



HAL
open science

Mise en forme topologique large-bande de la lumière

Mikaël Ghadimi Nassiri

► **To cite this version:**

Mikaël Ghadimi Nassiri. Mise en forme topologique large-bande de la lumière. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université de Bordeaux, 2019. Français. NNT : 2019BORD0187 . tel-02453859

HAL Id: tel-02453859

<https://theses.hal.science/tel-02453859>

Submitted on 24 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES DE L'INGÉNIEUR
SPÉCIALITÉ LASER, MATIÈRE ET NANOSCIENCES

Par Mikaël GHADIMI NASSIRI

Mise en forme topologique large-bande de la lumière

Sous la direction d'Étienne BRASSELET

Soutenue le 16 octobre 2019

Membres du jury :

Mme. PRUVOST, Laurence
M. BRUNEL, Marc
M. AGEZ, Gonzague
Mme. NUTER, Rachel
M. BRASSELET, Étienne
M. ADAM, Philippe

Directrice de recherche, CNRS, LAC
Professeur, Université de Rennes 1
Maître de conférences, Université Paul Sabatier
Ingénieure chercheuse, CEA, CELIA
Directeur de recherche, CNRS, LOMA
Responsable du domaine photonique DGA

Présidente du jury
Rapporteur
Rapporteur
Examinatrice
Directeur de thèse
Invité

Mise en forme topologique large-bande de la lumière

Aujourd'hui les outils permettant de moduler la phase d'une onde lumineuse sont nombreux et pour certains disponibles commercialement, seulement ces éléments ne fonctionnent généralement que pour une seule longueur d'onde de travail simultanément. Nous développons plusieurs approches expérimentales pour la mise en forme de la phase de faisceaux à large bande spectrales. Après un état de l'art sur les principales techniques, nous focalisons notre étude sur la mise en forme de vortex optiques large-bande par l'intermédiaire d'éléments permettant de moduler la phase géométrique, dont nous abordons quatre approches. La première est basée sur la réflexion de Fresnel anisotrope sur les dioptries mettant en jeu au moins un matériau biréfringent uniaxe, un choix optimal de leurs indices de réfraction et de leurs dispersions permet de réfléchir un faisceau dont la phase dépend de l'orientation de l'axe optique des milieux. Dans la seconde, également réflexive, nous exploitons le phénomène de réflexion de Bragg circulaire qui se produit au sein des cristaux liquides cholestériques, dont la particularité est de réfléchir efficacement toute une bande spectrale avec acquisition d'une phase de nature géométrique. Nous appliquons cette propriété en particulier pour la conception d'éléments inhomogènes pour la mise en forme, à une bonne approximation, de modes de Laguerre-Gauss. Les deux dernières approches sont basées sur la mise en forme de vortex optiques par des milieux biréfringents inhomogènes en transmission, en particulier les défauts se formant spontanément dans les films de cristaux liquides nématiques à anisotropie diélectrique négative. L'une consiste à mettre deux éléments en série permettant de traiter successivement différentes composantes spectrales. L'autre consiste à paralléliser ce procédé en séparant le faisceau initial en différents canaux spectraux, adressés sur des défauts topologiques localisés en réseau et individuellement contrôlables électriquement. Cette dernière solution peut être vue comme un modulateur spatial de lumière dont les pixels sont inhomogènes et nous a amené à proposer des applications potentielles en imagerie optique super-résolue et pour la mise en forme spatio-temporelle d'impulsions ultracourtes.

Mots clés : Interaction lumière-matière, Vortex optique, Large spectre, phase géométrique

Broadband topological shaping of light

Today, several beam shaping tools are available, some of them commercially, but most of them are designed for only one working wavelength. This thesis aims to develop several experimental approaches for broadband topological beam shaping of light. After the presentation of the state of the art, our work focuses on vortex shaping of polychromatic beam exploiting the spin-orbit interaction of light. Concretely, we report the development of four techniques to modulate the so-called geometric phase of polychromatic light fields. First, we describe anisotropic reflection from interfaces that involves at least one uniaxial crystal. We identify a refractive index matching criterion enabling highly pure broadband phase control. Then we discuss the use of circular Bragg reflection phenomenon inherent to the optics of cholesteric liquid crystals. This property allows the selective reflection of circularly polarized light over a bandgap while the reflected field acquires a geometric phase. These properties are exploited to design, fabricate and characterize structured mirrors reflecting Laguerre-Gauss optical modes to a good approximation. The last two solutions consist of vortex beam shaping using inhomogeneous anisotropic planar optical elements, namely, topological defects that spontaneously appear in homeotropic nematic liquid crystal films characterized by negative dielectric anisotropy. The first option is based on using two defects in series while the other is based on parallel processing using an array of independently controlled topological defects, each of them being dedicated to process distinct spectral channels. The latter approach can be viewed as a spatial light modulator whose pixels are inhomogeneous and potential applications are proposed in the field of super-resolution optical imaging and spatio-temporal beam shaping of ultrashort pulses.

Keywords : Light-matter interaction, Optical vortex, Broadband, Geometric phase

Remerciements

Je tiens à remercier très chaleureusement Étienne Brasselet pour son encadrement qui va bien au delà de l'instruction scientifique et dont la recette mêle optimisme, créativité et sympathie en guise d'ingrédients principaux.

J'adresse également mes remerciements aux rapporteurs, Marc Brunel et Gonzague Agez, aux examinatrices, Laurence Pruvost et Rachel Nuter, ainsi qu'à Philippe Adam pour leur lecture attentive et leurs retours constructifs.

Je remercie Hiroyuki Yoshida (Université d'Osaka, Japon) et Martynas Beresna (Université de Southampton, Royaume-Uni) pour leur collaboration scientifique.

Aussi, une grande partie des travaux de cette thèse a pu être réalisée grâce aux travaux de prototypage de Charles Loussert et à la réalisation du générateur multivoie par Sébastien Cassagnère du service électronique du laboratoire, donc j'adresse un grand merci à eux.

La thèse a été réalisée au sein du Laboratoire Onde et Matière d'Aquitaine (LOMA) dont je remercie tous les chercheurs pour l'animation scientifique du laboratoire, les conseils et partages de matériel. Je remercie aussi tout le personnel ingénieur, technique et administratif du laboratoire qui ont tous participé, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce projet, notamment Suzanne, Sophie, Annie, Isabelle et Josiane pour le service gestion, Sébastien, William et Bernard pour le service électronique, Fabien, Marc, Romain et Étienne pour le service optique, Eddie, Lévi et Sandra pour le service mécanique, Alain et David pour le service informatique et Bernadette pour la communication.

Je remercie également le personnel enseignant de l'UF de Physique de l'Université de Bordeaux, notamment Marie-Hélène Grondin, Denise Mondieig, Touria Cohen-Bouhacina, Nathalie Brouet, Arnaud Pierens et Julien Burgin de m'avoir fait confiance pour l'encadrement d'étudiants au cours de mon monitorat.

Je remercie Pierre Fossey, Nadine Denjean et Cécile Gonzalez pour leur collaboration artistique lors de notre participation au festival FACTS 2017.

Sur le plan plus personnel, je remercie beaucoup toute l'équipe Singular du LOMA, Davit, Tatiana, Loïc, Sasha, Mushegh Discotech, Artur Txurlurlu, Vincent, Hernando Rejaja, Juan-Pablo, Hirokazu, Benjamin Tucan, Nina Totoro, Delphine et Étienne pour les discussions scientifiques, l'entraide (sauf mr :D), le soutien chocolaté, l'enrichissement de notre vocabulaire multiculturel et toutes les sources de divertissement explorées.

Aussi merci à tous les doctorants et post-doctorants du laboratoire avec qui nous avons communément décompressé et relativisé l'ampleur de nos travaux, parmi lesquels Amalya, Antonio, Bishal, Evgeniya, Frédéric, Gianluca, Goce, Jonathan, Justina, Marcela, Raphaël, Stefano... tous comptent, aussi nombreux soient-ils.

Enfin merci aussi au monde extérieur de me faire sortir des vortex, notamment le monde bordelais : Antoine, Clément, Florent, Joséphine, Laurent, Maëlis, Natasha, Thomas, et le monde géographiquement plus éloigné mais pas moins présent : Oriane, Alice, Marianne, Clotilde, Agnès, Louise, Sebastian, Cédric, Jérôme, Margot. Merci à toute ma famille, à mes parents d'avoir indirectement créé cette thèse, à Sara, Keyvan et Clint pour leur support louche, à Émilio pour ses babillages encourageants, et à Brice pour son accompagnement quotidien.

Et je vous remercie vous aussi, lecteur patient, d'avoir parcouru aussi attentivement cette liste de remerciements et vous souhaite une lecture avec au moins autant d'engouement.

Table des matières

1	Introduction générale	5
1.1	Lumière structurée	5
1.1.1	L'onde plane	5
1.1.2	Le faisceau gaussien	6
1.1.3	Modes de Laguerre-Gauss	8
1.1.4	Singularités de phase dans les interférences	10
1.2	Mise en forme topologique de la lumière	12
1.2.1	Modulation d'amplitude	12
1.2.2	Modulation de polarisation	15
1.2.3	Manipulation de la phase de Gouy	17
1.2.4	Modulation de la phase dynamique	20
1.2.4.1	Éléments optiques hélicoïdaux	20
1.2.4.2	Modulateurs spatiaux de lumière	21
1.3	Phase géométrique	24
1.3.1	Spin et hélicité du photon	25
1.3.2	Phase géométrique de Rytov-Vladimirskii-Berry	26
1.3.3	Phase géométrique de Pancharatnam-Berry	27
1.3.4	Lames biréfringentes inhomogènes	31
1.3.4.1	Films de cristaux liquides nématiques	32
1.3.4.2	Biréfringence artificielle	35
1.4	Aperçu de la thèse	35
2	Contrôle achromatique de la phase par réflexion de Fresnel	37
2.1	Principe	37
2.2	Expériences	38
2.2.1	Optimisation de l'indice de réfraction	39
2.2.2	Achromaticité de la pureté maximale	41
2.2.3	Mise en évidence de la phase géométrique	43

2.2.3.1	Effet Doppler rotatif	43
2.2.3.2	Expérience à deux faisceaux	45
2.2.3.3	Expérience à un faisceau	47
2.3	Discussion	49
2.3.1	Efficacité du processus de mise en forme de la phase	49
2.3.2	Généralisation au cas d'un matériau absorbant	50
2.3.3	Auto-adaptation de l'indice de réfraction	51
3	Mise en forme de modes Laguerre-Gauss par un milieu chiral anisotrope	55
3.1	Cristaux liquides cholestériques	55
3.1.1	Structuration moléculaire	55
3.1.2	Propriétés optiques	57
3.2	Conception des masques de phase géométrique	59
3.2.1	Orientation de l'ancrage	60
3.2.2	Rayon optimal du faisceau incident	61
3.2.3	Fabrication	62
3.3	Résultats	65
3.3.1	Modalité	65
3.3.2	Levée de la contrainte sur l'état de polarisation incident	69
3.3.3	Caractère large-bande de la réflexion de Bragg-Berry	72
4	Génération de faisceaux vortex large-bande par éléments d'interaction spin-orbite en série	75
4.1	Défauts topologiques de type ombilic	75
4.1.1	Énergie libre des cristaux liquides	75
4.1.2	Couple diélectrique	76
4.1.3	Formation de défauts topologiques dans un film de cristal liquide nématique homéotrope	78
4.1.4	Dépendance du rayon du cœur sur la pureté	80
4.2	Optimisation de la pureté par un système d'ombilics idéals sur une large bande spectrale	82
4.2.1	Dépendance spectrale de la pureté d'un ombilic idéal	82
4.2.2	Optimisation pour un système de deux ombilics idéaux en série	83
4.3	Réalisation expérimentale	84

4.3.1	Dispositif expérimental	84
4.3.2	Résultats	87
4.3.3	État de polarisation du faisceau vortex recombinaé	89
5	Génération de faisceaux vortex large-bande par éléments d'interaction spin-orbite en parallèle	93
5.1	Localisation des défauts	93
5.2	SLM à base de pixels topologiques	96
5.2.1	Réalisation pratique du SLM topologique	97
5.2.2	Effet lentille de l'ombilic	97
5.3	Mise en forme multispectrale	100
5.3.1	Source multispectrale	101
5.3.2	Vortex multispectral	107
5.3.3	Modulation multispectrale du moment orbital angulaire	108
5.3.4	Optimisation de la taille du pixel	110
5.4	Mise en forme spatio-temporelle	114
5.4.1	Principe de fonctionnement	114
5.4.2	Faisceau incident	115
5.4.3	Transformation du faisceau	116
	Conclusion	121
	Bibliographie	131

Introduction générale

1.1 Lumière structurée

1.1.1 L'onde plane

L'onde plane est un modèle de propagation d'une onde électromagnétique solution de l'équation de Helmholtz pour la propagation de la lumière. Elle s'exprime dans le vide suivant quatre paramètres indépendants, constants dans l'espace et le temps :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 e^{i\varphi} \exp(i(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} - \omega t)) \mathbf{e}, \quad (1.1)$$

avec

- E_0 son amplitude réelle, dont le carré est proportionnel au vecteur de Poynting $\|\mathbf{\Pi}\| = \epsilon_0 c E_0^2$ désignant le flux énergétique par unité de surface, avec ϵ_0 la permittivité du vide et c la vitesse de la lumière dans le vide ;
- \mathbf{k} son vecteur d'onde, définissant sa direction de propagation et directement lié à sa pulsation ω par la relation de dispersion $\omega = |\mathbf{k}|c$;
- φ sa phase à l'origine à l'instant $t = 0$;
- \mathbf{e} le vecteur unitaire définissant l'état de polarisation, transverse à la direction de propagation d'après les équations de Maxwell ;

L'ensemble des ondes planes représente une base pour la décomposition de tout champ électromagnétique se propageant dans le vide. En réalité une telle onde ne peut pas exister. En effet cela impliquerait qu'un plan transverse recevrait à chaque instant un flux énergétique infini. Un champ électromagnétique réel est donc nécessairement structuré spatialement au moins en amplitude $E_0(\mathbf{r})$. Enfin, tous les paramètres, amplitude, phase, vecteur d'onde et polarisation, sont en général couplés par l'équation de propagation.

1.1.2 Le faisceau gaussien

Prenons pour exemple un faisceau gaussien, solution fondamentale de l'équation de Helmholtz dans le cadre de l'approximation paraxiale. L'expression de l'amplitude du champ gaussien se propageant dans le vide suivant l'axe z et dont la position du waist est à l'origine est

$$\mathbf{E}(r, z, t) = \sqrt{\frac{2\mathcal{P}}{\pi\epsilon_0 c w(z)}} \frac{1}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[\frac{ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)}\right] \exp[-i\zeta(z)] \exp(i(kz - \omega t)) \mathbf{e}, \quad (1.2)$$

où \mathcal{P} est la puissance du champ, w le rayon à $1/e$ de l'amplitude du champ, avec $w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$, w_0 le rayon minimal (ou waist) du faisceau, $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ la distance de Rayleigh, et $\zeta(z) = \arctan(z/z_R)$ la phase de Gouy. Alors que dans le plan $z = 0$ seule l'amplitude est structurée, dans tous les autres plans la phase est aussi structurée spatialement. Toujours dans le cadre de l'approximation paraxiale, si on observe le faisceau gaussien en champ lointain $z \gg z_R$, la phase est parabolique. L'onde n'étant pas plane, le vecteur d'onde \mathbf{k} est en réalité inhomogène. Il porte donc une composante transverse (perpendiculaire à l'axe z) non nulle, et le champ une composante de polarisation longitudinale \mathbf{E}_z , voir figure 1.1.

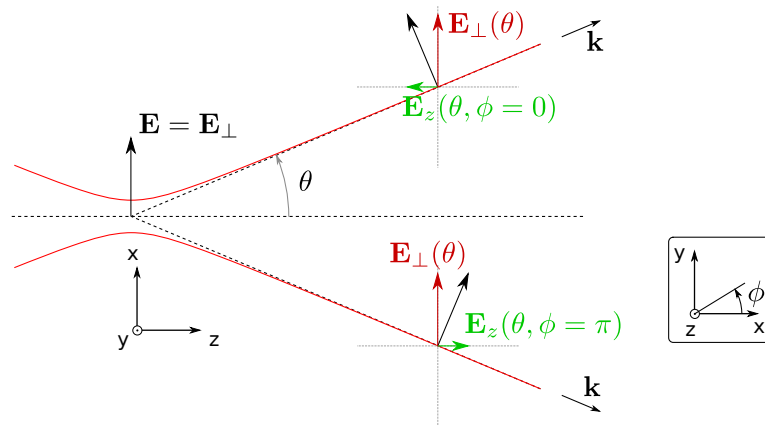


FIGURE 1.1 – Représentation du champ électrique d'un faisceau gaussien se propageant suivant l'axe z en champ lointain. La composante \mathbf{E}_\perp transverse au vecteur d'onde initial développé au premier ordre en θ correspond au champ gaussien paraxial. L'inhomogénéité du vecteur d'onde implique l'existence d'un champ « longitudinal » \mathbf{E}_z , déphasé de π en deux points diamétralement opposés.

Il est intéressant de noter que si la polarisation dans le plan du waist est circulaire $\mathbf{e}_\sigma = \frac{\mathbf{e}_x + i\sigma\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$, où $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ sont les vecteurs unitaires dirigés selon les axes x, y et z de l'espace et $\sigma = \pm 1$, la composante longitudinale est structurée en phase, $E_z \propto \exp(i\sigma\phi)$. La figure 1.1 met en évidence l'opposition de phase de cette composante entre deux points diamétralement opposés par rapport à l'axe de propagation $\mathbf{E}_z(\theta, \phi) = -\mathbf{E}_z(\theta, \phi + \pi)$. Cette structuration de phase implique qu'au centre la phase du champ longitudinal n'est pas définie donc l'amplitude y est nécessairement nulle. Il s'agit alors d'un point singulier pour la répartition de la phase, dit singularité de phase, aussi appelé vortex optique. L'amplitude de la composante longitudinale croît linéairement avec θ au premier ordre, en sortant de l'approximation paraxiale elle est suffisamment importante pour pouvoir être observée expérimentalement [1, 2], voir figure 1.2.

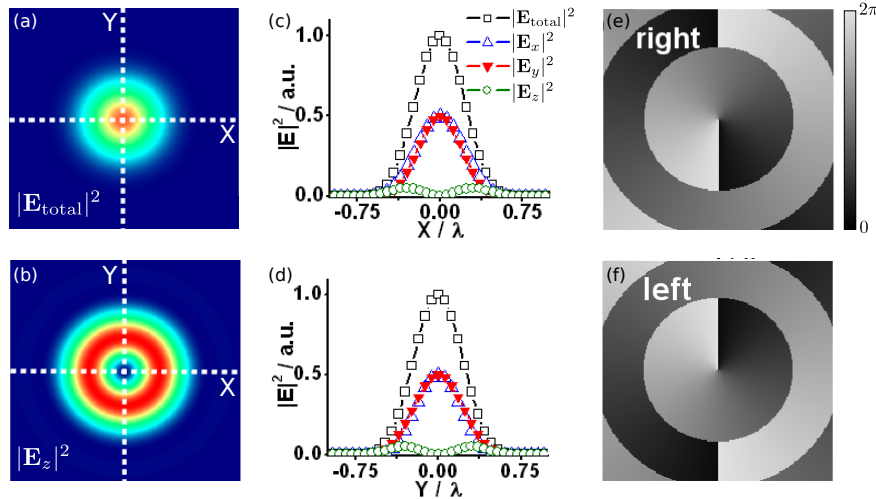


FIGURE 1.2 – Simulation de l'intensité dans le plan focal d'un faisceau gaussien fortement focalisé d'ouverture numérique $O.N. = 1,3$. (a) et (b) distributions d'intensité normalisée du champ total et de la composante longitudinale. (c) et (d) profils d'intensité selon les axes X et Y . (e) et (f) distribution de la phase de la composante longitudinale pour les polarisations circulaires droite (e) et gauche (f). Figure adaptée de [1].

De plus, le champ transversal porte une composante de circularité opposée $\mathbf{e}_{-\sigma}$ de phase $\exp(-2i\sigma\phi)$, dont l'amplitude est proportionnelle à θ^2 au second ordre.

Cet effet de structuration par une focalisation à ouverture numérique élevée d'un faisceau gaussien par des éléments isotropes et à symétrie cylindrique in-

duit des effets qui semblent contre-intuitifs dans l'approche paraxiale, comme la focalisation asymétrique d'un faisceau polarisé linéairement [3] et le transfert de moment orbital angulaire à des particules dans le cas de polarisations circulaires [4].

En effet, un des intérêt fondamentaux d'un champ de phase structuré selon l'azimut ϕ , de la forme $E \propto \exp(i\ell\phi)$ avec $\ell \in \mathbb{Z}$, est de transporter un moment orbital angulaire de $\ell\hbar$ par photon, montré théoriquement en 1992 par Allen sur les modes de Laguerre-Gauss [5].

Ainsi, partant d'un simple modèle de faisceau gaussien (amplitude réelle structurée en un plan) on peut mettre en évidence dans sa propagation plusieurs paramètres structurés, sa phase, la direction de son vecteur d'onde et sa polarisation. Et plus spécifiquement l'apparition d'une structuration singulière de la phase. L'objet d'étude de cette thèse est la structuration de singularités de phase dans les faisceaux paraxiaux.

1.1.3 Modes de Laguerre-Gauss

Le faisceau gaussien est le mode fondamental pour la base de solutions des modes de Laguerre-Gauss. Cet ensemble de modes, dont les premiers sont illustrés sur la figure 1.3, forme une base en coordonnées cylindriques pour toute solution de l'équation de Helmholtz dans l'approximation paraxiale. Leur amplitude complexe s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{LG}_{p,\ell}(r, \phi) = & \sqrt{\frac{2^{|\ell|} p!}{(p + |\ell|)!} \frac{2\mathcal{P}}{\pi \epsilon_0 c} \frac{1}{w(z)}} \left[\frac{r}{w(z)} \right]^{|\ell|} \exp \left[-\frac{r^2}{w^2(z)} \right] L_p^{|\ell|} \left[\frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \\ & \exp[i\ell\phi] \exp \left[\frac{ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \exp[-i(2p + |\ell| + 1)\zeta(z)], \end{aligned} \quad (1.3)$$

avec $\ell \in \mathbb{Z}$ l'indice azimutal et $p \in \mathbb{N}$ l'indice radial et où $L_p^{|\ell|}$ sont les polynômes de Laguerre généralisés :

$$L_p^{|\ell|}[X] = \sum_{n=0}^p (-1)^n \frac{(p + |\ell|)!}{n!(p - n)!(n + |\ell|)!} X^n. \quad (1.4)$$

On remarque que les modes $\ell \neq 0$ portent un terme de phase à dépendance azimutale $\exp[i\ell\phi]$. À l'instar des modes de Hermite-Gauss dans les cavités à symétrie rectangulaire, les singularités de phase peuvent être formés de façon

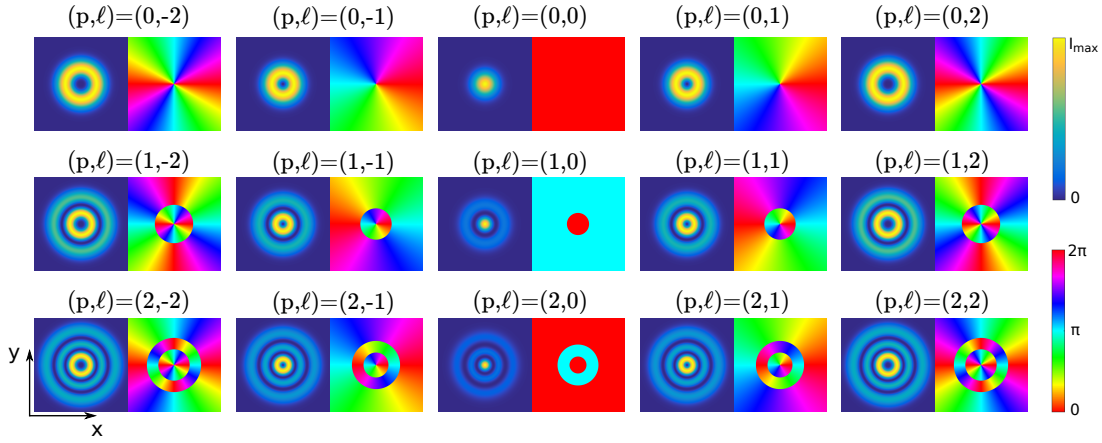


FIGURE 1.3 – Profils des modes de Laguerre-Gauss en $z = 0$, à gauche en intensité, à droite phase correspondante pour les premiers ordres $-2 \leq p \leq 2$ et $0 \leq \ell \leq 2$.

très pure sous forme de modes de Laguerre-Gauss à l'intérieur de cavités laser à symétrie cylindrique, par exemple en plaçant un disque absorbant l'intensité dans l'axe de la cavité [6].

On peut identifier visuellement l'ordre p d'un faisceau de Laguerre-Gauss par le nombre d'anneaux d'intensité nulle le formant. En revanche l'identification de l'ordre ℓ nécessite de faire interférer le mode avec un faisceau de référence. Autour du centre d'un faisceau de Laguerre-Gauss toutes les phases de 0 à $2\pi\ell$ sont présentes, donc dans un dispositif interférentiel la singularité se caractérise par la convergence de plusieurs franges. En particulier dans un dispositif d'interférences en coin d'air (faisceau de référence à incidence oblique) les franges forment une bifurcation au centre et la différence du nombre de franges de part et d'autre du plan d'incidence correspond à la charge topologique en valeur absolue $|\ell|$, fig 1.4(a). L'orientation de la fourche dépend de la direction d'incidence du faisceau de référence et du signe de la charge topologique. Dans une configuration d'interférences en lame d'air (phase du faisceau de référence parabolique de direction de propagation coaxiale), les franges forment une spirale dont le nombre de branches correspond à la charge topologique $|\ell|$, fig 1.4(b). Le sens de la spirale dépend du signe de la charge topologique et du gradient de phase (faisceau convergent ou divergent).

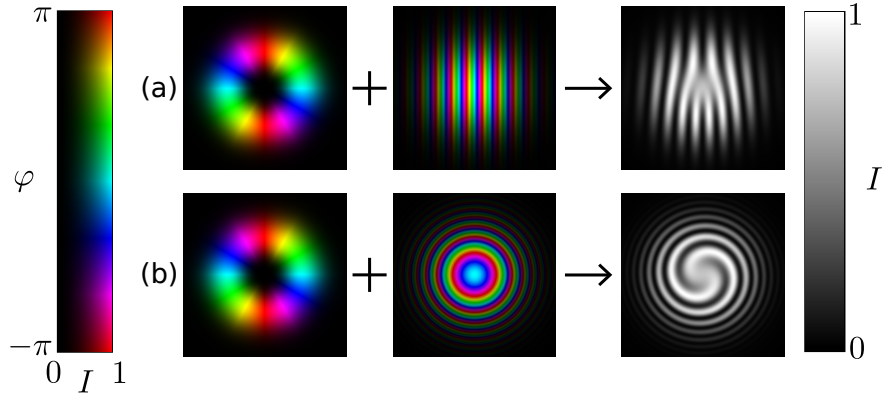


FIGURE 1.4 – Simulations d'interférences entre un faisceau portant singularité de phase de charge $\ell = +2$ à incidence normale avec (a) un faisceau gaussien à incidence oblique; (b) un faisceau gaussien de phase parabolique. Pour plus de clarté, les faisceaux de référence et vortex sont représentés en niveaux de luminosité pour l'intensité et en niveaux de teinte pour la phase.

1.1.4 Singularités de phase dans les interférences

Les singularités de phase des champs électromagnétiques ne sont pas seulement associés à la focalisation de faisceaux gaussien ou des modélisations mathématiques idéales de décompositions modales de solutions d'une équation différentielle, elles sont naturellement présentes dans tout champ électromagnétique, notamment dans les interférences. On définit une singularité de phase comme une zone de l'espace où la phase n'est pas définie. À ce titre elles apparaissent dans les franges d'interférences à deux ondes. L'interférence de deux ondes planes cohérentes de même amplitude et de vecteurs d'onde \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 différents sur un plan consiste en une alternance de franges sombres et lumineuses. Leur amplitude complexe est de la forme

$$A(\mathbf{r}) = A \cos(\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}), \quad (1.5)$$

avec \mathbf{r} le vecteur position dans le plan, $\mathbf{k}_m = \frac{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}{2}$ le vecteur d'onde moyen, et $\mathbf{k}_d = \frac{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2}{2}$. Les franges sombres situées sur les lignes d'équations $\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{r} = \frac{\pi}{2}[\pi]$ correspondent aux changements de signe du pré-facteur $\cos(\mathbf{k}_d \cdot \mathbf{r})$, donc à des sauts de phase de π . Les franges d'interférence noires sont donc des formes de singularités de phase sous forme de lignes. De façon analogue on peut également noter que les nœuds d'une corde vibrante constituent des singularités de phase dans un espace à une dimension.

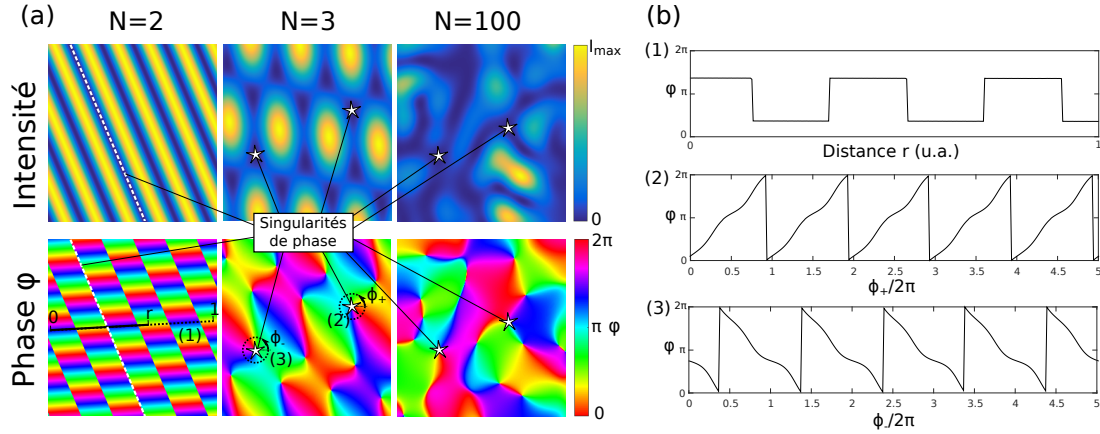


FIGURE 1.5 – (a) Interférences à N ondes de même fréquence ayant des directions de vecteurs d’onde \mathbf{k}_n aléatoires. Les étoiles et pointillés blancs mettent en évidence des singularités de phase. (b) Profils de phase le long des chemins pointillés noirs : (b.1) sauts de phase de π sur les franges sombres d’interférences à deux ondes ; (b.2) rampe de phase de 2π /tour autour d’un vortex de charge $\ell = +1$; (b.3) rampe de phase de -2π /tour autour d’un vortex de charge $\ell = -1$.

Dès l’introduction d’une troisième onde, comme présenté sur la figure 1.5, on voit apparaître des singularités de phase associées à des points d’intensité nulle régulièrement répartis dans le plan. La phase autour de ces points varie de façon continue de 0 à 2π dans le sens horaire ou anti-horaire. Ces singularités apparaissent pour toute interférence de $N \geq 3$ ondes planes. En particulier on peut observer des singularités de phase dans un champ cohérent diffusé par une surface rugueuse, sous forme de dislocations du front d’onde (analogues aux les dislocations dans les cristaux [7]), par exemple dans les tavelures du laser [8, 9], voir figure 1.6.

Ainsi tout champ électromagnétique réel, paraxial ou non, présente des singularités de phase et porte ainsi localement ou globalement un moment orbital angulaire. Par la suite on s’intéresse à la génération contrôlée de vortex optique par des phénomènes linéaires dans des faisceaux paraxiaux on en résume donc les principales approches utilisées jusqu’à présent dans la section suivante.

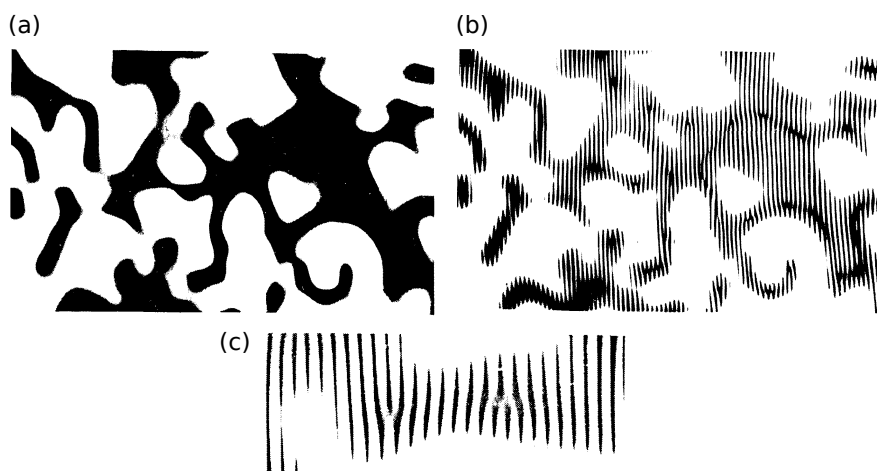


FIGURE 1.6 – Photographies de tavelures tirées de [9]. (a) Tavelures provenant de la diffusion d’un faisceau laser sur une surface rugueuse ; (b) interférence de la même figure de tavelure avec un faisceau de référence non structuré d’incidence oblique ; (c) région de la figure d’interférences mettant en évidence deux singularités de signes opposés. Les franges dans les zones sombres de la photographie (b) révèle que le champ dans les zones noires de la photographie (a) n’est pas nul, c’est juste que l’image est trop contrastée.

1.2 Mise en forme topologique de la lumière

Pour mettre en forme une singularité de phase dans un faisceau on peut moduler les différents paramètres présentés avec l’onde plane : la norme de l’amplitude, la phase de l’amplitude, la polarisation et le vecteur d’onde. Ces paramètres étant liés au cours de la propagation, des liens existent entre les différentes techniques présentées.

1.2.1 Modulation d’amplitude

Le procédé d’holographie par modulation d’amplitude permet de mettre en forme la phase sur les faisceaux diffractés. Historiquement ce sont des masques conçus sur plaques photographiques en y exposant l’interférence entre un champ provenant d’un objet réel et une onde de référence. Après développement, la pellicule se comporte comme un réseau a priori inhomogène dont le premier ordre de diffraction porte la phase du champ provenant initialement de l’objet lorsque le réseau est éclairé par une onde sonde similaire à l’onde de référence,

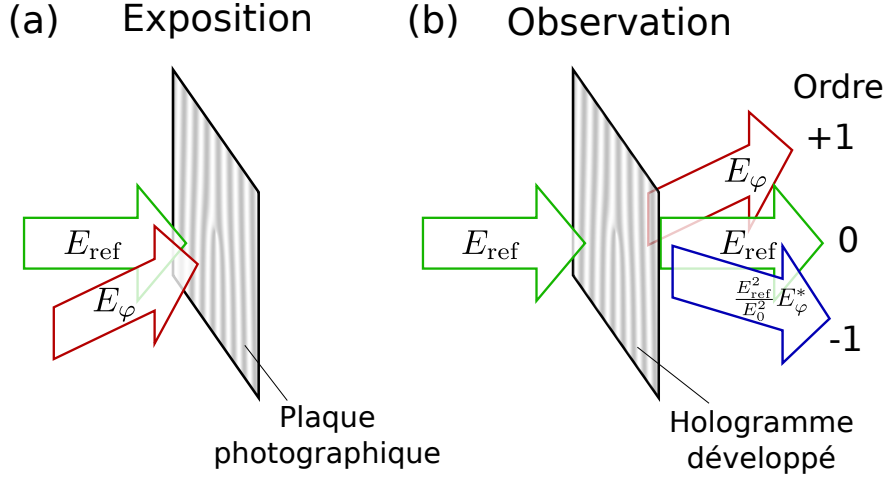


FIGURE 1.7 – Procédé d’holographie. (a) Lors de l’exposition la figure d’interférence entre l’onde de référence E_{ref} et l’onde à reproduire E_{φ} est enregistré sur la plaque photographique. (b) On observe l’onde enregistrée dans l’ordre +1 en éclairant le réseau développé par l’onde de référence.

ceci permet ainsi un rendu de l’objet en relief [10].

Ce type d’hologramme est décrit comme un masque dont la transmission en amplitude t est, dans un cas idéal, proportionnelle à l’éclairement de la figure d’interférence dans le plan de la plaque photographique entre deux ondes d’amplitudes d’amplitude réelle E_0 : une onde de référence $E_{\text{ref}} = E_0 \exp(i\mathbf{k}_{\text{ref}} \cdot \mathbf{r})$ et une onde objet portant la phase recherchée $E_{\varphi} = E_0 \exp(i\varphi)$, voir Fig. 1.7 (a). La transmission peut s’écrire de façons équivalentes sous les formes

$$t = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{1}{E_0^2} (E_{\varphi} E_{\text{ref}}^* + E_{\text{ref}} E_{\varphi}^*) \quad (1.6)$$

ou

$$t = \cos^2((\varphi - \mathbf{k}_{\text{ref}} \cdot \mathbf{r})/2) \quad (1.7)$$

Si on éclaire le masque avec l’onde de référence utilisée pour l’écriture, l’amplitude de l’onde transmise est, d’après l’équation (1.6),

$$tE_{\text{ref}} = \frac{1}{2} E_{\text{ref}} + \frac{1}{4} E_{\varphi} + \frac{1}{4} \frac{E_{\text{ref}}^2}{E_0^2} E_{\varphi}^*. \quad (1.8)$$

Elle est composée de trois termes, le premier proportionnel à l’amplitude de référence correspond au signal non diffracté (ordre 0), le second porte exactement la phase recherchée (ordre 1) et le dernier porte la phase conjuguée (ordre -1), voir fig. 1.7(b).

En pratique la transmission en amplitude de l'hologramme n'est pas proportionnelle à l'éclairement de la figure d'interférence. En effet, le procédé d'exposition n'est en général pas linéaire et peut par exemple saturer, ou il peut s'agir d'un masque de transmission binaire pour des procédés de réalisation simples. De manière générale, on écrit la transmission, par analogie avec l'équation 1.7, sous la forme

$$t = f((\varphi - \mathbf{k}_{\text{ref}} \cdot \mathbf{r})/2), \quad (1.9)$$

où f est une fonction 2π -périodique à valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$. Par conséquent la transmission peut se développer en série de Fourier de la forme $t = \sum_{m \in \mathbb{Z}} t_m$ avec

$$t_m = c_m \exp(im(\varphi - \mathbf{k}_{\text{ref}} \cdot \mathbf{r})), \quad (1.10)$$

où $m \in \mathbb{Z}$ désigne l'ordre de diffraction et c_m sont les coefficients associés à la décomposition en série de Fourier de la fonction f . L'ordre de diffraction m porte une phase $m\varphi$, l'ordre 1 porte donc toujours la phase de l'onde objet. L'avantage de la technique holographique est qu'il n'est pas nécessaire d'avoir à disposition l'objet pour le créer par diffraction. Il suffit simplement de synthétiser le masque de transmission adapté à l'onde de référence disponible et à l'onde désirée. L'hologramme peut alors être calculé numériquement puis imprimé [11]. Les hologrammes pour générer des vortex optiques à partir de faisceaux gaussiens sont donc similaires aux figures d'interférences présentées en figure 1.4.

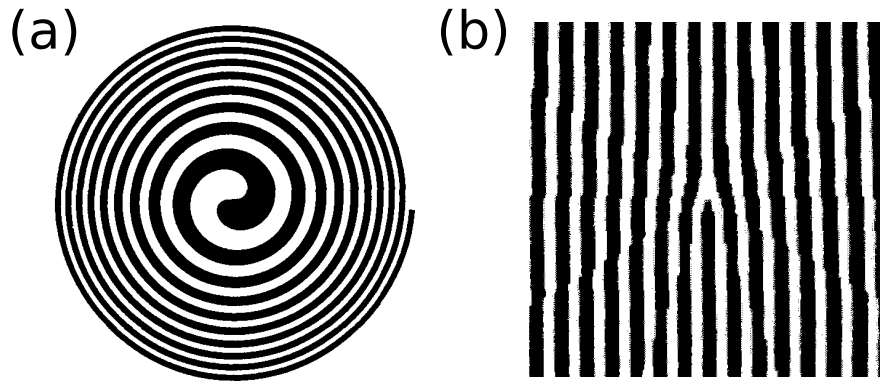


FIGURE 1.8 – Deux types d'hologrammes binaires calculés par ordinateur générant une singularité de phase de charge 1. (a) le réseau de Soret en spirale [11]; (b) le réseau bifurqué [12].

Si les directions de propagation de l'onde de référence et de l'onde objet sont coaxiales, le réseau a une forme de spirale, fig. 1.8(a). Il est analogue au réseau

circulaire de Soret, écran opaque percé d'une série d'ouverture en forme d'anneaux concentriques [13, 14]. Ce type de réseau se comporte comme une lentille ayant plusieurs valeur de distance focale en fonction de l'ordre de diffraction. Donc, éclairé à incidence normale, les différents ordres de diffraction sont des vortex localisés sur chaque point de focalisation. Cependant, les ordres se propageant tous suivant le même axe cette méthode n'est en pratique pas efficace pour isoler un faisceau vortex pur.

Pour que les faisceaux soient spatialement séparable l'hologramme peut-être réalisé par simulation d'interférences dans le cas où les champs objet et de référence ne sont pas coaxiaux, fig. 1.8 (b). Si l'onde de référence est une onde plane d'incidence oblique $\theta_{\text{ref}} \ll 1$ alors $E_{\text{ref}} = \exp(ik_{\text{ref}}x\theta_{\text{ref}})$ et l'onde sonde est de nombre d'onde et d'incidence différente $E_{\text{sonde}} = \exp(ikx\theta)$ alors

$$tE_{\text{sonde}} = \sum_m c_m \exp(ikx(\theta - m\frac{k_{\text{ref}}}{k}\theta_{\text{ref}}) + im\varphi) \quad (1.11)$$

L'ordre m est donc dévié d'un angle $-m\frac{k_{\text{ref}}}{k}\theta_{\text{ref}}$ par rapport à l'axe de l'onde sonde, ce qui permet d'isoler les différents ordres en champ lointain, chacun de charge différente [15]. En plus de la séparation des ordres par la déviation, ce type d'hologramme permet de mettre en forme des faisceaux plus complexes comme les modes de Laguerre-Gauss [11, 12].

Aujourd'hui la modulation d'amplitude est marginalement utilisée seule pour la mise en forme de faisceau topologique, elle est peu efficace et l'évolution technique, comme les modulateurs spatiaux de lumière contrôlés numériquement qui permettent de moduler directement la phase, la rend obsolète.

1.2.2 Modulation de polarisation

La modulation de polarisation consiste à modifier spatialement l'état de polarisation d'un front d'onde, par exemple avec un polariseur linéaire dont l'orientation est inhomogène. En filtrant le faisceau obtenu par un analyseur circulaire, on retrouve un faisceau polarisé de façon homogène mais dont la phase est structurée.

Dans le formalisme de Jones, la projection d'un état de polarisation circulaire sur un polariseur linéaire dont l'orientation est donnée dans le plan (x, y) par

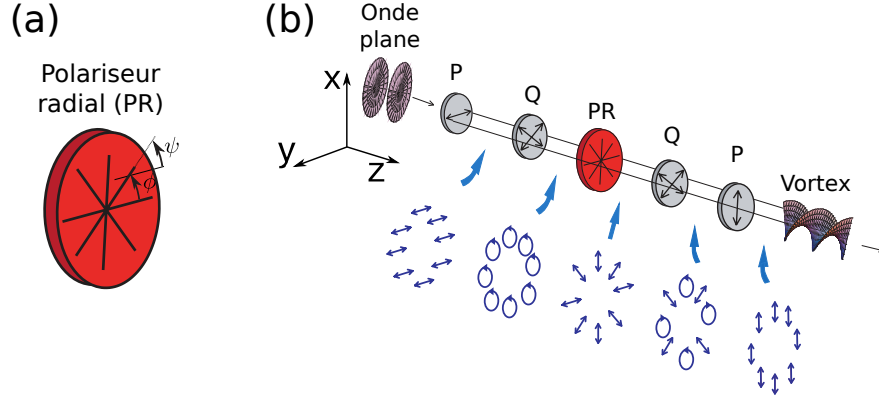


FIGURE 1.9 – Génération de vortex optique achromatique par un polariseur radial. (a) Géométrie du polariseur radial, l'orientation de l'axe du polariseur est égale à la coordonnée azimutale $\phi = \psi$. (b) Dispositif permettant de générer un vortex et description de la répartition de l'état de polarisation à chaque étape, (P) pour polariseur, (Q) pour lame quart-d'onde. Les champs en $z = z_1$ et $z = z_2$ sont donnés par les Eq. (1.12) et (1.13) dans le cas général $\psi = \psi(x, y)$. Figure tirée de [16].

l'angle ψ s'écrit dans la base $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ comme

$$E(z = z_1) = \begin{pmatrix} \cos^2 \psi & \cos \psi \sin \psi \\ \cos \psi \sin \psi & \sin^2 \psi \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} \exp(i\psi). \quad (1.12)$$

Supposons que ψ corresponde à une distribution inhomogène. On note une dépendance de la phase avec l'orientation ψ du polariseur mais l'état de polarisation n'est pas homogène. On peut projeter ce faisceau sur un état de polarisation donné par transmission à travers une lame quart d'onde puis un polariseur linéaire incliné à 45° . On obtient alors

$$E(z = z_2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} \exp(i\psi) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \exp(2i\psi). \quad (1.13)$$

Prenons le cas particulier décrit dans la figure 1.9 où $\psi = \phi$, ϕ représentant la coordonnée azimutale par rapport au centre du polariseur. On obtient alors d'après l'équation (1.13) que le faisceau obtenu est un vortex optique de charge $\ell = 2\sigma$ quelle que soit la longueur d'onde du champ incident [16]. Toutefois, rappelons que l'obtention d'un faisceau vortex achromatique demande l'utilisation de lames quart-d'onde achromatiques. La projection à deux reprises de la polarisation réduit l'efficacité en transmission à 25% au mieux.

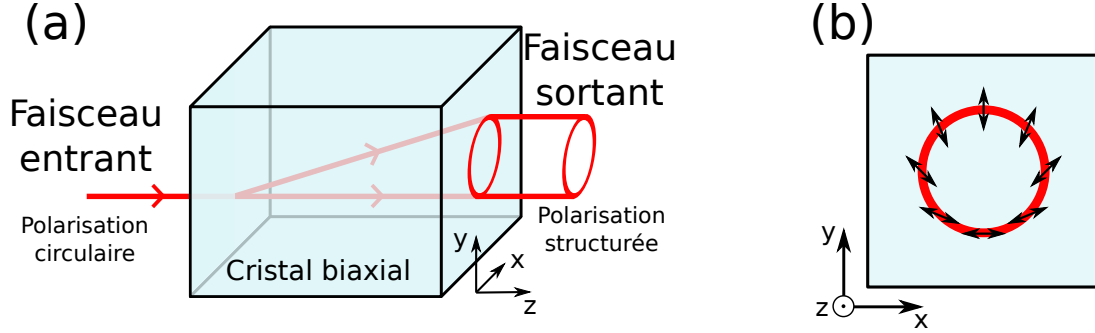


FIGURE 1.10 – Structuration de la polarisation d’un faisceau incident polarisé circulairement par un milieu anisotrope biaxe. (a) Illustration de la réfraction conique dans le cristal. (b) Structure de la polarisation du faisceau sortant.

Un système analogue s’affranchissant de la première projection consiste à exploiter les propriétés de réfraction conique des cristaux anisotropes biaxes. Au passage d’un dioptre séparant un milieu isotrope d’un milieu biaxe, la direction d’un faisceau de polarisation linéaire dépend de l’orientation de sa polarisation par rapport aux axes du cristal. Si la polarisation du faisceau incident est circulaire le faisceau est réfracté suivant plusieurs directions formant un cône, voir Fig. 1.10 (a), et à chaque direction correspond une polarisation linéaire. L’anneau sortant est structuré en polarisation, voir Fig. 1.10 (b), et peut être converti comme précédemment, avec l’association d’une lame quart d’onde et d’un polariseur en aval, en un vortex optique [17]. La dispersion du cristal peut être compensé par un prisme [18] pour rendre ce processus achromatique. Cette méthode se limite à une structuration de vortex de charge $|\ell| = 1$, car à un état de polarisation linéaire transmis correspond un unique angle de réfraction.

1.2.3 Manipulation de la phase de Gouy

Cette approche se base sur la décomposition de mode de Laguerre-Gauss $LG_{p,q}$ sur les modes électromagnétiques transverses de Hermite-Gauss $HG_{p,q}$:

$$\begin{aligned}
 HG_{p,q}(x, y, z) = & \sqrt{\frac{1}{2^{p+q} p! q!} \frac{2\mathcal{P}}{\pi \epsilon_0 c} \frac{1}{w(z)}} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right] H_p\left[\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right] H_q\left[\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right] \\
 & \exp\left[\frac{ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)}\right] \exp[-i(p+q+1)\zeta(z)]
 \end{aligned}
 \tag{1.14}$$

où H_n désigne le polynôme d'Hermite d'ordre n :

$$H_n[X] = \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} (-1)^k \frac{n!}{k!(n-2k)!} (2X)^{n-2k}. \quad (1.15)$$

La phase de Gouy est le terme de phase $\zeta(z) = \arctan(z/z_R)$ dans la propagation des faisceaux gaussiens, voir équations 1.2, 1.3 et 1.14. La focalisation de ces modes par une lentille cylindrique alignée avec l'un de ses axes de symétrie dépend du mode [19]. En utilisant une paire de lentilles cylindrique il est donc possible de déphaser les composantes de Hermite-Gauss d'un faisceau arbitraire. Comme démontré dans [20, 5], la décomposition des modes LG et HG^{45° incliné à 45° sur les modes HG non inclinés sont analogues, à des facteurs $(-i)^n$ près. Par exemple $\text{HG}_{1,0}^{45^\circ} \propto \text{HG}_{1,0} + \text{HG}_{0,1}$ et $\text{LG}_{0,1} \propto \text{HG}_{1,0} + i\text{HG}_{0,1}$, comme illustré sur la figure 1.11.

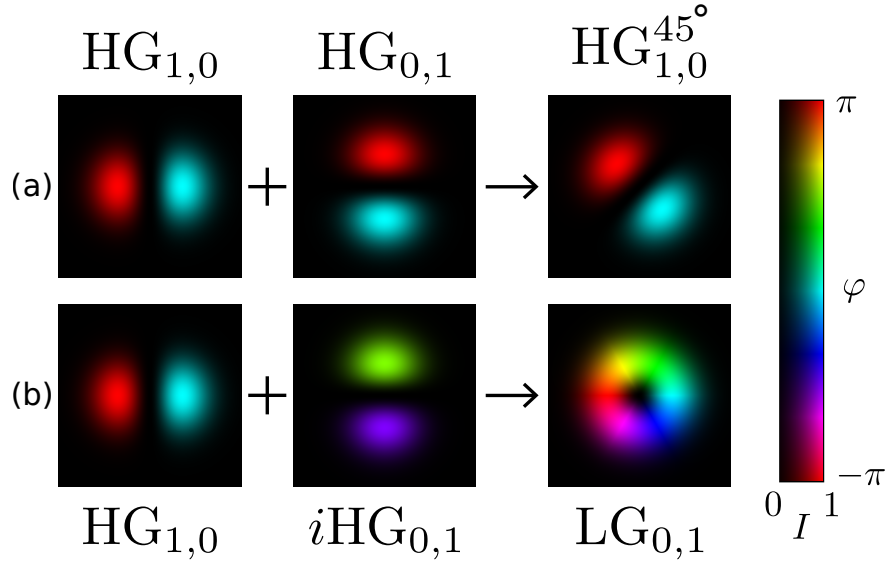


FIGURE 1.11 – Décompositions des modes de Hermite-Gauss (1,0) dans un repère incliné de 45° et de Laguerre-Gauss (0,1) selon les modes de Hermite-Gauss. L'intensité est représentée par la clarté et la phase par la teinte.

Donc le mode $\text{HG}_{1,0}^{45^\circ}$ peut être converti en un mode $\text{LG}_{0,1}$ en retardant sa composante $\text{HG}_{0,1}$ de $\pi/2$ par rapport à sa composante $\text{HG}_{1,0}$. Pour ce faire, deux lentilles cylindriques de focales f sont placées parallèlement à l'axe x , distancées de $\sqrt{2}f$, voir Fig. 1.12. Si le mode $\text{HG}_{1,0}^{45^\circ}$ se propage suivant l'axe z de sorte que sa longueur de Rayleigh initiale vérifie $z_R = (1 + 1/\sqrt{2})f$ et que son

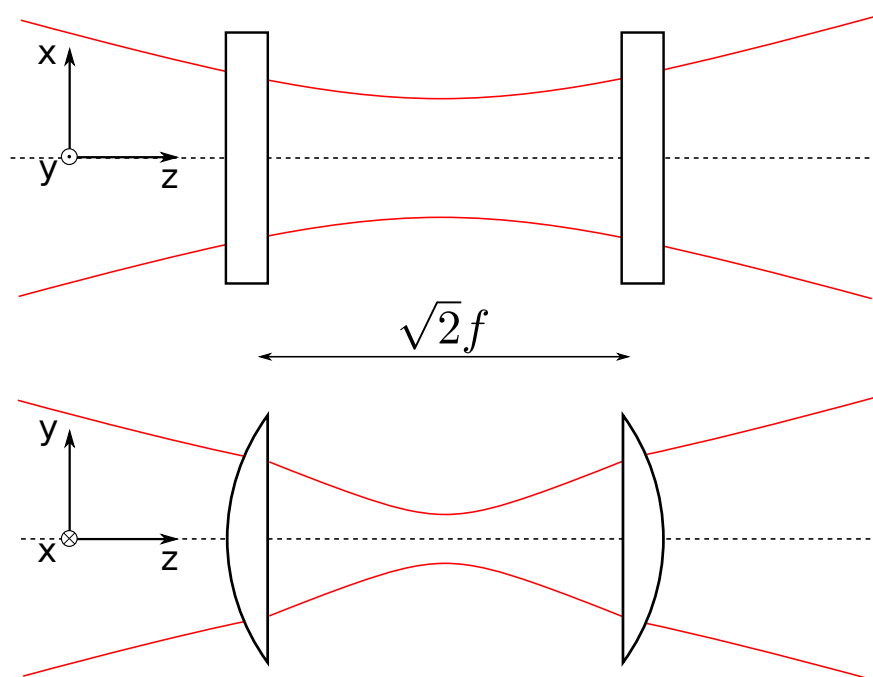


FIGURE 1.12 – Focalisation astigmatique d'un faisceau pour la conversion des modes de Hermite-Gauss vers les modes de Laguerre-Gauss.

waist se situe à équidistance entre les deux lentilles, les composantes $\text{HG}_{1,0}$ et $\text{HG}_{0,1}$ se propagent avec un décalage de phase de Gouy. Au niveau de la seconde lentille la différence de phase entre les deux composantes est $\pi/2$, le faisceau sortant est donc le mode de Laguerre-Gauss recherché. Ce processus peut se généraliser pour toute conversion de mode de Hermite-Gauss vers Laguerre-Gauss et réciproquement [21].

Outre l'aberration chromatique longitudinale provoquée par la dispersion des lentilles qui pourrait être corrigée par l'utilisation d'un doublet achromatique, cette technique est indépendante de la longueur d'onde à condition de vérifier la relation entre la distance focale et la distance de Rayleigh. Toutefois une largeur spectrale de 10 nm semble pouvoir être convertie de façon efficace sans adaptation du dispositif [22].

Malgré l'élégance de cette approche, il faut garder en tête qu'elle nécessite au préalable d'avoir le bon mode de Hermite-Gauss pour le convertir vers l'unique mode de Laguerre-Gauss correspondant. Il s'agit donc en réalité de convertir un faisceau structuré en un autre. En partant du mode gaussien, on ne peut pas obtenir de mode de Laguerre-Gauss par ce système.

1.2.4 Modulation de la phase dynamique

Quelle que soit la nature de l'onde, la phase dynamique est le terme de phase intuitif lié au chemin optique. Si on considère une onde électromagnétique plane de polarisation \mathbf{e} se propageant dans le vide selon l'axe z entre les plans A et B distants d'une longueur L_0 . Son champ s'écrit classiquement sous la forme $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp(i(\mathbf{r} \cdot \mathbf{k} - \omega t))\mathbf{e}$. La phase dynamique est la différence de phase entre les plans A et B, $\varphi_d = kL_0$. Les techniques pour la structurer consistent donc à moduler spatialement le chemin optique de l'onde et correspondent aux outils les plus classiques pour la focalisation de faisceaux. Cela est illustré sur la figure 1.13, avec les cas d'une modulation de l'épaisseur d'un milieu d'indice n homogène (lentille normale), de l'indice du milieu (lentille à gradient d'indice) ou de la surface d'un miroir (miroir sphérique).

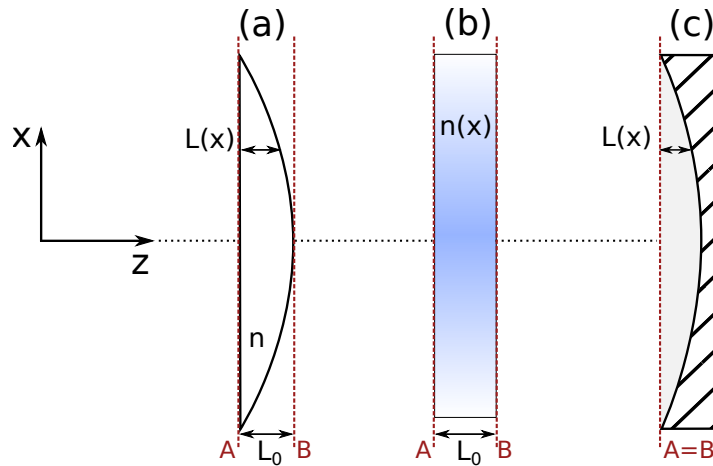


FIGURE 1.13 – Exemples de modulation de phase dynamique au plan B par rapport au plan A pour le cas des systèmes focalisant. (a) Milieu diélectrique d'indice n homogène d'épaisseur $L(x)$ variable $\varphi_d(x) = k(L_0 + L(x)(n - 1))$; (b) milieu diélectrique d'indice $n(x)$ inhomogène $\varphi_d(x) = kL_0n(x)$; (c) surface réfléchissante courbée de profondeur $L(x)$ variable $\varphi_d(x) = 2kL(x)$.

1.2.4.1 Éléments optiques hélicoïdaux

Une approche intuitive pour générer un vortex consiste à créer un élément dont le chemin optique est point pour point proportionnel à la phase du faisceau souhaité. Par exemple en faisant une lentille en forme de d'hélice [23, 24].

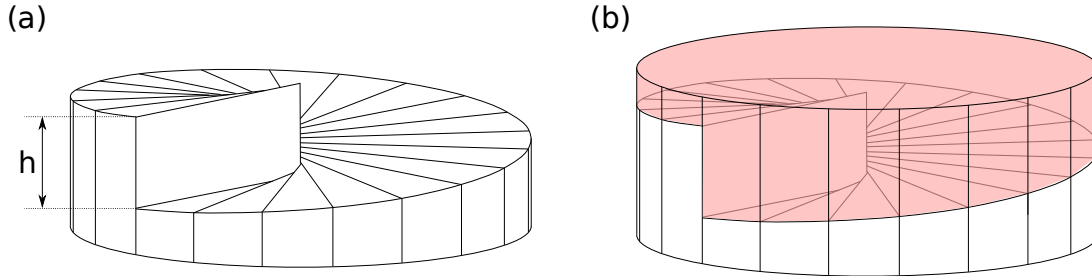


FIGURE 1.14 – (a) *Lentille spiralée simple, inspirée de [24] et lentille spiralée achromatique inspirée de [25].*

La hauteur h de l'hélice est définie de sorte que de part et d'autre de cette marche la différence de marche soit un multiple ℓ de la longueur d'onde $h(n-1) = \ell\lambda$, ℓ correspondant ainsi à la charge du vortex. Le système analogue existe en réflexion, dans ce cas la hauteur h doit correspondre à un multiple demi-entier ou entier de la longueur d'onde. Pour réaliser une charge élevée ℓ tout en gardant une hauteur de marche suffisamment petite, ces éléments peuvent être divisés en plusieurs parts [26].

Une lame est conçue pour générer une charge ℓ pour une longueur d'onde de travail λ_0 donnée. Si $\lambda \neq \lambda_0$ alors le champ sortant sera composé d'une superposition de plusieurs charges, voire d'une autre charge, par exemple 2ℓ pour $\lambda = \lambda_0/2$. La largeur de bande est estimée de 20 nm à 40 nm [25, 27]. Pour réduire cet effet, l'élément peut être constitué de deux lentilles spiralées complémentaires, voir Fig. 1.14 (b), dont la combinaison des matériaux permet de compenser la dispersion à la façon des lames à retard achromatiques [28]. Les matériaux choisis dans [25] permettent de compenser le chromatisme sur une bande allant jusqu'à 140 nm en théorie. Il n'existe pas de réalisation pratique d'un tel élément achromatique connue à ce jour.

1.2.4.2 Modulateurs spatiaux de lumière

Aujourd'hui les modulateurs spatiaux de lumière (SLM) sont les outils les plus utilisés pour la mise en forme de faisceau portant des singularités de phase. Leur contrôle numérique permet depuis 20 ans de mettre en forme la structuration topologique de la phase de champs lumineux [29, 30, 31]. Ils peuvent être basés sur des matrices de micro-miroirs déformés mécaniquement ou un film de cristal liquide contrôlé électriquement. Les matrices de miroirs fonctionnent sur

le principe présenté précédemment, la hauteur de chaque miroir est contrôlée pour moduler la phase localement. En revanche les SLM à cristaux liquides sont basées sur la modulation de l'indice. Un cristal liquide est un matériau formé de molécules allongées dans un état liquide anisotrope. Cet état lui confère des propriétés de biréfringence uniaxe. L'orientation de l'axe optique par rapport à la direction de propagation permet de moduler l'indice effectif pour un faisceau de polarisation linéaire d'orientation incluse dans le plan d'inclinaison de l'axe optique. La figure 1.15 résume le fonctionnement d'un tel SLM.

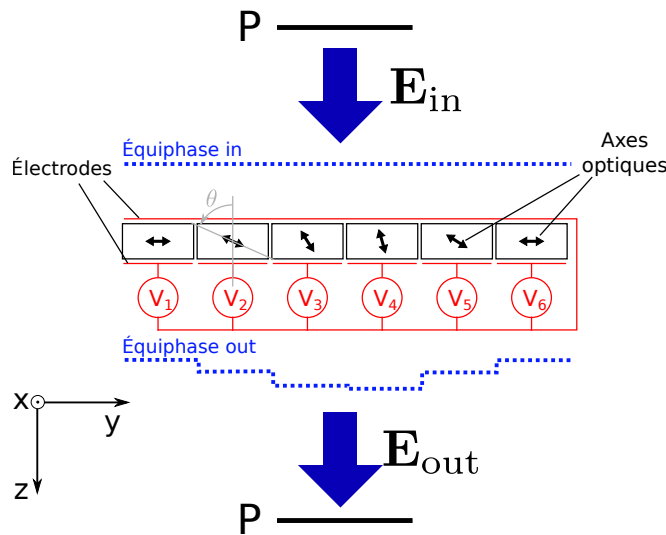


FIGURE 1.15 – Schéma du principe d'un SLM à cristaux liquides. Les axes des polariseurs P sont parallèles à l'axe y . Les tensions appliquées aux bornes de chaque pixel permettent de contrôler spatialement l'orientation de l'axe optique par rapport à l'axe z , et donc le retard associé à la transmission.

Le film de cristal liquide, d'épaisseur constante, est confiné entre deux substrats transparents. Les substrats sont traités de sorte à ce que les molécules de cristal liquide soient toutes parallèles selon une direction dans le plan. Un circuit électronique et un quadrillage d'électrodes est imprimé sur le substrat permettant d'adresser des zones du film en tension de façon indépendante. Le champ électrique permet de contrôler localement l'orientation de l'axe optique par rapport à la normale donc de moduler (de manière optimale) l'indice de réfraction « lu » par une onde dont l'état de polarisation est dans le plan formé par l'axe optique et la normale au dispositif. En effet, pour une onde incidente polarisée selon l'axe d'orientation des cristaux liquides au repos, l'inclinaison θ des molécules

(voir schéma Fig.1.15) correspond à un changement d'indice de réfraction

$$n(\theta) = \frac{n_e n_o}{[n_e^2 \cos^2 \theta + n_o^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} \quad (1.16)$$

où n_o et n_e représentent respectivement les indices ordinaire et extraordinaire du cristal liquide. On retrouve bien $n(\theta = 0) = n_o$ et $n(\theta = \pi/2) = n_e$. Le contrôle de l'angle θ permet donc une modulation de la phase dynamique. Ce type de SLM est en général commercialisé en réflexion, les électrodes contrôlant les pixels sont métalliques donc réfléchissantes et l'onde traverse le film de cristal liquide à deux reprises.

Malgré l'accordabilité des SLM, le retard de phase dynamique est toujours fortement dépendant de la longueur d'onde puisque la phase est proportionnelle à λ^{-1} . Une solution consiste à imprimer un hologramme de phase sur le SLM. Le retard produit par un hologramme de phase à sa longueur d'onde de travail λ_0 correspond simplement à l'amplitude complexe de l'onde objet de vecteur d'onde \mathbf{k}_0 ($|\mathbf{k}_0| = 2\pi/\lambda_0$) incliné d'un angle θ_0 selon l'axe x par rapport à la normale dans le plan du SLM

$$\varphi_{\lambda_0}(x, y) = k_0 \sin(\theta_0)x + \varphi(x \cos(\theta_0), y), \quad (1.17)$$

où φ correspond à la phase de l'onde objet dans le plan transverse au vecteur d'onde. En réalité le retard que peut provoquer un SLM est souvent limité à $[0, 2\pi]$ donc la relation 1.17 peut être corrigée sous la forme

$$\varphi_{\lambda_0}^{\text{SLM}} = 2\pi \left\{ \frac{\varphi_{\lambda_0}}{2\pi} \right\}, \quad (1.18)$$

où les accolades $\{a\}$ désignent la partie fractionnaire du nombre a . Le SLM produit donc un déphasage en dents de scie avec des sauts de phase de 2π . La phase dynamique étant proportionnelle au nombre d'onde, le retard produit sur une onde de nombre d'onde k en incidence normale est

$$\varphi_{\lambda}^{\text{SLM}} = 2\pi \frac{k}{k_0} \left\{ \frac{\varphi_{\lambda_0}}{2\pi} \right\}, \quad (1.19)$$

et les sauts de phase sont de pas $2\pi k/k_0$. L'amplitude complexe en sortie du SLM pour un faisceau de nombre d'onde k à incidence normale est proportionnelle à

$$\exp\left(2i\pi \frac{k}{k_0} \left\{ \frac{\varphi_{\lambda_0}}{2\pi} \right\}\right). \quad (1.20)$$

Cette dernière étant 2π -périodique en fonction de φ_{λ_0} elle peut se décomposer sous forme d'une série de Fourier

$$\sum_{m \in \mathbf{Z}} c_m \exp(im\varphi_{\lambda_0}) \quad (1.21)$$

où $c_m = \exp(i\pi(\frac{k}{k_0} - m)) \text{sinc}(\pi(\frac{k}{k_0} - m))$ sont les coefficients de Fourier, avec sinc la fonction sinus cardinal. Alors l'ordre m est $\exp(ikxm \frac{k_0}{k} \sin(\theta_0) + m\varphi(x \cos(\theta_0), y))$, donc il est dévié d'un angle θ vérifiant $\sin(\theta) = m \frac{k_0}{k} \sin(\theta_0)$ portant une phase sur son plan transversal $m\varphi(\frac{\cos(\theta_0)}{\cos(\theta)}x, y)$.

Dans l'approximation des petits angles pour l'ordre 1, les longueurs d'ondes diffractées portent toutes la phase de l'onde objet, cependant elles sont dispersées en déviation. La dispersion angulaire peut être compensée par un second élément dispersif, prisme, réseau ou SLM placé de façon symétrique au premier élément dispersif [32, 33].

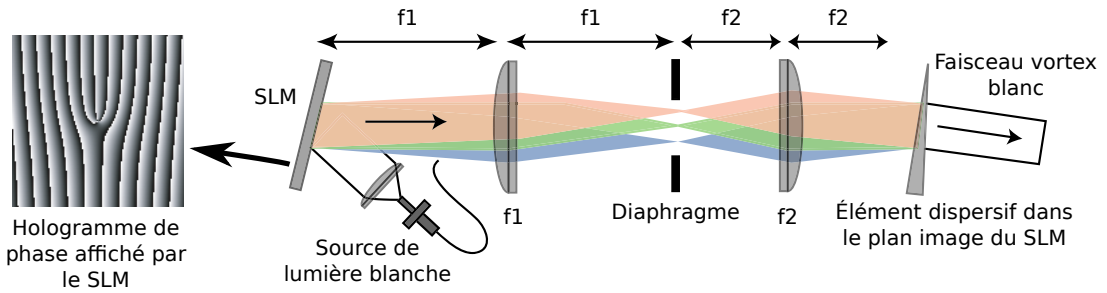


FIGURE 1.16 – Compensation de la dispersion angulaire d'un hologramme par un second élément dispersif. Le schéma est issu de [32].

1.3 Phase géométrique

La phase géométrique, aussi nommée phase de Berry, est un concept général en physique qui intervient aussi bien dans les systèmes quantiques que classiques [34, 35]. Des liens théoriques peuvent en effet être faits entre la phase géométrique et la rotation du plan d'oscillation du pendule de Foucault [36] ou l'équilibre d'un chat lors d'une chute libre [37] par exemple. Il s'agit d'un paramètre de phase dépendant de la géométrie du chemin parcouru dans l'espace des paramètres du système.

En optique, la phase de Berry est liée à la notion d'interaction spin-orbite, le moment angulaire de spin étant défini par l'état de polarisation du faisceau,

et le moment orbital angulaire par la répartition spatiale de la phase. Elle se manifeste sous deux formes, la phase de Rytov-Vladimirskii-Berry (R-V-B) [38] et la phase de Phancharatnam-Berry (P-B) [39, 40].

1.3.1 Spin et hélicité du photon

On décrit la circularité de la polarisation en position receveur, l'observateur d'une onde polarisée circulairement lui arrivant de face voit le vecteur champ électrique tourner. Si le sens de rotation est celui des aiguilles d'une montre, la polarisation est dite circulaire droite, dans le cas inverse elle est circulaire gauche. L'hélicité du photon correspond à la projection de son spin \mathbf{s} suivant sa direction de propagation $\mathbf{k}/|\mathbf{k}|$, $\Lambda = \frac{\mathbf{s} \cdot \mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}$, donc une circularité droite correspond à une hélicité $\Lambda = -1$ et gauche à $\Lambda = +1$ en unités de \hbar . Le spin en projection sur l'axe z décrit l'état de polarisation relativement à un repère où l'axe z est l'axe de propagation de l'onde, quel que soit son sens. Dans un plan fixé dont \mathbf{e}_z est la normale, le champ électrique tournant dans le sens horaire (ou anti-horaire) porte respectivement une projection du spin $s_z = \mathbf{s} \cdot \mathbf{e}_z = \sigma \hbar$ négative $\sigma = -1$ (ou positive $\sigma = +1$) en projection sur \mathbf{e}_z , indépendamment de la direction de propagation, voir figure 1.17. Les vecteurs unitaires définissant l'état de polarisation correspondent alors à $\mathbf{e}_\sigma = \frac{\mathbf{e}_x + i\sigma\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$. On remarque que les paramètres sont liés par la relation $\sigma \mathbf{k} \cdot \mathbf{e}_z = \Lambda k$.

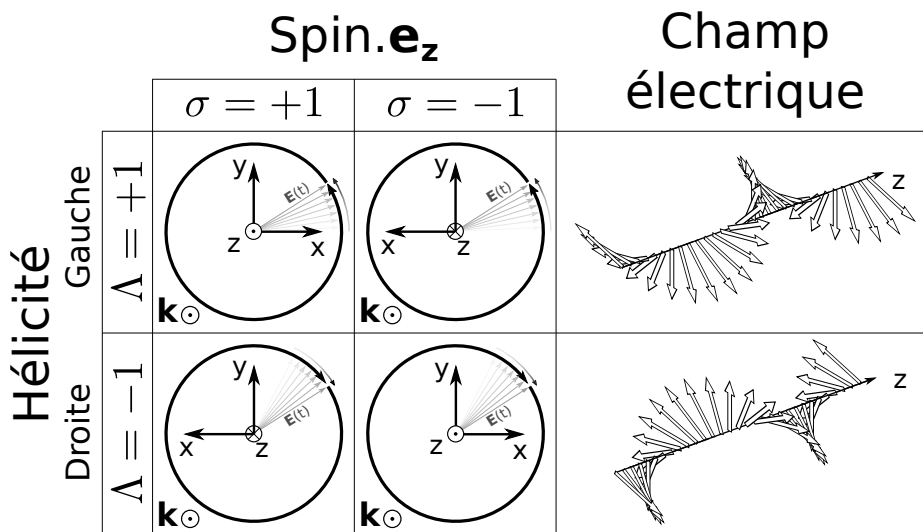


FIGURE 1.17 – Convention pour la description de la polarisation. La polarisation est dite circulaire gauche pour $\Lambda = +1$ et droite pour $\Lambda = -1$.

1.3.2 Phase géométrique de Rytov-Vladimirskii-Berry

La phase de Rytov-Vladimirskii-Berry est provoquée par l'évolution de l'orientation du spin en fonction du chemin suivi dans l'espace, par exemple elle peut être observée expérimentalement en faisant interférer deux faisceaux ayant suivi deux chemins non planaires [41].

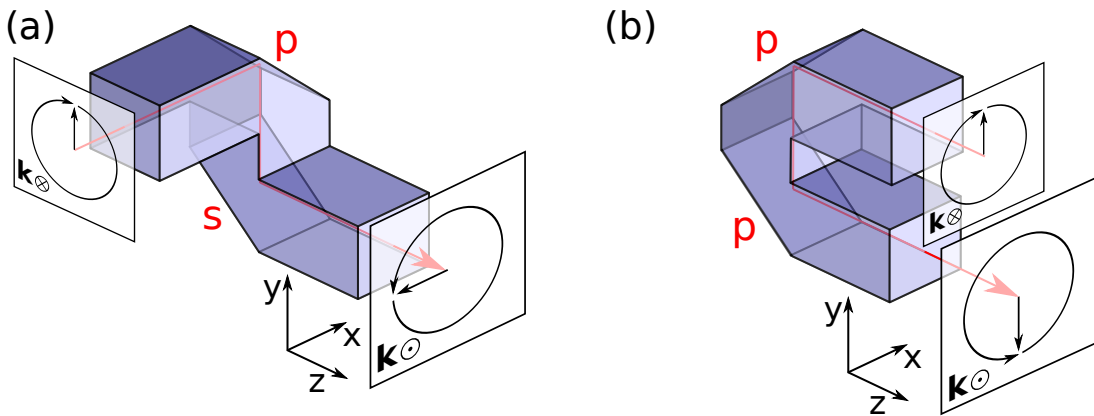


FIGURE 1.18 – Exemple pour la phase de Rytov-Vladimirskii-Berry (R-V-B), deux prismes, inspirés de [42], symétriques à double réflexion totale interne dont les biseaux forment un angle de 45° avec le plan (z, x) sont représentés, une polarisation initiale parallèle à l'axe y subit deux réflexions internes, p puis s pour le cas (a) et deux fois p pour le cas (b). La différence de l'axe de polarisation en sortie de chacun se traduit par un déphasage pour ses composantes circulaires.

Prenons l'exemple illustré sur la figure 1.18. Deux prismes de géométries différentes sont illustrés, un faisceau à incidence normale sur la face d'entrée de chacun est réfléchi à deux reprises sur deux plans inclinés à 45° . La direction de propagation en entrée est différente suivant le prisme mais cela peut être corrigé par un ensemble de miroirs en amont redirigeant les faisceaux dans le plan (z, x) sans affecter la polarisation. Si la polarisation initiale est linéaire orientée selon l'axe y en entrée des prismes, les réflexions internes successives changent l'axe de propagation et de polarisation. Pour le cas (a) la polarisation de la première réflexion est incluse dans le plan d'incidence (p), et la seconde est orthogonale au plan d'incidence (s). Ainsi, après la première réflexion la polarisation est orientée suivant l'axe x et la seconde réflexion conserve la polarisation suivant cet axe. Pour le cas (b) la polarisation pour les deux réflexions est dans le plan d'incidence (p), donc en sortie elle reste suivant l'axe y . Donc l'orientation de la polarisation

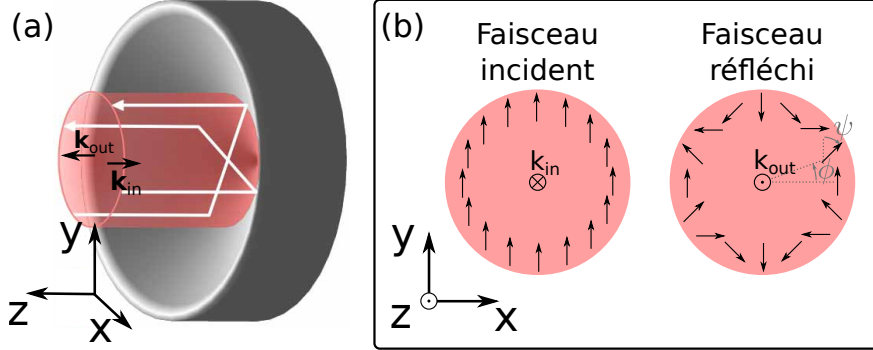


FIGURE 1.19 – (a) Miroir conique tiré de [44]. (b) représentation de la répartition de polarisation sur les faisceaux dans le cas d’une polarisation incidente linéaire homogène, le faisceau réfléchi est alors vectoriel.

en sortie dépend de la géométrie chemin suivi par le faisceau. En décomposant la polarisation suivant ses composantes circulaires, dont la composante gauche est illustrée, ces changements de polarisation se traduisent par un changement d’orientation du spin, et l’angle entre les axes de polarisation en sortie un déphasage de $\pm\pi/2$ entre ses composantes.

Ce procédé a pu être utilisé pour la mise en forme d’une singularité de phase de charge 2 par réflexion sur un miroir conique, voir fig. 1.19 [43, 44]. Pour une polarisation incidente linéaire, l’axe de polarisation du faisceau réfléchi est réorienté suivant le chemin parcouru dans le cône. Ainsi, le faisceau réfléchi est structuré en polarisation, c’est un faisceau vectoriel, l’azimut de la polarisation réfléchie forme un angle $\psi = -2\phi$ par rapport à la polarisation incidente, voir fig.1.19(b). Un tel faisceau correspond à la superposition de deux faisceaux polarisés circulairement structurés en phase

$$\mathbf{E}_{\text{vect}} = E_0(\cos(\psi)\mathbf{e}_x + \sin(\psi)\mathbf{e}_y) = \exp(-i\psi)\mathbf{e}_\sigma + \exp(i\psi)\mathbf{e}_{-\sigma} \quad (1.22)$$

Par conséquent la réflexion d’une polarisation de circularité σ est un vortex de charge $\ell = -2\sigma$. Cette méthode, bien que très achromatique, ne permet pas beaucoup de flexibilité, seules les charges $\ell = \pm 2$ peuvent être générées, et elle est de surcroît volumineuse.

1.3.3 Phase géométrique de Pancharatnam-Berry

La phase de Pancharatnam-Berry dépend du chemin suivi par les paramètres

de polarisation sur la sphère de Poincaré, sphère décrivant les états totalement polarisés dans l'espace des paramètres de Stokes, lors d'une transformation de polarisation, par exemple dans un milieu biréfringent [45].

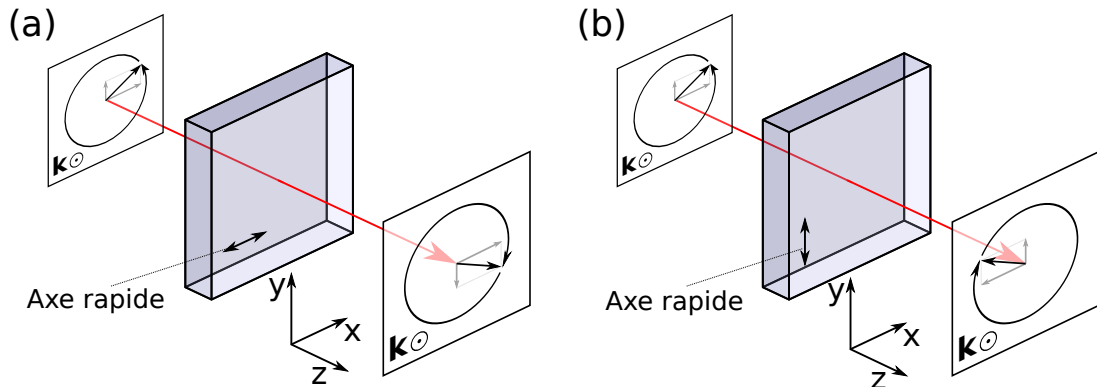


FIGURE 1.20 – Exemple de phase de Pancharatnam-Berry. Deux ondes initialement en phase traversant deux lames demi-onde, dont les axes optiques sont perpendiculaires, sont en opposition de phase entre elles en sortie.

Par exemple une lame demi-onde provoque un retard de phase de π en transmission pour une polarisation orientée suivant l'axe lent par rapport à l'axe rapide. Ceci implique que la représentation de l'ellipse de polarisation de l'onde émergente est le symétrique de celle de la polarisation incidente par rapport à l'axe rapide, et l'hélicité inversée (une polarisation circulaire droite incidente est convertie en polarisation circulaire gauche, indépendamment de l'orientation des axes de la lame). Tourner la lame de 90° dans le plan (x, y) revient à permuter l'axe rapide et l'axe lent, donc à déphaser de π toutes les composantes de l'onde sortante.

Nous allons montrer par le formalisme de Jones la dépendance de la phase en fonction de l'orientation de l'axe optique du milieu supposé biréfringent en considérant un système optique en transmission ou réflexion dont les polarisations propres sont linéaires. La diffraction au sein du système est négligée. On observe la polarisation de l'onde émergente dans le plan $z = 0$ selon la direction \mathbf{e}_z , la matrice de Jones associée à un miroir parfait est dans ce repère représentée par la matrice identité car elle ne dépend pas de l'orientation du vecteur \mathbf{k}_{out} . Selon le formalisme de Jones, la matrice J_{propre} du milieu dans la base de ses polarisations propres est :

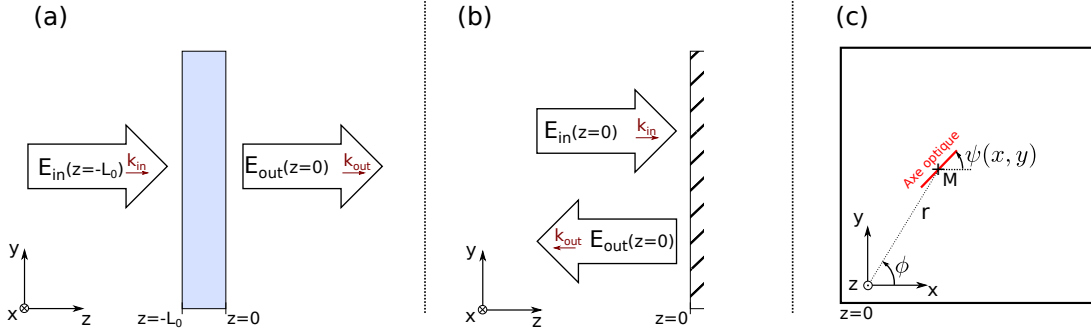


FIGURE 1.21 – Représentation schématique des systèmes modélisés, (a) en transmission, (b) en réflexion. (c) Axe optique non homogène décrit sur le plan $z = 0$.

$$J_{\text{propre}} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix}, \quad (1.23)$$

où α et β sont des coefficients complexes dans le cas le plus général, ils peuvent ainsi correspondre à la combinaison de coefficients de propagation, transmission ou réflexion. Si le système est inhomogène, l'orientation de la base des polarisations propres dépend de la position (x, y) du point M sur le système, voir Fig. 1.21. Sur la surface du milieu l'axe optique forme localement un angle $\psi(M)$ avec l'axe \mathbf{e}_x Fig. 1.21. La matrice de Jones dans le repère $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ s'écrit

$$J_{(x,y)}(M) = R(-\psi(M))J_{\text{propre}}R(\psi(M)) \quad (1.24)$$

avec

$$R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

la matrice de rotation autour de l'axe z .

On peut passer à la base des polarisations circulaires $(\mathbf{e}_{\sigma=+1}, \mathbf{e}_{\sigma=-1})$, avec $\mathbf{e}_{\sigma} = \frac{\mathbf{e}_x + i\sigma\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$, par la matrice P suivante

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

Ainsi la matrice de Jones s'écrit dans cette base

$$J_{\text{circ}} = P^\dagger J_{(x,y)} P \quad (1.27)$$

où P^\dagger désigne la matrice adjointe de P . Elle se simplifie sous la forme

$$J_{\text{circ}} = \frac{\alpha + \beta}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\alpha - \beta}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-2i\psi(M)} \\ e^{2i\psi(M)} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.28)$$

Dans cette représentation on distingue deux termes, le premier laisse la polarisation inchangée et sa phase est homogène portée par le terme $\frac{\alpha + \beta}{2}$. Le second est un terme de couplage pur entre les deux polarisations circulaires dont la phase dépend du paramètre ψ et de la polarisation incidente. Ce terme décrit l'interaction spin-orbite de la lumière car il correspond à un couplage entre l'état de polarisation (moment angulaire de spin) et la répartition spatiale de la phase (moment angulaire orbital).

Ainsi, pour un champ incident polarisé circulairement $\mathbf{E}_{\text{in}} = E_0 \mathbf{e}_\sigma$, le champ émergent est :

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = E_0 \left[\frac{\alpha + \beta}{2} \mathbf{e}_\sigma + \frac{\alpha - \beta}{2} e^{2\sigma i\psi(M)} \mathbf{e}_{-\sigma} \right] \quad (1.29)$$

Le champ lumineux en sortie se décompose en deux champs de polarisation circulaires orthogonales. Celui ayant une polarisation orthogonale à la polarisation d'entrée, dit contra-circulaire, a acquis une phase de nature géométrique $\varphi_g = 2\sigma\psi$, l'autre, co-circulaire, non. Notons que dans le cas $\alpha = \beta$ on retrouve le cas classique d'un milieu isotrope pour lequel il n'y a pas de changement de polarisation et seulement un déphasage de nature dynamique. On retrouve également le cas présenté dans la section 1.2.2 sur la modulation de polarisation d'un polariseur radial pour $\alpha = 1$ et $\beta = 0$ où il est nécessaire de filtrer la composante co-circulaire pour obtenir un faisceau de polarisation homogène portant une phase de nature géométrique. Dans le cas $\alpha = -\beta$ le champ sortant est purement contra-circulaire, tel est le cas pour les lames demi-onde. La pureté sera au cours de la thèse quantifiée par le rapport

$$p = \frac{|\mathbf{E}_{\text{out}} \cdot \mathbf{e}_{-\sigma}|^2}{\|\mathbf{E}_{\text{out}}\|^2} = \frac{1}{2} \frac{|\alpha - \beta|^2}{|\alpha|^2 + |\beta|^2} \quad (1.30)$$

représentant la proportion de photons sortant dont le spin en projection sur l'axe z est inversé, par rapport au nombre total de photons sortant. Un second paramètre décrira l'efficacité,

$$\eta = \frac{|\mathbf{E}_{\text{out}} \cdot \mathbf{e}_{-\sigma}|^2}{\|\mathbf{E}_{\text{in}}\|^2} = \frac{|\alpha - \beta|^2}{4} \quad (1.31)$$

représentant la proportion de photons sortant dont le spin en projection sur l'axe z est inversé, par rapport au nombre total de photons incidents. Alors que la phase géométrique est strictement achromatique, les coefficients α et β sont en général dépendant de la longueur d'onde et altèrent l'efficacité η et la pureté p sur une large bande spectrale.

1.3.4 Lames biréfringentes inhomogènes

Une lame à retard dont l'orientation de l'axe optique n'est pas homogène traversée par une onde polarisée circulairement induit pour la composante contra-circulaire transmise une phase de nature géométrique et peut permettre de réaliser de nouveaux types d'éléments optiques achromatiques [46]. Par exemple pour une lame composée d'un milieu biréfringent uniaxe d'épaisseur L , dont la projection de l'axe optique dans le plan de la lame est orienté selon $\psi(\phi) = q\phi + \psi_0$, où $q \in \mathbb{Z}/2$, et d'indices n_{\perp} et n_{\parallel} respectivement pour les indices ordinaire et extraordinaire en projection dans le plan, les paramètres α et β sont unitaires (en négligeant les réflexions de Fresnel inhérentes à un composant réel) et correspondent aux retards subis par les polarisations linéaires orientées parallèlement à la projection de l'axe optique et perpendiculairement à l'axe optique. Ainsi,

$$\alpha = \exp\left(2i\pi \frac{n_{\parallel}L}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad \beta = \exp\left(2i\pi \frac{n_{\perp}L}{\lambda}\right), \quad (1.32)$$

et l'équation (1.29) devient

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = E_0 e^{i\varphi_d} \left[\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right) \mathbf{e}_{\sigma} + i \sin\left(\frac{\Delta}{2}\right) e^{i\varphi_g} \mathbf{e}_{-\sigma} \right], \quad (1.33)$$

avec $\varphi_d = \frac{\pi L}{\lambda}(n_{\parallel} + n_{\perp})$ la phase dynamique, $\varphi_g = 2\sigma(q\phi + \psi_0)$ la phase géométrique et $\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}L(n_{\parallel} - n_{\perp})$ le retard de phase associé à la biréfringence dans le plan de la lame. Le terme contra-circulaire est donc un vortex optique de charge $2\sigma q$. Si on suppose les indices de réfraction achromatiques, le retard est dépendant de la longueur d'onde et la pureté est modulée spectralement :

$$p(\lambda) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda_0/\lambda\right), \quad (1.34)$$

où $\lambda_0 = 2|n_{\parallel} - n_{\perp}|L$ correspond à la plus grande longueur d'onde vérifiant la condition « lame demi-onde », $\Delta = \pi \pmod{[2\pi]}$.

Enfin, si la polarisation d'entrée est linéaire et que la lame vérifie la condition lame demi-onde, alors le faisceau sortant est vectoriel, par exemple pour $\mathbf{E}_{\text{in}} = E_0 \mathbf{e}_x$,

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = E_0 e^{i\varphi_d} [\cos(2\psi) \mathbf{e}_x + \sin(2\psi) \mathbf{e}_y], \quad (1.35)$$

Ces éléments sont facilement identifiés en pratique par un microscope de transmission en les plaçant entre deux polariseurs linéaires croisés comme modélisé sur la figure 1.22. Dans les zones noires la projection de l'axe optique dans le plan de la lame est localement parallèle à l'axe de l'un des polariseurs. Le nombre de zones sombres autour du centre correspond à $4|q|$, et le signe de q peut être discriminé en pivotant légèrement les polariseurs, si les branches tournent dans le même sens il est positif.

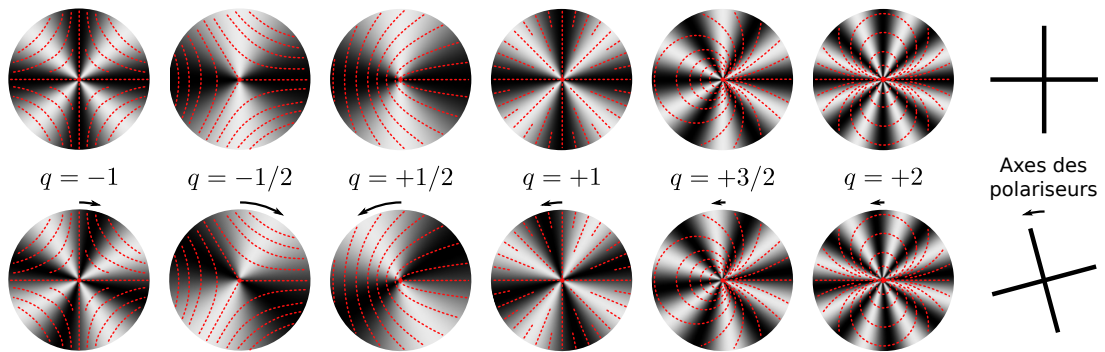


FIGURE 1.22 – Modélisation d'observations de lames à biréfringence structurée selon l'azimut entre deux polariseurs linéaires croisés. Les tirets rouges indiquent l'orientation locale du directeur. Le nombre de zones sombres et le sens de rotation permettent d'identifier q .

Une telle lame peut être conçue à l'aide d'éléments naturellement biréfringents ou artificiellement structurés.

1.3.4.1 Films de cristaux liquides nématiques

Une lame biréfringente inhomogène peut être faite de matériaux naturellement biréfringents, notamment les cristaux liquides. Les molécules allongées des cristaux liquides nématiques, représentées sous forme de bâtonnets dans la figure 1.23, s'organisent naturellement parallèles les unes aux autres à l'échelle mésoscopique. La direction moyenne des molécules définit localement le directeur $\mathbf{n}(x, y, z)$ du cristal liquide, qui correspond à son axe optique.

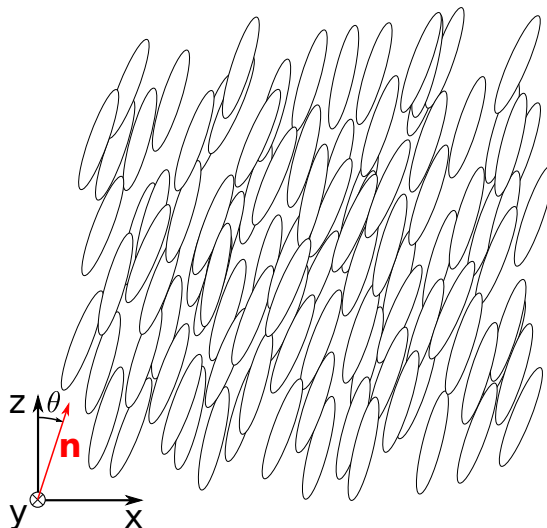


FIGURE 1.23 – Illustration de la distribution locale de molécules de cristaux liquides nématiques, formant un angle θ avec l'axe z .

À l'échelle macroscopique, l'orientation du directeur n'est pas nécessairement homogène et l'apparition d'une grande variété de défauts topologiques est possible dépendamment des conditions aux limites et contraintes subies par le matériau. Si un film de cristal liquide nématique est maintenu entre deux lames de verre parallèles, et que le verre a été traité pour que le directeur soit orienté dans le plan, alors une structure dite Schlieren [47], de défauts topologiques apparaît entre deux polariseurs linéaires croisés. On peut observer dans ce type de structure des défauts topologiques de charge $q \in \{-1; -1/2; 1/2; 1\}$, voir Fig. 1.24. On ne peut pas observer naturellement des défauts de charge supérieure qui sont des configurations instables à cause des forts gradients d'orientation qui ont un coût élastique élevé. Ils peuvent néanmoins être structurés en fixant artificiellement l'angle d'orientation (brossage, polymères). Sur un contour fermé entourant un défaut, l'orientation ψ de la projection du directeur dans le plan de la lame évolue continûment de 0 à $2q\pi$. Donc une singularité localisée dans une cellule plane délimitée par deux lames de verre est une lame biréfringente inhomogène permettant la structuration de la lumière en vortex optique [48].

Grâce à leur propriétés fluide et d'auto-organisation, les cristaux liquides sont des matériaux privilégiés pour la réalisation de lames biréfringentes inhomogènes. Par exemple il suffit d'imposer chimiquement ou mécaniquement la structure de l'orientation du directeur sur les surfaces de la cellule, pour que le directeur

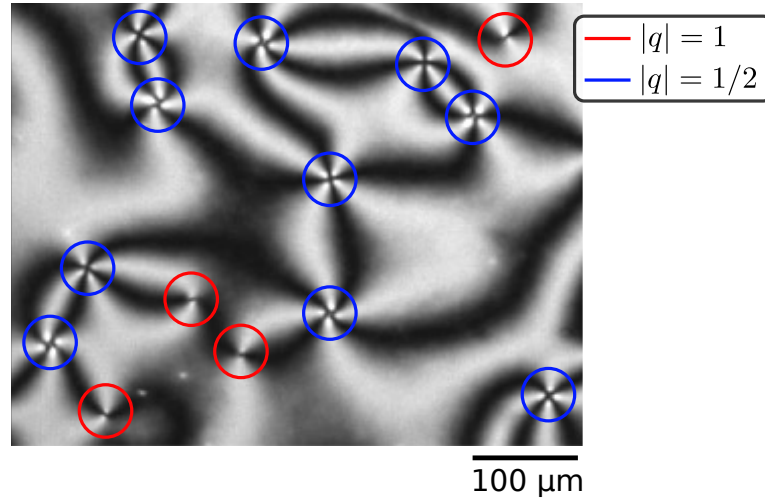


FIGURE 1.24 – *Film de cristal liquide nématique présentant une structure Schlieren entre deux substrats de verre, observé au microscope entre polariseurs linéaires croisés. Les défauts topologiques forment une structure similaire aux lames à biréfringence structurée selon l'azimut présentées en figure 1.22.*

adopte la structure recherchée. De plus en appliquant un champ électrique aux cristaux liquides on peut imposer un couple sur son directeur, donc le réorienter et moduler le retard Δ associé à la biréfringence pour moduler sa longueur d'onde de travail [49, 50, 51].

Les lames biréfringentes formées de cristaux liquides permettent donc une mise en forme de la phase indépendante de la longueur d'onde à condition de filtrer la polarisation contra-circulaire en sortie [52], mais la pureté p est alors modulée en fonction de la longueur d'onde, voir Eq. (1.34).

Une option pour obtenir des lames structurées large-bandes consiste à utiliser des lames à retards demi-onde, formés d'une double couche de cristaux nématiques torsadés d'hélicités opposées [53], voir fig. 1.25, la seconde couche torsadée permettant de compenser la dispersion chromatique de la première. La structuration de l'orientation moléculaire sur la surface des cellules est réalisée à l'aide d'une pellicule photosensible, cela permet de réaliser des lames à biréfringence structurée achromatiques sur une bande spectrale de 480 nm à 720 nm avec une efficacité supérieure à 97%, [54].

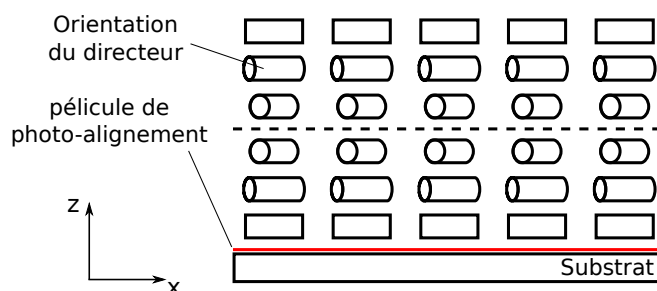


FIGURE 1.25 – *Lame à retard achromatique inspirée de [53]. Les deux couches torsadées sont délimitées par les tirets.*

1.3.4.2 Biréfringence artificielle

Un milieu isotrope structuré en réseau sous-longueur d'onde se comporte comme un milieu anisotrope uniaxe [55]. Donc il est possible de graver une q-plate dans un substrat isotrope en structurant l'orientation du réseau sous-longueur d'onde [56, 57]. Le retard $\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} L \delta n(\lambda)$ varie toujours en $1/\lambda$, cependant la biréfringence de la structure dépend aussi fortement de la longueur d'onde. En revanche le rapport entre la longueur d'onde de travail λ_0 et le pas du réseau peut être adapté de sorte à ce que la biréfringence soit localement proportionnelle à la longueur d'onde au voisinage de λ_0 , et donc rend le retard Δ localement constant [58, 59].

1.4 Aperçu de la thèse

Cette thèse se présente dans la continuité des travaux sur la génération de faisceaux vortex par structuration de la phase géométrique. Nous proposons quatre approches pour générer un vortex optique pur sur une large bande spectrale.

La première développée dans le chapitre 2 se base simplement sur les coefficients de Fresnel de réflexion sur les milieux biréfringents. Dans cette étude nous montrons qu'en adaptant l'indice du milieu d'incidence à celui d'un cristal biréfringent on peut théoriquement et expérimentalement obtenir une interaction spin-orbite pour les photons réfléchis très pure dans le cas monochromatique, et large-bande à condition que la dispersion des milieux soit comparables. Nous mettons expérimentalement en évidence la phase géométrique par le battement du faisceau réfléchi par un effet Doppler de rotation.

Ensuite, dans le chapitre 3, nous abordons également une approche de mise

en forme par réflexion, mais sur un film de cristal liquide cholestérique dont nous exploitons les propriétés de réflexions sélectives en longueur d'onde et en polarisation. Nous mettons en application ces propriétés pour la conversion du mode gaussien fondamental en mode de Laguerre-Gauss.

La troisième approche, chapitre 4, repose sur la mise en cascades d'éléments d'interaction spin-orbite afin de recycler la composante ne portant pas de moment orbital angulaire. Nous utilisons pour ce faire des cellules formées de cristaux liquides nématiques dans lesquelles se forment naturellement des défauts topologiques qui nous servent de masques de phase géométrique.

Enfin, dans le chapitre 5, nous procédons à une mise en forme large-bande parallélisée de différents canaux spectraux par une matrice de défauts de cristaux liquides nématiques contrôlables électriquement. Nous développons un exemple théorique de mise en forme spatio-temporelle qui pourrait être appliqué avec un tel dispositif.

Contrôle achromatique de la phase par réflexion de Fresnel

Dans ce chapitre nous exploitons les propriétés de réflexion anisotrope sur une interface entre deux milieux diélectriques dont au moins un est biréfringent. Le coefficient de réflexion de Fresnel dépend des indices des deux milieux. Si l'un des milieux est biréfringent uniaxe et l'autre isotrope alors la réflexion est anisotrope. Nous verrons que l'indice du milieu isotrope peut être adapté de sorte que les deux coefficients de réflexion selon les axes propres de l'anisotropie soient opposés, permettant ainsi une mise en forme pure et achromatique de la phase en réflexion. Nous appliquons expérimentalement cette méthode au cas d'un cristal uniaxe inhomogène. Enfin les cas de milieux biréfringents absorbants et d'interface entre deux milieux uniaxes sont discutés.

2.1 Principe

En minéralogie, la birélectance est un outil commun pour identifier des cristaux absorbants [60, 61]. Cette technique de microscopie consiste à éclairer en lumière polarisée sous incidence normale un minéral poli, puis à analyser les variations d'intensité des réflexions sous l'effet de la rotation du cristal. Nous proposons d'exploiter les propriétés de réflexion anisotrope sur des cristaux uniaxes non absorbants pour contrôler la phase géométrique du faisceau réfléchi avec une pureté maximale, c'est à dire une proportion de photons d'hélicité conservée élevée parmi les photons réfléchis. On note r_{\parallel} et r_{\perp} les coefficients de réflexion respectivement parallèle et perpendiculaire à la direction de projection de l'axe optique en projection sur la surface du cristal. Dans le chapitre précédent, on a montré que la réflexion anisotrope d'un faisceau polarisé circulairement et à incidence normale se décompose en deux composantes circulaires orthogonales dont

celle subissant une inversion de spin en projection suivant \mathbf{e}_z porte un terme de phase géométrique φ_g dépendant de l'orientation ψ de l'axe optique du milieu selon la relation $\varphi_g = 2\sigma\psi$ où $\sigma = \pm 1$ représente le spin de l'onde incidente en unité de \hbar . Ainsi la réflexion à l'interface entre un milieu isotrope et un milieu uniaxe dont l'orientation de l'axe optique est inhomogène possède une composante dont la phase spatialement structurée. Pour ce système, la pureté de l'interaction est

$$p = \frac{|\mathbf{E}_{\text{out}} \cdot \mathbf{e}_{-\sigma}|^2}{\|\mathbf{E}_{\text{out}}\|^2} = \frac{1}{2} \frac{|r_{\parallel} - r_{\perp}|^2}{|r_{\parallel}|^2 + |r_{\perp}|^2} \quad (2.1)$$

En considérant la relation de Fresnel pour une onde à incidence normale provenant du milieu isotrope $r_{\parallel, \perp} = \frac{n - n_{\parallel, \perp}}{n + n_{\parallel, \perp}}$, n_{\perp} et n_{\parallel} sont les indices de réfraction respectivement perpendiculaire et parallèle à l'axe optique en projection dans le plan de l'interface et n est l'indice de réfraction du milieu isotrope, la relation 2.1 devient

$$p = \left[1 + \left| \frac{n^2 - n_{\parallel} n_{\perp}}{n(n_{\parallel} - n_{\perp})} \right|^2 \right]^{-1} \quad (2.2)$$

Par exemple pour une interface vide-calcite, sachant $n_{\perp} = 1.6628$ et $n_{\parallel} = 1.4882$ à 532 nm, la pureté est de l'ordre de $p = 1.4 \times 10^{-2}$. Ce qui indique que 1% des photons réfléchis par l'interface sont associés à la phase géométrique.

Cependant, si l'indice du milieu extérieur vérifie $n^2 = n_{\parallel} n_{\perp}$, alors $p = 1$, et dans ce cas c'est tout le champ réfléchi qui porte l'information sur la phase géométrique. Dans ce cas $r_{\perp} = -r_{\parallel}$ ce qui correspond à la condition « lame demi-onde » décrite dans le chapitre précédent. Formellement, cette condition est réalisable par l'utilisation d'une couche isotrope dont la dispersion de l'indice de réfraction est adaptée.

2.2 Expériences

D'abord nous vérifions expérimentalement la relation 2.2 établie entre la pureté et l'indice du milieu extérieur, puis nous révélons la dépendance chromatique de la pureté pour un indice adapté au cristal utilisé. Enfin, nous mettons en évidence la dépendance géométrique de la phase du faisceau réfléchi. Le cristal utilisé est un pavé de calcite poli de 5 mm d'épaisseur de section carré de coté 25 mm, et dont l'axe optique forme un angle de 15° avec la surface, voir fig. 2.1. Les indices

de réfraction associés à la projection de l'axe optique dans le plan de l'échantillon pour $\lambda = 532\text{nm}$, qui est la longueur d'onde à laquelle certaines de nos expériences ont été effectuées, sont $n_{\perp} = 1.6628$ et $n_{\parallel} = 1.4982$ soit $\bar{n} = \sqrt{n_{\parallel}n_{\perp}} = 1.5784$.

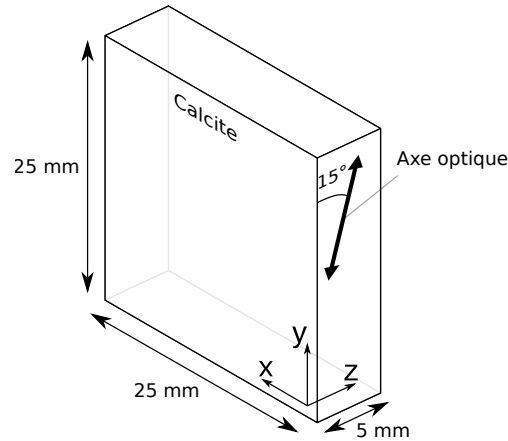


FIGURE 2.1 – Cristal de calcite utilisé pour les expériences. L'axe optique étant dans le plan (y, z) , les directions \parallel et \perp dans le plan (x, y) correspondent respectivement à l'axe y et à l'axe x .

2.2.1 Optimisation de l'indice de réfraction

Pour adapter l'indice de réfraction du milieu isotrope, nous disposons d'un set de plusieurs huiles issues du catalogue de Cargille Laboratories. Les indices de réfraction de chacune sont connus pour les trois longueurs d'onde $\lambda_F = 486.1$, $\lambda_D = 589.3$ et $\lambda_C = 656.3$. Nous interpolons leurs valeurs sur l'ensemble du spectre visible à partir de relations de Cauchy de la forme $n(\lambda) = c_1 + c_2/\lambda^2$, dont on estime l'erreur à $\pm 1 \times 10^{-3}$.

L'huile est déposée sur le cristal puis recouverte d'une lamelle de microscope légèrement inclinée comme illustré sur la figure 2.2, l'ensemble tenant par capillarité. L'angle entre la lamelle et le cristal de l'ordre de quelques degrés permet de dévier les réflexions des dioptries air-verre et verre-huile par rapport à celle issue de l'interface huile-calcite. Afin d'atténuer l'intensité du faisceau réfléchi par la face arrière on procède de la même façon que pour la face avant. Le choix de l'angle d'incidence $\alpha = 3^\circ \pm 0.5$ permet de désaxer les deux faisceaux réfléchis par l'avant et l'arrière du cristal de quelques centaines de micromètres. La faible précision de l'angle provient de la mesure effectuée à la règle graduée au mil-

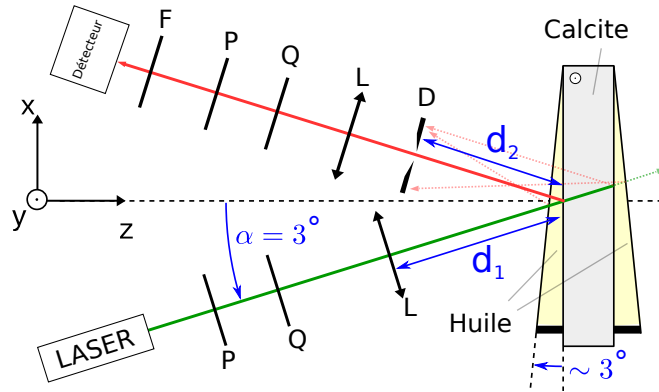


FIGURE 2.2 – Schéma du montage expérimental pour mesurer la pureté en fonction de l'indice de l'huile, et en fonction de la longueur d'onde. Les rayons rouges sont issus des réflexions, les parasites sont tracés en pointillés. P : Polariseurs ; Q : lames à retard quart-d'onde ; L : lentilles de focale $f = 200$ mm ; D : diaphragme ; F : filtres chromatiques de 10 nm de largeur spectrale à mi-hauteur pour mesurer la dispersion. Les distances d_1 et d_2 vérifient $d_1 + d_2 = f$, ce qui permet de sélectionner le faisceau d'intérêt à l'aide du diaphragme.

limètre, mais le résultat est en pratique suffisant pour bien distinguer les deux faisceaux grâce à une lentille placée en amont qui focalise les faisceaux réfléchis dans le plan du diaphragme. On peut ainsi séparer la première réflexion sur le calcite de toutes les autres.

Le faisceau incident provient d'un laser gaussien à 532 nm. Avant et après la réflexion sur le cristal, deux polariseurs (P) croisés montés chacun sur une platine à clapet permettent de sélectionner les composantes co- ou contra-circulaires. Pour chaque huile, on mesure successivement les puissances \mathcal{P} de ces deux composantes. On en déduit la pureté en fonction de l'indice de réfraction

$$p = \frac{\mathcal{P}_{\text{contra}}}{\mathcal{P}_{\text{co}} + \mathcal{P}_{\text{contra}}} \quad (2.3)$$

dont les résultats sont présentés dans la figure 2.3. Cela valide l'équation (2.2). En particulier, la pureté maximale atteinte est de 99,8% pour l'huile dont l'indice vaut $n = 1.5805$ à 532 nm d'après les données du fabricant contre 99.93% en théorie. Cet écart est dû à la limite d'extinction des couples « lame quart-d'onde / polariseur ». Nous choisissons cette huile pour mesurer la pureté sur tout le spectre visible.

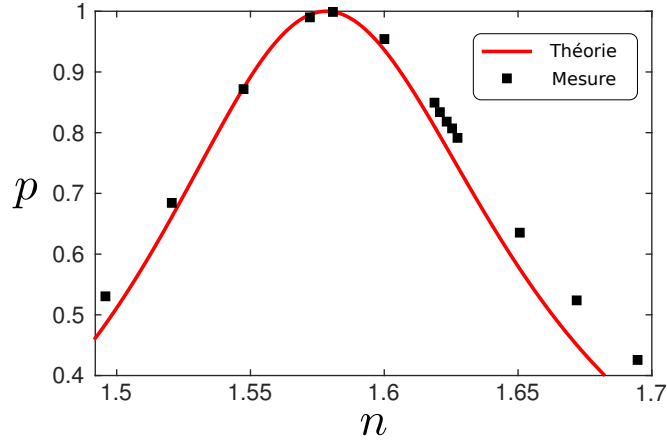


FIGURE 2.3 – Pureté p en fonction de l'indice n de l'huile à 532nm. Les points représentent les mesures expérimentales, et la courbe rouge la pureté théorique issue de l'équation 2.2. Les valeurs n sont interpolées à 532 nm à partir des valeurs connues à $\lambda_F = 486.1$ nm, $\lambda_D = 589.3$ nm et $\lambda_C = 656.3$ nm par une loi de Cauchy de la forme $n = c_1 + c_2/\lambda^2$.

2.2.2 Achromaticité de la pureté maximale

La dispersion de l'huile choisie est interpolée à partir de la relation de Cauchy fournie par le fabricant

$$n(\lambda) = 1.548783 + 7.8302 \times 10^{-3}/\lambda^2 + 3.2191382 \times 10^{-4}/\lambda^4, \quad (2.4)$$

où la longueur d'onde est exprimée en micromètres, et celle du calcite est extraite de [62], elles sont représentées dans le domaine visible et proche infrarouge sur la figure 2.4 (a).

Le faible écart entre l'indice idéal et l'indice réel, d'écart type de 5×10^{-3} , garantit en théorie une pureté supérieure à 96% sur l'ensemble du domaine visible et proche infrarouge, fig. 2.4 (b). Nous vérifions expérimentalement cette dépendance spectrale sur le domaine visible.

Pour mesurer la pureté sur une large bande spectrale, on utilise toujours le montage illustré sur la figure 2.2 mais cette fois-ci avec un laser supercontinuum. Afin de confirmer la pureté théoriquement supérieure à 96% sur tout le spectre visible comme représenté en magenta sur la figure 2.5 (a), nous utilisons dans un premier temps des lames quart-d'onde large-bande. Le détecteur est un spectromètre dont l'entrée est une fibre optique de diamètre 200 μm . On mesure l'intensité spectrale des deux composantes co- et contra-circulaires dont on

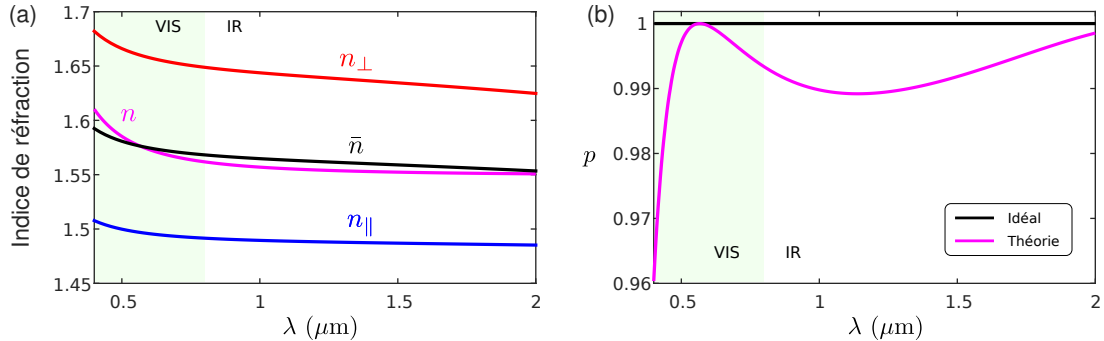


FIGURE 2.4 – (a) Dispersion des indices de réfraction dans le domaine visible (VIS) et proche infrarouge (IR), n_{\perp} et n_{\parallel} du calcite provenant de la relation dans [62] en rouge et bleu respectivement, $\bar{n} = \sqrt{n_{\perp}n_{\parallel}}$ en noir l'indice pour lequel la pureté vaut 100%, et en magenta l'indice n qui correspond à l'huile pour laquelle la pureté maximale est obtenue expérimentalement dont la relation de dispersion est l'équation (2.4), voir figure 2.3. (b) Puretés théoriques correspondant à la dispersion idéale \bar{n} et la dispersion réelle de l'huile.

déduit la pureté simultanément sur tout le spectre visible.

Cette mesure présente une limitation que l'on attribue aux instruments. En effet, la courbe cyan obtenue en remplaçant le cristal par un miroir diélectrique met en évidence une perte de qualité de l'extinction pour les longueurs d'ondes en deçà de 500 nm. La mesure de la pureté peut être supérieure à l'extinction lorsque la polarisation elliptique réfléchi est mieux filtré par l'ensemble « lame à retard imparfaite / polariseur » qu'une polarisation circulaire.

Pour pallier ces limitations matérielles nous avons utilisé dans un second temps des lames à retard variables à cristaux liquides, adressées en tension, et un set de onze filtres interférentiels de 400 à 800 nm de 10 nm de bande passante à mi-hauteur. Les lames à retard sont ajustées pour chaque longueur d'onde afin de se comporter comme une lame quart d'onde. Pour régler le premier couple « polariseur / lame à retard » on place un miroir diélectrique en sortie qui rétro-réfléchit le faisceau dans le même couple. En faisant varier la tension du retardateur, l'ensemble est un polariseur circulaire pour la longueur d'onde choisie lorsque la puissance rétro-réfléchi est minimisée. Le second retardateur est réglé pour obtenir l'extinction maximale du signal réfléchi par un miroir diélectrique substitué au cristal. Ainsi, le taux d'extinction des couples « lame à retard / polariseur » est de l'ordre de 500 pour chaque longueur d'onde. La pureté est

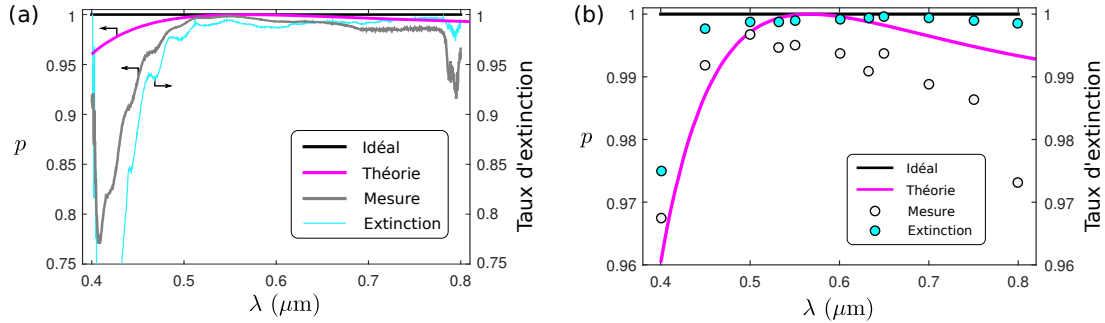


FIGURE 2.5 – Dispersion de la pureté mesurée au spectromètre avec des lames quart-d’onde large-bande. En magenta la pureté théorique atteignable avec l’huile utilisée, en gris la mesure au spectromètre, la ligne noire représente le cas idéal pour lequel $n(\lambda) = \bar{n}(\lambda)$. Les données bleues représentent le taux d’extinction lorsque le cristal est remplacé par un miroir diélectrique. (a) Correspond aux mesures à l’aide des lames quart d’onde achromatiques et du spectromètre, (b) aux mesures optimisées à l’aide des retardateurs à cristaux liquides.

mesurée supérieure à 96% sur tout le spectre visible et suit la tendance prévue en théorie, voir figure 2.5 (b).

2.2.3 Mise en évidence de la phase géométrique

2.2.3.1 Effet Doppler rotatif

À défaut d’avoir un matériau biréfringent plan dont l’axe optique est spatialement structuré, pour identifier directement la possibilité de manipuler la phase géométrique par cette approche on peut structurer temporellement la phase géométrique de l’onde réfléchi en faisant tourner le cristal dans son plan. Si l’axe du cristal tourne à vitesse angulaire constante, $\psi(t) = \Omega t$, le champ réfléchi est alors de la forme $E_{\text{out}} \propto \exp(i(-kz - (\omega - 2\sigma\Omega)t))$. La variation temporelle de l’orientation de l’axe optique se traduit donc par un décalage fréquentiel, $\delta\omega = -2\sigma\Omega$, des photons dont le spin en projection sur l’axe z est inversé.

Ce décalage peut s’interpréter comme le résultat de l’exercice d’un couple sur le cristal par la lumière s’y réfléchissant et correspond à un effet Doppler rotationnel [63, 64]. L’interprétation opto-mécanique se base sur le principe de conservation du moment angulaire. Comme l’a montré Beth expérimentalement, la lumière polarisée circulairement peut exercer un couple sur une lame biréfrin-

gente associé au moment angulaire incident et au retard de phase de la lame [65]. Lorsque la lame est en rotation, le couple induit par la différence de moment angulaire des photons transmis travaille, et ce transfert d'énergie est compensé par un décalage en fréquence des photons. Dans notre système il ne s'agit pas d'une lame à retard mais du dioptre entre un cristal biréfringent et un milieu isotrope et nous nous intéressons seulement aux photons réfléchis.

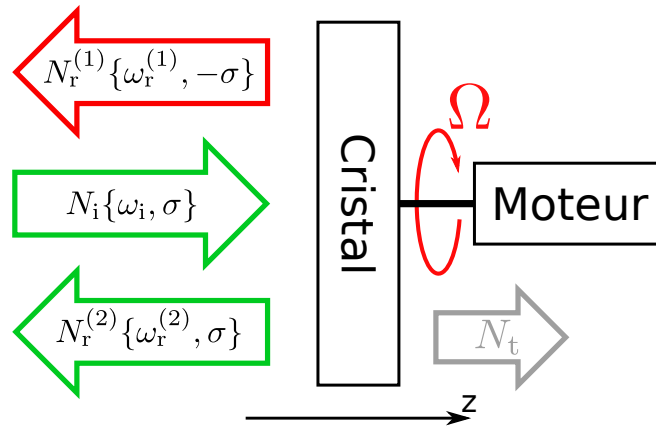


FIGURE 2.6 – Bilan de l'interaction lumière matière en moment angulaire.

On note N le nombre de photons par seconde, si N_i désigne le nombre de photons incidents par seconde, les photons sont soit transmis (N_t), soit réfléchis avec conservation de la projection s_z du spin sur l'axe z ($N_r^{(2)}$) ou son inversion ($N_r^{(1)}$), alors $N_i = N_{r1} + N_{r2} + N_t$, voir fig. 2.6.

On s'intéresse aux $N_r^{(1)} dt$ photons réfléchis pendant l'intervalle dt dont le spin en projection sur l'axe z est inversé. Ces photons exercent un couple selon l'axe z proportionnel à la différence de spin en projection sur z avant et après réflexion. Ainsi, la population (1) de photons réfléchis exerce un couple $\Gamma_z^{(1)} = 2N_r^{(1)} \sigma \hbar$ et la population (2) un couple nul $\Gamma_z^{(2)} = 0$. Comme le cristal est en rotation, le couple $\Gamma_z^{(1)}$ travaille, la puissance associée à ce travail, reçu par le cristal, est $\mathcal{T}^{(1)} = \Gamma_z^{(1)} \cdot \Omega dt$. L'énergie étant conservée, les photons travailleurs voient leur énergie après réflexion baisser $\Delta \mathcal{E}^{(1)} = \mathcal{T}^{(1)}$, ce qui se traduit par un décalage en fréquence $\delta \omega = \omega_r^{(1)} - \omega_i = -2\sigma \Omega$. Le même raisonnement s'applique à la population de photons $N_r^{(2)} dt$. Comme le travail $\mathcal{T}^{(2)}$ est nul, ces photons conservent leur énergie donc leur fréquence.

2.2.3.2 Expérience à deux faisceaux

Afin de mettre en évidence expérimentalement ce décalage fréquentiel, nous analysons les interférences entre le faisceau réfléchi par le diotre vérifiant $n = \bar{n}$ et un faisceau de référence réfléchi par un milieu isotrope. En effet la réflexion de Fresnel sur un milieu isotrope conserve la projection du spin sur l'axe z donc le faisceau de référence a la même fréquence que le faisceau incident.

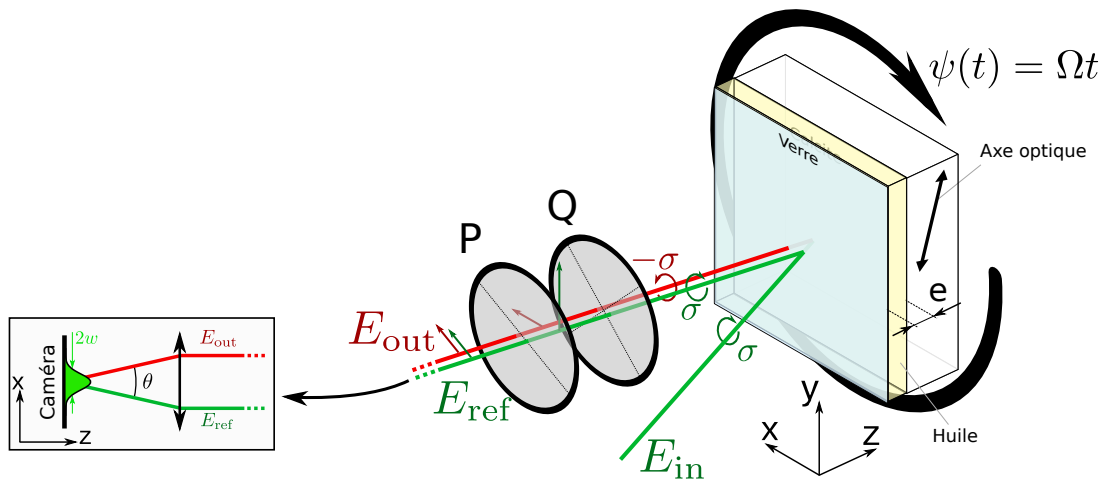


FIGURE 2.7 – Mise en forme temporelle de la phase du faisceau réfléchi $E_{\text{out}} \propto \exp(i2\sigma\psi(t))$. La lame de verre parallèle au cristal réfléchit de façon isotrope un faisceau de référence, l'espace d'épaisseur e entre les deux lames est rempli d'une huile vérifiant $n = \bar{n}$. Le couple « polariseur (P) / lame quart-d'onde (Q) » permet de projeter les faisceaux sur un état de polarisation et d'amplitude égale. Les interférences sont observées dans le plan focal image d'une lentille.

Le cristal est monté sur une platine de rotation tournant à la vitesse angulaire Ω , voir fig. 2.7. À la place de la première lamelle, une lame de microscope est collée parallèlement à la surface du cristal, ce qui permet de visualiser les interférences malgré les vibrations de l'ensemble lors de la rotation. Le faisceau de référence est alors issu de la première réflexion, air-verre, sur la lame (la seconde, verre-huile, représente environ 1% de la première donc ne perturbe pas les interférences). La puissance du faisceau réfléchi par le calcite représente environ 2% de celle du faisceau de référence, et leur polarisation sont orthogonales. Pour visualiser les interférences les états de polarisation sont projetés par le couple « lame quart-d'onde / polariseur » de sorte que les amplitudes des deux faisceaux soient égales.

Les deux faisceaux convergent avec un angle θ dans le plan focal d'une lentille,

donc l'écart des franges est λ/θ . L'étendue spatiale des franges est limitée à la distribution gaussienne des spots dans le plan de la camera de rayon w à $1/e^2$ en intensité. Comme illustré par les simulations de la figure 2.8 (a), la distribution d'intensité de la figure d'interférence est un spot gaussien modulé périodiquement selon l'axe x de la forme

$$I(x, y) \propto \exp(-2(x^2 + y^2)/w^2) \cos^2((k\theta x + \varphi_g(t))/2). \quad (2.5)$$

La puissance totale correspond à l'intégrale de l'intensité dans le plan $\mathcal{P} = \iint I(x, y) dx dy$. On trouve

$$\mathcal{P} \propto 1 + \exp\left(-\frac{\pi^2}{2}\gamma^2\right) \cos \varphi_g(t), \quad (2.6)$$

avec $\gamma = \frac{w}{\lambda/\theta}$, dont l'évolution en fonction de la phase géométrique est représenté sur la figure 2.8(b).

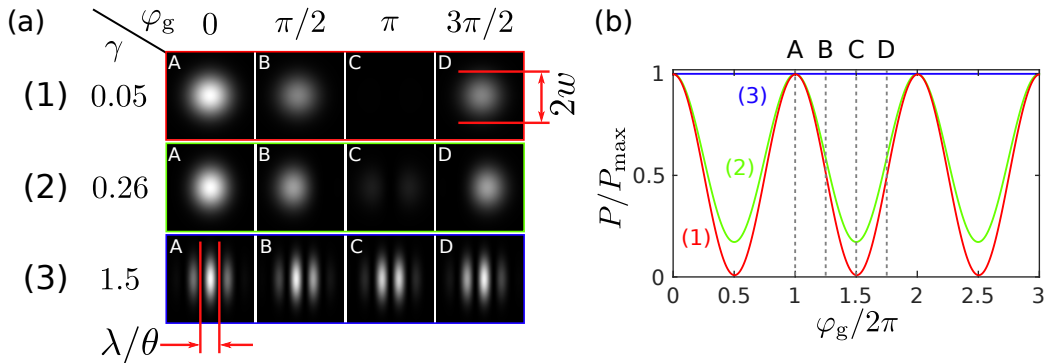


FIGURE 2.8 – (a) Simulations de battements dans le plan focal image d'une lentille pour $\gamma = 0.05, 1.5$ et 0.26 avec $\gamma = \frac{w}{\lambda/\theta}$. (b) Évolution de la puissance en fonction de la phase géométrique dans les trois cas précédents, le minimum atteint pour $\gamma = 0.26$ vaut $\mathcal{P}_{\min}/\mathcal{P}_{\max} = 0.17$.

Deux régimes se distinguent, le premier pour lequel le diamètre du spot est petit par rapport à l'écart des franges $w \ll \lambda/\theta$ a pour conséquence un battement contrasté de la puissance en fonction de la phase géométrique, et le second $w \gg \lambda/\theta$ ne permet pas d'observer de battement temporel de la puissance mais plusieurs franges se décalant progressivement dans le temps.

Compte tenu des paramètres de notre configuration, longueur d'onde du faisceau $\lambda = 532$ nm, épaisseur de $e = 1.0$ mm dont 1 mm d'épaisseur de la lame de verre d'indice de réfraction 1.5 et 10 μm de couche d'huile d'indice $n = 1.5805$, le

waist $w = 0.30$ mm, l'angle d'incidence $\alpha = 3^\circ$, et la lentille de focale $f = 150$ mm, on peut estimer $\gamma = 0.26 \pm 0.10$. Donc en théorie le dispositif est dans un régime intermédiaire où à la fois des battements de puissance sont modérément contrastés $\mathcal{P}_{\min}/\mathcal{P}_{\max} = 0.17$ et on peut observer les franges défiler à la caméra.

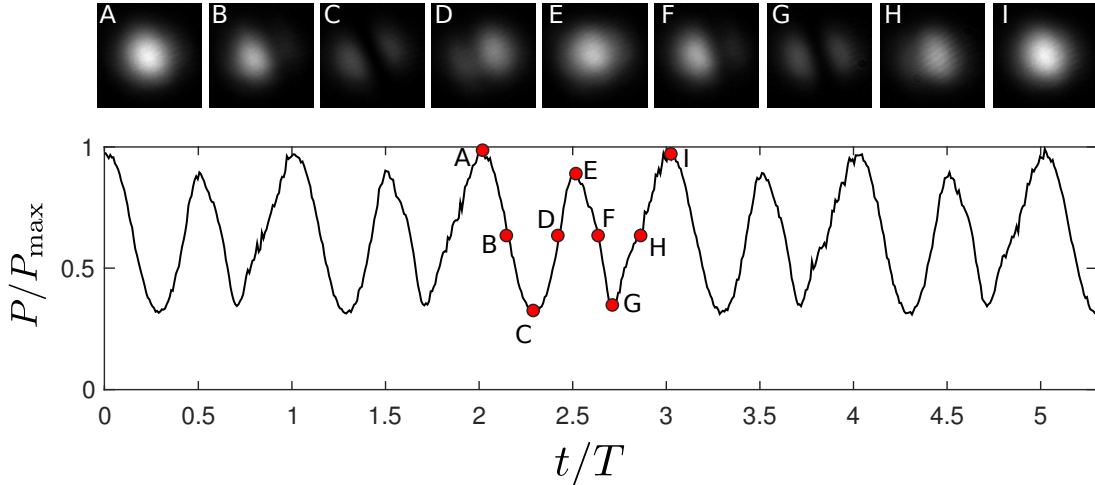


FIGURE 2.9 – Puissance en fonction du nombre de tour t/T de l'axe optique, avec $T = 30$ s. Les images représentent la figure d'interférence pour différentes étapes repérées par les lettres de A à I au cours d'un tour complet du cristal. Ici $\mathcal{P}_{\min}/\mathcal{P}_{\max} = 0.3$.

On fait tourner le cristal à 2 tr/min, sur la figure 2.9 on observe deux battements par rotation de la lame conformément à la relation $\varphi_g = 2\sigma\Omega t$. Comme anticipé, les battements ne sont pas idéalement contrastés, ici $\mathcal{P}_{\min}/\mathcal{P}_{\max} = 0.3$ et les images révèlent que les battements proviennent de franges sombres passant systématiquement de la droite vers la gauche, ce qui indique que la phase évolue bien de façon monotone. Cependant l'irrégularité apparente des oscillations provient du fait que la lame n'est pas rigoureusement parallèle au cristal, et lors de la rotation le spot balaye une zone circulaire d'un rayon de l'ordre du millimètre autour de l'axe de rotation.

2.2.3.3 Expérience à un faisceau

Une autre façon de mettre en évidence la phase géométrique en assurant la coaxialité ($\gamma = 0$) entre le faisceau de référence et le faisceau à analyser consiste à prendre pour référence la composante réfléchie par le diotre huile/calcite dont le

spin en projection sur l'axe z n'a pas été inversé. En effet, d'après l'équation 1.29

$$\mathbf{E}_{\text{out}} = \frac{E_0}{2} [(r_{\parallel} + r_{\perp})\mathbf{e}_{\sigma} + (r_{\parallel} - r_{\perp})e^{2\sigma i\psi}\mathbf{e}_{-\sigma}], \quad (2.7)$$

comme la composante co-circulaire ne porte pas de phase géométrique, on peut l'utiliser comme référence pour analyser la composante contra-circulaire. Enfin, sachant que l'azimut de l'ellipse de polarisation vérifie $\Psi = \varphi_g/2$, l'étude de l'azimut suffit pour remonter à la phase géométrique.

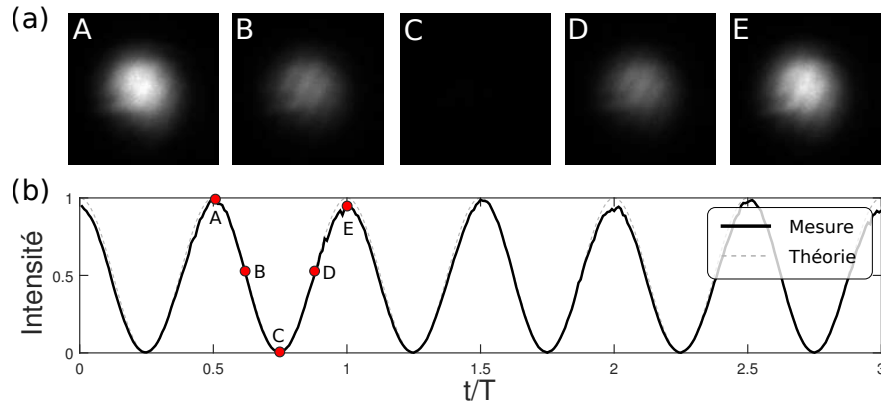


FIGURE 2.10 – *Battements de l'intensité au cours de la rotation du cristal. (a) Capture de la distribution d'intensité du faisceau au cours d'une demi-rotation de l'axe optique. (b) Intensité normalisée (unités arbitraires) en fonction du nombre de tour t/T de l'axe optique, avec $T = 2\pi/\Omega$. Le trait continu noir provient de la mesure expérimentale, la courbe grise représente la loi de Malus $I(t) = \cos^2(2\pi t/T)$.*

Pour ce faire nous faisons en sorte que $(r_{\parallel} + r_{\perp}) = (r_{\parallel} - r_{\perp})$ en choisissant l'huile d'indice $n = 1.672$ pour laquelle la pureté est la plus proche de 0.5 sur la figure 2.3. Elle est disposée comme sur la figure 2.2 entre le cristal et une lamelle inclinée. Les deux composantes réfléchies se propagent sur le même axe et sont d'intensités égales. D'une part un polariseur (sans lame quart-d'onde) permet d'observer les battements illustrés sur la figure 2.10. D'autre part, on calcule l'azimut au cours de la rotation à l'aide d'une camera basée sur l'imagerie polarimétrique de Stokes [66] permettant de mesurer les paramètres de Stokes en temps réel (caméra Salsa de la société Bossa Nova Vision), figure 2.11.

Cet effet peut être interprété simplement par le fait que l'indice choisi s'approche de l'indice n_{\parallel} , alors seule la composante « \perp » est réfléchiée. Le faisceau

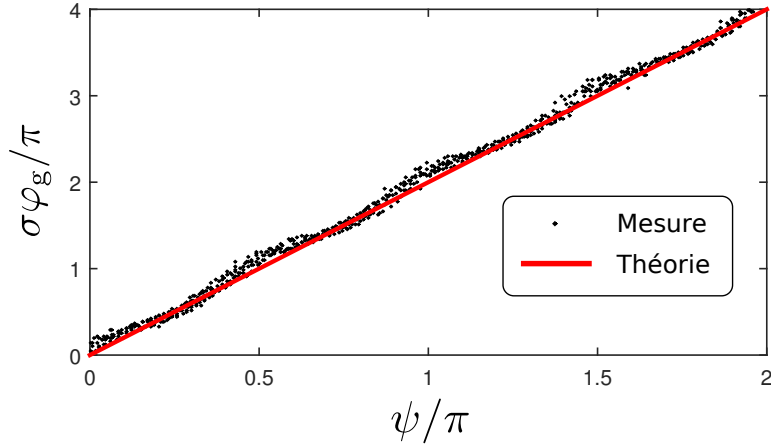


FIGURE 2.11 – Produit $\sigma\varphi_g$ en fonction de l'orientation de l'axe optique ψ . Les points sont issus des expériences et la ligne rouge de l'équation $\sigma\varphi_g = 2\psi$.

réfléchi est donc polarisé linéairement, l'orientation de celle-ci tournant à la même vitesse que la platine. On observe comme attendu après le polariseur des battements en intensité de la forme $I = I_0 \cos^2(\Omega t + \phi_0)$.

2.3 Discussion

2.3.1 Efficacité du processus de mise en forme de la phase

Le principal inconvénient de cette technique est le fait qu'elle repose sur la réflexion de Fresnel et donc met en jeu des coefficients de réflexion relativement faibles. Cette approche est donc a priori faiblement efficace. Quantitativement, l'efficacité vaut en théorie $\eta = |r|^2$ avec $r = r_{\parallel}$ ou r_{\perp} car $r_{\perp} = -r_{\parallel}$. On en déduit

$$\eta = \left| \frac{\bar{n} - n_{\parallel}}{\bar{n} + n_{\parallel}} \right|^2 = \left| \frac{\bar{n} - n_{\perp}}{\bar{n} + n_{\perp}} \right|^2, \quad (2.8)$$

ce qui, après simplification, donne

$$\eta = \frac{\langle n \rangle - \bar{n}}{\langle n \rangle + \bar{n}} \quad (2.9)$$

avec $\langle n \rangle = (n_{\perp} + n_{\parallel})/2$. Elle est illustrée sur la figure 2.12 dans le plan $(\langle n \rangle, \delta n)$, avec $\delta n = |n_{\perp} - n_{\parallel}|$, dont les marqueurs situent quelques cas pratiques. Par exemple l'efficacité de l'interface expérimentée précédemment, huile-calcite, est de l'ordre de $\eta = 0.075\%$ pour λ_D . Ce taux peut être amélioré en utilisant des matériaux plus

fortement biréfringent. Notamment la silice structuré en réseau sous-longueur d'onde permet de monter le coefficient autour de $\eta = 2.5\%$.

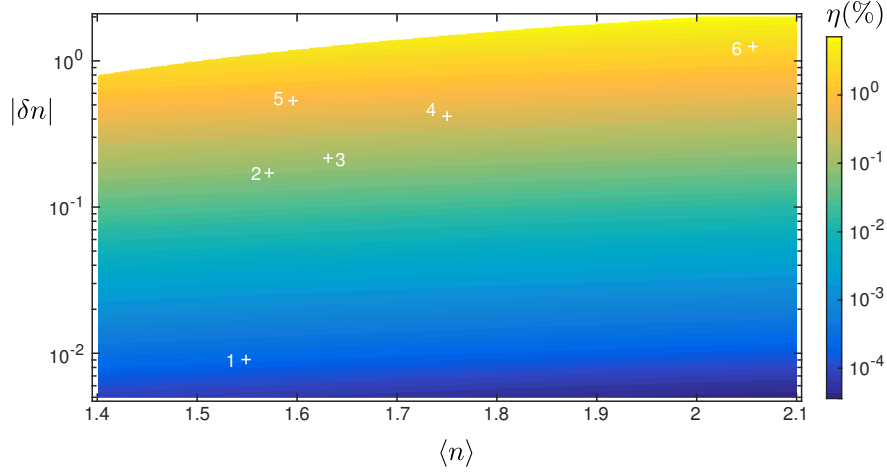


FIGURE 2.12 – Efficacité η en fonction du milieu anisotrope en fonction des paramètres $\langle n \rangle = \frac{n_{\parallel} + n_{\perp}}{2}$ et $|\delta n| = |n_{\perp} - n_{\parallel}|$. Les marqueurs correspondent à différents milieux : (1) quartz pour $\lambda = \lambda_D$; (2) calcite pour $\lambda = \lambda_D$; (3) cristal liquide E7 pour $\lambda = \lambda_D$; (4) cristal liquide nématique à haute biréfringence pour $\lambda = 598\text{nm}$ [67]; (5) réseau de diamant gravé sous-longueur d'onde pour $\lambda = 1550\text{nm}$ et de pas $\Lambda = \lambda/4$; (6) réseau de silice amorphe gravé sous-longueur d'onde pour $\lambda = 1550\text{nm}$ et de pas $\Lambda = \lambda/4$. Les points (5) et (6) sont évalués par la théorie du milieu effectif au second ordre [68].

2.3.2 Généralisation au cas d'un matériau absorbant

Un milieu absorbant est décrit par un indice complexe, la relation 2.2 est inchangée considérant ce cas. Donc en théorie un milieu isotrope dont l'indice vérifie la condition $n^2 = n_{\parallel}n_{\perp}$ permet également une interaction spin-orbite pure. Cette option est particulièrement attrayante pour utiliser des matériaux absorbant fortement biréfringent comme le graphite, pour lequel $\eta \approx 5\%$. Cependant l'optimisation du processus nécessite une adaptation de l'indice de réfraction \bar{n} également complexe, ce qui ne peut pas être mis en œuvre en pratique car le faisceau serait absorbé avant d'atteindre l'interface.

2.3.3 Auto-adaptation de l'indice de réfraction

On a montré que pour obtenir une pureté optimale en utilisant un revêtement isotrope il faut que son indice corresponde à la moyenne géométrique \bar{n} des indices du cristal, sur la bande spectrale d'intérêt. Ceci est non-trivial a priori même si on peut s'en approcher comme nous l'avons montré (voir fig. 2.4).

Une méthode permettant de s'affranchir de ces écarts consiste à utiliser un revêtement anisotrope composé du même matériau mais dont les axes optiques forment un angle de θ entre eux dans le plan du dioptre, voir figure 2.13. Comme les deux milieux sont identiques, on s'attend à ce que le chromatisme de la pureté soit faible, voire nul.

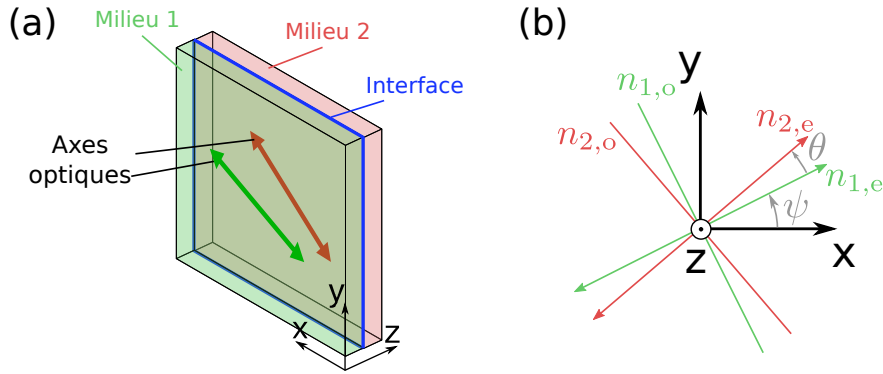


FIGURE 2.13 – Représentation du dioptre entre deux milieux biréfringents uniaxes dont les axes optiques forment un angle θ dans le plan. (a) Illustration des milieux en trois dimensions, (b) représentations des axes neutres dans le plan du dioptre.

En théorie, pour calculer les coefficients de réflexions à incidence normale sur une interface entre deux milieux anisotropes, la description scalaire de la lumière n'est pas suffisante, il faut recourir à la continuité des champs électriques et magnétiques tangentiels à l'interface. En considérant la relation sur le champ magnétique $\omega \mathbf{B} = \mathbf{k} \wedge \mathbf{E}$ découlant de l'équation de Maxwell-Faraday pour une onde plane, les conditions de continuités sur le champ électrique s'écrivent

$$\begin{cases} \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_t \\ \mathbf{k}_i \wedge \mathbf{E}_i + \mathbf{k}_r \wedge \mathbf{E}_r = \mathbf{k}_t \wedge \mathbf{E}_t \end{cases} \quad (2.10)$$

où les indices i, r et t désignent respectivement les champs incident, réfléchi et transmis.

Si on considère deux milieux biréfringents uniaxes dont les axes optiques forment un angle θ dans le plan du dioptre, comme illustré sur la figure 2.13, les conditions de continuité peuvent se traduire par la relation suivante entre le champ incident et le champ réfléchi exprimé dans la base des polarisations linéaires liées aux axes neutres du milieu 1,

$$\begin{bmatrix} 0 & -n_{1,o} \\ n_{1,e} & 0 \end{bmatrix} (\mathbf{E}_i - \mathbf{E}_r) = R(-\theta) \begin{bmatrix} 0 & -n_{2,o} \\ n_{2,e} & 0 \end{bmatrix} R(\theta) (\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r). \quad (2.11)$$

En considérant les deux milieux faits du même matériau $n_{1,e} = n_{2,e} = n_e$ et $n_{1,o} = n_{2,o} = n_o$ et en se plaçant dans le repère (x, y, z) où l'axe optique forme un angle ψ avec l'axe x on déduit de l'équation (2.11) l'expression du champ électrique réfléchi dans la base des polarisations circulaires $(\mathbf{e}_\sigma, \mathbf{e}_{-\sigma})$,

$$\mathbf{E}_r = \frac{r_{\max} \sin \theta}{1 - r_{\max}^2 \cos^2 \theta} \left(ir_{\max} \cos \theta \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & e^{-2i(\psi+\psi_0)} \\ e^{2i(\psi+\psi_0)} & 0 \end{bmatrix} \right) \mathbf{E}_i, \quad (2.12)$$

où $r_{\max} = \left| \frac{n_e - n_o}{n_e + n_o} \right|$, et $\psi_0 = \pi/4 + \theta/2$. On retrouve bien dans le cas trivial $\theta = 0$ une réflexion nulle car les deux milieux sont identiques et leurs axes optiques parallèles. La pureté vaut en général $p = (1 + r_{\max}^2 \cos^2 \theta)^{-1}$. En particulier pour le cas $\theta = \pi/2$ la pureté vaut 100% indépendamment de la longueur d'onde.

Cette particularité s'explique par le fait que dans ce cas les axes neutres des deux milieux sont parallèles, les coefficients de réflexion scalaires associés aux polarisations suivant les axes neutres à l'interface entre les milieux 1 et 2 sont alors

$$r_{\perp} = \frac{n_{1,e} - n_{2,o}}{n_{1,e} + n_{2,o}}, \quad r_{\parallel} = \frac{n_{1,o} - n_{2,e}}{n_{1,o} + n_{2,e}}. \quad (2.13)$$

Comme les deux milieux sont identiques, on a $r_{\parallel} = -r_{\perp}$, ce qui correspond à la condition « lame demi-onde », indépendamment de la longueur d'onde. De plus l'efficacité est environ quatre fois plus grande qu'avec un milieu isotrope d'indice \bar{n} :

$$\eta = \left[\frac{n_e - n_o}{n_e + n_o} \right]^2 = \left(1 + \frac{\bar{n}}{\langle n \rangle} \right)^2 \frac{\langle n \rangle - \bar{n}}{\langle n \rangle + \bar{n}}. \quad (2.14)$$

Cependant le revêtement 1 induit un retard dû à sa biréfringence, donc a priori la polarisation dépend de la longueur d'onde au niveau de l'interface 1-2. Pour corriger cette dépendance, une lame compensatrice induisant un retard opposé est nécessaire, lame C sur la figure 2.14. Ainsi le retard de l'ensemble

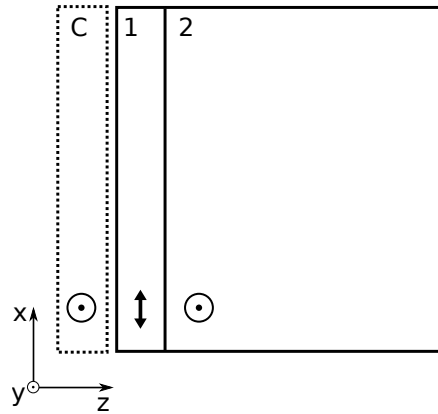


FIGURE 2.14 – Schéma pour un assemblage à revêtement anisotrope. Au niveau du dioptre 1-2 les coefficients de réflexion r_{\perp} et r_{\parallel} sont rigoureusement opposés. La lame C en pointillés permet de compenser le retard en biréfringence induit par le milieu 1.

$\{C,1\}$ est nul, et les états de polarisation au niveau du dioptre 1-2 et avant la compensatrice sont identiques.

Cette configuration permet en théorie d’obtenir une pureté de 100% et rigoureusement achromatique. Pour la mise en forme spatiale de la phase géométrique il faut un milieu dont l’orientation de l’axe optique n’est pas homogène, cette technique nécessite alors d’associer un revêtement et une compensatrice dont les axes sont en tout point respectivement perpendiculaire et parallèle à celui du premier milieu. La nécessité de structurer trois milieux au lieu d’un seul et les limitations pratiques associées aux problématiques d’alignement et de réflexions parasites supplémentaires limitent toutefois l’intérêt pratique de cette approche.

Publication associée à ce chapitre : M. Ghadimi Nassiri and E. Brasselet, “Pure and achromatic spin-orbit shaping of light from Fresnel reflection off space-variant anisotropic media”, *Physical Review A* 99, 013836 (2019).

Génération de modes Laguerre-Gauss polychromatiques à l'aide de films cholestériques inhomogènes

3.1 Cristaux liquides cholestériques

Dans ce chapitre nous exploitons les propriétés de réflexion des cristaux liquides cholestériques afin de générer purement et efficacement des faisceaux de type Laguerre-Gauss, qui, comme nous l'avons vu dans la section 1.1.3, sont des solutions modales paraxiales pour le champ lumineux. Les cholestériques ont été découverts par Reinitzer en 1888 en étudiant les propriétés physiques du benzoate de cholestéryl [69], forme de cholestérol extrait des carottes. En particulier il observa deux points de fusion en chauffant progressivement le composé, le premier le rend fluide, le second lui fait perdre sa couleur, ceci de façon réversible. Cette coloration s'explique par l'organisation hélicoïdale des molécules composant le fluide dans cette phase intermédiaire de la matière (qui combine un ordre orientationnel et un désordre positionnel) qui induit un phénomène de réflexion sélective, à la fois en polarisation et en longueur d'onde. Les exemples de cette organisation moléculaire dans la matière vivante sont nombreux [70] et un particulièrement remarquable est la propriété de réflexion large-bande de la cuticule de certains scarabées [71].

3.1.1 Structuration moléculaire

Les cristaux liquides sont des fluides constitués de molécules anisotropes, pré-

sentant des phases intermédiaires entre liquide isotrope et cristal. Dans la phase dite cholestérique, nommée d'après la nature des premiers composés découverts, les molécules de forme allongée et représentées sous forme de bâtonnets dans la figure 3.1, s'organisent préférentiellement de façon hélicoïdale. En formant un film de cristal liquide cholestérique entre deux lames de verre traitées de façon à imposer un alignement moléculaire parallèle à leur surface, l'orientation locale de l'axe optique \mathbf{n} est décrit par la relation

$$\mathbf{n}(x, y, z) = \begin{bmatrix} \cos(\chi 2\pi/pz + \psi_0) \\ \sin(\chi 2\pi/pz + \psi_0) \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

où p est le pas de l'hélice, $\chi = \pm 1$ représente le sens d'enroulement de l'hélice et ψ_0 est l'angle de l'orientation moléculaire dans le plan $z = 0$. On parle d'hélice droite si $\chi = +1$, et gauche dans le cas contraire. En pratique, les cristaux liquides cholestériques sont souvent obtenus en diluant un dopant chiral dans un cristal liquide nématique (qui correspond à $p = \infty$) et le pas ainsi obtenu dépend de la concentration du dopant.

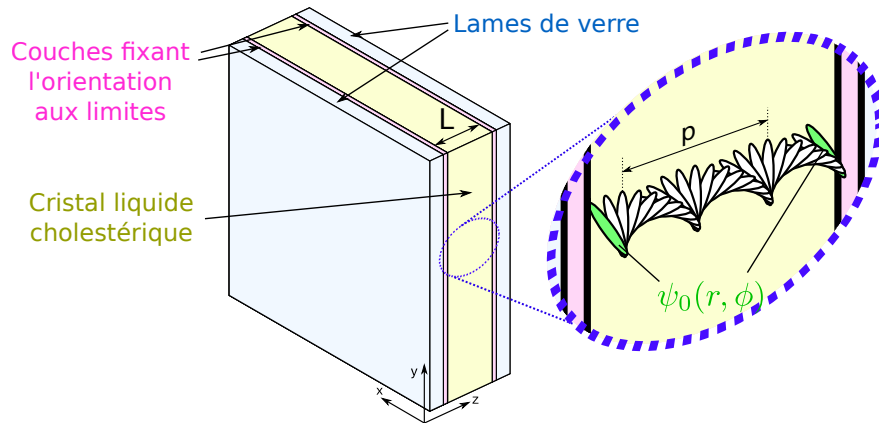


FIGURE 3.1 – Représentation d'un film de cristal liquide cholestérique entre deux lames de verres traitées pour imposer le même angle d'orientation moléculaire $\psi_0(r, \phi)$ aux deux bords. L'hélicité de l'ordre supramoléculaire illustrée sur le zoom correspond à $\chi = +1$, les molécules sont représentées alignées et à espacement régulier pour simplifier la représentation, en réalité elles n'ont pas d'ordre positionnel.

3.1.2 Propriétés optiques

Les films de cristaux liquides cholestériques peuvent être décrits comme une succession de couches d'épaisseur dz dont le directeur tourne progressivement d'un angle $d\psi$ autour de l'axe de l'hélice. Cette description est alors analogue au cas présenté dans la section 2.3.3 avec $\theta = d\psi$.

$$\mathbf{E}_r = \frac{r_{\max} \sin d\psi}{1 - r_{\max}^2 \cos^2 d\psi} \left(ir_{\max} \cos d\psi \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & e^{-2i\psi(z)} \\ e^{2i\psi(z)} & 0 \end{bmatrix} \right) \mathbf{E}_i, \quad (3.2)$$

Alors toute réflexion élémentaire d'une onde polarisée circulairement aura une composante contra-circulaire associée à une phase géométrique $\varphi_g = 2\sigma\psi(z)$ et une composante co-circulaire dont la phase est indépendante de la position z . La spécificité de l'enroulement en hélice est qu'il est périodique. Autrement dit on peut s'attendre à une résonance des réflexions élémentaires lorsque celles-ci interfèrent constructivement.

Si on note $\varphi(z)$ la phase associée à la réflexion élémentaire à la position z , la différence de phase totale entre deux couches successives est $\varphi(z + dz) - \varphi(z) = d\varphi = d\varphi_d + d\varphi_g$ avec $d\varphi_d = 2kdz$ le retard dynamique associé au parcours aller-retour de la lumière dans une couche élémentaire, k correspondant au vecteur d'onde associé à l'indice moyen du milieu, et $d\varphi_g = 2\sigma d\psi$ la différence de phase géométrique entre deux réflexions successives ($d\varphi_g = 0$ si on considère la réflexion co-circulaire). Les réflexions élémentaires entrent en résonance si le retard total associé à un aller-retour dans une couche élémentaire vérifie $d\varphi = 2\pi m$ avec $m \in \mathbb{Z}$ quelle que soit l'épaisseur de la couche élémentaire dz . Cette dernière condition ne peut être vérifiée que si $m = 0$, donc la composante réfléchie ne portant pas de phase géométrique ne peut pas entrer en résonance et les différentes réflexions élémentaires associées interfèrent destructivement dans l'hypothèse d'un milieu semi infini, autrement une fraction résiduelle est réfléchie. Alors seules les composantes contra-circulaires entrent en résonance et $\frac{d\psi}{dz} = -\sigma k$. D'après la relation entre z et ψ issue de l'équation (3.1), pour que les réflexions entrent en résonance, le nombre d'onde et l'hélicité Λ doivent vérifier $\Lambda k = -\chi \frac{2\pi}{p}$. On en déduit d'une part que l'hélicité vérifie $\Lambda = -\chi$, et d'autre part la longueur d'onde centrale réfléchie $\lambda = \frac{n_e + n_o}{2} p$. Cette réflexion est associée à une bande interdite analogue à celle des miroirs de Bragg usuels de largeur $\min(n_o, n_e)p < \lambda < \max(n_o, n_e)p$. On conclut que pour l'hélicité vérifiant $\Lambda\chi = -1$ il existe une bande spectrale pour laquelle toutes les réflexions élémentaires associées à une phase géométrique

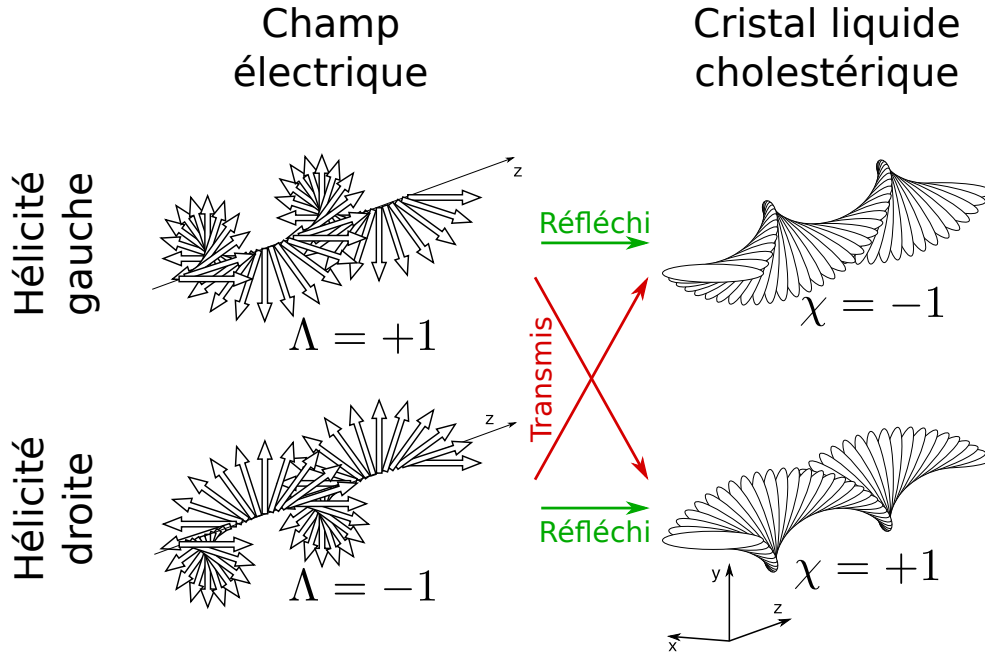


FIGURE 3.2 – Schéma résumant les conditions d'obtention de la réflexion sélective en polarisation. Les flèches représentent le champ électrique à un instant t pour une lumière polarisée circulairement se propageant selon l'axe z .

interfèrent constructivement. Ce phénomène est appelé la réflexion de Bragg circulaire.

La transmission d'un tel système multicouche peut être calculé de façon rigoureuse comme pour un miroir de Bragg, par exemple grâce au formalisme de Berreman [72] modélisant les équations de Maxwell pour une onde plane par des matrices 4×4 . On trouve alors, comme schématisé sur la figure 3.2, qu'un faisceau dont l'hélicité vérifie $\Lambda = -\chi$ est réfléchi avec une réflectivité proche de 100% sur une bande $\min(n_o, n_e)p < \lambda < \max(n_o, n_e)p$ [73], représentée sur la figure 3.3. En théorie il s'agit d'une bande interdite si le milieu occupe tout le demi-espace après la première face. À l'inverse la polarisation vérifiant $\chi\Lambda = +1$ est majoritairement transmise. Enfin la polarisation réfléchi est circulaire et vérifie également $\chi\Lambda = -1$. Comme cette réflexion conserve l'hélicité elle induit effectivement une phase géométrique proportionnelle à l'orientation ψ de la première couche moléculaire $\varphi_g = -2\chi\psi_0$. La nature géométrique de la phase portée par le faisceau réfléchi a été expérimentalement mise en évidence en 2016 [74, 75].

Ainsi, en structurant l'orientation $\psi_0(r, \phi)$ de la première couche moléculaire,

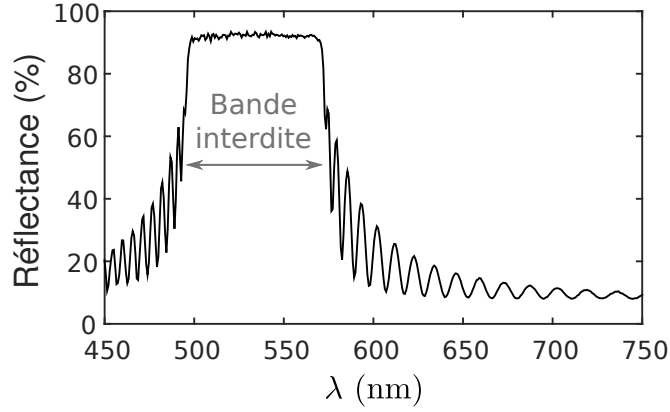


FIGURE 3.3 – Spectre réfléchi par un miroir de Bragg-Berry formé à partir du cristal liquide nématique MLC-2140 dopé par la molécule chirale gauche S-5011 à 2.27% en masse, pour un faisceau à incidence normale polarisé circulairement gauche. Le spectre met en évidence une bande interdite de transmission de 70 nm de largeur centrée sur 530nm.

le film de cristal liquide est un miroir à réflexion sélective en longueur d'onde et en polarisation dont l'onde réfléchie est structurée en phase selon la relation $\varphi_g(r, \phi) = -2\chi\psi_0(r, \phi)$ [76, 77]. On nomme un tel dispositif miroir « Bragg-Berry » (MBB), en relation avec les propriétés de réflexion de Bragg et de phase géométrique (phase de Berry) qu'il combine.

En pratique la réflexion de Bragg circulaire a permis de structurer des vortex optiques achromatiques [76, 78]. Ce type de structuration se limite d'un point de vue modal aux modes de Laguerre-Gauss ($\ell, p = 0$). Dans ce chapitre nous proposons une nouvelle approche de structuration de la phase géométrique par des miroirs Bragg-Berry pour la mise en forme de faisceaux s'approchant des modes de Laguerre-Gauss d'ordre radial non fondamental ($\ell, p \neq 0$).

3.2 Conception des masques de phase géométrique

On considère un faisceau gaussien de waist w_{in} à incidence normale sur un miroir Bragg-Berry tel que décrit précédemment, qui fait office de masque de phase en réflexion.

3.2.1 Orientation de l'ancrage

En théorie, pour convertir le faisceau réfléchi en un mode de Laguerre-Gauss pur, il faudrait que le masque module simultanément la phase et l'amplitude du signal. Notre approche, imparfaite mais beaucoup plus simple à mettre en œuvre dans le cadre d'une première démonstration de type modale, consiste à moduler uniquement la phase. Une analyse modale quantitative est faite après diffraction du champ quasi-modal obtenu, en le comparant avec un mode de Laguerre-Gauss pur. Les masques sont conçus pour imprimer des phases qui correspondent à celle des modes décrits dans la section 1.1.3 par l'équation (1.3) en $z = 0$:

$$LG_{p,\ell}(r, \phi) = \left(\frac{r}{w}\right)^{|\ell|} L_p^{|\ell|}\left(\frac{2r^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2} + i\ell\phi\right). \quad (3.3)$$

Ainsi la réflexion de Bragg circulaire sur masque d'ordre (p, ℓ) présente p sauts de phase de π suivant la coordonnée radiale, et une rampe de phase de 0 à $2\pi\ell$ selon l'azimut. L'orientation de l'ancrage du masque doit donc comporter p sauts de $\pi/2$ suivant le rayon, et une rampe de 0 à $\pi\ell$ selon l'azimut :

$$\psi_{p,\ell}(r, \phi) = \frac{\ell}{2}\phi + \left(1 - \text{sgn}\left[L_p^{|\ell|}\left(\frac{2r^2}{W^2}\right)\right]\right) \frac{\pi}{4}, \quad (3.4)$$

où W est le paramètre radial du masque. Autrement dit, la réflexion en champ proche d'un faisceau gaussien de waist w_{in} sur le masque d'ordre (p, ℓ) a une phase identique à celle d'un faisceau de Laguerre-Gauss du même ordre et de waist W .

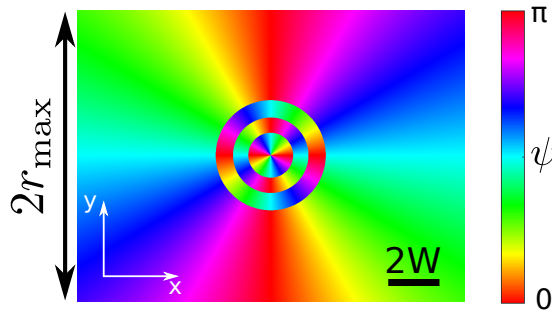


FIGURE 3.4 – Orientation moléculaire théorique de l'échantillon $(p, \ell) = (3, 2)$.

En pratique la largeur $2r_{\text{max}}$, fig. 3.4, et la résolution des masques sont finies, donc leur conception nécessite de trouver un compromis entre avoir une structuration assez large pour être bien résolue, et suffisamment petite pour minimiser les effets de bords.

3.2.2 Rayon optimal du faisceau incident

Le champ réfléchi dépend du rapport entre le waist du faisceau incident w_{in} et le paramètre W . Si par exemple $w_{\text{in}} \ll W$ seule la portion centrale du masque est éclairée et la phase du faisceau réfléchi n'est pas modulé suivant le paramètre radial, et à l'inverse si $w_{\text{in}} \gg W$ le motif radial induira une perturbation minime au centre du faisceau réfléchi. En revanche si le rayon w_{in} s'approche du rayon caractéristique de la répartition d'intensité du mode de Laguerre-Gauss correspondant au masque, $W\sqrt{2p + \ell + 1}$ [79], alors la distribution d'intensité en champ lointain semble être celle d'un faisceau Laguerre-Gaussien, voir fig. 3.5. Il existe donc un rayon optimal du faisceau incident pour lequel le faisceau diffracté en champ lointain s'approche le plus d'un faisceau de Laguerre-Gauss.

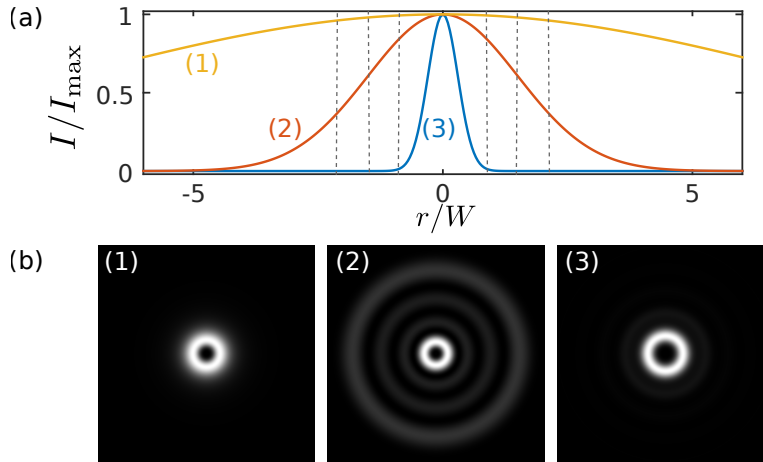


FIGURE 3.5 – Simulation de l'influence du rayon du faisceau incident sur la distribution d'intensité en champ lointain pour le mode $(p, \ell) = (3, 2)$. (a) Distributions gaussiennes des faisceaux incidents $w_{\text{in},2} = W\sqrt{2p + \ell + 1}$, $w_{\text{in},1} = w_{\text{in},2}/5$ et $w_{\text{in},3} = 5w_{\text{in},2}$, relativement aux sauts de phase du masque représentés en gris. (b) Distributions d'intensité correspondantes en champ lointain.

Afin de calculer le rapport $\alpha = w_{\text{in}}/W$ optimal pour chaque mode (p, ℓ) nous évaluons le coefficient de projection $c_{p,\ell}$ du faisceau diffracté en champ lointain sur le champ lointain d'un mode de Laguerre-Gauss d'ordre (p, ℓ) , défini par

$$c_{p,\ell} = \frac{\iint \tilde{L}G_{p,\ell}^* \tilde{E}_{\text{out}} \kappa d\kappa d\theta}{\left[\iint |\tilde{L}G_{p,\ell}|^2 \kappa d\kappa d\theta \iint |\tilde{E}_{\text{out}}|^2 \kappa d\kappa d\theta \right]^{1/2}}, \quad (3.5)$$

où $\tilde{F}(\kappa, \theta) = \iint F(r, \phi) \exp(-i\kappa r \cos(\theta - \phi)) r dr d\phi$ désigne la transformée de Fourier de la fonction $F(r, \phi)$.

On évalue la pureté modale comme étant la puissance portée par le mode (p, ℓ) dans le champ lointain $\xi_{p,\ell}(\alpha, w) = |c_{p,\ell}|^2$. Ce dernier dépend du rapport $\alpha = w_{\text{in}}/W$ et du waist w du mode $LG_{p,\ell}$ sur lequel le champ est projeté. La dépendance avec w est associée au fait que la décomposition d'un champ paraxial sur la base des modes de Laguerre-Gauss n'est pas unique [80, 81]. La modalité optimale est donc

$$\xi_{p,\ell}^{\text{opt}}(\alpha) = \max_w [|c_{p,\ell}(\alpha, w)|^2]. \quad (3.6)$$

Pour chaque mode $1 \leq p \leq 3$ et $0 \leq \ell \leq 2$ on évalue le paramètre $\alpha_{p,\ell}^{\text{opt}}$ qui maximise $\xi_{p,\ell}$. Les valeurs correspondantes sont présentées dans les tableaux 3.1.

$\xi_{p,\ell}^{\text{opt}}$	$\ell = 0$	$\ell = 1$	$\ell = 2$	$\alpha_{p,\ell}^{\text{opt}}$	$\ell = 0$	$\ell = 1$	$\ell = 2$
p=1	0.818	0.825	0.804	p=1	1.73	1.97	2.17
p=2	0.778	0.785	0.778	p=2	2.17	2.35	2.52
p=3	0.758	0.763	0.761	p=3	2.55	2.67	2.84

TABLE 3.1 – Valeurs maximales de la pureté modale pour les premiers modes de Laguerre-Gauss d'ordre $p \neq 0$ et rapport optimal $\alpha_{p,\ell}^{\text{opt}} = w_{\text{in}}/W$ correspondant.

Enfin, les masques sont dimensionnés pour w_{in} fixé de sorte que $r_{\text{max}} = 2w_{\text{in}}$, ce qui correspond à une largeur suffisante pour que l'influence des bords puisse être négligée, voir Fig. 3.6. Ce choix n'influence pas plus que 0.04% la modalité théoriquement accessible avec un masque de rayon infini. Chaque masque a ainsi son propre paramètre $W_{p,\ell} = w_{\text{in}}/\alpha_{p,\ell}$.

3.2.3 Fabrication

En pratique les masques ont été réalisés en collaboration avec l'Université d'Osaka (Japon). Ils sont composés de deux lames de verre espacées de 9 μm , recouvertes d'un substrat photosensible (LIA-03 de DIC) permettant de fixer la direction d'orientation moléculaire ψ_0 . L'angle $\psi_0(r, \phi)$ spatialement variable est imprimé sur les deux plans de la cellule à l'aide d'un dispositif d'exposition par projection composé d'un vidéo-projecteur filtré à 436 nm de 1024×768 pixels

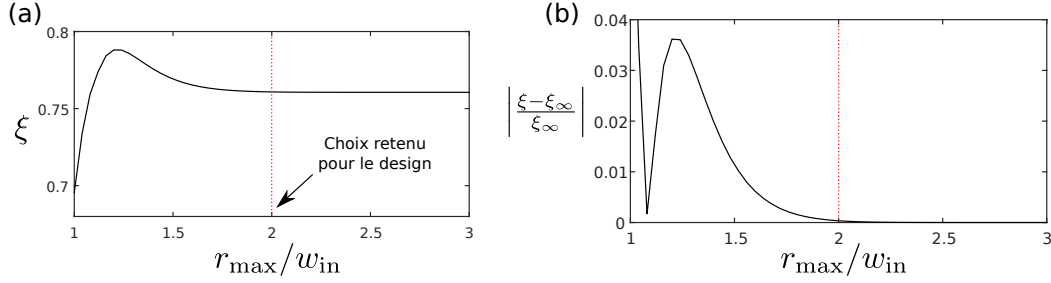


FIGURE 3.6 – (a) Modalité en champ lointain du faisceau diffracté en fonction du rayon r_{\max} du masque (supposé circulaire) pour un faisceau incident de waist $w_{\text{in}} = \alpha_{p,\ell}^{\text{opt}} W_{p,\ell}$ sur le masque d'ordre $(p, \ell) = (3, 2)$. (b) Écart relatif à la modalité obtenue pour un masque de rayon infini.

focalisé sur une région de $3.43 \text{ mm} \times 2.57 \text{ mm}$ et d'un polariseur sur platine motorisée. La cellule est successivement éclairée par zones d'égaux orientations en faisant tourner progressivement le polariseur, la direction d'alignement moléculaire est localement perpendiculaire à la direction de polarisation. L'orientation est fixée pour une durée d'exposition de 5 min. Pour réaliser les masques sur une durée raisonnable l'orientation est échantillonnée par pas de 10° , voir fig. 3.7, ce qui permet de limiter le processus à 10 min pour les masques $\ell = 0$ et à 90 min pour les masques $\ell \neq 0$. La cellule est enfin remplie d'un cristal liquide nématique MLC-2140 (Merck), dopé avec la molécule chirale gauche S-5011 (Merck) à une concentration telle que la bande de réflexion soit centrée sur 530 nm. La bande de réflexion de ce miroir est de $\approx 70 \text{ nm}$, dont la réflectance est représentée sur la figure 3.3.

On contrôle les échantillons fabriqués par interférométrie en formant un interféromètre de Michelson dont le miroir d'un des deux bras est remplacé par un échantillon. Les images du plan des échantillons en coin d'air sont présentées en figure 3.8. Les cercles sombres correspondent visuellement à un saut de phase de π (passage d'une frange sombre à une frange lumineuse), et leur rayon correspond aux racines du polynôme $L_p^{|\ell|}(2r^2/W_{p,\ell}^2)$. Le nombre de cercles correspond à l'ordre radial du mode, et la différence du nombre de franges de part et d'autre du centre de la figure correspond à l'ordre azimutal ℓ du mode (dont l'exemple est donné sur l'échantillon $(p, \ell) = (1, 2)$ de la figure 3.8).

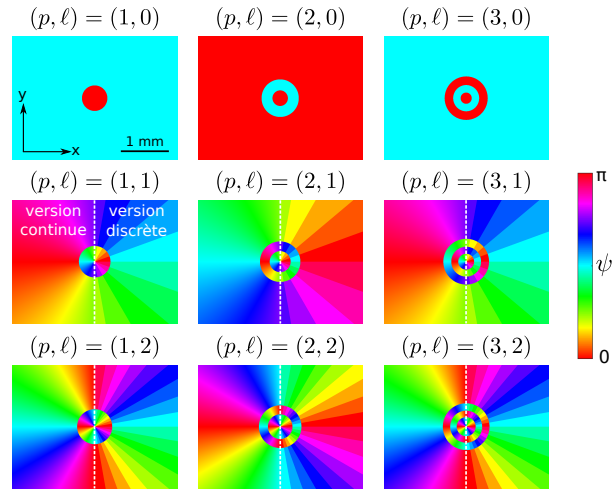


FIGURE 3.7 – Orientation des premières couches moléculaires sur les lames délimitant les cellules suivant la procédure décrite précédemment. La partie gauche de chaque image correspondant à un ordre $\ell \neq 0$ correspond à la version idéale continue décrite par l'équation (3.4) tandis que la partie droite correspond à la version discrète liée au processus d'exposition par projection.

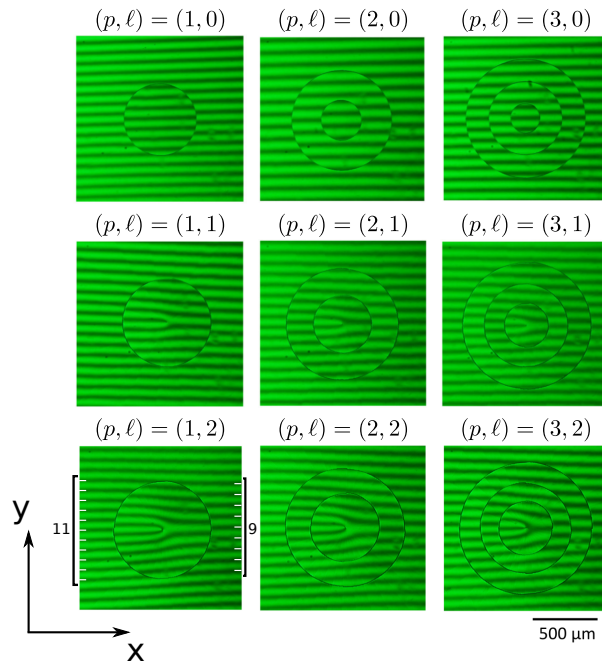


FIGURE 3.8 – Interférences en coin d'air avec les miroirs Bragg-Berry.

3.3 Résultats

3.3.1 Modalité

Dans un premier temps, pour évaluer expérimentalement la modalité du faisceau réfléchi des quasi-modes de Laguerre-Gauss obtenus, nous utilisons un laser supercontinuum de profil gaussien filtré à 532 nm de bande passante à mi-hauteur de 10 nm, avec un rayon à $1/e^2$ de 655 μm au niveau du miroir Bragg-Berry à incidence normale. Le faisceau réfléchi ainsi mis en forme dans l'axe du faisceau incident est dévié par un cube séparateur non polarisant puis analysé en champ lointain par imagerie de Fourier dans le plan focal image d'une lentille, Fig. 3.9.

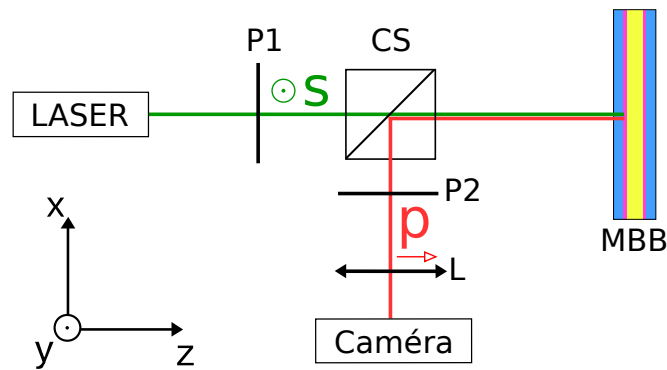


FIGURE 3.9 – Montage expérimental pour étudier en champ lointain la modalité du faisceau réfléchi mis en forme. Les polariseurs $P1$ et $P2$ sont linéaires croisés pour filtrer la réflexion issue du dioptre air-verre. Le cube séparateur (CS) n'est pas polarisant, le miroir Bragg-Berry MBB et la caméra sont aux foyers de la lentille L de focale 200 mm (le dessin n'est pas à l'échelle).

Si $P1$ est un polariseur circulaire dont la polarisation est de même hélicité que celle du cristal liquide, on peut recueillir en théorie un faisceau structuré sur la caméra sans avoir besoin de polariseur $P2$. Cependant, comme le film de cristal liquide est maintenu entre deux lames de verre, l'onde incidente est d'abord réfléchie par le dioptre air-verre avant d'être par le miroir Bragg-Berry. Le film étant d'épaisseur finie, une fraction du faisceau non structuré est aussi réfléchie et la face arrière du miroir peut aussi induire des réflexions parasites, éventuellement de même hélicité que le faisceau structuré. Enfin toutes ces réflexions étant réfléchies par un cube non polarisant à incidence 45° environ, leurs états de polarisation sont a priori légèrement elliptiques au niveau de la

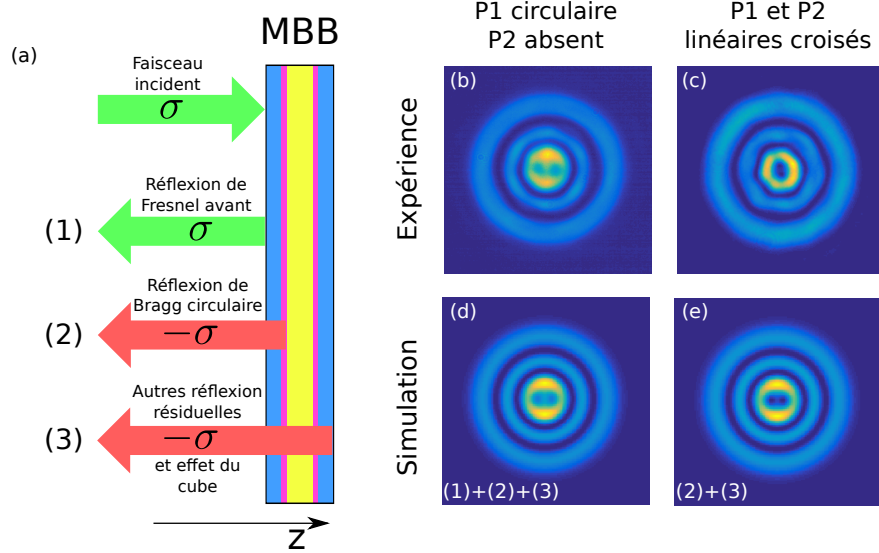


FIGURE 3.10 – *Effet des réflexions parasites sur la répartition d’intensité du faisceau structuré en champ lointain. (a) Représentation des réflexions parasites utilisées pour le modèle, σ représente le signe du spin en projection sur l’axe z . (b) et (c) Profils expérimentaux réfléchis en champ lointain par le masque $(p, \ell) = (2, 2)$ dans le cas (b) à incidence circulaire et sans polariseur P2, et dans le cas (c) entre polariseurs linéaires croisés comme illustré fig. 3.9. (d) et (e) Simulations correspondantes en considérant les réflexions non-structurées gaussiennes et la réflexion de Bragg Laguerre-gaussienne de waists $w_1 = w_3 = w_2/1.5$, et de puissances $P_1 = 0.04P_2$ et $P_3 = 0.01P_2$.*

caméra. Alors elles interfèrent de façon visible au centre des faisceaux structurés d’ordre $\ell \neq 0$ dont l’intensité dans l’axe est nulle, voir fig. 3.10(b) et (c).

Pour confirmer ce phénomène une modélisation simple de combinaison de trois faisceaux pour le mode $(p, \ell) = (2, 2)$ est illustrée sur la figure 3.10(d) et (e). Les réflexions non-structurées sont supposées gaussiennes de waist w_1 , et la réflexion de Bragg-Berry purement Laguerre-gaussienne de waist w_2 . Le rapport entre les rayons $w_2/w_1 = 1.5$ est calculé en champ lointain en tenant compte du rapport $w_{in}/W_{2,2} = 2.54$, voir table 3.1, entre le waist du faisceau gaussien incident w_{in} et celui du faisceau de Laguerre-Gauss théorique $W_{2,2}$ en champ proche. On suppose également que le faisceau réfléchi par la première réflexion de Fresnel représente 4% de la puissance du faisceau du faisceau issu de la réflexion de Bragg. L’altération de la polarisation par le cube ainsi que les autres réflexions

résiduelles du MBB sont modélisées par un troisième faisceau représentant 1% de la puissance du faisceau structuré et de même hélicité. Les interférences simulées entre ces faisceaux sont très similaires à ceux obtenus expérimentalement, on observe notamment une perte de contraste due à la première réflexion de Fresnel et un effet de séparation du cœur en deux singularités par interférence avec le faisceau de même hélicité. La position azimutale des points d'intensité nulle dépend de la phase des réflexions résiduelles.

Afin de limiter ces effets d'interférences on place un polariseur linéaire en amont orienté pour que la polarisation soit incluse dans le plan d'incidence du séparateur (polarisation s) comme illustré sur la figure 3.9. La réflexion de Fresnel est linéaire (s) tandis que la réflexion de Bragg est circulaire. L'état de polarisation (s) reste inchangé par réflexion sur le cube. En aval un polariseur linéaire croisé (p) permet de bloquer sélectivement la réflexion de Fresnel. Ce faisant, comme seule la composante circulaire de même hélicité que le cristal liquide cholestérique est réfléchi la puissance utile réfléchi par le miroir correspond au mieux à 50% de la puissance du faisceau incident. Le cube non polarisant sépare le faisceau en deux faisceaux d'intensités égales donc réduit de 50% la puissance. Enfin, le polariseur P2 projette l'état de polarisation circulaire de la réflexion de Bragg sur un état linéaire ce qui correspond à nouveau à une perte de 50% de puissance. En cumulé l'efficacité de ce dispositif expérimental est inférieur à 12.5% mais permet en contrepartie de filtrer au mieux les réflexions parasites et de garantir une incidence normale sur le MBB, ce qui est suffisant pour analyser le profil en intensité de façon nette.

Qualitativement, les profils d'intensité obtenus ressemblent fortement à ceux de faisceaux de Laguerre-Gauss, fig. 3.11. On observe un pic d'intensité dans l'axe pour les modes $\ell = 0$ et sur le premier anneau pour les modes $\ell \neq 0$ où l'intensité sur l'axe est nulle à cause de la singularité de phase, et p anneaux sombres. L'ordre p de chaque mode est confirmé par le nombre p d'anneaux sombres. Les formes hexagonales qu'on peut observer sur certains modes (particulièrement sur le premier anneau sombre des modes $\ell = 2$) proviennent de la fibre à cristal photonique du laser supercontinuum dont la micro-structuration suit un motif hexagonal [82] et dont on retrouve une signature en observant en champ lointain.

La structuration de la phase est confirmée par interférences avec un faisceau gaussien, voir figure 3.12. La présence attendue de sauts de phase de π entre chaque anneau sombre est confirmée par l'inversion des franges sombres et franges

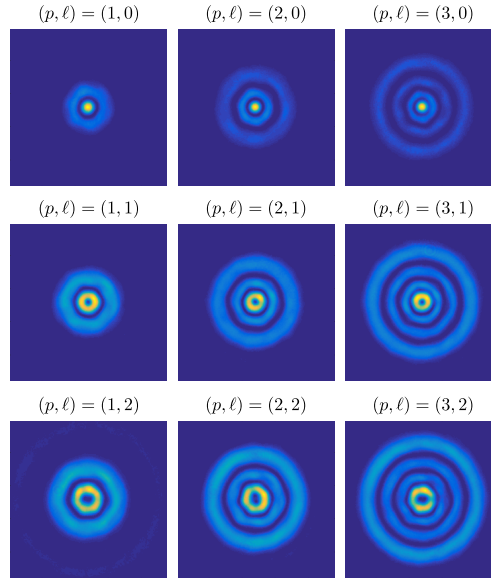


FIGURE 3.11 – Faisceaux obtenus pour les masques $(p, \ell) \in \{1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2\}$ après diffraction en champ lointain à l'aide du dispositif illustré figure 3.9 avec $w_{\text{in}} = 655 \mu\text{m}$.

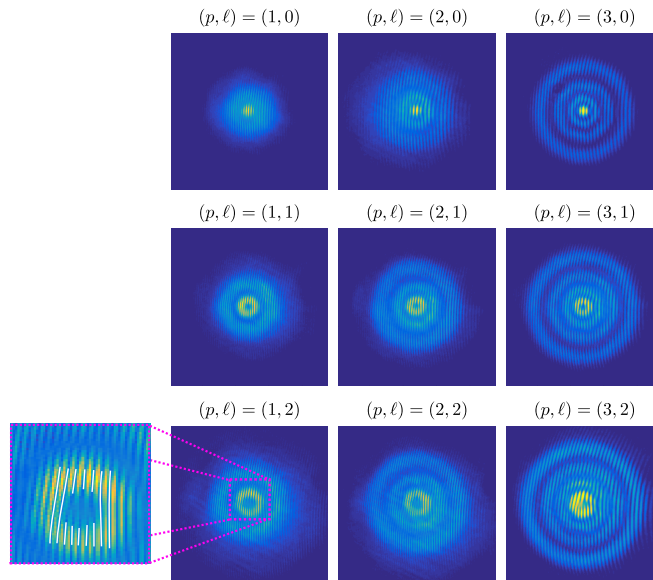


FIGURE 3.12 – Figure d'interférences du faisceau en champ lointain. Le zoom sur le profil $(1, 2)$ met en évidence la bifurcation centrale d'ordre 2 et l'inversion des franges sombres en franges claires au niveau du cercle d'intensité nulle, signature d'un saut de phase de π .

lumineuses. L'indice azimutal ℓ est quant à lui confirmé par la différence du nombre de franges de part et d'autre du centre du faisceau, mis en évidence dans l'encart de la figure 3.12.

De façon plus quantitative nous avons déterminé le mode de Laguerre-Gauss s'approchant le plus du profil d'intensité mesuré. Pour cela on propose de maximiser le recouvrement du profil radial en intensité $\zeta_{p,\ell}$ défini par l'équation (3.7), à défaut de pouvoir évaluer simplement le paramètre de modalité ξ dépendant des amplitudes :

$$\zeta_{p,\ell}(\beta) = \frac{\int_0^\infty \mathcal{I}_{p,\ell}(\beta r) \mathcal{I}_{\text{exp}}(r) r dr}{\int_0^\infty \mathcal{I}_{p,\ell}(\beta r)^2 r dr \int_0^\infty \mathcal{I}_{\text{exp}}(r)^2 r dr}, \quad (3.7)$$

avec $\mathcal{I}_{p,\ell}$ le profil radial en intensité du mode (p, ℓ) de Laguerre-Gauss. Les profils théoriques et expérimentaux sont comparés sur la figure 3.13.

On confirme alors que la forme du profil expérimental est bien celle d'un faisceau de Laguerre-Gauss concernant la correspondance des rayons des minima d'intensité. La distribution d'intensité est similaire pour les ordres peu élevés $p = 1$ ou $\ell = 0$, en revanche pour les ordres plus élevés, particulièrement $p = 3$, la hauteur relative des pics d'intensité ne correspond pas à celle d'un faisceau LG.

3.3.2 Levée de la contrainte sur l'état de polarisation incident

Comme nous l'avons discuté, la mise en forme de la phase géométrique basée sur le phénomène de réflexion de Bragg circulaire est caractérisée par une asymétrie intrinsèque : la polarisation co-circulaire à l'hélice est réfléchié tandis que la polarisation contra-circulaire est transmise. Le couplage spin-orbite mis en jeu ne permet donc pas de traiter un état de polarisation quelconque contrairement aux dispositifs anisotropes inhomogènes en transmission décrits au chapitre 1, section 1.3.4. Une proposition [83] basée sur l'utilisation d'un miroir discuté dans [84] dans le cas d'un film de cristal liquide cholestérique uniforme permet de pallier cette lacune : un miroir usuel (M) est placé derrière le miroir de Bragg-Berry (MBB), voir figure 3.14. En effet, dans ce cas on peut décrire le phénomène de réflexion sur la face arrière comme la succession d'événements suivants :

- Les photons initialement transmis par le miroir de Bragg-Berry ont pour hélicité $\Lambda = \chi$.

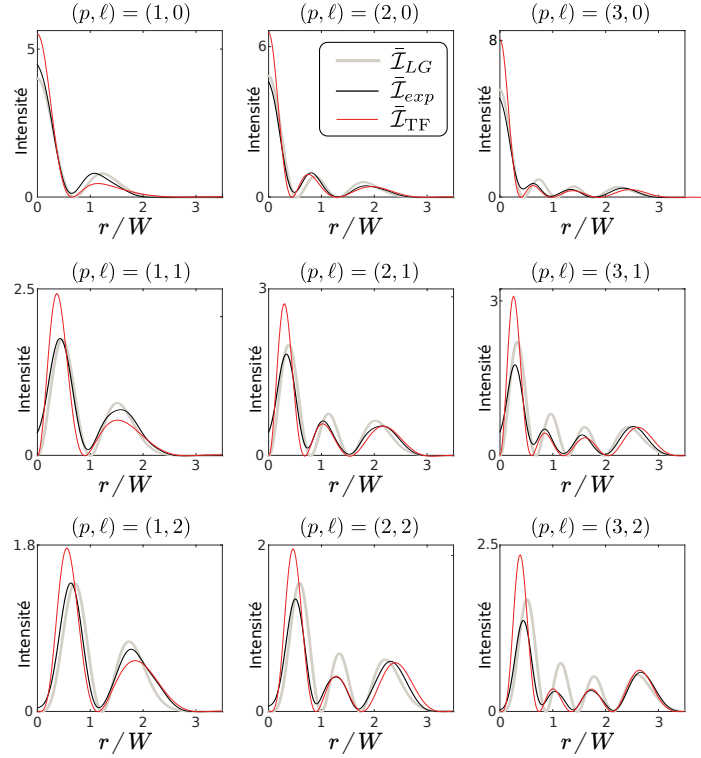


FIGURE 3.13 – Profil radial en intensité normalisée du champ lointain, $\bar{I} = I/\sqrt{\int_0^\infty I^2 r dr}$ pour les modes $(p, \ell) \in \{1, 2, 3\} \times \{0, 1, 2\}$. Les courbes noires correspondent aux profils expérimentaux, les courbes grises au recouvrement de Laguerre-Gauss optimal et les courbes rouges à la simulation du profil en champ lointain d'un faisceau d'intensité gaussienne de rayon optimal et de phase laguerre-gaussienne en champ proche.

- La projection du moment angulaire de spin selon l'axe z est inchangée par la réflexion sur le miroir mais le vecteur d'onde est renversé, l'hélicité est donc inversée $\Lambda = -\chi$.
- Les photons reviennent vers le MBB et leur hélicité vérifie $\Lambda\chi = -1$, ils sont donc réfléchis avec une phase géométrique $\varphi_g = +2\chi\psi_0$ en conservant leur hélicité $\Lambda = -\chi$.
- Le miroir les réfléchit une dernière fois, renversant de nouveau l'hélicité $\Lambda = \chi$.
- Leur état est enfin de la même hélicité qu'à l'incidence $\Lambda = \chi$, ils sont donc transmis à travers le MBB.

La démonstration expérimentale est illustrée sur la figure 3.15, le dispositif

expérimental est le même que celui de la figure 3.9 où les polariseurs P1 et P2 sont associés à des lames quart-d'onde et la source utilisée est toujours le laser supercontinuum filtré à 532 nm. Pour le cas $(p, \ell) = (3, 1)$ on montre que le faisceau structuré réfléchi par l'ensemble du système conserve l'hélicité du faisceau incident, figure 3.15 (a), et seule la réflexion résiduelle non structurée est visible lorsque les polariseurs sont croisés. Le signe de l'ordre azimutal ℓ réfléchi dépend de l'état de polarisation du faisceau incident, figure 3.15 (b).

Si l'état de polarisation du faisceau incident est linéaire, alors les deux composantes circulaires sont réfléchies avec la même intensité et interfèrent en formant un faisceau vectoriel, c'est à dire un faisceau dont la polarisation est linéaire et inhomogène, la direction de polarisation étant azimuthalement structurée, à condition que la longueur de cohérence temporelle soit suffisante. En pratique le laser supercontinuum filtré permet d'atteindre au mieux une longueur de cohérence temporelle de 0.1 mm avec un filtre de 3 nm de bande passante à mi-hauteur ce qui n'est pas suffisant car le miroir est situé environ 1 mm en arrière du MBB. Alors pour former un faisceau vectoriel, on utilise un faisceau issu d'un laser continu pompé par diode à 532nm dont la longueur de cohérence est estimée supérieure à 50 m.

La figure 3.16 présente les propriétés de polarisation du faisceau réfléchi par le masque $(p, \ell) = (3, 1)$ associé à un miroir à l'arrière. On vérifie par imagerie

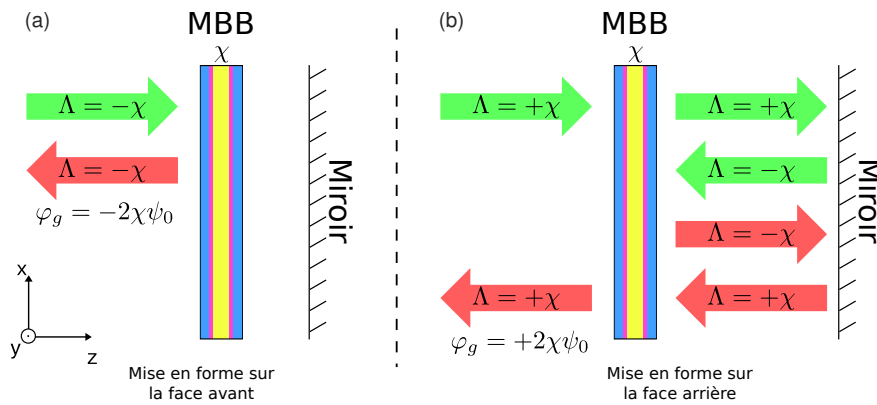


FIGURE 3.14 – (a) L'onde incidente et le cristal liquide sont de même hélicité, l'onde est directement réfléchi avec la phase géométrique $\varphi_g = -2\chi\psi_0$ comme décrit précédemment. (b) L'onde incidente et le cristal liquide sont d'hélicités opposées, l'onde est réfléchi par l'ensemble $\{\text{MBB}; \text{Miroir}\}$ incluant une réflexion sur la face arrière du MBB.

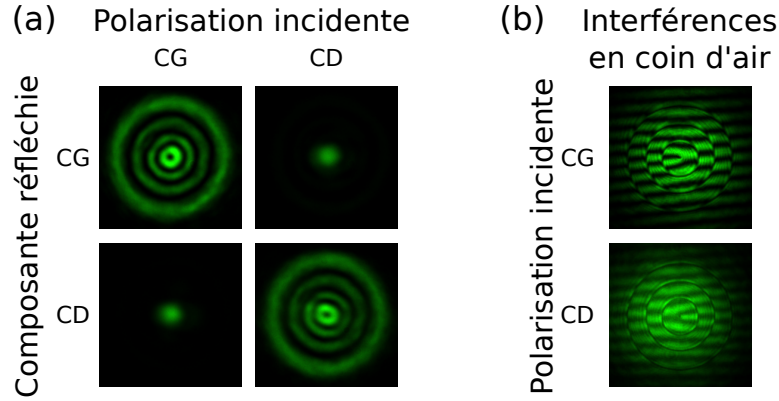


FIGURE 3.15 – (a) Composantes circulaires des faisceaux réfléchis par l'ensemble $\{MBB(p, \ell) = (3, 1); \text{miroir}\}$ pour les états de polarisation incidents circulaire droit (CD) et gauche (CG), pour rappel l'hélice du cristal liquide cholestérique utilisé est gauche. (b) Interférences en coin d'air des faisceaux réfléchis montrant la dépendance entre l'ordre azimutal ℓ et la polarisation.

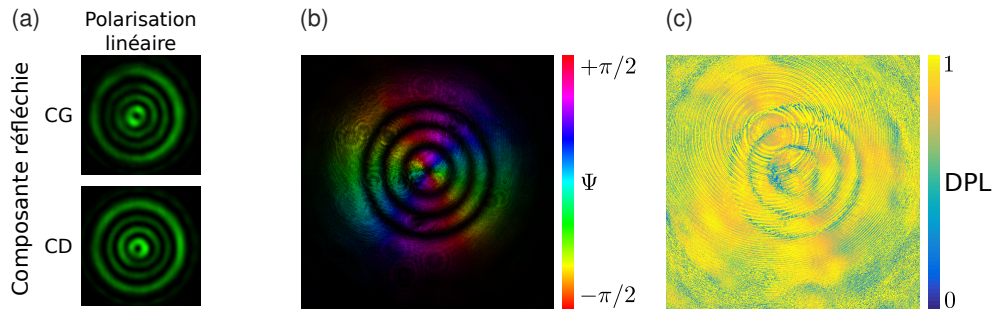


FIGURE 3.16 – Réflexion en champ lointain par l'ensemble $\{MBB(p, \ell) = (3, 1); \text{miroir}\}$ d'un faisceau incident polarisé linéaire. (a) Ses composantes circulaires d'intensités égales. (b) Distribution de l'orientation Ψ de l'azimut de la polarisation réfléchie, obtenue par imagerie polarimétrique de Stokes. (c) Degré de polarisation linéaire (DPL) calculé à partir des paramètres de Stokes $DPL = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$.

polarimétrique de Stokes que la polarisation est bien linéaire et que son azimut ψ varie continûment avec le paramètre azimutal ϕ .

3.3.3 Caractère large-bande de la réflexion de Bragg-Berry

Le caractère large-bande du miroir de Bragg-Berry est intrinsèquement as-

surée par les propriétés du milieu chiral : ses indices et son pas. La bande de réflexion vérifie $n_e p < \lambda < n_o p$. On peut observer que les faisceaux sont effectivement mis en forme pour les différentes longueurs d'onde sur la figure 3.17.

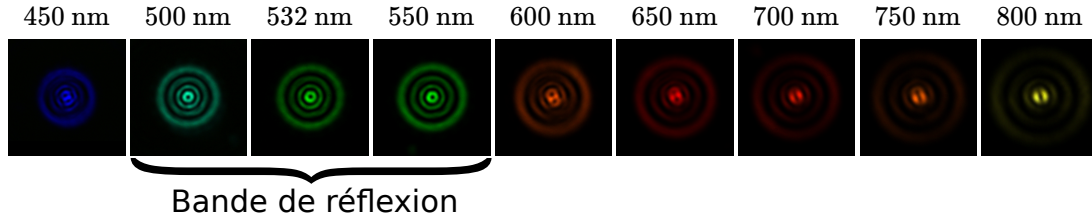


FIGURE 3.17 – Acquisitions en champ lointain du faisceau large-bande du mode $(p, \ell) = (3, 1)$ entre polariseurs linéaires croisés. Les filtres utilisés sont de largeur spectrale à mi-hauteur de 10 nm et centrés sur les longueurs d'onde correspondant à chaque image. L'acquisition et la durée d'exposition dépendent de la longueur d'onde pour exploiter toute la gamme dynamique de la caméra 8 bits utilisée.

On remarque que de 500 à 550nm le faisceau semble bien Laguerre-gaussien. En dehors, l'intensité réfléchie est plus faible donc interfère davantage avec les réflexions résiduelles, dont l'effet de séparation du cœur observable a été décrite et simulée plus tôt, voir fig. 3.10.

En fonction des paramètres du cristal liquide, on peut élargir la bande spectrale par exemple avec des cristaux liquides plus biréfringent, ou en jouant sur le pas de la structure. En particulier une solution possible consiste à organiser le pas de la structure avec un gradient en fonction de la profondeur [85]. Par exemple une structure cholestérique présentant un pas linéaire tel que $p(z) = p_{\min} + (p_{\max} - p_{\min})z/L$ a une bande spectrale élargie à $n_{\min}p_{\min} < \lambda < n_{\max}p_{\max}$, où n_{\min} et n_{\max} correspondent aux indices de réfraction du cristal liquide. Cette propriété a été mise en application pour la mise en forme de vortex optique sur tout le domaine visible [78], et peut être adapté de même à la mise en forme de mode de Laguerre-Gauss sur une large bande spectrale.

Publication associée à ce chapitre, M. Ghadimi Nassiri, S. Y. Cho, H. Yoshida, M. Ozaki, and E. Brasselet, “High-order Laguerre-Gauss polychromatic beams from Bragg-Berry flat optics”, *Physical Review A* 98, 063834 (2018).

Génération de faisceaux vortex large-bande par éléments d'interaction spin-orbite en série

Ce chapitre est consacré à la génération de vortex optiques large-bande par transmission à travers des lames biréfringentes à anisotropie structurée. En pratique la réalisation expérimentale est faite en utilisant des défauts topologiques générés spontanément par application d'un champ électrique uniforme dans des films de cristaux liquides nématiques.

4.1 Défauts topologiques de type ombilic

On a montré dans le chapitre introductif, section [1.3.4.1](#), que les cristaux liquides nématiques étaient un choix intéressant pour la fabrication de lame à biréfringence structurée. Nous rappelons théoriquement dans cette section qu'il est possible de modifier l'orientation des cristaux liquides nématiques à l'aide d'un champ électromagnétique.

4.1.1 Énergie libre des cristaux liquides

Les cristaux liquides nématiques sont des fluides anisotropes, dont les molécules, représentées ici sous forme de bâtonnets, présentent un axe dont l'orientation est préférentiellement parallèle à celui des molécules voisines. L'orientation moyenne locale de leur axe définit la direction du vecteur unitaire \mathbf{n} , appelé directeur (les sens \mathbf{n} et $-\mathbf{n}$ sont équivalents). Les distorsions du champ de vecteur \mathbf{n} sont associées à une énergie libre volumique de nature élastique, dite énergie

d'Oseen-Frank [86], qui s'exprime sous la forme la plus simple selon

$$f = \frac{1}{2}K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + \frac{1}{2}K_2(\mathbf{n} \cdot (\nabla \wedge \mathbf{n}))^2 + \frac{1}{2}K_3|\mathbf{n} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{n})|^2, \quad (4.1)$$

où K_1 , K_2 et K_3 correspondent aux constantes de Frank liées à différents modes de déformation, respectivement les modes d'éventail, de torsion et de flexion, illustrés sur la figure 4.1.

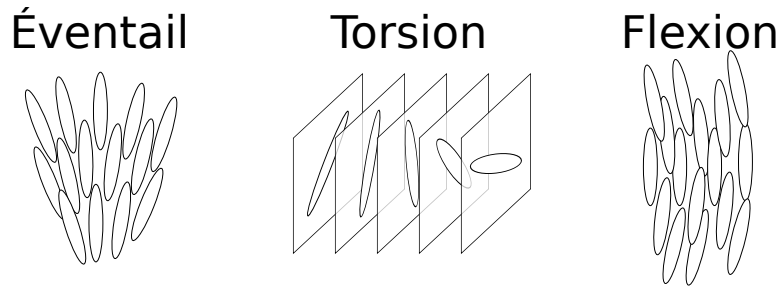


FIGURE 4.1 – Modes de déformation du directeur.

4.1.2 Couple diélectrique

Dans les milieux continus, le champ de polarisation \mathbf{P} décrit localement la densité volumique de moment dipolaire, donc un champ électrique \mathbf{E} exerce sur le matériau une densité de couple

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{P} \wedge \mathbf{E}. \quad (4.2)$$

Le champ de polarisation est notamment lié au champ électrique par la relation

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \hat{\chi} \mathbf{E} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E} \quad (4.3)$$

où $\hat{\chi}$ désigne le tenseur de susceptibilité diélectrique et ϵ_0 la permittivité électrique. Pour un milieu biréfringent uniaxe $\hat{\chi}$ est diagonal dans toute base où au moins l'un des axes est parallèle à l'axe optique, nous choisissons sans perte de généralité le troisième axe parallèle au directeur \mathbf{n} du cristal liquide, χ_{\perp} et χ_{\parallel} désignant alors les susceptibilités diélectriques perpendiculaire et parallèles à \mathbf{n} .

En utilisant l'identité vectorielle suivante

$$\mathbf{E} = (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \mathbf{n} + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})\mathbf{n}, \quad (4.4)$$

on décompose le champ selon ses composantes parallèle et perpendiculaire au directeur. Alors le champ de polarisation devient

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_{\perp} (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}) \wedge \mathbf{n} + \epsilon_0 \chi_{\parallel} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{n}, \quad (4.5)$$

et en introduisant la permittivité relative $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp} = \chi_{\parallel} - \chi_{\perp}$ l'équation (4.2) se simplifie ainsi

$$\mathbf{\Gamma} = \epsilon_0 \epsilon_a (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) (\mathbf{n} \wedge \mathbf{E}). \quad (4.6)$$

Le temps de réponse caractéristique d'un film de cristal liquide étant de l'ordre d'une dizaine de millisecondes [87], le résultat précédent, Éq. (4.6), reste typiquement valable en valeur efficace pour les champs électriques oscillant de fréquence supérieure à 100 Hz.

Le champ électrique n'exerce pas de couple sur le matériau si le directeur est perpendiculaire ou parallèle au directeur. En revanche les fluctuations thermiques de l'orientation des molécules peuvent faire basculer le directeur hors d'un état d'équilibre instable. Si on suppose la permittivité relative positive $\epsilon_a > 0$ alors l'orientation du directeur perpendiculairement au champ électrique est instable et le couple tend à orienter l'axe parallèlement au champ. À l'inverse si l'anisotropie du cristal liquide est négatif $\epsilon_a < 0$ le couple tend à orienter le directeur perpendiculairement au champ électrique et l'orientation parallèle est instable, fig. 4.2.

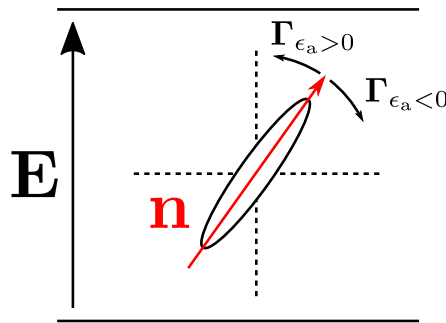


FIGURE 4.2 – Orientation du couple diélectrique exercé par le champ électrique sur une molécule composant le cristal liquide en fonction du signe de la permittivité relative. On rappelle que le sens de \mathbf{n} n'influe pas sur le sens du couple.

Ce dernier cas nous intéresse car l'orientation azimutale du directeur autour du champ électrique est dégénérée. Cela offre donc accès à un degré de liberté possible pour l'apparition de défauts topologiques.

4.1.3 Formation de défauts topologiques dans un film de cristal liquide nématique homéotrope

Nous nous intéressons à la formation spontanée de défauts topologiques dans un film d'épaisseur L de cristal liquide à anisotropie négative. Les conditions de bords sur les lames de verre délimitant le film sont homéotropes, c'est à dire que les lames ont été traitées pour que les molécules y soient orientées perpendiculairement à leur surface.

Dans ces conditions, l'état d'équilibre du directeur en l'absence de contraintes extérieures correspond à une orientation parallèlement à la normale du film en tout point. Donc le retard associé à la biréfringence est nul selon la normale au film et entre deux polariseurs linéaires croisés l'image du film à incidence normale apparaît sombre, voir Fig. 4.3 (a) et (b).

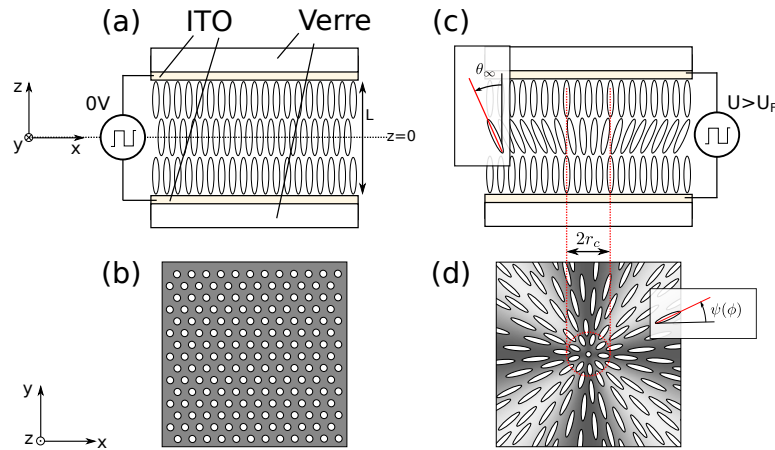


FIGURE 4.3 – Formation d'un ombilic dans une cellule homéotrope au repos (a) et (b) ; en appliquant une tension U supérieure au seuil de Fréedericsz U_F (c) et (d). Le défaut illustré est de charge $q = 1$ et $\psi_0 = 0$. Pour simplifier la représentation les molécules illustrées sont organisées suivant une grille, elle n'ont en réalité pas d'ordre positionnel au sein de la cellule.

En appliquant une différence de potentiel suffisante entre les deux lames, l'orientation des molécules parallèlement au champ est instable car l'anisotropie est négative. Le directeur s'incline préférentiellement d'un angle $\theta(z)$ par rapport à la normale, voir Fig. 4.3 (c) et (d), correspondant à un équilibre entre énergie élastique et énergie électrique. De part les conditions de bords et la symétrie du système, l'angle θ est maximal dans le plan central $z = 0$. La tension minimale

permettant le basculement du directeur est le seuil de transition de Fréedericksz

$$U_F = \pi \left(\frac{K_3}{\epsilon_0 |\epsilon_a|} \right)^{1/2}. \quad (4.7)$$

Le plan de réorientation du directeur étant dégénéré, il apparaît des points, dits ombilics, pour lesquels l'orientation azimutale n'est pas définie (le directeur est alors aligné selon la normale au plan du film), et autour desquels elle évolue continûment de 0 à $\pm 2\pi$, voir Fig. 4.4.

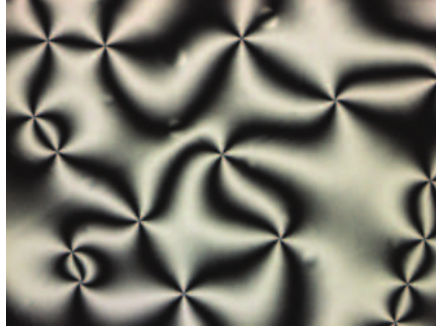


FIGURE 4.4 – *Film de cristal liquide à ancrage homéotrope sous une tension $U > U_F$, observé au microscope entre polariseurs linéaires croisés.*

Les ombilics sont analogues aux défauts topologiques présentés en introduction, section 1.3.4.1, mais dont la charge q ne peut pas être demi-entière car l'orientation du directeur (vu en trois dimensions) serait discontinue, ni de degré supérieur pour des raisons de coûts élastiques rendant instables de telles structures. Nous pouvons donc mettre en forme des faisceaux vortex de charges $\ell = \pm 2$ comme cela a été montré dans [50]. Les ombilics sont des défauts topologiques non singuliers car le champ de directeur est défini en tout point. Sur une zone appelée cœur, de rayon caractéristique r_c , θ dépend de toutes les coordonnées spatiales et on définit $\theta_\infty = \lim_{r \rightarrow \infty} \theta(r, z = 0)$, l'angle asymptotique entre le directeur et la normale dans le plan central loin de tout ombilic. Notons que ce type de défaut n'est pas nécessairement à symétrie de révolution, c'est en particulier le cas pour $q = -1$ [88].

On note $\varphi_{\parallel}(x, y)$ et $\varphi_{\perp}(x, y)$ les retards dynamiques en transmission de la cellule pour les polarisations incidentes respectivement parallèle et perpendiculaire à la projection du directeur sur le plan de la lame au point (x, y) . S'agissant de retards dynamiques ils sont inversement proportionnels à la longueur d'onde :

$\varphi_{\parallel,\perp} = 2\pi n_{\parallel,\perp} L/\lambda$, où $n_{\perp} = n_o$ correspond à l'indice ordinaire du cristal liquide et n_{\parallel} correspond à l'indice effectif moyen en projection sur le plan

$$n_{\parallel}(x, y) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{n_e n_o}{[n_e^2 \cos^2 \theta(x, y, z) + n_o^2 \sin^2 \theta(x, y, z)]^{1/2}} dz. \quad (4.8)$$

Le retard associé à la biréfringence $\Delta(x, y) = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp}$ est donc a priori dépendant de la position sur la cellule. En particulier il est nul au centre d'un ombilic, et maximal (à λ fixé) pour tout point suffisamment éloigné d'ombilics, on notera sa valeur asymptotique Δ_{∞} . Pour rappel, la pureté dans le cas d'un milieu biréfringent anisotrope vérifie localement

$$p = \sin^2(\Delta/2). \quad (4.9)$$

Comme dans le cas présent le retard n'est pas homogène, la pureté totale est évaluée par (négligeant la diffraction au sein de l'échantillon)

$$p = \frac{\iint |\mathbf{E}_{\text{out}}(r, \phi)|^2 \sin^2(\Delta(r)/2) r dr d\phi}{\iint |\mathbf{E}_{\text{out}}(r, \phi)|^2 r dr d\phi}. \quad (4.10)$$

De ce fait, la pureté de la mise en forme dépend non seulement de la longueur d'onde, mais aussi du rapport entre le rayon du faisceau incident et le rayon du cœur.

4.1.4 Dépendance du rayon du cœur sur la pureté

La description du directeur en tout point du cristal liquide au voisinage d'un ombilic est un problème difficile. Un modèle proposé par Rapini [89] permet de décrire simplement l'orientation du directeur selon les coordonnées cylindriques. Dans ce modèle, la projection du directeur a pour norme

$$|\mathbf{n}_{\perp}| = a(r) \cos\left(\frac{\pi}{L} z\right) S_M(U), \quad (4.11)$$

où S_M décrit la norme de la projection du directeur dans le plan $z = 0$ loin du défaut, donc d'après les paramètres introduits précédemment $S_M(U) = \sin \theta_{\infty}$, et a décrit le profil radial de l'amplitude normalisée, avec $a(r = 0) = 0$ et $\lim_{r \rightarrow \infty} a(r) = 1$. Aussi, l'orientation ψ de la projection varie linéairement avec l'azimut

$$\psi = q\phi + \psi_0. \quad (4.12)$$

À partir de ce modèle, la dérivation de la somme de l'énergie d'Oseen-Frank et de l'énergie électrique, permet de trouver, dans l'approximation $\theta_\infty^2 \ll 1$, les paramètres $S_M(U) = \theta_\infty$ et $a(r)$ minimisant l'énergie totale :

$$\theta_\infty^2 = \frac{2(\tilde{U}^2 - 1)}{\frac{K_1}{K_3} - \tilde{U}^2 \frac{\epsilon_a}{\epsilon_1}}, \quad (4.13)$$

avec $\tilde{U} = U/U_F$ la tension normalisée par le seuil de Fréedericksz, et a est solution de l'équation différentielle

$$\frac{d^2 a}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{da}{dr} + \left(\frac{1}{r_c^2} - \frac{1}{r^2} \right) a = \frac{1}{r_c^2} a^3, \quad (4.14)$$

avec le rayon du cœur

$$r_c = \frac{\min(K_1, K_2)}{K_3} \frac{L}{\pi} (\tilde{U}^2 - 1)^{-1/2}. \quad (4.15)$$

Enfin, à l'ordre le plus bas en θ_∞ , Δ_∞ varie en θ_∞^2 , ce qui donne $\Delta(r) \propto a(r)^2$. Alors pour évaluer l'influence du diamètre du cœur sur la pureté on considère un faisceau incident gaussien, de waist w , et $\Delta_\infty = \pi$, de telle sorte que si $r_c \ll w$ alors $p \rightarrow 1$, voir figure 4.5.

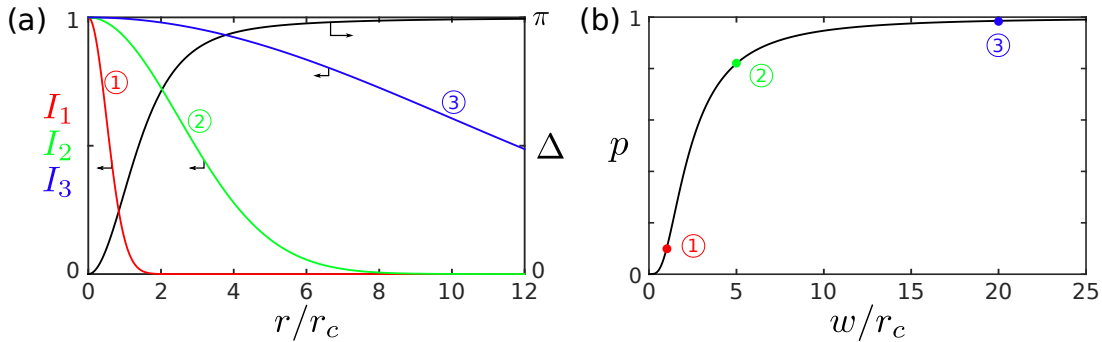


FIGURE 4.5 – Influence du rayon du cœur r_c sur l'efficacité. (a) En noir (ordonnée à droite), représentation du retard $\Delta = \pi a^2$, a étant intégré numériquement à partir de l'équation (4.14), en fonction de la distance au centre normalisée, r/r_c , en couleurs (ordonnées à gauche) profils en intensité normalisée de trois exemples de faisceaux gaussiens incidents sur l'ombilic $w_1/r_c = 1$, $w_2/r_c = 5$ et $w_3/r_c = 20$. (b) Pureté, calculée selon éq. (4.10) en fonction du rapport w/r_c , les points correspondent aux profils gaussiens illustrés sur (a).

Dans un premier temps nous analysons théoriquement le chromatisme de la pureté dans le cas d'un ombilic idéal de cœur nul, donc de retard homogène,

ensuite nous tenons compte de la modélisation de l'ombilic réel pour analyser les résultats expérimentaux.

4.2 Optimisation de la pureté par un système d'ombilics idéals sur une large bande spectrale

4.2.1 Dépendance spectrale de la pureté d'un ombilic idéal

On définit un ombilic idéal comme ayant une dimension de cœur négligeable et dont les indices n_{\perp} et n_{\parallel} ne dépendent pas de la longueur d'onde. Donc le retard associé à la biréfringence est homogène $\Delta = \Delta_{\infty}$ et est inversement proportionnel à la longueur d'onde. On simplifie son expression sous la forme

$$\Delta = \pi \lambda_0 / \lambda, \quad (4.16)$$

où $\lambda_0 = 2(n_{\parallel} - n_{\perp})L$ correspond à la plus grande longueur d'onde vérifiant la condition « lame demi-onde », $\Delta = \pi \pmod{[2\pi]}$. La valeur de la longueur d'onde de travail λ_0 peut être contrôlée par voie électrique. Et la pureté vaut

$$p(\lambda) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \lambda_0 / \lambda \right) \quad (4.17)$$

Cette condition est atteinte pour un nombre discret de longueurs d'onde vérifiant $\Delta \equiv \pi [2\pi]$, voir Figure 4.6 (a).

On calcule une bande spectrale de l'ordre de 120 nm de largeur pour laquelle l'efficacité est supérieure à 97% pour $\lambda_0 = 547$ nm. Et plus l'ordre i de la lame est élevé, plus la bande est étroite, voir Figure 4.6 (b).

L'objectif étant d'obtenir une pureté de maximale sur tout le spectre visible que l'on fixe de 400 nm à 800 nm, on choisit d'évaluer l'efficacité par la distance euclidienne ξ entre la pureté donnée et sa valeur maximale de 1 :

$$\xi = \left[\int_{\lambda=400 \text{ nm}}^{\lambda=800 \text{ nm}} (1 - p(\lambda))^2 d\lambda \right]^{1/2}, \quad (4.18)$$

l'optimum correspondant au minimum de ξ . Dans le cas présent le paramètre permettant de minimiser ξ est $\lambda_0 = 547$ nm, illustré sur la figure 4.6.

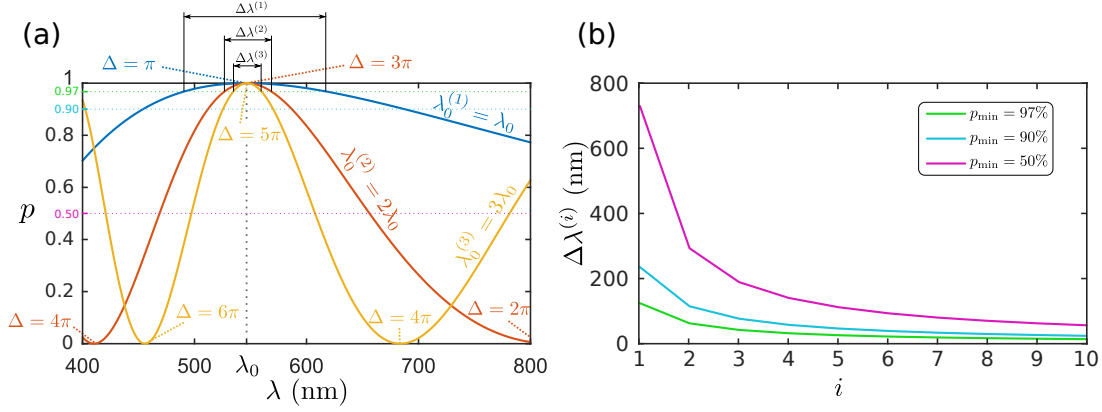


FIGURE 4.6 – (a) Graphe de l'efficacité spectrale pour les trois premiers paramètres $\lambda_0^{(i)} = i\lambda_0$ vérifiant la condition « lame demi-onde » en $\lambda_0 = 547$ nm, cette dernière correspondant à la valeur minimisant l'opérande ξ (voir éq.4.18). (b) Évolution de la largeur de la bande spectrale $\Delta\lambda$ dont la pureté est supérieure aux seuils p_{\min} en fonction de l'ordre i du retard.

La perte de pureté pour les longueurs d'onde autre que la longueur d'onde de travail correspond au fait que la transmission contient une composante co-circulaire non structurée en phase. Étant de polarisation orthogonale à celle du faisceau structuré, elle peut être séparée et structurée à son tour de manière indépendante. On propose donc par la suite de structurer en série la phase à l'aide d'un second ombilic permettant de structurer la partie non-vortex issue du premier ombilic puis de recombinaison les deux portions vortex pour obtenir une meilleure efficacité totale du système.

4.2.2 Optimisation pour un système de deux ombilics idéaux en série

Comme illustré sur la figure 4.7, l'idée est de disposer deux ombilics en série, et de séparer les deux composantes circulaires après la première. La composante co-circulaire est dirigée vers le second défaut. Enfin les deux composantes vortex issues de chaque ombilic sont recombinaison et la composante non-vortex résiduelle est filtrée.

En conséquence, la pureté $p = I_{out}/I_{in}$ (en négligeant les réflexions et absorptions) devient

$$p_{tot} = 1 - (1 - p_1)(1 - p_2), \quad (4.19)$$

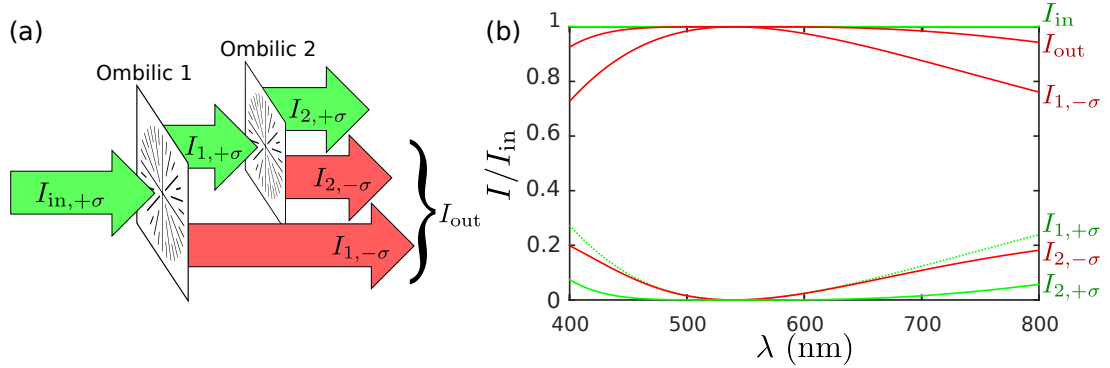


FIGURE 4.7 – (a) Illustration du « recyclage » par un second ombilic idéal, les composantes vortex sont représentées en rouge et les composantes non-vortex en vert. (b) Intensités spectrales normalisées de toutes les composantes pour un cas où les deux ombilics sont identiques $\lambda_1 = \lambda_2 = 540 \text{ nm}$.

où p_1 et p_2 correspondent à l'efficacité des deux ombilics idéaux. Ou en fonction des paramètres λ_1 et λ_2 de chaque ombilic

$$\eta(\lambda) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda_1/\lambda\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda_2/\lambda\right) \quad (4.20)$$

Les valeurs λ_1 et λ_2 peuvent être contrôlées indépendamment par voie électrique. L'optimisation consiste alors à trouver le couple de paramètres (λ_1, λ_2) minimisant théoriquement la distance ξ , définie éq. (4.18), sur l'ensemble de la bande spectrale. Les paramètres optimaux obtenus numériquement sont $\lambda_1 = 447.6 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 683.6 \text{ nm}$. L'efficacité est ainsi supérieure à 97% sur une bande de largeur supérieure à 400 nm couvrant tout le spectre visible, voir figure 4.8.

4.3 Réalisation expérimentale

4.3.1 Dispositif expérimental

En pratique nous réalisons les films de cristaux liquides à anisotropie diélectrique négative aux fréquences quasi-statiques entre deux lames de verre revêtues d'une couche conductrice en oxyde d'indium-étain (ITO) et traitées par adsorption d'une molécule tensioactive de cetrimonium bromide (CTAB) assurant l'ancrage homéotrope. Le protocole de fabrication est détaillé sur la figure 4.9. Dans l'étape d'assemblage, fig. 4.9(d), nous espaçons les lames de $13 \mu\text{m}$ et les collons avec un polymère époxyde. La dernière étape de passage à l'état de fluide

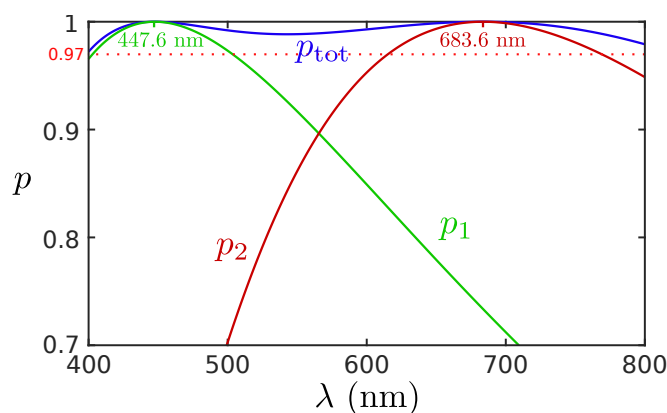


FIGURE 4.8 – Graphe de la pureté idéale p_{tot} optimale en bleu en fonction de la longueur d'onde. En rouge et vert les efficacités idéales η_1 et η_2 des deux lames individuellement.

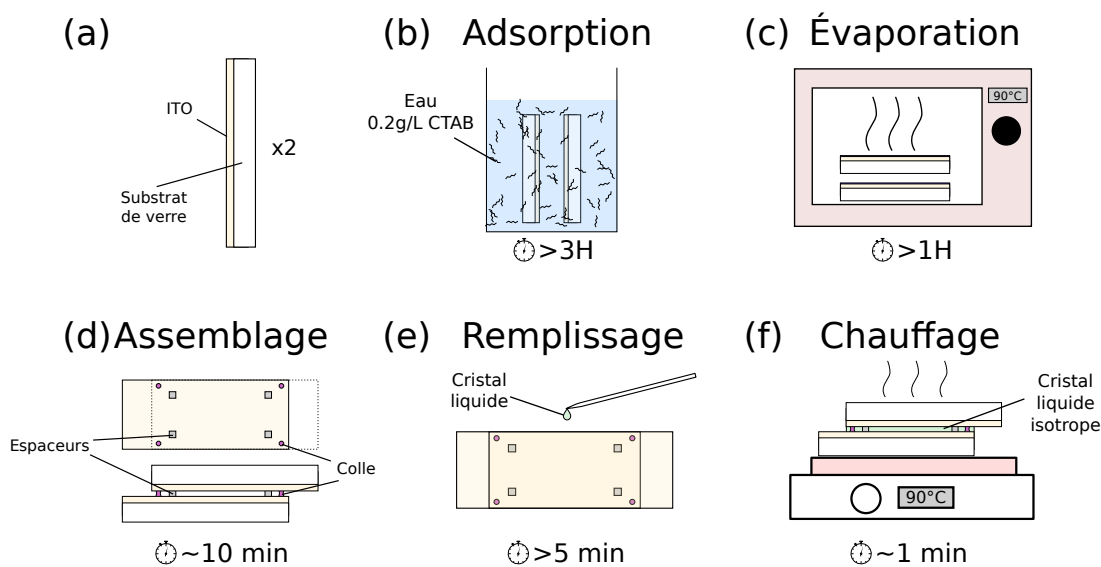


FIGURE 4.9 – Protocole de fabrication d'une cellule de cristal liquide homéotrope. (a) Découper deux lames de verre à revêtement conducteur (ITO). (b) Tremper les deux lames dans une solution de CTAB diluée à 0.2 g/L pendant 3h environ. (c) Retirer les lames et les faire sécher en étuve. (d) Coller les lames de façon légèrement décalée. (e) Poser quelques gouttes de cristal liquide sur le bord et laisser la cellule se remplir par capillarité. (f) Chauffer au delà de la température de transition isotrope du cristal liquide et laisser refroidir doucement à température ambiante.

isotrope, fig. 4.9(f), s'est révélée parfois nécessaire pour éliminer des formations de cristaux dans la cellule. Nous utilisons le cristal liquide MLC6608 de Merck, d'anisotropie diélectrique négative $\epsilon_a = -4.2$ à 1 kHz et d'indices $n_e = 1.5578$ et $n_o = 1.4748$ pour une longueur d'onde de 589.6 nm.

Deux cellules identiques sont ainsi faites, chacune est reliée à un générateur de signal carré de fréquence fixée à 2 kHz.

Afin de séparer sans filtrer les composantes vortex et non-vortex du faisceau émergent des cellules, nous utilisons des cubes séparateurs de polarisation linéaire dans un dispositif analogue à l'interféromètre de Mach-Zehnder, voir figure 4.10.

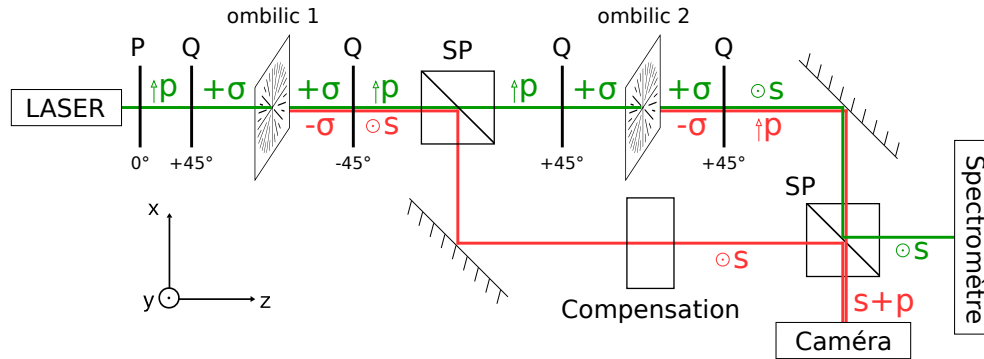


FIGURE 4.10 – Schéma du dispositif expérimental. Les faisceaux représentés en vert correspondent aux composantes non-vortex, ceux en rouge aux composantes vortex. L'état de polarisation est indiqué après chaque élément, les polarisations linéaires sont nommées s et p relativement aux plans d'incidence sur les cubes séparateurs polarisants (SP). Les orientations des lames quart-d'onde (Q) sont indiquées relativement à la polarisation (P) initiale du faisceau.

Chaque cellule est alors encadrée par deux lames quart-d'onde large bande. Elles sont orientées de sorte que les deux polarisations circulaires incidentes sont colinéaires, et que les composantes vortex sont séparées puis recombinaées. Pour chaque cellule, le faisceau est focalisé au centre d'un couple de lentilles de distance focale $f = 100$ mm en disposition f-f, sur un ombilic de charge $q = 1$. Le rayon à $1/e^2$ du faisceau au niveau de la cellule mesure de $52.3 \mu\text{m}$ pour $\lambda = 400$ nm à $72.3 \mu\text{m}$ pour $\lambda = 800$ nm. Pour les modélisations à venir, le rayon sera interpolé linéairement entre ces deux valeurs. En sortie le rayon est de l'ordre de 1 mm.

Pour mesurer la dépendance spectrale de la pureté, nous disposons d'un spectromètre dont l'entrée est une fibre optique de $200 \mu\text{m}$ de diamètre. Placé sur

la sortie vortex il mesurerait seulement le cœur du faisceau dont l'intensité est nulle. Le spectromètre est donc placé sur la sortie non-vortex et nous mesurons donc $1 - p(\lambda)$ en normalisant par le spectre reçu lorsque les deux cellules sont inactives, à 0 V. En réalité la répartition spectrale d'intensité varie légèrement en fonction de la position de l'entrée de la fibre sur le faisceau. Pour pallier cet effet un élément diffusant (essuyeur professionnel blanc 7557 Kimtech) est placé en entrée. La mesure de $1 - p(\lambda)$ permet donc de visualiser la pureté spectrale en temps réel, sans avoir à déplacer le spectromètre ni à basculer des polariseurs manuellement.

4.3.2 Résultats

Expérimentalement on ajuste manuellement la tension appliquée à chaque cellule de sorte que l'efficacité soit visuellement maximale sur le spectromètre. On obtient en champ lointain la combinaison d'un vortex rouge, et d'un vortex bleu issu du résidu non structuré du premier ombilic, voir Figure 4.11. On trace $p(\lambda)$ sur la figure 4.12 (a).



FIGURE 4.11 – Vortex blanc en sortie du système et se deux composantes complémentaires.

On constate sur les résultats expérimentaux qu'on arrive au mieux à une bande spectrale de plus de 350 nm au dessus de 97%, pour des tensions appliquées respectivement $U_1 = 2.89$ V et $U_2 = 3.20$ V, pour une tension seuil de Fréédéricksz $U_F = 2.19$ V. Les valeurs $\lambda_1 = 448$ et $\lambda_2 = 701$ nm qui maximisent la pureté des deux ombilics pris individuellement sont comparables aux paramètres calculés précédemment dans la modélisation idéale. On remarque également que les maxima de pureté n'atteignent pas 100% mais $p_1 = 97.2\%$ pour $\lambda_1 = 448$ nm et $p_2 = 98.6\%$ pour $\lambda_2 = 701$ nm. Ceci peut être expliqué, comme décrit en intro-

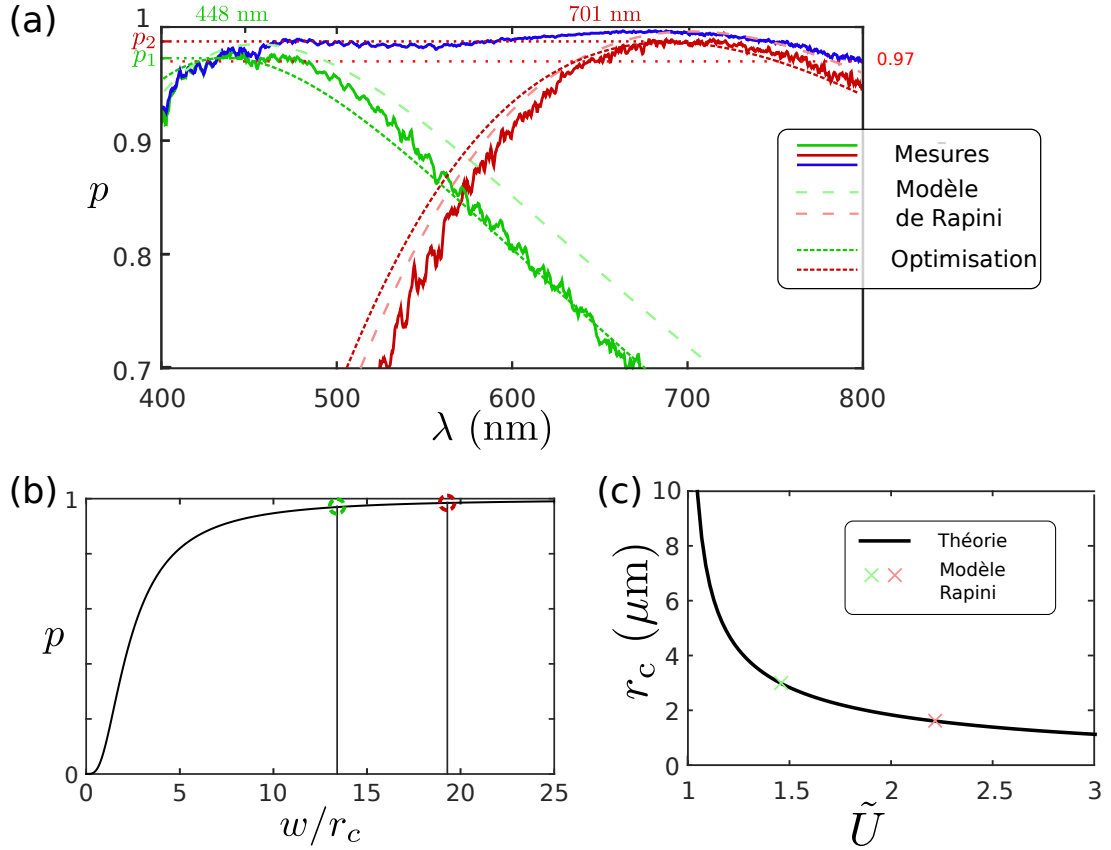


FIGURE 4.12 – (a) Graphe de l’efficacité en fonction de la longueur d’onde mesurée expérimentalement (traits continus), modèle de Rapini correspondant (tirets espacés) et graphe approché numériquement par un modèle tenant compte simplement du rayon du cœur et supposant $\Delta_\infty = \pi$ pour 418 et 701 nm (traits discontinus). En rouge et vert, l’efficacité mesurée pour chaque cellule isolée, en bleu, l’efficacité totale. (b) Dépendance de la pureté en fonction du diamètre du faisceau par rapport au diamètre du cœur w/r_c ce graphe permet réciproquement d’obtenir le rayon du cœur en fonction de la pureté maximale. (c) Rayon du cœur en fonction de la tension selon de modèle de Rapini, les croix représentent les valeurs théoriques pour obtenir $\Delta_\infty = \pi$ pour 418 et 701 nm comme illustré sur le graphe (a).

duction de ce chapitre, par la structuration tridimensionnelle réelle du directeur, notamment par l’influence du rayon du cœur sur la pureté, voir Fig. 4.12 (b).

En supposant $\Delta_\infty = \pi$ pour les longueurs d’onde qui maximisent la pureté, si on tient compte de la dimension du cœur selon le modèle de Rapini $r_{c1} = 2.96$

et $r_{c2} = 1.61 \mu\text{m}$, les maxima sont sur-estimés. Cela signifie que la dimension du cœur est en réalité supérieure. Du graphe 4.12 (b), on peut déduire des maxima de pureté les rayons de cœur correspondants, on trouve $w_1/r_{c1} = 13.3$ et $w_2/r_{c2} = 19.2$, soit des rayons $r_{c1} = 4.1 \mu\text{m}$ et $r_{c2} = 3.5 \mu\text{m}$.

Les rayons de cœur et les tensions correspondantes selon le modèle de Rapini représentées sur le graphe 4.12 (c) sont très différents de ceux mesurés expérimentalement. Ceci s'explique par le fait que ce modèle est basé sur des développements pour les petits angles $\theta_\infty^2 \ll 1$ et ne tient pas compte du phénomène de saturation lorsque $\theta_\infty \rightarrow \pi/2$, en effet on calcule selon les paramètres du système $\sin \theta_\infty \approx 1$. Cela permet de conclure que les rayons calculés à partir des maxima de pureté est davantage conforme à la réalité de la structuration du défaut.

Enfin, on peut numériquement optimiser Δ_∞ plus finement pour que les maxima des modèles coïncident avec les longueurs d'onde des courbes expérimentales. On trouve $\Delta_{1\infty} = 3.23 \text{ rad}$ et $\Delta_{2\infty} = 3.19 \text{ rad}$.

4.3.3 État de polarisation du faisceau vortex recombinaé

Le dispositif consiste à combiner deux faisceaux vortex issus de deux lames biréfringentes inhomogènes. Pour maximiser l'efficacité du processus, les cubes séparateurs sont polarisant et les états de polarisation des faisceaux vortex ne sont pas projetés. Par conséquent, en sortie, les faisceaux sont polarisés linéairement et orthogonalement l'un à l'autre. Le faisceau ainsi recombinaé est donc a priori elliptique. L'état de polarisation en sortie dépend de deux paramètres indépendants : l'amplitude des deux faisceaux et leur déphasage relatif à la différence de marche.

La différence d'amplitude provient de la disposition en série des deux éléments. Le premier ombilic reçoit toute l'intensité initiale du laser et convertit en transmission une proportion η (maximale en λ_1) en un faisceau vortex. Le second ombilic reçoit la proportion résiduelle non structurée par le premier, dont l'intensité spectrale dépend de la pureté du premier ombilic (elle est par exemple nulle pour λ_1 dans le cas du modèle idéal). Les intensités des deux faisceaux vortex sont donc en général inégales et dépendent de la longueur d'onde, voir figure 4.13. Ainsi, dans le cas idéal où les chemins parcourus par les faisceaux sont égaux (différence de marche $\delta = 0$), la polarisation du vortex est linéaire

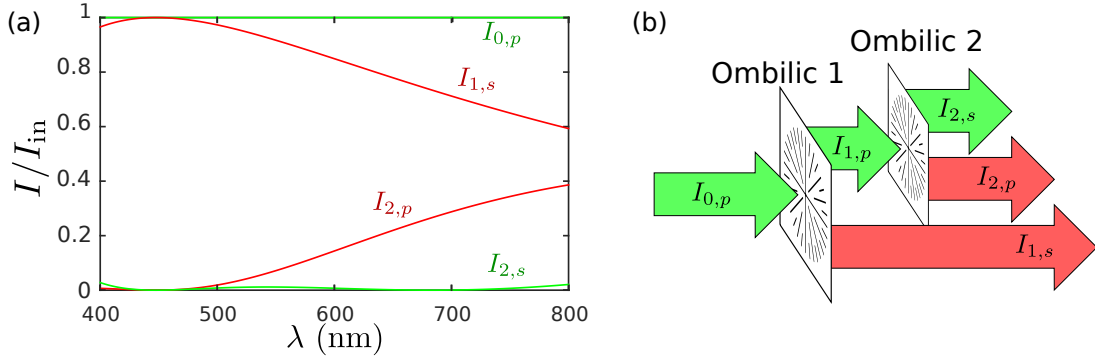


FIGURE 4.13 – Répartition de l'intensité en fonction des polarisation sortantes. (a) Intensité spectrale de chaque composante pour la modélisation idéale $\lambda_1 = 447.6$ nm et $\lambda_2 = 683.6$ nm. (b) Rappel du système incluant la représentation de polarisation introduite dans la figure 4.10.

mais son azimut est inhomogène spectralement

$$\tan \psi_{\text{polar}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\lambda_2/\lambda\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\lambda_1/\lambda\right)}. \quad (4.21)$$

Enfin, une faible différence de marche (par exemple $\delta = 10$ μm) induit un déphasage de nature dynamique entre les faisceaux, donc proportionnel à $1/\lambda$. Ce déphasage impacte fortement le chromatisme en polarisation, voir figure 4.14. Ainsi, en pratique, l'état de polarisation n'est pas maîtrisé en sortie.

Cette recombinaison en polarisation orthogonales met également en évidence la limitation en terme de nombre d'éléments mis en série. À partir de trois éléments les composantes recombinaison interfèrent car elle ne peuvent pas être toutes orthogonales entre elles, voir Fig. 4.15, et réduisent l'efficacité du système.

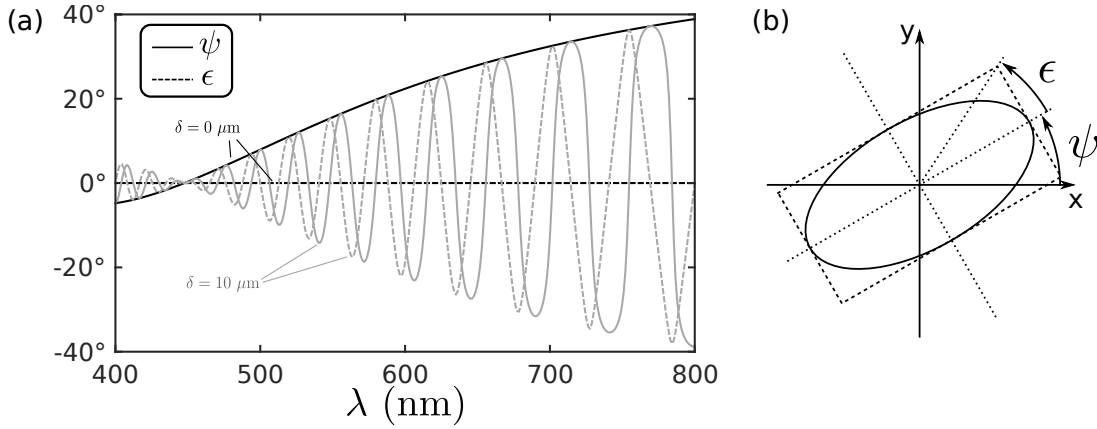


FIGURE 4.14 – (a) Azimut ψ et ellipticité ϵ de l'ellipse de polarisation (voir (b)) en fonction de la longueur d'onde pour un système supposé idéal et rigoureusement achromatique, pour deux différences de marche δ entre les bras de l'interféromètre.

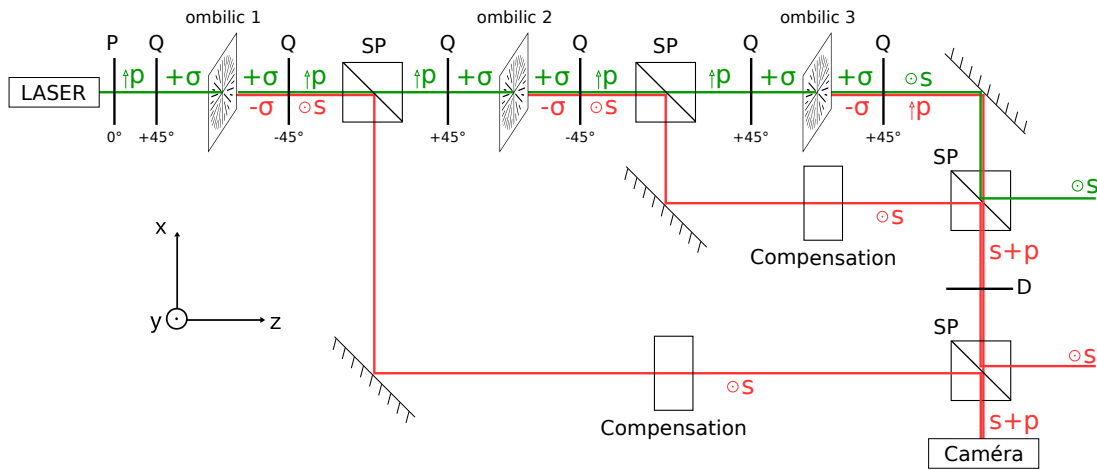


FIGURE 4.15 – Dispositif expérimental pour une mise en série de trois éléments biréfringents inhomogènes, consistant en une double imbrication de dispositif illustré sur la figure 4.10. La lame demi-onde D permet de modifier l'état de polarisation de la sortie de la première recombinaison, cependant les composantes vortex ne peuvent pas être toutes recombinaisonnées sur un même axe.

Génération de faisceaux vortex large-bande par éléments d'interaction spin-orbite en parallèle

Dans le chapitre précédent nous avons discuté une approche permettant de générer, avec la pureté la plus grande possible, des vortex optiques achromatiques à partir de l'utilisation de deux défauts de cristaux liquides en série. Comme nous l'avons vu, il n'est pas possible d'associer un troisième élément en série sans avoir à filtrer une composante vortex du faisceau, ou sans interférences. Ici, on propose une approche permettant de tirer profit de l'utilisation de plusieurs éléments d'interaction spin-orbite indépendants en les utilisant en parallèle. Une telle approche, introduite dans une thèse précédente [90], consiste à séparer une large bande spectrale en différents canaux spectraux, et à les adresser vers un réseau d'éléments d'interaction spin-orbite dont les longueurs d'onde de travail sont adaptées à celles des canaux, permettant ainsi de générer un vortex blanc. Comme chaque élément est contrôlable les capacités de mise en forme topologique vont bien au delà de la génération de vortex blanc. En particulier, on introduira le concept de modulation multispectrale du moment orbital angulaire de la lumière, dont le principe est présenté sur la figure 5.1.

5.1 Localisation des défauts

Pour paralléliser de façon reproductible avec un nombre limité de cellules de cristaux liquides, il est nécessaire de maîtriser la localisation des défauts au sein d'une seule cellule. En effet, sur une cellule homogène les défauts sont répartis

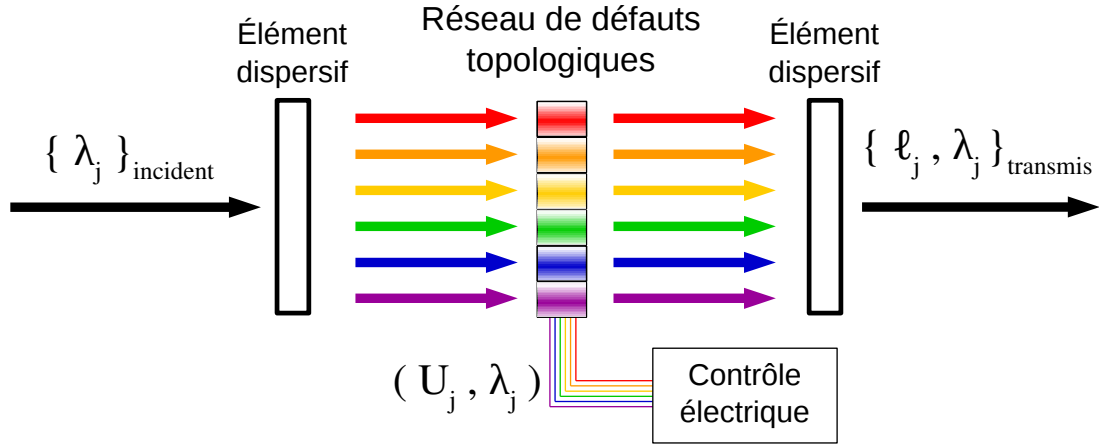


FIGURE 5.1 – Principe du traitement large-bande du contenu orbital d'un faisceau via un réseau d'éléments d'interaction spin-orbite contrôlés électriquement.

de façon aléatoire. Une solution consiste à localiser le champ électrique appliqué à la cellule sur une zone limitée, comme pour un pixel, en gravant un circuit par ablation du revêtement d'ITO [91], voir figure 5.3.

Ainsi le champ électrique force localement la réorientation des molécules et la symétrie des conditions de bord implique la création d'un ombilic de charge $q = +1$. Suivant le travail de Rapini pour une électrode d'extension infinie, les figures 5.2 (e) et (f) illustrent deux modes possibles de structuration du directeur dans le pixel associés à des déformations élastiques distinctes dans le plan transverse. Le premier correspond à une structuration radiale associée à la constante élastique K_1 , le second à une structuration azimuthale associée à la constante élastique K_2 . En pratique, le cœur va spontanément s'organiser suivant le mode qui minimise son énergie, si les constantes de Frank du cristal liquide vérifient $K_2 < K_1$ alors le cœur est préférentiellement torsadé, dans le cas contraire il est en éventail [92].

Afin d'expliquer l'apparition de défaut de charge topologique +1, il est utile de procéder aux considérations suivantes. Tout d'abord, on remarque qu'au niveau du bord du pixel, l'ablation de la couche d'ITO crée un sillon de quelques dizaines de nanomètres de profondeur. Le tensioactif favorisant un ancrage homéotrope des molécules est donc également présent sur les parois du sillon, ce qui favorise une orientation du directeur perpendiculaire au bord, voir figure 5.3 (a). De plus, dans le voisinage du bord du pixel, le champ électrique est incliné par rapport à la normale z dans le plan perpendiculaire au bord, voir figure 5.3 (b).

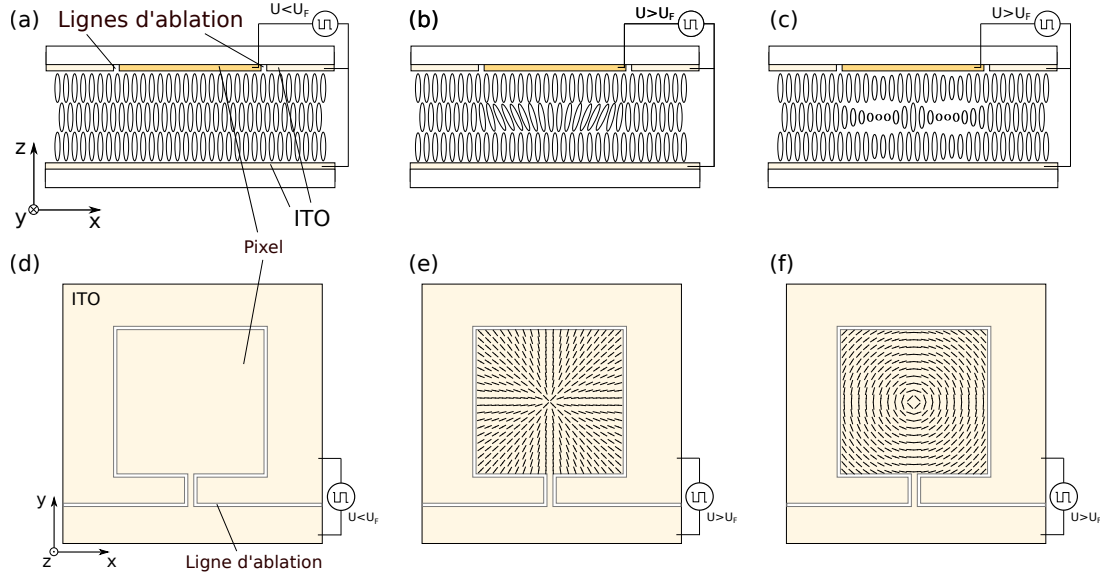


FIGURE 5.2 – Structuration de la cellule et orientation du directeur au sein d'un pixel. (a) et (d) Exemple de structuration de l'ITO d'une face de la cellule, si la tension est inférieure au seuil de Fréedericksz, le directeur est perpendiculaire à la lame. (b) et (e) Structuration d'un ombilic de type éventail localisé dans un pixel. (c) et (f), structuration d'un ombilic de type chiral, selon la terminologie utilisée par Rapini.

Cette inclinaison du champ rompt la dégénérescence sur l'orientation azimutale du directeur, et combiné à la remarque sur l'ancrage au niveau des sillons, le directeur s'oriente préférentiellement dans la direction perpendiculaire au bord comme on le montre sur la figure 5.3 (c). Ainsi, les conditions de bords dans le plan du film favorisent une structuration radiale du directeur au moins en périphérie.

Comme $K_2 < K_1$ en pratique, les deux modes sont combinés. Sur le bord l'orientation du directeur est radiale, et azimutale au niveau du cœur ce qui minimise l'énergie libre élastique là où les gradients de directeur sont les plus importants. Au final le directeur adopte une structure en spirale dont le sens d'enroulement, voir figure 5.4, est a priori aléatoire (on le verra aussi sur la Fig. 5.7 (b)).

Malgré sa dépendance en fonction du paramètre radial, la linéarité de l'orientation ψ en fonction du paramètre azimutal ϕ permet toujours de générer des vortex optiques de charges $\ell = \pm 2$.

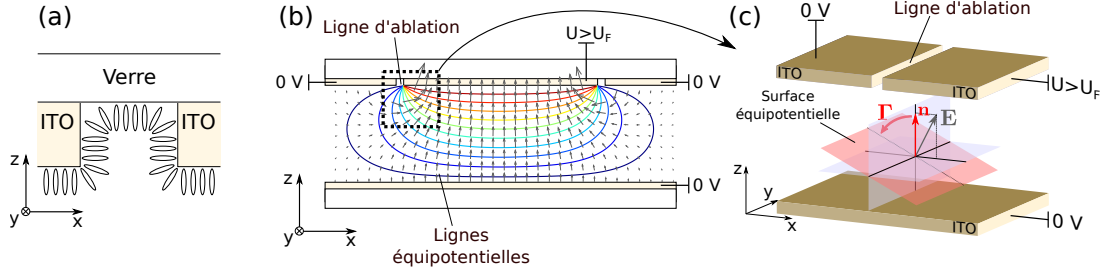


FIGURE 5.3 – Conditions aux limites du pixel sur l'orientation du directeur. (a) Ancrage du cristal liquide au niveau d'une ligne d'ablation d'ITO. (b) Simulation bidimensionnelle d'un champ électrique statique (flèches) généré par un pixel dans une cellule vide en coupe longitudinale. (c) Représentation du champ électrique au bord du pixel. Au repos le directeur est parallèle à l'axe z , en présence de champ électrique le couple diélectrique Γ l'oriente préférentiellement en direction du plan équiphase en restant dans le plan (z, x) pour minimiser son angle avec l'axe z .

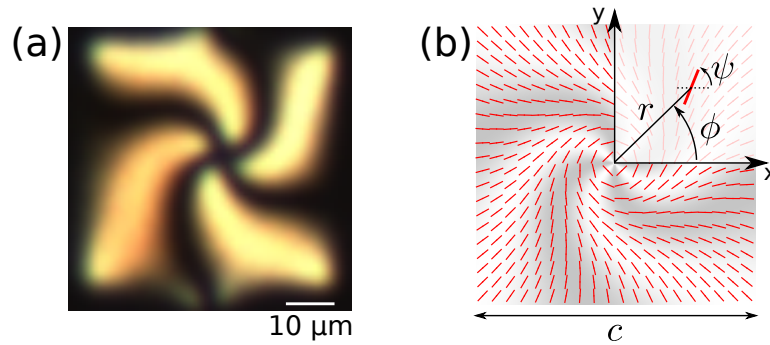


FIGURE 5.4 – Ombilic localisé dans un pixel. (a) Image au microscope entre polariseurs linéaires croisés d'un ombilic, formé sur un film de cristal liquide MLC 6608, localisé dans un pixel carré de $50 \mu\text{m}$ de côté et de $13 \mu\text{m}$ d'épaisseur. (b) Exemple simulé de structuration du directeur, azimutale au voisinage du cœur et radiale au niveau du bord, dont l'allure entre polariseurs croisés (en filigrane) s'apparente à celle de l'image expérimentale, $\psi(r, \phi) = \phi + \frac{\pi}{2} \exp\left(-8\frac{r^2}{c^2}\right)$ où c est la taille d'un côté du pixel.

5.2 SLM à base de pixels topologiques

Ainsi localisés dans des pixels, les défauts peuvent être ensuite organisés en matrice de pixels contrôlés électriquement en structurant le revêtement d'ITO. Ce

qui permet de créer un dispositif analogue à un SLM à cristaux liquides classique, mais dont chaque pixel est structuré topologiquement, voir figure 5.5. Comme on le verra, cela ouvre de nouvelles possibilités de structuration spectro-spatio-temporelle de la lumière dont quelques exemples sont développés dans la suite.

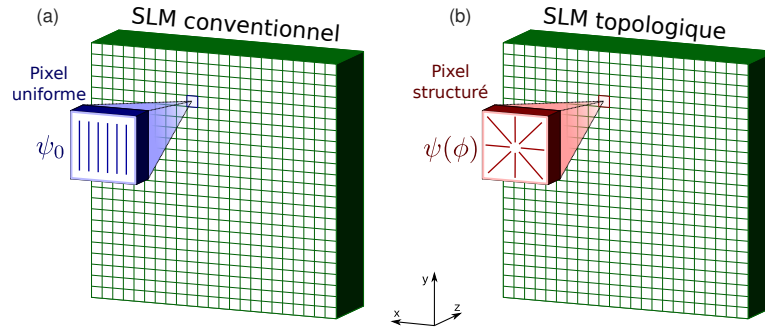


FIGURE 5.5 – (a) Illustration d’un SLM classique dans lequel l’orientation de l’axe optique des pixels est homogène dans les pixels $\psi = \psi_0$. (b) SLM topologique pour lequel chaque pixel est une lame à biréfringence structurée contrôlable électriquement, ici $q = 1$.

5.2.1 Réalisation pratique du SLM topologique

Une matrice de pixels de 127 lignes et 10 colonnes est obtenue par ablation laser d’ITO à partir d’un substrat uniforme [91]. Chaque colonne est connectée à une électrode d’où on applique la tension. Chaque ligne est donc un réseau de 10 pixels indépendants, voir Fig. 5.6.

La cellule est assemblée en juxtaposant une lame de verre à revêtement ITO non structuré. L’ensemble est posé sur un support, voir figure 5.7(a), percé au niveau de la matrice, muni de dix broches Pogo qui établissent le contact avec les électrodes. Le dessus du support, vissé au dessus de l’échantillon, le maintient par pression. Les broches sont liées à un générateur fournissant 10 signaux carrés de tensions indépendantes aux différentes voies, et de 42 kHz de fréquence.

5.2.2 Effet lentille de l’ombilic

On remarque sur la figure 5.7(b) que l’orientation du cristal liquide dans chaque pixel forme une spirale autour du cœur. Comme discuté précédemment, cette organisation est due à l’anisotropie élastique du cristal liquide, et le sens de

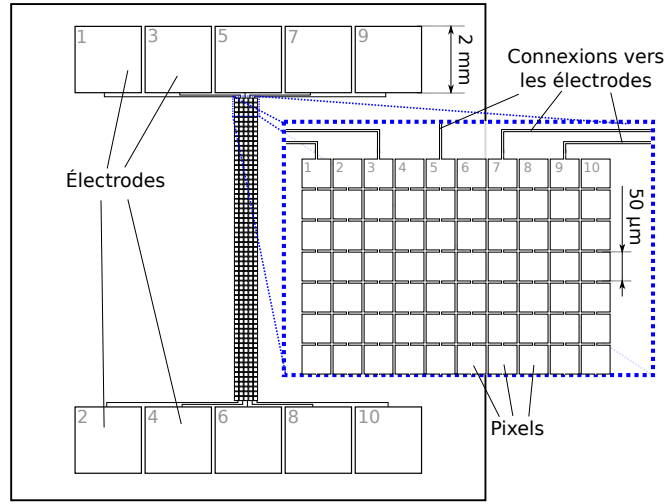


FIGURE 5.6 – Schéma du réseau de pixels. Les lignes démarquent les zones conductrices. Les pixels de chaque colonnes sont connectés entre eux, et chaque colonne est connectée à une électrode d'où est appliquée la tension.

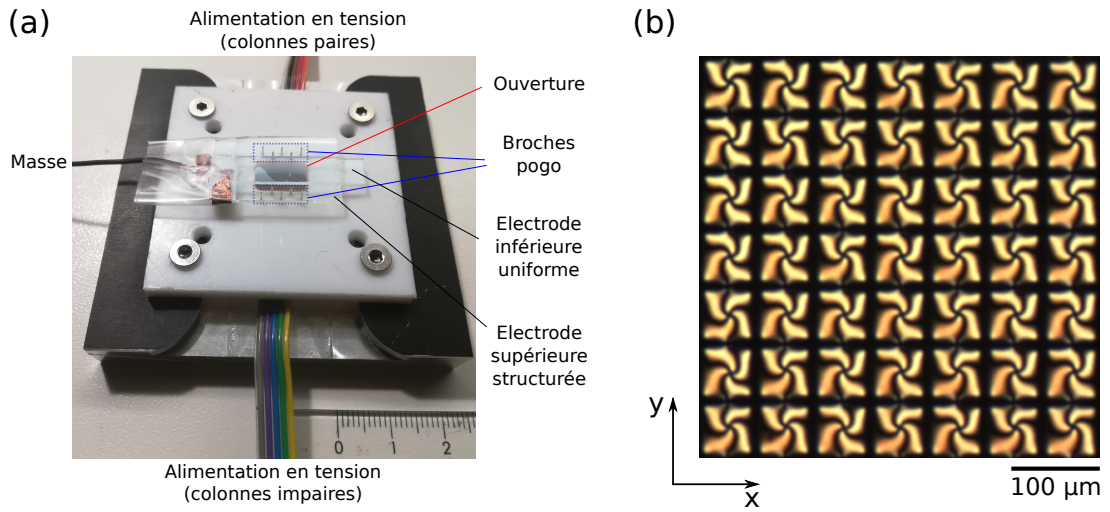


FIGURE 5.7 – (a) Photographie du support avec une cellule structurée positionnée de sorte que les broches pogo soient en contact avec les électrodes. Le dessus du support appuyant sur la cellule est enlevé pour la photo. (b) Observation typique de la matrice de pixels topologiques sous tension par microscope en transmission entre polariseurs linéaires croisés.

la spirale est aléatoire [92]. L'orientation de l'axe optique dépend alors de la distance r au centre du défaut, $\psi(r, \phi) = \phi + \phi_0 + \varsigma f(r)$ avec f croissant et $\varsigma = \pm 1$

suivant le sens de la spirale. En regardant en position receveur, le sens est dit droit, $\zeta = +1$, si en partant du centre les branches tournent dans le sens horaire, et gauche, $\zeta = -1$, dans le cas contraire. Comme $\varphi_g = 2\sigma\psi(r, \phi)$, si le produit $\sigma\zeta$ est positif (respectivement négatif) la phase croît (décroît) avec le rayon. Ces dépendances radiales de la phase traduisent un comportement effectif de l'élément comparable à une lentille asphérique divergente (convergente). Cette composante radiale du gradient de phase induit une déviation du vecteur d'onde dans la direction du gradient, donc en champ lointain le rayon du vortex dépend de la polarisation, de la courbure du champ incident (divergent ou convergent) et du sens de la spirale, voir figure 5.8. Comme tous les canaux auront le même état de polarisation incident, et que l'on souhaite les recombinaison avec la même structuration de phase, il convient d'avoir le même sens de spirale sur tous les pixels d'une même ligne.

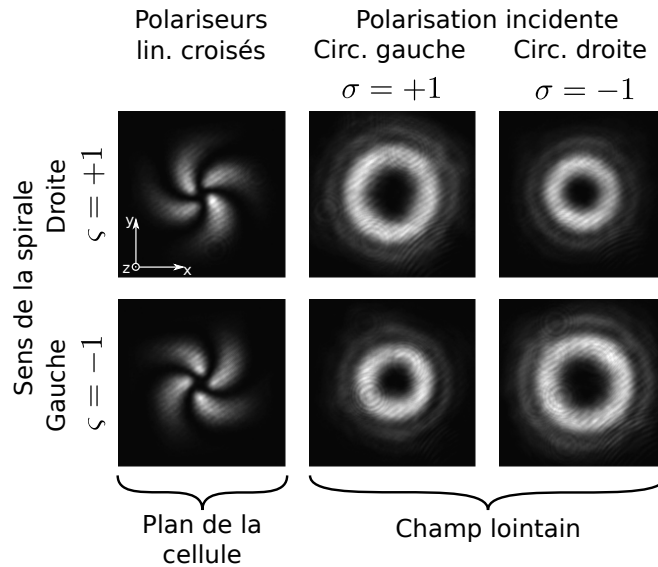


FIGURE 5.8 – Effet du sens de la spirale du défaut topologique sur un faisceau incident divergent en fonction de la polarisation de l'onde incidente. Le diamètre du vortex en champ lointain est plus grand dans les cas $\sigma\zeta = +1$. On mesure $w_{\sigma=+1}/w_{\sigma=-1} = 1.32$ pour $\zeta = +1$ et $w_{\sigma=+1}/w_{\sigma=-1} = 0.75$ pour $\zeta = -1$.

Comme le sens d'enroulement est aléatoire il peut suffire d'éteindre et de rallumer un pixel jusqu'à obtenir le signe de torsion souhaité. En pratique, on a trouvé qu'il est également possible d'inverser à la demande le sens d'enroulement en effectuant cette opération rapidement. Sur une cellule de $13 \mu\text{m}$ d'épaisseur

remplie avec le cristal liquide MLC6608 si on applique une tension de 8 V à 2 kHz et qu'on éteint pendant une fraction de 160 ms la tension, la majorité des spirales s'inversent, voir figure 5.9. Sur un échantillon de 7x14 pixels, et sur 63 périodes complètes on observe 66 échecs, excluant un pixel dans lequel aucun défaut ne s'est formé dès le départ de la mesure. Ce qui revient à un taux de succès de 99%. De plus l'ensemble des échecs s'est produit exclusivement sur deux pixels. En incluant le pixel dans lequel aucun ombilic ne s'est formé, on compte dans cette cellule environ 3% de pixels défaillants. Nous pensons que cet effet est dû à un couplage entre le flux hydrodynamique et la rotation du directeur [93]. Lorsque le champ est interrompu le directeur revient à sa position d'équilibre, perpendiculaire à la cellule. Cette rotation provoquerait un flux suffisant dans le cristal liquide pour perturber l'orientation du directeur lorsque le champ est réactivé, et favoriser la torsion opposée. On s'arrange ainsi en pratique à choisir une ligne sans pixel défaillant et à orienter toutes les spirales de ses pixels dans le même sens selon ce procédé.

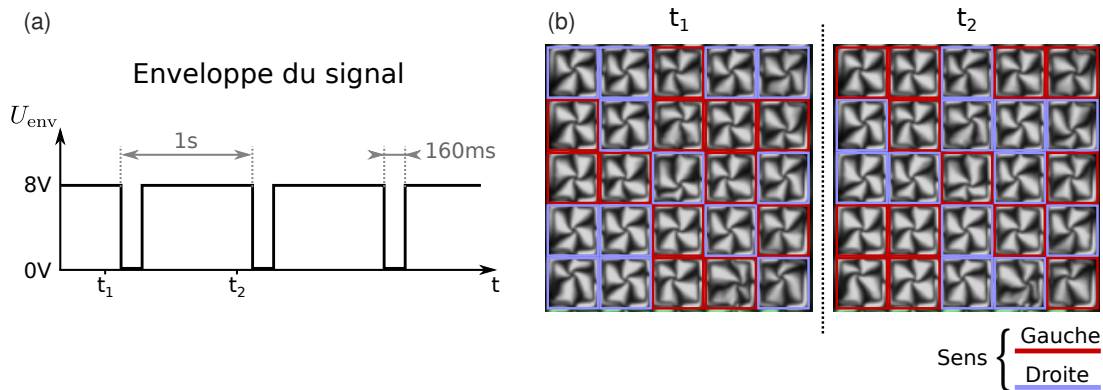


FIGURE 5.9 – Démonstration du changement de sens de la spirale après une brève interruption de la tension. (a) Enveloppe du signal appliqué à la cellule, modulant un signal carré AC de 2 kHz de fréquence. (b) Deux images représentant un échantillon du réseau de défauts ne présentant pas de pixel défaillant sur deux périodes successives. La coloration met en évidence le sens des spirales.

5.3 Mise en forme multispectrale

La première application consiste à générer un vortex polychromatique. Les différents pixels étant indépendants, on peut adapter leur longueur d'onde de travail

respective afin de recouvrir tout le spectre visible. On peut reconstruire ainsi une efficacité maximale par morceaux.

5.3.1 Source multispectrale

En pratique si on fait passer un spectre diffracté d'une source polychromatique (laser supercontinuum dans nos expériences) par un réseau directement à travers ce dispositif, comme illustré sur la figure 5.1, les différentes composantes spectrales sont étalées de façon continue sur le réseau de défauts. Par conséquent seule un échantillon discret du spectre sera centré sur les pixels, voir figure 5.10 (a).

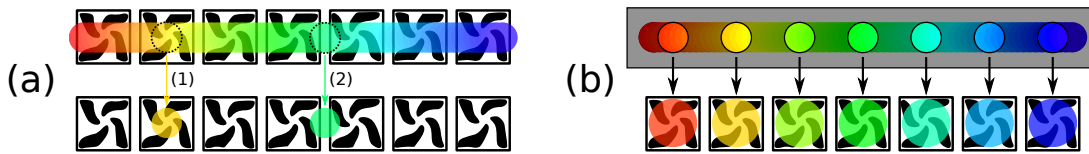


FIGURE 5.10 – (a) Illustration d'un faisceau spectralement diffracté par un réseau en incidence sur un réseau d'ombilics. Le faisceau est diffracté de façon continue donc pour certaines longueurs d'onde, par exemple la zone (1), le centre du faisceau diffracté passe par le centre d'un des pixels, tandis que pour d'autres, zone (2) par exemple, le faisceau n'est pas centré. Donc seule une portion discrète du spectre portera effectivement la charge topologique. (b) La solution adoptée consiste à séparer le faisceau incident en canaux spectraux, chacun centré sur un pixel.

Notre approche consiste à séparer le spectre en différents canaux spectraux, et d'adresser chacun à un pixel. Pour cela, on focalise le faisceau spectralement dispersé sur l'entrée d'un faisceau de 12 fibres optiques en veillant à éviter le chevauchement spectral des différents canaux. Le faisceau de fibres est composé de fibres optiques multimodes de $50\ \mu\text{m}$ de diamètre de cœur, de $125\ \mu\text{m}$ de diamètre de gaine, et d'ouverture numérique (ON) égale à 0.2 et ses deux extrémités sont assemblées dans des férules de type « multifibre MT » [94]. Nous considérons que le diamètre utile de la fibre D_{fibre} est celui de sa gaine, en effet une partie du spectre est inévitablement injectée dans la gaine et nous ne disposons pas de moyen de filtrage des modes de gaine.

Le faisceau diffracté doit répondre à trois contraintes, illustrées sur la figure 5.11, au niveau de l'entrée des fibres pour assurer une injection optimale :

1. sa longueur, L_{spectre} , doit recouvrir le nombre N de fibres correspondant au nombre de canaux spectraux désirés, $L_{\text{spectre}} = (N - 1)a_{\text{fibre}} + D_{\text{fibre}}$;
2. la dispersion angulaire doit être nulle pour que les conditions d'injection soient optimales sur dans toutes les fibres simultanément, ce qui nécessite que les vecteurs d'onde aux extrémités du spectre soient parallèles $\mathbf{k}_R \parallel \mathbf{k}_B$;
3. sa largeur doit être inférieure à l'écart entre deux fibres pour empêcher le chevauchement spectral sur deux canaux, $2w < a_{\text{fibre}} - D_{\text{fibre}}$.

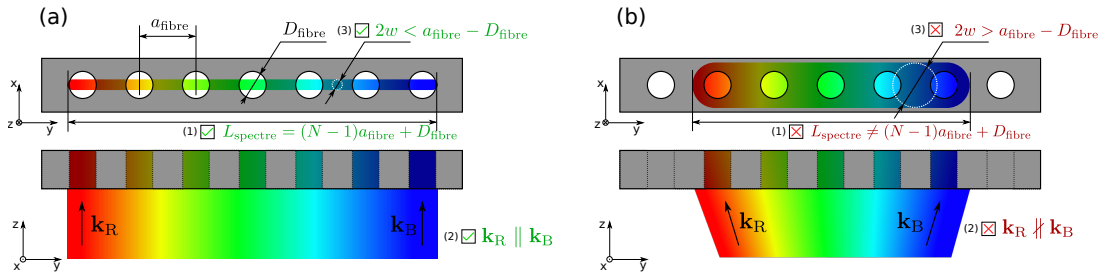


FIGURE 5.11 – Injection du spectre dans les fibres optiques. (a) Toutes les contraintes sont respectées, (b) aucune contrainte n'est respectée.

• Choix du dispositif optique

La première contrainte impose la distance focale effective du système optique en fonction de la divergence totale du spectre α et de sa longueur sur l'entrée des fibres $|f'| = (N - 1)a_{\text{fibre}}/\alpha$. La seconde nécessite d'utiliser un système d'imagerie achromatique pour lequel l'élément dispersif est placé au point focal objet. Enfin, la troisième nécessite que le waist des faisceaux soit positionné en aval du système optique et de rayon adapté à celui des fibres. Cette contrainte peut être levée par une lentille L0 en amont du réseau dont le plan focal image est proche du plan du réseau, permettant ainsi de contrôler le waist et la divergence (en largeur) du faisceau final, l'entrée des fibres sera positionnée au voisinage de son waist.

En pratique, nous utilisons comme élément dispersif un réseau réfléchissant à échelottes, de $1/a_{\text{réseau}} = 600$ rainures/mm, de longueur d'onde de travail 500 nm (GR13-0605 de Thorlabs). La divergence d'un spectre de largeur $\Delta\lambda$ est $\alpha = \Delta\lambda/a_{\text{réseau}}$, par exemple pour le spectre visible (de $\lambda_B = 400$ nm à $\lambda_R = 800$ nm) $\alpha = 0.24$ rad. On peut en déduire la distance focale du système optique

$$|f'| = (N - 1) \frac{a_{\text{fibre}} a_{\text{réseau}}}{\Delta\lambda}. \quad (5.1)$$

Si le système optique est composé d'un seul élément (lentille ou objectif), les deux premières contraintes fixent le choix de sa distance focale et sa position, voir Fig. 5.12 (a). Par exemple pour injecter le spectre visible total dans 10 fibres, il faudrait un élément de 10 mm de focale situé à 10 mm du réseau, ce qui est difficilement réalisable compte tenu de la proximité du faisceau en aval du réseau et du diamètre des éléments optiques, typiquement ~ 25 mm. Notre choix de conception se porte alors sur un système à deux éléments L1 et L2, voir fig. 5.12 (b).

La distance focale f' de l'ensemble est modulable en fonction de l'écart e_2 entre les éléments, d'après la relation de Gullstrand

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e_2}{f_1 f_2}, \quad (5.2)$$

ce qui permet au dispositif d'être adapté à plusieurs largeurs spectrales ou nombre de canaux sans avoir à changer les éléments le composant. Notons que ce système inverse le spectre donc que sa focale est négative $f' < 0$. La distance e_1 entre le réseau et la lentille L1 est donnée par

$$e_1 = \left(1 - \frac{f'}{f_2}\right) f_1. \quad (5.3)$$

• Choix des distances focales

La position de l'élément L1 est contrainte par son diamètre d'ouverture, comme précisé précédemment il ne peut pas être trop proche du prisme car il masquerait le faisceau incident sur le réseau, donc au moins 35 mm de distance environ en estimant à 0.24 rad l'angle entre le faisceau incident et le spectre réfléchi. Aussi, il ne doit pas être trop éloigné pour que la longueur du spectre soit inférieure au diamètre d'ouverture, la distance maximale est inversement proportionnelle avec la largeur spectrale $\delta\lambda$ et vaut 105 mm pour $\Delta\lambda = 400$ nm, ces positions extrêmes sont illustrées en pointillés sur la figure 5.12 (b). La distance focale de L1 doit donc être inférieure à 100 mm, nous choisissons donc comme premier élément une lentille de distance focale $f_1 = 75$ mm.

Le choix des éléments L0 et L2 est quant à lui fixé par la contrainte sur la largeur du spectre au niveau de l'entrée des fibres. En simulant une propagation de faisceau gaussien de longueur d'onde 600 nm, de waist initial 0.5 mm, le choix d'une lentille L0 de distance focale $f_0 = 100$ mm et L2 de $f_2 = 25$ mm permet

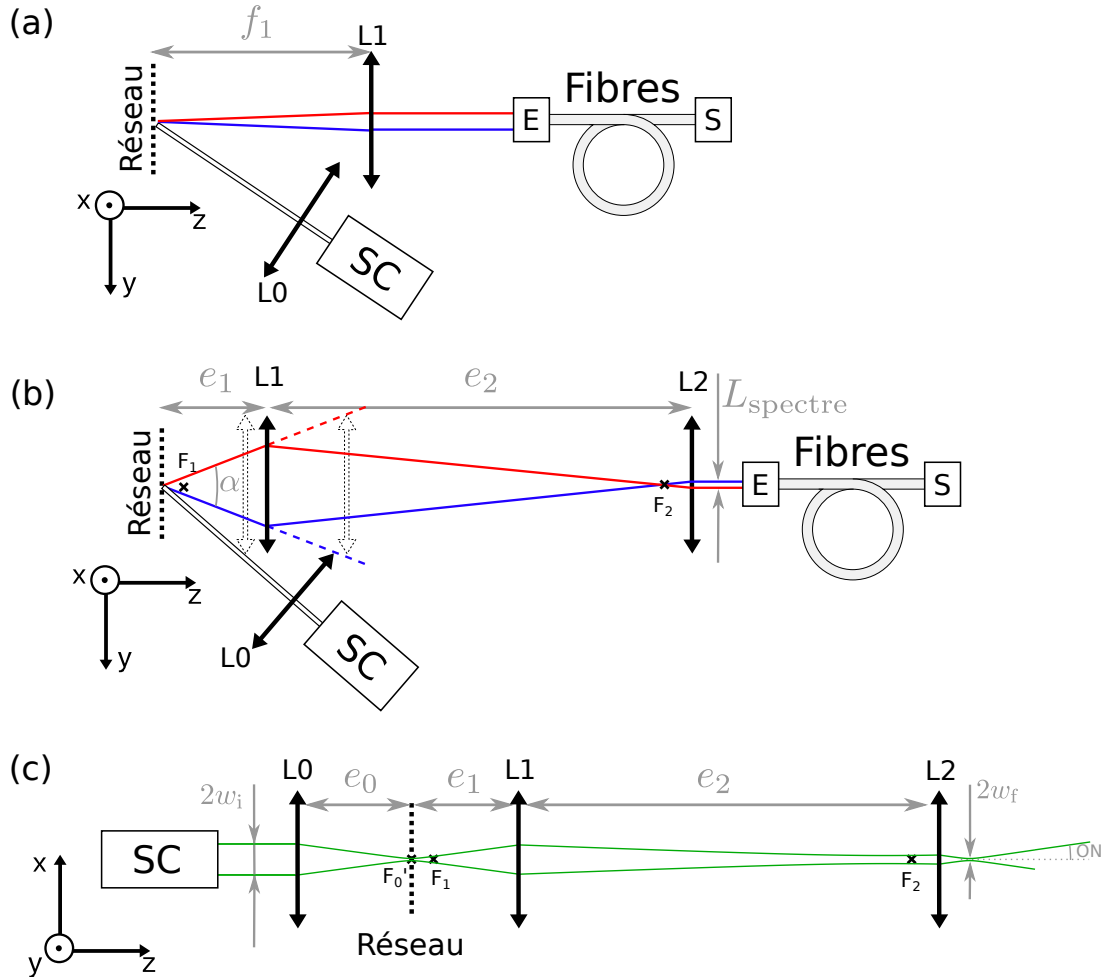


FIGURE 5.12 – Schéma du système d'injection du spectre dans l'entrée E des fibres, les dessins ne sont pas à l'échelle. (a) et (b), tracés de rayons représentant les extrémités du spectre. (a) Dispositif minimal comportant une seule lentille pour assurer les conditions d'injection. (b) Dispositif retenu, les doubles flèches en pointillés représentent les positions extrêmes admissibles pour la lentille L1. (c) Représentation de la largeur du spectre comme la propagation d'un faisceau gaussien, le système avant le réseau réfléchissant est représenté déplié.

d'obtenir un faisceau dont le diamètre à l'entrée des fibres vaut quelques dizaines de micromètres.

• Exemple

Prenons par exemple un spectre de largeur $\Delta\lambda = 300$ nm à injecter dans 5 fibres optiques, la première lentille doit être positionnée à $e_1 = 96$ mm du réseau, et l'écart entre les deux lentilles est $e_2 = 370$ mm.

En simulant une propagation de faisceau gaussien sans lentille L0, le faisceau converge en un diamètre de 5 μm , 27 mm après la dernière lentille. La divergence du faisceau $ON = 0.076$ implique que nombre de modes injectés dans la fibre est important et peut provoquer des tavelures en sortie, elle implique aussi que l'entrée des fibres doit être positionnée sur une zone de longueur $\delta z = 1.6$ mm pour que la largeur du spectre vérifie la contrainte (3), ce qui est délicat à manipuler. D'où la nécessité de la lentille L0 en amont du réseau, qui n'affecte pas le système d'imagerie du spectre sur la face d'entrée, voir fig. 5.12 (c). Nous choisissons une lentille de 100 mm de distance focale, placée de façon à ce que son plan focal image soit proche du plan focal objet du système d'imagerie (qui est également le plan du réseau). Lorsque les plans focaux coïncident, la divergence du faisceau en sortie est minimale, mais son diamètre de waist est maximal. Il convient de s'assurer que le diamètre ne dépasse pas celui de la fibre, quitte à déplacer de quelques millimètres la lentille L0. Dans cet exemple $w_f = 35$ μm , $ON < 0.01$ et la zone sur laquelle on peut positionner l'entrée des fibres mesure $\delta z = 19$ mm.

• Choix des éléments optiques

Si on tient compte du chromatisme des éléments il se révèle indispensable d'utiliser des éléments achromatiques après le réseau. Si par exemple L1 est une lentille plan-convexe, en N-BK7 de rayon de courbure $R = 38.6$ mm la distance focale se calcule par la relation

$$f_1 = \frac{R}{n_{\text{N-BK7}} - 1}. \quad (5.4)$$

La distance focale varie de 72.7 à 75.2 mm pour les longueurs d'onde de 400 à 700 nm. Ceci a pour conséquence que les rayons de basse longueur d'onde ne seront pas proprement collimatés par le second élément et vont notamment provoquer un repliement du spectre sur la face d'entrée des fibres, voir Fig. 5.13 (a). Donc en pratique nous utilisons un doublet achromatique N-BK7/SF5 (AC254-075-A de Thorlabs) pour l'élément L1 et un miroir concave (CM254-025-E02 de Thorlabs) pour l'élément L2. En revanche, le waist du faisceau en sortie étant peu sensible à la position du plan focal de la lentille L0, une lentille simple en N-BK7 est suffisante, voir Fig. 5.13 (c).

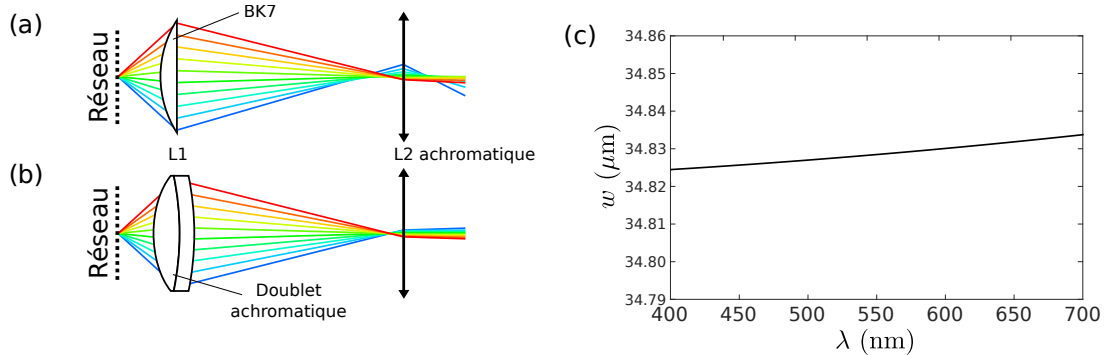


FIGURE 5.13 – Effet du chromatisme des éléments sur la collimation du spectre. (a) Simulation de tracés de rayons pour une lentille $L1$ plan-convexe en $N\text{-BK7}$ de rayon de courbure $R = 38.6$ mm, la lentille $L2$ est considérée achromatique de focale 25 mm. (b) Tracé de rayon pour la même configuration avec un doublet achromatique en $L1$ de 75 mm de focale. (c) Rayon du waist à l'entrée des fibres 26.5 mm après l'élément $L3$ en considérant le waist initial à 0.5 mm quelle que soit la longueur d'onde, la lentille $L0$ simulée est une lentille plan-convexe en $N\text{-BK7}$ de rayon de courbure $R = 51.5$ mm placée 100 mm avant le réseau, le chromatisme de $L1$ et $L2$ n'est pas pris en compte.

• Mise en place des éléments

En pratique l'alignement se fait de façon classique, on place successivement tous les éléments aux positions calculées, on peut vérifier que le spectre converge en une tache blanche au foyer objet du miroir concave et dans le champ lointain après le miroir, on peut aussi placer une caméra en son foyer image pour contrôler les dimensions du spectre avant de positionner l'entrée des fibres. La position de l'entrée peut être ajustée finement en plaçant un spectromètre en champ lointain à la sortie des fibres, on peut alors visualiser en temps réel le nombre de fibres injectées, les longueurs d'onde sélectionnées et le recouvrement spectral le cas échéant. Les canaux peuvent être isolés en filtrant le spectre par un diaphragme dans l'espace entre $L1$ et $L2$.

• Adressage en sortie de fibre

En sortie de fibre, les canaux sont filtrés spatialement par un filtre gaussien de rayon de waist 8 mm, placé 90 mm après la sortie des fibres l'ouverture du faisceau est donc $ON = 0.09$. Les sorties des fibres sont imagées sur le réseau

de défauts par L3, un objectif $\times 4$ d'ouverture numérique $ON = 0.10$ et de focale 18.5 mm, voir Fig. 5.14. Le pas du réseau de défauts est $a_{SLM} = 65 \mu\text{m}$ donc l'objectif est placé pour obtenir un grandissement de 0.26, sa pupille d'entrée est à environ 100 mm de la sortie des fibres. L'élément L4 (objectif $\times 4$ ou $\times 10$) permet au choix d'imager le réseau de défauts ou le champ lointain sur une caméra.

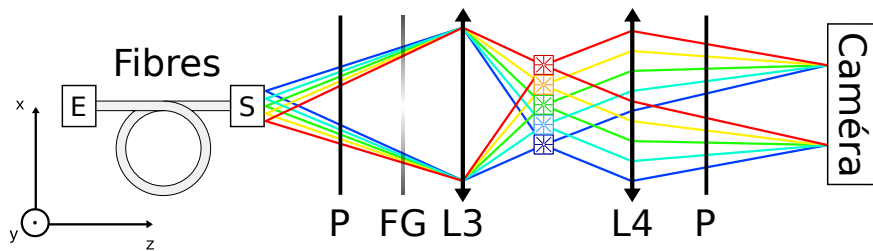


FIGURE 5.14 – Adressage des canaux en sortie S des fibres sur le SLM topologique, le filtre gaussien (FG) permet de réduire la divergence due à la grande ouverture des fibres $ON = 0.2$.

5.3.2 Vortex multispectral

Pour générer un vortex multispectral, il suffit, après avoir adressé chaque voie spectrale, d'appliquer la tension de chaque pixel afin que le retard associé à la biréfringence soit globalement au plus proche de $\Delta = \pi \pmod{[2\pi]}$. On prépare une source multispectrale à sept canaux spectraux dont le spectre échantillonné est illustré sur la figure 5.15.

En adaptant les tensions de chaque pixel telles que $\Delta_n = \pi$ quel que soit le numéro du canal n , on obtient une structuration topologique de pureté idéalement optimale sur tout le spectre, aussi bien sous forme de faisceau vortex avec une polarisation incidente circulaire, que de faisceau vectoriel avec une polarisation incidente linéaire, voir figure 5.16.

La pureté obtenue est en principe du même ordre de grandeur que pour un ombilic seul comme exposé dans le chapitre précédent, typiquement de 90% pour chaque composante spectrale compte tenu de la dimension du cœur par rapport au diamètre maximal du faisceau $w/r_c \approx 8$, évalué sur le plan de la cellule Fig. 5.16 (a).

5.3.3 Modulation multispectrale du moment orbital angulaire

Chaque pixel étant indépendant, ce dispositif permet de contrôler l'état orbital des différents canaux spectraux, ce qui n'est pas possible dans l'approche série discutée dans le chapitre précédent. En effet, le retard Δ_n du pixel n dépend de la tension, voir fig. 5.17.

Or si $\Delta_n \equiv \pi [2\pi]$ l'efficacité du couplage spin-orbite est maximale et à l'inverse si $\Delta_n \equiv 0 [2\pi]$ l'efficacité est minimale. Nous pouvons donc en fonction de la tension appliquée à chaque pixel contrôler l'état orbital $\ell \in \{0; +2\}$ ou $\ell \in \{0; -2\}$ (en fonction de l'état de polarisation) de chaque composante spectrale indépendamment. Notons que pour obtenir un état orbital $\ell = 0$, il n'est pas nécessaire d'éteindre le pixel ($U = 0$ V), il suffit que le retard soit multiple de 2π , on peut alors conserver le sens de la torsion du défaut.

Nous démontrons cette agilité sur un réseau de cinq pixels. Nous adaptons le montage de la source multispectrale pour obtenir cinq canaux spectraux dont le spectre est présenté figure 5.18. Nous illustrons cinq configurations différentes numérotées $\#m$ sur la figure 5.19, où dans chacune, seul le pixel $n = \#m$ ne génère pas de vortex. Ce pixel induit un faisceau dont l'intensité au centre n'est pas nulle, donc la couleur visible dans le cœur est celle du canal correspondant. Cette propriété est confirmée en positionnant l'extrémité d'une fibre optique relié à un spectromètre, voir figure 5.20.

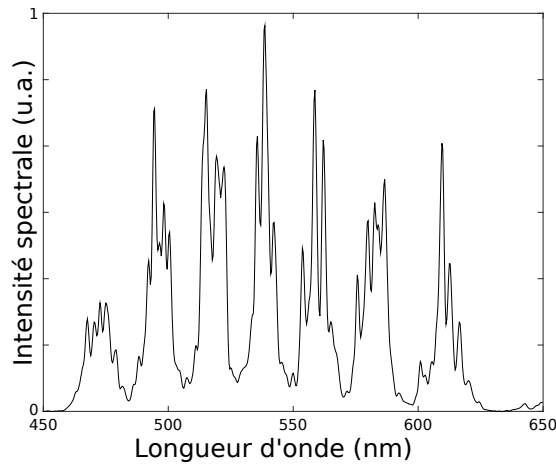


FIGURE 5.15 – Spectre en sortie de fibre, après recombinaison des canaux en champ lointain. $\lambda_n = 473, 496, 518, 539, 559, 582, \text{ et } 611$ nm.

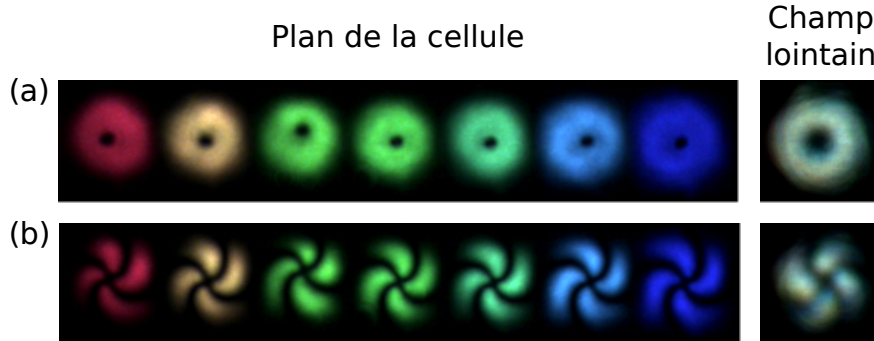


FIGURE 5.16 – Démonstration de la mise en forme de faisceau multispectral sous forme de vortex scalaire (a) ou vectoriel (b). Les images sont prises entre polariseurs circulaires ou linéaires croisés, pour respectivement le faisceau scalaire ou vectoriel. Les sept canaux correspondent aux sept pics d'intensité spectrale de la figure 5.15.

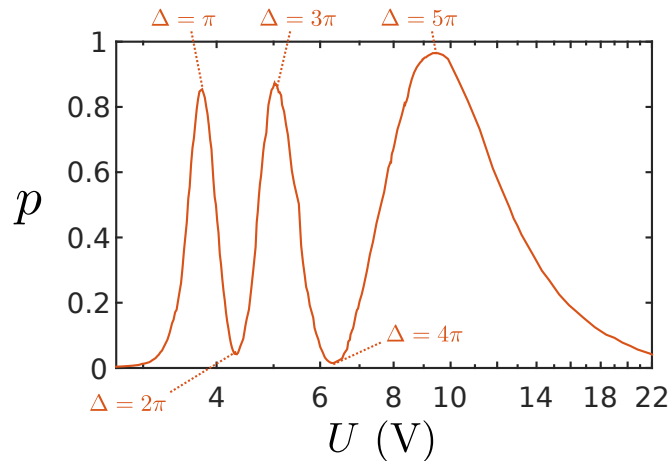


FIGURE 5.17 – Pureté en fonction de la tension, les extrema révèlent les retards Δ multiples de π . La courbe est obtenue expérimentalement pour un faisceau incident de longueur d'onde 655 nm, sur un pixel formé de cristal liquide double-fréquence (DFNLC 1859, Beam Co), d'épaisseur 7 μm .

Cette association d'éclaircements annulaire et gaussien de fréquences différentes permet d'imaginer de futures applications à la microscopie de déplétion par émission stimulée (STED) [95] pour l'imagerie de super-résolution. Notamment en adaptant les fréquences aux propriétés de fluorescence des matériaux observés.

5.3.4 Optimisation de la taille du pixel

La dimension du pixel est un paramètre essentiel pour améliorer la pureté en transmission. En effet, plus le pixel est grand plus on pourra l'éclairer par un faisceau large et donc réduire l'impact du cœur sur la pureté, voir Fig. 4.5 (b). Cependant, agrandir le pixel provoque un décentrage de l'ombilic dans le pixel. La thèse de C. Loussert [90] a permis de quantifier statistiquement un compromis pour une dimension de pixel carré de côté $2R_{\text{pixel}} = 60 \mu\text{m}$. Nous proposons ici une solution pour agrandir la taille du pixel sans affecter le centrage de l'ombilic par ablation d'ITO sur un disque au centre du pixel, voir figure 5.21 (a).

On observe toujours des ombilics dans les pixels, ceux-ci ne se créent pas spontanément au niveau de la zone d'ablation, mais une partie des défauts, suivant la taille de la cellule et le diamètre de la zone, tendent à se loger au centre après quelques secondes. À l'inverse les défauts qui ne se centrent pas restent à distance de la zone d'ablation, voir fig. 5.21 (b).

On observe également que le diamètre du cœur de l'ombilic est proportionnel au diamètre de la zone structurée, voir la croissance de la tache centrale noire lorsque le diamètre du trou augmente sur la figure 5.22.

Nous effectuons une étude statistique sur la position du défaut par rapport à son centre pour choisir le couple de paramètres R_{pixel} et D_{trou} qui maximise les chances d'obtenir un défaut centré. Le circuit d'ablation d'ITO par laser a été réalisé en collaboration avec l'Université de Southampton (Royaume-Uni). Nous disposons d'une cellule composée de 21 lignes de 15 pixels, à chaque ligne

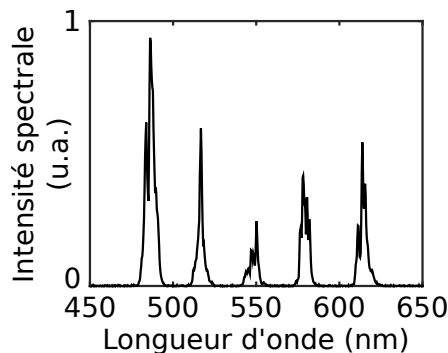


FIGURE 5.18 – Spectre de la source multispectrale utilisée pour la modulation multispectrale du moment orbital angulaire. Les canaux spectraux sont centrés en longueur d'onde sur $\lambda_n = 485, 515, 546, 578, \text{ et } 614 \text{ nm}$.

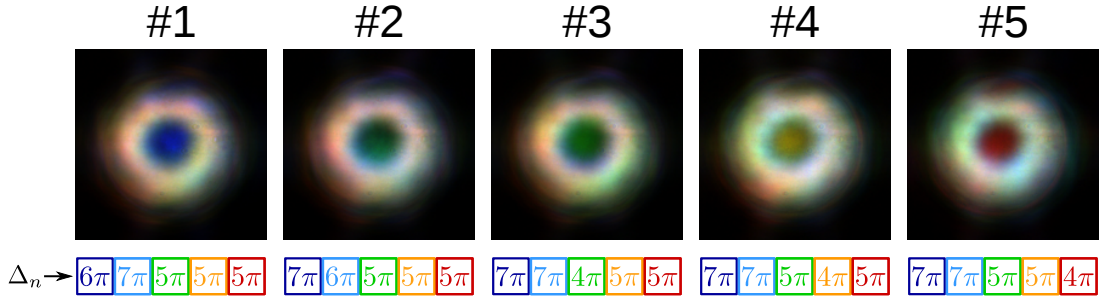


FIGURE 5.19 – Configurations du réseau et leur profil respectif. Les états actifs des pixels sont optimisés pour les retards $\Delta_n^{\text{vortex}} = 7\pi, 7\pi, 5\pi, 5\pi,$ et 5π tandis que leurs états inactifs sont $\Delta_n^{\text{non-vortex}} = \Delta_n^{\text{vortex}} - \pi$.

correspond un couple de paramètre avec $2R_{\text{pixel}}$ valant 50, 100 ou 150 μm et D_{trou} allant de 0 à 30 μm par pas de 5 μm , $D_{\text{trou}} = 0 \mu\text{m}$ correspondant à un pixel non structuré en son centre. La cellule est remplie d'un film de 7 μm d'épaisseur de cristal liquide double fréquence de Beam-Co. Avant chaque acquisition, on applique une tension légèrement au dessus du seuil de Fréédéricksz, puis la monte légèrement pour atteindre $\Delta_\infty \approx \pi$ enfin on laisse les défauts atteindre leur position d'équilibre sur une dizaine de minutes. L'acquisition des données consiste à prendre une image de chaque pixel au microscope entre polariseurs linéaires

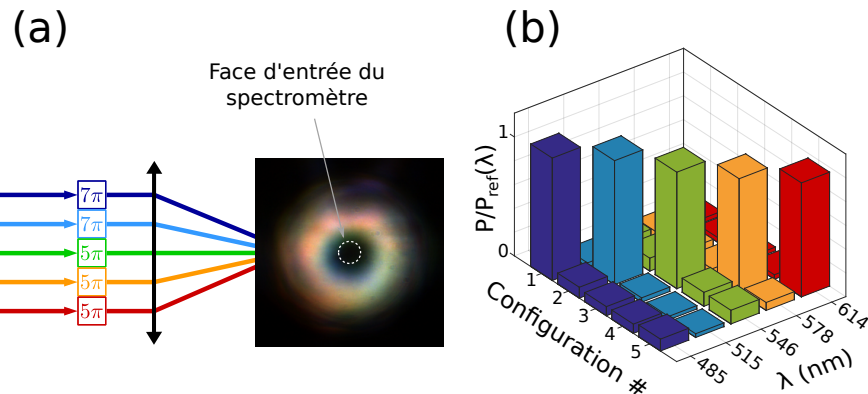


FIGURE 5.20 – (a) Illustration du dispositif permettant de détecter le spectre au cœur du faisceau. Le spectromètre est muni d'une fibre optique de diamètre 200 μm . (b) Diagramme représentant la puissance P collectée au cœur du faisceau dans les 5 configurations présentées sur la figure 5.19. Les puissances sont normalisées par la puissance de référence $P_{\text{ref}}(\lambda)$ associée à la configuration pour laquelle tous les pixels sont inactifs.

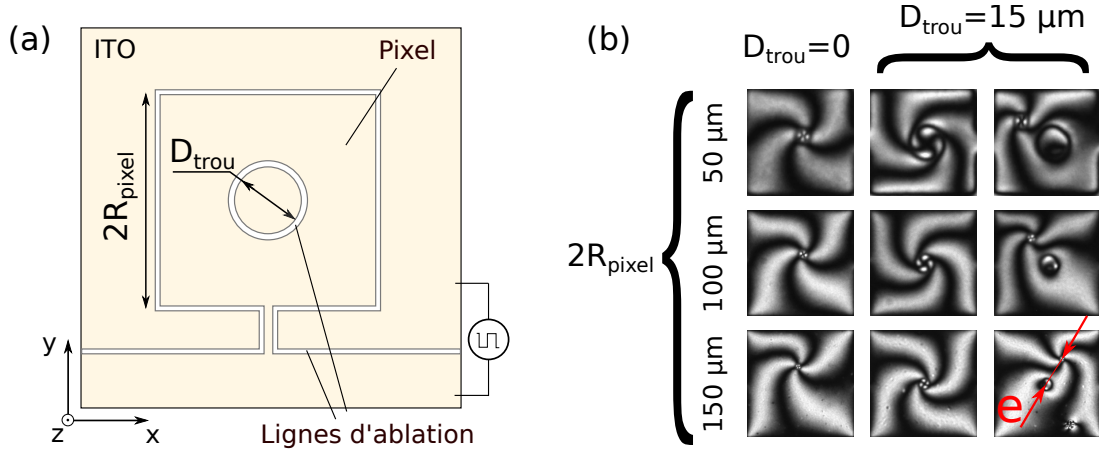


FIGURE 5.21 – (a) Structuration du pixel pour favoriser le centrage du défaut. (b) Images au microscope entre polariseurs linéaires croisés des défauts stables obtenus dans des pixels non structurés ($D_{\text{trou}} = 0$) et dans des pixels structurés avec $D_{\text{trou}} = 15 \mu\text{m}$, pour lequel on montre le cas de défauts centrés ou pas.

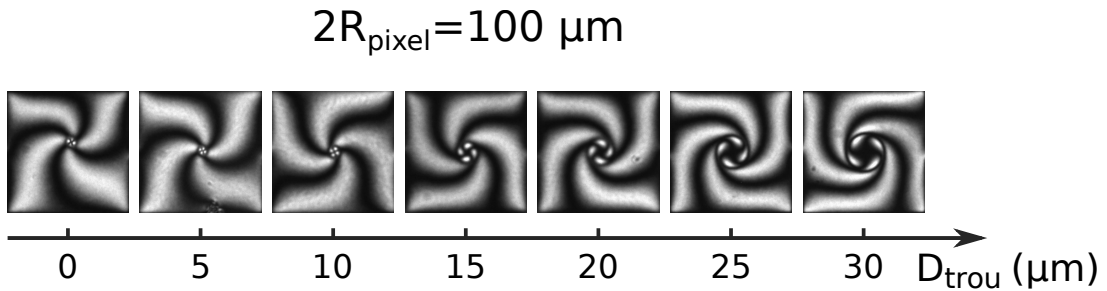


FIGURE 5.22 – Diamètre du cœur de l'ombilic en fonction du diamètre de la zone structurée.

croisés, la tension appliquée est suffisante pour avoir un retard proche de 3π pour mesurer précisément la position du centre du défaut. Ce protocole a été itéré 4 fois sur la même cellule, à des intervalles de temps allant de quelques heures à quelques jours, nous avons donc entre 50 et 60 images par couple de paramètres, les images présentant des poussières ont été écartées.

L'analyse des données a été automatisée par un algorithme qui donne en sortie l'écart e entre le centre du pixel et le cœur du défaut. Les résultats sont résumés dans les histogrammes Figure 5.23.

L'importante asymétrie des résultats (particulièrement pour le cas $2R_{\text{pixel}} = 150 \mu\text{m}$) provient de l'effet attracteur de la zone centrale, soit l'ombilic est parfait-

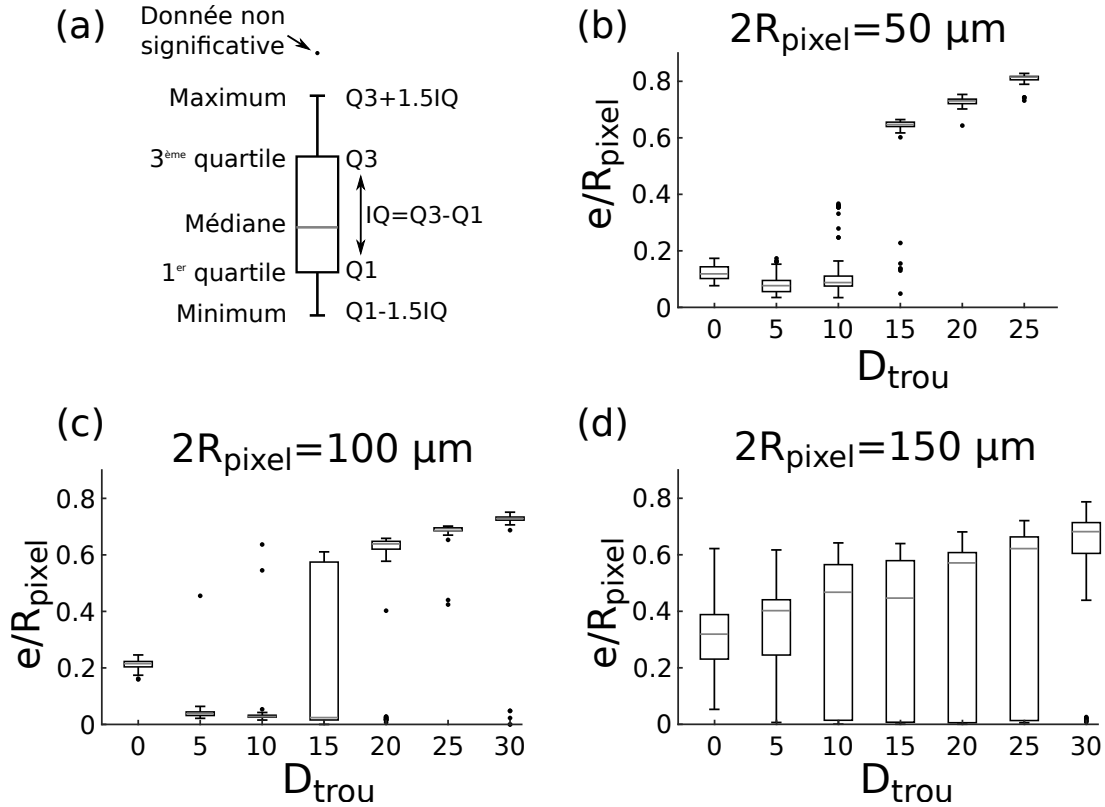


FIGURE 5.23 – Répartition statistique de l'écart e entre le centre du pixel et le centre du défaut. (a) Rappel des paramètres représentés dans un diagramme en boîtes, les quartiles correspondent aux valeurs qui séparent les données en quatre parts égales (la médiane est équivalente au second quartile), cela signifie que 50% des données se trouvent à l'intérieur des rectangles. S'il n'y a pas de donnée au delà de $Q3 + 1.5IQ$ l'extrémité supérieure correspond à la position maximale (idem pour le minimum). (b), (c) et (d) répartition de l'écart en fonction du diamètre du trou pour chaque dimension de pixel, chaque colonne est calculée sur un échantillon de 50 à 60 mesures.

tement centré $e/R_{\text{pixel}} \ll 1$, soit il est suffisamment éloigné pour ne pas être attiré par le centre. La répartition de l'écart pour les pixels non structurés ($D_{\text{trou}} = 0$) confirme le choix de $2R_{\text{pixel}} = 50 \mu\text{m}$ par rapport aux autres dimensions. En revanche en structurer une zone de 5 à 10 μm de diamètre se révèle intéressant pour utiliser un pixel de 100 μm de côté. Compte tenu de la correspondance entre le diamètre de cœur et le diamètre du trou représenté Fig. 5.22, le couple de paramètres $2R_{\text{pixel}} = 100 \mu\text{m}$ et $D_{\text{trou}} = 5 \mu\text{m}$ forme un bon compromis pour

l'augmentation de la taille du pixel en gardant un diamètre de cœur minimal.

Pour confirmer ce choix comme étant plus efficace il faudra compléter cette étude par l'analyse de la pureté en fonction du diamètre du faisceau incident. Comme présenté dans [91] on s'attend à trouver un diamètre de faisceau maximisant la pureté transmise, qui serait un compromis entre la dimension du cœur et la taille du pixel. On pourra alors comparer la pureté maximale atteignable en fonction de la tension avec les diamètres de faisceaux optimaux respectivement pour un pixel de côté 50 μm non structuré et un pixel de côté 100 μm avec un cercle d'ablation de 5 μm de diamètre au centre.

5.4 Mise en forme spatio-temporelle

5.4.1 Principe de fonctionnement

La technologie des SLM à pixels homogènes, présentés sur la figure 5.5 (a), est aujourd'hui une technologie disponible commercialement, qui permet aussi bien de faire de la mise en forme spatiale de faisceau, que de la mise en forme temporelle d'impulsions ultracourtes. Cette dernière se base sur le principe de mise en forme temporelle par transformation de Fourier. Cette technique consiste à moduler l'amplitude ou la phase des composantes spectrales d'une impulsion, voir Fig. 5.24.

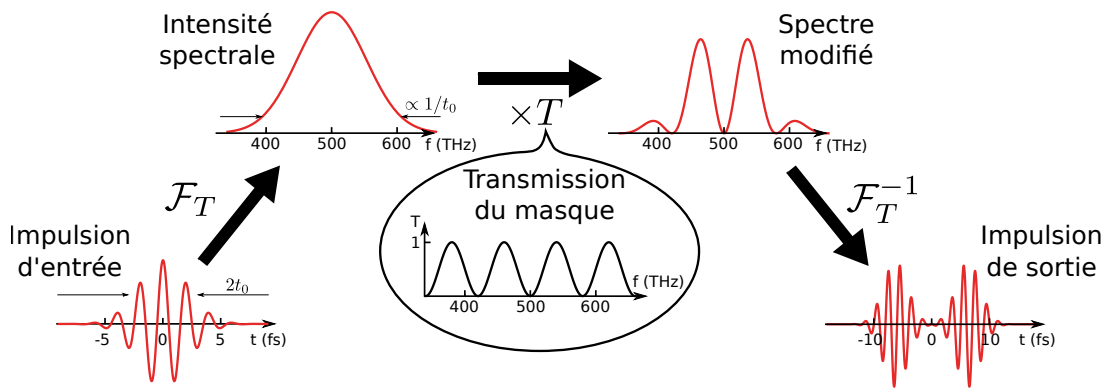


FIGURE 5.24 – Principe de la mise en forme temporelle d'impulsions ultracourte par transformation de Fourier temporelle (\mathcal{F}_T). Dans l'exemple illustré la modulation du spectre est faite en amplitude, elle peut être modulée de façon analogue en phase.

En effet, plus une impulsion est courte temporellement, plus son spectre en fréquence est large. Donc le champ lointain d'une impulsion diffractée par un élément dispersif est équivalent à sa décomposition de Fourier dans le domaine fréquentiel, et le procédé inverse permet de recomposer l'impulsion initiale, voir Fig. 5.25. Ainsi, la modification spectrale de la phase de l'impulsion diffractée par un SLM unidimensionnel permet de moduler le profil temporel de l'impulsion recomposée [96]. Ce procédé permet au mieux une mise en forme spatio-temporelle à deux dimensions (une spatiale et une temporelle) en utilisant un SLM bidimensionnel et un couple de lentilles cylindriques [97].

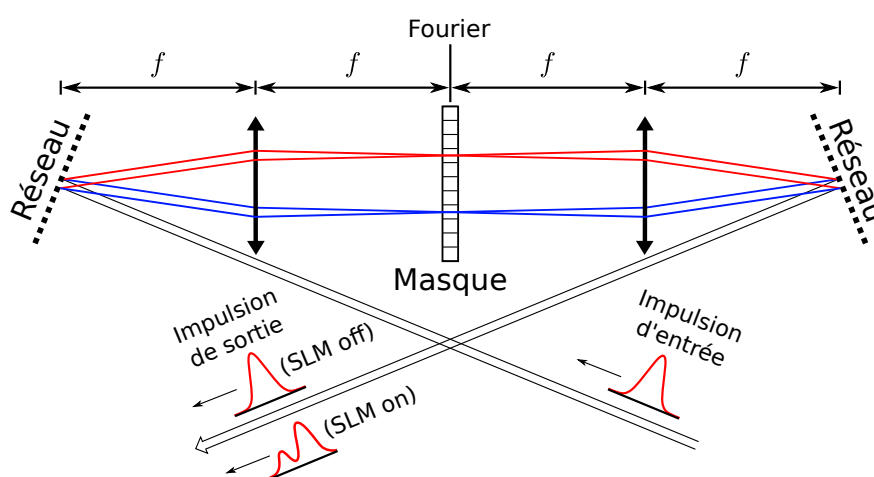


FIGURE 5.25 – Exemple de dispositif expérimental permettant de mettre en forme temporellement des impulsions ultracourtes. Figure inspirée de [96].

Nous proposons dans ce chapitre une ouverture sur la modulation spectrale du moment orbital angulaire d'impulsions ultracourtes comme un degré de liberté supplémentaire, en plus de l'amplitude ou la phase dynamique, permettant une mise en forme spatio-temporelle à structure transversale même avec un dispositif unidimensionnel. En effet, comme on l'a montré dans la section précédente, nous pouvons créer un SLM dont les pixels sont structurés topologiquement. Nous démontrons le principe de modulation spectrale du contenu orbital d'une impulsion chirpée sans tenir compte de la modulation de phase dynamique associée, cette dernière pouvant éventuellement être contrôlée par un SLM classique.

5.4.2 Faisceau incident

On considère une impulsion gaussienne chirpée d'amplitude temporelle

$$\mathbf{E}_{\text{in}}(t, \mathbf{r}) = E_0 e^{-r^2/r_0^2 - \gamma t^2 + i\omega_0 t} \mathbf{e}_\sigma \quad (5.5)$$

Avec $\gamma = \frac{1}{t_0^2} - \frac{\delta\omega}{2t_0}i$, où ω_0 est la pulsation centrale, r_0 et t_0 sont respectivement les grandeurs caractéristiques spatiales et temporelles, et $\delta\omega$ le décalage en pulsation à l'instant t_0 , voir figure 5.26.

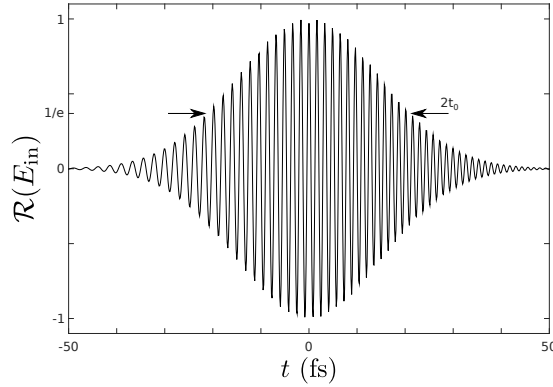


FIGURE 5.26 – Champ électrique incident sous forme d'une impulsion gaussienne chirpée de longueur d'onde centrale $\lambda_0 = 500$ nm, de grandeur temporelle $t_0 = 21$ fs, et de paramètre de chirp $\delta\omega = 0.60$ rad/fs.

L'amplitude spectrale correspond à la transformation de Fourier temporelle \mathcal{F}_T de l'amplitude temporelle $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{in}} = \mathcal{F}_T[\mathbf{E}_{\text{in}}]$, dont l'intensité spectrale est illustrée sur la figure 5.27 :

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\text{in}}(\omega, \mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} E_0(\mathbf{r}) e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\gamma}} \mathbf{e}_\sigma, \quad (5.6)$$

avec $E_0(\mathbf{r}) = E_0 e^{-r^2/r_0^2}$

5.4.3 Transformation du faisceau

Le SLM topologique, de façon analogue à un SLM classique, permet de moduler le retard Δ en fonction de la fréquence. En l'occurrence, si on choisit une modulation linéaire du retard de la forme

$$\Delta(\omega) = \Delta_0 + \tau(\omega - \omega_0), \quad (5.7)$$

alors le champ électrique sortant s'écrit sous la forme

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\text{out}}(\omega, \mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}} E_0(\mathbf{r}) e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{4\gamma}} e^{-i\omega\delta t} \left[\cos\left(\frac{\Delta(\omega)}{2}\right) \mathbf{e}_\sigma + i \sin\left(\frac{\Delta(\omega)}{2}\right) e^{i2\sigma q\psi} \mathbf{e}_{-\sigma} \right], \quad (5.8)$$

où $\delta t = \langle n \rangle L/c$ correspond au retard temporel moyen à travers le dispositif. Ainsi l'efficacité de conversion spin-orbite en fonction de la pulsation est

$$\eta(\omega) = \sin^2\left(\frac{\Delta_0}{2} + \frac{\tau(\omega - \omega_0)}{2}\right). \quad (5.9)$$

Celle-ci est illustrée sur la figure 5.27 pour trois cas $\tau_1 = 1.03$ fs, $\tau_2 = 2.38$ fs et $\tau_3 = 6.63$ fs avec $\Delta_0 = \pi$ pour tous.

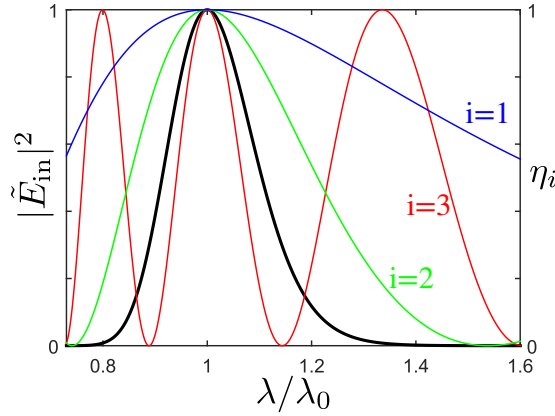


FIGURE 5.27 – En noir (ordonnée à gauche), intensité spectrale de l'impulsion incidente. En couleur (ordonnée à droite), la dépendance spectrale de l'efficacité de conversion spin-orbite pour trois cas η_i avec $i \in \{1; 2; 3\}$.

Le signal temporel en sortie correspond enfin à la transformation de Fourier temporelle inverse de l'équation 5.8 $\mathbf{E}_{\text{out}}(t', \mathbf{r}) = \mathcal{F}_T^{-1}[\tilde{\mathbf{E}}_{\text{out}}]$. En séparant les composantes co et contra-circulaires respectivement selon $\mathbf{e}_{+\sigma}$ et $\mathbf{e}_{-\sigma}$ le champ sortant vaut :

$$E_{\text{out}}^{\text{co}}(t', \mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}) \left[\exp\left(-\gamma\left(t' - \frac{\tau}{2}\right)^2\right) e^{-i\Delta_0/2} + \exp\left(-\gamma\left(t' + \frac{\tau}{2}\right)^2\right) e^{i\Delta_0/2} \right] e^{i\omega_0 t'} \quad (5.10)$$

$$E_{\text{out}}^{\text{contra}}(t', \mathbf{r}) = E_0(\mathbf{r}) e^{i2\sigma q\psi} \left[\exp\left(-\gamma\left(t' - \frac{\tau}{2}\right)^2\right) e^{-i\Delta_0/2} - \exp\left(-\gamma\left(t' + \frac{\tau}{2}\right)^2\right) e^{i\Delta_0/2} \right] e^{i\omega_0 t'} \quad (5.11)$$

avec $t' = t - \delta t$.

Après diffraction, le champ lointain correspond à la transformation de Fourier spatiale $\mathcal{F}_S[\mathbf{E}_{\text{out}}]$ du champ sortant. Le profil spatio-temporel d'intensité de l'impulsion sortante est représenté pour les trois cas sur la figure 5.28 en coupe longitudinale.

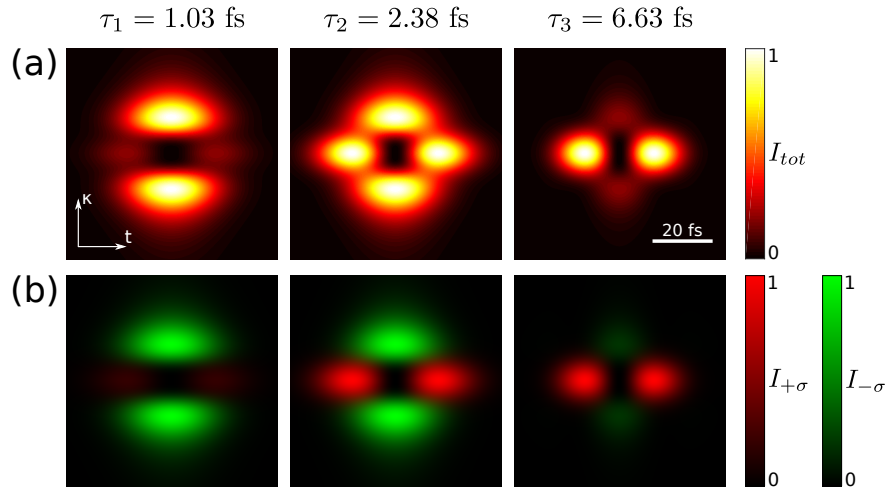


FIGURE 5.28 – (a) Profils spatio-temporels d'intensité des impulsions sortantes en champ lointain pour les trois cas de dispersion de retards présentés en figure 5.27. Le temps est représenté en abscisse. En ordonnée, κ représente la fréquence spatiale dans le plan transverse en unités arbitraires, les profils en trois dimensions sont à symétrie de révolution autour de l'axe horizontal central. (b) Profil d'intensité du champ en distinguant par couleur le moment orbital angulaire par photons, en rouge $0\hbar$ et en vert $2\sigma\hbar$.

Dans le cas simple présenté dans les figures, mettant en œuvre seulement deux états orbital angulaire $\ell \in \{0; 2\}$, on montre qu'il est possible de mettre en forme l'impulsion sous la forme d'une coquille dont le cœur est d'intensité nulle et entouré d'une région d'intensité plus élevée sur les trois dimensions. Il s'agit de l'équivalent impulsif du faisceau bouteille continu, dont le point de focalisation possède une distribution d'intensité similaire [98]. Aussi, cette impulsion n'est pas uniforme temporellement en spin et en moment orbital angulaire, ce qui pourrait induire dans la matière des forces de cisaillement optique. D'autres possibilités de mises en forme d'impulsions avec ce dispositif peuvent être imaginées suivant la forme de l'efficacité spectrale η , q et en modulant également la phase dynamique et l'amplitude. Nous pensons qu'une telle possibilité de mise

en forme trouvera écho en physique des lasers ultra-rapides. Une prochaine étape consistera à faire une démonstration de principe expérimentale de cette approche.

Publication associée à ce chapitre, M. Ghadimi Nassiri and E. Brasselet, “Multispectral Management of the Photon Orbital Angular Momentum”, *Physical Review Letters* 121, 213901 (2018).

Conclusion

Ce travail a permis d'aborder de nouvelles approches pour structurer spatialement la phase d'un champ lumineux polychromatique. Toutes les méthodes abordées sont relativement simples à mettre en œuvre : elles ne nécessitent que peu d'étapes de fabrication et les matériaux utilisés sont commercialement disponibles. On a notamment montré dans le chapitre 2 qu'un cristal biréfringent et une huile d'indice adapté suffisent pour moduler temporellement la phase par réflexion sur un matériau biréfringent. Pour structurer spatialement la phase il faudrait avoir un matériau dont la biréfringence est structurée à sa surface et dont la planéité est sous-longueur d'onde. Deux pistes semblent intéressantes à explorer en ce sens : l'utilisation de la surface d'un film de cristal liquide polymérisé ou la nano-structuration de biréfringence artificielle. La structuration de faisceaux large-bande en modes de Laguerre-Gauss par réflexion de Bragg-Berry abordée dans le chapitre 3 a permis de montrer que l'on peut structurer sous une forme arbitraire la phase d'un faisceau polychromatique réfléchi par une cellule dont l'ancrage est imprimé à l'aide d'une vidéoprojection sur un substrat photosensible. Dans les chapitres 4 et 5 on a montré comment les propriétés d'auto-structuration des cristaux liquides permettent d'obtenir naturellement des éléments d'interaction spin-orbite contrôlables électriquement, qui, mis en série ou en parallèle, permettent de mettre en forme un faisceau vortex scalaire ou vectoriel de façon pure sur tout le spectre visible simultanément. Nous avons ouvert la dernière partie sur la possibilité de mettre en forme des impulsions de façon spatio-temporelle. Le modèle consistant à moduler spectralement la charge du vortex entre $\ell = 0$ ou $\ell = 2$ pour former une impulsion « bouteille » peut être à l'avenir approfondie notamment pour explorer de nouveaux types de mise en forme sur un plus grand spectre de moment orbital angulaire. Et en pratique, pour appliquer en conditions réelles ce type de mise en forme sur des lasers à impulsions ultra-courtes, il faut adopter des matériaux résistant à de hautes intensités lumineuses comme des matériaux solides nano-structurés. Nous avons

notamment engagé une étude préliminaire en partenariat avec l'Institut Paul Scherrer pour la réalisation de réseaux d'éléments à biréfringence inhomogène en diamant nano-structuré.

Bibliographie

- [1] Y. ZHAO, J. S. EDGAR, G. D. M. JEFFRIES, D. MCGLOIN, AND D. T. CHIU, “Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in a Strongly Focused Optical Beam”, *Physical Review Letters* **99**, 073901 (2007).
- [2] T. A. NIEMINEN, A. B. STILGOE, N. R. HECKENBERG, AND H. RUBINSZTEIN-DUNLOP, “Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam”, *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics* **10**, 115005 (2008).
- [3] Z. BOMZON, M. GU, AND J. SHAMIR, “Angular momentum and geometrical phases in tight-focused circularly polarized plane waves”, *Applied Physics Letters* **89**, 241104 (2006).
- [4] Y. ZHAO, D. SHAPIRO, D. MCGLOIN, D. T. CHIU, AND S. MARCHESINI, “Direct observation of the transfer of orbital angular momentum to metal particles from a focused circularly polarized Gaussian beam”, *Optics Express* **17**, 23316 (2009).
- [5] L. ALLEN, M. W. BEIJERSBERGEN, R. J. C. SPREEUW, AND J. P. WOERDMAN, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes”, *Physical Review A* **45**, 8185 (1992).
- [6] M. HARRIS, C. A. HILL, AND J. M. VAUGHAN, “Optical helices and spiral interference fringes”, *Optics Communications* **106**, 161 (1994).
- [7] J. F. NYE AND M. V. BERRY, “Dislocations in Wave Trains”, *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **336**, 165 (1974).
- [8] N. B. BARANOVA AND B. Y. ZEL’DOVICH, “Dislocations of the wave-front surface and zeros of the amplitude”, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **53**, 925 (1981).
- [9] N. B. BARANOVA, A. V. MAMAEV, N. F. PILIPETSKY, V. V. SHKUNOV, AND B. Y. ZEL’DOVICH, “Wave-front dislocations : topological limitations

- for adaptive systems with phase conjugation”, *Journal of the Optical Society of America* **73**, 525 (1983).
- [10] D. GABOR, W. E. KOCK, AND G. W. STROKE, “Holography”, *Science* **173**, 11 (1971).
- [11] N. R. HECKENBERG, R. MCDUFF, C. P. SMITH, AND A. G. WHITE, “Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms”, *Optics Letters* **17**, 221 (1992).
- [12] V. BAZHENOV, M. SOSKIN, AND M. VASNETSOV, “Screw Dislocations in Light Wavefronts”, *Journal of Modern Optics* **39**, 985 (1992).
- [13] J. L. SORET, “Ueber die durch Kreisgitter erzeugten Diffractionsphänomene”, *Annalen der Physik und Chemie* **232**, 99 (1875).
- [14] A. BOUTARIC, “Étude théorique des phénomènes de diffraction présentés par des réseaux circulaires et des réseaux rectilignes à traits espacés suivant une certaine loi”, *Journal de Physique Théorique et Appliquée* **7**, 264 (1908).
- [15] A. V. CARPENTIER, H. MICHINEL, J. R. SALGUEIRO, AND D. OLIVIERI, “Making optical vortices with computer-generated holograms”, *American Journal of Physics* **76**, 916 (2008).
- [16] Y. TOKIZANE, K. OKA, AND R. MORITA, “Supercontinuum optical vortex pulse generation without spatial or topological-charge dispersion”, *Optics Express* **17**, 14517 (2009).
- [17] M. V. BERRY, M. R. JEFFREY, AND M. MANSURIPUR, “Orbital and spin angular momentum in conical diffraction”, *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics* **7**, 685 (2005).
- [18] C. FALLET AND G. Y. SIRAT, “Achromatization of conical diffraction : application to the generation of a polychromatic optical vortex”, *Optics Letters* **41**, 769 (2016).
- [19] A. E. SIEGMAN, *Lasers* (PUBLISHER, University Science Books, Mill Valley, California, 1986).
- [20] E. ABRAMOCHKIN AND V. VOLOSTNIKOV, “Beam transformations and nontransformed beams”, *Optics Communications* **83**, 123 (1991).
- [21] M. W. BEIJERSBERGEN, L. ALLEN, H. E. L. O. VAN DER VEEN, AND J. P. WOERDMAN, “Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum”, *Optics Communications* **96**, 123 (1993).

- [22] Y. SHEN, Y. MENG, X. FU, AND M. GONG, “Wavelength-tunable Hermite–Gaussian modes and an orbital-angular-momentum-tunable vortex beam in a dual-off-axis pumped Yb :CALGO laser”, *Optics Letters* **43**, 291 (2018).
- [23] S. KHONINA, V. KOTLYAR, M. SHINKARYEV, V. SOIFER, AND G. USPLENIEV, “The Phase Rotor Filter”, *Journal of Modern Optics* **39**, 1147 (1992).
- [24] M. W. BEIJERSBERGEN, R. P. C. COERWINKEL, M. KRISTENSEN, AND J. P. WOERDMAN, “Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate”, *Optics Communications* **112**, 321 (1994).
- [25] G. A. SWARTZLANDER, JR., “Achromatic optical vortex lens”, *Optics Letters* **31**, 2042 (2006).
- [26] G. CAMPBELL, B. HAGE, B. BUCHLER, AND P. K. LAM, “Generation of high-order optical vortices using directly machined spiral phase mirrors”, *Applied Optics* **51**, 873 (2012).
- [27] X. YUAN, B. S. AHLUWALIA, W. C. CHEONG, L. ZHANG, J. BU, S. TAO, K. J. MOH, AND J. LIN, “Micro-Optical Elements for Optical Manipulation”, *Optics and Photonics News* **17**, 36 (2006).
- [28] J. M. BECKERS, “Achromatic Linear Retarders”, *Applied Optics* **10**, 973 (1971).
- [29] M. REICHERTER, T. HAIST, E. U. WAGEMANN, AND H. J. TIZIANI, “Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display”, *Optics Letters* **24**, 608 (1999).
- [30] J. E. CURTIS AND D. G. GRIER, “Modulated optical vortices”, *Optics Letters* **28**, 872 (2003).
- [31] L. WANG, W. ZHANG, H. YIN, AND X. ZHANG, “Ultrasmall Optical Vortex Knots Generated by Spin-Selective Metasurface Holograms”, *Advanced Optical Materials* **7**, 1900263 (2019).
- [32] J. LEACH AND M. PADGETT, “Observation of chromatic effects near a white-light vortex”, *New Journal of Physics* **5**, 154 (2003).
- [33] D.-M. SPANGENBERG, A. DUDLEY, P. H. NEETHLING, E. G. ROHWER, AND A. FORBES, “White light wavefront control with a spatial light modulator”, *Optics Express* **22**, 13870 (2014).

-
- [34] M. V. BERRY, “Quantal Phase Factors Accompanying Adiabatic Changes”, *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **392**, 45 (1984).
- [35] J. H. HANNAY, “Angle variable holonomy in adiabatic excursion of an integrable Hamiltonian”, *Journal of Physics A : Mathematical and General* **18**, 221 (1985).
- [36] J. ANANDAN, “The geometric phase”, *Nature* **360**, 307 (1992).
- [37] R. MONTGOMERY, “Isoholonomic problems and some applications”, *Communications in Mathematical Physics* **128**, 565 (1990).
- [38] V. S. LIBERMAN AND B. Y. ZEL’DOVICH, “Spin-orbit interaction of a photon in an inhomogeneous medium”, *Physical Review A* **46**, 5199 (1992).
- [39] S. PANCHARATNAM, “Generalized theory of interference, and its applications”, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences - Section A* **44**, 247 (1956).
- [40] M. BERRY, “The Adiabatic Phase and Pancharatnam’s Phase for Polarized Light”, *Journal of Modern Optics* **34**, 1401 (1987).
- [41] R. Y. CHIAO, A. ANTARAMIAN, K. M. GANGA, H. JIAO, S. R. WILKINSON, AND H. NATHEL, “Observation of a topological phase by means of a nonplanar Mach-Zehnder interferometer”, *Physical Review Letters* **60**, 1214 (1988).
- [42] M. V. BERRY, “Interpreting the anholonomy of coiled light”, *Nature* **326**, 277 (1987).
- [43] M. MANSURIPUR, A. R. ZAKHARIAN, AND E. M. WRIGHT, “Spin and orbital angular momenta of light reflected from a cone”, *Physical Review A* **84**, 033813 (2011).
- [44] H. KOBAYASHI, K. NONAKA, AND M. KITANO, “Helical mode conversion using conical reflector”, *Optics Express* **20**, 14064 (2012).
- [45] Z. BOMZON, G. BIENER, V. KLEINER, AND E. HASMAN, “Space-variant Pancharatnam–Berry phase optical elements with computer-generated sub-wavelength gratings”, *Optics Letters* **27**, 1141 (2002).
- [46] R. BHANDARI, “Polarization of light and topological phases”, *Physics Reports* **281**, 1 (1997).

- [47] J. NEHRING AND A. SAUPE, “On the schlieren texture in nematic and smectic liquid crystals”, *Journal of the Chemical Society, Faraday Transactions 2 : Molecular and Chemical Physics* **68**, 1 (1972).
- [48] L. MARRUCCI, C. MANZO, AND D. PAPARO, “Optical Spin-to-Orbital Angular Momentum Conversion in Inhomogeneous Anisotropic Media”, *Physical Review Letters* **96**, 163905 (2006).
- [49] S. SLUSSARENKO, A. MURAUSKI, T. DU, V. CHIGRINOV, L. MARRUCCI, AND E. SANTAMATO, “Tunable liquid crystal q-plates with arbitrary topological charge”, *Optics Express* **19**, 4085 (2011).
- [50] E. BRASSELET AND C. LOUSSERT, “Electrically controlled topological defects in liquid crystals as tunable spin-orbit encoders for photons”, *Optics Letters* **36**, 719 (2011).
- [51] C. LOUSSERT, U. DELABRE, AND E. BRASSELET, “Manipulating the Orbital Angular Momentum of Light at the Micron Scale with Nematic Disclinations in a Liquid Crystal Film”, *Physical Review Letters* **111**, 037802 (2013).
- [52] M. GECEVICIUS *et al.*, “Toward the generation of broadband optical vortices : extending the spectral range of a q-plate by polarization-selective filtering”, *Journal of the Optical Society of America B* **35**, 190 (2018).
- [53] C. OH AND M. J. ESCUTI, “Achromatic diffraction from polarization gratings with high efficiency”, *Optics Letters* **33**, 2287 (2008).
- [54] Y. LI, J. KIM, AND M. ESCUTI, “Broadband orbital angular momentum manipulation using liquid crystal thin films”, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* **8274**, 28 (2012).
- [55] D. C. FLANDERS, “Submicrometer periodicity gratings as artificial anisotropic dielectrics”, *Applied Physics Letters* **42**, 492 (1983).
- [56] G. BIENER, A. NIV, V. KLEINER, AND E. HASMAN, “Formation of helical beams by use of Pancharatnam–Berry phase optical elements”, *Optics Letters* **27**, 1875 (2002).
- [57] M. BERESNA, M. GECEVIČIUS, P. G. KAZANSKY, AND T. GERTUS, “Radially polarized optical vortex converter created by femtosecond laser nanostructuring of glass”, *Applied Physics Letters* **98**, 201101 (2011).
- [58] H. KIKUTA, Y. OHIRA, AND K. IWATA, “Achromatic quarter-wave plates using the dispersion of form birefringence”, *Applied Optics* **36**, 1566 (1997).

- [59] A. NIV, G. BIENER, V. KLEINER, AND E. HASMAN, “Polychromatic vectorial vortex formed by geometric phase elements”, *Optics Letters* **32**, 847 (2007).
- [60] E. CAMERON, “The Study of Opaque Minerals in Reflected Light”, *Symposium on Microscopy* (1959).
- [61] R. GALOPIN AND N. F. M. HENRY, *Microscopic study of opaque minerals* (PUBLISHER, W. Heffer and Sons Ltd., Cambridge, 1972).
- [62] G. GHOSH, “Dispersion-equation coefficients for the refractive index and birefringence of calcite and quartz crystals”, *Optics Communications* **163**, 95 (1999).
- [63] P. J. ALLEN, “A Radiation Torque Experiment”, *American Journal of Physics* **34**, 1185 (1966).
- [64] B. A. GARETZ, “Angular Doppler effect”, *Journal of the Optical Society of America* **71**, 609 (1981).
- [65] R. A. BETH, “Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light”, *Physical Review* **50**, 115 (1936).
- [66] M. S. SOSKIN, V. G. DENISENKO, AND R. I. EGOROV, dans *Optical Micro- and Nanometrology in Manufacturing Technology* (International Society for Optics and Photonics, 2004), Vol. 5458, pp. 79–85.
- [67] R. DĄBROWSKI, P. KULA, AND J. HERMAN, “High Birefringence Liquid Crystals”, *Crystals* **3**, 443 (2013).
- [68] A. EMOTO, M. NISHI, M. OKADA, S. MANABE, S. MATSUI, N. KAWATSUKI, AND H. ONO, “Form birefringence in intrinsic birefringent media possessing a subwavelength structure”, *Applied Optics* **49**, 4355 (2010).
- [69] M. MITOV, “La naissance des cristaux liquides”, *La Recherche* **463**, 92 (2012).
- [70] M. MITOV, “Cholesteric liquid crystals in living matter”, *Soft Matter* **13**, 4176 (2017).
- [71] M. MITOV, “Cholesteric Liquid Crystals with a Broad Light Reflection Band”, *Advanced Materials* **24**, 6260 (2012).
- [72] D. W. BERREMAN AND T. J. SCHEFFER, “Bragg Reflection of Light from Single-Domain Cholesteric Liquid-Crystal Films”, *Physical Review Letters* **25**, 577 (1970).

-
- [73] M. FARYAD AND A. LAKHTAKIA, “The circular Bragg phenomenon”, *Advances in Optics and Photonics* **6**, 225 (2014).
- [74] M. RAFAYELYAN, G. TKACHENKO, AND E. BRASSELET, “Reflective Spin-Orbit Geometric Phase from Chiral Anisotropic Optical Media”, *Physical Review Letters* **116**, 253902 (2016).
- [75] R. BARBOZA, U. BORTOLOZZO, M. G. CLERC, AND S. RESIDORI, “Berry Phase of Light under Bragg Reflection by Chiral Liquid-Crystal Media”, *Physical Review Letters* **117**, 053903 (2016).
- [76] M. RAFAYELYAN AND E. BRASSELET, “Bragg-Berry mirrors : reflective broadband q-plates”, *Optics Letters* **41**, 3972 (2016).
- [77] J. KOBASHI, H. YOSHIDA, AND M. OZAKI, “Polychromatic Optical Vortex Generation from Patterned Cholesteric Liquid Crystals”, *Physical Review Letters* **116**, (2016).
- [78] M. RAFAYELYAN, G. AGEZ, AND E. BRASSELET, “Ultrabroadband gradient-pitch Bragg-Berry mirrors”, *Physical Review A* **96**, 043862 (2017).
- [79] R. L. PHILLIPS AND L. C. ANDREWS, “Spot size and divergence for Laguerre Gaussian beams of any order”, *Applied Optics* **22**, 643 (1983).
- [80] C. SCHULZE, S. NGCOBO, M. DUPARRÉ, AND A. FORBES, “Modal decomposition without a priori scale information”, *Optics Express* **20**, 27866 (2012).
- [81] G. VALLONE, “Role of beam waist in Laguerre–Gauss expansion of vortex beams”, *Optics Letters* **42**, 1097 (2017).
- [82] N. A. MORTENSEN AND J. R. FOLKENBERG, “Near-field to far-field transition of photonic crystal fibers : symmetries and interference phenomena”, *Optics Express* **10**, 475 (2002).
- [83] M. RAFAYELYAN AND E. BRASSELET, “Spin-to-Orbital Angular Momentum Mapping of Polychromatic Light”, *Physical Review Letters* **120**, 213903 (2018).
- [84] S. ERTEN, S. E. SWIONTEK, C. M. GRAHAM, AND A. LAKHTAKIA, “Experimental investigation of circular Bragg phenomenon exhibited by a mirror-backed chiral sculptured thin film”, *Journal of Nanophotonics* **9**, 090599 (2015).

- [85] D. J. BROER, G. N. MOL, J. A. M. M. v. HAAREN, AND J. LUB, “Photo-Induced Diffusion in Polymerizing Chiral-Nematic Media”, *Advanced Materials* **11**, 573 (1999).
- [86] P. OSWALD AND P. PIERANSKI, *Nematic and cholesteric liquid crystals : concepts and physical properties illustrated by experiments, The liquid crystals book series* (Taylor & Francis, Boca Raton, 2005).
- [87] E. JAKEMAN AND E. P. RAYNES, “Electro-optic response times in liquid crystals”, *Physics Letters A* **39**, 69 (1972).
- [88] M. G. CLERC, E. VIDAL-HENRIQUEZ, J. D. DAVILA, AND M. KOWALCZYK, “Symmetry breaking of nematic umbilical defects through an amplitude equation”, *Physical Review E* **90**, (2014).
- [89] A. RAPINI, “Umbilics : static properties and shear-induced displacements”, *Journal de Physique* **34**, 629 (1973).
- [90] C. LOUSSERT, *Mise en forme topologique : lumière et cristaux liquides*, thèse de doctorat, sciences, Université de Bordeaux, 2014.
- [91] C. LOUSSERT, K. KUSHNIR, AND E. BRASSELET, “Q-plates micro-arrays for parallel processing of the photon orbital angular momentum”, *Applied Physics Letters* **105**, 121108 (2014).
- [92] R. BARBOZA, U. BORTOLOZZO, M. G. CLERC, S. RESIDORI, AND E. VIDAL-HENRIQUEZ, “Light-matter interaction induces a single positive vortex with swirling arms”, *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **372**, 20140019 (2014).
- [93] F. BROCHARD, “Backflow Effects in Nematic Liquid Crystals”, *Molecular Crystals and Liquid Crystals* **23**, 51 (1973).
- [94] T. SATAKE, T. ARIKAWA, P. BLUBAUGH, C. PARSONS, AND T. UCHIDA, dans *1994 Proceedings. 44th Electronic Components and Technology Conference* (IEEE, Washington, DC, USA, 1994), pp. 994–999.
- [95] S. W. HELL AND J. WICHMANN, “Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission : stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy”, *Optics Letters* **19**, 780 (1994).
- [96] A. M. WEINER, J. P. HERITAGE, AND E. M. KIRSCHNER, “High-resolution femtosecond pulse shaping”, *Journal of the Optical Society of America B* **5**, 1563 (1988).

-
- [97] T. FEURER, J. C. VAUGHAN, R. M. KOEHL, AND K. A. NELSON, “Multi-dimensional control of femtosecond pulses by use of a programmable liquid-crystal matrix”, *Optics Letters* **27**, 652 (2002).
- [98] J. ARLT AND M. J. PADGETT, “Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity : the optical bottle beam”, *Optics Letters* **25**, 191 (2000).