



**HAL**  
open science

# Commande prédictive hiérarchisée hybride pour la gestion de l'énergie dans les bâtiments

Amanda Abreu de Oliveira

## ► To cite this version:

Amanda Abreu de Oliveira. Commande prédictive hiérarchisée hybride pour la gestion de l'énergie dans les bâtiments. Automatique / Robotique. CentraleSupélec, 2019. Français. NNT : 2019CSUP0004 . tel-02492087

**HAL Id: tel-02492087**

**<https://theses.hal.science/tel-02492087>**

Submitted on 26 Feb 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

CENTRALESUPELEC  
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

Ecole Doctorale N°601  
*Mathématiques et Sciences et Technologies  
de l'Information et de la Communication*  
Spécialité : *Automatique, Productique, Robotique*  
Par

« **Amanda ABREU** »

« **Commande prédictive hiérarchisée hybride pour la gestion de l'énergie  
dans les bâtiments** »

**Thèse présentée et soutenue à** RENNES , le 2 décembre 2019  
**Unité de recherche : IETR**  
**Thèse N° : 2019CSUP0004**

## **Rapporteurs avant soutenance :**

Claire VALENTIN, Professeure, Université Claude Bernard Lyon 1.

Stéphane GRIEU, Professeur, Université Perpignan Via Domitia.

## **Composition du jury :**

Président : Ahmed RAHMANI, Professeur, École Centrale de Lille.

Examineurs :

Claire VALENTIN, Professeure, Université Claude Bernard Lyon 1.

Stéphane GRIEU, Professeur, Université Perpignan Via Domitia.

Ahmed RAHMANI, Professeur, École Centrale de Lille.

Hervé GUÉGUEN, Professeur, CentraleSupélec.

Romain BOURDAIS, Maître de Conférences, CentraleSupélec.

Jacques PLÉVIN, Expert, DeltaDore.

Dir. de thèse : Hervé GUÉGUÉN, Professeur, CentraleSupélec.

## **Titre : Commande Prédicative Hiérarchisé Hybride pour la Gestion de l'Énergie dans les Bâtiments**

**Mot clés :** Gestion d'Énergie dans les Bâtiments, Commande Prédicative Hiérarchisée, Contrôleur à Multi-échelle de Temps, Commande Hybride.

**Resumé :** La maîtrise des flux énergétiques à l'intérieur de l'habitat est un sujet d'actualité largement promu par l'engagement gouvernemental et incité par l'évolution croissante des solutions technologiques pour les bâtiments intelligents. Pour faire face aux nouveaux besoins d'efficacité, les gestionnaires d'énergie doivent être capables de piloter de manière opportune l'utilisation des équipements de consommation ainsi que d'optimiser le confort des occupants.

Ce mémoire étudie les stratégies de commande prédictive hiérarchisée hybride à multi-échelles de temps appliquées à la gestion d'énergie dans les bâtiments. Le contrôleur proposé est composé de deux niveaux. Un niveau supérieur qui met en œuvre une optimisation économique pour planifier l'utilisation de l'énergie à long terme. Et un niveau inférieur responsable d'assurer le suivi de la planification en exécutant une optimisation à horizon de prédiction plus court et une fréquence d'échantillonnage plus élevée. Les

niveaux travaillent ensemble pour maîtriser conjointement l'énergie et la puissance du système.

Deux sujets liés au fonctionnement des contrôleurs à multi-échelle de temps sont considérés. Le premier est l'interaction entre les niveaux d'optimisation et la cohérence des informations échangées. Différentes stratégies pour projeter les résultats du niveau supérieur au niveau inférieur sont comparées en soulignant leur impact sur le comportement de la commande finale.

Le deuxième est l'adaptation de l'approche hiérarchisée pour le pilotage des charges du type Marche/Arrêt. Une analyse géométrique de l'espace de décision du problème d'optimisation long terme du contrôleur est réalisée pour étudier les conséquences de l'ajout des contraintes binaires. Nous proposons ensuite, une reformulation capable d'améliorer la qualité de la commande finale et de limiter l'effort nécessaire pour trouver la solution.

# REMERCIEMENTS

---

Les travaux présentés dans le cadre de cette thèse ont été menés à CentraleSupélec, sur le Campus de Rennes, au sein de l'équipe AUTomatique (AUT), en collaboration avec l'entreprise Delta Dore.

Je souhaite exprimer ma plus sincère reconnaissance à ceux qui m'ont encadré durant mes travaux de thèse, à savoir, mon directeur M. Hervé Guéguen, mon co-encadrant M. Jacques Plévin, et M. Romain Bourdais. Je vous remercie infiniment pour la patience, la gentillesse, et l'aide précieuse au cours de cette aventure.

J'adresse ensuite mes remerciements à Mme. Claire Valentin et M. Stéphane Grieu, qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de cette thèse, et à M. Ahmed Rahmani, qui a accepté de participer à ce jury.

Je remercie aussi l'entreprise Delta Dore et l'équipe AUT pour leur soutien technique, ainsi que mes chers collègues. Merci, tout particulièrement à Monsieur Pierre Haessig, Monsieur Khang Le, et Monsieur Stéphane Lemerle pour leur disponibilité et leurs meilleurs conseils dans les moments de besoin.

J'aimerais finalement remercier mon mari Pierre Kancir et ma famille pour leur encouragement et leur soutien inconditionnel. Sans eux rien de cela serait possible.

# TABLE DE MATIÈRES

---

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Table des figures</b>	<b>7</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>10</b>
<b>Glossaire</b>	<b>12</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>13</b>
1.1 Contexte et enjeux . . . . .	13
1.2 Motivation . . . . .	16
1.3 Contributions . . . . .	17
1.4 Aperçu du manuscrit de thèse . . . . .	17
1.5 Publications . . . . .	19
<b>2 Gestion d'énergie dans les bâtiments</b>	<b>20</b>
2.1 Bâtiment et ses systèmes . . . . .	21
2.1.1 Degrés de liberté du pilotage . . . . .	22
2.1.2 Consommation énergétique du chauffage et de l'ECS . . . . .	23
2.1.3 Définition du confort thermique . . . . .	24
2.2 Stratégies de gestion de l'énergie dans les bâtiments . . . . .	25
2.2.1 Commande prédictive . . . . .	28
2.2.2 Architectures de contrôle . . . . .	28
2.2.3 Contrôleur à multi-échelle de temps . . . . .	33
2.2.4 Commande hybride . . . . .	36
2.3 Conception du problème d'optimisation d'un contrôleur prédictif . . . . .	38
2.4 Conclusion . . . . .	45
<b>3 Structuration hiérarchisée</b>	<b>47</b>
3.1 Formalisation mathématique du contrôleur à multi-échelle de temps . . . . .	47

3.1.1	Niveau planification long terme . . . . .	51
3.1.2	Projection des résultats . . . . .	52
3.1.3	Niveau planification court terme . . . . .	57
3.2	Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi- échelle de temps . . . . .	60
3.2.1	Définition du cas d'étude . . . . .	60
3.2.2	Paramétrage du contrôleur . . . . .	64
3.2.3	Indicateurs de performance . . . . .	65
3.2.4	Résultats de l'étude . . . . .	66
3.3	Conclusion . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Intégration des systèmes à commande discrète</b>	<b>80</b>
4.1	Commande de systèmes hybrides dans le bâtiment . . . . .	81
4.2	Variables discrètes dans le problème à multi-échelle de temps . . . . .	84
4.2.1	Démonstration de la problématique d'affaiblissement des restric- tions d'intégralité du problème du niveau PLT . . . . .	85
4.2.2	Formulation idéale des contraintes discrètes du niveau PLT . . . . .	92
4.2.3	Méthodes pour la caractérisation d'une enveloppe convexe de points . . . . .	96
4.2.4	Reformulation des contraintes du problème du niveau PLT avec l'algorithme PORTA . . . . .	103
4.3	Combinaison des approches centralisée et distribuée . . . . .	104
4.4	Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade . . . . .	108
4.4.1	Définition du cas d'étude . . . . .	108
4.4.2	Paramétrage du contrôleur . . . . .	111
4.4.3	Paramétrage du solveur PM . . . . .	112
4.4.4	Indicateurs de performance . . . . .	113
4.4.5	Résultats de l'étude sur les effets de la reformulation des contraintes de puissance . . . . .	114
4.4.6	Résultats de l'étude sur les effets de la stratégie de priorité en cascade . . . . .	122
4.5	Conclusion . . . . .	125

TABLE DE MATIÈRES

---

<b>5 Conclusion</b>	<b>127</b>
5.1 Synthèse et contribution . . . . .	127
5.2 Perspectives . . . . .	131

# TABLE DES FIGURES

---

1.1	Architecture typique des contrôleurs hiérarchisés à multi-échelle de temps.	16
2.1	Répartition par usages de la demande électrique résidentielle pour l'année 2016 [15].	24
2.2	Schéma fonctionnel d'un contrôleur prédictif.	29
2.3	Schémas des MPC centralisé, décentralisé et distribué.	30
2.4	Schéma fonctionnel du MPC hiérarchisé.	33
2.5	Schéma du contrôleur prédictive à multi-échelles de temps.	34
2.6	Schéma illustrant les éléments critiques de la paramétrisation du problème d'optimisation d'un contrôleur prédictif.	39
2.7	Diagramme de bloc du système $m$ .	42
3.1	Architecture du contrôleur hiérarchisé à multi-échelle de temps.	48
3.2	Relations temporelles dans l'architecture du contrôleur à multi-échelle de temps.	50
3.3	Correspondance temporelle entre les pas d'échantillonnage des horizons de prédiction courants $\mathcal{N}_1$ et $\mathcal{N}_c$ .	53
3.4	La fonction $C2L(k)$ fournit le pas de temps long équivalent au pas de temps court.	53
3.5	La fonction $NCS(k)$ donne le nombre de pas de temps courts dans chaque intervalle de planification long $k$ .	54
3.6	La fonction $E(k)$ retourne l'énergie déjà consommée par le système pendant les pas de contrôle passés.	54
3.7	Définition du vecteur de projection de la trajectoire de sortie $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$ avec l'application des méthodes MY1 (a), MY2 (b) et MY3 (c), respectivement.	55
3.8	Définition du vecteur de projection du profil de consommation de puissance $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$ avec l'application des méthodes MP1 (a) et MP2 (b) respectivement.	56
3.9	Calcul de la variable moyennée $\bar{p}_{m,k}^c$ .	59



TABLE DES FIGURES

---

3.10	Modèle thermique 3R-2C de la pièce étudiée. . . . .	61
3.11	Occupation de la pièce pour la journée simulée. . . . .	63
3.12	Évolution du prix du kWh acheté du réseau public d'électricité pour la journée simulée. . . . .	64
3.13	Projection de la trajectoire de sortie optimale du niveau PLT selon les stratégies MY1, MY2 et MY3. . . . .	68
3.14	Comparaison de la trajectoire de température de la pièce, de la consom- mation énergétique pour chaque pas d'échantillonnage long et les ap- pels de puissance du système de chauffage avec l'application des contrô- leurs $F1$ , $F2$ et $F3$ . . . . .	69
3.15	Trajectoire de suivi de la température consigne avec l'application des formulations F1 et F2. . . . .	71
3.16	Représentation graphique des prédictions de la température extérieure pour les niveaux PLT et PCT. . . . .	72
3.17	Comparaison de la trajectoire de température de la pièce, de la consom- mation énergétique pour chaque pas d'échantillonnage long, et des ap- pels de puissance du système de chauffage pour le contrôleur F3 avec des erreurs de prédiction. . . . .	73
3.18	Évolution de la température extérieure réelle, de la prévision la tem- pérature extérieure utilisée par le niveau PLT, et de la prévision de la température extérieure utilisée par le niveau PCT. . . . .	76
3.19	Comparaison la trajectoire de température de la pièce, de la consomma- tion énergétique pour chaque pas d'échantillonnage long et les appels de puissance du système de chauffage avec l'application des contrô- leurs F4 et F5 avec perturbation. . . . .	76
4.1	Espace de décision des problèmes $\mathcal{P}$ et $\bar{\mathcal{P}}$ dans le contexte de l'exemple 1 quand $\mathbb{U} = [0, 1]^{2 \times 3}$ . . . . .	88
4.2	Espace de décision des problèmes $\mathcal{P}$ et $\bar{\mathcal{P}}$ dans le contexte de l'exemple 1 quand $\mathbb{U} = \{0, 1\}^{2 \times 3}$ . . . . .	91
4.3	Architecture du contrôleur hiérarchisé formulé avec la combinaison des approches centralisée et distribuée. . . . .	106
4.4	Procédure de mise à jour en cascade de la liste de priorités entre charges pour l'accès à la puissance disponible. . . . .	108

4.5	Consommation d'eau chaude horaire moyenne des familles typiques donnée par l'ASHRAE [3]. . . . .	110
-----	--	-----

# LISTE DES TABLEAUX

---

2.1	Proposition de classification des systèmes à l'intérieur du bâtiment selon leurs degrés de liberté. . . . .	23
3.1	Paramètres du modèle de l'enveloppe de la pièce. . . . .	62
3.2	Description des différentes formulations implémentées pour la projection des résultats. . . . .	67
3.3	Résultats comparatifs pour les formulations F1, F2, et F3. . . . .	68
3.4	Comparaison des indexes de performance de F3 avec les prédictions $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}}$ , $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} + 2$ , et $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} - 2$ , respectivement. . . . .	74
3.5	Résultats comparatifs pour les formulation F5 et F6 avec perturbations. . . . .	77
4.1	Paramètres de l'exemple 1 . . . . .	87
4.2	Paramètres du modèle du ballon d'ECS. . . . .	110
4.3	Résultats comparatifs pour les formulations $F_o$ et $F_r$ avec la variation de $p^{\text{global}}$ . . . . .	115
4.4	Résultats comparatifs pour les formulations $F_o$ et $F_r$ avec la variation de $M$ . . . . .	117
4.5	Résultats comparatifs pour les formulations $F_o$ et $F_r$ avec la variation de $M$ avec $\Theta$ et $P^*$ fixes. . . . .	119
4.6	Résultats comparatifs pour les formulations $F_o$ et $F_r$ avec des charges continues et binaires. . . . .	120
4.7	Résultats comparatifs du temps d'exécution des niveaux PLT et PCT avec les formulations $F_o$ et $F_r$ . . . . .	121
4.8	Résultats comparatifs pour les formulations $F_o$ et $F_r$ avec application de la stratégie de priorité en cascade. . . . .	123
4.9	Résultats comparatifs du temps d'exécution des niveaux PCT relatifs au tableau 4.3 (PCT centralisé) et au tableau 4.8 (PCT avec l'application de la stratégie de priorité en cascade). . . . .	124

4.10 Évolution du temps d'exécution des niveaux PCT avec l'application de la stratégie de priorité en cascade. . . . .	125
5.1 Tableau synthétique avec les sujets qui ont été abordés et les principales contributions de la thèse. . . . .	130

# GLOSSAIRE

---

**BBC** Bâtiment Basse Consommation.

**ECS** Eau Chaude Sanitaire.

**HVAC** Heating, Ventilation and Air-Conditioning.

**MPC** *Model Predictive Control.*

**NP** Non-déterministe Polynomial.

**PCT** Planification Court Terme.

**PDR** Projection de Résultats.

**PLT** Planification Long Terme.

**PM** Programmation Mixte.

**PNE** Programmation en Nombre Entiers.

**PPL** *POlyhedron Representation Transformation Algorithm.*

**PPL** *Parma Polyhedra Library.*

**PV** Photovoltaïque.

**VEH** Véhicule Électrique.

# INTRODUCTION

---

## Sommaire

---

<b>1.1 Contexte et enjeux</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Motivation</b>	<b>16</b>
<b>1.3 Contributions</b>	<b>17</b>
<b>1.4 Aperçu du manuscrit de thèse</b>	<b>17</b>
<b>1.5 Publications</b>	<b>19</b>

---

L'engagement gouvernemental, les changements économiques du secteur de l'électricité, et les avancées technologiques de la domotique ont placé les bâtiments au cœur de la chaîne de valeur d'énergie du futur. Dans ce contexte, le pilotage actif de la consommation et la maîtrise du confort des occupants à l'intérieur de l'habitat deviennent une nécessité pour atteindre des nouveaux standards d'efficacité. Ce chapitre présente une brève introduction des enjeux énergétiques actuels, ainsi que les motivations et contributions qui s'inscrivent dans le cadre de cette thèse.

## 1.1 Contexte et enjeux

L'énergie est une ressource de première importance dans le monde moderne. En France, le secteur du bâtiment (résidentiel et tertiaire) représente 44% de la consommation finale, dans laquelle 37% est constitué d'énergie électrique [15]. Ce secteur est particulièrement concerné par d'importantes transformations réglementaires, économiques et technologiques.

D'un côté, des nouvelles directives gouvernementales imposent aux bâtiments une réduction significative de leur consommation finale ainsi que des performances énergétiques de plus en plus exigeantes. De l'autre, l'autoconsommation devient progressivement attractive avec la baisse des coûts des systèmes de production, la hausse

du prix de l'électricité réseau et un encadrement précis qui facilite la mise en œuvre et le financement des projets.

Le déploiement des compteurs communicants, comme le LINKY, et les améliorations techniques apportées aux solutions de domotique (mesure et pilotage) offrent également aux habitants des nouvelles interfaces pour s'informer et surveiller l'usage de l'énergie. Grâce au développement des technologies numériques et l'augmentation des offres de services en amont du compteur, de nombreux projets de réseaux électriques intelligents et d'éco-quartiers voient le jour.

À l'instar de l'optimisation de la consommation, la notion du confort est également un critère clé de l'efficacité énergétique des bâtiments. L'objectif premier de l'habitat est de répondre aux besoins de l'occupant en offrant un confort maximal en fonction des conditions environnementales. Il ne s'agit pas seulement de consommer moins, mais aussi de profiter des périodes de la journée où l'électricité est la moins chère pour bien consommer.

Toutes ces évolutions complexifient de manière significative le système énergétique des bâtiments et dévoilent de nouveaux défis liés à la maîtrise de l'électricité à l'intérieur des maisons. Jusqu'à là considérés comme des simples consommateurs passifs, les bâtiments doivent désormais agir activement pour garantir leur équilibre énergétique.

## **Systemes de Gestion d'Énergie du Bâtiment**

Compte tenu des enjeux, il est essentiel de parvenir à gérer intelligemment la demande d'énergie de manière à minimiser la facture d'électricité et à maximiser le confort des habitants. L'application de solutions qui regroupent les moyens pour maîtriser automatiquement les flux énergétiques à l'intérieur du bâtiment est devenue une nécessité. Ce besoin ouvre d'importantes perspectives d'innovations majeures en aval du compteur, notamment le développement des Systemes de Gestion d'Énergie du Bâtiment.

Ils proposent de fonctionnalités d'efficacité énergétique, comme le suivi détaillé de la consommation et de la production locale d'énergie, et la gestion de la demande globale du bâtiment. Ils permettent d'adapter le fonctionnement de l'ensemble des charges électriques, du chauffage à l'eau chaude sanitaire, en passant par les équipements électroménagers et les appareils de ventilation, aux besoins des utilisateurs.

## **Nécessité de maîtriser la consommation d'énergie et la demande de puissance**

Les bâtiments sont des systèmes composés par des dynamiques de différentes natures. Certaines d'entre elles sont lentes, telle que l'inertie liée à la structure et à l'isolation thermique des murs. D'autres se caractérisent par des phénomènes extrêmement rapides, comme les appels de puissance instantanée des appareils électriques.

Les stratégies de contrôle et de régulation définies au sein des systèmes de gestion doivent répondre à la fois aux objectifs énergétiques fixés par l'utilisateur, mais aussi respecter les contraintes de puissance du bâtiment, i.e. la puissance nominale des équipements et la puissance de l'abonnement au réseau public d'électricité. La gestion du kWh et la maîtrise du kW doivent être réalisées parallèlement et conjointement par le gestionnaire.

## **Stratégies de commande prédictive à multi-échelle de temps**

Dans la littérature, différentes stratégies de contrôle sont proposées pour gérer efficacement l'énergie dans l'habitat, parmi elles des stratégies dites prédictives. A l'aide du modèle dynamique du système, ces approches sont capables d'utiliser les informations sur l'état du bâtiment, tels que le retour des équipements, le profil d'occupation, la tarification de l'énergie achetée, et les consignes des habitants, pour anticiper le comportement et les besoins énergétiques de l'ensemble. Une fois les prédictions faites, la future séquence de commande à appliquer pour la commande optimale des charges est déterminée. La technique est particulièrement intéressante pour les systèmes de gestion d'énergie, vu qu'ils possèdent souvent des inerties importantes et de nombreuses perturbations.

La portée de cette thèse est restreinte à un type particulier de contrôleur à commande prédictive qui présente une structure hiérarchisée à multi-échelle de temps. Il est composé par un niveau supérieur qui réalise une planification globale à long terme avec une vision macroscopique des systèmes, et un niveau inférieur qui pilote les équipements à une résolution temporelle plus fine. Les deux niveaux d'abstraction du contrôleur lui permettent de considérer les diverses dynamiques du bâtiment et de maîtriser conjointement l'énergie et la puissance du système (voir Figure 1.1).



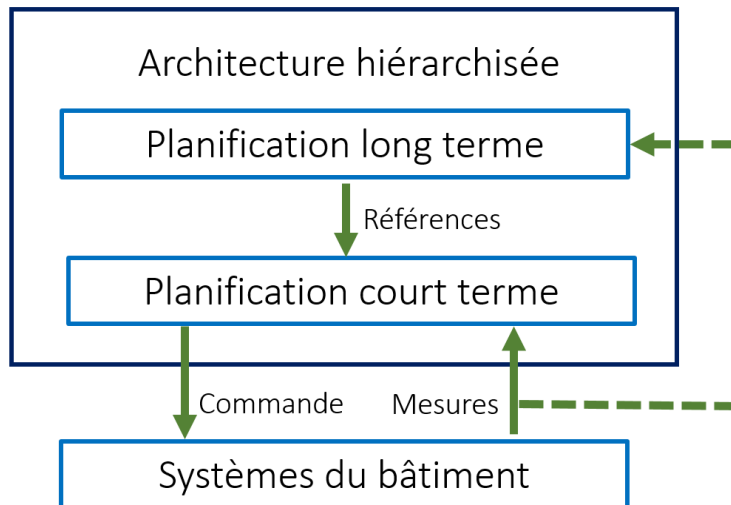


FIGURE 1.1 – Architecture typique des contrôleurs hiérarchisés à multi-échelle de temps.

## 1.2 Motivation

Dans l'architecture à multi-échelle de temps, l'interaction entre les niveaux est une propriété essentielle du fait qu'elle peut fortement affecter la qualité de l'optimisation finale. La planification du niveau supérieur, réalisée à un pas d'échantillonnage lent, doit être projetée sur le niveau inférieur, qui évolue à un pas d'échantillonnage plus rapide. Par conséquent, d'importants concepts comme la synchronisation, la cohérence et le contenu des informations échangées à différents instants d'échantillonnage doivent être formalisés.

De plus, le bâtiment est un système très hétérogène composé par des équipements diverse. Quelques appareils présentent des puissances d'appel modulables, mais d'autres, tels que les ballons d'eau chaude sanitaire, les vannes, etc., sont pilotés en marche et arrêt. La nature binaire de la commande de ces derniers soumet les variables de décision des problèmes d'optimisation définis par le contrôleur à des contraintes discrètes.

Comme nous allons montrer dans la suite de ce mémoire, lorsque les variables de décision sont discrètes, le niveau supérieur d'optimisation peut potentiellement établir des références ou des consignes d'opération impossibles à atteindre par le niveau inférieur. Ainsi, la solution binaire obtenue par le premier est en général non exploitable

dans la pratique.

Une autre conséquence de l'ajout des variables discrètes est l'augmentation de la complexité du problème d'optimisation résultant. Pour des systèmes de grande taille, le temps de calcul pour trouver une solution peut être très important ce qui rend difficile les applications réelles.

### **1.3 Contributions**

La première contribution des travaux de cette thèse est la spécification d'une formalisation générale pour les problèmes d'optimisation définis dans le cadre des contrôleurs hiérarchisés à multi-échelle de temps appliqués à la gestion d'énergie dans le bâtiment. Une attention particulière a été portée aux interactions entre les niveaux d'optimisation, avec l'étude de la correspondance temporelle des variables échangées. L'objectif est de déterminer comment les différentes implémentations pour la coordination/interaction entre les niveaux peuvent affecter l'optimalité de la commande finale.

En ce qui concerne la littérature, certaines des problématiques liées au traitement des variables de décision discrètes, explicitées dans le sous-chapitre précédent, n'étaient jusqu'à ici pas étudiées. Ainsi, la deuxième contribution est l'adaptation de l'approche hiérarchisée à multi-échelle de temps pour l'intégration des charges pilotées en marche et arrêt. Plus spécifiquement, l'étude porte sur les conséquences de l'ajout des contraintes discrètes sur la géométrie de l'espace de décision des problèmes d'optimisation du contrôleur. Nous proposons alors une méthode de reformulation de ces contraintes capable d'améliorer l'optimalité de la commande finale. Nous définissons également, une stratégie de priorité en cascade à appliquer au niveau inférieur du contrôleur pour limiter les efforts de calcul nécessaires à la recherche des solutions.

### **1.4 Aperçu du manuscrit de thèse**

La suite de ce mémoire est organisée en 3 chapitres, résumés dans les paragraphes suivants.

## **Chapitre 2 : Gestion d'énergie dans les bâtiments**

Le deuxième chapitre peut être vu comme un état de l'art. Tout d'abord, une brève description du bâtiment et de ses systèmes est réalisée. Ensuite, nous offrons une vision générale des principales solutions de contrôle proposées dans la littérature pour la gestion d'énergie dans les bâtiments. Nous portons une attention particulière aux stratégies de commande prédictive hiérarchisées hybrides à multi-échelle de temps, en présentant leurs avantages et inconvénients. Les éléments nécessaires à l'application du contrôleur et à la formulation mathématique des problèmes d'optimisation sous-jacents sont répertoriés.

## **Chapitre 3 : Structuration hiérarchisé**

Dans le troisième chapitre, les problèmes d'optimisation définis à chaque niveau du contrôleur à multi-échelle de temps sont formalisés. L'accent est mis sur les interactions entre les niveaux, à savoir, le choix des variables échangées et leur correspondance entre les différentes échelles de temps. Nous présentons également une étude comparative des différentes implémentations possibles pour les problèmes de différents niveaux, ainsi que leurs effets sur la commande finale.

## **Chapitre 4 : Intégration des systèmes à commande discrète**

Les gestionnaires d'énergie doivent être capables de superviser l'ensemble très hétérogène de sous-systèmes du bâtiment. Pour piloter les charges qui composent l'installation, ils doivent prendre en compte des variables de commande de différentes natures. Ce chapitre étudie certaines conséquences particulières de l'intégration des variables de décision binaires dans la construction du contrôleur à multi-échelle de temps. Une reformulation des contraintes de puissance globales du système est proposée afin d'améliorer la qualité de la commande finale, ainsi que l'application d'une stratégie de priorité en cascade pour limiter l'effort de calcul du gestionnaire.

## **Conclusions et perspectives**

Cette dernière partie présente le bilan global des travaux exposés dans ce mémoire. Elle propose également quelques perspectives pour la continuité des travaux effectués.

## **1.5 Publications**

- A. Abreu, R. Bourdais, H. Guéguen. Hierarchical Model Predictive Control for Building Energy Management of Hybrid Systems. Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems ADHS, Jul 2018, Oxford, United Kingdom. pp.235 – 240.
- A. Abreu, R. Bourdais, H. Guéguen. Inter-Layer Interactions in Hierarchical MPC for Building Energy Management Systems. IFAC World Congress, Jul 2017, Toulouse, France. pp.12533-12538.

# GESTION D'ÉNERGIE DANS LES BÂTIMENTS

---

## Sommaire

---

<b>2.1 Bâtiment et ses systèmes</b>	<b>21</b>
2.1.1 Degrés de liberté du pilotage	22
2.1.2 Consommation énergétique du chauffage et de l'ECS	23
2.1.3 Définition du confort thermique	24
<b>2.2 Stratégies de gestion de l'énergie dans les bâtiments</b>	<b>25</b>
2.2.1 Commande prédictive	28
2.2.2 Architectures de contrôle	28
2.2.3 Contrôleur à multi-échelle de temps	33
2.2.4 Commande hybride	36
<b>2.3 Conception du problème d'optimisation d'un contrôleur prédictif</b>	<b>38</b>
<b>2.4 Conclusion</b>	<b>45</b>

---

Ce chapitre offre une vision générale de l'état de l'art des stratégies de commande pour la gestion de l'énergie dans les bâtiments. On commence par une brève description du bâtiment et de ses systèmes. Ensuite, les principales solutions de contrôle proposées dans la littérature sont présentées avec une mise en évidence des approches prédictives hiérarchisées à multi-échelle de temps. Les défis soulevés par son application ainsi que les éléments nécessaires à sa formulation sont répertoriés.

## 2.1 Bâtiment et ses systèmes

Le bâtiment est un système énergétique complexe : présence de différents équipements à gérer, susceptible d'avoir des contraintes de disponibilité d'énergie et de puissance variables, limites techniques des équipements et contraintes de confort des occupants à respecter, forte interaction avec l'environnement (température, ensoleillement, occupation), etc. De plus, une diversité de solutions techniques de consommation, de production, de stockage et de gestion d'énergie sont également présents pour répondre aux besoins variés de confort et d'efficacité.

Contrairement aux systèmes industriels, chaque logement présente une structure unique (isolation, taille, orientation, emplacement géographique) avec des configurations qui peuvent être très variées et évolutives toute au long de son exploitation (nombre de charges, cycle de vie des occupants). Cela rend la conception des stratégies de contrôle considérablement difficile vu qu'elles doivent être à la fois efficaces et amplement déployables.

De nombreux systèmes consommateurs comme le chauffage/climatisation, l'eau chaude sanitaire (ECS), l'électroménager et l'éclairage, coexistent à l'intérieur des habitations pour assurer le confort et les besoins des occupants. Le durcissement des exigences réglementaires sur la performance énergétique des bâtiments fait également évoluer la nature des équipements installés. En plus d'être peu consommateur (i.e. bâtiment passif, bâtiments basse consommation (BBC)), le bâtiment doit désormais être capable de générer lui-même l'énergie dont il a besoin ainsi que de la gérer adéquatement. Dans ces circonstances, les équipements de production locale d'énergie renouvelable (électrique ou thermique) et de stockage sont de plus en plus associés à l'infrastructure existante afin de rendre le bilan énergétique global positif (i.e. BEPOS).

Pour avoir une vue d'ensemble de ces appareils, surveiller la demande instantanée de puissance, la production locale, et même l'occupation, des systèmes domotiques sont utilisés. La domotique avec ses capteurs et ses actionneurs permet au gestionnaire d'acquiescer les informations pertinentes à la prise de décision et d'activer les systèmes en respectant la programmation établie par l'utilisateur.

Dans les solutions plus avancées, il est même possible de traiter ces informations de manière à trouver le meilleur équilibre entre la demande (besoins des occupants) et l'offre de l'énergie (produite localement ou achetée sur le réseau) pour piloter (activer

ou délester) automatiquement les charges aux moments opportuns de la journée.

### 2.1.1 Degrés de liberté du pilotage

Les différents systèmes énergétiques qui sont représentés dans le bâtiment présentent des caractéristiques de fonctionnement et des degrés de liberté de pilotage qui sont spécifiques à leur usage. Face à cette diversité d'appareils, plusieurs classifications différentes sont présentées dans la littérature [13]. De manière générale, les charges peuvent être classifiées en cinq catégories.

- **Non pilotables** : Des sources de consommation qui ont des caractéristiques temporelles et des profils d'énergie directement commandés par les habitants, ne permettant pas d'être considérées comme pilotables par la stratégie d'optimisation. Pour gérer la demande dans son ensemble, les stratégies de commande doivent souvent intégrer les prévisions d'utilisation de ces appareils et considérer les incertitudes liées à leur fonctionnement [121].
- **Puissance modulable** : Un usage/équipement est modulable si la puissance consommée ou produite peut être, à la volonté du gestionnaire ou des habitants, modifiable à un moment donné du plan d'affectation des ressources d'énergie. Les variables de décision liées à leur régulation sont continues.
- **Interruptibles** : Un usage/équipement qui peut être interrompu sur certaines contraintes qui sont souvent liées aux limites techniques de l'équipement et aux aspects de confort. Normalement, leurs variables de commande sont du type Marche/Arrêt.
- **Décalables** : Un usage/équipement est décalable si son utilisation peut être planifiée dans une fenêtre de temps spécifique du plan d'affectation de ressources d'énergie. Une fois activés, ils ne peuvent pas être interrompus. Leur commande est réalisée par un signal de mise en marche.
- **Possibilité de cumuler d'énergie** : Un usage/équipement qui permet le stockage direct ou indirect d'énergie électrique ou thermique.

Le tableau 2.1 liste quelques exemples d'équipements présents à l'intérieur du bâtiment avec leur possible classification.

Systeme	Non pilotable	Modulable	Interruptible	Déca- lable	Cumulable
Chauffage, climatisation		X	X	X	X
ECS		X	X	X	X
Lave-linge, sèche-linge, lave-vaisselle				X	
Éclairage	X				
Électroména- ger général	X				
Multimédia	X				
Production PV		X			
Batteries		X	X		X

TABLE 2.1 – Proposition de classification des systèmes à l'intérieur du bâtiment selon leurs degrés de liberté.

### 2.1.2 Consommation énergétique du chauffage et de l'ECS

Même si l'utilisation d'appareils électroménagers et des équipements multimédia a augmentée de manière importante ces dernières années, le chauffage et l'ECS sont toujours les postes les plus gourmands dans la distribution de consommation électrique des bâtiments. D'après le bilan énergétique français de 2017 du Réseau de transport d'électricité (RTE) [15], ils étaient responsables pour 40% de la demande électrique résidentielle en 2016, voir figure 2.1.

Selon le même rapport, le marché du chauffage électrique, de la climatisation, et de la production d'ECS par ballon thermodynamique devra encore progresser dans les prochaines années. Avec la révision des coefficients d'énergie primaire réalisés dans le cadre de la future réglementation environnementale 2020, les solutions totalement électriques associées à une isolation performante du bâtiment peuvent même être conseillées dans un futur très proche.

La décarbonisation des sources de production, l'incitation à l'autoconsommation solaire, ainsi que les progrès techniques effectués sur le rendement des équipements, placent la filière électrique sur la bonne voie. Même si d'ici à 2035, le besoin énergétique des bâtiments sera ralenti par l'amélioration de la performance des systèmes [15], la part de la demande électrique liée aux postes de chauffage, de climatisation et



principalement d'ECS sera toujours proportionnellement importante.

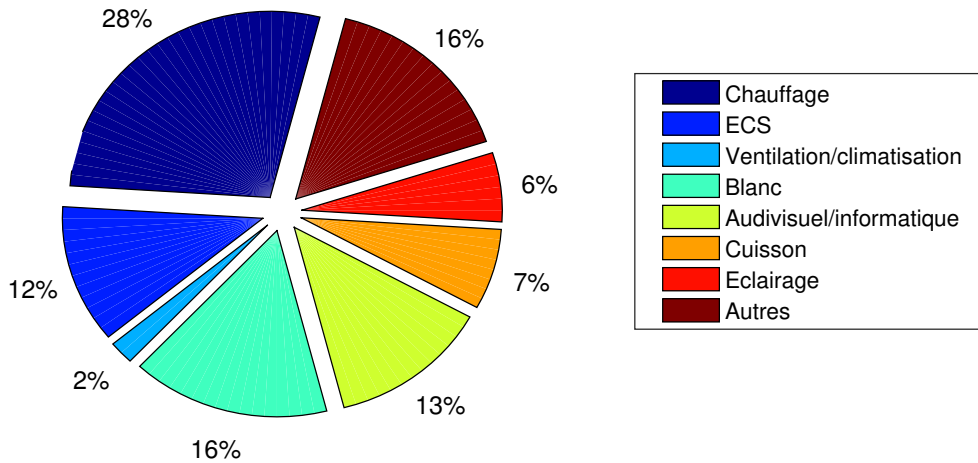


FIGURE 2.1 – Répartition par usages de la demande électrique résidentielle pour l'année 2016 [15].

Contrairement aux appareils électroménagers d'usage général, la consommation d'énergie des équipements de chauffage, de climatisation et d'ECS est facilement pilotable. D'un point de vue technique, la gestion de ces deux postes pour le maintien de l'équilibre entre la disponibilité instantané de puissance et la demande des occupants est considérablement convenable.

Grâce à l'inertie thermique de l'isolation du bâtiment et des ballons d'ECS, il est également possible d'accumuler de l'énergie thermique pour déplacer les pointes de consommation et réduire les coûts d'exploitation. Ce type de stratégie de pré-chauffage ou pré-refroidissement pendant les périodes creuses est déployé en plusieurs travaux, voir [33, 79, 76].

### 2.1.3 Définition du confort thermique

L'objectif principal d'un gestionnaire d'énergie est de maîtriser les flux d'énergie dans le bâtiment en garantissant un niveau de confort satisfaisant pour l'occupant. Cependant, il n'existe pas de définition précise et universel pour quantifier l'état de bien-être dans l'habitat [42]. Le confort thermique, par exemple, largement étudié dans la littérature comme la source principale d'inconfort [83], est une grandeur subjective qui dépend non seulement des conditions extérieures (homogénéité de la température dans la pièce, humidité, température extérieure, courants d'air) mais également

de certains aspects physiologiques et comportementales de l'habitant (métabolisme, habillement, âge, genre).

Dans [36], par exemple, une équation du confort qui considère les échanges thermiques entre l'homme et son environnement est définie. Le niveau de confort est exprimé par l'indice PMV ("Predicted Mean Vote") et le PPD (Predicted Percentage of Dissatisfied). Le premier représente la qualité de l'environnement thermique comme la valeur moyenne des votes d'un grand groupe de personnes sur une échelle de +3 (pour très chaud) à -3 (pour très froid). Le PPD, quant à lui, représente le pourcentage de personnes non satisfaites. La principale limite de l'indice PMV-PPD est qu'il a été déterminé à partir de données issues d'expérimentations menées au sein de chambres climatiques sur des conditions théoriques rarement rencontrées en réalité dans les bâtiments.

Les auteurs de [89] défendent que le confort thermique est fortement liée à la capacité des occupants à s'adapter à leur environnement dans les situations d'inconfort. Contrairement au modèle de Fanger [36] qui est plus objectif, ils ont proposé une approche empirique adaptative qui inclut des facteurs psychologiques et comportementaux pour estimation de la satisfaction des individus.

De manière générale, les standards actuels ISO 7730 [91], ASHRAE 55-2004 [90] et EN15251 [23] utilisent des modèles qui combinent des formulations analytiques basées sur des mesures avec des principes adaptatifs pour établir des conditions thermiques acceptables dans les bâtiments. La comparaison ou l'imposition d'un standard spécifique pour exprimer le confort des habitants n'est pas un des objectifs des travaux de cette thèse. Ainsi, pour raison de simplicité, le confort des habitants sera défini par le simple écart entre la consigne de référence et l'état réel de la variable mesurée dans la formulation de la stratégie de contrôle présentée.

## **2.2 Stratégies de gestion de l'énergie dans les bâtiments**

Au cours des dernières années, de nombreux travaux de recherche sur l'efficacité énergétique des bâtiments ont été publiés [109, 34, 114]. L'objectif principal de la plupart est de concevoir des stratégies de contrôle capables de maximiser le confort des occupants, de minimiser les coûts de consommation d'énergie, et de garantir les

exigences d'utilisation des occupants et les contraintes des systèmes énergétiques à l'intérieur du bâtiment.

De manière générale, les différents schémas de contrôle appliqués à la gestion d'énergie dans les bâtiments peuvent être classés en deux catégories : contrôleurs classiques et contrôleurs avancés. Les schémas de commande conventionnels, tels que les contrôleurs marche/arrêt (thermostats traditionnels qui fonctionnent selon le principe de l'hystérésis), les régulateurs Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID) [56], et les stratégies fondées sur des lois de fonctionnement ("rule-based" en anglais) [2] sont surtout utilisés pour l'asservissement de consignes dans la régulation de la température intérieure ou de la ventilation.

Souvent, ils sont restreints à une vision locale du bâtiment (par système) et leur performance dépend fortement des seuils associés aux règles de fonctionnement et du choix des paramètres employés (ce qui n'est pas toujours évident pour les PIDs). Si dans le passé, la simplicité des systèmes a permis d'utiliser de telles approches, aujourd'hui, la sophistication des bâtiments et le renforcement des attentes des utilisateurs imposent des niveaux de performance et de flexibilité plus importants.

Par ailleurs, des avancées significatives ont été faites dans l'utilisation des méthodes optimales, adaptatives, et prédictives dans le domaine des bâtiments. Auparavant, ces contrôleurs avancés étaient exclusivement réservés à des applications industrielles en raison de la difficulté de mise en œuvre due à leur complexité algorithmique.

Les progrès majeurs de l'électronique et des technologies de l'information et de la communication liés au bâtiment (augmentation de puissance de calcul des contrôleurs, amélioration de la qualité des prédictions et de la précision des capteurs, compteurs intelligents, etc) ont rendu possible le développement de gestionnaires de haut niveau avec des fonctionnalités de plus en plus sophistiquées [32]. Parmi ceux-ci, des contrôleurs qui utilisent des méthodes adaptatives comme des approches de logique floue [63, 58] et d'apprentissage par renforcement [26, 84], les systèmes multi-agents [58, 116], et spécialement les approches d'optimisation prédictive [111].

Par la modélisation de la dynamique des systèmes et l'utilisation des prévisions des perturbations (température ambiante, prix de l'énergie, rayonnement solaire, occupation, etc), la commande prédictive est capable de déterminer le comportement futur du bâtiment. Cela permet d'exploiter les sources locales de production d'énergie renouvelable en considérant leur intermittence et variabilité [22, 120], d'augmenter le potentiel d'économies en bénéficiant d'une tarification flexible et des effacements de

puissance au niveau d'un réseau intelligent [19, 51, 19], ainsi que d'intégrer facilement des stratégies de stockage d'énergie [112, 67, 61].

Pour diminuer les coûts d'exploitation, l'enveloppe thermique du bâtiment et les réservoirs d'eau peuvent être utilisés comme moyen de stockage [33, 79, 76]. Ils sont sur-chauffés ou sur-refroidis pendant les périodes creuses pour tirer parti des prix d'électricité avantageux, pour profiter des de la production renouvelable locale, ou pour déplacer de les pointes de consommation.

Avec un contrôleur PID, par exemple, cette gestion optimale de l'énergie n'est pas possible car la demande et les perturbations futures ne peuvent pas être considérées. De plus, la commande prédictive peut facilement intégrer des contraintes et des processus lents ou avec retards [81], et assurer un compromis optimal et ajustable par l'utilisateur entre le confort des occupants et la consommation d'énergie [5]. Grâce aux nombreux avantages inhérents à sa formalisation elle est une des méthodes avancées la plus appliquée pour l'efficacité énergétique des bâtiments [1] :

- Contrôle d'anticipation plutôt que correctif.
- Traitement des systèmes à multiples entrées et sorties (MIMO).
- Capacité à gérer les incertitudes en prenant en compte les prévisions des perturbations (i.e température extérieure, occupation, rayonnement solaire, etc).
- Incorporation explicite des contraintes d'optimisation liées aux limites techniques, environnementales, et économiques du bâtiment et de ses systèmes.
- Capacité à faire face à des processus lents avec des retards (i.e dynamique thermique du bâtiment).
- Garantie d'un compromis optimal et ajustable entre les multiples objectifs de la gestion (confort de l'occupant, consommation d'énergie, indices de santé, auto-consommation, etc).
- Capacité de contrôler le système au niveau de la supervision globale et également de la boucle locale.

Son déploiement s'avère très prometteur, mais il présente inévitablement certains inconvénients [60]. La qualité du contrôle, par exemple, est conditionnée à la disponibilité d'un modèle suffisamment précis mais convenablement simple de la dynamique du

système. De plus, le problème de contrôle est réduit à la résolution d'un problème d'optimisation (minimisation d'une fonction coût) formulé en considérant explicitement les objectifs du contrôleur. Cette abstraction permet le traitement de processus de nature très différente, mais conditionne la performance du gestionnaire à l'existence d'outils efficaces pour la résolution des problèmes d'optimisation [54].

Par la suite, nous présentons une discussion détaillée de cette stratégie de commande, ainsi que les différents exemples d'application rencontrés dans la littérature de la gestion d'énergie dans les bâtiments. Plus spécialement, nous nous concentrons sur des contrôleurs à commande prédictive hiérarchisée à multi-échelle de temps, particulièrement adaptés à la gestion des différentes dynamiques présentes dans les installations.

### **2.2.1 Commande prédictive**

La commande prédictive, "Model Predictive Control" (MPC) en anglais, est une technique de contrôle avancée de l'automatique utilisée depuis les années 70 pour l'optimisation des systèmes à multiples variables avec contraintes explicites [16]. En effet, elle est extrêmement populaire parmi les chercheurs dans divers domaines de l'ingénierie, y compris pour l'efficacité énergétique des bâtiments [114]. Son principe de fonctionnement, schématisé par la figure 2.2, est simple : utiliser le modèle dynamique du processus pour prédire les états futurs du système en présence des perturbations. Ensuite, générer la séquence de commande optimale qui minimise une fonction coût sur un horizon temporel fini tout en respectant l'ensemble des contraintes opérationnelles. Seul le premier élément de la séquence de commande calculée, relatif à l'intervalle de temps courant, est implémenté. L'ensemble du processus d'optimisation est répété à chaque instant d'échantillonnage lorsque de nouvelles mesures sont disponibles.

### **2.2.2 Architectures de contrôle**

Les contrôleurs prédictifs peuvent présenter des architectures très différentes :

1. MPC Centralisé : le contrôleur a une vision complète de l'ensemble de systèmes du bâtiment et de toutes les mesures, les contraintes, et les variables de décision sont considérées dans un grand problème d'optimisation global.

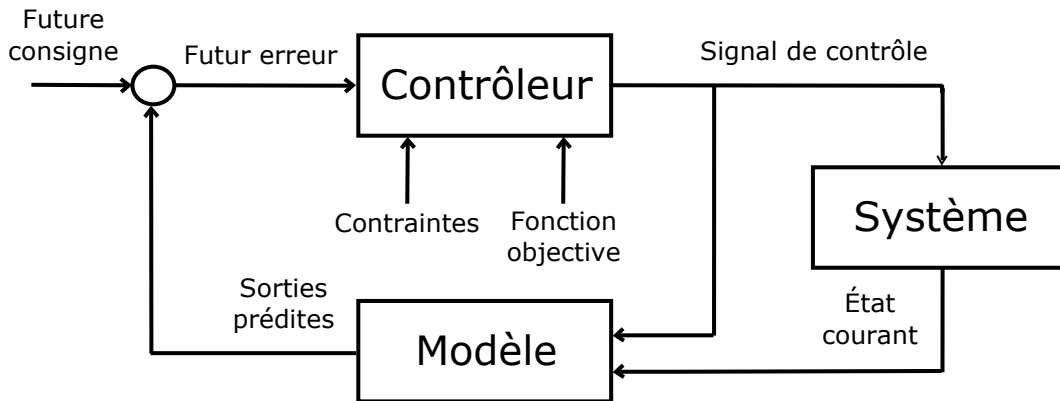


FIGURE 2.2 – Schéma fonctionnel d'un contrôleur prédictif.

2. MPC Décentralisé : chaque système ou zone du bâtiment est commandé par un contrôleur local (généralement appelé agent) qui prend les décisions de manière indépendante en considérant tous les autres éléments du système comme des perturbations externes. L'échange d'informations, telles que les mesures et les décisions de contrôle, n'est autorisée qu'avant et après la prise de décision.
3. MPC Distribué : dans cette architecture non-centralisée certaines informations calculées localement, telles que les futures variables de contrôle ou les futurs états du système, sont transmises entre les agents pendant le processus d'optimisation. Ainsi, chaque contrôleur est capable de considérer dans sa prise de décision les effets du comportement des autres sur l'ensemble du système. Par rapport à l'interaction des problèmes d'optimisation locaux, deux types d'algorithmes sont possibles :
  - Algorithmes itératifs : chaque agent optimise une fonction coût qui décrit les objectifs locaux du contrôleur. Un certain nombre d'itérations sont nécessaires pour parvenir à un consensus global.
  - Algorithmes coopératifs : les régulateurs locaux coopérant pour optimiser un objectif commun à l'échelle globale du bâtiment.

L'architecture centralisée est utilisée pour la gestion des bâtiments dans la mesure où elle prend en compte l'ensemble des systèmes et leurs interactions dans le même contrôleur pour trouver un optimum global de fonctionnement. Les auteurs de [19] proposent un schéma centralisé de planification horaire pour l'utilisation des charges résidentielles en se servant de la flexibilité du prix de l'énergie consommée et de la masse

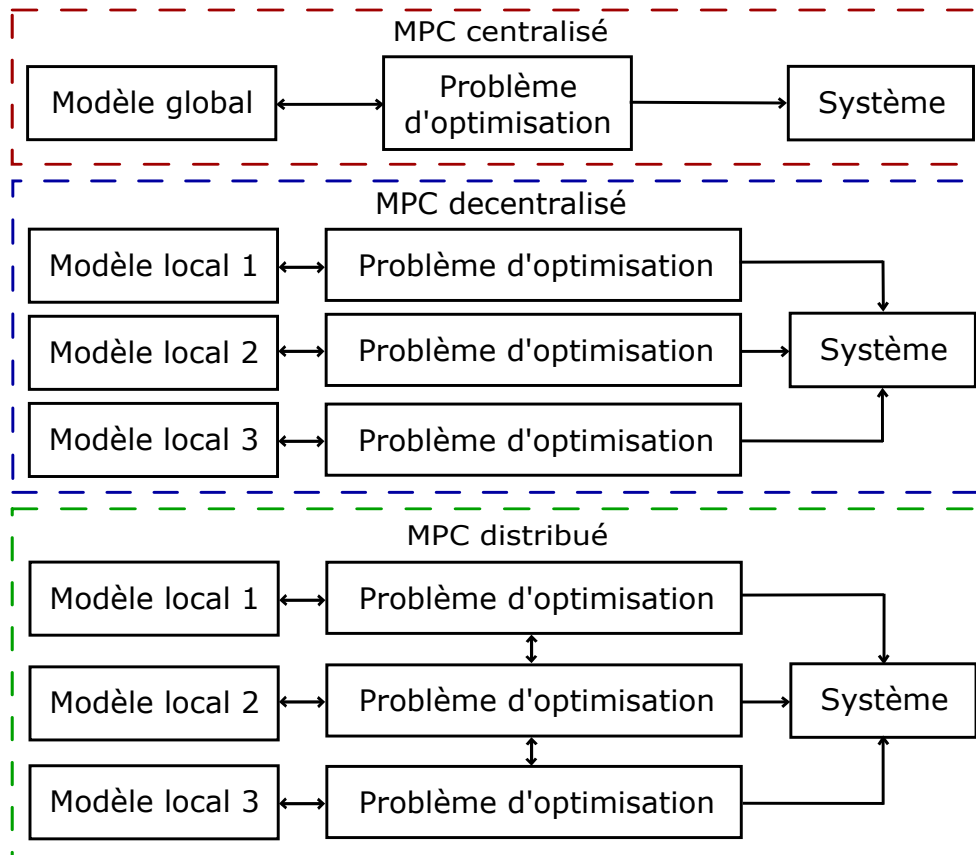


FIGURE 2.3 – Schémas des MPC centralisé, décentralisé et distribué.

thermique du bâtiment pour minimiser le coût de l'énergie. Les résultats de la simulation avec 4 charges montrent des économies jusqu'à 20%. Dans [110] une économie de 15% et 28% (selon divers facteurs tels que le niveau d'isolation et la température extérieure) dans les dépenses de chauffage d'un bâtiment réel est démontrée avec l'utilisation d'un contrôleur centralisé.

Néanmoins, ils alertent que l'analyse complète des résultats ne doit pas se limiter aux économies d'énergie mais considérer également le coût de la mise en œuvre du MPC (complexité mathématique du problème, difficulté de modélisation, etc). La performance d'un contrôleur centralisé est directement liée au nombre et à la nature (continue, binaire ou discrète) des variables de décision et des contraintes traitées. Lorsque l'on considère des systèmes à grande échelle, par exemple, la taille et la difficulté du problème d'optimisation résultant peuvent être très importantes, rendant impossible toute application en temps réel.

Quelques adaptations sont possibles pour limiter le temps de calcul des solutions

centralisées, comme la simplification des modèles de prédiction, l'augmentation du pas d'échantillonnage, ou la réduction de l'horizon de prédiction du contrôleur. Toutefois, certains problèmes ont une complexité inhérente et sont relativement difficiles à résoudre même avec un paramétrage approprié.

Pour parvenir à surmonter ces difficultés, de nombreuses structures de contrôle décentralisées ou distribuées ont été développées au cours de ces dernières années. Dans ce type d'architecture, le grand problème d'optimisation global est remplacé par un ensemble de problèmes locaux plus petits. Cela entraîne une série d'avantages face aux solutions centralisées [104], telles que : le traitement parallèle du problème d'optimisation avec une possible réduction du temps de calcul, l'augmentation de la fiabilité du contrôleur avec la simplification du processus de dépannage, et l'application d'une topologie modulaire et facilement évolutive.

Les architectures non-centralisées sont couramment utilisées pour l'optimisation des consommations d'un ensemble de bâtiments au sein d'une communauté énergétique intelligente [18, 117, 45], la gestion optimale de micro-réseaux interconnectés [43], et la recharge de véhicules électriques [77].

A l'échelle de la gestion d'énergie dans le bâtiment, un MPC distribué pour la commande du système de chauffage et climatisation d'un bureau modélisé en quatre zones indépendantes et une zone de couplage est proposée dans [61]. La régulation de température est réalisée par la commande locale des ventilo-convecteurs de chaque zone, ainsi que par le contrôleur global du système de stockage d'énergie thermique du bâtiment. Une boucle d'itération coopérative basée sur la commande floue est proposée pour ajuster les résultats de chaque MPC local en fonction des autres.

Les auteurs de [105] ont étudié le partage de l'énergie entre différents systèmes de chauffage, ventilation et climatisation d'un bâtiment en considérant la disponibilité intermittente des ressources renouvelables locales. Dans la stratégie de coordination, la contrainte de couplage des sous-systèmes liée à la disponibilité de l'énergie est supprimée et un terme relatif aux besoins des agents voisins est ajouté à la fonction coût de chaque contrôleur locaux pour induire un partage plus équitable de l'énergie. Des comparaisons entre les performances des contrôleurs centralisés et distribués pour la gestion d'énergie dans les bâtiments sont faite dans [85] et [105].

Les architectures non-centralisées présentent elles aussi des inconvénients. Dans certains cas, il est difficile de garantir la faisabilité d'un optimum global et plusieurs itérations sont nécessaires pour trouver un consensus entre les agents. De plus, la



communication entre les contrôleurs locaux peut être techniquement difficile ou même impossible par des raisons de vie privée. Ainsi, un quatrième type de structure cherche à offrir un bon compromis entre les solutions centralisées et décentralisées en les combinant dans un schéma de contrôle à plusieurs niveaux : le MPC hiérarchisé.

### **MPC Hierarchisé**

Comme souligné dans [38], un grand nombre de travaux de recherches sont basés sur des architectures hiérarchisées en raison de leur capacité à : (1) décomposer le problème original en sous-problèmes plus simples, (2) faciliter la définition de rôles spécifiques pour chacun des niveaux de contrôle (coordination, définition des références de fonctionnement, calcul des variables de commande, etc), (3) considérer les dynamiques du système à des niveaux d'abstraction distincts et à différentes échelles de temps.

Dans ce type d'approche, le processus décisionnel est divisé entre plusieurs unités reliées par une dépendance hiérarchique. Seules certaines unités d'optimisation ont l'accès direct au système contrôlé. Les autres, qui sont formalisées dans un niveau supérieur de la hiérarchie, coordonnent les unités de niveau inférieur.

Dans le contexte de la gestion de l'énergie dans les bâtiments, nous trouvons deux catégories principales de MPC hiérarchisés :

- MPC hiérarchisé multi-niveau [82] : l'idée de base est de décrire un système complexe comme étant composé par un certain nombre de sous-systèmes reliés par des variables interconnectées. Le contrôle de chaque sous-système est ensuite réalisé par des régulateurs locaux coordonnés par une unité supérieure de commande.
- MPC à multi-échelle de temps [66] : le contrôle du système est effectué par un certain nombre de régulateurs hiérarchiquement dépendants qui travaillent à des échelles de temps différentes.

L'objectif des architectures multi-niveau est de trouver un équilibre entre la complexité de la commande et la qualité de la solution en fragmentant de la commande globale du système entre plusieurs contrôleurs locaux. Le niveau supérieur de coordination exerce une influence directe sur la décision prise dans les unités locales. Il intervient pour assurer que les contraintes globales sont respectées, pour résoudre les

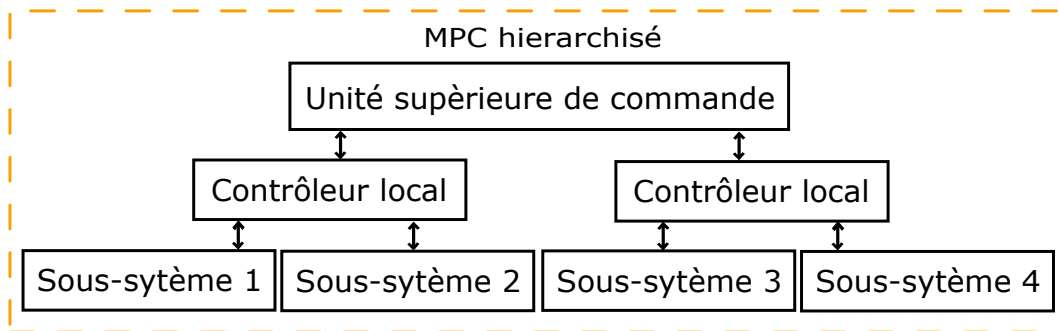


FIGURE 2.4 – Schéma fonctionnel du MPC hiérarchisé.

conflits d'intérêt, ainsi que pour maximiser les performances globales. L'idée est très similaire à celle des structures distribuées présentées antérieurement, mais dans le cas hiérarchisé chaque niveau formalise un objectif spécifique et les régulateurs locaux expérimentent une relation de subordination par rapport au niveau supérieur de coordination.

Généralement, cette architecture est utilisée dans la gestion de bâtiments avec des zones multiples. Les auteurs de [65], par exemple, ont formalisé un algorithme à deux niveaux composé par un coordinateur itératif pour la répartition de ressources énergétiques entre les zones, et des contrôleurs locaux organisés de manière distribuée pour la commande de la température de l'air intérieur, du niveau de CO<sub>2</sub> et l'éclairage de chaque zone. Dans [94] un contrôle multi-niveau distribué localement, mais cette fois non-itératif pour d'optimiser économiquement la régulation de la température des bâtiments à grande échelle est proposé. Le niveau supérieur détermine la puissance de refroidissement optimale allouée à chaque zone. Le niveau inférieur calcule les points de consigne de température qui minimisent la consommation d'énergie pour garantir que la charge de refroidissement calculée par le problème de haut niveau ne soit pas dépassée.

### 2.2.3 Contrôleur à multi-échelle de temps

Les contrôleurs à multi-échelle de temps, schématisés dans les figures 2.5, sont très utiles lorsque le processus global sous contrôle est caractérisé simultanément par des comportements variés, i.e. dynamiques lentes et rapides, ou quand les algorithmes d'optimisation doivent travailler à des taux de calcul différents selon leurs niveaux d'abstraction, i.e. optimisation long terme pour définir les références de fonc-

tionnement et court terme pour calculer les variables de commande.

Dans ce dernier cas, la décomposition temporelle du problème original permet également de rafraîchir les prédictions, de mettre à jour les perturbations, et de lancer les procédures de ré-optimisation à différents moments selon la criticité de réponse spécifique à chaque niveau. En conséquence, le système dans son ensemble a tendance à être moins sensible aux perturbations vu que les unités les plus proches du processus contrôlé peuvent réagir plus rapidement et de manière plus adéquate qu'une unité de décision globale à plus haut niveau.

Dans [72], l'équivalence de la transformation du problème d'optimisation d'énergie original à échelle de temps unique dans deux problèmes à des échelles de temps lente et rapide est étudiée. Les simulations, présentées pour la gestion d'un bâtiment domestique avec un véhicule électrique et un système de chauffage, montrent que l'approche à multi-échelle de temps produit des résultats très proches à ceux du problème original, avec en plus tous ses avantages, si certaines conditions de transformation sont respectées.

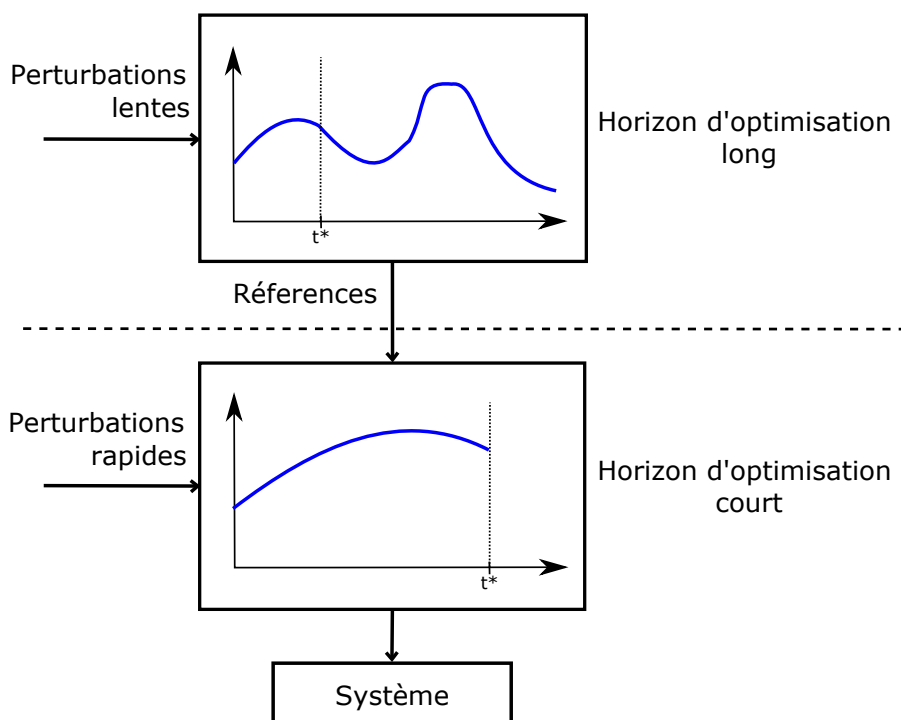


FIGURE 2.5 – Schéma du contrôleur prédictive à multi-échelles de temps.

### **Formulation et intégration des niveaux d'optimisation**

Normalement, dans la littérature de la gestion d'énergie dans les bâtiments, le problème d'optimisation supérieur du contrôleur à multi-échelle de temps formalise une fonction objectif économique pour calculer les variables d'opération des systèmes en considérant les perturbations lentes. Dans le niveau inférieur, le contrôleur garantit le respect des tendances de fonctionnement calculées comme optimales par le niveau supérieur sur un horizon temporel court.

Les contrôleurs proposés diffèrent principalement en ce qui concerne le but de l'optimisation long et court terme (calcul de consignes d'opération, allocation de puissance/énergie, suivi de trajectoire, etc.), la formalisation des problèmes sous-jacents (définition de la fonction objectif, des contraintes, des variables de décision, etc.), ainsi que les informations échangées entre les niveaux.

Dans certains travaux, le gestionnaire optimise la performance d'un système spécifique comme le chauffage, la climatisation et la ventilation, ou même le système de stockage [106, 112, 39]. Dans [80], par exemple, un MPC hiérarchisé à multi-échelle de temps est utilisé pour gérer la ventilation et des modules d'activation thermoactifs (thermally-activated building systems ou TABS en anglais) d'un bâtiment avec différentes zones. Le contrôleur de haut niveau optimise le confort de l'habitant et minimise l'énergie de chauffage/refroidissement considérant la température extérieure, la radiation solaire et le profil d'occupation comme des perturbations. Le niveau bas minimise les coûts et l'écart entre la trajectoire énergétique calculé par le niveau supérieur et applique la commande aux systèmes.

Dans [50] l'optimisation long terme planifie l'utilisation des charges décalables, des dispositifs de stockage, ainsi que l'énergie soutirée au réseau d'électricité. Les résultats de ces premières étapes sont appliqués au problème optimisation court terme pour déterminer utilisation des charges de puissance modulable.

D'autres applications cherchent à définir la répartition optimale de ressources énergétiques entre les divers équipements présents dans le bâtiment. Dans [67], la couche de planification long terme envoie périodiquement à la couche de pilotage court terme les trajectoires optimales et la quantité maximale d'énergie qui devrait être consommée pour chaque dispositif contrôlable. La première information est utilisée comme une consigne pour le problème d'optimisation lent et la deuxième comme une contrainte d'énergie à respecter.

De manière similaire, dans [14], l'optimisation long terme est utilisée pour calculer

les états (température, état de charge, etc) des appareils et la pointe de consommation d'énergie globale. Ces informations sont transmises au niveau inférieur comme points de consigne pour l'optimisation court terme.

Dans tous les cas, le niveau supérieur de l'architecture à multi-échelle de temps doit fournir les informations nécessaires à la configuration du contrôleur de niveau inférieur. C'est en utilisant les résultats optimaux de ce premier que les consignes de fonctionnement ou les contraintes opérationnelles du problème d'optimisation rapide seront définies. Par conséquent, la synchronisation et la cohérence des niveaux ainsi que l'intégration des résultats à différents instants d'échantillonnage sont des éléments essentiels dans la conception de la structure de contrôle, voir la discussion dans [95] et dans [119] pour plus de détails.

Le gestionnaire proposé dans cette thèse s'appuie sur une architecture hiérarchisée à multi-échelle de temps. Dans le chapitre 2, nous réalisons une étude comparative pour mettre en évidence les effets des différentes implémentations trouvées dans la littérature (fonction objectif, contraintes, variables échangées entre les niveaux, etc) sur la commande finale du contrôleur. Nous étudions également comment les résultats du niveau lent, qui a une résolution moins importante, peuvent être intégrés dans le problème d'optimisation du niveau bas, qui présente une fréquence d'exécution plus élevée.

#### **2.2.4 Commande hybride**

Le bâtiment est un système hétérogène constitué d'une multitude d'équipements et de processus de nature très différente. Il comprend des appareils qui présentent des comportements linéaires, modélisés par des variables de contrôle continues. Mais également des équipements tels que les pompes à chaleur, les réservoirs d'eau stratifiés, les vannes à commande tout-ou-rien, etc, qui manifestent des dynamiques de commutation et des états logiques caractérisés par des variables de contrôle discrètes. C'est pourquoi le problème d'optimisation résultant est classifié comme un problème mixte ou hybride.

Dans la littérature des gestionnaires d'énergie, les contrôleurs prédictifs hybrides utilisent généralement des modèles de prédiction linéaires par morceau et formulent un problème d'optimisation en Programmation Linéaire Mixte (MILP) ou en Programmation Quadratique Mixte (MIQP). Cependant, la résolution de ce type de problème

est considérablement difficile pour les systèmes de grande taille rendant impossible les applications en temps réel [17].

Pour répondre à ce défi, quelques travaux proposent de simplifier les modèles utilisés [75, 48] ou même de formuler certaines règles (par exemple des règles floues) pour basculer entre les différents modes de fonctionnement afin de réduire les variables discrètes ou les non-linéarités du problème.

Les auteurs de [112], par exemple, proposent une stratégie de contrôle hiérarchisée d'un système de stockage thermique comprenant des variables binaires pour représenter les modes de fonctionnement des vannes et la commande des équipements en marche/arrêt. Le contrôleur haut niveau considère que la succession de modes opérationnels du système de stockage est connue et cyclique. Ainsi, il est capable de reformuler le problème d'optimisation long terme original, qui comprend bien des variables de décision binaires, par un problème continu où les variables de décision sont le temps et la durée des modes de fonctionnement.

Dans [100] les variables de commande discrètes du problème d'optimisation sont relaxées et la solution continue est simplement arrondie à l'entier le plus proche avant d'être appliquée au système. Dans [80], le modèle du bâtiment et de ses différentes zones est construit en appliquant une méthode d'approximation de systèmes non linéaires par interpolation de modèles locaux linéaires appelée Takagi-Sugeno.

Les auteurs de [39] appliquent un MPC à multi-échelles de temps hybride où le contrôleur de haut niveau sélectionne un des trois modes de fonctionnement du système de chauffage, ventilation et climatisation avec un pas d'échantillonnage d'une heure. Pour maintenir le problème long terme relativement simple et minimiser le nombre de variables d'optimisation binaires, les conditions de fonctionnement des équipements sont considérées comme nominales. Un contrôleur hybride de bas niveau responsable d'optimiser le pilotage des équipements avec un pas de commande de 5 minutes est formulé pour chacun des mode de fonctionnement.

Dans certaines formulations à multi-échelle de temps, l'introduction des variables de décision binaires ou entières dans le problème d'optimisation du niveau supérieur n'a pas sens pratique, car les appareils ne peuvent pas être sur un mode de fonctionnement spécifique (i.e. marche, ou arrêt) pendant de longues périodes de temps. Souvent, les variables de décision niveau lent sont considérées comme une sorte de moyenne approximée des variables de décision du problème d'optimisation rapide [118, 14, 67, 106].

Dans [118], par exemple, le problème d'optimisation du niveau supérieur, considère exclusivement des contraintes continues pour attribuer une quantité d'énergie horaire aux différents appareils. Afin de définir les intervalles de marche du système chauffage, le niveau d'optimisation rapide utilise cette répartition énergétique pour formuler un problème stochastique d'allocation de périodes de travail avec un espace de décision binaire.

Ainsi, même si le niveau supérieur moyenné ne voit pas l'évolution des variables de décision pendant deux périodes consécutives du niveau inférieur [96], il doit être capable d'envoyer à ce dernier des cibles de fonctionnement, de température ou d'énergie moyenne par exemple, qui sont potentiellement réalisables dans l'échelle de temps plus petite. Autrement dit, qui respectent bien les contraintes discrètes du problème original. Cette cohérence est nécessaire pour garantir que la commande finale appliquée au système soit aussi proche que possible des tendances lentes précisées par le niveau supérieur.

Dans le chapitre 4 de cette thèse, nous étudions l'intégration des charges à commande discrète dans les stratégies à multi-échelle de temps appliquées à la gestion d'énergie dans les bâtiments. Plus spécifiquement, nous étudions quels sont les effets du "moyennage" et de la relaxation des contraintes discrètes du problème d'optimisation de long terme dans la qualité de la commande finale. Nous verrons que quand les contraintes de puissance globales sont mal formulées, les résultats d'énergie moyenne calculés comme optimaux par le niveau supérieur peuvent fournir au niveau inférieur une partage potentiellement faussé des ressources énergétiques.

## **2.3 Conception du problème d'optimisation d'un contrôleur prédictif**

La commande prédictive formalise un problème de contrôle en le décrivant comme un problème d'optimisation résolu itérativement sur un horizon fini. Pour introduire quelques concepts critiques à la formalisation mathématique du contrôleur hiérarchisé à multi-échelle de temps, présentée dans le chapitre 3, nous définissons ici les principaux éléments de la paramétrisation des problèmes d'optimisation associés à la commande prédictive.

La conception du problème de commande d'un contrôleur prédictif, schématisée

dans la figure 2.6, revient fondamentalement à définir (1) l'horizon de prédiction et le pas d'échantillonnage du problème, (2) les modèles de prédiction du système, (3) les contraintes à respecter, et (4) la fonction de coût à minimiser/maximiser.

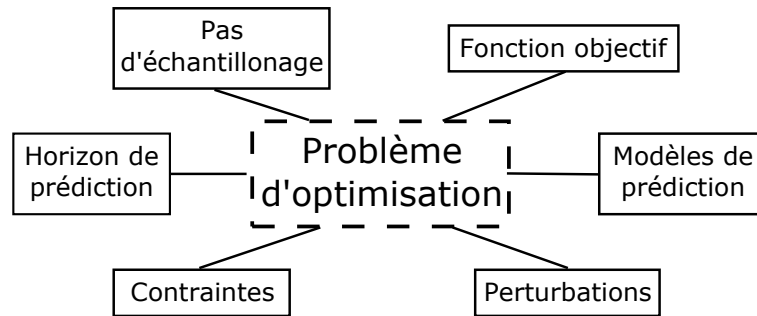


FIGURE 2.6 – Schéma illustrant les éléments critiques de la paramétrisation du problème d'optimisation d'un contrôleur prédictif.

### Horizon de prédiction et pas d'échantillonnage

Dans les formulations présentées, nous supposons que systèmes sont commandés en temps discret. L'optimisation s'effectue sur un horizon de prédiction fini  $\Delta h$  et un pas d'échantillonnage  $\Delta k$ . L'horizon de prédiction  $\Delta h$  définit la durée d'une fenêtre temporelle pour laquelle le contrôleur calcule les prédictions et effectue l'optimisation. L'intervalle de temps pendant lequel les actions de contrôle calculées restent constantes est spécifié par la durée du pas d'échantillonnage  $\Delta k$ .

Dans la suite du manuscrit, nous représentons la longueur de l'horizon de prédiction par  $N = \Delta h / \Delta k$ , avec  $N \in \mathbb{N}^*$ . Par le principe de l'horizon fuyant, l'horizon de prédiction est décalé vers l'avant à chaque itération de contrôle. Le premier pas d'échantillonnage de l'horizon de prédiction de l'itération courante est représenté par l'index  $k_p$ , et les pas d'échantillonnage suivants par  $k_p + i$ , avec  $i \in \mathbb{N}^*$ . De la même manière, l'horizon de prédiction de l'itération courante est représenté par l'index  $K = \{k\}_{\mathcal{N}}$ , avec  $\mathcal{N} = \{k_p, k_p + 1, \dots, k_p + N - 1\}$ .

Généralement, les valeurs de  $\Delta k$  et de  $\Delta h$  sont déterminées par rapport à la dynamique du système contrôlé. La sélection du premier dépend de la fréquence des perturbations ainsi que de l'échelle de temps de l'outil traitement du contrôleur et des appareils mesure et actionnement du système. Le deuxième est souvent choisi de telle sorte qu'il soit significativement plus long que les constantes de temps du processus.



La sélection appropriée des paramètres  $\Delta_k$  et  $\Delta_h$  permet de limiter le nombre de variables de décision du problème d'optimisation sous-jacent et par conséquent le temps de calcul pour trouver la solution. Les différentes conséquences de ce choix sont étudiées dans [111]. Généralement, pour les applications de gestion d'énergie dans les bâtiments  $\Delta_k$  s'étend sur une période de 15 à 180 minutes et  $\Delta_h$  de 5 à 48 heures [1].

### **Modèles de prédiction et prévisions des perturbations**

Pour que le contrôleur prédictif soit capable d'anticiper l'état du système à n'importe quel instant futur, il est nécessaire de définir des modèles mathématiques de prédiction qui caractérisent le comportement des processus associés. Dans le contexte de la gestion d'énergie dans les bâtiments, ces modèles sont généralement utilisés pour décrire l'évolution thermique de l'installation ainsi que les mécanismes liés au fonctionnement des équipements.

Les auteurs de [99] donnent un aperçu détaillé des algorithmes de modélisation adaptés à la formulation d'un contrôleur prédictif. Les travaux de [68] proposent des modèles pour certains composants du bâtiment (i.e. réservoir d'eau, batterie, production photovoltaïque, etc.) et comparent les différentes approches d'identification rencontrées dans la littérature des gestionnaires d'énergie. De manière générale, trois types de modèles sont utilisés :

1. Modèles à boîte blanche : développés en analysant les principes physiques du système. Ils présentent une bonne précision mais nécessitent d'un paramétrage souvent trop détaillé pour des applications réelles. Un nombre considérable de modèles à boîte blanche sont mis à la disposition dans les outils de simulation, tels que EnergyPlus [24], TRNSYS [64], et Modelica [37].
2. Modèles à boîte noire : élaborés en mesurant les entrées et les sorties du système et en ajustant une fonction mathématique pour approximer son comportement sans considérer les dynamiques internes. Les avantages sont la simplicité mathématique du modèle et le nombre réduit de paramètres.
3. Modèles à boîte grise : combinaison du modèle à boîte blanche et du modèle à boîte noire. Dans ce cas, la dynamique interne du système est connue en partie.

Quelque soit le type de modèle utilisé, la qualité de la prédiction a une grande influence sur les performances du contrôleur vu que des prédictions inexactes peuvent conduire à une commande qui éloigne le système des objectifs fixés. Idéalement, les modèles doivent être suffisamment précis pour anticiper avec finesse le comportement du système mais convenablement simples pour ne pas augmenter la complexité mathématique du problème d'optimisation formulé.

Pour trouver un bon compromis entre précision et temps de calcul, les auteurs de [87] ont utilisé un modèle plus abstrait pour les prédictions les plus lointaines dans l'horizon de prédiction du contrôleur prédictif en diminuant la résolution du pas d'échantillonnage et en supprimant les variables binaires. La même idée peut être appliquée aux architectures à multi-échelle de temps, où un modèle plus simple peut être utilisé pour prédire le comportement à long terme du système et un modèle plus précis pour calculer les variables de décision sur un pas de temps rapide.

L'utilisation du BIM (l'acronyme en anglais de *Building Information Model*) et des maquettes numériques peut également réduire les coûts de modélisation dans les applications réelles tout en augmentant la qualité des modèles. La généralisation de ces outils facilitera de manière significative le partage des informations nécessaires à la caractérisation du bâtiment et de ses systèmes, telles que les propriétés de l'enveloppe (conductivité, inertie des matériaux) et la spécification de l'ensemble d'équipements [10].

Parallèlement, l'évolution des solutions stockage de données et l'élargissement de l'accès à l'Internet permettent de récolter des informations importantes sur le comportement des installations existants ou de taille réduite sans maquette numérique. Des techniques d'analyse du type *big data* ou des stratégies d'apprentissage [28, 30] peuvent ensuite être utilisées pour exploiter l'historique du bâtiment et générer de modèles parfaitement ajustés.

Dans les simulations présentées dans les prochains chapitres, on supposera que l'installation étudiée est composée d'un nombre fini de systèmes dynamiques représenté par l'ensemble  $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$ , avec  $M \in \mathbb{N}^*$ . La dynamique de chaque système  $m$ , avec  $m \in \mathcal{M}$ , est modélisée par des équations aux récurrences à coefficients constants liant les grandeurs d'entrée  $u_{m,k} \in \mathbb{R}^{n_u,m}$ , de sortie  $y_{m,k} \in \mathbb{R}^{n_y,m}$ , et les perturbations  $d_{m,k} \in \mathbb{R}^{n_d,m}$ , comme schématisé dans la figure 2.7.

La représentation d'état à temps discret qui modélise le système est formalisée par

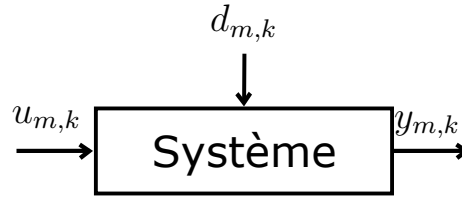


FIGURE 2.7 – Diagramme de bloc du système  $m$ .

les équations (2.1)

$$\begin{cases} x_{m,k+1} = A_m x_{m,k} + B_m u_{m,k} + D_m d_{m,k} \\ y_{m,k} = C_m x_{m,k} \\ x_{m,0} = x_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Où  $x_{m,k} \in \mathbb{R}^{n_{x,m}}$  est le vecteur des variables d'état du système et  $x_0$  son état initial.  $A_m \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{x,m}}$ ,  $B_m \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{u,m}}$ ,  $C_m \in \mathbb{R}^{n_{y,m} \times n_{x,m}}$ , et  $D_m \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{d,m}}$ , sont les matrices d'état, de commande et d'observation, respectivement.

En plus de l'état initial  $x_0$  et les variables manipulées  $u_{m,k}$  sectionnées, les perturbations  $d_{m,k}$  ont également une influence importante sur l'évolution des variables contrôlées  $y_{m,k}$  du système. Dans le contexte de la gestion d'énergie dans les bâtiments, les prévisions des conditions météorologiques, en particulier l'irradiation solaire et la température extérieure [68], la consommation d'énergie non pilotable [28], ainsi que le comportement de l'occupant [69] sont habituellement considérés comme des perturbations. Les prévisions sont généralement réalisées en fonction des données de mesure passées, des informations fournies par les utilisateurs ou récoltés en ligne.

### Contraintes locales et globale

La commande prédictive est capable de manipuler une grande variété de contraintes sur les variables d'état, d'entrée ou de sortie [78]. D'un point de vue mathématique, les contraintes peuvent être continues, ou incorporer des variables entières ou discrètes, appelées dans ce dernier cas, contraintes d'intégralité [59, 31].

Comme nous le verrons dans la chapitre 4, quand les variables sont forcées à prendre des valeurs dans un ensemble fini, la complexité du problème d'optimisation associé accroît considérablement. Pour faciliter sa résolution [70] ou simplement pour garantir la faisabilité de la solution [51], les contraintes d'intégralité peuvent être re-

laxées. Une approximation classique est celle de la relaxation continue, qui consiste simplement à interpréter de façon continue un problème combinatoire ou discret.

Dans les applications de gestion de bâtiments, les contraintes sont généralement utilisées pour assurer le confort des habitants avec la définition des plages de température ou horaire pour l'utilisation d'équipements à respecter [29], ainsi que pour garantir les restrictions techniques/électriques de l'installation et de ses équipements. Dans certains cas, pour augmenter la flexibilité du système de contrôle et potentialiser les effets des stratégies de sur-consommation ou sous-consommation opportunistes, les contraintes de confort peuvent être activées seulement pendant les périodes d'occupation [85].

Dans la formulation présentée dans le chapitre 3, on distingue trois types de contraintes : les contraintes sur l'état des systèmes, les contraintes de puissance locales et la contrainte de puissance globale de l'installation. Les premiers sont souvent des contraintes physiques d'opération. Elles permettent de garantir le respect de certaines restrictions de fonctionnement des systèmes en précisant l'ensemble d'états admissibles  $\mathcal{S}_m^x$ , tel que  $x_{m,k} \in \mathcal{S}_m^x$ , pour tout  $m \in \mathcal{M}$  et  $k \in \mathcal{N}$ .

Les contraintes de puissance locales, définies par les équations (2.2), limitent la puissance d'alimentation des systèmes électriques,  $p_{m,k}$  pour tout  $m \in \mathcal{M}$ , afin éviter des dommages par surintensité de courant. En considérant  $p_{m,k}$  la puissance nominale de l'appareil, la variable de commande  $u_{m,k} \in \mathbb{U}_m$ , où  $\mathbb{U}_m = [0, 1]^{n_{u,m}}$  si la charge présente une commande continue, et  $\mathbb{U}_m = \{0, 1\}^{n_{u,m}}$  si la charge présente une commande discrète .

$$\begin{cases} p_{m,k} = p_m u_{m,k}, \forall k \in \mathcal{N} \\ u_{m,k} \in \mathbb{U}_m \end{cases} \quad (2.2)$$

La contrainte de puissance globale, définie par les équations (2.3), doit être prise en compte pour assurer que la demande de puissance de l'ensemble de charges n'excède pas la capacité du fournisseur d'électricité public  $p_k^{\text{grid}}$  ou, dans certains cas, les limites locaux de production d'énergie  $p_k^{\text{prod}}$ .

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^M p_{m,k} \leq p_k^{\text{global}}, \forall k \in \mathcal{N} \\ p_k^{\text{global}} = p_k^{\text{grid}} + p_k^{\text{prod}} \end{cases} \quad (2.3)$$

L'ensemble des solutions satisfaisant toutes les contraintes de puissance est repré-

senté par  $\mathcal{S}_m^u$ , avec  $u_{m,k} \in \mathcal{S}_m^u$ .

### Fonction objectif multi-critère

Dans le contexte de la gestion d'énergie dans les bâtiments, différentes formulations de fonctions objectifs ont été exploitées. Certaines définissent des critères basés sur le suivi d'une trajectoire de référence [85], d'autres sur la minimisation des coûts d'exploitation [112, 59], ou sur la maximisation du confort des habitants [118]. Quelques contrôleurs hiérarchisés présentent même des niveaux d'optimisation dédiés à des objectifs spécifiques, qui définissent, des critères distincts [50, 80, 67, 94, 106]. Cependant, la grande majorité des stratégies cherchent à trouver un compromis entre deux ou plusieurs objectifs contradictoires, tels que le confort et l'économie d'énergie [100, 72, 61, 39, 110, 31].

Une fonction objectif multi-critère définit simultanément les différents objectifs du contrôleur en indiquant leur importance par une pondération ajustable. Pour augmenter les degrés de liberté du système quand les habitants ne sont pas présents et anticiper les périodes de préchauffage avant leur arrivé, il est également possible d'utiliser les informations sur l'occupation pour modifier cette pondération. Dans certains cas, la pénalisation de l'écart entre la température de consigne et la température prédite peut être égale à zéro pendant les périodes d'inoccupation [85] ou sur une période juste avant l'arrivée des occupants pour favoriser des appels de puissance graduels [47].

Nous définissons ici une fonction multi-objectif arbitraire  $J$ , qui sera utilisée comme une référence dans la formalisation du contrôleur à multi-échelle de temps du chapitre 3. Elle pourrait être conçue de différentes manières en fonction des objectifs (économique, énergétique, confort, santé, etc), ainsi que sur une forme linéaire ou quadratique. Dans notre formulation, nous considérons seulement deux critères antagonistes : (1) la minimisation de l'inconfort des occupants et (2) la minimisation du coût de la consommation d'énergie, représentés respectivement par  $J_{\text{icf}}$  et  $J_{\text{eco}}$  dans l'équation (2.4).

$$J(x_{m,k}, u_{m,k}) = \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{k \in \mathcal{N}} \alpha J_{\text{icf}}(y_{m,k+1}, W_{m,k+1}^y) + \beta J_{\text{eco}}(x_{m,k}, u_{m,k}) \quad (2.4)$$

Où  $W_{m,k+1}^y$  représente les points de référence définis en considérant les consignes données par les utilisateurs. La pondération des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  permet de donner plus d'importance au critère choisi comme prioritaire par l'utilisateur. Les analyses et

définitions proposées par la suite peuvent être étendues naturellement à des critères plus complexes.

### Problème de commande du contrôleur prédictif

En supposant que la mesure de l'état est disponible à l'instant courant, nous formulons le problème d'optimisation du contrôleur en boucle ouverte sur l'horizon de prédiction  $\mathcal{N}$  comme :

$$\begin{aligned} \min_{\hat{u}_{m,k}} \quad & \mathbf{J}(\hat{x}_{m,k}, \hat{u}_{m,k}) \\ \text{s.l.c. :} \quad & \\ & \hat{x}_{m,k} \in \mathcal{S}_m^x \\ & \hat{u}_{m,k} \in \mathcal{S}_m^u \end{aligned} \tag{2.5}$$

Le vecteur de prédiction de l'état  $\hat{x}_{m,k}$  est calculé à l'aide des modèles de prédiction (2.1). Résoudre le problème de commande du contrôleur consiste à trouver l'ensemble des variables de décision  $\hat{u}_{m,k}$  qui minimise la fonction objectif  $\mathbf{J}$  sous les contraintes.

## 2.4 Conclusion

Le bâtiment est un système thermique et énergétique complexe qui subit constamment l'effet d'importantes perturbations récurrentes, telles que l'occupation et les conditions météorologiques. Il est composé de nombreux appareils présentant des dynamiques très distinctes et une quantité considérable de variables de contrôle à la fois continues et discrètes.

Parmi les nombreuses approches trouvées dans la littérature, les stratégies prédictives sont capables d'offrir une commande anticipative apte à gérer directement les contraintes du système et une commande optimale même face à des objectifs contradictoires de confort et d'économie. Leur formulation dans une architecture à multi-échelle de temps est spécialement adaptée puisqu'elle décompose le problème d'optimisation original en plusieurs unités de décision plus simples reliées par une dépendance hiérarchique. Cette configuration permet de définir des rôles spécifiques pour chacun des niveaux de contrôle et de traiter les différentes dynamiques du système à

plusieurs échelles de temps.

La commande prédictive à multi-échelle de temps a été l'approche choisie pour la conception du gestionnaire d'énergie proposé dans le cadre de cette thèse. Il est composé d'un niveau supérieur qui met en œuvre un problème d'allocation de ressources global sur un horizon de prédiction long et un niveau inférieur qui utilise les résultats du premier pour la confection d'un problème d'optimisation distribué avec un pas d'échantillonnage plus rapide.

Dans le prochain chapitre, nous étudions les différentes implémentations possibles des niveaux de contrôle (fonctions objectif, contraintes, etc.), ainsi que la synchronisation des niveaux d'optimisation à différents instants d'échantillonnage. Ensuite, nous nous intéressons à l'intégration des variables de décision discrètes aux différentes échelles de temps du contrôleur. Et plus spécifiquement, aux effets que le moyennage de ces variables par le niveau supérieur peut avoir dans la qualité de la commande finale.

# STRUCTURATION HIÉRARCHISÉE

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Formalisation mathématique du contrôleur à multi-échelle de temps</b>	<b>47</b>
3.1.1	Niveau planification long terme . . . . .	51
3.1.2	Projection des résultats . . . . .	52
3.1.3	Niveau planification court terme . . . . .	57
<b>3.2</b>	<b>Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps</b>	<b>60</b>
3.2.1	Définition du cas d'étude . . . . .	60
3.2.2	Paramétrage du contrôleur . . . . .	64
3.2.3	Indicateurs de performance . . . . .	65
3.2.4	Résultats de l'étude . . . . .	66
<b>3.3</b>	<b>Conclusion</b>	<b>78</b>

Le gestionnaire proposé dans cette thèse s'appuie sur une architecture de contrôle hiérarchisée à multi-échelle de temps. Dans ce chapitre, chaque couche d'optimisation sera formalisée en mettant l'accent sur les interactions entre les niveaux (correspondance temporelle, variables échangées, etc). Nous présentons également une réflexion sur les effets des différentes implémentations du problème d'optimisation de long et court terme sur la commande finale.

## 3.1 Formalisation mathématique du contrôleur à multi-échelle de temps

L'architecture du contrôleur hiérarchisé à multi-échelle de temps proposée dans cette thèse est représentée schématiquement dans la figure 3.1. Elle est composée



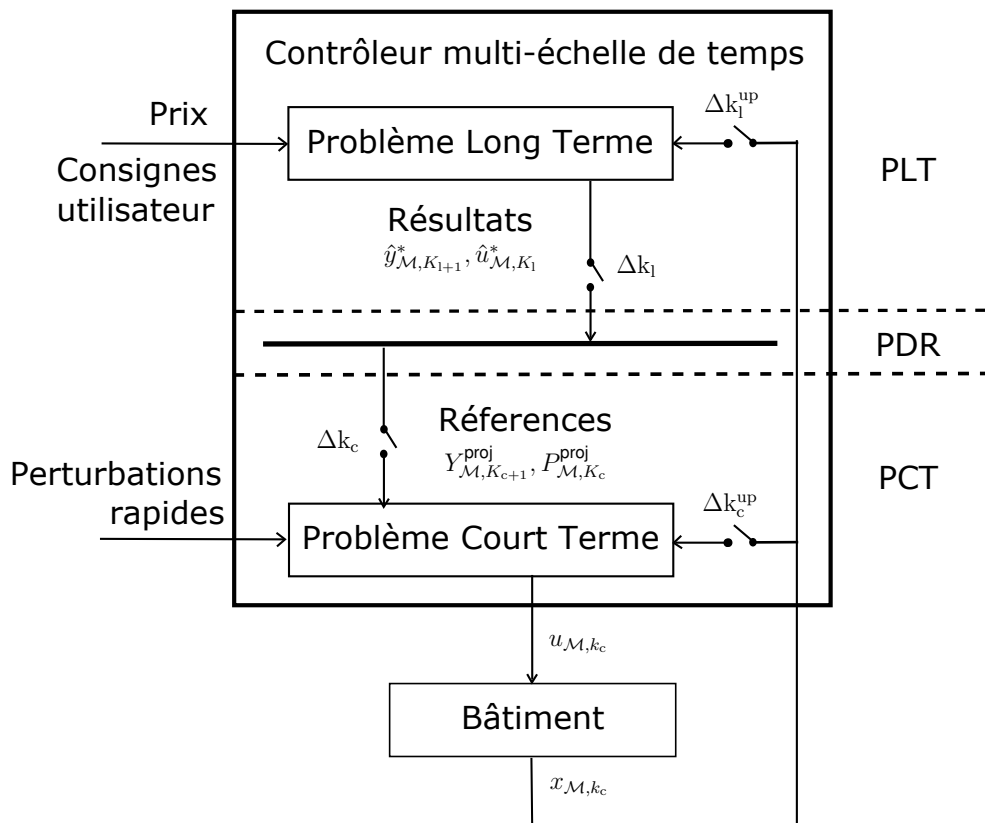


FIGURE 3.1 – Architecture du contrôleur hiérarchisé à multi-échelle de temps.

de trois niveaux d'abstraction : le niveau Planification Long Terme (PLT), le niveau Projection de Résultats (PDR), et le niveau Planification Court Terme (PCT). Dans le cadre de la gestion d'énergie dans le bâtiment, chaque niveaux se distingue par un objectif spécifique :

- **PLT** : Le niveau supérieur du contrôleur met en œuvre une optimisation économique qui prend compte la puissance souscrite du compteur électrique, les conditions météorologiques, l'occupation du bâtiment, la variation du prix de l'énergie achetée au réseau public d'électricité, et les consignes de fonctionnement fournies par les habitants. L'objectif de PLT est de déterminer la commande en puissance qui maximise globalement le confort des utilisateurs et minimise le coût de la dépense énergétique du système sur un horizon de temps long (normalement journalier) et à un pas d'échantillonnage large (à l'échelle de l'heure).
- **PDR** : Les résultats calculés comme optimaux par PLT, tels que la trajectoire de la sortie et le profil de consommation de puissance de chaque équipement, sont transmis au module PDR. L'objectif du module est de transposer la solution du problème d'optimisation long terme dans une grille temporelle plus fine (à l'échelle de la minute). Les données résultantes sont utilisées dans l'élaboration des *vecteurs de projection* qui seront envoyés au niveau inférieur.
- **PCT** : Les *vecteurs de projection* sont appliqués au problème d'optimisation du niveau PCT comme des points de consigne à suivre et/ou des contraintes à respecter. Pour prendre en compte les perturbations rapides du système, la commande optimale est calculée en boucle fermée sur un horizon de prédiction plus court (à l'échelle de l'heure) et un pas d'échantillonnage plus petit (à l'échelle de la minute).

La relation temporelle les entre les niveaux PLT et PCT est décrite dans le schéma de la figure 3.2. Les pas d'échantillonnage des niveaux d'optimisation PLT et PCT sont représentés par  $\Delta k_1$  et  $\Delta k_c$ , et les horizons de prédiction par  $\Delta h_1 = N_1 \Delta k_1$  et  $\Delta h_c = N_c \Delta k_c$ , respectivement, avec  $\Delta k_1 > \Delta k_c$ ,  $\Delta h_1 > \Delta h_c$  et  $N_1, N_c \in \mathbb{N}^*$ . Nous utilisons les index  $k_1$  et  $k_c$  pour indiquer les premiers pas de d'échantillonnage des horizons de prédiction courants des niveaux PLT et PCT, respectivement, et  $k_1 + i$  et  $k_c + i$ ,  $i \in \mathbb{N}^*$ , les pas d'échantillonnage suivants.

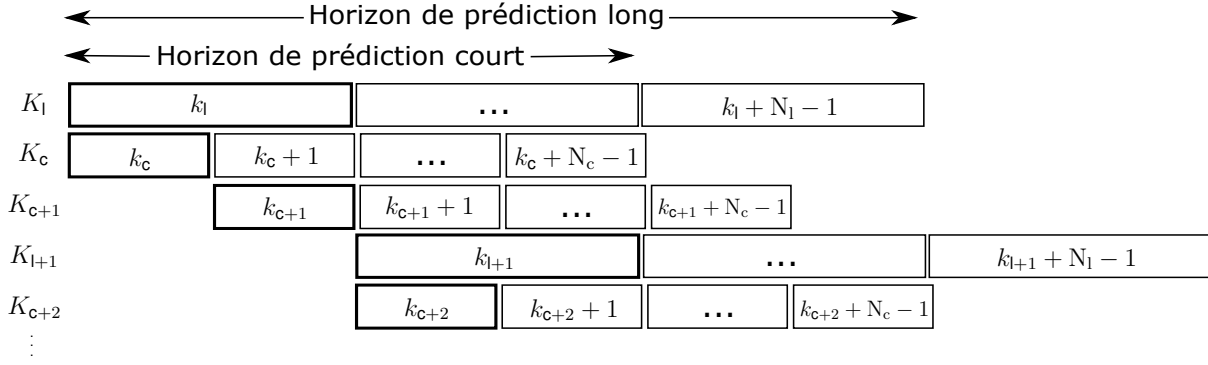


FIGURE 3.2 – Relations temporelles dans l’architecture du contrôleur à multi-échelle de temps.

De la même manière, les index  $K_1 = \{k\}_{\mathcal{N}_1}$  et  $K_c = \{k\}_{\mathcal{N}_c}$ , avec  $\mathcal{N}_1 = \{k_1, k_1 + 1, \dots, k_1 + N_1 - 1\}$  et  $\mathcal{N}_c = \{k_c, k_c + 1, \dots, k_c + N_c - 1\}$ , correspondent aux horizons de prédiction courants de PLT et PCT, respectivement.  $K_{1+i} = \{k\}_{\mathcal{N}_{1+i}}$  et  $K_{c+i} = \{k\}_{\mathcal{N}_{c+i}}$  représentent les horizons suivants, avec  $\mathcal{N}_{1+i} = \{(k_{1+i}), (k_{1+i}) + 1, \dots, (k_{1+i}) + N_1 - 1\}$  et  $\mathcal{N}_{c+i} = \{(k_{c+i}), (k_{c+i}) + 1, \dots, (k_{c+i}) + N_c - 1\}$ , où  $k_{c+i}$  et  $k_{1+i}$  sont les premiers pas d’échantillonnage des horizons de prédiction  $K_{c+i}$  et  $K_{1+i}$ , respectivement.

Dans le processus d’optimisation, le principe de l’horizon fuyant est appliqué pour mettre à jour les résultats du problème en considérant les mesures courantes et l’actualisation des prévisions. Étant  $\Delta k_1^{\text{up}}$  le pas de rafraîchissement du problème du niveau PLT, et  $\Delta k_c^{\text{up}}$  le pas de rafraîchissement du problème du niveau PCT, nous considérons que  $\Delta k_1^{\text{up}} = N_1^{\text{up}} \Delta k_1$ ,  $\Delta k_c^{\text{up}} = N_c^{\text{up}} \Delta k_c$ , avec  $N_1^{\text{up}}, N_c^{\text{up}} \in \mathbb{N}^*$ .

De plus, chaque équipement ou sous-système présent dans le bâtiment est symbolisé par l’index  $m \in \mathcal{M}$ , avec  $\mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$  et  $M \in \mathbb{N}^*$ . Dans la suite de ce document, la présence d’un de ces index dans la représentation d’une variable indique qu’elle est liée au pas d’échantillonnage ou à l’horizon de prédiction signalé, ou qu’elle fait référence à(aux) l’équipement(s) ou sous-système(s) spécifié(s).

### 3.1.1 Niveau planification long terme

Le problème d'optimisation du niveau PLT utilise des modèles de prédiction d'état linéaires à temps discret, pour tout sous-système  $m \in \mathcal{M}$ , représentés par :

$$\begin{cases} x_{m,k+1}^1 = A_m^1 x_{m,k}^1 + B_m^1 u_{m,k}^1 + D_m^1 d_{m,k}^1 \\ y_{m,k+1}^1 = C_m^1 x_{m,k+1}^1 \\ x_{m,0}^1 = x_0^1 \end{cases} \quad (3.1)$$

Où  $x_{m,k}^1 \in \mathbb{R}^{n_{x,m}}$  représente le vecteur des variables d'état du sous-système  $m$ ,  $u_{m,k}^1 \in \mathbb{R}^{n_{u,m}}$  le vecteur des variables d'entrée,  $d_{m,k}^1 \in \mathbb{R}^{n_{d,m}}$  le vecteur des perturbations,  $y_{m,k}^1 \in \mathbb{R}^{n_{y,m}}$  le vecteur des variables de sortie, et  $x_0^1$  son l'état initial.  $A_m^1 \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{x,m}}$ ,  $B_m^1 \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{u,m}}$ ,  $C_m^1 \in \mathbb{R}^{n_{y,m} \times n_{x,m}}$ , et  $D_m^1 \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{d,m}}$ , sont les matrices d'état, de commande et d'observation, respectivement.

Étant donné le vecteur  $Prix_{K_1}$  le prix de l'énergie achetée du réseau public d'électricité sur l'horizon  $\mathcal{N}_1$ , et  $W_{\mathcal{M},K_1+1}^y$  le vecteur des consignes d'opération fournies par les habitants pour tous les systèmes  $m \in \mathcal{M}$ , nous pouvons formuler le problème d'optimisation du niveau PLT comme suit :

$$\begin{aligned} \min_{\hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^1} \quad & \alpha J_{\text{icf}}(\hat{y}_{\mathcal{M},K_1+1}^1, W_{\mathcal{M},K_1+1}^y) + \beta J_{\text{eco}}(\hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^1, \text{Prix}_{K_1}) \\ \text{s.l.c. :} \quad & \text{équations (3.1), } \forall m \in \mathcal{M} \\ & \hat{x}_{\mathcal{M},K_1}^1 \in \mathcal{S}_{\mathcal{M}}^x \\ & \hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^1 \in \mathcal{S}_{\mathcal{M}}^u \end{aligned} \quad (3.2)$$

Les variables de décision du problème sont représentées par le vecteur  $\hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^1$ . Les équations (3.1) sont utilisées pour prédire le comportement du système pour tout pas d'échantillonnage  $k \in \mathcal{N}_1$ . Les vecteurs de prédiction de l'état et de la sortie sont représentés par  $\hat{x}_{\mathcal{M},K_1}^1$  et  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^1$ , respectivement. La commande du système est optimisée en fonction d'un critère lié au confort des habitants  $J_{\text{icf}}$  et d'un critère économique  $J_{\text{eco}}$ . Les contraintes de puissance globale et locales sur l'état et sur la commande, formalisées à la fin du chapitre 2 (équations (2.2) et (2.3)), sont également représentées par les ensembles  $\mathcal{S}_{\mathcal{M}}^x$  et  $\mathcal{S}_{\mathcal{M}}^u$ .

L'optimisation du confort, normalement défini comme l'écart entre la consigne sou-

haitée par les habitants et la sortie prévue, peut également être présentée sous la forme de contrainte (3.3).

$$h_{\text{icf}}(\hat{y}_{\mathcal{M},K_{1+1}}^l, W_{\mathcal{M},K_{1+1}}^y, \varepsilon_{\mathcal{M},K_{1+1}}) \leq 0 \quad (3.3)$$

L'introduction de la variable de  $\varepsilon_{\mathcal{M},K_{1+1}}$  permet de relaxer une contrainte dure du type  $h'_{\text{icf}}(\hat{y}_{\mathcal{M},K_{1+1}}^l, W_{\mathcal{M},K_{1+1}}^y) \leq 0$  pour augmenter les degrés de liberté du contrôleur. Dans ce cas, le vecteur des variables de relaxation  $\varepsilon_{\mathcal{M},K_{1+1}}$  est également une variable de décision du problème d'optimisation.

Une fois le problème d'optimisation économique du niveau PLT résolu pour l'instant de temps courant  $k = k_1$ , la solution trouvée  $\hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^*$  est utilisée pour calculer le vecteur de prédiction de la trajectoire de sortie optimale  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^*$ , en passant par les équations (3.1), et le vecteur de prédiction du profil de puissance optimale  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^*$ . Ce dernier est généralement proportionnel à  $\hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^*$  par le vecteur de puissances nominales des équipements du système  $P_{\mathcal{M}}$ , comme indiqué par l'équation (3.4). Les vecteurs  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^*$  et  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^*$  sont ensuite transmis au niveau PDR.

$$\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^* = P_{\mathcal{M}} \hat{u}_{\mathcal{M},K_1}^* \quad (3.4)$$

### 3.1.2 Projection des résultats

La principale fonction du niveau PDR est de projeter les résultats optimaux calculés par le niveau PLT,  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^*$  et  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^*$ , dans une échelle de temps plus fine afin de les utiliser dans la spécification du problème d'optimisation du niveau PCT. La formalisation du vecteur de projection de la trajectoire de sortie  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  et du vecteur de projection du profil de consommation de puissance  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  s'appuie sur l'évolution du système prévue par  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^*$  et  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^*$ , respectivement.

Dans les définitions qui suivent, nous considérons que  $\Delta k_1 = N_{\text{cl}} \Delta k_c$ , avec  $N_{\text{cl}} \in \mathbb{N}^*$ . Même si cette supposition permet de simplifier la formalisation mathématique des vecteurs de projection, elle ne change pas le résultats des analyses réalisées au long de ce chapitre. La correspondance temporelle entre les pas d'échantillonnage des horizons de prédiction courants  $\mathcal{N}_1$  et  $\mathcal{N}_c$  est illustrée dans la figure 3.3.

Pour nous aider dans la procédure de spécification des vecteurs de projection, nous définissons trois fonctions mathématiques de support :

**Fonction 1** *Étant donné un pas de temps  $k$ , tel que  $k \in \mathcal{N}_c$ , la fonction  $C2L(k)$  re-*

### 3.1. Formalisation mathématique du contrôleur à multi-échelle de temps

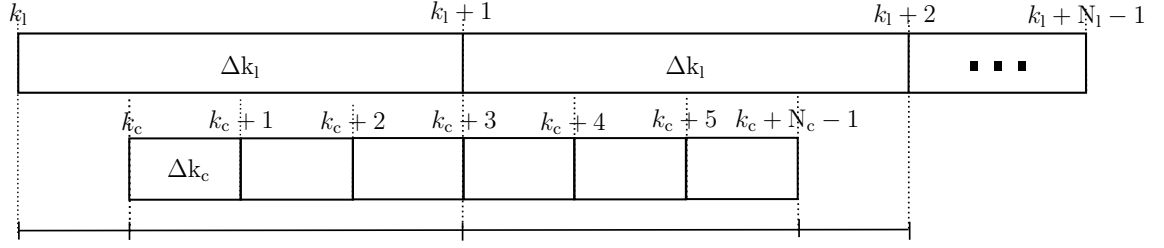


FIGURE 3.3 – Correspondance temporelle entre les pas d'échantillonnage des horizons de prédiction courants  $\mathcal{N}_1$  et  $\mathcal{N}_c$ .

tourne le pas de temps  $k' \in K_1$  correspondant, tel que :

$$C2L(k) = k', \text{ avec } k' \Delta k_1 \leq k \Delta k_c < (k' + 1) \Delta k_1 \quad (3.5)$$

La fonction  $C2L(k)$  est schématisée dans la figure 3.4. Dans l'exemple,  $C2L(k_c) = C2L(k_c + 1) = C2L(k_c + 2) = k_1$ .

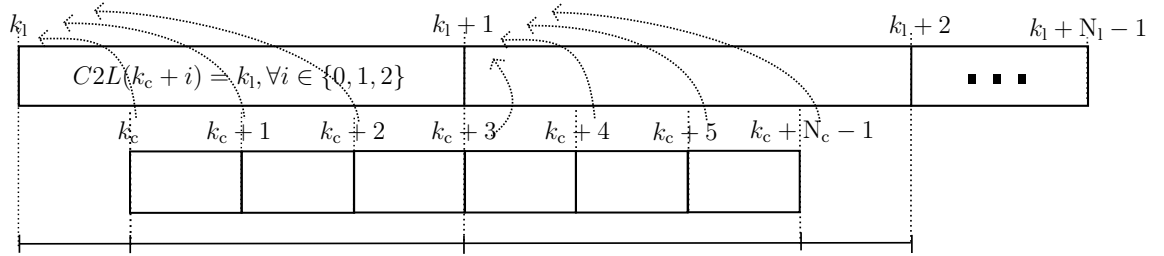


FIGURE 3.4 – La fonction  $C2L(k)$  fournit le pas de temps long équivalent au pas de temps court.

**Fonction 2** Étant donné un pas de temps  $k$ , tel que  $k \in \mathcal{N}_1$ , et le vecteur de l'horizon de prédiction court courant représenté par l'index  $K_c$ , la fonction  $NCL(k, K_c)$  retourne le nombre de pas d'échantillonnage courts de l'horizon courant  $K_c$  inclus dans l'intervalle entre deux pas de temps longs consécutifs  $k$  et  $k + 1$ . La fonction  $NCL(k, K_c)$  est schématisée dans la figure 3.5. Dans l'exemple,  $NCL(k_1, K_c) = 3$  et  $NCL(k_1 + 1, K_c) = 3$ . Afin de simplifier les notations, nous représentons  $NCL(k, K_c)$  par  $NCL(k)$ .

**Fonction 3** Étant donné un pas de temps  $k$ , tel que  $k \in \mathcal{N}_1$ , et l'horizon de prédiction court courant représenté par l'index  $K_c$ , la fonction  $E(k, K_c)$  retourne l'énergie déjà consommée par le système dans les étapes de contrôle passées pendant la période

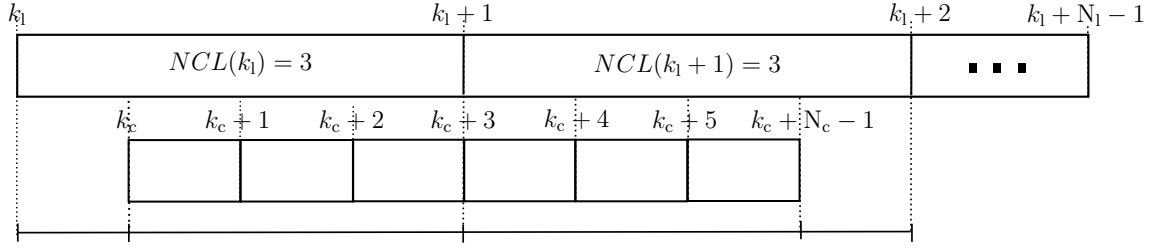


FIGURE 3.5 – La fonction  $NCS(k)$  donne le nombre de pas de temps courts dans chaque intervalle de planification long  $k$ .

entre deux pas de temps longs consécutifs  $k$  et  $k + 1$ . La fonction  $E(k, K_c)$  est schématisée dans la figure 3.6. Dans l'exemple,  $E(k_1, K_c) = E1$  et  $E(k_1 + 1, K_c) = 0$ . Afin de simplifier les notations, nous représentons  $E(k, K_c)$  par  $E(k)$ .

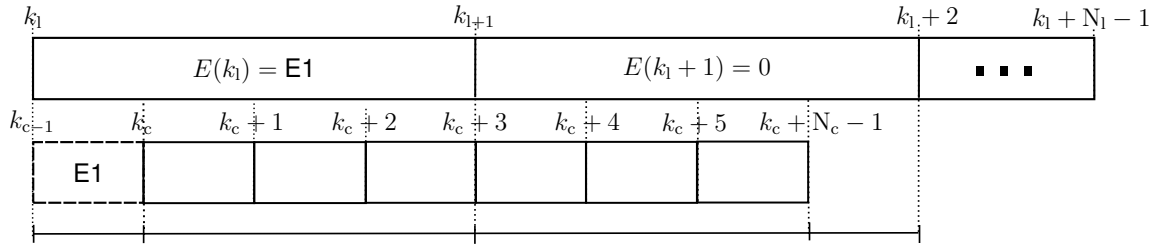


FIGURE 3.6 – La fonction  $E(k)$  retourne l'énergie déjà consommée par le système pendant les pas de contrôle passés.

La définition de  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  et de  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  prend en compte les résultats optimaux du niveau PLT,  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^*$  et  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^*$ , respectivement. Nous représentons par  $Y_{m,k_c}^{\text{proj}}$  l'élément du vecteur  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  relatif à la charge  $m$  et au pas d'échantillonnage  $k_c$ . Afin de simplifier les notations, nous proposons également d'occulter l'index  $m$ , de manière à que  $Y_{m,k_c}^{\text{proj}}$  soit représenté uniquement par  $Y_{k_c}^{\text{proj}}$ . La même indexation est appliquée aux éléments des vecteurs  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$ ,  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_1}^*$ , et  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_1}^*$ .

Pour implémenter le vecteur de projection de la trajectoire de sortie  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$ , PDR peut appliquer trois méthodes différentes :

(MY1) La procédure appliquée par la méthode MY1 pour déterminer  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  est illustrée dans la figure 3.7a. Les valeurs de  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  entre deux pas de temps longs consécutifs sont constantes.  $Y_k^{\text{proj}}$ , où  $k \in \mathcal{N}_c$ , est défini comme suit :

$$Y_k^{\text{proj}} = \hat{y}_{k'}^*, \text{ tel que } k' = C2L(k - 1) + 1 \quad (3.6)$$

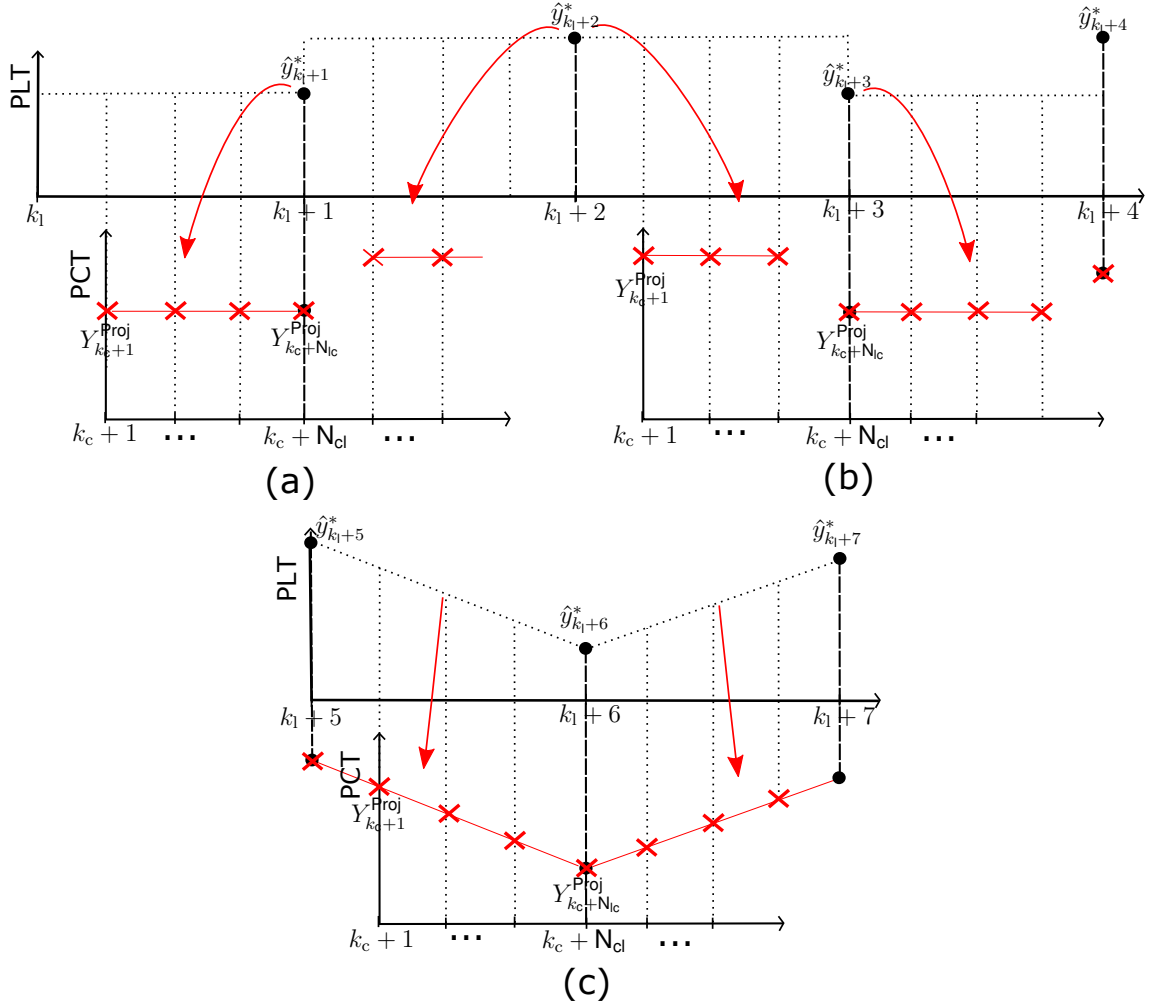


FIGURE 3.7 – Définition du vecteur de projection de la trajectoire de sortie  $Y_{M,K_c}^{proj}$  avec l'application des méthodes MY1 (a), MY2 (b) et MY3 (c), respectivement.

Une approche similaire pour définir la projection de la sortie est présentée dans [67].

(MY2) La procédure appliquée par la méthode MY2 pour déterminer  $Y_{M,K_c}^{proj}$  est illustrée dans la figure 3.7b. Les valeurs de  $Y_{M,K_c}^{proj}$  entre deux pas de temps longs consécutifs sont constantes.  $Y_k^{proj}$ , où  $k \in \mathcal{N}_c$ , est défini comme suit :

$$Y_k^{proj} = \hat{y}_{k'}^*, \text{ tel que } k' = C2L(k) \quad (3.7)$$



(MY3) La procédure appliquée par la méthode MY3 pour déterminer  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  est illustrée dans la figure 3.7c. Les valeurs de  $Y_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  sont obtenues par interpolation linéaire de  $Y^*(K_1)$ . Étant *Interpol* la fonction d'interpolation linéaire,  $Y_k^{\text{proj}}$ , où  $k \in \mathcal{N}_c$ , est défini comme suit :

$$Y_k^{\text{proj}} = \text{Interpol}(\hat{y}_{k'}^*, \hat{y}_{k'+1}^*), \text{ tel que } k' = C2L(k) \quad (3.8)$$

Une approche similaire pour définir la projection de la sortie est présentée dans [14].

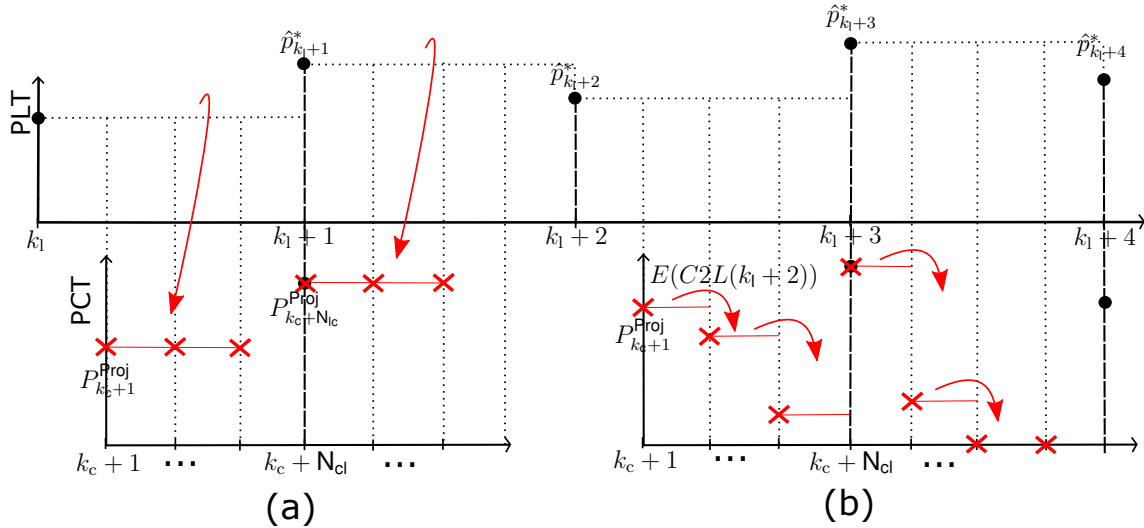


FIGURE 3.8 – Définition du vecteur de projection du profil de consommation de puissance  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  avec l'application des méthodes MP1 (a) et MP2 (b) respectivement.

Pour implémenter le vecteur de projection du profil de consommation de puissance  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$ , PDR peut appliquer deux méthodes différentes :

(MP1) La procédure appliquée par la méthode MP1 pour déterminer  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  est illustrée dans la figure 3.8a. Les valeurs de  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  entre deux pas de temps longs consécutifs sont constantes.  $P_k^{\text{proj}}$ , où  $k \in \mathcal{N}_c$ , est défini comme suit :

$$P_k^{\text{proj}} = \hat{p}_{k'}^*, \text{ tel que } k' = C2L(k) \quad (3.9)$$

Une approche similaire pour définir la projection du profil de consommation de

puissance est présentée [118]. La procédure est illustrée dans la figure 3.8a.

(MP2) La procédure appliquée par la méthode MP2 pour déterminer  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  est illustrée dans la figure 3.8b. Les valeurs de  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  entre deux pas de de temps longs consécutifs sont mis à jour à chaque pas de contrôle appliqué pour déduire l'énergie déjà consommée par le système dans les pas de contrôle précédents. Ainsi, la valeur de  $P_k^{\text{proj}}$  indique la puissance moyenne encore disponible pour la période entre deux pas de temps longs consécutifs  $C2L(k)$  et  $C2L(k) + 1$ , où  $k \in \mathcal{N}_c$ .  $P_k^{\text{proj}}$  est défini comme suit :

$$P_k^{\text{proj}} = \frac{\hat{p}_{k'}^* \mathbf{N}_{cl} - E(k')}{NCL(k')}, \text{ tel que } k' = C2L(k) \quad (3.10)$$

Une approche similaire pour définir la projection du profil de consommation de puissance est présentée dans [67] et dans [72]. La procédure est illustrée dans la figure 3.8b.

### 3.1.3 Niveau planification court terme

Le problème d'optimisation du niveau PCT utilise des modèles de prédiction d'état linéaires à temps discret, pour tout  $m \in \mathcal{M}$ , représentés par :

$$\begin{cases} x_{m,k+1}^c = A_m^c x_{m,k}^c + B_m^c u_{m,k}^c + D_m^c d_{m,k}^c \\ y_{m,k}^c = C_m^c x_{m,k}^c \\ x_{m,0}^c = x_{\mathbf{0}}^c \end{cases} \quad (3.11)$$

Où  $x_{m,k}^c \in \mathbb{R}^{n_{x,m}}$  est le vecteur des variables d'état du sous-système  $m$ ,  $u_{m,k}^c \in \mathbb{R}^{n_{u,m}}$  le vecteur des variables d'entrée,  $d_{m,k}^c \in \mathbb{R}^{n_{d,m}}$  le vecteur des perturbations,  $y_{m,k}^c \in \mathbb{R}^{n_{y,m}}$  le vecteur des variables de sortie, et  $x_{\mathbf{0}}^c$  son état initial.  $A_m^c \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{x,m}}$ ,  $B_m^c \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{u,m}}$ ,  $C_m^c \in \mathbb{R}^{n_{y,m} \times n_{x,m}}$ , et  $D_m^c \in \mathbb{R}^{n_{x,m} \times n_{d,m}}$ , sont les matrices d'état, de commande et d'observation, respectivement.

Le niveau PCT met en oeuvre une optimisation en boucle fermé avec un pas d'échantillonnage réduit qui permet d'augmenter la robustesse du contrôleur en prenant en compte les perturbations rapides. Cependant, à cause de son horizon de prédiction plus court, il n'est pas capable d'observer les évolutions du système à long

terme. Ainsi, les résultats du niveau PLT sont une importante source de renseignements sur les tendances journalières de la consommation, de la production, et du stockage d'électricité pour une opération optimale du système.

De ce fait, pour garantir le bon compromis entre le confort et le coût trouvé par l'optimisation économique de PLT, le niveau PCT doit veiller à ce que le fonctionnement du système soit le plus proche possible de celui défini par le niveau supérieur. Pour ça, deux stratégies sont possibles :

1. Utiliser la trajectoire de température du système calculée par PLT comme une consigne à suivre.
2. Imposer le profil de consommation d'énergie calculé par PLT.

Ainsi, étant donné le vecteur de projection de la trajectoire de la sortie  $Y_{\mathcal{M},K_c+1}^{\text{proj}}$  et le vecteur de projection du profil de consommation de puissance  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  définis par PDR, nous pouvons formuler le problème d'optimisation du niveau PCT comme il suit :

$$\begin{aligned}
 & \min_{\hat{u}_{\mathcal{M},K_c}^c} \quad \alpha \mathbf{J}_y(\hat{y}_{\mathcal{M},K_c+1}^c, Y_{\mathcal{M},K_c+1}^{\text{proj}}) + \beta \mathbf{J}_p(\hat{p}_{\mathcal{M},K_c}^c, P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}) \\
 & \text{s.l.c. :} \\
 & \quad \text{équations 3.11, } \forall m \in \mathcal{M} \\
 & \quad \hat{x}_{\mathcal{M},K_c}^c \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},K_c}^x \\
 & \quad \hat{u}_{\mathcal{M},K_c}^c \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},K_c}^u
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Les variables de décision du problème d'optimisation sont représentées par le vecteur  $\hat{u}_{\mathcal{M},K_c}^c$ . Les équations (3.11) sont utilisées pour prédire le comportement du système pour tout pas d'échantillonnage  $k \in \mathcal{N}_c$ . Les vecteurs de prédiction de l'état, de la sortie, et du profil de consommation de puissance sont représentés par  $\hat{x}_{\mathcal{M},K_c}^c$ ,  $\hat{y}_{\mathcal{M},K_c}^c$ ,  $\hat{p}_{\mathcal{M},K_c}^c = P_{\mathcal{M}} \hat{u}_{\mathcal{M},K_c}^c$  respectivement. Les contraintes sur l'état et sur la commande, formalisées à la fin du chapitre 2 (équations (2.2) et (2.3)), sont également représentées par les ensembles  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},K_c}^x$  et  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},K_c}^u$ .

La commande est optimisée en fonction de l'écart entre le comportement prévu du système et les vecteurs de projection de la sortie  $Y_{\mathcal{M},K_c+1}^{\text{proj}}$  et du profil de puissance  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$ . Dans certains cas, ce dernier peut également être proposé sous forme de

contrainte (3.13).

$$\mathbf{h}_p(\hat{p}_{\mathcal{M},K_c}^c, P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}, \lambda_{\mathcal{M},K_c}) \leq 0 \quad (3.13)$$

Tout comme la contrainte  $\mathbf{h}_{\text{icf}}$ , appliquée au problème d'optimisation du niveau PLT, la relaxation de  $\mathbf{h}_p$  est réalisée par l'introduction du vecteur  $\lambda_{\mathcal{M},K_c}$ . Dans la formulation de cette contrainte,  $P_{\mathcal{M},K_c}^{\text{proj}}$  peut être utilisé de deux manières différentes :

1. Comme un seuil de puissance instantanée à respecter à chaque pas d'échantillonnage court.
2. Comme un seuil de puissance moyenne référent à tous les pas d'échantillonnage courts inclus dans l'intervalle de chaque pas d'échantillonnage long.

Dans le deuxième cas, toute consommation de puissance prévue  $\hat{p}_{m,k}^c$ ,  $k \in \mathcal{N}_c$ ,  $m \in \mathcal{M}$  qui correspond à la même tranche de temps du pas d'échantillonnage long  $C2L(k)$ , est ajoutée et divisée par le nombre de pas d'échantillonnage  $NCS(k)$  inclus dans l'horizon de prédiction courant. La procédure, illustrée dans la figure 3.9, nous permet de moyenniser la puissance prévue sur l'intervalle  $\Delta k_1$  des pas d'échantillonnage longs  $k \in \mathcal{N}_l$  pour formaliser une contrainte de puissance  $\mathbf{h}_p$  moyenne.

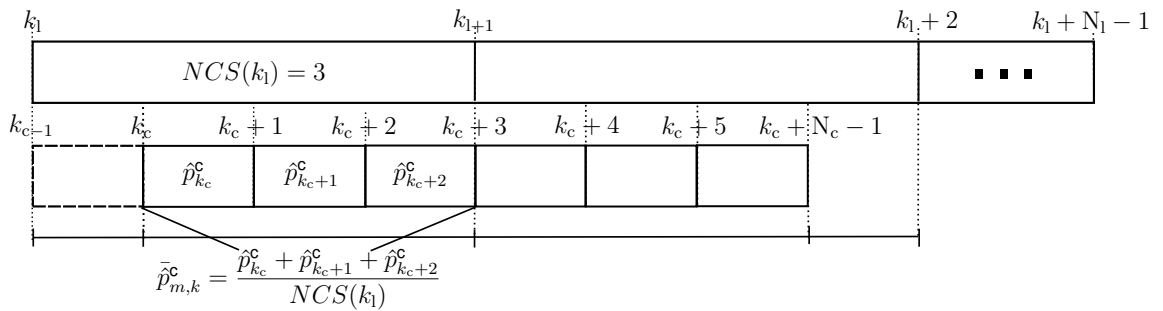


FIGURE 3.9 – Calcul de la variable moyennée  $\bar{p}_{m,k}^c$ .

La variable moyennée  $\bar{p}_{m,k}^c$ ,  $k \in \mathcal{N}_c$ ,  $m \in \mathcal{M}$  est définie dans les équations (3.14).

$$\begin{cases} \bar{p}_{m,k}^c = \frac{\sum_{i \in \mathcal{I}} \hat{p}_{m,i}^c}{NCL(\mathbf{k}')} , k \in \mathcal{N}_c \\ \mathcal{I} = \{k \in \mathcal{N}_c, C2L(k) = \mathbf{k}'\}, \mathbf{k}' \in \mathcal{N}_l \end{cases} \quad (3.14)$$

## 3.2 Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

Une fois la formalisation mathématique des configurations possibles du contrôleur à multi-échelle de temps définie, nous cherchons à comparer les différentes manières de spécifier le critère et les contraintes du problème d'optimisation du niveau PCT, ainsi que les stratégies utilisées pour projeter les résultats du niveau PLT dans l'échelle de temps du niveau PCT.

Pour confronter les différentes configurations, nous définissons un cas d'étude et nous introduisons quatre indicateurs de performance, qui seront présentés dans les sous-chapitres qui suivent.

### 3.2.1 Définition du cas d'étude

Considérons une installation composée d'une pièce monozone équipée d'un radiateur électrique. L'objectif du contrôleur est de réguler la température interne de la pièce en prenant en compte les conditions météorologiques et les consignes fixées par les habitants.

Le pas de temps de la simulation est représenté par  $\Delta k_s$  et son index par  $k \in \mathcal{N}_s = \{k_s, k_s, k_s + 1, \dots, k_s + N_s - 1\}$ . Dans le cas d'étude présenté, le contrôleur gère seulement une charge. Ainsi, par simplicité, nous faisons abstraction de l'index  $m$  dans la représentation des variables.

#### Modèle de prédiction

Pour prédire le comportement du système étudié, nous proposons de modéliser la dynamique thermique de l'enveloppe de la pièce par un modèle linéaire de deuxième ordre équivalent au circuit électrique schématisé dans la figure 3.10.  $C^{\text{int}}$  et  $C^{\text{mas}}$  sont les capacités calorifiques de l'air intérieur et de la masse des parois de la salle.  $R^{\text{int}}$ ,  $R^{\text{fen}}$ , et  $R^{\text{ext}}$  sont respectivement les résistances thermiques entre l'air intérieur et la surface intérieure du mur, entre l'air intérieur et l'air extérieur par les fenêtres, et entre l'air extérieur et la surface extérieure du mur.

Le modèle présente deux constantes de temps principales : une plus faible qui détermine la dynamique de la température de l'air intérieur  $T^{\text{int}}$ , et une autre plus élevée

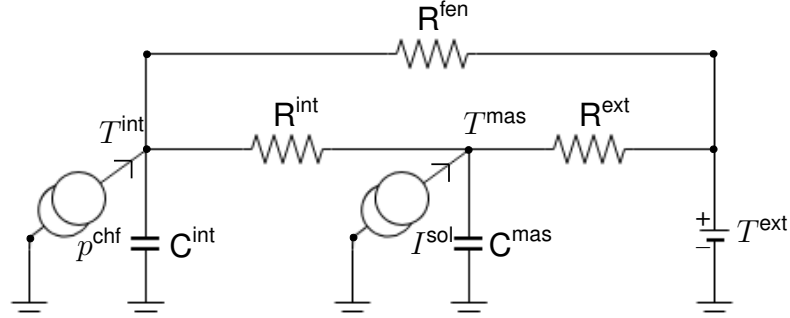


FIGURE 3.10 – Modèle thermique 3R-2C de la pièce étudiée.

associé à la température moyenne des parois  $T^{mas}$ . Ces variables sont linéairement influencées par la température de l'air extérieur  $T^{ext}$  et le rayonnement solaire directe  $I^{sol}$ . Les vecteurs des variables de sortie, d'état, et des perturbations du système sont décrits respectivement par :

$$y_k = [T_k^{int}] \quad x_k = \begin{bmatrix} T_k^{int} \\ T_k^{mas} \end{bmatrix} \quad d_k = \begin{bmatrix} I_k^{sol} \\ T_k^{ext} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Nous considérons également que l'appareil de chauffage est une source de puissance par effet Joule et que sa commande est normalisée par la variable d'entrée continue  $u_k$ . Étant  $p_m$  la puissance nominale de l'équipement, la puissance d'alimentation à l'instant  $k$  est donnée par :

$$\begin{cases} p_k^{chf} = p_m u_k \\ u_k \in [0, 1] \end{cases} \quad (3.16)$$

Ainsi, la fonction d'état en temps discret du modèle thermique du système est telle que :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A^{chf} x_k + B^{chf} u_k + D^{chf} d_k \\ y_k = C^{chf} x_k \end{cases} \quad (3.17)$$

Paramètre	Valeur
$C^{int}$	$1,4 \times 10^4 \text{ J/K}$
$C^{mas}$	$2,8 \times 10^4 \text{ J/K}$
$R^{int}$	$6.9 \times 10^{-4} \text{ K/W}$
$R^{fen}$	$1,4 \times 10^{-3} \text{ K/W}$
$R^{ext}$	$1,4 \times 10^{-4} \text{ K/W}$
$p_m$	$2 \text{ kW}$

TABLE 3.1 – Paramètres du modèle de l’enveloppe de la pièce.

Où :

$$\begin{aligned}
 A^{chf} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{C^{int} R^{fen}} - \frac{1}{C^{int} R^{int}} & \frac{1}{C^{int} R^{int}} \\ \frac{1}{C^{mas} R^{int}} & -\frac{1}{C^{mas} R^{ext}} - \frac{1}{C^{mas} R^{int}} \end{bmatrix} & B^{chf} &= \begin{bmatrix} p_m \\ C^{int} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 D^{chf} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C^{int} R^{fen}} \\ \frac{1}{C^{mas}} & \frac{1}{C^{mas} R^{ext}} \end{bmatrix} & C^{chf} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Dans les simulations présentées, le modèle de simulation du système est considéré comme étant le même que le modèle de prédiction du contrôleur. Les paramètres de ce modèle sont définis dans le tableau 3.1.

### Occupation et bornes de température de confort

Nous considérons que l’occupation de la pièce est intermittente et que les périodes de présence et d’absence des habitants pendant l’horizon de prédiction sont décrites par le vecteur d’occupation :  $Ocp_{K_1}$  pour le niveau PLT et  $Ocp_{K_c}$  pour le niveau PCT. Chaque élément  $Ocp_k$  du vecteur d’occupation est défini comme :

$$Ocp_k = \begin{cases} 1, & \text{occupation} \\ 0, & \text{inoccupation} \end{cases}, \forall k \in K_c \text{ ou } \forall k \in K_1. \tag{3.19}$$

Dans les simulations qui suivent, nous considérons que les changements d’occupation sont programmés par des tranches d’heure correspondants au pas d’échantillonnage du niveau PLT  $\Delta k_1$ . L’évolution de l’occupation au long de la journée simulée est illus-

trée dans la figure 3.11.

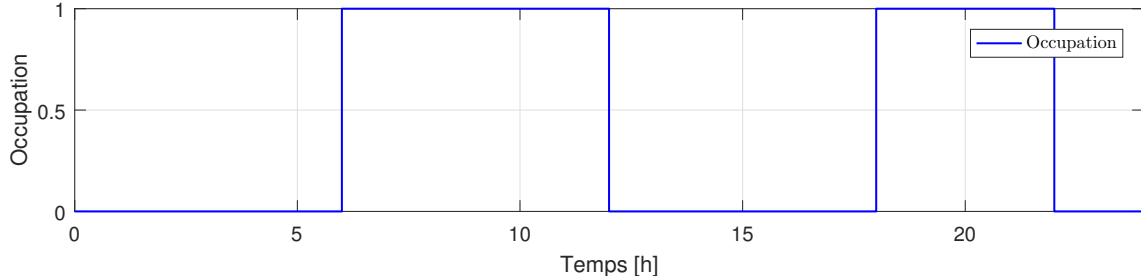


FIGURE 3.11 – Occupation de la pièce pour la journée simulée.

La température intérieure à l'instant  $k$  est limitée par des bornes de confort fixées par les habitants, tel que :

$$T_{\min_k}^{\text{int}} \leq T_k^{\text{int}} \leq T_{\max_k}^{\text{int}} \quad (3.20)$$

Ces bornes sont variables selon les périodes d'occupation :

$$T_{\min_k}^{\text{int}} = \begin{cases} 18^\circ\text{C} & , si \text{ Ocp}_k = 0 \\ 20^\circ\text{C} & , si \text{ Ocp}_k = 1 \end{cases} \quad (3.21)$$

$$T_{\max_k}^{\text{int}} = \begin{cases} 26^\circ\text{C} & , si \text{ Ocp}_k = 0 \\ 23^\circ\text{C} & , si \text{ Ocp}_k = 1 \end{cases} \quad (3.22)$$

### Prix de l'électricité et conditions météorologiques

Dans les simulations réalisées, nous considérerons que le prix en [€/ kWh] de l'énergie achetée directement du réseau public d'électricité est variable au cours de la journée. Il est supposé communiqué par le fournisseur un jour à l'avance au moyen du vecteur  $Prix_{K_1}$ . L'évolution du prix de l'électricité au long de la journée simulée est illustré dans la figure 3.12.

Les prévisions pour la température extérieure  $T^{\text{ext}}$  et le rayonnement solaire  $I^{\text{sol}}$  sont également connues pour les prochaines 24 heures à chaque pas d'optimisation. Vu qu'elles changent en fonction des simulations proposées, elles seront définies dans la suite du chapitre.



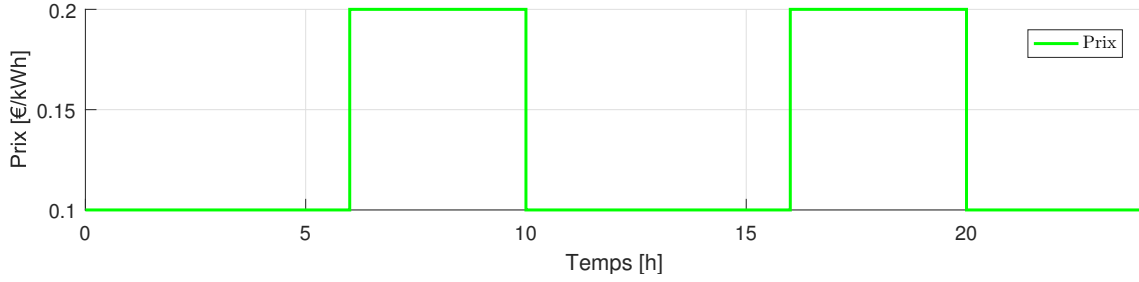


FIGURE 3.12 – Évolution du prix du kWh acheté du réseau public d'électricité pour la journée simulée.

### 3.2.2 Paramétrage du contrôleur

#### Niveau PLT

Le problème d'optimisation du niveau PLT est défini selon les équations (3.2) et (3.3), où  $\alpha = \beta = 1$ ,  $\Delta h_1 = 24h$  et  $\Delta k_1 = 2h$ . Dans ce cas, l'inconfort est formalisée sous la forme de la contrainte  $h_{icf}$  (3.3) relaxée par les variables  $\varepsilon_k$ .

Les critères linéaires des équations du problème d'optimisation résultant sont définis par les équations (3.23).

$$\begin{cases} J_{icf} = \sum_{k \in K_1} \alpha_k^{occup} \varepsilon_k \\ J_{eco} = \sum_{k \in K_1} p_m \hat{u}_k^1 Prix_k \end{cases} \quad (3.23)$$

La pondération du critère d'inconfort  $\alpha_k^{occup}$  varie selon l'occupation de manière à renforcer le respect des bornes de consigne quand les habitants sont présents et augmenter les degrés de liberté du système pendant les périodes d'absence :

$$\alpha_k^{occup} = \begin{cases} 10 & , si \text{ Ocp}_k = 1 \\ 1 & , si \text{ Ocp}_k = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

La contrainte de température  $h_{icf}$  est définie par l'erreur entre les bornes de consigne des habitants et la température prévue, tel que :

$$h_{icf} = \begin{cases} T_{\min_{k+1}}^{int} - \varepsilon_k^{\min} \leq \hat{y}_{k+1}^1 \leq T_{\min_{k+1}}^{int} + \varepsilon_k^{\max} \\ \varepsilon_k = \varepsilon_k^{\min} + \varepsilon_k^{\max} \\ \varepsilon_k^{\min}, \varepsilon_k^{\max} \geq 0 \end{cases}, \quad \forall k \in K_1 \quad (3.25)$$

### 3.2. Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

Nous considérons également que le problème d'optimisation du niveau PLT n'est résolu qu'une seule fois au début de chaque journée simulé, tel que  $\Delta k_t^{\text{up}} = 24\text{h}$ .

#### Niveau PCT

Le problème d'optimisation du niveau PCT est formalisé selon les équations 3.12, où  $\Delta h_c = 2\text{h}$  et  $\Delta t_c = 10\text{min}$ . Le critère  $J_y$  est défini comme la valeur absolue de l'erreur entre la trajectoire de référence donnée par le vecteur de projection de température et les prédictions de la sortie :

$$J_y = \sum_{k \in \mathcal{N}_c} \alpha_k^{\text{occup}} |\hat{y}_{k+1}^c - Y_{k+1}^{\text{proj}}| \quad (3.26)$$

Deux formulations possibles pour la contrainte  $h_p$  sont proposées : une basée sur la puissance instantanée et une autre sur la puissance moyenne.

Dans le premier cas :

$$h_p = \left\{ \hat{p}_k^c - P_k^{\text{proj}} \leq \lambda_k, \quad \forall k \in K_c \right. \quad (3.27)$$

Dans le deuxième cas :

$$h_p = \left\{ \bar{\hat{p}}_k^c - P_k^{\text{proj}} \leq \lambda_k, \quad \forall k \in K_c \right. \quad (3.28)$$

Les vecteur moyenné  $\bar{\hat{p}}_k^c$  est calculé selon les équations (3.14).

### 3.2.3 Indicateurs de performance

Pour comparer les configurations étudiées, quatre indicateurs de performance sont pris en compte :

1. L'indice qui mesure la consommation énergétique du système en [kWh] pendant la période de simulation :

$$I_{\text{total}}^{\text{conso}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_s} \Delta k_s p_m u_k \quad (3.29)$$

2. L'indice qui mesure le coût de la consommation d'énergie en [€] pendant la pé-

riode de simulation :

$$I^{\text{eco}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_s} \text{Prix}_k \Delta k_s \mathbf{p}_m u_k \quad (3.30)$$

3. L'indice qui mesure erreur moyenne de la sortie réelle du système  $y_{k+1}$  par rapport à la sortie calculée comme optimale par le niveau PLT  $\hat{y}_{k+1}^*$ , pour tout pas d'échantillonnage de la simulation correspondent au pas d'échantillonnage du niveau PLT  $k \in \mathcal{N}_l$  :

$$I_{\text{moy}}^{\text{e-y}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_l} \frac{|y_{k+1} - \hat{y}_{k+1}^*|}{N_s} \quad (3.31)$$

L'écart type de cette même erreur est représenté par  $I_{\text{ect}}^{\text{e-y}}$ .

4. L'indice qui mesure erreur moyenne de l'énergie consommée par le système  $e_k$  à chaque pas d'échantillonnage long  $\Delta K_l$  par rapport à la énergie calculée comme optimale par le niveau PLT  $\hat{e}_{k+1}^*$  :

$$I_{\text{moy}}^{\text{e-p}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_l} \frac{|e_k - \hat{e}_k^*|}{N_s} \quad (3.32)$$

L'écart type de cette même erreur est représenté par  $I_{\text{ect}}^{\text{e-y}}$ .

Les indicateurs de performance sont calculés à la fin de la simulation pour chaque pas de temps discret de  $\Delta k_s$ , correspondant à  $\Delta k_c$ , et sur une période de simulation correspondante à  $\Delta h_1$ . Ainsi,  $\Delta k_s = 10 \text{min}$ ,  $\Delta h_s = 24h$ , et  $N_s = \frac{\Delta h_s}{\Delta k_s}$ .

### 3.2.4 Résultats de l'étude

Pour étudier les différentes stratégies utilisées pour projeter les résultats de l'optimisation long terme sur l'échelle de temps lente du niveau PCT, nous proposons cinq formulations distinctes de contrôleurs, définies dans le tableau 3.2. La première colonne du tableau indique l'abréviation qui identifie la formulation, la deuxième et la troisième, la stratégie de projection utilisée pour calculer  $Y_{K_c+1}^{\text{proj}}$  et  $P_{K_c}^{\text{proj}}$ , et la quatrième la contrainte  $h_p$  (3.13) employée pour le problème d'optimisation du niveau PCT.

### 3.2. Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

Formulation	Stratégie de projection de la sortie	Stratégie de projection de la puissance	Contrainte $h_p$ du niveau PCT
F1	MY1	-	-
F2	MY2	-	
F3	MY3	-	
F4	MY3	MP1	Puissance instantanée, eq. (3.27)
F5	MY3	MP2	Puissance moyenne, eq. (3.28)

TABLE 3.2 – Description des différentes formulations implémentées pour la projection des résultats.

#### Comparaison des méthodes de projection de la sortie avec les formulations F1, F2, et F3

Pour mettre en évidence les effets de la projection de la sortie, nous allons d'abord considérer que les perturbations sont constantes tout au long de la journée, de manière à ce que  $I_k^{\text{sol}} = 6 \text{ °C}$  et  $T_k^{\text{ext}} = 0 \text{ W/m}^2$  pour tous les  $k \in \mathcal{N}_1 \cup \mathcal{N}_c$ . Dans ces conditions, même si la résolution temporelle du niveau PLT n'est pas idéale à cause de son pas d'échantillonnage long, aucune information n'est perdue vu que la trajectoire des perturbations est constante. En d'autres termes, le comportement du système est prévu sans erreur par les deux niveaux d'optimisation.

La figure 3.13 illustre la projection de la trajectoire de température optimale prévue par le niveau PLT, représentée par  $\hat{y}_{K_1+1}^*$ , selon les trois stratégies MY1, MY2 et MY3 décrites dans la section 3.1.2. Les vecteurs de projection des formulations F1, F2 et F3, représentés respectivement par  $Y1_{K_c+1}^{\text{proj}}$ ,  $Y2_{K_c+1}^{\text{proj}}$  et  $Y3_{K_c+1}^{\text{proj}}$ , sont utilisés dans le critère linéaire 3.26 du problème d'optimisation du niveau PCT comme la consigne de température à suivre. Dans ce cas, seule la contrainte de puissance locale relative aux limites d'alimentation de l'équipement, représentée par les équations 3.16, est employée.

Les résultats de l'optimisation du niveau PCT avec l'application des formulations F1, F2, et F3 sont exposés dans la figure 3.14. La trajectoire de la température de la pièce est représentée dans le premier graphe et le profil de consommation énergétique du système de chauffage dans le deuxième. La température  $\hat{y}_{K_1+1}^*$  et la consommation énergétique  $\hat{e}_{K_1}^*$  calculées comme optimales par le niveau PLT sont indiquées en magenta. L'évolution de la température réelle de la pièce est donnée par  $y_{K_c+1}$  avec l'index

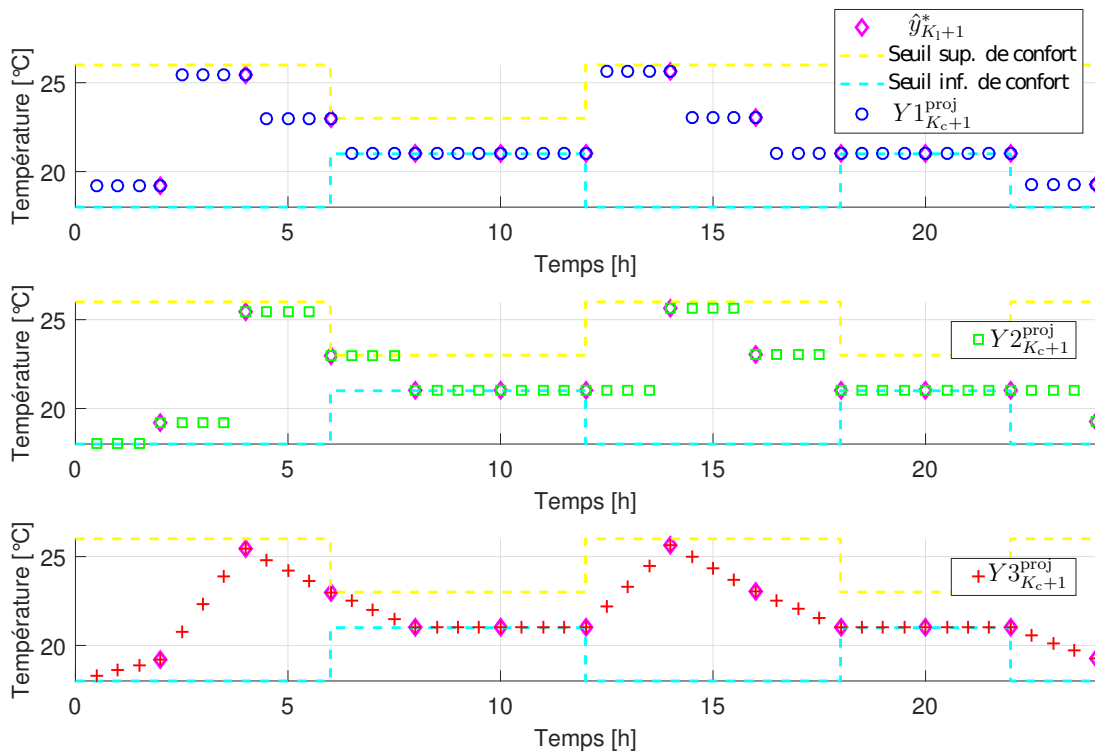


FIGURE 3.13 – Projection de la trajectoire de sortie optimale du niveau PLT selon les stratégies MY1, MY2 et MY3.

correspondent à la formulation utilisée, i.e.  $y_{1_{K_c+1}}$  pour la formulation F1. La même indexation est utilisée pour indiquer la consommation énergétique réelle du système  $e_{K_1}$  pour chaque pas de temps long et le profil de la consommation de puissance  $p_{K_c}$ . Le tableau 3.3 compare la performance des trois formulations par rapport aux indicateurs définis dans le sous-chapitre 3.2.3.

Nous remarquons que la formulation F1, en bleu, tend à anticiper l'action de contrôle pour atteindre la température désirée le plus rapidement possible. Ce comportement est expliqué par le profil de la projection de la sortie  $Y_{1_{K_c+1}}^{proj}$  qui opère les change-

Formulation	$I_{moy}^{e-y}$ [°C]	$I_{ect}^{e-y}$ [°C]	$I_{moy}^{e-p}$ [kWh]	$I_{ect}^{e-p}$ [kWh]	$I_{total}^{conso}$ [kWh]	$I_{eco}$ [€]
F1	1,75	2,81	0,28	0,38	12,08	1,30
F2	3,41	3,64	0,65	0,57	12,49	1,61
F3	0,08	0,18	0,03	0,03	12,28	1,24

TABLE 3.3 – Résultats comparatifs pour les formulations F1, F2, et F3.

### 3.2. Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

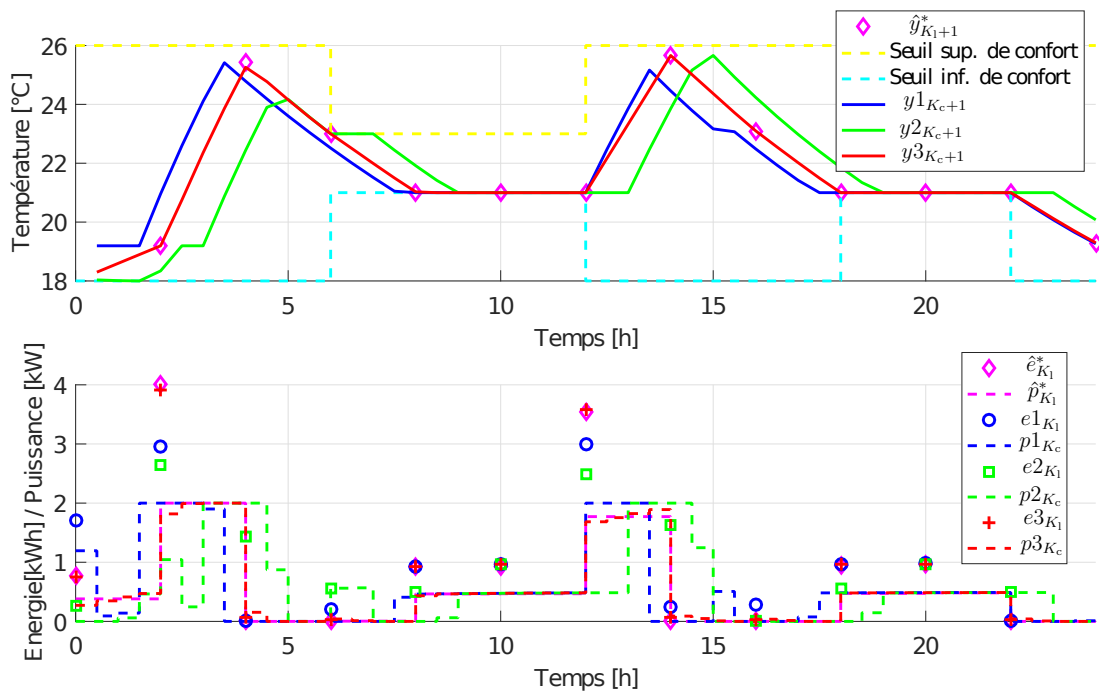


FIGURE 3.14 – Comparaison de la trajectoire de température de la pièce, de la consommation énergétique pour chaque pas d'échantillonnage long et les appels de puissance du système de chauffage avec l'application des contrôleurs  $F1$ ,  $F2$  et  $F3$ .

ments de consignes prévus par PLT en anticipation. A l'opposé, la formulation  $F2$ , en vert, a tendance à retarder la commande. Dans les deux cas, cela cause un décalage important entre l'énergie calculée comme optimale par PLT  $\hat{e}_{K_1}^*$  pour les intervalles correspondants aux pas d'échantillonnage longs et l'énergie réellement consommée par le système  $e1_{K_1}$  et  $e2_{K_1}$ . Plus l'amplitude du changement de la température de consigne entre deux pas consécutifs de  $\hat{y}_{K_1+1}^*$  est grande, plus cet écart est important.

Nous observons également qu'à cause de la réduction du pas d'échantillonnage occasionnée par la projection de  $\hat{y}_{K_1+1}^*$ , les changements de température de référence calculés par le niveau PLT sont imposés au problème du niveau PCT sur des intervalles de temps plus courts. Ainsi, quand les formulations  $F1$  et  $F2$  sont utilisées, le contrôleur doit réaliser sur la période d'un pas d'échantillonnage court  $\Delta k_c$  le changement de température prévue par PLT pour toute la période d'un pas d'échantillonnage long  $\Delta k_1$ , voir figure 3.13. Cela entraîne des appels de puissance  $p1_{K_c}$  et  $p2_{K_c}$  plus oscillants.

Avec la formalisation  $F3$ , en rouge, les changements des points de référence à l'échelle de temps rapide sont effectués graduellement entre deux pas d'échantillonnage longs, voir figure 3.13. Cette trajectoire de consigne  $Y_{K_c+1}^{3\text{proj}}$  plus lisse réduit

l'écart entre la puissance minimale et maximale appelée sur l'intervalle correspondant au pas d'échantillonnage long parce que le système de chauffage a tendance à dépenser l'énergie progressivement. Par conséquent, les appels de puissance  $p_{3K_c}$  et l'énergie réellement consommée à chaque pas long  $e_{3K_1}$  sont très proches des prévisions du niveau PLT  $\hat{p}_{K_c}^*$  et  $\hat{e}_{K_1}^*$ , respectivement. L'indice  $I_{\text{moy}}^{\text{e-p}}$  du tableau 3.3 confirme que l'écart énergétique moyen de la formulation F3 est environ dix fois plus petit que pour la formulation F1, et vingt fois plus petit que pour la formulation F2.

Pour les trois formulations, la consommation d'énergie dans l'ensemble de la période de simulation  $I_{\text{total}}^{\text{conso}}$  est très proche des 12,09kWh attendus par le niveau PLT. Cependant, le coût final de la commande varie du fait que pour F1 et F2 les appels de puissance ne sont pas forcément faits aux moments prévus par l'optimisation économique de PLT. L'indice  $I^{\text{eco}}$  du tableau 3.3 confirme que le prix payé par l'utilisateur quand la formulation F3 est utilisé est d'environ 5% et 30% moins cher que pour les formulations F1 et F2, respectivement.

Par rapport à l'erreur entre la température calculée comme optimale par PLT  $\hat{y}_{k_1+1}^*$  et la température réelle du système  $y_{k_1+1}$ , F1 et F2 présentent des indices  $I_{\text{moy}}^{\text{e-y}}$  et  $I_{\text{ect}}^{\text{e-y}}$  nettement moins performants que F3. Comme nous avons pu constater, la projection de  $\hat{y}_{k_1+1}^*$  avec ces deux formulations produit des "échelons" de température bien définis dans le vecteur de projection  $Y_{K_c+1}^{\text{proj}}$ . Toutefois, le temps nécessaire pour remonter et redescendre la température à chaque changement de "échelon" est directement dépendant de la puissance maximale du poste de chauffage et de l'inertie thermique de la pièce. Par conséquent, pour compenser cette limitation du système, l'aspect prédictif du contrôleur imprime une trajectoire de température qui est, à plusieurs reprises, en retard au début d'un nouvel échelon de consigne et en anticipation à sa fin. Ce comportement est indiqué dans les graphes de la figure 3.15.

De manière générale, les résultats de la simulation ont montré que la formalisation F3 a de meilleures performances non seulement en ce qui concerne le suivi de la trajectoire de sortie mais aussi par rapport aux appels de puissance et le coût final de la consommation d'énergie prévus par PLT. Ces bons résultats peuvent être expliqués par le fait que la stratégie de projection MY3 définit un profil de consigne qui s'approche le plus de la probable évolution de la température si la puissance  $\hat{p}_{k_1}^*$ , calculée comme optimale par le niveau PLT, était appliquée au système à chaque intervalle d'échantillonnage long.

### 3.2. Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

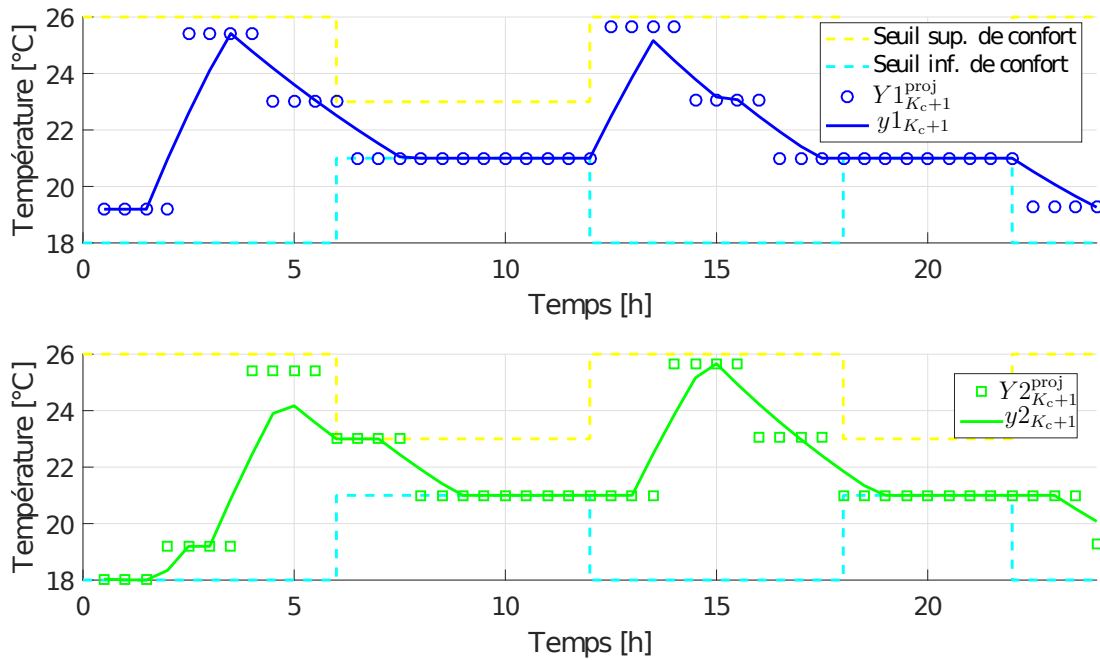


FIGURE 3.15 – Trajectoire de suivi de la température consigne avec l'application des formulations F1 et F2.

#### Comportement de F3 avec perturbations

L'application de la commande prédictive est particulièrement intéressante grâce à sa capacité à inclure les perturbations mesurées dans le processus de régulation. Dans le scénario étudié, par exemple, les conditions météorologiques sont directement considérées dans le modèle employé par le contrôleur pour anticiper la future évolution du système. Par conséquent, la pertinence de la commande calculée dépend en partie de la fiabilité et de la précision des prévisions utilisées.

La grande majorité des services météorologiques disponibles au particuliers reposent sur des prévisions à des grilles de temps à l'échelle de l'heure. La qualité des prévisions numériques est variable selon le paramètre considéré (température, pluviométrie, ensoleillement) et l'horizon de la prévision. Aux échéances courtes, jusqu'à 24h, une bonne prévision de température est généralement définie par une erreur inférieure à quelques degrés [25].

Cependant, des phénomènes perturbateurs, tels que des intempéries ou une simple couverture nuageuse peuvent susciter localement de changements brusques. Contrairement aux dynamiques périodiques (coucher et lever du soleil, saisons, etc.), ces fluctuations sont difficilement prévisibles. Même si nous étions capables de les anticiper



à la perfection, l'échelle de temps du contrôleur doit être suffisamment fine pour les prendre en compte. Cela n'est pas toujours compatible avec les stratégies à multi-échelle de temps puisque, par conception, les niveaux supérieurs d'optimisation ne sont pas sensibles aux évolutions rapides.

Pour étudier la robustesse du contrôleur à multi-échelle de temps en présence de perturbations, nous considérons que la grille la plus fine de prédiction de la température extérieure disponible est égale à 1h. Ainsi, même si le pas d'échantillonnage du niveau PCT est plus petit, la température prédite reste constante durant tout intervalle temporel de la grille de prédiction.

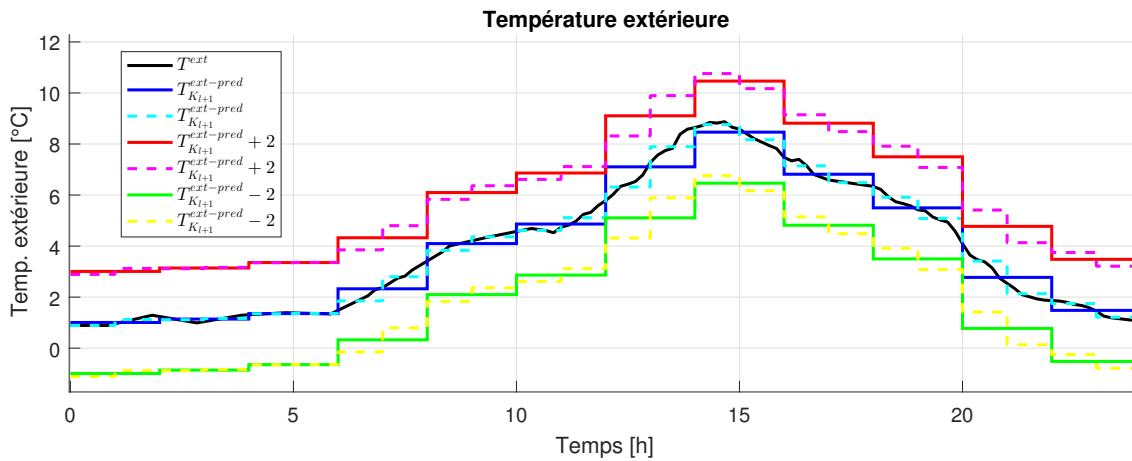


FIGURE 3.16 – Représentation graphique des prédictions de la température extérieure pour les niveaux PLT et PCT.

Dans les simulations suivantes, nous appliquons la formulation F3 pour gérer le système de chauffage. L'évolution de la température extérieure réelle est donnée par  $T^{ext}$ , indiquée dans la figure 3.16 en noir. Les températures extérieures prévues par le niveau PLT  $T_{k_{l+1}}^{ext-pred}$  et par le niveau PCT  $T_{k_{c+1}}^{ext-pred}$  sont également présentées en bleu et en cyan. En prenant les données de prédiction de  $T_{k_{l+1}}^{ext-pred}$  et  $T_{k_{c+1}}^{ext-pred}$  comme référence, nous introduisons des erreurs constantes de  $+2^{\circ}\text{C}$  et de  $-2^{\circ}\text{C}$  pour tout l'intervalle de simulation. Dans le premier cas, les prédictions des niveaux PLT et PCT, illustrées par les courbes en rouge et en magenta, anticipent la température extérieure plus chaude qu'en réalité, dans le deuxième cas, représentées en vert et jaune, plus froide.

Les résultats des simulations avec la prédiction de référence et les prédictions biaisées sont exposées dans la figure 3.17 et dans le tableau 3.4. Dans le premier graphe de la figure 3.17, nous représentons en magenta la trajectoire de la température calculée.

### 3.2. Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

lée par PLT  $y_{k_1+1}^*$  et la température réelle de la pièce  $y_{\mathfrak{Z}_{k_c+1}}$  avec l'utilisation des prédictions de référence  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}}$  et  $T_{k_c+1}^{\text{ext-pred}}$ , respectivement. Dans le deuxième graphe, également en magenta, nous représentons la consommation énergétique calculée comme optimale par le niveau PLT pour chaque pas d'échantillonnage long  $e_{k_1}^*$ , la consommation énergétique réelle  $e_{\mathfrak{Z}_{k_1}}$ , et les appels de puissance du système  $p_{\mathfrak{Z}_{k_c}}$ . Ces mêmes variables sont indiquées en bleu et en rouge avec les index  $+2$  ou  $-2$  quand elles concernent les prédictions  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} + 2$  et  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} - 2$ , respectivement.

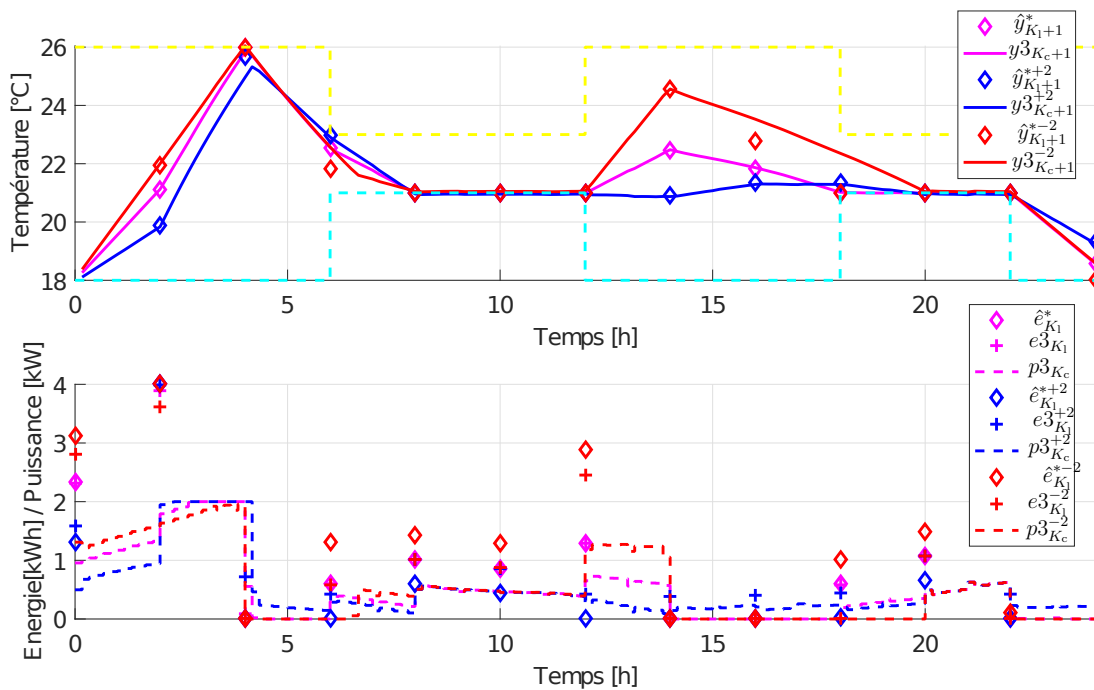


FIGURE 3.17 – Comparaison de la trajectoire de température de la pièce, de la consommation énergétique pour chaque pas d'échantillonnage long, et des appels de puissance du système de chauffage pour le contrôleur F3 avec des erreurs de prédiction.

L'optimisation en boucle fermée du niveau PCT permet de mettre à jour les états courants du système en présence des erreurs de prédiction et de répéter les calculs sur un horizon glissant pour ajuster la sortie. Cependant, l'optimisation de PLT est réalisée en boucle ouverte au début de la journée simulée. Dans le cas des prédictions  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} + 2$  et  $T_{k_c+1}^{\text{ext-pred}} + 2$ , pour compenser l'erreur de  $+2^\circ\text{C}$  et suivre le profil de la température intérieure calculée par le niveau PLT, le contrôleur PCT doit consommer plus d'énergie pour chauffer la pièce vu que la température extérieure est plus froide que prévue, voir indice  $I_{\text{total}}^{\text{conso}}$  du tableau 3.4. Dans certains pas d'échantillonnage longs, l'énergie consommée est limitée par la puissance nominale du système de chauffage,

Erreur de pré-diction	$I_{\text{moy}}^{e-y}$ [°C]	$I_{\text{ect}}^{e-y}$ [°C]	$I_{\text{moy}}^{e-p}$ [kWh]	$I_{\text{ect}}^{e-p}$ [kWh]	$I_{\text{total}}^{\text{conso}}$ [kWh]	$I^{\text{eco}}$ [€]
0	0,11	0,17	0,02	0,04	11,75	1,24
+2	0,43	0,74	0,39	0,16	11,74	1,37
-2	1,52	2,10	0,35	0,31	12,42	1,30

TABLE 3.4 – Comparaison des indexes de performance de F3 avec les prédictions  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}}$ ,  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} + 2$ , et  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}} - 2$ , respectivement.

forçant le contrôleur à consommer ultérieurement pendant de périodes plus chers. Ainsi, le prix payé par l'utilisateur  $I^{\text{eco}}$  est 10% plus cher même si la consommation globale  $I_{\text{total}}^{\text{conso}}$  est très similaire à celle de la prédiction de référence. L'indice d'inconfort moyen  $I_{\text{moy}}^{e-y}$  et l'écart énergétique moyen  $I_{\text{moy}}^{e-p}$  sont également quatre fois plus grands.

De manière analogue, l'indice d'inconfort moyen  $I_{\text{moy}}^{e-y}$  et de l'écart énergétique moyen  $I_{\text{moy}}^{e-p}$  avec l'erreur de prédiction de  $-2^\circ\text{C}$  sont respectivement quatorze et dix-huit fois plus importants qu'avec la prédiction de référence. La consommation globale  $I_{\text{total}}^{\text{conso}}$  et le prix  $I^{\text{eco}}$  sont aussi plus élevés de respectivement de 6% et 5%. Ces derniers résultats peuvent surprendre une fois que la température extérieure est plus chaude que prévue et que, par conséquent, moins de déperditions thermiques sont éprouvées. En réalité, à cause de la prédiction erronée des perturbations, l'optimisation du niveau PLT accentue la surchauffe du système pendant les périodes moins coûteuses pour stocker au maximum d'énergie thermique dans la coque du bâtiment et compenser les déperditions des périodes suivantes. Comme l'optimisation du niveau PCT se sert de l'erreur de la température intérieure comme critère de minimisation, il cherche à attendre des températures de surchauffe qui sont plus hautes que nécessaires, résultant en une consommation non optimale.

### Comparaison des méthodes de projection de la puissance

Comme expliqué auparavant, minimiser le coût de la consommation ne signifie pas forcément minimiser la consommation en soi, mais plutôt réaliser des appels de puissance au bon moment de la journée en prenant en compte le prix de l'énergie. Ainsi, au delà de reproduire une répartition de puissance qui respecte la contrainte globale partagée entre toutes les charges du bâtiment, le profil de consommation calculé par PLT est également une source d'information importante sur l'évolution à long terme

des échanges énergétiques du système.

Dans certaines applications, il est intéressant que l'optimisation du niveau PCT soit capable de respecter au mieux l'énergie, ou la puissance, calculée comme optimale par PLT pour chaque pas d'échantillonnage long. Ayant cela en vue, nous proposons d'étudier les méthodes de projection du profil de consommation  $P_{K_c}^{\text{proj}}$ , et les différentes manières de l'incorporer au problème d'optimisation de court terme.

### Ajout des contraintes de puissance avec les formulations F4 et F5

Dans le cas d'étude présenté, le gestionnaire est utilisé pour commander un poste de chauffage, mais souvent, l'objectif est de contrôler l'ensemble de charges qui composent le bâtiment. Ainsi, comme nous verrons dans le chapitre 4, que ce soit pour des questions de vie privée, de l'organisation spatiale des appareils, ou simplement pour diminuer les temps calculs, le problème d'optimisation du niveau PCT est fréquemment construit de manière distribuée ou décentralisée. Dans ce cas, le niveau PCT peut utiliser la répartition de puissance réalisée par PLT comme une contrainte pour garantir que la consommation instantanée de l'ensemble des charges ne dépasse pas la limite imposée sans nécessairement partager d'information entre les contrôleurs locaux.

Pour les formulations F5 et F6, la projection du profil de consommation de puissance calculé par PLT sera utilisée comme une contrainte explicite du problème d'optimisation du niveau PCT. Pour F4, la commande en puissance appliquée à chaque pas d'échantillonnage court est limitée par  $P_{4K_c}^{\text{proj}}$ . Pour F5, c'est la puissance moyenne appelée pendant toute la période de l'horizon de prédiction court qui est contrainte par  $P_{5K_c}^{\text{proj}}$ . Les vecteurs de projection  $P_{4K_c}^{\text{proj}}$  et  $P_{5K_c}^{\text{proj}}$  sont calculés en utilisant les stratégies de projection MP1 et MP2, respectivement. Les contraintes utilisées sont représentées par les équations (3.27) et (3.28), respectivement. Les consignes de température sont projetées par la stratégie MY3 et l'erreur entre la trajectoire de température référence et les prédictions de la sortie minimisée par le critère linéaire 3.26

L'intérêt de l'application de la contrainte de puissance se fait principalement en présence de perturbations. Ainsi, le comportement des contrôleurs est analysé dans un scénario où l'erreur de la prévision de la température extérieure est variable tout au long de la journée. La figure 3.18 montre l'évolution de la température extérieure réelle, la prévision de la température extérieure utilisée par le niveau PLT, et de la prévision de la température extérieure utilisée par le niveau PCT, respectivement indiquées par  $T^{\text{ext-sim}}$ ,  $T_{k_1+1}^{\text{ext-pred}}$ , et  $T_{k_c+1}^{\text{ext-pred}}$ . Les résultats des simulations de F4 et F5 sont exposés

dans les graphes de la figure 3.19 et dans le tableau 3.5.

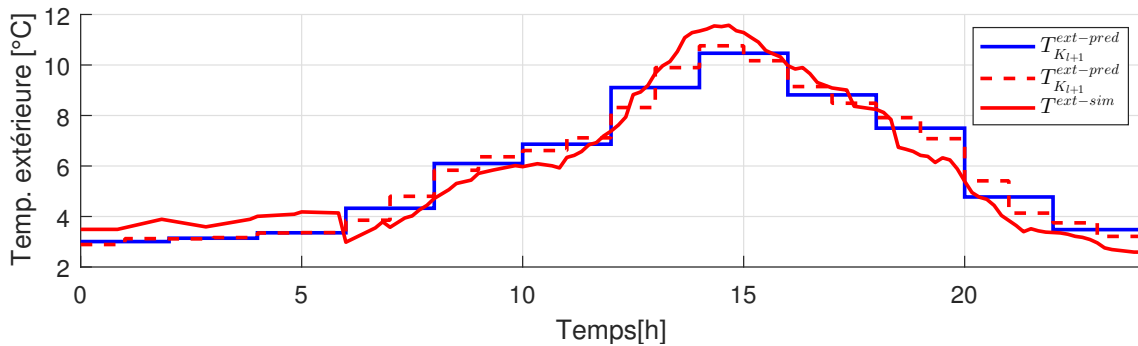


FIGURE 3.18 – Évolution de la température extérieure réelle, de la prévision la température extérieure utilisée par le niveau PLT, et de la prévision de la température extérieure utilisée par le niveau PCT.

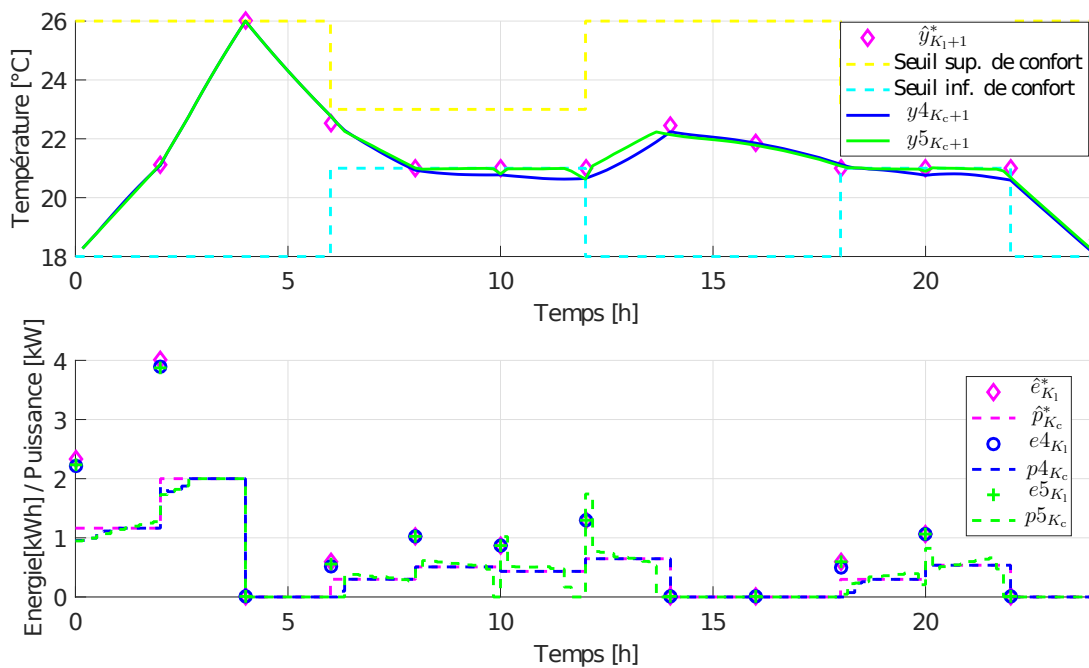


FIGURE 3.19 – Comparaison la trajectoire de température de la pièce, de la consommation énergétique pour chaque pas d'échantillonnage long et les appels de puissance du système de chauffage avec l'application des contrôleurs F4 et F5 avec perturbation.

Nous pouvons remarquer qu'à 7h et à 18h, la température interne de la pièce est légèrement plus élevée que la référence calculée par PLT. Ainsi, les contrôleurs ne réalisent pas d'appel de puissance au début de l'intervalle d'échantillonnage long. Ce-

### 3.2. Analyse comparative des différentes configurations du contrôleur à multi-échelle de temps

Formulation	$I_{moy}^{e-y}$ [°C]	$I_{ect}^{e-y}$ [°C]	$I_{moy}^{e-p}$ [kWh]	$I_{ect}^{e-p}$ [kWh]	$I_{total}^{conso}$ [kWh]	$I_{eco}$ [€]
F4	0,98	0,83	0,04	0,05	11,34	1,19
F5	0,86	0,78	0,02	0,05	11,49	1,20

TABLE 3.5 – Résultats comparatifs pour les formulation F5 et F6 avec perturbations.

pendant, dans les pas de commande qui suivent, le système éprouve des températures externes plus froides qu'attendues par PCT. Pour compenser les déperditions supplémentaires et empêcher que la température interne descende en dessous du seuil minimal demandé par l'utilisateur, le système de chauffage aurait besoin de faire des appels de puissance plus importants que ceux prévus à la fin l'intervalle échantillonnage.

Dans le cas de la formulation F4, indiquée en bleu dans la figure 3.19, la contrainte de puissance limite les appels instantanés. Si d'un côté cela empêche des pics de puissance inattendus, de l'autre il augmente l'erreur de la sortie par rapport à la référence donnée par PLT une fois que le niveau PCT n'arrive pas à utiliser toute la quantité d'énergie prévue pour le pas long courant. Pour F5, indiquée en vert, la contrainte de puissance moyenne est mise à jour à chaque nouvelle étape de contrôle et sa nouvelle valeur calculée en tenant compte l'énergie encore disponible pour le reste du pas d'échantillonnage. Ainsi, l'énergie qui n'était pas dépensée au début de l'intervalle peut être récupérée à la fin de celui-ci.

L'intérêt de la formulation F5, est d'être capable de générer une solution optimale qui garantit le budget énergétique défini par le PLT, sans pour autant imposer une puissance constante. Cependant, un comportement particulier inhérent à cette formulation peut être observé dans les pas d'échantillonnage longs de 10h, 11h et 20h. Le contrôleur dépense une grande partie de l'énergie disponible lors de sa première itération à cause de la présence de perturbations. Par conséquent, le système n'a pas suffisamment d'énergie à la fin du pas d'échantillonnage correspondant, et l'erreur de la température intérieure par rapport à la référence augmente. Ainsi, elle présente des appels de puissance plus oscillatoires.

### 3.3 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de formaliser le contrôleur hiérarchisé à multi-échelle de temps pour la gestion d'énergie dans les bâtiments. Dans un premier temps, nous avons défini les trois niveaux qui composent l'architecture de contrôle : le niveau PLT, le niveau PCT, et le niveau PDR. Le niveau supérieur du contrôleur, nommé PLT, a mis en œuvre une optimisation économique à long terme qui a considéré les prévisions des perturbations lentes du système, la variation du prix de l'électricité et l'occupation le long de la journée. Le niveau inférieur, nommé PCT, a disposé d'un horizon de prédiction plus court et d'une fréquence d'échantillonnage plus élevée de manière à prendre en compte les perturbations rapides. Il a utilisé les résultats de PLT comme une référence pour veiller à ce que l'opération du système soit la plus proche possible de celle qui a été définie par l'optimisation économique de long terme. Finalement, le niveau intermédiaire PDR a été responsable de la synchronisation des informations échangées entre PLT et PCT à différents pas d'échantillonnage et de la projection des résultats de basse résolution du niveau supérieur dans l'échelle de temps plus fine du niveau inférieur. Nous avons proposé différentes méthodes pour réaliser cette projection.

Dans un deuxième temps, pour illustrer les effets des méthodes de projection sur la qualité de l'optimisation finale, nous avons formulé cinq contrôleurs différents. Ensuite, nous les avons appliqués à la gestion d'un système de chauffage électrique. Les résultats des simulations ont montré que la stratégie de projection de la sortie par interpolation linéaire (MY3) a de meilleures performances en ce qui concerne le suivi de la trajectoire de sortie et le respect du coût final de la consommation d'énergie prévus par PLT. Au niveau des stratégies de projection de la puissance, la méthode qui a fourni un seuil de puissance constante à respecter (MP1) a été capable de limiter les pics de puissance instantanée, mais elle a augmentée l'erreur de la sortie par rapport à la référence donnée par PLT. En effet, elle est particulièrement adaptée aux systèmes qui ont des restrictions de puissance globale ou à des stratégies de délestage utilisées pour limiter les dépassements de puissance instantanée. De son côté, la méthode qui a déterminé un plafond de puissance moyenne (MP2) a garanti le budget calculé par le PLT, mais a présenté des appels de puissance plus oscillatoires. Du coup, elle sera plus indiquée pour des applications où le critère économique est prioritaire. De manière générale, chacune des méthodes a présenté des qualités et des inconvénients.

Le choix de la formulation la plus appropriée dépend fortement des objectifs qui ont été envisagés par le gestionnaire.

Ce chapitre a apporté un cadre de formalisation générique pour les contrôleurs à multi-échelle de temps appliqués à la gestion d'énergie dans les bâtiments. La structuration qui a été proposée nous a permis de comparer les différentes configurations trouvées dans la littérature, particulièrement en ce qui concerne la manière de projeter les résultats entre les niveaux d'optimisation. Grâce à ça, nous avons pu analyser les effets des différentes configurations sur la commande finale du contrôleur, et ainsi apporter des pistes pour la sélection des méthodes de projection les plus appropriées en fonction de l'objectif de la gestion.



# INTÉGRATION DES SYSTÈMES À COMMANDE DISCRÈTE

---

## Sommaire

---

<b>4.1 Commande de systèmes hybrides dans le bâtiment . . . . .</b>	<b>81</b>
<b>4.2 Variables discrètes dans le problème à multi-échelle de temps . .</b>	<b>84</b>
4.2.1 Démonstration de la problématique d'affaiblissement des restrictions d'intégralité du problème du niveau PLT . . . . .	85
4.2.2 Formulation idéale des contraintes discrètes du niveau PLT . .	92
4.2.3 Méthodes pour la caractérisation d'une enveloppe convexe de points . . . . .	96
4.2.4 Reformulation des contraintes du problème du niveau PLT avec l'algorithme PORTA . . . . .	103
<b>4.3 Combinaison des approches centralisée et distribuée . . . . .</b>	<b>104</b>
<b>4.4 Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade . . . . .</b>	<b>108</b>
4.4.1 Définition du cas d'étude . . . . .	108
4.4.2 Paramétrage du contrôleur . . . . .	111
4.4.3 Paramétrage du solveur PM . . . . .	112
4.4.4 Indicateurs de performance . . . . .	113
4.4.5 Résultats de l'étude sur les effets de la reformulation des contraintes de puissance . . . . .	114
4.4.6 Résultats de l'étude sur les effets de la stratégie de priorité en cascade . . . . .	122
<b>4.5 Conclusion . . . . .</b>	<b>125</b>

---

Le bâtiment est un système complexe constitué d'une multitude d'équipements et de processus de nature très différente : chauffage, eau chaude sanitaire, pompes, ventilation, machine à laver, etc. Cette hétérogénéité présente un défi important pour les gestionnaires d'énergie une fois qu'ils doivent prendre en compte, simultanément, les dynamiques continues et les phénomènes discrets de l'ensemble. Pour l'heure, seules les variables continues étaient considérées dans la formalisation des exemples proposés.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les effets de l'intégration des variables de commande discrètes ou binaires dans le problème d'optimisation à multi-échelle de temps. Deux principaux sujets sont abordés : (1) la relaxation et la formalisation adéquate des contraintes de puissance globales du niveau supérieur d'optimisation, et (2) la décentralisation du niveau inférieur comme moyen de limiter les efforts de calculs pour trouver les solutions discrètes.

## 4.1 Commande de systèmes hybrides dans le bâtiment

Par définition, un système hybride intègre simultanément des entrées, des sorties, des états ou des dynamiques qui sont continus et discrets. Fréquemment, il résulte de l'utilisation d'une logique de fonctionnement à états finis pour régir des processus physiques continus caractérisés par des équations différentielles.

Les pompes à chaleur, les réservoirs d'eau stratifiés, les vannes à commande tout-ou-rien, par exemple, peuvent présenter plusieurs modes d'opération, i.e. charge ou décharge, marche ou arrêt. Le comportement discontinu de ces appareils ainsi que la présence d'interrupteurs, de relais, et de dispositifs de régulation complexes, font que les bâtiments sont souvent classifiés comme des systèmes hybrides.

Généralement, l'utilisation de variables discrètes permet de caractériser les différents modes de fonctionnement des appareils [112, 14], de définir les contraintes logiques associées aux variables d'état du système [39], ou même de représenter la commutation entre différentes sources d'approvisionnement (réseau électricité, production locale, etc ) [59].

Dans la littérature, on trouve plusieurs exemples d'ouvrages qui formalisent les mécanismes de gestion d'énergie des bâtiments comme des problèmes combinatoires, aussi connus sous le nom de problèmes d'optimisation discret [59, 98, 62, 113]. Le

problème entier à horizon fini associé est généralement formulé en *Programmation en Nombre Entiers* (PNE) ou en *Programmation Mixte* (PM).

Les auteurs de [59, 98, 62, 113] proposent des approches globales d'allocation de ressources ou d'ordonnancement d'équipements avec une grille de temporelle d'optimisation unique. Cependant, en ce qui concerne la littérature des stratégies à multi-échelle de temps, la grande majorité des travaux adressent seulement la commande d'un sous-système particulier, i.e. HVAC, stockage thermique, etc.

Dans [39], par exemple, un MPC hiérarchisé pour la gestion d'un système HVAC résidentiel est formulé. Les non-linéarités du problème sont introduites par la commutation de cinq modes de fonctionnement différents (ventilation naturelle, chauffage mécanique, mode de refroidissement, charge et décharge de l'accumulateur thermique). Le contrôleur proposé est construit sur deux niveaux : un premier qui sélectionne le mode d'opération par pas de temps d'une heure sur un horizon de vingt-quatre heures, et des contrôleurs de bas niveau dédiés qui optimisent le fonctionnement de chaque mode à un pas d'échantillonnage de cinq minutes.

Les auteurs de [112] proposent une stratégie similaire pour gérer un système de stockage thermique avec plusieurs modes de fonctionnement. Cependant, le problème PM original, encadré par le niveau supérieur, est reformulé : plutôt que d'utiliser des variables entières pour sélectionner le mode d'opération du système par tranche de temps, ils calculent l'heure de début et la durée de chaque mode. Cette simplification est possible seulement parce qu'ils considèrent que la succession des modes est connue, ininterrompue et cyclique.

Dans [80], le modèle du bâtiment et de ses différentes zones est construit en appliquant une méthode d'approximation de systèmes non-linéaires par interpolation de modèles locaux linéaires appelée Takagi-Sugeno Fuzzy. Un contrôleur de haut niveau optimise le confort et l'énergie de chauffage/refroidissement pendant qu'un niveau inférieur minimise le coût et l'écart entre la trajectoire énergétique calculée par le niveau supérieur et celle appliquée au système.

Ainsi, à l'égard des stratégies multi-niveau globales soumises à des contraintes de ressources partagées entre l'ensemble de sous-systèmes du bâtiment, tel que le contrôleur défini dans le cadre de cette thèse, l'intégration des variables de contrôle discrètes présente encore quelques défis sous-explorés.

Le premier est lié à l'affaiblissement des restrictions d'intégralité causé par le moyennage des contraintes de puissance du problème PLT. Prenons comme exemple [14],

où un contrôleur hiérarchisé hybride à multi-échelle de temps est utilisé pour gérer la globalité d'appareils pilotables d'un bâtiment résidentiel (chauffage, ECS, VEH, PV). De manière similaire à la stratégie proposée dans le chapitre 3, les résultats de l'optimisation lente sont transmis au niveau le plus rapide comme des points de consigne à suivre. Cependant, pour modéliser le fonctionnement en Marche/Arrêt des équipements, les mêmes contraintes de puissance binaires sont appliquées aux variables de décision des problèmes de haut et de bas niveau du contrôleur. Il faut noter que dans cette configuration, l'optimisation du niveau supérieur contraint les appareils commandés en Marche/Arrêt à être allumés ou éteints à minima pendant une période équivalente son pas d'échantillonnage, qui est, par définition, long (habituellement entre 1 heure et 4 heures). Cela restreint considérablement les degrés de liberté du gestionnaire et peut, dans certains cas, conduire à des performances d'optimisation insuffisantes ou à des phénomènes l'infaisabilité. De plus, comme nous le verrons dans la suite de ce document, même si les variables décisions discrètes du problème du niveau PLT sont relaxées, le moyennage temporel des contraintes de puissance globales réalisé par le niveau long terme du gestionnaire a des effets particuliers sur l'enveloppe de solutions du problème. Dans certains cas, PLT peut potentiellement établir de consignes impossibles à atteindre par le niveau PCT.

Le deuxième sujet traité est lié à l'effort de calcul pour trouver les solutions discrètes. Normalement, les problèmes d'optimisation entiers ou mixtes sont classifiés dans la littérature comme *NP-complets* (NP est une abréviation de *Non-Déterministe Polynomial*) [115]. Même s'il est assez compliqué de prédire avec exactitude le temps nécessaire pour les résoudre, on sait que dans le pire de cas, l'effort pour trouver la solution entière augmente de façon exponentielle avec la taille des données d'entrée [44]. Pour cette raison, l'application des méthodes exactes de calcul connues (i.e. méthode de séparation et évaluation, méthode des plans sécants, programmation dynamique) se limite le plus souvent à des problèmes de petite dimension, avec longueur de l'horizon, nombre d'états ou nombre d'entrées réduits [13]. Pour les problèmes plus grands, des techniques de relaxation convexe [52] ou de décomposition lagrangienne [57] sont généralement requises. Cependant, la performance de ces stratégies d'approximation est très dépendante du problème formulé.

L'enjeu ce chapitre est d'étudier les effets de l'intégration des variables de contrôle binaires ou entiers dans le problème d'optimisation à multi-échelle de temps, ainsi que de définir une démarche adaptée pour la formalisation des contraintes de puissance

du niveau PLT. De plus, pour surmonter les inconvénients liés au calcul des solutions discrètes, nous avons proposé d’associer un problème d’optimisation relaxé centralisé à des problèmes entiers locaux plus petits, avec application d’une procédure de coordination pour garantir le respect des contraintes partagées entre les sous-systèmes.

## 4.2 Variables discrètes dans le problème à multi-échelle de temps

Le contrôleur proposé dans cette thèse formalise le problème de gestion d’énergie dans les bâtiments à différentes échelles de temps. Pour intégrer la commande des systèmes hybrides, des contraintes discrètes ou binaires, représentées par (4.1), doivent être introduites dans le problème d’optimisation formalisé dans le chapitre 3.

$$u_{m,k} \in \mathbb{U}_m^d, \forall m \in \mathcal{M} \quad (4.1)$$

Où  $\mathbb{U}_m^d$  est un ensemble discret avec les possibles valeurs de la commande  $u_{m,k}$ . Pour un pilotage en Marche/Arrêt, par exemple,  $\mathbb{U}_m^d = \{0, 1\}$ .

Dans ce contexte, imaginons que la contrainte (4.1) soit appliquée directement au problème d’optimisation du niveau PLT (Planification Long Terme),  $\forall k \in \mathcal{N}_1$ . Dans la mesure où PLT est pourvu d’une fréquence d’échantillonnage faible et d’une commande  $u_{m,k}$  constante par morceaux, les appareils seraient contraints d’être allumés ou éteints pendant des longues périodes de temps. Pour éviter ce comportement, les contraintes (4.1) doivent être introduites seulement dans le problème d’optimisation de court terme. De cette manière, le but principal de PLT est simplement de répartir la puissance disponible entre l’ensemble des sous-systèmes.

Jusqu’ici, pour caractériser les problèmes de gestion d’énergie à multi-échelle de temps nous avons considéré uniquement des systèmes où la puissance consommée ou produite était représentée par des variables continues, comprises entre les limites de puissance minimale et nominale des appareils. De ce fait, la formulation des contraintes linéaires appliquées aux variables de décision des problèmes d’optimisation de haut et bas niveau étaient équivalentes, à la différence du pas de temps employé. Cette simplification était possible grâce à la nature continue des variables de décision.

Cependant, dans le cas discret, une question essentielle se pose : comment traduire adéquatement la contrainte de puissance globale du niveau PCT, valable pour chaque instant  $k \in \mathcal{N}_c$ , en une contrainte globale pour tout pas de temps  $k \in \mathcal{N}_1$  à appliquer au problème d'optimisation PLT ? Pour examiner le sujet, nous allons d'abord étudier les problématiques générées par la formalisation classique des contraintes de puissance globales, habituellement trouvée dans la littérature des gestionnaires d'énergie.

### 4.2.1 Démonstration de la problématique d'affaiblissement des restrictions d'intégralité du problème du niveau PLT

Pour faciliter nos démonstrations, nous définissons deux problèmes d'optimisation analogues aux problèmes de court et long terme du contrôleur, appelés respectivement, problème original et problème moyenné. L'objectif est d'utiliser les constats acquis à l'aide de ces problèmes pour raisonner sur une formulation des contraintes globales plus appropriée dans le contexte du contrôleur à multi-échelle de temps.

#### Définition du problème original

Le problème original  $\mathcal{P}$  consiste à trouver dans un ensemble de solutions réalisables  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$ , une famille de solutions  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$  qui minimise la fonction objectif  $f(\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}})$  :

$$\mathcal{P} : z = \min\{f(\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}) : \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}\} \quad (4.2)$$

La matrice de solutions  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$  contient les variables de décision  $u_{m,k}$  associées à toutes les charges  $m \in \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, M\}$  et aux instants de temps  $k \in \mathcal{N} = \{0, 1, \dots, N-1\}$ , tel que :

$$\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = \begin{bmatrix} u_{1,0} & u_{1,1} & \dots & u_{1,N-1} \\ u_{2,0} & u_{2,1} & \dots & u_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{M,0} & u_{M,1} & \dots & u_{M,N-1} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

L'ensemble de solutions réalisables de  $\mathcal{P}$  est donné par l'équation (4.4).

$$\mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = \left\{ \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathbb{U} : \mathbf{P}_{\mathcal{M}} \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \leq \mathbf{P}^{\text{global}} \right\} \quad (4.4)$$

Soient  $p_m$  la puissance maximale soutirée par chaque charge  $m$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ , et  $p^{\text{global}}$  la consommation de puissance maximale autorisée pour la totalité de charges pour tous les instants  $k \in \mathcal{N}$ . Les vecteurs  $\mathbf{P}_{\mathcal{M}}$  et  $\mathbf{P}^{\text{global}}$  sont, respectivement, le vecteur de puissance nominale des charges et le vecteur de puissance maximale globale par instant  $k$ , tel que :

$$\mathbf{P}_{\mathcal{M}} = [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_M] \quad \mathbf{P}^{\text{global}} = [p^{\text{global}} \quad p^{\text{global}} \quad \dots \quad p^{\text{global}}] \quad (4.5)$$

L'ensemble  $\mathbb{U}$  caractérise la nature des variables de décision du problème. Dans un bâtiment qui dispose simultanément de charges à commande continue et discrète,  $\mathbb{U}$  est défini comme dans les équations (4.6).

$$\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathbb{U} \Leftrightarrow \forall m, \forall k, \begin{cases} u_{m,k} \in \mathbb{U}_m^c = [0, 1], & \text{si commande continue} \\ u_{m,k} \in \mathbb{U}_m^d = \{0, 1\}, & \text{si commande discrète} \end{cases} \quad (4.6)$$

D'ailleurs, on note  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},k} = [u_{1,k}, u_{2,k}, \dots, u_{M,k}]'$  le vecteur de solutions de  $\mathcal{P}$  relatif à un instant précis  $k \in \mathcal{N}$  et  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}$  l'ensemble réalisable de  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},k}$ .

### Définition du problème moyenné

Soit  $M$  une fonction définie sur l'ensemble  $\mathbb{U}$ , tel que :

$$\begin{cases} M : \mathbb{U} \rightarrow \bar{\mathbb{U}} \\ M : \mathbf{U} \mapsto \bar{\mathbf{U}} = \left[ \frac{\sum_{k \in \mathcal{N}} u_{1,k}}{N} \quad \frac{\sum_{k \in \mathcal{N}} u_{2,k}}{N} \quad \dots \quad \frac{\sum_{k \in \mathcal{N}} u_{M,k}}{N} \right]' \end{cases} \quad (4.7)$$

Où :

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{1,0} & u_{1,1} & \dots & u_{1,N-1} \\ u_{2,0} & u_{2,1} & \dots & u_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{M,0} & u_{M,1} & \dots & u_{M,N-1} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

On dit que  $\bar{\mathbf{U}}$  est l'image de  $\mathbf{U}$  par  $M$  et que  $\mathbf{U}$  est un antécédent de  $\bar{\mathbf{U}}$  par  $M$ .

Le problème de gestion d'énergie moyenné  $\bar{\mathcal{P}}$  et son ensemble de solutions réalisables  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}$ , sont tels que :

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{P}} : \bar{z} &= \min\{f(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}) : \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}\} \\ \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}} &= \{\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathbb{U}} : \mathbf{P}_{\mathcal{M}}\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \leq \bar{\mathbf{P}}^{\text{global}}\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Où le vecteur  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = [\bar{u}_1 \ \bar{u}_2 \ \dots \ \bar{u}_M]'$  contient toutes les variables  $\bar{u}_m$  correspondantes à la commande moyenne des charges  $m \in \mathcal{M}$  sur tous les instants de temps  $k \in \mathcal{N}$ . Il est l'image du vecteur de variables de décision du problème original  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$  par la fonction  $M$  définie sur l'ensemble  $\mathbb{U}$  (équations (4.6)).

Ainsi, l'ensemble  $\bar{\mathbb{U}}$ , qui caractérise les variables de décision du problème moyenné  $\bar{\mathcal{P}}$ , est tel que :

$$\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathbb{U}} \Leftrightarrow \forall m, \begin{cases} \bar{u}_m \in \bar{\mathbb{U}}_m^c = [0, 1], & \text{si commande continue} \\ \bar{u}_m \in \bar{\mathbb{U}}_m^d = \{0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots, 1\}, & \text{si commande discrète} \end{cases} \quad (4.10)$$

On notera que lorsque la commande de la charge est continue,  $\mathbb{U}_m^c = \bar{\mathbb{U}}_m^c$ . Cependant, si la commande est discrète  $\mathbb{U}_m^d \subseteq \bar{\mathbb{U}}_m^d$ .

La consommation de puissance moyenne maximale autorisée pour toutes les charges sur toute la période  $\mathcal{N}$  est représenté par  $\bar{\mathbf{P}}^{\text{global}} = \mathbf{p}^{\text{global}}$ .

### Analyse géométrique de l'espace de décision de $\mathcal{P}$ et $\bar{\mathcal{P}}$

Pour illustrer les effets du moyennage temporel sur les contraintes de puissance, prenons comme exemple un système avec 2 charges, tel que  $\mathcal{M} = \{1, 2\}$ ,  $p_1 = 5\text{kW}$  et  $p_2 = 4\text{kW}$ . Supposons également que  $\mathcal{N} = \{0, 1, 2\}$  et que la contrainte de puissance globale du système soit  $p^{\text{global}} = 8\text{kW}$ .

TABLE 4.1 – Paramètres de l'exemple 1

Variable	Valeur
$\mathcal{M}$	$\{1, 2\}$
$\mathcal{N}_c$	$\{0, 1, 2\}$
$p_1$	5
$p_2$	4
$p^{\text{global}}$	8



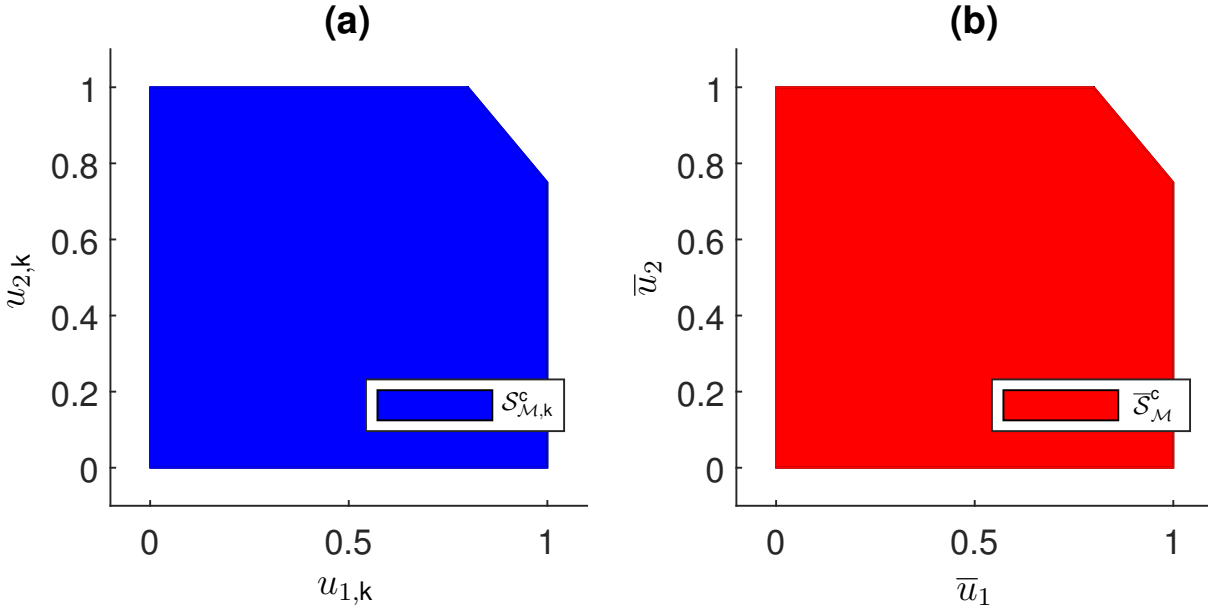


FIGURE 4.1 – Espace de décision des problèmes  $\mathcal{P}$  et  $\bar{\mathcal{P}}$  dans le contexte de l'exemple 1 quand  $\mathbb{U} = [0, 1]^{2 \times 3}$ .

Considérons d'abord que la commande des charges est continue, tel que  $\mathbb{U} = [0, 1]^{M \times N}$ . Ainsi, soit  $k$  un instant précis de  $\mathcal{N}$ . Dans le cadre de l'exemple 1 (voir table 4.1), l'ensemble continu  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}^c$  de solutions réalisables de  $\mathcal{P}$  et l'ensemble continu  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c$  de solutions réalisables de  $\bar{\mathcal{P}}$  sont définis par les équations (4.11).

$$\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}^c = \begin{cases} 5u_{1,k} + 4u_{2,k} \leq 8, \mathbf{k} \in \mathcal{N} \\ u_{1,k}, u_{2,k} \in [0, 1] \end{cases} \quad \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c = \begin{cases} 5\bar{u}_1 + 4\bar{u}_2 \leq 8 \\ \bar{u}_1, \bar{u}_2 \in [0, 1] \end{cases} \quad (4.11)$$

Les inégalités linéaires qui décrivent  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}^c$  et  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c$  en (4.11) définissent des demi-espaces dans un espace Euclidien à  $M$  dimensions. Leur intersection délimite des polyèdres bornés, alors dit polytopes, caractérisés respectivement dans les figures 4.1(a) et 4.1(b).

Notons que dans le cas de l'exemple 1, pour tout point  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$  appartenant à  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}^c$ , il existe une image  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}$  en  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c$  tel que  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = M(\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}})$ . De manière équivalente, pour tout point  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}$  appartenant à  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c$  il existe un antécédent  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$  en  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}^c$ , tel que  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = M^{-1}(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}})$ .

**Proposition 1** Soient  $\mathcal{P}$  et  $\bar{\mathcal{P}}$  les problèmes originaux et moyennés dans leurs cas les

plus généraux, respectivement définis par (4.2) et (4.9). L'implication suivante est vrai :

$$\text{Si } \mathbf{U} \subseteq \mathbb{R}^{M \times N} \Rightarrow \begin{cases} \forall \mathcal{S}_{\mathcal{M},k}^c, \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}_c} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}^c \Rightarrow \exists \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c, \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = M(\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}) & (4.12) \\ \forall \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c, \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c \Rightarrow \exists \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}^c, \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = M^{-1}(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}) & (4.13) \end{cases}$$

Preuve de (4.12) :

$$\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}^c \Rightarrow \mathbf{P}_{\mathcal{M}} \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \leq \mathbf{P}^{global}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,0} & u_{1,1} & \dots & u_{1,N-1} \\ u_{2,0} & u_{2,1} & \dots & u_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{M,0} & u_{M,2} & \dots & u_{M,N-1} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \rho^{global} & \rho^{global} & \dots & \rho^{global} \end{bmatrix}$$

En considérant la moyenne sur les colonnes de chaque coté de l'inégalité ci-dessus, nous avons :

$$\Rightarrow \mathbf{P}_{\mathcal{M}} \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \leq \overline{\mathbf{P}^{global}}, \text{ tel que } \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = M(\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}})$$

Ainsi, d'après l'équation (4.9) ,  $\exists \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c, \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = M(\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}})$ .

Preuve de (4.13) :

$$\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^c \Rightarrow \mathbf{P}_{\mathcal{M}} \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \leq \overline{\mathbf{P}^{global}}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \vdots \\ \bar{u}_M \end{bmatrix} \leq \overline{\mathbf{P}^{global}}$$

En prenant  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},k} = \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}$  pour chaque instant de temps  $k \in \mathcal{N}$ , nous avons :

$$\Rightarrow \mathbf{P}_{\mathcal{M}} \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \leq \overline{\mathbf{P}^{global}}, \text{ tel que } \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = M^{-1}(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}})$$

Ainsi, d'après l'équation (4.4) ,  $\exists \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}^c, \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = M^{-1}(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}})$ .

Considérons maintenant le cas où les charges sont commandées par de variables de décision binaires, tel que  $\mathbb{U} = \{0, 1\}^{M \times \mathcal{N}}$ . Alors, sur les conditions de l'exemple 1 (voir table 4.1), l'ensemble discret  $\mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d$  de solutions réalisables de  $\mathcal{P}$  et l'ensemble discret  $\overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d$  de solutions réalisables de  $\overline{\mathcal{P}}$  sont définis par les équations (4.14).

$$\mathcal{S}_{\mathcal{M}, k}^d = \begin{cases} 5u_{1,k} + 4u_{2,k} \leq 8, k \in \mathcal{N} \\ u_{1,k}, u_{2,k} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d = \begin{cases} 5\bar{u}_1 + 4\bar{u}_2 \leq 8 \\ \bar{u}_1, \bar{u}_2 \in \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\} \end{cases} \quad (4.14)$$

Les espaces de décision discret des problèmes original et moyenné sont caractérisés dans les figures 4.2 (a) et 4.2 (b), respectivement. Il faut remarquer que pour certaines solutions valides  $\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d$  du problème moyenné  $\overline{\mathcal{P}}$ , soulignées en vert, il n'existe pas d'antécédent  $\mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}$  dans l'ensemble de solutions  $\mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d$  du problème original  $\mathcal{P}$  tel que  $\mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}} = M^{-1}(\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}})$ .

Prenons par exemple le point  $\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}^1 = [1 \frac{1}{3}]' \in \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d$ , qui est bien une solution du problème moyenné  $\overline{\mathcal{P}}$  quand  $\mathbb{U} \in \{0, 1\}^{2 \times 3}$ . Les antécédents par  $M$  non moyennés qui correspondraient de cette solution du problème original seraient tels que :

$$\mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^{1.1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \notin \mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d, \quad \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^{1.2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \notin \mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d, \quad \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^{1.3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \notin \mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d \quad (4.15)$$

**Proposition 2** Soient  $\mathcal{P}$  et  $\overline{\mathcal{P}}$  les problèmes original et moyenné dans leurs cas plus généraux, respectivement définis comme en (4.2) et (4.9). L'implication suivante est vrai :

$$\text{Si } \mathbb{U} \subseteq \{0, 1\}^{M \times \mathcal{N}} \Rightarrow \begin{cases} \forall \mathcal{S}_{\mathcal{M}, k}^d, \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d \Rightarrow \exists \overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d, \overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = M(\mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}) & (4.16) \\ \exists \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d, \exists \overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d / \nexists \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d, \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}} = M^{-1}(\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}) & (4.17) \end{cases}$$

*Preuve de (4.16) : Idem preuve de (4.12).*

*Preuve de (4.17) : Il suffit de considérer exemple du point  $\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}^1 = [1 \frac{1}{3}]'$  ci-dessus, où  $\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}^1 \in \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d$ , mais  $\nexists \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d, \mathbf{U}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}} = M^{-1}(\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}})$ .*

Ainsi, dans le cas discret, il est possible qu'il existe des solutions en  $\overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d$  pour lesquelles il n'y a pas d'antécédent en  $\mathcal{S}_{\mathcal{M}, \mathcal{N}}^d$  par  $M$ . En effet, les contraintes de puissance du problème moyenné, représentées en (4.9), sont plus faibles que les restrictions initiales d'intégralité du système décrites dans le problème original (équation (4.4)). Ainsi,

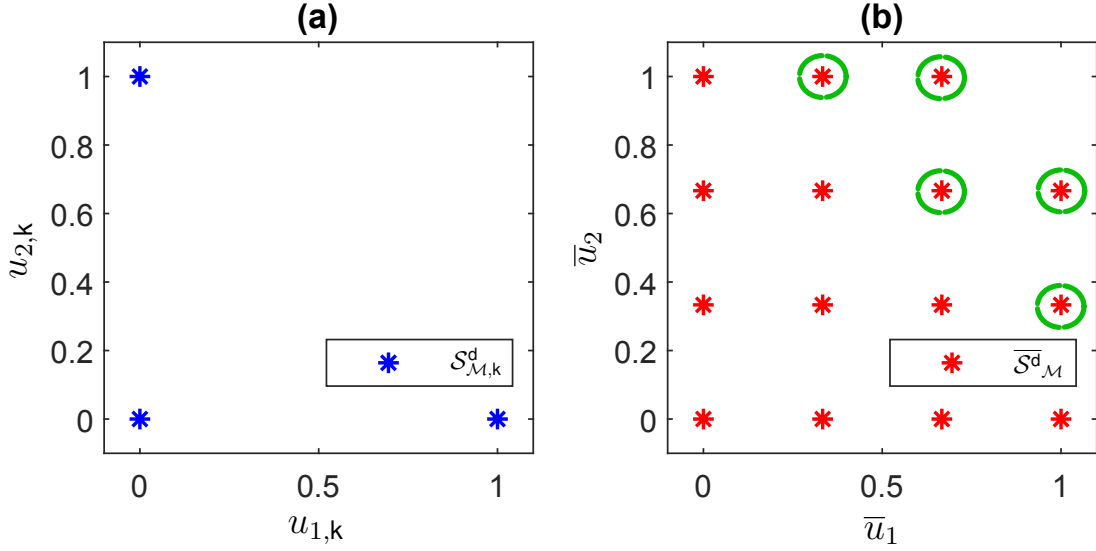


FIGURE 4.2 – Espace de décision des problèmes  $\mathcal{P}$  et  $\bar{\mathcal{P}}$  dans le contexte de l'exemple 1 quand  $\mathbb{U} = \{0, 1\}^{2 \times 3}$ .

dans certains cas, les limites de l'ensemble de solutions  $\bar{S}_{M,k}^d$  du problème moyenné s'étendent au delà des solutions moyennées qui disposent d'un antécédent appartenant à  $S_{M,k}^d$ .

### Conséquences dans contexte du contrôleur à multi-échelle de temps

Les implications (4.13) et (4.17), faites pour le cas plus généraux des problèmes original  $\mathcal{P}$  et moyenné  $\bar{\mathcal{P}}$ , nous aident à soulever quelques comportements singuliers du processus d'optimisation de court et long terme du contrôleur à multi-échelle de temps. En faisant l'analogie entre  $\bar{\mathcal{P}}$  et le problème d'optimisation formulé par le niveau PLT, et entre  $\mathcal{P}$  et le problème d'optimisation formulé par le niveau PCT, nous pouvons conclure que :

1. Si les variables de décision sont continues, une fois que le niveau supérieur PLT a trouvé une solution pour le problème d'optimisation long terme, il est toujours possible d'obtenir une solution réalisable par niveau PCT qui soit correspondante.
2. Cependant, si les variables de décision sont discrètes, le niveau d'optimisation supérieur du contrôleur peut potentiellement établir des références ou des consignes d'opération impossibles à atteindre par le niveau inférieur. En d'autres termes, la

solution entière obtenue par PLT est éventuellement non réalisable dans la pratique.

Les conséquences de la déformation des limites de l'espace de décision de PLT par le processus moyennage sont redoutables même quand les variables discrètes du problème de long terme sont relaxées. Le risque dans ce cas est de trouver une solution continue très éloignée de la solution discrète réalisable.

Pour empêcher ce comportement inadapté il est nécessaire de repenser à la formulation des contraintes globales du niveau supérieur de manière à approcher l'espace de décision de PLT de l'ensemble de solutions effectivement exploitables. Autrement dit, les solutions moyennées pour lesquelles il existe un antécédent par  $M$  qui respecte les contraintes originales du système.

## 4.2.2 Formulation idéale des contraintes discrètes du niveau PLT

### Notion d'une bonne formulation

Dans la littérature de l'optimisation combinatoire, la notion d'une bonne formulation est souvent liée à la volonté de créer un problème qui après relaxation offre une solution approximative proche de l'optimum entier du problème original. Ainsi, la qualité de la formulation dépend surtout de sa capacité à fournir un polyèdre de solutions relaxé qui s'approche le plus possible du polyèdre décrit par l'enveloppe convexe de tous les points admissibles du problème d'optimisation combinatoire d'origine. Plus la formulation est forte, plus la borne inférieure produite par le problème relaxé sera proche de la valeur optimale du problème original.

Prenons comme exemple un même ensemble discret décrit par deux formulations différentes, représentées par les inadéquations  $\mathbf{PU} \leq \mathbf{P}^{global}$  et  $\mathbf{P}^*\mathbf{U} \leq \mathbf{P}^{global*}$ , tel que :

$$\{\mathbf{U} \in \{0, 1\}^n / \mathbf{P}^*\mathbf{U} \leq \mathbf{P}^{global*}\} = \{\mathbf{U} \in \{0, 1\}^n / \mathbf{PU} \leq \mathbf{P}^{global}\}$$

Ces contraintes sont dites équivalentes quand elles contiennent exactement les mêmes solutions entières. Cependant, le simple fait de supprimer les restrictions d'intégralité peut modifier la structure de l'enveloppe de solutions manière significative. Dans ce cas, la formulation  $\mathbf{P}^*\mathbf{U} \leq \mathbf{P}^{global*}$  sera dite plus forte ou meilleure que la formulation

$\mathbf{PU} \leq \mathbf{P}^{global}$  quand :

$$\{\mathbf{U} \in [0, 1]^n / \mathbf{P}^* \mathbf{U} \leq \mathbf{P}^{global*}\} \subset \{\mathbf{U} \in [0, 1]^n / \mathbf{PU} \leq \mathbf{P}^{global}\}$$

Ce même concept peut être utilisé pour analyser les contraintes de puissance globales des gestionnaires d'énergie à multi-échelle de temps. Dans la formulation standard traditionnellement appliquée dans la littérature, ces contraintes sont définies comme décrit dans les problèmes  $\mathcal{P}$  et  $\overline{\mathcal{P}}$ , avec des coefficients établis directement par la puissance nominale des charges du système (voir (4.5)). L'opération produit généralement des inégalités non minimales et par conséquent des contraintes faibles. Dans l'exemple du contrôleur à multi-échelle de temps, les restrictions d'intégralité du problème original sont affaiblies par le processus de moyennage des contraintes, nécessaire à la conception de  $\overline{\mathcal{P}}$ . Ainsi, lorsque la formulation des contraintes est non-idéale, l'enveloppe convexe du problème moyenné inclut potentiellement des solutions non réalisables par le niveau PCT.

Pour illustrer l'importance d'une bonne formulation dans le contexte des problèmes de gestion d'énergie à multi-échelle de temps, prenons le système de l'exemple 1 (voir table 4.1). Reformulons les contraintes de puissance globales  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}^d$  et  $\overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^d$ , définies en (4.14), en réduisant les coefficients des inégalités de manière à avoir un système minimal et non redondant, tel que :

$$\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}^{d*} = \begin{cases} 1u_{1,k} + 1u_{2,k} \leq 1, \mathbf{k} \in \mathcal{N} \\ u_{1,k}, u_{2,k} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^{d*} = \begin{cases} 1\bar{u}_1 + 1\bar{u}_2 \leq 1 \\ \bar{u}_1, \bar{u}_2 \in \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\} \end{cases} \quad (4.18)$$

On peut constater que la nouvelle formulation est équivalent à celle de (4.14). Cependant, toutes les solutions présentes en  $\overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}^{d*}$  sont exploitables.

### Définition de l'ensemble de solutions exploitables du problème moyenné

Avant de chercher à améliorer la qualité de la formulation des contraintes de puissance du problème multi-échelle de temps, définissons d'abord l'ensemble de solutions exploitables du problème du niveau PCT, autrement dit, l'ensemble de solutions du niveau PCT qui présentent au moins un antécédent par  $M$  dans l'ensemble de solutions du niveau PCT.

Pour faciliter nos démonstrations, revenons aux cas plus généraux des problèmes d'optimisation original  $\mathcal{P}$  et moyenné  $\overline{\mathcal{P}}$ .

**Définition 3** Une solution exploitable de  $\bar{\mathcal{P}}$ , est une solution de  $\bar{\mathcal{P}}$  qui dispose d'un antécédent par  $M$  dans l'ensemble de solutions de  $\mathcal{P}$ . Ainsi,  $\bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}}$ , l'ensemble de solutions exploitables de  $\bar{\mathcal{P}}$ , est défini par l'implication suivante :

$$\forall \bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}}, \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}} \Rightarrow \exists \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} \in \mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}, \mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = M^{-1}(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}) \quad (4.19)$$

Où  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$  est l'ensemble de solutions réalisables de  $\mathcal{P}$ .

Cherchons maintenant à formaliser  $\bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}}$ . Notons que pour qu'il existe au moins une valeur admissible de  $\mathbf{U}_{\mathcal{M},\mathcal{N}} = M^{-1}(\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}})$  qui respecte les contraintes de puissance originales (4.4) pour tous les instants de temps  $k \in \mathcal{N}$ , l'antécédent  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}$  doit être compris à l'intérieur de l'enveloppe convexe de  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},\mathcal{N}}$ .

**Proposition 4** Soient  $\mathcal{P}$  et  $\bar{\mathcal{P}}$  les problèmes original et moyenné dans leurs cas plus généraux, respectivement définis comme en 4.2 et 4.9. L'ensemble de solutions exploitables de  $\bar{\mathcal{P}}$  est défini comme suit :

$$\bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}} = \text{conv}(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}) \cap \bar{\mathbf{U}} \quad (4.20)$$

Où  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}$  est la valeur en  $k \in \mathcal{N}$  d'une solution  $\mathcal{P}$ , et  $\text{conv}(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$  est son ensemble convexe.

*Preuve de (4.20) :*

La preuve de cette proposition est faite dans le cas où les charges sont binaires puisque le cas continu ne pose pas de problème. De plus montrer que tout moyennage d'une solution du problème original est dans  $\bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}}$  est direct. On ne montrera donc que le fait que pour tout élément de  $\bar{\mathcal{S}}^*_{\mathcal{M}}$  on peut trouver au moins une solution du problème original dont il est la moyenne.

L'ensemble défini par (4.20) comprend des points dont les composantes sont en  $\frac{\beta_i}{N}$  puisque par les équations (4.10), nous avons :

$$\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \bar{\mathbf{U}} \Rightarrow \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = \left[ \frac{\beta_1}{N} \quad \frac{\beta_1}{N} \quad \dots \quad \frac{\beta_M}{N} \right]', \beta_m \in \{0, 1, \dots, N\}, \forall m \in \mathcal{M}$$

De plus, tout point d'un ensemble convexe fermé et borné qui a un nombre fini de points extrêmes est une combinaison convexe des points extrêmes de cet ensemble convexe. Ainsi, si on note  $V_c = [v_1^c \ v_2^c \ \dots \ v_M^c]'$ ,  $V_c \in \{0, 1\}^M$ ,  $\forall c \in \mathcal{C} = \{0, 1, 2, \dots, C\}$ , les

sommets de  $\text{conv}(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$ , nous avons que :

$$\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in \text{conv}(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$$

$$\Rightarrow \text{il existe } C \text{ scalaires } \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_C \text{ (} \alpha_c \geq 0, c = 0, 1, 2, \dots, C \text{)}$$

$$\text{tels que } \bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = \sum_{c \in \mathcal{C}} \alpha_c V^c, \sum_{c \in \mathcal{C}} \alpha_c = 1$$

On peut montrer par récurrence qu'il est possible de trouver des entiers  $\lambda_c \in [0, N]$  tels que  $\alpha_c = \frac{\lambda_c}{N}, \forall c \in \mathcal{C}$ .

Le premier pas est de montrer que cela est vrai pour deux sommets  $V^0$  et  $V^1$  (on considère dans la suite que  $V^0$  correspond à l'origine dont toutes les composantes sont nulles). Il existe donc au moins une composante  $v_i^1$  de  $V^1$  qui est égale à 1. Pour tout point de  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}$  la composante correspondante est d'une part  $\alpha_1$  et d'autre part  $\frac{\beta_i}{N}$ , ce qui prouve la propriété recherchée.

Si on considère dans une deuxième étape que cela est vrai pour  $k$  sommets on peut montrer que cela est vrai pour  $k+1$  sommets. On considère donc l'ensemble des sommets  $V^c, c \in 0, 1, \dots, k$ .

- S'il existe un des sommets ( $V^k$  sans perte de généralité) qui est le seul à posséder la composante  $v_i^k = 1$  le raisonnement pour le cas de 2 sommets s'applique sur cette composante et donc le poids dans la combinaison pour ce sommet est  $\alpha_k = \frac{\lambda_k}{N}$  et par hypothèse au rang  $k$  il en est de même pour tous les autres sommets.
- S'il n'existe pas de tel sommet, c'est que l'un des sommets ( $V^k$  sans perte de généralité) est la combinaison de certains autres ( $V^k = \sum_{i \in L^k} V^i$ ). L'expression  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = \sum_{c \in 0, k} \alpha_c V^c$  peut alors se réécrire sous la forme  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} = \sum_{c \in L^k} \alpha_c V^c + \sum_{c \in L^k} (\alpha_c + \alpha_k) V^c$ . En appliquant l'hypothèse au rang  $k$  il vient que pour tout  $c \in L^k$  on a  $\alpha_c + \alpha_k = \frac{\lambda_c}{N}$  qui admet une infinité de solutions. Cependant si on considère  $\alpha_k$  égal au plus petit des  $\frac{\lambda_c}{N}$  on peut déterminer l'ensemble des  $\alpha_c$  sous la forme recherchée ce qui montre la propriété.

Puisque tout point de  $\bar{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}}$  peut s'écrire sous la forme  $\sum_{c \in \mathcal{C}} \frac{\lambda_c}{N} V^c$  avec  $\sum_{c \in \mathcal{C}} \lambda_c = N$  puisque  $\sum_{c \in \mathcal{C}} \alpha_c = 1$ , il est possible de trouver une séquence de commande de longueur  $N$  qui la réalise en appliquant  $\lambda_i$  fois chaque sommet  $V_i$ , ce qui prouve la proposition 4.



### Formulation idéale de l'ensemble de solutions exploitables du problème moyenné

Comme montré dans les sous-chapitres antérieurs, la caractérisation adéquate des limites de l'espace de décision exploitable du problème long terme est indispensable pour le bon fonctionnement des contrôleurs à multi-échelle de temps. La qualité de la formulation des contraintes de puissance globales a un impact significatif sur la justesse de cette caractérisation.

Si on s'intéresse à l'ensemble de solutions de  $\overline{\mathcal{P}}$ , la formulation idéale de la contrainte de puissance globale est définie par les inégalités qui caractérisent l'enveloppe convexe de  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}$  :

$$\{\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}}/\mathbf{P}_{\mathcal{M}}\overline{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \leq \overline{\mathbf{P}}^{global}\} = conv(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}) \quad (4.21)$$

Où  $\mathcal{S}_{\mathcal{M},k}$  est l'ensemble de solutions de  $\mathcal{P}$  relatif à un instant précis  $k \in \mathcal{N}$ .

Dans ce contexte, quelques questions importantes se posent : existe-t-il un schéma général pour décrire de manière concise et minimale  $conv(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$  ? Le système linéaire résultant contient un nombre raisonnable d'inégalités ? En cas de réponse négative, dans quelle mesure est-il difficile d'obtenir un polytope à faible complexité qui s'approche bien de l'enveloppe convexe des solutions associée ?

Certains chercheurs ont essayé répondre à ces questions dans le but de mieux comprendre la géométrie des polyèdres de solutions des problèmes combinatoires. Le prochain sous-chapitre présente les principaux résultats théoriques ainsi que des pistes pratiques pour la caractérisation d'une enveloppe convexe de points.

#### 4.2.3 Méthodes pour la caractérisation d'une enveloppe convexe de points

L'objectif de ce sous-chapitre est de répertorier quelques démarches qui peuvent être appliquées pour trouver une représentation compacte de l'enveloppe convexe des solutions exploitables du problème du niveau PLT. Nous présentons l'état de l'art des principales (1) approches théoriques trouvées dans la littérature pour la caractérisation des enveloppes convexes des problèmes combinatoires ainsi que les (2) algorithmes de calcul polyédral pour l'identification des sommets et des inégalités qui décrivent un polyèdre de solutions.

Les approches théoriques cherchent les familles d'inégalités fortes susceptibles de

resserrer la représentation du polyèdre de solutions associé à un problème d'optimisation combinatoire. Dans ce cas précis, le but est d'augmenter la qualité des limites obtenues à partir de la relaxation du problème pour arriver à des algorithmes de résolution plus efficaces. Même si notre objectif n'est pas de résoudre le problème, ces techniques nous donnent des pistes pour renforcer la description de notre enveloppe convexe de solutions sans pour autant la décrire de manière exacte.

Les algorithmes de calcul polyédral définissent des procédures pratiques d'énumération capables d'identifier toutes les inégalités nécessaires à la caractérisation du polyèdre de solutions. En raison de l'effort de calcul conséquent de la démarche, leur utilisation est souvent restreinte à des systèmes de petite taille.

### **(1) Fondements théoriques de l'approche polyédrale pour l'optimisation combinatoire**

Dans un travail pionnier présenté en 1954 [27], Dantzig, Fulkerson et Johnson ont proposé une méthode pour résoudre le problème du voyageur de commerce en étudiant le positionnement de la solution donnée par relaxation linéaire du problème par rapport à l'enveloppe convexe des solutions réalisables. Ces idées ont établi les fondements d'une des techniques de résolution de problèmes combinatoires les plus réussies à ce jour : l'approche polyédrale.

La caractérisation d'une enveloppe convexe de points est une des questions fondamentales de l'approche polyédrale. Elle a été officiellement introduite par Jack Edmonds [35] qui donna la première caractérisation du polytope de solutions du problème du couplage maximal. Son objectif était d'obtenir le système d'inégalités linéaires qui décrit l'enveloppe convexe des solutions admissibles du problème afin de rechercher la solution entière en étudiant les points extrêmes du polytope associé. De cette manière, la résolution du problème combinatoire était réduit à un problème d'optimisation linéaire classique, beaucoup plus facile que le problème original.

Plus tard, d'autres développements théoriques plus généraux visant la caractérisation des ensembles convexes sont publiés. Chvatal [21] a prouvé que toutes les inégalités nécessaires à la description de l'enveloppe convexe des solutions d'un problème entier peuvent être obtenues en prenant la combinaison linéaire des inégalités d'origine et d'autres inégalités linéaires valides par l'application d'une technique d'arrondi. Schrijver [107] a proposé une démonstration plus générale montrant qu'il est possible de générer l'enveloppe convexe des solutions entières en appliquant un nombre d'opé-

rations fini sur le polyèdre associé, à la condition que ce polyèdre soit rationnel.

Les résultats de Chvatal et Schrijver étaient très importants pour l'élaboration des fondements théoriques de l'approche polyédrale, mais ils ne fournissaient pas forcément d'outils directs pour résoudre des cas réalistes dans un délai raisonnable. Même si des efforts considérables ont été investis, aujourd'hui, seulement certains problèmes connus possèdent une description linéaire concise de leur polytope associé.

Dans le cas plus général, ainsi que pour plusieurs problèmes intéressants, tel que le problème du sac à dos ou du voyageur de commerce, la définition exacte de l'enveloppe convexe peut comporter un nombre exponentiel d'inégalités par rapport à la dimension du problème [102]. Ainsi, leur caractérisation peut s'avérer aussi difficile que résoudre le problème combinatoire lui-même, résultat bien connu prouvé par Grotschel, Lovasz et Schrijver [49]. Pour parvenir à des algorithmes plus efficaces en pratique, une approche très répandue de résolution consiste à déterminer seulement un nombre réduit d'inégalités valides et de les utiliser pour résoudre le problème à l'aide des techniques comme les méthodes de coupes ou de coupes et branchement [93]. En cherchant des inégalités plus fortes que les contraintes initiales, nous pouvons renforcer la formulation du problème sans pour autant caractériser explicitement son enveloppe convexe.

Le processus de recherche d'inégalités valides d'un problème NP-complet comme le nôtre est heuristique par nature. Dans la pratique, quelques familles classiques d'inégalités peuvent être exploitées pour déduire seulement les plus pertinentes. Dans la suite du chapitre, nous présentons quelques familles d'inégalités qui peuvent être utilisées pour renforcer la formulation des contraintes de puissance de notre problème de gestion d'énergie. Nous présentons également une brève introduction aux techniques de lifting, qui utilisent ces familles comme point de départ pour définir des inégalités encore plus fortes en appliquant des procédures de dérivation algébriques. Les détails de ces approches ainsi que d'autres techniques pour d'obtenir des inégalités fortes sont présentées en [53].

### **Renforcement de la formulation par la recherche des inégalités valides fortes**

Étant donné le polytope de solutions  $P$  représenté par les inéquations (4.21), une inégalité valide de  $P$ , est une inégalité linéaire satisfaite pour toutes les points  $\bar{\mathbf{U}}_{\mathcal{M}} \in P$ . Nemhauser et Wolsey [88] ont montré que les inégalités valides les plus fortes, nécessaires et suffisantes à la description de  $P$ , sont celles qui définissent ces facettes. Ainsi,

la recherche des inégalités valides fortes du problème  $\bar{\mathcal{P}}$  peut potentiellement contribuer à la caractérisation de son enveloppe convexe de solutions et en conséquent, au renforcement la formulation des contraintes de puissance employées.

Dans cette requête, un problème particulier largement étudié dans la littérature nous fourni quelques pistes : le problème du sac à dos [103]. Il est un des 21 problèmes *NP-complets* exposés par de Richard Karp, dans son article de 1972 [55]. Il modélise le remplissage d'un sac de capacité limitée avec un ensemble donné d'objets ayant chacun un poids et une valeur spécifique. L'objectif est de maximiser la valeur totale de l'ensemble d'objets à l'intérieur du sac sans pour autant dépasser le poids autorisé. Tel que  $\bar{\mathcal{P}}$ , une grande variété d'autres problèmes d'allocation de ressources peuvent être ramenés à cette formulation de base proposée par Karp. Dans notre cas, la capacité du sac à dos fait analogie à la quantité de puissance disponible pour l'ensemble de systèmes et les objets aux charges auxquelles la puissance peut être affectée.

L'une des plus importantes familles d'inégalités valides pour les polytopes du problème du sac à dos est donnée par les inégalités de recouvrement (IR).

Soit  $P$  le polytope binaire de solutions du problème moyenné  $\bar{\mathcal{P}}$ , tel que :

$$P = \text{conv}(u_m \in \{0, 1\} : \sum_{m \in \mathcal{M}} p_m u_m \leq p^{\text{global}}) \quad (4.22)$$

Où nous supposons, sans perte de généralité, que  $p_m > 0$ ,  $p_m < p^{\text{global}}$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ ,  $\sum_{m \in \mathcal{M}} p_m > p^{\text{global}}$ , et que les coefficients  $p_m$  sont rangés par ordre croissant, tel que  $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_M$ .

**Définition 5** L'ensemble  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_k\}$ ,  $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{M}$ ,  $c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_k$ , est un recouvrement du polytope  $P$  si  $\sum_{i \in \mathcal{C}} p_i > p^{\text{global}}$ . Il est un recouvrement minimal s'il ne contient pas de sous ensemble propre qui soit un recouvrement, i.e.,  $\mathcal{C} \setminus \{i\}$  n'est pas un recouvrement  $\forall i \in \mathcal{C}$ . L'IR associé au recouvrement minimal  $\mathcal{C}$  est tel que :

$$\sum_{i \in \mathcal{C}} u_i \leq |\mathcal{C}| - 1 \quad (4.23)$$

Ainsi, si  $\mathcal{C}$  est un recouvrement minimal, le retrait d'un élément de l'inégalité de recouvrement rend redondante l'IR associée. Considérons un deuxième exemple où la contrainte de puissance est donnée par l'inégalité linéaire (4.24).

$$1u_1 + 2u_2 + 3u_3 + 4u_4 + 5u_5 \leq 6 \quad (4.24)$$

Les recouvrements minimaux correspondants sont :

$$\mathcal{C}_1 = \{1, 2, 4\}, \quad \mathcal{C}_2 = \{3, 4\}, \quad \mathcal{C}_3 = \{2, 5\}, \quad \mathcal{C}_4 = \{3, 5\}, \quad \mathcal{C}_5 = \{4, 5\} \quad (4.25)$$

Les IR's associées à ces recouvrements minimaux sont, respectivement :

$$\begin{aligned} \text{IR}_1 &= u_1 + u_2 + u_4 \leq 2 \\ \text{IR}_2 &= u_3 + u_4 \leq 1 \\ \text{IR}_3 &= u_2 + u_5 \leq 1 \\ \text{IR}_4 &= u_3 + u_5 \leq 1 \\ \text{IR}_5 &= u_4 + u_5 \leq 1 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Padberg [92] a implicitement démontré que lorsque l'enveloppe convexe du problème est de pleine dimension, chaque IR minimale (non redondante) associée à un recouvrement  $\mathcal{C}$  correspond à une facette du polytope de dimension inférieure  $P_{\mathcal{C}} = \text{conv}(u_m \in \{0, 1\} : \sum_{i \in \mathcal{C}} p_i u_i \leq p^{\text{global}})$ . L'IR associée définit également une face du polytope  $P$  d'une dimension d'au moins  $|\mathcal{C}| - 1$ . Cependant, ce type de correspondance n'est pas valable dans tous les cas.

De manière générale, les IRs liées aux recouvrements minimaux ne définissent pas les facettes du polytope  $P$ . Pour utiliser ces inégalités dans le but de renforcer la formulation du problème combinatoire il est souvent nécessaire de les rendre plus fortes. Une approche simple visant ce renforcement a été présentée par Balas en [11]. Pour l'introduire, nous définissons les concepts de recouvrement fort et recouvrement étendu.

**Définition 6** *Le recouvrement  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_k\}$  est un recouvrement fort si  $\mathcal{C}$  est minimal et :*

$$\sum_{i \in \mathcal{C}} p_i - p_{c_k} + p_j \leq p^{\text{global}}, \forall j \in [c_{k-1}] \setminus \mathcal{C} \quad (4.27)$$

*D'ailleurs, le recouvrement étendu  $E(\mathcal{C})$  d'un recouvrement  $\mathcal{C}$  (minimal ou pas) est défini par l'ensemble  $E(\mathcal{C}) = \mathcal{C} \cup \{c_{k+1}, \dots, c_M\}$ . Comme les coefficients  $p_m$  sont rangés par ordre décroissante, l'inégalité de recouvrement étendue (IRE) est donné par :*

$$\sum_{i \in \mathcal{C}} u_i + u_{c_{k+1}} + \dots + u_{c_M} \leq |\mathcal{C}| - 1 \quad (4.28)$$

Bien que les IREs dominent les IRs correspondantes, il n'est toujours pas garanti qu'elles définissent des facettes de  $P$ . A cet égard, Balas [11] a donné les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une IRE soit une facette du polytope de solutions.

**Théorème 7** (Balas [11]) *Soit  $k \in \mathcal{M}$ . Si  $E(\mathcal{C}) \subseteq \mathcal{M}$  contient au moins deux éléments, l'inégalité  $\sum_{i \in E(\mathcal{C})} u_i \leq k - 1$  définit une facette du polytope de solutions  $P$ , si et seulement si,  $E(\mathcal{C})$  est un recouvrement étendu d'un recouvrement fort  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_k\}$  et que :*

$$\sum_{i \in \mathcal{C}} p_i - p_{c_k} - p_{c_{k-1}} + p_M \leq p^{global} \quad (4.29)$$

Pour l'inégalité linéaire (4.24) de l'exemple 2, les recouvrements fortes sont  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$ . Leurs respectifs recouvrement étendus sont :

$$\begin{aligned} E(\mathcal{C}_1) &= \{1, 2, 4, 5\} \\ E(\mathcal{C}_2) &= \{3, 4, 5\} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Comme les recouvrements  $\mathcal{C}_j$ ,  $j \in \{1, 2\}$ , respectent la condition (4.29) du théorème 7, nous avons que toutes les IRs associés à  $E(\mathcal{C}_j)$ ,  $\sum_{i \in E(\mathcal{C}_j)} u_i \leq |\mathcal{C}_j| - 1$  définissent des facettes de  $P$ . De plus, elles sont les uniques inégalités de la forme  $\sum_{i \in E(\mathcal{C})} u_i \leq k - 1$  qui définissent des facettes de  $P$ .

## Lifting

Le lifting est une autre technique heuristique de renforcement très répandue qui utilise les inégalités valides vérifiées par seulement une partie de solutions du polytope  $P$  pour inférer des inégalités plus fortes valides pour toutes les solutions de  $P$ . L'objectif est toujours d'obtenir des inégalité plus fortes, voire des inégalités que définissent des facettes de  $P$ .

Soit l'inégalité  $\sum_{i \in \mathcal{K}} c_i u_i \leq \alpha$ , avec  $\mathcal{K} \subseteq \mathcal{M}$  valide pour l'ensemble restreint de solutions  $\mathcal{S}_{\mathcal{K}} = \{u \in \overline{\mathcal{S}}_{\mathcal{M}} : u_i = 0, i \in \mathcal{M}/\mathcal{K}\}$ . L'idée des stratégies de up-lifting est de trouver les valeurs appropriées pour les variables  $u_i = 0$ ,  $i \in \mathcal{K}$ , de manière à définir une l'inégalité valide plus forte pour l'ensemble de solutions de  $P$ . Il est également possible de diminuer les coefficients des variables  $u_i$  de l'inégalité initiale, ce que l'on appelle le down-lifting.

Il y a deux façons de calculer les nouveaux coefficients dans le processus de lifting :

soit itérativement, par le calcul de chaque coefficient à la fois, soit simultanément, pas calcul de tous les coefficients en une seule étape. Les détails sur les stratégies de lifting pour la génération de facettes du polytope du problème du sac à dos à partir des IRs sont présentés en [12].

## (2) Algorithmes de calcul polyédral

Pour renforcer les contraintes de notre problème de gestion d'énergie, il est également possible d'utiliser des algorithmes de calcul polyédral capables d'appliquer des méthodes d'énumération pour identifier les sommets et inégalités qui définissent les facettes de l'enveloppe convexe des solutions. Même s'ils présentent des temps de calcul généralement non-polynomiaux, ces algorithmes restent une option très efficace pour les problèmes de taille réduite.

Un polytope convexe  $P$  est décrit par l'intersection de l'ensemble  $H_c$  des demi-espaces qui décrivent leurs facettes. Cependant, il peut être aussi spécifié comme l'enveloppe convexe de l'ensemble de ses sommets  $V_c$ . La conversion entre ces deux représentations est un des problèmes fondamentaux de la théorie des polytopes. Le calcul de  $V_c$  à partir de  $H_c$  est connu comme le problème d'énumération des sommets. La transformation de  $V_c$  en  $H_c$  est dénommée le problème d'énumération des facettes. Il existe plusieurs algorithmes bien connus dans la littérature capables de générer toutes les faces d'un polytope à partir d'une représentation en  $V_c$  ou d'une représentation en  $H_c$  [6]. La grande majorité des algorithmes utilisent deux classes principales de méthodes : les méthodes de *parcours de graphe* [8] ou des méthodes incrémentales [108, 86].

Pour calculer l'enveloppe convexe d'un ensemble de points en  $\mathbb{R}^n$ , les algorithmes du type *parcours de graphe* repèrent un sommet initial du polyèdre associé, généralement en identifiant une base affine de l'ensemble, pour localiser les autres sommets. Deux sommets de  $P$  sont reliés par une arête de  $P$  s'ils ont des bases qui diffèrent en un seul membre. Ainsi, passer d'un sommet à un autre adjacent revient à changer ce membre de la base. Dans l'algorithme du simplexe, cette opération est dénommée *pivot*. Pour cette raison, les algorithmes de *parcours de graphe* sont aussi connus sous le nom d'algorithmes de pivotement. L'algorithme de recherche inversée (*reverse search* en anglais) [8] de Avis et Fukuda, basé sur l'algorithme du simplexe, est un exemple particulier d'application de la méthode de *parcours de graphe*.

De leur côté, les algorithmes incrémentaux identifient les sommets de  $P$  en étudiant

l'intersection de demi-espaces ajoutés de façon séquentielle. Un simplexe initial est construit à partir d'un sous-ensemble de  $d + 1$  demi-espaces. Par la résolution d'un système d'équations linéaires les sommets associés sont calculés. Des demi-espaces supplémentaires sont introduits séquentiellement et la description initiale des sommets est mis à jour à chaque étape (suppression des sommets qui ne sont pas contenus dans le nouvel demi-espace et introduction des nouveaux sommets).

La méthode *Beneath-and-Beyond* [108] de Seidel, par exemple, identifie un simplexe  $P_1$  de pleine dimension  $d$  à l'intérieur du polytope associé  $P$  en prenant une base affine de l'ensemble. Par la résolution d'un système d'équations linéaires elle est capable d'obtenir les facettes de  $P_1$ . Les autres points de l'ensemble sont ajoutés de manière itérative, jusqu'à la définition d'une séquence de polytopes tel que  $P_1 + P_2 + \dots + P_{n-d} = P$ .

Un autre exemple de méthode incrémentale sont les algorithmes description double (*double description method* en anglais), présentés pour la première fois dans [86]. Ils sont à l'origine plusieurs algorithmes de calcul de sommets de polytopes. Un des plus célèbres est l'élimination de Fourier-Motzkin [46] considérée comme une formulation dual de la méthode de description double. Elle est implémentée, par exemple, dans la librairie de polyèdres convexes rationnels *Parma Polyhedra Library* (PPL) [9] et dans l'algorithme PORTA (abréviation de *POlyhedron Representation Transformation Algorithm*) [20].

Généralement, ces algorithmes nécessitent de sauvegarder les facettes des polytopes de dimension plus basse et les données d'incidence associées à l'ajout des nouveaux points pour calculer les facettes de  $P$ . Par conséquent, leur application à des problèmes à grande dimension peut être compliqué au regard de la nécessité d'avoir un espace en mémoire suffisant.

Une liste d'autres algorithmes implémentés dans la littérature de calculs polyédraux est présentée en [40].

#### **4.2.4 Reformulation des contraintes du problème du niveau PLT avec l'algorithme PORTA**

Dans le sous-chapitre précédent, nous avons brièvement présenté quelques méthodes théoriques et des algorithmes trouvées dans la littérature capables d'identifier les inégalités de l'enveloppe convexe des solutions d'un problème combinatoire. Ce



sujet de recherche a été amplement étudié dans divers travaux [6, 7, 108, 101, 41] et dans plusieurs domaines (optimisation combinatoire, géométrie algorithmique, vision numérique, etc). Dans ce contexte, notre objectif n'est pas de proposer une nouvelle méthode, ou d'imposer une des approches présentées, mais uniquement de vérifier que le renforcement de la caractérisation des contraintes de puissance globales du niveau PLT peut avoir des effets positifs sur la qualité de la commande finale du contrôleur à multi-échelle de temps.

Ainsi, dans le cadre de nos simulations, nous utilisons l'algorithme PORTA pour des raisons d'applicabilité. L'idée est d'énumérer tous les sommets de  $conv(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$  pour ensuite utiliser la fonction de transformation entre les deux représentations  $H_c$  et  $V_c$  de l'algorithme PORTA pour générer les inégalités nécessaires à la caractérisation des facettes de l'enveloppe convexe de l'ensemble de points fourni. Ainsi, cette procédure pratique de reformulation des contraintes de PLT est réalisée en 3 étapes :

1. Énumération de tous les sommets de  $conv(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$ , à la main ou à l'aide d'un algorithme combinatoire, i.e. la fonction *virt* de l'algorithme PORTA, de manière à avoir une représentation en  $V_c$  de l'ensemble.
2. Transformation de la représentation en  $V_c$  en représentation en  $H_c$  à l'aide d'un algorithme de calcul polyédral, i.e. la fonction *traf* de l'algorithme PORTA.
3. Identification dans  $H_c$  des inégalités valides les plus pertinentes à la description de  $conv(\mathcal{S}_{\mathcal{M},k})$  afin de les utiliser pour reformuler les contraintes de PLT.

### 4.3 Combinaison des approches centralisée et distribuée

Comme expliqué auparavant, un des principaux défis de la gestion des systèmes hybrides est l'effort conséquent nécessaire pour trouver la solution binaire, entière ou mixte lorsque la complexité des modèles augmente. Les solveurs modernes comme Cplex(IBM), Gurobi (Microsoft), Moseik, et Glpk (GNU), sont capables de manipuler un nombre limité de quelques centaines de variables entières, tandis que pour les problèmes purement continus ils peuvent résoudre des centaines de milliers en quelques secondes.

De manière générale, il est assez compliqué de prédire avec exactitude le temps de résolution d'un problème en PNE ou PM. Il va dépendre, entre autres, du nombre de variables et d'inégalités traités, ainsi que de la qualité de la formulation du critère et des contraintes. La symétrie de l'espace de décision est également un paramètre très important. Pour les problèmes d'optimisation avec des objectifs contradictoires, par exemple, il n'existe pas de solution unique qui optimise simultanément tous les objectifs. Si tel est le cas, les algorithmes de branchements utilisés par les solveurs sont contraintes d'explorer un nombre plus important (peut-être infini) de solutions optimales, ralentissant la résolution de manière exponentielle. Le problème de gestion d'énergie dans le bâtiment formalise, dans la plupart des cas, des objectifs contradictoires (confort et économie) soumis à des contraintes mixtes. Ainsi, plus le nombre d'équipements présents dans le système est élevé, plus l'effort de résolution est important. Afin d'offrir un compromis équilibré entre l'optimalité et le temps de calcul de la solution, nous proposons de combiner des formulations centralisée et distribuée au sein de la stratégie hiérarchique du gestionnaire à multi-échelle de temps. L'architecture du contrôleur hiérarchisé formulé avec la combinaison des approches centralisée et distribuée est schématisée dans la figure 4.3.

L'idée est de formuler un problème centralisé relaxé au niveau PLT du gestionnaire capable d'allouer une quantité d'énergie continue à tous les sous-systèmes sur un point de vue global et à long terme. A l'opposé, l'optimisation du niveau PCT est réalisée de manière distribuée, avec la formulation de problèmes d'optimisation locaux plus petits. Étant donnée que le nombre de variables de décision de ces derniers est réduit en comparaison de ce du problème centralisé, les non-linéarités de la commande peuvent être prises en compte plus facilement. La solution de PCT est certes sous-optimale, mais moins exigeante sur le plan informatique. Ainsi, cette combinaison d'approches nous permet de proposer à la fois une architecture capable de considérer les contraintes globales et les variables couplées des sous-systèmes, mais également d'assurer le respect des contraintes binaires sur la commande finale toute en réduisant la complexité de calcul de l'ensemble.

Les résultats du niveau PLT expriment des tendances de fonctionnement conformes aux contraintes globales du système, mais la relaxation des contraintes entières réalisée par ce premier sur-optimise les références données au niveau inférieur. Ainsi, pour que les limites de puissance globales soient respectées dans la commande finale, un minimum d'informations doit être échangé entre les contrôleurs locaux du niveau PCT.

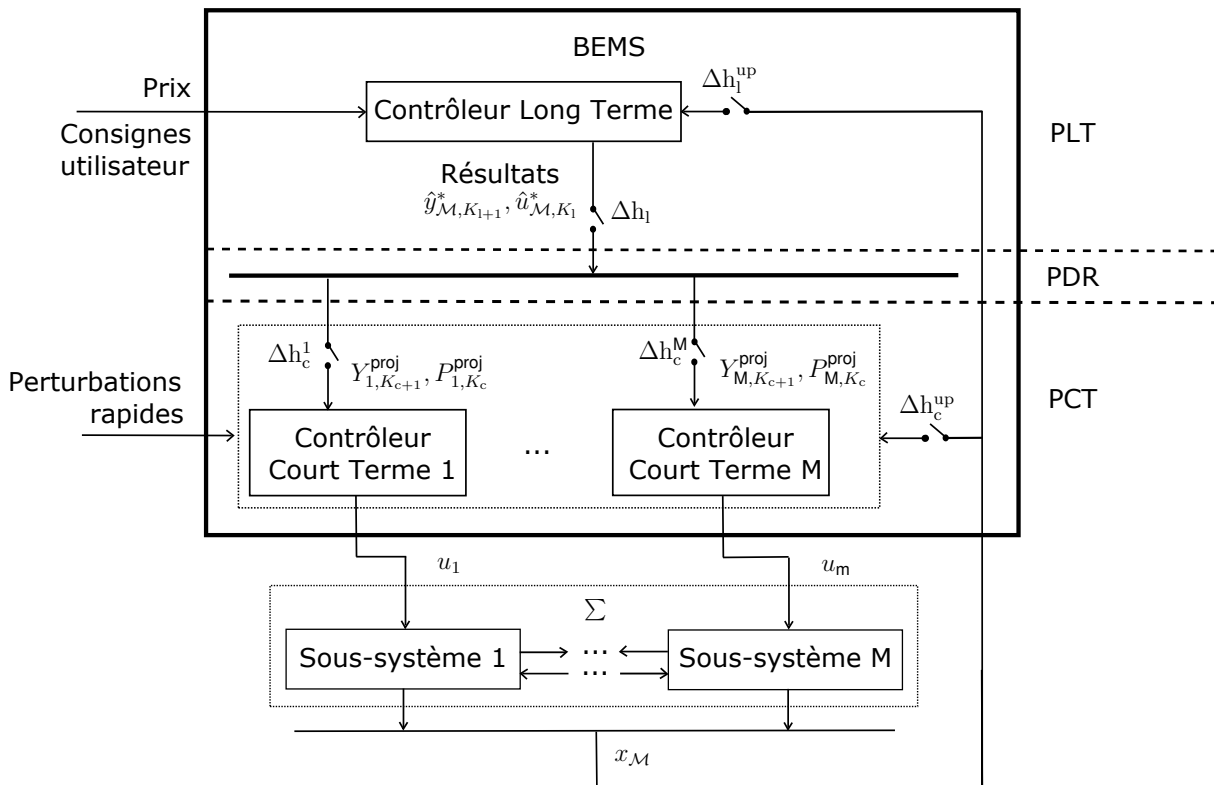


FIGURE 4.3 – Architecture du contrôleur hiérarchisé formulé avec la combinaison des approches centralisée et distribuée.

A ce fin, une procédure séquentielle qui instaure une ordre de priorité en cascade entre les charges est utilisée pour assurer la coordination des contrôleurs locaux.

### **Priorité en cascade**

La contrainte de puissance globale du problème d'optimisation original est une variable partagée entre tous les contrôleurs locaux. Par conséquent, en raison de la nature décentralisée de PCT, une certaine forme de coopération doit être appliquée pour garantir que les variables de contrôle entières finales calculées à chaque pas d'échantillonnage court respectent le seuil de consommation maximum global. Dans la littérature de la commande prédictive distribuée, des protocoles de négociation et des procédures itératives sont utilisés pour atteindre la coordination. Cependant, jusqu'à présent, aucun mécanisme opérationnel n'est universellement efficace pour résoudre les problèmes d'optimisation distribuée lorsque les variables de contrôle sont discrètes, voir [74]. Dans la plupart des cas, des itérations successives peuvent être nécessaires pour converger vers une solution non oscillante, conduisant à des problèmes de communication et de temps de réponse.

Quelques ouvrages proposent des procédures de coordination plus simples, où une liste de priorités entre les charges est définie en fonction des préférences des utilisateurs ou du type d'application [97, 117, 71]. Cependant, l'objectif de l'optimisation du niveau PCT est de trouver une commande finale aussi proche que possible des résultats calculés par le niveau PLT, où la priorité entre le sous-systèmes n'est pas explicite, mais complètement intégrée dans la fonction objectif multi-critère. Pour cette raison, nous avons choisi de mettre en œuvre un algorithme non itératif qui applique une procédure de coordination de priorité en cascade pour l'exécution des problèmes locaux du niveau PCT. Cela signifie que les problèmes d'optimisation locaux sont résolus séquentiellement en respectant une liste de priorité prédéfinie, mais que les éléments de cette liste sont décalés de manière circulaire à chaque horizon de prédiction court  $\Delta h_c$ . L'évolution de la liste de priorité est schématisée dans la figure 4.4.

De plus, à chaque nouvelle optimisation locale, la valeur de la puissance globale disponible est mise à jour afin de déduire la puissance déjà utilisée par les charges plus prioritaires. Cette synchronisation dans l'exécution des problèmes locaux garantit le respect de la contrainte de puissance globale d'origine. Elle a l'avantage de nécessiter de peu d'efforts de communication puisque seule la puissance disponible actualisée est échangée entre les contrôleurs locaux.

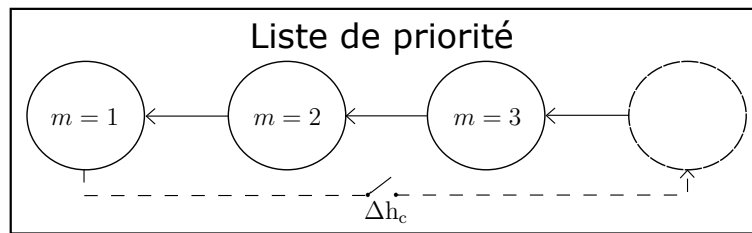


FIGURE 4.4 – Procédure de mise à jour en cascade de la liste de priorités entre charges pour l'accès à la puissance disponible.

A l'inverse d'un classement de priorité statique, la procédure en cascade permet d'éviter une consommation biaisée de la puissance disponible par des charges qui seraient toujours prioritaires. Dans le cas où le nombre d'éléments de la liste est plus petit ou comparable à  $N_{cl} = \Delta h_1 / \Delta h_c$ , les différentes charges ont la possibilité d'avoir la priorité la plus élevée au moins une fois dans la période correspondante à  $\Delta h_1$ .

## 4.4 Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade

L'objectif de ce chapitre est d'étudier l'intérêt de l'application de la stratégie de reformulation des contraintes globales du niveau PLT ainsi que de la procédure de priorité en cascade du niveau PCT. Plus spécifiquement, nous cherchons à analyser dans quels cas l'emploi ces stratégies suscitent un intérêt significatif et de quantifier leur bénéfice en termes d'optimalité de la solution.

Pour confronter les résultats avec et sans l'application des stratégies, nous introduisons dans les sous-chapitres qui suivent un cas d'étude, ainsi que des nouveaux indices de performance.

### 4.4.1 Définition du cas d'étude

Prenons un système composé par un ensemble  $\mathcal{M}$  de ballons d'eau chaude sanitaire à effet joule. La variable de commande correspond à la variable d'entrée binaire  $u_{m,k} \in \{0, 1\}, \forall m \in \mathcal{M}$ , où  $u_k = 1$  lorsque que l'appareil est activé et  $u_k = 0$  lorsqu'il est en arrêt. Nous supposons que le soutirage d'eau chaude varie selon les besoins des utilisateurs. L'objectif du contrôleur est de réguler la température de l'eau à l'intérieur

du ballon en considérant la consigne fixée par les habitants.

Le pas de temps de la simulation est représenté par  $\Delta k_s$  et son index par  $k \in \mathcal{N}_s = \{k_s, k_s + 1, \dots, k_s + N_s - 1\}$ . Pour simplifier les notations, nous occultons l'index  $m$  de certaines des variables présentées.

### Modèle de prédiction

Chaque ballon d'eau chaude sanitaire est composé d'un réservoir et d'une résistance électrique. Nous supposons que la température de l'eau chaude à l'intérieur du réservoir  $T_k^{\text{chd}}$  est la même dans toutes les strates du ballon. La dynamique thermique de l'eau est influencée par la température de l'eau froide d'alimentation  $T_k^{\text{frd}}$ , la consommation d'eau chaude moyenne des occupants en litres par heure  $\text{Conso}_k$ , et la température de l'air ambiant à l'extérieur du réservoir  $T_k^{\text{air}}$ . La puissance nominale fixe de la résistance chauffante est représentée par  $p_m$ .  $V$ ,  $A$  et  $U$  sont, respectivement, le volume du réservoir, sa surface, et son coefficient de déperdition thermique au repos. La chaleur spécifique et la densité de l'eau sont indiquées par  $C_\rho$  et  $\rho$ .

Les vecteurs des variables de sortie, d'état, et des perturbations du système sont décrits respectivement par :

$$y_k = [T_k^{\text{chd}}] x_k = [T_k^{\text{chd}}] d_k = \begin{bmatrix} T_k^{\text{frd}} \\ T_k^{\text{air}} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Le modèle thermique en temps discret du système est donné par :

$$\begin{cases} x_{k+1} = A^{\text{ecs}} x_k + B^{\text{ecs}} u_k + D^{\text{ecs}} d_k \\ y_k = C^{\text{ecs}} x_k \end{cases} \quad (4.32)$$

Où :

$$A^{\text{ecs}} = \left[ \frac{-(UA + \Delta k_s \text{Conso}_k \rho C_\rho)}{V \rho C_\rho} \right] \quad B^{\text{ecs}} = \left[ \frac{p_m}{V \rho C_\rho} \right] \quad (4.33)$$

$$D^{\text{ecs}} = \left[ \frac{\Delta k_s \text{Conso}_k}{V} \quad \frac{UA}{V \rho C_\rho} \right] \quad C^{\text{ecs}} = [1]$$

Le modèle de simulation du système est considéré comme étant le même que le modèle de prédiction du contrôleur. Les valeurs des paramètres de ce modèle sont définis dans le tableau 4.2.

Paramètre	Valeur
V	200L
A	1,35m <sup>2</sup>
U	3,78x10 <sup>3</sup> J/h.°C.m <sup>2</sup>
C <sub>ρ</sub>	4,186x10 <sup>3</sup> J/h.°C
ρ	9,98x10 <sup>-1</sup> Kg/m <sup>3</sup>

TABLE 4.2 – Paramètres du modèle du ballon d'ECS.

### Consommation d'eau chaude et température ambiante

La consommation d'eau chaude horaire journalière de chaque ballon  $Conso_K$  correspond à la consommation moyenne des familles typiques donnée par l'ASHRAE [3].

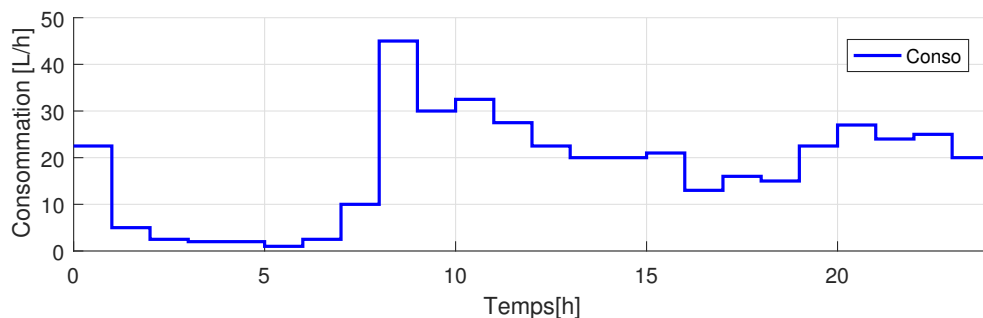


FIGURE 4.5 – Consommation d'eau chaude horaire moyenne des familles typiques donnée par l'ASHRAE [3].

Les températures de l'eau froide qui alimente le ballon et de l'air ambiant à l'extérieur du réservoir sont supposées constantes tout au long de la journée, telles que  $T_k^{frd} = 5^{\circ}C$  et  $T_k^{air} = 10^{\circ}C$ ,  $\forall k \in \mathcal{N}_S$ .

### Prix d'électricité

Le prix en [€/ kWh] de l'énergie achetée directement du réseau public de l'électricité est variable au cours de la journée. Son évolution est identique à celle considérée dans le chapitre 3, caractérisée dans la figure 3.12. Le prix est supposé communiqué par le fournisseur un jour à l'avance au moyen du vecteur  $Prix_K$ .

### Définition des bornes de confort et de sécurité

Nous supposons que  $W_{k+1}^{\text{chd}}$  est la température de réglage du système de production d'eau chaude donnée par l'utilisateur. La référence souhaitée est considérée comme une borne inférieure de confort. Ainsi, l'inconfort lié à la fourniture d'eau chaude sanitaire est mesuré par l'écart entre  $W_{k+1}^{\text{chd}}$  et toute température inférieure de l'eau à l'intérieur du réservoir.

$$I_k^{\text{icf}} = \max(0, W_{k+1}^{\text{chd}} - T_{k+1}^{\text{chd}}) \quad (4.34)$$

De plus, pour limiter les risques de brûlures, la température de l'eau chaude doit être toujours inférieure à  $T_{\text{max},k+1}^{\text{chd}}$ . Dans le cadre de nos simulations, nous considérons cette limitation comme une contrainte dure du système.

$$T_{k+1}^{\text{chd}} \leq T_{\text{max},k+1}^{\text{chd}} \quad (4.35)$$

Dans les simulations, nous considérons que  $W_{k+1}^{\text{chd}} = 55^\circ\text{C}$  et que  $T_{\text{max},k+1}^{\text{chd}} = 60^\circ\text{C}$ ,  $\forall k \in \mathcal{N}_s$ .

## 4.4.2 Paramétrage du contrôleur

### Niveau PLT

Le problème d'optimisation du niveau PLT est défini selon les équations (3.2), formalisées dans le chapitre 3, où  $\alpha = \beta = 1$ ,  $\Delta h_1 = 24\text{h}$  et  $\Delta k_1 = 2\text{h}$ . L'inconfort, défini selon la variable de relaxation  $\varepsilon_{m,k}^{\text{min}}$ , et le coût relatif à la consommation d'énergie sont minimisés par des critères linéaires :

$$\begin{cases} J_{\text{icf}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{k \in K_1} \varepsilon_{m,k}^{\text{min}} \\ J_{\text{eco}} = \sum_{m \in \mathcal{M}} \sum_{k \in K_1} \hat{u}_{m,k}^l \cdot p_m \text{Pri}x_k \end{cases} \quad (4.36)$$

La contrainte d'inconfort  $h_{\text{icf}}$  est définie par l'erreur entre la borne inférieure de consigne des habitants et la température prévue, tel que :

$$h_{\text{icf}} = \begin{cases} \hat{y}_{m,k+1}^l \geq W_{k+1}^{\text{chd}} - \varepsilon_{m,k}^{\text{min}} \\ \varepsilon_{m,k}^{\text{min}} \geq 0 \end{cases}, \quad \forall k \in \mathcal{N}_1 \quad (4.37)$$

Les contraintes sur la commande sont relaxées, de manière que  $\hat{u}_{m,k}^l \in [0, 1]$ ,  $\forall m \in$



$\mathcal{M}$ . Les contraintes de puissance sont formalisées (1) directement avec les valeurs des puissances nominales  $p_m$  des charges du système et de la limitation de puissance globale  $p^{\text{global}}$  de l'installation, ou par (2) la procédure de reformulation des contraintes avec l'algorithme PORTA. Nous considérons également que le problème d'optimisation du niveau PLT n'est résolu qu'une seule fois au début de chaque journée simulée.

### Niveau PCT

Le problème d'optimisation du niveau PCT est défini selon les équations (3.12), où  $\Delta h_c = 2h$  et  $\Delta k_c = 10min$ . Le vecteur de projection de la sortie  $Y_{k+1}^{\text{proj}}$  est construit par interpolation linéaire des résultats du niveau supérieur (voir détails de la méthode de projection MY3 dans le chapitre 3). Dans notre cas, seule la projection de la sortie est considérée dans la construction du problème du niveau PCT ( $J_p = 0$ ). Le critère  $J_y$  est définie comme la valeur absolue de l'erreur entre la trajectoire de référence donnée par le vecteur de projection de température et les prédictions de sortie :

$$J_y = \sum_{k \in \mathcal{N}_c} |\hat{g}_{k+1}^c - Y_{k+1}^{\text{proj}}| \quad (4.38)$$

Les contraintes sur les variables de décision considèrent la nature binaire de la commande  $\hat{u}_{m,k}^c \in \{0, 1\}$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ . La contrainte de puissance globale, référent à  $p^{\text{global}}$ , est également appliquée.

### 4.4.3 Paramétrage du solveur PM

Les solveurs commerciaux modernes offrent à l'utilisateur des nombreuses possibilités pour paramétrer les conditions de résolution d'un problème d'optimisation mixte, tel que de préciser une bonne solution initiale, de relaxer le critère de terminaison, ou même de limiter le temps de calcul permis. Le bon réglage des conditions de terminaison du solveur PM est un sujet difficile, souvent dépendant des spécificités du problème traité. Par souci de généralisation, nous avons choisi de conserver la paramétrisation par défaut du solveur, à l'exception du temps de réponse qui nous avons limité à 60 secondes. Dans les simulations qui suivent, nous avons utilisé MATLAB R2016a, YALMIP [73] et le solveur MOSEK 8.0.0.57 sur une machine Intel Core i5-3340M à 2,7GHz. Pour plus d'information, voir le manuel d'utilisation de MOSEK [4].

#### 4.4.4 Indicateurs de performance

Pour réaliser les comparaisons nécessaires, nous définissons six principaux indicateurs de performance :

1. L'indice  $I_{\text{moy}}^{\text{icf}}$  qui mesure l'erreur relative moyenne de la sortie du niveau PCT par rapport à la borne inférieure de confort donnée par l'utilisateur :

$$I_{\text{moy}}^{\text{icf}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_s} \frac{\max(0, W_{k+1}^{\text{chd}} - y_{k+1})}{N_s} \quad (4.39)$$

L'écart type, le troisième quartile et la valeur maximale de cette même erreur, sont représentés par  $I_{\text{ect}}^{\text{icf}}$ ,  $I_{0,75}^{\text{icf}}$  et  $I_1^{\text{icf}}$ , respectivement.

2. L'indice  $I^{\text{eco}}$  que mesure le coût de la consommation d'énergie en [€] pendant la période de simulation :

$$I^{\text{eco}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_s} \text{Prix}_k \Delta \mathbf{k}_s \mathbf{p}_m u_k \quad (4.40)$$

3. L'indice  $I^j$  qui quantifie le critère du contrôleur sur la période de simulation :

$$I^j = I^{\text{eco}} + \sum_{k \in \mathcal{N}_s} I_k^{\text{icf}} \quad (4.41)$$

Notez que plus l'indice  $I^j$  est bas, meilleure est la performance de l'approche en termes de l'objectif de l'optimisation (minimisation du coût et maximisation du confort).

4. L'indice  $I_{\text{moy}}^{\text{ref}}$  qui mesure l'erreur relative moyenne de la sortie du niveau PCT par rapport à la température de référence donnée par le niveau PLT :

$$I_{\text{moy}}^{\text{ref}} = \sum_{k \in \mathcal{N}_s} \frac{|y_{k+1} - Y_{k+1}^{\text{proj}}|}{N_s} \quad (4.42)$$

5. L'indice  $V$  qui mesure le volume de l'espace de décision du problème du niveau PLT.
6. Les indices  $T^{\text{PLT}}$  et  $T^{\text{PCT}}$  qui mesurent le temps total de calcul nécessaire pour trouver les solutions concernant toute la période de simulation du niveau PLT et

du niveau PCT, respectivement.

Les indicateurs de performance sont calculés à la fin de la simulation pour chaque pas de temps discret de  $\Delta k_s$ , correspondant à  $\Delta k_c$ , et sur une période de simulation correspondante à  $\Delta h_1$ . Ainsi,  $\Delta k_s = 10min$ ,  $\Delta h_s = 24h$ , et  $N_s = \frac{\Delta h_s}{\Delta k_s}$ .

#### 4.4.5 Résultats de l'étude sur les effets de la reformulation des contraintes de puissance

Dans la première partie des simulations, nous étudions les effets de l'application de la stratégie de reformulation des contraintes globales. Nous indiquons par  $F_o$  le problème d'optimisation du niveau PLT avec la formulation originale des contraintes de puissance discrètes, et par  $F_r$  le problème après application de la stratégie de reformulation. Les indicateurs de performance peuvent être associés à une charge spécifique, symbolisée par la lettre C plus le nombre qui l'identifie, i.e. C3, ou à l'ensemble de charges du système, symbolisée par la lettre G.

Pour mettre en évidence les effets de la stratégie de reformulation du niveau PLT le problème l'optimisation du niveau PCT est construit de manière centralisée sans l'application de la stratégie de priorité en cascade.

##### Variation de $p^{global}$

Nous allons d'abord considérer un système composé de quatre charges  $\mathcal{M} = \{1, 2, 3, 4\}$  ayant chacune une puissance nominale de  $p_m = 3kW$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$  et une consommation horaire correspondante à la consommation moyenne des familles typiques donné par l'ASHRAE. Les caractéristiques fonctionnels et physiques des charges sont indiquées dans le tableau 4.2 et leur consommation illustrée par le graphe 4.5. Pour cette simulation, nous varions la valeur de limite de consommation de puissance globale  $p^{global}$  de 7kW à 10kW, avec des incréments de 1kW à la fois. Les résultats sont exposés dans le tableau 4.3.

Nous remarquons que les indicateurs de performance des formulations  $F_o$  et  $F_r$  sont fondamentalement identiques quand  $p^{global} = 9kW$  et  $p^{global} = 10kW$ . Dans le premier cas, les formulations sont équivalentes et l'application de la stratégie de reformulation des contraintes ne réduit pas l'espace de décision de solutions exploitables

4.4. Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade

F	S	V [kW <sup>M</sup> ]	I <sup>J</sup>	I <sup>eco</sup> [€]	I <sup>ref</sup> <sub>moy</sub> [°C]	I <sup>icf</sup> <sub>moy</sub> [°C]	I <sup>icf</sup> <sub>ect</sub> [°C]	I <sup>icf</sup> <sub>0,75</sub> [°C]	I <sup>icf</sup> <sub>1</sub> [°C]
$P_g = 7kW$									
F <sub>o</sub>	G	57,63	259,16	11,60	1,93	0,43	0,17	0,56	3,59
	C1		47,01	2,95	1,84	0,31	0,54	0,49	2,45
	C2		68,35	2,85	1,95	0,45	0,87	0,60	4,41
	C3		45,16	2,90	1,78	0,29	0,60	0,40	3,12
	C4		98,63	2,90	2,16	0,66	1,14	0,75	4,40
F <sub>r</sub>	G	40,50	113,59	12,10	1,59	0,18	0,05	0,25	1,35
	C1		19,18	3,00	2,01	0,11	0,27	0,00	1,30
	C2		31,64	3,00	1,46	0,20	0,36	0,31	1,34
	C3		36,38	3,00	1,44	0,23	0,39	0,41	1,69
	C4		26,39	3,10	1,44	0,16	0,30	0,26	1,08
$P_g = 8kW$									
F <sub>o</sub>	G	70,50	633,93	11,25	2,64	1,08	0,62	1,12	7,80
	C1		138,58	2,85	2,49	0,94	1,48	1,45	5,22
	C2		176,13	2,70	2,86	1,20	2,60	0,52	9,35
	C3		268,19	3,00	3,40	1,84	3,15	2,15	12,37
	C4		51,03	2,70	1,80	0,34	0,73	0,36	4,28
F <sub>r</sub>	G	40,50	118,14	12,10	1,52	0,18	0,05	0,22	1,49
	C1		25,34	2,85	1,85	0,16	0,34	0,06	1,65
	C2		40,48	3,05	1,49	0,26	0,44	0,42	1,88
	C3		23,52	3,10	1,36	0,14	0,28	0,17	1,14
	C4		28,80	3,10	1,36	0,18	0,33	0,21	1,28
$P_g = 9kW$									
F <sub>o</sub> /F <sub>r</sub>	G	77,62	95,84	10,85	1,74	0,14	0,04	0,67	1,29
	C1		18,19	2,75	1,80	0,10	0,24	0,51	1,19
	C2		26,38	2,75	1,73	0,16	0,34	0,68	1,55
	C3		21,26	2,70	1,69	0,12	0,26	0,59	1,04
	C4		29,99	2,65	1,74	0,18	0,35	0,86	1,36
$P_g = 10kW$									
F <sub>o</sub>	G	80,33	92,04	10,90	1,78	0,14	0,04	0,1083	1,16
	C1		17,04	2,70	1,77	0,09	0,22	0,00	0,98
	C2		24,39	2,75	1,80	0,15	0,29	0,1114	1,07
	C3		31,12	2,70	1,77	0,19	0,36	0,3216	1,55
	C4		19,50	2,75	1,76	0,11	0,25	0,00	1,05
F <sub>r</sub>	G	77,63	90,25	10,85	1,73	0,13	0,04	0,06	1,18
	C1		18,76	2,75	1,78	0,11	0,24	0,00	1,07
	C2		31,43	2,70	1,75	0,19	0,37	0,24	1,55
	C3		20,44	2,70	1,70	0,12	0,26	0,00	1,06
	C4		19,57	2,70	1,70	0,11	0,25	0,00	1,04

TABLE 4.3 – Résultats comparatifs pour les formulations F<sub>o</sub> et F<sub>r</sub> avec la variation de p<sub>global</sub>.

du problème. Dans le deuxième, la réduction de  $V$  est considérablement faible ainsi que la croissance de  $I^j$ .

Cependant, une amélioration non négligeable de  $I^j$  est observé pour les autres valeurs de  $p^{\text{global}}$ . Dans tous les cas présentés, sa progression est directement corrélée à la réduction de  $V$ . Cela met en évidence le lien entre la taille de l'espace de décision de PLT et la qualité de l'optimisation finale du contrôleur à multi-échelle de temps.

L'intérêt de la reformulation des contraintes de puissance globales est également donné par l'évolution des indicateurs  $I_{\text{moy}}^{\text{icf}}$ ,  $I_{\text{ect}}^{\text{icf}}$ ,  $I_{\text{moy}}^{\text{ref}}$ ,  $I_{0,75}^{\text{icf}}$  et  $I_1^{\text{icf}}$ . L'erreur relative moyenne de la sortie du niveau PCT par rapport à la référence donnée par l'utilisateur, représentée par  $I_{\text{moy}}^{\text{icf}}$ , est jusqu'à six fois plus petit pour l'ensemble des charges (voir  $p^{\text{global}} = 8\text{kW}$ ) quand la stratégie de reformulation est appliquée. De plus, la réduction de l'écart type de cette même erreur, précisé par la progression de  $I_{\text{ect}}^{\text{icf}}$ , révèle une dispersion de température moins importante pour chacune des charges le long de la période étudiée avec les formulations  $F_r$ .

Nous remarquons également que la valeur de l'indicateur  $I_{\text{moy}}^{\text{ref}}$  global est plus petite pour les formulations  $F_r$ . Cela indique qu'avec l'application de la stratégie de reformulation, l'optimisation court terme du niveau PCT a plus tendance à suivre les références qui ont été calculées comme optimales par l'optimisation long terme du niveau PLT. Plus particulièrement, la diminution générale de l'indicateur  $I_{\text{moy}}^{\text{ref}}$  référent à chacune des charges souligne une de distribution de l'énergie plus uniforme entre les charges, plus proche de celle préalablement envisagée par l'optimisation du niveau PLT.

Cette amélioration générale est confirmée par les percentiles 75 et 100, qui indiquent des valeurs de température moins extrêmes. Quand  $p^{\text{global}} = 8\text{kW}$ , par exemple,  $I_1^{\text{icf}} = 7,80^\circ\text{C}$  pour  $F_o$  et  $I_1^{\text{icf}} = 1,49^\circ\text{C}$  pour  $F_r$ .

## Variation de M

Pour la suite des simulations, nous varions la valeur de  $M$  entre  $M = 2$  et  $M = 8$ , avec des incréments de 1 ou 2 à la fois, voir le tableau 4.4. Pour chaque système, la valeur limite de la consommation de puissance globale est donnée par  $p^{\text{global}} = 2M$ .

Pour faciliter les analyses, deux nouveaux indicateurs sont introduits :  $\Theta$  et  $P^*$ . Le premier, précisé par l'équation (4.43), exprime le pourcentage de charges  $M^*$  qui peuvent être alimentées simultanément sans que la contrainte de puissance globale soit transgressée. Le deuxième révèle la puissance en kW encore disponible pour le

4.4. Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade

F	S	M	$P_g$ [kW]	$\Theta$	$P^*$	$V$ [kW <sup>M</sup> ]	$V_{\%}$	$I^j$	$I^j_{\%}$
$F_o$ $F_r$	G	2	4	0,5	1	7,00 4,50	-35,71	324,80 51,06	-84,28
$F_o$ $F_r$	G	4	8	0,5	2	70,50 40,50	-42,55	633,93 118,14	-81,36
$F_o$ $F_r$	G	5	10	0,6	1	218,29 188,33	-13,72	237,08 109,36	-53,87
$F_o$ $F_r$	G	7	14	0,57	2	2046,40 1617,70	-20,94	476,48 168,08	-64,72
$F_o$ $F_r$	G	8	16	0,63	1	6222,20 5822,10	-6,43	282,7 175,40	-37,98

TABLE 4.4 – Résultats comparatifs pour les formulations  $F_o$  et  $F_r$  avec la variation de M.

système une fois que toutes les charges  $M^*$  sont alimentés simultanément.

$$\Theta = \frac{M^*}{M} \quad (4.43)$$

D'autre part, les indicateurs d'appui  $V_{\%}$  et  $I^j_{\%}$  révèlent le taux d'évolution de  $V$  et de  $I^j$  avec l'application de la stratégie de reformulation de contraintes.

Une fois de plus, les résultats montrent que la réduction du volume de l'espace de décision de PLT, représentée par  $V_{\%}$ , est explicitement liée à l'amélioration de  $I^j$ . De manière générale, plus cette réduction est importante, plus la commande finale est optimale.

Parallèlement, nous observons que la réduction de  $I^j$  est plus pertinente quand  $\Theta$  est petit. C'est-à-dire, quand le pourcentage de charges qui peuvent être alimentées simultanément sans que la puissance globale du système soit dépassée est faible.

La corrélation entre les valeurs de  $\Theta$  et le taux d'amélioration de  $I^j$  nous indique que l'application de la stratégie de reformulation des contraintes produit des résultats plus efficaces quand la contrainte de puissance globale est plus serrée. Cela peut être expliqué par le fait que dans ce cas, les contraintes sont davantage actives et la solution globale trouvée par l'optimisation du niveau PLT est plus proche des limites de l'espace de décision du problème.

Nous remarquons également que, pour une même valeur  $\Theta$ , plus  $P^*$  est grand,

plus  $I^j$  rétrécie. En effet, avec un  $P^*$  plus important, le volume de l'espace de décision avec la formulation  $F_o$  a tendance à être plus éloigné que celui avec la formulation  $F_r$ . Ainsi, l'optimisation long terme avec la formulation originale a plus de chance de trouver un partage énergétique à l'échelle de la journée à l'extérieur du vrai espace de décision de solutions exploitables du problème. En conséquence, le niveau PCT n'est pas capable de suivre les références données par le niveau PLT et la commande finale du contrôleur est moins optimale face à la formulation  $F_r$ .

### Variation de M avec $\Theta$ et $P^*$ fixes

Analysons maintenant l'évolution des indicateurs de performance avec la variation de M mais avec un  $\Theta$  et un  $P^*$  fixes. Nous proposons deux séries de simulations, la première avec  $\Theta = 0,5$  et  $P^* = 1$  et la deuxième avec  $\Theta = 0,5$  et  $P^* = 2$ . Le nombre M de charges varie entre  $M = 2$  et  $M = 8$ , avec des incréments de 2 à la fois.  $p^{\text{global}}$  est calculé de manière à ce que  $\Theta$  et  $P^*$  puissent avoir les valeurs précédentes indiquées selon le M choisi, voir tableau 4.5.

Nous remarquons que pour un même  $\Theta$  et  $P^*$ , plus le nombre de charges est important, moins la réduction de l'espace de décision  $V_{\%}$  entraînée par l'application de la stratégie de reformulation est effective. Cela est dû au fait qu'avec l'ajout de charges le contrôleur a plus de possibilités en ce qui concerne les solutions d'allocation de puissance. Ainsi, l'enveloppe convexe des solutions présente une superficie plus régulière, avec moins de hauts et de bas, vu que la distance entre chaque point extrême et l'origine du polytope de décision a tendance à être plus uniforme. Par conséquent, une amélioration plus significative de l'indicateur  $I^j$  est observée pour des valeurs de M réduits.

### Système avec des charges à commande continue et à commande binaire

Le tableau 4.6 expose les résultats comparatifs pour les formulations  $F_o$  et  $F_r$  avec  $p^{\text{global}} = 5\text{kW}$  et M qui varie entre  $M = 3$  et  $M = 8$ , avec des incréments de 2 à la fois. Les caractéristiques fonctionnelles et physiques des charges ainsi que leur consommation moyenne restent les mêmes que celles des simulations antérieures. Cependant, dans chaque système, seules deux des M charges possèdent une commande binaire. Les autres disposent d'une commande du type continue. Par exemple, quand  $M = 6$ , deux des charges sont binaires et quatre continues.

4.4. Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade

F	S	M	$P_g$ [kW]	$V$ [kW <sup>M</sup> ]	$V_{\%}$	$I^J$	$I_{\%}^J$
$\Theta = 0,5, P^* = 1$							
$F_o$ $F_r$	G	2	4	7,00 4,50	-35,71	324,80 51,06	-84,28
$F_o$ $F_r$	G	4	7	57,62 40,50	-29,72	259,16 113,59	-56,17
$F_o$ $F_r$	G	6	10	493,79 364,50	-26,18	386,29 185,39	-52,01
$F_o$ $F_r$	G	8	13	4302,50 3280,50	-23,75	302,72 231,23	-23,62
$\Theta = 0,5, P^* = 2$							
$F_o$ $F_r$	G	4	7	70,50 40,50	-42,55	633,93 118,14	-81,36
$F_o$ $F_r$	G	6	10	599,71 364,50	-39,22	601,15 180,28	-70,01
$F_o$ $F_r$	G	8	13	5179,10 3280,50	-36,66	522,31 235,85	-54,84

TABLE 4.5 – Résultats comparatifs pour les formulations  $F_o$  et  $F_r$  avec la variation de M avec  $\Theta$  et  $P^*$  fixes.



F	S	M	$V$ [kW <sup>M</sup> ]	$V_{\%}$	$I^J$	$I_{\%}^J$
$P_g = 5\text{kW}$						
F <sub>o</sub> F <sub>r</sub>	G	3	7,83 4,50	-42,55	350,08 53,68	-84,66
F <sub>o</sub> F <sub>r</sub>	G	4	6,91 4,50	-34,94	142,18 57,26	-59,72
F <sub>o</sub> F <sub>r</sub>	G	5	5,76 4,38	-23,98	88,48 64,91	-26,64
F <sub>o</sub> F <sub>r</sub>	G	6	4,50 3,88	-13,70	92,60 86,12	-6,99
F <sub>o</sub> F <sub>r</sub>	G	7	3,28 3,06	-6,74	282,44 272,88	-3,38
F <sub>o</sub> F <sub>r</sub>	G	8	2,23 2,17	-2,96	774,72 729,16	-5,88

TABLE 4.6 – Résultats comparatifs pour les formulations F<sub>o</sub> et F<sub>r</sub> avec des charges continues et binaires.

Comme observé pour les systèmes complètement binaires, l'augmentation de M atténue la réduction du volume de l'espace de décision  $V$  avec l'application de la stratégie de reformulation. Cette atténuation est également associée à une détérioration de l'index  $I^J$ . L'ajout des charges continues entraîne une évolution défavorable de  $V_{\%}$  encore plus importante que celle constatée pour les systèmes purement binaires. Ce comportement confirme l'idée qu'une présence significative de charges à commande discrète est nécessaire pour maximiser la pertinence de l'application de la stratégie de reformulation, vu que sont elles qui contribueront à la réduction de  $V$ .

### Garantie d'amélioration de $I^J$

Il est important de souligner que l'application de la stratégie de reformulation ne garantit pas l'amélioration obligatoire de  $I^J$ . Dans certains cas, même si contrairement à la formulation F<sub>o</sub>, F<sub>r</sub> établi une solution à l'intérieur de l'espace de décision exploitable du problème du niveau PLT, la projection de ces résultats dans le problème du niveau PCT peut produire une solution finale à court terme qui est moins optimale. Tout va dépendre de la manière que le problème du niveau PCT sera défini.

F	S	M	$P_g$ [kW]	$T_{ref}^{PLT}$ [s]	$T_{opt}^{PLT}$ [s]	$T^{PLT}$ [s]	$T^{PCT}$ [s]
$F_o$	G	2	4	0	0,06	0,06	1,88
$F_r$				0,05	0,06	0,11	2,37
$F_o$	G	4	8	0	0,02	0,02	137,97
$F_r$				0,01	0,07	0,08	158,81
$F_o$	G	5	10	0	0,03	0,03	287,08
$F_r$				0,01	0,08	0,09	417,74
$F_o$	G	7	14	0	0,02	0,02	421,89
$F_r$				0,14	0,10	0,24	548,36
$F_o$	G	8	16	0	0,03	0,03	440,54
$F_r$				1,31	0,11	1,42	548,73

TABLE 4.7 – Résultats comparatifs du temps d'exécution des niveaux PLT et PCT avec les formulations  $F_o$  et  $F_r$ .

### Temps de résolution des problèmes d'optimisation des niveaux PLT et PCT

Le tableau 4.7 montre les résultats concernant le temps de calcul nécessaire à la résolution des problèmes d'optimisation du contrôleur à multi-échelle de temps. Les indicateurs  $T_{ref}^{PLT}$  et  $T_{opt}^{PLT}$  correspondent respectivement au temps requis pour la reformulation des contraintes et le temps de résolution du problème d'optimisation du niveau PLT.  $T^{PLT}$  précise le temps total d'exécution de l'optimisation long terme, tel que  $T^{PLT} = T_{ref}^{PLT} + T_{opt}^{PLT}$ . Finalement, l'indicateur  $T^{PCT}$  spécifie le temps d'exécution l'optimisation court terme pour trouver les solutions de tous les pas de temps de l'horizon de la simulation avec application du principe de l'horizon fuyant.

Pour les formulations  $F_r$ ,  $T_{ref}^{PLT}$  présente des valeurs raisonnables pour les systèmes de taille plus petite. Cependant, il augmente très considérablement à partir de  $M = 8$ , ce qui est expliqué par l'application de l'algorithme PORTA dans le processus de reformulation des contraintes. Comme précisé dans la section 4.2.4, PORTA nous permet d'effectuer une caractérisation complète des facettes du polyèdre de solutions, mais le nombre d'inégalités nécessaires à cette caractérisation augmente sensiblement avec la taille du système. En conséquent, l'effort de calcul requis pour la reformulation des contraintes est plus important pour des systèmes de grande taille.

Dans les simulations de ce sous-chapitre, le problème d'optimisation combinatoire du niveau PCT est formalisé de manière centralisée. Ainsi, l'effort de calcul pour trouver la solution binaire augmente exponentiellement avec  $M$ . Même pour les systèmes pe-

tits, le temps résolution de l'optimisation du niveau PCT est relativement conséquent, plus de deux minutes pour  $M = 4$ , par exemple.

Pour éviter des temps de simulation démesurés, le paramètre de terminaison du solveur MOSEK qui limite le temps maximum de calcul de la commande du pas d'échantillonnage court courant était réglé à 60 secondes. Nous pouvons observer que l'application de la stratégie de reformulation augmente le temps de résolution  $T^{\text{PCT}}$ , vu que dans ce cas, l'enveloppe de solutions est plus restreint. Cependant, pour les deux formulations, le temps maximal de simulation est atteint à plusieurs reprises à partir de  $M = 5$ , ce qui veut dire qu'en réalité, les valeurs en italique sont encore plus importantes que celles indiquées.

Les valeurs  $T^{\text{PCT}}$  confirment un besoin non négligeable de réduire l'effort nécessaire à la résolution du problème d'optimisation du niveau PCT. Dans ce contexte, nous décentralisons le problème d'optimisation du niveau PCT et appliquons une stratégie de priorité en cascade pour coordonner les problèmes locaux.

#### 4.4.6 Résultats de l'étude sur les effets de la stratégie de priorité en cascade

Dans la deuxième partie des simulations, nous analysons les effets de la décentralisation du niveau PCT et de l'application de la stratégie de priorité en cascade.

##### Optimalité de la solution et temps de calcul avec la variation de $p^{\text{global}}$

Nous reproduisons les simulations exposées dans le tableau 4.3, mais cette fois le problème d'optimisation du niveau PCT est construit de manière décentralisée et la stratégie de priorité en cascade est appliquée. Les résultats des nouvelles simulations sont exposés dans le tableau 4.8. Le tableau 4.9 indique en secondes les temps d'exécution de l'optimisation court terme quand le niveau PCT est construit de manière centralisée  $T^{\text{PCT}}$  et quand l'approche de priorité en cascade est appliquée  $T^{\text{PCT}}$ .

Comme on pouvait s'y attendre, l'utilisation de la stratégie de priorité en cascade implique une diminution des performances globales du contrôleur. La valeur de l'indicateur  $I_{\text{moy}}^{\text{ref}}$  révèle que, dans cette nouvelle configuration, l'optimisation court terme du niveau PCT a plus de difficulté à suivre les références qui ont été calculées comme optimales par l'optimisation long terme du niveau PLT. Cet écart est expliqué par le com-

4.4. Application des stratégies de reformulation des contraintes et de priorité en cascade

F	S	V [kW <sup>M</sup> ]	$I^J$	$I^{eco}$ [€]	$I_{moy}^{ref}$ [°C]	$I_{moy}^{icf}$ [°C]	$I_{ect}^{icf}$ [°C]	$I_{0,75}^{icf}$ [°C]	$I_1^{icf}$ [°C]
$P_g = 7kW$									
F <sub>o</sub>	G	57,63	336,63	11,60	2,04	0,56	0,41	0,26	6,97
	C1		169,33	2,90	2,78	1,15	2,72	0,47	12,17
	C2		81,81	3,05	2,06	0,54	1,41	0,27	7,67
	C3		34,44	2,80	1,57	0,21	0,53	0,08	3,41
	C4		51,03	2,85	1,75	0,33	0,80	0,21	4,61
F <sub>r</sub>	G	40,50	190,97	12,10	1,74	0,31	0,13	0,33	3,47
	C1		71,87	3,05	2,63	0,47	1,07	0,48	5,29
	C2		32,48	3,00	1,38	0,20	0,38	0,25	1,64
	C3		30,02	3,05	1,49	0,18	0,37	0,19	1,98
	C4		56,59	3,00	1,47	0,37	0,86	0,39	4,97
$P_g = 8kW$									
F <sub>o</sub>	G	70,50	704,26	11,20	2,69	1,20	0,68	0,55	10,19
	C1		302,37	2,95	3,69	2,07	4,09	0,76	13,55
	C2		96,33	3,00	2,12	0,64	1,67	0,32	8,18
	C3		99,50	2,65	1,86	0,67	1,64	0,43	8,29
	C4		206,04	2,60	3,10	1,41	2,90	0,68	10,75
F <sub>r</sub>	G	40,50	154,88	12,20	1,66	0,24	0,05	0,22	3,11
	C1		52,60	2,90	2,29	0,34	0,86	0,17	4,27
	C2		29,87	3,10	1,49	0,18	0,36	0,25	1,64
	C3		29,64	3,15	1,44	0,18	0,39	0,08	2,36
	C4		42,76	3,05	1,42	0,27	0,60	0,31	4,15
$P_g = 10kW$									
F <sub>o</sub>	G	80,33	191,67	10,90	1,95	0,31	0,22	0,21	3,69
	C1		47,44	2,70	1,86	0,31	0,70	0,26	3,49
	C2		27,75	2,85	2,05	0,17	0,33	0,17	1,83
	C3		22,08	2,70	1,71	0,13	0,27	0,06	1,04
	C4		94,39	2,65	2,16	0,63	1,63	0,33	8,39
F <sub>r</sub>	G	77,63	181,54	10,90	2,12	0,29	0,23	0,18	3,46
	C1		45,70	2,70	2,57	0,29	0,64	0,36	3,38
	C2		23,03	2,85	1,98	0,14	0,28	0,08	1,05
	C3		20,75	2,70	1,73	0,12	0,26	0,02	1,01
	C4		92,05	2,65	2,20	0,62	1,63	0,25	8,39

TABLE 4.8 – Résultats comparatifs pour les formulations F<sub>o</sub> et F<sub>r</sub> avec application de la stratégie de priorité en cascade.

F	S	$T^{PCT}$ [s]	$T'^{PCT}$ [s]
$P_g = 7kW$			
$F_o$	G	257,89	1,44
$F_r$		363,59	1,46
$P_g = 8kW$			
$F_o$	G	193,17	1,20
$F_r$		351,45	1,45
$P_g = 10kW$			
$F_o$	G	187,02	1,49
$F_r$		212,48	1,75

TABLE 4.9 – Résultats comparatifs du temps d'exécution des niveaux PCT relatifs au tableau 4.3 (PCT centralisé) et au tableau 4.8 (PCT avec l'application de la stratégie de priorité en cascade).

portement sous-optimal de la commande prédictive décentralisée ainsi que la gestion approximative de la contrainte de puissance globale du système par les contrôleurs locaux du niveau PCT. Cependant, comme montrée dans le tableau 4.9, les valeurs de  $T'^{PCT}$  sont largement en dessous des celles de  $T^{PCT}$ . Pour la formulation  $F_r$  et  $P_g = 7kW$ , par exemple, la valeur de  $T'^{PCT}$  est presque 250 fois plus petite que de  $T^{PCT}$ .

Il faut noter également que dans cette nouvelle configuration, les formulations  $F_r$  avec application de la stratégie de priorité en cascade présentent toujours des résultats plus intéressants que les formulations  $F_o$ , confirmant l'intérêt de l'utilisation de la stratégie de reformulation dans ces nouvelles conditions. En somme, les conclusions exposées antérieurement pour le cas centralisé ainsi que l'analyse comparative de l'évolution des indicateurs des formulations  $F_o$  et  $F_r$  sont encore pertinentes.

Un autre avantage de la décentralisation de PLT et de l'application de la stratégie de priorité en cascade peut être observé dans le tableau 4.10. Ce dernier montre l'évolution du temps de calcul  $T'^{PCT}$  avec l'augmentation de  $M$ . Contrairement aux cas centralisés,  $T'^{PCT}$  augmente proportionnellement à la taille  $M$  du système.

Ainsi, malgré le fait que le comportement soit sous optimal par rapport aux simulations du sous-chapitre précédent, la décentralisation de PCL et l'application de la stratégie de priorité en cascade nous permettent d'avoir des temps de résolution raisonnables avec une évolution proportionnelle à la taille du système, c'est qui n'est pas

F	S	M	$P_g$ [kW]	$T^{PCT}$ [s]
$F_o$ $F_r$	G	2	4	0,60 0,76
$F_o$ $F_r$	G	4	8	1,28 1,51
$F_o$ $F_r$	G	5	10	1,76 1,79
$F_o$ $F_r$	G	7	14	2,49 2,74
$F_o$ $F_r$	G	8	16	3,03 2,97

TABLE 4.10 – Évolution du temps d'exécution des niveaux PCT avec l'application de la stratégie de priorité en cascade.

le cas de la formulation centralisée.

## 4.5 Conclusion

Les gestionnaires d'énergie doivent être capables de superviser l'ensemble très hétérogène des sous-systèmes du bâtiment, ainsi que de les commander de manière optimale en prenant en compte les différentes natures des variables de commande. Dans ce chapitre, nous avons étudié certaines conséquences particulières de l'intégration des variables de décision binaires ou entières dans la construction du contrôleur à multi-échelle de temps.

Nous avons montré que quand les contraintes de puissance ne sont pas formulées de manière minimale, le niveau PLT peut potentiellement établir des références ou des consignes d'opération impossibles à atteindre par le niveau inférieur. Cela veut dire qu'il est possible que la solution moyennée obtenue par PLT n'ait pas d'équivalente en PCT, ou qu'elle soit très éloignée de la solution discrète réelle du problème. Ce dysfonctionnement est expliqué par la déformation de l'espace de décision du problème du niveau supérieur entraîné par le processus de moyennage subi par les variables de décision binaires. Pour y remédier, nous avons proposé d'identifier les inégalités linéaires nécessaires à une représentation plus serrée de l'enveloppe convexe des solutions exploitables du problème combinatoire d'origine. L'objectif était de reformuler

les contraintes de puissance globales du problème du niveau PLT de manière à exclure les solutions irréalisables dans la pratique.

Nous avons présenté les concepts de recouvrement minimal et de lifting, qui sont couramment utilisés dans la littérature de l'optimisation combinatoire pour dériver des inégalités valides fortes. Ensuite, nous avons défini une procédure pratique pour identifier les facettes du polyèdre de solutions en utilisant l'algorithme de calcul prolyédral PORTA, très convenable pour les systèmes de petite taille (moins de 8 charges).

Nous avons également proposé de combiner les formulations centralisée et distribuée au sein de la stratégie hiérarchique du gestionnaire à multi-échelle de temps pour diminuer l'effort de calcul nécessaire à la résolution des problèmes combinatoires sous-jacents. Le problème relaxé du niveau PLT a été formulé de manière centralisée pour avoir une vision globale du système. Il a été finalement responsable d'allouer une quantité d'énergie continue à tous les sous-systèmes à long terme. À l'opposé, l'optimisation du niveau PCT devrait garantir le respect des contraintes de fonctionnement binaires. Ainsi, il a été réalisé de manière distribuée avec la formulation de problèmes d'optimisation locaux plus petits.

Finalement, nous avons défini un cas d'étude pour valider l'intérêt de la stratégie de reformulation des contraintes ainsi que de la stratégie de priorité en cascade. De manière globale, les problèmes avec application de la stratégie de reformulation ont présenté de meilleures performances pour tous les indicateurs analysés. Les simulations nous ont permis de constater une liaison directe entre la réduction du volume de l'espace de décision du problème de long terme et l'amélioration de la qualité de la commande finale du contrôleur. Les améliorations les plus significatives ont été observées quand les contraintes de puissance sont actives et pour des systèmes de taille réduite.

Nous avons également montré que la stratégie de priorité en cascade est capable d'approximer convenablement la solution entière du problème. De manière générale, elle offre un compromis équilibré entre effort de calcul et la sous optimalité de la solution.

# CONCLUSION

---

## Sommaire

---

<b>5.1 Synthèse et contribution . . . . .</b>	<b>127</b>
<b>5.2 Perspectives . . . . .</b>	<b>131</b>

---

## 5.1 Synthèse et contribution

La maîtrise des flux énergétiques à l'intérieur du bâtiment est un sujet d'actualité largement promu par l'engagement gouvernemental et incité par l'évolution croissante des solutions technologiques pour l'autoconsommation d'électricité. Un des fondements de la conception des bâtiments intelligents repose sur l'optimisation des flux d'énergie via le pilotage actif des équipements de consommation.

Ce mémoire a étudié les stratégies de commande prédictive hiérarchisée hybride appliquées dans le contexte de la gestion d'énergie dans les bâtiments. Plus spécifiquement, nous avons examiné un type particulier de contrôleur hiérarchisé composé par des niveaux d'optimisation à différentes échelles de temps. Son utilisation nous a permis de considérer les dynamiques lentes et rapides de l'habitat pour maîtriser conjointement l'énergie et la puissance du système.

Deux sujets liés au fonctionnement des contrôleurs à multi-échelle de temps ont été explorés : (1) l'interaction entre les niveaux d'optimisation et la cohérence des informations échangées, et (2) le pilotage des charges à commande discrète.

Dans un premier temps, nous avons apporté une formalisation mathématique générique pour les contrôleurs hiérarchisés à multi-échelle de temps dans le cadre des applications de gestion d'énergie dans le bâtiment. Nous avons structuré le contrôleur en trois niveaux : le niveau PLT (Planification Long Terme), le niveau PDR (Projection de résultats), et le niveau PCT (Planification Court Terme). Le premier a mis en oeuvre une optimisation économique pour déterminer la commande en puissance des



---

charges qui maximise globalement le confort des utilisateurs et minimise les coûts de la consommation d'énergie. Le deuxième a été responsable de la projection des résultats de l'optimisation long terme dans la grille temporelle plus fine du niveau PCT. Les vecteurs de projection ont été ensuite utilisés comme des points de référence pour l'optimisation court terme du niveau inférieur.

Pour étudier les interactions entre les niveaux d'optimisation, nous avons formalisé différentes méthodes pour l'élaboration des vecteurs de projection des résultats de la puissance et de la sortie optimales calculées par le niveau PLT. Pour illustrer les effets des méthodes sur la qualité de la commande finale, nous avons présenté un cas d'étude où cinq contrôleurs différents ont été appliqués à la gestion d'un système de chauffage électrique. L'analyse comparative a montré que chaque méthode qui été formulée a présenté des avantages et des inconvénients. Certaines ont eu de meilleures performances en ce qui concerne le suivi de trajectoires, d'autres dans la limitation des pics de puissance, ou dans la garantie du budget énergétique calculé par PLT (MP2). Le choix de la méthode la plus appropriée dépend fortement du comportement et des objectifs visés.

Nous avons également étudié l'intégration des variables de décision discrètes aux différentes échelles de temps du contrôleur hiérarchisé. Pour mettre en évidence les effets de cette intégration sur le fonctionnement du contrôleur, nous avons défini mathématiquement deux problèmes d'optimisation équivalents à ceux formalisés dans les niveaux PCT et PLT, nommés, respectivement, problème moyenné et original. L'analyse géométrique des espaces de décision de ces derniers nous a permis d'illustrer quelques comportements singuliers du processus d'optimisation de long terme du contrôleur à multi-échelle de temps. Notamment, lorsque les variables de décision étaient discrètes, le niveau supérieur pouvait potentiellement établir des références ou des consignes d'opération impossibles à atteindre par le niveau inférieur. Ainsi, la solution qui a été obtenue par PLT était éventuellement non exploitable dans la pratique. Nous avons montré que ce comportement était une conséquence directe du processus de moyennage des contraintes de puissance globales traditionnellement appliqués dans la littérature. Pour corriger le phénomène, nous avons proposé une reformulation de ces contraintes dans le but de mieux caractériser le polytope de solutions exploitables du problème. Nous avons utilisé l'algorithme de calcul polyédral PORTA pour dériver les inégalités linéaires qui caractérisent l'enveloppe convexe des solutions du problème d'optimisation du niveau PCT.

---

Dans un deuxième temps, nous avons également combiné des approches centralisée et distribuée pour limiter l'effort de calcul nécessaire à la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire définis au sein du contrôleur à multi-échelle de temps. Le problème relaxé du niveau PLT a été formulé de manière centralisée afin d'avoir une vision globale du système. En revanche, l'optimisation du niveau PCT, qui a été responsable de garantir le respect des contraintes de fonctionnement binaires, a été réalisée par des problèmes d'optimisation locaux plus petits. Une stratégie séquentielle de priorité en cascade a été proposée dans le but de coordonner l'accès des charges à la puissance disponible. L'application de la stratégie a permis au niveau PCT de partager de manière plus équitable la ressource énergétique tout en garantissant le respect de la contrainte de puissance globale.

Des cas d'étude pour valider l'intérêt de la stratégie de reformulation de contraintes ainsi que de la stratégie de priorité en cascade ont été présentés. Les simulations nous ont permis de vérifier la réduction du volume de l'espace de décision du problème de long terme après l'application de la stratégie de reformulation. Nous avons constaté une liaison directe entre cette réduction et l'amélioration de la qualité de la commande finale du contrôleur à multi-échelle de temps. De manière globale, les problèmes qui ont été reformulés grâce à la stratégie proposée ont présenté de meilleures performances pour tous les indicateurs analysés. Mais les améliorations les plus significatives ont été observées pour des systèmes de taille réduite (avec peu de charges binaires). Les cas d'étude ont également montré que la stratégie de priorité en cascade était capable d'approximer convenablement la solution entière du problème, offrant un bon compromis entre l'effort de calcul et la sous optimalité de la solution.

Bien que les analyses et simulations qui ont été présentées dans le cadre de cette thèse aient été réalisées dans le contexte de la gestion d'énergie dans le bâtiment, les réflexions qui ont été proposées sur la formalisation des contrôleurs prédictifs à multi-échelle temps sont fondamentalement génériques. Par conséquent, les conclusions peuvent être facilement généralisées pour d'autres applications liées à des activités d'arbitrage de ressources, d'ordonnance, et de planification.

Les sujets qui ont été abordés dans cette thèse ainsi que les principales contributions sont synthétisés dans le tableau 5.1.

Sujet examiné	Contribution
Application des contrôleurs à multi-échelle de temps à la gestion d'énergie dans le bâtiment.	Définition d'un cadre de formalisation générique des différents niveaux d'optimisation.
Interaction entre les niveaux d'optimisation du contrôleur à multi-échelle de temps.	(1) Formalisation de différentes méthodes de projection des résultats du niveau supérieur au niveau inférieur du contrôleur et analyse comparative des approches formulées. (2) Identification des méthodes les plus appropriées par rapport aux objectifs visés.
Pilotage des charges à commande discrète dans le cadre des contrôleurs à multi-échelle de temps.	(1) Démonstration de la problématique d'affaiblissement des restrictions initiales d'intégralité du problème combinatoire du niveau PLT causé par le processus de moyennage des contraintes globales binaires. (2) Définition d'une procédure pratique pour la reformulation des contraintes via la définition des inégalités linéaires qui décrivent l'enveloppe convexe des solutions du problème d'optimisation du niveau PCT.
Coordination des problèmes d'optimisation décentralisés du niveau d'optimisation court terme.	Proposition d'une stratégie de priorité en cascade capable d'approximer convenablement la solution entière du problème.

TABLE 5.1 – Tableau synthétique avec les sujets qui ont été abordés et les principales contributions de la thèse.

---

## 5.2 Perspectives

La mise en perspective des résultats obtenus dans le cadre de cette thèse nous permet d'envisager plusieurs directions théoriques et pratiques pour les développements futurs.

Une première extension qui peut être proposée concerne l'étude sur l'interaction entre les niveaux d'optimisation PLT et PCT du contrôleur à multi-échelle de temps. Dans la formalisation présentée nous nous sommes focalisés sur le choix des variables échangées et leur conversion de la grille de temporelle long terme du niveau supérieur à la grille de résolution plus fine du niveau inférieur. Il serait intéressant de développer d'autres aspects liées à la coordination entre les niveaux, comme par exemple l'optimisation intelligente des instants de recalcul de la solution long terme en fonction des besoins communiqués par le problème du niveau bas.

Par rapport à l'étude sur les effets de l'intégration des charges discrètes, les démonstrations réalisées se portent essentiellement sur les charges à commande binaire du type Marche/Arrêt. Même si dans certaines des simulations nous avons considéré des systèmes mixtes, il serait judicieux de généraliser également les démonstrations mathématiques par tout type de charges à commande discrète ainsi que pour les systèmes mixtes.

La procédure de reformulation des contraintes globales du problème PLT proposée utilise l'algorithme de calcul polyédral PORTA. Elle est capable de générer toutes les inégalités nécessaires à la description complète du polyèdre de solutions. Cependant, l'effort de calcul pour trouver l'enveloppe convexe associé est directement lié au nombre d'inégalités nécessaires à sa caractérisation. Ce nombre est généralement exponentiel par rapport à la quantité de charges du système. Comme observé dans les simulations réalisées dans le chapitre 4, PORTA commence à présenter des temps de réponse de l'ordre de la seconde à partir d'un ensemble de 8 charges. Ce temps de calcul peut être prohibitif pour certaines applications pratiques, limitant l'utilisation de la procédure à des systèmes de petite taille. Dans ce contexte, il serait très opportun d'étudier plus profondément les méthodes capables d'identifier les inégalités les plus pertinentes devant être ajoutées au problème d'optimisation du niveau PCT sans nécessairement caractériser le polyèdre de solutions exact. Cela nous permettra de fournir des limites plus serrées pour les contraintes de puissance globales sans pour autant réaliser des efforts de calcul excessifs même pour les systèmes de grand taille.

---

Des perspectives d'application pratique peuvent aussi être envisagées, telles que l'application du contrôleur formalisé sur d'autres configurations de bâtiments avec production et stockage chimique d'électricité et l'inclusion de systèmes avec des profils de consommation fixe (i.e. lave-vaisselle ou machine à laver).

# BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] Abdul AFRAM et Farrokh JANABI-SHARIFI. « Theory and applications of HVAC control systems—A review of model predictive control (MPC) ». In : *Building and Environment* 72 (2014), p. 343–355.
- [2] Behrang ALIMOHAMMADISAGVAND, Juha JOKISALO et Kai SIRÉN. « Comparison of four rule-based demand response control algorithms in an electrically and heat pump-heated residential building ». In : *Applied Energy* 209 (2018), p. 167–179.
- [3] *American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc. (ASHRAE). Handbook-Heating, Ventilating, and Air- Conditioning (HVAC) Applications. Typical Residential Family's Hourly Hot Water Use.* 2011, p. 50.13.
- [4] MOSEK APS. *The Optimizer for Mixed-integer Problems.* 2019. URL : <https://docs.mosek.com/9.0/dotnetfusion/mip-optimizer.html> (visité le 31/08/2019).
- [5] Fabrizio ASCIONE et al. « Simulation-based model predictive control by the multi-objective optimization of building energy performance and thermal comfort ». In : *Energy and Buildings* 111 (2016), p. 131–144.
- [6] David AVIS, David BREMNER et Raimund SEIDEL. « How good are convex hull algorithms ? » In : *Computational Geometry* 7.5-6 (1997), p. 265–301.
- [7] David AVIS et Komei FUKUDA. « A pivoting algorithm for convex hulls and vertex enumeration of arrangements and polyhedra ». In : *Discrete & Computational Geometry* 8.3 (1992), p. 295–313.
- [8] David AVIS et Komei FUKUDA. « Reverse search for enumeration ». In : *Discrete applied mathematics* 65.1-3 (1996), p. 21–46.
- [9] Roberto BAGNARA, Patricia M HILL et Enea ZAFFANELLA. « The Parma Polyhedra Library : Toward a complete set of numerical abstractions for the analysis and verification of hardware and software systems ». In : *Science of Computer Programming* 72.1-2 (2008), p. 3–21.

- 
- [10] Yudi BAHAR et al. « A thermal simulation tool for building and its interoperability through the building information modeling (BIM) platform ». In : *Buildings* 3.2 (2013), p. 380–398.
- [11] Egon BALAS. « Facets of the knapsack polytope ». In : *Mathematical programming* 8.1 (1975), p. 146–164.
- [12] Egon BALAS et Eitan ZEMEL. « Facets of the knapsack polytope from minimal covers ». In : *SIAM Journal on Applied Mathematics* 34.1 (1978), p. 119–148.
- [13] Marc BEAUDIN et Hamidreza ZAREIPOUR. « Home energy management systems : A review of modelling and complexity ». In : *Renewable and sustainable energy reviews* 45 (2015), p. 318–335.
- [14] M. BEAUDIN et al. « Residential Energy Management Using a Two-Horizon Algorithm ». In : *IEEE Transactions on Smart Grid* 5.4 (juil. 2014), p. 1712–1723.
- [15] *Bilan prévisionnel de l'équilibre offre-demande d'électricité en France*. Rapp. tech. RTE Réseau de transport d'électricité, 2017.
- [16] Eduardo F CAMACHO et Carlos Bordons ALBA. *Model predictive control*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [17] Eduardo F CAMACHO et al. « Model predictive control techniques for hybrid systems ». In : *Annual reviews in control* 34.1 (2010), p. 21–31.
- [18] Chen CHEN, Jianhui WANG et Shaline KISHORE. « A distributed direct load control approach for large-scale residential demand response ». In : *IEEE Transactions on Power Systems* 29.5 (2014), p. 2219–2228.
- [19] C. CHEN et al. « MPC-Based Appliance Scheduling for Residential Building Energy Management Controller ». In : *IEEE Transactions on Smart Grid* 4.3 (sept. 2013), p. 1401–1410.
- [20] Loebel CHRISTOF. *PORTA*. URL : <http://porta.zib.de/> (visité le 01/09/2019).
- [21] Vasek CHVATAL. « Edmonds polytopes and a hierarchy of combinatorial problems ». In : *Discrete mathematics* 4.4 (1973), p. 305–337.
- [22] Vitor N. COELHO et al. « Multi-objective energy storage power dispatching using plug-in vehicles in a smart-microgrid ». In : *Renewable Energy* 89 (2016), p. 730–742.

- 
- [23] CEN COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. « Indoor environmental input parameters for design and assessment of energy performance of buildings addressing indoor air quality, thermal environment, lighting and acoustics ». In : *EN 15251* (2007).
- [24] Drury B CRAWLEY et al. « EnergyPlus : creating a new-generation building energy simulation program ». In : *Energy and buildings* 33.4 (2001), p. 319–331.
- [25] Sylvain CROS et Pierre PINSON. « Prévision météorologique pour les énergies renouvelables ». In : *Rubrique : Applications* (2018).
- [26] Konstantinos DALAMAGKIDIS et al. « Reinforcement learning for energy conservation and comfort in buildings ». In : *Building and environment* 42.7 (2007), p. 2686–2698.
- [27] George DANTZIG, Ray FULKERSON et Selmer JOHNSON. « Solution of a large-scale traveling-salesman problem ». In : *Journal of the operations research society of America* 2.4 (1954), p. 393–410.
- [28] Mohammad Azhar Mat DAUT et al. « Building electrical energy consumption forecasting analysis using conventional and artificial intelligence methods : A review ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 70 (2017), p. 1108–1118.
- [29] Francesco DE ANGELIS et al. « Optimal home energy management under dynamic electrical and thermal constraints ». In : *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 9.3 (2013), p. 1518–1527.
- [30] Chirag DEB et al. « A review on time series forecasting techniques for building energy consumption ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 74 (2017), p. 902–924.
- [31] Alessandro DI GIORGIO et Francesco LIBERATI. « Near real time load shifting control for residential electricity prosumers under designed and market indexed pricing models ». In : *Applied Energy* 128 (2014), p. 119–132.
- [32] Pedro DOMINGUES et al. « Building automation systems : Concepts and technology review ». In : *Computer Standards & Interfaces* 45 (2016), p. 1–12.



- 
- [33] DF DOMINKOVIĆ et al. « Utilizing thermal building mass for storage in district heating systems : Combined building level simulations and system level optimization ». In : *Energy* 153 (2018), p. 949–966.
- [34] A.I. DOUNIS et C. CARASCOS. « Advanced control systems engineering for energy and comfort management in a building environment—A review ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 13.6–7 (2009), p. 1246–1261.
- [35] Jack EDMONDS. « Maximum matching and a polyhedron with 0, 1-vertices ». In : *Journal of research of the National Bureau of Standards B* 69.125-130 (1965), p. 55–56.
- [36] Povl Ove FANGER. « Assessment of man's thermal comfort in practice ». In : *Occupational and Environmental Medicine* 30.4 (1973).
- [37] F FELGNER et al. « Simulation of thermal building behaviour in Modelica ». In : *Proceedings of the 2nd International Modelica Conference*. T. 154. Oberpfaffenhofen. 2002.
- [38] W. FINDEISEN. *Control and Coordination in Hierarchical Systems*. International series on applied systems analysis. J. Wiley, 1980.
- [39] Massimo FIORENTINI et al. « Hybrid model predictive control of a residential HVAC system with on-site thermal energy generation and storage ». In : *Applied Energy* 187 (2017), p. 465–479.
- [40] Komei FUKUDA et al. « Frequently asked questions in polyhedral computation ». In : *Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne and Zurich, Switzerland* (2004).
- [41] Komei FUKUDA, Thomas M LIEBLING et François MARGOT. « Analysis of back-track algorithms for listing all vertices and all faces of a convex polyhedron ». In : *Computational Geometry* 8.1 (1997), p. 1–12.
- [42] Mathieu GALLISSOT. « Modéliser le concept de confort dans un habitat intelligent : du multisensoriel au comportement ». Thèse de doct. Grenoble, 2012.
- [43] Felix GARCIA-TORRES, Carlos BORDONS et Miguel A RIDAO. « Optimal Economic Schedule for a Network of Microgrids with Hybrid Energy Storage System using Distributed Model Predictive Control ». In : *IEEE Transactions on Industrial Electronics* (2018).

- 
- [44] Michael R GAREY et David S JOHNSON. *Computers and intractability*. T. 29. wh freeman New York, 2002.
- [45] Nikolaos GATSIKIS et Georgios B GIANNAKIS. « Residential Load Control : Distributed Scheduling and Convergence With Lost AMI Messages. » In : *IEEE Trans. Smart Grid* 3.2 (2012), p. 770–786.
- [46] B DANTZIG GEORGE. « FOURIER-MOTZKIN ELIMINATION AND ITS DUAL” ». In : *The Basic George B. Dantzig* (2003), p. 255.
- [47] Christian GHIAUS et Ion HAZYUK. « Calculation of optimal thermal load of intermittently heated buildings ». In : *Energy and Buildings* 42.8 (2010), p. 1248–1258.
- [48] Siddharth GOYAL et Prabir BAROOAH. « A method for model-reduction of non-linear thermal dynamics of multi-zone buildings ». In : *Energy and Buildings* 47 (2012), p. 332–340.
- [49] Martin GRÖTSCHEL, László LOVÁSZ et Alexander SCHRIJVER. *Geometric algorithms and combinatorial optimization*. T. 2. Springer Science & Business Media, 2012.
- [50] JK GRUBER et al. « Advanced building energy management based on a two-stage receding horizon optimization ». In : *Applied energy* 160 (2015), p. 194–205.
- [51] Rasmus HALVGAARD et al. « Economic model predictive control for building climate control in a smart grid ». In : *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT), 2012 IEEE PES*. IEEE. 2012, p. 1–6.
- [52] Sai Krishna Kanth HARI et al. « Hierarchical Predictive Control Algorithms for Optimal Design and Operation of Microgrids ». In : *arXiv preprint arXiv :1803.06705* (2018).
- [53] Christopher HOJNY et al. « Knapsack polytopes : a survey ». In : *Annals of Operations Research* (2019), p. 1–49.
- [54] Lieve Helsen JÁN DRGOÑA. « Different Problem Classes and Solution Techniques for Model Predictive Building Control ». In : (2018).
- [55] Richard M KARP. « Reducibility among combinatorial problems ». In : *Complexity of computer computations*. Springer, 1972, p. 85–103.

- 
- [56] Masato KASAHARA et al. « Design and tuning of robust PID controller for HVAC systems ». In : *ASHRAE Transactions* 105 (1999), p. 154.
- [57] Morgan T KELLEY et al. « An MILP framework for optimizing demand response operation of air separation units ». In : *Applied Energy* 222 (2018), p. 951–966.
- [58] Azim KESHTKAR et Siamak ARZANPOUR. « An adaptive fuzzy logic system for residential energy management in smart grid environments ». In : *Applied Energy* 186 (2017), p. 68–81.
- [59] Albina KHAKIMOVA et al. « Optimal energy management of a small-size building via hybrid model predictive control ». In : *Energy and Buildings* 140 (2017), p. 1–8.
- [60] M KILLIAN et M KOZEK. « Ten questions concerning model predictive control for energy efficient buildings ». In : *Building and Environment* 105 (2016), p. 403–412.
- [61] M KILLIAN, B MAYER et M KOZEK. « Cooperative fuzzy model predictive control for heating and cooling of buildings ». In : *Energy and Buildings* 112 (2016), p. 130–140.
- [62] M KILLIAN, M ZAUNER et M KOZEK. « Comprehensive smart home energy management system using mixed-integer quadratic-programming ». In : *Applied energy* 222 (2018), p. 662–672.
- [63] D KOLOKOTSA et al. « Implementation of an integrated indoor environment and energy management system ». In : *Energy and Buildings* 37.1 (2005), p. 93–99.
- [64] G KRAUSS et al. « Modélisation sous TRNSYS d'une maison à énergie positive ». In : *Congres IBPSA France, La Reunion. 2006*, p. 2–3.
- [65] Mohamed Yacine LAMOUDI, Mazen ALAMIR et Patrick BÉGUERY. « Distributed constrained Model Predictive Control based on bundle method for building energy management ». In : *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*. IEEE. 2011, p. 8118–8124.
- [66] Irving LEFKOWITZ. « Multilevel approach applied to control system design ». In : *Journal of Basic Engineering* 88.2 (1966), p. 392–398.
- [67] Antoine LEFORT et al. « Hierarchical control method applied to energy management of a residential house ». In : *Energy and Buildings* 64 (2013), p. 53–61.

- 
- [68] Xiwang LI et Jin WEN. « Review of building energy modeling for control and operation ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 37 (2014), p. 517–537.
- [69] Zhaoxuan LI et Bing DONG. « A new modeling approach for short-term prediction of occupancy in residential buildings ». In : *Building and Environment* 121 (2017), p. 277–290.
- [70] Guotao LIN. « Optimal Energy Management in Microgrids with Integrated Multi-Zone Heating/Cooling Control ». Thèse de doct. 2014.
- [71] Xin LIU et al. « Real-time household load priority scheduling algorithm based on prediction of renewable source availability ». In : *IEEE Transactions on Consumer Electronics* 58.2 (2012), p. 318–326.
- [72] Y. LIU et al. « Equivalence of Multi-Time Scale Optimization for Home Energy Management Considering User Discomfort Preference ». In : *IEEE Transactions on Smart Grid* PP.99 (2016), p. 1–1.
- [73] Johan LÖFBERG. « YALMIP : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB ». In : 3 (2004).
- [74] Renshi LUO et al. « Multi-agent model predictive control based on resource allocation coordination for a class of hybrid systems with limited information sharing ». In : *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 58 (2017), p. 123–133.
- [75] Jingran MA, S Joe QIN et Timothy SALSBURY. « Model predictive control of building energy systems with balanced model reduction ». In : *American Control Conference (ACC), 2012*. IEEE. 2012, p. 3681–3686.
- [76] Yudong MA et al. « Predictive control for energy efficient buildings with thermal storage : Modeling, stimulation, and experiments ». In : *IEEE Control Systems* 32.1 (2012), p. 44–64.
- [77] Zhongjing MA, Duncan S CALLAWAY et Ian A HISKENS. « Decentralized charging control of large populations of plug-in electric vehicles ». In : *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 21.1 (2013), p. 67–78.
- [78] Jan Marian MACIEJOWSKI. *Predictive control : with constraints*. Pearson education, 2002.

- 
- [79] Gabrielle MASY et al. « Smart grid energy flexible buildings through the use of heat pumps and building thermal mass as energy storage in the Belgian context ». In : *Science and Technology for the Built Environment* 21.6 (2015), p. 800–811.
- [80] Barbara MAYER, Michaela KILLIAN et Martin KOZEK. « Hierarchical model predictive control for sustainable building automation ». In : *Sustainability* 9.2 (2017), p. 264.
- [81] Gulnar MEHDI et Mikhal ROSHCHIN. « Electricity Consumption Constraints for Smart-home Automation : An Overview of Models and Applications ». In : *Energy Procedia* 83 (2015), p. 60–68.
- [82] MD MESAROVIC, D MACKO et Y TAKAHARA. « Two coordination principles and their application in large scale systems control ». In : *Automatica* 6.2 (1970), p. 261–270.
- [83] Asit Kumar MISHRA et Maddali RAMGOPAL. « Field studies on human thermal comfort—an overview ». In : *Building and Environment* 64 (2013), p. 94–106.
- [84] Elena MOCANU et al. « On-line building energy optimization using deep reinforcement learning ». In : *IEEE Transactions on Smart Grid* (2018).
- [85] Petru-Daniel MOROȘAN et al. « Building temperature regulation using a distributed model predictive control ». In : *Energy and Buildings* 42.9 (2010), p. 1445–1452.
- [86] Theodore S MOTZKIN et al. « The double description method ». In : *Contributions to the Theory of Games* 2.28 (1953), p. 51–73.
- [87] Rudy R NEGENBORN et al. « Adaptive prediction model accuracy in the control of residential energy resources ». In : *Control Applications, 2008. CCA 2008. IEEE International Conference on*. IEEE. 2008, p. 311–316.
- [88] George L NEMHAUSER et Laurence A WOLSEY. « Integer programming and combinatorial optimization ». In : *Wiley, Chichester. GL Nemhauser, MWP Savelbergh, GS Sigismondi (1992). Constraint Classification for Mixed Integer Programming Formulations. COAL Bulletin* 20 (1988), p. 8–12.
- [89] J Fergus NICOL et Michael A HUMPHREYS. « Adaptive thermal comfort and sustainable thermal standards for buildings ». In : *Energy and buildings* 34.6 (2002), p. 563–572.

- 
- [90] Bjarne W OLESEN et Gail S BRAGER. « A better way to predict comfort : The new ASHRAE standard 55-2004 ». In : (2004).
- [91] Bjarne W OLESEN et KC PARSONS. « Introduction to thermal comfort standards and to the proposed new version of EN ISO 7730 ». In : *Energy and buildings* 34.6 (2002), p. 537–548.
- [92] Manfred W PADBERG. « A note on zero-one programming ». In : *Operations Research* 23.4 (1975), p. 833–837.
- [93] Manfred PADBERG et Giovanni RINALDI. « A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems ». In : *SIAM review* 33.1 (1991), p. 60–100.
- [94] Nishith R PATEL et al. « Distributed economic model predictive control for large-scale building temperature regulation ». In : *American Control Conference (ACC), 2016*. IEEE. 2016, p. 895–900.
- [95] Bruno PICASSO et al. « An MPC approach to the design of two-layer hierarchical control systems ». In : *Automatica* 46.5 (2010), p. 823–831.
- [96] Tatjewski PIOTR et al. *Iterative algorithms for multilayer optimizing control*. World Scientific, 2005.
- [97] Manisa PIPATTANASOMPORN, Murat KUZLU et Saifur RAHMAN. « An algorithm for intelligent home energy management and demand response analysis ». In : *IEEE Transactions on Smart Grid* 3.4 (2012), p. 2166–2173.
- [98] Zahra POORANIAN, Jemal ABAWAJY, Mauro CONTI et al. « Scheduling distributed energy resource operation and daily power consumption for a smart building to optimize economic and environmental parameters ». In : *Energies* 11.6 (2018), p. 1348.
- [99] Samuel PRIVARA et al. « Building modeling as a crucial part for building predictive control ». In : *Energy and Buildings* 56 (2013), p. 8–22.
- [100] EMG RODRIGUES et al. « Domestic appliances energy optimization with model predictive control ». In : *Energy Conversion and Management* 142 (2017), p. 402–413.

- 
- [101] Günter ROTE. « Degenerate convex hulls in high dimensions without extra storage ». In : *Annual Symposium on Computational Geometry : Proceedings of the eighth annual symposium on Computational geometry*. T. 10. 12. 1992, p. 26–32.
- [102] Thomas ROTHVOSS. « Some 0/1 polytopes need exponential size extended formulations ». In : *Mathematical Programming* 142.1-2 (2013), p. 255–268.
- [103] Harvey M SALKIN et Cornelis A DE KLUYVER. « The knapsack problem : a survey ». In : *Naval Research Logistics Quarterly* 22.1 (1975), p. 127–144.
- [104] Riccardo SCATTOLINI. « Architectures for distributed and hierarchical model predictive control—a review ». In : *Journal of Process Control* 19.5 (2009), p. 723–731.
- [105] HF SCHERER et al. « Efficient building energy management using distributed model predictive control ». In : *Journal of Process Control* 24.6 (2014), p. 740–749.
- [106] Alexander SCHIRRER et al. « Nonlinear model predictive control for a heating and cooling system of a low-energy office building ». In : *Energy and Buildings* 125 (2016), p. 86–98.
- [107] Alexander SCHRIJVER. « On cutting planes ». In : *Combinatorics* 79 (1980), p. 291–296.
- [108] Raimund SEIDEL. « A convex hull algorithm optimal for point sets in even dimensions ». Thèse de doct. University of British Columbia, 1981.
- [109] Pervez Hameed SHAIKH et al. « A review on optimized control systems for building energy and comfort management of smart sustainable buildings ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 34 (2014), p. 409–429.
- [110] Jan ŠIROKÝ et al. « Experimental analysis of model predictive control for an energy efficient building heating system ». In : *Applied energy* 88.9 (2011), p. 3079–3087.
- [111] Hélène THIEBLEMONT et al. « Predictive control strategies based on weather forecast in buildings with energy storage system : A review of the state-of-the art ». In : *Energy and Buildings* 153 (2017), p. 485–500.

- 
- [112] Cara R. TOURETZKY et Michael BALDEA. « A hierarchical scheduling and control strategy for thermal energy storage systems ». In : *Energy and Buildings* 110 (2016), p. 94–107.
- [113] Haiming WANG et al. « Efficient real-time residential energy management through MILP based rolling horizon optimization ». In : *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*. IEEE. 2015, p. 1–6.
- [114] Yang WANG, Jens KUCKELKORN et Yu LIU. « A state of art review on methodologies for control strategies in low energy buildings in the period from 2006 to 2016 ». In : *Energy and Buildings* 147 (2017), p. 27–40.
- [115] Laurence A WOLSEY et George L NEMHAUSER. *Integer and combinatorial optimization*. John Wiley & Sons, 2014.
- [116] Rui YANG et Lingfeng WANG. « Development of multi-agent system for building energy and comfort management based on occupant behaviors ». In : *Energy and Buildings* 56 (2013), p. 1–7.
- [117] Nuo YU et al. « Distributed load scheduling in smart community with capacity constrained local power supplier ». In : *Computing and Communications Conference (IPCCC), 2015 IEEE 34th International Performance*. IEEE. 2015, p. 1–8.
- [118] Zhe YU et al. « Modeling and stochastic control for home energy management ». In : *IEEE Transactions on Smart Grid* 4.4 (2013), p. 2244–2255.
- [119] S. M. ZANOLI et C. PEPE. « The importance of cooperation and consistency in two-layer Model Predictive Control ». In : *2016 17th International Carpathian Control Conference (ICCC)*. Mai 2016, p. 825–830.
- [120] Yan ZHANG et al. « Optimal operation of a smart residential microgrid based on model predictive control by considering uncertainties and storage impacts ». In : *Solar Energy* 122 (2015), p. 1052–1065.
- [121] Hai-xiang ZHAO et Frédéric MAGOULÈS. « A review on the prediction of building energy consumption ». In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16.6 (2012), p. 3586–3592.



---

## **Title : Hybrid Hierarchical Model Predictive Control for Building Energy Management Systems**

**Keywords :** Building Energy Management Systems, Hierarchical Model Predictive Control, Multi-time scale Control, Hybrid Control.

**Abstract :** Intelligent management strategies to optimize building energy consumption are considerably gaining attention due to the current climate challenges and the technological evolution of the automation solutions. To tackle the new energy efficiency standards, building energy management systems must be able to control energy consuming devices in order to minimize the costs and optimize the comfort of occupants.

In this thesis, we study hybrid multi-time scale model predictive control strategies to tackle building energy management problems. We proposed a two-layer hierarchical controller to jointly control the energy consumption and power demand of the system. The upper level implements a long term economic optimization that takes into account the energy price and the requirements of the occupants. The lower layer ensures the tracking of the opti-

mal scheduling plan computed by the upper layer with a shorter prediction horizon and a higher sampling rate.

Two topics related to the operation of multi-scale controllers are considered. The first is the interaction between the levels of optimization and the consistency of the information exchanged. We investigate different strategies to project the results of the upper layer at the lower one and provide comparisons to highlight its impact on the closed-loop behavior.

The second is the management of On/Off loads in the multi-time scale framework. A geometric analysis of the decision space of the long-term optimization problem is performed to study the consequences of adding binary constraints to the problem. Then, we propose a reformulation strategy to improve the quality of the final control and limit the effort required to find the solution.