



Etude numérique de la production et de la propagation d'ondes non linéaires dans les jets supersoniques

Pierre Pineau

► To cite this version:

Pierre Pineau. Etude numérique de la production et de la propagation d'ondes non linéaires dans les jets supersoniques. Autre. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSEC034 . tel-02429413

HAL Id: tel-02429413

<https://theses.hal.science/tel-02429413>

Submitted on 6 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE
CENTRALE LYON

N° d'ordre NNT : 2018LYSEC034

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
opérée au sein de l'École Centrale de Lyon

École Doctorale N° 162
Mécanique Énergétique Génie Civil Acoustique

Spécialité de doctorat : Acoustique

Soutenue publiquement le 30/11/2018, par
Pierre Pineau

**Étude numérique de la production et de la
propagation d'ondes non linéaires dans les jets
supersoniques**

Devant le jury composé de :

Bogey, Christophe
Daru, Virginie
Grasso, Francesco
Nonomura, Taku
Papamoschou, Dimitri
Vuillot, François

Directeur de recherche
Maître de Conférences
Professeur
Professeur
Professeur
Ingénieur de recherche

École Centrale de Lyon
Arts et Métiers ParisTech
CNAM
Tohoku University
University of California, Irvine
ONERA

Directeur de thèse
Examinatrice
Président du jury
Rapporteur
Rapporteur
Examineur

Résumé

Dans ce travail de thèse, les mécanismes à l'origine de la formation des chocs associés à la perception de *crackle* proche de jets supersoniques axisymétriques sont étudiés à l'aide de simulations numériques. Dans ces simulations, les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles sont résolues en coordonnées cylindriques à l'aide de différences finies d'ordre élevé peu dissipatives et peu dispersives.

Quatre jets temporels à des nombres de Mach de 2 et 3 et à des nombres de Reynolds compris entre 3125 et 50000 sont simulés dans un premier temps. Des ondes acoustiques de forte amplitude présentant d'importants gradients de pression sont mises en évidence à proximité des jets. Elles se forment par un mécanisme de raidissement à la source qui est étudié par le calcul de moyennes conditionnelles synchronisées autour des pics de pression en champ proche. Ces moyennes montrent un lien direct entre ces ondes non linéaires et la convection de structures cohérentes à des vitesses supersoniques dans les couches de mélange.

L'influence de la température sur la formation de ces ondes est examinée dans un second temps par le calcul de cinq jets temporels à des rapports de température de 1, 2 et 4, et à des nombres de Mach acoustique compris entre 2 et 4. À vitesse d'éjection constante, les niveaux de bruit produits par les jets chauds sont moins élevés que ceux du jet isotherme, mais les ondes non linéaires qu'ils rayonnent sont peu affectées par une hausse de température. À nombre de Mach constant, les niveaux augmentent avec la température, de même que l'asymétrie des fluctuations de pression, traduisant un renforcement du caractère non linéaire des ondes rayonnées. Ces variations pourraient être dues à celles de la vitesse de convection des structures cohérentes, qui augmente de façon significative avec la température lorsque le nombre de Mach est constant, mais diminue légèrement à vitesse constante.

Finalement, trois simulations de jets spatiaux isothermes et chauds à un nombre de Mach acoustique de 2 et à des nombres de Reynolds de 12500 et 50000 sont mises en œuvre. Des ondes de Mach présentant d'importants gradients de pression sont visibles au voisinage direct des jets. La formation de ces ondes est liée, comme dans le cas des jets temporels, à la convection supersonique de structures cohérentes dans les couches de mélange. Le champ lointain acoustique est enfin déterminé par des méthodes d'extrapolation linéaire et non linéaire. Lorsque la propagation est non linéaire, un raidissement additionnel des fronts d'onde est constaté en champ lointain.

Mots clés : bruit de jet ; crackle ; ondes de Mach ; écoulements supersoniques ; structures cohérentes ; acoustique non linéaire, simulation des grandes échelles ; simulation numérique directe.

Abstract

Numerical simulations are carried out with the aim of investigating the formation of nonlinear steepened waves at the origin of crackle in the near acoustic field of supersonic jets. In these simulations, the compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates using high-order low-dissipative and low-dispersive finite difference schemes.

Four temporally-developing isothermal round jets are first simulated at Mach numbers of 2 and 3 and at Reynolds numbers ranging from 3,125 to 50,000. Strong acoustic waves containing sharp pressure variations are observed in the vicinity of the jets. Their formation process is described by the computation of conditional averages which are triggered by the detection of strong pressure peaks in the near field. Such steepened waves are then shown to be produced by the supersonic motion of coherent structures inside the jet shear layers.

Temperature effects are then investigated by considering five temporal round jets at temperature ratios of 1, 2 and 4 and at acoustic Mach numbers of 2, 2.8 and 4. For a given jet speed, the sound levels produced by the hot jets are lower than those of the isothermal one. However, the properties of the steepened waves they generate are not significantly affected by a rise of temperature. On the contrary, when the Mach number is held constant, pressure levels are higher at high temperature. The skewness and kurtosis factors of pressure fluctuations are also increased, which indicates a strengthening of the asymmetry and the intermittency of the pressure fluctuations. It is likely that the influence of temperature on these waves results from the variations of the convection speed, which is found to significantly increase with temperature at constant Mach number, but to slightly decrease at constant jet speed.

Finally, three simulations of spatially-developing axisymmetric, isothermal and hot jets at a Mach number of 2 and at Reynolds numbers of 12500 and 50000 are performed. Strong Mach waves possessing the distinctive features of crackle are visible in the near vicinity of the jets. As observed for temporal simulations, their formations are associated with the supersonic motion of large-scale coherent structures inside the jet shear layers. The far acoustic field is determined using linear as well as nonlinear extrapolation methods. When nonlinear propagation effects are taken into account, a further steepening of the wavefronts is observed with increasing propagation distance.

Key words : jet noise ; crackle ; Mach wave radiation ; supersonic flow ; coherent structures ; nonlinear acoustics ; Large-Eddy Simulation ; Direct Numerical Simulation.

Remerciements

Les travaux présentés dans cette thèse de doctorat ont débuté en octobre 2015, et ont été réalisés au sein du Centre Acoustique du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique à l'École Centrale de Lyon.

Je souhaite en premier lieu remercier mon directeur de thèse, Christophe Bogey, pour la grande qualité de son encadrement. Toujours disponible et de bonne humeur, il a su me guider au cours de ces trois années avec rigueur et exigence, mais aussi avec beaucoup de bienveillance. Sa patience sans égale lorsqu'il s'agissait de relire ma prose, mais aussi ses références cinématographiques pertinentes et sa connaissance implacable de la chanson québécoise, de Robert Charlebois à Jean Leloup, ont été particulièrement appréciés. Je remercie également Thomas Castelain et Bertrand Mercier, avec qui j'ai pris plaisir à échanger à propos des aspects expérimentaux de l'étude des jets supersoniques.

J'associe à ces remerciements Didier Dragna et Christophe Bailly, qui m'ont aiguillé vers l'aéroacoustique numérique dès ma deuxième année de cycle ingénieur à l'ECL. Christophe Bailly mérite par ailleurs une deuxième salve de remerciements pour m'avoir emmené au laboratoire par un beau matin d'août afin de rallumer ma station de travail éteinte suite à une coupure de courant, me permettant ainsi de terminer la rédaction de cette thèse. Je remercie également Marie-Gabrielle pour son aide précieuse, ainsi que l'équipe du PMCS2I : Laurent, Anne, et Dan, pour leur travail remarquable sur la gestion des moyens de calcul du laboratoire. La réservation de f32, x44 et autres t32 pendant le mois d'août précédant la fin de la thèse a été cruciale.

J'ai une pensée particulière pour les anciens locataires de la salle Kandinsky : Marion, Vianney, Han et Bertrand, puis Simon et Mathieu, avec qui j'ai eu le plaisir, pendant près de trois ans, de partager le même bureau, mais aussi des chutes de ski, les bulles de savon, la glace au citron, et surtout la vraie recette des bugnes. Je remercie aussi Dominique, pour ma table de travail toujours étincelante et ses gâteaux au chocolat à tomber par terre, ainsi que Michel, toujours prompt à régler les petits problèmes matériels du quotidien.

L'écriture de ces remerciements est l'occasion de me rendre compte de la quantité impressionnante de personnes que j'ai eu l'occasion de côtoyer lors de ces trois années passées au LMFA et auxquelles je suis reconnaissant. Je pense en particulier aux stagiaires, doctorants et post-doctorants qui se sont succédés dans les bureaux du J12 puis du H10 et qui ont contribué, chacun à leur façon, à rendre ces trois années mémorables. Je remercie donc, sans ordre particulier, Paul, Sarah, Adrien, Miguel, Justine, Simon, Virginie, Michael, Romain, Johan, Gyuzel, Yann, Mathias, Etienne, David, Thomas, Maxime, Danny, Léo, Gabriele, Patricia, Rafael, Damien, Maria, Yuanyuan, Giorgos et Roberto.

Mes amis ont également joué un rôle de premier plan dans la réussite de cette thèse, et

plus généralement dans ma vie personnelle de ces dernières années. Je pense en particulier aux Lyonnais (et assimilés) : Nicolas, Stéphanie, Thomas, Pierre, Youna, Josselin, Paloma, John, Sophie, Chloé, Matthieu et Denis, qui m'ont accompagné pendant ces trois dernières années, et avec qui j'ai eu le plaisir de partager, pour certains d'entre eux, WESH, WET et autres WEGR. Leur soutien a été particulièrement crucial sur la fin.

Enfin, je remercie mes parents, ainsi que ma sœur Marion et mon frère Simon, qui ont toujours su être là pour moi.

Table des matières

Introduction	11
1 Turbulence et sources de bruit dans les jets libres supersoniques	17
1.1 Écoulement supersonique en sortie d'une tuyère	17
1.1.1 Grandeurs statiques et grandeurs totales	17
1.1.2 Structure d'un jet libre	18
1.1.3 Cas des jets supersoniques	19
1.1.3.1 Tuyère convergente-divergente	19
1.1.3.2 Cas où $p_j = p_\infty$: jet idéalement détendu	20
1.1.3.3 Cas où $p_j > p_\infty$: jet sous-détendu	20
1.1.3.4 Cas où $p_j < p_\infty$: jet sur-détendu	20
1.2 Bruit associé à la présence d'un réseau de cellules de choc	21
1.2.1 Le bruit de choc large bande	22
1.2.2 Le bruit de <i>screech</i>	23
1.3 Bruit de mélange et turbulence dans les jets supersoniques	24
1.3.1 Le modèle à deux sources du bruit de mélange	24
1.3.2 Structures cohérentes dans les jets à haute vitesse	25
1.3.2.1 Mise en évidence des structures cohérentes	25
1.3.2.2 Structures cohérentes et ondes d'instabilité	26
1.3.2.3 Structures cohérentes dans les écoulements compressibles	28
1.3.3 Les ondes de Mach	30
1.3.3.1 Ondes de Mach et structures cohérentes	32
1.3.3.2 Caractère linéaire du rayonnement d'ondes de Mach	33
1.3.3.3 Effet de la température	35
1.3.3.4 Effets liés au nombre de Mach	36
1.3.3.5 Effets du nombre de Reynolds	36
1.3.3.6 Effets de l'état des couches limites en sortie de tuyère	38
1.4 Le bruit de <i>crackle</i>	38
1.4.1 Un effet de perception	38
1.4.2 Quantification de la présence de crackle	39
1.5 Origine du bruit de crackle	40
1.5.1 Formation de chocs par des effets de propagation non linéaire	42
1.5.1.1 Propagation non linéaire du bruit rayonné par les jets supersoniques	42

1.5.1.2	Formation de chocs par raidissement non linéaire	42
1.5.1.3	Compétition avec d'autres mécanismes	43
1.5.1.4	Interaction non linéaire entre plusieurs chocs	43
1.5.2	Raidissement à la source	44
1.5.3	Effets des conditions de sortie sur le bruit de crackle	45
1.5.3.1	Effets du nombre de Mach	45
1.5.3.2	Effets de la température	45
1.5.3.3	Effets du nombre de Reynolds	46
1.5.3.4	Effets de l'état des couches limites en sortie de tuyère	46
2	Méthodes numériques pour le calcul du bruit des jets supersoniques	47
2.1	Simulation numérique du bruit d'origine aérodynamique	47
2.1.1	Simulations numérique des écoulements turbulents	47
2.1.1.1	Simulation numérique directe (DNS)	47
2.1.1.2	Simulation des grandes échelles (LES)	48
2.1.1.3	Résolution des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)	49
2.1.2	Méthodes d'extrapolation du bruit en champ lointain	50
2.1.2.1	Utilisation de méthodes intégrales	50
2.1.2.2	Intégration en temps des équations de propagation	51
2.2	Méthodes numériques pour la simulation de jets supersoniques	51
2.2.1	Équations de Navier-Stokes pour un fluide compressible	51
2.2.2	Discretisation spatiale	52
2.2.2.1	Erreurs de dissipation et de dispersion	52
2.2.2.2	Traitement des parois solides et des frontières	53
2.2.3	Intégration temporelle	54
2.2.4	Application d'un filtre sélectif	55
2.2.5	Utilisation des coordonnées cylindriques	57
2.2.5.1	Traitement de la discontinuité sur l'axe	57
2.2.5.2	Diminution de la résolution azimutale effective	58
2.2.6	Traitement des chocs	59
2.2.6.1	Filtrage adaptatif	60
2.2.6.2	Calcul de la force du filtrage	61
2.2.7	Comparaison des mécanismes de dissipation	62
2.3	Conditions aux limites	64
2.3.1	Conditions de rayonnement	64
2.3.1.1	Utilisation d'une zone éponge	65
2.3.1.2	Conditions de périodicité	66
3	Rayonnement d'ondes de Mach et formation de chocs dans le champ proche acoustique de jets temporels supersoniques isothermes	69

4	Influence de la température sur le rayonnement d'ondes non linéaires dans des jets temporels supersoniques	109
4.1	Description des simulations	109
4.1.1	Paramètres des jets	109
4.1.2	Méthodes numériques	111
4.1.3	Mise en œuvre des simulations	112
4.2	Résultats	113
4.2.1	Développement des jets	113
4.2.1.1	Représentations instantanées	113
4.2.1.2	Grandeurs moyennes	114
4.2.1.3	Spectres en nombres d'onde des fluctuations de vitesse	116
4.2.2	Champ proche acoustique des jets	118
4.2.2.1	Niveaux de pression et représentations instantanées	118
4.2.2.2	Spectres en nombre d'onde	119
4.2.2.3	Ondes non linéaires dans le champ proche acoustique	122
4.2.2.4	Skewness et kurtosis des fluctuations de pression	124
4.2.2.5	Skewness de la dilatation	125
4.2.3	Vitesses de convection	127
4.2.4	Moyennes conditionnelles des événements à l'origine des ondes non linéaires	131
4.3	Conclusion	137
5	Rayonnement d'ondes de Mach et formation de chocs dans le champ proche acoustique de jets spatiaux supersoniques	139
	Conclusion	171
A	Équations de Navier Stokes en coordonnées cylindriques	175
B	Coefficients des schémas et filtres	177
C	Influence du paramètre seuil sur le calcul des moyennes conditionnelles	181
C.1	Méthode de moyennes conditionnelles	181
C.2	Influence du paramètre seuil	181

Introduction

Le bruit des jets supersoniques

Les premières études du bruit produit par les jets supersoniques [96, 139, 142] remontent aux années 1950 et à l'apparition des premiers avions propulsés par des moteurs à réaction. À l'époque, ces études étaient motivées dans une large mesure par le besoin de limiter les nuisances sonores associées au transport aérien civil. Les premiers moteurs à réaction, tels que ceux propulsant le Boeing 707, expulsaient en effet des gaz à des vitesses largement supérieures à celle du son. Les jets supersoniques qui se développaient en sortie des tuyères étaient à l'origine de niveaux de bruit problématiques au voisinage des aéroports. De tels niveaux pouvaient aussi mener à des sollicitations mécaniques excessives pouvant causer dans certains cas la rupture par fatigue de certains composants [80]. Aujourd'hui, la grande majorité des moteurs à réaction civils éjectent des gaz à des vitesses subsoniques ou faiblement supersoniques, ce qui permet de diminuer de façon significative les nuisances sonores associées. Néanmoins, le bruit des jets supersoniques continue de faire l'objet d'investigations récurrentes pour plusieurs raisons. D'une part, les moteurs des avions de chasse modernes, tel que le Rafale de Dassault Aviation montré sur la figure 1(a), sont conçus de façon à pouvoir produire de très fortes poussées spécifiques. Cela nécessite d'éjecter des gaz à des vitesses largement supersoniques, ce qui conduit à d'importantes nuisances sonores [63]. Ces nuisances sont particulièrement gênantes lorsque ces avions décollent du pont d'un porte-avion, puisque l'espace limité à bord de ces navires expose le personnel de bord à des conditions de travail difficiles. D'autre part, plusieurs sociétés travaillent actuellement au développement de projets d'avions civils supersoniques. Étant données les normes actuelles drastiques en terme de niveaux de bruit admissibles pour ces avions, le développement de moteurs supersoniques satisfaisant ces normes constitue un des principaux défis technologiques associés à ces projets [155]. Enfin, les vibrations produites par les jets supersoniques issus des moteurs fusée constituent une difficulté majeure pour la conception et l'exploitation des lanceurs spatiaux, comme la fusée Ariane 5 sur la figure 1(b). Lors du décollage, les niveaux acoustiques à proximité du lanceur sont si intenses que les vibrations, qui sollicitent la coiffe de la fusée et les structures environnantes, peuvent aller jusqu'à endommager la charge utile ou les installations du pas de tir.

Le bruit produit par les jets supersoniques se distingue de celui des jets subsoniques par la présence de plusieurs sources de bruit spécifiques [163]. Parmi ces sources, certaines sont associées à la présence d'un réseau de cellules de choc quasi-périodique en sortie de la tuyère lorsque la pression de sortie est différente de la pression atmosphérique. C'est le cas du bruit dit de *screech* et du bruit de choc large-bande, qui sont causés par des mécanismes d'interaction entre



FIGURE 1 – Jets supersoniques issus des tuyères (a) du Rafale et (b) du lanceur Ariane 5. (sources : Marine Nationale et ArianeGroup)

la turbulence du jet et les cellules de choc. Ces deux composantes sonores constituent le bruit de choc, à l'origine d'un rayonnement acoustique principalement dirigé en amont du jet. Une autre composante de bruit propre aux jets supersoniques est associée au mouvement de structures cohérentes à l'intérieur du jet. Lorsque la vitesse de convection de ces structures est supérieure à la vitesse du son du milieu ambiant, elles rayonnent des ondes de Mach qui conduisent à un pic marqué de niveaux de bruit dans la direction aval. Ce rayonnement constitue la source de bruit principale dans cette direction lorsque la vitesse d'éjection est supérieure à de l'ordre de 1.5 fois la vitesse du son du milieu ambiant [88].

Une autre particularité du bruit produit par les jets supersoniques résulte des niveaux de bruit rencontrés, qui sont particulièrement élevés. Pour ces niveaux, qui peuvent atteindre 143 dB [66] à quelques dizaines de mètres d'un moteur de F-22A Raptor, par exemple, la modélisation de la propagation acoustique comme un phénomène linéaire atteint ses limites. Cela se traduit, notamment, par la présence d'ondes de choc dans les signaux acoustiques mesurés à proximité des jets [5, 49, 89]. Ces chocs sont à l'origine d'un phénomène de perception très désagréable appelé bruit dit de *crackle* [49], qui ressemble au son produit par le déchirement irrégulier d'une feuille de papier, ou encore à celui qui accompagne l'ajout d'eau froide dans de l'huile bouillante. Ils sont essentiellement observés en aval du jet, là où le rayonnement d'ondes de Mach constitue la composante de bruit principale. Les mécanismes menant à la formation de ces chocs sont cependant mal compris. Notamment, une question importante revient à déterminer s'ils se forment au cours de la propagation, à cause d'effets non linéaires, ou s'ils sont produits au voisinage du jet, par un mécanisme dit de raidissement à la source. La formation progressive de chocs par des effets de propagation non linéaire a été observée dans un certain nombre d'études à échelle réelle portant sur le bruit produit par des moteurs d'avion ou de fusée. Néanmoins, l'importance de ces effets est toujours débattue dans le cas des jets à échelle réduite étudiés en laboratoire, pour lesquels les fréquences d'intérêt sont élevées, et où le raidissement des fronts d'onde peut donc être contré par l'absorption moléculaire [6, 7]. Dans le même temps, des visualisations optiques [122, 131, 149] ainsi que des simulations numériques [33, 124] ont permis de mettre en évidence la présence de chocs au voisinage direct de couches de mélange. Cela suggère que ces

derniers sont produits, au moins partiellement, au niveau de l'écoulement par un mécanisme dit de raidissement à la source.

Les mécanismes à l'origine de ce raidissement à la source sont encore mal compris. Néanmoins, des études récentes [105, 122] ont permis de montrer qu'il était possible d'atténuer le bruit de *crackle* en modifiant la géométrie de la buse, notamment par l'ajout de chevrons ou de cannelures en sortie de tuyère. De telles modifications agissent sur l'organisation de la turbulence dans les couches de mélange, en particulier sur les vitesses de convection des grandes structures cohérentes qui s'y forment. Ces structures, par les ondes de Mach qu'elles produisent, pourraient ainsi jouer un rôle dans la formation d'ondes non linéaires au voisinage du jet, dont la nature précise reste cependant à préciser. Une autre question concerne l'influence de la température du jet sur la production de ces ondes. Alors que les jets issus des tuyères de moteurs d'avions militaires sont caractérisés par des températures élevées, pouvant aller jusqu'à 2000 K [193], l'influence de cette grandeur sur la production du bruit de *crackle* n'est pas bien connue. Une des difficultés rencontrées dans l'étude des effets de température provient notamment de l'impossibilité de faire varier ce paramètre indépendamment de la vitesse et du nombre de Mach. Lorsque ce dernier est maintenu constant, comme dans de nombreuses références [89, 116], une élévation de température s'accompagne en effet d'une hausse de la vitesse du jet qui permet de contrebalancer l'accroissement de la vitesse du son. Étant donnée l'influence de la vitesse du jet sur les niveaux de bruit, cette hausse peut mener à une certaine confusion entre les effets qui résultent directement d'une élévation de température et ceux causés par une hausse de la vitesse des gaz d'éjection. Enfin, il convient de souligner que la possibilité du raidissement des fronts d'onde à la source n'exclut pas le raidissement causé par l'accumulation d'effets de propagation non linéaires. La connaissance des contributions respectives de ces deux phénomènes à la formation de chocs en champ lointain demeure néanmoins une question ouverte [6, 50, 138].

Objectifs

Dans ce travail de thèse, des simulations numériques de jets supersoniques axisymétriques sont réalisées dans le but de caractériser les mécanismes à l'origine de la production et de la propagation d'ondes non linéaires à proximité de jets supersoniques. Ces calculs incluent des simulations de jets spatiaux, tels qu'étudiés au cours de ces dernières années au centre acoustique du LMFA [10, 24, 41], ainsi que des simulations de jets temporels. Ces dernières constituent des modèles simplifiés de jets permettant d'étudier l'influence d'un paramètre donné sur certaines propriétés de l'écoulement. Par le passé, des simulations de couches de mélange temporelles ont été réalisées afin d'étudier les effets de la compressibilité sur la turbulence dans les écoulements cisailés [55, 129, 192], mais aussi les mécanismes de production de bruit dans les jets subsoniques [51, 87] et supersoniques [33, 182].

Ce travail s'articule autour de trois axes principaux :

- L'étude des mécanismes à l'origine de la formation d'ondes non linéaires au voisinage direct de jets supersoniques. Pour cela, quatre simulations de jets temporels isothermes

à des nombres de Mach de 2 et 3 et à des nombres de Reynolds de 3125, 12500 et 50000 sont réalisées. Un premier objectif est de caractériser les propriétés des ondes non linéaires produites par les jets, et notamment leur organisation azimutale. Un second objectif est de mettre en évidence des liens entre les fronts d'onde raidis observés au voisinage direct du jet et des événements se produisant dans l'écoulement.

- La caractérisation de l'influence de la température sur la formation d'ondes non linéaires à proximité de jets supersoniques. Un des buts recherchés est de distinguer les effets directement attribuables à une variation de température de ceux qui sont causés par une modification de la vitesse du jet, notamment lorsque la température varie à nombre de Mach constant. Pour cela, cinq simulations de jets temporels sont mises en œuvre à des rapports de température statique de 1, 2 et 4. Les conditions initiales de ces jets sont choisies de façon à étudier séparément l'influence d'une élévation de température à nombre de Mach constant, et à vitesse constante.
- La mise en évidence des rôles respectifs du raidissement à la source et des effets cumulés de propagation non linéaires dans la formation de chocs loin du jet. Cette étude s'appuie sur la réalisation de trois simulations de jets spatiaux à des nombres de Mach acoustique de 2. Parmi ces jets, deux sont isothermes et ont des nombres de Reynolds de 12500 et 50000, tandis qu'un troisième, chaud, possède un rapport de température statique de 1.9 et un nombre de Reynolds de 50000. Il s'agit dans un premier temps de mettre en évidence la formation d'ondes non linéaires au voisinage direct des jets, et de décrire les mécanismes en jeu. Dans un second temps, le champ proche acoustique est propagé loin de l'écoulement à l'aide de méthodes d'extrapolation linéaires et non linéaires. Un des objectifs est alors de déterminer les rôles respectifs du raidissement à la source et des effets de propagation non linéaires dans la formation de chocs.

Organisation du manuscrit

Le manuscrit est composé de cinq parties. Dans la première, une synthèse bibliographique portant sur le bruit produit par les jets supersoniques est présentée. En particulier, l'influence des conditions en sortie de tuyère sur le rayonnement d'ondes de Mach et le bruit de *crackle* fait l'objet d'une attention particulière.

Dans une seconde partie, les méthodes numériques utilisées pour les simulations de jets supersoniques effectuées dans ce travail sont introduites. Les schémas numériques employés, spécialement conçus pour le calcul du bruit produit par les écoulements supersoniques axisymétriques, sont notamment décrits.

Dans la troisième partie, des simulations de jets temporels sont réalisées afin d'étudier la formation d'ondes non linéaires au voisinage direct de jets supersoniques. Pour cela quatre simulations de jets temporels isothermes sont réalisées pour des nombres de Mach de 2 et 3, et des nombres de Reynolds de 3125, 12500 et 50000. Les propriétés aérodynamique et acoustique de ces jets sont analysées au moyen de spectres en nombre d'onde, de corrélations spatio-temporelles et de moyennes conditionnelles. En particulier, le rôle des structures cohérentes dans la formation

de ces ondes est mis en évidence.

La quatrième partie porte sur l'étude des effets de température sur la formation d'ondes non linéaires au voisinage des jets. Cette étude s'appuie sur la réalisation de cinq simulations de jets temporels à des rapports de température de 1, 2 et 4. Trois de ces jets ont un nombre de Mach acoustique de 2, ce qui permet d'étudier l'effet d'une élévation de température à vitesse d'éjection constante. Ces calculs sont complétés par deux simulations de jets chauds aux mêmes rapports de température, dont le nombre de Mach est fixé à 2. Dans ces dernières, la vitesse du jet est plus grande pour les rapports de température les plus élevés. Le champ acoustique des jets est caractérisé à l'aide de spectres en nombres d'onde et de statistiques d'ordre élevé, comme les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement des fluctuations de pression. Des moyennes conditionnelles sont également calculées dans le but d'illustrer comment une élévation de température modifie la formation d'ondes non linéaires au voisinage direct de ces jets.

Dans la dernière partie, trois simulations de jets spatiaux sont mises en œuvre. Ces jets ont un nombre de Mach acoustique égal à 2. Deux simulations de jets isothermes à des nombres de Reynolds de 12500 et 50000 sont réalisées, tandis qu'un troisième jet est simulé à un rapport de température statique de 1.9 et à nombre de Reynolds de 50000. Les conditions de sortie de ce dernier jet sont proches de celles considérées dans l'expérience de Papamoschou & Debiasi [133]. Dans un premier temps, le champ acoustique proche est détaillé afin de mettre en évidence la formation d'ondes non linéaires au voisinage direct de l'écoulement. Les mécanismes en jeu sont ensuite décrits par le calcul de moyennes conditionnelles. Finalement, le champ lointain acoustique est déterminé grâce à des méthodes d'extrapolation linéaires et non linéaires. La comparaison des résultats obtenus permet de distinguer les rôles respectifs du raidissement à la source et de l'accumulation d'effets de propagation non linéaires dans la formation des chocs.

1 Turbulence et sources de bruit dans les jets libres supersoniques

Dans ce premier chapitre, plusieurs aspects de la physique des jets libres supersoniques sont présentés. Dans un premier temps, les grandeurs impliquées dans la définition des conditions de sortie sont introduites. Dans un second temps, les différentes composantes de bruit dans les jets rapides sont exposées. En particulier, le rayonnement d'ondes de Mach par les structures cohérentes de l'écoulement, mécanisme de production de bruit principal dans les jets considérés, fait l'objet d'un traitement approfondi. Les principales caractéristiques du bruit de *crackle* sont finalement introduites, et les différents mécanismes à l'origine de cet effet de perception décrits.

1.1 Écoulement supersonique en sortie d'une tuyère

1.1.1 Grandeurs statiques et grandeurs totales

Dans un écoulement compressible, la masse volumique d'une particule fluide peut varier en réponse à une variation de vitesse. Cela signifie qu'une part de l'énergie interne de la particule peut être transformée en énergie cinétique, et réciproquement. La température totale T_0 [1] d'une particule fluide de température T initialement en mouvement rectiligne à la vitesse u , est la température qu'aurait cette particule à la suite d'une transformation adiabatique fictive au cours de laquelle sa vitesse passerait à zéro. Dans ce cas, l'énergie cinétique de la particule est intégralement transformée en énergie interne et la température totale T_0 est donc liée à la température statique T par la relation

$$T_0 = T + \frac{u^2}{2c_p}, \quad (1.1)$$

où c_p désigne la capacité calorifique volumique à pression constante du gaz. Lorsque le gaz considéré est assimilé à un gaz parfait, T est liée à la pression p et à la masse volumique ρ de la particule par la relation d'état

$$p = \rho r T, \quad (1.2)$$

où $r = c_p - c_v$ est la constante des gaz parfaits, et c_v est la capacité calorifique volumique à volume constant de l'air. La relation (1.1) peut alors s'écrire sous la forme

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2, \quad (1.3)$$

où $\gamma = c_p/c_v$, et M est le nombre de Mach de la particule défini par $M = u/a$, avec

$$a = \sqrt{\gamma p / \rho} \quad (1.4)$$

la vitesse du son. De la même manière, la pression totale p_0 d'une particule fluide de pression p est définie comme la pression qu'aurait cette particule après une transformation d'arrêt fictive. En supposant la transformation d'arrêt adiabatique et isentropique, la loi de Laplace pour un gaz parfait permet d'écrire à partir de (1.3) :

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}. \quad (1.5)$$

Lorsqu'un gaz initialement au repos à la pression totale p_0 et à la température totale T_0 est détendu de manière isentropique au moyen d'une tuyère, une partie de son énergie interne se transforme en énergie cinétique et le gaz accélère jusqu'à ce que sa pression statique p_j soit égale à la pression ambiante p_∞ . À la fin de cette transformation, le gaz est caractérisé par une température statique T_j telle que

$$T_j = T_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-1}, \quad (1.6)$$

et un nombre de Mach $M_j = u_j / \sqrt{\gamma r T_j}$ qui s'exprime par

$$M_j = \left\{ \frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_0}{p_\infty} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (1.7)$$

Le rapport p_0/p_∞ est appelé NPR pour Nozzle Pressure Ratio, et le nombre de Mach M_j calculé à partir du NPR est appelé nombre de Mach parfaitement détendu. Dans le cas d'un écoulement isentropique, le nombre de Mach parfaitement détendu M_j et la température totale T_0 permettent donc de définir les conditions en sortie de tuyère.

1.1.2 Structure d'un jet libre

On considère un jet d'air circulaire issu d'une tuyère de diamètre $D = 2r_0$ tel que représenté sur la figure 1.1. En sortie de la tuyère, l'écoulement est irrotationnel dans une région appelée cône potentiel où la vitesse est constante et égale à la vitesse en sortie de tuyère u_j . Le cône potentiel est entouré de couches de mélange, caractérisées par d'importants niveaux de turbulence, et dans lesquelles le gaz issu de la tuyère se mélange avec le milieu ambiant. Ce mélange conduit à l'entraînement d'air environnant, initialement au repos, et à la croissance des couches de mélange dans la direction axiale. Plus loin en aval, les couches de mélange se rejoignent et le cône potentiel

se ferme. L'écoulement est alors turbulent et présente une forte intermittence. Finalement, pour des positions axiales suffisamment éloignées de la tuyère, le jet est dit pleinement développé et le champ de vitesse a un caractère autosimilaire [9]. Dans le cas où la vitesse en sortie de tuyère est supérieure à la vitesse du son, on définit la zone supersonique comme la région de l'écoulement dans laquelle la vitesse axiale est supérieure à la vitesse du son. Cette dernière région englobe le cône potentiel du jet, et est délimitée par la ligne sonique, correspondant à l'ensemble des points tel que $M = 1$.

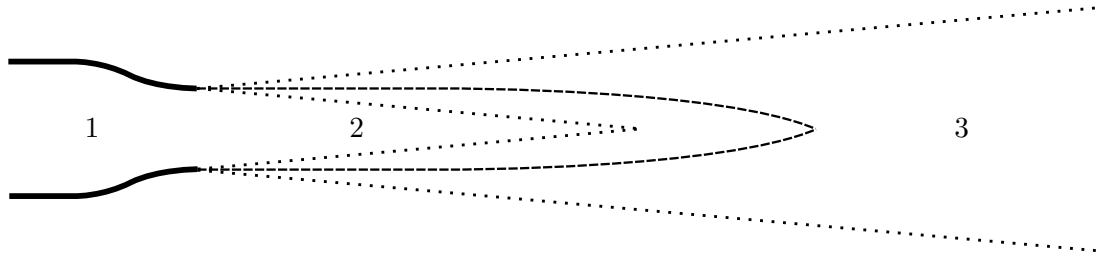


FIGURE 1.1 – Schéma représentant les différentes zones d'un jet libre supersonique ; 1 : tuyère, 2 : cône potentiel, 3 : zone pleinement développée. La ligne discontinue représente la ligne sonique, et les traits pointillés délimitent la frontière de la couche de mélange.

1.1.3 Cas des jets supersoniques

Dans le cas d'un jet subsonique, la pression statique en sortie du jet p_j est égale à la pression ambiante p_∞ . Ce n'est pas le cas, en général, lorsque le nombre de Mach du jet M_j est supérieur à 1. Dans ce cas, un réseau de cellules de choc peut se former en sortie de la tuyère. La présence de ce réseau de cellules de choc a un effet sur le développement aérodynamique du jet, ainsi que sur les mécanismes de production de bruit [163].

1.1.3.1 Tuyère convergente-divergente

On considère une tuyère convergente-divergente comme celle représentée sur la figure 1.2. La section de la tuyère est notée $A(z)$ et l'écoulement est supposé non-visqueux, quasi-unidimensionnel et isentropique. Sous ces hypothèses, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie peuvent se simplifier en la relation de Rankine-Hugoniot [1]

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{du_z}{u_z}, \quad (1.8)$$

où u_z désigne la vitesse sur l'axe. Une conséquence importante de l'équation (1.8) dans un écoulement subsonique est que la vitesse diminue lorsque la section augmente. À l'inverse, pour un écoulement supersonique, la vitesse augmente avec la section. En particulier, cela implique que le nombre de Mach au niveau du col de la tuyère est, au plus, égal à 1. Lorsque cette valeur critique est atteinte, la tuyère est dite amorcée. Dans ce cas, et en l'absence de choc dans la tuyère, le nombre de Mach augmente avec la section dans la partie divergente jusqu'en sortie de buse, où il atteint la valeur M_d , appelée nombre de Mach de design, dépendant de la géométrie

de la tuyère. D'après (1.5), la pression statique en sortie de buse p_j est donc égale à

$$p_j = p_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_d^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \quad (1.9)$$

où p_0 désigne la pression totale du jet. Ainsi, dans le cas d'un jet supersonique, p_j est fixée par le nombre de Mach de design M_d de la tuyère et par la pression totale du jet p_0 . Elle n'est donc pas, en général, égale à la pression ambiante p_∞ . Trois cas sont alors possibles selon la valeur de p_j par rapport à celle de p_∞ : $p_j = p_\infty$, $p_j > p_\infty$ et $p_j < p_\infty$.

1.1.3.2 Cas où $p_j = p_\infty$: jet idéalement détendu

Lorsque p_j est égal à p_∞ , le jet est dit idéalement détendu ou adapté car la tuyère permet de détendre le gaz jusqu'à la pression ambiante p_∞ . En pratique, cette condition est difficilement atteignable car cela nécessite de contrôler précisément les conditions de sortie du jet ainsi que la géométrie de la tuyère. En outre, les effets de viscosité, négligés dans l'analyse précédente, conduisent au développement de couches limites sur les parois de la tuyère. Leur présence engendre une modification de la section effective de l'écoulement, et peut donc changer légèrement le nombre de Mach de design M_d . C'est pourquoi des cellules de choc de faible intensité sont généralement observées dans des visualisations de jets supersoniques idéalement détendus. André [4] mesure ainsi des variations de pression de l'ordre de 5% de la pression ambiante le long de l'axe d'un jet issu d'une tuyère convergente-divergente à $M_j = M_d = 1.29$.

1.1.3.3 Cas où $p_j > p_\infty$: jet sous-détendu

Lorsque la pression statique p_j en sortie de la tuyère est supérieure à la pression ambiante, la détente du gaz se poursuit au delà de la tuyère. Le jet est alors dit sous-détendu. Cette situation est représentée sur la figure 1.2(a). Au niveau des lèvres de la tuyère, des ondes de détente sont créées. Elles se réfléchissent sur la ligne sonique, ce qui conduit à la formation de chocs obliques qui se réfléchissent à leur tour pour former des ondes de détente. Ces réflexions successives conduisent à la formation d'un réseau quasi-périodique de cellules de choc en sortie du jet. La figure 1.3 montre une visualisation *schlieren* d'un jet sous-détendu à $M_j = 1.15$ pour $M_d = 1.0$ issue de André [4]. Cette image a été obtenue avec un temps d'exposition long et correspond donc à une moyenne temporelle. Un réseau de cellules de choc quasi-périodique est clairement visible en aval de la tuyère. Lorsque l'on s'éloigne de la tuyère, les cellules de choc sont de moins en moins nettes sur la figure et finissent par disparaître lorsque le cône potentiel se ferme. En général, la présence d'ondes de détente en sortie de tuyère dans les jets sous-détendus conduit à une courbure de la ligne sonique en sortie de la tuyère et à un élargissement du diamètre effectif du jet, tel que représenté sur la figure 1.2(a).

1.1.3.4 Cas où $p_j < p_\infty$: jet sur-détendu

Dans le cas où la pression statique en sortie de tuyère p_j est inférieure à la pression ambiante p_∞ , le jet est dit sur-détendu. En sortie de la tuyère, des chocs obliques se forment et permettent de ramener la pression statique vers la pression ambiante. Ces chocs se réfléchissent ensuite en

ondes de détente sur la ligne sonique conduisant, comme dans le cas sous-détendu, à la formation d'un réseau quasi périodique de cellules de choc. Finalement, à l'inverse de ce qui est observé dans les jets sous-détendus, la présence d'une compression en sortie de tuyère a pour conséquence une diminution de la section effective du jet, comme représenté sur la figure 1.2(b).

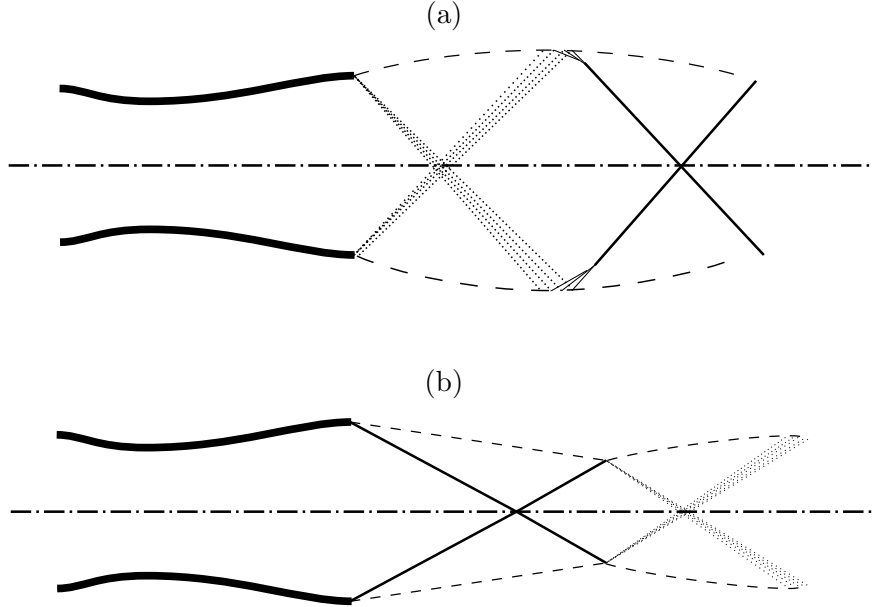


FIGURE 1.2 – Schéma représentant un jet issu d'une tuyère convergente-divergente utilisée en (a) un point de fonctionnement où le jet est sous-détendu et (b) un point de fonctionnement où le jet est sur-détendu. Les traits pleins représentent les ondes de choc, les traits pointillés représentent les ondes de détente et les tirets représentent la ligne sonique.

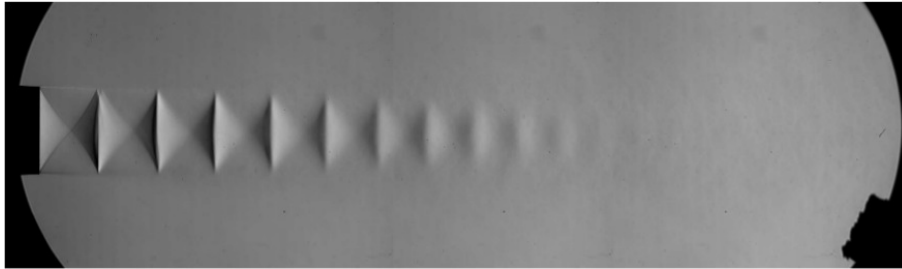


FIGURE 1.3 – Visualisation *schlieren* moyennée en temps du réseau de cellules de choc dans un jet supersonique sous-détendu à $M_j = 1.15$ et $M_a = 1.0$ [4].

1.2 Bruit associé à la présence d'un réseau de cellules de choc

La présence d'un réseau de cellules de choc dans les jets supersoniques non-adaptés a pour conséquence l'apparition de sources de bruit spécifiques dues aux interactions entre ce réseau et les structures turbulentes présentes dans les couches de mélange du jet. À titre d'illustration, la densité spectrale de puissance des fluctuations de pression mesurées à 130 degrés de l'axe d'un jet supersonique sous-détendu à un nombre de Mach de 1.15 est représentée sur la figure 1.4. Un pic marqué émerge dans ce spectre pour un nombre de Strouhal $St = fD/u_j$ de l'ordre de 0.6. Il

correspond à une composante tonale, appelée bruit de *screech*, qui est générée par un mécanisme de rétroaction acoustique induit par la présence des cellules de chocs. En plus de ce pic, le spectre présente une large bosse dont le centre est situé à un nombre de Strouhal proche de 1. Cette bosse est due au bruit de choc large bande qui résulte des interactions de la turbulence des couches de mélange avec les cellules de choc. Le *screech* et le bruit de choc large bande constituent le bruit de choc, qui est la source de bruit principale en amont du jet [163].

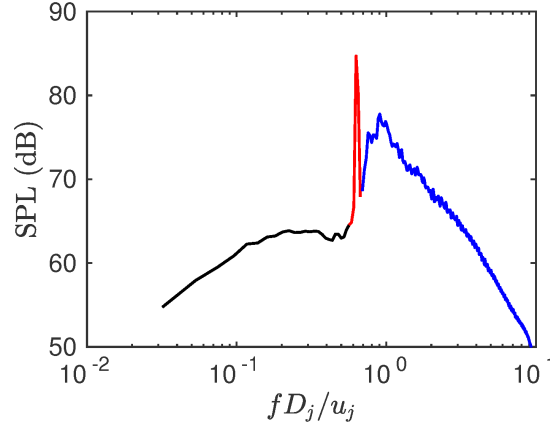


FIGURE 1.4 – Densité spectrale de puissance du bruit rayonné à 130° de l'axe d'un jet supersonique froid sous-détendu à $M_j = 1.15$ et $M_d = 1.0$ [109]. La partie du spectre représentée en rouge correspond au bruit de *screech* tandis que celle représentée en bleu correspond au bruit de choc large bande.

1.2.1 Le bruit de choc large bande

Le bruit de choc large bande résulte de l'interaction entre les structures turbulentes présentes dans la couche de mélange et le réseau de cellules de choc. Sa présence se manifeste par une bosse dans les spectres mesurés pour de grands angles d'émission. Un premier modèle de cette composante de bruit a été proposé par Harper-Bourne & Fisher [79]. Dans ce modèle, le bruit de choc large bande est généré par plusieurs monopôles localisés aux intersections successives entre la couche de mélange et les chocs. Chaque source est déphasée d'un temps égal à L_s/u_c par rapport à la précédente, avec u_c la vitesse de convection des structures turbulentes dans la couche de mélange et L_s une longueur caractéristique du réseau de cellules de chocs. Sous ces hypothèses, le bruit rayonné est maximum pour les fréquences multiples de

$$f_p = \frac{u_c}{L_s(1 - (u_c/a_\infty) \cos \theta)}. \quad (1.10)$$

Harper-Bourne & Fisher [79] montrèrent expérimentalement que f_p correspondait à la fréquence de la bosse centrale. En particulier, le facteur Doppler $(1 - (u_c/a_\infty) \cos \theta)$ dans l'expression (1.10) indique que la fréquence centrale diminue lorsque l'angle polaire θ , mesuré à partir de la buse, augmente. Un modèle différent du bruit de choc large bande a été proposé par Tam & Tanna [176]. Dans ce modèle, le bruit est produit par l'interaction entre les structures turbulentes des couches de mélange, modélisées par des ondes d'instabilité, et le réseau de cellules de choc. Ces interactions se manifestent par une modulation rapide de l'amplitude des ondes d'instabilité

qui conduit à des vitesses de phase supersoniques pour certains nombres d'onde, et donc à un rayonnement acoustique. Il est intéressant de noter que ce modèle mène à une expression de la fréquence centrale qui est de la même forme que (1.10). L'importance relative du bruit de choc large-bande par rapport aux autres composantes de bruit a été étudiée par Tanna [180] en fonction de l'angle d'émission, du nombre de Mach parfaitement détendu M_j et de la température. Celui-ci observa que la contribution du bruit de choc large-bande au champ acoustique total est d'autant plus importante que l'angle d'émission, mesuré à partir de la direction du jet, est grand. De plus, pour un nombre de Mach parfaitement détendu M_j donné, cette contribution diminue lorsque la température augmente. Enfin, le bruit de choc large-bande est d'autant plus fort que l'on s'écarte des conditions de sortie idéales de la tuyère. Plus précisément, l'intensité de cette composante de bruit est proportionnelle au facteur $(M_j^2 - M_d^2)^2$.

1.2.2 Le bruit de *screech*

Le bruit de *screech* est, tout comme le bruit de choc large-bande, la conséquence des interactions entre les structures turbulentes des couches de mélange et le réseau de cellules de choc. Cette composante de bruit est tonale et résulte d'une rétroaction acoustique. Selon Raman [145], la boucle de rétroaction menant à la production du bruit de *screech* peut se décomposer en quatre phases. La première phase consiste en la formation d'ondes d'instabilité au voisinage de la tuyère et à leur convection par le jet. Pendant cette phase, l'amplitude de ces ondes croît à mesure qu'elles s'éloignent de la sortie de la tuyère. La deuxième phase correspond aux interactions de ces ondes d'instabilité avec le réseau de cellules de choc. Ces interactions mènent à la génération d'ondes acoustiques. Celles-ci se propagent dans la direction amont, vers la tuyère, ce qui constitue la troisième phase de la boucle. Enfin, la couche de mélange en sortie de la tuyère est excitée par les ondes acoustiques remontant l'écoulement selon un mécanisme dit de réceptivité. Cette étape est la quatrième et dernière phase de la boucle. Powell [142] fut le premier à étudier cette boucle de rétroaction. Il en proposa un modèle simple permettant de prédire la fréquence f_s du *screech* par la relation

$$f_s = \frac{u_c}{L_s(1 + u_c/a_\infty)}, \quad (1.11)$$

où u_c est la vitesse de convection des structures turbulentes dans le jet, et L_s une échelle caractéristique de la longueur des cellules de choc. Il a été observé que la présence du bruit de *screech* dans un jet supersonique est toujours accompagnée d'oscillations marquées du jet selon un mode qui dépend du nombre de Mach. Powell [142] mit en évidence 4 modes d'oscillation qu'il nomma A, B, C et D. Ses travaux furent ensuite étendus par Merle [110], qui montra que le mode A peut se décomposer en deux modes notés A1 et A2. La structure des différents modes fut étudiée par Davies & Oldfield [39, 40]. Ceux-ci montrèrent que les modes d'oscillations A1 et A2 sont axisymétriques, tandis que le mode C est de type hélicoïdal. Ponton & Seiner [141] et Powell et al. [143] montrèrent quant à eux que les modes B et D sont associés à un mouvement de type battant. L'évolution de la fréquence du *screech* en fonction du nombre de Mach parfaitement détendu, mesurée par Powell et al. [143], est représentée sur la figure 1.5. Sur cette figure, la fréquence du *screech* décroît lorsque le nombre de Mach augmente, en accord avec (1.11). Pour certaines valeurs de M_j , des discontinuités sont cependant observées. Ces discontinuités correspondent au

passage d'un mode de *screech* à un autre. Enfin, le *screech* finit par disparaître lorsque le nombre de Mach devient assez grand pour une tuyère donnée. Dans le cas d'un jet froid issu d'une tuyère convergente, Raman [144] observe la disparition du *screech* autour de $M_j = 1.75$. Il l'attribue à l'écart important entre le point de fonctionnement considéré et les conditions de design de la tuyère. Cet écart mène à une augmentation importante du diamètre effectif du jet en sortie de buse. Cet élargissement produit un effet masquant qui empêche la fermeture de la boucle de rétroaction acoustique, entraînant la suppression du *screech*. Enfin, Tam et al. [164], Bridges & Wernet [29], ou encore Viswanathan [189] rapportent une diminution puis une disparition du *screech* lorsque la température augmente.

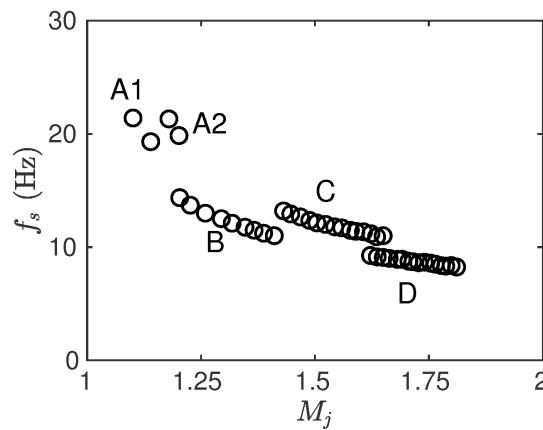


FIGURE 1.5 – Évolution de la fréquence du *screech* en fonction du nombre de Mach parfaitement détendu M_j pour un jet froid sous-détendu issu d'une tuyère convergente de diamètre $D = 10$ mm. Les noms des différents modes sont indiqués en lettres majuscules. Figure reproduite d'après Powell et al. [143].

1.3 Bruit de mélange et turbulence dans les jets supersoniques

En plus du bruit de *screech* et du bruit de choc large-bande, qui sont dus à la présence d'un réseau de cellules de choc, il existe une troisième composante de bruit dans les jets à haute vitesse. Cette composante, appelée bruit de mélange, est présente dans les jets idéalement détendus comme dans les jets imparfaitement détendus, de même que dans les jets subsoniques. Elle est produite par le mélange turbulent entre le gaz rapide éjecté de la tuyère et le milieu ambiant lors du développement du jet.

1.3.1 Le modèle à deux sources du bruit de mélange

Il est aujourd'hui établi que le bruit de mélange rayonné par les jets subsoniques et supersoniques provient de deux sources présentant des caractéristiques différentes. En ce qui concerne les jets supersoniques, une des premières expériences qui permirent de distinguer ces deux sources de bruit est celle de Laufer et al. [92]. Ces derniers réalisèrent un microphone directionnel utilisant un miroir sphérique afin de mesurer, pour un angle de rayonnement donné, les fluctuations de pression générées dans une région précise du jet. Ils observèrent, dans le cas de jets froids à $M_j = 1.47$, 1.97 et 2.47 que le bruit mesuré à 30° de l'axe du jet provient de deux régions.

La première, localisée entre la sortie de la tuyère et la fin du cône potentiel est associée à un rayonnement haute fréquence tandis que la seconde, située en aval de la fin du cône potentiel produit un bruit plus basse fréquence. Cette dernière observation amena les auteurs de l'étude à suggérer la présence de deux sources à l'origine du bruit de mélange généré par les jets supersoniques. Cette idée fut réexaminée plusieurs années plus tard par Tam et al. [172] qui, à partir de l'analyse d'une large base de données comprenant à la fois des jets supersoniques et subsoniques, isolèrent les deux spectres universels représentés sur la figure 1.6, associés par les auteurs à deux composantes de bruit. De manière intéressante, ils retrouvèrent la trace de ces deux spectres dans des jets supersoniques comme subsoniques. La première composante est prédominante à 90° de l'axe du jet et correspond au spectre universel représenté figure 1.6(a). Ce spectre présente une large bosse centrale et une décroissance graduelle lorsque l'on s'éloigne de la fréquence d'émission maximale. Cela signifie que les niveaux de pression liés à cette composante de bruit sont significatifs sur une large bande de fréquences. Cette composante est créée par les petites échelles de la turbulence du jet. Comme montré par Tam et al. [177], celles-ci rayonnent de manière presque isotrope. Le champ de pression correspondant à cette composante de bruit présente en outre une faible corrélation azimutale [17] ainsi qu'un faible temps de cohérence [177]. Des simulations numériques de jets subsoniques à des nombres de Reynolds allant de 1.7×10^3 à 4.0×10^5 réalisées par Bogey & Bailly [17] ont également montré que cette composante de bruit dépend du nombre de Reynolds. Plus particulièrement, son importance diminue lorsque le nombre de Reynolds décroît, et elle finit par disparaître pour des nombres de Reynolds de l'ordre de 10^3 . La seconde composante domine le bruit rayonné en aval du jet. Elle est attribuée aux grandes échelles de la turbulence et est caractérisé par le spectre de similarité de la figure 1.6(b). Contrairement au spectre associé à la composante de bruit due aux petites échelles, sa décroissance est rapide dès que l'on s'éloigne de la fréquence centrale et les niveaux de bruit sont donc significatifs sur une bande de fréquences plus limitée. La fréquence centrale du spectre correspond à un nombre de Strouhal $St = fD_j/u_j$ de l'ordre de 0.15 pour un angle de rayonnement de 30° [177] qui dépend peu de la vitesse de sortie du jet [19, 177]. Enfin, la composante associée aux grandes échelles est marquée par une forte corrélation azimutale. Plus particulièrement, Juvé & Sunyach [85] mesurent que 90% de l'énergie acoustique générée à 30° de l'axe d'un jet à Mach 0.4 est contenue dans les deux premiers modes de Fourier azimutaux. Des observations allant dans le même sens ont également été réalisées à partir de simulations numériques de jets subsoniques par Bogey et al. [17] et supersoniques par de Cacqueray & Bogey [42].

1.3.2 Structures cohérentes dans les jets à haute vitesse

1.3.2.1 Mise en évidence des structures cohérentes

S'il est généralement admis que le bruit rayonné en aval du jet est dû aux grandes structures de l'écoulement, la définition précise de ces grandes structures ainsi que des mécanismes par lesquels elles produisent du bruit fait toujours débat. Crow & Champagne [37] furent parmi les premiers à observer des motifs récurrents dans des visualisations par fumée de jets ronds à basse vitesse. En excitant le jet à certaines fréquences caractéristiques à l'aide d'un haut parleur, ils parvinrent à contrôler l'apparition de ces motifs selon des modes distincts. L'existence de

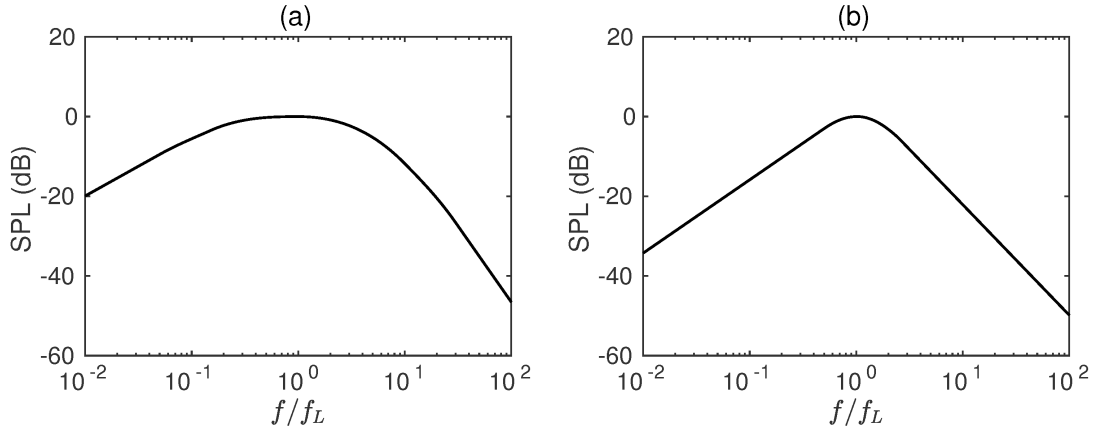


FIGURE 1.6 – Spectres de similarité de (a) la composante du bruit de mélange due aux petites échelles et (b) la composante du bruit de mélange due aux grandes échelles ; f_0 désigne la fréquence centrale des spectres. D’après Tam et al. [172].

ces structures, ainsi que la possibilité de les organiser par une excitation acoustique suggèrent que la dynamique de la turbulence dans les écoulements cisailés fait intervenir une part de mécanismes déterministes. Brown & Roshko [30] réalisèrent des visualisations par ombroscopie du développement initial de couches de mélange planes. La figure 1.7, tirée de cette étude, montre l’une de ces visualisations. Il apparaît que des tourbillons se forment de manière presque périodique en aval de la plaque séparatrice. Ces tourbillons persistent sur une distance importante et leur taille augmente à mesure que l’on s’éloigne de l’origine de la couche de mélange. Plus loin en aval, l’empreinte caractéristique des grandes structures générées au voisinage de la plaque de séparation subsiste, malgré l’apparition de plus petites échelles de turbulence. La présence de structures restant cohérentes sur des échelles de longueur égales à plusieurs fois le diamètre initial du jet, soit bien après que l’écoulement soit devenu pleinement turbulent, est également visible sur des visualisations optiques d’un jet supersonique à un nombre de Mach de 2.5 rapportées par Tam [162]. Elle est également suggérée par les mesures de pression réalisées au voisinage direct de jets ronds par Mollo-Christensen [115] ou Arndt et al. [2]. L’importance des structures cohérentes pour la compréhension de la dynamique des écoulements turbulents est grande. En plus de jouer un rôle important dans la génération du bruit d’origine aérodynamique, la notion de structure cohérente est notamment primordiale dans la description du mécanisme d’entraînement dans les jets et couches de mélange [30, 43]. De plus, puisque leur existence traduit une certaine part de déterminisme dans la dynamique des écoulements turbulents, la plupart des stratégies de contrôle des écoulements visent à piloter leur développement [101].

1.3.2.2 Structures cohérentes et ondes d’instabilité

Malgré l’importance des structures cohérentes pour la description et le contrôle des écoulements turbulents, il n’existe pas de consensus sur la nature de ces structures, et leur définition est bien souvent laissée implicite. Cependant, le développement initial de structures cohérentes dans des jets initialement laminares est relativement bien compris. Il peut être décrit par la théorie des instabilités linéaires, qui consiste à étudier la stabilité des perturbations harmoniques d’un profil de vitesse initial $\bar{u}(r)$. Dans le cas d’un jet rond, les perturbations de pression p' s’écrivent

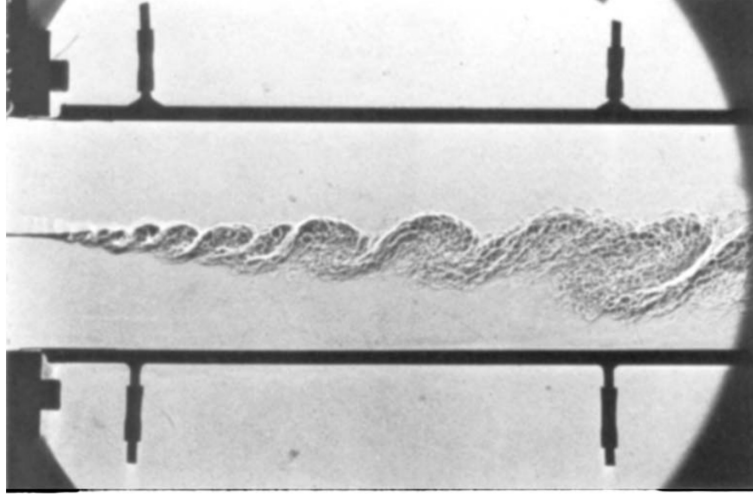


FIGURE 1.7 – Visualisation par ombroscopie de structures cohérentes dans une couche de mélange entre un écoulement d'azote à $8.76 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (partie supérieure) et un écoulement d'hélium à $3.30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (partie inférieure). D'après Brown & Roshko [30].

sous la forme

$$p'(r, \theta, z, t) = \mathcal{R}e\{\hat{p}(r)e^{i(k_z z + m\theta - \omega t)}\}, \quad (1.12)$$

où $\hat{p}(r)$ désigne l'amplitude de l'onde d'instabilité, k_z est le nombre d'onde axial, m est le nombre d'onde azimutal, et ω est la pulsation. Pour chaque nombre d'onde azimutal m , il existe un ou plusieurs modes caractérisés par un nombre d'onde axial k_z et une pulsation ω complexes. Le nombre d'onde axial k_z est lié à ω par une relation de dispersion qui dépend du champ moyen $\bar{u}$ et qui peut être évaluée numériquement [112]. La connaissance de cette relation de dispersion permet de décrire la réponse de l'écoulement laminaire à une excitation harmonique. Plusieurs études [58, 168] ont montré que le formalisme des instabilités linéaires permet de décrire de manière satisfaisante la formation de tourbillons semblables à ceux de la figure 1.7, lorsque la couche de mélange passe d'un état laminaire à un état turbulent. De manière moins attendue, la théorie des instabilités linéaires permet également de prédire l'évolution de certaines propriétés de jets pleinement turbulents. Dans ce cas, le profil initial $\bar{u}$ utilisé pour l'analyse de stabilité est généralement un champ moyen [111], variant lentement dans la direction axiale. Pour les pulsations les plus élevées, il a été montré qu'une telle approche permettait de retrouver certaines des caractéristiques du champ proche de pression de jets subsoniques [77, 161] et supersoniques [158]. Un bon accord est notamment trouvé entre les vitesses de phase mesurées et celles prédites par l'analyse de stabilité linéaire. L'adéquation entre certaines propriétés des structures cohérentes mesurées dans des jets laminaires ou turbulents et celles prédites par la théorie des instabilités linéaires est telle que les premières sont parfois assimilées aux dernières [107, 162, 173, 170]. Néanmoins, comme le rappelle Hussain [81, 82], plusieurs aspects de la dynamique des structures cohérentes ne peuvent pas être décrits par une analyse linéaire. En effet, cette approche ne permet pas, entre autres, de rendre compte des interactions non linéaires entre plusieurs structures cohérentes, tel que les appariements tourbillonnaires [198, 83]. Par ailleurs, la modélisation des structures cohérentes par des ondes d'instabilité ne permet pas de rendre compte de l'interaction des plus petites échelles de turbulence avec les plus grandes. Or, cette interaction semble jouer un

rôle important dans la dynamique des grandes structures tel qu'illustré, notamment, par Bogey [14].

1.3.2.3 Structures cohérentes dans les écoulements compressibles

Si les premiers travaux sur les structures cohérentes dans les écoulements cisailés ont essentiellement porté sur des écoulements à des nombres de Mach de l'ordre de 0.1 [30, 37, 58, 90], la présence de ces structures a également été rapportée dans des écoulements transsoniques et supersoniques. Papamoschou & Roshko [135] observèrent des motifs récurrents de taille comparable à l'épaisseur locale de la couche de mélange dans des visualisations strioscopiques de couches de mélange planes supersoniques. De telles structures sont également visibles dans d'autres visualisations de couches de mélange planes [35, 103, 152] et axisymétriques [52, 55, 56, 184]. Il est établi que lorsque le nombre de Mach augmente, des effets de compressibilité surviennent et modifient plusieurs aspects de la turbulence dans les couches de mélange. Un de ces effets les plus importants est la diminution du taux de croissance de la couche de mélange avec le nombre de Mach, observé par exemple par Papamoschou & Roshko [135]. Ces derniers ont montré que l'importance de cet effet peut être caractérisé par le nombre de Mach convectif, initialement introduit par Bogdanov [12]. Ce nombre de Mach est défini, lorsque le rapport des capacités calorifiques γ est supposé constant, par

$$M_c = \frac{u_c - u_2}{a_2} = \frac{u_1 - u_c}{a_1} = \frac{u_1 - u_2}{a_1 + a_2}. \quad (1.13)$$

Dans l'équation (1.13), u_c est la vitesse de convection des grandes structures, u_1 et a_1 désignent respectivement la vitesse et la vitesse du son du côté rapide de la couche de mélange, tandis que u_2 et a_2 désignent la vitesse et la vitesse du son du côté le plus lent. La figure 1.8, construite à partir d'un assemblage de données issues de plusieurs études expérimentales et numériques, représente l'évolution en fonction du nombre de Mach convectif M_c du taux de croissance δ'_θ de l'épaisseur de quantité de mouvement, normalisé par sa valeur en régime incompressible $\delta'_{\theta,inc}$ [30]. Il apparaît que le rapport $\delta'_\theta/\delta'_{\theta,inc}$ est proche de 1 lorsque le nombre de Mach convectif est faible, et qu'il tend à décroître lorsque M_c augmente. Une bonne superposition des résultats obtenus dans les différentes études peut être notée, même si les écarts peuvent être importants, notamment pour M_c compris entre 0.5 et 1. Ces différences peuvent s'expliquer par la grande variété des conditions expérimentales représentées. En effet, les nombres de Reynolds $Re_{\delta_\theta} = u_j \delta_\theta / \nu$ basés sur l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ varient de 10^2 à 10^4 dans les études considérées. En outre, ces études diffèrent également par l'état initialement laminaire ou turbulent des couches de mélange, ou par le caractère confiné ou libre des écoulements étudiés.

Les visualisations optiques de structures cohérentes dans des couches de mélange compressibles montrent un changement de l'organisation de ces structures lorsque le nombre de Mach convectif augmente [35, 52, 184]. Plus précisément, l'organisation quasi-bidimensionnelle observée dans les couches de mélange à bas nombre de Mach [30] laisse place à une organisation moins régulière et plus tridimensionnelle. Les visualisations instantanées de couches de mélange axisymétriques de Fourguette et al. [52] et de Thurow et al. [184] montrent en effet des struc-

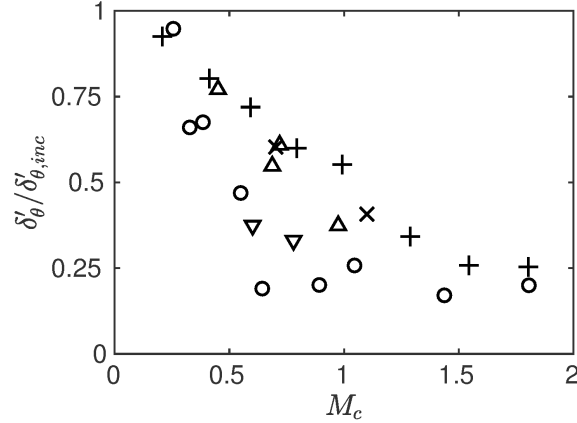


FIGURE 1.8 – Évolution du taux de croissance δ'_θ de l'épaisseur de quantité de mouvement normalisée par sa valeur obtenue dans le cas incompressible $\delta'_{\theta,inc}$ pour différents nombres de Mach convectif M_c . Données expérimentales de $\circ$ Papamoschou & Roshko [135], $\triangle$ Goebel & Dutton [72], ∇ Clemens & Mungal [35] et données numériques de $+$ Freund et al. [55], $\times$ Pantano & Sarkar [129].

tures complexes, allongées, et qui sont orientées de façon oblique par rapport à l'axe du jet. De façon plus quantitative, les corrélations temporelles entre deux sondes de pression statique mesurées par Samimy et al. [151] dans une couche de mélange plane suggèrent également une organisation plus tridimensionnelle des structures cohérentes lorsque le nombre de Mach croît. Ces résultats sont aussi en accord avec les visualisations tridimensionnelles issues des simulations numériques de couches de mélange axisymétriques réalisées par Freund et al. [55]. Ces visualisations montrent que lorsque le nombre de Mach convectif augmente, la turbulence passe d'une organisation azimuthale marquée, avec des structures caractéristiques en forme de rouleaux, à une organisation plus oblique, avec des structures étirées dans la direction axiale. Cet effet de la compressibilité sur l'organisation de la couche de mélange peut être mis en relation avec certains résultats issus de l'analyse de stabilité linéaire. En effet, lorsque le nombre de Mach augmente, le taux d'amplification des ondes d'instabilité bidimensionnelles diminue tandis que ceux des ondes d'instabilité obliques augmentent. Afin de mieux comprendre comment l'évolution des caractéristiques des ondes d'instabilité influence le développement des structures cohérentes, Sandham & Reynolds [152] réalisèrent des simulations numériques directes de couches de mélange à bas nombres de Reynolds et à différents nombres de Mach convectif M_c . Ils notèrent un bon accord entre les structures observées lorsque la couche de mélange est excitée par un bruit blanc et les structures prédites par la théorie linéaire. Pour un nombre de Mach convectif $M_c = 0.8$, ils mirent notamment en évidence des tourbillons allongés, en forme de Λ , résultant de la somme de deux ondes d'instabilité obliques de signes opposés.

Il a été montré par Papamoschou [130, 132] que l'équation (1.13) permet de prédire convenablement la vitesse de convection moyenne des structures cohérentes dans les couches de mélange faiblement compressibles. Cependant, cette formule mène à des prédictions erronées lorsque M_c devient grand, comme montré par Fourgette et al. [52] ou Papamoschou [132]. Des visualisations optiques de couches de mélanges compressibles [52, 130, 131, 184] montrent en effet que la vitesse

de convection des structures devient supérieure à la valeur prédite par la formule (1.13) lorsque $M_c \geq 0.4$. Pour des couches de mélange fortement supersoniques, Hall et al. [78] et Papamoschou [132] estimèrent la vitesse de convection à partir de l'angle des ondes de Mach rayonnées par les structures. Ils constatèrent également des vitesses de convection largement supérieures à la vitesse prédite à partir de (1.13). La raison de cet écart est mal comprise. Dimotakis [44] proposa une variante du modèle de Papamoschou & Roshko [135] incluant la présence d'un choc droit entre deux structures consécutives. Ce modèle prédit une vitesse de convection plus importante que celle donnée par (1.13). Cependant, si des chocs attachés aux structures ont été observées dans des visualisations optiques [78, 132, 149], ainsi que dans des simulations numériques de couches de mélanges [33] et de jets [125], ces chocs sont cependant beaucoup plus faibles que ceux envisagés par Dimotakis dans son analyse. Enfin, il est intéressant de noter que la théorie des instabilités linéaires prévoit également une augmentation de la vitesse de phase normalisée des ondes d'instabilité $\omega/(ku_j)$ lorsque le nombre de Mach augmente, comme montré par Morris [120].

1.3.3 Les ondes de Mach

Les caractéristiques du bruit de mélange rayonné par les jets supersoniques évoluent lorsque la vitesse du jet devient largement supérieure à la vitesse du son. Dans ce cas, les perturbations aérodynamiques présentes dans le jet peuvent avoir des vitesses de convection plus grandes que la vitesse du son du milieu ambiant. Elles produisent alors des ondes de Mach qui se propagent en champ lointain et contribuent de manière significative au bruit de jet rayonné dans la direction aval. Une visualisation instantanée des champs de vorticité et de pression obtenus pour un jet à Mach 2 par une simulation numérique d taill e dans le chapitre 5 est repr sent e sur la figure 1.9. Des fronts d'onde allongés et très marqués sont visibles dans le champ proche acoustique et sont orientés selon un angle très spécifique. L'observation de tels fronts d'onde dans des simulations numériques [42, 125] et par visualisations optiques [86, 100, 122, 128] est une des caractéristiques les plus marquantes du rayonnement d'ondes de Mach dans les jets supersoniques. L'angle α_M entre la direction de propagation de ces ondes et l'axe du jet est lié à la vitesse de convection u_c des perturbations dans le jet par la relation [48]

$$\cos \alpha_M = \frac{a_\infty}{u_c}. \quad (1.14)$$

Le rayonnement d'ondes de Mach a une influence sur les caractéristiques du bruit rayonné par le jet en champ lointain. Il a en effet été observé qu'il conduit à un pic marqué de l'intensité acoustique dans la direction donn e par l'angle α_M , comme montré par Seiner et al. [156]. La contribution des ondes de Mach se retrouve également dans les spectres de fluctuations de pression, où elle se traduit souvent par un élargissement de la bosse centrale dans la direction d'émission principale. Cet élargissement est notamment bien visible dans les mesures en champ lointain r alis es par Panda & Seasholtz [128] dans un jet à $M_j = 1.8$. Plus particulièrement, Greska et al. [76] notent un excès de bruit en haute fréquence par rapport au spectre de similarité des grandes structures représenté figure 1.6(b) dans le cas où des ondes de Mach sont présentes. Cet exc dent de bruit est dû à une décroissance plus lente des spectres au delà du nombre de

Strouhal $St = 0.2$ correspondant à la fréquence centrale. Ce constat est en accord avec les mesures en champ lointain de Schlinker et al. [153] et avec celles de Petitjean & McLaughlin [137] qui mesurent une pente de l'ordre de 20 dB par décade dans la partie haute fréquence des spectres, inférieure à la valeur de 27 dB par décade du spectre de similarité de Tam et al. [172] associé aux grandes structures.

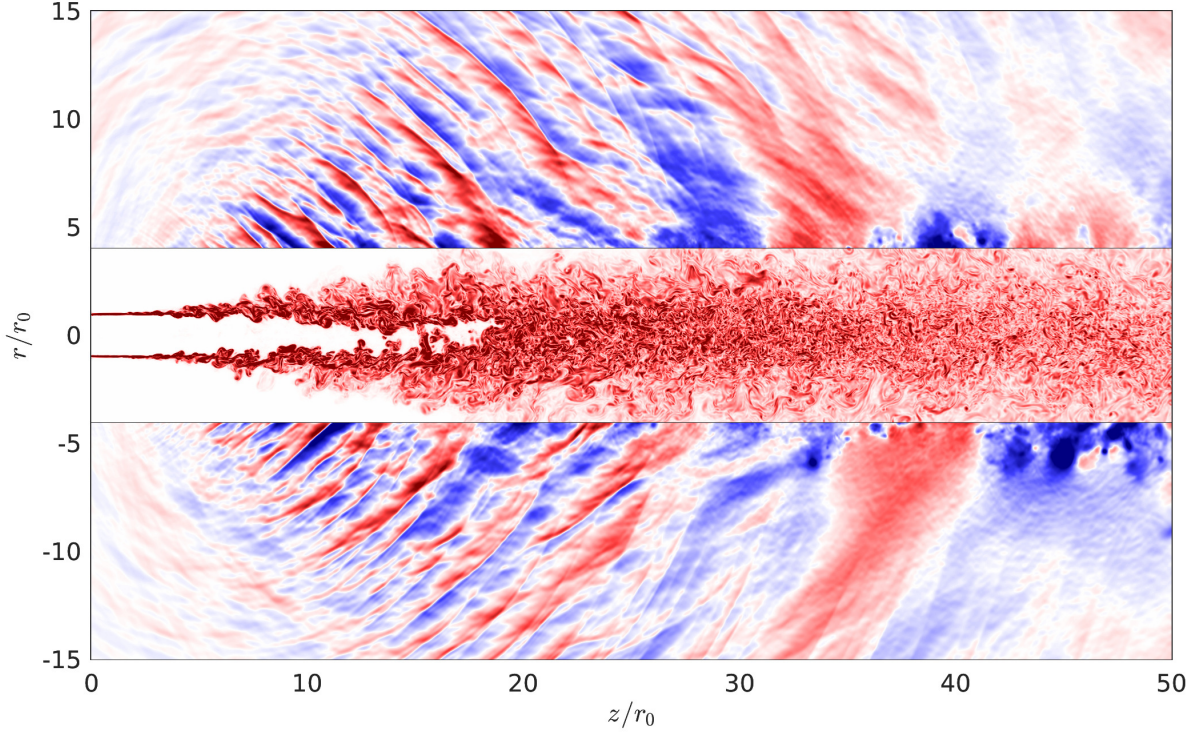


FIGURE 1.9 – Représentation instantanée des champs de vorticité et de pression dans un jet isotherme à $M_j = 2.0$ et $Re_D = 5.0 \times 10^4$ calculé par simulation des grandes échelles. Plus de détails sur cette simulation sont donnés dans le chapitre 5. L'échelle de couleur va de -5000 Pa à 5000 Pa pour les fluctuations de pression, et de 0 à $4u_j/r_0$ pour la vorticité, où u_j et r_0 désignent respectivement la vitesse et le rayon du jet.

Les visualisations de jets supersoniques à partir de mesures optiques et de simulations numériques, comme celle de la figure 1.9, suggèrent que les ondes de Mach sont produites dans une zone de l'écoulement qui débute un peu après la sortie de la tuyère et qui se termine légèrement en aval de la fin du cône potentiel du jet. Ce constat, reposant sur une approche qualitative, peut être complété et enrichi par l'utilisation de méthodes quantitatives de localisation de sources. Dans cette perspective, Panda et Seasholtz [128] mesurèrent la cohérence entre le champ acoustique rayonné à 30° de l'axe d'un jet froid à $M_j = 1.8$ et les fluctuations de masse volumique mesurées dans l'écoulement par une méthode basée sur la diffusion Rayleigh. Ils notèrent des niveaux significatifs de cohérence entre le champ acoustique mesuré en aval du jet et les fluctuations de masse volumique mesurée dans une zone incluant les couches de mélange du jet, et s'étendant en aval jusqu'à plus de 15 fois le diamètre initial du jet, soit après la fin du cône potentiel. De plus, chaque région de l'écoulement ne contribue pas de la même façon au bruit rayonné en champ lointain. Les fluctuations de masse volumique au voisinage de la tuyère conduisent à des niveaux de cohérence élevés en haute fréquence tandis que les fluctuations plus en aval donnent lieu à

des niveaux de cohérence importants à des fréquences plus basses. Des résultats similaires ont été obtenus plus récemment dans le cas d'un jet à $M_j = 1.75$ par Veltin et al. [186], et par Papamoschou et al. [134] en utilisant des méthodes de mesure différentes. En outre, de Cacqueray & Bogey [41] ont calculé les fonctions de corrélation spatio-temporelles entre les fluctuations de pression obtenues en champ lointain dans la direction d'émission principale et plusieurs grandeurs aérodynamiques obtenues sur l'axe du jet. Ils relevèrent, notamment, de forts niveaux de corrélation entre le champ acoustique et les fluctuations de vitesse axiale dans le jet. Ces hauts niveaux de corrélation apparaissent sur l'axe du jet à la fin du cône potentiel et disparaissent lorsque l'écoulement devient subsonique.

Formellement, la présence dans un jet de perturbations ayant des vitesses de convection supersoniques est possible dès lors que la vitesse du jet devient supérieure à la vitesse du son dans le milieu ambiant. Cependant, les caractéristiques associées au rayonnement d'ondes de Mach ne sont observées que dans le cas de jets largement supersoniques [76]. Ce constat s'explique par le fait que les ondes de Mach sont majoritairement produites par les plus grandes structures de l'écoulement, dont la vitesse de convection est une fraction de la vitesse du jet, classiquement comprise entre $0.6u_j$ et $0.8u_j$ [107, 185]. À partir d'une base de données incluant des mesures optiques, et couvrant une grande variété de nombres de Mach et de rapports de température, Oertel [127] introduisit une formule empirique permettant de prédire le nombre de Mach de convection $M_c = u_c/a_\infty$ des structures turbulentes à l'origine des ondes de Mach. Cette formule peut s'écrire sous la forme

$$M_c = \frac{1 + M_j}{1 + a_\infty/a_j}, \quad (1.15)$$

où $a_j = \sqrt{\gamma r T_j}$ désigne la vitesse du son à l'intérieur du jet. Krothapalli et al. [88] estiment que le rayonnement d'ondes de Mach contribue de manière significative au bruit de mélange lorsque $M_c \geq 1.25$, tandis que Greska et al. [76] proposent un critère proche faisant intervenir une expression légèrement différente de M_c . Il semble par ailleurs que l'apparition des ondes de Mach se fasse de façon progressive, à mesure que la vitesse du jet augmente. Leur présence est en effet rapportée par Panda & Seasholtz [128] sur la base de visualisations optiques pour un jet froid à $M_j = 1.4$ pour lequel $M_c = 1.10$, soit en dessous du seuil précédemment évoqué. Ils n'observent toutefois pas de corrélations significatives entre le champ lointain acoustique et les couches de mélange du jet, ce qui suggère que les ondes de Mach ne constituent pas une source de bruit importante dans ce cas. Kearney Fischer et al. [86] observent quant à eux une apparition progressive de l'effet des ondes de Mach sur les spectres mesurés en champ lointain pour des nombres de Mach de convection M_c compris entre 1.1 et 1.25.

1.3.3.1 Ondes de Mach et structures cohérentes

La grande régularité des fronts d'onde associés aux ondes de Mach suggère que les perturbations à l'origine de ces dernières restent cohérentes sur des distances égales à plusieurs fois le diamètre du jet, et qu'elles sont convectées à une vitesse qui demeure relativement constante. Ces observations laissent supposer que ce rayonnement est causé par les grandes structures cohérentes de l'écoulement. Cela a été confirmé expérimentalement par les expériences de McLaughlin et al.

[107] et de Troutt & McLaughlin [185]. Ces derniers montrèrent, à partir de mesures au fil chaud dans des jets supersoniques, l'existence de structures cohérentes dont la vitesse de convection est compatible avec l'angle de propagation des ondes de Mach, donné par l'équation (1.14). Il a été montré dans la section 1.3.2.2 que la théorie des instabilités linéaires fournissait un cadre théorique permettant de prédire plusieurs caractéristiques des structures cohérentes dans les jets et couches de mélange. C'est donc naturellement que le formalisme des instabilités linéaires a été mis à profit pour améliorer la compréhension des mécanismes à l'origine du rayonnement d'ondes de Mach. Tam & Morris [174], puis Tam & Burton [166, 167] ont ainsi montré qu'il était possible de prolonger en champ lointain la solution du problème de stabilité linéaire. Dans le cas d'une perturbation subsonique, le champ de pression associé à une onde d'instabilité décroît de manière exponentielle avec la distance radiale. En revanche, lorsque la vitesse de phase $c_i = \omega/k$ d'une onde d'instabilité devient supérieure à la vitesse du son dans le milieu ambiant, le champ de pression correspondant décroît plus lentement dans la direction radiale et persiste loin du jet. Cette persistance est attribuée au rayonnement d'ondes de Mach. Le mécanisme par lequel les ondes d'instabilité rayonnent des ondes de Mach peut s'expliquer de manière intuitive par l'analogie dite de la paroi ondulée. En effet, une onde d'instabilité induit une perturbation harmonique du champ de vitesse qui se propage avec une vitesse de phase c_i . L'interface entre le jet et le milieu ambiant peut alors être représentée comme une paroi ondulée se déplaçant à la vitesse c_i . Comme montré, par exemple, par Ribner [147] et illustré sur la figure 1.10, cette paroi ondulée rayonne alors des ondes de Mach dans la direction correspondant à l'angle α_M , dont l'expression est donnée par la relation (1.14). Il est connu que le taux de croissance des ondes d'instabilité dépend fortement de l'épaisseur des couches de mélange du jet [112]. Plus particulièrement, il est d'autant plus important que les couches de mélange du jet sont fines. Ainsi, les ondes qui se forment au voisinage de la tuyère suivent une croissance très rapide au début de leur propagation, ce qui donne lieu à la formation de tourbillons. Plus loin en aval, la présence d'effets non-linéaires qui se manifestent, notamment, par des appariements entre les tourbillons initiaux conduit à l'épaississement des couches de mélanges. Cet épaississement induit une diminution du taux d'amplification des ondes d'instabilité, ce qui provoque leur saturation puis leur désagrégation, qui a lieu à la fin du cône potentiel. Afin de prendre en compte l'évolution spatiale des propriétés des ondes d'instabilité entre la tuyère et la fin du cône potentiel, Tam & Burton [166, 167] considérèrent un champ moyen évoluant lentement dans la direction axiale. Ils purent ainsi obtenir un bon accord qualitatif entre le champ acoustique généré par les ondes d'instabilité et celui mesuré par Troutt & McLaughlin [185] dans des jets excités. Le modèle de Tam & Burton fut ensuite étendu au cas de jets non excités par Tam & Chen [169] qui supposèrent pour cela que les ondes d'instabilité sont excitées par un bruit blanc en sortie de la tuyère.

1.3.3.2 Caractère linéaire du rayonnement d'ondes de Mach

Il apparaît au vu des résultats précédemment évoqués que la théorie des instabilités linéaires permet de prédire convenablement certains aspects du rayonnement d'ondes de Mach. La réalisation au début des années 2000 des premières simulations numériques instationnaires du bruit

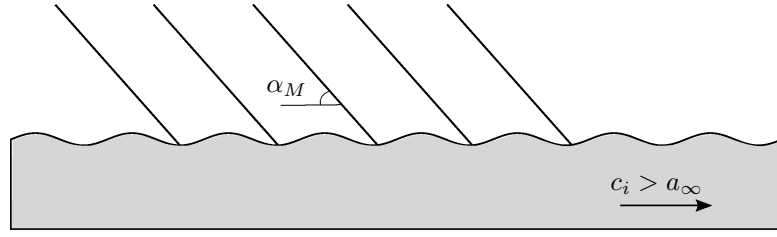


FIGURE 1.10 – Schéma représentatif du rayonnement d'ondes de Mach par une paroi ondulée.

rayonné par les jets supersoniques a permis une évaluation plus fine de la contribution des mécanismes purement linéaires à ce rayonnement. Mohseni et al. [114] réalisèrent ainsi deux simulations du bruit d'un jet à $M_j = 1.92$ et $Re_D = 2000$. Dans la première, les équations de Navier-Stokes compressibles étaient résolues par simulation numérique directe. Dans la seconde, les équations de Navier-Stokes linéarisées autour du champ moyen issu de la DNS étaient résolues pour les quatre premiers modes de Fourier azimuthaux. Les mêmes conditions initiales étaient utilisées pour les deux calculs, permettant une comparaison directe des champs obtenus. Les résultats montrent que la théorie linéaire permet de prédire de manière satisfaisante la directivité des ondes de Mach. Un bon accord est également obtenu quant à l'évolution axiale des fluctuations de pression acoustiques projetées sur le mode azimuthal dominant $m = 1$, et particulièrement autour du nombre de Strouhal central $St = 0.2$. En revanche, des différences significatives entre les résultats des deux simulations sont constatées pour les fréquences éloignées de la fréquence centrale, et particulièrement pour le mode axisymétrique $m = 0$. Sinha et al. [158] comparèrent, pour un jet chaud et un jet froid à $M_j = 1.5$ et à des nombres de Reynolds de l'ordre de 10^5 , le champ proche de pression prévu par l'analyse de stabilité linéaire avec celui obtenu par simulation des grandes échelles. Ils observèrent, pour les deux premiers modes azimuthaux, un bon accord entre les prédictions basées sur la théorie des instabilités linéaires et les modes les plus énergétiques de la LES extraits par une décomposition de type *Proper Orthogonal Decomposition*. Comme dans l'étude de Mohseni et al. [114], l'accord est cependant moins bon en basse fréquence, et particulièrement pour le mode axisymétrique. Par conséquent, plusieurs aspects du rayonnement d'ondes de Mach ne peuvent pas être expliqués directement par une approche linéaire. Il est cependant difficile de savoir si les écarts constatés dans les études précédentes sont la conséquence de mécanismes intrinsèquement non-linéaires ou s'ils résultent simplement d'une insuffisance des modèles linéaires. Finalement, plusieurs études expérimentales [49, 89, 92] et simulations numériques [41, 57, 125] font état de la présence de chocs faibles dans le champ de pression rayonné par des jets fortement supersoniques. Ces chocs se retrouvent principalement dans la direction d'émission des ondes de Mach et sont la cause d'un effet de perception désagréable appelé bruit de *crackle* [49]. Évidemment, la théorie linéaire ne permet pas d'expliquer la présence de tels chocs qui ne peuvent qu'être la conséquence d'un mécanisme non linéaire. Une revue plus approfondie des différentes caractéristiques du bruit de *crackle* et des mécanismes sous-jacents est donnée dans les paragraphes 1.4 et 1.5 de ce chapitre.

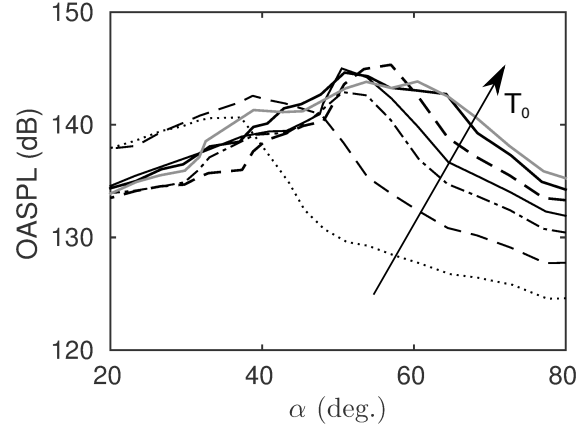


FIGURE 1.11 – Évolution, pour plusieurs valeurs de la température totale T_0 , des niveaux de bruit mesurés à $r = 40D$ en fonction de l'angle de directivité α pour un jet parfaitement détendu à $M_j = 2$: $\cdots$ $T_0 = 313K$, $---$ $T_0 = 500K$, $- \cdot - \cdot$ $T_0 = 755K$, $---$ $T_0 = 913K$, $---$ $T_0 = 1114K$, $---$ $T_0 = 1370K$, $---$ $T_0 = 1534K$, d'après Seiner et al. [156].

1.3.3.3 Effet de la température

À nombre de Mach M_j constant, une température de jet plus élevée se traduit par une augmentation de la vitesse du son dans l'écoulement, et donc de la vitesse u_j du jet en sortie de la tuyère. Il en résulte un accroissement de la vitesse de convection u_c des structures à l'origine des ondes de Mach, et donc une modification des caractéristiques de ces dernières. Seiner et al. [156] étudièrent le bruit rayonné par un jet à $M_j = 2$ pour des températures totales allant de 313 K à 1534 K. La figure 1.11, issue de cette étude, représente l'évolution des niveaux de bruits mesurés en champ lointain en fonction de l'angle d'émission α pour plusieurs valeurs de la température totale T_0 . Lorsque cette température augmente, un décalage vers l'amont de la direction d'émission maximale est observé. Il s'accompagne d'une augmentation des niveaux de bruit dans cette direction, qui est de l'ordre de 5 dB entre $T_0 = 313$ K et $T_0 = 1534$ K. L'évolution de l'angle d'émission principal, tout comme la hausse des niveaux de bruit peuvent être attribuées à la croissance de la vitesse de convection u_c avec la température. De manière intéressante, une certaine saturation des effets de la température du jet est également constatée. En effet, les niveaux de bruit mesurés dans la direction d'émission principale évoluent rapidement pour les températures les plus basses, mais beaucoup plus lentement dans le cas des jets les plus chauds. De même, l'angle associé à la direction d'émission principale évolue très vite entre 313 K et 500 K, et plus lentement entre 1114 K et 1534 K. Cette saturation peut être rapprochée du rôle de la température dans la formule empirique (1.15), qui prévoit la convergence du nombre de Mach de convection $M_c = u_c/a_\infty$ vers la valeur limite $M_j + 1$ lorsque le rapport de température T_j/T_∞ devient grand. Une tendance similaire a été observée dans des simulations numériques de jets supersoniques chauds par Liu et al. [98] et Gojon et al. [74], qui ont constaté une diminution du rapport u_c/u_j lorsque la température du jet augmente.

1.3.3.4 Effets liés au nombre de Mach

Le nombre de Mach est défini à partir de la vitesse du jet en sortie de la tuyère. Il a donc une influence directe sur la vitesse de convection des structures cohérentes. Par ailleurs, il permet de caractériser les effets de compressibilité, dont il est connu qu'ils ont une influence sur les structures cohérentes dans les écoulements rapides et donc, potentiellement, sur le bruit de mélange. Il convient donc de distinguer parmi les effets du nombre de Mach, ceux qui correspondent à des effets de compressibilité de ceux qui sont simplement liés à l'augmentation de la vitesse du jet. Le nombre de Mach acoustique $M_a = u_j/a_\infty$ est le paramètre permettant de caractériser les effets liés à l'augmentation de la vitesse du jet. Greska et al. [76] ont montré à partir de l'examen de plusieurs bases de données que le niveau de bruit rayonné par des jets rapides dans la direction d'émission maximale suit une loi de puissance. Plus particulièrement, l'intensité acoustique évolue en M_a^8 pour les nombres de Mach allant des régimes subsonique à légèrement supersonique et en M_a^3 en régime fortement supersonique, pour lequel le rayonnement d'ondes de Mach est prédominant. Ces résultats sont en accord avec les prédictions théoriques de Ffowcs Williams [47] basées sur une modification de l'analogie acoustique permettant de prendre en compte des sources de bruit en mouvement. En ce qui concerne les effets de compressibilité à proprement parler, le paramètre pertinent pour leur étude est le nombre de Mach convectif M_c introduit par Papamoschou & Roshko [135] et défini par l'équation (1.13). Le rôle de la compressibilité sur les structures cohérentes a été largement étudié, et un résumé des contributions principales sur ce sujet est donné au paragraphe 1.3.2.3. En comparaison, l'effet de la compressibilité sur le rayonnement d'ondes de Mach a reçu moins d'attention. Un exemple remarquable de ces effets consiste en un raidissement des fronts d'ondes associés aux ondes de Mach lorsque le nombre de Mach convectif augmente [33, 137]. Ce raidissement est lié à la présence de chocs faibles au voisinage direct du jet et a été observé par des visualisations optiques [122, 132, 149] et à l'aide de simulations [33, 125] de couches de mélange et de jets supersoniques. Ces chocs subsistent dans le champ lointain acoustique du jet et ils sont suspectés de jouer un rôle dans la production du bruit de *crackle*, décrit plus précisément au paragraphe 1.4.

1.3.3.5 Effets du nombre de Reynolds

Dans la plupart des expériences visant à étudier le bruit des jets supersoniques, le nombre de Reynolds calculé à partir du diamètre du jet est de l'ordre de 10^6 . Une très grande variété d'échelles de turbulence est présente dans ces écoulements à haut nombre de Reynolds, si bien que les structures affectées par la viscosité sont de très petites tailles par rapport aux plus grosses structures et ne constituent pas des sources de bruit significatives. Il en résulte que le rôle de la viscosité sur le bruit de mélange est négligeable pour des nombres de Reynolds suffisamment élevés, de l'ordre de 4×10^5 [188]. Dans les jets à plus bas nombre de Reynolds, les échelles qui sont à l'origine du bruit peuvent être affectées par des effets visqueux. Ces effets touchent principalement les plus petites structures, qui sont à l'origine du bruit rayonné à 90° . Il en résulte une diminution significative des niveaux de bruit rayonnés dans cette direction quand le nombre de Reynolds diminue, comme illustré par Bogey & Bailly [17] dans le cas de jets subsoniques. En comparaison, les structures cohérentes à l'origine des ondes de Mach, qui comptent parmi

les plus grandes échelles de l'écoulement, sont relativement peu sensibles aux effets de viscosité. McLaughlin et al. [108] étudièrent le bruit rayonné par des jets froids à $M_j = 2.3$ pour des nombres de Reynolds de 7.9×10^3 et 6.7×10^4 . Pour ces deux nombres de Reynolds, ils mirent en évidence un pic d'émission acoustique marqué en aval du jet, caractéristique du rayonnement d'ondes de Mach. Cela suggère que cette source de bruit reste importante dans les jets supersoniques à faible nombre de Reynolds. L'analyse des spectres de fluctuations de pression permet de caractériser plus finement l'effet du nombre de Reynolds sur le rayonnement d'ondes de Mach. La figure 1.12, issue de Troutt & McLaughlin [185] représente les spectres acoustiques mesurés en champ lointain pour trois jets à $M_j = 2.1$ et à des nombres de Reynolds de 7.9×10^3 , 7.0×10^4 et 5.2×10^6 . Les spectres sont tous centrés autour d'un nombre de Strouhal $St = 0.2$, et une bonne similarité est constatée entre les spectres mesurés pour les jets à $Re_D = 7.0 \times 10^4$ et $Re_D = 5.2 \times 10^6$. Néanmoins, la forme du spectre du jet de plus bas nombre de Reynolds présente des différences significatives par rapport aux deux autres. Un pic étroit et marqué est visible à $St = 0.2$ pour le jet à $Re_D = 7.9 \times 10^3$ et est suivi d'un harmonique de plus faible amplitude. Le caractère tonal de ce spectre peut s'expliquer par la prépondérance des structures cohérentes dans ce jet à bas nombre de Reynolds qui constituent, en l'absence de plus petites échelles, la source principale d'instationnarité dans l'écoulement. La convection à des vitesses supersoniques de ces structures très organisées conduit au rayonnement d'ondes de Mach très régulières au nombre de Strouhal caractéristique $St = 0.2$. Au contraire, la présence d'une plus grande variété d'échelles produisant du bruit dans le cas des jets à $Re_D = 7.0 \times 10^4$ et $Re_D = 5.2 \times 10^6$ mène à un élargissement des spectres mesurés en champ lointain.

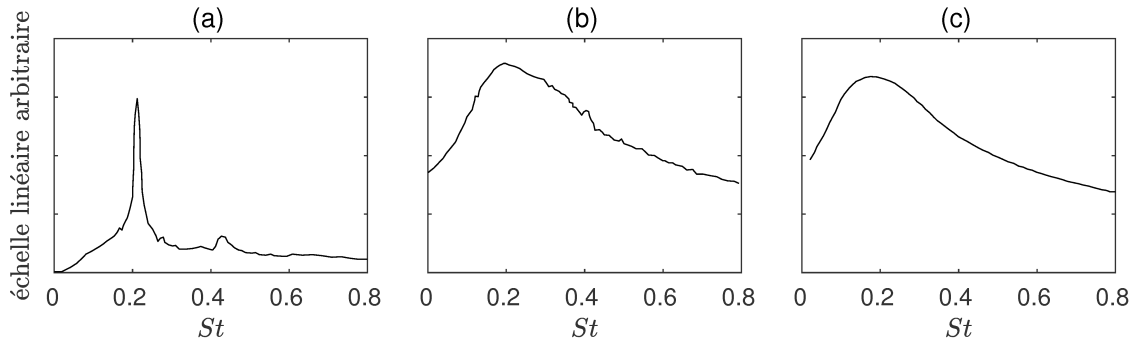


FIGURE 1.12 – Spectres de fluctuations de pression mesurés dans la direction d'émission maximale pour des jets froids à Mach 2.1 à (a) $Re_D = 7.9 \times 10^3$, (b) $Re_D = 7.0 \times 10^4$ et (c) $Re_D = 5.2 \times 10^6$. Figure reproduite d'après [185].

D'un point de vue théorique, l'influence du nombre de Reynolds sur la stabilité linéaire de jets ronds a été étudié par Morris pour des jets incompressibles [118] et compressibles [119]. Les effets les plus marquant de la viscosité consistent en une diminution du taux d'amplification et de la vitesse de phase des ondes d'instabilité pour les modes $m = 0$ et 1 lorsque le nombre de Reynolds diminue. Cette diminution est conforme aux observations de Morrisson & McLaughlin [121], qui ont constaté un développement plus lent des couches de mélange pour des jets à bas nombre de Reynolds. Enfin, le cas des jets visqueux et compressibles est particulièrement complexe. Cette complexité est due à un couplage entre les effets dus à la compressibilité et ceux qui sont dus à la viscosité [119], qui conduisent à une diminution du taux de croissance des ondes d'instabilité.

1.3.3.6 Effets de l'état des couches limites en sortie de tuyère

Le caractère laminaire, transitionnel ou turbulent des couches limites en sortie de tuyère, de même que les taux de turbulence initiaux ont une influence majeure sur le développement des jets, de même que sur le bruit rayonné. L'influence de l'état initial des couches limites a fait l'objet de plusieurs études expérimentales [197] et numériques [26, 23] dans le cas des jets subsoniques. En comparaison, l'influence des conditions initiales sur le bruit des jets supersoniques, et particulièrement sur le rayonnement d'ondes de Mach a été peu étudié. Une exception est le travail de Nonomura et al. [126] qui étudièrent, à partir de simulations numériques, le bruit rayonné par un jet froid à $M_j = 2$ et $Re_D = 9 \times 10^5$ pour différentes valeurs du taux de turbulence en sortie de tuyère. Les tendances observées sont en accord avec les résultats connus pour les jets subsoniques. Une croissance plus rapide des couches de mélange dans le cas où les couches limites en sortie de tuyère sont dans un état laminaire a ainsi été obtenue. Dans ce cas, le cône potentiel est plus court et des taux de turbulence plus importants sont relevés dans les couches de mélange. Le bruit rayonné est également plus élevé pour le jet initialement laminaire, avec un écart de 5 dB avec le jet le plus perturbé dans la direction d'émission principale des ondes de Mach. Enfin, dans le cas du jet laminaire, les ondes de Mach sont plus fortes, avec des fronts d'ondes qui apparaissent plus raides et plus marqués.

1.4 Le bruit de *crackle*

1.4.1 Un effet de perception

Un aspect important du bruit rayonné par les jets supersoniques issus des tuyères des moteurs d'avions militaires et de lanceurs spatiaux est un effet de perception désagréable appelé bruit de *crackle*. Cet effet au nom évocateur a été décrit par Ffowcs Williams et al. [49] qui le comparent au bruit d'une feuille de papier que l'on déchire, d'un haut parleur mal connecté, ou encore au bruit violent qui accompagne l'ajout d'eau froide dans de l'huile bouillante. Le bruit de *crackle* est responsable d'une part importante de la gêne occasionnée par l'exposition au bruit de jet supersonique [63]. La perception de ce type de bruit désagréable a été corrélée à la présence de chocs dans le champ de pression acoustique. À titre d'illustration, la figure 1.13, issue de Baars & Tinney [5] représente l'évolution temporelle des fluctuations de pression mesurées dans le champ lointain d'un jet à Mach 3. Des compressions très rapides sont visibles comme, par exemple, aux instants $t = 1.2$ ms, 1.5 ms, 5.3 ms ou 6.7 ms. À la suite de ces compressions, les fluctuations de pression atteignent une valeur fortement positive, avant de diminuer progressivement vers une valeur légèrement négative.

Le bruit de *crackle* n'est pas aussi intense dans toutes les directions de rayonnement. Sa perception est ainsi limitée à un cône localisée en aval du jet [49, 64]. L'origine de ce cône coïncide avec la tuyère et son ouverture correspond environ à l'angle pour lequel le rayonnement d'ondes de Mach est le plus intense. Hors de cette zone, la perception de *crackle* est limitée, voire inexistante. Ces observations suggèrent que les ondes de pression à l'origine du bruit de *crackle* constituent un cas particulier d'ondes de Mach particulièrement violentes.

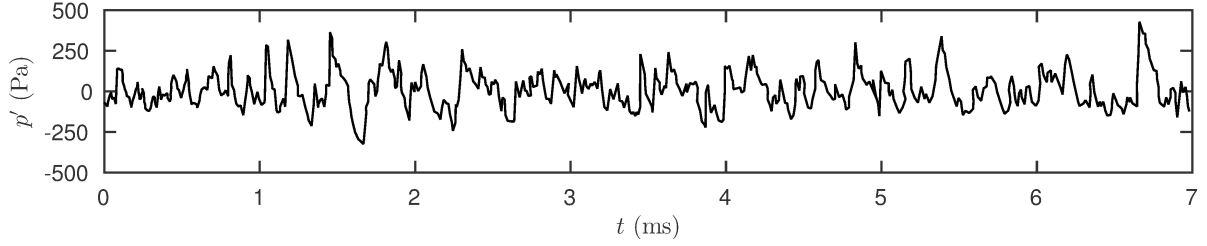


FIGURE 1.13 – Évolution temporelle des fluctuations de pression mesurées à $r = 100D$ et $\theta = 41^\circ$ dans un jet froid à $M_j = 3.0$. Figure reproduite d'après [5].

1.4.2 Quantification de la présence de crackle

Les chocs qui sont à l'origine du bruit de *crackle* sont des événements intermittents et transitoires qui sont difficilement décelables à l'aide des techniques habituelles d'analyse spectrale. Ainsi, la quantification du bruit de *crackle* nécessite des techniques d'analyse dédiées et plusieurs indicateurs quantitatifs ont été développés dans ce but. Ffowcs Williams et al. [49] notèrent par exemple que la présence de *crackle* conduit à l'occurrence dans les signaux de pression acoustique de valeurs positives extrêmes qui ne sont pas suivies de valeurs négatives aussi fortes. Elle se traduit donc par une asymétrie positive de la distribution statistique des fluctuations de pression. Ce biais de la distribution vers les valeurs positives peut être quantifié par le coefficient d'asymétrie $S(p)$ des fluctuations de pression, défini par

$$S(p) = \frac{\langle p'^3 \rangle}{\langle p'^2 \rangle^{3/2}}, \quad (1.16)$$

où $\langle \cdot \rangle$ représente la moyenne temporelle du signal. À partir d'enregistrements de signaux mesurés au voisinage de jets supersoniques, Ffowcs Williams et al. [49] corrélèrent la perception du *crackle* à des valeurs positives du coefficient d'asymétrie du signal considéré. Plus particulièrement, ils remarquèrent que le *crackle* est toujours perçu dès que $S(p) \geq 0.4$, qu'il est faible pour $0.2 \leq S(p) \leq 0.3$, et qu'il est absent pour $S(p) \leq 0.2$. Un autre indicateur fréquemment utilisé pour quantifier la présence de *crackle* dans un signal acoustique est le coefficient d'asymétrie de la dérivée temporelle des fluctuations de pression dp/dt [106], défini par la relation

$$S(dp/dt) = \frac{\langle (dp/dt)^3 \rangle}{\langle (dp/dt)^2 \rangle^{3/2}}. \quad (1.17)$$

Des valeurs positives de $S(dp/dt)$ traduisent un biais de la distribution de dp/dt vers les valeurs positives, et donc, la présence dans le signal acoustique de compressions rapides qui sont accompagnées de détentes plus progressives. Le coefficient d'asymétrie de la dérivée temporelle de la pression permet ainsi, contrairement à $S(p)$, de rendre compte de la variation rapide du signal dont il a été montré qu'elle jouait un rôle majeur dans la perception du bruit de *crackle* [65, 68, 175]. Les coefficients d'asymétrie des fluctuations de pression et de leur dérivée temporelle ont été abondamment utilisés pour caractériser le champ de pression rayonné par les jets supersoniques. Leurs répartitions ont notamment été mesurées au voisinage de jets issus de tuyères d'avions de chasse ou de fusée [64, 84, 106], de modèles réduits en chambre anéchoïque

[5, 64, 116], ainsi que dans des simulations [125]. Dans ces études, un lobe marqué correspondant à des valeurs positives d'asymétrie est clairement visible en aval du jet et indique la présence de *crackle*. Son orientation est proche de celle de la direction d'émission principale des ondes de Mach [64].

De la même façon, le coefficient d'aplatissement d'une distribution, ou kurtosis, est un indicateur permettant de mesurer l'importance des valeurs extrêmes pour une distribution statistique donnée. Dans le cas du *crackle*, il permet donc de compléter l'information donnée par le coefficient d'asymétrie en renseignant sur la fréquence des événements de *crackle* dans le signal de pression. Il est défini, dans le cas des fluctuations de pression, par la relation

$$K(p) = \frac{\langle p'^4 \rangle}{\langle p'^2 \rangle^2}. \quad (1.18)$$

Lorsqu'un signal suit une loi normale, son coefficient d'aplatissement est égal à 3. Dans un signal acoustique présentant du *crackle*, des valeurs extrêmes des fluctuations de pression et de leur dérivée temporelle sont relativement fréquentes, ce qui se traduit par des valeurs de $K(p)$ et de $K(dp/dt)$ supérieures à 3. Les coefficients d'aplatissement $K(p)$ et $K(dp/dt)$ ont été mesurés au voisinage de jets supersoniques, et leurs valeurs sont notamment rapportées dans les références [50, 65, 106, 116]. Fiévet et al. [50] ont ainsi obtenu des valeurs de $K(dp/dt)$ de l'ordre de 35 dans un jet froid à Mach 3 en laboratoire. McNerny a quant à elle noté des valeurs de $K(dp/dt)$ allant jusqu'à 700 dans le champ acoustique rayonné au cours du décollage du lanceur spatial Titan IV. Pour terminer, le tableau 1.1 résume les valeurs des indicateurs $S(p)$, $K(p)$, $S(dp/dt)$ et $K(dp/dt)$ obtenus lors de plusieurs expériences de la littérature. Les résultats présentés incluent des mesures réalisées lors d'essais en laboratoire, de tests à échelle réelle, ainsi que des simulations numériques. Dans le cas où la répartition spatiale d'un indicateur est considérée dans une étude, comme dans les références [5, 50, 62, 64], la valeur consignée dans le tableau est celle qui correspond à la perception de *crackle* la plus intense. Une grande disparité des valeurs mesurées apparaît à l'examen de ce tableau, plus particulièrement dans le cas des indicateurs calculés à partir de la dérivée temporelle des fluctuations de pression. Notamment, Baars et al. [5] et Fiévet et al. [50] obtiennent respectivement $S(dp/dt) = 1.96$ et 3.2 pour deux jets identiques. Ces disparités peuvent s'expliquer par la grande sensibilité de $S(dp/dt)$ et $K(dp/dt)$ au choix de la fréquence d'échantillonnage, comme expliqué par Fiévet et al. [50]. Des effets de propagation non-linéaire peuvent également conduire à des variations sensibles des valeurs des indicateurs avec la position de mesure [146]. Aussi, toute comparaison entre les valeurs absolues des indicateurs basés sur la dérivée temporelle des fluctuations de pression devra s'accompagner de précautions.

1.5 Origine du bruit de *crackle*

La nature des mécanismes à l'origine de la formation des chocs responsables du bruit de *crackle* demeure une question ouverte. Des phénomènes variés peuvent expliquer la présence de chocs dans le champ acoustique rayonné par un jet supersonique. Notamment, une question importante consiste à savoir si les chocs sont produits au voisinage direct du jet par un mécanisme

Étude			Conditions			Indicateur			
Référence	Année	Type	M_j	T_j/T_∞	M_a	$S(p)$	$K(p)$	$S(dp/dt)$	$K(dp/dt)$
Ffowcs Williams et al. [49]	1975	Échelle réelle (Olympus)	-	-	2.3	1	-	-	-
Laufer et al. [92]	1976	Échelle réduite	1.97	0.56	1.47	0.25	-	-	-
			2.47	0.45	1.66	0.32	-	-	-
McInerny [106]	1996	Échelle réelle (Fusée)	-	-	-	0.35	3.1	7.1	120
			-	-	-	0.14	3.3	6.9	160
			-	-	-	0.43	3.3	9.6	180
			-	-	-	0.55	3.5	17	700
Krothapalli [89]	2000	Échelle réduite	1.55	2.2	2.3	0.7	-	-	-
			1.22	2.4	1.9	0.35	-	-	-
			1.56	2.2	2.3	0.5	-	-	-
			1.36	2.1	2.0	0.55	-	-	-
Papamoschou & Debiasi [133]	2001	Échelle réduite	1.5	-	2.04	1.1	-	-	-
Petitjean & McLaughlin [138]	2003	Échelle réduite	1.50	-	1.24	0.31	-	-	-
			1.50	-	1.81	0.75	-	-	-
Petitjean et al. [138]	2006	Échelle réduite	0.70	0.91	0.67	0.06	-	-	-
			0.83	0.86	0.77	0.07	-	-	-
			0.70	2.98	1.21	0.09	-	-	-
			0.90	2.84	1.51	0.31	-	-	-
			1.92	0.58	1.46	0.52	-	-	-
			1.92	1.32	2.21	0.43	-	-	-
			1.92	1.65	2.47	0.42	-	-	-
Gee et al. [65]	2007	Échelle réelle (F/A-18E)	-	-	-	0.6	3.40	5.59	67.3
Schlinker et al. [153]	2007	Échelle réelle	-	-	-	0.72	-	-	-
Schlinker et al. [154]	2008	Échelle réduite	0.7	1.76	0.90	0.1	-	-	-
			1.0	1.76	1.34	0.2	-	-	-
			1.5	1.00	1.49	0.46	-	-	-
			1.5	1.40	1.78	0.47	-	-	-
			1.5	1.76	1.99	0.61	-	-	-
Gee et al. [64]	2013	Échelle réelle F35-A	-	-	-	0.4	-	8.5	-
Gee et al. [62]	2013	Échelle réduite	2.0	0.56	510	0.4	3	-	-
			1.8	0.61	481	0.3	3	-	-
Nichols et al. [125]	2013	Simulation numérique	1.56	2.46	2.44	0.41	-	-	-
			1.56	3.02	2.71	0.33	-	-	-
			1.73	2.46	2.71	0.41	-	-	-
Mora et al. [116]	2014	Échelle réduite	1.5	0.71	1.27	0.09	3.05	0.8	4.5
			1.5	1.41	1.65	0.31	3.25	1.5	7
Baars et al. [5, 6]	2014	Échelle réduite	3.0	0.36	1.80	0.44	-	1.96	-
Fiévet et al. [50]	2016	Échelle réduite	3.0	0.36	1.80	-	-	3.2	35

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatif des conditions de sortie et des indicateurs de *Crackle* $S(p)$, $K(p)$, $S(dp/dt)$ et $K(dp/dt)$ mesurés dans plusieurs expériences de la littérature.

dit de raidissement à la source, ou s'ils se forment plus progressivement, à la suite d'effets de propagation non linéaires.

1.5.1 Formation de chocs par des effets de propagation non linéaire

1.5.1.1 Propagation non linéaire du bruit rayonné par les jets supersoniques

Le champ acoustique émis par un jet supersonique est caractérisé par des niveaux acoustiques très intenses, particulièrement dans la direction d'émission où le rayonnement d'ondes de Mach est prédominant. Dans ces conditions, la modélisation de la propagation des ondes acoustiques comme un phénomène linéaire atteint ses limites. Partant de ce constat, Morfey & Howell [117] analysèrent des enregistrements de bruit de jet issus d'essais en vol. En comparant les spectres acoustiques mesurés pour plusieurs distances entre la source et l'observateur, ils mirent en évidence un excès de bruit en haute fréquence par rapport à la théorie linéaire. Ils attribuèrent cette anomalie à la présence d'effets de propagation non linéaire. Des observations similaires, également attribuées à des effets non linéaires, ont été rapportées lors de mesures du champ acoustique rayonné par des moteurs d'avions militaires [61, 67], lors de mesures en chambre anéchoïque [50, 62, 65, 137, 138], ou encore dans des simulations numériques [41].

1.5.1.2 Formation de chocs par raidissement non linéaire

Dans le cadre de l'acoustique linéaire, les perturbations de pression se propagent toutes à la vitesse du son du milieu ambiant a_∞ . Cependant, lorsque les niveaux de pression ne sont plus négligeables devant la pression ambiante p_∞ , les ondes acoustiques ne peuvent plus être considérées comme des perturbations linéaires. La vitesse du son a en un point donné dépend alors de l'amplitude locale des fluctuations de pression p' . Sous l'hypothèse que les effets non linéaires sont suffisamment faibles, cette dépendance peut s'exprimer à l'ordre 1 en p'/p_∞ [194] par la relation

$$a(p'/p_\infty) \simeq a_\infty \left(1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{p'}{p_\infty} \right). \quad (1.19)$$

D'après cette formule, la vitesse locale de propagation des ondes acoustiques est d'autant plus importante que l'amplitude des fluctuations de pression est grande. Autrement dit, les fortes surpressions ont tendance à se propager plus rapidement que le reste du signal, ce qui se traduit par une déformation des signaux de pression au cours de leur propagation. Il en résulte un raidissement progressif des fronts d'onde, qui conduit à l'apparition de discontinuités et donc de chocs [194]. La formation progressive d'ondes en forme de N au cours de la propagation est clairement visible dans la simulation numérique d'un jet à Mach 3.3 par de Cacqueray et Bogey [41]. Ces derniers ont utilisé une méthode d'extrapolation du champ acoustique s'appuyant sur une résolution des équations d'Euler compressibles jusqu'à une distance correspondant à 120 fois le diamètre du jet. En comparant ces résultats avec ceux obtenus à partir d'une méthode d'extrapolation s'appuyant sur les équations d'Euler linéarisées, ils ont constaté que la présence d'effets cumulés de propagation non linéaire s'accompagne d'un transfert d'énergie des fréquences moyennes vers les hautes fréquences. Ces observations sont en accord avec celles rapportées dans les références [6, 117] où ce transfert est quantifié à l'aide d'un indicateur spectral introduit

par Morfey & Howell [117] et utilisant une équation de Burgers généralisée. Il a également été trouvé que la présence d'effets cumulés de propagation non linéaire conduit à une évolution des valeurs de certains des indicateurs introduits dans la section 1.4.2 de ce chapitre au cours de la propagation. En particulier, les indicateurs calculés à partir de la dérivée temporelle des fluctuations de pression sont très sensibles à ces effets. Fiévet et al. [50] ont noté par exemple que la valeur de $S(dp/dt)$ passe de 0.6 à 3.8 entre deux points de mesure situés en $r = 13D$ et $r = 80D$ et placés le long de la direction d'émission principale. Dans le même temps, la valeur de $K(dp/dt)$ passe de 7 à 35 entre les deux mêmes positions de mesure. En comparaison, les valeurs des indicateurs $S(p')$ et $K(p')$ sont moins affectées par ces effets de raidissement non linéaire [6, 62, 106].

1.5.1.3 Compétition avec d'autres mécanismes

L'influence des effets de propagation non linéaire est d'autant plus grande que les fluctuations de pression locales sont fortes. Or, l'amplitude de ces fluctuations décroît avec la distance au jet, en raison de la décroissance sphérique ou cylindrique du champ acoustique. Les effets de propagation non linéaire sont donc plus importants au voisinage de la source et deviennent négligeables lorsque les niveaux de bruit ont suffisamment diminué, et que les perturbations acoustiques peuvent être considérées comme linéaires. Par ailleurs, l'absorption moléculaire tend à lisser les hautes fréquences et peut ainsi contrer la formation de chocs. Baars et al. [6, 7] ont proposé un modèle permettant de prédire le poids des phénomènes de propagation non linéaires vis-à-vis des phénomènes d'atténuation dans le cas d'ondes de décroissances sphériques ou cylindriques. D'après ce modèle, les premiers jouent un rôle majeur dans le cas des études réalisées à taille réelle. Dans ce type d'expériences, le caractère basse fréquence du bruit rayonné fait qu'il est relativement peu affecté par les phénomènes de dissipation moléculaire. Au contraire, les effets d'atténuation sont plus importants dans le cas des jets à échelle réduite étudiés en laboratoire, où les fréquences d'intérêt sont plus élevées. Dans ces expériences, le modèle de Baars et al. [6, 7] prédit que l'effet des nonlinéarités reste confiné au voisinage du jet, où la décroissance géométrique du champ acoustique suit une évolution cylindrique [3, 50, 95]. À partir d'une estimation de la distance de propagation nécessaire pour la formation de chocs, Baars et al. déduisent également que le mécanisme de raidissement non linéaire décrit au paragraphe 1.5.1.2 ne peut pas, à lui seul, expliquer la présence des chocs observés en champ lointain dans leur expérience à échelle réduite.

1.5.1.4 Interaction non linéaire entre plusieurs chocs

En plus du raidissement non linéaire des fronts d'ondes, décrit précédemment en 1.5.1.2, d'autres phénomènes de propagation non linéaires peuvent contribuer à la formation des chocs associés au bruit de *crackle*. Lighthill [95] proposa un mécanisme de coalescence de chocs par lequel une multitude de chocs faibles de formes coniques interagissent entre eux de manière non linéaire pour former un seul choc plus fort et plus raide. Ce mécanisme de coalescence de chocs a été observé dans le champ de pression rayonné par des couches de mélange temporelles calculées par simulation numérique directe par Buchta et al [33], de même que dans le champ proche

acoustique d'un jet à Mach 3 mesuré par Fiévet et al. [50]. Dans ces deux études, une diminution du nombre de passages à zéro par unité de temps dans les signaux de fluctuations de pression a été observée à mesure que l'on s'éloigne de l'écoulement. Celle-ci a été attribuée à la coalescence des chocs.

1.5.2 Raidissement à la source

D'après le modèle de Baars et al. [6, 7], les effets du raidissement non linéaire des fronts d'onde ne sont pas assez importants dans les expériences à échelle réduite pour expliquer à eux seuls la présence de *crackle* en champ lointain. Tel qu'évoqué au paragraphe 1.5.1.4, d'autres phénomènes de propagation non linéaire, comme la coalescence de chocs, peuvent contribuer à sa formation mais ce type de mécanisme suppose que ce type de structures est déjà présent dans le champ proche du jet. La présence de chocs au voisinage direct de l'écoulement a été mise en évidence dans des simulations numériques du bruit rayonné par des écoulements cisailés à haut nombre de Mach [33, 124, 125, 182]. Ces chocs prennent la forme de fronts d'onde droits, alignés avec la direction de propagation des ondes de Mach, et sont déjà constitués de compressions rapides suivies de détente plus progressives. Ces observations suggèrent l'existence d'un mécanisme dit de raidissement à la source par lequel des chocs sont formés au voisinage de l'écoulement. L'idée qu'un raidissement à la source est à l'origine du bruit de *crackle* n'est pas nouvelle. Ffowcs Williams et al. [49] ont par exemple proposé un mécanisme lié à l'éjection, en périphérie du jet, de poches de fluide initialement supersoniques. Une fois en contact avec le milieu au repos, des chocs se forment au voisinage de ces poches et fusionnent par un mécanisme de coalescence pour donner les structures associées au bruit de *crackle*. Krothapalli et al. [89] ont quant à eux suggéré que des micro-explosions, causées par l'entraînement d'air ambiant dans le jet, pouvaient être à l'origine du *crackle*. Cependant, ces mécanismes n'ont jamais été mis en évidence expérimentalement ou numériquement. Plus récemment, des simulations d'écoulement compressibles cisailés [32, 33, 124] ont permis d'appréhender de manière plus directe la formation de chocs au niveau du jet. Nichols et al. [124] ont ainsi pu observer que les chocs présents dans le champ proche acoustique de jets chauds étaient associés à des événements violents localisés dans les couches de mélange du jet. Plus précisément, l'émission d'un choc s'accompagne d'une perturbation de la ligne sonique qui reste attachée à l'extrémité inférieure de l'onde de pression, et qui se déplace dans la direction axiale à une vitesse supersonique. Ce constat indique que le mécanisme de raidissement à la source des fronts d'onde pourrait être un cas extrême de rayonnement d'ondes de Mach, où les amplitudes des perturbations en jeu sont telles que des effets non linéaires doivent être pris en compte. Dans le but de tester la validité de cette hypothèse, Buchta [32] a réalisé une simulation non linéaire de l'écoulement supersonique tridimensionnel affleurant une surface bosselée. Ils a observé la présence d'une multitudes de chocs qui se forment au voisinage de la paroi et qui interagissent entre eux pour former des chocs plus réguliers loin du mur, en accord avec le mécanisme de coalescence proposé par Lighthill [95].

Finalement, il est important de rappeler que le bruit de *crackle* n'est pas forcément dû à un mécanisme unique. Il est en effet vraisemblable que les trois mécanismes précédemment évoqués, à savoir le raidissement à la source, la coalescence de chocs, et le raidissement non linéaire des fronts d'onde contribuent tous à la formations des ondes non linéaires à l'origine du *crackle*.

L'importance relative de chacun de ces phénomènes pour la génèse du bruit de *crackle* est cependant mal comprise. De plus, il est probable que ces mécanismes soient dépendant les uns des autres. En effet, comme remarqué par Petitjean [136], il est attendu que la présence de chocs plus forts et plus raides au niveau de l'écoulement mène à des effets de propagation non linéaire plus importants en champ proche, et donc à des chocs plus marqués en champ lointain.

1.5.3 Effets des conditions de sortie sur le bruit de crackle

1.5.3.1 Effets du nombre de Mach

Étant donné le fort lien entre rayonnement d'ondes de Mach et bruit de *crackle*, il est vraisemblable que les paramètres qui ont une influence sur le premier affectent également le dernier. Ffowcs Williams et al. [49] mesurèrent le coefficient d'asymétrie des fluctuations de pression dans le champ acoustique rayonné par un moteur d'avion supersonique pour différents angles d'émission et pour plusieurs valeurs de la vitesse d'éjection u_j . Ils notèrent une augmentation rapide de $S(p)$ dans la direction d'émission principale des ondes de Mach à mesure que u_j augmente, avec des valeurs de $S(p)$ allant jusqu'à 1.1 pour $u_j = 785 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. D'après cette étude, le caractère asymétrique de la distribution statistique des fluctuations de pression apparaît dès lors que la vitesse de convection devient supérieure à la vitesse du son du milieu ambiant. En outre, l'importance des effets de propagation non linéaire augmente avec la vitesse de convection, et particulièrement lorsque celle-ci devient supersonique [190, 138], ce qui confirme la forte dépendance du *crackle* par rapport au nombre de Mach. En ce qui concerne l'importance du nombre de Mach sur le raidissement à la source des fronts d'onde, Buchta et al. [33] ont étudié le bruit rayonné par une couche de mélange plane supersonique pour $M = \Delta u/a_\infty = 0.9, 1.5, 2.5$ et 3.5 , avec Δu la différence de vitesse de chaque côté de la couche de mélange. Dans le cas $M = 0.9$, aucune trace des chocs associés au bruit de *crackle* n'est notée dans le champ proche acoustique. Pour $M = 1.5$, des ondes de Mach de faible intensité sont observées et une légère augmentation de $S(p)$ est constatée à mesure que l'on s'éloigne de l'écoulement. Les structures caractéristiques du *crackle* sont, en revanche, absentes. Au contraire, pour $M = 2.5$ et 3.5 , des compressions rapides, qui sont suivies de détentes progressives, sont distinctement visibles dans les signaux de pression obtenus au voisinage du jet. Les niveaux de $S(p)$ dans le champ acoustique proche sont de plus supérieurs au seuil de 0.4 proposé par Ffowcs Williams [49] pour la perception de *crackle*. Enfin, Mora et al. [116] relevèrent aussi une augmentation des valeurs des indicateurs $S(p)$, $K(p)$, $S(dp/dt)$ et $K(dp/dt)$ en champ proche lorsque le nombre de Mach parfaitement détendu M_j augmente, à température totale constante.

1.5.3.2 Effets de la température

L'augmentation de la température statique à nombre de Mach parfaitement détendu M_j constant induit une vitesse d'éjection plus élevée. Il en résulte un accroissement de la vitesse de convection u_c , qui mène à la présence de chocs plus marqués dans le champ proche acoustique, comme observé par Krothapalli et al. [89], de même que par Mora et al. [116]. L'augmentation de l'intensité du *crackle* avec la température à M_j constant a également été observée par Ffowcs Williams et al. [49], qui ont par ailleurs noté une certaine saturation des niveaux de $S(p)$ pour des

températures suffisamment élevées. Cette tendance est en accord avec les constations rapportées en section 1.3.3.3 concernant l'évolution de la vitesse de convection avec la température dans les jets supersoniques. L'effet de la température sur le bruit de *crackle* lorsque la vitesse d'éjection est maintenue constante a été très peu étudié. Nichols et al. [125] ont cependant réalisé deux simulations de jets supersoniques chauds à un nombre de Mach acoustique $M_a = u_j/a_\infty = 2.71$ et à des rapports de température totale $T_0/T_\infty = 3.9$ et 4.5. Une très légère augmentation des niveaux de $S(p)$ au voisinage de l'écoulement a été obtenue dans le cas du jet le plus chaud.

1.5.3.3 Effets du nombre de Reynolds

L'influence du nombre de Reynolds sur le bruit de *crackle* a été très peu examinée. Une exception est le travail de Gallagher & McLaughlin [59] qui ont étudié les effets de propagation non linéaire sur le champ acoustique rayonné par des jets froids à des nombres de Mach de 2.1 et 2.5 et pour des nombres de Reynolds allant de 8.7×10^3 à 7.0×10^4 . Dans tous les cas, la présence d'effets cumulés de propagation non linéaire conduisant à un raidissement progressif des fronts d'ondes a été mis en évidence. Pour les nombres de Reynolds les plus élevés, une diminution du nombre de passage à zéro par unité de temps dans les signaux de fluctuations de pression a aussi été relevée à mesure que l'on s'éloigne du jet. Comme expliqué en 1.5.1.4, cette observation indique la coalescence de chocs dans le champ acoustique proche. En revanche, l'absence de variation du nombre de passages à zéro dans les jets à plus bas Reynolds suggère que le mécanisme de coalescence de chocs est moins important dans ces écoulements.

1.5.3.4 Effets de l'état des couches limites en sortie de tuyère

Tel que rappelé dans le paragraphe 1.3.3.5, le caractère laminaire ou turbulent des couches limites du jet en sortie de tuyère a une influence sur le rayonnement d'ondes de Mach. Plus particulièrement, les simulations de Nonomura et al. [126] d'un jet froid à Mach 2 pour différents taux de turbulence en sortie de tuyère ont montré que les niveaux de bruits rayonnés dans la direction d'émission principale sont plus élevés dans le cas où les couches limites du jet sont dans un état laminaire. Par ailleurs, les visualisations du champ de pression acoustique rayonné laissent entrevoir des fronts d'onde plus réguliers et plus marqués dans le cas des jets laminaire. Cela suggère que ces derniers sont plus susceptibles de produire des chocs en champ proche. Malheureusement, cet aspect n'a pas encore fait l'objet d'études quantitatives.

2 Méthodes numériques pour le calcul du bruit des jets supersoniques

Dans ce chapitre, différentes approches utilisées pour le calcul du bruit produit par les jets supersoniques sont présentées et la méthodologie retenue pour les simulations présentées dans ce travail de thèse est décrite. Plus particulièrement, l'accent est mis sur les schémas numériques et les conditions aux limites. En particulier, les solutions mises en œuvre pour résoudre certaines difficultés liées à la présence de chocs ou à l'utilisation de coordonnées cylindriques sont décrites.

2.1 Simulation numérique du bruit d'origine aérodynamique

Malgré l'augmentation rapide et régulière au cours des dernières décennies de la puissance de calcul disponible dans les laboratoires, la simulation du bruit rayonné par un écoulement turbulent demeure une tâche ardue. La difficulté de cet exercice réside en grande partie dans la modélisation des sources de bruit qui implique, en général, de décrire un écoulement turbulent avec un haut degré de fidélité. Dans ce paragraphe, différentes approches pour la simulation numérique des écoulements turbulents et du bruit qu'ils génèrent sont présentées.

2.1.1 Simulations numérique des écoulements turbulents

Les écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds sont constitués d'une grande variété d'échelles de longueur et de temps. Dans ce type d'écoulement, plusieurs ordres de grandeurs peuvent séparer les plus grandes échelles des plus petites, ce qui rend leur simulation très coûteuse en terme de mémoire et de puissance de calcul. Plusieurs approches simplificatrices ont alors été développées. Elles consistent à modéliser une part plus ou moins importante des phénomènes en jeu, ce qui permet de diminuer de manière significative le coût du calcul.

2.1.1.1 Simulation numérique directe (DNS)

La simulation numérique directe d'un écoulement turbulent, aussi appelée DNS pour *Direct Numerical Simulation*, consiste à résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes sans introduire d'hypothèse sur le comportement de la turbulence. Cette approche nécessite de discrétiser la totalité des échelles présentes dans l'écoulement, et notamment les plus petites, qui jouent un rôle important dans la dissipation de l'énergie cinétique par la viscosité moléculaire.

Plus particulièrement, on appelle échelle de Kolmogorov la longueur l_η pour laquelle les effets de viscosité deviennent prédominants devant les effets inertiels. Dans une simulation numérique directe, toutes les échelles de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov doivent être résolues, ce qui mène rapidement à un coût prohibitif lorsque le nombre de Reynolds devient grand. Plus précisément, il est possible de montrer dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope que le rapport entre la plus grande échelle de l'écoulement, notée L_f , et l'échelle de Kolmogorov varie comme $L_f/l_\eta = Re_{L_f}^{3/4}$, avec $Re_{L_f} = u' L_f / \nu$ [9], où u' désigne l'écart type des fluctuations de vitesse et ν désigne la viscosité moléculaire. Dans le cas d'une simulation tridimensionnelle, le nombre de points de discrétisation nécessaire pour réaliser une simulation numérique directe évolue donc en $Re_{L_f}^{9/4}$.

La simulation numérique directe des écoulements a été appliquée au calcul du bruit rayonné par des jets turbulents. Freund [53] et Freund et al. [57] ont ainsi réalisé des simulations numériques directes de jets ronds subsonique et supersonique à un nombre de Reynolds de $Re_D = 2000$. Plus récemment, Buchta et al. [33] ont réalisé des simulations numériques directes du bruit rayonné par des couches de mélange supersoniques temporelles à des nombres de Mach de 1.5, 2.5 et 3.5 et à des nombres de Reynolds Re_{δ_θ} basés sur l'épaisseur de quantité de mouvement de l'ordre de 1000.

2.1.1.2 Simulation des grandes échelles (LES)

Une approche moins coûteuse permettant de réaliser des simulations numériques d'écoulements turbulents à des nombres de Reynolds importants est la simulation des grandes échelles, aussi appelée LES pour *Large Eddy Simulation*. Dans cette approche, les plus petites échelles de la turbulence ne sont pas résolues, ce qui revient à appliquer un filtrage spatial aux équations de Navier Stokes. Le rôle des échelles non résolues est pris en compte par un modèle dit de sous-maille qui permet, entre autres, d'assurer la dissipation de l'énergie cinétique turbulente au niveau de la fréquence de coupure du maillage. Une grande variété de modèles de sous-maille ont été introduits au cours des dernières décennies. Il est d'usage de distinguer parmi ceux-ci deux grandes classes de modèles : les modèles fonctionnels et les modèles structurels [150]. Les modèles dits fonctionnels agissent de manière à préserver certaines des propriétés de la turbulence, comme le bilan d'énergie cinétique, malgré la coupure spectrale résultant de l'approche LES. Pour cela, le tenseur de sous-maille, qui représente l'effet des échelles non résolues sur les échelles résolues, est modélisé à partir de certaines propriétés du champ calculé. Le plus souvent, comme dans le cas du modèle de Smagorinsky et ses variantes [69, 97, 159], cela passe par l'introduction d'une viscosité artificielle dite de sous-maille qui est calculée à partir des propriétés du champ résolu. Parmi les modèles fonctionnels, on peut également citer le modèle de Lesieur [94], qui fait intervenir la fonction de structure des fluctuations de vitesse pour le calcul de la viscosité de sous-maille. Puisque la viscosité de sous-maille affecte, en général, toutes les échelles résolues lors du calcul, les modèles fonctionnels peuvent cependant conduire à une dissipation excessive des plus grandes échelles. Afin d'éviter cela, les modèles dits structurels visent à modéliser le rôle des échelles de sous-maille sans affecter les échelles résolues. Ces modèles reposent généralement sur l'emploi d'un filtrage d'ordre élevé en lieu et place de la viscosité de sous-maille. Les filtres employés ont une coupure spectrale très marquée, ce qui permet d'assurer la dissipation de l'énergie

cinétique turbulente au niveau de la fréquence de coupure du maillage tout en préservant les plus grandes échelles de l'écoulement. Cette approche a notamment été appliquée avec succès par Visbal & Gaitonde [187], Rizzetta et al. [148] ou encore Bogey & Bailly [18, 20, 26] pour le calcul d'écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds.

Puisqu'elle ne nécessite pas de résoudre toutes les échelles de turbulence, la simulation des grandes échelles est moins coûteuse en terme de puissance de calcul que l'approche DNS. Plus précisément, il est souvent souhaitable que la plus petite échelle résolue soit inférieure à l'échelle de Taylor λ_g . Cela permet notamment de limiter le rôle du modèle de sous-maille à la dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope, le rapport entre l'échelle intégrale L_f et l'échelle de Taylor varie selon $Re_{L_f}^{1/2}$. Ainsi, le nombre de points nécessaire pour une simulation tridimensionnelle évolue en $Re_{L_f}^{3/2}$. La contrainte en terme de puissance de calcul nécessaire, bien que présente, est donc moins forte que pour la simulation numérique directe. L'approche LES est particulièrement intéressante pour le calcul du bruit d'origine aérodynamique. En effet, dans un écoulement à haut nombre de Reynolds, les plus petites échelles de turbulence contribuent peu au bruit rayonné. Une simulation des grandes échelles est donc suffisante, en général, pour résoudre la majeure partie des sources de bruit pour ce type d'écoulement. L'approche LES a été largement appliquée au calcul du bruit généré par des jets libres supersoniques. On peut notamment citer les travaux de Berland et al. [10], Gojon & Bogey [73], de Cacqueray et al. [42, 41], Brès et al. [31], Liu et al. [98], ou encore de Nichols et al. [124].

2.1.1.3 Résolution des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)

Il est courant en mécanique des fluides, et particulièrement lorsque l'on considère des écoulements issus d'applications industrielles, que l'information recherchée soit la moyenne temporelle d'une variable aérodynamique, telle que la vitesse ou la pression. Dans ce cas, il est souvent intéressant d'appliquer aux équations de Navier-Stokes la décomposition de Reynolds, qui consiste à séparer le champ aérodynamique en la somme de ses valeurs moyenne et fluctuante. Il est alors possible d'écrire un jeu d'équations vérifiées par le champ moyen [9]. Ces équations, désignées par l'acronyme RANS pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes equations*, font intervenir la covariance des fluctuations de vitesse, aussi appelée tenseur de Reynolds. Ce terme, a priori inconnu, doit donc être modélisé afin de fermer les équations RANS. Cette fermeture est réalisée par un modèle de turbulence, dont le rôle consiste le plus souvent à modéliser le tenseur de Reynolds. Une grande variété de modèles de turbulence ont été développés au cours des dernières décennies, et une revue complète de ces modèles peut être trouvée, par exemple, dans Wilcox [195]. On peut citer, entre autres, les modèles $k-\epsilon$ et $k-\omega$, ou encore le modèle de Spalart & Almaras [160] qui comptent parmi les plus utilisés. De par son caractère stationnaire, l'approche RANS ne permet pas de calculer directement le bruit généré par un écoulement. Il existe cependant des modèles permettant de prédire le bruit rayonné à partir d'une solution stationnaire des équations de Navier-Stokes moyennées, comme par exemple le modèle SNGR pour *Stochastic Noise Generation and Radiation* de Bailly et al. [8] ou encore celui de Tam & Auriault [165]. De plus, il est possible d'appliquer la décomposition de Reynolds en faisant intervenir une moyenne temporelle glissante. Cette approche, nommée URANS pour *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*

equations, permet de rendre compte des caractéristiques les plus marquées et régulières de la turbulence de l'écoulement, et peut donc être utilisée pour calculer directement une part du bruit rayonné. L'approche URANS a notamment été utilisée par Shen & Tam [157] ainsi que par Gao & Li [60] pour étudier la génération du bruit de *screech* dans un jet supersonique.

2.1.2 Méthodes d'extrapolation du bruit en champ lointain

En aéroacoustique numérique, un des objectifs poursuivis est souvent la détermination du bruit rayonné par un écoulement en champ lointain, c'est-à-dire pour des distances suffisamment éloignées des sources de bruit pour que ces dernières puissent être assimilées à une source ponctuelle. Dans le cas d'un jet libre supersonique, cela revient à déterminer le champ acoustique à une distance de l'ordre de 70 fois le diamètre de la tuyère, comme indiqué par les résultats expérimentaux de Viswanathan [191]. Cela peut donc s'avérer très coûteux dans le cadre d'une simulation LES ou DNS. Par ailleurs, les schémas numériques utilisés pour la simulation numérique des écoulements compressibles ne sont pas toujours adaptés au traitement de problèmes de propagation acoustique. En effet, ces derniers peuvent introduire des erreurs de dispersion et de dissipation qui peuvent s'accumuler au cours de la propagation et conduire à des écarts importants. Il est donc souvent intéressant de séparer l'étape de calcul des sources de bruit de celle qui consiste à propager en champ lointain le bruit généré par l'écoulement. Dans ce paragraphe, différentes approches utilisées pour l'extrapolation du bruit en champ lointain sont présentées. Parmi ces approches, on distingue celles qui sont basées sur l'utilisation de méthodes intégrales de celles qui consistent à déterminer directement le champ acoustique par intégration des équations de la mécanique des fluides compressibles.

2.1.2.1 Utilisation de méthodes intégrales

Les méthodes intégrales permettent de déterminer le bruit rayonné en champ lointain par un écoulement à partir de la connaissance du champ proche acoustique sur une surface fermée englobant les sources de bruit. Le champ lointain acoustique est alors obtenu par la résolution d'une équation intégrale. Parmi les méthodes intégrales les plus utilisées, la méthode de Kirchhoff [102] permet de déterminer le champ acoustique en une position arbitraire par résolution de l'équation des ondes dans un milieu au repos. Elle a notamment été utilisée par Freund et al. [57] pour propager en champ lointain le bruit d'un jet supersonique à Mach 1.92 calculé par simulation numérique directe. Une autre méthode intégrale particulièrement utilisée est basée sur l'analogie de Ffowcs Williams & Hawkins [46]. Dans sa forme originale, cette analogie acoustique permet de déterminer le bruit produit par un écoulement autour d'une surface solide. Lorsqu'elle est appliquée à une surface poreuse englobant les sources de bruit, elle permet également de propager les fluctuations de pression mesurées sur la surface jusqu'à une position arbitraire. Elle a notamment été utilisée par Brès et al. [31], Liu et al. [98] ou encore Gojon et al. [74] pour propager en champ lointain le champ proche acoustique de jets calculés par simulation des grandes échelles. Un avantage décisif des méthodes intégrales est qu'elles permettent de déterminer le champ acoustique en une position donnée par l'évaluation d'une seule intégrale par point de mesure. Cependant, elles ne permettent pas de rendre compte des effets de propagation non linéaire,

dont il a été vu au paragraphe 1.5.1 qu'ils pouvaient jouer un rôle important dans la propagation du bruit produit par des jets fortement supersoniques.

2.1.2.2 Intégration en temps des équations de propagation

Une autre approche pour déterminer le champ lointain à partir d'une simulation du champ proche acoustique consiste à prolonger le champ de pression obtenu au voisinage de l'écoulement en intégrant en temps un système d'équations de propagation sur un domaine de calcul suffisamment étendu. En pratique, cela revient à réaliser un second calcul instationnaire qui utilise comme conditions d'entrée les champs obtenus lors d'une première simulation LES ou DNS. Cette approche permet une description plus fine de la propagation des ondes acoustiques. Elle autorise notamment, contrairement aux méthodes intégrales, la prise en compte des effets de propagation non linéaire. Cette approche a notamment été utilisée par Bogey & Marsden [23, 24] qui ont extrapolé le champ proche acoustique de jets subsoniques obtenu par une simulation LES en résolvant les équations d'Euler linéarisées loin de l'écoulement. D'autres auteurs ont également utilisé un jeu d'équations non linéaires afin d'étendre en champ lointain des signaux de pression en champ proche issus de calculs aérodynamiques. C'est notamment le cas de Gloerfelt et al. [71], qui ont résolu une version faiblement non-linéaire des équations d'Euler linéarisées pour calculer le champ acoustique d'un écoulement affleurant une cavité. C'est aussi le cas de Cacqueray & Bogey [41], qui ont extrapolé le champ acoustique proche d'un jet supersonique à Mach 3.3 en résolvant les équations d'Euler complètes jusqu'à une distance correspondant à 120 fois le diamètre du jet.

2.2 Méthodes numériques pour la simulation de jets supersoniques

Dans ce travail de thèse, des simulations du bruit de jets supersoniques sont réalisées en utilisant les approches LES et DNS décrites au paragraphe 2.1. Du point de vue pratique, les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles sont résolues en coordonnées cylindriques à l'aide de méthodes numériques optimisées pour le calcul acoustique. Ces méthodes sont également utilisées au chapitre 5 pour propager en champ lointain les fluctuations de pression obtenues en champ proche. La description de ces méthodes fait l'objet du présent paragraphe.

2.2.1 Équations de Navier-Stokes pour un fluide compressible

Les équations de Navier-Stokes sont résolues directement en coordonnées cylindriques. Sous leur forme conservative, ces équations s'écrivent sous la forme

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r E_e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_e}{\partial \theta} + \frac{\partial G_e}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial r E_v}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial G_v}{\partial z} + \frac{B_e}{r} - \frac{B_v}{r} = 0, \quad (2.1)$$

où $U = (\rho, \rho u_r, \rho u_\theta, \rho u_z, \rho e)$ désigne le vecteur des variables conservatives, avec ρ la masse volumique, u_r , u_θ et u_z les trois composantes du vecteur vitesse, et $\rho e = p/(\gamma - 1) + \rho(u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2)/2$ l'énergie. Les grandeurs E_e , F_e et G_e sont des fonctions non linéaires de U et leurs

dérivées spatiales sont appelées flux eulériens. Les dérivées spatiales des grandeurs E_v , F_v et G_v correspondent quant à elles à des termes de diffusion et sont, par conséquent, appelées flux visqueux. Les expressions détaillées des différentes quantités intervenant dans l'équation (2.1) sont données en annexe A.

2.2.2 Discrétisation spatiale

Dans cette étude, les flux eulériens et visqueux sont évalués à l'aide de schémas aux différences finies. En guise d'illustration, on considère une grandeur physique notée $Q(x)$, dont la valeur est supposée connue sur un ensemble de points $(x_l)_{l \in \{1..N\}}$. La dérivée de Q au point x_i est alors approchée par une expression de la forme

$$\frac{\partial Q}{\partial x}(x_i) \simeq \frac{1}{\Delta x} \sum_{l=-m}^n a_l Q(x_i + l\Delta x), \quad (2.2)$$

avec $\Delta x = x_{l+1} - x_l$ le pas de discrétisation du maillage, supposé constant. Les quantités $(a_l)_{l \in \{-n..m\}}$ sont les coefficients du schéma aux différences finies. Leurs valeurs sont choisies de manière à garantir l'égalité des deux termes de l'équation (2.2) jusqu'à un ordre de précision donné en fonction de Δx . Formellement, une approximation de la dérivée de $Q(x_i)$ à l'ordre p en Δx nécessite l'utilisation d'un schéma faisant intervenir les valeurs de $Q(x_l)$ en au moins $p + 1$ points de discrétisation x_l .

2.2.2.1 Erreurs de dissipation et de dispersion

Dans les simulations numériques du bruit d'un écoulement, les perturbations acoustiques et aérodynamiques peuvent se propager sur des distances importantes, ce qui nécessite un soin particulier. En effet, les schémas aux différences finies peuvent introduire des erreurs de dispersion et de dissipation qui s'accumulent au cours de la propagation et qu'il est donc important de contrôler. Afin d'illustrer les effets de ces erreurs sur la propagation d'un signal, une perturbation harmonique de la forme $Q(x) = e^{ikx}$ est considérée. La dérivée de Q au point x_i peut être approchée, d'après l'équation 2.2, par une expression de la forme

$$\frac{\partial Q}{\partial x}(x_i) = ik e^{ikx_i} \simeq ik^* e^{ikx_i}, \quad (2.3)$$

avec

$$k^* = \sum_{l=-m}^n a_l e^{ilk\Delta x} \quad (2.4)$$

un nombre d'onde dit effectif. Par définition, ce nombre d'onde effectif tend vers le nombre d'onde réel lorsque $k\Delta x$ tend vers 0. Cependant, un écart significatif entre k et k^* peut conduire à une distorsion artificielle du signal au cours de sa propagation. Plus particulièrement, la valeur absolue de la partie imaginaire de k^* est appelée erreur de dissipation et traduit le caractère non conservatif du schéma aux différences finies considéré. De manière intéressante, cette erreur est nulle, par construction, dans le cas d'un schéma centré, c'est à dire lorsque $a_{-l} = -a_l$. Par ailleurs, on appelle erreur de dispersion la valeur absolue de la différence entre les parties réelles

de k et k^* . Cette erreur traduit une dérive de la phase du signal au cours de la propagation. Dans le cadre de l'acoustique numérique, plusieurs approches ont été développées dans le but de minimiser les erreurs de dispersion introduites par les schémas aux différences finies. On peut citer, par exemple, le schéma dit compact introduit par Lele [93] dans lequel le calcul des dérivées passe par l'inversion d'une matrice, ou encore les schémas dit DRP pour *Dispersion Relation Preserving* proposés par Tam & Webb [178]. Dans ce travail de thèse, les schémas optimisés de Bogey & Bailly [16] sont utilisés pour l'évaluation des flux eulériens. Ces schémas centrés, et donc non-dissipatifs, ont un ordre formel de 2 à 4 en dépit de l'utilisation de 9 à 13 points pour l'évaluation des dérivées spatiales. L'utilisation de points supplémentaires par rapport aux schémas standards, permet de minimiser l'erreur de dispersion par un choix de coefficients approprié. Plus précisément, les coefficients $(a_l)_{l \in -n..n}$ sont choisis de manière à rendre minimale la quantité E_d , définie par

$$E_d = \int_{\ln(k\Delta x)_l}^{\ln(k\Delta x)_h} |k^* \Delta x - k \Delta x| d(\ln(k\Delta x)). \quad (2.5)$$

Dans l'expression (2.5), la borne inférieure de l'intégrale est égale à $(k\Delta x)_l = \pi/16$, tandis que la borne supérieure $(k\Delta x)_h$ est égale à $\pi/2$ dans le cas des schémas sur 9 et 11 points et à $3\pi/5$ pour le schéma sur 13 points. L'évolution des erreurs de dispersion obtenues pour une perturbation harmonique discrétisée par des schémas aux différences finies classiques et optimisés sont représentées sur la figure 2.1 en fonction du nombre d'onde sans dimension $k\Delta x$. Dans le cas des schémas classiques, l'erreur de dispersion décroît de façon régulière lorsque le nombre d'onde $k\Delta x$ diminue. En outre, cette erreur est d'autant plus faible que l'ordre du schéma est élevé, pour un nombre d'onde donné. À l'inverse, l'erreur de dispersion des schémas optimisés décroît très rapidement entre $k\Delta x = \pi$ et $k\Delta x = (k\Delta x)_h$, et évolue moins vite entre $(k\Delta x)_h$ et $(k\Delta x)_l$. Ces schémas permettent ainsi d'obtenir une erreur de dispersion inférieure à 10^{-4} pour les nombres d'ondes inférieurs à $\pi/2$, c'est-à-dire pour les perturbations qui sont discrétisées par au moins 4 points par longueur d'onde. Dans cette étude, le schéma optimisé d'ordre 4 sur 11 points est utilisé pour l'évaluation des flux eulériens. Les flux visqueux sont quant à eux évalués en utilisant le schéma classique d'ordre 6. En effet, ces derniers termes sont associés à des mécanismes de dissipation. Leur influence est donc essentiellement locale, au contraire des flux eulériens qui sont associés au transport des grandeurs conservatives, et pour lesquels les erreurs de dispersion sont plus susceptibles de s'accumuler et de mener à des erreurs significatives.

2.2.2.2 Traitement des parois solides et des frontières

Au voisinage des parois solides, de même qu'à proximité des frontières du domaine de calcul, il n'est plus possible d'utiliser des schémas centrés. Les flux sont donc évalués à l'aide de schémas décentrés qui sont, par conséquent, dissipatifs. Les schémas décentrés optimisés sur 11 points introduits par Berland et al. [11] sont donc utilisés pour l'évaluation des flux eulériens chaque fois que l'utilisation de schémas centrés n'est plus possible. Ces schémas ont été conçus en suivant une stratégie semblable à celle adoptée pour les schémas centrés afin de minimiser les erreurs de dispersion et de dissipation sur une large gamme de nombres d'onde.

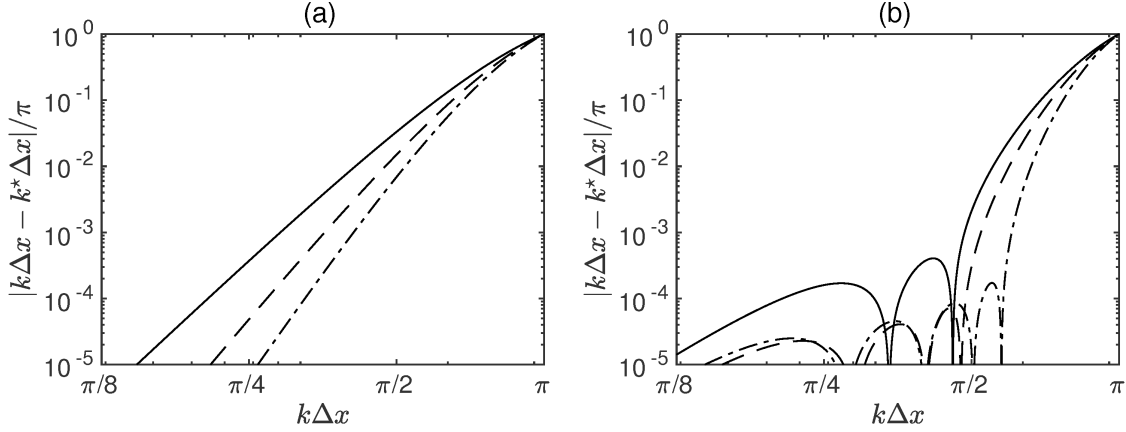


FIGURE 2.1 – Représentation de l'erreur de dispersion en fonction du nombre d'onde sans dimension $k\Delta x$ pour les schémas aux différences finies (a) standards d'ordre — 8, - - - 10, et - · - · 12, et (b) pour les schémas optimisés [16] sur — 9 points, - - - 11 points, et - · - · 13 points.

2.2.3 Intégration temporelle

Comme vu au paragraphe 2.2.1, la forme conservative (2.1) des équations de Navier-Stokes permet de relier la dérivée temporelle du vecteur des variables conservatives U aux flux eulériens et visqueux. En évaluant ces flux à l'aide de la méthode décrite au paragraphe 2.2.2, la résolution de l'équation (2.1) se ramène à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires de la forme

$$\frac{\partial U}{\partial t} = F(U), \quad (2.6)$$

où $F(U) = \partial Q_e(U) + \partial L_v(U)$ désigne la somme des flux eulériens et visqueux évalués par différences finies. Ce système d'équation est intégré en temps à l'aide d'une méthode de Runge-Kutta [16] optimisée pour le calcul du bruit d'origine aérodynamique. En notant U^n le vecteur des variables conservatives à un instant $t_n = n\Delta t$, le passage de U^n à U^{n+1} se fait par la réalisation de p sous-itérations selon la procédure

$$\begin{cases} U^0 = U^n \\ U^l = U^{l-1} + \alpha_l \Delta t \partial Q_e(U^{l-1}), \text{ pour } l = 1..p \\ U^{n+1} = U^p + \Delta t \partial Q_v(U^n) \end{cases} \quad (2.7)$$

où les coefficients $(\alpha_l)_{l \in 1..p}$ sont donnés en annexe B. L'intégration des flux visqueux est réalisée uniquement lors de la dernière itération, afin de réduire le coût du calcul. En outre, la formulation de la méthode permet de limiter le stockage des variables intermédiaires en ne gardant en mémoire que les deux champs U^l et U^{l-1} . Tout comme les schémas aux différences finies utilisés pour l'évaluation des flux, la méthode de Runge-Kutta introduit des erreurs de dissipation et de dispersion qu'il convient de contrôler. Dans le but de simplifier la caractérisation de ces erreurs,

la fonction F de l'équation (2.6) est supposée linéaire, ce qui permet d'écrire que

$$U^{n+1} = U^n + \sum_{k=1}^p \gamma_k (\Delta t)^k \frac{\partial^k U^n}{\partial t^k}, \quad (2.8)$$

où les coefficients $(\gamma_k)_{k \in \{1..p\}}$ sont liés aux $(\alpha_k)_{k \in \{1..p\}}$ par la relation

$$\gamma_k = \prod_{l=p-k+1}^p \alpha_l. \quad (2.9)$$

En prenant la transformée de Fourier en temps de l'équation (2.8), il est alors possible d'introduire le taux d'amplification complexe G_{RK} du schéma considéré. Celui-ci est défini par la relation

$$G_{\text{RK}}(\omega \Delta t) = \frac{\hat{U}^{n+1}(\omega \Delta t)}{\hat{U}^n(\omega \Delta t)} = 1 + \sum_{k=1}^p \gamma_k (i\omega \Delta t)^k, \quad (2.10)$$

où $\hat{U}(\omega)$ désigne la transformée de Fourier en temps du vecteur des variables conservatives U . L'erreur de dissipation est alors donnée par $1 - |G_{\text{RK}}(\omega \Delta t)|$, tandis que l'erreur de dispersion est définie comme la différence entre la phase effective du taux d'amplification, notée $\omega^* \Delta t$, et la phase $\omega \Delta t$ associée à l'opérateur de dérivation. La méthode de Runge Kutta utilisée pour les calculs présentés dans ce travail comporte $p = 6$ sous-itérations. Ses coefficients sont déterminés de façon à garantir une approximation à l'ordre 2 de la dérivée temporelle de U , tout en minimisant les erreurs de dissipation et de dispersion, tel que détaillé dans Bogey & Bailly [16]. Les erreurs de dissipation et de dispersion associées à la méthode d'intégration temporelle sont représentées sur la figure 2.2 pour le schéma optimisé ainsi que dans le cas d'un schéma standard à 4 étapes et d'ordre 4. Il apparaît que le schéma optimisé permet d'obtenir des erreurs de dissipation et de dispersion respectivement inférieures à 5×10^{-5} et 5×10^{-4} pour $\omega \Delta t < \pi/2$. En comparaison, le schéma standard à 4 sous-étapes nécessite d'utiliser des pas de temps beaucoup plus faibles, de l'ordre de $\omega \Delta t = \pi/8$ pour atteindre une précision équivalente. Le schéma optimisé à 6 sous-étapes permet donc de minimiser les erreurs de dissipation et de dispersion et est donc particulièrement adapté au traitement des problèmes d'aéroacoustique numérique.

2.2.4 Application d'un filtre sélectif

Un inconvénient des méthodes de discrétisation basées sur les différences finies est qu'elles ne permettent pas de résoudre les oscillations maille-à-maille. Ces oscillations peuvent voir leurs niveaux amplifiés en raison du caractère non-linéaire des équations de Navier-Stokes et, en l'absence de dissipation numérique significative, s'accumulent de sorte qu'elles peuvent rendre le calcul instable. Afin de supprimer ces oscillations, une procédure de filtrage est appliquée à la fin de chaque itération temporelle. Ce filtrage sélectif est appliqué au vecteur des variables conservatives et peut s'écrire, au point x_i , sous la forme

$$U^f(x_i) = U(x_i) - \sigma D_U(x_i), \text{ avec } D_U(x_i) = \sum_{l=-n}^n d_l U(x_i + l \Delta x). \quad (2.11)$$

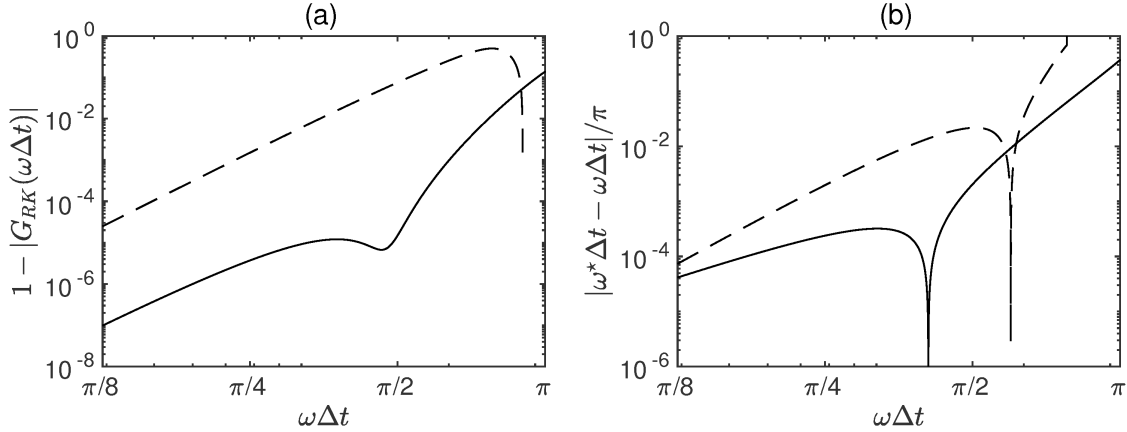


FIGURE 2.2 – Évolution en fonction de la pulsation normalisée $\omega\Delta t$ de (a) l'erreur de dissipation et (b) de l'erreur de phase associées à des schémas de Runge-Kutta ; - - - schéma standard à 4 sous étapes et ——— schéma optimisé à 6 sous étapes de Bogey & Bailly [16].

Les coefficients $(d_l)_{l \in \{1..n\}}$ sont les coefficients du filtre. Ces coefficients sont tels que $d_{-j} = d_j$, ce qui permet d'annuler l'erreur de dispersion introduite par le filtre. Dans le cadre de ce travail de thèse, deux types de filtres qualifiés respectivement de filtres standards et optimisés sont utilisés. Les coefficients des filtres standards sont déterminés de manière à annuler les $(2n - 1)$ premiers termes du développement en série de Taylor de l'expression (2.11). Ils sont donc d'ordre $(2n - 1)$ en $k\Delta x$. Les coefficients des filtres optimisés [16] sont quant à eux déterminés de manière à minimiser la dissipation introduite par le filtre pour les nombres d'ondes adimensionnés $k\Delta x$ compris entre $\pi/16$ et $\pi/2$. En pratique, cela revient à minimiser la dissipation intégrale

$$\int_{\ln(\pi/16)}^{\ln(\pi/2)} D_k(k\Delta x) d(\ln(k\Delta x)), \text{ avec } D_k(k\Delta x) = d_0 + \sum_{l=1}^n 2d_l \cos(jk\Delta x). \quad (2.12)$$

Des filtres optimisés sur 9, 11 et 13 points dont les ordres respectifs sont de 4, 2 et 4 ont été introduits par Bogey & Bailly [16]. Par ailleurs, un filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points a aussi été proposé [21]. Les fonctions de transfert des filtres standards d'ordre 8, 10 et 12 sont représentées sur la figure 2.3, avec la fonction de transfert du filtre d'ordre 6 sur 11 points. Il apparaît, comme prévu, que la dissipation introduite par le filtrage décroît lorsque le nombre d'onde diminue. Cette décroissance suit une pente régulière dans le cas des filtres standards. En revanche la dissipation associée au filtre optimisé décroît très rapidement jusqu'au nombre d'onde $k\Delta x = \pi/4$, puis plus lentement au delà. Ainsi, la dissipation du filtre optimisé est moins importante que celle du filtre standard pour les nombres d'onde intermédiaires. À l'inverse, le filtre standard est moins dissipatif pour les plus faibles nombres d'ondes, inférieurs à $\pi/8$. En pratique, le filtre standard d'ordre 12 sur 13 points est utilisé dans les simulations de jets temporels présentées dans les chapitres 3 et 4, tandis que le filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points est utilisé pour les simulations de jets spatiaux présentées dans le chapitre 5. Finalement, le coefficient σ dans l'équation (2.11) permet d'ajuster la force du filtrage. Sa valeur est fixée à $\sigma = 1$ dans les simulations présentées dans ce travail de thèse.

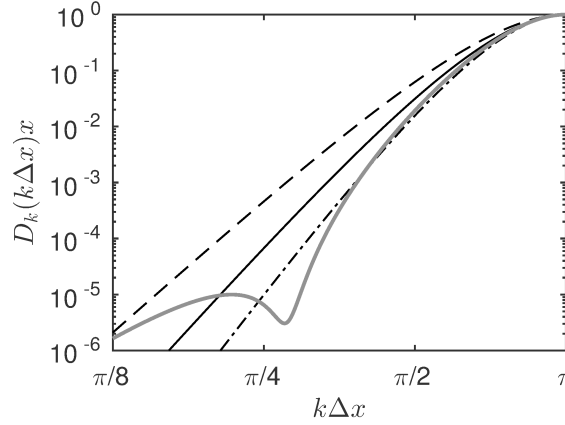


FIGURE 2.3 – Représentation des fonctions de transfert des filtres standards d'ordre $- - -$ 8, $—$ 10 et $- \cdot - \cdot$ 12, ainsi que $—$ du filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points [21].

2.2.5 Utilisation des coordonnées cylindriques

Dans ce travail de thèse, des simulations de jets axisymétriques sont effectuées. C'est donc naturellement que les équations de Navier-Stokes sont résolues directement en coordonnées cylindriques. Du point de vue pratique, l'utilisation de ce type de coordonnées pose deux difficultés dans la mise en oeuvre des méthodes numériques présentées dans les paragraphes précédents. D'une part, les équations de Navier-Stokes présentent une singularité sur l'axe qui doit être traitée par une méthode appropriée. D'autre part, l'utilisation d'un pas de discrétisation angulaire $\Delta\theta$ constant conduit à des valeurs très faibles de $\Delta r \Delta\theta$ au voisinage de l'axe. Or, pour des raisons de stabilité, le pas de temps Δt doit être inférieur au produit $\Delta r \Delta\theta / a_\infty$, afin de satisfaire la condition CFL. Cette condition impose ainsi l'utilisation de pas de temps très faibles, ce qui peut conduire à des temps de calcul prohibitifs. Les solutions retenues pour remédier à ces deux difficultés sont introduites dans ce paragraphe.

2.2.5.1 Traitement de la discontinuité sur l'axe

Lorsqu'elles sont écrites en coordonnées cylindriques, les équations de Navier-Stokes présentent une singularité en $r = 0$. Plusieurs approches ont donc été développées pour évaluer les flux eulériens et visqueux au voisinage de cette singularité. Ainsi, Freund [54] a utilisé des schémas décentrés pour évaluer les dérivées dans la direction radiale au voisinage de l'axe. Marsden et al. [104] sont quant à eux passés à une discrétisation en coordonnées cartésiennes afin de traiter la zone située au voisinage du centre d'une cavité cylindrique, tandis que Constantinescu & Lele [36] ont proposé une méthode basée sur un développement en séries entières des équations de Navier-Stokes. Dans la présente étude, la méthode du saut de l'axe introduite par Mohseni & Colonius [113] est utilisée pour évaluer les dérivées spatiales aux points situés au voisinage de l'axe. Dans cette approche, le premier point de discrétisation est placé à une distance $r_1 = \Delta r / 2$ de l'axe. La dérivée dans la direction radiale d'une grandeur quelconque notée Q est alors évaluée

à l'aide des schémas centrés en utilisant la transformation $\tilde{r}(r, \theta)$, définie par

$$\tilde{r}(r, \theta) = \begin{cases} r & \text{si } 0 \leq \theta \leq \pi \\ -r & \text{si } \pi \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}. \quad (2.13)$$

En pratique, cette méthode est implémentée en utilisant des points de discrétisation fictifs $(r_l)_{l \in \{-5..0\}}$ pour le calcul des dérivées proche de l'axe. Ces points fictifs sont tels que pour chaque variable Q , la relation

$$Q(r_{-l}, \theta) = \epsilon Q(r_l, \theta + \pi), \quad (2.14)$$

soit satisfaite, avec $\epsilon = -1$ lorsque Q change de signe au niveau de l'axe et $\epsilon = 1$ sinon.

2.2.5.2 Diminution de la résolution azimuthale effective

L'utilisation d'un pas de discrétisation azimuthal $\Delta\theta$ constant conduit à des incréments spatiaux $r\Delta\theta$ très faibles au voisinage de l'axe. Lorsqu'une méthode d'intégration en temps explicite est utilisée, comme c'est le cas dans cette étude, des pas de temps très faibles doivent donc être utilisés afin de respecter la condition de stabilité, ce qui conduit à des temps de calcul prohibitifs. Afin de relâcher cette contrainte, les dérivées dans la direction azimuthale sont évaluées en utilisant seulement une partie des points disponibles, selon une approche proposée par Bogey et al. [25]. Cela permet d'augmenter artificiellement l'incrément spatial élémentaire $r\Delta\theta$, et donc, le pas de temps Δt . Plus précisément, la dérivée dans la direction azimuthale d'une grandeur quelconque Q est évaluée au point θ_i à l'aide de schémas centrés, ce qui conduit à une expression de la forme

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta}(r, \theta_i, z) \simeq \frac{1}{kl\Delta\theta} \sum_{l=-n}^n a_l Q(r, \theta_i + kl\Delta\theta, z), \quad (2.15)$$

où k est un entier supérieur ou égal à 1 dont la valeur augmente au voisinage de l'axe de manière à accroître le pas de discrétisation effectif $k\Delta\theta$, tel qu'illustré sur la figure 2.4 pour les cas $k = 1$ et $k = 2$. Les maillages dans ce travail de thèse utilisent tous $n_\theta = 256$ points de discrétisation dans la direction azimuthale. Les valeurs du paramètre de déraffinement k utilisé dans ces simulations sont données en fonction de la position radiale dans le tableau 2.1. La résolution azimuthale effective $n_{\theta, \text{eff}}$ passe ainsi progressivement de $n_{\theta, \text{eff}} = 16$ au premier point de discrétisation radiale à $n_{\theta, \text{eff}} = n_\theta = 256$ à partir du neuvième point de discrétisation. Les évolutions radiales du pas de discrétisation spatial effectif obtenu avec et sans la présente méthode sont représentés sur la figure 2.5. Sans déraffinement, le pas de discrétisation spatial effectif diminue linéairement à mesure que l'on s'approche de l'axe pour atteindre une valeur minimale égale à $\Delta r \Delta \theta / 2$. À l'inverse, l'utilisation de la présente méthode permet de conserver au voisinage de l'axe un pas de discrétisation effectif comparable à celui obtenu au neuvième point de discrétisation radiale.

Comme illustré par Bogey et al. [25], l'utilisation de différences finies en coordonnées cylindriques soulève des difficultés particulières lorsqu'un nombre de points réduit est utilisé pour la discrétisation azimuthale. Plus précisément, la dérivée dans la direction θ d'un champ de vitesse homogène et uniforme n'est plus nulle par construction lorsqu'elle est estimée à l'aide de schémas standards ou optimisés. Cette erreur peut devenir importante lorsque la résolution azi-

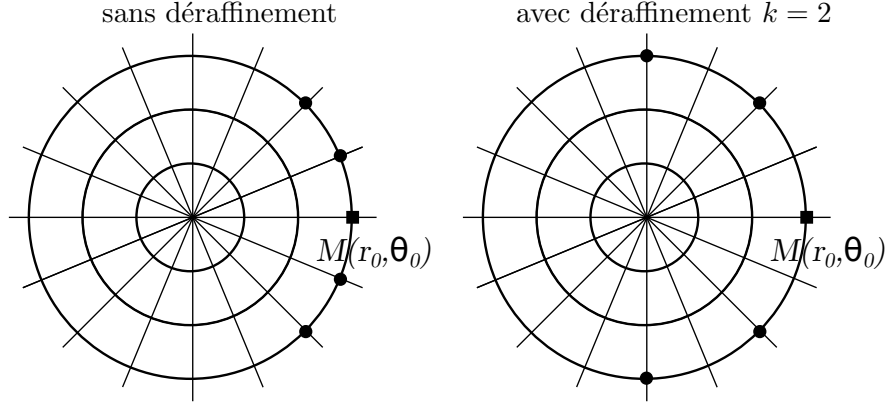


FIGURE 2.4 – Illustration de la procédure de déraffinement au voisinage de l'axe pour le calcul d'une dérivée au point $M(r_0, \theta_0)$ à l'aide d'un schéma centré sur 5 points dans les cas $k = 1$ et $k = 2$.

distance au centre	paramètre de déraffinement k	résolution effective
$\Delta r/2$	16	16 points
$\Delta r/2 + \Delta r$	8	32 points
$\Delta r/2 + 2\Delta r \leq r \leq \Delta r/2 + 4\Delta r$	4	64 points
$\Delta r/2 + 5\Delta r \leq r \leq \Delta r/2 + 8\Delta r$	2	128 points
$r \geq \Delta r/2 + 9\Delta r$	1	256 points

TABLE 2.1 – Déraffinement progressif au voisinage de l'axe pour une discrétisation azimutale utilisant $n_\theta = 256$ points.

mutale est faible. Pour palier cette difficulté, des schémas spécialement conçus pour le calcul des dérivées azimutales sont utilisés au voisinage de l'axe. Ces schémas centrés [25], sont d'ordre 2 et permettent de préserver, par construction, la nullité de la dérivée d'un champ uniforme et stationnaire lorsque la résolution azimutale effective $n_{\theta, \text{eff}}$ est de 8, 16, 32 ou 64 points. Lorsque $n_{\theta, \text{eff}} = 8$ ou 16, des schémas sur 7 points sont ainsi utilisés, tandis que pour $n_{\theta, \text{eff}} = 32$ ou 64, les dérivées sont estimées à l'aide de schémas sur 9 points. Dans ce dernier cas, l'augmentation du support des schémas permet de minimiser l'erreur de dispersion selon une procédure d'optimisation semblable à celle présentée dans le paragraphe 2.2.2.1.

2.2.6 Traitement des chocs

Une particularité importante des écoulements supersoniques est la présence d'ondes de choc. Ces ondes de compression sont caractérisées par des variations très rapides de la vitesse et de la pression au niveau des fronts d'onde. Dans le cadre de la simulation numérique des écoulements supersoniques, ces variations très raides, sur une distance comparable au libre parcours moyen moléculaire, conduisent à l'apparition de nombres d'onde largement supérieurs à la fréquence de coupure des filtres sélectifs utilisés. Il en résulte l'apparition d'oscillations artificielles de Gibbs pouvant rendre le calcul instable. Plusieurs méthodes ont été développées pour supprimer les oscillations de Gibbs. Par exemple, les approches ENO et WENO pour *Essentially Non Oscillatory* et *Weighted Essentially Non Oscillatory* consistent à appliquer des schémas décentrés, et donc, dissipatifs au niveau des chocs tandis qu'ailleurs, des schémas centrés non dissipatifs sont utilisés.

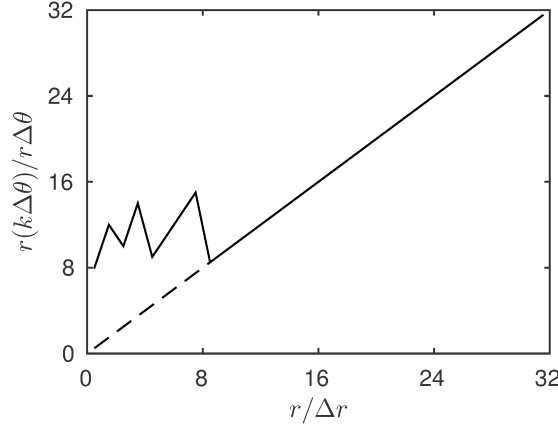


FIGURE 2.5 – Évolution de la résolution azimuthale effective obtenue pour $n_\theta = 256$ dans le cadre d'une discrétisation radiale utilisant la méthode de Mohseni & Colonius [113]; — avec la méthode de déraffinement et - - - sans la méthode de déraffinement.

Le choix du recours à un schéma centré ou décentré est déterminé par l'évaluation d'une fonction test en chaque point du domaine de calcul. L'approche TVD, pour *Total Variation Diminishing* repose quant à elle sur l'utilisation d'un limiteur de pente afin d'empêcher la formation des oscillations de Gibbs. Dans ce travail de thèse, la méthode employée [21] consiste à appliquer un filtrage adaptatif fortement dissipatif au niveau des chocs à la fin de chaque itération temporelle. Le filtrage est dit adaptatif car il est conçu de manière à ce que son effet soit nul en l'absence de chocs. Cette méthode a notamment été utilisée avec succès pour le calcul du bruit rayonné par des jets supersoniques libres [41, 42, 74] et impactants [22, 75] à des nombres de Mach de 3.3 et 1.56, ainsi qu'à des calculs d'écoulements diphasiques compressibles [34]. Elle est appliquée successivement dans chacune des directions r , θ et z . En pratique, une fonction test est calculée afin de déterminer l'intensité du filtrage à appliquer en chaque point. Dans un second temps, un filtrage fortement dissipatif, dont la force est pondérée par la fonction test, est appliqué.

2.2.6.1 Filtrage adaptatif

Contrairement au filtre selectif décrit au paragraphe 2.2.4 et utilisé pour supprimer les oscillations maille-à-maille, l'intensité σ_i^{sc} du filtre adaptatif varie en fonction de la position considérée. Afin de préserver le caractère conservatif des méthodes numériques utilisées, l'opération de filtrage est appliquée ici sous forme conservative. La partie filtrée U_i^{sc} de la variable U_i s'écrit alors

$$U_i^{\text{sc}} = U_i - \left(\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{\text{sc}} D_{i+\frac{1}{2}}^{\text{sc}} - \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{\text{sc}} D_{i-\frac{1}{2}}^{\text{sc}} \right), \quad (2.16)$$

avec

$$D_{i+\frac{1}{2}}^{\text{sc}} = \sum_{j=1-n}^n c_j U_{i+j}, \text{ et } D_{i-\frac{1}{2}}^{\text{sc}} = \sum_{j=1-n}^n c_j U_{i+j-1}, \quad (2.17)$$

où les $(c_j)_{j \in \{-1..2\}}$ sont les coefficients du filtre. Afin d'annuler l'erreur de phase dans le cas où ce filtre est appliqué avec une force uniforme, les coefficients $(c_j)_{j \in \{-1..2\}}$ vérifient la relation $c_j = c_{1-j}$. Dans le cas général, l'opération de filtrage génère cependant une erreur de dispersion qu'il convient donc de caractériser dans l'espace des nombres d'onde. La transformée de Fourier

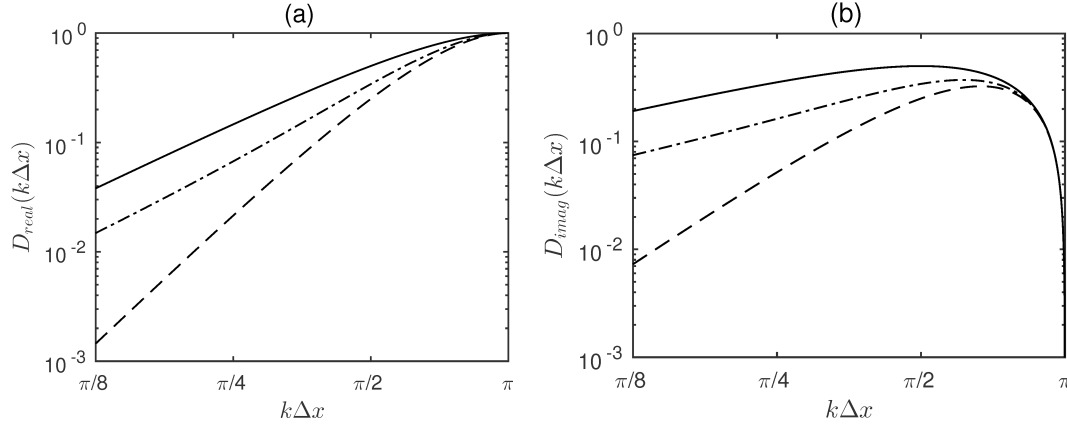


FIGURE 2.6 – Représentation des parties (a) réelle et (b) imaginaire de la fonction de transfert des filtres adaptatifs; ——— filtre d'ordre 2, - - - filtre d'ordre 4 et - · - · - filtre optimisé d'ordre 2 sur 4 points [21].

de l'expression (2.16) s'écrit [21]

$$\widehat{U}_i^{\text{sc}} = \widehat{U}_i (1 - \sigma_i^{\text{sc}} D_{\text{real}}(k\Delta x) + i\Delta\sigma_i^{\text{sc}} D_{\text{imag}}(k\Delta x)), \quad (2.18)$$

où $\sigma_i^{\text{sc}} = \sigma_{i+\frac{1}{2}}^{\text{sc}} - \Delta\sigma$, et $\Delta\sigma = 1/2(\sigma_{i+\frac{1}{2}}^{\text{sc}} - \sigma_{i-\frac{1}{2}}^{\text{sc}})$. Dans l'expression (2.18), les grandeurs D_{real} et D_{imag} correspondent respectivement aux parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert du filtre. Elles sont définies par les expressions

$$D_{\text{real}}(k\Delta x) = -2c_1 + 2 \sum_{j=1}^{n-1} (c_j - c_{j+1}) \cos(jk\Delta x) + 2c_n \cos(nk\Delta x), \quad (2.19)$$

$$\text{et } D_{\text{imag}}(k\Delta x) = -2 \sum_{j=1}^{n-1} (c_j + c_{j+1}) \sin(jk\Delta x) - 2c_n \sin(nk\Delta x). \quad (2.20)$$

Dans ce travail de thèse, le filtre utilisé pour supprimer les oscillations de Gibbs est un filtre d'ordre 2 sur 4 points [21]. Les coefficients de ce filtre sont optimisés de manière à minimiser la dissipation pour les nombres d'onde sans dimension $k\Delta x$ compris entre 0 et $2\pi/5$ tout en rendant l'erreur de dispersion la plus faible possible pour tous les nombres d'ondes. Les parties réelle et imaginaire de la fonction de transfert de ce filtre optimisé sont représentées sur la figure 2.6, en compagnie des fonctions de transfert des filtres standards d'ordre 2 et 4. Il apparaît que le filtre optimisé est moins dispersif que le filtre standard d'ordre 2, tout en étant plus dissipatif que le filtre standard d'ordre 4.

2.2.6.2 Calcul de la force du filtrage

La force σ_i^{sc} du filtrage à appliquer en un point donné est déterminée par le calcul d'une fonction test basée sur le champ de dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$, où $\mathbf{u} = (u_r, u_\theta, u_z)$ désigne le vecteur vitesse. Dans un premier temps, un filtre passe-haut d'ordre 2 est appliqué à la dilatation de

manière à extraire sa composante haute fréquence $D\Theta_i$, ainsi définie par

$$D\Theta_i = \frac{1}{4} (-\Theta_{i+1} + 2\Theta_i - \Theta_{i-1}). \quad (2.21)$$

L'intensité de la partie haute-fréquence de la dilatation $D\Theta_i^{\text{magn}}$, définie par

$$D\Theta_i^{\text{magn}} = \frac{1}{2} ((D\Theta_i - D\Theta_{i+1})^2 + (D\Theta_i - D\Theta_{i-1})^2), \quad (2.22)$$

est ensuite évaluée. Elle permet de définir la fonction test r_i par la relation

$$r_i = \frac{D\Theta_i^{\text{magn}}}{c_i^2 / \Delta_i^2} + \epsilon, \quad (2.23)$$

où $c_i = \sqrt{\gamma p_i / \rho_i}$ désigne la vitesse du son, et où Δ_i est une échelle de longueur représentative de la taille de maille locale. Plus précisément Δ_i est pris ici comme la moyenne géométrique des tailles des mailles Δr , $r\Delta\theta$ et Δz dans chaque direction. Par ailleurs, $\epsilon = 10^{-16}$ est une constante permettant d'éviter une possible division par zéro lors de l'inversion de r_i . Enfin, la force du filtrage est déterminée par la relation

$$\sigma_i^{\text{sc}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_{\text{th}}}{r_i} + \left| 1 - \frac{r_{\text{th}}}{r_i} \right| \right), \quad (2.24)$$

où r_{th} est un paramètre seuil dont la valeur est fixée à 10^{-5} dans toutes les simulations de ce travail de thèse. Ainsi, lorsque la valeur de r_i est inférieure à celle du paramètre seuil r_{th} , aucun filtrage n'est appliqué. À l'inverse, lorsque r_i est supérieur à r_{th} , la force du filtrage est non nulle et est d'autant plus importante que la valeur de la fonction test r_i est grande.

2.2.7 Comparaison des mécanismes de dissipation

Comme vu dans les paragraphes précédents, une dissipation d'origine numérique est introduite à plusieurs étapes de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes. C'est le cas de la méthode de Runge-Kutta, de l'opération de filtrage explicite sélectif, ainsi que du filtrage adaptatif utilisé pour supprimer les oscillations de Gibbs. Cette dissipation artificielle, d'origine numérique, s'ajoute à la viscosité physique et peut donc, si elle est trop forte, conduire à une diminution artificielle du nombre de Reynolds de l'écoulement simulé. Dans ce paragraphe, une évaluation quantitative des différents mécanismes de dissipation, qu'ils soient d'origine physique ou numérique, est donc effectuée. Cette analyse est réalisée dans l'espace des nombres d'onde. Pour cela, les fonctions de transfert des différents mécanismes de dissipation sont évaluées en fonction du nombre d'onde sans dimension $k_z \Delta z$, où k_z est le nombre d'onde axial et $\Delta z = 0.025r_0$ est une échelle représentative de la taille des mailles sur l'axe des jets dans les simulations considérées.

La fonction de transfert associée à la viscosité moléculaire T_{mol} s'écrit sous la forme

$$T_{\text{mol}}(k_z \Delta z) = \nu_j \left(\frac{k_z \Delta z}{\Delta z} \right)^2, \quad (2.25)$$

où ν_j désigne la viscosité moléculaire dans le jet. Afin de déterminer, dans l'espace des nombres d'onde, la fonction de transfert T_{RK} associée à la méthode d'intégration de Runge-Kutta, la pulsation ω est supposée liée à k_z par la relation de dispersion linéaire $u_c = \omega/k_z$, où $u_c = 0.7u_j$ est une estimation de la vitesse de convection dans les écoulements considérés. La pulsation et le nombre d'onde sans dimension sont alors liés par

$$\omega \Delta t = \frac{u_c}{a_\infty} \Gamma k_z \Delta z, \quad (2.26)$$

où $\Gamma = a_\infty \Delta t / \Delta z$ désigne le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy. D'après (2.26) et (2.10), la fonction de transfert T_{RK} associée à la méthode d'intégration temporelle s'écrit, en fonction de $k_z \Delta z$, sous la forme

$$T_{RK}(k_z \Delta z) = \frac{1}{\Delta t} (1 - |G_{RK}(\omega \Delta t)|), \quad (2.27)$$

où le taux d'amplification complexe G_{RK} est donné par l'équation (2.10). De la même façon, la fonction de transfert T_{SF} associée au filtrage sélectif est donnée par

$$T_{SF}(k_z \Delta z) = \frac{\sigma}{\Delta t} \left(d_0 + 2 \sum_{j=1}^n d_j \cos(j k_z \Delta z) \right), \quad (2.28)$$

avec $\sigma = 1$. Enfin, la fonction de transfert T_{choc} du filtre adaptatif utilisé pour la capture de choc s'exprime comme

$$T_{choc}(k_z \Delta z) = \frac{\sigma^{sc}}{\Delta t} (-2c_1 + 2(c_1 - c_2) \cos(k_z \Delta z) + 2c_2 \cos(2k_z \Delta z)), \quad (2.29)$$

où la force du filtrage σ^{sc} est prise ici égale à sa valeur maximale $\sigma^{sc} = 1$.

Les fonctions de transfert associées aux différents mécanismes de dissipation sont représentées sur la figure 2.7 pour deux des cas considérés dans cette étude. Ces deux cas ont été choisis car ils sont représentatifs des différents nombres de Reynolds considérés dans ce travail, allant de 3125 à 50000. Il s'agit du jet temporel isotherme à Mach 2 et $Re_D = 3125$ nommé M2Re3125 et présenté au chapitre 3, ainsi que du jet spatial isotherme IsoRe50000 à Mach 2 et $Re_D = 50000$ étudié au chapitre 5. Le filtre standard d'ordre 12 est utilisé pour M2Re3125, tandis que le filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points est appliqué dans la simulation du jet IsoRe50000. Enfin, les nombres CFL dans les simulations M2Re3125 et IsoRe50000 sont respectivement de 0.4 et 0.7. À l'examen de la figure 2.7, il apparaît que dans chaque cas, le mécanisme de dissipation le plus important est le filtre adaptatif utilisé pour supprimer les oscillations de Gibbs au niveau des chocs. Cependant, puisque cette dissipation ne s'applique qu'au voisinage des discontinuités, elle ne conduit pas à l'introduction d'une viscosité artificielle excessive. En outre, toutes les sources de dissipation d'origine numérique sont inférieures à la dissipation d'origine moléculaire pour les nombres d'onde inférieurs à $\pi/2$. Il apparaît donc que les méthodes numériques utilisées pour la résolution des équations de Navier-Stokes ne conduisent pas à une dissipation d'origine numérique excessive pour les nombres d'onde suffisamment bien discrétisés.

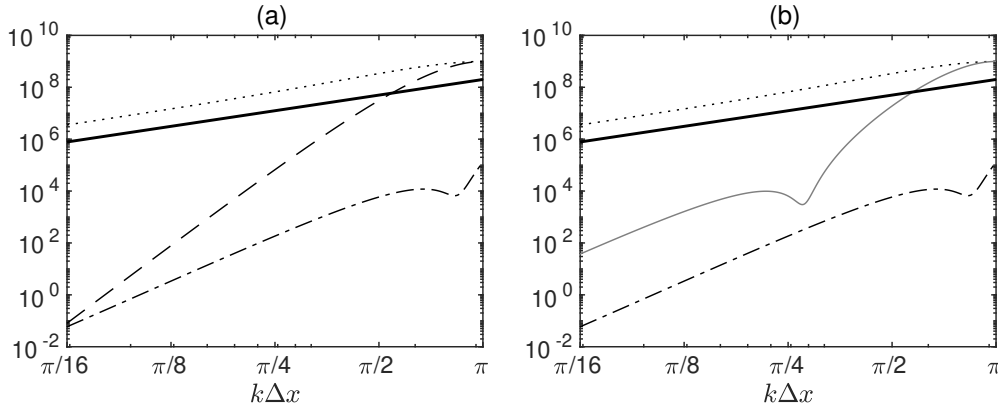


FIGURE 2.7 – Comparaison des mécanismes de dissipation pour les simulations à (a) $Re_D = 3125$ et (b) $Re_D = 50000$; Fonctions de transfert associées à — la viscosité physique, — — le filtre selectif standard d'ordre 12, — — le filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points, - - - la méthode de Runge Kutta optimisée à 6 étapes, et le filtre adaptatif optimisé d'ordre 2.

2.3 Conditions aux limites

2.3.1 Conditions de rayonnement

Le traitement des conditions aux limites requiert en soin particulier lors de la simulation de problèmes de propagation acoustique en champ libre. En effet, des conditions aux limites non-réfléchissantes doivent être prescrites aux frontières du domaine de calcul afin de permettre aux perturbations de nature aérodynamique et acoustique de quitter le domaine de calcul sans engendrer de reflexions parasites significatives. Dans le cadre de l'aéroacoustique numérique, différents types de conditions aux limites non réfléchissantes ont été introduites. Une première approche consiste à mettre en oeuvre la méthode des caractéristiques pour réécrire les équations d'Euler sous une forme quasi-unidimensionnelle faisant intervenir les invariants de Riemann du problème, comme proposé par Thompson [183]. L'annulation d'un ou plusieurs de ces invariants permet alors de définir des conditions d'entrée et de sortie non-réfléchissantes. Cette approche a été généralisée au cas d'écoulements visqueux par Poinso & Lele [140], tandis que Giles [70] a proposé une extension de cette approche à des écoulements tridimensionnels. Une autre approche, particulièrement utilisée dans le cadre de l'acoustique numérique, consiste à résoudre une forme linéarisée des équations d'Euler aux frontières du domaine de calcul. Par exemple, Tam & Webb [178] ont proposé de résoudre, en lieu et place des équations de Navier-Stokes, une formulation en champ lointain des équations d'Euler pour une onde sortante cylindrique. Cette approche a ensuite été généralisée au cas d'un écoulement moyen non-uniforme [171], puis au cas d'ondes sphériques [15]. C'est cette dernière généralisation qui est utilisée dans les simulations de ce travail de thèse.

Dans un premier temps, la mise en oeuvre de la condition de rayonnement nécessite de projeter le vecteur vitesse au point considéré, situé au niveau d'une frontière du domaine de calcul, sur les trois vecteurs unitaires de la base des coordonnées cylindriques, notés $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ et $\mathbf{e}_\phi$. Dans un second temps, la composante selon $\mathbf{e}_r$, notée v_g , de la vitesse de groupe d'une onde acoustique linéaire à symétrie sphérique est calculée. L'origine de cette onde coïncide avec l'origine du repère

sphérique, dont la position sera précisée plus tard. En plus de se propager à la vitesse du son moyenne $\bar{a}$, cette onde est convectée par le champ de vitesse moyen $\bar{\mathbf{u}}$, ce qui conduit à

$$v_g = \bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{e}_r + \left(\bar{a}^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}_\theta)^2 - (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}_\phi)^2 \right)^{1/2}, \quad (2.30)$$

où l'opérateur $\cdot$ désigne le produit scalaire. Au voisinage des frontières, le système d'équations suivant, faisant intervenir les grandeurs fluctuantes ρ' , u'_r , u'_θ , u'_ϕ , et p' , est alors résolu :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho' \\ u'_r \\ u'_\theta \\ u'_\phi \\ p' \end{pmatrix} + v_g \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) \begin{pmatrix} \rho' \\ u'_r \\ u'_\theta \\ u'_\phi \\ p' \end{pmatrix} = 0. \quad (2.31)$$

En pratique, ce nouveau jeu d'équations est intégré au niveau des 5 points précédent les frontières du domaine de calcul, et les dérivées sont évaluées à l'aide des schémas décentrés optimisés sur 11 points de Berland et al. [11]. De plus, l'intégration temporelle de ce système est réalisée à chaque sous étape de l'algorithme de Runge-Kutta. L'origine des ondes sphériques intervenant dans la définition des coordonnées sphériques varie avec la position axiale du point considéré sur la frontière. Dans le cas des simulations de jets temporels, où les sources de bruit sont également réparties dans la direction z , cette origine est la projection du point frontière considéré sur l'axe du jet, comme montré sur la figure 2.8. Dans le cas des jets spatiaux, les sources de bruit ne sont pas également réparties dans l'espace. Par conséquent, l'origine des ondes sphériques varie entre $z = 15r_0$ et $z = 25r_0$, comme montré sur la figure 2.9. Plus particulièrement, la position axiale de cette origine est telle que $z_{O1} = 15r_0$ lorsque $z \leq 15r_0$, et $z_{O2} = 25r_0$ lorsque $z \geq 25r_0$. Par ailleurs, pour $15 \leq z/r_0 \leq 25$, l'origine des ondes sortante est située dans l'écoulement, à la position axiale z correspondant à celle du point frontière z . Enfin, dans les simulations de jets spatiaux, les variables conservatives sont périodiquement rappelées vers leurs valeurs moyennes, tel que préconisé par Poinso & Lele [140] afin d'éviter une dérive significative du champ moyen au cours du calcul. L'amplitude de ce rappel est cependant choisie suffisamment faible pour éviter la génération de réflexions parasites.

2.3.1.1 Utilisation d'une zone éponge

Dans le cas des simulations de jets spatiaux, des fluctuations d'origine aérodynamiques sont présentes à la frontière aval du domaine de calcul. Les conditions aux limites utilisées ne permettent pas d'évacuer ces perturbations turbulentes, qui sont fortement non linéaires. Afin de leur permettre de quitter le domaine de calcul sans perturber l'écoulement calculé, une zone éponge est implémentée entre la fin du domaine de calcul et les points d'application des conditions aux limites. Dans cette zone éponge, qui contient 145 points dans la direction axiale, les mailles sont progressivement étirées avec un taux de 6%, tandis qu'un filtre laplacien d'ordre 2 est appliqué, ce qui permet de dissiper très fortement les perturbations avant qu'elles n'atteignent la zone où les conditions aux limites de rayonnement sont appliquées.

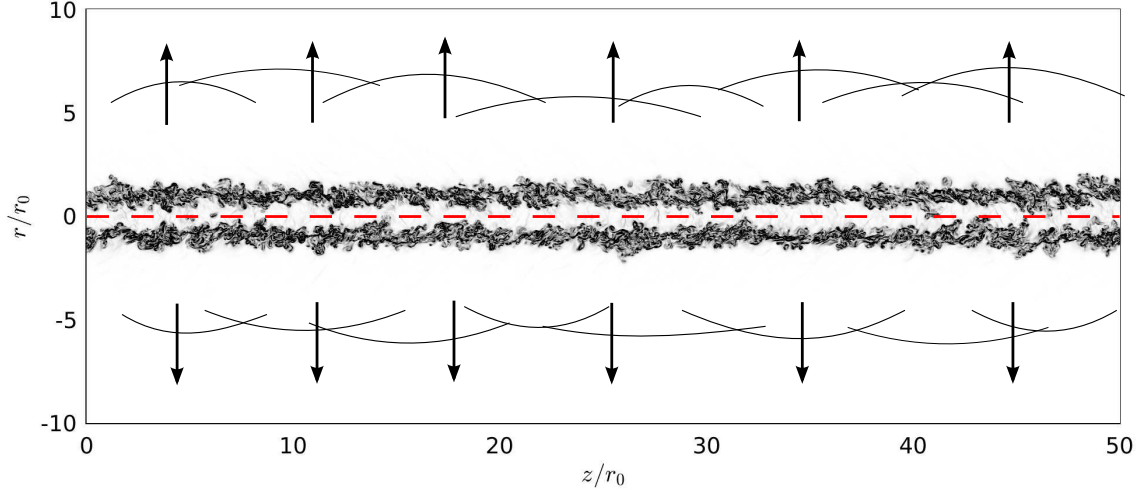


FIGURE 2.8 – Positions de l’origine des ondes acoustiques sortantes dans la mise en oeuvre des conditions aux limites de rayonnement dans les simulations de jets temporels présentées dans les chapitres 3 et 4. Les différentes origines utilisées sont situées sur la ligne représentée par des tirets rouges.

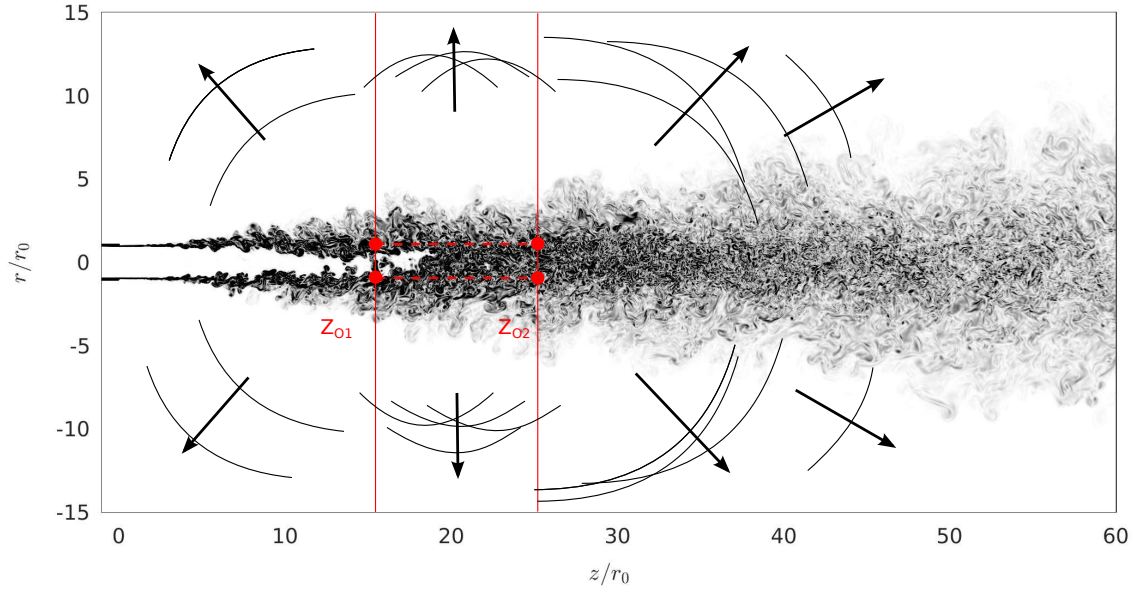


FIGURE 2.9 – Positions de l’origine des ondes acoustiques sortantes utilisées pour la mise en oeuvre des conditions aux limites de rayonnement dans les simulations de jets spatiaux du chapitre 5. Les différentes origines utilisées sont situées sur les lignes représentées par des tirets rouges.

2.3.1.2 Conditions de périodicité

Dans les simulations de jets temporels présentées au chapitre 3, les conditions aux limites non réfléchissantes utilisées aux frontières axiales du domaine de calcul sont remplacées par des conditions de périodicité. En pratique, et afin d’éviter le recours à des schémas décentrés au voisinage des frontières, l’implémentation de ces conditions repose sur l’emploi de points fictifs aux limites axiales du domaine de calcul. Plus précisément, le domaine de calcul physique, représenté en gris sur la figure 2.10 est prolongé de part et d’autre par l’ajout de $n_{z,\text{per}} = 20$ points fictifs. En chacun de ces points fictifs, la valeur Q_i d’une variable Q quelconque est imposée

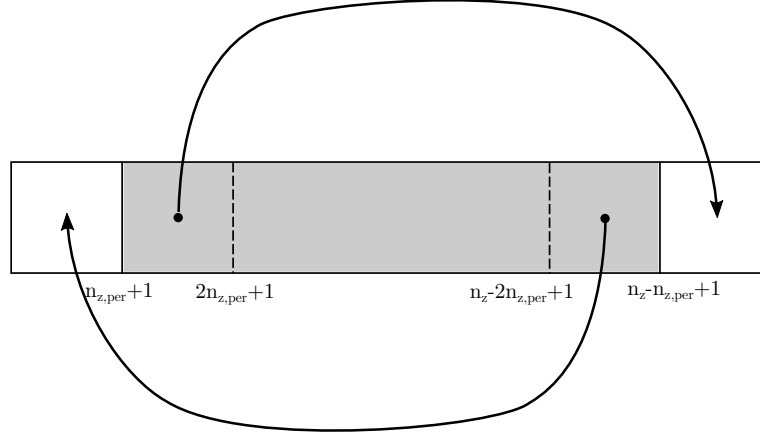


FIGURE 2.10 – Schéma de la méthode d'implémentation des conditions aux limites périodiques ; n_z désigne le nombre total de points dans la direction axiale et $n_{z,per} = 20$ représente le nombre de points fictifs utilisé de part et d'autre du domaine physique représenté en gris.

telle que

$$\begin{cases} Q_i &= Q_{n_z-2n_{z,per}+i} \\ Q_{n_z-n_{z,per}+i} &= Q_{n_{z,per}+i} \end{cases}, \quad \text{pour } i \in \{1..n_{z,per}\}, \quad (2.32)$$

de manière à garantir la périodicité axiale de la grandeur Q . Pour cela, les valeurs de Q sont recopiées à chaque étape du calcul selon le schéma représenté figure 2.10. Cela permet de garantir à chaque instant la périodicité des champs calculés.

3 Rayonnement d'ondes de Mach et formation de chocs dans le champ proche acoustique de jets temporels supersoniques isothermes

Dans ce chapitre, des simulations de jets ronds supersoniques temporels sont mises en œuvre afin d'étudier la formation d'ondes non linéaires dans le champ proche acoustique de jets supersoniques. Pour cela, quatre simulations de jets ronds isothermes à des nombres de Mach 2 et 3 et à des nombres de Reynolds de 3125, 12500 et 50000 sont réalisées. Le développement temporel des jets est décrit à l'aide de visualisations instantanées et de résultats statistiques. Pour chaque jet, un fort rayonnement acoustique accompagne ce développement. En particulier, des ondes non linéaires raidies, possédant les caractéristiques généralement associées au bruit de *crackle*, sont mise en évidence au voisinage direct de l'écoulement. La formation de ces ondes est étudiée à l'aide de corrélations spatio-temporelles et de moyennes conditionnelles synchronisées par la détection de pics de pression intenses proche des jets. L'organisation azimutale des ondes non linéaire est également étudiée par le moyen d'une décomposition modale. Les résultats obtenus dans ce chapitre permettent notamment de mettre en évidence le rôle des grandes structures cohérentes dans la formation des chocs.

Mach wave radiation and generation of nonlinear waves by temporal supersonic round jets

Pierre Pineau and Christophe Bogey

Abstract

Four temporally-developing supersonic round jets are computed using Direct and Large Eddy Simulations with the aim of investigating the mechanisms responsible for the production of steep shock-like structures in the near acoustic field of high-speed jets. They are at Mach numbers of 2 and 3 and at diameter-based Reynolds numbers ranging from 3,125 to 50,000. The simulations are performed by solving the Navier-Stokes equations in cylindrical coordinates using high-order finite differences on grids extending up to 240 initial jet radii in the axial direction. The temporal evolution of the turbulent flows and of the near pressure fields are described by means of instantaneous visualizations and statistical results computed over the homogeneous directions. In all cases, a strong peak of sound emission occurs at a simulation time depending on the Reynolds and Mach numbers of the jets. At this time, it is shown by the computation of cross-correlations between the flow and acoustic fields that intense Mach waves are generated by the supersonic motion of large-scale coherent structures. In addition, positively skewed steepened waves typical of those found in the acoustic field of supersonic jets exhibiting crackle noise are observed in the near acoustic field. The most intense waves are extracted from the pressure signals, and their properties and the process by which they are generated are investigated using conditional averages. In particular, the conditional flow and velocity fields suggest that these steepened waves are produced by the convection of large-scale coherent structures at high speed in the inner, supersonic side of the shear layers and that they constitute a nonlinear variety of Mach waves. Moreover, it is observed that steep pressure gradients are not found in any of the azimuthal modes of the conditionally-averaged pressure field. Rather, they arise from the superposition of smooth components, which emphasises the importance of nonlinearities in their formation.

1 Introduction

It is now well recognized that the noise generated by highly supersonic jets at low outlet angles is related to the motion of large-scale coherent structures inside the flow [1, 2, 3, 4]. When the convection velocity of these structures exceeds the ambient speed of sound, they generate Mach waves which propagate in the far field, leading to a peak of sound emission in the direction of the Mach angle as observed, for instance, by Seiner et al. [5]. A distinctive feature of the sound waves radiated in this direction is the presence of steep, jagged shock structures in the far acoustic field [6, 7, 8, 9]. These steepened waves are believed to be the cause of crackle, an unpleasant perception effect first

described by Ffowcs Williams et al. [6]. Despite several years of research, the mechanisms leading to their formation remain unclear. Notably, an important issue is to distinguish the respective importances of propagation and source effects in their formation process. It is well known that the pressure levels generated by highly supersonic jets are so high that nonlinear propagation effects must be taken into account to accurately describe the propagation of sound. The cumulation of these effects induces a gradual steepening of the wavefronts leading to the formation of shocks [10, 11]. For instance, in their simulation of the noise generated by a Mach 3.3 hot jet, de Cacqueray & Bogey [12] pointed out the progressive formation of N-shaped waves resulting from a nonlinear energy transfer from middle to high frequencies. Similar observations have been made in the sound field of full scale jet engines by Gee et al. [13] or Reichman et al. [14]. However, nonlinear propagation effects are less prevailing in the case of experiments conducted at the laboratory scale [15, 16, 17, 18]. In these experiments, the peak frequencies are higher and molecular absorption, which counteracts the formation of shocks, is thus more important. By taking into account this phenomenon, Baars et al. [18, 19] predicted that nonlinear steepening, alone, could not account for the presence of shocks in the sound field of their small-scale laboratory jet. Therefore, there must be some other mechanism at play. Optical visualizations of the near acoustic field radiated by very high speed jets and mixing layers [20, 21, 22] have shown the presence of shocks, whose tips appear to be embedded inside the turbulent flow. As sketched in Rossmann et al. [22], the formation of these waves is expected to be linked to the supersonic motion of turbulent structures, acting as bluff bodies or wavy walls, and yielding to the formation of shocklets in the interfacial region between the turbulent flow and the ambient medium. In their simulation of plane temporally-developing mixing layers, Buchta & Freund [23] observed the formation of such disorganized shocklets in the immediate vicinity of the shear layers. As these shocks propagate away from the flow, they merge with each others, resulting in fewer but stronger and steeper waves with increasing propagation distance. Such shock coalescence mechanism has also been observed experimentally in the near acoustic field of a Mach 3 jet by Fiévet et al. [24] and is expected to play a key role in the formation of crackle. These observations strongly suggest that shock formation can also occur at the source, in and near the jet flow. However, the precise mechanisms involved are currently not well understood. In order to clarify this point, Nichols et al. [25, 26] performed Large Eddy Simulations (LES) of hot supersonic jets. They observed that strong Mach waves of very steep nature are intermittently generated from the shear layers of the jets and can be attributed to the occurrence of violent events inside the jets. Murray & Lyons [27] measured the propagation angles of the shocks generated in the near field of a hot Mach 1.55 jet. Assuming these shocks are Mach waves, they investigated the statistical distribution of the resulting convection velocities and found that they follow an extreme value distribution. These studies suggest that crackle events can be apprehended as extreme, nonlinear occurrences of Mach wave radiation. The mechanism by which Mach waves are generated has received a lot of attention in the last decades [5, 28, 29, 30, 31] and is now reasonably well understood. A simplified view originally proposed by Ribner [32] is that the velocity disturbance induced by a train of coherent structures can be seen as a traveling wavy wall along which the flow is successively compressed and expanded. When

the convection velocity of the structures is supersonic, the pressure perturbations resulting from these compression-expansion process propagate in the far field as sound. While this model provides a direct and simple explanation of the generation process of Mach waves, any further attempt to explain how shocks can be formed as a result of this mechanism requires additional information on the nature and the dynamics of coherent structures in high speed jets. At the present time, this can be very challenging since the very concept of a coherent structure is not even clearly defined [33, 34]. In order to bridge that gap, several researchers have tried to model coherent structures as linear instability waves [30, 31, 35, 36]. While this approach has been successful in predicting several aspects of Mach waves radiation, such as the convection velocity of the structures, the direction of peak sound emission, or the shapes of the far field spectra near the peak frequency [31, 35, 37, 36], its linear character does not allow to take into account the possible formation of shocks. Consequently, there is a need for a deeper understanding of the generation process of Mach waves, as it could contribute to a better understanding of the way shocks can be formed as a nonlinear byproduct of this mechanism, and pave the way for future noise reduction strategies.

In the present study, numerical simulations of temporally-developing supersonic round jets are carried out to investigate the generation of steepened waves in the vicinity of high-speed free-shear flows. Simulations of temporally-developing mixing layers constitute a powerful tool for the investigation of high-speed free shear flow, as they allow to investigate the influence of a given parameter in a more systematic and simple way than in the case of complex, spatially-developing flows. Previously, simulations of temporally-developing mixing layers have been computed to investigate, notably, the transition process in free-shear flows [38, 39, 40], or the effects of compressibility on turbulence [41, 42, 43, 44]. They have also been used to study sound generation mechanisms in subsonic [45, 46] as well as in supersonic [23, 47] configurations. However, very few attempts have been made to simulate the sound field produced by temporally-developing round jets. One exception is the work of Bogey [48, 49] and Bogey & Pineau [50], who computed the sound field produced during the temporal development of axisymmetric jets at Mach numbers ranging from 0.3 to 2.0. In the present effort, simulations of temporal jets at Mach 2 and 3 are performed to investigate how shocks can be generated in the vicinity of annular shear layers. In particular, one objective is to examine the role of coherent structures in the formation process of these nonlinear waves. In the past, studying the variations of sound sources with the Reynolds number has proven to be an useful way to investigate the role of coherent structure in the generation of sound in subsonic [46, 51, 52] and supersonic [2, 53] jets. Indeed, the range of turbulence scales in presence is strongly affected when the Reynolds number is decreased, which makes the process of identifying coherent structures easier. Therefore, low and moderate Reynolds numbers are considered in the present study. More precisely, three isothermal jets at a Mach number of 2 and at diameter-based Reynolds numbers of 3,125, 12,500 and 50,000 are considered. In addition, a jet at Mach 3 and $Re_D = 12,500$ is also simulated in order to explore the effects of increased compressibility on the generation of Mach waves. The first objective is to determine whether the sound waves radiated by the present temporal round jets at low Reynolds numbers possess the distinctive, steepened aspect previously depicted in the

near acoustic field of spatially-developing jets [26, 27] and temporal plane mixing layers [23]. The second objective is to investigate the generation process of these waves and, in particular, if they it can be linked to the motion of coherent structures.

The paper is organized as follows. The simulation parameters and the main aspects of the numerical methods are first introduced in section 2. The development of the temporal jets are then described in sections 3.1 and 3.2 by means of instantaneous and statistical representations of the flow and sound fields. In particular, the presence of shock structures in the mean pressure field is evidenced and quantified by mean of high-order statistics. In section 3.3, the sound generation mechanisms at play are investigated. It is first shown that the present temporal jets radiate Mach waves in a similar fashion than more realistic spatially-developing jets. Then, the link between shock generation and Mach wave radiation is investigated using conditional averages of the flow and sound fields.

2 Simulations of temporally-developing supersonic jets

2.1 Jet parameters

Four temporally-developing isothermal round jets at Mach numbers $M_j = u_j/a_j$ of 2 and 3 are performed, where u_j is the initial centerline axial velocity and a_j is the speed of sound in the jet. The jets at Mach 2 have diameter-based Reynolds numbers $Re_D = u_j D/\nu$ of 3,125, 12,500 and 50,000, where $D = 2r_0$ is the jet initial diameter and ν the kinematic viscosity. They are referred to as M2Re3125, M2Re12500 and M2Re50000, respectively. A Mach 3 jet, referred to as M3Re12500, is also computed at a Reynolds number of 12,500. In all cases, the static temperature T_j in the jet core is equal to the ambient temperature T_∞ whose value is set to 293 K, and the ambient pressure is equal to 10^5 Pa. At $t = 0$, the simulations are initialized with the hyperbolic-tangent velocity profiles shown in figure 1. The shear-layer momentum thickness δ_θ of these profiles varies according to the Reynolds number following the empirical law $\delta_\theta/r_0 = 2/\sqrt{Re_D}$ for initially-laminar subsonic jets [54]. As a result, the Reynolds number $Re_\theta = u_j \delta_\theta/\nu$ based on the initial momentum thickness is related to Re_D by the relation $Re_\theta = Re_D^{1/2}$. Its values for the jets considered are shown in table 1. In order to trigger the transition of the jet shear-layers from a laminar to a turbulent state, small perturbations are added at $t = 0$. These perturbations are solenoidal Gaussian ring vortices of radius r_0 , whose half-widths are equal to $2\delta_\theta$, as proposed by Bogey et al. [55] in a simulation of a spatially-developing subsonic jet. These vortices have random azimuthal phases and amplitudes and they are evenly spaced every Δz in the axial direction, where $\Delta z = 0.025r_0$ is the axial mesh spacing. Their amplitudes are chosen so that the initial perturbation levels are of $0.02u_j$ for M2Re12500, M2Re50000, and M3Re12500, and of $0.04u_j$ for M2Re3125. For this jet, the amplitude of the forcing was increased in order to accelerate its transition to a turbulent state. Indeed, preliminary computations have shown that using initial turbulence rates of 2% could lead to a transition time longer than $100r_0/u_j$, and to prohibitively long simulation times.

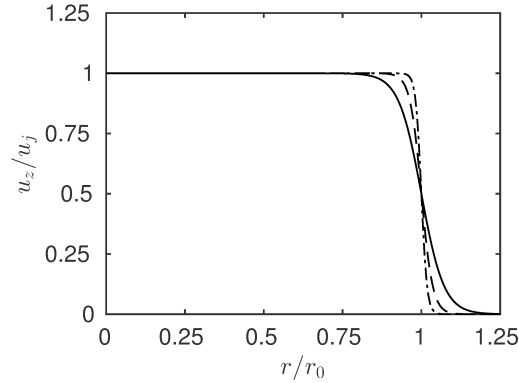


Figure 1: Initial profiles of axial velocity for — $Re_D = 3125$, - - - $Re_D = 12500$, and - · - $Re_D = 50000$.

2.2 Numerical parameters

The flow and sound fields of the temporal jets are computed using a numerical solver very similar to the one used in previous simulations of spatially-developing supersonic jets [56, 57, 58]. The unsteady compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates using high-order finite differences. The spatial derivatives are computed using low-dispersion eleven-points centered finite difference schemes [56, 59], and an explicit six-stage Runge-Kutta method is used for time integration. At the end of each time step, grid-to-grid oscillations are removed by the application of a twelfth-order centered selective filter. From the computation of kinetic energy budget, it has been checked that M2Re3125 is a fully-resolved Direct Numerical Simulation (DNS), whereas M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500 are high-resolution Large-Eddy Simulations (LES). For the latter computations, the selective filter acts as a subgrid-scale model that allows the relaxation of turbulent kinetic energy near the grid cut-off wave number. In order to treat the axis singularity arising from the use of cylindrical coordinates, the method of Mohseni & Colonius [60] is implemented. The discretization point closest to the axis is located at $r = \Delta r/2$, where Δr is the radial mesh spacing near the axis. Moreover, the azimuthal derivatives near the jet centerline are computed using fewer points than permitted by the grid to alleviate the time-step restriction, as proposed in Bogey et al. [61]. More precisely, the effective azimuthal resolution is progressively varied from 16 for the point nearest to the jet axis to 256 for $r \geq 0.25r_0$. The radiation boundary conditions of Tam & Dong [62] are prescribed at the radial boundary to allow the acoustic waves to leave the computational domain without causing significant spurious reflections. In addition, periodicity conditions are imposed at the axial boundaries, as is the case in simulations of temporal flows. Since the velocities of the jets are much higher than the speed of sound, shocks are expected in the simulations, which would lead to the formation of spurious Gibbs oscillations. To remove these oscillations, a shock-capturing filtering method [63] is applied at the end of each time step. In preliminary computations for M2Re3125 and M2Re12500, it was found however that the grid resolution is sufficiently high that the weak shocks in these simulations do not cause significant oscillations. Consequently, the filtering procedure was

turned off in these two cases.

2.2.1 Computational parameters

The simulations are computed using a cylindrical mesh extending up to $z = 240r_0$ in the axial direction and out to $r = 13r_0$ in the radial direction. The number of points in the radial, azimuthal and axial directions are respectively $n_r = 382$, $n_\theta = 256$ and $n_z = 9600$, yielding a total number of 940 millions points. The axial mesh spacing is constant and equal to $\Delta z = 0.025r_0$, whereas the radial mesh spacing Δr varies with the radial position, as reported in figure 2. On the jet axis, its value is such that $\Delta r = \Delta z$. It then progressively decreases and reaches a minimum value of $\Delta r_{\min} = \Delta z/4$ at $r = r_0$. Afterwards, it rises again to be equal to $0.05r_0$ for $r \geq 4r_0$, which provides a Strouhal number of $St_D = fD/u_j = 5$ for an acoustic wave discretized by four points per wavelength. The simulations are performed using the OpenMP-based in-house solver used in Bogey [48] for subsonic temporal jets. The final simulation time is equal to $70r_0/u_j$ for M2Re12500 and M2Re5000, to $100r_0/u_j$ for M2Re3125, and to $120r_0/u_j$ for M3Re12500. The total number of iterations necessary varies from 8,000 for M2Re12500 and M2Re50000 up to 20,000 for M2Re3125. Last, several runs of the same jets are performed using different initial perturbations of the shear layers by modifying the random seed used for the excitation procedure. This allows us to significantly improve the convergence of the spatial statistics by ensemble averaging the results over all simulated runs. For each jet, the number n_{run} reported in table 1 indicates the number of simulation runs over which statistical results are computed. It is equal to 4 for M2Re3125 and M2Re12500, and to 3 for M2Re50000 and M3Re12500.

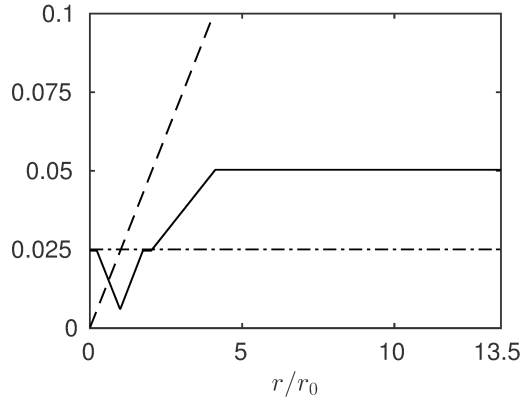


Figure 2: Evolution of the radial, azimuthal and axial mesh spacings; — $\Delta r/r_0$, - - - $r\Delta\theta/r_0$ and - · - · $\Delta z/r_0$.

	M_j	T_j/T_∞	Re_D	Re_{δ_θ}	n_{run}
M2Re3125	2.0	1	3125	56	4
M2Re12500	2.0	1	12500	112	4
M2Re50000	2.0	1	50000	224	3
M3Re12500	3.0	1	12500	112	3

Table 1: Simulation parameters for the four jets.

3 Results

3.1 Flow development

3.1.1 Vorticity field

Instantaneous fields of the vorticity norm for M2Re12500 are represented in figure 3 at $tu_j/r_0 = 10, 20, 30$ and 40 . At $tu_j/r_0 = 10$, the vorticity is concentrated in thin axisymmetric mixing layers separating the inner potential core of the jet and the ambient medium. Low-level vorticity fluctuations are also observed. At $tu_j/r_0 = 20$, the mixing layers are thicker, as a result of the entrainment of ambient air inside the jet, and the flow exhibits a wider range of turbulent scales which are formed by non-linear interactions between initial structures. Notably, large-scale patterns composed of smaller-scale vortices can be distinguished, suggesting the presence of coherent structures. At $tu_j/r_0 = 30$, the mixing layers merge on the jet axis such that only small pockets of potential flow remain from the initial jet core. Finally, at $tu_j/r_0 = 40$, the flow is fully vortical and the jet reaches a developed turbulent state. For the sake of brevity, the vorticity fields for M2Re3125, M2Re50000 and M3Re12500 are not shown. However, the features described above have also been observed in these cases.

3.1.2 Mean and fluctuating axial velocity

Time variations of the mean centerline axial velocity are shown in figure 4 for the four jets. In all cases, it remains constant in the early phase of the simulations, as long as the flow on the jet axis is irrotational. Afterwards, it rapidly decreases as a result of the entrainment of low-speed, vortical flow on the jet axis as the potential core closes. The time t_c of the potential core closure is defined as the time when $u_{\text{axis}} = 0.95u_j$ and its values are reported in table 2. For the Mach 2 jets, the potential core closes at $t_c = 48.9r_0/u_j$ for M2Re3125, and at $t_c = 25.3r_0/u_j$ and $26.1r_0/u_j$ for M2Re12500 and M2Re50000. The dependance of the core-closing time on the Reynolds number is thus strong for low values of this parameter but very weak for $Re_D \geq 10,000$, as observed in simulations of spatially-developing subsonic jets by Bogey et al. [52], for instance. Moreover, the core-closing time increases from $25.3r_0/u_j$ to $61.1r_0/u_j$ as the Mach number raises from 2 to 3, with $Re_D = 12500$ held constant. This trend is consistent with the variations with Mach number of the potential core length of spatially-developing jets, which also increases with Mach number, as shown by Lau et al. [64], for instance.

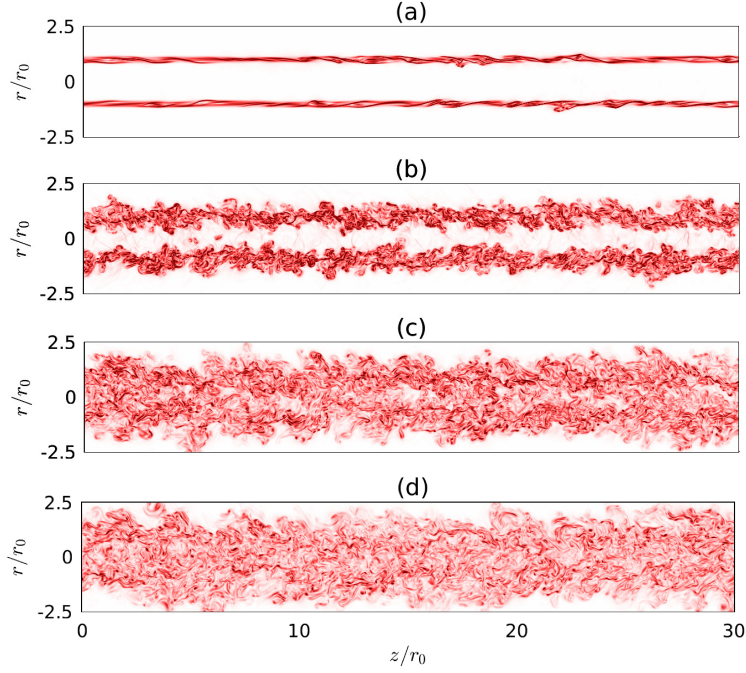


Figure 3: Representation of the vorticity modulus for M2Re12500 at (a) $tu_j/r_0 = 10$, (b) $tu_j/r_0 = 20$, (c) $tu_j/r_0 = 30$ and (d) $tu_j/r_0 = 40$. The color scale ranges up to $5u_j/r_0$.

The variations of the maximum Root-Mean-Square (RMS) values of axial velocity fluctuations and of shear-layer momentum thickness are plotted in figure 5. The turbulence levels in figure 5(a) start at a value equal to 2% of the jet velocity for M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500 and to 4% for M2Re3125. They rise until a maximum reached at a time depending, once again, on the Reynolds and Mach numbers of the jets. This peak varies between 19% and 23% of the jet initial velocity and can be attributed [65], to the pairing of vortices when the jets shear layers transition from a laminar to a turbulent state. The time when turbulence intensity is maximum is referred to as t_p in the following, and its values are reported in table 2. For M2Re3125 and M3Re12500, the rise of turbulence rate is gradual, which is a consequence of the stabilizing effects of Reynolds and Mach numbers, respectively. For these jets, the closure of the potential core occurs during the peak of velocity fluctuations, which suggests that the transition to a turbulent state is not over at $t = t_c$. On the contrary, t_p is reached well before the potential core closes for M2Re12500 and M2Re50000, which indicates that these jets are already in a turbulent state at $t = t_c$.

The time-variations of the jets shear-layers momentum thickness are plotted in figure 5(b). Initially, the normalized momentum thickness δ_θ/r_0 is small, and it grows slowly. At $t \simeq t_p$, as the jet transitions from a laminar to a turbulent state, the momentum thickness rapidly increases until the shear layers merge on the jet axis at $t = t_c$. From this time, the momentum thickness continues to grow but at a slow rate.

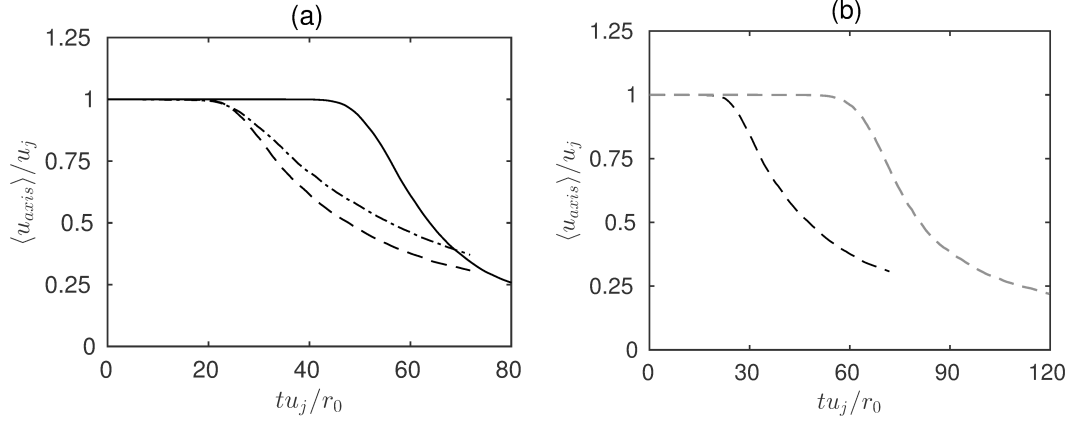


Figure 4: Time variations of the mean centerline axial velocity for (a) $M_j = 2$, and (b) $Re_D = 12500$; — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000, and - - - M3Re12500.

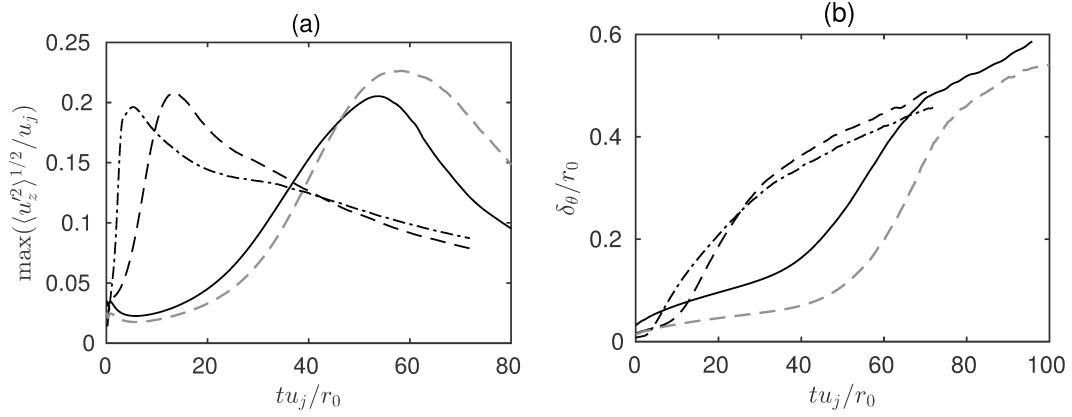


Figure 5: Time variations of (a) maximum RMS value of axial velocity fluctuations and (b) shear-layer momentum thickness; — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000, and - - - M3Re12500.

3.1.3 Spectra of velocity fluctuations

The power spectrum densities of axial velocity fluctuations at $r = r_0$ and at the same times as in figure 3 are shown in figure 6(a) for M2Re12500 as a function of axial wavenumber. At $tu_j/r_0 = 10$, the spectrum is flat for $k_z r_0 \leq 2$. In addition, the energy decay at high wavenumbers is steeper than the $-5/3$ slope characteristic of turbulence at equilibrium, which indicates that there is no inertial range at this time. At $tu_j/r_0 = 20$, there is an increase of the energy located at low wavenumbers, and the decay at high wavenumbers is more gradual, which can be attributed to the onset of an energy cascade. This is in agreement with the snapshots of vorticity in figure 3(a,b), where the range of turbulent scales appears to be broader at $tu_j/r_0 = 20$ than at $tu_j/r_0 = 10$. At subsequent times, the energy of nearly all components decreases as the jet spreads. In addition, the slope of the spectra becomes less and less pronounced, as it leans closer and closer toward the $-5/3$ slope. In

	M2Re3125	M2Re12500	M2Re50000	M3Re12500
$t_p u_j / r_0$	53.6	13.4	5.3	58.2
$t_c u_j / r_0$	48.9	25.3	26.1	61.1

Table 2: Times t_p and t_c , where t_p is the time of maximum axial velocity fluctuations, and t_c is the time of the potential core closure.

order to characterize the azimuthal structure of the turbulence inside the mixing layers, azimuthal power spectrum densities of axial velocity fluctuations are computed at $r = r_0$ and are shown in figure 6(b) for M2Re12500 as a function of the azimuthal mode number n_θ . A distinct hump is visible at the four times considered, followed by a rapid decay of the energy at higher mode numbers. At $tu_j/r_0 = 10$, this hump is centered around $n_\theta = 16$. At latter times, the peak is shifted toward lower mode numbers because of nonlinear pairings between streamwise structures inside the shear-layers. More precisely, the maximum of energy is found for the mode $n_\theta = 3$ at $tu_j/r_0 = 30$, and for $n_\theta = 2$ at $tu_j/r_0 = 40$.

The time-variations of the spectra computed for the other jets follow the same trends as for M2Re12500. For the comparison, however, the axial and azimuthal wavenumbers spectra obtained for M2Re3125, M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500 are represented in figure 7 at the time t_c of potential-core closure in order to display the effects of the Reynolds and Mach numbers on the jet turbulence. In figure 7(a), the axial wavenumber spectra computed for M2Re12500 and M2Re50000 are broadband, and their decay at high wavenumbers is close to the $-5/3$ slope, which suggests that the turbulence is well developed at the time of the potential core closure. In addition, more energy is present at high wavenumbers for M2Re50000, which indicates the presence of more fine turbulent scales, as expected at a higher Reynolds number. In comparison, the energy decay is faster for M3Re12500, and even more rapid for M2Re3125. To illustrate this point, snapshots of the vorticity norm are provided in figure 8 at the core-closing time. In figure 8(a), the turbulence inside the shear layers of the jet at $Re_D = 3,125$ mainly consists of elongated, large-scale patterns of vorticity, which is consistent with the fast decay of the wavenumber spectrum observed for this jet. At higher Reynolds numbers, finer turbulent scales become apparent, as visible in figure 8(b,d) for $Re_D = 12,500$ and in figure 8(c) for $Re_D = 50,000$, for which very fine-grained turbulence is present. Indeed, for increasing values of the Reynolds number, the scales affected by viscous dissipation become smaller with respect to the jet diameter, allowing for the formation of more fine-scale turbulent structures.

Finally, the azimuthal wavenumber spectra at $t = t_c$ are represented in figure 7(b). The shape of the spectra are similar in the different cases. The dominant azimuthal mode varies from $n_\theta = 3$ in M2Re3125 to $n_\theta = 5$ in M2Re12500. In addition, the decay at high wavenumbers is slower for M2Re3125, leading to a narrower azimuthal distribution of the velocity fluctuations in this case.

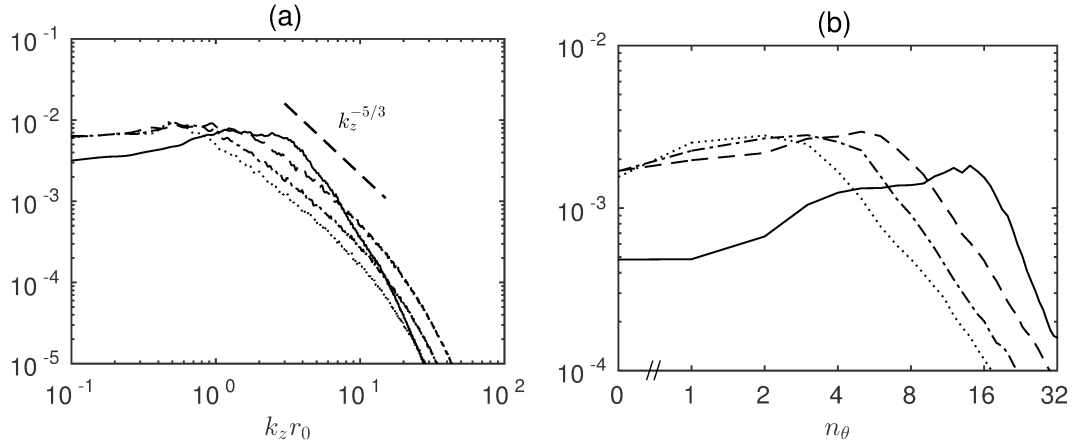


Figure 6: Representations as a function of (a) axial wavenumber and (b) azimuthal mode of power spectrum densities of axial velocity fluctuations at $r = r_0$ normalized by u_j for M2Re12500 and at — $tu_j/r_0 = 10$, - - - $tu_j/r_0 = 20$, - · - · $tu_j/r_0 = 30$ and · · · · $tu_j/r_0 = 40$.

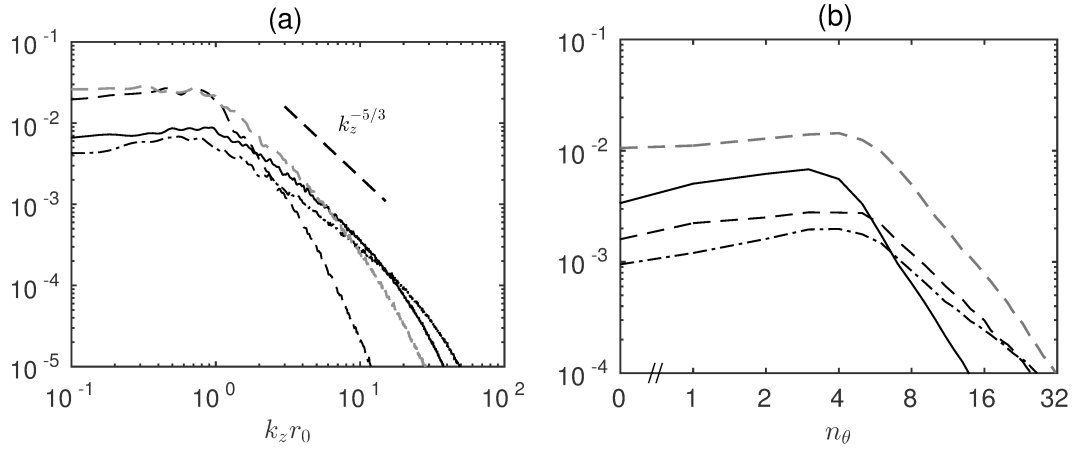


Figure 7: Representations as a function of (a) axial wavenumber and (b) azimuthal mode number of power spectrum densities of axial velocity fluctuations normalized by u_j at $r = r_0$ and $t = t_c$ for — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000 and · · · M3Re12500.

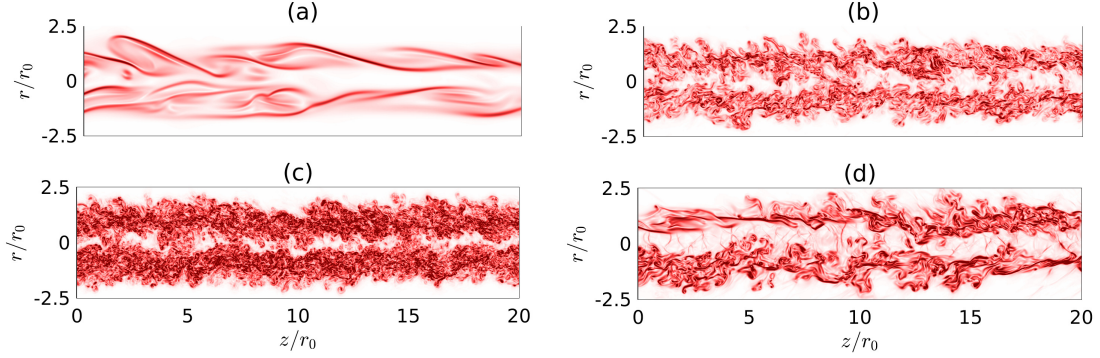


Figure 8: Snapshots of the vorticity norm at the potential core closure; (a) M2Re3125, (b) M2Re12500, (c) M2Re50000 and (d) M3Re12500. The color scale ranges up to $5u_j/r_0$.

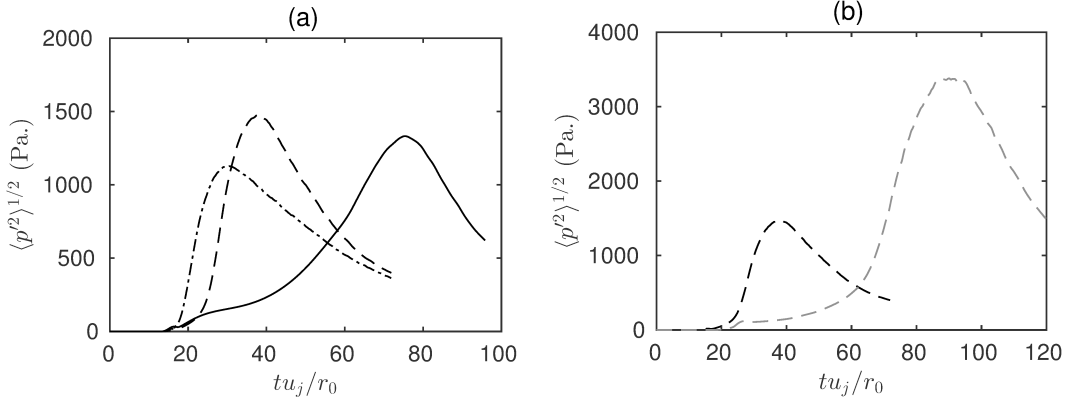


Figure 9: Time-variations of the RMS value of pressure fluctuations at $r = 8r_0$ for the jets at (a) $M_j = 2$ and (b) $Re_D = 12500$; — M2Re3125, - - M2Re12500, - · - M2Re50000, and - - M3Re12500.

3.2 Near pressure field

3.2.1 Statistical properties of the near pressure field

The time variations of the RMS value of pressure fluctuations at $r = 8r_0$ are plotted in figure 9. In all cases, a peak of pressure fluctuations is reached at a time depending on the Reynolds and Mach numbers. This peak is caused by the generation of intense acoustic waves during the development of the jets. For the jets at Mach 2, in figure 9(a), the pressure fluctuations are maximum at $tu_j/r_0 = 75$, 38 and 30 for $Re_D = 3, 125, 12,500$ and $50,000$, with peak values equal to 1.3×10^3 Pa, 1.5×10^3 Pa, and 1.2×10^3 Pa, respectively. After the peak, the weakening of the pressure fluctuations occurs rapidly for $Re_D = 3, 125$ and $Re_D = 12,500$, but slowly for $Re_D = 50,000$. In figure 9(b), for the jets at $Re_D = 12,500$, the peak of pressure fluctuations is significantly higher for $M_j = 3$ than for $M_j = 2$, as expected, as it reaches 3.4×10^3 Pa for M3Re12500 and 1.5×10^3 Pa for M2Re12500.

Snapshots of the pressure fluctuations and vorticity fields are provided in figure 11 at the times when sound intensity is maximum at $r = 8r_0$. They include snapshots in the (r, z) and (r, θ) planes.

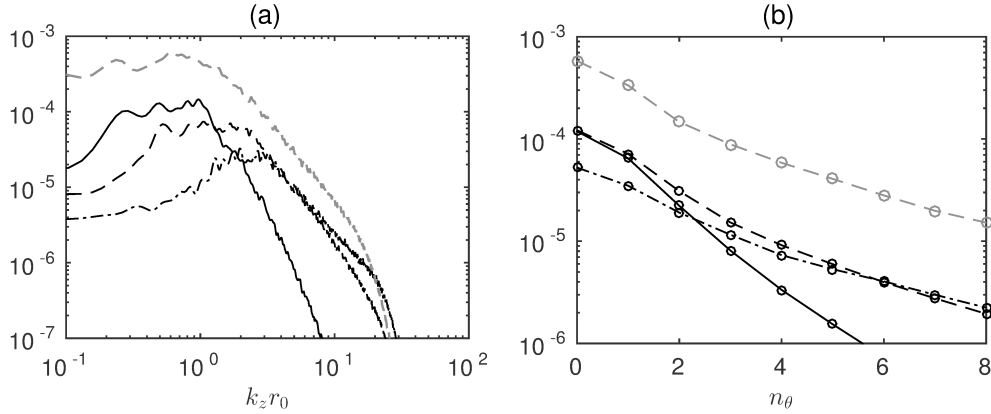


Figure 10: Representations as a function of (a) axial wavenumber and (b) azimuthal mode number of power spectrum densities of pressure fluctuations normalized by p_∞ at time of maximum sound emission for $r = 8r_0$, and for — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000, and - - - M3Re12500.

In the (r, z) plane, straight, elongated wavefronts propagating in the downstream direction are observed in the vicinity of the flow. These waves are very similar to those observed in simulations [25, 57], as well as in optical visualizations [27, 66] of Mach waves radiated by supersonic jets. Snapshots in the (r, θ) plane also reveal organized wavefronts spanning the entire circumference of the jets, suggesting that the sound field is highly correlated in the azimuthal direction. In figure 11(a), the pressure waves radiated by M2Re3125 consist of coherent, low-frequency patterns, whereas higher frequency waves are also observed in the sound fields of the jets at higher Reynolds numbers in figure 11(b,c,d). This is particularly true for the jet at $Re_D = 50,000$ in figure 11(c), in which large-scale, coherent wavefronts appear to be altered by higher-frequency, uncorrelated sound waves.

In order to explore the structure of the sound field from a more quantitative perspective, axial and azimuthal power spectrum densities of pressure fluctuations obtained at $r = 8r_0$ are shown in figure 10 at the time when noise intensity is maximum. In figure 10(a), the sound levels computed for M3Re12500 are higher for all axial wavenumbers, as expected. Moreover, a hump is present in the spectra, and it is centered around $k_z r_0 = 0.5, 0.6, 1.2$, and 2.0 for M2Re3125, M3Re12500, M2Re12500 and M2Re50000, respectively, which correspond to normalized wavelengths λ/r_0 of 12.6, 10.5, 5.2 and 3.1. Therefore, the peak wavenumber increases with the Reynolds number and decreases with the Mach number, in agreement with the snapshots in figure 11.

The azimuthal organization of the near pressure field is characterized by the azimuthal power spectrum densities of the pressure fluctuations in figure 10(b). In all cases, the dominant azimuthal mode number is the axisymmetric one, and the energy decay is rapid at higher mode numbers. In particular, for M2Re12500, 73% of the acoustic energy is contained within the first two azimuthal modes $n_\theta = 0$ and $n_\theta = 1$. This is consistent with the observation of highly coherent wavefronts in the snapshots in the (r, θ) plane of figure 11. This is also in contrast with the azimuthal organization of the velocity fluctuations in figure 7(b) for which the peak mode number is such that $3 \leq n_\theta \leq 5$.

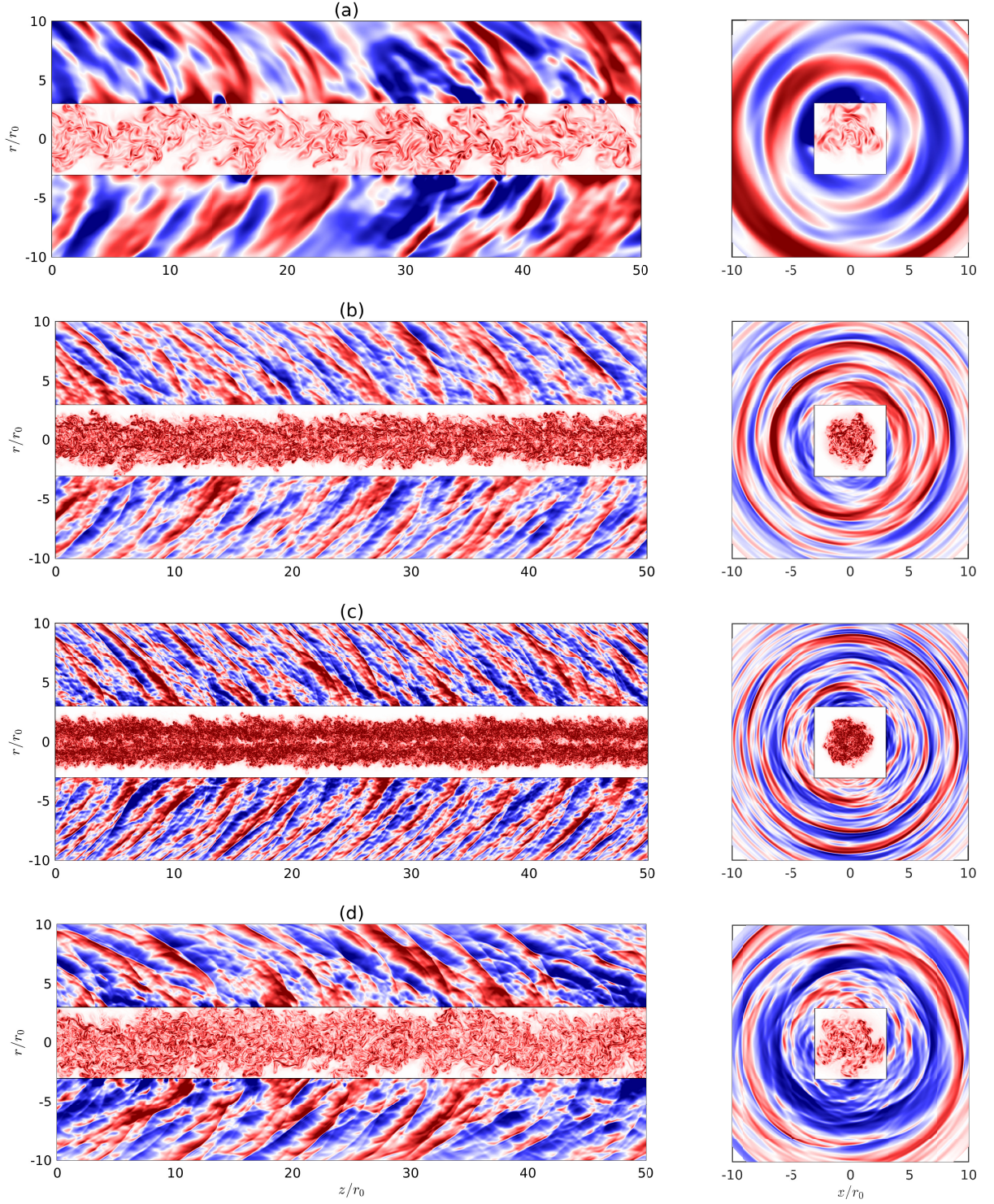


Figure 11: Snapshots of pressure fluctuations and vorticity norm at the times of maximum sound emission at $r = 8r_0$ for the jets (a) M2Re3125, (b) M2Re12500, (c) M2Re50000 and (d) M3Re12500. The color scales for the pressure fluctuations range from (a,c) -2500 Pa to 2500 Pa, (b) -4000 Pa to 4000 Pa, and (d) -8000 Pa to 8000 Pa, from blue to red. The color scale for the vorticity field ranges up to $3u_j/r_0$.

It indicates that the dominant sources of sound are strongly correlated in the azimuthal direction. This is in agreement with experimental [2] and numerical [36, 57] studies of spatially-developing supersonic jets [2, 36], where low-order azimuthal modes are prevalent in the noise radiated in the downstream direction.

3.2.2 Shock structures in the near pressure field

In figure 11(d), the pressure field generated by the Mach 3 jet has an asperous, jagged aspect. This character results from the presence of sharp pressure variations suggesting the presence of shocks in the near acoustic field. These fast variations are associated with the previously depicted coherent, elongated wavefronts, as in the simulations of Nichols et al. [25]. They are also observed, albeit to a lesser extent, in the sound fields of the Mach 2 jets in figures 11(a,b,c). The shocks are also distinguishable in figure 12, where pressure fluctuations at $r = 8r_0$ at time of maximum sound emission are represented. In all cases, sharp peaks emerge in the pressure waveforms. These strong pressure events all share the distinctive features associated with the perception of crackle noise, namely a fast compression phase leading to high pressure levels, followed by a more gradual expansion at the end of which the pressure fluctuations reach a minimum whose absolute value is lower than the peak. They are also very similar to the ones observed in simulations of temporal plane mixing layers at Mach numbers of 2.5 and 3.5 by Buchta & Freund [23]. As expected, the shocks are strongest in the case of the Mach 3 jet, for which the peak pressure fluctuations can display values as high as 15,000 Pa at $r = 8r_0$. For M2Re50000, the shock structures are characterized by shorter wavelengths, which can be related to the peak of the wavenumber spectra in figure 10(a) being located at higher wavenumbers. Finally, only large-scale patterns are noticed in the sound field of M2Re3125 in figure 12(a), whereas smaller wavelengths are also apparent for $Re_D \geq 12500$. This is consistent with the snapshots of figure 11, where high-frequency waves are observed in the sound field of the jet at $Re_D = 50,000$ and 12,500, but not at $Re_D = 3,125$.

In the past, various statistical metrics have been introduced to characterize the presence of nonlinear waves and crackle in a pressure signal. For instance, Ffowcs Williams et al. [6] proposed to compute the skewness factor of the pressure fluctuations p' , defined as

$$S(p) = \frac{\langle p'^3 \rangle}{\langle p' \rangle^{3/2}}, \quad (1)$$

where $\langle \cdot \rangle$ is the averaging operator. Indeed, whereas the sound field produced by subsonic jets has Gaussian statistics, the presence of strong positive pressure peaks followed by lower negative ones leads to positive values of $S(p)$ in the near pressure field of jets with crackle. More precisely, Ffowcs Williams et al. suggested that crackle was distinctly heard in waveforms with $S(p) \geq 0.4$, but absent when $S(p) \leq 0.3$.

The variations of $S(p)$ obtained in the present simulations are represented in figure 13 as a function of time and radial location. Contours of pressure levels are also provided for comparison. In all cases, positive levels of skewness are observed in the near acoustic field. In particular, they

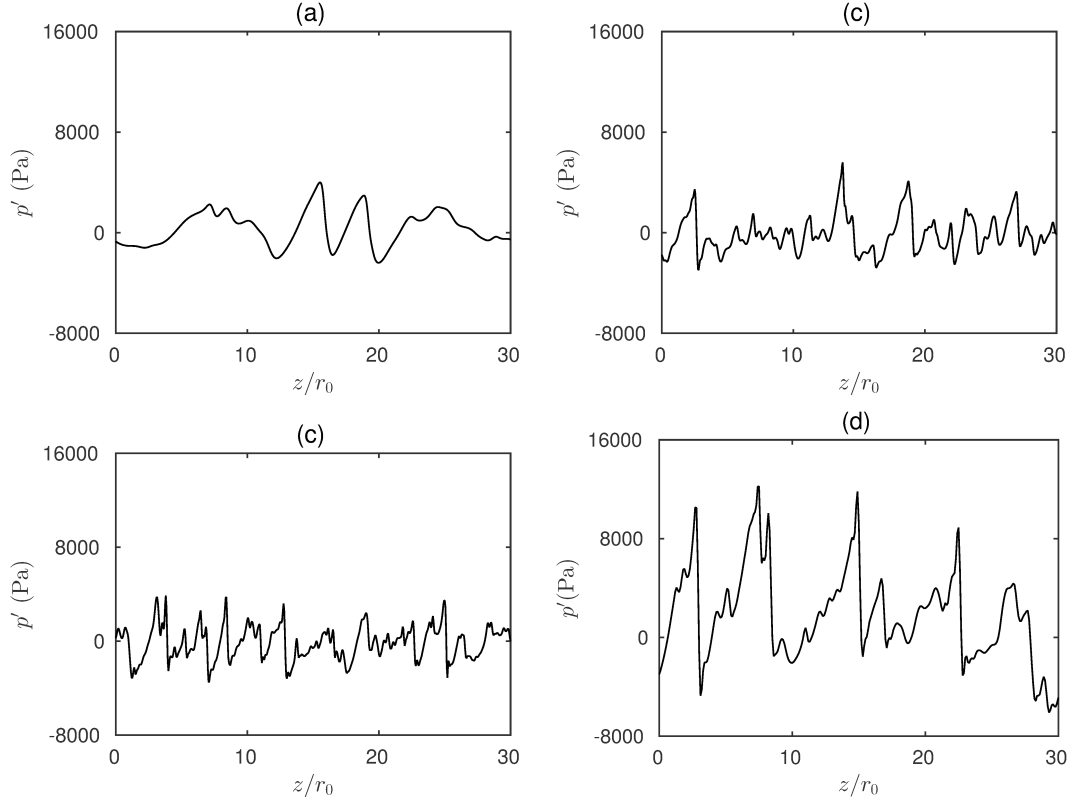


Figure 12: Pressure fluctuations at $r = 8r_0$ at the time of maximum sound pressure level for (a) M2Re3125, (b) M2Re12500, (c) M2Re50000, and (d) M3Re12500.

are already significant in the near vicinity of the flow, and are oriented in the direction of sound propagation. In some cases, as for M3Re12500, very high positive values of skewness are observed before the peak of sound emission, and indicate a transitional regime during which the pressure fluctuations radiated by the jet are mostly positive. This transitional regime is a consequence of the temporal nature of the simulations. For $M_j = 2$, values of $S(p)$ obtained at $r = 8r_0$, and at the time of peak pressure levels are reported in table 3. These values range from 0.27 for M2Re12500, to 0.38 for M2Re3125, and are thus slightly below the aforementioned threshold of 0.4. Despite this, they are still well above the value $S(p) = 0.021$ obtained by Bogey [49] at $r = 10r_0$ and at time of peak pressure levels in the near field of a temporal jet at Mach 0.9 and $Re_D = 12,500$. For M3Re12500, the skewness at times of maximum sound emission is much higher than that of the Mach 2 jets, as it reaches $S(p) = 0.47$ at the time of maximum pressure levels, which is above the threshold proposed by Ffowcs Williams et al. [6].

Despite its practical interest, the relevance of the skewness factor of the pressure fluctuations as an indicator of crackle has been criticized [67], and some authors [68, 67] have proposed, instead, to compute the skewness factor of the pressure time-derivative. Indeed, positive values of $S(dp/dt)$ indicate the presence of fast compressions and gradual expansions, which are expected to play a more

fundamental role in the perception of crackle. Another possibility is to calculate the skewness factor of the dilatation field $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$. Since negative values of Θ are associated with local compressions, negative values of $S(\Theta)$ for a given waveform reveal that compressions in the signals are more pronounced than expansions, as is the case when crackle is present. This metric has notably been used in simulations of compressible turbulence to study the properties of eddy shocklets [69, 70]. It is also worthy of notice that for an homogeneous mean flow supporting linear, isentropic fluctuations, the dilatation Θ and dp/dt are linked by the relation

$$\Theta = -\frac{1}{\rho_\infty a_\infty^2} \frac{dp}{dt}, \quad (2)$$

where ρ_∞ and a_∞ are the ambient density and speed of sound. The skewness factors of dilatation and pressure time-derivative are thus related by $S(\Theta) = -S(dp/dt)$.

The variations of $S(\Theta)$ are represented in figure 14, and the values obtained at time of maximum sound levels at $r = 8r_0$ are also reported in table 3. In all cases, a beam of negative skewness is present in the (t, r) plane, and is oriented along the same direction as the peak of sound emission. As observed for the skewness of the pressure fluctuations in figure 13, this beam originates in the immediate vicinity of the flow, which confirms that steepened waves are produced, to a large extent, by a source mechanism inside the jets. In table 13, for the Mach 2 jets, the minimum levels range from -2.6 in M2Re12500 to -1.7 in M2Re50000, and occur simultaneously with the peak of pressure fluctuations. This is in agreement with experimental measurements in supersonic spatial jets [9, 24, 71] at Mach 1.5 and 3, in which the peak levels of $S(dp/dt)$ are observed in the direction of maximum sound emission. Finally, the variations of $S(\Theta)$ with the Reynolds and the Mach numbers follow the same trends as those of the peak of pressure fluctuations. In particular, the highest value of $|S(\Theta)|$ is obtained for the Mach 3 jet, which also radiates the strongest pressure levels.

	M2Re3125	M2Re12500	M2Re50000	M3Re12500	$M_j = 0.9[49]$
$S(p)$	0.38	0.27	0.34	0.47	0.021
$S(\Theta)$	-2.3	-2.6	-1.7	-3.1	-

Table 3: Skewness factors of pressure fluctuations and dilatation at $r = 8r_0$ and at time of maximum pressure fluctuations.

3.3 Mach wave radiation in temporal round jets

3.3.1 Space-time autocorrelations of the velocity fluctuations

In spatial supersonic jets, a necessary condition for the observation of Mach waves and crackle is the occurrence of supersonic convection speeds inside the jet core [6, 8]. In order to estimate the convection speeds in the present temporal jets, the space-time autocorrelations of axial velocity

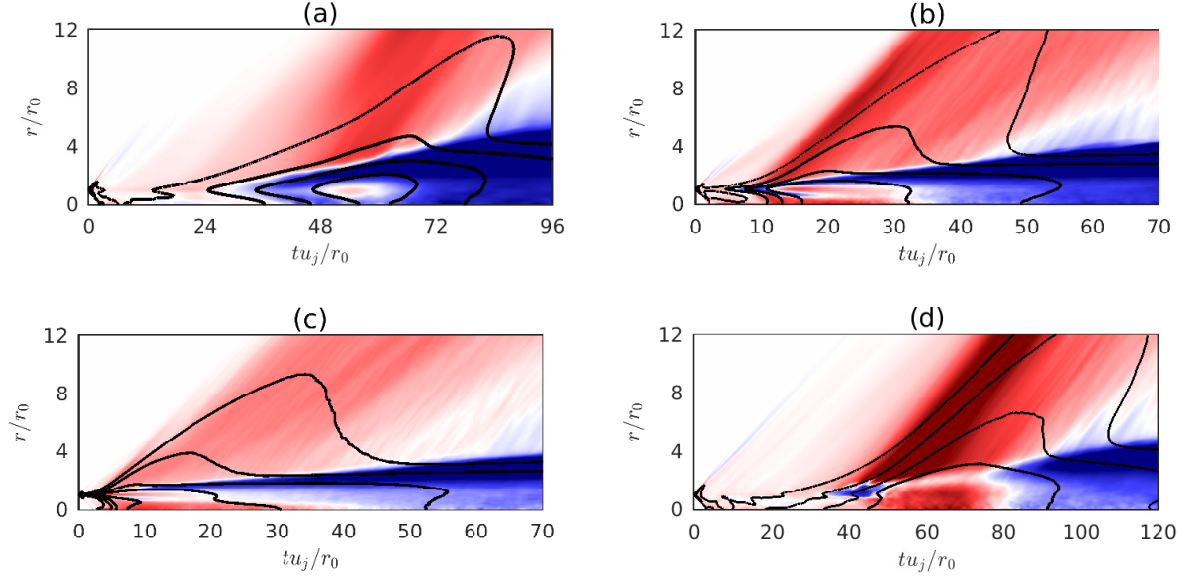


Figure 13: Representation of the skewness factor of pressure fluctuations for (a) M2Re3125, (b) M2Re12500, (c) M2Re50000 and (d) M3Re12500. The solid lines indicate contours of the RMS values of pressure fluctuations for the values 1000 Pa, 2000 Pa, 4000 Pa and 8000 Pa. The color scale for the skewness ranges from -1 to 1.

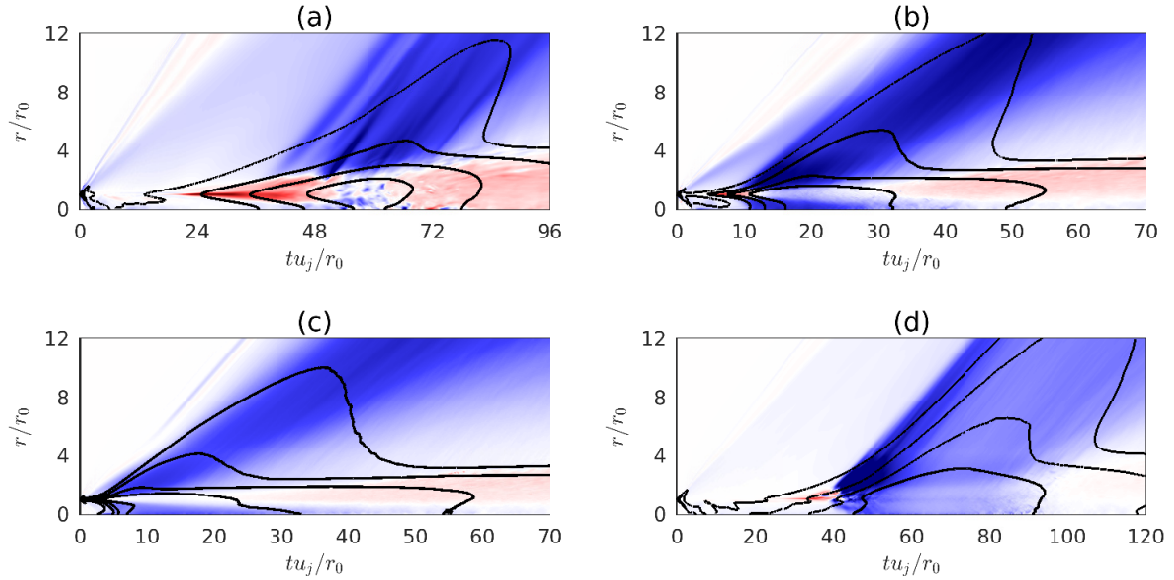


Figure 14: Representation of the skewness factor of dilatation for (a) M2Re3125, (b) M2Re12500, (c) M2Re50000 and (d) M3Re12500. The solid lines indicate contours of the RMS values of pressure fluctuations for the values 1000 Pa, 2000 Pa, 4000 Pa and 8000 Pa. The color scale for the skewness ranges from -3 to 3 in (a), (b), (c) and from -10 to 10 in (d), from blue to red.

fluctuations are computed at different radial locations r_1 from the relation

$$\mathcal{R}_{u'_z u'_z}(\delta z, \delta t) = \frac{\langle u'_z(r_1, \theta, z, t_1) u'_z(r_1, \theta, z + \delta z, t_1 + \delta t) \rangle}{\langle u'^2_z(r_1, \theta, z, t_1) \rangle}, \quad (3)$$

where δz is the axial spatial separation, δt is the time delay, and $\langle \cdot \rangle$ denotes spatial averaging over the direction θ and z .

The resulting correlations functions at $t = t_s$ are represented in figure 15 at $r = 0$, $r = 0.5r_0$ and $r = r_0$ for M2Re3125, M2Re12500 and M3Re12500. This time t_s is defined as $t_s = t_{8r_0, \text{peak}} - 8r_0/a_\infty$, where $t_{8r_0, \text{peak}}$ is the time of peak pressure level at $r = 8r_0$, and $8r_0/a_\infty$ is a delay accounting for sound propagation between the jet axis at $r = 0$ and $r = 8r_0$. It thus provides an estimation of the time when the most intense pressure waves are produced in the jets. It is equal to $60r_0/u_j$ for M2Re3125, to $22r_0/u_j$ for M2Re12500, and to $66r_0/u_j$ for M3Re12500. The results obtained for M2Re50000 are not shown since they are very similar to those obtained for M2Re12500. As expected, the correlations levels are maximum when both the time delay and the axial space shift are close to zero. Moreover, significant positive levels of correlation are found over an inclined, elongated region, which indicates that flow structures inside the jets remain coherent while being convected downstream. For the jet at $Re_D = 3,125$, the width of the correlation spot is larger than in the other cases, which suggests that turbulence at this low Reynolds number is characterized by larger space and time scales, in agreement with the vorticity snapshots represented in figure 8(a) at $t = t_c$. The mean convection speed u_c can be directly inferred from the inclination of the correlation spots. For the Mach 3 jet, the correlation spot at all radial locations is more inclined than the line indicating convection at a_∞ , which reveals the presence of supersonic convection speeds. This is also the case at $r = 0$ and $r = 0.5r_0$ for the jet M2Re12500.

A more quantitative view is provided in figure 16, where the time variations of convection speed are represented for the three jets, at four radial locations. For M2Re3125, in figure 16(a), a peak at $u_c = 1.5a_\infty$ is reached on the jet centerline at $t = t_s - 15r_0/u_j$. This peak results from the intrusion of vortical structures on the jet axis, just before the closure of the potential core at $t_c = t_s - 11r_0/u_j$. After this peak, the convection velocity decreases, and is subsonic for $t \geq t_s + 6r_0/u_j$. The convection velocity also decreases with increasing distance from the jet. At time t_s , it is equal to $u_c = a_\infty$ at $t = 0.5r_0$, to $0.9a_\infty$ at $r = r_0$, and to $0.8a_\infty$ at $r = 1.5r_0$. Therefore, for M2Re3125, supersonic convection speeds are limited to the near vicinity of the centerline during times of peak noise emission. The variations of convection velocity obtained for M2Re12500 and M3Re12500 in figure 16(b,c) are qualitatively similar to the ones described for M2Re3125. In particular, the centerline convection speed reaches a peak at $t_s + 2r_0/u_j$ for M2Re12500 and $t_s - 10r_0/u_j$ for M3Re12500, and decreases afterward. However, the values obtained in the jet core at $t = t_s$ are significantly higher for M2Re12500 and M3Re12500 than for M2Re3125. For M2Re12500, the peak value is equal to $1.9a_\infty$ at $r = 0$ and $0.5r_0$, which is very close to the jet velocity of $u_j = 2a_\infty$. Furthermore, convection velocities of $u_c = 1.1a_\infty$ and $u_c = a_\infty$ are also obtained at $r = 0$ and $r = 0.5r_0$ for $t_s + 24r_0/u_j = t_c + 21r_0/u_j$, which indicates that convection speeds are still supersonic

long after the potential core closure. Finally, the highest values of convection speeds are reached, as expected, for the jet M3Re12500, for which the convection velocity is of $2.7a_\infty$ on the centerline, and remains above the ambient sound speed at $r = 1.5r_0$, where $u_c = 1.2a_\infty$.

3.3.2 Cross-covariances between flow and sound fields

Cross-correlations between the flow and sound fields have proven to be an useful tool to investigate noise generation in subsonic [72] and supersonic [4, 12, 73] spatial jets, as well as in temporal subsonic jets [48, 74]. This approach is applied in the present study. To do so, the pressure fluctuations at $r_2 = 8r_0$ at time of maximum pressure level t_2 are correlated with the axial velocity fluctuations at times $t_1 \leq t_2$, at the radial location r_1 by computing the normalized cross-covariance

$$\mathcal{C}_{u'_z p'}(\delta z, t_1) = \frac{\langle p'(t_2, r_2, \theta, z) u'_z(t_1, r_1, \theta, z + \delta z) \rangle}{p_\infty u_j}. \quad (4)$$

The covariances computed at $r_1 = 0.6r_0$ are shown in figure 17 for M2Re3125 and M2Re12500. The covariances obtained for M2Re50000 and M3Re12500 are not represented since they are similar to those for M2Re12500. Significantly negative levels of covariance are observed in an inclined, elongated region of the $(\delta z, t_1)$ plane. This indicates that the acoustic waves measured at $r = 8r_0$ at time of peak pressure levels are correlated with a velocity disturbance remaining coherent in time and space while it is convected downstream. The times t_1 and spacings δz such that a linear acoustic wave located at $(r_1, z + \delta z)$ at $t = t_1$ reaches the observation point (r_2, z) at time $t = t_2$ are also plotted. In both cases, the covariance spot is close to this line, which supports the fact that these high levels result from a causality relation. For M2Re12500, the minimum of covariance is found for $t_1 \leq t_c$, while it is near the closure of the potential core for M2Re3125.

To further investigate the nature of the flow disturbances correlated with the sound field, the pressure fluctuations are correlated with the fluctuations of vorticity norm inside the jets. The covariances thus obtained, nondimensionalized by $p_\infty u_j / r_0$, are represented in figure 18. For M2Re3125 and M2Re12500, significant levels of covariance appear. More precisely, two parallel strips of negative and positive values are apparent, for an axial spacing and a time shift which are, once again, consistent with propagation at the ambient speed of sound between the two measurement points. As in figure 17, the peak covariance levels emerge before the potential core closure at $t = t_c$ for M2Re12500, but slightly after for M2Re3125. Therefore, the flow perturbations correlated with the acoustic field are vortical structures convected inside the jet flow. As previously done for the auto-correlations in figure 15, it is possible to infer a convection speed of the source from the inclination of the correlation spots in figure 17. At $t = 0.6r_0$ it yields $u_c = 0.54u_j$ for M2Re3125, $0.78u_j$ for M2Re12500, $0.82u_j$ for M2Re50000, and $0.69u_j$ for M3Re12500, which corresponds to $u_c = 1.08a_\infty$, $1.56a_\infty$, $1.64a_\infty$, and $2.07a_\infty$, respectively. These convection speeds fall within the range of the values obtained in the jet core in figure 16. As a comparison, an empirical formula for the convection velocity of the turbulent structures at the origin of Mach waves in supersonic jets has been proposed

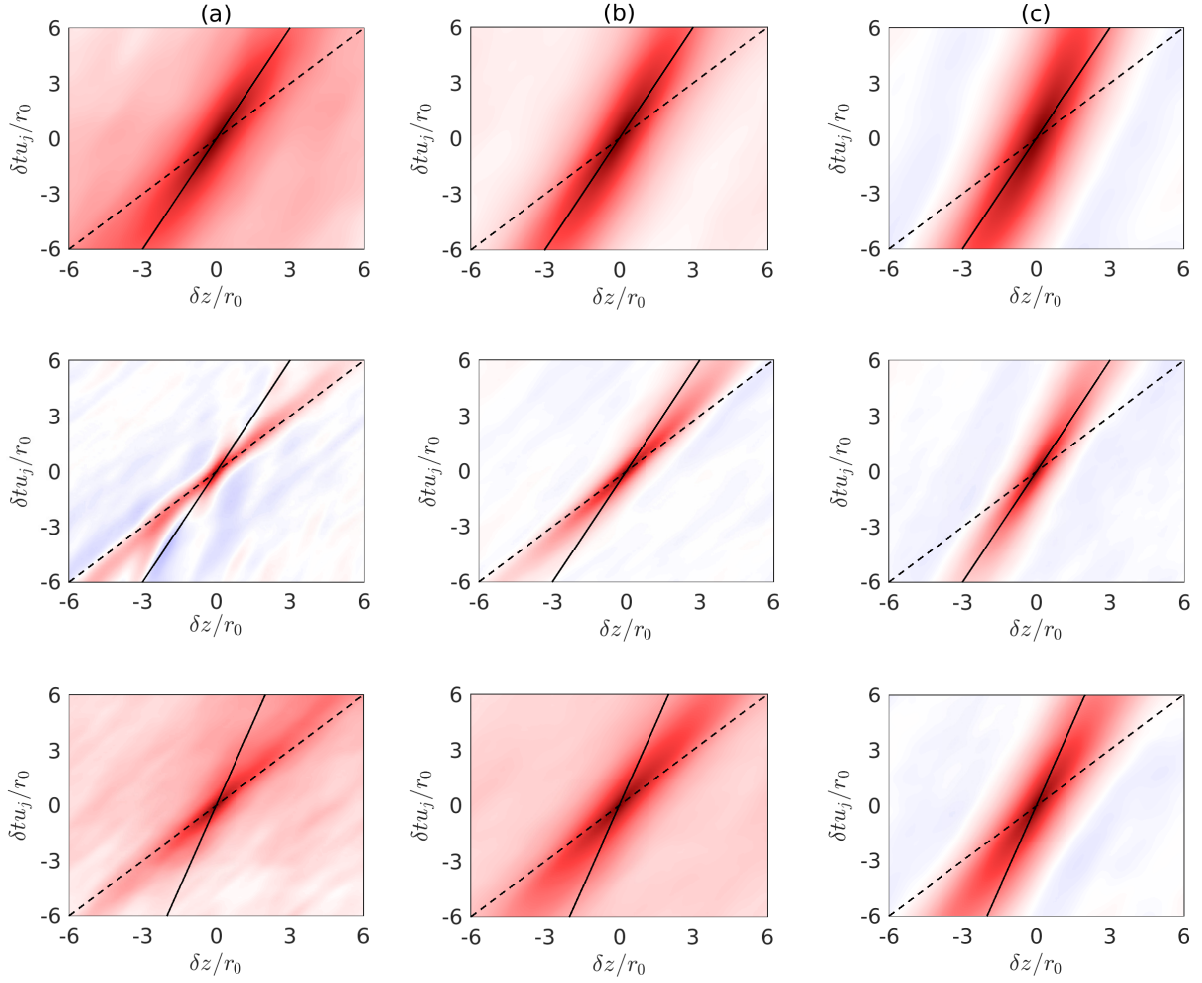


Figure 15: Space-time autocorrelations functions of the axial velocity fluctuations at $t = t_s$, at (a) $r_1 = 0$, (b) $r_1 = 0.5r_0$ and (c) $r_1 = r_0$ for M2Re3125, M2Re12500 and M3Re12500, from top to bottom; the straight lines indicate convection at $\text{---} a_\infty$ and $\text{---} u_j$. The color scale ranges from -1 to 1, from blue to red.

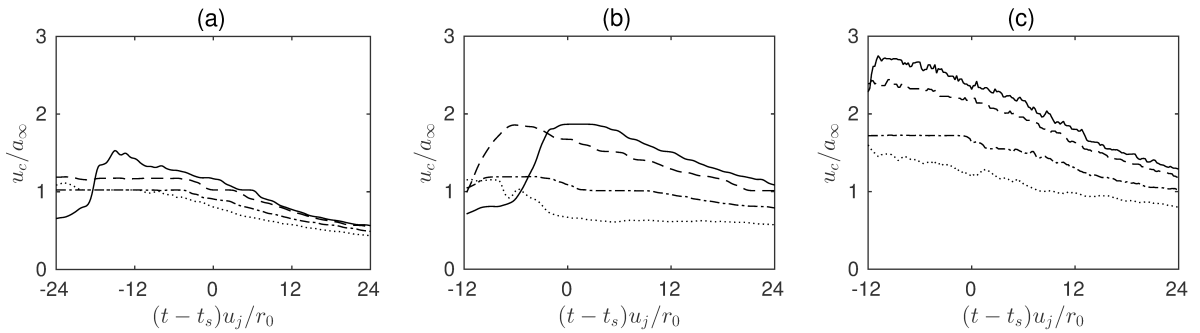


Figure 16: Time variations of convection speed u_c computed from the space-time correlations of axial velocity for (a) M2Re3125, (b) M2Re12500, and (c) M3Re12500 at $\text{---} r = 0$, $\text{---} r = 0.5r_0$, $\text{--}\cdot\text{--}\cdot\text{--} r = r_0$, $\cdots r = 1.5r_0$.

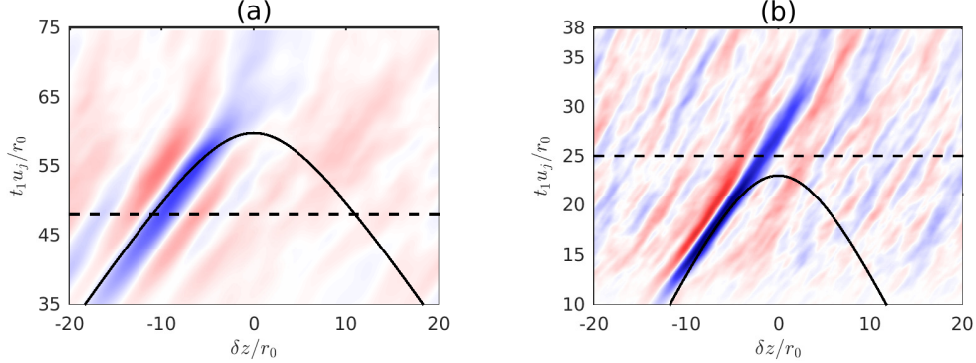


Figure 17: Space-time cross-covariances between pressure fluctuations at $r = 8r_0$ at time of maximum sound emission and axial velocity fluctuations inside the jet at $r = 0.6r_0$ for (a) M2Re3125 and (b) M2Re12500. The dashed line represents the time when the potential core closes, and the solid line indicates sound propagation at the ambient speed of sound. The covariances are normalized by $p_\infty u_j$, and the color scales range from (a) -0.001 to 0.001 and (b) from -0.0003 to 0.0003, from blue to red.

by Oertel [75]. It is written as

$$\frac{u_c}{a_\infty} = \frac{1 + M_j}{1 + a_\infty/a_j}, \quad (5)$$

and provides $u_c = 1.5a_\infty$ and $2.0a_\infty$ for isothermal jets at $M_j = 2$ and 3, respectively. Therefore, the convection speeds associated with the covariances in figure 17 are close to those predicted from equation (5) for $Re_D \geq 12,500$, but much lower for the jet at $Re_D = 3,125$.

In order to further explore the flow structures correlated with the sound field, a covariance modulus $|\mathcal{C}_{u'_z p'}|$ is defined as the maximum of the absolute value of covariance between pressure and axial velocity fluctuations. For a given position r_1 , $|\mathcal{C}_{u'_z p'}|$ is computed over all times t_1 and axial separations δz . Its variations as a function of radial position r_1 are represented in figure 19. The curves obtained for the different jets at $Re_D = 12,500$ and $Re_D = 50,000$ are very similar. The covariance modulus reaches a maximum in the inner, high-speed part of the shear layers, at $r = 0.7r_0$ for M3Re12500 and at $r = 0.8r_0$ for M2Re12500 and M2Re50000. Afterwards, $|\mathcal{C}_{u'_z p'}|$ gradually decreases with r_1 , which suggests that the flow structures that are correlated with the acoustic field are mostly located in the inner, high speed part of the jets mixing layers. For M2Re3125, the variations of $|\mathcal{C}_{u'_z p'}|$ with radial distance are different than for the other jets. In this case, the covariance modulus remains almost constant near the jet axis and decreases for $r_1 \geq 0.5r_0$. Therefore, for M2Re3125, the peak pressure fluctuations are correlated with vortical structures located near the jet centerline, which indicates that the peak of sound emission is associated with the convection of flow perturbations on the jet axis during the merging of the shear layers.

3.3.3 Statistical properties of the wavefronts

In order to examine the main properties of the shock-like structures observed in the pressure signals at times of maximum noise levels, the pressure peaks are isolated from the waveforms. In practice,

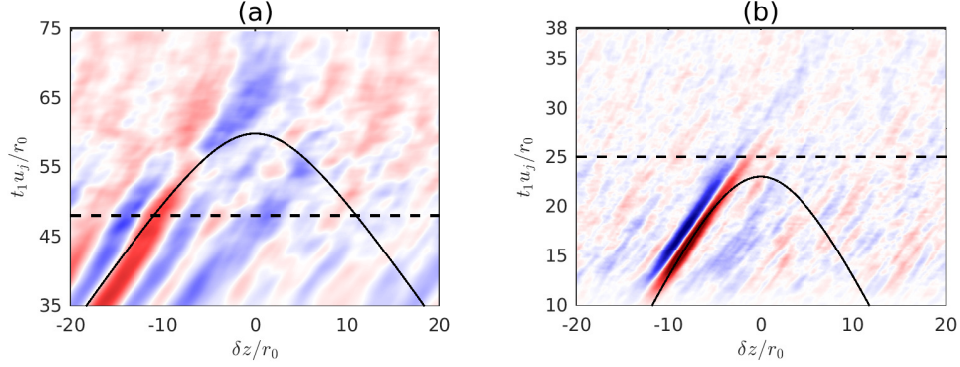


Figure 18: Space-time cross-covariances between pressure fluctuations at $r = 8r_0$ at time of maximum sound emission and vorticity norm inside the jet at $r = 0.6r_0$ for (a) M2Re3125 and (b) M2Re12500. The dashed line represents the time when the potential core closes, and the solid line indicates sound propagation at the ambient speed of sound. The covariances are normalized by $p_\infty u_j / r_0$, and the color scales range (a) from -0.002 to 0.002 and (b) from -0.005 to 0.005, from blue to red.

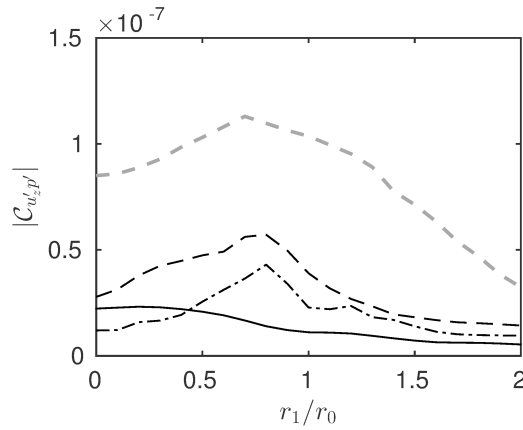


Figure 19: Radial profiles of the cross-covariance modulus $|C_{u'_z p'}|$ between pressure fluctuations at time of peak sound pressure level at $r = 8r_0$, and axial velocity fluctuations at $r = r_1$: — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000, and - - - M3Re12500.

the pressure fluctuations at $r = 8r_0$ are binned in intervals of axial length $3r_0$, and the pressure maximum is determined for each interval. Given the high volumes of data, the search for maxima is restricted to four azimuthal planes crossing the jet axis and oriented along the directions $\theta = 0^\circ$, 90° , 180° and 270° . For each extracted event, a local inclination angle α is defined as the orientation of the pressure gradient, computed in the (r, z) plane at the location of minimum dilatation. The mean wave inclination angle $\langle\alpha\rangle$, computed over all detected events, is plotted in figure 20(a) for the four jets considered. In all cases, it is found to gradually decrease with time. For M2Re12500, for instance, it is equal to 51.8° at $t_{8r_0, \text{peak}} - 5r_0/u_j$, where $t_{8r_0, \text{peak}}$ indicates the time of peak pressure levels, while $\langle\alpha\rangle = 37.4^\circ$ at $t_{8r_0, \text{peak}} + 15r_0/u_j$. At $t = t_{8r_0, \text{peak}}$, it is equal to 43.4° , 47.4° , 46.7° and 54.5° for M2Re3125, M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500, respectively. These values can be compared to the inclination angle expected for Mach waves, related to the convection speed u_c of the flow disturbances by

$$\cos \alpha = \frac{a_\infty}{u_c}, \quad (6)$$

where u_c is estimated using empirical relation (5). This formula yields $\alpha = 48.2^\circ$ and 60° for isothermal jets at $M_j = 2$ and 3 , which is close to the mean angles computed at time of peak sound emission for the two Mach numbers considered.

In order to examine the variations of individual wave inclination angles, α is plotted in figure 20(b) for all detected events as a function of the absolute value of the minimum of dilatation normalized by its standard deviation Θ_{rms} . This parameter constitutes an indicator of the steep nature of the waves, as it allows us to quantify the magnitude of the slope of the pressure rise accross a given wavefront. A large scatter of the data is observed for low values of $|\Theta_{min}|/\Theta_{rms}$, as the inclination angles range from 0° to 85° . However, the range of the values obtained for α becomes increasingly narrow when $|\Theta_{min}|/\Theta_{rms}$ raises. For high values of this parameter, the orientation angles of the waves are very close to the one given by the Mach wave angle computed from (5). Therefore, despite the important scatter in the radiation angles, the orientation angles of the steepest waves radiated by the jets are remarkably regular, and are close to the theoretical Mach wave angle. This suggests that the shock-like structures depicted in figures 11 and 12 constitute a particular case of Mach waves. The generation process of such steepened Mach waves is investigated into further details in what follows.

3.4 Conditional averaging of the generation of shocks

In order to reveal the mechanisms at the origin of the steep Mach waves depicted at times of peak noise levels, a conditional averaging procedure is applied to the flow and sound fields of the jets. This technique consists in synchronizing several flow events over a detection criteria, before performing an ensemble average such that only recurrent, generic features remain [76]. In the past, this approach has been used to educe the properties of coherent structures in various types of flow, such as shear-layers [77, 78] or boundary layers [79, 80]. When triggered by a condition related to the acoustic pressure field, conditional averages also constitute a powerful tool for the study

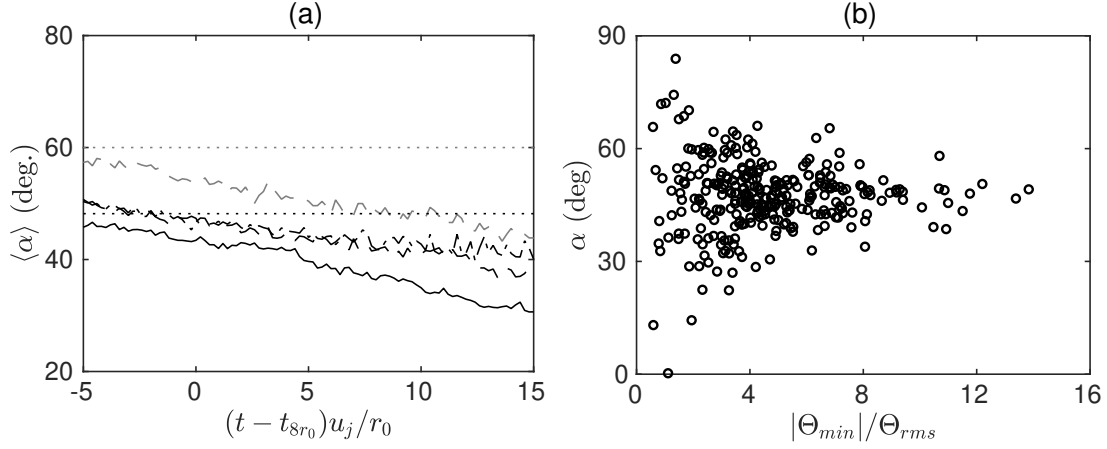


Figure 20: Representation of (a) the time variations of the mean orientation angle $\langle \alpha \rangle$ for — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000, and - - - M3Re12500, and (b) the absolute value of minimum dilatation $|\Theta_{min}|$ as a function of $\langle \alpha \rangle$ for M2Re12500. The dotted lines in (a) represent the theoretical angles computed from relations (5) and (6) for $M_j = 2$ and 3.

of sound generation mechanisms since they allow us to isolate flow events associated with noise production [48, 81, 82]. In the present study, the conditional averages are triggered by the detection of extreme maxima of pressure fluctuations at a distance $r_{\text{trig}} = 4.5r_0$ from the jet axis, in the very near acoustic field. This location have been chosen to be far enough from the flow that acoustic disturbances are dominant in the pressure field, but close enough in order to minimize the potential influence of nonlinear propagation effect on the formation of these waves. As in section 3.3.3, the acoustic pressure fluctuations are first binned in intervals of length $3r_0$ in the axial direction. For each interval, the maximum of pressure, located at $z = z_{\text{trig}}$ and $\theta = \theta_{\text{trig}}$, is the reference over which the pressure and velocity fields are synchronized and ensemble averaged. These synchronization parameters are determined at $t = t_{\text{trig}}$, when pressure levels are maximum for the triggering probe at $r = r_{\text{trig}}$. Moreover, this synchronization is also used to compute conditional averages for $t \leq t_{\text{trig}}$, with the aim to provide a chronological description of the mechanisms leading to the generation of steepened waves. In order to focus on the strongest pressure bursts radiated by the jets, only the pressure peak higher than twice the standard deviation are retained in the averages. The handling of three-dimensional arrays of data resulting from the simulations is prohibitively costly in terms of memory requirements. To circumvent this problem, the synchronization and conditional averages procedures are performed on a reconstruction of the pressure and velocity fields involving only azimuthal Fourier modes of order $n_\theta = 0$ to 4. This simplification is justified by the fact that the sound field produced by the jets is dominated by low-order azimuthal components, and that the steepened waves in the snapshots of figure 11 appear strongly correlated in the azimuthal direction.

The conditionally-averaged pressure and dilatation obtained for $r = r_{\text{trig}}$ and $t = t_{\text{trig}}$ are represented in figure 21. They are normalized by their peak values p_{max} and Θ_{max} in order to facilitate the comparison between the different cases. The shapes of the conditional pressure and dilatation are very similar for the different Reynolds and Mach numbers. The pressure in figure 21(a) is max-

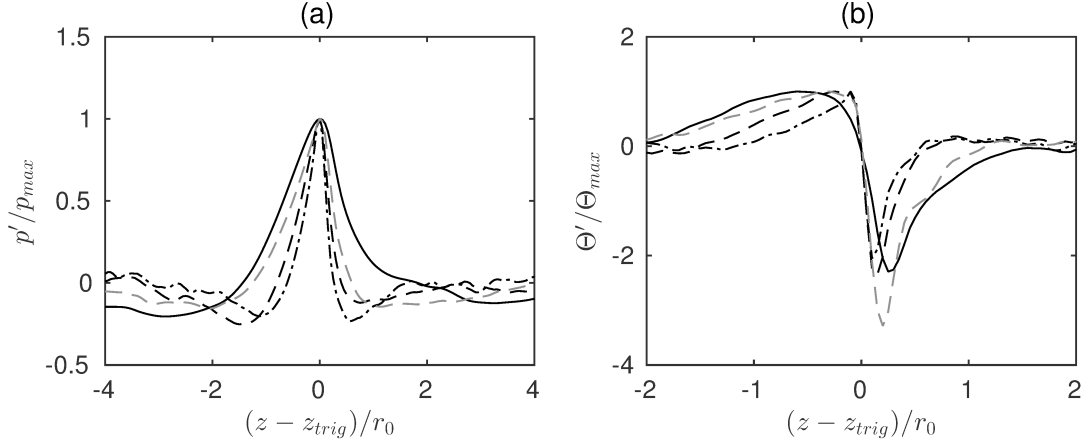


Figure 21: Axial profiles of conditionally averaged (a) pressure and (b) dilatation fluctuations at time of maximum pressure levels at $r = 4.5r_0$ for — M2Re3125, - - - M2Re12500, - · - · M2Re50000, and - - - M3Re12500.

imum for $z = z_{\text{trig}}$, as expected given the trigger condition used for synchronization. In addition, the conditional pressure fluctuations in figure 21(a) are not symmetrical about their peak, since the compression phase for $z \geq z_{\text{trig}}$ is steeper than the expansion phase for $z \leq z_{\text{trig}}$. This is more clearly visible in the dilatation signals in figure 21(b), where the absolute value of the minimum is higher than the maximum, in absolute value. More precisely, the ratio $|\Theta_{\min}|/\Theta_{\max}$ is equal to 1.9 for M2Re3125, to 2.6 for M2Re12500, to 2.2 for M2Re50000 and to 3.3 for M3Re12500. Thus, the asymmetry is more pronounced for the Mach 3 jet. Finally, the distinctive shapes of the shock-like structures depicted in the pressure fluctuations is present in the conditional pressure signals. It thus confirms the suitability of the present approach for the study of these structures. In particular, the simplified reconstruction of the pressure field, involving only five low-order azimuthal modes, appears to be sufficient to recover their most peculiar features.

Two-dimensional plane views of the conditional averaged pressure and vorticity fields are shown in figure 22 for M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500, and in figure 23 for M2Re3125. They are represented in the detection plane defined as $\theta = \theta_{\text{trig}}$. In figure 22, the conditional fields are represented at $t = t_s$, $t_s + 1.5r_0/a_\infty$, $t_s + 3r_0/a_\infty$ and $t_s + 4.5r_0/a_\infty$, where t_s is defined as $t_s = t_{\text{trig}} - r_{\text{trig}}/a_\infty$. As in section 3.3.1, the quantity r_{trig}/a_∞ is a time delay accounting for the propagation of an acoustic wave from the jet centerline at $r = 0$ to the trigger probe at $r = r_{\text{trig}}$. The time t_s is thus an approximation of the instant when the most intense pressure waves are generated inside the jets. It is equal to $t_s = 18r_0/u_j$, $11r_0/u_j$ and $62r_0/u_j$ for M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500, respectively. In figure 22, the contours of conditional fluctuations of vorticity norm are superimposed in order to visualize flow structures correlated with the trigger condition. The position of the sonic line, defined as $u_z = a_\infty$, is also plotted to highlight the upper limits of the supersonic cores. The flow and sound fields resulting from the averages are very similar for M2Re12500, M2Re50000 and M3Re12500. At $t = t_s$, a straight, inclined pressure wave emerges

from the jets, upstream of the triggering probe at $z = z_{\text{trig}}$. It consists of a positive peak surrounded by two bands of negative levels, and its shape reminds us that of wavepacket disturbances extracted from simulations of spatial supersonic jets by Sinha et al. [36], for instance. Inside the jet flow, the inner tip of this pressure disturbance is directly connected to an area of significant positive and negative levels of vorticity. These vorticity disturbances have elliptical shapes, are located below the sonic line, and their extent in the axial direction is comparable to that of the pressure wave. At $t_s + 1.5r_0/a_\infty$, the pressure wavefront identified at $t = t_s$ rises outward from the jet, and sharp pressure variations are visible at its edge. Inside the jet flow, the inner tip of the wave remains linked to the vorticity spot, which is still located in the supersonic side of the jet, but downstream from its initial position. Finally, for $t_s + 3r_0/a_\infty$ and $t_s + 4.5r_0/a_\infty$, the wave leaves the flow and propagates in the downstream direction. At these times, the wavefront revealed in the conditional averages is more inclined for M3Re12500 than for the other jets at Mach 2. This is consistent with the snapshots of pressure fluctuations in figure 11, where the inclination of the wavefronts becomes more pronounced when the Mach number is raised from 2 to 3.

The conditionally-averaged pressure and vorticity fields obtained for M2Re3125 are represented in figure 23 at six times ranging from $t_s - 3r_0/a_\infty$ to $t_s + 4.5r_0/a_\infty$. At $t = t_s - 3r_0/a_\infty$, an inclined pressure disturbance emerges from the jet core at $z - z_{\text{trig}} = -7r_0$. Inside the flow, this wave is linked to a large-scale vorticity spot located in the supersonic core of the jet, as observed in the conditional averages depicted in figure 22 for $Re_D \geq 12,500$. The axial extent of this spot, which extends from $z - z_{\text{trig}} = -9r_0$ to $z - z_{\text{trig}} = -3r_0$, is wider than those observed for the jets at higher Reynolds numbers. At subsequent times, the pressure wave moves downstream and leaves the flow at around $t_s + 4.5r_0$. From $t_s - 1.5r_0/a_\infty$ to t_s , this wave remains connected to the vorticity spot, which disappears at $t_s + 1.5r_0/a_\infty$. For this jet, the peak of sound emission is associated with the closure of the potential core, as inferred from the analysis of space-time correlations between the flow and sound fields in figure 17. In that respect, the time $t_s = t_c + 8r_0/a_\infty$ is very close to that of the core-closing time t_c . Thus, the disintegration of the vorticity spot, which occurs on the jet centerline, results from the merging of the shear layers. Also associated with the merging of the shear layers is the displacement of the sonic line, which moves toward the jet axis from $t_s + 1.5r_0/a_\infty$ to $t_s + 3r_0/a_\infty$, and eventually disappears for $t_s + 4.5r_0/a_\infty$. This evolution can be attributed to the decay of the mean centerline velocity following the potential core closure.

Therefore, the production of steepened waves in the four jets appears to be directly related to the motion of coherent structures. Indeed, in all cases, a large-scale vorticity pattern is found at the inner tip of the conditional pressure wave and remains connected to it for a significant period of time. In all cases, this vorticity pattern is located below the sonic line, in the inner, supersonic side of the jet core. For the jets at $Re_D \geq 12,500$, in figure 22, this supersonic core extends from the jet axis at $r = 0$, and up to approximately $r = r_0$. However, for the jet M2Re3125, the displacement of the sonic line indicates that the supersonic core shrinks during the wave generation process, following the merging of the shear layers. Finally, it is noteworthy that the perturbations observed in the conditional flow and sound fields have different characteristic wavelengths depending on the Mach

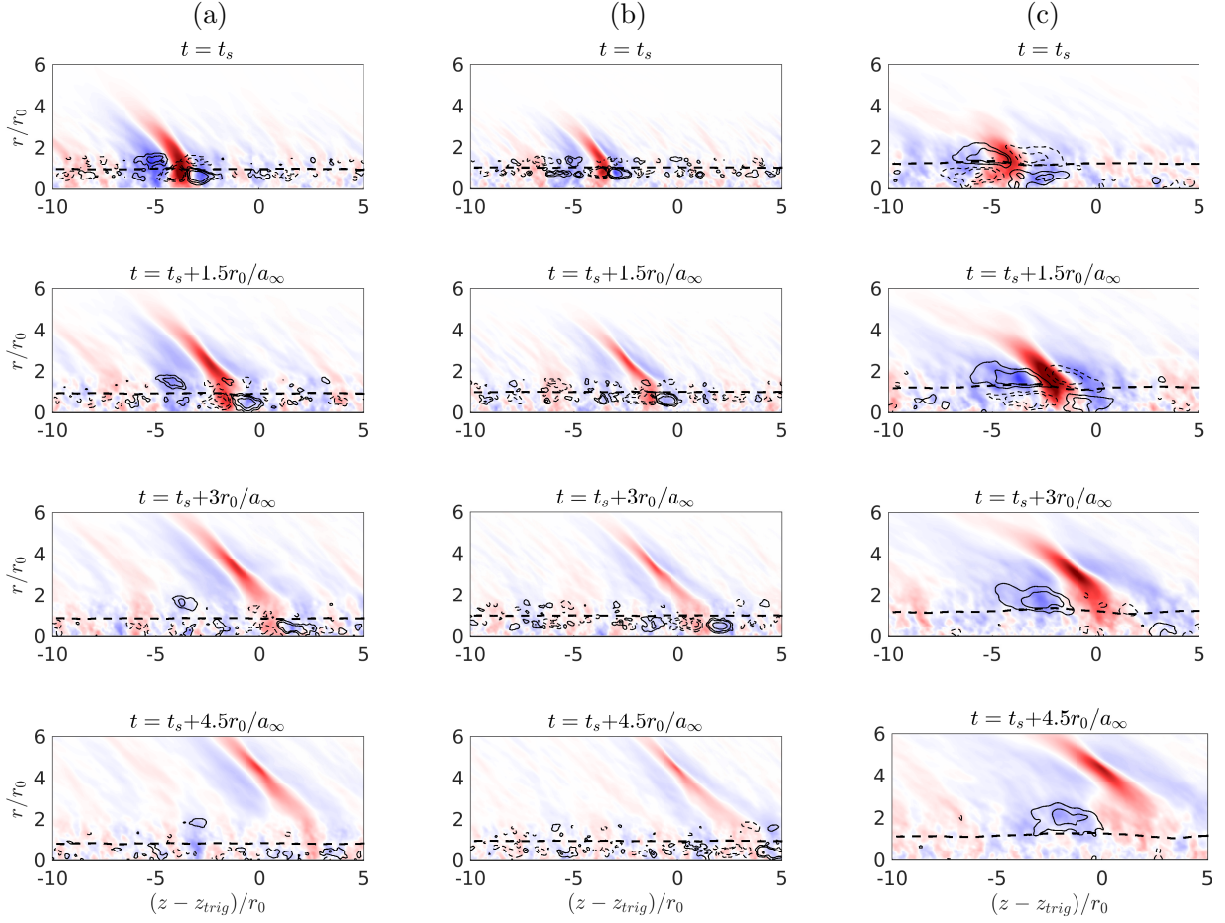


Figure 22: Time-evolution of conditionally-averaged pressure and vorticity fluctuations for (a) M2Re12500, (b) M2Re50000, and (c) M3Re12500; — contours of vorticity fluctuations corresponding to $0.12u_j/r_0$, $0.24u_j/r_0$, and $0.48u_j/r_0$, - - - contours of vorticity fluctuations corresponding to $-0.48u_j/r_0$, $-0.24u_j/r_0$, and $-0.12u_j/r_0$, and - - - sonic line. The color scales for the pressure fluctuations range (a,b) from -10,000 to 10,000, and (c) from -16,000 to 16,000, from blue to red.

and Reynolds numbers of the jets. The spatial scales observed for M2Re12500 are indeed larger than those obtained for M2Re50000, while the largest wavelengths are obtained for M2Re3125. These variations follow the same trends as those obtained in figure 10 for the peak of the wavenumbers spectra, which increases with the Reynolds number for the jets at Mach 2, and diminishes with the Mach number at $Re_D = 12,500$.

The convection velocity of the large-scale vortices in the supersonic core of the jets is estimated by tracking their axial position as a function of time. This position is defined as the point of maximum conditional vorticity in the lower, high-speed part of the jet. Its variations are represented in figure 24(a) for M2Re12500. The linear variations indicates a convection at a nearly constant speed, close to $u_c = 1.46a_\infty$. This is significantly higher than the ambient sound speed, and within the

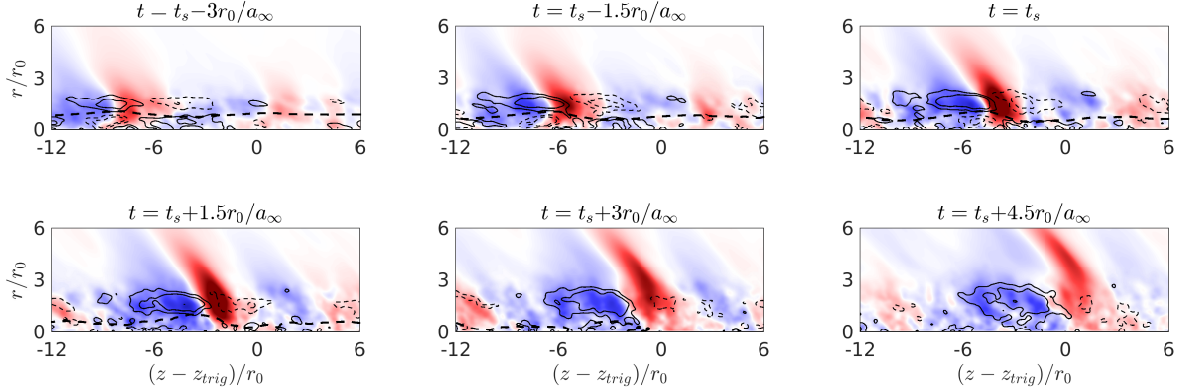


Figure 23: Time-evolution of conditionally-averaged pressure and vorticity fluctuations for M2Re3125; — contours of vorticity fluctuations corresponding to $0.10u_j/r_0$, $0.20u_j/r_0$, and $0.40u_j/r_0$, - - - contours of vorticity fluctuations corresponding to $-0.40u_j/r_0$, $-0.20u_j/r_0$ and $-0.10u_j/r_0$, and - - - sonic line. The color scales for the pressure fluctuations range from -8,000 to 8,000, from blue to red.

range of the values obtained in the jet core from space-time correlations in figure 16. It is also similar to the value $u_c = 1.56a_\infty$ calculated from the correlations between pressure and vorticity in figure 18(b), as well as to the theoretical value of $u_c = 1.5a_\infty$ given by equation (5). The axial location of peak conditional pressure, also represented in figure 24(a), is very close to the location of peak vorticity from $t_s - 3r_0/a_\infty$ to t_s . During this period, the pressure wave remains attached to the vorticity disturbance. A change of slope occurs at $t \simeq t_s + r_0/u_j$, which corresponds to the time when the wave separates from the vorticity spot and propagates away from the jet in figure 22(b). At subsequent times, the propagation angle α_M of the conditional wavefront is estimated by computing the direction of the pressure gradient at the location of minimum dilatation. Its time-variations are represented in figure 24(b). From $t_s + r_0/a_\infty$ to $t_s + 4r_0/a_\infty$, α_M does not vary significantly and its mean value is equal to 43.6° . Using the Mach wave relation (6), this propagation angle yields a convection speed of $u_c = 1.38a_\infty$, close to the value $u_c = 1.46a_\infty$ obtained by tracking the vorticity spot in figure 24(a). It strongly supports the conclusion that the steepened waves produced at time of peak pressure levels are Mach waves generated by the supersonic motion of large-scale coherent structures.

One benefit of the present conditional averages is that they provide an idealized, generic view of the coherent structures at the origin of the steep shock-like pressure waves. In figures 22 and 23, the vorticity excess visible at the inner tip of the wave is associated with a pressure deficit, and can be interpreted, following Zaman & Hussain [78], for instance, as the footprint of vortical coherent structures present in the shear layers of the jets. Upstream of this structure, a pressure excess located at the location of minimum conditional vorticity indicates a stagnation point located past the coherent vortex. Therefore, the pressure disturbance associated with a given coherent structure consists of a pressure deficit followed by a pressure excess. When such perturbation is convected

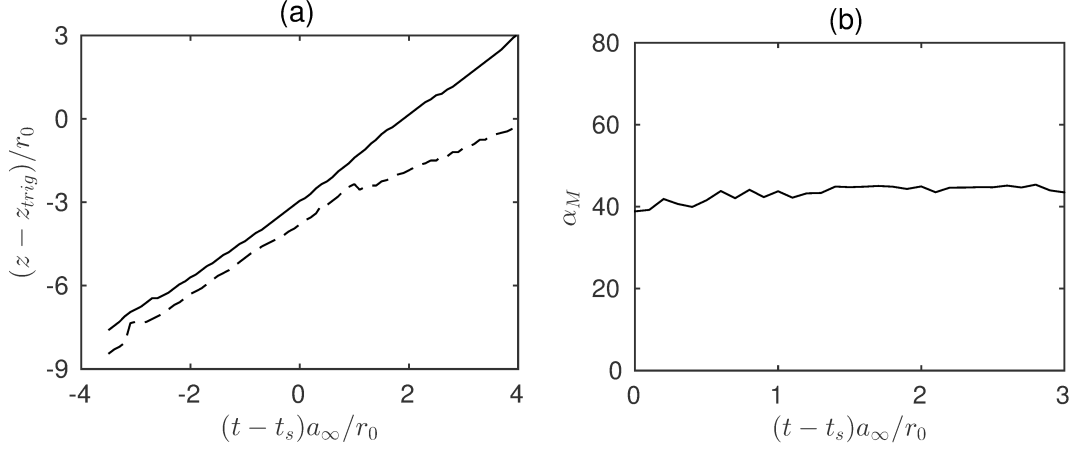


Figure 24: Time-evolution of (a) the axial position of maximum conditional — vorticity and - - pressure and (b) orientation angle of conditional pressure computed at the location of minimum dilatation for M2Re12500.

at supersonic speeds, it induces a Mach wave which propagates in the far field as sound. Following Ribner [32], this mechanism is analogous to the generation of sound by a wavy wall traveling at a supersonic speed. In most models of Mach wave radiation [31, 36], it is assumed that the relation between the flow disturbance and the Mach wave is linear, and shock formation is thus prohibited. However, this linear assumption might not hold if the flow perturbation becomes strong enough. In such a case, nonlinear effects could result in the formation of steepened waves at the source. For instance, by solving the nonlinear Euler equations for a supersonic flow over a wavy wall, Buchta [83], have observed the formation of such steepened Mach waves just above the wall.

3.4.1 Azimuthal structure of the nonlinear waves

In most models describing the generation of Mach waves in axisymmetric supersonic jets [31, 36], coherent structures are modeled as linear instability waves of the mean flow. In such approaches, flow disturbances are regarded as a superposition of normal, independent azimuthal modes. This method allows us to predict several important features of Mach wave radiation, such as the direction of peak noise emission, or the shapes of the far field spectra near the peak frequency [36, 37]. In figure 21, the steepened character of the waveforms is recovered in conditional averages of the pressure and dilatation fields involving only azimuthal modes of order n_θ ranging from 0 to 4. However, the question remains whether this aspect of the pressure waves can be recovered independently for each azimuthal mode. To examine this, conditional averages are computed by synchronizing each azimuthal component about its individual pressure peak. The trigger condition used for these conditional averages, which depends on the azimuthal mode, is different from the one used to obtain the averages in figures 21, which involves all modes from order $n_\theta = 0$ to 4.

Two-dimensional views of the conditional pressure and vorticity fields obtained at $t = t_s$ are represented in figure 25 for M2Re12500. They look similar to those of figure 22(a) and share, in

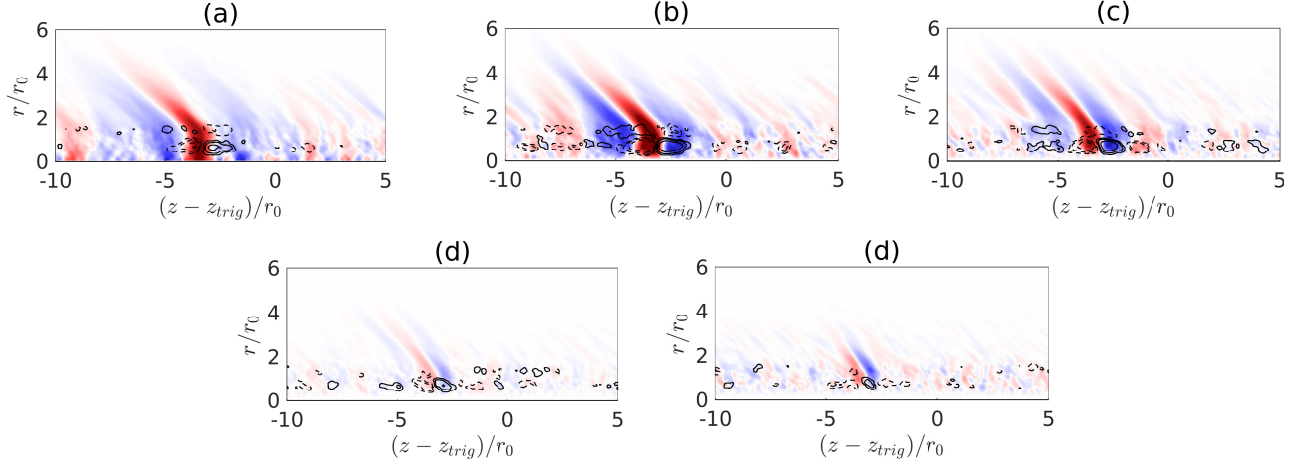


Figure 25: Conditional pressure and vorticity fields at $t = t_s$ triggered on the pressure maxima of the azimuthal modes (a) $n_\theta = 0$, (b) $n = 1$, (c) $n = 2$, (d) $n = 3$, and (e) $n = 4$ for M2Re12500; — contours of vorticity fluctuations corresponding to $0.06u_j/r_0$, $0.12u_j/r_0$, and $0.24u_j/r_0$, and - - - contours of vorticity fluctuations corresponding to $-0.24u_j/r_0$, $-0.12u_j/r_0$, and $-0.06u_j/r_0$. The color scale for the pressure fluctuations ranges from -3,000 to 3,000 Pa, from blue to red.

particular, the same wavepacket structure. The wavelength associated with the wavepacket is greater for the axisymmetric mode but decreases for higher mode numbers. Inside the flow, a vorticity spot very similar to that found in figure 22(a) is also apparent for each azimuthal component in the inner, high-speed side of the jets, which suggests the presence of Mach waves for each of the azimuthal components considered. The pressure waves and the associated vorticity disturbances appear to be supported by the same azimuthal mode number, which is consistent with the well accepted view that Mach wave radiation is essentially a linear phenomenon [31, 36, 37]. It can also be noted that the pressure variations at the edges of the wavefronts have a smoother aspect than those in figure 22(a), for which sharp variations are obtained.

To further investigate this, the conditional pressure and dilatation fields for the modes n_θ from 0 to 4 are represented in figure 26 at $r = r_{\text{trig}}$ and $t = t_{\text{trig}}$ for M2Re12500. In figure 26(a), the pressure waveforms obtained for each mode are symmetric about their peak value at $z = z_{\text{trig}}$. This is in contrast with the results obtained in figure 21(a), where asymmetric, steepened waveforms appear in the averages. This disagreement is confirmed by the profiles of conditional dilatation in figure 26(b), for which the peak value is close to the minimum, since $|\Theta_{\min}|/\Theta_{\max}$ is equal to 1.7, 1.4, 1.0, 1.1 and 0.9 for the modes $n_\theta = 0, 1, 2, 3$, and 4. As a result, the steepened nature of the pressure field is present when the trigger condition is based on several azimuthal components, but is not when each mode is synchronized about its own, individual pressure peak. This discrepancy warrants further investigation, since it could provide some insight on the generation mechanisms at the origin of steep shock-like structures as those observed in figure 12.

In this prospect, the contributions of each azimuthal mode of the conditional pressure depicted in figure 21(a) at $r = r_{\text{trig}}$ and $t = t_{\text{trig}}$ are represented in figure 27(a). For all modes, the slope

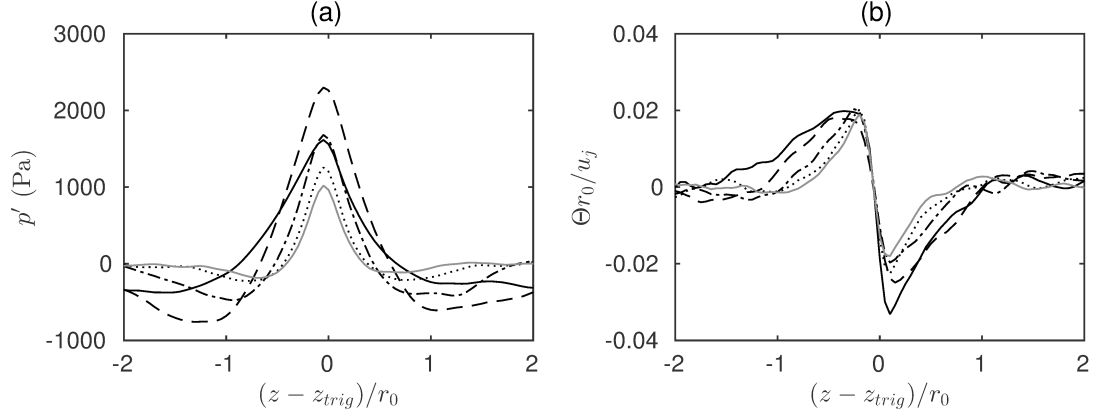


Figure 26: Conditional (a) pressure and (b) dilatation fields at $r = r_{\text{trig}}$ and $t = t_{\text{trig}}$ triggered on the pressure maxima of the azimuthal modes — $n_\theta = 0$, - - $n_\theta = 1$, - · - $n_\theta = 2$, ····· $n_\theta = 3$, and — $n_\theta = 4$ for M2Re12500.

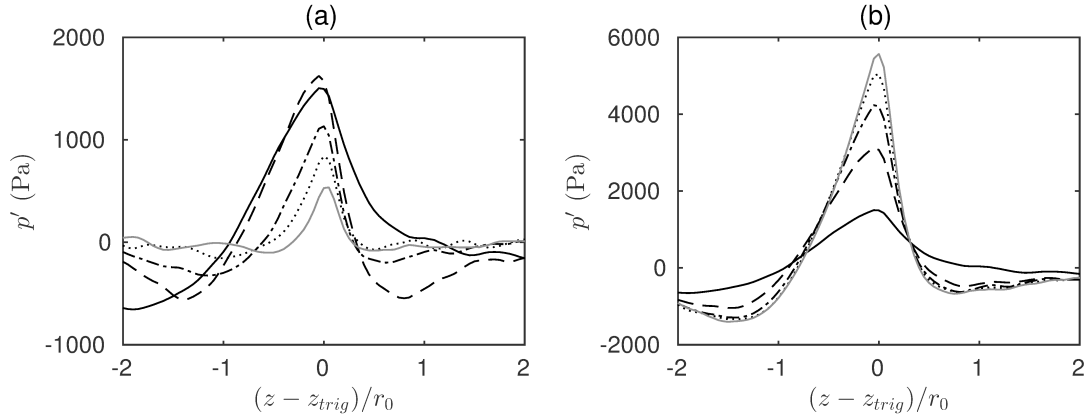


Figure 27: Azimuthal decomposition of the conditional pressure for M2Re12500 at $r = r_{\text{trig}}$ and $t = t_{\text{trig}}$; (a) contributions of the modes of order n_θ and (b) summation up to the mode of order n_θ , with — $n_\theta = 0$, - - $n_\theta = 1$, - · - $n_\theta = 2$, ····· $n_\theta = 3$, — $n_\theta = 4$

associated with the pressure rise, for $z \geq z_{trig}$, is steeper than that associated with the pressure decay for $z \leq z_{trig}$. Therefore, compared to the conditional pressure represented in figure 26(a), the change of trigger condition induces an asymmetry of the conditional waveforms. Moreover, unlike in figure 26(a), where the pressure peaks are found at $z = z_{trig}$, the pressure maxima of each components in figure 27(a) occur for different axial positions, for $z - z_{trig} = -0.05r_0, 0.0, 0.0, 0.0$, and $0.05r_0$ for $n_\theta = 0, 1, 2, 3$ and 4 , respectively. When these components are summed, as in figure 27(b), the resulting pressure wave is steeper and steeper as more and more modes are added, and the sharp waveform depicted in figure 21(a) is finally recovered when $n_\theta = 4$.

To further illustrate this process, the pressure fluctuations at $r = r_{trig}$ and $t = t_{trig}$ are represented in figure 28(a). It is centered around a steep shock-like structure typical of the ones investigated in the present study. This structure consists of a steep compression phase, during which the pressure rises from 250 Pa at $z = 221.8r_0$ to its peak value of 10,000 Pa at $z = 221.6r_0$, and followed by a gradual expansion. Also plotted in figure 28(a) are the contributions of each azimuthal modes n_θ from 0 to 4. As expected, the amplitudes of the individual components are much lower than that of the full signal. For all modes, a local minimum is observed at around $z = 221.8r_0$, close to the foot of the shock. Slightly upstream of this minimum, a local maximum is found at $221.4r_0, 221.4r_0, 221.6r_0, 221.7r_0$, and $221.6r_0$ for $n_\theta = 0, 1, 2, 3$, and 4 , respectively. Consequently, the peaks of individual azimuthal pressure components are located close to that of the full signal, but at a location that varies depending on the mode number n_θ . The steep variations associated with the shock are not found in any of the azimuthal modes. However, when the azimuthal components are summed, as in figure 28(b), the structure of the shock is progressively unveiled, and the reconstructed waveform becomes closer to the full signal as more and more azimuthal modes are added. Finally, when the first five modes are summed, the shape of the shock is clearly recovered. These results indicate that the steep shock structures radiated by the jets are not inherent to one azimuthal mode in particular. Rather, they arise from the superposition of various, smooth, azimuthal components whose peak values are located at different positions.

The present results illustrate the nonlinear character of the generation process of the steep Mach waves observed in figure 11 and depicted in the conditional averages. Indeed, the obtention in figure 26(a) and 27(a) of sharp or smooth waveforms, depending on whether the conditional averages are synchronized over one or several azimuthal modes, indicates some degree of synergy between the variations of the different azimuthal components of the conditional pressure. Such a synergy is in contrast with the usual standpoint that Mach waves in supersonic axisymmetric jets can be viewed as a linear superposition of independent azimuthal modes. This highlights the role of nonlinearities in the formation process of these waves and suggests, in particular, that they are associated with a nonlinear phase-coupling between different azimuthal modes. Such a phase coupling in the near pressure field could result from flow events occurring inside the jet, and associated with some nonlinear aspect of the motion of coherent structures. It could also be the result of nonlinear propagation effects occurring near the source such as the wave merging phenomenon described by Buchta & Freund [23] in the near acoustic field of supersonic plane mixing layers. However, further investigation are needed

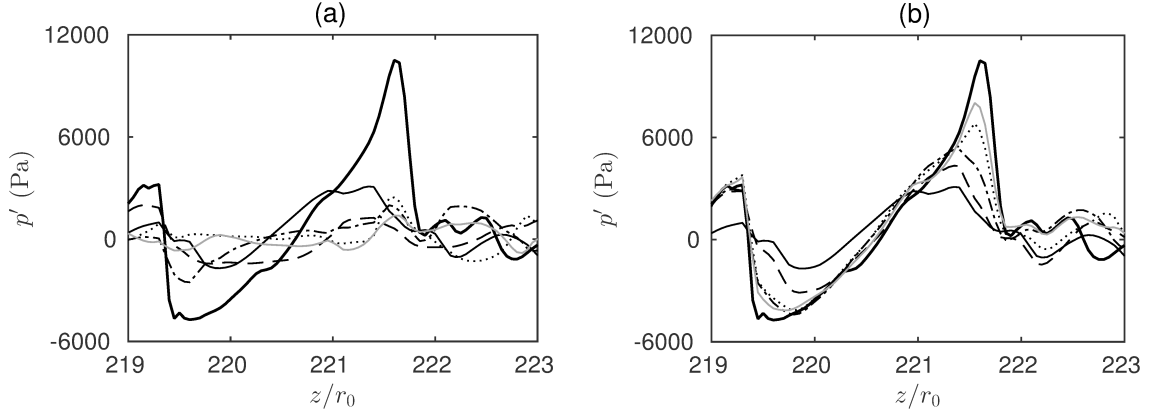


Figure 28: Azimuthal decomposition of the pressure fluctuations for M2Re12500 at $r = 4.5r_0$ and at time of maximum pressure levels; (a) contributions of the modes of order n_θ and (b) summation up to the mode of order n_θ , with — $n_\theta = 0$, - - - $n_\theta = 1$, - · - · $n_\theta = 2$, ····· $n_\theta = 3$, — $n_\theta = 4$, and — full signal.

in order to describe the precise mechanisms at the origin of this coupling.

4 Conclusion

In the present paper, the generation of sound by supersonic axisymmetric shear flows is investigated by performing Direct and Large-Eddy simulations of temporal round jets at low and moderate Reynolds numbers. Three jets at a Mach number of 2 and at diameter-based Reynolds numbers of 3,125, 12,500 and 50,000 are simulated, as well as one Mach 3 jet at a Reynolds number of 12,500. The initial static temperature inside the jet core is equal to the ambient, and the shear layers of the jets are in a weakly disturbed state. In all cases, a clear peak of sound emission occurs at a simulation time that varies depending on the Mach and Reynolds numbers. As expected, the pressure levels are highest for the Mach 3 jet, and a wider range of frequencies are present in the sound field when the Reynolds number is raised from 3,125 to 50,000. Despite these differences, the sound fields generated by the jets exhibit very similar features. In all cases, straight, elongated wavefronts are generated from the jet flow at time of peak pressure levels and propagate in the downstream direction. At the edges of these wavefronts, sharp variations are visible and indicate the presence of steep shock-like structures similar to those in the sound fields of spatial supersonic jets with crackle. The presence of these waves leads to significant values of the skewness factor of the pressure and dilatation fields that are found in the immediate vicinity of the flow. This corroborates previous conclusions that such steepened waves are produced, at least to a certain extent, by a source mechanism located inside the jet flow. The generation process of these waves is then investigated using different approaches. First, cross-correlations between the flow and sound fields are computed. They indicate that the pressure fluctuations at time of peak pressure levels are correlated with vortical disturbances located in the inner, supersonic core of the jet, persisting over significant time and space scales. These high

levels of correlations, associated with the occurrence of supersonic convection speeds inside the jet core, indicate that a significant portion of the sound field consists of Mach waves, as in spatial supersonic jets at similar Mach numbers. In a second part, the generation process of the strongest, steepened waves is investigated separately by performing conditional averages that are triggered by the detection of intense pressure maxima in the very near acoustic fields of the jets. It is shown that the steepened waves are generated by the supersonic motion of coherent structures inside the flow, and that they constitute a particular, nonlinear case of Mach wave radiation. To explore the origin of these waves, the azimuthal structure of the conditional pressure field is investigated. It is shown that the steep nature of the conditional averages is recovered when azimuthal pressures component are synchronized with the peak value of the reconstructed field, but not when they are synchronized with their individual peaks. This suggests that the generation of these shock-like structures is associated with nonlinear interactions between the different azimuthal pressure components. However, further studies are needed in order to determine the precise phenomenon responsible for such a coupling. Moreover, additional investigation are necessary in order to assess the importance of this source mechanism for the generation of crackle noise in more realistic spatially-developing supersonic jets. In particular, studying the nonlinear propagation of these waves in the far field could increase our understanding of the respective importances of source mechanism and propagation effects for the generation of crackle noise.

Acknowledgement

This work was granted access to the HPC resources of FLMSN (Fédération Lyonnaise de Modélisation et Sciences Numériques), partner of EQUIPEX EQUIP@MESO, and of the resources of IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique) under the allocation 2017-2a0204 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif). It was performed within the framework of the Labex CeLyA of Université de Lyon, operated by the French National Research Agency (Grant No. ANR-10-LABX-0060/ANR-11-IDEX-0007).

References

- [1] D. K. McLaughlin, G. L. Morisson, and T. R. Troutt. Experiments on the instability waves in a supersonic jet and their acoustic radiation. *Journal of Fluid Mechanics*, 69(1):73–95, 1975.
- [2] T. R. Troutt and D. K. McLaughlin. Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 116:123–156, 1982.
- [3] C. K. W. Tam. Supersonic jet noise. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 27(1):17–43, 1995.
- [4] J. Panda and R. G. Seasholtz. Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 450:97–130, 2002.
- [5] J.M. Seiner, B.J. Ponton, M. K. Jansen, and N.T. Lagen. The effects of temperature on supersonic jet noise emission. *In 14th DGLR/AIAA aeroacoustics conference*, 1:295–307, 1992.
- [6] J. E. Ffowcs Williams, J. Simson, and V. J. Virchis. 'crackle': an annoying component of jet noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 71:251–271, 1975.
- [7] J. Laufer, R. Schlinker, and R.E. Kaplan. Experiments on supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 14(4), April 1976.

-
- [8] A. Krothapalli, L. Venkatakrishnan, and L. Lourenco. Crackle: A dominant component of supersonic jet mixing noise. *AIAA paper* 2000-2024, 2000.
- [9] W. Baars and C. E. Tinney. Shock-structures in the acoustic field of a Mach 3 jet with crackle. *Journal of Sound and Vibration*, 333:2539–2553, 2014.
- [10] C. L. Morfey and G. P. Howell. Nonlinear propagation of aircraft noise in the atmosphere. *AIAA Journal*, 19(8):986–992, 1980.
- [11] D. G. Crighton and Bashforth S. Nonlinear propagation of broadband jet noise. *AIAA paper* 1980-1039, 1980.
- [12] N. de Cacqueray and C. Bogey. Noise of an overexpanded Mach 3.3 jet: non-linear propagation effects and correlations with flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 13(7-8):607–632, 2014.
- [13] K. L. Gee, V. W. Sparrow, A. Atchley, and T. B. Gabrielson. On the perception of crackle in high-amplitude jet noise. *AIAA Journal*, 45(3):593–598, 2007.
- [14] B. O. Reichman, K. L. Gee, T. B. Neilsen, S. H. Swift, A. T. Wall, H. L. Gallagher, J. M. Downing, and M. M. James. Acoustic shock formation in noise propagation during ground run-up operations of military aircraft. *AIAA Paper* 2017-4043, 2017.
- [15] J. A. Gallagher and D. K. McLaughlin. Experiments on the non linear propagation from low and moderate Reynolds number supersonic jets. *AIAA paper* 1981-2041, 1981.
- [16] B. Petitjean and McLaughlin D.K. Experiments on the nonlinear propagation of noise from supersonic jets. *AIAA paper* 2003-3127, 2003.
- [17] B. Petitjean, K. Viswanathan, and McLaughlin D.K. Acoustic pressure waveforms measured in high speed jet noise experiencing nonlinear propagation. *International Journal of Aeroacoustics*, 5(2):193–215, 2006.
- [18] W. Baars, C. E. Tinney, and M. F. Hamilton. On cumulative nonlinear acoustic waveform distortions from high-speed jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 749:331–366, 2014.
- [19] W. Baars, C. E. Tinney, and M. F. Hamilton. Piecewise-spreading regime model for calculating effective Gol’dberg numbers for supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 54(9):2833–2841, 2016.
- [20] M. V. Lowson and J. B. Ollerhead. Visualization of noise from cold supersonic jets. *JASA*, 44(2):624–630, 1968.
- [21] D. Papamoschou. Evidence of shocklets in a counterflow supersonic shear layer. *Physics of Fluids*, 7:233–235, 1995.
- [22] T. Rossmann, M.G. Mungal, and T.K. Hanson. Evolution and growth of large-scale structures in high compressibility mixing layers. *Journal of Turbulence*, 9(3):1–16, 2001.
- [23] D. A. Buchta and J. B. Freund. The near-field pressure radiated by planar high-speed free-shear-flow turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 832:383–408, 2017.
- [24] R. Fiévet, C. E. Tinney, W. J. Baars, and M. F. Hamilton. Coalescence in the sound field of a laboratory-scale supersonic jet. *AIAA Journal*, 54(1):254–265, January 2016.
- [25] J. W. Nichols, S. K. Lele, and J. T. Spyropoulos. The source of crackle noise in heated supersonic jets. *AIAA paper* 2013-2197, 2013.
- [26] J. W. Nichols, S. K. Lele, F. E. Ham, S. Martens, and J. T. Spyropoulos. Crackle noise in heated supersonic jets. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 135(5):051202, 2013.
- [27] N. E. Murray and G. W. Lyons. On the convection velocity of source events related to supersonic jet crackle. *Journal of Fluid Mechanics*, 793:477–503, 2016.
- [28] C. K. W. Tam. On the noise of a nearly ideally expanded supersonic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 51(1):69–95, 1972.
- [29] C. K. W. Tam and P.J. Morris. The radiation of sound by the instability waves of a compressible plane turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(2):349–381, 1980.
- [30] C. K. W. Tam and D. E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 1. Two-dimensional mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:249–271, 1984.
- [31] C. K. W. Tam and D. E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. Axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:273–295, 1984.

- [32] H. S. Ribner. Eddy mach wave noise from a simplified model of a supersonic mixing layer. Technical Report UTIAS Technical note No. 146, 1969.
- [33] A. K. M. F. Hussain. Coherent structures : reality and myth. *Physics of Fluids*, 26:2816–2850, 1983.
- [34] P. Jordan and T. Colonius. Wave packets and turbulent jet noise. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45:173–195, 2013.
- [35] C. K. W. Tam, P. Chen, and J. M. Seiner. Relationship between instability waves and noise from high-speed jets. *AIAA Journal*, 30(7):1747–1752, July 1992.
- [36] A. Sinha, D. Rodriguez, G. Brès, and T. Colonius. Wavepacket models for supersonic jet noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 742:71–95, 2014.
- [37] K. Mohseni, T. Colonius, and J. B. Freund. An evaluation of linear instability waves as sources of sound in a supersonic turbulent jet. *Physics of Fluids*, 14:787–795, 2000.
- [38] N. D. Sandham and W. C. Reynolds. Three-dimensional simulations of large eddies in the compressible mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 224:133–158, March 1991.
- [39] P. Comte, M. Lesieur, and E. Lamballais. Large- and small-scale stirring of vorticity and a passive scalar in a 3-d temporal mixing layer. *Physics of Fluids*, 4:2761–2778, 1992.
- [40] M. M. Rogers and R. D. Moser. Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer. *Physics of Fluids*, 6(2):903–923, 1994.
- [41] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. Large-eddy simulation of the turbulent mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 339:357–390, 1997.
- [42] J. B. Freund, S. K. Lele, and P. Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 1. Turbulence and growth rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 421:229–267, 2000.
- [43] J. B. Freund, S. K. Lele, and P. Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 2. Mixing of a passive scalar. *Journal of Fluid Mechanics*, 421:269–292, 2000.
- [44] C. Pantano and S. Sarkar. A study of compressibility effects in the high-speed turbulent shear layer using direct simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 451:329–371, 2002.
- [45] V. Fortune, E. Lambalais, and Y. Gervais. Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer. Part 1. Direct computation and prediction using compressible dns. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 18:61–81, 2004.
- [46] R. R. Kleinman and J. B. Freund. The sound form mixing layers simulated with different ranges of turbulence scales. *Physics of Fluids*, 20(101503):1–12, 2008.
- [47] D. Terakado, T. Nonomura, A. Oyama, and K. Fujii. Mach number dependence on sound sources in high Mach number turbulent mixing layers. AIAA paper 2016-3015, 2016.
- [48] C. Bogey. Direct numerical simulation of a temporally-developing subsonic round jet and its sound field. AIAA Paper 2017-3209, 2017.
- [49] C. Bogey. On the noise generated by the potential-core closing of temporally-developing subsonic jets. AIAA Paper 2017-3851, 2017.
- [50] C. Bogey and P. Pineau. Flow and sound fields of low-reynolds-number temporal jets at mach numbers from 0.3 to 2. AIAA Paper 2018-3615, 2018.
- [51] J. L. Stromberg, D. K. McLaughlin, and T. R. Truitt. Flow field and acoustic properties of mach number 0.9 jet at a low reynolds number. *Journal of Sound and Vibrations*, 72(2):159–176, 1980.
- [52] C. Bogey and C. Bailly. Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using Large Eddy Simulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(1):23–40, Feb 2006.
- [53] J. B. Freund, S. K. Lele, and P. Moin. Numerical simulations of a Mach 1.92 turbulent jet and its sound field. *AIAA Journal*, 38(11):2023–2031, November 2000.
- [54] K. B. M. Q. Zaman. Effect of initial condition on subsonic jet noise. *AIAA Journal*, 23(9):1370–1373, 1985.
- [55] C. Bogey, C. Bailly, and C. Juvé. Noise investigation of a high subsonic, moderate Reynolds number jet using a compressible les. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 16(4):273–297, 2003.

-
- [56] C. Berland, C. Bogey, O. Marsden, and Bailly C. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *Journal of Computational Physics*, 224:637–662, 2007.
 - [57] N. de Cacqueray, C. Bogey, and C. Bailly. Investigation of a high-mach-number overexpanded jet using Large-Eddy Simulation. *AIAA Journal*, 49(10):2171–2182, Oct 2011.
 - [58] R. Gojon and C. Bogey. Numerical study of the flow and the near acoustic fields of an underexpanded round free jet generating two screech tones. *International Journal of Aeroacoustics*, 16(7-8):603–625, 2017.
 - [59] C. Bogey and C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computation. *Journal of Computational Physics*, 194(1):194–214, 2004.
 - [60] K. Mohseni and Colonius. Numerical treatment of polar coordinate singularities. *Journal of Computational Physics*, 157(10):3593–3600, 2002.
 - [61] C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. Finite differences for coarse azimuthal discretization and for reduction of effective resolution near origin of cylindrical flow equations. *Journal of Computational Physics*, 230:1134–1146, 2011.
 - [62] C. K. W. Tam and Z. Dong. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *Journal of Computational Acoustics*, 4(2):175–201, 1996.
 - [63] C. Bogey, N. de Cacqueray, and C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations. *Journal of Computational Physics*, 228:1447–1465, 2009.
 - [64] J. C. Lau, P. J. Morris, and M. J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter. *Journal of Fluid Mechanics*, 93(1):1–27, 1979.
 - [65] C. Bogey and C. Bailly. Influence of nozzle-exit boundary-layer conditions on the flow and acoustic fields of initially laminar jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 663:507–538, 2010.
 - [66] M. Kearney-Fischer, J. H. Kim, and M. Samimy. A study of Mach wave radiation using active control. *Journal of Fluid Mechanics*, 681:261–292, 2011.
 - [67] K. L. Gee, S. H. Swift, V. W. Sparrow, K. J. Plotkin, and M. J. Downing. On the potential limitations of conventional sound metrics in quantifying perception of nonlinearly propagated noise. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(1):EL1–EL7, 2007.
 - [68] S. A. McInerny. Launch vehicle acoustics part 2: statistics of the time domain data. *Journal of Aircraft*, 33(3):518–523, 1977.
 - [69] S. Lee, S. K. Lele, and P. Moin. Eddy shocklets in decaying compressible turbulence. *Physics of Fluids*, 657(3):657–664, 1991.
 - [70] S. Sarkar, G. Erlebacher, and M. Y. Hussaini. Direct simulation of compressible turbulence in a shear flow. *Physics of Fluids*, 2(5-6):291–305, 1991.
 - [71] P. Mora, N. Heeb, J. Kastner, E. J. Gutmark, and K. Kailasanath. Impact of heat on the pressure skewness and kurtosis in supersonic jets. *AIAA Journal*, 52(4), 2014.
 - [72] C. Bogey and C. Bailly. An analysis of the correlations between the turbulent flow and the sound pressure fields of subsonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 583:71–97, 2007.
 - [73] D. Papamoschou, P. J. Morris, and D. K. McLaughlin. Beamformed flow-acoustic correlations in a supersonic jet. *AIAA Journal*, 48(10), October 2010.
 - [74] C. Bogey and R. Gojon. Feedback loop and upwind-propagating waves in ideally expanded supersonic impinging round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 823:562–591, 2017.
 - [75] H. Oertel. Coherent structures producing mach waves inside and outside of the supersonic jet. *ISL-Report CO 218/82*, 1982.
 - [76] R. A. Antonia. Conditional sampling in turbulence measurement. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 13(131):131–156, 1981.
 - [77] J. C. Lau and M. J. Fisher. The vortex-street structure of turbulent jets. Part 1. *Journal of Fluid Mechanics*, 67(2):299–337, 1975.
 - [78] K. B. M. Q. Zaman and A. K. M. F. Hussain. Natural large-scale structures in the axisymmetric mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:325–351, 1984.

- [79] R. F. Blackwelder and R. E. Kaplan. On the wall structure of the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 76(1):89–112, 1976.
- [80] C. S. Subramanian, S. Rajagopalan, R. A. Antonia, and A. J. Chambers. Comparison of conditional sampling and averaging techniques in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 123:335–362, 1982.
- [81] P. Pineau and C. Bogey. Study of the generation of shock waves by high-speed jets using conditional averaging. *AIAA 2018-3305*, 2018.
- [82] B. Mercier, T. Castelain, and C. Bailly. Experimental investigation of the turbulent density - far field sound correlations in compressible jets. *Accepted in International Journal of Aeroacoustics*, 2018.
- [83] D. A. Buchta. *Crackle noise from high-speed free-shear-flow turbulence*. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2016.

4 Influence de la température sur le rayonnement d'ondes non linéaires dans des jets temporels supersoniques

Dans ce chapitre, des simulations de jets ronds temporels chauds et isothermes sont effectuées dans le but d'étudier l'influence de la température sur les mécanismes de production de bruit dans les jets supersoniques. En particulier, l'effet de la température sur le rayonnement d'ondes non linéaires telles que celles décrites au chapitre 3 est analysé de manière approfondie. Pour cela, cinq jets chauds et isothermes, dont les rapports de température statique vont de 1 à 4, sont considérés. Le nombre de Mach acoustique $M_a = u_j/a_\infty$ de ces jets varie entre 2 et 4, et leur nombre de Reynolds est de 12500. Parmi les simulations mises en œuvre, trois calculs de jets chauds et isothermes à un nombre de Mach acoustique de 2.0 et à des rapports de température statique de 1, 2 et 4 sont réalisés afin d'étudier l'influence d'une augmentation de la température à vitesse constante. Par ailleurs, deux jets chauds aux mêmes rapports de température statique et à un nombre de Mach $M_j = u_j/a_j$ de 2 sont aussi étudiés afin de caractériser l'influence de la température en gardant cette fois le nombre de Mach constant. Dans chacun des cas, l'évolution temporelle des propriétés aérodynamiques des jets est présentée et le champ acoustique rayonné décrit à l'aide de spectres en nombre d'onde et de statistiques d'ordre élevé. L'influence de la température sur la vitesse de convection des structures turbulentes, et donc sur le rayonnement d'ondes de Mach, est alors caractérisé par le calcul de l'autocorrélation des fluctuations de vitesse axiale. Enfin, la production d'ondes non linéaires est examinée séparément par le calcul de moyennes conditionnelles synchronisées autour des pics de pression intenses dans le champ proche acoustique des jets.

4.1 Description des simulations

4.1.1 Paramètres des jets

Cinq simulations de jets temporels supersoniques chauds et isothermes sont considérées. Les paramètres les plus importants intervenant dans la définition de leurs conditions initiales sont donnés dans le tableau 4.1. Parmi ces jets, trois ont un nombre de Mach acoustique $M_a = u_j/a_\infty$ fixé à 2, où u_j est la vitesse du jet et a_∞ désigne la vitesse du son dans le milieu ambiant. Dans ces simulations, le rapport de température statique, défini par T_j/T_∞ où T_j est la température du jet

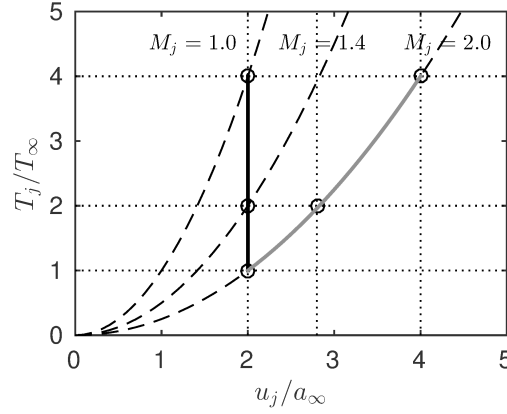


FIGURE 4.1 – Représentation $\circ$ des conditions initiales et $- - -$ des lignes de niveau de M_j associées aux valeurs 1, 1.4 et 2. Les traits continus relient les conditions initiales des jets à $M_a = 2$ et $M_j = 2$.

et $T_\infty = 293\text{K}$ est celle du milieu ambiant, vaut 1, 2 et 4. Ces jets sont nommés respectivement M20T1, M14T2 et M10T4 dans la suite de ce chapitre. Ces simulations à nombre de Mach acoustique constant permettent d'étudier l'impact de la température sur les sources de bruit pour une vitesse donnée. Cela permet de s'affranchir des effets dus à la vitesse du jet, dont l'influence sur les niveaux de bruit est forte. C'est notamment l'approche retenue dans les références [28, 179, 181] pour étudier les effets de la température sur le bruit produit par des jets subsoniques et supersoniques. Les conditions initiales des simulations à $M_a = 2$ sont représentées sur la figure 4.1, où elles sont symbolisées par trois points alignés le long d'un segment vertical, tracé en noir dans le plan $(u_j/a_\infty, T_j/T_\infty)$. Sur cette figure, il convient de remarquer que le nombre de Mach $M_j = u_j/a_j$, où a_j désigne la vitesse du son dans le jet, varie avec la température. Plus précisément, M_j est égal à 2, 1.4 et 1 pour M20T1, M14T2 et M10T4.

Certaines caractéristiques des jets supersoniques dépendent fortement du nombre de Mach M_j . C'est notamment le cas de la longueur du cône potentiel [91], du taux de croissance des couches de mélange [55, 91], ou encore de plusieurs propriétés des ondes d'instabilités [112, 120]. Dans le cadre de l'étude du bruit produit par les jets rapides, il peut donc être intéressant d'étudier l'influence de la température à nombre de Mach M_j constant. Cette approche revient à faire varier la vitesse du jet, et donc le nombre de Mach acoustique M_a , comme dans les études de Seiner et al. [156] et de Krothapalli et al. [89], par exemple. Afin de caractériser l'influence d'une augmentation de la température à M_j constant, deux jets chauds supplémentaires sont simulés à $M_j = 2$ et à des rapports de température statique de 2 et 4. Ces jets sont nommés M20T2 et M20T4 et leurs propriétés sont comparées à celles du jet isotherme M20T1 pour lequel $M_j = M_a = 2$. Les conditions initiales de ces jets sont également montrées sur la figure 4.1, où elles se trouvent sur la ligne de niveaux correspondant à $M_j = 2$, tracée en gris. Les nombres de Mach acoustique des jets M20T1, M20T2 et M20T4 sont respectivement de 2, 2.8 et 4. L'augmentation de 1 à 4 du rapport de température statique T_j/T_∞ s'accompagne donc d'un accroissement important de la vitesse du jet.

Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre des jets, noté Re_D , est défini par $Re_D = u_j D / \nu_j$, avec $D = 2r_0$ le diamètre initial du jet, et ν_j la viscosité cinématique sur l'axe. Il est fixé à

Jet	T_j/T_∞	M_a	M_j	Re_D	δ_θ/r_0	$u'_z(t=0)/u_j$	$t_f u_j/r_0$	n_{run}
M20T1	1	2	2	12500	0.018	0.01	70	4
M14T2	2	2	1.4	12500	0.018	0.01	60	3
M10T4	4	2	1	12500	0.018	0.01	60	3
M20T2	2	2.8	2	12500	0.018	0.01	100	3
M20T4	4	4	2	12500	0.018	0.01	100	3

TABLE 4.1 – Paramètres du jet isotherme M20T1 et des jets chauds simulés à $M_a = 2$ et $M_j = 2$.

12500 dans chacune des simulations, ce qui signifie en particulier que le jet isotherme M20T1 est identique au jet M2Re12500 étudié au chapitre 3. Puisque les jets diffèrent par leurs températures statiques, la viscosité cinématique varie. Cette dernière est calculée à partir de la température statique T_j du jet à partir de la loi de Sutherland

$$\nu_j = \nu_0 \left(\frac{T_j}{T_0} \right)^{5/2} \frac{T_0 + S}{T_j + S}, \quad (4.1)$$

avec $\nu_0 = 1.345 \times 10^{-5}$ m²/s, $T_0 = 273$ K, et $S = 111$ K. À $t = 0$, le champ de vitesse est initialisé par le profil en tangente hyperbolique représenté sur la figure 4.2(a). Comme au chapitre 3, l'épaisseur de quantité de mouvement δ_θ des couches de mélange de ce profil est fixée à partir du nombre de Reynolds Re_D d'après la relation $\delta_\theta/r_0 = 2/\sqrt{Re_D}$ [197], obtenue pour des jets subsoniques initialement laminaires. Les profils initiaux de température sont quant à eux déterminés à partir de la relation de Crocco-Busemann

$$\frac{T}{T_j} = \frac{T_\infty}{T_j} - \left(\frac{T_\infty}{T_j} - 1 \right) \frac{u_z}{u_j} + \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{u_j}{a_j} \right)^2 \frac{u_z}{u_j} \left(1 - \frac{u_z}{u_j} \right), \quad (4.2)$$

et sont représentés sur la figure 4.2(b) pour M20T1, M14T2 et M10T4. Dans le cas des deux jets chauds, la température est constante et égale à T_j à l'intérieur du jet, et décroît vers T_∞ pour $r \geq r_0$. Pour le jet isotherme, une légère élévation de la température est visible autour de $r = r_0$ et traduit l'échauffement dans les couches de mélange résultant des effets de compressibilité. Finalement, afin de favoriser la transition des jets d'un état laminaire à un état turbulent, des perturbations de faible amplitude sont ajoutées au milieu des couches de mélange à $t = 0$. Comme au chapitre 3, ces perturbations consistent en des anneaux tourbillonnaires dont le mode azimutal, la phase et l'amplitude sont fixés de façon aléatoire. L'ajout de ces perturbations conduit à un taux de turbulence initial égal à 2% de la vitesse du jet, ce qui signifie que les couches de mélange sont très faiblement perturbées à $t = 0$.

4.1.2 Méthodes numériques

Les simulations présentées dans ce chapitre sont des simulations des grandes échelles (LES). Elles sont réalisées en résolvant les équations de Navier-Stokes instationnaires et compressibles en coordonnées cylindriques, à l'aide de méthodes numériques d'ordre élevé présentant un faible caractère dispersif et dissipatif. En pratique, le même code de calcul que celui mis en œuvre pour réaliser les simulations du chapitre 3 est utilisé. Les dérivées spatiales sont évaluées à

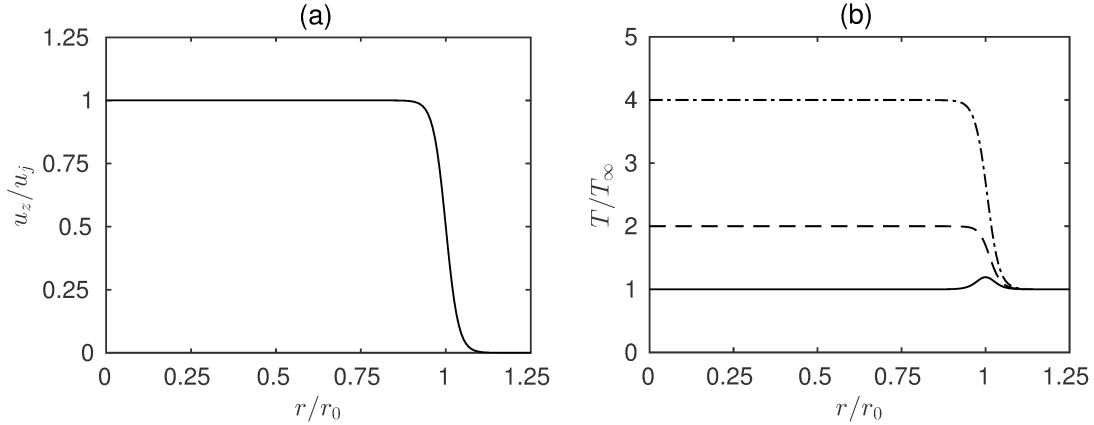


FIGURE 4.2 – Profils initiaux (a) de la vitesse axiale et (b) de la température statique pour les jets temporels à $M_a = 2$ et — $T_j/T_\infty = 1$, - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - $T_j/T_\infty = 4$.

l'aide d'un schéma d'ordre 4 sur 11 points [16], dont les coefficients sont choisis de manière à minimiser l'erreur de dispersion. L'intégration temporelle est réalisée à l'aide d'un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 2 à 6 sous-étapes [16], également optimisé dans l'espace des nombres d'ondes. À la fin de chaque itération, un filtre standard d'ordre 12 est appliqué aux champs calculés. L'application de ce filtre permet de supprimer les oscillations maille-à-maille, mais aussi d'assurer la dissipation de l'énergie cinétique turbulente au niveau de la fréquence de coupure du maillage, et sert donc également de modèle de sous-maille. Par ailleurs, un filtrage adaptatif d'ordre 2 sur 4 points est également appliqué dans le but d'atténuer les oscillations de Gibbs qui se forment au niveau des chocs [21]. L'utilisation de coordonnées cylindriques pour la résolution des équations de Navier-Stokes conduit à la présence d'une discontinuité au niveau de l'axe. Ce problème est contourné en utilisant la méthode proposée par Mohseni & Colonius [113]. Le premier point de discrétisation est ainsi placé en $r = \Delta r/2$, avec Δr le pas de discrétisation spatiale radiale au niveau de l'axe. Par ailleurs, les dérivées au voisinage de l'axe sont évaluées en utilisant moins de points que ne le permet le maillage, ce qui permet de relâcher la contrainte sur le pas de temps résultant du très faible espacement azimutal $\Delta r \Delta \theta/2$ en $r = \Delta r/2$. De cette façon, le nombre de points effectif utilisé pour la discrétisation azimutale passe progressivement de 16 en $r = \Delta r/2$, à $n_\theta = 256$ dès que $r \geq 0.25r_0$. Finalement, les conditions aux limites de rayonnement de Tam & Dong [171] sont appliquées à la limite radiale du domaine de calcul, tandis que des conditions de périodicité sont imposées aux frontières axiales pour permettre le développement temporel des jets.

4.1.3 Mise en œuvre des simulations

Les simulations sont réalisées en utilisant le même maillage que celui utilisé pour les calculs du chapitre 3. Ce maillage s'étend sur une distance égale à $240r_0$ dans la direction axiale, et jusqu'à $13r_0$ dans la direction radiale. Il comprend $n_r = 382$, $n_\theta = 256$, et $n_z = 9600$ points dans les directions radiale, azimutale et axiale, ce qui conduit à un nombre de points total légèrement inférieur à 940 millions. Les variations des pas de discrétisation radial Δr , azimutal $r\Delta\theta$, et axial Δz dans la direction radiale sont reproduites sur la figure 4.3. Le pas de discrétisation axial Δz est constant et égal à $\Delta z = 0.025r_0$, tandis que le pas de discrétisation radial Δr évolue avec

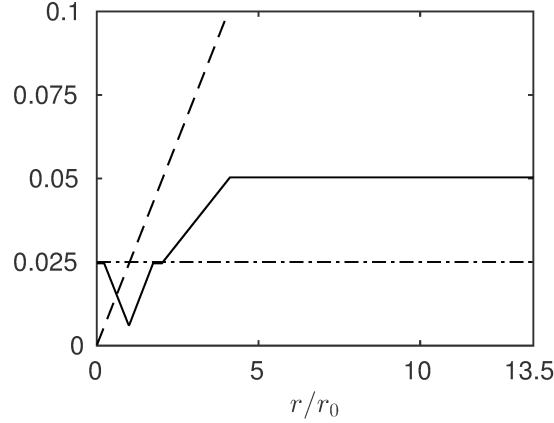


FIGURE 4.3 – Profils radiaux des pas de discrétisation axial, azimutal et radial ; — $\Delta r/r_0$, - - - $r\Delta\theta/r_0$ and - · - · $\Delta z/r_0$.

la position radiale. Il est tel que $\Delta r = \Delta z$ au niveau de l'axe du jet, et diminue avec r pour atteindre un minimum de $\Delta r = 0.0063r_0$ en $r = r_0$. Au delà, il augmente progressivement, et atteint une valeur maximale de $\Delta r = 0.05r_0$ pour $r = 4r_0$. Il demeure alors constant et égal à cette valeur pour $r \geq 4r_0$. Dans cette zone où le champ de pression est dominé par les perturbations acoustiques, la discrétisation employée conduit à un nombre de Strouhal $St = fD/u_j$ de 5 pour une onde discrétisée en utilisant 4 points par longueur d'onde. Les simulations sont effectuées jusqu'à un temps de simulation final égal à $t_f = 70r_0/u_j$ pour M20T1, $60r_0/u_j$ pour M14T2 et M10T4, et $100r_0/u_j$ pour M20T2 et M20T4. Cela conduit dans chaque cas à la réalisation d'environ 10000 itérations temporelles, ce qui nécessite approximativement 10000 heures CPU. Enfin, dans chacun des cas, plusieurs calculs sont mis en œuvre en faisant varier l'excitation initiale des jets, ce qui permet d'améliorer la convergence des résultats statistiques. Tel que montré dans la table 4.1, le nombre n_{run} de calculs réalisés est de 4 pour le jet isotherme M20T1, et de 3 pour les jets chauds.

4.2 Résultats

4.2.1 Développement des jets

4.2.1.1 Représentations instantanées

Des champs de vorticité et de température statique obtenus pour le jet chaud M20T2 sont montrés sur la figure 4.4 à quatre instants compris entre $t = 10r_0/u_j$ et $40r_0/u_j$.   $t = 10r_0/u_j$, le jet temporel est constitué d'un cœur irrotationnel entouré de fines couches de mélange visibles sur la figure 4.4(a). Ces couches de mélange sont le si ge de forts gradients de vitesse, matérialisés par d'importants niveaux de vorticité en $r = r_0$. En outre, de faibles fluctuations de vorticité sont visibles en leur sein, et indiquent la présence d'ondes d'instabilité. Au même instant, le champ de température sur la figure 4.4(a') apparaît très uniforme dans le jet. L'interface avec le milieu ambiant est légèrement perturb e, ce qui peut aussi être interprété comme la trace des ondes d'instabilité.   $t = 20r_0/u_j$, sur la figure 4.4(b), les couches de mélanges sont plus épaisses que précédemment. Des petites échelles de turbulence peuvent y être distingu es, ce qui indique une

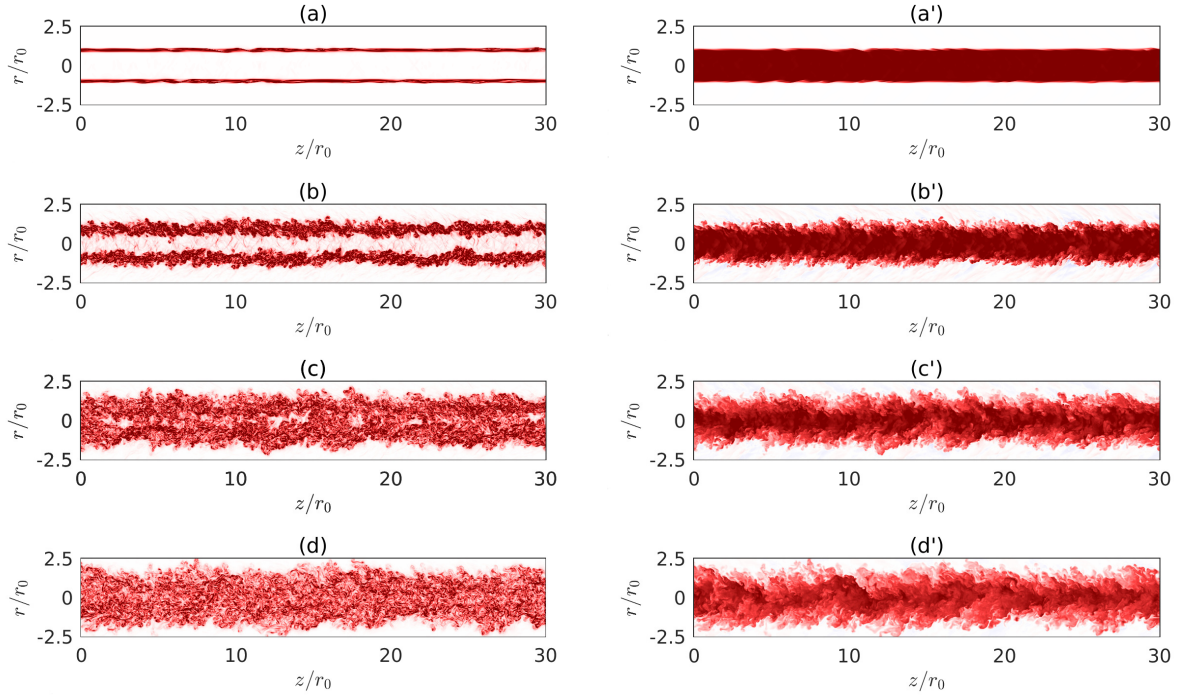


FIGURE 4.4 – Représentations instantanées du module de la vorticité (à gauche) et de la température statique (à droite) pour le jet M20T2 aux instants (a,a') $t = 10r_0/u_j$, (b,b') $20r_0/u_j$, (c,c') $30r_0/u_j$, et (d,d') $40r_0/u_j$. L'échelle de couleur va jusqu'à $4u_j/r_0$ pour la vorticité, et de T_∞ à $T_j = 2T_\infty$ pour la température, du blanc au rouge.

transition d'un état laminaire à un état turbulent. Ce caractère turbulent est également visible sur le champ de température représenté sur la figure 4.4(b'), où des variations sont présentes à la frontière entre le milieu ambiant et le cœur potentiel du jet. À $t = 30r_0/u_j$, sur la figure 4.4(c), les couches de mélange se rejoignent sur l'axe, et elles fusionnent à $t = 40r_0/u_j$ sur la figure 4.4(d). Cette fusion conduit alors à une diminution de la température au cœur du jet, visible sur les figures 4.4(c') et 4.4(d'), et qui est causée par le mélange entre le gaz chaud présent dans le jet et le gaz froid du milieu ambiant.

4.2.1.2 Grandeurs moyennes

L'évolution temporelle de la vitesse moyenne sur l'axe est représentée sur la figure 4.5 pour les cinq jets considérés. Dans chaque cas, elle demeure constante et égale à sa valeur initiale u_j tant que l'écoulement au centre du jet est irrotationnel. Elle décroît ensuite rapidement en raison de l'entraînement de gaz à basse vitesse lorsque le jet se mélange avec le milieu ambiant après la fermeture du cœur potentiel. Le temps t_c de fermeture du cœur potentiel est défini comme l'instant où la vitesse moyenne $\langle u_{z,axis} \rangle$ sur l'axe est telle que $\langle u_{z,axis} \rangle = 0.95u_j$. Pour les jets à $Ma = 2$, sur la figure 4.5(a), ce temps diminue de manière significative lorsque la température augmente. Il est en effet égal à $t_c = 25.3r_0/u_j$ pour M20T1, $20.2r_0/u_j$ pour M14T2, et $17.0r_0/u_j$ pour M10T4. Cette diminution est causée à la fois par l'augmentation de la température qui favorise le mélange entre le jet et le milieu ambiant [91], mais aussi par la réduction du nombre de Mach M_j , qui passe de 2 pour M20T1 à 1 pour M10T4. En effet, des simulations numériques

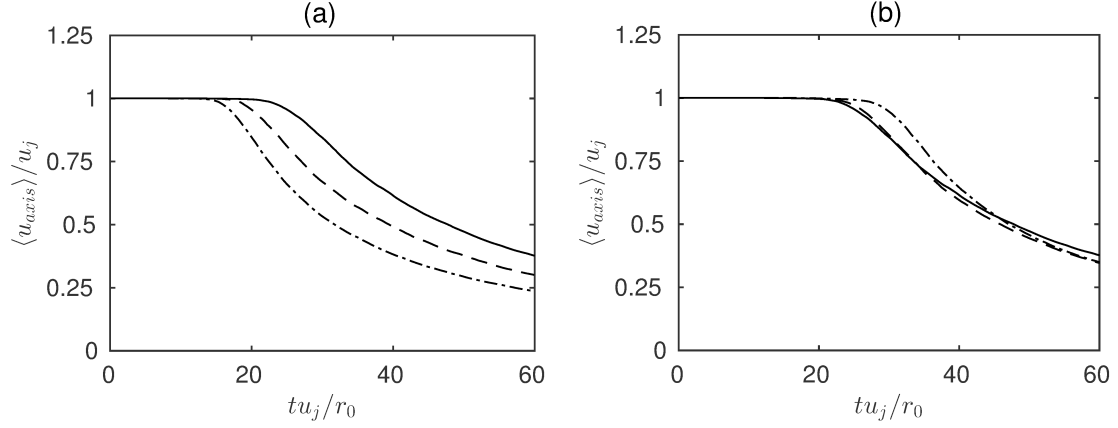


FIGURE 4.5 – Évolution temporelle de la vitesse axiale moyenne pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

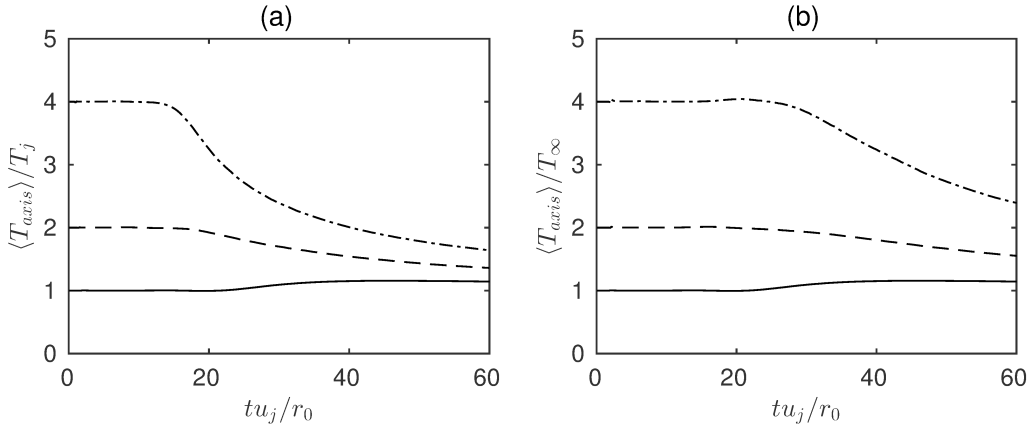


FIGURE 4.6 – Évolution temporelle de la température statique moyenne sur l'axe pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

de jets temporels [27] ont permis de montrer que le temps de fermeture du cœur potentiel diminue avec le nombre de Mach. Les variations de t_c sont moins marquées pour les jets à $M_j = 2$, représentés sur la figure 4.5(b). Pour ces jets, la fin du cœur potentiel a lieu à un temps $t_c = 25.3r_0/u_j$ pour M20T1, $26.2r_0/u_j$ pour M20T2 et $29.8r_0/u_j$ pour M20T4, qui augmente ainsi avec la température. La température statique moyenne des jets $\langle T_{axis} \rangle$ en $r = 0$, représentée sur la figure 4.6, reste constante et égale à T_j aux instants antérieurs au temps t_c de fermeture du cœur potentiel. Pour $t \geq t_c$, la température des jets chauds diminue en raison du mélange entre l'air chaud présent au sein du jet et l'air froid du milieu ambiant. À l'inverse, une légère augmentation est constatée dans le cas isotherme. Elle est causée par la diminution de la vitesse moyenne axiale qui conduit, à température totale constante, à un échauffement du jet.

La valeur maximale des fluctuations de vitesse axiale dans le jet est tracée en fonction du temps sur la figure 4.7. Dans chaque cas, le taux de turbulence augmente rapidement dans un premier temps, jusqu'à atteindre un pic marqué. Ce pic, dont la valeur est comprise entre $0.21u_j$ et $0.23u_j$, est atteint à $t = 13.4r_0/u_j$, $7.2r_0/u_j$ et $5.9r_0/u_j$ pour M20T1, M14T2 et M10T4, et à $t = 14.7r_0/u_j$, et $t = 18.3r_0/u_j$ pour M20T2, et M20T4. La présence de tels pics est la conséquence d'appariements de structures tourbillonnaires lors de la transition des couches de

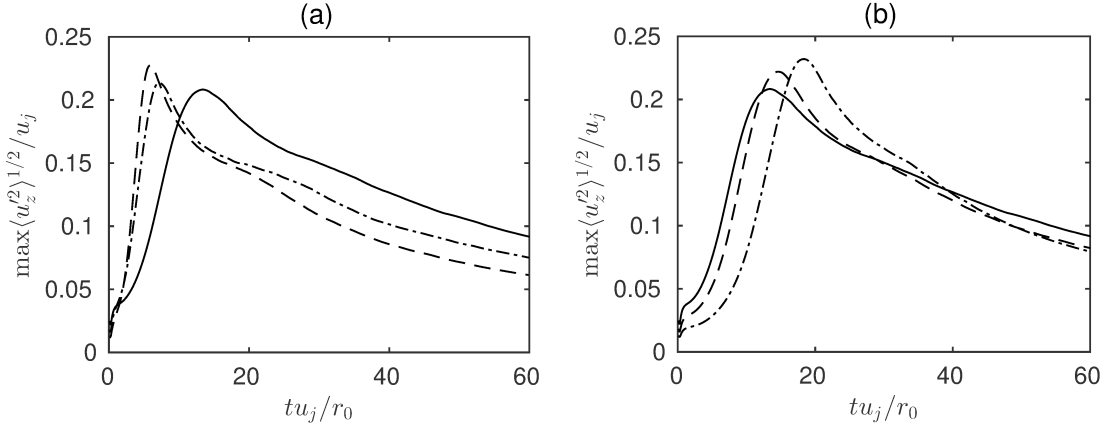


FIGURE 4.7 – Évolution temporelle des taux de turbulence $\langle u_z'^2 \rangle^{1/2}/u_j$ maximaux dans les jets (a) à $M_a = 2$ et (b) à $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

mélange d'un état laminaire à un état turbulent [26]. Pour les jets à $M_a = 2$, le pic de fluctuations de vitesse a lieu d'autant plus tôt que la température est élevée, ce qui indique que la transition des jets à un état turbulent a lieu de plus en plus rapidement. À l'inverse, lorsque $M_j = 2$, l'augmentation de la température conduit à un accroissement du temps de taux de turbulence maximal, correspondant à un allongement de la phase laminaire initiale.

L'évolution temporelle de l'épaisseur de quantité de mouvement normalisée δ_θ/r_0 est représentée sur la figure 4.8. Elle est initialement égale à $0.02r_0$ et croît lentement tant que les couches de mélange sont dans un état laminaire. Un fort accroissement est ensuite constaté au moment du pic de fluctuations de vitesse mis en évidence sur la figure 4.7. Cet accroissement est causé par la transition des couches de mélange d'un état laminaire à un état turbulent qui facilite la croissance des jets. Le taux de croissance maximum normalisé $(d\delta_\theta/dt)/u_j$ est alors respectivement de 0.015, 0.023 et 0.034 pour M20T1, M14T2 et M10T4, et de 0.020 et 0.022 pour M20T2 et M20T4. Par conséquent, la croissance des jets est d'autant plus rapide que le jet est chaud, en accord avec les mesures expérimentales de Lau et al. [91], réalisées dans des jets ronds subsoniques et supersoniques. Par ailleurs, l'influence de la température apparaît plus marquée sur la figure 4.8(a) dans le cas des jets à vitesse constante, que sur la figure 4.8(b) pour les jets à un nombre de Mach de 2. Lorsque $M_a = 2$, l'augmentation de la température s'accompagne en effet d'une diminution du nombre de Mach M_j , qui passe de 2 pour M20T1 à 1 pour M10T4. Or, comme montré par Freund et al. [55], par exemple, la croissance des couches de mélange est d'autant plus rapide que le nombre de Mach M_j est faible. Finalement, pour des temps supérieur à $30r_0/u_j$, soit après la fusion des couches de mélange, l'épaisseur de quantité de mouvement continue d'augmenter, mais à un rythme plus modéré qu'avant la fermeture du cœur potentiel.

4.2.1.3 Spectres en nombres d'onde des fluctuations de vitesse

Dans le but de caractériser l'influence de la température sur les propriétés turbulentes de l'écoulement, les spectres des fluctuations de vitesse à l'instant de fermeture du cœur potentiel sont représentés sur la figure 4.9 en fonction du nombre d'onde axial. Ces spectres, normalisés par la vitesse d'éjection u_j , ont une allure similaire. En particulier, ils sont plats pour $k_z r_0 \leq 1$ et leurs niveaux diminuent pour $k_z r_0 \geq 1$. Notamment, pour les nombres d'onde tels que $1 \leq k_z r_0 \leq 10$, la

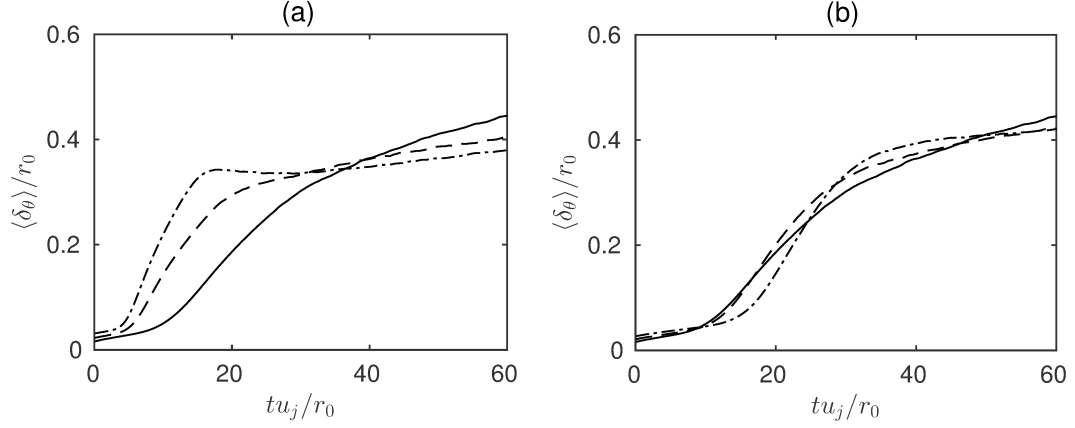


FIGURE 4.8 – Épaisseur de quantité de mouvement des couches de mélange δ_θ/r_0 pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

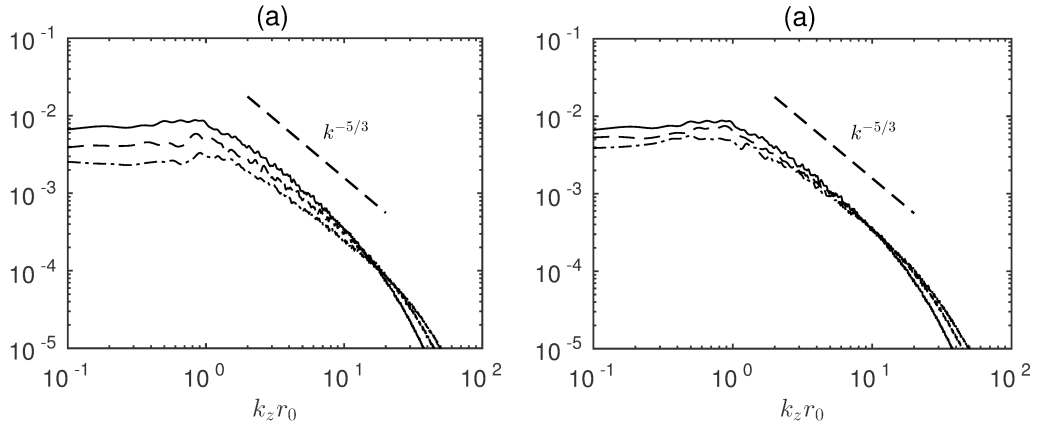


FIGURE 4.9 – Densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse axiale obtenues à $r = r_0$ et $t = t_c$, représentées en fonction du nombre d'onde axial $k_z r_0$ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

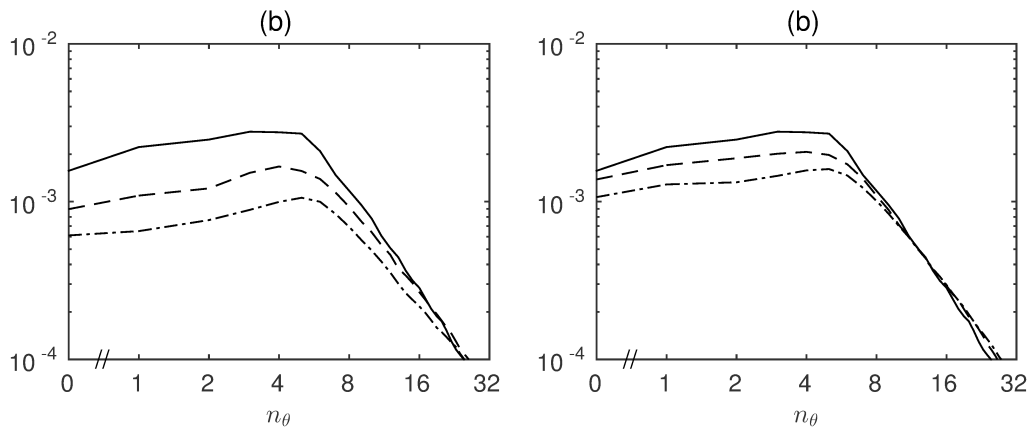


FIGURE 4.10 – Densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse axiale obtenues à $r = r_0$ et $t = t_c$, représentées en fonction du nombre d'onde azimutal n_θ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

décroissance des niveaux a lieu suivant la loi en $k^{-5/3}$ obtenue pour une turbulence à l'équilibre [9], ce qui indique que la turbulence est bien développée dans chacun des jets à l'instant $t = t_c$. Pour

les jets à $M_a = 2$ sur la figure 4.9(a), comme pour les jets à $M_j = 2$ sur la figure 4.9(b), la décroissance des niveaux en haute fréquence est plus lente pour les jets chauds que pour le jet isotherme. Cela conduit à la présence de niveaux plus élevés aux hauts nombres d'onde pour les jets les plus chauds. À l'inverse, les niveaux obtenus aux bas nombres d'onde sont plus forts dans le cas isotherme. Cette évolution de la forme des spectres suite à une augmentation de la température est semblable à celle constatée pour une hausse du nombre de Reynolds. Au chapitre 3, lorsque le nombre de Reynolds du jet isotherme à Mach 2 passe de 12500 à 50000, une élévation des niveaux est ainsi constatée aux plus hauts nombres d'onde, tandis que les niveaux aux bas nombres d'onde diminuent. Cette observation permet de proposer une explication pour l'effet de la température sur les fluctuations de vitesse. Dans les jets chaud, la température, et donc la viscosité cinématique, diminue avec la position radiale. Cela conduit à une importance plus marquée des effets inertiels par rapport aux effets visqueux dans les couches de mélange, et donc à la présence de plus petites échelles de turbulence. Cette évolution se manifeste notamment par une hausse des niveaux associés aux plus hauts nombres d'onde.

Sur la figure 4.10, les spectres de fluctuations de vitesse sont représentés en fonction du mode azimutal n_θ afin de caractériser la structure azimutale des fluctuations de vitesse. Dans chacun des cas, les niveaux sont maximum pour le mode $n_\theta = 5$, et les niveaux diminuent rapidement au delà. Par ailleurs, les spectres obtenus pour les différents rapports de température ont une allure très proche, ce qui indique que la température a peu d'effet sur la structure azimutale des fluctuations de vitesse.

4.2.2 Champ proche acoustique des jets

4.2.2.1 Niveaux de pression et représentations instantanées

Les évolutions temporelles des écarts-type des fluctuations de pression, mesurés pour chacun des jets à $r = 8r_0$, sont représentées sur la figure 4.11. Dans chaque cas, un pic marqué est observé à un instant noté t_{8r_0} . Dans le cas des jets à $M_a = 2$, sur la figure 4.11(a), les niveaux maximum sont atteints pour $t_{8r_0} = 38.2r_0/u_j$, $32.7r_0/u_j$, et $32.4r_0/u_j$ pour M20T1, M14T2 et M10T4, respectivement, et valent 1500, 970, et 650 Pa. Par conséquent, ils diminuent de façon significative avec la température lorsque la vitesse du jet est maintenue constante. Ce résultat est en accord avec les mesures expérimentales de Tanna et al. [179] pour des jets spatiaux de nombres de Mach supérieurs à 0.7, qui attribuèrent cette atténuation à la diminution de la densité du jet qui conduit à une réduction de l'intensité des sources de bruit. Concernant les jets à $M_j = 2$ sur la figure 4.11(b), les niveaux maximum sont obtenus à $t_{8r_0} = 38r_0/u_j$, $44.7r_0/u_j$ et $55.1r_0/u_j$ et valent respectivement 1500 Pa, 1900 Pa, et 2100 Pa pour M20T1, M20T2 et M20T4. Ainsi, l'intensité du champ acoustique augmente avec la température lorsque le nombre de Mach M_j est maintenu constant. Ce résultat, en accord avec les mesures expérimentales de Seiner et al. [156] pour des jets spatiaux à $M_j = 2$, peut être attribué à l'accroissement de la vitesse u_j , dont l'effet contrebalance celui de la diminution de la densité du jet sur les sources de bruit. Finalement, après le pic d'émission, les niveaux de pression diminuent progressivement avec le temps en raison de la baisse de l'intensité des fluctuations de vitesse.

Des champs instantanés des fluctuations de pression et du module de vorticité sont montrés

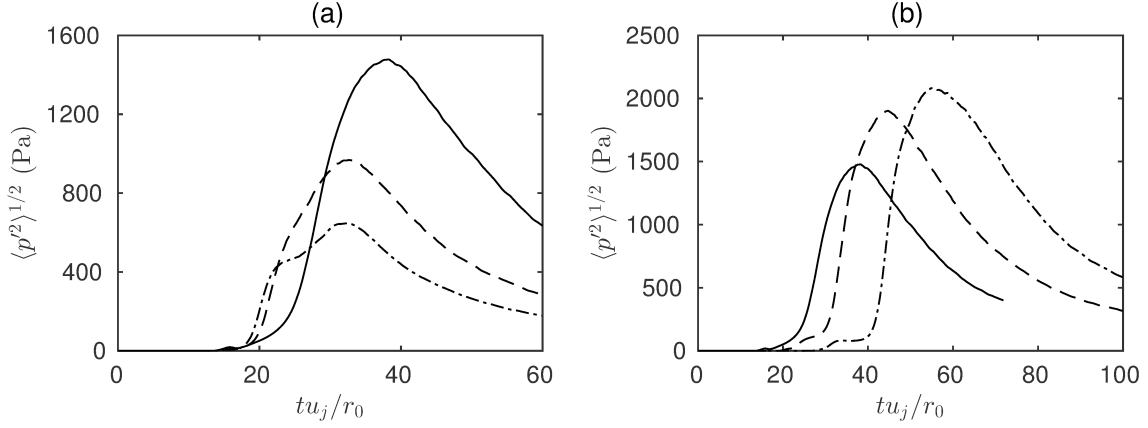


FIGURE 4.11 – Évolution temporelle de la valeur RMS des fluctuations de pression à $r = 8r_0$ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$ pour — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

sur la figure 4.12 pour les jets à $M_a = 2$ et sur la figure 4.13 pour les jets à $M_j = 2$. Ils sont représentés à l'instant $t = t_{8r_0}$, pour lequel les niveaux de pression sont maximum en $r = 8r_0$. Dans le plan (r, z) , des fronts d'onde droits et inclinés, dont la longueur d'onde est de l'ordre du diamètre du jet, sont visibles au voisinage de chacun des jets. De tels fronts d'onde, semblables à ceux mis en évidence au voisinage des jets isothermes au chapitre 3, suggèrent la présence d'ondes de Mach dans le champ proche acoustique. Les visualisations dans le plan (r, θ) révèlent par ailleurs une forte corrélation azimutale du rayonnement sur une large part de la circonférence du jet. Certaines des propriétés de ces ondes évoluent avec la température. Cette évolution est cependant différente selon que l'augmentation de température a lieu à vitesse d'éjection u_j ou à nombre de Mach M_j constant. Lorsque la vitesse est maintenue constante, l'angle d'inclinaison des fronts d'onde, mesuré par rapport à la direction de l'écoulement, diminue légèrement sur la figure 4.12 à mesure que le rapport de température passe de 1 à 4. Par ailleurs, les ondes produites par le jet le plus chaud apparaissent aussi moins droites et plus courbées que celles au voisinage des jets M20T1 et M14T2. À l'inverse, lorsque le nombre de Mach M_j est égal à 2, l'augmentation de la température conduit à un accroissement significatif de l'inclinaison du rayonnement sur la figure 4.13. Cette tendance est en accord avec les résultats numériques de Nakano et al. [123] ainsi qu'avec ceux de Liu et al. [98] portant sur des jets spatiaux, et suggère une augmentation de la vitesse de convection avec la température. Enfin, les variations de pression associées aux fronts d'onde apparaissent plus abruptes et marquées pour les jets M20T2 et M20T4. Cela semble indiquer un renforcement des ondes non linéaires produites par les jets lorsque la température augmente à nombre de Mach constant. Ce résultat est en accord avec les visualisations optiques de jets à $M_j = 2$ par Krothapalli et al. [89], qui ont constaté la présence d'ondes de plus en plus fortes et choquées dans le champ proche acoustique des jets à mesure que la température augmente.

4.2.2.2 Spectres en nombre d'onde

Une analyse plus précise de la structure des ondes acoustiques rayonnées par les jets peut être obtenue par l'examen des spectres en nombre d'onde représentés sur les figures 4.14 et 4.15. Ces

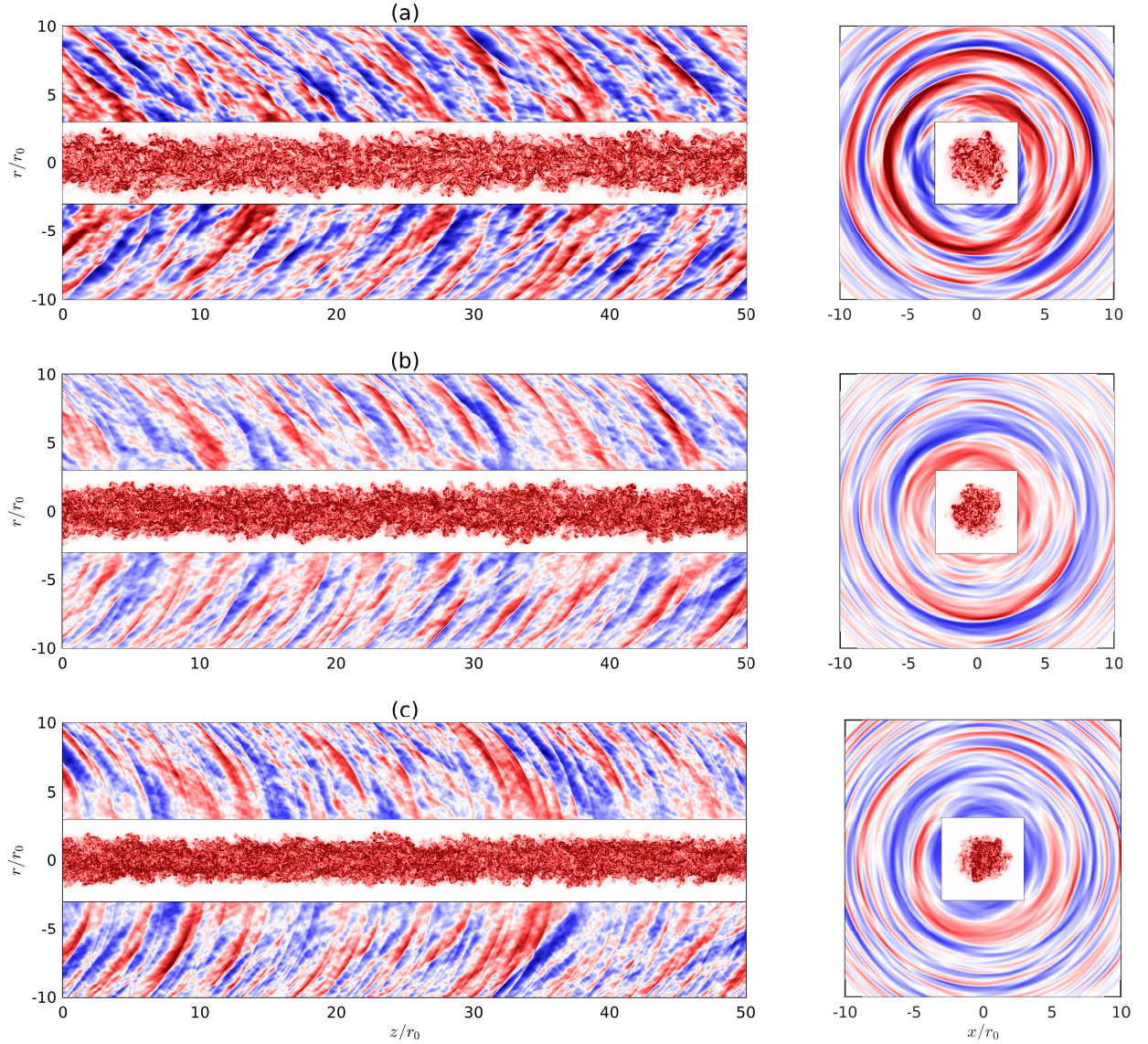


FIGURE 4.12 – Représentations instantanées des fluctuations de pression et de la vorticité à l'instant des niveaux de bruit maximum à $r = 8r_0$ pour les jets à $M_a = 2$ et (a) $T_j/T_\infty = 1$, (b) $T_j/T_\infty = 2$, et (c) $T_j/T_\infty = 4$. Les échelles de couleur vont de (a,b) -4000 à 4000 Pa et (c) de -2000 à 2000 Pa pour les fluctuations de pression, et jusqu'à $3u_j/r_0$ pour la vorticité, du bleu au rouge.

spectres sont calculés pour $r = 8r_0$ et à l'instant $t = t_{8r_0}$ où les niveaux de bruit sont maximum à cette position. La diminution des niveaux de bruit lorsque la température augmente à vitesse constante est bien visible sur les spectres de la figure 4.14(a), en fonction du nombre d'onde axial. Par ailleurs les spectres présentent une allure proche pour chacun des trois jets simulés. En particulier, les niveaux de pression sont maximum pour $k_z r_0 \simeq 1$, soit pour une longueur d'onde de l'ordre de $6r_0$. Sur la figure 4.14(b), les spectres obtenus pour les jets à $M_j = 2$ ont une forme similaire à celle décrite pour les jets à $M_a = 2$. Notamment, les niveaux de bruit y sont aussi maximum pour $k_z r_0 \simeq 1$. Néanmoins, pour $2 \leq k_z r_0 \leq 20$, une hausse significative des niveaux est constatée lorsque la température augmente. Par le passé, différents travaux [190, 138, 153] ont noté une telle élévation des niveaux de bruit en haute fréquence dans le champ lointain de

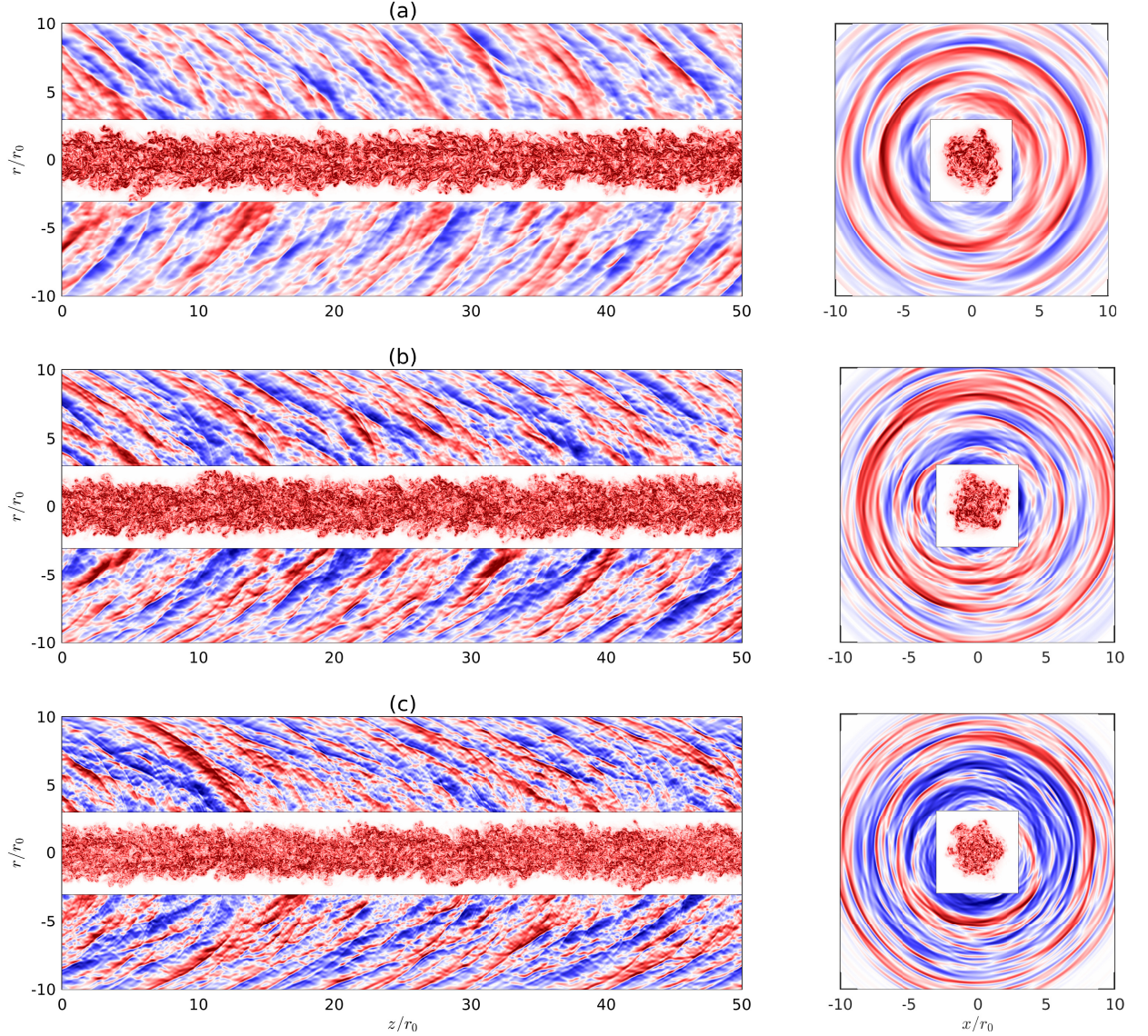


FIGURE 4.13 – Représentations instantanées des fluctuations de pression et de la vorticité à l’instant des niveaux de bruit maximum à $r = 8r_0$ pour les jets à $M_j = 2$ et (a) $T_j/T_\infty = 1$, (b) $T_j/T_\infty = 2$, et (c) $T_j/T_\infty = 4$. Les échelles de couleur vont de -6000 à 6000 Pa pour les fluctuations de pression, et jusqu’à $3u_j/r_0$ pour la vorticité, du bleu au rouge.

jets supersoniques à mesure que la vitesse d’éjection augmente. Dans ces études, l’excès de bruit est attribuée à la présence d’effets non linéaires, qui peuvent conduire à un accroissement de l’intensité acoustique contenue dans les plus hautes fréquences. Cet accroissement est causé par la formation d’ondes choquées associées à la perception du bruit de *crackle* [49, 88]. La présence de telles ondes au voisinage des jets sera étudiée en détail dans la suite de ce chapitre.

La structure azimuthale du champ de pression est caractérisée par l’analyse des spectres en nombres d’onde azimuthaux, représentés sur la figure 4.15(a) pour les jets à $M_a = 2$ et sur la figure 4.15(b) pour les jets à $M_j = 2$. Dans chacun des cas, les niveaux les plus importants sont obtenus pour le mode axisymétrique $n_\theta = 0$ et l’énergie acoustique décroît rapidement pour les modes d’ordre plus élevé. Pour le jet isotherme, les modes 0 et 1 contiennent ainsi à eux seuls 68% de l’intensité acoustique totale, tandis que 91% de l’intensité est contenue dans les modes

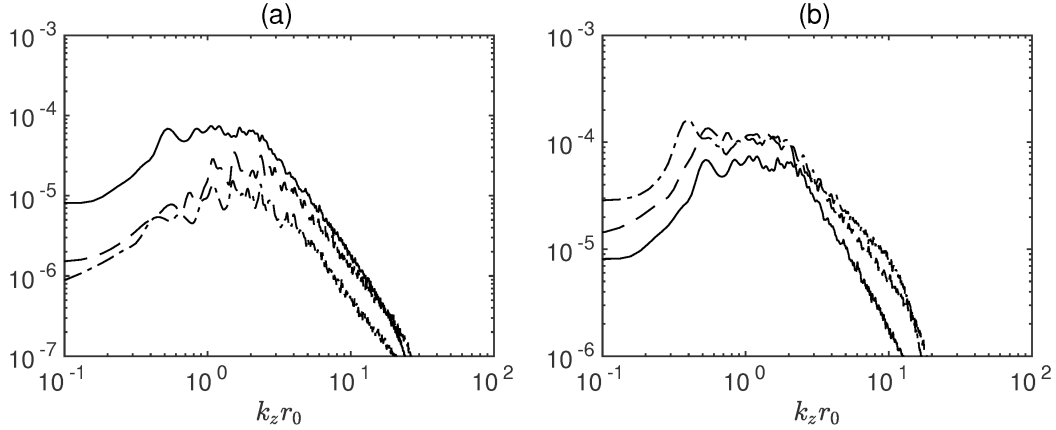


FIGURE 4.14 – Spectres des fluctuations de pression à $r = 8r_0$ normalisés par p_∞ représentés à l’instant de niveaux maximum en fonction du nombre d’onde axial $k_z r_0$ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

0 à 4, et 98% dans les modes 0 à 8. Le pourcentage de l’intensité acoustique contenue dans les modes azimutaux d’ordre 0 à 4 est représenté en fonction de la température sur la figure 4.16. Lorsque la vitesse du jet est maintenue constante, sur la figure 4.16(a), il est de 91% pour les jets M20T1 et M14T2, et de 94% pour le jet M10T4. Il évolue donc peu avec la température. À l’inverse, sur la figure 4.16(b), la proportion de l’intensité acoustique contenue dans les modes d’ordres 0 à 4 diminue lorsque la température augmente à nombre de Mach M_j constant, et passe de 91% pour le jet isotherme, à 86% puis à 82% pour les jets M20T2 et M20T4. Cela indique un renforcement de l’importance de la contribution des modes azimutaux d’ordre élevé.

4.2.2.3 Ondes non linéaires dans le champ proche acoustique

Les fluctuations de pression obtenues à l’instant de niveaux de bruit maximum à $r = 8r_0$ sont représentées en fonction de z/r_0 sur les figures 4.17 et 4.18. Sur la figure 4.17(a), dans le cas du jet isotherme, des pics marqués émergent du signal, par exemple à $z = 13r_0$ ou $z = 19r_0$. Ces pics sont constitués d’une phase de compression rapide menant à de forts niveaux, suivie d’une phase de détente qui est en comparaison plus lente. De tels pics sont caractéristiques des ondes non linéaires que l’on retrouve dans le champ acoustique de jets spatiaux présentant du bruit de *crackle* [5, 49]. Leurs formes sont de plus très semblables à celles des structures mises en évidence par Buchta & Freund [33] dans leurs simulations de couches de mélange temporelles planes supersoniques. De telles ondes apparaissent dans les signaux des figures 4.17(b,c), lorsque la température augmente à vitesse d’éjection constante. Des pics de pression marqués sont visibles, par exemple, en $z = 10r_0$ pour M14T2, ou en $z = 2r_0$ et $z = 13r_0$ pour M10T4. Par ailleurs, les niveaux maximum de ces pics diminuent lorsque la température augmente, ce qui est attendu étant donné la baisse générale des niveaux de pression relevée sur la figure 4.11(a). Une tendance différente est constatée sur la figure 4.18, lorsque la hausse de température a lieu à nombre de Mach constant. Sur les figures 4.18(b) et 4.18(c), les pics de pression deviennent de plus en plus forts lorsque le rapport de température passe de 1 à 2, puis de 2 à 4, en accord avec la hausse des niveaux de bruit notée sur la figure 4.11(b). Ce résultat est aussi en accord avec le constat de Krothapalli et al. [89], qui notèrent un accroissement avec la température de la force des ondes

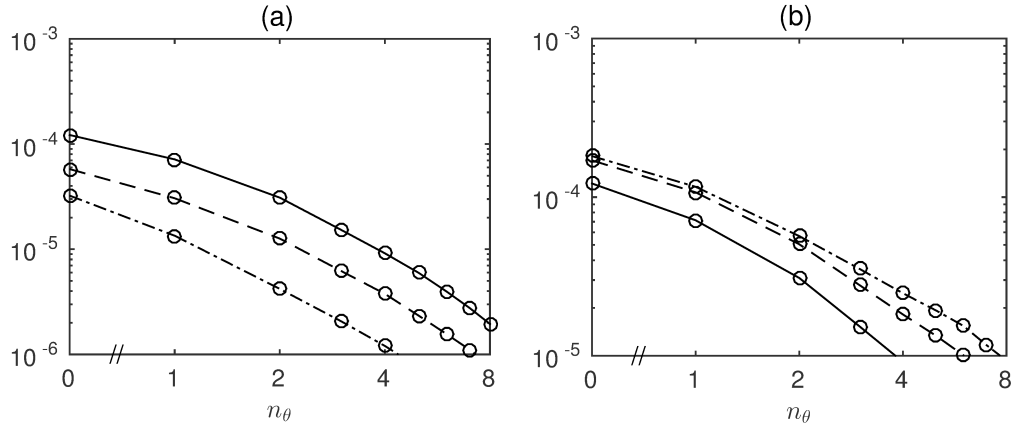


FIGURE 4.15 – Spectres des fluctuations de pression à $r = 8r_0$ normalisés par p_∞ et représentées à l'instant de niveaux maximum en fonction du mode azimutal n_θ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

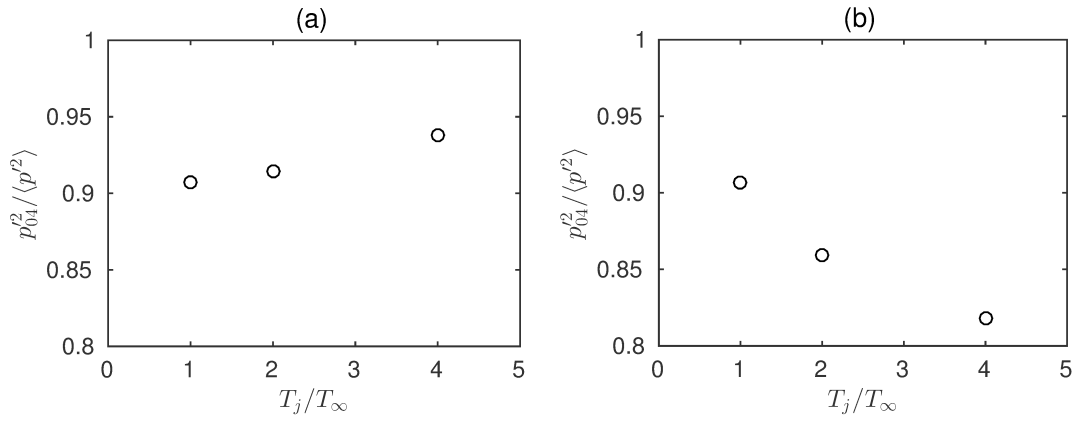


FIGURE 4.16 – Pourcentage de l'énergie acoustique contenue dans les cinq premiers modes en fonction du rapport de température statique pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$.

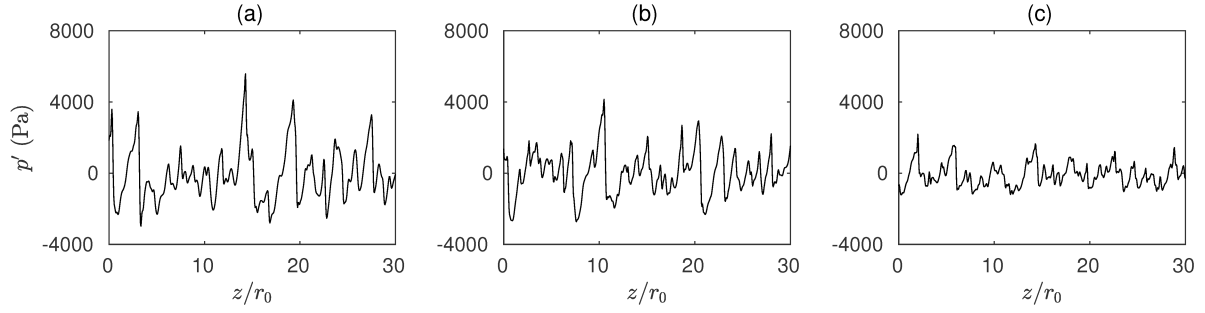


FIGURE 4.17 – Fluctuations de pression aux instants de niveaux de pression maximum à $r = 8r_0$ pour (a) M20T1, (b) M14T2 et (c) M10T4.

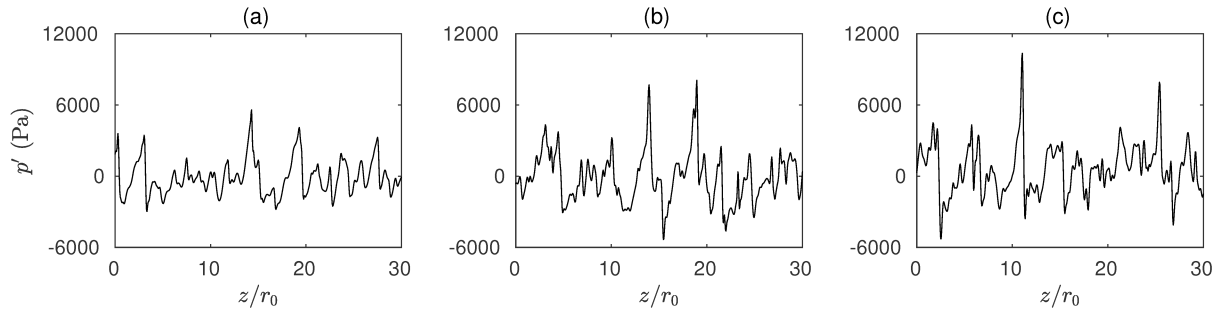


FIGURE 4.18 – Fluctuations de pression aux instants de niveaux de pression maximum à $r = 8r_0$ pour (a) M20T1, (b) M20T2 et (c) M20T4.

choquées dans le champ proche acoustique de jets spatiaux à $M_j = 2$.

4.2.2.4 Skewness et kurtosis des fluctuations de pression

Les coefficients de skewness $S(p)$ et de kurtosis $K(p)$ des fluctuations de pression en $r = 8r_0$ sont représentés sur les figures 4.19 et 4.20 pour les trois jets considérés. Le coefficient de skewness, déjà introduit au chapitre 3, est défini par

$$S(p) = \frac{\langle p'^3 \rangle}{\langle p'^2 \rangle^{3/2}}, \quad (4.3)$$

et renseigne sur le caractère asymétrique de la distribution statistique des fluctuations de pression. Puisque la présence des pics associés au *crackle* induit une asymétrie positive des fluctuations de pression, cet indicateur est souvent utilisé afin de quantifier la présence de *crackle* dans un signal de pression donné. Plus précisément, la perception de *crackle* a été corrélée par Ffowcs Williams et al. [49] à la présence de niveaux de skewness positifs et supérieurs à 0.4 dans le champ acoustique. Sur la figure 4.19(a), le coefficient de skewness des fluctuations de pression pour les jets à $M_a = 2$ est compris entre 0.2 et 0.3 pour $t \simeq 8r_0$, lorsque l'intensité acoustique est maximale. Ces niveaux sont légèrement en deçà du seuil de 0.4, mais demeurent significatifs en comparaison avec la valeur de $S(p) = 0.02$ obtenue [13] dans le champ proche acoustique d'un jet temporel à $M_j = 0.9$. Ils indiquent donc une asymétrie marquée du champ de pression. Il apparaît en outre sur les résultats de la figure 4.19(a) qu'une augmentation de température à vitesse constante n'a que peu d'incidence sur le coefficient de skewness des fluctuations de pression. De

manière différente, lorsque le nombre de Mach est constant, le coefficient de skewness augmente avec la température. Lorsque les niveaux de bruit sont maximum, il passe ainsi de 0.27 pour M20T1, à 0.35 pour M20T2, puis à 0.37 pour M20T4. Ainsi, une hausse de température conduit, à nombre de Mach M_j constant, à une asymétrie plus prononcée des fluctuations de pression. Cette tendance est en accord avec les champs de la figure 4.18, où l'intensité des pics de pression associés aux ondes non linéaires apparaît plus forte lorsque T_j/T_∞ augmente, conduisant à une asymétrie plus prononcée des signaux.

Tandis que le coefficient de skewness renseigne sur l'asymétrie de la distribution statistique d'une variable aléatoire, le coefficient de kurtosis $K(p)$ permet de caractériser la probabilité d'occurrence des événements extrêmes et constitue donc une mesure de l'intermittence d'un signal. Il fournit ainsi une information complémentaire du coefficient de skewness. Cet indicateur est défini par

$$K(p) = \frac{\langle p'^4 \rangle}{\langle p'^2 \rangle^2}, \quad (4.4)$$

et son évolution temporelle est représentée sur la figure 4.20 à une distance $r = 8r_0$ de l'axe du jet. Pour les jets à $M_a = 2$, sur la figure 4.20(a), le coefficient de kurtosis varie entre 3.1 et 3.2, et est donc légèrement supérieur à la valeur de 3 correspondant à une distribution gaussienne. Par conséquent, la distribution des fluctuations de pression présente un caractère légèrement aplati en comparaison avec la distribution normale de même écart type. Par ailleurs, l'augmentation de la température n'a pas d'effet significatif lorsque la vitesse u_j reste constante. À l'inverse, une hausse marquée de cet indicateur est visible sur la figure 4.20(b) lorsque la température du jet augmente à nombre de Mach constant. À l'instant de niveaux de pression maximum, $K(p)$ est en effet égal 3.1 pour M20T1, et à 3.4 pour M20T2 et M20T4. Cette hausse indique que l'occurrence de pics de pression extrêmes dans le champ acoustique devient de plus en plus fréquente à mesure que le rapport de température augmente pour $M_j = 2$.

Les observations précédentes concernant l'évolution des indicateurs $S(p)$ et $K(p)$ avec la température sont en accord avec les tendances observées dans des études expérimentales du champ acoustique produits par des jets supersoniques. En particulier, Mora et al. [116] ont noté une augmentation des coefficients de skewness et de kurtosis des fluctuations de pression au voisinage d'un jet à Mach 1.5 et pour des rapports de température statiques de 0.71 et 1.41. Krothapalli et al. [89] ont aussi noté une augmentation de l'intensité et de la fréquence d'apparition des ondes choquées avec la température dans leurs visualisations optiques de jets à $M_j = 2$. Puisque la température a peu d'influence sur les coefficients de skewness et de kurtosis lorsque la vitesse est maintenue constante, ces résultats suggèrent que la hausse constatée pour $M_j = 2$ résulte essentiellement de l'augmentation de la vitesse d'éjection qui accompagne une augmentation de température à nombre de Mach constant.

4.2.2.5 Skewness de la dilatation

Les coefficients de skewness et de kurtosis des fluctuations de pression donnent des indications sur l'importance et la probabilité d'occurrence de pics intenses dans les signaux de pression. Cependant, ils ne renseignent pas sur l'évolution de la pression avant et après ces pics. Or, il est établi que la perception du *crackle* par l'oreille humaine résulte, pour une large part, de la présence

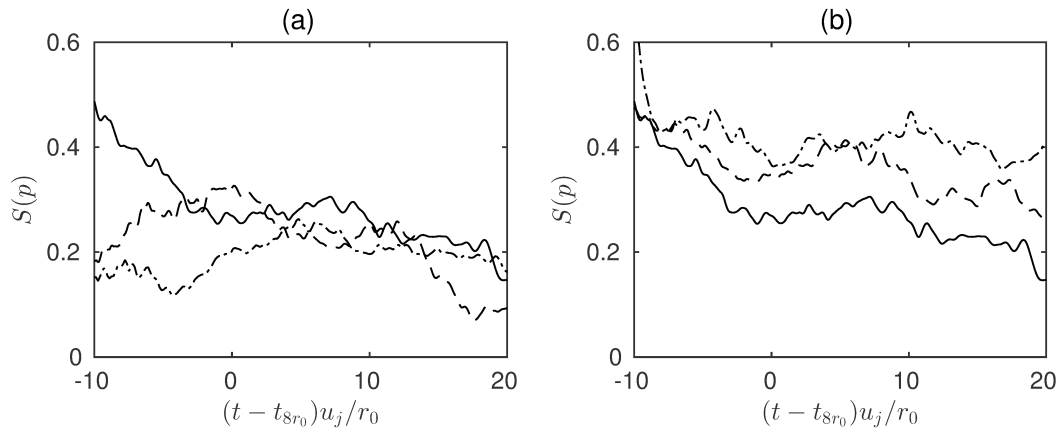


FIGURE 4.19 – Évolution temporelle du coefficient de skewness des fluctuations de pression à $r = 8r_0$ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$, et pour — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$. Le temps t_{8r_0} indique pour chacun des jets le temps de niveaux de pression maximum à $r = 8r_0$.

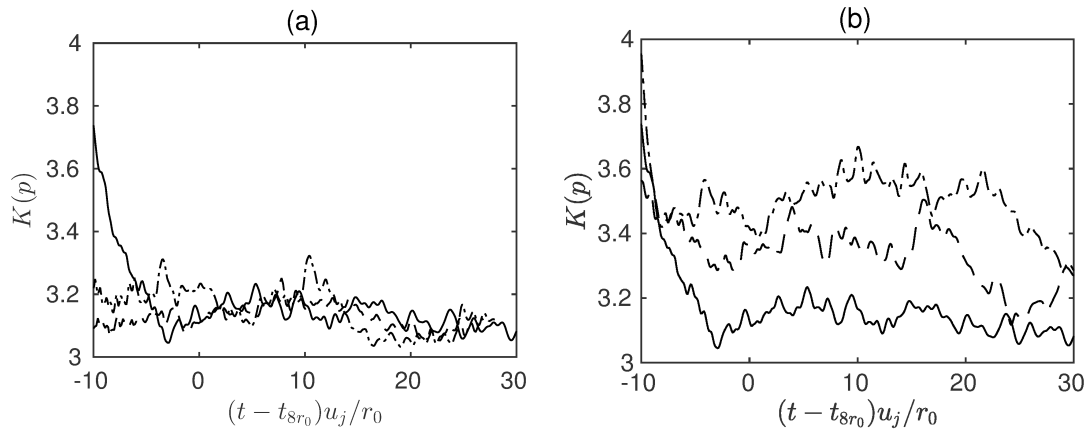


FIGURE 4.20 – Évolution temporelle du coefficient de kurtosis des fluctuations de pression à $r = 8r_0$ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$, et pour — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$. Le temps t_{8r_0} indique pour chacun des jets le temps de niveaux de pression maximum à $r = 8r_0$.

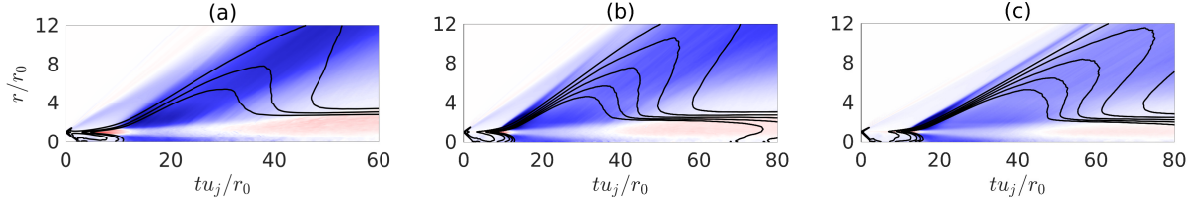


FIGURE 4.21 – Représentation du coefficient de skewness de la dilatation $S(\Theta)$ pour les jets (a) M20T1, (b) M20T2 et (c) M20T4. Les traits continus indiquent les 6 lignes de niveaux de pression pour les valeurs de 500, 1000, 1500, 2000, 3500 et 3000 Pa. L'échelle de couleur va de -4 à 4, du bleu au rouge.

de compressions abruptes suivies de détentes plus progressives [68, 175]. Afin de caractériser cette propriété des signaux de pression, plusieurs auteurs [68, 106] préconisent de calculer le coefficient de skewness de la dérivée temporelle des fluctuations de pression $S(dp'/dt)$. En effet, une asymétrie positive de la distribution de dp'/dt indique la présence de compressions très raides et de détentes progressives. Une autre possibilité consiste à calculer le coefficient de skewness de la dilatation $\Theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$, tel que proposé au chapitre 3. Dans ce cas, la présence de structures choquées dans les signaux induit une asymétrie négative de la distribution de dilatation, puisqu'une valeur négative de Θ indique une compression locale du fluide. Les variations du coefficient de skewness de la dilatation sont représentés sur la figure 4.21 en fonction du temps et de la coordonnée radiale pour les trois jets à $M_j = 2$. Dans les trois cas, des niveaux négatifs de $S(\Theta)$ sont obtenus, indiquant la présence de chocs. Ces niveaux sont alignés avec le pic d'émission de bruit, et sont présents au voisinage direct de l'écoulement. Cela suggère, comme au chapitre 3, que ces chocs sont produits, au moins partiellement, par un mécanisme source localisé à l'intérieur de l'écoulement.

Enfin, il apparaît que les niveaux minimum de skewness de la dilatation tendent à diminuer, en valeur absolue, avec le rapport de température. La valeur de $S(\Theta)$ mesurée à une distance $r = 8r_0$ de l'axe et à l'instant de niveaux de bruit maximum passe ainsi de -2.6 pour M20T1, à -1.7 pour M20T2, puis à -1.2 pour M20T4. Ce dernier résultat est quelque peu inattendu, étant donné les représentations de la figure 4.18, qui montrent la présence d'ondes de compression très raides dans le champ acoustique des jets chauds. Une explication possible est que les pics négatifs de dilatation qui accompagnent ces compressions ne soient pas suffisamment bien résolus dans les simulations M20T2 et M20T4. Une étude plus approfondie est cependant nécessaire pour caractériser l'influence précise de la discrétisation spatiale sur le calcul du coefficient de skewness de la dilatation.

4.2.3 Vitesses de convection

Il a été mis en évidence au chapitre 3 que la production d'ondes choquées dans le champ proche acoustique de jets isothermes était la conséquence d'un mécanisme non linéaire étroitement lié au rayonnement d'ondes de Mach, et donc à la convection supersonique de structures cohérentes dans les couches de mélange des jets. Afin d'étudier les raisons de l'accroissement avec la température de la force des ondes choquées, il est donc naturel de s'intéresser en premier lieu à l'influence de la température sur la vitesse de convection des structures turbulentes. Pour cela, la fonction

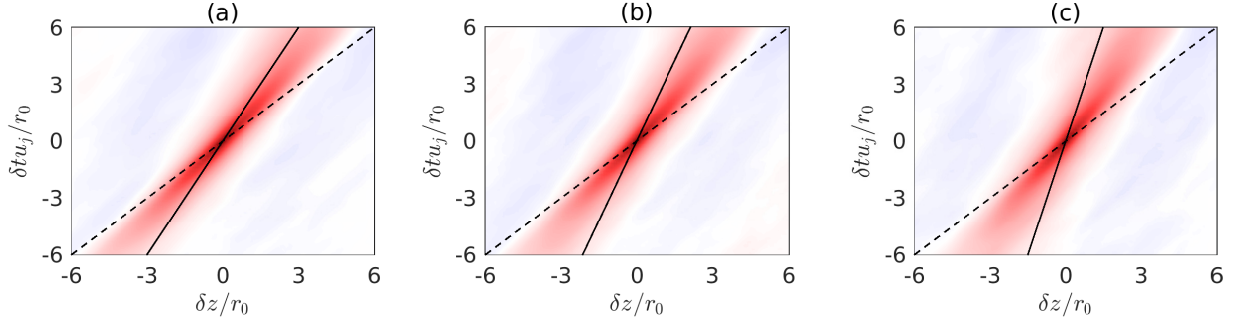


FIGURE 4.22 – Fonctions d'autocorrélations des fluctuations de vitesse à $t = t_c$ et $r = 0.5r_0$ pour les jets (a) M20T1, (b) M20T2 et (c) M20T4. Les lignes indiquent l'inclinaison correspondant aux vitesses de convection — $u_c = a_\infty$ et - - - $u_c = u_j$. L'échelle de couleur va de -1 à 1, du bleu au rouge.

d'autocorrélation $\mathcal{R}_{u'_z u'_z}$ des fluctuations de vitesse axiale u_z est évaluée pour différents instants t_1 et positions radiales r_1 d'après la relation

$$\mathcal{R}_{u'_z u'_z}(\delta z, \delta t) = \frac{\langle u'_z(r_1, \theta, z, t_1) u'_z(r_1, \theta, z + \delta z, t_1 + \delta t) \rangle}{\langle u'^2_z(r_1, \theta, z, t_1) \rangle^{1/2} \langle u'^2_z(r_1, \theta, z + \delta z, t_1 + \delta t) \rangle^{1/2}}, \quad (4.5)$$

où δz et δt désignent respectivement l'espacement spatial et le décalage en temps. Les fonctions de corrélation, évaluées en $r = 0.5r_0$ et à l'instant $t = t_c$ de fermeture du cône potentiel, sont représentées sur la figure 4.22 en fonction de $\delta z/r_0$ et de $\delta t u_j/r_0$ pour les jets à $M_j = 2$. Pour chacun des rapports de température, les cartographies obtenues ont une allure très proche. En particulier, les niveaux sont maximum et égaux à 1, par construction, pour $\delta z = 0$ et $\delta t = 0$, et des niveaux significatifs persistent sur une bande allongée et inclinée, due à la convection de perturbations cohérentes dans la direction aval. La vitesse de convection moyenne de ces structures est directement liée à l'inclinaison de cette bande. Dans chacun des cas, cette dernière est située entre le trait continu correspondant à une convection à la vitesse du son a_∞ et le trait discontinu indiquant la vitesse du jet u_j . Par conséquent, la vitesse de convection en $r = 0.5r_0$ est comprise entre a_∞ et u_j . Ce résultat est en accord avec l'observation sur la figure 4.13 de fronts d'onde droits et allongés dans le champs proche acoustique des jets. De tels fronts d'onde sont en effet caractéristiques du rayonnement d'ondes de Mach produites par la convection de structures cohérentes à des vitesses supersoniques.

Afin d'étudier de façon plus précise l'influence de la température sur les vitesses de convection, leurs variations temporelles sont représentées sur la figure 4.23 pour les jets à $M_a = 2$, et sur la figure 4.24 pour les jets à $M_j = 2$. Elles sont calculées, à partir de l'autocorrélation des fluctuations de vitesse, aux quatre positions radiales $r = 0$, $r = 0.5r_0$, $r = r_0$ et $r = 1.5r_0$, et sont tracées en fonction de $t - t_c$. Pour le jet isotherme, la vitesse de convection sur l'axe, représentée sur la figure 4.23(a), atteint un pic de $u_c = 1.9a_\infty$ à proximité de t_c qui est dû à la convection de structures turbulentes qui pénètrent sur l'axe du jet lors de la fermeture du cœur potentiel. Pour $t \geq t_c$, la vitesse de convection diminue progressivement, mais demeure supérieure à la vitesse du son du milieu ambiant pour chacun des instants représentés. Plus loin de l'axe, pour $r = 0.5r_0$, la valeur maximale est aussi de $1.9a_\infty$ et elle est atteinte pour $t \simeq t_c - 10r_0/u_j$.

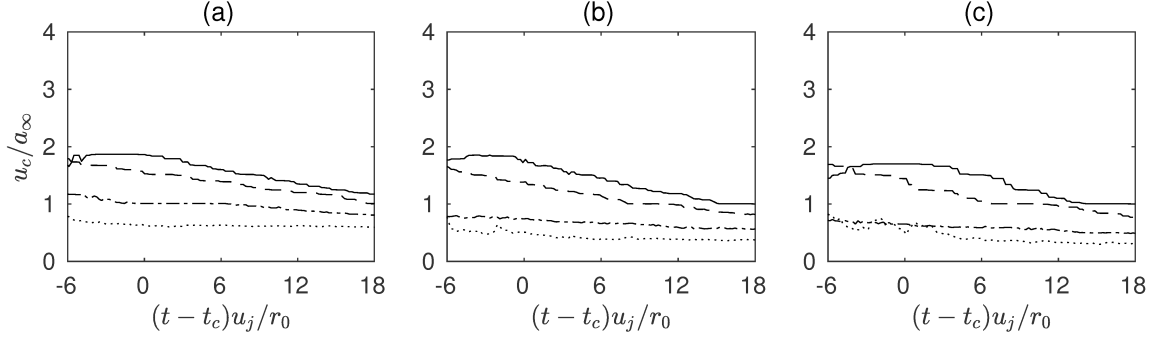


FIGURE 4.23 – Évolution temporelle des vitesses de convection obtenues à partir de l'autocorrelation des fluctuations de vitesse axiale à — $r = 0$, - - - $r = 0.5r_0$, - · - · $r = r_0$ et ····· $r = 1.5r_0$ pour les jets (a) M20T1, (b) M14T2 et (c) M10T4.

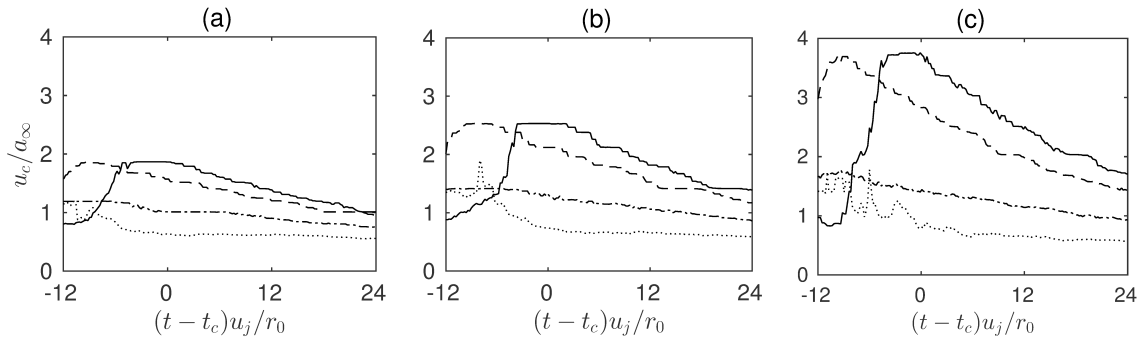


FIGURE 4.24 – Évolution temporelle des vitesses de convection obtenues à partir de l'autocorrelation des fluctuations de vitesse axiale à — $r = 0$, - - - $r = 0.5r_0$, - · - · $r = r_0$ et ····· $r = 1.5r_0$ pour les jets (a) M20T1, (b) M20T2 et (c) M20T4.

Par ailleurs, pour $t \geq t_c$, la vitesse de convection diminue lorsque r_1 augmente. Par exemple, à l'instant $t = t_c$, la vitesse de convection est de $1.57a_\infty$ en $r = 0.5r_0$, de $1.01a_\infty$ en $r = r_0$, et de $0.63a_\infty$ en $r = 1.5r_0$. Sur les figures 4.23(b) et 4.23(c), Les vitesses de convection obtenues pour les jets chauds à $M_a = 2$ sont très proches de celles du cas isotherme. En particulier, sur l'axe, un pic est observé dans chaque cas proche de l'instant de fermeture du cône potentiel. La valeur du pic diminue cependant légèrement lorsque le rapport de température augmente : de $u_c = 1.9a_\infty$ pour M20T1, à $1.8a_\infty$ pour M14T2, puis à $1.7a_\infty$ pour M10T4 sur l'axe. À l'inverse, la vitesse de convection augmente sensiblement sur la figure 4.24, lorsque la température augmente pour $M_j = 2$. Cette augmentation est particulièrement prononcée pour $r \leq 0.5r_0$. La vitesse de convection maximale sur l'axe passe ainsi de $1.9a_\infty$ pour M20T1, à $2.5a_\infty$ pour M20T2, puis à $3.8a_\infty$ pour le jet M20T4. Cette hausse significative peut être rapprochée de l'augmentation de la vitesse initiale du jet u_j , dont la valeur est de $u_j = 2a_\infty$ pour M20T1, $u_j = 2.8a_\infty$, et $u_j = 4a_\infty$ pour M20T2 et M20T4. Il est en effet attendu qu'une augmentation de la vitesse moyenne locale s'accompagne d'une hausse de la vitesse de convection des structures turbulentes. En effet, cette dernière est souvent estimée comme une fraction de u_j [107, 185], typiquement comprise entre 0.6 et 0.8.

Afin de déterminer comment les vitesses de convection varient avec la vitesse du jet, les valeurs de u_c en $r = 0$ et en $r = r_0$ sont représentées sur les figures 4.25 et 4.26, normalisées par

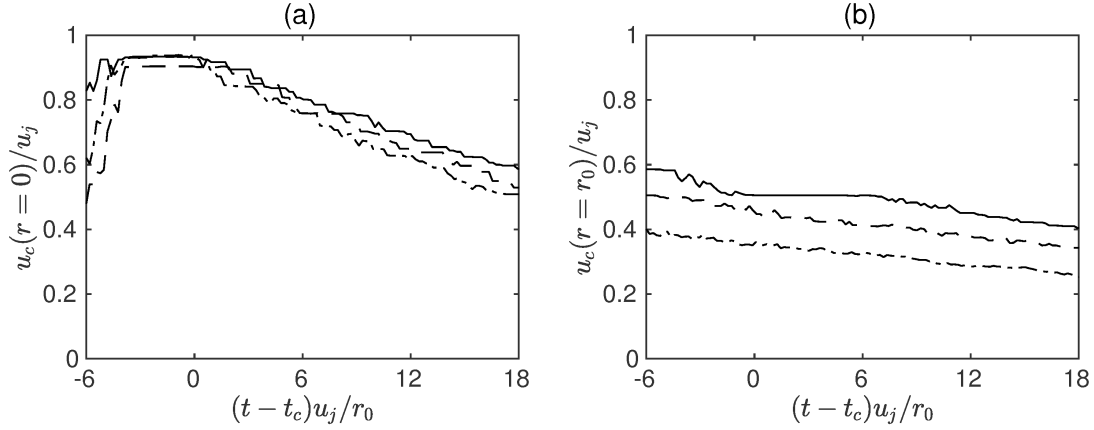


FIGURE 4.25 – Vitesses de convection en (a) $r = 0$ et (b) $r = r_0$, normalisées par la vitesse du jet u_j , pour les jets à $M_j = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

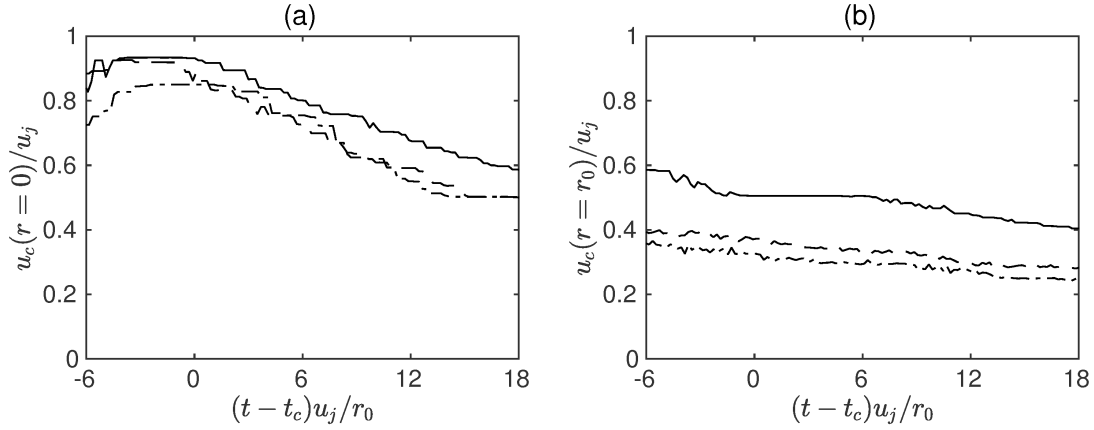


FIGURE 4.26 – Vitesses de convection en (a) $r = 0$ et (b) $r = r_0$, normalisées par la vitesse du jet u_j , pour les jets à $M_a = 2$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$, et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

la vitesse du jet u_j . Sur la figure 4.25(a), les vitesses de convection sur l'axe des jets à $M_j = 2$ ont des évolutions très similaires pour les trois rapports de température. En particulier, le maximum est toujours atteint légèrement avant la fermeture du cœur potentiel, et sa valeur est proche de $0.9u_j$. La grande ressemblance des courbes obtenues pour les différentes températures suggère que l'augmentation de la vitesse de convection est essentiellement pilotée par les différences en terme de vitesse du jet. Néanmoins, une légère diminution du rapport u_c/u_j est constatée, indiquant aussi une influence directe de la température. Celle-ci est peu marquée sur l'axe du jet mais est plus flagrante sur la figure 4.25(b), en $r = r_0$. Sur cette dernière figure, le rapport u_c/u_j est de 0.53 pour M20T1, 0.49 pour M20T2 et de 0.42 pour M20T4 à l'instant de fermeture du cône potentiel. La diminution de la vitesse de convection avec la température est aussi observée sur la figure 4.26, lorsque la température augmente à vitesse d'éjection constante. Pour les jets à $M_a = 2$, la vitesse de convection sur l'axe est ainsi de $0.93u_j$, $0.86u_j$ et $0.85u_j$ pour M20T1, M14T2 et M10T4, à $t = t_c$. Enfin, comme pour les jets à $M_j = 2$, cette diminution est aussi plus prononcée en $r = r_0$, où u_c passe de $0.51u_j$ pour M20T1, à $0.37u_j$ pour M14T2, puis à $0.31u_j$ pour M10T4. La décroissance du rapport u_c/u_j avec la température statique a également été observée dans des simulations de jets spatiaux réalisées par Liu et al. [98], et Gojon et al. [73],

ainsi que dans l'étude expérimentale de Ecker et al. [45]. Cette tendance est aussi prédite par plusieurs modèles de la convection de structures cohérentes dans les couches de mélange, comme celui de Papamoschou & Roshko [135], ou de Dimotakis [43]. Elle est également en accord avec la formule empirique introduite par Oertel [127] pour estimer la directivité du rayonnement des ondes de Mach.

4.2.4 Moyennes conditionnelles des événements à l'origine des ondes non linéaires

Afin d'étudier l'influence de la température sur la formation d'ondes non linéaires au voisinage des jets, une méthode de moyennes conditionnelles est mise en œuvre. Cette approche, déjà suivie au chapitre 3, consiste à synchroniser en espace un grand nombre d'événements par rapport à une condition de détection. Une fois synchronisés, les différents événements sont alors moyennés, ce qui permet de distinguer parmi leurs propriétés, celles qui sont récurrentes et directement associées à la production des ondes non linéaires de celles qui relèvent d'une variation non corrélée avec la condition de détection. La condition choisie pour synchroniser les champs est la survenue de pics de pression intenses dans le champ acoustique proche des jets. Cette détection est réalisée à l'instant $t = t_{\text{trig}}$ pour lequel les niveaux sont maximum en $r = r_{\text{trig}}$, soit en $t_{\text{trig}} = 27r_0/u_j$, $21r_0/u_j$ et $21r_0/u_j$ pour M20T1, M14T2 et M10T4 et en $t_{\text{trig}} = 31r_0/u_j$ et $39r_0/u_j$ pour M20T2 et M20T4. Afin de détecter ces pics, les fluctuations de pression sont découpées au préalable en sous-intervalles dont la longueur dans la direction axiale est de $3r_0$. Pour chaque intervalle, le maximum des fluctuations de pression obtenu à une distance $r_{\text{trig}} = 4.5r_0$ de l'axe est déterminé, et ses coordonnées z_{trig} et θ_{trig} dans les directions axiales et azimutales constituent les positions de référence à partir desquelles les différents événements sont synchronisés. Par ailleurs, seuls les pics de pression dont la valeur maximale est supérieure au double de l'écart-type des fluctuations de pression sont retenus, afin de restreindre l'étude aux ondes de plus fortes amplitudes. La position radiale $r_{\text{trig}} = 4.5r_0$ de l'antenne de détection a été choisie de façon à être assez éloignée de l'écoulement pour que les perturbations de pression soient essentiellement d'origine acoustique, mais suffisamment proche afin de pouvoir étudier leur production dans le jet. Les moyennes conditionnelles sont évaluées dans chaque cas à partir d'environ 150 événements. Puisque la manipulation de champs tridimensionnels est très coûteuse du point de vue informatique, notamment en terme de mémoire, cette procédure est appliquée à une reconstruction des champs acoustique et aérodynamique ne faisant intervenir que les cinq premiers modes de Fourier azimutaux. Cette simplification, déjà utilisée au chapitre 3, repose sur le fait que l'intensité acoustique contenue dans ces modes est comprise entre 82% et 94% de l'intensité acoustique totale produite par les jets, tel qu'observé sur la figure 4.16.

Les signaux de pression obtenus à partir des moyennes conditionnelles sont représentés sur la figure 4.27 à l'instant de détection $t = t_{\text{trig}}$ et à la position radiale $r = r_{\text{trig}}$ pour les jets à $M_a = 2$ et $M_j = 2$. Ils ont des allures très proches quelquesoit la température et la vitesse des jets. Dans chaque cas, le pic de pression est localisé en $z = z_{\text{trig}}$, ce qui est attendu puisque les différents événements sont synchronisés à partir de leurs maxima de pression. Pour $z \geq z_{\text{trig}}$, une variation rapide de la pression, correspondant à une phase de compression marquée est visible. Cette compression est accompagnée d'une phase de détente plus progressive, pour $z \leq z_{\text{trig}}$. Par

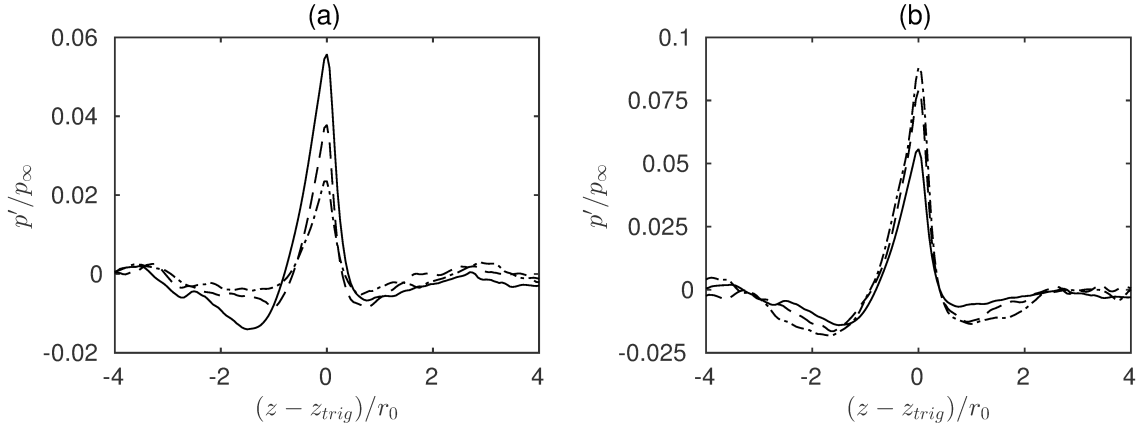


FIGURE 4.27 – Moyennes conditionnelles des fluctuations de pression obtenues à $r = r_{trig}$ et $t = t_{trig}$ pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2.0$; — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$ et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

ailleurs, deux minima locaux négatifs, dont la valeur est de l'ordre de 15% du maximum, sont présents de part et d'autre du pic de pression. Ainsi, la trace des ondes raidies associées au bruit de *crackle* est bien présente dans les moyennes conditionnelles des fluctuations de pression.

L'influence de la température sur les moyennes conditionnelles n'est pas la même selon que le paramètre maintenu constant est la vitesse du jet ou le nombre de Mach. Sur la figure 4.27(a), l'élévation de la température à vitesse constante conduit à une diminution des niveaux maximum obtenus. Plus particulièrement, la valeur du pic de pression est de $0.056p_\infty$ pour M20T1, de $0.038p_\infty$ pour M14T2, et de $0.024p_\infty$ pour M10T4. À l'inverse, une augmentation des pics de pression est visible sur la figure 4.27(b), lorsque la température croît à nombre de Mach M_j constant. Les pics de pression conditionnelle sont ainsi de $0.056p_\infty$ pour M20T1, de $0.079p_\infty$ pour M20T2, et de $0.088p_\infty$ pour M20T4. La valeur maximale des pics associés aux ondes non linéaires évolue donc de la même manière que les niveaux de bruit produits par les jets.

Afin de caractériser les mécanismes à l'origine des ondes non linéaires, les moyennes conditionnelles sont calculées en synchronisant en temps les champs acoustique et aérodynamique obtenus pour $t < t_{trig}$ à partir des positions z_{trig} et θ_{trig} obtenues à $t = t_{trig}$. Cela permet de décrire de façon chronologique la formation d'une onde choquée moyenne au voisinage du jet. Les champs conditionnels de pression et de vorticit   ainsi obtenus sont représent  s sur les figures 4.28 et 4.29    quatre instants compris entre $t = t_s$ et $t = t_{trig}$, o   t_s est d  fini comme $t_s = t_{trig} - r_{trig}/a_\infty$. Puisque le temps r_{trig}/a_∞ correspond    la duré de propagation d'une onde acoustique entre l'axe du jet et la position de d  tection en $r = r_{trig}$, le temps t_s fournit une estimation du moment auquel les ondes détectés    $t = t_{trig}$ sont produites dans le jet. Les moyennes conditionnelles calculés pour les jets    $M_a = 2$ et $M_j = 2$, repr  sent  s respectivement sur les figures 4.28 et 4.29, pr  sentent un certain nombre de caract  ristiques communes. Dans tous les cas, une onde incliné   merge de l'  coulement    $t = t_s$. Cette onde est constitué d'une bande de niveaux positifs entouré de niveaux n  gatifs moins marqu  s.    l'extr  mit   inf  rieure de l'onde, une zone caractérisé par d'importantes niveaux de vorticit   et par un d  ficit de pression est visible dans l'  coulement. Cette zone est de forme approximativement elliptique et est localisé juste en dessous de la ligne sonique. Juste en amont, des niveaux n  gatifs de vorticit  , associ  s    des fluctuations de pression

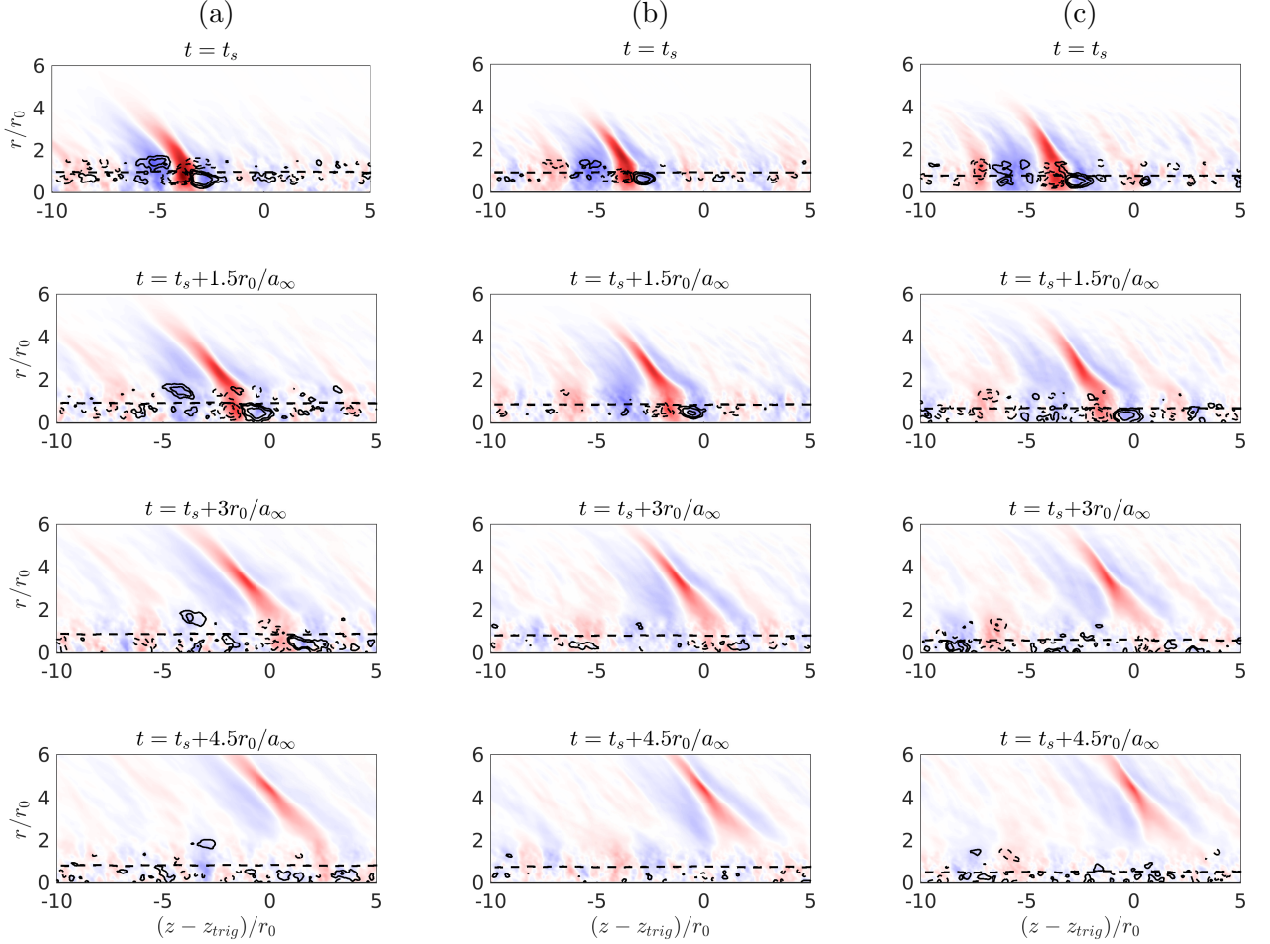


FIGURE 4.28 – Moyennes conditionnelles des fluctuations de pression et de vorticité pour (a) M20T1, (b) M14T2, et (c) M10T4; — contour de vorticité pour $0.24u_j/r_0$, $0.48u_j/r_0$, et $0.96u_j/r_0$ - - - contours de vorticité pour les valeurs $-0.96u_j/r_0$, $-0.48u_j/r_0$ et $-0.24u_j/r_0$, et - - - ligne sonique $u_z = a_\infty$. L'échelle de couleur pour les fluctuations de pression va de (a) -12000 à 12000 Pa, (b) -7500 à 7500 Pa, et de (c) -5000 à 5000 Pa, du bleu au rouge.

positives, sont également rencontrés en dessous de la ligne sonique.   $t = t_s + 1.5r_0/a_\infty$, l'onde émerge plus franchement du jet, laissant apparaître un front d'onde abrupte.   l'intérieur du jet, on retrouve la structure de vorticité précédemment décrite, toujours attach e à l'onde de pression qui se trouve en aval de sa position initiale. Finalement, à $t = t_s + 3r_0/a_\infty$ et   $t = t_s + 4.5r_0/a_\infty$, l'onde quitte l'écoulement et se propage dans la direction aval.   l'intérieur du jet, la tâche de vorticité disparaît, ce qui suggère la désagrégation de la structure. Le principal effet de la température dans les figures 4.28 et 4.29 porte sur l'angle d'inclinaison de l'onde rayonné, mesuré par rapport à la direction de l'écoulement. Lorsque la vitesse du jet est maintenue constante, cet angle diminue légèrement sur la figure 4.28, lorsque la température augmente. Par ailleurs, le front d'onde obtenu à $t = t_s + 1.5r_0/a_\infty$ apparaît aussi légèrement courbé dans le cas du jet M10T4, alors qu'il est droit pour le jet isotherme M20T1. En comparaison, l'influence de la température est plus prononc e sur la figure 4.29, lorsque le nombre de Mach M_j est maintenue constant. Dans ce cas, l'élévation de la température s'accompagne d'une augmentation significative de l'angle d'inclinaison des fronts d'onde.

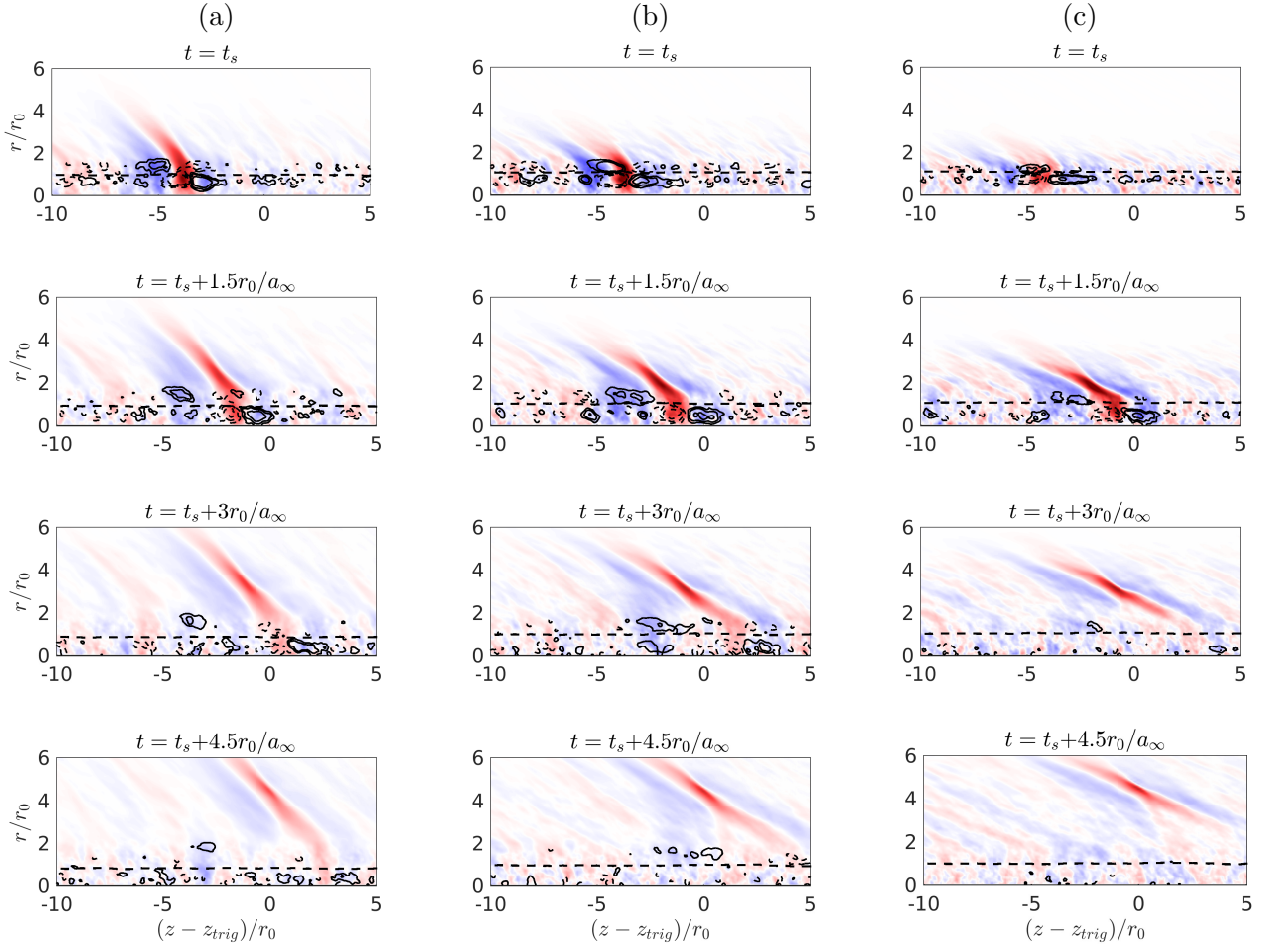


FIGURE 4.29 – Moyennes conditionnelles des fluctuations de pression et de vorticité pour (a) M20T1, (b) M20T2, et (c) M20T4; — contour de vorticité pour les valeurs $0.24u_j/r_0$, $0.48u_j/r_0$, et $0.96u_j/r_0$ - - - contours de vorticité pour $-0.96u_j/r_0$, $-0.48u_j/r_0$ et $-0.24u_j/r_0$, et - - - ligne sonique $u_z = a_\infty$. L'échelle de couleur pour les fluctuations de pression va de -12000 à 12000 Pa, du bleu au rouge.

La grande similarité entre les résultats obtenus pour les différents jets suggère que les mécanismes à l'origine des ondes non linéaires extraites par les moyennes conditionnelles sont les mêmes dans les jets chauds et isothermes. Sur les figures 4.28 et 4.29, la zone de forte vorticité attach e à l'onde de pression peut être interpr t e comme la trace de structures cohérentes tourbillonnaires convectées par l'écoulement. Pour des vitesses de convection supérieures à celle du son, de telles structures produisent l'effet d'une paroi ondulée se déplaçant à une vitesse supersonique. Tel qu'illustré par Ribner [147], cela conduit à la production d'ondes acoustiques qui se propagent dans la direction donn e par l'angle α , défini par

$$\cos \alpha = \frac{a_\infty}{u_c}. \quad (4.6)$$

Pour des perturbations d'amplitudes mod r es, les ondes acoustiques produites par les jets sont linéaires, ce qui constitue l'hypothèse de base des modèles classiques du rayonnement d'ondes de Mach [158, 167, 174]. Il est cependant probable qu'en cas de perturbations d'amplitudes suffisam-

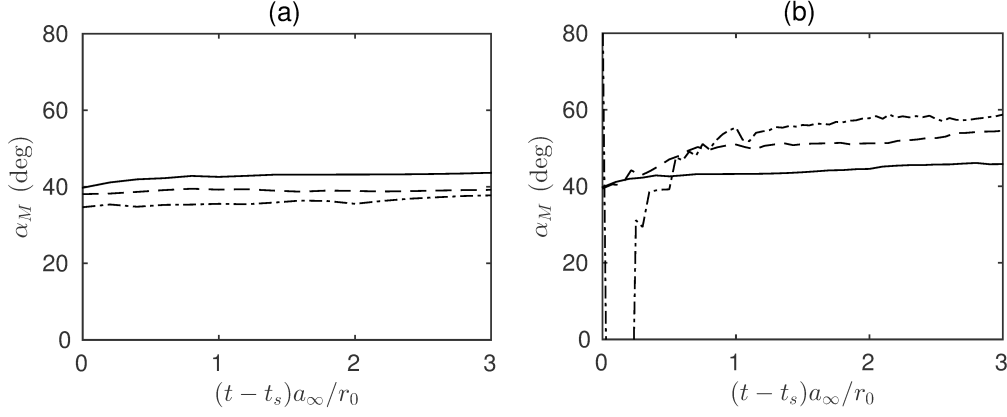


FIGURE 4.30 – Évolution temporelle de l'angle d'inclinaison des fronts d'onde calculé au minimum de dilatation pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$ et — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$ et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

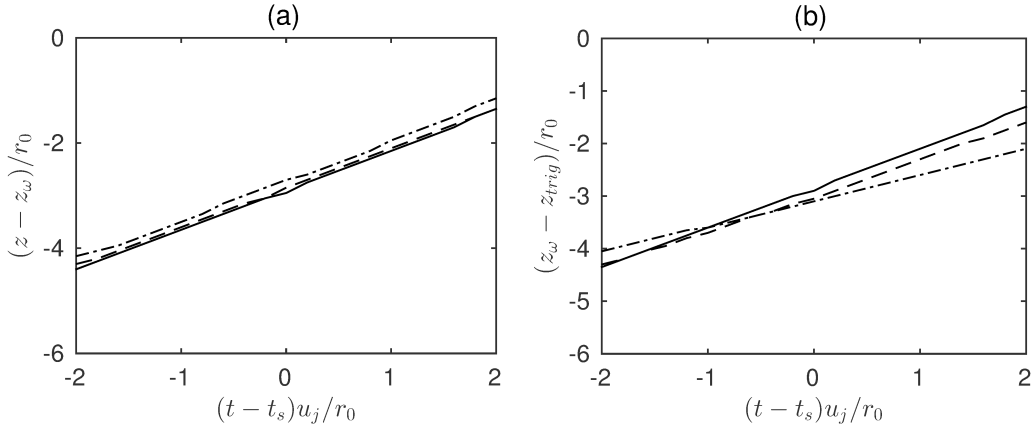


FIGURE 4.31 – Évolution temporelle de la position du maximum de vorticité pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$ et — $T_j/T_\infty = 1$, - - - $T_j/T_\infty = 2$ et - · - · $T_j/T_\infty = 4$.

ment fortes, l'hypothèse de linéarité ne soit plus vérifiée. Comme montré par Buchta [33], qui a étudié numériquement l'écoulement non-linéaire affleurant une paroi ondulée, la prise en compte de nonlinéarités peut mener à la formation d'ondes choquées possédant les caractéristiques du *crackle* au voisinage de la paroi.

Certaines propriétés des champs issus des moyennes conditionnelles sont maintenant caractérisées de façon plus quantitative. Sur la figure 4.30, l'angle d'orientation de l'onde de pression, noté α_M , est représenté pour chaque jet en fonction du temps. Il est défini comme l'angle du gradient de pression, calculé au point où la dilatation est minimale par la relation

$$\alpha_M = \tan^{-1} \left(\frac{\partial p / \partial r}{\partial p / \partial z} \right). \quad (4.7)$$

Sur la figure 4.30(a), l'angle α_M calculé pour les jets à $M_a = 2$ varie peu et reste proche de sa valeur moyenne qui est de 43.1° pour M20T1, 39.2° pour M14T2 et 36.2° pour M10T4. Lorsque la vitesse du jet est maintenue constante, une hausse de température s'accompagne donc d'une légère diminution de l'inclinaison des fronts d'onde, ce qui est en accord avec les visualisations

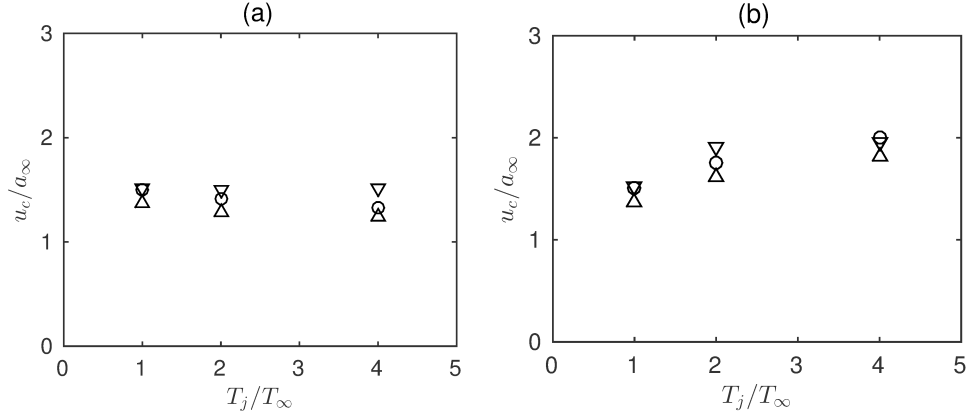


FIGURE 4.32 – Vitesses de convection en fonction de la température pour les jets à (a) $M_a = 2$ et (b) $M_j = 2$, estimée d'après $\triangle$ l'angle d'inclinaison des moyennes conditionnelles, ∇ le suivi du maximum de vorticité, et $\circ$ la relation (4.8).

instantanées de la figure 4.12. Dans le cas des jets chauds à $M_j = 2$, sur la figure 4.30(b), l'angle α_M évolue avec le temps pendant une phase qui a lieu entre $t = t_s$ et $t = t_s + r_0/a_\infty$. Après cette phase, l'angle α_M reste proche 51.9° pour M20T2 et 56.8° pour M20T4. Par conséquent, l'inclinaison des fronts d'onde augmente de façon significative lorsque la hausse de température a lieu à nombre de Mach M_j constant. Ces variations peuvent être rapproch es de celles de la vitesse de convection moyenne des structures turbulentes,  valu es au paragraphe 4.2.3 à l'aide de l'autocorrélation des fluctuations de vitesse. En effet, cette vitesse augmente avec la température lorsque le nombre de Mach M_j est maintenu constant, mais diminue légèrement à vitesse constante. D'après la relation (4.6), son évolution avec la températures est donc conforme à celle de l'angle d'inclinaison α_M évalué à l'aide des moyennes conditionnelles.

La vitesse de convection des structures cohérentes à l'origine de la production d'ondes non linéaire peut être évaluée plus directement à partir de la position du maximum de vorticité, dont l'évolution temporelle est repr sent e figure 4.31. Les positions de ce maximum forment approximativement une droite. L'estimation de la pente de cette droite entre les instants $t = t_s - 2r_0/u_j$ et $t_s + 2r_0/u_j$, donne une vitesse de convection de $u_c = 1.5a_\infty$ pour M20T1, M14T2 et M10T4, et de $1.9a_\infty$ et $2.0a_\infty$ pour M20T2 et M20T4. Ces vitesses de convection sont repr sent es sur la figure (4.32) en fonction du rapport de température statique. Leurs valeurs sont également compar es à celles donn es par la relation (4.6)   partir de l'angle d'inclinaison des fronts d'ondes, ainsi qu'à l'estimation de u_c fournie par la formule empirique propos e par Oertel [127] qui s'écrit

$$\frac{u_c}{a_\infty} = \frac{1 + M_j}{1 + a_\infty/a_j}. \quad (4.8)$$

Les vitesses de convection obtenues selon les trois approches sont en bon accord. En particulier, une légère décroissance du rapport u_c/a_∞ est retrouv e sur la figure 4.32(a) lorsque la température augmente à vitesse constante. De la même façon, l'augmentation des vitesses de convection pour $M_j = 2$ est également bien visible sur la figure 4.32(b). Des différences significatives peuvent cependant être constat es, comme par exemple pour le jet M10T4, où l'écart entre les vitesses de convection  valu es d'après les différentes méthodes est de 18%. De tels écarts peuvent être dus,

notamment, à des erreurs dans l'estimation de la vitesse de convection à partir du maximum de vorticité. En particulier, il a été constaté que le choix arbitraire de l'intervalle de temps utilisé pour l'évaluation de la vitesse de convection pouvait influencer la valeur obtenue. Néanmoins, il a été vérifié que ces fluctuations n'avaient pas d'impact sur les tendances obtenues pour l'évolution des vitesses de convection avec la température. Comme au paragraphe 4.2.3, les vitesses de convection calcul es à partir de l'angle d'inclinaison des fronts d'onde sont compar es à la vitesse du jet afin de préciser dans quelle mesure leurs variations suivent celles de u_j . Pour $M_a = 2$, le rapport u_c/u_j est de 0.68, 0.64 et 0.62 pour les jets M20T1, M14T2 et M10T4, tandis qu'il est respectivement de 0.68, 0.57 et 0.45 pour M20T1, M20T2 et M20T4   $M_j = 2$. Ainsi, lorsqu'elle est normalis e par u_j , la vitesse de convection décroît avec la température. Ce dernier résultat est en accord avec l'évolution des vitesses de convection mesur es dans la section 4.2.3 à partir de l'autocorrélation des fluctuations de vitesse.

Deux effets distincts de la température sur la vitesse de convection sont ainsi mis en évidence. D'une part, dans le cas des jets à $M_j = 2$, augmenter la température en conservant le nombre de Mach nécessite une hausse de la vitesse du jet, ce qui conduit à une élévation des vitesses de convection. Néanmoins, il apparaît également que le rapport u_c/u_j diminue lorsque la température augmente. Ce résultat, constaté pour les jets à nombre de Mach constant comme pour les jets à vitesse constante, indique que la température joue aussi un rôle qui lui est propre dans l'évolution des vitesses de convection.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, cinq simulations de jets temporels supersoniques chauds et isothermes sont r alis es afin d'étudier l'influence de la température sur la production d'ondes non linéaires au voisinage d'écoulements supersoniques cisailés. Les effets de la température sur le développement des jets et leur rayonnement acoustique sont appréhendés de deux man res différentes. Dans un premier temps, l'influence de la température est caract ris e pour une vitesse d'éjection u_j constante en considérant trois jets à un nombre de Mach acoustique de 2 et à des rapports de température statique de 1, 2 et 4. Dans un second temps, l'effet de la température est analysé pour un nombre de Mach M_j fixé à 2 en réalisant deux simulations supplémentaires de jets à des rapports de températures de 2 et 4. Pour ces derniers jets, la vitesse d'éjection augmente avec la température, ce qui conduit à des nombres de Mach acoustique de 2.8 et 4.

Les cinq jets temporels se développent de façon similaire. Après une phase initiale au cours de laquelle les couches de mélange sont laminaires, ces dernières transitionnent vers un état turbulent et se développent jusqu'à ce que leurs côtés opposés se rejoignent sur l'axe lors de la fermeture du cœur potentiel. Le développement des jets est accompagné d'un rayonnement acoustique intense, caractérisé par la présence d'ondes choquées possédant les caractéristique du bruit de *crackle*. L'influence de la température sur ce rayonnement diffère fortement selon que la vitesse ou le nombre de Mach sont maintenus constant. Lorsque la vitesse est constante, les niveaux de bruit diminuent avec la température, tandis que les coefficients de skewness et de kurtosis des fluctuations de pression évoluent peu. Dans ce cas, la température n'a donc pas ou peu d'effets sur le caractère choqué des fluctuations de pression rayonn es.   l'inverse, une hausse de température

à nombre de Mach M_j constant s'accompagne d'une hausse significative des niveaux de bruits produit par les jets. Le caractère choqué du rayonnement apparaît aussi exacerbé, ce qui est confirmé par la hausse des coefficients de skewness et de kurtosis des fluctuations de pression qui augmentent tous deux avec la température.

Afin de déterminer l'origine de ces deux tendances, les mécanismes associés à la production d'ondes non linéaires sont étudiés par le calcul de moyennes conditionnelles déclenchées par la détection de pics de pression intense dans le champ proche acoustique. Ces moyennes, qui sont calculées à partir des champs acoustiques et aérodynamiques, permettent d'établir que les ondes non linéaires sont associées dans chaque cas à la convection supersonique de structures cohérentes dans les couches de mélange des jets, ce qui suggère qu'elles constituent un cas particulier d'ondes de Mach. Dans le cas où la température augmente à vitesse constante, une légère diminution de la vitesse de convection de ces structures est constatée. À l'inverse, une forte augmentation de cette vitesse est observée lorsque le nombre de Mach est constant. Les modifications de la vitesse de convection causées par les variations de température apparaissent donc comme la cause principale de l'évolution des propriétés du champ acoustique. Cette conclusion est en accord avec plusieurs études numériques [32] et expérimentales [122, 138] qui ont permis de montrer que ce paramètre joue un rôle déterminant dans la formation d'ondes non linéaires dans le champ proche acoustique de jets supersoniques.

Finalement, les variations de la vitesse de convection en fonction du rapport de température statique et de la vitesse d'éjection permettent de montrer que le rôle de la température est double. Lorsque la température augmente à nombre de Mach constant, la vitesse de convection augmente en raison de l'élévation de la vitesse du jet. Cette augmentation s'accompagne cependant d'une diminution du rapport u_c/u_j , qui est aussi observée lorsque la vitesse du jet est maintenue constante. La diminution de ce rapport, également mise en évidence dans des études numériques [73, 98] et expérimentales [45] récentes, suggère que la convection de structures cohérentes dans l'écoulement devient de moins en moins efficace à mesure que la température augmente. Des études supplémentaires sont cependant nécessaires pour caractériser plus finement cette influence, qui pourrait être exploitée à terme pour le contrôle du bruit [38] produit par les écoulements supersoniques.

5 Rayonnement d'ondes de Mach et formation de chocs dans le champ proche acoustique de jets spatiaux supersoniques

Dans ce chapitre, deux jets isothermes à des nombres de Reynolds de 12500 et 50000, ainsi qu'un jet chaud à un rapport de température de 1.9 et à un nombre de Reynolds de 50000 sont calculés par simulation des grandes échelles. Les propriétés aérodynamiques et le champ proche acoustique des jets sont caractérisés dans un premier temps. En particulier, la présence d'ondes raidies est mise en évidence au voisinage direct des couches de mélange. Les propriétés de ces ondes sont caractérisées par le calcul des coefficients d'asymétrie des fluctuations de pression et de la dilatation, et les mécanismes à l'origine de leur formation sont décrits à l'aide de moyennes conditionnelles. Dans un second temps, les fluctuations de pression mesurées en champ proche sont propagées en champ lointain à l'aide de méthodes d'extrapolation linéaire et non linéaire, ce qui permet de décrire les effets de propagation non linéaires sur les propriétés du champ lointain acoustique.

Numerical study of shock formation in the near and far acoustic fields of supersonic jets at Mach 2

Pierre Pineau and Christophe Bogey

Abstract

Two isothermal jets and one heated jet at an acoustic Mach number of 2 and at Reynolds numbers of 12,500 and 50,000 are computed by Large-Eddy Simulation (LES) with the aim of investigating the formation of the shocks associated with the perception of crackle in the far acoustic field. The LES are performed using high-order finite differences on grids containing approximately 300M points. The main properties of the flow and acoustic fields are characterized by mean of instantaneous representations and time-averaged statistics. Notably, steep sound waves with the distinctive features of crackle are observed close to the jets. The steepened aspect of these waves is pronounced in the near vicinity of the turbulent flow, which suggests that it is mainly the result of a source mechanism. In order to educe this source mechanism, the strongest pressure waves recorded on an antenna near the jet are isolated from the rest of the signals. Conditional averages are then computed to determine the most salient features of the generation process of the waves. In particular, steepened waves are found to originate from the turbulent flow as straight, inclined wavefronts, and their generation process appears to be linked to the supersonic convection of large-scale coherent structures inside the jet shear layers. The propagation of these waves is investigated using linear and nonlinear extrapolation methods. Significant positive values of skewness of the pressure fluctuations and their time-derivatives are obtained in the far acoustic field. When nonlinear propagation effects are included, a further steepening of the waveforms is however observed as the sharp waves found in the near acoustic field progressively turn into N-shaped waves far away from the jet.

1 Introduction

In the last decades, the presence of steep, jagged shock structures has been reported in the far acoustic fields of high-speed supersonic jets issued from model scale nozzles [1, 2, 3] as well as full-scale military jet engines [4]. These shocks occur primarily in the aft quadrant of the jets and are believed to be the cause of an unpleasant perception effect known as crackle noise [5]. Despite several years of research, the process by which they are formed is still not fully understood. Indeed, different mechanisms can lead to the formation of shocks in the sound field produced by such highly compressible flows. Notably, it is well established that the sound waves they generate are strong enough to be affected by nonlinear distortions [6, 7]. These nonlinear effects cumulate during propagation, leading to the progressive formation of shocks, as observed in measurements

performed in the acoustic far fields of military jet aircrafts [8], as well as in numerical simulations [9]. However, estimations of the propagation distances required for shock formation have shown that, in some cases, steepened waveforms were found too close from the jet to be only the result of nonlinear propagation effects [5, 10, 11]. This is particularly true in the case of jets exhausting from small-scale nozzles in range-restricted environments [11, 12]. For these jets, the peak frequencies are higher than in full-scale tests and the effects of molecular absorption, which counteracts the formation of shocks, are thus stronger. In order to account for the presence of shocks in these experiments, it has been suggested [2, 5] that the steepened aspect of the waveforms was, at least to some extent, the consequence of a source mechanism located inside the jet. The possibility of shock formation at the source, in the vicinity of the turbulent flow, has been confirmed by optical visualization [13, 14] and numerical simulations [15, 16, 17] of jets and mixing layers. In these studies, shocks are found emerging from the shear layers, suggesting that they are caused by strong, intermittent events occurring inside the flow. As observed in the simulations of Buchta & Freund [18], as well as in the experimental measurements of Fiévet et al. [19], these shocks merge with each others and steepen as they propagate in the downstream direction, leading to fewer and stronger waves [18, 19] with increasing distance from the jet. The waves resulting from this source mechanism are expected to play a key role in the formation of crackle in the far field. Indeed, passive noise reduction devices such as chevrons or nozzle inserts have been observed to significantly alter the crackling behaviour of the sound field produced by model and full-scale supersonic jets [13, 20]. Since these control methods act upon the structure of the near-nozzle turbulent flow, it is likely that the steepened aspect of the wavefronts is already present, at least partly, at the time of their formation inside the turbulent flow. Despite their importance, the mechanisms by which shocks are produced inside the jets shear layers are not well understood. In particular, an important question concerns the role of coherent structures in their formation process. Large-scale coherent structures are known to play a key role in the generation of sound by high-speed jets [21, 22]. When convected at supersonic velocities, they generate Mach waves [23, 24, 25] that contribute to a major part of the sound radiated in the downstream direction, where the perception of crackle is most intense. The mechanisms at the origin of Mach waves are now reasonably well understood thanks, notably, to previous studies describing this phenomenon in a linear framework [24, 25, 26]. In particular, linear models have allowed the prediction of several aspects of Mach waves, such as the direction of maximum noise emission, or the shape of the spectra near the peak frequency [27, 26]. In these approaches, coherent structures are modeled as linear instability waves with supersonic phase velocities which radiate sound in the far field by a mechanism analogous to the generation of sound by a supersonic flow over a wavy wall. Obviously, the formation of shocks is excluded in the case of such linear models, since the predicted waveforms consist of smooth, harmonic waves. Nevertheless, it is legitimate to wonder whether the steepened waves observed near the jets in optical visualizations and numerical simulations constitute an extreme case of Mach waves, for which flow perturbations are too strong to be accurately described by linear theory. If so, a better knowledge of the properties of coherent structures at the origin of Mach waves should allow us to shed some light on the source mechanisms

involved in shock formation.

In the present study, Large Eddy Simulations (LES) of three isothermal and heated jets at an acoustic Mach number of 2 are carried out in order to examine the mechanisms responsible for the formation of shocks in the near and far acoustic fields. The first objective is to investigate to what extent their formation is linked to the generation of Mach waves by coherent structures inside the jet flow. In the past, studying the variations of sound sources with the Reynolds number has helped to highlight the role of coherent structures [23, 28, 29] in noise generation. When the Reynolds number is decreased, the scales affected by molecular viscosity become larger, and coherent structures are thus easier to detect and study, while the dominant noise generation mechanisms remain representative of those observed in jets at a high Reynolds number [28]. Two isothermal jets at diameter-based Reynolds numbers of 12,500 and 50,000 are first computed in order to investigate how the generation of steepened waves is affected by an increase of the Reynolds number. In order to complement this database, a heated jet at an acoustic Mach number of 2.06 and at a Reynolds number of 50,000 is also simulated with the aim of investigating the effects of temperature on shock formation.

The second objective of this study is to examine the propagation of the steepened waves that are formed near the jet to the far acoustic field. For that, the near-field pressure fluctuations obtained from the LES are propagated in the far acoustic field using linear and nonlinear extrapolation methods. For a linear propagation, no further steepening of the waveforms is expected as the waves propagate. Therefore, comparing the linearly and nonlinearly extrapolated far-field pressure fluctuations will allow us to discuss the contributions of steepening at the source and of cumulative nonlinear propagation effects to shock formation in the far acoustic field.

The paper is organized as follows: First the numerical methods and main parameters of the LES are introduced. The most important characteristics of the flow and acoustic fields of the jets are then presented. They include mean and instantaneous representations, as well as spectra of the near-field pressure fluctuations. Then, the presence of steepened waves in the near acoustic field is examined. Their properties are quantified using time-averaged high-order statistics. Individual shocks are extracted from the pressure fluctuations signals and conditional averages are computed from the jet flow and sound fields to characterize their formation process. Finally, the near-field pressure fluctuations are propagated to the far acoustic field using linear and nonlinear extrapolations. They are carried out by solving the linear and weakly nonlinear Euler equations given in appendix A. The resulting far-field results are then compared to investigate how nonlinear propagation effects modify the shape of the steepened waves observed in the near field.

2 Numerical methodology

2.1 Jet parameters

Two isothermal and one heated supersonic jets are simulated in the present study. They are referred to as IsoRe12500, IsoRe50000 and HotRe50000, respectively. The two isothermal jets are at Mach numbers $M_j = u_j/a_j$ of 2, where u_j is the jet exhaust velocity and a_j is the speed of sound inside

Simulation	M_j	M_a	T_j/T_∞	Re_D
IsoRe12500	2.00	2.00	1.00	12,500
IsoRe50000	2.00	2.00	1.00	50,000
HotRe50000	1.50	2.06	1.87	50,000

Table 1: Jet exhaust conditions in the three simulations.

the jet. The diameter-based Reynolds numbers $Re_D = u_j D / \nu$ of IsoRe12500 and IsoRe50000 are of 12,500 and 50,000, respectively, where $D = 2r_0$ is the jet diameter, and ν is the kinematic viscosity. The heated jet is at $M_j = 1.5$ and at a Reynolds number of 50,000. The exhaust conditions of this jet have been chosen in order to match those of a heat-simulated helium jet at same Mach number investigated by Papamoschou & Debiasi [30]. To do this, the jet static temperature T_j has been set so that the ratio a_j/a_∞ of the local and ambient sound speeds is the same as in the helium jet, following Doty & McLaughlin [31]. As a result, the temperature ratio T_j/T_∞ of this jet is equal to 1.87, where T_j is the jet static temperature and $T_\infty = 293$ K is the temperature of the ambient medium. This temperature ratio yields an acoustic Mach number $M_a = u_j/a_\infty$ of 2.06, where a_∞ is the ambient speed of sound, which is very close to the acoustic Mach numbers of the isothermal jets. The three jets exhaust from straight-pipe nozzles at a static pressure matching the atmospheric pressure $p_\infty = 10^5$ Pa. Their mixing layers are initially in a laminar state, in agreement with measurements performed in supersonic jets at comparable Mach and Reynolds numbers [23]. The axial velocity profiles at the nozzle exit, shown in figure 1(a), are very similar to a Blasius boundary-layer mean velocity profile. The thickness of this profile has been set so that the momentum thickness δ_θ is such that $\delta_\theta/r_0 = 2/\sqrt{Re_D}$, following an empirical relation introduced by Zaman [32] for initially-laminar subsonic jets. The corresponding boundary layer thickness is of $0.076r_0$ for the jets at $Re_D = 50,000$ and of $0.15r_0$ for the jet at $Re_D = 12,500$. Moreover, in order to favor the transition of the shear layers from a laminar to a turbulent state, small perturbations are added inside the nozzle boundary layers. These perturbations are solenoidal Gaussian vortex rings of random phases and amplitude, as proposed in Bogey et al. [33]. Their mean amplitude has been adjusted to yield maximum turbulence rates of 3% at the nozzle exit. The radial variations of the root-mean-square (RMS) value of axial velocity fluctuations are plotted in figure 1(b). They are negligible from $r = 0$ to $r = 0.8r_0$, in the jet inner potential core, and peak at $0.03u_j$ near the nozzle lip. Consequently, the turbulence rates at the nozzle exit are low, and the jets can thus be considered as initially weakly disturbed.

2.2 Numerical methods

The compressible Navier-Stokes equations are solved in cylindrical coordinates (r, θ, z) using an OpenMP based in-house solver. The convective and viscous flux are computed using a fourth-order, eleven-point, centered, low-dispersion finite difference scheme [34], and a second-order, six-stage Runge-Kutta algorithm [34] is employed for time-integration. The method of Mohseni &

Colonus [35] is used to remove the singularity on the jet axis, and the azimuthal derivatives near the jet axis are computed with fewer points than permitted by the grid in order to reduce the constraint on the time step [36]. More precisely, the effective number of points involved in the computations of the azimuthal derivatives varies from 16 for the points nearest to the jet axis up to $n_\theta = 256$ for $r > 0.25r_0$. At the end of each time-step, an eleven-point, sixth-order centered filter [37] is applied explicitly to the flow variables. This filtering operation allows for the suppression of grid-to-grid oscillations, as well as the relaxation of subgrid-scale energy near the grid cut-off wavenumber. Since shock waves are found in the present supersonic jets, a damping procedure using a dilatation-based shock detector and a second-order, optimized filter [37] is used to remove Gibbs oscillations that may occur in the vicinity of shocks. Finally, in order to ensure that the computed sound waves exit the computational domain without causing significant spurious reflexions, the radiation boundary conditions of Tam & Dong [38] are prescribed at the radial and axial boundaries of the domain. At the outflow boundary, they are associated with a sponge zone combining grid stretching and Laplacian filtering in order to damp flow perturbations before they reach the end of the computational domain.

2.3 Computational parameters

The mesh grid used for the three simulations extends up to $z = 60r_0$ in the axial direction, and out to $r = 18r_0$ in the radial direction. It contains $n_r = 526$, $n_\theta = 256$ and $n_z = 2294$ points in the radial, azimuthal and axial directions, respectively. The radial mesh spacing, represented in figure 2(a), is equal to $0.025r_0$ on the jet centerline and is progressively decreased so that $\Delta r = 0.00625r_0$ at $r = r_0$, in the shear-layers. Farther away from the jet centerline, the mesh spacing Δr progressively increases and reaches a maximum value of $\Delta r_{max} = 0.05r_0$ for $r \geq 5r_0$, allowing a maximum Strouhal number $St = fD/u_j$ of 5 for an acoustic wave discretized by four points per wavelength. The axial variations of the mesh spacing Δz are shown in figure 2(b). It is constant and equal to $0.025r_0$ from $z = 2.5r_0$, near the nozzle exit, and down to $z = 30r_0$. Further downstream, it increases slowly but remains lower than $\Delta r_{max} = 0.05r_0$. The computations are carried out on 16-core nodes of Intel Xeon E5-2640 processors at 2.60 GHz. After an initial transient corresponding to roughly 50,000 iterations, the flow and sound fields are recorded during a simulation time $t_s = 1000r_0/u_j$, which requires the computation of 100,000 additional time steps. On the whole, each simulation consumes approximately 40,000 CPU hours.

3 Results

3.1 Snapshots of the flow and acoustic fields

Snapshots of the jet flow and acoustic fields are shown in figure 3. In each case, vorticity norm is represented inside the jet flow, and pressure fluctuations outside. Near the nozzle, the flow field consists of an inner potential core surrounded by thin, parallel layers of vortical flow, which constitute the initially laminar mixing layers of the jets. Further downstream, a wider range of turbulent scales

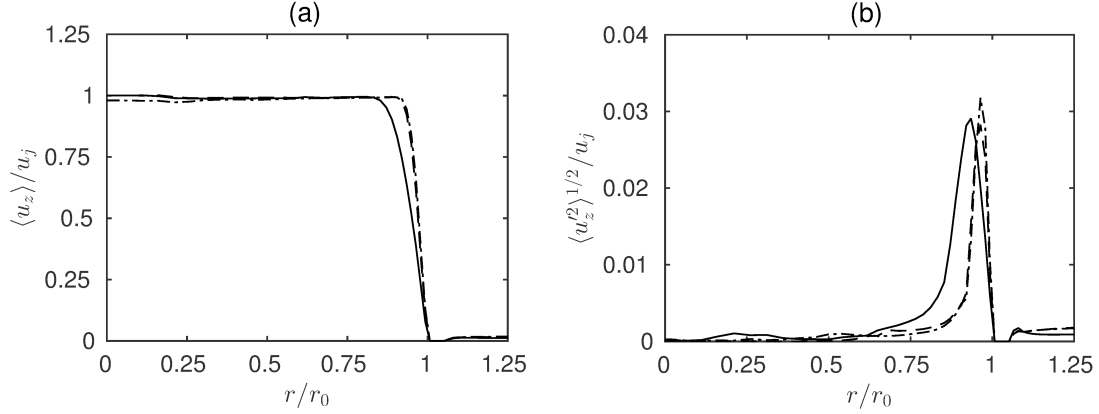


Figure 1: Radial profiles at the nozzle exit of (a) mean axial velocity and (b) RMS value of axial velocity fluctuations; — IsoRe12500, - - - IsoRe50000 and - · - · HotRe50000.

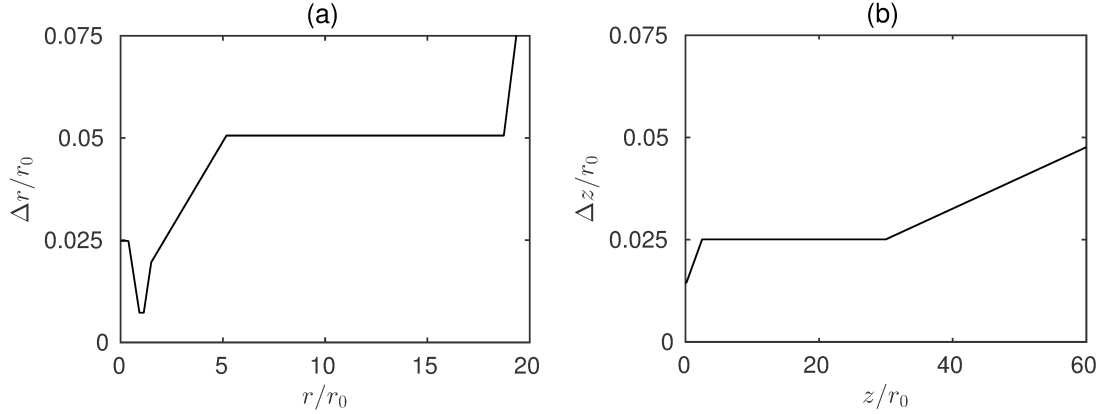


Figure 2: Variations of (a) radial and (b) axial mesh spacings.

are found in the mixing layers, as a result of their transition from a laminar to a turbulent state. After this transition, the shear layers grow until they merge on the jet axis at $z \simeq 20r_0$ and $z \simeq 15r_0$ for the isothermal and hot jets, respectively. In the sound field, inclined, elongated wavefronts emerging from the jets are visible. These waves propagate in the downstream direction and are very similar to those observed in numerical simulations of supersonic jets emitting Mach waves [16, 39, 40, 41]. Concerning the Reynolds number effects, the sound fields of the jets at $Re_D = 50,000$ contain more high frequency waves than those of the jet at $Re_D = 12,500$, as expected for a higher Reynolds number [23, 29]. Finally, for all jets, steep variations are distinguishable near the flow, suggesting the presence of shocks in the near acoustic field. These sharp gradients are mostly found at the edges of the wavefronts radiated from the jet shear layers, as in the simulation of Nichols et al. [16].

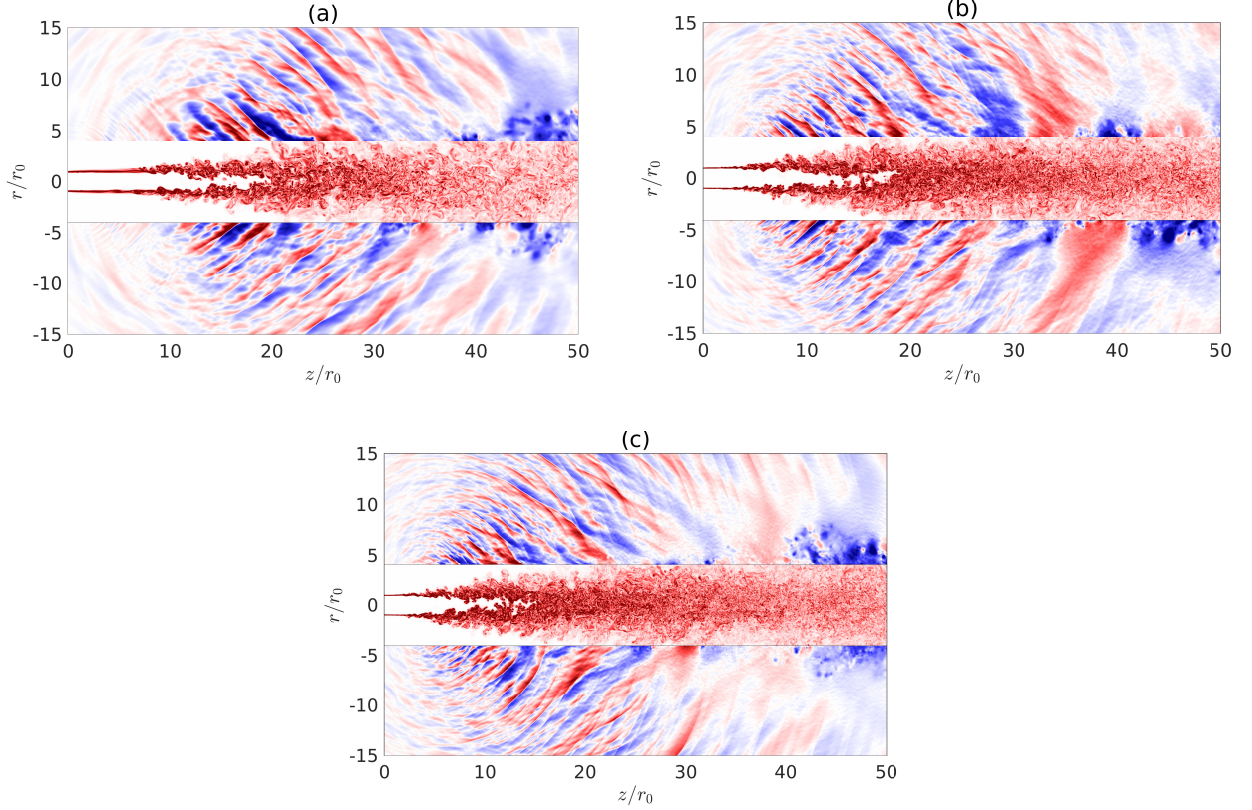


Figure 3: Snapshots of the pressure fluctuations and the vorticity norm for (a) IsoRe12500, (b) IsoRe50000 and (c) HotRe50000. The color scales range from -3000 to 3000 Pa for pressure and up to $4u_j/r_0$ for the vorticity norm, from blue to red.

3.2 Properties of the velocity fields

The axial profiles of mean centerline axial velocity are plotted in figure 4(a) for the different jets. Downstream of the nozzle exit, the centerline velocity remains very close to u_j , as long as the flow on the jet axis is potential. Slight variations of mean velocity are observed in the jet potential core. They are the footprints of weak shock cells that are formed downstream of the nozzle. Indeed, although the static pressure in the pipe nozzle has been set equal to the ambient pressure, the presence of boundary layers inside the nozzle leads to the formation of shock cells. The amplitudes of these velocity variations, which are of the order of 5% of the jet velocity u_j , are weak, in agreement with measurements performed on the centerline of supersonic jets operated at ideally-expanded conditions [23]. Consequently, the present jets can be considered as nearly perfectly expanded. Further downstream, the mean centerline velocity begins to decay as a result of the intrusion of low-speed vortical flow on the jet axis as the potential core closes. The axial position z_c where the potential core ends is defined, following Lau et al. [42], by assuming that the centerline mean velocity u_{axis} varies with z according to the relation $u_{\text{axis}}/u_j = 1 - \exp\{\beta/(1 - z/z_c)\}$. This yields $z_c = 14.6r_0$

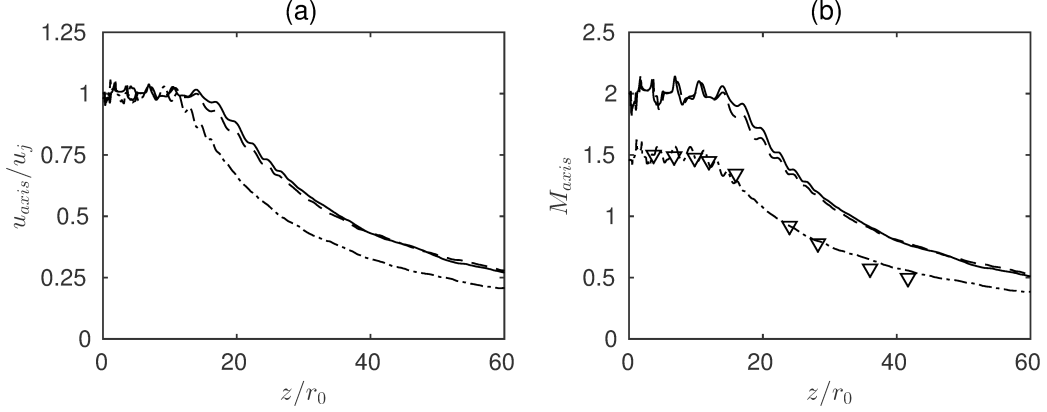


Figure 4: Axial variations of (a) mean centerline velocity and (b) mean axial Mach number for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000 and - · - · HotRe50000. The triangles in (b) indicate the experimental measurements by Papamoschou & Debiasi [30].

for IsoRe12500, $z_c = 14.0r_0$ for IsoRe50000, and $z_c = 11.1r_0$ for HotRe50000. These results can be compared to those obtained using the empirical formula proposed by Tam et al. [43], written as

$$\frac{z_c}{2r_0} = 4.2 + 1.1M_j^2 + \left\{ \exp \left[-3.2 \left(\frac{T_j}{T_\infty} - 1 \right) \right] - 1 \right\}, \quad (1)$$

and yielding $z_c = 17.2r_0$ and $z_c = 11.5r_0$ for the isothermal and hot jets. Therefore, the potential core in the present jets are slightly shorter than those predicted by equation (1). A possible explanation for this discrepancy is that the empirical model is based on measurements performed in high Reynolds number, initially turbulent jets, while the present jets are at moderate Reynolds numbers and are initially laminar. Indeed, supersonic jets with initially laminar mixing layers spread more rapidly, and have shorter potential cores than their turbulent counterparts [41]. Nevertheless, the present results are in good agreement with the evolution of z_c predicted by the model. In particular, the shorter potential core observed in the case of the hot jet can be attributed, from (1), to temperature effects as well as to Mach number effects. Finally, the variations of the centerline Mach number are shown in figure 4(b). For the hot jet at $M_j = 1.5$, the results are in very good agreement with measurements of Papamoschou & Debiasi [30] for a helium jet at comparable exhaust conditions.

In order to characterize the development of the turbulent flow, the variations of the RMS values of axial velocity fluctuations are shown in figure 5. The RMS values at $r = 0$, in figure 5(a), are negligible near the nozzle exit and increase rapidly further downstream, when the potential core closes. They reach a peak just after the end of the potential core, at $z = 22.9r_0$ for IsoRe12500, $23.5r_0$ for IsoRe50000, and $16.4r_0$ for HotRe50000, and slowly decrease afterward. Inside the shear layers, the maximum RMS values of velocity fluctuations, represented in figure 5(b), are close to $0.03u_j$ at $z = 0$, as expected from figure 1(b). Further downstream, they increase very rapidly and reach a maximum of $0.20u_j$ for the isothermal jets and $0.22u_j$ for the hot jet. These peaks are similar to those found in simulations of initially-laminar subsonic jets [44], and can be attributed to vortex

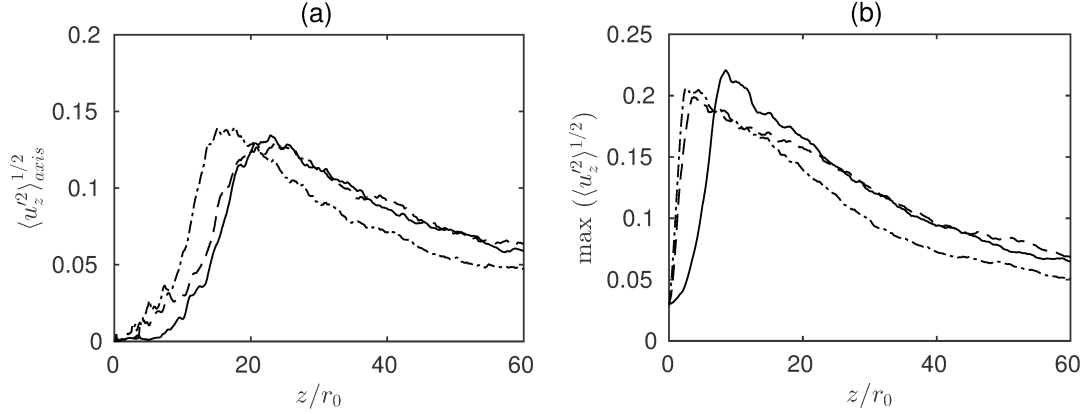


Figure 5: Axial variations of (a) the RMS value of centerline axial velocity fluctuations and (b) the maximum value of the RMS value of velocity fluctuations for the jets — IsoRe12500, - - - IsoRe50000, and - · - · HotRe50000.

pairings occurring during the shear layer transition from a laminar to a turbulent state. For the jets at $Re_D = 50,000$, these peaks are located very close to the nozzle exit, at $z = 3.9r_0$ and $2.7r_0$ for IsoRe50000 and HotRe50000. For IsoRe12500, the peak velocity fluctuations are located further downstream, at $z = 8.5r_0$, which results from the later transition of the shear layers to a turbulent state in this case, as visible in figure 3(a).

3.3 Properties of the near acoustic field

3.3.1 Mean and spectral properties of the sound field

The Overall Sound Pressure Levels (OASPL), computed at $r = 15r_0$ from the jet centerline, are represented in figure 6(a). In all cases, a peak is obtained between $z = 15r_0$ and $25r_0$. For IsoRe50000, for example, the noise level is 20 dB higher at the location of peak noise emission than at $z = 0$, which shows that the main sources of sound are highly directive. The sound levels for the two isothermal jets are nearly identical. In particular, they peak at 153.9 dB for $Re_D = 12,500$ and at 153.5 dB for $Re_D = 50,000$. As a comparison, Freund et al. [39] obtained a peak sound pressure level of 154 dB at $r = 15r_0$ in a Direct Numerical Simulation of a jet at an acoustic Mach number of 2, and at $T_j/T_\infty = 1.12$ and $Re_D = 2,000$. Furthermore, the position of peak noise is found at $z = 21r_0$ for IsoRe50000, but slightly downstream, at $z = 26r_0$ for IsoRe12500. This difference can be related to the location of peak velocity fluctuations, which is also located farther from the nozzle in the case of the lower Reynolds number jet in figure 5(b). Finally, the sound levels radiated by the hot jet reach a peak value of 151.5 dB at $z = 19r_0$. For an acoustic Mach number remaining of 2, the isothermal jets are thus louder than the hot jet, in agreement with the measurements of Tanna et al. [45].

The Power Spectrum Densities of the pressure fluctuations at the locations of maximum sound pressure levels at $r = 15r_0$ are shown in figure 6(b). They peak at Strouhal numbers of 0.3 for

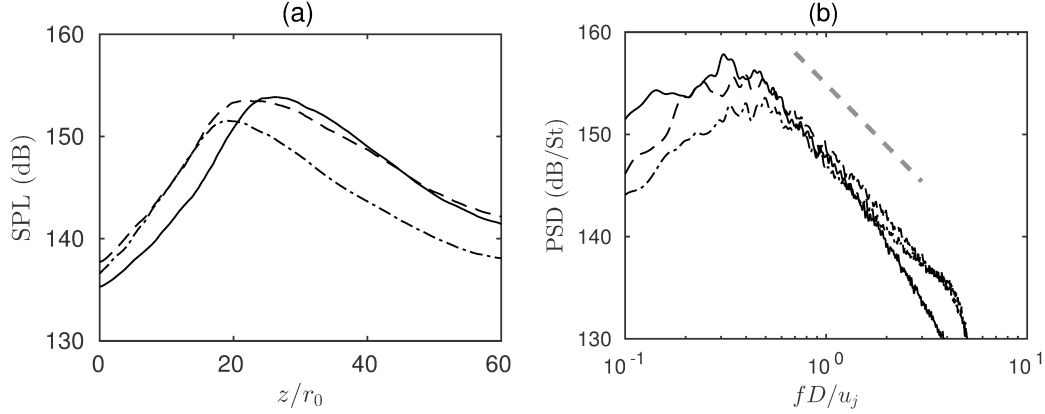


Figure 6: Representation of (a) the axial variations of OASPL at $r = 15r_0$ and (b) the power spectrum density of pressure fluctuations at the position of peak pressure fluctuations at $r = 15r_0$, for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000, and - · - · HotRe50000. The dashed gray line indicates a slope of -20 dB per decade.

IsoRe12500, 0.4 for IsoRe50000 and 0.5 for HotRe50000. After the peak, the pressure levels decrease following a regular slope whose value is close to -20 dB per decade, in agreement with measurements performed in the near and far acoustic fields of supersonic jets in the direction of peak noise emission [4, 46, 47]. Finally, the spectra have very similar shapes, which supports the fact that the sound generation mechanisms at play are the same in the three jets.

3.3.2 Shocks in the near acoustic field

In figure 3, steep variations are found at the edges of the wavefronts radiated from the jets, which suggests that shocks are present in the jet near acoustic field. In the past, several metrics have been proposed to characterize the presence of shocks in the sound field of supersonic jets [1, 2, 5, 48]. In particular, Ffowcs-Williams et al. [5] have correlated the perception of crackle to the occurrence of strong overpressures in the acoustic signals. These pronounced peaks lead to a positive asymmetry of the statistical distribution of pressure fluctuations, which can be quantified by computing its skewness factor $S(p)$, defined as

$$S(p) = \frac{\langle p'^3 \rangle}{\langle p'^2 \rangle^{3/2}}. \quad (2)$$

Ffowcs Williams et al. postulated that crackle can distinctly be heard for values of $S(p)$ higher than 0.4, but cannot when $S(p)$ is lower than 0.3. In the present study, the skewness factors of the pressure fluctuations computed at $r = 15r_0$ for the three jets are represented in figure 7(a). Unfortunately, they are poorly converged, which is reflected in the noisy rendering of the data. Despite this, they take significant positive values from, approximately, $z = 10r_0$ down to $z = 30r_0$, which corresponds to the region where steep wavefronts are observed in figure 3. More precisely, the skewness values are between 0.3 and 0.4 at the locations of peak noise levels, which is slightly lower than the threshold of 0.4 proposed by Ffowcs Williams et al. [5].

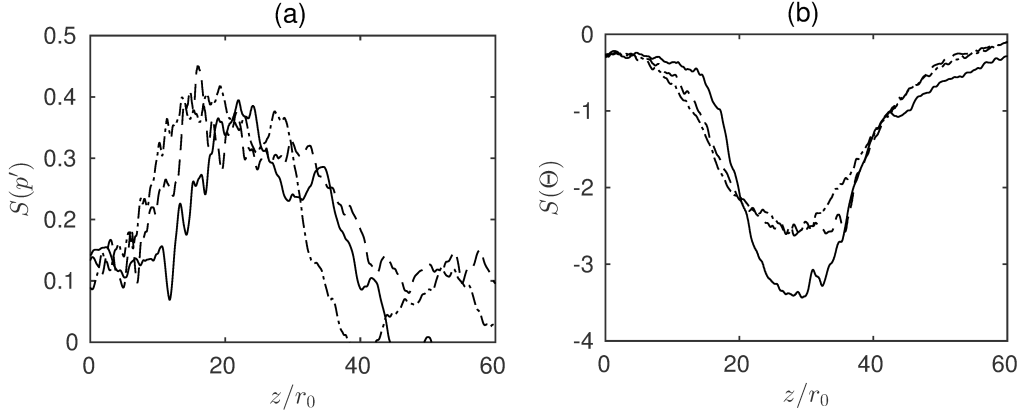


Figure 7: Representation at $r = 15r_0$ of the skewness factor of (a) the pressure fluctuations and (b) the dilatation for the jets — IsoRe12500, - - - IsoRe50000, and - · - · HotRe50000.

Another commonly-used metric to assess the presence of crackle is the skewness factor of the pressure time derivative $S(dp/dt)$ [48, 49]. Positive values of $S(dp/dt)$ indicate the prevalence of fast compressions in the pressure waveforms, which is also a manifestation of the presence of shocks. Similarly, another possibility is to compute the skewness factor of the dilatation Θ , which is defined as the divergence of the velocity field. Indeed, the presence of shocks leads to a negative asymmetry of the dilatation, and to negative values of its skewness factor $S(\Theta)$ as highlighted, for instance, by Lee et al. [50] in simulations of decaying compressible isotropic turbulence. In addition, in the case of isentropic, linear acoustic waves, Θ and dp/dt are related by

$$\Theta = -\frac{1}{\rho_\infty a_\infty^2} \frac{dp}{dt}, \quad (3)$$

yielding $S(\Theta) = -S(dp/dt)$. The skewness factor of the dilatation at $r = 15r_0$, shown in figure 7(b), is significantly negative from, approximately, $z = 15r_0$ down to $z = 40r_0$. The lowest values are respectively -3.4 for the jet at $Re_D = 12,500$ and -2.6 for the jets at $Re_D = 50,000$, and they are reached at $z = 28r_0$, which is slightly downstream of the location of maximum pressure fluctuations. Therefore, significant values of the skewness of pressure fluctuations and dilatation are present at $r = 15r_0$, which reveals a pronounced asymmetry of the acoustic waves. The skewness is strong in the direction of peak sound emission, but less marked upstream and downstream of the peak, where sound pressure levels are lower.

In order to investigate the variations of skewness in the near acoustic field, the skewness factors of the pressure and dilatation fields calculated over the whole section (r, z) are represented in figure 8 for IsoRe12500. For the pressure fluctuations, in figure 8(a), positive values are noted in the immediate vicinity of the turbulent flow, and they are highest close to the peak of sound emission. Moreover, they decrease down to values lower than 0.2 upstream and downstream of the maximum. Regarding the evolution of $S(p)$ with increasing distance from the jet, no clear trend can be distinguished. In figure 8(b), a distinctive peak of negative values of $S(\Theta)$ emerges close to the maximum of sound

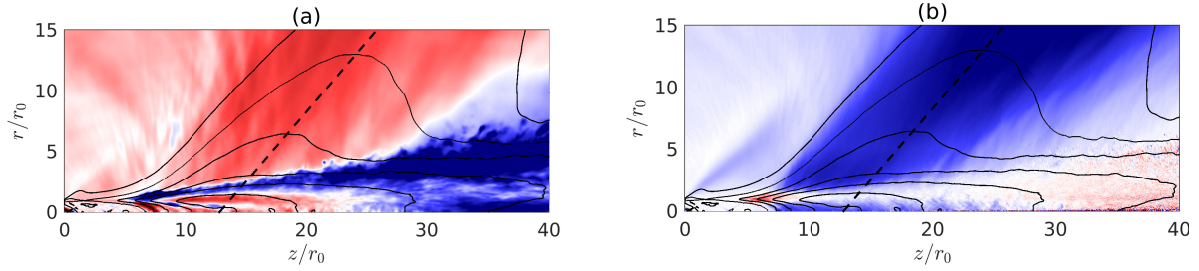


Figure 8: Representation of the skewness factor of (a) pressure fluctuations and (b) dilatation for IsoRe12500. The solid lines indicate the contours of sound pressure levels ranging from 150 dB to 175 dB and separated by 5 dB. The dashed line indicates the position of maximum sound pressure level, and the color scales range from -0.6 to 0.6 in (a) and from -3 to 3 in (b), from blue to red.

emission. It originates from the immediate vicinity of the turbulent flow, between $r = 2r_0$ and $r = 5r_0$. Far from the peak of sound emission, the value of $S(\Theta)$ is close to 0, indicating that sharp gradients are absent from the waveforms. Finally, it appears to decrease with the propagation distance, which can be attributed to nonlinear propagation effects.

In order to further investigate the evolution of the asymmetry of the sound waves with increasing propagation distance, the skewness of the pressure and dilatation fields is computed on the line where the noise levels are maximum. As represented in figure 8, this line is oriented according to a shallow angle from the jet axis. For the three jets, the skewness factor of the pressure fluctuations in figure 9(a) is lower than 0.2 at $r = 3r_0$, and increases with the radial distance. At $r = 15r_0$, it reaches values of 0.31 for IsoRe12500, 0.36 for IsoRe50000 and 0.41 for HotRe50000. In figure 9(b), the skewness of the dilatation is close to -2 at $r = 3r_0$ for the three jets, and diminishes when the radial distance is increased. This decrease can be attributed to the effects of nonlinear steepening, as well as to shock coalescence [18, 19], and is more pronounced for the jet at $Re_D = 12,500$. This suggests that nonlinear propagation effects are more important for the lower Reynolds number jet. However, further investigations are needed to clarify this point.

The skewed characters of the pressure fluctuations and of the dilatation in figure 9 are well pronounced in the very near acoustic field. Assuming this asymmetry results from the presence of shocks, this is consistent with previous conclusions of the literature [2, 16, 18] that steepened waves at the origin of crackle are formed, at least partly, by a source mechanism located inside the turbulent flow. In order to illustrate this, three sample signals of pressure fluctuations and dilatation are shown in figure 10 for IsoRe12500. They are recorded at three positions at $r = 5r_0$, $10r_0$ and $15r_0$ on the linear array depicted in figure 8. They are normalized by their RMS values and represented as a function of $t + \tau$, where $\tau = 0$ at $r = 5r_0$, $13.8r_0/u_j$ at $r = 10r_0$, and $26.4r_0/u_j$ at $r = 15r_0$. The time delay τ accounts for the propagation time between the position $r = 5r_0$ and the other measurement points, and is determined from the cross-correlations between the different signals. In figure 10(a) the most salient features of the pressure waveforms recorded at $r = 15r_0$ are also visible at $r = 10r_0$, and at $r = 5r_0$, in the near vicinity of the turbulent flow. Notably, steep

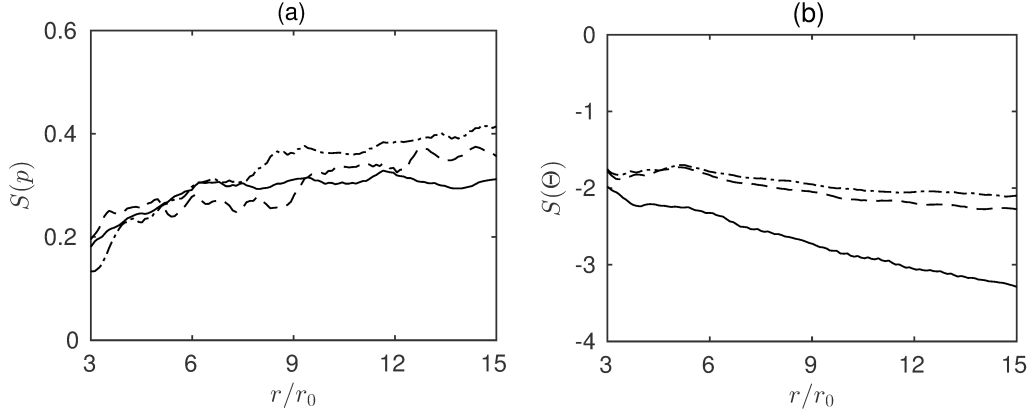


Figure 9: Evolution along the line of maximum sound emission of (a) $S(p)$ and (b) $S(\Theta)$ for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000, and - · - · HotRe50000.

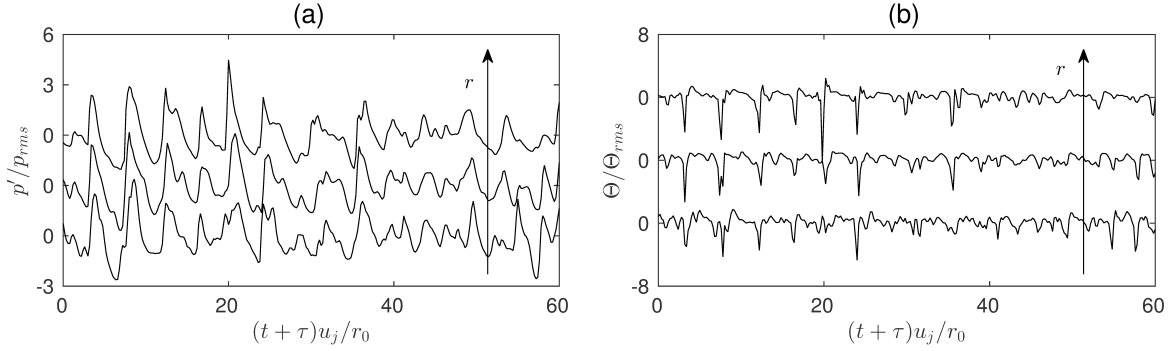


Figure 10: Evolution of (a) pressure fluctuations p' and (b) dilatation Θ for the jet IsoRe12500 at, from top to bottom, $r = 5r_0$, $r = 10r_0$, and $r = 15r_0$ along the line of maximum sound emission. The pressure fluctuations and the dilatation are normalized by their standard deviation.

shock-like structures are found at, for instance, $(t + \tau)u_j/r_0 = 4, 8, 12$, and 24 at the three radial locations. This is even more noticeable for the dilatation in figure 10(b), where distinctive negative peaks, indicating strong compressions, are observed at the same corrected times. Therefore, it is very likely that a significant portion of the shocks at $r = 15r_0$ are already present at $r = 5r_0$, in the immediate vicinity of the turbulent flow, and that they propagate along the linear array. This observation supports that the shocks are mainly the result of a source mechanism inside the jets. One notable exception concerns the shock at $(t + \tau)u_j/r_0 = 20$. While it is visible in the waveforms at $r = 15r_0$ and $r = 10r_0$, it is not in the signal at $r = 5r_0$. This shock is most probably formed by the coalescence of two smaller shocks, as highlighted in the studies of Buchta & Freund [18], and Fiévet et al. [19]. Finally, some of the negative dilatation peaks strengthen with the radial distance at, for example, $(t + \tau)u_j/r_0 = 4, 8$ and 12 , which reveals a steepening of the wavefronts. This steepening could be the consequence of cumulative nonlinear propagation effects. However, they are moderate, which is expected given the short propagation distances.

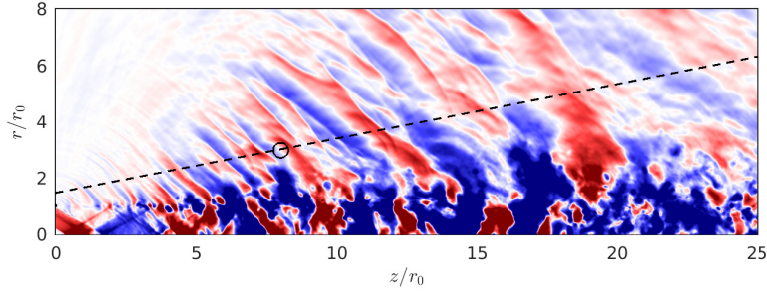


Figure 11: Snapshots of the pressure fluctuations for IsoRe50000. The near-field conical antenna is represented in dashed lines, and the black circle indicates the position of maximum sound pressure levels on the antenna. The color scale ranges from -10,000 to 10,000 Pa, from blue to red.

In order to trace back the steep nature of the sound field as close as possible to the turbulent flow, the pressure fluctuations are recorded on a conical antenna aligned with the jet axis and spanning the entire azimuthal extent of the jet. This antenna, represented in figure 11, is located at $r = 1.4r_0$ at $z = -1.25r_0$ and spreads with an angle of 11° chosen so that the antenna closely match the jet development. From the nozzle exit down to $z \simeq 5r_0$, the pressure fluctuations close to this antenna consist of high-frequency, low-amplitude waves. They are generated just upstream of the peak of RMS velocity fluctuations in figure 5(b), where the shear layers of the jets are still in a laminar state. Further downstream, from approximately $z = 5r_0$ down to $z = 15r_0$, the waves emerging from the shear layers are stronger, and sharp pressure gradients are present at their edges. Notably, intense, steepened wavefronts cross the conical antenna at $z \simeq 8r_0$, $z \simeq 12r_0$ and $z \simeq 15r_0$, for instance. Finally, for $z \geq 20r_0$, approximately, the pressure fluctuations are dominated by lower-frequency waves, whose steepened aspect is less marked. For comparison, the axial variations of sound pressure levels on the conical antenna are represented in figure 12(a). They peak at $z = 15.0r_0$ for IsoRe12500, at $7.8r_0$ for IsoRe50000 and at $5.1r_0$ for HotRe50000, which is close to the locations where steepened waves are observed in figure 11 for IsoRe50000. In addition, the skewness factor of the dilatation, represented in figure 12(b), is very close to 0 at $z = 0$, which indicates that the noise in the near vicinity of the nozzle exit is not significantly skewed. Further downstream, it rapidly decreases down to strongly negative levels, and remains slightly lower than -2 over several jet diameters. In particular, the value of $S(\Theta)$ is always lower than -2 at the axial locations of peak pressure levels. These negative values of skewness can be related to the sharp pressure variations distinguished in figure 11.

3.4 Conditional averages

In order to investigate the main characteristics of the steepened waves observed in the near vicinity of the jets, it can be useful to study their properties independently of the rest of the waveform. To do so, the signals of pressure fluctuations recorded on the conical antenna in figure 10 are split in time intervals of length $5r_0/u_j$. In each of these intervals, the peak of pressure fluctuations is localized,

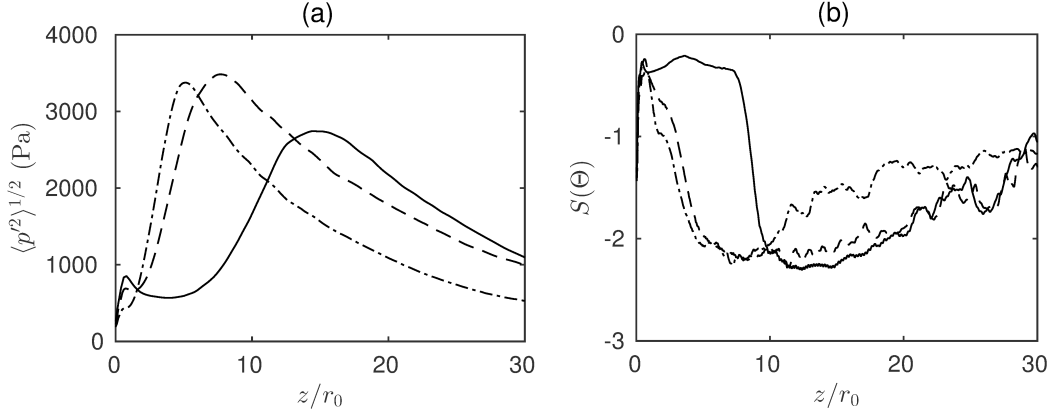


Figure 12: Variations along the near-field antenna of (a) the RMS value of pressure fluctuations and (b) the skewness factor of dilatation for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000, and - · - · HotRe50000.

and the time t_{trig} and the azimuthal angle θ_{trig} for which this maximum occurs are used as triggers in a conditional averaging procedure. This procedure consists in synchronizing the pressure fluctuations in time and space, according to t_{trig} and θ_{trig} , respectively, before performing an ensemble average so that only the strongest, generic features of the synchronized events are preserved.

The conditional averaging procedure is applied to the pressure and dilatation fields recorded on the conical antenna at the positions of maximum pressure fluctuations. The resulting pressure and dilatation signals, computed using approximately 200 events, are shown in figure 13. They are normalized by their maximum value, and plotted as a function of the nondimensionalized time delay $(t - t_{\text{trig}})u_j/r_0$, to facilitate the comparison between the different cases. In figure 13(a), the pressure waveforms all share the same distinctive shape. More particularly, a compression phase during which the pressure rapidly rises to its peak value is observed for $t \leq t_{\text{trig}}$. After this phase, a gradual expansion allows the pressure to be relaxed down to slightly negative levels. Similarly, in figure 13(b), a strong negative peak of dilatation is found just before $t = t_{\text{trig}}$, and is followed shortly after by a much less pronounced positive peak. This observation can be related to the asymmetry of the pressure waveforms in figure 13(a). Indeed, the dominance of the negative dilatation peaks, when compared to the maxima in figure 13(b) indicates that the time scale associated with the compression phase in figure 13(a) is much shorter than that of the expansion phase. As a result, the distinctive signature usually associated with crackle noise is clearly recovered in the conditional averages. This confirms the relevance of this method, based on the detection of strong pressure events, for investigating the properties of shocks in the jet near field. Finally, the time scales τ_p associated with the conditional pressure signals can be estimated as the full width at half maximum of the pressure peaks in figure 13(a), yielding $\tau_p = 0.62r_0/u_j$ for IsoRe12500, $\tau_p = 0.45r_0/u_j$ for IsoRe50000, and $\tau_p = 0.38r_0/u_j$ for HotRe50000. These values are comparable to the eddy turnover time r_0/u_j , which is representative of the largest turbulent scales inside the flow. However, the time scale τ_p is slightly longer for the jet at $Re_D = 12,500$, which indicates that the shape of the

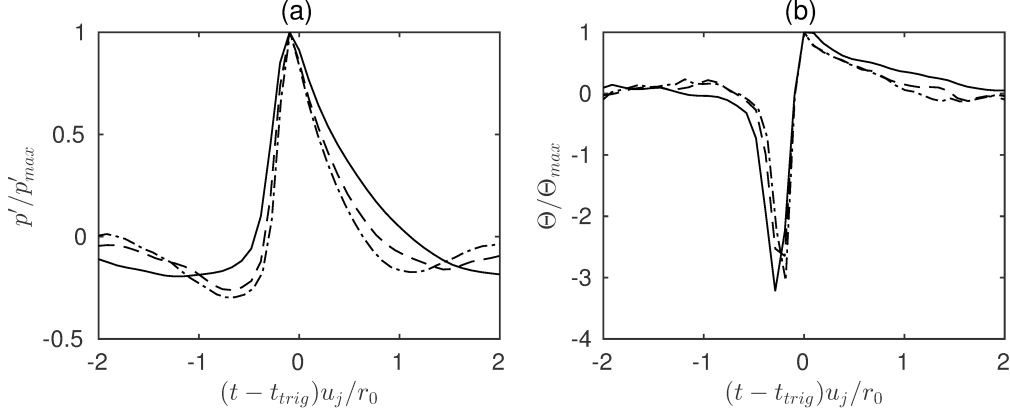


Figure 13: Conditionally-averaged (a) pressure and (b) dilatation signals normalized by their maximum values at locations of maximum pressure fluctuations for — IsoRe12500, - - IsoRe50000, and - · - HotRe50000.

waveforms can be affected by the jets Reynolds numbers.

It is also possible to synchronize the two-dimensional fields based on the same trigger as previously. Such conditional averages are useful since they provide a way to establish correlations between the flow and acoustic fields. The objective is to examine the process by which strong, steepened waves, like the ones visible in figure 11, are generated from the jet flow. In jets radiating Mach waves, it is known that the majority of sound intensity is contained within the low-order azimuthal modes [40]. Therefore, the present conditional averages are computed from three-dimensional reconstructions of the flow and sound fields involving only the first five azimuthal Fourier modes.

Plane views of the conditionally averaged fields obtained for the three jets at times $t = t_s$, $t_s + 4r_0/u_j$, $t_s + 8r_0/u_j$, and $t_s + 12r_0/u_j$ are represented in figure 14. The reference time t_s is defined as $t_s = t_{\text{trig}} - r_{\text{trig}}/a_\infty$, where r_{trig} is the radial position where the trigger signal is acquired on the conical antenna. In this relation, the duration r_{trig}/a_∞ accounts for the propagation from $r = 0$ up to the location $r = r_{\text{trig}}$ where shocks are detected. As a result, the instant $t = t_s$ roughly corresponds to the time when the wave is generated inside the jet flow. The pressure fluctuations are shown in color scales, and contours of vorticity are plotted. In order to remove the component resulting from the mean shear, the time-averaged vorticity have been subtracted before averaging. Finally, in order to visualize the jet structure, three contours of conditionally-averaged axial velocity are depicted. The innermost contour corresponds to $u_z = 0.95u_j$ and displays the position of the edge of the potential core, while the second one corresponds to the sonic line $u_z = a_\infty$. Finally, the third velocity contour for $u_z = 0.05u_j$ represents the outer boundary of the jet flow. At $t = t_s$, a strong pressure wave is seen to emerge from the jet shear layers at $z \simeq 10r_0$ for IsoRe12500, $z \simeq 6r_0$ for IsoRe50000 and $z \simeq 4r_0$ for HotRe50000. At the inner tip of this wave, a spot of high vorticity is visible in the high-speed side of the shear layers. This spot has an elliptical shape, and it extends from the edge of the potential core up to sonic line. Meanwhile, a region of strong positive pressure is seen in the shear layers, just upstream of the vorticity spot. At $t_s + 4r_0/u_j$, the spot is found

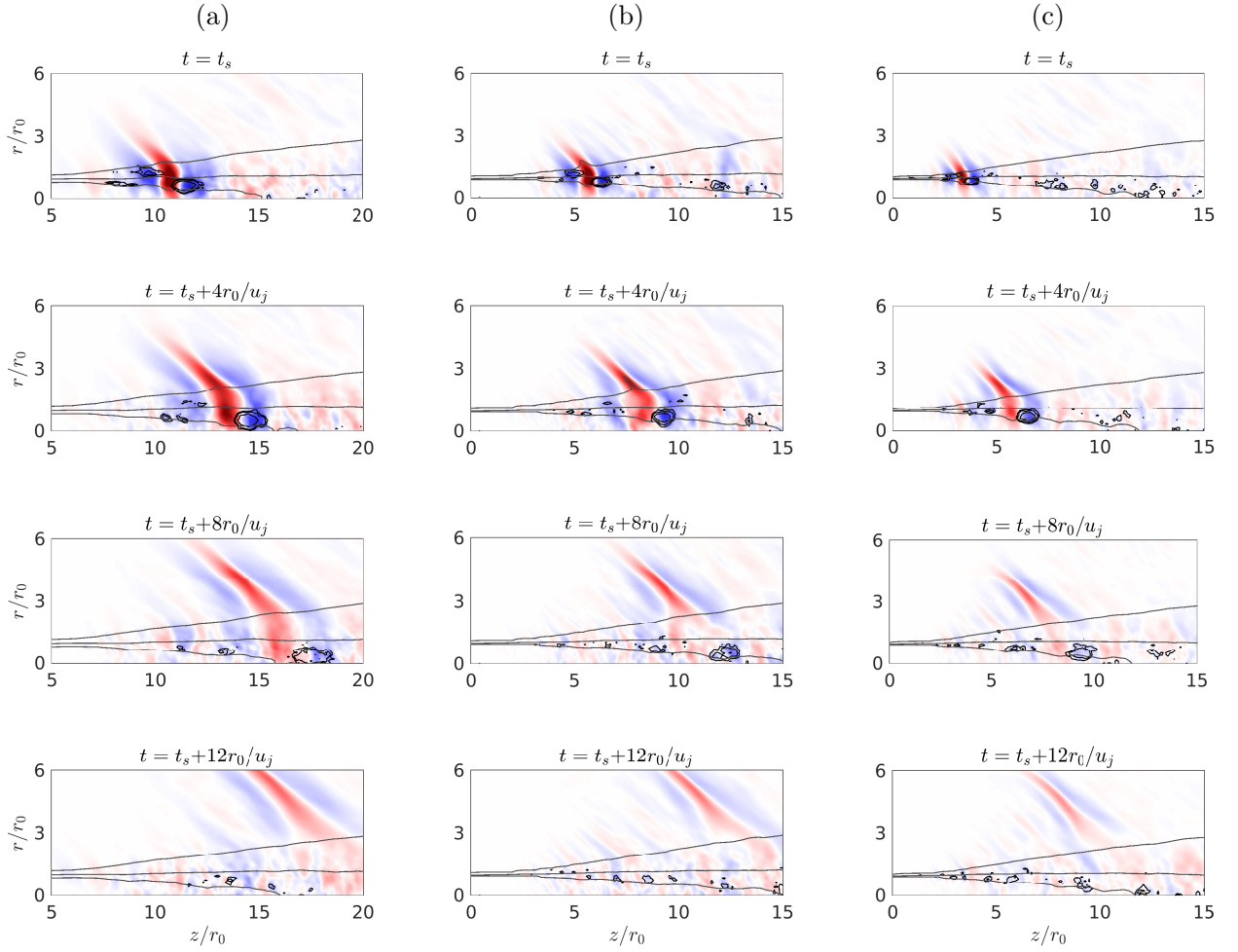


Figure 14: Time evolution of conditionally-averaged pressure and vorticity fluctuations for (a) IsoRe12500, (b) IsoRe50000 and (c) HotRe50000; — contours of vorticity fluctuations corresponding to $0.15u_j/r_0$, $0.30u_j/r_0$, and $0.60u_j/r_0$, — contour of conditionally-averaged axial velocity for the values $0.95u_j$, a_∞ , and $0.05u_j$. The color scale for the pressure fluctuations ranges from -10,000 to 10,000 Pa, from blue to red.

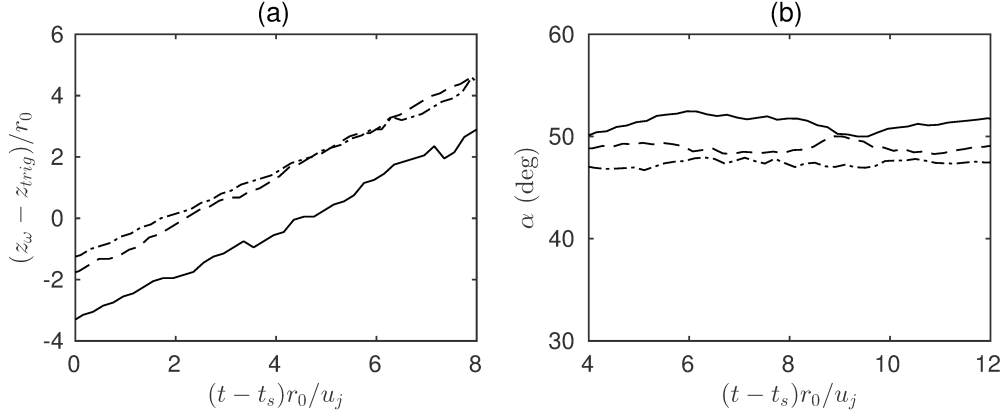


Figure 15: Time evolution of (a) the axial position z_ω of the maximum of coherent vorticity and (b) the propagation angle α for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000, and - · - · HotRe50000.

downstream and remains connected to the pressure wave, which rises from the shear layers. In addition, steep pressure gradients can be detected at the edge of the wavefront, which is consistent with the shapes of the time traces of figure 13(a). Despite its steepened aspect, the structure of this wave reminds that of wavepackets extracted from simulations of supersonic jets by Sinha et al. [26]. At $t_s + 8r_0/u_j$, and $t_s + 12r_0/u_j$, the pressure wave propagates in the jet aft quadrant, while the vorticity spot continues its motion and eventually disappears.

The time evolution of the axial location z_ω of peak vorticity is plotted in figure 15(a). The fairly linear aspect of the curves indicates nearly constant convection speeds of $u_c = 0.79u_j$ for IsoRe12500, of $0.81u_j$ for IsoRe50000, and of $0.69u_j$ for HotRe50000, in agreement with measurements in supersonic jets at similar Mach numbers [23]. Notably, these convection velocities are much higher than the ambient speed of sound, which is necessary for the generation of Mach waves. The present results can be interpreted, following Hussain [51] and Zaman & Hussain [52], by assuming that the vorticity excess in the conditional averages constitutes a mean representation of the coherent structures developing in the jet shear layers. As visible in figure 14, the pressure field associated with such coherent structures consists, in average, of a local pressure deficit followed by a marked pressure excess. As sketched by Ribner [53], this wavepacket-like pressure disturbance acts on the surrounding medium as a wavy wall. It induces a local compression-expansion process which, when convected at a supersonic speed, propagates in the far acoustic field as sound. While most models of the Mach wave phenomenon rely on a linear description of the wavy wall mechanism [24, 26, 54], it is likely that the linear assumption might not hold when the perturbations are too strong. As pointed out by Buchta [17], for instance, such nonlinearities could lead to the generation of steepened waves, as those in figure 11. To confirm that the steepened waves in figure 14 are related to the supersonic convection of coherent structures, their orientation angles are estimated by computing the direction of the local pressure gradient with respect to the jet axis at the location of minimum conditionally-averaged dilatation, that is, at the location of peak pressure gradients. The resulting angles in figure 15(b), are nearly constant, and equal to 51, 49, and 47 degrees for IsoRe12500,

IsoRe50000 and HotRe50000. These values fall within less than 3 degrees from the propagation angle estimated from

$$\cos \alpha = \frac{a_\infty}{u_c}, \quad (4)$$

which are equal to 51, 52 and 45 degrees for IsoRe12500, IsoRe50000 and HotRe50000, respectively. It strongly supports the idea that the steepened waves in figure 14 are linked to the supersonic convection of coherent structures inside the jet shear layers. Finally, the lower normalized convection speed for the hot jet is in agreement with previous observations that the ratio u_c/u_j decreases with increasing static temperature [55, 56]. This decrease of the convection velocity can be related to the observation in figure 7(a) that the peak sound pressure levels produced by the hot jet are lower than those of the isothermal jets. Indeed, since the three jets have the same acoustic Mach number, a lower convection speed is expected to lead to a less pronounced convective amplification, resulting in a poorer efficiency of the Mach wave radiation mechanism. However, despite the lower sound pressure levels, there appears to be no significant effect of increasing temperature on the shape of the conditionally-averaged waveforms in figure 13.

3.5 Investigation of nonlinear propagation effects

3.5.1 Linear and nonlinear extrapolation methods

The propagation of the acoustic waves from the near to the far field of the jets is now investigated using linear and nonlinear extrapolation methods. To this end, the pressure fluctuations are recorded on a closed cylindrical surface of radius $15r_0$, extending from $z = -1.25r_0$ up to the end of the LES domain at $z = 60r_0$. They are propagated linearly and nonlinearly in the far acoustic field by solving the Linearized Euler Equations (LEE) and the Weakly Non Linear Euler Equations (WNLEE), respectively, detailed in Appendix A. The computations are carried out using the same numerical methods as those employed for the LES. The cylindrical grid used in this case extends from $z = -20r_0$ to $z = 220r_0$ in the axial direction, and from $r = 15r_0$ out to $r = 240r_0$ in the radial direction, and contains $n_r \times n_\theta \times n_z = 4853 \times 64 \times 5525 = 1.7$ billion points. Its axial and radial mesh spacings are uniform and equal to $\Delta z = \Delta r = 0.05r_0$, yielding a Strouhal number $St = fD/u_j$ of 5 for an acoustic wave discretized by four points per wavelength. The pressure fluctuations from the LES are imposed at each time step on the first row of discretization points, at $r = 15r_0$, and from $z = -1.25r_0$ to $r = 60r_0$. Near this surface, where centered finite differences cannot be used, spatial derivatives are evaluated using non-centered schemes [57]. Finally, to avoid the formation of reflexions as the pressure waves leave the computational domain, radiation boundary conditions [38, 58] are prescribed at the upper limit, as well as at the outflow and inflow axial boundaries.

The computations require approximately 190 Gb of memory and they are carried out on 32-core nodes of Intel E5-4650 processors with a clock speed of 2.7GHz using an OpenMP based in-house solver. For each computations, approximately 15,000 time steps are performed, which demands 12,000 CPU hours. After a time of approximately $360r_0/u_j$, the pressure fluctuations are recorded

at a sampling frequency of $10u_j/r_0$ on a circular antenna of radius $d = 160r_0$ centered around the nozzle exit extending from $\phi = 20^\circ$ to 100° , where ϕ is the polar angle relative to the downstream direction. In order to explore the effects of nonlinear propagation on the steepened waves found in the near acoustic field, the pressure fluctuations are also recorded on a linear array starting at the end of the potential core, represented in figure 16 for HotRe500000. This linear array is oriented in a direction such that it intercepts the location of maximum pressure levels at $d = 160r_0$. Its inclination angle is equal to 48.8° for IsoRe12500, to 48.4° for IsoRe500000 and to 47.6° for HotRe500000.

3.5.2 Snapshots of pressure fluctuations and sound pressure levels

Snapshots of vorticity norm and pressure fluctuations obtained from the LES and from the nonlinear wave extrapolation method are displayed in figure 16 for the jet HotRe500000. The positions of the circular and linear arrays where pressure fluctuations are recorded are also shown. In the sound field, high-intensity Mach waves are visible at approximately 45° from the jet axis. Near the jet, the wavefronts associated with the Mach waves are straight and inclined, whereas they appear more spherical near the circular array, where far-field conditions are expected to apply [59]. These waves appear to be generated near the end of the jet potential core, and propagate in the far acoustic field along a direction close to that of the linear array.

The Overall Sound Pressure Levels (OAPSL) obtained for HotRe500000 on the circular array using the linear and nonlinear extrapolation methods are plotted in figure 17 as a function of the polar angle ϕ . Peaks of pressure levels are reached at $\phi = 50^\circ$ in the linear case, and at $\phi = 45^\circ$ in the nonlinear case. At these peak angles, the pressure levels are of 134.6 and 132.9 dB, respectively, and are thus close to the peak of 133 dB obtained at $\phi = 45^\circ$ experimentally by Papamoschou & Debiasi [30] for a jet at similar exhaust conditions. From $\phi = 20^\circ$ to $\phi = 50^\circ$, the sound levels are also similar to the experiments. However, the agreement is poorer for $\phi \geq 60^\circ$, where the results of the simulations are approximately 4 dB higher than the experimental data. This discrepancy can be explained, notably, by the fact that the Reynolds number of the experimental jet is of 350,000, higher than that of HotRe500000.

The power spectrum densities of pressure fluctuations at $d = 160r_0$ and $\phi = 45^\circ$ are represented in figure 17(b) for HotRe500000. The spectra obtained using the two extrapolation methods peak for a Strouhal number of $St \simeq 0.2$, and are very similar to each other at lower frequencies. Some differences can be noted at higher frequencies. For $0.2 \leq St \leq 2$, the linearly-extrapolated pressure fluctuations are approximately 2 dB stronger than those obtained from the nonlinear approach. On the contrary, for $St \geq 2$, the levels are higher in the latter case. It can also be pointed out that nonlinear extrapolation yields results in better agreement with the measurements than linear extrapolation, especially for $St \geq 0.5$. This suggests that the sound field produced by the experimental jet is also subject to nonlinear propagation effects.

The pressure levels obtained at $d = 160r_0$ using the nonlinear extrapolation are plotted in figure 18(a) as a function of the polar angle for the three jets. In all cases, a peak is found at $\phi = 45^\circ$. Its value is of 136.3 dB for IsoRe12500, 136.1 dB for IsoRe500000, and of 132.9 dB for

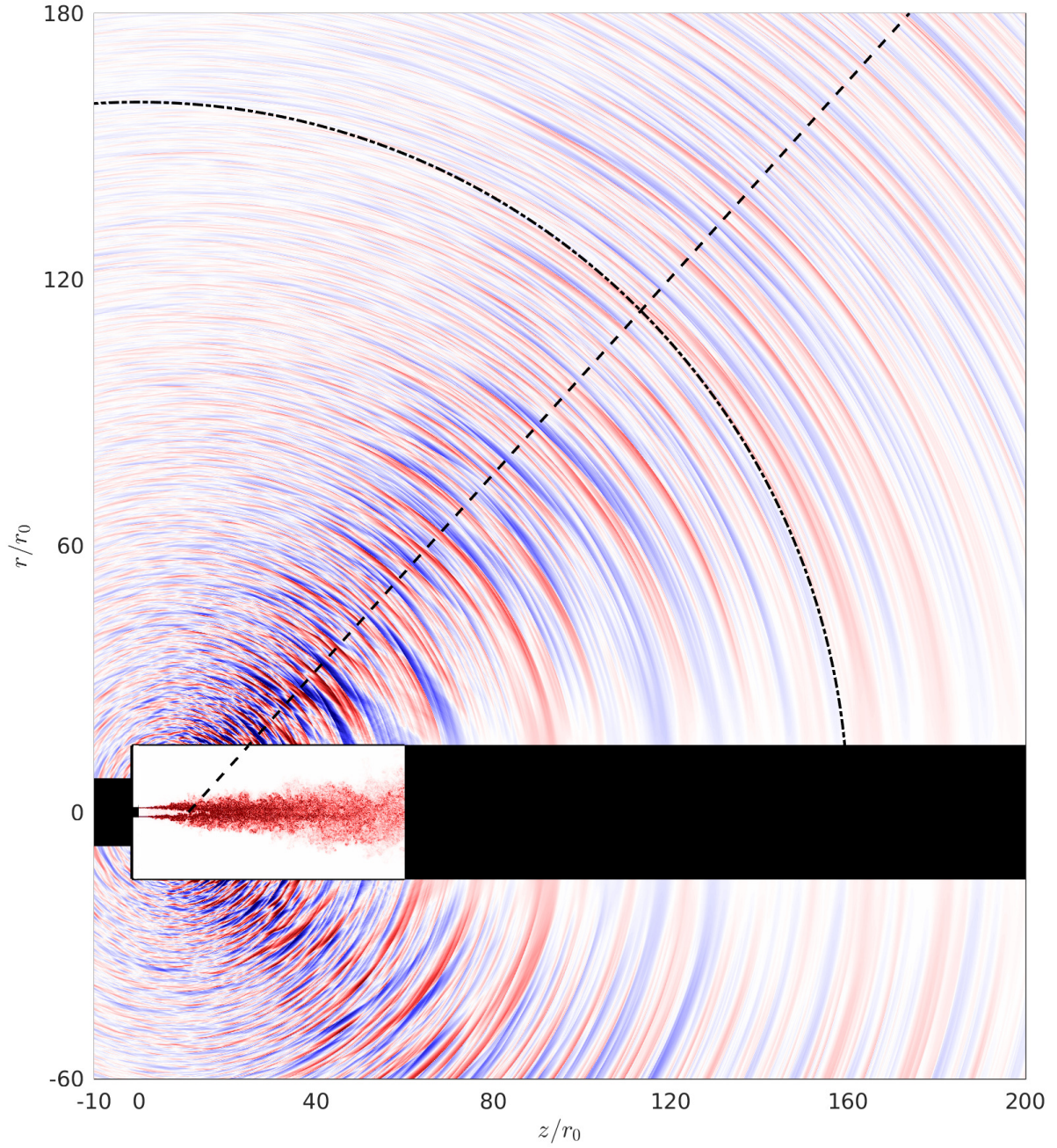


Figure 16: Snapshots of vorticity norm inside the LES domain and pressure fluctuations extrapolated using the weakly nonlinear Euler equations for HotRe50000. The color scales range from -750 to 750 Pa for pressure and up to $2u_j/r_0$ for vorticity. The lines indicate the positions of — — the linear array and - · - · the arc-array at $d = 160r_0$.

HotRe50000. The pressure levels of the isothermal jets are higher than those of the hot jet at all polar angles, in agreement with the near-field results of figure 6. For the isothermal jets, the sound

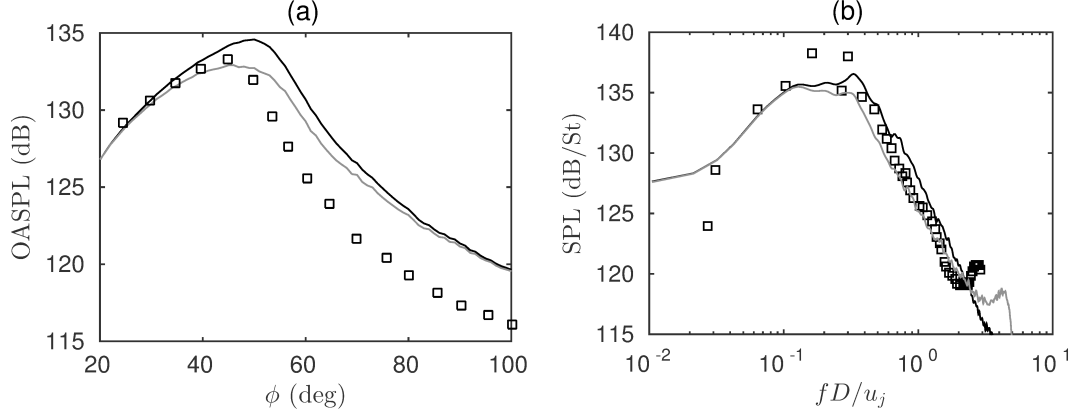


Figure 17: Representation at $d = 160r_0$ of (a) the OASPL as a function of ϕ and (b) the power spectrum density of pressure fluctuations at $\phi = 45^\circ$ for HotRe50000; results using — linear extrapolation and - - - nonlinear extrapolation, and $\square$ measurements of Papamoschou & Debiassi [30].

levels are very close from $\phi = 20^\circ$ to 60° , but differ at higher angles, where IsoRe50000 is slightly louder than IsoRe12500. Therefore, while the Reynolds number does not significantly affect the pressure levels in the direction of peak noise emission, it has a slight effect on the noise radiated in the sideline direction.

In order to find the direction where nonlinear propagation effects are strongest, the pressure levels obtained using linear extrapolation are subtracted from those from the nonlinear calculation. At all polar angle, the levels obtained from the nonlinear approach are found in figure 18(b) below those computed from the linear extrapolation. This discrepancy is most important at $\phi = 45^\circ$, where the acoustic fluctuations extrapolated nonlinearly are 2 dB lower than those obtained from linear extrapolation. Away from the peak, the two extrapolation methods yield comparable results, lower than 1 dB for $\phi \leq 40^\circ$ and $\phi \geq 70^\circ$. It indicates that nonlinear propagation effects are strongest near the peak of noise emission, which is also the direction where the steepened waves previously described in the near acoustic field propagate. This suggests that the shape of these waves are modified by nonlinear distortions as they propagate. Such distortions are investigated into further details in what follows.

3.5.3 Role of nonlinear propagation effects

The spectra obtained using the linear and nonlinear extrapolations at three different points on the linear array for HotRe50000 are plotted in figure 19. These points are located at distances of $30r_0$, $90r_0$ and $150r_0$ from the end of the potential core and are thus separated by $60r_0$. In figure 19, at the first position, the spectra are very similar, regardless of the extrapolation method. This is expected given that the measurement point is located at a radial distance $r = 22r_0$ from the jet axis, very close to the extrapolation surface at $r = 15r_0$. Farther away from the jet, at $90r_0$ from the end of the potential core, the pressure levels obtained using nonlinear extrapolation are 1 to 3 dB lower than

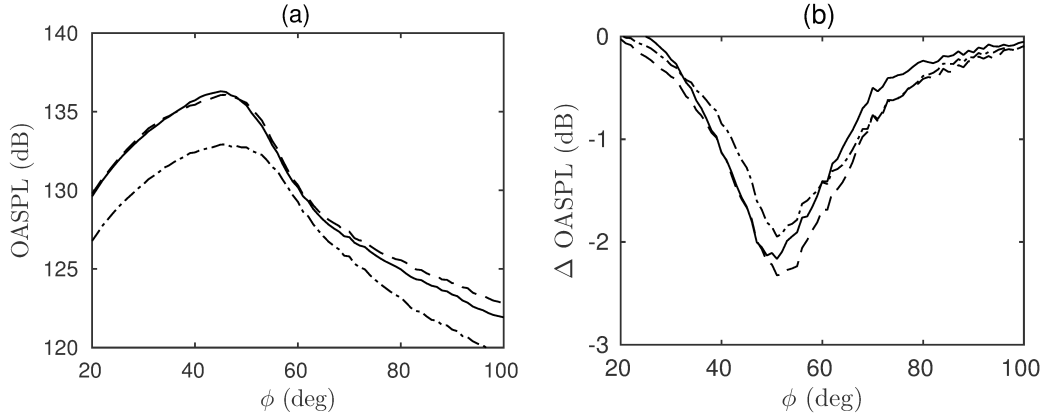


Figure 18: Representation at $d = 160r_0$ of (a) the OASPL obtained from the nonlinear extrapolation and (b) difference between the pressure levels from the nonlinear and linear extrapolations for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000 and - · - · HotRe50000.

those from the linear extrapolation over the frequency range $0.2 \leq St \leq 2$. Conversely, the nonlinear calculation yields higher pressure levels than the linear one for $St \geq 2$. The same trends are noted in figure 19, where the disparity between the two spectra computed at $150r_0$ is also more pronounced than at $90r_0$. The present modification of the spectra with increasing distance from the jet is similar to that found by de Cacqueray & Bogey [9], who investigated the linear and nonlinear propagations of the noise produced by a Mach 3.3 hot jet. These results indicate a progressive distortion of the waveforms as the acoustic waves propagate in the direction of peak noise emission.

In order to illustrate how such nonlinear distortion affect the waveforms, signals of pressure fluctuations are shown in figure 20 at the same three locations as the spectra of figure 19. They are normalized by their standard deviation to facilitate the comparison between signals obtained at different distances from the jet. At the first location, steepened waves, similar to those found in the LES domain, are present in the waveforms at $t = 11r_0/u_j$ and $t = 23r_0/u_j$, for instance. In addition, there is no significant difference between the linear and nonlinear results. For increasing distances from the jet, in figure 20(b) at $90r_0$, and in figure 20(c) at $150r_0$, significant discrepancies can be noted between the linearly and nonlinearly-extrapolated pressure signals. They are visible, for instance, at $t = 13r_0/u_j$ in figure 20(b), and at $t = 22r_0/u_j$ in figure 20(c). The pressure peak occur earlier in the signal computed from the nonlinear extrapolation. This time-lag between the pressure peaks is a consequence of the dependence of the speed of sound on the local pressure when nonlinear propagation effects are taken into account. In that case, the speed of sound increases near the pressure peaks, leading to a gradual steepening of the waveforms until the formation of N-shaped waves, like that observed in figure 20(c), at $t = 22r_0/u_j$ for instance. As illustrated in Enflo & Hedberg [60], these nonlinear distortions are associated with a nonlinear energy transfer from middle to high frequencies, which is consistent with the evolution of the spectra obtained at increasing distances from the jet in figure 19.

The energy transfer from the middle to the high frequencies is also apparent in figure 21, where

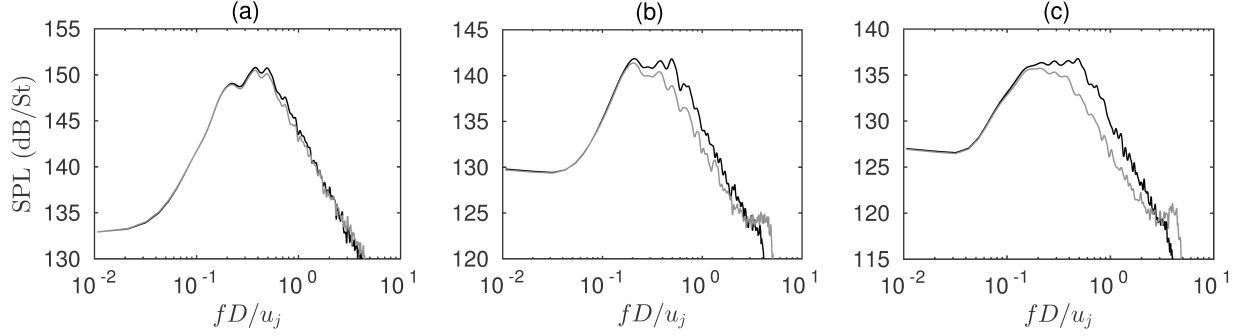


Figure 19: Power spectrum densities of pressure fluctuations for HotRe50000 obtained at a distance (a) $30r_0$, (b) $90r_0$, and (c) $150r_0$ on the linear array using — linear and - - - nonlinear extrapolations.

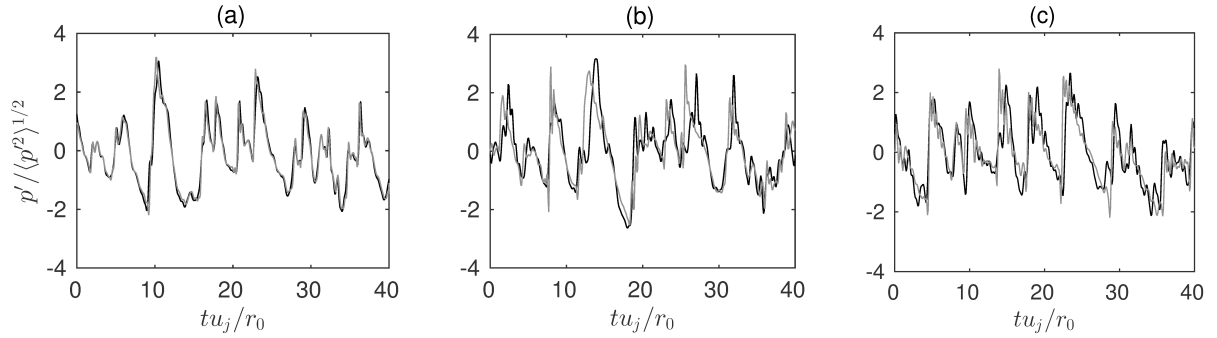


Figure 20: Pressure fluctuations for HotRe50000 obtained on the linear array at (a) $30r_0$, (b) $90r_0$ and (c) $150r_0$ using — linear and - - - nonlinear extrapolations.

the differences between the power spectrum densities obtained for HotRe50000 using nonlinear and linear extrapolations are represented on the linear array at distances of $30r_0$, $90r_0$, $150r_0$, and $210r_0$ from the end of the potential core. This difference is negative over the range of Strouhal numbers $0.1 \leq St \leq 4$ and positive for $St \geq 4$. It is also more pronounced with increasing propagation distance as the maximum sound intensity loss, obtained for $St \simeq 1$, is of -1 dB at $r = 30r_0$, of -3 dB at $r = 90r_0$, and of -4 dB at $r = 150r_0$ and $250r_0$. It can also be noted that the difference between the spectra varies significantly from $30r_0$ to $90r_0$, but is almost unchanged between $150r_0$ and $210r_0$. Nonlinear propagation effects are thus strong near the jet, but become weaker with increasing distance from the jet, as the pressure levels become sufficiently low that sound propagation is linear.

3.5.4 Skewness of the pressure and its time-derivative

The influence of nonlinear propagation on the asymmetry of acoustic waves is investigated by comparing the skewness factors of the pressure fluctuations and their time-derivative obtained using linear and nonlinear extrapolations. The skewness factors are computed on the circular array at $\rho = 160r_0$, and averaged over all of the $n_\theta = 64$ azimuthal planes. For a linear propagation, in fig-

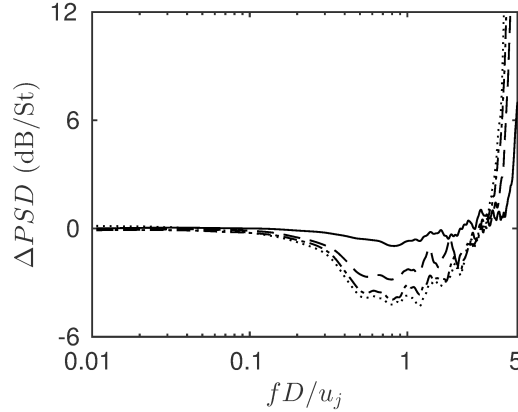


Figure 21: Representation for HotRe50000 of the difference between the spectra of pressure fluctuations computed on the linear array using nonlinear and linear extrapolations distances of ——— $30r_0$, - - - $90r_0$, - · - · $150r_0$ and ····· $210r_0$.

ure 22, the skewness factor of the pressure fluctuations peaks at $\phi = 45^\circ$, at the angle of maximum pressure levels. The peak value is approximately of 0.5, which is slightly above the threshold value of 0.4 [5] for the perception of crackle. In figure 22(b), the skewness of the pressure time-derivative is close to 2, between $\phi = 20^\circ$ and $\phi = 40^\circ$, and gradually decreases for higher angles. In particular, at $\phi = 45^\circ$, it is equal to 1.7 for IsoRe12500, and to 1.2 for IsoRe50000 and HotRe50000. Since linear propagation cannot modify the pressure skewness, the present results indicate that the formation near the jets of nonlinear steepened Mach waves, as those observed in the conditional averages, may lead to significant values of skewness far away from the jet.

For a nonlinear propagation, in figure 23(a), the skewness factor of the pressure fluctuations is also maximum near the peak of pressure levels, at $\phi = 45^\circ$. For IsoRe12500 and HotRe50000, the peak skewness is of 0.5, identical to that obtained when the pressure fluctuations are propagated linearly. It is higher for IsoRe50000, for which $S(p) = 0.6$ at $\phi = 45^\circ$. Away from the peak, the skewness factor of the pressure fluctuations is slightly higher with respect to the linear case. For instance, at $\phi = 90^\circ$, it rises from 0.1 to 0.2 when nonlinear effects are taken into account for HotRe50000. Therefore, nonlinear propagation affects the pressure skewness obtained in the far field. Nevertheless, further investigations are necessary in order to clarify the precise mechanisms involved.

Finally, at $\phi = 45^\circ$ the peak value of 0.5 obtained for HotRe50000 is considerably lower than that of 1.2 obtained in the experiment of Papamoschou & Debiassi. One possible explanation for this discrepancy is that the pressure skewness in the experiments is modified by propagation effects that are not taken into account in the present nonlinear extrapolation method. Notably, Crighton [61] has shown that a coupling between nonlinear propagation effects and molecular dispersion can induce an increase of the pressure skewness with increasing distance from the jet. Since this effect is neglected in the computations, it could explain the lower value of pressure skewness for the simulated jet.

In figure 23(b), the skewness factor of the pressure time-derivative also appears to be affected by nonlinear propagation. Notably, the values of $S(dp/dt)$ obtained at all polar angles are higher

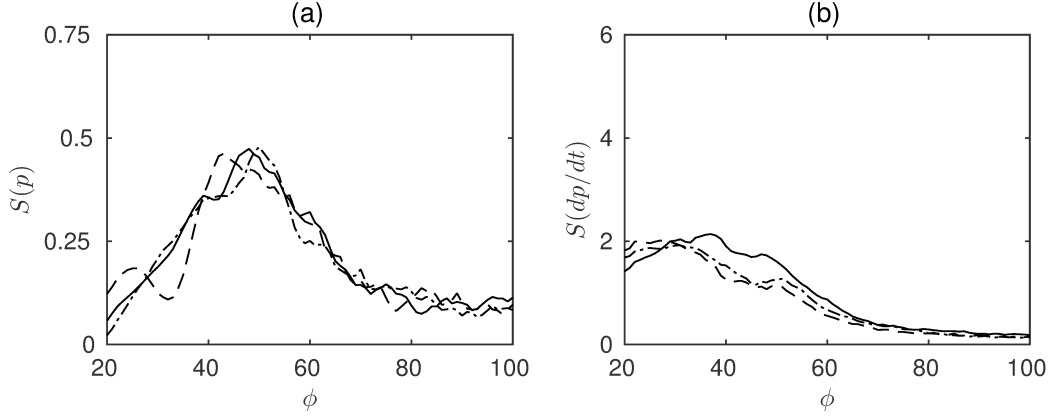


Figure 22: Skewness factors of (a) the pressure fluctuations and (b) their time-derivative obtained at $d = 160r_0$ from linear extrapolation for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000 and - · - · HotRe50000.

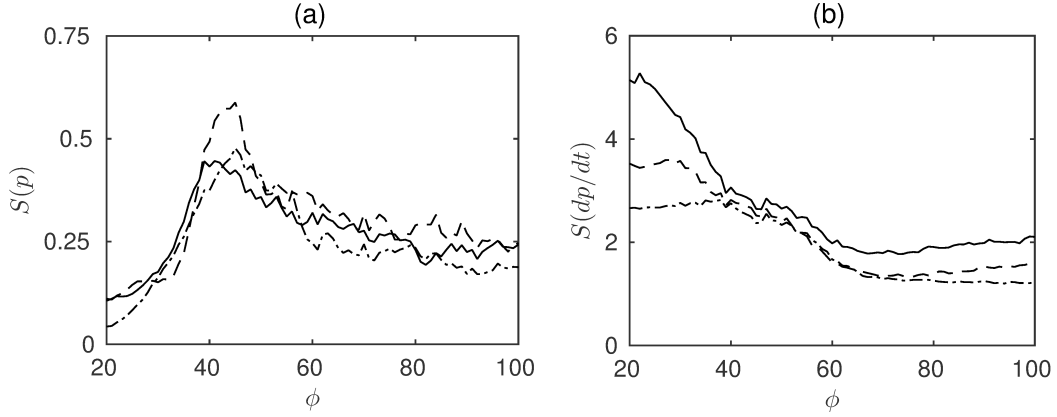


Figure 23: Skewness factors of (a) the pressure fluctuations and (b) their time-derivative obtained at $d = 160r_0$ from nonlinear extrapolation for — IsoRe12500, - - - IsoRe50000 and - · - · HotRe50000.

than in the case of linear propagation. For HotRe50000, for instance, it is equal to 1.2 at $\phi = 45^\circ$ in the linear case, but to 2.5 in the nonlinear one. As observed in the pressure signals, nonlinear propagation effects contribute to the presence of increasingly sharp compressions in the waveforms, which increases the asymmetry of its time-derivative. This asymmetry is strongest at $\phi = 20^\circ$, where $S(dp/dt) = 5.1$ for IsoRe12500, 3.5 for IsoRe50000, and 2.7 for HotRe50000. It thus appears more important for the jet at $Re_D = 12,500$ than for the other jets.

4 Conclusion

In this paper, the mechanisms leading to the formation of shocks in the near and far acoustic fields of supersonic jets are investigated by performing numerical simulations of isothermal and heated

supersonic jets at an acoustic Mach number of 2. The computations include two simulations of isothermal jets at Reynolds numbers of 12,500 and 50,000, as well as one simulation of a heated jet at a Reynolds number of 50,000. Steep, asymmetric pressure waves are observed in the jet near fields, leading to positive and negative skewness factors of pressure and dilatation, respectively. The asymmetry of the sound waves is significant in the immediate vicinity of the turbulent flow, suggesting that their steepened aspect is present at the time of their generation. This statement is confirmed by the analysis of pressure time-traces recorded at different positions along a linear antenna aligned with the direction of peak noise emission. Indeed, a significant portion of the shocks observed at $r = 15r_0$ are also found at $r = 5r_0$, very close to the jets. Therefore, following previous investigators [2, 5, 16, 18], the steep nature of the waves appears to be, to a large extent, the consequence of a source mechanism located inside the turbulent flow. In order to investigate this mechanism, conditional averages of the flow and sound fields are computed to isolate the strongest events in the pressure signals, with the aim of investigating their generic properties. In these averages, straight, steepened wavefronts are seen to emerge from the jet shear layers. Inside the flow, these wavefronts are connected to regions of high vorticity which are convected at supersonic speeds. A possible interpretation of this result is that the steepened wavefronts observed near the turbulent flow constitute a nonlinear variety of Mach waves. Indeed, while Mach wave radiation is generally described as a linear phenomenon, it is likely that in the case of strong flow disturbances, nonlinear effects could lead to a steepening of the wavefronts at the source. Further investigations are needed to clarify the mechanism involved and, in particular, to determine the strength above which a flow perturbation gives rise to the generation of steepened waves. Finally, the propagation of these waves is investigated using linear and nonlinear extrapolations. Significant values of the skewness of the pressure fluctuations and their time-derivatives are obtained in the far acoustic field, regardless of the extrapolation. This highlights the critical importance of shock formation in and near the jet for the generation of crackle in the far-field. For a nonlinear propagation, an additional steepening of the acoustic waveforms is however observed, and the sharp compression waves obtained in the near field progressively turn into N-shaped waves as they propagate away.

Acknowledgments

This work was granted access to the HPC resources of FLMSN (Fédération Lyonnaise de Modélisation et Sciences Numériques), partner of EQUIPEX EQUIP@MESO, and of the resources of IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique) under the allocation 2017-2a0204 made by GENCI (Grand Equipement National de Calcul Intensif). It was performed within the framework of the Labex CeLyA of Université de Lyon, operated by the French National Research Agency (Grant No. ANR-10-LABX-0060/ANR-11-IDEX-0007).

A Linearized and weakly nonlinear Euler equations

In order to characterize the nonlinear propagation effects, the pressure fluctuations obtained from the LES computations are extrapolated in the far acoustic field by solving the isentropic linearized or the weakly nonlinear Euler equations. In cylindrical coordinates, without mean velocity, these equations can be written as

$$\frac{\partial u'_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial p'}{\partial r} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u'_\theta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{1}{r} \frac{\partial p'}{\partial \theta} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u'_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_\infty} \frac{\partial p'}{\partial z} \quad (7)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = -\rho_\infty a^2 \left(\frac{\partial u'_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u'_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u'_z}{\partial z} \right), \quad (8)$$

where ρ_∞ is the density of the ambient medium and a is the speed of sound. In the case of a linear propagation, the speed of sound is constant and equal to $a_\infty = \sqrt{\gamma p_\infty / \rho_\infty}$, yielding the linearized Euler equations. However, when the local pressure disturbance p' is large enough, the speed of sound a depends on the value of p' . To first order, this dependence can be written [62] as

$$a(p') = a_\infty \left(1 + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{p'}{p_\infty} \right), \quad (9)$$

where $\gamma = 1.4$ is the ratio of specific heat. Including this first-order dependence in equation (8) provides the weakly nonlinear Euler equations solved in this study.

References

- [1] W. Baars and C. E. Tinney. Shock-structures in the acoustic field of a Mach 3 jet with crackle. *Journal of Sound and Vibration*, 333:2539–2553, 2014.
- [2] A. Krothapalli, L. Venkatakrishnan, and L. Lourenco. Crackle: A dominant component of supersonic jet mixing noise. AIAA paper 2000-2024, 2000.
- [3] J. Laufer, R. Schlinker, and R.E. Kaplan. Experiments on supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 14(4), April 1976.
- [4] R.H. Schlinker, S.A. Liljenberg, D.R. Polak, K.A. Post, and C.T. Chipman. Supersonic jet noise source characteristics and propagation: engine and model scale. AIAA paper 2007-3623, 2007.
- [5] J. E. Ffowcs Williams, J. Simson, and V. J. Virchis. 'crackle': an annoying component of jet noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 71:251–271, 1975.
- [6] C. L. Morfey and G. P. Howell. Nonlinear propagation of aircraft noise in the atmosphere. *AIAA Journal*, 19(8):986–992, 1980.
- [7] K. L. Gee, V. W. Sparrow, M. M. James, M. J. Downing, C. M. Hobbs, T. B. Gabrielson, and A. A. Atchley. Measurements and prediction of noise propagation from a high-power jet aircraft. AIAA paper 2006-2531, 2006.
- [8] B. O. Reichman, K. L. Gee, T. B. Neilsen, S. H. Swift, A. T. Wall, H. L. Gallagher, J. M. Downing, and M. M. James. Acoustic shock formation in noise propagation during ground run-up operations of military aircraft. AIAA Paper 2017-4043, 2017.

- [9] N. de Cacqueray and C. Bogey. Noise of an overexpanded Mach 3.3 jet: non-linear propagation effects and correlations with flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 13(7-8):607–632, 2014.
- [10] B. Petitjean. *On the nonlinearities in the noise radiated from high-speed model jets*. PhD thesis, The Pennsylvania State University, 2006.
- [11] W. Baars, C. E. Tinney, and M. F. Hamilton. On cumulative nonlinear acoustic waveform distortions from high-speed jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 749:331–366, 2014.
- [12] W. Baars, C. E. Tinney, and M. F. Hamilton. Piecewise-spreading regime model for calculating effective Gol'dberg numbers for supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 54(9):2833–2841, 2016.
- [13] N. E. Murray and G. W. Lyons. On the convection velocity of source events related to supersonic jet crackle. *Journal of Fluid Mechanics*, 793:477–503, 2016.
- [14] T. Rossmann, M.G. Mungal, and T.K. Hanson. Evolution and growth of large-scale structures in high compressibility mixing layers. *Journal of Turbulence*, 9(3):1–16, 2001.
- [15] J. W. Nichols, S. K. Lele, and J. T. Spyropoulos. The source of crackle noise in heated supersonic jets. *AIAA paper 2013-2197*, 2013.
- [16] J. W. Nichols, S. K. Lele, F. E. Ham, S. Martens, and J. T. Spyropoulos. Crackle noise in heated supersonic jets. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 135(5):051202, 2013.
- [17] D. A. Buchta. *Crackle noise from high-speed free-shear-flow turbulence*. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2016.
- [18] D. A. Buchta and J. B. Freund. The near-field pressure radiated by planar high-speed free-shear-flow turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 832:383–408, 2017.
- [19] R. Fiévet, C. E. Tinney, W. J. Baars, and M. F. Hamilton. Coalescence in the sound field of a laboratory-scale supersonic jet. *AIAA Journal*, 54(1):254–265, January 2016.
- [20] S. Martens, J. T. Spyropoulos, and Z. Nagel. The effects of chevrons on crackle-engine and scale model results. *Proceedings of the ASME Turbo Expo, GT2011-46417*, 2011.
- [21] C. K. W. Tam. Supersonic jet noise. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 27(1):17–43, 1995.
- [22] C. K. W. Tam, K. Viswanathan, K. K. Ahuja, and J. Panda. The sources of jet noise: experimental evidence. *Journal of Fluid Mechanics*, 615:253–292, 2008.
- [23] T. R. Troutt and D. K. McLaughlin. Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 116:123–156, 1982.
- [24] C. K. W. Tam and D. E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. Axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:273–295, 1984.
- [25] C. K. W. Tam, P. Chen, and J. M. Seiner. Relationship between instability waves and noise from high-speed jets. *AIAA Journal*, 30(7):1747–1752, July 1992.
- [26] A. Sinha, D. Rodriguez, G. Brès, and T. Colonius. Wavepacket models for supersonic jet noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 742:71–95, 2014.
- [27] K. Mohseni, T. Colonius, and J. B. Freund. An evaluation of linear instability waves as sources of sound in a supersonic turbulent jet. *Physics of Fluids*, 14:787–795, 2000.
- [28] D. K. McLaughlin, G. L. Morisson, and T. R. Troutt. Reynolds number dependance in supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 15(4):526–533, 1977.
- [29] C. Bogey and C. Bailly. Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using Large Eddy Simulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(1):23–40, Feb 2006.
- [30] D. Papamoschou and M. Debiasi. Directional suppression of noise from a high-speed jet. *AIAA Journal*, 39(3), March 2001.
- [31] M. J. Doty and D. K. McLaughlin. Acoustic and mean flow measurements of high-speed, helium-air mixture jets. *International Journal of Aeroacoustics*, 2(2):293–334, 2003.
- [32] K. B. M. Q. Zaman. Effect of initial condition on subsonic jet noise. *AIAA Journal*, 23(9):1370–1373, 1985.

-
- [33] C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. Large-eddy simulation of the flow and acoustic fields of a reynolds number 105 subsonic jet with tripped exit boundary layers. *Physics of Fluids*, 23(3):025104, 2011.
 - [34] C. Bogey and C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computation. *Journal of Computational Physics*, 194(1):194–214, 2004.
 - [35] K. Mohseni and Colonius. Numerical treatment of polar coordinate singularities. *Journal of Computational Physics*, 157(10):3593–3600, 2002.
 - [36] C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. Finite differences for coarse azimuthal discretization and for reduction of effective resolution near origin of cylindrical flow equations. *Journal of Computational Physics*, 230:1134–1146, 2011.
 - [37] C. Bogey, N. de Cacqueray, and C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations. *Journal of Computational Physics*, 228:1447–1465, 2009.
 - [38] C. K. W. Tam and Z. Dong. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *Journal of Computational Acoustics*, 4(2):175–201, 1996.
 - [39] J. B. Freund, S. K. Lele, and P. Moin. Numerical simulations of a Mach 1.92 turbulent jet and its sound field. *AIAA Journal*, 38(11):2023–2031, November 2000.
 - [40] N. de Cacqueray, C. Bogey, and C. Bailly. Investigation of a high-mach-number overexpanded jet using Large-Eddy Simulation. *AIAA Journal*, 49(10):2171–2182, Oct 2011.
 - [41] T. Nonomura, A. Oyama, K. Fujii, K. Morihira, G. Pichon, and D. Terakado. Effects of disturbed nozzle-exit boundary layers on acoustic waves from ideally-expanded supersonic jets. *AIAA paper 2016-2936*, 2016.
 - [42] J. C. Lau, P. J. Morris, and M. J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter. *Journal of Fluid Mechanics*, 93(1):1–27, 1979.
 - [43] C. K. W. Tam, Jackson J. A., and J. M. Seiner. A multiple-scales model of the shock-cell structure of imperfectly expanded supersonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 153:123–149, 1985.
 - [44] C. Bogey, O. Marsden, and C. Bailly. Influence of initial turbulence level on the flow and sound fields of a subsonic jet at a diameter-based reynolds number of 100000. *Journal of Fluid Mechanics*, 701:352–385, 2012.
 - [45] H. K. Tanna, Dean P. D., and M. J. Fisher. Influence of temperature on shock-free supersonic jet noise. *Journal of Sound and Vibration*, 39(4):429–460, 1975.
 - [46] B. Petitjean and McLaughlin D.K. Experiments on the nonlinear propagation of noise from supersonic jets. *AIAA paper 2003-3127*, 2003.
 - [47] B. Greska, A. Krothapalli, W. C. Horne, and N. Burnside. A near-field study of high temperature supersonic jets. *AIAA paper 2008-3026*, 2008.
 - [48] S. A. McInerny. Launch vehicle acoustics part 2: statistics of the time domain data. *Journal of Aircraft*, 33(3):518–523, 1977.
 - [49] K. L. Gee, S. H. Swift, V. W. Sparrow, K. J. Plotkin, and M. J. Downing. On the potential limitations of conventional sound metrics in quantifying perception of nonlinearly propagated noise. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(1):EL1–EL7, 2007.
 - [50] S. Lee, S. K. Lele, and P. Moin. Eddy shocklets in decaying compressible turbulence. *Physics of Fluids*, 657(3):657–664, 1991.
 - [51] A. K. M. F. Hussain. Coherent structures and turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 173:303–356, 1986.
 - [52] K. B. M. Q. Zaman and A. K. M. F. Hussain. Natural large-scale structures in the axisymmetric mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:325–351, 1984.
 - [53] H. S. Ribner. Eddy mach wave noise from a simplified model of a supersonic mixing layer. Technical Report UTIAS Technical note No. 146, 1969.
 - [54] C. K. W. Tam and P.J. Morris. The radiation of sound by the instability waves of a compressible plane turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(2):349–381, 1980.
 - [55] T. Ecker, K. T. Lowe, and W. F. Ng. Eddy convection in developing heated supersonic jets. *AIAA Journal*, 53(11):3305–3315, November 2015.

- [56] R. Gojon, F. Baier, E. Gutmark, and M. Mihaescu. Temperature effects on the aerodynamic and acoustic fields of a rectangular supersonic jet. *AIAA paper 2017-0002*, 2017.
- [57] C. Berland, C. Bogey, O. Marsden, and Bailly C. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *Journal of Computational Physics*, 224:637–662, 2007.
- [58] C. Bogey and C. Bailly. Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations: far field formulation and validation test cases,. *Acta Acustica*, 88(4):463–471, 2002.
- [59] Viswanathan K. Distribution of noise sources in heated and cold jets: are they different? *Internation Journal of Aeroacoustics*, 9(4-5):589–626, 2010.
- [60] B. O. Enflo and C. M. Hedberg. *Theory of nonlinear acoustics in fluids*. 2002.
- [61] D. G. Crighton and Bashforth S. Nonlinear propagation of broadband jet noise. *AIAA paper 1980-1039*, 1980.
- [62] G. B. Whitham. *Nonlinear Waves*. DCW industries, 1974.

Conclusion

Conclusion générale

Dans ce travail de thèse, des simulations numériques de jets ont été réalisées dans le but d'identifier et étudier les mécanismes à l'origine de la formation d'ondes non linéaires présentant d'importants gradients de pression dans le champ acoustique de jets supersoniques. Ces ondes sont à l'origine d'un effet de perception désagréable appelé bruit de *crackle*, qui est à l'origine d'une part importante de la gêne occasionnée par l'exposition au bruit produit par ces jets.

Dans une première partie, une revue détaillée de l'état de l'art portant sur le bruit produit par les jets supersoniques est présentée. Les propriétés des ondes non linéaires à l'origine du bruit de *crackle*, ainsi que les mécanismes par lesquels elles se forment font l'objet d'une attention particulière. Notamment, les deux phénomènes principaux invoqués dans la littérature pour expliquer leur présence, à savoir le raidissement dit à la source, ainsi que le raidissement par des effets de propagation non linéaire, sont exposés.

Les méthodes numériques utilisées pour les simulations de jets supersoniques présentées dans ce manuscrit sont introduites dans une seconde partie. Ces méthodes, spécialement conçues pour le calcul du bruit produit par des écoulements supersoniques axisymétriques, reposent sur l'emploi de schémas aux différences finies optimisés pour l'acoustique. Une procédure de capture de choc s'appuyant sur l'application d'un filtrage adaptatif est également utilisée afin de traiter les oscillations numériques liées à la présence de chocs.

Dans la troisième partie, quatre simulations de jets temporels isothermes sont réalisées à des nombres de Mach de 2 et 3, et à des nombres de Reynolds de 3125, 12500 et 50000 afin d'étudier la formation d'ondes non linéaires raidies proche des jets. Lorsqu'ils se développent, ces jets sont à l'origine d'un rayonnement acoustique intense qui est constitué, pour une large part, d'ondes de Mach produites par la convection supersonique de structures cohérentes. Des ondes à l'aspect raidi, composées de compressions rapides et de détente plus progressives, sont aussi mises en évidence au voisinage proche des jets. Leur formation est étudiée par le calcul de moyennes conditionnelles qui permettent d'établir un lien direct entre ces ondes et le mouvement de structures cohérentes dans la partie supersonique des couches de mélange. En particulier, les résultats obtenus indiquent qu'elles constituent un cas extrême d'ondes de Mach. Leur organisation azimutale est finalement examinée. Alors que les différentes composantes azimutales, prises individuellement, ne présentent pas de trace des compressions marquées caractéristiques du *crackle*, des variations de pression abruptes apparaissent dans le signal complet. Ce résultat suggère que les compressions raidies associées à ces ondes se forment à la suite d'interactions non linéaires entre les différents modes azimutaux du champ de pression.

Les effets de la température sur le mécanisme dit de raidissement à la source sont étudiés dans une quatrième partie. Pour cela, cinq simulations de jets temporels chauds et isothermes sont réalisées. Trois de ces jets ont un nombre de Mach acoustique de 2 et des rapports de température statique T_j/T_∞ de 1, 2 et 4, où T_j désigne la température du jet et T_∞ celle du milieu ambiant. Cela permet d'étudier l'influence de ce paramètre à vitesse d'éjection constante. Ces simulations sont complétées par deux calculs de jets à un nombre de Mach de 2, et à des rapports de températures statiques de 2 et 4, pour étudier le rôle de la température à nombre de Mach constant. Lorsque la vitesse reste constante, une élévation de température conduit à une diminution des niveaux de bruit, qui est due à la densité plus faible des jets. Les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement des fluctuations de pression sont par ailleurs peu affectés par cette élévation. À l'inverse, pour les jets à Mach 2, des niveaux de bruit plus forts sont constatés aux températures les plus élevées. Les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement sont aussi plus importants, ce qui traduit une modification des propriétés des ondes non linéaires. L'origine de cette modification est étudiée par le calcul de moyennes conditionnelles, qui permettent de montrer que la formation de ces ondes provient dans chaque cas de la convection supersonique de structures cohérentes. Lorsque la vitesse est maintenue constante, l'augmentation de température conduit à une légère diminution de la vitesse de convection de ces structures. À l'inverse, une hausse significative de cette vitesse est constatée dans le cas des jets à Mach 2. Ce résultat suggère que la vitesse de convection constitue le paramètre déterminant pour étudier l'influence de la température sur la formation d'ondes non linéaires.

Dans une cinquième et dernière partie, trois simulations de jets spatiaux à des nombres de Mach acoustique de 2 sont réalisées. Deux de ces jets sont isothermes et ont des nombres de Reynolds de 12500 et 50000, tandis que le troisième a un rapport de température de 1.9 et un nombre de Reynolds de 50000. Des ondes non linéaires similaires à celles observées au voisinage des jets temporels sont mises en évidence dans le champ proche acoustique. En comparant les signaux de pression mesurés à différentes distances du jet, il est montré que l'aspect raidi de ces ondes est déjà présent au voisinage immédiat de l'écoulement. Ces ondes raidies se forment donc principalement par le mécanisme dit de raidissement à la source. La méthode de moyennes conditionnelles mise en œuvre dans les chapitres 3 et 4 est appliquée aux jets spatiaux. Les résultats, très similaires à ceux obtenus dans les chapitres 3 et 4 dans le cas de jets temporels permettent de montrer que la formation des ondes non linéaires provient de la convection supersoniques de structures cohérentes dans les couches de mélange des jets. La propagation de ces ondes est finalement étudiée à l'aide de méthodes d'extrapolation linéaire et non linéaire. Le champ lointain acoustique obtenu par extrapolation linéaire possède une asymétrie marquée dans la direction où les niveaux de bruit sont maximum, ce qui montre l'importance du mécanisme dit de raidissement à la source pour la formation des chocs en champ lointain. Lorsque les effets de propagation non linéaires sont pris en compte, un raidissement supplémentaire des signaux est constaté. Dans ce cas, les effets de propagation non linéaire conduisent à la formation progressive d'ondes en forme de N.

Perspectives

Plusieurs axes d'étude peuvent être envisagés afin de poursuivre et compléter l'étude effectuée dans ce travail de thèse. Notamment, puisque les jets simulés dans ce travail ont des nombres de Reynolds compris entre 3125 et 50000, il est légitime de se demander dans quelle mesure les résultats présentés sont représentatifs des mécanismes à l'origine de la formation du bruit de *crackle* pour des jets à des nombres de Reynolds plus réalistes, de l'ordre de 10^6 dans les études réalisées en laboratoire. Pour répondre à cette question, une simulation d'un jet supersonique froid à un nombre de Mach de 3 et un nombre de Reynolds de 2×10^5 a été mise en œuvre. Les conditions de sortie de ce jet ont été choisies de façon à pouvoir comparer les résultats obtenus aux mesures expérimentales réalisées par Baars et al. [5, 6, 7] et Fiévet et al. [50]. Des représentations instantanées des champs de pression et de vorticité obtenus dans cette simulation sont représentés sur la figure 5.1. Compar es aux visualisations de jets spatiaux à des nombres de Reynolds de 12500 et 50000 montr es au chapitre 5, le champ de vorticité de cette simulation contient, comme attendu, de plus petites échelles de turbulence. Néanmoins, les caractéristiques du champ acoustique semblent très proches de celles rencontr es dans des jets à plus bas nombre de Reynolds. On retrouve notamment la présence de fronts d'onde droits et inclinés, qui sont visibles à proximité de l'écoulement. Près de la tuyère, ces fronts d'onde ont un aspect raidi. Cela suggère que ce jet à haut nombre de Reynolds produit des ondes non linéaires semblables à celles décrites dans ce travail de thèse dans le cas de jets à des nombres de Reynolds plus modérés.

De façon similaire, il est naturel de s'interroger à propos de l'influence des conditions en sortie de tuyère sur la formation d'ondes non linéaires au voisinage des jets. En particulier, dans le cas de jets subsoniques, il a été montré que l'état des couches limites pouvait avoir une influence considérable sur les propriétés aérodynamiques et acoustiques des jets [24, 26, 197]. Ce sujet a fait l'objet de très peu d'investigations en ce qui concerne les jets supersoniques. On peut citer néanmoins les travaux de Liu et al. [99] et de Nonomura et al. [126]. Dans cette dernière étude, des simulations numériques de jets supersoniques à un nombre de Mach de 2 et un nombre de Reynolds de 9×10^5 ont été r alis es en faisant varier l'amplitude de l'excitation des couches limites. Ils ont montré que le jet le plus perturbé en amont produisait des niveaux de bruit inférieurs de 5 dB à ceux produits par le jet le moins perturbé dans la direction d'émission maximale. Puisque c' st dans cette direction que les ondes non linéaires sont rayonn es, il est raisonnable de s'attendre à une modification de leurs propriétés.

Pour finir, il convient de souligner que les méthodes d'extrapolation linéaire et non linéaire utilis es au chapitre 5 n'incluent pas les effets de l'absorption moléculaire. Or, ces effets jouent un rôle important pour l'étude de la formation de chocs par effets de propagation non linéaire. Lorsqu'elle est prise en compte, l'absorption moléculaire conduit en effet à un certain lissage des signaux de pression, qui s'oppose au raidissement des fronts d'onde. Son influence sur la formation de chocs dans le champ lointain acoustique de jets supersoniques a récemment fait l'objet de plusieurs investigations [6, 7]. Par ailleurs, Wochner et al. [196] ont montré comment il était possible de prendre en compte l'influence des effets thermovisqueux ainsi que ceux de la relaxation moléculaire dans un code résolvant les équations de Navier-Stokes. Il serait intéressant d'adapter les méthodes d'extrapolation linéaire et non linéaire utilis es au chapitre 5 afin de

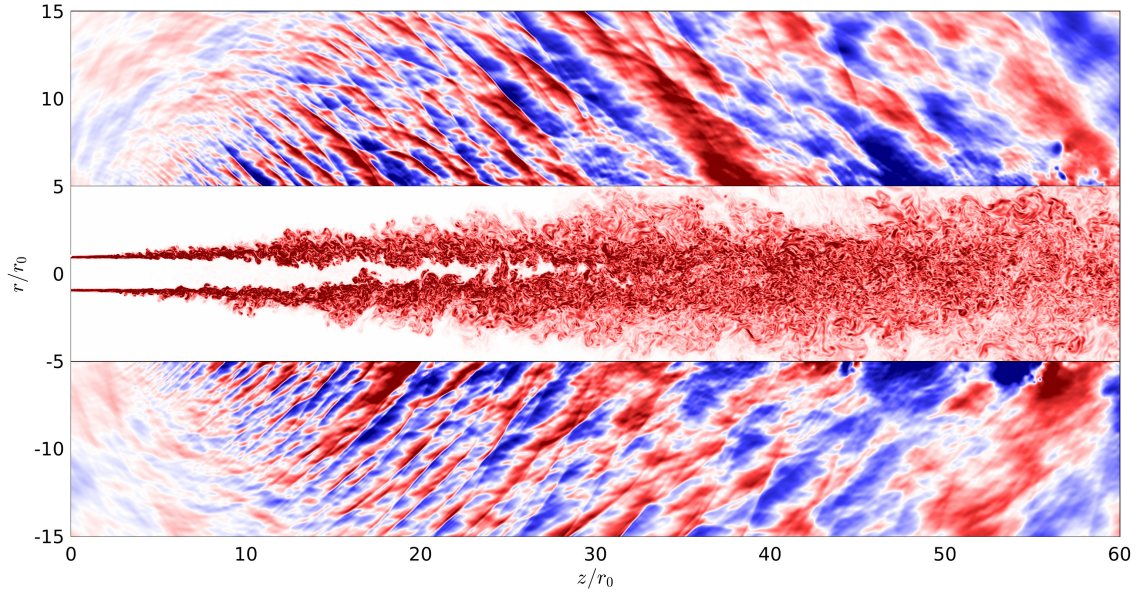


FIGURE 5.1 – Représentation instantanée des champs de vorticité et de pression dans un jet froid à $M_j = 3.0$ et $Re_D = 2.0 \times 10^5$ calculé par simulation des grandes échelles. L'échelle de couleur va de -5000 Pa   5000 Pa pour les fluctuations de pression, et de 0   $4u_j/r_0$ pour la vorticité, où u_j et r_0 désignent respectivement la vitesse et le rayon du jet.

permettre la prise en compte de ces effets.

A Équations de Navier Stokes en coordonnées cylindriques

Les équations de Navier Stokes pour un fluide compressible expriment à l'échelle locale la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un gaz parfait. En coordonnées cylindriques, elles s'écrivent sous forme conservative sous la forme

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r E_e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_e}{\partial \theta} + \frac{\partial G_e}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial r E_v}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_v}{\partial \theta} - \frac{\partial G_v}{\partial z} + \frac{B_e}{r} - \frac{B_v}{r} = 0. \quad (\text{A.1})$$

Dans l'équation (A.1), $U = (\rho, \rho u_r, \rho u_\theta, \rho u_z, \rho e)$ désigne le vecteur des variables conservatives, avec ρ la masse volumique, u_r , u_θ et u_z les trois composante de la vitesse et $\rho e = p/(\gamma - 1) + 1/2\rho(u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2)$ l'énergie. Les grandeurs E_e , F_e et G_e sont définies quant à elles par

$$E_e = \begin{pmatrix} \rho u_r \\ p + \rho u_r^2 \\ \rho u_r u_\theta \\ \rho u_r u_z \\ (\rho e + p)u_r \end{pmatrix}, F_e = \begin{pmatrix} \rho u_\theta \\ \rho u_r u_\theta \\ p + \rho u_\theta^2 \\ \rho u_\theta u_z \\ (\rho e + p)u_\theta \end{pmatrix}, G_e = \begin{pmatrix} \rho u_z \\ \rho u_r u_z \\ \rho u_\theta u_z \\ p + \rho u_z^2 \\ (\rho e + p)u_z \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2})$$

tandis que les grandeurs E_v , F_v et G_v sont définies par

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{rr} \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{rz} \\ u_r \tau_{rr} + u_\theta \tau_{r\theta} + u_z \tau_{rz} - q_r \end{pmatrix}, F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{r\theta} \\ \tau_{\theta\theta} \\ \tau_{z\theta} \\ u_r \tau_{r\theta} + u_\theta \tau_{\theta\theta} + u_z \tau_{z\theta} - q_\theta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

et

$$G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{rz} \\ \tau_{z\theta} \\ \tau_{zz} \\ u_r \tau_{rz} + u_\theta \tau_{z\theta} + u_z \tau_{zz} - q_z \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Enfin, les termes B_e et B_v sont définis par

$$B_e = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho u_\theta^2 + p \\ \rho u_r \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ et } B_v = \begin{pmatrix} 0 \\ -\tau_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Le vecteur densité de flux de chaleur $\mathbf{q} = (q_r, q_\theta, q_z)$ est lié au gradient de température ∇T par la loi de Fourier

$$\mathbf{q} = -\frac{\mu(T)c_p}{\text{Pr}} \nabla T, \quad (\text{A.6})$$

où $\text{Pr} = 0.7$ désigne le nombre de Prandtl.

Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses τ sont quant à elles liées aux composantes du gradient de vitesse par

$$\begin{cases} \tau_{rr} &= 2\mu(T) \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\mu(T) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ \tau_{\theta\theta} &= 2\mu(T) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) - \frac{2}{3}\mu(T) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu(T) \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu(T) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ \tau_{r\theta} &= \mu(T) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) \\ \tau_{rz} &= \mu(T) \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \\ \tau_{z\theta} &= \mu(T) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Enfin, la dépendance en température de la viscosité dynamique μ est modélisée par la loi empirique de Sutherland

$$\mu(T) = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S}, \quad (\text{A.8})$$

où $S = 111 \text{ K}$, $T_0 = 273 \text{ K}$, et $\mu_0 = 1.716 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$.

B Coefficients des schémas et filtres

Dans cette annexe, les coefficients des différents schémas et filtres utilisés dans les simulations sont donnés.

Coefficients des schémas de discrétisation spatiale

Dans le cas général, l'approximation par différences finies de la dérivée par rapport à x au point x_i d'une variable $Q(x)$ s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial Q}{\partial x}(x_i) \simeq \sum_{l=-m}^n a_l Q(x_i + l\Delta x), \quad (\text{B.1})$$

où les nombres $(a_l)_{l \in \{-m..n\}}$ sont les coefficients du schémas. Les valeurs des coefficients des schémas utilisés dans cette étude pour l'évaluation des dérivées spatiales sont données dans la table B.1. Le schéma optimisé d'ordre 4 sur 11 points [16] est noté FDo11p tandis que le schéma standard d'ordre 6 est nommé FDS6p.

	FDo11p	FDS6p
a_1	0.872756993962667	3/4
a_2	-0.286511173973333	-3/20
a_3	0.090320001280000	1/60
a_4	-0.020779405824000	-
a_5	0.002484594688000	-

TABLE B.1 – Coefficients des schémas aux différences finies centrés FDo11p et FDS6p ($a_{-l} = -a_l$).

Coefficients de la méthode d'intégration temporelle de Runge-Kutta

Le schéma d'intégration temporelle utilisé dans les simulations numériques présentées dans ce rapport est le schéma RK6 d'ordre 2 et à 6 sous-étapes introduit par Bogey & Bailly [16]. En notant U^n le vecteur des variables conservatives à un instant $t_n = n\Delta t$, le passage de U^n à U^{n+1}

d'après ce schéma se fait par la réalisation de p sous-itérations selon la procédure

$$\begin{cases} U^0 = U^n \\ U^l = U^{l-1} + \alpha_l \Delta t \partial Q_e(U^{l-1}), \text{ pour } l = 1..p. \\ U^{n+1} = U^p + \Delta t \partial Q_v(U^n) \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Les coefficients $\alpha_{i,i \in \{1..6\}}$ sont liés aux coefficients $\gamma_{i \in \{1..6\}}$, définis par

$$\gamma_i = \prod_{j=6-i+1}^6 \alpha_j, \quad (\text{B.3})$$

dont les valeurs sont données dans le tableau B.2. Les coefficients de l'algorithme de Runge-Kutta standard RK4 d'ordre 4 à 4 sous-étapes sont également données pour comparaison.

	RK6	RK4
γ_1	1	1
γ_2	1/2	1/2
γ_3	0.165919771368	1/6
γ_4	0.040919732041	1/24
γ_5	0.007555704391	
γ_6	0.000891421261	

TABLE B.2 – Coefficients γ_i des méthodes de Runge-Kutta optimisé en 6 étapes RK6 et standard à 4 étapes RK4.

Coefficient des filtres selectifs standard et optimisé

À la fin de chaque itération, un filtre sélectif est appliqué aux variables conservatives dans le but de supprimer les oscillations maille-à-maille. En un point x_i donné, cette opération de filtrage s'écrit sous la forme

$$U^f(x_0) = U(x_0) - D_u(x_0), \quad (\text{B.4})$$

avec $U(x_0)$ le vecteur des variables conservatives au point x_0 , $U^f(x_0)$ le vecteur des variables conservatives filtrées, et $D_u(x_0)$ défini par

$$D_u(x_0) = \sum_{j=-N}^N d_j U(x_0 + j \Delta x). \quad (\text{B.5})$$

Les coefficients $(d_j)_{j \in \{-N..N\}}$ des filtres sélectifs utilisés dans les simulations de jets de ce travail de thèse sont donnés dans le tableau B.3. Dans ce tableau, le filtre optimisé d'ordre 6 sur 11 points, utilisé dans les simulations de jets spatiaux du chapitre 5, est nommé SFo6. Le filtre standard d'ordre 12 sur 11 point, utilisé pour les simulations de jets temporels est nommé quant à lui SFs11.

C Influence du paramètre seuil sur le calcul des moyennes conditionnelles

Plus de détails sur la méthode de moyennes conditionnelles mise en œuvre dans les chapitres 3 et 4 sont donnés dans cette annexe. En particulier, l'influence du paramètre seuil utilisé pour distinguer les pics de pression les plus intenses est étudiée.

C.1 Méthode de moyennes conditionnelles

Les moyennes conditionnelles présentées dans ce travail de thèse sont calculées en synchronisant les champs aérodynamique et acoustique d'après la position des pics de pression détectés à une distance $r_{\text{trig}} = 4.5r_0$ de l'axe du jet. Pour déterminer ces pics, le domaine de calcul est découpé dans un premier temps en sous-intervalles de longueur $3r_0$ dans la direction axiale. Pour chaque intervalle, la position du maximum de pression constitue la référence permettant de synchroniser les différents champs. Pour le calcul des moyennes, seuls les pics de pression dont la valeur est supérieure à un seuil donné sont conservés. Cela permet de ne considérer que les ondes de pression qui sont suffisamment fortes. Ce seuil de pression est de la forme, $\sigma_{th}\langle p'^2 \rangle^{1/2}$, où $\langle p'^2 \rangle^{1/2}$ est l'écart-type des fluctuations de pression calculé en $r = r_{\text{trig}}$, et σ_{th} est un paramètre fixé à 2 dans toutes les simulations réalisées dans ce travail. Dans cette annexe, l'influence de la valeur du paramètre σ_{th} sur le résultat des moyennes conditionnelles est maintenant étudié.

C.2 Influence du paramètre seuil

Pour caractériser l'influence du paramètre seuil σ_{th} , la procédure de moyennes conditionnelle est mise en œuvre pour différentes valeurs de ce paramètre comprises entre 0 et 4. Pour cela, le jet isotherme à Mach 2 et à un nombre de Reynolds de 12500 considéré aux chapitres 3 et 4 est considéré. Comme dans ces chapitres, les moyennes conditionnelles sont calculées à l'instant où les niveaux de bruit sont maximum à $r = r_{\text{trig}}$, c'est-à-dire à $t = t_{\text{trig}} = 27r_0/u_j$.

Le nombre d'événements détectés pour les différentes valeurs de σ_{th} est représenté sur la figure C.1(a). Pour $\sigma_{th} = 0$, c'est-à-dire en l'absence de seuil, 165 événements sont détectés. Ce nombre reste identique pour $\sigma_{th} = 1$, ce qui signifie que les maxima de pression obtenus sur chacun des intervalles sont supérieurs à l'écart type des fluctuations de pression. Pour de plus grandes valeurs du paramètre seuil, le nombre d'événements détectés est moins important. Il est

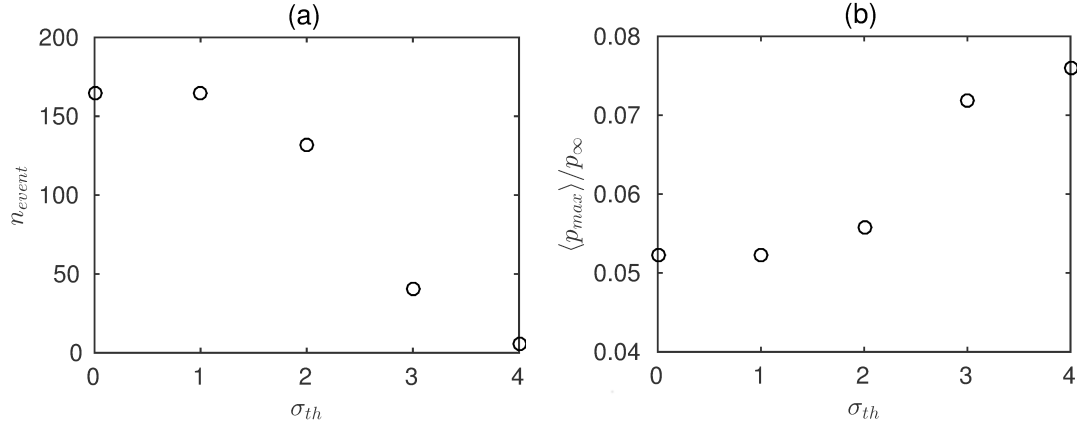


FIGURE C.1 – Représentation en fonction du paramètre seuil σ_{th} (a) du nombre de d'événements détectés et (b) de la valeur du pic de pression moyen.

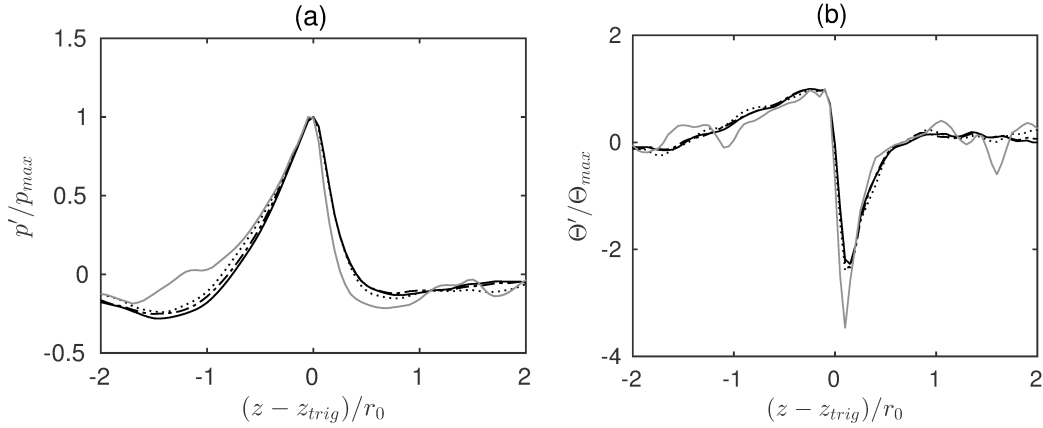


FIGURE C.2 – Représentation en $r = r_{trig}$ et $t = t_{trig}$ des moyennes conditionnelles des fluctuations (a) de pression et (b) de dilatation pour — $\sigma_{th} = 0$, - - - $\sigma_{th} = 1$, - · - · - $\sigma_{th} = 2$, ····· $\sigma_{th} = 3$ et — $\sigma_{th} = 4$.

ainsi de 132 lorsque $\sigma_{th} = 2$, et de 41 pour $\sigma_{th} = 3$. Enfin, pour $\sigma_{th} = 4$, seulement 6 événements sont détectés. Sur la figure C.1(b), la valeur moyenne des pics de pression est de $0.052p_{\infty}$ lorsque $\sigma_{th} = 0$ et 1. Comme attendu, elle augmente avec le paramètre seuil. Elle est ainsi de $0.056p_{\infty}$ pour $\sigma_{th} = 2$, de $0.072p_{\infty}$ pour $\sigma_{th} = 3$, et de $0.076p_{\infty}$ pour $\sigma_{th} = 4$.

Les variations axiales des fluctuations de pression et de dilatation moyennées à $r = r_{trig}$ sont représentées sur la figure C.2 à l'instant $t = t_{trig}$. Ces signaux sont normalisés par leurs valeurs maximales afin de mettre en évidence une possible influence du paramètre seuil sur la forme des ondes obtenues. Pour la pression sur la figure C.2(a), comme pour la dilatation sur la figure C.2(b), les signaux normalisés obtenus pour $0 \leq \sigma_{th} \leq 3$ sont superposés. Cela signifie qu'il n'y a pas d'influence significative du seuil sur les résultats obtenus. Des différences peuvent cependant être constatées pour $\sigma_{th} = 4$. Elles peuvent être expliquées par le très faible nombre d'événements utilisés pour le calcul des moyennes, qui paraît insuffisant pour parvenir à des résultats statistiques convergés.

Les champs bidimensionnels de pression et de vorticité obtenus à partir des moyennes conditionnelles sont représentés sur la figure C.3. Ils sont représentés à l'instant $t = t_s$, défini aux

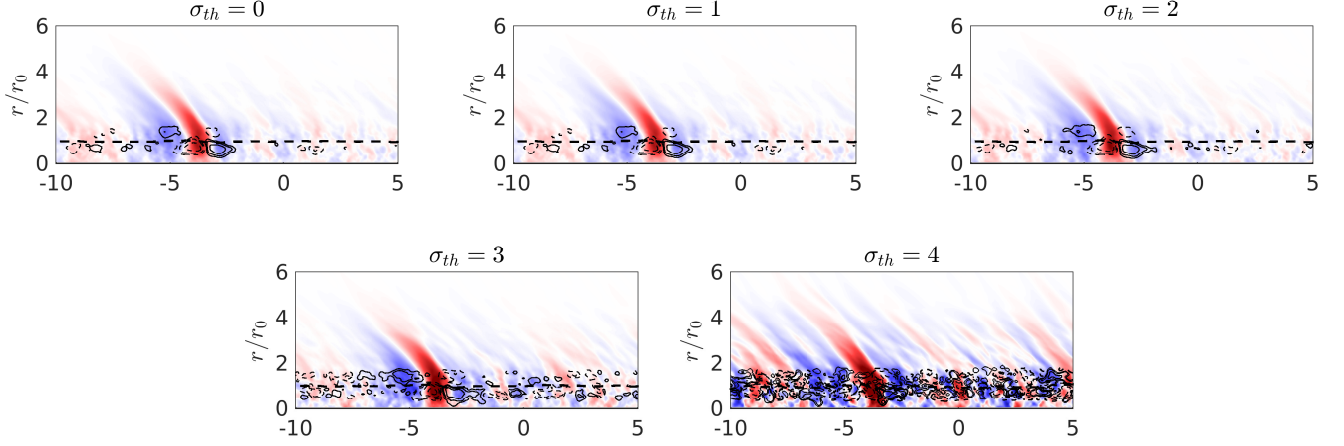


FIGURE C.3 – Champs conditionnels de pression et de vorticité à $t = t_{\text{trig}} - r_{\text{trig}}/a_\infty$ obtenus pour différents valeurs du paramètre seuil σ_{th} ; ——— contour de vorticité pour les valeurs $0.20u_j/r_0$, $0.40u_j/r_0$, $0.80u_j/r_0$ et $1.6u_j/r_0$ – – – contours de vorticité pour les valeurs $-1.6u_j/r_0$, $-0.80u_j/r_0$, $-0.40u_j/r_0$ et $-0.20u_j/r_0$, et - - - ligne sonique $u_z = a_\infty$. L'échelle de couleur pour les fluctuations de pression va de -12000 Pa à 12000 Pa, du bleu au rouge.

chapitres 3 et 4 par la relation $t_s = t_{\text{trig}} - r_{\text{trig}}/a_\infty$, où a_∞ désigne la vitesse du son du milieu ambiant. Les champs obtenus pour $0 \leq \sigma_{th} \leq 2$ sont très similaires. En particulier, une onde de pression est visible dans le champ proche acoustique. Elle est reliée à son extrémité inférieure à un excès de vorticité situé dans la partie supersonique des couches de mélange. Ces caractéristiques sont également visibles pour $\sigma_{th} = 3$ et, dans une moindre mesure, pour $\sigma_{th} = 4$. Dans ces deux derniers cas, les résultats apparaissent cependant très bruités en raison du faible nombre d'événements utilisés pour le calcul des moyennes.

L'angle α d'inclinaison des fronts d'onde est calculé, comme aux chapitres 3 et 4 en déterminant l'orientation du gradient de pression au point où la dilatation est minimale à partir de la relation

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\partial p / \partial r}{\partial p / \partial z} \right). \quad (\text{C.1})$$

Les variations temporelles de α sont représentées sur la figure C.4(a) pour les différentes valeurs du paramètre σ_{th} considérées. Pour $0 \leq \sigma_{th} \leq 3$, les courbes obtenues sont très proches, ce qui indique qu'il n'y a pas d'influence significative du paramètre seuil sur l'angle obtenu. En revanche, des écarts plus importants sont visibles pour $\sigma_{th} = 3$ et 4. Ils peuvent être attribués au caractère bruité des champs de pression bidimensionnels représentés sur la figure C.3. Enfin, comme aux chapitres 3 et 4, la position axiale z_ω du maximum de vorticité est suivie en fonction du temps et ses variations temporelles sont représentées sur la figure C.4(b). À l'exception de la courbe obtenue pour $\sigma_{th} = 4$, les trajectoires obtenues pour les différents seuils sont superposées les unes par rapport aux autres.

Il apparaît finalement que l'influence du seuil de pression utilisé pour le calcul des moyennes conditionnelles se limite à la valeur maximale des pics de pression obtenus à l'issue des moyennes. En particulier, ce paramètre n'a pas d'effet significatif sur les autres caractéristiques des moyennes, tel que l'angle d'inclinaison des fronts d'onde ou la trajectoire du maximum de vorticité.

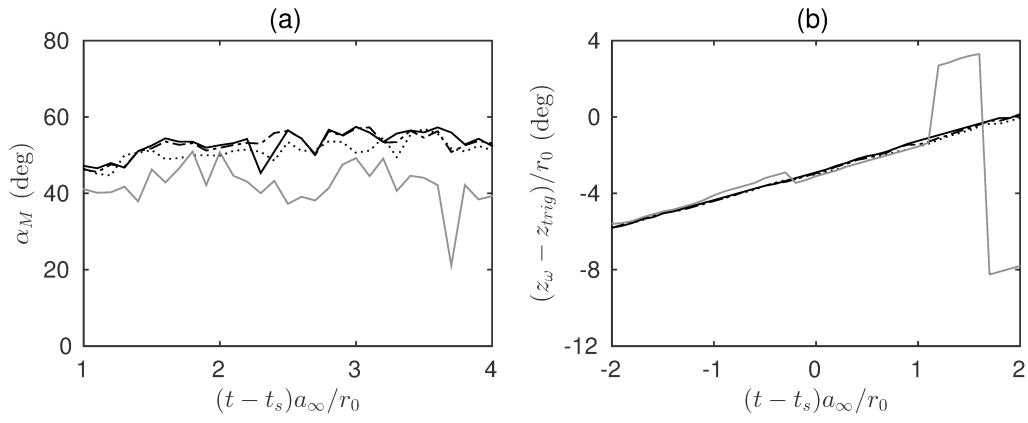


FIGURE C.4 – Évolution temporelle de (a) l'angle d'inclinaison des fronts d'onde et (b) de la position du maximum de vortacité obtenus pour — $\sigma_{th} = 0$, - - - $\sigma_{th} = 1$, - · - · $\sigma_{th} = 2$, ····· $\sigma_{th} = 3$ et — — — $\sigma_{th} = 4$.

Bibliographie

- [1] J. D. Anderson. *Modern Compressible Flows : With Historical Perspective*. second edition, 1990.
- [2] R. E. A. Arndt, D. F. Long, et M. N. Glauser. The Proper Orthogonal Decomposition of pressure fluctuations surrounding a turbulent jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 340 :1–33, 1997.
- [3] J. E. Avital, R. E. Musafir, et T. Korakianitis. Nonlinear propagation of sound emitted by high speed wavepackets. *Journal of Computational Acoustics*, 21(2) :1250027, 2013.
- [4] André B. *Étude expérimentale de l’effet du vol sur le bruit de choc de jets supersoniques sous-détendus*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2012.
- [5] W. Baars et C. E. Tinney. Shock-structures in the acoustic field of a Mach 3 jet with crackle. *Journal of Sound and Vibration*, 333 :2539–2553, 2014.
- [6] W. Baars, C. E. Tinney, et M. F. Hamilton. On cumulative nonlinear acoustic waveform distortions from high-speed jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 749 :331–366, 2014.
- [7] W. Baars, C. E. Tinney, et M. F. Hamilton. Piecewise-spreading regime model for calculating effective Gol’dberg numbers for supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 54(9) :2833–2841, 2016.
- [8] C. Bailly, S. Candel, et P. Lafon. Prediction of supersonic jet noise from a statistical acoustic model and a compressible turbulence closure. *Journal of Sound and Vibration*, 194(2) :219–242, 1996.
- [9] C. Bailly et G. Comte-Bellot. *Turbulence*. 2015.
- [10] C. Berland, C. Bogey, et Bailly C. Numerical study of screech generation in a planar supersonic jet. *Physics of Fluids*, 19(075105) :1–14, 2007.
- [11] C. Berland, C. Bogey, O. Marsden, et Bailly C. High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *Journal of Computational Physics*, 224 :637–662, 2007.
- [12] D. W. Bogdanov. Compressibility effect in turbulent shear layers. *AIAA Journal*, 21(6) :926–927, 1983.
- [13] C. Bogey. On the noise generated by the potential-core closing of temporally-developing subsonic jets. AIAA Paper 2017-3851, 2017.
- [14] C. Bogey. Grid sensitivity of flow field and noise of high-Reynolds-number jets computed by large-eddy simulations. *International Journal of Aeroacoustics*, 2018.
- [15] C. Bogey et C. Bailly. Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations : far field formulation and validation test cases,. *Acta Acustica*, 88(4) :463–471, 2002.
- [16] C. Bogey et C. Bailly. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for noise computation. *Journal of Computational Physics*, 194(1) :194–214, 2004.

- [17] C. Bogey et C. Bailly. Investigation of downstream and sideline subsonic jet noise using Large Eddy Simulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(1) :23–40, Feb 2006.
- [18] C. Bogey et C. Bailly. Turbulence and energy budget in a self preserving round jet : direct evaluation using large eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 627 :129–160, 2009.
- [19] C. Bogey, S. Barré, V. Fleury, C. Bailly, et D. Juvé. Experimental study of the spectral properties of near-field and far-field jet noise. *International Journal of Aeroacoustics*, 6(2) :73–92, 2007.
- [20] C. Bogey et Bailly C. Large eddy simulations of round jets using explicit filtering with / without dynamic smagorinsky model,. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27 :603–610, 2006.
- [21] C. Bogey, N. de Cacqueray, et C. Bailly. A shock-capturing methodology based on adaptive spatial filtering for high-order non-linear computations. *Journal of Computational Physics*, 228 :1447–1465, 2009.
- [22] C. Bogey et R. Gojon. Feedback loop and upwind-propagating waves in ideally expanded supersonic impinging round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 823 :562–591, 2017.
- [23] C. Bogey et O. Marsden. Identification of the effects of the nozzle-exit boundary layer thickness and its corresponding Reynolds number in initially highly disturbed subsonic jets. *Physics of Fluids*, 25(055106) :1–27, 2012.
- [24] C. Bogey et O. Marsden. Simulations of initially highly disturbed jets with experiment-like exit boundary layers. *AIAA Journal*, 54(4) :1299–1312, 2016.
- [25] C. Bogey, O. Marsden, et C. Bailly. Finite differences for coarse azimuthal discretization and for reduction of effective resolution near origin of cylindrical flow equations. *Journal of Computational Physics*, 230 :1134–1146, 2011.
- [26] C. Bogey, O. Marsden, et C. Bailly. Influence of initial turbulence level on the flow and sound fields of a subsonic jet at a diameter-based Reynolds number of 100000. *Journal of Fluid Mechanics*, 701 :352–385, 2012.
- [27] C. Bogey et P. Pineau. Flow and sound fields of low-Reynolds-number temporal jets at Mach numbers from 0.3 to 2. AIAA Paper 2018-3615, 2018.
- [28] J. Bridges. Small hot jet acoustic rig validation. *NASA/TM 2006-214234*, 2006.
- [29] J. E. Bridges et M. P. Wernet. Turbulence associated with broadband shock noise in hot jets. *NASA/TM 2008-215274*, 2008.
- [30] G. L. Brown et A. Roshko. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 64(4) :775–816, 1974.
- [31] G. A. Brès, J. W. Nichols, S. K. Lele, et F. E. Ham. Towards best practices for jet noise predictions with unstructured Large Eddy Simulations. AIAA paper 2012-2965, 2012.
- [32] D. A. Buchta. *Crackle noise from high-speed free-shear-flow turbulence*. PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2016.
- [33] D. A. Buchta et J. B. Freund. The near-field pressure radiated by planar high-speed free-shear-flow turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 832 :383–408, 2017.
- [34] M. Capuano, C. Bogey, et P. D. M. Spelt. Simulations of viscous and compressible gas-gas flows using high-order finite difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 361 :56–81, 2018.
- [35] N. T. Clemens et M. G. Mungal. Large-scale structures and entrainment in the supersonic mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 284 :171–216, 1995.

-
- [36] G. Constantinescu et Lele S. K. A highly accurate technique for the treatment of flow equations at the polar axis in cylindrical coordinates using series expansions. *Journal of Computational Physics*, 183(1) :165–186, 2002.
 - [37] S. C. Crow et F. H. Champagne. Orderly structure in jet turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 48(3) :547–591, 1971.
 - [38] K. Daniel, D. Mayo, K. T. Lowe, et W. F. Ng. Experimental investigation of the pressure field of a heated supersonic jet with a centered total temperature non-uniformity. *AIAA paper 2018-3145*, 2018.
 - [39] M. G. Davies et D. E. S. Oldfield. Tones from a choked axisymmetric jet. I. cell structure, eddy velocity and source locations. *Acustica*, 12 :257–266, 1962.
 - [40] M. G. Davies et D. E. S. Oldfield. Tones from a choked axisymmetric jet. II. the self excited loop and mode of oscillation. *Acustica*, 12 :267–277, 1962.
 - [41] N. de Cacqueray et C. Bogey. Noise of an overexpanded Mach 3.3 jet : non-linear propagation effects and correlations with flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 13(7-8) :607–632, 2014.
 - [42] N. de Cacqueray, C. Bogey, et C. Bailly. Investigation of a high-Mach-number overexpanded jet using Large-Eddy Simulation. *AIAA Journal*, 49(10) :2171–2182, Oct 2011.
 - [43] P. E. Dimotakis. Two-dimensional shear-layer entrainment. *AIAA Journal*, 24(11) :1791–1796, Nov 1986.
 - [44] P. E. Dimotakis. On the convection velocity of turbulent structures in supersonic shear layers. *GALCIT Report FM90-4*, Sept. 1990.
 - [45] T. Ecker, K. T. Lowe, et W. F. Ng. Eddy convection in developing heated supersonic jets. *AIAA Journal*, 53(11) :3305–3315, November 2015.
 - [46] J. A. Ffowcs Williams et D. L. Hawkings. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 264(1151) :321–342, 1969.
 - [47] J. E. Ffowcs Williams. The noise from turbulence convected at high speed. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 255(1061) :469–503, April 1963.
 - [48] J. E. Ffowcs Williams et G. Maidanik. The Mach wave field radiated by supersonic turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 21 :641–657, 1965.
 - [49] J. E. Ffowcs Williams, J. Simson, et V. J. Virchis. 'Crackle' : an annoying component of jet noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 71 :251–271, 1975.
 - [50] R. Fiévet, C. E. Tinney, W. J. Baars, et M. F. Hamilton. Coalescence in the sound field of a laboratory-scale supersonic jet. *AIAA Journal*, 54(1) :254–265, January 2016.
 - [51] V. Fortune, E. Lambalais, et Y. Gervais. Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer. Part 1. Direct computation and prediction using compressible DNS. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 18 :61–81, 2004.
 - [52] D. C. Fourquette, M. G. Mungal, et R. W. Dibble. Time evolution of the shear layer of a supersonic axisymmetric jet. *AIAA Journal*, 29(7) :1123–1130, July 1991.
 - [53] J. B. Freund. Noise sources in a low-Reynolds number turbulent jet at Mach 0.9. *Journal of Fluid Mechanics*, 438 :277–305, 2001.
 - [54] J. B. Freund, S. K. Lele, et P. Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer., 1997.
 - [55] J. B. Freund, S. K. Lele, et P. Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 1. Turbulence and growth rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 421 :229–267, 2000.

- [56] J. B. Freund, S. K. Lele, et P. Moin. Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 2. Mixing of a passive scalar. *Journal of Fluid Mechanics*, 421 :269–292, 2000.
- [57] J. B. Freund, S. K. Lele, et P. Moin. Numerical simulations of a Mach 1.92 turbulent jet and its sound field. *AIAA Journal*, 38(11) :2023–2031, November 2000.
- [58] P. Freymuth. On transition in a separated laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 25(4) :683–704, 1966.
- [59] J. A. Gallagher et D. K. McLaughlin. Experiments on the non linear propagation from low and moderate Reynolds number supersonic jets. *AIAA paper 1981-2041*, 1981.
- [60] J. H. Gao et X. D. Li. A multi-mode screech frequency prediction formula for circular supersonic jets. *Journal of the Acoustical Society of America*, 127(3) :1251–1257, 2010.
- [61] K. L. Gee, T. B. Gabrielson, A. A. Atchley, et V. W. Sparrow. Preliminary analysis of nonlinearity in military jet aircraft noise propagation. *AIAA Journal*, 43(6) :1398–1401, 2005.
- [62] K. L. Gee, T. B. Neilsen, et A. A. Atchley. Skewness and shock formation in laboratory-scale supersonic jet data. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(6) :EL491–EL497, June 2013.
- [63] K. L. Gee, T. B. Neilsen, A. T. Wall, M. J. Downing, et M. M. James. The "sound of freedom" : characterizing jet noise from high-performance military aircraft. *Acoustic Today*, 9(3), July 2013.
- [64] K. L. Gee, T. B. Neilsen, A. T. Wall, M. J. Downing, R. C. McKinley, et A. T. Wall. Near-field shock formation in noise propagation from a high-power jet aircraft. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(2) :EL88–EL93, February 2013.
- [65] K. L. Gee, V. W. Sparrow, A. Atchley, et T. B. Gabrielson. On the perception of crackle in high-amplitude jet noise. *AIAA Journal*, 45(3) :593–598, 2007.
- [66] K. L. Gee, V. W. Sparrow, M. M. James, J. M. Downing, C. M. Hobbs, T. B. Gabrielson, et A. A. Atchley. The role of nonlinear effects in the propagation of noise from high-power jet aircraft. *JASA*, 123(6) :4082–4093, 2008.
- [67] K. L. Gee, V. W. Sparrow, M. M. James, M. J. Downing, C. M. Hobbs, T. B. Gabrielson, et A. A. Atchley. Measurements and prediction of noise propagation from a high-power jet aircraft. *AIAA paper 2006-2531*, 2006.
- [68] K. L. Gee, S. H. Swift, V. W. Sparrow, K. J. Plotkin, et M. J. Downing. On the potential limitations of conventional sound metrics in quantifying perception of nonlinearly propagated noise. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(1) :EL1–EL7, 2007.
- [69] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, et W. H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, 3(7) :1760–1765, 1991.
- [70] M. B. Gilles. Nonreflecting boundary conditions for euler equation calculations. *AIAA Journal*, 28(12) :2050–2058, 1990.
- [71] X. Gloerfelt, C. Bogey, et C. Bailly. Numerical evidence of mode switching in the flow-induced oscillations by a cavity. *International Journal of Aeroacoustics*, 41(8) :193–217, 2003.
- [72] S. G. Goebel et J. G. Dutton. Experimental study of compressible turbulent mixing layers. *AIAA Journal*, 29(4) :538–546, April 1990.
- [73] R. Gojon, F. Baier, E. Gutmark, et M. Mihaescu. Temperature effects on the aerodynamic and acoustic fields of a rectangular supersonic jet. *AIAA paper 2017-0002*, 2017.

-
- [74] R. Gojon et C. Bogey. Numerical study of the flow and the near acoustic fields of an underexpanded round free jet generating two screech tones. *International Journal of Aeroacoustics*, 16(7-8) :603–625, 2017.
 - [75] R. Gojon, C. Bogey, et O. Marsden. Investigation of tone generation in ideally expanded supersonic planar impinging jets using large-eddy simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 808 :90–115, 2016.
 - [76] B. Greska, A. Krothapalli, W. C. Horne, et N. Burnside. A near-field study of high temperature supersonic jets. AIAA paper 2008-3026, 2008.
 - [77] K. Gudmundsson et T. Colonius. Instability wave models for the near-field fluctuations of turbulent jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 689 :97–126, 2011.
 - [78] J. L. Hall, P. E. Dimotakis, et H. Rosemann. Experiments in nonreacting compressible shear layers. *AIAA Journal*, 31(12) :2247–2254, December 1993.
 - [79] M. Harper-Bourne et M. J. Fisher. The noise from shock waves in supersonic jets. *AGARD CP 131*, pages 673–680, 1973.
 - [80] J. A. Hay et E. G. Rose. In-flight shock cell noise. *Journal of Sound and Vibrations*, 11(4) :411–420, 1970.
 - [81] A. K. M. F. Hussain. Coherent structures : reality and myth. *Physics of Fluids*, 26 :2816–2850, 1983.
 - [82] A. K. M. F. Hussain. Coherent structures and turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 173 :303–356, 1986.
 - [83] A. K. M. F. Hussain et K. B. M. Q. Zaman. Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation part 1. Coherent structure dynamics. *Journal of Fluid Mechanics*, 101(3) :493–544, 1980.
 - [84] M. M. James, A. R. Salton, J. M. Downing, K. L. Gee, T. B. Neilsen, et B. O. Reichman. Acoustic emissions from F-35 aircraft during ground run-up. *The Journal of the Acoustical Society of America*, AIAA paper 2015-2375, 2015.
 - [85] D. Juvé et M. Sunyach. Filtered azimuthal correlations in the acoustic far field of a subsonic jet. *AIAA Journal*, 17(1) :112–113, Jan 1979.
 - [86] M. Kearney-Fischer, J. H. Kim, et M. Samimy. A study of Mach wave radiation using active control. *Journal of Fluid Mechanics*, 681 :261–292, 2011.
 - [87] R. R. Kleinman et J. B. Freund. The sound from mixing layers simulated with different ranges of turbulence scales. *Physics of Fluids*, 20(101503) :1–12, 2008.
 - [88] A. Krothapalli, V. Arakeri, et B. Greska. Mach wave radiation : a review and an extension. AIAA paper 2003-1200, 2003.
 - [89] A. Krothapalli, L. Venkatakrishnan, et L. Lourenco. Crackle : A dominant component of supersonic jet mixing noise. AIAA paper 2000-2024, 2000.
 - [90] J. C. Lau, M. J. Fisher, et H. V. Fuchs. The intrinsic structure of turbulent jets. *Journal of Sound and Vibration*, 22(4) :379–706, 1972.
 - [91] J. C. Lau, P. J. Morris, et M. J. Fisher. Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter. *Journal of Fluid Mechanics*, 93(1) :1–27, 1979.
 - [92] J. Laufer, R. Schlinker, et R.E. Kaplan. Experiments on supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 14(4), April 1976.
 - [93] S. K. Lele. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, 103(1) :16–42, November 1992.
 - [94] M. Lesieur. Looking for turbulence structures : a numerical exploration. *Flow, Turbulence and Combustion*, 66 :477–494, 2001.

- [95] J. Lighthill. Some aspects of the aeroacoustics of extreme-speed jets. In *Symposium on Aerodynamics & Aeroacoustics, Tucson, AZ, March 1-2, 1993. A95-88892*, p. 3-37, pages 3–37, 1994.
- [96] M. J. Lighthill. On sound generated aerodynamically I. general theory. In *Proceedings of the Royal Society A*, volume 211, pages 564–587, 1952.
- [97] D. K. Lilly. A proposed modification on the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A*, 4(3) :633–635.
- [98] J. Liu, A. Corrigan, K. Kailasanath, et E. Gutmark. Effects of temperature on noise generation in supersonic jets. *AIAA paper 2016-2937*, 2016.
- [99] J. Liu et R. Ramamurti. Large-eddy simulations of supersonic jet noise generation using wall modelling. *AIAA paper 2018-3943*, 2018.
- [100] M. V. Lowson et J. B. Ollerhead. Visualization of noise from cold supersonic jets. *JASA*, 44(2) :624–630, 1968.
- [101] J. Lumley et P. Blossey. Control of turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30 :311–327, 1998.
- [102] A. S. Lyrintzis. Review : The use of Kirchhoff’s method in computational aeroacoustics. *Journal of Fluid Engineering*, 116 :665–676, 1994.
- [103] R. Mahadevan et E. Loth. High-speed cinematography of compressible mixing layers. *Experiments in Fluids*, 17 :179–189, 1994.
- [104] O. Marsden, C. Bogey, et C. Bailly. Investigation of flow features around shallow round cavities subject to subsonic grazing flow. *Physics of Fluids*, 24(125107) :1–23, 2012.
- [105] S. Martens, J. T. Spyropoulos, et Z. Nagel. The effects of chevrons on crackle-engine and scale model results. *Proceedings of the ASME Turbo Expo, GT2011-46417*, 2011.
- [106] S. A. McInerny. Launch vehicle acoustics part 2 : statistics of the time domain data. *Journal of Aircraft*, 33(3) :518–523, 1977.
- [107] D. K. McLaughlin, G. L. Morisson, et T. R. Troutt. Experiments on the instability waves in a supersonic jet and their acoustic radiation. *Journal of Fluid Mechanics*, 69(1) :73–95, 1975.
- [108] D. K. McLaughlin, G. L. Morisson, et T. R. Troutt. Reynolds number dependance in supersonic jet noise. *AIAA Journal*, 15(4) :526–533, 1977.
- [109] B. Mercier, T. Castelain, et C. Bailly. Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 824 :202–229, 2017.
- [110] M. Merle. Sur la fréquence des ondes émises par un jet d’air à grande vitesse. *Comptes rendus de l’Académie des sciences de Paris*, 243 :49–493, 1956.
- [111] A. Michalke. The instability of free shear layers. *Progress in Aerospace Sciences*, 12(Supplement C) :213 – 216, 1972.
- [112] A. Michalke. Survey on jet instability theory. *Progress in Aerospace Science*, 21 :159–199, 1984.
- [113] K. Mohseni et Colonius. Numerical treatment of polar coordinate singularities. *Journal of Computational Physics*, 157(10) :3593–3600, 2002.
- [114] K. Mohseni, T. Colonius, et J. B. Freund. An evaluation of linear instability waves as sources of sound in a supersonic turbulent jet. *Physics of Fluids*, 14 :787–795, 2000.
- [115] E. Mollo-Christensen. Jet noise and shear flow instability seen from an experimenter’s viewpoint. *Journal of Applied Mechanics*, 34(1), 1967.
- [116] P. Mora, N. Heeb, J. Kastner, E. J. Gutmark, et K. Kailasanath. Impact of heat on the pressure skewness and kurtosis in supersonic jets. *AIAA Journal*, 52(4), 2014.

-
- [117] C. L. Morfey et G. P. Howell. Nonlinear propagation of aircraft noise in the atmosphere. *AIAA Journal*, 19(8) :986–992, 1980.
- [118] P. J. Morris. The spatial viscous instability of axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 77(3), 1976.
- [119] P. J. Morris. Viscous stability of compressible axisymmetric jets. *AIAA Journal*, 21(4), April 1983.
- [120] P. J. Morris. The instability of high speed jets. *International Journal of Aeroacoustics*, 9(1,2), 2010.
- [121] G. L. Morrisson et D. K. McLaughlin. Instability process in low Reynolds number supersonic jets. *AIAA Journal*, 18(7) :793–800, 1980.
- [122] N. E. Murray et G. W. Lyons. On the convection velocity of source events related to supersonic jet crackle. *Journal of Fluid Mechanics*, 793 :477–503, 2016.
- [123] H. Nakano, T. Nonomura, A. Oyama, H. Mamori, N. Fukushima, et M. Yamamoto. Quantitative evaluation of effect of jet temperature on acoustic waves from supersonic jets at Mach 2.0 by Large Eddy Simulations. *AIAA paper 2018-1250*, 2018.
- [124] J. W. Nichols, S. K. Lele, F. E. Ham, S. Martens, et J. T. Spyropoulos. Crackle noise in heated supersonic jets. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 135(5) :051202, 2013.
- [125] J. W. Nichols, S. K. Lele, et J. T. Spyropoulos. The source of crackle noise in heated supersonic jets. *AIAA paper 2013-2197*, 2013.
- [126] T. Nonomura, A. Oyama, K. Fujii, K. Morihira, G. Pichon, et D. Terakado. Effects of disturbed nozzle-exit boundary layers on acoustic waves from ideally-expanded supersonic jets. *AIAA paper 2016-2936*, 2016.
- [127] H. Oertel. Coherent structures producing Mach waves inside and outside of the supersonic jet. *ISL-Report CO 218/82*, 1982.
- [128] J. Panda et R. G. Seasholtz. Experimental investigation of density fluctuations in high-speed jets and correlation with generated noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 450 :97–130, 2002.
- [129] C. Pantano et S. Sarkar. A study of compressibility effects in the high-speed turbulent shear layer using direct simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 451 :329–371, 2002.
- [130] D. Papamoschou. Structure of the compressible turbulent shear layer. *AIAA-89-0126*, January 1989.
- [131] D. Papamoschou. Evidence of shocklets in a counterflow supersonic shear layer. *Physics of Fluids*, 7 :233–235, 1995.
- [132] D. Papamoschou et A. Bunyajitradulya. Evolution of large eddies in compressible shear layers. *Physics of Fluids*, 9(3), March 1997.
- [133] D. Papamoschou et M. Debiasi. Directional suppression of noise from a high-speed jet. *AIAA Journal*, 39(3), March 2001.
- [134] D. Papamoschou, P. J. Morris, et D. K. McLaughlin. Beamformed flow-acoustic correlations in a supersonic jet. *AIAA Journal*, 48(10), October 2010.
- [135] D. Papamoschou et A. Roshko. The compressible turbulent shear layer : an experimental study. *Journal of Fluid Mechanics*, 197 :453–477, 1988.
- [136] B. Petitjean. *On the nonlinearities in the noise radiated from high-speed model jets*. PhD thesis, The Pennsylvania State University, 2006.
- [137] B. Petitjean et McLaughlin D.K. Experiments on the nonlinear propagation of noise from supersonic jets. *AIAA paper 2003-3127*, 2003.

- [138] B. Petitjean, K. Viswanathan, et McLaughlin D.K. Acoustic pressure waveforms measured in high speed jet noise experiencing nonlinear propagation. *International Journal of Aeroacoustics*, 5(2) :193–215, 2006.
- [139] O.M. Phillips. On the generation of sound by supersonic turbulent shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 9 :1–28, 1960.
- [140] T. J. Poinso et S. K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 101 :104–129, 1992.
- [141] M. K. Ponton et J. M. Seiner. Acoustic study of B helical mode for choked axisymmetric nozzle. *AIAA Journal*, 33(3) :413–420, March 1995.
- [142] A. Powell. On the mechanism of choked jet noise. *Proceedings of the Physical Society of London*, B66 :1039–1056, 1953.
- [143] A. Powell, Y. Umeda, et R. Ishii. Observations of the oscillation modes of choked circular jets. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92(5) :2823–2836, 1992.
- [144] G. Raman. Cessation of screech in underexpanded jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 336(3) :69–90, 1997.
- [145] G. Raman. Supersonic jet screech : half-century from powell to the present. *Journal of Sound and Vibration*, 225(3) :543–571, 1999.
- [146] B. O. Reichman, M. B. Muhlestein, K. L. Gee, T. B. Neilsen, et D. C. Thomas. Evolution of the derivative skewness for nonlinearly propagating waves. *Journal of the Acoustical Society of America*, 139 :1390–1403, 2014.
- [147] H. S. Ribner. Eddy Mach wave noise from a simplified model of a supersonic mixing layer. Technical Report UTIAS Technical note No. 146, 1969.
- [148] D. P. Rizzetta, M. R. Visbal, et Blaisdell G. A. A time-implicit high-order compact differencing and filtering scheme for large-eddy simulation. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flows*, 42 :665–693, 2003.
- [149] T. Rossmann, M.G. Mungal, et T.K. Hanson. Evolution and growth of large-scale structures in high compressibility mixing layers. *Journal of Turbulence*, 9(3) :1–16, 2001.
- [150] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for incompressible flows. An introduction*. Springer, 3rd edition, 2006.
- [151] M. Samimy, M. F. Reeder, et G.S. Elliott. Compressibility effects on large structures in free shear flows. *Physics of Fluids*, 4(6) :1251–1258, June 1992.
- [152] N. D. Sandham et W. C. Reynolds. Three-dimensional simulations of large eddies in the compressible mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 224 :133–158, March 1991.
- [153] R.H. Schlinker, S.A. Liljenberg, D.R. Polak, K.A. Post, et C.T. Chipman. Supersonic jet noise source characteristics and propagation : engine and model scale. AIAA paper 2007-3623, 2007.
- [154] R.H. Schlinker, J. C. Simonich, R. A. Reba, et T. Colonius. Decomposition of high speed jet noise : source characteristics and propagation effects. AIAA paper 2008-2890, 2008.
- [155] J.M. Seiner et Krejsa. Supersonic jet noise and the high speed civil transport. *AIAA paper 1989-2358*, 1989.
- [156] J.M. Seiner, B.J. Ponton, M. K. Jansen, et N.T. Lagen. The effects of temperature on supersonic jet noise emission. In *14th DGLR/AIAA aeroacoustics conference*, 1 :295–307, 1992.
- [157] H. Shen et C. K. W. Tam. Three-dimensional numerical simulation of the jet screech phenomenon. *AIAA Journal*, 40(1) :33–41, 2002.

- [158] A. Sinha, D. Rodriguez, G. Brès, et T. Colonius. Wavepacket models for supersonic jet noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 742 :71–95, 2014.
- [159] J. S. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations : I. The basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, March 1963.
- [160] P. Spalart et S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA paper 1992-439, 1992.
- [161] T. Suzuki et T. Colonius. Instability waves in a subsonic round jet detected using a near-field phased microphone array. *Journal of Fluid Mechanics*, 565 :197–226, 2006.
- [162] C. K. W. Tam. On the noise of a nearly ideally expanded supersonic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 51(1) :69–95, 1972.
- [163] C. K. W. Tam. Supersonic jet noise. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 27(1) :17–43, 1995.
- [164] C. K. W. Tam, K. H. Ahuja, et R. R. Jones. Screech tones from free and ducted supersonic jets. *AIAA journal*, 32(5) :917–922, May 1994.
- [165] C. K. W. Tam et L. Auriault. Jet mixing noise from fine-scale turbulence. *AIAA Journal*, 37(2) :145–153, Feb 1999.
- [166] C. K. W. Tam et D. E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 1. Two-dimensional mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 138 :249–271, 1984.
- [167] C. K. W. Tam et D. E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. Part 2. Axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 138 :273–295, 1984.
- [168] C. K. W. Tam et K. C. Chen. A statistical model of turbulence in two-dimensional mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 92(2) :303–326, 1979.
- [169] C. K. W. Tam et P. Chen. Turbulent mixing noise from supersonic jets. *AIAA Journal*, 32(9) :1774–1780, September 1994.
- [170] C. K. W. Tam, P. Chen, et J. M. Seiner. Relationship between instability waves and noise from high-speed jets. *AIAA Journal*, 30(7) :1747–1752, July 1992.
- [171] C. K. W. Tam et Z. Dong. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *Journal of Computational Acoustics*, 4(2) :175–201, 1996.
- [172] C. K. W. Tam, M. Golebiowski, et J. M. Seiner. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets. AIAA paper 1996-1716, 1996.
- [173] C. K. W. Tam et P. J. Morris. Tone excited jets, part V : a theoretical model and comparison with experiment. *Journal of Sound and Vibration*, 102(1) :119–151, 1985.
- [174] C. K. W. Tam et P.J. Morris. The radiation of sound by the instability waves of a compressible plane turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(2) :349–381, 1980.
- [175] C. K. W. Tam, T. Spyropoulos, J. A. C. Aubert, et R. W. Powers. Crackle in the noise of high-performance aircraft. AIAA paper 2018-3306, 2018.
- [176] C. K. W. Tam et H. K. Tanna. Shock associated noise from convergent-divergent nozzles. *Journal of Sound and Vibration*, 81(3) :337–358, 1982.
- [177] C. K. W. Tam, K. Viswanathan, K. K. Ahuja, et J. Panda. The sources of jet noise : experimental evidence. *Journal of Fluid Mechanics*, 615 :253–292, 2008.
- [178] C. K. W. Tam et J. C. Webb. Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics*, 107(2) :262–281, August 1993.
- [179] H. K. Tanna. An experimental study of jet noise. Part 1 : turbulent mixing noise. *Journal of Sound and Vibration*, 50(3) :429–444, 1977.

- [180] H. K. Tanna. An experimental study of jet noise. Part 2 : shock associated noise. *Journal of Sound and Vibration*, 50(3) :429–444, 1977.
- [181] H. K. Tanna, Dean P. D., et M. J. Fisher. Influence of temperature on shock-free supersonic jet noise. *Journal of Sound and Vibration*, 39(4) :429–460, 1975.
- [182] D. Terakado, T. Nonomura, A. Oyama, et K. Fujii. Mach number dependence on sound sources in high Mach number turbulent mixing layers. AIAA paper 2016-3015, 2016.
- [183] K. W. Thompson. Time-dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *Journal of Computational Physics*, 68 :1–24, 1987.
- [184] B. Thurow, M. Samimy, et W. Lempert. Compressibility effects on turbulence structures of axisymmetric mixing layers. *Physics of Fluids*, 15(6) :1755–1765, June 2003.
- [185] T. R. Troutt et D. K. McLaughlin. Experiments on the flow and acoustic properties of a moderate-Reynolds-number supersonic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 116 :123–156, 1982.
- [186] J. Veltin, B.J. Day, et D.K. McLaughlin. Correlation of flowfield and acoustic field measurements in high-speed jets. *AIAA Journal*, 49(1) :39–82, 2011.
- [187] M. R. Visbal et D. V. Gaitonde. High-order-accurate methods for complex unsteady subsonic flows. *AIAA Journal*, 37(10) :1231–1239, 1999.
- [188] K. Viswanathan. Aeroacoustics of hot jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 516 :39–82, 2002.
- [189] K. Viswanathan. Scaling laws and a method for identifying components of jet noise. *AIAA Journal*, 44(10) :2274–2285, Oct 2006.
- [190] K. Viswanathan. Does a model-scale nozzle emit the same jet noise as a jet engine ? *AIAA Journal*, 46(2) :336–355, February 2008.
- [191] K. Viswanathan. Distribution of noise sources in heated and cold jets : are they different ? *International Journal of Aeroacoustics*, 9(4-5) :589–626, 2010.
- [192] B. Vreman, B. Geurts, et H. Kuerten. Large-eddy simulation of the turbulent mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 339 :357–390, 1997.
- [193] J. T. Walton et F. W. Jr Burcham. Exhaust-gas pressure and temperature survey of F404-GE-400 turbofan engine, 1986.
- [194] G. B. Whitham. *Nonlinear Waves*. DCW industries, 1974.
- [195] D. C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. 1993.
- [196] M. S. Wochner, A. A. Atchley, et V. W. Sparrow. Numerical simulation of finite amplitude wave propagation in air using a realistic atmospheric absorption model. *Journal of the Acoustical Society of America*, 118(5) :2891–2898, 2004.
- [197] K. B. M. Q. Zaman. Effect of initial condition on subsonic jet noise. *AIAA Journal*, 23(9) :1370–1373, 1985.
- [198] K. B. M. Q. Zaman et A. K. M. F. Hussain. Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation part 1. General jet response. *Journal of Fluid Mechanics*, 101(3) :449–491, 1980.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur C. BOGEY

et les rapports de

M. D. PAPAMOSCHOU

Professeur - Department of Mechanical and Aerospace Engineering - 4200 Engineering Gateway - University of California - Irvine - CA 92697-3975 - USA

et de

M. T. NONOMURA

Professeur - Department of Aerospace Engineering - Tohoku University - 6-6-01 Aramaki Aza Aoba - Aoba-ku - Sendai - 980-8579 - Japon

Monsieur PINEAU Pierre

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 19 novembre 2018

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

M-A. GALLAND

