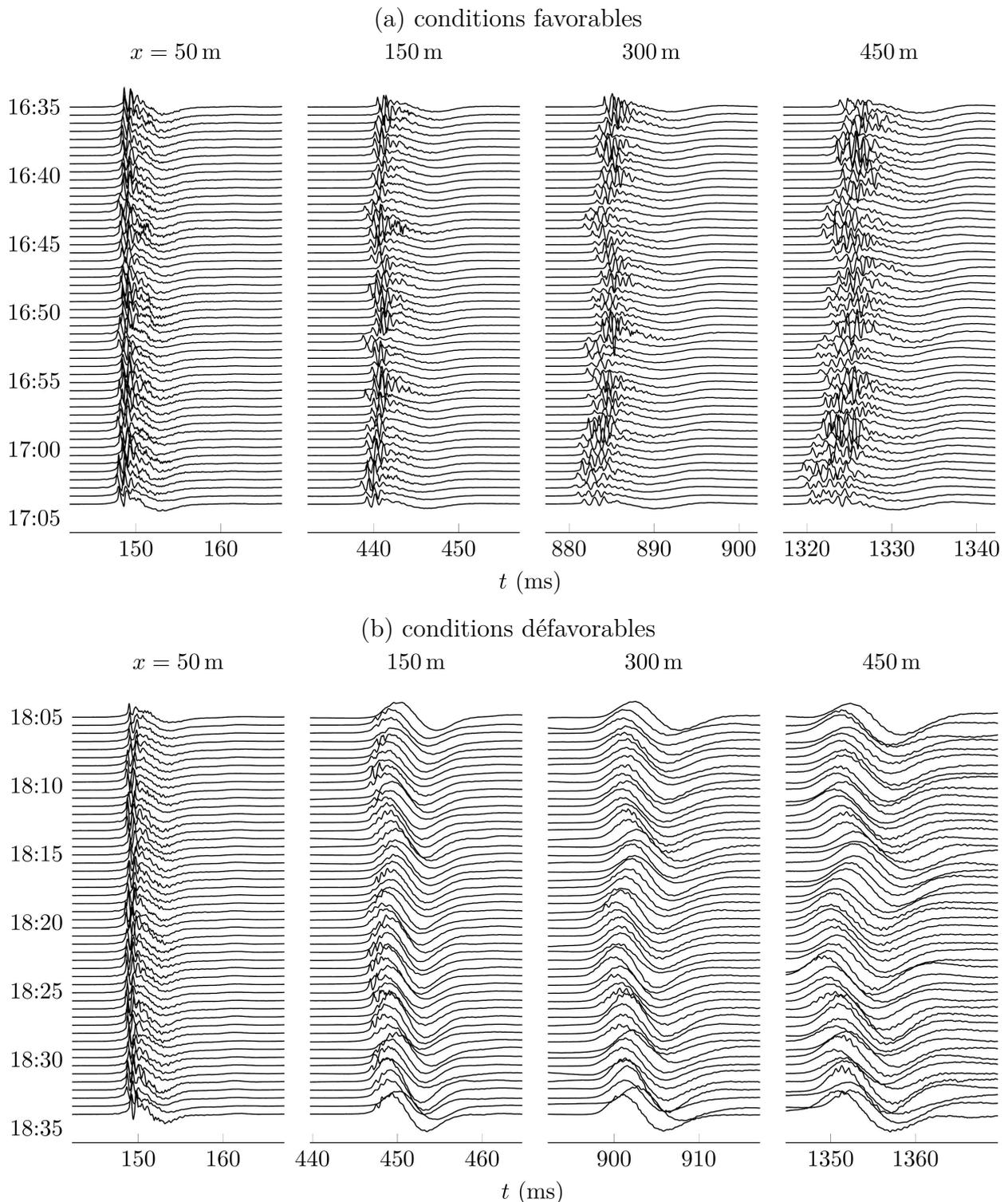


FIG. 4.4 : Signaux de pression resynchronisés à la source pour chaque tir du canon à gaz en fonction de la distance source-récepteur x , enregistrés le 20 octobre 2016 pour deux configurations en ligne (a) en conditions de vent favorables et (b) défavorables. L'amplitude est normalisée pour chaque distance de propagation ; la moyenne des pressions de crête vaut, pour chaque distance, 17.7, 5.1, 2.2 et 1.1 pascals en conditions favorables contre 17.2, 2.0, 0.7 et 0.3 pascals en conditions défavorables.

dénomination	source	date et heure	distance des barres par rapport à la source (m)
20A	canon à gaz	20 oct., 13h15	10, 20, 35, 50 (conditions supposées homogènes)
20B	haut-parleur	20 oct., 13h56	10, 20, 35, 50 (conditions supposées homogènes)
19A	haut-parleur	19 oct., 15h04	cercle de rayon 100 m
19B	canon à gaz	19 oct., 15h45	cercle de rayon 100 m
18A	canon à gaz	18 oct., 13h22	50, 150, 300, 450 (conditions favorables)
18B	canon à gaz	18 oct., 15h16	50, 150, 300, 450 (conditions défavorables)

TAB. 4.1 : Caractéristiques des configurations considérées et dénomination adoptée. L’heure indiquée correspond à l’heure du début des mesures.

4.1.2 Premières comparaisons qualitatives avec le modèle numérique

On cherche maintenant à vérifier qualitativement les capacités du modèle ITM à reproduire les effets de la réfraction par un profil vertical de vent. Ce sera aussi l’occasion de fournir une première illustration de l’influence combinée des effets du vent et du sol. Une étude déterministe de sensibilité à la direction du vent est réalisée dans une configuration numérique identique aux simulations de la section 3.6.3 : un signal gaussien émis depuis la position (x_s, y_s, z_s) , avec $x_s = y_s = 0$ et $z_s = 2$ m, se propage le long de l’axe x jusqu’à 150 m, au-dessus d’un sol plan rigide, herbeux, ou neigeux situé en $z = 0$.

Un vent horizontal de la forme

$$\mathbf{V} = \|\mathbf{V}(z)\| \{\cos \varphi, \sin \varphi, 0\}^T$$

est désormais considéré, avec φ la direction du vent par rapport à l’axe x . Le profil de l’écoulement est défini par

$$\|\mathbf{V}(z)\| = a \ln \left(1 + \frac{z}{b} \right),$$

avec $a = 2 \text{ m s}^{-1}$ et $b = 0.1$ m. Il est tracé sur la figure 4.5 et correspond à un vent très fort ; ceci permettra d’observer plus rapidement les effets de réfraction. Ce problème n’a pas de solution analytique. On peut néanmoins citer la solution *semi*-analytique de LI et WANG [136] dans le domaine fréquentiel, dont l’implémentation pour obtenir une solution dans le domaine temporel s’est ici avérée problématique.

Contrainte sur la hauteur du domaine de calcul

Ce profil de vent est incorporé dans le modèle FDTD via les équations de propagation, ce qui ne nécessite pas de traitement numérique particulier. Les effets de réfraction liés à un gradient vertical de vent (et/ou de température) peuvent cependant contraindre physiquement la hauteur du domaine de calcul pour des conditions favorables à la propagation (soit, ici, pour un récepteur situé en $x > 0$, pour φ entre -90° et $+90^\circ$).

La figure 4.5 montre un lancer de rayons acoustiques pour le cas $\varphi = 0$ avec un sol parfaitement réfléchissant. Un récepteur situé à une distance $x = +150$ m de la source subit ainsi l’influence des 5 premiers mètres du profil vertical de vent, d’après l’altitude maximale des rayons arrivant au microphone. La hauteur du domaine FDTD doit donc ici être plus grande

que 5 m pour prendre en compte l'ensemble des chemins acoustiques en aval du vent. Pour tous les profils atmosphériques considérés durant cette thèse, cette hauteur maximale apparaît systématiquement définie par l'apogée du rayon direct (ne touchant pas le sol), et augmente avec la distance source-récepteur. À longue distance et pour des gradients verticaux importants, elle peut devenir plus contraignante que les distances source-PML recommandées dans le chapitre 2 pour garantir l'efficacité des conditions de non-réflexion (les PMLs restent le facteur limitant pour la dimension transverse, car la réfraction horizontale n'apparaît pas comme un phénomène déterminant pour les distances de propagation considérées dans ce travail).

Une telle contrainte n'existe a priori pas en amont du vent puisque les rayons sont courbés vers le haut et ne « redescendent » pas. Le lancer de rayon est cependant une approche purement géométrique qui est limitée aux très hautes fréquences : on définit par précaution et par simplicité la hauteur du domaine de calcul des simulations faisant intervenir le phénomène de réfraction à partir du cas le plus contraignant, c'est-à-dire, en conditions favorables pour $\varphi = 0$. Cette hauteur pourrait à l'avenir être déterminée avec plus de précision en quantifiant la distance de pénétration dans la zone d'ombre par diffraction (par exemple, à l'aide d'un calcul parabolique).

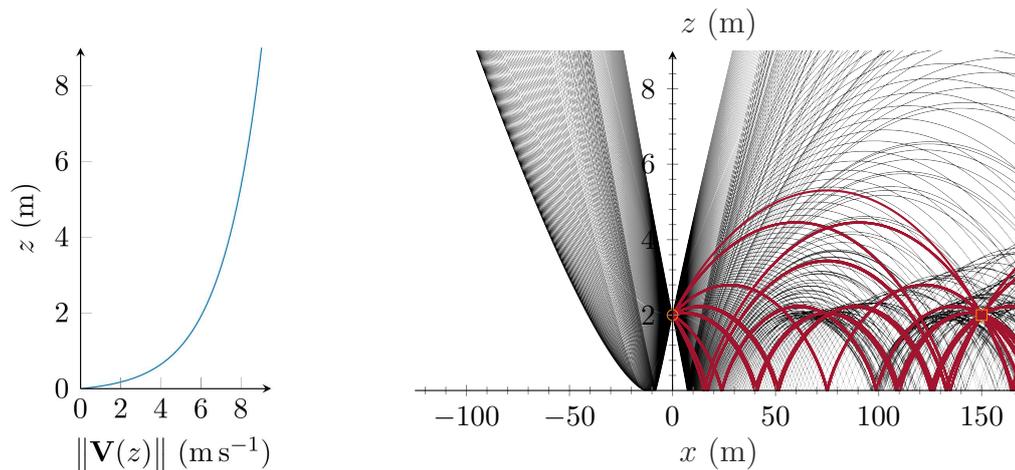


FIG. 4.5 : Gauche : module du profil de vent logarithmique utilisé. Droite : tir de rayons dans le cas d'un sol parfaitement réfléchissant avec le vent orienté vers l'axe des x croissants ($\varphi = 0$). Les rayons pourpres correspondent aux rayons passant au voisinage d'un récepteur situé à 150 m de la source et à 2 m de hauteur. Il est rappelé qu'un rayon indique localement la normale au front d'onde.

Résultats numériques

Les figures 4.6 et 4.7 montrent les résultats de simulation dans le domaine temporel et fréquentiel en fonction de la distance horizontale de propagation x , pour les trois sols et pour différentes directions de vent φ entre 0 et 180° ; chaque direction fait l'objet d'une simulation dédiée. Le récepteur est situé à 2 m de hauteur. Ces figures sont similaires à la figure 3.18, où des conditions homogènes étaient utilisées. Le signal de pression est normalisé par l'inverse de la distance source-récepteur r et par l'amplitude de la distribution initiale de pression S_0 , et est représenté en fonction du temps retardé $t - r/c$.

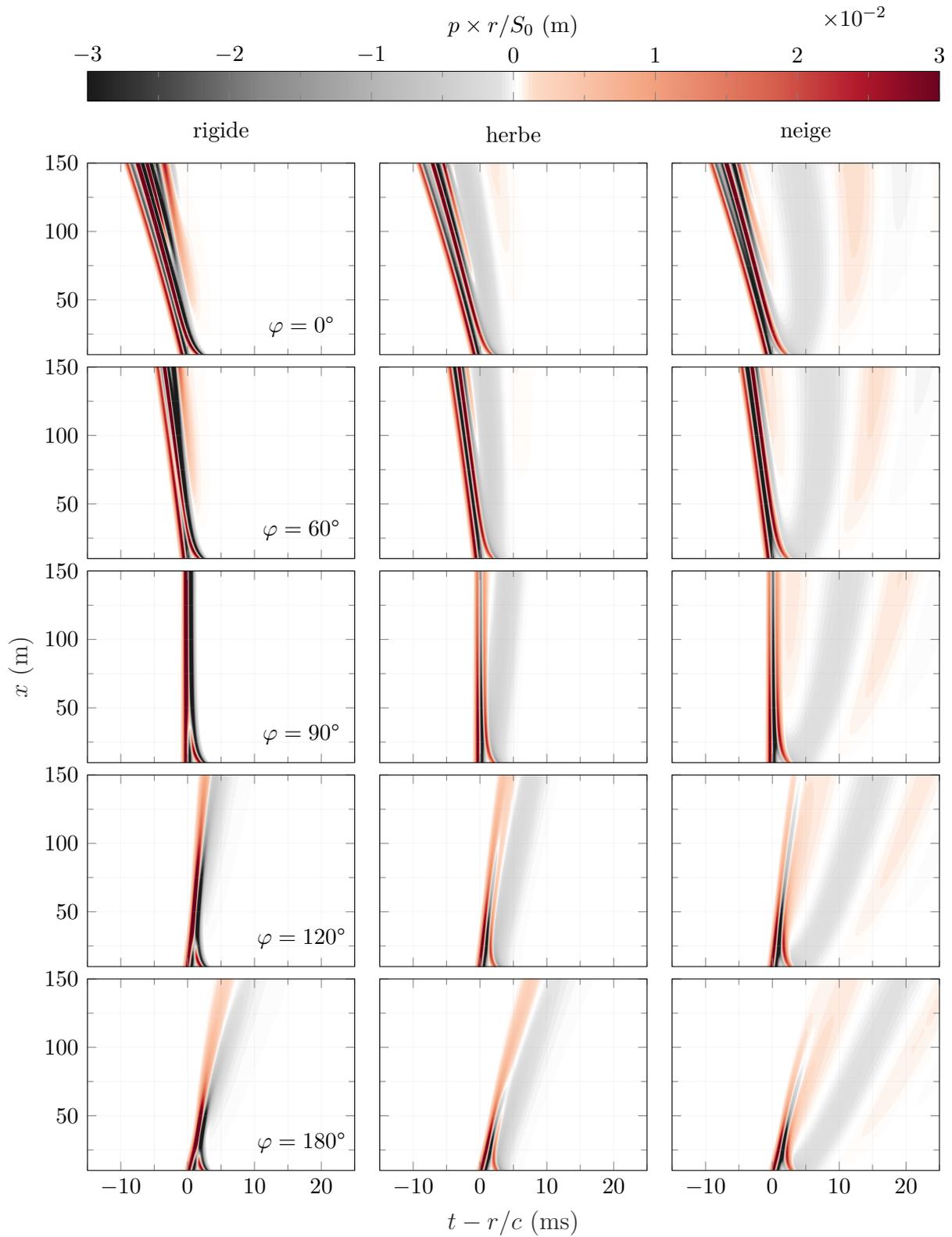


FIG. 4.6 : Évolution du signal de pression avec la distance de propagation pour un profil de vent logarithmique. Chaque colonne correspond à un sol différent (rigide, herbeux, neigeux), et chaque ligne à une direction de vent différente.

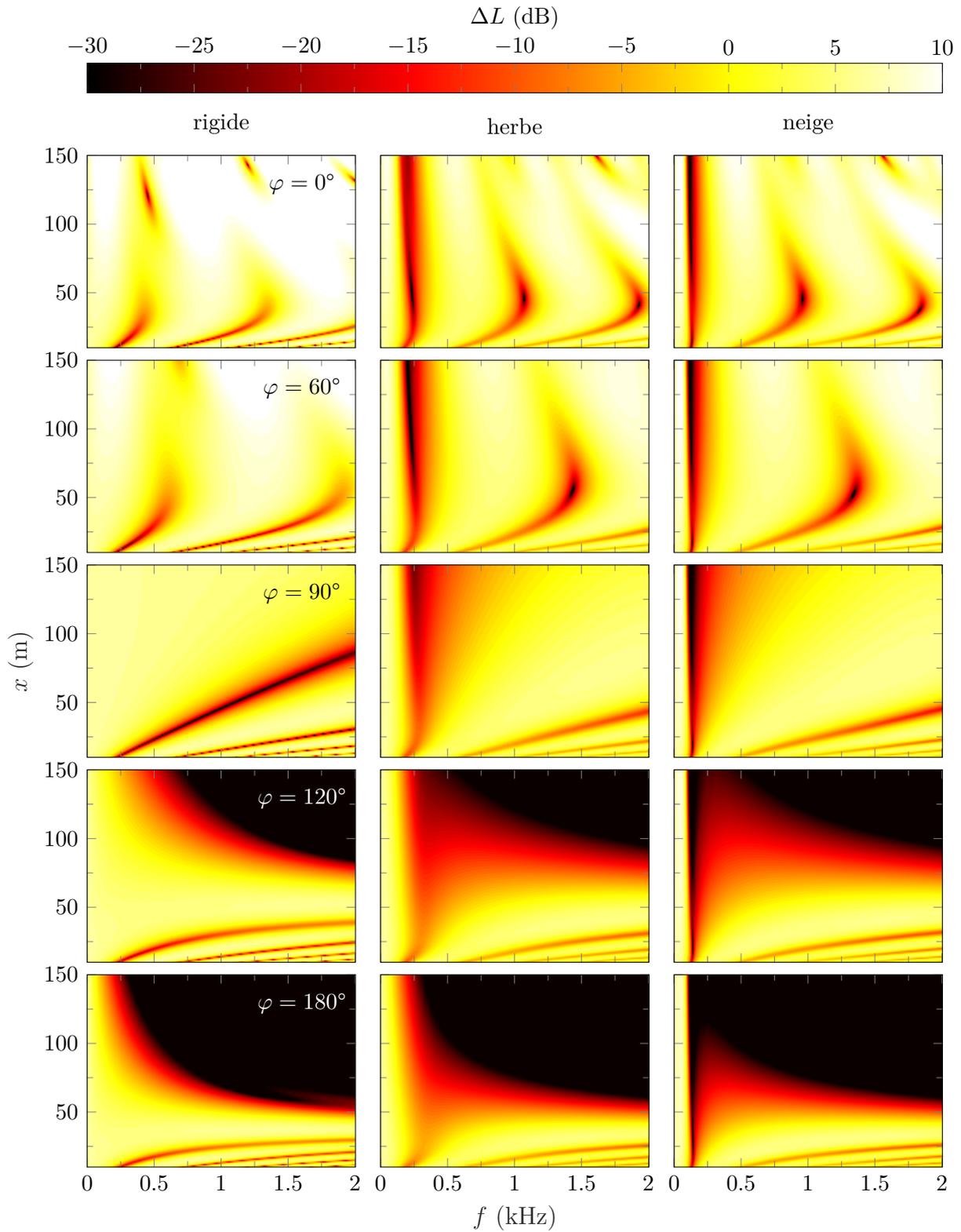


FIG. 4.7 : Évolution de l'atténuation relative au champ libre correspondant aux signaux de la figure précédente.

Une première constatation est que les résultats obtenus pour le vent transverse sont presque identiques aux résultats de la figure 3.18 en conditions homogènes. En effet, le profil de célérité effective $c_{\text{eff}}(z) = c + \|\mathbf{V}(z)\| \cos \varphi$ devient constant et égal à la vitesse du son c pour $\varphi = 90^\circ$. Cette grandeur explique également la convection des ondes acoustiques par le vent, avec des différences de temps d'arrivée de l'ordre de 15 ms à 150 m de la source en amont ($\varphi = 180^\circ$) et en aval du vent ($\varphi = 0^\circ$). De la même manière, la dépendance en $\cos \varphi$ du profil de célérité effective implique une sensibilité accrue aux variations de la direction du vent autour de $\varphi = 90^\circ$, alors qu'une variation de 30° a peu d'effets quand la direction du vent coïncide avec la direction de propagation tant dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel (non montré, par concision).

Les conditions de propagation favorables se traduisent à longue distance par une forte amplitude des signatures temporelles de la figure 4.6 par rapport aux cas défavorables, et par l'apparition progressive d'oscillations additionnelles à l'arrière des signaux ; ces oscillations s'expliquent par le temps de trajet associé à chaque chemin acoustique (voir par exemple DRAGNA et al. [65]). On observe de plus une chute brutale des niveaux en conditions défavorables au-delà d'une certaine distance, après laquelle le signal s'élargit ; cette distance vaut environ 40 mètres pour $\varphi = 180^\circ$ (pour le sol rigide, notamment). D'après le lancer de rayons de la figure 4.5, cette distance marque le début de la zone d'ombre acoustique.

Les courbes d'atténuation de la figure 4.6 montrent un décalage progressif des franges d'interférence avec la direction du vent et la distance, à l'exception du (premier) *ground dip* de l'herbe et de la neige. Pour les cas défavorables, ce décalage s'opère vers les hautes fréquences, et s'explique par le fait que l'onde directe fusionne plus rapidement avec l'onde réfléchi spéculairement. En effet, la source physique a une altitude plus élevée que la source-image virtuelle, située sous la surface du sol ; le front d'onde direct se propage alors un peu moins rapidement que le front d'onde spéculaire puisque la célérité effective décroît avec la hauteur. Le phénomène inverse s'opère en conditions favorables, où l'onde directe se propage plus rapidement et va avoir tendance à se séparer progressivement des autres contributions, ce qui explique la courbure des franges vers les basses fréquences par rapport au cas transverse pour les 50 premiers mètres de la propagation. Au-delà de cette distance, les résultats deviennent plus difficiles à interpréter puisque des interférences constructives et destructives très fortes liées aux arrivées multiples commencent à apparaître, surtout pour le sol rigide. Les cas de propagation favorable semblent en effet présenter une très grande sensibilité aux propriétés du sol, puisque les rayons acoustiques peuvent alors s'y réfléchir plusieurs fois. Pour des sols à impédance finie, chaque réflexion entraîne une perte d'énergie supplémentaire [65] et conduit à des interférences moins marquées que pour les sols parfaitement réfléchissants.

Les conditions de propagation défavorables se traduisent par une chute des niveaux d'au moins 30 dB sur une très courte distance. Cette transition apparaît à différentes distances de la source, selon la fréquence, et affecte moins rapidement les basses fréquences. Pour $\varphi = 180^\circ$, la chute des niveaux se manifeste par exemple à 50 m de la source pour une fréquence de 2 kHz, contre 100 m à 500 Hz. Ceci explique l'élargissement des signatures temporelles dans la zone d'ombre puisque seules les basses fréquences subsistent. Cet effet différencié selon la fréquence est une illustration du phénomène de diffraction des ondes acoustiques par le profil vertical de vent (la réfraction ne dépend ici pas de la fréquence étant donné que le milieu de propagation n'est pas dispersif, car la vitesse du son c ne dépend pas de la fréquence). La méthode des rayons est une approximation haute fréquence qui ne prend pas en compte la diffraction ; il

est intéressant de remarquer que la position de la zone d’ombre prédite par les rayons tend ici à coïncider avec la chute des niveaux observée sur les résultats FDTD pour les plus hautes fréquences. La plus faible influence des effets atmosphériques dans les basses fréquences implique en particulier que l’onde de sol conserve des propriétés similaires au cas homogène tant en aval qu’en amont du vent (voir également [198, 65]).

La prédiction numérique des effets de propagation liés à un gradient vertical de vent est qualitativement en accord avec les mesures présentées précédemment.

4.2 Caractérisation de l’environnement et des sources

La principale difficulté des comparaisons quantitatives entre la simulation et l’expérience réside dans le choix des paramètres d’entrée du modèle numérique. Cette section documente les mesures d’impédance du sol, l’estimation des paramètres atmosphériques et la caractérisation des sources acoustiques.

4.2.1 Mesures d’impédance *in situ*

Méthode de la fonction de transfert

La détermination expérimentale des propriétés acoustiques de matériaux absorbants peut dans le cas général s’effectuer en laboratoire à partir d’échantillons (voir par exemple [56] ou [30, chap. 26]). Il est cependant largement admis dans la littérature que cette approche destructive est moins pratique et moins fiable pour mesurer l’impédance de sols que les approches *in situ* [132], telle que la méthode de la fonction de transfert (par exemple, [132, 95]). Cette dernière est utilisée pour caractériser le sol herbeux du site de l’expérience, et consiste dans un premier temps à mesurer le rapport des réponses en fréquence $T_{\text{exp}} = \hat{p}_2(\omega)/\hat{p}_1(\omega)$ entre deux microphones séparés verticalement au-dessus du sol, où \hat{p}_1 et \hat{p}_2 correspondent au signal enregistré par chacun des microphones dans le domaine de Fourier. Cette fonction de transfert est ensuite modélisée analytiquement à partir de la géométrie du problème et pour un modèle d’impédance de surface donné, afin de déduire les paramètres du sol qui permettent de reproduire les résultats expérimentaux.

Deux sessions dédiées à la mesure de T_{exp} ont été réalisées le 19 et le 20 octobre à deux emplacements différents, à partir de sinus glissants émis par le haut-parleur omnidirectionnel dont la tête est située à 1.75 m de hauteur. Pour la première session, une distance horizontale $D = 7.5$ m sépare la source des deux microphones placés respectivement à $z_1 = 0.1$ m et $z_2 = 0.7$ m de haut ; la session du 20 octobre est définie par la géométrie $D = 10$ m, $z_1 = 0.2$ m et $z_2 = 1$ m (voir figure 4.9). Ces grandes dimensions diffèrent de celles habituellement utilisées dans la littérature (voir par exemple [132, 95]) et se justifient par le manque d’une source spécifiquement dédiée à ce type de mesures : la tête du haut-parleur ne peut en effet pas descendre sous 1.75 m, et il a de plus été jugé utile de choisir une distance D suffisamment grande devant le diamètre de la tête afin de pouvoir s’assurer du caractère ponctuel de la source, pour faciliter la modélisation du problème.

La figure 4.10 montre le module de la fonction de transfert mesurée pour les deux sessions, ainsi que le module des fonctions de transfert estimées analytiquement à partir de l’équation (3.49) pour un sol plan et une atmosphère homogène, avec deux modèles d’impédance de sol différents.



FIG. 4.8: Mise en place du dispositif de mesure d'impédance du 20 octobre.

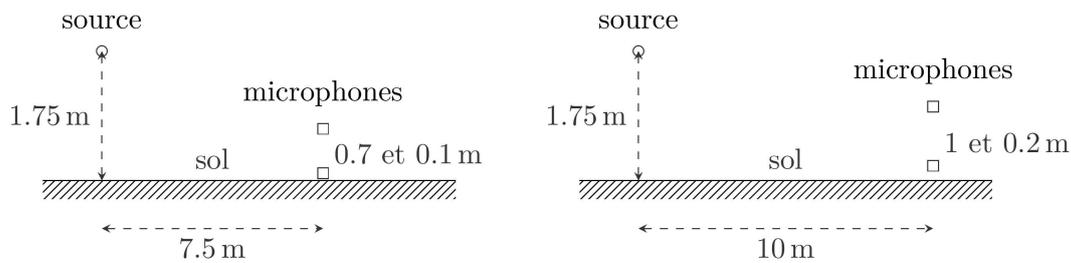


FIG. 4.9 : Géométrie du dispositif de mesure d'impédance du 19 octobre (gauche) et du 20 octobre (droite).

Le premier modèle correspond à une couche d'épaisseur $e = 2.5$ cm du modèle de relaxation (3.5) avec un fond rigide et une résistance $\sigma_g = 200 \text{ kPa s m}^{-2}$; le second correspond au modèle à porosité variable (3.7), avec une résistance $\sigma_g = 25 \text{ kPa s m}^{-2}$ et un taux de décroissance de la porosité $\alpha_g = 50 \text{ m}^{-1}$. Ces paramètres ont été déterminés manuellement³, à l'aide d'une interface graphique développée pour l'occasion, de telle sorte à bien représenter le premier creux d'interférence (du 19 octobre, en particulier). Ces valeurs sont très proches si ce n'est similaires à celles obtenues par ATTENBOROUGH [9] et DRAGNA et al. [68] pour un sol d'« herbe longue » avec des modèles équivalents.

On constate un accord raisonnable pour les mesures du 19 octobre avec les deux modèles d'impédance, tant sur le module de la fonction de transfert que sur sa phase (non montrée); des modèles à trois paramètres ont également été considérés, mais ceux-ci n'ont que marginalement amélioré l'ajustement de courbe aux prix de paramètres de sols non physiques (par exemple, une porosité supérieure à 1 et/ou une tortuosité inférieure à 1) ou d'une non-unicité de la solution. Les mesures du 20 octobre semblent cependant poser problème puisque le premier creux d'interférence apparaît bruité et que l'accord avec les deux modèles analytiques est plutôt

3. Une procédure automatique basée sur la méthode d'optimisation de GUILLAUME et al. [95] a initialement été utilisée, mais des difficultés concernant la définition d'une norme suffisamment robuste ont été rencontrées, conduisant à une grande variabilité des signatures temporelles propagées, selon la norme choisie.

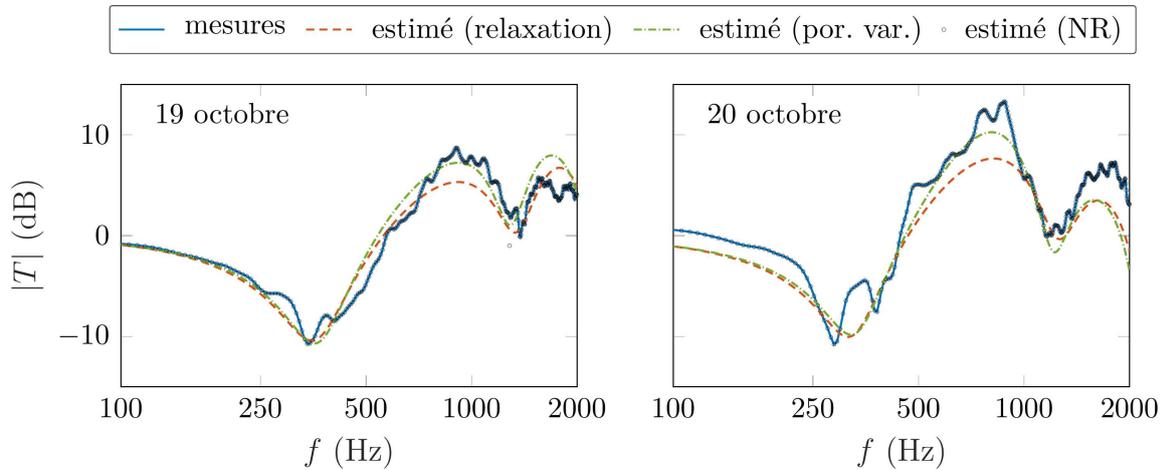


FIG. 4.10 : Module de la fonction de transfert entre les deux microphones mesurée le 19 octobre (gauche) et le 20 octobre (droite), et estimée analytiquement avec le modèle de relaxation avec fond rigide et le modèle à porosité variable. La fonction de transfert correspondant à l'impédance de surface obtenue avec la méthode de Newton-Raphson (NR) est également indiquée ; celle-ci est en majeure partie confondue avec les mesures.

médiocre. Une hypothèse éventuelle pourrait être la présence d'une inhomogénéité locale du sol pour cette session (voir la figure 4.8), puisque la surface contribuant au champ acoustique dans cette configuration n'excède pas quelques mètres carrés [61], l'humidité du sol liée à la pluie dans la nuit du 19 au 20 octobre, ou encore une géométrie imprécise (la surface du sol n'est par exemple par toujours bien définie) voire non adaptée [132, 95]. Les erreurs en basses fréquences peuvent également laisser penser à un problème de calibration des microphones.

Contraintes dans les basses fréquences

L'article dédié à l'expérience (reproduit en annexe) ne mentionne que le modèle de relaxation quant à la représentation de la fonction de transfert observée, puisque ce modèle d'impédance a donné lieu à des comparaisons très favorables entre les résultats expérimentaux et les prévisions FDTD pour de faibles distances de propagation (inférieures à 100 m). Des comparaisons ultérieures à plus longue distance ont cependant mis en évidence une forte amplification des basses fréquences qui ne s'observe pas expérimentalement : ce phénomène est attribué à une mauvaise prédiction des propriétés de l'onde de sol (voir annexe A.2). En effet, les mesures d'impédance avec de tels procédés sont notoirement peu fiables en basses fréquences [132, 95] de par la géométrie du dispositif expérimental. Les fonctions de transfert de la figure 4.10 sont ainsi très peu sensibles aux propriétés du sol sous 250 Hz, ce qui implique que les effets de sol dans cette bande de fréquences ne sont déterminés que par extrapolation du modèle d'impédance utilisé. Différents modèles de sol ont alors été testés pour tenter de reproduire à la fois la fonction de transfert expérimentale en champ proche et les observations à longue distance (en prenant en compte les effets atmosphériques) : comme illustré dans ce chapitre, le modèle à porosité variable satisfait aux deux critères.

La méthode de la fonction de transfert est une méthode inverse qui permet de remonter aux propriétés du sol à partir d'un modèle d'impédance défini au préalable. Une autre approche,

qui permet d'estimer directement l'impédance de surface du sol [197, 131], consiste à résoudre l'équation

$$T(Z, \omega) - T_{\text{exp}}(\omega) = 0, \quad (4.1)$$

où $T(Z, \omega)$ est l'expression analytique de la fonction de transfert du problème, fonction de l'impédance de surface arbitraire $Z(\omega)$. Le zéro de l'équation (4.1) pour une fréquence donnée permet donc de déduire la valeur de Z correspondante. Cette méthode est utilisée ici pour compléter les résultats précédents et pour proposer une tentative d'explication aux limites du modèle de relaxation sur fond rigide en basses fréquences. La figure 4.11 montre les parties réelle et imaginaire de l'impédance de surface correspondant aux deux modèles de sol définis précédemment, ainsi que la solution « directe » obtenue à partir des deux fonctions de transfert observées. Pour cette dernière, la recherche des zéros dans le plan complexe est effectuée avec l'algorithme de Newton-Raphson. On peut tout d'abord constater le bon accord entre les courbes au-dessus 400 Hz, malgré la sensibilité au bruit de l'approche directe (pour la session du 20 octobre, notamment). Des différences apparaissent pour les basses fréquences, essentiellement sur la partie réelle de l'impédance : le modèle à porosité variable semble suivre le comportement de la solution directe du 19 octobre, alors que le modèle de relaxation à un paramètre sur fond rigide tend à minorer cette composante. D'après la condition d'existence de l'onde de sol (3.56), ce rapport différent entre les parties réelle et imaginaire de l'impédance peut suffire à expliquer la différence de comportement de la contribution de l'onde de sol à longue distance.

Il est vrai que la mesure directe de l'impédance de surface n'est pas beaucoup plus fiable que la méthode de la fonction de transfert pour les basses fréquences. Le bon accord entre le modèle à porosité variable et la solution directe du 19 octobre pourrait donc être fortuit sans la comparaison favorable entre les prédictions FDTD et les résultats expérimentaux à longue distance. Dans le cas où de telles mesures ne sont pas disponibles, une autre approche pour obtenir une meilleure estimation de l'impédance dans les basses fréquences pourrait consister à moyennner des fonctions de transfert mesurées à différents emplacements (voire à différents instants) et d'en déduire une impédance de surface moyenne avec la méthode de Newton-Raphson, comme proposé (entre autres) par KRUSE [131].

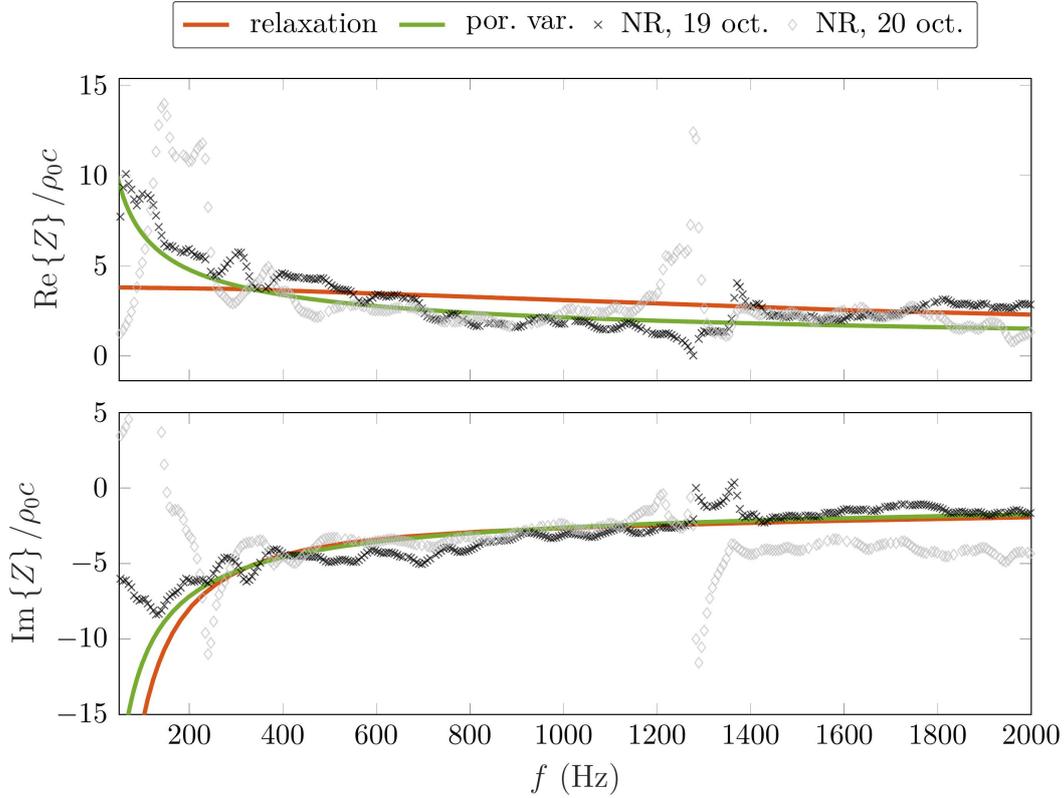


FIG. 4.11 : Parties réelle et imaginaire de l'impédance de surface obtenue à partir de la méthode de la fonction de transfert pour le modèle de relaxation sur fond rigide et le modèle à porosité variable, et obtenue à partir des zéros de l'équation (4.1) avec la méthode de Newton-Raphson (NR) pour les deux sessions de mesures.

4.2.2 Paramètres atmosphériques et profils verticaux

Plusieurs appareils permettent de caractériser la micrométéorologie de l'expérience. Deux stations météorologiques (appelées Station 1 et Station 2) et un anémomètre sonique (CSAT3) sont situés sur le site (voir figure 4.2) ; une troisième station (Station 3) et une tour météorologique sont situées respectivement à 2 km et à 7 km du terrain. Une description exhaustive de ces instruments est donnée dans l'annexe A.1.

La Station 2 est utilisée pour obtenir, entre autres, la température de l'air T_0 , l'humidité relative r_H et la pression atmosphérique P_0 à 1.7 m de hauteur. Ces trois grandeurs sont supposées être homogènes (voir plus loin pour l'homogénéité de T_0) et permettent de calculer la masse volumique de l'air ρ_0 et la vitesse du son c ; elles permettent également la prise en compte de l'absorption atmosphérique [13, 14, 157, 158] par post-traitement des résultats FDTD. Le tableau 4.2 indique les valeurs obtenues pour chaque configuration expérimentale.

Le CSAT3 mesure les trois composantes de la vitesse du vent ainsi que la température à 1.7 m de hauteur, avec une fréquence d'acquisition de 20 Hz. Ceci permet d'en déduire, sous certaines hypothèses (vérifiées par le site de l'expérience [39]), une estimation du profil vertical moyen de la température et du vent horizontal d'après la théorie de la similitude de Monin-Obukhov. Les relations de Monin-Obukhov (MO) peuvent s'exprimer en fonction de la vitesse de

friction u_* , du flux de flottabilité F_b , et de la longueur de rugosité z_0 (voir [36]). Les variations temporelles de u_* et de F_b sont ici déterminées d'après la procédure décrite dans l'annexe A.1, avec $z_0 = 5$ mm ; les valeurs moyennes de ces paramètres sont données dans le tableau 4.2. La vitesse de friction moyenne est comprise entre 0.1 et 0.3 m s^{-1} et correspond à un vent modéré. Le flux de flottabilité, qui caractérise les effets thermiques, prend quant à lui des valeurs plutôt faibles pour toutes les configurations d'ADVISE. Il en résulte que les effets attendus sur la propagation acoustique liés à la stratification thermique sont relativement peu importants, car les profils de célérité effective sont essentiellement déterminés par le vent (voir la figure 4 de l'annexe A.1). Ceci est intéressant du point de vue de la modélisation puisqu'il est alors possible de supposer un profil vertical de température constant, et donc une vitesse du son homogène.

Les différents appareils à disposition permettent de *vérifier* les profils de vent donnés par MO. La figure 4.12 montre le module du vent en fonction de la hauteur, pour les 30 premiers mètres,⁴ pour les configurations 19A, 19B, 18A et 18B. On peut constater un accord excellent avec les instruments sur site (Station 1, Station 2 et CSAT3) pour les quatre configurations. Les données de la Station 3 et de la tour météorologique s'avèrent en revanche peu fiables pour les configurations du 19 octobre ; ce phénomène est vraisemblablement lié à un « effet de site ». Si les différences observées pour les configurations 18A et 18B peuvent s'expliquer par l'éloignement de la tour par rapport au terrain de l'expérience, les différences importantes sous 10 m pour les configurations 19A et 19B laissent en effet davantage penser à la présence d'obstacles perturbant l'écoulement à proximité des deux instruments pour certaines directions de vent.

Ces profils seront par la suite inclus dans le modèle FDTD. Les configurations acoustiques du 20 octobre correspondent à des configurations à courte distance (jusqu'à 50 m) ; étant donnée la faible valeur du vent observée lors de cette journée, on fera l'hypothèse de conditions homogènes pour les configurations 20A et 20B. On rappelle que la théorie de Monin-Obukhov ne renseigne que sur le module du vent, et pas sa direction. Cette dernière est obtenue à partir de la Station 2 (à 1.7 m de hauteur), et varie au plus d'une dizaine de degrés pendant les mesures acoustiques.

config.	T_0 (°C)	r_H (%)	P_0 (mbar)	ρ_0 (kg m^{-3})	c (m s^{-1})	u_* (m s^{-1})	F_b (10^{-3} K m s^{-1})
20A	9.4 ± 0.1	78.7 ± 1.2	1011.6	1.243	337.5 ± 0.1	0.12 ± 0.03	13 ± 7
20B	9.2 ± 0.2	81.4 ± 1.5	1011.5	1.244	337.4 ± 0.1	0.10 ± 0.04	3 ± 2
19A	9.4 ± 0.4	76.7 ± 2.0	1009.9	1.241	337.5 ± 0.3	0.27 ± 0.03	27 ± 16
19B	9.6 ± 0.3	74.5 ± 1.1	1010.2	1.241	337.6 ± 0.2	0.26 ± 0.06	9 ± 9
18A	13.3 ± 0.3	74.0 ± 1.5	1015.9	1.230	340.0 ± 0.2	0.31 ± 0.05	24 ± 7
18B	13.4	68.7 ± 0.5	1014.3	1.228	339.9	0.29 ± 0.03	-13 ± 2

TAB. 4.2 : Paramètres atmosphériques moyens obtenus à partir de la Station 2 et du CSAT3 (sur site) pour chaque configuration d'ADVISE, plus ou moins deux fois l'écart-type. Ces valeurs ont été déterminées à partir d'échantillons temporels de 40 minutes, préalablement filtrés par un filtre à moyenne glissante avec une période de 10 minutes.

4. Des simulations de lancers de rayons effectuées pour chaque configuration d'ADVISE suggèrent que seuls les 30 premiers mètres de l'atmosphère (au plus) influent sur la propagation acoustique pour les distances considérées.

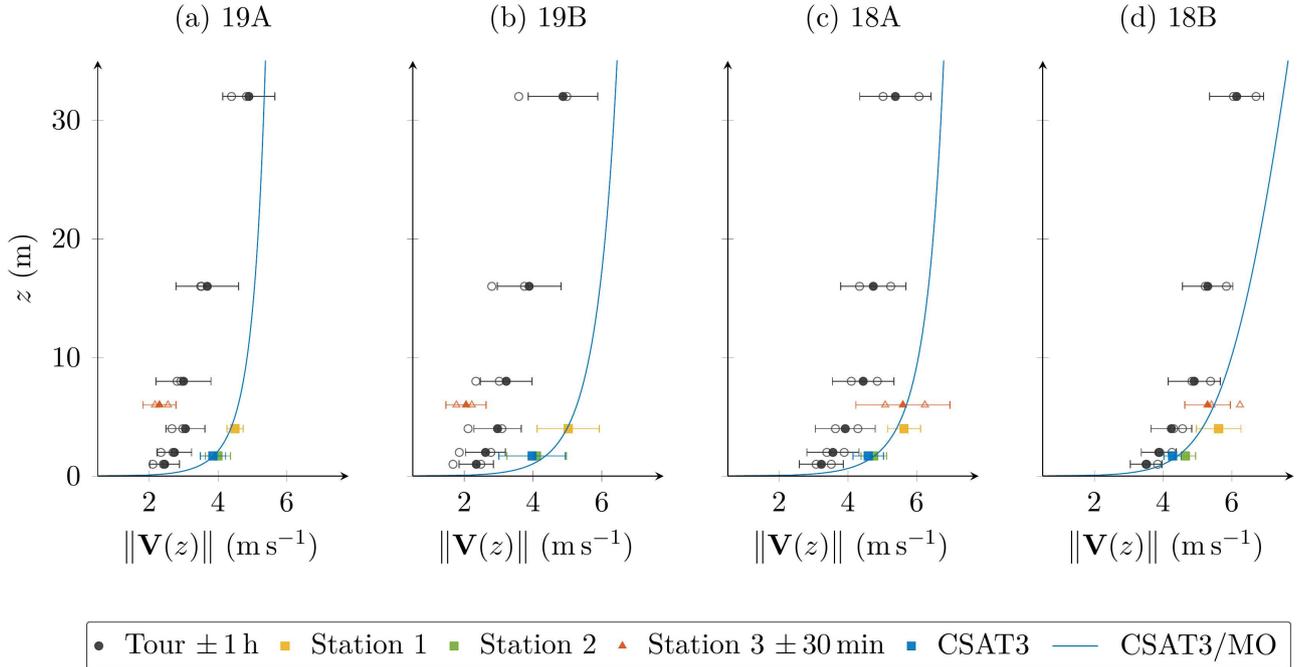


FIG. 4.12 : Module du vent horizontal en fonction de la hauteur pour les configurations acoustiques (a) 19A, (b) 19B, (c) 18A et (d) 18B. Le trait plein correspond au profil estimé par la théorie de Monin-Obukhov (d’après [36]) avec les valeurs moyennes de u_* et F_b (voir le tableau 4.2). Les symboles indiquent la valeur moyenne du vent mesuré par les différents instruments (de manière synchrone) plus ou moins deux écart-types. Pour la Tour et la Station 3, les symboles creux donnent la valeur moyenne du vent avec un décalage temporel de plus ou moins 1 heure et de plus ou moins 30 minutes, respectivement, pour prendre en compte la convection du vent ; ces durées correspondent approximativement au temps minimum nécessaire au vent pour atteindre le terrain d’expérience, et permettent de quantifier le caractère non-stationnaire de la moyenne.

4.2.3 Caractérisation des sources

La caractérisation des deux sources expérimentales est maintenant traitée en vue de leur prise en compte dans les simulations numériques avec la procédure de déconvolution-convolution décrite dans le chapitre 1. Ces travaux, postérieurs à l’expérience, visent à vérifier leur caractère monopolaire, tel que supposé (par simplicité) dans le modèle FDTD, à quantifier leur variabilité de tir et à tir, et enfin à déterminer leurs sources ponctuelles équivalentes.

Haut-parleur omnidirectionnel

On s’intéresse ici au haut-parleur omnidirectionnel, qui a fait l’objet de mesures en chambre anéchoïque dans les mêmes conditions que l’expérience : un signal de type « chapeau mexicain » (soit la dérivée seconde d’une fonction Gaussienne) est joué en boucle par un ordinateur portable dont la sortie de la carte son est connectée à l’entrée de l’amplificateur du haut-parleur. Le gain de ce dernier est réglé à un niveau plus ou moins équivalent à celui de l’expérience, choisi

pour garantir que le haut-parleur opère en régime linéaire avec un niveau sonore suffisamment important. Un microphone enregistre le signal de pression à quelques mètres de la source, à la même hauteur que le centre de la tête.

La figure 4.13 montre le dispositif expérimental, ainsi que le spectrogramme d'un des signaux enregistrés. L'essentiel de l'énergie est contenu sous 1 kHz. On peut aussi constater que ce signal a peu à voir avec un chapeau mexicain : ceci s'explique par les fonctions de transfert du haut-parleur et de la carte son de l'ordinateur qui colorent le signal d'entrée. Il a également été observé que les pilotes de la carte son ont une grande influence sur la forme du signal, même après désactivation des options d'optimisation sonore du système d'exploitation.

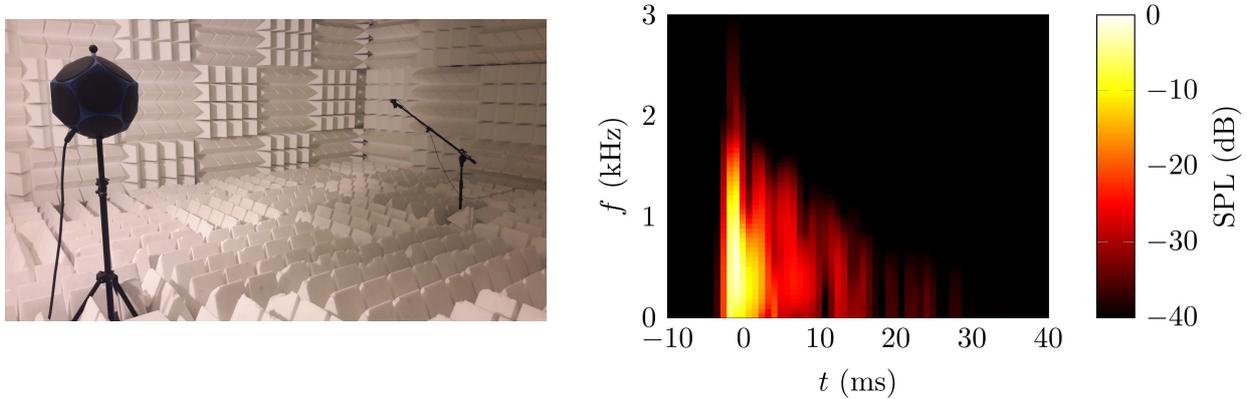


FIG. 4.13 : Mesure en chambre anéchoïque du signal émis par le haut-parleur et spectrogramme pour une réalisation (avec une amplitude normalisée).

Le signal du haut-parleur s'avère complètement reproductible même lors de longues sessions de mesures, pour lesquelles l'amplificateur peut chauffer. Des mesures de directivité ont également été effectuées en faisant pivoter la tête du haut-parleur par angles de 45° et en comparant la forme des signaux obtenus. La figure 4.14 montre le signal de pression enregistré pour 8 orientations de la source, dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel : les signaux temporels sont presque indissociables puisque que cette source est peu directive sous 1500 Hz. Notons par ailleurs que les oscillations visibles après 5 ms font partie intégrante du signal en champ libre et semblent dues à une résonance de la source ; elles ne correspondent pas à des réflexions sur les parois de la chambre anéchoïque.

On considère maintenant les signaux temporels $p(t)$ de la figure 4.14 comme étant émis par une source ponctuelle $q_s(t)$ située au centre de la tête du haut-parleur. En supposant une vitesse du son c homogène, la pression s'exprime alors comme le produit de convolution entre $q_s(t)$ et la fonction de Green en champ libre, soit

$$p(t) = \frac{q_s(t - R/c)}{4\pi R}, \quad (4.2)$$

avec R la distance entre la source et le microphone. L'évolution temporelle de la source est donc donnée par

$$q_s(t) = 4\pi R p(t + t_0), \quad (4.3)$$

où t_0 est une constante arbitraire qui détermine le temps d'émission. La quantité $q_s(t)$ associée à chaque orientation du haut-parleur sera par la suite convoluée avec les fonctions de Green

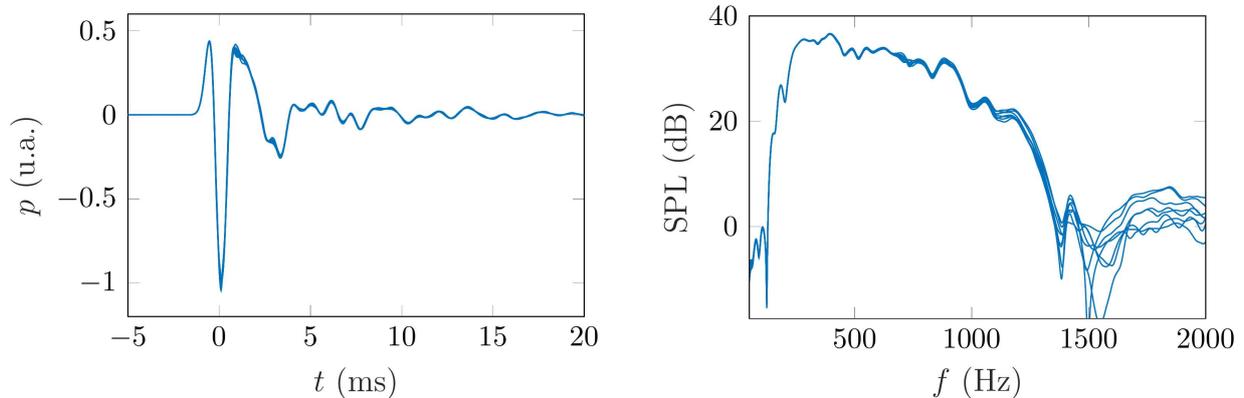


FIG. 4.14 : Signal temporel du haut-parleur mesuré pour 8 orientations différentes de la source et niveau sonore correspondant (avec une amplitude normalisée).

déterminées avec le modèle FDTD, pour les configurations expérimentales correspondantes. La prise en compte des 8 orientations permettra d'illustrer l'impact sur les signaux temporels propagés de l'incertitude sur le terme source. On choisit de plus $t_0 = 0$: l'axe temporel présenté sur la figure 4.14 permet donc définir le temps $t = 0$ associé à $q_s(t)$, qui est arbitrairement défini comme le centre de gravité des signaux. De la même manière, l'amplitude de la source est elle aussi arbitraire étant donné que le gain de l'amplificateur utilisé ici n'est peut-être pas identique au gain utilisé pendant l'expérience ADVISE, qui lui-même peut légèrement varier selon les configurations. L'amplitude physique de la source équivalente permettant de reproduire les observations d'ADVISE sera obtenue au cas par cas grâce aux microphones proches de la source.

Canon à gaz

La caractérisation du canon à gaz a été effectuée en extérieur, puisque son utilisation en milieu confiné n'est pas recommandée. Les mesures ont consisté en 29 tirs de la source afin d'en déterminer sa variabilité (avec la même bouteille de gaz que pour ADVISE pour éviter toute déconvenue). Un microphone est placé à la même hauteur que l'embouchure du canon à quelques mètres de distance, suffisamment éloigné pour éviter sa saturation et pour éviter les effets non linéaires observés en champ proche. La source et le microphone sont surélevés de trois mètres pour séparer l'onde directe de l'onde réfléchiée par le sol. La directivité n'a pas été mesurée ; en effet, le tube du canon est dirigé verticalement et on peut supposer que cette source est non directive dans le plan horizontal. La directivité verticale du canon est certes très marquée, mais a peu d'influence au-delà d'une dizaine de mètres : il a été vérifié que l'angle d'émission des rayons contribuant au champ acoustique pour les configurations d'ADVISE varie tout au plus de 15° par rapport au plan horizontal. Des mesures de directivité verticale avec une telle résolution angulaire sont de plus difficiles à réaliser.

On fait ici l'hypothèse d'une source ponctuelle équivalente située à l'embouchure du canon. La figure 4.15 montre son évolution temporelle $q_s(t)$, déterminée pour chaque réalisation à partir de l'équation (4.3). Les signaux contiennent deux pics, dont l'amplitude correspond à une surpression d'environ 800 Pa à 1 m de distance, suivie d'une longue décompression. La position

du premier pic est définie comme le temps initial du signal source. Le second pic correspond vraisemblablement à la réflexion de la surpression initiale à l'intérieur du canon, et n'est pas dû à l'onde réfléchi par le sol. Cette dernière arrive en effet plus tard, 8 ms après l'onde directe, et a ici été enlevée grâce à une technique de filtrage à base d'ondelettes pour pouvoir considérer des conditions de champ libre. Les signaux ont également été filtrés à l'aide d'un filtre passe-haut avec une fréquence de coupure d'environ 25 Hz, puis fenêtrés pour s'assurer que $q_s(t)$ soit nul sur les bords (pour éviter notamment l'apparition d'artefacts lors de l'étape de convolution avec les fonctions de Green numériques). Les réponses en fréquence de la figure 4.15 montrent que l'essentiel de l'énergie est contenu dans les basses fréquences, autour de 200 Hz, et que les niveaux au-dessus de 2000 Hz sont faibles. On peut également observer la présence d'un minimum à 500 Hz, qui pourrait correspondre à une interférence destructive entre les deux ondes de surpression, qu'il conviendra plus tard de ne pas confondre avec le premier creux d'interférence lié au sol (le *ground dip*).

Cette source présente une grande variabilité de tir à tir, avec des différences de l'ordre d'un facteur 2 dans le domaine temporel, et jusqu'à 20 dB pour certaines gammes de fréquences. L'approche par déconvolution-convolution utilisée pour comparer les mesures d'ADVISE avec les prédictions numériques prend ici tout son sens : une seule simulation FDTD peut permettre de quantifier l'influence des 29 sources équivalentes sur les signaux propagés.

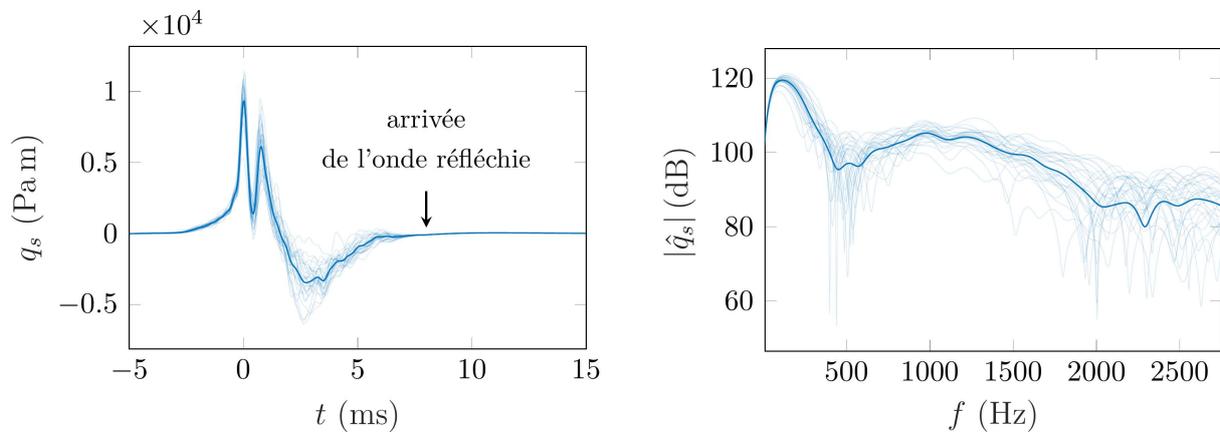


FIG. 4.15 : Évolution temporelle de la source ponctuelle équivalente associée aux 29 tirs du canon à gaz (gauche) et niveaux sonores correspondants (droite). Le trait épais correspond à la moyenne (cohérente) des réalisations.

4.3 Comparaisons à courtes et moyennes distances

Cette section présente les comparaisons simulation-expérience pour les configurations à courte distance du 20 octobre (configurations 20A et 20B, jusqu'à 50 m), puis pour les configurations en cercle du 19 octobre (configurations 19A et 19B, à 100 m) — voir la section 4.1.1.

4.3.1 Propagation jusqu'à 50 mètres en atmosphère supposée homogène

Les configurations 20A et 20B correspondent à des configurations en ligne où les barres de microphones sont placées jusqu'à 50 m du haut-parleur omnidirectionnel ou du canon à gaz (voir figure 4.16). Cette distance n'est pas suffisante pour observer des effets significatifs de l'atmosphère, d'autant plus que le vent est plus faible que pour les autres configurations (voir tableau 4.2). On suppose donc des conditions de propagation homogènes (sans effets thermiques ni aérodynamiques), ce qui permettra dans un premier temps de valider la démarche numérique concernant la modélisation du sol et le traitement des sources, avant de considérer des distances de propagation plus importantes.

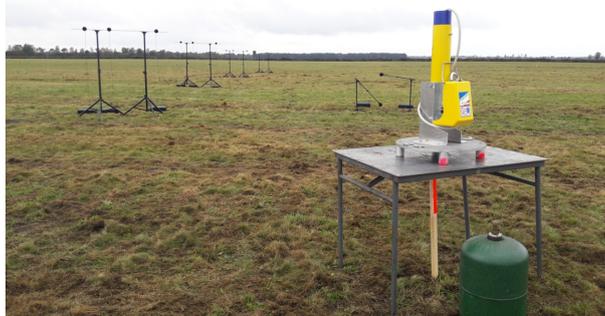


FIG. 4.16: Mesures acoustiques lors de la configuration 20A.

Haut-parleur omnidirectionnel

On s'intéresse tout d'abord aux mesures avec le haut-parleur. Les figures 4.17 et 4.18 montrent la moyenne des signaux de pression plus ou moins deux écart-types pour 100 tirs de la source, enregistrés après une propagation de 10 et 50 m par les trois microphones de chacune des deux barres. On peut d'ores et déjà constater la très faible variabilité de tir à tir des signaux à 10 m, liée à la parfaite reproductibilité de la source et à la quasi-absence d'effets atmosphériques. Ces derniers se manifestent ici après une propagation de 50 m essentiellement par une fluctuation des temps d'arrivée (le *wander*) de l'ordre de 0.2 ms, qui suffit à expliquer le plus grand écart-type observé. Par ailleurs, les signaux moyens enregistrés par les trois microphones d'une même barre sont indissociables à 50 m, alors qu'on observe quelques différences à l'arrière des signaux en champ proche, à partir de 30 ms ; ce temps correspond approximativement au temps d'arrivée de l'onde réfléchi par le sol. Ce phénomène peut alors s'expliquer par l'inhomogénéité des propriétés du sol pour des échelles spatiales inférieures au mètre, qui a moins d'influence sur les signaux à plus longue distance de la source puisque le diamètre apparent des barres diminue. On note enfin des différences de temps d'arrivée inférieures à la milliseconde entre les microphones d'une même barre (qui ne sont pas espacés régulièrement), liées au fait que les barres ne sont pas parfaitement orientées face à la source. Ce décalage est en accord avec la position des microphones sur chacune des barres, et est ici compensé pour mieux interpréter la forme des signaux et faciliter la comparaison avec les prédictions numériques.

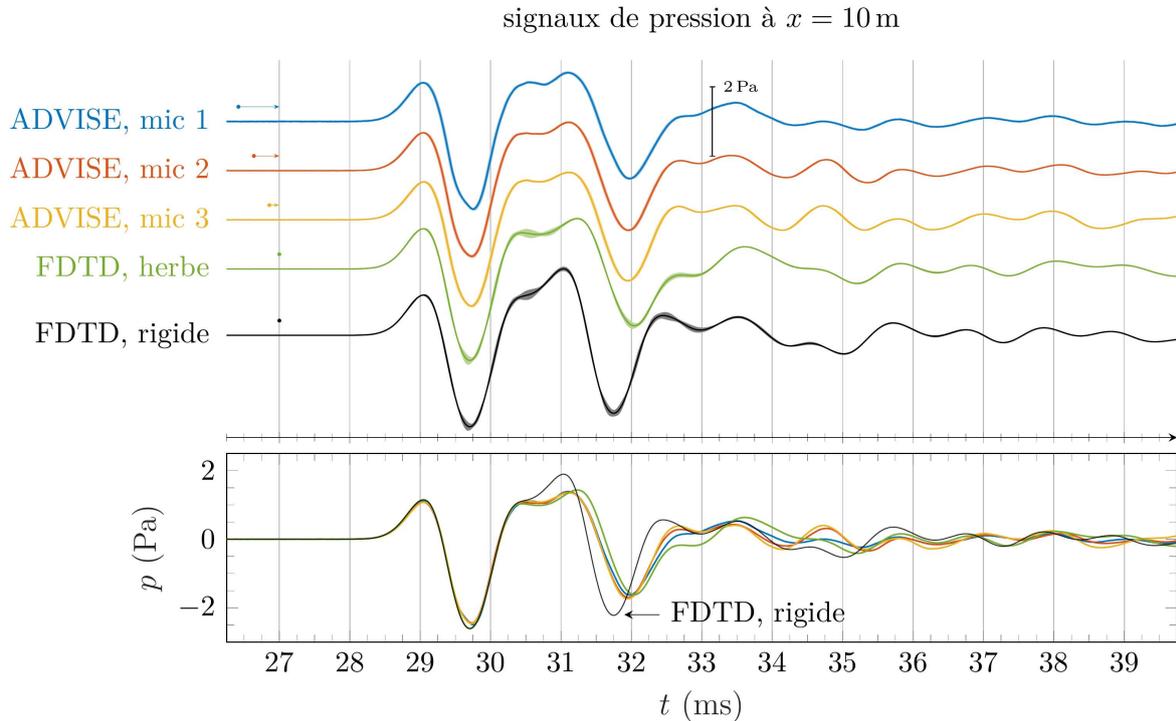


FIG. 4.17 : Signaux de pression expérimentaux resynchronisés à la source enregistrés par les 3 microphones (notés « 1 », « 2 » et « 3 ») de la barre située à 10 mètres du haut-parleur, et comparaison avec les résultats FDTD pour le sol herbeux et un sol rigide. La partie supérieure montre la moyenne (non cohérente) des mesures plus ou moins deux écart-types (pour 100 tirs) ; les écart-types affichés pour les simulations correspondent à l'incertitude sur le signal source liée à la directivité du haut-parleur, en considérant 8 sources équivalentes (voir section 4.2.3). Dans la partie inférieure, les moyennes expérimentales sont superposées aux calculs FDTD. Les flèches en haut à gauche indiquent le décalage temporel appliqué aux mesures pour les faire correspondre avec les résultats numériques : celui-ci correspond à une erreur de positionnement des microphones d'au plus une quinzaine de centimètres.

Deux simulations FDTD sont maintenant réalisées avec un pas spatial $\Delta = 2.5 \times 10^{-2}$ m et un nombre de Courant de 0.7 (comme l'ensemble des simulations de ce chapitre), ce qui permet une bonne résolution des signaux jusqu'à 2 kHz, avec le modèle d'herbe à porosité variable issu des mesures d'impédance de la section 4.2.1 et un sol rigide. Le domaine de calcul ne comprend que $250 \times 100 \times 200$ points, grâce à la technique de la fenêtre glissante (voir section 1.3.1). Une distribution gaussienne de pression est définie au temps initial à 1.75 m du sol, et le calcul est réalisé pour 4000 itérations temporelles. Le champ de pression est enregistré au cours du temps à la position estimée des microphones de l'expérience (c'est-à-dire, à la position estimée du centre des barres de microphones, le long de l'axe x), puis les résultats sont déconvolués pour estimer les fonctions de Green (tronquées en fréquence) du problème. Ces dernières sont ensuite convoluées avec les 8 sources équivalentes $q_s(t)$ du haut-parleur mesurées précédemment. L'absorption atmosphérique liée au phénomène de relaxation moléculaire est également prise en compte par filtrage des signaux temporels simulés (voir, par exemple, VAN RENTERGHEM

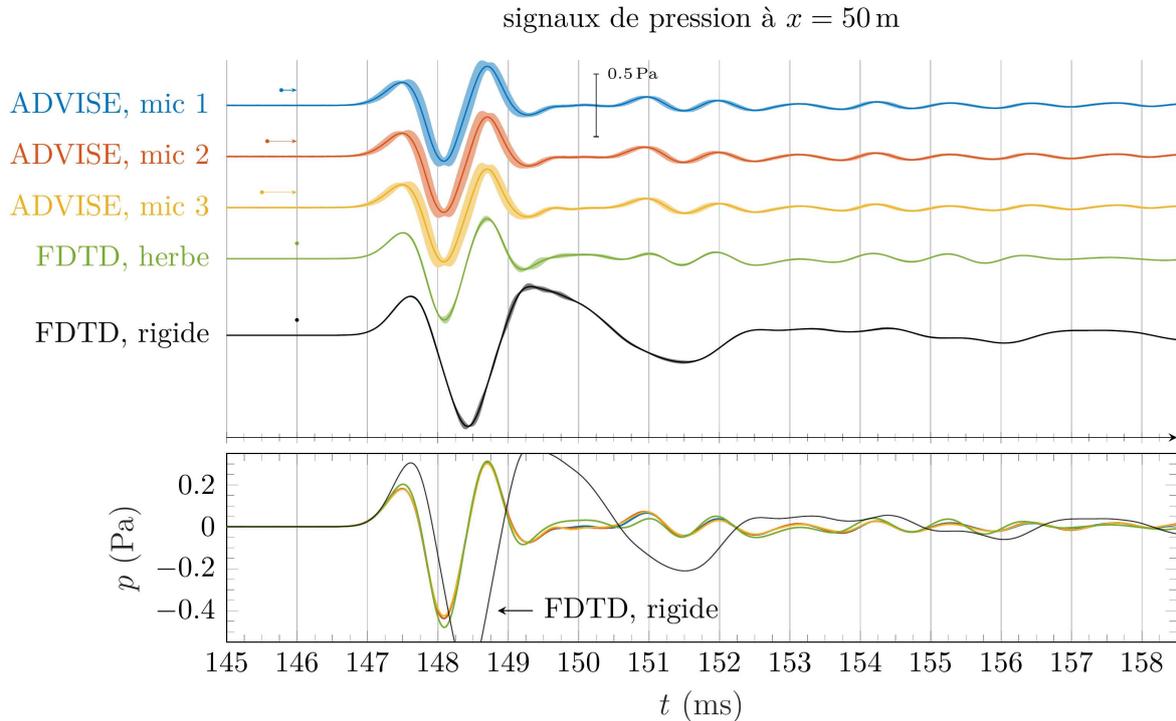


FIG. 4.18 : Signaux de pression expérimentaux resynchronisés à la source enregistrés par les 3 microphones (notés « 1 », « 2 » et « 3 ») de la barre située à 50 mètres du haut-parleur, et comparaison avec les résultats FDTD pour le sol herbeux et un sol rigide (voir la légende complémentaire de la figure 4.17).

[208]), bien que ce phénomène n'ait que très peu d'influence en dessous de 2 kHz pour de telles distances de propagation [13, 14, 157, 158].

Les signaux FDTD moyens plus ou moins deux écart-types, correspondant aux 8 orientations du haut-parleur, sont affichés sur les figures 4.17 et 4.18. On peut constater un accord raisonnable avec les résultats expérimentaux à 10 m pour le modèle d'herbe, avec des erreurs légèrement plus importantes que les différences observées entre les microphones, et un très bon accord avec les mesures à 50 m. Les résultats numériques à 10 m pour l'herbe et le sol rigide sont de plus superposés jusqu'à 30 ms, puisque cette partie du signal correspond à l'onde directe, puis des divergences commencent à apparaître : ceci confirme l'influence de l'hétérogénéité du sol sur les différences observées entre microphones d'une même barre. À plus longue distance, le sol rigide conduit à une surestimation de l'amplitude des oscillations sur l'ensemble du signal et ne permet pas de retrouver la forme des signaux de l'expérience. L'incertitude sur le signal source liée à la directivité du haut-parleur, quantifiée par les 8 sources équivalentes, se traduit par de légères différences sur l'amplitude de la première dépression des signaux simulés, notamment.

La figure 4.19 compare les résultats numériques et expérimentaux dans le domaine fréquentiel à plusieurs distances de la source : on observe dans tous les cas un très bon accord avec le modèle d'herbe, mis à part quelques différences autour de 300 Hz qui pourraient s'expliquer par la modélisation du sol et/ou par la non prise en compte des effets atmosphériques. La simulation avec sol rigide présente enfin des creux d'interférence très marqués, qui ne sont pas présents

sur les signaux observés *in situ* (notons que ces creux n'auraient le cas échéant pas été aussi prononcés, de par les effets de turbulence atmosphérique et de rugosité du sol).

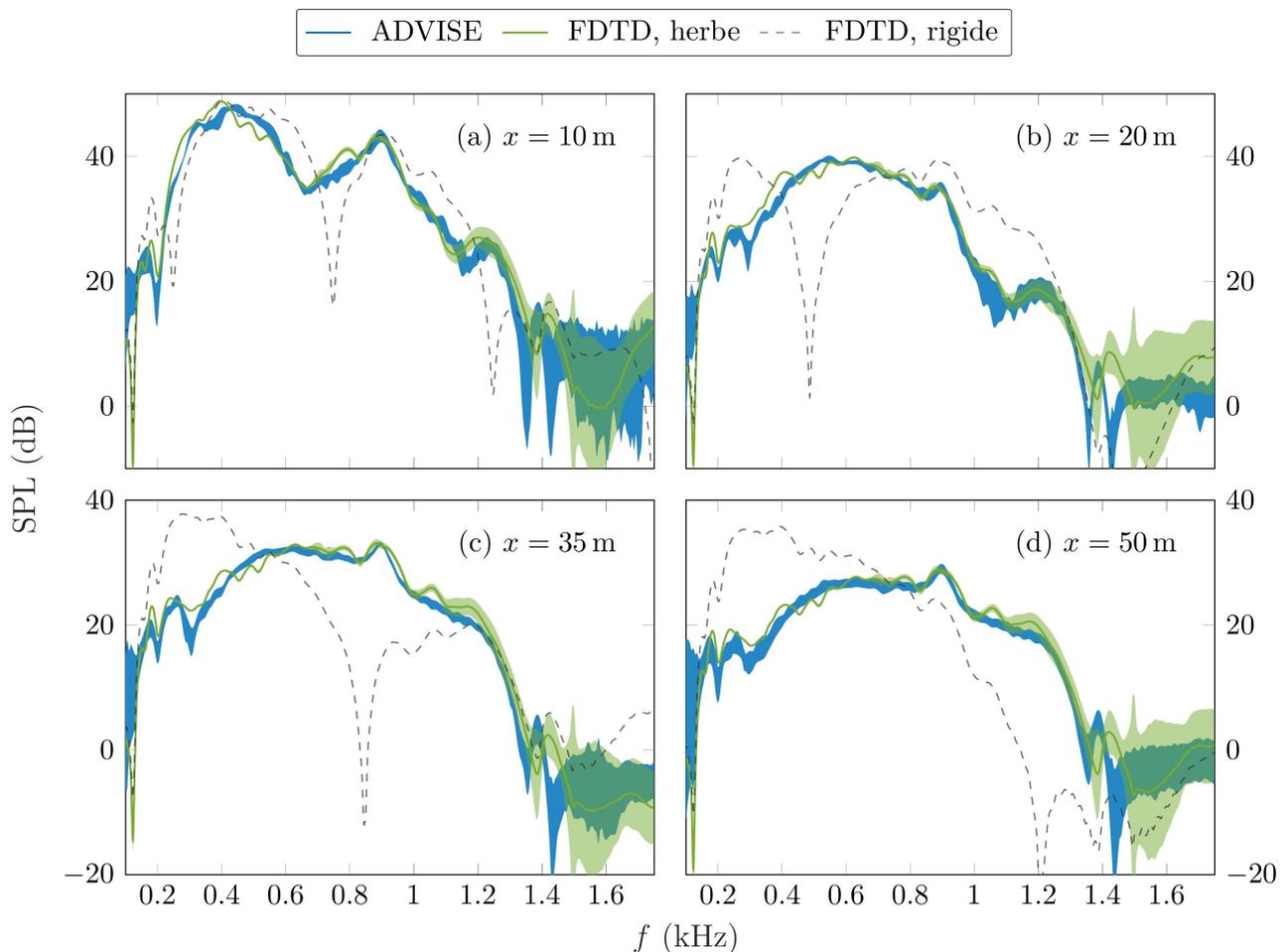


FIG. 4.19 : Niveaux de pression expérimentaux (ADVISE) et numériques, pour différents sols, à différentes distances de la source. La zone bleue correspond au maximum et au minimum des niveaux moyens mesurés pour les trois microphones de chaque barre, plus ou moins deux écart-types (pour 100 tirs). La zone verte correspond à la moyenne plus ou moins deux écart-types des 8 sources équivalentes du haut-parleur utilisées dans la simulation.

Canon à gaz

Cette configuration est similaire à la configuration précédente si ce n'est l'utilisation cette fois du canon à gaz. Une simulation FDTD est effectuée en changeant seulement la hauteur de la distribution initiale de pression par rapport au sol (1.58 m), et les fonctions de Green du problème sont convoluées avec les 29 sources équivalentes du canon (ce qui permet de quantifier l'influence de sa variabilité de tir à tir sur les signatures propagées, voir section 4.2.3).

La figure 4.20 montre 50 tirs mesurés lors de la configuration 20A par un des microphones de la barre placée à 50 m de la source, ainsi que les 29 signaux simulés. Les signaux expérimentaux

ont cette fois été resynchronisés au temps d'arrivée moyen afin de compenser le *wander* ; en effet, le signal du canon fait intervenir des échelles temporelles plus courtes que le signal du haut-parleur, et le signal moyen des signaux non resynchronisés se traduit par une sous-estimation de l'amplitude des oscillations du début du signal (voir un peu plus loin). Un décalage de 0.5 ms est également appliqué pour faciliter la comparaison avec les prédictions numériques. Ce décalage correspond à une erreur de 15 cm sur la position de la barre ou encore à une incertitude de moins de 1 % sur la vitesse du son.

On constate un accord excellent pour la première moitié des signaux temporels. De légères différences apparaissent cependant après 153 ms, et semblent dues à un problème d'estimation du signal source ; ce problème pourrait s'expliquer par le « filtrage » de l'onde réfléchie utilisé pour estimer le signal du canon en champ libre (voir figure 4.15), ou par l'influence des conditions météorologiques (vent et température) sur la réponse de la source ou de la quantité de gaz restant dans la bouteille de gaz. Les résultats dans le domaine fréquentiel montrent en effet des différences moyennes autour de 400 Hz plus grandes qu'avec le haut-parleur, inférieures à 10 dB, en plus d'une variabilité liée à la source très importante. Ces comparaisons en conditions homogènes sont néanmoins très encourageantes.

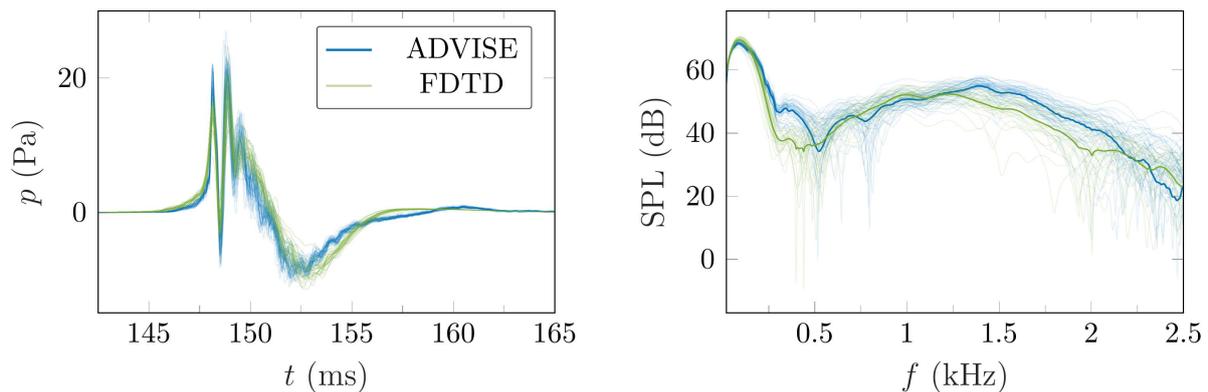


FIG. 4.20 : Gauche : signaux de pression expérimentaux à 50 m du canon à gaz resynchronisés au temps d'arrivée moyen (50 tirs), et prédictions FDTD avec le sol herbeux pour les 29 sources équivalentes. Droite : niveaux sonores correspondants ; les traits épais indiquent le niveau de la moyenne des signaux temporels resynchronisés au temps d'arrivée moyen (c'est-à-dire, la moyenne cohérente).

Note sur la comparaison expérimentale avec une approche déterministe

On s'intéresse par la suite à des confrontations expérimentales à plus longue distance, ce qui nécessite la prise en compte dans le modèle numérique du profil de vent moyen. Les signaux expérimentaux présentent toutefois de plus faibles rapports signal sur bruit, puisque les niveaux sonores sont moins importants de par l'atténuation géométrique, mais aussi des fluctuations liées à la turbulence plus marquées (le *wander* et le *spread*, voir la section 4.1.1). La comparaison entre les mesures et des simulations purement déterministes n'est alors pas totalement triviale, puisque ces dernières ne permettent de prédire que la forme générale des signaux (en supposant qu'il n'y a pas d'effets de propagation spécifiquement liés à la turbulence ; on verra par exemple dans la

section 4.4.2 que ce n'est pas toujours vrai en zone d'ombre). On considère donc la moyenne dite cohérente des signaux expérimentaux [181, 182, 115], telle qu'utilisée juste avant, qui s'obtient en moyennant les différentes réalisations après resynchronisation au temps d'arrivée⁵. Cette terminologie ne doit ici pas être confondue avec un terme similaire parfois employé en acoustique environnementale dans le contexte de signaux monochromatiques (voir, par exemple, [38]).

Le moyennage cohérent a pour objectif [181] :

- d'améliorer le rapport signal sur bruit, puisque la moyenne du bruit lié (entre autres) au vent devrait tendre vers zéro pour un nombre suffisant de réalisations (c'est aussi vrai pour la moyenne non cohérente), et
- d'*estimer* la partie cohérente et invariable des signaux expérimentaux par correction des fluctuations aléatoires de phase liées au *wander* (c'est-à-dire, en appliquant pour chaque réalisation une correction de phase proportionnelle à la fréquence).

Les figures 14 et 15 de l'annexe A.1 permettent d'illustrer les différences entre la moyenne cohérente et la moyenne non cohérente pour la prédiction des niveaux moyens ; dans le second cas, les niveaux sont d'une manière générale fortement sous-estimés de par le caractère aléatoire de la phase à longue distance.

La correction du *wander* ne permet cependant qu'une *estimation* de la partie cohérente des signaux, puisque la correction des temps d'arrivée présente nécessairement un certain degré d'incertitude, et le *spread* peut lui-même se traduire par des fluctuations de phase [140]. La figure 4.21 illustre l'effet du moyennage cohérent sur différentes réalisations d'un même signal temporel avec une resynchronisation imparfaite : on peut constater un lissage du signal moyen, qui se traduit généralement par une sous-estimation des plus hautes fréquences [182]. Ce point est à garder à l'esprit pour les comparaisons entre les résultats de simulation et les mesures des sections suivantes.

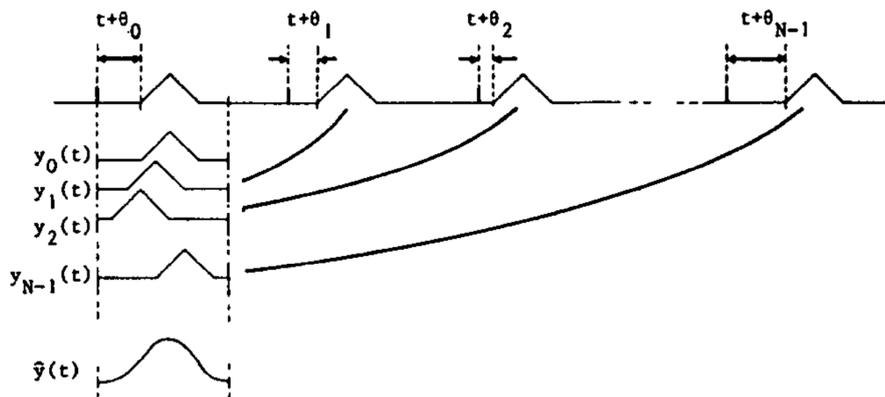


FIG. 4.21 : Moyenne cohérente $\hat{y}(t)$ de N réalisations d'un signal temporel $y_i(t)$ présentant des fluctuations de temps d'arrivée θ_i . Figure extraite de ROMPELMAN et ROS [182].

On note enfin qu'on ne considère par la suite qu'un seul microphone par barre, étant donné que les différences entre microphones observées à longue distance sont avant tout liées aux effets

5. D'un point de vue météorologique, le temps d'arrivée n'est pas toujours facile à définir avec de faibles rapports signal sur bruit. On peut dans ce cas privilégier d'autres grandeurs pour la resynchronisation des signaux, telle que la position du minimum ou du maximum d'amplitude (voir, par exemple, [115]).

stochastiques de turbulence. Une approche complémentaire au moyennage temporel cohérent aurait éventuellement pu consister à moyenner spatialement les signaux mesurés par les 3 microphones de chaque barre, après compensation des différences de temps d'arrivée liées à l'orientation des barres.

4.3.2 Propagation à 100 mètres en atmosphère stratifiée

Les configurations en cercle du 19 octobre permettent d'étudier la sensibilité des signaux acoustiques à la direction du vent pour la même distance de propagation. Les barres de microphones sont positionnées à 100 m de la source en aval ($\varphi = 0^\circ$) et en amont ($\varphi = 180^\circ$) du vent, ainsi qu'en conditions de vent transverse ($\varphi = +90^\circ$ et $\varphi = -90^\circ$), comme illustré sur la figure 4.22. La direction du vent peut cependant changer durant la mise en place du dispositif : un décalage moyen de $+3^\circ$ et de -6° est ainsi observé pour les mesures avec le haut-parleur (config. 19A) et le canon (config. 19B), respectivement. Les simulations FDTD sont réalisées pour 7500 itérations temporelles avec les deux profils de vent moyens de la figure 4.12, pour chaque direction φ .

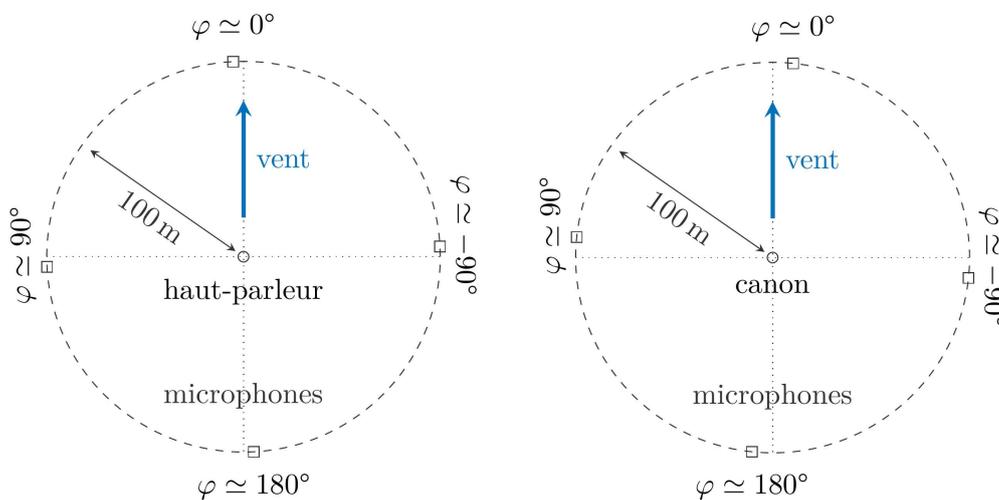


FIG. 4.22 : Représentation schématique (vue du dessus) des configurations 19A (gauche) et 19B (droite).

La figure 4.23 montre tout d'abord les tirs de rayon associés à la configuration 19A (des résultats similaires sont obtenus pour la configuration 19B). La hauteur du domaine de calcul est choisie comme étant égale à 5 m, ce qui est suffisant d'après (b) pour prendre en compte tous les chemins acoustiques. Le lancer de rayons (c) indique de plus que la barre de microphones en amont du vent est dans la zone d'ombre géométrique, comme observé dans l'annexe A.1.

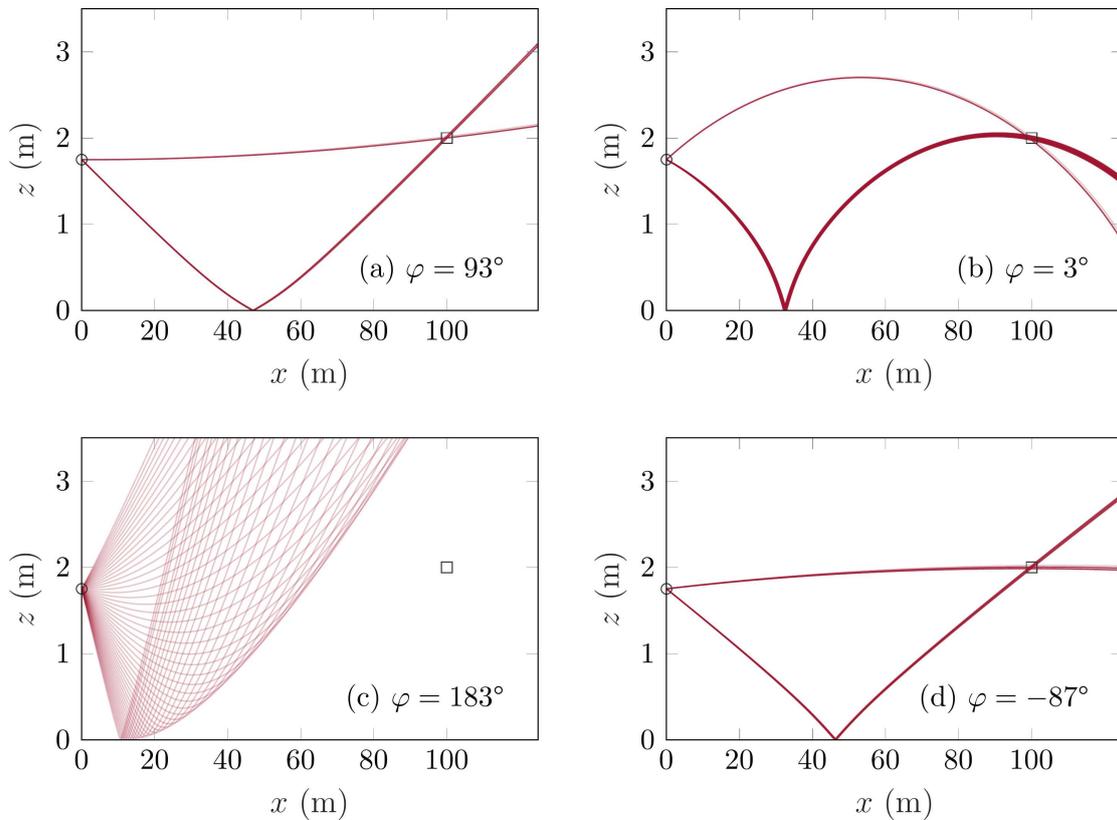


FIG. 4.23 : Lancers de rayons associés à la configuration 19A pour différentes directions de vent φ . Seuls les rayons passant au voisinage du récepteur sont affichés, sauf dans la zone d'ombre pour $\varphi = 183^\circ$.

Haut-parleur omnidirectionnel

Les figures 4.24 et 4.25 montrent les signatures temporelles et les niveaux mesurés pour 60 impulsions du haut-parleur⁶ en fonction de la direction par rapport au vent. L'interprétation physique de ces résultats est présentée en détail dans l'article. Les signaux ont été resynchronisés au temps d'arrivée moyen pour faciliter la visualisation dans le domaine temporel et pour calculer le spectre des moyennes cohérentes ; les fluctuations de temps d'arrivée mesurées sont visibles sur la figure 18 de l'annexe A.1. On peut notamment constater la faible amplitude des signaux en conditions défavorables ($\varphi = 183^\circ$), ce qui explique le plus faible rapport signal sur bruit obtenu. Le calcul de la moyenne permet néanmoins de débruiter partiellement les signaux.

Les prédictions numériques sont affichées sur les deux figures. Celles-ci ont été décalées d'au plus 2.5 ms pour faciliter la comparaison avec les mesures, ce qui reste en accord avec l'incertitude de positionnement des capteurs. Le signal de pression calculé pour des conditions homogènes est également présenté et sert de référence pour mieux apprécier l'influence de la direction du vent sur les résultats. On vérifie un décalage des temps d'arrivée et une forte amplification du signal en conditions favorables, ainsi qu'une diminution de l'amplitude en

6. Ces impulsions sont représentatives de l'ensemble des mesures de cette configuration ; ceci n'a pas seul but que d'alléger les illustrations. Les signaux moyens sont calculés à partir de 1000 réalisations.

conditions défavorables. Les conditions de vent transverse se traduisent quant à elles par des résultats similaires au cas homogène (sans vent). Ces observations sont en accord avec les effets qualitatifs de réfraction moyens rappelés dans la section 4.1.2.

Un très bon accord est obtenu avec les signaux expérimentaux moyens pour les quatre directions de vent tant dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel pour l'ensemble du spectre, même en conditions défavorables. On peut toutefois noter une sous-estimation des niveaux à 1400 Hz, vraisemblablement liée à l'estimation de l'impédance du sol, et une surestimation du niveau à 200 Hz pour l'un des cas transverses [figure 4.25(d)]; ceci pourrait s'expliquer par une légère erreur sur la direction moyenne du vent utilisée dans les simulations ou par la non prise en compte des effets thermiques, puisque le profil de célérité effective présente une sensibilité accrue à ces paramètres en conditions de vent transverse (voir la section 4.1.2, et la figure 4 de l'annexe A.1).

Canon à gaz

Des résultats similaires sont présentés sur les figures 4.26 et 4.27 pour 50 tirs du canon à gaz, avec cette fois un meilleur rapport signal sur bruit. L'influence de la direction du vent sur la forme des signatures temporelles est ici moins manifeste que pour le haut-parleur puisque le canon émet principalement dans les basses fréquences (plus précisément, à des fréquences inférieures à la position du premier creux d'interférence lié au sol).

On constate là encore un excellent accord entre les prédictions numériques et les mesures, même si la variabilité de la source complique l'interprétation des résultats notamment dans le domaine fréquentiel. De plus, le niveau de la moyenne cohérente des signaux expérimentaux semble s'effondrer à 1 kHz en conditions défavorables [figure 4.27(c)]. Ce phénomène n'a pas une origine physique puisqu'il ne s'observait pas avec le haut-parleur, mais est une manifestation de la difficulté des comparaisons expérimentales avec une approche déterministe. La procédure de resynchronisation des signaux suppose en effet de déterminer un temps d'arrivée. Or, ce dernier ne peut dans ce cas pas être défini avec précision étant donné le contenu fréquentiel du signal source et l'atténuation des hautes fréquences dans la zone d'ombre. Le calcul de la moyenne cohérente peut alors se traduire par une sous-estimation des niveaux pour certaines fréquences, liée à une correction de phase inadéquate (voir figure 4.21). Ce phénomène affecte plus facilement les hautes fréquences, et est d'autant plus marqué que le nombre de réalisations est faible. Ceci n'a cependant que peu d'incidence sur le signal temporel moyen de la figure 4.26(c) puisque cette fréquence ne contribue pas significativement aux signaux mesurés.

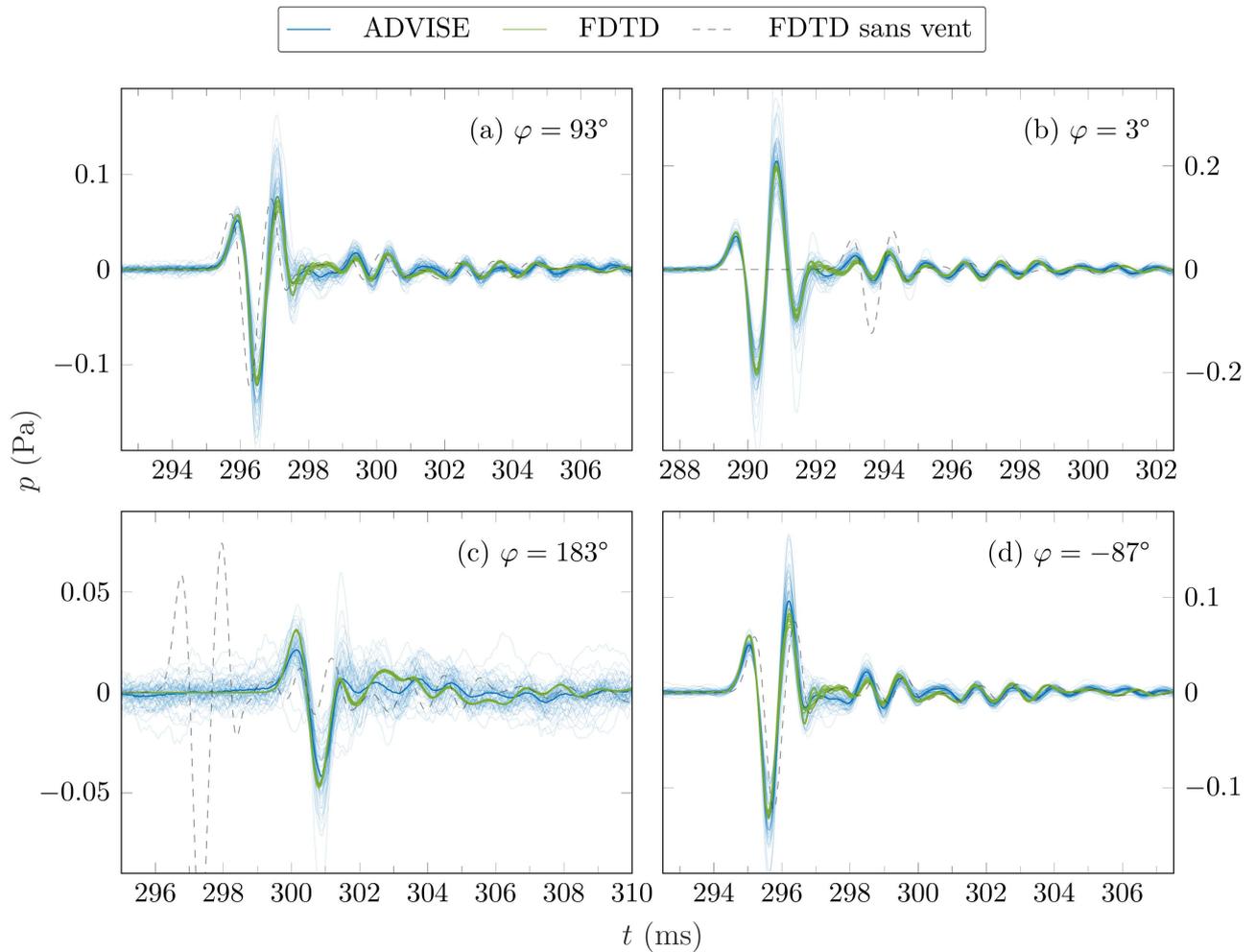


FIG. 4.24 : Signaux de pression expérimentaux (seules 60 des 1000 impulsions sont affichées) de la configuration 19A resynchronisés au temps d'arrivée moyen (bleu) et prédictions numériques pour les 8 sources équivalentes du haut-parleur (vert) en fonction de la direction du vent φ . Le trait bleu épais correspond à la moyenne cohérente des mesures. Le trait en pointillé noir correspond à la prédiction numérique en conditions homogènes (sans vent), avec la même condition de sol que pour les courbes vertes, pour la moyenne des 8 signaux source. Il est rappelé que les 8 sources équivalentes du haut-parleur permettent de quantifier l'influence de sa directivité sur les signatures propagées (voir section 4.2.3).

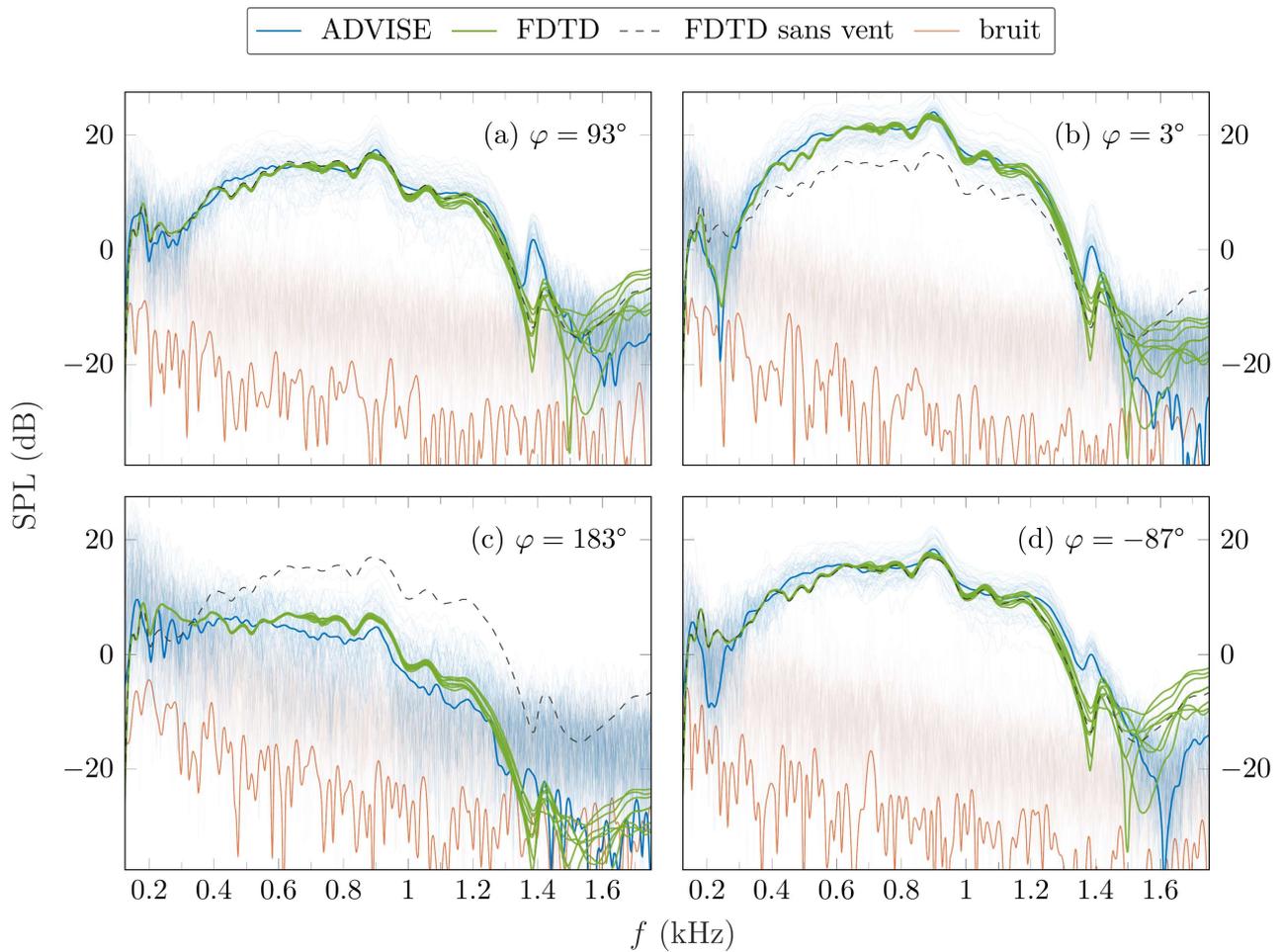


FIG. 4.25 : Spectre des niveaux sonores correspondant aux courbes de la figure 4.24. Les courbes rouges indiquent les niveaux du bruit déterminés à partir d'échantillons temporels pris juste avant chaque impulsion (soit 60 échantillons de bruit affichés), et le trait rouge épais correspond à la moyenne cohérente du bruit (calculée à partir de 1000 échantillons).

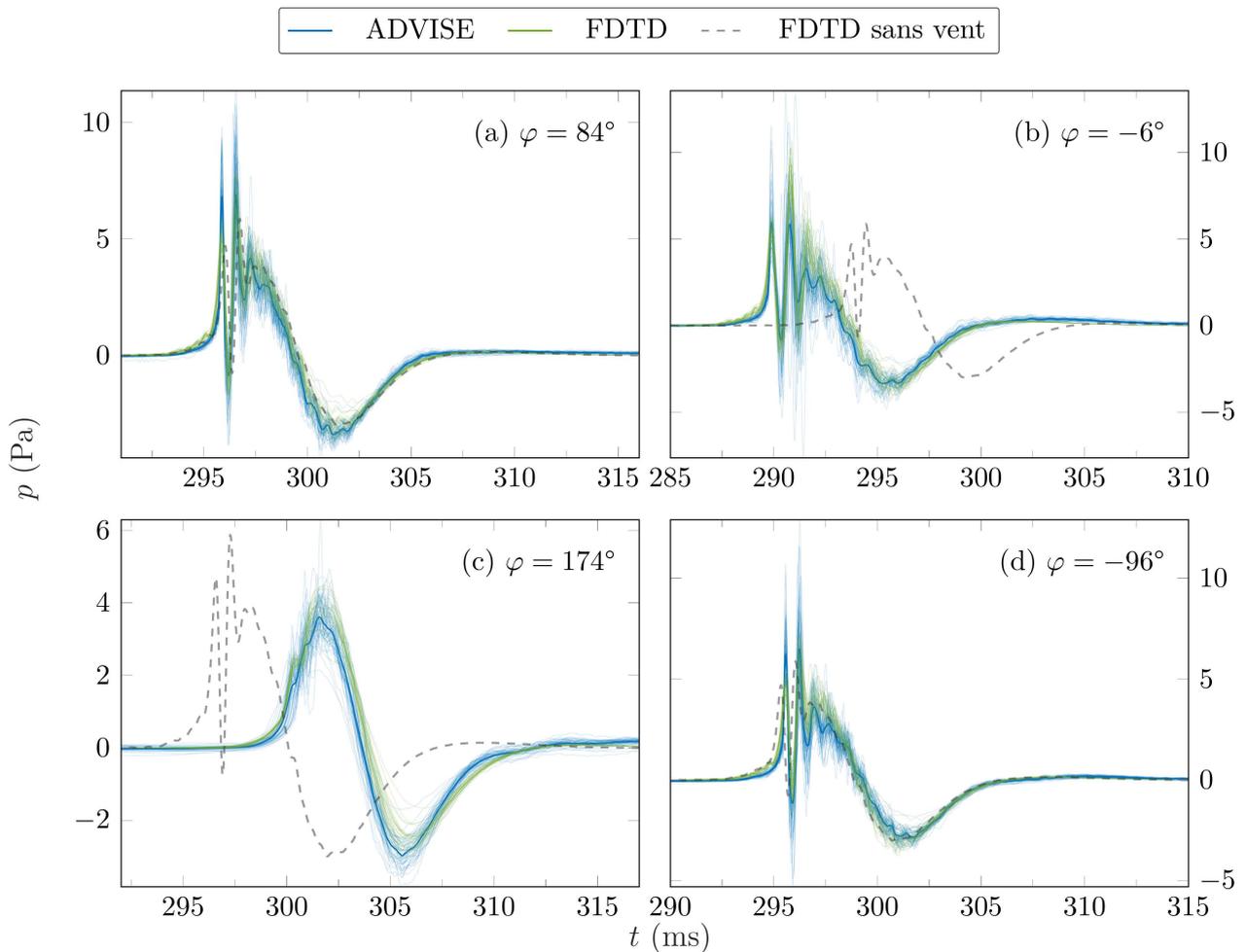


FIG. 4.26 : Signaux de pression expérimentaux (50 tirs) de la configuration 19B resynchronisés au temps d'arrivée moyen (bleu) et prédictions numériques pour les 29 signaux source du canon à gaz (vert) en fonction de la direction du vent φ . Le trait bleu épais correspond à la moyenne cohérente des mesures. Le trait en pointillé noir correspond à la prédiction numérique en conditions homogènes (sans vent), avec la même condition de sol que pour les courbes vertes, pour le signal source moyen. Il est rappelé que les 29 sources équivalentes du canon utilisées dans les simulations permettent de rendre compte de sa variabilité de tir à tir (voir section 4.2.3).

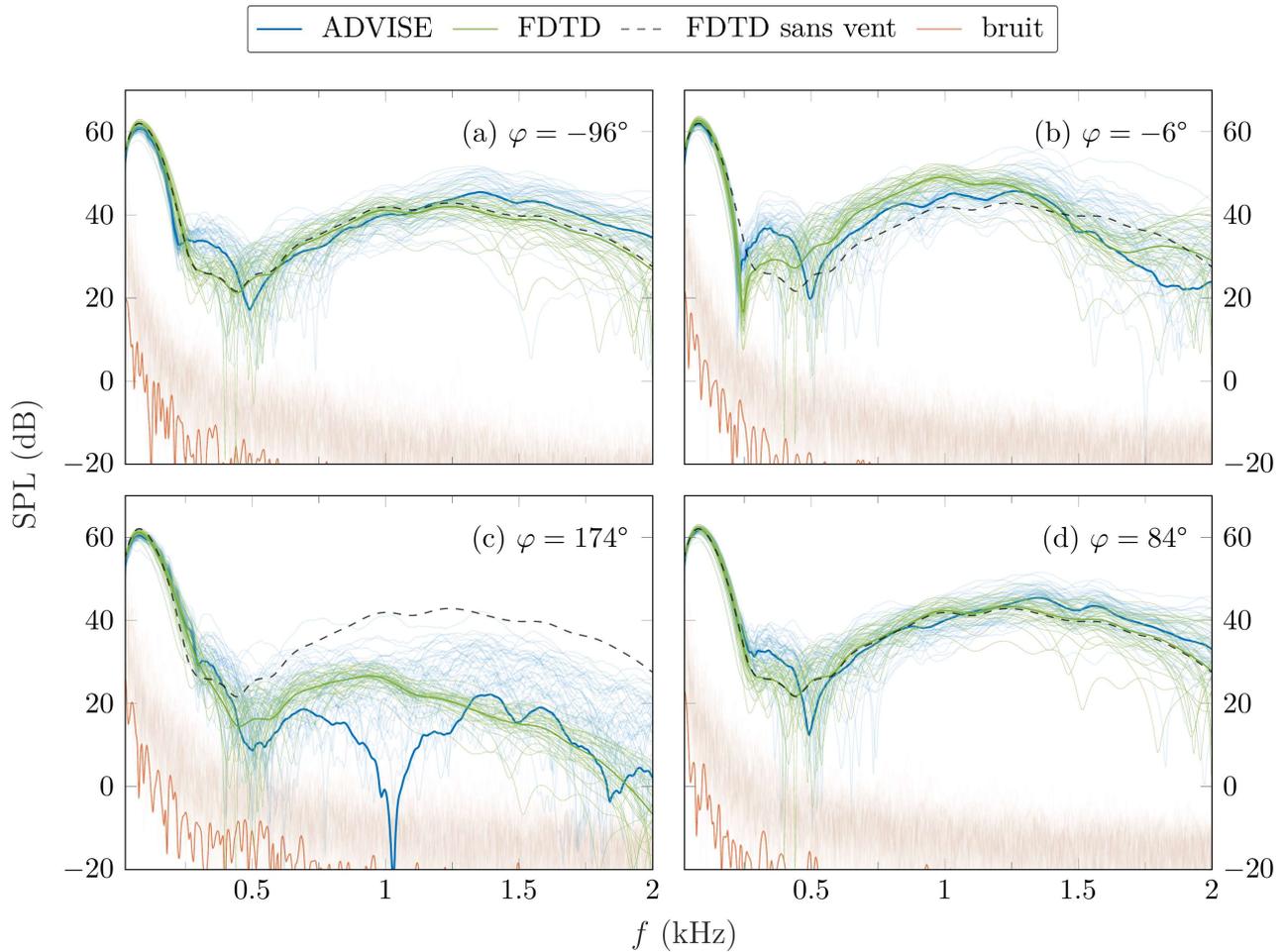


FIG. 4.27 : Spectres des niveaux sonores correspondant aux courbes de la figure 4.26. Les courbes rouges indiquent les niveaux du bruit déterminés à partir d'échantillons temporels pris juste avant chaque tir du canon (soit 50 échantillons de bruit), et le trait rouge épais correspond à la moyenne cohérente du bruit.

4.4 Comparaisons jusqu'à 450 mètres en conditions favorables et défavorables

Cette section s'intéresse aux configurations du 18 octobre, pour lesquelles les microphones sont placés en ligne en aval (config. 18A) et en amont du vent (config. 18B) à 50, 150, 300 et 450 mètres de la source (voir figure 4.28). Seul le canon à gaz est ici considéré, puisque le haut-parleur omnidirectionnel ne permet pas un rapport signal sur bruit satisfaisant pour de telles distances de propagation.

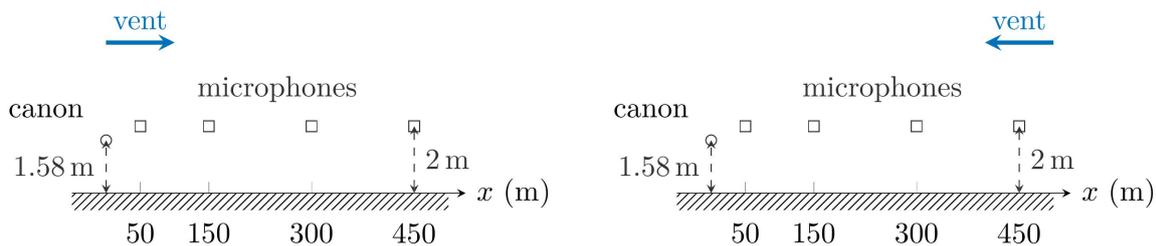


FIG. 4.28: Représentation schématique des configurations 18A (gauche) et 18B (droite).

4.4.1 Propagation en conditions favorables

La figure 4.29 montre le tir de rayons en conditions favorables associés au profil de vent de la configuration 18A, avec une direction de vent $\varphi = 36^\circ$, pour plusieurs distances source-récepteur. L'apogée du rayon direct atteignant le microphone le plus éloigné (à 450 m) impose une hauteur minimale du domaine de calcul de 8 m. On peut de plus noter les nombreux chemins acoustiques prédits pour de telles distances de propagation, et certains rayons peuvent se réfléchir jusqu'à 4 fois sur le sol ; un renforcement des effets atmosphériques et des effets de sol est donc attendu par rapport aux configurations précédentes.

Une simulation FDTD est réalisée avec un pas spatial $\Delta = 2.5 \times 10^{-2}$ m et $CFL \simeq 0.7$, pendant 30000 itérations temporelles. Le domaine de calcul comprend $510 \times 440 \times 400$ points, ce qui permet de prendre en compte l'ensemble des chemins acoustiques, l'élargissement des signatures temporelles liées aux effets de propagation au sein de la fenêtre glissante, et de s'assurer de l'efficacité des conditions de non-réflexion. Les signaux temporels simulés pour une distribution initiale de pression sont enregistrés aux positions estimées des microphones de l'expérience, et déconvolués pour déterminer les fonctions de Green du problème. Ces dernières sont ensuite convoluées avec les sources équivalentes du canon à gaz.

Comme précédemment, les figures 4.30 et 4.31 comparent les prédictions et les mesures dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel. Une correction d'au plus 5 ms (à 450 m) a été appliquée pour aligner les signaux simulés avec les résultats expérimentaux. Cette valeur est un peu plus importante que l'erreur liée à l'incertitude de positionnement de l'expérience, mais ne correspond à une erreur sur la vitesse du son que de l'ordre de 0.5%. Les mesures ont là encore été resynchronisées au temps d'arrivée moyen pour pouvoir estimer la moyenne cohérente. Des fluctuations importantes de la phase des signaux liées au *spread* sont toutefois observées à longue distance, au-delà de 300 m, avec de petites échelles de temps (voir, par

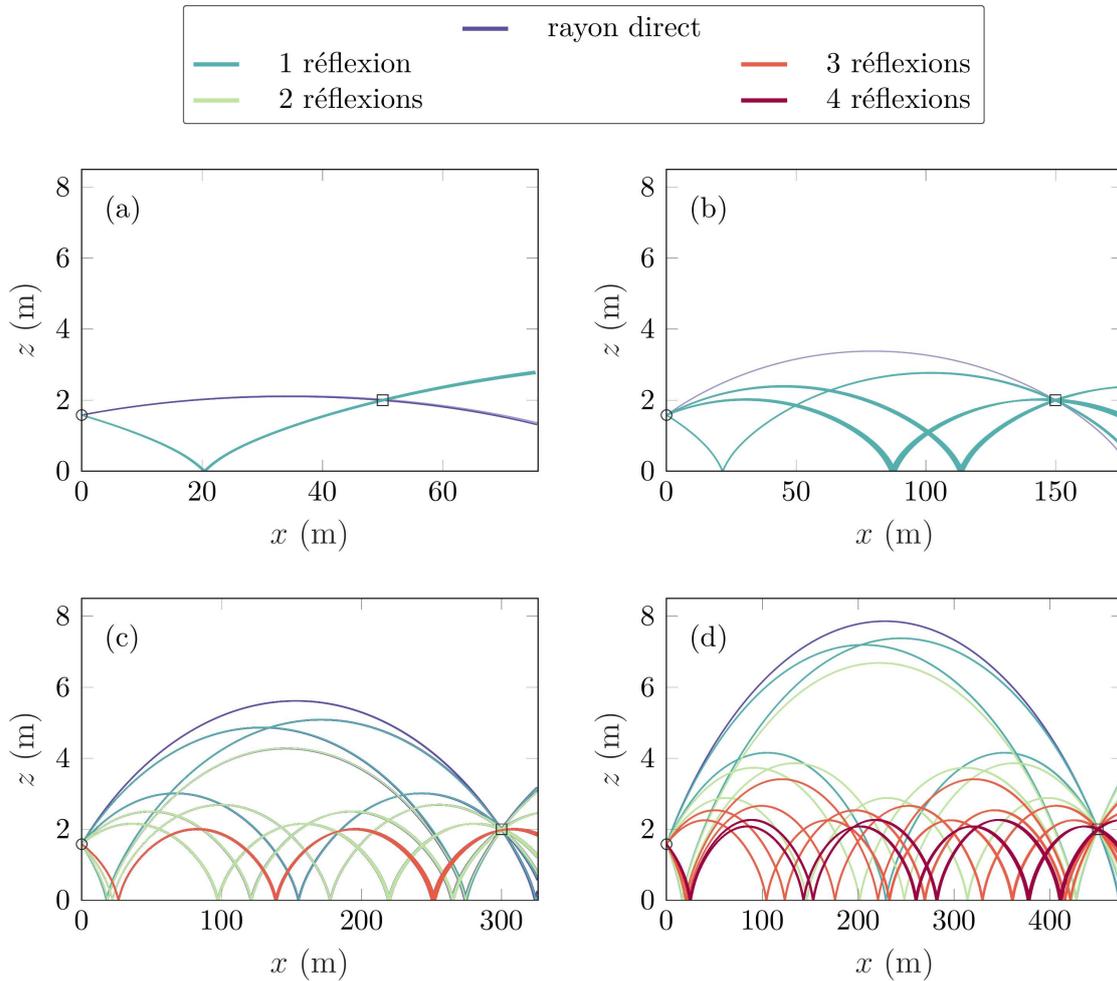


FIG. 4.29 : Rayons acoustiques passant au voisinage des capteurs de la configuration 18A, à (a) 50, (b) 150, (c) 300 et (d) 450 m de la source, pour une direction de vent $\varphi = 36^\circ$ (soit un vent favorable). Chaque couleur correspond à un nombre de réflexions sur le sol différent ; certains rayons à 450 m se réfléchissent jusqu'à 4 fois.

exemple, la figure 14 de l'annexe A.1, dans une configuration similaire à la configuration 18A). Le moyennage cohérent des signaux conduit alors à un lissage de ces fluctuations, qui se traduit dans le domaine fréquentiel par une sous-estimation des niveaux pour les hautes fréquences [182] (c'est évidemment d'autant plus vrai pour le moyennage non cohérent). Ceci peut rendre difficile la comparaison avec les résultats de simulation déterministes pour cette partie du spectre, comme discuté un peu plus loin.

On retrouve tout d'abord la forme générale des signaux expérimentaux dans le domaine temporel pour toutes les distances de propagation considérées (figure 4.30), avec notamment un accord parfait pour la queue basse fréquence, attribuée à l'onde de sol (voir annexe A.2), et pour la première oscillation. D'après une analyse des temps d'arrivée des rayons, non présentée dans ce document par concision, cette oscillation correspond à l'onde directe, qui ne s'est pas réfléchi sur le sol. À partir de 300 m, on semble néanmoins constater pour les oscillations suivantes une surestimation progressive de l'amplitude, non seulement par rapport à la moyenne cohérente,

puisque cette dernière ne permet pas d'observer distinctement ces oscillations, mais également par rapport aux différentes réalisations. Ces oscillations coïncident en effet avec l'arrivée de rayons réfléchis jusqu'à 4 fois sur le sol. Cette partie du signal présente alors une plus grande sensibilité aux propriétés du sol, et est donc très sensible aux erreurs d'estimation de l'impédance de surface, à l'inverse de l'onde directe.

Un bon accord est également obtenu pour les niveaux sonores (figure 4.31), surtout dans les basses fréquences (sous 250 hertz, environ). La qualité des prédictions déterministes est cependant plus difficile à quantifier à longue distance pour des fréquences supérieures à 500 Hz, puisque le moyennage cohérent semble conduire à une sous-estimation du niveau sonore. Il est intéressant de noter que, pour cette configuration, un très bon accord est obtenu dans cette plage de fréquences avec le niveau moyen [figure 4.31(d)]; dans le domaine fréquentiel, cette métrique peut ainsi s'avérer plus fiable en hautes fréquences que le moyennage cohérent, lorsque les fluctuations aléatoires liées au *spread* sont prépondérantes.

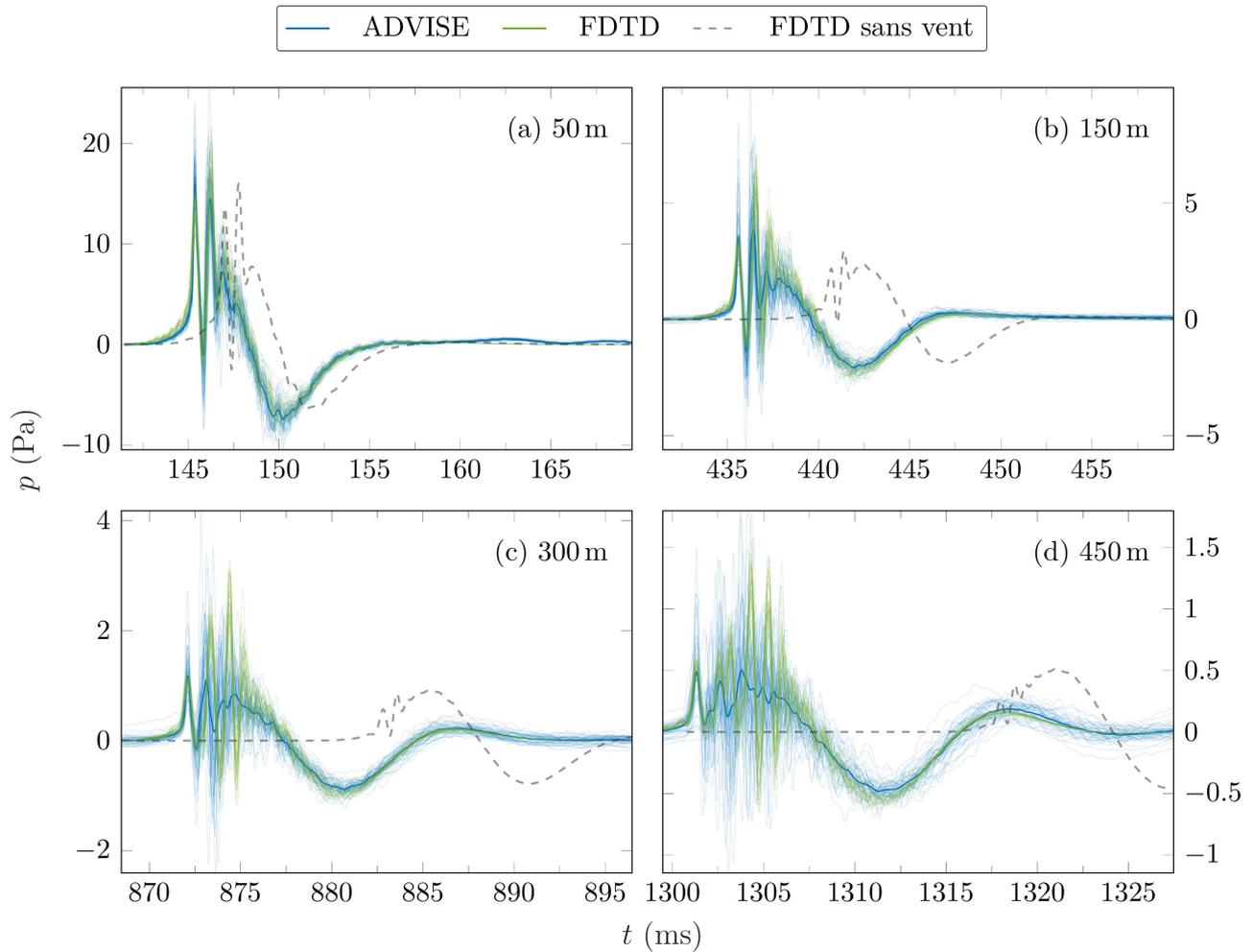


FIG. 4.30 : Signaux de pression expérimentaux (50 tirs) de la configuration 18A resynchronisés au temps d'arrivée moyen (bleu) et prédictions numériques pour les 29 signaux source du canon à gaz (vert) pour différentes distances de propagation. Le trait bleu épais correspond à la moyenne cohérente des mesures. Le trait en pointillé noir correspond à la prédiction numérique en conditions homogènes (sans vent), avec la même condition de sol que pour les courbes vertes, pour le signal source moyen. Il est rappelé que les 29 sources équivalentes du canon utilisées dans les simulations permettent de rendre compte de sa variabilité de tir à tir (voir section 4.2.3).

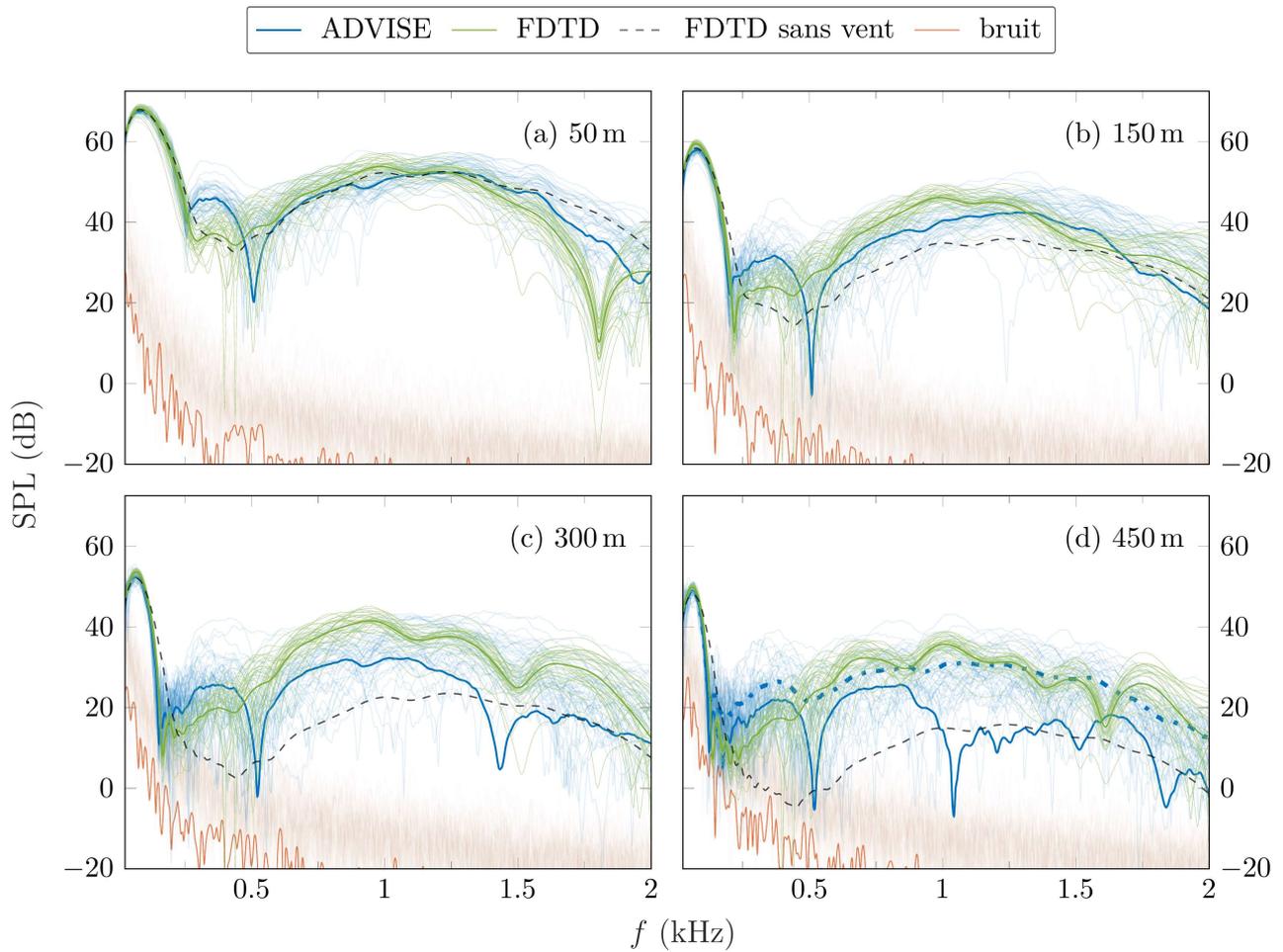


FIG. 4.31 : Spectre des niveaux sonores correspondant aux courbes de la figure 4.30. Les courbes rouges indiquent les niveaux du bruit déterminés à partir d'échantillons temporels pris juste avant chaque tir (soit 50 échantillons de bruit), et le trait rouge épais correspond à la moyenne cohérente du bruit. Le trait épais pointillé bleu de la figure (d) correspond au niveau sonore moyen.

4.4.2 Propagation en conditions défavorables

On considère enfin la configuration 18B en conditions défavorables, où la direction moyenne du vent par rapport à la ligne de capteurs est donnée par $\varphi = 202^\circ$. La figure 4.32 montre le tir de rayons correspondant. On peut constater que tous les microphones sont situés dans la zone d'ombre acoustique, à l'exception du microphone placé à 50 m de la source.

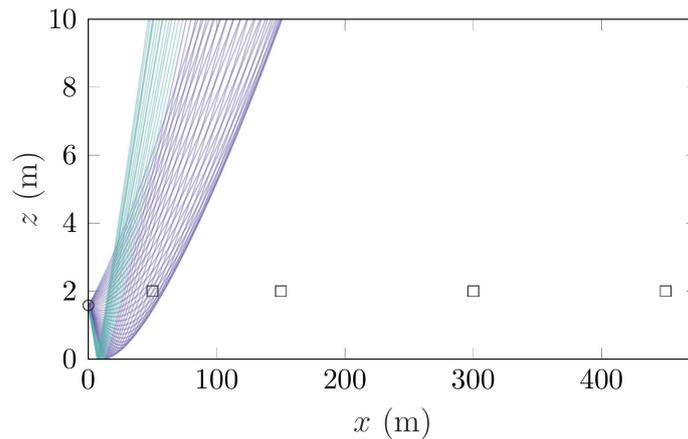


FIG. 4.32 : Rayons acoustiques pour la configuration 18B, avec une direction de vent $\varphi = 202^\circ$.

Une simulation FDTD est réalisée avec des paramètres similaires au cas précédent. Les résultats numériques et expérimentaux dans le domaine temporel sont affichés sur la figure 4.33. Notons tout d'abord que certains tirs du canon à longue distance sont fortement bruités de par la présence d'avions de chasse à proximité du terrain de l'expérience (quelques kilomètres), et que le rapport signal sur bruit est globalement moins bon que pour les mesures présentées en introduction de ce chapitre pour une configuration similaire ; ceci n'a cependant que peu d'influence sur les moyennes (cohérentes) des signaux. Un écart moyen de temps d'arrivée de 3 ms est obtenu à 450 m entre la solution numérique et les mesures, équivalent à l'incertitude de positionnement des microphones. On constate de plus un bon accord sur l'amplitude et la forme des signature temporelles.

La figure 4.34 présente les résultats dans le domaine fréquentiel, avec un axe des fréquences logarithmique. Pour toutes les distances de propagation, le modèle numérique arrive à prédire les niveaux en dessous de 200 Hz avec une grande précision, ce qui explique le bon accord dans le domaine temporel puisque l'essentiel de l'énergie est contenue dans cette bande de fréquences. Une sous-estimation des niveaux apparaît néanmoins en plus hautes fréquences au fur et à mesure que les ondes acoustiques progressent dans la zone d'ombre, et l'amplification des hautes fréquences visible sur les résultats expérimentaux n'est pas prise en compte. Il est à noter que pour cette partie du spectre, les mesures manifestent une saturation des fluctuations d'amplitude et de phase (voir annexe A.1) — avec un nombre suffisant de réalisations, le niveau de la moyenne cohérente devrait alors tendre vers zéro. Ce phénomène s'apparente à un mécanisme bien documenté dans la littérature (qualitativement, du moins) de diffusion par la turbulence atmosphérique, qui se traduit par une insonification de la zone d'ombre pour les hautes fréquences (voir, par exemple, GILBERT et al. [90] et WILSON et al. [219]). Ce phénomène n'est pas simulé avec une approche déterministe ; la sous-estimation des niveaux sonores dans

les hautes fréquences est ainsi systématique en zone d'ombre.

Enfin, les figures 4.33 et 4.34 montrent également des résultats de simulation avec un sol rigide. Ceci permet d'illustrer l'intérêt de la modélisation numérique pour l'interprétation des résultats. Les propriétés du sol ont peu d'influence sur les niveaux dans la zone d'ombre, puisque les résultats sont similaires au cas précédent dans le domaine fréquentiel. On constate cependant une petite différence sur les temps d'arrivée, et à 450 m de la source le signal arrive environ 5 ms plus tôt que pour le sol d'herbe (équivalent à 2 m). En effet, avec une vision déterministe, seules les basses fréquences arrivent à pénétrer dans la zone d'ombre (voir section 4.1.2). Pour le sol rigide, le temps d'arrivée n'est déterminé que par la vitesse du son et par la convection par le profil de vent moyen ; le temps d'arrivée pour le sol à impédance finie, quant à lui, dépend également des propriétés de l'onde de sol, qui a une vitesse de propagation plus faible que la vitesse du son. Ce phénomène n'est à notre connaissance pas documenté dans la littérature, puisqu'il s'avère très difficile à confirmer expérimentalement.

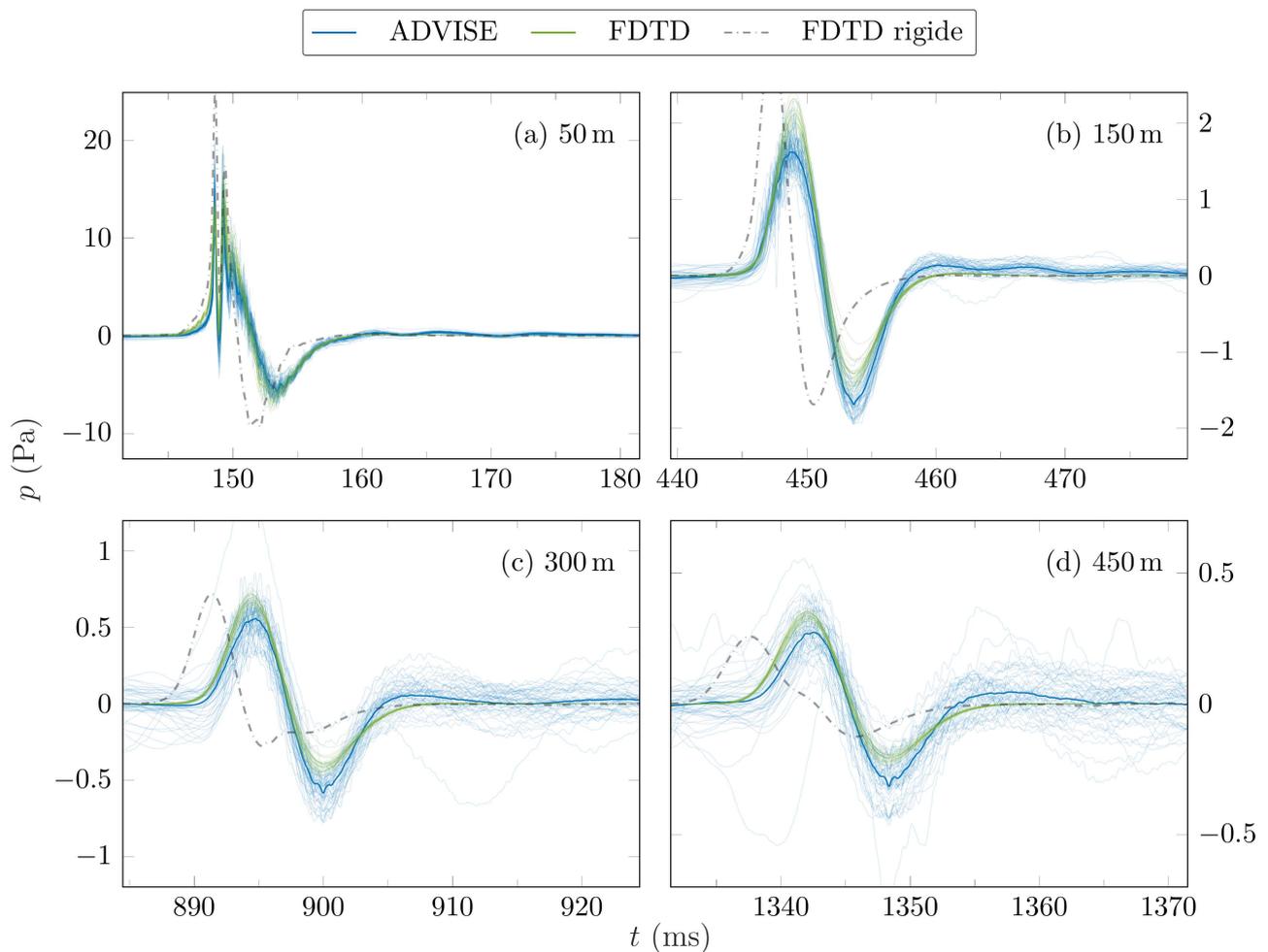


FIG. 4.33 : Signaux de pression expérimentaux (50 tirs) de la configuration 18B resynchronisés au temps d'arrivée moyen (bleu) et prédictions numériques pour les 29 signaux source du canon (vert) pour différentes distances de propagation. Le trait bleu épais correspond à la moyenne cohérente des mesures. Le trait en pointillé noir correspond à la prédiction numérique avec un sol rigide, avec le même profil de vent que pour les courbes vertes, pour le signal source moyen. Il est rappelé que les 29 sources équivalentes du canon utilisées dans les simulations permettent de rendre compte de sa variabilité de tir à tir (voir section 4.2.3).

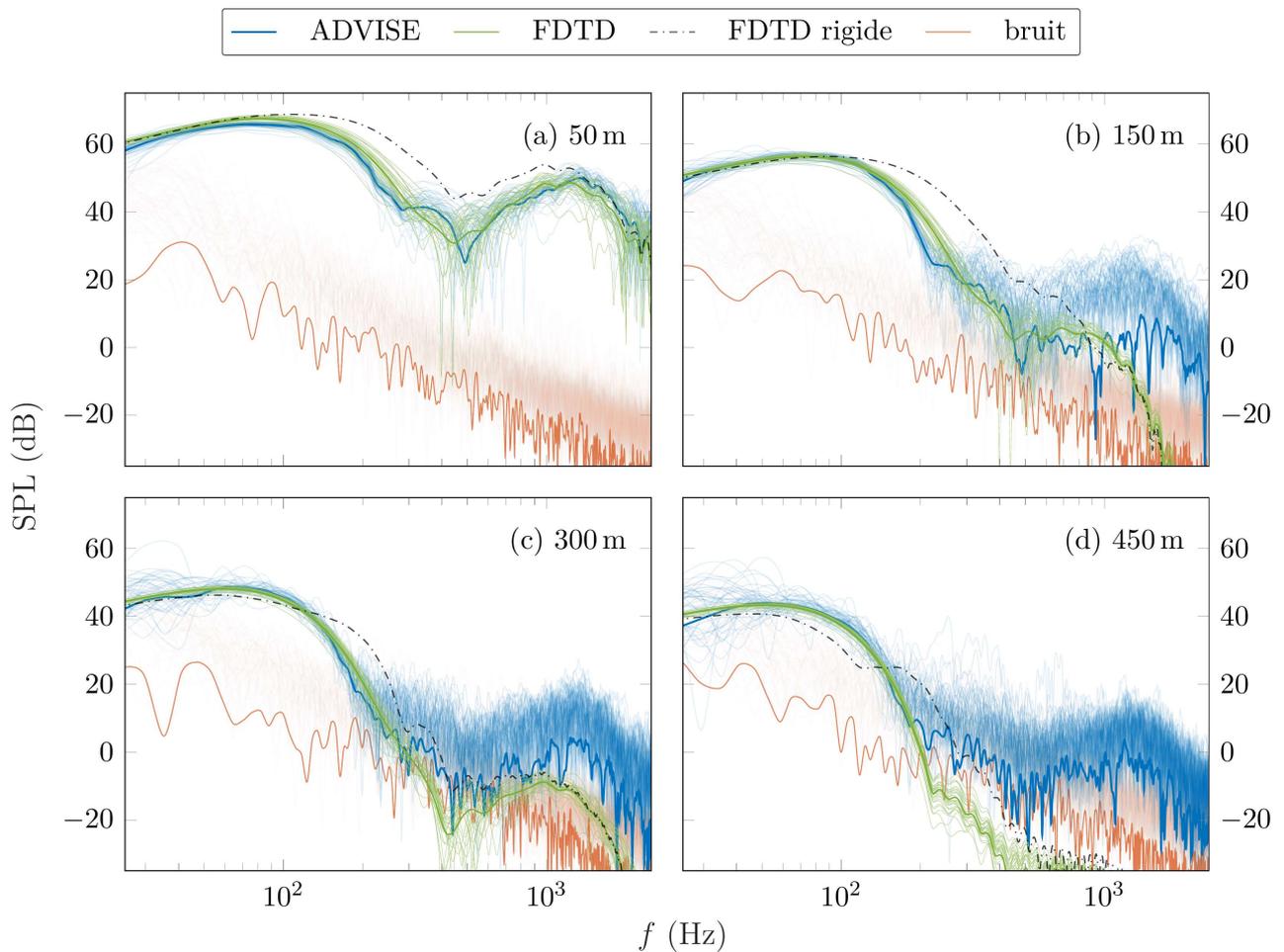


FIG. 4.34 : Spectre des niveaux sonores correspondant aux courbes de la figure 4.33. Les courbes rouges indiquent les niveaux du bruit déterminés à partir d'échantillons temporels pris juste avant chaque tir (soit 50 échantillons de bruit), et le trait rouge épais correspond à la moyenne cohérente du bruit.

Conclusion

Ce chapitre s'est intéressé à la comparaison entre des prédictions numériques déterministes (sans turbulence atmosphérique) et des résultats expérimentaux en milieu semi-ouvert pour des sons impulsionnels.

L'expérience ADVISE, en partie dédiée à ce travail, a tout d'abord été présentée. Les mesures ont consisté à émettre des impulsions au sein d'un grand champ d'herbe supposé plan, et d'enregistrer de manière synchrone les signaux propagés à différentes distances de la source et pour différentes directions de vent. Les capacités du modèle FDTD à reproduire les effets de la réfraction moyenne ont ensuite été vérifiées à l'aide d'une étude qualitative de sensibilité à la direction du vent pour un profil vertical de vent moyen et pour différents sols. Ceci a également permis de rappeler les effets attendus dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel à relativement longue distance, et de discuter de la contrainte sur la hauteur du domaine de calcul qu'impose la prise en compte de ces effets.

La confrontation des simulations avec l'expérience a nécessité la détermination des paramètres d'entrée du modèle numérique. Deux sessions de mesures ont ainsi été dédiées à l'estimation *in situ* des propriétés du sol avec la méthode de la fonction de transfert. Une estimation correcte de l'impédance de surface a été obtenue, malgré quelques difficultés rencontrées pour les basses fréquences puisque cette approche est moins fiable pour cette partie du spectre. Les profils atmosphériques verticaux moyens ont été estimés d'après la théorie de Monin-Obukhov avec des mesures de vent effectuées par un anémomètre sonique 3D. Il est apparu que les effets thermiques sont ici négligeables devant les effets aérodynamiques ; le profil de vent moyen suffit donc pour décrire les effets de réfraction observés. Un bon accord est obtenu avec les autres instruments sur site pour toutes les configurations expérimentales présentées. Des mesures de directivité et de reproductibilité ont enfin été réalisées avec le haut-parleur omnidirectionnel et le canon à gaz utilisés lors de l'expérience. Ces deux sources peuvent être considérées comme ponctuelles et omnidirectionnelles, ce qui facilite leur prise en compte dans le modèle numérique. Le signal source du canon s'avère assez peu reproductible, mais ceci peut être facilement pris en compte numériquement grâce à l'approche de déconvolution–convolution présentée dans le chapitre 1.

Les prédictions numériques ont dans un premier temps été comparées à des mesures à courte distance (jusqu'à 50 m) en conditions supposées homogènes. Un très bon accord est obtenu pour les deux sources, malgré l'influence de l'hétérogénéité du sol en champ proche et la variabilité du canon. Des comparaisons après 100 m de propagation ont ensuite été effectuées pour des configurations en cercle, en prenant en compte un profil de vent moyen. Un bon accord est obtenu pour les deux sources et pour toutes les directions de vent, tant dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel. Deux configurations en ligne de 450 m de long ont par la suite été considérées, avec le canon à gaz, en conditions favorables à la propagation puis en conditions défavorables. Un bon accord est là encore obtenu dans les deux cas, même si les fluctuations stochastiques observées *in situ* compliquent la comparaison purement déterministe dans le cas favorable. Le phénomène de diffusion par la turbulence atmosphérique n'est pas reproduit en conditions défavorables, ce qui se traduit par une sous-estimation systématique des niveaux calculés en zone d'ombre pour les hautes fréquences.

Le modèle ITM est donc apte à prédire quantitativement les effets de sol et de réfraction par un profil vertical de vent moyen dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel, sous

réserve de paramètres d'entrée suffisamment représentatifs du milieu de propagation (en temps et en espace). Des mesures supplémentaires sont toutefois requises pour vérifier le traitement des effets thermiques.

Conclusion

Ce travail a porté sur la confrontation entre des résultats expérimentaux de propagation acoustique en milieu semi-ouvert hétérogène et des simulations temporelles déterministes en différences finies, jusqu'à des distances de propagation de 450 m. Un bon accord a été obtenu jusqu'à des fréquences de 2 kHz en considérant un sol plan impédant et un profil vertical de vent moyen, à l'exception d'une amplification des hautes fréquences en conditions défavorables liée à la diffusion par la turbulence atmosphérique dans la zone d'ombre, non prise en compte par l'approche déterministe. De telles comparaisons quantitatives sont peu fréquentes dans la littérature, notamment pour des signaux impulsionnels, car il est nécessaire de disposer de paramètres d'entrée fiables et car les contraintes numériques inhérentes aux calculs tridimensionnels dans le domaine temporel sont très fortes. Ces contraintes ont requis des avancées sur un certain nombre de points clés par rapport aux travaux numériques antérieurs, concernant la prise en compte des sources, l'efficacité des conditions de non-réflexion (PML) et la modélisation des effets de sol.

Ainsi, une nouvelle version du modèle ITM initialement disponible a été développée pour permettre l'utilisation de schémas d'ordre élevé à faibles niveaux de dispersion et de dissipation. Cet apport, associé à une révision intégrale de l'architecture du code, a permis des gains en temps de calcul d'environ deux ordres de grandeur. Une méthode robuste de déconvolution hybride a ensuite été développée pour pouvoir prendre en compte des sources ponctuelles arbitraires, sans les limitations de bande passante introduites par les méthodes à support gaussien traditionnellement utilisées. Ceci a de plus grandement facilité la prise en compte de la variabilité de tir à tir du canon à gaz utilisé dans les expériences.

Une avancée significative concerne le choix des paramètres des couches parfaitement adaptées (PMLs) pour des ondes en incidence rasante. Cette situation est très contraignante numériquement puisque ces ondes sont mal absorbées, ce qui limite en pratique la distance maximale de propagation qui peut être considérée, surtout pour des géométries tridimensionnelles. Nous avons montré que la performance optimale des PMLs en incidence rasante s'obtient en maximisant leur coefficient d'absorption. Ce dernier peut être défini très précisément à l'aide d'une analyse de stabilité numérique des équations PML, notamment pour des schémas d'intégration temporels explicites de type Runge-Kutta. Les recommandations indiquées garantissent une erreur relative inférieure à -40 dB avec des PMLs de taille raisonnable, ce qui est très suffisant pour la comparaison avec des mesures dans le cadre de la propagation en milieu extérieur. À l'inverse, les paramétrisations classiquement utilisées dans la littérature ne sont pas adaptées à de telles configurations et peuvent conduire à l'apparition d'oscillations parasites.

Le traitement des sols a été présenté en détail. L'approximation par une fonction rationnelle d'un coefficient de réflexion cible est utilisée pour modéliser efficacement les propriétés du sol dans le domaine temporel, en faisant l'hypothèse classique d'une réaction « localisée ». Cette

approche est d'application très large, dans la mesure où un coefficient de réflexion arbitraire peut être considéré. Cette souplesse s'est avérée déterminante pour la prise en compte des mesures des propriétés du sol observées *in situ* lors de l'expérience. L'utilisation du coefficient de réflexion par rapport à l'impédance de surface ou à l'admittance se révèle de plus très avantageuse, puisqu'il est entre autres possible de prédire la stabilité physique et numérique des conditions limites. Ce point permet par exemple de déterminer l'ordre optimal de l'approximation rationnelle du coefficient de réflexion.

La confrontation avec les mesures a enfin nécessité la détermination adéquate des données d'entrée du modèle numérique. Des mesures d'impédance de sol *in situ* avec la méthode de la fonction de transfert ont ainsi été réalisées, et les profils atmosphériques moyens ont été estimés avec la théorie de la similitude de Monin-Obukhov à partir de mesures de vent fournies par un anémomètre sonique 3D. La caractérisation des sources a quant à elle été effectuée après l'expérience pour vérifier la possibilité de les considérer comme ponctuelles et omnidirectionnelles, tel que supposé dans le modèle, et quantifier leur reproductibilité.

Maintenant que les capacités du modèle ITM à prédire quantitativement les effets de sol et de réfraction moyenne à longue distance ont été démontrées, il devient possible d'étudier les effets liés à la turbulence atmosphérique (en vent et en température) et l'influence combinée de ces effets sur les signatures temporelles, à l'aide, par exemple, de méthodes de type Monte-Carlo ; ceci est une justification supplémentaire de l'intérêt porté aux temps de calcul dans ce travail, puisque ces méthodes requièrent un grand nombre de réalisations et donc des ressources de calcul très importantes pour des géométries tridimensionnelles. Une telle étude, faisant suite aux présents travaux, a ainsi été récemment considérée par CHEINET et al. [41] pour la propagation en atmosphère réfractive et turbulente. Un certain nombre de difficultés restent cependant à surmonter, concernant par exemple la génération des champs turbulents sur de très grands domaines de calcul, la modélisation d'une turbulence réaliste ou encore l'applicabilité de la théorie de la similitude de Monin-Obukhov ; l'utilisation de capteurs complémentaires pour la caractérisation *in situ* de l'atmosphère (Lidar, Sodar, drones équipés...) pourrait s'avérer judicieuse. L'influence combinée des effets atmosphériques et des effets liés à la topographie ou à une rugosité de surface reste également à mieux documenter, de même que la variabilité temporelle des propriétés de sol.

Une perspective plus appliquée concerne enfin l'étude de l'influence des pertes de cohérence sur les performances des antennes microphoniques et l'évaluation d'algorithmes de localisation de sources impulsionnelles dans le contexte de l'acoustique du champ de bataille.

Annexe A

Compléments sur la comparaison simulation–expérience

A.1 Reproduction de l’article présentant les résultats expérimentaux

L’article de CHEINET et al. [39] présentant l’expérience ADVISE est ici reproduit dans son intégralité sans traduction en langue française.

An experimental study of the atmospheric-driven variability of impulse sounds

Sylvain Cheinet,^{1,a)} Matthias Cosnefroy,¹ Florian Königstein,¹ Winfried Rickert,² Marcus Christoph,¹ Sandra L. Collier,³ Adrien Dagallier,¹ Loïc Ehrhardt,¹ Vladimir E. Ostashev,⁴ Alexandre Stefanovic,¹ Thomas Wessling,² and D. Keith Wilson⁴

¹French-German Research Institute of Saint-Louis (ISL), 5 rue du Général Cassagnou, Boîte Postale 70034, 68 301 Saint-Louis, France

²Wehrtechnische Dienststelle 91, Schiessplatz, D49716 Meppen, Germany

³United States Army Research Laboratory, 2800 Powder Mill Road, Adelphi, Maryland 20783, USA

⁴United States Army Engineer Research and Development Center, 72 Lyme Road, Hanover, New Hampshire 03755, USA

(Received 22 March 2018; revised 13 June 2018; accepted 6 July 2018; published online 20 August 2018)

Propagating impulse sounds are sensitive to the varying near-surface atmosphere. This study reports on an experimental assessment of this sensitivity under well-controlled outdoor conditions. The experiment, conducted over a flat terrain, features 14 synchronous acoustic sensors at ranges up to 450 m from reproducible, transient sources. It scanned over the upwind, crosswind, and downwind propagations, and also documents the temporal and spatial coherences of the acoustic field. Concurrent atmospheric measurements documented the near-surface, essentially wind-driven atmosphere, and included turbulence monitoring. The analysis reveals how the environmental propagation processes combine to form the large variety of recorded signatures. The deterministic versus stochastic variations of the signatures are distinguished, and both are shown to affect the time of arrival (wander) and the shape (spread) of the pulses. The study also discusses the potential impacts of these variations on acoustic sensing of transient signals like gun shots and explosions.

© 2018 Acoustical Society of America. <https://doi.org/10.1121/1.5047750>

[PBB]

Pages: 822–840

I. INTRODUCTION

In defense and security applications, acoustics provides a sensing method that is considered to be low-cost, passive, all weather, and omni-directional. Some acoustic sensing systems are designed to detect, localize, and classify sound sources such as explosions, small-arms, and artillery shots. The development of hardware and software components for these systems is a field of continuous activity worldwide, which involves a spectrum of research laboratories, government testing agencies, and industrial companies.

Typical sensing scenarios involve ground-to-ground sensing at ranges of hundreds of meters to kilometers. As the acoustic signal propagates, the environment can alter the measured signatures, and thus impact system performance. Cheinet and Broglin (2015) assessed the sensitivity of shot sensing retrievals to environmental factors. They reported that the detection range of an operational system may vary by a factor of 3 according to the meteorological conditions. Atmospheric turbulence was found to cause a bias and uncertainty of tens of percent on shooter ranging with an antenna system. Together with similar previous studies, these results stress the need to understand the variability of transient signals caused by the environment. Such understanding is prerequisite to the development of more robust systems. Later steps may involve, among others, predicting

the system behavior, adapting the signal processing and the acquisition hardware, mitigating sensitivity to environmental effects, and improving overall system performance.

The status of knowledge and tools on this matter includes some experimental data, some theoretical studies, and numerical models. It invariably reveals the complexity of the physics at play, with coupling of processes: mean refraction related to atmospheric stratification, diffraction, scattering by turbulence or vegetation, reflections from the ground, absorption by the ground and atmospheric gases, and possible non-linearity of sound propagation very near the source. Sound propagation is usually considered to be impacted by two sorts of atmospheric variability. The first involves relatively short time scales (typically smaller than minutes), for which stochastic turbulence implies that two identical acoustic signals emitted from the same position at seconds or minutes apart are notably different after their propagation (Wilson *et al.*, 1999; Imaizumi and Takahashi, 2010). Equivalently, the recordings of the same source signal at two nearby sensors differ. The second type of variability relates to the deterministic (ensemble-averaged, see also Appendix B) meteorology and associated refraction; it follows from slow changes (an hour or greater) in the near-surface atmospheric quantities (Wiener and Keast, 1959; Cheinet, 2014).

Many characterization studies on these physics focus on narrowband sounds (e.g., Flatté *et al.*, 1979; Bass *et al.*, 1991; Collier and Wilson, 2004; Ostashev and Wilson, 2015). Recognizing that the environmental effects are

^{a)}Electronic mail: sylvain.cheinet@isl.eu

strongly dispersive, some studies have documented the impact of the meteorological and ground conditions on impulse sounds (e.g., Cramond and Don, 1985; Chunchuzov *et al.*, 2005; Talmadge *et al.*, 2008; Valente *et al.*, 2012; Dragna and Blanc-Benon, 2014). Ostashev *et al.* (2016) recently formulated a theory for the spatial and temporal coherence of impulse sounds propagating through turbulence. Still, the combined impacts of turbulence, refraction and ground effects on impulse sounds are not fully explained on a quantitative basis. In particular, the changes associated with the propagation direction relative to wind direction and the spatial coherence and temporal reproducibility of the sound fields, which are critical to sensing purposes, are scarcely documented. At ranges above a hundred meters, experiments may also lack synchronization between the measurements and the sound emission, i.e., the time of arrival of the pulse is uncertain.

To address this knowledge gap, a joint research project was undertaken between the French-German Research Institute of Saint-Louis, the U. S. Army Research Laboratory, the U. S. Army Cold Region Research and Engineering Laboratory, and the German Bundeswehr Wehrtechnische Dienststelle 91. One aim of the project was to form a controlled, quantitative experimental dataset, hereafter referred to as the Atmospheric-Driven Variability of Impulse Sound Experiment (ADVISE). The experiment was conducted near Meppen, Germany, in mid-October 2016. The present article provides a comprehensive, self-contained overview of the experiment and a preliminary analysis of the collected data. The analysis illustrates the richness and originality of the data for addressing how transient sounds are affected by outdoor conditions. It raises a number of questions on impulse sound propagation and sensing, which call for future investigations.

The contents of the article are as follows. Sections II and III present the environmental characterization of the experiment (ground, atmosphere), and the acoustic systems and measurements. Section IV assesses the deterministic form of variability, associated to the propagation versus range and wind direction. Section V addresses the stochastic variability of the signals. Section VI discusses the temporal, spatial and spectral coherence of the signals. Section VII summarizes and discusses the results.

II. THE ENVIRONMENT

Monitoring of the environmental conditions is critical to the analysis of acoustic propagation. The present section discusses the monitoring used in the experiment.

A. Ground characterization

The experiment location was 25 km north-northwest of Meppen (in northwest Germany), in an open field. The field was approximately 620 by 500 m. It has a natural, 10-cm high grass which had been cut ten days before the experiment (Fig. 1). The ground is essentially flat, with height irregularities on the order of 10 cm over horizontal scales of meters to tens of meters. The field is surrounded by similar



FIG. 1. (Color online) Measurement apparatus, with the gas cannon (on the table), two separate acoustic modules (on the right), and the four 3-modules bars at ranges 10, 20, 35, and 50 m (on the left). The microphones with foam wind screens are located on horizontal bars. The recording system of each module is in a small case on the ground.

agricultural fields, with occasional patches of trees and woods distant by more than 600 m.

During the week of the experiment, two measurement configurations were realized (on 19 and 20 October, at two distinct locations on the field) to document the ground characteristics relevant to sound propagation. In these configurations, two microphones are taken one above the other (Fig. 1), with a loudspeaker emitting white noise for about one minute as well as some consecutive sweeps. The principle of the analysis is to model the transfer function between the two near-ground microphones in each considered configuration, and determine the ground parameters which fit the observed transfer function (Guillaume *et al.*, 2015). The transfer function model follows Kruse (2007) with the ground model being the hard-backed-layer version of the relaxation model of Wilson (1997), and with the approximate relationships of Attenborough *et al.* (2011) (their Eqs. 7e,f). Selecting the effective flow resistivity of 200 kPa s m^{-2} and a porous ground layer thickness of 2.5 cm leads to a very reasonable agreement between the observed and modeled transfer functions (Fig. 2). This selection is well within the range of documented values for natural grass. The same

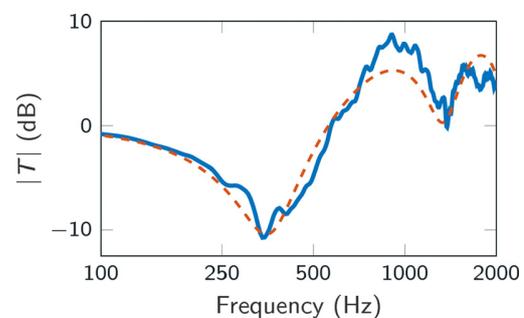


FIG. 2. (Color online) Two-microphones transfer function, as obtained from measurements (full blue line) and as estimated from a model (dashed orange line) using an effective ground resistivity of 200 kPa s m^{-2} and a layer thickness of 2.5 cm.

agreement is obtained for the two configurations of 19 and 20 October.

B. Characterization of the meteorology

The active measurement period was during the days of 18–20 October 2016. Sunrise occurred 8:04 local time, and sunset around 18:26. Appendix A presents the available atmospheric measurements. Three on-site independent instruments provided the wind, temperature and humidity with time. The measurement height of these instruments (1.7 to 4 m) was chosen to match the acoustic source and sensor heights. The distance between the instruments and the closest upwind border of the field was always larger than 100 m. With this fetch, the internal boundary layer of the experimental field (the layer which “feels” the local characteristics of the field) is of thickness larger than 8 m at the instruments’ location (Stull, 1988, p. 596). Thus, the measurements are performed well within that layer, as is recommended. In particular, the CSAT3 (Campbell sonic anemometer-thermometer) has a sampling rate (20 Hz) sufficient to characterize the small-scale turbulence (see below). Appendix A discusses some specific aspects of the CSAT3 data acquisition and processing. An additional station was available at 2 km from the site, and a meteorological tower at 7 km from the site provided the profiles of the wind and temperature up to 85 m above ground level.

The oceanic climate of northwest Germany, combined with the autumn season, led to generally cloudy weather, with temperatures between 5 and 15 °C. The wind was low to moderate (between 1 and 7 m s⁻¹ at 1.7 m above the ground, see also below), and of changing direction from day to day. Notable rain events occurred late in the late afternoon of 18 October and in the morning of 19 October. Figure 3 illustrates the measured horizontal wind direction and speed on the afternoon of 19 October (see Appendix A for details on the data processing and on the averaging procedure).

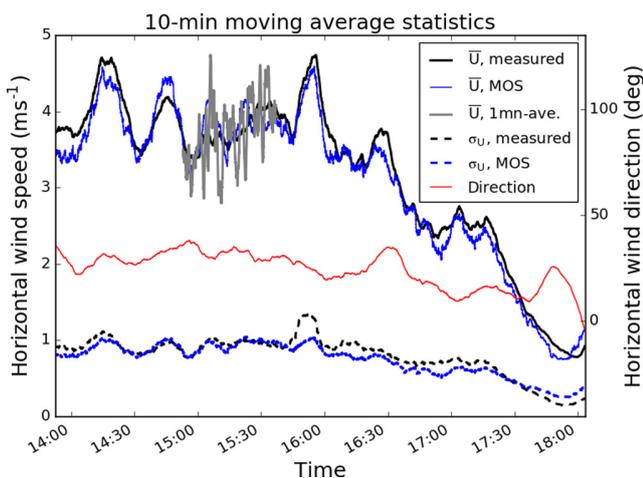


FIG. 3. (Color online) The horizontal wind speed U , direction (clockwise from North), and root-mean square σ_U of the horizontal wind speed fluctuations, from the CSAT3 on 19 October. MOST predictions are also shown. The analysis is based on ten-minutes moving averages, whereby the overbar. The grey line illustrates the wind speed based on a one-minute moving average between 15:00 and 15:30.

There is a NNE wind with a modest temperature variation. As illustrated here, the wind direction generally shows hour-scale changes of some tens of degrees.

The CSAT3 provides the friction velocity u_* and a very good estimate of the buoyancy flux F_b (Appendix B). These parameters are some essential drivers of the near-surface atmosphere, in that they quantify the vertical fluxes of momentum and buoyancy. When applicable, Monin-Obukhov similarity theory (MOST) relates the parameters (u_* , F_b) to many near-surface quantities of relevance to acoustical propagation, e.g., the vertical profiles of the first- and second-order moments of the wind speed and of temperature (e.g., Cheinet, 2012). The site shows many qualitative characteristics which are required for the applicability of MOST (Stull, 1988). It is flat, with large fetch, and the overall area shows a comparable, rather homogeneous surface. Late afternoon measurements still show non-stationary meteorological forcings (sunset, modest wind, with a possible marginally stable thermal stratification), which may affect the applicability of MOST. As a quantitative evaluation, we (i) derive u_* and F_b from the CSAT3, (ii) use MOST to calculate the mean wind speed and compare the calculation to the actual CSAT3 measurement.

Details of step (i) are given in Appendix B. The experiment is characterized by moderate values of u_* (between 0.03 and 0.35 m s⁻¹, as compared to the full range typically observed, between 0 and 1 m s⁻¹) and small values of F_b (between -0.01 and 0.04 K m s⁻¹, typical range between -0.1 and 0.4 K m s⁻¹, Cheinet, 2014). As expected, the near-surface characteristics are usually wind driven. On the one hand, the database does not allow investigation of the impact of buoyancy forcing on the atmosphere (thermal stratification, thermal turbulence, mechanical turbulence induced by thermal effects) and thus on sound propagation. On the other hand, in the subsequent analysis, the wind stratification and the wind-driven turbulence can be considered as the sole atmospheric parameters of sensitivity. Besides, the various configurations fall into the same atmospheric regime, which simplifies the comparison among them. Last, the wind-driven atmospheric regime happens to be well-suited to MOST.

For step (ii) above, Fig. 3 compares the mean wind speed directly measured from the CSAT3 to the one derived through MOST at the same height. The match is generally very good, even in the late afternoon when the thermal stratification is marginally stable. The quality of the retrieval tends to be sensitive to the roughness length z_0 , which scales with the effective height of obstacles over the area. The best match z_0 is found to be 5 mm, which tends to be slightly smaller than expected for a grass field (Stull, 1988). Future investigations may reassess this result in the light of data available from other instruments (Appendix A).

The analysis of other configurations leads to similar conclusions. The match between MOST predictions and direct observations has also been examined for other quantities such as the wind speed variance (Fig. 3). It is generally within the uncertainty range of the MOST relationships. Overall, in the ADVISE experiment, the MOST framework appears to be well supported for on essential parameters of

relevance to acoustical propagation, such as the vertical profiles of the average and variance of the horizontal wind speed. This general agreement also demonstrates that the experimental procedure (set-up, acquisition and processing of the CSAT3 data) is adequate for the derivation of MOST parameters in the considered experimental conditions.

As an example, the average vertical profiles of the horizontal wind speed U , of the sonic temperature T_s , and of the effective sound speed $c_{eff} = A\sqrt{T_s} + U \cos \theta$ can be obtained under MOST (e.g., Cheinet, 2014 and Appendix B). Here A is a thermodynamic constant for dry air, and θ is the angle between the propagation and wind directions. Figure 4 shows the profiles of c_{eff} upwind, downwind, and crosswind, for $u_* = 0.28 \text{ m s}^{-1}$. In the absence of the adiabatic lapse rate and of the buoyancy forcing, the sole driver of refraction is the momentum-transport-driven stratification in wind. Downwind, the effective sound speed increases with height, with downward refraction. The upwind direction features a symmetric behavior (upward refraction). Accounting for the adiabatic lapse rate and a small positive buoyancy flux, the (slightly) unstable thermal stratification leads to a general upward refractive tendency (see crosswind), so the near-surface gradient (i.e., the refraction) becomes stronger upwind than downwind.

C. Characterization of the turbulence

The experiment also includes a quantitative assessment of turbulence. As detailed in Appendix A, the CSAT3 recordings are recast in terms of the spatial separation r in the streamwise direction. Since it is based on a point sampling in time, the CSAT3 cannot document the crosswind or vertical separations. Let u denote the streamwise wind component, v denote the transverse horizontal component, and w

denote the vertical component. Let $B_u(r)$ denote the two-point correlation function of u ,

$$B_u(r) = \overline{u'(t)u'(t+r/\bar{u})}, \quad (1)$$

where the overbar stands for temporal averaging over the time t , and the prime denotes instantaneous departure from overbar. Let $D_u(r)$ denote the structure function, $D_u(r) = 2(B_u(0) - B_u(r))$. The root-mean square of the fluctuations of u is noted $\sigma_u = \sqrt{B_u(0)}$. Similar definitions are used for v and w . Note that, by default, one has $\sigma_u \neq \sigma_v \neq \sigma_w$. Following Wilson (2000):

- Let L denote the integral length of the wind speed fluctuations: $L_u = \int_0^\infty B_u(r) dr / \sigma_u^2$. Physically, if B_u is crudely modeled as a constant function of value σ_u^2 (full correlation) at small separations, then L_u is the separation at which this function must zero (total loss of correlation) at larger separations so that the integral yields the correct value. Thus, recalling that B_u is defined for $r < 0$ and is symmetric, $2L_u$ scales the characteristic size of a perturbation (eddy) in u . Note that the eddies may still show some correlation at larger separations.
- According to turbulence theory, there exists a range of eddy scales (so-called inertial-convective range) in which the turbulence is homogeneous and isotropic with the two-point wind statistics being determined by the structure parameter of momentum C_U^2 , giving, e.g., $D_u(r) = C_U^2 r^{2/3}$, $D_v(r) = \frac{4}{3} C_U^2 r^{2/3}$ and $D_w(r) = \frac{4}{3} C_U^2 r^{2/3}$ (e.g., Tatarski, 1961, Chap. 2). When applicable, MOST provides a parameterization of C_U^2 (Appendix B).

Figure 5 illustrates some structure functions measured with the CSAT3 on 19 October. The analysis of other configurations lead to similar conclusions. In the early afternoon, the turbulence is well-developed. At small separations, the convergence toward an inertial-convective behavior is seen and the structure functions feature a fair amount of isotropy. The integral length L_u is on the order of 34 m. The MOST prediction yields $C_U^2 = 0.19 \text{ m}^{4/3} \text{ s}^{-2}$, in fair agreement with the observations. These estimates are approximate, due to limited isotropy of the fluctuations, instrumental limitations at small separations (Appendix A), and intermittency of the statistics. In the late afternoon, the turbulence intensity (e.g., variance) is very small, due to the smaller wind forcing. There is a large anisotropy of the fluctuations at all separations, and the $2/3$ power law is not visible on the horizontal wind components. Interestingly, the integral lengths in all directions are larger in the late afternoon, e.g., $L_u = 65 \text{ m}$.

The present turbulence characteristics are consistent with those reported in previous studies of the lower part of the near-neutral surface layer (Kristensen *et al.*, 1989; Höglström *et al.*, 2002). Measurements at other heights or in other stability conditions may behave differently. The isotropic turbulence parameterization used, e.g., by Cheinet (2012) (not shown) correctly predicts the order of magnitude of the observed structure functions. It also captures their sensitivity to the decreasing wind forcing in the late afternoon.

Averaging point turbulence measurements over 10 min is not fully representative of the longer-term statistics, due to

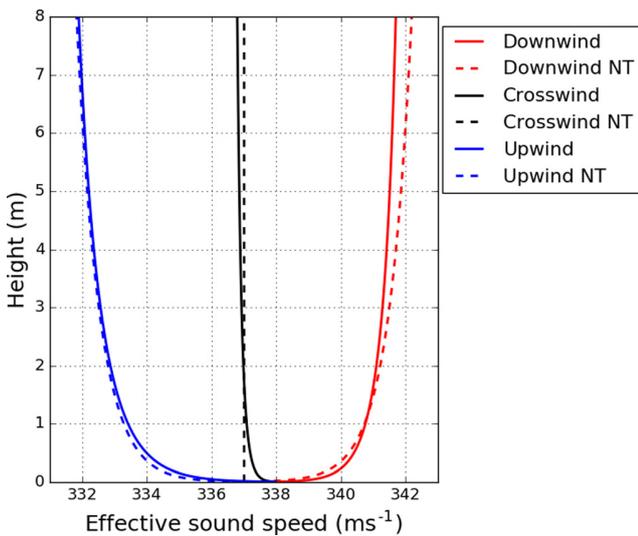


FIG. 4. (Color online) Vertical profiles of c_{eff} for $\theta = 0^\circ$ (downwind), $\theta = 90^\circ$ (crosswind), and $\theta = 180^\circ$ (upwind), obtained under MOST. The full lines are with $u_* = 0.28 \text{ m s}^{-1}$ and $F_b = 0.032 \text{ K m s}^{-1}$, as measured with the CSAT3 on 19 October around 15:20, and also account for the adiabatic lapse rate. The dashed lines have no thermal effects (NT), i.e., the adiabatic lapse rate and buoyancy forcing are nulled.

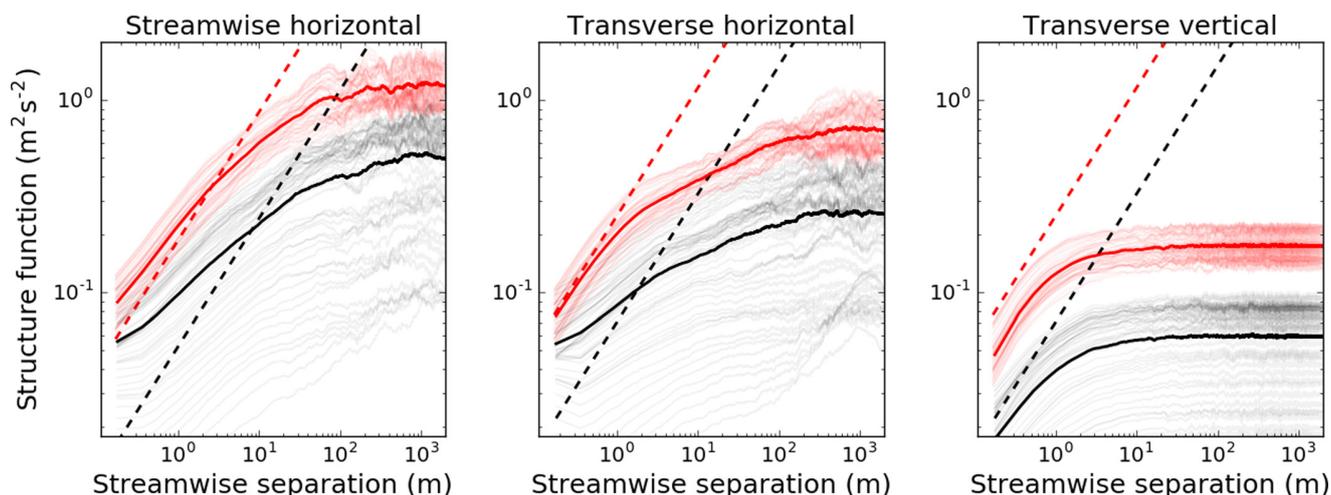


FIG. 5. (Color online) Structure functions of the three wind components with the (streamwise) separation distance, on 19 October between 13:42 and 14:42 (red), and between 16:42 and 17:42 (black). Each shaded line stands for a retrieval based on a 10 min average window, the thicker line gives the one hour average. The dashed slope gives the inertial-convective range dependence $AC_U^2 r^{2/3}$, with the structure parameter C_U^2 calculated from MOST, $A = 1$ for the streamwise wind, and $A = 4/3$ otherwise.

the intermittency of turbulence. This is especially true in the late afternoon, when the quasi-stationarity hypothesis is arguable and the thermal stratification may be marginally stable (see above). Besides, anisotropy largely affects the characteristics of the observed wind turbulence (variance, e.g., one has $\sigma_u^2 > \sigma_v^2 > \sigma_w^2$, integral scales). Its impact down to small separations weakens the small-scale turbulence scaling in terms of a structure parameter, which is very common in studies of sound propagation through turbulence (e.g., Tatarski, 1961). This finding has precedents in the sonic anemometry literature (e.g., Chamecki and Dias, 2004, their Figs. 1 and 2) as well as in the acoustic literature (e.g., Johnson *et al.*, 1987, their Fig. 1). The potentially anisotropic and intermittent behavior of wind turbulence is critical to the comparison between sound propagation and direct wind turbulence measurements.

III. ACOUSTIC MEASUREMENTS

This section describes the acoustic systems and set-up of the experiment.

A. Acoustical sources

The first source used in the experiment was a gas cannon (model Mark 4 from ZON, Fig. 1) placed on a table. It pointed vertically, in order to emit omni-directionally in a

horizontal sense. The top of the explosion tube is 158 cm above the ground. It has a repetition rate of 22 s. The signal at 7.5 m, 1-m height (Fig. 6) shows two peaks, with the maximum being 110 Pa, followed by a depression. Given the considered height, range and signal duration, the ground reflected signal is mostly merged into the original source signal in Fig. 6. The second peak is present in measurements at 1 m (not shown); it is caused by a reflection inside or around the cannon's tube. In the spectral domain, the signal covers a wide frequency range between 50 and 2000 Hz. It has a dip at 400–600 Hz, and a large contribution from frequencies below 300 Hz. The shot-to-shot variability in the dip is possibly due to wind gusts changing the gas mixture before the spark ignition. The cannon's signature is comparable to the muzzle wave of small arms fire. The accessible range with this source is greater than 500 m (e.g., Cheinet and Broglin, 2015).

The second source used in the experiment was a 700 W omnidirectional loudspeaker (model OMNI 5" from Ntek), consisting of twelve separate membranes. This source was mounted on a tripod, with the center of the spherical emissive head at 175 cm above ground. The raw input signal has a Mexican hat waveform, with a central frequency of 450 Hz, and is broadcast from a computer with a repetition rate of approximately one second. The signature at 7.5 m (Fig. 7) is very well reproducible, as the shot-to-shot

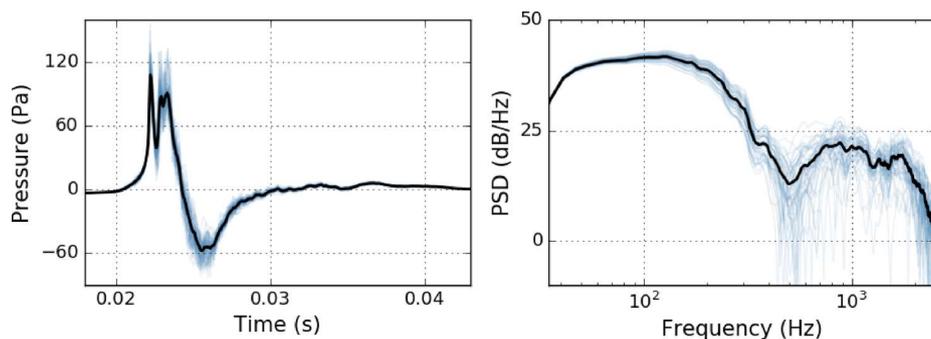


FIG. 6. (Color online) Acoustic recordings of 56 cannon shots measured at 7.5 m, with (left) the pressure with time (relative to emission), and (right) the power spectral densities. The blue lines give individual shots, the black line gives the average. The signals are high-pass filtered at 35 Hz (see text).

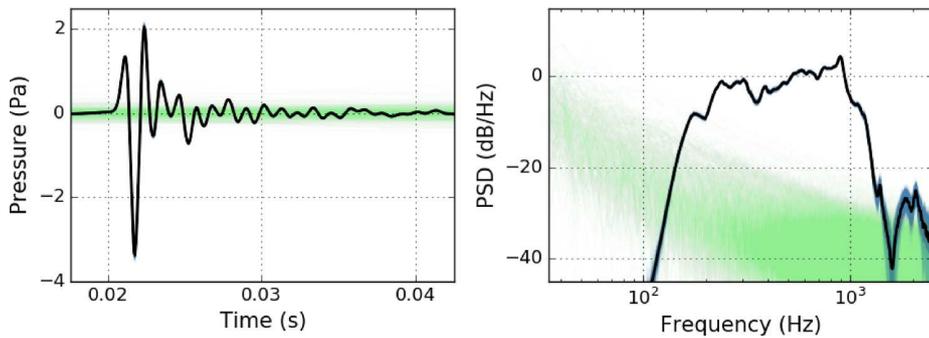


FIG. 7. (Color online) Same as Fig. 6, but for 400 loudspeaker impulses with a high-pass filtering at 150 Hz (see text). The green lines are 400 non-filtered recordings of the background noise.

variability is mostly within the thickness of the line. It shows a peak amplitude of -3.5 Pa, and the maximum measurement range accessible with this source is 100 to 200 m, depending on the selected threshold for the signal-to-noise ratio and on the environmental conditions. The spectrum is nearly flat and well outside the noise between 200 and 1000 Hz (Fig. 7), it strongly decreases outside this frequency band. Tests in an anechoic chamber (not shown) demonstrate that the directivity is negligible at ranges larger than several meters and at frequencies less than 2000 Hz.

B. Acoustical sensing systems

Overall, 14 individual modules were used to sense the acoustic field. Each module is independent from the others; no wire communication between them is involved. Each sensing module consists of (i) a 1/4 in. free-field microphone (model 40PL from GRAS) with its foam wind screen (ii) a constant current power, gain-providing conditioner (model 480E09 from PCB Piezotronics), (iii) a GPS pulse-per-second (GPS-PPS) chip, and (iv) a stereo (2 tracks), gain-providing acoustic recorder (model DR-100MKII from TASCAM).

The stereo recorder is set to a sampling frequency of 48 kHz. The first recording track is used for the acoustic pressure measurement. Regarding the upper bound of the recording dynamic range (loud sounds), the microphone-conditioner combination is capable of measuring the cannon's explosion in the near field. Regarding the lower bound (weak sounds), with the conditioner's gain set appropriately, it performs as well as a reference 1/2 in. microphone above

50 Hz. The second track records the pulses received every second by the GPS-PPS. Thanks to the GPS-PPS signals, and with a reference acoustic signal in the recordings, the acoustic lines can be synchronized during post-processing. The synchronization uncertainty between the GPS-PPS pulses is less than $1 \mu\text{s}$, and is not measurable here. The post-processing also includes a resampling to correct from the drifts, of a few samples per second, in the sampling rates for each recorder. Overall, the synchronization uncertainty of the recordings (due to the finite sampling rate and to the resampling) is on the order of one sample per second, it amounts to an uncertainty of 3.4 mm in the microphone position.

There are various sources of noise in the recordings (Fig. 7). One is a white electronic noise, depending on the gains of the conditioner and recorder of each module. The wind noise on the microphones predominantly affects the recordings below 50 Hz, and it exponentially decreases with frequency. At 200 Hz, this noise component decreases by 10 dB as the wind changes from moderate ($4\text{--}5 \text{ m s}^{-1}$) to calm ($1\text{--}2 \text{ m s}^{-1}$). All signals shown hereafter are detrended and denoised with a Butterworth high-pass filter of order 5. After Figs. 6 and 7, the cut-off frequency is chosen as 35 Hz for the cannon, and 150 Hz for the loudspeaker. It has been visually checked that the time-domain signatures of the shots themselves are not significantly altered. Last, some acoustical noises may occur due to vehicles, airplanes, personnel of the experiment, and birds. Echoes of the shots off nearby embankments or off surrounding trees may also be present, but are late enough not to contaminate the direct shot signatures.

TABLE I. Overview of the experimental configurations. The wind direction is the direction the wind comes from (clockwise from North, average from the CSAT3 over the duration of the acoustic measurements).

Source	Bar positions (m)	Date, time	Wind direction, speed
Cannon	10, 20, 35, 50 m	20 Oct, 13:15	50° , 1.8 m s^{-1}
Loudspeaker	10, 20, 35, 50 m	20 Oct, 13:56	10° , 1.7 m s^{-1}
Cannon	50, 150, 300, 450 m downwind	18 Oct, 13:22	205° , 4.4 m s^{-1}
Cannon	50, 150, 300, 450 m downwind	20 Oct, 16:37	25° , 2.8 m s^{-1}
Cannon	50, 150, 300, 450 m upwind	18 Oct, 15:16	190° , 4.2 m s^{-1}
Cannon	50, 150, 300, 450 m upwind	20 Oct, 18:06	Not available
Loudspeaker	In circle of radius 100 m	19 Oct, 15:04	30° , 3.7 m s^{-1}
Cannon	In circle of radius 100 m	19 Oct, 15:45	25° , 4.0 m s^{-1}
Cannon	In circle of radius 200 m	19 Oct, 17:10	15° , 2.2 m s^{-1}
Loudspeaker	In circle of radius 200 m	19 Oct, 17:53	0° , 0.7 m s^{-1}

C. Configurations of the acoustical measurements

The measurements consist of 10 configurations summarized in Table I. In each configuration, the source was active for a period of 30–50 min, with continuous recording from the modules. Each configuration thus includes more than 50 cannon shots, or 1500 loudspeaker impulses. In all configurations, microphones 13 and 14 measure the sound emission in the near-field. The other modules (microphones 1 to 12) are taken in 4 groups of 3, with the 3 microphones of each group mounted on a horizontal metal bar, at 2 m above the ground. The sensor separations between the modules on a bar are 0.5, 1.0, and 1.5 m, which is on the order of those used in operational shot sensing systems. The bar is taken to be perpendicular to the direction of propagation, so that the sensors provide data on the (horizontal) transverse coherence of the acoustic wave-front. The bar and its holders are presumed to have a modest impact on the sound field.

The positions of the four bars are determined from the source position and the wind direction, the latter being obtained from the one-minute average wind measurement at the tower, at 16-m height, before deployment. A measuring tape and a differential global positioning system are used to deploy the modules relative to the source. The maximum positioning error is estimated to be 50 cm. The longer the propagation range, the higher the atmospheric heights of possible relevance to sound propagation. The maximum propagation range (450 m) is consistent with the height limitation for the applicability of MOST (on the order of 50 m).

Before beginning measurements with a new configuration, a calibration step is included with a monochromatic 1 kHz signal of sound level 1 Pa. The deployment and calibration of the 14 modules typically takes an hour. This is much shorter than the deployment of a wire-based sensing apparatus. The (mean) wind direction at the actual time of measurements may differ from the wind direction used to specify deployment. With the present deployment procedure, the difference is notably smaller than the differences between the sensing directions. Thus, the flexibility of the

acoustic modules is a key to deploying a configuration fast enough to adapt to the wind direction.

Figure 8 illustrates the experimental configuration operated on 19 October between 17:10 and 17:40 local time. It features a circular deployment of the sensing bars, in the upwind (microphones 1–3), downwind (microphones 7–9) and crosswind (microphones 4–6 and 10–12) directions. More exactly, the microphones 10–12 (respectively, microphones 4–6) show a slight downwind (resp., upwind) tendency. The acoustic source is the cannon, the bars are at the range 200 m.

IV. DETERMINISTIC VARIABILITY OF PULSES

The impulse sound recordings vary in a deterministic manner, with the propagation range and the propagation versus wind directions. This section explores how these variations affect the time-of-arrival and the general shape of the pulses. Stochastic (shot-to-shot) fluctuations will be explored in Sec. V.

A. Pulse shape

The pulse shape is analyzed from the time series resynchronized to the time of arrival (TOA) at the considered microphone. The resynchronization allows better interpretation of the average pulse shape, and also isolates the wander (TOA fluctuations) from the spread (fluctuations of the pulse shape). In the frequency domain, this resynchronization only alters the phase; it has no impact on the (amplitude) spectrum. Figure 9 shows the measurements of the cannon shots in the circle configuration at 200 m of Fig. 8. Figures 10 and 11 complement the analysis with line configurations downwind and upwind. The signatures at 150, 300, and 450 m experience dramatic changes from the signature at 50 m. The downwind signal generally shows some early oscillations, the number and relative magnitude of which both increase with range (Fig. 10). In the spectral domain, they appear at high frequencies, which are notably enhanced with respect to the low-frequency peak. Besides the dip at

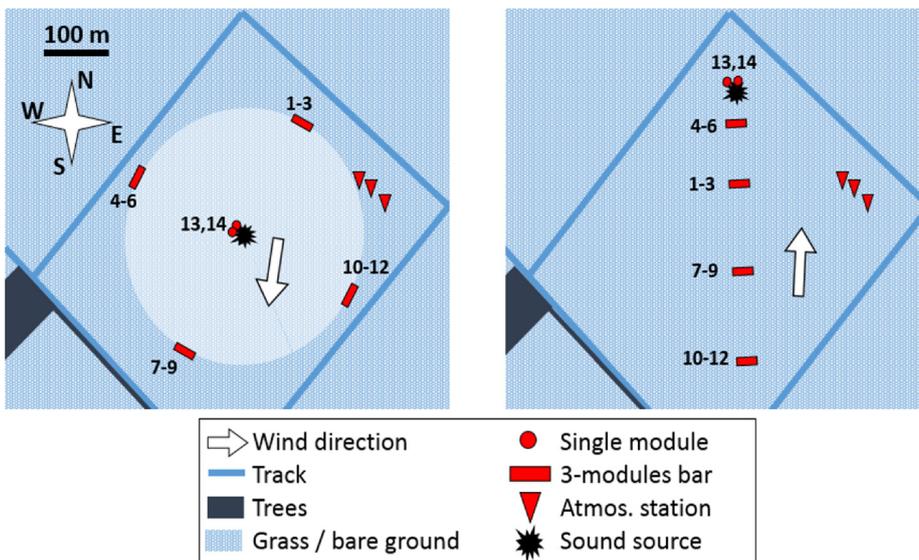


FIG. 8. (Color online) Sketch from above of (left) a circle configuration at 200 m (19 October, 17:10) and (right) a line configuration upwind (18 October, 15:16).

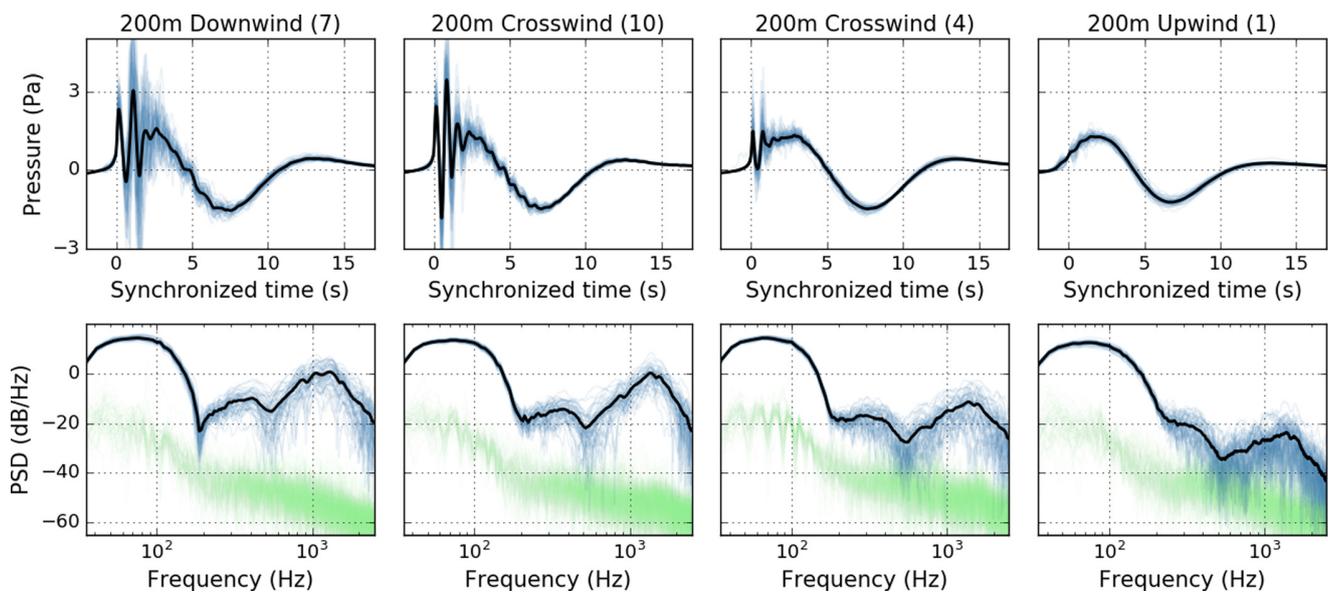


FIG. 9. (Color online) Acoustic pressure (top) and its power spectral density (bottom), in the circle configuration at 200 m (19 October). The title of each panel gives the position and microphone index (in brackets). The thin blue lines stand for the 56 cannon shots, the spectrum of the average amplitude is the thick black line, and the thin green lines give the 56 noise spectra obtained in the second preceding each shot arrival.

400–600 Hz noted in the near-source signature, there is an additional dip at a characteristic frequency which decreases with range—e.g., 250 Hz at 50 m, 180 Hz at 200 m, and 130 Hz at 450 m.

At 50 m from the source, the upwind signature (Fig. 11) is very similar to the downwind signature (Fig. 10), which suggests that the wind effects are not developed yet. At longer ranges, the upwind signature essentially appears as a single low-frequency oscillation. Compared to the near-source signature, it features an attenuation which increases with frequency. The attenuation difference between upwind and downwind amounts to 25 dB around 1000 Hz, i.e., the complex pressure amplitude at this frequency varies by more than one order of magnitude due to the wind direction. The

frequencies above 2000 Hz are affected by noise at ranges greater than 200 m. The crosswind signals on Fig. 9 are transitions between the upwind and downwind, with microphone 10 featuring a more downwind behavior than microphone 4 (Fig. 8). Last, note that the signal’s duration tends to widen with range whatever the wind direction. For example, at 450 m, the signal lasts more than twice its near-source duration.

These observations can readily be interpreted on a qualitative basis. The downwind oscillations are caused by the early arrivals from acoustic rays refracted downward, reflected from the ground (possibly with multiple reflections), with folding of the wave-front and formation of cusps (Salomons, 2001, his Appendix L). The additional dip in the range 100–200 Hz may

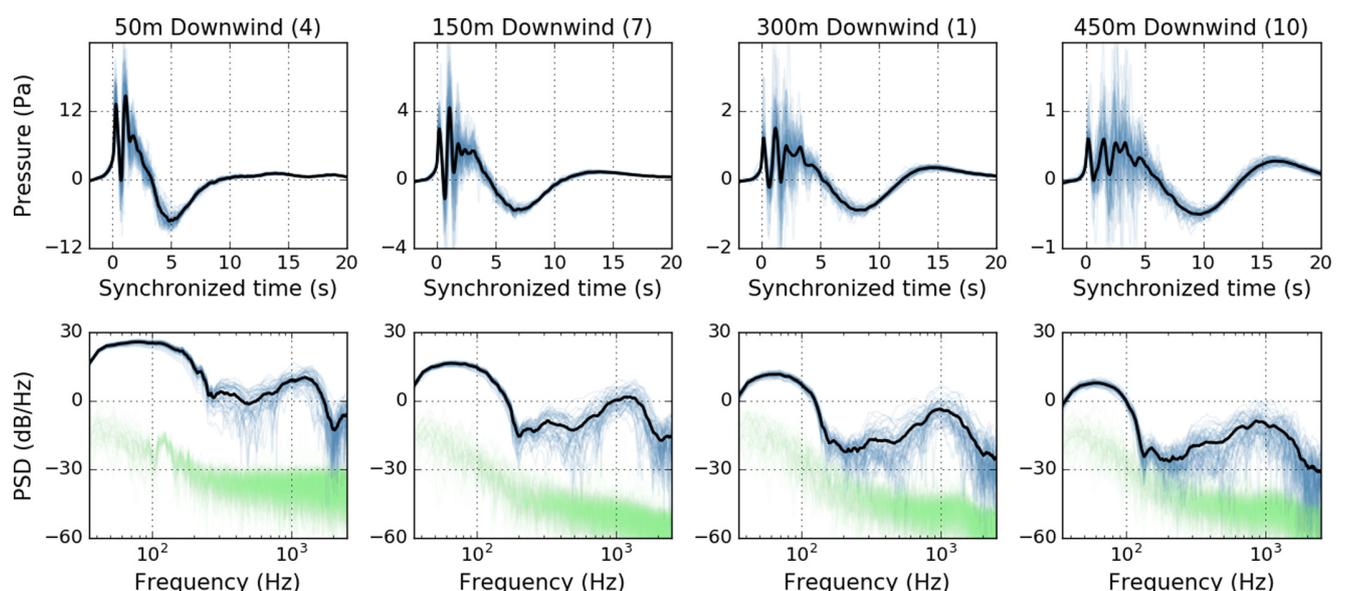


FIG. 10. (Color online) Same as Fig. 9 for the downwind line configuration of 20 October.

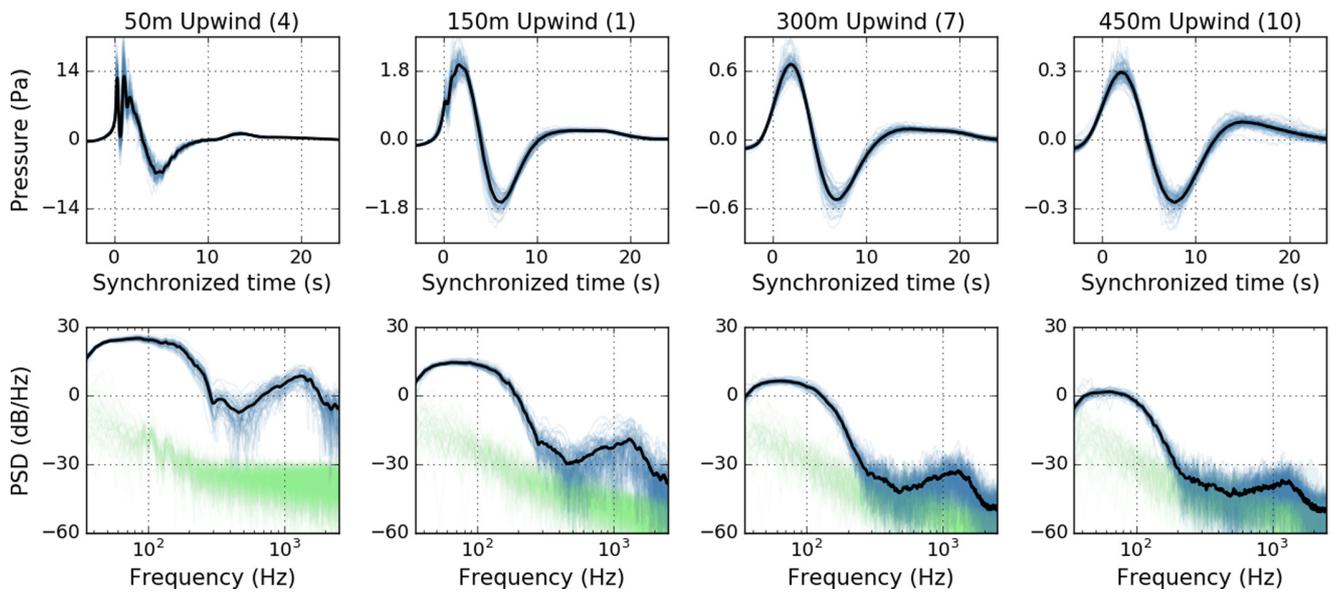


FIG. 11. (Color online) Same as Fig. 9 for the upwind line configuration of 20 October.

not be caused by a geometrical interference between the reflected and direct signals, it rather depends on the ground characteristics (absorption, etc.). It is more visible in the downwind propagation case, which features more interactions with the ground. The dip increases with range while its central frequency slightly decreases with range (Salomons, 2001, his Fig. 3.9).

At low frequencies (below 200 Hz), the sound levels loosely depend on the wind direction at ranges of 200 m and shorter. Higher frequencies show an enhanced sensitivity (stronger contrast between upwind and downwind, at shorter ranges). In other words, the larger the considered frequency, the stronger its sensitivity to the wind. The strong low-pass filtering upwind is noted in previous experimental studies of sound propagation with upward

refraction (Cramond and Don, 1985; Berry and Daigle, 1988; West *et al.*, 1989). It is an obvious manifestation of the limits of geometrical acoustics (ray-based approximations) at moderate to low frequencies. Proposed explanatory processes for sound reaching the shadow zone include a surface or creeping wave, sound scattering by turbulence, and diffraction across a limiting ray (see above references). In the latter view, the diffraction angle scales with the wavelength, in lines with the observed dispersive behaviour. One interesting argument is that, unlike large wavelengths, short acoustic wavelengths can feel the very-near-surface gradients, which are very strong (Appendix B). The ground dip does not significantly affect the upwind signatures at ranges greater than 200 m. This may hint at the characteristic extent of the shadow zone.

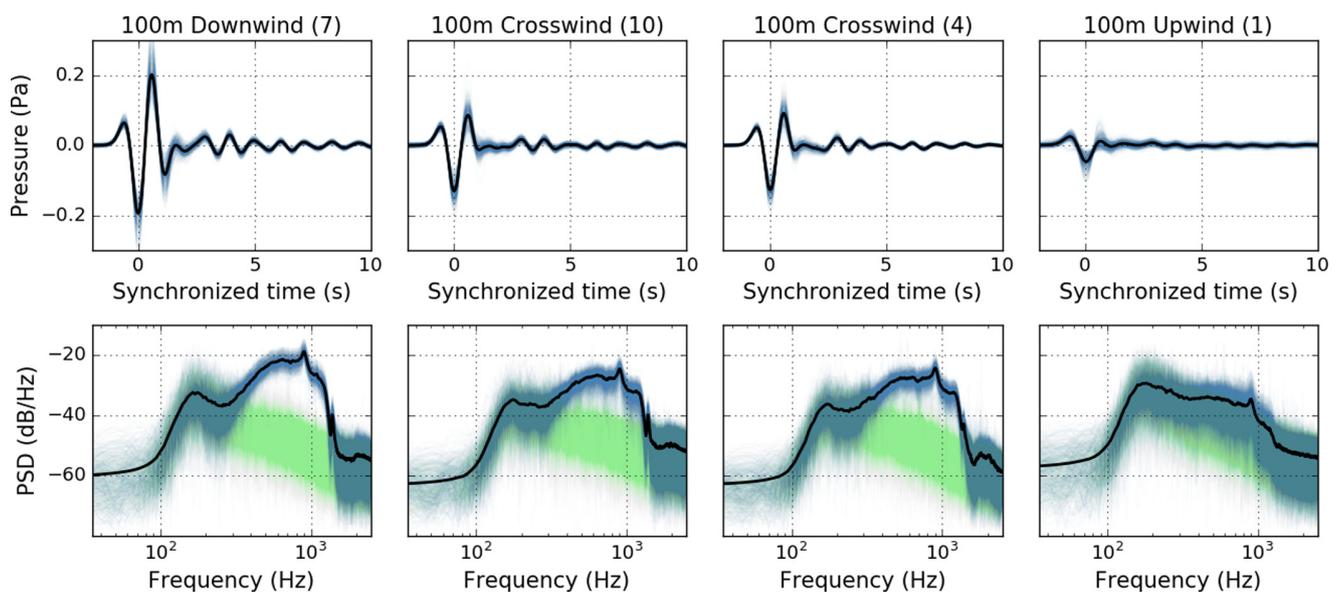


FIG. 12. (Color online) Same as Fig. 9, but for 400 loudspeaker signals in the circle configuration at 100 m.

Figure 12 is similar to Fig. 9, but at 100 m from the loudspeaker. After Fig. 7, the signal-to-noise ratio of the loudspeaker's output at 7.5 m is about 20 dB in the frequency band 150–400 Hz. The spherical spreading from 7.5 to 100 m nominally induces a loss of 22 dB. Therefore, it is not surprising that this frequency band cannot be discerned from the background noise at 100 m. The emergent frequencies in the loudspeaker's spectrum at 100 m are in the band 400–1000 Hz. For these frequencies, there is a contrast on the order of 12 dB between the downwind and upwind pressure amplitudes.

After the ISO-9613-1 (1993) standard, the gaseous absorption under typical conditions of the experiment (humidity of 70%, atmospheric pressure of 1010 Pa, temperature of 10 °C) at 200 m is larger than 5 dB only for frequencies higher than 2000 Hz. This effect is relatively small compared to the variations noted in Figs. 9–11.

B. Pulse time-of-arrival

The pulse TOA is defined as the difference between the arrival time of the first pressure peak and the emission time, the latter being calculated from a near-source recording. Let us define the apparent speed of the pulse as the propagation distance divided by the pulse TOA. This definition is equivalent to an average of the (locally defined) effective sound speed c_{eff} along the propagation path—note that the latter may not be straight. The “celerity” term used in the infrasound community (e.g., Longaza, 2015) is similar for horizontal propagation paths. It is strictly equivalent to discuss the pulse TOA and the apparent speed.

Figure 13 shows the correlation between the apparent speeds obtained upwind with those obtained in all directions.

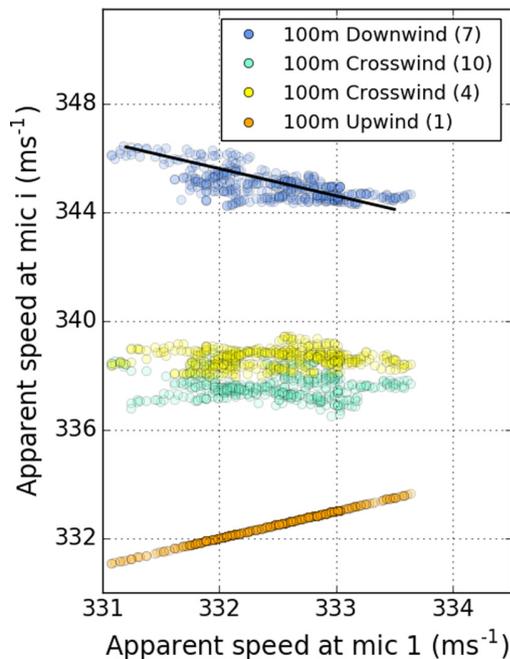


FIG. 13. (Color online) Correlation between the apparent speed upwind and the apparent speeds in all directions, for 400 loudspeaker signals in the circle configuration at 100 m. The black line has a slope of -1 . The indexes in the legend refer to the microphone index.

The horizontal axis may be therefore seen as times of the experiment rearranged in such a way that the upwind apparent speed increases with time. The data clustering is as expected from the wind convection, with largest (respectively, smallest) apparent speeds downwind (respectively, upwind), and intermediate apparent speeds in the crosswind directions. [Note that in this study, the convection wording is used in its accepted acoustic sense, of a wind-following transport. Meteorologists often refer to this transport as advection, and usually use convection to refer to a buoyancy-driven flow, e.g., Cheinet (2003)].

From Fig. 13, the horizontal wind speed and direction can be estimated. In that respect, the set-up of Fig. 8 can be viewed as a large sonic anemometer on the horizontal, or a simple acoustical tomography array as proposed by, e.g., Wilson and Thomson (1994) [see also Ostashev and Wilson (2015) for an overview]. Comparing the upwind versus crosswind apparent speeds gives a wind estimate of 5 m s^{-1} . The microphone positioning uncertainty (0.5 m) results in an apparent speed uncertainty of 1.7 ms^{-1} at 100 m. The upwind estimate is thus consistent with the direct, near-surface wind measurement from Table I and Fig. 3 (3.7 m s^{-1}). The downwind estimate is notably larger. The relationship between the wind profile and its estimate from the observed apparent sound speed at distance is complex. In an idealized ray-view of downward refraction, the earliest arrival (which determines the TOA) is due to rays which travel above the lowermost several meters of the atmosphere. The larger the range, the larger the height of those rays, the larger the effective sound speed (Fig. 4). Hence, besides the sensor positioning and sound convection, sound refraction may also modulate the apparent sound speed.

V. STOCHASTIC FLUCTUATIONS OF IMPULSE SOUNDS

We now discuss the stochastic variability of the acoustic signals. In line with Sec. IV, we distinguish between the TOA fluctuations, referred to as wander, and the fluctuations of the (TOA-synchronized) pulse shape, referred to as spread. For reasons detailed at the end of this section, we regard atmospheric turbulence as the primary cause of the observed stochastic fluctuations in the measurements.

A. Pulse spread

The shot-to-shot fluctuations in the signatures are shown in Figs. 9–12. Figure 14 details the statistics of the complex pressure in the case of downwind propagation of cannon's shots, at frequencies of 100 and 1000 Hz. In a general sense, the initial amplitude (radial) fluctuations are due to the variability of the source. As range increases, phase (angular) fluctuations first form, then amplitude fluctuations increase, leading to randomized statistics. Such progressive changes are well documented in narrowband measurements (Bass *et al.*, 1991; Norris *et al.*, 2001) and simulations (Ehrhardt *et al.*, 2013). The fluctuations increase with frequency (e.g., Tatarski, 1961). The 1000-Hz statistics at 450 m are typical of the saturation regime, with a Rayleigh-type distribution of the (normalized) amplitude and a uniform distribution of the

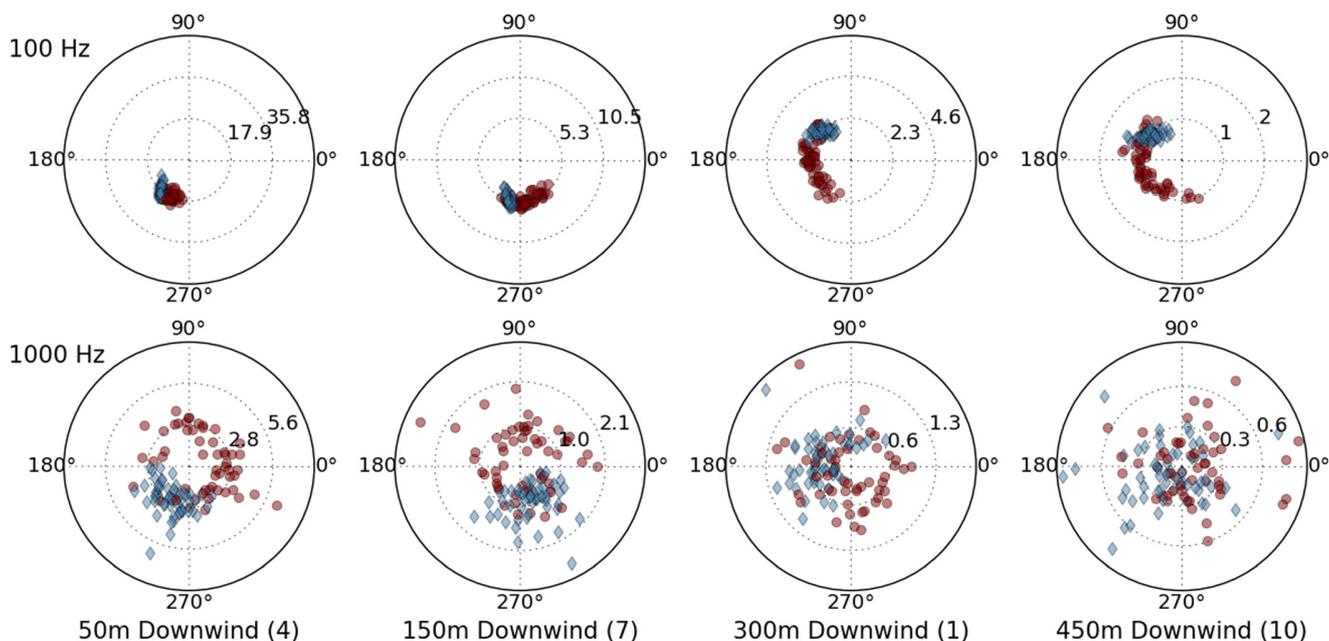


FIG. 14. (Color online) Complex pressure at (top) 100 and (bottom) 1000 Hz, for the cannon's shots of the downwind line configuration of 20 October. The red disks (respectively, blue diamonds) stand for source-synchronized data (respectively, TOA-synchronized). Overlapping dots appear as darker. The first dashed circle of each panel gives the average amplitude over shots.

phase. Combined with the low-pass filtering attributable to upward refraction, the frequency dependence explains why the cannon shots are less randomized upwind than downwind (Fig. 9).

Figure 15 analyzes the statistics of the complex pressure in the circle configuration at 100 m, for the loudspeaker. Using an anisotropic spectrum of velocity fluctuations, [Ostashev et al. \(2004\)](#) theoretically derive that the variances of the log-amplitude and phase fluctuations should be stronger streamwise (downwind and upwind) than in the

transverse direction. Our measurements do not allow to confirm this expectation (Fig. 15).

As discussed above, the loudspeaker's signal exhibits an enhancement of the high frequencies downwind compared to upwind. Since turbulence affects the higher frequencies in a more severe manner, one would thus expect larger fluctuations of the time-domain signatures downwind compared to upwind. This is not observed (Fig. 12). In fact, the lower frequencies of the loudspeaker's signature (below 400 Hz) pertain to noise (Figs. 12 and 15). The sensitivity to the wind direction is thus

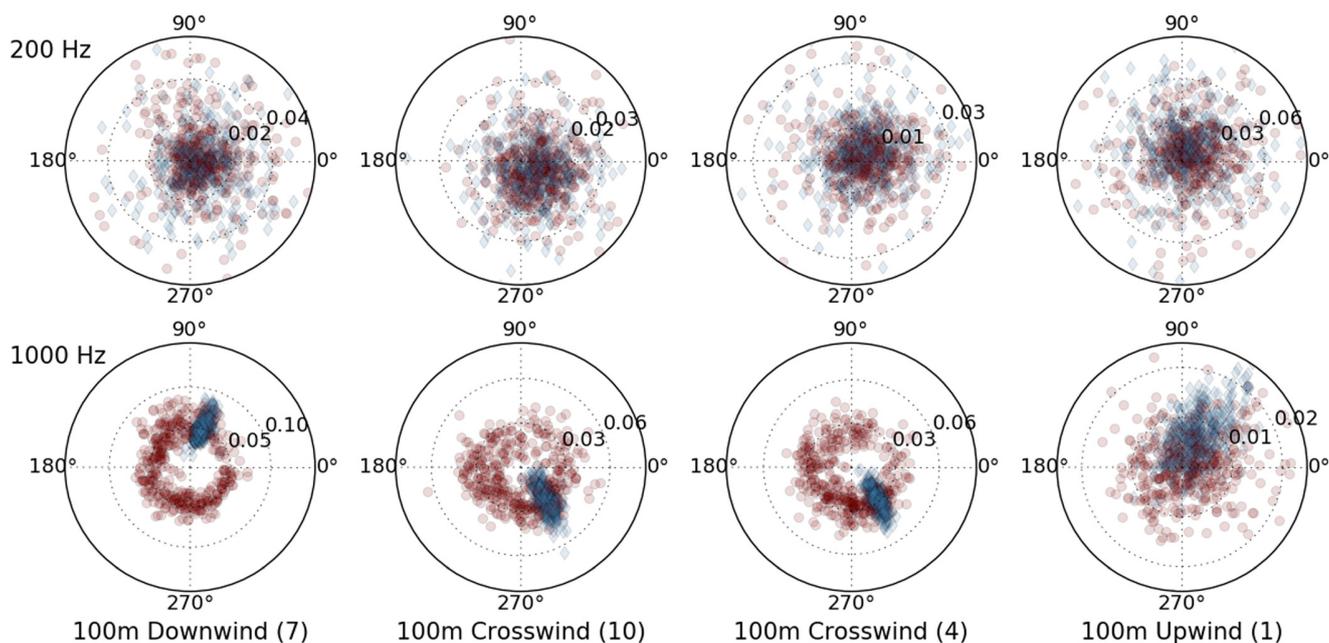


FIG. 15. (Color online) Same as Fig. 14, but for the circle configuration at 100 m with the loudspeaker, at 200 and 1000 Hz.

driven by the frequency band 400–1000 Hz. This band is largely phase-randomized in all propagation directions, but the amplitude variations are fully saturated only in the upwind direction (Fig. 15). Physically, this promotes the idea that the 100-m range is already within the shadow zone for the 1000-Hz frequency. This explains why the loudspeaker shows more variability upwind than downwind, contrary to the canon (Fig. 12). This contrast illustrates the specificity and the complexity of impulse sound propagation.

The contrast between the source- and TOA-synchronized scatters in Figs. 14 and 15 provides information on whether the phase randomization is coherent to the pulse (wander), or whether it also has an additional dependence (phase spreading). In the former case, the TOA-synchronization results in closely packed distributions, as seen in the upper plots of Fig. 14. In the latter case, the TOA-synchronized complex pressures of all shots average to nearly zero. Graphically, the distributions are loosely packed, with full phase randomization. The amplitude of this average would markedly drop compared to the average amplitude shown in Figs. 9–12.

B. Pulse wander

Besides the deterministic TOA fluctuations of Sec. IV, the TOA fluctuates from shot to shot. This pulse wander is now investigated, starting with a theoretical analysis for downwind or upwind convection (the extension to other propagation directions is direct with the appropriate wind characteristics). Let X denote the range, t the TOA, $c = X/t$ the apparent speed, and c_0 a reference value of c . Let Δt (respectively, Δc and Δu) denote the root-mean square of the fluctuations of t (respectively, of c and u). One has $\Delta t = X\Delta c/c_0^2$. From a first-order consideration focused on wind convection, Δc should scale as the fluctuation Δu of the streamwise wind path-averaged over range: $\Delta c \approx \Delta u$. This leads to $\Delta t = X\Delta u/c_0^2$. The key issue is to parameterize Δu . The parameterization $\Delta u = \sigma_u \sqrt{2L_u/X}$ has the following properties. First, at long ranges, it varies as $1/\sqrt{X}$ as expected from the error of a mean estimate—or in other words, path-averaging. Second, when $X \approx 2L_u$, it gives $\Delta u \approx \sigma_u$ in line with the crude eddy model discussed in Sec. II C. Using this parameterization in the wander expression, we obtain

$$\Delta t = \frac{1}{c_0} \mu \sqrt{2L_u X}, \quad (2)$$

where $\mu = \sigma_u/c_0$ is the root-mean square of the refractive index fluctuations. Physically, Δt is the temporal wander and $c_0\Delta t$ is the spatial wander of the wavefront. For a wavenumber k_0 , let us introduce the strength parameter $\Phi = k_0 c_0 \Delta t$, which is the phase wander. Equation (2) gives

$$\Phi = k_0 \mu \sqrt{2L_u X}, \quad (3)$$

which bears a large resemblance to the classical result of Flatté *et al.* (1979) (their Eq. 6.2.6). The absence of the factor $\sqrt{2}$ in the expression by Flatté *et al.* stems from their integral length being defined with an integration of the

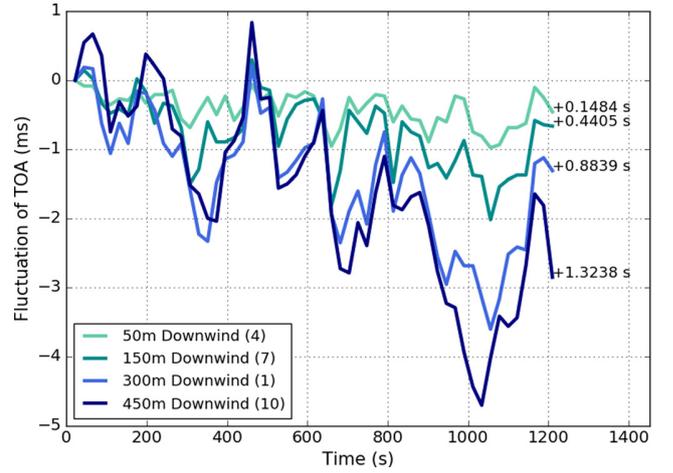


FIG. 16. (Color online) Fluctuations of the TOA in the downwind line configuration of 20 October. The TOA of the first shot (indicated on the right-hand-side of the panel) is taken as reference.

correlation function from $-\infty$ to $+\infty$, see, e.g., Wilson (2000) (his Eq. 1). Equation (3) is a result for a moving random medium, while Flatté’s relationship was obtained for a motionless random medium. The use of the refractive index in Eq. (3) stresses that the overall derivation can be transposed to scalar fluctuations (e.g., temperature in the atmosphere). More importantly, our derivation is original in that it sheds light on the physical views which underlie this result, and its impulse sound counterpart Eq. (2). In particular, it reveals that the dependence of Φ in \sqrt{X} combines (i) a dependence in X if Δc would not depend on range, and (ii) a dependence in $1/\sqrt{X}$ due to path-averaging of Δc .

To capture the wander, the acoustic recordings must be analyzed with synchronization at the source emission time (see, e.g., the definition of t above). The observations of Fig. 16 give a wander Δt which increases with range. The validation of the parameterization of Δu is beyond the scope of this section. On the other hand, Δu (variability of the path-averaged wind) can be directly evaluated from the wind measurement, under the frozen turbulence hypothesis. Table II compares the acoustic wander Δt to its estimate $X\Delta u/c_0^2$. Upwind, the estimated wander is in fair agreement with the observation at all ranges. In the downwind cases, the estimate tends to be biased-low. The estimate is based on wind measurements at a height of 1.7 m, whereas downwind propagation involves higher atmospheric levels. The height difference may explain the discrepancy in two distinct manners. First, the mean wind speed at 2 m is biased-low compared to higher levels, the averaging time is biased-high, which tends to underestimate Δu and Δt . Second, it is expected that the integral scale increases with height.

TABLE II. Observed versus estimated wander at ranges 50, 150, 300, and 450 m, in upwind and downwind line configurations.

	Upwind (18 Oct)	Downwind (18 Oct)
Observed Δt (ms)	0.24, 0.6, 0.97, 1.26	0.33, 0.72, 1.34, 2.04
Estimated Δt (ms)	0.29, 0.72, 1.18, 1.42	0.3, 0.68, 1.14, 1.5

[Without entering lengthy details, this expectation can be formalized in the turbulence parameterization of Cheinet (2012): the integral scale is proportional to the outer scale, which increases with height under MOST]. Such an increase may also contribute to the observed enhancement of the downwind wander [Eq. (2)].

Another notable aspect of Fig. 16 is the correlation in the instantaneous wander (or apparent speed fluctuation) at various ranges. The same type of correlation is obtained between the apparent speeds between microphones at 10 and 150 m, 150 and 300 m, and 300 and 450 m (not shown). Figure 13 also reveals a large correlation between the downwind and upwind apparent speeds, which is rather surprising given the distinct propagation paths and the unavoidable decorrelation due to the finite integral length. An integral length L_u much longer than the propagation range (or a weak turbulence rate) would produce perfect correlations. Conversely, a small L_u would result in a near-zero correlation. Hence, the observed correlations suggest that L_u is on the order of the propagation range (a hundred meters), in agreement with the concomitant (late afternoon) estimate of Sec. II C.

Analyzing the circle configurations, the wander is reduced for crosswind propagation (see, e.g., Figs. 13 and 18 below) compared to upwind and downwind. This suggests that the crosswind wind variance and/or integral length are reduced compared to their streamwise counterparts, as noted for σ_v on Fig. 3 (see also Wilson and Thomson, 1994). As noted in Sec. II, the CSAT3 is unable to document the integral length relevant to crosswind propagation.

The circle configuration at 200 m with the loudspeaker (starting at 17:53) shows notably less variability than at 100 m (starting at 15:45): less spread, less wander, etc. (not shown for brevity). This result is very counterintuitive, in the sense that longer propagation ranges imply enhanced stochastic effects (e.g., Fig. 14). It is explained by the major change in the wind turbulence characteristics between the two configurations, see Fig. 5. Turbulence is thus the primary driver of the observed variations. The ground characteristics (impedance, ground height, vegetation height) spatially vary over natural grounds (e.g., Guillaume *et al.*, 2015). These ground variations might still contribute in combination with the turbulence-induced fluctuations.

VI. COHERENCE OF IMPULSE SOUNDS

This section illustrates some aspects of the coherence of impulse sounds, as theoretically discussed in Ostashev and Wilson (2015). The loss of coherence here refers to the propagation-induced random mismatch between acoustic characteristics which should deterministically match.

A. Spatial coherence

We first investigate the spatial coherence, which characterizes the capacity of the propagation medium to drive fluctuations, at distinct receivers, of a signal emitted at one instant. In the experiment, the transverse coherence is accessible at three separation distances on each bar (Sec. III). Here we discuss the cross-correlation between two

microphones 1 m apart. The maximum cross-correlation (MXC) provides information on how much the signals at the two microphones differ, once their relative wander is removed. The relative wander itself (time lag at MXC) can be interpreted as an angle of arrival (AOA)—this is a method of choice for the AOA determination of impulse sounds (Damarla, 2015).

Figure 17 illustrates the AOA histograms obtained at 100 m in the circle configuration with the loudspeaker. The average AOA for each position is subtracted (it is not strictly zero, due to misalignment of the bar and/or horizontal refraction). The finite sampling rate induces an uncertainty of 0.4° in the AOA retrieval. The AOA fluctuations downwind and upwind are generally larger than crosswind. This result is also found with the cannon. This contrast may result from the wind turbulence being larger stream-wise than crosswind (Sec. II, see also Sec. V). Conversely, the MXC is generally lower downwind than upwind (not shown for brevity), as the early oscillations downwind show a notable transverse decorrelation.

The cannon's configurations allow exploration of the sensitivity to range (not shown). The AOA scatter increases with range upwind, up to extrema on the order of $\pm 5^\circ$ at 450 m with a $5\text{--}6\text{ m s}^{-1}$ wind. In effect, the lower the signal frequency (and the larger the noise), the larger the uncertainties on the TOA. On the contrary, the AOA scatter does not increase downwind, as the early oscillations in the time-domain signals still provide a relatively well-resolved relative wander.

B. Temporal coherence

We now address the temporal coherence, i.e., the correlation, at one receiver, between signals emitted at distinct instants (e.g., Ostashev *et al.*, 2014). This metric determines the statistics of signatures collected at a sensor, given the same deterministic scenario. Figure 18 shows the recorded signatures during 400 s in a configuration comparable to Fig. 8 but at 100 m range and with the loudspeaker. The loudspeaker repetition rate (1 s) is sufficient to provide a continuous view of the time changes of the pulse shape as well as the pulse TOA. Hence the sub-second variability is not dominant. A decorrelation time can be inferred from the wander and/or from the amplitude fluctuations. The observed wander is on the order of tens of seconds, which is consistent with

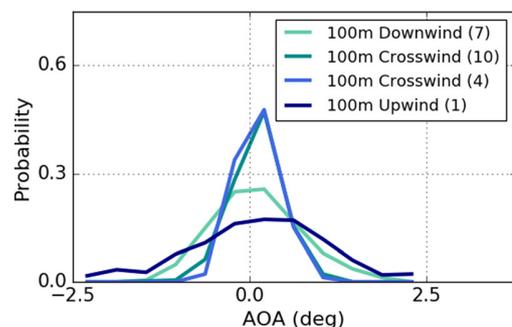


FIG. 17. (Color online) Probability density function of the AOA in the circle configuration at 100 m with the loudspeaker.

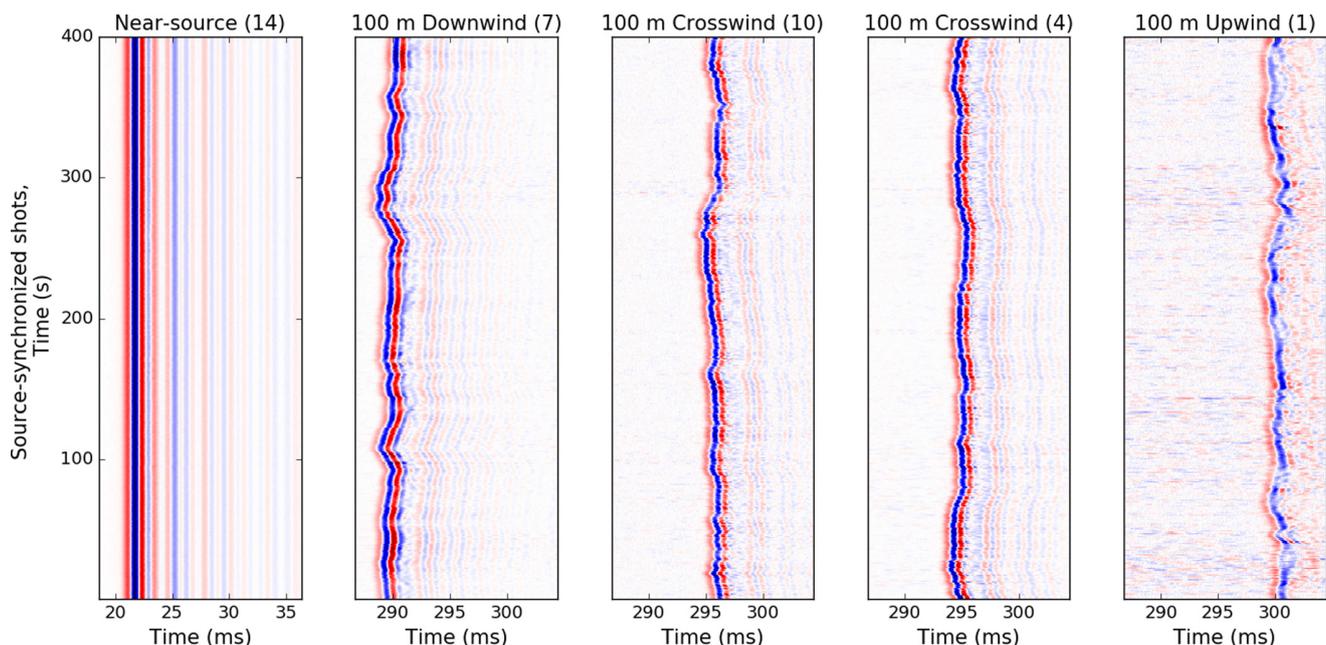


FIG. 18. (Color online) Acoustic pressure in the circle configuration at 100 m. The horizontal axis is a short time window relative to the loudspeaker emission, the vertical axis is the time within the 400 s inspected duration. The color scale is between minus/plus the maximum absolute pressure over the shots of each microphone.

the day-time results of [Wilson *et al.* \(1999\)](#). The larger coherence time of downwind propagation (compared to crosswind) is theoretically analyzed by [Ostashev *et al.* \(2014\)](#). The cannon's signature fluctuations (separated by 22 s) are loosely correlated from shot to shot (see also Fig. 16). Last, analysis over longer periods shows that statistics over 30 min, as considered in our experiment, are statistically representative (except in case of non-stationarity, Sec. III).

C. Frequency coherence

Last, we address the frequency coherence, which is also considered in the literature (e.g., [Havelock *et al.*, 1998](#); [Ostashev *et al.*, 2016](#)). Let us define the frequency coherence matrix as

$$C(f_1, f_2) = \frac{|\langle H(f_1, f_2) \rangle|}{\langle H(f_1, f_1) \rangle^{\frac{1}{2}} \langle H(f_2, f_2) \rangle^{\frac{1}{2}}}, \quad (4)$$

where $H(f_1, f_2) = \hat{p}(f_1) \hat{p}^*(f_2)$. In these expressions, $\hat{p}(f)$ denotes the complex pressure of a shot recording at the frequency f , the star denotes complex conjugate, and the brackets $\langle \cdot \rangle$ denote an average over shots of a same configuration.

Figure 19 shows the coherence matrix in the circle configuration at 200 m with the cannon (the loudspeaker gives similar results). The frequency separation $|f_1 - f_2|$ is the distance to the $y = x$ axis. The so-called coherence bandwidth scales the width of the larger diagonal values. Near the source, the coherence is close to one, except for frequencies around 500 Hz, due to the randomness of the source emission at 500 Hz (Fig. 6). At 200 m, the ground interference causes a coherence drop downwind around 200 Hz (Fig. 9). The low signal frequencies keep a high coherence, as they are weakly

affected by turbulence. Conversely, at frequencies above 500 Hz, the coherence bandwidth shows a notable reduction, in particular upwind. Last, the coherence bandwidth generally decreases with range. At 450 m, it is on the order of 150 Hz downwind, and of 30 Hz upwind. The downwind versus upwind contrast and the bandwidth decrease with range are consistent with the observations of [Havelock *et al.* \(1998\)](#).

VII. SUMMARY AND DISCUSSION

Acoustic sensing systems are used to detect and localize sounds from threats, such as guns and artillery. Their performance is sensitive to propagation effects on the acoustic signature of the shot as it propagates from the source to the sensors. A recent collaborative effort was aimed at providing a quantitative experimental dataset on atmosphere-induced pulse variability, combining controlled and synchronized acoustic and atmospheric measurements, with additional *in situ* measurements for ground characterization (roughness and impedance).

This article provided an overview of the experiment. The site was a nearly ideal location, consisting of a large, homogeneous, flat field in a relatively quiet area. The acoustic measurements came from 14 autonomous recording devices, measuring impulse sound broadcast by omnidirectional, reproducible sources. The device design allowed a wireless yet accurate synchronization of all recordings. This synchronization of distant sensors was a key feature of the experiment. It allowed the monitoring of the time of arrival, as is the basis for distinguishing between pulse wander and spread. The dataset included 10 configurations of 30–50 min continuous recordings, obtained over 3 days in October 2016. It addressed propagation ranges from 3 to 450 m, with

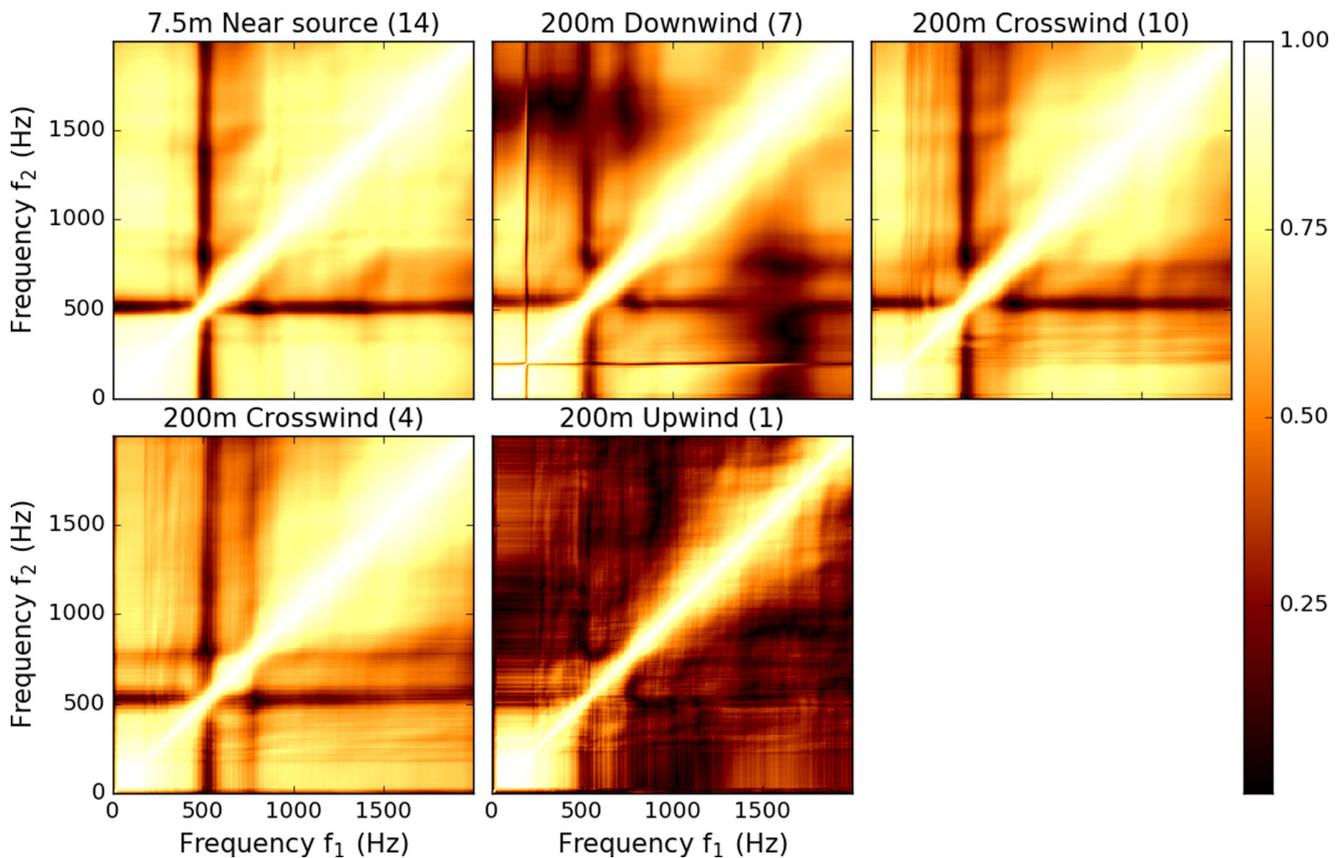


FIG. 19. (Color online) Coherence matrix in the circle configuration at 200 m with the cannon. The near-source matrix is shown for reference (right panel). After Eq. (4), the coherence matrix is symmetric along the $y = x$ axis, and has a diagonal of ones.

upwind/downwind/crosswind directions and transverse separations at 0.5, 1, and 1.5 m.

As to the environment, specific measurements were performed to document the *in situ* ground impedance. The analysis agrees with the expected acoustic characteristics of a natural grass. Atmospheric measurements provided concurrent characterization of the on-site meteorology, with standard atmospheric stations and a nearby meteorological tower. The analysis confirms that the near-surface atmosphere was essentially wind-driven during the experiment. A sonic anemometer also provided turbulence measurements. Its data reveal the complexity of wind turbulence, with (i) a strong dependence on the meteorological forcings, (ii) a significant intermittency of the 10-min statistics, and (iii) an anisotropic behavior even down to small eddy sizes. In the future, the analysis of the CSAT3 measurements could be supported by quantitative quality checks (e.g., Foken and Wichura, 1996). The concurrent data available from the other instruments (Appendix A) could also be analyzed. Last, the sonic anemometer also provide the input parameters to MOST. The MOST predictions for the average and variance of the horizontal wind speed most often agree with direct measurements during the experiment. Hence the database can be complemented with some atmospheric profiling relationships available under MOST.

An analysis of the acoustic recordings reveals how the propagation of transient signals is impacted by a combination of absorption, turbulence, mean refraction, diffraction,

and ground reflection. The resulting physics is, to a large extent, not reducible to any of these processes taken individually. The pulse shape undergoes major, progressive modifications due to deterministic (range, wind direction) as well as stochastic factors (spatial and temporal changes, ascribed to atmospheric turbulence). Further complications in the propagated signatures are observed due to dispersive modulations caused by the ground dip, interference with the background noise and atmosphere-induced refraction.

The pulse time of arrival, which primarily depends on the range, also appears sensitive to other propagation effects. A discussion is given which enlightens and generalizes the theoretical expression given by Flatté *et al.* (1979) for the pulse wander. A notable part of the pulse wander appears attributable to the larger turbulence scales. Contrary to the pulse shape, the wander and AOA scatter of the signals are relatively similar in the streamwise directions, in contrast to the crosswind directions.

The present results suggest that shot measurements, even at relatively short ranges, must carefully account for propagation effects. For example, some characteristics of the 30-m range measurements of Beck *et al.* (2011) may be affected by atmospheric-driven variability. As to modeling, they stress that realistic impulse sound propagation modeling needs to account for realistic, complex propagation effects. For example, the impact of turbulence must be accounted for to describe the sound characteristics inside the shadow zone and at frequencies in the ground dip. Because the

propagation effects are dispersive, the time-domain signals are difficult to understand solely from single-frequency analysis. Last, theoretical and modeling studies are generally (and often implicitly) based on source-synchronization. The present experimental results show that TOA-synchronization yields additional insights on the pulse variability and the wander versus spread distinction.

The present dataset does not scan over the full range of environmental conditions met over Earth. Among others, the sensitivities of the acoustic signatures to the thermal effects (stratification and turbulence in response to buoyancy forcing) and to the ground type remain to be investigated. Two approaches may be considered to address impulse sounds propagating in other circumstances.

- (1) The present experimental dataset may be used to evaluate theories for transient signal propagation through turbulence, such as the ones recently formulated by [Ostashev et al. \(2014\)](#) and [Ostashev et al. \(2016\)](#). Time-domain numerical models also provide a simulation framework well suited to impulse sounds ([Cheinet et al., 2016](#)). Once satisfactorily evaluated against the present dataset, the numerical models and theories may be used to assess other environmental conditions.
- (2) Alternatively, the present experimental procedure appears to be appropriate for investigating other environmental conditions. One limitation may be that stronger winds may induce stronger screen-induced noise. Such an empirical assessment circumvents the need for a numerical modeling of the atmosphere. It requires, however, an experimental scan of many diverse ground-weather combinations.

Be it based on outdoor experimental or numerical modeling approaches, generalizing the present results to other environments implies a corresponding assessment of these environments. Whereas the ground characterization may be feasible, addressing the atmosphere at the scales of relevance is a long-term research challenge owing to atmospheric sciences. In the present study, this structural difficulty appears, e.g., in the limitations attached to MOST and to an isotropic view of turbulence. For example, the wind fluctuations for crosswind separations has a direct impact on crosswind sound propagation, but its monitoring requires a complex experimental procedure. An indoor assessment may not be capable of capturing the generality of these outdoor effects.

The noted environmental effects on transient signatures can strongly affect some major aspects of shot sensing:

- **Detection:** detection can be affected, for example, by alterations of the signal-to-noise ratio. The maximum signal-to-noise ratio should be expected in the downwind direction (larger mean value, larger variations). Conversely, the upwind signatures show smaller signal-to-noise ratios. Analysing impulse sounds in shadow zones is critical, since these zones represent the most unfavorable case for detection ([Nation et al., 1993](#); [Cheinet and Broglin, 2015](#)).
- **Localization:** the relative wander between two microphones of an acoustic array alters the source localization in TOA-based localization approaches (e.g., [Ferguson](#)

[et al., 2002](#)). The signal's AOA, which is of primary interest to sensing purposes, can also be affected. In fact, all alterations of the spatial-temporal coherence, as documented in Sec. VI, are relevant to acoustic sensing with microphone arrays.

- **Classification:** some algorithms for classifying weapon signatures use the relative power between low- and high-frequency components of the signal. Our results show that outdoor propagation causes major modifications of this spectral balance, which would impact the performance of classification algorithms. Besides, classification can be affected by the spread of the time-domain signature and of its frequency content.

These sensitivities are consistent with those previously reported with shot sensing systems ([Cheinet and Broglin, 2015](#)). They give a more general and systematic view of the physics at play. Thus, it is believed that the present experimental dataset can be used to evaluate, and possibly harden, acoustic sensing algorithms against real-world propagation effects ([Drémeau and Herzet, 2017](#)). Still, such systems may be used at ranges larger than those considered in this study, and in other (possibly more adverse) atmospheric conditions, with, e.g., stronger winds. Thus, more severe modulations could affect the outdoor acoustic signatures of shots sensed by these systems.

Impulse sounds are of concern in many other applications besides shot sensing. Among others, the induced noise pollution is a major constraint to military installations (e.g., [Swearingen et al., 2017](#)). In the future, the signatures measured in the present study could be processed with the filters appropriate for such applications, starting with the A- or C-frequency weighting and subsequent noise pollution metrics. The revealed large sensitivity of the signatures to environmental parameters is expected to affect the corresponding noise. From the present dataset, it would be interesting to investigate the randomization of noise metrics due to, e.g., atmospheric turbulence. Quantifying such randomization is important for defining confidence thresholds for noise regulation.

ACKNOWLEDGMENTS

This research was accomplished under Cooperative Agreement No. W911NF-15-2-5225, managed by J. Becker. It was sponsored by the Army Research Laboratory and the German Department of Defense (BAAINBw). The experiment was performed under ISL-WTD91 Agreement No. 20185. We thank the NATO SET-233 working group for fruitful discussions on this study, and the ISL/BDO service for management of the cooperation and contractual agreements. The physical interpretations in this work benefited from the High Performance Computing resources from GENCI-IDRIS Grant No. 2016-A0022A07720. The views and conclusions contained in this document are those of the authors and should not be interpreted as representing the official policies, either expressed or implied, of the Army Research Laboratory or the U.S. Government. The U.S. Government is authorized to reproduce and distribute reprints for Government purposes notwithstanding any copyright notation herein.

TABLE III. Characteristics of the available atmospheric monitoring stations. The CSAT3 wind components (1, 2, 3), respectively, stand for northward, eastward, and vertical directions. For the other stations, the wind speed relates to the horizontal wind.

Station name	Location	Sampling rate	Parameter	Height (m)
Station 1	On-site	1 min	Wind speed (m s^{-1})	4.0
			Wind direction ($^\circ$)	4.0
			Air temperature ($^\circ\text{C}$)	2.0
			Humidity (%)	2.0
Station 2	On-site	1 s	Wind speed (m s^{-1})	1.7
			Wind direction ($^\circ$)	1.7
			Temperature ($^\circ\text{C}$)	1.7
			Humidity (%)	1.7
			Pressure (mb)	1.7
			Humidity (%)	1.7
CSAT3	On-site	0.05 s	Wind 1 (m s^{-1})	1.7
			Wind 2 (m s^{-1})	1.7
			Wind 3 (m s^{-1})	1.7
			Sonic Temp ($^\circ\text{C}$)	1.7
			Humidity (%)	1.7
CSAT3 extension	On-site	1 s	Humidity (%)	1.7
Station 3	2 km from field	1 min	Temperature ($^\circ\text{C}$)	1.7
			Wind speed (m s^{-1})	6.0
			Wind direction ($^\circ$)	6.0
			Air temperature ($^\circ\text{C}$)	2.0
Tower	7 km from field	1 min	Humidity (%)	2.0
			Wind speed (m s^{-1})	1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 85
Tower	7 km from field	1 min	Wind direction ($^\circ$)	16, 85
			Air temperature ($^\circ\text{C}$)	0.5, 1, 2, 16, 48, 80

APPENDIX A: ATMOSPHERIC MEASUREMENTS

Table III gives an overview of the atmospheric measurements in ADVISE. We now detail the CSAT3 measurements. Sonic anemometry is based on a time-of-arrival analysis of ultrasound signals between probes. The difference between opposite paths provides information on the sonic temperature and on the on-axis wind component (see, e.g., Sec. III A). The multi-probe head (Fig. 2) provides the three-dimensional wind. The separation between humidity and temperature is obtained with an additional system. Beyond this principle, a number of specific aspects must be noted.

First, the unavoidably imperfect vertical orientation of the transducers' head implies that some horizontal components may contaminate the vertical velocity. The method proposed by Wilczak *et al.* (2001) is used to correct this problem. Second, the wind reference axis is rotated so that the u component is streamwise—the transverse and vertical wind components (v, w) thus have a zero time-average. Third, the essential theoretical framework on small-scale turbulence statistics is expressed in terms of spatial separations. The analysis of sonic anemometer time series thus requires a conversion between temporal and spatial sampling. Our conversion, apparent in Eq. (1), follows the standard Taylor's hypothesis, which views turbulence as frozen in a field moving with the mean streamwise speed. Based on Edson and Fairall (1998), among others, the subsequent error should be

small in ADVISE. Fourth, there are known high-frequency (i.e., small-separation) response distortions due to the path-averaging effect between probes, the shadow effect due to the holding structures and transducers, the sensor dynamic response, measurement contamination by noise, and other effects (Oncley and Horst, 2013).

APPENDIX B: MONIN-ObukHOV SIMILARITY THEORY

The theoretical foundation and equations of MOST are described in, e.g., Stull (1988). In this study, the surface roughness length z_0 is estimated to be 0.005 m, and u_* and F_b are calculated following the eddy-covariance method,

$$u_* = (\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2})^{1/4}, \quad (\text{B1})$$

$$F_b \approx \overline{w'T'_s}. \quad (\text{B2})$$

Here, T_s is the sonic temperature, (u, v, w) are the wind components (streamwise horizontal, transverse horizontal, and vertical, respectively). The buoyancy flux F_b is here defined as the vertical flux of virtual temperature. The virtual temperature is given by the sonic temperature to a very good approximation (Kaimal and Gaynor, 1991), which motivates Eq. (B2). The vertical fluxes $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$, and $\overline{w'T'_s}$ in Eqs. (B1) and (B2) are calculated from the CSAT3 measurements at 1.7 m above the ground (Table II); this gives an excellent approximation of their value at the surface, as used in MOST.

In the above equations, the overbar denotes an ensemble (or Reynolds) averaging, and the prime denotes the departure of an instantaneous value from its average. In our analysis of point measurements, time averaging is used to approximate ensemble averaging. On physical grounds, the averaging time window has constraints in time. A lower limit relates to the requirement of quasi-stationary statistics. An upper limit is due to the non-stationarity of the meteorological forcings (sun elevation, etc.). These limits also depend on the footprint area of the measurements and on the heterogeneity of the site. In practice, the choice of a time windowing is arbitrary. This reflects the loose support for the existence of a gap between meteorological (synoptic- and meso-) scales on one side, and turbulence scales on the other side. We follow the standard practice in near-surface meteorology, which is to use averaging periods between 10 and 60 min. A time average over 10 min qualitatively amounts to a spatial averaging (i.e., an upwind footprint) over 600 m (respectively, 3000 m) for a 1 m s^{-1} (respectively, 5 m s^{-1}) mean wind.

Given z_0 , u_* , and F_b , one can calculate the Obukhov length $L = -u_*^3 \theta / (\kappa g F_b)$, with g the gravity, $\kappa = 0.4$ the von Karman constant, and θ a reference surface temperature. The derivation of the mean horizontal wind speed U and of the momentum structure parameter C_U^2 follows standard relationships, see, e.g., Cheinet (2012) [Eqs. (C1a) and (C7a)]. These relationships give a near-logarithmic profile for the

mean wind, in which the strongest gradients are nearest to the ground and wind increases with height. For the root-mean square of the horizontal wind speed fluctuations (σ_U), we use

$$\sigma_{U,unstable}(z) = u_* \sqrt{2} \left(12.0 + 0.5 \left(\frac{z_i}{-L} \right) \right)^{1/3}, \quad (\text{B3})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{U,stable}(z) \\ = u_* \sqrt{\left(2.3 + 4.3 \left(\frac{z}{L} \right)^{0.5} \right)^2 + \left(2.0 + 4.0 \left(\frac{z}{L} \right)^{0.6} \right)^2}. \end{aligned} \quad (\text{B4})$$

Here z_i is the boundary layer height, taken as 400 m. The expression under stable conditions ($L > 0$) is from [Pahlow et al. \(2001\)](#) [their Eq. (14)]. The expression in unstable conditions ($L \leq 0$) is from [Panofsky et al. \(1977\)](#). It can be shown that it is in good agreement with the proposal from [Wilson \(2000\)](#) (his Secs. III D and III B). The numerical coefficients are subject to some uncertainty, which explains the discontinuity between the two expressions at neutrality. In ADVISE, the buoyancy flux F_b is very small, L is larger than 20 m, so the terms in z/L are only small corrections of the other terms.

MOST provides no information on the horizontal wind direction. The physical processes which determine the direction only marginally depend on the surface vertical fluxes of buoyancy and momentum; they mostly owe to synoptic and mesoscale meteorology.

Attenborough, K., Bashir, I., and Taherzadeh, S. (2011). "Outdoor ground impedance models," *J. Acoust. Soc. Am.* **129**, 2806–2819.

Bass, H. E., Bolen, L. N., Raspet, R., McBride, W., and Noble, J. (1991). "Acoustic propagation through a turbulent atmosphere: Experimental characterization," *J. Acoust. Soc. Am.* **90**, 3307–3313.

Beck, S. D., Nakasone, H., and Marr, K. W. (2011). "Variations in recorded acoustic gunshot waveforms generated by firearms," *J. Acoust. Soc. Am.* **129**, 1748–1759.

Berry, A., and Daigle, G. A. (1988). "Controlled experiments of the diffraction of sound by a curved surface," *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 2047–2058.

Chamecki, M., and Dias, N. L. (2004). "The local isotropy hypothesis and the turbulent energy dissipation rate in the atmospheric surface layer," *Quart. J. R. Meteorol. Soc.* **130**, 2733–2752.

Cheinet, S. (2003). "A multiple mass-flux parameterization for the surface-generated convection, Part 1: Dry Plumes," *J. Atmos. Sci.* **60**, 2313–2327.

Cheinet, S. (2012). "A numerical approach to sound levels in near-surface refractive shadows," *J. Acoust. Soc. Am.* **131**, 1946–1958.

Cheinet, S. (2014). "Long-term, global-scale statistics of sound propagation," *J. Acoust. Soc. Am.* **135**, 2581–2590.

Cheinet, S., and Broglin, T. (2015). "Sensitivity of shot detection and localization to environmental propagation," *Appl. Acoust.* **93**, 97–105.

Cheinet, S., Cosnefroy, M., Wilson, D. K., Ostashev, V. E., Collier, S. L., and Cain, J. (2016). "Effects of turbulence on impulse sound propagation near the ground (In French)," in *Proceedings of the French Acoustical Society Symposium*, Le Mans, France, pp. 6.

Chunchuzov, I., Kulichkov, S., Otrezov, A., and Perepelkin, V. (2005). "Acoustic pulse propagation through a fluctuating stably stratified atmospheric boundary layer," *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, 1868–1879.

Collier, S. L., and Wilson, D. K. (2004). Performance bounds for passive sensor arrays operating in a turbulent medium: Spherical wave analysis, *J. Acoust. Soc. Am.* **116**, 987–1001.

Cramond, A. J., and Don, C. G. (1985). "Impulse propagation over grassland in the presence of temperature and wind gradients," *J. Acoust. Soc. Am.* **78**, 1029–1037.

Damarla, T. (2015). *Battlefield Acoustics* (Springer, Berlin), Chap. 9.

Dragna, D., and Blanc-Benon, P. (2014). "Impulse propagation over a complex site: A comparison of experimental results and numerical predictions," *J. Acoust. Soc. Am.* **135**, 1096–1105.

Drémeau, A., and Herzet, C. (2017). "DOA estimation in structured phase-noisy environments," arxiv:1609.03503.

Edson, J. B., and Fairall, C. W. (1998). "Similarity relationships in the marine atmospheric surface layer for terms in the TKE and scalar variance budgets," *J. Atmos. Sci.* **55**, 2311–2328.

Ehrhardt, L., Cheinet, S., Juvé, D., and Blanc-Benon, P. (2013). "Evaluating a linearized Euler equations model for strong turbulence effects on sound propagation," *J. Acoust. Soc. Am.* **133**, 1922–1933.

Ferguson, B. G., Criswick, L. G., and Lo, K. W. (2002). "Locating far-field impulsive sound sources in air by triangulation," *J. Acoust. Soc. Am.* **111**, 104–116.

Flatté, S. M., Dashen, R., Munk, W. H., Watson, K., and Zachariasen, F. (1979). *Sound Transmission through a Fluctuating Ocean* (Cambridge University Press, Cambridge), Chap. 8.

Foken, T., and Wichura, B. (1996). "Tools for quality assessment of surface-based flux measurements," *Agric. For. Meteorol.* **78**, 83–105.

Guillaume, G., Faure, O., Gauvreau, B., Junker, F., Bérengier, M., and L'Hermite, P. (2015). "Estimation of impedance model input parameters from *in situ* measurements: Principles and applications," *Appl. Acoust.* **95**, 27–36.

Havelock, D. I., Stinson, M. R., and Daigle, G. A. (1998). "Measurements of the two-frequency mutual coherence function for sound propagation through a turbulent atmosphere," *J. Acoust. Soc. Am.* **104**, 91–99.

Högström, U., Hunt, J. C. R., and Smedman, A.-S. (2002). "Theory and measurements for turbulence spectra and variances in the atmospheric neutral surface layer," *Bound. Lay. Meteorol.* **103**, 101–124.

Imazumi, H., and Y. Takahashi (2010). "Influence of short-term meteorological variations over flat grass-covered ground on noise level fluctuation and application of mean meteorological data to noise pollution," *Acoust. Sci. Technol.* **31**, 222–230.

ISO (1993). ISO-9613-1: Attenuation of Sound During Propagation Outdoors. Part 1: Calculation of the Absorption of Sound by the Atmosphere (International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland).

Johnson, M. A., Raspet, R., and Bobak, M. T. (1987). "A turbulence model for sound propagation from an elevated source above level ground," *J. Acoust. Soc. Am.* **81**, 638–646.

Kaimal, J. C., and Gaynor, J. E. (1991). "Another look at sonic anemometry," *Bound. Lay. Meteorol.* **56**, 401–410.

Kristensen, L., Lenschow, D. H., Kirkegaard, P., and Courtney, M. (1989). "The spectral velocity tensor for homogeneous boundary layer turbulence," *Bound. Lay. Meteorol.* **47**, 149–193.

Kruse, R. (2007). "Application of the two-microphone method for in-situ ground impedance measurements," *Acta Acust. Acust.* **93**, 837–842.

Longaza, J. (2015). "A theoretical relation between the celerity and trace velocity of infrasonic phases," *J. Acoust. Soc. Am.* **138**, EL242–EL247.

Nation, R., Lang, S., Olsen, R., and Chintawongvanish, P. (1993). "Effects of atmospheric variations on acoustic system performance," NASA Conference Publication 3231, compiled by W. L. Willshire and D. Chestnutt, pp. 41–53.

Norris, D. E., Wilson, D. K., and Thomson, D. W. (2001). "Correlations between acoustic travel-time fluctuations and turbulence in the atmospheric surface layer," *Acta Acust. Acust.* **87**, 677–684.

Oncley, S., and Horst, T. (2013). Calculation of C_n^2 for visible light and sound from CSAT3 sonic anemometer measurements, technical note, https://www.eol.ucar.edu/system/files/files/field_project/DASH04/background.pdf (Last viewed September 22, 2017), pp. 15.

Ostashev, V. E., and D. K. Wilson (2015). *Acoustics in Moving Inhomogeneous Media*, 2nd ed. (CRC Press, Boca Raton, FL), Chap. 7.

Ostashev, V. E., Wilson, D. K., Collier, S., Cain, J., and Cheinet, S. (2016). "Cross-frequency coherence and pulse propagation in a turbulent atmosphere," *J. Acoust. Soc. Am.* **140**, 678–691.

Ostashev, V. E., Wilson, D. K., and Goedecke, G. H. (2004). "Spherical wave propagation through inhomogeneous, anisotropic turbulence: Log-amplitude and phase correlations," *J. Acoust. Soc. Am.* **115**, 120–130.

Ostashev, V. E., Wilson, D. K., Vecherin, S. N., and Collier, S. L. (2014). "Spatial-temporal coherence of acoustic signals in a refractive, turbulent atmosphere," *J. Acoust. Soc. Am.* **136**, 2414–2431.

Pahlow, M., Parlange, M. B., and Porté-Agel, F. (2001). "On Monin-Obukhov similarity in the stable atmospheric boundary layer," *Bound. Lay. Meteorol.* **99**, 225–248.

- Panofsky, H. A., Tennekes, H., Lenschow, D. H., and Wyngaard, J. C. (1977). "The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions," *Bound. Lay. Meteorol.* **11**, 355–361.
- Salomons, E. M. (2001). *Computational Atmospheric Acoustics* (Kluwer Academic, Dordrecht, the Netherlands), pp. 21–36, 239–261.
- Stull, R. B. (1988). *An Introduction to Boundary Layer Meteorology* (Kluwer Academic, Dordrecht, the Netherlands), Chaps. 9 and 14.
- Swearingen, M. E., Horvath, R., and White, M. J. (2017). "Climate analysis for noise assessment," *Appl. Acoust.* **119**, 50–56.
- Talmadge, C. L., Waxler, R., Di, X., Gilbert, K. E., and Kulichkov, S. (2008). "Observation of low-frequency acoustic surface waves in the nocturnal boundary layer," *J. Acoust. Soc. Am.* **124**, 1956–1962.
- Tatarski, V. I. (1961). *Wave Propagation in a Turbulent Medium* (McGraw and Hill, New York), Chap. 7.
- Valente, D., Ronsse, L. M., Pater, L., White, M. J., Serwy, R., Nykaza, E., and Swearingen, M. E. (2012). "Blast noise characteristics as a function of distance for temperate and desert climates," *J. Acoust. Soc. Am.* **132**, 216–227.
- West, M., Walkden, F., and Sack, R. A. (1989). "The acoustic shadow produced by wind speed and temperature gradients close to the ground," *Appl. Acoust.* **27**, 239–260.
- Wiener, F. M., and Keast, D. N. (1959). "Experimental study of the propagation of sound over ground," *J. Acoust. Soc. Am.* **31**, 724–733.
- Wilczak, J. M., Oncley, S. P., and Stage, S. A. (2001). "Sonic anemometer tilt correction algorithms," *Bound. Lay. Meteorol.* **99**, 127–150.
- Wilson, D. K. (1997). "Simple relaxational models for the acoustical properties of porous media," *Appl. Acoust.* **50**, 171–188.
- Wilson, D. K. (2000). "A turbulence spectral model for sound propagation in the atmosphere that incorporates shear and buoyancy forcings," *J. Acoust. Soc. Am.* **108**, 2021–2038.
- Wilson, D. K., Tate, C. R., Swanson, D. C., and Reichard, K. M. (1999). "Acoustic scintillations and angle-of-arrival fluctuations observed outdoors with a large planar vertical microphone array," *J. Acoust. Soc. Am.* **106**, L24–L29.
- Wilson, D. K., and Thomson, D. W. (1994). "Acoustic tomographic monitoring of the atmospheric surface layer," *J. Atmos. Ocean. Tech.* **11**, 751–769.

A.2 Surestimation de l'onde de sol avec le modèle de relaxation

Cette annexe a pour objectif de justifier l'utilisation du modèle à porosité variable par rapport au modèle de relaxation avec un fond rigide pour l'expérience ADVISE (voir section 4.2.1), et, plus généralement, d'illustrer la limitation des mesures d'impédance de sol en champ proche en basses fréquences pour la prédiction des signaux acoustiques à longue distance.

Les figures A.1 et A.2 montrent respectivement les signaux de pression moyens mesurés à 450 mètres de la source en conditions favorables (configuration 18A, présentée dans la section 4.4.1) et en conditions défavorables (configuration 18B de la section 4.4.2), ainsi que les prédictions du modèle FDTD pour les deux modèles de sol. Pour le cas favorable, on constate peu de différences entre les deux sols sur le début du signal temporel. La queue basse-fréquence a en revanche un comportement radicalement différent, et présente une amplitude deux fois plus importante que les résultats expérimentaux pour le modèle de relaxation. Ceci se traduit dans le domaine fréquentiel par une surestimation du niveau sonore dans les basses fréquences. Le même phénomène s'observe pour le cas défavorable et explique les différences visibles sur l'ensemble du signal temporel de la figure A.2, étant donné que l'essentiel de son énergie est contenue dans les basses fréquences. Le modèle à porosité variable permet quant à lui une excellente prédiction des niveaux sous 200 Hz.

La figure A.3 montre les signaux de pression correspondants simulés cette fois pour une atmosphère homogène. On retrouve l'amplification des basses fréquences pour le modèle de relaxation à gauche du *ground dip*, alors que les niveaux sonores sont identiques entre les deux sols au-dessus de 300 Hz. Ceci suggère des différences liées au comportement de l'onde de sol, d'autant plus que celles-ci ne surviennent ici que pour des distances de propagation supérieures à 100 mètres. Comme discuté dans la section 4.2.1, ces deux modèles donnent des résultats équivalents pour de courtes distances de propagation ; il faut donc être attentif au comportement de cette composante lors de mesures d'impédance en champ proche afin d'obtenir des prédictions correctes à longue distance. Ces résultats permettent par ailleurs de confirmer par l'expérience les prévisions numériques de DRAGNA et al. [68] : leur figure 9 est en particulier très similaire aux figures A.1 et A.2 présentées ici.

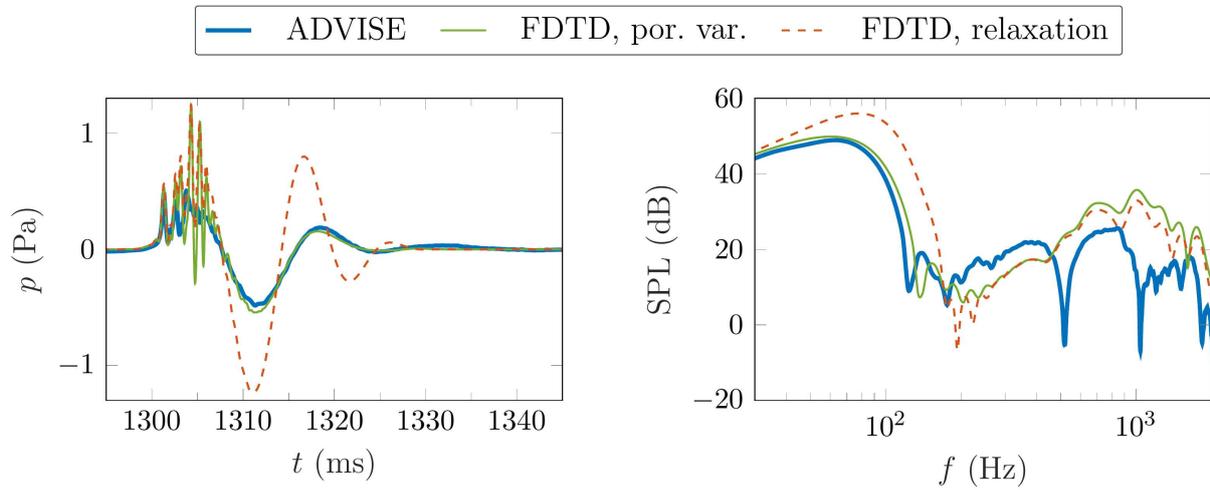


FIG. A.1 : Signal de pression moyen et niveau sonore correspondant mesurés à 450 mètres du canon à gaz en conditions favorables à deux mètres de hauteur (configuration 18A), et simulés avec le modèle de sol à porosité variable et le modèle de relaxation. Le signal expérimental correspond à la moyenne cohérente des tirs du canon (resynchronisés au temps d'arrivée moyen).

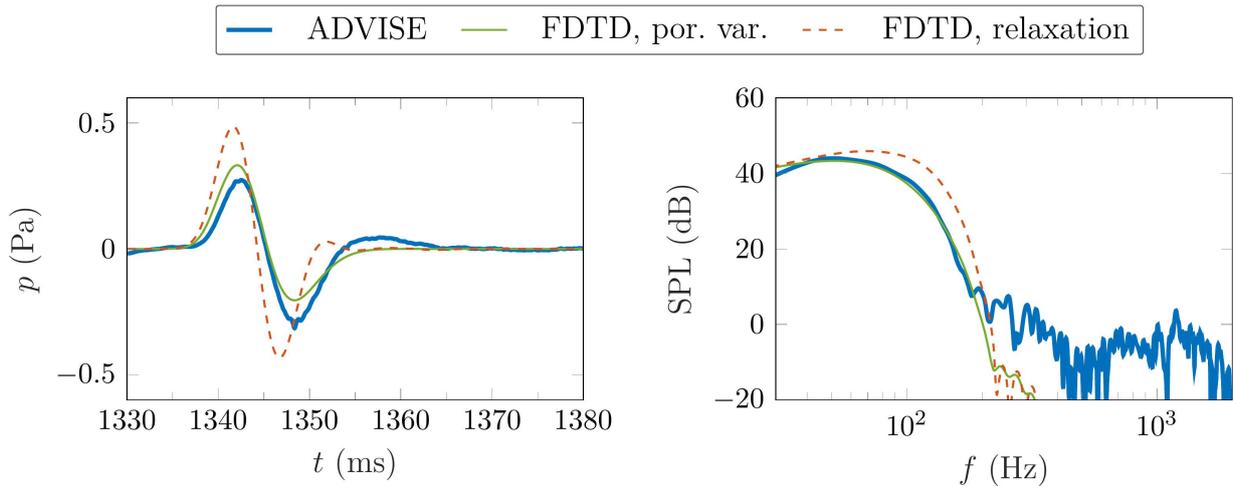


FIG. A.2 : Mêmes résultats que la figure précédente en conditions défavorables (configuration 18B).

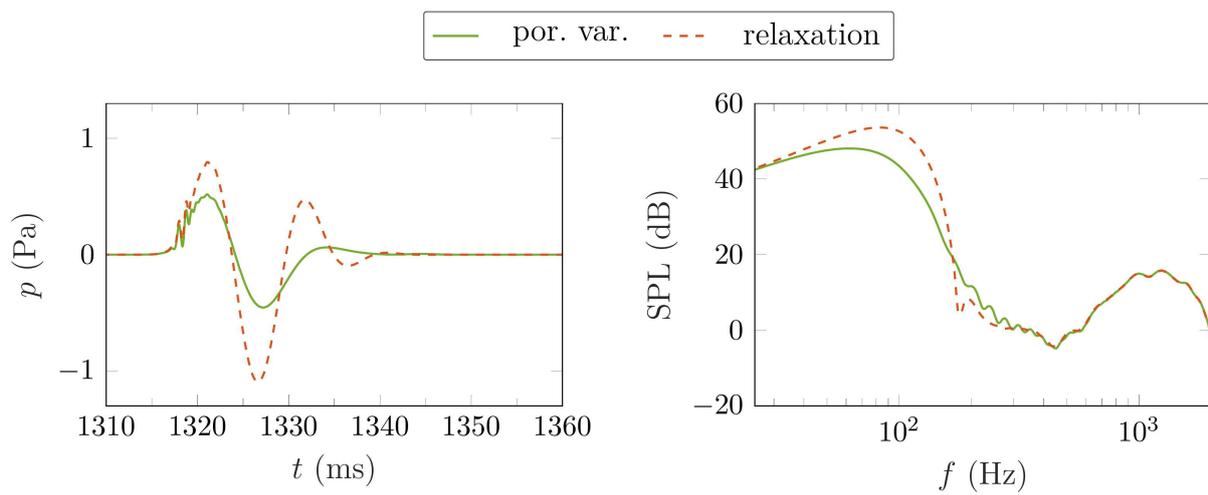


FIG. A.3: Mêmes résultats que précédemment en conditions homogènes.

Annexe B

Distribution initiale de pression gaussienne en champ libre 3D

B.1 Solution analytique dans le domaine temporel

Cette annexe détaille le calcul du champ de pression dans le domaine temporel généré en champ libre tridimensionnel par une distribution initiale de pression de la forme $p(r, t = 0) = g(r)$, où g est une fonction gaussienne centrée en $r = 0$. Le début de la démonstration (jusqu'à l'équation (B.7)) s'inspire de BOGEY et BAILLY [25].

L'équation des ondes en trois dimensions peut tout d'abord s'écrire en coordonnées sphériques en fonction du potentiel des vitesses $\varphi(r, t)$ comme

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = 0. \quad (\text{B.1})$$

On rappelle que la pression acoustique p et la vitesse particulière \mathbf{v} s'expriment en fonction du potentiel des vitesses comme $p = -\partial\varphi/\partial t$ et $\mathbf{v} = \nabla\varphi$. La condition initiale sur la pression se traduit donc, avec $\mathbf{v}(r, 0) = \mathbf{0}$, par $\varphi(r, 0) = 0$ et $\partial\varphi/\partial t(r, 0) = -g(r)$.

La transformée de Hankel $\tilde{\varphi}(\xi, t)$ est maintenant appliquée à l'équation des ondes ; cette transformation est définie par

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}(\xi, t) = \frac{2}{\pi\xi} \int_0^\infty \varphi(r, t) \sin(\xi r) r dr, \\ \varphi(r, t) = \frac{1}{r} \int_0^\infty \tilde{\varphi}(\xi, t) \sin(\xi r) \xi d\xi. \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

L'équation (B.1) peut ainsi s'écrire plus simplement sous la forme [25]

$$\frac{\partial^2 \tilde{\varphi}}{\partial t^2} + c^2 \xi^2 \tilde{\varphi} = 0, \quad (\text{B.3})$$

et admet pour solution

$$\tilde{\varphi}(\xi, t) = A(\xi) \cos(c\xi t) + B(\xi) \sin(c\xi t). \quad (\text{B.4})$$

D'après les conditions initiales, cette solution vérifie

$$\tilde{\varphi}(\xi, t) = -\tilde{g}(\xi) \frac{\sin(c\xi t)}{c\xi}. \quad (\text{B.5})$$

La solution sur la pression $p(r, t)$ peut se déduire de la relation (B.5) en appliquant la transformée de Hankel inverse et en remplaçant le potentiel des vitesses, soit

$$p(r, t) = \frac{1}{r} \int_0^\infty \tilde{g}(\xi) \cos(c\xi t) \sin(\xi r) \xi d\xi. \quad (\text{B.6})$$

Pour une distribution initiale de pression gaussienne $g(r) = S_0 \exp(-\alpha r^2)$, pour laquelle

$$\tilde{g}(\xi) = \frac{S_0}{\beta} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\alpha}\right), \quad \text{avec} \quad \beta = 2\alpha\sqrt{\alpha\pi},$$

on trouve finalement :

$$p(r, t) = \frac{S_0}{r\beta} \int_0^\infty \xi \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\alpha}\right) \cos(c\xi t) \sin(\xi r) d\xi. \quad (\text{B.7})$$

L'intégrale apparaissant dans la relation (B.7) peut être résolue analytiquement. En utilisant, la relation trigonométrique $\sin x \cos y = [\sin(x + y) + \sin(x - y)] / 2$, l'intégrande devient en effet

$$\frac{\xi}{2} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\alpha}\right) \left\{ \sin[(r + ct)\xi] + \sin[(r - ct)\xi] \right\},$$

et, après intégration par partie, la relation (B.7) peut s'écrire comme

$$p(r, t) = \frac{S_0\alpha}{r\beta} \int_0^\infty \left\{ (r + ct) \cos[(r + ct)\xi] + (r - ct) \cos[(r - ct)\xi] \right\} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\alpha}\right) d\xi.$$

D'après la relation (voir l'exemple 9.43 de [183])

$$\int_0^\infty \cos(ax) e^{-bx^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}} \exp\left(-\frac{a^2}{4b}\right),$$

on obtient enfin

$$p(r, t) = \frac{S_0}{2r} \left\{ (r + ct) \exp[-\alpha(r + ct)^2] + (r - ct) \exp[-\alpha(r - ct)^2] \right\}. \quad (\text{B.8})$$

Une solution similaire est obtenue par MODAVE et al. [153]. Elle fait intervenir deux contributions : une onde convergente, en $r + ct$, qui s'atténue rapidement lorsque r ou t croissent, et une onde divergente en $r - ct$. En champ lointain et/ou après un certain temps, le champ de pression généré par une distribution initiale de pression gaussienne en champ libre 3D peut alors s'écrire

$$p(r, t) = S_0 \frac{r - ct}{2r} \exp[-\alpha(r - ct)^2], \quad (\text{B.9})$$

qui montre une décroissance classique en $1/r$ d'un signal concentré autour du temps retardé $t - r/c$.

B.2 Source ponctuelle équivalente

Il est maintenant intéressant de trouver l'expression de la source ponctuelle $q(t)\delta(r) = \rho_0 \partial Q / \partial t$, centrée en $r = 0$, qui générerait le même champ acoustique que la solution (B.9) en champ libre et en conditions homogènes. Cette source équivalente doit vérifier la relation

$$p(r, t) = \frac{q(t - r/c)}{4\pi r}. \quad (\text{B.10})$$

Par identification avec la relation (B.9), on en déduit directement

$$q(t) = S_0 \frac{\pi}{\alpha c} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \exp \left[-\alpha (ct)^2 \right] \right\}, \quad (\text{B.11})$$

ou, dans le domaine de Fourier,

$$\hat{q}(\omega) = i\omega \left(\frac{\pi}{\alpha} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{k^2}{4\alpha} \right), \quad (\text{B.12})$$

avec le nombre d'onde $k = \omega/c$. On retrouve pour cette dernière l'équation (47) de DRAGNA et al. [69]. On note que la largeur à mi-hauteur de la distribution gaussienne vaut $\sqrt{4 \ln 2 / \alpha}$.

L'équivalence avec la solution (B.9) est utilisée dans ce travail pour l'implémentation des sources en FDTD par déconvolution (voir section 1.4).

Appendix C

Outflow of Eulerian moving frames and initial conditions of PML auxiliary variables

Eulerian moving computational domains for complex media require a treatment at the outflow to avoid the generation of spurious waves whenever the local effective wave speed along the propagation direction is larger than the mean speed of the frame. This treatment was initially chosen as an x -PML, which resulted in instabilities. The latter originate from a peculiar property of the PML formulations introduced in section 2.1: a mismatch between the initial conditions of the solution vector and the initial conditions of the PML auxiliary variables causes the waves to “freeze” inside the PML instead of being absorbed. When the computational domain moves, the physical waves are shifted towards the negative x direction, but the PML variables must be reinitialized at the outflow since the constitutive PML parameters vary along the x -axis. An improper initialization leads to discontinuities of the physical fields at the air-PML interface, as illustrated on Fig. C.1.

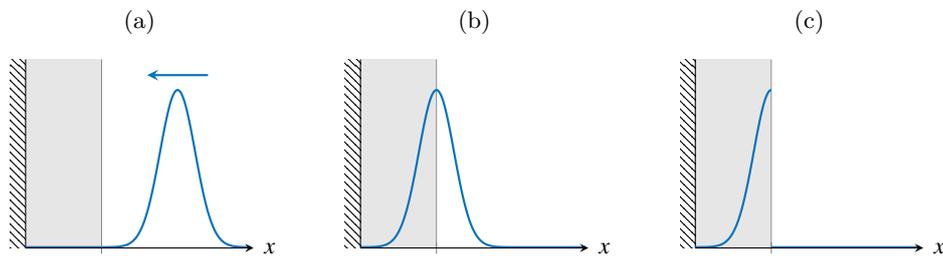


Figure C.1: (a) Left-running pulse propagating toward a PML at the outflow of a moving computational domain; (b) same pulse after a domain shift, where the pulse is teleported inside the PML whose auxiliary variables are reinitialized; (c) an improper initialization causes the pulse to freeze inside the PML, which leads to a discontinuity since the component outside the PML, pursuing the propagation, is then absorbed.

This phenomenon can be explained by analytically solving the CPML advection equation

for a scalar q :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{c}{\kappa} \frac{\partial q}{\partial x} = \zeta, \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \zeta = \frac{c}{\kappa} \frac{\partial q}{\partial x}. \quad (\text{C.2})$$

The frequency shift parameter α is not used, for simplicity. First, replacing the right-hand side of Eq. (C.2) into (C.1) leads to

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{\tilde{\sigma}} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0. \quad (\text{C.3})$$

Equation (C.3) can be integrated with respect to time to yield

$$\tilde{\sigma} q(x, t) + \zeta(x, t) = \Phi(x), \quad (\text{C.4})$$

where the function Φ is determined from the initial conditions as $\Phi(x) = \tilde{\sigma} q(x, 0) + \zeta(x, 0)$. Using Eq. (C.4), (C.1) is thus equivalent to

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{c}{\kappa} \frac{\partial q}{\partial x} + \tilde{\sigma} q(x, t) = \tilde{\sigma} q(x, 0) + \zeta(x, 0). \quad (\text{C.5})$$

A solution to Eq. (C.5) can be sought in terms of

$$q(x, t) = f(x) + e^{-\tilde{\sigma}x/\tilde{c}} g(x - \tilde{c}t), \quad (\text{C.6})$$

with $\tilde{c} = c/\kappa$. Computing g from the initial conditions, i.e.,

$$g(x) = e^{\tilde{\sigma}x/\tilde{c}} [-f(x) + q(x, 0)], \quad (\text{C.7})$$

the function f then reads

$$f(x) = \frac{e^{-\tilde{\sigma}x/\tilde{c}}}{\tilde{c}} \left\{ \int [\zeta(x, 0) + \tilde{\sigma} q(x, 0)] e^{\tilde{\sigma}x/\tilde{c}} dx + C \right\}, \quad (\text{C.8})$$

where C is a constant.

One can check that if q is initialized as a delta function $q(x, 0) = \delta(x)$, with $\zeta(x, 0) = 0$, the solution as expected decays exponentially with time: $q(x, t) = e^{-\tilde{\sigma}t} \delta(x - \tilde{c}t)$. However, for arbitrary initial conditions the integral in (C.8) does not vanish and is responsible for a non-decaying contribution. Figure C.2(a) for instance shows $q(x, t)$ computed for $q(x, 0)$ initialized as a Gaussian function and $\zeta(x, 0) = 0$. The solution bears little resemblance with the expected solution as it does not propagate and is quasi-stationary. The decay can be ensured by initializing the auxiliary variable with $\zeta(x, 0) = -\tilde{\sigma} q(x, 0)$, as shown on Fig. C.2(b). The general solution is then $q(x, t) = e^{-\tilde{\sigma}t} q(x - \tilde{c}t, 0)$. Such an initialization can be used at the outflow of 1D moving computational domains. It is worth noting that Eq. (C.5) for a CPML becomes in this case

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{c}{\kappa} \frac{\partial q}{\partial x} + \tilde{\sigma} q = 0, \quad (\text{C.9})$$

which corresponds to the ‘‘standard’’ formulation in 1D (see section 2.1.1).

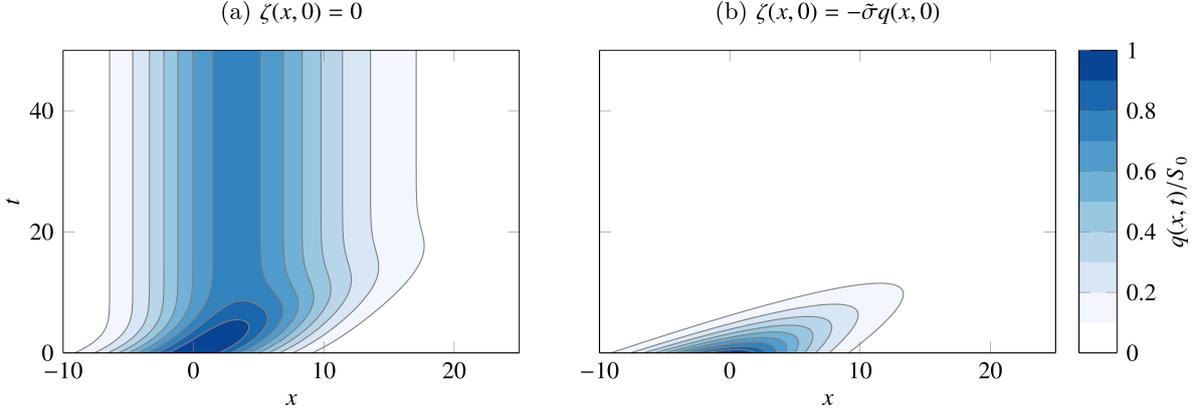


Figure C.2: Analytical solution to the CPML advection equation with $q(x, 0)$ initialized as a Gaussian function of unit amplitude (see Eq. (2.31)) where (a) $\zeta(x, 0) = 0$; (b) $\zeta(x, 0) = -\tilde{\sigma}q(x, 0)$. The medium parameters are chosen as $\tilde{c} = 1$ and $\tilde{\sigma} = 0.2$.

Similarly, it can easily be shown that to ensure the decay of the solution of the 3D CPML equations the auxiliary variables can be chosen so that:

$$\frac{\zeta_x(\mathbf{r}, 0)}{\tilde{\sigma}_x} + \frac{\zeta_y(\mathbf{r}, 0)}{\tilde{\sigma}_y} + \frac{\zeta_z(\mathbf{r}, 0)}{\tilde{\sigma}_z} = -\mathbf{q}(\mathbf{r}, 0). \quad (\text{C.10})$$

This relation is however only valid if $\tilde{\sigma}_x \tilde{\sigma}_y \tilde{\sigma}_z \neq 0$ and the initialization for non-overlapping CPMLs is more challenging. A possible workaround for spatial dimensions higher than one is to define PMLs for all directions at the outflow of moving computational domains (despite the loss of the perfect matching property, and as also done in [107]) and to initialize the PML variables with Eq. (C.10) after each shift. In this work, a simpler alternative was found appropriate: an x -PML is used at the outflow with a grid stretch only ($\sigma_x = 0$, $\alpha_x = 0$ and $\kappa_x > 1$) so that the auxiliary variables are not needed. The waves are slowed in the outflow region and naturally leave the computational domain without generating spurious waves as the local effective wave speed is decreased. Quasi-stationary solutions are also expected for the standard formulation (except in 1D), and, more generally, for any formulation involving auxiliary variables.

There is no such issue for the transverse PMLs since their auxiliary variables can be shifted along the x -axis. Here, the thickness of the inflow x -PML is chosen equal to the displacement of the computational domain (i.e., $L/\Delta = \delta_x$) and the auxiliary variables are reinitialized to zero: the “freezing” phenomenon does not occur since the PML is encompassed within the inflow region, where the solution vector is also set to zero after a frame shift.

Appendix D

Performance comparison between ITM2 and ITM4

The appendix provides an additional test case, where a similar physical setup is considered with both ITM2 and ITM4 to illustrate the computational performance of the two solvers.

Benchmark case

We consider an initial Gaussian pulse located at $z_s = 2$ m above a flat absorbing ground defined with the Zwikker and Kosten model [225] in a homogeneous atmosphere. A microphone is located 12 meters away from the source at the same height. The surface impedance of the ground reads

$$Z(\omega) = Z_\infty \sqrt{\frac{1 + i\omega\tau}{i\omega\tau}}, \quad (\text{D.1})$$

with

$$Z_\infty = \rho_0 c \sqrt{\frac{4}{3} \frac{q_g^2}{\gamma \Omega_g^3}} \quad \text{and} \quad \tau = \frac{4}{3} \frac{\rho_0 q_g^2}{\sigma_g \Omega_g^2}.$$

The air flow resistivity is chosen as $\sigma_g = 2 \times 10^5$ Pa s m⁻², the porosity, as $\Omega_g = 0.5$, and the tortuosity, as $q_g = 1.4$. These values are typical of a grassy ground [72].

The computations are first performed with ITM4, where Eq. (D.1) is used to enforce a time-domain boundary condition using a local-reaction approximation (see Chapter 3). The FDTD grid contains $200 \times 100 \times 80 = 1.6$ millions of points spaced $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 10$ cm apart, with a Courant number CFL = 0.7. Fig. D.1 shows the 3D pressure field at $t = 50\Delta t$ and $t = 200\Delta t$; the direct wave and its reflection on the ground can clearly be distinguished. The simulated pressure signal recorded over time by the microphone is compared with the exact solution in Fig. D.2; the two curves are in very close agreement.

This simple test case is now performed with ITM2, which uses numerical schemes of lower order (see EHRHARDT [72]). To this end, the spatial steps are decreased to 5 cm in order to avoid dispersion errors, and the computational domain now contains about 13 million points. It was also found necessary to decrease the Courant number by a factor 2 to avoid an instability due to the ground treatment. The solution computed with ITM2 closely follows the one obtained with ITM4, with a few discrepancies, since ITM2 uses an extended-reaction ground (not shown).

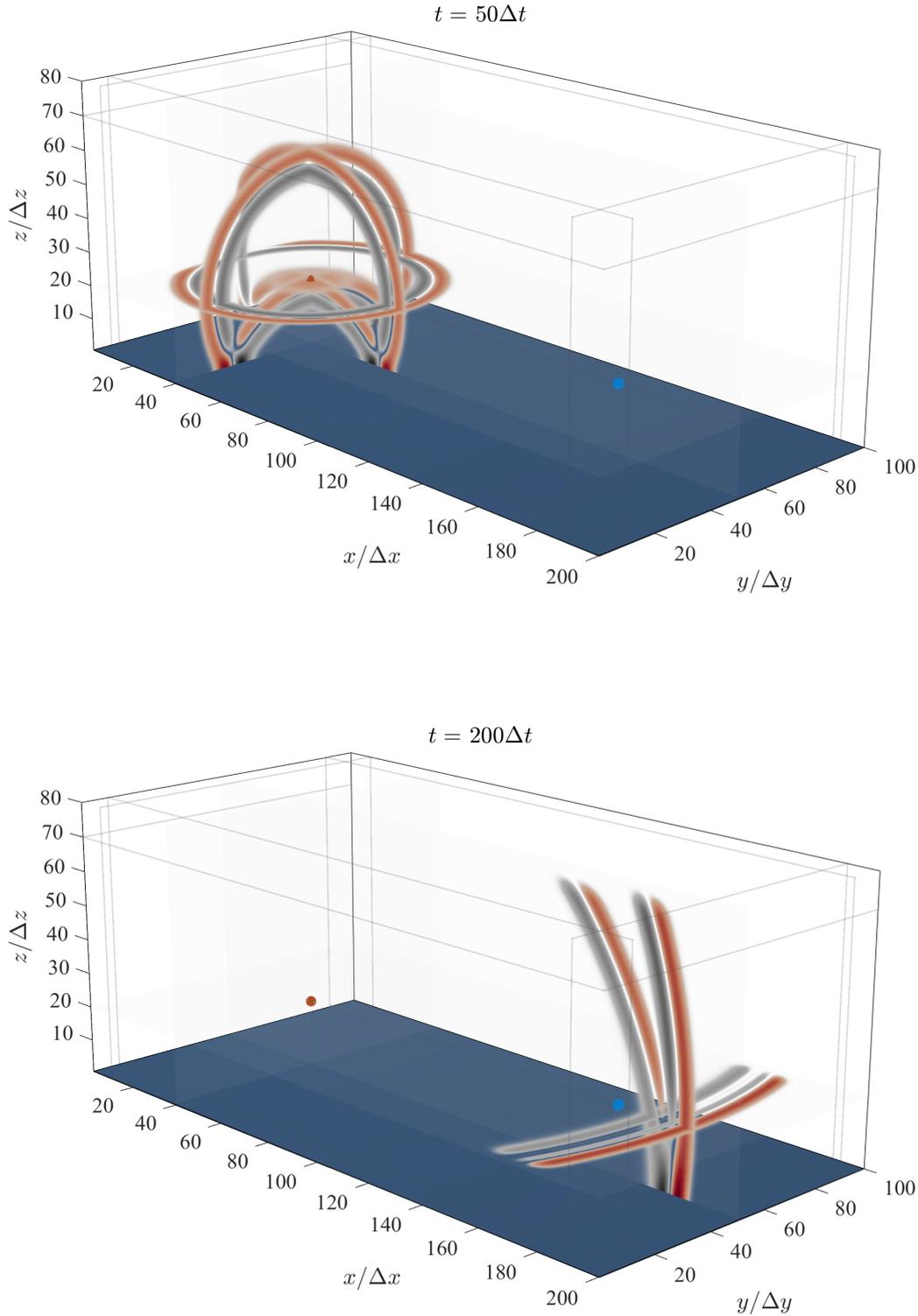


Figure D.1: Spatial pressure distribution computed with ITM4 in 3D of an impulse sound propagating over grass at two instants. The source is displayed as the red sphere, two meters above the ground, with a microphone as the blue sphere, 12 meters away from the source. The blue surface represents the porous ground, and the thin lines surrounding the computational domain indicate the location of the PMLs. The corresponding pressure signal recorded over time is depicted on Fig. D.2.

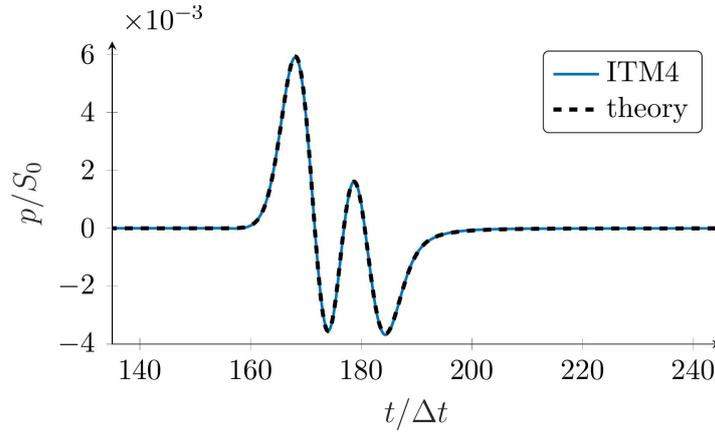


Figure D.2: Pressure signal over time obtained twelve meters horizontally from the source with ITM4 (see Fig. D.1) and obtained analytically.

Computational costs

Both simulations were performed on the same computer, without parallel computations, with an Intel Core i7-6820HQ processor. As shown on Figure D.3, the simulation duration for ITM4 was about 2 minutes for this test case (referred to as “config. A”), and about 3 hours for ITM2. The memory usage is 0.6 gigabyte and 6.9 gigabytes for ITM4 and ITM2, respectively. For this specific configuration, this corresponds to a speedup of ITM4 by a factor of 92, and a memory consumption reduced by a factor of 12.

Another very similar test case, not presented in this document for concision and referred to as “config. B” in Fig. D.3, was performed with a perfectly reflecting ground and with a very strong wind. The results are even more favorable to ITM4 in this scenario, as the computational time and memory usage are improved by a factor of 182 and 33, respectively. This increase in performance relative to the previous test case is due to the fact that different finite-difference schemes are used in ITM2 to account for wind (see EHRHARDT [72]); the spatial steps were further reduced to retain an accuracy similar to that of ITM4.

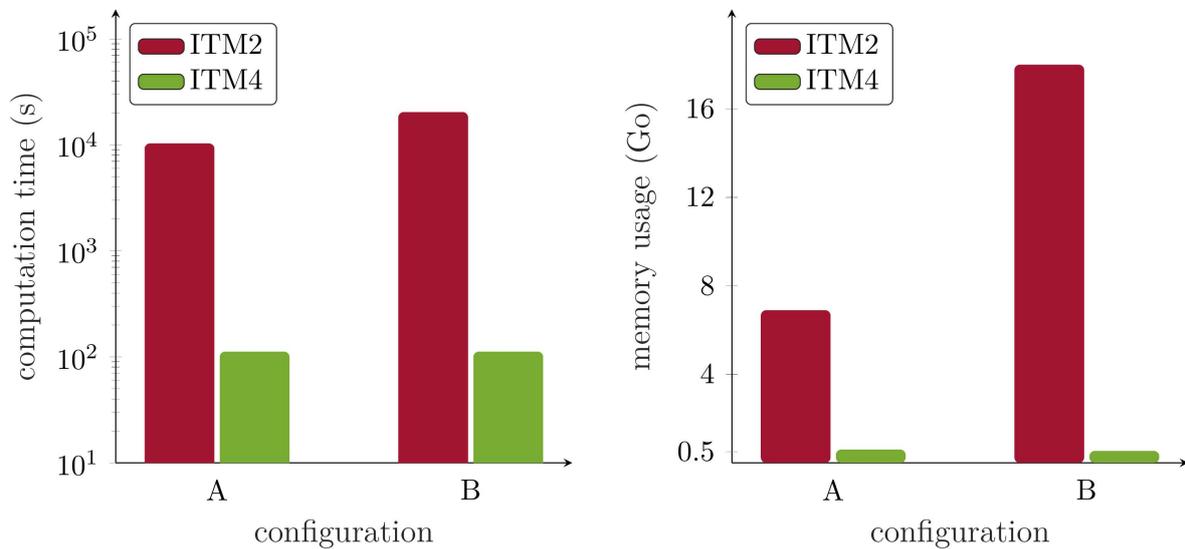


Figure D.3: Comparison of the computational costs between the previous version of ITM (ITM2) and the new version of ITM (ITM4) for two different test cases. The comparison is performed so that the computed solutions with ITM2 and ITM4 are equally accurate (with different numerical steps and thus different domain sizes). Left: total computational time; right: total memory usage.

Annexe E

Coefficients numériques

Cette annexe donne les coefficients des schémas FDTD et des modèles de sol utilisés dans ce travail.

E.1 Schémas spatiaux et temporels

E.1.1 Différences finies

Les coefficients optimisés $a_\nu^{M,N}$ des schémas spatiaux à 11 points et d'ordre 4 de BOGEY et BAILLY [26] et de BERLAND et al. [22] sont donnés ci-après. Ceux-ci permettent d'évaluer la dérivée spatiale d'une grandeur q au noeud i sous la forme

$$\frac{\partial q}{\partial x} \Big|_i \simeq \frac{1}{\Delta} \sum_{\nu=-M}^N a_\nu^{M,N} q_{i+\nu}.$$

$M = 5$	$N = 5$	$M = 4$	$N = 6$
ν	$a_\nu^{M,N}$	ν	$a_\nu^{M,N}$
○ -5	-0.002484594688	○ -4	0.016756572303
○ -4	0.020779405824	○ -3	-0.117478455239
○ -3	-0.090320001280	○ -2	0.411034935097
○ -2	0.286511173973	○ -1	-1.130286765151
○ -1	-0.872756993962	● 0	0.341435872100
● 0	0	○ 1	0.556396830543
○ 1	$-a_{-1}^{N,M}$	○ 2	-0.082525734207
○ 2	$-a_{-2}^{N,M}$	○ 3	0.003565834658
○ 3	$-a_{-3}^{N,M}$	○ 4	0.001173034777
○ 4	$-a_{-4}^{N,M}$	○ 5	-0.000071772671
○ 5	$-a_{-5}^{N,M}$	○ 6	-0.000000352273

ν	$M = 3$	$N = 7$
ν	$a_\nu^{M,N}$	
○ -3		-0.013277273810
○ -2		0.115976072920
○ -1		-0.617479187931
● 0		-0.274113948206
○ 1		1.086208764655
○ 2		-0.402951626982
○ 3		0.131066986242
○ 4		-0.028154858354
○ 5		0.002596328316
○ 6		0.000128743150
○ 7		0

ν	$M = 2$	$N = 8$
ν	$a_\nu^{M,N}$	
○ -2		0.057982271137
○ -1		-0.536135360383
● 0		-0.264089548967
○ 1		0.917445877606
○ 2		-0.169688364841
○ 3		-0.029716326170
○ 4		0.029681617641
○ 5		-0.005222483773
○ 6		-0.000118806260
○ 7		-0.000118806260
○ 8		-0.000020069730

ν	$M = 1$	$N = 9$
ν	$a_\nu^{M,N}$	
○ -1		-0.180022054228
● 0		-1.237550583044
○ 1		2.484731692990
○ 2		-1.810320814061
○ 3		1.112990048440
○ 4		-0.481086916514
○ 5		0.126598690230
○ 6		-0.015510730165
○ 7		0.000021609059
○ 8		0.000156447571
○ 9		-0.000007390277

ν	$M = 0$	$N = 10$
ν	$a_\nu^{M,N}$	
● 0		-2.391602219538
○ 1		5.832490322294
○ 2		-7.650218001182
○ 3		7.907810563576
○ 4		-5.922599052629
○ 5		3.071037015445
○ 6		-1.014956769726
○ 7		0.170022256519
○ 8		0.002819958377
○ 9		-0.004791009708
○ 10		-0.000013063429

E.1.2 Filtres sélectifs

Les coefficients non optimisés d_ν^N des filtres sélectifs centrés à $2N + 1$ points de BOGEY et BAILLY [26] et de RICHTER [175] sont donnés ci-après. Ils permettent de filtrer spatialement le champ q au noeud i d'après

$$q_i^f = q_i - \sigma_f^N \sum_{\nu=-N}^N d_\nu^N q_{i+\nu},$$

où σ_f^N est une constante définie empiriquement (voir le chapitre 1).

3 points	
ν	d_ν^N
 -1	-1/4
 0	1/2
 1	d_{-1}^N

5 points	
ν	d_ν^N
 -2	1/16
 -1	-1/4
 0	3/8
 1	d_{-1}^N
 2	d_{-2}^N

7 points	
ν	d_ν^N
 -3	-1/64
 -2	3/32
 -1	-15/64
 0	5/16
 1	d_{-1}^N
 2	d_{-2}^N
 3	d_{-3}^N

9 points	
ν	d_ν^N
 -4	1/256
 -3	-1/32
 -2	7/64
 -1	-7/32
 0	35/128
 1	d_{-1}^N
 2	d_{-2}^N
 3	d_{-3}^N
 4	d_{-4}^N

11 points		13 points	
ν	d_ν^N	ν	d_ν^N
○ -5	-1/1024	○ -6	1/4096
○ -4	5/512	○ -5	-3/1024
○ -3	-45/1024	○ -4	33/2048
○ -2	15/128	○ -3	-55/1024
○ -1	-105/512	○ -2	495/4096
● 0	63/256	○ -1	-99/512
○ 1	d_{-1}^N	● 0	231/1024
○ 2	d_{-2}^N	○ 1	d_{-1}^N
○ 3	d_{-3}^N	○ 2	d_{-2}^N
○ 4	d_{-4}^N	○ 3	d_{-3}^N
○ 5	d_{-5}^N	○ 4	d_{-4}^N
		○ 5	d_{-5}^N
		○ 6	d_{-6}^N

E.1.3 Intégration temporelle

Les coefficients γ_s du schéma temporel optimisé RK46L de BERLAND et al. [21], à 6 sous étapes et d'ordre 4, sont donnés ci-dessous. Les coefficients b_s sont utilisés pour calculer le facteur d'amplification du schéma (voir section 2.2.1).

s	γ_s	b_s
1	0.122187405924947	1
2	0.188562529056000	1/2
3	1/4	1/6
4	1/3	1/24
5	1/2	0.007856772044
6	1	0.000959998595

E.2 Modèles de sol

Le terme direct R_0 , les pôles λ_j et les résidus C_j de l'approximation rationnelle du coefficient de réflexion R_\star pour les deux modèles de sol définis dans la section 3.6 (sols « herbeux » et « neigeux ») sont donnés ci-après. L'approximation pour le sol « herbeux » est issue des mesures d'impédance *in situ* de l'expérience ADVISE (voir section 4.2.1) et est utilisée dans le chapitre 4 pour la comparaison avec les mesures.

Il est rappelé que la fonction de transfert du coefficient de réflexion approché s'écrit sous la forme

$$R_\star(s) = R_0 + \sum_j \frac{C_j}{s + \lambda_j},$$

avec s la variable de Laplace. Le pas de temps maximal Δt_{\max} , à la limite de stabilité du schéma temporel RK46L, est également indiqué ; celui-ci dépend de la position des pôles de R_\star (voir section 3.4.3) et a été estimé avec la méthode de la sécante.

E.2.1 Sol « herbeux »

	partie réelle	partie imaginaire
R_0 ()	$-3.103141065381185 \times 10^{-1}$	
λ_j (s^{-1})	$1.584208875718404 \times 10^2$	0
	$7.797732804562063 \times 10^2$	0
	$2.839894231090662 \times 10^3$	0
	$9.435325733412683 \times 10^3$	0
	$4.416410602304308 \times 10^4$	0
C_j (s^{-1})	5.300339391401975	0
	$7.265484965270036 \times 10^1$	0
	$4.879180192181869 \times 10^2$	0
	$2.808043865483710 \times 10^3$	0
	$3.145238470040853 \times 10^4$	0
Δt_{\max} (s)	$9.218009425303406 \times 10^{-5}$	

E.2.2 Sol « neigeux »

	partie réelle	partie imaginaire
R_0 ()	$5.286068483792941 \times 10^{-2}$	
λ_j (s ⁻¹)	$8.274013570524413 \times 10^1$	0
	$3.249345534867492 \times 10^2$	0
	$8.954802612081617 \times 10^2$	0
	$1.918592897306543 \times 10^3$	0
	$3.609668952952684 \times 10^3$	0
	$6.976691394442405 \times 10^3$	0
	$6.692760228603851 \times 10^3$	$9.181736332012673 \times 10^3$
	$6.692760228603851 \times 10^3$	$-9.181736332012673 \times 10^3$
	$6.694406779141000 \times 10^3$	$1.517883448297751 \times 10^4$
	$6.694406779141000 \times 10^3$	$-1.517883448297751 \times 10^4$
C_j (s ⁻¹)	$1.652613584415247 \times 10^{-1}$	0
	5.240370483410174	0
	$1.052736747425516 \times 10^2$	0
	$3.098054919381763 \times 10^3$	0
	$-1.398069215713430 \times 10^3$	0
	$-9.229900263771313 \times 10^3$	0
	$1.671031941003429 \times 10^3$	$5.505057448624440 \times 10^3$
	$1.671031941003429 \times 10^3$	$-5.505057448624440 \times 10^3$
	$2.238625033738982 \times 10^3$	$-1.435218281989941 \times 10^3$
	$2.238625033738982 \times 10^3$	$1.435218281989941 \times 10^3$
Δt_{\max} (s)	$2.251730928962303 \times 10^{-4}$	

Bibliographie

- [1] F. AKLEMAN et L. SEVGLI. « Realistic surface modeling for a finite-difference time-domain wave propagator ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 51 (2003), p. 1675-1679. DOI : 10.1109/tap.2003.813618.
- [2] D. G. ALBERT. « Acoustic waveform inversion with application to seasonal snow covers ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 109 (2001), p. 91-101. DOI : 10.1121/1.1328793.
- [3] D. G. ALBERT. « Observations of acoustic surface waves in outdoor sound propagation ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 113 (2003), p. 2495-2500. DOI : 10.1121/1.1559191.
- [4] D. G. ALBERT et J. A. ORCUTT. « Acoustic pulse propagation above grassland and snow : comparison of theoretical and experimental waveforms ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 87.1 (1990), p. 93-100. DOI : 10.1121/1.398917.
- [5] E. ALBIN, Y. D'ANGELO et L. VERVISCH. « Using staggered grids with characteristic boundary conditions when solving compressible reactive Navier-Stokes equations ». In : *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 68.5 (2012), p. 546-563. DOI : 10.1002/flid.2520.
- [6] J.-F. ALLARD et N. ATALLA. *Propagation of sound in porous media : modelling sound absorbing materials*. 2^e éd. Wiley, 2009.
- [7] K. ATTENBOROUGH. « Acoustical impedance models for outdoor ground surfaces ». In : *Journal of Sound and Vibration* 99.4 (1985), p. 521-544. DOI : 10.1016/0022-460x(85)90538-3.
- [8] K. ATTENBOROUGH. « Sound propagation close to the ground ». In : *Annual Review of Fluid Mechanics* 34.1 (2002), p. 51-82. DOI : 10.1146/annurev.fluid.34.081701.143541.
- [9] K. ATTENBOROUGH. « Outdoor ground impedance models ». In : *EuroNoise*. 2015.
- [10] K. ATTENBOROUGH, I. BASHIR et S. TAHERZADEH. « Outdoor ground impedance models ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 129.5 (2011), p. 2806-2819. DOI : 10.1121/1.3569740.
- [11] K. ATTENBOROUGH, K. M. LI et K. HOROSHENKOV. *Predicting outdoor sound*. CRC PR INC, 2006. 441 p.

- [12] P. AUMOND, G. GUILLAUME, B. GAUVREAU, J. PICAUT, G. DUTILLEUX, C. LAC, V. MASSON et M. BÉRENGIER. « Couplage d'un modèle numérique météorologique avec le modèle numérique de propagation acoustique TLM ». In : *10ème Congrès Français d'Acoustique*. 2010.
- [13] H. E. BASS, L. C. SUTHERLAND et A. J. ZUCKERWAR. « Atmospheric absorption of sound : update ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 88 (1990), p. 2019-2021. DOI : 10.1121/1.400176.
- [14] H. E. BASS, L. C. SUTHERLAND, A. J. ZUCKERWAR, D. T. BLACKSTOCK et D. M. HESTER. « Atmospheric absorption of sound : further developments ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 97 (1995), p. 680-683. DOI : 10.1121/1.412989.
- [15] C. G. BATISTA, C. G. do REGO, M. L. NUNES et F. F. NEVES. « Improved high-order FDTD parallel propagator for realistic urban scenarios and atmospheric conditions ». In : *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* 15 (2016), p. 1779-1782. DOI : 10.1109/lawp.2016.2535177.
- [16] E. BÉCACHE, S. FAUQUEUX et P. JOLY. « Stability of perfectly matched layers, group velocities and anisotropic waves ». In : *Journal of Computational Physics* 188 (2003), p. 399-433. DOI : 10.1016/s0021-9991(03)00184-0.
- [17] E. BÉCACHE, P. G. PETROPOULOS et S. D. GEDNEY. « On the long-time behavior of unsplit perfectly matched layers ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 52.5 (2004), p. 1335-1342. DOI : 10.1109/tap.2004.827253.
- [18] E. BÉCACHE, P. JOLY et V. VINOLES. « On the analysis of perfectly matched layers for a class of dispersive media and application to negative index metamaterials ». In : *Mathematics of Computation* 87.314 (2018), p. 2775-2810. DOI : 10.1090/mcom/3307.
- [19] J.-P. BÉRENGER. « A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves ». In : *Journal of Computational Physics* 114.2 (1994), p. 185-200. DOI : 10.1006/jcph.1994.1159.
- [20] J.-P. BÉRENGER. « Numerical reflection from FDTD-PMLs : a comparison of the split PML with the unsplit and CFS PMLs ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 50.3 (2002), p. 258-265. DOI : 10.1109/8.999615.
- [21] J. BERLAND, C. BOGEY et C. BAILLY. « Low-dissipation and low-dispersion fourth-order Runge-Kutta algorithm ». In : *Computers & Fluids* 35.10 (2006), p. 1459-1463. DOI : 10.1016/j.compfluid.2005.04.003.
- [22] J. BERLAND, C. BOGEY, O. MARSDEN et C. BAILLY. « High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems ». In : *Journal of Computational Physics* 224.2 (2007), p. 637-662. DOI : 10.1016/j.jcp.2006.10.017.
- [23] A. BERMÚDEZ, L. HERVELLA-NIETO, A. PRIETO et R. RODRÍGUEZ. « An optimal perfectly matched layer with unbounded absorbing function for time-harmonic acoustic scattering problems ». In : *Journal of Computational Physics* 223.2 (2007), p. 469-488. DOI : 10.1016/j.jcp.2006.09.018.
- [24] R. BLUMRICH et D. HEIMANN. « A linearized Eulerian sound propagation model for studies of complex meteorological effects ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 112.2 (2002), p. 446-455. DOI : 10.1121/1.1485971.

- [25] C. BOGEY et C. BAILLY. « Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations : far field formulation and validation test cases ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 88.4 (2002), p. 463-471.
- [26] C. BOGEY et C. BAILLY. « A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations ». In : *Journal of Computational Physics* 194.1 (2004), p. 194-214. DOI : 10.1016/j.jcp.2003.09.003.
- [27] B. BORCHERS et R. ASTER. *Notes on deconvolution*. <http://www.ees.nmt.edu/outside/courses/GEOP505/Docs/deconv.pdf>. Consulté le 2 avril 2019.
- [28] P. BOULANGER, T. WATERS-FULLER, K. ATTENBOROUGH et K. M. LI. « Models and measurements of sound propagation from a point source over mixed impedance ground ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 102.3 (1997), p. 1432-1442. DOI : 10.1121/1.420101.
- [29] H. H. BROUWER. « A ray acoustics model for the propagation of aircraft noise through the atmosphere ». In : *International Journal of Aeroacoustics* 13.5-6 (2014), p. 363-383. DOI : 10.1260/1475-472x.13.5-6.363.
- [30] M. BRUNEAU et C. POTEL. *Materials and acoustics handbook*. ISTE Ltd, 2008. 960 p.
- [31] S. CANDEL. « Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory : application to aeroacoustics ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 83.03 (1977), p. 465-493. DOI : 10.1017/S0022112077001293.
- [32] S. M. CANDEL. « Numerical solution of wave scattering problems in the parabolic approximation ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 90.3 (1979), p. 465-507. DOI : 10.1017/s0022112079002354.
- [33] Y. CHAMPOUX et J.-F. ALLARD. « Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media ». In : *Journal of Applied Physics* 70.4 (1991), p. 1975-1979. DOI : 10.1063/1.349482.
- [34] S. N. CHANDLER-WILDE et D. C. HOTHERSALL. « Sound propagation above an inhomogeneous impedance plane ». In : *Journal of Sound and Vibration* 98.4 (1985), p. 475-491. DOI : 10.1016/0022-460x(85)90257-3.
- [35] C. CHANG et C. D. SARRIS. « A spatially filtered finite-difference time-domain scheme with controllable stability beyond the CFL limit : theory and applications ». In : *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* 61.1 (2013), p. 351-359. DOI : 10.1109/tmtt.2012.2224670.
- [36] S. CHEINET. « A numerical approach to sound levels in near-surface refractive shadows ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 131.3 (2012), p. 1946. DOI : 10.1121/1.3682058.
- [37] S. CHEINET et T. BROGLIN. « Sensitivity of shot detection and localization to environmental propagation ». In : *Applied Acoustics* 93 (2015), p. 97-105. DOI : 10.1016/j.apacoust.2015.01.021.
- [38] S. CHEINET, L. EHRHARDT, D. JUVÉ et P. BLANC-BENON. « Unified modeling of turbulence effects on sound propagation ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 132.4 (2012), p. 2198-2209. DOI : 10.1121/1.4748584.

- [39] S. CHEINET, M. COSNEFROY, F. KÖNIGSTEIN, W. RICKERT, M. CHRISTOPH, S. L. COLLIER, A. DAGALLIER, L. EHRHARDT, V. E. OSTASHEV, A. STEFANOVIC, T. WESSLING et D. K. WILSON. « An experimental study of the atmospheric-driven variability of impulse sounds ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 144.2 (2018), p. 822-840. DOI : 10.1121/1.5047750.
- [40] S. CHEINET, L. EHRHARDT et T. BROGLIN. « Impulse source localization in an urban environment : time reversal versus time matching ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 139 (2016), p. 128-140. DOI : 10.1121/1.4938231.
- [41] S. CHEINET, L. EHRHARDT, M. COSNEFROY et A. DAGALLIER. « A data bank of outdoor transfer functions ». In : *International Congress on Acoustics*. Aachen, 2019.
- [42] J.-Y. CHEN, C. M. FURSE et O. P. GANDHI. « A simple convolution procedure for calculating currents induced in the human body for exposure to electromagnetic pulses ». In : *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 42.7 (1994), p. 1172-1175. DOI : 10.1109/22.299753.
- [43] P. CHEVRET, P. BLANC-BENON et D. JUVÉ. « A numerical model for sound propagation through a turbulent atmosphere near the ground ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 100.6 (1996), p. 3587-3599. DOI : 10.1121/1.417224.
- [44] W. C. CHEW et J. M. JIN. « Perfectly Matched Layers in the discretized space : an analysis and optimization ». In : *Electromagnetics* 16.4 (1996), p. 325-340. DOI : 10.1080/02726349608908483.
- [45] P. CHOBEAU, D. ECOTIÈRE, G. DUTILLEUX et J. PICAUT. « An absorbing matched layer implementation for the transmission line matrix method ». In : *Journal of Sound and Vibration* 337 (2015), p. 233-243. DOI : 10.1016/j.jsv.2014.10.021.
- [46] F. COLLINO et C. TSOGKA. « Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media ». In : *GEOPHYSICS* 66.1 (2001), p. 294-307. DOI : 10.1190/1.1444908.
- [47] D. CORREIA et J.-M. JIN. « On the development of a higher-order PML ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 53.12 (2005), p. 4157-4163. DOI : 10.1109/tap.2005.859901.
- [48] M. COSNEFROY. « Evaluation of time-domain impedance model for computational acoustics ». S. Mém. de mast. University of Southampton/Université du Maine, 2015.
- [49] B. COTTÉ, P. BLANC-BENON, C. BOGEY et F. POISSON. « Time-domain impedance boundary conditions for simulations of outdoor sound propagation ». In : *AIAA Journal* 47.10 (2009), p. 2391-2403. DOI : 10.2514/1.41252.
- [50] B. COTTÉ. « Propagation acoustique en milieu extérieur complexe : problèmes spécifiques au ferroviaire dans le contexte des trains à grande vitesse ». Theses. École Centrale de Lyon, 2008.
- [51] A. J. CRAMOND et C. G. DON. « Reflection of impulses as a method of determining acoustic impedance ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 75 (1984), p. 382-389. DOI : 10.1121/1.390482.

- [52] A. J. CRAMOND et C. G. DON. « Impulse propagation over grassland in the presence of temperature and wind gradients ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 78 (1985), p. 1029-1037. DOI : 10.1121/1.393020.
- [53] G. A. DAIGLE, T. F. W. EMBLETON et J. E. PIERCY. « Propagation of sound in the presence of gradients and turbulence near the ground ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 79.3 (1986), p. 613-627. DOI : 10.1121/1.393451.
- [54] L. DALLOIS, P. BLANC-BENON et D. JUVÉ. « A wide-angle parabolic equation for acoustic waves in inhomogeneous moving media : applications to atmospheric sound propagation ». In : *Journal of Computational Acoustics* 09.02 (2001), p. 477-494. DOI : 10.1142/s0218396x01000772.
- [55] T. DAMARLA. *Battlefield acoustics*. Springer Science + Business Media, 2015. DOI : 10.1007/978-3-319-16036-8.
- [56] H.-E. DE BREE, F. J. M. VAN DER EERDEN et J. W. VAN HONSCHOTEN. « A novel technique for measuring the reflection coefficient of sound absorbing materials ». In : *International Conference on Noise and Vibration, ISMA 25*. 2000.
- [57] M. E. DELANY et E. N. BAZLEY. « Acoustical properties of fibrous absorbent materials ». In : *Applied Acoustics* 3 (1970), p. 105-116. DOI : 10.1016/0003-682x(70)90031-9.
- [58] D. DESCHRIJVER, M. MROZOWSKI, T. DHAENE et D. DE ZUTTER. « Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method ». In : *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* 18.6 (2008), p. 383-385. DOI : 10.1109/lmwc.2008.922585.
- [59] J. DIAZ et P. JOLY. « A time domain analysis of PML models in acoustics ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195.29-32 (2006), p. 3820-3853. DOI : 10.1016/j.cma.2005.02.031.
- [60] F. R. DINAPOLI et R. L. DEAVENPORT. « Theoretical and numerical Green's function field solution in a plane multilayered medium ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 67.1 (1980), p. 92-105. DOI : 10.1121/1.383794.
- [61] C. G. DON et A. J. CRAMOND. « Soil impedance measurements by an acoustic pulse technique ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 77 (1985), p. 1601-1609. DOI : 10.1121/1.392004.
- [62] C. G. DON et A. J. CRAMOND. « Impulse propagation in a neutral atmosphere ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 81 (1987), p. 1341-1349. DOI : 10.1121/1.394540.
- [63] Q. DOUASBIN, C. SCALO, L. SELLE et T. POINSOT. « Delayed-time domain impedance boundary conditions (D-TDIBC) ». In : *Journal of Computational Physics* 371 (2018), p. 50-66. DOI : 10.1016/j.jcp.2018.05.003.
- [64] D. DRAGNA et P. BLANC-BENON. « Physically admissible impedance models for time-domain computations of outdoor sound propagation ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 100.3 (2014), p. 401-410. DOI : 10.3813/aaa.918719.

- [65] D. DRAGNA, B. COTTÉ, P. BLANC-BENON et F. POISSON. « Time-domain simulations of outdoor sound propagation with suitable impedance boundary conditions ». In : *AIAA Journal* 49.7 (2011), p. 1420-1428. DOI : 10.2514/1.j050636.
- [66] D. DRAGNA, P. PINEAU et P. BLANC-BENON. « A generalized recursive convolution method for time-domain propagation in porous media ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 138.2 (2015), p. 1030-1042. DOI : 10.1121/1.4927553.
- [67] D. DRAGNA. « Modélisation par une approche temporelle de la propagation acoustique en milieu extérieur : traitement de frontières complexes et validation sur site ferroviaire ». Thèse de doct. École Centrale de Lyon, 2011.
- [68] D. DRAGNA, K. ATTENBOROUGH et P. BLANC-BENON. « On the inadvisability of using single parameter impedance models for representing the acoustical properties of ground surfaces ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 138 (2015), p. 2399-2413. DOI : 10.1121/1.4931447.
- [69] D. DRAGNA, P. BLANC-BENON et F. POISSON. « Time-domain solver in curvilinear coordinates for outdoor sound propagation over complex terrain ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 133.6 (2013), p. 3751-3763. DOI : 10.1121/1.4803863.
- [70] D. DRAGNA, P. BLANC-BENON et F. POISSON. « Impulse propagation over a complex site : a comparison of experimental results and numerical predictions ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 135.3 (2014), p. 1096-1105. DOI : 10.1121/1.4864286.
- [71] D. DUHAMEL. « Efficient calculation of the three-dimensional sound pressure field around a noise barrier ». In : *Journal of Sound and Vibration* 197.5 (1996), p. 547-571. DOI : 10.1006/jsvi.1996.0548.
- [72] L. EHRHARDT. « Modélisation en domaine temporel de la propagation acoustique ». Thèse de doct. École Centrale de Lyon, 2013.
- [73] L. EHRHARDT, S. CHEINET, D. JUVÉ et P. BLANC-BENON. « Evaluating a linearized Euler equations model for strong turbulence effects on sound propagation ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 133.4 (2013), p. 1922-1933. DOI : 10.1121/1.4792150.
- [74] O. FAURE. « Analyse numérique et expérimentale de la propagation acoustique extérieure : effets de sol en présence d'irrégularités de surface et méthodes temporelles ». Thèse de doctorat dirigée par Gauvreau, BenoitLafon, Philippe et Junker, Fabrice Acoustique Ecully, Ecole centrale de Lyon 2014. Thèse de doct. École Centrale de Lyon, 2014.
- [75] O. FAURE, B. GAUVREAU, F. JUNKER et P. LAFON. « Experimental validation of the modelling of surface roughness effects by an effective impedance ». In : *INTERNOISE*. 2014.
- [76] O. FAURE, B. GAUVREAU, F. JUNKER, P. LAFON et C. BOURLIER. « Modeling of random ground roughness effects by an effective impedance and application to time-domain methods ». In : *Applied Acoustics* 119 (2017), p. 1-8. DOI : 10.1016/j.apacoust.2016.11.019.
- [77] N. FENG et J. LI. « Novel and efficient FDTD implementation of higher-order perfectly matched layer based on ADE method ». In : *Journal of Computational Physics* 232.1 (2013), p. 318-326. DOI : 10.1016/j.jcp.2012.08.012.

- [78] G. FESTA, E. DELAUDAUD et J.-P. VILOTTE. « Interaction between surface waves and absorbing boundaries for wave propagation in geological basins : 2D numerical simulations ». In : *Geophysical Research Letters* 32.20 (2005). DOI : 10.1029/2005g1024091.
- [79] G. FESTA et J.-P. VILOTTE. « The Newmark scheme as velocity-stress time-staggering : an efficient PML implementation for spectral element simulations of elastodynamics ». In : *Geophysical Journal International* 161.3 (2005), p. 789-812. DOI : 10.1111/j.1365-246x.2005.02601.x.
- [80] B. FIDEL, E. HEYMAN, R. KASTNER et R. W. ZIOLKOWSKI. « Hybrid ray-FDTD moving window approach to pulse propagation ». In : *Journal of Computational Physics* 138.2 (1997), p. 480-500. DOI : 10.1006/jcph.1997.5827.
- [81] K.-Y. FUNG et H. JU. « Broadband time-domain impedance models ». In : *AIAA Journal* 39.8 (2001), p. 1449-1454. DOI : 10.2514/2.1495.
- [82] K.-Y. FUNG et H. JU. « Time-domain impedance boundary conditions for computational acoustics and aeroacoustics ». In : *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 18.6 (2004), p. 503-511. DOI : 10.1080/10618560410001673515.
- [83] K.-Y. FUNG, H. JU et B. TALLAPRAGADA. « Impedance and Its time-domain extensions ». In : *AIAA Journal* 38.1 (2000), p. 30-38. DOI : 10.2514/2.950.
- [84] G. GABARD et E. J. BRAMBLEY. « A full discrete dispersion analysis of time-domain simulations of acoustic liners with flow ». In : *Journal of Computational Physics* 273 (2014), p. 310-326. DOI : 10.1016/j.jcp.2014.05.004.
- [85] O. P. GANDHI, B.-Q. GAO et J.-Y. CHEN. « A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for general dispersive media ». In : *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* 41.4 (1993), p. 658-665. DOI : 10.1109/22.231661.
- [86] B. GAUVREAU. « Approche multi-échelle et trans-disciplinaire de l'acoustique environnementale ». Habilitation à diriger des recherches. Université du Maine, Le Mans, 2015.
- [87] B. GAUVREAU, M. BÉRENGIER, P. BLANC-BENON et C. DEPOLLIÉ. « Traffic noise prediction with the parabolic equation method : validation of a split-step Padé approach in complex environments ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 112.6 (2002), p. 2680-2687. DOI : 10.1121/1.1509074.
- [88] A. GIANNOPOULOS. « Unsplit implementation of higher order PMLs ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 60.3 (2012), p. 1479-1485. DOI : 10.1109/tap.2011.2180344.
- [89] A. GIANNOPOULOS. « Multipole perfectly matched layer for finite-difference time-domain electromagnetic modeling ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 66.6 (2018), p. 2987-2995. DOI : 10.1109/tap.2018.2823864.
- [90] K. E. GILBERT, R. RASPET et X. DI. « Calculation of turbulence effects in an upward-refracting atmosphere ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 87.6 (1990), p. 2428-2437. DOI : 10.1121/1.399088.
- [91] K. E. GILBERT et M. J. WHITE. « Application of the parabolic equation to sound propagation in a refracting atmosphere ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 85.2 (1989), p. 630-637. DOI : 10.1121/1.397587.

- [92] P. GONNET, S. GÜTTEL et L. N. TREFETHEN. « Robust Padé approximation via SVD ». In : *SIAM Review* 55.1 (2013), p. 101-117. DOI : 10.1137/110853236.
- [93] W. GROPP, E. LUSK, N. DOSS et A. SKJELLUM. « A high-performance, portable implementation of the MPI message passing interface standard ». In : *Parallel Computing* 22.6 (1996), p. 789-828. DOI : 10.1016/0167-8191(96)00024-5.
- [94] C. GUIFFAUT et K. MAHDJOUBI. « A parallel FDTD algorithm using the MPI library ». In : *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 43.2 (2001), p. 94-103. DOI : 10.1109/74.924608.
- [95] G. GUILLAUME, O. FAURE, B. GAUVREAU, F. JUNKER, M. BÉRENGIER et P. L'HERMITE. « Estimation of impedance model input parameters from in situ measurements : principles and applications ». In : *Applied Acoustics* 95 (2015), p. 27-36. DOI : 10.1016/j.apacoust.2015.01.024.
- [96] G. GUILLAUME, J. PICAUT, G. DUTILLEUX et B. GAUVREAU. « Time-domain impedance formulation for transmission line matrix modelling of outdoor sound propagation ». In : *Journal of Sound and Vibration* 330.26 (2011), p. 6467-6481. DOI : 10.1016/j.jsv.2011.08.004.
- [97] B. GUSTAVSEN. « Improving the pole relocating properties of vector fitting ». In : *IEEE Transactions on Power Delivery* 21.3 (2006), p. 1587-1592. DOI : 10.1109/tpwr.2005.860281.
- [98] B. GUSTAVSEN et A. SEMLYEN. « Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting ». In : *IEEE Transactions on Power Delivery* 14.3 (1999), p. 1052-1061. DOI : 10.1109/61.772353.
- [99] M. F. HADI. « Wide-angle absorbing boundary conditions for low and high-order FDTD algorithms ». In : *Applied Computational Electromagnetics Society Journal* 24 (2009), p. 9-15.
- [100] M. F. HADI. « Near-field PML optimization for low and high order FDTD algorithms using closed-form predictive equations ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 59.8 (2011), p. 2933-2942. DOI : 10.1109/tap.2011.2158955.
- [101] S. M. HANASOGE, D. KOMATITSCH et L. GIZON. « An absorbing boundary formulation for the stratified, linearized, ideal MHD equations based on an unsplit, convolutional perfectly matched layer ». In : *Astronomy & Astrophysics* 522 (2010), A87. DOI : 10.1051/0004-6361/201014345.
- [102] D. HEIMANN. « On the efficiency of noise barriers near sloped terrain – a numerical study ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 96.6 (2010), p. 1003-1011. DOI : 10.3813/aaa.918363.
- [103] G. J. HICKS. « Arbitrary source and receiver positioning in finite-difference schemes using Kaiser windowed sinc functions ». In : *GEOPHYSICS* 67.1 (2002), p. 156-165. DOI : 10.1190/1.1451454.
- [104] R. L. HIGDON. « Initial-boundary value problems for linear hyperbolic system ». In : *SIAM Review* 28.2 (1986), p. 177-217. DOI : 10.1137/1028050.

- [105] M. HODGSON et A. WAREING. « Comparisons of predicted steady-state levels in rooms with extended- and local-reaction bounding surfaces ». In : *Journal of Sound and Vibration* 309.1-2 (2008), p. 167-177. DOI : 10.1016/j.jsv.2007.06.069.
- [106] J. HOFMANN et K. HEUTSCHI. « Simulation of outdoor sound propagation with a transmission line matrix method ». In : *Applied Acoustics* 68.2 (2007), p. 158-172. DOI : 10.1016/j.apacoust.2005.10.006.
- [107] M. HORNIKX, R. WAXLER et J. FORSSÉN. « The extended Fourier pseudospectral time-domain method for atmospheric sound propagation ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 128.4 (2010), p. 1632-1646. DOI : 10.1121/1.3474234.
- [108] F. Q. HU. « Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics ». In : *Journal of Computational Physics* 124.1 (1996), p. 177-191. DOI : 10.1006/jcph.1996.0052.
- [109] F. Q. HU. « On absorbing boundary conditions for linearized Euler equations by a Perfectly Matched Layer ». In : *Journal of Computational Physics* 129.1 (1996), p. 201-219. DOI : 10.1006/jcph.1996.0244.
- [110] F. Q. HU. « Stable, perfectly matched layer for linearized Euler equations in unsplit physical variables ». In : *Journal of Computational Physics* 173.2 (2001), p. 455-480. DOI : 10.1006/jcph.2001.6887.
- [111] F. Q. HU. « A Perfectly Matched Layer absorbing boundary condition for linearized Euler equations with a non-uniform mean flow ». In : *Journal of Computational Physics* 208.2 (2005), p. 469-492. DOI : 10.1016/j.jcp.2005.02.028.
- [112] F. Q. HU. « Development of PML absorbing boundary conditions for computational aeroacoustics : a progress review ». In : *Computers & Fluids* 37.4 (2008), p. 336-348. DOI : 10.1016/j.compfluid.2007.02.012.
- [113] F. Q. HU. « Absorbing boundary conditions ». In : *International Journal of Computational Fluid Dynamics* 18.6 (2004), p. 513-522. DOI : 10.1080/10618560410001673524.
- [114] F. Q. HU, X. D. LI et D. K. LIN. « Absorbing boundary conditions for nonlinear Euler and Navier–Stokes equations based on the perfectly matched layer technique ». In : *Journal of Computational Physics* 227.9 (2008), p. 4398-4424. DOI : 10.1016/j.jcp.2008.01.010.
- [115] B. E. HURWITZ, L.-Y. SHYU, S. P. REDDY, N. SCHNEIDERMAN et J. H. NAGEL. « Coherent ensemble averaging techniques for impedance cardiography ». In : *Third Annual IEEE Symposium on Computer-Based Medical Systems*. IEEE Comput. Soc. Press, 1990. DOI : 10.1109/cbmsys.1990.109403.
- [116] U. INGARD. « On the reflection of a spherical sound wave from an infinite plane ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 23.3 (1951), p. 329-335. DOI : 10.1121/1.1906767.
- [117] A. JAMESON et T. BAKER. « Solution of the Euler equations for complex configurations ». In : *6th Computational Fluid Dynamics Conference*. American Institute of Aeronautics et Astronautics (AIAA), 1983. DOI : 10.2514/6.1983-1929.
- [118] F. B. JENSEN, W. A. KUPERMAN, M. B. PORTER et H. SCHMIDT. *Computational ocean acoustics*. Springer, 2011.

- [119] P. B. JOHNS et R. L. BEURLE. « Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix ». In : *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* 118.9 (1971), p. 1203. DOI : 10.1049/piee.1971.0217.
- [120] D. L. JOHNSON, J. KOPLIK et R. DASHEN. « Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 176.-1 (1987), p. 379. DOI : 10.1017/s0022112087000727.
- [121] H. JU et K.-Y. FUNG. « Time-domain simulation of acoustic sources over an impedance plane ». In : *Journal of Computational Acoustics* 10.03 (2002), p. 311-329. DOI : 10.1142/s0218396x0200170x.
- [122] S. KARNI. « On the group velocity of symmetric and upwind numerical schemes ». In : *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 18.11 (1994), p. 1073-1081. DOI : 10.1002/flid.1650181105.
- [123] M. KARWEIT, P. BLANC-BENON, D. JUVÉ et G. COMTE-BELLOT. « Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field : a study of phase variance ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 89.1 (1991), p. 52-62. DOI : 10.1121/1.400415.
- [124] J. W. KIM et D. JOO. « Generalized characteristic boundary conditions for computational aeroacoustics, part 2 ». In : *AIAA Journal* 42.1 (2004), p. 47-55. DOI : 10.2514/1.9029.
- [125] J. W. KIM et D. J. LEE. « Generalized characteristic boundary conditions for computational aeroacoustics ». In : *AIAA Journal* 38.11 (2000), p. 2040-2049. DOI : 10.2514/2.891.
- [126] S. KIM et J. CHOI. « Optimal design of PML absorbing boundary condition for improving wide-angle reflection performance ». In : *Electronics Letters* 40.2 (2004), p. 104. DOI : 10.1049/el :20040075.
- [127] D. KOMATITSCH et R. MARTIN. « An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation ». In : *GEOPHYSICS* 72.5 (2007), p. 155-167. DOI : 10.1190/1.2757586.
- [128] T. KOMATSU. « Improvement of the Delany-Bazley and Miki models for fibrous sound-absorbing materials ». In : *Acoustical Science and Technology* 29 (2008), p. 121-129. DOI : 10.1250/ast.29.121.
- [129] J. KRISTEK, P. MOCZO et M. GALIS. « A brief summary of some PML formulations and discretizations for the velocity-stress equation of seismic motion ». In : *Studia Geophysica et Geodaetica* 53.4 (2009), p. 459-474. DOI : 10.1007/s11200-009-0034-6.
- [130] W. KROPP et P. U. SVENSSON. « Time domain formulation of the method of equivalent sources ». In : *Acta Acustica* 3 (1995), p. 67-73.
- [131] R. KRUSE. « Application of the two-microphone method for in-situ ground impedance measurements ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 93.5 (2007), p. 837-842.
- [132] R. KRUSE et V. MELLERT. « Effect and minimization of errors in in situ ground impedance measurements ». In : *Applied Acoustics* 69 (2008), p. 884-890. DOI : 10.1016/j.apacoust.2007.05.010.

- [133] M. KUZUOGLU et R. MITTRA. « Frequency dependence of the constitutive parameters of causal perfectly matched anisotropic absorbers ». In : *IEEE Microwave and Guided Wave Letters* 6.12 (1996), p. 447-449. DOI : 10.1109/75.544545.
- [134] D. LAFARGE, P. LEMARINIER, J.-F. ALLARD et V. TARNOW. « Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 102.4 (1997), p. 1995-2006. DOI : 10.1121/1.419690.
- [135] K. M. LI, S. TAHERZADEH et K. ATTENBOROUGH. « An improved ray-tracing algorithm for predicting sound propagation outdoors ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 104.4 (1998), p. 2077-2083. DOI : 10.1121/1.423721.
- [136] K. M. LI et Q. WANG. « Analytical solutions for outdoor sound propagation in the presence of wind ». In : *the Journal of the Acoustical Society of America* 102 (1997), p. 2040-2049. DOI : 10.1121/1.419692.
- [137] X. Y. LI, X. D. LI et C. K. W. TAM. « Improved multipole broadband time-domain impedance boundary condition ». In : *AIAA Journal* 50.4 (2012), p. 980-984. DOI : 10.2514/1.j051361.
- [138] B. LIHOREAU, B. GAUVREAU, M. BÉRENGIER, P. BLANC-BENON et I. CALMET. « Outdoor sound propagation modeling in realistic environments : application of coupled parabolic and atmospheric models ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 120 (2006), p. 110-119. DOI : 10.1121/1.2204455.
- [139] L. R. LINES, R. SLAWINSKI et R. P. BORDING. « A recipe for stability of finite-difference wave-equation computations ». In : *GEOPHYSICS* 64.3 (1999), p. 967-969. DOI : 10.1190/1.1444605.
- [140] C. H. LIU et K. C. YEH. « Pulse spreading and wandering in random media ». In : *Radio Science* 14.5 (1979), p. 925-931. DOI : 10.1029/rs014i005p00925.
- [141] P.-R. LOH, A. F. OSKOOI, M. IBANESCU, M. SKOROBOGATIY et S. G. JOHNSON. « Fundamental relation between phase and group velocity, and application to the failure of perfectly matched layers in backward-wave structures ». In : *Physical Review E* 79.6 (2009). DOI : 10.1103/physreve.79.065601.
- [142] R. J. LUEBBERS et F. HUNSBERGER. « FDTD for Nth-order dispersive media ». In : *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 40.11 (1992), p. 1297-1301. DOI : 10.1109/8.202707.
- [143] G. MARROCCO et F. BARDATI. « Time-domain macromodel of planar microwave devices by FDTD and moment expansion ». In : *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 49.7 (2001), p. 1321-1328. DOI : 10.1109/22.932253.
- [144] R. MARTIN et D. KOMATITSCH. « An unsplit convolutional perfectly matched layer technique improved at grazing incidence for the viscoelastic wave equation ». In : *Geophysical Journal International* 179.1 (2009), p. 333-344. DOI : 10.1111/j.1365-246x.2009.04278.x.
- [145] R. MARTIN, D. KOMATITSCH et S. D. GEDNEY. « A variational formulation of a stabilized unsplit convolutional perfectly matched layer for the isotropic or anisotropic seismic wave equation ». In : *Computer Modeling in Engineering and Sciences* 37.3 (2008), p. 274-304.

- [146] R. MARTIN, D. KOMATITSCH, S. D. GEDNEY et E. BRUTHIAUX. « A high-order time and space formulation of the unsplit perfectly matched layer for the seismic wave equation using Auxiliary Differential Equations (ADE-PML) ». In : *Computer Modeling in Engineering and Sciences* 56.1 (2010), p. 17-42. DOI : 10.3970/cmcs.2010.056.017.
- [147] C. MATTIUSI. « The finite volume, finite element, and finite difference methods as numerical methods for physical field problems ». In : *Advances in Imaging and electron physics* 113 (2000), p. 1-146.
- [148] J.-F. MENNEMANN et A. JÜNGEL. « Perfectly Matched Layers versus discrete transparent boundary conditions in quantum device simulations ». In : *Journal of Computational Physics* 275 (2014), p. 1-24. DOI : 10.1016/j.jcp.2014.06.049.
- [149] Y. MIKI. « Acoustical properties of porous materials. Generalizations of empirical models. » In : *Journal of the Acoustical Society of Japan* 11 (1990), p. 25-28. DOI : 10.1250/ast.11.25.
- [150] Y. MIKI. « Acoustical properties of porous materials. Modifications of Delany-Bazley models. » In : *Journal of the Acoustical Society of Japan* 11 (1990), p. 19-24. DOI : 10.1250/ast.11.19.
- [151] S. MINISINI, E. ZHEBEL, A. KONONOV et W. A. MULDER. « Local time stepping with the discontinuous Galerkin method for wave propagation in 3D heterogeneous media ». In : *GEOPHYSICS* 78.3 (2013), T67-T77. DOI : 10.1190/geo2012-0252.1.
- [152] A. MODAVE, E. DELHEZ et C. GEUZAINÉ. « Optimizing perfectly matched layers in discrete contexts ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 99.6 (2014), p. 410-437. DOI : 10.1002/nme.4690.
- [153] A. MODAVE, J. LAMBRECHTS et C. GEUZAINÉ. « Perfectly matched layers for convex truncated domains with discontinuous Galerkin time domain simulations ». In : *Computers & Mathematics with Applications* 73.4 (2017), p. 684-700. DOI : 10.1016/j.camwa.2016.12.027.
- [154] F. MONTEGHETTI, D. MATIGNON et E. PIOT. « Energy analysis and discretization of nonlinear impedance boundary conditions for the time-domain linearized Euler equations ». In : *Journal of Computational Physics* 375 (2018), p. 393-426. DOI : 10.1016/j.jcp.2018.08.037.
- [155] F. MONTEGHETTI, D. MATIGNON, E. PIOT et L. PASCAL. « Design of broadband time-domain impedance boundary conditions using the oscillatory-diffusive representation of acoustical models ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 140.3 (2016), p. 1663-1674. DOI : 10.1121/1.4962277.
- [156] M. A. NOBILE et S. I. HAYEK. « Acoustic propagation over an impedance plane ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 78.4 (1985), p. 1325-1336. DOI : 10.1121/1.392902.
- [157] NORME ANSI S1-26. *Method for calculation of the absorption of sound by the atmosphere*. 1995.
- [158] NORME ISO 9613-1. *Acoustics — Attenuation of sound during propagation outdoors — Part 1 : calculation of the absorption of sound by the atmosphere*. 1993.

- [159] A. F. OSKOOI, L. ZHANG, Y. AVNIEL et S. G. JOHNSON. « The failure of perfectly matched layers, and towards their redemption by adiabatic absorbers ». In : *Optics Express* 16.15 (2008), p. 11376. DOI : 10.1364/oe.16.011376.
- [160] V. E. OSTASHEV, D. K. WILSON, L. LIU, D. F. ALDRIDGE, N. P. SYMONS et D. MARLIN. « Equations for finite-difference, time-domain simulation of sound propagation in moving inhomogeneous media and numerical implementation ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 117.2 (2005), p. 503-517. DOI : 10.1121/1.1841531.
- [161] V. E. OSTASHEV, S. L. COLLIER, D. K. WILSON, D. F. ALDRIDGE, N. P. SYMONS et D. MARLIN. « Padé approximation in time-domain boundary conditions of porous surfaces ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 122 (2007), p. 107-112. DOI : 10.1121/1.2743153.
- [162] V. OSTASHEV, D. JUVÉ et P. BLANC-BENON. « Derivation of a wide-angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 83 (1997), p. 455-460.
- [163] Y. ÖZYÖRÜK, L. N. LONG et M. G. JONES. « Time-domain numerical simulation of a flow-impedance tube ». In : *Journal of Computational Physics* 146.1 (1998), p. 29-57. DOI : 10.1006/jcph.1998.5919.
- [164] Y. ÖZYÖRÜK et L. N. LONG. « A time-domain implementation of surface acoustic impedance condition with and without flow ». In : *Journal of Computational Acoustics* 05.03 (1997), p. 277-296. DOI : 10.1142/s0218396x97000162.
- [165] R. PANNETON. « Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 122.6 (2007), EL217-EL222. DOI : 10.1121/1.2800895.
- [166] P. G. PETROPOULOS. « On the termination of the perfectly matched layer with local absorbing boundary conditions ». In : *Journal of Computational Physics* 143.2 (1998), p. 665-673. DOI : 10.1006/jcph.1998.5979.
- [167] P. G. PETROPOULOS. « Reflectionless sponge layers as absorbing boundary conditions for the numerical solution of Maxwell equations in rectangular, cylindrical, and spherical coordinates ». In : *SIAM Journal on Applied Mathematics* 60.3 (2000), p. 1037-1058. DOI : 10.1137/s0036139998334688.
- [168] A. D. PIERCE. *Acoustics : an introduction to its physical principles and applications*. Acoustical Society of America, 1989.
- [169] E. PREMAT et Y. GABILLET. « A new boundary-element method for predicting outdoor sound propagation and application to the case of a sound barrier in the presence of downward refraction ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 108.6 (2000), p. 2775-2783. DOI : 10.1121/1.1290512.
- [170] S. R. PRIDE, F. D. MORGAN et A. F. GANGI. « Drag forces of porous-medium acoustics ». In : *Physical Review B* 47.9 (1993), p. 4964-4978. DOI : 10.1103/physrevb.47.4964.
- [171] K. B. RASMUSSEN. « Outdoor sound propagation under the influence of wind and temperature gradients ». In : *Journal of Sound and Vibration* 104 (1986), p. 321-335. DOI : 10.1016/0022-460x(86)90271-3.

- [172] R. RASPET, S. W. LEE, E. KUESTER, D. C. CHANG, W. F. RICHARDS, R. GILBERT et N. BONG. « A fast-field program for sound propagation in a layered atmosphere above an impedance ground ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 77.2 (1985), p. 345-352. DOI : 10.1121/1.391906.
- [173] Y. REYMEN, M. BAELMANS et W. DESMET. « Efficient implementation of Tam and Auriault's time-domain impedance boundary condition ». In : *AIAA Journal* 46.9 (2008), p. 2368-2376. DOI : 10.2514/1.35876.
- [174] S. K. RICHARDS, X. ZHANG, X. X. CHEN et P. A. NELSON. « The evaluation of non-reflecting boundary conditions for duct acoustic computation ». In : *Journal of Sound and Vibration* 270.3 (2004), p. 539-557. DOI : 10.1016/j.jsv.2003.09.042.
- [175] C. RICHTER. « Liner impedance modeling in the time domain with flow ». Thèse de doct. Technische Universität Berlin, 2009.
- [176] C. RICHTER, L. PANEK et F. H. THIELE. « On the application of CAA-methods for the simulation of indirect combustion noise ». In : *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference)*. 2005. DOI : 10.2514/6.2005-2919.
- [177] S. W. RIENSTRA. « 1-D reflection at an impedance wall ». In : *Journal of Sound and Vibration* 125.1 (1988), p. 43-51. DOI : 10.1016/0022-460x(88)90413-0.
- [178] S. W. RIENSTRA. « Impedance models in time domain, including the extended Helmholtz resonator model ». In : *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 2006. DOI : 10.2514/6.2006-2686.
- [179] S. RIENSTRA et A. HIRSCHBERG. *An Introduction to Acoustics*. 2016.
- [180] J. A. RODEN et S. D. GEDNEY. « Convolution PML (CPML) : an efficient FDTD implementation of the CFS-PML for arbitrary media ». In : *Microwave and Optical Technology Letters* 27.5 (2000), p. 334-339. DOI : 10.1002/1098-2760(20001205)27:5<334::aid-mop14>3.0.co;2-a.
- [181] O. ROMPELMAN et H. H. ROS. « Coherent averaging technique : a tutorial review — Part 1 : noise reduction and the equivalent filter ». In : *Journal of Biomedical Engineering* 8.1 (1986), p. 24-29. DOI : 10.1016/0141-5425(86)90026-9.
- [182] O. ROMPELMAN et H. H. ROS. « Coherent averaging technique : a tutorial review — Part 2 : trigger jitter, overlapping responses and non-periodic stimulation ». In : *Journal of Biomedical Engineering* 8.1 (1986), p. 30-35. DOI : 10.1016/0141-5425(86)90027-0.
- [183] W. RUDIN. *Principles of mathematical analysis*. 3^e éd. McGraw-Hill, 1976.
- [184] R. SABATINI, C. BAILLY, O. MARSDEN et O. GAINVILLE. « Characterization of absorption and non-linear effects in infrasound propagation using an augmented Burgers' equation ». In : *Geophysical Journal International* 207.3 (2016), p. 1432-1445. DOI : 10.1093/gji/ggw350.
- [185] R. A. SACK et M. WEST. « A parabolic equation for sound propagation in two dimensions over any smooth terrain profile : the generalised terrain parabolic equation (GT-PE) ». In : *Applied Acoustics* 45.2 (1995), p. 113-129. DOI : 10.1016/0003-682x(94)00039-x.

- [186] S. SAKAMOTO, H. NAGATOMO, A. USHIYAMA et H. TACHIBANA. « Calculation of impulse responses and acoustic parameters in a hall by the finite-difference time-domain method ». In : *Acoustical Science and Technology* 29.4 (2008), p. 256-265. DOI : 10.1250/ast.29.256.
- [187] A. H. M. SALEH et P. BLANCHFIELD. « Analysis of acoustic radiation patterns of array transducers using the TLM method ». In : *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields* 3.1 (1990), p. 39-56. DOI : 10.1002/jnm.1660030106.
- [188] E. M. SALOMONS. *Computational atmospheric acoustics*. Springer Science + Business Media, 2001. DOI : 10.1007/978-94-010-0660-6.
- [189] E. M. SALOMONS. « Improved Green's function parabolic equation method for atmospheric sound propagation ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 104.1 (1998), p. 100-111. DOI : 10.1121/1.423260.
- [190] E. M. SALOMONS, R. BLUMRICH et D. HEIMANN. « Eulerian time-domain model for sound propagation over a finite-impedance ground surface. Comparison with frequency-domain models ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 88 (2002), p. 483-492.
- [191] N. SELLEN. « Modification de l'impédance de surface d'un matériau par contrôle actif : application à la caractérisation et à l'optimisation d'un absorbant acoustique ». Thèse de doct. École Centrale de Lyon, 2003.
- [192] C. SPA, A. GARRIGA et J. ESCOLANO. « Impedance boundary conditions for pseudo-spectral time-domain methods in room acoustics ». In : *Applied Acoustics* 71.5 (2010), p. 402-410. DOI : 10.1016/j.apacoust.2009.11.015.
- [193] D. STANESCU et W. G. HABASHI. « 2N-storage low dissipation and dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics ». In : *Journal of Computational Physics* 143.2 (1998), p. 674-681. DOI : 10.1006/jcph.1998.5986.
- [194] M. R. STINSON. « The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 89.2 (1991), p. 550-558. DOI : 10.1121/1.400379.
- [195] D. M. SULLIVAN. « Z-transform theory and the FDTD method ». In : *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 44.1 (1996), p. 28-34. DOI : 10.1109/8.477525.
- [196] A. TAFLOVE. « Advances in computational electrodynamics : the Finite-Difference Time-Domain method ». In : (1998).
- [197] S. TAHERZADEH et K. ATTENBOROUGH. « Deduction of ground impedance from measurements of excess attenuation spectra ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 105 (1999), p. 2039-2042. DOI : 10.1121/1.426744.
- [198] C. L. TALMADGE, R. WAXLER, X. DI, K. E. GILBERT et S. KULICHKOV. « Observation of low-frequency acoustic surface waves in the nocturnal boundary layer ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 124 (2008), p. 1956-1962. DOI : 10.1121/1.2967474.
- [199] C. K. W. TAM. *Computational aeroacoustics, a wave number approach*. Cambridge University Press, 2012.

- [200] C. K. W. TAM et L. AURIAULT. « Time-domain impedance boundary conditions for computational aeroacoustics ». In : *AIAA Journal* 34.5 (1996), p. 917-923. DOI : 10.2514/3.13168.
- [201] C. K. W. TAM et Z. DONG. « Wall boundary conditions for high-order finite-difference schemes in computational aeroacoustics ». In : *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 6.5-6 (1994), p. 303-322. DOI : 10.1007/BF00311843.
- [202] C. K. W. TAM et J. C. WEBB. « Dispersion-Relation-Preserving finite difference schemes for computational acoustics ». In : *Journal of Computational Physics* 107.2 (1993), p. 262-281. DOI : 10.1006/jcph.1993.1142.
- [203] C. K. W. TAM, J. C. WEBB C. J. et Z. DONG. « A study of the short wave components in computational acoustics ». In : *Journal of Computational Acoustics* 01.01 (1993), p. 1-30. DOI : 10.1142/s0218396x93000020.
- [204] K. W. THOMPSON. « Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems ». In : *Journal of Computational Physics* 68.1 (1987), p. 1-24. DOI : 10.1016/0021-9991(87)90041-6.
- [205] K. W. THOMPSON. « Time-dependent boundary conditions for hyperbolic systems, II ». In : *Journal of Computational Physics* 89.2 (1990), p. 439-461. DOI : 10.1016/0021-9991(90)90152-q.
- [206] P. TRIVERIO, S. GRIVET-TALOCIA, M. S. NAKHLA, F. G. CANAVERO et R. ACHAR. « Stability, causality, and passivity in electrical interconnect models ». In : *IEEE Transactions on Advanced Packaging* 30.4 (2007), p. 795-808. DOI : 10.1109/tadvp.2007.901567.
- [207] *Understanding poles and zeros*. <http://web.mit.edu/2.14/www/Handouts/PoleZero.pdf>. Consulté le 8 janvier 2019.
- [208] T. VAN RENTERGHEM. « Efficient outdoor sound propagation modeling with the finite-difference time-domain (FDTD) method : a review ». In : *International Journal of Aeroacoustics* 13.5-6 (2014), p. 385-404. DOI : 10.1260/1475-472x.13.5-6.385.
- [209] T. VAN RENTERGHEM et D. BOTTELDOOREN. « Numerical simulation of the effect of trees on downwind noise barrier performance ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 89 (2003), p. 764-778.
- [210] T. VAN RENTERGHEM, D. BOTTELDOOREN et L. DEKONINCK. « Airborne sound propagation over sea during offshore wind farm piling ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 135.2 (2014), p. 599-609. DOI : 10.1121/1.4861244.
- [211] S. N. VECHERIN, D. K. WILSON et V. E. OSTASHEV. « Incorporating source directionality into outdoor sound propagation calculations ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 130.6 (2011), p. 3608. DOI : 10.1121/1.3655881.
- [212] M. R. VISBAL et D. V. GAITONDE. « On the use of higher-order finite-difference schemes on curvilinear and deforming meshes ». In : *Journal of Computational Physics* 181.1 (2002), p. 155-185. DOI : 10.1006/jcph.2002.7117.
- [213] R. WANG. « The Laplace and z-transforms ». In : *Introduction to Orthogonal Transforms*. Cambridge University Press, 2012. Chap. 6, p. 277-338. DOI : 10.1017/cbo9781139015158.008.

- [214] M. WEST, F. WALKDEN et R. A. SACK. « The acoustic shadow produced by wind speed and temperature gradients close to the ground ». In : *Applied Acoustics* 27 (1989), p. 239-260. DOI : 10.1016/0003-682x(89)90063-7.
- [215] J. H. WILLIAMSON. « Low-storage Runge-Kutta schemes ». In : *Journal of Computational Physics* 35.1 (1980), p. 48-56. DOI : 10.1016/0021-9991(80)90033-9.
- [216] D. K. WILSON. « Simple, relaxational models for the acoustical properties of porous media ». In : *Applied Acoustics* 50.3 (1997), p. 171-188. DOI : 10.1016/s0003-682x(96)00048-5.
- [217] D. K. WILSON. « Relaxation-matched modeling of propagation through porous media, including fractal pore structure ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 94.2 (1993), p. 1136-1145. DOI : 10.1121/1.406961.
- [218] D. K. WILSON, V. E. OSTASHEV, S. L. COLLIER, N. P. SYMONS, D. F. ALDRIDGE et D. H. MARLIN. « Time-domain calculations of sound interactions with outdoor ground surfaces ». In : *Applied Acoustics* 68.2 (2007), p. 173-200. DOI : 10.1016/j.apacoust.2005.10.004.
- [219] D. K. WILSON, C. L. PETTIT et V. E. OSTASHEV. « Sound propagation in the atmospheric boundary layer ». In : *Acoustics Today* 11.2 (2015), p. 44-53.
- [220] K. YEE. « Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media ». In : *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 14.3 (1966), p. 302-307. DOI : 10.1109/tap.1966.1138693.
- [221] C. S. YOO et H. G. IM. « Characteristic boundary conditions for simulations of compressible reacting flows with multi-dimensional, viscous and reaction effects ». In : *Combustion Theory and Modelling* 11.2 (2007), p. 259-286. DOI : 10.1080/13647830600898995.
- [222] W. ZHANG et Y. SHEN. « Unsplit complex frequency-shifted PML implementation using auxiliary differential equations for seismic wave modeling ». In : *GEOPHYSICS* 75.4 (2010), T141-T154. DOI : 10.1190/1.3463431.
- [223] Z. C. ZHENG et G. KE. « Accuracy and efficiency of a moving-zone method in the time-domain simulation ». In : *Applied Acoustics* 92 (2015), p. 1-5. DOI : 10.1016/j.apacoust.2014.12.008.
- [224] S. Q. ZHU. « Causality in the frequency domain ». In : *International Journal of Control* 52.1 (1990), p. 251-259. DOI : 10.1080/00207179008953534.
- [225] C. ZWIKKER et C. W. KOSTEN. *Sound absorbing materials*. Elsevier New York, 1949.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande des directeurs de thèse

Messieurs D. JUVE et S. CHEINET

et les rapports de

M. R. MARCHIANO

Professeur - Sorbonne Université - Institut Jean le Rond d'Alembert (case 162)
Campus Pierre et Marie Curie - 4, place Jussieu - 75252 Paris cedex 05

et de

M. B. GAUVREAU

Directeur de Recherche HDR - IFSTTAR - Allée des Ponts et Chaussées - Bâtiment Resal
Route de Bouaye - CS 5004 - 44344 Bouguenais cedex

Monsieur COSNEFROY Matthias

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 3 mai 2019

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

M-A. GALLAND

