



HAL
open science

Développement de modèles d'essieu ferroviaire en interaction dynamique avec la voie

Mustapha Afriad

► **To cite this version:**

Mustapha Afriad. Développement de modèles d'essieu ferroviaire en interaction dynamique avec la voie. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Technologie de Compiègne, 2018. Français. NNT : 2018COMP2453 . tel-02479387

HAL Id: tel-02479387

<https://theses.hal.science/tel-02479387>

Submitted on 14 Feb 2020

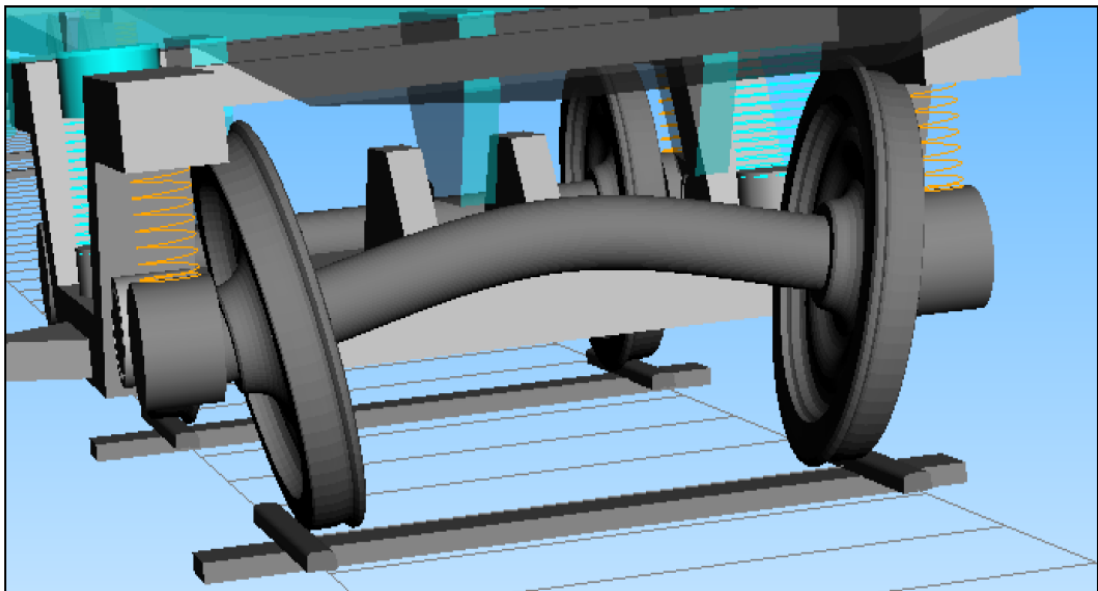
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Par **Mustapha AFRIAD**

Développement de modèles d'essieu ferroviaire en interaction dynamique avec la voie

Thèse présentée
pour l'obtention du grade
de Docteur de l'UTC



Soutenue le 13 décembre 2018

Spécialité : Mécanique Numérique : Unité de recherche en
Mécanique - Laboratoire Roberval (FRE UTC - CNRS 2012)

D2453

Thèse de doctorat
de
L'Université de Technologie de
Compiègne

Spécialité : Mécanique Numérique

Présentée par

Mustapha AFRIAD

**Développement de modèles d'essieu ferroviaire
en interaction dynamique avec la voie**

Soutenue le 13 décembre 2018 devant le jury composé de :

Mohamed Ali HAMDY (Président)
Mohamed RACHIK (Directeur de thèse)
Ludovic CAUVIN
Philippe DUFRENOY (Rapporteur)
Mario FAFARD (Rapporteur)
Fabienne BONDON
Danilo SORRENTINO
Sönke KRAFT



À la mémoire de mon grand-père.

À Ghizlane, mes parents, mes frères et ma sœur.

Remerciements

Je remercie profondément toutes les personnes qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse et notamment mon directeur de thèse Monsieur Mohamed RACHIK pour sa présence et son soutien durant toute la période de ma thèse.

Je remercie également Monsieur Ludovic CAUVIN pour le co-encadrement de cette thèse, son assistance et pour avoir assuré le bon déroulement de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur Olivier CAZIER, mon tuteur industriel chez SNCF Réseau. Messieurs Danilo SORRENTINO et Sönke KRAFT qui ont pris le relais après le départ à la retraite d'Olivier, je les remercie pour leur disponibilité et leur support grâce à leur expertise dans le domaine de la dynamique ferroviaire.

Je remercie les partenaires du projet CERVIFER, particulièrement Monsieur Mohamed Ali HAMDI pour ses efforts, son assistance pour le montage de mon contrat, Monsieur Guy-Léon KAZA pour son aide et pour les échanges enrichissants que nous avons eu au cours de ces travaux, Monsieur Marc ANCIANT pour sa collaboration, son intérêt aux résultats de cette thèse.

Je remercie les membres du jury qui ont accepté d'évaluer ce travail et dont les remarques furent grandement appréciées.

J'adresse mes sincères remerciements à l'équipe du laboratoire Roberval de mécanique de l'UTC qui m'a accueilli et à l'école doctorale de l'UTC qui veille au bon déroulement de la formation doctorale dans des conditions favorables permettant une formation de haute qualité.

Je remercie chaleureusement Ghizlane qui m'a toujours soutenu malgré la distance qui nous sépare, elle a su me comprendre, supporter mon éloignement pour me permettre d'achever ma thèse. Un grand merci à toute ma famille, mes parents, ma sœur, mes frères pour leur soutien durant tout mon parcours.

Avant-propos

Cette thèse a fait partie du projet **CERVIFER (CERTification Virtuelle dans le FERroviaire)** qui a regroupé 13 partenaires industriels et académiques (ESI Group, SNCF, RATP, ALSTOM, CETIM, HUTCHISON-PAULSTRA, VOSSLOH-COGIFER, IFSTTAR, RAILENUIM, VIBRATEC, Université de Technologie de Compiègne UTC, Université Lille 1 et Université de Valenciennes) et elle est financée par le dispositif **CIFRE (Convention Industrielle de Formation par la REcherche)** entre SNCF Réseau (Gestionnaire français du réseau et des infrastructures ferroviaires) et le laboratoire Roberval de l'Université de Technologie de Compiègne.

Résumé

Jusqu'à présent les modèles multi-corps d'interaction véhicule-voie ferroviaire utilisent principalement des composants rigides. De tels modèles présentent l'avantage d'un nombre de degrés de liberté limité permettant de réaliser des calculs en temps réel à basses fréquences. En revanche, ils ne permettent pas de prédire avec suffisamment de précision les spectres des efforts de contact roue-rail en raison de l'hypothèse d'éléments rigides qui est assez forte. Aussi ces modèles gagneraient à être améliorés en prenant en considération la flexibilité des éléments. Ceci est possible grâce au couplage éléments finis – dynamique multi-corps.

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ont pour objectif, l'amélioration des prédictions des efforts d'interaction véhicule-voie par intégration d'essieux et de rails flexibles dans les modèles multi-corps du véhicule et de la voie. Des modèles éléments finis des essieux et de la voie ont été développés et couplés au modèle global de la dynamique multi-corps via des méthodes de réduction de modèles afin de gagner en précisions tout en limitant le nombre de degrés de libertés.

Différentes configurations des modèles multi-corps du véhicule et de la voie avec des essieux et des rails flexibles ont été explorées afin d'évaluer les effets de la flexibilité des éléments sur les prédictions des efforts de contact. Les premiers modèles sont réalisés avec des essieux flexibles roulant sur une voie théorique parfaite sans défauts avec des rails rigides en alignement puis en courbe. Ces modèles ont été ensuite modifiés afin d'intégrer la flexibilité des rails ainsi que des excitations générées par les défauts des roues et des rails (usure ondulatoire, méplat de roue et joint de rail).

Mots clés: Modèles multi-corps du véhicule et de la voie ferroviaire ; Eléments finis ; réduction de modèle ; Essieu flexible ; Rail flexible ; Usure ondulatoire ; Méplat de roue ; Joint de rail.

Abstract

Multibody models for the study of the vehicle-track interaction used by railway companies consider mainly rigid components. These models are characterized by small number of degrees of freedom allowing real time calculations in low frequency ranges, but these models do not properly estimate real interaction forces because of the strong hypothesis of the components rigidity. These models need to be improved by taking into account the components flexibilities by coupling finite elements analysis with multibody dynamics simulations.

The main objective of this study is to develop the multibody models of a railway vehicle and track with flexible wheelsets and flexible rails in order to improve the prediction of vehicle-track interaction forces. Finite element models of wheelset and track are developed and reduced using model reduction methods to reduce their number of degrees of freedom before their integration in the multibody models.

Different configurations of vehicle and track models with flexible wheelsets and flexible rails are considered to evaluate the effect of components flexibilities on the contact forces. The first models are made of flexible wheelsets rolling on a perfect track with rigid rails in alignment and curve without irregularities. Then, these models are improved by integration of flexible rails and excitations involved by the rail and the wheel irregularities (rail corrugation, wheel flat and rail joint).

Keywords: Multibody models of vehicle and track; Finite elements; model reduction; Flexible wheelset; Flexible rail; Rail corrugation; Wheel flat; Rail joint.

Liste des paramètres

- a : Premier demi-axe de l'ellipse de Hertz.
- a_e : Distance séparant les deux essieux d'un seul bogie.
- a_l : Demi largeur longitudinal du rectangle de contact cylindre/plan.
- a_T : Accélération générale de la voie dans les courbes.
- a_w : Distance séparant les deux rayons de roulement des deux roues.
- a_{ws} : Accélération générale de l'essieu dans les courbes.
- b : Deuxième demi-axe de l'ellipse de Hertz.
- $[C]$: Matrice d'amortissement du modèle éléments finis.
- c_{cr} : Amortissement critique.
- c_l : Demi-largeur longitudinale de la surface d'adhérence.
- C_{ij} : Coefficients de Kalker.
- $[C_s], [C_p^i]$ et $[C_r]$: Matrices d'amortissement de la seconde suspension, la première suspension de l'essieu i et de la structure de la voie respectivement.
- d : Distance séparant les traverses.
- d_e : Dévers.
- d_l : Position du centre de la surface d'adhérence.
- (d_i^r) : Vecteur de déplacement du rail i .
- d_m : Profondeur du méplat.
- E : Module de Young de la roue et du rail.
- E_c : Energie cinétique.
- E_d : Energie de dissipation.
- E_p : Energie potentielle.
- (F) : Vecteur de chargement du modèle élément finis.
- F_{ext} : Effet de reste du véhicule sur l'essieu.
- f_{irr} : Fréquence des irrégularités de la voie.
- f_{pp} : Fréquence pinned-pinned de la voie (appuis équidistants).
- f_r : Fréquence de rotation des essieux.
- F_{Rx} et F_{Lx} : Efforts longitudinaux au niveau des contacts des roues droite et gauche respectivement.
- F_s et M_s : Forces et moments qu'appliquent les suspensions sur l'essieu.
- f_t : Fréquence des vibrations générées par l'espacement des traverses.
- G : Module de cisaillement de la roue et du rail.
- g : Accélération de pesanteur.
- H : Moment d'inertie angulaire de l'essieu.
- h : Hauteur du point de l'application de la résultante F_{ext} par rapport au centre de gravité de l'essieu.

- H_e : Multiplicateur de Heumann
- I : Moment quadratique du rail.
- I_d : Insuffisance de dévers.
- I_x, I_y et I_z : Moments d'inertie principaux de l'essieu.
- j : Jeu du joint de rail.
- $[K]$: Matrice de rigidité du modèle éléments finis.
- k : Facteur de cisaillement de la roue et du rail.
- K_c : Coefficient de glissement de Carter.
- k_f : Raideur de la fondation de la voie.
- $[K_s], [K_p^i]$ et $[K_r]$: Matrices de rigidité de la seconde suspension, la première suspension de l'essieu i et de la structure de la voie respectivement.
- L : Flexibilité de la fondation de Winkler.
- L_l : Longueur d'onde de l'oscillation de lacet
- l_m : Longueur du méplat arrondi.
- l_{m0} : Longueur du méplat nouvellement formé.
- $[M]$: Matrice de masse du modèle éléments finis.
- m, n, r, A, B : Paramètres de Hertz.
- $[M_b], [C_b], [K_b]$: Matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du bogie respectivement.
- m_e : Masse de l'essieu.
- $[M_i]$: Matrice de masse de l'essieu i .
- M_R et M_L : Moments transmis aux roues droite et gauche respectivement.
- m_{rl} : Masse du rail par unité de longueur.
- M_{ze} : Moment de pivotement.
- N : Réaction normale au contact.
- N_l : Force normale totale au niveau du contact par unité de longueur.
- N_R et N_L : Efforts normaux aux contacts roue-rail droit et gauche respectivement.
- P : Pression normale au contact roue-rail.
- $[P]$: Matrice de la base de réduction.
- $p(x,t)$: Densité des efforts normaux sur le rail par unité de longueur.
- P_e : Poids de l'essieu.
- Q : Charge normale transmise par la roue au rail.
- q_g : Coordonnées généralisées.
- Q_R et Q_L : Efforts verticaux au niveau des contacts des roues droite et gauche respectivement.
- R : Rayon de la courbe.
- R_g : Position du centre de gravité de l'essieu.
- R_l : Rayon du mouvement de lacet.
- R_r : Rayon du rail au niveau du contact.
- R_R et R_L : Positions des centres des surfaces de contact droite et gauche par

rapport au centre de gravité de l'essieu respectivement.

- r_R et r_L : Rayons de roulement des roues droite et gauche respectivement.
- R_{Re} et R_{Le} : Positions des points de la surface de contact droite et gauche par rapport au centre de gravité de l'essieu respectivement.
- R_w : Rayon de la roue au niveau du contact.
- r_0 : Rayon de roulement en équilibre.
- S : Section du rail.
- s : Position curviligne sur la voie.
- s_c : Longueur de la courbe.
- s_r : Longueur de la courbe de raccordement (clothoïde).
- T : Réaction tangentielle au contact.
- t : Temps.
- T_l : Force tangentielle totale au niveau du contact par unité de longueur.
- (U) : Vecteur de déplacement relatif entre la caisse et le bogie.
- (u) : Vecteur des degrés de liberté du modèle éléments finis.
- U^b : Vecteur des degrés de liberté du bogie.
- u_b et u_i : Degrés de liberté d'interfaces et internes respectivement.
- (U_i) : Vecteurs de déplacement relatif entre le bogie et l'essieu i .
- U_i^e : Vecteur des degrés de liberté de l'essieu i .
- (U_i^r) : Vecteurs de déplacement relatif entre l'essieu i et le rail.
- $U^{w,r} = (u_1^{w,r}, u_2^{w,r})$: Déformations longitudinale et latérale du matériau de la roue et du rail respectivement lors de la mise en contact.
- v : Vitesse de passage du train.
- v_{cr} : Vitesse critique de circulation du train.
- v_g : Vitesse de glissement entre la roue et le rail.
- v_r : Différence des vitesses rigides de la roue et du rail.
- $v^{w,r}$: Vitesse des points en contact de la roue et du rail respectivement.
- w : Flèche du rail.
- x : Position longitudinale sur la voie.
- x_c : Position longitudinale sur l'ellipse de contact.
- x_m : Distance horizontale par rapport au centre de la roue.
- Y : Poussée latérale de la roue sur le rail.
- y : Position latérale sur la voie.
- y_c : Position latérale sur l'ellipse de contact.
- Y_R et Y_L : Efforts latéraux au niveau des contacts des roues droite et gauche respectivement.
- z : Position verticale sur la voie.
- z_m : Déplacement vertical de la roue dû au méplat.
- α : Perturbation de la vitesse angulaire de roulement de l'essieu.
- α_r : Angle de rotation de la roue.

- β : Angle d'inclinaison du boudin.
- γ_l : Accélération latérale subie par l'essieu.
- Δ_R et Δ_L : Déplacements latéraux des points de contact des roues gauche et droite de leur position d'équilibre respectivement.
- δ : Ecrasement du rail par la roue.
- δ_R et δ_L : Angles de contact roue-rail des deux roues droite et gauche respectivement.
- θ : Angle de conicité de la roue.
- λ : Longueur d'onde des irrégularités de la voie.
- μ : Coefficient de frottement dans le contact roue-rail.
- ν : Coefficient de Poisson de la roue et du rail.
- ξ : Taux d'amortissement.
- ξ_x : Pseudo-glissement longitudinal.
- ξ_y : Pseudo-glissement latéral.
- ξ_α : Pseudo-glissement de pivotement (Spin en anglais).
- ρ : Masse volumique de la roue et du rail.
- σ : Champ de contraintes dans le rail.
- τ : Contrainte tangentielle au niveau du contact.
- ϕ : Angle de roulis de l'essieu.
- Φ_p : Modes propres du modèle éléments finis.
- Φ_r : Modes rigides.
- φ_r : Roulis de la voie.
- ψ : Angle du lacet de l'essieu.
- Ψ_b : Modes d'interfaces.
- Ω : Vitesse angulaire générale de l'essieu.
- Ω_T : Vitesse angulaire de la voie dans les courbes.
- ω : Vitesse angulaire de la roue.
- ω_b : Pulsations propres des modes d'interfaces.
- ω_p : Pulsations propres du modèle éléments finis.

Table des matières

Remerciements	i
Avant-propos	iii
Résumé	v
Abstract.....	vii
Liste des paramètres.....	ix
Table des matières.....	xiii
Introduction	1
Chapitre 1 : Dynamique ferroviaire.....	5
1- Dynamique de la voie ferrée	5
1.1- Composants de la voie ferrée.....	5
1.2- Flexibilité de la voie ferrée	6
1.3- Comportement dynamique de la voie ferrée	7
1.4- Irrégularités de la voie ferrée	12
2- Dynamique du véhicule ferroviaire.....	14
2.1- Composants du véhicule ferroviaire.....	14
2.2- Mouvement de lacet.....	15
2.3- Déraillement de train	17
2.4- Tracé de la voie.....	19
3- Flexibilité de l'essieu ferroviaire	21
3.1- Etudes expérimentales des essieux flexibles	22
3.2- Etudes numériques des essieux flexibles	23
3.3- Effet de la flexibilité de l'essieu	26
Conclusion	27
Chapitre 2 : Interaction roue-rail.....	29
1- Problèmes causés par le contact roue-rail	29
2- Coefficient de frottement au niveau du contact roue-rail	30
3- Contact roue-rail.....	30
3.1- Problème normal	30
3.2- Problème tangentiel.....	32
3.3- Analyse des contraintes générées par le contact de roulement	44
3.4- Analyse par éléments finis du contact roue-rail	45

Conclusion	46
Chapitre 3 : Equations de mouvement de l'essieu et du bogie	49
1- Systèmes de référence	49
2- Degrés de liberté de l'essieu	51
3- Equations générales de mouvement de l'essieu en alignement	51
4- Equations simplifiées de mouvement de l'essieu en alignement.....	58
5- Equations générales de mouvement de l'essieu en courbe	59
6- Equations de mouvement du bogie	63
Conclusion	66
Chapitre 4 : Modélisation multi-corps du ZTER.....	67
1- Modélisation du Véhicule ZTER.....	67
1.1- Modélisation des essieux en contact avec les rails.....	67
1.2- Modélisation des bogies et du véhicule	69
2- Analyse des résultats.....	70
2.1- Modes de vibration du véhicule et leurs fréquences propres	71
2.2- Analyse des efforts d'interaction véhicule-voie	72
3- Simulation du roulement du véhicule ZTER en courbe.....	73
3.1- Courbe de rayon 250 m.....	74
3.2- Courbe de rayon 600 m.....	76
3.3- Analyse spectrale des efforts en courbe	78
Conclusion	79
Chapitre 5 : Essieux et voie flexibles.....	81
1- Méthodologie d'intégration des éléments flexibles dans le modèle multi-corps.....	81
2- Réduction de modèle.....	81
2.1- Méthodes de sous-structuration.....	82
2.2- Amortissement	88
3- Intégration des essieux flexibles dans le modèle ZTER	90
4- Analyse des résultats.....	93
5- Essieux flexibles en courbe	96
6- Voie flexible.....	98
7- Voie flexible en courbe	103
Conclusion	107
Chapitre 6 : Irrégularités de la roue et de la voie	109
1- Usure ondulatoire des rails	109
2- Méplat de roue.....	115

3- Joint de rail	119
Conclusion	121
Conclusion générale	123
Bibliographie.....	125
ANNEXE A : Simulation du contact roue-rail par éléments finis	131
ANNEXE B : Evaluation du coefficient de déraillement.....	135
ANNEXE C : Etude acoustique de l'usure ondulatoire.....	137
Diffusion des travaux de thèse.....	139

Introduction

Le transport ferroviaire compte parmi les moyens les plus utilisés pour transporter des voyageurs et des marchandises depuis plus d'un siècle. Mais au cours des dernières décennies la technologie du transport ferroviaire a connu un fort développement en raison de la demande de déplacements à grandes vitesses, de l'augmentation des charges supportées par les systèmes ferroviaires et de la hausse du trafic ferroviaire. Ce développement a amené les chercheurs à adopter des méthodes scientifiques modernes pour analyser les problèmes du contact roue-rail et le comportement dynamique des véhicules et de la voie afin de traiter les problèmes d'usure, de stabilité et de bruit pour assurer la sécurité et le confort en limitant le risque de déraillement et les vibrations indésirables.

Dans le contexte actuel de mutations énergétiques et de nécessité de réduire les émissions CO₂ et les autres gaz à effet de serre, le transport ferroviaire est devenu le moyen de transport le plus écologique. De plus, avec le développement de la grande vitesse, le transport ferroviaire parvient à concurrencer le transport aérien. Toutefois, il conserve un inconvénient majeur lié aux coûts élevés de la construction et de la maintenance du matériel roulant et des infrastructures.

L'interaction véhicule-voie est un sujet multidisciplinaire qui, pour assurer la sécurité et le confort, traite la stabilité du véhicule, les efforts de contact roue-rail, l'usure ondulatoire des roues et des rails, les bruits générés, etc.

L'utilisation des roues coniques en acier qui roulent sur des rails en acier pour supporter les charges et assurer le guidage est un concept fort judicieux. Cependant cette conception nécessite des analyses complexes pour comprendre le comportement dynamique des systèmes ferroviaires et appréhender les efforts d'interaction véhicule-voie qui dépendent fortement de la géométrie de la roue et du rail ainsi que les raideurs et les amortissements des suspensions du véhicule.

En raison des coûts et du temps nécessaires pour réaliser des essais physiques, les modèles prédictifs constituent une bonne alternative aux études expérimentales car les investigations numériques permettent de comprendre le comportement dynamique du véhicule et de la voie dans des temps raisonnables et à des coûts peu élevés.

Le projet **CERVIFER (CERTification Virtuelle dans le FERroviaire)** visait à

renforcer la compétitivité de l'industrie ferroviaire française en proposant des méthodes innovantes et à fort potentiel économique. Les travaux proposés ont pour objectifs : la réduction des coûts et des délais de la conception, de l'homologation et de la production grâce à l'utilisation d'outils de prototypage virtuel, ainsi que la recherche de solutions pour améliorer la sécurité des voyageurs et réduire les coûts de la maintenance. Pour ce faire, cinq lots de travail ont été définis :

1. Analyse de l'existant et spécifications techniques.
2. Sécurité, fiabilité, sûreté de l'interaction véhicule-voie.
3. Usure et fatigue du contact roue-rail.
4. Réduction des nuisances sonores.
5. Intégration des logiciels dans une plateforme commune.

Chacun de ces lots est divisé en tâches dont la réalisation est confiée aux différents partenaires en fonction de leurs domaines de compétences et de leur expérience. Dans ce cadre, la thèse, objet de ce document, a été proposée en lot 2 afin de mettre au point des modèles numériques pour améliorer la modélisation des interactions roue-rail et affiner la prédiction des spectres d'efforts de contact roue-rail.

Jusqu'à présent, les modèles multi-corps d'interaction véhicule-voie considèrent les composants comme rigides, cela permet de réaliser des calculs en temps réel. Mais ces approximations ont une grande incidence sur la précision des prédictions des efforts d'interaction véhicule-voie. Le but de la thèse est de développer des modèles multi-corps du véhicule et de la voie couplés à des modèles éléments finis, afin d'intégrer dans les calculs la flexibilité des composants et prédire au mieux les efforts d'interaction véhicule-voie.

Ce manuscrit rassemble les travaux réalisés dans le cadre de la thèse et est organisé en six chapitres. Le premier chapitre traite des notions de base du domaine ferroviaire, à savoir : les composants de la voie ferrée, du véhicule ferroviaire, le tracé de la voie et le risque de déraillement du train. Ainsi, une étude bibliographique sur la dynamique de la voie et du véhicule ferroviaire est présentée.

Le deuxième chapitre donne un aperçu général sur l'interaction et le contact roue-rail. Ensuite dans le troisième chapitre, des équations mathématiques décrivant le comportement dynamique de l'essieu et du bogie ferroviaire circulant sur une voie sont développées.

Le chapitre 4 décrit la modélisation multi-corps d'un véhicule ferroviaire circulant sur une voie en alignement et en courbe parfaite sans défauts de géométrie de la voie. Ce modèle est ensuite amélioré en intégrant des essieux flexibles et une voie flexible dans le cinquième chapitre.

Enfin, dans le dernier chapitre, les modèles multi-corps déjà développés sont soumis à des irrégularités de la roue et de la voie et les efforts d'interaction véhicule-voie sont comparés pour les différentes configurations.

Chapitre 1 :

Dynamique ferroviaire

Dans ce chapitre, des notions de base du domaine ferroviaire sont présentées, à savoir : les composants de la voie ferrée, du véhicule ferroviaire, le tracé de la voie et le risque de déraillement du train. Une étude bibliographique sur la dynamique de la voie et du véhicule ferroviaire est ensuite réalisée.

1- Dynamique de la voie ferrée

La voie ferrée joue un rôle très important pour supporter et guider les systèmes roulants du véhicule ferroviaire tout en assurant la sécurité et le confort des usagers. Il y a deux types des voies ferrées : voie ballastée et voie sans ballast (voie sur dalle). On s'intéresse dans la suite à la voie ballastée qui est la plus utilisée en France.

1.1- Composants de la voie ferrée

La structure d'un chemin de fer est constituée de rails, de traverses, de semelles, d'accroches, de ballast, de sous-ballast et de la plateforme (Figure 1.1) :

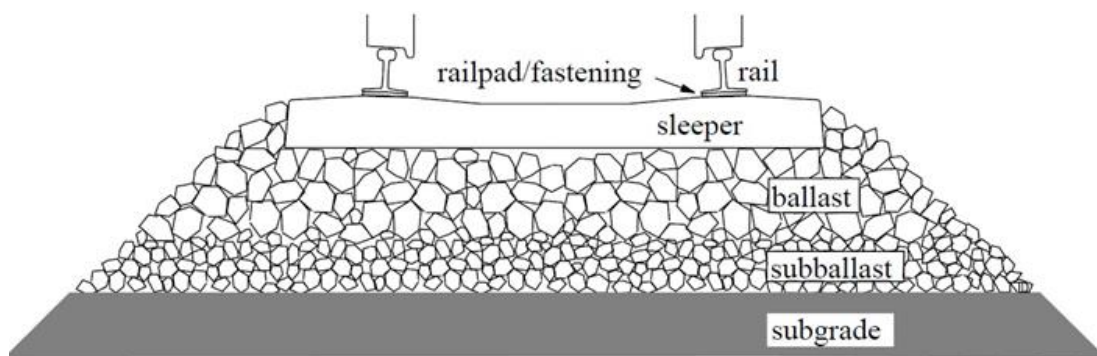


Figure 1.1 – Composants de la voie ferrée [1]

- Rails : Ils sont munis d'une surface de roulement lisse pour les roues de train, et guident les essieux dans leur direction de roulement. Ils transfèrent les chargements mécaniques vers les traverses et le ballast. Ils jouent le rôle de conducteur électrique pour les systèmes de signalisation. Le rail standard *UIC 60* est le plus utilisé dans le réseau européen.
- Traverses : Ce sont des composants qui permettent de maintenir les rails,

leur écartement (1435 mm), leur alignement, leur angle d'inclinaison ($1:20$) etc. Elles transmettent les efforts des rails vers le ballast et assurent l'isolation électrique des deux files de rails. Elles peuvent être de différents matériaux (bois, béton, métal etc.), le choix du matériau dépend du poids et de la vitesse du train ainsi que la nature de la voie (Ouvrages d'art etc.). Elles peuvent être en deux blocs liés et renforcés par une barre en acier (traverse bi-bloc) ou en un seul bloc en béton armé précontraint. Leur écartement standard est de l'ordre de 600 mm .

- Semelles : Ce sont des composants flexibles qui se situent entre les rails et les traverses. Elles permettent de transférer le chargement des rails vers les traverses, de filtrer les efforts de hautes fréquences, d'assurer l'isolation des rails et de protéger les traverses contre l'usure.
- Accroches : Elles assurent la fixation des rails sur les traverses. Leur choix dépend de la vitesse du train, du type de rail et des traverses (Figure 1.2) :

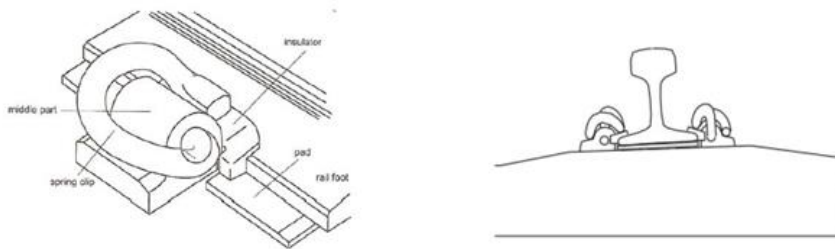


Figure 1.2 – Système d'accrochage des rails sur les traverses [2]

- Ballast : C'est un matériau granulaire de taille uniforme sur lequel sont enfoncées les traverses. Son rôle est d'améliorer la résistance aux efforts verticaux, latéraux et longitudinaux appliqués sur les traverses pour maintenir les rails dans leur position.
- Sous-ballast : C'est une couche granulaire entre le ballast et la plateforme de taille uniforme et petite par rapport au ballast. Elle permet de réduire encore l'intensité des contraintes transférées à la plateforme.

1.2- Flexibilité de la voie ferrée

La voie ferrée est caractérisée par sa flexibilité. Pour étudier cette flexibilité, Banverket [3] a mesuré la flexion d'un rail pour différentes configurations (Figure 1.3). Le rail en hiver est moins flexible sous les chargements du wagon et les traverses en bois sont moins rigides que les traverses en béton en été comme en hiver, d'où le

remplacement des traverses en bois par celles en béton [3].

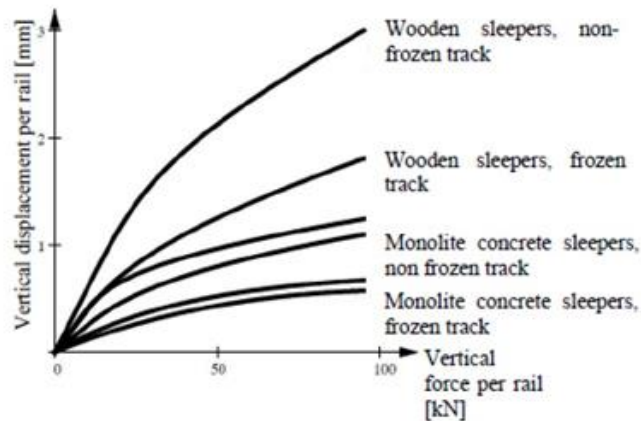


Figure 1.3 – Flexion d'un rail pour différentes configurations [3]

1.3- Comportement dynamique de la voie ferrée

Le comportement dynamique de la voie est très important, vu que les flexibilités verticale et latérale de la voie affectent les forces de contact roue-rail et induisent des oscillations de la roue et du rail [4]. Dans ce contexte, le type de voie et ses composants jouent un rôle très important sur son comportement dynamique [5].

Le rail peut être modélisé par une poutre avec différentes hypothèses, soit une poutre d'Euler-Bernoulli ou une poutre de Timoshenko [6] (Figure 1.4) :

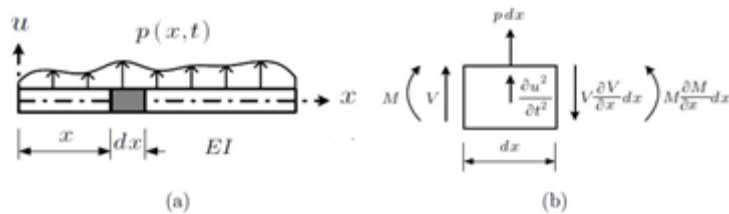


Figure 1.4 – Modélisation du rail par poutre [6]

Dans l'hypothèse d'Euler-Bernoulli, on néglige le cisaillement et on ne considère que le moment de flexion. L'équation différentielle modélisant la vibration d'une poutre d'Euler-Bernoulli est donnée par :

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (1.1)$$

avec :

- E : Module de Young du matériau constitutif de la poutre ;
- I : Moment quadratique de la section ;

- w : Flèche de la poutre ;
- S : Section de la poutre ;
- $p(x,t)$: Densité des efforts normaux par unité de longueur ;
- ρ : Masse volumique du matériau constitutif de la poutre.

Dans l'hypothèse de Timoshenko, on prend en compte les effets combinés de l'effort tranchant et du moment de flexion. L'équation différentielle est donnée par :

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{kG} \right) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{kG} \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = p(x,t) \quad (1.2)$$

avec :

- G : Module de cisaillement ;
- k : Facteur de cisaillement.

Pour les fréquences inférieures à 500 Hz et pour le rail UIC 60, le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli est suffisant. Mais à partir de 500 Hz, le modèle de poutre de Timoshenko donne des meilleurs résultats [1].

Les semelles sont généralement modélisées par un système ressort et amortisseur. Si elles sont souples, elles éliminent les hautes fréquences et ne les transmettent pas aux traverses. Les semelles réduisent les accélérations entre les rails et les traverses, cependant, elles autorisent des flexions plus larges des rails.

La modélisation des traverses dépend quant à elle de la gamme de fréquences étudiée. Pour des fréquences inférieures à 300 Hz, une modélisation par masse rigide suffit. Pour des fréquences entre 300 Hz et 500 Hz, une poutre d'Euler-Bernoulli est généralement utilisée. Alors que pour les hautes fréquences, une poutre de Timoshenko doit être adoptée [1].

La déflexion du rail varie en raison de la distance qui sépare les traverses (de l'ordre de 600 mm). Cette variation conduit à une vibration induite par l'écartement des traverses qui a une fréquence f_t donnée par l'expression :

$$f_t = \frac{v}{d} \quad (1.3)$$

où v représente la vitesse de passage du train et d la distance entre deux traverses.

Pour décrire le comportement du ballast et celui du sous-ballast, Ahlbeck [6] a

développé le modèle pyramidal du ballast (Figure 1.5). Le ballast et le sous-ballast sont divisés en blocs de forme pyramidale placés à l'endroit de chaque traverse. La pression est supposée uniforme dans chaque pyramide et indépendante de la profondeur. Chaque bloc est modélisé par un système à un degré de liberté avec une masse M , une raideur K et un coefficient d'amortissement C . Les frottements entre les particules du ballast et du sous-ballast permettent de transmettre le chargement des traverses jusqu'à la plateforme.

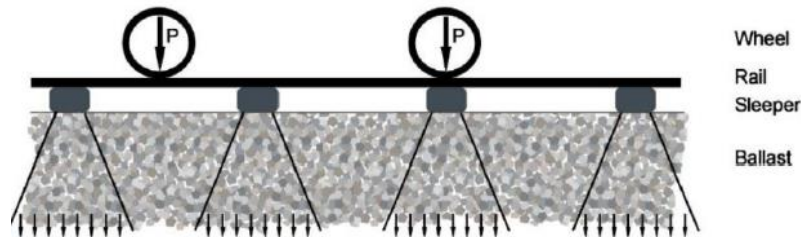


Figure 1.5 – Modélisation pyramidale du ballast et du sous-ballast d'Ahlbeck [6]

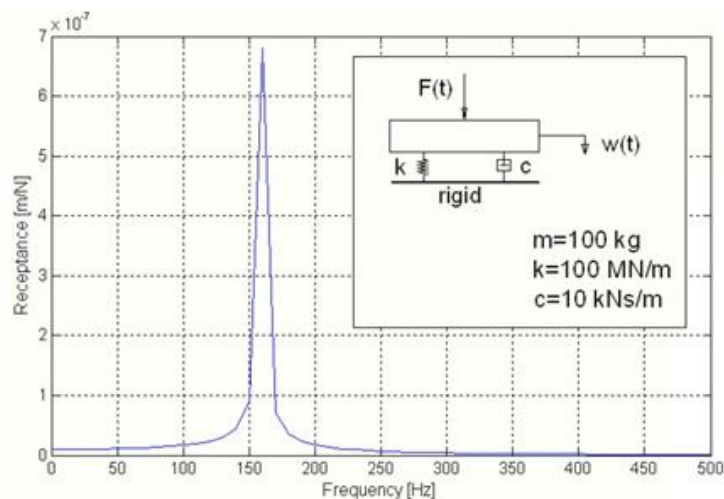


Figure 1.6 – Réceptance d'un système à un degré de liberté [2]

Une des manières d'étudier le comportement dynamique de la voie ferrée et de sa flexibilité est l'analyse de la réceptance pour une fréquence d'excitation. La réceptance est la fonction de transfert du système, c'est-à-dire le rapport entre la sortie représentée par la flexion du rail et l'entrée représentée par la force d'excitation.

La réceptance d'un système à un degré de liberté excité par une force sinusoïdale est illustrée par la figure 1.6, avec le pic qui correspond à la fréquence de résonance du système.

La figure 1.7 illustre la réceptance d'une voie ferrée en fonction de la fréquence lorsqu'elle est excitée par une force sinusoïdale. La courbe en trait continu correspond au

cas où la voie ferrée est excitée entre deux traverses et la courbe en trait pointillé correspond au cas où la voie est excitée au niveau d'une traverse. On distingue facilement la fréquence de résonance au niveau du pic.

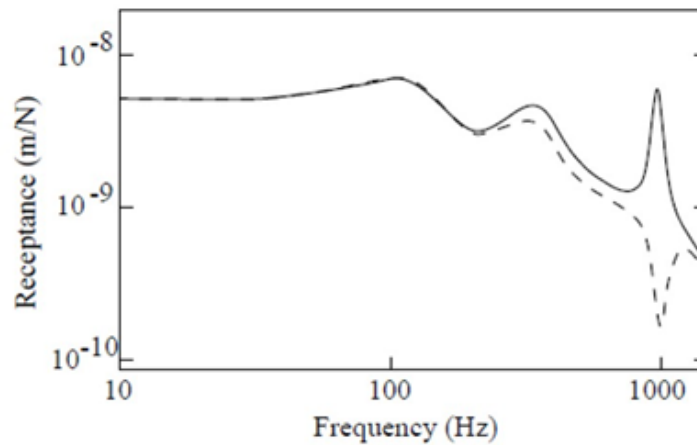


Figure 1.7 – Réceptance d'une voie ferrée excitée par une force sinusoïdale [1]

La fréquence de résonance dépend des caractéristiques de la voie ferrée, particulièrement la rigidité de chaque composant. Une des plus hautes fréquences de résonance est la « **Pinned-Pinned Frequency** » qui est de l'ordre de 1000 Hz. Elle apparaît quand la longueur d'onde de la flexion du rail est le double de l'écartement des traverses (Figure 1.8). C'est le mode de vibration le plus probable d'une poutre reposant sur des appuis disposés à égales distances. Sa fréquence est donnée par :

$$f_{pp} = \frac{\pi}{2d^2} \sqrt{\frac{EI}{m_{rl}}} \quad (1.4)$$

où m_{rl} représente la masse du rail par unité de longueur et d représente la distance séparant deux traverses.



Figure 1.8 – Mode de vibration Pinned-Pinned d'un rail [2]

En 1851, Willis [7] a démontré qu'un chargement mobile qui parcourt une poutre cause des déflexions plus larges qu'un chargement statique, et la vitesse de déplacement amplifie cette déflexion. Kenny [8] a présenté une formule qui donne la vitesse critique à partir de laquelle des instabilités dramatiques peuvent se produire. Cette vitesse est

donnée par l'expression :

$$v_{cr} = \sqrt[4]{\frac{4k_f EI}{m_{rl}^2}} \quad (1.5)$$

où k_f représente la raideur de la fondation.

Pour le cas de la voie ferrée, une vitesse critique de déplacement d'un train (particulièrement, les trains à grande vitesse) peut engendrer des hauts niveaux de vibrations qui peuvent rapidement détériorer toute la structure et faire dérailler le train.

En analysant les premiers modes propres de la voie, un mode de vibration latérale de la voie (Figure 1.9) apparaît en premier. L'apparition d'un mode de vibration verticale (Figure 1.10) est plus tardive mais ce mode devient le mode dominant aux hautes fréquences [2].

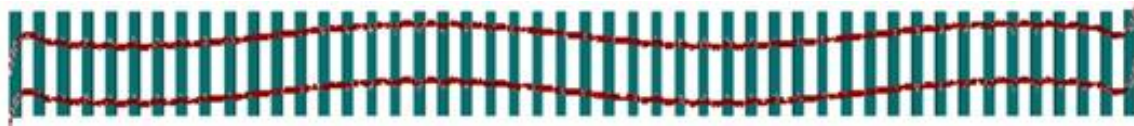


Figure 1.9 – Mode de vibration latérale de la voie ferrée [2]

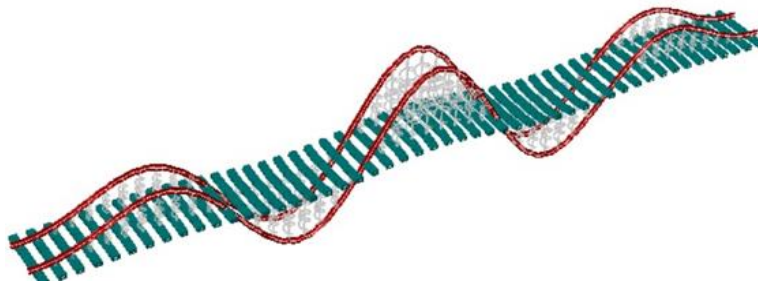


Figure 1.10 – Mode de vibration verticale de la voie ferrée [2]

La voie ferrée peut être modélisée également par des éléments solides 3D au lieu des éléments poutres, cette modélisation permet d'avoir plus de précision mais en augmentant le temps des calculs. Une étude réalisée par Feng [2] a permis de comparer trois modélisations : la première avec des rails en éléments solides 3D, la deuxième avec des rails et des traverses en éléments solides 3D et la troisième avec des rails en éléments poutres (Figure 1.11). Les trois modèles prédisent des réponses similaires pour les basses et les moyennes fréquences, mais pour les hautes fréquences, la différence entre les prédictions des différents modèles est importante. Cela est dû aux déformations tridimensionnelles du profil du rail qui sont bien décrites à l'aide des éléments solides 3D

alors que les éléments de poutre ne permettent pas de les prendre en compte.

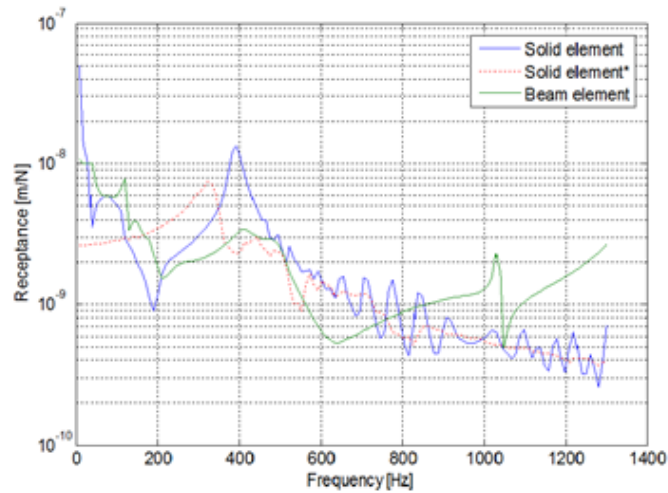


Figure 1.11 – Réceptance pour différentes modélisations de la voie [2]

Appliquer une charge dynamique et voir la réceptance ne suffit pas pour étudier le comportement dynamique de la voie, il faut d'abord la précharger par une force statique qui représente le poids et appliquer ensuite une force sinusoïdale et examiner la réceptance. La figure 1.12 représente les amplitudes de la réceptance verticale et latérale mesurées pour deux chargements statiques. On voit que si on augmente la charge statique, l'amplitude de la réceptance diminue.

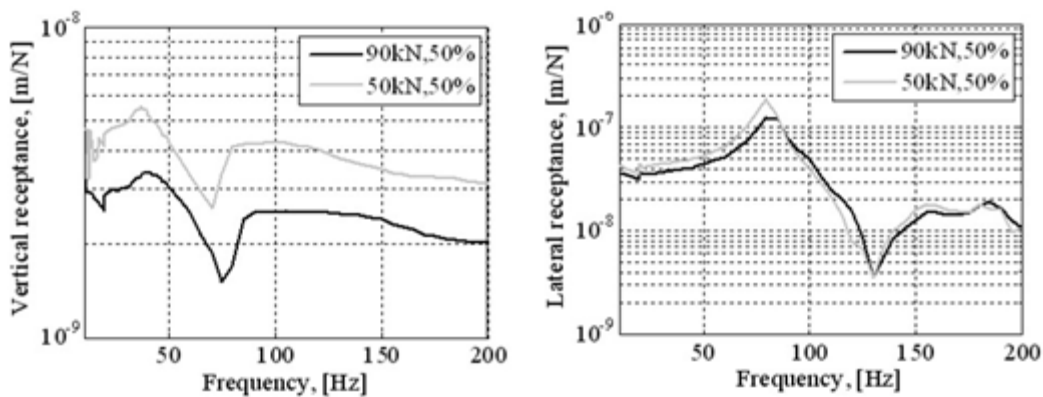


Figure 1.12 – Effet de la charge statique sur les réceptances verticale et latérale [1]

La dynamique de la voie dépend également du compactage du ballast, de la rigidité de la plateforme, de la géométrie de la voie, des appareils de voie (les systèmes d'aiguillage), des tunnels et des ponts, etc.

1.4- Irrégularités de la voie ferrée

La voie ferrée est caractérisée par des irrégularités qui constituent une source

d'excitation du système véhicule-voie. On entend par irrégularité toute déviation de la géométrie de la voie ferrée réelle par rapport à sa géométrie nominale. Ces irrégularités ont une grande influence sur les forces dynamiques du contact roue-rail et génèrent des vibrations indésirables qui peuvent causer de la fatigue de contact de roulement et des bruits sévères. Il y a quatre types d'irrégularités de la voie (Figure 1.13) :

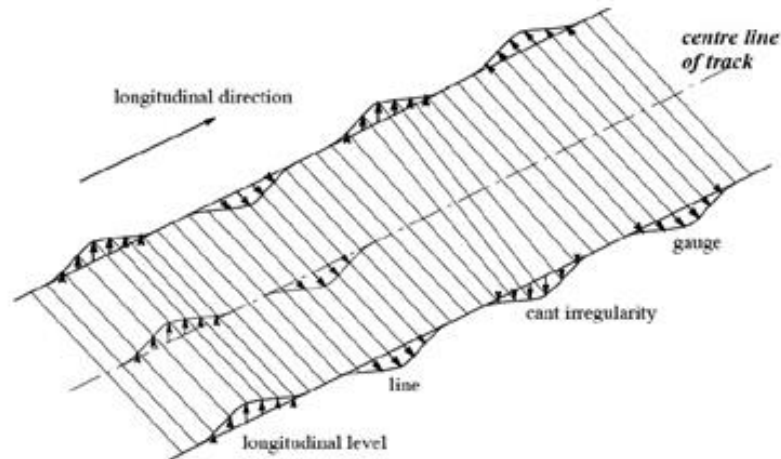


Figure 1.13 – Irrégularités de la voie ferrée [3]

- Défauts géométriques de la voie dans la direction verticale ;
- Défauts géométriques de la voie dans la direction latérale ;
- Déviation de l'angle nominal d'inclinaison des rails ;
- Déviation de l'écartement nominal des rails.

La mesure des irrégularités de la voie est un indicateur important pour la surveillance du réseau ferroviaire, elle est effectuée à l'aide de moyens spéciaux comme les voitures de Mauzin [9], ou les plus récents engins (*IRIS320*, *UFM* et *ESV*). Il existe différentes normes qui permettent de fixer les limites à respecter pour assurer la sécurité de circulation des trains, par exemple la norme *UIC 518* [10]. Cette norme donne la longueur d'onde des irrégularités à respecter. Selon cette norme, la longueur d'onde acceptable doit être dans l'intervalle $[3\text{ m} ; 25\text{ m}]$ (Figure 1.14), cet intervalle assure l'élimination des hautes fréquences générées par ces irrégularités. La fréquence générée par une irrégularité se calcule par :

$$f_{\text{irr}} = \frac{v}{\lambda} \quad (1.6)$$

où v désigne la vitesse de passage du train et λ désigne la longueur d'onde de l'irrégularité.

A titre d'exemple, pour une vitesse de 100 km/h et pour être dans l'intervalle des

irrégularités acceptables par la norme UIC 518, la fréquence doit être dans l'intervalle $[1,1 \text{ Hz} ; 9,3 \text{ Hz}]$. Pour une vitesse de 275 km/h , l'intervalle de la fréquence est $[3,1 \text{ Hz} ; 25,5 \text{ Hz}]$.

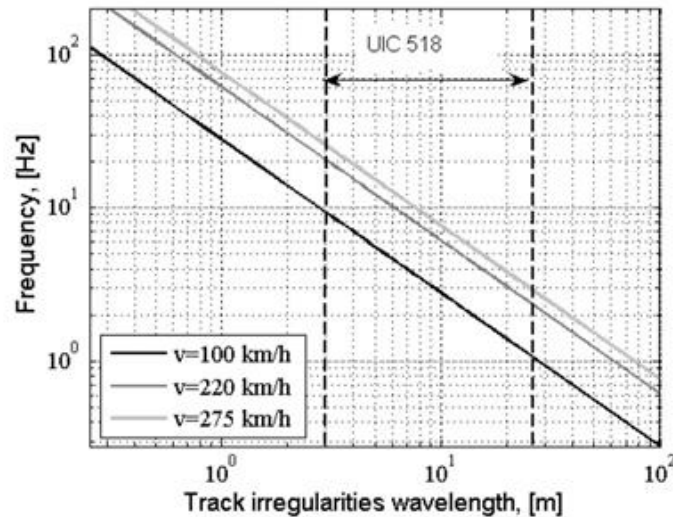


Figure 1.14 – Fréquence générée par les irrégularités de la voie en fonction de la vitesse et de la longueur d'onde [10]

2- Dynamique du véhicule ferroviaire

Le train est composé généralement de plusieurs véhicules tractés par une voiture motrice, ou des voitures automotrices. Les rails permettent le guidage du train tout en assurant la sécurité et le confort des passagers ainsi qu'en évitant les instabilités et le déraillement.

2.1- Composants du véhicule ferroviaire

Un véhicule ferroviaire est constitué de caisse, de bogies et d'essieux (Figure 1.15). L'essieu est lié au bogie par la suspension primaire et le bogie est lié à la caisse par la suspension secondaire.

Un véhicule ferroviaire a 6 degrés de liberté (Figure 1.16) : translation longitudinale, translation verticale, translation latérale, mouvement de lacet, mouvement de roulis et mouvement de tangage (ou galop).

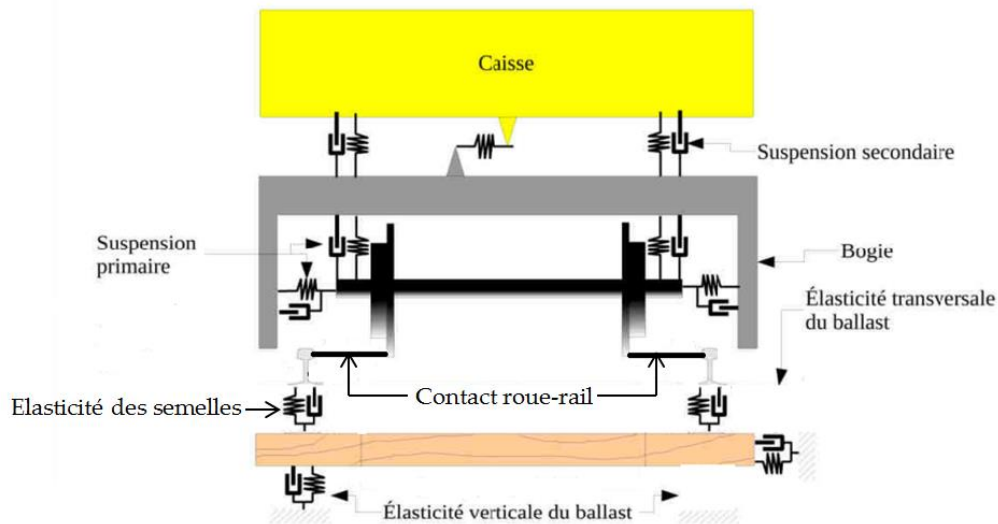


Figure 1.15 – Composants du véhicule ferroviaire [11]

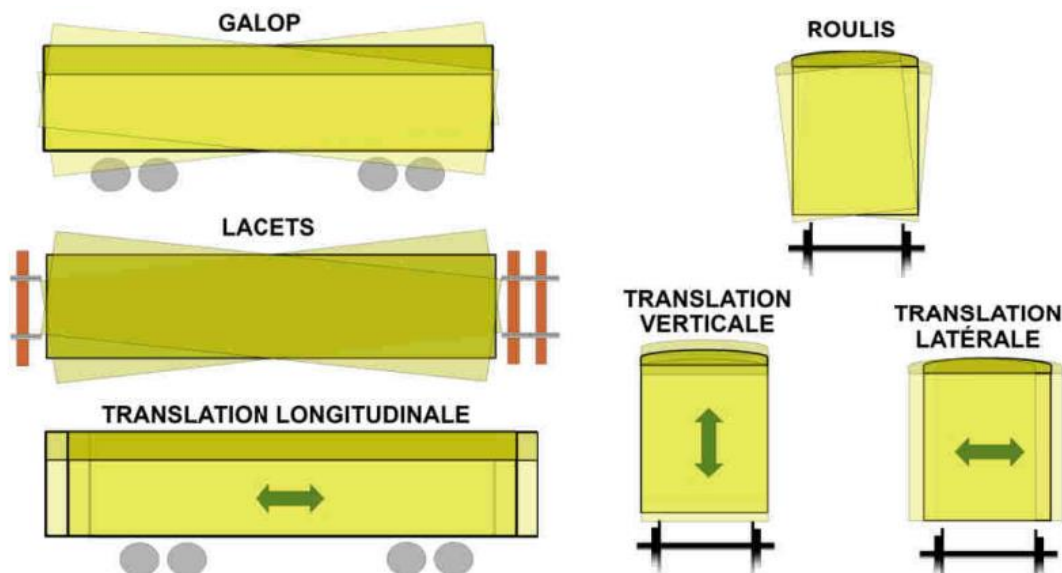


Figure 1.16 – Degrés de liberté du véhicule ferroviaire [11]

2.2- Mouvement de lacet

L'essieu étant composé de deux roues liées par une liaison rigide avec un axe, cet axe impose la même vitesse angulaire aux deux roues. Pour assurer le passage d'une voie en courbe, les deux roues doivent rouler avec deux rayons de roulement différents, ceci est assuré par la conicité des deux roues. Cette différence du rayon de roulement engendre un mouvement oscillatoire de lacet autour de la position d'équilibre de l'essieu (Figure 1.17). Ce mouvement est généralement indésirable, puisqu'il génère des instabilités du véhicule et il peut causer le déraillement du train. C'est pour cela que certains véhicules ferroviaires sont équipés d'un amortisseur anti-lacet (Figure 1.18).

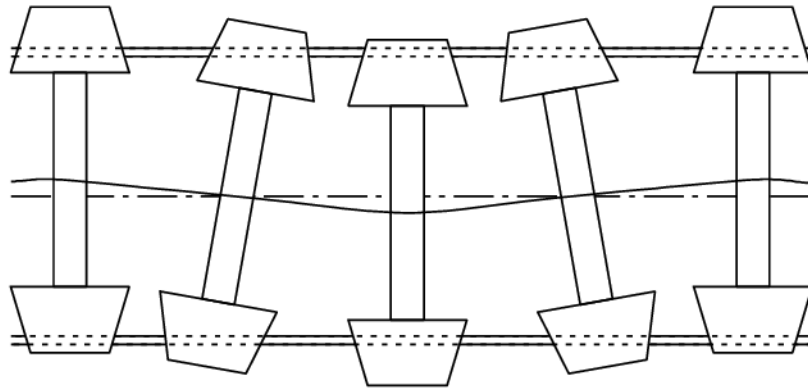


Figure 1.17 – Mouvement de lacet de l'essieu [60]



Figure 1.18 – Amortisseur anti-lacet [61]

Pour analyser le mouvement de lacet, on considère un déplacement latéral y de l'essieu. Le rayon de roulement est réduit d'un côté, tandis qu'il est augmenté de l'autre. La vitesse angulaire étant la même pour les deux roues (elles sont couplées par un axe rigide), la roue avec le plus grand rayon de roulement accélère, tandis que celle avec le plus petit rayon de roulement ralentit, ce qui conduit à une rotation de l'essieu autour de l'axe vertical sur la voie. Le rayon de cette rotation R_l (Figure 1.19) est donné par :

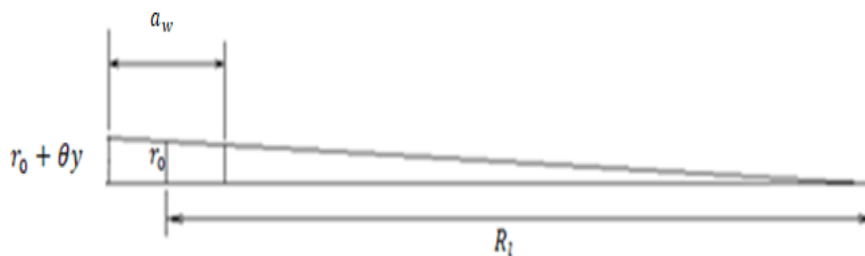


Figure 1.19 – Rayon de mouvement de lacet

$$\frac{1}{R_l} = \frac{2\theta y}{r_0 a_w} \quad (1.7)$$

où a_w représente la distance qui sépare les rayons de roulement des deux roues, r_0 représente le rayon de roulement en équilibre et θ est l'angle de conicité de la roue.

L'oscillation latérale de l'essieu autour de sa position d'équilibre est donnée par $y(x)$ et l'équation de mouvement est donnée par :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{R_1} = -\frac{2\theta y}{r_0 a_w} \quad (1.8)$$

On résout l'équation différentielle pour déterminer $y(x)$. La longueur d'onde de l'oscillation de lacet sera donnée par l'équation suivante dite formule de Klingel [12] :

$$L_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r_0 a_w}{2\theta}} \quad (1.9)$$

Sachant que la formule de Klingel est valable uniquement pour un essieu isolé, ce qui n'est pas le cas en réalité, puisque l'essieu est lié au bogie par la suspension primaire et qu'il y a généralement deux essieux par bogie, la longueur d'onde du mouvement de lacet doit être multipliée par un coefficient multiplicateur dit coefficient de Heumann [13] donné par :

$$H_e = \sqrt{1 + \left(\frac{a_e}{a_w}\right)^2} \quad (1.10)$$

où a_e désigne la distance séparant les deux essieux d'un bogie.

2.3- Déraillement de train

Le déraillement est l'évènement le plus catastrophique qui peut arriver à un train, et qui peut occasionner des dégâts importants (vies humaines et dégâts matériels). Pour l'ensemble des opérateurs ferroviaires, éviter le déraillement est l'objectif prioritaire, ceci permet d'assurer la sécurité des voyageurs et d'éviter les dégâts matériels.

Le déraillement peut être causé par différents scénarios, parmi eux : la montée de la roue sur le rail. Cette montée peut avoir différentes causes telles que les profils de la roue et du rail, le niveau des frottements et d'adhérence au contact roue-rail, la géométrie et la qualité de la voie, etc.

On considère une roue qui roule sur un rail (Figure 1.20). La roue transmet au rail la charge normale Q et la poussée latérale Y et elle reçoit une réaction normale au contact N à laquelle correspond une composante du frottement T . En écrivant l'équilibre de ces efforts, on obtient la valeur de la poussée Y au-delà de laquelle le déraillement est

susceptible de se produire (Figure 1.21).

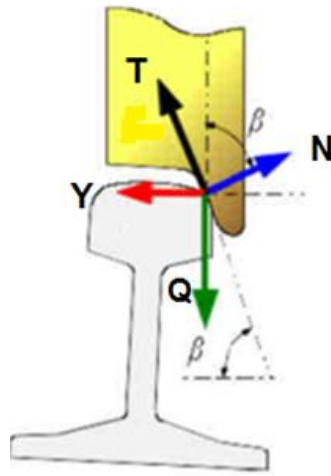


Figure 1.20 – Bilan des efforts au niveau du contact roue-rail durant la montée de la roue sur rail [11]

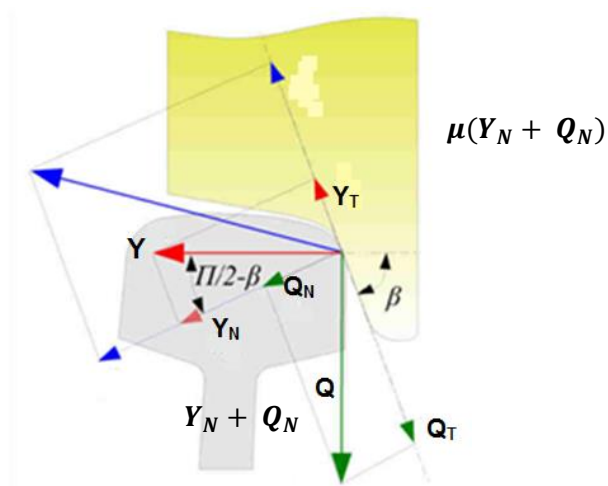


Figure 1.21 – Paramètres pour le calcul du critère de déraillement [11]

Y et Q ont deux composantes : Y_T et Q_T tangentielles au plan de contact respectivement, et Y_N et Q_N normales au contact. La composante normale et la composante tangentielle au contact de l'effort qu'applique la roue sur le rail sont données par :

$$Y_N + Q_N = Y \sin \beta + Q \cos \beta ; \quad Y_T + Q_T = Y \cos \beta + Q \sin \beta \quad (1.11)$$

où β représente l'angle d'inclinaison du boudin et μ le coefficient de frottement.

Pour que la roue ne déraille pas, la composante tangentielle de l'effort de contact Q_T doit vérifier :

$$Q_T > Y_T + \mu(Y_N + Q_N) \quad (1.12)$$

En développant la formule précédente, on obtient la formule de Nadal [14] :

$$\frac{Y}{Q} < \frac{\tan\beta - \mu}{1 + \mu \cdot \tan\beta} \quad (1.13)$$

Dans la pratique, pour prévenir tout déraillement par montée du boudin sur le rail, le rapport entre l'effort normal et l'effort latéral qu'applique la roue sur le rail doit être inférieur à 0,8 ou 1,2 pour une circulation à faible vitesse [11].

2.4- Tracé de la voie

2.4.1- Choix de dévers

Le dévers est le soulèvement du rail extérieur par rapport au rail intérieur en courbe, cela permet de réduire les forces centrifuges qui ont tendance à pousser latéralement l'essieu contre le rail (Figure 1.22) :

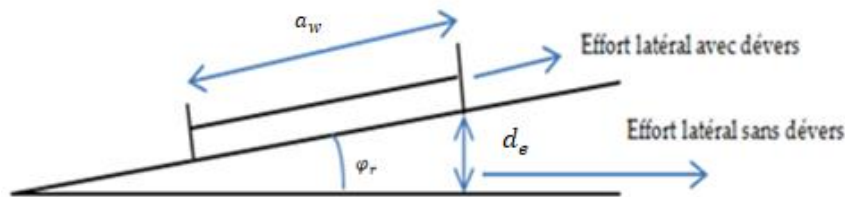


Figure 1.22 – Effet de dévers sur l'effort latéral

L'accélération latérale subie par l'essieu lors du passage d'une courbe d'un rayon R avec une vitesse v est donnée par :

$$\gamma_l = \frac{v^2}{R} \quad (1.14)$$

Lorsqu'on ajoute un dévers d_e à la voie, l'accélération est modifiée :

$$\gamma_l = \frac{v^2}{R} - g \sin(\varphi_r) = \frac{v^2}{R} - g \frac{d_e}{a_w} \quad (1.15)$$

avec g l'accélération de la pesanteur et φ_r le roulis de la voie.

L'idéal est d'annuler cette accélération, mais pour des raisons de confort des voyageurs (caisse du véhicule trop inclinée) et de fluage du ballast (ballast qui tombe sur

un côté de la voie), le dévers d_e ne doit pas dépasser 160 mm [15]. Ainsi, on aura toujours une insuffisance de dévers I_d donnée par :

$$d_e + I_d = \frac{v^2 a_w}{Rg} \quad (1.16)$$

En pratique, la vitesse v est toujours en km/h , $a_w = 1500 \text{ mm}$, R en m , $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, d_e et I_d en mm . Alors l'équation (1.16) devient :

$$d_e + I_d = 11.8 \frac{v^2}{R} \quad (1.17)$$

Pour éviter tout risque de déraillement du train en courbe serrée, il est recommandé de choisir un dévers inférieur à une valeur limite donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} d_{e,\text{lim}} = \frac{R - 100}{2} < 160 \text{ mm si } \frac{d_e}{s_c} \leq 2 \\ d_{e,\text{lim}} = \frac{R - 150}{2} < 160 \text{ mm si } 2 < \frac{d_e}{s_c} \leq 3 \\ d_{e,\text{lim}} = \frac{R - 250}{3} < 160 \text{ mm si } 3 < \frac{d_e}{s_c} \leq 4 \end{array} \right. \quad (1.18)$$

avec s_c la longueur de la courbe [15].

2.4.2- Choix de la vitesse de circulation

Pour éviter le déraillement pendant l'attaque d'une courbe avec dévers et insuffisance de dévers, la variation de l'insuffisance de dévers [15] dans la zone de la transition entre la voie en alignement et la courbe doit toujours vérifier la relation suivante :

$$\frac{dI_d}{dt} < 75 \text{ mm/s} \quad (1.19)$$

Ce critère permet de déterminer la vitesse limite pour circuler sur une voie avec dévers et insuffisance de dévers :

$$I_d < I_{d,\text{max}} \rightarrow 11.8 \frac{v^2}{R} - d_e < I_{d,\text{max}} \text{ et } \frac{dI_d}{dt} = \frac{dI_d}{ds_r} \frac{ds_r}{dt} = \frac{I_{d,\text{max}}}{s_r} \frac{v}{3.6} < 75 \quad (1.20)$$

où s_r désigne la longueur de la courbe de raccordement (clothoïde). Des relations

précédentes, on déduit la relation suivante permettant de choisir la vitesse de circulation :

$$11.8 \frac{v^2}{R} - d_e < \frac{270s_r}{v} \quad (1.21)$$

3- Flexibilité de l'essieu ferroviaire

Un essieu conventionnel est composé de deux roues coniques liées par un axe qui assure une liaison rigide. Les boîtes de roulement qui assurent le guidage de l'essieu en rotation sont montées aux extrémités. Certains essieux sont équipés de disques de frein et d'un pignon d'entraînement si l'essieu est moteur (Figure 1.23) :

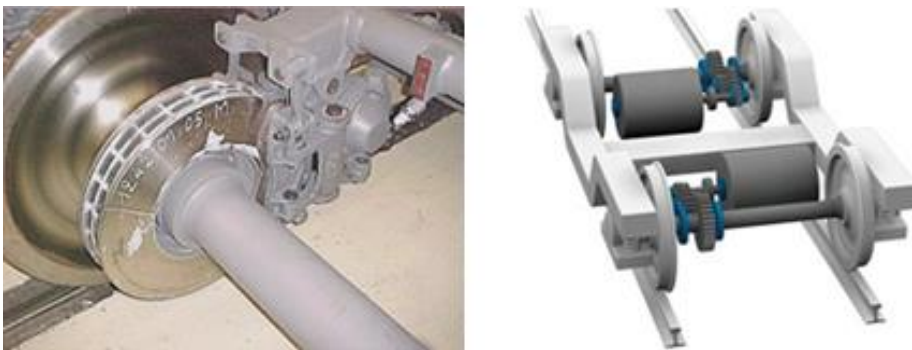


Figure 1.23 – Disque de frein sur l'essieu et système d'entraînement de l'essieu moteur [www.perso.wanadoo.fr/florent.brisou]

L'essieu est le composant le plus critique du véhicule ferroviaire. Pour décrire son comportement dynamique, un essieu rigide est suffisant pour les études en basses fréquences (inférieures à 50 Hz), la flexibilité de l'essieu commence à être intéressante pour les moyennes et les hautes fréquences (entre 50 Hz et 500 Hz et entre 500 Hz et 20 kHz respectivement) [16].



Figure 1.24 – Mode de vibration de l'essieu en flexion [17]

Comme toute pièce mécanique, l'essieu a sa flexibilité et ses fréquences propres et il

se déforme sous l'effet des forces qu'il subit (efforts d'interaction roue-rail, poids du véhicule, forces de freinage et d'entraînement, efforts transmis par les boîtes de roulements etc.). La figure 1.24 montre le premier mode de vibration en flexion de l'essieu avec des conditions aux limites libres [17].

3.1- Etudes expérimentales des essieux flexibles

Selon une étude réalisée par Tassilly et Vincent en 1990 [18] sur un bogie avec des essieux excités par des forces sinusoïdales sous différentes fréquences, et dont les résultats sont présentés sur la figure 1.25, il apparaît qu'aucun mode n'est excité à basses fréquences. Les premiers modes commencent à apparaître à partir de 50 Hz.

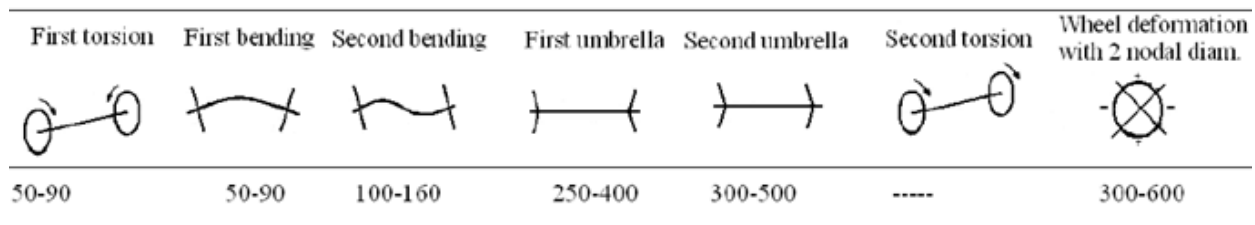


Figure 1.25 – Modes et fréquences propres d'un essieu non-moteur [18]

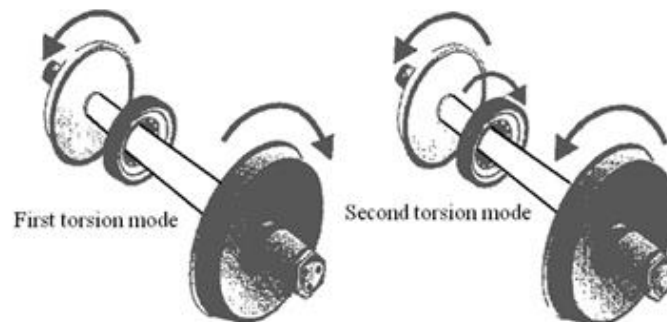


Figure 1.26 – Deux modes de torsion de l'essieu [19]

Une étude expérimentale réalisée par Grassie [19] sur un essieu moteur avec pignon d'entraînement en utilisant des excitations par marteaux a mis en évidence deux modes de torsion (Figure 1.26). Dans le premier mode, les deux roues tournent en opposition de phase, tandis que dans le deuxième mode, les roues tournent en phase mais en opposition de phase avec la roue dentée.

Chaar dans sa thèse [20] a déterminé les modes propres de différents types d'essieux et leurs fréquences d'excitation (Tableau 1.1).

Wheelset type	First torsion	First bending	Second bending	First umbrella	Second umbrella	Second torsion
ETR500 No brake discs	-	79	130	-	-	-
Powered transit Wheelsets	50-70	60-80	-	-	-	290-500
Non powered SJ57H Wheelset	-	84	152.5	249	397	-
ICE, 4 axle mounted discs	96	82	162	-	-	289
Non powered Wheelsets	59-90	50-90	100-160	250-400	300-500	-

Tableau 1.1 – Modes propres de différents types d'essieux et leurs fréquences d'excitation [20]

Les études reportées précédemment montrent que les modes de vibration dépendent du type de l'essieu : essieu moteur ou porteur. Ils sont également affectés par la présence de disques de frein ou de pignon d'entraînement.

Pendant l'expérimentation, différentes sortes de bruits de hautes fréquences affectent les mesures, il faut donc appliquer un filtre passe-bas pour filtrer ces bruits. La figure 1.27 illustre une acquisition de l'effort vertical à la roue d'un train X 2000 suédois attaquant une courbe avec une grande vitesse. Des filtres passe-bas de fréquences 30 Hz et 90 Hz ont été appliqués [17].

En diminuant la fréquence de filtration, on obtient des résultats moins bruités. C'est pourquoi la norme UIC 518 [10] suggère une fréquence de 20 Hz pour ce filtre.

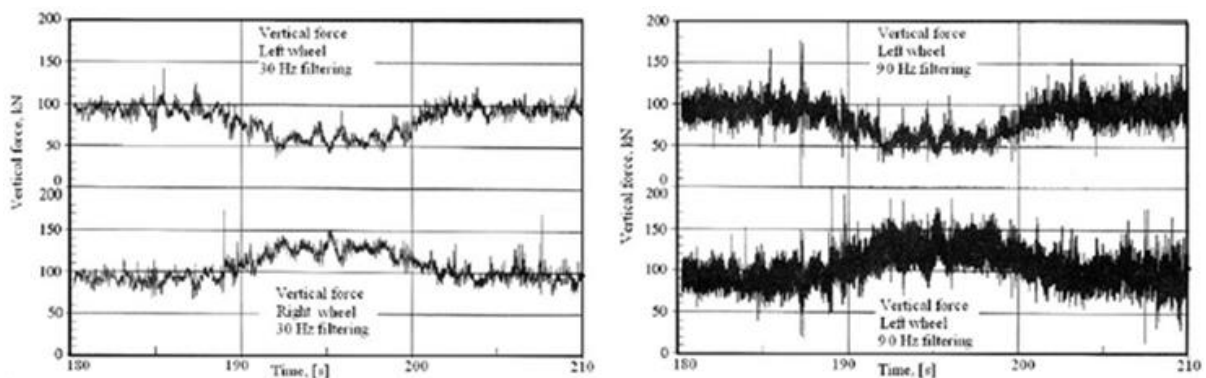


Figure 1.27 – Effort vertical filtré par des filtres passe-bas de fréquences 30 Hz et 90 Hz [17]

3.2- Etudes numériques des essieux flexibles

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour modéliser la flexibilité de l'essieu, parmi elles : le modèle continu et le modèle éléments finis [17]. Le choix d'une telle modélisation et le nombre de degrés de liberté dépend de la gamme de fréquences voulue et du nombre des modes propres dans cette gamme.

3.2.1- Modèle continu

La géométrie des essieux est représentée par le montage de différents éléments continus et d'éléments discrets en assurant une distribution réaliste de la masse, de l'inertie et de la déformation en trois dimensions de l'essieu, notamment la flexion, la torsion et les effets gyroscopiques [17]. Pour plus de détails sur ce type de modèle, le lecteur peut se référer aux travaux de Meywerk [21]. L'auteur propose un modèle où l'axe de l'essieu est représenté par une poutre de Timoshenko alors que les roues sont représentées par des éléments de plaque utilisant la théorie des plaques de Love-Kirchhoff (Figure 1.28) :

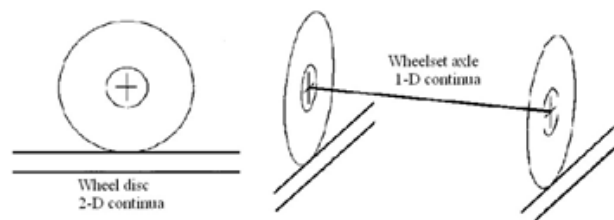


Figure 1.28 – Modèle continu de l'essieu de Meywerk [21]

3.2.2- Modèle éléments finis tridimensionnel

La modélisation éléments finis permet une représentation plus exacte de la géométrie des essieux et de leurs flexibilités. C'est actuellement la méthode la plus utilisée grâce aux développements de l'informatique et des supercalculateurs. Un modèle éléments finis d'essieu tridimensionnel est composé de deux roues et d'un axe. Dans le modèle développé par Fingberg [22], l'essieu est discrétisé en utilisant des éléments de poutre de Timoshenko pour l'axe, en tenant compte de la flexion, de la torsion et de la traction/compression alors que les roues sont discrétisées à l'aide d'éléments de coques. Les modes et les fréquences propres obtenus sont présentés sur la figure 1.29 :

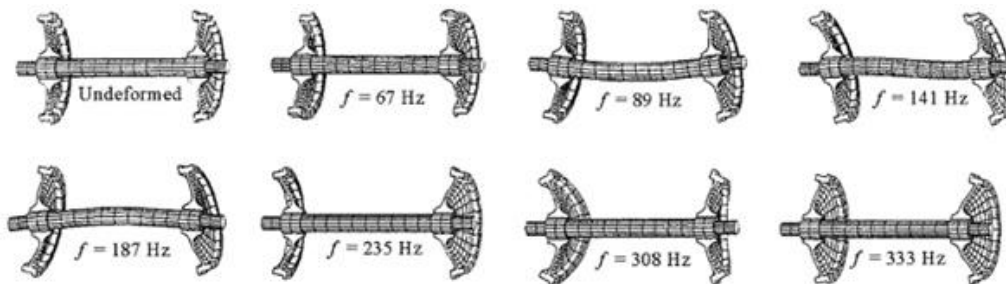


Figure 1.29 – Modes de vibration de l'essieu flexible obtenus par la méthode des éléments finis [22]

Les résultats obtenus à l'aide de ce modèle sont en accord avec les résultats

expérimentaux (Figure 1.25). Les premiers modes (la première torsion et la première flexion) commencent à apparaître à partir de 50 Hz.

Meinders [23] a développé un modèle solide tridimensionnel pour un essieu de train à grande vitesse allemand *ICE* en vue d'examiner les effets gyroscopiques. L'essieu est composé d'un axe, de deux roues et de quatre disques de freinage. Les prédictions issues de ce modèle sont illustrées sur la figure 1.30. On constate que l'ajout des disques de frein renforce la structure de l'essieu et augmente les fréquences propres.

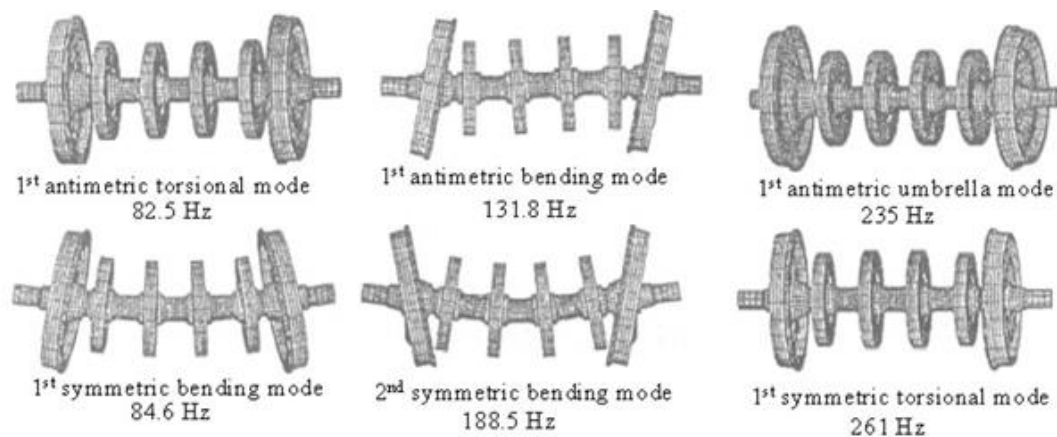


Figure 1.30 – Modes de vibration de l'essieu du train ICE [23]

Des études ont également été menées pour décrire le comportement de la roue seule. Parmi les modèles proposés, on peut citer celui développé par Carvello [25]. Dans ce modèle, les modes et les fréquences propres d'une roue sont déterminés (Figure 1.31) :

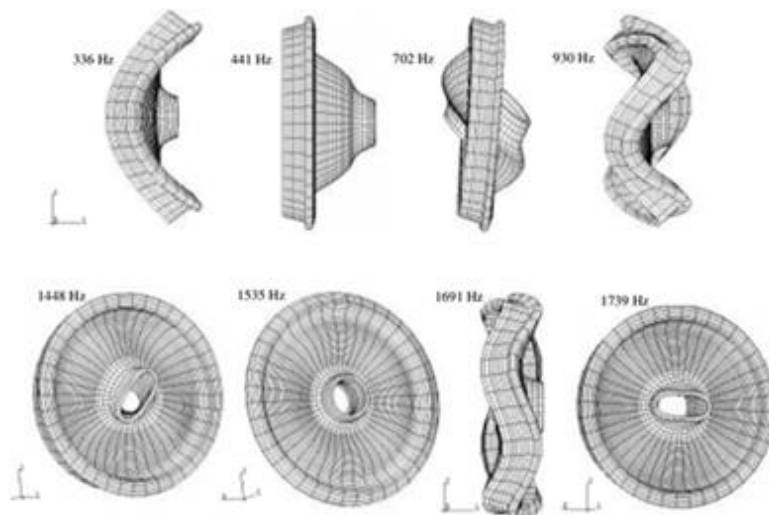


Figure 1.31 – Modes et fréquences propres d'une roue [25]

On constate que les fréquences propres de la roue seule sont beaucoup plus élevées que celles de l'essieu complet. Ceci est dû aux conditions aux limites utilisées pour

modéliser la roue seule, celles-ci sont plus restreintes que l'essieu complet.

3.3- Effet de la flexibilité de l'essieu

L'effet de la flexibilité de l'essieu est généralement analysé par des simulations numériques. Les études reportées dans la littérature montrent que la flexibilité de l'essieu affecte différents aspects du comportement du véhicule et en particulier les interactions roue-rail. Selon une étude réalisée par Andersson et al [26], l'influence de la flexibilité de l'essieu sur les forces de contact roue-rail longitudinale et normale a été étudiée par des simulations numériques impliquant un essieu rigide et un essieu flexible roulant sur des rails présentant de l'usure ondulatoire. Il a été remarqué que la force longitudinale pour le modèle avec un essieu flexible est inférieure à celle du modèle avec un essieu rigide (Figure 1.32 a), tandis que pour la force normale au contact, la différence est moins importante (Figure 1.32 b).

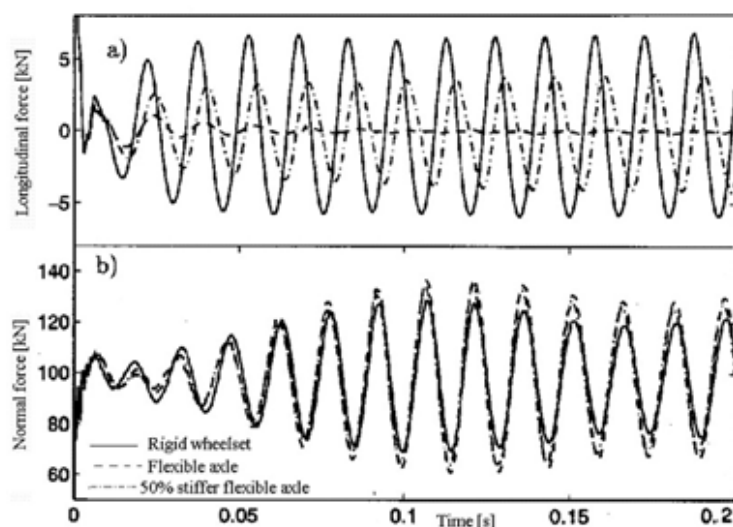


Figure 1.32 – Influence de la flexibilité de l'essieu sur les forces du contact normale et longitudinale[26]

Cette différence moins importante pour la force normale a été confirmée par l'étude réalisée par Casas [27] (Figure 1.33 b) en examinant un modèle éléments finis de l'essieu avec des roues présentant des méplat (Figure 1.33 a).

En courbe, la force normale devient différente pour les roues droite et gauche [28] (Figure 1.33 c), la roue à l'intérieur de la courbe est moins chargée que celle à l'extérieur, cela est dû aux forces centrifuges qui ont tendance à pousser l'essieu vers l'extérieur de la courbe.

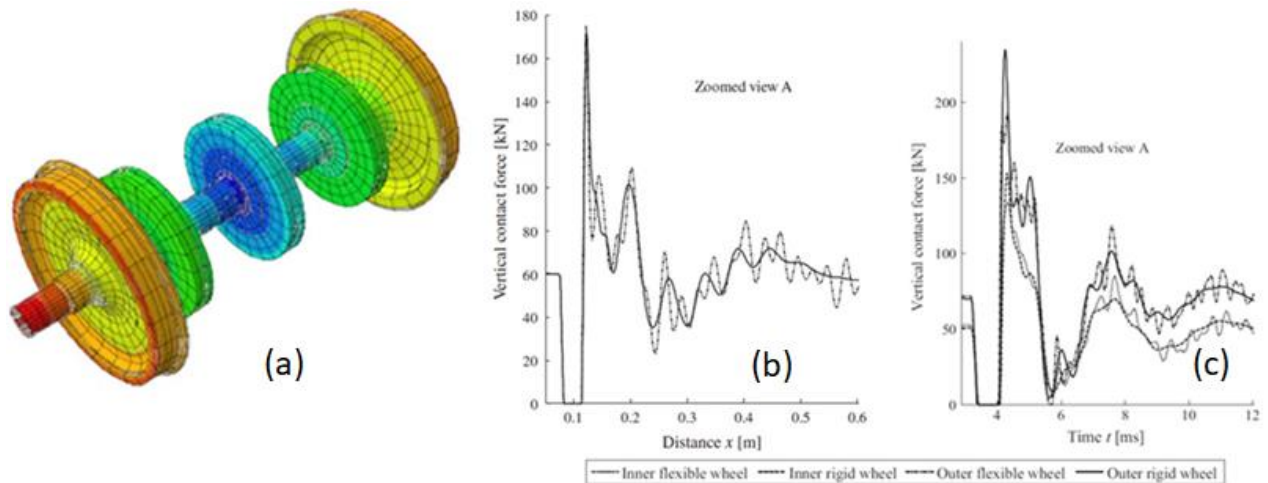


Figure 1.33 – (a) Modèle éléments finis d'un essieu flexible (b) Force normale au contact roue-rail en alignement (c) Force normale au contact roue-rail en courbe [27, 28]

Conclusion

Une voie ferrée se compose de plusieurs éléments et elle a pour rôle de guider les essieux d'un véhicule ferroviaire et d'éviter son déraillement. Pour cela, il faut prévoir un dévers dans les courbes pour réduire l'accélération latérale de l'essieu, et ne pas dépasser une vitesse limite.

Côté véhicule, le rapport entre l'effort latéral et l'effort normal transmis aux rails ne doit pas dépasser une certaine limite afin d'éviter le soulèvement de la roue sur le rail. De plus, il faut prévoir un amortisseur anti-lacet pour réduire l'oscillation de lacet qui peut être très dangereuse pour la stabilité des véhicules ferroviaires.

L'essieu est le composant le plus important du véhicule ferroviaire, il est composé de deux roues coniques liées par un axe qui assure une liaison rigide. L'étude de son comportement dynamique peut se faire soit expérimentalement, soit numériquement pour déterminer ses modes de vibration et ses fréquences propres. Pour les études numériques, le choix de la modélisation de l'essieu est justifié par la gamme de fréquences utile pour l'étude et cela peut affecter les résultats, particulièrement, les efforts transmis au niveau du contact roue-rail.

Chapitre 2 :

Interaction roue-rail

L'étude de l'interaction roue-rail consiste à résoudre le problème du contact roue-rail, qui reste un problème très complexe et difficile à approcher, vu les phénomènes qui ont lieu au niveau de ce contact. Différentes études ont été réalisées et continuent à être menées sur ce sujet. Aujourd'hui, il n'existe pas encore une approche unifiée et complète.

1- Problèmes causés par le contact roue-rail

Avec l'augmentation de la demande et de la capacité du transport ferroviaire durant ces dernières décennies, les coûts de maintenance sont devenus très importants, le profil du rail a donc été amélioré et les traverses en bois ont été remplacées par d'autres plus résistantes. Malgré cela, différents problèmes ont été rencontrés, à savoir : l'usure mécanique des rails causée par l'adhérence et l'abrasion, l'usure due à la fatigue de contact de roulement de la roue et du rail [29], etc.

L'usure et la fatigue de contact de roulement modifient le profil de la roue et celui du rail, ce changement est indésirable pour le transport ferroviaire et il peut causer le déraillement de la rame. Il peut se traduire par le changement de l'inclinaison du boudin et une modification de la conicité de la roue, ce qui affecte la stabilité de la rame et réduit la vitesse critique.

Des pressions de contact trop importantes augmentent le risque de fatigue de contact de roulement des roues et des rails, ce risque est réduit par le reprofilage des roues et le meulage des rails (Figure 2.1) afin d'éliminer les fissures amorcées et leur propagation, mais ces opérations réduisent la durée de vie de la roue et celle du rail.



Figure 2.1 – Reprofilage des roues et meulage des rails [62]

2- Coefficient de frottement au niveau du contact roue-rail

Le coefficient de frottement au niveau du contact roue-rail dépend de la météo, de la température, du nombre des roues et des caractéristiques tribologiques de la surface comme la dureté, la rugosité etc. Le choix d'un coefficient de frottement élevé assure l'adhérence mais cela fait augmenter les efforts ainsi que le risque de fatigue de contact de roulement. Ce coefficient de frottement varie entre 0,2 jusqu'à 0,75 en fonction de l'humidité et d'autres facteurs [1].

3- Contact roue-rail

La résolution du problème de contact roue-rail consiste à trouver la distribution des efforts normaux et tangentiels ainsi que la taille et la forme de la surface de contact. Le problème du contact normal et celui du contact tangentiels sont traditionnellement séparés tant que la relation de Johnson [30] est vérifiée, elle est donnée par :

$$\frac{G_1}{1 - 2\nu_1} = \frac{G_2}{1 - 2\nu_2} \quad (2.1)$$

où G_1, ν_1, G_2 et ν_2 désignent le module de cisaillement et le coefficient de Poisson de la roue et du rail respectivement.

3.1- Problème normal

Considérons une roue immobile sur un rail, sur cette roue est appliqué un effort normal N (Figure 2.2). Dans l'hypothèse de corps indéformables, la surface de contact entre les deux corps reste ponctuelle. En réalité, en raison des charges verticales importantes et de l'écrasement de la roue sur le rail, des déformations locales de la roue et du rail se produisent au voisinage du contact. Dans ce cas, le contact devient surfacique.

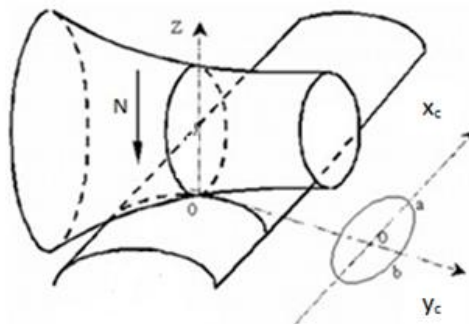


Figure 2.2 – Surface de contact elliptique de Hertz [29]

Le problème normal consiste à déterminer la surface de contact, la distribution de la pression de contact et la déformation élastique des matériaux. Hertz en 1882 [31] a proposé, pour la première fois, des modélisations de contacts mécaniques. Celles-ci ont été adoptées pour la résolution du problème du contact normal roue-rail. Afin de simplifier le problème, Hertz a supposé que :

- Les solides en contact ont un comportement homogène, isotrope et élastique linéaire ;
- Les déplacements et les déformations sont petits ;
- Les surfaces de contact sont de second degré, modélisées par des fonctions quadratiques, ce qui permettra d'avoir des rayons de courbure constants au niveau du contact.

Selon Hertz, sous le chargement normal au contact N que la roue applique sur le rail, une déformation aura lieu entre les deux corps pour créer une surface de contact elliptique (Figure 2.2), l'ellipse étant caractérisé par deux demi-axes a et b donnés par l'équation (2.2) et l'écrasement des solides δ est donné par l'équation (2.3) :

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \sqrt[3]{\frac{3N}{E} \left(\frac{1 - \nu^2}{A + B} \right)} \quad (2.2)$$

$$\delta = r \sqrt[3]{\left(\frac{3N}{2E} (1 - \nu^2) \right)^2 (A + B)} \quad (2.3)$$

où E et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau constitutif de la roue et du rail et m, n, r, A, B sont des coefficients qui ne dépendent que des rayons de courbure des deux surfaces en contact [32]. Le rapport $\frac{a}{b}$ ne dépend que de la position latérale de la roue sur le rail, tandis que la taille de l'ellipse dépend quant à elle de l'effort normal N .

La répartition de la pression normale dans la surface de contact est semi-ellipsoïdale donnée par l'équation (2.4) et elle est liée en outre à l'effort normal N par l'équation (2.5) :

$$P(x_c, y_c) = \frac{3N}{2\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x_c}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_c}{b}\right)^2} \quad (2.4)$$

$$N = \iint P(x_c, y_c) dx_c dy_c \quad (2.5)$$

On remarque que la pression est maximale au centre de l'ellipse et elle est égale à $\frac{3}{2}$ de la pression moyenne, rapport entre l'effort normal et la surface de l'ellipse :

$$P_{\text{moy}} = \frac{N}{\pi ab} ; P_{\text{max}} = P(0,0) = \frac{3N}{2\pi ab} = \frac{3}{2} P_{\text{moy}} \quad (2.6)$$

Une étude comparative (voir Annexe A) de la théorie de Hertz avec la simulation numérique a été réalisée en utilisant la méthode des éléments finis en considérant une portion de roue roulant sur un tronçon du rail. Il apparaît que la surface du contact est bien elliptique (Figure 2.3 (a)) et la pression du contact maximale atteint 994 MPa (Figure 2.3 (b)) pour un effort normal de 75000 N . Avec la théorie de Hertz, la pression maximale est de l'ordre de 1000 MPa , soit un écart de 6% qui pourrait être réduit en utilisant un maillage plus fin.

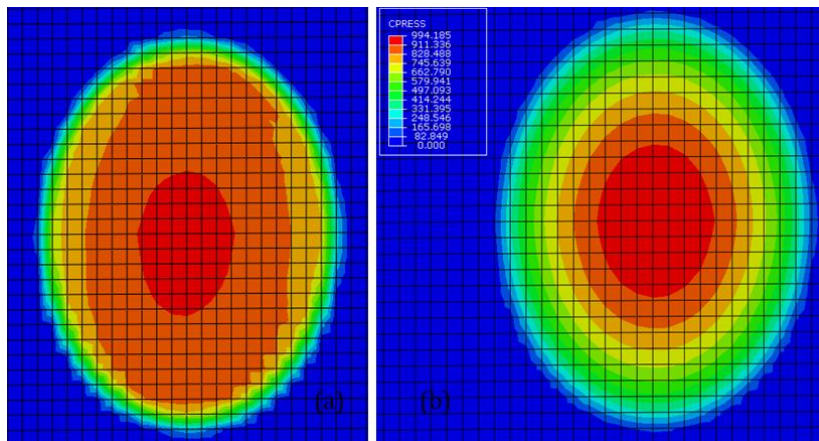


Figure 2.3 – (a) Surface du contact elliptique, (b) Pression du contact

3.2- Problème tangentiel

Lorsque deux corps glissent l'un sur l'autre (Figure 2.4 (a)), la force de frottement qui naît à l'interface entre les deux corps est régie par la loi de Coulomb donnée par l'expression suivante :

$$T = -\mu N \frac{v_g}{|v_g|} \quad (2.7)$$

où μ est le coefficient de frottement et v_g représente la vitesse de glissement entre les

deux corps.

Dès que la vitesse de glissement est non nulle, tous les points de la surface du bloc glissent sur le rail. Pour le contact de roulement (Figure 2.4 (b)) [33], il s'agit d'une combinaison entre le frottement et le roulement. Le glissement v_g est défini comme l'écart par rapport au roulement sans glissement.

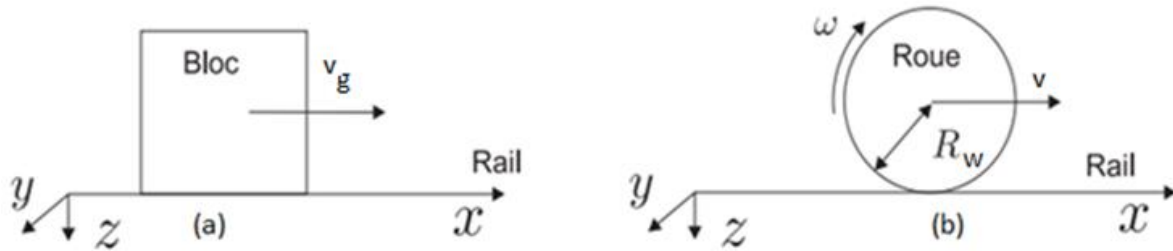


Figure 2.4 – Glissement sans roulement (a) et glissement avec roulement (b) [33]

La courbe de frottement résultant du mouvement de roulement (Figure 2.5 (b)), diffère de la loi de Coulomb (Figure 2.5 (a)). Quand la roue roule sans glissement sur le rail, tous les points de la roue situés sur la surface du contact adhèrent au rail (Zone A). A mesure que le glissement entre la roue et le rail augmente, une zone de glissement (Zone G) apparaît à l'arrière de la surface du contact, pour finir par recouvrir complètement le contact quand la vitesse relative devient suffisamment grande. Le rapport de cette vitesse relative à la vitesse linéaire v est appelé pseudo-glissement.

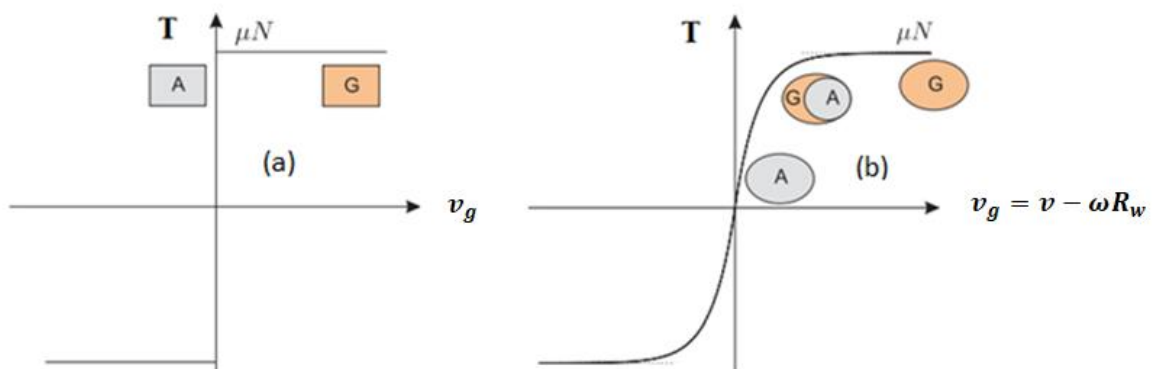


Figure 2.5 – Loi de frottement sans roulement (a) et loi de frottement avec roulement (b) [33]

Dans le cas de mouvement dans les trois directions, le pseudo-glissement a trois composantes :

- Pseudo-glissement longitudinal ξ_x : Défini comme la différence entre les composantes longitudinales des vitesses des solides en contact, divisée par la vitesse

linéaire v de la roue dans la direction longitudinale.

- Pseudo-glisement latéral ξ_y : Défini comme la différence entre les composantes latérales des vitesses des solides en contact, divisée par la vitesse linéaire v de la roue dans la direction longitudinale.
- Pseudo-glisement de pivotement (Spin en anglais) ξ_α : Egal à la différence des vitesses angulaires des solides en contact par rapport à l'axe normal, divisée par la vitesse linéaire v de la roue dans la direction longitudinale.

ξ_x et ξ_y sont des grandeurs adimensionnelles, tandis que ξ_α est homogène à l'inverse d'une longueur. Les pseudo-glissements sont des grandeurs macroscopiques qui définissent la cinématique de la roue par rapport au rail indépendamment de l'endroit où l'on se situe dans la zone du contact.

3.2.1- Théorie de Carter et ses extensions

Les premiers travaux permettant la résolution du problème de contact tangentiel sont ceux de Carter en 1926 [34]. Dans ces travaux, la roue est modélisée par un cylindre et le rail par un solide plan semi-infini, ainsi le contact est linéique en deux dimensions dans le plan (x_c, y_c) . Pour ce modèle, la vitesse circonférentielle au niveau de la roue est différente de sa vitesse de translation tant que des conditions d'accélération ou de décélération sont appliquées sur la roue, c'est le pseudo-glisement longitudinal. Cette différence croît avec le couple moteur tant que la valeur limite de l'effort tangentiel dans le contact n'atteint pas sa limite (Figure 2.6) :

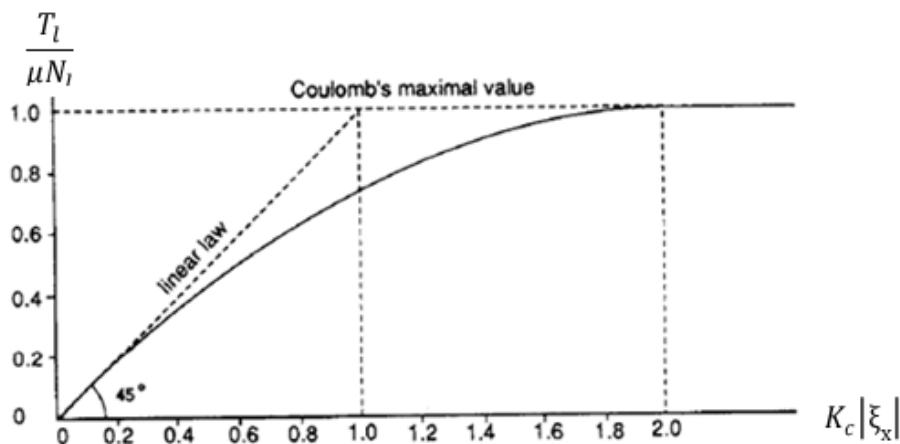


Figure 2.6 – Modèle de Carter [34]

La loi de Carter est définie de la manière suivante :

$$\frac{T_l}{\mu N_l} = \begin{cases} -K_c \xi_x + \frac{1}{4} K_c^2 \xi_x |\xi_x| & \text{si } K_c |\xi_x| \leq 2 \\ -\text{sign}(\xi_x) & \text{si } K_c |\xi_x| \geq 2 \end{cases} \quad (2.8)$$

où T_l désigne la force tangentielle totale au niveau du contact par unité de longueur, μ désigne le coefficient de frottement au niveau du contact et N_l désigne la force normale totale au niveau du contact par unité de longueur définie par :

$$N_l = \frac{1}{2} \frac{ER_w}{(1+\nu)(1-\nu)} \pi a_l^2 \quad (2.9)$$

où a_l demi-largeur longitudinale de la surface du contact et $K_c = \frac{4R_w}{\mu a_l}$ coefficient de glissement de Carter.

On peut déduire de la loi de Carter la perte de puissance au niveau du contact :

$$v \xi_x T_l = \begin{cases} -v \mu N_l K_c \xi_x^2 (1 - \frac{1}{4} K_c |\xi_x|) & \text{Si } K_c |\xi_x| \leq 2 \\ -v \mu N_l |\xi_x| & \text{Si } K_c |\xi_x| \geq 2 \end{cases} \quad (2.10)$$

Il faut noter que Carter démontre la coexistence de deux zones à la surface du contact : une zone d'adhérence et une autre de glissement, cette coexistence est obtenue par la superposition de deux contraintes tangentielles τ' et τ'' qui représentent l'adhérence complète et le glissement complet respectivement comme il est illustré sur la figure 2.7 :

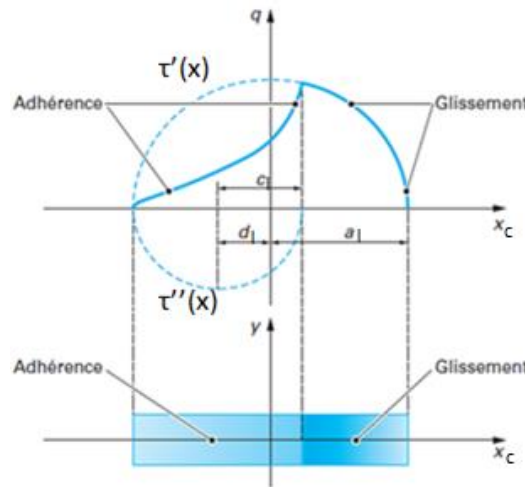


Figure 2.7 – Surface d'adhérence et de glissement au niveau de la surface du contact [34]

où τ' et τ'' sont données par :

$$\tau'(x) = \mu P_{\max} \sqrt{1 - \frac{x_c^2}{a_l^2}} \quad ; \quad \tau''(x) = \frac{-c_l}{a_l} \mu P_{\max} \sqrt{1 - \frac{(x_c+d_l)^2}{c_l^2}} \quad (2.11)$$

avec c_l demi-largeur longitudinale de la surface d'adhérence et d_l la position du centre de la surface d'adhérence donnée par $d_l = a_l - c_l$.

La théorie de Carter ne traite que le problème bidimensionnel (2D) avec un pseudo-glisement longitudinal. D'autres chercheurs ont étendu cette théorie à d'autres configurations. Ainsi, Johnson en 1958 a traité le problème des contacts circulaires avec un pseudo-glisement longitudinal et un pseudo-glisement latéral [30] ; Haines-Ollerton en 1963 celui des contacts elliptiques avec les trois composantes du pseudo-glisement [35] ; Vermeulen-Jonhson en 1964 celui des contacts elliptiques avec un pseudo-glisement longitudinal et un pseudo-glisement latéral [36]. En 1983, Shen, Hedrick et Elkins ont amélioré les théories précédentes en proposant des valeurs plus précises des coefficients de calcul des efforts tangentiels [37]. Enfin, Polach en 1999 a développé une des dernières théories traitant du problème tangentiel du contact entre deux solides [38].

3.2.2- Théories de Kalker

Dans ce paragraphe, on présente les deux théories de Kalker : la théorie linéaire et la théorie simplifiée. Ces théories sont considérées comme des références dans le calcul des efforts tangentiels dans un problème de contact roulant. La première théorie permet de calculer analytiquement les efforts tangentiels du contact sous certaines hypothèses et la deuxième, plus réaliste, est implémentée dans la plupart des codes de calcul multi-corps de la dynamique ferroviaire.

La théorie linéaire de Kalker [40,41] a été inspirée du travail de Depater [39] qui a essayé de linéariser la formule de Carter afin de trouver une relation linéaire entre l'effort tangentiel et le glissement longitudinal. En prenant la formule de Carter (2.8), Depater propose d'étudier le cas où le pseudo-glisement est très faible ($K_c |\xi_x| \ll 2$), dans ce cas, le terme quadratique est négligeable et on obtient alors une relation linéaire (2.12) entre l'effort tangentiel et le glissement longitudinal. Cependant, Depater a remarqué que ce cas correspond à une adhérence totale sans aucun glissement.

$$\frac{T_1}{\mu N_1} = -K_c \xi_x \quad \text{si } K_c |\xi_x| \ll 2 \quad (2.12)$$

Kalker a généralisé ce travail dans sa théorie linéaire en se positionnant dans la zone linéaire de la courbe (Figure 2.5 (b)). La surface du contact est alors une surface d'adhérence et la relation qui lie les pseudo-glissements aux efforts tangentiels est linéaire:

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ M_{ze} \end{pmatrix} = -Gab \begin{pmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & \sqrt{ab}C_{23} \\ 0 & -\sqrt{ab}C_{32} & abC_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_x \\ \xi_y \\ \xi_\alpha \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

où C_{ij} sont les coefficients de Kalker [42] et M_{ze} est le moment de pivotement.

A mesure que les pseudo-glissements augmentent, la loi phénoménologique qui lie les pseudo-glissements aux efforts tangentiels devient non linéaire (Figure 2.5 (b)), d'où la limite de la théorie linéaire de Kalker. De plus, cette théorie permet de calculer les résultantes des efforts du contact pour des pseudo-glissements faibles, mais ne fournit aucune information sur la distribution des contraintes tangentielles dans la surface du contact.

Kalker [43] a donc introduit une autre théorie dite théorie simplifiée. Lorsque la roue roule sur le rail, un déplacement $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ du matériau a lieu et la coordonnée d'un point de la surface de contact est la somme d'un déplacement rigide $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix}$ et d'un déplacement $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ qui génère une déformation.

Quand une particule P^w de la roue entre en contact avec une particule P^r du rail à l'instant t (Figure 2.8), on aura alors :

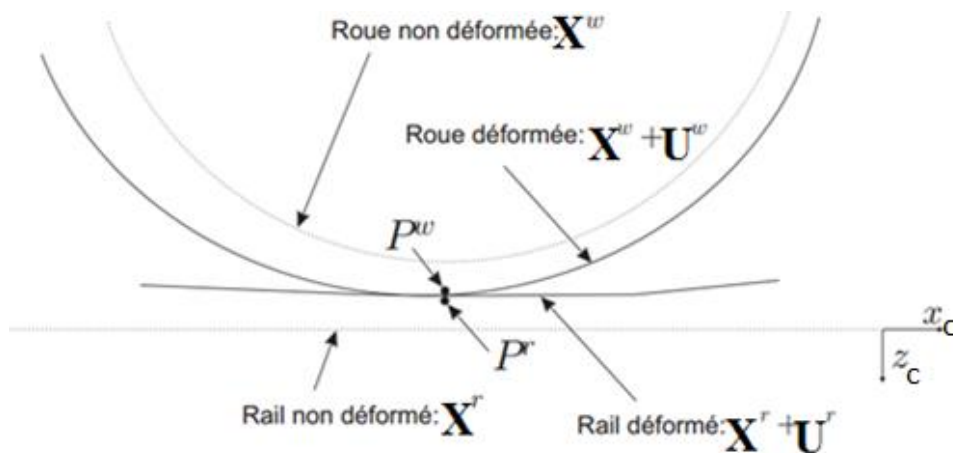


Figure 2.8 – Déformations de la roue et du rail [33]

$$\mathbf{X}^w(t) + \mathbf{U}^w(x_c^w, t) = \mathbf{X}^r(t) + \mathbf{U}^r(x_c^r, t) \quad (2.14)$$

Et les vitesses des points P^w et P^r sont donc données par la relation suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{v}^w = \dot{\mathbf{X}}^w(t) + \dot{\mathbf{U}}^w(x_c^w, t) = \dot{\mathbf{X}}^w + \frac{\partial \mathbf{U}^w}{\partial x_c^w} \dot{x}_c^w + \frac{\partial \mathbf{U}^w}{\partial t} \\ \mathbf{v}^r = \dot{\mathbf{X}}^r(t) + \dot{\mathbf{U}}^r(x_c^r, t) = \dot{\mathbf{X}}^r + \frac{\partial \mathbf{U}^r}{\partial x_c^r} \dot{x}_c^r + \frac{\partial \mathbf{U}^r}{\partial t} \end{cases} \quad (2.15)$$

On définit le glissement réel \mathbf{v}_g entre les deux surfaces, comme la différence de vitesses entre la roue et le rail :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{v}^w - \mathbf{v}^r = (\dot{\mathbf{X}}^w(t) - \dot{\mathbf{X}}^r(t)) + ((\dot{\mathbf{U}}^w(x_c^w, t) - \dot{\mathbf{U}}^r(x_c^r, t))) \quad (2.16)$$

En supposant que le champ de déformations est faible, on peut introduire une coordonnée moyenne x_c telle que :

$$x_c^w \approx x_c^r \approx x_c = \frac{x_c^w + x_c^r}{2} \quad (2.17)$$

Cette approximation permet de réécrire le glissement réel comme :

$$\mathbf{v}_g = \dot{\mathbf{X}}^w - \dot{\mathbf{X}}^r + \left(\frac{\partial \mathbf{U}^w}{\partial x_c} - \frac{\partial \mathbf{U}^r}{\partial x_c} \right) \dot{x}_c + \frac{\partial \mathbf{U}^w}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{U}^r}{\partial t} \quad (2.18)$$

Où le premier terme $\dot{\mathbf{X}}^w - \dot{\mathbf{X}}^r$ est la différence des vitesses des deux corps rigides, appelée \mathbf{v}_r , le deuxième terme $\frac{\partial \mathbf{U}^w}{\partial x_c} - \frac{\partial \mathbf{U}^r}{\partial x_c}$ est le champ de déformation à l'intérieur de la surface du contact et le troisième terme $\frac{\partial \mathbf{U}^w}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{U}^r}{\partial t}$ est la variation des déplacements au cours du temps.

Si l'on considère deux vecteurs \mathbf{G} et $\boldsymbol{\Omega}$ qui représentent les pseudo-glissements selon l'expression suivante :

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \xi_x \\ \xi_y \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \xi_\alpha \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

La différence de vitesses des deux corps rigides \mathbf{v}_r en un point $M(x_c; y_c)$ de la surface du contact sera égale au torseur cinématique $\{\mathbf{G}; \boldsymbol{\Omega}\}$ en ce point :

$$\mathbf{v}_r = v(\mathbf{G} + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{OM}) \quad (2.20)$$

Les composantes du vecteur \mathbf{v}_r s'expriment en fonction des pseudo-glissements par :

$$\mathbf{v}_r = v(\xi_x - \xi_\alpha y_c; \xi_y + \xi_\alpha x_c) \quad (2.21)$$

Si $\dot{x}_c = -v$ (dans un référentiel lié au contact, la matière s'écoule dans la direction opposée à l'avancement v du véhicule), alors l'équation (2.18) peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_r - \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_c} v + \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \quad (2.22)$$

avec $\mathbf{U} = \mathbf{U}^w - \mathbf{U}^r$.

Alors les deux composantes du glissement réel sont données par :

$$\begin{cases} v_{gxc} = v \left(\xi_x - \xi_\alpha y_c - \frac{\partial u_1}{\partial x_c} \right) + \frac{\partial u_1}{\partial t} \\ v_{gyc} = v \left(\xi_y + \xi_\alpha x_c - \frac{\partial u_2}{\partial x_c} \right) + \frac{\partial u_2}{\partial t} \end{cases} \quad (2.23)$$

En intégrant l'équation (2.23), on peut déduire le déplacement $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$. En utilisant la théorie d'élasticité, le déplacement est lié à la contrainte tangentielle $\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$ par les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{2(1+\nu)}{\pi E} \iint_{\text{zone contact}} \left[\left(\frac{1-\nu}{\rho} + \frac{\vartheta(x_c - \alpha)^2}{\rho^3} \right) \tau_1 + \frac{\vartheta(x_c - \alpha)(y_c - \beta)}{\rho^3} \tau_2 \right] d\alpha d\beta \\ u_2 = \frac{2(1+\nu)}{\pi E} \iint_{\text{zone contact}} \left[\left(\frac{1-\nu}{\rho} + \frac{\vartheta(x_c - \alpha)^2}{\rho^3} \right) \tau_1 + \frac{\vartheta(x_c - \alpha)(y_c - \beta)}{\rho^3} \tau_2 \right] d\alpha d\beta \end{cases} \quad (2.24)$$

avec $\rho = \sqrt{(x_c - \alpha)^2 + (y_c - \beta)^2}$

La résolution de ce système est très complexe. Kalker a réduit cette complexité en se basant sur la modélisation de Winkler [44], où la roue roule sur une fondation élastique modélisée par des ressorts verticaux indépendants les uns des autres (Figure 2.9). Par la loi de Hooke, en introduisant un coefficient de proportionnalité L appelé la flexibilité de la

fondation de Winkler, on peut écrire la relation linéaire entre les contraintes tangentielles et les déplacements de la manière suivante :

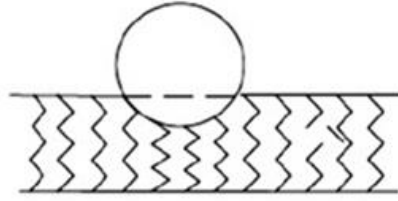


Figure 2.9 – Fondation élastique de Winkler [44]

$$\begin{cases} u_1 = L\tau_1 \\ u_2 = L\tau_2 \end{cases} \quad (2.25)$$

Cette loi modélise un corps qui se déplace sur un lit de ressorts, la flexibilité L étant comparable à l'inverse du module de Young $\frac{1}{E}$. Cependant, contrairement à E qui ne dépend que du type de matériau, L dépend aussi de la forme des corps en contact et du chargement. L'équation (2.23) peut s'exprimer par :

$$\begin{cases} v_{gxc} = v \left(\xi_x - \xi_\alpha y_c - L \frac{\partial \tau_1}{\partial x_c} \right) + L \frac{\partial \tau_1}{\partial t} \\ v_{gyc} = v \left(\xi_y + \xi_\alpha x_c - L \frac{\partial \tau_2}{\partial x_c} \right) + L \frac{\partial \tau_2}{\partial t} \end{cases} \quad (2.26)$$

Lorsque le roulement est stationnaire, les dérivées par rapport au temps seront nulles. Alors, l'équation (2.26) devient :

$$\begin{cases} \frac{v_{gxc}}{v} = \xi_x - \xi_\alpha y_c - L \frac{\partial \tau_1}{\partial x_c} \\ \frac{v_{gyc}}{v} = \xi_y + \xi_\alpha x_c - L \frac{\partial \tau_2}{\partial x_c} \end{cases} \quad (2.27)$$

Dans la zone d'adhérence où $|(\tau_1, \tau_2)| < \mu|P|$, le glissement relatif entre la roue et le rail est nul ($v_g = 0$). Les contraintes tangentielles sont déterminées par l'intégration de l'équation (2.27), on obtient alors :

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{1}{L} (\xi_x - \xi_\alpha y) \left(x_c - a \sqrt{1 - \left(\frac{y_c}{b}\right)^2} \right) \\ \tau_2 = \frac{\xi_y}{L} \left(x_c - a \sqrt{1 - \left(\frac{y_c}{b}\right)^2} \right) + \frac{\xi_\alpha}{2L} \left(x_c^2 - a^2 \left(1 - \left(\frac{y_c}{b}\right)^2 \right) \right) \end{cases} \quad (2.28)$$

Selon la loi de Coulomb, dès que l'inégalité $|(\tau_1, \tau_2)| < \mu|P|$ n'est plus vérifiée, on arrive dans une zone de glissement. Les contraintes tangentielles sont alors données par :

$$\begin{cases} \tau_1 = -\mu P \frac{v_{gxc}}{|v_{gxc}|} \\ \tau_2 = -\mu P \frac{v_{gyc}}{|v_{gyc}|} \end{cases} \quad (2.29)$$

Cette théorie a été implémentée par Kalker dans un code appelé FASTSIM [45]. Ce code, qui est l'un des éléments standards de calcul des efforts du contact roue-rail dans les logiciels commerciaux, est d'une grande efficacité en temps de calcul. Toutefois, sa validité est restreinte au cas de faibles pseudo-glissements en raison de l'hypothèse de linéarité locale. A titre d'illustration, la figure 2.10 montre une comparaison entre une solution numérique de référence (algorithme CONTACT développé également par Kalker [46,47]) et les résultats obtenus à l'aide de la théorie simplifiée dans le cas d'un pseudo-glissement longitudinal seul [33] :

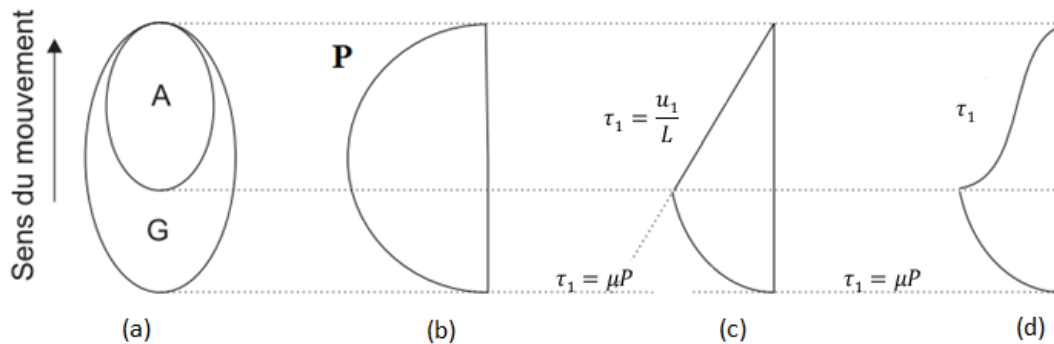


Figure 2.10 – Répartition des contraintes dans le contact pour un pseudo-glissement longitudinal : (a) Zone d'adhérence A et de glissement G dans le contact (b) Pression du contact (c) Contraintes longitudinales calculées à l'aide de la théorie simplifiée (d) Contraintes longitudinales issues d'une solution numérique de référence [33]

On remarque que les résultats obtenus en considérant la linéarité entre les contraintes tangentielles et les déplacements (Figure 2.10 (c)) sont proches des résultats de la solution de référence (Figure 2.10 (d)).

3.2.3- Algorithme FASTSIM

L'algorithme FASTSIM [45] est utilisé dans la plupart des codes de calcul multi-corps de la dynamique des systèmes ferroviaires. En approximant la valeur de la flexibilité L de l'équation (2.27) par des flexibilités L_i équivalentes aux trois pseudo-glissements, on aura :

$$\begin{cases} \frac{v_{gxc}}{LV} = \frac{\xi_x}{L_1} - \frac{\xi_\alpha}{L_3} y_c - \frac{\partial \tau_1}{\partial x_c} \\ \frac{v_{gyc}}{LV} = \frac{\xi_y}{L_2} + \frac{\xi_\alpha}{L_3} x_c - \frac{\partial \tau_2}{\partial x_c} \end{cases} \quad (2.30)$$

Pour identifier les flexibilités L et L_i , Kalker [45] a fait une correspondance avec la théorie linéaire. En se plaçant dans la zone d'adhérence (la zone linéaire de la figure 2.5 (b) où $|(\tau_1, \tau_2)| < \mu|P|$), le glissement relatif entre la roue et le rail est nul ($v_g = 0$), les équations (2.30) peuvent donc se réécrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{\xi_x}{L_1} - \frac{\xi_\alpha}{L_3} y_c - \frac{\partial \tau_1}{\partial x_c} = 0 \\ \frac{\xi_y}{L_2} + \frac{\xi_\alpha}{L_3} x_c - \frac{\partial \tau_2}{\partial x_c} = 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

Par intégration de l'équation (2.31), on obtient :

$$\begin{cases} \tau_1 = \left(\frac{\xi_x}{L_1} - \frac{\xi_\alpha}{L_3} y_c \right) x_c \\ \tau_2 = \left(\frac{\xi_y}{L_2} + \frac{\xi_\alpha}{L_3} x_c \right) x_c \end{cases} \quad (2.32)$$

En correspondance avec la théorie linéaire donnée par l'expression (2.13), on a :

$$\begin{cases} T_x = \iint \tau_1 dx_c dy_c = -GabC_{11}\xi_x \\ T_y = \iint \tau_2 dx_c dy_c = -Gab(C_{22}\xi_y + \sqrt{ab}C_{23}\xi_\alpha) \\ M_{ze} = \iint (\tau_2 x_c - \tau_1 y_c) dx_c dy_c = -Gab(\sqrt{ab}C_{32}\xi_y + abC_{33}\xi_\alpha) \end{cases} \quad (2.33)$$

Ainsi, on peut déterminer les flexibilités L_i à l'aide des expressions suivantes :

$$L_1 = \frac{8a}{3C_{11}G}; \quad L_2 = \frac{8a}{3C_{22}G}; \quad L_3 = \frac{\pi a}{4C_{23}G} \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (2.34)$$

Et la valeur de la flexibilité L peut être choisie comme :

$$L = \frac{L_1|\xi_x| + L_2|\xi_y| + L_3|\xi_\alpha|\sqrt{ab}}{\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + ab\xi_\alpha^2}} \quad (2.35)$$

Après l'identification des flexibilités, la formule (2.30) peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\mathbf{W}(x_c, y_c) = \boldsymbol{\zeta}(x_c, y_c) - \frac{\partial}{\partial x_c} \boldsymbol{\tau} \quad (2.36)$$

avec : $\mathbf{W}(x_c, y_c) = \begin{pmatrix} \frac{v_{gxc}}{Lv} \\ \frac{v_{gyc}}{Lv} \end{pmatrix}$ et $\boldsymbol{\zeta}(x_c, y_c) = \begin{pmatrix} \frac{\xi_x}{L_1} - \frac{\xi_\alpha}{L_3} y_c \\ \frac{\xi_y}{L_2} + \frac{\xi_\alpha}{L_3} x_c \end{pmatrix}$ et $\boldsymbol{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}$.

En subdivisant l'ellipse de contact en plusieurs bandes dans la direction longitudinale et chaque bande en plusieurs éléments comme il est indiqué sur la figure 2.11, et en commençant dans chaque bande par l'élément avec un x_c maximal là où le vecteur des contraintes tangentielles est nul, on peut résoudre le problème avec le schéma numérique suivant :

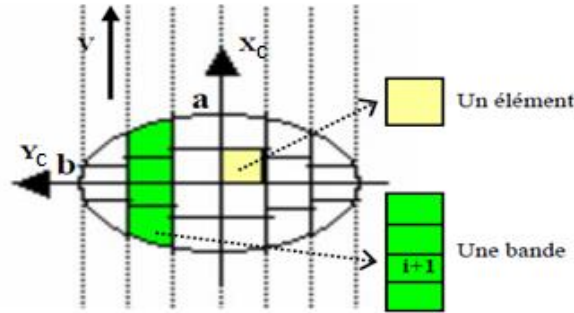


Figure 2.11 – Maillage de l'ellipse de contact

$$\mathbf{w}_{i+1} = \boldsymbol{\zeta}_{i+1} - \frac{\boldsymbol{\tau}_{i+1} - \boldsymbol{\tau}_i}{dx_i} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\tau}_{i+1} = \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\zeta}_{i+1} dx_i - \mathbf{w}_{i+1} dx_i$$

Dans ce schéma, on connaît $\boldsymbol{\tau}_i$, $\boldsymbol{\zeta}_{i+1}$ et dx_i et on suppose $\mathbf{w}_{i+1}=0$. Ainsi on

trouve : $\boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}} = \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\zeta}_{i+1} dx_i$ (2.37)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \|\boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}}\| \leq \mu P \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\tau}_{i+1} = \boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}} \text{ et } \mathbf{w}_{i+1} = 0 \text{ (Adhérence)} \\ \text{si } \|\boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}}\| > \mu P \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\tau}_{i+1} = \mu P \frac{\boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}}}{\|\boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}}\|} \text{ et } \mathbf{w}_{i+1} = \frac{\boldsymbol{\tau}_{i+1} - \boldsymbol{\tau}_{i+1}^{\text{test}}}{dx_{i+1}} \text{ (Glissement)} \end{array} \right.$$

Après la détermination des contraintes tangentielles dans chaque élément, les efforts tangentiels et le moment de pivotement peuvent être déterminés grâce aux relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \end{pmatrix} = \sum_{\text{zone}} \sum_{\text{contact}} \tau_i dx_i dy_i ; M_{ze} = \sum_{\text{zone}} \sum_{\text{contact}} [\tau_{i,y} x_i - \tau_{i,x} y_i] dx_i dy_i \quad (2.38)$$

3.3- Analyse des contraintes générées par le contact de roulement

Au cours d'une révolution de la roue, les éléments du rail sont soumis à un cycle de contraintes. Comme le montre la figure 2.12 [48], pour une roue roulant de la gauche vers la droite, à l'instant initial t_1 , l'élément matériel A sous la roue est soumis à une contrainte de compression, l'élément voisin B est soumis à une contrainte de cisaillement forte et C à une contrainte de cisaillement faible et ainsi de suite jusqu'à son annulation.

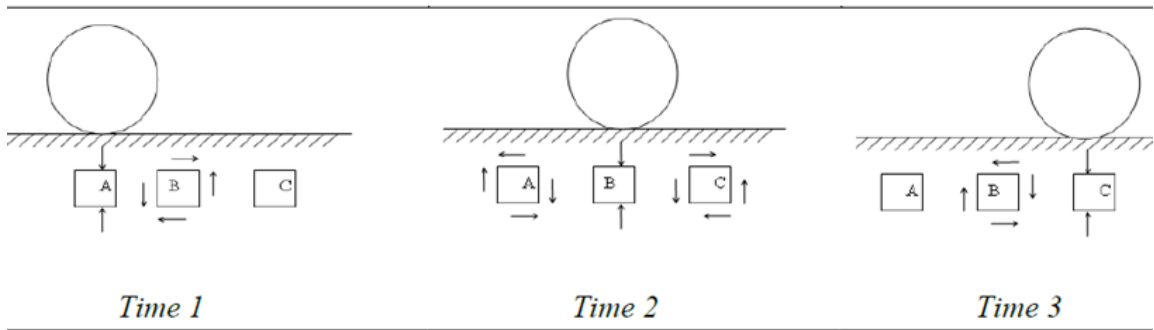


Figure 2.12 – Contraintes générées dans le rail par le contact de roulement [48]

Au deuxième instant t_2 la roue s'est déplacée, l'élément B est soumis à une contrainte de compression et les éléments voisins A et C sont soumis à des contraintes de cisaillement fortes. Au troisième instant t_3 la roue s'est encore déplacée, l'élément C est soumis à une contrainte de compression, l'élément voisin B est soumis à une contrainte de cisaillement forte et l'élément A à une contrainte de cisaillement faible. Par conséquent, un élément du matériau (par exemple l'élément A) est soumis à la contrainte de compression maximale à l'instant t_1 , à la contrainte de cisaillement maximale à l'instant t_2 et à une contrainte de cisaillement faible à l'instant t_3 et cela d'une manière cyclique à chaque passage de la roue. Selon [48], les contraintes normale, longitudinale et latérale se calculent dans les éléments du matériau du rail grâce aux relations suivantes :

$$\sigma_{xc} = -2\nu p_{\max} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z_c}{b}\right)^2} - \left|\frac{z_c}{b}\right| \right) ; \sigma_{yc} = -p_{\max} \left(\frac{1 + 2\left(\frac{z_c}{b}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{z_c}{b}\right)^2}} - \left|\frac{z_c}{b}\right| \right) ; \quad (2.39)$$

$$\sigma_{zc} = -p_{\max} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z_c}{b}\right)^2}}$$

où z_c est la profondeur par rapport à la zone du contact. La section critique étant donnée par $\frac{z_c}{b} = 0.5$.

3.4- Analyse par éléments finis du contact roue-rail

Différentes études de modélisation du contact roue-rail par éléments finis existent dans la littérature ([63], [64], [65], etc.). Une étude réalisée par Arslan et al. [49] à l'aide du code ANSYS a permis de déterminer les contraintes de von Mises dans la roue, la pression du contact et l'enfoncement de la roue dans le rail. Dans leur étude, la roue subit un effort vertical de *10 tonnes*, et ils ont obtenu les résultats présentés dans les figures 2.13 et 2.14 :

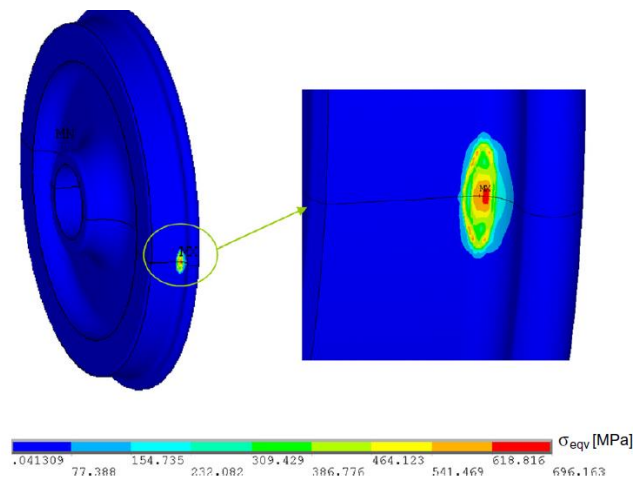


Figure 2.13 – Contrainte équivalente de von Mises de la roue au niveau du contact [49]

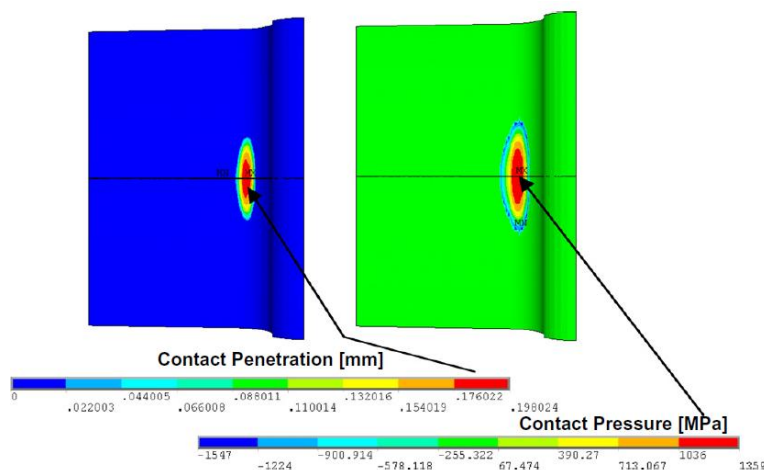


Figure 2.14 – Enfoncement de la roue dans le rail et la pression du contact [49]

Pour une charge normale de *10 tonnes*, la contrainte équivalente de von Mises atteint une valeur maximale de *700 MPa*, la roue s'enfonce dans le rail de *0,2 mm* et la

pression du contact atteint 1360 MPa .

Pour étudier l'effet de différents paramètres sur l'interaction roue-rail, une étude numérique par éléments finis a été réalisée par Vo et al. [50] pour deux valeurs de pseudo-glissement longitudinal : $0,28\%$ et $0,47\%$. Ils ont observé que la zone du contact et les zones de concentration des contraintes sont plus larges avec un pseudo-glissement longitudinal de $0,28\%$, tandis que la pression de contact est sensiblement la même dans les deux cas. Si on incline le rail d'un petit angle autour de l'axe longitudinal vers l'intérieur de la voie : les contraintes, la surface du contact et les efforts du contact diminuent ; c'est pour cela que les normes ferroviaires prévoient une inclinaison du rail de $1:20$ ou $1:40$ pour augmenter la durée de vie de la voie et assurer le confort des passagers. Dans le réseau européen c'est l'inclinaison de $1:20$ ($2,86^\circ$) qui est la plus utilisée.

La méthode des éléments finis permet d'étudier le contact roue-rail, mais l'inconvénient majeur de cette méthode est le temps calcul qui est prohibitif. Il faut ainsi un temps de calcul très élevé pour simuler le roulement de la roue sur quelques millimètres de rail. Pour simuler le roulement sur des kilomètres, le calcul dynamique multi-corps est le plus adapté. Toutefois, il nécessite d'améliorations afin d'intégrer la flexibilité des éléments. Cette problématique sera abordée dans les prochains chapitres qui traitent du couplage éléments finis-dynamique multi-corps.

Conclusion

Les efforts du contact roue-rail sont déterminés en découplant le comportement normal et le comportement tangentiel. Pour le comportement normal, la théorie de Hertz est utilisée pour déterminer l'effort normal, la distribution de la pression du contact, la forme et la taille de la surface du contact. Pour le comportement tangentiel, on définit les pseudo-glissements qui permettent de décrire la cinématique au niveau du contact roue-rail. Pour des pseudo-glissements modérés, on peut calculer les efforts tangentiels avec la théorie de Kalker linéaire ou avec la théorie de Kalker simplifiée. Dans la première théorie, on calcule directement les résultantes des efforts du contact mais sans aucune information sur la distribution des contraintes dans la zone du contact. Dans la seconde, on détermine d'abord cette distribution pour en déduire les résultantes des efforts.

Pour la théorie linéaire, la zone du contact est une zone d'adhérence, et dès que les pseudo-glissements atteignent une valeur limite, les contraintes tangentielles chutent vers zéro.

Pour la théorie simplifiée, la zone du contact est une zone d'adhérence pour les pseudo-glissements faibles, et dès qu'ils atteignent une valeur limite, un glissement est considéré et les contraintes tangentielles sont calculées par la loi de Coulomb.

La méthode des éléments finis permet d'étudier le contact roue-rail, mais elle ne sera pas considérée pour la suite du projet en raison des temps de calcul trop élevés. Les modèles de dynamique multi-corps sont les plus utilisés par les opérateurs ferroviaires pour simuler la circulation des trains complets sur des kilomètres de voie. Malgré cela, ces modèles nécessitent des améliorations afin d'intégrer la flexibilité des éléments.

Chapitre 3 :

Equations de mouvement de l'essieu et du bogie

Dans ce chapitre, le développement des équations mathématiques décrivant le comportement dynamique de l'essieu et du bogie ferroviaire circulant sur une voie à une vitesse constante est réalisé. Ces équations permettent de modéliser et de comprendre le comportement global du véhicule ferroviaire lors de sa circulation sur une voie en alignement ou en courbe.

1- Systèmes de référence

Pour notre étude, différents repères seront considérés (Figure 3.1) :

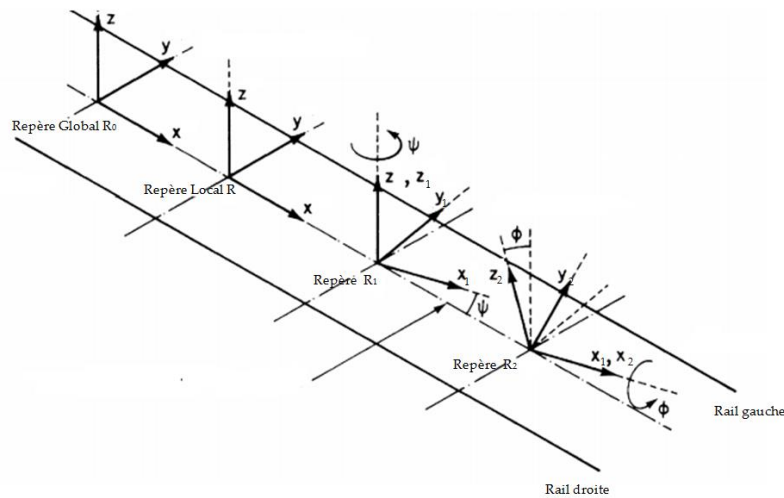


Figure 3.1 – Systèmes de référence [51]

- Un repère global R_0 qui a comme origine un point de la ligne centrale entre les deux rails. Il est fixe par rapport au temps et il permettra de positionner l'essieu par rapport à sa position initiale. Son axe X est l'axe longitudinal parallèle aux rails, Y est l'axe latéral et Z est l'axe normal.
- Un repère local R qui coïncide avec le repère global R_0 à l'état initial, et qui suit le déplacement longitudinal de l'essieu à la même vitesse v que l'essieu.
- Un repère R_1 dit repère de pivotement. Il s'agit d'un repère intermédiaire, qui tourne par rapport à R d'un angle ψ autour de Z .

- Un repère R_2 , repère de l'essieu, qui a comme origine son centre de masse, et qui tourne par rapport à R_1 d'un angle ϕ autour de X_1 , tandis que l'axe Y_2 coïncide avec l'axe de l'essieu.

De plus, on en considère deux autres repères $R_L(e_{1L}, e_{2L}, e_{3L})$ et $R_R(e_{1R}, e_{2R}, e_{3R})$ attachés aux points de contact roue-rail des roues gauche et droite respectivement (Figure 3.2) :

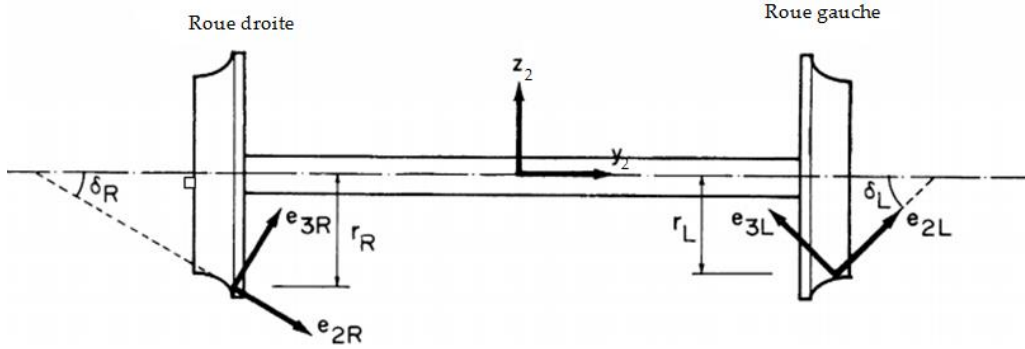


Figure 3.2 – Repères liés au contact roue-rail [51]

Les angles δ_R et δ_L sont les angles de contact roue-rail des roues droite et gauche respectivement, et r_R et r_L sont les rayons de roulement des roues droite et gauche respectivement.

Les matrices de passage entre les différents repères sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} e_{1R} \\ e_{2R} \\ e_{3R} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta_R & \sin\delta_R \\ 0 & -\sin\delta_R & \cos\delta_R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{pmatrix} e_{1L} \\ e_{2L} \\ e_{3L} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta_L & \sin\delta_L \\ 0 & -\sin\delta_L & \cos\delta_L \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

En combinant les équations (3.1) et (3.2), on aura :

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\cos\phi\sin\psi & \cos\phi\cos\psi & \sin\phi \\ \sin\phi\sin\psi & -\sin\phi\cos\psi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Si on suppose que ψ et ϕ sont petits, l'équation (3.5) devient :

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \psi & 0 \\ -\psi & 1 & \phi \\ 0 & -\phi & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

2- Degrés de liberté de l'essieu

Par rapport au repère local R localisé au centre de la masse de l'essieu, les 6 degrés de liberté de celui-ci sont définis de la manière suivante :

- x : déplacement longitudinal ;
- y : déplacement latéral ;
- z : déplacement vertical ;
- ϕ : angle de roulis autour de X_2 ;
- ψ : angle de lacet autour de Z ;
- ω : vitesse angulaire de roulement autour de Y_2 . On peut éventuellement considérer une perturbation α de la vitesse angulaire ω .

On suppose qu'il n'y aura jamais un rebondissement de la roue, et que le contact roue-rail aura toujours lieu. Avec cette hypothèse, le déplacement vertical et l'angle de roulis seront en fonction du déplacement latéral uniquement [51] :

$$\begin{cases} z = z(y) \\ \phi = \phi(y) \end{cases} \quad (3.7)$$

3- Equations générales de mouvement de l'essieu en alignement

Les équations générales de mouvement de l'essieu en alignement, sont exprimées dans le repère local R en fonction de ses degrés de liberté cités précédemment. Le passage entre le repère local R et le repère de l'essieu R_2 est donnée par l'équation (3.5).

La vitesse angulaire générale de l'essieu Ω est donnée par [51] :

$$\Omega = \dot{\phi} \cdot \mathbf{x}_2 + (\omega + \dot{\alpha}) \cdot \mathbf{y}_2 + \dot{\psi} \cdot \mathbf{z} \quad (3.8)$$

En utilisant l'équation (3.8), $\boldsymbol{\Omega}$ est exprimée dans le repère de l'essieu R_2 par :

$$\boldsymbol{\Omega} = \dot{\phi} \cdot \mathbf{x}_2 + (\omega + \dot{\alpha} + \dot{\psi} \sin \phi) \cdot \mathbf{y}_2 + \dot{\psi} \cos \phi \cdot \mathbf{z}_2 \quad (3.9)$$

Ce qui peut aussi s'écrire par :

$$\boldsymbol{\Omega} = \Omega_x \cdot \mathbf{x}_2 + \Omega_y \cdot \mathbf{y}_2 + \Omega_z \cdot \mathbf{z}_2 \quad (3.10)$$

avec $\Omega_x = \dot{\phi}$ et $\Omega_y = (\omega + \dot{\alpha} + \dot{\psi} \sin \phi)$ et $\Omega_z = \dot{\psi} \cos \phi$.

Le moment d'inertie angulaire de l'essieu est donné par l'équation suivante :

$$\mathbf{H} = I_x \Omega_x \cdot \mathbf{x}_2 + I_y \Omega_y \cdot \mathbf{y}_2 + I_z \Omega_z \cdot \mathbf{z}_2 \quad (3.11)$$

où I_x, I_y et I_z sont les moments d'inertie principaux de l'essieu. Il faut noter qu'en raison de la symétrie, on a $I_x = I_z$.

La dérivée du moment d'inertie angulaire par rapport au temps peut être calculée en supposant que ψ et ϕ sont petits. De plus, en utilisant l'équation (3.6) pour l'exprimer dans le repère d'équilibre R , elle s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = (I_x \ddot{\phi} - I_y \omega \dot{\psi}) \cdot \mathbf{x} + I_y \ddot{\alpha} \cdot \mathbf{y} + (I_y \omega \dot{\phi} + I_x \ddot{\psi}) \cdot \mathbf{z} \quad (3.12)$$

Les équations de mouvement de l'essieu peuvent être maintenant écrites dans le repère d'équilibre. D'après la loi de Newton, avec m_e la masse de l'essieu, et $\mathbf{r}(x,y,z)$ vecteur position, on a :

$$\begin{cases} m_e \ddot{\mathbf{r}} = \sum \mathbf{F} \\ \frac{d\mathbf{H}}{dt} = \sum \mathbf{M} \end{cases} \quad (3.13)$$

On peut représenter l'ensemble des forces agissant sur l'essieu ainsi que les paramètres nécessaires au calcul dans la figure 3.3 avec :

- Q_R et Q_L : efforts verticaux au niveau du contact des roues droite et gauche respectivement ;
- Y_R et Y_L : efforts latéraux au niveau du contact des roues droite et gauche respectivement ;
- F_{Rx} et F_{Lx} : efforts longitudinaux au niveau du contact des roues droite et gauche respectivement ;

- N_R et N_L : efforts normaux au contact droit et gauche respectivement ;
- M_R et M_L : moments transmis aux roues droite et gauche respectivement ;
- F_s et M_s : forces et moments qu'appliquent les suspensions sur l'essieu ;
- P_e : Poids de l'essieu ;
- Δ_R et Δ_L : déplacements latéraux des points des contacts des roues droite et gauche de leur position d'équilibre respectivement ;
- a_w : distance séparant les deux rayons de roulement des deux roues.

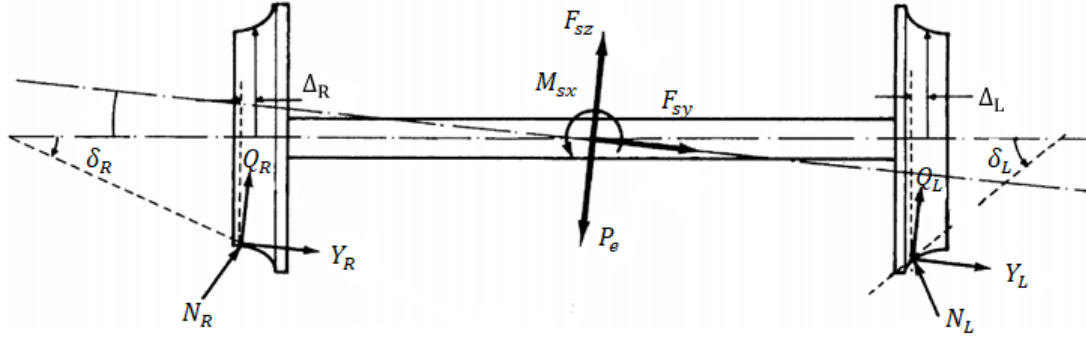


Figure 3.3 – Bilan des forces agissant sur l'essieu [51]

Ensuite, les positions des points des contacts des roues droite et gauche sont données par l'équation :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_R = -\left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \cdot \mathbf{y}_2 - r_R \cdot \mathbf{z}_2 \\ \mathbf{R}_L = \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \cdot \mathbf{y}_2 - r_L \cdot \mathbf{z}_2 \end{cases} \quad (3.14)$$

Elles sont exprimées dans le repère d'équilibre R par :

$$\begin{cases} R_{Rx} = \left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \cos\phi \sin\psi - r_R \sin\phi \sin\psi \\ R_{Ry} = -\left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \cos\phi \cos\psi + r_R \sin\phi \cos\psi \\ R_{Rz} = -\left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \sin\phi - r_R \cos\phi \\ R_{Lx} = -\left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \cos\phi \sin\psi - r_L \sin\phi \sin\psi \\ R_{Ly} = \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \cos\phi \cos\psi + r_L \sin\phi \cos\psi \\ R_{Lz} = \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \sin\phi - r_L \cos\phi \end{cases} \quad (3.15)$$

En appliquant la loi de Newton (3.13), on obtient les 6 équations de mouvement

équivalentes aux 6 degrés de liberté :

$$\text{Equation longitudinale : } m_e \ddot{x} = F_{Lx} + F_{Rx} + N_{Rx} + N_{Lx} + F_{sx}$$

$$\text{Equation latérale : } m_e \ddot{y} = Y_L + Y_R + N_{Ry} + N_{Ly} + F_{sy}$$

$$\text{Equation verticale : } m_e \ddot{z} = Q_L + Q_R + N_{Rz} + N_{Lz} + F_{sz} - P_e$$

$$\begin{aligned} \text{Equation de mouvement de roulis : } I_x \ddot{\phi} = I_y \frac{V}{r_0} \dot{\psi} + R_{Ry}(Q_R + N_{Rz}) - \\ R_{Rz}(Y_R + N_{Ry}) + R_{Ly}(Q_L + N_{Lz}) - R_{Lz}(Y_L + N_{Ly}) + M_{Lx} + M_{Rx} + M_{sx} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \text{Equation de perturbation de roulement : } I_y \ddot{\alpha} = R_{Rz}F_{Rx} - R_{Rx}(Q_R + N_{Rz}) + \\ R_{Lz}F_{Lx} - R_{Lx}(Q_L + N_{Lz}) + M_{Ly} + M_{Ry} + M_{sy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Equation de mouvement de lacet : } I_x \ddot{\psi} = -I_y \frac{V}{r_0} \dot{\phi} + R_{Rx}(Y_R + N_{Ry}) - \\ R_{Ry}F_{Rx} + R_{Lx}(Y_L + N_{Ly}) - R_{Ly}F_{Lx} + M_{Lz} + M_{Rz} + M_{sz} \end{aligned}$$

Les efforts normaux aux contacts sont exprimés dans le repère d'équilibre R par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_L = N_L \cdot \mathbf{e}_{3L} = N_L(-\sin\delta_L \mathbf{y}_2 + \cos\delta_L \mathbf{z}_2) = N_L(\sin(\delta_L + \phi)\sin\psi \cdot \mathbf{x} - \sin(\delta_L + \phi)\cos\psi \cdot \mathbf{y} + \cos(\delta_L + \phi) \cdot \mathbf{z}) \\ \mathbf{N}_R = N_R \cdot \mathbf{e}_{3R} = N_R(-\sin\delta_R \mathbf{y}_2 + \cos\delta_R \mathbf{z}_2) = N_R(-\sin(\delta_R - \phi)\sin\psi \cdot \mathbf{x} + \sin(\delta_R - \phi)\cos\psi \cdot \mathbf{y} + \cos(\delta_R - \phi) \cdot \mathbf{z}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Pour déterminer les amplitudes N_L et N_R , on peut réutiliser les équations de mouvement (3.16) de la manière suivante :

$$\begin{cases} N_R \cos(\delta_R - \phi) = \frac{(R_{Ly} + R_{Lz} \tan(\delta_L + \phi) \cos\psi)F_z^* - M_\phi^*}{R_{Ly} - R_{Ry} + (R_{Lz} \tan(\delta_L + \phi) + R_{Rz} \tan(\delta_R - \phi) \cos\psi)} \\ N_L \cos(\delta_L + \phi) = \frac{(-R_{Ry} + R_{Rz} \tan(\delta_R - \phi) \cos\psi)F_z^* + M_\phi^*}{R_{Ly} - R_{Ry} + (R_{Lz} \tan(\delta_L + \phi) + R_{Rz} \tan(\delta_R - \phi) \cos\psi)} \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\text{Avec } F_z^* = m_e \ddot{z} - Q_R - Q_L - F_{sz} + P_e \quad \text{et} \quad M_\phi^* = I_x \ddot{\phi} - I_y \frac{V}{r_0} \dot{\psi} + R_{Rz}Y_R - R_{Ry}Q_R + R_{Lz}Y_L - R_{Ly}Q_L - M_{Lx} - M_{Rx} - M_{sx}$$

En supposant que les angles de contact sont petits et en négligeant les forces

d'inertie dues aux mouvements verticaux et celles dues au roulis devant les chargements de l'essieu, on peut simplifier l'équation (3.18) par :

$$\begin{cases} N_R \cos(\delta_R - \phi) \approx \frac{1}{2} P_e - \frac{1}{2} F_{sz} + \frac{r_R Y_R + r_L Y_L}{a_w} \\ N_L \cos(\delta_L + \phi) \approx \frac{1}{2} P_e - \frac{1}{2} F_{sz} - \frac{r_R Y_R + r_L Y_L}{a_w} \end{cases} \quad (3.19)$$

Les forces de contact sont généralement définies dans les plans de contact, en utilisant toujours les transformations des coordonnées (3.1, 3.2, 3.3, 3.4) ; on exprime les forces de contact dans le repère d'équilibre R pour les roues droite et gauche par :

$$\begin{cases} F_{Lx} = T_{Lx} \cos \psi - T_{Ly} \cos(\delta_L + \phi) \sin \psi \\ Y_L = T_{Lx} \sin \psi + T_{Ly} \cos(\delta_L + \phi) \cos \psi \\ Q_L = T_{Ly} \sin(\delta_L + \phi) \\ M_{Lx} = M_{Lze} \sin(\delta_L + \phi) \sin \psi \\ M_{Ly} = -M_{Lze} \sin(\delta_L + \phi) \cos \psi \\ M_{Lz} = M_{Lze} \cos(\delta_L + \phi) \\ F_{Rx} = T_{Rx} \cos \psi - T_{Ry} \cos(\delta_R - \phi) \sin \psi \\ Y_R = T_{Rx} \sin \psi + T_{Ry} \cos(\delta_R - \phi) \cos \psi \\ Q_R = -T_{Ry} \sin(\delta_R - \phi) \\ M_{Rx} = -M_{Rze} \sin(\delta_R - \phi) \sin \psi \\ M_{Ry} = M_{Rze} \sin(\delta_R - \phi) \cos \psi \\ M_{Rz} = M_{Rze} \cos(\delta_R - \phi) \end{cases} \quad (3.20)$$

où $T_{Lx}, T_{Ly}, M_{Lze}, T_{Rx}, T_{Ry}$ et M_{Rze} sont les composantes des efforts et des moments dans le plan du contact pour les roues droite et gauche respectivement. Ces efforts et moments font intervenir les pseudo-glissements. Pour chaque point de la surface de contact, on peut définir la position dans le repère d'équilibre en utilisant les positions des points centraux de contact :

$$\begin{cases} R_{Rxe} = x_c + \left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \cos \phi \sin \psi - r_R \sin \phi \sin \psi \\ R_{Rye} = y_c - \left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \cos \phi \cos \psi + r_R \sin \phi \cos \psi \\ R_{Rze} = z_c - \left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R\right) \sin \phi - r_R \cos \phi \\ R_{Lxe} = x_c - \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \cos \phi \sin \psi - r_L \sin \phi \sin \psi \\ R_{Lye} = y_c + \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \cos \phi \cos \psi - r_L \sin \phi \cos \psi \\ R_{Lze} = z_c + \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L\right) \sin \phi - r_L \cos \phi \end{cases} \quad (3.21)$$

Ensuite on peut déterminer l'expression des pseudo-glissements :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_{xR} = \frac{\dot{\mathbf{R}}_{Re} \mathbf{e}_{1R} - v \frac{r_R}{r_0} \cos \psi}{v} \\ \xi_{yR} = \frac{\dot{\mathbf{R}}_{Re} \mathbf{e}_{2R}}{v} \\ \xi_{\alpha R} = \frac{\boldsymbol{\Omega} \mathbf{e}_{3R}}{v} \\ \xi_{xL} = \frac{\dot{\mathbf{R}}_{Le} \mathbf{e}_{1L} - v \frac{r_L}{r_0} \cos \psi}{v} \\ \xi_{yL} = \frac{\dot{\mathbf{R}}_{Le} \mathbf{e}_{2L}}{v} \\ \xi_{\alpha L} = \frac{\boldsymbol{\Omega} \mathbf{e}_{3L}}{v} \end{array} \right. \quad (3.22)$$

où $\mathbf{e}_{iR}, \mathbf{e}_{iL}$ peuvent s'écrire dans le repère d'équilibre R en utilisant les transformations (3.3) et (3.4) et $\boldsymbol{\Omega}$ est donnée par l'équation (3.9). En développant les calculs et en négligeant les termes d'ordre supérieur à 2, on obtient les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_{xR} = \frac{\left(v \left(1 - \frac{r_R}{r_0} \right) + \left(\left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R \right) \cos \phi \cos \psi \right) \dot{\psi} \right) \cos \psi}{v} \\ \xi_{yR} = \frac{\left(\dot{y} \cos \psi + r_R \dot{\phi} \cos \phi \cos^2 \psi - v \sin \psi \right) \cos(\delta_R - \phi) - \left(\dot{z} - \left(\frac{a_w}{2} + \Delta_R \right) \dot{\phi} \cos \phi \right) \sin(\delta_R - \phi)}{v} \\ \xi_{\alpha R} = \frac{\dot{\psi} \cos(\delta_R - \phi) + \frac{v}{r_0} \sin \delta_R}{v} \\ \xi_{xL} = \frac{\left(v \left(1 - \frac{r_L}{r_0} \right) - \left(\left(\frac{a_w}{2} + \Delta_L \right) \cos \phi \cos \psi \right) \dot{\psi} \right) \cos \psi}{v} \\ \xi_{yL} = \frac{\left(\dot{y} \cos \psi + r_L \dot{\phi} \cos \phi \cos^2 \psi - v \sin \psi \right) \cos(\delta_L + \phi) + \left(\dot{z} + \left(\frac{a_w}{2} - \Delta_L \right) \dot{\phi} \cos \phi \right) \sin(\delta_L + \phi)}{v} \\ \xi_{\alpha L} = \frac{\dot{\psi} \cos(\delta_L + \phi) - \frac{v}{r_0} \sin \delta_L}{v} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Si les angles de roulis et de lacet sont petits, alors les expressions (3.23) se simplifient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_{xR} = 1 - \frac{r_R}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \\ \xi_{yR} = \frac{(\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v \psi) \cos(\delta_R - \phi)}{v} \\ \xi_{\alpha R} = \frac{\dot{\psi} \cos(\delta_R - \phi)}{v} + \frac{\sin \delta_R}{r_0} \\ \xi_{xL} = 1 - \frac{r_L}{r_0} - \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \\ \xi_{yL} = \frac{(\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v \psi) \cos(\delta_L + \phi)}{v} \\ \xi_{\alpha L} = \frac{\dot{\psi} \cos(\delta_L + \phi)}{v} - \frac{\sin \delta_L}{r_0} \end{array} \right. \quad (3.24)$$

De plus, si on suppose que les angles des contacts sont petits, alors les expressions (3.24) peuvent être encore simplifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_{xR} = 1 - \frac{r_R}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \\ \xi_{yR} = \frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \\ \xi_{\alpha R} = \frac{\dot{\psi}}{v} + \frac{\delta_R}{r_0} \\ \xi_{xL} = 1 - \frac{r_L}{r_0} - \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \\ \xi_{yL} = \frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \\ \xi_{\alpha L} = \frac{\dot{\psi}}{v} - \frac{\delta_L}{r_0} \end{array} \right. \quad (3.25)$$

En utilisant la théorie linéaire de Kalker donnée par l'équation (2.13), on déduit des expressions (3.25) les composantes des efforts et des moments des contacts dans les plans des contacts :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{Rx} = -GabC_{11} \left(1 - \frac{r_R}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \right) \\ T_{Ry} = -Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi}}{v} + \frac{\delta_R}{r_0} \right) \right) \\ M_{Rze} = -Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi}}{v} + \frac{\delta_R}{r_0} \right) \right) \\ T_{Lx} = -GabC_{11} \left(1 - \frac{r_L}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \right) \\ T_{Ly} = -Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi}}{v} - \frac{\delta_L}{r_0} \right) \right) \\ M_{Lze} = -Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi}}{v} - \frac{\delta_L}{r_0} \right) \right) \end{array} \right. \quad (3.26)$$

Ces composantes permettent finalement d'écrire les expressions des efforts des contacts dans le repère d'équilibre :

$$\left\{ \begin{array}{l}
F_{Lx} = -GabC_{11} \left(1 - \frac{r_L}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \right) \cos\psi + Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi} - \frac{\delta_L}{r_0}}{v} \right) \right) \cos(\delta_L + \phi) \sin\psi \\
Y_L = -GabC_{11} \left(1 - \frac{r_L}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \right) \sin\psi - Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi} - \frac{\delta_L}{r_0}}{v} \right) \right) \cos(\delta_L + \phi) \cos\psi \\
Q_L = -Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi} - \frac{\delta_L}{r_0}}{v} \right) \right) \sin(\delta_L + \phi) \\
M_{Lx} = -Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi} - \frac{\delta_L}{r_0}}{v} \right) \right) \sin(\delta_L + \phi) \sin\psi \\
M_{Ly} = Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi} - \frac{\delta_L}{r_0}}{v} \right) \right) \sin(\delta_L + \phi) \cos\psi \\
M_{Lz} = -Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_L \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi} - \frac{\delta_L}{r_0}}{v} \right) \right) \cos(\delta_L + \phi) \\
F_{Rx} = -GabC_{11} \left(1 - \frac{r_R}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \right) \cos\psi + Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi} + \frac{\delta_R}{r_0}}{v} \right) \right) \cos(\delta_R - \phi) \sin\psi \\
Y_R = -GabC_{11} \left(1 - \frac{r_R}{r_0} + \frac{a_w \dot{\psi}}{2v} \right) \sin\psi - Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi} + \frac{\delta_R}{r_0}}{v} \right) \right) \cos(\delta_R - \phi) \cos\psi \\
Q_R = Gab \left(C_{22} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + \sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi} + \frac{\delta_R}{r_0}}{v} \right) \right) \sin(\delta_R - \phi) \\
M_{Rx} = Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi} + \frac{\delta_R}{r_0}}{v} \right) \right) \sin(\delta_R - \phi) \sin\psi \\
M_{Ry} = -Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi} + \frac{\delta_R}{r_0}}{v} \right) \right) \sin(\delta_R - \phi) \cos\psi \\
M_{Rz} = -Gab \left(-\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{y} + r_R \dot{\phi} - v\psi}{v} \right) + abC_{33} \left(\frac{\dot{\psi} + \frac{\delta_R}{r_0}}{v} \right) \right) \cos(\delta_R - \phi)
\end{array} \right. \quad (3.27)$$

Grâce à ces expressions, on peut déterminer l'ensemble des efforts et des moments transmis par les roues aux rails.

4- Equations simplifiées de mouvement de l'essieu en alignement

En se plaçant dans le contexte des petits angles, les équations simplifiées de mouvement de l'essieu sont déterminées en utilisant simplement les équations des mouvements latéral et de lacet des expressions (3.16) et en exploitant l'équation (3.27) en supposant que tous les angles sont petits, on aura :

$$\begin{aligned}
m_e \ddot{y} + \frac{2abGC_{22}}{v} \left(\dot{y} + \frac{r_L + r_R}{2} \dot{\phi} - v\psi \right) + 2abG\psi C_{11} \left(1 - \frac{r_L + r_R}{2r_0} \right) + 2Gab\sqrt{ab}C_{23} \left(\frac{\dot{\psi}}{v} - \frac{\delta_L - \delta_R}{2r_0} \right) \\
+ P_e \left(\phi + \frac{\delta_L - \delta_R}{2} \right) = F_{sy}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}
I_x \ddot{\psi} + I_y \frac{v}{r_0} \dot{\phi} + \frac{a_w GabC_{11}(r_L - r_R)}{2r_0} - \frac{2Gab\sqrt{ab}C_{23}}{v} \left(\dot{y} + \frac{r_L + r_R}{2} \dot{\phi} - v\psi \right) + \frac{a_w^2 GabC_{11} \dot{\psi}}{2v} \\
- \frac{abGC_{33}(\delta_L - \delta_R)}{r_0} - \frac{a_w P_e (\delta_L + \delta_R)}{4} + \frac{2GabC_{33} \dot{\psi}}{v} = M_{sz}
\end{aligned}$$

Ces deux équations sont non linéaires. En effet, les rayons de roulement des roues gauche et droite r_L et r_R respectivement, les angles des contacts δ_L et δ_R et l'angle de roulis ϕ sont en général des fonctions non linéaires par rapport au déplacement latéral y . Ils dépendent des profils de la roue et du rail ainsi que des points des contacts. De plus, les forces de suspensions F_{sy} et M_{sz} peuvent également être des fonctions non linéaires.

Pour une roue conique avec un angle de conicité θ , on a :

$$\begin{cases} \frac{r_L - r_R}{2} = \theta y & ; & \frac{r_L + r_R}{2} = r_0 \\ \frac{\delta_L - \delta_R}{2} = 0 & ; & \frac{\delta_L + \delta_R}{2} = \theta \\ & & \phi = \frac{2\theta y}{a_w} \end{cases} \tag{3.29}$$

Dans ce cas, en utilisant les équations (3.29), les équations (3.28) peuvent se réécrire :

$$\begin{aligned}
m_e \ddot{y} + \frac{2abGC_{22}}{v} \left(\dot{y} \left(1 + \frac{2\theta r_0}{a_w} \right) - v\psi \right) + \frac{2Gab\sqrt{ab}C_{23} \dot{\psi}}{v} + \frac{2\theta y P_e}{a_w} = F_{sy} \\
I_x \ddot{\psi} + I_y \frac{2\theta v}{r_0 a_w} \dot{y} + \frac{a_w GabC_{11} \theta y}{r_0} - \frac{2Gab\sqrt{ab}C_{23}}{v} \left(\dot{y} \left(1 + \frac{2\theta r_0}{a_w} \right) - v\psi \right) + \frac{a_w^2 GabC_{11} \dot{\psi}}{2v} - \frac{a_w P_e \theta}{2} \\
+ \frac{2GabC_{33} \dot{\psi}}{v} = M_{sz}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Si les forces des suspensions F_{sy} et M_{sz} sont linéaires, alors les équations (3.30) le sont également.

5- Equations générales de mouvement de l'essieu en courbe

Dans ce paragraphe, on développe les équations de mouvement d'un essieu

attaquant une courbe avec un rayon constant ou variable. Pour cela, on introduit un système de référence lié à l'essieu qui circule sur la voie avec une vitesse constante v . Dans les courbes, on considère un dévers qui permet de réduire les forces centrifuges. Ce dévers consiste à soulever le rail extérieur par rapport au rail intérieur de d_e , d_e étant le dévers.

Dans les développements qui suivent, l'essieu est considéré rigide et on suppose qu'il ne rebondit pas sur le rail. La figure 3.4 montre les systèmes de référence qui seront utilisés pour la suite de l'étude :

- Un repère R_T lié à la voie et qui suit le mouvement de l'essieu sur la ligne centrale de la voie ;
- Un repère R_w lié à l'essieu et qui a comme origine son centre de gravité.

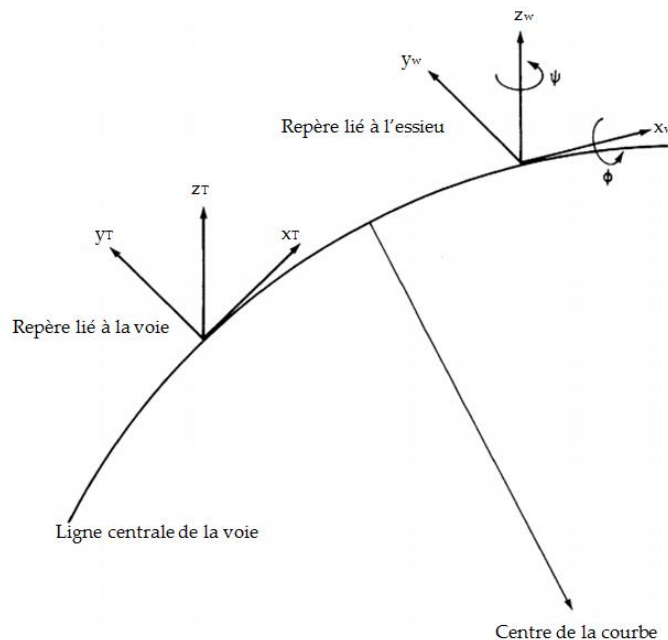


Figure 3.4 – Systèmes de référence en courbe [51]

Par rapport à la voie, l'essieu a un mouvement de lacet et un mouvement de roulis qui peuvent être donnés par les angles ψ et ϕ (Figure 3.4). Ces deux angles étant considérés petits, le passage entre les coordonnées des repères de voie R_T et de l'essieu R_w s'écrit :

$$\begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \psi & 0 \\ \psi & 1 & \phi \\ 0 & -\phi & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

L'accélération générale de l'essieu \mathbf{a}_{ws} est définie par l'expression :

$$\mathbf{a}_{ws} = \mathbf{a}_T + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_T \wedge \mathbf{R}_g + \boldsymbol{\Omega}_T \wedge (\boldsymbol{\Omega}_T \wedge \mathbf{R}_g) + 2\boldsymbol{\Omega}_T \wedge \dot{\mathbf{R}}_g + \ddot{\mathbf{R}}_g \quad (3.32)$$

avec :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}_T = \dot{\varphi}_r \cdot \mathbf{x}_T + \frac{v}{R} \varphi_r \cdot \mathbf{y}_T - \frac{v}{R} \cdot \mathbf{z}_T \\ \mathbf{a}_T = -\frac{v^2}{R} \cdot \mathbf{y}_T + \left(\frac{a_w}{2} \dot{\varphi}_r + \frac{v^2}{R} \varphi_r \right) \cdot \mathbf{z}_T \\ \mathbf{R}_g = x \cdot \mathbf{x}_T + y \cdot \mathbf{y}_T + (z + r_0) \cdot \mathbf{z}_T \end{cases}$$

- $\boldsymbol{\Omega}_T$: vitesse angulaire de la voie ;
- φ_r : angle du dévers ;
- R : rayon de la courbe ;
- \mathbf{a}_T : accélération générale de la voie ;
- \mathbf{R}_g : position du centre de gravité de l'essieu.

En développant l'équation (3.32), on obtient :

$$\mathbf{a}_{ws} = \ddot{x} \cdot \mathbf{x}_T - \left(\ddot{y} + \frac{v^2}{R} - r_0 \ddot{\varphi}_r \right) \cdot \mathbf{y}_T + \left(\ddot{z} + \frac{a_w}{2} \dot{\varphi}_r + \frac{v^2}{R} \varphi_d \right) \cdot \mathbf{z}_T \quad (3.33)$$

La vitesse angulaire générale l'essieu est définie par :

$$\boldsymbol{\Omega} = (\dot{\varphi}_r + \dot{\phi}) \cdot \mathbf{x}_w + (\omega + \dot{\alpha}) \cdot \mathbf{y}_w + \left(\dot{\psi} - \frac{v}{R} \right) \cdot \mathbf{z}_w \quad (3.34)$$

En utilisant l'expression de cette vitesse angulaire, le moment d'inertie de l'essieu dans son repère R_w devient :

$$\mathbf{H} = I_x (\dot{\varphi}_r + \dot{\phi}) \cdot \mathbf{x}_w + I_y \cdot (\omega + \dot{\alpha}) \cdot \mathbf{y}_w + I_z \cdot \left(\dot{\psi} - \frac{v}{R} \right) \cdot \mathbf{z}_w \quad (3.35)$$

avec I_x, I_y et I_z les moments d'inertie principaux de l'essieu. Il faut noter qu'en raison de la symétrie, on a $I_x = I_z$.

En calculant la dérivée du moment d'inertie par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}}{dt} = & \left(I_x(\ddot{\phi}_r + \ddot{\phi}) - I_y \cdot (\omega + \dot{\alpha}) \left(\dot{\psi} - \frac{v}{R} \right) \right) \cdot \mathbf{x}_w + I_y \ddot{\alpha} \cdot \mathbf{y}_w \\ & + \left(I_x \left(\ddot{\psi} - v \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{R} \right) \right) + I_y (\omega + \dot{\alpha}) (\dot{\phi}_r + \dot{\phi}) \right) \cdot \mathbf{z}_w \end{aligned} \quad (3.36)$$

Comme indiqué sur la figure 3.5 qui représente le bilan des forces agissant sur l'essieu, on voit que l'essieu applique sur les rails deux forces \mathbf{F}_R et \mathbf{F}_L et reçoit de la part des rails des efforts \mathbf{N}_R et \mathbf{N}_L . Le poids de l'essieu est modélisé par une force \mathbf{P}_e , les suspensions par \mathbf{F}_s et l'effet du reste du véhicule est représenté par l'effort \mathbf{F}_{ext} localisé à une hauteur h . Ce dernier génère une composante centrifuge lors de l'attaque de la courbe qui est donnée par $\frac{F_{ext}v^2}{Rg}$.

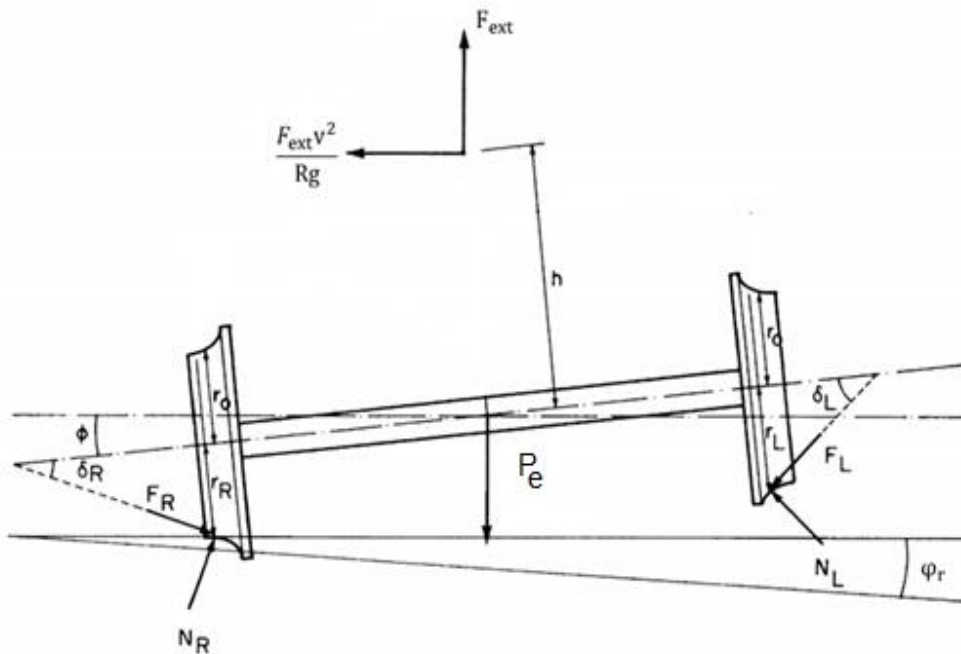


Figure 3.5 – Bilan des forces agissant sur l'essieu [51]

En appliquant la loi de Newton (3.13), on obtient :

$$\begin{aligned} m_e \mathbf{a}_{ws} = & \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_s + \mathbf{N}_R + \mathbf{N}_L + \left(F_{ext} \frac{v^2}{Rg} - (P_e + F_{ext}) \phi_r \right) \cdot \mathbf{y}_T \\ & - \left(F_{ext} \frac{v^2}{Rg} + (P_e + F_{ext}) \phi_r \right) \cdot \mathbf{z}_T \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{H}}{dt} &= \left(\frac{a_w}{2} \psi \cdot \mathbf{x}_T - \frac{a_w}{2} \cdot \mathbf{y}_T - r_R \cdot \mathbf{z}_T \right) \wedge (\mathbf{F}_R + \mathbf{N}_R) \\ &\quad + \left(-\frac{a_w}{2} \psi \cdot \mathbf{x}_T + \frac{a_w}{2} \cdot \mathbf{y}_T - r_L \cdot \mathbf{z}_T \right) \wedge (\mathbf{F}_L + \mathbf{N}_L) + \mathbf{M}_L + \mathbf{M}_R \\ &\quad + \mathbf{M}_s + -hF_{\text{ext}}(\varphi_r - \phi) \cdot \mathbf{x}_w\end{aligned}$$

En développant ces expressions, on obtient les équations suivantes :

$$\text{Equation longitudinale : } m_e \ddot{x} = F_{Rx} + F_{Lx} + N_{Rx} + N_{Lx} + F_{sx}$$

$$\text{Equation latérale : } m_e (\ddot{y} - r_0 \ddot{\varphi}_r) - (P_e + F_{\text{ext}}) \varphi_r = F_{Ry} + F_{Ly} + N_{Ry} + N_{Ly} + F_{sy}$$

$$\text{Equation verticale : } m_e \left(\ddot{z} + \frac{a_w}{2} \ddot{\varphi}_r \right) + (P_e + F_{\text{ext}}) \left(1 + \frac{v^2}{Rg} \varphi_r \right)$$

$$= F_{Rz} + F_{Lz} + N_{Rz} + N_{Lz} + F_{sz}$$

$$\text{Equation de mouvement de roulis : } I_x (\ddot{\phi} + \ddot{\varphi}_r) - I_y (\omega + \dot{\alpha}) \left(\psi - \frac{v}{R} \right) - hF_{\text{ext}}(\varphi_r - \phi)$$

$$= r_R (F_{Ry} + N_{Ry}) + r_L (F_{Ly} + N_{Ly}) + M_{Lx} + M_{Rx} + M_{sx}$$

(3.38)

$$+ \frac{a_w}{2} (F_{Lz} - F_{Rz} + N_{Lz} - N_{Rz})$$

$$\text{Equation de mouvement de lacet : } I_x \left(\ddot{\psi} - v \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{R} \right) \right) - I_y (\omega + \dot{\alpha}) (\dot{\phi} + \dot{\varphi}_r)$$

$$= \frac{a_w}{2} (F_{Rx} - F_{Lx}) + \frac{a_w}{2} \psi (F_{Ry} - F_{Ly} + N_{Ry} - N_{Ly}) + M_{Lz} + M_{Rz} + M_{sz}$$

$$\text{Equation de perturbation de roulement : } I_y \ddot{\alpha} = -r_R F_{Rx} - r_L F_{Lx} + M_{Ly} + M_{Ry} + M_{sy}$$

ce sont les équations de mouvement d'un essieu attaquant une courbe.

6- Equations de mouvement du bogie

On considère un bogie avec deux essieux (Figure 3.6). Les essieux sont liés au corps du bogie par la suspension primaire. De plus, le bogie est lié à la caisse par la suspension secondaire. Pour chaque essieu, 4 degrés de liberté sont considérés (latéral, vertical, roulis et lacet) et pour le corps du bogie, 5 degrés de liberté sont considérés (latéral, vertical, roulis, lacet et tangage).

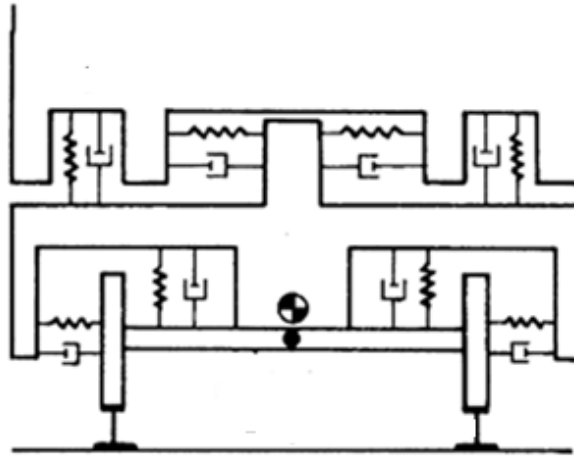


Figure 3.6 – Modèle du bogie [51]

Les vecteurs de déplacement des essieux et du corps du bogie sont donnés par :

$$\begin{cases} (U_{i \in [1,2]}^e) = (y_i^e, z_i^e, \Phi_i^e, \psi_i^e) \\ (U^b) = (y^b, z^b, \Phi^b, \zeta^b, \psi^b) \end{cases} \quad (3.39)$$

L'énergie cinétique du bogie peut s'exprimer par :

$$E_c = \frac{1}{2} (\dot{U}^b)^t [M] (\dot{U}^b) + \frac{1}{2} (\dot{U}_1^e)^t [M_1] (\dot{U}_1^e) + \frac{1}{2} (\dot{U}_2^e)^t [M_2] (\dot{U}_2^e) \quad (3.40)$$

où $[M]$, $[M_1]$ et $[M_2]$ sont les matrices de masse du corps de bogie, du premier et du deuxième essieu respectivement.

Pour calculer l'énergie potentielle, en introduisant des matrices $[T_i]$ qui dépendent uniquement des positions par rapport au centre de masse de l'essieu et de bogie et des vecteurs (d_i^r) des déplacements des rails, on définit [51] :

- (U) : le vecteur de déplacement relatif entre la caisse et le bogie : $(U) = [T_1](U^b)$.
- (U_1) et (U_2) : les vecteurs de déplacement relatif entre le bogie et le premier et le deuxième essieu respectivement : $(U_i) = [T_2](U_i^e) - [T_3](U^b)$.
- (U_1^r) et (U_2^r) : les vecteurs de déplacement relatif entre le premier et le deuxième essieu avec les rails respectivement : $(U_i^r) = -[T_4](U_i^e) - [T_5](d_i^r)$.

Ainsi, l'énergie potentielle peut s'écrire :

$$E_p = \frac{1}{2}(\mathbf{U})^t[\mathbf{K}_s](\mathbf{U}) + \frac{1}{2}(\mathbf{U}_1)^t[\mathbf{K}_p^1](\mathbf{U}_1) + \frac{1}{2}(\mathbf{U}_2)^t[\mathbf{K}_p^2](\mathbf{U}_2) + \frac{1}{2}(\mathbf{U}_1^r)^t[\mathbf{K}_r](\mathbf{U}_1^r) + \frac{1}{2}(\mathbf{U}_2^r)^t[\mathbf{K}_r](\mathbf{U}_2^r) \quad (3.41)$$

où $[\mathbf{K}_s]$, $[\mathbf{K}_p^1]$, $[\mathbf{K}_p^2]$ et $[\mathbf{K}_r]$ sont les matrices de rigidité de la seconde suspension, de la première suspension du premier essieu, de la première suspension du deuxième essieu, et de la structure de la voie respectivement.

Ensuite l'énergie de dissipation peut s'écrire :

$$E_d = \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}})^t[\mathbf{C}_s](\dot{\mathbf{U}}) + \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}}_1)^t[\mathbf{C}_p^1](\dot{\mathbf{U}}_1) + \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}}_2)^t[\mathbf{C}_p^2](\dot{\mathbf{U}}_2) + \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}}_1^r)^t[\mathbf{C}_r](\dot{\mathbf{U}}_1^r) + \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{U}}_2^r)^t[\mathbf{C}_r](\dot{\mathbf{U}}_2^r) \quad (3.42)$$

où $[\mathbf{C}_s]$, $[\mathbf{C}_p^1]$, $[\mathbf{C}_p^2]$ et $[\mathbf{C}_r]$ sont les matrices d'amortissement, de la seconde suspension, de la première suspension du premier essieu, de la première suspension du deuxième essieu, et de la structure de la voie respectivement.

Si on considère le vecteur des coordonnées généralisées (q) suivant :

$$(q) = \begin{bmatrix} (\mathbf{U}) \\ (\mathbf{U}_1) \\ (\mathbf{U}_2) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

On détermine les équations de mouvement à partir de l'équation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial E_c}{\partial q} + \frac{\partial E_p}{\partial q} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}} = \mathbf{F} \quad (3.44)$$

avec $\mathbf{F} = (F_i)$ et F_i la force équivalente au déplacement q_i .

En développant l'équation (3.44), on obtient l'équation de mouvement du bogie :

$$[\mathbf{M}_b](\ddot{q}) + [\mathbf{C}_b](\dot{q}) + [\mathbf{K}_b](q) = \mathbf{F} \quad (3.45)$$

où $[\mathbf{M}_b]$, $[\mathbf{C}_b]$, $[\mathbf{K}_b]$ sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du bogie respectivement.

Conclusion

Dans ce chapitre, on a détaillé les équations de mouvement de l'essieu en alignement et en courbe, puis les équations de mouvement du bogie.

Sachant qu'un train se compose généralement de plusieurs véhicules, que chaque véhicule a généralement une caisse et deux bogies et que chaque bogie a généralement deux essieux, on peut déduire à partir des équations développées précédemment les équations de mouvement général du train. Ces équations permettront ainsi de déterminer le comportement dynamique global du train lors de sa circulation sur une voie.

Pendant le développement des équations de mouvement, on a été amené à déterminer les efforts de contact en utilisant les théories déjà présentées dans le chapitre 2. En effet, les efforts dans le plan du contact roue-rail font intervenir des pseudo-glissements qui décrivent la cinématique de la roue en contact avec le rail.

Les codes de calcul de la dynamique des systèmes ferroviaires (SIMPACK, VOCO, VAMPIRE, VI RAIL .etc.) utilisent les équations développées dans ce chapitre pour l'étude de dynamique multi-corps des systèmes ferroviaires. On verra dans les chapitres suivants, les modèles multi-corps d'un train circulant sur une voie sous SIMPACK. De plus, comme nous le verrons dans le prochain chapitre, les efforts équivalents aux suspensions, dépendent de leurs modélisations.

Chapitre 4 :

Modélisation multi-corps du ZTER

Dans ce chapitre, une modélisation multi-corps d'un véhicule ferroviaire est réalisée. Le véhicule modélisé à titre d'exemple est un ZTER circulant sur une voie en alignement et en courbe parfaite sans défauts de la géométrie de la voie. Ce modèle sera utilisé par la suite pour calculer les efforts d'interaction véhicule-voie.

1- Modélisation du Véhicule ZTER

La rame Z 21500, surnommée ZTER (Figure 4.1), est une automotrice électrique à trois caisses dédiée au service des trains express régionaux TER de la SNCF ; elle a été construite par ALSTOM et BOMBARDIER et livrée à la SNCF entre 2002 et 2004. Actuellement elle est exploitée dans les régions Bretagne, Centre Val de Loire et Pays de la Loire. Elle a la particularité par rapport aux autres TER d'avoir la capacité de circuler à 200 km/h, ce qui lui permet de circuler sur les lignes à grandes vitesses.

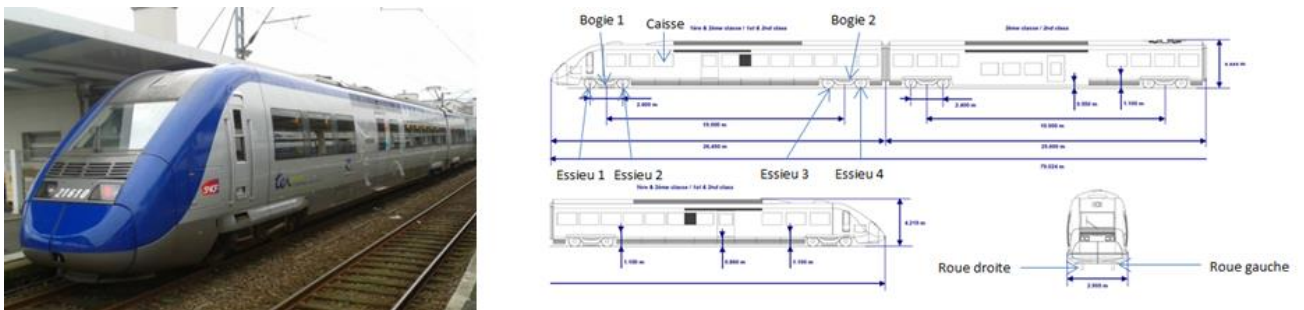


Figure 4.1 – Rame ZTER : ses dimensions et nomination des composants de la motrice
[<http://fbrisou.free.fr/RAIL21/FicheZ21500.pdf>]

Pour la suite de l'étude, le logiciel de dynamique multi-corps SIMPACK [52] est utilisé et seule la voiture de tête est modélisée. Comme indiqué sur la figure 4.1, on retrouve, de gauche à droite, les composants suivants de la voiture de tête : caisse, bogie 1, bogie 2, essieu 1, essieu 2, essieu 3 et essieu 4. Dans la suite de l'étude, les roues de chaque essieu seront nommées : roue droite et roue gauche.

1.1- Modélisation des essieux en contact avec les rails

La première étape consiste à modéliser les essieux. Pour cela, on réalise un axe :

cylindre de diamètre 180 mm et de longueur 2000 mm (Figure 4.2). Pour le profil des deux roues, le profil standard *S 1002* (Figure 4.3) a été retenu. L'essieu est centré sur les rails pour avoir le rayon d'équilibre des deux côtés des rails, ce rayon est de 460 mm . Les deux roues sont positionnées de part et d'autre de la ligne centrale de la voie à une distance de 750 mm .

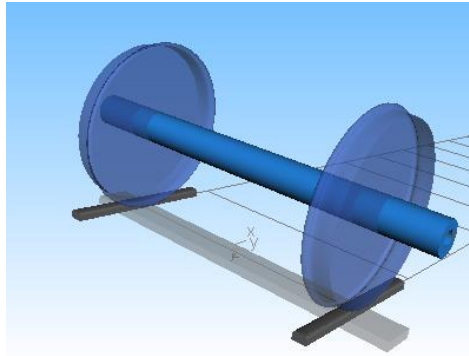


Figure 4.2 – Modélisation de l'essieu sous SIMPACK

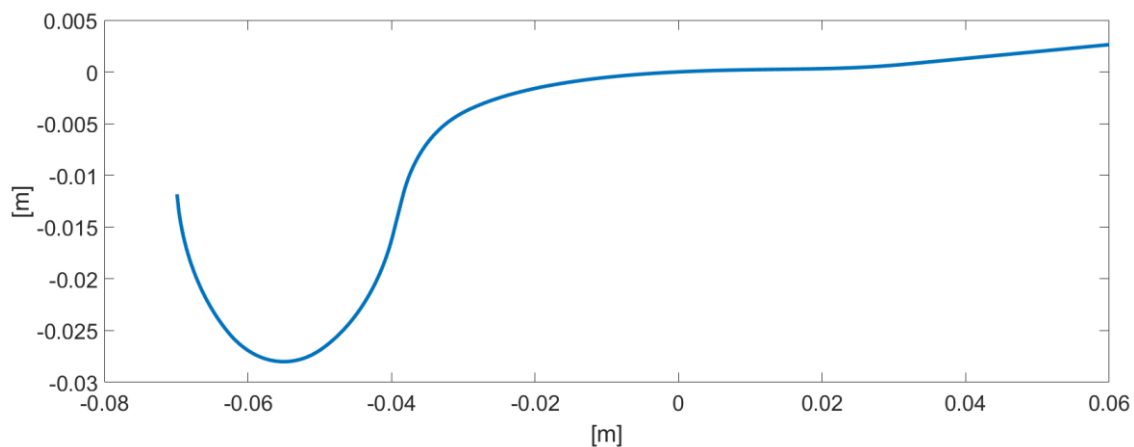


Figure 4.3 – Profil *S 1002* de la roue

Pour construire le modèle du véhicule, il faut renseigner les caractéristiques de masse de chaque essieu en définissant pour chacun d'eux : la masse et les trois moments d'inertie principaux par rapport aux axes passant par son centre de gravité.

Ensuite, on définit les rails et les traverses. Les rails ont un profil standard de type *UIC 60* (Figure 4.4) et sont positionnés de part et d'autre de la ligne centrale de la voie, à une distance de 750 mm . Le rail gauche est incliné de $1:20$ alors que le rail droit est incliné de $-1:20$ par rapport à l'axe longitudinal. Ces inclinaisons permettent d'assurer un meilleur contact entre la roue et le rail en compensant la conicité de la roue.

Les traverses sont modélisées par des parallélépipèdes de dimensions $200\text{ mm} \times 2000\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ qui suivent le déplacement longitudinal des essieux. Il faut noter que

sur SIMPACK, la distribution des traverses est continue sans espace entre elles, ce qui n'est pas le cas en réalité. Il est cependant possible de représenter l'espacement des traverses dans SIMPACK lorsqu'on utilise une voie flexible comme nous le verrons dans le prochain chapitre.

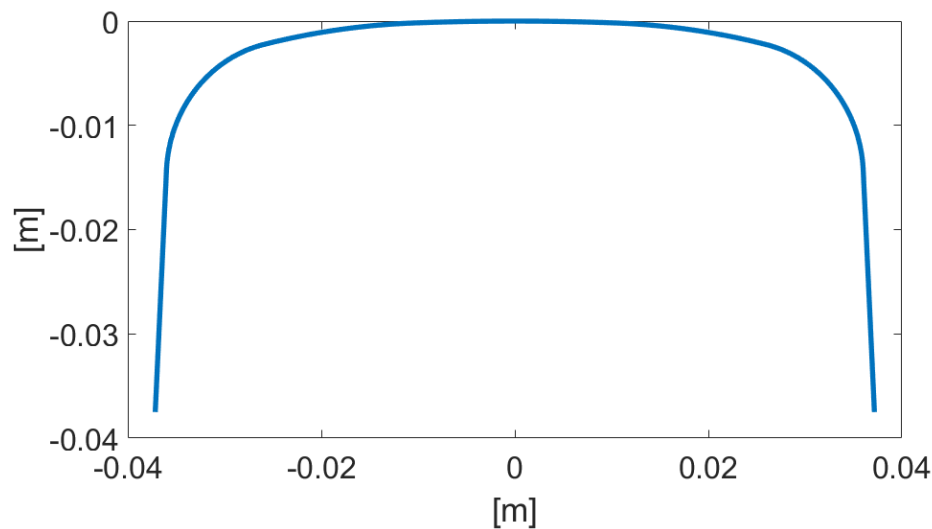


Figure 4.4 – Profil UIC 60 du rail

Le comportement normal du contact est modélisé par la théorie de Hertz (Equations 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 et 2.6) et le comportement tangentiel par l'algorithme FASTSIM (Equation 2.37), avec un coefficient de frottement de $0,3$. Le matériau au niveau du contact a un comportement élastique linéaire avec un module de Young de 210 GPa et un coefficient de Poisson de $0,28$.

Pour représenter les semelles dans ce premier modèle, l'hypothèse des semelles rigides a été retenue. Le rail est ainsi supposé être rigidement lié aux traverses (on traitera le cas des semelles flexibles en utilisant la voie flexible dans le prochain chapitre). Les traverses sont liées au sol par des ressorts et des amortisseurs modélisant le ballast.

1.2- Modélisation des bogies et du véhicule

Le bogie est constitué de 6 pièces : le corps du bogie, un traversin et 4 guides d'essieu (Figure 4.5). Les guides d'essieu sont équipés de roulements et permettent de guider en rotation les essieux, ils sont liés au corps du bogie par la première suspension. Cette dernière sera modélisée par deux liaisons de part et d'autre du guide d'essieu désignées par liaison 1 et liaison 2 en figure 4.5. La deuxième suspension est la liaison qui lie le traversin au corps du bogie.

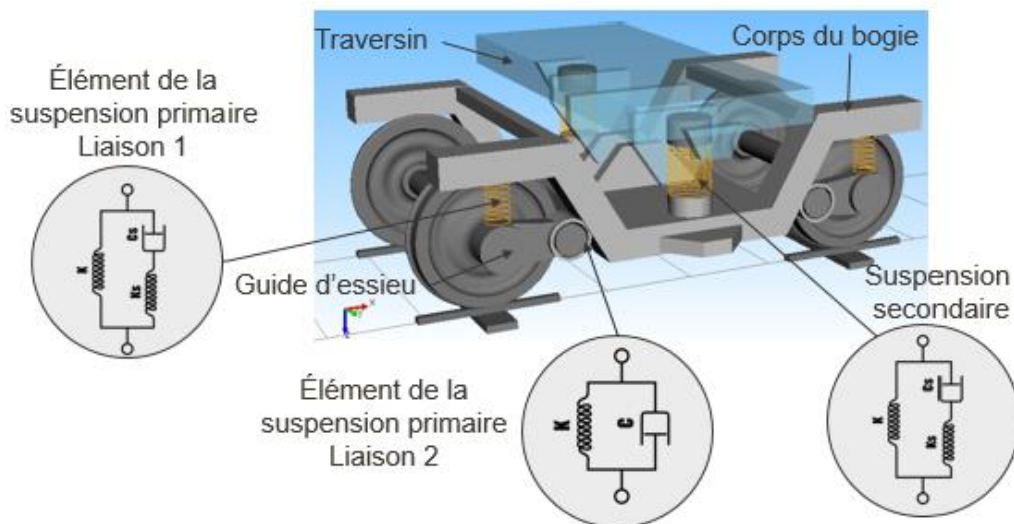


Figure 4.5 – Modélisation du bogie sous SIMPACK

Après la modélisation des essieux et des bogies, on peut modéliser le véhicule complet en intégrant la caisse (Figure 4.6). Cette dernière est liée par des liaisons rigides aux deux traversins.

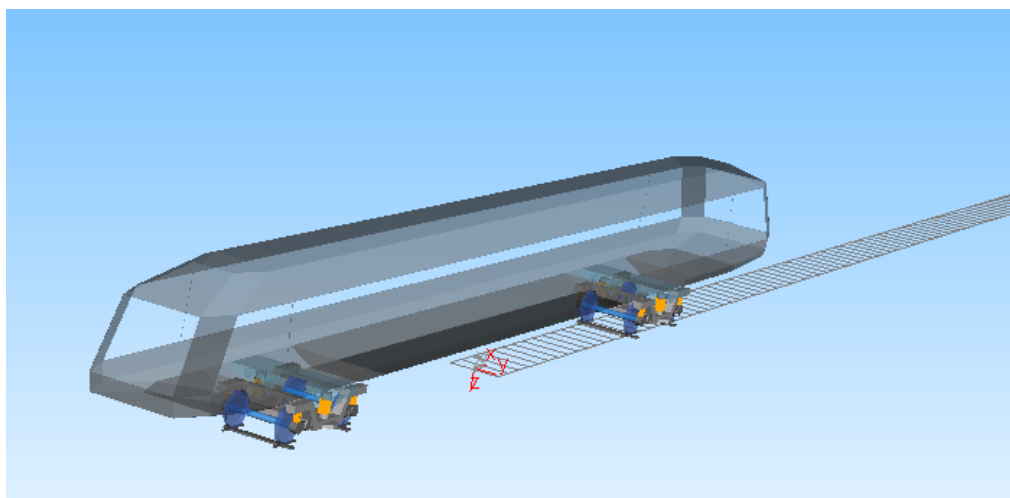


Figure 4.6 – Modélisation du véhicule complet sous SIMPACK

Pour réaliser une première simulation, on considère une voie en alignement de longueur 1 km , on définit la gravité 9.81 m.s^{-2} suivant l'axe z , celui-ci étant orienté vers le bas sur SIMPACK. On effectue également un pré-chargement pour équilibrer le système et déterminer le chargement initial de tous les éléments et on définit une vitesse de 100 km/h et un temps de calcul de 36 s pour simuler le roulement sur le 1 km de voie.

2- Analyse des résultats

Une fois le calcul effectué, on peut visualiser la circulation du train sur la voie. On

peut également voir l'évolution des déplacements, des vitesses et des accélérations ainsi que les efforts et les modes de vibration de la caisse, des bogies et des essieux et leurs fréquences propres.

2.1- Modes de vibration du véhicule et leurs fréquences propres

Le véhicule vibre suivant 94 modes de vibration au total, équivalent à son nombre de degrés de liberté, avec des fréquences propres allant de 0,3 Hz pour le premier mode à 613 Hz pour le dernier mode. Les très basses fréquences (entre 0,3 Hz et 1,3 Hz) correspondent aux modes de vibration de la caisse. Les figures 4.7 et 4.8 illustrent le mode de vibration verticale (0,92 Hz) et celui de tangage (1,15 Hz) de la caisse.

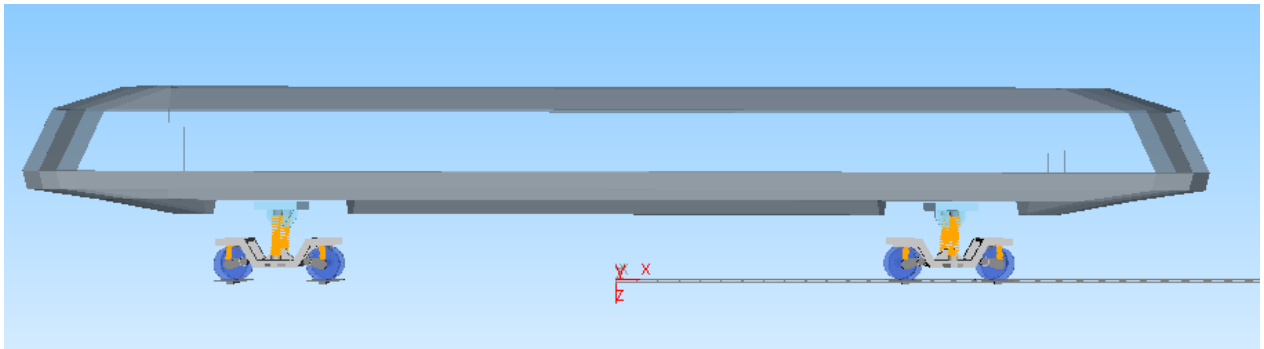


Figure 4.7 – Mode de vibration verticale de la caisse

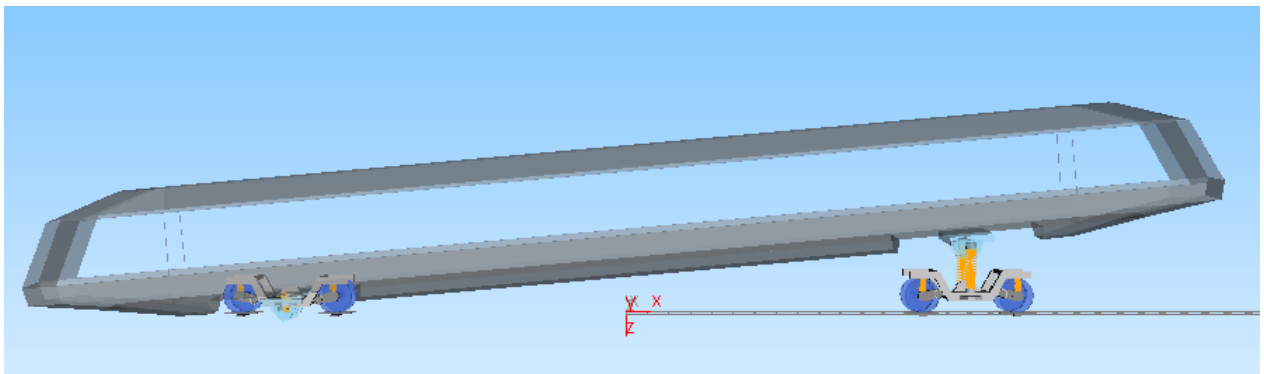


Figure 4.8 – Mode de vibration de tangage de la caisse

Les autres modes correspondent à la vibration des bogies et des essieux. La figure 4.9 montre le mode de vibration du roulis de l'essieu (64 Hz). Les plus hautes fréquences (vers 600 Hz) correspondent aux déplacements verticaux des traverses (Figure 4.10).

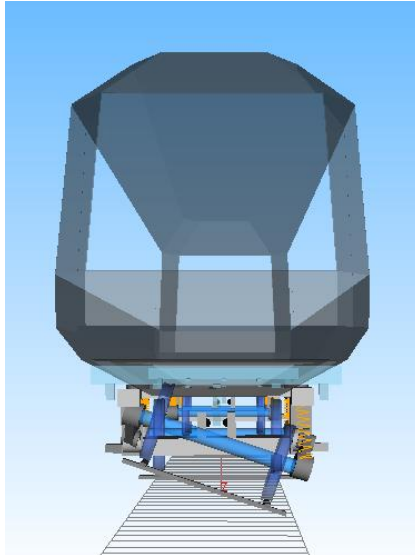


Figure 4.9 – Mode de vibration du roulis de l’essieu

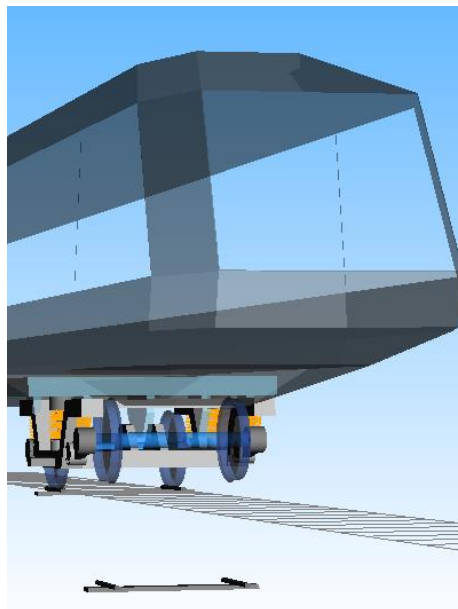


Figure 4.10 – Mode de vibration verticale des traverses

2.2- Analyse des efforts d’interaction véhicule-voie

Dans ce paragraphe, on analyse l’évolution des efforts verticaux aux roues (Figure 4.11 (a)). Puisque la voie est en alignement et sans défauts, ces efforts restent constants et de même valeur des deux côtés de l’essieu. Sachant que les essieux 2 et 3 sont plus lourds que les essieux 1 et 4, et que le bogie avant est plus lourd que le bogie arrière, l’essieu le plus chargé est par conséquent l’essieu 2 avec un effort vertical de 71308 N , et le moins chargé est l’essieu 4 avec un effort vertical de 68620 N .

Si on observe l’évolution des efforts latéraux aux roues (Figure 4.11 (b)), on constate qu’ils sont faibles, constants et presque de la même valeur absolue pour toutes

les roues, l'ordre de ces efforts est d'environ $\pm 160 N$.

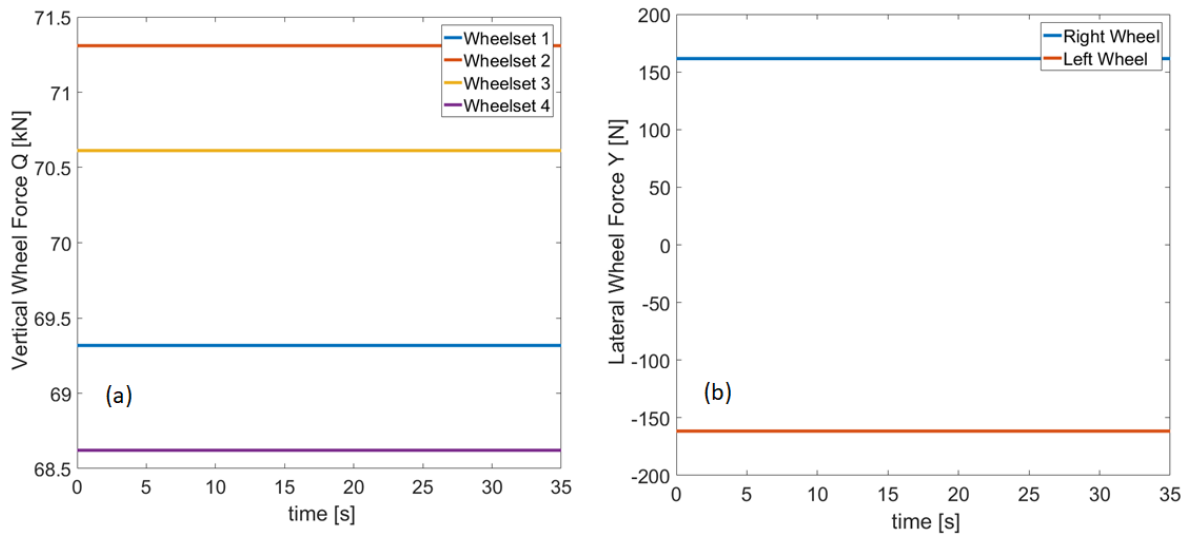


Figure 4.11 – Efforts verticaux et latéraux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER pour une voie en alignement et sans défauts

Ce premier modèle constitué entièrement de corps rigides ne rend pas compte de l'effet de la rotation et de la déformation de l'essieu. Les forces de contact sont directement liées au poids du véhicule, ce qui entraîne des valeurs importantes d'efforts verticaux tandis que les efforts latéraux restent négligeables.

3- Simulation du roulement du véhicule ZTER en courbe

Dans ce paragraphe, on analyse le roulement du véhicule ZTER sur une voie en courbe. Le choix a été porté sur deux virages : le premier virage est une courbe serrée de rayon 250 m, et le second virage est une courbe large de rayon 600 m. En appliquant l'équation (1.19), on choisit un dévers de 75 mm pour le rayon de 250 m, et un dévers de 160 mm pour le rayon de 600 m. En choisissant une vitesse de 100 km/h pour les deux rayons, on s'assure que la relation (1.22) est vérifiée et qu'il est possible de circuler sur les deux courbes à cette vitesse.

La voie, dans les deux cas est de longueur totale 1 km et se compose de 5 parties (Figure 4.12) :

- Alignement de longueur 200 m ;
- Clothoïde de longueur 200 m, qui permet de faire la transition entre l'alignement et la courbe. Le rayon de courbure croîtra linéairement de 0 à 250 m (ou 600 m) et le dévers de 0 à 75 mm (ou 160 mm) ;

- Courbe de longueur 200 m avec un rayon constant de 250 m (ou 600 m) et un dévers constant de 75 mm (ou 160 mm) ;
- Clothoïde de longueur de 200 m avec un rayon décroissant linéairement de 250 m (ou 600 m) à 0 , et un dévers décroissant de 75 mm (ou 160 mm) à 0 ;
- Alignement de longueur de 200 m .

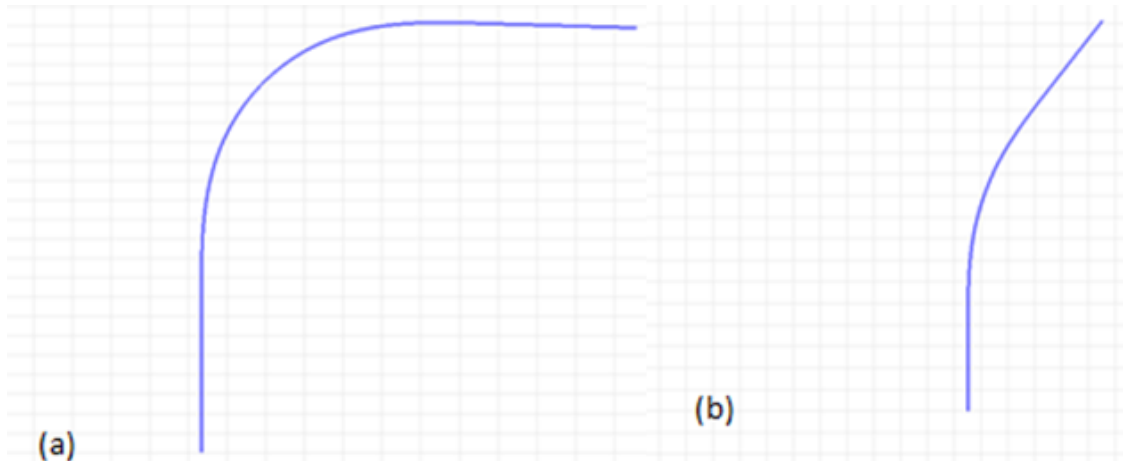


Figure 4.12 – Tracé de la voie avec des courbes de rayon (a) 250 m (b) 600 m

3.1- Courbe de rayon 250 m

En observant l'évolution des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail (Figure 4.13), on voit que l'effort vertical reste constant dans la première partie en alignement de la voie. Dans le clothoïde, il augmente pour les roues gauches et diminue pour les roues droites avant d'atteindre un palier en courbe. Dans le deuxième clothoïde, il diminue pour les roues gauches et augmente pour les roues droites jusqu'à retrouver la valeur initiale.

Si l'on observe l'effort latéral que les roues exercent sur les rails (Figure 4.14), on constate qu'il est négligeable dans les parties en alignement de la voie. En courbe, il est du même signe pour les essieux 2 et 4 et de signe opposé pour les essieux 1 et 3 . On constate également que les essieux 1 et 3 reprennent plus d'efforts en courbe que les essieux 2 et 4 .

La courbe est un virage vers la droite avec un dévers et insuffisance du dévers, les forces centrifuges tendent à faire sortir les essieux de la voie par le côté gauche, ce qui explique le chargement important des roues gauches par rapport aux roues droites.

Les essieux 1 et 3 attaquent la courbe en premier, ce qui permet de pousser les rails et de réorienter le bogie et les essieux 2 et 4 , ces essieux seront alors moins chargés que

les essieux 1 et 3. Les roues droites des essieux 2 et 4 tendent à se décoller du rail ce qui explique le changement de signe de l'effort latéral.

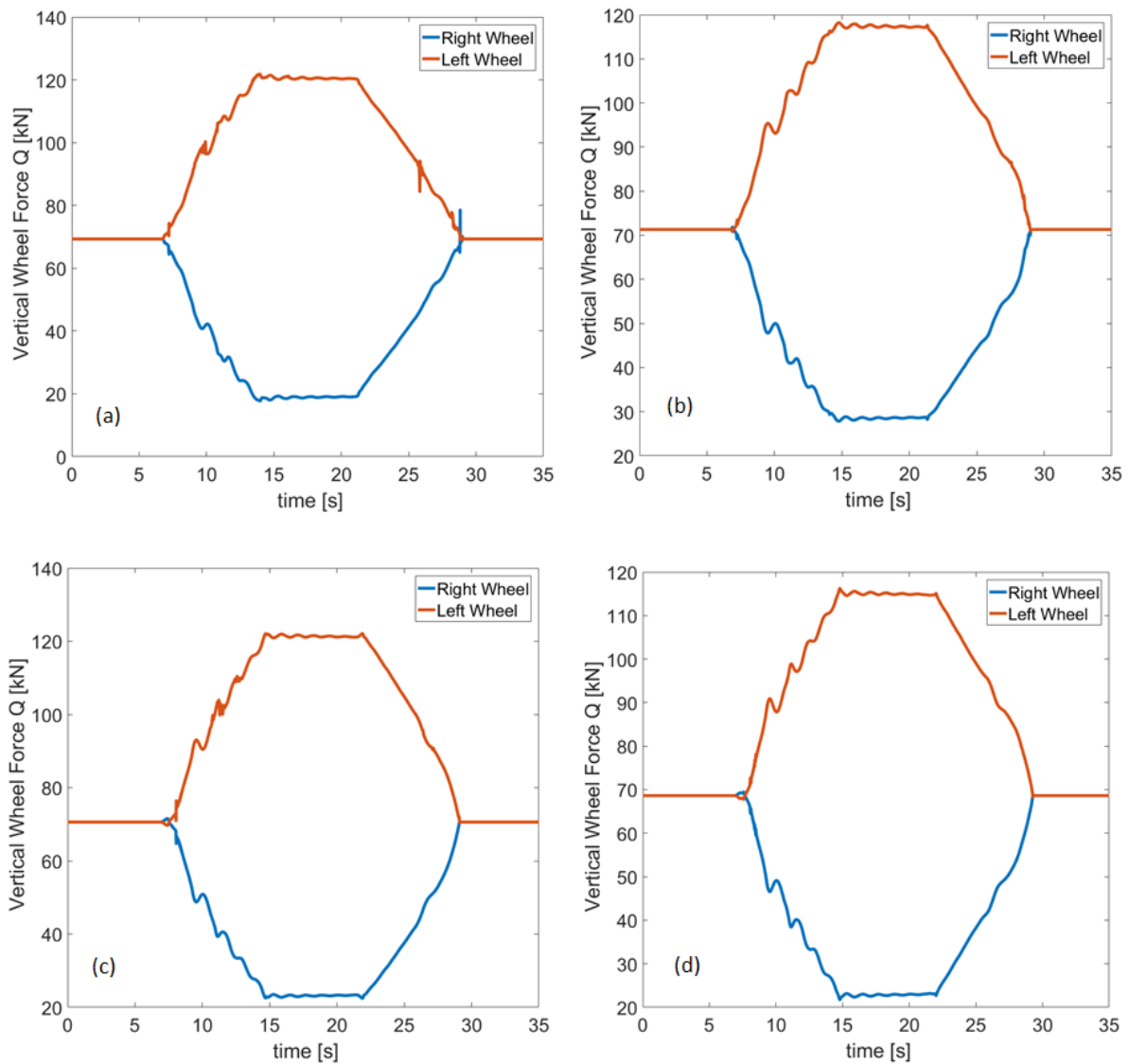


Figure 4.13 – Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER pour une voie en courbe de rayon 250 m (a) Essieu 1 (b) Essieu 2 (c) Essieu 3 (d) Essieu 4

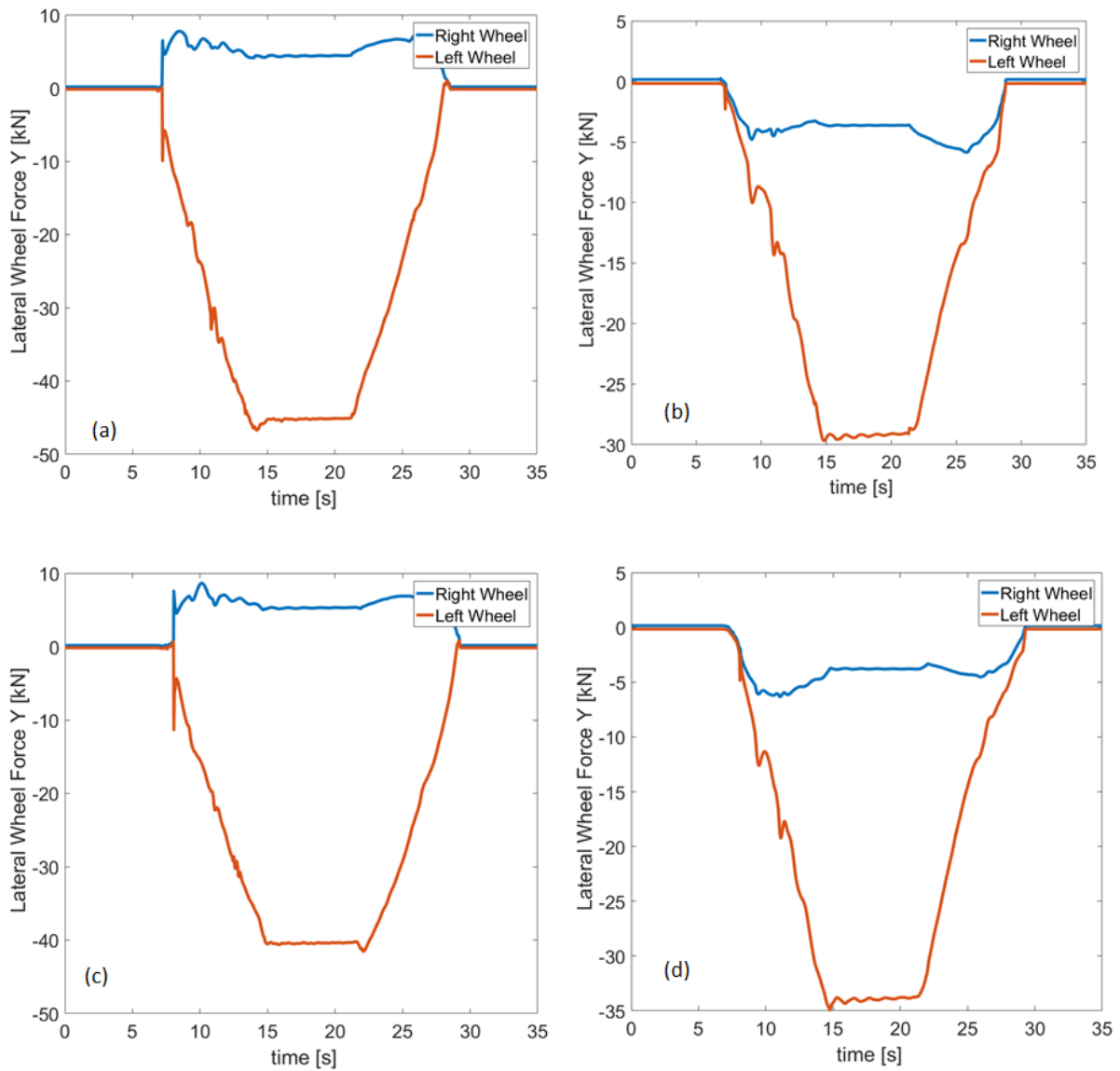


Figure 4.14 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER pour une voie en courbe de rayon 250 m (a) Essieu 1 (b) Essieu 2 (c) Essieu 3 (d) Essieu 4

3.2- Courbe de rayon 600 m

En observant l'évolution des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail pour la courbe de rayon 600 m (Figure 4.15), on constate qu'ils sont moins élevés par rapport aux efforts calculés pour le cas de la courbe de rayon 250 m (Figure 4.13).

Si on observe les efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail pour la courbe de rayon 600 m (Figure 4.16), on remarque qu'ils se rééquilibrent des deux côtés et qu'ils sont en valeur absolue inférieurs à ceux observés dans le cas de la courbe de rayon 250 m.

En augmentant le rayon, les accélérations centrifuges diminuent (Equation 1.16), ce qui permet de rééquilibrer les chargements entre les roues droites et gauches.

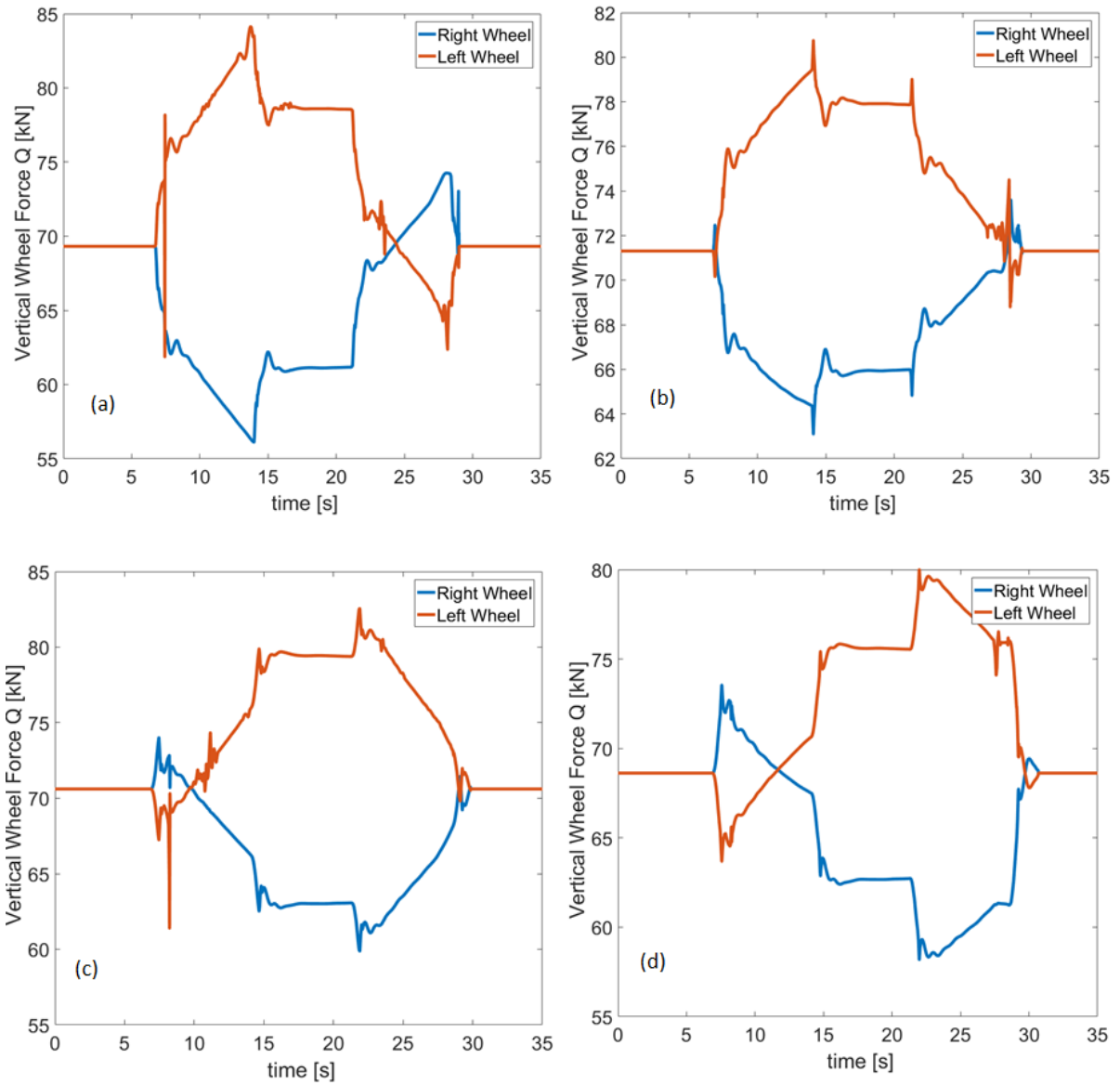


Figure 4.15 – Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER pour une voie en courbe de rayon 600 m (a) Essieu 1 (b) Essieu 2 (c) Essieu 3 (d) Essieu 4

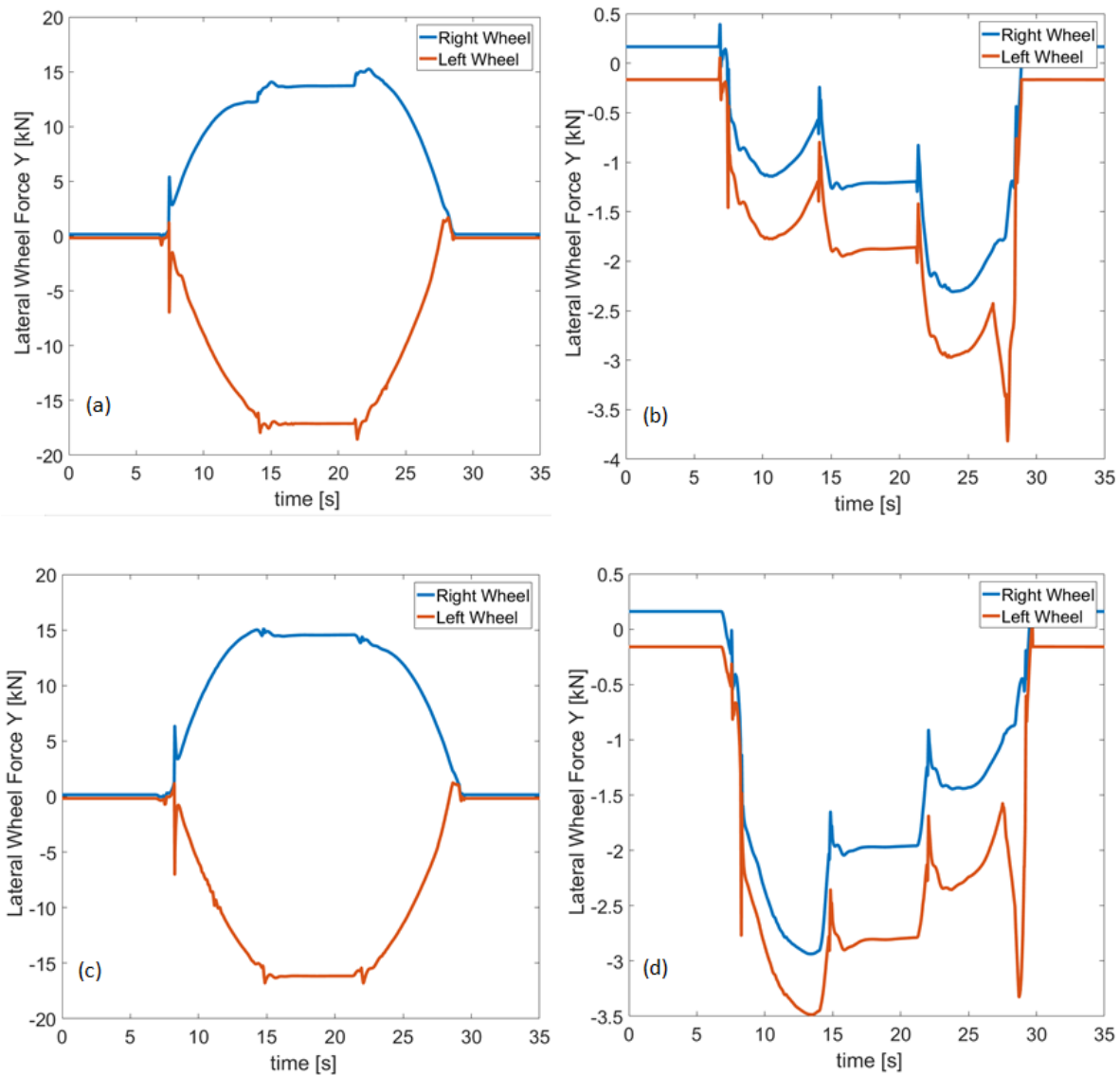


Figure 4.16 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER pour une voie en courbe de rayon 600 m (a) Essieu 1 (b) Essieu 2 (c) Essieu 3 (d) Essieu 4

3.3- Analyse spectrale des efforts en courbe

En analysant les spectres des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu en plein courbe pour les courbes de rayon 250 m et 600 m, on remarque que ces spectres présentent un pic à une fréquence de 0,8 Hz (Figure 4.17). Cette fréquence correspond à la fréquence de mouvement de lacet des essieux ; on peut le vérifier en utilisant la formule de Klingel (Equation 1.9) corrigée par le multiplicateur de Heumann (Equation 1.10), en considérant une distance qui sépare les deux essieux d'un bogie de 2,6 m.

En augmentant le rayon de la courbe, l'amplitude de mouvement de lacet des essieux en plein courbe diminue.

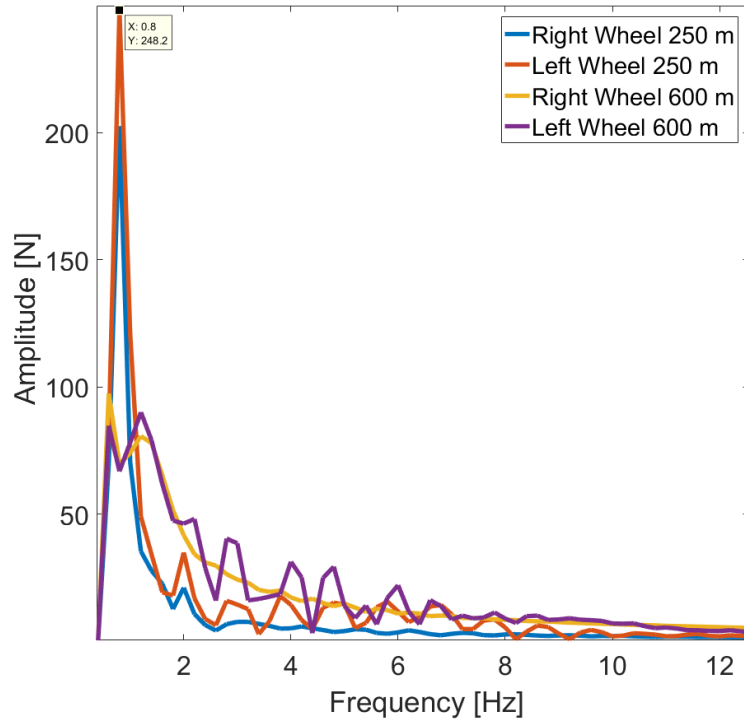


Figure 4.17 – Spectres des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu en plein courbe pour les deux courbes de rayon 250 m et 600 m

Conclusion

Dans ce chapitre, on a développé un modèle multi-corps sous SIMPACK du véhicule ZTER. Ce modèle permet d'étudier le comportement dynamique du véhicule lors de sa circulation sur une voie en alignement et en courbe. Deux exemples de courbes ont été analysés : une courbe serrée avec un rayon de 250 m et une courbe large avec un rayon de 600 m. Le choix de ces rayons est pour vérifier le comportement du véhicule pour deux cas de courbes, une courbe serrée et une courbe large.

Le véhicule présente 94 modes de vibration en total avec des fréquences propres allant de 0,3 Hz pour le premier mode à 613 Hz pour le dernier mode. Les basses fréquences correspondent aux modes de vibration de la caisse, alors que les autres modes correspondent à la vibration des bogies et des essieux.

En passant de l'alignement à une courbe à droite de rayon 250 m, l'effort vertical au niveau du contact roue-rail diminue pour la roue droite et augmente pour la roue gauche, et l'effort latéral augmente en valeur absolue pour les deux roues, mais il est plus important pour la roue gauche. Dans une courbe avec un dévers et une insuffisance de dévers, les effets centrifuges tendent à pousser l'essieu contre le rail extérieur et à le décoller du rail intérieur. Le rail extérieur est alors plus sollicité. Pour une courbe de rayon 600 m, on réduit les sollicitations sur le rail extérieur en rééquilibrant les

chargements entre les deux rails.

En courbe serrée, le mouvement de lacet des essieux est plus important, ce qui peut affecter la stabilité du véhicule, la sécurité et le confort des voyageurs. En augmentant le rayon, l'amplitude de mouvement de lacet diminue. Ces résultats sont cohérents avec la théorie présentée dans le chapitre 1.

Compte tenu des différents résultats obtenus, on déduit qu'il est préférable d'augmenter au maximum le rayon des courbes, permettant ainsi de réduire d'une manière importante les sollicitations sur le rail extérieur et d'augmenter sa durée de vie et de réduire les mouvements de lacet des essieux. De plus, une courbe de grand rayon peut être attaquée avec une vitesse plus grande.

Les résultats décrits précédemment sont obtenus à l'aide d'un modèle composé d'éléments supposés rigides. Ceci constitue une hypothèse assez forte qui peut affecter les prédictions des spectres des efforts d'interaction véhicule-voie. Pour examiner l'influence d'une telle hypothèse, des éléments flexibles seront introduits dans le modèle. Le chapitre qui suit est ainsi dédié à l'intégration des essieux flexibles et des rails flexibles dans le modèle ZTER.

Chapitre 5 :

Essieux et voie flexibles

Dans ce chapitre, on poursuit le développement du modèle du véhicule ZTER décrit dans le chapitre précédent en intégrant les essieux flexibles et la voie avec des rails flexibles. Cette intégration se fait par un couplage éléments finis-dynamique multi-corps, afin d'améliorer la modélisation du véhicule et de la voie et d'affiner la prédiction des spectres d'efforts d'interaction véhicule-voie.

1- Méthodologie d'intégration des éléments flexibles dans le modèle multi-corps

Pour intégrer des éléments flexibles dans un modèle multi-corps du véhicule et de la voie, on réalise un modèle éléments finis de l'élément flexible. Ce modèle contient : la géométrie de l'élément flexible, les caractéristiques de son matériau, son maillage et ses conditions aux limites (Figure 5.1). Le nombre de degrés de liberté du modèle éléments finis est généralement très élevé, il est donc nécessaire de le réduire en n'en retenant qu'un nombre limité afin de réduire les temps de calcul du modèle multi-corps avec des corps flexibles. Cette réduction est possible grâce aux méthodes de sous-structuration qu'on expliquera dans le paragraphe suivant. Après cette phase de réduction, le modèle éléments finis réduit est intégré au reste du modèle multi-corps via les nœuds d'interfaces.

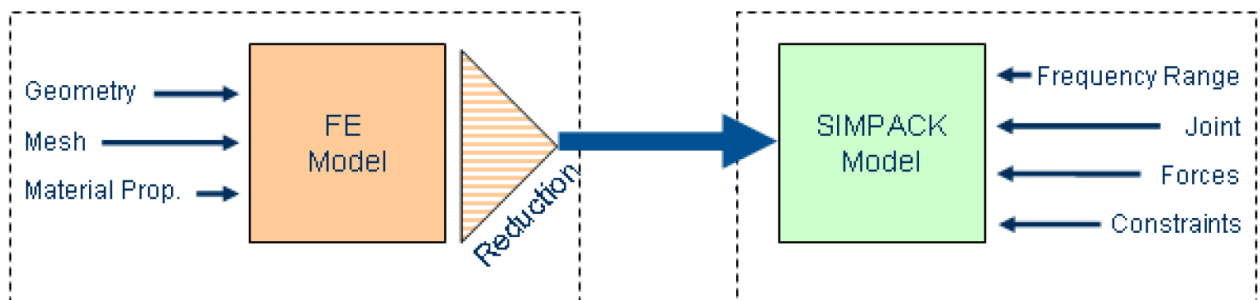


Figure 5.1 – Méthodologie d'intégration des éléments flexibles dans le modèle multi-corps [52]

2- Réduction de modèle

Pour l'étude de la dynamique des structures et des systèmes mécaniques, on utilise

souvent des modèles éléments finis afin d'évaluer la déformation d'une pièce mécanique ou d'une structure. Ces modèles peuvent être composés de milliers voire de millions de degrés de liberté. La résolution d'un problème dynamique avec ce type de modèles requiert des temps de calcul trop longs. Pour maintenir des temps de calcul raisonnables, on peut recourir à un maillage grossier du modèle et ainsi réduire le nombre de degrés de liberté mais au prix d'une dégradation de la qualité des prédictions. Une autre alternative consiste à recourir à des techniques de remaillage sur la base d'estimation d'erreur mais cette approche nécessite une bonne expertise et peut également s'avérer coûteuse en temps de calcul.

Une approche plus élégante serait de réduire le nombre de degrés de liberté tout en utilisant un maillage fin. De telles méthodes existent et sont connues sous le nom de méthodes de sous-structuration ou de construction de super-élément.

2.1- Méthodes de sous-structuration

En absence d'amortissement, la discrétisation spatiale d'un problème d'équilibre dynamique conduit au système d'équations suivant :

$$[M](\ddot{u}) + [K](u) = (F) \quad (5.1)$$

avec (u) le vecteur déplacement (les degrés de liberté du modèle éléments finis), $[M]$ et $[K]$ les matrices de masse et de rigidité respectivement et (F) le vecteur sollicitation.

Les degrés de liberté du modèle éléments finis peuvent être classés en deux catégories :

- Degrés de liberté d'interface : il s'agit des degrés de liberté où des chargements ou des conditions aux limites cinématiques sont appliqués.
- Degrés de liberté internes : il s'agit des degrés de liberté qui ne sont pas concernés par des conditions aux limites.

Lors de la réduction de modèle, seuls les degrés de liberté d'interface sont conservés, et les nœuds correspondant permettent de lier le modèle réduit au reste du modèle multi-corps.

En séparant les deux types de degrés de liberté, l'équation (5.1) peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bi} \\ M_{ib} & M_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_i \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_b \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

avec u_b et u_i les degrés de liberté d'interfaces et internes respectivement.

L'idée est de prédire le comportement dynamique du modèle éléments finis en ne prenant en considération que les degrés de liberté d'interfaces, dont le nombre est généralement très limité comparativement au nombre de degrés de liberté total. Pour ce faire, on considère une matrice de passage $[P]$ dont les colonnes sont la base de réduction :

$$\begin{pmatrix} u_b \\ u_i \end{pmatrix} = [P](u_b) \quad (5.3)$$

En combinant l'équation (5.3) et l'équation (5.2) et en multipliant par le transposé de la matrice $[P]$, on obtient l'équation (5.4), qui traduit l'équilibre du modèle réduit.

$$[P]^T \begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bi} \\ M_{ib} & M_{ii} \end{bmatrix} [P](\ddot{u}_b) + [P]^T \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} [P](u_b) = [P]^T \begin{pmatrix} F_b \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Le choix de la base de réduction est important pour construire un modèle réduit dont le comportement est représentatif de celui du modèle éléments finis. Il faut s'assurer que la base de réduction représente bien la force des liaisons du modèle éléments finis avec les autres composants du modèle multi-corps. On inclut généralement dans la base de réduction des modes statiques qui représentent les déformations statiques causées par les autres composants du modèle multi-corps. Pour déterminer ces modes, on considère que le problème est statique ce qui permet de simplifier l'équation (5.2) par :

$$\begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_b \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

On aura alors :

$$u_i = -K_{ii}^{-1} K_{ib} u_b \quad (5.6)$$

La base de réduction est ainsi donnée par :

$$\begin{pmatrix} u_b \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ii}^{-1} K_{ib} \end{bmatrix} (u_b) \quad (5.7)$$

avec I la matrice identité. Cette méthode est connue sous le nom de la méthode de Guyan

[24].

On remarque que les modes statiques sont les déformations statiques du modèle éléments finis qui résultent d'un déplacement unitaire imposé à l'un des degrés de liberté d'interface alors que les autres degrés de liberté d'interface sont imposés nuls et aucune force n'est appliquée aux degrés de liberté internes. Pour illustrer la construction des modes statiques, on considère le cas simple d'une poutre discrétisée à l'aide de 11 éléments, 12 nœuds et 2 degrés de liberté par nœud (Figure 5.2). Deux nœuds d'interfaces et 10 nœuds internes sont considérés (4 degrés de liberté d'interfaces et 20 degrés de liberté internes). Le problème ayant 4 degrés de liberté d'interface, on doit construire 4 modes statiques [54].

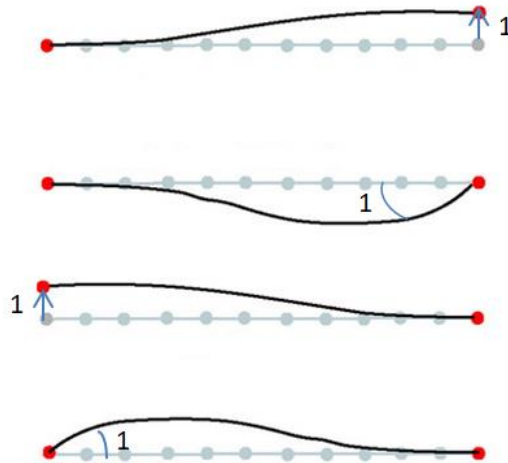


Figure 5.2 – Illustration des modes statiques dans le cas d'une poutre

La méthode de Guyan souffre de certaines limites quant à la précision du modèle réduit généré. En effet, celle-ci décrit difficilement les phénomènes dynamiques car le modèle est réduit en utilisant une base statique uniquement. Pour pallier à cette limitation, la méthode de Craig-Bampton [53] améliore la méthode de Guyan en ajoutant des modes dynamiques à la base statique. Ces modes dynamiques sont calculés à partir d'un modèle avec des degrés de liberté d'interfaces fixes. Dans ce cas l'équation (5.2) devient :

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bi} \\ M_{ib} & M_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \ddot{u}_i \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_b \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

De l'équation (5.8), on peut déduire :

$$M_{ii}\ddot{u}_i + K_{ii}u_i = 0 \quad (5.9)$$

Le calcul des modes dynamiques se fait par la résolution du problème aux valeurs propres donné par :

$$(K_{ii} - \omega_p^2 M_{ii})\Phi_p = 0 \quad (5.10)$$

où ω_p sont les pulsations propres associées aux modes propres Φ_p . On obtient ainsi la base de réduction en considérant des coordonnées généralisées q_g :

$$\begin{pmatrix} u_b \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -K_{ii}^{-1}K_{ib} & \Phi_p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ q_g \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Les modes à interfaces fixes pour le cas de la poutre simple, décrit précédemment, sont illustrés dans la figure 5.3 :

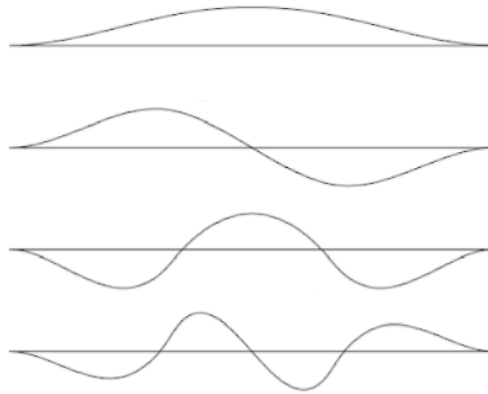


Figure 5.3 – Illustration des modes à interfaces fixes dans le cas d'une poutre [54]

Une seconde alternative à la méthode de Guyan consiste à considérer des modes propres à interfaces libres au lieu des modes propres à interfaces fixes [55], ce qui permet de déterminer les modes de vibration libres de la structure ; pour cela, l'équation (5.2) s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bi} \\ M_{ib} & M_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_i \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_b \\ u_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

Le calcul des modes propres à interfaces libres se fait par la résolution du problème aux valeurs propres donné par :

$$\left(\begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} - \omega_p^2 \begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bi} \\ M_{ib} & M_{ii} \end{bmatrix} \right) \Phi_p = 0 \quad (5.13)$$

Les modes à interfaces libres pour le cas de la poutre simple, décrit précédemment, sont illustrés dans la figure 5.4 :

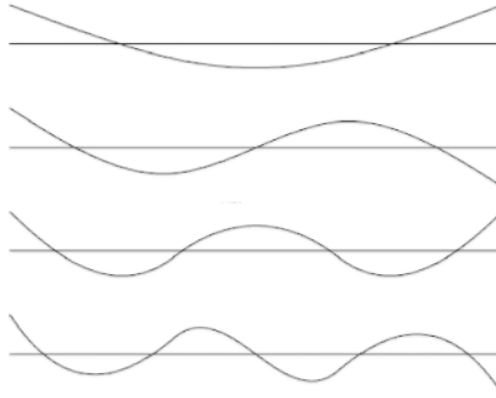


Figure 5.4 – Illustration des modes à interfaces libres dans le cas d'une poutre [54]

Lorsque le modèle réduit n'est pas entièrement contraint, les modes à interfaces libre incluent des modes de corps rigides. Ces modes rigides sont donnés par :

$$[K]\Phi_r = 0 \quad (5.14)$$

Si une force est appliquée sur l'un des degrés de liberté d'interface du modèle réduit avec des modes à interfaces libres et des modes rigides, la force provoquera un mouvement rigide du corps avec une accélération constante. Pour évaluer la déformation du modèle suite à l'application de cette force, il faut l'équilibrer avec une force d'inertie équivalente à cette accélération constante [52]. Pour remédier à ce problème, on peut éliminer les modes rigides et prendre en considération un nombre important de modes propres mais cela peut conduire à des temps de calcul très longs. Il est donc préférable d'enrichir la base de réduction en intégrant d'autres type de modes, appelés les modes d'interfaces [55]. Ces modes sont calculés en appliquant une force unitaire à certains degrés de liberté d'interface et en résolvant le problème aux valeurs propres donné par l'équation (5.15). On parvient ainsi à représenter la déformation du modèle et à corriger la troncature des modes propres [54].

$$([K] - \omega_b^2[M])\Psi_b = (F) \quad (5.15)$$

Pour résoudre l'équation (5.15), on considère le cas statique du comportement donné par l'équation (5.1) avec une force unitaire appliquée à un seul degré de liberté d'interface, on a :

$$[K](u) = (F) \quad (5.16)$$

La matrice de rigidité $[K]$ est non inversible dans le cas d'une structure libre avec des mouvements rigides. Pour l'inverser et calculer les modes d'interface, il faut fixer certains degrés de liberté d'interface de manière isostatique. L'équation (5.16) devient donc :

$$\begin{bmatrix} K_{00} & K_{0i} & K_{0b} \\ K_{i0} & K_{ii} & K_{ib} \\ K_{b0} & K_{bi} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ u_i \\ u_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \\ I \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

où f sont les réactions correspondant aux degrés de liberté d'interface fixes.

Le déplacement d'un degré de liberté (interne ou d'interface) est la somme d'une composante rigide et d'une composante déformable. Ce déplacement est en fonction des modes rigides et des modes propres. Par superposition linéaire de ces modes, on peut écrire :

$$(u) = (u_r) + (u_p) = \Phi_r r + \Phi_p p \quad (5.18)$$

En combinant l'équation (5.18) et l'équation d'équilibre (5.1), on obtient :

$$[M](\ddot{u}_r) + [M](\ddot{u}_p) + [K](u_r) + [K](u_p) = (F) \quad (5.19)$$

En prenant en considération l'équation (5.14), l'équation (5.19) devient :

$$[M]\Phi_r \ddot{r} + [M]\Phi_p \ddot{p} + [K]\Phi_p p = (F) \quad (5.20)$$

En multipliant par le transposé des modes rigides, on obtient :

$$\Phi_r^T [M]\Phi_p \ddot{p} + \Phi_r^T [K]\Phi_p p = \Phi_r^T (F) - \Phi_r^T [M]\Phi_r \ddot{r} \quad (5.21)$$

En utilisant l'orthogonalité des modes, on aura :

$$\Phi_r^T (F) - \Phi_r^T [M]\Phi_r \ddot{r} = 0 \quad (5.22)$$

Alors :

$$\ddot{r} = (\Phi_r^T [M] \Phi_r)^{-1} \Phi_r^T (F) \quad (5.23)$$

La force d'inertie équivalente à l'accélération du mouvement de corps rigide générée par l'application de la force unitaire est donnée par :

$$(F_{eq}) = (F) - [M] \Phi_r \ddot{r} \quad (5.24)$$

En combinant les équations (5.23) et (5.24), on obtient :

$$(F_{eq}) = [I - [M] \Phi_r (\Phi_r^T [M] \Phi_r)^{-1} \Phi_r^T] (F) = [Q] (F) \quad (5.25)$$

A partir de l'équation (5.25) et pour résoudre l'équation (5.15), les modes d'interfaces peuvent être définis par :

$$\Psi_b = [Q]^T [K]^{-1} [Q] (F) = [G] (F) \quad (5.26)$$

La matrice $[G]$ ayant les caractéristiques suivantes [55] :

$$[G]^T = [G] ; [G]^T [K] [G] = [G] ; [G]^T [M] [G] = 0 \quad (5.27)$$

On peut ainsi calculer les pulsations propres ω_b des modes d'interfaces.

2.2- Amortissement

Les développements détaillés dans le paragraphe précédent décrivent un système sans amortissement. Or les systèmes réels sont amortis mais il est difficile de déterminer l'amortissement réel. C'est pourquoi, pour des raisons de simplicité, on utilise souvent un modèle d'amortissement visqueux. Lorsqu'on introduit le terme d'amortissement dans l'équation (5.1), on obtient :

$$[M](\ddot{u}) + [C](\dot{u}) + [K](u) = (F) \quad (5.28)$$

où $[C]$ est la matrice d'amortissement. Si on fait l'hypothèse que la matrice d'amortissement possède les mêmes propriétés d'orthogonalité que les matrices de masse et de rigidité, alors le système d'équation (5.28) peut être découpé pour chaque mode i sous la forme :

$$m_i \ddot{u}_i + c_i \dot{u}_i + k_i u_i = F_i \quad (5.29)$$

On définit l'amortissement critique du mode i en fonction de sa pulsation propre ω_i par :

$$c_{\text{cri}} = 2\sqrt{k_i m_i} = 2m_i \omega_i \quad (5.30)$$

Le taux d'amortissement généralement égal à 2% pour les pièces en acier, est défini tel que :

$$\xi_i = \frac{c_i}{c_{\text{cri}}} = \frac{c_i}{2m_i \omega_i} \quad (5.31)$$

Lorsque l'amortissement est faible, on peut également utiliser l'amortissement de Rayleigh [66], où la matrice d'amortissement est une combinaison linéaire de la matrice de masse et de la matrice de rigidité :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (5.32)$$

En faisant l'équivalence entre l'équation (5.29) et l'équation (5.32) et en utilisant l'équation (5.31), on peut exprimer le taux d'amortissement par :

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (5.33)$$

Lorsqu'un amortissement de Rayleigh est considéré, le choix des coefficients α et β est difficile. Généralement il est souhaitable que l'amortissement soit indépendant de la fréquence. Pour ce faire, on peut considérer deux modes différents i et j et supposer qu'ils ont le même taux d'amortissement :

$$\xi = \xi_i = \xi_j = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_j} + \beta \omega_j \right) \quad (5.34)$$

Alors α et β sont déterminés par :

$$\alpha = \frac{\xi \omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad \text{et} \quad \beta = \frac{\xi}{\omega_i + \omega_j} \quad (5.35)$$

Toutefois, l'amortissement n'est toujours pas indépendant de la fréquence pour les

autres modes (autres que i et j). En pratique, pour avoir un amortissement très faible, on considère des valeurs des coefficients de l'ordre du millièème.

En conclusion, pour la suite de l'étude, on considère un coefficient d'amortissement visqueux de 2% pour tous les modes de l'essieu et 0,001 pour les deux coefficients de l'amortissement de Rayleigh pour la voie.

3- Intégration des essieux flexibles dans le modèle ZTER

Pour intégrer des essieux flexibles dans le modèle de dynamique multi-corps, un modèle éléments finis des essieux a été construit en utilisant le code ABAQUS [56]. Compte tenu de la différence entre les essieux, deux modèles différents ont été créés : un modèle pour les essieux 1 et 4 et un modèle pour les essieux 2 et 3. Pour répondre à des exigences de symétrie de maillage, on part d'un maillage 2D d'une section (Figure 5.5) :

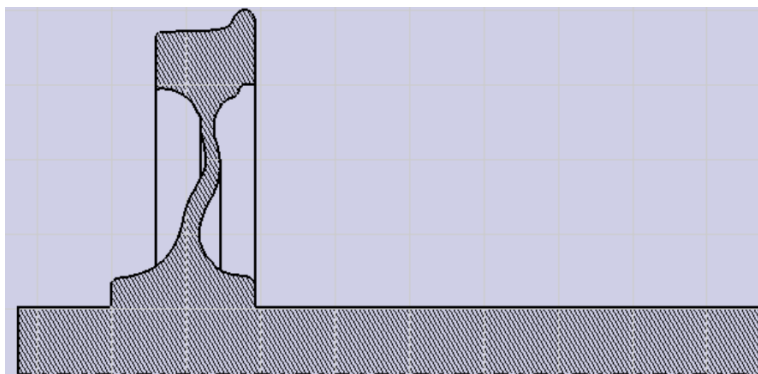


Figure 5.5 – Modèle axisymétrique de l'essieu

On génère ensuite le maillage 3D de la moitié de l'essieu par révolution et on termine par une symétrie miroir pour obtenir le maillage de l'essieu entier. Cette procédure permet d'obtenir un maillage hexaédrique réglé et symétrique par rapport au centre de l'essieu (Figure 5.6). Ce modèle éléments finis est constitué d'éléments hexaédriques à 8 nœuds et à intégration réduite.

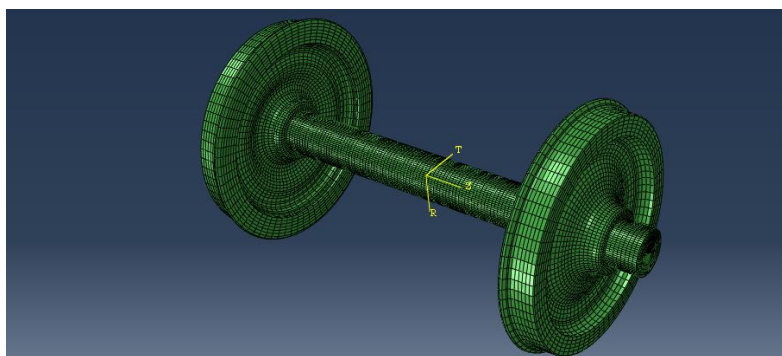


Figure 5.6 – Maillage 3D de l'essieu

Après la création du maillage 3D du modèle éléments finis de l'essieu, il faut définir les nœuds d'interface qui seront retenus durant la réduction du modèle (Figure 5.7). Nous avons retenu 2 nœuds d'interface situés au niveau des boîtes de roulement qui seront utilisés pour maintenir l'essieu en rotation et 72 nœuds d'interfaces par roue, ces nœuds sont situés sur les circonférences des deux roues en contact avec les rails. Aucune condition aux limites n'est appliquée à l'essieu afin de réaliser une réduction de modèle à interface libre en calculant les modes statiques, les modes dynamiques à interface libre et les modes d'interface. Ces modes permettront de décrire le comportement dynamique du modèle d'essieu réduit qui sera intégré au modèle multi-corps SIMPACK du ZTER.

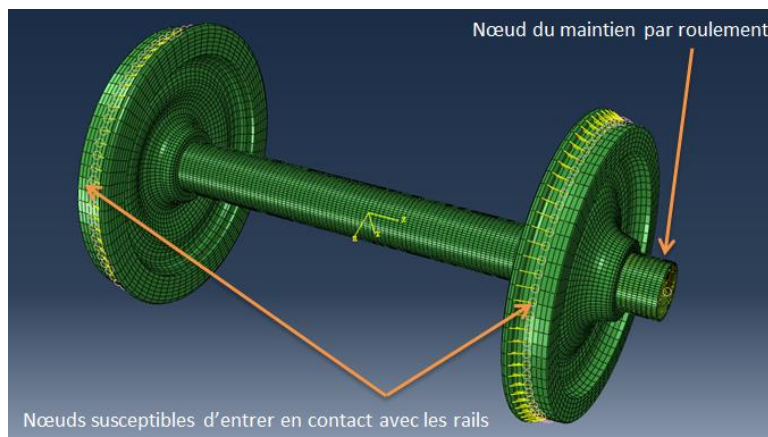


Figure 5.7 – Nœuds d'interfaces de l'essieu

Pour répartir de manière réaliste les charges transmises à l'essieu, les nœuds d'interfaces sont couplés à des groupes de nœuds. Les deux points du maintien par roulement sont liés aux extrémités de l'axe par un couplage rigide. Ce couplage permet de rigidifier une partie des extrémités de l'axe et ainsi de représenter l'action des boîtes de roulement. Chaque nœud de réduction sur la table de roulement est couplé à une rangée de nœuds dans la direction axiale afin de répartir les forces de contact roue-rail. Cette répartition utilise des coefficients de pondération qui dépendent de la distance entre le nœud d'interface (nœud maître) et le nœud qui lui est couplé (nœud esclave).

Pour chaque essieu (Figure 5.8), un fichier « **input** » d'ABAQUS est généré pour lancer les calculs éléments finis et obtenir le fichier résultats « **.sim** » qui contient les caractéristiques du modèle réduit de l'essieu. Pour que ce modèle soit intégré dans SIMPACK, il faut générer un fichier « **.fbi** » à partir des deux fichiers précédents en utilisant un utilitaire SIMPACK.

En créant un corps flexible sur SIMPACK et en important les fichiers « **Essieu_1.fbi** » et « **Essieu_2.fbi** », associés à l'analyse modale des essieux 1, 4 et 2, 3 respectivement, on

peut visualiser les 876 modes propres des essieux : modes rigides et modes flexibles. La figure 5.9 et la figure 5.10 illustrent les 4 premiers modes flexibles du premier essieu et du deuxième essieu respectivement.

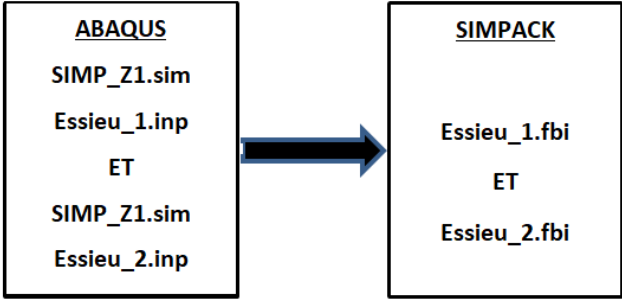


Figure 5.8 – Génération du fichier SIMPACK .fbi à partir des fichiers ABAQUS .inp et .sim

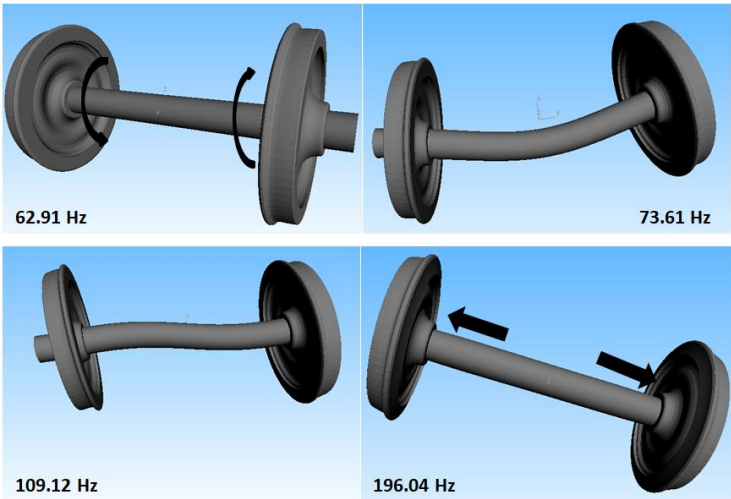


Figure 5.9 – 4 Premiers modes du premier essieu avec leurs fréquences propres

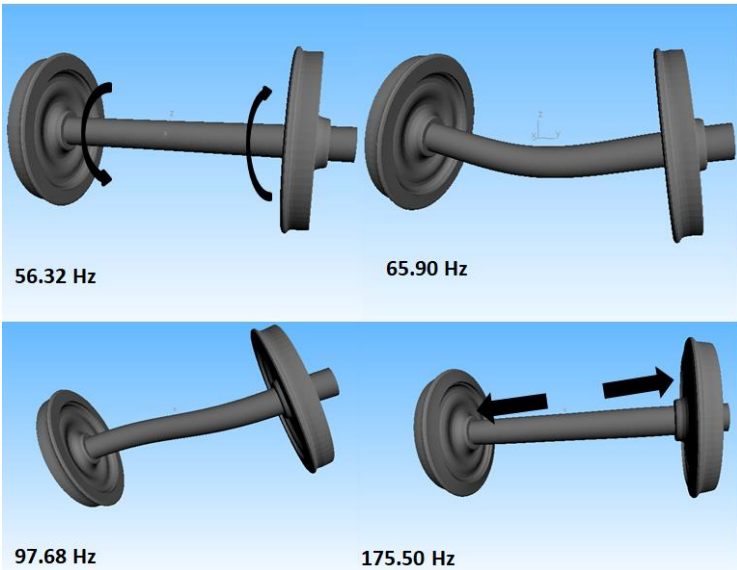


Figure 5.10 – 4 Premiers modes du deuxième essieu avec leurs fréquences propres

Ces résultats sont cohérents avec les résultats de la littérature (Figure 1.25 et Figure 1.29). On peut noter qu'aucun mode n'existe en basses fréquences $[0 \text{ Hz} ; 50 \text{ Hz}]$. Pour chaque mode, le taux d'amortissement est fixé à 2 %. On élimine les modes rigides et on ne s'intéresse qu'à la gamme de fréquences $[50 \text{ Hz} ; 1000 \text{ Hz}]$ afin de réduire le temps de calcul.

Les modèles d'essieux flexibles sont ensuite intégrés au modèle multi-corps du véhicule ZTER par l'intermédiaire des nœuds d'interface retenus lors de la réduction modale. La figure 5.11 illustre le modèle du véhicule complet avec des essieux flexibles :

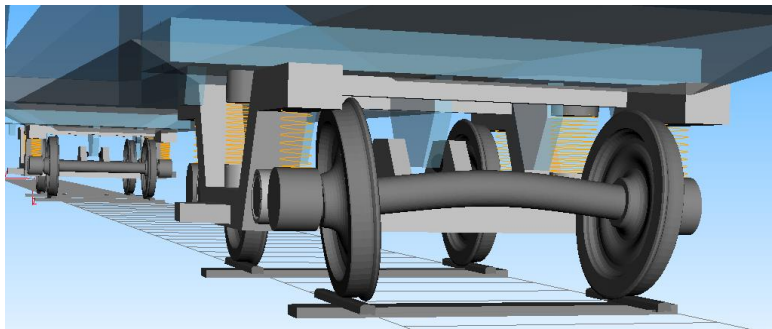


Figure 5.11 – Modèle multi-corps du ZTER sur SIMPACK avec des essieux flexibles

Des modes d'interface sont générés suite à l'application des conditions aux limites au niveau des boîtes de roulement. Le calcul de ces modes est fait par application d'une force unitaire sur les 6 degrés de libertés de chaque nœud du maintien par les roulements, on obtient ainsi 12 modes d'interface.

4- Analyse des résultats

La simulation de la circulation sur une voie en alignement et sans défauts est similaire à celle du chapitre précédent. Le nombre de modes propres du véhicule passe de 94 modes pour un modèle avec des corps rigides à 328 modes pour un modèle avec des essieux flexibles. Les fréquences propres sont comprises entre $0,009 \text{ Hz}$ à $3597,8 \text{ Hz}$. La figure 5.12 illustre deux modes de vibration de l'essieu 1 à $688,16 \text{ Hz}$ et $3597,79 \text{ Hz}$:

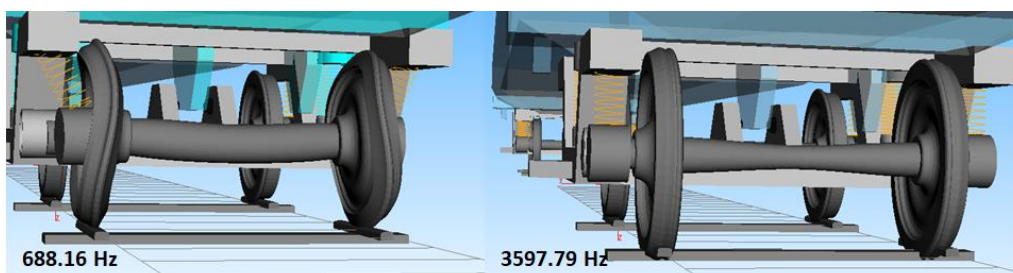


Figure 5.12 – Modes de vibration de l'essieu à moyenne et haute fréquences

L'examen des efforts verticaux et les efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail des différents essieux (Figure 5.13 et Figure 5.14 respectivement), montre que ces efforts ne sont plus constants comme c'était le cas pour le modèle avec des essieux rigides. Avec un essieu flexible, les efforts oscillent de manière sinusoïdale.

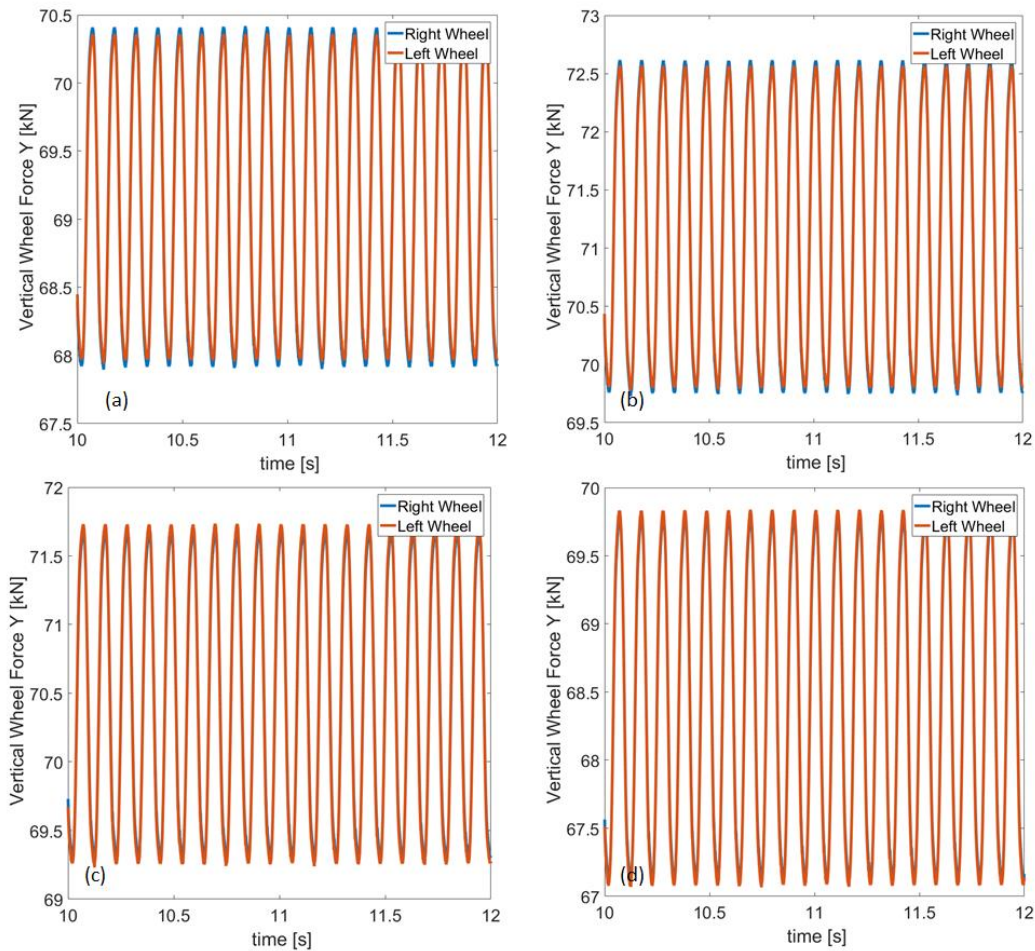


Figure 5.13 – Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER avec essieux flexibles
 (a) Essieu 1 (b) Essieu 2 (c) Essieu 3 (d) Essieu 4

Lorsque on examine les efforts latéraux (Figure 5.14), on constate qu'ils passent de valeurs négligeables dans le cas d'essieux rigides à des valeurs relativement importantes dans le cas d'essieux flexibles (variation entre $-5,2 \text{ kN}$ et $5,2 \text{ kN}$). Cette augmentation des efforts latéraux est due aux déformations générées au niveau du contact roue-rail.

Les efforts verticaux et latéraux (Figure 5.15) oscillent avec une fréquence égale à celle de la rotation des essieux donnée par l'équation (5.36). Comme on peut voir sur la figure 5.11, ces oscillations proviennent probablement de la flexion des essieux due au poids du véhicule.

$$f_r = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r_0} = 9,61 \text{ Hz} \quad (5.36)$$

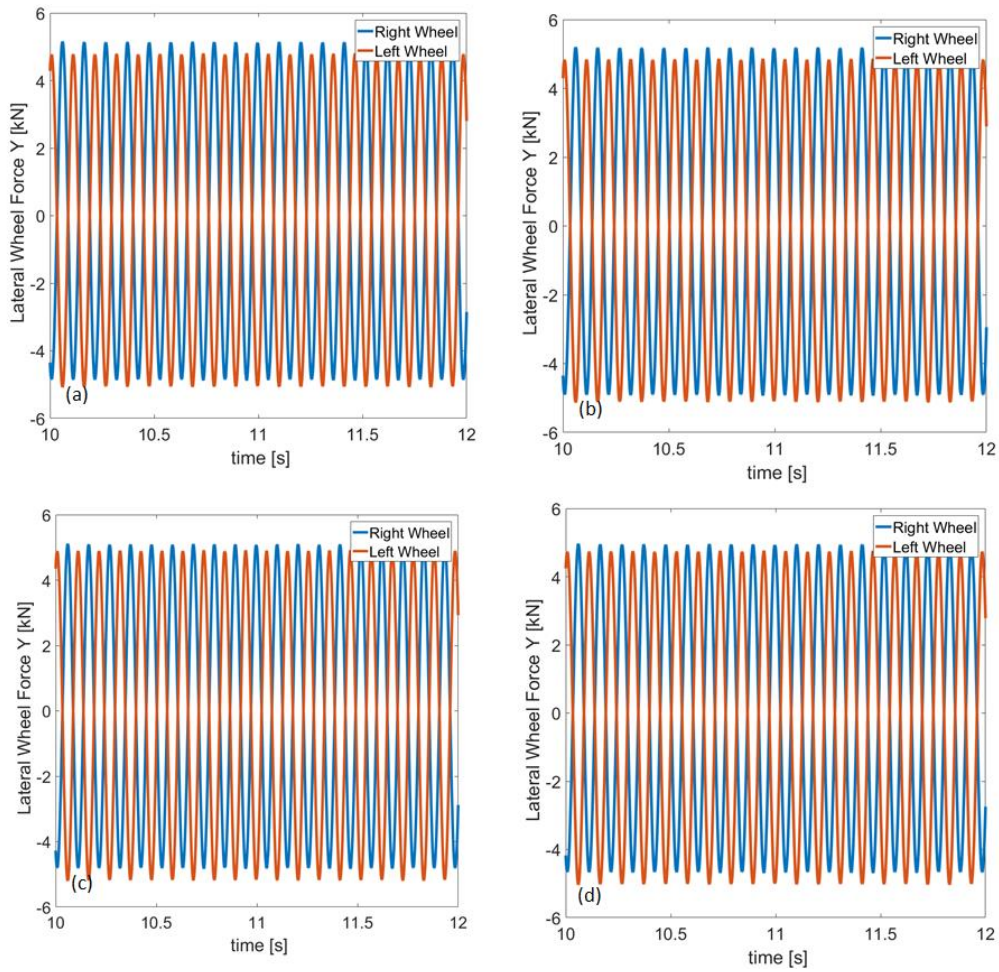


Figure 5.14 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail du véhicule ZTER avec essieux flexibles
 (a) Essieu 1 (b) Essieu 2 (c) Essieu 3 (d) Essieu 4

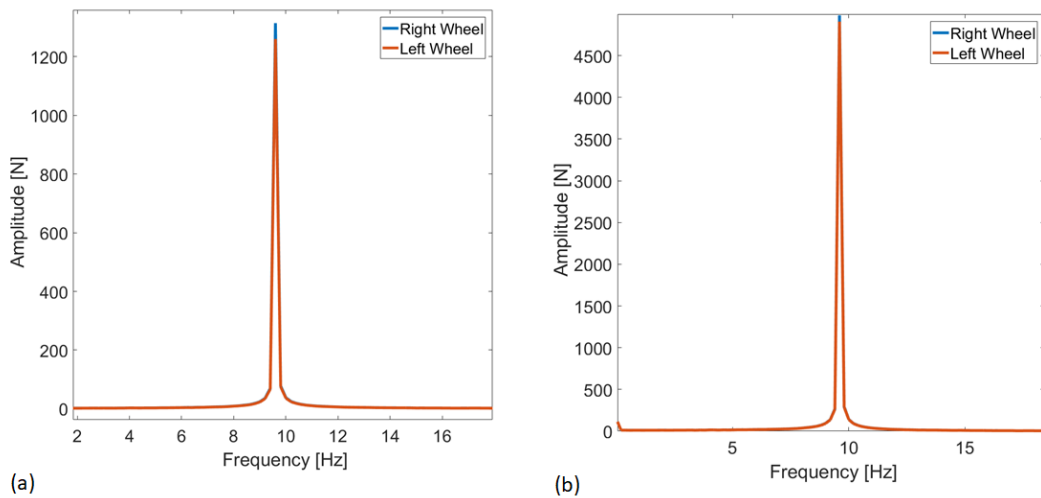


Figure 5.15 – Spectres des efforts au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible (a) Efforts verticaux (b) Efforts latéraux

5- Essieux flexibles en courbe

Dans ce paragraphe, on analyse l'effet de la flexibilité des essieux sur les efforts d'interaction véhicule-voie lors de la circulation sur une voie en courbe. On étudie ici les deux mêmes exemples de voie en courbe du chapitre 4 avec des courbes de rayon de 250 m et 600 m avec les mêmes dévers de 75 mm et 160 mm respectivement. On constate (Figure 5.16, Figure 5.17, Figure 5.18, Figure 5.19) que les efforts verticaux et latéraux au niveau des contacts roue-rail de l'essieu 1 en pleine courbe sont oscillatoires avec une très grande différence entre la roue gauche et la roue droite. Dans le cas de la courbe serrée de rayon 250 m, on remarque des pics d'effort vertical importants sur la roue gauche probablement dus au contact du boudin. Ces pics disparaissent lors de la simulation du roulement sur une courbe large de rayon 600 m (Figure 5.17).

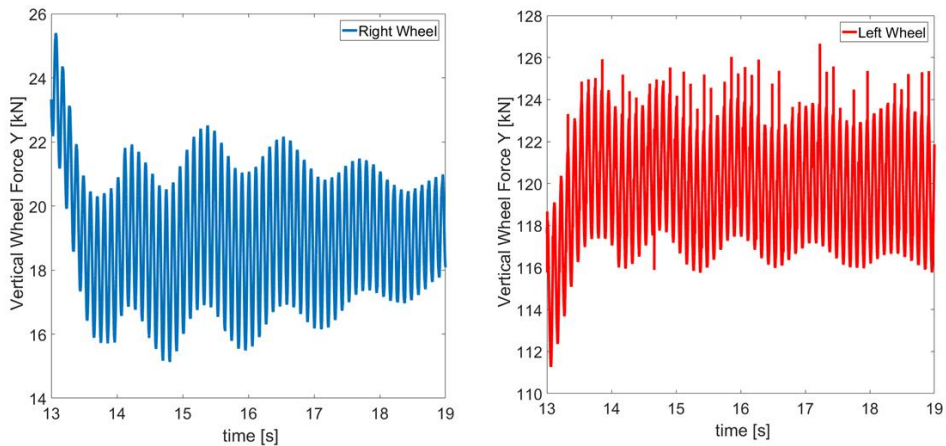


Figure 5.16 – Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible en courbe de rayon 250 m

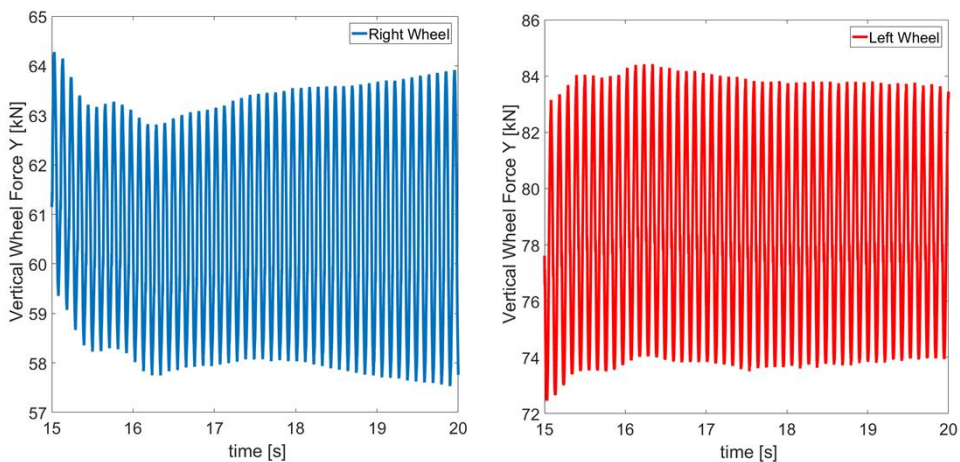


Figure 5.17 – Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible en courbe de rayon 600 m

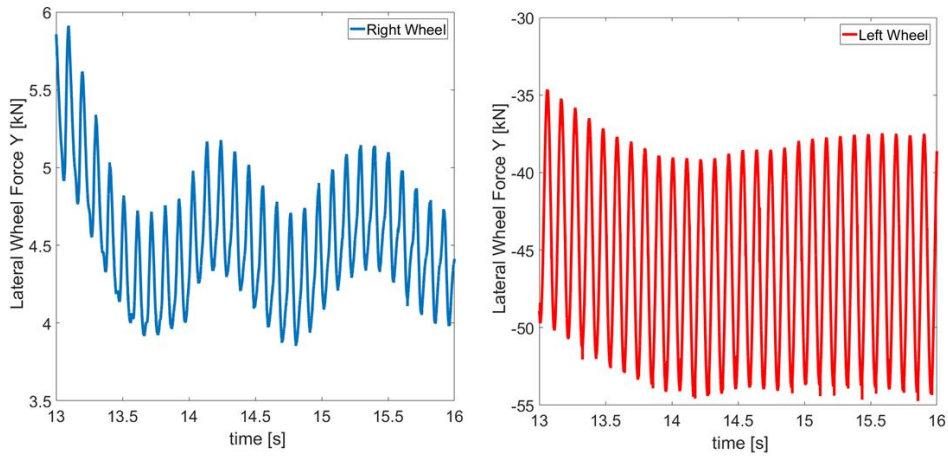


Figure 5.18 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible en courbe de rayon 250 m

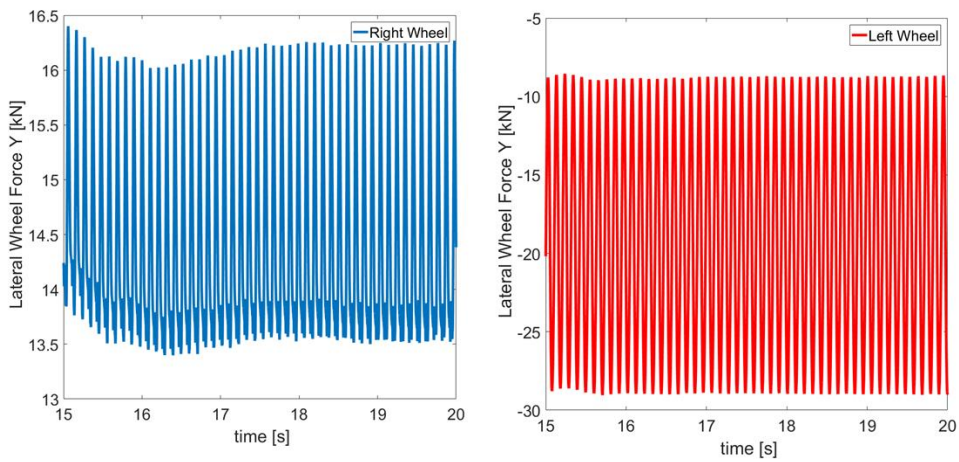


Figure 5.19 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible en courbe de rayon 600 m

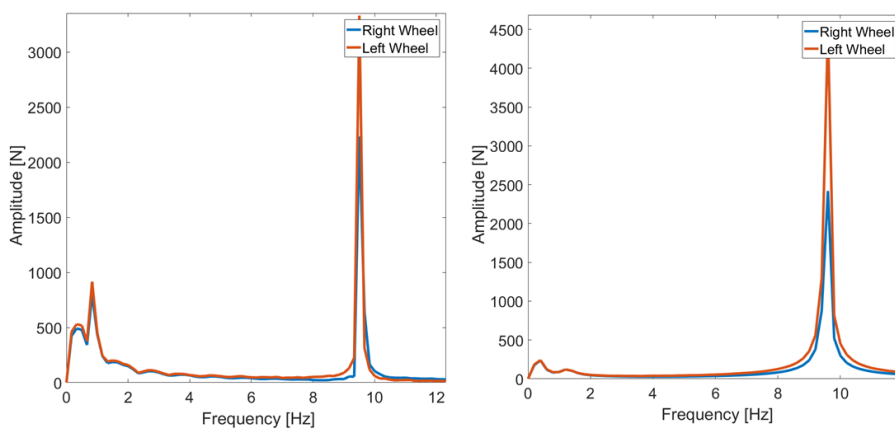


Figure 5.20 – Spectres des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible en courbes de rayon 250 m et 600 m respectivement

L'analyse des spectres des efforts décrit précédemment met en évidence l'oscillation de ces efforts suivant deux fréquences (Figure 5.20 et Figure 5.21) : la fréquence de

rotation de l'essieu de $9,61 \text{ Hz}$ donnée par l'équation (5.36) et la fréquence de mouvement du lacet de $0,8 \text{ Hz}$ donnée par les équations (1.9 et 1.10). On constate également qu'en passant d'une courbe serrée de rayon 250 m à une courbe large de rayon 600 m , l'amplitude du mouvement de lacet diminue, les valeurs moyennes des efforts côté droit et côté gauche ont tendance à se rééquilibrer :

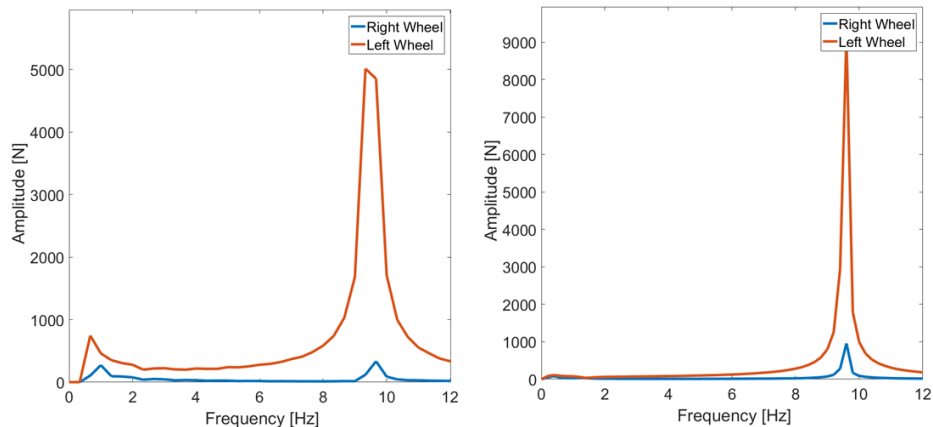


Figure 5.21 – Spectres des efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail du premier essieu flexible en courbes de rayon 250 m et 600 m respectivement

6- Voie flexible

Dans ce paragraphe, on examinera l'effet de la flexibilité de la voie sur les efforts d'interaction véhicule-voie. De plus, nous comparerons l'effet de la flexibilité de la voie seule (voie flexible et essieu rigide) et l'effet de la flexibilité de la voie combiné à celui de la flexibilité de l'essieu (voie et essieu flexibles).

Comme pour le modèle d'essieu, nous avons utilisé le code ABAQUS [56] pour développer un modèle éléments finis de la voie. Pour un contrôle efficace du maillage, nous avons développé un modèle élémentaire d'une section de voie (Figure 5.22) qui est composée d'une seule traverse, de deux tronçons de rails, de deux semelles et du ballast. Tous les éléments sont modélisés par des solides $3D$ qui ont un comportement élastique linéaire.

Ce modèle élémentaire est dupliqué pour construire un tronçon complet de la voie flexible en alignement avec la longueur souhaitée (Figure 5.23). Pour pouvoir utiliser le modèle ainsi construit, il est nécessaire d'effectuer un collage numérique des nœuds coïncidents et de positionner le tronçon de voie flexible par rapport à la voie rigide. La position du tronçon flexible au sein de la voie doit permettre d'observer une zone de transition voie rigide - voie flexible et une zone de transition voie flexible - voie rigide.

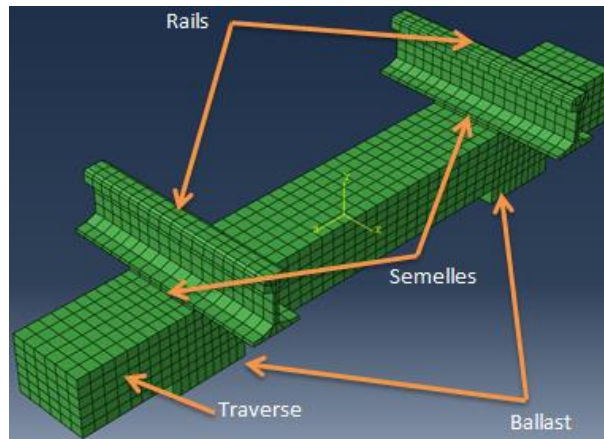


Figure 5.22 – Modèle élémentaire de la voie flexible sur ABAQUS

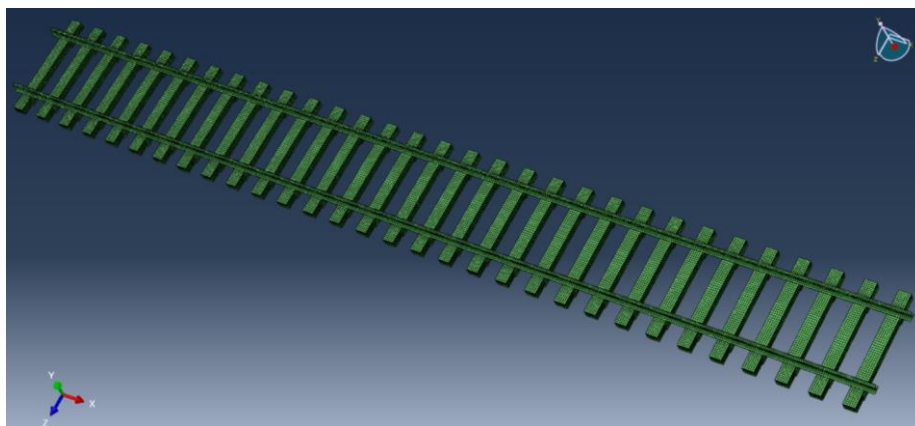


Figure 5.23 – Modèle complet de la voie flexible en alignement

La longueur de la voie flexible impacte directement le temps de calcul de l'étape de réduction de modèle ainsi que celui du modèle SIMPACK. Aussi, le choix de la longueur de la voie flexible doit permettre d'avoir des résultats cohérents en pleine voie flexible en amortissant les effets de la transition voie rigide-voie flexible avec des temps de calcul raisonnables. Pour notre cas, on considère une voie flexible de 31 traverses ce qui équivaut à une longueur d'une vingtaine de mètres.

Après avoir construit le modèle éléments finis de la voie flexible, et comme pour le cas des essieux flexibles, il faut définir les nœuds d'interfaces qui seront retenus durant la réduction du modèle (Figure 5.24). Ces points sont choisis sur la surface de roulement des deux rails droit et gauche et sur leurs plans de symétrie. Pour chaque rail, on retient un nœud au niveau de chaque traverse et un nœud équidistant de deux traverses consécutives. Cela permet d'avoir une distribution régulière des nœuds d'interface car une distribution irrégulière de ceux-ci peut détériorer la qualité des prédictions du modèle SIMPACK. A l'instar du modèle d'essieu flexible, les nœuds d'interfaces sont couplés à des groupes de nœuds afin d'assurer une bonne répartition des charges moyennant un

nombre limité des nœuds d'interface.

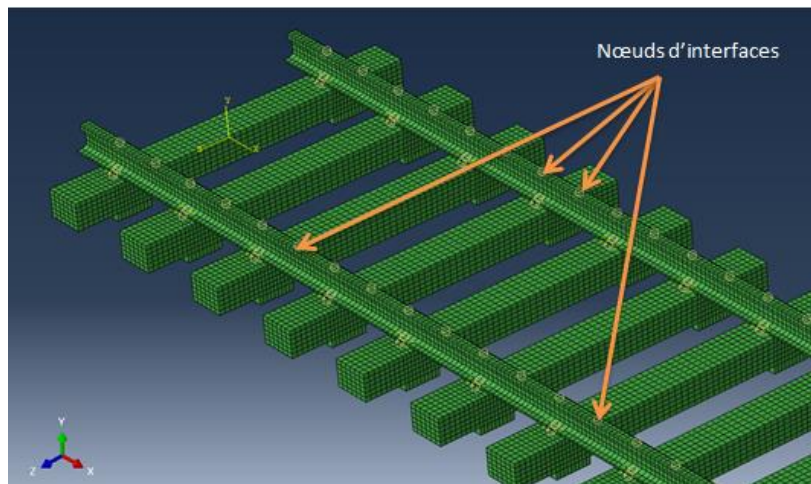


Figure 5.24 – Nœuds d'interfaces de la voie flexible

Pour compléter le modèle de voie flexible, la surface basse du ballast est encastrée et une réduction statique du modèle selon la méthode de Guyan est réalisée. Pour intégrer le modèle de voie flexible dans le modèle dynamique multi-corps SIMPACK, il faut fournir des données additionnelles telles que l'amortissement, la position du tronçon de la voie flexible au sein de la voie rigide et les raideurs de fixation de la voie flexible à la voie rigide. La figure 5.25 donne un aperçu du modèle global et de la déformation de la voie flexible.

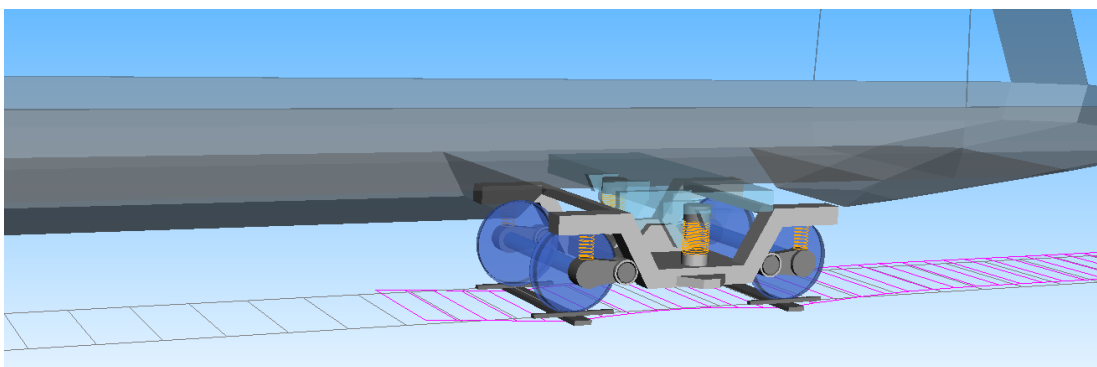


Figure 5.25 – Déformation de la voie flexible durant le passage du véhicule

Alors que le système véhicule-voie avec la voie flexible et les essieux rigides possède 904 modes propres avec des fréquences allant de 0,29 Hz à 7957,23 Hz, le même système avec la voie flexible et les essieux flexibles possède 1134 modes propres avec des fréquences allant de 0,009 Hz à 7957,23 Hz. La figure 5.26 illustre un mode de vibration latérale de la voie flexible à 15,33 Hz. La figure 5.27 illustre quant à elle un mode de vibration verticale de la voie flexible à 159,50 Hz. Ces résultats sont en accord avec les

résultats de la littérature présentés dans le chapitre 1 de ce document (Figure 1.9 et 1.10).

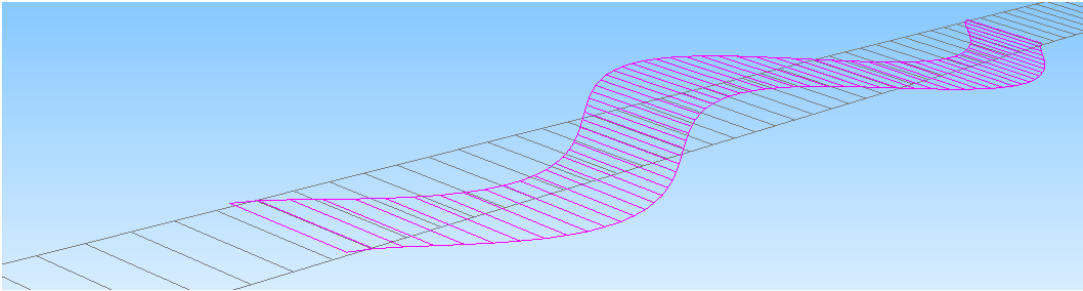


Figure 5.26 – Mode de vibration latérale de la voie flexible à 15,33 Hz

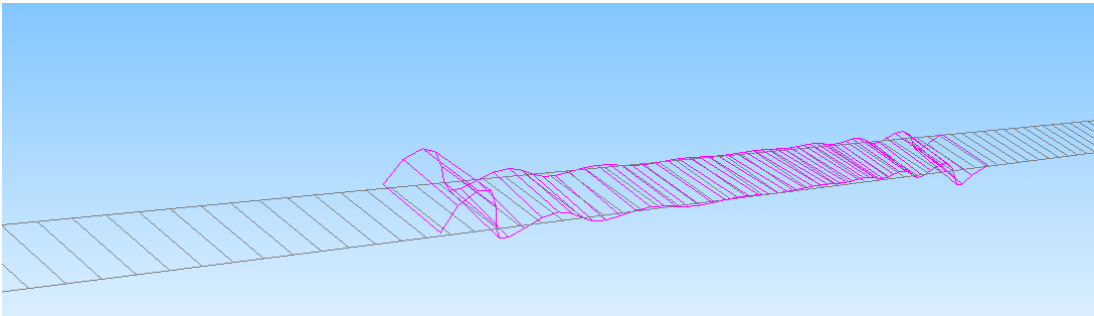


Figure 5.27 – Mode de vibration verticale de la voie flexible à 159,50 Hz

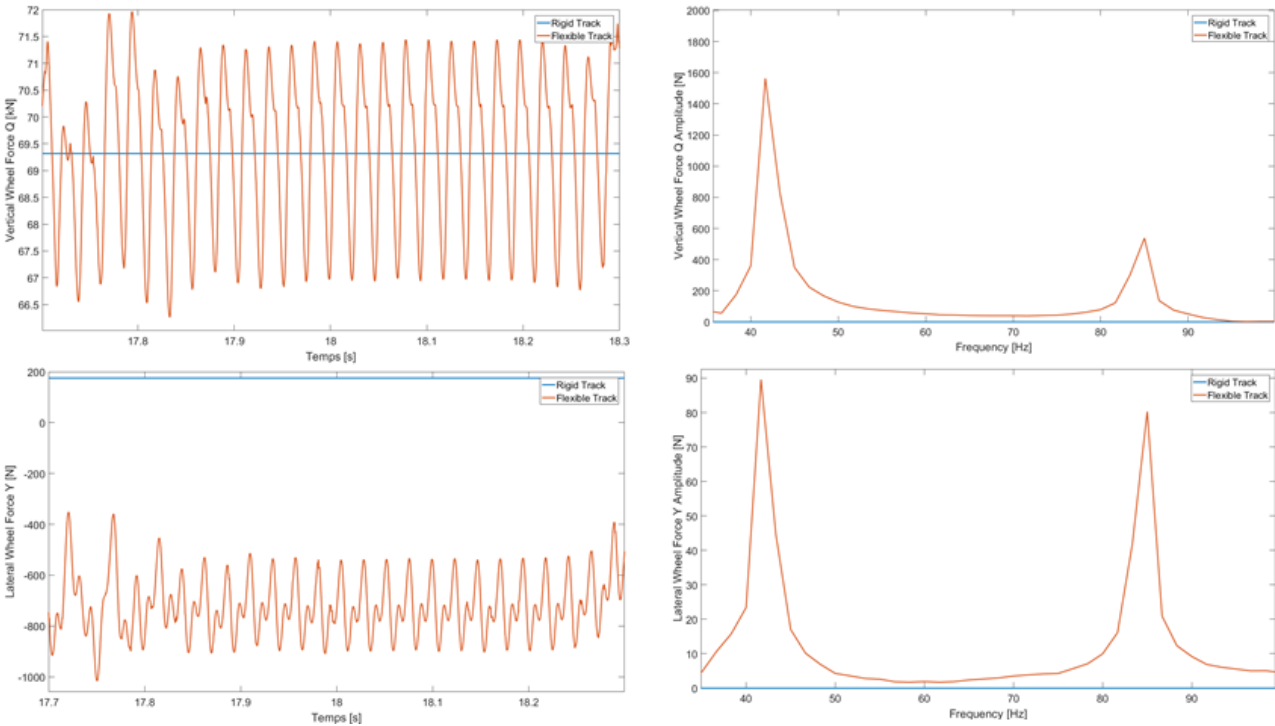


Figure 5.28 – Effort vertical et effort latéral au niveau du contact roue-rail pour l’essieu rigide roulant sur une voie rigide ou flexible et leurs spectres

Pour des raisons de symétrie, en analysant les efforts verticaux et latéraux au niveau du contact roue-rail de la roue droite de l’essieu 1 et leurs spectres (Figure 5.28) pour

deux modèles multi-corps du véhicule ZTER, avec voie rigide et essieux rigides et avec voie flexible et essieux rigides (au milieu de la voie flexible où les effets de la transition voie rigide – voie flexible sont amortis), on constate que ces efforts sont oscillatoires dans le cas de la voie flexible. La fréquence d'oscillation (premier pic sur les courbes de spectres fréquentiels) correspond à la fréquence d'espacement des traverses donnée par l'équation (1.3) qui est de l'ordre de 42 Hz pour la vitesse donnée. Le deuxième pic de fréquence observé correspond à un harmonique de la fréquence de l'espacement des traverses.

En intégrant les essieux flexibles, on constate une différence remarquable pour l'effort latéral (Figure 5.29) :

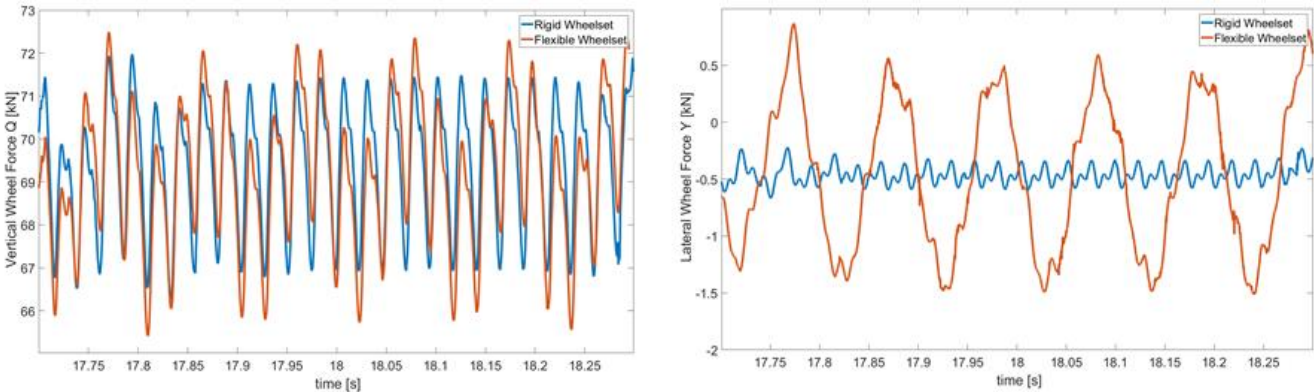


Figure 5.29 – Effort vertical et effort latéral au niveau du contact roue-rail avec la voie flexible et essieux rigides ou flexibles

En effet, en examinant les spectres de ces efforts (Figure 5.30), on constate qu'ils oscillent avec deux fréquences fondamentales, la première correspond à la fréquence de rotation de l'essieu donnée par l'équation (5.36) et la seconde à la fréquence d'espacement des traverses.

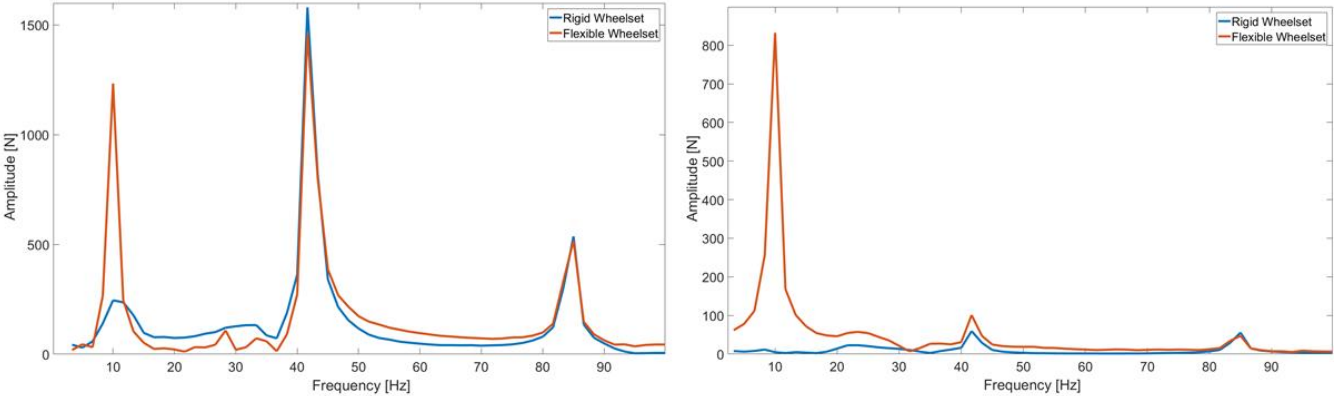


Figure 5.30 – Spectre de l'effort vertical et de l'effort latéral au niveau du contact roue-rail avec la voie flexible et essieux rigides ou flexibles

En considérant une voie flexible, en comparaison avec les résultats obtenus avec le modèle à essieux rigides, le modèle à essieux flexibles fournit des efforts d'interaction véhicule-voie oscillant aux périodes correspondant à la fréquence de rotation des essieux et à la fréquence d'espacement des traverses. De plus l'amplitude des efforts latéraux est beaucoup plus élevée pour le modèle à essieux flexibles (Figure 5.29), ceci est dû aux déformations générées au niveau du contact roue-rail.

En comparant les résultats obtenus avec une voie rigide à ceux obtenus avec une voie flexible (Figures 5.13, 5.14, 5.28, 5.29), il apparait que les amplitudes diminuent de 72 % pour les efforts latéraux et augmentent pour les efforts verticaux de 100 %. Ces résultats peuvent s'expliquer probablement par les déplacements verticaux supplémentaires de l'essieu générés par les déformations des rails.

7- Voie flexible en courbe

Dans ce paragraphe, on étudie l'effet de la flexibilité de la voie en courbe sur les efforts d'interaction véhicule-voie en comparant les résultats entre les modèles avec essieux rigides et avec essieux flexibles. Pour cela, on considère les mêmes exemples de voie en courbe considérés précédemment : courbes de rayon 250 m et 600 m avec des dévers 75 mm et 160 mm respectivement. On réalise donc deux modèles éléments finis de la voie flexible en courbe pour les deux rayons, ces modèles sont représentés sur la figure 5.31 :

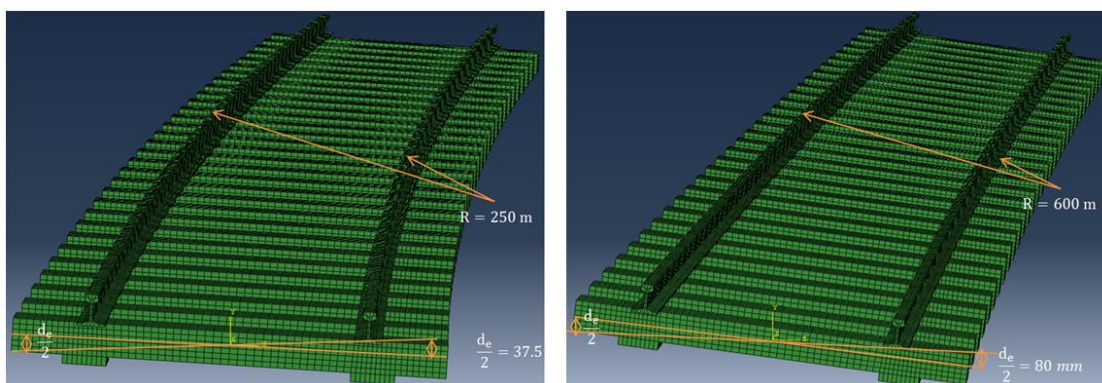


Figure 5.31 – Modèles éléments finis de la voie flexible en courbe de rayon 250 m et 600 m respectivement

En intégrant les modèles de la voie flexible en courbe dans le modèle dynamique multi-corps du véhicule, on peut visualiser la position et la géométrie de la voie flexible par rapport à la voie rigide sur SIMPACK (Figure 5.32). La difficulté majeure qui se pose

pour ce type de voie flexible réside dans la superposition à la voie rigide.

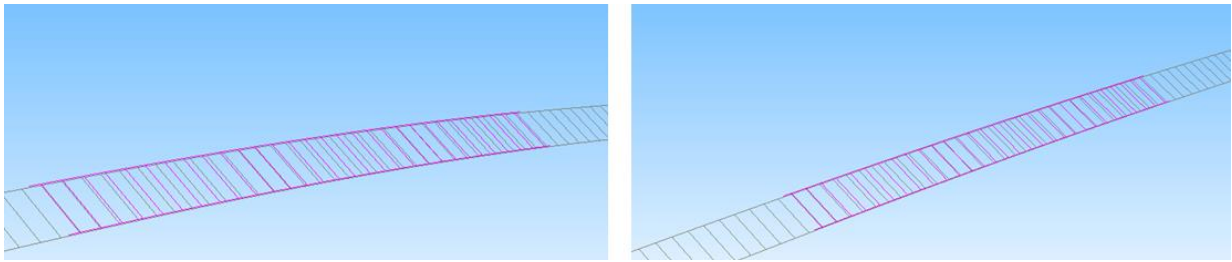


Figure 5.32 – Voie flexible en courbe sur SIMPACK de rayon 250 m et 600 m respectivement

En examinant les efforts verticaux aux contacts roue-rail de l’essieu 1 dans les courbes de rayon 250 m (Figure 5.33) et de rayon 600 m (Figure 5.34) et en comparant les résultats du modèle à essieux rigides à ceux du modèle à essieux flexibles, il apparaît que la roue gauche est toujours plus chargée que la roue droite. De plus, en augmentant le rayon, il apparaît que les efforts au niveau du contact roue-rail côté gauche tendent à se rééquilibrer avec ceux du côté droit.

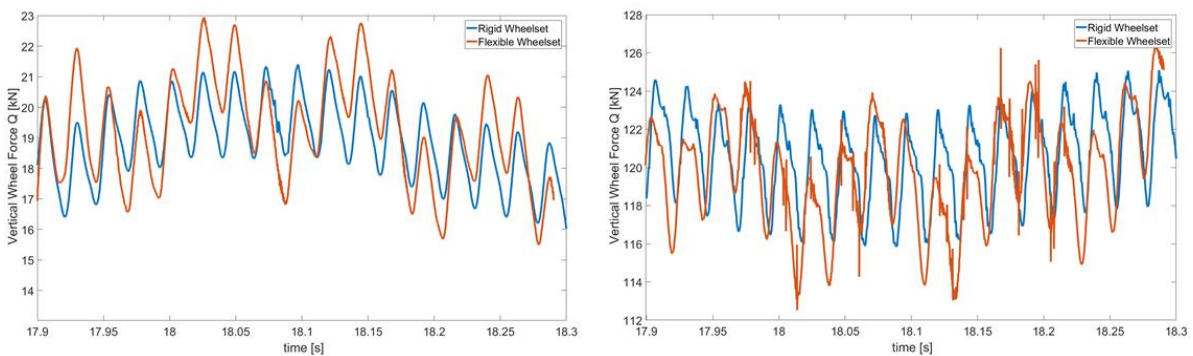


Figure 5.33 – Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 250 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

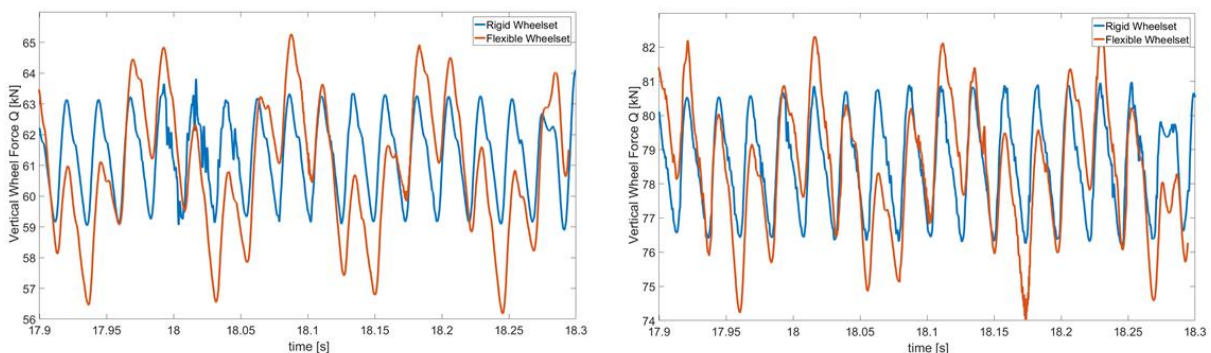


Figure 5.34 Efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 600 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

En examinant les spectres de ces efforts verticaux (Figure 5.35 et Figure 5.36), on

remarque trois pics, le premier correspond à la fréquence de rotation de l'essieu (9,6 Hz), le second correspond à la fréquence générée par l'espacement des traverses (42 Hz) et le troisième correspond à une harmonique de la fréquence d'espacement des traverses.

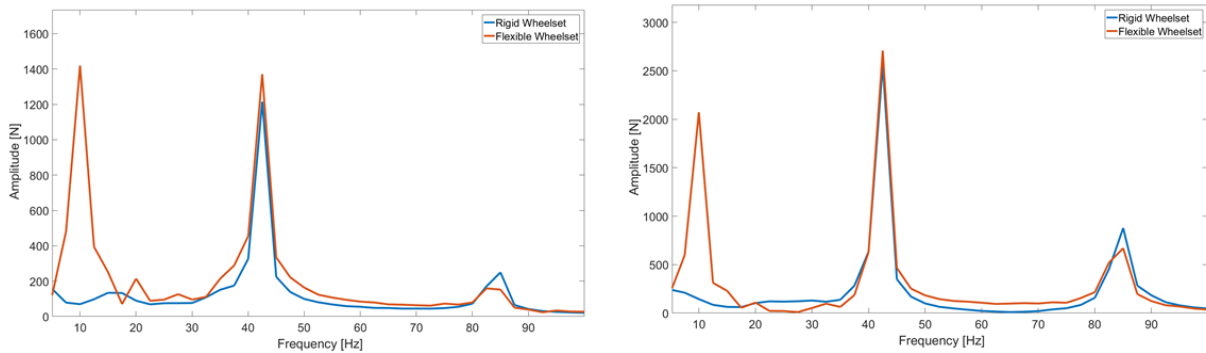


Figure 5.35 – Spectre des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 250 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

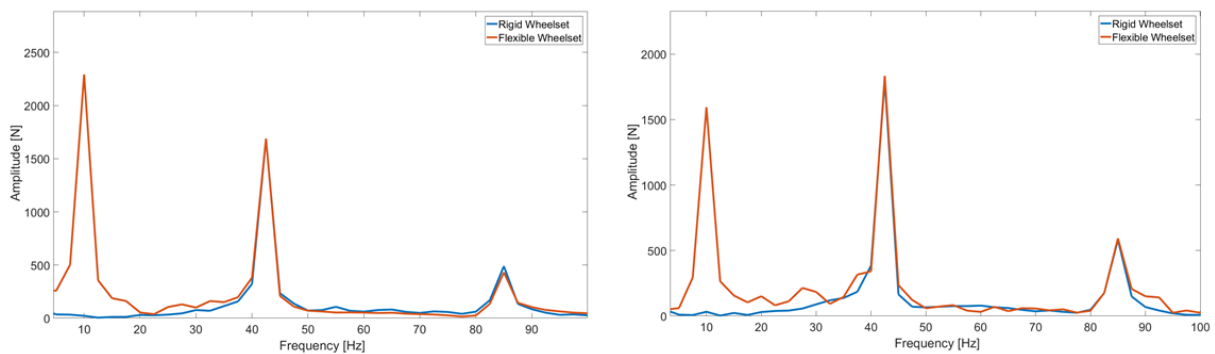


Figure 5.36 – Spectre des efforts verticaux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 600 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

On note toutefois que la longueur de la voie flexible considérée ne permet pas de détecter le mouvement de lacet de l'essieu, mais permet de réaliser des calculs dans un temps raisonnable. Cependant, on peut considérer, comme il a été observé dans le cas de la voie rigide, que le mouvement de lacet est négligeable pour le rayon 600 m.

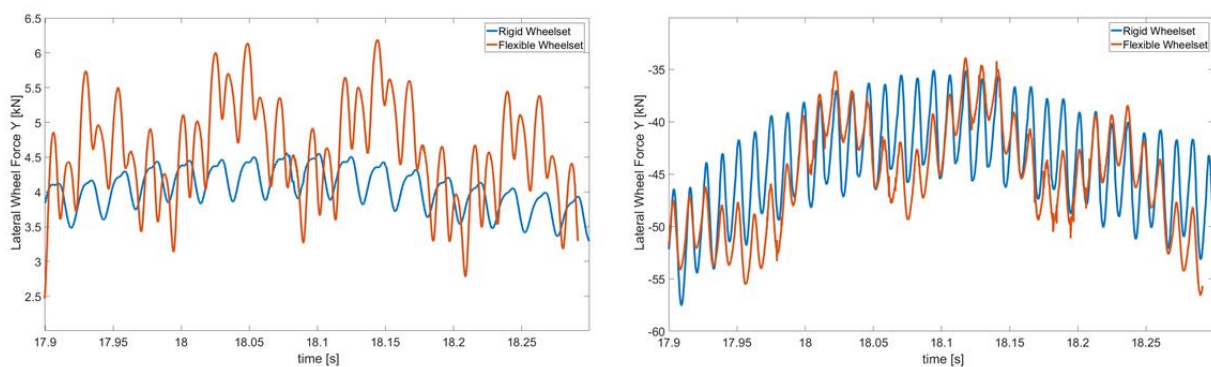


Figure 5.37 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 250 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

En examinant les efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail de l'essieu 1 pour les courbes de rayon 250 m (Figure 5.37) et de rayon 600 m (Figure 5.38) et en comparant les modèles à essieux rigides et à essieux flexibles, de grandes différences sont observées, notamment pour la courbe de rayon 600 m ceci est dû aux déformations générées au niveau du contact roue-rail qui sont probablement plus importante pour la courbe de rayon 600 m.

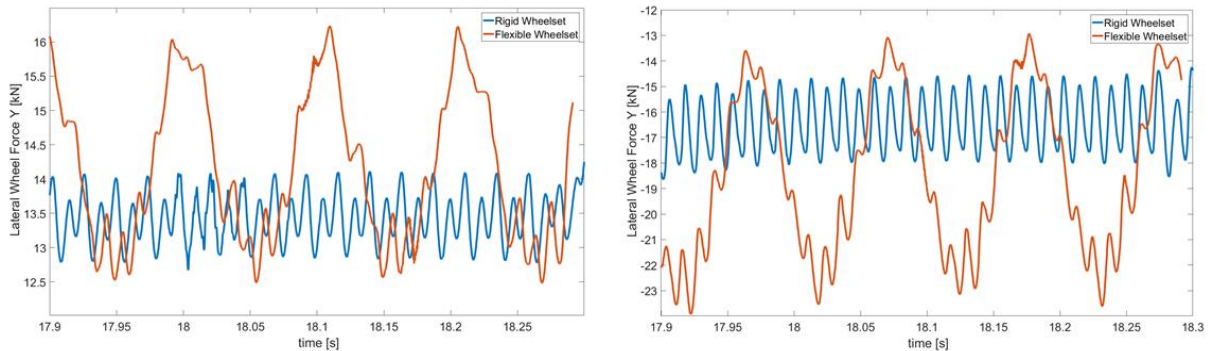


Figure 5.38 – Efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 600 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

En comparant les résultats obtenus, en courbe de rayons 250 m et 600 m, avec une voie rigide à ceux obtenus avec une voie flexible, il apparait, sur les spectres des efforts d'interactions roues-rails (Figures 5.21, 5.39 et 5.40), qu'avec le modèle à voie flexible, les amplitudes des efforts latéraux diminuent. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus pour la voie en alignement et s'expliquent également par les déplacements verticaux supplémentaires de l'essieu générés par la déformation des rails.

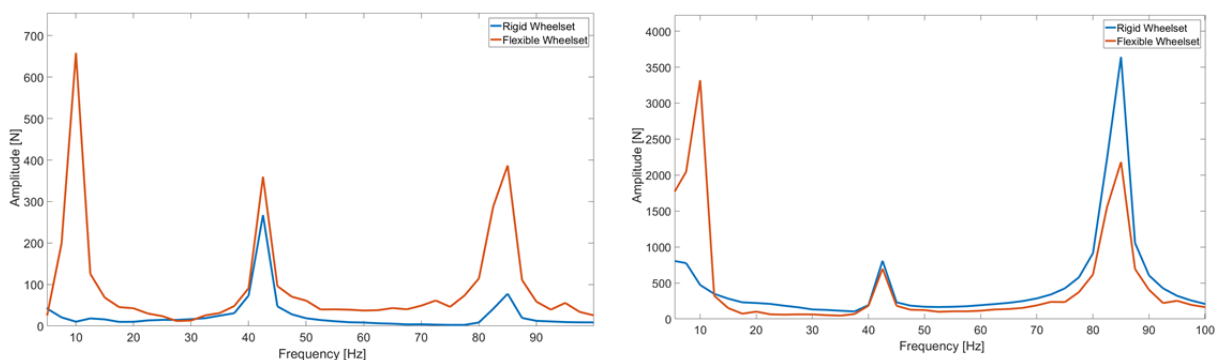


Figure 5.39 – Spectres des efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 250 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

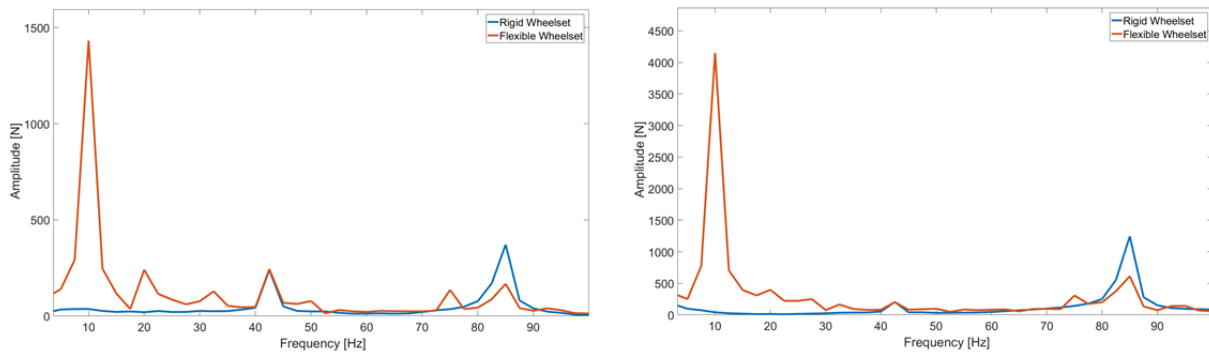


Figure 5.40 – Spectres des efforts latéraux au niveau des contacts roue-rail en courbe de rayon 600 m pour la roue droite et pour la roue gauche du premier essieu

Conclusion

Dans ce chapitre, on a développé des modèles multi-corps sous SIMPACK du véhicule ZTER avec des essieux flexibles circulant sur une voie flexible en alignement et en courbe. La flexibilité des éléments a été considérée en réalisant un couplage éléments finis-dynamique multi-corps.

Les modèles éléments finis de l'essieu et de la voie ont été réduits en utilisant les méthodes de sous-structuration. Le modèle de la voie a été réduit en utilisant la méthode de Guyan et celui de l'essieu en utilisant la méthode de Craig-Bampton à interfaces libres. Pour prendre en considération l'amortissement, un taux d'amortissement 2 %, considéré généralement pour les pièces en acier, a été défini pour tous les modes de l'essieu, et un amortissement faible de Rayleigh pour la voie.

En évaluant les forces d'interaction véhicule-voie, des oscillations correspondant à la fréquence de rotation de l'essieu pour le cas des essieux flexibles ont été observées. Ces oscillations sont dues à la rotation de l'essieu déformé sous l'effet du poids du véhicule. En considérant en plus la flexibilité de la voie, les efforts latéraux d'interaction véhicule-voie sont plus élevés. De plus, sur l'ensemble des efforts (verticaux et latéraux) d'interaction véhicule-voie, une seconde fréquence d'oscillation, due à la fréquence de l'espacement des traverses, vient s'ajouter à celle due à la fréquence de rotation de l'essieu.

Pour la voie en courbe, les deux exemples du chapitre précédent, deux courbes de rayon 250 m et 600 m avec des dévers de 75 mm et 160 mm respectivement, ont été traités. Dans ces deux cas, les efforts d'interaction sont également oscillatoires avec deux fréquences d'oscillation : la fréquence de rotation de l'essieu et la fréquence de

mouvement de lacet. En comparant les résultats pour les deux courbes de rayons 250 m et 600 m , l'amplitude de mouvement de lacet diminue en augmentant le rayon et également les valeurs moyennes des efforts se rééquilibrent des deux côtés de l'essieu. De plus, on a observé qu'avec une voie flexible, et comparativement à une voie rigide, l'amplitude des efforts latéraux diminue alors que les efforts verticaux augmentent en raison des déplacements verticaux supplémentaires de l'essieu générés par la déformation des rails.

Les résultats décrits tout au long de ce chapitre ont été obtenus à l'aide de modèles constitués d'une voie et de roues parfaites sans irrégularités, ce qui est n'est pas le cas en réalité. La voie et les roues présentent toujours des irrégularités, celles-ci constituent une source d'excitation du système véhicule-voie très influents sur les forces dynamiques du contact roue-rail. De plus, elles génèrent des vibrations indésirables. Le prochain chapitre sera ainsi consacré au développement de modèles multi-corps de ZTER avec des irrégularités de roues et de la voie.

Chapitre 6 :

Irrégularités de la roue et de la voie

Dans ce chapitre, les modèles multi-corps du véhicule ZTER en interaction avec la voie développés dans les deux chapitres précédents seront modifiés en intégrant des irrégularités de la roue et de la voie et les efforts d'interaction véhicule-voie seront comparés pour différentes configurations. Comme déjà expliqué dans le premier chapitre, la roue et la voie sont caractérisées par des irrégularités qui constituent une source d'excitation du système véhicule-voie. Dans ce chapitre, nous considérons trois types d'irrégularités : l'usure ondulatoire des rails, le méplat de roue et le joint de rail.

1- Usure ondulatoire des rails

Dans ce paragraphe, l'effet de la flexibilité des essieux et de la voie sera évalué avec des modèles multi-corps du véhicule ZTER intégrant l'usure ondulatoire des rails. L'usure ondulatoire est un phénomène qui affecte à la fois les trains, les trams, les métros et tout autre type de transport sur rails. Elle est causée par la résonance du véhicule et de la voie. La figure 6.1 montre un exemple d'usure ondulatoire de rails avec une longueur d'onde λ .

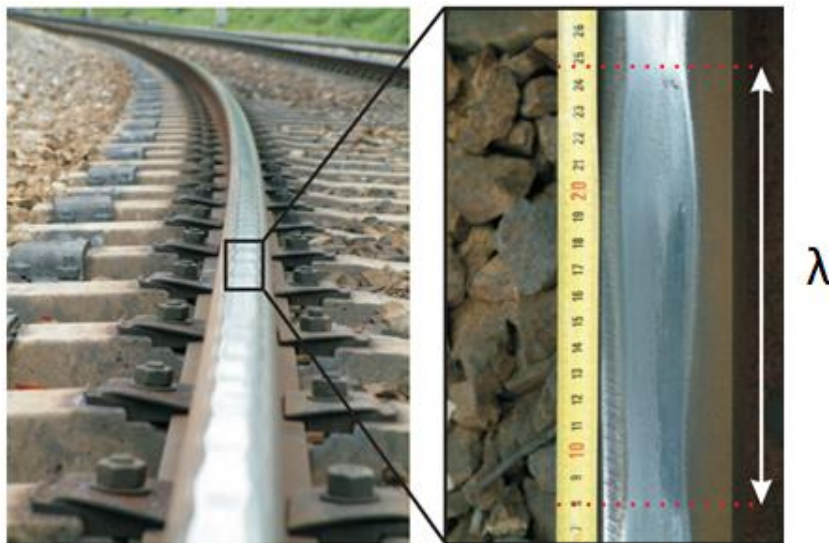


Figure 6.1 – Exemple d'usure ondulatoire des rails avec une longueur d'onde λ [33]

L'usure ondulatoire est le résultat de la combinaison de deux mécanismes : le

mécanisme de fixation de la longueur d'onde et le mécanisme d'endommagement (Figure 6.2). Initialement le rail est non usé avec une rugosité intrinsèque, avec le temps la rugosité du rail combinée avec les pseudo-glissements au niveau du contact roue-rail excite des chargements dynamiques du véhicule et de la voie en modifiant le profil du rail. Sachant que les véhicules circulant sur une voie sont généralement identiques et circulent avec la même vitesse, alors la longueur d'onde de l'usure ondulatoire sera la même d'un véhicule à l'autre ce qui forme le mécanisme de fixation de la longueur d'onde. Le mécanisme de l'endommagement résulte du comportement à long terme de l'interaction véhicule-voie. Les deux principaux mécanismes de l'endommagement sont l'usure et l'écoulement plastique au niveau de la table de roulement du rail.

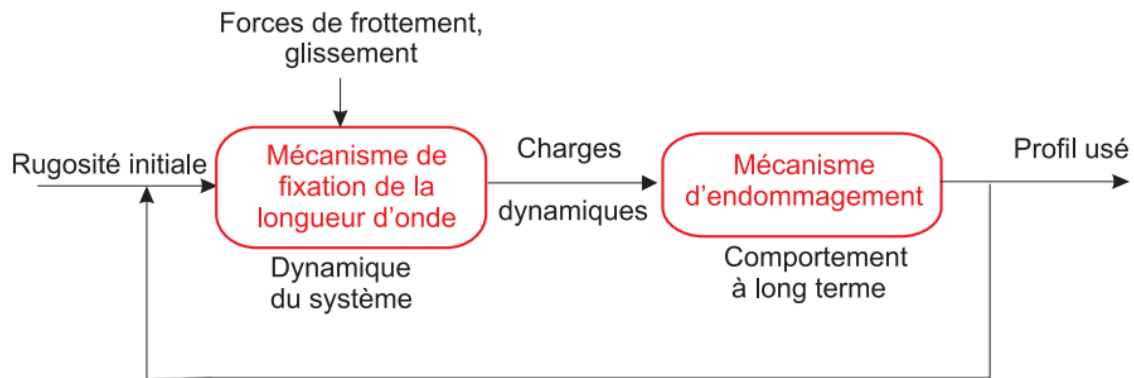


Figure 6.2 – Mécanismes de génération de l'usure ondulatoire [33]

L'usure ondulatoire peut-être classifiée en 5 types suivant ses longueurs d'onde et ses mécanismes de génération [57] (Figure 6.3). Pour le premier type, le mécanisme de fixation de la longueur d'onde est la résonance des masses non suspendues. Le type 2, quant à lui, est associé à la torsion des essieux. Le type 3 est causé par la flexion des essieux et de la voie et le type 4 correspond à la résonance des traverses. Finalement, le type 5 correspond à la vibration « pinned-pinned mode » des rails.

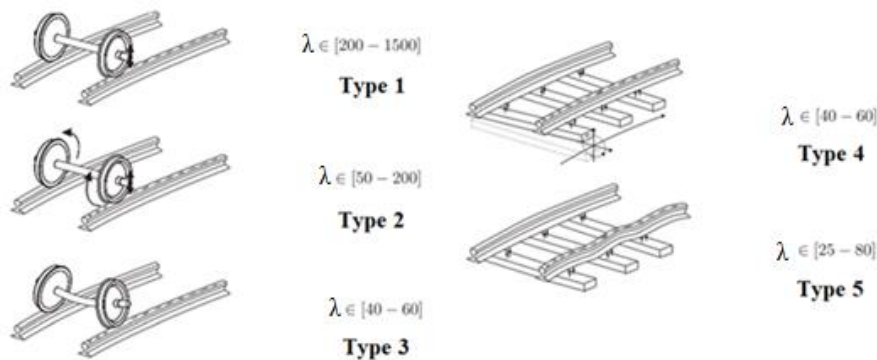


Figure 6.3 – Classification de l'usure ondulatoire [57]

Pour couvrir les 5 types d'usure ondulatoire des rails, nous choisissons dans notre cas deux longueurs d'onde : une longueur d'onde large de 850 mm et une longueur d'onde courte de 60 mm. L'usure ondulatoire est modélisée par une fonction sinus ajoutée identiquement aux deux rails avec une amplitude de 100 μm (Figure 6.4) :

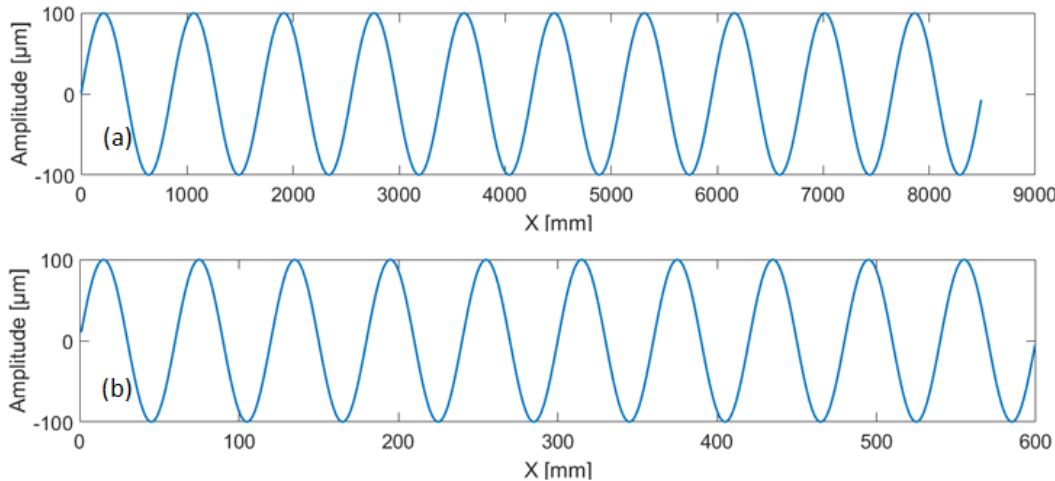


Figure 6.4 – Profils modélisant l'usure ondulatoire avec une longueur d'onde de (a) 850 mm (b) 60 mm

Les forces d'interaction véhicule-voie qui ont été choisies pour cette analyse correspondent aux forces au niveau du contact roue-rail de la roue droite du premier essieu pendant son passage sur des rails rigides en alignement avec une usure ondulatoire de longueur d'onde de 850 mm et une vitesse de 100 km/h (Figure 6.5) :

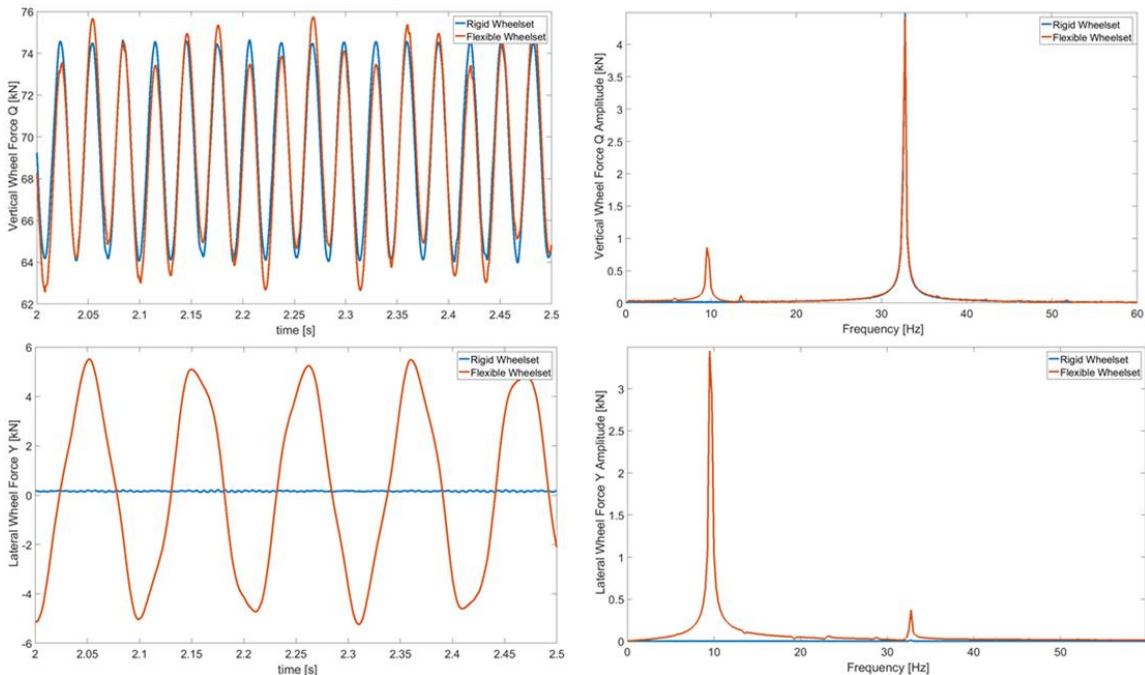


Figure 6.5 – Effort vertical et effort latéral au niveau du contact roue-rail pour l'essieu rigide ou flexible roulant sur des rails rigides avec usure ondulatoire de 850 mm et leurs spectres

Nous remarquons que la flexibilité de l'essieu a un effet significatif sur l'effort latéral au niveau du contact roue-rail Y . La fréquence dominante pour l'effort vertical au niveau du contact roue-rail Q est la fréquence d'excitation donnée par la formule (6.1), tandis que la fréquence dominante pour l'effort latéral est la fréquence de rotation des essieux donnée par l'équation (5.36).

$$f_{irr}(850 \text{ mm}) = \frac{v}{\lambda} = 32,67 \text{ Hz} \quad (6.1)$$

Pour la deuxième longueur d'onde (Figure 6.6) avec toujours une vitesse de 100 km/h , on remarque des valeurs importantes des efforts Y et Q , une perte de contact pendant quelques instants et une excitation d'une gamme de fréquences jusqu'à 5 kHz , avec des pics qui correspondent aux harmoniques d'une fréquence fondamentale égale à la fréquence d'excitation donnée par :

$$f_{irr}(60 \text{ mm}) = \frac{v}{\lambda} = 467 \text{ Hz} \quad (6.2)$$

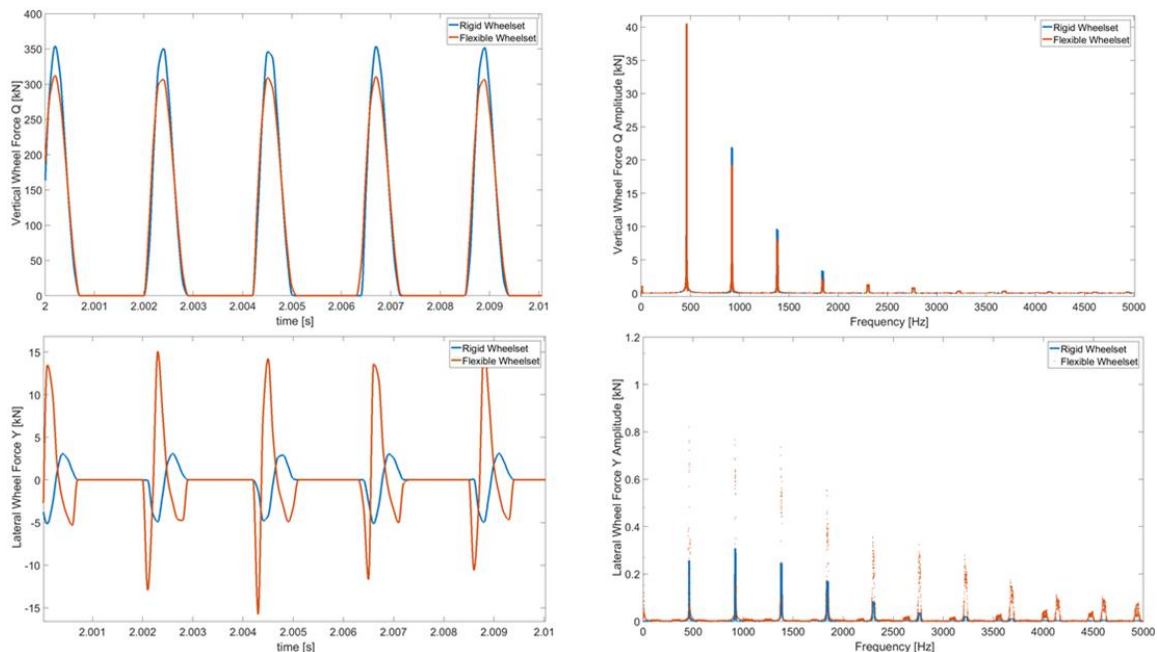


Figure 6.6 – Effort vertical et effort latéral au niveau du contact roue-rail pour l'essieu rigide ou flexible roulant sur des rails rigides avec usure ondulatoire de 60 mm et leurs spectres

En réduisant la vitesse à 20 km/h (Figure 6.7), nous remarquons que la perte de contact ne se produit plus et que l'amplitude des forces Y et Q et la gamme de fréquences sont réduites. De plus, nous remarquons une différence négligeable entre la considération d'un essieu rigide et d'un essieu flexible. La fréquence fondamentale dans

ce cas est donnée par :

$$f_{irr}(60 \text{ mm}; 20 \text{ km/h}) = \frac{v}{\lambda} = 467 \text{ Hz} \quad (6.3)$$

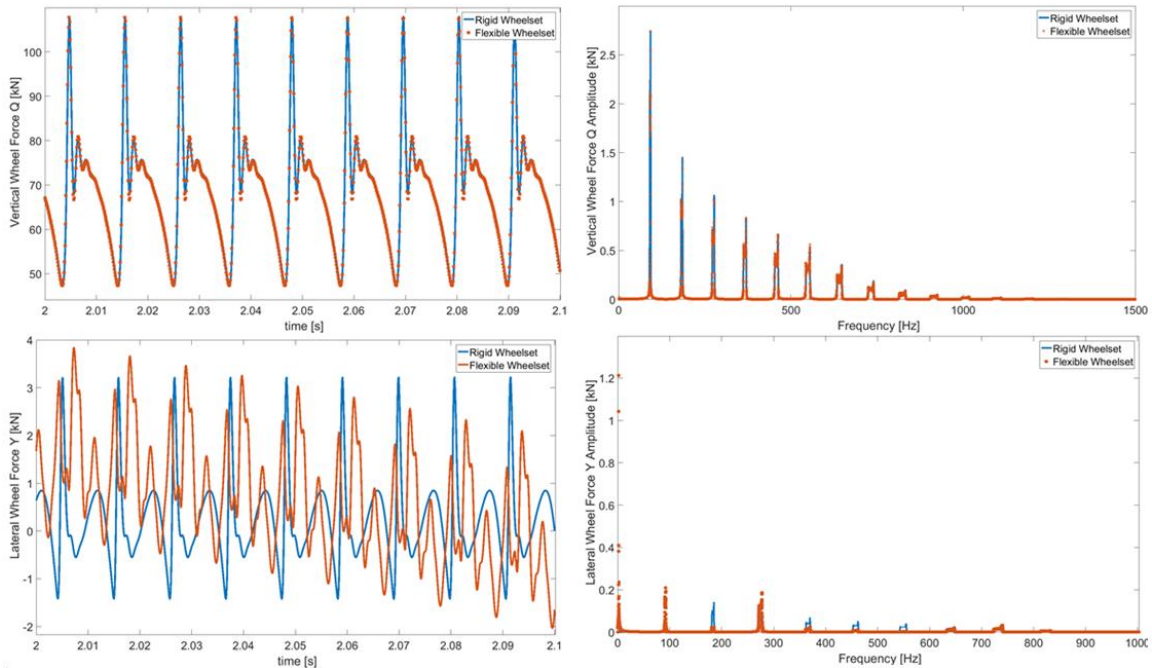


Figure 6.7 – Effort vertical et effort latéral au niveau du contact roue-rail pour l'essieu rigide ou flexible roulant à une vitesse de 20 km/h sur des rails rigides avec usure ondulatoire de 60 mm et leurs spectres

En roulant sur un rail avec usure ondulatoire, la roue a tendance à rebondir. Ce comportement peut être réduit soit en réduisant la vitesse, soit en augmentant la longueur d'onde de l'usure ondulatoire. Les valeurs des efforts d'interaction Y et Q seront également réduites.

En considérant la voie flexible et en gardant la vitesse de 100 km/h, pour le premier cas de longueur d'onde, les valeurs de l'effort vertical Q sont augmentées et celles de l'effort latéral Y sont diminuées (Figure 6.8). Ces résultats s'expliquent, comme déjà mentionné dans le chapitre précédent, par des déplacements verticaux supplémentaires de l'essieu générés par les déformations des rails.

En plus de la fréquence d'excitation et de la fréquence de rotation, la fréquence d'espacement des traverses est également considérée. La différence entre les efforts latéraux Y à la roue en considérant un essieu rigide ou un essieu flexible est réduite (Figures 6.6 et 6.8).

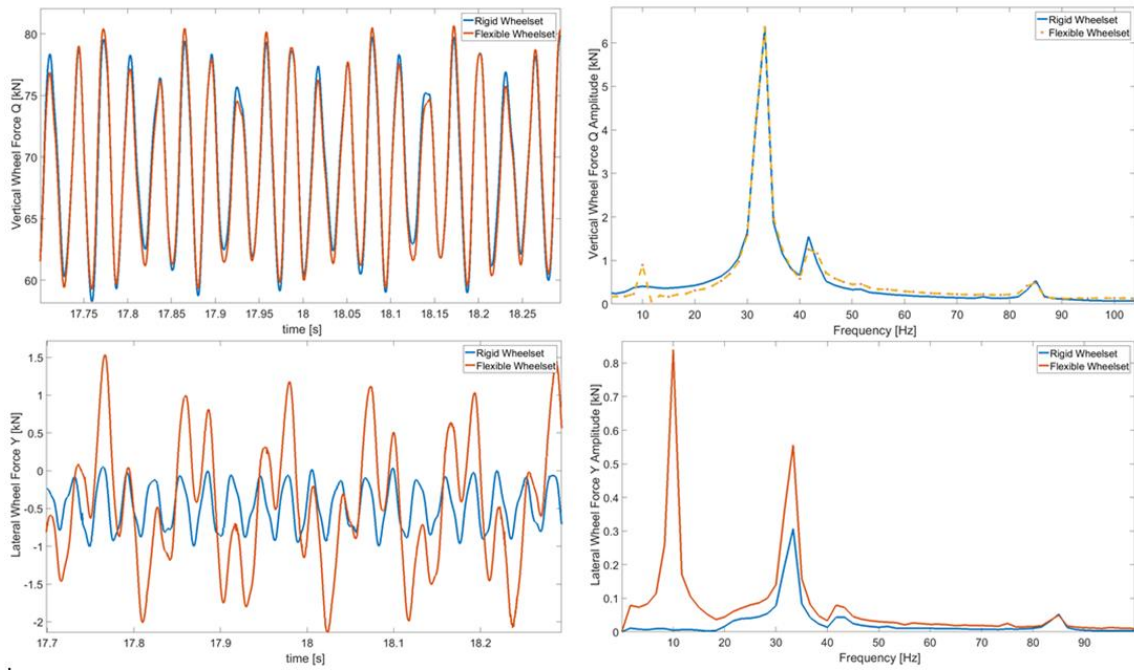


Figure 6.8 – Effort vertical et effort latéral au niveau du contact roue-rail pour l'essieu rigide ou flexible roulant sur la voie flexible avec usure ondulatoire de 850 mm et une vitesse de 100 km/h et leurs spectres

Pour la seconde longueur d'onde, les valeurs des deux efforts Y et Q sont également diminuées pour le modèle avec voie flexible par rapport au modèle avec voie rigide (Figure 6.9) :

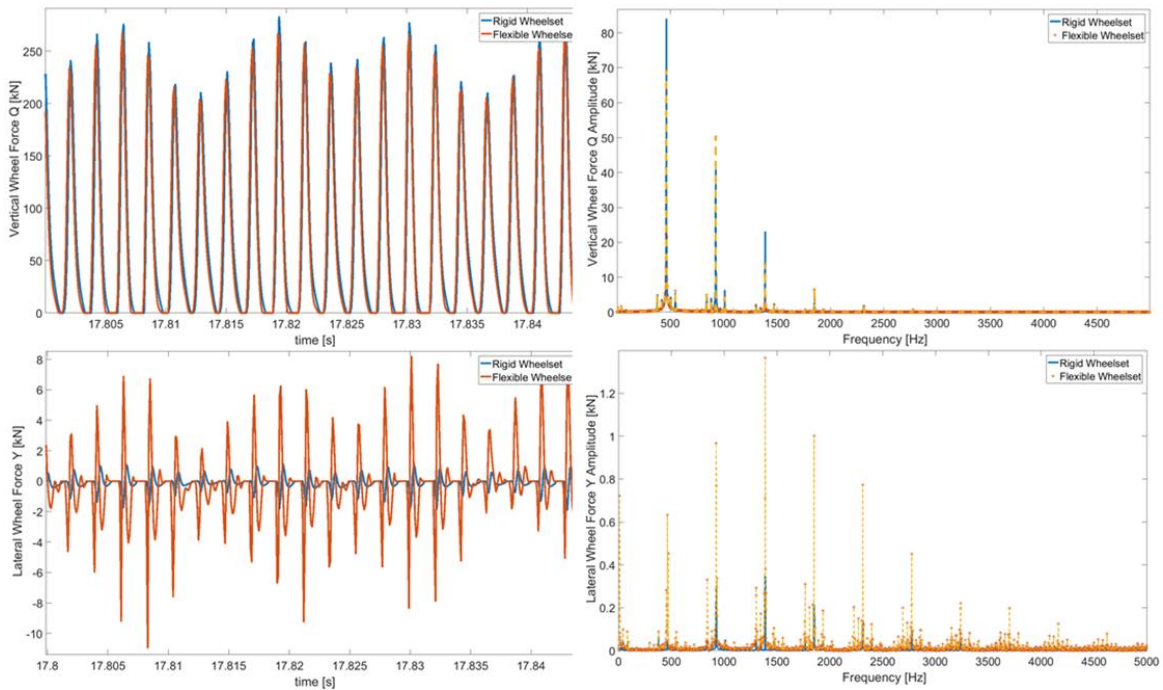


Figure 6.9 – Effort vertical et effort latéral pour l'essieu rigide ou flexible roulant sur la voie flexible avec usure ondulatoire de 60 mm et une vitesse de 100 km/h et leurs spectres

2- Méplat de roue

Dans ce paragraphe, l'effet de la flexibilité de l'essieu et de la voie sera évalué pour le cas des roues présentant un méplat de roue. Le méplat de roue (Figure 6.10) est généré lorsque la roue subit des blocages et des glissements alternés pendant son roulement sur un rail. Cela est possible quand les freins sont défectueux ou lorsque les efforts de freinage sont trop élevés par rapport aux efforts de frottement roue-rail [58]. Au moment de sa formation, le méplat de roue présente des arêtes de coupe agressives qui sont rapidement arrondies par l'usure et la déformation plastique.

Le méplat de roue nouvellement formé a une profondeur d_m et une longueur l_{m0} donnée par [58] :

$$l_{m0} = \sqrt{8R_w d_m - 4d_m^2} \approx \sqrt{8R_w d_m} \quad ; \quad l_m \approx 1,76l_{m0} \quad (6.4)$$

où R_w est le rayon de la roue et il a été supposé que la profondeur du méplat est faible par rapport au rayon de la roue. Le méplat de roue arrondi à une longueur plus grande avec le maintien de la profondeur initiale (Figure 6.10) :

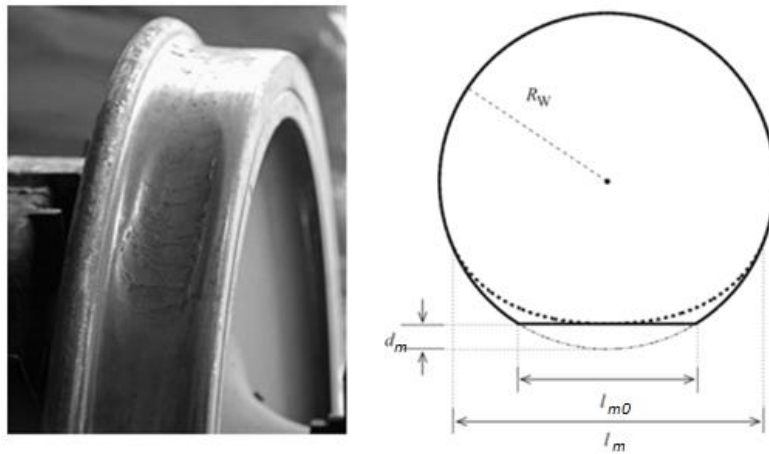


Figure 6.10 – Méplat de roue et géométrie 2D idéalisée du méplat nouvellement formé et du méplat arrondi [58]

Le déplacement vertical de la roue dû au méplat nouvellement formé est approximé par :

$$z_m \approx d_m - \frac{x_m^2}{2R_w} \quad ; \quad \frac{-l_{m0}}{2} \leq x_m \leq \frac{l_{m0}}{2} \quad (6.5)$$

où x_m décrit la distance horizontale par rapport au centre du méplat. Le méplat arrondi

est supposé avoir la même profondeur d_m que le méplat nouvellement formé et le déplacement vertical dû au méplat arrondi est décrit par :

$$z_m = \frac{d_m}{2} \left(1 + \cos \left(2\pi \frac{x_m}{l_m} \right) \right); \quad -\frac{l_m}{2} \leq x_m \leq \frac{l_m}{2} \quad (6.6)$$

Dans notre cas, la profondeur choisie est de 1 mm et la longueur du méplat nouvellement formé est calculée en utilisant l'équation (6.4) et correspond à $60,66 \text{ mm}$ ($R_w = 460 \text{ mm}$). Alors la longueur du méplat arrondi peut être déduite et elle est égale à $106,76 \text{ mm}$.

Sur SIMPACK [52], le méplat de roue peut être ajouté à une roue à l'aide de l'option roue à géométrie non parfaite (**Untrue Wheels**), la circonférence de la roue n'est pas purement circulaire et le rayon nominal de la roue n'est plus constant mais varie avec l'angle de rotation (Figure 6.11) :

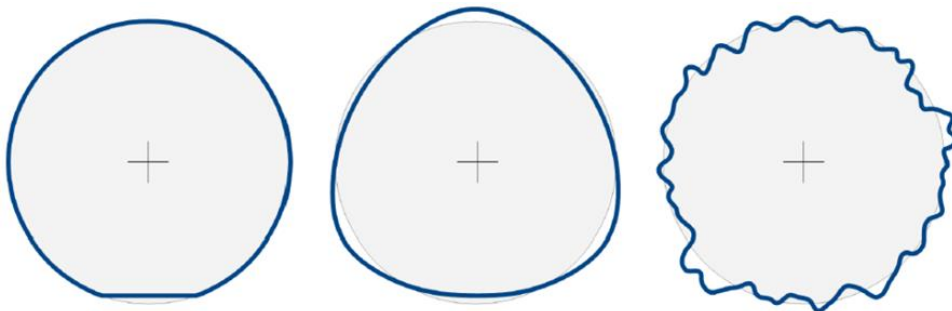


Figure 6.11 – Géométries atypiques de la roue sur SIMPACK [52]

C'est une méthode simplifiée qui n'affecte que la position verticale du profil de la roue, alors que la courbure longitudinale de la roue utilisée dans les calculs du contact et le centre de gravité de la roue ne sont pas modifiés [52].

Le méplat de roue arrondi est réalisé par une variation périodique du rayon nominal de la roue. La variation du déplacement vertical de la roue Δz_m est déterminée par la multiplication de la variation du rayon ΔR_w et de l'angle de rotation de la roue α_r :

$$\Delta z_m = \Delta R_w \cdot \alpha_r \quad (6.7)$$

Dans notre cas, la variation du rayon de la roue en fonction de l'angle de rotation donnée par la figure 6.12. Après la réalisation des calculs, on peut examiner les efforts de contact roue-rail Y et Q . En comparant ces efforts (Figure 6.13) pendant le roulement des essieux du véhicule ZTER à une vitesse de 100 km/h sur une voie en alignement avec des

rails rigides et un méplat arrondi sur la roue droite du premier essieu, on remarque des pics d'efforts avec des valeurs importantes à la sortie du contact du méplat, une perte de contact à l'entrée pendant quelques instants, et l'excitation d'une gamme de fréquence allant jusqu'à 3,5 kHz.

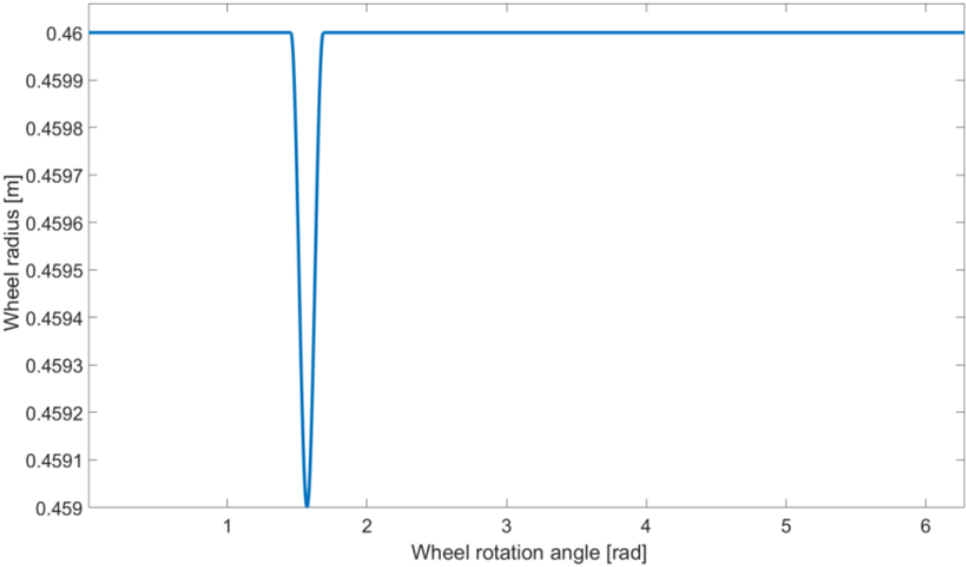


Figure 6.12 – Variation du rayon de la roue en fonction de son angle de rotation pour le méplat de roue arrondi

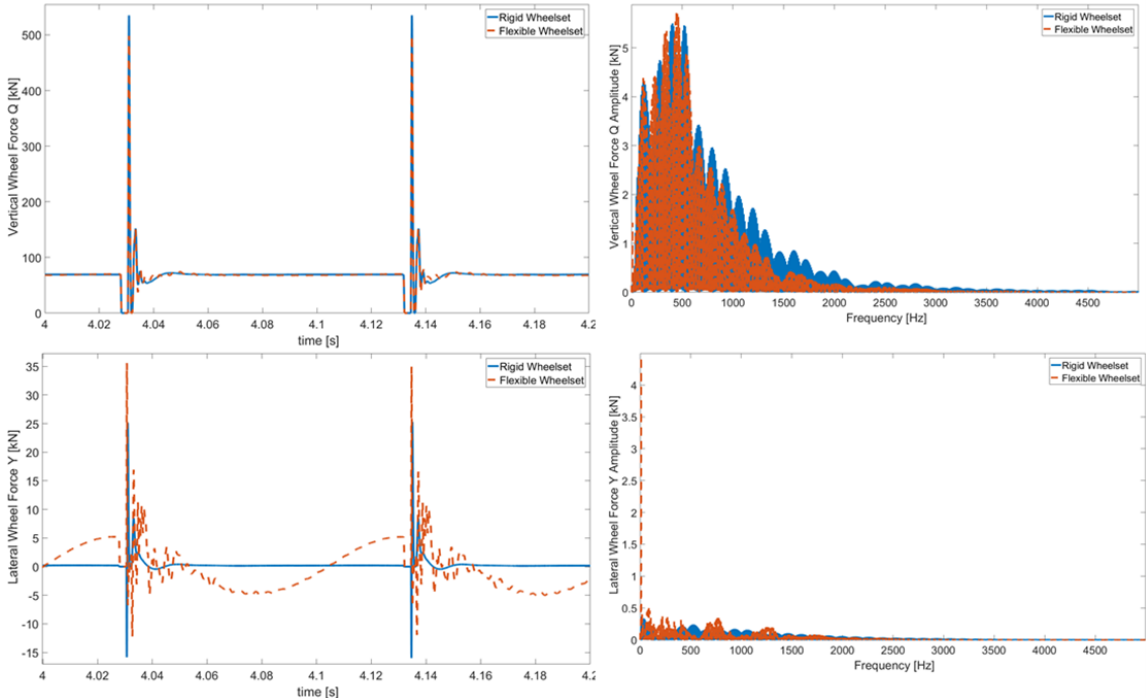


Figure 6.13 – Effort vertical et effort latéral pour l'essieu rigide ou flexible avec méplat de roue roulant sur une voie avec des rails rigides et ses spectres

En réduisant la vitesse à 20 km/h (Figure 6.14), on remarque que la perte de contact ne se produit plus et que l'amplitude des efforts et la gamme de fréquences sont

réduites.

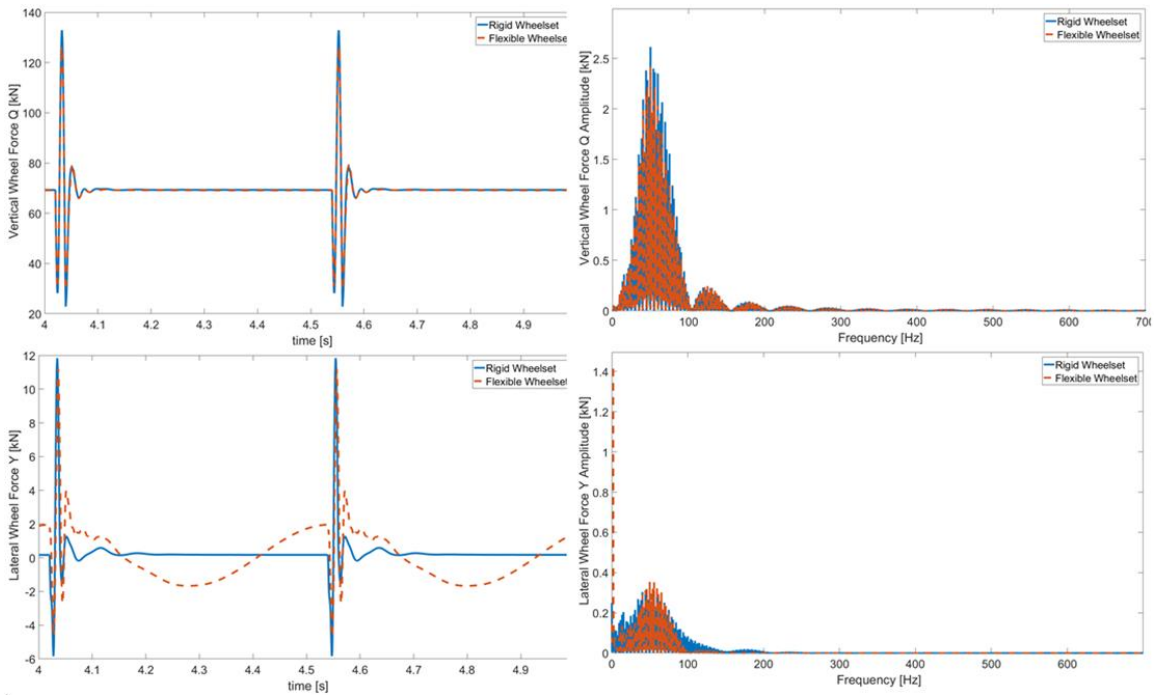


Figure 6.14 – Efforts Q et Y pour l'essieu rigide ou flexible avec méplat de roue roulant sur une voie avec des rails rigides à une vitesse de 20 km/h et ses spectres

En considérant le cas de la voie flexible et en gardant la vitesse de 100 km/h, les valeurs des efforts Y et Q sont réduites par rapport au modèle avec une voie rigide (Figure 6.15) :

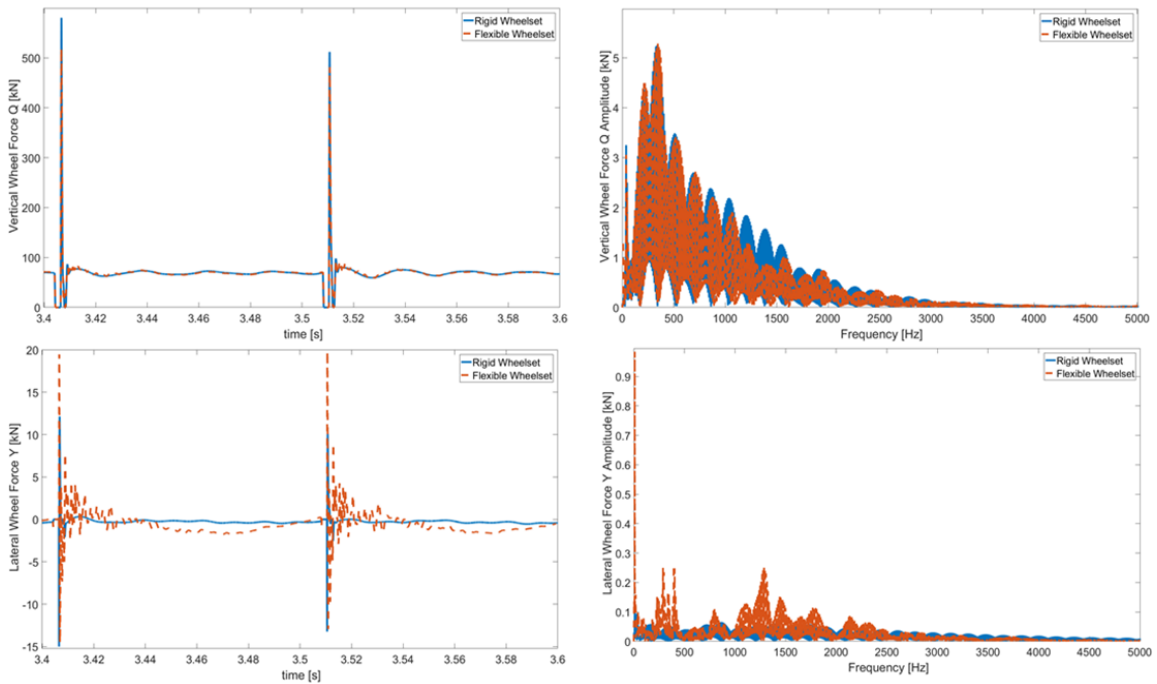


Figure 6.15 – Effort vertical et effort latéral pour l'essieu rigide ou flexible avec méplat de roue roulant sur une voie flexible et ses spectres

Le méplat de roue constitue une irrégularité sévère qui affecte énormément les efforts d'interaction véhicule-voie. Il a pour conséquence un rebondissement de la roue qui génère une perte de contact roue-rail pendant un bref instant entraînant des pics d'efforts qui caractérise l'impact de la roue contre le rail.

3- Joint de rail

Dans ce paragraphe, l'effet de la flexibilité des essieux et de la voie sur les efforts d'interaction véhicule-voie sera évalué dans le cas du passage de véhicule sur un joint de rail. Le joint de rail est l'une des discontinuités les plus sévères de la surface de roulement du rail où les extrémités des deux rails se rencontrent. Comme indiqué sur la figure 6.16, les deux rails sont espacés d'un jeu j et sont reliés par deux éclisses boulonnées :

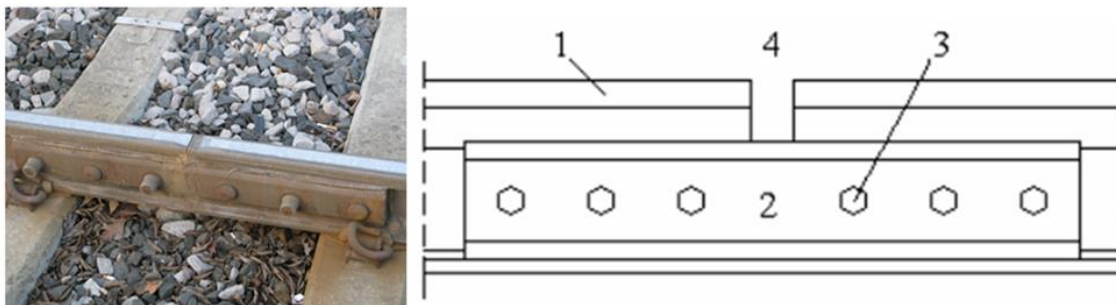


Figure 6.16 – Joint de rail (1) rail (2) éclisse (3) boulon (4) jeu [59]

Pour les lignes ferroviaires modernes, les joints de rail sont remplacés par des rails longs soudés. Cependant, les lignes secondaires ont toujours un grand nombre de joints de rail. Généralement, le joint de rail rompt la continuité de la voie en raison de l'écart entre les rails, la différence de hauteur et l'angle d'inclinaison. De plus, la rigidité verticale du rail diminue considérablement au niveau du joint de rail. En raison de l'existence de cette discontinuité, le passage d'une roue sur le joint de rail génère des efforts d'impact dynamiques importants ce qui peut provoquer des dommages sévères aux rails, tels que l'écaillage, l'usure et les fissures [59]. D'autre part, lorsqu'une roue passe sur un joint de rail, un bruit d'impact transitoire est produit en plus du bruit de roulement.

Pour simuler le passage d'un joint de rail, nous utilisons le modèle de la voie flexible avec le joint de rail (Figure 6.17). L'effet des boulons est négligé et les éclisses sont rigidement fixées aux rails. Le jeu j entre les deux rails a une valeur de 5 mm .

En effectuant une simulation, nous visualisons la déformation des rails pendant le

roulement sur le joint de rail et nous remarquons une différence entre le roulement sur des rails continus et le roulement sur les joints de rails (Figure 6.18).

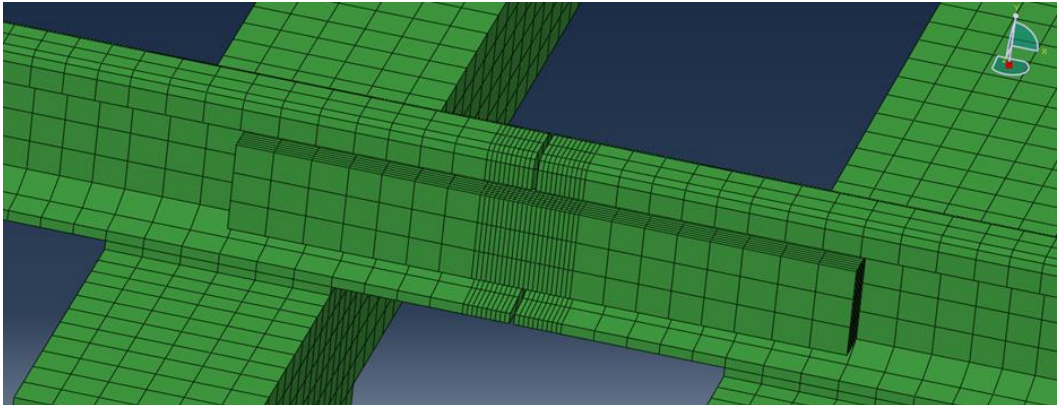


Figure 6.17 – Modèle éléments finis de la voie flexible avec joint de rail

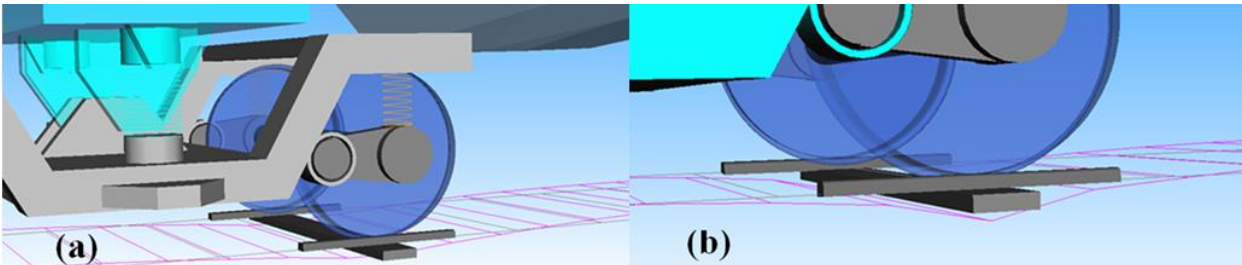


Figure 6.18 – Déformation des rails durant le passage sur des (1) rails continus (2) joints des rails

En évaluant les forces d'interaction véhicule-voie Y et Q pendant le passage des roues sur les joints de rails pour les essieux rigides et flexibles avec une vitesse de 100 km/h , nous remarquons des pics d'efforts qui caractérisent l'impact (Figure 6.19). Les amplitudes de ces pics sont plus remarquables pour l'effort latéral avec des essieux flexibles, tandis que la modélisation des essieux (rigide ou flexible) n'affecte pas l'effort vertical.

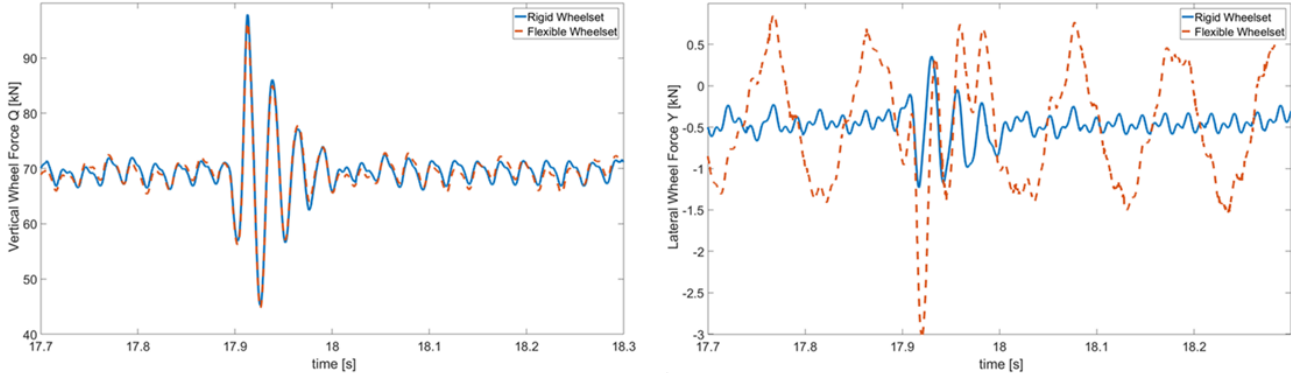


Figure 6.19 – Effort vertical à la roue et effort latéral pour l'essieu rigide/flexible roulant sur une voie flexible avec joint de rail

Conclusion

Dans ce chapitre, on a développé des modèles multi-corps sous SIMPACK du véhicule ZTER avec des éléments flexibles et des irrégularités de la voie et de la roue. Trois cas d'irrégularités ont été considérées, à savoir : l'usure ondulatoire, le méplat de roue et le joint de rail.

En excitant les modèles avec des irrégularités de la roue et de la voie, on remarque que les flexibilités des éléments et la vitesse affectent les efforts d'interaction véhicule-voie. En cas de l'usure ondulatoire des rails avec une longueur d'onde large, la roue reste en contact avec le rail et un effet important sur l'effort latéral à la roue est considéré. La réduction de la longueur d'onde entraîne des pertes de contact pendant quelques instants suite au rebondissement de la roue générant des efforts d'interaction véhicule-voie importants et une excitation d'une gamme de fréquences allant jusqu'à 5 kHz. En réduisant la vitesse, le rebondissement de la roue ne se produit plus et le contact est toujours maintenu. De plus, on observe une réduction des valeurs des efforts d'interaction véhicule-voie et de la gamme de fréquences excitée.

Dans le cas des modèles avec méplat de roue, une perte de contact est remarquée à l'entrée du méplat en contact ainsi que des pics d'efforts d'interaction véhicule-voie importants à sa sortie. Une gamme de fréquences continue est excitée et pouvant aller jusqu'à 3,5 kHz.

Les efforts de contact Y et Q importants générés par l'usure ondulatoire et le méplat de roue augmentent le risque de fatigue de contact de roulement des roues et des rails. Comme déjà mentionné dans le chapitre 2, ce risque est réduit par le reprofilage des roues et le meulage des rails pour éliminer ces irrégularités, ce qui réduit également le risque d'amorçage des fissures et leur propagation.

Pour les joints de rail, nous remarquons des pics d'efforts d'interaction véhicule-voie qui caractérisent l'impact. Toutefois, les lignes des chemins de fer modernes n'ont pas de joint de rail. En effet, on trouve désormais des rails longs soudés. L'étude de l'influence des joints de rail n'est donc plus une problématique pour les nouvelles lignes ferroviaires, toutefois, il existe des problématiques similaires comme le passage sur des appareils de voie.

Conclusion générale

Dans le cadre des travaux de cette thèse, les modèles de dynamique multi-corps du véhicule ZTER en interaction dynamique avec la voie ont été développés en utilisant le logiciel SIMPACK. En premier lieu, ses modèles sont composés de corps rigides liés par des ressorts et des amortisseurs, ce qui a permis d'avoir des modèles avec un nombre de degrés de liberté limité et ainsi de réaliser des calculs en temps réel à basses fréquences.

Ces modèles ont été améliorés en intégrant des essieux flexibles et/ou des rails flexibles par couplage éléments finis – dynamique multi-corps. Des modèles éléments finis de l'essieu et de la voie ont été développés en utilisant le code ABAQUS. Ensuite, ces modèles ont été réduits en utilisant des méthodes de sous-structuration. Le modèle éléments finis de la voie a été réduit en utilisant la méthode de Guyan, tandis que le modèle éléments finis de l'essieu a été réduit en utilisant la méthode de Craig-Bampton avec des interfaces libres.

Pour prendre en considération l'amortissement, un taux d'amortissement a été considéré pour les modes de l'essieu et un amortissement faible de Rayleigh a été considéré pour la voie.

Pour la résolution du problème de contact roue-rail, la théorie de Hertz a été considéré pour la résolution du problème de contact normal et l'algorithme FASTSIM a été considéré pour la résolution du problème de contact tangentiel.

En examinant les efforts de contact roue-rail, on a constaté qu'ils sont affectés par la modélisation des essieux et de la voie ainsi que les irrégularités de la roue et de la voie. Pour le cas des modèles sans défauts avec des essieux flexibles et de la voie flexible, ces efforts sont oscillatoires en comparaison avec des modèles avec des éléments rigides qui présentent une réponse constante. Ces oscillations sont caractérisées par deux fréquences, la fréquence de rotation des essieux et la fréquence d'espacement des traverses. La fréquence de rotation des essieux est générée par la rotation des essieux avec la déformation générée par le poids du véhicule tandis que la flexibilité de la voie affecte majoritairement l'effort latéral au niveau du contact roue-rail.

En considérant l'usure ondulatoire des rails en plus des flexibilités des essieux et de la voie, un effet important est remarqué sur l'effort latéral et ainsi des rebondissements de la roue pour le cas de courtes longueurs d'onde. Ces

rebondissements sont réduits en réduisant la vitesse ou en augmentant les longueurs d'onde, ce qui réduit également la gamme de fréquences excitée.

Pour le cas de méplat de roue, le rebondissement de la roue est également constaté ainsi que des pics des efforts de contact caractérisant l'impact de la roue sur le rail.

Le joint de rail est caractérisé par une discontinuité de la voie qui génère un impact et des pics d'efforts importants lors du passage de la roue.

Les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse prouvent que les flexibilités des composants des modèles multi-corps du véhicule et de la voie ferroviaires, particulièrement les essieux et la voie, doivent être prise en compte pour la prédiction des efforts d'interaction véhicule-voie afin d'élargir le domaine fréquentiel des simulations. Néanmoins, les modèles développés dans le cadre de cette thèse nécessitent une étape de validation avec des mesures issues d'essais physiques. Ces essais pourraient montrer le domaine de validité du couplage éléments finis – dynamique ferroviaire ainsi que valider les réponses obtenues sur des cas théoriques.

Bibliographie

- [1]- T. Dalhlberg, *Railway track dynamic a survey*, Solid Mechanics/IKP, Linköping University, 2003.
- [2]- H. Feng, *3D models of railway track for dynamic analysis*, Master Degree project, KTH, 2011.
- [3]- S.H. Nia, *An investigation of the iron-ore wheel damages using vehicle dynamics simulation*, licentiate Thesis, KTH, 2014.
- [4]- E. Andersson, M. Berg and S. Stichel, *Rail vehicle dynamics*, Text book, Division of Rail Vehicles, Department of Aeronautical and Vehicle Engineering, KTH, Stockholm 2007.
- [5]- C. Esveld and A. De Man, *Use of railway track vibration behavior for design and maintenance*, Division of Railway Engineering, Delft University of Technology, 2003.
- [6]- D.R. Ahlbeck, H.C. Meacham and R.H. Prause, *The development of analytical models for railroad track dynamics*, Oxford, 1975.
- [7]- P. Willis, *Essay on the effects produced by causing weights to travel over elastic bars*, Appendix to the Report of the Commissioners appointed to inquire into the Application of Iron to Railway Structures. July 26, 1849.
- [8]- J.T. Kenney, *Steady-state vibrations of beam on elastic foundation for moving load*, Journal of applied Mechanics, 1954.
- [9]- N. Rhayma, *Contribution à l'évolution des méthodologies de caractérisation et d'amélioration des voies ferrées*, Thèse université Blaise Pascal-Clermont 2, 2010.
- [10]- UIC code 518, *Testing and approval of railway vehicles from the point of view of their dynamic behavior safety track fatigue ride quality*, 3rd edition, Paris, October 2005.
- [11]- Y. Noblet, *Tracé de la voie – notions fondamentales*, documentation supports de cours formation FAAC, 2006.
- [12]- W. Klingel, *Über den Lauf von eisenbahnwagen auf gerader bahn*, Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, 20, 113-123, 1983.
- [13]- P. Fissette, *Railway vehicle dynamics*, cours LMECA2215, UCLouvain, 2017-2018.
- [14]- M.J. Nadal, *Locomotives à vapeur*, in Collection Encyclopédie Scientifique, Bibliothèque de Mécanique Appliquée et Génie, Vol. 186, Paris, France, 1908.
- [15]- O. Cazier, *Le fonctionnement mécanique de la voie ferrée*, document RFF, 2015.
- [16]- K. Popp, H. Kruse and I. Kaiser, *Vehicle-track dynamics in the mid-frequency range*,

Vehicle System Dynamics, pp. 423-463, 1991.

[17]- I. Kaiser and K. Popp, *Interaction of elastic wheelsets and elastic rails : modeling and simulation*, Proceedings of the 19th IAVSD Symposium on dynamics of vehicles on roads and on tracks, Vehicle System Dynamics Supplement, 2006, pp. 932-939, 2006.

[18]- E. Tassilly and N. Vancent, *A linear model for the corrugation of rails*, Journal of sound and vibration, pp 25-45, 1991.

[19]- S. Grassie, *Rail corrugation mitigation in transit*, Transit Cooperative Research Program, Research Results Digest, No 26, 1998.

[20]- N. Charar, *Wheelset structural flexibility and track flexibility in vehicle-track dynamic interaction*, KTH PhD thesis, 2007.

[21]- M. Meywerk, *Polygonalization of railway wheels*, Archive of Applied Mechanics, pp. 105-120, 1999.

[22]- U. Fingberg, *A model of wheel-rail squealing noise*, Journal of Sound and Vibration, pp. 365-377, 1990.

[23]- T. Meinders, *Modelling of a railway wheelset as a rotating elastic multibody system*, Machine Dynamic Problems, pp. 209-219, 1998.

[24]- R. Guyan, *Reduction of stiffness and mass Matrix*, AIAA Journal, 1965.

[25]- S. Cervello, *Analysis and design of a low noise railway wheel*, Proc Instn Mech Engrs Vol 215 Part F, 2001.

[26]- C. Andersson and T. Abrahamsson, *Simulation of Interaction between a Train in General Motion and a Track*. Department of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, 2000.

[27]- J.M. Casas, L. Mazzola, L. Baeza and S. Bruni, *Numerical estimation of stresses in railway axles using a train-track interaction model*, International journal of fatigue, 2013.

[28]- J.M. Casas, E. Di Gialleonardo, S. Bruni and L. Baeza, *A comprehensive model of the railway wheelset-track interaction in curves*, Journal of sound and vibration, 2014.

[29]- A. Saulot, *Analyse tribologique du contact roue-rail- modélisation et expérimentations*, thèse INSA Lyon, 2005.

[30]- K.L. Jonhson, *Contact mechanics*, Text book, Cambridge University Press, 1985.

[31]- H. Hertz, *Über die berührung fester elastischer Koper*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, Volume 1882, Issue 92, Pages 156-171, 1882.

[32]- J.C. Alacoque and P. Chapas, *Traction ferroviaire - adhérence par commande d'effort*, Technique d'ingénieur, ref. D5535 V1, 2005.

- [33]- C. Collette, *Usure ondulatoire en transport ferroviaire : mécanismes et réduction*, Thèse de l'Université Libre de Bruxelles, 2007.
- [34]- F.W. Carter, *On the action of a locomotive driving wheel*, Proceedings of the Royal Society of London, 151-157, 1926.
- [35]- D.J. Haines and E. Ollerton, *Contact stress distributions on elliptical contact surface subjected to radial and tangential forces*, Proceeding, Institution of Mechanical Engineers, 177, 95, pp. 261-265, 1963.
- [36]- P.J. Vermeulen and K.L Johnson, *Contact of non-spherical elastic bodies transmitting tangential forces*, Tans. ASME, Series E, Journal of Applied Mechanics, 31, 338, 1964.
- [37]- Z.Y. Shen, J.K. Hedrick and J.A. Elkins, *A comparison of alternative creep force models for rail vehicle dynamic analysis*, Proc. Of 8th IASVD Symposium, MIT, Cambridge, August 15-19, 1983.
- [38]- O. Polach, *A fast wheel-rail forces calculation computer code*, The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks, Vol. 33, 16th IAVSD Symposium, South Africa, 1999.
- [39]- J.J. Kalker and A.D. De Pater, *Survey of the theory of local slip in the elastic contact region with dry friction*, International Applied Mechanics 7(5) 472-483, Springer, 1971.
- [40]- J.J. Kalker, *Survey of wheel-rail rolling contact theory, state-of-the-art paper*, IUTAM-IAVSD Symposium, Berlin, Vehicle System Dynamics 5, p.317-358, 1979.
- [41]- J.J Kalker, *Review of wheel-rail rolling contact theories in the general problem of rolling contact*, L. Browne and N.T. Tsai (eds.), ASME Winter Annual Meeting, Chicago, IL, AMD-Vol. 40, pp. 77-92, 1989.
- [42]- J.J. Kalker, *Three dimensional elastic bodies in rolling contact*, Text book, Kluwer academic publishers, 1990.
- [43]- J.J. Kalker, *Simplified theory of rolling contact*, Progress Report, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, p. 1-10, 1973.
- [44]- P. Pödra and S. Andersson, *Wear simulation with the winkler surface model*, Wear 207 pp. 79-85, 1997.
- [45]- J.J. Kalker, *A fast algorithm for the simplified theory of rolling contact*, Vehicle System Dynamics, Vol. 11, pp. 1-13, 1982.
- [46]- J.J. Kalker, *Railway wheel and automotive tire*, Vehicle System Dynamics 5, Vol.15, p.255-269, 1986.
- [47]- J.J. Kalker, *The principle of virtual work and its dual for contact problems*, Ingenieur-Archiv 56, p.453-467. Springer, 1986.

- [48]- J. Kuszczak, L. Reis, B. Li and M. Freitas, *Theoretical and experimental approach to rolling contact fatigue in high-speed railways*, ICMFF10, 2015.
- [49]- M.A. Arslan and O. Kayabas, *3D rail-wheel contact analysis using FEA*, Advances in engineering Software, pp 325-331, 2012.
- [50]- K.D. Vo, A.K. Tieu, H.T. Zhu and P.B. Kosasih, *A 3D dynamic model to investigate wheel-rail contact under high and low adhesion*, International journal of Mechanical sciences, pp. 63-75, 2014.
- [51]- V.K. Garg and R.V. Dukkipati, *Dynamics of railway vehicle systems*, Text book, 1984.
- [52]- *Simpack documentation, Simpack Release 9.10.1*, Dassaults systemes Simulia Corp, 2016.
- [53]- R.R. Craig and M.C.C. Bampton, *Coupling of substructure for dynamic analyses*, AIAA Journal, Vol. 6 no. 7, pp. 1313-13,1968.
- [54]- R.R. Craig and J.K. Andrew, *Fundamentals of structural dynamics*, Text book, 2006.
- [55]- P.L.C. van der Valk, *Model reduction & interface modeling in dynamic substructuring-application to a multi-megawatt wind turbine*, MSc. Thesis, TU Delft, 2010.
- [56]- Simulia, *ABAQUS 2016 Documentation*.
- [57]- S. L. Grassie and J. Kalousek, *Rail corrugation : characteristics, causes and treatments*, Journal of Rail and Rapid Transit, 207:57, pp. 68, 1993.
- [58]- A. Pieringer, W. Kropp and J.C.O. Nielsen, *The influence of contact modeling on simulated wheel/rail interaction due to wheel flats*, Wear 314, pp. 273-281, 2014.
- [59]- T. Mazilu, M. Dumitriu and C. Tudorache, *Wheel-rail joint geometry*, IEEE, 11516881, 2010.
- [60]- A. Qazizadeh, *Development and on-track tests of active vertical secondary suspension for passenger trains*, KTH Licentiate thesis, 2014.
- [61]- S. Bruni, *Railway bogie stability control from secondary yaw actuators*, corso di laurea magistrale in ingegneria dell'automazione scuola di ingegneria industriale e dell'informazione politecnico di Milano, 2013-2014.
- [62]- C. Koepfer, *Re-turning adds life to train wheels*, PM Production machining, 2015.
- [63]- Z. Wen, L. Wu, W. Li, X. Jin and M. Zhu, *Three-dimensional elastic-plastic stress analysis of wheel-rail rolling contact*, Wear 271, pp. 426-436, 2011.
- [64]- M.R. Aalami, A. Anari, T. Shafighfard and S. Talatahari, *A Robust finite element analysis of the rail-wheel rolling contact*, Hindawi Publishing Corporation, Advances in Mechanical Engineering, Volume 2013, Article ID 272350, 2013.

[65]- C.I. Barbinta, C. Ulianov, F. Franklin and S. Cretu, *Wheel-rail contact modeling and analysis considering profiles types and lateral displacement*, Transport Research Arena Paris, 2014.

[66]- L. Rayleigh, *Theory of Sound*, vol. 1. Dover: New York, NY, 1945.

ANNEXE A :

Simulation du contact roue-rail par éléments finis

Dans cette annexe, on détaille l'étude comparative de la théorie de Hertz avec la simulation numérique mentionnée dans le chapitre 2, la théorie de Hertz est comparée avec une modélisation éléments finis afin de vérifier si la surface du contact est bien elliptique et si la pression du contact donnée par les deux approches est la même.

Développement du modèle éléments finis

Le logiciel ABAQUS [56] est considéré pour réaliser un modèle éléments finis du contact roue-rail. Le calcul est en dynamique explicite à cause de la non-linéarité du modèle. En plus, cette méthode ne nécessite pas un espace de mémoire important par rapport aux modèles implicites, mais elle est conditionnement stable. A titre d'illustration dans le cas unidimensionnel, le pas de temps doit être inférieur à un pas critique donné par (A.1) :

$$\Delta t < \frac{L_e}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (\text{A.1})$$

où L_e est la taille du plus petit élément, E module de Young et ρ la masse volumique.

On modélise le roulement d'une portion de la roue sur une portion du rail (Figure A.1). Le modèle est composé de 5 parties : 3 parties collées pour la roue et 2 parties collées pour le rail. Pour optimiser le temps de calcul, un maillage fin est considéré au niveau du contact. Les deux corps ont le même module de Young de 210 GPa , le même coefficient de Poisson de $0,28$ et la même masse volumique de 7800 kg/m^3 . La vitesse de roulement est fixée à 50 km/h .

Un effort vertical de 75000 N est appliqué au centre de la roue, il modélise la charge à la roue. Deux étapes de calcul sont considérées, la première d'une durée de $0,012 \text{ s}$ pour mettre la roue en contact avec le rail, et la deuxième d'une durée de $0,0148 \text{ s}$ pour faire rouler la roue sur les 250 mm du rail.

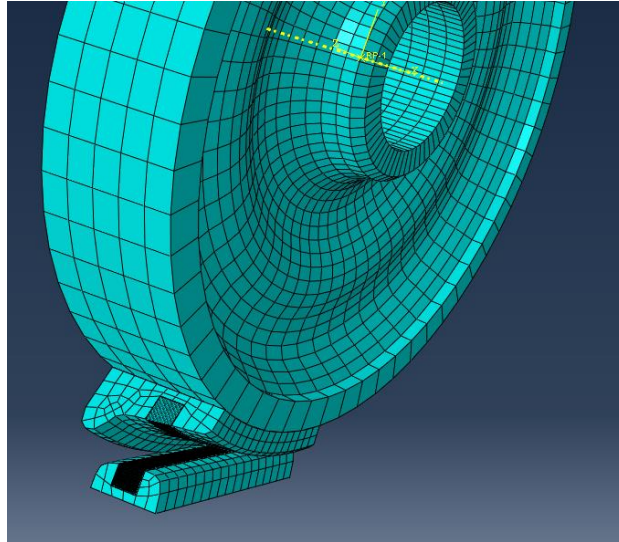


Figure A.1 – Modèle éléments finis du contact roue-rail sous ABAQUS

On considère un contact de type surface-surface avec la méthode de pénalité et avec glissement. Le coefficient de frottement est fixé à 0,2. Au premier lieu, trois tailles de maillage sont considérées au niveau du contact : 2 mm, 1,5 mm et 1 mm.

Résultats du modèle éléments finis

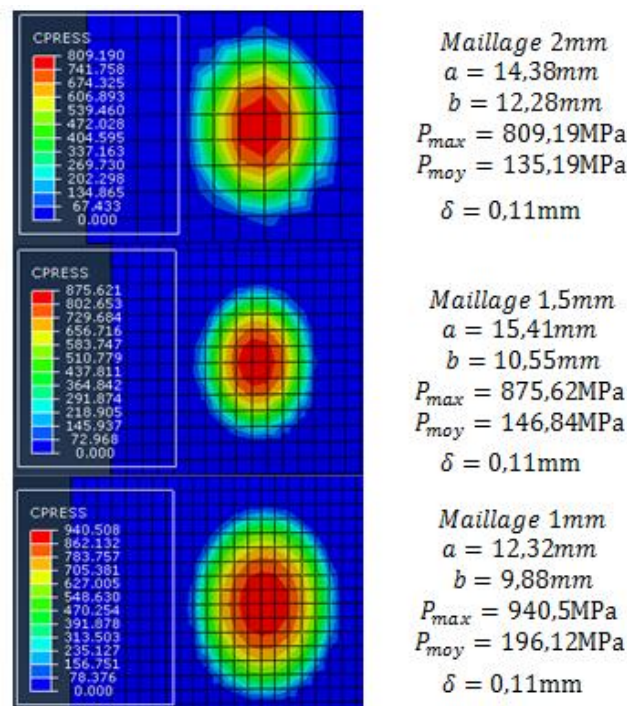


Figure A.2 – Effet de la taille du maillage sur la surface du contact, la pression du contact et l'écrasement des solides

La surface du contact est bien elliptique (Figure A.2), la pression du contact augmente en diminuant la taille du maillage, la forme et les dimensions de l'ellipse

deviennent de plus en plus précis en réduisant le maillage, tandis que l'écrasement des solides reste constant.

En considérant un maillage de $0,5\text{ mm}$ au niveau du contact (Figure A.3), la pression de contact maximal atteint 994 MPa . Avec la théorie de Hertz, la pression maximale est de l'ordre de 1000 MPa , soit un écart de 6% qui pourrait être réduit en utilisant un maillage plus fin.

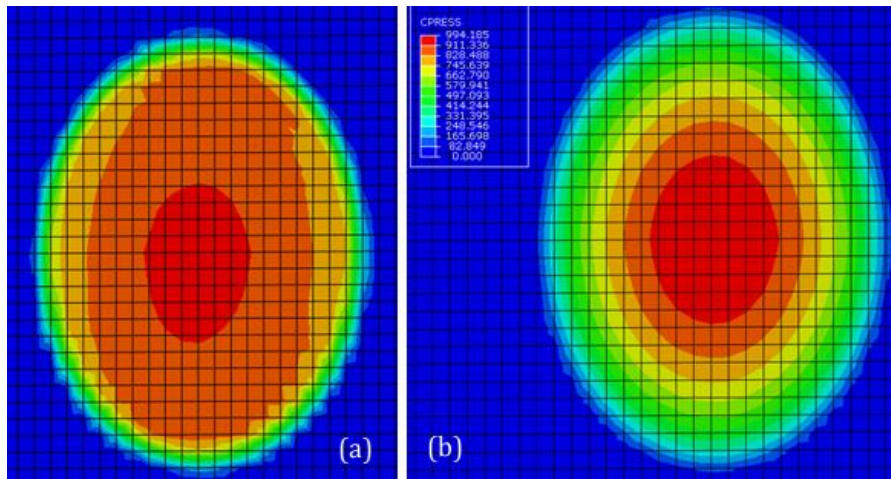


Figure A.3 – (a) Surface de contact elliptique, (b) Pression de contact

En concluant cette annexe, la modélisation éléments finis permet de modéliser le contact roue-rail. La surface du contact est bien elliptique, et la pression maximale prédite par le modèle éléments finis est proche à celle obtenue à l'aide de la théorie de Hertz. La méthode des éléments finis n'a pas été retenue dans le cadre de ce projet vu les temps de calcul très élevés.

ANNEXE B :

Evaluation du coefficient de déraillement

Dans cette annexe, on exploite les efforts de contact donnés auparavant pour évaluer le coefficient de déraillement pour les différentes configurations. Comme déjà démontré dans le chapitre 1, le coefficient de déraillement est donné par la formule de Nadal (1.13). En pratique, le rapport entre l'effort latéral à la roue Y et l'effort vertical à la roue Q doit être inférieur à une valeur conventionnelle de $0,8$ pour éviter tout risque de déraillement.

Coefficient de déraillement pour les configurations sans les défauts

En comparant le coefficient de déraillement pour les configurations sans les défauts de la roue et du rail, c'est-à-dire le roulement sur une voie en alignement avec des éléments rigides, puis avec des essieux flexibles et ensuite avec des rails flexibles, on remarque qu'il atteint $0,002$ pour les modèles avec des éléments rigides, $0,072$ avec des essieux flexibles et $0,02$ avec les essieux et les rails flexibles (Figure B.1) :

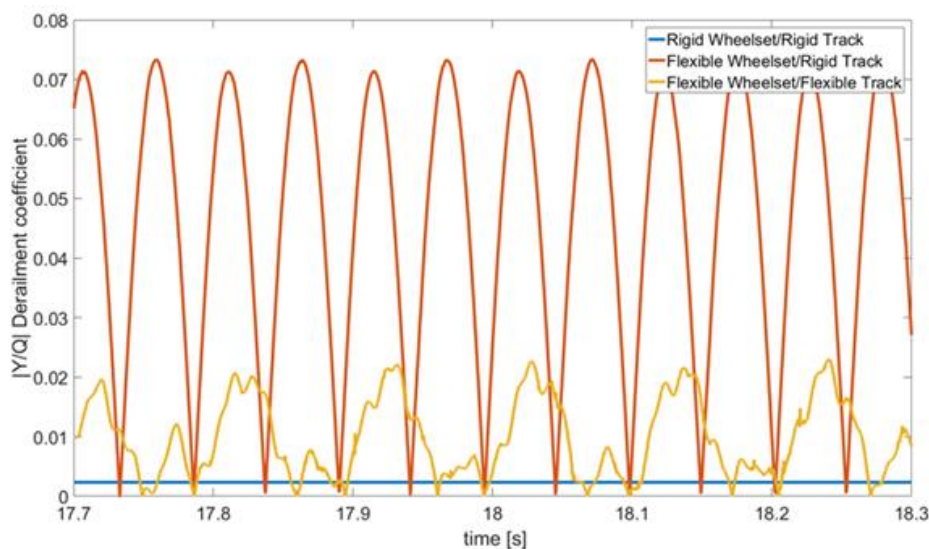


Figure B.1 – Coefficient de déraillement pour les essieux et les rails rigides ou flexibles sans défauts

En considérant l'usure ondulatoire des rails, le maximum du coefficient de déraillement ne change pas pour le cas de l'usure ondulatoire avec une longueur d'onde large de 850 mm , tandis qu'il atteint une valeur de $0,3$ pour le cas de la longueur d'onde de 60 mm (Figure B.2) :

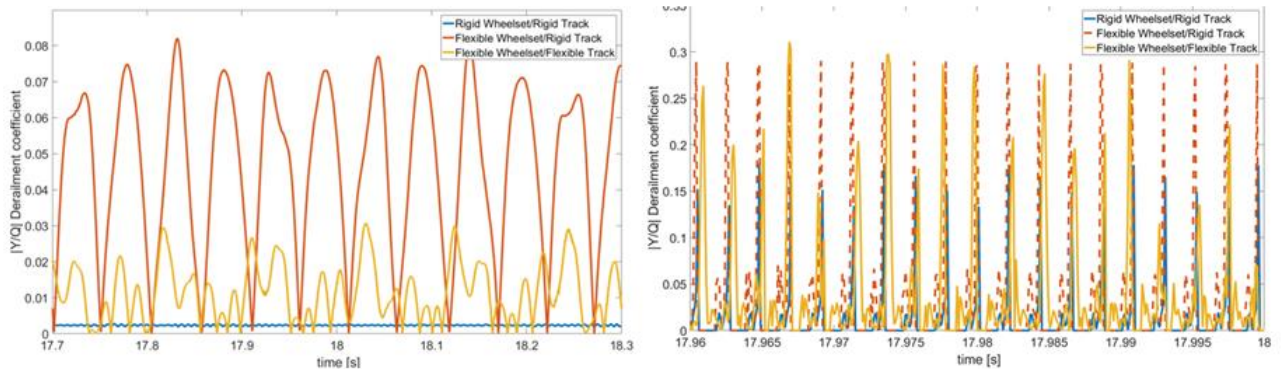


Figure B.2 – Coefficient de déraillement pour les essieux et les rails rigides ou flexibles avec de l'usure ondulatoire des rails de longueurs d'onde de 850 mm et 60 mm respectivement

Pour le cas du méplat de roue et du joint de rail, le maximum du coefficient de déraillement atteint $0,27$ pour le premier cas de méplat de roue et $0,05$ durant le roulement sur un joint de rail (Figure B.3) :

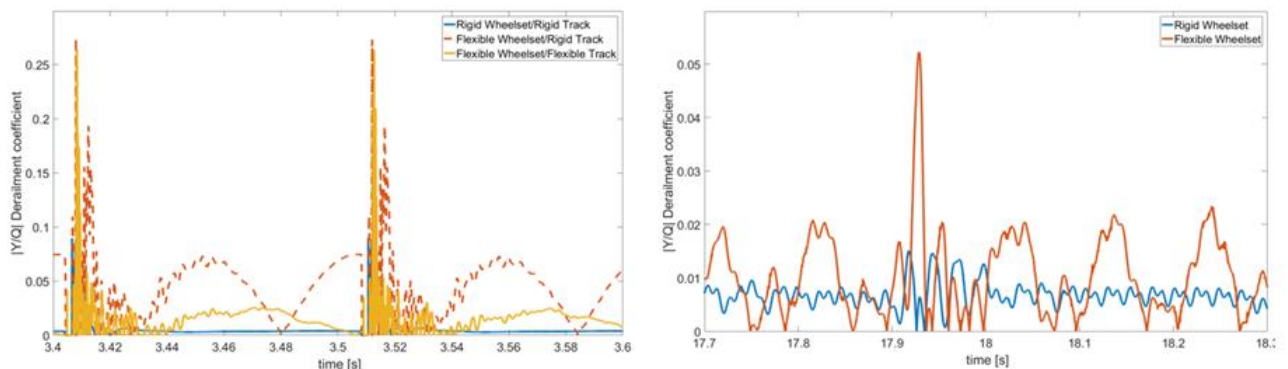


Figure B.2 – Coefficient de déraillement pour les essieux et les rails rigides/flexibles avec méplat de roue et joint de rail respectivement

Ces résultats montrent que la flexibilité des essieux et de la voie affecte le coefficient de déraillement, ce paramètre est sous-estimé en considérant des éléments rigides, surestimé en considérant la flexibilité des essieux seulement.

ANNEXE C :

Etude acoustique de l'usure ondulatoire

Dans le cadre du projet **CERVIFER** et en collaboration avec Monsieur **Marc ANCIANT** de **ESI Group**, une étude acoustique de l'usure ondulatoire a été réalisée. En considérant le cas de l'usure ondulatoire avec une longueur d'onde de *60 mm* déjà traité précédemment et en exploitant les spectres des efforts de contact générés, les puissances rayonnées des différents composants ont été obtenues (Figure C.1 et Figure C.2) :

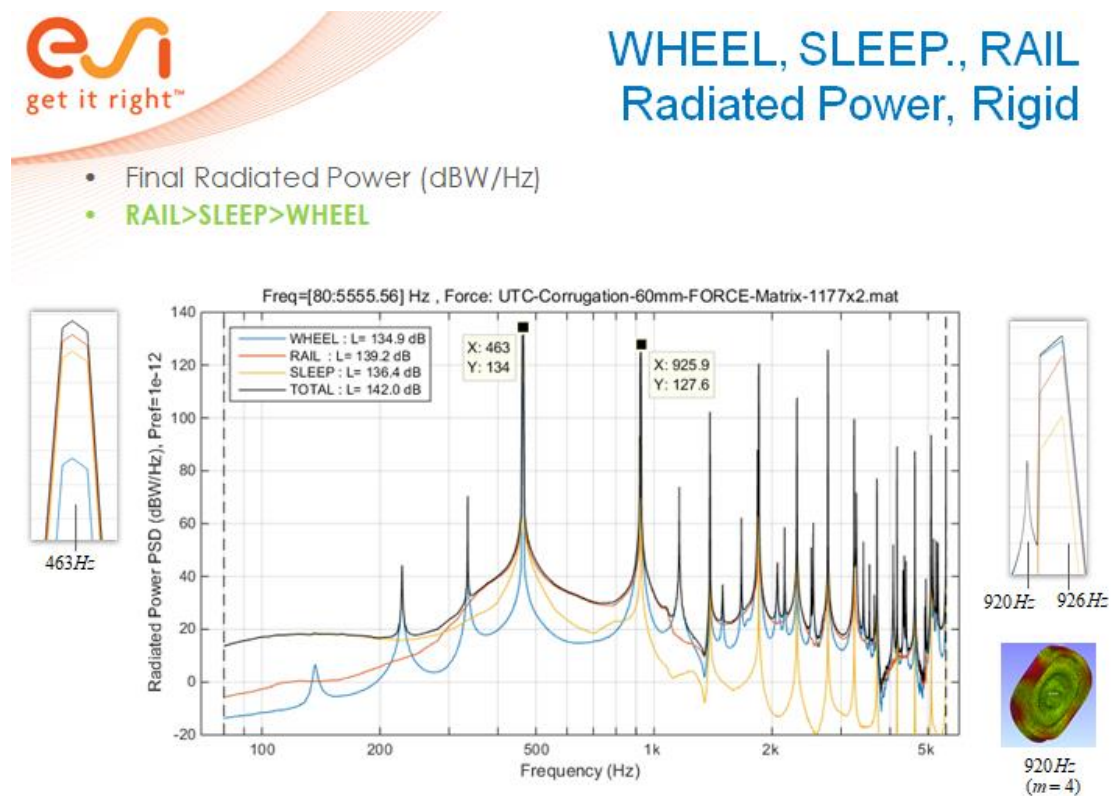


Figure C.1 – Puissances rayonnées des différents composants dans le cas de l'essieu rigide [60]

Deux cas de modélisation des essieux sont considérés, à savoir : l'essieu rigide et l'essieu flexible.

Il a été remarqué que le comportement est différent du **squeal noise**, où la roue est principalement excitée sur un seul de ses modes. Il faut noter également qu'une différence notable existe entre l'essieu rigide et l'essieu flexible due principalement au

fait que l'on a +12 dB d'effort latéral dans le cas de l'essieu flexible qu'on retrouve sur l'acoustique (+6 dB au global).

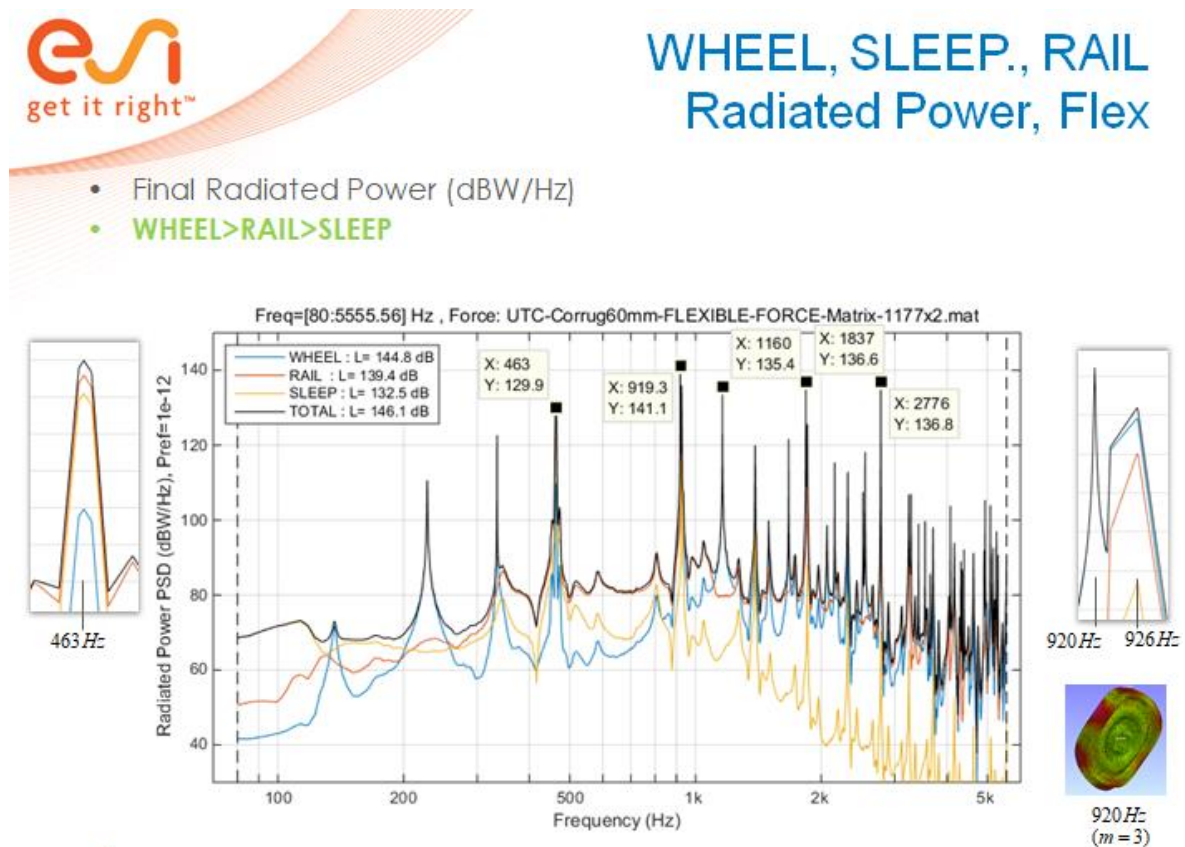


Figure C.2 – Puissances rayonnées des différents composants dans le cas de l'essieu flexible [60]

Cette étude donne un premier aperçu de ce que l'on peut faire en chaînage de calcul mécanique plus vibro-acoustique.

Diffusion des travaux de thèse

Présentations scientifiques :

- Présentation orale : Séminaire des doctorants CERVIFER 12/03/2015 (UTC).
- Présentation orale : Commission de suivi de travaux de thèse première année 10/06/2015 (UTC).
- Présentation orale : Séminaire des doctorants CERVIFER 26/04/2016 (Centrale Lille).
- Présentation orale : Journée des doctorants du laboratoire Roberval 29/06/2016 (UTC).
- Poster et Challenge « Ma thèse en 180 s » : Journée doctorale interne groupe SNCF 02/03/2017 (SNCF Saint Denis).
- Présentation orale : Séminaire des doctorants CERVIFER 29/03/2017 (UTC).
- Présentation orale : Séminaire des doctorants CERVIFER 13/12/2017 (UTC).
- Poster : Journée doctorale interne groupe SNCF 01/03/2018 (SNCF St Denis).
- Poster : Phd Day groupe Hutchinson 13/06/2018 (Hutchison Montargis).

Colloques et congrès internationaux :

- **M.Afriad**, M.Rachik, L.Cauvin, O.Cazier, G.L.Kaza, *Prédiction du comportement dynamique d'essieux en interaction avec la voie – Comparaison entre modèles Rigides et Flexibles*, SIMULIA France Regional user meeting, October 10-11, 2017, Vélizy Villacoublay, France
- **M.Afriad**, M.Rachik, L.Cauvin, O.Cazier, G.L.Kaza, *Flexible Wheelset Models in Dynamic Interaction with Track*, The 7th GACM Colloquium on Computational Mechanics for Young Scientists from Academia and Industry, October 11-13, 2017, Stuttgart, Germany
- **M.Afriad**, M.Rachik, L.Cauvin, D.Sorrentino, S. Kraft, *Multibody models of railway vehicle and track with flexible wheelsets and rails*, The 5th Joint International Conference on Multibody System Dynamics June 24-28, 2018, Lisbon, Portugal.

Publication d'articles :

- **M.Afriad**, M.Rachik, L.Cauvin, D.Sorrentino, S. Kraft, *Railway vehicle-track interaction forces with flexible wheelsets and rails*, soumis à *vehicle system dynamics journal*.

Jusqu'à présent les modèles multi-corps d'interaction véhicule-voie ferroviaire utilisent principalement des composants rigides. De tels modèles présentent l'avantage d'un nombre de degrés de liberté limité permettant de réaliser des calculs en temps réel à basses fréquences. En revanche, ils ne permettent pas de prédire avec suffisamment de précision les spectres des efforts de contact roue-rail en raison de l'hypothèse d'éléments rigides qui est assez forte. Aussi ces modèles gagneraient à être améliorés en prenant en considération la flexibilité des éléments. Ceci est possible grâce au couplage éléments finis – dynamique multi-corps.

Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse ont pour objectif, l'amélioration des prédictions des efforts d'interaction véhicule-voie par intégration d'essieux et de rails flexibles dans les modèles multi-corps du véhicule et de la voie. Des modèles éléments finis des essieux et de la voie ont été développés et couplés au modèle global de la dynamique multi-corps via des méthodes de réduction de modèles afin de gagner en précisions tout en limitant le nombre de degrés de libertés.

Différentes configurations des modèles multi-corps du véhicule et de la voie avec des essieux et des rails flexibles ont été explorées afin d'évaluer les effets de la flexibilité des éléments sur les prédictions des efforts de contact. Les premiers modèles sont réalisés avec des essieux flexibles roulant sur une voie théorique parfaite sans défauts avec des rails rigides en alignement puis en courbe. Ces modèles ont été ensuite modifiés afin d'intégrer la flexibilité des rails ainsi que des excitations générées par les défauts des roues et des rails (usure ondulatoire, méplat de roue et joint de rail).

Mots clés: Modèles multi-corps du véhicule et de la voie ferroviaire ; Eléments finis ; réduction de modèle ; Essieu flexible ; Rail flexible ; Usure ondulatoire ; Méplat de roue ; Joint de rail.

