



**HAL**  
open science

# Evolution des méthodes de gestion des risques dans les banques sous la réglementation de Bale III : une étude sur les stress tests macro-prudentiels en Europe

Julien Dhima

► **To cite this version:**

Julien Dhima. Evolution des méthodes de gestion des risques dans les banques sous la réglementation de Bale III : une étude sur les stress tests macro-prudentiels en Europe. Economies et finances. Université Panthéon-Sorbonne - Paris I, 2019. Français. NNT : 2019PA01E042 . tel-02440557

**HAL Id: tel-02440557**

**<https://theses.hal.science/tel-02440557>**

Submitted on 15 Jan 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITE PARIS I PANTHÉON SORBONNE

UFR 02 : École d'Économie de la Sorbonne

Laboratoire de rattachement : Centre d'Économie de la Sorbonne (CES) - UMR 8174

**THÈSE**

**Pour l'obtention du titre de Docteur en Sciences Économiques**

**Présentée et soutenue publiquement**

**le 11 Octobre 2019 par**

**Julien DHIMA**

Évolution des méthodes de gestion des risques dans les banques  
sous la réglementation de Bâle III : une étude sur les Stress tests Macro-  
prudentiels en Europe

**Volume I**

**Sous la direction de**

**M. Christian de Boissieu** (Professeur Émérite)

**et de**

**Mme Catherine Bruneau** (Professeur des Universités)

## Membres du Jury

M. Fredj Jawadi, président du Jury, Université de Lille

M. Christian de Boissieu, directeur de thèse, Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne

Mme Catherine Bruneau, co-directeur de thèse, Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne

M. Philippe Madiès, rapporteur, Université Grenoble Alpes

M. Yann Braouezec, rapporteur, IÉSEG School of Management



# **Évolution des méthodes de gestion des risques dans les banques sous la réglementation de Bâle III : une étude sur les Stress tests Macro-prudentiels en Europe**

## **Résumé**

Notre thèse consiste à expliquer, en apportant quelques éléments théoriques, les imperfections des stress tests macro-prudentiels d'EBA/BCE, et de proposer une nouvelle méthodologie de leur application ainsi que deux stress tests spécifiques en complément. Nous montrons que les stress tests macro-prudentiels peuvent être non pertinents lorsque les deux hypothèses fondamentales du modèle de base de *Gordy-Vasicek* utilisé pour évaluer le capital réglementaire des banques en méthodes internes (IRB) dans le cadre du risque de crédit (portefeuille de crédit asymptotiquement granulaire et présence d'une seule source de risque systématique qui est la conjoncture macro-économique), ne sont pas respectées. Premièrement, ils existent des portefeuilles concentrés pour lesquels les macro-stress tests ne sont pas suffisants pour mesurer les pertes potentielles, voire inefficaces si ces portefeuilles impliquent des contreparties non cycliques. Deuxièmement, le risque systématique peut provenir de plusieurs sources ; le modèle actuel à un facteur empêche la répercussion propre des chocs « macro ». Nous proposons un *stress test spécifique de crédit* qui permet d'appréhender le risque spécifique de crédit d'un portefeuille concentré, et un *stress test spécifique de liquidité* qui permet de mesurer l'impact des chocs spécifiques de liquidité sur la solvabilité de la banque. Nous proposons aussi une généralisation *multifactorielle* de la fonction d'évaluation du capital réglementaire en IRB, qui permet d'appliquer les chocs des macro-stress tests sur chaque portefeuille sectoriel, en stressant de façon claire, précise et transparente les facteurs de risque systématique l'impactant. Cette méthodologie permet une répercussion propre de ces chocs sur la *probabilité de défaut conditionnelle* des contreparties de ces portefeuilles et donc une meilleure évaluation de la charge en capital de la banque.

**Mots clés :** stress test macro-prudentiel, probabilité de défaut conditionnelle, probabilité de défaut inconditionnelle, perte espérée (conditionnelle) de crédit, charge en capital, portefeuilles concentrés, contreparties non-cycliques, choc spécifique de crédit, modèle multifactoriel, facteurs de risque systématique, choc(s) « macro », portefeuilles sectoriels, choc(s) spécifique(s) de liquidité, sortie nette de fonds, actifs liquides et illiquides, taux de dépréciation etc.

## **Evolution of risk management methods in banks under Basel III regulation: a study on Macroprudential Stress tests in Europe**

### **Summary**

Our thesis consists in explaining, by bringing some theoretical elements, the imperfections of EBA / BCE macro-prudential stress tests, and proposing a new methodology of their application as well as two specific stress tests in addition. We show that macro-prudential stress tests may be irrelevant when the two basic assumptions of the *Gordy-Vasicek* core model used to assess banks regulatory capital in internal methods (IRB) in the context of credit risk (asymptotically granular credit portfolio and presence of a single source of systematic risk which is the macroeconomic conjuncture), are not respected. Firstly, they exist concentrated portfolios for which macro-stress tests are not sufficient to measure potential losses or even ineffective in the case where these portfolios involve non-cyclical counterparties. Secondly, systematic risk can come from several sources; the actual one-factor model doesn't allow a proper repercussion of the "macro" shocks. We propose a *specific credit stress test*

which makes possible to apprehend the specific credit risk of a concentrated portfolio, as well as a *specific liquidity stress test* which makes possible to measure the impact of liquidity shocks on the bank's solvency. We also propose a *multifactorial* generalization of the regulatory capital valuation model in IRB, which allows applying macro-stress tests shocks on each sectorial portfolio, stressing in a clear, precise and transparent way the systematic risk factors impacting it. This methodology allows a proper impact of these shocks on the *conditional probability of default* of the counterparties of these portfolios and therefore a better evaluation of the capital charge of the bank.

**Keywords:** macroprudential stress testing, conditional probability of default, unconditional probability of default, expected (conditional) credit loss, capital charge, concentrated portfolios, non-cyclical counterparties, specific credit shock, multifactorial model, systematic risk factors, "macro" shock(s), sectorial portfolios, specific liquidity shock(s), net outflow of funds, liquid assets and illiquid assets, depreciation rate etc.

## *Dédicace*

Je dédie cette thèse à mon père qui a souhaité tant, pendant toutes ces années, que je devienne Docteur en Économie !

## ***Avant-propos*** (basé principalement sur l'ouvrage de Portait et Poncet, 2012)

La dernière crise financière de 2007-2008 a mis en évidence des insuffisances dans les modèles internes d'évaluation des risques utilisés dans les banques, notamment ceux liés à la *Value at Risk (VaR)*, en cas de conjoncture de crise. Ces inadéquations sont liées aux caractéristiques suivantes observées :

- des corrélations croissantes aux extrêmes qui ont la tendance à atténuer, voire annuler les effets de la diversification ;
- des probabilités de défaut et des pertes en cas de défaut qui augmentent en période de crise ;
- des queues de distribution plus épaisses et asymétriques qui se traduisent par des probabilités plus fortes des pertes extrêmes.

Ces caractéristiques mettent donc en cause la pertinence de ces modèles internes développés dans le cadre de la réglementation de *Bâle II*. En effet, il s'est avéré que ces modèles fonctionnent correctement en période normale mais dysfonctionnent en période de crise. L'approche probabiliste reste alors nécessaire mais limitée. Elle doit être complétée par des approches de type « *stress testing* ».

Un des objectifs de la réglementation de *Bâle III* a été de reprendre et de développer d'avantage les stress tests, déjà existants dans le *Pilier II* de la réglementation de *Bâle II*, avec l'objectif de pallier (partiellement) les insuffisances mentionnées plus haut. Cela a permis aux banques d'améliorer leurs méthodes de gestion des risques. En effet, les stress tests ont pour but d'examiner les effets des événements extrêmes et de violation de certaines hypothèses fondamentales utilisées dans le calcul des indicateurs de risques. Les notions de probabilités laissent alors plus de terrain à des scénarios « catastrophe » possibles mais pas forcément probabilisés.

Après la crise, les autorités américaines, britanniques et européennes ont imposé à leurs banques respectives, des exercices de stress test réguliers qui ont pour but de tester la résistance des banques sous des scénarios économiques ou de marché extrêmes (par exemple : une baisse du PIB de 7%, une hausse du taux du chômage de 5%, une baisse des prix des immobiliers de 30% etc.). Les banques doivent alors calculer des paramètres de risque de crédit (probabilité de défaut, perte en cas de défaut, exposition au défaut, corrélation) par rapport à leurs valeurs en situation de crise et procéder à des *back-testing* pour tester les résultats obtenus.

L'évaluation du risque de crédit a beaucoup évolué depuis l'accord de *Bâle I*. Cependant, sous *Bâle III*, le risque de liquidité, bien connu par les banques mais peu pris en compte avant la crise financière de 2007-2008, prend une importance particulière. Ce risque est directement lié à l'activité principale de la banque qui est celle de la transformation des échéances. Même si de court-terme par nature, le risque de liquidité peut sérieusement mettre en cause la solvabilité d'un établissement bancaire (donc se transformer en risque de crédit) et entraîner sa faillite s'il n'est pas correctement anticipé et évalué. Pendant la crise de 2007 – 2008, mêmes les institutions financières bien capitalisées ont rencontré beaucoup de difficultés pour



obtenir des fonds à court-terme, dû à l'effondrement du marché interbancaire. Cette situation a mis clairement en évidence des grandes faiblesses concernant la gestion du risque de liquidité.

Dans ce contexte, l'objectif de notre thèse est d'étudier la pertinence de certaines des nouvelles méthodes de gestion des risques imposées dans les banques européennes sous la réglementation de *Bâle III*, notamment les *stress tests macro-prudentiels*. Nous nous focalisons sur le risque de crédit et de liquidité. Les stress tests macro-prudentiels appliqués actuellement permettent-ils de donner une vision complète du risque de crédit ? La méthodologie utilisée est-elle adéquate ? Quelles sont leurs limites et quels types de stress test supplémentaires ou de nouvelle méthode pour appliquer les chocs pourrait-on utiliser afin de pallier certaines de ces limites ? Quel serait l'impact d'un choc de liquidité sur le risque de crédit ? Ce sont les questions fondamentales autour desquelles nous développons cette thèse.

## ***Remerciements***

Je voudrais remercier mes directeurs de thèse, Monsieur *Christian de Boissieu* et Madame *Catherine Bruneau* pour leur aide précieuse et leur accompagnement toutes ces années. Je voudrais aussi remercier le secrétaire des thèses à Paris 1, Monsieur *Loïc Sorel*, pour son aide sur les questions administratives, sa disponibilité et son encouragement. Merci aux rapporteurs, Monsieur *Philippe Madiès* et Monsieur *Yann Braouezec*, ainsi qu'au président du jury, Monsieur *Fredj Jawadi*, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour leur engagement. Bien sûr, je remercie ma famille (mes parents *Llukan* et *Marjeta*, et mon frère *Erion*) et mes amis (*Lena*, *Eni*, *Antonino*, *Enes*) pour leur soutien. Pour finir, je remercie ma petite amie, *Kateryna*, pour sa patience et son implication à la préparation de la présentation.

## Table des matières :

INTRODUCTION.....	13
PARTIE I. Revue de la littérature et des textes réglementaires.....	26
<b>Chapitre 1.</b> L'importance de l'adéquation du capital et des liquidités.....	26
1.1. <i>L'importance de l'adéquation du capital</i> .....	26
1.2. <i>L'importance de l'adéquation des liquidités</i> .....	29
<b>Chapitre 2.</b> La gestion des risques bancaires sous la réglementation de <i>Bâle II</i> .....	33
2.1. <i>Les trois piliers de Bâle II</i> .....	33
2.2. <i>Les méthodes utilisées et la définition des paramètres dans le cadre du risque de crédit</i> .....	35
2.3. <i>Les distinctions à faire sous Bâle II</i> .....	39
2.4. <i>Principes de calcul des fonds propres réglementaires en méthodes internes (IRB)</i> .....	44
<b>Chapitre 3.</b> Les améliorations apportées par la réglementation de Bâle III et l'évolution des méthodes de gestion des risques dans les banques.....	48
3.1. <i>Les leçons de la crise et la réponse prudentielle de Bâle III</i> .....	48
3.2. <i>Le stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014 (EU-wide stress test 2014)</i> .....	54
<b>Chapitre 4.</b> Une revue de la littérature sur les (macro-)stress tests de crédit et de liquidité, sur la pertinence des pondérations de risque et sur l'extension du modèle mono-factoriel de calcul des fonds propres règlementaires en IRB ( <i>fonction K</i> ).....	61
PARTIE II. Étude des stress tests macro-prudentiels de crédit.....	73

<b>Chapitre 1.</b> Présentation des modèles de base dont est dérivée l'évaluation du capital réglementaire en <i>IRB</i> (fonction <i>K</i> ).....	74
1.1. <i>Approche structurelle de Merton (1974)</i> .....	74
1.2. <i>Approche analytique fondée sur la dynamique des actifs (KMV, CreditMetrics<sup>TM</sup>,...) et sur les modèles structurels</i> .....	76
1.3. <i>Modèle de base de Gordy-Vasicek pour le calcul du capital réglementaire en IRB (le modèle mono-factoriel qui donne la fonction K)</i> .....	79
<b>Chapitre 2.</b> Risque de concentration et simulation des stress-tests sur les grosses expositions de crédit.....	87
2.1. <i>Généralités sur le risque de concentration et présentation de la méthodologie de notre modèle consistant à comparer un stress test spécifique, à un stress test « macro », pour les portefeuilles de crédit concentrés</i> .....	87
2.2. <i>Étude d'impact de notre modèle de stress test spécifique et comparaison avec un stress test « macro » similaire à celui imposé par le régulateur</i> .....	89
<b>Chapitre 3.</b> Introduction de plusieurs facteurs de risque systématique pour la mise en place des stress tests « macro » sur les portefeuilles de crédit sectoriels.....	100
3.1. <i>Généralisation du modèle mono-factoriel granulaire : modèle multifactoriel de calcul de la charge en capital et application pour les stress tests « macro » sur les portefeuilles sectoriels</i> .....	102
3.2. <i>Étude empirique des liens de dépendance entre la rentabilité de l'actif financier agrégé par secteur et les facteurs de risque systématique, étude de la colinéarité des facteurs de risque sélectionnés, construction et étude du modèle multifactoriel pour évaluer la charge en capital pour chaque portefeuille sectoriel</i> .....	105

<b>PARTIE III.</b> Impact d'un stress test de liquidité sur le risque de crédit propre à la banque.....	137
---	-----

<b>Chapitre 1.</b> Étude du modèle de <i>Braouezec et Wagalath (2018)</i> .....	140
---	-----

1.1. <i>Un résumé du modèle</i> .....	140
1.2. <i>Nos critiques à ce modèle</i> .....	143
<b>Chapitre 2.</b> Notre modèle servant à mesurer l'impact d'un choc spécifique de liquidité sur la solvabilité de la banque.....	145
2.1. <i>Présentation du modèle</i> .....	145
2.2. <i>Étude d'impact du stress test spécifique de liquidité sur le risque de crédit de la banque</i> .....	148
CONCLUSION DE THÈSE.....	155
ANNEXES.....	159
<i>Annexe 1</i> : Obtention de l'expression de la rentabilité standardisée.....	159
<i>Annexe 2</i> : Tableaux et Graphiques sur le Stress Test d'EBA/BCE 2014.....	160
<i>Annexe 3</i> : Données de la valeur et de la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé des secteurs considérés.....	170
<i>Annexe 4</i> : Détails de la construction des facteurs de risque systématique à partir des données de variables macro-économiques collectées.....	174
RÉFÉRENCES.....	193

## Introduction

Acharya, Engle et Pierret (2013), amènent une première grande contribution à l'étude des *stress tests macro-prudentiels* imposés entre 2009 et 2012 aux banques européennes (particulièrement *EU-wide Stress Test* imposé par EBA<sup>1</sup> en 2011) et américaines. Afin d'évaluer les résultats de ces stress tests, ils utilisent comme référence de comparaison des mesures de risque systémique publiées par le *Laboratoire de Volatilité de l'Université de New York (Vlab)*, notamment *LRMES*<sup>2</sup> et *SRISK*<sup>3</sup>. Ces mesures tiennent compte de l'évolution boursière de l'action émise par une contrepartie, conditionnellement à l'évolution de l'indice de marché en situation de turbulences. Pour les *pertes attendues projetées*, les résultats de ces auteurs en utilisant la mesure *LRMES* sont cohérents avec les résultats des macro-stress tests du régulateur. En revanche, l'impact sur le *capital réglementaire* (i.e. sur les *fonds propres requis*) obtenu par les stress tests macro-prudentiels est significativement inférieur à celui obtenu en utilisant la mesure *SRISK*. Acharya, Engle et Pierret (2013) expliquent cette incohérence par les points suivants :

- Les résultats des stress tests macro-prudentiels sont dépendants des méthodes internes d'estimation des paramètres de risque de crédit stressés ( $PD_{stressée}$  et  $LGD_{stressée}$ ).
- La complexité et le manque de transparence des pondérations de risque  $RW$  ( $RW_{stressées}$ ), qui se calculent en méthodes internes en fonction des paramètres de risque de crédit  $PD^4$  et  $LGD^5$  ( $PD_{stressée}$  et  $LGD_{stressée}$ ) estimés, incite les banques à sous-estimer leur risque et à faire des arbitrages réglementaires. De plus, ces paramètres sont obtenus principalement à partir de données comptables, ce qui veut dire qu'ils ne tiennent pas compte des informations de marché (qui incluent les anticipations des investisseurs) et ne sont donc pas prospectifs.
- L'absence de sous-additivité du  $RWA^6$  incite les banques à concentrer leurs expositions sur certaines catégories d'actifs, notamment sur ceux qui ont une pondération de risque  $RW$  sous-estimée, ce qui peut potentiellement accroître leur « vrai » risque de crédit.

---

<sup>1</sup>L'Autorité Bancaire Européenne (European Banking Authority).

<sup>2</sup>Long-Run Marginal Expected Shortfall:  $LRMES = E_{LR(t-1)}[r_{i,t} | r_{m,t} \leq C] \rightarrow$  Espérance des Rentabilités de long-terme en cas de turbulences durables dans les marchés financiers, avec  $E_{LR(t-1)} \rightarrow$  Esperance de long-terme au moment  $t-1$ ;  $r_{i,t} \rightarrow$  rentabilité en période  $t$  de l'action de la banque  $i$ ;  $r_{m,t} \rightarrow$  rentabilité en période  $t$  de l'indice de marché  $m$ ;  $C \rightarrow$  Valeur Critique Conditionnelle à définir (équivalent à une VaR de l'indice).

<sup>3</sup>Systemic Risk:  $SRISK = E[k*(D + MV) - MV|crisis] = kD - (1 - k)*(1 - LRMES)*MV \rightarrow$  Capital supplémentaire requis, avec  $k \rightarrow$  ratio de solvabilité (supposé 8% pour les banques américaines et 5,5% pour les banques européennes sous le scénario adverse);  $D \rightarrow$  la valeur comptable de la dette, qui reste inchangée pendant les 6 mois de scénario;  $MV$  (Market Value)  $\rightarrow$  valeur de marché de l'action de l'établissement en question.

<sup>4</sup>Probabilité de Défaut (Probability of Default).

<sup>5</sup>Perte en cas de Défaut (Loss Given Default).

<sup>6</sup>Actif Pondéré du Risque (Risk Weighted Asset).

L'objectif de notre thèse est, d'une part d'enrichir cette étude avec quelques éléments théoriques qui pourraient expliquer pourquoi les stress tests macro-prudentiels peuvent donner dans certains cas des résultats non-pertinents, d'autre part de proposer des stress tests spécifiques qui peuvent compléter les stress tests macro-prudentiels imposés par le régulateur Européen (EBA/BCE), et une nouvelle méthodologie pour répercuter les chocs de ces macro-stress tests sur la charge en capital des banques.

Inspirés par *Bonti, Kalkbrener, Lotz, Stahl (2006)*, nous montrons que les stress tests macro-prudentiels peuvent être insuffisants, voire peu efficaces, à l'évaluation de la charge en capital (stressée) des banques lorsque les deux hypothèses fondamentales du modèle de base de *Gordy-Vasicek*<sup>7</sup> ne sont pas respectées. Ces hypothèses sont les suivantes :

- Le portefeuille de crédit est asymptotiquement granulaire (i.e. nombre élevé d'expositions avec aucune exposition dominante par rapport à l'ensemble)<sup>8</sup>.
- Existence d'une seule source de risque systématique qui est la conjoncture macro-économique<sup>9</sup>.

Premièrement, les portefeuilles de crédit des banques ne sont pas parfaitement granulaires. En effet, il peut y avoir des concentrations sur une ou quelques contrepartie(s), voire sur un ou quelques secteur(s) en particulier. Les portefeuilles concentrés ne respectent donc pas la première hypothèse et présentent ainsi un risque spécifique non diversifié. La perte de crédit a alors une forte composante spécifique qui n'est pas dissipée dans le portefeuille, ne convergeant ainsi pas vers son espérance. Elle peut d'ailleurs ne pas être corrélée à la conjoncture macro-économique, notamment si la (les) contrepartie(s) du portefeuille concentré n'est (ne sont) pas cyclique(s). Par conséquent, les *stress tests macro-prudentiels* ne donnent pas dans ces cas des résultats pertinents car ils consistent à stresser uniquement le contexte macro-économique (donc la partie systématique du risque) et laisser aux banques le soin de « traduire » l'impact sur les paramètres de risque de crédit (*PD*, *LGD*). De plus, la répercussion des chocs macro-économiques déterministes sur la probabilité de défaut *PD* des contreparties est théoriquement incorrecte puisque ce paramètre est inconditionnel au(x) facteur(s) de risque systématique dans le modèle de base de *Gordy (2003)*.

Deuxièmement, la présentation du risque systématique par un seul facteur, la conjoncture macro-économique, est pauvre et relativement peu claire. En effet, les portefeuilles de crédit peuvent dépendre de plusieurs sources de risque systématique où certaines d'entre elles peuvent être indépendantes de la conjoncture, en supposant que cette dernière est représentée

---

<sup>7</sup> Il s'agit du modèle de base utilisé par le Comité de Bâle II et imposé actuellement aux banques pour calculer le capital réglementaire en méthodes internes (*IRB*) et dans le cadre du risque de crédit, appelé « fonction *K* ».

<sup>8</sup> Cette hypothèse permet d'approximer la perte de crédit d'un portefeuille à son espérance (loi des grands nombres).

<sup>9</sup> Les corrélations entre les expositions dérivent de la sensibilité de chaque exposition au facteur de risque systématique.

principalement par le taux de croissance du PIB de la zone économique étudiée. Le modèle mono-factoriel qui est utilisé actuellement pour calculer le capital réglementaire dans les banques en méthodes internes (*IRB*) ne permet pas l'application des différents chocs macroéconomiques directement sur les facteurs de risque commun, ce qui empêche la répercussion propre de ces chocs sur la *probabilité de défaut conditionnelle* des contreparties.

Nous proposons un *stress test spécifique* qui permettrait d'avoir une évaluation du risque spécifique des portefeuilles de crédit concentrés. Ensuite, nous proposons une généralisation multifactorielle de la fonction d'évaluation du capital réglementaire en *IRB* (*fonction K*) qui permettrait d'appliquer les chocs des macro-stress tests sur chaque portefeuille sectoriel, en stressant de façon claire, précise et transparente les facteurs de risque systématique impactants. Cette méthodologie permet d'avoir la répercussion de ces chocs directement sur la *probabilité de défaut conditionnelle* des contreparties du portefeuille (plutôt que sur leur *probabilité de défaut inconditionnelle PD* à travers les modèles internes aux banques) et donc une meilleure évaluation de la charge en capital relative à ces portefeuilles.

Enfin, les *stress tests macro-prudentiels d'EBA/BCE (2011 et 2014)* ne traitent pas le risque de liquidité. Or, une pénurie de liquidité peut affecter sérieusement la solvabilité d'une banque si cette pénurie persiste au-delà d'une certaine période (un mois par exemple). Nous proposons un modèle qui consiste à simuler des *chocs spécifiques de liquidité* et à évaluer l'impact sur le risque de crédit propre à la banque (notamment sur sa propre probabilité de défaut). Ce modèle, non seulement compléterait les stress tests macro-prudentiels actuels mais permettrait aussi d'étudier l'interconnexion entre le risque de liquidité et le risque de solvabilité (propre à la banque), en incorporant l'impact du premier risque dans le deuxième.

Nous pouvons résumer l'apport de notre thèse par rapport à la littérature existante en trois contributions principales :

Premièrement, pour les portefeuilles de crédit concentrés sur une ou quelques contreparties (i.e. concentration individuelle), nous proposons un modèle qui consiste à comparer un *stress test spécifique*, à un *stress test « macro »* similaire à celui imposé par le régulateur. Dans notre modèle, le risque spécifique individuel d'une contrepartie est pris en compte dans sa probabilité de défaut inconditionnelle ; le stress par rapport au risque spécifique d'un portefeuille concentré permettant ainsi un certain ajustement de granularité. Pour le stress test « macro » nous avons utilisé le modèle (mono-factoriel) d'évaluation des actifs financiers (*CAPM*) pour répercuter la « conjoncture » choquée sur la rentabilité espérée de l'actif des contreparties du portefeuille ; ensuite l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)* pour traduire la variation de la rentabilité espérée de l'actif en changement de la probabilité de défaut inconditionnelle de ces contreparties (utilisation de la notion de *distance au défaut DD*). Pour le stress test « spécifique » nous avons utilisé uniquement une approche structurelle à la *Merton* car le choc est appliqué directement sur l'actif de la contrepartie sur laquelle le portefeuille est concentré. *Gordy (2003)* propose un ajustement de granularité de la *Credit-VaR* à travers d'un coefficient « *add-on* » dépendant du nombre  $n$  des expositions. Ce coefficient correspond en effet à l'écart entre la *Credit-VaR* d'un portefeuille homogène avec un nombre  $n$  fini d'expositions et la *Credit-VaR* d'un portefeuille asymptotique où le  $n$  tend



vers l'infini. Plus  $n$  est élevé, plus l'*add-on* est faible car la *Credit-VaR* du portefeuille imparfaitement diversifié s'approche plus de sa valeur asymptotique. Dans ce modèle, le risque spécifique est associé au taux de recouvrement, donc à la *LGD* ; la perte espérée de crédit du portefeuille est évaluée (selon notre compréhension) en utilisant une fonction de distribution *Gamma* pour la *LGD*, les autres paramètres de risque de crédit (*PD* et *EAD*) étant supposés connus et non stochastiques. Contrairement à *Gordy (2003)*, dans notre modèle, nous associons ce risque à la solvabilité de la contrepartie et l'incorporons dans sa probabilité de défaut inconditionnelle *PD*. En effet, nous considérons qu'un modèle pertinent d'estimation de la *PD* doit tenir compte aussi des éléments spécifiques à la contrepartie. Ainsi, lorsque le portefeuille est diversifié, la *PD moyenne* dans le portefeuille (ou le taux de défaut espéré inconditionnel du portefeuille) reflète principalement le risque systématique ; lorsqu'il ne l'est pas, cette *PD moyenne* doit refléter aussi le risque spécifique non diversifié. L'ajustement de granularité de *Gordy* n'est pas élaboré dans un cadre de stress test ; notre modèle de stress test spécifique consiste à « compenser » le manque de granularité d'un portefeuille de crédit imparfaitement diversifié en simulant des chocs spécifiques sur les contreparties sur lesquelles ce portefeuille est concentré. La répercussion de ces chocs sur la probabilité de défaut inconditionnelle de ces contreparties n'est pas en contradiction avec l'inconditionnalité de la *PD* car dans *Gordy (2003)* cette inconditionnalité est par rapport au(x) facteur(s) de risque systématique. L'article de *Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl (2006)* est parmi les premiers et les principaux à étudier le risque de concentration dans le cadre d'un stress test. Cependant, ces auteurs ont développé uniquement la concentration sectorielle et pas celle individuelle comme nous le faisons dans le cadre du stress test spécifique sur les portefeuilles de crédit concentrés. *Hamerle, Liebig et Rösch (2003)* proposent une modélisation de la probabilité de défaut inconditionnelle à travers une approche structurelle à la *Merton*, avec une rentabilité espérée qui s'exprime comme une fonction de facteurs de risque systématique, de facteurs liés aux fondamentaux financiers de l'entreprise et d'un facteur de risque spécifique. Cependant, cette modélisation n'a pas été mise en œuvre dans le cadre des stress tests, il n'y a donc pas de simulation de chocs. Or, notre modèle consiste justement à mesurer l'impact des chocs spécifiques sur la probabilité de défaut inconditionnelle des contreparties sur lesquelles la banque est fortement exposée et de comparer cet impact à celui d'un choc systématique ou « macro » similaire à ceux déterminés par le régulateur. De plus, ces auteurs semblent dissocier le facteur de risque spécifique des facteurs liés aux fondamentaux financiers de l'entreprise, or le risque spécifique doit provenir justement de ces facteurs. À ce sens, nous trouvons que cette modélisation manque de clarté. *Chawla, Forest Jr et Aguais (2016)*, quant à eux, expriment la *probabilité de défaut ponctuelle (PD point-in-time)* comme une probabilité de défaut conditionnelle à un facteur de risque commun représentant le cycle de crédit sectoriel ou géographique. Les chocs sont appliqués sur ce facteur de risque systématique à travers la simulation d'un grand nombre de scénarios, en sélectionnant ceux les plus extrêmes. La probabilité de défaut inconditionnelle est calculée comme une moyenne pondérée (par les probabilités d'occurrence de chaque scénario) des probabilités de défaut conditionnelles (une probabilité de défaut conditionnelle pour chaque scénario de réalisation du facteur de risque commun), n'incluant ainsi pas l'effet d'un éventuel choc spécifique qui ne se dissipe pas si le portefeuille n'est pas diversifié. Ce modèle suppose indirectement que le portefeuille est bien diversifié, or c'est justement ce que

nous mettons en cause. Dans beaucoup d'articles faisant référence aux modèles à variable qualitative (*Logit et/ou Probit*), les chocs sont appliqués à la fois sur les facteurs de risque systématique (notamment sur le résidu des modèles *autorégressifs AR* construits pour modéliser les variables macro-économiques) et sur un facteur de risque spécifique sectoriel (représenté par le résidu de la fonction reliant la variable latente introduite (souvent un indice de crédit ou macroéconomique/sectoriel), aux facteurs de risque systématique) afin de calibrer la probabilité de défaut stressée (cf. *Sorge and Virolainen (2006)* ; *Jokivuolle, Virolainen et Vähämaa (2008)* ; *Grundke, Pliszka et Tuchscherer (2015)* ; *Schechtman et Gaglianone (2011)* etc.). D'une part cette modélisation rend difficile l'isolation de l'effet du choc spécifique, d'autre part la variable spécifique est habituellement représentative d'un risque spécifique sectoriel et pas individuel auquel nous nous intéressons dans notre modèle de stress test (spécifique) pour les portefeuilles concentrés de crédit. Et enfin, ces modèles à variable qualitative ne précisent pas si cette probabilité de défaut ainsi modélisée correspond à une probabilité de défaut inconditionnelle ou conditionnelle. Même si, du moins dans le cadre des stress tests, elle ressemble plutôt à une probabilité de défaut conditionnelle, dans la modélisation actuelle de cette dernière (cf. fonction d'évaluation du capital réglementaire en méthodes internes issue du modèle de base de *Gordy-Vasicek*) on ne peut tenir compte d'un éventuel risque spécifique qu'à travers la probabilité de défaut inconditionnelle qui est un des paramètres de sa fonction. Notre modèle de *stress test spécifique* consiste justement à répercuter les chocs spécifiques sur cette probabilité de défaut inconditionnelle en se servant de l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)*.

Deuxièmement, nous proposons une extension du modèle mono-factoriel actuel (*fonction K*) à un *modèle multifactoriel* pour évaluer la charge en capital. Cette extension permet d'appliquer les chocs macroéconomiques sur les différents facteurs de risque commun impactant les portefeuilles sectoriels (notamment en se servant des quantiles extrêmes de la loi normale centrée-réduite) et donc de les répercuter sur la probabilité de défaut conditionnelle des contreparties relevant de ces portefeuilles, au lieu de les répercuter sur leur probabilité de défaut inconditionnelle comme cela est fait actuellement dans les banques à travers leurs modèles internes. Une approche similaire a déjà été proposée par *Bonti, Kalkbrenner, Lotz et Stahl (2006)* mais en bref ; nous l'avons développée et mise en œuvre en prenant des données réelles trimestrielles sur les actifs financiers agrégés de six grands secteurs dans la Zone Euro, et sur douze variables macro-économiques, pour la période 2005 – 2016. L'objectif est notamment de déterminer, pour chaque secteur, les facteurs de risque systématique impactants ainsi que leur poids, en utilisant la régression linéaire multiple. Par ailleurs, nous donnons une méthodologie détaillée concernant la construction des facteurs de risque à partir des séries des variables macro-économiques collectées. Nous traitons également, d'un point de vue théorique, la question de monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit de la banque et chaque facteur de risque considéré séparément, afin de déterminer lequel des deux quantiles extrêmes ( $p$  ou  $1 - p$ ) employer pour chaque facteur qu'on veut choquer, à un niveau du seuil de confiance  $p$  voulu. Et enfin, pour chaque portefeuille sectoriel, nous effectuons une étude d'impact qui a pour objectif de mesurer les effets des chocs affectant les différents facteurs de risque sélectionnés, sur la charge en capital calculée avec ce modèle multifactoriel, et de comparer les résultats à ceux qu'on obtiendrait par un stress test « traditionnel » qui consiste à répercuter ces chocs sur la probabilité de défaut inconditionnelle (*PD*) (dégradation d'un à plusieurs crans) dans la fonction mono-factorielle (*fonction K*) utilisée actuellement dans les banques. D'autres articles dans la littérature tels que *Schönbucher (2001)*, *Hamerle,*

*Liebig et Rösch (2003), Schwaab, Koopman et Lucas (2016)* etc. ont proposé également des modèles multifactoriels pour évaluer la probabilité de défaut conditionnelle. Cependant, ces modèles n'ont pas été employés dans le cadre des stress tests. Par ailleurs, dans ces articles, comme dans *Bonti et al. (2006)*, il n'y a pas d'étude empirique (estimation des liens de dépendance entre la rentabilité et les différents facteurs de risque, étude d'autocorrélation des variables retenues pour la construction des facteurs de risque, étude de colinéarité entre les facteurs, etc.) dans le cadre du modèle multifactoriel, ni d'étude d'impact sur la probabilité de défaut conditionnelle ou sur la charge en capital, suite à l'emploi du modèle multifactoriel. Enfin, les modèles à variable qualitative (*Logit ou Probit*) sont utilisés largement dans la littérature (cf. *Wilson (1997a.,b.), Sorge and Virolainen (2006), Jokivuolle, Virolainen et Vähämaa (2008), Grundke, Pliszka et Tuchscherer (2015), Schechtman et Gaglianone (2011), Jiménez et Mencia (2009), Breuer, Jandacka, Mencia, Summer (2010), Simons et Rolwes (2009)* etc.) et très probablement dans beaucoup de banques pour calibrer la probabilité de défaut en fonction de plusieurs facteurs de risque systématique, en scénario normal ou de stress. Comme nous l'avons déjà dit plus haut, ces modèles ne précisent pas si cette probabilité de défaut ainsi modélisée correspond à une probabilité de défaut inconditionnelle ou conditionnelle. Même si, du moins dans le cadre des stress tests, elle ressemble plutôt à une probabilité de défaut conditionnelle, la fonction de cette dernière donnée par le modèle de *Gordy-Vasicek* n'est pas exactement la même que celle obtenue par un modèle à variable qualitative traditionnel. Par ailleurs, il est logique de penser que dans la pratique ces modèles sont utilisés pour estimer la *probabilité de défaut inconditionnelle*. En effet, dans les méthodes internes (*IRB*) c'est cette probabilité qui doit être estimée directement par les banques, tandis que la *probabilité de défaut conditionnelle* ne peut être impactée qu'indirectement via la *fonction K* (issue du modèle de *Gordy-Vasicek*) reliant les deux probabilités de défaut. L'utilisation des modèles à variable qualitative dans les méthodes internes n'est donc pas correcte, du moins dans le cadre des macro-stress tests. Notre modèle consiste justement à sortir de ce cadre où le choc est répercuté sur la probabilité de défaut inconditionnelle lors d'un stress test « macro ». Il permet en effet de choquer les facteurs de risque systématique impactant un portefeuille sectoriel et d'avoir la répercussion uniquement sur la probabilité de défaut conditionnelle des contreparties impliquées.

Troisièmement, s'inspirant de l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)*, nous proposons un modèle qui permet de mesurer l'impact d'un *choc spécifique de liquidité* sur la solvabilité d'un établissement bancaire, à un horizon de 30 jours. D'autres travaux tels que *van den End (2008)* ou *Geršl, Komárková et Komárek (2016)* ont présenté des modèles de stress test de liquidité, où un choc de liquidité provoque, d'une part une réaction collective des banques en vendant des actifs sur le marché pour restituer leurs liquidités, d'autre part un risque de réputation pour chaque banque qui entreprend une telle action. Les deux phénomènes entraînant un effet de second tour ou de rétroaction (*feedback effect*) qui aggrave le choc initial (sortie de fonds et décote des actifs vendus encore plus importante). Le modèle de *van den End (2008)* et celui de *Geršl, Komárková et Komárek (2016)* ne mesurent pas l'impact de ces chocs de liquidité sur la solvabilité de la banque, or c'est l'objectif de notre modèle. *Wong et Hui (2009)*, quant à eux, présentent un modèle d'interconnexion entre le risque de marché, le risque de crédit et le risque de liquidité. Dans ce modèle, il y a un choc exogène de marché qui se caractérise par une baisse des prix des actifs de la banque en augmentant ainsi son risque de défaut (modélisation via une approche structurelle à la *Merton*), ce qui entraîne une sortie nette de fonds et une restriction de l'accès au marché de refinancement car la banque est perçue risquée. Un mécanisme similaire d'interaction entre le

risque de solvabilité et le risque de liquidité a été proposé aussi par *Aikman et al. (2009)*. Malgré cette interconnexion intéressante entre les deux risques montrée dans ces deux articles, le risque de liquidité de la banque est modélisé plutôt comme une conséquence et non comme une cause de son risque de défaut. Les deux modèles ne permettent donc pas de mesurer l'impact d'un choc de liquidité sur la solvabilité de la banque, ce que notre modèle le fait. Et enfin, *Braouezec et Wagalath (2018)* présentent un modèle de stress test où un choc de crédit a un impact, d'une part sur la valeur des fonds propres de la banque, d'autre part sur la valeur de son actif, ce qui peut faire chuter son ratio de fonds propres (i.e. ratio de solvabilité) au-dessous du ratio minimal imposé par le régulateur (i.e. ratio de capital réglementaire). Pour réatteindre ce ratio, la banque doit vendre des actifs mais l'objectif n'est pas assuré si les actifs vendus subissent une décote importante et/ou s'ils sont faiblement pondérés du risque. Bien que cet article fasse le lien entre le risque de crédit et le risque de liquidité par un modèle intéressant, il est focalisé sur le maintien du ratio de capital réglementaire et pas sur le maintien de la solvabilité financière de la banque. Or, le maintien de la solvabilité financière est prioritaire : il devient inutile pour la banque de mener des actions pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, si elle fait faillite. De plus, le mécanisme de départ concernant la chute du ratio des fonds propres n'est pas suffisamment justifié, et les auteurs répercutent l'impact du choc de crédit directement sur les fonds propres, or en réalité, cela arrive seulement si les provisions et les dépréciations, normalement constituées par l'établissement, ne sont pas suffisantes pour couvrir les pertes de crédit réalisées. Enfin, dans ce modèle, le choc initial est un choc de crédit et pas un choc de liquidité. Or, notre objectif est de mesurer l'impact d'un choc de liquidité sur la solvabilité financière de la banque.

Pour comprendre l'apport original de cette thèse, précisons ce que recouvrent les trois principales contributions.

### **1) Impact de la diversification imparfaite des portefeuilles bancaires sur la pertinence des stress tests macro-prudentiels et utilisation des stress tests spécifiques pour les portefeuilles de crédit concentrés**

Comme nous l'avons mentionné plus haut, une des hypothèses fondamentales du modèle asymptotique de *Gordy-Vasicek* pour évaluer le capital réglementaire en IRB (*fonction K*), est la granularité du portefeuille de crédit (i.e. le nombre des expositions est élevé, par conséquent, aucune exposition n'est dominante par rapport à l'ensemble). Or, en réalité, certains portefeuilles bancaires peuvent être non-granulaires, voire concentrés. Pour ces portefeuilles, la perte de crédit ne converge pas vers son espérance (conditionnelle), ce qui se traduit par la présence d'un risque spécifique non dissipé. Par conséquent, la *fonction K* donne une estimation non pertinente (potentiellement sous-estimée) de la perte inattendue. La présence du risque spécifique affecte alors la pertinence des résultats des stress tests macro-prudentiels en termes de charge en capital. En effet, ces stress tests consistent à choquer le contexte macro-économique et laisser aux banques le soin de « traduire » l'impact en évolution (à la hausse) des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD* (paramètres à travers le cycle lorsque on veut mesurer l'impact sur le capital réglementaire), alors que la perte de

crédit d'un portefeuille concentré peut être indépendante (voire dépendante négativement) de la conjoncture macro-économique, particulièrement si ce portefeuille implique une (des) contrepartie(s) non cyclique(s) (voire contracyclique(s)). Par ailleurs, dans le modèle de base de *Gordy (2003)*, la *PD* correspond à une probabilité de défaut inconditionnelle au(x) facteur(s) de risque systématique, ce qui est théoriquement en contradiction avec la répercussion des chocs macroéconomiques déterminés par le régulateur sur ce paramètre de risque, sauf si le scénario choqué est jugé suffisamment probable pour pouvoir influencer l'estimation normale de la *PD*.

Pour ces raisons, nous pensons que pour les portefeuilles concentrés sur des contreparties peu ou pas sensibles, voire avec une sensibilité négative, à la conjoncture macro-économique, des *stress tests spécifiques* seraient beaucoup plus pertinents que les stress tests macro-prudentiels imposés par le régulateur, afin d'avoir une évaluation du risque spécifique de crédit.

Pour vérifier nos hypothèses, nous avons construit un modèle qui consiste à comparer les résultats (en termes de probabilité de défaut inconditionnelle, de perte attendue et de perte inattendue) d'un *stress test « macro »* similaire à celui imposé par le régulateur, aux résultats d'un stress test spécifique, pour un portefeuille de créances concentré. Le stress test « macro » consiste à simuler un *choc macroéconomique/macro-financier* et le répercuter sur la probabilité de défaut inconditionnelle des créances du portefeuille (même logique que le régulateur). Ce choc est simulé pour différents niveaux de sensibilité à la « conjoncture » de la partie concentrée du portefeuille (représentée par une exposition sur une seule contrepartie), et pour différents niveaux de concentration<sup>10</sup>. Le *stress test spécifique* consiste à simuler un choc spécifique sur l'actif de la contrepartie sur laquelle le portefeuille est concentré. Comme le stress test « macro », il est simulé pour différents niveaux de concentration sur cette contrepartie, indépendamment de l'état de la « conjoncture ».

Nous avons suivi la logique du régulateur (incorrecte à notre point de vue) en répercutant le choc « macro » sur la probabilité de défaut inconditionnelle (*PD*) des contreparties, afin de mettre en évidence les inconvénients de cette méthodologie. La répercussion du choc spécifique de crédit sur la probabilité de défaut inconditionnelle n'est pas gênante car l'inconditionnalité de ce paramètre de risque est liée au(x) facteur(s) de risque systématique dans *Gordy (2003)*. Nous supposons les autres paramètres de risque de crédit (*exposition au défaut EAD, perte en cas de défaut LGD, maturité M*) connus et non-stochastiques.

Pour modéliser le stress test « macro » nous faisons référence au modèle *CAPM* afin de faire le lien entre la dégradation de la « conjoncture » et l'évolution de la rentabilité espérée de l'actif des contreparties du portefeuille. Nous faisons l'hypothèse forte que, à moyen terme, l'indice boursier est un bon indicateur de la conjoncture. Ensuite, pour les deux types de stress test (« macro » et spécifique), nous utilisons l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)* pour répercuter cette évolution de la rentabilité espérée de l'actif, sur la probabilité de défaut inconditionnelle (*PD*) des contreparties du portefeuille.

---

<sup>10</sup> Nous supposons un portefeuille de crédit qui est constitué de deux parties : la partie diversifiée et la partie concentrée.

Les résultats du modèle sont présentés et discutés à la fin du deuxième chapitre de la Partie II et sont résumés dans la conclusion de la thèse.

Le stress test spécifique peut être appliqué en parallèle du stress test macro-prudentiel du régulateur, avec une fréquence annuelle, trimestrielle ou mensuelle, afin d'avoir une évaluation du risque spécifique de crédit pour les portefeuilles de créances concentrés. Il permet un certain ajustement de granularité pour ces portefeuilles.

## 2) Introduction de plusieurs facteurs de risque commun et stress tests sectoriels

Les emprunteurs qui font partie d'un même secteur ont beaucoup de caractéristiques communes ; par conséquent, ils sont corrélés entre eux. C'est pour cette raison que les défauts au sein d'un secteur sont habituellement corrélés. Dans *Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl (2006)* cette corrélation est donnée (de façon indirecte) via la sensibilité de chaque contrepartie du secteur aux facteurs de risque commun. Une grosse exposition sur un secteur correspond à ce qu'on appelle *concentration sectorielle* et représente une poche de risque importante pour une banque.

Dans les modèles multifactoriels de crédit, chaque actif est dépendant d'un nombre limité de facteurs macro-économiques/macro-financiers, la dépendance étant donnée par les coefficients de sensibilités (coefficients *rhô* ou *bêtas*). Ces modèles permettent d'avoir une structure de corrélations plus riche entre les expositions sur les contreparties d'un même secteur (*Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl, 2006*). La conjoncture macro-économique du pays ou de la zone économique où se situe le secteur étudié est susceptible de contribuer de manière privilégiée et donc d'être parmi les facteurs de risque principaux (i.e. facteurs qui sont significatifs et auxquels on associe les poids les plus forts). Cependant, d'autres facteurs de risque peuvent affecter significativement les contreparties d'un même secteur (*cf. Schwaab, Koopman et Lucas, 2016*) dont certains d'entre eux peuvent être non-corrélés à la conjoncture macro-économique.

Une des principales limites de la fonction d'évaluation du capital réglementaire en IRB (*fonction K*) est liée à la prise en compte d'un unique facteur de risque systématique correspondant à la conjoncture macro-économique. En effet, cette structure mono-factorielle est pauvre car elle ne prend pas en compte d'autres facteurs potentiels de risque commun qui peuvent affecter significativement l'activité économique d'un secteur.

S'inspirant principalement de *Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl (2006)* mais aussi de *Schwaab, Koopman et Lucas (2016)*, *Hamerle, Liebig et Rösch (2003)*, *Schönbucher (2001) etc.*, nous proposons une modification de cette fonction, en se basant sur les modèles multifactoriels. Cette modification permet de prendre en compte plusieurs facteurs de risque systématique lors de l'évaluation de la charge en capital pour un portefeuille de crédit sectoriel. Elle permet aussi d'appliquer les chocs des macro-stress tests, de façon claire, précise et transparente sur les facteurs de risque impactants, et d'avoir la répercussion uniquement sur la *probabilité de défaut conditionnelle*  $PD(I_1, \dots, I_n)$  des contreparties impliquées dans le portefeuille, plutôt que

de répercuter ces chocs (via des modèles internes aux banques) sur la *probabilité de défaut inconditionnelle PD* de ces contreparties. L'utilité de cette modification devient importante particulièrement pour les secteurs sur lesquels l'établissement bancaire présente une forte exposition (concentration sectorielle) car la concentration sectorielle se traduit dans ce cas par une (sur-)exposition du portefeuille sectoriel aux facteurs de risque commun qui l'impactent le plus (*cf. Bonti, Kalkbrener, Lotz, et Stahl, 2006*).

Pour vérifier la pertinence de notre modèle, nous étudions empiriquement le lien de dépendance entre la rentabilité de l'actif financier agrégé de quelques secteurs (i.e. la rentabilité de l'actif financier de l'ensemble des entreprises faisant partie du secteur) dans la Zone Euro et les différents facteurs de risque systématique, en effectuant des régressions linéaires multiples sur des séries trimestrielles. Nous avons construit les facteurs de risque systématique en isolant la partie imprévisible des variables macro-économiques retenues. Ces variables macro-économiques correspondent majoritairement aux variables choquées dans le *stress test d'EBA/BCE* de 2014. Elles sont susceptibles d'impacter à moyen-terme la plupart des secteurs mais d'une façon différente d'un secteur à l'autre, en fonction de l'activité de chacun des secteurs. Nous considérons que chaque facteur de risque systématique a un impact similaire sur l'ensemble des contreparties du même secteur. La partie du risque qui n'est pas expliquée par ces facteurs est soit du risque systématique non expliqué (facteurs de risque qui n'ont pas été pris en compte), soit du risque spécifique à l'activité du secteur. À noter que dans la littérature beaucoup d'auteurs considèrent le risque spécifique à un secteur comme du risque systématique ; d'autres, comme du risque spécifique. Nous le considérons en tant que risque spécifique. Bien qu'un portefeuille sectoriel soit imparfaitement diversifié et qu'il présente, par conséquent, un risque spécifique non dissipé, notre objectif dans le modèle multifactoriel est d'être en mesure d'appliquer les chocs des macro-stress tests directement sur les facteurs de risque commun qui impactent chaque secteur. Nous rappelons que cette méthodologie permet d'avoir une répercussion propre de ces chocs sur la probabilité de défaut conditionnelle des contreparties impliquées dans chacun des portefeuilles sectoriels, afin d'évaluer la charge en capital nécessaire. Le risque spécifique sectoriel n'est donc pas pris en compte dans ce modèle multifactoriel. En effet, à notre point de vue, la concentration sectorielle est similaire à la concentration individuelle pour laquelle nous développons déjà un modèle de stress test spécifique.

Avant d'estimer les coefficients de sensibilité de chaque secteur aux facteurs de risque sélectionnés comme impactants, nous étudions la colinéarité entre ces facteurs afin de vérifier l'hypothèse de non-corrélation que nous avons faite pour des motifs de simplification. Si un des facteurs de risque présente des liens de (multi-)colinéarité avec les facteurs précédents sélectionnés, nous l'orthogonalisons afin d'isoler la partie indépendante et d'éliminer l'information qui est redondante. Une fois estimées les sensibilités (ou les expositions) des secteurs aux facteurs de risque systématique définitifs, nous construisons le modèle multifactoriel pour chaque portefeuille sectoriel, qui permet d'évaluer la charge en capital nécessaire pour faire face à l'exercice trimestriel de stress test « macro ». Dans ce modèle, les chocs sont simulés en prenant les quantiles extrêmes de la loi normale centrée-réduite pour les facteurs de risque impactants qu'on veut stresser. Par conséquent, il est important d'analyser,

à un point de vue théorique, la monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et chaque facteur de risque considéré séparément afin de déterminer pour quel des deux quantiles extrêmes (quantile de  $p$  ou de  $1-p$ ) la banque devrait subir une perte de crédit maximale, à un niveau souhaité du seuil de confiance  $p$  ( $p = 99.9\%$  par exemple). Cependant, pour certains facteurs de risque, cette monotonie peut être ambiguë ; en cas de doute nous présentons alors les deux cas de monotonie (*co-monotonie et contre-monotonie*).

Enfin, nous effectuons une étude d'impact qui a pour objectif, pour chaque portefeuille sectoriel, de mesurer l'effet des chocs sur les différents facteurs de risque sélectionnés dans le modèle (pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles  $PD$  et, éventuellement, pour différents cas de monotonie) et de comparer les résultats, en termes de charge en capital, à ceux qu'on obtiendrait par un stress test « traditionnel » consistant à répercuter les chocs sur la probabilité de défaut inconditionnelle  $PD$  (dégradation d'un ou de plusieurs crans) de la fonction monofactorielle utilisée actuellement dans les banques (*fonction K*). Les résultats sont présentés et discutés à la fin du troisième chapitre de la Partie II et sont résumés dans la conclusion de la thèse.

Les sensibilités des secteurs aux facteurs de risque systématique doivent être estimées à la même fréquence que celle du stress test « macro » employant le modèle multifactoriel que nous proposons. Nous préconisons la fréquence trimestrielle, ce qui correspond à la fréquence de publication des résultats des banques.

### **3) Estimation de l'impact d'un stress test de liquidité sur le risque de crédit propre à la banque**

Le stress test d'EBA/BCE de 2014 n'inclut pas le risque de liquidité dans son cadre. De plus, souvent, les stress tests sur le capital mis en œuvre dans les banques ont considéré seulement les pertes de crédit dans les portefeuilles de titres ; un exercice plus complet doit tenir compte du fait qu'une banque peut aussi subir des pertes en capital provenant de la liquidation précipitée des titres/actifs illiquides (i.e. ventes forcées à une valeur inférieure à leur valeur d'achat), pour pouvoir honorer ses engagements de court-terme, en cas de liquidités insuffisantes (*Bank for International Settlements, Working Paper No. 24, October 2013*). Les pertes dues à cette liquidation augmentent la probabilité de défaut de la banque, alimentent la sortie des fonds et réduisent son accès au marché de refinancement (*cf. Wong et Hui, 2009*). Un phénomène de rétroaction a ensuite lieu, expliqué par des effets de second tour liés au risque de réputation et aux réactions collectives des intervenants du marché, ce qui contribue à l'amplification des pertes initiales (*Van den End, 2008, Geršl, Komárková et Komárek, 2016*). Si suite à toutes ces pertes, la valeur de l'actif total de la banque tombe au-dessous du seuil de défaut, la banque devient alors insolvable. Enfin, l'interconnexion entre les banques entraîne un effet de contagion et donc des conséquences sur l'ensemble du système bancaire.

Dans notre étude, nous mesurons l'impact d'un *choc spécifique de liquidité* sur la solvabilité de la banque, notamment sur sa propre probabilité de défaut  $PD$  à l'horizon de la période du



choc. Pour y parvenir, nous avons construit un modèle avec un bilan bancaire simplifié et nous avons simulé des chocs de liquidité. Chaque choc de liquidité se caractérise par un scénario de sortie nette de fonds, un blocage du marché interbancaire et une impossibilité de refinancement par la Banque Centrale. Ces chocs sont suivis par une vente d'actifs liquides et si ces derniers ne sont pas suffisants, par une vente d'actifs illiquides (avant leur maturité), ce qui entraîne une dépréciation de ces derniers. Les sorties nettes des fonds sont simulées pour différentes répartitions de l'actif de la banque entre actif liquide et illiquide et pour différents taux de dépréciation des actifs illiquides qui doivent éventuellement être vendus. L'horizon mensuel du choc peut inclure également des éventuels effets de second tour sur la sortie nette des fonds et sur le taux de dépréciation des actifs illiquides vendus. Nous considérons l'établissement bancaire insolvable au moment où la valeur de son actif total tombe au-dessous d'un certain seuil (même principe que dans l'approche structurelle de *Merton, 1974*) à un horizon de 30 jours ; nous avons défini ce seuil par la *sortie nette des fonds* à cet horizon.

Ce modèle de stress test que nous proposons permet à la banque de connaître, d'une part le seuil de la sortie nette des fonds à partir duquel elle devient insolvable (pour une répartition donnée entre actif liquide et illiquide et pour un taux de dépréciation donné des actifs illiquides qu'elle doit éventuellement vendre en cas de choc), d'autre part la proportion de l'actif liquide qu'elle doit détenir pour faire face aux différents chocs de liquidité envisagés et pour atteindre ou garder un certain niveau de notation souhaité.

Les résultats de la simulation des différents chocs de liquidité sont présentés et discutés à la fin de la troisième partie et résumés dans la conclusion de la thèse.

## ***Structure de la Thèse***

La thèse est construite en cinq parties, comme suit :

Partie I : Cette partie commence par rappeler des notions basiques sur le risque de crédit et de liquidité dans un établissement bancaire. Ensuite, nous présentons les principaux points de la réglementation de *Bâle II* ainsi que les paramètres et la formule utilisée dans les banques pour calculer la perte espérée et le capital réglementaire en *IRB* (*fonction K*). Puis nous exposons les principales limites de la réglementation de *Bâle II* et les améliorations apportées par *Bâle III*. Ces rappels sont suivis d'une description du *stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE* de 2014 ainsi que d'une revue de la littérature sur les stress tests et sur les limites et les extensions du modèle mono-factoriel de calcul du capital réglementaire en *IRB*.

Partie II : Dans cette partie nous étudions les limites des stress tests macro-prudentiels en faisant le lien avec les limites du modèle mono-factoriel de *Gordy-Vasicek* utilisé actuellement pour calculer le capital réglementaire en *IRB* dans les banques. Nous faisons une description détaillée de ce modèle de base ainsi qu'un résumé du modèle de *Merton (1974)* et de l'approche structurelle de *KMV* qui en dérive. Nous avons rapidement rappelé le modèle d'équilibre des actifs financiers *CAPM*. À partir de tous ces modèles de base, nous

construisons un modèle consistant à comparer, pour un portefeuille de créances concentré, un stress test spécifique, à un stress test « macro » qui reproduit en quelque sorte ceux imposés par le régulateur européen. Nous analysons et discutons les résultats obtenus. Ensuite, nous proposons un modèle multifactoriel permettant de simuler des chocs macroéconomiques sur les facteurs de risque commun impactant un secteur et d'en mesurer l'impact sur la charge en capital de la banque relative au portefeuille exposé à ce secteur. Nous étudions alors empiriquement les liens de dépendance entre la rentabilité de l'actif financier agrégé de chaque secteur, et les différents facteurs de risque systématique, afin de déterminer les facteurs qui impactent significativement chaque secteur et d'estimer leur effet. Ensuite, nous mesurons l'impact d'un stress affectant un ou plusieurs de ces facteurs, sur la charge en capital relative à chaque portefeuille sectoriel correspondant. Nous détaillons la construction des facteurs de risque, étudions leur éventuelle (multi-)colinéarité et analysons d'un point de vue théorique leur monotonie avec la perte espérée conditionnelle de crédit de la banque. Nous comparons la charge en capital calculée avec le modèle multifactoriel construit, à celle qu'on obtiendrait si les chocs étaient répercutés sur la probabilité de défaut inconditionnelle dans la *fonction K*. Nous analysons et discutons les résultats obtenus.

Partie III : Nous étudions dans cette partie l'impact d'un choc de liquidité sur le risque de solvabilité de la banque. Dans un premier temps, nous exposons et critiquons le modèle de *Braouezec et Wagalath (2018)*. Ensuite, en s'inspirant de l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)*, nous construisons un modèle de stress test spécifique de liquidité qui permet de mesurer l'impact de différents chocs de liquidité (différentes sorties nette de fonds simulées) sur la probabilité de défaut de la banque à un horizon de 30 jours, pour différents taux de dépréciation de l'actif illiquide qui doit éventuellement être vendu et pour différentes répartitions de l'actif de la banque entre actif liquide et actif illiquide. Nous analysons et discutons les résultats.

Partie IV : Conclusion de thèse.

Partie V : Annexes.

# Partie I. Revue de la littérature et des textes réglementaires

## Chapitre 1. L'importance de l'adéquation du capital et des liquidités

Le but de ce premier chapitre un peu scolaire est de rappeler de manière simple pourquoi fonds propres et liquidités sont importants pour les banques, et de poser le cadre d'analyse avec les variables sur lesquels porteront nos développements dans cette thèse. Nous nous référons surtout à l'ouvrage de *Mishkin (2007)*.

Le gestionnaire d'une banque a quatre préoccupations principales qui sont :

- S'assurer que la banque ait suffisamment de réserves pour être capable à tout moment de rembourser ses clients lorsqu'ils veulent retirer leurs avoirs. Il s'agit alors pour la banque d'assurer une bonne gestion *des liquidités* ; elle doit conserver suffisamment d'actifs liquides pour qu'elle puisse faire face à ses engagements envers les déposants.
- Maintenir un niveau de *risque* acceptable en achetant des actifs avec un faible risque de défaut et en diversifiant les actifs détenus (*gestion d'actif*).
- Acquérir des fonds à faible coût (*gestion de passif*).
- Définir le montant des fonds propres que la banque doit maintenir et obtenir le capital désiré (*adéquation du capital*).

### 1.1. L'importance de l'adéquation du capital

#### 1.1.1. Comment le capital protège la banque du risque de faillite

Les banques doivent définir le montant de capital qu'elles doivent détenir pour trois raisons fondamentales :

- Le capital sert à éviter la faillite d'une banque (situation où la banque ne peut plus faire face à ses obligations envers les déposants et les autres créanciers) ;
- Le montant de capital affecte le rendement des actionnaires de la banque ;
- Elles doivent respecter le ratio de solvabilité imposé par le régulateur.

Nous allons expliquer l'importance pour les banques d'avoir un capital suffisant en prenant un exemple très simplifié de deux banques qui ont la même composition de l'actif mais des compositions du passif différentes : la banque A correctement capitalisée et la banque B faiblement capitalisée. Les deux banques ont des totaux d'actifs et de passifs égaux.

Banque A : Correctement capitalisée

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves	10	Capital	10
Prêts	90	Dépôts	90
<b>Total Actif</b>	<b>100</b>	<b>Total Passif</b>	<b>100</b>

Banque B : Faiblement capitalisée

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves	10	Capital	5
Prêts	90	Dépôts	95
<b>Total Actif</b>	<b>100</b>	<b>Total Passif</b>	<b>100</b>

Supposons que les deux banques font 7 millions d'EUR de pertes inattendues (dépassant le montant provisionné) sur leurs prêts (à cause des créances douteuses). L'impact sur les bilans des deux banques sera le suivant :

Banque A : Correctement capitalisée

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves	10	Capital (-7)	3
Prêts (-7)	83	Dépôts	90
<b>Total Actif</b>	<b>93</b>	<b>Total Passif</b>	<b>93</b>

Banque B : Faiblement capitalisée

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves	10	Capital (-7)	-2
Prêts (-7)	83	Dépôts	95
<b>Total Actif</b>	<b>93</b>	<b>Total Passif</b>	<b>93</b>

Comme on le voit, la banque A (correctement capitalisée) accepte cette perte de 7 millions d'EUR sans problème, car sa couverture initiale de 10 millions d'EUR lui permet de garder une valeur nette (i.e. capital bancaire) toujours positive de 3 millions d'EUR après la perte. Or, ce n'est pas le cas pour la banque B (faiblement capitalisée). Désormais, la valeur de ses actifs est inférieure à la valeur de sa dette (les dépôts), et sa richesse devient ainsi négative de -2 millions d'EUR <sup>11</sup>, ce qui veut dire que la banque B devient insolvable. En effet, elle ne détient pas suffisamment d'actifs pour rembourser tous les détenteurs de ses passifs (les créanciers). Quand une banque devient insolvable, le régulateur ferme la banque, ses actifs sont liquidés et ses gestionnaires remplacés. Les actionnaires verront dans ce cas leur investissement anéanti ; par conséquent, ils vont préférer plutôt une banque qui détient une couverture de capital plus importante (suffisante pour absorber les pertes), telle que la banque A. Pour conclure, une banque détient du capital pour réduire sa probabilité de devenir insolvable (i.e. *probabilité de défaut*).

**1.1.2. L'effet du capital sur le rendement des actionnaires : l'arbitrage rentabilité vs. solvabilité**

---

<sup>11</sup> Cet exemple est donné à titre explicatif. Dans la réalité, il est impossible d'avoir un capital négatif car sa valeur minimale est 0 (cf. modèle de Merton, 1974).

Pour savoir si la banque est bien gérée, les actionnaires ont besoin de mesures de rentabilité bancaire. Deux mesures simples sont le *ROE* (*Return on Equity*) et le *ROA* (*Return on Assets*).

Le coefficient de rendement des actifs *ROA* donne une information sur l'efficacité de la gestion de la banque. Il est calculé de la façon suivante :

$$ROA = \frac{\text{Profit Net après Impôt}}{\text{Actifs}}$$

Le coefficient de rentabilité du capital *ROE* donne une information sur ce que rapporte l'investissement des actionnaires (i.e. le capital). Il est calculé de la façon suivante :

$$ROE = \frac{\text{Profit Net après Impôt}}{\text{Fonds Propres}}$$

Le multiplicateur des fonds propres (*EM*), ou l'effet de levier, est le montant d'actifs par unité de capital :

$$EM = \frac{\text{Actifs}}{\text{Fonds Propres}}$$

Le *ROE* et le *ROA* sont liés par la relation suivante :

$$ROE = ROA * EM$$

Si on reprend l'exemple précédent, en supposant que les deux banques (A et B) ont le même coefficient de rendement des actifs *ROA* de 1% (ce qui implique un profit net après impôt de 1 million d'EUR), nous obtenons les *ROE* suivants :

$$\begin{aligned} \text{Banque A } (EM = 100 / 10 = 10) \\ ROE (A) = 1 / 10 = 10\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Banque B } (EM = 100 / 5 = 20) \\ ROE (B) = 1 / 5 = 20\% \end{aligned}$$

Les actionnaires de la banque B (faiblement capitalisée) sont plus satisfaits car pour le même montant investi ils gagnent deux fois plus que ceux de la banque A. C'est pourquoi les actionnaires d'une banque n'ont pas intérêt à ce qu'elle détienne trop de capital. Pour le même coefficient de rendement d'actifs *ROA*, plus le capital bancaire est faible, plus la rentabilité des actionnaires *ROE* est élevée.

Le capital est indispensable pour les actionnaires car il réduit la probabilité de faillite de la banque et rend leur investissement plus sain. Cependant, il est coûteux en termes de rentabilité de capital (*ROE*). Les gestionnaires doivent alors faire l'arbitrage entre rentabilité et sécurité de l'investissement. La question qui se pose est de savoir combien de fonds propres ils sont prêts à ajouter contre une rentabilité plus faible liée à un montant de capital plus élevé (coût) ? Généralement, dans les périodes difficiles, quand la probabilité de perte est plus importante, les gestionnaires désirent détenir d'avantage de capital pour protéger l'investissement des actionnaires. Inversement, lorsque la conjoncture est bonne et que le

risque de perte sur les prêts est faible, ils vont préférer de réduire le montant de capital, avoir un effet de levier plus élevé, et augmenter ainsi le coefficient de rentabilité du capital. Nous verrons plus loin que ce comportement procyclique peut mettre les banques encore plus en difficulté pendant les périodes de turbulences. Un des objectifs de la réglementation de Bâle III est justement de réduire cette procyclicité.

### **1.1.3. Les exigences réglementaires en fonds propres**

Les banques doivent également détenir du capital car les régulateurs l'exigent depuis *Bâle I* (*ratio Cooke*), suivi de *Bâle II* (*ratio McDonough*) et de *Bâle III*. Le ratio minimum à respecter des fonds propres par rapport à la somme des actifs pondérés du risque (*RWA*) est à 8% dans la réglementation de *Bâle I* et de *Bâle II*, et à 10.5% pour *Bâle III* si on tient compte de la mise en place complète du coussin de conservation (*conservation buffer*) en 2019. À cause du coût élevé du capital, les gestionnaires n'ont pas intérêt à être très au-dessus de ce seuil.

## **1.2. L'importance de l'adéquation des liquidités**

Nous nous intéressons dans cette section, au rôle fondamental des liquidités d'une banque pour assurer son bon fonctionnement. Nous savons que l'activité principale d'une banque dans l'économie est de transformer des ressources (dépôts) de court terme en actifs de long terme (prêts). Cette transformation l'expose directement au risque de liquidité, c'est-à-dire, au risque de ne pas pouvoir à tout moment honorer ses engagements envers les créanciers sans vendre des actifs à perte (avant la maturité). Une banque a tout intérêt à disposer des actifs liquides pour éviter ce genre de situation. Par définition, dans la littérature, un actif liquide est un actif que l'on peut acheter ou vendre rapidement, sans perte de valeur. Les actifs les plus liquides d'une banque sont :

- le cash ;
- les réserves (obligatoires et excédentaires) auprès de la Banque Centrale ;
- les Obligations du Trésor (en supposant que l'État est bien noté).

La banque doit surtout être capable à tout moment de rembourser les déposants lorsque ceux-ci veulent retirer leurs fonds. Mais elle doit être capable également de respecter ses engagements envers les autres créanciers « moins fragiles » tels que les autres banques, les grandes entreprises etc.

### **1.2.1. Gestion des liquidités et le rôle des réserves**

Les réserves obligatoires sont les réserves que la banque est contrainte de détenir. Elles sont donc imposées par la Banque Centrale<sup>12</sup>, et dans la plupart des pays elles doivent être à la hauteur de 10% du montant des dépôts. Les réserves excédentaires correspondent au montant des réserves au-delà des réserves obligatoires.

---

<sup>12</sup>C'est au départ un instrument de politique monétaire.

Nous allons montrer, en utilisant un exemple simple (avec un bilan bancaire simplifié), le rôle important des réserves. Nous prenons deux banques, la banque A qui dispose de suffisamment de réserves excédentaires et la banque B qui n'a pas suffisamment de réserves excédentaires. Supposons que les bilans initiaux des deux banques sont :

Banque A : Réserves excédentaires importantes

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves	20	Capital	10
Prêts	70	Dépôts	90
Titres	10		
<b>Total Actif</b>	<b>100</b>	<b>Total Passif</b>	<b>100</b>

Banque B : Réserves excédentaires faibles

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves	10	Capital	10
Prêts	80	Dépôts	90
Titres	10		
<b>Total Actif</b>	<b>100</b>	<b>Total Passif</b>	<b>100</b>

Le montant des réserves obligatoires que les deux banques doivent tenir est :  $10\% * 90 \text{ M€} = 9 \text{ M€}$ . Pour le moment, les deux banques respectent ce montant. Supposons maintenant qu'il y a un retrait de dépôts à l'ordre de  $10 \text{ M€}$ . Les bilans des deux banques deviennent :

Banque A :

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves (-10)	10	Capital	10
Prêts	70	Dépôts (-10)	80
Titres	10		
<b>Total Actif</b>	<b>90</b>	<b>Total Passif</b>	<b>90</b>

Banque B :

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves (-10)	0	Capital	10
Prêts	80	Dépôts (-10)	80
Titres	10		
<b>Total Actif</b>	<b>90</b>	<b>Total Passif</b>	<b>90</b>

Après un retrait de  $10 \text{ M€}$  de dépôts, les réserves de la banque A baissent de  $20 \text{ M€}$  à  $10 \text{ M€}$ . Le montant des réserves obligatoires que les deux banques doivent tenir est maintenant :  $10\% * 80 \text{ M€} = 8 \text{ M€}$ . Puisque la banque A détient maintenant  $10 \text{ M€}$  de réserves, elle respecte toujours le montant des réserves obligatoires ( $10 \text{ M€} \geq 8 \text{ M€}$ ).

La situation est plus délicate pour la banque B qui ne détenait pas beaucoup de réserves excédentaires. En effet, après un retrait de 10 M€ de ses dépôts, elle n'a plus de réserves. Pour reconstituer ses réserves obligatoires de 8 M€ elle a quatre possibilités :

a) Emprunt interbancaire de 8 M€ :

Banque B :

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves (+ 8)	8	Capital	10
Prêts	80	Dépôts	80
Titres	10	Emprunt Interbancaire (+ 8)	8
<b>Total Actif</b>	<b>98</b>	<b>Total Passif</b>	<b>98</b>

b) Cession de titres liquides, tels que des bons de trésor (si elle en possède suffisamment), pour un montant de 8 M€ :

Banque B :

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves (+ 8)	8	Capital	10
Prêts	80	Dépôts	80
Titres (- 8)	2		
<b>Total Actif</b>	<b>90</b>	<b>Total Passif</b>	<b>90</b>

c) Emprunt de 8 M€ auprès de la Banque Centrale par escompte. Le coût associé correspond au taux d'escompte de la Banque Centrale, donc au taux directeur :

Banque B :

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves (+ 8)	8	Capital	10
Prêts	80	Dépôts	80
Titres	10	Emprunt à la BC (+ 8)	8
<b>Total Actif</b>	<b>98</b>	<b>Total Passif</b>	<b>98</b>

d) Réduire ses prêts de 8 M€. Si elle possède de nombreux prêts de court-terme et renouvelables qui arrivent à l'échéance, elle peut réduire le montant de ces prêts en les résiliant. Mais cela risque de mécontenter ses clients, qui vont préférer d'aller voir d'autres banques dans le futur. Sinon, une autre manière est de vendre une partie de ses prêts à d'autres banques, en gardant toujours ses clients. Cette transaction modifie son bilan de la façon suivante :

Banque B :

ACTIF (en M EUR)		PASSIF (en M EUR)	
Réserves (+ 8)	8	Capital	10



Prêts (- 8)	72	Dépôts	80
Titres	10		
<b>Total Actif</b>	<b>90</b>	<b>Total Passif</b>	<b>90</b>

Pour conclure, les réserves excédentaires servent à éviter les coûts associés à des éventuels mouvements de retraits des dépôts, afin de reconstituer les réserves obligatoires. Plus ces coûts sont élevés, plus les banques voudront détenir des réserves excédentaires. Ces coûts apparaissent dans les comptes de résultat des banques.

### 1.2.2. Gestion Actif / Passif

#### 1.2.2.1. Gestion de l'Actif

Comme n'importe quelle entreprise, une banque a pour but de maximiser son profit. Pour y parvenir, elle doit simultanément chercher les rendements les plus élevés possible sur les actifs (prêts et titres), avoir un risque raisonnable et faire des provisions suffisantes de liquidités en détenant des actifs liquides (cash, réserves, titres de trésor etc.). Pour atteindre ses objectifs, la banque a quatre manières différentes de procéder :

- a) Trouver les emprunteurs qui payeront des taux d'intérêt élevés mais avec une probabilité de défaut faible. Le banquier doit évaluer si les emprunteurs potentiels ont un niveau correct de risque de crédit qui leur permettra de rembourser le principal et les intérêts aux échéances. Pour cela, il doit procéder à un examen sélectif des clients. De l'autre côté, si la banque est très conservatrice, elle risque de perdre des bonnes occasions d'investissement qui peuvent lui apporter des taux de rendements élevés.
- b) Acheter des titres à taux de rendement les plus élevés possible, tout en gardant un niveau de risque modéré.
- c) Diversifier leurs portefeuilles en achetant différents types d'actifs ou en investissant dans des différents secteurs (une banque qui est spécialisée sur un seul secteur risque d'encaisser des grosses pertes lorsque celui-ci souffre) ou encore, dans des différentes zones géographiques.
- d) Gérer la liquidité de ses actifs de façon à satisfaire les réserves obligatoires sans supporter des coûts très élevés. Une banque doit donc détenir des titres liquides même si ceux-ci apportent des rendements plus faibles que d'autres types d'actifs. Mais encore une fois, elle ne doit pas être très conservatrice (i.e. détenir trop de liquidités) car si la détention des réserves excédentaires et/ou des titres liquides (cash, bons de trésor etc.) évite les coûts importants associés aux sorties des fonds, ceux-ci apportent des intérêts faibles alors que le passif bancaire est coûteux à maintenir. Elle doit donc trouver un équilibre entre le niveau des liquidités qu'elle doit détenir et les revenus qui peuvent être obtenus par des actifs moins liquides tels que les prêts.

#### 1.2.2.2. Gestion du Passif

Si jusqu'aux années 60, plus de 60% des ressources des banques étaient obtenues grâce aux dépôts, à partir des années 70 – 80, avec la déréglementation bancaire, le marché interbancaire

et monétaire commence à se développer. Des nouvelles alternatives de financement s'offrent alors aux banques, tels que les emprunts interbancaires (à blanc ou avec mise en pension) et les certificats de dépôt négociables, qui leur permettent d'obtenir des fonds très rapidement. Ces transformations ont apporté plus de flexibilité dans la gestion du passif des banques car ces dernières ne dépendent plus des dépôts comme principale source de fonds. Elles ont ensuite commencé à suivre une politique plus agressive de croissance de leurs actifs en essayant d'obtenir des fonds (en émettant des dettes) au fur et à mesure qu'elles en avaient besoin. Par exemple, aujourd'hui, si une grande banque trouve une occasion d'accorder un prêt attractif à une grande entreprise mais qu'elle ne dispose pas assez de dépôts, elle peut obtenir les fonds en vendant des certificats de dépôt négociables. Ou si elle ne dispose pas assez de réserves, elle peut emprunter dans le marché interbancaire. Du fait de l'importance qu'a pris la gestion du passif, les banques gèrent maintenant les deux côtés de leur bilan à la fois, dans ce qu'on appelle la gestion actif-passif (*ALM : Asset Liability Management*).

Tandis que la part des certificats de dépôt négociables et des emprunts interbancaires s'est accrue dans les ressources bancaires, les dépôts mobilisables par chèque ont perdu du terrain. Cette flexibilité des nouvelles ressources et la recherche des profits plus élevés ont incité les banques à accroître la proportion des prêts dans leur actif mais aussi de se lancer dans des activités plus risquées, telles que les opérations dans les marchés financiers.

Ces nouvelles méthodes de financement ont très bien fonctionné, jusqu'au moment de la crise financière de 2007-2008.

## **Chapitre 2. La gestion des risques bancaires sous la réglementation de *Bâle II***

Dans cette section, nous rappelons les principaux points de la réglementation de *Bâle II* ainsi que les fondements des méthodes internes utilisées dans les banques pour calculer le capital réglementaire, notamment *F-IRB* et *A-IRB*. Ce rappel nous permet aussi de définir les paramètres fondamentaux de la réglementation actuelle (*Bâle III*). Nous nous référons surtout à l'ouvrage de *Verboomen et de Bel (2011)* et au *Règlement CRR (2013)*.

### **2.1. Les trois piliers de *Bâle II***

L'accord de *Bale II* se base sur trois piliers fondamentaux :

- Pilier 1 : Exigences du capital minimal ;
- Pilier 2 : Supervision Prudentielle par les Autorités Nationales ;
- Pilier 3 : Discipline de marché.

Ces trois piliers sont toujours conservés sous la réglementation de *Bâle III*.

### 2.1.1. Pilier 1 : Exigences du capital minimal (i.e. capital réglementaire)

Le capital minimal (i.e. capital réglementaire) que la banque doit détenir est calculé à partir des trois types de risques (crédit, marché et opérationnel) de la façon suivante :

$$\frac{Capital_{(Tier\ 1+Tier\ 2+Tier\ 3)}}{RWA_{(80\%Risque\ de\ Crédit+15\%Risque\ de\ Marché+5\%Risque\ Opérationnel)}} \geq 8\%$$

D'où on déduit : *Capital Minimal* = 8 % *RWA Total*,

avec *RWA* correspondant à l'*Actif Pondéré du Risque* (cf. section 2.2.).

Ce ratio est conservé au début de la réforme de *Bâle III* (en 2010) mais le seuil doit être amené à 10.5% en prenant en compte la mise en place complète du coussin de conservation en 2019 (cf. section 3.1).

Nous donnons ci-dessous une brève description des éléments du capital réglementaire.

#### a) Tier 1

Le *Tier 1* est composé, d'une part du *Core-Tier 1*, d'autre part de l'*Hybrid Tier 1*.

Le *Core Tier 1* comprend le capital éligible (i.e. le capital déjà versé par les actionnaires et les primes d'émission), les réserves éligibles (bénéfices qui n'ont pas été distribuées aux actionnaires ou qui n'ont pas été réinvesties, intérêts minoritaires correspondant au capital des filiales qui n'a pas été apporté par la maison mère, fonds pour risques bancaires, badwill).

L'*Hybrid Tier 1* comprend des produits mixtes (mi-actions, mi-obligations) qui ne contiennent aucune obligation de remboursement du capital ou de versement d'une rémunération.

#### b) Tier 2

Le *Tier 2* est composé, d'une part de l'*Upper Tier 2*, d'autre part du *Lower Tier 2*.

L'*Upper Tier 2* comprend les emprunts subordonnés perpétuels (pas d'obligation de remboursement du capital) et les fonds internes de sécurité (fonds de prévoyance pour risques constitués par l'établissement).

Le *Lower Tier 2* comprend les emprunts subordonnés à long-terme (ils ne peuvent être remboursés avant l'échéance de 5 ans qu'avec l'initiative du débiteur et avec l'accord préalable de l'autorité de contrôle, ou en cas de liquidation de l'établissement émetteur).

#### c) Tier 3

Le *Tier 3* est composé, d'une part des emprunts subordonnés à court-terme ( $\geq 2$  ans) (pas de remboursement si les fonds propres de la banque émettrice sont inférieurs au capital réglementaire), d'autre part des bénéfices intérimaires du portefeuille de négociation de la banque (*trading book*). Le *Tier 3* a été abandonné dans la réglementation de *Bâle III*.

### 2.1.2. Pilier 2 : Supervision prudentielle par les Autorités Nationales

Les objectifs du Pilier 2 sont les suivants :

- renforcer la supervision prudentielle des autorités nationales ;
- permettre au superviseur d'imposer des mesures correctrices, soit en demandant l'amélioration des modèles internes, soit en demandant plus de fonds propres ;
- introduire la notion de *Capital Économique*<sup>13</sup> et évaluer des risques supplémentaires (risque de taux, risque de liquidité, risque de concentration, risque stratégique etc.).

### 2.1.3. Pilier 3 : Discipline de marché

La discipline de marché se traduit par une plus grande transparence fondée sur la publication par les banques des informations quantitatives et qualitatives sur la nature et le suivi de leurs risques ainsi que sur le calcul de leurs fonds propres. Cette publication est obligatoire depuis 2009.

## 2.2. Les méthodes utilisées et la définition des paramètres dans le cadre du risque de crédit

Le risque de crédit, ou plus généralement le risque de contrepartie, est le principal risque auquel est exposé un établissement bancaire. Il s'agit du risque qu'une contrepartie ne puisse pas rembourser sa dette (le principal et/ou les intérêts) à temps, ou plus généralement (dans le cas du risque de contrepartie), qu'elle fasse défaut avant le dénouement de l'opération initiée. Le risque de crédit fera l'objet d'une étude renouvelée et approfondie dans la partie suivante. Il importe donc de rappeler comment il est appréhendé dans le cadre de la réglementation actuelle, en commençant par la définition des principales mesures et des paramètres de calcul.

Les deux principales mesures du risque de crédit sont la *perte espérée (ou attendue) EL (Expected Loss)* et l'*actif pondéré du risque RWA (Risk Weighted Asset)*. La perte espérée *EL* est le montant de référence pour calculer les provisions (collectives lorsque l'exposition est saine et spécifiques lorsque l'exposition tombe en défaut), tandis que l'actif pondéré du risque *RWA* sert à calculer le niveau des fonds propres qu'une banque doit détenir pour faire face aux pertes inattendues *UL (Unexpected Loss)* et respecter les exigences réglementaires. Il dépend, d'une part du montant exposé, soit « *l'exposition au défaut* » *EAD*, d'autre part du degré de risque de l'exposition, soit « *la pondération du risque* » *RW*.

Les méthodes utilisées dans les banques pour l'estimation des pondérations *RW* sont : la *méthode standard* et les *méthodes internes (F-IRB et A-IRB)*. Dans la méthode standard, les pondérations sont données par le régulateur, alors que dans les méthodes internes elles sont estimées via des modèles internes aux établissements bancaires (en partie dans la méthode

---

<sup>13</sup>Le *Capital Économique* correspond au montant maximal des pertes admissibles par la banque pour rester bien notée (par exemple, au moins AA<sup>-</sup>). La méthodologie de calcul est propre à chaque établissement bancaire.

*F-IRB* et entièrement dans la méthode *A-IRB*).

Les paramètres qui servent à calculer l'*EL* et le *RWA* en *méthodes internes* (y compris l'*EAD* qui est utilisée aussi dans la *méthode standard*) sont les suivants :

*EAD* → Exposition au Défaut (*Exposure at Default*). Elle correspond à l'exposition probable si la contrepartie venait à faire défaut. Pour la partie hors bilan d'un encours (par exemple une ligne de crédit accordée par la banque mais pas encore utilisée par le client), elle est fonction du *facteur de conversion* de l'engagement hors bilan en équivalent de bilan (*CCF*).

*PD* → Probabilité de Défaut (*Probability of Default*) de la contrepartie sur un horizon d'un an. Elle est comprise entre 0 (pour les contreparties les mieux notées) et 100% (pour les contreparties déjà en défaut).

Cependant, une *PD minimale* de 0,03% est imposée par la réglementation de *Bâle II* (maintenue en *Bâle III*), à l'exception toutefois des contreparties souveraines ou assimilées (telles que définies en *approche standard*).

*LGD* → Perte en cas de Défaut (*Loss Given Default*). Elle est exprimée à partir d'un pourcentage, calculé comme le complémentaire du taux de recouvrement net de tous les frais liés à ce recouvrement. Elle est comprise entre 0 (recouvrement parfait) et 100 % (aucun recouvrement).

*M* → Maturité effective d'une exposition (*Maturity*). Elle est ensuite bornée, sauf exceptions autorisées par le régulateur, entre 1 et 5 ans.

En fonction de ces paramètres, on peut définir la perte espérée *EL* et l'actif pondéré du risque *RWA* :

$EL = EAD * PD * LGD$  → Perte Espérée (*Expected Loss*);

$RWA = EAD * RW$  → Actif Pondéré du Risque (*Risk Weighted Asset*), où

$RW = f(PD+, LGD+, M+, R+ = f(PD-))$  → pondération de risque avec *R* → « coefficient de corrélation » de la contrepartie avec la conjoncture économique, qui est lui-même fonction de la probabilité de défaut *PD*. *RW* est donc une fonction croissante de tous ces paramètres (cf. formule détaillée donnée dans la section 2.4).

L'actif pondéré du risque *RWA* sert à calculer ensuite le capital réglementaire *K* :

$K \geq 8\% RWA$  → Capital Réglementaire (*Regulatory Capital*) défini par le Comité de *Bâle II* (le seuil de 8% est maintenu au début de la réforme de *Bâle III*, pour atteindre le niveau de 10.5% en 2019).

### 2.2.1. Méthode standard

L'approche standard de *Bâle II/III* représente une transition entre *Bâle I* et l'approche fondée sur les notations internes de *Bâle II*. Dans cette méthode les pondérations *RW* sont données par le régulateur et tiennent compte des notations externes fournies par les agences de

notation, ce qui apporte une évaluation plus fine du risque par rapport à *Bâle I*. Il n'y a donc pas de *PD* et de *LGD* et, par conséquent, pas d'*EL*. Les *RW* sont données à travers des fourchettes (plus larges qu'en *Bâle I*), selon le type de contrepartie :

- grandes entreprises (*corporates*) :  $RW \in [20 ; 150\%]$  (vs.  $RW = 100\%$  sous *Bâle I*) ;
- souverains :  $RW \in [0 ; 150\%]$  (vs.  $RW = 0\%$  sous *Bâle I*) ;
- institutions financières :  $RW \in [20 ; 150\%]$  (vs.  $RW = 20\%$  sous *Bâle I*) ;
- clientèle de détail (*retail*) : non notée.

L'actif pondéré du risque est alors défini comme suit :

$RWA = EAD^* * RW$ , avec  $EAD^* = EAD - C$ , où *C* correspond à la valeur du collatéral après décote.

### 2.2.2. Méthodes internes

Dans les méthodes internes, les pondérations *RW* ne sont plus données par le régulateur mais elles sont calculées selon une formule qui est imposée par le régulateur (appelée *fonction K* que nous verrons dans la section 2.4), en fonction des paramètres de risque de crédit *PD*, *LGD*, *EAD* et *M* estimés en interne dans les banques. Les 2 approches *F-IRB* et *A-IRB* sont fondées sur les notations internes. Dans la première, seule la *PD* est estimée en interne, dans la deuxième tous les paramètres sont estimés en interne.

#### a) F-IRB (Foundation Internal Rating Based)

Dans la méthode *IRB de base* l'établissement ne doit déterminer par lui-même, sur la base de ses modèles internes, que les valeurs des probabilités de défaut (*PD*). En revanche, les paramètres *LGD*, *M* et *CCF* prennent des valeurs forfaitaires fixées par la réglementation.

*LGD* prend des valeurs variables selon le type de créance (par exemple 45% pour des créances immobilières, 75% pour des créances subordonnées etc.).

*M* est fixée à 2,5 ans.

*CCF* est fixé à 75%.

#### b) A-IRB (Advanced Internal Rating Based)

Dans la méthode *IRB avancée*, l'établissement doit déterminer par lui-même, sur la base de ses modèles internes, tous les paramètres de risque de crédit (*PD*, *LGD*, *M* et *CCF*) qui servent à calculer le *RWA*.

La *probabilité de défaut PD* est estimée en fonction de la classe de notation de la contrepartie. L'établissement utilise son propre système de notation. Pour les particuliers et les professionnels la notation est une fonction de variables caractéristiques de l'emprunteur (âge, endettement, profession, salaire, ancienneté au travail etc.), de variables de transaction (type de crédit, échéance etc.) et de variables de comportement (nombre de jours non payés, incidents dans le passé etc.). Pour la grande clientèle (*corporates*, institutions financières etc.)

elle dépend de variables quantitatives (chiffre d'affaire, résultat net, ROA, ratio Dette/Fonds Propres etc.), de données qualitatives (positionnement sur le marché, qualité de management, ancienneté dans le secteur, diversification de l'activité etc.) et de variables comportementales (existence d'un impayé ainsi que sa durée etc.). En fin de période, la banque doit comparer les *PD* estimées aux *taux de défaut* effectivement réalisés (*back-testing*). Elle doit également suivre l'évolution des ratings des contreparties d'une année à l'autre en construisant des *matrices de transition* afin d'étudier la stabilité du modèle utilisé.

La *perte en cas de défaut LGD* est estimée en fonction du type de l'actif et du collatéral. Elle correspond au taux de perte économique et comprend le capital, les intérêts et les frais de recouvrement. Elle se calcule de la façon suivante :

$$LGD = 1 - \text{Taux de Recouvrement Net} = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+r)^t} CF_t}{\text{Encours en Défaut}}$$
, avec  $CF_t \rightarrow$  flux de recouvrement nets anticipés ;  $r \rightarrow$  taux d'actualisation ;  $t \rightarrow$  périodes associées aux différents flux de recouvrement.

Les banques utilisent deux types d'estimation pour la *LGD* :

- *LGD tabulée* : calcul de la *LGD* par type de facilité, utilisé pour les transactions non-sécurisées qui comportent des collatéraux difficilement valorisables (machines/outils industriels etc.) ;
- *LGD haircut* : calcul de la *LGD* en fonction du prix de marché du collatéral disponible, utilisé pour les transactions qui comportent des collatéraux dont les prix sont valorisés sur le marché (bâtiments, terrains, titres etc.).

La maturité effective *M* d'une exposition est calculée par l'établissement comme une moyenne des échéances de remboursement, pondérées par les montants des flux à chaque échéance :

$$M = \text{Max}\{1, \text{Min}\{5, \frac{\sum_t t * FT_t}{\sum_t FT_t}\}\}$$
, avec  $FT_t \rightarrow$  les flux de remboursement (principal et/ou intérêts) de chaque période ;  $t \rightarrow$  les échéances de remboursement. Le résultat de la formule est borné entre 1 et 5 ans.

*EAD* est calculée en fonction de la partie de l'encours déjà utilisée et celle qui sera probablement utilisée plus tard par la contrepartie. Pour les opérations de financement (créances) elle est calculée de la façon suivante :

$$EAD = 100\% * \text{partie de l'encours utilisée (dans le bilan)} + CCF * \text{partie de l'encours pas encore utilisée (hors bilan)}$$
, où *CCF* (*Crédit Conversion Factor*) correspond au facteur de conversion de la partie hors bilan en équivalent du bilan. Il correspond au taux de tirage moyen des encours (par exemple des lignes de crédit) par les clients et est modélisé à partir de données internes de la banque.

## 2.3. Les distinctions à faire sous Bâle II

### 2.3.1. Bilan vs. hors bilan

La première distinction essentielle qui impacte le traitement prudentiel est celle qui oppose les éléments à risque du bilan (les actifs) aux éléments à risque hors bilan (les engagements). Cette distinction porte sur le fait qu'un engagement (élément hors bilan) est vu comme un actif potentiel car il y a une probabilité qu'il se transforme un jour en actif (par exemple une ligne de crédit déjà accordée mais pas encore utilisée). Les règles de détermination des pondérations de risque  $RW$  pour les éléments du hors bilan sont les mêmes que celles des éléments du bilan. Seules changent les règles de détermination du montant de l'exposition ( $EAD$ ) : le montant nominal de l'engagement est d'abord converti en équivalent de bilan via le coefficient  $CCF$  qui correspond à la probabilité que ce montant notionnel soit un jour réellement utilisé :

$$EAD_{Engagement} = Nominal_{Engagement} * CCF$$

Exemple : Une ligne de crédit de 1000 EUR pas encore utilisée est enregistrée comme un élément hors bilan. En supposant que la probabilité qu'elle soit utilisée à un horizon d'un an est de 75%, son équivalent d'actif (ou de bilan) sera :  $1000 \text{ EUR} * 0.75 = 750 \text{ EUR}$ .

### 2.3.2. Portefeuille de négociation vs. portefeuille de placement (*trading book vs. banking book*)

Cette deuxième distinction reflète l'existence de deux grands métiers bancaires : le métier de banque de dépôt et celui de banque d'investissement.

#### 2.3.2.1. À chaque métier son portefeuille

Les opérations qui ont pour objectif le financement à long-terme, essentiellement des crédits octroyés, font partie du *portefeuille de placement (banking book)* : ces actifs sont destinés à être conservés jusqu'à leur échéance. Les banques qui se livrent principalement à une telle activité sont appelées « *banques de dépôts* » (*commercial banks*). Ces types de banques sont les seules entreprises légalement autorisées à collecter l'épargne du public.

Cependant, toutes les banques ne se limitent pas à cette activité traditionnelle de transformation des dépôts en crédits. Les grandes banques exercent aussi des activités liées aux marchés financiers, de même que les sociétés de bourse et autres entreprises d'investissement. Ces activités consistent à des opérations d'achat et de vente de court-terme :

- d'instruments financiers : titres (actions, obligations) et produits dérivés (options, swaps, forwards et futures) ;
- de produits de base (*commodities*) : métaux (or, argent, zinc etc.), énergie (pétrole, gaz, électricité etc.) et produits agricoles (blé, riz, café etc.).

Ces investissements en instruments financiers et autres actifs dont le but est de tirer du profit à court-terme font partie du *portefeuille de négociation (trading book)*.



En Europe, la plupart des grandes banques exercent à la fois les deux métiers : celui de *banque de dépôts* et celui de *banque d'investissement*. Elles ont donc à la fois un portefeuille de placement et un portefeuille de négociation. Ces banques sont appelées « *banques universelles* ».

### 2.3.2.2. À chaque portefeuille ses règles prudentielles

Comme mentionné précédemment, dans le *Pilier I* de *Bâle II*, les trois types de risque principalement traités sont :

- le risque de crédit ;
- le risque de marché ;
- le risque opérationnel.

Le risque principal inhérent au portefeuille de placement est le *risque de crédit*. En effet, les actifs (essentiellement des prêts) étant destinés à être conservés jusqu'à l'échéance, le risque principal est celui de non-remboursement (du capital et/ou des intérêts) dû au défaut (i.e. à l'insolvabilité) du débiteur. Cependant, il existe aussi un risque de marché, mais il est limité au risque de change et au risque sur les produits de base. Le risque de taux d'intérêt, quant à lui, est supposé être couvert par le *Pilier 2*.

Le risque principal inhérent au portefeuille de négociation est, en revanche, le *risque de marché*. En effet, les actifs étant destinés à être détenus à court terme, voire très court terme, le principal risque est un risque de perte dû à la diminution des prix pour les actifs achetés (et pas encore vendus) ou à la hausse des prix pour les actifs vendus à découvert (et pas encore rachetés). Il existe toutefois aussi un risque de crédit qui correspond au risque de contrepartie, plus précisément, au risque que la contrepartie fasse défaut avant le dénouement de l'opération.

Le risque opérationnel doit être évalué tant sur le portefeuille de placement que sur le portefeuille de négociation. Ce risque correspond au risque de pertes directes ou indirectes suite à une défaillance des procédures de l'établissement (analyse ou contrôle absent ou incomplet, procédure non-sécurisée), de son personnel (erreur, malveillance, fraude) ou des systèmes internes (panne informatique), ou suite à des événements rares externes (inondations, incendies etc.).

Nous résumons dans le tableau synoptique suivant :

Risque	Portefeuille	
	Placement	Négociation
Crédit	Oui	Risque de contrepartie uniquement
Marché	Risque de change et risque sur produits de base uniquement	Oui
Opérationnel	Oui	Oui

### 2.3.3. Instruments financiers vs. autres actifs

À l'actif du bilan d'une banque nous trouvons essentiellement des *instruments financiers*. Dans les normes comptables IFRS, un instrument financier correspond à tout contrat qui donne lieu :

- à un actif financier (*financial asset*) d'une entité, et
- à un passif financier (*financial liability*) ou à un instrument de fonds propres (*equity instrument*) d'une autre entité.

La détention de titres financiers donne donc lieu à une relation bilatérale entre deux entités. Ainsi, si une créance de A sur B est un instrument financier, c'est parce que cette créance est en même temps une dette de B envers A. Un instrument financier implique toujours une contrepartie et donc un risque de contrepartie. Du point de vue du *Comité de Bâle*, tout instrument financier est, pour l'entité qui le possède :

- soit un instrument de dette, ou créance (*debt or claim*),
- soit un instrument de fonds propres, ou action (*equity*),
- soit une exposition de titrisation (*securitisation*), ou tranche (*tranche*).

Cette différenciation est essentielle dans la mesure où elle induit trois cadres prudentiels complètement différents et, par conséquent, des règles de pondération différentes.

Nous donnons ci-dessous une brève description de chacun de ces trois instruments :

#### a) Créances

Une *créance* de A sur B, est un actif de A qui représente pour B une dette (*liability*), mais qui n'est pas qualifiée d'exposition de titrisation au sens prudentiel. Une dette de B envers A implique l'existence pour B d'un certain nombre d'obligations, typiquement l'obligation pour B de verser une rémunération et de rembourser le capital. En outre, en cas de liquidation de la société, un instrument de dette, même subordonné à d'autres instruments de dette, est toujours sénior par rapport à un instrument de fonds propres : le risque de perte en cas de défaut est donc plus faible que pour un instrument de fonds propres.

#### b) Actions

Une *action* (ou *participation*) détenue par A dans B, est un actif de A qui représente pour B un élément de ses fonds propres (ou de son capital), mais qui n'est pas qualifiée d'exposition de titrisation au sens prudentiel. Un élément de fonds propres de B apporté par A, n'implique pour B ni l'obligation de verser à A une quelconque rémunération (le paiement de dividendes est laissé à la discrétion de B), ni l'obligation de rembourser à A le capital apporté (ce dernier peut, en revanche, vendre l'action dans le marché secondaire). En outre, en cas de liquidation de la société, un instrument de fonds propres, même sénior par rapport aux actions ordinaires, est toujours subordonné par rapport aux instruments de dette : le risque de perte en cas de défaut est donc plus élevé que pour un instrument de dette.

#### c) Tranches

La *titrisation* (securitization) est une technique financière qui consiste à transférer à des investisseurs des actifs financiers tels que des créances (par exemple des factures émises non soldées ou des prêts en cours), en transformant ces créances (regroupées selon la nature), par le passage à travers une société ad hoc, en titres financiers émis sur le marché des capitaux.

Une *tranche* (ou *exposition de titrisation*) est prudemment définie comme une opération qui réponds aux trois critères suivants :

- le risque de crédit d'un panier d'actifs a été tranché ;
- la subordination des tranches détermine les pertes et les profits durant la vie de la transaction ;
- les paiements dépendent de la performance du panier d'actifs.

Nous rappelons que dans notre thèse nous traitons le risque de crédit uniquement pour les portefeuilles de créances.

#### **2.3.4. Pertes attendues vs. pertes inattendues**

Une des différences fondamentales entre les approches *IRB* et tant *Bâle I* que *l'approche standard* de *Bâle II*, porte sur le type de pertes que couvre le capital réglementaire. L'approche *IRB* introduit en effet une distinction, entre pertes attendues *EL* (*Expected Loss*) et pertes inattendues *UL* (*Unexpected Loss*). Cette distinction est fondamentale dans la mesure où l'exigence en capital déterminée par la formule *IRB* (i.e. *fonction K* - cf. *section 2.4.*) est censée couvrir uniquement les pertes inattendues. Les pertes attendues, quant à elles, sont supposées être couvertes par les *dépréciations* et les *provisions* normalement constituées par l'établissement.

##### a) Pertes attendues (*EL*)

Octroyer des crédits et, plus généralement, effectuer des financements, ne se fait jamais sans pertes. Chaque année il y a des débiteurs défaillants qui ne sont pas en mesure de faire face à leurs obligations. La banque ne peut pas prévoir exactement le niveau des pertes qu'elle va subir dans une période future. Elle peut en revanche déterminer un niveau moyen de pertes auxquelles elle peut raisonnablement s'attendre sur la base du niveau des pertes réellement enregistrées dans le passé (par exemple sur les 5 dernières années). Ces pertes attendues font partie du risque inhérent à l'établissement bancaire. Leur coût est normalement déjà intégré, en tant que *prime de risque*, dans le taux d'intérêt supporté par le client, et elles font également l'objet de *dépréciations* (i.e. réductions de valeur) et de *provisions* (*générales* lorsque l'exposition est encore saine – pour tenir compte de la possibilité de défaut – et *spécifiques* lorsque l'exposition venait à tomber en défaut). Dans la mesure, et seulement dans la mesure, où les pertes attendues sont déjà couvertes par des dépréciations ou des provisions, elles ne font l'objet, en approche *IRB*, d'aucune exigence en capital.

Il est toutefois demandé à l'établissement bancaire de démontrer que le niveau de ses dépréciations et provisions est bien égal ou supérieur au niveau de ses pertes attendues. Pour

cela, l'établissement calcule la perte attendue (*EL*) sur chaque créance traitée en *IRB* selon la formule suivante :

$$EL = PD * LGD * EAD$$

Il compare ensuite, par entité légale de la banque (i.e. par filiale), la somme de toutes les pertes attendues ainsi calculées, à la somme de toutes les dépréciations et provisions (spécifiques et générales) constituées. Lorsque la somme des dépréciations et provisions dépasse la somme des pertes attendues, il y a surplus de provisions. Ce surplus peut être reconnu (à hauteur maximum de 0.6% de *RWA*) comme élément du *Tier 2*. Lorsque, en revanche, c'est la somme des pertes attendues qui dépasse la somme des dépréciations et provisions, il y a déficit (*shortfall*) de provisions. 50% de ce déficit doit être complété par le *Tier 1* et 50% par le *Tier 2*. En *Bâle III*, ce déficit de provisions doit être intégralement imputé des fonds propres de base.

b) Pertes inattendues (*UL*)

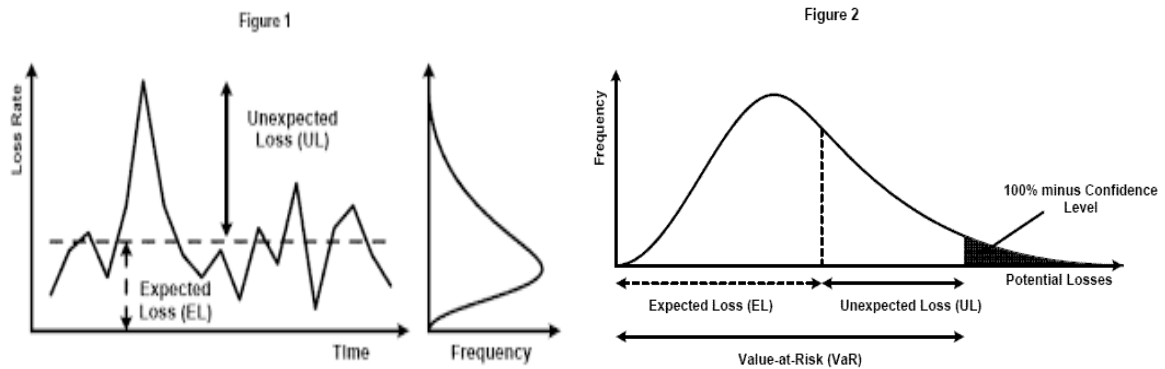
Les pertes attendues, ne représentent qu'une moyenne ; les pertes qui seront réellement enregistrées au cours des 12 prochains mois peuvent être inférieures ou supérieures à cette moyenne. Lorsque les pertes enregistrées dépassent les pertes attendues, on parle de pertes inattendues (*UL*). De telles pertes situées au-dessus de la moyenne, sont naturellement imprévisibles et ne se produisent pas chaque année, mais lorsqu'elles se produisent, elles peuvent être très importantes. La fonction principale du capital d'une banque est justement de la protéger de telles pertes exceptionnelles. En effet, pour rester solvable, une banque doit avoir suffisamment de fonds propres pour pouvoir absorber ces pertes inattendues lorsqu'elles se produisent. Dans le pire des scénarios, une banque pourrait perdre en une année la totalité de son portefeuille de crédit (scénario peu probable mais pas impossible). Dans ce cas, les déposants ne seraient protégés que si elle finançait 100% des crédits qu'elle octroie par des fonds propres. Cela entraînerait un coût insupportable pour la banque et, de plus, cela serait incompatible avec son rôle de transformation (du passif de court-terme en actif de long-terme) dans l'économie. De l'autre côté, détenir peu de fonds propres augmente le risque de faillite de la banque (cf. la section 1.1). Il convient donc de trouver l'équilibre entre les deux !

La fonction de calcul du capital réglementaire dans l'approche *IRB* développée par le *Comité de Bâle II*, appelée autrement *fonction K*, a été élaborée pour répondre à cette question, en adoptant un intervalle de confiance de 99.9%. Plus précisément, les autorités de contrôle acceptent de voir un établissement subir des pertes dépassant le montant de ses fonds propres réglementaires une fois en mille ans, ce qui signifie qu'elles acceptent de voir une banque sur mille en faillite à un horizon d'un an. L'intervalle de confiance de 99.9% correspond à la probabilité que les pertes effectivement réalisées soient inférieures ou égales aux pertes calculées à ce seuil par le modèle. Ce montant de pertes de crédit, dont on peut dire avec une certaine probabilité (99.9% dans notre cas) qu'il ne sera pas dépassé à un certain horizon de temps (1 an dans notre cas) correspond à la *Value at Risk de Crédit*. Elle est estimée comme une espérance de perte de crédit conditionnelle à une conjoncture économique dégradée (cf. *Gordy, 2003*). La partie de la *Credit-VaR* correspondant aux pertes attendues (*EL*) a été soustraite de la charge en capital, dans la mesure où celle-ci est déjà couverte par les

dépréciations et les provisions normalement constituées par l'établissement. La charge en capital ( $K$ ) est donc censée couvrir uniquement les pertes inattendues ( $UL$ ) :

$$UL = \text{Credit-VaR}_{99.9\%, 1 \text{ an}} - EL$$

$$K = UL \text{ estimée} = E [L | \text{Conjoncture économique dégradée}] - EL$$



## 2.4. Principes de calcul des fonds propres réglementaires en méthodes internes (IRB)

### 2.4.1. Le cas général des expositions saines

La formule détaillée de calcul du capital réglementaire pour les expositions de crédit (i.e. pour les expositions sur les créances) et pour les dérivés, imposée par le *Comité de Bâle II* et toujours utilisée de nos jours dans les établissements bancaires, se présente comme suit :

$$K = \{LGD * N[(1-R)^{-0.5} * N^{-1}(PD) + (R / (1-R))^{0.5} * N^{-1}(0.999)] - PD * LGD\} * EAD * M_{Adj}$$

avec :

$LGD \rightarrow$  Perte en cas de défaut dans un contexte de downturn (ralentissement économique) ;

$PD \rightarrow$  Probabilité de défaut inconditionnelle (taux de défaut attendu) estimée par la banque dans un contexte économique normal. Cette  $PD$  doit être transformée en  $PD$  conditionnelle afin de refléter le taux de défaut conditionnel à un contexte économique dégradé.

$N[...]$   $\rightarrow$  Probabilité de défaut conditionnelle (taux de défaut inattendu) dans un contexte économique dégradé  $\rightarrow$  Fonction de répartition de la loi normale centrée-réduite  $N(0;1)$  ;  
 $N^{-1}(u) \rightarrow$   $u$ -quantile de  $N(0;1)$  :  $P(X \leq N^{-1}(u)) = u$  ;  $N^{-1}(0.999) \rightarrow$  valeur de  $X$  telle que on ait 99.9% de chance de ne pas la dépasser :  $P(X \leq N^{-1}(0.999)) = 0.999$ .

$R \rightarrow$  Coefficient mesurant le degré de dépendance de la valeur des actifs d'un emprunteur, et donc de sa solvabilité, de l'état global de l'économie. Il est appelé « coefficient de corrélation » par le régulateur et dans la pratique. Cette terminologie n'est pas tout à fait correcte. En effet, en se référant à Vasicek (2002),  $R$  doit correspondre à la corrélation de chaque paire d'expositions dans un même portefeuille de crédit, et  $\sqrt{R}$  à l'exposition d'un titre de créance quelconque dans le portefeuille, au facteur de risque commun.

Cette formule, appelée *fonction K*, est déduite du *modèle asymptotique mono-factoriel de Gordy-Vasicek* que nous présentons dans la section 1.3 de la 2<sup>ème</sup> partie. Ce modèle est construit sur les hypothèses que le portefeuille de créances est parfaitement diversifié et qu'il existe une seule source de risque systématique (la conjoncture macro-économique). Nous mettons en cause ces deux hypothèses. Premièrement, les portefeuilles de crédit des banques ne sont pas toujours diversifiés, il peut donc y avoir une concentration sur des contreparties ou secteurs en particulier. Nous montrons que les portefeuilles concentrés présentent un risque spécifique qui peut être important, et peuvent dépendre faiblement (ou négativement) de la conjoncture macro-économique si les contreparties émettrices des créances ne sont pas cycliques (sont contracycliques). Deuxièmement, nous montrons qu'un portefeuille peut dépendre de plusieurs sources de risque systématique et que la conjoncture macro-économique (définie par le taux de croissance du PIB dans la zone économique des contreparties étudiées) peut ne pas se situer parmi ces sources.

Le *Comité de Bâle II* a effectué au *modèle asymptotique mono-factoriel de Gordy-Vasicek* quelques extensions liées à l'introduction d'une formule fixe pour calculer le *coefficient R*, d'une *maturité ajustée*  $M_{Adj}$  et d'un *facteur multiplicatif*. Ces extensions sont conservées sous la réglementation de *Bâle III*.

a) 1<sup>ère</sup> extension liée au calcul du *coefficient R* (*fonction R*)

L'expression de  $N[...]$  fait appel elle-même à une sous-formule de calcul du *coefficient R*. En effet, ce coefficient se calcule selon les différents cas de figure suivants :

- Pour les grandes entreprises (*corporates*), institutions financières, souverains (*chiffre d'affaire annuel*  $S \geq 50$  M€) :

$$R = 0.12 * \frac{1 - \exp(-50PD)}{1 - \exp(-50)} + 0.24 \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-50PD)}{1 - \exp(-50)} \right]$$

- Pour les petites et moyennes entreprises (*chiffre d'affaire annuel*  $S < 50$  M€) :

$$R = 0.12 * \frac{1 - \exp(-50PD)}{1 - \exp(-50)} + 0.24 \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-50PD)}{1 - \exp(-50)} \right] - 0.04 * \left[ 1 - \frac{\min\{\max\{5, S\}, 50\} - 5}{45} \right]$$

- Pour la clientèle de détail (*retail*) :

$$R = 0.03 * \frac{1 - \exp(-35PD)}{1 - \exp(-35)} + 0.16 \left[ 1 - \frac{1 - \exp(-35PD)}{1 - \exp(-35)} \right]$$

Le degré de dépendance des emprunteurs du contexte économique global est donc fonction :

- du type de contrepartie (souverain, institution financière, grande entreprise, petite ou moyenne entreprise, clientèle de détail) : une entreprise est par exemple plus sensible à l'état global de l'économie qu'un particulier ;

- de la taille de l'entreprise mesurée par son *chiffre d'affaire annuel*  $S$  : une grande entreprise ( $S \geq 50 \text{ M€}$ ) est plus sensible à l'état global de l'économie qu'une PME ( $S < 50 \text{ M€}$ ) ;
- du type de produit : on observe par exemple une corrélation historiquement beaucoup plus élevée entre les emprunteurs qui ont souscrit des prêts hypothécaires résidentiels que entre les porteurs de cartes de crédit ;
- de la qualité de crédit de la contrepartie, mesurée par sa probabilité de défaut ( $PD$ ) : les clients sains sont plus sensibles à l'état global de l'économie que les clients déjà au bord de la faillite, ce qui explique que le coefficient  $R$  déterminé par la formule est maximal (24% si on considère la première formule) pour une  $PD$  minimale (0%), et minimal (12% si on considère la première formule) pour une  $PD$  maximale (100%).

Plus  $R$  est élevé, plus la charge en capital calculée est élevée. En effet, plus les emprunteurs sont liés entre eux par une commune dépendance de l'état global de l'économie, plus élevés sont les pics des pertes inattendues pouvant survenir en cas de contexte économique défavorable. Pour des valeurs de pertes attendues ( $EL$ ) identiques, deux populations différentes d'emprunteurs peuvent présenter des niveaux de pertes inattendues très différentes.

La calibration du coefficient  $R$  est un des principaux points de la réglementation de *Bâle II* et *III* que nous mettons en cause dans cette thèse. Premièrement, nous considérons que son évaluation par une formule fixe qui donne uniquement des valeurs positives et limitées à un intervalle plutôt court est très restreinte et ne reflète pas toujours la réalité. Nous proposons d'estimer ce coefficient par une méthode simple qui est la régression linéaire (le coefficient  $R$  sera remplacé par un coefficient *bêta* estimé par la régression). Deuxièmement, nous proposons un modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital qui permet de prendre en compte plusieurs facteurs de risque systématique, ce qui fait intervenir plusieurs coefficients de sensibilité (un coefficient associé à chaque facteur de risque) au lieu d'un seul. Ces coefficients sont estimés par une régression linéaire multiple (régresser la rentabilité de l'actif agrégé d'un secteur sur les facteurs de risque systématique retenus).

b) 2<sup>ème</sup> extension liée à la maturité ajustée  $M_{Adj}$

La perte inattendue ( $UL$ ) fait l'objet d'un ajustement lié à l'échéance (*Maturity Adjustment* :  $M_{Adj}$ ).  $M_{Adj}=1$  pour la clientèle de détail (*retail*), alors qu'elle est fonction de  $M$  et de  $PD$  pour la clientèle de gros (*wholesale*) :

$$M_{Adj} = (1 - 1.5*b)^{-1}(1 + (M - 2.5)*b), \text{ avec } b = (0.11852 - 0.05478*\ln(PD))^2$$

Pour  $M$  constant, une hausse de la  $PD$  fait diminuer  $M_{Adj}$ . Cela correspond au fait qu'un client sain a plus de potentiel de dégradation qu'un client déjà au bord de la faillite.

c) 3<sup>ème</sup> extension liée au facteur multiplicatif

Sur la base d'études quantitatives d'impact (*Quantitative Impact Studies* : *QIS*) réalisées auprès des banques du monde entier, le *Comité de Bâle* a estimé que la charge en capital telle que déterminée par la *fonction K* était insuffisante pour atteindre l'objectif de maintien du niveau global de fonds propres du secteur bancaire. Il a ainsi décidé d'introduire un facteur

multiplicatif (*scaling factor*), fixé à 1.06 lors de la publication du dispositif révisé en 2004. Cela signifie que la charge en capital révisée est :

$$K' = 1.06 * K$$

Remarques :

- Chaque système de notation doit comporter obligatoirement deux échelles de notation (*rating scale*) distinctes : une échelle de notation liée au débiteur (*obligor rating scale*) → *PD* ; et une échelle de notation liée à la transaction (*facility rating scale*) → *LGD*. *PD* et *LGD* sont les deux paramètres de risque de crédit fondamentaux de tout système de notation.
- La clientèle de détail n'est pas traitée de manière individuelle mais par lot (*pool*) ; les paramètres *PD*, *LGD* et *EAD* sont alors associés à chaque lot.
- Dans nos différentes études d'impact sur la charge en capital faisant intervenir la fonction mono-factorielle actuelle (*fonction K*), nous avons retenu les formules du coefficient *R* et de la maturité ajustée  $M_{Adj}$  correspondantes à la clientèle de gros (grandes entreprises, institutions financières, souverains, banques centrales). Par ailleurs, nous n'avons pas appliqué le coefficient multiplicatif 1.06.

#### 2.4.2. Le cas particulier des expositions déjà en défaut

Par définition, lorsque l'emprunteur est en défaut, sa *PD* est égale à 1 (100%). De même pour la *PD conditionnelle* ( $N[...]$ ). Les formules d'*EL* et d'*UL* se simplifient alors comme suit :

- Perte attendue (*EL*)

$$EL = PD * LGD * EAD, \text{ avec } PD = 1 \rightarrow EL = LGD * EAD$$

- Perte non attendue (*UL*)

$$UL = K = [LGD * N[...] - PD * LGD] * EAD * M_{Adj}, \text{ avec } PD = 1 \text{ et } N[...] = 1 \rightarrow UL = K = 0$$

- a) En approche IRB de base (*F-IRB*) les établissements utilisent les formes simplifiées des formules, telles que données ci-dessus. La *LGD* d'une exposition en défaut reste identique avant et après le défaut, or ce n'est pas le cas dans l'approche *A-IRB* (voir le paragraphe b)). Il n'y a donc plus aucune exigence en capital sur une exposition déjà en défaut car la totalité des pertes est supposée être couverte par les dépréciations et les provisions prises à la hauteur des pertes attendues (*EL*), et, éventuellement, par une réduction des fonds propres (si les dépréciations et les provisions ont été inférieures aux pertes réalisées).
- b) En approche IRB avancée (*A-IRB*) la situation est un peu différente, dans la mesure où il est demandé aux établissements de revoir leur estimation de la perte attendue (*EL*) sur une exposition en défaut, en rapport avec la situation économique actuelle et l'état exact du dossier. Ils doivent ainsi fournir leur « *meilleure estimation de la perte*



attendue » (*best estimate of expected loss,  $EL_{BE}$* ), calculée sur la *LGD* « *best estimate* » ( $LGD_{BE}$ ). La  $LGD_{BE}$  est normalement inférieure à la *LGD* « *downturn* » (correspondant à la *LGD* employée dans la *fonction K* quand la contrepartie est saine) si le défaut intervient en situation économique normale et pas en récession. La *LGD* d'une exposition donnée ne reste donc pas la même avant et après le défaut (avant défaut : *LGD downturn* ; après défaut :  $LGD_{BE}$ ).

- La formule pour calculer les pertes attendues ( $EL$ ) sur une exposition en défaut en approche *A-IRB* est :  $EL = LGD_{BE} * EAD = EL_{BE}$  ;
- La formule pour calculer les pertes inattendues ( $UL$ ) sur une exposition en défaut en approche *A-IRB* est :  $UL = K = Max \{0, (LGD - EL_{BE}/EAD)*EAD$

$$\leftarrow \rightarrow UL = K = Max \{0, (LGD - LGD_{BE}) * EAD$$

L'exigence en capital pour les expositions en défaut correspond donc à l'éventuelle différence entre la *LGD downturn* (estimée avant le défaut) et la *LGD* « *best estimate* » (estimée après le défaut). Cette exigence en capital est censée couvrir les pertes inattendues ( $UL$ ) qui pourraient encore survenir durant la phase de recouvrement (incertitudes quant au taux de recouvrement réel). Un plancher de 0 a été fixé afin d'éviter une exigence en capital négative dans le cas exceptionnel où la meilleure estimation de la *LGD* sur l'exposition en défaut serait plus élevée que la *LGD downturn*.

## **Chapitre 3. Les améliorations apportées par la réglementation de *Bâle III* et l'évolution des méthodes de gestion des risques dans les banques**

### **3.1. Les leçons de la crise et la réponse prudentielle de *Bâle III***

La crise financière enclenchée en 2007-2008 a mis en évidence certaines faiblesses du système prudentiel de *Bâle II*. La réglementation de *Bâle III* vise à pallier ces défauts, via les réformes élaborées suivantes :

- a) Des exigences de fonds propres à la fois plus élevées et plus adaptables, donc évolutives dans le temps

Les nouvelles normes visent à renforcer les fonds propres et à atténuer le caractère procyclique du précédent cadre en introduisant plus de flexibilité dans la définition des cibles prudentielles. Il s'agit en effet d'éviter la liquidation d'actifs et la restriction brutale du crédit en période de crise :

- Le ratio de solvabilité (fonds propres sur l'actif pondéré du risque) doit toujours être au moins égal à 8% lors de la mise en place de la réforme de *Bâle III* (en 2010) mais à

cette exigence doit s'ajouter un *coussin de conservation (conservation buffer)* qui doit atteindre 2.5% du RWA en 2019, ce qui amène la valeur minimale du ratio total ( $[Tier1 + Tier2]/RWA$ ) à 10.5%.

- La valeur minimale du ratio de *Core Tier 1* (les fonds propres durs) augmente de 2% en *Bâle II* à 4,5% au début de la réforme de *Bâle III*, pour atteindre l'objectif de 7% en 2019 avec la mise en place complète du coussin de conservation.
- La mise en place du coussin contracyclique (*counter-cyclical buffer*) qui peut aller jusqu'à 2.5% en période de bonne conjoncture, afin que les banques puissent faire face plus facilement aux pertes dans des périodes de mauvais cycle économique (c'est un des principaux éléments qui corrigent la procyclicité de *Bâle II*). Il est laissé à la supervision des autorités de régulation nationales.

Tableau Récapitulatif

<i>Ratio</i>	<i>Bâle II</i>	<i>Bâle III</i>	<i>Bâle III (y compris Conservation Buffer)</i>	<i>Bâle III (y compris Conservation Buffer) + Counter-cyclical Buffer</i>
<i>Core Tier 1</i>	2.0 %	4.5%	7.0%	9.5%
<i>Tier 1 (Core Tier 1 + Produits Hybrides)</i>	4.0 %	6.0%	8,5 %	11.0%
<i>Tier 2</i>	4.0 %	2.0 %	2.0 %	2.0%
<b><i>Ratio Total</i></b>	<b>8.0 %</b>	<b>8.0 %</b>	<b>10,5 %</b>	<b>13.0%</b>

b) Améliorer la qualité des Fonds Propres

Les types d'actifs financiers qui peuvent désormais entrer dans les fonds propres de base (*Core Tier One Capital*) ont été restreints. Si ceux-ci devraient être essentiellement constitués de parts détenus par les actionnaires, d'autres actifs proches avaient été retenus sous la réglementation de *Bâle II*. Ainsi, certains produits hybrides (mi-actions, mi-obligations etc.) qui étaient éligibles au *Core Tier 1*, ont été exclus. Désormais, seules les actions et les actions privilégiées perpétuelles (*perpetual preferred stocks*<sup>14</sup>) y sont comptées. Le *capital réglementaire* est alors constitué de deux éléments sous *Bâle III* :

- *Going Concern Capital* (destiné à se substituer au *Tier 1*) : l'ensemble des éléments dont le rôle est d'absorber les pertes inattendues sans entraver la poursuite de l'activité de la banque émettrice. *Going Concern Capital = Common Equity (Actions ordinaires y compris les primes d'émission, Réserves et Bénéfices intérimaires) + Éléments additionnels (principalement des Hybrides convertibles) ;*
- *Gone Concern Capital* (destiné à se substituer au *Tier 2*) : essentiellement des *Dettes subordonnées*.

---

<sup>14</sup> *Actions privilégiées à dividende fixe, qui ne sont assorties d'aucun droit de rachat au gré du détenteur, mais dont le rachat peut toutefois être décidé par l'émetteur.*

Le Tier 3 disparaît sous la réglementation de *Bâle III*.

c) Augmenter la pondération de certains actifs et engagements hors-bilan

La crise a montré que certains risques jugés modérés, voire inexistantes, en temps normal, peuvent soudainement s'amplifier en période de tension. C'est le cas de certaines expositions souveraines, produits structurés et dérivés (conclus avec des contreparties considérées de bonne qualité) qui étaient notés AAA. Le caractère systémique des institutions financières<sup>15</sup> doit également être pris en compte dans le calcul des pondérations de risque (*RW*). Les points d'amélioration sont alors les suivants :

- Majorer la pondération des tranches de re-titrisation de qualité senior (de 7% à 20%) ;
- Aligner le traitement prudentiel du *trading book* sur celui du *banking book* pour les expositions de titrisation ;
- Introduire une exigence pour couvrir le risque de perte résultant d'une dégradation de la qualité de crédit de la contrepartie avec laquelle le dérivé a été conclu ;
- Augmenter le coefficient *R* quand la contrepartie ou le garant d'une contrepartie est une institution financière régulée et avec une taille de bilan supérieure à 70 M€ :  $R' = 1.25 R \rightarrow RW' = f(PD, LGD, EAD, M, R'(PD))$ .

d) Étendre la supervision normative à d'autres types de risques

Le risque de liquidité, à l'origine du défaut de certains groupes bancaires mais sous-estimé sous la réglementation de *Bâle I* et *Bâle II*, fait l'objet d'une attention particulière sous *Bâle III*. L'objectif est de s'assurer que les réserves de liquidités des banques, essentiellement définies par les dépôts auprès de la Banque Centrale et les titres d'État, soient supérieures à une sortie nette de fonds conjuguée avec une fermeture du marché interbancaire. Deux ratios de liquidité sont imposés aux banques : le *ratio de liquidité à court terme (LCR)* et le *ratio de liquidité à long terme (NSFR)*. Nous détaillons ci-dessous ces deux ratios en se basant sur le document de *CBCB (janvier 2013 et janvier 2014)*.

d.1) Le Comité de *Bâle III* a élaboré le *ratio de liquidité à court terme (Liquidity Coverage Ratio)* dans le but de favoriser la résilience à court terme du profil de risque de liquidité d'une institution en veillant à ce qu'elle dispose de suffisamment d'*actifs liquides de haute qualité (HQLA)* pour surmonter un épisode de fortes tensions sur la liquidité qui durerait 30 jours civils. Ce ratio entré en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2015 doit atteindre le niveau de 100% au 1<sup>er</sup> janvier 2019 :

$$LCR = \frac{\text{Encours d'actifs liquides de haute qualité}}{\text{Total des sorties nettes de trésorerie sur les 30 jours civils suivants}} \geq 100\%$$

Des actifs sont considérés comme actifs liquides de haute qualité s'ils peuvent être facilement et immédiatement transformés en cash sans perdre, ou en perdant très peu, de valeur. Ils doivent donc permettre de générer des fonds sans encourir une décote importante,

---

<sup>15</sup> Les institutions financières avaient bénéficié d'un régime de pondération préférentiel sous *Bâle I* et *Bâle II* afin de favoriser les financements interbancaires et donc la liquidité du système financier.

sur les marchés de vente ferme ou de pensions, par les ventes forcées, même en période de tensions.

L'exigence associée au ratio *LCR* doit permettre à la banque de surmonter les effets de chocs idiosyncrasiques (i.e. propres à l'établissement) comme généralisés (i.e. à tout le marché) qui auraient les conséquences suivantes :

- retrait d'une partie des dépôts de détail ;
- perte partielle de la capacité de financement de gros non garanti ;
- assèchement partiel des financements à court-terme garantis par certaines sûretés et auprès de certaines contreparties ;
- sorties contractuelles supplémentaires, y compris obligation de fournir des sûretés, provenant d'un déclassement de la note de crédit de l'établissement allant jusqu'à 3 crans ;
- hausse de la volatilité des marchés affectant la qualité des sûretés ou l'exposition potentielle future des positions sur dérivés, qui exigerait donc d'appliquer aux sûretés une décote supérieure ou de remettre des sûretés supplémentaires, ou entraînerait d'autres besoins de liquidité ;
- tirages non programmés sur les engagements confirmés de crédit et de liquidité accordés, mais non utilisés, fournis par la banque à sa clientèle ;
- besoin potentiel, pour la banque, de racheter ses titres de dette ou d'honorer des obligations non contractuelles afin d'atténuer le risque de réputation.

Les hypothèses utilisées pour le *LCR* n'intègrent pas forcément toutes les conditions de marché, ni toutes les périodes de tension. Les autorités de contrôle nationales sont libres d'exiger des niveaux supplémentaires de liquidité si elles estiment que le *LCR* ne rend pas suffisamment compte des risques de liquidité auxquels leurs banques sont confrontées.

d.2) Le *ratio de liquidité à long terme (Net Stable Funding Ratio)* exige que le montant des fonds stables disponibles soit supérieur ou égal au montant des fonds stables requis sur une période de 1 an :

$$NSFR = \frac{\text{Montant du financement stable disponible}}{\text{Montant du financement stable requis}} \geq 100\%$$

Le « financement stable disponible » désigne la part des fonds propres et des passifs censée être fiable à l'horizon temporel pris en compte aux fins du *NSFR*, à savoir jusqu'à 1 an. Le montant du financement stable exigé d'un établissement est fonction des caractéristiques de liquidité et de la durée résiduelle des divers actifs qu'il détient et de celles de ses positions d'hors-bilan. Pour déterminer le montant du financement stable exigé pour divers actifs, les critères suivants sont pris en considération, sachant qu'il pourrait y avoir des arbitrages à opérer entre eux :

- Solidité de la création de crédit : le *NSFR* requiert qu'un certain pourcentage des prêts à l'économie réelle ait des sources de financement stables de manière à assurer la continuité de ce type d'intermédiation.

- Comportement des banques : le *NSFR* est calibré dans l'hypothèse où les banques cherchent à renouveler une bonne partie des prêts venant à échéance afin de maintenir la relation avec la clientèle.
- Durée des actifs : le *NSFR* suppose que, pour certains actifs à court terme (venant à échéance à moins de 1 an), il sera exigé une part de financement stable plus faible parce que les banques pourraient se permettre de laisser un certain pourcentage de ces actifs arriver à échéance au lieu de les renouveler.
- Qualité et liquidité des actifs : le *NSFR* se fonde sur l'hypothèse que des actifs de haute qualité non grevés qui peuvent être titrisés ou échangés, et qui, de ce fait, peuvent être utilisés comme sûretés pour mobiliser des fonds supplémentaires ou vendus sur le marché, ne doivent pas nécessairement être financés entièrement par un financement stable.

*Azzouzi-Idrissi et Madiès (2012)* mettent en évidence que le volet « liquidité » de la réglementation de *Bâle III* se focalise sur la liquidité de financement (ou bancaire) en imposant aux banques des ratios internes de liquidité à respecter, ce qui néglige les interactions avec le risque de liquidité de marché qui est aussi important. Ils soulignent en outre que le ratio *LCR* donne une grande place à la détention d'obligations souveraines considérées par le régulateur comme étant sans risque, or la crise des dettes souveraines a prouvé le contraire. Et les deux ratios (*LCR* et *NSFR*) peuvent affecter négativement le niveau des prêts bancaires en limitant ainsi l'activité de transformation des banques nécessaire au financement de l'économie.

Notre modèle de stress test de liquidité, présenté dans la troisième partie de cette thèse, tient compte de l'interconnexion entre la liquidité de marché et la liquidité de financement. Notre objectif est de mesurer l'impact du risque de liquidité sur le risque de solvabilité de la banque, en passant par un modèle structurel à la *Merton*.

- e) Introduire un nouveau ratio de capital pur ne faisant pas intervenir les pondérations de risque des actifs détenus, appelé *leverage ratio* (à tort à notre point de vue car un ratio de levier est plutôt l'inverse de ce ratio) par le *Comité de Bâle III*

Le *leverage ratio*, correspondant au rapport du *Tier 1* par le montant total des actifs non-pondérés, doit être au moins égal à 3% :

$$\text{Leverage Ratio} = \frac{\text{Tier 1}}{\text{Total des actifs non pondérés}} \geq 3\%$$

L'avantage de ce ratio par rapport au *ratio de solvabilité* est sa simplicité du fait qu'il ne fait pas intervenir les pondérations de risque au dénominateur. En effet, les pondérations *RW*, données par le régulateur en méthode standard et estimées dans les banques en méthodes internes, sont peu transparentes et leur estimation (i.e. l'estimation des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD* servant au calcul de *RW*) peut être plus ou

moins pertinente en fonction des modèles utilisés dans chaque banque (voir les critiques des modèles internes dans la revue de la littérature au chapitre suivant).

- f) Ré-calibrer les provisions au niveau des pertes attendues (*EL*) et non plus seulement aux pertes avérées

Le *Comité de Bâle III* a développé, à l'intention d'*IASB (International Accounting Standards Board)*, une proposition d'implémentation d'une approche comptable de provisionnement qui est basée sur les *pertes attendues* et non plus seulement *avérées* au moment de la mesure de la solvabilité. Ceci contribue à la constitution des réserves qui permettent aux banques d'absorber plus facilement les dégradations conjoncturelles en lissant leur résultat en période de récession (mesure *contracyclique*). *Scialom (2011)* précise que les provisions pour créances douteuses sont très *procycliques* dans la mesure où les pertes sont enregistrées quand elles surviennent ou dès que l'on a une forte présomption de la dégradation de la valeur d'une créance. L'accroissement des provisions dans les périodes défavorables pèse alors sur les bénéfices comptables et incite les banques à adopter un comportement procyclique en rationnant leur financement quand l'activité est déjà ralentie. Le principe du *provisionnement dynamique* consiste au contraire de couvrir les *pertes attendues* dès qu'un prêt (ou financement) est accordé.

- g) Mettre en place un système de supervision dédié spécialement aux banques systémiques<sup>16</sup> qui exige de leur part une capacité d'absorption des pertes supérieure à celle de *Bâle III* (mécanismes de conversion automatique de leurs instruments de dette en capital, plans de sauvetage en cas de défaillance etc.), au regard des risques accrus que ces intermédiaires font courir au système financier dans sa globalité.

- h) Ré-calibrer les modèles internes en les soumettant à des situations de *stress*

La crise financière de 2007-2008 a accentué la réserve des régulateurs bancaires à l'égard des modèles internes des banques élaborés dans le cadre de la réglementation de *Bâle II*. L'objectif était alors de compléter, pour les opérations importantes en volume et complexes en structure, les mesures de risque traditionnelles (*VaR*, *Crédit-VaR*, *volatilité historique* etc.) par des mesures *stressées* qui reflètent les fluctuations extrêmes observées pendant la crise.

Les stress tests existaient déjà dans la réglementation de *Bâle II* mais ils se sont développés davantage en *Bâle III* avec l'objectif de réduire la procyclicité des banques (i.e. éviter un « sur-effort » en capital pendant les périodes de turbulences).

Les stress tests consistent aussi à renforcer la qualité du capital dans les banques et à fournir une protection efficace contre les pertes imprévues, tout en donnant au régulateur une

---

<sup>16</sup> Les 29 banques systémiques sont : *Agricultural Bank of China, Bank of America, Bank of China, Bank of New York Mellon, CCB, Barclays, BNP Paribas, Citigroup, Crédit Agricole, Crédit Suisse, Deutsche Bank, Goldman Sachs, HSBC, ICBC, ING, JP Morgan Chase, Mitsubishi UFJ, Mizuho, Morgan Stanley, Nordea, RBC, RBS, Santander, Société Générale, Standard Chartered, State Street, Sumitomo Mitsui, UBS, Unicredit, Wells Fargo.*

meilleure visibilité sur les banques nécessitant un éventuel plan de restructuration (cf. *Aglietta et Scialom, 2010*). *Scialom (2011)* souligne aussi que des banques qui en période « normale » ne seraient pas considérées comme systémiques peuvent être traitées comme « *too big to fail* » en période de stress financier, en l'illustrant notamment avec l'exemple de *Northen Rock* et de *IKB* en 2007.

Nous considérons ce volet, déjà existant sous la réglementation de *Bâle II* mais plus élaboré en *Bâle III*, très important car il apporte une nouvelle approche dans les méthodes (internes) existantes de gestion des risques dans les banques, en essayant ainsi de pallier (en partie) leurs insuffisances. Les stress-tests sont ainsi devenus des outils indispensables pour le régulateur car ils permettent d'évaluer la solidité du système bancaire en cas de scénarios macro-économiques et/ou macro-financiers défavorables, tels que les événements de la crise financière et (ensuite) économique de 2007-2009. C'est le point que nous étudions dans cette thèse, notamment pour le cas du risque de crédit et du risque de liquidité.

### **3.2. Le stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014 (*EU-wide stress test 2014*)**

#### **3.2.1. Généralités sur le stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014**

Afin d'assurer le bon fonctionnement des marchés financiers et la stabilité du système financier dans l'UE, l'*Autorité Bancaire Européenne (European Banking Authority : EBA)* a mené en 2014 des (macro-)stress tests à l'échelle de l'Union Européenne, en coopération avec le *Comité Européen du Risque Systémique (European Systemic Risk Board : ESRB)*, la *Banque Centrale Européenne (European Central Bank : ECB)*, la *Commission Européenne (European Commission)* et les *Autorités de Supervision Nationales*.

L'objectif d'*EU-wide stress test* était d'évaluer la résilience des établissements bancaires en UE suite à un scénario économique adverse (i.e. scénario stressé). Ces stress tests devaient permettre au régulateur d'évaluer individuellement les banques et d'avoir une meilleure compréhension du risque systémique.

Le stress test macro-prudentiel s'est déroulé sur un horizon de temps de 3 ans (vs. 2 ans en 2011). 124 banques à travers l'UE et la Norvège y ont participé (vs. 91 dans le stress test de 2011), avec un actif total de 28 000 Mds EUR (soit 70% du total des actifs des banques en UE).

L'impact du macro-stress test a été mesuré en termes de ratio de capital *Common Equity Tier I*, le seuil duquel a été fixé à 5.5% (au lieu de 5% en 2011) pour le scénario adverse et à 8% pour le scénario bâlois (i.e. scénario normal ou central). L'impact des gains/pertes non-réalisés pour les instruments disponibles à la vente (*Available-for-Sale : AFS*) devait être éliminé par les filtres prudentiels, à l'exception des expositions sur les dettes souveraines. Les chocs appliqués concernaient le risque de crédit, de marché, souverain, de titrisation et de coût de refinancement et de taux d'intérêt. Étant focalisé sur la solvabilité de long-terme des banques, les chocs de liquidité n'ont pas été inclus.

Le bilan a été supposé statique (zéro-croissance pour les deux scénarios : central et adverse), ce qui ne permettait pas de réduction des risques par des hypothétiques actions de management, de couverture/équilibre de portefeuille ou de durcissement des crédits non-performants. Cependant, les banques qui avaient annoncé des plans de restructuration approuvés par la *Commission Européenne* avant le 31/12/2013 devaient fournir leurs résultats de stress test basés sur les hypothèses de bilan statique et dynamique.

### **3.2.2. Scénarios du stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014**

#### 3.2.2.1. La conception du scénario adverse

L'exercice de stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE de 2014 était basé sur un scénario de dégradation macro-économique (par rapport au scénario bâlois), à l'horizon 2016. Le scénario bâlois a été élaboré par la *Commission Européenne*, basé sur les prévisions de fin 2013. Le scénario adverse a été élaboré par la *Banque Centrale Européenne (European Central Bank : ECB)* et le *Conseil Européen du Risque Systémique (European Systemic Risk Board : ESRB)*, en étroite collaboration avec les *Autorités de Supervision Nationales*. En effet, elle a fourni une trajectoire prospective des variables macro-économiques et financières clés pour tous les pays de l'UE et un grand nombre de pays hors UE, en reflétant les risques systémiques qui ont été évalués comme les plus menaçants pour la stabilité du secteur bancaire européen, notamment :

- une hausse des rendements obligataires mondiaux caractérisant un accroissement du risque, particulièrement sur les marchés des économies émergentes ;
- une détérioration ultérieure de la qualité de crédit dans les pays avec des faibles fondamentaux économiques et avec un secteur bancaire vulnérable ;
- un ralentissement des réformes compromettant la confiance sur la viabilité des finances publiques ;
- une hausse du coût de refinancement des banques répercuté seulement en partie sur les nouveaux prêts.

Le scénario adverse a pris comme point de départ la hausse de l'aversion au risque des investisseurs envers les produits de taux (obligations) de long-terme qui se matérialisait par une hausse des rendements des obligations souveraines de long-terme (Graphique 1 – Annexe 2). Cette hausse devait impacter plus particulièrement les grands pays émergents (Chine, Inde, Brésil, Russie, Turquie, Indonésie, Afrique du Sud), exposés ainsi au risque d'une sortie massive de capitaux, similaire à un épisode de « *Sudden Stop* » car ils seraient perçus comme des pays à haut risque. La demande interne dans ces pays devait alors chuter brusquement, engendrant ainsi une détérioration de la demande extérieure pour les exportations européennes et donc une pression à la baisse sur la croissance en UE.

La hausse des rendements obligataires américains de long-terme devait conduire à une hausse généralisée des taux d'intérêt longs en UE (en moyenne +150 points de base en 2014 et +110 pb en 2015, par rapport au scénario bâlois) (Tableau 2 – Annexe 2).



Globalement, une relation positive a été identifiée entre les rendements des obligations souveraines et le ratio Dette/PIB à travers les pays (Graphique 2 – Annexe 2).

Une hausse des taux longs devait entraîner une hausse du coût de refinancement pour les banques (hausse permanente de +80 pb par rapport au scénario bâlois).

La réévaluation du prix du risque devait également avoir des répercussions sur le marché des actions (-19% en moyenne en Zone Euro et UE par rapport au scénario bâlois) (Tableau 3, Graphique 3 – Annexe 2).

Les spreads des obligations corporates (pour les institutions financières et non-financières) ont aussi été supposés affectés par le choc, avec une hausse moyenne de 115 pb à travers les différents bouquets de notation.

Les tensions financières sont supposées entraîner une dépréciation des monnaies des pays de l'Est de l'UE : -25% pour la Hongrie et la Pologne et -15% pour la République Tchèque, la Croatie et la Roumanie (épisode lors de la chute de *Lehman Brothers*) (Table 4 – Annexe 2), cette dépréciation ayant pour conséquence de dégrader la solvabilité des emprunteurs dans ces pays qui se sont endettés fortement en devises étrangères. L'effet négatif dominerait sur l'effet positif d'une hausse de la compétitivité.

Le scénario adverse a inclus des chocs sur la demande domestique spécifiques aux pays à travers l'UE, conduisant à un ralentissement de l'investissement fixe et de la consommation privée dans tous ces pays. En parallèle de ce choc de demande, un choc d'offre a aussi été introduit, se traduisant par une hausse du coût des facteurs de production (i.e. les salaires nominaux et le coût de l'utilisation du capital), entraînant une baisse de la productivité.

La détérioration soudaine de l'environnement économique (réel et financier) est supposée déstabiliser également le marché immobilier (-14% dans la Zone-Euro en fin 2016 comparé au scénario bâlois) (Tableau 6 – Annexe 2).

Enfin, outre le choc sur les taux à court-terme impactant le coût de refinancement sur le marché interbancaire, le scénario adverse avait inclus aussi un choc plus large se répercutant sur les décisions de financement des banques de l'UE. Le scénario avait intégré des vulnérabilités de financement propres à chaque pays, supposées inciter les banques à resserrer leurs normes de crédit pour les prêts au secteur privé, ce qui aurait un impact négatif sur l'économie réelle (contribuant à une chute du PIB en UE de 0.13% en 2016 comparé au scénario bâlois) (Tableau 7 – Annexe 2).

Les prix du pétrole et des matières premières ont été supposés constants, fixés au niveau retenu dans le scénario bâlois (central).

### 3.2.2.2. L'impact sur les variables macro-économiques « finales » du scénario adverse

L'impact négatif estimé des différents chocs réels et financiers sur l'activité économique a été considérable. Pour les économies avancées, incluant le Japon et les États-Unis, le scénario adverse a conduit à une réaction négative du PIB, avec notamment une baisse totale de -5% et

-6% sur les 3 ans, comparé au scénario bâlois. Dans quelques pays émergents, cet impact a été plus élevé, affectant sérieusement les exportations de l'UE (baisse de la demande extérieure : jusqu'à -11.7% en 2016 comparé au scénario bâlois).

En combinant tous les chocs dans le contexte international (à travers le commerce extérieur et les prix des actifs) le scénario adverse a eu les impacts estimés suivants sur les variables macro-économiques en UE :

- une baisse cumulée du PIB : -2.2% en 2014, -3.4% en 2015 et -1.7% en 2016 (-7.3% de début 2014 jusqu'à fin 2016), par rapport au scénario bâlois (Tableau 9 – Annexe 2) ;
- une baisse du taux (annuel) d'inflation (mesurée avec l'indice des prix à la consommation harmonisés : HICP) : -0.1% en 2014, -1% en 2015 et -1.7% en 2016, par rapport au scénario bâlois (Tableau 10 – Annexe 2) ;
- une hausse du taux de chômage : +0.6% en 2014, +1.9% en 2015 et +2.9% en 2016, par rapport au scénario bâlois (Tableau 11 – Annexe 2) ;
- une baisse du marché immobilier : -8.7% en 2014, -8.8% en 2015 et -5.8% en 2016, par rapport au scénario bâlois (Tableau 12 – Annexe 2).

### 3.2.3. Méthodologie du stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014

Les banques devaient traduire les scénarios macro-économiques en termes de risque de crédit, en calculant les conséquences sur le capital existant et sur le capital réglementaire (i.e. sur le capital requis). Les projections sont basées sur des paramètres de *défaut* et de *pertes*. Même si la traduction des scénarios en évolution des paramètres de risque se fait de façon discrète dans les banques (basée sur leurs modèles internes), ces dernières ont été vivement encouragées à utiliser non seulement des données historiques mais aussi des références (*benchmark*) fournies par l'EBA et la BCE, afin d'assurer une cohérence entre les observations historiques et les résultats des modèles sous les scénarios de l'exercice du stress test macro-prudentiel.

#### 3.2.3.1. Définitions

- a) Paramètres de risque de crédit *ponctuels* (*point-in-time*)  $PD_{pit}$  et  $LGD_{pit}$

Les paramètres de risque de crédit *ponctuels*  $PD_{pit}$  et  $LGD_{pit}$  sont les projections respectives du *taux de défaut* et du *taux de perte*. Ils captent la tendance actuelle du cycle de l'activité, contrairement aux paramètres « à travers le cycle » ( $PD$  et  $LGD$ ).  $PD_{pit}$  et  $LGD_{pit}$  doivent être utilisés pour tous les calculs liés au risque de crédit, à l'exception du  $RWA$ , dans les deux scénarios : bâlois et adverse. Ils sont obligatoires pour tous les portefeuilles, y compris ceux évalués en méthode *Standard* et *F-IRB*.

- b) Paramètres de risque de crédit *réglementaires*  $PD_{reg}$  et  $LGD_{reg}$

Les paramètres de risque de crédit *réglementaires*  $PD_{reg}$  et  $LGD_{reg}$  (équivalent de  $PD$ ,  $LGD$ ), ou « à travers le cycle », se réfèrent aux paramètres utilisés pour le calcul des exigences en fonds propres prescrites par la réglementation de *Bâle III* (cf. textes réglementaires *CRR* /

*CRD IV*). Ce sont ces paramètres qui doivent être pris en compte pour le calcul du *RWA* sur l'horizon du stress test macro-prudentiel.

c) Le taux de défaut historique

Le taux de défaut historique (*Def Rate*) est défini comme le flux des actifs nouvellement en défaut (*Def Flow*) sur l'exposition totale au début de la période d'observation. Le taux de défaut pour 2013 était donc calculé comme le flux d'actifs en défaut (en 2013) par rapport à l'exposition en cours (fin 2012) pour chaque classe d'actifs / région.

d) Le taux de perte historique

Le taux de perte historique (*Loss Rate*) est défini comme la perte de valeur (*Imp Flow New*) sur les actifs nouvellement en défaut (*Def Flow*).

### **3.2.3.2. Calcul des pertes de crédit**

Pour les portefeuilles évalués en méthodes *IRB*, les banques ont été tenues de calculer l'impact des scénarios macro-économiques donnés par *EBA/BCE* (scénario *bâlois* et *adverse*) en valeurs *ponctuelles (point-in-time)* des paramètres de risque de crédit via leurs modèles internes approuvés :

- estimer les  $PD_{pit}$  pour les portefeuilles évalués en *F-IRB* et *A-IRB* ;
- estimer les  $LGD_{pit}$  uniquement pour les portefeuilles évalués en *A-IRB*.

Ces estimations ont été obtenues par des méthodes statistiques (*modèles satellites*) qui permettent d'estimer la relation entre les variables macro-économiques et les variables de risque de crédit.

L'estimation de la relation entre les variables macro-économiques et les paramètres de risque de crédit ponctuels ( $PD_{pit}$  et  $LGD_{pit}$ ) a été faite au niveau du portefeuille, par conséquent, des paramètres ponctuels ( $PD_{pit}$  et  $LGD_{pit}$ ) agrégés ont été obtenus pour chaque portefeuille de crédit.

Le flux de défaut a été réparti sur toutes les classes de notation afin d'éviter que les défauts affectent uniquement les classes les plus mal notées. Cette hypothèse est cohérente avec l'approximation des dépréciations par les pertes espérées.

Les banques qui n'avaient qu'une couverture partielle en termes de modèles internes pour l'estimation des paramètres de risque de crédit ponctuels, ont été encouragées d'adopter l'estimation des paramètres des portefeuilles similaires, aux portefeuilles qui n'ont pas encore été couverts par leurs modèles internes. Les banques qui n'avaient pas de modèles internes appropriés pour évaluer les paramètres de risque de crédit ponctuels, pouvaient approximer ces paramètres via le taux de défaut et le taux de perte observés. Et enfin, les banques qui n'avaient pas de modèles internes appropriés et qui n'étaient pas capables d'estimer des paramètres de risque de crédit ponctuels, devaient utiliser les benchmarks fournis par la *BCE*. Ces paramètres de risque de référence ont été projetés à l'horizon 2014-2016 sous le scénario *bâlois* et celui *adverse*.

### 3.2.3.3. L'Impact sur le *RWA Crédit* et les benchmarks associés

Les banques ont été tenues de suivre le cadre réglementaire pour le calcul des *RWA*, ce qui signifie qu'il leur fallait appliquer des paramètres de risque de crédit *réglementaires* ou « à travers le cycle » différents des paramètres *ponctuels* (*pont-in-time*). En effet, compte tenu du scénario macro-économique, non seulement les paramètres de risque ponctuels mais aussi les paramètres de risque réglementaires sont appelés à se dégrader.

La présence de méthodologies de stress test adéquates a été un prérequis pour permettre aux banques d'utiliser leurs modèles internes afin d'estimer les paramètres de risque réglementaires  $PD_{reg}$  et  $LGD_{reg}$ .

Pour tous les portefeuilles évalués en *IRB* et à l'horizon du stress test macro-prudentiel, le *RWA* devait refléter les migrations des emprunteurs d'une classe de notation à une autre (plus dégradée) et une hausse des paramètres de risque de crédit réglementaires  $PD_{reg}$  et  $LGD_{reg}$  pour chaque classe de notation.

Pour des raisons de consistance l'exposition a été considérée constante pendant l'horizon de l'exercice (hypothèse du bilan statique), de même que la maturité résiduelle. Cependant, la répartition de l'exposition entre les classes de notation a été susceptible de changer à cause de l'évolution du flux des actifs en défaut.

L'estimation de l'impact sur le *RWA* n'a pas été faite seulement pour les actifs sains, mais aussi pour ceux en défaut. Pour les banques utilisant l'approche *A-IRB*, le *RWA* sur les nouvelles expositions en défaut (à l'horizon du stress test macro-prudentiel) a été calculé comme suit :

$$RWA_{Def Flow}(t) = \text{Max} \{0; [LGD_{reg}(t) - LGD_{pit}(t)] * 12,5 * Def Flow\},$$

ce qui suppose que l'*ELBE* ( $t$ ) est égale à la  $LGD_{pit}(t)$ . Pour les anciens actifs en défaut (c'est-à-dire les défauts avant la date de début de l'exercice) le *RWA* devait rester constant pendant le stress.

### 3.2.4. Résultats du stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014

La moyenne pondérée du ratio de *Common Equity Tier 1* (*CET1*) à travers les banques a baissé de 260 points de base sous le scénario adverse comparé au niveau de départ de fin 2013, soit de 11.1% à 8.5% du *RWA*, ce qui correspond à une réduction globale de capital de 261 Mds EUR sur les 3 ans de l'exercice. Les principales composantes de cet impact ont été :

- Les pertes de crédit (-440 points de base d'impact sur le *CET1*, équivalent de -492 Mds€). Elles correspondent aux dépréciations des actifs financiers autres que ceux estimés à la juste valeur (*fair value*) par le *P&L* (*profit and loss*) et se traduisent par une hausse du taux des expositions en défaut (de 6% en 2014 à 10% en 2016 sous le scénario adverse). Les pertes de crédit les plus significatives ont été observées sur les portefeuilles *Corporate* et *Retail*. Au niveau des pays, l'Italie a représenté la plus

grande partie des pertes de crédit. L'ensemble des contreparties logées en Italie, Royaume Uni, Espagne, France et Allemagne ont représenté plus que la moitié de ces pertes.

- La hausse du montant total de *l'exposition au risque RWA* (-110 points de base d'impact sur le *CET1*, équivalent de -67 Mds€). 41% du *RWA Crédit* était calculé en *IRB*, à partir des valeurs stressées de *PD* et *LGD*.
- L'effet positif net du *bénéfice d'exploitation avant dépréciations* (+320 points de base d'impact sur le *CET1*). Le revenu d'intérêt a été de loin la plus grande composante, malgré sa baisse pendant la période de stress (-16%). Une autre composante mineure mais encore positive a été le bénéfice net d'exploitation réalisé par les activités de marché (*trading*). En effet, après un effet initial négatif du choc de marché, une reprise avait été projetée sur le reste de l'exercice de stress test.
- L'effet net des *pertes sur les expositions souveraines* incluses dans le portefeuille disponible à la vente (*AFS*). Celles-ci n'ont eu qu'une faible contribution sur l'impact total du scénario adverse (-20 points de base d'impact sur le *CET1*, équivalent de -17 Mds€).

24 banques participantes ont été défaillantes dans le cadre du scénario adverse du stress test macro-prudentiel (i.e. leur ratio de capital est devenu inférieur au seuil défini), conduisant à un manque en capital global de 24.2 Mds€. Ce nombre inclut aussi les 16 banques qui ont échoué sous le scénario *bâlois* (avec 9.4 Mds€ de manque en capital). Toutes ces banques ont révélé un manque maximal de capital en 2016.

### **3.2.5. La réaction des banques et du superviseur**

Les stress tests macro-prudentiels permettent au régulateur d'appréhender les faiblesses des banques et d'imposer les mesures correctrices nécessaires, telles qu'augmenter le capital à court-terme, réduire les dividendes distribués, changer la stratégie, réduire la concentration, réduire les expositions sur les actifs non-performants etc.

Les banques qui n'ont pas passé avec succès le macro-stress test devaient soumettre des plans d'action de capital dans les deux semaines qui ont suivi la publication des résultats, en détaillant comment le manque en capital serait couvert dans les délais prévus (6 mois pour les banques qui ont échoué sous le scénario *bâlois* et 9 mois pour les banques qui ont échoué sous le scénario adverse). Le superviseur devait tenir compte des mesures d'atténuation des risques déjà prises par les banques ainsi que d'autres contextes relatifs à la situation de chaque banque, comme par exemple les pertes déjà réalisées en 2014, les plans de restructuration existants, les plans prospectifs pour atteindre les objectifs futurs en capital (tels que l'implémentation complète des exigences de *CRR/CRD IV*) etc.

Les efforts des banques pour améliorer leur situation de capital avaient déjà été engagés lors du stress test *EBA 2011 (EU-wide stress test 2011)*. En effet, après la publication des résultats du stress test *EBA 2011*, une injection significative et permanente de capital a eu lieu dans les banques. Par voie de conséquence, les ratios de *Core Tier 1* ont augmenté en moyenne de 200 points de base (+2 %) entre décembre 2011 et décembre 2013. Cette augmentation explique

le fait que le point de départ de l'exercice de 2014 (en termes de ratio de *Core Tier 1*) a été renforcé par rapport à l'exercice de 2011.

### **3.2.6. Nos critiques concernant le stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014**

Bien que l'exercice du stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE ait un impact conséquent, notamment en termes de *RWA*, cet impact ne représente que la partie systématique du risque encouru par les banques. En effet, même si les banques européennes ont plutôt un bon niveau de diversification, la diversification parfaite n'existe pas. Cela veut dire qu'ils existent des portefeuilles concentrés sur des contreparties ou secteurs en particulier, qui présentent donc un risque spécifique non-pris en compte dans le cadre des stress-tests macro-prudentiels. Nous proposons, dans le 2<sup>ième</sup> chapitre de la 2<sup>ième</sup> partie de cette thèse, des stress tests spécifiques en complément. Leur impact est mesuré et comparé à celui d'un stress test « macro » similaire à celui imposé par le régulateur. Les résultats confirment l'avantage des stress tests spécifiques pour les portefeuilles de crédit concentrés.

De plus, dans notre thèse, nous mettons en cause cette méthodologie de répercussion des différents chocs sur le *RWA* à travers les paramètres de risque de crédit réglementaires (*PD* et *LGD*), notamment dans le cas de la *PD*. En effet, la *PD* correspond à une *probabilité de défaut inconditionnelle* dans le modèle de base de Gordy (2003), par conséquent, il est théoriquement incorrect de lui attribuer des valeurs en fonction des chocs macro-économiques donnés par le régulateur, sauf si le scénario choqué est jugé comme suffisamment probable pour influencer l'estimation normale de la probabilité de défaut inconditionnelle (nous rappelons que une probabilité de défaut inconditionnelle doit correspondre à la moyenne des probabilités de défaut conditionnelles calculées à travers les différentes réalisations possibles du(des) facteur(s) de risque commun). Dans le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital que nous présentons (cf. 3<sup>ième</sup> chapitre de la 2<sup>ième</sup> partie), nous proposons d'appliquer les chocs des macro-stress tests directement sur les facteurs de risque systématique afin d'avoir la répercussion uniquement sur la probabilité de défaut conditionnelle calculée à partir de ces facteurs. Cette approche est par ailleurs plus claire, plus précise et plus transparente que celle du régulateur. Les résultats obtenus en termes de charge en capital ont été comparés à ceux d'un stress test « macro » similaire à celui imposé par le régulateur. Ces résultats confirment la différence entre les deux méthodologies ; la méthodologie que nous proposons est généralement majorant en termes de charge en capital.

## **Chapitre 4. Une revue de la littérature sur les (macro-)stress tests de crédit et de liquidité, sur la pertinence des pondérations de risque et sur l'extension du modèle mono-factoriel de calcul des fonds propres réglementaires en IRB (fonction *K*)**

Après la crise, les autorités américaines, britanniques et européennes ont imposé à leurs banques respectives, dans le cadre de la réglementation de *Bâle III*, des exercices de *stress test* réguliers qui ont pour but de tester la résistance des banques sous des scénarios économiques

ou de marché extrêmes (par exemple : baisse du PIB de 7%, hausse du taux du chômage de 5%, baisse des prix des immobiliers de 30% etc.). Les banques doivent fournir des paramètres de risque de crédit (probabilité de défaut, perte en cas de défaut, corrélations) en rapport avec leurs valeurs en situation de crise et procéder à des *back-testing* réguliers sur les résultats obtenus.

*Acharya, Engle et Pierret (2013)* ont évalué la pertinence des *stress tests macro-prudentiels* imposés par les régulateurs aux États-Unis et en Europe, et particulièrement celle du stress-test imposé par l'EBA en 2011 aux banques européennes. Ils utilisent comme référence de comparaison des mesures de risque systémique (*LRMES* et *SRISK* – formules données en bas de page dans l'introduction de la thèse). Ces mesures consistent à évaluer respectivement la rentabilité (de long-terme) de l'action émise par un établissement bancaire et le capital supplémentaire que cet établissement doit détenir, suite à un choc sur la rentabilité de l'indice boursier. En termes de pertes espérées, les résultats obtenus par les auteurs en utilisant la mesure *LRMES* sont compatibles avec ceux obtenus par les stress tests macro-prudentiels imposés par les régulateurs. En revanche, l'impact des stress tests macro-prudentiels sur les fonds propres des banques a été significativement inférieur à celui que ces auteurs ont estimé en utilisant la mesure *SRISK*. *Acharya et al.* mettent en cause la pertinence des pondérations de risque *RW* estimées par les banques en méthodes internes (*A-IRB* et *F-IRB*) dont dépendent les résultats des stress tests. Ils argumentent cette mise en question par la complexité de calcul, par le manque de transparence et par la non-prise en compte des anticipations des investisseurs lors de l'estimation des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD* utilisés pour calculer ces pondérations. À cela, les auteurs ajoutent le fait que le *RWA* n'est pas une mesure de risque sous-additive, ce qui incite les banques à avoir des tendances de sur-concertation et d'arbitrages réglementaires (i.e. surinvestir dans des actifs dont la *RW* est sous-estimée).

*Boucher, Danielsson, Kouontchou et Maillet (2013)* mettent en évidence le risque des modèles d'évaluation des risques, dû à l'erreur de spécification (i.e. utilisation d'un modèle incorrect ou pauvre pour générer/simuler les données) et à l'erreur d'estimation (utilisation d'un échantillon limité de données pour estimer une métrique de risque – la *VaR* par exemple). Leur méthodologie consiste à ajuster les prévisions de ces modèles en tenant compte des résultats obtenus par le *back-testing*. De façon complémentaire à l'étude d'*Acharya et al. (2013)*, cette étude nous aide à comprendre que, malgré l'apport important des stress tests macro-prudentiels en termes d'amélioration des méthodes de gestion des risques dans les banques, leur pertinence peut être remise en question à cause du risque des modèles internes que les banques utilisent pour évaluer les valeurs stressées des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD*. L'étude récente de *Siemsen et Vilsmeier (2018)* consiste concrètement à quantifier l'effet de l'incertitude des *modèles satellites* utilisés pour répercuter l'impact des chocs macroéconomiques sur la probabilité de défaut. Les auteurs montrent que les prévisions des paramètres de risque de crédit, notamment de la probabilité de défaut (*PD*) et de la perte en cas de défaut (*LGD*), peuvent être affectées significativement par des valeurs extrêmes produites par le modèle utilisé. Si ces résultats extrêmes sont dus à des problèmes de données (tels que des séries temporelles courtes ou des régresseurs multi-colinéaires) cela peut biaiser systématiquement les résultats des stress tests macro-prudentiels. Pour atténuer

l'impact de ces problèmes de données, *Siemsen et Vilsmeier (2018)* introduisent dans leur modèle un critère de filtrage qui permet d'éliminer les augmentations de la probabilité de défaut jugées comme "improbables", en se référant sur les valeurs obtenues par le modèle mono-factoriel de *Gordy-Vasicek* ou par le modèle multifactoriel de *Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl (2006)*.

*Grundke, Pliszka et Tuchscherer (2015)* affirment, de leur côté, que l'estimation des paramètres de risque de crédit stressés (*PD stressée* et *LGD stressée*) suite à un exercice de stress test macro-prudentiel, dépend sensiblement des modèles internes que les banques utilisent pour « traduire » le scénario de choc sur les variables macro-économiques en changement de ces paramètres de risque. Ils ont prouvé notamment que les hypothèses du modèle et les techniques d'estimation utilisées influencent la valeur estimée de la probabilité de défaut stressée. Leur modèle de base se présente de la même façon que dans *Sorge et Virolainen (2006)* et *Jokivuolle, Virolainen et Vähämaa (2008)*. Il s'agit d'un modèle à variable qualitative de type *Logit* permettant de modéliser la probabilité de défaut en faisant intervenir un indice « macro » sectoriel (variable latente). Cet indice s'exprime comme une fonction linéaire de plusieurs facteurs de risque systématique (issus de variables macro-économiques) et d'un facteur spécifique au secteur (résidu). Les chocs sont appliqués, d'une part sur le résidu des facteurs de risque systématique (notamment sur le résidu des modèles autorégressifs *AR* utilisés pour modéliser les variables macro-économiques), d'autre part sur le résidu de l'indice « macro ». Les auteurs ont ensuite effectué quelques modifications sur ce modèle de base afin d'en mesurer l'impact sur la probabilité de défaut. Ces modifications portent notamment sur le nombre des retards considérés dans les variables explicatives, sur le modèle à variable qualitative utilisé (utiliser un modèle *Probit* au lieu d'un modèle *Logit* par exemple), sur la détermination du choc (choquer le terme d'erreur de plusieurs fois son écart-type au lieu de prendre sa pire valeur historique), sur la stationnarisation des variables (prendre les variations en % des séries au lieu de leurs différences premières ou deuxièmes) etc. Toutes ces modifications ont résulté avoir bien un impact sur les résultats du modèle.

Nous pensons que l'éventuelle inefficacité des *stress tests macro-prudentiels* pourrait s'expliquer pas seulement par une estimation biaisée des paramètres de risque de crédit (*PD* et *LGD*) mais aussi par les limites du modèle lui-même servant actuellement à évaluer le capital réglementaire dans les banques en IRB (*fonction K*). Ces limites sont liées notamment aux hypothèses fondamentales du modèle de base de *Gordy-Vasicek* (modèle sur lequel est basée la *fonction K*), hypothèses qui conditionnent aussi la méthodologie des stress tests macro-prudentiels. C'est dans ce sens-là que nous développons notre étude dans cette thèse.

Les disparités entre les modèles internes que les banques emploient pour l'estimation des paramètres de risque de crédit (*PD* et *LGD*) influencent les valeurs de ces derniers non seulement en scénario stressé mais aussi en scénario normal. *Giraud (2014)* explique entre autre qu'une comparaison entre les avantages respectifs des ratios de solvabilité et de levier exigerait une analyse de fiabilité des pondérations de risque *RW* imposées par le régulateur en *méthode standard* ou calculées par les banques (en fonction des paramètres de risque de crédit estimés *PD* et, éventuellement, *LGD*) en *méthodes internes (IRB)*. *Kotz et Lubochinsky (2013)*



mettent également en évidence le fait que les évaluations du risque sont considérablement différentes d'un établissement bancaire à l'autre pour des portefeuilles assez similaires. Ce manque de cohérence des actifs pondérés du risque *RWA* nuit à la transparence en compliquant la comparaison des institutions bancaires, et conduit à des activités d'arbitrage (i.e. activités d'optimisation du *RWA*). Dans ce même contexte, l'*Autorité du Contrôle Prudentiel et de Résolution* en France (*ACPR*) documente dans une étude faite en 2012 sur les cinq grandes banques françaises, des disparités entre les banques concernant les pondérations de risque (*RW*) en méthode *A-IRB*, dues notamment à des disparités de l'estimation de la *LGD*. *Kotz et Lubochinsky (2013)* optent pour des règles plus simples et moins granulaires, telles que l'utilisation du ratio de levier, ou encore, la (re-)standardisation des pondérations du risque (*RW*) en fixant des seuils minimaux sur ces dernières. Les révisions présentées dans l'accord de décembre 2017 sur la réforme de *Bâle III* visent en particulier à réduire la variabilité excessive des actifs pondérés du risque (*RWA*) en renforçant la robustesse de l'approche standard et sa capacité à bien appréhender le risque (ce qui facilitera la comparaison des ratios des fonds propres entre les banques) ainsi qu'en limitant l'utilisation des approches fondées sur les modèles internes. Cependant, ces révisions ne changent pas, à notre connaissance, la fonction de calcul du capital réglementaire elle-même, pour les expositions qui vont continuer à être évaluées en méthodes internes (*A-IRB* et *F-IRB*). Or, nous mettons justement en cause cette fonction, notamment à cause des deux hypothèses fondamentales du modèle de base de *Gordy-Vasicek* (portefeuille asymptotiquement granulaire et existence d'une seule source de risque systématique) que nous jugeons restreintes comparées à la réalité.

*Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl (2006)* étudient les imperfections du modèle mono-factoriel de *Gordy-Vasicek* utilisé pour calculer le capital réglementaire en *IRB* (fonction *K*), ce qui nous donne également une excellente piste d'étude sur les imperfections des stress tests macro-prudentiels. Ces auteurs mettent en évidence le *risque de concentration* comme une partie intégrante du risque de crédit qui n'est pas appréhendée par la fonction *K*. En effet, cette dernière est basée sur l'hypothèse d'un portefeuille de crédit asymptotiquement granulaire et celle d'une seule source de risque systématique, ce qui n'est souvent pas le cas en réalité. Le risque de concentration est dû à des concentrations individuelles (sur des contreparties en particulier) ou sectorielles (sur un secteur ou plusieurs secteurs corrélés). Leur étude se focalise sur la concentration sectorielle qui est présentée par un modèle multifactoriel. Dans ce modèle, la rentabilité de l'actif des contreparties est exprimée en fonction de plusieurs facteurs de risque systématique, ce qui revient à une (sur-)exposition aux facteurs de risque qui ont un impact significatif. Le (*macro-*)*stress test de concentration* consiste alors à stresser les facteurs les plus impactants pour un secteur, appelés aussi « facteurs centraux ». D'autres facteurs moins impactants, appelés « facteurs périphériques », mais qui affectent potentiellement d'autres secteurs de façon plus significative, sont impactés indirectement par le biais des corrélations entre les facteurs de risque. Deux méthodes ont été proposées pour spécifier le scénario de stress : la première, qui est plus développée dans l'article, consiste à effectuer une simulation de *Monte-Carlo* sur un ou plusieurs facteurs de risque systématique (notamment sur celui ou ceux qui sont les plus impactants) et à sélectionner uniquement les scénarios les plus extrêmes (à partir d'un certain seuil par

exemple) ; la deuxième, moins développée, consiste à ajouter des facteurs de risque dans la fonction d'évaluation du capital réglementaire en *IRB* (fonction *K*) : le choc sur chaque facteur sera simulé en appliquant un quantile de 99.9% de la *loi normale centrée-réduite*.

À notre point de vue, le modèle de *Bonti et al. (2006)* donne une bonne méthodologie d'application des chocs des (macro-)stress tests sur les portefeuilles concentrés au niveau sectoriel, et donc exposés aux plusieurs facteurs de risque commun (macro-économiques et sectoriels). La deuxième méthode permet d'appliquer les chocs directement sur les facteurs de risque commun impactant un secteur et d'avoir une répercussion propre de ces chocs sur la probabilité de défaut conditionnelle des contreparties impliquées dans un portefeuille sectoriel. Cependant, cette méthode n'a pas été suffisamment développée. En effet, les auteurs n'ont pas fait d'étude empirique (estimation des liens de dépendance entre la rentabilité de l'actif et les différents facteurs de risque, étude d'autocorrélation des variables macro-économiques/sectorielles retenues pour la construction des facteurs de risque, étude de colinéarité entre les facteurs etc.), ni d'étude d'impact sur la probabilité de défaut conditionnelle ou sur la charge en capital suite à l'emploi du modèle multifactoriel dans le cadre des stress tests. Par ailleurs, ils n'ont pas non plus traité la question de monotonie théorique entre la perte conditionnelle de crédit de la banque et chaque facteur de risque considéré séparément. Or, l'analyse de la monotonie permet de déterminer lequel des deux quantiles extrêmes (quantile de  $p$  ou de  $1-p$ ) doit être associé au choc pour un facteur de risque donné (cf. *Gordy, 2003*) et pour un niveau voulu du seuil de confiance  $p$ . Enfin, ils parlent de corrélation entre facteurs « principaux » et facteurs « périphériques », or l'expression multifactorielle de la rentabilité de l'actif qu'ils présentent n'est valable que si les facteurs ne sont pas corrélés entre eux. En effet, en cas de présence de (*multi-*)*colinéarité*, une *orthogonalisation* des facteurs (*multi-*)*colinéaires* est nécessaire pour garder cette expression. Dans la partie de notre thèse qui traite le sujet des stress tests « macro » sur les portefeuilles de crédit sectoriels, nous nous sommes inspirés de la méthodologie de ces auteurs mais en la développant et en la complétant avec tous ces éléments-là.

La concentration individuelle est étudiée partiellement dans *Gordy (2003)* qui propose un ajustement de granularité de la *Credit-VaR* à travers un coefficient « *add-on* » dépendant du nombre  $n$  des expositions dans le portefeuille de crédit. Ce coefficient correspond en effet à l'écart entre la *Credit-VaR* d'un portefeuille homogène avec un nombre  $n$  fini d'expositions et la *Credit-VaR* d'un portefeuille asymptotique où le  $n$  qui tend vers l'infini. Plus  $n$  est élevé, plus l'*add-on* est faible car la *Credit-VaR* du portefeuille imparfaitement diversifié s'approche plus de sa valeur asymptotique. Dans ce modèle, le risque spécifique est associé au taux de recouvrement et donc à la *LGD*, les autres paramètres de risque de crédit (*PD* et *EAD*) étant supposés constants et non stochastiques. La fonction de distribution de la perte de crédit peut être obtenue (selon notre compréhension) à partir de la fonction de distribution de la *LGD* (la *LGD* de chaque contrepartie est supposée suivre une *loi Gamma* d'espérance  $\lambda$  et de variance  $\eta^2$  ; l'ensemble de  $m$  expositions indépendantes et identiquement (*Gamma-*)*distribuées* a une espérance  $m*\lambda$  et une variance  $m*\eta^2$ ).

Contrairement à *Gordy (2003)*, dans notre modèle nous associons le risque spécifique de crédit à la solvabilité de la contrepartie et l'incorporons dans sa probabilité de défaut inconditionnelle via un modèle structurel de *Merton*. En effet, nous considérons qu'un modèle pertinent d'estimation de la *PD* doit tenir compte aussi des facteurs spécifiques à la contrepartie. Ainsi, lorsque le portefeuille est diversifié, la *PD moyenne* dans le portefeuille (ou le taux de défaut espéré inconditionnel du portefeuille) reflète principalement le risque systématique ; lorsqu'il ne l'est pas, cette *PD moyenne* doit alors refléter aussi le risque spécifique qui n'est pas diversifié. L'ajustement de granularité de *Gordy* n'est pas élaboré dans un cadre de stress test ; notre modèle de stress test spécifique consiste à « compenser » le manque de granularité d'un portefeuille de crédit imparfaitement diversifié, en simulant un choc spécifique sur la rentabilité de l'actif des contreparties sur lesquelles ce portefeuille est concentré, et en le répercutant, via un modèle structurel de *Merton*, sur la probabilité de défaut inconditionnelle de ces contreparties. Par ailleurs, la répercussion du choc sur la probabilité de défaut inconditionnelle n'est pas en contradiction avec la définition de ce paramètre car dans *Gordy (2003)* l'inconditionnalité de la *PD* est par rapport au(x) facteur(s) de risque systématique.

*Hamerle, Liebig et Rösch (2003)* ont proposé une approche généralisée multifactorielle pour l'évaluation de la probabilité de défaut conditionnelle et inconditionnelle de la *fonction K*. La probabilité de défaut conditionnelle a été modélisée comme une fonction de plusieurs facteurs de risque commun observables, d'un facteur commun non-observable et de la probabilité de défaut inconditionnelle qui a été (aussi) supposée évolutive. En effet, suivant l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)*, la probabilité de défaut inconditionnelle est déterminée comme une fonction de la rentabilité espérée de l'actif de la contrepartie. Cette rentabilité espérée de l'actif est exprimée, dans la version généralisée du modèle, comme une fonction linéaire de plusieurs facteurs de risque commun observables, d'un facteur commun non observable, de facteurs liés aux fondamentaux financiers de l'entreprise et d'un facteur de risque spécifique. La régression linéaire multiple est une des méthodes principales qui a été proposée pour estimer l'exposition à ces facteurs à un niveau sectoriel. Par ailleurs, ces auteurs, comme beaucoup d'autres dans la littérature (*CreditMetrics* par exemple), ont proposé une approximation de la rentabilité de l'actif de l'entreprise par la rentabilité de ses actions émises si l'entreprise est cotée en bourse (i.e. si la valeur de ses actions est donc observable), tandis que pour les PME la rentabilité de l'actif de l'entreprise est considérée comme une *variable latente* estimée à partir de modèles à variable qualitative (*Logit* ou *Probit*). Cependant, *Camara, Popova et Simkins (2012)* ont montré que le fait de considérer la rentabilité des actions au lieu de la rentabilité de l'actif total, modifierait le modèle de base de *Merton (1974)* et, par voie de conséquence, la modélisation de la probabilité de défaut inconditionnelle et conditionnelle.

*Hamerle, Liebig et Rösch (2003)* ont proposé leur approche comme une extension du modèle mono-factoriel de *Bâle II (fonction K)* mais pas dans un cadre de méthodologie de stress test. Par ailleurs, les auteurs n'ont pas fait d'étude empirique dans le cadre du modèle multifactoriel (estimation des liens de dépendance entre la rentabilité et les différents facteurs de risque, étude d'autocorrélation des variables retenues pour la construction des facteurs de

risque, étude de colinéarité entre les facteurs, etc.), ni d'étude d'impact sur la probabilité de défaut conditionnelle ou sur la charge en capital, suite à l'emploi du modèle multifactoriel. Nous avons apporté ces éléments dans cette thèse. Enfin, *Hamerle et al. (2003)* semblent dissocier le facteur de risque spécifique des facteurs liés aux fondamentaux financiers de l'entreprise, or le risque spécifique doit provenir justement de ces facteurs.

*Schwaab, Koopman et Lucas (2016)* présentent également un modèle multifactoriel où la rentabilité de l'actif de l'entreprise (contrepartie) est exprimée en fonction de plusieurs facteurs de risque systématique et d'un facteur de risque spécifique. Ils étudient les défauts sur un échantillon de 20000 entreprises au niveau international, entre 1980 et 2014, et arrivent à la conclusion que le cycle du risque de défaut est lié mais n'est pas identique au cycle macro-financier, au niveau mondial. Ils découvrent par ailleurs que seulement 18 à 26% du risque global de défaut serait systématique tandis que le reste serait spécifique. Si le risque spécifique à une industrie ou secteur est considéré comme du risque systématique, la part de ce dernier devient autour de 39 à 51%. Dans cet article, le risque systématique est composé, d'une part de *facteurs macro-financiers* globaux ou spécifiques à l'industrie/secteur ou à la zone géographique, d'autre part de *facteurs de défaut* globaux ou spécifiques à l'industrie/secteur ou à la zone géographique. Les facteurs de défaut, appelés aussi *facteurs de fragilité*, expliqueraient le découplage entre le risque systématique de défaut et les variables fondamentales macro-financières. Ces facteurs sont suspectés d'être liés au comportement des intermédiaires financiers, notamment aux conditions de financement bancaires dans les différentes zones géographiques. En effet, les auteurs ont trouvé que le resserrement net des normes bancaires de crédit coïncide avec un risque systématique de défaut plus élevé, ce qui n'a pas été pris en compte dans les stress tests macro-prudentiels actuels. Cependant, *Schwaab et al. (2016)* n'ont pas implémenté leur modèle multifactoriel dans un nouveau cadre de calibration de stress test.

Les modèles à variable qualitative (*Logit ou Probit*) sont utilisés largement dans la littérature (cf. *Wilson (1997a.,b.)*, *Sorge and Virolainen (2006)*, *Jokivuolle, Virolainen et Vähämaa (2008)*, *Grundke, Pliszka et Tuchscherer (2015)*, *Schechtman et Gaglianone (2011)*, *Jiménez et Mencia (2009)*, *Breuer, Jandacka, Mencia, Summer (2010)*, *Simons et Rolwes (2009)* etc.) et très probablement dans beaucoup de banques pour calibrer la probabilité de défaut en fonction de plusieurs facteurs de risque, en scénario normal ou de stress. Cependant, ces modèles ne précisent pas clairement si cette probabilité de défaut ainsi modélisée correspond à une probabilité de défaut *inconditionnelle* ou *conditionnelle*. Même si, du moins dans le cadre des stress tests, elle ressemble plutôt à une *probabilité de défaut conditionnelle*, la fonction de type *Logit* (très souvent sollicitée dans la littérature pour modéliser la probabilité de défaut) est différente de la fonction de *probabilité de défaut conditionnelle* donnée par le modèle de base de *Gordy-Vasicek*. En revanche, le modèle *Probit* peut donner une modélisation plus proche du modèle de *probabilité de défaut conditionnelle* de *Gordy-Vasicek*. Cependant, les deux types de modèle à variable qualitative (*Logit* et *Probit*) semblent être utilisés dans la pratique pour calibrer la *probabilité de défaut inconditionnelle* car dans les méthodes internes (*IRB*) c'est cette probabilité qui doit être estimée directement par les banques, tandis que la *probabilité de défaut conditionnelle*, elle, n'est impactée qu'indirectement via la *fonction K* reliant les deux probabilités. L'utilisation des modèles à variable qualitative dans les méthodes internes n'est donc pas correcte, du moins dans le cadre

des stress tests « macro ». Le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital que nous proposons (cf. 3<sup>ème</sup> chapitre de la Partie II) consiste justement à sortir de ce cadre où le choc est répercuté sur la *probabilité de défaut inconditionnelle* lors d'un exercice de stress test « macro ». Ce modèle permet en effet de choquer les différents facteurs de risque systématique impactant un portefeuille sectoriel et d'avoir la répercussion uniquement sur la *probabilité de défaut conditionnelle* des contreparties impliquées.

Dans le cadre d'une étude de l'impact des fusions-acquisitions des banques sur leur risque de crédit, Aziz, Dowling et Lilti (2017) considèrent deux mesures en tant que variables à expliquer : la *distance au défaut* (définie dans *Black-Scholes-Merton* comme une fonction de la valeur de l'actif de l'entreprise, de la valeur nominale de sa dette ainsi que de l'espérance et de la volatilité de sa rentabilité) et le ratio *Z-score* (défini dans cet article comme la somme de la profitabilité moyenne de l'actif et du ratio de capital, divisée par la variance de la profitabilité moyenne de l'actif). Ces deux mesures de risque de crédit sont régressées sur plusieurs variables explicatives qui sont en lien avec les opérations de fusion-acquisition des banques. Les auteurs soulignent le fait que la mesure de *distance au défaut* n'est pas suffisante pour évaluer, elle-seule, le risque de défaut. Par conséquent, elle doit être complétée par la mesure du ratio *Z-score*. Ils argumentent que la *distance au défaut* est une mesure qui dépend de la valeur de marché de la banque. Par conséquent, elle est impactée par les anticipations de type « *to big to fail* » des investisseurs mais cela seulement lorsque la valorisation de marché de la banque est croissante. En revanche, lorsque cette valeur de marché commence à chuter, la mesure de *distance au défaut* ne prend pas en compte le phénomène « *to big to fail* », phénomène qui peut sauver la banque du défaut même si sa valeur de marché franchit le seuil d'insolvabilité. Alors que le ratio *Z-score* est issu de données du compte de résultat et intègre à la fois une estimation de la rentabilité des actifs et le ratio de fonds propres sur l'actif.

L'étude de Aziz, Dowling et Lilti (2017) est intéressante car elle permet, entre autres, de comparer ces deux mesures fondamentales du risque de crédit (la *distance au défaut* servant à la calibration de la *probabilité de défaut inconditionnelle* et le *Z-score* servant à la calibration de la *probabilité de défaut conditionnelle* – cf. *Partie II*). Cependant, dans nos différents modèles de stress test que nous exposons dans cette thèse, nous n'avons pas retenu tout à fait les mêmes définitions de ces deux mesures. En effet, dans l'article de Aziz, Dowling et Lilti (2017), comme dans nombreux d'autres dans la littérature, la valeur d'une entreprise et la rentabilité de son actif sont considérées comme des variables non observables ; par conséquent, elles sont évaluées respectivement à partir de la valeur de marché et de la rentabilité de marché de l'entreprise (i.e. la rentabilité de ses actions émises). Or, Camara, Popova et Simkins (2012) ont montré que le fait de considérer l'*equity* au lieu de l'actif total modifierait le modèle de base de Merton (1974). Dans nos modèles, nous essayons de rester conformes au modèle d'origine de Merton (1974) qui définit la valeur d'une entreprise comme la valeur de son actif total, c'est-à-dire la somme de sa capitalisation boursière et de la valeur nominale de sa dette. Nous considérons, par conséquent, que plusieurs facteurs propres à l'entreprise peuvent affecter la valeur de son actif et donc sa *distance au défaut*. Nous expliquons dans la prochaine partie de cette thèse, qu'un modèle pertinent de calibration de la *probabilité de défaut inconditionnelle* doit tenir compte aussi des éléments représentant le

risque spécifique de la contrepartie. Dans notre étude empirique dans le cadre de la modélisation du stress test « macro » sur les portefeuilles de crédit sectoriels, nous essayons toujours de rester conformes au modèle de *Merton (1974)* et définissons le  $Z$  comme une *rentabilité centrée-réduite de l'actif agrégé sectoriel* ; nous exprimons alors le  $Z$ -score comme une fonction linéaire issue de la régression de  $Z$  sur les différents facteurs de risque systématique sélectionnés. Nous n'avons malheureusement pas trouvé de données sur l'actif total de chaque secteur, par conséquent, nous avons pris l'actif financier agrégé sectoriel.

*Chawla, Forest Jr et Aguais (2016)* recommandent l'utilisation des paramètres  $PD$  et  $LGD$  ponctuels (*point-in-time : PIT*), pour la calibration des stress tests. Ces paramètres sont conditionnels à chaque scénario de l'état futur du facteur de risque systématique. Le stress test consiste alors à choquer ce facteur de risque systématique qui correspond au *cycle de crédit* sectoriel ou géographique. La probabilité de défaut inconditionnelle correspond à l'espérance des probabilités de défaut conditionnelles calculées pour différentes valeurs simulées du facteur de risque commun, pondérée par les probabilités d'occurrence de chaque scénario de réalisation de ce facteur. Dans cette étude, les auteurs démontrent la présence de deux effets : un effet de *convexité* de la fonction  $PD$   $PIT$  et un effet de *corrélation* entre les paramètres de risque de crédit ponctuels  $PD$   $PIT$ ,  $LGD$   $PIT$  et  $EAD$   $PIT$ . La convexité de la distribution de la *probabilité de défaut ponctuelle*  $PD$   $PIT$  (qui correspond donc à une probabilité de défaut conditionnelle) est due à la relation non-linéaire qui existe entre la  $PD$   $PIT$  et le facteur de risque systématique. À cause de cette convexité, la valeur de la probabilité de défaut inconditionnelle (calculée comme une moyenne des probabilités de défaut conditionnelles) est supérieure à la probabilité de défaut conditionnelle à une valeur moyenne du facteur de risque commun (valeur 0 quand celui-ci est considéré suivre une loi normale centrée-réduite). Pour intégrer pleinement ces effets de convexité dans la *perte espérée de crédit*  $EL$ , les banques doivent simuler un nombre important de scénarios et donc des  $PD$   $PIT$  couvrant l'ensemble des conditions de crédit durant toute la vie d'une exposition, ce qui permet de prendre en compte aussi les valeurs extrêmes et d'obtenir une évaluation plus fiable de la perte espérée. La corrélation entre les paramètres de risque de crédit *ponctuels* ( $PD$   $PIT$ ,  $LGD$   $PIT$  et  $EAD$   $PIT$ ) résulte de l'influence commune du facteur de risque systématique. Les auteurs proposent comme mesure correctrice la calibration de paramètres  $PD$ ,  $LGD$  et  $EAD$  *joint*s sous différents scénarios de ce facteur. Ils montrent que la prise en compte des effets de *convexité* et de *corrélation* augmenterait la perte espérée de crédit d'environ 20 à 30%.

Comme dans la méthodologie du stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE, dans *Chawla, Forest Jr et Aguais (2016)*, les variables *point-in-time* sont utilisées uniquement pour l'évaluation de la perte espérée et pas pour évaluer la charge en capital. Cependant, nous rappelons que pour une valeur extrême du facteur de risque, la *perte espérée conditionnelle* représente la *Credit-VaR* d'un portefeuille bien diversifié (*cf. Gordy, 2003*) ; elle devient alors plus proche de la perte inattendue  $UL$  (et donc du capital réglementaire) que de la perte espérée inconditionnelle  $EL$  (i.e. perte calculée pour une probabilité de défaut inconditionnelle  $PD$ ). Les auteurs ne donnent pas d'indication sur la loi de distribution des scénarios : la discordance entre la probabilité de défaut inconditionnelle et la probabilité de défaut conditionnelle à une valeur « moyenne » du facteur de risque commun pourrait résulter d'une

distribution anormale des scénarios simulés, caractérisé notamment par une présence d'asymétrie. Par ailleurs, l'indice du cycle de crédit n'est pas clairement défini. Bien que cette méthodologie de simulation d'une multitude de *PD PIT* en fonction de différents scénarios de l'indice du risque commun soit intéressante, elle ne correspond pas au cadre du stress test d'*EBA/BCE* où il y a uniquement deux scénarios (*bâlois* et *adverse*) qui sont prédéfinis par le régulateur. Enfin, le stress test consistant à choquer uniquement le facteur de risque commun (ici l'indice du cycle de crédit) est incomplet si le portefeuille n'est pas diversifié, et la probabilité de défaut conditionnelle (ici *PD PIT*) calculée en fonction d'un seul facteur de risque systématique est relativement pauvre. Notre objectif est, d'une part de prendre en compte un choc spécifique dans la calibration de la probabilité de défaut inconditionnelle stressée quand les portefeuilles sont concentrés, d'autre part d'effectuer une extension multifactorielle de la probabilité de défaut conditionnelle, permettant d'appliquer les quantiles extrêmes de la loi normale centrée-réduite pour les facteurs de risque systématique qu'on veut choquer.

*Van den End (2008)* met l'accent sur l'importance d'un *macro-stress test de liquidité* pour mettre en évidence la dimension systémique du risque de liquidité. L'auteur souligne le fait que le risque de liquidité n'est pas inclus dans la plupart des modèles de macro-stress tests, alors que des perturbations simultanées de plusieurs marchés clés de refinancement (marché repo, marché de titrisation etc.) peuvent engendrer des fortes pertes dans les établissements bancaires. Souvent, ces événements adverses ont des effets de second tour liés au risque de réputation et aux réactions collectives des participants du marché, contribuant ainsi à l'amplification des pertes initiales. Pour *Van den End*, des coussins de liquidité suffisants permettraient de limiter les risques idiosyncratiques en assurant un équilibrage de la capacité de refinancement. Ils permettraient également de réduire le risque des réactions collectives des banques et de prévenir ainsi le risque d'instabilité du système financier dans son ensemble. Bien que pionnier dans la littérature des stress tests de liquidité, *Van den End* ne fait pas de lien entre le risque de liquidité et le risque de solvabilité de la banque, or c'est notre objectif dans la troisième partie de cette thèse.

*Geršl, Komárková et Komárek (2016)* examinent si le coussin de liquidité des banques tchèques est suffisant pour faire face à des chocs de liquidité. De façon similaire à *Van den End (2008)*, leur modèle consiste à simuler un choc de liquidité sur un horizon d'un mois (même horizon que pour le ratio *LCR*) et à appréhender les réactions endogènes des banques au premier tour suite à ce choc initial, c'est-à-dire les ventes de titres sur les marchés. Il prend ensuite en compte la nouvelle vague de chocs de liquidité qui en résulte au second tour, qui se caractérise par une baisse de la liquidité du marché. En effet, ces chocs de liquidité supplémentaires se présentent sous deux formes : des dépréciations supplémentaires sur les titres négociables et des retraits de dépôts supplémentaires dans les banques en réaction par suite d'effets de réputation. Les auteurs ont conclu que sous des scénarios sévères et, en partie, à cause des effets de second tour, certaines banques tchèques perdent l'intégralité du coussin de liquidité initial. Enfin, ils mettent l'accent sur le lien qu'il doit y avoir entre les stress tests de solvabilité et les stress tests de liquidité, de sorte qu'un exercice de stress test complet doit inclure des chocs cohérents avec les différents types de risque, ce qui n'est pas le cas dans les

modèles de stress test d'avant crise. Ce lien n'a cependant pas été clairement décrit ou démontré dans leur modélisation.

*Wong et Hui (2009)* étudient l'interaction entre les différents risques de la banque dans le cadre d'un stress test de liquidité. Ils examinent l'impact d'un scénario de choc de marché (matérialisé par une baisse continue et durable des prix des actifs) sur le risque de crédit et de liquidité. Le mécanisme de transmission est le suivant : les pertes réalisées dans les marchés financiers augmentent le risque de défaut de l'établissement en provoquant (ou en entretenant) des sorties de dépôts significatives. La capacité d'augmenter les liquidités par une vente d'actifs dans un tel contexte est difficile et ne peut se faire sans pertes, d'autant plus que le marché interbancaire peut devenir difficilement accessible car la banque est perçue comme risquée. Cette situation aggrave encore plus le choc initial. Enfin, l'interconnexion entre les banques entraîne un effet de contagion sur l'ensemble du système bancaire.

Un autre modèle d'interaction entre le risque de liquidité et le risque de solvabilité est proposé par *Aikman et al. (2009)*. Ces auteurs incorporent le risque de liquidité de financement dans un modèle quantitatif de stabilité systémique. Ils expliquent que si les fondamentaux d'une banque se détériorent, sa note de crédit peut être dégradée, ce qui augmente mécaniquement ses coûts de financement futurs. Dans certaines circonstances sévères, les conditions de financement peuvent se détériorer de sorte que la banque ne puisse plus avoir accès au marché de financement de court terme, ce qui l'amène à la faillite et déclenche une boucle de rétroaction (*feedback*). Suite à la faillite, une fraction des actifs de la banque est perdue, réduisant ainsi le montant disponible pour ses créanciers interbancaires. Les actifs de la banque qui sont vendus en urgence (*fire sales*) engendrent un effet de *feedback* qui fait « souffrir » temporairement les autres banques encore en vie, à cause des pertes qu'elles subissent suite à la dépréciation de ces actifs. Les marchés de financement souffrent alors d'une contagion de méfiance qui rend les banques ayant des caractéristiques similaires à la banque en faillite plus exposées à une exclusion du marché interbancaire. Si une autre banque échoue après prise en compte des effets de second tour, la boucle se répète jusqu'à la fin de la cascade de défaut.

Malgré l'interconnexion très intéressante entre le risque de liquidité et le risque de solvabilité montrée dans ces deux articles, le risque de liquidité est modélisé plutôt comme une conséquence et non pas comme une cause du risque de défaut de la banque. Les deux modèles ne permettent donc pas de mesurer l'impact d'un choc de liquidité sur la solvabilité de la banque (en termes de probabilité de défaut), ce que notre modèle de stress test de liquidité le fait.

Enfin, *Braouezec et Wagalath (2018)* montrent qu'en présence d'imperfections de marché (ou de frictions), l'existence d'une stratégie de liquidation optimale pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, suite à un choc de crédit, n'est pas garantie. En effet, la liquidation des actifs du portefeuille de placement (*banking book*) génère un impact sur leur prix lorsque les marchés ne sont pas parfaits. Si l'impact sur les prix est important, la banque pourrait ne pas être en mesure de réatteindre le ratio du capital réglementaire, particulièrement dans le cas où le choc est violent. Au contraire, si l'impact sur les prix et le choc sont modérés, une solution optimale peut exister, mais résulte d'un compromis complexe entre la pondération de risque



des actifs à vendre et du niveau de liquidité de ces actifs. En effet, pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, la banque cherche, d'une part à vendre les actifs les plus fortement pondérés afin de réduire son actif pondéré du risque, d'autre part à vendre les actifs les plus liquides afin de ne pas subir des pertes conséquentes sur ses fonds propres lors de la vente. L'un des principaux apports théoriques de cet article est d'exposer explicitement le comportement optimal de la banque en fonction de ces différents paramètres. Une autre contribution consiste à montrer que la (il)liquidité du marché d'un actif tel que les prêts, interagit directement avec la situation de la banque lors du processus de désendettement : plus les prêts sont vendus à une valeur dépréciée, plus la diminution des fonds propres de la banque est significative, ce qui a une incidence pour la banque sur la possibilité de rester solvable après le processus de désendettement.

Bien que l'article de *Braouezec et Wagalath (2018)* fasse le lien entre risque de crédit et risque de liquidité par un modèle intéressant, le modèle est focalisé sur le maintien du ratio de capital réglementaire et pas sur le maintien de la solvabilité financière de la banque. Or, le maintien de la solvabilité financière est prioritaire : il devient inutile pour la banque de mener des actions pour réatteindre le ratio de capital réglementaire si elle fait faillite. De plus, le mécanisme de départ concernant la chute du ratio des fonds propres (i.e. du ratio de solvabilité) n'est pas suffisamment justifié, et les auteurs répercutent l'impact du choc directement sur les fonds propres or, en réalité, cela arrive seulement quand les provisions et les dépréciations, normalement constituées par l'établissement, ne sont pas suffisantes pour couvrir les pertes de crédit réalisées. Enfin, dans ce modèle le choc initial est un choc de crédit et pas un choc de liquidité, or notre objectif est de mesurer l'impact d'un choc de liquidité sur la solvabilité financière de la banque, notamment sur sa probabilité de défaut.

## Partie II. Étude des stress tests macro-prudentiels de crédit

### Introduction

Inspirés par *Bonti, Kalkbrener, Lotz, Stahl (2006)*, nous montrons que les stress tests macro-prudentiels sur le capital réglementaire peuvent être insuffisants et peu efficaces lorsque les deux hypothèses fondamentales du modèle asymptotique de *Gordy-Vasicek* ne sont pas respectées. Ce modèle est utilisé pour construire la *fonction K* définie dans le *Pilier I* de *Bâle II*, afin d'évaluer le capital réglementaire dans les banques en méthodes internes (*IRB*), dans le cadre du risque de crédit. Le modèle de *Gordy (2003)*<sup>17</sup> a pour propriété essentielle l'invariance au portefeuille, ce qui signifie que la charge en capital calculée sur un titre de créance donné dépend uniquement de ses caractéristiques et non pas de celles des autres titres au même portefeuille. Elle repose sur les deux hypothèses fondamentales suivantes :

- le portefeuille de crédit est parfaitement granulaire (i.e. le portefeuille comporte un grand nombre d'expositions, il est donc bien diversifié) ;
- existence d'une seule source de risque systématique, impliquant le calcul d'un seul coefficient de sensibilité associé.

La première hypothèse assure la convergence de la perte de crédit vers son espérance (conditionnelle) au niveau du portefeuille, et la dissipation du risque spécifique (loi des grands nombres). En effet, si le portefeuille n'est pas granulaire, la perte de crédit ne converge pas vers son niveau espéré (elle peut être bien plus élevée si l'(les) événement(s) de défaut se produit (produisent)). De ce fait, la perte espérée et la perte espérée conditionnelle à une conjoncture dégradée, appelée « perte inattendue » lorsque on soustrait la perte attendue, deviennent des mesures de risque non pertinentes. En réalité, les portefeuilles des banques ne sont pas parfaitement diversifiés. Souvent ils existent des concentrations plus ou moins importantes sur certaines catégories d'actifs, secteurs, zones géographiques ou contreparties en particulier. Par conséquent, la *fonction K* n'est pas adaptée pour appréhender le risque de concentration inhérent (*Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl, 2006*). De l'autre côté, le modèle comportant un seul facteur de risque systématique, la conjoncture macro-économique, est pauvre car il ne prend pas en compte d'autres facteurs potentiels de risque commun qui peuvent impacter directement un secteur et les contreparties relevant de ce secteur.

Les *stress tests macro-prudentiels d'EBA/BCE* consistent à dégrader le contexte macro-économique et à laisser le soin aux banques de répercuter l'impact sur les paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD* via leurs modèles internes (appelés « modèles satellites »). Les banques doivent en effet estimer des paramètres « *point in time* »  $PD_{PIT}$  et  $LGD_{PIT}$  pour l'évaluation de la *perte espérée stressée* et des paramètres « *à travers le cycle* » ou « *réglementaires* »  $PD_{Reg}$  et  $LGD_{Reg}$  (ou *PD* et *LGD*) pour l'évaluation du *RWA stressé* (et donc pour l'évaluation du *capital réglementaire stressé*). Or, dans le cas des portefeuilles non diversifiés, le risque

---

<sup>17</sup> Le modèle de *Gordy (2003)* est basé lui-même sur deux approches fondatrices du *Risque de Crédit* : *CreditRisk+* (développé par *Credit Suisse*) et *CreditMetrics* (développé par *J.P. Morgan* ; au départ, *RiskMetrics*). Avec les développements de *Vasicek (2002)*, il a servi ensuite à construire la *fonction de calcul du capital réglementaire en IRB* (appelée *fonction K*).

spécifique de crédit ne se dissipe pas, ce qui veut dire que ces macro-stress tests ne sont pas suffisants pour mesurer les pertes potentielles, voire inefficaces dans le cas où ces portefeuilles impliquent des contreparties peu ou pas sensibles, voire avec une sensibilité négative, à la conjoncture macro-économique. De plus, le risque systématique lui-même peut provenir de plusieurs sources communes, or la fonction d'évaluation du capital réglementaire en IRB (la *fonction K*) n'inclut qu'un seul facteur de risque systématique. Cette fonction mono-factorielle ne permet alors pas l'application des différents chocs macroéconomiques sur les facteurs de risque systématique, ce qui empêche d'avoir une répercussion propre de ces chocs sur la probabilité de défaut conditionnelle.

Notre étude dans cette partie a deux principaux objectifs. Le premier est de montrer que les stress tests macro-prudentiels imposés par le régulateur européen peuvent être non pertinents à l'évaluation de la charge en capital (stressée) lorsque les deux hypothèses fondamentales de *Gordy (2003)* ne sont pas respectées. Le deuxième objectif est, d'une part de proposer un stress test supplémentaire capable de donner une évaluation du risque spécifique d'un portefeuille concentré de crédit, d'autre part de proposer une autre méthodologie pour répercuter les chocs des macro-stress tests sur la charge en capital de la banque, notamment en introduisant différents facteurs de risque systématique dans la probabilité de défaut conditionnelle et donc dans la fonction d'évaluation de la charge en capital.

## **Chapitre 1. Présentation des modèles de base dont est dérivée la fonction d'évaluation du capital réglementaire en IRB (*fonction K*)**

### **1.1. Approche structurelle de Merton (1974)**

*Merton (1974)* définit la valeur de l'entreprise  $E$ , notée  $V_E$ , comme une somme de la valeur de sa dette émise (*value of debt issue*) et de la valeur de ses fonds propres (*equity*), ce qui revient au total du passif et donc au total de l'actif de l'entreprise. Ce modèle, se basant sur le modèle de *Black-Scholes (1973)*, utilise les mêmes hypothèses que ce dernier, qui sont les suivantes :

- pas de coûts de transactions, taxes ou problèmes avec l'indivisibilité des actifs ;
- les marchés sont liquides (l'investisseur peut acheter ou vendre autant d'actifs qu'il veut au prix du marché) ;
- les taux d'intérêt débiteurs et créditeurs sont égaux ;
- les ventes à découvert sont permises pleinement sur tous les actifs ;
- les actifs sont cotés en continu ;
- la valeur de l'entreprise n'est pas affectée par la structure de son capital (théorème de *Modigliani-Miller*) ;
- la structure par terme des taux d'intérêt est plate et connue avec certitude.

Le modèle de *Merton (1974)* suppose en plus que l'entreprise émet un seul type de dette et, par ailleurs, dans le cas où elle n'est plus en mesure de la rembourser, les créanciers prennent le contrôle de l'entreprise et les actionnaires ne reçoivent plus rien. Enfin, pendant la période où court la dette, l'entreprise n'émet pas de nouvelle dette sénior, ne verse aucun dividende ou coupon et elle ne peut pas racheter sa dette émise avant la maturité.

On note  $V_E(0)$  et  $V_E(T)$  la valeur respective de l'entreprise en temps  $t=0$  et  $t=T$ ,  $V_D$  la valeur nominale de sa dette émise,  $B(T)$  la valeur de sa dette en  $T$ .

Si l'entreprise reste saine en  $T$ , les créanciers (la banque par exemple) reçoivent en  $T$  le même montant qu'ils lui ont prêté  $V_D$ ; la valeur des fonds propres de l'entreprise sera  $S(T) = V_E(T) - V_D > 0$  car la valeur de son actif est supérieure à la valeur nominale de sa dette émise ( $V_E(T) > V_D$ ).

En revanche, si l'entreprise fait défaut entre  $0$  et  $T$ , ce qui veut dire que la valeur de son actif devient inférieure ou égale à la valeur nominale de sa dette ( $V_E(T) \leq V_D$ ), les créanciers (la banque par exemple) vont récupérer en  $T$  ce qui en reste (i.e. les actifs de l'entreprise avec une valeur dégradée), donc ils vont récupérer  $V_E(T)$  qui sera dans ce cas inférieure ou égale à  $V_D$ . La valeur des fonds propres de l'entreprise  $S(T)$  devient alors nulle.

Pour résumer, si on note  $B(T)$  la valeur de la dette de l'entreprise  $E$  en  $T$  (i.e. ce que les créanciers vont recevoir en  $T$ ), alors  $B(T) = \text{Min}(V_E(T), V_D)$ . La valeur de ses fonds propres en  $T$  sera  $S(T) = \text{Max}(0, V_E(T) - V_D) = V_E(T) - B(T)$ ; elle est positive tant que l'entreprise ne fait pas faillite et devient nulle lorsqu'elle fait faillite. La *perte de crédit* réalisée par les créanciers (la banque par exemple) correspond alors à la valeur opposée de celle des fonds propres de l'entreprise, soit :  $L(T) = -S(T) = \text{Max}(0, V_D - V_E(T))$ .

L'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)* permet d'évaluer la probabilité de défaut d'une entreprise à partir de sa valeur (i.e. la valeur de son actif total) et de la valeur nominale de sa dette. La valeur de ses fonds propres (ou sa capitalisation boursière) s'exprime de façon analogue à celle du *prix du call* dans le modèle de *Black-Scholes (1973)*, mais avec *sous-jacent* la *valeur de l'entreprise* (i.e. la valeur de son actif total). La valeur de l'actif de l'entreprise ( $V_E$ ) est supposée alors suivre un *mouvement brownien géométrique avec dérive*, soit le processus de diffusion décrit par l'équation différentielle stochastique ci-dessous :

$$dV_E(t)/V_E(t) = \mu(R_E)dt + \sigma(R_E)dW(t) \quad (1.1)$$

→ *évolution instantanée de la valeur de l'entreprise en  $t$  (i.e. de la valeur de son actif total)*, avec  $\mu(R_E)$  → *rentabilité instantanée espérée de l'actif de l'entreprise  $E$* ,  $\sigma(R_E)$  → *volatilité instantanée de la rentabilité de l'actif de l'entreprise  $E$* ,  $(W(t))_t$  → *processus de Weiner (processus de diffusion stochastique caractérisant le mouvement brownien)*. Les variations d'un processus de Weiner standard ont un écart-type égal à 1 par unité de temps.

Dans un univers risque-neutre cette équation s'écrit :

$$dV_E(t)/V_E(t) = R_f dt + \sigma(R_E)dW(t) \quad (1.1 \text{ bis})$$

avec  $R_f$  correspondant au taux sans risque.

En date  $0$ , la valeur des actions (i.e. *equity*)  $S(0)$  et celle des dettes  $B(0)$ , sont données par la formule de *Black-Scholes* standard :

$$\begin{aligned} S(0) &= V_E(0) N(d1) - V_D e^{-rT} N(d2), \\ B(0) &= V_E(0) - S(0) \end{aligned} \quad (1.2)$$

avec:

$$d1 = \frac{\ln\left(\frac{V_E(0)}{V_D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE}\sqrt{T}}, \quad d2 = \frac{\ln\left(\frac{V_E(0)}{V_D}\right) + \left(r - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE}\sqrt{T}},$$

$r \rightarrow$  taux 0-coupon sans risque ;

$N(d1) = p_d^* \rightarrow$  probabilité que la valeur de l'entreprise en  $T$  soit supérieure à la valeur nominale de sa dette (i.e.  $S(T) > 0$ ). Elle est analogue à la *probabilité (risque-neutre)* que le *call* soit exercé dans *Black-Scholes* ;

$N(d2) = p_d \rightarrow$  probabilité que la valeur de l'entreprise en  $T$  soit inférieure ou égale à la valeur nominale de sa dette (i.e.  $S(T) = 0$ ), correspondant à la *probabilité de défaut (PD)* dont on calculera la valeur dans la section suivante. Elle est analogue à la *probabilité (risque neutre)* que le *call* ne soit pas exercé dans *Black-Scholes*.  $d2$  correspond par ailleurs à la *distance au défaut* que nous allons définir dans la section suivante.

## 1.2. Approche analytique fondée sur la dynamique des actifs (*KMV*, *CreditMetrics*<sup>TM</sup>,...) et sur les modèles structurels

Différentes méthodologies, telles que *KMV* et *CreditMetrics*<sup>TM</sup>, se fondent sur la *dynamique des actifs*  $V_E(t)$  de l'entreprise. Les probabilités de défaut et de migration s'en déduisent à l'aide d'un modèle structurel à la *Merton*.

L'hypothèse selon laquelle le processus suivi par la valeur des actifs de l'entreprise est un *mouvement brownien géométrique avec dérive* comme décrit dans l'équation (1.1), implique que les valeurs futures  $V_E(t)$  suivent une *loi log-normale*. Par conséquent, les logarithmes des valeurs futures de l'entreprise suivent une *loi normale*. Si on réécrit l'équation (1) mais en prenant  $d \log V_E(t)$  au lieu de  $dV_E(t)/V_E(t)$ , nous avons<sup>18</sup> :

$$d \ln V_E(t) = (\mu_{RE} - \sigma_{RE}^2/2)dt + \sigma_{RE} dW(t), \quad (1.3)$$

---

<sup>18</sup> À partir d'une formule d'Itô (lemme d'Itô),  $d \ln V(t)$ , où  $\ln V(t) = f(V(t), t)$ , peut s'écrire comme une somme des dérivés partielles d'ordre 1 jusqu'à  $N$ . Dans la formule d'Itô, uniquement les deux premiers ordres sont retenus, les autres étant négligeables :

$$d \ln V_E(t) = \frac{\partial \ln V_E(t)}{\partial V_E(t)} dV_E(t) + \frac{\partial \ln V_E(t)}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \ln V_E(t)}{\partial V_E^2(t)} dV_E^2(t)$$

$$\text{avec : } dV_E(t) = V_E(t) * \mu(R_E) dt + V_E(t) * \sigma(R_E) dW(t) ; dV_E^2(t) = V_E^2(t) * \sigma^2(R_E) dt ;$$

$$d \ln V_E(t) = (1/V_E(t)) * (V_E(t) * \mu(R_E) dt + V_E(t) * \sigma(R_E) dW(t)) + 0 - (1/(2 V_E^2(t))) * V_E^2(t) * \sigma^2(R_E) dt = \mu(R_E) dt + \sigma(R_E) dW(t) - 1/2 \sigma^2(R_E) dt = (\mu_{RE} - \sigma^2(R_E)/2) dt + \sigma(R_E) dW(t)$$

avec :

$$\ln V_E(t + dt) \xrightarrow{d | \ln V_E(t)} N \left[ \ln V_E(t) + \left( \mu_{RE} - \frac{1}{2} \sigma_{RE}^2 \right) dt, \sigma_{RE} \sqrt{dt} \right]$$

$$\ln V_E(t) \xrightarrow{d | \ln V_E(0)} N \left[ \ln V_E(0) + \left( \mu_{RE} - \frac{1}{2} \sigma_{RE}^2 \right) t, \sigma_{RE} \sqrt{t} \right]$$

$$d \ln V_E(t) \xrightarrow{d | \ln V_E(0)} N \left[ \left( \mu_{RE} - \frac{1}{2} \sigma_{RE}^2 \right) t, \sigma_{RE} \sqrt{t} \right]$$

Remarque : Si la valeur initiale du temps est 0, alors la différence entre une date quelconque  $t$  et cette date 0 est :  $dt = t - 0 = t$ . Par ailleurs, si  $dt$  ne tend pas vers 0, nous passons alors en temps discret ( $\Delta t$  au lieu de  $dt$ ).

Dans la littérature des modèles structurels de risque de crédit (dont Vasicek, 2002) ainsi que dans les différents ouvrages (cf. Portait et Poncet, 2012, Hull 2007 etc.), la rentabilité logarithmique en temps discret est exprimée de façon analogue à l'équation (1.3)<sup>19</sup>. La rentabilité brute entre 0 et  $T$  de l'actif total de l'entreprise  $E$  peut alors s'écrire :

$$R_E[0, T] = \ln V_E(T) - \ln V_E(0) = \left( \mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2} \right) T + \sigma_{RE} (W(T) - W(0)) \quad (1.4)$$

$$\text{avec } R_E[0, T] \xrightarrow{d | \ln V_E(0)} N \left[ \left( \mu_{RE} - \frac{1}{2} \sigma_{RE}^2 \right) T, \sigma_{RE} \sqrt{T} \right]$$

$$\Rightarrow V_E(T) = V_E(0) e^{\left( \mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2} \right) T + \sigma_{RE} (W(T) - W(0))} \quad (1.5)$$

Cette dernière équation nous donne la valeur de l'entreprise à la date  $T$  en fonction de sa valeur (connue) à la date initiale 0.

En introduisant  $Z$  variable aléatoire qui suit une loi  $N(0, 1)$ , telle que  $Z = (W(T) - W(0)) / \sqrt{T}$ , nous pouvons réécrire les équations (1.4) et (1.5) :

$$R_E[0, T] = \ln (V_E(T) / V_E(0)) = \left( \mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2} \right) T + \sigma_{RE} Z \sqrt{T} \quad (1.4bis)$$

↔

$$V_E(T) = V_E(0) e^{\left( \mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2} \right) T + \sigma_{RE} Z \sqrt{T}} \quad (1.5bis)$$

---

<sup>19</sup> Dans les différentes démonstrations il est montré cependant que pour arriver à cette équation, même si les  $\Delta t$  ne sont pas infinitésimales, il faut malgré tout qu'elles soient faibles (cf. Portait et Poncet, 2012, Hull 2007 etc.). La version en temps discret du modèle de Merton est donc plus « délicate » et doit être considérée avec prudence.

$$\rightarrow Z = \frac{\ln\left(\frac{V_E(T)}{V_E(0)}\right) - \left(\mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE} \sqrt{T}} \quad (1.6)$$

$Z$  peut alors s'interpréter comme une *rentabilité standardisée* entre 0 et  $T$  de l'actif de l'entreprise  $E$ .

La probabilité de défaut de l'entreprise  $E$  correspond à la probabilité que sa valeur devienne inférieure ou égale à la *valeur nominale de sa dette*, à l'horizon  $T$ , et s'écrit :

$$PD_E[0, T] = P(V_E(T) \leq V_D) \quad (2)$$

$\rightarrow$  Probabilité que l'entreprise  $E$  fasse défaut à l'horizon  $T$ , avec :

$V_E(T) \rightarrow$  valeur de l'entreprise  $E$  en  $T$  ;  $V_D \rightarrow$  valeur nominale de la dette de l'entreprise  $E$  (constante entre 0 et  $T$ ) qui correspond aussi au seuil de défaut (non standardisé).

Afin d'introduire la *rentabilité standardisée*, l'expression (2) de la probabilité de défaut peut être transformée comme suit :

$$PD_E[0, T] = P(\ln V_E(T) \leq \ln V_D) = P(\ln V_E(T) - \ln V_E(0) \leq \ln V_D - \ln V_E(0))$$

$$\rightarrow PD_E[0, T] = P\left(\frac{\ln V_E(T) - \ln V_E(0) - \left(\mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE} \sqrt{T}} \leq \frac{\ln V_D - \ln V_E(0) - \left(\mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE} \sqrt{T}}\right)$$

$$\rightarrow PD_E[0, T] = P\left(\frac{\ln\left(\frac{V_E(T)}{V_E(0)}\right) - \left(\mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE} \sqrt{T}} \leq -\frac{\ln\left(\frac{V_E(0)}{V_D}\right) + \left(\mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE} \sqrt{T}}\right)$$

$$\rightarrow PD_E[0, T] = P(Z_E \leq -DD_E), \quad (2.1)$$

$$\text{avec } Z_E \rightarrow N(0,1) ; DD_E = \frac{\ln\left(\frac{V_E(0)}{V_D}\right) + \left(\mu_{RE} - \frac{\sigma_{RE}^2}{2}\right)T}{\sigma_{RE} \sqrt{T}} \quad (2.2)$$

$\rightarrow$  « distance au défaut » ;  $-DD_E$  représente la *rentabilité standardisée* de l'actif de l'entreprise  $E$  au-dessous de laquelle l'entreprise  $E$  fait défaut ( $-DD_E = Z_E^D$ ) ;

$$PD_E[0, T] = N(-DD_E) \leftrightarrow -DD_E = N^{-1}(PD_E[0, T]), \quad (2.3)$$

avec  $N(\cdot) \rightarrow$  fonction de répartition de la loi normale centrée-réduite.

La distance au défaut  $DD$  :

- est spécifique à chaque entreprise ;
- dépend de la structure du bilan de l'entreprise (elle croît avec le ratio  $V_E(0) / V_D$ ) et de l'horizon  $T$  ;
- augmente avec l'espérance  $\mu$  et diminue avec la volatilité  $\sigma$  de la rentabilité de l'actif de l'entreprise ;
- est liée par la correspondance (2.3) à une probabilité de défaut (réciproquement, à chaque probabilité de défaut correspond une distance au défaut).

### 1.3. Modèle de base de *Gordy-Vasicek* pour le calcul du capital réglementaire en *IRB* (le modèle mono-factoriel qui donne la fonction *K*)

Le modèle granulaire à un facteur de *Gordy-Vasicek* (*Gordy, 2003* et *Vasicek, 2002*) est utilisé pour la quantification du risque de crédit et la détermination du capital minimum des banques dans l'approche *IRB* de *Bâle II* et *Bâle III*. Il s'agit d'un modèle *mono-factoriel DM* (*default mode*) statique qui s'applique à un portefeuille de créances (en principe) bien diversifié, comprenant ainsi un nombre  $N$  élevé de créances.

Dans *Gordy (2003)*, une distinction importante est faite entre la probabilité de défaut conditionnelle et la probabilité de défaut inconditionnelle. La *probabilité de défaut inconditionnelle* d'une contrepartie, notée  $PD$  (ou sa fréquence de défaut espérée), correspond à sa probabilité de défaut à un certain horizon, compte tenu de toute l'information observable au moment de son estimation. En revanche, la *probabilité de défaut conditionnelle* est la probabilité de défaut qu'on assignerait à cette contrepartie si on connaissait aussi quelle serait la valeur précise du/des facteur(s) de risque systématique à cet horizon<sup>20</sup>. La probabilité de défaut inconditionnelle correspond à la valeur moyenne des probabilités de défaut conditionnelles obtenues en considérant toutes les réalisations possibles du/des facteur(s) de risque systématique.

La *rentabilité standardisée* des actifs de l'émetteur de la  $i$ -ème créance,  $Z_i$ , est exprimée en fonction d'un seul et même indice gaussien  $I$  représentant la conjoncture globale (facteur unique de risque systématique), et d'un facteur de risque spécifique diversifiable  $\varepsilon_i$  qui est également gaussien. Elle se conforme à un modèle mono-factoriel diagonal qui s'écrit en deux versions dans la littérature : la première se référant au modèle de *Gordy (2003)* tandis que la deuxième au modèle de *Vasicek (2002)*. Nous présentons ci-dessous ces deux versions :

$$1^{\text{ième}} \text{ version : } Z_i = \rho_i I + \sqrt{1 - \rho_i^2} \varepsilon_i , \quad (3.1)$$

$$2^{\text{ième}} \text{ version : } Z_i = \sqrt{\rho_i} I + \sqrt{1 - \rho_i} \varepsilon_i , \quad (3.2)$$

où  $Z_i$ ,  $I$  et  $\varepsilon_i$  sont des variables gaussiennes standardisées ;  $\varepsilon_i$  est indépendante de  $I$  et de  $\varepsilon_j$  pour tout  $i \neq j$  ;  $Z_i$  représente la rentabilité standardisée de l'actif de l'émetteur du titre de créance  $i$  ;  $\rho_i$  (ou  $\sqrt{\rho_i}$  dans la 2<sup>ième</sup> version) représente l'exposition ou la sensibilité (supposée constante entre la date 0 et  $T$ <sup>21</sup>) de  $Z_i$  à la conjoncture globale  $I$ .

---

<sup>20</sup>Dans l'approche de *CreditRisk+* (un des deux approches fondatrices sur lequel se base le modèle de *Gordy, 2003*), la probabilité de défaut conditionnelle de la contrepartie  $i$  est spécifiée comme suit :  $PD_i(I) = PD_i(1 + \sum_{k=1}^K w_{ik} (I_k - 1))$ , avec  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_K \rightarrow$  facteurs de risque systématique indépendants qui suivent une loi de distribution Gamma avec moyennes 1 et variances  $\sigma_1, \dots, \sigma_K$  ;  $w_i \rightarrow$  vecteur des poids des facteurs avec somme dans  $[0,1]$ . Dans le cadre du modèle mono-factoriel (un seul facteur de risque systématique) cette relation se simplifierait de la façon suivante :  $PD_i(I) = PD_i(1 + w_i(I - 1))$ .

<sup>21</sup>Le fait de présumer  $\rho_i$  constante entre 0 et  $T$  constitue un (autre) point faible de ce modèle. En effet,  $\rho_i$  est susceptible de croître fortement en période de crise, comme cela a été le cas pendant la crise financière enclenchée en 2007-2008.



L'obtention de l'expression (3.1) (détaillée dans l'annexe 1) est basée sur le modèle de *Gordy (2003)*. Cependant, c'est l'expression (3.2), donnée par *Vasicek (2002)*, qui est retenue par le régulateur pour construire la fonction de calcul du capital réglementaire en *IRB (fonction K)*<sup>22</sup>.

De l'autre côté, dans le modèle de *Merton (1974)*, la probabilité de défaut de l'entreprise émettrice de la créance  $i$  correspond à la probabilité que la rentabilité standardisée de son actif total ( $Z_i$ ) devienne inférieure ou égale à sa *distance au défaut* ( $-DD_i$ ), à l'horizon  $T$  (habituellement 1 an dans la pratique) (cf. équations 2.1 et 2.3). À partir des équations (2.1) et (3.2) nous obtenons la probabilité de défaut de la contrepartie émettrice de la créance  $i$ , conditionnelle à la valeur particulière  $\bar{I}$  de l'indice de la conjoncture macro-économique :

$$PD(\bar{I})_i = P(\sqrt{\rho_i} I + \sqrt{1-\rho_i} \varepsilon_i \leq -DD_i \mid I = \bar{I}) \quad (4)$$

$$PD(\bar{I})_i = P\left(\varepsilon_i \leq -\frac{DD_i + \sqrt{\rho_i} \bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}} \mid I = \bar{I}\right) \quad (4.1)$$

$$PD(\bar{I})_i = N\left(-\frac{DD_i + \sqrt{\rho_i} \bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) \quad (4.2)$$

En rappelant par l'équation (2.3) que  $-DD_i = N^{-1}(PD_i)$ , la probabilité de défaut conditionnelle peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$PD(\bar{I})_i = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) \quad (4.3)$$

La variable aléatoire  $D$ , représentative du défaut, suit une *loi de Bernoulli* :

$$D = \begin{cases} 1 & \text{si } \sqrt{\rho_i} I + \sqrt{1-\rho_i} \varepsilon_i \leq -DD_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \text{ où } I \text{ signifie la réalisation de défaut et } 0 \text{ l'absence}$$

$$\text{de défaut} \iff D = 1_{\sqrt{\rho_i} I + \sqrt{1-\rho_i} \varepsilon_i \leq -DD_i}$$

Remarquons que  $1_{\sqrt{\rho_i} I + \sqrt{1-\rho_i} \varepsilon_i \leq -DD_i}$  est aléatoire en tant que fonction de deux variables aléatoires  $I$  et  $\varepsilon_i$ . Puisque les  $\varepsilon_i$  sont indépendants, les  $N$  variables aléatoires prises conditionnellement à  $\bar{I}$ ,  $1_{\sqrt{\rho_i} I + \sqrt{1-\rho_i} \varepsilon_i \leq -DD_i}$ , sont indépendantes et identiquement distribuées, d'espérance égale à :

---

<sup>22</sup>La racine de rho ne permet pas des valeurs négatives du rho. Cependant, cela semble convenable dans la pratique sachant que le coefficient rho est calculé avec une formule fixée par le régulateur (fonction R - cf. sous-section 2.4.1 de la Partie I). Cette formule génère uniquement des valeurs positives. Dans le cadre du modèle multifactoriel, nous remettons en cause cette méthodologie et proposons d'estimer les coefficients rho par des régressions linéaires (cf. chapitre 3 de cette partie), ce qui nécessite que les rhos ne soient pas sous la racine carrée.

$$\begin{aligned}
E\left(1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \mid I = \bar{I}\right) &= P(\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i \mid I = \bar{I}) = \\
P\left(\varepsilon_i \leq -\frac{DD_i + \sqrt{\rho_i}\bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}} \mid I = \bar{I}\right) &= N\left(-\frac{DD_i + \sqrt{\rho_i}\bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i}\bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) = PD(\bar{I})_i \quad (4.4)
\end{aligned}$$

La perte globale de crédit dans un portefeuille de  $N$  créances correspond à la somme de  $N$  variables  $L_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i}$  indépendantes conditionnellement à  $\bar{I}$ , où  $L_i = EAD_i * LGD_i$ , correspond à la perte subie (supposée connue) par la banque sur le titre de créance  $i$  en cas de défaut de son émetteur durant l'année. La perte globale de crédit du portefeuille  $P$  s'écrit alors :

$$L_P = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \quad (5)$$

D'après la *loi des grands nombres*,  $L_P$  est asymptotiquement égale à son espérance conditionnelle  $EL_P(I)$  pour un portefeuille bien diversifié ( $N$  grand avec aucun actif  $i$  dominant – cf. les hypothèses et les propositions du modèle de *Gordy (2003)*).

Nous supposons que l'exposition  $EAD$  sur chaque titre de créance  $i$  dans le portefeuille  $P$  est petite par rapport à l'exposition globale du portefeuille, et connue. Nous supposons aussi que les événements de défauts des créances au sein du portefeuille sont indépendants conditionnellement à la valeur  $\bar{I}$  de l'indice de la conjoncture (cf. *Gordy, 2003 et Vasicek, 2002*). Enfin, nous supposons, dans un premier temps, que les créances ont la même probabilité de défaut inconditionnelle  $PD$  et la même sensibilité  $\sqrt{\rho}$  à la conjoncture (cf. *Vasicek, 2002*). Par conséquent, les probabilités de défaut conditionnelles des créances au sein du portefeuille  $P$  sont identiques. Dans ce premier temps, nous supposons que les créances ont la même perte en cas de défaut  $LGD$  et la même exposition  $EAD$ . Avec ces suppositions, la convergence entre la perte de crédit pour  $I$  unité d'exposition et son espérance conditionnelle s'écrit avec l'expression faible de la loi des grands nombres qui est la suivante :

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N LGD_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \\
&\xrightarrow{N \rightarrow \infty} LGD * E\left(1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \mid I = \bar{I}\right) = LGD * PD(\bar{I}) \quad (5.1)
\end{aligned}$$

où  $PD(\bar{I}) = P(L_i = EAD * LGD \mid \bar{I})$  correspond à la probabilité de défaut de l'émetteur d'une créance quelconque  $i$  dans le portefeuille, conditionnelle à la valeur  $\bar{I}$  du facteur de risque commun (correspondant à l'indice de la conjoncture macro-économique).  $LGD * PD(\bar{I})$  correspond à l'espérance de la perte de crédit conditionnelle à  $\bar{I}$ , pour  $I$  unité d'exposition (1 Euro par exemple) sur le portefeuille  $P$  ; ou encore, à l'espérance conditionnelle du ratio de perte de crédit du portefeuille  $P$ .

Si le portefeuille  $P$  est composé de  $N$  créances de  $I$  Euro chacune, la convergence de la perte de crédit globale du portefeuille vers son espérance conditionnelle se représente :

$$L_P = \sum_{i=1}^N LGD_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} EL_P(\bar{I}) = N * LGD * PD(\bar{I}) \quad (5.2)$$

Dans *Gordy (2003)* les actifs dans le portefeuille peuvent avoir des probabilités de défaut inconditionnelles  $PD_i$  différentes, des pertes en cas de défaut  $LGD_i$  différentes et des expositions  $EAD_i$  différentes. Par ailleurs, dans cet article il n'y a pas d'hypothèse d'égalité des sensibilités  $\rho_i$ . En effet, *Gordy (2003)* propose l'expression forte de la loi des grands nombres, par conséquent, il n'y a pas besoin de faire une hypothèse sur l'égalité des paramètres de risque de crédit ( $EAD_i, PD_i, LGD_i, \rho_i$ ). En suivant le modèle de *Gordy (2003)*, nous pouvons alors écrire la convergence de la perte de crédit pour 1 unité d'exposition vers son espérance conditionnelle, comme suit :

$$\sum_{i=1}^N \frac{EAD_i}{\sum_{i=1}^N EAD_i} * LGD_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^N EAD_i * E\left(LGD_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \mid I = \bar{I}\right)}{\sum_{i=1}^N EAD_i} \quad (5.3)$$

Pour un portefeuille  $P$  diversifié composé de  $N$  expositions, avec  $N$  qui tend vers l'infini, l'espérance conditionnelle de son ratio de perte s'exprime de façon identique à l'espérance conditionnelle de la perte pour 1 unité d'exposition sur ce portefeuille :

$$ELR_P(\bar{I}) = \frac{\sum_{i=1}^N EAD_i * E\left(LGD_i * 1_{\sqrt{\rho_i}I + \sqrt{1-\rho_i}\varepsilon_i \leq -DD_i} \mid I = \bar{I}\right)}{\sum_{i=1}^N EAD_i},$$

$$\text{avec } N \rightarrow +\infty \quad (5.4)$$

À partir de cette expression et de l'expression (4.4) nous pouvons aussi écrire :

$$ELR_P(\bar{I}) = \frac{\sum_{i=1}^N EAD_i * (LGD_i * PD(\bar{I})_i)}{\sum_{i=1}^N EAD_i} = \overline{LGD * PD(\bar{I})}, \quad (5.5)$$

avec  $\overline{LGD * PD(\bar{I})}$  correspondant à la moyenne des produits  $LGD_i * PD(\bar{I})_i$  pondérée par les expositions  $EAD_i$ .

À partir de là, nous pouvons évaluer la perte de crédit en montant de ce portefeuille  $P$  composé de  $N$  créances :

$$L_P \approx E[L_P | (\bar{I})] = EL_P(\bar{I}) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * PD(\bar{I})_i \quad (5.6)$$

$$L_P \approx EL_P(\bar{I}) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * N \left( \frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} \bar{I}}{\sqrt{1-\rho_i}} \right) \quad (5.7)$$

Dans le cas où  $I$  est inconnu, il peut être considéré comme une *variable aléatoire* qui suit une *loi normale centrée réduite*. En outre,  $I$  étant une gaussienne standard, son  $(1-p)$ -quantile est égal à  $\bar{I}_{1-p}$ , tel que :

$$P(I \leq \bar{I}_{1-p}) = 1-p \iff \bar{I}_{1-p} = N^{-1}(1-p) \quad (6.1)$$

→ la conjoncture la plus défavorable au seuil de probabilité de  $1-p$  ( $1-p = 0.1\%$  par exemple)

Le  $p$ -quantile de la perte de crédit du portefeuille  $P$ , noté  $\bar{L}_{p_p}$  c'est-à-dire la *Credit-VaR* calculée au seuil de probabilité  $p$  ( $p = 99.9\%$  par exemple) et à l'horizon d'un an, correspond au niveau de la perte tel qu'on ait une probabilité  $p$  de ne pas le dépasser. Si le portefeuille  $P$  est bien diversifié, si  $L_P$  et  $I$  suivent tous les deux une loi normale (centrée-réduite) et si  $I$  est identifié à partir du taux de croissance du PIB du pays ou de la zone économique de la contrepartie, alors, suivant le modèle de *Gordy (2003)*, le  $p$ -quantile de la perte est obtenu pour le  $(1-p)$ -quantile du facteur de risque commun <sup>23</sup> :

$$\bar{L}_{p_p} = \text{Credit\_VaR}_{L_P}(p, 1an) \approx (E(L_P|I))_p = E(L_P|\bar{I}_{1-p}) = EL_P(\bar{I}_{1-p}) \quad (6.2)$$

Par ailleurs :

$$P(L_P > \bar{L}_{p_p}) \approx P(L_P > (E(L_P|I))_p) = P(I \leq \bar{I}_{1-p}) = N(\bar{I}_{1-p}) = N[N^{-1}(1-p)] = 1 - p ;$$

$$P(L_P \leq \bar{L}_{p_p}) \approx P(L_P \leq (E(L_P|I))_p) = P(I > \bar{I}_{1-p}) = 1 - P(I \leq \bar{I}_{1-p}) = 1 - N(\bar{I}_{1-p}) = 1 - N(N^{-1}(1-p)) = 1 - (1-p) = p ;$$

$$P(L_P = \bar{L}_{p_p}) \approx P(I = \bar{I}_{1-p}), \text{ avec } \bar{I}_{1-p} = N^{-1}(1-p) = -N^{-1}(p) \quad (6.3)$$

La *Credit-VaR* du portefeuille  $P$  composé de  $N$  titres de créances, s'écrit alors :

$$\text{Credit\_VaR}_{L_P}(p, 1an) \approx EL_P(\bar{I}_{1-p}) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * PD(\bar{I}_{1-p})_i \quad (7.1)$$

avec  $PD(\bar{I}_{1-p})_i = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) - \sqrt{\rho_i} N^{-1}(1-p)}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) = N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) \rightarrow$  probabilité de défaut de l'émetteur de la créance  $i$ , conditionnelle à la conjoncture macro-économique la plus défavorable au seuil de probabilité  $1-p$  ( $p$  fixé à  $99.9\%$  par le Comité de Bâle II et III). Nous rappelons que  $\bar{I}_{1-p} = N^{-1}(1-p) = -N^{-1}(p)$ .

$$\text{Credit\_VaR}_{L_P}(p, 1an) \approx EL_P(\bar{I}_{1-p}) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * N\left(\frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) \quad (7.2)$$

### Remarques :

*Remarque 1 :* Dans la réalité, les pertes en cas de défaut, les probabilités de défaut inconditionnelles et les sensibilités des différents titres de créances au sein d'un même portefeuille ne sont pas (exactement) identiques. Le modèle de *Gordy (2003)* est donc plus

<sup>23</sup> Dans le modèle de *Gordy (2003)*, le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle de crédit est obtenu globalement pour le  $p$ -quantile du facteur de risque systématique (et pas pour le  $(1-p)$ -quantile). Dans ce modèle, il n'est pas précisé à partir de quelle variable macro-économique ce facteur de risque est identifié. De plus, la monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et le facteur de risque commun n'est assurée que localement : autour du  $p$ -quantile. Le facteur de risque peut d'ailleurs être discontinu.

réaliste que celui de Vasicek (2002). Il serait logique de penser que certaines contreparties peuvent être particulièrement dépendantes de la conjoncture tandis que d'autres plutôt dépendantes de facteurs propres à leur activité, ce qui doit influencer leur probabilité de défaut inconditionnelle  $PD_i$  estimée et, par conséquent, leur probabilité de défaut conditionnelle  $PD(\bar{I})_i$  calculée.

À notre point de vue, la probabilité de défaut inconditionnelle d'une contrepartie doit refléter, d'une part le risque systématique de défaut évalué à travers les différents scénarios observés/connus du facteur de risque commun, d'autre part le risque spécifique de défaut dû à des facteurs propres à cette contrepartie. Ce qui peut la rendre différente d'une contrepartie à l'autre au sein d'un même portefeuille. Cependant, lorsque le portefeuille est diversifié, la probabilité de défaut inconditionnelle moyenne dans le portefeuille (ou le taux de défaut espéré inconditionnel du portefeuille) reflète principalement la partie systématique du risque car la plupart des contreparties sont censées dépendre principalement du facteur de risque commun ; le risque spécifique se dissipe alors dans le portefeuille. Dans la probabilité de défaut conditionnelle, le risque systématique se compose d'une partie représentant la réalisation précise de ce risque (via le facteur de risque systématique) et d'une autre partie représentant la valeur « moyenne » de ce risque (via la probabilité de défaut inconditionnelle). Le risque spécifique, ne peut alors être incorporé qu'à travers la probabilité de défaut inconditionnelle. Lorsque le portefeuille est diversifié, la probabilité de défaut conditionnelle moyenne dans le portefeuille (ou le taux de défaut espéré conditionnel du portefeuille) reflète alors principalement le risque systématique.

La fonction de la *perte attendue* qui est utilisée en pratique dans les banques tient compte des estimations des paramètres  $PD_i$  et (éventuellement)  $LGD_i$  faites par les modèles internes, pour chaque contrepartie émettrice d'un titre (de créance)  $i$  et (éventuellement) pour chaque type de créance ou d'actif en général. Le modèle utilisé pour estimer ces paramètres est crucial : un modèle pertinent doit tenir compte du degré de dépendance de la contrepartie à la conjoncture, notamment donner plus de poids au risque systématique lorsque la contrepartie est (très) cyclique ou donner plus de poids au risque spécifique lorsque cette contrepartie n'est pas (très) cyclique. L'étude détaillée des modèles d'estimation de la probabilité de défaut inconditionnelle et de la perte en cas de défaut n'est pas l'objectif principal de notre thèse ; cependant, une compréhension claire et profonde de ces paramètres de risque, particulièrement de la probabilité de défaut inconditionnelle, est importante pour l'analyse des stress tests macro-prudentiels et pour la construction de notre modèle de stress test pour les portefeuilles de crédit concentrés que nous exposons dans le chapitre suivant.

*Remarque 2 :* Dans ce modèle asymptotiquement granulaire à un facteur de risque systématique, la *Credit-VaR* d'un titre de créance  $i$  ne dépend que des caractéristiques propres à ce titre et non des caractéristiques du portefeuille qui le contient (propriété de l'invariance au portefeuille). La contribution marginale du titre de créance  $i$  à la *Credit-VaR* du portefeuille ne dépend donc pas des autres titres dans le portefeuille. La *Credit-VaR* du portefeuille peut alors être obtenue par simple agrégation des *Credit-VaR* individuelles. En revanche, lorsque le portefeuille n'est pas diversifié, la contribution marginale de chaque titre

de créance  $i$  sur la *Credit-VaR* du portefeuille dépendra aussi des autres titres du portefeuille. [cf. Gordy, 2003].

La granularité du portefeuille permet que le taux de défaut (réel) du portefeuille s'approche de la probabilité de défaut (conditionnelle) moyenne des créances qui le composent (ou de la probabilité de défaut (conditionnelle) d'une seule créance si les créances ont les mêmes probabilités de défaut inconditionnelles et les mêmes sensibilités à la conjoncture).

*Remarque 3 :* Dans la formule donnée par le régulateur, la perte attendue ( $EL$ ) se calcule en prenant la probabilité de défaut inconditionnelle de l'émetteur de la créance  $i$  ( $PD_i$ ) au lieu de sa probabilité de défaut conditionnelle  $PD(\bar{I})_i$  (cf. sous-section 2.3.4 de la Partie I). Notre explication est la suivante : la perte espérée inconditionnelle peut être obtenue approximativement à partir d'une valeur « moyenne » de la conjoncture qui correspond à une probabilité de la dépasser de 50% et qui donne un quantile de 0 dans la loi normale centrée réduite ( $P(I \leq 0) = 50\% \rightarrow I_{50\%} = 0$ ). Pour une valeur  $\bar{I}_{50\%} = 0$ , l'équation (5.7) de la perte espérée conditionnelle devient :

$$EL(\bar{I}_{50\%})_i = EAD_i * LGD_i * N\left(\frac{N^{-1}(PD_i)}{\sqrt{1-\rho_i}}\right)$$

Comme on l'a déjà vu dans la sous-section 2.4.1 de la Partie I, le  $\rho$  calculée avec la formule du régulateur (*fonction R*) prend des valeurs entre 12% et 24% dans le cas de la clientèle de gros. Pour la valeur minimale  $\rho_i = 12\%$ , le dénominateur de  $N(.)$  dans l'expression ci-dessus devient 0.94 ; l'expression de la probabilité de défaut conditionnelle devient alors :

$$PD(I_{50\%})_i = N(N^{-1}(PD_i)/0.94) \approx N(N^{-1}(PD_i)) = PD_i$$

Pour la valeur maximale  $\rho_i = 24\%$ , la valeur du dénominateur de  $N(.)$  devient 0.87, donc toujours pas très loin de la valeur 1 ;  $PD(I_{50\%})_i$  reste proche de  $PD_i$ . Nous pouvons conclure que la probabilité de défaut conditionnelle s'approche de la probabilité de défaut inconditionnelle lorsque la conjoncture se situe à sa valeur moyenne, ce qui correspond, à peu près, à la définition de la probabilité de défaut inconditionnelle comme moyenne des probabilités de défaut conditionnelles obtenues à travers les différents états de nature de la conjoncture.

*Remarque 4 :* Dans l'expression du quantile de la perte espérée conditionnelle servant à approximer la *Crédit-VaR*, la probabilité de défaut conditionnelle est obtenue pour une valeur de l'indice de la conjoncture  $I = \bar{I}_{1-p}$ . Pour des valeurs de  $\bar{I}_{1-p}$  suffisamment négatives (seuils de confiance  $p$  élevés qui sont ceux choisis par le régulateur) la probabilité de défaut conditionnelle  $PD(\bar{I}_{1-p})_i$  est supérieure à la probabilité de défaut inconditionnelle  $PD_i$ . Cette probabilité de défaut conditionnelle s'interprète comme une *probabilité de défaut majorée* correspondant à une *conjoncture défavorable*  $\bar{I}_{1-p}$ . Par ailleurs,  $\rho_i$  peut augmenter en période de crise. Une mesure de prudence consisterait à lui affecter une valeur censée correspondre à la conjoncture défavorable  $\bar{I}_{1-p}$ .

Le régulateur (cadre de *Bâle II* et *Bâle III*) a proposé aux banques d'appliquer le modèle mono-factoriel asymptotiquement granulaire aux portefeuilles de crédit bien diversifiés, avec quelques modifications :

- Le coefficient  $\rho$  est fixé en fonction de la probabilité de défaut  $PD$ , de la taille de la contrepartie et du secteur principal de son activité (cf. *fonction R* – sous-section 2.4.1 de la Partie I). Par ailleurs,  $\rho$  est borné entre 12% et 24% sous *Bâle II* et entre 12% et  $1.25*24\%$  sous *Bâle III*.
- Le seuil de probabilité  $p$  a été défini à 99.9% par le *Comité de Bâle II* et *Bâle III*.
- Le paramètre *Maturité Ajustée*  $M_{Adj}$  a été ajouté dans la fonction, pour prendre en compte les dépréciations induites par la détérioration entre 0 et  $T$  des signatures des créances encore en vie en  $T$ , c'est-à-dire celles dont la maturité est supérieure à  $T$  ( $T = 1an$  en pratique), consistant à majorer la *Credit-VaR* de chaque créance  $i$ . La maturité ajustée est exprimée comme une fonction de la maturité effective  $M$  et de la probabilité de défaut de la créance (cf. sous-section 2.4.1).

Comme nous l'avons vu dans la sous-section 2.3.4 de la Partie I, la perte inattendue d'un portefeuille de créances s'exprime comme une perte au-delà de la perte moyenne, donc par la différence entre la *Credit-VaR* et la *perte attendue*. Lorsque le portefeuille de crédit est bien diversifié et qu'il y a une seule source du risque systématique, la perte inattendue peut alors s'approximer par la différence entre la perte espérée conditionnelle au quantile de  $1-p$  du facteur de risque  $I$ , et la perte espérée inconditionnelle :

$$UL_P = Credit-VaR_{LP}(p, 1an) - EL_P \approx E[L_P | (\bar{I}_{1-p})] - EL_P = UL_P \text{ estimée}, \quad (8)$$

avec  $EL_P \approx \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * PD_i$  car  $PD_i \approx PD(I)_i$  lorsque  $I = \bar{I}_{50\%} = 0$ .

Comme la perte inattendue estimée est calculée pour un quantile de  $1-p$  du facteur de risque  $I$ , nous allons maintenant la noter «  $UL_P(\bar{I}_{1-p})$  ».

En ajoutant le paramètre  $M_{Adj}$  dans la formule de base, la perte inattendue se calcule alors comme suit :

$$UL_P(\bar{I}_{1-p}) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * PD(\bar{I}_{1-p})_i * M_{Adj_i} - \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * PD_i * M_{Adj_i} \quad (8.1)$$

$$UL_P(\bar{I}_{1-p}) = \sum_{i=1}^N \{ LGD_i * N \left( \frac{N^{-1}(PD_i) + \sqrt{\rho_i} N^{-1}(p)}{\sqrt{1-\rho_i}} \right) - LGD_i * PD_i \} * EAD_i * M_{Adj_i} \quad (8.2)$$

→ *fonction de calcul du Capital Réglementaire (appelée fonction K) définie par le Comité de Bâle II et utilisée actuellement dans les banques pour un portefeuille de crédit composé de N-titres de créances. Cette fonction est additive (hypothèse de l'invariance au portefeuille) mais elle est pertinente uniquement si le portefeuille est bien diversifié et qu'il y a une seule source de risque systématique, hypothèses que nous remettons en cause. Elle ne contient pas le facteur multiplicatif (1.06) ajouté à la fin de la réforme de Bâle II.*

## Chapitre 2. Risque de concentration et simulation des stress-tests sur les grosses expositions de crédit

### 2.1. Généralités sur le risque de concentration et présentation de la méthodologie de notre modèle consistant à comparer un stress test spécifique, à un stress test « macro », pour les portefeuilles de crédit concentrés

Comme nous l'avons mentionné au début de cette 2<sup>ème</sup> partie, l'une des hypothèses fondamentales du modèle asymptotique de *Gordy-Vasicek* est la granularité du portefeuille de crédit (i.e. le nombre des expositions est élevé, par conséquent, aucune exposition n'est dominante par rapport à l'ensemble). Or, en réalité, les portefeuilles bancaires peuvent être non-granulaires, voire concentrés, ce qui implique que le montant des pertes de crédit réalisées dans le portefeuille ne converge pas vers son espérance conditionnelle (il peut être nettement supérieur lors de la réalisation de l'(des) évènement(s) de défaut). La fonction d'évaluation des fonds propres réglementaires (*fonction K*) devient par conséquent non-pertinente pour évaluer la perte réalisée au-delà de la perte attendue.

En effet, lorsqu'un portefeuille est concentré sur une ou quelques grosses contreparties, cela donne lieu à un risque spécifique non dissipé, dû à des pertes de crédit qui ne seront pas disséminées en cas de défaut de la (des) contrepartie(s) en question. C'est-à-dire que les pertes de crédit réelles dans le portefeuille concentré vont très probablement dépasser leur niveau espéré si l'(les) évènement(s) de défaut se produit (produisent). En outre, la santé financière d'une contrepartie pourrait être peu ou non dépendante, voire dépendante négativement, de la conjoncture macro-économique si cette contrepartie a une activité peu ou non cyclique, voire contra-cyclique<sup>24</sup>. À notre point de vue, cette sensibilité faible ou nulle, voire négative, à la conjoncture doit se refléter dans la modélisation de la *probabilité de défaut inconditionnelle PD* de la contrepartie, notamment par un poids relativement faible du risque systématique l'impactant et par un poids relativement fort de son risque spécifique.

Notre raisonnement est compatible avec l'étude de *Schwaab, Koopman et Lucas (2016)*, selon laquelle uniquement 39 à 51% du risque de défaut global serait systématique (en incluant aussi les variables spécifiques industrielles/sectorielles), le reste serait du risque spécifique. Les résultats des stress tests macro-prudentiels sur le *RWA* (et donc sur le capital réglementaire) seraient alors peu pertinents pour les portefeuilles non diversifiés, particulièrement si ces portefeuilles sont concentrés sur des contreparties qui ont une activité peu ou non cyclique, voire contracyclique, car ces stress-tests consistent à choquer le contexte macro-économique et laisser le soin aux banques de « traduire » l'impact du scénario de choc en variation (à la hausse) des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD* (paramètres à travers le cycle lors des stress tests sur le capital réglementaire).

---

<sup>24</sup>Dans le modèle de *Gordy (2003)* le risque spécifique est associé principalement à l'incertitude sur le taux de recouvrement, et donc à la *LGD*, lorsque la contrepartie fait défaut. Les portefeuilles de crédit non-granulaires font l'objet d'un ajustement de granularité dans *Gordy (2003)* et dans *Gordy et Marrone (2010)*. Dans notre modèle nous associons le risque spécifique à la probabilité de défaut inconditionnelle et l'incorporons à travers d'une majoration de cette dernière.



Nous soulignons également le fait que dans le modèle de base de Gordy (2003), la *PD* correspond à une *probabilité de défaut inconditionnelle aux facteurs de risque systématique*, ce qui est théoriquement en contradiction avec la répercussion des *chocs macroéconomiques déterministes* (i.e. scénario de stress donné par le régulateur pour chaque variable macroéconomique) sur ce paramètre (point réexaminé dans le chapitre suivant), sauf si le scénario de stress sur la période à venir est jugé comme suffisamment probable pour pouvoir influencer l'estimation normale de la *PD*.

Pour ces raisons, nous estimons que dans le cas des portefeuilles concentrés sur des contreparties peu ou non cycliques, voire contracycliques, les *stress tests spécifiques* seraient plus pertinents que les *stress tests macro-prudentiels* imposés par le régulateur, car ils permettent d'avoir une évaluation du *risque spécifique de crédit* présent dans ces portefeuilles. Pour vérifier notre hypothèse, nous avons construit un modèle qui consiste à simuler un *choc « macro »* sur un portefeuille de créances et à comparer les résultats (en termes de probabilité de défaut inconditionnelle, de perte attendue et inattendue) à ceux obtenus suite à un *choc « spécifique »*. Le portefeuille est composé d'une partie concentrée et d'une partie granulaire (i.e. diversifiée). Pour simplifier, nous supposons que la partie concentrée du portefeuille est composée d'une grosse exposition sur une seule contrepartie *E*.

Le *choc macro* est caractérisé par une chute brutale de la rentabilité espérée du marché boursier qui est répercutée, d'une part sur la rentabilité espérée de l'actif de la contrepartie *E*, d'autre part sur la rentabilité espérée des actifs des contreparties impliquées dans la partie granulaire de ce portefeuille. Le choc est simulé pour différents niveaux de sensibilité de l'actif de la contrepartie *E* à la « conjoncture » (représentés par les coefficients *bêtas*) et pour différentes répartitions du portefeuille entre la partie concentrée et la partie granulaire. La rentabilité espérée globale des contreparties de la partie granulaire a, par définition, une sensibilité parfaite à la conjoncture. Pour pouvoir mettre en évidence les inconvénients des stress tests macro-prudentiels, nous suivons la même logique que le régulateur (qui est donc incorrecte à notre point de vue), c'est-à-dire répercuter le choc « macro » sur la *probabilité de défaut inconditionnelle* de la contrepartie *E*, notée  $PD_E$ , et sur la *probabilité de défaut inconditionnelle « moyenne »* de la partie granulaire du portefeuille, notée  $PD_G$ . À partir des *PD stressées*, nous calculons une *perte attendue stressée* et une *perte inattendue stressée* par rapport au *risque systématique*, sur chacune des parties du portefeuille (concentrée et granulaire) ainsi qu'au niveau portefeuille ( $EL_{E\_stressée\_syst}$ ,  $UL_{E\_stressée\_syst}$ ,  $EL_{G\_stressée\_syst}$ ,  $UL_{G\_stressée\_syst}$ ,  $EL_{P\_stressée\_syst}$ ,  $UL_{P\_stressée\_syst}$ ), en utilisant les formules de *EL* et de *UL* données par *Bâle II* et utilisées actuellement dans les banques.

Le *choc spécifique* est simulé uniquement sur la partie concentrée du portefeuille car dans la partie diversifiée le risque spécifique est éliminé par définition. Ce choc est caractérisé par une chute brutale de la rentabilité espérée de l'actif de la contrepartie *E* (uniquement) – l'exposition sur laquelle constitue la partie concentrée du portefeuille. Nous avons pris différents niveaux de concentration du portefeuille vis-à-vis de cette contrepartie. Le choc spécifique ne dépend pas de l'état de la conjoncture. Notre modèle de stress test spécifique consiste à répercuter ce *choc spécifique* sur la *probabilité de défaut inconditionnelle* de la contrepartie *E*, notée  $PD_E$ . En effet, comme nous l'avons déjà dit plus haut, nous pensons que

ce paramètre doit être en mesure de refléter aussi le risque spécifique d'une contrepartie. Par ailleurs, la répercussion d'un choc spécifique sur la probabilité de défaut inconditionnelle ne semble pas être « gênante » puisque l'« inconditionnalité » de la probabilité de défaut est liée à la non-dépendance d'une réalisation précise du facteur de risque systématique (cf. Gordy, 2003). Nous estimons alors la *probabilité de défaut stressée de la contrepartie E par rapport à son risque spécifique* ( $PD_{E\_stressée\_spéc}$ ) et supposons les autres paramètres ( $EAD_E$ ,  $LGDE$ ,  $M_E$ ) connus et non-stochastiques. Nous calculons ensuite une *perte attendue stressée* et une *perte inattendue stressée* par rapport au *risque spécifique*, sur la partie concentrée du portefeuille ainsi qu'au niveau portefeuille ( $EL_{E\_stressée\_spéc}$ ,  $UL_{E\_stressée\_spéc}$ ,  $ELP_{stressée\_spéc}$ ,  $ULP_{stressée\_spéc}$ ). Comme la partie diversifiée du portefeuille n'est pas impactée par le choc spécifique, la perte attendue et la perte inattendue restent inchangées pour cette partie, suite à ce choc spécifique.

Dans le cadre de la modélisation du *stress test « macro »*, nous faisons référence au modèle *CAPM* pour faire le lien entre l'évolution de la « conjoncture » (ici dégradation) et celle de la rentabilité espérée de l'actif des contreparties du portefeuille, ensuite à l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)* pour « traduire » l'évolution de cette rentabilité espérée en changement de la probabilité de défaut de ces contreparties. Dans le cadre de la modélisation du *stress test spécifique* nous utilisons uniquement l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)* pour évaluer la *probabilité de défaut stressée* de la contrepartie *E* car le choc est simulé directement sur la rentabilité espérée de l'actif de cette contrepartie, l'exposition sur laquelle représente la partie concentrée du portefeuille. Différentes études telles que *Camara, Popova et Simkins (2012)* ont montré que les modèles structurels à la *Merton* (tels que *KMV*) sont des modèles de prévision de défauts relativement pertinents, notamment plus réactifs que les modèles faisant appel aux systèmes de rating proposés par les agences de notation. Nous ajoutons que les modèles structurels permettent aussi de tenir compte des facteurs spécifiques à une contrepartie qui impactent directement la valeur de son actif.

Bien que la perte réelle qui sera réalisée dans ce portefeuille concentré ne converge (toujours) pas vers son espérance conditionnelle, la prise en compte d'un choc spécifique en plus du choc macro-économique, va tout de même donner une vision plus complète du risque de crédit. Le stress test spécifique permet ainsi un certain ajustement de granularité car il tient compte des pertes potentielles dues à des causes propres à la (aux) contrepartie(s) et qui ne sont pas dissipées à cause de la concentration du portefeuille de crédit en question.

Les résultats du modèle sont discutés à la fin de la section suivante et dans la conclusion de la thèse.

## **2.2. Étude d'impact de notre modèle de stress test spécifique et comparaison avec un stress test « macro » similaire à celui imposé par le régulateur**

Nous considérons un portefeuille bancaire de crédit composé de deux parties : la partie granulaire (correspondant au « portefeuille de marché ») et la partie concentrée. Pour simplifier, nous avons supposé que la partie concentrée est constituée d'une exposition sur

une seule contrepartie, l'entreprise  $E$  qui est une entreprise financière (son actif est composé principalement d'investissements sur les marchés financiers, pas forcément diversifiés). Nous prenons quatre cas de figure représentant la part de la partie concentrée dans ce portefeuille : 25%, 50%, 75% et 100%. L'actif de la contrepartie en question (l'entreprise  $E$ ) peut avoir différentes sensibilités à la « conjoncture » ; nous considérons les cas suivants :

- sensibilité parfaite positive à la « conjoncture » ;
- sensibilité « forte » positive à la « conjoncture » ;
- sensibilité « moyenne » positive à la « conjoncture » ;
- sensibilité « faible » positive à la « conjoncture » ;
- pas de sensibilité à la « conjoncture » ;
- sensibilité « faible » négative à la « conjoncture » ;
- sensibilité « moyenne » négative à la « conjoncture » ;
- sensibilité « forte » négative à la « conjoncture » ;
- sensibilité parfaite négative à la « conjoncture ».

En faisant l'hypothèse forte que l'indice du marché boursier de la place est, à moyen terme, un bon représentatif de la conjoncture<sup>25</sup> et particulièrement pour cette entreprise financière, nous présentons ces différentes sensibilités à l'indice boursier par les coefficients bêtas :

$\beta_{E,M} = 1$  (sensibilité parfaite positive) ;  $\beta_{E,M} = 0.75$  (sensibilité « forte » positive) ;  $\beta_{E,M} = 0.5$  (sensibilité « moyenne » positive) ;  $\beta_{E,M} = 0.25$  (sensibilité « faible » positive) ;  $\beta_{E,M} = 0$  (pas de sensibilité) ;  $\beta_{E,M} = -0.25$  (sensibilité « faible » négative) ;  $\beta_{E,M} = -0.5$  (sensibilité « moyenne » négative) ;  $\beta_{E,M} = -0.75$  (sensibilité « forte » négative) ;  $\beta_{E,M} = -1$  (sensibilité parfaite négative).

La partie granulaire (i.e. diversifiée) du portefeuille a, par définition, une sensibilité parfaite au marché boursier, ce qui se traduit par un bêta unitaire :  $\beta_{G,M} = \beta_{M,M} = 1$ .

Le modèle d'évaluation des actifs financiers (*Capital Asset Pricing Model : CAPM*)<sup>26</sup> nous permet d'évaluer la rentabilité d'un titre ou portefeuille à partir de la rentabilité du marché boursier (i.e. rentabilité de l'indice) et de la sensibilité de ce titre ou portefeuille à l'évolution de ce marché (*bêta du titre* ou *bêta du portefeuille*). Nous pouvons utiliser ce même raisonnement pour l'actif de l'entreprise  $E$ , en le considérant comme un portefeuille non diversifié de différents actifs plus ou moins sensibles à la conjoncture (ici à l'indice boursier). Sa rentabilité espérée entre  $0$  et  $T$  peut alors s'exprimer :

---

<sup>25</sup> L'hypothèse que l'indice boursier est un bon indicateur de la conjoncture est contestable et fait débat au sein des économistes. En théorie, dans une économie fermée et à un horizon de temps de moyen à long-terme, l'évolution du marché boursier est censée correspondre à l'évolution de la conjoncture (i.e. croissance économique). Cela s'explique par le fait que les profits des entreprises augmentent quand il y a croissance économique et vice-versa. Cependant, de nombreux exemples ont montré que l'évolution de la conjoncture et celle de l'indice boursier peuvent diverger. Cette divergence peut être causée par plusieurs facteurs, tels que les anticipations de court-terme et le comportement irrationnel des investisseurs dans les marchés financiers (création ou éclatement de bulles), la globalisation (marchés impactés par des nouvelles dans d'autres zones géographiques), des politiques monétaires qui ont plus d'impact sur le marché d'actifs que sur l'économie réelle etc.

$$R_{E[0,T]} = \Delta V_E / V_E \approx \ln(V_E(T) / V_E(0)) \approx R_{f[0,T]} + \beta_{E,M}[R_{M[0,T]} - R_{f[0,T]}] + \varepsilon_E,$$

avec  $V_E(0) \rightarrow$  valeur de l'actif (total) de l'entreprise  $E$  en  $t=0$  ;  $V_E(T) \rightarrow$  valeur de l'actif

$$(total) de l'entreprise  $E$  en  $t=T$  ;  $\beta_{E,M} = \frac{\text{Cov}(R_{E[0,T]}, R_{M[0,T]})}{\sigma_{R_{M[0,T]}}^2} = \frac{\sigma_{R_{E[0,T]}} \sigma_{R_{M[0,T]}} \rho_{R_{E[0,T]}, R_{M[0,T]}}}{\sigma_{R_{M[0,T]}}^2} \rightarrow$$$

sensibilité de l'actif de l'entreprise  $E$  par rapport à l'évolution de l'indice de marché ;  $R_{f[0,T]} \rightarrow$  taux sans risque entre 0 et  $T$  (supposé connu) ;  $R_{M[0,T]} \rightarrow$  rentabilité de marché entre 0 et  $T$  ;  $\varepsilon_E \rightarrow$  résidu pouvant s'interpréter comme un choc spécifique sur l'actif de l'entreprise  $E$ .

En espérance, il n'y a pas de choc spécifique ( $E(\varepsilon_E) = 0$  par définition car  $\varepsilon_E \rightarrow N(0, 1)$ ) :

$$E[R_{E[0,T]}] = \mu(R_{E[0,T]}) = R_{f[0,T]} + \beta_{E,M}[E[R_{M[0,T]}] - R_{f[0,T]}] \quad (9.1)$$

La variance de la rentabilité de l'actif de l'entreprise  $E$  entre 0 et  $T$  s'écrit :

$$\text{Var}[R_{E[0,T]}] = \sigma^2(R_{E[0,T]}) = \beta_{E,M}^2 \sigma^2(R_{M[0,T]}) + \sigma_{\varepsilon_E[0,T]}^2 \quad (9.2)$$

avec  $\beta_{E,M}^2 \sigma^2(R_{M[0,T]}) \rightarrow$  risque systématique (i.e. risque de marché) entre 0 et  $T$  ;  $\sigma(R_{M[0,T]}) \rightarrow$  volatilité du marché entre 0 et  $T$  ;  $\sigma_{\varepsilon_E[0,T]} \rightarrow$  volatilité spécifique de l'actif de l'entreprise  $E$  entre 0 et  $T$ .

Nous approximons la rentabilité espérée globale et la volatilité globale des actifs des contreparties de la partie granulaire du portefeuille ( $E(R_G)$  et  $\sigma(R_G)$ ), avec respectivement la rentabilité espérée et la volatilité du marché boursier ( $E[R_M]$  et  $\sigma(R_M)$ ).

Notre scénario de stress test « macro » consiste à simuler une baisse de 30% du marché boursier sur une période d'un an (i.e. entre  $t = 0$  et  $t = T = 1$ )<sup>27</sup>. Cette baisse va se répercuter, d'une part sur la rentabilité espérée de l'actif de la contrepartie  $E$  par la relation (9.1), d'autre part sur la rentabilité espérée globale des actifs des contreparties de la partie granulaire du portefeuille :

$$E[R_{E[0,T]} \mid \text{choc systématique}] = \mu(R_{E[0,T]})_{\text{stressée}_{\text{syst}}} = R_{f[0,T]} + \beta_{E,M}[E[R_{M[0,T]} \mid \text{choc systématique}] - R_{f[0,T]}]$$

$$E[R_{G[0,T]} \mid \text{choc systématique}] = E[R_{M[0,T]} \mid \text{choc systématique}] = \mu(R_{M[0,T]})_{\text{stressée}_{\text{syst}}}$$

<sup>26</sup>Les hypothèses du modèle CAPM sont les suivantes : il n'y a pas de coûts de transactions ou de taxes ; les ventes à découvert sont pleinement permises et n'ont pas d'incidence sur son prix ; les investisseurs sont averses au risque et rationnels ; tous les investisseurs ont le même horizon d'investissement ; les investisseurs contrôlent le risque de leur portefeuille par la diversification ; le marché est entièrement libre et tous les actifs peuvent y être échangés ; les investisseurs peuvent emprunter et prêter des montants illimités au taux sans risque ; toutes les informations sur le marché sont disponibles pour tous les investisseurs ; la concurrence sur les marchés est parfaite et non faussée ; tous les actifs financiers peuvent être divisés en actifs de plus petite taille.

<sup>27</sup>Le choc de marché que nous avons supposé (-30% sur un an) est significatif mais reste bien inférieur à celui proposé par Acharya et al. (2013) (-40% sur 6 mois).

La rentabilité espérée de l'actif  $\mu(R)$  impacte la probabilité de défaut  $PD$  via la relation (2.1). Pour raison de simplification, nous ne choquons pas la volatilité de l'actif.

La probabilité de défaut de la contrepartie  $E$ , stressée par rapport au risque systématique et estimée en  $t = 0$ , correspond à la probabilité que cette contrepartie soit en défaut en  $t = T = 1$  an suite à un choc systématique :

$$PD_{E [0, T] \text{ stressée}_{syst}} = P \left( Z \leq - \frac{\ln \left( \frac{V_E(0)}{V_{DE}} \right) + (\mu_{R_{E[0,T] \text{ stressée}_{syst}}} - \frac{\sigma_{R_{E[0,T]}}^2}{2})T}{\sigma_{R_{E[0,T]}} \sqrt{T}} \right),$$

avec  $T = 1$ .

Pour la partie granulaire du portefeuille, nous calculons une sorte de *probabilité de défaut « moyenne »* en fonction de la rentabilité espérée du marché, de la volatilité du marché et de la valeur moyenne des actifs et des nominaux des dettes des contreparties qui relèvent de cette partie granulaire. La probabilité de défaut « moyenne » de la partie granulaire, stressée par rapport au risque systématique et estimée en  $t = 0$ , correspond alors à la probabilité « moyenne » qu'une contrepartie de cette partie du portefeuille soit en défaut en  $t = T = 1$  an suite à un choc systématique.

$$PD_{G [0, T] \text{ stressée}_{syst}} = P \left( Z \leq - \frac{\ln \left( \frac{V_G(0)}{V_{DG}} \right) + (\mu_{R_{M[0,T] \text{ stressée}_{syst}}} - \frac{\sigma_{R_{M[0,T]}}^2}{2})T}{\sigma_{R_{M[0,T]}} \sqrt{T}} \right),$$

avec  $T = 1$ .

Nous supposons que la volatilité du marché  $\sigma(R_M)$  reste inchangée entre 0 et  $T$ .

Le deuxième stress test consiste à simuler un choc spécifique, où la dégradation cette fois-ci ne concerne que la valeur de l'entreprise  $E$  en particulier (baisse de 30% de la valeur de son actif sur un an), ce qui est équivalent au cas du choc « macro » avec  $\beta_{E,M} = 1$ . On peut écrire la rentabilité espérée de l'actif de l'entreprise  $E$  entre 0 et  $T$  suite à ce choc spécifique :

$$E[R_{E[0,T]} \mid \text{choc spécifique}] = \mu(R_{E[0,T] \text{ stressée}_{spéc}})$$

La probabilité de défaut de la contrepartie  $E$ , stressée par rapport au risque spécifique et estimée en  $t = 0$ , correspond à la probabilité que cette contrepartie soit en défaut en  $t = T = 1$  an suite à un choc spécifique :

$$PD_{E [0, T] \text{ stressée}_{spéc}} = P \left( Z \leq - \frac{\ln \left( \frac{V_E(0)}{V_{DE}} \right) + (\mu_{R_{E[0,T] \text{ stressée}_{spéc}}} - \frac{\sigma_{R_{E[0,T]}}^2}{2})T}{\sigma_{R_{E[0,T]}} \sqrt{T}} \right)$$

avec  $T = 1$ .

Pour chacune des parties du portefeuille, nous avons calculé la perte attendue ( $EL$ ) et la perte inattendue ( $UL$ ) avec les formules données par le régulateur (cf. sous-section 2.3.4. et 2.4.1.

de la Partie I), en implémentant les *probabilités de défaut stressées* évaluées plus haut. À noter que le facteur multiplicatif de 1.06 n'a pas été appliqué pour le calcul de l'*UL*, ni la majoration du *coefficient R* ( $R' = 1.25R$ ) mis en place sous *Bâle III* pour les institutions financières de grande taille et régulées. La maturité a été supposée à 1 an.

La rentabilité espérée annuelle (non stressée) du marché  $\mu(R_{M[0,T]})$  est supposée à 5%, ce qui correspond également au scénario central (i.e. scénario non stressé). La rentabilité espérée annuelle stressée du marché  $\mu(R_{M[0,T]})_{stressée\_syst}$  est supposée à -30%, ce qui correspond également au scénario de choc « macro ». Le taux d'intérêt (annuel) sans risque  $R_{ff[0,T]}$  est supposé à 3%. La volatilité annuelle du marché et la volatilité annuelle spécifique de l'actif de l'entreprise *E* sont supposées à 20%. Les *bêtas* prennent les valeurs supposées plus haut dans cette section. À partir de ces hypothèses, nous pouvons calculer la rentabilité espérée annuelle (non stressée), la rentabilité espérée annuelle stressée par rapport au risque systématique et la volatilité annuelle (non stressée), de l'actif de la contrepartie *E* :  $\mu(R_E)$ ,  $\mu(R_E)_{stressée\_syst}$  et  $\sigma(R_E)$ . La valeur de l'entreprise *E* en  $t=0$ , notée  $V_E(0)$ , est supposée à 100 Mds€, tandis que la valeur nominale de sa dette, notée  $V_{DE}$ , est supposée à 60 Mds€. Pour simplifier, nous attribuons ces mêmes valeurs aux contreparties qui composent la partie granulaire du portefeuille. Nous résumons ces valeurs dans le tableau ci-dessous :

Rf	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{M[0,T]})_{stressée\_syst}$	$\beta_{E,M}$	$\mu(R_{E[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})_{stressée\_syst}$	$\sigma(R_{M[0,T]})$	$\sigma_{E[0,T]}$	$\sigma(R_{E[0,T]})$	$V_E(0)$ $V_G(0)$	$V_{DE}$ $V_{DG}$
3,0%	5,0%	-30,0%	1	5,0%	-30,0%	20,0%	20,0%	28,3%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	0,75	4,5%	-21,8%	20,0%	20,0%	25,0%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	0,5	4,0%	-13,5%	20,0%	20,0%	22,4%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	0,25	3,5%	-5,3%	20,0%	20,0%	20,6%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	0	3,0%	3,0%	20,0%	20,0%	20,0%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	-0,25	2,5%	11,3%	20,0%	20,0%	20,6%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	-0,5	2,0%	19,5%	20,0%	20,0%	22,4%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	-0,75	1,5%	27,8%	20,0%	20,0%	25,0%	100	60
3,0%	5,0%	-30,0%	-1	1,0%	36,0%	20,0%	20,0%	28,3%	100	60

*Tableau 1 : Paramètres clés du modèle pour calculer les probabilités de défaut (normales, stressées, de la partie concentrée et de la partie granulaire du portefeuille de crédit)*

L'exposition totale du portefeuille ( $EAD_P$ ) est supposée à 100 M€ et est répartie entre la partie granulaire (i.e. « portefeuille de marché ») et la partie concentrée (i.e. exposition sur une seule contrepartie, l'entreprise *E*). Nous présentons ci-dessous les différents cas de figure pour le stress test « macro » selon la répartition du portefeuille de crédit (partie concentrée  $w_E$  vs partie granulaire  $w_G$ ) et selon les différentes sensibilités de l'actif de l'entreprise *E* à l'évolution du marché (i.e. les coefficients *bêtas*). Dans chaque cas nous avons présenté également les résultats du stress test spécifique ainsi que les valeurs en scénario central qui nous sert comme scénario de référence.

**Cas 1**

**WG**  
**0,75**

**WE**  
**0,25**

<b>Scénario Central</b>	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})$	$PD_{E[0,T]}$	$PD_{G[0,T]}$	$LGDE_{LGDG}$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$	$\rho_G$	$EL_{E[0,T]}$	$EL_{G[0,T]}$	$ELP_{[0,T]}$	$UL_{E[0,T]}$	$UL_{G[0,T]}$	$ULP_{[0,T]}$
$\beta_{i,M} = 1$	5,00%	5,00%	3,28%	0,34%	75%	25	75	0,14	0,22	0,61	0,19	0,81	3,77	4,20	7,98
$\beta_{i,M} = 0,75$	5,00%	4,50%	1,79%	0,34%	75%	25	75	0,17	0,22	0,34	0,19	0,53	3,07	4,20	7,28
$\beta_{i,M} = 0,25$	5,00%	4,00%	0,93%	0,34%	75%	25	75	0,20	0,22	0,18	0,19	0,37	2,37	4,20	6,58
$\beta_{i,M} = 0,5$	5,00%	3,50%	0,55%	0,34%	75%	25	75	0,21	0,22	0,10	0,19	0,30	1,82	4,20	6,03
$\beta_{i,M} = 0$	5,00%	3,00%	0,46%	0,34%	75%	25	75	0,22	0,22	0,09	0,19	0,28	1,66	4,20	5,87
$\beta_{i,M} = -0,25$	5,00%	2,50%	0,63%	0,34%	75%	25	75	0,21	0,22	0,12	0,19	0,31	1,96	4,20	6,16
$\beta_{i,M} = -0,5$	5,00%	2,00%	1,18%	0,34%	75%	25	75	0,19	0,22	0,22	0,19	0,41	2,62	4,20	6,83
$\beta_{i,M} = -0,75$	5,00%	1,50%	2,39%	0,34%	75%	25	75	0,16	0,22	0,45	0,19	0,64	3,39	4,20	7,60
$\beta_{i,M} = -1$	5,00%	1,00%	4,46%	0,34%	75%	25	75	0,13	0,22	0,84	0,19	1,03	4,21	4,20	8,41

<b>Macro-Stress Test</b>	$\mu(R_{M[0,T]})$ stressée_syst	$\mu(R_{E[0,T]})$ stressée_syst	$PD_{E[0,T]}$ stressée_syst	$PD_{G[0,T]}$ stressée_syst	$LGDE_{LGDG}$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$ stressée_syst	$\rho_G$ stressée_syst	$EL_{E[0,T]}$ stressée_syst	$EL_{G[0,T]}$ stressée_syst	$ELP_{[0,T]}$ stressée_syst	$UL_{E[0,T]}$ stressée_syst	$UL_{G[0,T]}$ stressée_syst	$ULP_{[0,T]}$ stressée_syst
$\beta_{i,M} = 1$	-30,00%	-30,00%	27,29%	17,00%	75%	25	75	0,12	0,12	5,12	9,56	14,68	7,83	21,34	29,17
$\beta_{i,M} = 0,75$	-30,00%	-21,75%	14,72%	17,00%	75%	25	75	0,12	0,12	2,76	9,56	12,32	6,79	21,34	28,13
$\beta_{i,M} = 0,5$	-30,00%	-13,50%	5,83%	17,00%	75%	25	75	0,13	0,12	1,09	9,56	10,66	4,67	21,34	26,01
$\beta_{i,M} = 0,25$	-30,00%	-5,25%	1,70%	17,00%	75%	25	75	0,17	0,12	0,32	9,56	9,88	3,01	21,34	24,35
$\beta_{i,M} = 0$	-30,00%	3,00%	0,46%	17,00%	75%	25	75	0,22	0,12	0,09	9,56	9,65	1,66	21,34	23,00
$\beta_{i,M} = -0,25$	-30,00%	11,25%	0,17%	17,00%	75%	25	75	0,23	0,12	0,03	9,56	9,60	0,92	21,34	22,26
$\beta_{i,M} = -0,5$	-30,00%	19,50%	0,12%	17,00%	75%	25	75	0,23	0,12	0,02	9,56	9,58	0,69	21,34	22,03
$\beta_{i,M} = -0,75$	-30,00%	27,75%	0,12%	17,00%	75%	25	75	0,23	0,12	0,02	9,56	9,59	0,72	21,34	22,06
$\beta_{i,M} = -1$	-30,00%	36,00%	0,17%	17,00%	75%	25	75	0,23	0,12	0,03	9,56	9,59	0,88	21,34	22,22

<b>Stress Test Spécifique</b>	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})$ stressée_spéc	$PD_{E[0,T]}$ stressée_spéc	$PD_{G[0,T]}$	$LGDE_{LGDG}$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$ stressée_spéc	$\rho_G$	$EL_{E[0,T]}$ stressée_spéc	$EL_{G[0,T]}$	$ELP_{[0,T]}$ stressée_spéc	$UL_{E[0,T]}$ stressée_spéc	$UL_{G[0,T]}$	$ULP_{[0,T]}$ stressée_spéc
	5,00%	-30,00%	27,29%	0,34%	75%	25	75	0,12	0,22	5,12	0,19	5,31	7,83	4,20	12,03

*Tableau 2 a) : Valeurs de PD, EL, UL (normales, stressées, de la partie concentrée, de la partie granulaire et au niveau portefeuille pour EL et UL) pour une répartition du portefeuille : 75% de l'exposition sur la partie granulaire et 25% sur la partie concentrée.*

**Cas 2**

**WG**  
**0,5**

**WE**  
**0,5**

Scénario Central	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})$	$PD_{E[0,T]}$	$PD_{G[0,T]}$	$LGD_E$ $LGD_G$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$	$\rho_G$	$EL_{E[0,T]}$	$EL_{G[0,T]}$	$ELP_{[0,T]}$	$UL_{E[0,T]}$	$UL_{G[0,T]}$	$ULP_{[0,T]}$
$\beta_{i,M} = 1$	5,00%	5,00%	3,28%	0,34%	75%	50	50	0,14	0,22	1,23	0,13	1,36	7,55	2,80	10,35
$\beta_{i,M} = 0,75$	5,00%	4,50%	1,79%	0,34%	75%	50	50	0,17	0,22	0,67	0,13	0,80	6,15	2,80	8,95
$\beta_{i,M} = 0,5$	5,00%	4,00%	0,93%	0,34%	75%	50	50	0,20	0,22	0,35	0,13	0,48	4,74	2,80	7,54
$\beta_{i,M} = 0,25$	5,00%	3,50%	0,55%	0,34%	75%	50	50	0,21	0,22	0,21	0,13	0,33	3,65	2,80	6,45
$\beta_{i,M} = 0$	5,00%	3,00%	0,46%	0,34%	75%	50	50	0,22	0,22	0,17	0,13	0,30	3,32	2,80	6,13
$\beta_{i,M} = -0,25$	5,00%	2,50%	0,63%	0,34%	75%	50	50	0,21	0,22	0,24	0,13	0,36	3,92	2,80	6,72
$\beta_{i,M} = -0,5$	5,00%	2,00%	1,18%	0,34%	75%	50	50	0,19	0,22	0,44	0,13	0,57	5,25	2,80	8,05
$\beta_{i,M} = -0,75$	5,00%	1,50%	2,39%	0,34%	75%	50	50	0,16	0,22	0,90	0,13	1,03	6,79	2,80	9,59
$\beta_{i,M} = -1$	5,00%	1,00%	4,46%	0,34%	75%	50	50	0,13	0,22	1,67	0,13	1,80	8,42	2,80	11,22

Macro-Stress Test	$\mu(R_{M[0,T]})$ stressée_syst	$\mu(R_{E[0,T]})$ stressée_syst	$PD_{E[0,T]}$ stressée_syst	$PD_{G[0,T]}$ stressée_syst	$LGD_E$ $LGD_G$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$ stressée_syst	$\rho_G$ stressée_syst	$EL_{E[0,T]}$ stressée_syst	$EL_{G[0,T]}$ stressée_syst	$ELP_{[0,T]}$ stressée_syst	$UL_{E[0,T]}$ stressée_syst	$UL_{G[0,T]}$ stressée_syst	$ULP_{[0,T]}$ stressée_syst
$\beta_{i,M} = 1$	-30,00%	-30,00%	27,29%	17,00%	75%	50	50	0,12	0,12	10,24	6,38	16,61	15,66	14,23	29,89
$\beta_{i,M} = 0,75$	-30,00%	-21,75%	14,72%	17,00%	75%	50	50	0,12	0,12	5,52	6,38	11,90	13,59	14,23	27,81
$\beta_{i,M} = 0,5$	-30,00%	-13,50%	5,83%	17,00%	75%	50	50	0,13	0,12	2,19	6,38	8,56	9,35	14,23	23,57
$\beta_{i,M} = 0,25$	-30,00%	-5,25%	1,70%	17,00%	75%	50	50	0,17	0,12	0,64	6,38	7,01	6,03	14,23	20,26
$\beta_{i,M} = 0$	-30,00%	3,00%	0,46%	17,00%	75%	50	50	0,22	0,12	0,17	6,38	6,55	3,32	14,23	17,55
$\beta_{i,M} = -0,25$	-30,00%	11,25%	0,17%	17,00%	75%	50	50	0,23	0,12	0,07	6,38	6,44	1,83	14,23	16,06
$\beta_{i,M} = -0,5$	-30,00%	19,50%	0,12%	17,00%	75%	50	50	0,23	0,12	0,04	6,38	6,42	1,39	14,23	15,61
$\beta_{i,M} = -0,75$	-30,00%	27,75%	0,12%	17,00%	75%	50	50	0,23	0,12	0,05	6,38	6,42	1,44	14,23	15,67
$\beta_{i,M} = -1$	-30,00%	36,00%	0,17%	17,00%	75%	50	50	0,23	0,12	0,06	6,38	6,44	1,77	14,23	15,99

Stress Test Spécifique	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})$ stressée_spéc	$PD_{E[0,T]}$ stressée_spéc	$PD_{G[0,T]}$	$LGD_E$ $LGD_G$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$ stressée_spéc	$\rho_G$	$EL_{E[0,T]}$ stressée_spéc	$EL_{G[0,T]}$	$ELP_{[0,T]}$ stressée_spéc	$UL_{E[0,T]}$ stressée_spéc	$UL_{G[0,T]}$	$ULP_{[0,T]}$ stressée_spéc
	5,00%	-30,00%	27,29%	0,34%	75%	50	50	0,12	0,22	10,24	0,13	10,36	15,66	2,80	18,46

Tableau 2 b) : Valeurs de PD, EL, UL (normales, stressées, de la partie concentrée, de la partie granulaire et au niveau portefeuille pour EL et UL) pour une répartition du portefeuille : 50% de l'exposition sur la partie granulaire et 50% sur la partie concentrée.

### Cas 3

**W<sub>G</sub>**  
**0,25**

**W<sub>E</sub>**  
**0,75**



Scénario Central	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})$	PD <sub>E[0,T]</sub>	PD <sub>G[0,T]</sub>	LGDE LGD <sub>G</sub>	EAD <sub>E</sub>	EAD <sub>G</sub>	$\rho_E$	$\rho_G$	EL <sub>E[0,T]</sub>	EL <sub>G[0,T]</sub>	EL <sub>P[0,T]</sub>	UL <sub>E[0,T]</sub>	UL <sub>G[0,T]</sub>	UL <sub>P[0,T]</sub>
$\beta_{i,M} = 1$	5,00%	5,00%	3,28%	0,34%	75%	75	25	0,14	0,22	1,84	0,06	1,91	11,32	1,40	12,72
$\beta_{i,M} = 0,75$	5,00%	4,50%	1,79%	0,34%	75%	75	25	0,17	0,22	1,01	0,06	1,07	9,22	1,40	10,62
$\beta_{i,M} = 0,5$	5,00%	4,00%	0,93%	0,34%	75%	75	25	0,20	0,22	0,53	0,06	0,59	7,11	1,40	8,51
$\beta_{i,M} = 0,25$	5,00%	3,50%	0,55%	0,34%	75%	75	25	0,21	0,22	0,31	0,06	0,37	5,47	1,40	6,88
$\beta_{i,M} = 0$	5,00%	3,00%	0,46%	0,34%	75%	75	25	0,22	0,22	0,26	0,06	0,32	4,99	1,40	6,39
$\beta_{i,M} = -0,25$	5,00%	2,50%	0,63%	0,34%	75%	75	25	0,21	0,22	0,35	0,06	0,42	5,88	1,40	7,28
$\beta_{i,M} = -0,5$	5,00%	2,00%	1,18%	0,34%	75%	75	25	0,19	0,22	0,67	0,06	0,73	7,87	1,40	9,27
$\beta_{i,M} = -0,75$	5,00%	1,50%	2,39%	0,34%	75%	75	25	0,16	0,22	1,35	0,06	1,41	10,18	1,40	11,59
$\beta_{i,M} = -1$	5,00%	1,00%	4,46%	0,34%	75%	75	25	0,13	0,22	2,51	0,06	2,57	12,63	1,40	14,03
Macro-Stress Test	$\mu(R_{M[0,T]})$ stressée_syst	$\mu(R_{E[0,T]})$ stressée_syst	PD <sub>E[0,T]</sub> stressée_syst	PD <sub>G[0,T]</sub> stressée_syst	LGDE LGD <sub>G</sub>	EAD <sub>E</sub>	EAD <sub>G</sub>	$\rho_E$ stressée_syst	$\rho_G$ stressée_syst	EL <sub>E[0,T]</sub> stressée_syst	EL <sub>G[0,T]</sub> stressée_syst	EL <sub>P[0,T]</sub> stressée_syst	UL <sub>E[0,T]</sub> stressée_syst	UL <sub>G[0,T]</sub> stressée_syst	UL <sub>P[0,T]</sub> stressée_syst
$\beta_{i,M} = 1$	-30,0%	-30,0%	27,29%	17,0%	75%	75	25	0,12	0,12	15,35	3,19	18,54	23,49	7,11	30,60
$\beta_{i,M} = 0,75$	-30,0%	-21,8%	14,72%	17,0%	75%	75	25	0,12	0,12	8,28	3,19	11,47	20,38	7,11	27,49
$\beta_{i,M} = 0,5$	-30,0%	-13,5%	5,83%	17,0%	75%	75	25	0,13	0,12	3,28	3,19	6,47	14,02	7,11	21,13
$\beta_{i,M} = 0,25$	-30,0%	-5,3%	1,70%	17,0%	75%	75	25	0,17	0,12	0,96	3,19	4,14	9,04	7,11	16,16
$\beta_{i,M} = 0$	-30,0%	3,0%	0,46%	17,0%	75%	75	25	0,22	0,12	0,26	3,19	3,45	4,99	7,11	12,10
$\beta_{i,M} = -0,25$	-30,0%	11,3%	0,17%	17,0%	75%	75	25	0,23	0,12	0,10	3,19	3,29	2,75	7,11	9,86
$\beta_{i,M} = -0,5$	-30,0%	19,5%	0,12%	17,0%	75%	75	25	0,23	0,12	0,07	3,19	3,25	2,08	7,11	9,19
$\beta_{i,M} = -0,75$	-30,0%	27,8%	0,12%	17,0%	75%	75	25	0,23	0,12	0,07	3,19	3,26	2,16	7,11	9,27
$\beta_{i,M} = -1$	-30,0%	36,0%	0,17%	17,0%	75%	75	25	0,23	0,12	0,09	3,19	3,28	2,65	7,11	9,76
Stress Test Spécifique	$\mu(R_{M[0,T]})$	$\mu(R_{E[0,T]})$ stressée_spéc	PD <sub>E[0,T]</sub> stressée_spéc	PD <sub>G[0,T]</sub>	LGDE LGD <sub>G</sub>	EAD <sub>E</sub>	EAD <sub>G</sub>	$\rho_E$ stressée_spéc	$\rho_G$	EL <sub>E[0,T]</sub> stressée_spéc	EL <sub>G[0,T]</sub>	EL <sub>P[0,T]</sub> stressée_spéc	UL <sub>E[0,T]</sub> stressée_spéc	UL <sub>G[0,T]</sub>	UL <sub>P[0,T]</sub> stressée_spéc
	5,00%	-30,00%	27,29%	0,34%	75%	75	25	0,12	0,22	15,35	0,06	15,42	23,49	1,40	24,89

Tableau 2 c) : Valeurs de PD, EL, UL (normales, stressées, de la partie concentrée, de la partie granulaire et au niveau portefeuille pour EL et UL) pour une répartition du portefeuille : 25% de l'exposition sur la partie granulaire et 75% sur la partie concentrée.

#### Cas 4

WG  
0

WE  
1

Scénario Central	$\mu(R_{M(0,T)})$	$\mu(R_{E(0,T)})$	$PD_{E(0,T)}$	$PD_{G(0,T)}$	$LGDE_{LGDG}$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E$	$\rho_G$	$EL_{E(0,T)}$	$EL_{G(0,T)}$	$EL_{P(0,T)}$	$UL_{E(0,T)}$	$UL_{G(0,T)}$	$UL_{P(0,T)}$
$\beta_{i,M} = 1$	5,00%	5,00%	3,28%	0,34%	75%	100	0	0,14	0,22	2,46	0,00	2,46	15,09	0,00	15,09
$\beta_{i,M} = 0,75$	5,00%	4,50%	1,79%	0,34%	75%	100	0	0,17	0,22	1,35	0,00	1,35	12,29	0,00	12,29
$\beta_{i,M} = 0,5$	5,00%	4,00%	0,93%	0,34%	75%	100	0	0,20	0,22	0,70	0,00	0,70	9,48	0,00	9,48
$\beta_{i,M} = 0,25$	5,00%	3,50%	0,55%	0,34%	75%	100	0	0,21	0,22	0,41	0,00	0,41	7,30	0,00	7,30
$\beta_{i,M} = 0$	5,00%	3,00%	0,46%	0,34%	75%	100	0	0,22	0,22	0,35	0,00	0,35	6,65	0,00	6,65
$\beta_{i,M} = -0,25$	5,00%	2,50%	0,63%	0,34%	75%	100	0	0,21	0,22	0,47	0,00	0,47	7,84	0,00	7,84
$\beta_{i,M} = -0,5$	5,00%	2,00%	1,18%	0,34%	75%	100	0	0,19	0,22	0,89	0,00	0,89	10,49	0,00	10,49
$\beta_{i,M} = -0,75$	5,00%	1,50%	2,39%	0,34%	75%	100	0	0,16	0,22	1,80	0,00	1,80	13,58	0,00	13,58
$\beta_{i,M} = -1$	5,00%	1,00%	4,46%	0,34%	75%	100	0	0,13	0,22	3,34	0,00	3,34	16,84	0,00	16,84

Macro-Stress Test	$\mu(R_{M(0,T)})_{stressée\_syst}$	$\mu(R_{E(0,T)})_{stressée\_syst}$	$PD_{E(0,T)}_{stressée\_syst}$	$PD_{G(0,T)}_{stressée\_syst}$	$LGDE_{LGDG}$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E_{stressée\_syst}$	$\rho_G_{stressée\_syst}$	$EL_{E(0,T)}_{stressée\_syst}$	$EL_{G(0,T)}_{stressée\_syst}$	$EL_{P(0,T)}_{stressée\_syst}$	$UL_{E(0,T)}_{stressée\_syst}$	$UL_{G(0,T)}_{stressée\_syst}$	$UL_{P(0,T)}_{stressée\_syst}$
$\beta_{i,M} = 1$	-30,00%	-30,00%	27,29%	17,00%	75%	100	0	0,12	0,12	20,47	0,00	20,47	31,32	0,00	31,32
$\beta_{i,M} = 0,75$	-30,00%	-21,75%	14,72%	17,00%	75%	100	0	0,12	0,12	11,04	0,00	11,04	27,17	0,00	27,17
$\beta_{i,M} = 0,5$	-30,00%	-13,50%	5,83%	17,00%	75%	100	0	0,13	0,12	4,37	0,00	4,37	18,69	0,00	18,69
$\beta_{i,M} = 0,25$	-30,00%	-5,25%	1,70%	17,00%	75%	100	0	0,17	0,12	1,27	0,00	1,27	12,06	0,00	12,06
$\beta_{i,M} = 0$	-30,00%	3,00%	0,46%	17,00%	75%	100	0	0,22	0,12	0,35	0,00	0,35	6,65	0,00	6,65
$\beta_{i,M} = -0,25$	-30,00%	11,25%	0,17%	17,00%	75%	100	0	0,23	0,12	0,13	0,00	0,13	3,66	0,00	3,66
$\beta_{i,M} = -0,5$	-30,00%	19,50%	0,12%	17,00%	75%	100	0	0,23	0,12	0,09	0,00	0,09	2,77	0,00	2,77
$\beta_{i,M} = -0,75$	-30,00%	27,75%	0,12%	17,00%	75%	100	0	0,23	0,12	0,09	0,00	0,09	2,88	0,00	2,88
$\beta_{i,M} = -1$	-30,00%	36,00%	0,17%	17,00%	75%	100	0	0,23	0,12	0,12	0,00	0,12	3,53	0,00	3,53

Stress Test Spécifique	$\mu(R_{M(0,T)})$	$\mu(R_{E(0,T)})_{stressée\_spéc}$	$PD_{E(0,T)}_{stressée\_spéc}$	$PD_{G(0,T)}$	$LGDE_{LGDG}$	$EAD_E$	$EAD_G$	$\rho_E_{stressée\_spéc}$	$\rho_G$	$EL_{E(0,T)}_{stressée\_spéc}$	$EL_{G(0,T)}$	$EL_{P(0,T)}_{stressée\_spéc}$	$UL_{E(0,T)}_{stressée\_spéc}$	$UL_{G(0,T)}$	$UL_{P(0,T)}_{stressée\_spéc}$
	5,00%	-30,00%	27,29%	0,34%	75%	100	0	0,12	0,22	20,47	0,00	20,47	31,32	0,00	31,32

Tableau 2 d) : Valeurs de PD, EL, UL (normales, stressées, de la partie concentrée, de la partie granulaire et au niveau portefeuille pour EL et UL) pour une répartition du portefeuille : 0% de l'exposition sur la partie granulaire et 100% sur la partie concentrée.

### Remarques :

Dans le scénario central, nous pouvons remarquer que la probabilité de défaut baisse avec la rentabilité espérée de l'actif de la contrepartie  $E$  jusqu'à  $\beta_{i,M} = 0$ , or nous devons avoir une hausse. Cela s'explique par l'effet positif de la variance dans la fonction de la probabilité de défaut. Cette variance diminue jusqu'à  $\beta_{i,M} = 0$  et augmente de nouveau pour les  $\beta$  négatifs. Nous pouvons voir dans l'équation (9.2) que, plus la valeur absolue du  $\beta$  est élevée, plus la variance de la rentabilité est élevée. Cet effet de la variance est présent aussi dans le scénario de stress « macro » mais l'impact est moins visible puisque pour ce cas l'espérance de la rentabilité est plus importante que sa variance, en valeur absolue. Nous pouvons malgré tout observer que les valeurs stressées de la perte attendue et de la perte inattendue au niveau portefeuille ( $EL_{P\_stressée\_syst}$ ,  $UL_{P\_stressée\_syst}$ ) atteignent le minimum pour  $\beta_{i,M} = -0,5$  et augmentent de nouveau pour  $\beta_{i,M} \leq -0,75$ , dans ce scénario de choc « macro ».

Avant d'exposer les conclusions du modèle, nous soulignons nos réserves concernant l'utilisation des métriques  $EL$  et  $UL$  en scénario central (considéré comme scénario de référence), pour la partie concentrée du portefeuille. D'une part parce que ces métriques de risque ne sont pas pertinentes lorsque le portefeuille est concentré (cf. hypothèse du portefeuille asymptotiquement granulaire du modèle de *Gordy-Vasicek*), d'autre part parce que dans ce scénario central nous ne profitons pas de l'effet bénéfique d'un stress test

spécifique pour « compenser » le manque de granularité. Le stress test spécifique permet donc une certaine remédiation au problème de concentration des portefeuilles.

### Conclusion du modèle :

Premièrement, nous constatons dans le scénario central (correspondant au scénario non stressé) que, pour tous les *bêtas*, la probabilité de défaut de la contrepartie *E* est supérieure à la probabilité de défaut « moyenne » de la partie granulaire du portefeuille. Cela s'explique, en partie, par un risque supplémentaire dans la partie concentrée du portefeuille, comparé à la partie granulaire. Ce risque correspond au risque spécifique de la contrepartie *E* (cf. effet de  $\sigma_e^2$  dans l'équation 9.2). Cependant, pour que la perte attendue *EL* et la perte inattendue *UL* de la partie concentrée soient systématiquement plus élevées que celles de la partie granulaire, dans ce scénario central, il faut que l'exposition sur cette partie concentrée soit non nulle et au moins égale à l'exposition sur la partie granulaire (cas 2, 3 et 4).

Deuxièmement, dans la partie concentrée du portefeuille (i.e. sur la contrepartie *E*), pour tout *bêta* positif, le scénario de choc « macro » génère une probabilité de défaut plus élevée et, par conséquent, pour le même montant non nul d'exposition considéré, une perte attendue et une perte inattendue plus élevées que le scénario central. Or, ce n'est pas le cas quand les *bêtas* sont négatifs. Dans la partie granulaire, l'impact généré par le choc « macro » est toujours positif en termes de *PD* et, pour une exposition non nulle, en termes de *EL* et de *UL* (i.e. valeurs supérieures à celles en scénario central) car cette partie du portefeuille a une sensibilité parfaite au marché ( $\beta = 1$ ).

Troisièmement, le choc « macro » a un impact plus faible sur la probabilité de défaut de la partie concentrée que sur la probabilité de défaut « moyenne » de la partie granulaire, pour des *bêtas* inférieurs ou égaux à 0.75. L'explication repose sur le fait que la partie granulaire a, par définition, une sensibilité parfaite au marché ; par conséquent, le choc macro s'y répercute pleinement, or ce n'est pas le cas pour la partie concentrée quand sa sensibilité au marché est inférieure à 1.

Quatrièmement, nous constatons que l'impact du choc « macro » sur la probabilité de défaut de la partie concentrée (i.e. sur la probabilité de défaut de la contrepartie *E*) et, par conséquent, pour le même montant (non nul) d'exposition considéré, sur la perte attendue et la perte inattendue calculées sur cette partie concentrée, est le même que l'impact d'un choc spécifique de même ampleur uniquement lorsque le *bêta* est unitaire ( $\beta_{i,M} = 1$ ). Le choc « macro » a moins d'impact (en termes de probabilité de défaut, de perte attendue et de perte inattendue) que le choc spécifique, sur cette partie concentrée du portefeuille, quand le *bêta* est inférieur à 1.

Enfin, pour tout *bêta* inférieur à 1, plus la partie concentrée occupe une part importante dans le portefeuille (i.e. exposition *EAD<sub>E</sub>* élevée), moins l'impact du stress test « macro » sur *EL<sub>P</sub>* et *UL<sub>P</sub>* est significatif et plus l'impact du stress test spécifique est important. Dans le dernier cas où la partie concentrée occupe 100% du portefeuille de crédit, nous pouvons constater que le choc spécifique dépasse le choc « macro » en termes de perte attendue et de perte inattendue pour tout *bêta* inférieur à 1 et l'égalise quand le *bêta* est égal à 1.

Nous pouvons conclure qu'un choc « macro » a un impact positif sur la probabilité de défaut de la partie concentrée du portefeuille quand les *bêtas* sont positifs. Mais cet impact est plus faible comparé à celui du même choc « macro » sur la probabilité de défaut « moyenne » de la partie granulaire, lorsque la partie concentrée a une sensibilité à la « conjoncture » inférieure ou égale à 0.75. Cet impact est également plus faible que l'impact d'un choc « spécifique » de même ampleur, sur cette partie concentrée, lorsque la sensibilité de cette dernière à la « conjoncture » est inférieure à 1. Par conséquent, pour un *bêta* inférieur à 1, plus la partie concentrée occupe une part importante dans le portefeuille, moins les stress tests macro-prudentiels imposés par le régulateur ont un impact significatif sur la *perte attendue* et la *perte inattendue* du portefeuille ; ils deviennent alors moins pertinents comparés aux stress tests spécifiques. Cependant, tant que les bêtas ne sont pas très faibles ou dans le cas des portefeuilles mixtes (avec un certain équilibre entre la partie concentrée et la partie granulaire), les deux types de stress test sont complémentaires et indispensables pour avoir une meilleure évaluation du risque de crédit (systématique et spécifique).

Actuellement, les établissements bancaires appliquent, en parallèle des stress-tests macro-prudentiels, des stress tests internes en fonction des spécificités de leurs portefeuilles de crédit. En effet, malgré le fait qu'une banque universelle peut avoir une activité assez riche et diversifiée, la diversification parfaite n'existe pas, on peut donc toujours identifier des poches de concentration. Par ailleurs, l'analyse du risque dans les banques se fait généralement par portefeuille d'expositions, défini habituellement en fonction de l'entité de booking, des actifs qu'il contient ou du secteur d'activité des contreparties.

Le stress test spécifique peut s'effectuer avec une fréquence annuelle, trimestrielle ou mensuelle. Lorsqu'on veut le comparer ou l'additionner à un stress test « macro » qui utilise le modèle *CAPM*, comme nous l'avons fait, on doit alors réviser les *bêtas* du stress test « macro » avec la même fréquence.

#### Limites du modèle :

Les limites du modèle de stress test « macro » sont liées directement aux hypothèses du modèle de *Merton (1974)* et à celles du modèle *CAPM*, hypothèses qui sont difficilement maintenables en réalité. Les limites du modèle de stress test spécifique sont liées aux hypothèses du modèle de *Merton (1974)* ; on rappelle que le stress test spécifique n'utilise pas le modèle *CAPM* puisque il n'est pas lié à l'évolution de la « conjoncture »/du marché.

Comme nous l'avons déjà mentionné à la première section de ce chapitre, dans le modèle de stress test « macro » nous avons essayé de suivre la méthodologie du régulateur (incorrecte à notre point de vue), c'est-à-dire répercuter le choc « macro » sur la probabilité de défaut inconditionnelle, afin de montrer les inconvénients de cette méthodologie. En revanche, la répercussion d'un choc spécifique sur la probabilité de défaut inconditionnelle pose moins de problème puisque la conditionnalité de la probabilité de défaut est liée au(x) facteur(s) de risque systématique dans *Gordy (2003)*. Enfin, l'hypothèse que l'indice boursier est un bon indicateur de la conjoncture doit être considérée avec prudence.

### **Chapitre 3. Introduction de plusieurs facteurs de risque systématique pour la mise en place des stress tests « macro » sur les portefeuilles de crédit sectoriels**

Les emprunteurs qui font partie d'un même secteur ont beaucoup de caractéristiques communes ; par conséquent, ils sont corrélés entre eux et à la conjoncture de leur secteur. C'est pour cette raison que les défauts au sein d'un secteur sont habituellement corrélés. Une grosse exposition sur un secteur correspond à ce qu'on appelle *concentration sectorielle* et représente un risque important pour une banque.

Dans *Bonti, Kalkbrener, Lotz, Stahl (2006)* la corrélation entre les contreparties d'un même secteur est donnée (de façon indirecte) via la sensibilité de chaque contrepartie du secteur au(x) facteur(s) de risque commun. La concentration sectorielle est exprimée à travers un modèle multifactoriel (avec plusieurs facteurs de risque systématique), ce qui revient à une (sur-)exposition du portefeuille sectoriel aux facteurs de risque qui sont les plus impactants pour le secteur.

Dans les modèles multifactoriels, la rentabilité de chaque actif est dépendante d'un nombre limité de facteurs de risque systématique. Il s'agit principalement de facteurs macro-économiques et/ou macro-financiers. Cette dépendance est donnée par des *coefficients  $\rho$*  ou *bêtas*, si les facteurs ne sont pas corrélés entre eux. Les modèles multifactoriels de crédit permettent d'avoir une structure de corrélations plus riche entre les expositions de crédit sur le même secteur (*Bonti, Kalkbrener, Lotz, Stahl, 2006*). La conjoncture macro-économique d'un pays ou d'une zone économique (représentée principalement par le taux de croissance du PIB) est susceptible de contribuer de manière privilégiée au risque systématique et donc d'être associée à l'un des facteurs communs principaux (i.e. facteurs de risque commun qui sont significatifs et auxquels on associe les poids les plus forts). Cependant, d'autres facteurs communs peuvent affecter significativement les contreparties d'un même secteur. On peut citer l'étude de *Schwaab, Koopman et Lucas (2016)*, où le risque systématique est caractérisé par une large gamme de facteurs, d'une part des *facteurs macro-financiers* (globaux ou spécifiques à l'industrie/secteur ou à la zone géographique), d'autre part des *facteurs de défaut* (dites « *de fragilité* ») (globaux ou spécifiques à l'industrie/secteur ou à la zone géographique). Dans notre étude le risque systématique est limité aux facteurs construits à partir de variables macro-économiques, en isolant la partie imprévisible de ces variables. Les variables macro-économiques retenues correspondent majoritairement aux variables (« intermédiaires » et « finales ») choquées dans le stress test d'EBA/BCE de 2014. Les facteurs de risque systématique ainsi construits sont susceptibles d'avoir un impact à moyen-terme sur la plupart des entreprises dans différents secteurs mais leur effet est différent d'un secteur à l'autre en fonction de l'activité de chaque secteur. Nous considérons que les entreprises d'un même secteur sont impactées par les mêmes facteurs de risque et que l'effet des facteurs est similaire sur chacune d'entre elles. Nous n'avons pas inclus des facteurs de risque spécifiques à une industrie ou secteur dans le cadre du risque systématique comme c'est le cas dans plusieurs travaux académiques, y compris *Bonti et al. (2006)*. Bien qu'un portefeuille sectoriel soit un portefeuille imparfaitement diversifié et qu'il génère, par

conséquent, un risque spécifique sectoriel non éliminé, ce risque spécifique ne fera pas l'objet de notre étude dans ce chapitre. En effet, à notre point de vue, le risque spécifique sectoriel est similaire au risque spécifique individuel d'une contrepartie (considérer l'exposition sur un secteur comme une grosse exposition sur une seule contrepartie par exemple), risque pour lequel nous avons déjà présenté un modèle de stress test spécifique dans le chapitre précédent. Nous nous focalisons alors sur le *risque systématique*, d'autant plus qu'uniquement ce risque est concerné par les *stress tests marco-prudentiels* du régulateur dont nous contestons, dans ce chapitre, la méthodologie de répercussion des chocs sur la charge en capital.

Une des principales limites de la fonction d'évaluation des fonds propres en *IRB* (*fonction K*) est sa structure mono-factorielle (avec un seul facteur de risque systématique  $I_{1-p}$ ). En effet, cette structure est pauvre car elle ne prend pas en compte d'autres sources potentielles de risque commun qui peuvent affecter significativement les bilans des entreprises de chaque secteur. S'inspirant principalement de *Bonti, Kalkbrener, Lotz et Stahl (2006)* mais aussi de *Schwaab, Koopman et Lucas (2016)*, *Hamerle, Liebig et Rösch (2003)*, *Schönbucher (2001)* etc., nous proposons une modification de cette fonction, basée sur les modèles multifactoriels. Cette modification permet, d'une part de prendre en compte plusieurs facteurs de risque systématique lors de l'évaluation de la charge en capital pour les portefeuilles de crédit sectoriels, d'autre part d'avoir une méthodologie beaucoup plus claire, précise et transparente pour appliquer les chocs des macro-stress tests sur ces portefeuilles. Plus précisément, au lieu de répercuter les chocs macroéconomiques (via des modèles internes aux banques) sur la probabilité de défaut inconditionnelle *PD* des contreparties impliquées dans ces portefeuilles sectoriels, ce qui est, comme nous l'avons déjà dit plus haut, théoriquement incorrect, nous proposons d'appliquer (ou de simuler) ces chocs directement sur les facteurs de risque systématique les impactant (le plus). Cela permet d'avoir une répercussion propre de ces chocs sur la probabilité de défaut conditionnelle  $PD(I_{p,1}, \dots, I_{p,K})$  des contreparties et d'évaluer l'impact sur la charge en capital relative à chaque portefeuille sectoriel. Cette approche devient particulièrement utile pour les secteurs sur lesquels l'établissement bancaire présente une forte exposition (*concentration sectorielle*), ce qui conduit à une (sur-)exposition des portefeuilles sectoriels correspondants, aux facteurs de risque commun qui sont les plus impactants pour ces secteurs (*cf. Bonti, Kalkbrener, Lotz, et Stahl, 2006*).

Pour vérifier la pertinence de notre modèle, nous avons étudié empiriquement la dépendance de quelques grands secteurs<sup>28</sup> dans la Zone Euro (notamment de la variation de l'actif des entreprises qui en font partie) vis-à-vis du facteur lié à la conjoncture macroéconomique de cette même zone (représentée par la partie imprévisible du taux de croissance du PIB), et des autres facteurs potentiels de risque systématique, en effectuant des régressions linéaires multiples sur des séries trimestrielles. Nous avons étudié également la colinéarité entre les facteurs de risque systématique sélectionnés comme impactants pour chaque secteur, afin de vérifier l'hypothèse de non-corrélation de ces facteurs que nous avons faite pour des motifs de simplification. Dans les cas où la colinéarité entre certains facteurs est vérifiée, nous avons

---

<sup>28</sup>Le regroupement des secteurs est basé sur celui d'Eurostat où nous avons collecté les données des actifs financiers agrégés ; ce regroupement semble être entre le regroupement sectoriel et celui des portefeuilles bâlois (*corporates, institutions financières, souverains etc.*).

procédé à une *orthogonalisation* de ces facteurs qui permet d'isoler la partie indépendante et donc d'éliminer l'information qui est redondante. Une fois estimées les sensibilités (ou les expositions) des secteurs aux facteurs de risque systématique orthogonaux, nous avons construit, pour chaque portefeuille sectoriel, le modèle multifactoriel qui permet d'évaluer la charge en capital nécessaire pour faire face aux chocs du *stress test* « macro » (i.e. chocs sur les facteurs de risque systématique). Pour la construction de ce modèle, nous analysons de façon théorique la monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et chaque facteur de risque considéré séparément. En effet, dans ce modèle multifactoriel nous utilisons les quantiles extrêmes de la loi normale centrée-réduite pour simuler les chocs « macro » ; par conséquent, cette analyse permet de savoir, pour un facteur de risque donné, lequel des deux *quantiles extrêmes* (le quantile de  $p$  ou de  $1-p$ ) de cette loi doit générer, d'un point de vue théorique, une perte de crédit maximale pour la banque, pour un niveau souhaité du seuil de confiance  $p$ . De cette façon, nous pouvons justifier le passage du modèle mono-factoriel au modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital et appliquer les chocs adaptés sur chacun des facteurs de risque. Pour certains facteurs de risque, la monotonie entre la perte espérée conditionnelle et ces facteurs (considérés séparément) peut être ambiguë, ce qui nécessite une construction du modèle pour chacun des deux quantiles extrêmes.

Enfin, nous avons évalué la charge en capital avec ce modèle multifactoriel, pour chaque portefeuille sectoriel, en prenant différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et facteurs non-stressés, différentes probabilités de défaut inconditionnelles et, éventuellement, différents cas de monotonie entre la perte espérée conditionnelle et les facteurs de risque sélectionnés dans le modèle. La charge en capital évaluée a été comparée à celle qu'on obtiendrait si le/les choc(s) macroéconomique(s) était(aient) « traduit(s) » par une dégradation de la probabilité de défaut inconditionnelle  $PD$  dans la fonction mono-factorielle utilisée actuellement dans les banques (*fonction K*). Les résultats sont discutés à la fin de cette Partie II et sont résumés dans la conclusion de la thèse.

Le stress test « macro » peut s'effectuer avec une fréquence trimestrielle, ce qui peut amener à une mise à jour trimestrielle des variables explicatives du modèle ainsi que des coefficients de sensibilité *bêtas* estimés par la régression.

### **3.1. Généralisation du modèle mono-factoriel granulaire de Gordy-Vasicek : modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital et application pour les stress tests « macro » sur les portefeuilles sectoriels**

Le modèle mono-factoriel peut être généralisé au cas multifactoriel, en prenant plusieurs facteurs de risque systématique  $I_k$  au lieu d'un seul. Nous nous référons à l'article de Gordy (2003) pour donner l'expression de la *rentabilité standardisée* de l'actif de la contrepartie émettrice de la créance  $i$ , avec  $K$  facteurs indépendants<sup>29</sup> et centrés-réduits :

$$Z_i = \sum_{k=1}^K \rho_{ik} I_k + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^K \rho_{ik}^2} \varepsilon_i \quad (10) \quad (\text{voir la preuve dans l'annexe 1})$$

À partir de là, on peut obtenir l'expression de la perte espérée conditionnelle à plusieurs facteurs de risque systématique, pour un portefeuille de crédit  $P$  diversifié :

$$EL_P(\bar{I}_1, \dots, \bar{I}_K) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * PD(\bar{I}_1, \dots, \bar{I}_K)_i \quad (11.1)$$

$$EL_P(\bar{I}_1, \dots, \bar{I}_K) = \sum_{i=1}^N EAD_i * LGD_i * N \left( \frac{N^{-1}(PD_i) - \sum_{k=1}^K \rho_{ik} \bar{I}_k}{\sqrt{1 - \sum_{k=1}^K \rho_{ik}^2}} \right) \quad (11.2)$$

Pour garder l'hypothèse de *l'invariance au portefeuille* (cf. Gordy, 2003), il faut que les titres de créances  $i$  de ce portefeuille soient tous exposés aux mêmes facteurs de risque commun et chacun des titres d'une façon similaire.

Un portefeuille sectoriel est un portefeuille imparfaitement diversifié car les contreparties d'un même secteur sont corrélées entre elles. Il y a, d'une part une dépendance (similaire) des contreparties aux mêmes facteurs de risque systématique (facteurs obtenus à partir de variables macro-économiques/macro-financières), d'autre part une existence d'un risque spécifique sectoriel. Par conséquent, il y a une corrélation des défauts. À cause du risque spécifique sectoriel, la perte réalisée ne va pas converger vers son espérance conditionnelle que nous avons présentée dans l'équation (11.2). Cependant, nous rappelons que notre objectif dans ce chapitre est de construire un modèle multifactoriel pour évaluer la charge en capital, qui permet, pour chaque portefeuille de crédit sectoriel, d'appliquer (ou de simuler) les chocs des macro-stress tests (directement) sur les facteurs de risque systématique qui affectent le secteur. Par conséquent, on s'intéresse principalement aux facteurs issus des variables macro-économiques choquées dans le *stress test d'EBA/BCE 2014*. Quant à l'étude du risque spécifique, nous considérons qu'un portefeuille sectoriel est similaire à une grosse exposition sur une contrepartie (i.e. concentration individuelle) – cas pour lequel nous avons déjà présenté un modèle de stress test (spécifique) dans le chapitre précédent.

Dans le cas du modèle multifactoriel, on ne peut pas parler de *Credit-VaR* au sens de Gordy. Premièrement, parce que le portefeuille n'est pas diversifié, nous ne pouvons pas approximer la *Credit-VaR* (i.e. le quantile de la perte de crédit) par le quantile de l'espérance conditionnelle de la perte de crédit (la 1<sup>ière</sup> hypothèse de Gordy n'est pas respectée). Deuxièmement, parce qu'il y a une multitude de facteurs de risque, nous ne pouvons pas associer le quantile de la perte espérée conditionnelle, au quantile d'un facteur de risque (la 2<sup>ème</sup> hypothèse fondamentale de Gordy n'est pas respectée). En effet, lorsqu'on a plusieurs facteurs, l'espérance conditionnelle de la perte de crédit n'est plus une fonction monotone (croissante ou décroissante) d'une seule variable. On peut tout de même parler d'*Unexpected Loss*, qui correspondra dans ce cas à une *perte de crédit inattendue suite à un choc sur au moins un des facteurs de risque* (i.e. prendre le quantile de  $(1-p)$  ou de  $p$  du facteur qu'on veut choquer). Il importe alors d'analyser théoriquement, avec un raisonnement économique, la

---

<sup>29</sup>L'expression (10) n'est pas vraie si les facteurs de risque systématique  $I_k$  sont colinéaires (i.e. corrélés entre eux), ce qui peut être souvent le cas en pratique. Pour qu'elle soit vraie, on doit orthogonaliser les facteurs (multi-)colinéaires qui sont sélectionnés dans le modèle, c'est-à-dire s'assurer qu'ils ne présentent aucune corrélation entre eux.



monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et chacun des facteurs de risque considérés séparément.

Nous rappelons que, dans le modèle mono-factoriel de *Gordy-Vasicek*, la perte espérée conditionnelle de crédit de la banque et le facteur de risque représentant l'indice de la conjoncture, étaient *contre-monotones*. Cela veut dire qu'on s'attend à une perte de crédit maximale lorsque ce facteur de risque est à son niveau minimal : le  $p$ -quantile de  $E(L_P|I)$  était obtenu pour le  $(1-p)$ -quantile de  $I$  :

$$(E(L_P|I))_p = E(L_P|\bar{I}_{1-p}) = EL_P(\bar{I}_{1-p})$$

avec  $\bar{I}_{1-p} = N^{-1}(1-p) = -N^{-1}(p)$  ;  $(E(L_P|I))_p$  correspondant au  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle au facteur  $I$ , pour le portefeuille de crédit  $P$ , où  $p = 99.9\%$  par exemple.

Avec d'autres facteurs de risque cependant, la perte espérée conditionnelle de crédit n'est pas forcément *contre-monotone*. Prenons par exemple le facteur représentant le taux d'intérêt : une hausse du taux d'intérêt doit contribuer plutôt à une hausse de la perte de crédit et pas à une baisse. La perte espérée conditionnelle et ce facteur de risque sont donc *co-monotones*, ce qui veut dire que la perte maximale est censée être obtenue lorsque le niveau du facteur de risque est à son niveau maximal également. Si on note  $J$  ce facteur de risque, l'expression du  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle au facteur  $J$ , pour le portefeuille de crédit  $P$ , s'écrit de la façon suivante :

$$(E(L_P|J))_p = E(L_P|\bar{J}_p) = EL_P(\bar{J}_p)$$

Compte tenu des deux cas de monotonie décrits, on peut étendre la fonction mono-factorielle de la *perte inattendue* à une fonction multifactorielle contenant deux groupes de facteurs de risque : d'une part les facteurs avec lesquels (considérés séparément) la perte espérée conditionnelle de crédit est *contre-monotone* ( $\bar{I}_{1-p_{1,1}}, \dots, \bar{I}_{1-p_{K,K}}$ ), d'autre part les facteurs avec lesquels (considérés séparément) elle est *co-monotone* ( $\bar{J}_{p_{1,1}}, \dots, \bar{J}_{p_{L,L}}$ ) :

$$UL_S(\bar{I}_{1-p_{1,1}}, \dots, \bar{I}_{1-p_{K,K}}, \bar{J}_{p_{1,1}}, \dots, \bar{J}_{p_{L,L}}) = K_{multifactoriel} = \sum_{i=1}^N \left\{ (LGD_i * PD(\bar{I}_{1-p_{1,1}}, \dots, \bar{I}_{1-p_{K,K}}, \bar{J}_{p_{1,1}}, \dots, \bar{J}_{p_{L,L}})_i - LGD_i * PD_i) * EAD_i * M_{Adj_i} \right\} \quad (12.1)$$

$$UL_S(\bar{I}_{1-p_{1,1}}, \dots, \bar{I}_{1-p_{K,K}}, \bar{J}_{p_{1,1}}, \dots, \bar{J}_{p_{L,L}}) = K_{multifactoriel} = \sum_{i=1}^N \left\{ (LGD_i * N \left( \frac{N^{-1}(PD_i) - \sum_{k=1}^K \rho_{ik} \bar{I}_{1-p_{k,k}} - \sum_{l=1}^L \rho_{il} \bar{J}_{p_{l,l}}}{\sqrt{1 - \sum_{k=1}^K \rho^2_{ik} - \sum_{l=1}^L \rho^2_{il}}} \right) - PD_i * LGD_i) * EAD_i * M_{Adj_i} \right\} \quad (12.2)$$

$$UL_S = K_{multifactoriel} = \sum_{i=1}^N \left\{ (LGD_i * N \left( \frac{N^{-1}(PD_i) + \sum_{k=1}^K \rho_{ik} N^{-1}(p_k) - \sum_{l=1}^L \rho_{il} N^{-1}(p_l)}{\sqrt{1 - \sum_{k=1}^K \rho_{ik}^2 - \sum_{l=1}^L \rho_{il}^2}} \right) - PD_i * LGD_i) * EAD_i * M_{Adj_i} \right\} \quad (12.3)$$

→ la charge en capital évaluée via le modèle multifactoriel pour un portefeuille de crédit sectoriel  $S$  composé de  $N$  expositions, où un quantile  $-N^{-1}(p_k)$  est appliqué sur un facteur de risque  $k$  et un quantile  $N^{-1}(p_l)$  sur un facteur de risque  $l$  ;  $\rho_{1k} \approx \rho_{2k} \approx \dots \approx \rho_{Nk}$  ;  $\rho_{1l} \approx \rho_{2l} \approx \dots \approx \rho_{Nl}$ .

Dans notre étude d'impact (présentée vers la fin de la section suivante) nous évaluons la charge en capital pour les différents portefeuilles sectoriels, en considérant différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. Nous pouvons alors illustrer cela en donnant à  $p_k$  et  $p_l$  deux valeurs possibles, en fonction du fait que le choc soit appliqué ou pas sur un facteur de risque donné :

$$p_k = \begin{cases} 99.9\% & \text{si un facteur } k \text{ est choqué} \\ 50\% & \text{sinon} \end{cases}$$

$$p_l = \begin{cases} 99.9\% & \text{si un facteur } l \text{ est choqué} \\ 50\% & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous rappelons par ailleurs que  $N^{-1}(0.5) = -N^{-1}(0.5) = 0$ .

#### Remarque :

La monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et certains facteurs de risque (considérés séparément) peut être ambiguë, ce qui veut dire que dans certains cas il peut y avoir une *contre-monotonie* et dans d'autres cas une *co-monotonie*. En cas d'ambiguïté, nous présentons le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital pour chacun des deux cas de monotonie.

### **3.2. Étude empirique des liens de dépendance entre la rentabilité de l'actif financier agrégé par secteur et les facteurs de risque systématique, étude de la colinéarité des facteurs de risque sélectionnés, construction et étude du modèle multifactoriel pour évaluer la charge en capital pour chaque portefeuille sectoriel**

Le premier objectif de cette section est de pouvoir montrer empiriquement qu'un secteur (notamment la rentabilité de l'actif de l'ensemble des entreprises qui en font partie) peut dépendre de plusieurs facteurs de risque systématique dont certains peuvent être indépendants du facteur relatif à la conjoncture macro-économique de la zone économique étudiée, identifié à partir du taux de croissance du PIB de cette zone (la Zone Euro dans notre cas). D'une part, nous remettons en cause le modèle mono-factoriel qui est utilisé actuellement pour la calibration de la probabilité de défaut conditionnelle et donc pour l'évaluation du capital

réglementaire en IRB (*fonction K*). D'autre part, nous mesurons les liens de dépendance entre la rentabilité de l'actif financier agrégé de chaque secteur et les différents facteurs de risque systématique à partir de régressions linéaires multiples. Plus précisément, nous estimons les coefficients  $\rho_i$  de la fonction multifactorielle (12.2) - (12.3) par des coefficients  $\beta_i$  issus de ces régressions. Une méthodologie similaire a été proposée dans Hamerle, Liebig et Rösch (2003) mais en utilisant la rentabilité des fonds propres (*equity*) au lieu de la rentabilité de l'actif total comme variable à expliquer. L'utilisation de l'*equity* au lieu de l'actif total amènerait à une modification du modèle fondateur de Merton (1974), comme cela a été montré dans Camara, Popova et Simkins (2012). Nous essayons de rester le plus conformes possible au modèle de Merton en utilisant l'*actif financier agrégé* de chaque secteur (i.e. actif financier de l'ensemble des entreprises du secteur, incluant numéraire, prêts, actions, obligations etc.), n'ayant pas trouvé de données sur les actifs totaux agrégés. Même si l'actif financier ne correspond pas tout à fait à l'actif total (les biens corporels et incorporels sont notamment exclus), il est normalement plus sensible aux facteurs de risque systématique que l'actif non-financier, compte tenu de la fréquence trimestrielle des séries que nous avons collectées.

Le deuxième objectif est de construire un modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital qui permet d'appliquer (ou de simuler) les chocs macroéconomiques sur les facteurs de risque systématique impactant chaque portefeuille sectoriel. Une méthodologie similaire a été proposée en bref dans Bonti, Kalkbrenner, Lotz et Stahl (2006) mais nous l'avons développée en prenant concrètement des données trimestrielles sur les actifs financiers agrégés de quelques grands secteurs dans la *Zone Euro*, et sur une douzaine de séries de variables macroéconomiques servant à la construction des facteurs de risque, afin d'estimer les coefficients de sensibilité  $\rho_i$  au niveau de chaque portefeuille sectoriel. Les régressions linéaires multiples que nous utilisons pour estimer les  $\rho_i$  doivent se renouveler pour chaque exercice de macro-stress test (habituellement tous les trois mois). L'utilisation des modèles multifactoriels permet d'appliquer les chocs d'un stress test « macro » de façon claire, précise et transparente sur chaque facteur de risque commun qui affecte (significativement) un portefeuille sectoriel et d'avoir une répercussion propre de ces chocs sur la probabilité de défaut conditionnelle  $PD(I_1, \dots, I_K)$  des contreparties impliquées, et donc, sur la charge en capital de la banque relative à ce portefeuille sectoriel. Dans notre modèle, la valeur d'un facteur de risque stressé correspond au quantile de 0.1% ( $N^{-1}(0.001) = -N^{-1}(0.999)$ ) de la loi normale centrée-réduite si ce facteur et la perte de crédit qu'il est censé générer sont *contre-monotones*, et au quantile de 99.9% ( $N^{-1}(0.999)$ ) s'ils sont *co-monotones*. Certains facteurs de risque ont une *monotonie ambiguë* avec la perte espérée conditionnelle de crédit ; dans ces cas de figure, le modèle sera construit pour les deux cas de monotonie (un cas avec le quantile  $-N^{-1}(0.999)$  et l'autre cas avec le quantile  $N^{-1}(0.999)$ ). La valeur d'un facteur de risque non-stressé correspond à un quantile  $N^{-1}(0.5) = -N^{-1}(0.5) = 0$ .

Nous avons pris un panier de six grands secteurs dans la *Zone Euro*, en utilisant les tableaux des bilans financiers disponibles dans le site des statistiques européennes *Eurostat*. Pour trois de ces secteurs nous avons pu obtenir des séries relativement longues (du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au 4<sup>ème</sup> trimestre 2016) mais pour les trois autres nous avons obtenu des séries plus courtes (du 1<sup>er</sup> trimestre 2013 jusqu'au 4<sup>ème</sup> trimestre 2016). Nous nous attendons alors à avoir des résultats d'estimation plus fiables pour les trois premiers secteurs.

Nous avons retenu douze facteurs pour caractériser le risque systématique. Ils sont identifiés à partir de séries d'observations relatives à des variables macro-économiques régionales (dans la Zone Euro) et mondiales correspondant, en grande partie, aux variables choquées dans stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE de 2014. Les facteurs de risque systématique retenus sont présumés impacter à moyen-terme la rentabilité de la plupart des entreprises dans des secteurs différents mais leur effet dépend de l'activité de chaque secteur. Nous considérons que dans un même secteur, les entreprises dépendent des mêmes facteurs de risque et chacune d'une façon similaire. Il est important de noter que les facteurs de risque que nous présentons ne vont pas forcément expliquer la totalité du risque d'un secteur. La partie du risque qui n'est pas expliquée par les facteurs considérés est soit du risque systématique non expliqué provenant de facteurs non-identifiés, soit du risque (très) spécifique à ce secteur, propre à l'activité spécifique des contreparties qui en font partie. Comme nous l'avons déjà dit dans l'introduction de ce chapitre et dans la section précédente, seul le risque systématique est concerné par le modèle multifactoriel que nous proposons.

Nous avons régressé la *rentabilité centrée-réduite* de l'actif financier agrégé de chaque secteur, sur les facteurs de risque systématique (centrés-réduits) sélectionnés avec la méthode de sélection par avant (méthode décrite dans le paragraphe 3.2.3.2). La prise en compte de cette rentabilité (cf. paragraphe 3.2.3.2-c)) et pas de celle *standardisée* obtenue par le modèle de *Merton* (cf. *équation (6)* dans la section 1.2 de cette Partie) est plus prudente lorsqu'on est en temps discret et qu'on n'est pas certain de la stochasticité des séries. Le risque étant par définition imprévisible, les facteurs de risque systématique  $I_k$  sont identifiés comme les parties non-prévisibles des variables macro-économiques associées. Il est usuel (référence *Chen Roll et Ross, 1986, McKiernan, 1997*) d'estimer des modèles autorégressifs (*AR*) pour chacune de ces variables et, quand les coefficients estimés par l'auto-régression s'avèrent significatifs au sens du test de *t-Student*, d'identifier leur partie imprévisible à partir des résidus  $\varepsilon_{it}$  de ces modèles (calculés comme des différences entre les variables macro-économiques et leurs valeurs estimées), à condition que ces résidus ne soient pas auto-corrélés. Lorsque pour une variable macro-économique le test de *t-Student* rejette la significativité d'au moins un des coefficients estimés du modèle *AR*, nous considérons que l'intégralité de la variable macro-économique est imprévisible. De même, lorsque pour une variable macro-économique le test de *t-Student* accepte la significativité des coefficients estimés du modèle *AR* mais le résidu est auto-corrélé, le modèle *AR* n'est pas pertinent ; nous gardons alors la variable telle qu'est (i.e. garder la série de la variable macro-économique centrée-réduite).

Dans le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital (ou de la perte inattendue *UL*), nous n'avons pas pris en compte les éventuels effets retardés des facteurs de risque, ce qui veut dire que nous avons utilisé uniquement les régressions des variables à expliquer en  $t$  sur des variables explicatives en  $t$ . En effet, les chocs passés sont censés être déjà identifiés et pris en compte dans la calibration des pertes espérées *EL* ; ces dernières, censées être couvertes par des provisions. Nous avons néanmoins effectué ultérieurement des régressions sur les variables explicatives en  $t$  et retardées à la fois, afin d'avoir une idée sur l'effet de ces dernières.

Avant de régresser, pour chaque secteur, sa rentabilité sur les facteurs de risque définitifs, nous avons étudié la colinéarité entre les facteurs sélectionnés. Dans les cas où une (multi-)colinéarité s'est confirmée, cela veut dire que les facteurs sont corrélés entre eux et qu'ils apportent une information redondante. Pour pouvoir arriver à la généralisation multifactorielle présentée dans la section 3.1 (nous rappelons que les facteurs de risque sont supposés indépendants dans ce modèle), nous avons *orthogonalisé* les facteurs colinéaires d'origine. Cela permet donc d'obtenir des nouveaux facteurs non corrélés et une meilleure qualité de la régression. La méthode que nous employons est décrite dans le paragraphe 3.2.3.2.

Enfin, nous avons effectué une étude d'impact. Premièrement, cette étude consiste à évaluer la charge en capital avec le modèle multifactoriel construit, pour chaque portefeuille sectoriel considéré, en choquant les différents facteurs de risque sélectionnés (i.e. différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non-stressés) et en prenant différentes probabilités de défaut inconditionnelles et, éventuellement, différents cas de monotonie. Nous rappelons qu'un facteur de risque stressé correspond dans notre modèle au quantile  $-N(0.999)$  quand le facteur et la perte espérée conditionnelle de crédit sont *contre-monotones* et au quantile  $N(0.999)$  quand ils sont *co-monotones*. Deuxièmement, cette étude consiste à comparer cette charge en capital ainsi obtenue, à celle qu'on obtiendrait si le choc macroéconomique avait été répercuté sur la probabilité de défaut inconditionnelle (dégradation d'un ou de plusieurs crans par exemple) dans la *fonction K*. Les résultats sont discutés à la fin de ce chapitre et résumés dans la conclusion de la thèse.

### 3.2.1. Le choix des secteurs

Nous avons pris le tableau *Financial Balance Sheet* dans le site des statistiques européennes *Eurostat* avec un regroupement des entreprises étant entre celui sectoriel et celui des portefeuilles bâlois. Les grands secteurs dans la Zone Euro dont nous avons trouvé les données du bilan financier, sont les suivants :

- Grandes entreprises non-financières (*Non-financial corporations*) ;
- Institutions financières monétaires (*Monetary financial institutions*) ;
- Gouvernement général (*General government*) ;
- Fonds d'investissement non-monétaires (*Non-MMF investment funds*) ;
- Entreprises d'assurance (*Insurance corporations*) ;
- Fonds de pension (*Pension funds*) ;
- Ménages (*Households*);
- Associations à but non lucratif à disposition des ménages (*Non-profit institutions serving households*).

Nous étudions uniquement les six premiers secteurs ; pour les deux derniers, n'étant pas composés d'entreprises, nous ne sommes pas certains de pouvoir y appliquer le modèle de *Gordy-Vasicek* ainsi que son extension multifactorielle. Le secteur *Gouvernement général* peut en revanche être considéré comme une grande entreprise par la taille et la complexité de son bilan.

### 3.2.2. Le choix des facteurs de risque systématique

Les douze facteurs de risque systématique retenus sont identifiés à partir de séries d'observations relatives à des variables macro-économiques régionales (dans la Zone Euro) et mondiales correspondant, en grande partie, aux variables choquées dans le stress test macro-prudentiel d'EBA/BCE 2014. Ces facteurs de risque sont susceptibles d'affecter à moyen-terme la grande majorité des secteurs dans la Zone Euro mais leur effet dépend de l'activité de chaque secteur. Les facteurs de risque retenus ne vont pas forcément expliquer l'intégralité du risque d'un secteur. La partie du risque qui n'est pas expliquée par ces facteurs est soit du risque systématique non expliqué provenant de facteurs non-identifiés, soit du risque (très) spécifique au secteur, propre à l'activité spécifique des contreparties qui en font partie. Les douze facteurs de risque retenus sont construits à partir des séries observées des variables macro-économiques suivantes :

- Le taux de croissance du PIB dans la Zone Euro (19 États membres<sup>30</sup>) ;
- Le taux de croissance du PIB en Chine ;
- Le taux de croissance du PIB aux États-Unis ;
- L'évolution du taux d'intérêt court dans la Zone Euro (taux du marché monétaire *Euribor 3 mois*) ;
- L'évolution du taux d'intérêt long dans la Zone Euro (11 pays en 2000, 12 pays en 2006, 13 pays en 2007, 15 pays en 2008, 16 pays en 2010, 17 pays en 2013, 18 pays en 2014, 19 pays en 2015) (taux moyen des *obligations d'État à 10 ans*) ;
- Le taux d'inflation dans la Zone Euro (19 États membres) ;
- La variation du taux de change effectif réel dans la Zone Euro (19 États membres) ;
- La variation de l'indice des prix mondiaux des matières premières (commodities) ;
- Le taux de croissance de la dette brute consolidée dans la Zone Euro ;
- Le taux de croissance de l'agrégat monétaire *M3* dans la Zone Euro ;
- La variation de l'indice des prix des logements dans la Zone Euro ;
- La variation de l'indice des prix des logements aux États-Unis.

Il est important de noter qu'une partie de ces variables macro-économiques peut avoir un impact retardé (d'un à plusieurs trimestres). Cependant, comme nous l'avons déjà dit plus haut, les facteurs de risque construits à partir des variables retardées ne sont pas pris en compte dans notre modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital.

Parmi les variables retenues, nous n'avons pas considéré l'indice boursier de la Zone Euro pour les raisons suivantes :

- une partie des actifs financiers des institutions/établissements ou des entreprises ne sont pas cotés en bourse (cash, encours, comptes débiteurs etc.) et donc ils sont peu sensibles à l'indice du marché boursier ;
- à un horizon de temps trimestriel (correspondant plutôt à un horizon de moyen-terme), en théorie, l'indice de la bourse est censé refléter la valeur fondamentale des titres

---

<sup>30</sup> Les 19 pays membres de la Zone Euro sont : Allemagne, Autriche, Belgique, Chypre, Espagne, Estonie, Finlande, France, Grèce, Irlande, Italie, Lettonie, Lituanie, Luxembourg, Malte, Pays-Bas, Portugal, Slovaquie, Slovénie.

cotés et doit donc évoluer en phase avec la conjoncture économique (facteur que nous avons considéré). Cependant, nous sommes conscients que cette hypothèse est contestable et doit donc être considérée avec prudence.

Nous expliquons ci-dessous l'impact économique que peut avoir chacune des variables macro-économiques retenues, sur les différents secteurs, et précisons les séries qui ont été retenues pour l'étude empirique. Nous essayons de donner également un raisonnement économique concernant l'impact attendu de chacune de ces variables sur la perte de crédit des banques (i.e. analyse théorique de la monotonie).

#### a) Le taux de croissance du PIB dans la Zone Euro

Le taux de croissance du PIB d'un pays ou d'une zone économique est l'indicateur principal de la conjoncture de ce pays ou de cette zone économique. Une dégradation de cet indicateur se traduit par une dégradation du contexte économique, ce qui devrait avoir un impact (immédiat ou retardé) sur la santé financière de la plupart des entreprises et des secteurs qui s'y situent géographiquement, notamment en entraînant une hausse du nombre des défauts des entreprises. Une baisse du PIB dans la Zone Euro doit a priori entraîner une hausse des pertes de crédit dans les banques en UE, ce qui veut dire que le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit être obtenu pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*contre-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) du PIB réel (mesuré aux prix de l'année 2010, saisonnièrement non-ajusté) dans la Zone Euro.

#### b) Le taux de croissance du PIB en Chine

La Chine est un des pays avec lesquels l'Union Européenne a le plus d'échanges commerciaux. Les pays de la Zone Euro exportent vers la Chine notamment des machines et équipements d'industrie, des automobiles, des avions, des produits de luxe etc. Par conséquent, la conjoncture de ce pays peut potentiellement impacter directement les exportations de la Zone Euro et donc les entreprises qui produisent et/ou vendent ces biens. De l'autre côté, l'économie chinoise, depuis plusieurs années désormais, fait concurrence à l'économie européenne grâce à son faible coût de main d'œuvre qui rend les entreprises chinoises ou les filiales des entreprises européennes implantées en Chine très compétitives, au détriment des entreprises produisant dans l'Union Européenne. Et enfin, les touristes chinois venant en Europe apportent des revenus importants, ce qui est bénéfique pour un bon nombre de secteurs.

Une baisse du PIB en Chine doit a priori entraîner une hausse des pertes de crédit dans les banques en UE, ce qui veut dire que le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit être obtenu pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*contre-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) du PIB de la Chine (mesuré au prix courant, saisonnièrement ajusté, la série du PIB saisonnièrement non-ajusté n'étant pas disponible) corrigées de l'inflation courante.

#### c) Le taux de croissance du PIB aux États-Unis

Les États-Unis sont également une des zones économiques avec lesquelles l'Union Européenne a le plus d'échanges commerciaux et financiers. Par conséquent, le taux de croissance du PIB aux États-Unis peut potentiellement impacter beaucoup de secteurs dans l'Union Européenne.

Une baisse du PIB aux États-Unis doit a priori entraîner une hausse des pertes de crédit dans les banques en UE, ce qui veut dire que le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit être obtenu pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*contre-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) du PIB réel des États-Unis (mesuré aux prix de l'année 2009, saisonnièrement ajusté, la série du PIB saisonnièrement non-ajusté n'étant pas disponible).

#### d) Le taux d'inflation dans la Zone Euro

Le taux d'inflation est, entre autre, un indicateur de la demande dans une économie. En effet, quand le taux d'inflation est élevé, cela veut dire que, probablement, l'économie est en état de surchauffe (période de haut de cycle) et inversement. Cependant, l'inflation peut être aussi stimulée par des politiques monétaires expansionnistes de la Banque Centrale (injection massive de liquidités dans l'économie ou taux directeurs très bas) ou « importée », notamment quand la monnaie domestique se déprécie. La dépréciation de la monnaie peut être voulue (politiques de la Banque Centrale pour que le pays ou la zone économique gagne en compétitivité) ou subie (fuite de capitaux car l'économie va mal et le pays ou la zone économique en question est perçue comme trop risquée).

Le taux d'inflation a un impact direct sur la demande si la hausse des prix n'est pas suivie d'une hausse de la masse salariale. En effet, plus l'inflation est élevée, plus les biens et les services deviennent chers, ce qui fait (re)baisser leur demande. De l'autre côté, l'inflation réduit le coût relatif de la dette pour les entreprises et pour l'État (le chiffre d'affaire/les rentrées fiscales augmentent mais la valeur nominale de la dette et, éventuellement, les intérêts, restent les mêmes).

L'effet sur les pertes de crédit des banques est alors ambigu, ce qui veut dire que le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle peut être obtenu dans certains cas pour le  $p$ -quantile ( $N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*co-monotonie*) mais dans d'autres cas pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) de ce facteur de risque



(*contre-monotonie*). Pour les portefeuilles sectoriels dépendant de ce facteur de risque, nous présentons alors le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital pour les deux cas de monotonie.

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice (saisonnièrement non-ajusté) des prix de consommation harmonisés dans la Zone Euro, avec année de référence 2015 (indice 2015 = 100).

#### e) L'évolution des taux d'intérêt dans la Zone Euro

Le taux d'intérêt est une des variables clés dans l'économie car il impacte directement la consommation et l'investissement des agents économiques (entreprises et ménages). En effet, plus les taux d'intérêt deviennent élevés, plus l'emprunt devient cher, ce qui décourage l'endettement chez les ménages et les entreprises, réduisant ainsi la consommation et l'investissement.

Nous avons choisi deux séries de taux d'intérêt (en différence trimestrielle) : le taux d'intérêt (court) du marché monétaire (taux *Euribor à 3 mois*) et le taux (long) moyen des obligations d'État à 10 ans dans la Zone Euro.

##### e.1) L'évolution du taux d'intérêt (court) du marché monétaire (taux *Euribor à 3 mois*)

Les taux du marché monétaire (d'un jour à un an) correspondent à ceux qu'on appelle les « taux courts ». Dans le marché monétaire les banques se refinancent à court-terme en se prêtant et en s'empruntant entre elles (souvent contre un collatéral *titres*) via les opérations de *repos*. En dehors d'une situation de collapse de marché (cas de crise financière où le marché interbancaire devient illiquide), ce marché est la première source de refinancement pour les banques. Les taux du marché monétaire, eux-mêmes dépendants du taux directeur de la Banque Centrale, influencent les taux que les banques appliquent aux prêts accordés à leurs clients : plus les taux du marché monétaire deviennent élevés, plus la banque appliquera des taux élevés à ses clients (entreprises et ménages), c'est-à-dire leur prêter plus cher, ce qui découragerait l'investissement et la consommation, ralentissant ainsi la croissance. Ce ralentissement de la croissance doit a priori engendrer une hausse des pertes de crédit dans les banques. Le *p-quantile* de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le *p-quantile* ( $N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*co-monotonie*).

Nous avons choisi le taux *Euribor à 3 mois*, très souvent sollicité dans la littérature et dans les différentes études de la conjoncture. Nous avons pris la série des différences trimestrielles.

##### e.2) L'évolution du taux d'intérêt (long) moyen des obligations d'État à 10 ans de la Zone Euro

Les taux des obligations d'État à 10 ans correspondent à ceux qu'on appelle les « taux longs ». Ces taux, étant les taux auxquels les États empruntent, ont traditionnellement été

considérés comme « les taux sans risque » dans une économie, servant ainsi de taux de référence. C'est moins le cas aujourd'hui. Si les taux des obligations d'État dans un pays deviennent élevés, cela veut dire que le pays commence à être considéré comme « pays risqué » et, par conséquent, toutes les contreparties situées dans ce pays commencent à être perçues à risque. Ce sentiment provoque des sorties significatives de capitaux, ce qui a des conséquences défavorables sur l'ensemble de l'économie du pays en question. De l'autre côté, la hausse des taux des obligations d'État rend l'endettement de l'État plus cher et plus difficile, ce qui entraîne souvent des restrictions budgétaires.

Dans les deux scénarios, l'effet sur l'activité économique est défavorable, ce qui a tendance à augmenter les pertes de crédit dans les banques. Le *p-quantile* de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le *p-quantile* ( $N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*co-monotonie*).

Ces taux servent souvent de référence dans la littérature et dans les différentes études de la conjoncture ; nous avons alors choisi le taux moyen des obligations d'État à 10 ans de la Zone Euro. Nous avons pris la série des différences trimestrielles.

#### f) La variation de l'indice du taux de change effectif réel de la Zone Euro

Le taux de change impacte directement la compétitivité des secteurs exportateurs. Plus la monnaie domestique s'apprécie, plus les biens et les services du pays ou de la zone économique en question deviennent chers pour le reste du monde, ce qui fait baisser leur demande.

Le taux de change effectif nominal d'un pays ou zone économique se mesure par le cours de sa devise par rapport aux devises de ses principaux partenaires commerciaux. Le taux de change effectif réel correspond au taux de change effectif nominal déflaté des prix de consommation (CPI/HICP).

D'une part, une baisse du taux de change effectif réel se traduit par une dépréciation de la monnaie domestique et une hausse de la compétitivité. D'autre part, cette baisse du taux de change fait alourdir le coût de la dette pour les institutions et les entreprises endettées en devise étrangère. Mais nous considérons que, globalement, dans la *Zone Euro*, le gain en compétitivité emporte sur l'augmentation du coût de la dette en devise étrangère. Cela entraîne alors une croissance des secteurs exportateurs, ce qui a tendance à diminuer les pertes de crédit que les banques réalisent sur ces secteurs. Le *p-quantile* de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le *p-quantile* ( $N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*co-monotonie*).

Nous prenons le taux de change effectif réel de la Zone Euro calculé sur un panier de 42 pays partenaires commerciaux (il est calculé comme une moyenne géométrique des taux de change bilatéraux envers les devises de 42 partenaires commerciaux, pondérée par les poids des échanges commerciaux de la Zone Euro avec chacun de ces 42 partenaires). Ce taux de change est déterminé à prix constants, avec année de référence 2005 (indice 2005 = 100).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice du taux de change effectif réel de la Zone Euro.

g) La variation de l'indice des prix mondiaux des matières premières

Une hausse des prix des matières premières (produits agricoles, métaux, cuir, combustibles etc.) a, d'une part un effet favorable sur les entreprises qui vendent et exportent des matières premières, d'autre part un effet défavorable sur les entreprises du secteur industriel et du secteur du commerce et de la grande distribution. Mais les prix des matières premières impactent également les profits et les pertes des institutions financières, notamment des banques qui négocient des contrats à terme sur les *commodities* (*futures*, *forwards* et *options* sur les prix des matières premières). Cependant, l'impact dépendra du sens (long ou court) de la majorité des opérations. L'effet sur la perte de crédit des banques est alors ambigu, ce qui veut dire que le *p-quantile* de la perte espérée conditionnelle peut être obtenu dans certains cas pour le *p-quantile* ( $N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*co-monotonie*) mais dans d'autres cas pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) de ce facteur de risque (*contre-monotonie*). Pour les portefeuilles sectoriels dépendant de ce facteur de risque, nous présentons alors le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital pour les deux cas de monotonie.

L'indice des prix des matières premières se mesure comme une moyenne simple des prix spot de l'ensemble des matières premières, avec année de référence 2005 (indice 2005 = 100).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice (saisonnièrement non-ajusté) des prix mondiaux des *commodities*.

h) Le taux de croissance de la dette brute consolidée des gouvernements de la Zone Euro

L'endettement de l'administration publique d'un pays ou zone économique a un impact direct sur le bilan de l'État (ou des États) et indirect sur l'ensemble de l'économie de ce pays ou zone économique. En effet, lorsque le niveau d'endettement d'un État augmente, son bilan croît. Cependant, si le taux de croissance de la dette est plus élevé que le taux de croissance du PIB, le souverain risque d'avoir une dette non-soutenable, d'être dégradé par les agences de notation, ou, encore pire, de tomber en défaut. Les investisseurs perdent confiance, ce qui a un impact immédiat sur les taux des obligations souveraines. Cela affecte les marchés financiers et l'ensemble des entreprises qui s'y situent sont perçues à risque, provoquant une sortie de capitaux. De plus, une hausse du ratio d'endettement (i.e. du ratio Dette/PIB) amène les différents agents économiques à anticiper des coupures budgétaires de la part du gouvernement (notamment une réduction des dépenses en matière de santé, d'enseignement, militaires, d'aides sociales, de retraites, ainsi qu'une réduction des salaires et/ou des effectifs dans le secteur public) pour pouvoir respecter (de nouveau) les limites fixées par l'Union Européenne (cf. critères de *Maastricht*). D'une part par une crainte que le souverain fasse faillite, d'autre part par une anticipation des restrictions budgétaires, une hausse importante de

la dette du gouvernement a tendance à créer un contexte économique défavorable qui favorise la hausse des pertes de crédit dans les banques. Le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le  $p$ -quantile ( $N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*co-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de la dette brute consolidée de la Zone Euro.

i) Le taux de croissance de l'agrégat monétaire  $M3$  dans la Zone Euro

L'agrégat monétaire  $M3$  représente la masse monétaire en circulation au sens large. Plus précisément, il comprend les dépôts à terme d'une durée inférieure ou égale à 2 ans, les dépôts remboursables avec un préavis inférieur ou égal à 3 mois et les prises en pension, les parts/unités de fonds communs de placement et les titres de créance ayant une échéance inférieure ou égale à 2 ans. Lorsque les banques commerciales créent de la monnaie scripturale sous l'égide des banques centrales, la masse monétaire augmente puisque les crédits font les dépôts. Cela permet de financer les entreprises et de croître ainsi leurs bilans et leur activité. Une hausse de l'activité crée un contexte économique favorable, ce qui a tendance à réduire les pertes de crédit dans les banques. Le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*contre-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de l'agrégat monétaire  $M3$  (saisonnièrement non-ajusté) dans la Zone Euro.

j) La variation de l'indice des prix des logements dans la Zone Euro

L'activité des banques de détail repose en grande partie sur l'octroi des crédits logements. D'une part, une hausse des prix des logements apporte plus de revenus d'intérêt pour les banques. D'autre part, lorsque ces prix augmentent, les banques ont la possibilité de revendre les logements non-remboursés à un prix plus avantageux et de faire ainsi une plus-value. La hausse des prix des logements est alors avantageuse pour le secteur bancaire, ce qui doit a priori contribuer à une réduction des pertes de crédit des banques sur les contreparties bancaires. Le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*contre-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice (saisonnièrement non-ajusté) des prix des propriétés résidentielles dans la Zone Euro.

i) La variation de l'indice des prix des logements aux États-Unis

Nous avons vu que la chute des prix des immobiliers aux États-Unis a été une des causes principales de la crise financière de 2007-2008, entraînant des pertes considérables sur les

portefeuilles des prêts immobiliers et une transmission par la titrisation sur l'ensemble du système financier (y compris donc les banques européennes). On peut conclure qu'une chute des prix des logements aux États-Unis est susceptible d'entraîner des pertes importantes sur les banques qui ont une activité sur ce pays et, par un effet de contagion, sur l'ensemble des banques, favorisant ainsi les défauts sur les contreparties bancaires. Le  $p$ -quantile de la perte espérée conditionnelle doit alors être obtenu pour le  $(1 - p)$ -quantile ( $-N^{-1}(0.999)$ ) du facteur de risque construit à partir de cette variable macro-économique (*contre-monotonie*).

Nous avons pris la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice (saisonnièrement non-ajusté) des prix des propriétés résidentielles aux États-Unis.

### **3.2.3. Identification des facteurs de risque systématique, sélection des facteurs de risque qui impactent significativement chaque secteur et étude de leur colinéarité, estimation des sensibilités (ou des expositions) des secteurs aux facteurs sélectionnés orthogonaux, construction et étude des modèles multifactoriels d'évaluation de la charge en capital pour les différents portefeuilles sectoriels**

Les étapes que nous procédons pour construire les modèles multifactoriels d'évaluation de la charge en capital et pour obtenir et analyser les résultats de ces modèles, sont les suivantes :

Étape 1 : Identification des facteurs de risque systématique en isolant la partie imprévisible des variables macro-économiques.

Étape 2 : Sélection des facteurs de risque à retenir dans le modèle, pour chaque portefeuille sectoriel, via la méthode de *sélection par avant (step-forward)*.

Étape 3 : Étude de la colinéarité entre les facteurs de risque sélectionnés et *orthogonalisation* des facteurs si la présence de la colinéarité se confirme.

Étape 4 : Estimation (par une régression linéaire multiple) des sensibilités des secteurs aux facteurs sélectionnés orthogonaux (i.e. estimation des coefficients de sensibilité *bêtas*).

Étape 5 : Construction du modèle multifactoriel, pour chaque portefeuille sectoriel, permettant d'évaluer la charge en capital, en utilisant les *coefficients bêtas* estimés par les régressions.

Étape 6 : Évaluation de la charge en capital via les modèles multifactoriels construits, en choquant les différents facteurs de risque impactant chaque secteur (quantiles déterminés en fonction de la monotonie présumée entre la perte espérée conditionnelle de crédit et chaque facteur de risque considéré séparément). Analyse des résultats en les comparant avec ceux d'un stress test macro-prudentiel « traditionnel » consistant à répercuter les chocs sur la probabilité de défaut inconditionnelle (dégradation d'un ou de plusieurs crans).

Nous détaillons dans les paragraphes suivants chacune de ces étapes et analysons les résultats obtenus.

#### **3.2.3.1. Identification des facteurs de risque systématique**

Beaucoup de séries macro-économiques (en variation ou en différence) présentent une autocorrélation, ce qui veut dire que la réalisation présente est expliquée en partie par les réalisations passées. Cela rend possible la construction des modèles autorégressifs de prévision. Comme expliqué précédemment, pour chaque variable macro-économique, le facteur de risque associé est caractérisé par la partie imprévisible de cette variable (*cf. Chen, Roll et Ross, 1986 ; McKiernan, 1997*).

Prenons par exemple la variable *taux de croissance du PIB dans la Zone Euro* en temps  $t$ , qu'on va noter  $g_{PIB_t}$  :  $g_{PIB_t} = (PIB_t - PIB_{t-1}) / PIB_{t-1} \approx \ln(PIB_t / PIB_{t-1})$

Supposons que la réalisation de cette variable en  $t$  est auto-corrélée avec les réalisations en  $t-1$  et  $t-2$ , notées  $g_{PIB_{t-1}}$  et  $g_{PIB_{t-2}}$  (les coefficients estimés du modèle *AR* sont significatifs au sens du *t de Student* et le résidu n'est pas auto-corrélé). En estimant un modèle autorégressif d'ordre 2 (*AR(2)*), on obtient la partie prévisible de la variable :

$$\widehat{g_{PIB_t}} = \widehat{a_0} + \widehat{a_1} g_{PIB_{t-1}} + \widehat{a_2} g_{PIB_{t-2}}$$

Le facteur de risque correspond alors à l'erreur de prévision (centrée-réduite) du taux de croissance du PIB, c'est-à-dire à la partie imprévisible de cette variable macro-économique :

$$f(g_{PIB}) = \varepsilon_{PIB_t} = g_{PIB_t} - \widehat{g_{PIB_t}} = g_{PIB_t} - (\widehat{a_0} + \widehat{a_1} g_{PIB_{t-1}} + \widehat{a_2} g_{PIB_{t-2}})$$

Lorsque la construction du modèle autorégressif n'est pas possible (au moins un des coefficients estimés du modèle *AR* n'est pas significatif au sens du *t de Student* et/ou il y a présence d'autocorrélation du résidu), le facteur de risque correspond alors à la variable macro-économique telle qu'est (centrée-réduite). En effet, nous considérons dans ce cas que l'intégralité de la variable est imprévisible.

Il est important de préciser que dans notre modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital nous avons retenu uniquement les variables explicatives en  $t$  (i.e. sans retard) car nous nous intéressons à l'impact des chocs imprévisibles sur la perte inattendue (*Unexpected Loss UL*) et donc à la charge en capital nécessaire pour faire face à ces chocs, dans le cadre d'un exercice de stress test trimestriel. Nous considérons que les effets des chocs imprévisibles qui ont eu lieu durant les trimestres précédents, sont censés être déjà identifiés, pris en compte lors de l'estimation de la probabilité de défaut inconditionnelle des contreparties du portefeuille sectoriel et donc dans la perte espérée inconditionnelle *EL* de ce portefeuille. Cette perte espérée est censée être couverte par des provisions ou dépréciations normalement constituées par l'établissement. Néanmoins, il est important de connaître ces effets sur la valeur en  $t$  de l'actif des entreprises des différents secteurs. Pour cette raison, dans un deuxième temps, nous présentons pour chaque secteur la régression de la rentabilité de son actif financier agrégé sur les variables explicatives en  $t$  et celles retardées à la fois.

Nous récapitulons ci-dessous la construction des douze facteurs de risque systématique en  $t$  retenus. La construction détaillée de ces facteurs est donnée dans l'annexe 4.

<b>Série de variable macro-économique (période entière de la série : 2005Q1 - 2016Q4 ; période réduite : 2013Q1 - 2016Q4)</b>	<b>Modèle AR testé</b>	<b>Significativité des coefficients estimés par l'auto-régression</b>	<b>Test de Ljung-Box d'autocorrélation du résidu pour les modèles AR avec des coefficients estimés significatifs ; équation AR obtenue quand l'absence d'autocorrélation du résidu s'est confirmée</b>	<b>Série définitive retenue comme facteur de risque</b>
Taux de croissance du PIB dans la Zone Euro	AR (1) AR (2) AR (3) AR (4)	Significatif Non-significatif Non-significatif Non-significatif	Autocorrélation du résidu à partir du lag 4 - - -	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(g_{EuroArea})$
Taux de croissance du PIB en Chine	AR (1) AR (2) AR (3) AR (4)	Significatif Non-significatif Significatif Non-significatif	Autocorrélation du résidu à partir du lag2 - Autocorrélation du résidu à partir du lag1 -	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(g_{China})$
Taux de croissance du PIB aux États-Unis	AR (1) AR (2) AR (3) AR (4)	Significatif Non-significatif Non-significatif Non-significatif	Pas d'autocorrélation du résidu. Modèle AR obtenu : $\widehat{g_{USA}}(t) = 0.42g_{USA}(t-1) + 0.23$ - - -	Série des erreurs de prévision du AR(1) centrées-réduites $f(g_{USA})$
Taux d'inflation dans la Zone Euro	AR (1) AR (2) AR (3) AR (4)	Non-significatif Non-significatif Non-significatif Non-significatif	- - - -	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(p_{EuroArea})$
Évolution du taux d'intérêt court (Euribor à 3 mois)	AR (1) AR (2) AR (3) AR (4)	Significatif Non-significatif Non-significatif Non-significatif	Pas d'autocorrélation du résidu. Modèle AR obtenu : $D_{i\_Euribor}(t) = 0.57D_{i\_Euribor}(t-1) - 0.02$ - - -	Série des erreurs de prévision du AR(1) centrées-réduites $f(D_{i\_Euribor})$
Évolution du taux d'intérêt long (Obligations d'État à 10 ans dans la Zone Euro) <sup>31</sup>	AR (1) - - -	Non-significatif - - -	- - - -	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(D_{i\_GovBonds\_EuroArea})$
Variation de l'indice du taux de change effectif réel dans la Zone Euro	AR (1) AR (2) AR (3) AR (4)	Non-significatif Non-significatif Non-significatif Non-significatif	- - - -	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(g_{Eeff\_EuroArea})$

Variation de l'indice des prix mondiaux des matières premières	AR (1)	Significatif	Pas d'autocorrélation du résidu. Modèle AR obtenu : $p\_Commo(t) = 0.33 p\_Commo(t-1) + 0.38$	Série des erreurs de prévision du AR(1) centrées-réduites $f(p\_Commo)$
	AR (2)	Non-significatif	-	
	AR (3)	Non-significatif	-	
	AR (4)	Non-significatif	-	
Taux de croissance de la dette brute consolidée des gouvernements de la Zone Euro	AR (1)	Non-significatif	-	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(g\_GovDebt\_EuroArea)$
	AR (2)	Non-significatif	-	
	AR (3)	Non-significatif	-	
	AR (4)	Non-significatif	-	
Taux de croissance de l'agrégat monétaire M3 dans la Zone Euro	AR (1)	Significatif	Autocorrélation du résidu à partir du lag 1	Série des erreurs de prévision du AR(3) centrées-réduites $f(g\_M3\_EuroArea)$
	AR (2)	Non-significatif	-	
	AR (3)	Significatif	Pas d'autocorrélation du résidu. Modèle AR obtenu : $g\_M3_{EuroArea}(t) = 0.38 g\_M3_{EuroArea}(t-1) + 0.72 g\_M3_{EuroArea}(t-2) - 0.27 g\_M3_{EuroArea}(t-3) + 0.18$	
	AR (4)	Non-significatif	-	
Variation de l'indice des prix des logements dans la Zone Euro	AR (1)	Non-significatif	-	Série de la variable macro-économique (telle qu'est) centrée-réduite $f(p\_Immo\_EuroArea)$
	AR (2)	Non-significatif	-	
	AR (3)	Non-significatif	-	
	AR (4)	Non-significatif	-	
Variation de l'indice des prix des logements aux États-Unis	AR (1)	Significatif	Autocorrélation du résidu à partir du lag 2	Série des erreurs de prévision du AR(4) centrées-réduites $f(p\_Immo\_USA)$
	AR (2)	Non-significatif	-	
	AR (3)	Significatif	Pas d'autocorrélation du résidu	
	AR (4)	Significatif	Pas d'autocorrélation du résidu. Modèle AR obtenu : $p_{Immo\_USA}(t) = 1.15p\_Immo\_USA(t-1) - 0.67 p\_Immo\_USA(t-2) + 0.68 p\_Immo\_USA(t-3) - 0.31 p\_Immo\_USA(t-4) - 0.07$	

*Tableau 3 : Résultats de l'étude d'auto-régression des séries des variables macroéconomiques retenues et construction des facteurs de risque à partir de ces variables*

<sup>31</sup>Pour le facteur de risque « Évolution du taux d'intérêt long (obligations d'État à 10 ans dans la Zone Euro) » la série de données collectée n'est pas suffisamment longue pour pouvoir construire des modèles autorégressifs d'ordre 2,3 et 4. Nous nous sommes arrêtés donc à l'ordre 1.



### 3.2.3.2. Sélection des facteurs de risque impactant significativement chaque secteur et étude de leur colinéarité, estimation des sensibilités des secteurs aux facteurs sélectionnés orthogonaux, construction et étude des modèles multifactoriels d'évaluation de la charge en capital pour les différents portefeuilles sectoriels

#### A. Méthodologie utilisée

- a) Choix des facteurs qui expliquent la rentabilité de l'actif financier agrégé par secteur de manière significative

Nous retenons une approche *down-top* pour déterminer quels facteurs de risque contribuent effectivement aux rentabilités des actifs financiers agrégés des secteurs. Plus précisément, nous avons choisi la méthode de *sélection par avant (step forward selection)* basée sur le *test F partiel de Fisher*. À chaque étape de la procédure itérative, la variable explicative sélectionnée est celle dont le coefficient estimé est le plus significatif au sens du *t de Student* dans la régression incluant les variables explicatives sélectionnées lors des étapes précédentes. Il convient de noter cependant qu'une variable choisie à une étape de la procédure n'est pas remise en cause par la suite.

- b) Orthogonalisation des facteurs

Comme nous l'avons souligné précédemment, il faut s'assurer que chaque nouveau facteur introduit dans le modèle ne soit pas colinéaire avec les facteurs sélectionnés à l'issue des étapes précédentes ; sinon, une partie de l'information qu'il apporte est redondante. Pour éviter ce problème, nous avons orthogonalisé les facteurs qui sont (multi-)colinéaires. La méthode que nous utilisons est une méthode simple qui consiste à régresser chaque facteur de risque, à partir du 2<sup>ème</sup>, sur les facteurs de risque précédemment sélectionnés par la méthode *step forward selection*. Si la régression d'un facteur sur le(s) facteur(s) précédent(s) s'avère significative (i.e. coefficient(s) estimé(s) significatif(s) au sens du *t de Student*), il y a présomption de (multi-)colinéarité.

Considérons, par exemple, le cas de trois facteurs de risque,  $f_1, f_2, f_3$  sélectionnés successivement. Si  $f_1, f_2$  sont redondants, on ne conserve que la composante de  $f_2$  qui n'est pas corrélée avec  $f_1$ , soit  $u_2$ , obtenue comme résidu de la régression de  $f_2$  sur  $f_1$  :

$$f_2 = b_0 + b_1 f_1 + u_2 \rightarrow \text{Nous retenons alors comme deuxième facteur le résidu } u_2 : \tilde{f}_2 = u_2$$

Si  $f_3$  est (multi-)colinéaire avec  $f_1$  et  $\tilde{f}_2$ , le procédé est le même : on régresse  $f_3$  sur  $f_1$  et  $\tilde{f}_2$  et le troisième facteur retenu,  $\tilde{f}_3$ , est le résidu  $u_3$  de cette régression ; ce résidu est, par construction, non corrélé avec les facteurs  $f_1$  et  $\tilde{f}_2$  :

$$f_3 = c_0 + c_1 f_1 + c_2 \tilde{f}_2 + u_3$$

- c) Estimation des sensibilités (ou des expositions) de la rentabilité de l'actif financier agrégé par secteur, aux facteurs de risque systématique *orthogonaux*

Une fois les facteurs de risque identifiés, la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé de chaque secteur est régressée sur ces facteurs (centrés-réduits). Cependant, nous restons très vigilants, notamment lors de l'interprétation des variables explicatives. On peut se retrouver à des cas de figure où une variable explicative ou son signe sont difficilement interprétables compte tenu de l'activité du secteur. Pour éviter cela, en cas de doute, nous enlevons la variable « douteuse » de l'assiette de départ des variables explicatives entrées dans la modèle et prenons uniquement celles qui semblent plus justes par rapport à l'activité du secteur en question.

La rentabilité centrée-réduite de l'actif financier agrégé d'un secteur  $S$  est définie comme :

$$Z_S = \frac{\ln \left( \frac{V_S(T)}{V_S(0)} \right) - \mu_{RS} T}{\sigma_{RS} \sqrt{T}}$$

avec  $V_S(0) \rightarrow$  valeur de l'actif financier agrégé du secteur  $S$  en  $t=0$  ;  $V_S(T) \rightarrow$  valeur de l'actif financier agrégé du secteur  $S$  en  $t=T$  ;  $\ln(V_S(T)/V_S(0)) \rightarrow$  rentabilité de l'actif financier agrégé du secteur  $S$ , entre  $t=0$  et  $t=T$  ;  $\mu_{RS} \rightarrow$  rentabilité espérée de l'actif financier agrégé du secteur  $S$ , entre  $t=0$  et  $t=T$  ;  $\sigma_{RS} \rightarrow$  volatilité de l'actif financier agrégé du secteur  $S$ , entre  $t=0$  et  $t=T$ .

Comme nous l'avons déjà dit, la prise en compte de la rentabilité centrée-réduite et pas de celle standardisée obtenue par le modèle de Merton est plus prudente lorsqu'on est en temps discret et qu'on n'a pas la certitude que les séries sont stochastiques.

De façon analogue, un facteur de risque centré-réduit  $I_k$  est défini comme :

$$I_k = \frac{\ln \left( \frac{V_k(T)}{V_k(0)} \right) - \mu_{\ln \left( \frac{V_k(T)}{V_k(0)} \right)} T}{\sigma_{\ln \left( \frac{V_k(T)}{V_k(0)} \right)} \sqrt{T}}$$

avec  $V_k(0) \rightarrow$  valeur du facteur  $k$  (non centré-réduit) en  $t=0$  ;  $V_k(T) \rightarrow$  valeur du facteur  $k$  (non centré-réduit) en  $t=T$  ;  $\ln(V_k(T)/V_k(0)) \rightarrow$  variation de la valeur  $V_k$ , entre  $t=0$  et  $t=T$  ;  $\mu_{(\cdot)} \rightarrow$  variation espérée de la valeur  $V_k$ , entre  $t=0$  et  $t=T$  ;  $\sigma_{(\cdot)} \rightarrow$  volatilité de la valeur  $V_k$ , entre  $t=0$  et  $t=T$ .

- d) Construction du modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital pour chaque portefeuille sectoriel

Une fois les coefficients de sensibilité *bêtas* estimés par la régression, nous construisons le modèle multifactoriel pour évaluer la charge en capital, pour chaque portefeuille sectoriel considéré. Ce modèle permet de choquer différents facteurs de risque (i.e. différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non-stressés) pour chaque tranche de probabilité de défaut inconditionnelle. Nous rappelons qu'un facteur de risque stressé correspond dans notre modèle au quantile  $-N(0.999)$  quand le facteur et la perte espérée

conditionnelle de crédit sont *contre-monotones* et au quantile  $N(0.999)$  quand ils sont *co-monotones*.

## B. Présentation des modèles et analyse des résultats obtenus

Ci-dessous, nous présentons les modèles multifactoriels que nous avons obtenus en utilisant des régressions linéaires multiples, pour les six secteurs étudiés. Pour rappel, les sensibilités  $\rho_i$  dans les équations (12.2) et (12.3) ont été estimées par des coefficients *bêtas* issus des régressions. Seulement la probabilité de défaut inconditionnelle moyenne ( $\overline{PD}_S$ ) et la probabilité de défaut conditionnelle moyenne ( $\overline{PD}(I)_S$ ) dans chaque portefeuille sectoriel varient en fonction des différents cas de figure présentés (la 1<sup>ère</sup> suite aux différentes valeurs que nous avons supposées ; la 2<sup>ème</sup> en fonction des facteurs de risque commun qui ont été choqués, du quantile appliqué pour le choc ( $N(0.999)$  ou  $-N(0.999)$ ) et du coefficient *bêta* estimé associé à chaque facteur) ; les autres paramètres de risque de crédit servant à l'évaluation de la charge en capital sont fixés aux valeurs moyennes supposées ci-dessous :

$\overline{LGD} = 0.75 \rightarrow$  le taux de perte moyen dans chaque portefeuille sectoriel (moyenne pondérée par les expositions de la banque sur les contreparties du secteur) ;

$\overline{M}_{Adj} = 1 \rightarrow$  la maturité ajustée moyenne dans chaque portefeuille sectoriel (moyenne pondérée par les expositions de la banque sur les contreparties du secteur) ;

$\overline{EAD} = 100 \text{ Mds€} \rightarrow$  l'exposition totale de chaque portefeuille sectoriel (somme des expositions de la banque sur les contreparties du secteur).

Prenons l'exemple du secteur des *grandes entreprises non-financières (non-financial corporations)*. Sur les facteurs de risque systématique en  $t$ , la méthode de sélection par avant (*step forward selection*) donne trois facteurs qui sont : le facteur lié au taux de croissance du PIB aux États-Unis avec un effet positif (i.e. coefficient *bêta* estimé positif), le facteur lié à la variation du taux de change effectif réel dans la Zone Euro avec un effet négatif (i.e. coefficient *bêta* estimé négatif) et le facteur lié au taux de croissance de l'agrégat monétaire  $M3$  dans la Zone Euro avec un effet positif (i.e. coefficient *bêta* estimé positif). La régression du 2<sup>ème</sup> facteur sur le 1<sup>er</sup> et celle du 3<sup>ème</sup> facteur sur les deux premiers montrent qu'il n'y a pas de redondance entre les trois facteurs.

En régressant la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé de ce secteur sur les trois facteurs de risque (centrés-réduits) sélectionnés, nous obtenons les coefficients *bêtas* estimés (i.e. l'estimation des expositions ou des sensibilités aux facteurs de risque) et donc l'équation de cette rentabilité :

$$Z_{Corporates} = 0.52 * f(g_{USA}) - 0.28 * f(g_{Eeff\_EuroArea}) + 0.26 * f(g_{M3\_EuroArea}) + \sqrt{(1 - 0.52^2 - 0.28^2 - 0.26^2)} \epsilon$$

Le coefficient de détermination ( $R^2$ ) est de 38%, ce qui donne la partie de la variance de la rentabilité qui est expliquée par ces trois facteurs de risque systématique en  $t$  (l'autre partie est expliquée soit par d'autres facteurs de risque systématique qui n'ont pas été identifiés, soit par des facteurs de risque spécifiques à ce secteur).

La fonction multifactorielle d'évaluation de la charge en capital pour le portefeuille sectoriel des grandes entreprises non-financières est alors la suivante <sup>32</sup> :

$$K_{\text{multifactoriel}}_{\text{Corporates}} = UL_{\text{Corporates}} = \{ \overline{LGD}_{\text{Corporates}} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{\text{Corporates}}) - 0.52 * f(g_{USA}) + 0.28 * f(g_{\text{Eeff\_EuroArea}}) - 0.26 * f(g_{M3\_EuroArea})}{\sqrt{1 - 0.52^2 - 0.28^2 - 0.26^2}} \right) - \overline{PD}_{\text{Corporates}} * \overline{LGD}_{\text{Corporates}} \} * EAD_{\text{Corporates}} * \overline{M}_{\text{Adj\_Corporates}}$$

Nous avons la possibilité d'appliquer un choc sur chacun de ces trois facteurs de risque commun, sur deux de ces facteurs ou sur l'ensemble des trois facteurs. Nous rappelons qu'un choc sur un facteur de risque correspond dans notre modèle à un quantile de 99.9% ( $N^{-1}(0.999)$ ) ou de 0.1% ( $-N^{-1}(0.999)$ ) de la loi normale centrée réduite, selon la monotonie présumée entre la perte espérée conditionnelle de crédit et ce facteur de risque, tandis qu'un facteur de risque non-stressé correspond à un quantile de 50%. Ici, nous présumons la perte espérée conditionnelle comme étant *contre-monotone* avec chacun des facteurs  $f(g_{USA})$  et  $f(g_{M3\_EuroArea})$ , et *co-monotone* avec le facteur  $f(g_{\text{Eeff\_EuroArea}})$ . Cela veut dire que nous appliquons le quantile de 0.1% pour les facteurs  $f(g_{USA})$  et  $f(g_{M3\_EuroArea})$  et le quantile de 99.9% pour le facteur  $f(g_{\text{Eeff\_EuroArea}})$ .

Les résultats en termes de charge en capital de notre stress test « macro » en utilisant le modèle multifactoriel obtenu plus haut, sont présentés ci-dessous pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles  $PD$  et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et facteurs non stressés :

Modèle utilisé et facteurs stressés	Non-Financial Corporations (PD = 0,0003)	Non-Financial Corporations (PD = 0,001)	Non-Financial Corporations (PD = 0,01)	Non-Financial Corporations (PD = 0,05)	Non-Financial Corporations (PD = 0,2)	Non-Financial Corporations (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K) (en Mds€)	1,01	2,49	9,77	17,59	29,73	31,48
K_Multifactoriel' Non-stressé (en Mds€)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
K_Multifactoriel' Stress f1 (en Mds€)	0,625	1,926	12,526	32,852	48,583	46,926
K_Multifactoriel' Stress f1 & f2 (en Mds€)	8,063	16,053	43,166	61,284	58,874	52,137
K_Multifactoriel' Stress f1 & f3 (en Mds€)	6,971	14,299	40,728	59,889	58,617	52,040
K_Multifactoriel' Stress f2 (en Mds€)	0,005	0,055	1,315	7,763	23,560	28,100
K_Multifactoriel' Stress f2 & f3 (en Mds€)	0,755	2,265	13,905	34,904	49,752	47,614
K_Multifactoriel' Stress f3 (en Mds€)	0,000	0,024	0,952	6,355	21,084	25,825
K_Multifactoriel' Stress f1 & f2 & f3 (en Mds€)	32,175	45,437	66,680	70,133	59,954	52,490
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
-Q(99.9%) de f1						
Q(99.9%) de f2						
-Q(99.9%) de f3						

Tableau 4 : Résultats en termes de charge en capital de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Grandes Entreprises Non-Financières » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles  $PD$  et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée *contre-monotone* avec le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>ème</sup> facteur de risque (considérés séparément) et *co-monotone* avec le 2<sup>ème</sup> facteur.

<sup>32</sup>Afin d'éviter des valeurs négatives de la charge en capital (qui n'ont pas de signification économique), nous appliquons la fonction suivante :

$$K_{\text{multifactoriel}}' = \text{Max}(K_{\text{multifactoriel}}; 0)$$

L'impact du stress test pour ce secteur, en termes de charge en capital, est maximal dans le cas où on applique un choc sur les trois facteurs simultanément et pour une probabilité de défaut inconditionnelle  $PD$  de 5%. De fait, le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>ème</sup> facteur ont des contributions positives sur la rentabilité du secteur mais des quantiles négatifs tandis que le 2<sup>ème</sup> facteur a une contribution négative mais un quantile positif. Compte tenu du signe « - » déjà présent devant les facteurs de risque dans la fonction d'évaluation de la charge en capital (cf. équation 12.2), au final, les trois facteurs ont un effet positif sur la charge en capital. Dans les stress tests macro-prudentiels « traditionnels », on évalue l'augmentation de la charge en capital induite par l'augmentation de la probabilité de défaut inconditionnelle. Et plus particulièrement par un passage de la probabilité de défaut à une « tranche » supérieure. Par exemple, on trouve une augmentation de  $2.49 \text{ Mds€} - 1.01 \text{ Mds€} = 1.48 \text{ Mds€}$  de la charge en capital calculée avec la fonction  $K$  lorsque la  $PD$  passe de la valeur 0.0003 à 0.001. On observe que, quelle que soit le changement de tranche considéré, son impact en termes de charge en capital évalué en utilisant la fonction  $K$  est clairement inférieur à l'impact évalué en utilisant notre modèle multifactoriel lorsque les chocs sont appliqués simultanément aux trois facteurs de risque. Par ailleurs, la charge en capital maximale obtenue avec le modèle multifactoriel (notamment lorsque les trois facteurs sont choqués et pour une  $PD$  de 5%) est plus que deux fois plus importante que la charge en capital maximale obtenue avec la fonction  $K$  (pour une  $PD$  de 30%).

À titre indicatif, si on régresse la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé de ce secteur, sur les facteurs de risque systématique (centrés-réduits) en  $t$  et sur ceux retardés ( $t-1$ ,  $t-2$ ,  $t-3$ ,  $t-4$ ) simultanément, on obtiendrait l'expression suivante <sup>33</sup> :

$$Z'_{\text{Corporates}} = 0.48 * f(g_{USA}) + 0.50 * f(p_{\text{Immo\_EuroArea\_lag2}}) - 0.46 * f(g_{\text{China\_lag3}}) - 0.30 * f(Di_{\text{Euribor3m\_lag2}}) - 0.25 * f(g_{\text{Eeff\_EuroArea}}) + \sqrt{(1 - 0.48^2 - 0.50^2 - 0.46^2 - 0.30^2 - 0.25^2)} \varepsilon$$

La part de la variance de la rentabilité expliquée par ces facteurs est désormais de 58%. Nous pouvons remarquer trois facteurs de risque qui ont un effet retardé : le facteur lié à la variation de l'indice des prix des logements dans la Zone Euro avec 2 retards  $f(p_{\text{Immo\_EuroArea\_lag2}})$  (effet positif), le facteur lié au taux de croissance du PIB en Chine avec 3 retards  $f(g_{\text{China\_lag3}})$  (effet négatif), et le facteur lié à l'évolution du taux Euribor à 3 mois avec 2 retards  $f(Di_{\text{Euribor3m\_lag2}})$  (effet négatif). Lorsque on prend en compte les facteurs retardés aussi dans la sélection, les facteurs en  $t$  sélectionnés dans le modèle peuvent être différents comparés à ceux sélectionnés de l'assiette contenant les facteurs en  $t$  uniquement : ici, nous avons perdu le facteur lié au taux de croissance de l'agrégat monétaire  $M3$  de la Zone Euro  $f(g_{M3\_EuroArea})$ , comparé à la sélection sur les facteurs en  $t$  uniquement.

---

<sup>33</sup> La méthode pour obtenir l'équation de la rentabilité en fonction des facteurs de risque en  $t$  et ceux retardés simultanément, est la même que celle suivie avec les facteurs en  $t$  uniquement. Cependant, à noter que les facteurs de risque les plus retardés (lag 3 ou 4 par exemple) ne peuvent pas dépendre de ceux qui ont des retards plus récents (lag 1 ou 2 par exemple). Par conséquent, nous avons étudié la colinéarité en régressant chaque facteur sélectionné, sur les facteurs sélectionnés à l'issue des étapes précédentes, seulement si ces derniers ont des retards supérieurs ou égaux au facteur régressé.

Nous suivons la même méthodologie pour les cinq autres secteurs et portefeuilles sectoriels et résumons les résultats dans les tableaux ci-dessous (5 à 8) :

<b>Secteur</b>	<b>Équation de la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé, obtenue suite à la régression de cette rentabilité sur les facteurs de risque systématique en t (centrés-réduits) sélectionnés</b>	<b>Monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et chacun des facteurs de risque sélectionnés dans le modèle (considérés séparément)</b>	<b>Étude de la colinéarité entre les facteurs de risque sélectionnés dans le modèle</b>
<i>Institutions Monétaires et Financières</i>	$Z_{InstMonFin} = 0.40*f(p\_EuroArea) + 0.46*f(p\_Immo\_EuroArea) - 0.51*\tilde{f}(p\_Commo) + \sqrt{(1-0.40^2 - 0.46^2 - 0.51^2)} \varepsilon$ <p>(R<sup>2</sup> = 34%)</p>	La perte espérée conditionnelle est contre-monotone avec le facteur $f(p\_Immo\_EuroArea)$ et est co-monotone ou contre-monotone avec les facteurs $f(p\_EuroArea)$ et $\tilde{f}(p\_Commo)$ (les deux cas de monotonie peuvent être possibles)	Colinéarité entre le 3 <sup>ème</sup> facteur et le 1 <sup>er</sup> → exprimer le 3 <sup>ème</sup> facteur en fonction du 1 <sup>er</sup> et isoler le résidu :  $f(p\_Commo\_estimé) = 0.69*f(p\_EuroArea)$ ;  $\tilde{f}(p\_Commo) = f(p\_Commo) - f(p\_Commo\_estimé)$
<i>Gouvernement Général</i>	$Z_{GenGov} = 0.56*f(g\_GovDebtEuroArea) + 0.37*\tilde{f}(g\_EuroArea) + \sqrt{(1-0.56^2 - 0.37^2)} \varepsilon$ <p>(R<sup>2</sup> = 43%)</p>	La perte espérée conditionnelle est co-monotone avec le facteur $f(g\_GovDebtEuroArea)$ et contre-monotone avec le facteur $\tilde{f}(g\_EuroArea)$	Colinéarité entre le 2 <sup>ème</sup> facteur et le 1 <sup>er</sup> → exprimer le 2 <sup>ème</sup> facteur en fonction du premier et isoler le résidu :  $f(g\_EuroArea\_estimé) = -0.40*f(g\_GovDebtEuroArea)$ ;  $\tilde{f}(g\_EuroArea) = f(g\_EuroArea) - f(g\_EuroArea\_estimé)$
<i>Fonds d'Investissement Non-monétaires</i>	$Z_{Non-MMFInvFunds} = -0.82*f(Di\_GovBondsEuroArea) + 0.49*f(p\_EuroArea) + \sqrt{(1-0.82^2 - 0.49^2)} \varepsilon$ <p>(R<sup>2</sup> = 65%)</p>	La perte espérée conditionnelle est co-monotone avec le facteur $f(Di\_GovBondsEuroArea)$ et est co-monotone ou contre-monotone avec le facteur $f(p\_EuroArea)$ (les deux cas de monotonie peuvent être possibles)	Absence de colinéarité entre les deux facteurs de risque.
<i>Compagnies d'Assurance</i>	$Z_{InsurCorp} = -0.62*f(Di\_GovBondsEuroArea) - 0.49*f(g\_EuroArea) + \sqrt{(1-0.62^2 - 0.49^2)} \varepsilon$ <p>(R<sup>2</sup> = 76%)</p>	La perte espérée conditionnelle est co-monotone avec le facteur $f(Di\_GovBondsEuroArea)$ et contre-monotone avec le facteur $f(g\_EuroArea)$	Absence de colinéarité entre les deux facteurs de risque.
<i>Fonds de Pension</i>	$Z_{PensionFunds} = -0.79*f(Di\_GovBondsEuroArea) + \sqrt{(1-0.79^2)} \varepsilon$ <p>(R<sup>2</sup> = 63%)</p>	La perte espérée conditionnelle est co-monotone avec le facteur $f(Di\_GovBondsEuroArea)$	Un seul facteur de risque donc pas de sujet de colinéarité à étudier.

*Tableau 5 : Sensibilités (ou expositions) de l'actif financier agrégé de chaque secteur, aux différents facteurs de risque sélectionnés par la méthode de sélection par avant ; monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit et chaque facteur de risque considéré séparément ; colinéarité entre les facteurs de risque sélectionnés dans le modèle.*

Portefeuille sectoriel	Fonction multifactorielle d'évaluation de la charge en capital obtenue
Institutions Monétaires et Financières	$K\_multifactoriel_{InstMonFin} = \{ \overline{LGD}_{InstMonFin} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{InstMonFin}) - 0.40 * f(p_{EuroArea}) - 0.46 * f(p_{ImmoEuroArea}) + 0.51 * \tilde{f}(p_{Commo})}{\sqrt{1 - 0.40^2 - 0.46^2 - 0.51^2}} \right) - \overline{PD}_{InstMonFin} * \overline{LGD}_{InstMonFin} \} * EAD_{InstMonFin} * \overline{M}_{AdjInstMonFin}$
Gouvernement Général	$K\_multifactoriel_{GenGov} = \{ \overline{LGD}_{GenGov} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{GenGov}) - 0.56 * f(g_{GovDebtEuroArea}) - 0.37 * \tilde{f}(g_{EuroArea})}{\sqrt{1 - 0.56^2 - 0.37^2}} \right) - \overline{PD}_{GenGov} * \overline{LGD}_{GenGov} \} * EAD_{GenGov} * \overline{M}_{AdjGenGov}$
Fonds d'Investissement Non-monétaires <sup>34</sup>	$K\_multifactoriel_{Non-MMFInvFunds} = \{ \overline{LGD}_{Non-MMFInvFunds} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{Non-MMFInvFunds}) + 0.82 * f(Di_{GovBonds10yEuroArea}) - 0.49 * f(p_{EuroArea})}{\sqrt{1 - 0.82^2 - 0.49^2}} \right) - \overline{PD}_{Non-MMFInvFunds} * \overline{LGD}_{Non-MMFInvFunds} \} * EAD_{Non-MMFInvFunds} * \overline{M}_{AdjNon-MMFInvFunds}$ $K\_multifactoriel\_ajusté_{Non-MMFInvFunds} = \{ \overline{LGD}_{Non-MMFInvFunds} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{Non-MMFInvFunds}) + 0.71 * f(Di_{GovBonds10yEuroArea}) - 0.53 * f(p_{EuroArea})}{\sqrt{1 - 0.71^2 - 0.53^2}} \right) - \overline{PD}_{Non-MMFInvFunds} * \overline{LGD}_{Non-MMFInvFunds} \} * EAD_{Non-MMFInvFunds} * \overline{M}_{AdjNon-MMFInvFunds}$
Compagnies d'Assurance	$K\_multifactoriel_{InsurCorp} = \{ \overline{LGD}_{InsurCorp} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{InsurCorp}) + 0.62 * f(Di_{GovBonds10yEuroArea}) + 0.49 * f(g_{EuroArea})}{\sqrt{1 - 0.62^2 - 0.49^2}} \right) - \overline{PD}_{InsurCorp} * \overline{LGD}_{InsurCorp} \} * EAD_{InsurCorp} * \overline{M}_{AdjInsurCorp}$
Fonds de Pension	$K\_multifactoriel_{PensionFunds} = \{ \overline{LGD}_{PensionFunds} * N \left( \frac{N^{-1}(\overline{PD}_{PensionFunds}) + 0.79 * f(Di_{GovBonds10yEuroArea})}{\sqrt{1 - 0.79^2}} \right) - \overline{PD}_{PensionFunds} * \overline{LGD}_{PensionFunds} \} * EAD_{PensionFunds} * \overline{M}_{AdjPensionFunds}$

Tableau 6 : Fonction multifactorielle d'évaluation de la charge en capital pour chaque portefeuille sectoriel

<sup>34</sup>L'expression au dénominateur pose de problème : la différence donne un nombre négatif dont on ne peut appliquer la racine carrée. Afin de remédier à ce problème, nous appliquons l'algorithme suivant :

Si  $1 - \text{somme des coefficients estimés par la régression } (\sum \hat{\beta}_j) \leq 0$ , alors :

Si le coefficient  $|\hat{\beta}_j| \leq \sqrt{(1/n)}$ , alors on le laisse tel qu'est, avec  $n \rightarrow$  nombre de facteurs de risque commun sélectionnés dans le modèle ;

Si le coefficient  $\hat{\beta}_j$  est positif et  $\geq \sqrt{(1/n)}$ , alors on le remplace par  $\sqrt{(1/n)}$  ;

Si le coefficient  $\hat{\beta}_j$  est négatif et  $\leq -\sqrt{(1/n)}$ , alors on le remplace par  $-\sqrt{(1/n)}$  ;

Ici, le coefficient qui a une valeur absolue  $\geq \sqrt{(1/n)}$  est négatif : avec  $n = 2 \rightarrow -\sqrt{(1/n)} = -0.7071 \rightarrow -0.7071$  va remplacer  $-0.8801$ .

Modèle utilisé et facteurs stressés	Monetary Financial Institutions (PD = 0,0003)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,001)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,01)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,05)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,2)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,01	2,49	9,77	17,59	29,73	31,48
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0000	0,0161	2,0570	15,2149	40,6543	43,4116
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	7,7000	17,9354	52,2821	67,6216	59,8905	52,4822
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0147	0,1599	4,4294	23,0114	47,1370	47,1674
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	0,0000	0,0000	0,9146	10,1639	34,7252	39,4809
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
-Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						
-Q(99.9%) de f3						

*Tableau 7.1 a) Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Institutions Monétaires et Financières » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée contre-monotone avec les trois facteurs de risque (considérés séparément).*

Modèle utilisé et facteurs stressés	Monetary Financial Institutions (PD = 0,0003)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,001)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,01)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,05)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,2)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,01	2,49	9,77	17,59	29,73	31,48
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0000	0,0161	2,0570	15,2149	40,6543	43,4116
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	7,7000	17,9354	52,2821	67,6216	59,8905	52,4822
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	11,2386	23,6808	57,7889	69,0457	59,9494	52,4927
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0147	0,1599	4,4294	23,0114	47,1370	47,1674
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	17,2633	32,1183	63,6184	70,1758	59,9828	52,4978
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0595	0,3847	7,1216	29,6357	51,0340	49,1340
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	67,5944	72,5103	74,1775	71,2491	60,0000	52,5000
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
-Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						
Q(99.9%) de f3						

*Tableau 7.1 b) Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Institutions Monétaires et Financières » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 3ième facteur de risque et contre-monotone avec les deux premiers facteurs de risque (considérés séparément).*



Modèle utilisé et facteurs stressés	Monetary Financial Institutions (PD = 0,0003)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,001)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,01)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,05)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,2)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,01	2,49	9,77	17,59	29,73	31,48
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0147	0,1599	4,4294	23,0114	47,1370	47,1674
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						
-Q(99.9%) de f3						

Tableau 7.1 c) Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Institutions Monétaires et Financières » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 1<sup>er</sup> facteur de risque et contre-monotone avec les deux autres facteurs (considérés séparément).

Modèle utilisé et facteurs stressés	Monetary Financial Institutions (PD = 0,0003)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,001)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,01)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,05)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,2)	Monetary Financial Institutions (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,01	2,49	9,77	17,59	29,73	31,48
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	5,2716
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0147	0,1599	4,4294	23,0114	47,1370	47,1674
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	17,2633	32,1183	63,6184	70,1758	59,9828	52,4978
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0595	0,3847	7,1216	29,6357	51,0340	49,1340
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	0,1909	0,9517	11,9787	38,5341	54,7499	50,7742
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						
Q(99.9%) de f3						

Tableau 7.1 d) Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Institutions Monétaires et Financières » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>ième</sup> facteur de risque (considérés séparément) et contre-monotone avec le 2<sup>ième</sup> facteur.

Modèle utilisé et facteurs stressés	General Government (PD = 0,0003)	General Government (PD = 0,001)	General Government (PD = 0,01)	General Government (PD = 0,05)	General Government (PD = 0,2)	General Government (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,01	2,49	9,77	17,59	29,73	31,48
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0539	0,2522	3,4579	15,2124	34,7603	37,7058
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0539	0,2522	3,4579	15,2124	34,7603	37,7058
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						

*Tableau 7.2. Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Gouvernement Général » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 1<sup>er</sup> facteur de risque et contre-monotone avec le 2<sup>ème</sup> facteur.*

Modèle utilisé et facteurs stressés	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,0003)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,001)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,01)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,05)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,2)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,0106	2,4893	9,7705	17,5866	29,7288	31,4821
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0422	1,8443	56,0905	71,1679	60,0000	52,5000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	73,9338	74,8982	74,2500	71,2500	60,0000	52,5000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,0422	1,8443	56,0905	71,1679	60,0000	52,5000
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0000	0,0000	0,0000	22,8898	59,4092	52,4835
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	22,8898	59,4092	52,4835
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	73,9338	74,8982	74,2500	71,2500	60,0000	52,5000
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						

*Tableau 7.3 a) Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Fonds d'Investissement Non-Monétaires » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 1<sup>er</sup> facteur de risque et contre-monotone avec le 2<sup>ème</sup> facteur.*

Modèle utilisé et facteurs stressés	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,0003)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,001)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,01)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,05)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,2)	Non-MMF Investment Funds (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,0106	2,4893	9,7705	17,5866	29,7288	31,4821
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,0422	1,8443	56,0905	71,1679	60,0000	52,5000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	37,2654	48,5187
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,0422	1,8443	56,0905	71,1679	60,0000	52,5000
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	37,2654	48,5187
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						
Q(99.9%) de f2						

*Tableau 7.3 b) Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Fonds d'Investissement Non-Monétaires » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 1<sup>er</sup> et le 2<sup>ième</sup> facteur de risque (considérés séparément).*

Modèle utilisé et facteurs stressés	Insurance Corporations (PD = 0,0003)	Insurance Corporations (PD = 0,001)	Insurance Corporations (PD = 0,01)	Insurance Corporations (PD = 0,05)	Insurance Corporations (PD = 0,2)	Insurance Corporations (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,0106	2,4893	9,7705	17,5866	29,7288	31,4821
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	0,4826	2,0338	18,5415	47,3043	57,2560	51,7247
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3,0644	9,6010
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	0,4826	2,0338	18,5415	47,3043	57,2560	51,7247
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	3,0644	9,6010
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						
-Q(99.9%) de f2						

*Tableau 7.4. Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Compagnies d'Assurance » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le 1<sup>er</sup> facteur de risque et contre-monotone avec le 2<sup>ième</sup> facteur.*

Modèle utilisé et facteurs stressés	Pension Funds (PD = 0,0003)	Pension Funds (PD = 0,001)	Pension Funds (PD = 0,01)	Pension Funds (PD = 0,05)	Pension Funds (PD = 0,2)	Pension Funds (PD = 0,3)
K_Bâle 2/3 (fonction K)	1,0106	2,4893	9,7705	17,5866	29,7288	31,4821
K_Multifactoriel'_Non-stressé	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1	4,0093	10,9662	42,8962	64,3287	59,6953	52,4425
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2	4,0093	10,9662	42,8962	64,3287	59,6953	52,4425
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f3	4,0093	10,9662	42,8962	64,3287	59,6953	52,4425
K_Multifactoriel'_Stress f2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f2 & f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K_Multifactoriel'_Stress f1 & f2 & f3	4,0093	10,9662	42,8962	64,3287	59,6953	52,4425
<b>Quantiles considérés pour les chocs</b>						
Q(99.9%) de f1						

Tableau 7.5. Résultats (en Mds€ de charge en capital) de la fonction multifactorielle relative au portefeuille sectoriel « Fonds de Pension » et comparaison avec les résultats de la fonction K, pour différentes probabilités de défaut inconditionnelles PD et pour différentes combinaisons entre facteurs de risque stressés et non stressés. La perte espérée conditionnelle est présumée co-monotone avec le seul facteur de risque.

Secteur	Équation de la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé, obtenue suite à la régression de cette rentabilité sur les facteurs de risque systématique en $t$ et sur ceux retardés ( $t-1, t-2, t-3, t-4$ ) sélectionnés
Institutions Monétaires et Financières	$Z'_{InstMonFin} = 0.50 * f(g_{M3\_EuroArea\_lag1}) - 0.41 * f(g_{Eff\_EuroArea}) + 0.26 * f(p_{Immo\_EuroArea\_lag3}) + 0.33 * f(Di\_GovBonds10y\_EuroArea\_lag1) + 0.21 * f(p_{Commo\_lag3}) - 0.32 * f(g_{USA\_lag3}) - 0.34 * f(p_{EuroArea\_lag3}) + \sqrt{(1 - 0.50^2 - 0.41^2 - 0.26^2 - 0.33^2 - 0.21^2 - 0.32^2 - 0.34^2)} \epsilon$
Gouvernement Général	$Z'_{GenGov} = 0.73 * f(p_{EuroArea\_lag4}) + 0.39 * f(g_{GovDebt\_EuroArea}) + 0.31 * f(g_{EuroArea\_lag2}) - 0.22 * f(Di\_GovBonds10y\_EuroArea) + 0.25 * f(p_{Immo\_USA\_lag3}) - 0.22 * f(Di\_Euribor3m\_lag2) + 0.20 * f(g_{USA\_lag2}) + \sqrt{(1 - 0.73^2 - 0.39^2 - 0.31^2 - 0.22^2 - 0.25^2 - 0.22^2 - 0.20^2)} \epsilon$
Fonds d'Investissement Non-monétaires	$Z'_{Non-MMFInvFunds} = -0.40 * f(Di\_GovBonds10y\_EuroArea\_rp) - 0.49 * f(g_{USA\_lag4\_rp}) - 0.32 * f(Di\_Euribor3m\_lag2\_rp) + 0.28 * f(p_{Commo\_lag4\_rp}) + \sqrt{(1 - 0.40^2 - 0.49^2 - 0.32^2 - 0.28^2)} \epsilon$
Compagnies d'Assurance	$Z'_{InsurCorp} = -(6.745e-01) * f(Di\_GovBonds10y\_EuroArea\_rp) - (7.646e-01) * f_g\_EuroArea\_lag4\_rp + (3.646e-01) * f_g\_Eff\_EuroArea\_lag3\_rp - (3.203e-01) * f_g_{USA\_lag1\_rp} - (2.523e-01) * f_g_{China\_lag3\_rp} - (2.168e-01) * f_g\_GovDebt\_EuroArea\_rp + (1.117e-01) * f_p\_Immo\_EuroArea\_lag3\_rp - (1.746e-01) * f_p\_Immo\_EuroArea\_lag1\_rp + (9.692e-02) * f_g\_GovDebt\_EuroArea\_lag1\_rp - (4.468e-02) * f_g\_M3\_EuroArea\_lag4\_rp - (3.986e-02) * f_g_{China\_lag2\_rp} + (6.613e-03) * f_g\_Eff\_EuroArea\_lag4\_rp - (1.750e-03) * f_g_{USA\_lag2\_rp} - (9.976e-04) * f_p\_EuroArea\_lag4\_rp + \sqrt{(...)} \epsilon$
Fonds de Pension	$Z'_{PensionFunds} = -0.71 * f(Di\_GovBonds10y\_EuroArea\_rp) - 0.46 * f(p_{EuroArea\_lag1\_rp}) + 0.29 * f(g_{Eff\_EuroArea\_lag3\_rp}) + 0.12 * f(g_{USA\_lag2\_rp}) - 0.11 * f(g_{EuroArea\_lag2\_rp}) - 0.14 * f(g_{USA\_lag4\_rp}) + 0.10 * f(g_{M3\_EuroArea\_lag3\_rp}) + \sqrt{(1 - 0.71^2 - 0.46^2 - 0.29^2 - 0.12^2 - 0.11^2 - 0.14^2 - 0.10^2)} \epsilon$

Tableau 8 : Sensibilités (ou expositions) de l'actif financier agrégé de chaque secteur aux différents facteurs de risque systématique sélectionnés si les retards des facteurs étaient pris en compte aussi

### Remarques importantes :

La fonction de base de calcul du capital réglementaire en IRB (*fonction K*) est une fonction croissante de la probabilité de défaut inconditionnelle *PD* mais cela jusqu'à une *PD* autour du 30%. À partir de ce seuil la *fonction K* commence à devenir une fonction décroissante de la *PD*. C'est pour cela que ce seuil sert souvent de seuil de défaut dans les modèles internes utilisés dans les banques, avec une notation correspondante à *CCC*. Entre la notation *CCC* et la notation *D* (i.e. notation utilisée pour le défaut) la probabilité de défaut saute du niveau autour du 30% à son niveau maximal de 100%. Nous pouvons considérer cette décroissance de la *fonction K* à partir d'une *PD* autour des 30% comme une autre faiblesse du modèle monofactoriel asymptotique de *Gordy-Vasicek*.

Dans la fonction multifactorielle d'évaluation de la charge en capital, nous remarquons que plus la somme des produits  $\{\beta^*(-\text{quantile du facteur de risque})\}$  est élevée, plus le seuil de *PD* à partir duquel cette fonction devient décroissante est faible. Comme pour la *fonction K*, cet effet négatif n'est pas compatible avec l'effet croissant que doit avoir la probabilité de défaut inconditionnelle *PD* sur la charge en capital. Cependant, nous pouvons interpréter cela par le fait que plus un portefeuille sectoriel est dépendant des facteurs de risque systématique, moins la probabilité de défaut inconditionnelle moyenne de ses créances impacte positivement la probabilité de défaut conditionnelle moyenne dans ce portefeuille. La *PD* devient alors un paramètre quasiment sans effet, voire avec un effet atténuant ; la probabilité de défaut conditionnelle dépend dans ces cas quasi-entièrement des facteurs de risque systématique choqués.

Lorsque les trois facteurs de risque systématique ne sont pas choqués (i.e. prendre leur quantile de 50% au lieu du quantile de 0.1% ou de 99.9%), la charge en capital obtenue est nulle. Cela s'explique par le fait que lorsque tous les facteurs de risque commun sont à leur état de nature « moyen », la probabilité de défaut conditionnelle devient très proche de la probabilité de défaut inconditionnelle. Si on était dans le cadre du modèle mono-factoriel asymptotiquement granulaire de *Gordy-Vasicek*, pour un quantile de 50% du facteur de risque, l'expression de l'*Expected Loss (EL)* annulerait celle de la *Crédit-VaR*, en donnant ainsi une valeur d'*Unexpected Loss (UL)* proche de zéro (pour rappel, dans ce modèle :  $K = UL(I_{1-p}) = E[L | I_{99.9\%}] - EL \approx \text{Credit-VaR}(99.9\%, 1an) - EL$ ).

Quand l'équation obtenue par la régression a une seule variable explicative, la fonction multifactorielle d'évaluation de la charge en capital devient une fonction mono-factorielle comme celle utilisée actuellement dans les banques (*fonction K*). Cependant, il y a une importante différence entre les deux : dans la *fonction K*, la sensibilité  $\rho$  est calculée (en fonction de la *PD*) avec une formule donnée par le régulateur (i.e. *fonction R* définie par le Comité de *Bâle II* et maintenue en *Bâle III* – cf. paragraphe 2.4.1 de la 1<sup>ière</sup> partie), tandis que dans notre modèle elle est estimée par le coefficient *bêta* issu de la régression (régression simple dans ce cas). Ce coefficient *bêta* peut prendre des valeurs négatives et peut être bien plus élevé en valeur absolue que le coefficient *R*, avec une possibilité de tendre vers 1.

Nous remarquons que beaucoup de facteurs de risque ont un effet retardé (d'un à plusieurs trimestres) sur la rentabilité de l'actif financier agrégé des secteurs. Lorsque les facteurs de

risque retardés sont intégrés dans la régression, les rentabilités sont évidemment mieux expliquées avec un coefficient de détermination plus élevé, et les facteurs en  $t$  sélectionnés dans le modèle peuvent être différents comparés à ceux sélectionnés de l'assiette contenant les facteurs en  $t$  uniquement. De plus, l'effet de certains facteurs de risque peut avoir des signes différents en fonction de leur retard, pour le même secteur considéré. Cela veut dire que des retards différents d'un même facteur de risque peuvent avoir des effets avec des signes différents sur le même secteur. On peut dire que les facteurs présentant ce symptôme ont un effet ambigu sur le secteur en question.

Enfin, comme nous l'avons déjà mentionné, les régressions doivent se renouveler à chaque exercice de stress test « macro », c'est-à-dire avec une fréquence trimestrielle. Les facteurs de risque sélectionnés dans le modèle ainsi que leur effet (i.e. les coefficients *bêtas* estimés par la régression) peuvent alors changer chaque trimestre.

#### Analyse et conclusion de l'étude empirique :

Dans cette section empirique nous avons pu confirmer qu'un secteur (notamment la variation de l'actif des entreprises qui en font partie) peut dépendre de plusieurs facteurs de risque systématique. Certains de ces facteurs sont (multi-)colinéaires mais nous avons vu que, dans la plupart des cas, les facteurs sélectionnés dans le modèle ne sont pas redondants. De plus, certains de ces facteurs peuvent avoir un effet positif tandis que d'autres un effet négatif sur la rentabilité de l'actif financier agrégé d'un secteur. Compte tenu, d'une part des *bêtas* estimés, d'autre part de la monotonie théorique entre la perte espérée conditionnelle de crédit et un facteur de risque donné, pour chaque facteur de risque on peut avoir quatre cas d'impact possibles sur la charge en capital évaluée. Ces quatre cas sont les suivants :

- Cas 1: *bêta positif et (-(- p quantile)) positif ;*
- Cas 2: *bêta négatif et (-(- p quantile)) positif ;*
- Cas 3: *bêta positif et -(p quantile)) négatif ;*
- Cas 4: *bêta négatif et -(p quantile)) négatif.*

Pour rappel, le signe « - » devant le *p-quantile* ou le *-p-quantile* provient de la fonction d'évaluation de la charge en capital (cf. modèle mono-factoriel de *Gordy-Vasicek* et son extension multifactorielle). Les cas 1 et 4 génèrent le plus d'impact en termes de charge en capital. Pour la plupart des facteurs de risque sélectionnés pour les différents secteurs étudiés, on se retrouve dans ces deux cas, ce qui semble cohérent car, théoriquement, si le lien entre la perte de crédit de la banque sur un secteur, et un facteur de risque quelconque, est négatif (positif), le lien entre la rentabilité de l'actif du secteur et ce même facteur de risque devrait être positif (négatif). Pour le portefeuille sectoriel des *entreprises non-financières*, pour chacun des facteurs de risque sélectionnés nous identifions un de ces deux cas (1 ou 4), ce qui implique un effet nettement majorant sur la charge en capital, en cas de choc des facteurs, comparé au cadre actuel qui consiste à répercuter le choc sur la probabilité de défaut inconditionnelle en la dégradant d'un ou de plusieurs crans. L'effet maximal sur la charge en capital est alors obtenu, pour ce secteur, en choquant l'intégralité des facteurs de risque. Pour les autres portefeuilles sectoriels, nous avons un mélange entre le cas 1 ou 4 et le cas 2 ou 3. Pour ces portefeuilles, la charge en capital maximale est obtenue en stressant uniquement les

facteurs se retrouvant dans le cas 1 ou 4. Notre modèle n'est majorant que s'il y a plus qu'un facteur de risque se situant à un de ces deux cas (1 ou 4). Pour le portefeuille sectoriel des *institutions monétaires et financières*, la monotonie entre deux des facteurs de risque (le facteur lié au taux d'inflation dans la Zone Euro et le facteur lié à la variation de l'indice des prix des *commodities*, considérés séparément) et la perte espérée conditionnelle de crédit est ambiguë, ce qui nous a amené à construire le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital pour les quatre cas de combinaison de monotonies possibles (cf. tableaux 7.1 a) à 7.1 d)). Pour une de ces quatre combinaisons, l'ensemble des facteurs de risque sont dans le cas 1 ou 4, ayant ainsi tous une contribution positive sur la charge en capital (cf. tableau 7.1 b)). Pour deux de ces quatre combinaisons, deux facteurs de risque se situent dans le cas 1 ou 4 (cf. tableaux 7.1 a) et 7.1 d)), et pour une des combinaisons seulement un facteur se trouve dans un de ces deux cas (cf. tableau 7.1 c)). Pour le portefeuille sectoriel des *fonds d'investissement non-monétaires*, un facteur de risque (le facteur lié au taux d'inflation dans la Zone Euro) a une monotonie ambiguë avec la perte espérée conditionnelle, ce qui génère deux combinaisons de monotonies possibles (cf. tableaux 7.3 a), 7.3 b)) dont pour une, les deux facteurs de risque se situent dans le cas 1 ou 4 (cf. tableau 7.3 a)). Pour le portefeuille sectoriel des *fonds de pension*, le seul facteur de risque du modèle se trouve dans le cas 4. La fonction multifactorielle peut parfois générer une charge en capital inférieure à celle générée par la *fonction K* lorsque pas plus qu'un facteur de risque ne se retrouve au cas 1 ou 4. Nous observons ce phénomène notamment pour le portefeuille sectoriel des *compagnies d'assurance* (cf. tableau 7.4), des *fonds d'investissement non-monétaires – 2<sup>ième</sup> combinaison* (cf. tableau 7.3 b)), du *Gouvernement général* (cf. tableau 7.2) et des *institutions monétaires et financières – 3<sup>ième</sup> combinaison* (cf. tableau 7.1 c)), pour les deux ou trois premières tranches de *PD*.

Pour résumer, dans la plupart des cas, à probabilité de défaut inconditionnelle *PD* équivalente, la charge en capital obtenue par le modèle multifactoriel que nous proposons pour mener les stress tests est supérieure à la charge en capital obtenue par le modèle mono-factoriel utilisé actuellement pour calculer le capital réglementaire en IRB (*fonction K*). Lorsque dans ce modèle multifactoriel, la majorité des produits  $\{\beta^*(-\text{quantile du facteur de risque})\}$  sont positifs (i.e. cas 1 ou 4 présentés plus haut), ce qui est le plus souvent le cas, l'impact des chocs sur l'ensemble des facteurs, évalué en termes de charge en capital, est clairement supérieur à l'impact évalué en utilisant la *fonction K* pour n'importe quel changement de tranche de la *PD* considéré. Cependant, lorsque la majorité des produits  $\{\beta^*(-\text{quantile du facteur de risque})\}$  ne sont pas positifs, ce modèle multifactoriel est susceptible de générer une charge en capital inférieure à celle générée par la *fonction K*, et notre méthodologie de choquer les facteurs de risque dans ce modèle est susceptible de générer un impact inférieur à celui d'un macro-stress test traditionnel (consistant à répercuter les chocs sur la probabilité de défaut inconditionnelle dans la *fonction K*).

Nous avons vu que pour la plupart des secteurs, le facteur « activité », identifié à partir du taux de croissance du PIB de la Zone Euro qui est, a priori, la variable la plus représentative de la conjoncture macro-économique de cette zone, n'est pas sélectionné comme facteur contributif, et on doit donc, de ce fait, considérer qu'il n'a pas d'impact sur la charge en capital de la banque, contrairement à ce qui est prévu par le régulateur. Cependant, on observe que ce facteur ainsi que d'autres facteurs clés tels que celui identifié à partir de l'évolution du taux *Euribor*, peuvent avoir un effet retardé sur la rentabilité de l'actif de certains secteurs.

Néanmoins, comme nous l'avons déjà dit, les effets retardés ne sont pas pris en compte dans notre modèle de stress test « macro » puisqu'on s'intéresse uniquement à l'impact des chocs sur les pertes inattendues ; par conséquent, seulement les facteurs de risque en  $t$  ont été pris en compte pour évaluer la charge en capital.

Nous avons identifié un cas où le facteur « activité » en  $t$  avait un effet négatif sur la rentabilité, notamment pour le secteur des compagnies d'assurance ; et deux cas où ce facteur avait un effet négatif retardé, notamment pour les compagnies d'assurance et les fonds de pension. Cela se traduit par un comportement contracyclique de ces deux secteurs, du moins pour la période entre le 1<sup>er</sup> trimestre 2013 et le dernier trimestre 2016. Cependant, il ne faut pas oublier que pour ces deux secteurs, les séries de données que nous avons pu obtenir sont relativement courtes (seulement 16 trimestres) et les résultats d'estimation doivent donc être considérés avec prudence.

Enfin, nous constatons que plus un portefeuille sectoriel est exposé aux facteurs de risque systématique, moins la probabilité de défaut inconditionnelle moyenne de ses contreparties ( $\overline{PD}_S$ ) a tendance à avoir un effet sur la charge en capital, lorsque tous les facteurs de risque du modèle sont choqués ; la probabilité de défaut conditionnelle moyenne dans ce portefeuille dépend ainsi quasi-entièrement de ces facteurs. Inversement, moins le portefeuille sectoriel dépend de ces facteurs de risque, plus l'effet de la probabilité de défaut inconditionnelle a tendance à devenir important. La  $PD$  incorpore tous les éléments du risque de défaut qui ne dépendent pas d'une réalisation précise des facteurs de risque systématique, y compris aussi des facteurs spécifiques au secteur.

#### Limites du modèle :

Nous avons choisi douze variables macro-économiques (régionales et mondiales) pour constituer nos facteurs de risque systématique. Cependant, ces douze variables (en  $t$  ou en  $t$  et retardées) ne sont pas forcément suffisantes pour expliquer la totalité du risque de chaque portefeuille sectoriel. La partie du risque qui n'est pas expliquée peut provenir soit d'autres variables macro-économiques/macro-financières non identifiées, soit de variables plus spécifiques au secteur en question. Le risque spécifique sectoriel n'entre donc pas dans le cadre de notre modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital.

La non-prise en compte de l'actif non-financier (on rappelle qu'on a pris la rentabilité de l'actif financier agrégé de chaque secteur comme variable à expliquer) peut biaiser (légèrement à notre point de vue) les résultats obtenus par les régressions.

La méthode de *sélection par avant* des variables explicatives qui a été employée, est une méthode plutôt simple et efficace mais purement statistique et, comme toute autre méthode statistique de sélection des variables explicatives, elle a aussi ses inconvénients. En effet, une fois qu'une variable explicative est sélectionnée à une étape de la procédure, elle n'est plus remise en cause par la suite, or il peut être possible de trouver un meilleur ensemble de variables explicatives que celui obtenu par cette méthode. Cela nous amène à rester prudents



vis-à-vis des résultats de cette méthode, notamment en regardant de près l'interprétation économique de chaque variable explicative sélectionnée (y compris son signe); si l'interprétation d'une variable s'avère difficile, l'enlever de l'assiette de départ.

L'expression  $1 - \sum_{i=1}^N \hat{\beta}_i^2$ , située à l'intérieur de la racine carrée, au dénominateur de la fonction multifactorielle d'évaluation de la charge en capital, ne peut prendre ni des valeurs négatives ni une valeur nulle. Par conséquent, si la rentabilité de l'actif d'un secteur dépend fortement de plusieurs facteurs de risque systématique (dépendance positive ou négative), cela risque de ne pas donner de valeur en termes de charge en capital pour le portefeuille exposé à ce secteur. Cet inconvénient nous amène à employer des solutions alternatives afin de limiter la somme des carrés des coefficients  $\hat{\beta}_i$  à un nombre inférieur à 1.

La rentabilité standardisée de l'actif de l'entreprise (i.e. de la contrepartie) est donnée comme une fonction linéaire des facteurs de risque systématique dans *Gordy (2003)* (article fondateur), ce qui nous a amené à effectuer des régressions linéaires multiples pour construire le modèle multifactoriel d'évaluation de la charge en capital pour chaque portefeuille sectoriel. D'une part, dans une régression linéaire multiple, l'effet d'une variable explicative est influencé par les effets des autres variables explicatives prises en compte dans la régression. D'autre part, certains facteurs de risque peuvent avoir un effet non-linéaire sur la rentabilité de l'actif des secteurs. Si c'est le cas, de tels effets ne seront pas correctement pris en compte dans notre modèle. Par ailleurs, le modèle de base de *Gordy (2003)* a ses racines dans le modèle de *Merton (1974)* qui est construit dans un environnement de marchés parfaits (cf. hypothèses du modèle de *Merton* dans la section 1.1. de cette partie), ce qui ne correspond pas tout à fait à la réalité. De plus, le modèle de *Merton (1974)* est vérifié en temps continu et suppose que la rentabilité de l'actif de l'entreprise est stochastique.

Enfin, la loi de distribution appliquée pour les quantiles des facteurs stressés est la loi normale (centrée-réduite). Or, cette loi sous-estime la probabilité des valeurs extrêmes. Le modèle peut ainsi s'enrichir en utilisant des lois de distribution qui attribuent des probabilités plus fortes aux valeurs extrêmes.

## Partie III. Impact d'un stress test de liquidité sur le risque de crédit propre à la banque

### Introduction

La transformation des ressources de court terme (dépôts, emprunts à court-terme dans le marché monétaire ou auprès de la Banque Centrale) à des actifs de moyen et long-terme (crédits ou d'autres financements longs) est le cœur du métier d'une banque. Mais cette transformation des échéances expose celle-ci directement au risque de liquidité bancaire qui correspond au risque que la banque soit incapable d'honorer ses engagements immédiats.

Durant la « phase de liquidité » de la crise financière enclenchée en 2007-2008, de nombreuses banques, même si dotées d'un niveau de fonds propres adéquat, ont rencontré des difficultés car elles n'ont pas géré leur liquidité de façon prudente. La crise a fait apparaître l'importance de la liquidité pour le bon fonctionnement des marchés financiers et du secteur bancaire. Avant la crise, les marchés d'actifs étaient en croissance, et les financements facilement disponibles à un faible coût. Le retournement brutal de la situation a montré que l'assèchement de la liquidité pouvait survenir rapidement et être durable. Le système bancaire s'est retrouvé en effet soumis à des fortes tensions, ce qui a amené les Banques Centrales à intervenir pour assurer le bon fonctionnement des marchés monétaires et, parfois, soutenir certains établissements en difficulté. [CBCB, janvier 2013]

La réglementation bancaire, à travers les accords de *Bâle I* (1988) et *Bâle II* (2004), avait exclu de son champ d'application le risque de liquidité, au profit d'autres risques comme le risque de crédit et le risque de marché (Azzouzi-Idrissi et Madiès, 2012). Or, dans un environnement de marchés incomplets et d'asymétrie d'information, un choc idiosyncratique peut toucher individuellement une banque via des ruées bancaires auto-réalisatrices (Diamond et Dybvig, 1983). Ces ruées bancaires peuvent être fondées sur des informations ou des bruits sur son état de santé<sup>35</sup> et peuvent être suivies, via l'effet de contagion, d'un choc systémique qui paralyse l'ensemble du système bancaire (Azzouzi-Idrissi et Madiès, 2012). Cette situation se caractérise par un manque de confiance mutuelle entre les banques à cause d'une asymétrie d'information concernant le niveau réel de risque de contrepartie de chacune d'entre elles (Heider, Hoerova et Holthausen, 2009), ce qui peut mener à un gel (complet ou partiel) des prêts-emprunts dans le marché interbancaire, privant ainsi les banques d'une source importante de liquidité.

Le risque de liquidité de financement, c'est-à-dire le risque qu'une banque soit incapable d'honorer ses engagements immédiats, et le risque de liquidité de marché, c'est-à-dire le risque qu'elle ne soit plus en mesure d'obtenir les liquidités nécessaires sur les marchés (notamment sur le marché interbancaire et/ou sur le marché d'actifs), sont étroitement liés et se renforcent mutuellement (Brunnermeier et Pedersen, 2009). Malgré l'avancée de la réglementation de *Bâle III* en matière de risque de liquidité (notamment à travers l'imposition

---

<sup>35</sup>L'exemple le plus récent dans l'Union Européenne a été celui de la banque anglaise Northern Rock en 2009.

aux banques des deux ratios de liquidité : *LCR* et *NSFR*), cette réglementation se focalise sur la liquidité de financement en imposant des ratios internes de liquidité à respecter, et néglige les interactions avec le risque de liquidité de marché qui est aussi important (*Azzouzi-Idrissi et Madiès, 2012*). La liquidité de marché correspond à la liquidité, ou la monnaie, qu'un investisseur (ici une banque) est en mesure d'obtenir grâce à la liquidation des actifs qu'il détient. Elle renvoie donc à la liquidité des actifs sur le marché. Nous rappelons qu'un actif est considéré comme étant liquide au moment où il peut être revendu (i.e. converti en monnaie) instantanément et sans perte de valeur (i.e. à un prix de liquidation proche de son prix d'achat). Or, par définition, une grande partie de l'actif d'une banque est illiquide, typique à son activité de transformation des échéances. Ce qui expose la banque directement au risque de liquidité de financement (ou au risque de liquidité bancaire). Quand une banque n'a pas suffisamment de liquidités pour honorer ses engagements à travers des décaissements immédiats, elle est obligée de mettre en vente des actifs illiquides, ce qui se fait généralement avec une perte de valeur de ceux-ci. La (il)liquidité de marché de ces actifs (comme les prêts par exemple) interagit alors directement avec la situation de la banque pendant le processus de désendettement (*Braouezec et Wagalth, 2018*). Les pertes dues à la liquidation des titres dégradent la note de l'établissement, ce qui a pour conséquence d'augmenter sa probabilité de défaut et d'alimenter la sortie des fonds (*cf. Wong et Hui, 2009*). Des phénomènes de rétroaction, appelés « effets de second tour », liés au risque de réputation et aux réactions collectives des intervenants du marché, peuvent suivre, en contribuant ainsi à l'amplification des pertes initiales (*cf. van den End, 2008 ; Geršl, Komárková et Komárek, 2016*).

Il est évident que la vente des actifs illiquides à un prix inférieur à leur valeur initiale, fait baisser la valeur de l'actif total de la banque. Or, comme nous l'avons vu dans la partie précédente, dans le modèle de *Merton (1974)*, une entreprise (banque dans notre cas) se retrouve en défaut si sa valeur tombe au-dessous d'un certain seuil, appelé seuil de défaut. De plus, une entreprise (banque dans notre cas) qui n'est pas capable de rembourser ses dettes dans un certain délai (supérieur ou égal à 30 jours par exemple) peut être considérée douteuse. On voit clairement que le risque de liquidité peut se transformer en risque de solvabilité, d'où l'importance de prendre en compte cette interconnexion dans les exercices des stress tests. Souvent, les stress tests sur le capital mis en œuvre dans les banques ont considéré seulement les pertes de crédit dans les portefeuilles de titres ; un exercice plus intégré pourrait reconnaître qu'une banque peut aussi subir des pertes en capital provenant de la liquidation précipitée des titres pour pouvoir honorer ses engagements de court-terme, en cas de liquidités insuffisantes (*Bank for International Settlements, Working Paper No. 24, October 2013*).

Aujourd'hui, le risque de liquidité et le risque de solvabilité s'analysent encore séparément dans les banques. En effet, il est considéré qu'une banque peut être non liquide mais solvable. Or, une éventuelle vente d'actifs illiquides peut lui faire subir des pertes significatives et amener la valeur de son actif total au-dessous du seuil de défaut.

Dans notre étude, nous mesurons l'impact d'un *stress test spécifique de liquidité* sur la solvabilité de la banque, notamment sur sa propre *probabilité de défaut inconditionnelle PD*<sup>36</sup>, à un horizon de temps mensuel. Nous considérons le choc de liquidité comme étant un *choc spécifique* à la banque. Notre objectif est de mesurer l'impact de ce choc sur son risque de

solvabilité, c'est pour cela que nous le considérons comme étant le point de départ du mécanisme de stress test. Nous avons construit un modèle avec un bilan bancaire simplifié et nous avons simulé plusieurs chocs de liquidité caractérisés par des sorties significatives de fonds, un blocage du marché interbancaire et une impossibilité de refinancement par la Banque Centrale. Chaque choc de liquidité simulé est suivi, dans notre modèle, d'une vente d'actifs liquides et, si ces derniers ne sont pas suffisants, d'une vente d'actifs illiquides (avant leur maturité), ce qui entraîne une dépréciation de ces derniers. Nous supposons que l'horizon mensuel du choc peut inclure également des éventuels effets de second tour sur la sortie nette des fonds et sur le taux de dépréciation des actifs illiquides vendus.

Nous considérons que l'établissement bancaire devient insolvable au moment où la valeur de son actif total tombe au-dessous de la valeur de la sortie nette des fonds, pendant la période du choc (30 jours dans notre cas). L'objectif est alors de trouver, d'une part le seuil de la sortie nette de fonds à partir duquel la banque devient insolvable (pour une répartition donnée entre actif liquide et illiquide et pour un taux de dépréciation donné de l'actif illiquide qu'elle doit éventuellement vendre en cas de choc), d'autre part la proportion de l'actif liquide qu'elle doit détenir pour faire face aux différents cas de choc de liquidité simulés et pour atteindre ou garder un certain niveau de notation souhaité.

Un lien entre le risque de crédit et le risque de liquidité est exposé aussi dans *Braouezec et Wagalath (2018)* mais dans cet article le modèle présenté est focalisé sur le maintien du ratio de capital réglementaire et pas sur le maintien de la solvabilité financière de la banque. Or, le maintien de la solvabilité financière est prioritaire ; il devient inutile pour la banque de mener des actions pour réatteindre le ratio de capital réglementaire dans le cas où elle fait défaut. De plus, le mécanisme de départ concernant la chute du ratio des fonds propres n'est pas suffisamment justifié, et les auteurs repercutent l'impact du choc de crédit directement sur les fonds propres, or en réalité, cela arrive seulement si les provisions et les dépréciations (normalement constituées par l'établissement) ne sont pas suffisantes pour couvrir les pertes de crédit réalisées. Enfin, dans ce modèle, le choc initial est un choc de crédit et pas un choc de liquidité, or notre objectif est de mesurer l'impact d'un choc de liquidité sur la solvabilité financière de la banque.

Dans le premier chapitre nous présentons un résumé du modèle de *Braouezec et Wagalath (2018)* et exposons nos critiques à ce modèle de façon plus détaillée. Dans le deuxième chapitre nous présentons notre modèle qui permet de mesurer l'impact des différents chocs de liquidité sur la probabilité de défaut de la banque. Les résultats de notre modèle sont discutés à la fin de ce deuxième chapitre et résumés dans la conclusion de la thèse.

---

<sup>36</sup>Nous l'appelons toujours « probabilité de défaut inconditionnelle » puisqu'elle ne dépend pas de l'état de la conjoncture ; le stress de liquidité que nous simulons est un stress test spécifique.

## Chapitre 1. Étude du modèle de *Braouezec et Wagalath (2018)*

### 1.1. Un résumé du modèle

*Braouezec et Wagalath (2018)* montrent que lorsque la banque est soumise à des exigences de fonds propres réglementaires, elle peut être amenée à réduire la taille de ses actifs suite à un choc de crédit qui lui fait perdre une partie de son actif et, en parallèle, une partie de ses fonds propres. Ils affirment que lorsque ce choc est important, le ratio de ses fonds propres baisse au-dessous du seuil minimum ( $\theta_{min}$ ) imposé par le régulateur. Pour continuer à maintenir le ratio minimal des fonds propres ( $\theta_{min}$ ), la banque doit soit augmenter le numérateur de ce ratio, c'est-à-dire augmenter le capital en émettant des nouvelles actions, soit diminuer le dénominateur de ce ratio, c'est-à-dire vendre une partie de ses actifs du *trading* et/ou du *banking book*. Habituellement, émettre des nouvelles actions dans un tel contexte est difficile, c'est pour cela que les banques optent généralement pour la deuxième solution. En effet, le cash obtenu par la vente des actifs ne présente pas de risque de crédit ou de marché (i.e. pondération de risque  $RW$  à 0), par conséquent, il n'y a aucune exigence en fonds propres.

Avant le choc, le ratio des fonds propres de la banque est :

$$\theta_t = \frac{E_t}{RWA_t}$$

où  $\theta_t \geq \theta_{min}$  ;

$$RWA_t = \alpha qv_t + \beta QV_t$$

avec :  $qv_t$  et  $QV_t$  les valeurs (quantités multipliées par les prix unitaires) respectives des actifs du *banking* (crédits) et du *trading book* (actifs négociables) en  $t$  (avant le choc) ;  $\alpha$  et  $\beta$  pondérations de risque ( $RW$ ) respectives du *banking* et du *trading book* ;  $\theta_{min}$  ratio minimal des fonds propres ou ratio du capital réglementaire imposé par le régulateur.

Il est supposé que le choc de crédit impacte uniquement le portefeuille de placement (*banking book*) puisque ce portefeuille occupe généralement la place la plus importante dans l'actif d'une banque. Le choc se matérialise alors par une perte  $\Delta$  (en %) de l'actif du *banking book* : sa valeur à la fin du choc (en  $t+$ ) sera égale à  $qv_t(1 - \Delta)$  tandis que la valeur du *trading book* reste inchangée, à  $QV_t$ .  $\Delta$  s'interprète comme une perte de crédit moyenne par unité d'exposition. Si après le choc la banque reste solvable (i.e.  $E_{t+}(\Delta) > 0$ ), son ratio de fonds propres s'écrit en  $t+$  comme suit :

$$\theta_{t+}(\Delta) = \frac{E_{t+}(\Delta)}{RWA_{t+}} = \frac{E_t - qv_t\Delta}{RWA_t - \alpha qv_t\Delta}$$

avec  $\theta_{t+}(\Delta) < \theta_t$  tant que le choc  $\Delta$  est positif.

Si le choc est suffisamment important, le ratio des fonds propres de la banque tombe, en  $t+$ , au-dessous du ratio de capital réglementaire (i.e.  $\theta_{t+}(\Delta) < \theta_{min}$ ) et une réaction est attendue par la banque en  $t+1$  pour ré-augmenter ce ratio, notamment par une vente d'actifs. L'objectif de

la banque après le choc est de minimiser la quantité des actifs à vendre sous contrainte de respecter le ratio de capital réglementaire, ce qui s'écrit sous la forme du problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \min_{(x,y) \in [0,1]^2} L(x,y) \\ sc: \theta_{t+1}(\Delta, x, y) \geq \theta_{min} \end{cases}$$

avec  $x$  et  $y$  respectivement la fraction des crédits vendus et la fraction des actifs négociables vendus en  $t+1$  ;  $L(x,y)$  et  $\theta_{t+1}(\Delta, x, y)$  respectivement la valeur totale de la vente et le ratio des fonds propres de la banque juste après sa réaction.  $L(x,y)$  dépend fortement du fait que les actifs soient ou pas vendus à leur juste valeur.

Les auteurs présentent deux cas de figure. Dans le premier cas il n'y a pas de sélection adverse et d'impact sur les prix, par conséquent, la liquidation des titres se fait à leur juste valeur. Après liquider  $x$  actifs du *banking book* et  $y$  actifs du *trading book*, le ratio des fonds propres de la banque devient en  $t+1$  :

$$\theta_{t+1}(\Delta, x, y) = \frac{E_t - qv_t \Delta}{\alpha(1-x)qv_t(1-\Delta) + \beta(1-y)QV_t}$$

Comme le numérateur de ce ratio ne change pas une fois le choc passé, la banque a la possibilité de réatteindre le ratio minimal de fonds propres (i.e. le ratio de capital réglementaire) en augmentant autant qu'il le faut la quantité  $x$  et  $y$  des actifs vendus. Cependant, nous rappelons que l'objectif de la banque est de vendre le moins d'actifs possible pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, ce qui se traduit par le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \min_{(x,y) \in [0,1]^2} L(x,y) = xqv_t(1-\Delta) + yQV_t \\ sc: \theta_{t+1}(\Delta, x, y) \geq \theta_{min} \end{cases}$$

La solution de ce problème d'optimisation linéaire dépend fortement des pondérations de risque  $\alpha$  et  $\beta$ . En effet, dans ce premier cas (sans sélection adverse), il y a trois situations possibles :

- si  $\alpha > \beta$  (i.e. la pondération des crédits est plus élevée que celle des actifs négociables) il est optimal pour la banque de vendre uniquement les actifs du *banking book* (les crédits). Si cette vente n'est pas suffisante pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, il est alors optimal pour la banque de vendre 100% des actifs du *banking book* et, ensuite, une fraction positive  $y^* < 1$  des actifs du *trading book* de façon que à la fin de cette vente son ratio de fonds propres soit :  $\theta_{t+1}(1, y^*) = \theta_{min}$  ;
- si  $\alpha < \beta$  (i.e. la pondération des crédits est plus faible que celle des actifs négociables) il est optimal pour la banque de vendre uniquement les actifs du *trading book* (les actifs négociables). Si cette vente n'est pas suffisante pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, il est alors optimal pour la banque de vendre 100% des actifs du *trading book* et, ensuite, une fraction positive  $x^* < 1$  des actifs du *banking book* de façon que à la fin de cette vente son ratio de fonds propres soit :  $\theta_{t+1}(x^*, 1) = \theta_{min}$  ;

- si  $\alpha = \beta$  (i.e. la pondération des crédits et celle des actifs négociables sont équivalentes) la banque est alors indifférente entre vendre des actifs du *trading book* et vendre des actifs du *banking book*.

Dans le deuxième cas de figure il y a une *sélection adverse* et un impact sur les prix, par conséquent, il y a une perte de valeur sur les actifs du *banking book* vendus (actifs peu liquides, notamment des crédits). Par ailleurs, lorsque le choc est important et le taux de dépréciation des actifs vendus est suffisamment élevé, la vente de ces actifs peut amener la banque vers une spirale de défaut en épuisant l'intégralité de ses fonds propres.

Le problème d'optimisation se pose alors comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{(x,y) \in [0,1]^2} L(x,y) = \lambda x q v_t (1 - \Delta) + y Q V_t \\ sc: \theta_{t+1}(\Delta, x, y) = \frac{E_t - q v_t \Delta - x q v_t (1 - \Delta)(1 - \lambda)}{\alpha(1 - x) q v_t (1 - \Delta) + \beta(1 - y) Q V_t} \geq \theta_{min} \end{array} \right.$$

avec  $(1-\lambda)$  taux de décote des actifs du *banking book* vendus, où  $\lambda \in [0; 1]$ .

Les auteurs montrent que ce problème d'optimisation a une solution seulement si le choc  $\Delta$  est inférieur au seuil  $\Delta^* = 1 - \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{E_t}{q v_t}\right)$ , ce qui permet à la banque de rester solvable après le choc, c'est-à-dire que la valeur de ses fonds propres reste positive (i.e.  $E_{t+1}(\Delta) > 0$ ). Tandis que la valeur du numérateur du ratio des fonds propres reste inchangé une fois le choc passé, le dénominateur peut être diminué jusqu'à 0 (cas extrême où la banque vend 100% de ses actifs). Contrairement au cas précédent où la vente des actifs n'avait pas d'impact sur les prix, dans ce cas, la valeur des fonds propres de la banque en  $t+1$  dépend particulièrement de la proportion des actifs du *banking book* vendus et de leur taux de dépréciation  $(1-\lambda)$ . Les auteurs montrent notamment qu'il existe un seuil  $\lambda^* = \frac{1 - \alpha \theta_{min}}{1 - \beta \theta_{min}}$  tel que :

- si  $\lambda < \lambda^*$ , il est optimal pour la banque de vendre uniquement les actifs négociables (les plus liquides). Si cette vente n'est pas suffisante pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, il est alors optimal pour la banque de vendre 100% des actifs négociables et, ensuite, une fraction positive  $x^* < 1$  des crédits de façon que à la fin de cette vente son ratio de fonds propres soit :  $\theta_{t+1}(x^*, 1) = \theta_{min}$  ;
- Si  $\lambda \geq \lambda^*$ , il est optimal pour la banque de vendre uniquement les prêts. Si cette vente n'est pas suffisante pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, il est alors optimal pour la banque de vendre 100% des prêts et une fraction positive  $y^* < 1$  des actifs négociables de façon que à la fin de cette vente son ratio de fonds propres soit :  $\theta_{t+1}(1, y^*) = \theta_{min}$  ;
- si  $\lambda = \lambda^*$ , les deux solutions ci-dessus sont indifférentes pour la banque.

Par l'équation de  $\lambda^*$ , lorsque  $\alpha < \beta$ , alors  $\lambda^* > 1$  et  $\lambda < \lambda^*$ , ce qui veut dire que la banque doit liquider d'abord ses actifs négociables. En effet, lorsque  $\alpha < \beta$ , les crédits, pas seulement ont une pondération plus faible mais ils sont aussi moins liquides que les actifs négociables (ils ne peuvent être vendus que à perte). Naturellement, la solution optimale pour la banque est donc de vendre d'abord les actifs négociables. Lorsque, en revanche,  $\alpha > \beta$ , alors  $\lambda^* < 1$  : la banque doit arbitrer entre liquider des crédits – qui sont plus fortement pondérés que les actifs négociables mais qui font l'objet d'une dépréciation lors de la vente, et vendre des actifs négociables – qui peuvent être vendus sans décote mais qui sont plus faiblement pondérés que

les prêts. Cependant, lorsque  $\lambda$  est suffisamment proche de 1, la banque doit vendre d'abord les prêts, car on revient au premier cas où les actifs peuvent être vendus sans impact sur leur prix. En revanche, lorsque  $\lambda$  est proche de zéro, les prêts se vendant presque gratuitement, la banque doit alors d'abord vendre ses actifs négociables.

En résumé, pour réatteindre le ratio de capital réglementaire, la banque a intérêt à vendre d'abord les actifs qui ont le taux de dépréciation le plus faible (i.e. les plus liquides). En même temps, comme vu dans le premier cas, la banque a aussi intérêt à vendre d'abord les actifs qui ont la pondération de risque la plus élevée. Lorsque l'actif avec la pondération la plus élevée correspond à l'actif le plus liquide (i.e. avec le taux de dépréciation le plus faible lors de la vente), la vente en premier lieu de cet actif est la stratégie optimale. Lorsque en revanche l'actif avec la pondération la plus élevée correspond à l'actif le moins liquide (i.e. avec le taux de dépréciation le plus élevé lors de la vente) la banque doit faire l'arbitrage entre vendre d'abord les actifs les plus fortement pondérés mais les moins liquides, et vendre d'abord les actifs les plus liquides mais les plus faiblement pondérés.

## 1.2. Nos critiques à ce modèle

### Première critique :

Dans *Braouezec et Wagalath (2018)* la diminution du ratio des fonds propres suite au choc de crédit est le point initial du modèle et la cause des actions que la banque entreprend par la suite pour ramener ce ratio au niveau minimal fixé par le régulateur. Or, les auteurs ne font pas de démonstration pour justifier que le choc de crédit fait diminuer le ratio des fonds propres de la banque. Nous montrons ci-dessous que la diminution de ce ratio n'arrive pas nécessairement à tous les cas. En effet, pour que ce ratio diminue, il faut que :

- le ratio initial des fonds propres de la banque ne soit pas très en dessus du ratio minimal fixé par le régulateur ;
- les pondérations de risque  $RW$  des actifs du *banking book* ne soient pas excessivement élevées.

Le ratio des fonds propres d'une banque à un moment  $t$  quelconque doit être supérieur ou égal au ratio du capital réglementaire (i.e. du ratio minimal de fonds propres fixé par le régulateur) :

$$\theta_t = \frac{E_t}{RWA_t} \geq \theta_{min}$$

Lorsqu'une perte de crédit  $L = \Delta$  a lieu, le ratio des fonds propres à la fin du choc (en  $t+$ ) devient :

$$\theta_{t+}(\Delta) = \frac{E_{t+}(\Delta)}{RWA_{t+}} = \frac{E_t - qv_t\Delta}{RWA_t - \alpha qv_t\Delta}$$



Pour que ce ratio diminue, il faut que le numérateur décroisse plus fortement en valeur relative que le dénominateur, ce qui se traduit par l'inéquation suivante :

$$\frac{qv_t\Delta}{E_t} > \frac{\alpha qv_t\Delta}{RWA_t}, \text{ avec } qv_t\Delta > 0, \alpha qv_t\Delta > 0, E_t > 0 \text{ et } RWA_t > 0.$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{qv_t\Delta}{\theta_t RWA_t} > \frac{\alpha qv_t\Delta}{RWA_t} &\Leftrightarrow \frac{qv_t\Delta}{\theta_t RWA_t} > \frac{\theta_t \alpha qv_t\Delta}{\theta_t RWA_t} \\ \rightarrow qv_t\Delta > \theta_t \alpha qv_t\Delta &\rightarrow 1 > \theta_t \alpha \rightarrow \alpha < \frac{1}{\theta_t} \end{aligned}$$

Pour que le ratio de capital diminue après le choc, il faut donc que la pondération de risque du *banking book* ( $\alpha$ ) soit inférieure à l'inverse du ratio initial des fonds propres de la banque. Par exemple, lorsque le ratio des fonds propres de la banque est strictement égal au ratio du capital réglementaire fixé en *Bâle II* et au début de *Bâle III* (8%), il faut que  $\alpha$  soit inférieure à 12.5 (1250%). Lorsque ce ratio est à 13.5% (ratio prévu pour la fin de la mise en place de *Bâle III*, comprenant le coussin de conservation et le coussin contracyclique),  $\alpha$  doit être inférieure à 7.4 (740%). Pour les banques bien capitalisées, avec un ratio encore au-dessus de 13.5%, les seuils de  $\alpha$  doivent être encore plus petits.

Bien que, en général, la pondération de risque moyenne du *banking book* d'une banque soit inférieure à l'inverse de son ratio de capital, il n'est pas impossible d'avoir des cas où la banque soit orientée beaucoup plus vers des activités d'investissements (*trading book*) et que son *banking book* soit composé principalement d'expositions très fortement pondérées : il peut s'agir par exemple de certains types d'expositions de titrisation pour lesquels une pondération de risque forfaitaire très majorant (de 1250%) est imposée par le régulateur. En même temps, cette même banque peut avoir un ratio initial de capital supérieur à 13.5%, ce qui met en cause le respect de l'inégalité  $\alpha < \frac{1}{\theta_t}$ . C'est pour cette raison que nous pensons qu'il est important de préciser le respect de cette inégalité pour que la suite du modèle de *Braouezec et Wagalath (2018)* soit vérifiée.

### Deuxième critique :

Le modèle de *Braouezec et Wagalath (2018)* est basé sur le respect du ratio de capital réglementaire. Grosso modo, l'objectif de la banque est de revenir à ce ratio minimal de fonds propres en vendant des actifs, suite à un choc de crédit. Cependant, une banque peut être tout à fait solvable (i.e. montant de fonds propres positif), même si ce ratio n'est pas respecté. Or, l'inverse n'est pas vrai : si une banque fait faillite (i.e. montant de fonds propres nul), il devient inutile pour elle de mener des actions pour réatteindre le ratio de capital réglementaire. La solvabilité financière de la banque est donc prioritaire par rapport à sa « solvabilité réglementaire ». C'est alors la première question qu'on doit se poser lors de la simulation d'un choc : est-ce qu'après ce choc la banque reste solvable ? Et seulement si oui, on peut se poser la question si le ratio minimal de capital imposé par le régulateur est respecté. Bien que ces auteurs ont mentionné que la banque doit d'abord rester solvable pour

ensuite mener des actions de rétablissement du ratio des fonds propres, ils n'ont pas effectué de modélisation sur sa solvabilité financière. Or, c'est notre objectif dans le chapitre suivant.

### Troisième critique :

Les auteurs supposent un choc initial de crédit qui diminue directement les fonds propres et l'actif pondéré du risque de la banque. Ce mécanisme n'est pas tout à fait correct. En effet, les banques détiennent des fonds de provisions et de dépréciations pour faire face aux pertes espérées calculées (i.e. aux pertes attendues). Ces fonds sont constitués normalement par l'établissement bancaire, notamment à travers les primes de risque imputées au client/à la contrepartie via les intérêts. Ce n'est uniquement dans le cas où ces provisions ou dépréciations ne sont pas suffisantes que le choc de crédit va avoir un impact sur la valeur de l'actif et celle des fonds propres de la banque.

### Quatrième critique :

Le choc initial supposé par les auteurs est un choc de crédit, or un choc de liquidité peut avoir des conséquences similaires. Dans la première phase, de même que le choc de crédit (mais pas de la même façon), le choc de liquidité se poursuit par une diminution de l'actif de la banque car il y a une sortie nette de fonds. Mais contrairement au choc de crédit, dans le côté passif, c'est la dette qui diminue et pas les fonds propres. La deuxième phase du choc de liquidité est identique à celle du choc de crédit : la banque réagit en vendant des actifs sur le marché ; si les actifs liquides ne sont pas suffisants, elle est contrainte de vendre des actifs illiquides à une valeur dépréciée, ce qui fait réduire la valeur de ses fonds propres.

Notre modèle que nous présentons dans le chapitre suivant consiste à mesurer l'impact des chocs de liquidité sur la solvabilité financière de la banque, notamment sur sa probabilité de défaut. Nous ne faisons pas intervenir les pondérations de risque car nous ne faisons pas référence à la solvabilité réglementaire de la banque. Nous considérons qu'il y a un impact sur les prix lorsque la banque est amenée à vendre des actifs illiquides pour faire face à la sortie nette des fonds. Cet impact nous le représentons par le taux de dépréciation espéré des actifs illiquides vendus suite au choc de liquidité.

## **Chapitre 2. Notre modèle servant à mesurer l'impact d'un choc spécifique de liquidité sur la solvabilité financière de la banque**

### **2.1. Présentation du modèle**

Nous supposons que la plus grande partie de la dette de la banque est une dette de court-terme composée principalement de dépôts et d'emprunts auprès du marché monétaire. Un choc de liquidité correspond à un scénario où cette dette de court-terme peut brutalement être retirée par les créanciers et ne plus être renouvelée, entre  $t$  et  $t+\Delta t$ , ce qui se traduit par un scénario de sortie nette de fonds (i.e. scénario où les flux sortants dépassent les flux entrants). Nous considérons qu'une institution bancaire a un besoin de liquidité quand la valeur de ses actifs liquides est inférieure à la sortie nette de ses fonds entre  $t$  et  $t+\Delta t$  (avec  $\Delta t$  égale à 1 mois par exemple), c'est-à-dire lorsque son ratio *LCR* est strictement inférieur à 100%. Dans ce cas, elle doit emprunter auprès de la Banque Centrale ou auprès des autres banques. Si le marché interbancaire est gelé (ce qui était le cas en 2008) et que la Banque Centrale n'accepte pas de lui prêter en dernier ressort, la banque est contrainte de vendre des actifs non-liquides avant la maturité pour compléter ce manque de liquidité. Or, une vente précipitée des actifs illiquides engendre une perte de valeur de ces derniers. Plus la banque vend des actifs illiquides, plus ces pertes vont être importantes.

Nous considérons que la banque devient insolvable (ou en défaut) en  $t+\Delta t$  (avec  $\Delta t = 1$  mois dans notre cas) si la valeur totale de ses actifs liquides et illiquides en  $t+\Delta t$  devient inférieure ou égale à la sortie nette des fonds entre ces deux dates. La probabilité de défaut de la banque  $B$  à l'horizon  $\Delta t$ , estimée en  $t$ , correspond donc à la probabilité que cette banque se retrouve en défaut en  $t+\Delta t$  suite à un choc de liquidité intervenant entre ces deux dates (ce choc tient compte des éventuels effets de second tour). Nous avons supposé ce choc de liquidité comme étant *spécifique à la banque B* et non pas comme un *choc marco-prudentiel* ; par conséquent, nous l'avons répercuté sur la *probabilité de défaut inconditionnelle* de la banque<sup>37</sup>. Par ailleurs, ce choc dont nous simulons les valeurs, est considéré comme étant le point de départ de notre modèle de stress test de liquidité.

La probabilité de défaut de la banque  $B$  à l'horizon  $\Delta t$ , estimée en  $t$ , se calcule alors de la façon suivante :

$$PD_{iB|t, t+\Delta t} = \text{Proba}_t ([MtM_t \text{ des actifs liquides} + \text{Valeur des actifs non-liquides en } t+\Delta t, \text{ compte tenu des dépréciations liées à une éventuelle vente d'une partie ou de la totalité de ces derniers entre } t \text{ et } t+\Delta t] \leq \text{Sortie nette espérée (ou simulée) des fonds entre } t \text{ et } t+\Delta t)$$

Pour cette banque  $B$ , nous notons :  $A_{L,t}$  la valeur totale de ses actifs liquides en  $t$  ;  $A_{L,t+\Delta t}$  la valeur totale de ses actifs liquides en  $t+\Delta t$  (incluant ceux qui sont éventuellement vendus entre  $t$  et  $t+\Delta t$ ) ;  $A_{I,t}$  la valeur totale de ses actifs illiquides en  $t$  ;  $A_{I,t+\Delta t}$  la valeur totale de ses actifs illiquides en  $t+\Delta t$  (incluant ceux qui sont éventuellement vendus entre  $t$  et  $t+\Delta t$ ) ;  $SNF_{[t, t+\Delta t]}$  la sortie nette des fonds (égale à la différence entre le flux sortant et le flux entrant) qui a lieu entre  $t$  et  $t+\Delta t$ . Les valeurs initiales  $A_{L,t}$  et  $A_{I,t}$  sont supposées connues (en  $t$ ).

---

<sup>37</sup> Nous rappelons que dans la partie précédente, dans le cadre du modèle multifactoriel, nous avons répercuté les chocs du stress test « macro » sur la probabilité de défaut conditionnelle, via les facteurs de risque systématique. En effet, dans Gordy (2003) la conditionnalité de la probabilité de défaut est liée uniquement au(x) facteur(s) de risque systématique et pas aux facteurs de risque spécifique.

La somme des actifs liquides et non-liquides constitue l'actif total de la banque  $B$ , noté  $A$ . Sa valeur en  $t$  est donc connue et s'écrit :

$$A_t = A_{L,t} + A_{I,t} \quad (1)$$

Lorsqu'il y a une sortie importante de fonds entre  $t$  et  $t+\Delta t$  qui dépasse la valeur des actifs liquides, la banque est contrainte de vendre des actifs non-liquides avant leur maturité, donc à perte (i.e. au-dessous de leur prix d'achat). Nous supposons qu'il n'y a pas de perte de valeur sur les actifs liquides s'ils sont vendus entre  $t$  et  $t+\Delta t$ , et que leur fluctuation entre ces deux dates est faible, par conséquent  $A_{L,t} \approx A_{L,t+\Delta t}$ . La valeur espérée de l'actif liquide de la banque en  $t+\Delta t$ , sachant sa valeur en  $t$ , peut alors s'écrire :

$$E_t(A_{L,t+\Delta t}) \approx E_t(A_{L,t}) = A_{L,t} \quad (2.1)$$

Ce n'est donc que l'actif illiquide  $A_I$  qui a une valeur incertaine en  $t+\Delta t$ , sachant sa valeur en  $t$ , s'il doit être vendu entre ces deux dates suite à un choc de liquidité. Cette incertitude s'exprime via le taux de dépréciation  $d$  des actifs illiquides qui doivent éventuellement être vendus entre  $t$  et  $t+\Delta t$ . La valeur espérée de l'actif illiquide en  $t+\Delta t$ , sachant sa valeur en  $t$ , s'écrit de la façon suivante :

$$E_t[A_{I,t+\Delta t}] = A_{I,t} - A_{I,t} * E_t[d_{[t,t+\Delta t]}] * E_t[\delta_{[t,t+\Delta t]}] = A_{I,t}(1 - E_t[d_{[t,t+\Delta t]}] * E_t[\delta_{[t,t+\Delta t]}]), \quad (2.2)$$

avec  $E_t[d_{[t,t+\Delta t]}]$  représentant le taux de dépréciation (ou de décote) espéré ou estimé des actifs illiquides qui seront éventuellement vendus entre  $t$  et  $t+\Delta t$  ;  $E_t[\delta_{[t,t+\Delta t]}] = \text{Max} \{ (E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}] - A_{L,t})/A_{I,t} ; 0 \}$  représentant la proportion espérée de l'actif illiquide qui doit être vendu entre  $t$  et  $t+\Delta t$  lorsqu'il y a un choc de liquidité pendant cette période.

La valeur espérée de l'actif total de la banque en  $t+\Delta t$ , sachant sa valeur en  $t$ , s'écrit alors :

$$E_t[A_{t+\Delta t}] = E_t[A_{L,t+\Delta t}] + E_t[A_{I,t+\Delta t}] = A_{L,t} + A_{I,t}(1 - E_t[d_{[t,t+\Delta t]}] * E_t[\delta_{[t,t+\Delta t]}]) \quad (2.3)$$

La probabilité de défaut de la banque  $B$  à l'horizon entre  $t$  et  $t+\Delta t$  peut s'écrire :

$$PD_{tB[t,t+\Delta t]} = P_t(A_{t+\Delta t} \leq E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}]) = P_t(A_{L,t} + A_{I,t} \leq E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}]) \quad (3.1)$$

$$\Leftrightarrow PD_{tB[t,t+\Delta t]} = P_t(A_{L,t} + A_{I,t}(1 - d_{[t,t+\Delta t]} * \delta_{[t,t+\Delta t]}) \leq E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}]), \quad (3.2)$$

avec  $E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}] \rightarrow$  sortie nette espérée (ou simulée) de fonds entre  $t$  et  $t+\Delta t$

En pratiquant la même méthodologie que celle qui dérive de l'approche structurelle de Merton (1974), nous pouvons transformer l'équation (3.1) comme suit :

$$PD_{tB[t,t+\Delta t]} = P_t(\ln A_{t+\Delta t} \leq \ln E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}]) = P_t(\ln A_{t+\Delta t} - \ln A_t \leq \ln E_t[SNF_{[t,t+\Delta t]}] - \ln A_t) \quad (3.3)$$

$$\Rightarrow PD_{tB[t,t+\Delta t]} =$$

$$P_t \left( \frac{\ln A_{t+\Delta t} - \ln A_t - (\mu_{R_{A[t,t+\Delta t]}} - \sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}^2}/2)\Delta t}{\sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}}\sqrt{\Delta t}} \leq \frac{E_t[\ln SNF_{[t,t+\Delta t]}] - \ln A_t - (\mu_{R_{A[t,t+\Delta t]}} - \sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}^2}/2)\Delta t}{\sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}}\sqrt{\Delta t}} \right) \quad (3.4)$$

avec  $\mu_{R_{A[t,t+\Delta t]}}$  rentabilité espérée de l'actif total de la banque entre  $t$  et  $t+\Delta t$ ;  $\sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}}$  volatilité estimée de l'actif total de la banque entre  $t$  et  $t+\Delta t$ ;  $\Delta t = 1$  mois puisque on s'intéresse à un horizon de temps mensuel.

$$\rightarrow PD_{tB [t, t+\Delta t]} = P_t(z \leq Z_D), \quad (3.5)$$

avec  $z$  variable aléatoire suivant une loi  $N(0,1)$  et

$$Z_D = \frac{E_t[\ln SNF_{[t,t+\Delta t]}] - \ln A_t - (\mu_{R_{A[t,t+\Delta t]}} - \sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}}^2/2)\Delta t}{\sigma_{R_{A[t,t+\Delta t]}}\sqrt{\Delta t}} \rightarrow \text{seuil de défaillance « standardisé »}.$$

Cette relation nous permet de mesurer directement l'impact généré par la sortie nette espérée (ou simulée) des fonds entre  $t$  et  $t+\Delta t$ , sur la solvabilité de l'établissement bancaire en question à ce même horizon, en éventuellement dégradant en parallèle la rentabilité espérée de l'actif total  $\mu(R_A)$  de cet établissement. Cette éventuelle dégradation est le résultat d'une éventuelle vente d'actifs illiquides entre  $t$  et  $t+\Delta t$  (si les actifs liquides ne sont pas suffisants pour faire face au choc), ce qui se caractérise par une forte dépréciation de leur valeur. Nous associons la rentabilité espérée des actifs illiquides vendus à leur taux de dépréciation espéré. Nous détaillons dans la section suivante la rentabilité espérée de l'actif total de la banque en faisant intervenir ce taux de dépréciation espéré.

## 2.2. Étude d'impact du stress test spécifique de liquidité sur le risque de crédit de la banque

Nous supposons une banque avec un actif total de  $100 \text{ Mds€}$  repartit entre actifs liquides et illiquides, selon les différents cas présentés plus bas. Nous supposons la rentabilité espérée annuelle de l'actif liquide ( $\mu_a(R_{AL})$ ) à  $1\%$  et celle de l'actif illiquide avant le choc ( $\mu_a(R_{AI})$ ) à  $5\%$ . La banque subit un choc de liquidité (se traduisant dans notre modèle par une significative sortie nette espérée ou simulée de fonds) entre  $t$  et  $t+\Delta t$  qui la contraint de vendre une partie ou la totalité de ses actifs liquides et, si ce n'est pas suffisant, de vendre (à perte) une partie ou la totalité de ses actifs illiquides, durant cette période. La proportion espérée de l'actif illiquide qui doit être vendue entre  $t$  et  $t+\Delta t$  est calculée de la façon suivante :

$$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}] = \text{Max} \{ (E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}] - A_{L,t}) / A_{L,t}, 0 \} \quad (4)$$

Nous supposons que la valeur des actifs illiquides (éventuellement) vendus entre  $t$  et  $t+\Delta t$  baisse fortement (trois « sous-cas » de rentabilité supposés :  $-15\%$ ,  $-25\%$  et  $-35\%$ )<sup>38</sup> pendant cette même période, ce qui impacte la rentabilité espérée de l'actif total de la banque. L'actif liquide et l'actif illiquide conservé gardent en revanche la même rentabilité qu'avant le choc.

<sup>38</sup> Nous nous sommes inspirés de la table des taux de décote du collatéral pour les opérations de repos et autres opérations OTC, notamment des taux de décote des titres avec une maturité supérieure à 5 ans et avec une période de liquidation de 10 à 20 jours, décrite dans la Réglementation CRR (article 224 - Regulation (EU) No 575/2013 of the European Parliament and of the Council of 26 June 2013 on prudential requirements for credit institutions and investment firms and amending Regulation (EU) No 648/2012).

Cette forte baisse de la valeur des actifs illiquides (éventuellement) vendus est traduite dans notre modèle par le taux de dépréciation espéré  $E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$  de ces actifs entre les deux dates. La rentabilité espérée entre  $t$  et  $t+\Delta t$  de l'actif total de la banque suite au choc de liquidité, se calcule alors comme suit :

$$\mu(R_{A[t, t+\Delta t]})_{choc\_liq} = w_{AL} * \mu(R_{AL[t, t+\Delta t]}) + w_{AI} * \mu(R_{AI\_vendus[t, t+\Delta t]}) * E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}] + w_{AI} * \mu(R_{AI[t, t+\Delta t]}) * (1 - E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]), \quad (5.1)$$

où  $\mu(R_{AI\_vendus[t, t+\Delta t]}) = -E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$

$$\rightarrow \mu(R_{A[t, t+\Delta t]})_{choc\_liq} = w_{AL} * \mu(R_{AL[t, t+\Delta t]}) + w_{AI} * (-E_t[d_{[t, t+\Delta t]}] * E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}] + \mu(R_{AI[t, t+\Delta t]}) * (1 - E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}])), \quad (5.2)$$

avec :  $\mu(R_{AL[t, t+\Delta t]}) \rightarrow$  rentabilité espérée entre  $t$  et  $t+\Delta t$  des actifs liquides (elle ne change pas suite au choc);  $w_{AL} \rightarrow$  part de l'actif liquide dans l'actif total ;  $\mu(R_{AI\_vendus[t, t+\Delta t]}) \rightarrow$  rentabilité espérée (dégradée) entre  $t$  et  $t+\Delta t$  des actifs illiquides qui doivent (éventuellement) être vendus entre ces deux dates (avant leur maturité) ;  $- \mu(R_{AI\_vendus[t, t+\Delta t]})$  est équivalente à  $E_t[d_{[t, t+\Delta t]}] \rightarrow$  taux de dépréciation espéré entre  $t$  et  $t+\Delta t$  des actifs illiquides qui doivent (éventuellement) être vendus entre ces deux dates ;  $E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}] \rightarrow$  proportion vendue espérée de l'actif illiquide, entre  $t$  et  $t+\Delta t$  ;  $w_{AI} \rightarrow$  part de l'actif illiquide dans l'actif total ;  $\mu(R_{AI[t, t+\Delta t]}) \rightarrow$  rentabilité espérée (non dégradée) entre  $t$  et  $t+\Delta t$  des actifs illiquides qui ne seront pas vendus entre ces deux dates ;  $\Delta t = 1$  mois  $\rightarrow \mu(R_{[t, t+\Delta t]}) = \mu_m(R) \approx \mu_a(R)/12 \rightarrow$  rentabilité mensuelle.

Nous supposons qu'uniquement l'actif illiquide a une volatilité et que celle-ci ne change pas avec le stress. En effet, comme les fluctuations de la valeur de marché de l'actif liquide sont faibles entre  $t$  et  $t+\Delta t$ , nous considérons que sa volatilité est insignifiante (proche de 0) durant cette période. La volatilité annuelle de l'actif illiquide ( $\sigma_a(R_{AI})$ ) est supposée à 15%. La volatilité mensuelle de l'actif total de la banque peut alors s'écrire :

$$\sigma_m(R_A) \approx w_{AI} * \sigma_m(R_{AI}),$$

$$\text{avec } \sigma_m(R) \approx \sigma_a(R) / \sqrt{12}$$

La probabilité de défaut de la banque  $B$  est impactée, d'une part par le choc de liquidité lui-même qui se manifeste dans notre modèle par une significative sortie nette espérée (ou simulée) de fonds, d'autre part par une éventuelle dégradation de la rentabilité espérée de son actif suite à la dépréciation des actifs illiquides qu'elle doit éventuellement vendre pour répondre au choc :

$$PD_{tB[t, t+\Delta t] choc\_liq} = P_t(z \leq \frac{E_t[\ln SNF_{[t, t+\Delta t]}]_{choc\_liq} - \ln A_t - (\mu_{R_{A[t, t+\Delta t]}_{choc\_liq}} - \sigma_{R_{A[t, t+\Delta t]}^2} / 2) \Delta t}{\sigma_{R_{A[t, t+\Delta t]}} \sqrt{\Delta t}}),$$

avec  $\Delta t = 1$  mois.

Nous présentons ci-dessous les différents cas et « sous-cas » de figure :

**Cas 1 : 25% d'actifs liquides et 75% d'actifs illiquides :**

$A_L$   $A_I$   
25% 75%

Stress Test Liquidité	$A_t$	$E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)$ choc_liq	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	15,00%	0,00	0,33%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	15,00%	0,33	-3,52%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	15,00%	0,67	-7,38%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	15,00%	0,87	-9,69%	20,00%	15,00%	4,33%	43,08%
	100	95	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	15,00%	0,93	-10,46%	20,00%	15,00%	4,33%	89,48%
	100	100	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	15,00%	1,00	-11,23%	20,00%	15,00%	4,33%	99,55%

*Tableau 1a) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 25% vs 75%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 15% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 100 Mds€)*

Stress Test Liquidité	$A_t$	$E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)$ choc_liq	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	25,00%	0,00	0,33%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	25,00%	0,33	-6,02%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	25,00%	0,67	-12,38%	20,00%	15,00%	4,33%	0,01%
	100	90	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	25,00%	0,87	-16,19%	20,00%	15,00%	4,33%	90,77%
	100	95	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	25,00%	0,93	-17,46%	20,00%	15,00%	4,33%	99,79%
	100	99	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	25,00%	0,99	-18,48%	20,00%	15,00%	4,33%	100,00%

*Tableau 1b) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 25% vs 75%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 25% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 99 Mds€ - valeur pour laquelle la banque fait défaut)*

Stress Test Liquidité	$A_t$	$E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)$ choc_liq	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	35,00%	0,00	0,33%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	35,00%	0,33	-8,52%	20,00%	15,00%	4,33%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	35,00%	0,67	-17,38%	20,00%	15,00%	4,33%	0,45%
	100	90	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	35,00%	0,87	-22,69%	20,00%	15,00%	4,33%	99,77%
	100	93	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	35,00%	0,91	-23,75%	20,00%	15,00%	4,33%	99,99%
	100	94	1,00%	5,00%	4,00%	0,33%	35,00%	0,92	-24,10%	20,00%	15,00%	4,33%	100,00%

*Tableau 1c) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 25% vs 75%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 35% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 94 Mds€ - valeur pour laquelle la banque fait défaut)*

**Cas 2 : 50% d'actifs liquides et 50% d'actifs illiquides**

$A_L$   $A_I$   
50% 50%

Stress Test Liquidité	At	$E_x[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_x[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_x[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)$ choc_liq	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	15,00%	0,00	0,25%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	15,00%	0,00	0,25%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	15,00%	0,50	-3,60%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	15,00%	0,80	-5,92%	20,00%	10,00%	2,89%	5,64%
	100	95	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	15,00%	0,90	-6,69%	20,00%	10,00%	2,89%	71,03%
	100	100	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	15,00%	1,00	-7,46%	20,00%	10,00%	2,89%	99,53%

*Tableau 2a) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 50% vs 50%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 15% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 100 Mds€)*

Stress Test Liquidité	At	$E_x[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_x[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_x[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)$ choc_liq	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	25,00%	0,00	0,25%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	25,00%	0,00	0,25%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	25,00%	0,50	-6,10%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	25,00%	0,80	-9,92%	20,00%	10,00%	2,89%	42,07%
	100	95	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	25,00%	0,90	-11,19%	20,00%	10,00%	2,89%	98,27%
	100	99	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	25,00%	0,98	-12,20%	20,00%	10,00%	2,89%	100,00%

*Tableau 2b) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 50% vs 50%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 25% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 99 Mds€ - valeur pour laquelle la banque fait défaut)*

Stress Test Liquidité	At	$E_x[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_x[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_x[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)$ choc_liq	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	35,00%	0,00	0,25%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	35,00%	0,00	0,25%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	35,00%	0,50	-8,60%	20,00%	10,00%	2,89%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	35,00%	0,80	-13,92%	20,00%	10,00%	2,89%	88,21%
	100	95	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	35,00%	0,90	-15,69%	20,00%	10,00%	2,89%	99,99%
	100	96	1,00%	5,00%	3,00%	0,25%	35,00%	0,92	-16,04%	20,00%	10,00%	2,89%	100,00%

*Tableau 2c) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 50% vs 50%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 35% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 96 Mds€ - valeur pour laquelle la banque fait défaut)*

### Cas 3 : 75% d'actifs liquides et 25% d'actifs illiquides

AL AI  
75% 25%



Stress Test Liquidité	At	$E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)_{choc\_liq}$	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	15,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	15,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	15,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	15,00%	0,60	-2,15%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	95	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	15,00%	0,80	-2,92%	20,00%	5,00%	1,44%	6,35%
	100	100	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	15,00%	1,00	-3,69%	20,00%	5,00%	1,44%	99,48%

Tableau 3a) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 75% vs 25%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 15% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 100 Mds€)

Stress Test Liquidité	At	$E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)_{choc\_liq}$	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	25,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	25,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	25,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	25,00%	0,60	-3,65%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	95	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	25,00%	0,80	-4,92%	20,00%	5,00%	1,44%	44,43%
	100	100	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	25,00%	1,00	-6,19%	20,00%	5,00%	1,44%	100,00%

Tableau 3b) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 75% vs 25%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 25% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 100 Mds€ - valeur pour laquelle la banque fait défaut)

Stress Test Liquidité	At	$E_t[SNF_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_a(RAL)$	$\mu_a(RAI)$	$\mu_a(RA)$	$\mu_m(RA)$	$E_t[d_{[t, t+\Delta t]}]$	$E_t[\delta_{[t, t+\Delta t]}]$	$\mu_m(RA)_{choc\_liq}$	$\sigma_a(RAI)$	$\sigma_a(RA)$	$\sigma_m(RA)$	PD[t, t+Δt] Banque B
	100	25	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	35,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	50	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	35,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	75	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	35,00%	0,00	0,17%	20,00%	5,00%	1,44%	0,00%
	100	90	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	35,00%	0,60	-5,15%	20,00%	5,00%	1,44%	0,01%
	100	95	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	35,00%	0,80	-6,92%	20,00%	5,00%	1,44%	89,35%
	100	98	1,00%	5,00%	2,00%	0,17%	35,00%	0,92	-7,98%	20,00%	5,00%	1,44%	100,00%

Tableau 3c) : Probabilité de défaut calculée pour une répartition entre actif liquide et illiquide de 75% vs 25%, pour un taux de dépréciation espéré de l'actif illiquide vendu de 35% et pour différentes sorties nettes de fonds simulées (de 25 Mds€ à 98 Mds€ - valeur pour laquelle la banque fait défaut)

### Remarques :

Nous remarquons que pour un taux de dépréciation des actifs illiquides vendus de 15%, la banque ne fait défaut en aucun des cas de répartition entre actif liquide et illiquide et pour aucun des scénarios de sortie nette de fonds simulés.

Pour une répartition donnée entre actif liquide et illiquide et pour un taux de dépréciation donné des actifs illiquides vendus, la probabilité de défaut de la banque augmente avec la sortie nette des fonds. Pour le même cas de répartition entre actif liquide et illiquide, le défaut est atteint pour une sortie nette de fonds plus faible lorsque le taux de dépréciation des actifs illiquides vendus augmente.

Pour un taux de dépréciation donné des actifs illiquides vendus, plus la part de l'actif illiquide est grande, plus la part à vendre de celui-ci risque d'être importante et plus le seuil de la sortie nette des fonds à partir duquel la banque fait défaut est faible (94 Mds€ quand le l'actif illiquide occupe 75% de l'actif total vs. 98 Mds€ quand il n'occupe que 25% ; les deux valeurs prises pour un taux de dépréciation des actifs illiquides vendus de 35%).

#### Conclusion du modèle :

Ces simulations confirment, d'une part que la probabilité de défaut *PD* de la banque augmente avec la sortie nette des fonds jusqu'à atteindre le seuil d'insolvabilité lorsque le taux de dépréciation des actifs illiquides vendus est significatif (25% et 35% dans notre exemple), si cette sortie de fonds n'est pas compensée par un emprunt interbancaire ou par un emprunt auprès de la Banque Centrale. D'autre part, plus la part de l'actif illiquide est importante, plus la part à vendre de celui-ci (en cas de besoin de liquidités) risque d'être significative. Une plus importante quantité vendue de l'actif illiquide génère une plus forte perte suite à sa dépréciation, ce qui dégraderait plus fortement la rentabilité de l'actif total de la banque en amenant ainsi cette dernière au défaut pour une sortie nette de fonds plus faible.

Plus la part de l'actif liquide est importante, plus élevé est le seuil de défaut, toute chose égale par ailleurs. Les actifs liquides permettent donc à la banque de mieux faire face à un choc de liquidité et de rester solvable. Cependant, ils rapportent peu de rentabilité et pour que la banque puisse financer l'économie et effectuer son activité de transformation des échéances, elle doit détenir également des actifs moins liquides qui rapportent plus de bénéfices. Le *stress test spécifique de liquidité* que nous proposons permet à une banque de déterminer la quantité d'actifs liquides à détenir, afin de rester solvable et de maintenir la probabilité de défaut et donc la notation qu'elle a pour objectif, pour chaque scénario de sortie nette de fonds et pour chaque taux de dépréciation des actifs illiquides éventuellement vendus. Par ailleurs, ce type de stress, non seulement compléterait les stress tests macro-prudentiels actuels mais permettrait aussi d'étudier l'interconnexion entre le risque de liquidité et le risque de solvabilité (propre à la banque), en incorporant le premier risque dans le deuxième.

Le risque de liquidité a donc bien un impact sur le risque de crédit, d'où la grande nécessité de mettre en place des stress tests spécifiques de liquidité, en parallèle des stress tests macro-prudentiels de crédit et de marché qui existent actuellement. Ces types de stress tests peuvent être généralisés sur toutes les banques afin de donner une vision plus « macro » du risque de liquidité. Cependant, il faut tenir compte de l'interconnexion complexe qui existe entre les établissements bancaires.

#### Limites du modèle :

Notre modèle est une dérive du modèle de *Merton (1974)* qui est fait sous des hypothèses de marchés parfaits (cf. section 1.1 de la 2<sup>ème</sup> partie).

Notre modèle est simple et à une période, ce qui veut dire qu'il ne nous donne pas les effets de premier et de second tour séparément comme dans *van den End (2008)* et dans *Geršl, Komárková et Komárek (2016)*. Cependant, cela n'est pas gênant sachant que, d'une part, nous nous intéressons à mesurer l'impact d'un choc de liquidité donné, sur le risque de crédit de la banque, dans le cadre d'un exercice de stress test spécifique mensuel. Donc seuls les résultats à la fin du mois nous intéressent. D'autre part, les effets de second tour peuvent arriver plus tard que notre horizon mensuel de stress, ou alors vers la fin de cet horizon. La difficulté est alors de calibrer des scénarios qui prennent en compte des éventuels effets de second tour en anticipant au mieux ces derniers.

Le modèle que nous proposons donne une vision microéconomique du risque de liquidité et de son impact sur le risque de crédit d'un établissement bancaire. Des modèles plus complexes peuvent être élaborés afin de prendre en compte l'interconnexion qui existe entre les banques et l'endogénéisation de ce risque, afin d'avoir une vision plus « macro ».

Enfin, il est difficile de faire une étude empirique pour estimer le lien entre le risque de liquidité et le risque de crédit, dans le secteur bancaire, à cause du nombre limité des banques qui ont fait défaut dans le passé et des données limitées sur leur niveau exact de liquidité juste avant le défaut.

## Conclusion de thèse

Dans notre thèse nous sommes partis de l'étude d'*Acharya, Engle et Pierret (2013)* concernant les stress tests macro-prudentiels imposés aux banques européennes. Ces auteurs analysent notamment les résultats du stress test macro-prudentiel d'EBA de 2011, en termes de perte espérée et de capital réglementaire, en les comparant aux résultats évalués avec des mesures de risque systémique qui tiennent compte des données de marché (*LRMES et SRISK*). Ils arrivent à la conclusion que le capital réglementaire évalué pour faire face au stress test macro-prudentiel d'EBA de 2011 est sous-estimé. Pour ces auteurs cette incohérence viendrait principalement de la complexité de calcul des pondérations de risque *RW*, de la sous-estimation des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD* en méthodes internes, et de l'additivité de l'actif pondéré du risque *RWA*. L'objectif de notre thèse est alors, d'une part de compléter l'étude d'*Acharya et al. (2013)* en essayant d'apporter quelques éléments théoriques liés notamment à la construction même de la fonction d'évaluation du capital réglementaire en méthodes internes (IRB) dans le cadre du risque de crédit (i.e. *fonction K*), d'autre part de proposer une nouvelle méthodologie de répercussion des chocs macroéconomiques sur la charge en capital, et deux nouveaux stress tests spécifiques en complément : l'un pour les portefeuilles de crédit concentrés, l'autre pour mesurer l'impact du risque de liquidité sur la probabilité de défaut de la banque.

Nous montrons que les stress tests macro-prudentiels d'*EBA/BCE* peuvent être non pertinents lorsque les deux hypothèses fondamentales du modèle de base de *Gordy-Vasicek* utilisé pour la construction de la *fonction K*, ne sont pas respectées. Ces hypothèses sont les suivantes : le portefeuille de crédit est asymptotiquement granulaire et il y a présence d'une seule source de risque systématique qui est la conjoncture macro-économique.

Premièrement, ils existent des portefeuilles concentrés, pour lesquels la perte potentielle de crédit peut avoir une forte composante de risque spécifique qui n'est pas dissipée dans le portefeuille. Dans ces cas, la fonction mono-factorielle issue du modèle asymptotique de *Gordy-Vasicek (fonction K)* n'est pas pertinente pour évaluer le capital réglementaire, ce qui affecte aussi les résultats des stress tests macro-prudentiels imposés par le régulateur européen. En effet, ces stress tests consistent à choquer le contexte macro-économique et laisser aux banques le soin de « traduire » l'impact du scénario de choc prédéterminé par le régulateur, en évolution (à la hausse) des paramètres de risque de crédit *PD* et *LGD*. Or, pour les portefeuilles concentrés, la perte de crédit peut être indépendante (voire dépendante négativement) de la conjoncture macro-économique, particulièrement lorsque ces portefeuilles impliquent des contreparties non-cycliques (contracycliques). Les stress tests macro-prudentiels seront alors insuffisants, voire inefficaces. De plus, dans le modèle de base de *Gordy (2003)*, la *PD* correspond à une probabilité de défaut inconditionnelle au(x) facteur(s) de risque systématique, ce qui est théoriquement en contradiction avec la répercussion des chocs « macro » déterministes sur ce paramètre de risque, sauf si les scénarios de choc sont jugés suffisamment probables pour pouvoir influencer l'estimation normale de la *PD*. Pour vérifier nos hypothèses, nous avons présenté un modèle qui consiste à comparer les résultats d'un stress test spécifique, à ceux d'un stress test « macro » similaire à celui imposé par le régulateur, pour un portefeuille de crédit. Ce portefeuille est composé de deux parties, une partie diversifiée et une partie concentrée. Pour simplifier, nous avons supposé que la partie concentrée contient une (grosse) exposition sur une seule contrepartie, l'entreprise *E*. Le stress test « macro » consiste à simuler une baisse de la rentabilité du marché. Pour répercuter cette baisse sur la probabilité de défaut de la partie concentrée du portefeuille (représentée par une exposition sur une seule contrepartie) et sur la probabilité de

défaut « moyenne » de la partie diversifiée de ce même portefeuille, nous faisons référence au modèle d'évaluation des actifs financiers *CAPM* et à l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)*. Plus précisément, nous avons utilisé le modèle *CAPM* pour « traduire » le choc sur la « conjoncture » en évolution de la rentabilité de l'actif des contreparties du portefeuille, ensuite, l'approche structurelle dérivant de *Merton (1974)* pour « traduire » cette évolution de la rentabilité en changement de la probabilité de défaut inconditionnelle de ces contreparties. Le choc « macro » est appliqué pour différentes sensibilités de la partie concentrée du portefeuille à la « conjoncture macro-économique » et pour différents niveaux de concentration du portefeuille (i.e. pour différents poids de la partie concentrée). Nous avons utilisé la même méthodologie que le régulateur, c'est-à-dire, répercuter l'impact du choc « macro » sur la probabilité de défaut inconditionnelle des contreparties impliquées dans le portefeuille, afin de montrer les inconvénients de cette méthodologie. Le stress test spécifique consiste à simuler une baisse directement sur la rentabilité de l'actif de la seule contrepartie sur laquelle le portefeuille est concentré, l'entreprise *E*. Comme pour le stress test « macro », nous utilisons l'approche structurelle à la *Merton* pour répercuter cette baisse de rentabilité, sur la probabilité de défaut inconditionnelle de la contrepartie *E*. En effet, à notre point de vue, la probabilité de défaut inconditionnelle (*PD*) doit tenir compte à la fois de la composante systématique (à travers le cycle) et de la composante spécifique à la contrepartie. Un modèle pertinent d'estimation de la *PD* doit tenir compte beaucoup plus de la composante spécifique que de la composante systématique lorsque la contrepartie n'est pas cyclique. Par ailleurs, l'inconditionnalité de la *PD* est par rapport au risque systématique, par conséquent, l'application d'un choc spécifique ne semble pas être contradictoire avec sa définition. Le choc spécifique est appliqué pour différents niveaux de concentration du portefeuille (i.e. pour différents poids de la partie concentrée), indépendamment de l'état de la « conjoncture ». Suite à la comparaison des deux types de stress tests (« macro » et « spécifique »), nous sommes arrivés à la conclusion que les stress-tests spécifiques sont plus pertinents et efficaces que les stress tests macro-prudentiels lorsque les portefeuilles sont concentrés sur des contreparties peu/non-cycliques ou contracycliques. En effet, pour une sensibilité à la « conjoncture » inférieure à 1, plus la partie concentrée occupe une part importante dans le portefeuille, moins les stress tests macro-prudentiels imposés par le régulateur ont un impact significatif sur la *perte attendue* et la *perte inattendue* de ce portefeuille. Cependant, tant que les bêtas ne sont pas très faibles, ou dans le cas des portefeuilles mixtes (avec un certain équilibre entre la partie concentrée et la partie granulaire), les deux types de stress test sont complémentaires et indispensables pour avoir une meilleure évaluation du risque de crédit (systématique et spécifique) des portefeuilles. Les limites de ce modèle sont liées directement aux hypothèses du modèle de *Merton (1974)* et à celles du modèle *CAPM*, hypothèses qui sont difficilement maintenables en réalité. Par ailleurs, l'hypothèse que l'indice boursier est un bon indicateur de la conjoncture doit être considérée avec beaucoup de prudence.

Deuxièmement, le modèle d'évaluation du capital réglementaire en IRB (i.e. *fonction K*) est un modèle mono-factoriel, or le risque systématique peut provenir de plusieurs sources. Ce modèle à un facteur ne permet pas l'application des chocs macroéconomiques directement sur les facteurs de risque systématique, ce qui empêche la répercussion propre de ces chocs sur la probabilité de défaut conditionnelle des contreparties. D'où le besoin de généraliser ce modèle par un modèle multifactoriel. Le fait d'avoir plusieurs facteurs permet en effet d'appliquer les chocs des macro-stress tests sur chaque portefeuille sectoriel, en stressant de façon claire, précise et transparente les facteurs de risque qui impactent ces portefeuilles. Cette méthodologie permet d'avoir une répercussion de ces chocs uniquement sur la probabilité de défaut conditionnelle des contreparties qui relèvent de chaque portefeuille, plutôt que sur la probabilité de défaut inconditionnelle de ces contreparties comme c'est fait actuellement dans

les banques via leurs modèles internes. Et donc elle permet d'avoir une meilleure évaluation de la charge en capital de la banque suite à un stress test « macro ». Bien que nous ne puissions pas associer le quantile de la perte de crédit (i.e. la *Crédit-VaR*) au quantile d'un seul facteur de risque (les deux hypothèses fondamentales de *Gordy* qui permettent cette association ne sont pas respectées – cf. *Gordy, 2003*), il est tout à fait possible de calculer une perte de crédit inattendue où au moins un des facteurs de risque est choqué. Dans notre modèle, pour chaque facteur qu'on veut choquer, nous appliquons un des deux quantiles extrêmes (le quantile de 0.1% ou celui de 99.9%) de la loi normale centrée-réduite. Il importe alors d'analyser théoriquement, avec un raisonnement économique, la monotonie entre la perte espérée conditionnelle de crédit de la banque et chaque facteur de risque considéré séparément afin d'appliquer le quantile extrême qui maximiserait cette perte, pour un niveau de seuil de confiance voulu. Les facteurs de risque systématique ont été construits en isolant la partie imprévisible des variables macro-économiques retenues. Ces variables macro-économiques correspondent majoritairement aux variables choquées dans le stress test d'EBA/BCE de 2014 ; elles sont susceptibles d'impacter à moyen-terme la plupart des secteurs mais d'une façon différente d'un secteur à l'autre, en fonction de l'activité de chacun des secteurs. Dans le modèle multifactoriel, nous estimons les sensibilités par des coefficients *bêtas* (un *bêta* associé à chaque facteur), notamment en régressant la rentabilité de l'actif financier agrégé de chaque secteur considéré, sur les différents facteurs de risque systématique retenus. Les régressions ont généralement confirmé le lien de dépendance entre la rentabilité de l'actif financier d'un secteur et plusieurs facteurs de risque commun. Ce lien peut être positif pour certains facteurs et négatif pour d'autres. Souvent, le facteur représentant la conjoncture macro-économique (identifié à partir du taux de croissance du PIB dans la Zone Euro) n'est pas sélectionné comme facteur contributif, de ce fait, nous devons considérer qu'il n'a pas d'impact sur la charge en capital de la banque, contrairement à ce qui est prévu par le régulateur. Par ailleurs, dans beaucoup de cas, nous n'avons pas trouvé de colinéarité entre les facteurs de risque sélectionnés dans le modèle, ce qui veut dire que, souvent, ils n'ont pas de liens de dépendance. Dans la plupart des cas, à probabilité de défaut inconditionnelle *PD* équivalente, la charge en capital obtenue par le modèle multifactoriel que nous proposons pour mener les stress tests est supérieure à la charge en capital obtenue par le modèle mono-factoriel utilisé actuellement dans les banques (*fonction K*). Lorsque dans ce modèle multifactoriel, la majorité des produits  $\{\text{bêta}^*(-\text{quantile du facteur de risque})\}$  sont positifs, ce qui est le plus souvent le cas, l'impact évalué en termes de charge en capital lorsque les chocs sont simulés sur l'ensemble des facteurs de risque commun (notre méthodologie) est supérieur à l'impact évalué en utilisant la *fonction K* pour n'importe quel changement de tranche de la *PD* considéré (méthodologie du régulateur). Cependant, dans certains cas, ce modèle multifactoriel est susceptible de générer une charge en capital inférieure à celle générée par la *fonction K*, et notre méthodologie de choquer les facteurs de risque dans ce modèle est susceptible de générer un impact inférieur, en termes de charge en capital, à celui d'un macro-stress test traditionnel (consistant à répercuter le choc sur la probabilité de défaut inconditionnelle dans la *fonction K*). Cela peut arriver lorsque la plupart des produits  $\{\text{bêta}^*(-\text{quantile du facteur de risque})\}$  ne sont pas positifs. Enfin, beaucoup de facteurs de risque ont un impact retardé sur les actifs des secteurs mais qui n'est pas pris en compte dans notre modèle puisque nous nous intéressons seulement à l'évaluation de la perte inattendue *UL* et donc aux facteurs de risque en *t* uniquement. Le modèle multifactoriel donne une meilleure évaluation de la charge en capital, notamment en mesurant l'effet des facteurs de risque qui impactent réellement un portefeuille sectoriel, et en appliquant les chocs directement sur ces facteurs. C'est un modèle plutôt simple à se mettre en place dans les banques puisqu'il se limite à des outils statistiques pas très sophistiqués, notamment à des régressions linéaires multiples. Le premier inconvénient de ce modèle est que nous restons

dans un cadre linéaire lors de l'estimation des coefficients *bêtas*, or des effets non-linéaires peuvent être possibles. Le deuxième inconvénient est lié à l'utilisation des quantiles de la loi normale pour simuler les chocs sur les facteurs de risque, or d'autres lois de distribution des facteurs peuvent être possibles. Le troisième inconvénient est lié au fait que ce modèle ne prend pas en compte le risque spécifique sectoriel. Une première extension serait alors l'utilisation des modèles non-linéaires qui pourraient donner dans certains cas une estimation plus fiable des liens entre la rentabilité des actifs et les facteurs de risque systématique. Une deuxième extension pourrait être l'utilisation des lois de distribution qui attribuent des probabilités plus élevées aux valeurs extrêmes, ce qui peut donner dans certains cas une meilleure estimation des pertes inattendues de crédit. La troisième extension serait d'ajouter en complément des stress tests spécifiques. En effet, comme un portefeuille sectoriel est un portefeuille non diversifié et qu'il présente ainsi un risque spécifique sectoriel, des stress tests spécifiques aux secteurs sont nécessaires pour compléter le stress test « macro ». Ces stress tests spécifiques sectoriels peuvent être similaires au stress test spécifique individuel que nous avons proposé.

Enfin, les *stress tests macro-prudentiels d'EBA/BCE* de 2011 et de 2014 n'ont pas inclus dans leur cadre le risque de liquidité. Or, une vente précipitée d'actifs suite à un choc de liquidité, peut faire chuter la valeur de l'actif d'un établissement bancaire au-dessous du seuil de défaut. Nous proposons un stress test spécifique de liquidité qui se caractérise par une sortie significative de fonds et un non-accès au financement de court-terme. Ce choc de liquidité est suivi par une vente d'actifs liquides et si ceux derniers ne sont pas suffisants, par une vente d'actifs illiquides. La vente des actifs illiquides génère une dépréciation significative de leur valeur durant la période du choc que nous avons supposée à 30 jours. Nous avons montré que ce mécanisme peut rendre la banque insolvable à l'horizon du choc ; c'est notamment le cas lorsque la valeur de son actif total tombe au-dessous de la valeur de la sortie nette des fonds. Plus la part de l'actif illiquide est importante, plus la part à vendre de celui-ci (en cas de besoin de liquidités) risque d'être significative, ce qui dégraderait plus la rentabilité de l'actif total de la banque en amenant ainsi cette dernière au défaut pour une sortie nette de fonds plus faible. Plus la part de l'actif liquide est importante, plus élevé est le seuil de défaut, toute chose égale par ailleurs. Les actifs liquides permettent donc à la banque de mieux faire face à des chocs de liquidité et de rester solvable à la fin de ces chocs. Cependant, ils apportent peu de bénéfice et pour que la banque continue d'effectuer son activité de transformation des échéances, elle a besoin de détenir des actifs illiquides également. Ce modèle de stress test de liquidité que nous avons dérivé du modèle de *Merton (1974)*, permet à une banque de connaître, pour chaque scénario de sortie nette de fonds et pour chaque taux de dépréciation des actifs illiquides à vendre, la répartition entre actif liquide et illiquide qui lui permet de rester solvable et d'atteindre ou de garder la notation souhaitée à la fin du choc. Par ailleurs, non seulement il compléterait les stress tests macro-prudentiels actuels mais il permettrait aussi d'étudier l'interconnexion entre le risque de liquidité et le risque de solvabilité propre à la banque, en incorporant le premier risque dans le deuxième. S'inspirant du modèle de *Merton* pour évaluer la probabilité de défaut inconditionnelle suite aux différents chocs de liquidité, notre modèle peut potentiellement « souffrir » des mêmes limites. De plus, des modèles plus complexes peuvent être élaborés afin de prendre en compte l'interconnexion des banques et l'endogénéisation du risque de liquidité, ce qui permettrait d'obtenir une vision plus « macro » de ce risque. Et enfin, il est difficile de faire une étude empirique pour estimer le lien entre le risque de liquidité et le risque de crédit, dans le secteur bancaire, à cause du nombre limité des banques qui ont fait défaut dans le passé et des données limitées concernant leur niveau exact de liquidité juste avant le défaut.

## Annexes

### **Annexe 1 : Obtention de l'expression de la rentabilité standardisée dans Gordy (2003)**

Dans le modèle de Gordy, la rentabilité standardisée d'une contrepartie, telle qu'elle est exprimée dans l'équation (1) est supposée suivre une loi normale de moyenne 0 et de variance 1 :

$$R_i = \psi_i \varepsilon_i - X w_i \rightarrow N(0,1),$$

avec  $\varepsilon_i \rightarrow$  bruit blanc iid  $N(0,1)$  représentant le risque spécifique de la contrepartie ;  $\psi \rightarrow$  poids du facteur de risque spécifique ;  $X \rightarrow$  vecteur des facteurs de risque commun suivant une loi de distribution jointe  $N(0, \Omega)$ ;  $w_i \rightarrow$  le vecteur des poids des facteurs de risque commun.

Si on considère le taux de croissance du PIB comme représentant du seul facteur de risque commun (la conjoncture), il devrait y avoir plutôt un signe « - » (cf. les développements (6.1) – (6.3) dans le 2<sup>ième</sup> chapitre de la 2<sup>ième</sup> partie (page 70 – 71)). On doit alors avoir :

$$R_i = \psi_i \varepsilon_i + X w_i.$$

- a) En supposant  $X$  comme un vecteur à une dimension (i.e. 1 seul facteur de risque systématique) :

$$E(R_i) = w_i E(X_i) + \psi_i E(\varepsilon_i) = 0,$$

avec  $E(X_i) = 0$ ,  $E(\varepsilon_i) = 0$  puisque ces variables sont sur  $N(0;1)$  ;

$$\text{Var}(R_i) = w_i^2 \text{Var}(X_i) + \psi_i^2 \text{Var}(\varepsilon_i) + 2w_i \psi_i \text{cov}(X_i, \varepsilon_i) = 1,$$

avec  $\text{Var}(X_i) = 1$ ,  $\text{Var}(\varepsilon_i) = 1$  puisque ces variables sont sur  $N(0;1)$ ,  $\text{cov}(X_i, \varepsilon_i) = 0$  car  $\varepsilon_i$  est indépendante de  $X_i$

$$\rightarrow w_i^2 + \psi_i^2 = 1 \rightarrow \psi_i = \sqrt{1-w_i^2}$$

$$\rightarrow R_i = w_i X_i + \sqrt{1-w_i^2} \varepsilon_i$$

- b) En supposant  $X$  comme un vecteur à plusieurs dimensions ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) (i.e. plusieurs facteurs de risque systématique)

$$R_i = \sum_{k=1}^K w_{ik} X_{ik} + \psi_i \varepsilon_i \rightarrow N(0,1)$$

$$E[R_i] = \sum_{k=1}^K w_{ik} E[X_{ik}] + \psi_i E[\varepsilon_i] = 0 \text{ car } E[X_{ik}] = 0 \text{ et } E[\varepsilon_i] = 0$$

$\text{Var}[R_i] = W_i' \Omega W_i + \psi_i^2$ , avec  $W_i' \rightarrow$  vecteur ligne des poids des facteurs communs ;  $\Omega \rightarrow$  matrice de variances-covariances ;  $W_i \rightarrow$  vecteur colonne des poids des facteurs communs.

$$\text{Var}[R_i] = \sum_k \sum_l w_{ik} w_{il} \sigma_{x_{ik}} \sigma_{x_{il}} \rho_{ikl} + \psi_i^2$$



Si on suppose les facteurs communs  $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}$  indépendants (i.e.  $X_{ik}$  indépendant de  $X_{il}$ )  $\rightarrow$   
 $\sigma_{X_k \sigma_{X_l} \rho_{kl}} = 0 \rightarrow \text{Var}[R_i] = \sum_{k=1}^K w_{ik}^2 \sigma_{X_{ik}}^2 + \psi_i^2 = 1$ , avec  $\sigma_{X_{ik}}^2 = 1$

$$\rightarrow \psi_i = \sqrt{1 - \sum_{k=1}^K w_{ik}^2}$$

$$\rightarrow R_i = \sum_{k=1}^K w_{ik} X_{ik} + \sqrt{1 - \sum_{k=1}^K w_{ik}^2} \varepsilon_i$$

## **Annexe 2 : Tableaux et Graphiques sur le Stress Test d'EBA/BCE 2014**

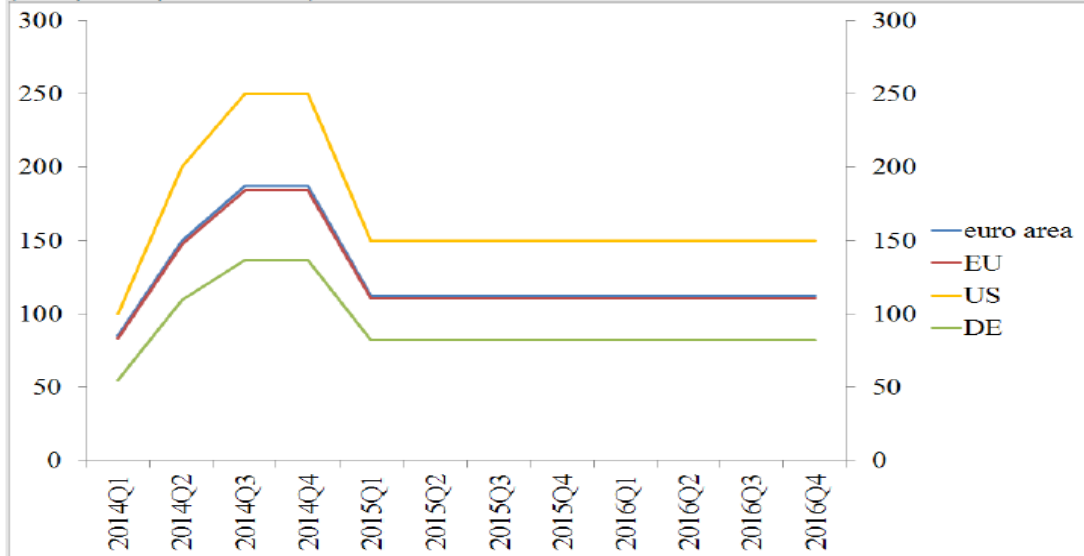
(Source : EBA)

Table 1: Overview on key figures for the 2014 EU-wide stress test

<b>Sample</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ 123 banks</li> <li>▪ EUR 28,000BN of assets</li> <li>▪ Approximately 70% of the EU banking sector</li> </ul>
<b>Starting point</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Capital strengthening of 9.2% to 11.6% CT1 from 2011 to 2013 for the major EU banks</li> <li>▪ Starting CET1 Capital ratio: 11.5%</li> <li>▪ AQR adjusted CET1 starting point: 11.1%</li> </ul>
<b>Impact</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Combined impact of stress test and AQR: 300bps</li> <li>▪ Impact of stress test: 260bps</li> <li>▪ Main driver of the impact: -440bps for credit losses</li> </ul>
<b>Shortfall</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Threshold of 5.5% CET1 in the adverse and 8.0% in the baseline scenario</li> <li>▪ Banks failing the stress test: 24</li> <li>▪ Maximum shortfall: EUR 24.6BN</li> <li>▪ Shortfall under the adverse 2016: EUR 24.2BN</li> <li>▪ Shortfall after capital raising: EUR 9.5BN</li> </ul>
<b>Transparency</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Up to 12,000 data points per bank</li> <li>▪ Capital composition and fully loaded ratio</li> <li>▪ Detailed exposure data</li> </ul>

**Chart 1. Government bond yield shocks in the US, EU, euro area and Germany**

(in basis points compared to the baseline)



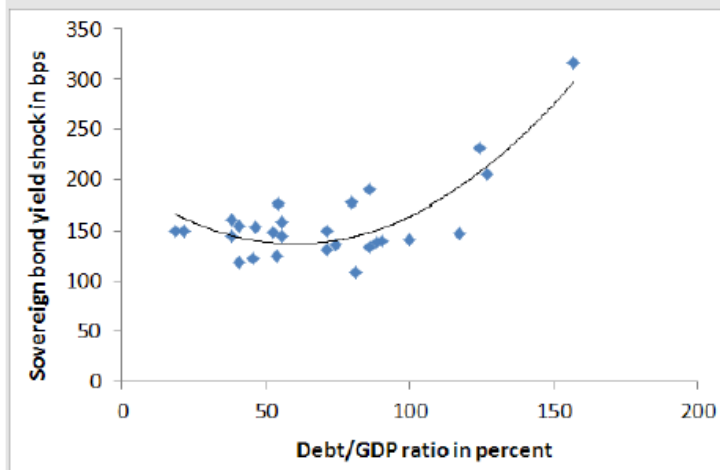
**Table 2. Long-term EU government bond yield shocks**

(shocks in basis point deviations from the baseline; simulation results based on a sample covering the period 3 August 2012-31 December 2013)

	Shocks in bps			Baseline in %				Adverse in %			Historical since 1-Jan-2000		
	2014	2015	2016	2013	2014	2015	2016	2014	2015	2016	Min	Max	pos b/w min and max 2014
Belgium	142	105	105	2.4	2.5	2.8	2.9	3.9	3.9	4.0	1.9	5.9	51%
Bulgaria	151	111	111	3.5	3.6	3.9	4.0	5.1	5.0	5.1	2.9	8.6	38%
Czech Republic	154	114	114	2.1	2.4	2.7	2.8	3.9	3.8	3.9	1.5	7.7	39%
Denmark	123	92	92	1.7	1.8	2.1	2.3	3.1	3.0	3.2	1.0	6.0	42%
Germany	109	82	82	1.6	1.8	2.1	2.2	2.9	2.9	3.0	1.2	5.6	38%
Croatia	159	117	117	4.7	5.1	5.4	5.5	6.7	6.6	6.7	4.3	8.2	63%
Ireland	148	109	109	3.8	3.4	3.7	3.8	4.9	4.8	4.9	3.2	14.6	15%
Greece	316	228	228	10.1	8.0	8.3	8.4	11.2	10.6	10.7	3.2	41.8	21%
Spain	191	139	139	4.6	3.8	4.1	4.2	5.7	5.5	5.6	3.0	7.6	58%
France	140	104	104	2.2	2.4	2.7	2.8	3.8	3.7	3.8	1.7	5.8	51%
Italy	205	149	149	4.3	3.9	4.1	4.3	5.9	5.6	5.8	3.2	7.4	65%
Cyprus	134	100	100	11.1	8.3	8.6	8.7	9.7	9.6	9.7	3.8	16.5	46%
Latvia	155	114	114	3.3	3.6	3.9	4.0	5.2	5.0	5.2	3.3	17.0	14%
Lithuania	119	89	89	3.8	3.4	3.7	3.9	4.6	4.6	4.7	2.0	15.1	20%
Luxembourg	150	110	110	1.7	1.9	2.1	2.3	3.4	3.3	3.4	1.3	5.8	46%
Hungary	177	130	130	5.9	6.1	6.5	6.6	7.9	7.8	7.9	5.0	12.7	38%
Malta	150	110	110	3.4	3.1	3.4	3.5	4.6	4.5	4.6	3.1	6.6	42%
Netherlands	132	98	98	2.0	2.0	2.3	2.4	3.3	3.3	3.4	1.5	5.8	43%
Austria	137	101	101	2.0	2.1	2.4	2.5	3.4	3.4	3.5	1.5	5.9	44%
Poland	145	107	107	4.0	4.6	4.8	4.9	6.1	5.9	5.9	3.1	14.0	27%
Portugal	231	168	168	6.3	5.1	5.4	5.5	7.4	7.1	7.2	3.1	17.2	31%
Romania	162	119	119	5.4	5.2	5.5	5.7	6.9	6.7	6.8	4.9	13.8	23%
Slovenia	177	130	130	5.8	4.8	5.1	5.2	6.5	6.4	6.5	3.5	9.6	50%
Slovakia	148	110	110	3.2	2.6	2.9	3.0	4.1	4.0	4.1	2.1	7.9	34%
Finland	126	94	94	1.9	1.9	2.2	2.3	3.2	3.1	3.2	1.4	5.8	41%
Sweden	145	107	107	2.1	2.3	2.6	2.7	3.8	3.7	3.7	1.1	6.0	54%
United Kingdom	139	103	103	2.0	2.8	3.2	3.3	4.2	4.2	4.3	1.4	5.9	63%
<b>Euro area</b>	<b>152</b>	<b>112</b>	<b>112</b>	<b>2.9</b>	<b>2.8</b>	<b>3.1</b>	<b>3.2</b>	<b>4.3</b>	<b>4.2</b>	<b>4.3</b>	<b>2.0</b>	<b>7.4</b>	<b>43%</b>
<b>European Union</b>	<b>150</b>	<b>110</b>	<b>110</b>	<b>2.8</b>	<b>2.9</b>	<b>3.2</b>	<b>3.3</b>	<b>4.4</b>	<b>4.3</b>	<b>4.4</b>	<b>2.0</b>	<b>7.4</b>	<b>44%</b>

Note: The last column indicates the relative position of the adverse bond yield between the historical minimum and maximum since January 2000. The baseline bond yields are corresponding to annual averages of the respective years.

**Chart 2. Government bond yield shocks versus public debt to GDP ratios**



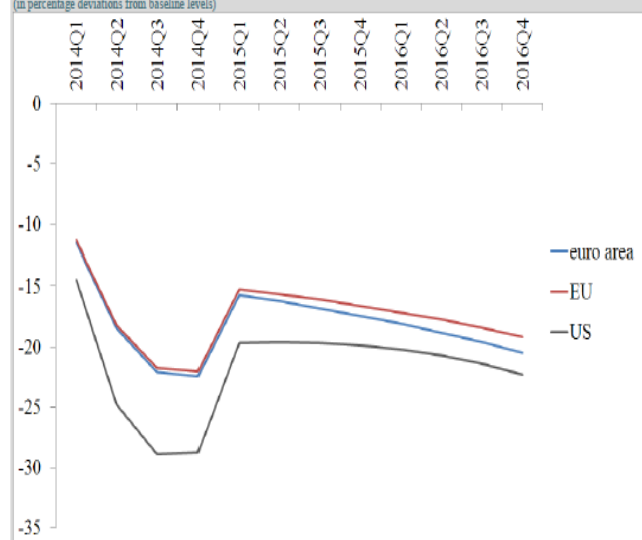
Note: The first year (2014) sovereign bond yield shocks are used for this scatter plot. Debt-to-GDP ratios refer to 2012 and have been retrieved from the European Commission statistical data warehouse (Ameco database).

**Table 3. Equity price shocks**

(in percentage deviations from baseline levels)

	2014	2015	2016
Belgium	-19.6	-19.5	-24.1
Bulgaria	-14.6	-13.0	-15.5
Czech Republic	-16.6	-13.0	-13.2
Denmark	-15.5	-12.7	-13.4
Germany	-14.6	-13.0	-15.5
Estonia	-14.6	-13.0	-15.5
Croatia	-14.6	-13.0	-15.5
Ireland	-17.1	-14.5	-16.0
Greece	-19.8	-20.6	-26.6
Spain	-23.4	-21.1	-24.9
France	-20.1	-16.7	-18.1
Italy	-20.3	-17.7	-20.4
Cyprus	-19.8	-20.6	-26.6
Latvia	-14.6	-13.0	-15.5
Lithuania	-14.6	-13.0	-15.5
Luxemburg	-18.2	-15.8	-18.0
Hungary	-13.1	-11.1	-12.7
Malta	-18.2	-15.8	-18.0
Netherlands	-20.4	-20.0	-23.9
Austria	-16.8	-13.5	-14.3
Poland	-11.9	-9.8	-10.8
Portugal	-17.3	-18.0	-23.1
Romania	-14.6	-13.0	-15.5
Slovenia	-14.6	-13.0	-15.5
Slovakia	-14.6	-13.0	-15.5
Finland	-18.4	-18.0	-21.7
Sweden	-18.8	-15.7	-17.5
United Kingdom	-19.1	-15.2	-15.9
<b>Euro area</b>	<b>-18.3</b>	<b>-15.9</b>	<b>-18.1</b>
<b>European Union</b>	<b>-18.6</b>	<b>-16.6</b>	<b>-19.2</b>

**Chart 3. Equity price shocks in the US, the EU and the euro area**  
(in percentage deviations from baseline levels)



**Table 4. Foreign currency shocks and implied GDP impact**

(foreign currency shock in per cent depreciation against the euro; implied GDP impact in percentage deviations from baseline levels)

		Czech Republic	Croatia	Hungary	Poland	Romania
Currency depreciation		15%	15%	25%	25%	15%
Implied GDP impact	2014	0.00	-0.60	-0.20	-0.02	-0.70
	2015	0.00	-2.20	-0.80	-0.03	-1.30
	2016	0.00	-3.00	-1.20	-0.04	-1.90

**Table 5. Scenario paths for Euro Swap Rates**

(annual average rates in per cent; adverse-baseline gaps in basis points)

		baseline in %				adverse in %			adverse-baseline gap in bps		
		2013	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016
Euro swap rates	1Y	0.4	0.4	0.6	0.7	1.4	1.4	1.4	101	82	72
	2Y	0.5	0.6	0.8	1.0	1.8	1.9	1.9	127	100	95
	3Y	0.7	0.8	1.1	1.2	2.1	2.1	2.1	129	99	92
	5Y	1.1	1.3	1.5	1.7	2.5	2.5	2.5	122	92	84
	7Y	1.5	1.7	2.0	2.1	2.9	2.9	2.9	120	92	87
	10Y	1.9	2.2	2.4	2.5	3.3	3.3	3.4	115	87	86

Source: Bloomberg, ECB, and ECB calculations.

**Table 6. House price shocks**

(percentage deviations from baseline levels)

	2014	2015	2016
Belgium	-10.9	-17.5	-17.5
Bulgaria	-5.9	-9.4	-9.4
Czech Republic	-6.3	-10.0	-10.0
Denmark	-9.4	-15.0	-15.0
Germany	-7.8	-12.5	-12.5
Estonia	-4.1	-6.6	-6.6
Croatia	-6.2	-9.9	-9.9
Ireland	-6.3	-10.0	-10.0
Greece	-2.6	-4.2	-4.2
Spain	-3.1	-5.0	-5.0
France	-10.5	-16.8	-16.8
Italy	-3.3	-5.2	-5.2
Cyprus	-4.0	-6.4	-6.4
Latvia	-6.3	-10.0	-10.0
Lithuania	-5.9	-9.5	-9.5
Luxembourg	-10.9	-17.5	-17.5
Hungary	-7.8	-12.5	-12.5
Malta	-6.3	-10.0	-10.0
Netherlands	-6.3	-10.0	-10.0
Austria	-6.3	-10.0	-10.0
Poland	-4.7	-7.5	-7.5
Portugal	-3.1	-5.0	-5.0
Romania	-5.9	-9.5	-9.5
Slovenia	-3.1	-5.0	-5.0
Slovakia	-6.0	-9.6	-9.6
Finland	-9.4	-15.0	-15.0
Sweden	-11.9	-19.1	-19.1
United Kingdom	-9.4	-15.0	-15.0
<b>Euro area</b>	<b>-6.9</b>	<b>-11.0</b>	<b>-11.0</b>
<b>European Union</b>	<b>-8.7</b>	<b>-14.0</b>	<b>-14.0</b>

**Table 7. Funding shock impact on real GDP growth**

(percentage deviations from baseline levels)

	2014	2015	2016
Belgium	-0.02	-0.03	-0.05
Bulgaria	-0.11	-0.34	-0.53
Czech Republic	-0.01	-0.01	-0.02
Denmark	-0.01	-0.01	-0.02
Germany	-0.01	-0.03	-0.04
Estonia	-0.12	-0.25	-0.35
Croatia	-0.04	-0.09	-0.13
Ireland	-0.06	-0.13	-0.18
Greece	-0.13	-0.29	-0.39
Spain	-0.07	-0.15	-0.21
France	-0.01	-0.02	-0.02
Italy	-0.09	-0.20	-0.27
Cyprus	-0.10	-0.21	-0.29
Latvia	-0.12	-0.25	-0.35
Lithuania	-0.08	-0.18	-0.25
Luxembourg	-0.07	-0.15	-0.20
Hungary	-0.07	-0.14	-0.20
Malta	-0.04	-0.08	-0.11
Netherlands	-0.08	-0.16	-0.22
Austria	-0.02	-0.03	-0.05
Poland	-0.12	-0.26	-0.36
Portugal	-0.06	-0.13	-0.18
Romania	-0.22	-0.48	-0.66
Slovenia	-0.08	-0.18	-0.24
Slovakia	-0.09	-0.19	-0.27
Finland	-0.02	-0.04	-0.05
Sweden	-0.05	-0.11	-0.15
UK	-0.03	-0.07	-0.10
<b>Euro area</b>	<b>-0.04</b>	<b>-0.09</b>	<b>-0.12</b>
<b>European Union</b>	<b>-0.04</b>	<b>-0.09</b>	<b>-0.13</b>



**Table 10. Baseline and adverse scenario paths for price inflation**

(growth rates in per cent, deviations in percentage points)

	Baseline inflation in %			Deviations in PP			Adverse inflation in %			Price level deviation 2016 in %
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016	
Belgium	0.9	1.4	1.5	-0.1	-1.3	-1.5	0.8	0.1	0.0	-2.8
Bulgaria	0.5	1.8	2.4	-0.3	-0.7	-0.5	0.2	1.1	1.8	-1.5
Czech Republic	1.0	1.8	2.2	-0.1	-1.8	-4.6	0.8	0.0	-2.4	-6.3
Denmark	1.5	1.7	1.8	0.0	-0.3	-0.7	1.5	1.5	1.0	-1.0
Germany	1.4	1.4	1.5	0.0	-0.4	-1.1	1.4	0.9	0.4	-1.5
Estonia	1.8	2.8	3.2	0.0	-0.4	-1.2	1.8	2.5	1.9	-1.6
Croatia	1.3	1.5	1.6	-0.1	-0.7	-1.8	1.3	0.8	-0.3	-2.5
Ireland	0.8	1.1	1.4	-0.1	-0.7	-1.1	0.7	0.4	0.3	-1.9
Greece	-0.6	0.2	1.1	-0.4	-1.1	-1.8	-1.0	-0.9	-0.7	-3.3
Spain	0.3	0.9	1.3	0.0	-0.5	-0.5	0.3	0.4	0.8	-1.0
France	1.2	1.2	1.3	0.0	-0.5	-1.6	1.1	0.7	-0.3	-2.2
Italy	0.9	1.3	1.8	0.0	-0.3	-1.2	0.9	1.0	0.6	-1.4
Cyprus	0.4	1.4	1.7	-0.1	-0.7	-0.8	0.4	0.8	1.0	-1.5
Latvia	1.9	2.1	1.8	-0.7	-2.6	-3.4	1.2	-0.5	-1.6	-6.4
Lithuania	1.1	1.9	2.5	-0.1	-0.2	-1.0	1.0	1.8	1.4	-1.2
Luxembourg	1.5	1.7	1.8	0.0	-0.2	-0.6	1.5	1.6	1.2	-0.7
Hungary	1.2	2.0	2.4	-0.1	-0.4	-1.2	1.1	2.4	1.2	-1.5
Malta	1.2	1.9	1.8	-0.2	-0.6	-1.3	1.0	1.3	0.5	-2.0
Netherlands	1.1	1.3	1.6	-0.2	-1.2	-1.0	0.9	0.1	0.6	-2.3
Austria	1.8	1.8	1.9	-0.4	-0.6	-0.7	1.4	1.3	1.2	-1.6
Poland	1.4	2.0	2.4	-0.4	-2.0	-2.5	0.9	0.0	-0.1	-4.7
Portugal	0.8	1.2	2.0	0.0	-1.1	-2.7	0.7	0.1	-0.7	-3.7
Romania	2.4	3.4	2.6	-0.4	-1.7	-3.3	2.0	1.7	-0.8	-5.2
Slovenia	0.8	1.3	1.6	-0.3	-1.2	-1.4	0.5	0.0	0.2	-2.8
Slovakia	0.7	1.6	1.4	-0.3	-2.3	-3.7	0.4	-0.7	-2.3	-6.1
Finland	1.7	1.6	1.7	-0.6	-2.6	-2.5	1.1	-1.0	-0.8	-5.6
Sweden	0.9	1.8	2.1	-1.1	-3.6	-4.6	-0.2	-1.8	-2.5	-8.8
United Kingdom	2.0	2.0	2.1	-0.3	-1.9	-3.3	1.7	0.1	-1.2	-5.3
Euro Area	1.0	1.3	1.5	-0.1	-0.6	-1.3	1.0	0.6	0.3	-1.9
European Union	1.2	1.5	1.7	-0.1	-1.0	-1.7	1.1	0.6	0.0	-2.8

**Table 11. Baseline and adverse scenario paths for the unemployment rate**

(rates in per cent, deviations in percentage points)

	Baseline unemployment rate in %			Deviations in PP			Adverse unemployment rate in %		
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016
Belgium	8.5	8.2	8.0	0.2	1.4	3.0	8.7	9.6	11.0
Bulgaria	12.7	12.1	12.0	0.2	1.0	1.8	12.9	13.2	13.8
Czech Republic	6.8	6.6	6.7	1.6	3.2	4.4	8.4	9.8	11.1
Denmark	6.9	6.7	6.5	0.8	3.0	4.5	7.7	9.7	11.0
Germany	5.2	5.1	5.2	0.2	0.9	1.8	5.4	6.0	7.0
Estonia	8.3	7.7	7.7	1.0	4.8	6.5	9.3	12.5	14.2
Croatia	17.6	17.2	17.7	0.9	3.3	5.5	18.5	20.5	23.2
Ireland	11.9	11.2	11.4	0.5	1.7	2.6	12.4	12.9	14.0
Greece	26.0	24.0	19.5	0.4	1.3	2.1	26.5	25.3	21.6
Spain	25.7	24.6	23.2	0.6	2.2	3.9	26.3	26.8	27.1
France	11.0	11.0	10.9	0.1	0.6	1.3	11.1	11.6	12.2
Italy	12.6	12.4	12.0	0.3	1.3	2.4	12.9	13.7	14.4
Cyprus	19.2	18.4	17.0	0.5	1.0	1.4	19.6	19.4	18.4
Latvia	10.5	9.2	10.7	1.8	5.0	7.1	12.3	14.2	17.8
Lithuania	10.4	9.6	9.8	0.9	3.7	5.3	11.3	13.3	15.1
Luxembourg	6.0	5.9	5.8	0.0	0.1	0.2	6.0	6.0	6.0
Hungary	9.6	9.3	9.6	0.2	1.2	2.1	9.8	10.6	11.7
Malta	6.4	6.4	6.4	0.2	0.9	1.4	6.7	7.3	7.8
Netherlands	7.4	7.2	6.8	0.1	1.4	2.8	7.5	8.5	9.6
Austria	4.8	4.7	4.7	0.2	0.8	1.4	5.0	5.5	6.1
Poland	10.3	10.1	9.1	0.9	3.3	4.8	11.2	13.4	13.9
Portugal	16.8	16.5	14.5	0.4	1.7	2.8	17.2	18.2	17.3
Romania	7.2	7.1	7.2	0.5	1.5	2.0	7.7	8.6	9.2
Slovenia	10.8	10.7	10.7	0.4	1.6	2.6	11.2	12.3	13.3
Slovakia	13.9	13.4	13.0	0.5	1.7	3.3	14.3	15.1	16.3
Finland	8.3	8.1	7.9	1.1	3.2	3.3	9.4	11.4	11.2
Sweden	7.7	7.3	7.2	0.9	3.6	6.4	8.6	10.8	12.6
United Kingdom	6.8	6.5	6.4	1.9	4.4	6.1	8.7	10.9	11.5
Euro Area	12.0	11.7	11.3	0.3	1.2	2.2	12.3	12.9	13.5
European Union	10.7	10.4	10.1	0.6	1.9	2.9	11.3	12.3	13.0



**Table 12. Residential property price impact under baseline and adverse scenarios**

(growth rates in per cent, deviations in percentage points)

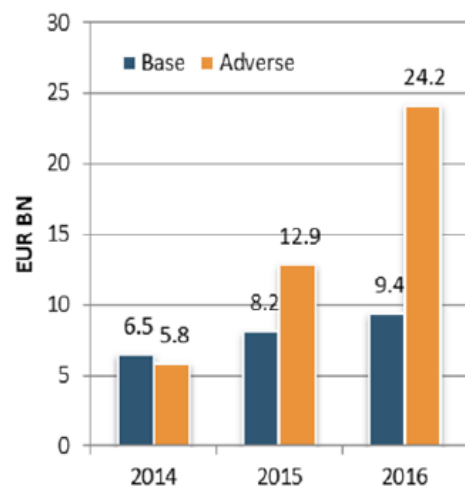
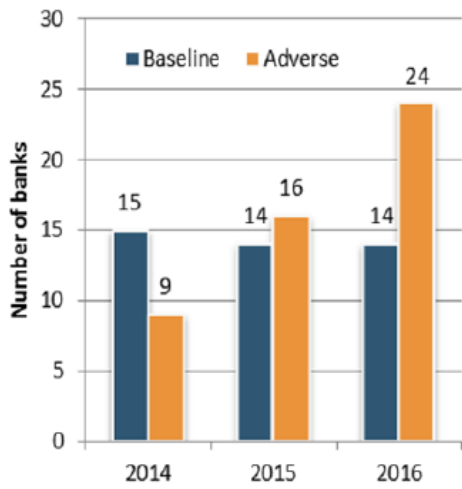
	Baseline inflation in %			Deviations in PP			Adverse inflation in %			Price level deviation
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2016 in %
Belgium	-0.8	-0.1	0.9	-11.7	-10.3	-5.1	-12.5	-10.4	-4.2	-24.9
Bulgaria	2.5	5.9	7.4	-8.6	-9.5	-7.1	-6.2	-3.6	0.2	-22.2
Czech Republic	1.2	2.6	2.8	-7.5	-8.3	-5.8	-6.4	-5.6	-2.9	-19.7
Denmark	4.0	4.5	4.9	-14.5	-8.9	-2.6	-10.5	-4.4	2.4	-23.2
Germany	4.9	7.0	7.9	-9.4	-8.9	-5.6	-4.5	-1.8	2.3	-20.8
Estonia	8.2	9.4	8.9	-6.1	-2.5	0.0	2.2	6.8	9.0	-7.8
Croatia	-4.0	1.3	2.8	-7.4	-8.1	-4.6	-11.4	-6.7	-1.8	-18.9
Ireland	3.6	6.9	7.9	-7.1	-7.9	-6.5	-3.5	-0.9	1.4	-18.9
Greece	-7.7	-3.7	-1.2	-3.5	-6.2	-6.7	-11.1	-9.9	-7.9	-16.1
Spain	-4.3	0.3	3.6	-3.1	-3.3	-2.8	-7.4	-3.0	0.9	-8.9
France	-1.6	-1.0	0.5	-11.2	-11.5	-6.3	-12.8	-12.4	-5.9	-26.6
Italy	-3.4	-0.7	2.0	-4.6	-4.1	-6.3	-7.9	-4.7	-3.3	-13.4
Cyprus	-7.0	-5.2	-2.0	-4.9	-5.8	-5.0	-11.9	-11.0	-7.0	-15.6
Latvia	6.0	5.7	5.4	-7.6	-7.6	-5.2	-1.6	-1.8	0.3	-18.0
Lithuania	4.0	7.2	8.9	-7.4	-8.3	-5.9	-3.3	-1.1	2.9	-18.9
Luxembourg	6.8	8.3	8.5	-11.7	-8.0	0.0	-4.9	0.3	8.5	-17.5
Hungary	1.4	6.4	8.8	-7.3	-4.9	-1.0	-6.0	1.6	7.9	-12.3
Malta	2.1	2.4	2.2	-7.7	-8.6	-5.1	-5.6	-6.2	-2.9	-19.6
Netherlands	-2.1	2.1	5.0	-7.2	-8.0	-7.4	-9.3	-5.9	-2.4	-20.6
Austria	2.9	3.2	3.8	-7.1	-6.7	-1.5	-4.2	-2.5	2.3	-13.2
Poland	2.3	3.3	4.1	-5.7	-10.1	-12.9	-3.5	-6.7	-8.8	-25.4
Portugal	-5.6	-3.9	-1.3	-3.7	-3.6	-3.3	-9.3	-7.5	-4.6	-10.6
Romania	1.1	3.0	5.0	-13.2	-14.1	-12.2	-12.2	-11.1	-7.2	-33.7
Slovenia	-4.4	-2.3	-0.2	-4.4	-5.9	-5.6	-8.8	-8.1	-5.8	-15.4
Slovakia	0.9	2.4	4.0	-7.9	-8.7	-6.4	-7.0	-6.3	-2.4	-20.9
Finland	3.6	4.7	5.8	-12.4	-14.4	-6.2	-8.8	-9.7	-0.4	-28.5
Sweden	2.6	2.2	1.5	-13.7	-12.9	-6.4	-11.1	-10.7	-4.9	-29.1
United Kingdom	4.9	5.1	3.5	-12.4	-13.8	-7.8	-7.5	-8.8	-4.2	-29.2
<b>Euro Area</b>	<b>-0.2</b>	<b>2.1</b>	<b>3.8</b>	<b>-7.8</b>	<b>-7.7</b>	<b>-5.3</b>	<b>-8.0</b>	<b>-5.7</b>	<b>-1.5</b>	<b>-19.2</b>
<b>European Union</b>	<b>0.9</b>	<b>2.7</b>	<b>3.8</b>	<b>-8.7</b>	<b>-8.8</b>	<b>-5.8</b>	<b>-7.9</b>	<b>-6.2</b>	<b>-2.1</b>	<b>-21.2</b>

**Table 13. Commercial property price impact under baseline and adverse scenarios**

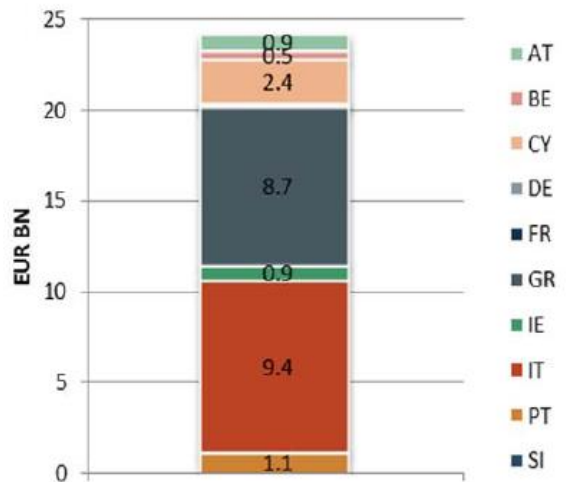
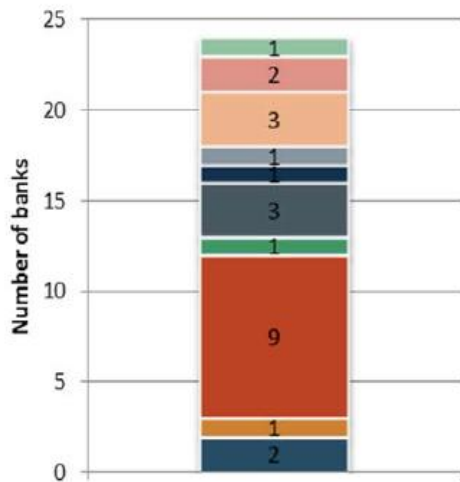
(growth rates in per cent, deviations in percentage points)

	Baseline inflation in %			Deviations in PP			Adverse inflation in %			Price level deviation
	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2014	2015	2016	2016 in %
Belgium	-1.6	-1.6	-1.5	-2.5	-3.1	-1.6	-4.1	-4.6	-3.1	-7.1
Bulgaria	1.5	3.1	3.6	-5.3	-5.1	-3.7	-3.8	-2.0	-0.1	-13.1
Czech Republic	-1.7	-1.4	-1.3	-2.3	-2.9	-2.0	-4.0	-4.3	-3.4	-7.2
Denmark	3.6	4.9	6.3	-15.2	-8.3	-2.8	-11.7	-3.4	2.5	-23.6
Germany	4.7	6.4	7.1	-4.8	-7.4	-6.1	-0.1	-1.0	1.0	-16.2
Estonia	3.2	5.3	6.5	-4.3	-4.2	-3.3	-1.1	1.0	2.2	-10.9
Croatia	-2.0	0.0	1.2	-4.7	-5.2	-3.3	-6.7	-5.2	-2.2	-12.7
Ireland	0.2	0.9	2.7	-4.6	-6.7	-5.1	-4.4	-5.8	-2.5	-15.4
Greece	-3.7	-0.8	0.6	-2.2	-3.7	-4.1	-5.9	-4.5	-3.5	-9.7
Spain	-1.4	0.3	1.7	-1.4	-2.6	-2.3	-2.8	-2.2	-0.6	-6.1
France	1.4	2.5	3.5	-3.0	-5.1	-4.1	-1.6	-2.6	-0.6	-11.5
Italy	-1.0	0.5	2.3	-2.8	-3.2	-3.9	-3.9	-2.7	-1.6	-9.5
Cyprus	-4.9	-3.5	-0.5	-3.0	-3.0	-2.5	-7.9	-6.5	-3.0	-8.5
Latvia	3.8	4.7	4.3	-6.5	-9.1	-4.9	-2.7	-4.4	-0.7	-18.5
Lithuania	3.5	4.1	4.7	-5.4	-6.7	-4.7	-1.9	-2.6	0.0	-15.2
Luxembourg	2.9	3.8	3.8	-6.6	-3.2	-0.1	-3.7	0.5	3.8	-9.4
Hungary	-0.3	2.3	3.5	-3.7	-3.5	-2.2	-4.0	-1.1	1.3	-9.0
Malta	-0.3	0.9	1.5	-4.5	-4.1	-1.9	-4.8	-3.3	-0.5	-10.2
Netherlands	-2.5	0.5	2.7	-4.6	-6.4	-5.5	-7.1	-5.9	-2.7	-15.6
Austria	0.6	0.7	0.7	-1.5	-1.5	-0.6	-1.0	-0.9	0.2	-3.6
Poland	1.9	3.9	2.9	-2.2	-9.0	-7.5	-0.4	-5.2	-4.7	-17.2
Portugal	-1.8	-1.0	0.1	-1.6	-1.8	-1.8	-3.4	-2.8	-1.7	-5.2
Romania	-0.9	1.1	3.0	-7.7	-6.4	-5.7	-8.6	-5.2	-2.7	-18.3
Slovenia	0.3	-0.7	1.6	-1.1	-3.6	-2.6	-0.8	-4.3	-1.0	-7.2
Slovakia	1.0	0.9	1.8	-5.0	-6.2	-4.1	-4.0	-4.3	-2.2	-13.6
Finland	1.7	2.1	2.5	-8.0	-7.1	-2.0	-6.2	-5.0	0.5	-15.9
Sweden	1.6	2.2	2.0	-9.2	-11.2	-6.1	-7.5	-9.0	-4.1	-23.8
United Kingdom	4.1	4.2	2.9	-11.7	-12.7	-6.1	-7.6	-8.5	-3.2	-26.7
<b>Euro Area</b>	<b>1.0</b>	<b>2.5</b>	<b>3.6</b>	<b>-3.5</b>	<b>-5.0</b>	<b>-4.2</b>	<b>-2.4</b>	<b>-2.5</b>	<b>-0.6</b>	<b>-11.7</b>
<b>European Union</b>	<b>1.5</b>	<b>2.8</b>	<b>3.4</b>	<b>-5.1</b>	<b>-6.5</b>	<b>-4.6</b>	<b>-3.6</b>	<b>-3.7</b>	<b>-1.2</b>	<b>-14.7</b>

Evolution of number of banks failing the stress test capital shortfall

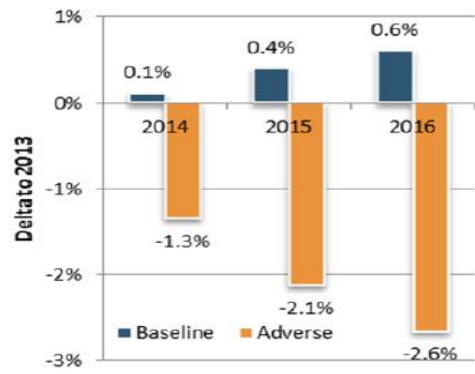
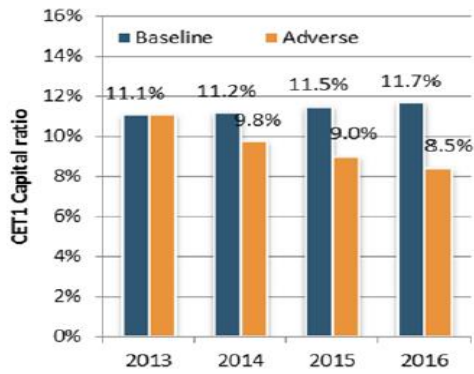


Number of banks failing the stress test and shortfall in the adverse scenario in 2016 by country

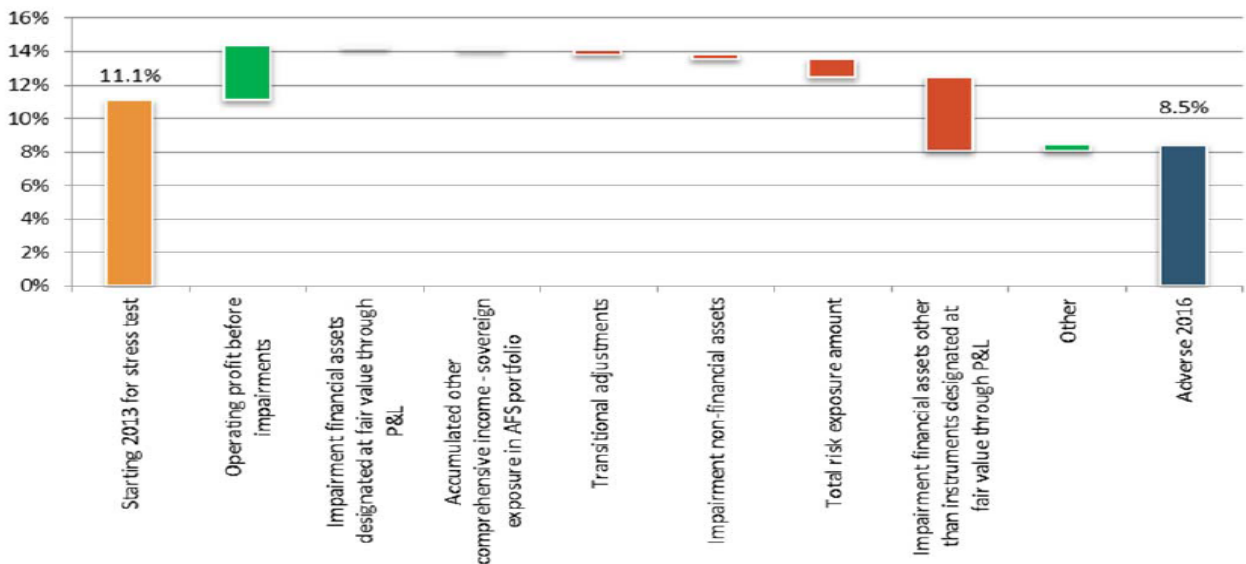


Evolution of aggregate fully loaded Common Equity Tier 1 ratio and delta to starting point 2013

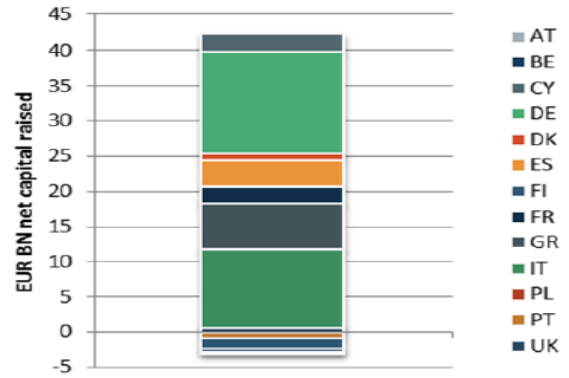
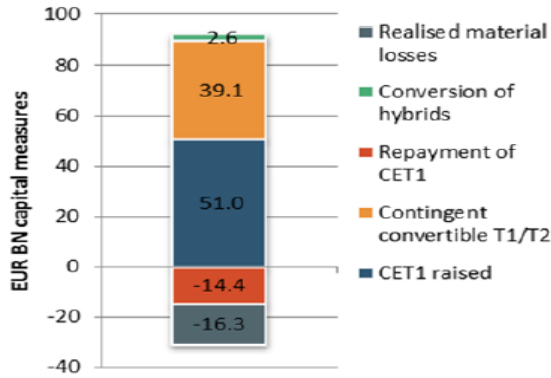




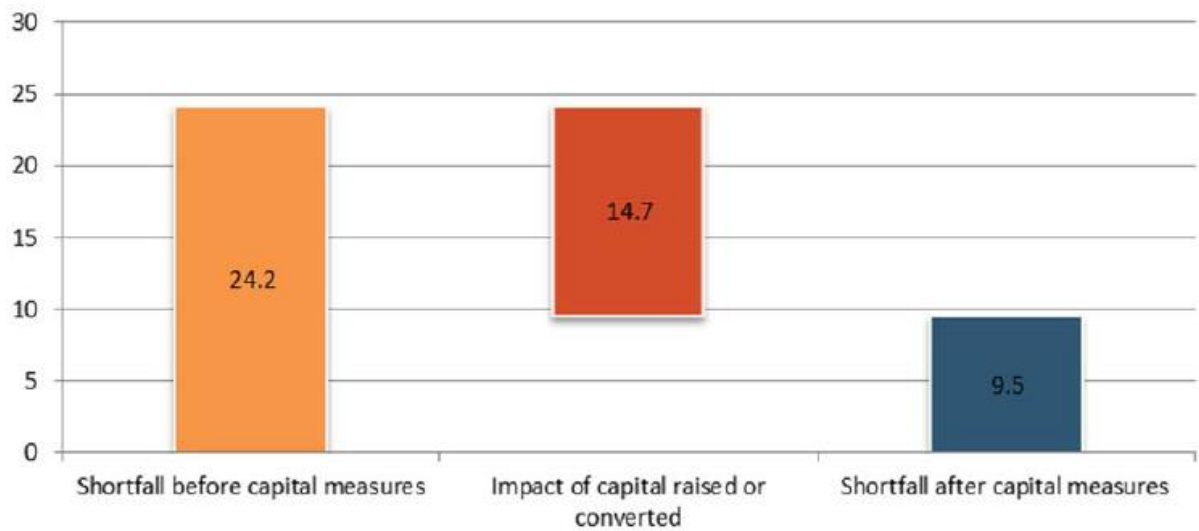
### Contribution of different drivers to the change in Common Equity Tier 1 Capital ratio



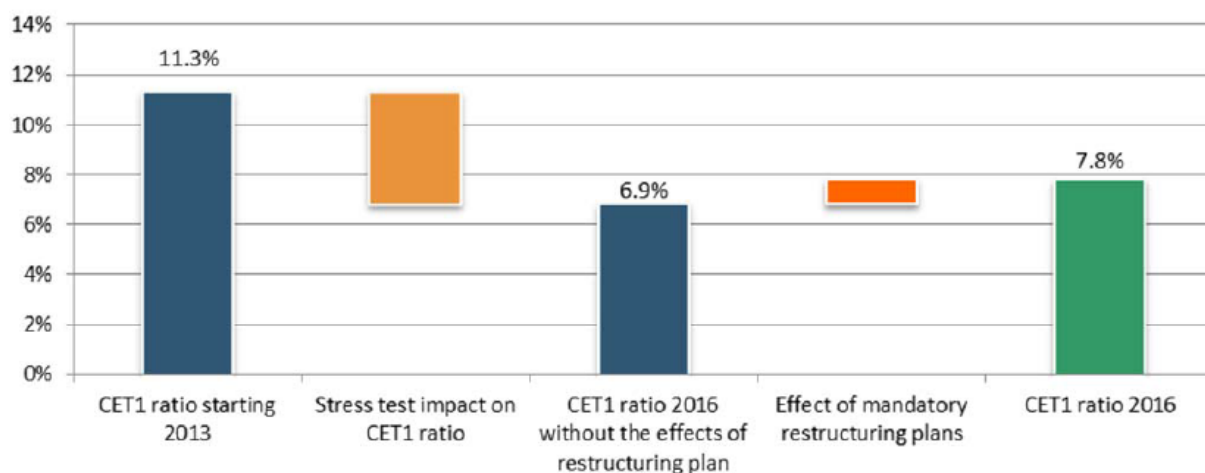
Major capital measures impacting Common Equity Tier 1 eligible capital from 1 January 2014 to 30 September 2014 and net CET1 Capital raised and converted by country (EUR BN)



Impact of net capital raised and converted on capital shortfall 2016 under the adverse scenario



Impact on CET1 ratio of restructuring plans on those banks with a plan approved before December 2013 under the adverse scenario from 2013 to 2016



### **Annexe 3 : Données de la valeur (en M€) et de la rentabilité (centrée-réduite) de l'actif financier agrégé des secteurs considérés**

a) Secteur Corporates (2005Q1 – 2016Q4) :

GEO/TIME	2004Q4	2005Q1	2005Q2	2005Q3	2005Q4	2006Q1	2006Q2	2006Q3	2006Q4
Actif Financier des Corporates (Vc) Zone Euro (19 pays)	11 992 370	12 389 753	12 634 447	13 144 345	13 493 092	14 044 446	14 129 453	14 665 281	15 430 710
Rentabilité (en %) de l'Actif Financier des Corporates (Rc = $\Delta \ln Vc$ ) Zone Euro (19 pays)	2,64	3,26	1,96	3,96	2,62	4,00	0,60	3,72	5,09
Rentabilité de l'Actif Financier centrée réduite ( $[(Rc - \mu(Rc))/\sigma(Rc)]$ )		0,89	0,31	1,19	0,61	1,22	- 0,28	1,09	1,69

2007Q1	2007Q2	2007Q3	2007Q4	2008Q1	2008Q2	2008Q3	2008Q4	2009Q1	2009Q2
15 829 111	16 257 825	16 291 483	16 572 067	15 954 721	15 896 958	15 706 112	15 221 106	14 793 313	15 128 161
2,55	2,67	0,21	1,71	- 3,80	- 0,36	- 1,21	- 3,14	- 2,85	2,24
0,58	0,63	- 0,46	0,21	- 2,22	- 0,71	- 1,08	- 1,93	- 1,80	0,44

2009Q3	2009Q4	2010Q1	2010Q2	2010Q3	2010Q4	2011Q1	2011Q2	2011Q3	2011Q4
15 743 433	15 975 015	16 250 459	16 132 437	16 472 804	16 652 761	16 777 328	16 906 396	16 293 298	16 750 838
3,99	1,46	1,71	- 0,73	2,09	1,09	0,75	0,77	- 3,69	2,77
1,21	0,10	0,21	- 0,87	0,37	- 0,07	- 0,22	- 0,21	- 2,17	0,67

2012Q1	2012Q2	2012Q3	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2
17 091 162	16 976 900	17 290 404	17 240 780	17 310 860	17 201 690	17 712 650	18 040 294	18 201 772	18 424 346
2,01	- 0,67	1,83	- 0,29	0,41	- 0,63	2,93	1,83	0,89	1,22
0,34	- 0,84	0,26	- 0,67	- 0,37	- 0,82	0,74	0,26	- 0,15	- 0,01

2014Q3	2014Q4	2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
18 648 584	19 061 996	20 568 896	20 413 832	20 127 848	20 722 634	20 441 250	20 525 620	20 958 866	21 765 164
1,21	2,19	7,61	- 0,76	- 1,41	2,91	- 1,37	0,41	2,09	3,77
- 0,01	0,42	2,80	- 0,88	- 1,17	0,74	- 1,15	- 0,37	0,37	1,11

b) Secteur *Institutions Monétaires et Financières (2005Q1 – 2016Q4)* :

GEO/TIME	2004Q4	2005Q1	2005Q2	2005Q3	2005Q4	2006Q1	2006Q2	2006Q3	2006Q4
Actif Financier des Institutions Monétaires Financières (V <sub>mfi</sub> ) Zone Euro (19 pays)	21 782 346	22 430 898	23 168 796	23 486 476	24 080 128	24 811 930	25 226 254	25 986 558	26 764 222
Rentabilité (en %) de l'Actif Financier des Institutions Monétaires Financières (R <sub>mfi</sub> = ΔlnV <sub>mfi</sub> ) Zone Euro (19 pays)	1,74	2,93	3,24	1,36	2,50	2,99	1,66	2,97	2,95
Rentabilité de l'Actif Financier centrée réduite ((R <sub>mfi</sub> - μ(R <sub>mfi</sub> ))/σ(R <sub>mfi</sub> ))		1,00	1,15	0,21	0,78	1,03	0,36	1,02	1,01

2007Q1	2007Q2	2007Q3	2007Q4	2008Q1	2008Q2	2008Q3	2008Q4	2009Q1	2009Q2
27 699 642	28 448 840	28 899 422	30 251 492	30 724 252	31 136 700	32 186 726	32 498 574	32 134 844	32 436 234
3,44	2,67	1,57	4,57	1,55	1,33	3,32	0,96	- 1,13	0,93
1,25	0,87	0,32	1,82	0,31	0,20	1,19	0,02	- 1,03	0,00

2009Q3	2009Q4	2010Q1	2010Q2	2010Q3	2010Q4	2011Q1	2011Q2	2011Q3	2011Q4
31 913 282	31 999 482	32 372 582	33 594 276	32 710 936	32 289 818	31 943 692	32 174 498	33 571 012	34 252 684
- 1,63	0,27	1,16	3,70	- 2,66	- 1,30	- 1,08	0,72	4,25	2,01
- 1,28	- 0,33	0,11	1,38	- 1,80	- 1,11	- 1,00	- 0,11	1,65	0,54

2012Q1	2012Q2	2012Q3	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2
35 307 040	35 666 136	35 215 668	34 382 576	33 614 692	32 907 284	32 343 344	31 508 472	31 461 564	31 331 404
3,03	1,01	- 1,27	- 2,39	- 2,26	- 2,13	- 1,73	- 2,62	- 0,15	- 0,41
1,05	0,04	- 1,10	- 1,66	- 1,59	- 1,53	- 1,33	- 1,77	- 0,54	- 0,67

2014Q3	2014Q4	2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
31 482 632	31 478 708	32 697 802	32 252 032	32 371 022	32 486 674	32 929 164	33 807 648	34 004 804	34 087 924
0,48	- 0,01	3,80	- 1,37	0,37	0,36	1,35	2,63	0,58	0,24
- 0,23	- 0,47	1,43	- 1,15	- 0,28	- 0,29	0,21	0,85	- 0,18	- 0,34

c) Secteur *Gouvernement Général* (2005Q1 – 2016Q4)

GEO/TIME	2004Q4	2005Q1	2005Q2	2005Q3	2005Q4	2006Q1	2006Q2	2006Q3	2006Q4
Actif Financier du Gouvernement Général (V <sub>gg</sub> ) Zone Euro (19 pays)	2 670 141	2 759 299	2 884 475	2 914 342	2 926 510	3 007 892	3 032 843	3 040 051	3 107 178
Rentabilité de l'Actif Financier du Gouvernement Général (R <sub>gg</sub> = ΔlnV <sub>gg</sub> ) Zone Euro (19 pays)	- 1,02	3,28	4,44	1,03	0,42	2,74	0,83	0,24	2,18
Rentabilité de l'Actif Financier centrée réduite ((R <sub>gg</sub> - μ(R <sub>gg</sub> ))/σ(R <sub>gg</sub> ))		0,90	1,44	- 0,16	- 0,44	0,64	- 0,25	- 0,53	0,38

2007Q1	2007Q2	2007Q3	2007Q4	2008Q1	2008Q2	2008Q3	2008Q4	2009Q1	2009Q2
3 169 735	3 334 095	3 300 186	3 365 020	3 321 906	3 406 791	3 346 399	3 510 528	3 574 698	3 716 999
1,99	5,06	- 1,02	1,95	- 1,29	2,52	- 1,79	4,79	1,81	3,90
0,29	1,72	- 1,12	0,27	- 1,24	0,54	- 1,47	1,60	0,21	1,19

2009Q3	2009Q4	2010Q1	2010Q2	2010Q3	2010Q4	2011Q1	2011Q2	2011Q3	2011Q4
3 743 409	3 671 648	3 707 067	3 815 387	3 802 176	4 043 343	4 093 224	4 170 053	4 031 993	4 063 735
0,71	- 1,94	0,96	2,88	- 0,35	6,15	1,23	1,86	- 3,37	0,78
- 0,31	- 1,54	- 0,19	0,71	- 0,80	2,24	- 0,07	0,23	- 2,21	- 0,27

2012Q1	2012Q2	2012Q3	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2
4 261 976	4 455 844	4 449 214	4 618 270	4 738 655	4 808 871	4 723 838	4 824 087	4 932 344	5 105 711
4,76	4,45	- 0,15	3,73	2,57	1,47	- 1,78	2,10	2,22	3,45
1,59	1,44	- 0,71	1,10	0,56	0,05	- 1,47	0,34	0,40	0,98

2014Q3	2014Q4	2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
5 025 594	5 072 957	5 182 209	5 152 485	5 115 304	5 077 608	5 151 930	5 223 914	5 162 331	5 143 112
- 1,58	0,94	2,13	- 0,58	- 0,72	- 0,74	1,45	1,39	- 1,19	- 0,37
- 1,38	- 0,20	0,36	- 0,91	- 0,98	- 0,98	0,04	0,01	- 1,19	- 0,81

d) Secteur des *Fonds d'Investissement Non-Monétaires* (2013Q1 – 2016Q4)

GEO/TIME	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2	2014Q3	2014Q4
Actif Financier des Fonds d'Investissement Non-Monétaires (Vnmif) Zone Euro (19 pays)	6 555 519	6 969 068	6 946 021	7 131 422	7 334 322	7 614 232	7 989 419	8 381 551	8 628 660
Rentabilité de l'Actif Financier des Fonds d'Investissement Non-Monétaires (Rnmif = $\Delta \ln Vnmif$ ) Zone Euro (19 pays)		6,12	- 0,33	2,63	2,81	3,75	4,81	4,79	2,91
Rentabilité de l'Actif Financier centrée réduite ( $[Rnmif - \mu(Rnmif)]/\sigma(Rnmif)$ )		0,92	- 0,87	- 0,05	- 0,00	0,26	0,55	0,55	0,03

2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
9 713 292	9 597 811	9 187 106	9 577 227	9 498 879	9 775 993	10 104 862	10 281 147
11,84	- 1,20	- 4,37	4,16	- 0,82	2,88	3,31	1,73
2,50	- 1,11	- 1,99	0,37	- 1,01	0,02	0,14	- 0,30

e) Secteur des *Compagnies d'Assurance* (2013Q1 – 2016Q4)

GEO/TIME	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2	2014Q3	2014Q4
Actif Financier des Compagnies d'Assurance (Vic) Zone Euro (19 pays)	6 099 821	6 238 248	6 203 150	6 285 509	6 346 107	6 553 614	6 689 335	6 798 817	6 914 514
Rentabilité de l'Actif Financier des Compagnies d'Assurance (Ric = $\Delta \ln Vic$ ) Zone Euro (19 pays)		2,24	- 0,56	1,32	0,96	3,22	2,05	1,62	1,69
Rentabilité de l'Actif Financier centrée réduite ( $[Ric - \mu(Ric)]/\sigma(Ric)$ )		0,63	- 1,00	0,09	- 0,12	1,20	0,52	0,27	0,31

2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
7 246 375	7 058 290	6 997 094	7 026 277	7 146 485	7 234 744	7 365 790	7 341 711
4,69	- 2,63	- 0,87	0,42	1,70	1,23	1,80	- 0,33
2,06	- 2,21	- 1,18	- 0,43	0,31	0,04	0,37	- 0,87

f) Secteur des *Fonds de Pension* (2013Q1 – 2016Q4)

GEO/TIME	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2	2014Q3	2014Q4
Actif Financier des Fonds de Pension (V <sub>pf</sub> ) Zone Euro (19 pays)	1 661 918	1 666 900	1 649 007	1 675 236	1 717 450	1 769 474	1 850 110	1 919 018	2 001 077
Rentabilité de l'Actif Financier des Fonds de Pension (R <sub>pf</sub> = ΔlnV <sub>pf</sub> ) Zone Euro (19 pays)		0,30	- 1,08	1,58	2,49	2,98	4,46	3,66	4,19
Rentabilité de l'Actif Financier centrée réduite ((R <sub>pf</sub> - μ(R <sub>pf</sub> ))/σ(R <sub>pf</sub> ))		- 0,66	- 1,18	- 0,17	0,17	0,36	0,91	0,61	0,81

2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
2 160 010	2 091 151	2 059 552	2 125 328	2 166 839	2 245 162	2 290 070	2 302 609
7,64	- 3,24	- 1,52	3,14	1,93	3,55	1,98	0,55
2,12	- 2,00	- 1,35	0,42	- 0,04	0,57	- 0,02	- 0,56

#### **Annexe 4 : Détails de la construction des facteurs de risque systématique à partir des données de variables macro-économiques collectées**

Ci-dessous les facteurs de risque systématique en  $t$  retenus, en étudiant d'abord l'auto-régression des séries que nous avons obtenues à partir des sites *Eurostat*, *FRED Economic Data* et *OCDE* :

- a) Le taux de croissance du PIB dans la Zone Euro (variation trimestrielle en % du PIB à prix constants avec année de référence 2010)

Nous prenons la série du taux de croissance trimestriel (en %) du PIB (saisonnièrement non-ajusté) dans la Zone Euro, du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une seule période de retard mais l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci est auto-corrélé à partir du  $lag4$  (les  $p$ -values du test de *Ljung-Box* sont à 0 à partir du  $lag4$ ), ce qui ne valide pas le modèle  $AR(1)$ . Nous retenons alors la série telle qu'est, centrée-réduite, ce qui va constituer notre 1<sup>er</sup> facteur de risque, noté  $f(g_{EuroArea})$  pour la période entière (2005Q1-2016Q4) et  $f(g_{EuroArea})_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01	2005-07-01	2005-10-01
GDP_EuroArea (19 pays) (M€)	2272794,6	2200065,0	2259999,2	2238851,0	2318289,7	2221459,0	2306300,7	2281859,7	2358997,1
g_EuroArea (%)		-3,25	2,69	-0,94	3,49	-4,27	3,75	-1,07	3,32
					Série telle qu'est centrée-réduite (2005Q1-2016Q4) -> f(g_EuroArea)				
						-1,77	1,39	-0,51	1,22
					Série telle qu'est centrée-réduite (2013Q1-2016Q4) -> f(g_EuroArea)_rp				

2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01	2008-04-01
2302658,4	2367696,0	2351514,4	2442750,3	2382954,7	2443084,6	2424947,7	2502183,4	2424709,3	2482037,3
-2,42	2,79	-0,69	3,81	-2,48	2,49	-0,75	3,14	-3,15	2,34

-1,04	1,01	-0,36	1,41	-1,06	0,90	-0,38	1,15	-1,33	0,83
-------	------	-------	------	-------	------	-------	------	-------	------

2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01	2010-10-01
2439570,3	2448752,4	2288838,7	2333061,7	2332719,7	2398230,8	2314605,4	2391328,7	2389184,3	2452465,1
-1,73	0,38	-6,75	1,91	-0,01	2,77	-3,55	3,26	-0,09	2,61

-0,77	0,06	-2,75	0,67	-0,09	1,00	-1,48	1,20	-0,12	0,94
-------	------	-------	------	-------	------	-------	------	-------	------

2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01	2013-04-01
2384683,3	2438140,4	2423791,0	2454276,0	2379605,6	2409514,1	2397685,4	2428094,6	2337559,3	2402183,5
-2,80	2,22	-0,59	1,25	-3,09	1,25	-0,49	1,26	-3,80	2,73

-1,19	0,79	-0,32	0,41	-1,30	0,41	-0,28	0,41	-1,58	0,99
-------	------	-------	------	-------	------	-------	------	-------	------

								-1,87	1,06
--	--	--	--	--	--	--	--	-------	------

2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01	2015-07-01	2015-10-01
2407892,9	2444115,2	2375163,2	2426701,7	2438363,4	2479686,1	2420205,7	2476166,5	2488754,9	2535990,3
0,24	1,49	-2,86	2,15	0,48	1,68	-2,43	2,29	0,51	1,88

0,01	0,50	-1,21	0,76	0,10	0,58	-1,04	0,81	0,11	0,65
------	------	-------	------	------	------	-------	------	------	------

-0,06	0,51	-1,45	0,80	0,05	0,59	-1,26	0,86	0,06	0,68
-------	------	-------	------	------	------	-------	------	------	------

2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
2461175,1	2536085,5	2528392,7	2575135,3
-2,99	3,00	-0,30	1,83

-1,27	1,09	-0,21	0,64
-------	------	-------	------

-1,51	1,18	-0,30	0,66
-------	------	-------	------

b) Le taux de croissance du PIB en Chine (variation trimestrielle en % du PIB, corrigée de l'inflation courante)



Nous prenons la série du taux de croissance trimestriel (en %) du PIB (saisonnièrement ajusté) en Chine, du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une et trois périodes de retard mais l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci est auto-corrélé à partir du lag2 pour le AR(1) (les *p-values* du test de *Ljung-Box* sont à 0 à partir du lag2) et à partir du lag1 pour le AR(3) (les *p-values* du test de *Ljung-Box* sont à 0 à partir du lag1) ce qui ne valide pas ni le modèle AR(1) ni le modèle AR(3). Nous retenons alors la série telle qu'est, centrée-réduite, ce qui va constituer notre 2<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(g\_China)$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(g\_China)_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01	2005-07-01
GDP_China (Mds€)	3976,7	3454,5	3870,1	4185,5	4674,0	4045,3	4479,3	4804,8
g_GDP_current prices_China (%)	-14,08	11,36	7,83		11,04	-14,45	10,19	7,01
Inflation		0,40	-0,10	0,53	-0,07	0,50	-0,43	0,30
g_China (%)		-14,48	11,46	7,30	11,11	-14,95	10,62	6,71
					Série telle qu'est, centrée-réduite (2005Q1-2016Q4) -> f(g_China)			
						-1,59	0,69	0,34
					Série telle qu'est, centrée-réduite (2013Q1-2016Q4) -> f(g_China)_rp			

2005-10-01	2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01
5402,5	4707,9	5267,3	5606,5	6362,2	5717,7	6481,0	6952,4	7872,1	6941,0
11,72	-13,76	11,23	6,24	12,64	-10,68	12,53	7,02	12,42	-12,59
0,17	0,30	-0,13	0,17	0,60	0,47	0,20	0,80	0,67	1,03
11,56	-14,06	11,36	6,07	12,04	-11,15	12,33	6,22	11,76	-13,62
0,77	-1,51	0,75	0,28	0,81	-1,25	0,84	0,29	0,79	-1,47

2008-04-01	2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01
7876,9	8254,2	8879,4	7405,3	8398,1	9001,4	10103,3	8761,7	9953,2	10623,9
12,65	4,68	7,30	-18,15	12,58	6,94	11,55	-14,25	12,75	6,52
-0,17	0,00	-0,43	0,20	-0,33	0,30	0,40	0,36	-0,17	0,53
12,82	4,68	7,73	-18,35	12,91	6,64	11,15	-14,61	12,92	5,99
0,88	0,16	0,43	-1,89	0,89	0,33	0,73	-1,56	0,89	0,27

2010-10-01	2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01
11964,2	10464,1	11917,4	12698,2	13850,3	11759,4	13168,2	13862,2	15246,9	12974,7
11,88	-13,40	13,00	6,35	8,68	-16,37	11,32	5,14	9,52	-16,14
0,77	0,67	0,17	0,43	0,07	0,53	-0,33	0,33	0,27	0,40
11,11	-14,06	12,84	5,91	8,62	-16,90	11,65	4,80	9,25	-16,54
0,73	-1,51	0,88	0,27	0,51	-1,76	0,78	0,17	0,56	-1,73
									-1,53

2013-04-01	2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01	2015-07-01
14396,7	15290,5	16862,5	14061,8	15646,1	16571,2	18118,3	15098,7	16850,3	17671,0
10,40	6,02	9,79	-18,16	10,68	5,74	8,93	-18,23	10,98	4,76
-0,13	0,47	0,10	0,33	-0,10	0,26	0,03	0,33	-0,13	0,30
10,53	5,56	9,69	-18,50	10,78	5,48	8,89	-18,57	11,11	4,46
0,68	0,23	0,60	-1,90	0,70	0,23	0,53	-1,91	0,73	0,14
0,72	0,31	0,65	-1,69	0,74	0,30	0,58	-1,70	0,77	0,21

2015-10-01	2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
19285,2	16157,3	18074,4	19053,0	21128,1
8,74	-17,70	11,21	5,27	10,34
0,07	0,57	-0,27	0,33	0,07
8,67	-18,26	11,48	4,94	10,27
0,51	-1,88	0,76	0,18	0,65
0,56	-1,67	0,80	0,25	0,70

c) Le taux de croissance du PIB aux Etats-Unis (variation trimestrielle en % du PIB à prix constants avec année de référence 2009)

Nous prenons la série du taux de croissance trimestriel (en %) du PIB (saisonnièrement ajusté) aux Etats-Unis, du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (i.e. régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une période de retard et l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci n'est pas autocorrélé pour le  $AR(1)$  (les  $p$ -values du test de *Ljung-Box* sont entre 0.85 et 1 pour les 10 lags) ce qui valide le modèle  $AR(1)$  qui est le suivant :

$$\widehat{g_{USA}}(t) = 0.42g_{USA}(t-1) + 0.23$$

La série des résidus (i.e. erreurs d'estimation) nous donne la partie imprévisible de la variable. Nous la centrons et réduisons pour constituer notre 3<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(g_{USA})$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(g_{USA})_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01	2005-07-01	2005-10-01
GDP_USA (Mds€)	13528,710	13606,509	13706,247	13830,828	13950,376	14099,081	14172,695	14291,757	14373,438
g_USA (%)		0,57	0,73	0,90	0,86	1,06	0,52	0,84	0,57
					Série estimée : $g_{USA}(t)_{est} = 0,42g_{USA}(t-1) + 0,23$				
					0,58	0,67	0,44	0,57	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée)				
					0,48	-0,15	0,39	0,00	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée) centrée-réduite (2005Q1-2016Q4) -> $f(g_{USA})$				
					0,83	-0,25	0,68	-0,01	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée) centrée-réduite (2013Q1-2016Q4) -> $f(g_{USA})_{rp}$				

2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01	2008-04-01
14546,119	14589,585	14602,633	14716,930	14726,022	14838,664	14938,467	14991,784	14889,450	14963,357
1,19	0,30	0,09	0,78	0,06	0,76	0,67	0,36	-0,68	0,50
0,46	0,72	0,35	0,26	0,55	0,25	0,54	0,50	0,37	-0,06
0,73	-0,42	-0,26	0,52	-0,49	0,51	0,13	-0,15	-1,06	0,55
1,27	-0,74	-0,45	0,90	-0,85	0,89	0,22	-0,26	-1,84	0,96

2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01	2010-10-01
14891,643	14576,985	14375,018	14355,558	14402,477	14541,901	14604,845	14745,933	14845,458	14939,001
-0,48	-2,14	-1,40	-0,14	0,33	0,96	0,43	0,96	0,67	0,63
0,43	0,03	-0,66	-0,35	0,17	0,36	0,63	0,41	0,63	0,51
-0,91	-2,16	-0,74	0,22	0,16	0,60	-0,19	0,56	0,05	0,12
-1,58	-3,76	-1,28	0,38	0,27	1,04	-0,34	0,96	0,08	0,21

2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01	2013-04-01
14881,301	14989,555	15021,149	15190,255	15291,035	15362,415	15380,802	15384,254	15491,878	15521,559
-0,39	0,72	0,21	1,12	0,66	0,47	0,12	0,02	0,70	0,19
0,49	0,07	0,53	0,31	0,69	0,50	0,42	0,28	0,24	0,52
-0,87	0,66	-0,32	0,81	-0,03	-0,04	-0,30	-0,25	0,46	-0,32
-1,52	1,14	-0,55	1,40	-0,05	-0,06	-0,52	-0,44	0,80	-0,56
								0,77	-0,99

2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01	2015-07-01	2015-10-01
15641,336	15793,928	15757,570	15935,825	16139,513	16220,222	16349,970	16460,889	16527,587	16547,619
0,77	0,97	-0,23	1,12	1,27	0,50	0,80	0,68	0,40	0,12
0,31	0,55	0,63	0,13	0,69	0,75	0,43	0,56	0,51	0,39
0,46	0,43	-0,86	0,99	0,58	-0,25	0,36	0,12	-0,10	-0,27
0,80	0,74	-1,49	1,73	1,00	-0,44	0,63	0,21	-0,18	-0,47
0,77	0,69	-2,19	1,96	1,03	-0,83	0,55	0,00	-0,49	-0,87

2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
16571,573	16663,516	16778,148	16851,420
0,14	0,55	0,69	0,44
0,28	0,29	0,46	0,51
-0,13	0,27	0,23	-0,08
-0,23	0,46	0,40	-0,13
-0,56	0,33	0,25	-0,43

d) Le taux d'inflation dans la Zone Euro (variation trimestrielle en % des prix à la consommation (indice HICP))

Nous prenons la série du taux d'inflation trimestriel (saisonnièrement non ajusté) dans la Zone Euro (en %), du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (i.e. régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression ne s'avère pas significative pour aucune des quatre périodes de retard. Nous retenons alors la série telle qu'est, centrée-réduite, ce qui va constituer notre 4<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(p_{EuroArea})$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(p_{EuroArea})_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4).

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01	2005-07-01	2005-10-01	
P_EuroArea (19 pays) (indice HICP, 2015=100)		81,92	82,45	83,19	83,27	83,85	84,25	84,89	85,44	85,76
p_EuroArea (%)		0,64	0,89	0,10		0,69	0,48	0,76	0,65	0,37
						Série telle qu'est, centrée-réduite (2005Q1-2016Q4) -> $f(p_{EuroArea})$				
						0,18	0,81	0,56	-0,05	
						Série telle qu'est, centrée-réduite (2013Q1-2016Q4) -> $f(p_{EuroArea})_{rp}$				

2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01	2008-04-01
86,11	86,99	86,97	87,41	87,80	88,66	88,85	90,13	91,01	92,23
0,41	1,02	-0,02	0,50	0,45	0,97	0,21	1,43	0,97	1,33
0,03	1,39	-0,93	0,25	0,11	1,29	-0,40	2,31	1,29	2,09

2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01	2010-10-01
92,15	91,61	91,58	92,13	91,86	92,46	93,01	93,50	93,57	94,51
-0,09	-0,59	-0,03	0,60	-0,29	0,65	0,59	0,53	0,07	1,00
-1,07	-2,19	-0,95	0,46	-1,53	0,57	0,44	0,29	-0,71	1,35

2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01	2013-04-01
95,51	96,04	96,37	97,11	98,06	98,31	98,88	99,27	99,76	99,89
1,05	0,55	0,34	0,76	0,97	0,25	0,58	0,39	0,49	0,13
1,47	0,35	-0,11	0,83	1,29	-0,31	0,41	0,00	0,22	-0,59
								1,18	0,01

2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01	2015-07-01	2015-10-01
99,96	100,11	100,23	100,38	100,28	99,94	100,15	100,60	100,19	100,17
0,07	0,15	0,12	0,15	-0,10	-0,34	0,21	0,45	-0,41	-0,02
-0,72	-0,54	-0,61	-0,54	-1,10	-1,63	-0,41	0,12	-1,79	-0,92
-0,18	0,07	-0,02	0,07	-0,73	-1,51	0,27	1,04	-1,73	-0,48

2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
100,11	100,68	100,60	101,31
-0,06	0,57	-0,08	0,70
-1,01	0,39	-1,05	0,69
-0,61	1,43	-0,67	1,87

e) L'évolution des taux d'intérêt dans la Zone Euro (différence trimestrielle des taux annualisés)

e.1) L'évolution du taux d'intérêt court (*Euribor à 3 mois*)

Nous prenons la série des différences trimestrielles du taux d'intérêt Euribor à 3 mois, du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (i.e. régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une période de retard et l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci n'est pas auto-corrélé pour le  $AR(1)$  (les  $p$ -values du test de *Ljung-Box* sont entre 0.4 et 0.6 pour les 10 lags) ce qui valide le modèle  $AR(1)$  qui est le suivant :

$$Di\_Euribor(t) = 0.57Di\_Euribor(t-1) - 0.02$$

La série des résidus (i.e. erreurs d'estimation) nous donne la partie imprévisible de la variable. Nous la centrons et réduisons pour constituer notre 5<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(Di\_Euribor)$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(Di\_Euribor)_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

GEO/TIME	2003Q4	2004Q1	2004Q2	2004Q3	2004Q4	2005Q1	2005Q2	2005Q3	2005Q4	
i_Euribor Zone euro (EA11-2000, EA12-2006, EA13-2007, EA15-2008, EA16-2010, EA17-2013, EA18-2014, EA19)	2,15	2,06	2,08	2,12		2,16	2,14	2,12	2,13	2,34
Di_Euribor3m (%)	-0,09	0,02	0,04			0,04	-0,02	-0,02	0,01	0,21
					Série estimée: Di_Euribor3m(t)_est = 0,57Di_Euribor3m(t-1) - 0,02	0,00	-0,03	-0,03	-0,02	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée)	-0,02	0,01	0,04	0,23	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée) centrée-réduite (2005Q1-2016Q4) - > f(Di_Euribor3m)	-0,06	0,04	0,13	0,68	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée) centrée-réduite (2013Q1-2016Q4) - > f(Di_Euribor3m)_rp					

2006Q1	2006Q2	2006Q3	2006Q4	2007Q1	2007Q2	2007Q3	2007Q4	2008Q1	2008Q2	2008Q3	2008Q4	2009Q1	2009Q2	2009Q3
2,61	2,90	3,22	3,59	3,82	4,07	4,49	4,72	4,48	4,86	4,98	4,24	2,01	1,31	0,87
0,27	0,29	0,32	0,37	0,23	0,25	0,42	0,23	-0,24	0,38	0,12	-0,74	-2,23	-0,70	-0,44
0,10	0,13	0,14	0,16	0,19	0,11	0,12	0,22	0,11	-0,16	0,19	0,05	-0,45	-1,30	-0,42
0,17	0,16	0,18	0,21	0,04	0,14	0,30	0,01	-0,35	0,54	-0,07	-0,79	-1,78	0,60	-0,02
0,52	0,47	0,53	0,63	0,12	0,42	0,90	0,04	-1,04	1,61	-0,22	-2,35	-5,33	1,78	-0,05

2009Q4	2010Q1	2010Q2	2010Q3	2010Q4	2011Q1	2011Q2	2011Q3	2011Q4	2012Q1	2012Q2	2012Q3	2012Q4	2013Q1	2013Q2
0,72	0,66	0,69	0,87	1,02	1,10	1,42	1,56	1,50	1,04	0,69	0,36	0,20	0,21	0,21
-0,15	-0,06	0,03	0,18	0,15	0,08	0,32	0,14	-0,06	-0,46	-0,35	-0,33	-0,16	0,01	0,00
-0,27	-0,11	-0,06	-0,01	0,08	0,06	0,02	0,16	0,06	-0,06	-0,29	-0,22	-0,21	-0,11	-0,02
0,12	0,05	0,09	0,19	0,07	0,02	0,30	-0,02	-0,12	-0,40	-0,06	-0,11	0,05	0,12	0,02
0,37	0,14	0,26	0,55	0,21	0,05	0,89	-0,06	-0,35	-1,20	-0,19	-0,32	0,15	0,37	0,05
													2,07	0,05

2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2	2014Q3	2014Q4	2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
0,22	0,24	0,30	0,30	0,16	0,08	0,05	-0,01	-0,03	-0,09	-0,19	-0,26	-0,30	-0,31
0,01	0,02	0,06	0,00	-0,14	-0,08	-0,03	-0,06	-0,02	-0,06	-0,10	-0,07	-0,04	-0,01
-0,02	-0,02	-0,01	0,01	-0,02	-0,10	-0,07	-0,04	-0,06	-0,03	-0,06	-0,08	-0,06	-0,05
0,03	0,04	0,07	-0,01	-0,12	0,02	0,04	-0,02	0,04	-0,03	-0,04	0,01	0,02	0,04
0,10	0,11	0,21	-0,03	-0,35	0,07	0,11	-0,06	0,11	-0,08	-0,13	0,03	0,07	0,11
0,35	0,43	1,08	-0,49	-2,49	0,16	0,45	-0,65	0,43	-0,76	-1,09	-0,09	0,16	0,40

e.2.) L'évolution du taux d'intérêt long (obligations d'État à 10 ans dans la Zone Euro)

Nous prenons la série des différences trimestrielles du taux moyen des obligations d'États à 10 ans dans la Zone Euro, du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une seule période de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur la série 2004Q4-2016Q3), faute de ne pas avoir un historique plus long. L'auto-régression ne s'avère pas significative. Nous retenons alors la série telle qu'est, centrée-réduite, ce qui va constituer notre 6<sup>ième</sup> facteur de risque, noté  $f(Di\_GovBonds\_EuroArea)$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(Di\_GovBonds\_EuroArea)\_rp$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4).

MATURITY/TIME	2004Q3	2004Q4	2005Q1	2005Q2	2005Q3	2005Q4	2006Q1	2006Q2	2006Q3	
i_GovBonds10y Zone euro (EA11-2000, EA12-2006, EA13-2007, EA15-2008, EA16-2010, EA17-2013, EA18-2014, EA19) (%)	4,16		3,89	3,67	3,43	3,27	3,41	3,53	4,01	3,93
Di_GovBonds10y (%)			-0,27	-0,22	-0,24	-0,16	0,14	0,12	0,48	-0,08
		Série telle qu'est, centrée-réduite (2005Q1-2016Q4) -> $f(Di\_GovBonds)$	-0,61	-0,69	-0,38	0,79	0,71	2,12	-0,06	
		Série telle qu'est, centrée-réduite (2013Q1-2016Q4)-> $f(Di\_GovBonds)\_rp$								

2006Q4	2007Q1	2007Q2	2007Q3	2007Q4	2008Q1	2008Q2	2008Q3	2008Q4	2009Q1	2009Q2	2009Q3	2009Q4	2010Q1	2010Q2
3,78	4,02	4,34	4,43	4,33	4,18	4,51	4,58	4,20	4,12	4,23	3,99	3,85	3,85	3,78
-0,15	0,24	0,32	0,09	-0,10	-0,15	0,33	0,07	-0,38	-0,08	0,11	-0,24	-0,14	0,00	-0,07
-0,34	1,18	1,49	0,60	-0,14	-0,34	1,53	0,52	-1,23	-0,06	0,68	-0,69	-0,30	0,25	-0,03

2010Q3	2010Q4	2011Q1	2011Q2	2011Q3	2011Q4	2012Q1	2012Q2	2012Q3	2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1
3,59	3,75	4,22	4,27	4,16	4,44	3,97	3,82	3,62	3,20	3,11	2,92	3,11	2,92	2,69
-0,19	0,16	0,47	0,05	-0,11	0,28	-0,47	-0,15	-0,20	-0,42	-0,09	-0,19	0,19	-0,19	-0,23
-0,49	0,87	2,08	0,44	-0,18	1,34	-1,58	-0,34	-0,53	-1,39	-0,10	-0,49	0,99	-0,49	-0,65
										0,21	-0,16	1,23	-0,16	-0,30





2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2	2014Q3	2014Q4	2015Q1	2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
98,51	99,69	100,56	99,78	97,11	96,80	91,61	89,53	91,97	91,95	93,63	93,99	93,58	93,18
1,56	1,19	0,87	-0,78	-2,71	-0,32	-5,51	-2,30	2,69	-0,02	1,81	0,38	-0,44	-0,43
0,87	0,69	0,54	-0,23	-1,14	-0,02	-2,46	-0,95	1,40	0,12	0,99	0,31	-0,07	-0,07
0,82	0,64	0,48	-0,33	-1,28	-0,10	-2,65	-1,07	1,38	0,04	0,94	0,24	-0,16	-0,16

g) La variation de l'indice des prix mondiaux des matières premières (variation trimestrielle en %, indice 2005 = 100)

Nous prenons la série des variations (en %) trimestrielles de l'indice (saisonnièrement non ajusté) des prix mondiaux des matières premières (indice 2005 = 100), du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une période de retard et l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci n'est pas auto-corrélé pour le  $AR(1)$  (les  $p$ -values du test de *Ljung-Box* sont entre 0.2 et 0.7 pour les 10 lags) ce qui valide le modèle  $AR(1)$  qui est le suivant :

$$\widehat{p\_Commo}(t) = 0.33 p\_Commo(t-1) + 0.38$$

La série des résidus (i.e. erreurs d'estimation) nous donne la partie imprévisible de la variable. Nous la centrons et réduisons pour constituer notre 8<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(p\_Commo)$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(p\_Commo)_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01	2005-07-01
P_Commo (indice, 2005=100)	67,61	73,84	79,10	83,24	85,12	90,95	96,72	107,14
p_Commo (%)		8,81	6,89	5,10	2,23	6,62	6,15	10,23
					Série estimée: $p\_Commo(t)_{est} = 0,33p\_Commo(t-1) + 0,38$			
						1,12	2,56	2,41
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée)			
						5,50	3,59	7,83
					Série des erreurs de prévision centrée-réduite -> $f(p\_Commo)$			
						0,50	0,32	0,71
					Série des erreurs de prévision centrée-réduite -> $f(p\_Commo)_{rp}$			

2005-10-01	2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01
105,19	112,74	125,58	126,91	118,14	117,95	130,61	137,44	154,21	172,07
-1,83	6,93	10,79	1,06	-7,17	-0,16	10,19	5,10	11,52	10,96
3,75	-0,22	2,66	3,93	0,73	-1,97	0,33	3,73	2,06	4,17
-5,58	7,14	8,13	-2,87	-7,90	1,81	9,86	1,36	9,46	6,79
-0,50	0,64	0,73	-0,26	-0,71	0,16	0,89	0,12	0,85	0,61

2008-04-01	2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01
203,19	197,60	117,54	100,30	115,75	128,00	138,76	145,66	149,41	147,76
16,63	-2,79	-51,94	-15,86	14,33	10,06	8,07	4,86	2,54	-1,11
3,99	5,85	-0,53	-16,69	-4,83	5,09	3,69	3,04	1,98	1,22
12,64	-8,64	-51,41	0,82	19,16	4,97	4,37	1,82	0,56	-2,33
1,14	-0,78	-4,64	0,07	1,73	0,45	0,39	0,16	0,05	-0,21

2010-10-01	2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01
166,44	190,79	202,13	192,87	184,50	195,41	184,27	183,54	182,00	187,28
11,91	13,65	5,77	-4,69	-4,44	5,75	-5,87	-0,40	-0,84	2,86
0,02	4,30	4,87	2,28	-1,16	-1,07	2,27	-1,54	0,25	0,11
11,89	9,36	0,90	-6,97	-3,28	6,82	-8,14	1,14	-1,09	2,75
1,07	0,84	0,08	-0,63	-0,30	0,62	-0,73	0,10	-0,10	0,25
									0,53

2013-04-01	2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01	2015-07-01
179,19	184,86	181,91	182,15	184,72	175,07	145,66	117,73	122,43	107,59
-4,42	3,12	-1,61	0,13	1,40	-5,37	-18,39	-21,29	3,92	-12,93
1,32	-1,07	1,41	-0,14	0,43	0,84	-1,38	-5,66	-6,61	1,67
-5,74	4,18	-3,02	0,28	0,97	-6,21	-17,01	-15,64	10,53	-14,60
-0,52	0,38	-0,27	0,03	0,09	-0,56	-1,54	-1,41	0,95	-1,32
-0,35	0,67	-0,07	0,27	0,34	-0,40	-1,51	-1,37	1,33	-1,26

2015-10-01	2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
97,29	86,53	101,40	102,69	109,71
-10,06	-11,72	15,86	1,26	6,61
-3,86	-2,92	-3,47	5,60	0,80
-6,20	-8,80	19,32	-4,33	5,81
-0,56	-0,79	1,74	-0,39	0,52
-0,40	-0,66	2,23	-0,20	0,84

h) Le taux de croissance de la dette brute consolidée des gouvernements de la Zone Euro (variation trimestrielle en %)

Nous prenons la série des variations trimestrielles (en %) de la dette brute consolidée de la Zone Euro, du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (i.e. régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 +

2004Q1-2015Q4). L'auto-régression ne s'avère pas significative pour aucune des quatre périodes de retard. Nous retenons alors la série telle qu'est, centrée-réduite, ce qui va constituer notre 9<sup>ième</sup> facteur de risque, noté  $f(g\_GovDebt\_EuroArea)$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(g\_GovDebt\_EuroArea)\_rp$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

GEO/TIME	2003Q4	2004Q1	2004Q2	2004Q3	2004Q4	2005Q1
DebtGov_EuroArea (19 pays) (M€)	5 333 200	5 491 522	5 608 914	5 644 570	5 587 294	5 741 288
	g_DebtGov_EuroArea (%)	2,93	2,12	0,63	-1,02	2,72
					Série telle qu'est, centrée-réduite -> f(g_DebtGov_EuroArea)	1,33
					Série telle qu'est, centrée-réduite -> f(g_DebtGov_EuroArea)_rp	

2005Q2	2005Q3	2005Q4	2006Q1	2006Q2	2006Q3	2006Q4	2007Q1	2007Q2	2007Q3
5 850 862	5 863 475	5 853 744	5 954 925	6 016 953	6 046 516	5 996 552	6 103 161	6 189 663	6 180 242
1,89	0,22	-0,17	1,71	1,04	0,49	-0,83	1,76	1,41	-0,15
0,64	-0,76	-1,08	0,49	-0,08	-0,53	-1,63	0,53	0,24	-1,07

2007Q4	2008Q1	2008Q2	2008Q3	2008Q4	2009Q1	2009Q2	2009Q3	2009Q4	2010Q1
6 106 736	6 247 191	6 340 579	6 389 375	6 608 428	6 890 765	7 094 131	7 208 012	7 281 317	7 467 756
-1,20	2,27	1,48	0,77	3,37	4,18	2,91	1,59	1,01	2,53
-1,94	0,96	0,30	-0,30	1,88	2,56	1,49	0,39	-0,10	1,17

2010Q2	2010Q3	2010Q4	2011Q1	2011Q2	2011Q3	2011Q4	2012Q1	2012Q2	2012Q3
7 647 272	7 717 630	8 003 692	8 161 398	8 300 963	8 348 592	8 435 125	8 552 700	8 719 754	8 738 041
2,38	0,92	3,64	1,95	1,70	0,57	1,03	1,38	1,93	0,21
1,04	-0,18	2,10	0,69	0,48	-0,46	-0,08	0,22	0,68	-0,77

2012Q4	2013Q1	2013Q2	2013Q3	2013Q4	2014Q1	2014Q2	2014Q3	2014Q4	2015Q1
8 798 723	8 974 134	9 092 242	9 057 738	9 074 249	9 225 159	9 337 022	9 312 323	9 328 914	9 472 619
0,69	1,97	1,31	-0,38	0,18	1,65	1,21	-0,26	0,18	1,53
-0,36	0,71	0,15	-1,26	-0,79	0,44	0,07	-1,16	-0,79	0,34
	1,62	0,87	-1,04	-0,40	1,26	0,75	-0,91	-0,41	1,12

2015Q2	2015Q3	2015Q4	2016Q1	2016Q2	2016Q3	2016Q4
9 480 651	9 485 183	9 455 527	9 615 628	9 685 215	9 620 672	9 592 601
0,08	0,05	-0,31	1,68	0,72	-0,67	-0,29
-0,87	-0,90	-1,20	0,46	-0,34	-1,50	-1,19
-0,52	-0,56	-0,97	1,29	0,21	-1,37	-0,94

i) Le taux de croissance de l'agrégat monétaire  $M3$  dans la Zone Euro (variation trimestrielle en %)

Nous prenons la série des variations trimestrielles (en %) de l'agrégat monétaire  $M3$  (saisonnièrement non ajusté), du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une et trois périodes de retard et l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci est auto-corrélé pour le  $AR(1)$  (les  $p$ -values du test de *Ljung-Box* sont à 0 pour les 10 lags) mais n'est pas auto-corrélé pour le  $AR(3)$  (les  $p$ -values du test de *Ljung-Box* sont entre 0.2 et 0.7 pour les 10 lags), ce qui valide le modèle  $AR(3)$  qui est le suivant :

$$\widehat{g_{M3_{EuroArea}}(t)} = 0.38 g_{M3_{EuroArea}}(t-1) + 0.72 g_{M3_{EuroArea}}(t-2) - 0.27 g_{M3_{EuroArea}}(t-3) + 0.18$$

La série des résidus (i.e. erreurs d'estimation) nous donne la partie imprévisible de la variable. Nous la centrons et réduisons pour constituer notre 10<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(g_{M3_{EuroArea}})$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(g_{M3_{EuroArea}})_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01
M3_EuroArea (€)	6180921540000	6225883740000	6334158160000	6376641110000	6568176120000	6627775880000	6837022790000
g_M3_EuroArea (%)		0,72	1,72	0,67	2,96	0,90	3,11
					Série estimée : $g_{M3_{EuroArea}}(t)_{est} = 0,38g_{M3_{EuroArea}}(t-1) + 0,72g_{M3_{EuroArea}}(t-2) - 0,27g_{M3_{EuroArea}}(t-3) + 0,18$		
					1,32	2,46	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée)		
					-0,41	0,65	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée) centrée-réduite -> $f(g_{M3_{EuroArea}})$		
					-0,69	1,09	
					Série des erreurs de prévision (série réelle - série estimée) centrée-réduite -> $f(g_{M3_{EuroArea}})_{rp}$		

2005-07-01	2005-10-01	2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01
6925241090000	7130669730000	7212527000000	7407431000000	7545250000000	7801675000000	8014409000000	8242225000000
1,28	2,92	1,14	2,67	1,84	3,34	2,69	2,80
1,20	2,65	1,36	2,36	1,22	2,48	2,05	3,10
0,08	0,28	-0,22	0,31	0,63	0,86	0,64	-0,29
0,13	0,47	-0,37	0,52	1,05	1,45	1,08	-0,49

2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01	2008-04-01	2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01
8395223000000	8691439000000	8877089000000	9076946000000	9198869000000	9423780000000	9406751000000	9457503000000
1,84	3,47	2,11	2,23	1,33	2,42	-0,18	0,54
2,26	2,15	2,06	2,97	1,59	1,70	1,45	1,47
-0,42	1,32	0,06	-0,74	-0,26	0,71	-1,63	-0,93
-0,71	2,21	0,10	-1,24	-0,43	1,19	-2,73	-1,56

2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01	2010-10-01	2011-01-01	2011-04-01
9378228000000	9382249000000	9313183000000	9256526000000	9248048000000	9320772000000	9328841000000	9404390000000
-0,84	0,04	-0,74	-0,61	-0,09	0,78	0,09	0,81
-0,41	0,29	-0,56	0,15	-0,60	-0,09	0,58	0,79
-0,43	-0,24	-0,18	-0,76	0,51	0,88	-0,49	0,01
-0,72	-0,41	-0,30	-1,28	0,85	1,47	-0,82	0,02

2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01	2013-04-01
9465968000000	9535046000000	9605842000000	9683131000000	9700181000000	9807967000000	9803725000000	9818252000000
0,65	0,73	0,74	0,80	0,18	1,11	-0,04	0,15
0,33	0,98	0,70	0,80	0,81	0,61	0,51	0,90
0,32	-0,25	0,04	0,00	-0,64	0,49	-0,55	-0,75
0,54	-0,42	0,06	0,00	-1,07	0,82	-0,92	-1,26
						-0,99	-1,35

2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01
9849394000000	9838121000000	9885427000000	9963404000000	10090601000000	10324951000000	10468470000000	10574729000000
0,32	-0,11	0,48	0,79	1,27	2,30	1,38	1,01
-0,10	0,42	0,32	0,19	0,85	1,09	1,75	2,00
0,42	-0,53	0,16	0,59	0,42	1,20	-0,37	-0,99
0,70	-0,89	0,27	1,00	0,70	2,01	-0,62	-1,66
0,73	-0,95	0,27	1,04	0,72	2,12	-0,67	-1,77

2015-07-01	2015-10-01	2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
10695874000000	10842536000000	10993835000000	11118426000000	11242681000000	11372997000000
1,14	1,36	1,39	1,13	1,11	1,15
0,92	0,96	1,24	1,37	1,23	1,03
0,22	0,40	0,15	-0,24	-0,12	0,12
0,36	0,68	0,25	-0,41	-0,19	0,21
0,37	0,70	0,25	-0,45	-0,22	0,20

j) La variation de l'indice des prix des logements dans la Zone Euro (variation trimestrielle en %, indice 2010=100)

Nous prenons la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice (saisonnièrement non ajusté) des prix des logements dans la Zone Euro (indice 2010=100), du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression ne s'avère significative pour aucun des quatre lags. Nous retenons alors la série telle qu'est, centrée-réduite, ce qui va constituer notre 11<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(p\_Immo\_EuroArea)$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(p\_Immo\_EuroArea)\_rp$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01	2005-07-01
P_Immo_EuroArea (indice, 2005=100)	92,12	93,07	93,95	95,87	96,54	98,02	98,83	100,50
p_Immo_EuroArea (%)		1,03	0,94	2,02	0,70	1,52	0,82	1,68
					Série telle qu'est, centrée-réduite -> p_Immo_EuroArea			
						1,47	0,80	1,62
					Série telle qu'est, centrée-réduite -> p_Immo_EuroArea_rp			

2005-10-01	2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01	2008-01-01
101,09	102,58	103,08	104,70	105,33	106,04	105,87	107,31	106,28	106,41
0,59	1,46	0,49	1,56	0,60	0,67	-0,16	1,35	-0,96	0,12
0,57	1,41	0,48	1,51	0,59	0,66	-0,14	1,31	-0,91	0,13

2008-04-01	2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01	2010-07-01
105,11	104,72	103,38	102,35	100,29	100,76	100,27	99,95	99,60	100,50
-1,23	-0,37	-1,29	-1,00	-2,03	0,47	-0,49	-0,32	-0,35	0,90
-1,17	-0,34	-1,22	-0,95	-1,94	0,46	-0,45	-0,29	-0,32	0,87

2010-10-01	2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01	2013-01-01
99,95	99,34	98,22	98,92	96,87	96,10	94,59	94,21	92,79	91,93
-0,55	-0,61	-1,13	0,71	-2,09	-0,80	-1,58	-0,40	-1,52	-0,93
-0,51	-0,57	-1,07	0,69	-1,99	-0,75	-1,50	-0,37	-1,44	-0,88
									-1,20

2013-04-01	2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01	2015-07-01
91,21	91,75	90,72	90,93	90,93	92,04	91,40	92,37	91,97	93,42
-0,79	0,59	-1,13	0,23	0,00	1,21	-0,70	1,06	-0,43	1,56
-0,74	0,58	-1,07	0,23	0,01	1,17	-0,66	1,02	-0,40	1,51
-1,05	0,40	-1,41	0,02	-0,22	1,06	-0,95	0,89	-0,68	1,42

2015-10-01	2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
93,23	94,86	94,85	96,28	95,95
-0,20	1,73	-0,01	1,50	-0,34
-0,18	1,67	0,00	1,45	-0,32
-0,43	1,60	-0,23	1,35	-0,58

k) La variation de l'indice des prix des logements aux Etats-Unis (variation trimestrielle en %, indice 2010=100)

Nous prenons la série des variations trimestrielles (en %) de l'indice (saisonnièrement non ajusté) des prix des logements aux Etats-Unis (indice 2010=100), du 1<sup>er</sup> trimestre 2005 jusqu'au dernier trimestre 2016, et l'auto-régressons avec une à quatre périodes de retard (régression de la série 2005Q1-2016Q4 sur chacune des séries 2004Q4-2016Q3, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1, 2004Q4-2016Q3 + 2004Q3-2016Q2 + 2004Q2-2016Q1 + 2004Q1-2015Q4). L'auto-régression s'avère significative avec une, trois et quatre périodes de retard et l'étude de l'autocorrélation du résidu montre que celui-ci est auto-corrélé pour le AR(1) (les *p-values* du test de *Ljung-Box* sont à 0 à partir du 2<sup>ème</sup> lag) mais qu'il n'est pas auto-corrélé pour le AR(3) (les *p-values* du test de *Ljung-Box* sont entre 0.25 et 0.7 pour les 10 lags) et pour le AR(4) (les *p-values* du test de *Ljung-Box* sont entre 0.6 et 0.95 pour les 10 lags) ce qui valide le modèle AR(3) et AR(4). Nous retenons le modèle AR(4) car il prend en compte plus de lags :

$$\widehat{p_{Immo\_USA}}(t) = 1.15p_{Immo\_USA}(t-1) - 0.67 p_{Immo\_USA}(t-2) + 0.68 p_{Immo\_USA}(t-3) - 0.31 p_{Immo\_USA}(t-4) - 0.07$$

La série des résidus (i.e. erreurs d'estimation) nous donne la partie imprévisible de la variable. Nous la centrons et réduisons pour constituer notre 12<sup>ème</sup> facteur de risque, noté  $f(p_{Immo\_USA})$  pour la période longue (2005Q1-2016Q4) et  $f(p_{Immo\_USA})_{rp}$  pour la période réduite (2013Q1-2016Q4) :

	2003-10-01	2004-01-01	2004-04-01	2004-07-01	2004-10-01	2005-01-01	2005-04-01
P_Immo_USA (indice, 2005=100)	124,03	127,18	130,32	134,56	138,72	143,60	147,31
p_Immo_USA (%)		2,51	2,44	3,20	3,04	3,46	2,55
						2,16	3,29
						1,29	-0,73
						1,17	-0,66

2005-07-01	2005-10-01	2006-01-01	2006-04-01	2006-07-01	2006-10-01	2007-01-01	2007-04-01	2007-07-01	2007-10-01
150,58	154,20	155,86	152,78	150,77	151,70	148,49	141,42	136,59	131,16
2,20	2,38	1,07	-2,00	-1,32	0,61	-2,14	-4,88	-3,48	-4,06
1,62	2,15	1,85	0,27	-2,15	-0,25	-0,16	-3,23	-3,41	-2,43
0,57	0,22	-0,78	-2,27	0,82	0,87	-1,98	-1,65	-0,06	-1,63
0,52	0,20	-0,71	-2,04	0,74	0,78	-1,78	-1,49	-0,06	-1,47

2008-01-01	2008-04-01	2008-07-01	2008-10-01	2009-01-01	2009-04-01	2009-07-01	2009-10-01	2010-01-01	2010-04-01
124,24	115,72	109,06	106,47	103,83	102,67	102,43	102,59	102,19	101,04
-5,42	-7,10	-5,93	-2,40	-2,51	-1,12	-0,23	0,16	-0,39	-1,13
-5,06	-4,43	-6,28	-4,54	-2,01	-3,18	0,52	-0,55	0,28	-0,44
-0,36	-2,67	0,35	2,14	-0,50	2,06	-0,76	0,71	-0,67	-0,70
-0,32	-2,41	0,32	1,93	-0,45	1,86	-0,68	0,64	-0,60	-0,63

2010-07-01	2010-10-01	2011-01-01	2011-04-01	2011-07-01	2011-10-01	2012-01-01	2012-04-01	2012-07-01	2012-10-01
99,02	97,77	95,69	93,70	93,74	93,91	94,18	95,73	97,43	99,47
-2,02	-1,27	-2,15	-2,10	0,04	0,18	0,29	1,63	1,76	2,07
-0,93	-1,95	-0,82	-2,71	-1,28	0,32	-0,66	0,82	1,73	1,00
-1,09	0,67	-1,33	0,61	1,32	-0,14	0,94	0,81	0,03	1,08
-0,98	0,61	-1,20	0,55	1,19	-0,13	0,85	0,73	0,03	0,97

2013-01-01	2013-04-01	2013-07-01	2013-10-01	2014-01-01	2014-04-01	2014-07-01	2014-10-01	2015-01-01	2015-04-01
101,43	103,62	105,77	108,25	108,85	108,26	109,58	112,21	114,41	114,48
1,95	2,14	2,05	2,32	0,55	-0,54	1,21	2,37	1,94	0,06
2,15	1,47	1,94	1,54	2,07	-0,26	-0,12	1,35	1,30	1,56
-0,20	0,66	0,11	0,77	-1,51	-0,29	1,33	1,02	0,64	-1,50
-0,18	0,60	0,10	0,70	-1,36	-0,26	1,20	0,92	0,58	-1,35
-0,43	0,55	-0,07	0,68	-1,92	-0,53	1,32	0,96	0,53	-1,90



2015-07-01	2015-10-01	2016-01-01	2016-04-01	2016-07-01	2016-10-01
115,68	117,87	119,38	119,31	120,40	121,90
1,04	1,88	1,27	-0,06	0,91	1,24
-0,07	1,68	0,83	0,82	-0,04	1,30
1,11	0,20	0,45	-0,88	0,95	-0,07
1,00	0,18	0,40	-0,79	0,85	-0,06
1,06	0,02	0,31	-1,20	0,88	-0,27

## Références

1. Acharya V., Engle R., Pierret D., (2013). “*Testing Macroprudential Stress Tests: The Risk of Regulatory Risk Weights*”, NYU Stern School of Business, Volatility Institute & Université catholique de Louvain
2. Aglietta M., Scialom L., (2010). “*A systemic approach to financial regulation: A European perspective*”, *International Economics* 123 (2010), p. 31-66
3. Aikman D., Alessandri P., Eklund B., Prasanna G., Kapadia S., Martin E., Mora N., Sterne G., Willison M., (2009). “*Funding liquidity risk in a quantitative model of systemic stability*”, *Bank of England – Working Paper No. 372*
4. ACP, (2013). « *Stress tests sur le système bancaire et les organismes d’assurance en France* », *Analyses et Synthèses – N°11 (Janvier 2013)*
5. ACPR, (2015). « *Comment les pondérations de risque diffèrent-elles parmi les banques ? Etude comparée sur les portefeuilles « Entreprises » des banques françaises* », *Analyses et Synthèses – N°42 (Mars 2015)*
6. Allen D., Powell R., (2011). “*Credit risk measurement methodologies*”, *ECU Publications 2011*
7. Artus P., (2011 – 2012). « *Crises Financières dans les pays émergents* », *Cours du Master 2 Monnaie-Banque-Finance – Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne*
8. Artus P., Betbèze J-P., De Boissieu C., Capelle-Blancard G., (2008). « *La crise des subprimes* », *Conseil d’Analyses Economiques – Rapport*
9. Azzouzi Idrissi Y., Madiès P., (2012). « *Les risques de liquidité bancaire : définitions, interactions et réglementation* », *Revue d’Économie Financière* 2012/3 (N°107)
10. Banque Centrale de Luxembourg, (2012). « *Revue de Stabilité Financière* »
11. Bharath S. T., Shumway T., (2008). “*Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model*”, *The Review of Financial Studies, Volume 21, Issue 3, 1 May 2008, Pages 1339–1369*
12. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (January 2001). Consultative document, “*The New Basel Capital Accord*”
13. BIS – Consultative document, (November 2006). “*Studies on Credit Risk Concentration*”
14. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (December 2010). “*Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking system*”

15. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (October 2010). “*Calibrating regulatory minimum capital requirements and capital buffers: a top-down approach*”
16. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (October 2010). “*Developments in Modelling Risk Aggregation*”
17. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (June 2013). “*Revised Basel III leverage ratio framework and disclosure requirements*”
18. BIS – Comité de Bâle sur le Contrôle Bancaire, (Janvier 2013). « *Bâle III: Ratio de Liquidité à court-terme et outils de suivi du risque de liquidité* »
19. BIS – Consultative document, (June 2013). “*Revised Basel III leverage ratio framework and disclosure requirements*”
20. BIS – Basel Committee on Banking Supervision (October 2013). “*Liquidity stress testing: a survey of theory, empirics and current industry and supervisory practices*”, Working Paper No. 24
21. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (April 2014). “*Supervisory framework for measuring and controlling large exposures*”
22. BIS – Basel Committee on Banking Supervision, (September 2014). “*Basel III Monitoring Report*”
23. BIS – Comité de Bâle sur le Contrôle Bancaire, Consultative document, (Janvier 2014). « *Bâle III : Ratio structurel de liquidité à longterme* »
24. BIS – Consultative document, (February 2015). “*Developments in credit risk management across sectors: current practices and recommendations*”
25. BIS – Consultative document, (Décembre 2017). “*Bâle III : Finalisation des réformes de l’après-crise*”
26. BIS – Consultative document, (Décembre 2017). “*Note recapitulative sur les réformes de Bâle III*”
27. Black F., Scholes M., (1973). “*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*”, *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3 (May - Jun., 1973), pp. 637-654
28. Bluhm C., Overbeck L., (2003). “*Systematic Risk in Homogenous Credit Portfolios*”, *Credit Risk, 2003 - Springer*
29. Bonti G., Kalkbrener M., Lotz C., Stahl G., (2006). “*Credit Risk Concentrations under Stress*”, *Journal of Credit Risk* 2 (3), 115-136.
30. Boucher C., Daniélsson J., Kouontchou P., Maillet B., (2014). “*Risk Models-at-Risk*”, *Journal of Banking and Finance* 44, 72-92.

31. Boucher C., Maillet B., (2011 – 2012). « *Économétrie Financière et Gestion Quantitative de Portefeuille* », *Cours du Master 2 Monnaie-Banque-Finance – Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne*
32. Braouezec Y., Wagalath L., (2018). “*Risk-Based Capital Requirements and Optimal Liquidation in a Stress Scenario*”, *Review of Finance, Volume 22, Issue 2, 1 March 2018, Pages 747–782*
33. Breuer T., Jandacka M., Mencia J., Summer M., (2010): “*A Systematic Approach to Multi-Period Stress Testing of Portfolio Credit Risk*”, *Banco de España, Documentos de Trabajo N.º 1018*
34. Bruneau C., (2011– 2012). « *Économétrie Financière* », *Cours du Master 2 Monnaie-Banque-Finance – Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne*
35. Bruneau C., Chatelain J-B., (2011 – 2012). « *Théorie Financière de l'Entreprise* », *Cours du Master 2 Monnaie-Banque-Finance – Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne*
36. Brunnermeier M. K., Pedersen L. H., (2008). “*Market Liquidity and Funding Liquidity*”, *The Review of Financial Studies / v 00 n 0 2008*
37. Camara A., Popova I., Simkins B., (2012). « *A comparative study of the probability of default for global financial firms* », *Journal of Banking & Finance 36 (2012) 717–732*
38. Centre d’analyse stratégique, (2011). « *Réforme financière de Bâle III : chemin parcouru et enjeux futurs* », *La Note d’Analyse N° 209 (Janvier 2011)*
39. Chawla G., Forest Jr L. R., Aguais S. D., (2016). “*Convexity and correlation effects in expected credit loss calculations for IFRS9/CECL and stress testing*”, *Journal of Risk Management in Financial Institutions Vol. 10, 1 99 -110*
40. Chen N.-F., Roll R., Ross S. A., (1986). “*Economic Forces and the Stock Market*”, *Journal of Business, 59, 1986, pp. 383-403*
41. Cont R., Schaanning E., (2017). “*Fire sales, indirect contagion and systemic stress testing*”, *Working papers - Norges Bank Research 2/2017*
42. Crouhy M., Galai D., Mark R., (2000). “*A comparative analysis of current credit risk*”, *Journal of Banking & Finance 24 (2000) 59-117*
43. Das S. R., Duffie D., Kapadia N., Saita L., (2007). « *Common failings: How Corporate Defaults Are Correlated* », *The Journal of Finance - VOL. LXII, NO. 1 · FEBRUARY 2007*
44. De Boissieu C., (2011-2012). « *Macroéconomie Monétaire et Financière* », *Cours du Master 2 Monnaie-Banque-Finance – Université Paris 1 – Panthéon-Sorbonne*

45. De Boissieu C., (2014). « *Introduction* », *Comment la régulation financière peut-elle sortir l'Europe de la crise ?* , p. 13 –15
46. Diamond D., Dybvig P., (1983). « *Bank Runs, Deposit Insurance and Liquidity* », *Journal of Political Economy*, vol. 91, pp. 401-419
47. Duffie D., Eckner A., Horel G., Saita L., (2009). “*Frailty Correlated Default*”, *The Journal of Finance - VOL. LXIV, NO. 5 • OCTOBER 2009*
48. Dwyer D. W., Kocagil A. E., Stein R. M., (2004). “*MOODY'S KMV RISKCALC™ v3.1 MODEL: Next generation technology for predicting private firm credit risk*”, *Moody's KMV Company*
49. EBA, (June 2011). “*2011 EU-Wide Stress Test: Methodological Note - Additional guidance*”
50. EBA, (July 2011). “*Results of the 2011 EU-wide stress test*”
51. EBA, (March 2014). “*Methodology EU-wide Stress Test 2014*” (Preliminary Draft)
52. EBA, (April 2014). “*Methodological note EU-wide Stress Test 2014*” (version 2.0)
53. EBA, (October 2014). “*Results of 2014 EU-wide stress test*”
54. EBA, (February 2016). “*2016 EU-Wide Stress Test – Methodological Note*”
55. EBA, (January 2018). “*2018 EU-Wide Stress Test – Methodological Note*”
56. FDIC Center for Financial Research, (2007). “*A Generalized Single Common Factor Model of Portfolio Credit Risk*”, *Working Paper No. 2007.06*
57. Geršl A., Komárková Z., Komárek L., (2016). “*Liquidity Stress Testing with Second-Round Effects: Application to the Czech Banking Sector*”, *Czech Journal of Economics and Finance*, 66, 2016, no. 1
58. Giraud G., (2014). « *Le cycle de levier comme principe directeur* », *Comment la régulation financière peut-elle sortir l'Europe de la crise ?* p.17 – 34
59. Gordy M., (2003). “*A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules*”, *Journal of Financial Intermediation*, July 2003, 12(3), 199-232.
60. Gordy M., Marrone J., (2010). “*Granularity Adjustment for Mark-to-Market Credit Risk Models*”, *Finance and Economics Discussion Series - Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs - Federal Reserve Board, Washington, D.C.*
61. Gourieroux C., Heam J.C. and Monfort A., (2012). “*BILATERAL EXPOSURES AND SYSTEMIC SOLVENCY RISK*”, *Banque de France – Document de travail N° 414*
62. Grundke P., Pliszka K., Tuchscherer M., (2015). “*Model and estimation risk in credit risk stress tests*”

63. Hamerle A., Liebig T., Rösch D., (2003). “*Credit Risk Factor Modeling and the Basel II IRB Approach*”, *Deutsche Bundesbank – Discussion Paper, Series 2: Banking and Financial Supervision No 02/2003*
64. Heider F., Hoerova M., Holthausen C., (2009). “*Liquidity Hoarding and the interbank market spreads; the role of the counterparty risk*”, *ECB – Working Paper Series N° 1126*
65. Henanni R., Terraza M., (2012). « *Value at Risk Stressé chaotique d’un portefeuille bancaire* », *Laboratoire Montpelliérain d’Economie Théorique et Appliquée*
66. Jiménez G. and J. Mencia J., (2009). “*Modeling the distribution of credit losses with observable and latent factors*”, *Journal of Empirical Finance*, 16:235 -253.
67. Jokivuolle E., Virolainen K., Vähämaa O. (2008), “*Macro-model-based stress testing of Basel II capital requirements*”, *Bank of Finland Research – Discussion Papers 17-2008*
68. Kjersti A., (2015). “*The Basel II IRB approach for credit portfolios: A survey*”, *Norwegian Computing Center, NR*
69. Kotz H-H., Lubochinsky C., (2013). “*Introduction*”, *Revue d’économie financière 2013/4 (N° 112), p. 9-20*
70. Krugman P., (2009). “*The Return of Depression Economics and the Crisis of 2008*”, *Edition 2009, W. W. Norton, & Company, Inc., New York*
71. Lilti J.J., Aziz S., Dowling M., (2017). « *Bank Acquisitiveness and Financial Crisis Vulnerability, Bankers, Markets & Investors* », *RB Édition, juillet-août 2016, n°143, 26-44*
72. Lilti J.J., Mero G., (2013). “*What drives stock return commonalities? Evidence from France and US using a cross-sectional approach*”, *Bankers Markets Investors, 2013 septembre, n°126, 5-13*
73. Lubochinsky C., (2010 – 2011). “*Finance de Marché*”, *Cours du Master 1 Monnaie-Finance-Banque – Université Paris 2 – Panthéon-Assas*
74. Lubochinsky C., (2012). « *Le chantier dantesque de la régulation financière* », *Cahiers du Cercle des économistes, 2012, p. 67-69.*
75. Markowitz H., (1959). « *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment* », *John Wiley*
76. McKiernan B., (1997). “*Uncertainty and the Arbitrage Pricing Theory*”, *AEJ: September 1997, Vol. 25, No. 3*
77. Merton R. C., (1974). “*On the pricing of Corporate Debt: The risk structure of interest rates*”, *The Journal of Finance, Vol. 29, No. 2*

78. Mishkin F., (2007). “*Monnaie, Banque et Marchés Financiers (version en française, 8<sup>ième</sup> Edition)*”, Pearson Education
79. Moody’s Analytics, (2010). “*Implications of PD-LGD Correlation in a Portfolio Setting*”
80. Portait R., Poncet P., (2012). « *Finance de Marché (3<sup>ième</sup> Edition)* », Dalloz
81. Pham H., (2002 – 2003). « *Cours d’Économétrie* », Maitrise MASS – Université Paris 7
82. Rakotomalala R., (2015). « *Pratique de la Régression Linéaire Multiple – Diagnostic et sélection de variables* », Université Lumière Lyon 2
83. *REGULATION (EU) No 575/2013 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL of 26 June 2013 on prudential requirements for credit institutions and investment firms and amending Regulation No 648/2012, Official Journal of the European Union*
84. RiskMetrics Group, (1997). *CreditMetrics<sup>TM</sup> – Technical Document*
85. Saunders A., Allen L., (2002). “*Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and Other Paradigms (Second Edition)*”, John Wiley & Sons, Inc.
86. Schönbucher P. J., (2001). “*Factor Models for Portfolio Credit Risk*”, Bonn Econ Discussion Papers, No. 16/2001
87. Schechtman R., Gaglianone W. P., (2011). “*Macro Stress Testing of Credit Risk Focused on the Tails*”, Banco Central Do Brasil – Working Paper Series No. 241 (May 2011)
88. Schwaab B., Koopman S. J., Lucas A., (2016). “*Global credit risk: world, country and industry factors* », European Central Bank – Working Paper Series No 1922 / June 2016
89. Scialom L., (2011). “*Stratégies et instruments d’une régulation macro-prudentielle*”, *Revue d’Économie Financière*, 2011/3 N° 103 | pages 171 à 186
90. Shin H.S., Cifuentes R., Ferrucci G., (2004). “*Liquidity Risk and Contagion*”, *Journal of the European Economic Association*, 3(2 -3):556 -566.
91. Siemsen T., Vilsmeier J., (2017). “*On a quest for robustness: about model risk, randomness and discretion in credit risk stress tests*”, *Discussion Paper – Deutsche Bundesbank*, No. 31/2018
92. Simons D., Rolwes F., (2009). “*Macroeconomic Default Modeling and Stress Testing*”, *International Journal of Central Banking* – September 2009

93. Sorge, M. and Virolainen, K. (2006). “*A comparative analysis of macro stress testing methodologies with application to Finland*”, *Journal of Financial Stability* 2, 113-151.
94. Stiglitz J., Weiss A., (1981). “*Credit Rationing in Markets with Imperfect Information*”, *The American Economic Review - Volume 71 - issue 3 (June 1981) - 393-410*
95. Sundaresan S., (2013). “*A Review of Merton’s Model of the Firm’s Capital Structure with its Wide Applications*”, *Annu. Rev. Financ. Econ.* 2013 5:5.1–5.21
96. Tudela M., Young G., (2003). “*A Merton Model Approach to Assessing the Default Risk of UK Public Companies*”, *Bank of England*
97. Van den End J.W., (2008). “*Liquidity Stress Tester: A macro model for stress-testing banks’ liquidity risk*”, *DNB Working Paper No. 175*
98. Vasicek O. A., (2002). “*The Distribution of Loan Portfolio Value*”, *KMV, Working Paper, Published (2003) as “Loan Portfolio Value”, Risk, December, pp. 160–162.*
99. Verboomen A., De Bel L., (2011). « *Bâle 2 et le Risque de Crédit : Les Règles actuelles et leur évolution vers Bâle 3* », *larcier*
100. Wilson, T., (1997a). *Portfolio Credit Risk (I)*, *Risk*, September, 111-117.
101. Wilson, T., (1997b). *Portfolio Credit Risk (II)*, *Risk*, October, 56-61.
102. Wong E., Hui C-H., (2009). “*A Liquidity Risk Stress-Testing Framework with Interaction between Market and Credit Risks*”, *Hong Kong Monetary Authority – Research Department*
103. Youbaraj P., (2007). “*Minimum Capital Requirement Basel II. Credit Default Model & its applications*”, *Vrije University Amsterdam*

Sites web :

<http://ec.europa.eu/eurostat/fr/home>

<https://fred.stlouisfed.org/>

<https://data.oecd.org/>

<https://vlab.stern.nyu.edu/welcome/risk/>