



N° d'ordre NNT : 2019LYSE2065

## THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

Opérée au sein de

L'UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2

**École Doctorale : ED 486 Sciences Économique et de Gestion**

Discipline : Sciences de gestion

Soutenue publiquement le 11 décembre 2019, par :

Xiaoshan SU

---

# **Three Essays on the Design, Pricing, and Hedging of Insurance Contracts.**

---

Devant le jury composé de :

Laurent VILANOVA, Professeur des universités, Université Lumière Lyon 2, Président

André LAPIED, Professeur des universités, Aix-Marseille Université, Rapporteur

Jean-Luc PRIGENT, Professeur des universités, Université de Cergy-Pontoise, Rapporteur

Véronique MAUME-DESCHAMP, Professeure des universités, Université Claude Bernard Lyon 1,

Examinatrice

Donatien HAINAUT, Professeur Université Catholique de Louvain, Examineur

Olivier LE COURTOIS, Professeur, EM Lyon Business School, Directeur de thèse

## Contrat de diffusion

Ce document est diffusé sous le contrat *Creative Commons* « [Paternité – pas d'utilisation commerciale – pas de modification](#) » : vous êtes libre de le reproduire, de le distribuer et de le communiquer au public à condition d'en mentionner le nom de l'auteur et de ne pas le modifier, le transformer, l'adapter ni l'utiliser à des fins commerciales.

# Trois essais sur la conception, la tarification et la couverture de contrats d'assurance

Xiaoshan Su

## 1 Contexte

Le risque existe dans presque toutes les activités humaines. Lors de la planification d'un pique-nique, il risque de pleuvoir. Lorsque vous commandez un billet de théâtre, vous risquez d'être épuisé. En conduisant une voiture, il y a un risque d'accident de la circulation. Il existe une grande variété de risques qui nous influencent dans la vie. Dans la plupart des cas, le risque est peu susceptible d'entraîner une perte, alors que la taille de la perte est généralement importante. Pour l'individu, il est difficile de supporter le coût induit par des pertes sérieuses. Une bonne stratégie consiste à faire supporter les coûts à toutes les personnes confrontées au même type de risque. Chaque personne met une petite somme d'argent dans un pool de trésorerie, qui sert à couvrir les pertes. Une méthode de mise en œuvre consiste à transférer les risques à un tiers et ce dernier aide à compenser les pertes. Cette demande de partage des risques engendre un énorme secteur de l'assurance. Les compagnies d'assurance émettent des polices d'assurance pour mettre en œuvre le partage du risque entre les individus. Une variété de polices d'assurance est conçue pour satisfaire la demande de partage de divers risques, et les individus achètent celle qui leur est nécessaire pour transférer les risques. Par exemple, si votre voiture est assurée en cas d'accident de voiture, vous signalez le dommage à l'entreprise d'assurance et celle-ci peut indemniser votre perte si le montant dépend du contrat écrit. Selon que l'objectif de protection est une vie individuelle ou non, les contrats d'assurance sont classés dans les assurances vie et non-vie.

Dans un marché concurrentiel, il est très important que les compagnies d'assurance facturent un prix juste. Par exemple, en assurance automobile, si les compagnies d'assurance imposent trop peu aux jeunes conducteurs et aux anciens conducteurs, elles perdront leurs anciens conducteurs au profit de leurs concurrents tout en attirant de jeunes conducteurs. Ce problème de sélection adverse conduit les assureurs à perdre des contrats rentables et à obtenir des contrats sous-évalués, ce qui entraîne des pertes économiques. De nos jours, la conception de nombreux contrats d'assurance vie comprend de nombreuses clauses restrictives, telles que les garanties de taux d'intérêt, les contrats liés à des actions, les contrats de participation, etc. Ces contrats font en sorte que les sociétés d'assurance font face à davantage de risques, notamment économiques, de marché et de crédit. Ces risques doivent être pris en compte dans la tarification de ces contrats. L'ignorance de ces risques entraînera des difficultés. Par exemple, dans les années 90, de nombreuses sociétés d'assurances ont déclaré l'échec de leur entreprise. Une des raisons est la sous-évaluation du contrat en raison du risque ignoré de la garantie de taux d'intérêt. La compagnie d'assurance conçoit et établit les prix des contrats de manière à garantir sa compétence et ses profits. Entre temps, la compagnie d'assurance doit gérer les risques découlant de l'émission de ces contrats. Certains contrats lient des investissements sur des marchés financiers, la couverture devient un outil de gestion des risques utile pour la compagnie d'assurance. Ainsi, la conception, la tarification et la couverture des contrats d'assurance sont importantes pour la compagnie d'assurance et pour l'efficacité du marché de l'assurance.

## **1.1 Assurance vie et non vie**

L'assurance vie traite de deux risques auxquels un individu est probablement confronté de son vivant. L'un meurt prématurément, laissant une famille à charge s'occuper de lui-même et un autre vit trop vieux pour pouvoir subvenir à ses besoins. Dans le premier cas, l'assurance vie offre une protection complète contre le risque de décès de l'assuré. En cas de décès, l'indemnité assurée sera intégralement versée. Dans ce dernier cas, l'assurance vie fonctionne également avec sa fonction d'épargne à long terme. La petite prime payée par versements faciles peut être accumulée beaucoup après une longue période. Ensuite, le contrat prévoit le paiement d'un montant à l'échéance du

contrat ou périodiquement à certaines dates spécifiées. Assurément, l'assuré doit payer la prime à l'assureur périodiquement pendant la durée du contrat. Il convient de noter que l'assurance vie peut être souscrite après une période déterminée à partir de laquelle l'assuré obtiendra une partie du paiement de la prime. Il existe trois types d'assurance vie, à savoir l'assurance vie entière, l'assurance vie temporaire et la rente. Une assurance vie entière ne verse une prestation forfaitaire qu'au décès de l'assuré. Une assurance-vie temporaire fournit au bénéficiaire le montant du contrat à l'échéance ou au moment du décès de l'assuré si celui-ci décède avant l'échéance. Pour la rente, à l'expiration de sa durée, l'assureur verse périodiquement le montant de la police à l'assuré, tant que celui-ci est en vie.

L'assurance non-vie, également connue sous le nom d'assurance de biens et risques divers, traite des risques encourus par des personnes et des biens, tels que les dommages causés par la maladie, la fraude, les accidents, les incendies, les tempêtes de vent, les tremblements de terre, le vol, etc. le particulier, son domicile, son automobile, son bateau, ses bagages, etc. Le contrat porte la garantie, pour laquelle l'assureur indemnise le sinistre subi par l'assuré lors de la survenance d'un événement incertain. En règle générale, les contrats sont à court terme, par exemple un an, et les assurés doivent les mettre à jour tous les ans s'ils nécessitent une protection à long terme. Le caractère des objets assurés peut être grossièrement classé en tant que personne, bien et intérêt. Pour personne, il existe une assurance accident et maladie. Pour les biens, il existe de nombreux exemples tels que l'assurance incendie, l'assurance dommages, l'assurance des coques marines, etc. Comme pour les intérêts, il existe une assurance responsabilité, une assurance dommages indirects, une assurance fraude, etc.

La comparaison détaillée des caractéristiques distinctes entre l'assurance-vie et l'assurance non-vie est présentée dans le tableau 1.

De nos jours, les activités d'assurance mondiales se sont développées dans une certaine mesure. Le tableau 2 répertorie les 10 principales régions du secteur de l'assurance en 2017 et nous pouvons constater que le marché de l'assurance a été très important dans les pays développés, qu'il s'agisse d'assurance vie ou non. Le quota de marché des trois principaux pays atteint près de 50% des activités d'assurance sur le marché mondial, qui présente un important potentiel de marché à développer, en particulier

**Tableau 1** **Comparaison entre assurance vie et assurance non vie**

Fonctionnalité	Assurance-vie	Assurance non vie
couverture des risques	risque de la vie d'un individu	tout risque de personnes et de biens en dehors du risque de la vie, tel que la perte pour cause de maladie, fraude, accident, incendie, tempête de vent, tremblement de terre, vol, etc.
style de contrat	une forme d'investissement	un contrat d'indemnisation
terme du contrat	long terme	court terme
temps de paiement	soit au décès de l'assuré, soit à l'échéance	en cas d'événement incertain
prime	paiements périodiques pendant la durée du contrat	un paiement forfaitaire
intérêt assurable	présent au moment du contrat	présent à la fois au moment du contrat et au moment de la perte
valeur politique	basé sur le paiement de prime spécifique	limite au préjudice réel subi, quel que soit le montant de la police
des économies	épargne à long terme	pas d'économie

pour les marchés émergents.

**Tableau 2** **Top 10 des activités d'assurance en 2017 (US \$ millions)**

Rang	Région	Total des primes		Primes vie	
		Montant	Part du marché mondial	Montant	Part du marché mondial
1	états Unis	1,377,114	28.15%	546,800	20.58%
2	continentale (Chine)	541,466	11.07%	317,570	11.95%
3	Japon	422,050	8.63%	307,232	11.56%
4	Royaume-Uni	283,331	5.79%	189,833	7.14%
5	France	241,603	4.94%	153,520	5.78%
6	Allemagne	222,978	4.56%	96,973	3.65%
7	Corée du Sud	181,218	3.70%	102,839	3.87%
8	Italie	155,509	3.18%	113,947	4.29%
9	Canada	119,520	2.44%	51,592	1.94%
10	Taiwan (Chine)	117,474	2.40%	98,602	3.71%

Le secteur des assurances à grande échelle est très exigeant en matière de gestion des risques du secteur des assurances. Le risque est le fondement du secteur des assurances, pour lequel la police d'assurance transfère de nombreux risques de l'assuré aux sociétés d'assurance. Comme mentionné précédemment, la conception complexe des contrats d'assurance oblige les sociétés d'assurance à faire face à de nombreux risques

Primes non-vie	
Montant	Part du marché mondial
830,315	37.16%
223,876	10.02%
114,818	5.14%
93,499	4.18%
88,083	3.94%
126,005	5.64%
78,378	3.51%
41,562	1.86%
67,927	3.04%
18,873	0.84%

Source: Swiss Re, Sigma, n ° 3/2018.

différents. Les compagnies d'assurance doivent donc prendre en charge ces risques. Les directives Solvabilité II et III, en tant que deux cadres réglementaires pour le secteur des assurances, obligent les sociétés d'assurance à se concentrer sur la gestion de tous les risques auxquels elles sont confrontées. Les normes de réglementation établissent un nouvel ensemble d'exigences de fonds propres, de techniques d'évaluation, ainsi que de normes de gouvernance et de reporting, dans lesquelles les actifs et les passifs sont mesurés de manière à garantir que les fonds propres soient suffisamment protégés contre les risques des assureurs. Actuellement, Solvency II est la norme de régulation largement utilisée. Elle est divisée en trois piliers. Le pilier 1 utilise des modèles cohérents sur le marché pour évaluer les actifs et les passifs, puis calculer les exigences de fonds propres réglementaires. Le pilier 2 définit les exigences de fonds propres. SCR) et le pilier 3 fournissent un rapport annuel privé aux autorités de contrôle, ainsi qu'un rapport d'information sur la solvabilité et les informations financières au public. Le pilier 1 encourage les sociétés d'assurance à développer leurs propres modèles internes d'évaluation. Afin d'améliorer leurs compétences, les principales sociétés d'assurance ont déployé de nombreux efforts de ce côté. Ainsi, pour relever les défis de la gestion des risques et d'une réglementation stricte, la précision des prix et la couverture des contrats d'assurance sont devenues extrêmement importantes.

## 1.2 Les limites des méthodes actuarielles traditionnelles

Les contrats d'assurance vie traditionnels se concentrent principalement sur la protection de la mortalité. Toutefois, du point de vue de l'investissement, les assurés sont conscients des opportunités d'investissement sur le marché financier et ont la demande de bénéficier des avantages d'un investissement financier en liaison avec la protection de la mortalité. Pour attirer les assurés, les compagnies d'assurance ont intégré cette demande d'investissement dans la conception des contrats d'assurance et ont mis au point de nombreux types de contrats modernes, tels que les contrats en unités de compte, les rentes variables et les contrats de fonds distincts, etc. paiements promis au décès ou à l'échéance. Une partie ou la totalité des primes est investie dans un fonds d'actions et les souscripteurs se partagent les bénéfices des investissements financiers. Ainsi, dans l'assurance moderne, le risque financier est une source de risque importante qui ne peut être ignorée. De nos jours, les contrats d'assurance vie modernes ont dominé le marché de l'assurance vie, en particulier dans les pays développés comme l'Amérique, le Canada, la France, l'Allemagne, l'Australie, etc.

Dans le passé, les techniques actuarielles sont l'outil le plus utilisé pour la tarification des contrats d'assurance vie. Cependant, ces méthodes ne conviennent pas à l'évaluation des contrats d'assurance modernes. Les raisons sont doubles. D'une part, seules les techniques actuarielles permettent d'évaluer et de gérer le risque d'assurance, mais ne peuvent rien faire contre le risque financier. Parce que leur gestion du risque repose fortement sur la diversification. Avec de nombreux contrats d'assurance sur des durées de vie indépendantes, le théorème de la limite centrale garantit le faible degré d'incertitude du total des sinistres, ce qui permet aux techniques actuarielles d'utiliser une méthode déterministe pour la tarification. Par exemple, une compagnie d'assurance vend 10 000 contrats d'assurance à des personnes indépendantes, chacune ayant une probabilité de réclamation de 0.03. Si ces contrats sont des contrats traditionnels, la meilleure estimation du taux de mortalité est de 0.03 et la technique actuarielle ajuste la valeur de la meilleure estimation, par exemple 0.04. Ensuite, la probabilité que le taux de mortalité réel supérieur à 0.04 soit inférieur à  $10^{-8}$  et à la quasi-totalité du risque de mortalité est absorbée. Néanmoins, pour les contrats d'assurance modernes, le risque financier inhérent est un risque systématique ou non diversifiable. Lorsque



l'investissement lié ne fonctionne pas correctement, tous les contrats sont affectés simultanément. Ainsi, le risque financier rend les contrats moins indépendants que les contrats traditionnels. Dans ce cas, le théorème central limite ne peut plus être utilisé et les techniques actuarielles ne peuvent donc pas non plus fonctionner. Par exemple, certains contrats effectuent le paiement promis. Supposons que la compagnie d'assurance indemnise le manque entre le paiement promis et la valeur du fonds si l'investissement a une mauvaise performance. Nous supposons que la probabilité que l'investissement ne soit pas performant soit de 0.03 et qu'il existe ensuite une probabilité de 0.03 que tous les contrats nécessitent le versement par la compagnie d'assurance de l'indemnisation. Ce risque systématique ne peut être géré par les techniques actuarielles traditionnelles.

Par ailleurs, comme nous l'avons déjà mentionné, les contrats d'assurance vie moderne comportent de nombreuses clauses restrictives telles que les options de bonus et de rachat, les garanties de taux d'intérêt, les contrats de participation, etc. Ces clauses sont des options incorporées dans les contrats et leur tarification doit être précise. Par exemple, la garantie de taux d'intérêt crédite chaque année le compte des assurés d'un taux minimal. Au moment de l'émission, si le taux d'intérêt garanti est très inférieur aux taux d'intérêt du marché, aucune prime pour ces garanties n'a de mauvaise conséquence. Toutefois, lorsque les taux d'intérêt du marché baissent et restent à un niveau bas pendant longtemps, le taux de garantie fixe entraînera une lourde charge de responsabilité pour la compagnie d'assurance. C'est la raison pour laquelle de nombreuses entreprises d'assurance ont fait faillite en Europe, au Japon et aux états-Unis dans les années 90. Ainsi, les options intégrées doivent vraiment être tarifées. Cependant, les techniques actuarielles traditionnelles ne peuvent rien faire de ce côté.

Les méthodes en ingénierie financière constituent des solutions naturelles pour résoudre le problème de tarification et de gestion des risques des contrats d'assurance modernes. En fait, les contrats d'assurance modernes peuvent être traités comme un type spécial de dérivé financier combinant une protection contre la mortalité. Boyle and Schwartz (1977); Brennan and Schwartz (1979); Brennan, Schwartz, et al. (1976) sont des travaux fondamentaux qui utilisent la théorie moderne de la tarification des options pour la tarification des contrats d'assurance vie. Il existe de nombreux ouvrages sur l'amélioration des méthodes de marché pour la tarification et la gestion des risques des

contrats d'assurance modernes. Voir Bernard, Le Courtois, and Quittard-Pinon (2005); Coleman, Kim, Li, and Patron (2007); Coleman, Li, and Patron (2006); Kélani and Quittard-Pinon (2017); Lin, Tan, and Yang (2009); Siu (2005), pour n'en nommer que quelques-uns. Les méthodes de marché sont également encouragées par l'exigence réglementaire de Solvency II selon laquelle les actifs et les passifs des sociétés d'assurance doivent être tarifés à l'aide de modèles de marché, ainsi que par plusieurs normes internationales telles que l'International Accounting Standard Board (IASB), la Comptabilité financière. Standard Board (FASB) et la norme internationale d'information financière (IFRS), etc., qui imposent aux sociétés d'assurance-vie de divulguer leurs informations comptables à la juste valeur. L'étude des méthodes du marché pour la tarification des contrats d'assurance modernes a suscité un grand intérêt, tant dans la pratique que dans le monde universitaire.

Lors de la tarification des polices d'assurance non-vie, il existe de nombreux facteurs importants, tels que la perte de sinistre, la charge de sécurité, les coûts administratifs, etc. Apparemment, le facteur le plus crucial est la perte de sinistre. Ainsi, nous nous concentrons principalement sur la modélisation des pertes de sinistres. Le montant de la perte de sinistres attendue dépend fortement des caractéristiques d'un contrat individuel. Par exemple, dans une réclamation d'assurance automobile, les points d'âge, de sexe et d'enregistrement de véhicule du preneur d'assurance, par revenu ou densité de population du lieu de résidence du preneur d'assurance, l'âge et le modèle du véhicule, etc. Taille. Nous devons donc utiliser des modèles prédictifs.

Les technologies acturiales traditionnelles choisissent les modèles linéaires généralisés (GLM) pour modéliser la taille des revendications. Deux modèles standard basés sur GLM sont le modèle de fréquence-gravité GLM et le modèle de Poisson composé GLM Tweedie. Le premier modélise la taille des revendications en deux parties, la fréquence des revendications et la gravité des revendications, la fréquence des revendications examinant le nombre de revendications en utilisant une régression de Poisson ou une régression binomiale négative, et la gravité de la revendication prenant en charge le montant des revendications en fonction de en utilisant une régression gamma ou gaussienne inverse. Ce dernier modélise la taille de la revendication par une somme de Poisson de i.i.d. variables aléatoires gamma. La distribution Tweedie résultante appar-

tient à la famille de dispersion exponentielle et le modèle GLM Tweedie peut donc être construit pour prédire directement la taille de la revendication. Bien que les modèles GLM soient largement utilisés, il existe une limite évidente. La forme linéaire des modèles GLM est trop stricte pour les applications réelles, ce qui affecte leur précision de prédiction. Par exemple, en assurance auto, la relation non linéaire entre âge et taille du sinistre est bien documentée. Les modèles additifs généralisés (GAM) surmontent la forme linéaire restrictive du modèle GLM en modélisant la variable continue avec des fonctions lisses. Cependant, le modèle GAM est également limité à la forme additive et les effets d'interaction complexes doivent être identifiés manuellement. En pratique, il est difficile de trouver tous les effets d'interaction, en particulier avec de nombreuses variables. Manquer des interactions importantes affectera négativement la précision des prévisions. Nous avons donc besoin de modèles plus flexibles.

Les algorithmes d'apprentissage automatique sont les solutions naturelles dont nous avons besoin. Les algorithmes apprennent la structure du modèle à partir de données, ce qui est capable d'adapter une relation non linéaire flexible entre la variable de réponse et les prédicteurs et de capturer des interactions complexes et d'ordres plus élevés parmi les prédicteurs. De plus, les algorithmes peuvent automatiquement compléter la sélection des fonctionnalités. Ils se sont avérés très performants dans diverses applications, en raison de leur grande précision de prédiction. L'application des algorithmes d'apprentissage automatique en assurance non-vie est devenue un sujet de recherche brûlant. Wuthrich and Buser (2017) et Noll, Salzmann, and Wuthrich (2018) ont montré de manière empirique que les arbres de régression, les réseaux de stimulation et les réseaux de neurones surpassent le modèle GLM dans la prédiction de la fréquence des réclamations. Yang, Qian, and Zou (2018) développe un modèle de Poisson composé de Tweedie renforçant le gradient et montre que le modèle est supérieur aux autres modèles de pointe. L'ASTIN (études actuarielles en assurance non-vie) de l'Association actuarielle internationale (IAA) encourage l'adoption de technologies d'apprentissage automatique dans le domaine de l'assurance. Le concept de technologie d'assurance (InsurTech) est développé dans le livre blanc sur le développement de China InsurTech, dans lequel un point clé est lié à l'application des technologies d'apprentissage automatique. Ainsi, l'étude des algorithmes d'apprentissage automatique pour la tarification

de l'assurance non-vie est devenue un sujet intéressant, tant dans la pratique que dans le monde universitaire.

### **1.3 Objectif**

Cette thèse améliore la conception, la tarification et la couverture des contrats d'assurance, en utilisant les outils d'ingénierie financière, de théorie de la décision et d'apprentissage automatique. En particulier, nous développons un modèle avancé pour la tarification d'un type courant de contrat d'assurance vie, à savoir les contrats d'assurance vie participants, en présence de risques de crédit, de marché (saut), économiques (changement de régime). Nous introduisons également deux stratégies de couverture, à savoir la couverture semi-statique et la couverture dynamique, afin de couvrir les risques de défaut, de saut et de changement de régime dans les contrats avec participation. Outre la tarification des contrats d'assurance vie, nous étudions également la conception optimale de la police d'assurance en envisageant une vaste couverture d'assurés comprenant à la fois des précurseurs de risques et des passionnés des risques, puis nous montrons que les contrats optimaux peuvent prendre la forme de contrats à double limitation perte, changement-perte, double changement-perte et stop-loss dans différents contextes. En ce qui concerne la tarification de l'assurance non-vie, nous développons un modèle fréquence-sévérité de renforcement du gradient stochastique, dans lequel l'algorithme de renforcement du gradient stochastique est utilisé pour estimer les distributions de fréquence et de gravité des sinistres, ainsi que la dépendance non linéaire entre fréquence et sévérité des sinistres. traiter la fréquence des réclamations comme facteur prédictif dans le modèle de régression de la gravité des réclamations. Nous montrons que le modèle proposé est supérieur aux autres modèles à la pointe de la technologie.

## **2 Sujets spécifiques**

### **2.1 Contrats participatifs et sources de risque**

Les contrats d'assurance-vie avec participation sont l'un des contrats d'assurance-vie les plus populaires. Dans ces contrats, le preneur d'assurance reçoit non seulement un rendement minimum garanti, mais partage également les bénéfices d'un investissement financier dépassant le rendement garanti. Le preneur d'assurance verse une somme

forfaitaire à la compagnie d'assurance et l'assureur investit et gère les fonds dans un portefeuille de référence. L'assureur crédite chaque année un intérêt égal ou supérieur à un taux minimal garanti. La différence nette entre la valeur de marché du portefeuille de référence et la valeur comptable du compte du titulaire de la police constitue la réserve de bonus. Si la réserve de bonus terminal est positive, l'assuré reçoit un bonus terminal. Si l'assureur fait défaut pendant la durée du contrat, le preneur d'assurance recevra les actifs restants. Voir la discussion détaillée sur les différentes caractéristiques contractuelles des contrats participants dans Grosen and Jørgensen (2000).

Comme indiqué précédemment, le risque de crédit doit être chiffré. Briys and De Varenne (1994, 1997) fournit un cadre général pour l'évaluation des contrats de participation lorsque ceux-ci prennent explicitement en compte le risque de crédit de l'assureur. Cependant, le défaut ne peut se produire qu'à l'échéance. Grosen and Jørgensen (2002) corrige cette faiblesse en introduisant un contrôle permanent de la solvabilité de l'entreprise. Nous examinons les spécifications des contrats participants en utilisant le framework dans Grosen and Jørgensen (2002).

L'assuré souscrit un contrat d'assurance vie moyennant le versement d'une prime unique  $L_0$ . L'assureur gère un investissement dans un portefeuille de référence et les fonds sont en partie financés par la prime  $L_0$ . Indiquez par  $A_0$  la valeur initiale des fonds. Ensuite, les titulaires de police ont des actions  $\alpha = \frac{L_0}{A_0}$  des fonds et profitent des avantages d'un rendement du capital excédentaire. L'assureur promet aux souscripteurs un taux minimum de  $r_g$  pendant la durée du contrat. Ensuite, le paiement d'une échéance promise est égal à  $L_T = L_0 e^{r_g T}$ , où  $T$  correspond à l'échéance du contrat. Le paiement promis peut être honoré si la valeur finale du portefeuille est suffisamment grande, c'est-à-dire,  $A_T \geq L_T$ . Dans le cas contraire, le contrat est exécuté par défaut et les titulaires de police saisissent la valeur de portefeuille restante  $A_T$ . Outre le paiement à l'échéance promise, les titulaires de police ont le droit de recevoir un bonus si l'investissement des fonds est suffisamment performant. Les souscripteurs partagent une proportion  $\delta$  de la valeur des fonds supérieure au paiement promis, c'est-à-dire  $\delta(\alpha A_T - L_T)_+$ , où  $\delta$ , appelé taux de participation, représente le niveau de participation. des assurés au potentiel de hausse des investissements financiers. Ensuite, les souscripteurs

reçoivent un paiement à l'échéance, en dollars canadiens.

$$\Theta_L(T) = \begin{cases} A_T & \text{if } A_T < L_T \\ L_T & \text{if } L_T \leq A_T \leq \frac{L_T}{\alpha} \\ L_T + \delta(\alpha A_T - L_T) & \text{if } A_T > \frac{L_T}{\alpha} \end{cases}.$$

Ce gain peut être écrit sous une forme compacte

$$\Theta_L(T) = L_T + \delta(\alpha A_T - L_T)_+ - (L_T - A_T)_+.$$

où les trois termes du côté droit représentent le paiement à échéance promis, l'option de bonus et une option de vente à découvert liée au défaut survenant à l'échéance, respectivement.

La structure de paiement ci-dessus repose sur une hypothèse irréaliste selon laquelle le défaut de l'assureur ne survient qu'à la date d'échéance du contrat. En pratique, la défaillance de l'assureur peut survenir à tout moment  $t$ . Ainsi, supposons qu'à tout moment  $t$ , la frontière réglementaire soit proportionnelle au paiement promis,  $L_t = L_0 e^{r_g t}$ , et que la solvabilité de l'assureur soit contrôlée en permanence par les autorités de régulation. Soit  $\kappa$  le paramètre de niveau limite et la valeur par défaut de l'assureur se produit au moment opportun

$$\tau = \inf\{t \geq 0 : A_t \leq \kappa L_0 e^{r_g t}\}.$$

La valeur du portefeuille restant est de  $A_\tau$ . Ensuite, notons  $\{r_t, t \geq 0\}$  la dynamique des taux d'intérêt. La formule de tarification en vertu de la mesure neutre au risque  $Q$  peut être écrite sous forme de

$$V = E_Q \left( e^{-\int_0^T r_s ds} (L_T + \delta(\alpha A_T - L_T)_+ - (L_T - A_T)_+) \mathbb{1}_{\tau \geq T} + e^{-\int_0^\tau r_s ds} A_\tau \mathbb{1}_{\tau < T} \right).$$

Outre le risque de crédit, les investissements financiers rendent les contrats confrontés à des risques de marché et économiques. Le phénomène de sauts du prix des actifs, c'est-à-dire de rares et importants mouvements, est souvent observé sur le marché financier. Ce phénomène est induit par des chocs externes dus à certains événe-

ments extrêmes tels que les changements de politique. La caractéristique leptokurtique asymétrique du rendement des actifs financiers est bien documentée, voir, par exemple, Cont (2001). Ces caractéristiques peuvent être bien expliquées par le phénomène de saut. Merton (1976) est le travail fondateur qui modélise le risque de saut dans la dynamique des prix des actifs. Ball and Torous (1983); Jarrow and Rosenfeld (1984); Jorion (1988) fournissent des preuves convaincantes de la présence de hausses du prix des actifs. Dans la littérature sur les prix des options, Bakshi, Cao, and Chen (1997); Duffie, Pan, and Singleton (2000); Kou (2002); Kou and Wang (2004); Merton (1976); Naik and Lee (1990); Pan (2002) démontrent que l'intégration de sauts est essentielle pour expliquer le prix d'option observé, tel qu'un phénomène empirique appelé "volatilité volatile", observé dans des scénarios optionnels. En outre, une classe importante de modèles stochastiques, appelés modèles de Lévy, est développée pour prendre en compte le risque de saut sur le marché financier, tels que le Variance Gamma (VG), le Normal Inverse Gaussian (NIG), le Tempered Stable (TS), les processus hyperboliques généralisés (GH), les processus de Meixner et CGMY, etc. Il existe de nombreux ouvrages sur la tarification des produits dérivés avec les modèles de Lévy. Voir Asmussen, Avram, and Pistorius (2004); Cariboni and Schoutens (2007); Carr and Wu (2003); Cont and Voltchkova (2005a,b); Fusai and Meucci (2008); Kou (2002); Kou and Wang (2004); Tankov (2003), pour n'en nommer que quelques-uns. La preuve du risque de saut est très suffisante.

Le risque de changement de régime est un risque économique important. Ce risque économique est constitué par les modifications structurelles de l'environnement macroéconomique ou des cycles économiques, qui induisent des modifications de la structure dynamique du prix des actifs ou de la structure par terme des taux d'intérêt. Le risque a été examiné dans de nombreuses études empiriques, telles que Bollen, Gray, and Whalley (2000); Engel and Hamilton (1990); Guidolin and Timmermann (2005, 2008). Ils apportent un soutien convaincant à la présence d'un changement de régime du prix des actifs. Une classe importante de modèles stochastiques, appelée modèle de changement de régime, est développée pour prendre en charge le risque de changement de régime. Hamilton (1989) vulgarise le modèle de série chronologique à changement de régime dans la littérature économique et économétrique. Hardy (2001) montre le succès

empirique du modèle de changement de régime en ajustant les données mensuelles à long terme des indices Standard and Poor's 500 et Toronto Stock Exchange 300. Les modèles de changement de régime ont été largement utilisés dans différents domaines de la finance, tels que l'évaluation des options, la répartition de l'actif et la gestion des risques, etc. Voir Buffington and Elliott (2002); Chollete, Heinen, and Valdesogo (2009); Elliott, Chan, and Siu (2005); Guidolin and Timmermann (2007); Guo (2001); Zhang and Guo (2004); Zhou and Yin (2003), to name juste un peu.

Les contrats d'assurance vie sont relativement anciens. Il peut y avoir des changements substantiels dans les conditions économiques sur une longue période. Il est donc essentiel d'intégrer le risque de changement de régime à l'évaluation des produits d'assurance vie. En général, nous considérons que le saut et le changement de régime sont des risques à court terme et à long terme, respectivement. Ainsi, nous finalisons la tarification des contrats d'assurance vie avec participation en présence de risques de crédit, de saut et de changement de régime.

## 2.2 Conception du contrat

La conception optimale de l'assurance a attiré une grande attention de la part des praticiens et des universitaires. Depuis l'ouvrage sémantique de Arrow (1963), il existe une littérature abondante sur ce sujet, par exemple, voir Chi (2017); Chi and Tan (2011); Chi and Zhou (2017); Cummins and Mahul (2004); Raviv (1979); Young (1999).

Nous examinons le modèle d'assurance optimal avec un exemple simple. Soit  $X$  le montant de la perte subie par un assuré. La conception de l'assurance fonctionne sur la répartition de la perte en  $f(X)$  et  $R_f(X)$ , où  $f(X)$  représente une partie de la perte cédée à l'assureur et  $R_f(X)$  enregistre la perte restante conservée par l'assuré. La conception vise à maximiser l'utilité attendue de la richesse finale d'un assuré. Supposons que l'assuré a une aversion pour le risque avec une fonction d'utilité concave croissante,  $u(x)$ . Nous supposons que l'assuré avec un patrimoine initial  $w_0$  souscrit un contrat d'assurance moyennant le paiement d'une prime  $P$ . Ensuite, la richesse finale de l'assuré est  $w(X) = w_0 - R_f(X) - P$ . Le contrat d'assurance optimal maximise



l'utilité escomptée de la richesse finale de l'assuré, c'est-à-dire

$$\arg \max_f E(u(w(X))).$$

En termes de prime  $P$ , il existe de nombreux principes de prime. Young (2014) énumère onze principes de prime communs. Si nous utilisons le principe de la prime de valeur attendue, où la prime d'assurance ne dépend que de la valeur attendue de l'indemnité, nous avons la solution du problème d'optimisation ci-dessus comme la fonction  $f(x) = (x - b)_+$ , où  $b$  est une franchise à montant fixe.

Ceci est un exemple de base de la conception d'assurance optimale. Les travaux susmentionnés enrichissent le contenu de ce champ. Le critère d'optimisation utilise parfois la minimisation de l'exposition au risque de l'assuré avec certaines mesures de risque spécifiques, telles que la valeur à risque et la valeur à risque conditionnelle. Voir, par exemple, Cai and Tan (2007); Cai, Tan, Weng, and Zhang (2008); Chi and Tan (2011); Tan, Weng, and Zhang (2009). Chi (2017) et Chi and Wei (2018) prennent également en compte les attitudes de risque plus élevées de l'assuré. Cependant, ces travaux supposent tous que l'assuré a une aversion pour le risque. Bien qu'une majorité de personnes s'aperçoive qu'elles sont peu enclines à prendre des risques, il existe encore une minorité significative d'entre elles qui aiment les risques. Deck and Schlesinger (2014) examine les préférences de risque plus élevées des avertisseurs de risque et des amateurs de risque et découvre les deux faits suivants. Premièrement, les avertisseurs de risques n'apprécient pas une augmentation du risque à tous les degrés. Deuxièmement, les amoureux du risque aiment les risques qui augmentent de degré pair, mais n'aiment pas les augmentations de degré impair. Ainsi, les avertisseurs de risques et les passionnés de risques ont les mêmes attitudes de risque à des degrés étranges, telles que la prudence de troisième ordre. Crainich, Eeckhoudt, and Trannoy (2013) confirme que les amoureux du risque sont prudents. Par conséquent, nous supposons seulement que l'assuré est prudent afin de couvrir à la fois les avertisseurs de risques et les amoureux des risques. Ensuite, avec une large couverture des assurés, nous montrons les formes spécifiques du contrat optimal dans différents contextes.

### 2.3 Modèle fréquence-gravité

Le modèle fréquence-gravité est un modèle de réclamation d'assurance largement utilisé. Nous illustrons le modèle fréquence-gravité dans le cadre GLM. Soit  $x = (x_1, \dots, x_p)'$  et  $y = (y_1, \dots, y_q)'$  les variables prédictives de la fréquence et de la gravité des réclamations, respectivement. Indiquez par  $N$  et  $X_i$  les variables aléatoires respectives de la fréquence et de la gravité des réclamations. Avec deux fonctions de liaison  $g$  et  $f$ , nous avons les modèles de régression comme

$$g(\nu) = \alpha x \quad \text{and} \quad f(\mu) = \beta y,$$

où  $\nu = E(N|x)$  et  $\mu = E(X_i|y)$ , et  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux vecteurs de coefficients de régression de taille  $1 \times p$  et  $1 \times q$ , respectivement. L'inférence des modèles GLM donne les valeurs des coefficients de régression  $\alpha$  et  $\beta$ , ainsi que d'autres paramètres des distributions de  $N$  et  $X_i$ . Avec les distributions connues de fréquence de réclamation  $N$  et de gravité  $X_i$ , nous avons la distribution du montant global de la réclamation comme suit:

$$S = \sum_{i=1}^N X_i.$$

Ensuite, en fonction du montant total de la demande d'indemnisation, nous pouvons calculer les primes de la police d'assurance non-vie.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les formes linéaires ou additives des modèles de fréquence et de gravité GML et GAM sont trop rigides pour des applications réelles. En outre, ces modèles supposent souvent que la fréquence et la gravité des réclamations sont indépendantes. En réalité, la fréquence et la gravité des réclamations sont souvent liées. Par exemple, les réclamations d'assurance habitation dues aux inondations tendent à être à la fois importantes et fréquentes dans la zone touchée. Pour l'assurance automobile, la fréquence et la gravité des réclamations sont souvent négativement corrélées, car les conducteurs qui font plusieurs réclamations par an ne provoquent généralement que quelques accidents mineurs. Il faut donc modéliser la dépendance entre fréquence des sinistres et gravité. Erhardt and Czado (2012); Frees, Gao, and Rosenberg (2011); Gschlögl and Czado (2007) capturent la dépendance en traitant la fréquence des revendications en tant que variable prédictive dans le modèle

de régression de la gravité moyenne des revendications et Czado, Kastenmeier, Brechmann, and Min (2012); Krämer, Brechmann, Silvestrini, and Czado (2013); Shi, Feng, and Ivantsova (2015) employez les copules paramétriques pour modéliser la distribution conjointe de la fréquence et de la gravité moyenne des réclamations.

Ainsi, nous développons un modèle stochastique amplificateur fréquence-gravité pour surmonter les formes restreintes des modèles GLM et GAM, où nous traitons la fréquence des réclamations comme une variable prédictive dans le modèle de régression amplifiant le gradient de la sévérité moyenne des réclamations pour capturer de manière flexible la dépendance non linéaire. entre la fréquence et la gravité des réclamations.

## 2.4 Structure de la thèse

Cette thèse porte sur la conception, la tarification et la couverture des contrats d'assurance afin d'améliorer la gestion des risques des sociétés d'assurance et l'efficacité du marché de l'assurance. Le chapitre 2 passe en revue certaines connaissances de base du processus de Lévy et du changement de régime du processus de Lévy pour le chapitre 3, de quelques notions d'ordre stochastique, du risque de degré supérieur et de la dominance stochastique pour le chapitre 4, ainsi que du modèle GLM et GAM, arbre de régression et algorithme de renforcement du gradient pour le chapitre 5.

Le chapitre 3 développe une approche basée sur la transformation pour la tarification des contrats d'assurance-vie avec participation à taux garanti constant et à taux garanti flottant, dans laquelle nous incorporons les risques de crédit, de marché (bond) et économiques (changement de régime), et dont du portefeuille de référence est décrit par un modèle de diffusion à sauts double exponentiel à changement de régime. Nous fournissons des formules de forme fermée pour la valeur du contrat en utilisant une transformation de Laplace ou de Laplace-Fourier, dans laquelle seuls certains facteurs matriciels de Wiener-Hopf sont impliqués. Ensuite, le prix est obtenu en effectuant une inversion numérique de Laplace et Fourier et en mettant en oeuvre la factorisation matricielle de Wiener-Hopf. En comparant les résultats avec les simulations de Monte-Carlo, nous montrons que notre méthode de tarification est facile à mettre en oeuvre et exacte. Nous montrons également que le contrat à taux garanti flottant est un produit plus risqué mais plus rentable que le contrat à taux garanti constant. Deux stratégies

de couverture sont introduites pour couvrir les risques de saut et de changement de régime dans les contrats avec participation. Ce chapitre est basé sur le document de Le Courtois, Quittard Pinon, and Su (2018), "Tarification et couverture des contrats de participation défaillants avec basculement de régime et risque de renversement".

Le chapitre 4 étudie un contrat d'assurance optimal consistant à envisager une couverture étendue des assurés comprenant à la fois des précurseurs de risques et des amoureux des risques, en supposant que les assurés ont une tolérance au troisième degré. Nous indiquons la différence de forme de contrat optimale entre les avertisseurs de risques et les amateurs de risques. En les considérant comme une cible, nous montrons que la forme d'assurance optimale est un double contrat de limitation des pertes, ce qui montre que, y compris les passionnés du risque, le contrat ne change que de manière modeste. Nous limitons les contrats d'intérêt aux types convexes et les modifications optimales des contrats se transforment en une assurance contre les pertes de change ou en une assurance contre les risques de changement de change, qui dépend du coefficient de variation de la perte conservée. Enfin, nous montrons que le contrat optimal peut réduire à la forme privilégiée par les avertisseurs de risque en présence de risque de fond. Ce chapitre est basé sur le document de André, Le Courtois, and Su (2018), "Assurance optimale sous risque de troisième degré".

Le chapitre 5 développe un modèle stochastique d'accentuation du gradient fréquence-gravité, dans lequel nous appliquons l'algorithme d'accentuation du gradient stochastique pour estimer les modèles de régression marginaux des composantes de fréquence et de gravité des réclamations et introduisons la dépendance en traitant la fréquence des réclamations comme un prédicteur du modèle de régression pour la réclamation moyenne. gravité. Le modèle est capable d'adapter une relation non linéaire flexible entre la fréquence des réclamations (gravité) et les prédicteurs et de capturer les interactions complexes entre les prédicteurs et la dépendance non linéaire entre la fréquence des réclamations et la gravité. Une étude de simulation montre l'excellente performance de prévision de notre modèle. Ensuite, nous démontrons l'application de notre modèle avec une donnée de réclamation d'assurance automobile française. Les résultats montrent que le modèle proposé est supérieur aux autres modèles de pointe. Ce chapitre est basé sur le document de Su and Bai (2018), "Modèle de réclamations d'assurance

fréquence-sévérité de gradient stochastique".