



HAL
open science

Façonnage des ondes : de la superdirectivité à la superrésolution.

Samuel Métais

► **To cite this version:**

Samuel Métais. Façonnage des ondes : de la superdirectivité à la superrésolution.. Physique [physics]. Université Sorbonne Paris Cité, 2019. Français. NNT : 2019USPCC008 . tel-02494054v1

HAL Id: tel-02494054

<https://theses.hal.science/tel-02494054v1>

Submitted on 28 Feb 2020 (v1), last revised 28 Feb 2020 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat
de l'Université Sorbonne Paris Cité
Préparée à l'Université Paris Diderot
École Doctorale 564 Physique Île-de-France

**Façonnage des ondes : de la superdirectivité à la
superrésolution**

Présentée par :

Samuel Metais

sous la direction de **Geoffroy Lerosey**

et de **Fabrice Lemoult**

à l'Institut Langevin - Ondes et Image

Soutenue publiquement le 7 Mars 2019

à l'Institut de Physique du Globe

devant le jury composé de :

Fabrice Lemoult	Chargé de recherche	Institut Langevin	Directeur de thèse
Geoffroy Lerosey	Maître de Conférence	Institut Langevin	Directeur de thèse
Olivier Legrand	Professeur	Université Côte d'Azur	Rapporteur
Anne Sentenac	Chargé de recherche	Institut Fresnel	Présidente
Christophe Delaveaud	Directeur de recherche	CEA-LETI	Examinateur
Eric Falcon	Directeur de recherche	Institut Paris Diderot	Examinateur

Titre de la thèse en français Façonnage des ondes : de la superdirectivité à la super-résolution.

Résumé :

Durant cette thèse nous nous sommes intéressés à la physique des ondes globale. En repartant de l'équation de d'Alembert, il émerge trois leviers principaux qui permettent le contrôle des ondes : contrôle sur les sources, contrôle sur les conditions aux limites, et contrôle sur le milieu de propagation lui-même. Dans un premier lieu, nous avons utilisé les propriétés d'une métasurface binaire électroniquement reconfigurable en cavité micro-ondes. Cet objet permet de contrôler le champ au sein de la cavité. Celle-ci a ensuite été ouverte, et nous avons montré que le contrôle s'étendait à l'émission en champ lointain. Ce système réalise donc une antenne compacte directive et reconfigurable. Dans un second temps, nous avons considéré l'approche métamatériaux pour réaliser une antenne dite superdirective. En effet, les antennes sont soumises à des limitations de directivité liées à leur taille, dont la prédiction date des années 40. En utilisant un milieu de fils, nous avons montré que ce métamatériau qui permet le contrôle du champ proche à une échelle sub-longueur d'onde, peut influencer le rayonnement d'une source unique au point de réaliser une antenne superdirective avec seulement quatre diffuseurs résonants passifs. Enfin, nous avons réalisé en acoustique une preuve de concept d'une nouvelle technique d'imagerie non-linéaire. Depuis l'illumination structurée, c'est l'imagerie d'agents de contraste, souvent fluorescent, qui permet de battre la limite de diffraction. Ici, nous proposons une idée basée sur l'effet Doppler. Nous montrons dans un premier temps qu'imager avec des sources et des récepteurs en rotation permet d'égaliser au moins l'illumination structurée. Dans un second temps, nous montrons que cette rotation génère une information spectrale supplémentaire qui permet d'atteindre la super-résolution.

Mots-clés Acoustique, micro-ondes, super-résolution, super-directivité, antennes reconfigurables, cavité chaotiques, imagerie non-linéaire, métamatériaux, effet Doppler, métasurfaces.

Title of thesis in english Wave Shaping : from superdirectivity to super-resolution.

Abstract

During this PhD, we have taken interest in general wave physics. From d'Alembert's wave equation, one can find three ways of controlling the waves : tuning the source distribution, for one part, altering the boundary conditions, for another part, and finally, modeling the propagation medium itself. Those three tools have been demonstrated during three different projects. Firstly, we have used an electronically reconfigurable binary metasurface to control the wave field inside a micro-wave cavity. Extending this concept to an open cavity, we have demonstrated that we can actually control the farfield emission of this system. This has allowed us to design a compact reconfigurable directive antenna from an open micro-wave cavity. Secondly, we have used the metamaterial approach to overcome the directivity limit of antenna that has been considered by the community since its prediction in the 40s. Using a wire medium, which is known for its sub-wavelength control of the nearfield, we have extended this to the farfield emission of a singular source inside. Using only four passive resonant scatterers, we have been able to make a single source superdirective. Lastly, we have designed and performed an acoustic experiment to create a new non-linear imaging technique. Ever since the contributions of structured illumination and non-linear fluorescent imaging, breaking the diffraction limit has been shown to be possible. We design here a new method, based on the Doppler effect, to get rid of contrast agents. Using rotating sources and receivers, we have shown that this system performs, in homodyne detection, as well as a structured illumination microscope. However, the spectral richness of the signal allows us to further hence the resolving power of our system, and hence, achieve true super-resolution.

Keywords Acoustics, electromagnetics, chaotic cavities, reconfigurable antennas, metasurface, metamaterials, non-linear imaging, Doppler effect, super-resolution, super-directivity.

A mon père Jacques,

Practice every day has made
Pangur perfect in his trade ;
I get wisdom day and night
Turning darkness into light

Book of Kells, Moine irlandais du
IX^{me} siècle

Remerciements :

Les premières lignes de ce manuscrit sont donc les dernières écrites ; ce n'est en effet que libéré de sa soutenance et décoré du grade de docteur que l'ex-étudiant peut s'atteler à les rédiger.

Ces remerciements, c'est le moment où la magnifique prose de l'étudiant, soulagée de la rigueur scientifique exigée et des corrections par les directeurs de thèse apportées peut enfin fleurir et briller. Ils viennent d'une bien trop courte rétrospection sur des années de travail où le temps semble toujours trop vite filer, et les nuits ne jamais assez durer.

Les premiers honneurs aux plus lointains, j'aimerais avant tout remercier mon père, pour m'avoir presque subtilement aiguillé vers les sciences, et m'avoir aidé à atteindre le bout de ces longues études. Je remercie aussi ma mère et mes frères pour leur soutien indéfectible malgré les entraves de la distance. Vous êtes tous les quatre loin des yeux, mais bien dans mon cœur.

En second lieu vient la famille que l'on se choisit, second seulement aux liens du sang, vieux amis et plus récents qui m'ont vu tantôt euphorique tantôt accablé mais enfin soulagé une fois la soutenance achevée, Dodo, Gui, Thib, Will, pour les aixois, Baptou, Doudou, Emeric, Hubert, Gab, Guy, Kuku, Leo, Sacha, Simon, et bien d'autres parisiens forcés qui se reconnaîtront, s'ils doivent un jour lire ces lignes.

Malgré ce terreau fertile et fourni, l'arbrisseau a besoin d'un tuteur pour s'épanouir et le guider. J'ai eu dans mon cas deux directeurs de thèse souvent parfaitement alignés, parfois contradictoires, mais le plus souvent sonnait à l'unisson. Fabrice et Geoffroy, merci pour votre patience et votre confiance, vos mises en garde et votre attention décuplée par les nombreuses embûches qu'il nous a fallu surmonter pour arriver à la fin. Je remercie aussi Jean-Baptiste, pour son aide cruciale dans le développement d'une machine à s'entailler les doigts qui fonctionne parfaitement et surtout pour en avoir été le cobaye récurrent.

Ainsi guidée vers la lumière, la jeune pousse a néanmoins besoin d'un écosystème similaire pour l'épauler, et ce rôle fut tenu par l'Institut Langevin. Je remercie tout d'abord Arnaud Tourin pour sa gestion du laboratoire, et l'équipe des permanents pour leur ouverture, l'atmosphère et l'humour qui règnent au laboratoire. Je remercie aussi mes compagnons

de galère, le bureau R32, et ses nombreux gâteaux, Clothilde pour ses interruptions intempestives, et bien d'autres.

Ainsi épaulé, le plant est bien entouré, mais il faut encore l'arroser. Je remercie donc Mimi, pour sa patience, la bibliothèque des Arènes et son addition à la mienne, Nono pour les bières gratuites, et bien sur Croque, qui serait peut être un arrosoir dans cette métaphore filée.

Mais aucune vie ne s'établit sans lumière, et il faut un astre solaire pour éclairer ce tableau. Ana, merci pour les beaux jours et les joies, merci dans les plus sombres d'être encore là. Merci à m'en laisser sans voix, je t'aime¹.

Enfin, il est futile et vain de tenter de résumer trois ans de thèse en quelques lignes jetées à la va-vite en préambule d'un manuscrit de thèse. Je pourrais ajouter bien des noms, et bien des lieux qui ont eu leur importance dans ce pan de ma vie, mais chaque histoire doit avoir ses zones floues.

¹Sur un document public et officiel, excellente idée, Sam.

Table des matières

Remerciements	vii
Introduction	1
I Physique ondulatoire et applications	5
I.1 Physique ondulatoire	5
I.2 Equation de d'Alembert	7
I.2.1 Les ondes électromagnétiques	7
I.2.2 Les ondes acoustiques	9
I.2.3 En présence de sources	11
I.2.4 Propriétés et solutions de l'équation de D'Alembert	12
I.2.5 Conditions aux limites	15
I.3 Phénomènes particuliers de la physique ondulatoire	17
I.3.1 Interférences	17
I.3.2 Diffraction	20
I.3.3 Diffusion (Scattering) de la lumière	23
I.3.4 Milieux complexes et diffusion multiple	23
I.4 Contrôle des propriétés ondulatoires	25
I.4.1 Contrôle des sources	26
I.4.2 Contrôle des conditions aux limites	29
I.4.3 Contrôle du milieu de propagation : la lentille	30
II Emission directive par une cavité chaotique ouverte	35
II.1 Réseaux d'antennes à pointage électronique	35
II.1.1 Antennes à réseau de commande de phase	36
II.1.2 Une métasurface électroniquement reconfigurable : le SMM	39
II.2 Cavités réverbérantes et guides d'onde	41
II.2.1 Guides d'onde	42
II.2.2 Cavités réverbérantes	44
II.2.3 Cavités chaotiques	49
II.2.4 Propriété de la métasurface en cavité	52
II.2.5 Contrôle expérimental d'une cavité régulière	52
II.3 Antenne directive à partir d'une cavité chaotique ouverte	54
II.3.1 Cavités semi-ouvertes	54
II.3.2 Conception de l'antenne	56

II.3.3	Diagramme de rayonnement	59
II.3.4	Perspectives	65
III	Superdirectivité : concept et réalisation expérimentale	69
III.1	Performances optimales des antennes	69
III.1.1	Exemples d'antennes classiques	69
III.1.2	Limites intrinsèques des antennes	74
III.1.3	Superdirectivité	78
III.2	Une antenne superdirective à base de métamatériau	81
III.2.1	Le milieu de fils	81
III.2.2	Modèle analytique du problème	86
III.2.3	Concept d'antennes superdirectives basées sur le milieu de fils	88
III.3	Réalisation d'une antenne superdirective	90
III.3.1	Obtention des paramètres par un algorithme génétique	90
III.3.2	Résultats analytiques d'antennes superdirectives	93
III.3.3	Réalisation expérimentale d'antennes superdirectives	98
IV	Super-résolution par effet Doppler	107
IV.1	Focalisation, limite de diffraction et imagerie super-résolue	108
IV.1.1	Imagerie et limite de résolution	108
IV.1.2	Techniques d'imagerie super-résolues	111
IV.1.3	Concept de l'imagerie super-résolue par effet Doppler	116
IV.2	Expérience de sources en rotations	119
IV.2.1	Mise en œuvre expérimentale	119
IV.2.2	Champ émis par des sources tournantes	120
IV.2.3	Sources et récepteurs tournants	122
IV.3	Exploitation des harmoniques générées	128
IV.3.1	Émission par une lentille dont la transparence dépend du temps	129
IV.3.2	Dispositif expérimental de façonnage de fronts d'onde tournants	132
IV.3.3	Imagerie super-résolue	136
	Conclusion	143
	Annexe 1	147

Introduction

La compréhension d'un phénomène physique nous amène à pouvoir prédire le comportement d'objets liés par une même propriété sous-jacente, comme la mécanique newtonienne prédit la chute d'un objet aussi bien que l'orbite des planètes autour de leurs astres. Au-delà de l'observation, le caractère prédictif de cette modélisation permet en outre de contrôler ce phénomène, et donc de s'en servir à l'instar des sondes spatiales qui profitent de l'accélération gravitationnelle que leur offre le passage de planètes massives. En cela, la physique des ondes occupe une place privilégiée dans notre appréhension du monde. Leur capacité à propager une information à travers un milieu sans l'altérer, ainsi qu'à y détecter les inhomogénéités en font un outil idéal pour collecter de l'information sur le monde qui nous entoure : la majorité de nos sens font d'ailleurs intervenir des ondes, qu'elles soient acoustiques, électromagnétiques ou élastiques.

Ce sont les innombrables applications qui dépendent de la compréhension de la physique des ondes qui justifient que l'on s'intéresse tant à elles. Du réveil matin, qui peut désormais détecter acoustiquement le rythme respiratoire et faciliter l'éveil, à la cuisine où les micro-ondes chauffent nos aliments, de la télévision, relayée par satellite via des ondes électromagnétiques, à la détection de sous-marins par sonar, de la prévention sismique à l'étude du fond diffus cosmologique, qui permet d'observer la jeunesse de notre univers, les ondes sont omniprésentes. Ces domaines d'études varient du plus fondamental au très appliqué. Dans cette thèse, nous avons tenté d'aborder des thématiques de ces deux facettes complémentaires de la recherche.

Dans le premier chapitre, nous décrirons plus en détail le caractère universel des phénomènes ondulatoires. En partant de l'équation des ondes, nous rappellerons son origine dans les lois axiomatiques de la physique, telles que les équations de Maxwell. Les propriétés de l'équation dite de d'Alembert et de ses solutions seront détaillées, afin d'introduire les concepts permettant de comprendre quelques exemples d'interactions particulières des ondes. Notamment, les ondes interfèrent ; avec une ouverture, ces interférences mènent à la diffraction, qui altère l'image d'objets observés. A l'inverse, un petit objet peut largement influencer le champ dans son entourage, par diffusion de l'onde incidente. Pour contrôler

les ondes, nous montrerons qu'il existe trois méthodes, qui seront chacune explorée dans les chapitres suivants de cette thèse. Nous avons tiré profit du caractère universel des phénomènes ondulatoires pour réaliser des expériences en électromagnétique et en acoustique.

Dans le second chapitre, nous introduirons plus en détail les antennes, et montrerons qu'on peut utiliser une cavité réverbérante ouverte pour en réaliser une. Après avoir introduit l'état de l'art des réseaux d'antennes à pointage électronique, nous introduirons une métasurface reconfigurable qui permet de contrôler la réflexion du champ sur sa face avant. D'abord utilisée en cavité réverbérante, que nous introduirons à l'aide des guides d'ondes, cette métasurface permet d'y contrôler le champ volumique, par une simple modification des parois. Ce contrôle peut de plus briser les symétries de la cavité pour la mener à un comportement chaotique, que nous introduirons. Afin de transformer cette cavité en antenne, l'ouverture d'une paroi autorise la propagation d'une partie du champ. Nous montrerons là que la métasurface permet de contrôler cette émission, et que cette cavité ouverte reconfigurable est une antenne à pointage électronique compacte.

Les antennes sont en revanche sujettes à des limites théoriques quant à leurs performances optimales. Notamment, leur capacité à confiner l'émission dans une direction unique est intrinsèquement liée à leur taille. Ce sujet sera détaillé au troisième chapitre, où nous expliciterons les théories à l'origine de ces limites. Nous nous intéresserons ensuite aux propositions de la communauté afin d'outrepasser ces limites et réaliser des antennes dites *superdirective*s. Après avoir défini ce terme, nous montrerons que les métamatériaux présentent un cadre idéal pour la réalisation d'une telle antenne. En effet, dans ces milieux, le champ peut être contrôlé sur des échelles sub-longueur d'onde, comme nous l'exposerons. Après avoir introduit le cadre théorique qui permet d'expliquer ce phénomène qui intervient dans la proximité du métamatériau, nous l'étendrons au cas du champ rayonné par celui-ci. Enfin, nous démontrerons expérimentalement la possibilité d'obtenir une telle antenne superdirective.

Plutôt que d'émettre à l'infini, l'imagerie cherche à obtenir une information sur un objet à distance finie. S'il suffit de prendre une loupe pour mieux distinguer les lettres que l'on lit, le grandissement offert par les lentilles en optique se heurte à une limite fondamentale de la physique lorsqu'on le pousse à des échelles trop petites : la limite de diffraction. Dans le dernier chapitre, nous introduirons plus en détail les méthodes d'imagerie conventionnelle et leur limite de résolution. Nous discuterons ensuite des méthodes utilisées pour obtenir plus d'information et pouvoir observer des objets toujours plus petits. Une part de ces

techniques fait intervenir la fluorescence, qui est un phénomène non-linéaire de réémission de la lumière reçue. Nous présenterons un nouveau concept d'imagerie inspiré de ces techniques mais basé sur l'effet Doppler en rotation, lui même un phénomène non-linéaire. Après avoir expliqué la façon dont cette approche permettrait d'outrepasser la limite de diffraction, nous montrerons les résultats de l'expérience réalisée en acoustique, qui statuent sur la pertinence de ce concept. Enfin, nous étendrons le concept à une rotation synthétique sur un ensemble de sources plutôt qu'une rotation physique, peu pratique. Cette dernière expérience sera appuyée par des calculs numériques pour mettre en évidence que la *super-résolution* obtenue peut être encore améliorée.

Chapitre I

Physique ondulatoire et applications

I.1 Physique ondulatoire

Ce sont des phénomènes d'une pluralité extrême, des ondes gravitationnelles générées par le rapprochement de deux astres massifs, aux fonctions d'onde décrivant des particules sub-atomiques telles que les électrons, qui peuvent être décrits comme ondulatoires. Le caractère ondulatoire de ces systèmes physiques est mis en évidence figure I.1. Ces objets, d'échelles astronomique ou microscopique, sont décrits par des physiques très différentes. Pourtant, certaines propriétés restent communes à travers ces différences d'échelles et d'objets considérés. C'est là la base de la physique des ondes.

« **All waves behave in a similar manner** »

Cette idée de physique ondulatoire, vieille de plusieurs siècles, découle d'un axiome exprimé par Léon Brillouin [1] en ces termes : *Les ondes se comportent toujours de façon similaire, qu'elles soient longitudinales ou transverses, élastiques ou électriques. Les scientifiques du siècle dernier ont toujours gardé cette idée à l'esprit. [...] Ils n'ont eu de cesse que de répéter les mêmes méthodes, encore et encore, sur toutes les ondes concevables.* Il y a donc une grande partie de la physique de ces systèmes très différents, que l'on peut correctement décrire en se basant sur des considérations très générales, à propos d'une onde. Malgré ces similitudes, la détection et l'interprétation de l'information portée par ces différentes ondes demandent de recourir à des techniques très différentes pour concevoir des sources, des capteurs, et des dispositifs d'enregistrement. A l'échelle du corps humain, notre perception du monde, limitée par nos capacités sensorielles, repose en grande partie sur la physique ondulatoire. La cochlée, dans l'oreille interne, permet de discriminer les sons entendus selon leurs fréquences avec une grande sensibilité et une large gamme

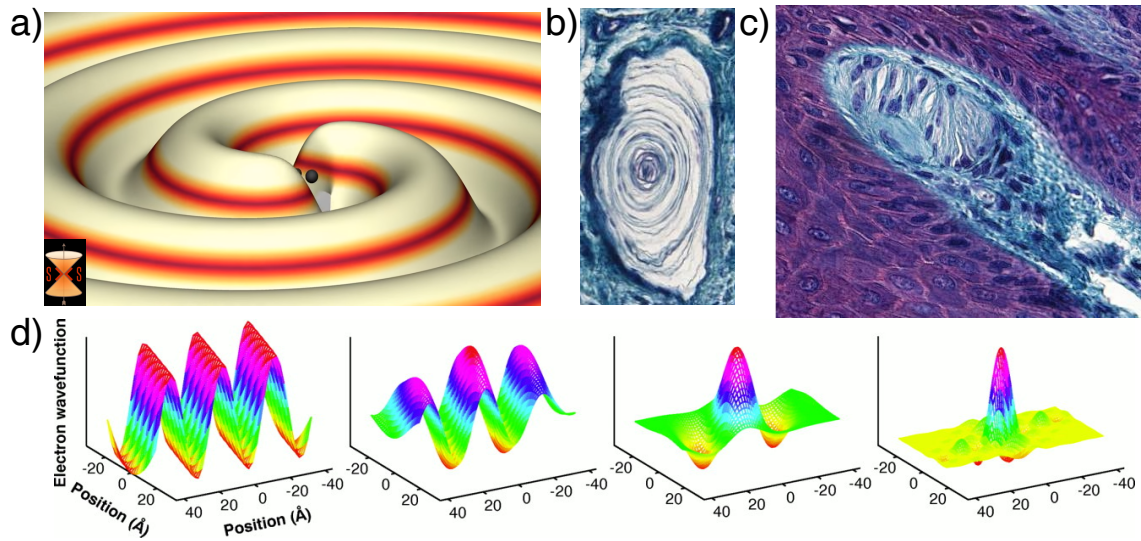


FIGURE I.1 – a) Représentation du champ d’ondes gravitationnelles générées par GW150914, réalisée par le SXS Project au Max Planck Institute (image tirée de leur chaîne youtube). b) Groupuscule de Pacini dans l’épiderme humain. Sa taille caractéristique est de l’ordre du mm c) Groupuscule de Meissner d’une longueur d’environ $200 \mu\text{m}$. Les images b) et c) ont été obtenues par microscopie des tissus avec agent de contraste pour le cours du Dr Chantal KOHLER à l’Université médicale Virtuelle francophone. d) Représentation schématique de l’évolution temporelle durant moins d’une picoseconde de la fonction d’onde d’un électron à une interface entre du n-heptane et de l’argent cristallin. Le passage d’un état délocalisé (comportement plutôt ondulatoire) à un état localisé (comportement plutôt corpusculaire) est mis en évidence [3].

d’amplitudes possibles ; l’œil, lui, permet de distinguer les différentes couleurs du spectre électromagnétique dans une gamme de longueurs d’onde s’étendant environ de 400 nm à 800 nm , avec un seuil de détection d’à peine quelques photons¹.

Notre sens du toucher s’appuie également sur les ondes. En effet, celui-ci repose sur différents corpuscules, adaptés à différentes fréquences de vibrations qui nous renseignent sur la texture, l’éventuel déplacement, et même les propriétés physiques intrinsèques de l’objet touché. Par exemple, les corpuscules de Pacini dont une image est montrée figure I.1 b), sensibles aux fréquences autour de 250 Hz , nous informent de la rugosité de la surface, tandis que ceux de Meissner (figure I.1 c)), plutôt réceptifs autour de 30 Hz , nous rendent sensibles aux changements de formes macroscopiques. Ces récepteurs, très performants quant à la détection d’ondes de surfaces [4], permettent la lecture de texte en Braille [5].

¹Différentes expériences ont montré que les cellules bâtonnets de la rétine sont sensibles à des photons uniques [2], mais la réponse neuronale de la vision ne s’active qu’avec une cadence de plusieurs photons par dixième de seconde.

Ces trois exemples attestent de différents mécanismes mis en œuvre dans le corps afin d'appréhender son environnement, qu'il soit en contact ou distant, grâce à trois types d'ondes : acoustique, électromagnétique et élastique. Dans ce chapitre, nous allons décrire quelques propriétés de physique ondulatoire, ponctuées d'exemples volontairement variés vis-à-vis du type d'onde concernée.

I.2 Equation de d'Alembert

Les ondes sont des perturbations spatio-temporelles qui traversent un milieu sans le modifier. Qu'il s'agisse de vibrations dans une structure, de lumière ou de son, les propriétés de propagation de ces ondes sont régies par une même équation d'onde. Dans un milieu homogène non dispersif sans source et sans perte, cette équation est l'équation dite de D'Alembert :

$$\Delta \vec{\Phi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\Phi}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{I.1})$$

On y a introduit une constante caractéristique du milieu, c , homogène à une vitesse. Nous avons aussi introduit le champ vectoriel $\vec{\Phi}$ qui est la représentation mathématique de l'onde en tout point de l'espace et du temps. Il a été considéré ici comme un vecteur pour tenir compte des différents degrés de liberté dont disposent certaines ondes. Le champ électromagnétique par exemple, est un champ vecteur à trois composantes $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$. Le champ de pression acoustique lui, est a contrario scalaire. Cela n'a pas d'influence sur la pertinence de cette équation pour décrire la propagation de ces deux ondes. Nous prendrons par la suite comme exemples ces deux ondes d'intérêt principal dans cette thèse.

I.2.1 Les ondes électromagnétiques

La lumière visible consiste en la partie des ondes électromagnétiques à laquelle sont sensibles nos yeux. Il est difficile de mettre en avant ses propriétés ondulatoires pour l'oeil humain, mais il a été récemment mis en évidence qu'il est possible de photographier une impulsion lumineuse se propageant [6, 7]. Nous allons ici exposer les phénomènes responsables du comportement ondulatoire des ondes électromagnétiques, constituées d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{B} .

Propagation d'ondes électromagnétiques dans le vide

Pour les ondes électromagnétiques, les équations fondamentales sont les équations de Maxwell, ici exprimées dans le vide :

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad (\text{I.2})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (\text{I.3})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.4})$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{I.5})$$

où ϵ_0 et μ_0 sont des constantes appelées respectivement permittivité diélectrique et perméabilité magnétique du vide. Pour la physique ondulatoire, les deux dernières équations sont centrales : celle de Maxwell-Faraday (I.4) statue qu'une variation temporelle du champ magnétique doit s'accompagner obligatoirement d'une variation spatiale du champ électrique. Ces deux grandeurs sont liées intrinsèquement par cette relation. S'il est possible de séparer l'électrostatique de la magnétostatique, la moindre variation temporelle de l'un des champs induit une variation spatiale de l'autre. Ceci est réciproquement statué dans la dernière équation (I.5). Ces deux équations permettent d'obtenir l'équation d'onde dans le vide, qui est un milieu homogène, isotrope et linéaire, où il n'y a ni charge ni densité de courant¹ :

$$\Delta \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{I.6})$$

$$\Delta \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{I.7})$$

On peut alors définir la célérité de la lumière dans le vide comme :

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 299\,795 \text{ km/s} \quad (\text{I.8})$$

Propagation dans les milieux matériels

Dans un milieu matériel, la matière, constituée d'électrons en orbite autour de noyaux d'atomes, interagit avec le champ. Un électron dans un champ électromagnétique subit

¹l'indice ₀ indique que l'on considère les constantes du vide.

la force de Lorentz, et l'accélération de cet électron l'amène à perdre de l'énergie par émission d'ondes électromagnétiques. D'un point de vue macroscopique, on peut définir les constantes diélectrique et magnétique ϵ et μ qui définissent les propriétés de propagation d'un milieu donné. Les équations de Maxwell dans ce milieu prennent la forme :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{I.9})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (\text{I.10})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.11})$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \left(\vec{j} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{I.12})$$

L'équation (I.9) est l'équation de Maxwell-Gauss, elle relie la divergence du champ électrique \vec{E} avec la densité de charge ρ à travers la permittivité diélectrique du milieu ϵ . Cette équation est très utile en électrostatique grâce à son équivalent intégral, le théorème de Gauss. Pour le champ magnétique en revanche, l'équation de Maxwell-Thomson (I.10) indique la non-existence de monopôle magnétique ; en effet, le flux du champ magnétique à travers une surface fermée doit être nul ce qui exclut les sources monopolaires équivalentes à une charge ponctuelle en électrostatique. Il s'agit là de la différence fondamentale entre le champ électrique et le champ magnétique. Les lignes de champ électrostatique ont tendance à fuir leurs sources, celles de champ magnétostatique à les entourer. Dans la dernière équation (I.12) apparaît en outre le terme de densité de courant \vec{j} multiplié par la perméabilité magnétique μ , les charges en mouvement sont donc des sources de champ magnétique. Les propriétés du milieu ϵ et μ peuvent être des tenseurs, comme dans les cristaux biréfringents, c'est-à-dire que les différentes directions du milieu ne sont plus équivalentes.

I.2.2 Les ondes acoustiques

Durant cette thèse nous avons également étudié les ondes acoustiques qui, elles, ne peuvent se propager dans le vide. Le son se propage dans l'air avec une vitesse finie. C'est ainsi que les enfants apprennent à évaluer la distance au point où est tombée la foudre : on compte les secondes avant d'entendre le tonnerre. Une première évaluation de cette vitesse a été proposée par Newton [8], au XVIII^{ème} siècle, où il considère que le son est une onde au même titre que les vibrations dans une plaque ou que les séismes. Nous décrirons ici sa

propagation dans un fluide.

Propagation d'ondes acoustiques

L'onde acoustique se déplace comme une succession de compressions et dilatations du milieu tout en le laissant inchangé. Pour décrire ce phénomène de propagation dans un milieu de densité ρ_0 , il est nécessaire de procéder à des approximations. On considérera que la surpression due au champ acoustique est faible devant la pression ambiante du milieu, ce qui permet de linéariser les équations du problème :

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) = 0 \quad (\text{I.13})$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{\nabla} p_a = \vec{0} \quad (\text{I.14})$$

L'équation I.13 est dérivée de la conservation de la masse au premier ordre ; l'équation I.14 est une écriture de l'équation de Navier-Stokes linéarisée pour le fluide, en ayant négligé les termes d'ordre supérieur. Ces deux équations relient la surpression acoustique p_a ou le changement de densité locale ρ_a au champ de vitesse des particules du fluide \vec{v} . Afin de coupler ces équations, c'est l'équation d'état linéarisée qui intervient :

$$p_a = \frac{1}{\rho_0 \chi_s} \rho_a \quad (\text{I.15})$$

L'hypothèse que la propagation du champ acoustique est plus rapide que les transferts de chaleur à l'échelle de la déformation permet de considérer que le fluide subit des compressions et dilatations adiabatiques : on considère alors que le phénomène acoustique est isentropique. On a donc introduit χ_s , le module de compressibilité isentropique du fluide, qui permet de lier par proportionnalité (au premier ordre) la surpression acoustique p_a et le changement de densité locale ρ_a .

La dernière équation permettant d'éliminer la densité au profit de la pression, il vient une équation d'onde vérifiée indifféremment par ρ_a , p_a ou \vec{v} :

$$\Delta p_a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.16})$$

Cette équation est à nouveau l'équation de d'Alembert avec la célérité du son :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}} \quad (\text{I.17})$$

Ces deux exemples montrent comment les propagations de différentes ondes s'établissent

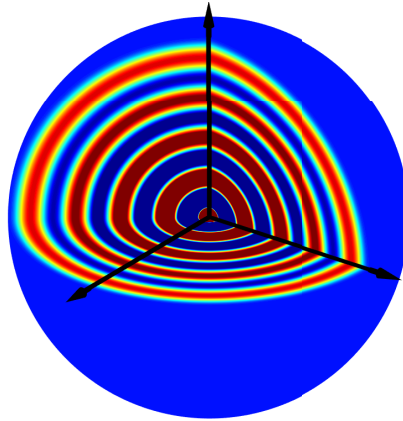


FIGURE I.2 – Représentation de la partie réelle de la fonction de Green de l'équation I.26. L'échelle de couleur est saturée au centre.

selon des phénomènes extrêmement différents mais sont néanmoins régis par une même équation. Les phénomènes de propagation font alors intervenir des propriétés différentes des matériaux dans l'expression de la célérité de l'onde.

Intéressons-nous maintenant aux propriétés intrinsèques de cette équation aux dérivées partielles et à ses solutions.

I.2.3 En présence de sources

L'équation de D'Alembert sans second membre décrit la propagation d'une onde dans un espace où sa célérité est c . Afin de générer des ondes, il faut introduire un terme source comme second membre :

$$\Delta \vec{\Phi} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\Phi}}{\partial t^2} = \vec{S}(\vec{r}, t) \quad (\text{I.18})$$

où $\vec{S}(\vec{r}, t)$ est donc une source de champ qui dépend de l'espace et du temps. Selon l'onde considérée, la nature des sources peut varier : les ondes à la surface de l'eau sont par exemple générées par une déformation de la surface.

Le cas électromagnétique

Pour les ondes électromagnétiques dans un milieu matériel, ce sont les charges et les courants qui agiront comme sources de champs. Lorsque l'on écrit l'équation de d'Alembert dans un milieu de densité de charge ρ et de densité de courant \vec{j} , il vient :

$$\Delta \vec{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{\nabla} \left(\frac{\rho}{\epsilon} \right) + \mu \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \quad (\text{I.19})$$

$$\Delta \vec{B} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\text{rot}(\mu \vec{j}) \quad (\text{I.20})$$

Dans ces équations de D'Alembert, les seconds termes qui apparaissent, à droite, sont les termes sources. Pour le champ électrique, les sources peuvent être une variation spatiale de charge, comme dans un condensateur par exemple, ou un courant variant dans le temps, dans un fil de cuivre chargé en son centre par exemple, comme nous le verrons dans la suite. Pour le champ magnétique, c'est la variation spatiale de la densité de courant qui sert de terme source.

I.2.4 Propriétés et solutions de l'équation de D'Alembert

Linéarité : Principe de superposition

L'équation I.1 est linéaire : toute combinaison linéaire de solutions est donc aussi solution. De cette linéarité découle le principe de superposition. Si la source $s_1(\vec{r}, t)$ induit le champ $\Phi_1(\vec{r}, t)$ et la source $s_2(\vec{r}, t)$ induit le champ $\Phi_2(\vec{r}, t)$, alors un système ayant pour source la somme de $s_1(\vec{r}, t)$ et de $s_2(\vec{r}, t)$ aura pour solution la somme des champs, c'est-à-dire $\Phi_{1+2} = \Phi_1(\vec{r}, t) + \Phi_2(\vec{r}, t)$, cette somme étant vectorielle lorsque nécessaire.

Cela est aussi vrai au sens des distributions, c'est ce qui permet de décomposer n'importe quel terme source sur une base de fonctions de Dirac, spatiale et temporelle, et de se contenter de résoudre l'équation d'onde dans le milieu considéré pour une source ponctuelle :

$$\Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0, t - t_0) \quad (\text{I.21})$$

La solution de cette équation, est appelée fonction de Green spatio-temporelle $G(\vec{r}, t)$. Elle permet de reconstruire le champ issu d'une source plus complexe $s(\vec{r}, t)$ partout et en chaque instant par simple convolution.

De cette façon, calculer le champ issu d'un ensemble compliqué de sources peut se simplifier par la résolution pour chacune de ces sources. La solution globale sera alors la superposition des champs des différentes sources simples.

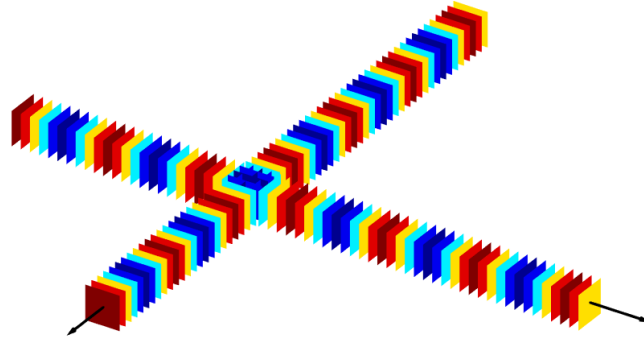


FIGURE I.3 – Deux ondes planes de directions perpendiculaires, notées par les flèches noires, se croisant. Les plans ont été tronqués pour faciliter la lecture. La couleur indique la partie réelle du champ en ce point.

Invariance par translation dans le temps

Dans un milieu stationnaire, puisque la célérité ne dépend pas du temps, l'équation d'onde est invariante par translation dans le temps. Cela signifie que les solutions sont décomposables sur la base des exponentielles complexes $\exp(i\omega t)$. Cette décomposition correspond à la transformée de Fourier inverse pour chaque composante du champ, si celui-ci est vectoriel :

$$\Phi_i(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_i(\vec{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (\text{I.22})$$

où le terme $\Phi_i(\vec{r}, \omega)$ correspond ainsi à une onde monochromatique et est donc solution de l'équation dite de Helmholtz :

$$\Delta\Phi(\vec{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2}\Phi(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (\text{I.23})$$

Résoudre cette équation permet de trouver les variations spatiales du champ à la fréquence ω considérée. Afin de retrouver le champ dans le domaine temporel, on utilisera la transformée de Fourier inverse de l'équation I.22

Renversement du temps et parité

Physiquement, l'équation de D'Alembert lie la variation spatiale du champ, à travers l'opérateur Laplacien Δ avec sa variation temporelle. Cette symétrie entre le temps et l'espace, au détail de l'homothétie due à la célérité, est une caractéristique fondamentale des ondes. L'équation de D'Alembert est en effet inchangée par la transformation $t \rightarrow -t$ et il est donc possible de renverser le cours du temps pour une onde sans en modifier

les propriétés. Cette idée est à la base de nombreuses applications utilisant le principe de retournement temporel [9–12]. De la même façon, inverser l'espace avec une transformation de type $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ ne modifie pas les solutions de l'équation de d'Alembert, ce qui est à la base du principe de retour inverse de la lumière.

Ensemble des solutions de l'équation d'Helmholtz

Mathématiquement, l'espace des solutions d'une équation aux dérivées partielles linéaire d'ordre 2 est de dimension infini. Il est néanmoins possible d'en établir une base de solution qui générera tout l'espace des solutions, ceci étant cohérent avec le principe de superposition. Selon la dimension et la géométrie du milieu considéré, différentes bases seront pertinentes. En l'absence de sources, le milieu est alors invariant par translation dans l'espace, la base naturelle est celle dite des ondes planes, c'est-à-dire les fonctions $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$. Deux ondes planes sont représentées figure I.3. Cette base correspond à l'équivalent spatial (du point de vue de la transformée de Fourier spatiale) de la base monochromatique introduite pour la partie temporelle.

Ainsi les solutions $\Phi(\vec{r}, \omega)$ sont la superposition d'ondes planes monochromatiques :

$$\Phi(\vec{r}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint \Phi(\vec{k}, \omega) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{k} \quad (\text{I.24})$$

\vec{k} est nommé vecteur d'onde, et l'onde plane correspondante $\Phi(\vec{k}, \omega)$ se propage selon sa direction dans le sens pointé par celui-ci. Lorsque l'on injecte cette solution dans l'équation d'Helmholtz, on retrouve une relation entre le vecteur d'onde et la pulsation :

$$\|\vec{k}\| = \frac{\omega}{c} \quad (\text{I.25})$$

La célérité de l'onde relie donc la périodicité temporelle $\omega = 2\pi/T$ et la périodicité spatiale $\|\vec{k}\| = 2\pi/\lambda$ selon la relation : $\lambda = cT$ où T est la période de l'onde, et λ sa longueur d'onde.

Fonction de Green en régime monochromatique

Considérons tout d'abord une source ponctuelle qui varie périodiquement à une pulsation ω , $\vec{S}(\vec{r}, \omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) * \sin(\omega t)$. La solution de l'équation de D'Alembert pour ce terme source est la fonction dite de Green :

$$G_0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \frac{e^{i\frac{\omega}{c}\|\vec{r}-\vec{r}_0\|}}{4\pi\|\vec{r}-\vec{r}_0\|} \quad (\text{I.26})$$

Cette solution, représentée sur la figure I.2 décrit une propagation omnidirectionnelle de l'énergie dans tout l'espace, depuis la position de la source \vec{r}_0 . L'amplitude décroît avec la distance selon une loi en $1/r$, ce qui assure la conservation de l'énergie. Il s'agit ici de la fonction de Green pour une onde scalaire, pour une onde vectorielle, comme les ondes électromagnétiques, cette solution fait intervenir un produit dyadique :

$$\overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) = \left[\overline{\overline{I}} + \frac{c^2}{\omega^2} \nabla \nabla \right] G_0(\vec{r}, \vec{r}_0, \omega) \quad (\text{I.27})$$

où $\overline{\overline{I}}$ est le tenseur unité et G_0 est la fonction de Green scalaire précédente.

I.2.5 Conditions aux limites

Nous avons pour l'instant considéré un espace infini ; prendre en compte les dimensions finies du système étudié en imposant des conditions aux limites est crucial pour la résolution d'un problème ondulatoire. En effet, pour déterminer une unique solution en tout point de l'espace et du temps, il est nécessaire de les préciser.

Considérons le cas le plus simple d'un demi-espace limité par le plan $z = 0$. Lorsqu'une onde plane émise depuis l'infini arrive sur le plan $z = 0$, elle rencontre une interface. Le comportement de l'onde vis-à-vis de cette interface dépend de sa nature, et donc des conditions aux limites qu'elle impose au champ en termes d'amplitude, mais aussi de dérivée normale. Le cas extrême correspond à une interface parfaitement réfléchissante ce qui signifie :

$$\Phi(x, y, z = 0, t) = 0 \quad (\text{I.28})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vec{n}}(x, y, z = 0, t) = 0 \quad (\text{I.29})$$

Ces conditions donnent naissance à une onde réfléchie, c'est-à-dire une onde dont la composante normale du vecteur d'onde a changé de signe et qui se propage donc dans le sens inverse, comme on le voit pour la propagation d'une impulsion sur la figure I.4, à droite. Dans le cas d'un réflecteur parfait, le module du coefficient de réflexion est donc de un, et l'amplitude de l'onde réfléchie est donc égale, au signe près, à celle de l'onde incidente. Les conditions présentées précédemment peuvent alors être comprises comme la superposition de deux champs d'amplitudes et de dérivées normales sur l'interface opposées, comme c'est le cas pour une onde plane en incidence oblique, représenté à gauche sur la figure I.4.

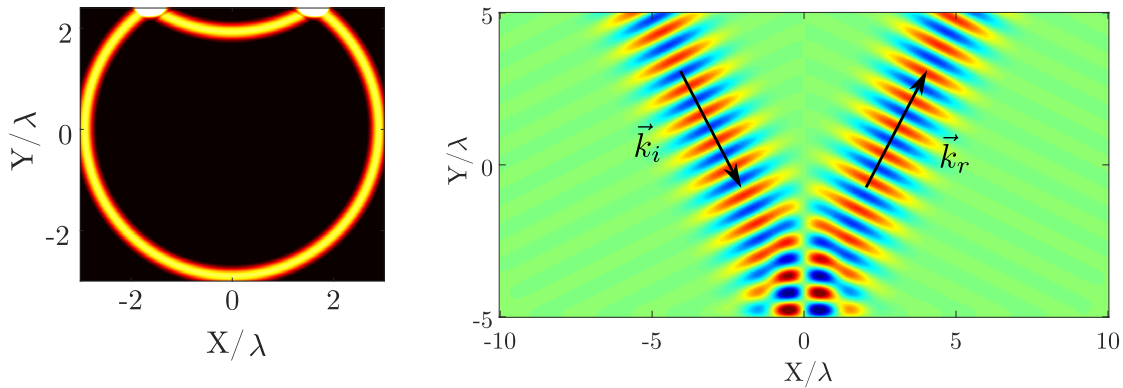


FIGURE I.4 – A gauche, réflexion d’une impulsion courte se propageant depuis une source d’onde cylindrique, et sa réflexion sur un plan placé à 2.4λ au-dessus. Le front d’onde circulaire est renversé, comme si une source virtuelle symétrique de la source par ce plan l’avait émise. A droite, réflexion d’un faisceau gaussien d’onde plane sur un réflecteur parfait, les vecteurs d’onde incidents et réfléchis sont représentés.

Chambre anéchoïque

De manière à simuler la mesure en espace libre, c’est-à-dire comme si le système était isolé, il est nécessaire de limiter les éventuelles réflexions sur les bords du dispositif expérimental. Pour ce faire, l’utilisation d’absorbeur profilé comme ceux visibles sur la figure I.5 permet d’introduire des pertes avec une variation douce entre l’air et l’absorbeur de façon à limiter la réflexion. Ces panneaux ECCOSORB VHP-12 du fournisseur Emerson & Cummings permettent une réflectivité inférieure à -50 dB entre 1 GHz et 20 GHz pour les ondes électromagnétiques. Pour l’acoustique, de la laine de verre de type ISOVER du fournisseur Saint-Gobain d’une épaisseur de 30 cm permet d’obtenir une bonne isolation acoustique, de l’ordre de -40 dB. Durant ma thèse j’ai construit deux chambres anéchoïques, une pour les ondes électromagnétiques, et une pour les ondes acoustiques, qui sont représentées sur la figure I.5.

Nous avons dans cette première partie introduit les bases de la physique ondulatoire. Nous allons maintenant nous intéresser aux phénomènes caractéristiques du comportement ondulatoire.

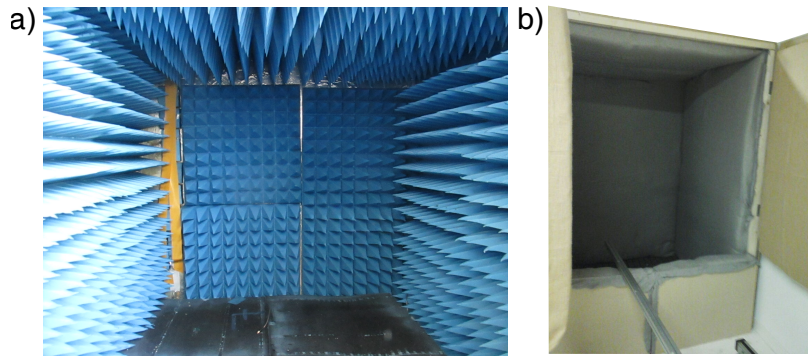


FIGURE I.5 – a) Chambre anéchoïque électromagnétique. L'extérieur est constitué de planches de contreplaqué de peuplier d'épaisseur 16 mm. Celle-ci fait environ 1.5 m de côté. b) Chambre anéchoïque acoustique réalisée de façon similaire. Celle-ci fait 2.4 m de haut pour une largeur de travail d'environ 1.2 m de côté.

I.3 Phénomènes particuliers de la physique ondulatoire

I.3.1 Interférences

Le principe de superposition nous indique que nous devons sommer les champs issus de différentes sources pour obtenir la solution en présence de ces deux sources. Lorsque deux sources émettent, des zones d'intensité nulle apparaissent ainsi que d'autres zones avec une sur-intensité.

Interférences à deux ondes

Considérons la figure I.6, où la partie supérieure montre les champs et intensités émis par deux sources dont les positions sont données par les points noirs. Ces deux sources, dans un milieu homogène et infini émettent un champ sphérique. La somme de ces deux ondes donne lieu aux zones sombres et surbrillantes mentionnées. Ces zones sont nommées franges d'interférences. Il s'agit du phénomène interférentiel et afin de l'observer, on a ici superposé des sources de mêmes fréquences et qui ont en outre même amplitude.

Le champ issu de chacune de ces sources ponctuelles et monochromatiques s'écrit au loin comme :

$$\Phi_j(\vec{r}, \omega) = \Phi_0 \frac{e^{i \frac{\omega}{c} \|\vec{r} - \vec{r}_j\|}}{\|\vec{r} - \vec{r}_j\|}, j = 1..2 \quad (\text{I.30})$$

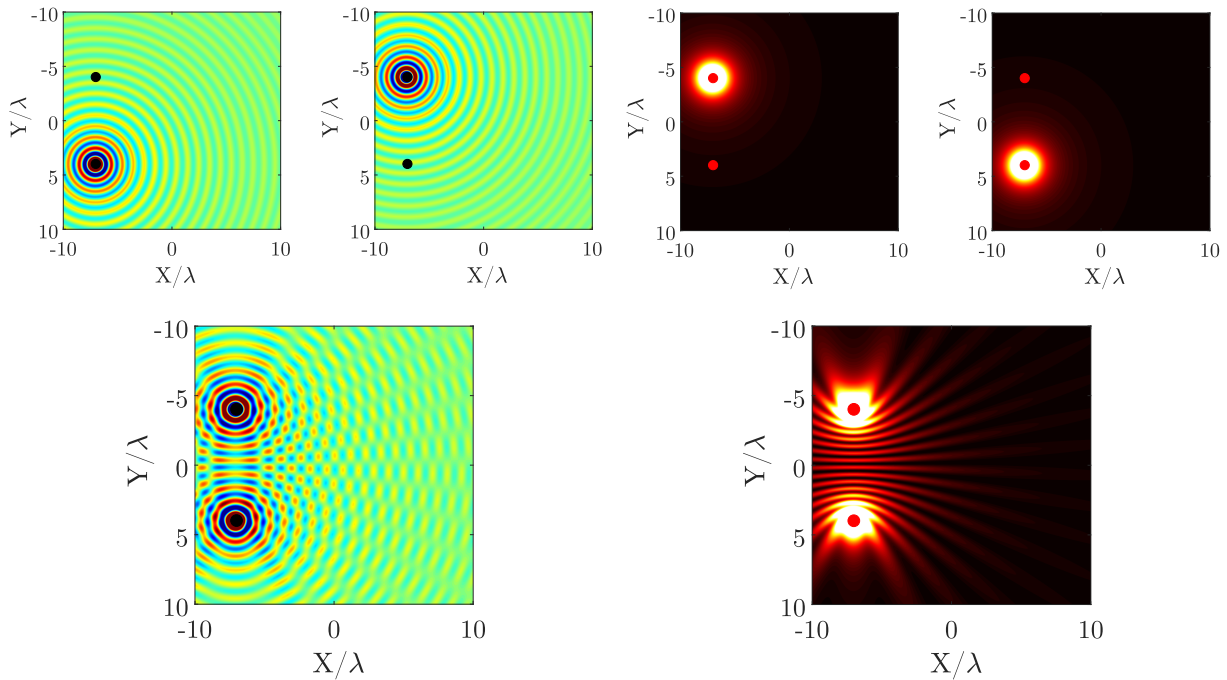


FIGURE I.6 – En haut, partie réelle du champ et intensité pour chaque source, qui ont même intensité mais un déphasage de $4\pi/3$ entre elles. En bas, partie réelle du champ et intensité dans l'espace autour de deux sources ponctuelles émettant chacune une onde sphérique.

Par somme des deux amplitudes, il vient au loin, en intensité (qui est le module au carré du champ total) en introduisant $r_m = 1/2(r_1 + r_2)$:

$$I_{1+2}(\vec{r}, t) = \frac{2\Phi_0^2}{\|r_m\|^2} \left(1 + \cos \left(\frac{\omega}{c} (\|\vec{r} - r_1\| - \|\vec{r} - r_2\|) \right) \right) \quad (\text{I.31})$$

Spatialement, une modulation de l'intensité $\Delta\phi(\vec{r})$ apparaît. Dans certaines zones de l'espace, la différence de trajet depuis chaque source amène leurs champs respectifs à être en opposition de phase, et le champ total est alors nul à ces endroits. Ce phénomène est à la base de l'expérience des trous d'Young, historiquement réalisée en optique [13, 14].

Pour les trous d'Young, il s'agit de faire interférer une source avec elle-même grâce à deux ouvertures dans un écran opaque. Cela permet de créer deux sources secondaires cohérentes, et permettent d'observer les interférences peu importe le type d'onde [15, 16]. C'est là le cas interférentiel le plus simple, puisqu'il n'y a que deux sources ; nous allons maintenant introduire les interférences à N ondes.

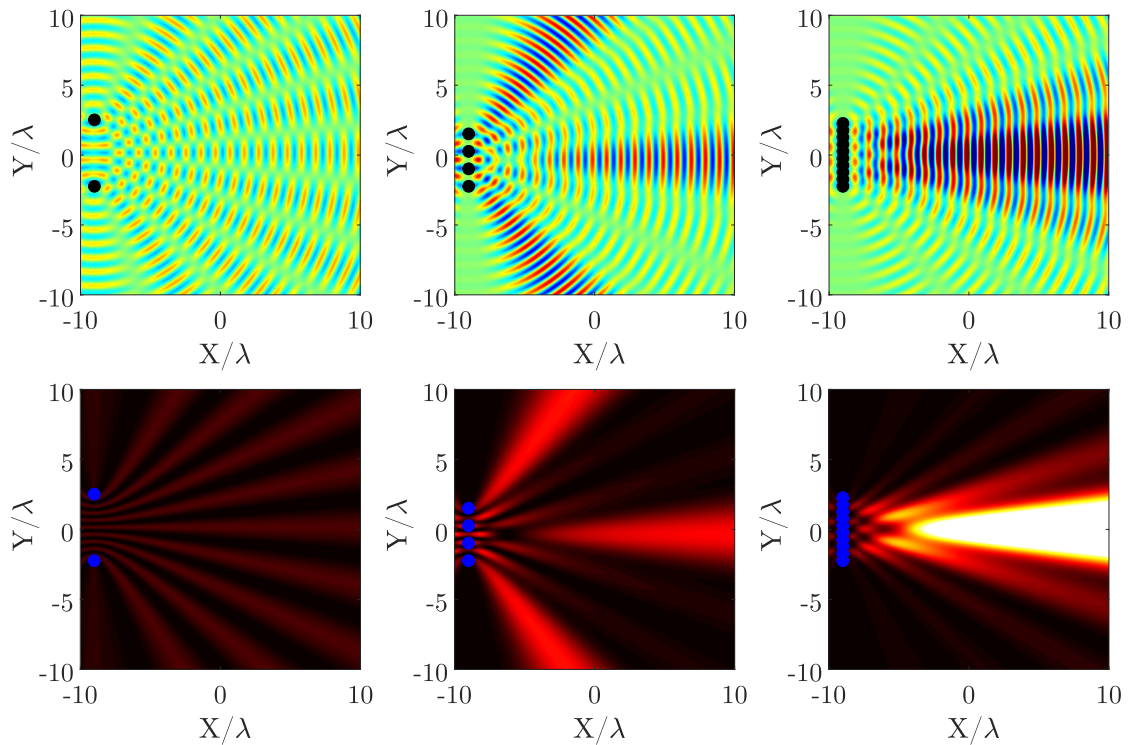


FIGURE I.7 – Champ et intensité dans l’espace autour de sources ponctuelles émettant chacune une onde cylindrique. A gauche, deux sources, au centre, quatre, et vingt à droite interfèrent entre elles. La décroissance est ici corrigée.

Interférences à N ondes

En présence d’un grand nombre de sources, les interférences entre toutes celles-ci doivent être prises en compte. Lorsque l’on introduit plus de sources dans le milieu, par exemple alignées comme dans la figure I.7, le nombre de zones de sur-intensité diminue. En effet, il est moins probable d’avoir une direction dans laquelle les champs issus de toutes les sources sont en phase : on passe donc d’un grand nombre de franges à des lobes de réseaux, et enfin à une émission directionnelle. Le champ émis est quasi nul sauf dans un certain cône perpendiculaire à l’alignement des sources. Dans les panneaux à droite de la figure, le nombre de sources est tel que le champ émis correspond à celui qui serait passé par une ouverture de cette taille : la diffraction que nous allons expliciter dans la prochaine partie est la limite des interférences à N ondes d’un continuum de sources qui constitue une ouverture diffractante.

I.3.2 Diffraction

La diffraction est un phénomène courant avec des exemples comme les vagues sur l'entrée d'un port ou encore simplement la couleur du coucher du soleil. Il s'agit du phénomène d'interaction de la lumière avec des interfaces, et surtout leurs bords. Pour le passage de la lumière à travers une ouverture, il s'agit de l'extension de la zone d'intensité non nulle bien au delà de la simple projection de cette ouverture sur l'écran d'observation. Pour décrire le phénomène, il faut calculer la contribution de chaque point de l'ouverture, qui constitue un continuum de sources, à la figure d'intensité totale.

On prendra pour exemple la diffraction d'une fente de largeur l , considéré comme infini. La théorie intégrale de la diffraction nous permet d'écrire, en intensité, d'après l'équation de Rayleigh-Sommerfeld :

$$I_{diff}(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi l \sin \theta}{\lambda}\right) \quad (\text{I.32})$$

Généralisé en deux dimensions, c'est-à-dire à l'ouverture rectangulaire montré sur la figure I.8, on obtient la figure de diffraction saturée du premier panneau, qui correspond au produit des sinus cardinaux des deux directions de l'espace.

La pupille

Dans le cas d'une ouverture à symétrie cylindrique, plus courante, illuminée par une onde plane, on obtient à l'infini :

$$\Phi_\infty(\beta) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} r dr d\theta \quad (\text{I.33})$$

où β est l'angle d'élévation depuis l'ouverture, r et θ le rayon et l'angle polaire de l'ouverture, limitée par son rayon maximal R . En effet, le champ diffracté à l'infini par l'ouverture uniforme se calcule comme la transformée de Fourier de celle-ci, c'est ainsi que l'on retrouve le sinus cardinal pour une ouverture rectangulaire. L'intégrale selon θ définit la fonction de Bessel du premier ordre J_0 :

$$\Phi_\infty(\beta) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R J_0(kr \sin(\beta)) r dr$$

Par un changement de variable et une intégration triviale :

$$\Phi_\infty(\beta) = 2 \frac{J_1(kR \sin(\beta))}{kR \sin(\beta)} \quad (\text{I.34})$$

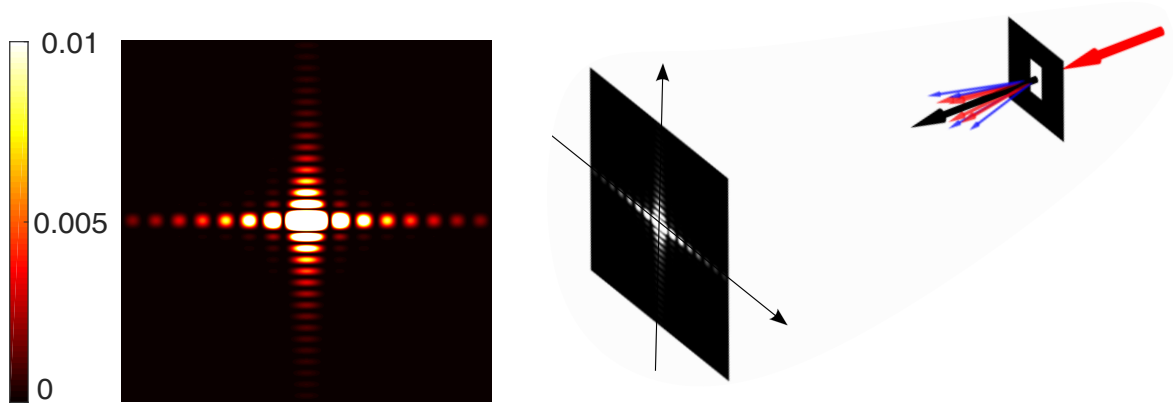


FIGURE I.8 – (a) Figure d'intensité saturée sur l'écran d'observation avec son échelle de couleur. (b) Représentation de la diffraction par une fente de largeur 2λ et de hauteur 4λ et du champ observé sur un écran placé à l'infini.

où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce de premier ordre. La tache centrale, dite tache d'Airy est la fonction d'étalement du point du système. Sa largeur est déterminée par le rayon de la pupille. Cela vient du fait que lors de la diffraction, toutes les ondes planes qui contribuent au champ ne se propagent pas de la même façon. Après diffraction, certaines contributions deviennent évanescentes.

Propagation des ondes à l'infini : champ proche et champ lointain

Lorsque l'on écrit la diffraction d'une superposition d'ondes planes se propageant dans le demi-espace $z > 0$ en réponse à des sources situées dans le plan $z = 0$, il vient [17] :

$$\Phi(z) = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{2} \left[1 + \frac{k}{\sqrt{k^2 - k_\perp^2}} \right] e^{i\sqrt{k^2 - k_\perp^2}z} & \text{lorsque } k_\perp < k \\ \frac{\Phi_0}{2} \frac{k_\perp}{\gamma} e^{-\gamma z} e^{i\phi} & \text{lorsque } k_\perp > k \end{cases} \quad (\text{I.35})$$

où k est la norme du vecteur d'onde et k_\perp sa composante perpendiculaire à la direction \vec{z} de propagation. γ représente un facteur d'atténuation qui s'exprime comme $\sqrt{k_\perp^2 - k^2}$ et la phase $\phi = \tan^{-1}(-k/\gamma)$. Cette équation exprime que la diffraction a un effet sur la propagation. Selon les fréquences spatiales en jeu, le champ peut se propager ou non : la limite est liée à la fréquence temporelle de l'onde par $k_{lim} = \omega/c$. La propagation jusqu'à l'infini est impossible pour une partie des fréquences spatiales, toutes celles qui seront supérieures à ω/c . Ces champs sont évanescents ; c'est ce qui limite l'information

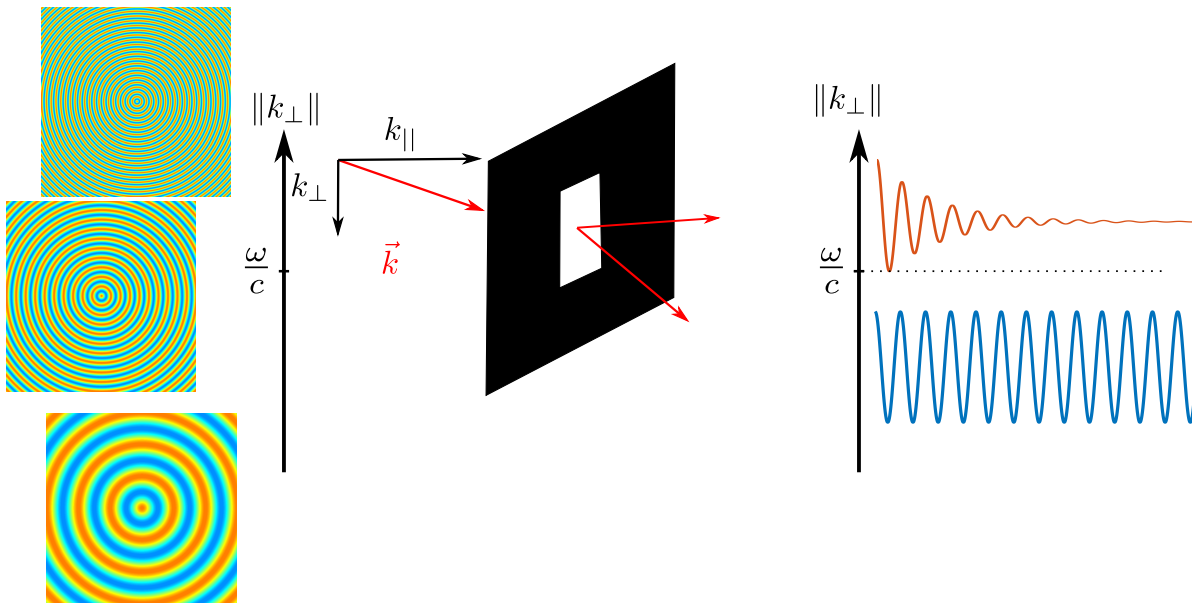


FIGURE I.9 – Schématisation de la diffraction pour des champs ayant différents \vec{k}_\perp . Selon son vecteur d'onde, le champ ne se propage pas de la même façon après l'ouverture diffractante. Toutes les composantes supérieures sont atténuées fortement avec la distance.

contenue dans le champ lointain *après* l'ouverture par rapport au champ incident qui était présent *avant* celle-ci. La diffraction agit comme un filtre passe-bas sur les fréquences spatiales entre ces deux champs. En général, on utilise dans l'imagerie des ouvertures circulaires, car leur fonction d'étalement du point est préférable à celle des ouvertures rectangulaires.

Théorème de Babinet

Une autre propriété fondamentale des ondes est facilement mise en évidence par la diffraction. L'expérience est la suivante : on utilise un cheveu et une fente fine de largeur équivalente à celle du cheveu. Lorsque ces deux objets sont illuminés par le même laser, les figures de diffraction sont identiques. La formalisation de ce phénomène est le principe de Babinet : un objet et son complémentaire, c'est-à-dire une ouverture dans un écran opaque ou un objet opaque de même géométrie, auront la même figure de diffraction. Il est important de noter que pour des ondes électromagnétiques, il faut prendre en compte un changement de polarisation du champ émis à l'infini par une antenne et son complémentaire. Ce théorème des écrans complémentaires pose la question de la réaction de la lumière à de petites particules : celles-ci devraient se comporter comme de petites ouvertures de mêmes formes dans un écran opaque.

I.3.3 Diffusion (Scattering) de la lumière

Le théorème des écrans complémentaires implique qu'une particule ayant une section de diamètre proche de la longueur d'onde devrait avoir un effet sur le champ environnant. En effet, à l'instar d'une ouverture dans un écran qui diffracte dans tout le demi-espace la suivant, une particule, un objet en trois dimensions, réémet dans tout l'espace : il s'agit du phénomène de diffusion.

Premièrement, re-considérons l'équation d'onde dans ce milieu non-homogène :

$$\Delta \vec{\Phi} - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 \vec{\Phi}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (\text{I.36})$$

Ici, la vitesse de l'onde dépend de l'espace, les particules n'étant pas identiques à leur environnement. On peut réécrire que $1/c^2(\vec{r}) = 1/c_0^2 + \alpha(\vec{r})$ où α est la variation des propriétés des particules vis-à-vis de leur environnement. On peut alors simplement réécrire :

$$\Delta \vec{\Phi} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{\Phi}}{\partial t^2} = \alpha(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{\Phi}}{\partial t^2} \quad (\text{I.37})$$

Le second terme est un terme source : on retrouve qu'une particule qui diffère du milieu environnant se comporte comme une source secondaire de champ, réémettant donc dans tout l'espace. Il s'agit du phénomène de diffusion, certaines directions de l'espace peuvent être privilégiées, et l'amplitude de cette onde diffusée dépendra de la taille de cette particule en comparaison à la longueur d'onde. Ces problèmes font intervenir l'interface entre la particule et le milieu l'entourant : sa géométrie influence donc largement ses propriétés de diffusion. Chaque particule, possède sa propre fonction de diffusion $t_i(\vec{r}_i, \vec{r})$ qui caractérise la façon dont la lumière émanant d'une source monochromatique a été rediffusée. Pour des particules sphériques, la théorie de Mie [18–20] permet par exemple d'écrire exactement la fonction de diffusion de ces particules.

La diffusion des ondes devient un domaine entier de recherche lorsque le nombre de diffuseurs ou que leur section efficace de diffusion augmente : la diffusion multiple au sein du milieu est alors difficile à calculer.

I.3.4 Milieux complexes et diffusion multiple

La diffusion multiple de la lumière est un phénomène omniprésent dans notre quotidien. Bien des milieux opaques ne le sont pas seulement à cause de leurs propriétés d'absorption, mais aussi de par leurs propriétés de diffusion. Pour un verre de lait, ou un nuage, la lumière n'est pas absorbée mais diffusée à tel point que l'information de sa direction

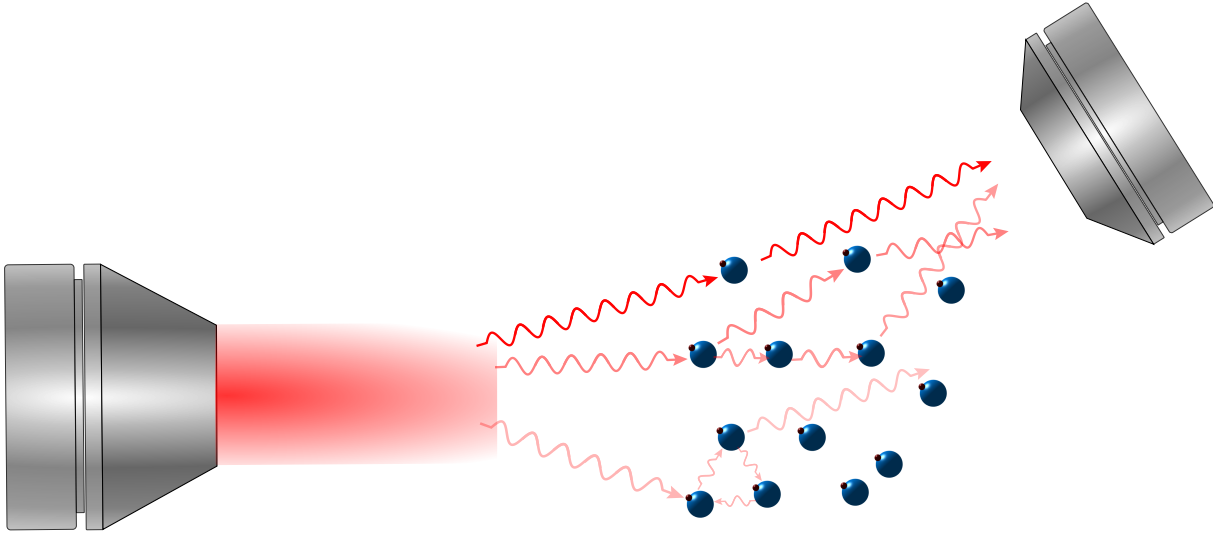


FIGURE I.10 – Schématisation de quelques événements de diffusion. Un milieu de particules diffusantes est illuminé par un faisceau gaussien d'ondes planes, les ondes collectées à droite peuvent venir soit : de diffusion par une particule, un événement de diffusion, soit d'événement plus complexes, où un même diffuseur peut intervenir plusieurs fois entre la source et le récepteur.

initiale lui devient inconnue : impossible alors de voir à travers. On peut se représenter la physique du problème en considérant les « trajectoires » données par le vecteur d'onde. Sur chaque particule on s'intéresse à une direction de diffusion en particulier. On peut alors tracer un trajet de l'onde : elle rebondit sur de nombreuses particules et repart à chaque fois dans n'importe quelle direction, comme une bille dans un flipper particulièrement dense en « bumpers ». Ces différents trajets représentés dans la figure I.10 montrent que la lumière peut emprunter une grande quantité de chemins faisant intervenir différentes particules. Cette visualisation est toutefois très loin de correspondre à la physique du système. La théorie de la diffusion multiple fut formulée par Foldy en 1945 [21], et la résolution d'un tel système est toujours délicate car les équations qui le régissent sont dites « self-consistent », c'est-à-dire que le champ que l'on cherche à calculer dépend de lui-même.

Considérons maintenant un champ incident monochromatique Φ_0 dans un milieu composé de N particules comprises dans un volume V d'environnement homogène. Leurs positions sont aléatoires et le champ total dans le milieu s'écrit :

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi_0(\vec{r}) + \sum_{i=1}^N \Phi(\vec{r}_i) t_i(\vec{r}_i, \vec{r}) \frac{e^{i\frac{\omega}{c}\|\vec{r}_i - \vec{r}\|}}{\|\vec{r}_i - \vec{r}\|} \quad (\text{I.38})$$

Sur chaque diffuseur, c'est le champ complet qu'il faut prendre en compte, car chacun d'entre eux agit sur tous les autres. Afin de simplifier ce formalisme, on peut considérer l'approche matricielle qui permet, par inversion de la matrice, de prendre en compte l'entière de la diffusion multiple dans le milieu. L'approche diagrammatique, qui consiste à écrire des événements de diffusion particuliers, permet de s'intéresser à des phénomènes tels que la rétro-diffusion cohérente ou la diffusion cohérente en avant [22–24]. Enfin, il est possible de considérer des propriétés moyennes du milieu, définies à travers des grandeurs caractéristiques [25]

Lorsque la diffusion multiple domine, ce milieu complexe transforme une onde plane monochromatique en un « speckle » d'intensité où la corrélation du champ s'éteint rapidement sur une distance de l'ordre du libre parcours moyen de diffusion, qui est la distance moyenne entre deux événements de diffusion. Si cette onde plane transportait de l'information celle-ci est désormais perdue. Il y a en effet un brouillage temporel (différents trajets ont des temps de parcours différents) et spatial qui laisserait à penser que l'information portée est perdue.

Nous allons dans la suite montrer comment différents contrôles permettent de profiter de ces différents phénomènes ondulatoires afin de s'affranchir de leurs limites intrinsèques, ou de les mettre à profit.

I.4 Contrôle des propriétés ondulatoires

D'un point de vue applicatif, les ondes ont des propriétés très intéressantes puisque leur propagation les amène à transporter de l'information dans l'espace et le temps. Cela permet d'aller de la communication à distance à la détection d'une variation (spatiale ou temporelle) des propriétés du milieu, qui peut être de nature diverse, jusqu'à la quantification de celle-ci. La détection et sa quantification ne suffisent pas, il faut pouvoir la localiser, ce qui est le but de l'imagerie quantitative.

Afin de contrôler ces ondes, il n'existe que trois leviers d'actions. On peut d'une part imposer des sources au milieu pour obtenir le champ voulu, ou par réciprocity, modifier la distribution de récepteurs. En outre, altérer le milieu lui même permet que les ondes qui s'y propagent se conforment au champ désiré ; il est possible d'autre part de modifier les conditions aux limites afin de changer le champ au sein du milieu qu'elles délimitent.

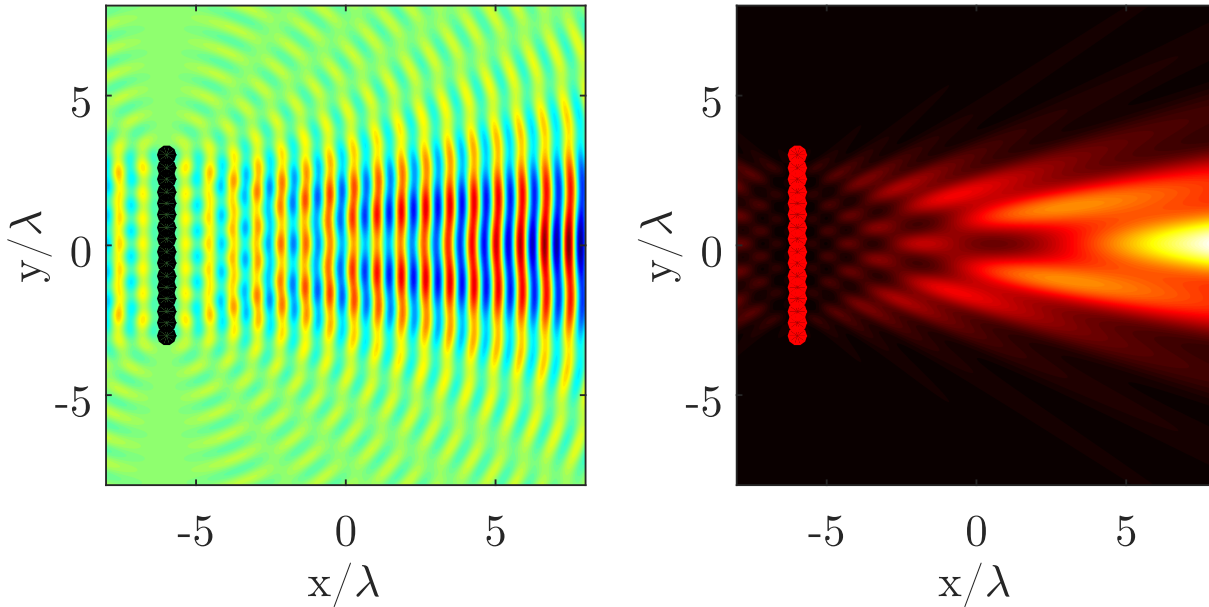


FIGURE I.11 – Exemple de réseau d’antennes pour obtenir un maximum de champ dans une direction. Chaque cercle noir représente une source de même amplitude et phase. Le champ à gauche, et l’intensité à droite montrent que les interférences sont constructives dans une direction particulière.

I.4.1 Contrôle des sources

Afin de soumettre les ondes à un comportement voulu, le plus simple est de multiplier les sources. Les interférences entre ces différentes sources permettent alors de construire le champ désiré dans le milieu. Dans le domaine des micro-ondes, qui sont les ondes électromagnétiques dont la fréquence est de l’ordre du gigahertz, on utilise par exemple des réseaux d’antennes pour les communications à grande distance.

Des source d’ondes électromagnétiques : les antennes

Un exemple d’antenne simple en micro-ondes est un fil métallique excité en son centre par un courant variant sinusoïdalement à la fréquence d’émission. Si la longueur du fil est d’une demi-longueur d’onde, le mouvement des électrons qui suit l’onde stationnaire établie émet un champ dipolaire tout autour de ce fil. Lorsque l’on place plusieurs de ces antennes dans des conditions où le couplage est sans effet, on peut se contenter de superposer les champs issus de chacune d’entre elles, et obtenir par interférences le champ voulu. Pour les ondes radio, où l’on désire une répartition uniforme de l’énergie, afin que chacun puisse capter le signal peu importe sa position, on utilise une multiplication des antennes relais pour porter le champ plus loin, et compenser les interférences dues au

paysage. Le domaine des antennes à ses problématiques propres liées aux caractéristiques des antennes que nous allons maintenant décrire.

Une antenne, système général s'il en est, est caractérisée par quatre propriétés fondamentales qui décrivent son rayonnement du point de vue applicatif. Une antenne idéale aura été optimisée dans chacune de ces propriétés.

- la **fréquence centrale** de fonctionnement de l'antenne.
- Une antenne fonctionne dans une certaine **largeur de bande** autour de sa fréquence centrale. Dans le cas d'une antenne dipolaire, le premier mode stationnaire s'établit lorsque la longueur de l'antenne est une demi-longueur d'onde. La largeur de bande de cette antenne est de l'ordre de 25% de sa fréquence centrale.
- **Efficacité** : une antenne est un port de transmission : elle émet à l'infini l'énergie qui y est injectée par une source de courant ou de tension. Mais les antennes ont une impédance propre et une impédance de rayonnement. L'inadaptation d'impédance avec la source peut significativement réduire l'énergie disponible à l'émission. Son impédance de rayonnement caractérise ensuite la façon dont l'énergie qui excite l'antenne est réellement émise. L'efficacité d'une antenne est sa capacité à rayonner l'énergie qui lui est imposée. Elle se calcule comme l'énergie totale émise en champ lointain par rapport à l'énergie apportée à l'antenne.
- Diagramme de rayonnement et **directivité** : une antenne doit, selon son rôle, pouvoir illuminer tout l'espace ou une direction précise. Il s'agit du diagramme de rayonnement de l'antenne que l'on caractérise par une seule grandeur, la directivité. Celle-ci se calcule comme l'énergie émise dans la direction d'intérêt comparée à l'énergie totale émise :

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{\|\vec{\Pi}(\theta, \phi)\|}{\iint \|\vec{\Pi}(\theta', \phi')\| \sin(\theta') d\theta' d\phi'} \quad (\text{I.39})$$

Cette formule exprime la comparaison du pouvoir directif d'une antenne parfaitement omnidirectionnelle sur 4π stéradians et celui de l'antenne réalisée, qui est la fraction d'énergie émise dans la direction voulue par rapport à toute l'énergie émise. La directivité caractérise la résolution angulaire d'une antenne, c'est-à-dire la capacité à différencier les signaux venant de deux sources différentes placées à l'infini. Une antenne est alors complètement caractérisée par ces quatre propriétés : quelle énergie accepte-t-elle, à quelle fréquence, avec quelle latitude, et comment celle-ci est-elle émise.

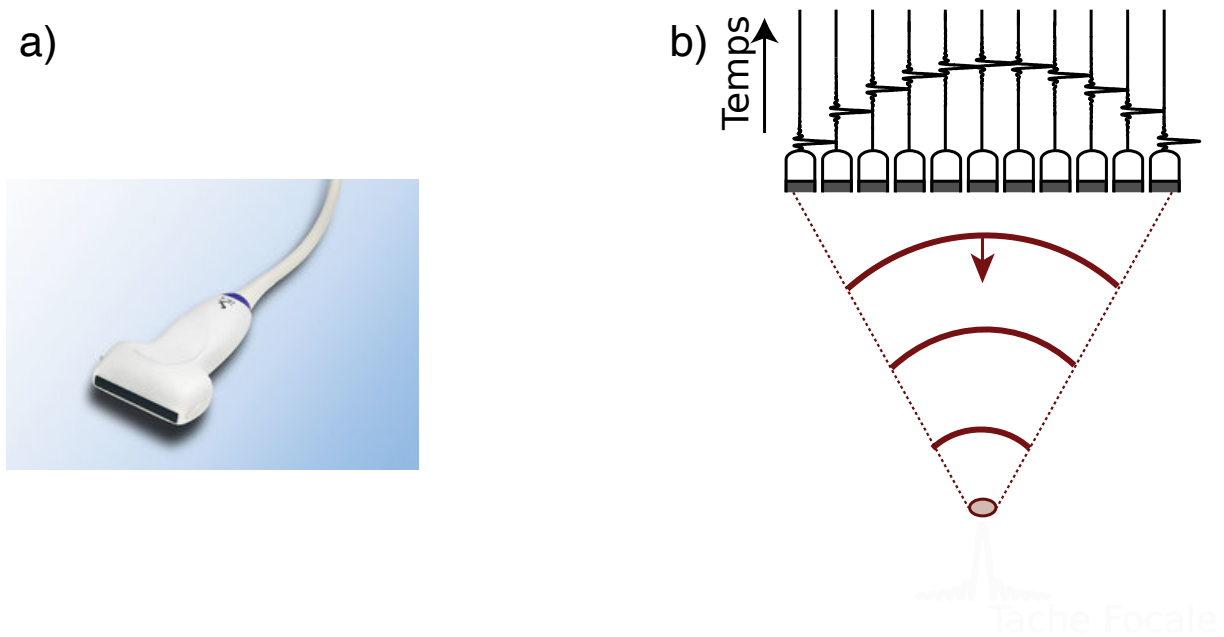


FIGURE I.12 – a) Sonde échographique de 256 éléments développée par SuperSonic Image fonctionnant entre 4 et 15 MHz servant pour l'imagerie du corps humain. b) Exemple de loi de délai imposée à quelques éléments pour focaliser une impulsion en un point de l'espace (image fournie par William Lambert).

Si l'on veut focaliser l'énergie émise dans une seule direction de l'espace, on peut par exemple multiplier les sources, ce qui revient à utiliser un réseau d'antennes. Cela augmente drastiquement la directivité par interférences tel que sur la figure I.11, qu'il faut mettre en relation avec la figure I.7.

La barrette échographique

Lorsqu'il est possible de contrôler phase et amplitude sur chacune des sources, ici découplées, il est possible de reconstruire n'importe quel front d'onde. Les limitations à cette reconstruction seront la densité de sources et l'extension spatiale de l'objet. Dans le domaine des ultrasons, on utilise des réseaux de transducteurs : de l'échographie pré-natale au contrôle non-destructif de défauts dans des objets de fabrication industrielle, ils permettent d'explorer rapidement et sans dommage la matière en profondeur. En utilisant une barrette échographique, qui est constituée d'un certain nombre d'éléments piézo-électriques distincts, il est possible de focaliser le champ à différentes profondeurs dans l'objet à imager. C'est en contrôlant le délai entre les différents éléments qu'il est possible de reconstruire un front d'onde incident choisi, et donc de focaliser une impulsion brève à une profondeur donnée, comme montré sur la figure I.12. Le balayage est effectué

électroniquement : cela permet de former plusieurs dizaines d'images par seconde, ce qui permet d'observer en temps réel les rythmes biologiques qui s'opèrent à ces échelles de temps [26,27].

Limite de résolution

L'extension spatiale de ces sources donne lieu à un phénomène de diffraction, qui fixe une taille minimale à la tache focale de ces systèmes. Il s'agit de la limite de diffraction. Pour une ouverture circulaire comme la pupille discutée précédemment, décrite par son rayon, Abbe a établi [28,29] que la tache focale ne peut être plus fine que $1.22\lambda/(n \sin \theta)$ où λ est la longueur d'onde, n l'indice de réfraction du milieu, et 2θ l'ouverture angulaire de focalisation. Lorsque l'ouverture angulaire est de $\pi/2$, cette expression est maximale. Pour la pupille devant focaliser à une certaine distance L , cet angle est $\tan^{-1}(R/L)$: plus la pupille est petite, plus large est la tâche de diffraction. Cette limite est fondamentale dans la physique des ondes et sera revisitée plus en détail au dernier chapitre. Notons déjà que lorsque R tend vers l'infini, l'angle maximal ne peut tendre que vers $\pi/2$, ce qui signifie qu'il existe une résolution maximale à environ $\lambda/2$, ce qui limite le pouvoir de résolution des systèmes d'imagerie.

Ainsi, le contrôle sur les sources, dans leur répartition spatiale ou temporelle, permet d'agir sur les propriétés du champ. Nous avons ici considéré qu'il était possible d'obtenir des sources absolument indépendantes en toutes circonstances, mais ce n'est pas toujours le cas, il est parfois plus facile d'utiliser un autre type de contrôle.

I.4.2 Contrôle des conditions aux limites

Il est parfois plus simple de modifier les conditions aux limites du milieu, afin de contrôler les ondes en son sein, lorsque les sources imposées sont fixées. La réflexion totale sur un mur de métal, par exemple, permet d'induire des sources virtuelles, qui viendront contribuer au champ total.

L'antenne parabolique

Ici, une seule source émettant dans un demi espace est dirigée vers le centre d'un réflecteur. Celui-ci, ayant la forme d'un paraboloïde de révolution, permet de créer les sources virtuelles qui focalisent le champ dans une direction unique presque sans pertes. La focalisation dérive de la géométrie du réflecteur qui est donc insensible aux faibles changements de fréquence, ou à une éventuelle polarisation de l'onde incidente. Pour les antennes astrophysiques, le montage de type Cassegrain, figure I.13(b), qui utilise deux réflecteurs se

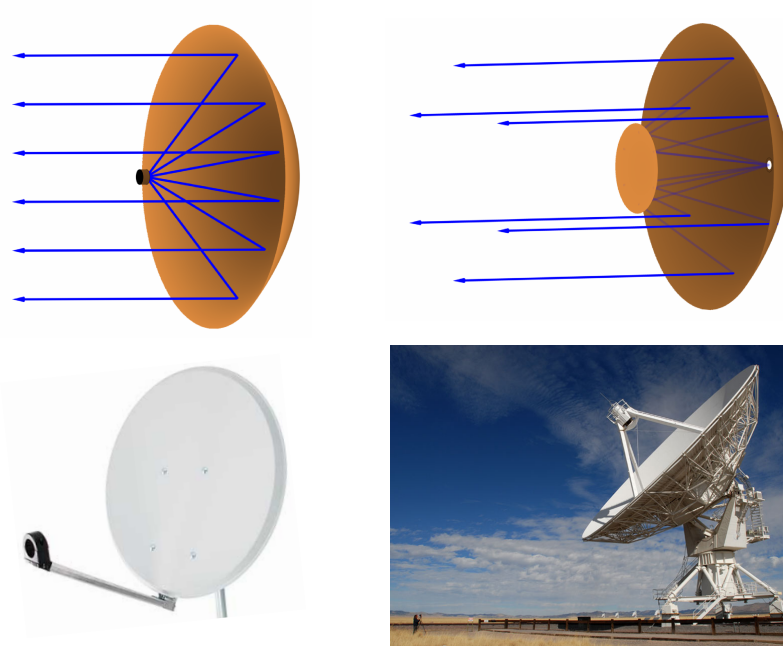


FIGURE I.13 – Le fonctionnement d’une antenne parabolique dans les deux types de montage classiques, en prime-focus comme pour les antennes de télévision satellitaires, ou en Cassegrain comme dans les paraboles du réseau VLA au États-Unis

faisant face, avec la source au centre du grand paraboloïde est préféré car il permet d’éviter de la suspendre comme dans le premier montage. Ainsi, en contrôlant la réflexion des ondes sur des interfaces, il est possible de grandement modifier les propriétés d’émissions d’une source unique.

Le dernier levier autorisé par l’équation de d’Alembert réside dans la dépendance spatiale du seul paramètre qui y apparaît : la célérité.

I.4.3 Contrôle du milieu de propagation : la lentille

Reprenons le cas de la pupille ; le continuum de sources secondaires donne lieu au phénomène de diffraction. Un contrôle sur la phase de chacune de ses sources permet de faire interférer constructivement ces différentes contributions au point voulu. On peut pour cela modifier l’indice du milieu dans une certaine zone pour reconstruire le front d’onde circulaire focalisant depuis une onde plane : il s’agit de la lentille. Caractérisée par une distance fixée par sa géométrie appelée *distance focale* F elle permet de focaliser une onde incidente vers un point de ce plan. On va désormais s’intéresser à la répartition de l’intensité dans les plans xOy perpendiculaires à cet axe z privilégié.

La lentille est illuminée par une onde plane, ou en pratique, un faisceau à faible ouverture

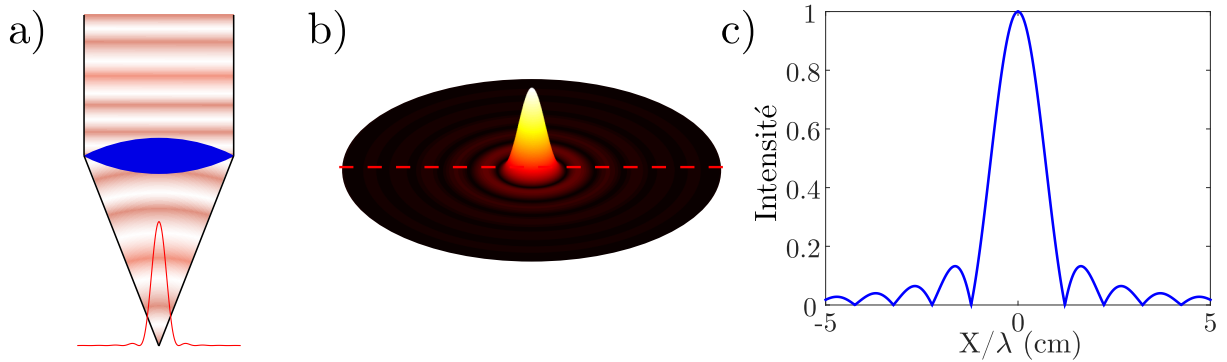


FIGURE I.14 – (a) Principe de focalisation de la lentille avec en rouge l'intensité dans le plan focal. (b) Représentation 3D de l'intensité de la tache d'Airy, la couleur indiquant l'intensité du champ. (c) Section de l'intensité du champ.

angulaire, si bien que le flux par unité de surface est relativement constant sur les distances qui nous intéressent. Dans l'approximation paraxiale, le champ en un point (x_0, y_0, F) du plan focal, qui est le plan xOy distant de F de la lentille dans le sens de propagation s'écrit :

$$\Phi(x_0, y_0, F) = \frac{\Phi_0 e^{ikF}}{i\lambda F} \iint_{\text{lentille}} t(x, y) e^{i\frac{\omega}{2cF}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx dy \quad (\text{I.40})$$

Cette équation calcule le champ en un point comme la somme des contributions de toutes les sources secondaires, pondérées par le déphasage dû à la propagation. La lentille a pour transparence la loi de focalisation $t(r, \theta) = \exp(-i\omega/(2cF) \times (x^2 + y^2))$. Cette loi est bien celle qui permet d'annuler le déphasage des sources secondaires dû à la propagation, qui apparaît dans l'intégration, puisqu'en remaniant il apparaît :

$$\Phi(r_0, F) = \frac{\Phi_0 e^{ikF}}{i\lambda F} e^{i\alpha_f r_0^2} \iint_{\text{lentille}} e^{-i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} dr d\theta \quad (\text{I.41})$$

où $\vec{k}_0 = (\omega x_0/cF \ \omega y_0/cF)$. La tache focale est donc à symétrie cylindrique, et l'on retrouve exactement le calcul de la tache d'Airy présenté pour la pupille : il s'agit d'une simple transformée de Fourier. La lentille permet d'amener le champ à l'infini dans le plan focal. Dans ce plan, la taille de cette tache focale ne dépend que de l'ouverture de la lentille : elle n'est limitée que par la diffraction, phénomène physique fondamental plutôt que par le système de mesure, voir la figure I.14.

La limite de diffraction, pour un système d'imagerie utilisant cette lentille, signifie qu'un objet ponctuel ne sera pas perçu, de par le filtrage spatial de la diffraction, comme pon-

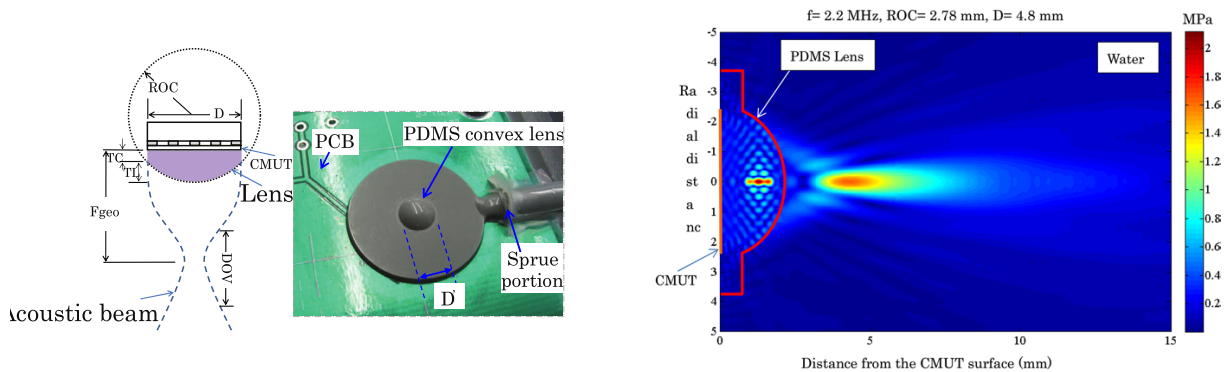


FIGURE I.15 – A gauche, schéma de principe de fonctionnement de la lentille acoustique convexe réalisée avec du PDMS, avec une photo de l'échantillon. A droite, simulation numérique des performances 3D de l'antenne, les résolutions axiale et en profondeur étant visibles ici.

tuel, il sera vu comme la réponse de la lentille c'est-à-dire comme sa tâche de diffraction : c'est ce qui explique le nom de la fonction d'étalement du point du système. La lentille est un objet commun à toutes les ondes, que l'on peut construire également en acoustique.

La lentille acoustique

La réalisation de lentille acoustique peut se faire de différentes façons : dans le domaine des ultrasons, on peut utiliser un matériau de densité différente, et donc de célérité différente, pour réaliser des lentilles convexes ou concaves [30–32]. La figure I.15 montre la réalisation expérimentale d'une lentille convexe en PDMS sur un transducteur réalisé sur PCB. La simulation de sa tâche focale en profondeur est montrée à droite. Dans le plan focal, une coupe de cette tâche est la transformée de Fourier de la « transparence » sur le transducteur.

Conclusion

Ce premier chapitre nous a servi à poser les bases de la physique ondulatoire : les ondes que nous allons manipuler par la suite, acoustiques et électromagnétiques, ont des propriétés différentes, la première est scalaire, la seconde vectorielle, mais elles sont toutes deux sujettes à la même physique ondulatoire. Nous avons donc rappelé l'équation de D'Alembert et la façon de l'obtenir pour ces ondes.

Nous avons ensuite rappelé les différents phénomènes auxquels il est nécessaire de prêter attention lors de la manipulation d'ondes. Les propriétés de l'équation d'onde, très générales, permettent de dégager certains comportements communs à tous les types d'onde. Les interférences entre ondes cohérentes, la diffraction par les interfaces et en général la diffusion rendent parfois difficile les applications de la physique ondulatoire.

Enfin, nous avons illustré différents contrôles sur les ondes. En modifiant l'indice optique d'une région de l'espace, il est possible de focaliser les ondes en un point à une distance donnée : il s'agit de la lentille. Nous avons aussi vu qu'à l'aide d'une parabole réfléchissante, une source unique n'émet plus que dans une direction unique ce qui la rend assez précise pour distinguer les étoiles d'un système binaire d'astres, par exemple. Ces deux exemples mettent en exergue deux des trois leviers qui existent pour agir sur le champ d'une onde : contrôle sur les sources, contrôle sur les bords (conditions limites), contrôle sur le milieu lui même.

Dans ma thèse, nous avons effectué ces trois types de contrôle au cours de trois travaux différents :

- Dans le chapitre II, nous verrons qu'un contrôle sur les conditions aux limites effectué par des pixels binaires permet de contrôler le champ dans une cavité chaotique semi-ouverte, et permet de la transformer en une antenne directive reconfigurable.
- Dans le chapitre III, nous nous intéresserons à l'approche méta-matériau pour la création d'antennes super-directives : un contrôle sur le milieu, grâce à des diffuseurs résonants passifs, permet de moduler la géométrie de l'émission d'une source dipolaire unique.
- Dans le chapitre IV, c'est un contrôle sur les sources que nous avons effectué. La mise en rotation d'une ligne de sources a été étudié à des fins d'imagerie, permettant de réaliser des images plus fines que la limite de diffraction ne l'imposerait pour un système statique de même taille.

Chapitre II

Emission directive par une cavité chaotique ouverte

Dans ce chapitre nous introduirons le contrôle des ondes par changement de conditions aux limites. En s'intéressant aux antennes à réseau de réflexion ou à pointage électronique, nous étendrons leurs concepts à un nouveau type d'antenne via l'utilisation de cavités. En abordant d'abord les notions de guides d'onde et de cavités réverbérantes, nous montrerons comment le champ à l'intérieur de ces dernières peut être modulé par une métasurface électroniquement reconfigurable fonctionnant dans la gamme du GHz. Cet objet, dénommé plus loin SMM pour *Spatial Microwave Modulator* a été développé au laboratoire durant les thèses de Nadège Kaina et Matthieu Dupré [33]. Il est désormais commercialisé par la startup GreenerWave [34]. L'application recherchée est la réalisation d'une antenne reconfigurable. Nous exposerons donc en tout premier lieu l'état de l'art pour les antennes à contrôle de sources virtuelles.

II.1 Réseaux d'antennes à pointage électronique

Nous avons introduit le concept de la parabole dans le premier chapitre, où une source unique dirigée vers un réflecteur parabolique permet de concentrer l'émission vers une direction imposée. Très utilisées pour les études astronomiques, ces paraboles sont souvent immenses, comme celle du *Very Large Array* montrée au premier chapitre ; ce genre de géométrie, complexe à mettre en œuvre et volumineuse n'est pas indiquée pour les systèmes embarqués, où la miniaturisation est de mise. A cette fin, la parabole peut être remplacée par des antennes à réseau de réflexion ou les antennes à commande de phase.

II.1.1 Antennes à réseau de commande de phase

Pour les réseaux à commande de phase, une source unique de courant excite parallèlement un grand nombre d'émetteurs et chacune de ces lignes dispose d'un déphaseur contrôlé. A l'inverse du réseau d'antennes du premier chapitre, on ne contrôle ici pas l'intégralité des courants dans les fils, mais seulement leurs phases. On peut par exemple utiliser un ensemble de lignes à retard en cascade. Ce dispositif permet d'imposer une relation de phase particulière au réseau. Le contrôle complet de la phase entre les différents éléments, ici séparés d'une distance d'environ $\lambda/2$ pour éviter le couplage, est ce qui permet de choisir électroniquement la direction du lobe principal d'émission. Dans la figure II.1, les résultats d'une expérience numérique d'un réseau linéaire de quatorze antennes dipolaires sont présentés. Toutes ces antennes sont excitées avec une même source d'intensité normalisée ; ils sont en revanche chacun déphasés les uns par rapport aux autres : en changeant ce délai

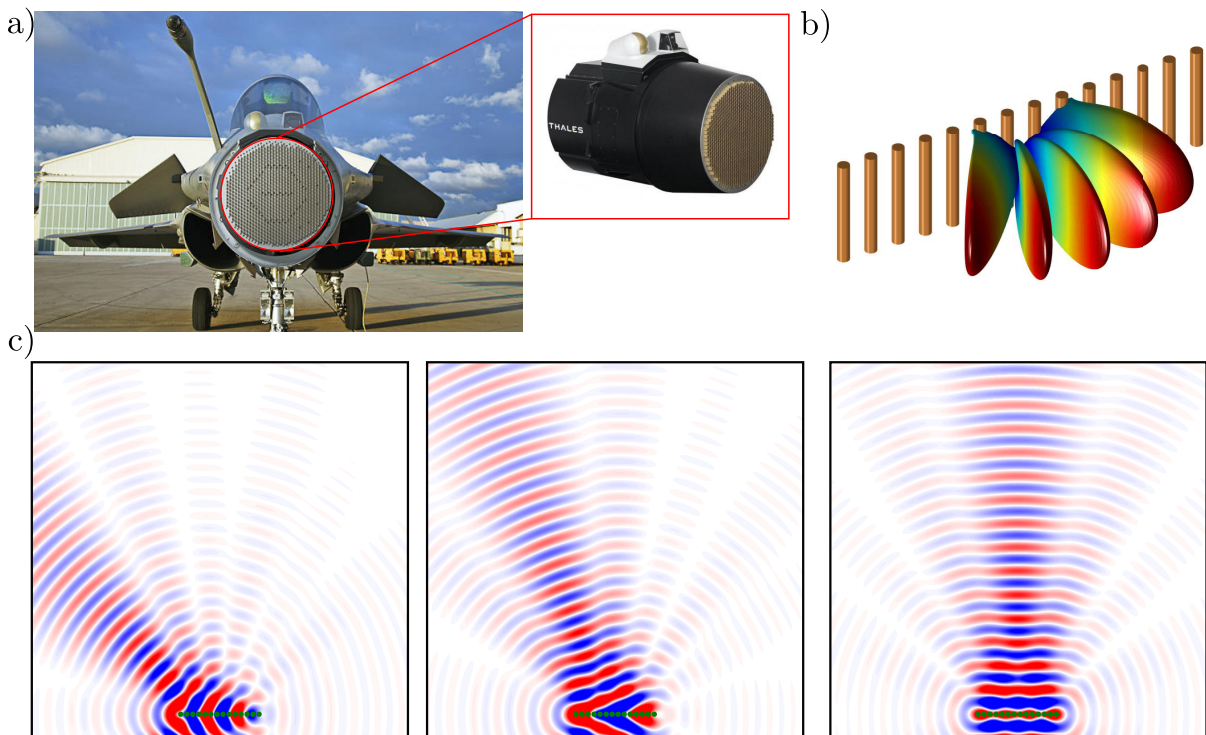


FIGURE II.1 – a) Nez d'avion de chasse ouvert, révélant le réseau à commande de phase lui permettant de suivre la position des autres objets volants à portée. b) Réseau linéaire de quatorze éléments dipolaires et représentation de cinq champs lointains émis pour différentes relations de phase dans le réseau. Celui-ci permet de balayer l'espace. c) Champ proche obtenu dans le plan perpendiculaire aux dipôles qui les coupe en leurs centres, pour trois directions de pointages. Les points verts signalent leurs positions.

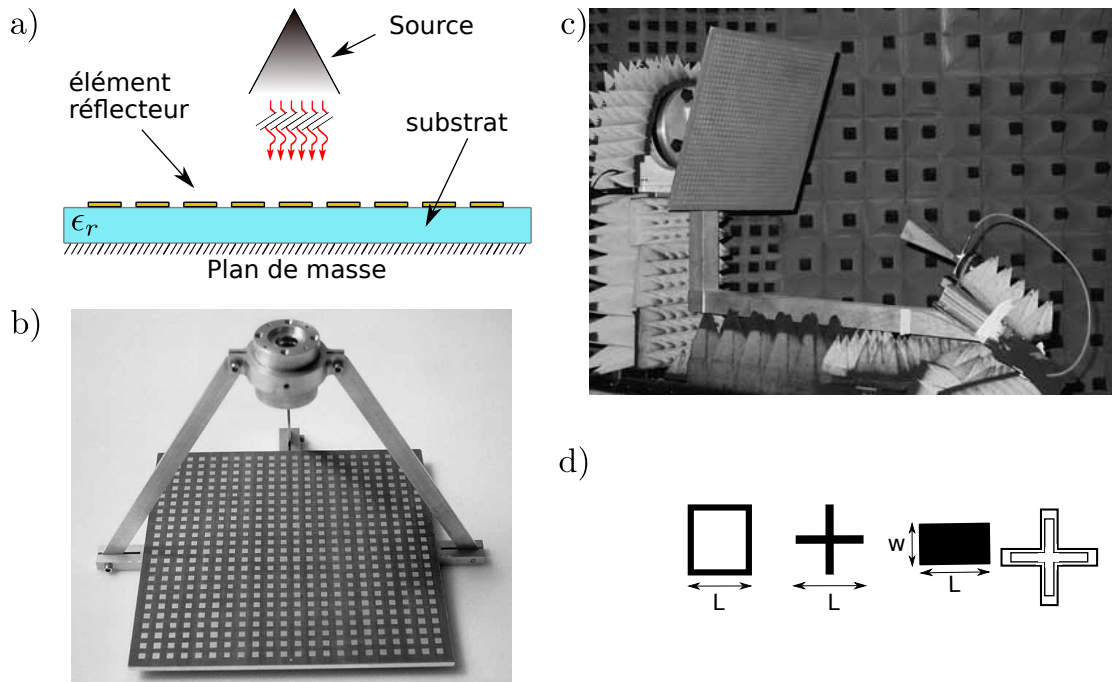


FIGURE II.2 – a) Schéma de principe d'une antenne à réseau de réflexion : une source lointaine illumine des éléments réflecteurs placés sur un substrat de constante diélectrique ϵ_r et un plan de masse [36]. b) Photo d'une antenne à réseau de réflexion de 15 cm de côté fonctionnant à 28 GHz [37]. c) Exemple d'antenne dans une chambre anéchoïque pour mesure d'émission en champ lointain. d) Exemples d'éléments simples : le patch vide ou la croix caractérisés par leur côté L ; le patch rectangulaire de côté L et de largeur w , celui-ci discrimine les deux polarisations. Enfin un concept plus complexe de double croix évidée, dont le but est d'élargir la largeur de bande de fonctionnement de l'antenne.

entre les émetteurs de $-\pi/2$ à $+\pi/2$, le lobe principal d'émission balaye les directions de l'espace ainsi que montré dans le panneau b) de la figure II.1. Le panneau c) montre trois exemples de la composante verticale du champ électrique autour de ce réseau d'antennes. C'est ce concept qui est à la base du radar AESA RBE2 de l'entreprise Thalès qui équipe certains avions de chasse [35]. Le pointage électronique rapide permet de tracer la position des autres avions détectés à travers leur signature radar (figure II.1 .a)).

Les problèmes de ces antennes sont multiples : souvent peu compactes, elles souffrent d'une dissipation non négligeable. Il est également impossible de procéder à une apodisation de l'émission car cela revient à allumer sélectivement certaines sources, ce qui complexifie l'électronique et entraîne une perte de l'efficacité de l'antenne. Enfin, on mentionnera leur prix prohibitif. Afin d'assurer ses performances, le radar AESA RBE2 en vient à peser plusieurs centaines de kilos, avec une profondeur de plusieurs dizaines de centimètres.

Antennes à réseau de réflexion

Une antenne de ce type est constituée d'une source directive et d'un réseau de réflexion. C'est le milieu ambiant qui fait office de ligne de transmission, ce qui limite la dissipation. Comme montré sur la figure II.2.a) le champ émis par une source est réfléchi sur chacun des éléments du réseau : le contrôle de la phase de réflexion sur chacun d'entre eux permet d'imposer la directivité voulue pour le système global. La cellule unité du réflecteur peut avoir de nombreuses formes selon les besoins en termes de largeur de bande, de polarisation ou de résolution angulaire de l'antenne. Différents éléments de base peuvent être choisis selon l'application voulue : leur réponse en phase selon la polarisation, la fréquence ou l'angle d'illumination permet de modifier le champ lointain réfléchi par la surface. Une modulation des propriétés géométriques de ces éléments en fonction de leur position permet de contrôler l'émission de l'antenne qui est mesurée comme montré en c) de la figure II.2. Cette antenne est dite à réseau passif : une fois la construction réalisée, l'antenne est définie. Changer la direction de pointage nécessite un déplacement physique de l'antenne. Il est en revanche possible de créer des éléments actifs, dont une simple modulation changera la réponse en phase et permettra de rediriger le lobe principal d'émission.

·
Pour ce type d'antenne, on utilise un contrôle externe sur les éléments, de façon à modifier leurs propriétés à l'échelle de la cellule unité.

Antennes à réseau de réflexion reconfigurables

Afin de reconfigurer le réseau de réflexion, la phase à la réflexion sur chacun de ces éléments doit être contrôlée, cela permet de reconstruire une parabole virtuelle dont la direction d'émission est choisie. L'utilisation de cristaux liquides [38], ou de matériaux photoconducteurs [39,40] permet de contrôler électroniquement la direction du lobe principal. Pour les cristaux liquides, c'est l'application d'une tension continue sur deux électrodes de part et d'autre du réseau de réflecteurs qui permet d'aligner les cristaux liquides parallèlement au champ électrostatique créé, et donc de modifier continûment le réseau selon ladite tension.

Pour avoir un contrôle plus précis, il est nécessaire de l'exercer à l'échelle de la cellule unité elle-même. Cela demande un grand nombre de lignes de commande mais permet de

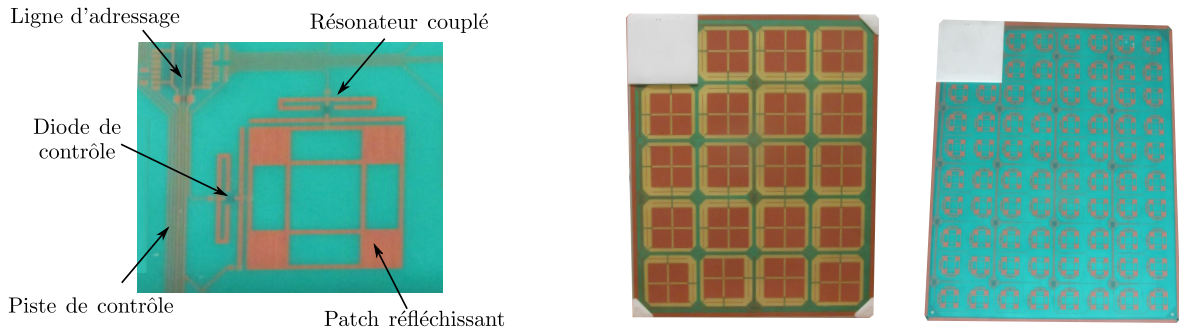


FIGURE II.3 – Photos des modulateurs de micro-ondes utilisés lors de nos expériences. L'élément unitaire de la métasurface fonctionnant à 5.1 GHz est à gauche. La symétrie selon la diagonale vient de la dualité de la structure : elle consiste en deux éléments perpendiculaires pour chaque polarisation. Au centre, le modulateur fonctionnant à 2.45 GHz et à droite le modulateur complet fonctionnant à 5.1 GHz.

moduler à volonté les propriétés de l'antenne. Il est d'une part possible de déplacer physiquement de quelques centimètres la cellule concernée [41], ce qui créera une différence de marche entre les deux positions, déphasant l'onde réfléchie en cet endroit. Cela induit une grande liberté, un déphasage possible entre 0 et 2π sur chaque cellule unité, mais une complexification du système qui rend difficile l'application aux systèmes embarqués.

L'idée proposée par notre équipe pour pallier ces problèmes est d'utiliser une cavité pour multiplexer le signal et enregistrer sur un seul canal physique les réponses de plusieurs éléments [42–44]. Les cavités semblent donc être un atout dont les propriétés de multiplexage pourraient pallier aux problèmes des antennes à pointage électronique, tout en soulageant le système de cette électronique qui alourdit les radars industriels.

Dans nos travaux, c'est grâce à un modulateur de micro-ondes au sein de la cavité que les résultats ont été obtenus. Nous allons maintenant présenter le modulateur de micro-ondes, et ses performances en tant qu'antenne à réseau de réflexion reconfigurable.

II.1.2 Une métasurface électroniquement reconfigurable : le SMM

Notre métasurface est représentée sur la droite de la figure II.3, ses dimensions sont de 32 cm par 28,5 cm. Il est constitué de 76 éléments résonants arrangés en réseau carré sur la surface disponible. Son épaisseur est inférieure au centimètre, ce qui en fait un objet compact, qui contient toute l'électronique de contrôle centralisée en haut à gauche, sur une carte de contrôle contenue dans le carré blanc.

Physique à l'échelle de l'élément résonant

L'élément unitaire de la métasurface est constitué d'un résonateur placé devant un plan de masse, dont la symétrie lui permet de se coupler aux deux polarisations du champ. Sa fréquence de résonance est celle de travail : en tant que diffuseur résonant, cet objet a donc un saut de phase à la fréquence considérée qui lui permet d'ajouter un déphasage supplémentaire de π à la réflexion sur le métal, résultant en un déphasage nul. De cette façon, cette métasurface agit comme un réseau de réflexion avec un masque de phase uniforme à 0. Dans la figure II.3, on peut voir que le patch résonant est couplé à deux résonateurs, au-dessus et à gauche. Ceux-ci sont coupés par une PIN-diode contrôlable par une tension continue. Ces résonateurs, lorsque la diode est passante, ont la même fréquence de résonance que le patch. Cela signifie que le système couplé donnera lieu à une répulsion de niveaux, et donc à une absence de résonance à la fréquence concernée. Si la diode est passante donc, il n'y a pas de résonance à la fréquence centrale et le champ est réfléchi sur le plan de masse situé derrière, avec une phase de π . Si la diode est non-passante, alors le couplage est réduit à néant et la résonance du patch induit le déphasage supplémentaire, et on retrouve le déphasage nul. La symétrie du système permet de changer la phase pour chaque polarisation indépendamment l'une de l'autre, chaque résonateur secondaire ayant sa propre diode. Cela permet de doubler le nombre d'éléments effectifs du réseau complet et donc un contrôle binaire de la phase de chaque composante de polarité du champ : il y a donc 4 états possibles : $(0, 0)$, $(0, \pi)$, $(\pi, 0)$, (π, π) sur un seul élément.

Antenne exploitant la métasurface en réflexion

Cette métasurface permet d'obtenir un masque de phase binaire à la réflexion, avec un déphasage de π entre les deux états. Une première expérience réalisée durant ma thèse, décrite sur la figure II.4, consiste à construire une antenne à réseau de réflexion avec cet objet. Placés sur un moteur rotatif, illuminés par une petite antenne cornet, les éléments de la métasurface sont testés un à un pour maximiser la transmission vers l'antenne de mesure¹. Les résultats montrent que, pour deux positions de l'antenne d'émission, en face, ou décalée sur la gauche, la métasurface est capable de diriger l'émission vers la direction choisie. Ici, d'une source directionnelle unique, on a créé un réseau de sources secondaires virtuelles où un déphasage binaire permet de contrôler les propriétés d'émissions. Ses performances, en termes de directivité et d'efficacité d'antenne sont en revanche moindre que pour les réseaux à commande de phase.

¹Ce processus d'optimisation est détaillé plus loin, lorsque nous considérerons ses propriétés en cavité.

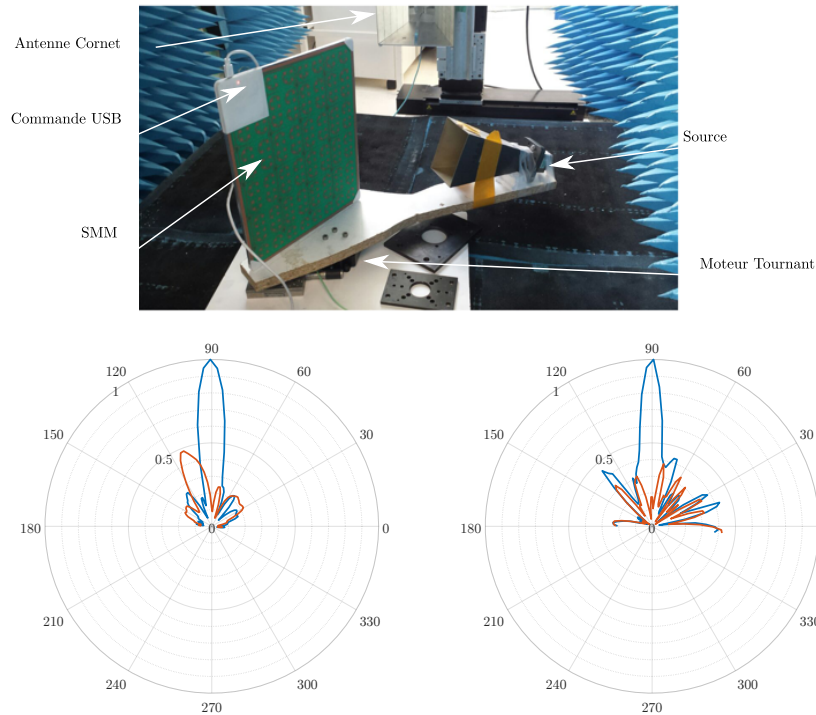


FIGURE II.4 – Photo de l'expérience de type antenne à réseau de réflexion dans la configuration où la source est excentrée. Les résultats en termes d'émission de cette antenne sont montrés dessous pour deux configurations; on représente en bleu le champ après optimisation, et en rouge avec une activation aléatoire des éléments. A gauche, lorsque l'antenne est en face de la métasurface, dirigée vers elle, et à droite dans la configuration de la photo.

Dans nos travaux, nous avons utilisé la physique des ondes en cavité chaotique réverbérante pour n'utiliser qu'une seule voie d'émission et de réception. D'autre part, le contrôle binaire de la métasurface est plus efficace en cavité, grâce à la réverbération. Nous introduirons donc maintenant les cavités réverbérantes régulières puis chaotiques.

II.2 Cavités réverbérantes et guides d'onde

On désigne par cavité une zone de l'espace délimitée par des interfaces qui y piègent l'onde. Ces interfaces peuvent être métalliques mais également diélectriques [45, 46] ou encore supraconductrices [47]. L'onde peut être confinée ou non à la cavité, selon si ses bords autorisent les fuites mais le système considéré ici est la cavité et donc le champ qui y reste piégé. Dans nos travaux, nous avons utilisé des interfaces métalliques : lorsqu'une onde électromagnétique rencontre une interface métallique, les électrons de celle-ci sont alors

excités et réémettent un champ électrique venant s'opposer au champ incident. L'onde ne pénètre donc dans le métal qu'avec une amplitude décroissant de façon exponentielle, caractérisée par une grandeur appelée l'épaisseur de peau. Dans les métaux usuels, celle-ci est de l'ordre de quelques microns dans le régime du GHz¹. On approximera cette situation à un champ électrique tangentiel nul sur la paroi, qui est dû à la superposition du champ incident et du champ réfléchi. Cela fixe la condition aux limites sur ces bords². L'onde est alors réfléchie selon les lois de Descartes usuelles, avec conservation des composantes du vecteur d'onde parallèles à l'interface du vecteur d'onde, et changement de signe pour la composante perpendiculaire.

Les applications de ces cavités peuvent être soit de piéger les ondes, comme dans une cavité réverbérante, soit d'en orienter la propagation, comme dans les guides d'onde.

II.2.1 Guides d'onde

La transmission d'énergie à un système via des ondes électromagnétiques se fait par des lignes de transmission. Ces lignes métalliques véhiculent énergie et information sans déformation et avec peu de pertes jusqu'au régime de fréquence du kHz. En revanche, au-delà du MHz, ces lignes se mettent à rayonner comme des antennes linéaires, ce qui pollue les mesures d'antennes, de l'efficacité à la directivité. Pour ces fréquences supérieures, on utilise alors des systèmes guidant les ondes : du câble coaxial à la fibre optique, en passant par le guide d'onde rectangulaire. Ces systèmes permettent de réduire les pertes par émission le long des lignes de transmission.

Nous nous intéresserons ici à un guide d'onde rectangulaire, la physique des autres systèmes étant extensivement décrite dans différents livres [48, 49].

Considérons la géométrie de la figure II.5, soit un parallélépipède rectangle, allongé dans la direction \vec{x} , rempli d'air assimilé à du vide en ce qui concerne les propriétés de propagation, enfermé par des parois de métal parfaitement conductrices de hauteur h , de largeur w et de longueur L . On cherche ici des modes se propageant dans la direction \vec{x} . Ces conditions aux limites fixent la valeur du champ sur les parois :

$$\vec{E}_{\parallel}(z = \pm h/2) = 0 \qquad \vec{E}_{\parallel}(y = \pm w/2) = 0$$

¹ce qui est environ 6 ordres de grandeurs en dessous des longueurs d'ondes à ces fréquences.

²En l'occurrence, condition de conducteur parfait, ce qui équivaut à une condition de Dirichlet uniforme pour les composantes tangentielles du champ électrique en 2D.

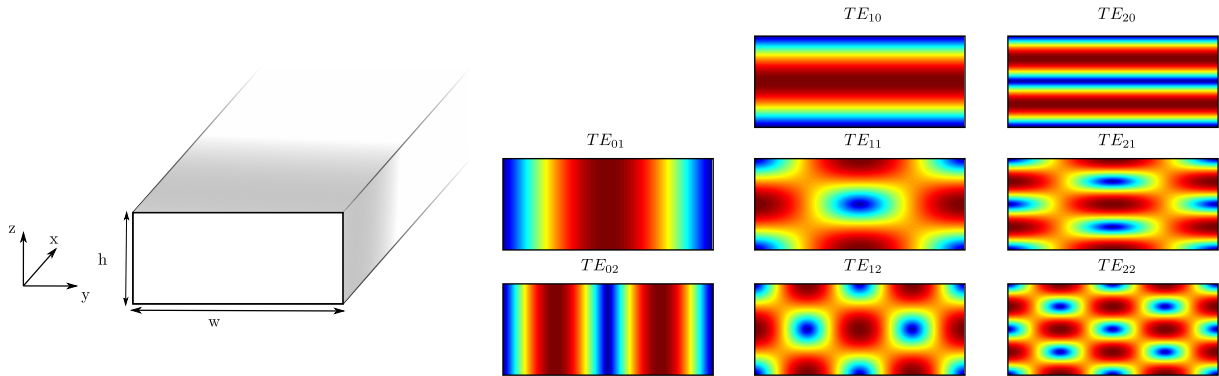


FIGURE II.5 – Guide d'onde rectangulaire métallique de largeur w , de hauteur h et de longueur L . On considère les modes électriques transverses pour une propagation le long de la direction \vec{x} . Le champ électrique selon la direction \vec{z} des différents premiers modes sont présentés à droite, triés selon leurs indices n, p .

où le champ \vec{E}_{\parallel} désigne le champ tangentiel à ces surfaces. Intéressons-nous alors à une onde transverse électrique, c'est-à-dire telle que le champ électrique est perpendiculaire à la direction de propagation \vec{x} . On cherche alors des solutions de l'équation de Helmholtz satisfaisant les conditions aux limites. Après calcul, on obtient :

$$\vec{E}(x, y, z, \omega) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos(k_y y) \sin(k_z z) \\ E_z = E_0 \sin(k_y y) \cos(k_z z) \end{pmatrix} e^{ik_x x} \quad (\text{II.1})$$

Ce champ correspond à des ondes stationnaires entre les parois, avec :

$$k_y^n = \frac{n\pi}{w} \qquad k_z^p = \frac{p\pi}{h} \quad (\text{II.2})$$

Cela fixe alors la composante propagative $k_x^{n,p}$ du vecteur d'onde, seules ces valeurs propres sont solutions de l'équation de Helmholtz pour ce système :

$$k_x = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - (k_y^n)^2 - (k_z^p)^2} \quad (\text{II.3})$$

La valeur de k_x peut devenir imaginaire pure si la pulsation est trop faible : pour le mode $n = 1, p = 0$, si $\omega < \omega_c = \pi c/h$, alors l'onde est évanescence, il n'y a pas de propagation dans le guide. La fréquence associée f_c est appelée fréquence de coupure.

Pour ce guide d'onde, il y a donc une quantification des vecteurs d'ondes dans le plan perpendiculaire à la direction \vec{x} . Cet ensemble et les répartitions spatiales du champ associées constituent une base des ondes dans la section du guide : tout champ se propageant dans le guide s'écrira comme une combinaison linéaire de ces modes. Pour les fréquences juste au-dessus de la première fréquence de coupure, il n'y a qu'un mode de propagation possible, c'est le régime monomode qui permet de véhiculer de façon contrôlée l'énergie le long du guide d'onde. Ce régime monomode est alors robuste aux perturbations, puisqu'il n'existe qu'une solution non-évanescence à l'équation d'onde à ces fréquences. Lorsque l'on augmente encore la fréquence, le guide est multimode. Dans ce cas, l'information peut se répartir sur différents canaux indépendants que sont les différents modes de la cavité. Malheureusement, les perturbations peuvent entraîner un couplage de ces modes et donc un brouillage de l'information.

Cet exemple du guide d'onde permet de mettre en évidence la notion de modes de cavité. Lorsque le guide est d'extension finie dans la troisième direction, il y a alors quantification de la troisième composante du vecteur d'onde $\vec{k} = (k_x \ k_y \ k_z)$. Dans une telle cavité 3D, puisque les trois composantes du vecteur d'onde sont fixées, cela fixe également une fréquence de résonance associée. On parle de cavités réverbérantes.

II.2.2 Cavités réverbérantes

A l'instar du guide d'onde présenté, une cavité réverbérante 3D est d'extension finie, mais cette fois dans les trois directions de l'espace. En l'absence d'ouverture, le champ est découplé de l'extérieur et ne dépend que des conditions aux limites sur les parois. Les composantes du vecteur d'onde sont quantifiées par l'ajout de conditions aux bords de la cavité. Dans le cas d'une cavité parallélépipédique avec des conditions de conducteur parfait sur ses parois, telles que celles de la figure II.6, on trouve :

$$k_x^m = \frac{m\pi}{L}; \quad k_y^n = \frac{n\pi}{w}; \quad k_z^p = \frac{p\pi}{h} \quad (\text{II.4})$$

Cela fixe alors les pulsations propres :

$$\omega_{m,n,p} = c \sqrt{(k_x^m)^2 + (k_y^n)^2 + (k_z^p)^2} \quad (\text{II.5})$$

A chacune de ces fréquences repérées par les indices entiers (m, n, p) est associée une répartition spatiale de l'énergie : ce sont les modes propres de la cavité $\vec{\Phi}_{mnp}(\vec{r})$. Ces modes peuvent être dégénérés, mais les fonctions $\vec{\Phi}_{mnp}(\vec{r})$ forment bien une base des

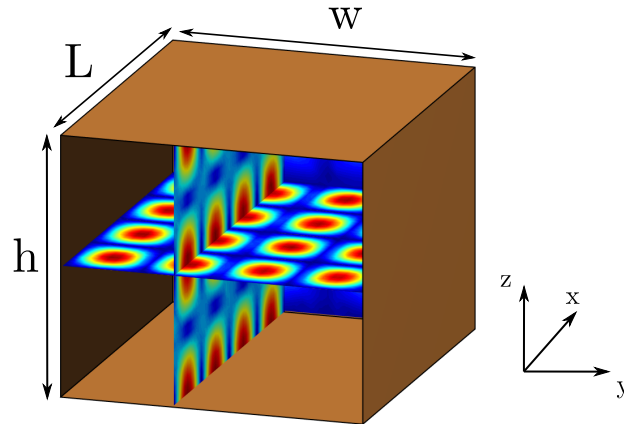


FIGURE II.6 – a) Cavité rectangulaire de taille $6 \times 7 \times 8$ cm en métal avec à l'intérieur le champ simulé par le logiciel CST Microwave Studio sur trois plans perpendiculaires.

solutions.

Loi de Weyl et densité de modes

Il est important de pouvoir dénombrer les modes d'une cavité pour la caractériser : on utilise alors la loi de Weyl. Il est possible de calculer le nombre total de modes d'une cavité électromagnétique 3D se trouvant en-dessous d'une certaine fréquence ω . Pour cela, il est relativement aisé de compter les modes dans l'espace de Fourier en se rappelant le résultat de l'équation (II.4). Considérons que chaque mode occupe, dans l'espace de Fourier, un petit pavé de côtés π/L , π/w , π/h . Il y a dans chacun de ces volumes deux modes correspondant aux deux polarisations. Cela donne un volume modal $V_{mode} = \pi^3/(2Lhw)$, ce qui permet de compter le nombre de modes contenus dans la boule de rayon ω/c , qui correspond à l'ensemble des modes disponibles dans l'espace libre de fréquence inférieure à ω . Il vient :

$$M(\omega) = \frac{V_{cavité} \omega^3}{3\pi^2 c^3} \quad (\text{II.6})$$

Cette expression correspond au développement à l'ordre dominant de la loi de Weyl intégrée jusqu'à la fréquence ω . L'obtention rigoureuse de ce résultat en fait une loi générale à de nombreux systèmes [50–52]. Ce développement donne une idée du nombre de modes disponibles dans la cavité pour la gamme de fréquences d'intérêt.

Fonction de Green en cavité

Afin de caractériser le champ au sein d'une telle cavité électromagnétique 3D, considérons l'équation d'onde en son sein avec pour terme source une densité de courant arbitraire localisée $\vec{j}_e(\vec{r}_s, \omega)$:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{\Phi} - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{\Phi} = -i\omega\mu_0 \vec{j}_e(\vec{r}_s, \omega) \quad (\text{II.7})$$

La fonction de Green, solution de cette équation lorsque $\vec{j}_e(\vec{r}_s, \omega) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) \vec{u}_0$, se décompose alors sur les différents modes de la cavité. Elle s'écrit comme un tenseur puisque les champs sont vectoriels¹ :

$$\vec{\vec{G}}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = c^2 \sum_n \frac{\vec{\Phi}_n(\vec{r}') \otimes \vec{\Phi}_n(\vec{r})}{\omega^2 - \omega_n^2} \quad (\text{II.8})$$

Nous avons écrit ici une expression simplifiée qui est correcte loin des sources : le terme à fréquence nulle a été négligé [53]. Cette décomposition fait intervenir le produit dyadique du mode n avec lui-même entre les points \vec{r} et \vec{r}' . Cela traduit la façon dont la source au point \vec{r}' transmet de l'énergie à ce mode². Au point \vec{r} , le champ $\vec{\Phi}_n(\vec{r})$ est alors pondéré par l'énergie qui a été amenée dans ce mode par la source au point \vec{r}' . Le dénominateur de la fraction exprime le fait que les modes dans la cavité sont des ondes stationnaires et donc des résonances avec un profil de Lorentzienne dans l'espace des fréquences. On retrouve ainsi la pondération par la distance fréquentielle avec la fréquence de résonance du mode considéré. La fonction de Green s'exprime alors comme la somme de toutes les contributions des modes disponibles à la fréquence ω . Dans un système plus réaliste en revanche, les pertes de la cavité interviennent, et l'énergie emmagasinée décroît dans le temps. Ces pertes correspondent à différents phénomènes physiques, mais se modélisent comme des canaux de fuites que l'on sépare en deux familles, les pertes homogènes et les pertes inhomogènes. Il existe plusieurs sources de pertes :

- des pertes ohmiques, sur les parois, sont en premier lieu inévitables, sauf dans le cas de l'utilisation de parois supraconductrices [54] ;
- des pertes dues aux antennes : en effet, pour amener de l'énergie dans la cavité, il est nécessaire d'y introduire une antenne. Celle-ci absorbera une partie de l'énergie, ainsi que les antennes de mesures qui participent aussi aux pertes énergétiques. C'est

¹Dans la suite nous indexerons les modes en fonction de leurs fréquences de résonance, triées de façon croissante, afin de les repérer par un seul indice n .

²Par exemple, si la source se trouve en un noeud de $\vec{\Phi}_n(\vec{r})$, il est impossible d'injecter de l'énergie dans ce mode de la cavité.

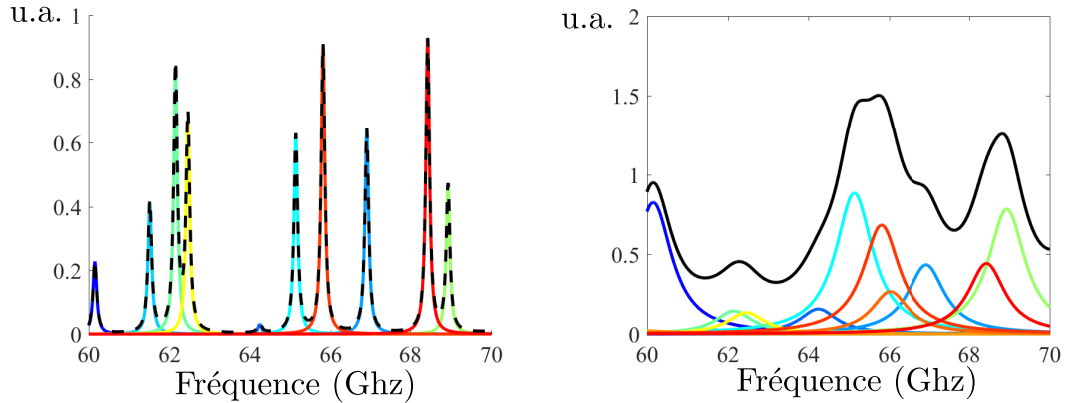


FIGURE II.7 – Démonstration du recouvrement modal dans le cas de faibles pertes à gauche, le spectre de la cavité, en noir, est piqué et permet d'identifier les différentes résonances représentées dans différentes couleurs. À droite, lorsque les pertes sont 10 fois plus importantes, les différentes résonances sont si larges qu'elles se mélangent et on ne distingue plus chacune des résonances.

pourquoi certains travaux considèrent des sondes non-perturbatives [55] ;

- des pertes dues aux imperfections de confinement du champ, qui introduisent un couplage avec l'extérieur par rayonnement.

Ces différents phénomènes limitent la durée de vie du champ dans la cavité : son amplitude moyenne décroît exponentiellement dans le temps, l'énergie étant dissipée dans ces différents canaux de fuite. Cela induit dans l'espace des fréquences une certaine largeur de résonance γ_n associée à chaque résonance ω_n . Ce terme vient d'une part décaler les fréquences $\omega'_n = \omega_n - \gamma_n/2$ et d'autre part les élargir. Dans le spectre de la cavité, ces modes propres ont donc une certaine largeur qui dépend des pertes comme le montrent les courbes en couleurs sur la figure II.7. Avec les pertes, la fonction de Green en cavité s'écrit alors au premier ordre :

$$\overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}', \omega) = c^2 \sum_n^{\infty} \frac{\vec{\Phi}_n(\vec{r}') \otimes \vec{\Phi}_n(\vec{r})}{\omega^2 - \omega_n^2 - i\omega \frac{\gamma}{2}} \quad (\text{II.9})$$

Dans une cavité quasi-parfaite, presque idéale, il n'y a que peu de dissipation et ces résonances sont fines : le spectre est quasiment un ensemble de fonctions de Dirac comme montré sur la figure II.7 à gauche ; cela signifie qu'une fois chargée en énergie, la cavité conserve longtemps cette énergie. À droite, la figure II.7, montre en noir la réponse totale d'une cavité, somme de résonances élargies lorsque les pertes sont dix fois plus importantes qu'à gauche. Il est ici difficile de reconnaître des résonances individuelles, et la réponse

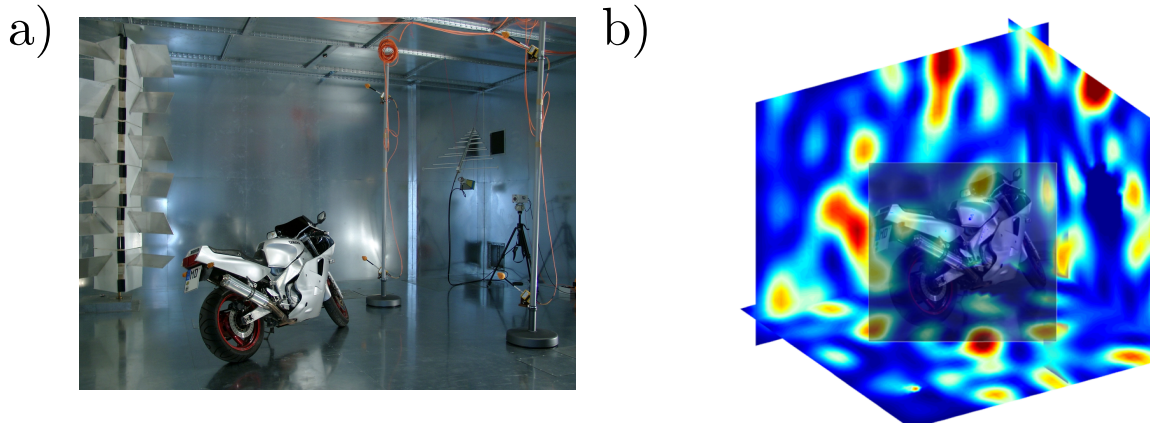


FIGURE II.8 – Cavité réverbérante à brassage de mode, avec sur la gauche de la photo le brasseur. A droite, représentation du module de l'une des composantes du champ électrique dans ce genre de cavité. Image tirée de la thèse de Jean-Baptiste Gros [56]

fréquentielle est beaucoup moins piquée.

Dans une cavité régulière les modes ont des symétries très fortes contenues dans le groupe de symétrie de la cavité et la répartition spatiale de l'énergie n'est donc pas uniforme, certaines lignes nodales étant communes à différents modes.

Utilisations des cavités réverbérantes

Les applications des ondes en chambres réverbérantes sont multiples : elles permettent par exemple de réaliser des tests de compatibilité électromagnétique, vérifiant la robustesse d'un objet vis-à-vis du champ environnant, ou réciproquement, sa façon de le perturber. Afin de réaliser ces tests, comme montré sur la figure II.8, il est important que l'objet soit uniformément illuminé ; cela garantit que le test est complet. Dans une chambre régulière, la symétrie des modes est donc un problème. Il est alors courant de faire intervenir un brasseur de modes pour modifier la géométrie de la cavité, et donc la répartition du champ pour obtenir une illumination uniforme. Cet objet permet de modifier la cavité pour réaliser des moyennes. Il s'agit souvent d'un objet en métal de géométrie non-triviale, placé sur un moteur tournant.

Pour chaque angle de rotation, la cavité et donc son champ interne ont été modifiés, sans variation de volume. Ceci permet de faire des mesures dans un ensemble de cavités différentes ayant des champs idéalement décorrélés. Lors d'une rotation complète, un

¹Lorsque le moteur fait tourner l'objet d'un angle trop faible, le déplacement est petit comparé à la longueur d'onde et la perturbation n'est pas suffisante pour décorréler les champs entre les deux cavités résultantes.

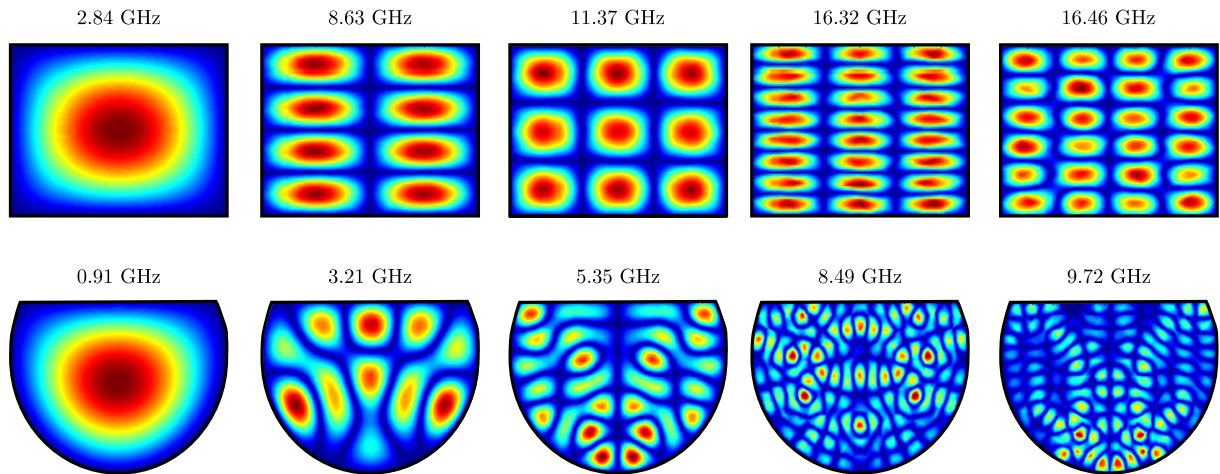


FIGURE II.9 – Simulation dans le logiciel CST Microwave Studio de modes propres de deux cavités quasi-2D : un parallélépipède de $6 \times 7 \times 2$ cm et un disque tronqué de rayon 15 cm. Les champs $\|\vec{E}_\perp\|$ perpendiculaire au plan montrés correspondent aux modes 1, 17, 47, 141, 150 pour la cavité rectangulaire et aux modes 1, 15, 47, 159, 170 pour le disque tronqué. Les modes de la cavité rectangulaire sont contraints par le groupe de symétrie des conditions aux limites, tandis que le disque tronqué présente des champs bien plus complexes, puisqu'il y a eu brisure de ces symétries.

brasseur permet d'obtenir de quelques dizaines à quelques centaines [57] de réalisations de cavités désordonnées¹. En outre, le brasseur permet de supprimer les symétries de la cavité, afin de la rendre moins régulière, comme montré à gauche sur la figure II.8.

Nous allons maintenant discuter les cavités chaotiques, et introduirons le modulateur spatial de micro-ondes comme une façon d'en contrôler les propriétés.

II.2.3 Cavités chaotiques

Dans une cavité régulière comme le parallélépipède présenté sur la figure II.6, les modes sont prédictibles. Lors de la résolution analytique du système, il est possible de séparer les variables de l'espace, ce qui permet de résoudre les équations d'onde et d'écrire tous les modes de la cavité. Ce sont des cavités intégrables à dynamique régulière dans la limite de l'optique géométrique du tracé de rayon [58].

Si la géométrie de la cavité est telle que l'on brise toutes les symétries du système, les modes sont alors non prédictibles d'un point de vue analytique. Ce système est une cavité dite chaotique. La notion de chaos ondulatoire a été adaptée de la notion de chaos quantique grâce aux similitudes entre les équations fondatrices de ces problèmes [59, 60]. Cette notion de chaos désigne l'ergodicité [61] des modes, la répartition spatiale de l'énergie rele-

vant alors du speckle optique [60]. D'autre part, les propriétés statistiques spectrales d'une cavité chaotique diffèrent radicalement des cavités régulières. Entre deux résonances, un phénomène de répulsion de niveaux lève toutes les dégénérescences qui peuvent apparaître dans une cavité régulière [62]. Que ce soit spectralement ou spatialement, l'énergie est répartie de façon bien plus uniforme dans les cavités chaotiques que dans les cavités régulières, ainsi que montré sur la figure II.9. Ces propriétés statistiques sont d'autre part universelles à tous les systèmes chaotiques, ce qui rend le formalisme bien plus général. Ce sont ces avantages qui font des cavités réverbérantes chaotiques un objet d'intérêt du point de vue des ondes.

Nous prendrons ici l'exemple d'un disque tronqué, simulé dans le logiciel CST Microwave Studio. La propagation d'une impulsion dans cette cavité, montré sur la figure II.10, nous permet de mettre en évidence trois domaines temporels distincts :

- à $t < t_{rebond}$ les parois sont distantes de la source d'au moins ct_{rebond} l'impulsion se propage comme en espace libre, sphériquement et sans déformation.
- pour $t_{rebond} < t < t_{Heisenberg}$ l'onde a au moins rencontré une paroi sur laquelle elle s'est réfléchi. On peut alors dans ce régime écrire le champ comme la somme de la source initiale et des sources imaginaires créées par les réflexions : l'onde a parcouru à peine quelques fois la longueur de la cavité.
- pour $t > t_{Heisenberg}$ au-delà du temps d'Heisenberg, l'onde a parcouru la cavité plusieurs fois et le champ en un point est dû à des contributions venant de chaque point des parois : l'onde a exploré toute la cavité et les modes de la cavité se sont établis, on parle de réverbération.

Le temps d'Heisenberg sépare donc le régime de propagation « simple » où un récepteur en un point aléatoire enregistre plusieurs rebonds de l'impulsion initiale se recouvrant faiblement, du régime de réverbération où les modes se sont établis. Dans ce régime, le champ est une somme de contributions des différents modes de la cavité. Le champ n'est plus alors strictement propagatif : le récepteur reçoit en chaque instant un champ dépolarisé et sans vecteur d'onde particulier. Pour évaluer ce temps d'Heisenberg, que l'on évalue grâce à la densité modale [53], il suffit de compter le nombre de modes dans la bande de fréquences. Ici, une ligne de l'espace a été choisie, et le nombre de pics dans la transformée de Fourier temporelle a été dénombré en chaque point. Le nombre de 72 est la moyenne sur les points de la ligne $Y = 0$, ce qui implique un temps d'Heisenberg de 3 ns ($n_{modes}/\Delta f$).

La simulation de la figure II.10 a été réalisée avec des bords en conducteur parfait, il n'y a donc que très peu de pertes (dans l'antenne d'excitation). Lorsque les pertes sont

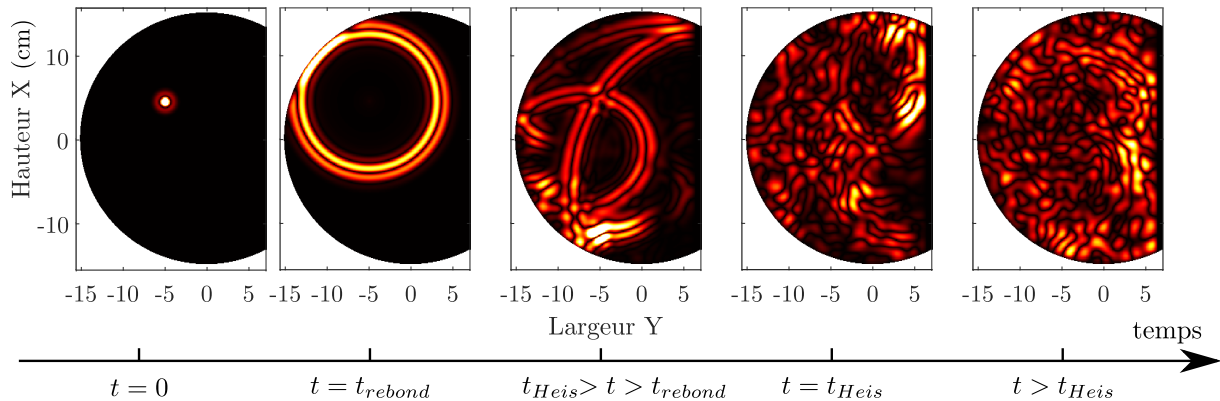


FIGURE II.10 – Simulation dans le logiciel CST Microwave Studio d’une source placée telle que montré dans le premier panneau, et de la propagation dans le temps d’une brève impulsion (largeur spectrale de 24.5 GHz). On y discerne les différents régimes temporels mentionnés. Ici, t_{rebond} est d’environ 0.4 ns et $t_{Heisenberg}$ de 3 ns. Le temps d’Heisenberg a été évalué grâce à la densité modale, avec 72 modes entre 0 et 24.5 GHz.

présentes, une autre échelle de temps s’impose : le temps de vie de l’onde dans la cavité, nommé temps de réverbération, qui caractérise la décroissance exponentielle de l’énergie dans la cavité.

Le disque tronqué possède un plan de symétrie ici en $X = 0$. Ce système est en réalité composé de deux cavités chaotiques couplées, cela est visible dans les différents modes supportés par la structure (figure II.9). Si le premier mode d’une cavité rectangulaire et d’un cercle tronqué se ressemblent fortement, à plus haute fréquence, le champ dans le cercle tronqué devient de plus en plus proche d’un speckle, la taille des grains de speckle étant toujours d’une demie longueur d’onde, ce qui permet une répartition de l’énergie plus uniforme que dans la cavité rectangulaire, où les modes à 11,37GHz et à 16,32GHz, par exemple, ont des nœuds communs.

Les cavités dites chaotiques sont donc des cavités à géométrie caractéristique : l’absence de murs droits se faisant face, afin de supprimer les ondes stationnaires qu’ils génèrent, permet de favoriser la réverbération, c’est-à-dire de répartir le champ dans toute la cavité. Il est courant de placer sur les murs des hémisphères de métal prévues à cet effet.

Afin de caractériser le comportement de la cavité, régulier ou chaotique, on peut s’intéresser à la statistique du spectre de la cavité. Selon la loi de probabilité que suit la distance entre les fréquences de résonances, la répulsion de niveaux qui a lieu dans les cavités chaotiques levant les dégénérescences, le comportement de la cavité est facilement identifiable grâce à des théories associées aux matrices aléatoires [62–65].

II.2.4 Propriété de la métasurface en cavité

Dans une cavité chaotique, le champ étant uniformément réparti sur les deux polarisations, la métasurface précédente est alors deux fois plus efficace, puisqu'un élément peut contrôler indépendamment chaque polarisation. Cela nous permet de modifier localement les conditions aux limites au sein de la cavité, c'est-à-dire de passer d'une condition de Dirichlet uniforme, qui correspond à un champ électrique tangentiel nul sur la paroi, à une condition de Neumann. Un avantage de cette méthode est l'absence de modifications physiques de la cavité. D'autre part, les éléments résonants ont été optimisés lors de leur conception pour être peu dissipatifs, afin de ne pas induire trop de pertes.

Plusieurs générations de modulateurs ont alors été réalisées par la startup GreenerWave, chacune correspondant à une gamme de fréquences spécifique qui permettent d'appliquer ce concept à différents domaines industriels utilisant les micro-ondes. En commençant par une optimisation de la transmission entre deux antennes, il a été montré dans les thèses précédentes que le système permettait de focaliser des ondes spatialement [43] mais aussi temporellement [66] dans la cavité. Il est d'autre part possible d'utiliser ces modulateurs de façon plus poussée pour favoriser par exemple la récupération d'énergie par une antenne alors que celle-ci ne fait pas partie de la boucle de contrôle [67]. Enfin, en modulant la cavité, on peut repérer des objets inertes placés dans la cavité, leur façon de diffuser le champ interne à la cavité étant une signature suffisante de leur position [68]. D'autre part, cette métasurface est capable de modifier le comportement d'une cavité régulière, au point de la rendre chaotique [69].

II.2.5 Contrôle expérimental d'une cavité régulière

De la régularité au chaos

Une cavité régulière supporte des modes stationnaires entre ses murs droits. Les murs sont métalliques afin de correspondre à une condition de Dirichlet uniforme. La métasurface permet de modifier cette condition pour passer à une condition de Neumann, virtuellement, c'est comme si l'on avait déplacé le mur d'une demie longueur d'onde. Sur toute la métasurface, avoir un masque aléatoire d'activation des pixels permet donc de corruguer la surface à l'échelle de l'élément résonant. De plus, chacun d'entre eux permet de contrôler indépendamment chaque polarisation, ce qui revient à considérer des murs de corrugations différentes pour chaque polarisation. Dans une cavité où chaque mur serait couvert d'une telle métasurface, la géométrie physique régulière, serait alors perçue comme chaotique par le champ, dans la bande de fréquences d'activité de notre objet. Une expérience pour

vérifier ce concept a été réalisée au laboratoire par Jean-Baptiste Gros, dans la cavité montrée sur la figure II.11 b).

On positionne sur deux murs perpendiculaires deux métasurfaces possédant chacune 47 éléments. Lorsque tous les éléments sont désactivés, la cavité est régulière, équivalente à un parallélépipède d'air enfermé par des parois métallisées. Lorsque des éléments sont passés dans l'autre état, cela modifie les conditions aux bords et brise la symétrie de la cavité. Lorsque tous les éléments sont basculés dans l'autre état, la condition de Neumann est uniforme sur cette paroi, et cela restaure la symétrie du système. Il existe un nombre conséquent de façons différentes d'activer un nombre n d'éléments parmi leur nombre total N_{max} , ce qui permet d'obtenir un grand nombre d'échantillons statistiques.

La différence de comportement entre une cavité régulière et une cavité chaotique se retrouve dans leurs propriétés statistiques, moyennées sur un grand nombre de cavités différentes. Pour les cavités chaotiques, la fonction de répartition de l'intensité au sein de la cavité peut être modélisée grâce à des modèles tirés de la théorie des matrices aléatoires. Pour caractériser le comportement de la cavité, régulière ou chaotique, on utilise le paramètre ζ de la figure II.11 b) qui est calculé comme la différence entre les fonctions de répartition d'intensité du champ prévues par les prédictions de la théorie des matrices aléatoires et celles mesurées lors d'un brassage statistique où seul un nombre n d'éléments sont activés. Cet indicateur varie entre 0 et 1 avec un accord considéré comme correct lorsqu'il est supérieur à 0.999, atteint pour $n = 21$ dans cette expérience. Pour ce nombre, il y a environ 476 milliards de milliards de combinaisons. Certaines de ces combinaisons seront fortement corrélées, mais cet échantillon est suffisant pour supposer que l'on peut parfaitement contrôler le champ dans cette cavité avec ce dispositif. L'utilisation d'un tel système pour remplacer les brasseurs motorisés est toutefois limité par la faible largeur de bande d'opération de la métasurface.

Le champ dans la cavité peut donc être complètement contrôlé, tant dans sa répartition spatiale et temporelle, que dans son comportement statistique. Nous allons désormais tenter d'étendre ce contrôle au champ s'échappant de la cavité, avec une métasurface placée en son sein.

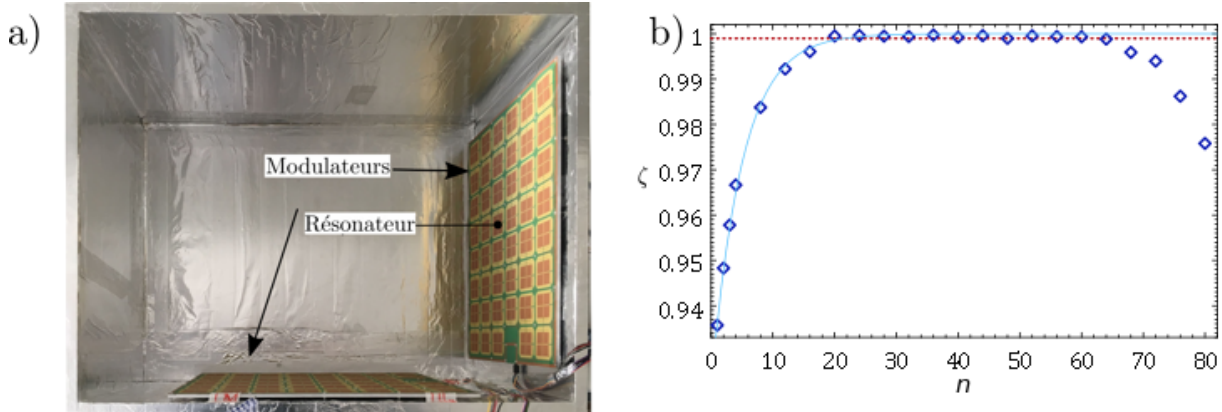


FIGURE II.11 – Expérience de changement de comportement d’une cavité régulière. a) Cavité ouverte pour y montrer les modulateurs placés sur les parois. b) Indicateur d’adéquation aux prédictions statistiques des cavités chaotiques selon le nombre d’éléments activés de façon aléatoire. Dès qu’un nombre suffisant d’éléments est activé, l’adéquation est correcte.

II.3 Antenne directive à partir d’une cavité chaotique ouverte

Après avoir introduit les antennes à pointage électronique, nous avons discuté les propriétés des cavités réverbérantes chaotiques ainsi que la façon dont le champ à l’intérieur de celles-ci peut être contrôlé par une métasurface électroniquement reconfigurable. En ouvrant la cavité, nous permettons au système de se comporter comme une antenne. Nous allons ici présenter l’émission d’une cavité ouverte, et les résultats de l’étude du contrôle de ces propriétés d’émissions en modulant le champ à l’intérieur.

II.3.1 Cavités semi-ouvertes

Les cavités réverbérantes sont en général complètement fermées. Afin de réaliser une antenne, il est nécessaire que le champ s’échappe de la cavité : une des parois est donc rendue plus ou moins transparente à cet effet. Cela revient à considérer des pertes importantes puisqu’une partie de l’énergie s’échappe de la cavité par l’ouverture. Mais le régime de réverbération à l’intérieur reste observable : la cavité a encore différents modes de résonance, dont les propriétés spectrales sont élargies par les pertes dues au rayonnement. Pour illustrer ce propos, le cercle tronqué de la simulation précédente a été ouvert sur une partie de son bord droit. La position de l’ouverture a été choisie afin que la source ne soit pas vue directement depuis l’extérieur, ceci afin de conserver un maximum d’énergie

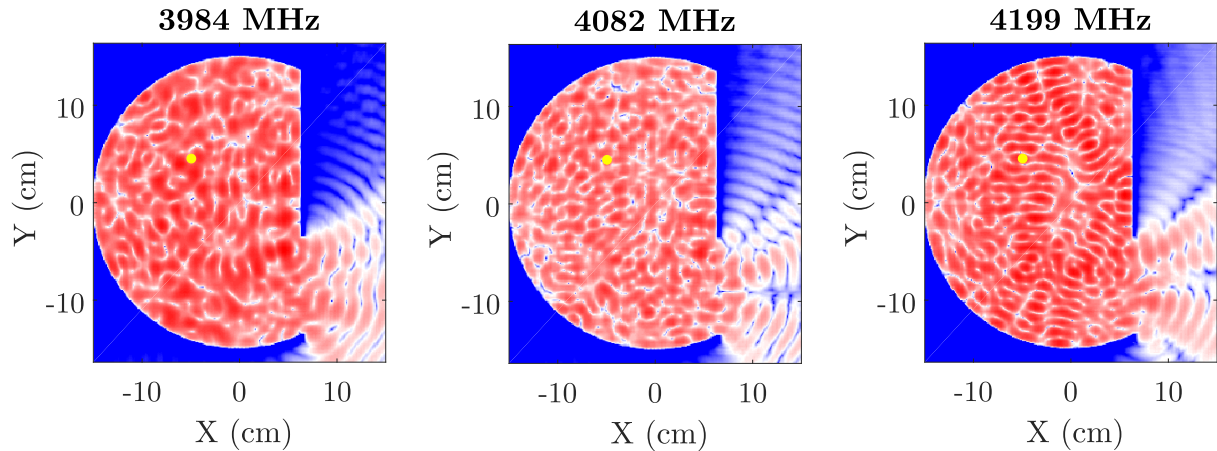


FIGURE II.12 – Cartographies en dB du champ obtenues à différentes fréquences par transformée de Fourier temporelle. Images tirées des résultats d'une simulation temporelle (CST Microwave Studio) d'une source unique dans un cercle tronqué quasi-2D. Aux différentes fréquences les directions d'émissions de la cavité sont aléatoires.

dans la cavité.

La figure II.12 a été obtenue en faisant, en chaque point de l'espace, la transformée de Fourier temporelle du champ électrique selon chacune de ses composantes. Réalisée avec une résolution de 20 MHz, elle permet de mettre en évidence le comportement à chaque fréquence. Ces images montrent le comportement chaotique de la cavité ouverte du cercle tronqué : l'ouverture brise la dernière symétrie du système, selon l'axe $Y = 0$ ici. Le champ émis à une certaine fréquence dépend de la réponse de la cavité à cette fréquence. Les modes de la cavité vont en effet fixer le champ et sa dérivée normale sur l'ouverture et ainsi son émission par diffraction. Pour contrôler cette émission, il faut donc soit contrôler la transmission sur l'ouverture, soit contrôler le champ dans la cavité.

Puisque le champ à l'intérieur de la cavité peut être contrôlé par le SMM et que l'énergie rayonnée par une ouverture dans une cavité dépend du champ sur cette dernière, nous avons émis l'hypothèse que l'émission d'une cavité chaotique contrôlée par une métasurface de ce type pouvait être contrôlée. Dans notre étude, nous étendons le contrôle au champ extérieur à la cavité. Le groupe du Pr Smith, à Duke, a déjà réalisé des travaux sur le sujet, en utilisant des ouvertures résonantes aléatoirement distribuées, pour réaliser de l'imagerie en champ lointain à l'aide de fronts d'onde aléatoires [70]. A la différence de ces travaux, nous allons ici directement contrôler le champ émis par l'ouverture, ici non-résonante, et la direction du lobe principal de cette émission.

D'autre part, le contrôle de l'émission d'une cavité réverbérante a fait l'objet d'autres

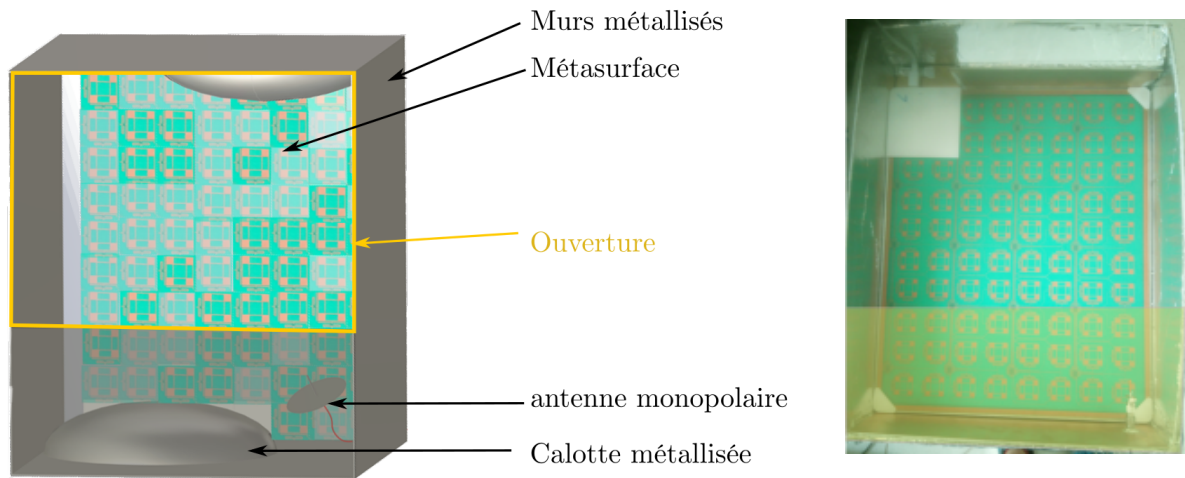


FIGURE II.13 – A gauche, schéma de la cavité ouverte. La métasurface est placée au fond de cette dernière. Ses éléments sont représentés avec deux niveaux de transparence qui correspondent aux deux conditions limites qu'ils permettent d'imposer. La cavité est chargée en énergie par une antenne monopolaire placée dans la partie non visible depuis l'extérieur. Deux ovoïdes métallisés aident à la chaoticté de la cavité. A droite, photo de la cavité durant sa construction, avant la fermeture de la face avant selon le rectangle opaque. Les diffuseurs oblongs n'ont pas encore été placés.

études précédemment au laboratoire. Les utilisations de fractales ou de réseaux de diffraction sur un mur semi-transparent [42, 71] ont été précédemment étudiées. Ce contrôle se fait alors sur l'ouverture et non sur la cavité elle-même, a contrario de ce que nous allons montrer par la suite.

II.3.2 Conception de l'antenne

La cavité que nous avons étudiée a été réalisée de la façon suivante : nous avons métallisé une boîte contenant la métasurface et qui fait presque exactement ses dimensions. La profondeur de la cavité a été choisie comme inférieure à la longueur d'onde à 5.1 GHz. Cela donne les dimensions $28,5 \times 32 \times 6$ cm. A l'intérieur ont été placés deux ovoïdes en mousse (métallisés avec de l'aluminium doublé d'une couche d'adhérent) afin d'aider à la chaoticté de la structure. Celle-ci étant souple, les bords ne sont pas droits, et des plaques de FR4 cuivré inclinées ont été ajoutés à l'intérieur de façon à briser le parallélisme des parois. Sur la face inférieure, un dipôle adapté à 5,1 GHz a été placé, le connecteur dépassant de l'extérieur de la cavité (voir photo sur la figure II.13). La jonction a été faite sur le cuivre de la plaque de FR4 grâce à une colle conductrice. De la face supérieure sort

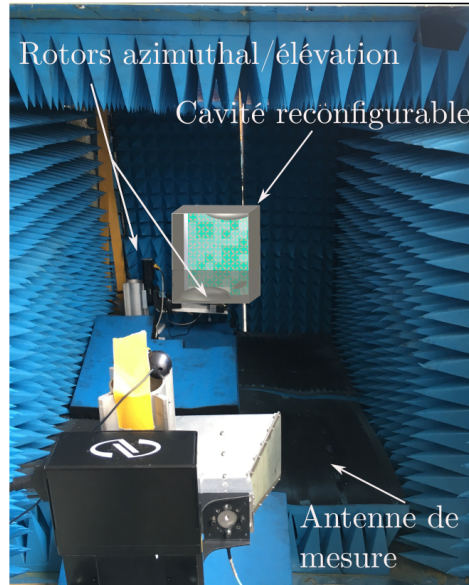


FIGURE II.14 – Schéma détaillé du banc de caractérisation d'antenne. Deux rotors assurent la rotation complète selon les angles (θ, ϕ) , ce qui permet de mesurer le diagramme de rayonnement complet.

le câble USB de contrôle de la métasurface. La figure II.13 montre un schéma de la cavité réalisée. Celle-ci est ouverte sur la plus grande partie de sa face avant.

La face avant, ouverte, a été fermée à son tiers de hauteur par une plaque de FR4 cuivrée recouverte d'aluminium adhésif pour connecter cette paroi aux autres. La transmission assurée par ce dispositif est donc théoriquement :

$$t \approx \begin{cases} 0 & \text{sur les parois fermées} \\ 1 & \text{sur l'ouverture} \end{cases}$$

Dispositif expérimental

Notre dispositif est très simple : dans notre cavité anéchoïque, nous avons placé la cavité contrôlable précédemment décrite sur un moteur rotatif de type ZABER TRS60A. L'ensemble repose sur une planche de plastique reliée à une équerre fixée à un autre moteur rotatif. Celui-ci, de couple légèrement supérieur, est un moteur MYCOS. Ce dispositif contrôle la rotation de la cavité selon les deux angles, ce qui permet de mesurer l'ensemble du diagramme de rayonnement de notre antenne.

Celui-ci est approximatif pour les grands angles : le dispositif avait été créé pour des échantillons de petite taille, discutés au chapitre suivant. Pour cette cavité, le dépla-

cement induit par la rotation du moteur MYCOS n'est plus négligeable vis-à-vis de la distance à l'antenne de mesure. Néanmoins, ce dispositif permet de mesurer l'émission dans les plans E et H pour des angles variant de 0 à 200 pour l'angle azimutal et de -45 à +45 pour l'angle d'élévation. Ces plans correspondent à des coupes parallèles aux deux polarisations émises par l'ouverture de la cavité, centrées sur celle-ci.

L'antenne est alimentée par un câble à connecteur SMA blindé relié à celui faisant la jonction avec l'extérieur de la chambre anéchoïque par un connecteur SMA libre de rotation (MicroWave Fairview). Ce câble et l'antenne cornet de mesure (A-Info LB8180) sont connectés à un analyseur de réseau Agilent. L'antenne cornet a été choisie car elle est directive sur une large bande. L'antenne cornet est placée à plus de 1,5 m afin de correspondre aux conditions de champ lointain¹ à la fréquence centrale de la bande d'intérêt. Les mesures faites sont la réflexion à l'excitation dans le câble alimentant la cavité et la transmission entre les deux antennes mesurées comme les paramètres S_{11} et S_{12} de l'analyseur de réseau.

Afin que la cavité se comporte comme une antenne, on désire qu'elle émette un maximum d'énergie dans la direction de l'antenne de mesure. Le nombre de possibilités de masques de la métasurface étant colossal, ainsi que présenté au paragraphe II.2.5, on procède à une optimisation dont nous détaillerons ici l'algorithme.

Algorithme d'optimisation

L'espace des configurations possibles étant immense, une évaluation exhaustive de chacune d'entre elles est inenvisageable. Nous utilisons donc un algorithme inspiré des travaux de A. Mosk [72]. L'optique adaptative, inspirée des applications à l'astronomie a montré qu'il était possible de façonner le front d'onde d'un faisceau laser avec un modulateur spatial de lumière (SLM). L'équipe de A. Mosk a ainsi montré qu'il était possible, en changeant la phase sur les pixels d'un SLM, de focaliser le faisceau laser à travers un milieu diffusant, tel qu'une couche de peinture blanche, où les particules de dioxyde de titane diffusent fortement la lumière. L'algorithme utilisé optimise les pixels les uns après les autres, ce qui revient à considérer qu'ils sont parfaitement indépendants.

En partant d'une configuration initiale aléatoire, la mesure à optimiser est effectuée². Les états du premier élément sont alors tous évalués : il est placé dans chacun des états possibles, et la mesure est répétée à chaque fois. Le meilleur cas possible, celui dont la mesure s'approche le plus de l'objectif, maximisation de la transmission etc... est alors

¹A 5,1 GHz la longueur d'onde dans l'air est d'environ 6 cm, ce qui, avec l'ouverture de 20 cm de l'antenne cornet donne un champ lointain dès 1 m.

²qu'il s'agisse de transmission (S_{12}) ou de réflexion à l'excitation de l'antenne (S_{11})

gardé. Cet état du premier pixel est conservé tandis que le deuxième est évalué. La procédure est donc itérative et répétée sur l'ensemble de la métasurface. Dans l'espace des configurations possibles, cela revient à évaluer la fonction $\mathbf{F}(\text{pix}_1, \text{pix}_2, \dots, \text{pix}_n, \dots, \text{pix}_{N_{max}})$ en différents points de l'espace des paramètres et en évaluer le gradient dans chaque direction de la première dimension de cet espace, qui correspond aux états du premier élément. La meilleure configuration gardée est celle où le gradient vers l'objectif d'optimisation est le plus favorable. Cet algorithme simpliste ne permet pas forcément de trouver l'extremum global recherché, mais suffit pour notre cadre expérimental à assurer des résultats satisfaisants. Dans un régime de cavité où le facteur de qualité est faible, la corrélation entre les différents éléments est assez faible.

II.3.3 Diagramme de rayonnement

Le système décrit sur la figure II.14 permet de mesurer le diagramme de rayonnement de la cavité. Pour procéder à l'expérience, nous alignons le centre de l'ouverture avec l'antenne cornet de mesure. L'algorithme d'optimisation de la transmission est lancé ce qui permet de maximiser l'énergie émise dans cette direction. En partant d'une configuration aléatoire, les états des éléments sont changés et les états optimisés sont conservés. La cavité est alors ramenée à son orientation initiale, et le diagramme de rayonnement est mesuré avec une précision de deux degrés. L'expérience est automatisée par Matlab qui contrôle l'analyseur de réseau, les deux moteurs rotatifs et la métasurface électroniquement reconfigurable.

Courbe d'optimisation

La première expérience consiste à optimiser lorsque l'antenne est alignée avec le centre de l'ouverture ce qui correspond à la direction $(0, 0)$. La figure II.15 présente une courbe typique du gain d'optimisation en fonction du nombre d'itération. En suivant l'algorithme précisé précédemment, la transmission augmente avec le nombre d'itérations : le module du champ perçu par l'antenne de mesure est à la fin presque 6,9 fois supérieur. Cela équivaut à un facteur proche de 47 en termes d'énergie transmise. Le nombre d'itérations de l'algorithme est 6 fois supérieur au nombre total d'éléments de la métasurface : étant donné la simplicité de notre algorithme, il est nécessaire de repasser sur des éléments déjà optimisés pour obtenir le maximum local dans l'espace des paramètres, les différents éléments étant un peu corrélés les uns avec les autres. En effet, les modifications induites lors de l'optimisation sont telles qu'il est nécessaire d'optimiser sur plus d'itérations que N_{max} . Lorsque le nombre d'itération dépasse $4N_{max}$, les modifications de la transmission deviennent négligeables, la courbe est relativement plate, ce qui signifie que modifier l'état

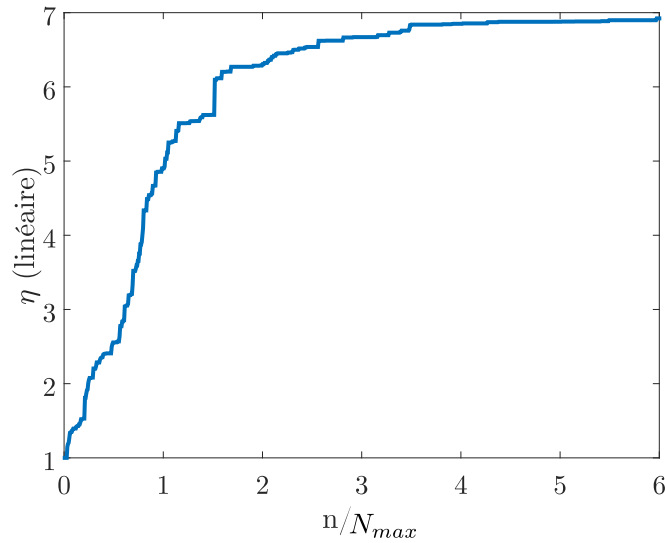


FIGURE II.15 – Exemple de courbe d’optimisation obtenue lors de la première phase de l’expérience. η est le rapport entre le module du champ dans la direction d’émission souhaité, mesuré à l’itération n et celui de la première mesure. L’abscisse montre le nombre d’itérations n normalisé par le nombre d’élément de la métasurface N_{max} .

d’un élément n améliore plus la transmission, l’optimisation a bien atteint un extremum.

Diagramme de rayonnement

Après avoir optimisé la transmission entre les deux antennes selon l’algorithme décrit précédemment, le champ est mesuré sur tous les angles possibles dans notre dispositif. Le résultat de cette première mesure est montré sur la figure II.16. Dans la suite, nous mesurons deux coupes du diagramme de rayonnement $(0, \theta) \forall \theta$ et $(\phi, 0) \forall \phi$. Cela permet de reconstruire l’émission dans toutes les directions par simple convolution, dans le cadre d’une approximation où le champ rayonné possède les symétries de l’ouverture. Afin de comparer, nous avons également durant la mesure, remis la cavité dans son état pré-optimisation ce qui permet de montrer le gain de directivité, mais également le gain d’énergie rayonnée. Avant l’optimisation, le champ rayonné est aléatoire, et peu d’énergie est rayonnée. L’optimisation permet de maximiser le champ sur l’ouverture, et donc son couplage avec l’extérieur. Nous avons donc « adapté » l’antenne à la fréquence de travail, ce qui a dans le même temps très largement amélioré sa directivité dans la direction voulue.

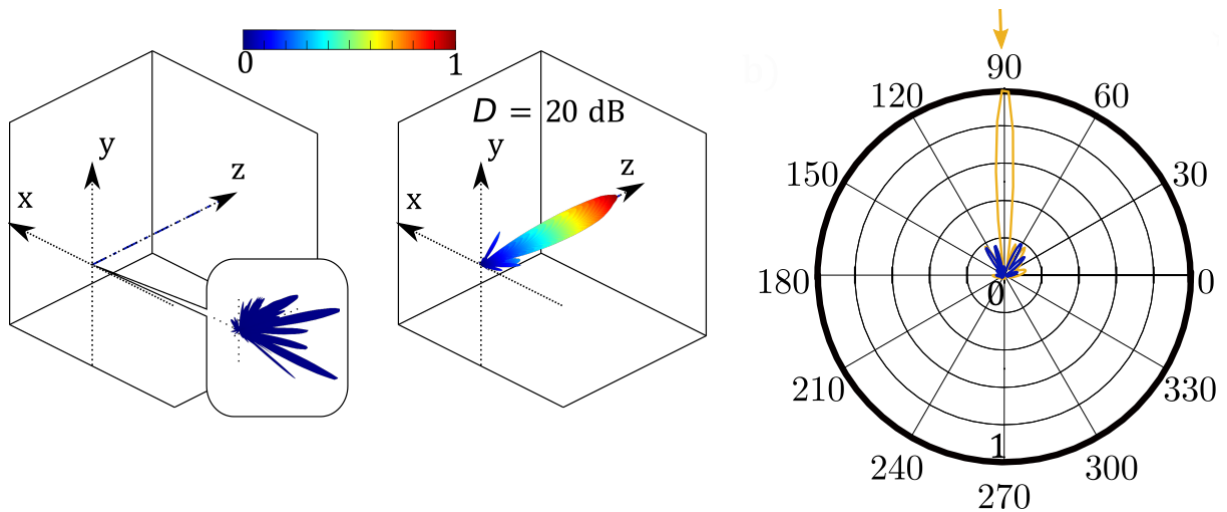


FIGURE II.16 – A gauche, diagramme de rayonnement de l'antenne pour une optimisation au centre lorsque la cavité est dans son état initial puis dans son état final. La normalisation a été faite selon le champ maximum rayonné dans l'état final. A gauche, coupe selon l'élévation nulle.

Directivité de l'antenne réalisée

Afin d'évaluer la directivité de l'antenne, nous avons donc multipliés les diagrammes d'émission dans le plan $\theta = 0$ avec leur dépendance selon le plan $\phi = \phi_{opt}$ pour obtenir une approximation du champ émis dans tout l'espace. Lorsque la direction de pointage est proche du centre $\theta = 0, \phi = 0$ cela revient à calculer la diffraction par une ouverture rectangulaire comme le produit des sinus cardinaux dérivant de la largeur et de la hauteur de l'ouverture. Cette approximation du champ émis dans tout l'espace permet de calculer la directivité de l'antenne, pour chaque direction de pointage optimisée. Pour la première mesure, puisque tout le champ est disponible, dans l'hypothèse que l'émission vers l'arrière est négligeable, la directivité est calculée comme l'énergie dans la direction voulue par rapport à l'énergie rayonnée totale (équation I.39). La valeur de 20 dBi¹ correspond à une forte directivité pour ce système.

Reconfigurabilité de l'antenne

L'expérience a été répétée avec un angle d'optimisation pour $\phi = 30^\circ$, ce qui donne le même résultat qualitatif malgré une directivité inférieure de 2 dB. Ces résultats montrent qu'il est possible de réaliser une antenne directive à l'aide d'une cavité dont on a sim-

¹L'unité dBi fait référence au gain de directivité en dB vis-à-vis d'une antenne isotrope qui a une directivité nulle en échelle logarithmique. Cela permet de rappeler la référence de directivité considérée.

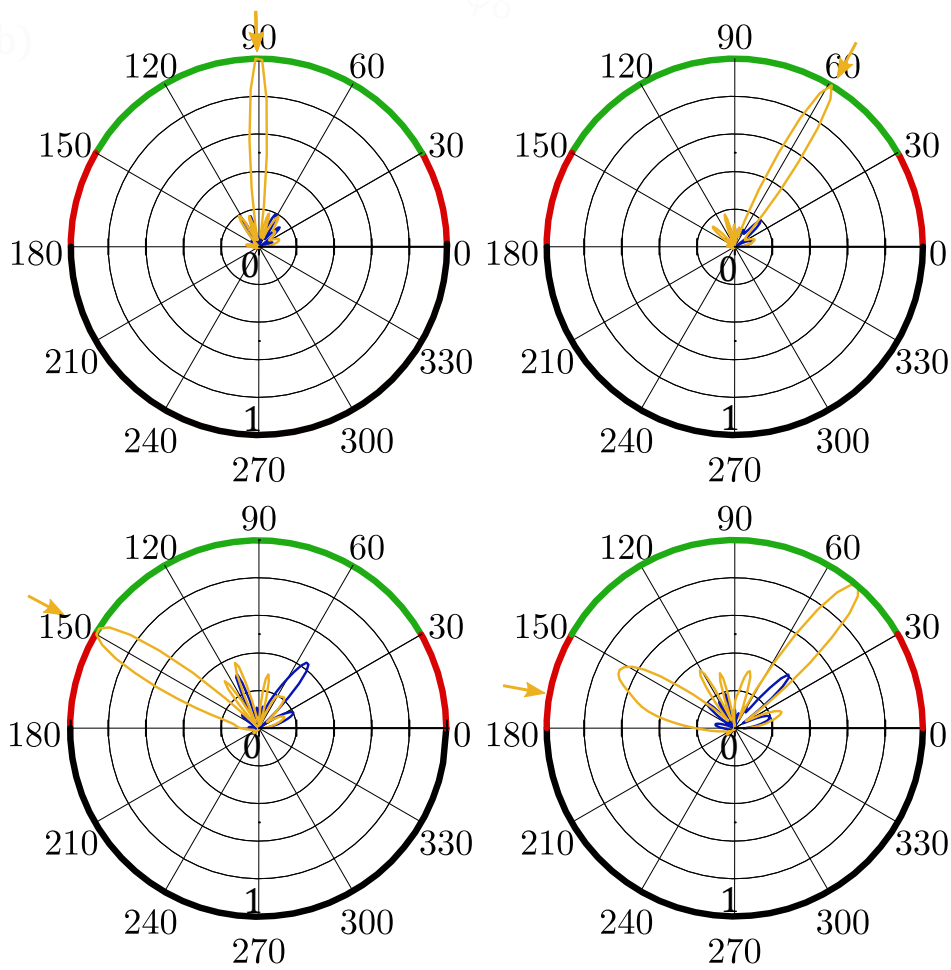


FIGURE II.17 – Représentation polaire en échelle linéaire normalisée de l'émission initiale et optimisée pour 4 directions de pointage différentes. La couleur verte indique la gamme d'angles où l'optimisation réussit, en rouge, là où elle échoue. Le noir signale l'arrière de la cavité, où l'amplitude émise est négligeable.

plement ouvert une paroi. La mesure à $\phi = 30^\circ$ indique qu'il est possible de choisir la direction du lobe principal d'émission. Cette antenne est donc reconfigurable.

Après avoir optimisé dans une certaine direction, le masque d'état des différents éléments est gardé en mémoire. La cavité n'ayant aucune partie mobile, rappeler ce masque sur la métasurface permet de re-focaliser le champ émis dans la direction voulue. Afin de vérifier la reconfigurabilité de l'antenne, nous avons procédé à des optimisations dans toutes les directions du demi-plan $\theta = 0$ faisant face à l'ouverture avec une résolution de 5° et procédé ensuite à une mesure de chacun des diagrammes de rayonnement de la cavité lorsqu'elle se trouve dans chacun de ces états optimisés. Quatre exemples sont montrés sur la figure II.17. Les tracés en coordonnées polaires comparent l'émission avant et après

optimisation dans le plan lorsque l'optimisation a été réalisée dans la direction indiquée par la flèche jaune. Lorsque l'optimisation a été faite entre les angles 30° et 150° , le champ émis par la cavité est bien directif et pointe dans la direction voulue, ainsi que le montre les trois premiers panneaux de la figure II.17. Aux angles 90° et 60° , la directivité de l'antenne et son efficacité sont équivalents, mais l'optimisation à 150° est moins énergétique que les deux premières : aux grands angles, l'ouverture effective de la cavité pour focaliser dans cette direction devient trop faible, ce qui en réduit les performances.

Directivité selon la direction de pointage

Ces résultats sont montrés dans la figure II.18, où les pointillés jaunes correspondent à la limite de Harrington¹ sur la directivité atteignable pour des antennes de cette taille. La directivité obtenue en fonction de la direction de pointage montre que l'antenne est presque aussi directive que possible pour des angles variant de 30° à 150° . Ce domaine d'une ouverture de 120° est repéré par le code couleur vert sur la ligne brisée qui relie les points de mesure. Pour des angles plus extrêmes, la directivité dans la direction voulue chute brutalement, puisque l'optimisation a échoué. Ces résultats nous permettent d'affirmer que nous avons réalisé une antenne reconfigurable directive avec une large ouverture d'angles de pointage.

Aux angles supérieurs à 150° (ou inférieurs à 30°), l'optimisation dans cette direction d'émission échoue comme le montre le dernier panneau de la figure II.17, et le lobe principal de l'émission n'est pas dans la direction optimisée. Cela constitue une première limitation de notre système.

Efficacité et largeur de bande de l'antenne

La directivité d'une antenne est une caractéristique fondamentale, qui renseigne sur la répartition spatiale de l'énergie, mais c'est une quantité normalisée. L'efficacité de l'antenne, qui caractérise l'énergie rayonnée par rapport à l'énergie introduite dans le système, est également une donnée importante. Dans notre cas, nous avons utilisé la méthode de caractérisation à deux antennes par brassage en cavité réverbérante [73] pour calculer l'efficacité de notre antenne. Cette expérience a été réalisée au laboratoire, dans une cavité de $150\text{ cm} \times 80\text{ cm} \times 90\text{ cm}$. Notre antenne, ainsi qu'un dipôle adapté à $5,1\text{ GHz}$ sont introduits dans une plus grande cavité, ainsi qu'une autre métasurface qui permettra de réaliser le brassage de la cavité de mesure. En brassant sur de nombreuses réalisations de

¹Cette limite correspond au maximum de directivité que l'on peut obtenir pour un objet de taille donnée. Elle sera très largement discutée dans le prochain chapitre.

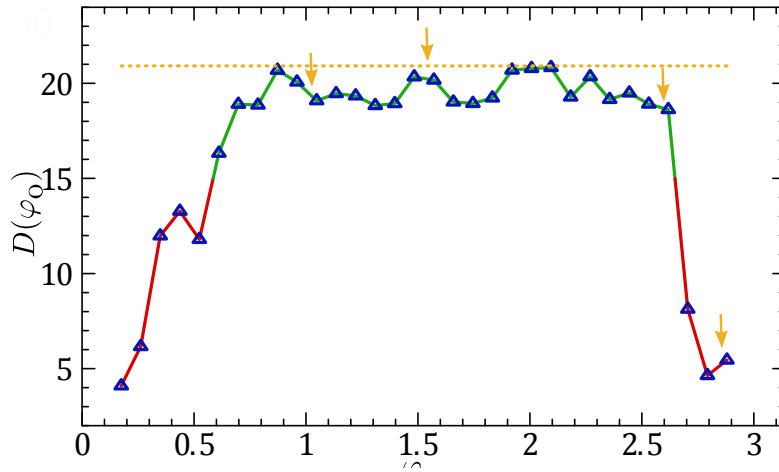


FIGURE II.18 – Directivité de l’antenne pour différentes directions de pointage. Les pointillés jaunes signalent la limite de Harrington pour cette cavité à cette fréquence. Les flèches jaunes rappellent les angles de pointage auxquels ont été montré les émissions dans la figure II.17.

la grande cavité, il est possible d’évaluer l’efficacité de l’antenne comme le rapport entre l’énergie à la réflexion de son excitation (S_{11}) et de la transmission vers le dipôle (S_{12}) corrigée par son adaptation (S_{22}), toutes ces grandeurs étant mesurées grâce à l’analyseur de réseau Agilent mentionné précédemment. Le brassage et la moyenne permettent de virtuellement quadriller tous les trajets entre l’antenne mesurée et le dipôle d’évaluation. Cela permet de collecter sur celui-ci toute l’énergie émise par notre antenne.

Avec cette méthode, nous avons mesuré une efficacité de 10% sur la bande de fréquence. Cette mesure est très approximative, certaines hypothèses (comme la ponctualité de l’antenne vis-à-vis de la cavité) étant difficilement réalisable au laboratoire, et la métasurface permettant le brassage présentant des pertes. Nous avons en outre simplement excité la cavité avec une antenne fabriquée par mes soins, dont l’adaptation sur la bande de fréquences intéressante n’est pas optimale.

D’autre part, les optimisations sont toujours monochromatiques : seul le champ à 5,1 GHz est optimisé. Nous avons en revanche montré que le pointage est toujours efficace sur une largeur de bande de 200 MHz. Il y a toutefois une perte de directivité à mesure que l’on s’éloigne de la fréquence centrale, due à la décohérence de la relation de phase imposée aux champs.

Cette antenne nécessite une seule ligne radio-fréquence pour exciter l’antenne interne à la cavité, et un câble USB de contrôle de la métasurface. Cela permet de s’affranchir des problèmes posés par les grands nombres de lignes dans d’autres systèmes tels que le radar

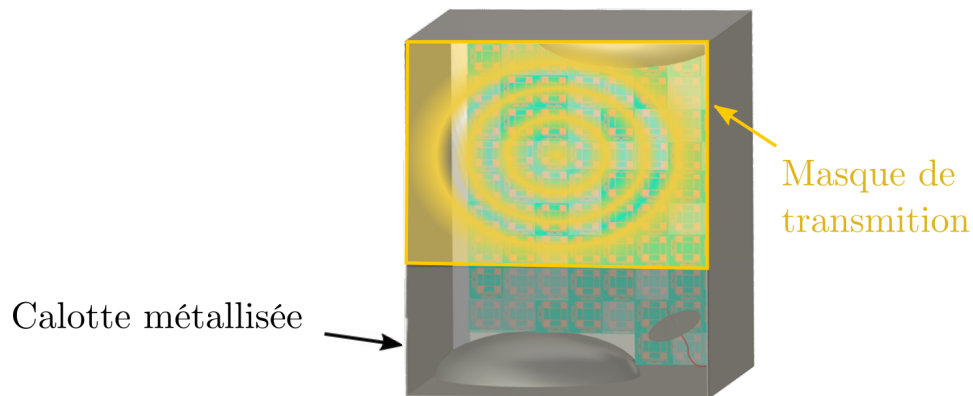


FIGURE II.19 – Exemple de masque d'apodisation cylindrique afin de réduire les lobes secondaires de l'émission

de Thalès présenté en début de chapitre. Cela permet de réaliser une antenne qui est plus compacte et plus légère, car reconfigurer l'antenne ne nécessite que la métasurface et une banque de données pour les masques d'état à appliquer pour le pointage voulu.

II.3.4 Perspectives

Le concept que nous proposons ici est très général, et peut être amélioré sur de nombreux points. La largeur de bande de fonctionnement de notre antenne n'est limitée que par la métasurface, la cavité chaotique ayant suffisamment de modes disponibles sur une très large gamme de fréquences. En améliorant la métasurface, la largeur de bande de l'antenne peut donc être aussi large que voulue.

Au sein de cette largeur de bande, il est possible de jouer sur le facteur de qualité de la cavité pour modifier la fréquence de corrélation dans la cavité et donc de modifier les propriétés de l'antenne sur de petites bandes passantes au sein de sa largeur de bande complète. On peut ainsi imaginer une antenne qui s'adapterait en temps réel à différents canaux au sein de la bande WIFI, par exemple. Ce contrôle sur le facteur de qualité intervient aussi sur la corrélation entre les différents éléments de la métasurface, ce qui change le régime de contrôle de la cavité. Mathieu Dupré avait montré qu'il est possible de modifier une cavité afin d'imposer un mode intense à une fréquence arbitraire à l'aide d'une métasurface équivalente [43].

De plus, tous les résultats présentés dans ce chapitre ont été réalisés sans masque d'apo-

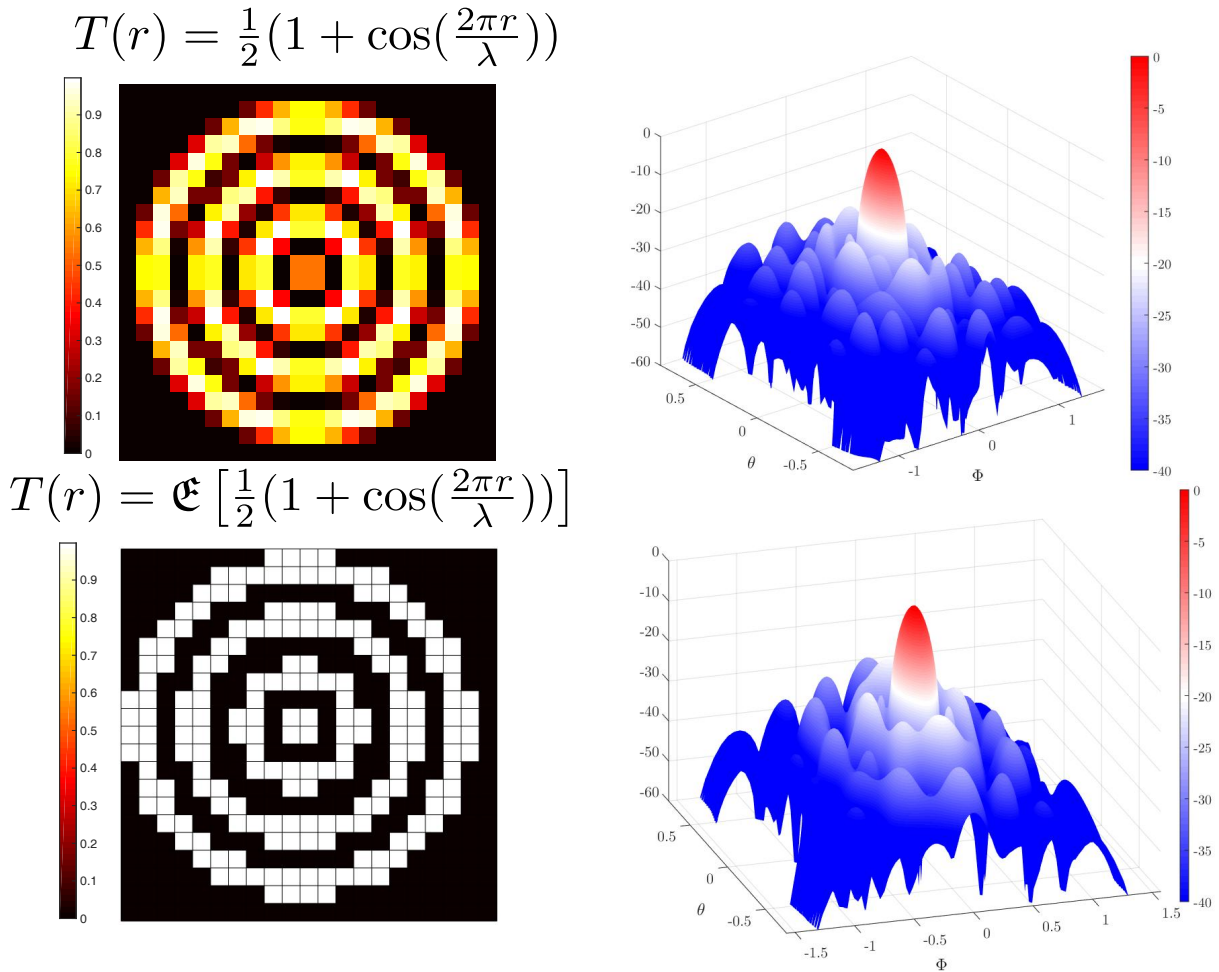


FIGURE II.20 – Masques de transmission et diagrammes de rayonnement (en dB) simulés associés. On remarque que le masque binaire (\mathcal{E} désigne la partie entière.) ne voit pas ses performances trop altérées.

disation sur l'ouverture. Afin d'améliorer les performances de l'antenne, pour diminuer l'importance des lobes secondaires par exemple, un masque où la transmission suit une loi radiale selon la partie entière de $\cos 2\pi r/\lambda$ a été réalisé par lithographie sur un substrat de FR4 cuivré (voir la figure II.19). A l'aide de ce masque, nous avons obtenu des lobes secondaires à -20 dB ce qui améliore encore ses performances. De façon plus générale, le contrôle de la transmission sur l'ouverture est un degré de contrôle supplémentaire et les simulations réalisées par Jean-Baptiste Gros à l'aide de son modèle matrice-aléatoire sont très prometteuses. On y observe que le niveau de lobes secondaires plus faible obtenu grâce à un masque est conservé pour des variations de fréquence de l'ordre de 10 %. La réalisation d'un masque de transmission aussi complexe peut être délicate : nous

avons donc vérifié que la discrétisation ne supprimait pas le niveau de lobes secondaires observé. Le masque peut être approximé par son équivalent binaire (0 si $T < 0.5$ et 1 si $T \geq 0.5$) et son effet est presque identique, comme le montre la figure II.20. On peut de plus superposer différents masques de transmission et optimiser de façon à favoriser l'un ou l'autre. Ces résultats très encourageants sont en cours de confirmation expérimentale, où la réalisation d'une transmission binaire est aisée, et seront publiés prochainement.

D'autre part, afin d'évaluer correctement l'efficacité de l'antenne, nous préparons un cycle de mesure en chambre réverbérante industrielle, telle que celle de l'université de Marne-La-Vallée. Conscient des limitations géométriques de notre système, la prochaine cavité construite sera hémisphérique, de façon à élargir le cône de reconfigurabilité de l'antenne. L'ensemble de ces expériences sera poursuivi au laboratoire par Jean-Baptiste Gros, qui a adapté la théorie des matrices aléatoires afin d'obtenir un cadre de simulation prédictif pour notre expérience, et en collaboration avec Greenerwave.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les antennes électroniquement reconfigurables. Des antennes à réseau de commande de phase, trop grosses, trop lourdes et trop chères, nous avons montré que les antennes à réseaux de réflexions reconfigurables proposaient une alternative, mais qui souffre également de problèmes propres. Nous avons poursuivi avec l'idée qu'une cavité réverbérante permettait de multiplexer des signaux, et de créer une émission particulière, lorsqu'elle était ouverte. Afin d'expliquer la physique de ces concepts, nous avons introduit les guides d'onde ainsi que la physique des ondes en cavités réverbérantes. Ces dernières peuvent être régulières ou chaotiques, ce qui modifie leurs propriétés spectrales et spatiales. Après avoir montré qu'une métasurface permettait de passer d'un comportement à l'autre, de façon contrôlée, nous avons étendu le contrôle des champs en cavité qui a été réalisé durant les thèses de Matthieu Dupré et de Philipp Del Hougne à l'émission en champ lointain d'une cavité au travers d'une ouverture pratiquée dans une de ses parois. Utilisant une optimisation sur les états de la métasurface, nous avons réalisé une antenne reconfigurable en contrôlant simplement ses éléments constitutifs. L'antenne réalisée peut pointer dans n'importe quelle direction choisie dans un cône de 120° d'ouverture. Afin d'augmenter sa largeur de bande, il est possible d'optimiser à d'autres fréquence, au prix d'une banque de masques pour la métasurface plus lourde. Nous avons également caractérisé l'efficacité de cette antenne à l'aide d'une méthode en cavité, ce qui nous permet de considérer qu'un dixième au moins de l'énergie est réémise par celle-ci.

Enfin, avec l'utilisation d'un masque d'apodisation, le niveau des lobes secondaires est abaissé, mais la directivité reste du même ordre, car le lobe principal est élargi. Ces antennes sont donc compactes, à bande passante adaptable, pour l'instant peu efficace, mais à grande directivité. Celle-ci est néanmoins inférieure à la directivité maximale prédite par la théorie de Harrington pour une antenne de cette dimension. Nous allons dans le prochain chapitre utiliser les métamatériaux afin de s'affranchir de cette limite et réaliser des antennes non-reconfigurables mais superdirectives.

Chapitre III

Superdirectivité : concept et réalisation expérimentale

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux limites fondamentales des antennes. Après avoir exposé brièvement les grandeurs caractéristiques d'une antenne, nous verrons qu'il est possible de décrire théoriquement le comportement optimal d'une antenne de taille fixée pour chacune de ces grandeurs. Ces prédictions théoriques permettent de comparer une antenne réalisée à son comportement optimal, et donc de quantifier objectivement la qualité de cette antenne. Mais il est en réalité possible d'outrepasser ces limites. Après avoir présenté deux exemples de tels antennes, nous montrons qu'il est possible d'exploiter la physique des métamatériaux pour réaliser une antenne dite « superdirective », c'est-à-dire plus directive que sa taille ne le laisserait supposer.

III.1 Performances optimales des antennes

III.1.1 Exemples d'antennes classiques

Les antennes linéaires

Nous présentons ici un exemple d'antenne d'intérêt particulier, l'antenne filaire. Celui-ci est constituée d'un cylindre métallique excité en son centre. Ce fil, fait de cuivre dans notre cas, de longueur L , peut supporter différents modes stationnaires qui correspondent à des comportements radiatifs différents. Lorsqu'il est petit vis-à-vis de la longueur d'onde, il s'agit du dipôle Hertzien, qui correspond à une densité de courant ponctuelle, peu efficace

¹On rappelle que l'unité dBi fait référence au gain de directivité en dB vis-à-vis d'une antenne isotrope qui a une directivité nulle en échelle logarithmique. Cela permet de rappeler la référence de directivité considérée.

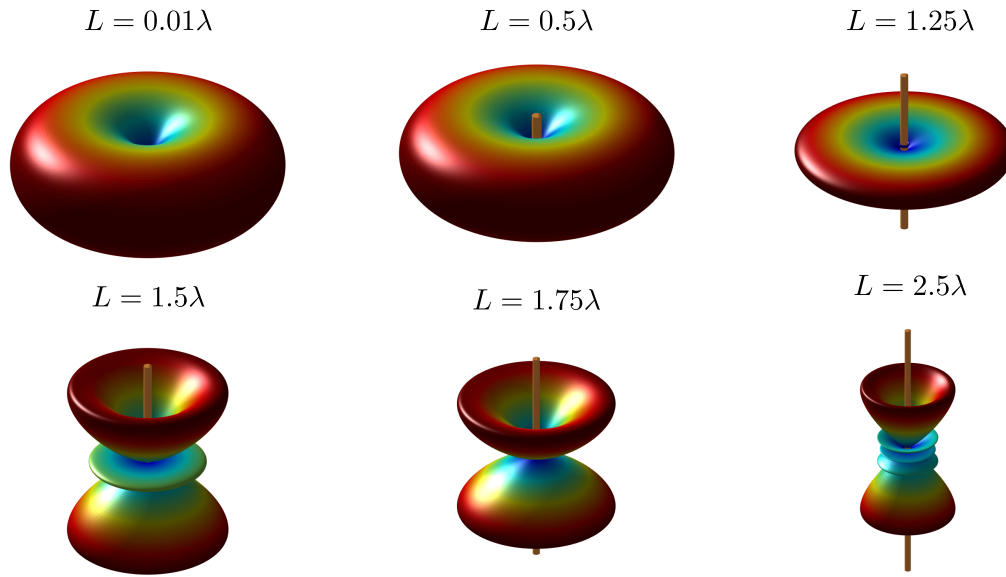


FIGURE III.1 – Émission en champ lointain d’antennes filaires selon leur longueur ; celle-ci est rappelée au-dessus de son diagramme de rayonnement.

et peu directif : sa directivité est de 1.76 dBi^1 . Les diagrammes de rayonnement d’antennes linéaires de différentes longueurs sont représentés sur la figure III.1. On observe en haut qu’augmenter la hauteur du fil confine le champ dans un plan perpendiculaire qui le coupe en son centre. Lorsque sa taille dépasse 1.5λ , c’est un autre mode de rayonnement qui est observé, dont la directivité est plus faible. Lorsque sa taille augmente encore, la direction du lobe principal varie.

Lorsque la longueur de l’antenne est un multiple de $\lambda/4$, des ondes stationnaires sont supportées dans le fil. Pour $L = \lambda/2$, il s’agit de l’antenne résonante demi-onde qui nous intéresse ici. Ce fil est parcouru par un courant sinusoïdal I_z qui est maximum au centre et nul aux extrémités, et le potentiel vecteur s’écrit alors, ainsi que décrit au dix-septième chapitre du livre d’Orfanidis [48] :

$$\vec{A}_z(z, \vec{\rho}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{e^{ikr}}{r} I_z(z') dz' \vec{e}_z \quad (\text{III.1})$$

où $r = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$ est la distance entre le point de calcul et le point de l’antenne parcouru par le courant $I(z')$. Ce potentiel nous permet de calculer le champ autour de l’antenne, selon ses deux composantes, radiale et selon l’axe \vec{z} :

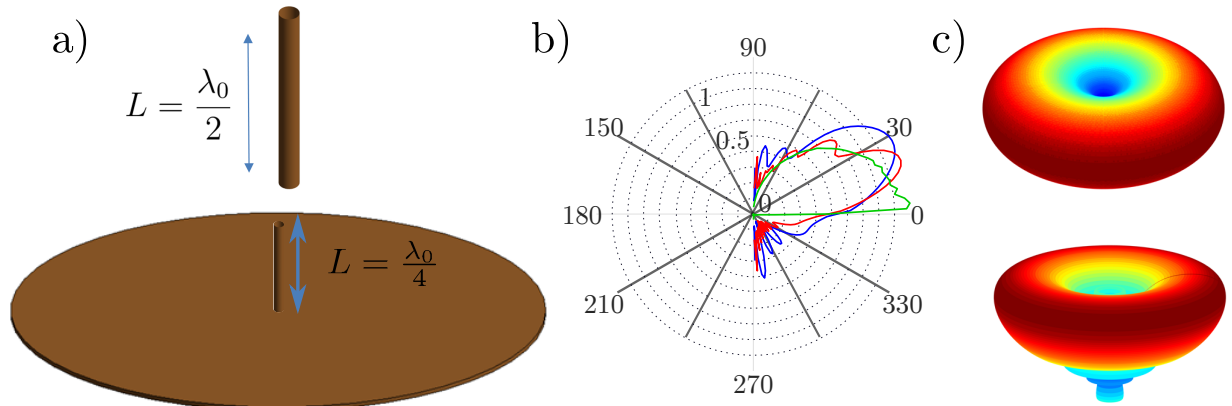


FIGURE III.2 – a) Équivalence entre un dipôle et un monopôle sur un plan réflecteur infini. b) Influence du rayon du plan de masse sur la direction du lobe principal d'émission, pour $r_p = 2\lambda$ en bleu, 5λ en rouge et 1000λ en vert. c) Comparaison du diagramme de rayonnement complet entre un dipôle et un monopôle sur un plan de masse fini de rayon $r_p = 2\lambda$.

$$E_z(\rho, z) = \frac{i\eta I_m}{4\pi} \left[\frac{e^{ik_0 r_1}}{r_1} + \frac{e^{ik_0 r_2}}{r_2} - 2 \cos(k_0 L/2) \frac{e^{ik_0 r_0}}{r_0} \right] \quad (\text{III.2})$$

$$E_\rho(\rho, z) = -\frac{i\eta I_m}{4\pi\rho} \left[\frac{z - L/2}{r_1} e^{ik_0 r_1} + \frac{z + L/2}{r_2} e^{ik_0 r_2} - \frac{z}{r_0} 2 \cos(k_0 L/2) e^{ik_0 r_0} \right] \quad (\text{III.3})$$

où les distances r_0 , r_1 et r_2 représentent respectivement la distance du point (ρ, z) au centre de l'antenne, à son extrémité supérieure et son extrémité inférieure. Ce résultat est correct dès que $\rho > 5a$ où a est le rayon de l'antenne. Plus près, il faut corriger cette expression avec des termes supplémentaires.

Monopôle sur plan réflecteur

La distribution de charge dans une antenne dipolaire est symétrique par rapport au centre, on peut donc utiliser un résonateur dit monopolaire, de taille $\lambda/4$ au-dessus d'un plan réflecteur qui crée une source virtuelle opposée, pour reproduire le comportement du dipôle. Le plan réflecteur doit pour cela être parfait, c'est-à-dire infini et sans pertes. Ce changement de géométrie est indiqué pour les ondes radio : la surface de la terre constitue

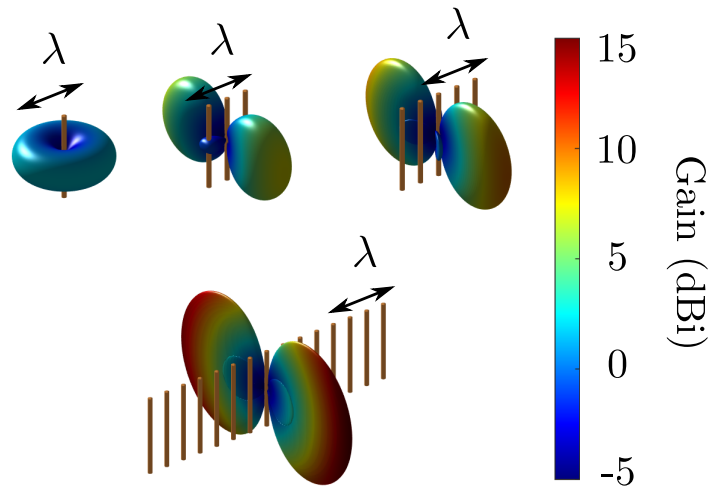


FIGURE III.3 – Résultat analytique de l'émission d'un réseau d'antennes pour $n=1, 3, 5, 15$ antennes toutes excitées avec la même phase et amplitude. La taille de l'antenne augmente ainsi que la directivité, en accord avec la théorie de la diffraction.

un bon réflecteur qui correspond bien à ces approximations. En revanche, pour les antennes de télécommunication, ce plan de masse est en général de taille finie, et il est nécessaire de prendre en compte les effets du champ diffracté par ses bords, qui influe grandement sur les propriétés d'émission, ainsi que le représente la figure III.2. Les courbes ont été calculées analytiquement d'après [74]. De plus, la direction du lobe principal dépend fortement du rapport R/λ où R est le rayon du plan de masse. Cela signifie que pour des antennes à large bande passante, il est nécessaire de prendre cet effet en compte.

Réseau d'antennes filaires

L'antenne filaire, symétrique par rotation autour de son axe, est intrinsèquement peu directive. La façon la plus facile d'augmenter la directivité d'un système est de le composer de plusieurs sources, ainsi que nous l'avons vu au premier chapitre : on place différentes antennes linéaires en réseau, séparées d'une distance de $\lambda/2$ afin de supprimer le couplage entre ces antennes. Ce réseau constitue alors N sources indépendantes qui permettent d'augmenter la directivité du système : depuis le dipôle unique, omnidirectionnel dans le plan azimutal, on peut donc augmenter la directivité en augmentant le nombre de sources. Cela augmente également la taille de l'antenne, et la complexité du système. La figure III.3 montre le gain de résolution angulaire qu'offre la multiplication des sources indépendantes.

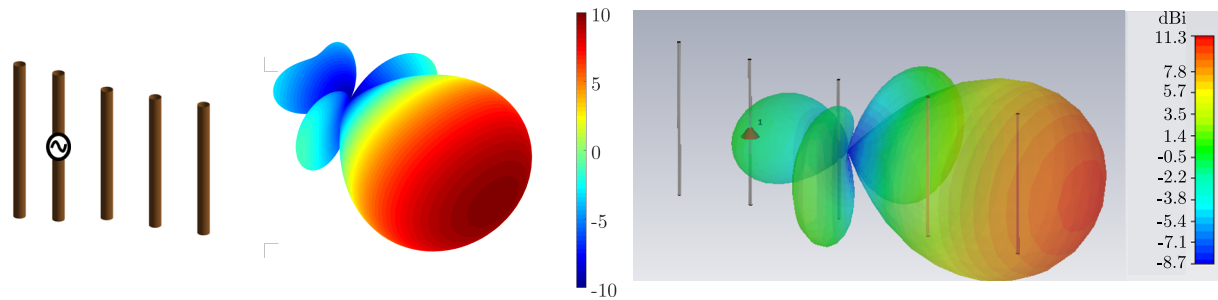


FIGURE III.4 – Antenne Yagi-Uda avec une source, un brin parasite réflecteur et 3 brins parasites directeurs. Ses caractéristiques sont tirées du chapitre 25 de [48]. Son diagramme de rayonnement calculé analytiquement (au centre) et simulé dans CST Microwave studio (à droite) sont représentés.

Antennes Yagi-Uda

Afin de simplifier le système, il a été proposé dès les années 40 d'utiliser des résonateurs passifs : il s'agit de la fameuse antenne Yagi-Uda [75]. Les toits de nombreuses villes sont constellés de ces antennes très directives utilisées pour capter les chaînes de télévision. On utilise dans ce cas des brins dits parasites, qui seront, selon qu'ils sont plus longs ou plus courts que le fil excité, réflecteurs ou directeurs de l'émission. Une antenne Yagi-Uda est en général composée d'un émetteur avec d'un côté un fil plus long pour empêcher l'émission à l'opposé de sa direction de pointage, et quelques fils directeurs dans la direction visée. La distance entre les parasites est déterminée empiriquement pour maximiser les performances de l'antenne, et induit la plupart du temps une antenne de taille conséquente. La figure III.4 montre la géométrie et les performances d'émission d'une réalisation d'une telle antenne optimisée [76], calculées analytiquement et simulées dans CST Microwave Studio. Cette antenne a été optimisée en deux étapes, d'abord sur la longueur des brins parasites, puis sur leurs positions. L'antenne à 5 brins résultante occupe $1,5 \lambda$ pour une directivité réalisée de 11 dBi. Différents autres types d'antennes existent : les antennes à base de cavité ouverte, les antennes cadres ou hélicoïdales, les antennes à guide d'onde ouvert, ou les antennes à ouvertures [48, 74, 77], également soumises aux limites que nous allons maintenant introduire.

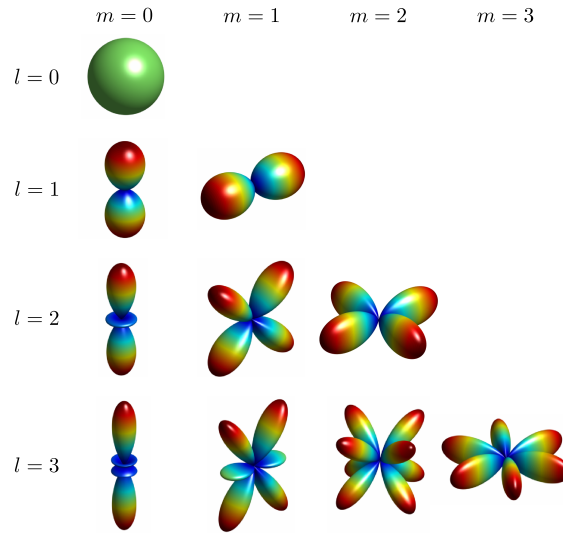


FIGURE III.5 – Représentation du carré de la partie réelle des harmoniques sphériques selon leur rang. On ne montre ici que les indices $m > 0$, les indices négatifs étant identiques, mais conjugués.

III.1.2 Limites intrinsèques des antennes

Harmoniques sphériques

Les antennes sont souvent considérées comme des sources ponctuelles, puisque ce sont leurs propriétés en champ lointain qui sont intéressantes, et à ce titre, ce sont les harmoniques sphériques qui servent de base au développement du champ émis.

Les harmoniques sphériques s'écrivent comme un développement multipolaire du champ selon les deux angles qui permettent de repérer l'espace (θ, ϕ) . Elles constituent une base orthonormée sur la boule unité. Cette base indexée par les entiers l et m (avec $m \in \llbracket -l, l \rrbracket$) s'écrit :

$$Y_l^m(\theta, \phi) = c_{m,l} e^{im\phi} (\sin \theta)^m \frac{d^{m+l}}{d(\cos \theta)^{m+l}} (1 - \cos^2 \theta)^l \quad (\text{III.4})$$

avec $c_{m,l}$ un facteur de normalisation.

Le carré de la partie réelle des premières harmoniques est représenté sur la figure III.5. Les indices l et m correspondent au nombre d'annulations du champ selon l'angle correspondant. C'est pour cela qu'on parle aussi de développement multipolaire. Toute fonction arbitraire $g(\theta, \phi)$ peut se décomposer sur celles-ci. Nous noterons ici l'exemple des fonctions d'onde électroniques des orbitales atomiques qui correspondent à ces harmoniques ; leur représentation permet de mettre en avant la capacité de ces orbitales atomiques à

se coupler les unes aux autres, par recouvrement, et explique en partie la formation de molécules simples.

Lien entre la taille d'une antenne et sa directivité

Le champ émis par une antenne peut donc se décomposer sur la base des harmoniques sphériques que l'on vient d'introduire. De la symétrie de la distribution de courant qui sert de source dépendent les harmoniques excitables : par exemple, une source parfaitement ponctuelle ne pourra exciter que le mode monopolaire $l = 0, m = 0$. Le dipôle Hertzien lui, ne peut exciter qu'un mode dipolaire perpendiculaire à l'axe z qui conserve sa symétrie cylindrique. C'est ce qui limite sa directivité. Les dipôles de différentes longueurs de la figure III.1 excitent des combinaisons linéaires des différentes premières harmoniques, avec un rang croissant avec leur taille, ce qui met en exergue une propriété fondamentale : la taille d'une antenne limite ses propriétés d'émission. Afin d'expliquer ce point nous reprendrons les considérations de Chu et de Harrington [?,?] dont les travaux font référence sur le sujet.

Limite de Chu-Harrington

Faisons ici complète abstraction de l'antenne elle-même, hormis sa dimension caractéristique. On considérera donc une boule de rayon a , qui est le plus petit rayon tel que l'antenne soit contenue dans cette boule. Par décomposition de ce champ sur la base des ondes sphériques introduite plus haut, il est possible d'écrire exactement le champ émis, quelle que soit l'antenne. Différentes méthodes de calcul mènent alors aux différents résultats importants. Chu a montré d'une part qu'à différentes fréquences, les différentes harmoniques sphériques disponibles n'étaient pas les mêmes, ce qui limite la largeur de bande d'une antenne [?], notamment si elle est de petite taille. De son côté, Harrington a montré que la directivité maximale atteignable ne dépendait que de la longueur d'onde et du rayon a introduit [?]. Le point de départ est le calcul de l'énergie rayonnée dans tout l'espace, à une distance r , par rapport au cas d'une source parfaitement isotrope :

$$d(r, \omega) = \frac{4\pi r^2 \Re(\Pi_r)_{max}}{\Re(P)} \quad (\text{III.5})$$

où Π_r est la composante radiale du vecteur de Pointing, et P est la puissance sortante d'une sphère de rayon r qui englobe l'antenne. La méthode consiste ensuite à décomposer les termes de cette équation sur la base des harmoniques sphériques puis de maximiser le gain le de directivité :

$$d_{max}(r, \omega) = \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \|F_n(k_0 r) + iF'_n(k_0 r)\|^2. \quad (\text{III.6})$$

Les $h_n^{(2)}$ sont les fonctions de Hankel de seconde espèce d'ordre n et $F_n(k_0 r) = k_0 r h_n^{(2)}(k_0 r)$ avec k_0 le nombre d'onde associé à la fréquence ω . Lorsque r tend vers l'infini, pour le champ lointain, les fonctions F_n et F'_n tendent toutes vers 1 et le gain de directivité est infini. Si l'on fait en revanche l'hypothèse qu'il existe une limite N au nombre d'harmoniques sphériques qui contribuent au champ à l'infini, il vient alors que le gain de directivité est borné :

$$d_{max}(\omega) \underset{r \rightarrow \infty}{=} \sum_{n=1}^N (2n+1) = N^2 + 2N. \quad (\text{III.7})$$

A l'aide d'arguments phénoménologiques, Harrington relie ce nombre aux paramètres du système, en justifiant que $N = k_0 a = 2\pi a/\lambda$. C'est cet ordre qui sépare approximativement les contributions dont le champ s'atténuera rapidement à l'infini, et celles dont la décroissance sera plus faible, car les premières seront négligeables dans la construction du champ lointain. Le nombre N introduit peut être vu comme le nombre de longueurs d'onde dans le périmètre d'un grand cercle de la boule bornant notre antenne. Ainsi, pour exciter l'harmonique $m = 3$, $l = 3$ représentée sur la figure III.5, il est nécessaire d'avoir une structuration de l'excitation qui alterne des ventres et des nœuds de champ au moins six fois sur le périmètre de ce cercle.

C'est donc la dimension finie de l'antenne qui introduit une limite à la complexité du champ qu'elle peut exciter, et donc à sa directivité. Cet argument rejoint le cas de l'ouverture diffractante : c'est encore la dimension physique de l'objet, comparée à la longueur d'onde, qui fixe la largeur de la tache de diffraction à l'infini car une partie des ondes devient évanescences. Il vient donc, *in fine* :

$$d_{max} = (k_0 a)^2 + 2(k_0 a) \quad (\text{III.8})$$

Raffinement du modèle

On a représenté sur la figure III.6 la limite de directivité de Harrington en fonction de la taille d'antenne. Cette limite, pertinente pour de larges antennes, présente en revanche une incohérence à faible taille d'antenne. On remarque qu'à $2r/\lambda = 0,13$ elle devient négative, ce qui est incohérent avec le cas du dipôle Hertzien, ponctuel et de directivité 1,76 dBi. Cette prédiction théorique est encore débattue dans la communauté, avec de nombreuses

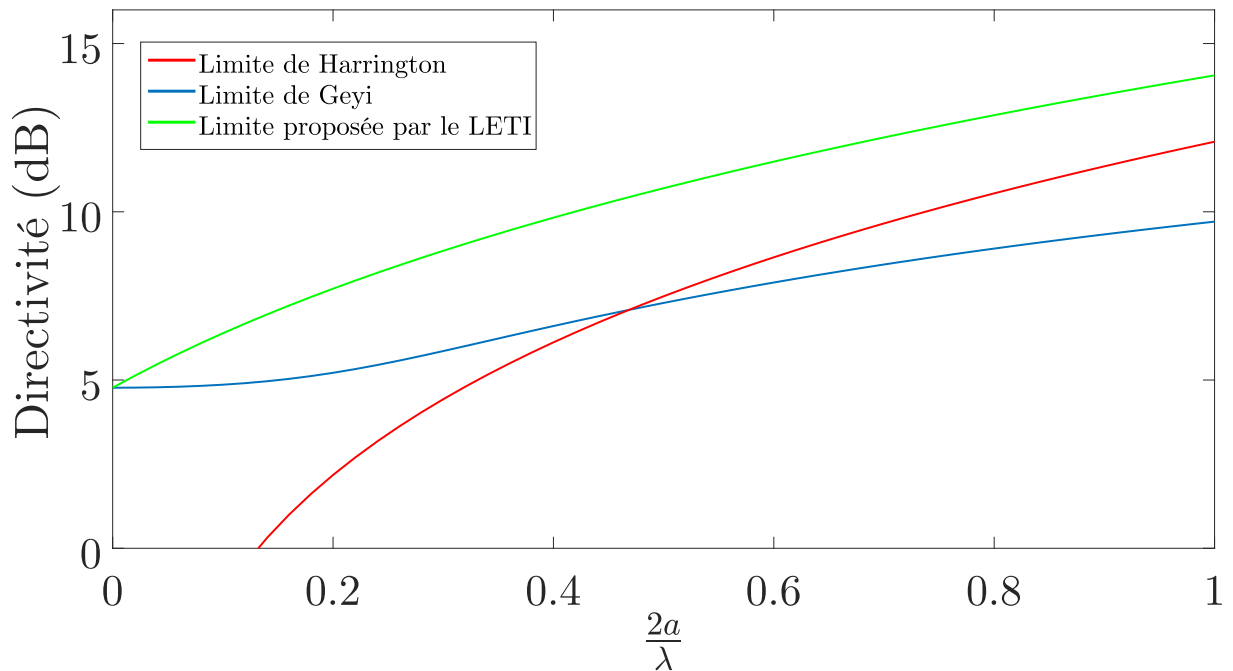


FIGURE III.6 – Limite de directivité en fonction de la taille d'antenne : en rouge, la limite de Harrington, en bleu, la limite de Geyi à bande passante optimisée, et en vert la limite de Harrington renormalisée proposée par le Leti [81].

publications revenant sur les calculs de Chu et de Harrington [?, ?, ?, ?, ?, 78–80].

En 2003, Geyi a modifié la théorie de Harrington pour obtenir une limite de directivité lorsque l'on maximise en même temps la largeur de bande [?], ce qui impose de maximiser le gain de directivité tout en minimisant le facteur de qualité de l'antenne. Le calcul, assez proche, se fait de façon laborieuse avec une décomposition de chaque terme sur les harmoniques afférentes, ce qui permet de trouver la limite de directivité à largeur de bande optimale, qui est représentée en bleu sur la figure III.6. Lorsque le rayon caractéristique de l'antenne tend vers 0, elle converge vers la source ponctuelle de Huygens, dont la directivité est de 4,77 dBi. Pour les grandes antennes en revanche, elle ne tend pas vers la même limite que la limite de Harrington.

Il a été proposé par le groupe de Christophe Delaveaud et Antonio Clemente d'adapter la limite de Harrington pour corriger son comportement pour les petites antennes [81]. Afin de prendre en compte la source ponctuelle de Huygens, leur approche a été de considérer un décalage à l'origine de la taille d'antenne, ce qui permet de forcer la limite en $r = 0$. Cette limite a été tracée en vert sur la figure III.6.

L'objectif est alors d'outrepasser ces limites : c'est le domaine des antennes superdirectives.

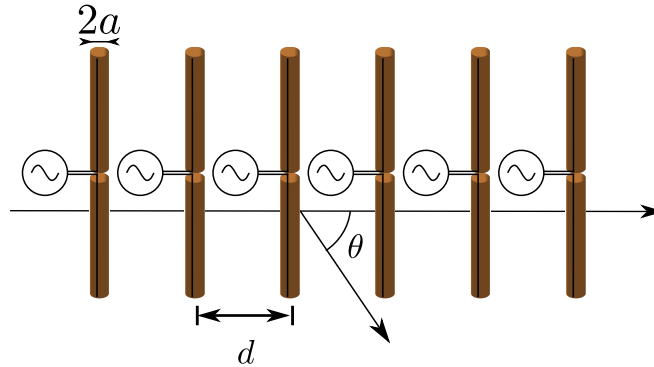


FIGURE III.7 – Schéma du réseau linéaire d’antennes de Schelkunoff : les sources, de rayon a , séparées d’une distance d , sont indépendantes et l’on contrôle parfaitement phase et amplitude pour chacune d’entre elles. La direction de pointage est donnée par l’angle θ .

III.1.3 Superdirectivité

Quelle que soit la limite considérée, on désigne donc par *superdirective* une antenne qui excède cette limite théorique, c’est-à-dire dont la directivité est au-dessus de la courbe afférente, pour une taille d’antenne donnée.

Réseau superdirectif : l’approche de Schelkunoff

La réalisation théorique d’antennes superdirectives a été prédite dans les années 50 par la théorie des réseaux d’antennes linéaires de Schelkunoff [82]. Considérons un réseau de N antennes comme utilisé précédemment, où d est la distance inter-antenne et θ une direction de pointage, comme représentés sur le schéma de la figure III.7. Chaque antenne est considérée comme une source indépendante, excitée par une amplitude complexe A_p . Le champ émis dans la direction θ s’écrit comme la somme des contributions de chaque antenne, d’après le théorème de superposition :

$$E(\theta) = \sum_{p=1}^N A_p e^{i\phi_p(\theta)} \quad (\text{III.9})$$

où $\phi_p(\theta)$ est le déphasage à l’infini de l’antenne p . Si l’on prend l’origine des phases afin d’annuler ϕ_1 , les autres déphasages se calculent grâce aux paramètres du réseau : $\phi_p = (p - 1)k_0 d \cos(\theta)$. Il vient alors :

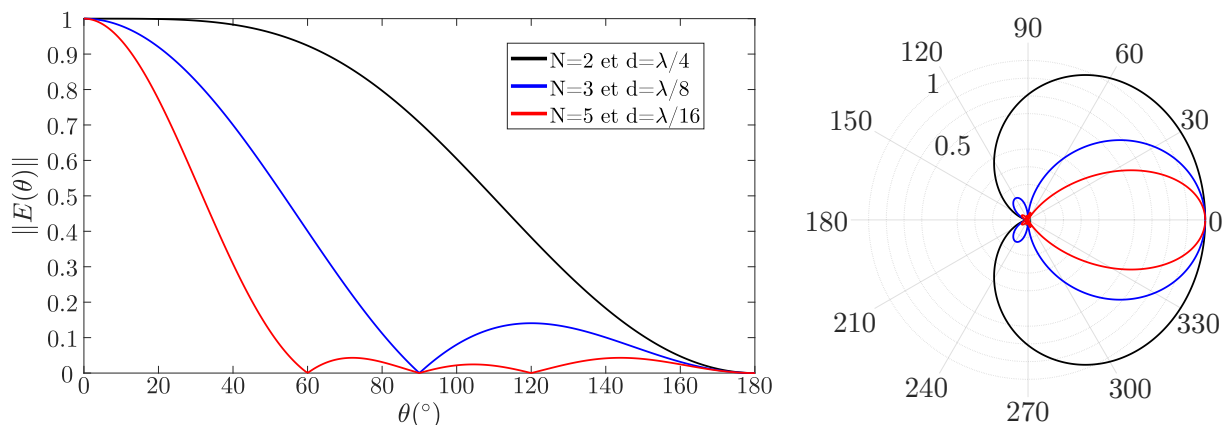


FIGURE III.8 – Résultat analytique selon la méthode de Schelkunoff (les résultats sont identiques à la figure 18 de [82]). A gauche, le tracé linéaire permet de mettre en évidence les racines de champ imposées, et leur nombre en fonction du nombre d’antennes. Le tracé polaire à droite met en évidence le gain conséquent de directivité.

$$E(\theta) = \sum_{p=1}^N A_p (e^{ik_0 d \cos(\theta)})^{p-1} \quad (\text{III.10})$$

$$= P(e^{ik_0 d \cos(\theta)}) \quad (\text{III.11})$$

où P est un polynôme d’ordre $N - 1$. Le champ à l’infini s’exprime donc comme un polynôme dont l’argument est une exponentielle complexe qui fait apparaître le vecteur d’onde, la distance inter-antenne et l’angle d’émission, et dont les coefficients sont les amplitudes complexes de chaque antenne. Ce résultat est très intéressant : toute racine du polynôme sera un point d’annulation du champ et, d’après le théorème de d’Alembert-Gauss [83], il y en a exactement $N - 1$, soit le rang du polynôme. L’idée de la théorie de Schelkunoff est d’imposer les coefficients de telle sorte que les racines soient sur le cercle unité, afin que certaines directions $e^{ik_0 d \cos(\theta_p)}$ annulent le champ.

La condition pour pouvoir imposer des racines sur tout le cercle unité est que la phase parcourt l’intervalle $[-\pi, \pi]$. De plus, la parité du cosinus indique que $P(\theta) = P(-\theta)$. On peut donc imposer toutes les racines sur un intervalle $[0, \pi]$ et l’émission sera symétrique. Dans ce cas on peut finalement forcer une antenne à devenir superdirective, ainsi que Schelkunoff le montre dans son étude, en imposant des changements de signes réguliers entre les différentes antennes [82]. Pour chaque courbe représentée sur la figure III.8 reproduisant les résultats de Schelkunoff, la taille d’antenne est fixée à $\lambda/4$, et la directivité augmente drastiquement, avec un nombre de lobes secondaires qui augmente, mais qui

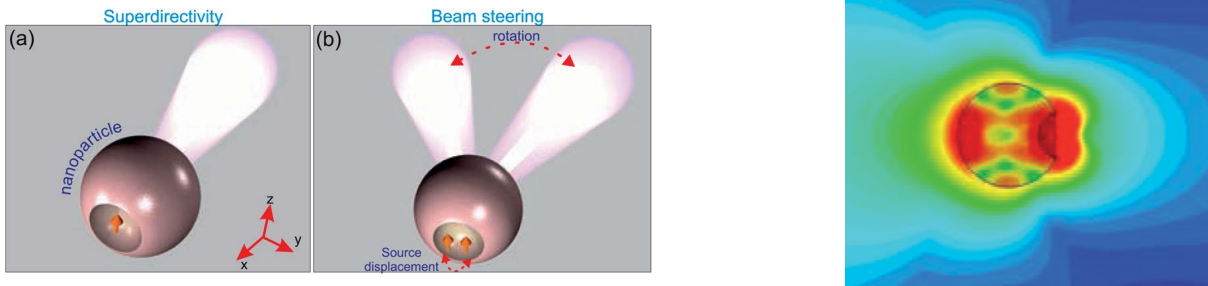


FIGURE III.9 – Concept de nano-antenne basé sur un milieu à fort indice diélectrique [?]. A partir de la position optimisée, déplacer la source permet de diriger la direction du lobe principal. A droite, simulation du champ à l’intérieur de la sphère dont le rayon est inférieur à une demi-longueur d’onde.

sont de faibles amplitudes. Ainsi la courbe rouge correspond bien à une antenne directive, alors que sa taille devrait le lui interdire selon Harrington.

Ces résultats théoriques tendent à montrer qu’il n’y a pas de limite à la directivité d’un tel réseau. Cela n’est tout de même pas en complet désaccord avec la théorie de Harrington : si toutes les harmoniques sont disponibles, alors le gain de l’antenne peut être infini. Ici, à taille d’antenne fixée, on a augmenté le nombre N d’harmoniques disponibles dans la sphère. Cela a été réalisé grâce au contrôle total sur des sources organisées sur une échelle sub-longueur d’onde ce qui permet d’augmenter artificiellement le nombre d’onde k limitant dans la théorie d’Harrington : cela permet d’exciter des harmoniques d’ordre supérieur.

Expérimentalement, nous avons mentionné au chapitre II les problèmes liés aux lignes de transmission qui apparaissent lorsque l’on condense un ensemble de sources ; on ne mentionnera que le couplage, ou la diffusion du champ d’une antenne par une autre, qui induit des perturbations dans le réseau et rend difficile la réalisation de réseaux tels que proposés théoriquement.

Antenne à haute permittivité diélectrique

Récemment, d’autres travaux ont démontré, numériquement [?] et expérimentalement [84], que la superdirectivité était réalisable, à l’aide de milieux d’indice de réfraction élevé. Le groupe de Pavel Belov a ainsi montré qu’en couplant une boule de diélectrique, dont on a brisé la symétrie à l’aide d’une enclave sphérique, à une source unique, le système devient superdirectif. La figure III.9 représente à gauche le concept dans le cas de nano-antennes en optique. Une source unique est placée à une position optimisée dans l’enclave de la sphère, qui altère son émission. L’indice élevé de la sphère induit une distribution de

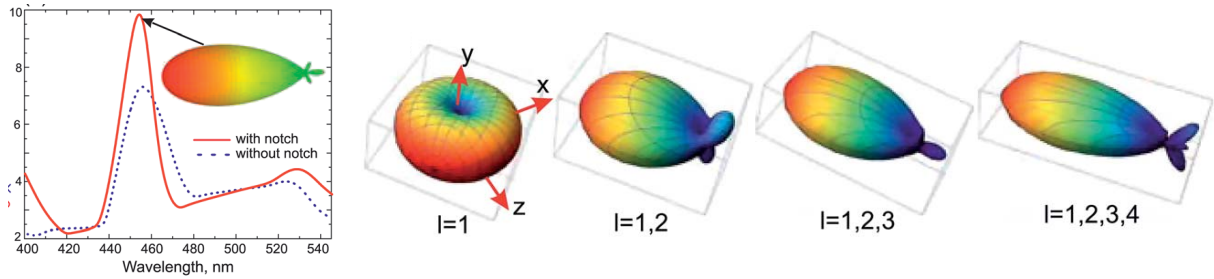


FIGURE III.10 – Résultat de superdirectivité : l’antenne atteint une directivité proche de 10 dBi malgré sa petite taille. A droite, l’émission en fonction des harmoniques prises en compte dans le rayonnement.

champ en son sein qui est structurée à une échelle inférieure à la longueur d’onde dans le vide : le nombre d’onde effectif du champ dans cette sphère est supérieur à k_0 , et des harmoniques sphériques d’ordre supérieur sont excitées par cette distribution de courant particulière. Dans cette étude, au lieu de fabriquer artificiellement des grands nombres d’onde ainsi que le propose Schelkunoff, on utilise tout simplement un milieu d’indice élevé. La brisure de symétrie et la position de la source permettent alors de sélectionner une direction de l’espace et d’y confiner l’émission, ainsi que le montre la figure III.10 reproduite de [?].

Afin d’améliorer le contrôle et donc d’affiner la directivité de l’antenne, on peut imaginer un système équivalent, où l’indice serait contrôlé à une échelle plus fine que la longueur d’onde, aussi fine que nécessaire pour exciter l’harmonique sphérique maximale recherchée. Pour cela, il faut recourir à un milieu où le contrôle peut être effectué à l’échelle de la cellule unitaire, tel que les métamatériaux. Dans la suite, nous montrerons que le milieu 2D de fils, largement étudié durant les thèses précédentes au laboratoire¹, permet un contrôle du champ et de la distribution de courant sur des échelles sub-longueur d’onde.

III.2 Une antenne superdirective à base de métamatériau

III.2.1 Le milieu de fils

Les matériaux naturels sont constitués d’éléments de base arrangés selon une structure particulière. Dans un cristal par exemple, des atomes s’organisent selon leur valence sur

¹Celles de Fabrice Lemoult [85], de Nadege Kaina [86], et de Simon Yves [?], dont le manuscrit n’est pas encore publié.

les réseaux de Bravais. Les matériaux biologiques, de la même manière, se composent de cellules arrangées selon la géométrie due à leur spécialisation. Les métamatériaux sont quant à eux des milieux artificiels et, à l'instar de ces deux exemples, sont fabriqués à partir d'éléments constitutifs ayant une forte interaction avec le champ. Ces éléments peuvent être des résonateurs par exemple, et sont arrangés selon une structure choisie. Ils ont la particularité d'être plus petits que la longueur d'onde d'intérêt ce qui permet de les agencer sur une échelle également sub-longueur d'onde. L'interaction avec une onde incidente induit donc des réponses individuelles mais aussi collectives.

La liberté d'action de l'expérimentateur est donc idéale : un changement de la structure permet de modifier les propriétés globales du matériau, et le changement d'un élément constitutif permet en revanche de contrôler le milieu à l'échelle de la cellule unité. Dans notre groupe, c'est le milieu de fils qui a été choisi comme sujet d'étude.

Le réseau périodique

Nous considérons en premier lieu un milieu périodique de fils identiques, d'une longueur de $\lambda/2$ qui agissent comme des résonateurs. Ceux-ci, sont alignés selon un réseau carré et séparés d'une fraction de la longueur d'onde. On a donc un milieu dense de résonateurs dipolaires, dans une géométrie de couplage optimale, due à leur alignement.

Dans notre milieu, le caractère résonant des fils a une forte influence sur les champs dans une gamme de fréquence autour de la résonance. Le comportement d'une onde interagissant avec ces résonateurs se traduit par un anti-croisement entre la relation de dispersion dans l'espace libre, $\omega = c_0 k$, et la résonance, $\omega = \omega_0$ (figure III.11). En effet la relation de dispersion se divise en deux branches, une rouge et une bleue. A des fréquences très éloignées de f_0 , le comportement asymptotique rejoint la ligne de lumière, pour chacune des deux branches, et les fils sont transparents à la propagation. En revanche, proche de la résonance, l'interaction se traduit par une asymptote horizontale de la relation de dispersion autour de $\omega = \omega_0$. Au-dessus de cette asymptote apparaît une gamme de fréquences où la propagation est interdite : le vecteur d'onde devient purement imaginaire et les ondes deviennent évanescentes en présence d'interfaces.

Sous cette bande interdite, la branche inférieure du vecteur d'onde devient horizontale, ce qui signifie que le vecteur d'onde devient grand par rapport à k_0 , le vecteur d'onde dans l'espace libre. Cela induit des champs dans le milieu dont la structuration se fait à l'échelle du milieu et non à l'échelle de la longueur d'onde dans le vide. Ces modes sont dits « sub-longueur d'onde ».

Afin d'illustrer ces modes et leur forte dispersion, nous avons calculé analytiquement la

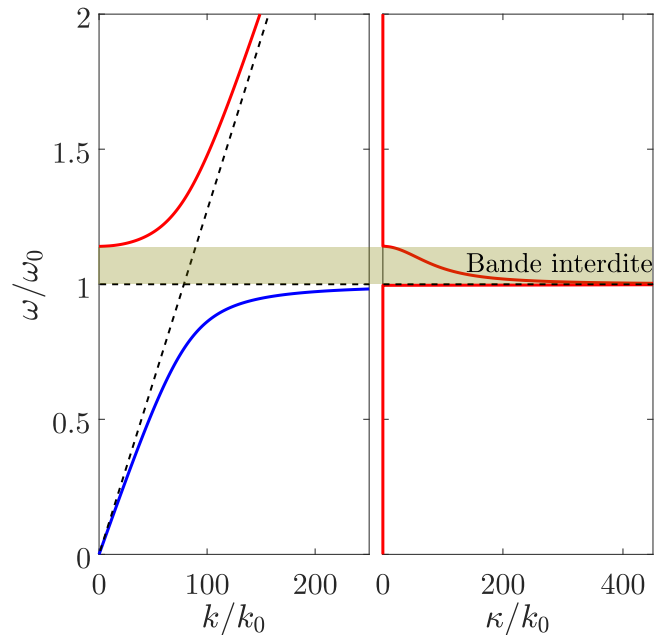


FIGURE III.11 – Partie réelle et imaginaire du vecteur d’onde calculé dans le milieu. Dans la bande interdite il est imaginaire pur, ce qui implique la non-propagation. Son comportement y est par ailleurs asymétrique. A l’inverse, hors de la bande interdite, le vecteur d’onde est un réel avec deux solutions, une branche supérieure (en rouge), et une branche inférieure (en bleu).

réponse d’un milieu de fils composé de 11×11 fils équirépartis dans une demi-longueur d’onde. Ce milieu est donc un cube de côté $\lambda/2$ de fils alignés selon l’axe z . Le fil central est excité par un courant normalisé et on observe, en fonction de la fréquence, le champ proche au-dessus des fils (figure III.12). Les modes obtenus montrent des variations de la distribution de champ électrique E_z sur une échelle plus fine que la longueur d’onde. L’échelle caractéristique de ces modes peut aller jusqu’au pas du réseau. Ce milieu permet donc, à différentes fréquences, de faire apparaître des oscillations du champ bien plus fines que la longueur d’onde. Dans la lignée de l’idée de Schelkunoff, il semblerait que ce milieu permette d’augmenter le nombre N d’harmoniques sphériques en montrant des nombres d’onde plus grands que k_0 . Il reste à savoir si l’on peut fabriquer la forme de champ désiré.

Contrôle du champ dans le milieu

Ici, il s’agit d’une bande interdite d’hybridation [87, 88] qui est entièrement due à la résonance individuelle des fils.. Pour certaines fréquences, le champ ne peut pas pénétrer au-delà d’une cellule unité dans ce milieu. Non seulement le milieu de fils offre des grands nombres d’onde mais ici nous voyons qu’il offre des distances d’extinction extrêmement

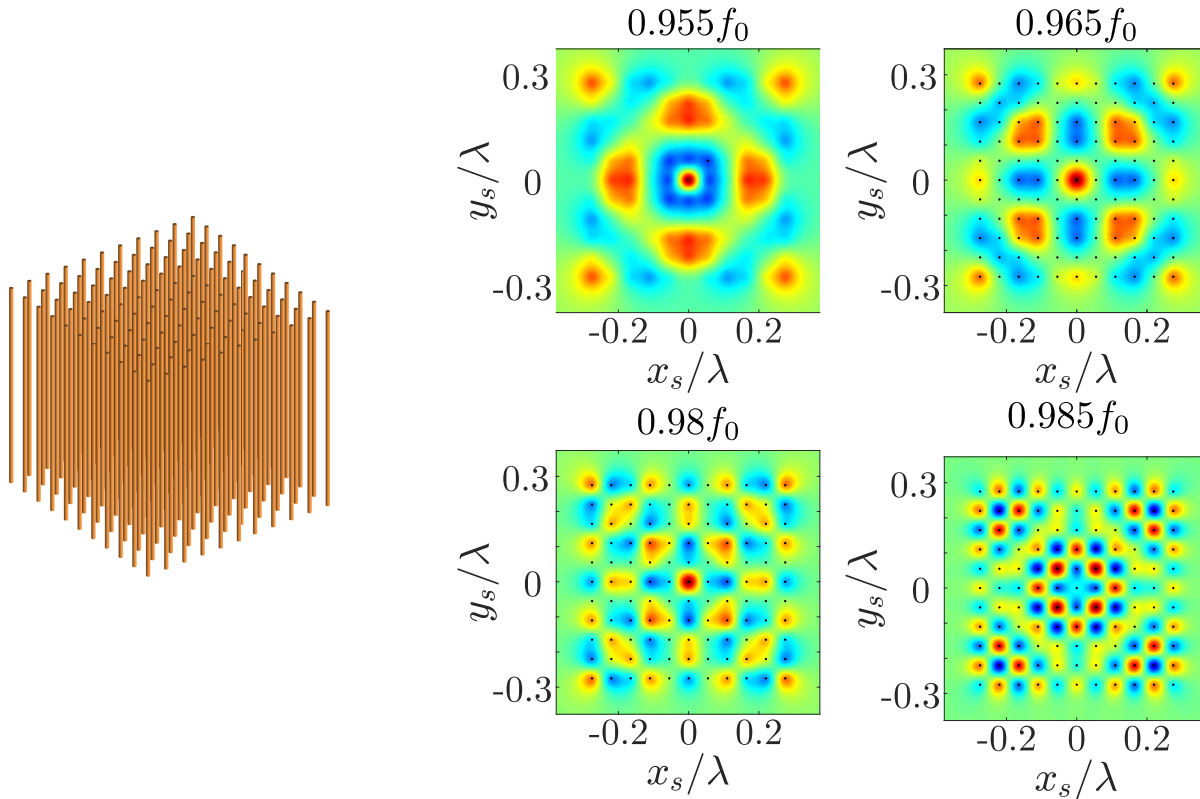


FIGURE III.12 – Milieu de fils à deux dimensions et les modes supportés à différentes fréquences lorsque l’on excite le fil central. On a représenté ici la partie réelle de la composante verticale du champ électrique, calculé dans un plan au-dessus du milieu, à quelques millimètres du haut des fils.

courtes.

Les fils dont est constitué ce milieu ont une fréquence de résonance facilement contrôlable. En effet, celle-ci est fixée par leur longueur L selon $f_0 = c/(2L)$. Si l’on veut modifier le milieu, il suffit par exemple de changer la fréquence de certains de ces résonateurs. On va donc premièrement raccourcir un fil de 5%, ce qui fixe sa fréquence de résonance f_1 dans la bande interdite imposée par le reste du milieu. La carte de champ obtenue à f_1 (à gauche sur la figure III.13) montre que le champ est confiné uniquement sur le résonateur modifié. Cette « cavité » est de côté $a \approx \lambda/20$, soit très sub-longueur d’onde [?].

De même, on peut étendre le concept en dessinant dans le milieu des formes diverses, telles qu’une ligne, ou que les lettres PC, respectivement au centre et à droite sur la figure III.13. Le champ ne peut pas se propager dans le reste du milieu à cause de la bande interdite. Le long des motifs dessinés, en revanche, les résonateurs sont favorables à la propagation à cette fréquence, et la carte de champ proche montre que les ondes suivent le motif imposé. Malgré son échelle sub-longueur d’onde : le champ se plie à respecter ce

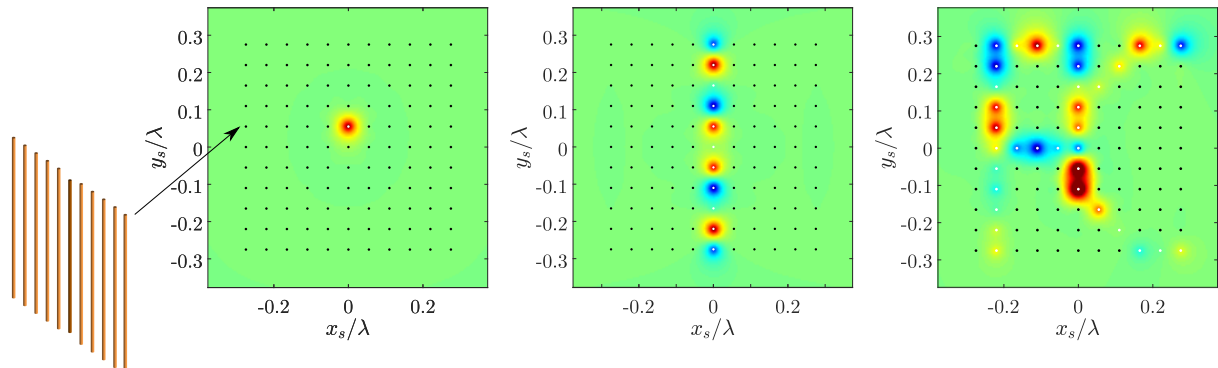


FIGURE III.13 – Carte de champ électrique du milieu de fils lorsque certains fils ont été modifiés : le milieu permet de focaliser les ondes à l'échelle de la cellule unité (gauche) de guider les ondes (centre) ou d'y imposer un motif voulu comme les lettres PC (droite).

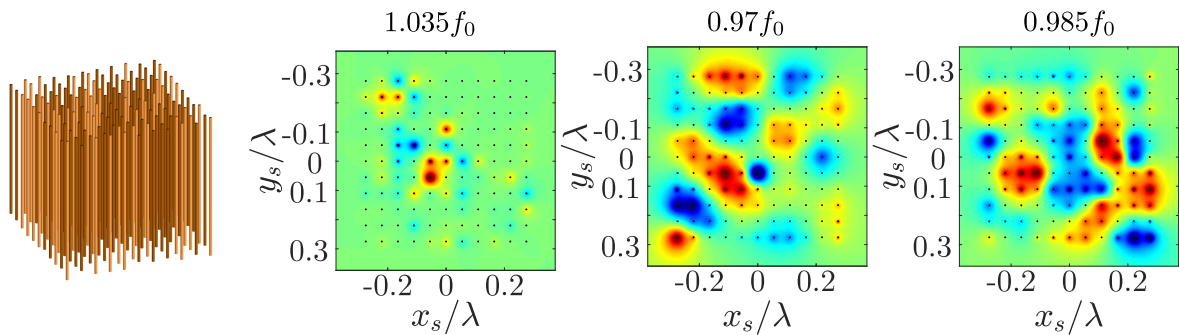


FIGURE III.14 – A gauche, représentation du milieu de fils de longueurs aléatoires où la couleur du fil représente s'il est plus long ou plus court que $\lambda/2$; A droite, des cartes de champ électrique à différentes fréquences qui montre que la distribution de courant peut être structurée à l'échelle du pas du réseau de façon indépendante de la longueur d'onde dans le vide.

motif, puisque le reste du métamatériau est réflecteur [?]. Des résultats expérimentaux similaires ont été publiés durant la thèse de Nadège Kaina [86, 89].

Pour aller plus loin, on peut envisager de changer l'ensemble des fils du milieu, au lieu de se contenter de quelques-uns. Ainsi, pour un milieu où les longueurs de tous les fils sont modifiées aléatoirement de 10%, on observe que les cartes de champ conservent un caractère sub-longueur d'onde. La symétrie du réseau est en revanche brisée, et les champs présentent une répartition apparemment plus aléatoire de l'énergie.

Cela paraît donc une plateforme particulièrement avantageuse pour tenter d'invalider la limite de Harrington. Non seulement on peut exciter plus d'harmoniques sphériques dans ce milieu plutôt que dans le vide, mais l'expérimentateur dispose de plus d'une grande

latitude pour construire le champ dans le milieu. Afin de réaliser des antennes superdirectives, il est alors nécessaire que le contrôle du champ dans ce milieu se répercute sur son champ lointain, comme nous allons le voir.

III.2.2 Modèle analytique du problème

Couplage entre fils et diffusion multiple

Si l'on se limite à une cellule unité, lorsqu'une onde incidente vient l'exciter, le champ total peut se décomposer en deux contributions : une première qui est simplement le champ incident transmis *autour* du résonateur, sans interaction, et une seconde qui est le champ réémis *par* le résonateur. Ces deux contributions interfèrent la physique est alors entièrement décrite à cette échelle. Il faut ensuite prendre en compte les effets collectifs pour décrire les ondes dans ce milieu composé de plusieurs cellules. Ce point est plus délicat : chaque résonateur diffuse le champ incident dans toutes les directions, et chacun d'entre eux ressent le champ diffusé par tous les autres. Il s'agit typiquement d'un problème de diffusion multiple. Suivant les théories de Foldy-Lax [21, 90], ou à l'aide d'une approche de diffuseurs ponctuels [91], les différentes interactions peuvent se décrire à l'aide de la matrice de diffusion multiple. Celle-ci permet ensuite de calculer le champ en tous points du milieu et à chaque fréquence. Dans le cadre d'antennes filaires dans la gamme du gigahertz, nous pouvons utiliser la théorie des antennes couplées pour calculer les éléments de la matrice de diffusion multiple.

Le calcul du couplage entre résonateurs peut se faire selon la théorie du chapitre 25 d'Orfanidis [48]. Le cas pour deux fils alignés est représenté sur la figure III.15. Le courant induit dans le second fil dépend du champ électrique à sa surface de celui-ci, champ que l'on va considérer ici comme uniquement dû au courant parcourant le premier fil. Il suffit alors de calculer comme l'impédance mutuelle entre ces deux fils, comme suit :

$$Z_{pq} = \frac{i\eta}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} E_{pq}^z(z') I_q(z') dz' \quad (\text{III.12})$$

où le champ E_{12}^z est le champ de l'équation III.2 sur la surface du fil à la coordonnée z' . En présence d'un plus grand nombre de fils, il faut calculer cette impédance pour chaque couple de fils et ainsi remplir la matrice d'impédance mutuelle définie par :

$$Z = \left(Z_{pq} \right)_{p,q=1\dots N}. \quad (\text{III.13})$$

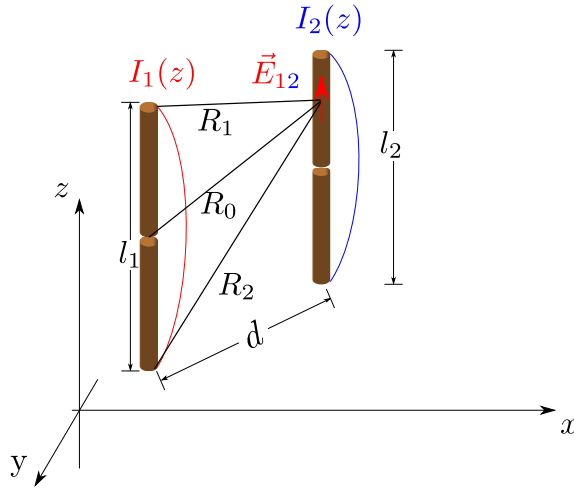


FIGURE III.15 – Couplage entre deux antennes alignées selon l’axe \vec{z} . Le champ induit sur la surface du fil 2 par le fil 1 vient y perturber le courant, ce qui change son émission (et réciproquement).

Cette matrice carrée permet de retrouver le courant que parcourt chaque fil en fonction du potentiel imposé sur chacun d’entre eux. Cela se résume à l’équation matricielle suivante :

$$V = Z \cdot I \quad (\text{III.14})$$

où V et I sont des vecteurs de taille N et représentent les tensions et courants dans chaque résonateur. Dans notre cas, seul un fil sera excité par une source de tension normalisée. Ainsi, pour accéder à la distribution de courants dans le milieu il suffit d’inverser la matrice d’impédance mutuelle :

$$I = Z^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{III.15})$$

Cette inversion de la matrice permet de prendre en compte l’entière diffusion multiple. En effet, la matrice Z_{adiag} , qui est Z privée de sa diagonale, représente les couplages inter-antennes. Cette matrice peut être considérée comme nilpotente, ce qui revient à supposer que le courant induit à l’ordre supérieur est de plus en plus faible. Alors, la matrice Z s’écrit comme $Z = z_{pp}(I + Z_{adiag}/z_{pp})$, où z_{pp} est l’impédance propre

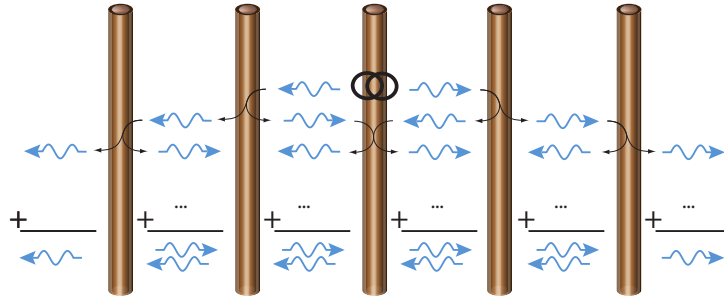


FIGURE III.16 – Représentation de la diffusion multiple dans le milieu périodique de fils : pour résoudre ce problème, il faut prendre en compte les ordres successifs de re-diffusion par chaque résonateur.

d'un fil. Cette matrice est inversible et son inverse s'écrit comme :

$$Z^{-1} = z_{pp}^{-1} \left(I + \sum_{p=1}^{p_n} (-1)^p \left(\frac{Z_{adiag}}{z_{pp}} \right)^p \right). \quad (\text{III.16})$$

Cette expression fait intervenir tous les courants induits à tous les ordres : inverser Z revient bien à considérer la diffusion multiple dans le milieu, avec toutes les boucles possibles. Nous avons donc en notre possession un milieu de résonateurs plus petits que la longueur d'onde, avec un contrôle de la distribution de courant sur des échelles plus petites que la longueur d'onde. Cela revient à considérer que nous avons un milieu diélectrique d'indice très élevé, mais à l'inverse de l'approche du groupe de Pavel Belov [?, 84], le contrôle de l'indice peut être fait à l'échelle du résonateur, comme le montrent les cartes de champ des figures III.13 et III.14.

Une fois la distribution de courant connue, le champ émis par l'ensemble des fils se calcule simplement par superposition. Les contributions dues à chaque antenne peuvent être sommées car la diffusion multiple a déjà été résolue. Ces contributions interfèrent alors entre elles, ce qui permet d'obtenir, par exemple, les cartes de champ de la section précédente.

III.2.3 Concept d'antennes superdirectives basées sur le milieu de fils

Notre approche est d'exploiter toutes les propriétés que nous venons de voir sur le milieu de fils afin de fabriquer une antenne superdirective. Contrairement au cas des antennes Yagi-Uda, la proximité des résonateurs exacerbe l'effet de la diffusion multiple qui devient majoritaire. L'approche électrotechnique à la base du concept des antennes Yagi-Uda, à savoir qu'un fil plus long a un effet plutôt capacitif et un comportement réflecteur

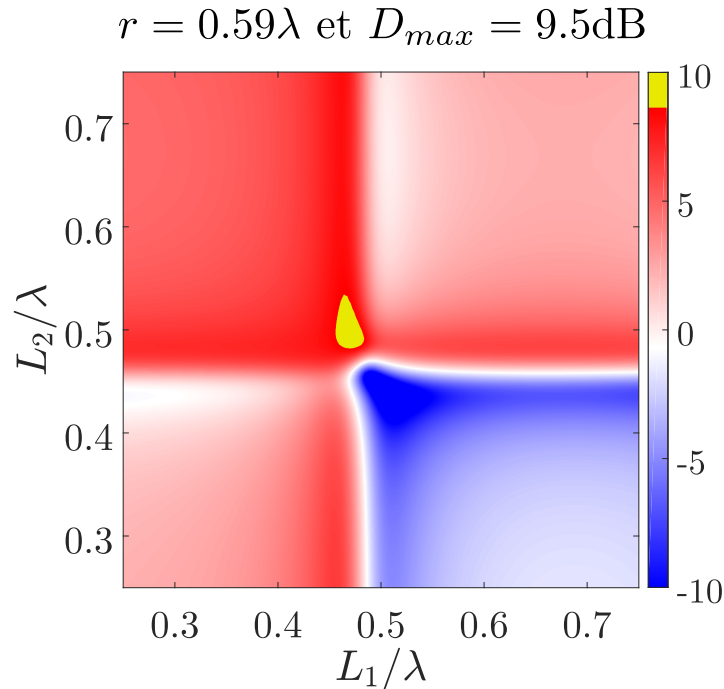


FIGURE III.17 – Directivité de l’antenne en fonction de la taille des deux brins parasites autour de la source. L’échelle de couleur est fixée sur une gamme de 20 dB, avec la partie superdirective en jaune. Ici, la séparation entre les fils est de $\lambda/6$, ce qui permet de calculer la taille d’antenne moyennée précisée en titre.

et qu’un fil plus court sera à l’inverse inductif et directeur, ne sont plus pertinentes dans ce cas. Nous allons ici agir directement sur le milieu pour modifier son couplage à la source unique en son sein, et contrôler l’émission en champ lointain. Comme nous l’avons vu, tous les résonateurs présentent des amplitudes de courant comparables et participent donc de manière équivalente au champ lointain. En revanche, nous avons vu que jouer sur la longueur de chaque fil pouvait potentiellement reconfigurer complètement la distribution de courant. Pour un milieu de n résonateurs, nous disposons donc d’un grand nombre d’échantillons possibles : l’espace des paramètres, limité à leurs longueurs, est de dimension n . Malgré la proximité de tous ces résonateurs, de faibles variations de longueurs (nous n’avons changé les longueurs que de 5% sur la figure III.13) peuvent résulter des distributions de courant complètement différentes et nous voulons vérifier que tout ceci permet de construire une antenne superdirective, ainsi que le prévoit la théorie de Schelkunoff.

Pour illustrer le problème, nous considérons un milieu composé de seulement trois fils. Celui du centre est excité par une source de tension, et sa taille ne sera pas modifiée, l’espace des paramètres est donc seulement de dimension deux. On peut alors calculer la

directivité vers la direction des x positifs pour chaque longueur de fil de ces réseaux (figure III.17). Le centre correspond au réseau périodique, et l'on observe que de très faibles variations de la fréquence de résonance des diffuseurs passifs suffit à changer drastiquement la directivité. A travers la droite $L_1 = \lambda/2$, la directivité change de signe : cela est dû à un changement de direction du lobe principal.

Cet espace des paramètres est plutôt simple, et le maximum global est facile à trouver. Autour de ce maximum, la directivité varie rapidement avec la longueur des fils : une erreur sur la hauteur des fils lors de la construction est donc critique. Pour cette distance inter-fils, on observe qu'il existe, en jaune, une zone de superdirectivité. Elle correspond à un arrangement légèrement asymétrique de fils dont la longueur ne varie que de quelques pourcents.

La distance entre les fils change également drastiquement la matrice d'impédance mutuelle, et l'espace des paramètres varie avec cette distance (figure III.18). Si les fils sont trop loin, le couplage est négligeable et la diffusion multiple ne permet plus de modifier suffisamment l'émission du dipôle central pour atteindre la superdirectivité et c'est d'ailleurs le cas des antennes Yagi-Uda qui nécessitent l'ajout de nouveaux parasites pour augmenter la directivité, au détriment de la compacité. Plus on les rapproche, et plus le pic de directivité est élevé : augmenter le couplage permet donc de maximiser l'effet des diffuseurs. Cela signifie que notre approche est particulièrement adaptée à la superdirectivité : plus l'antenne est compacte, et plus directive elle sera. La figure III.18 montre que la directivité maximale d'un tel réseau diminue lorsque les fils s'éloignent trop. Pour chaque taille, la limite de superdirectivité est calculée pour la taille moyenne de l'antenne, et la zone superdirective est indiquée en jaune. Lorsque les fils sont trop éloignés, le réseau n'est plus superdirectif.

III.3 Réalisation d'une antenne superdirective

III.3.1 Obtention des paramètres par un algorithme génétique

Lorsque l'on s'intéresse à un milieu avec un plus grand nombre de fils, l'espace des paramètres devient plus complexe. Trouver un optimum global est alors un problème difficile, et l'on a fait appel à un algorithme d'optimisation. A l'inverse du chapitre II, un algorithme inspiré des travaux de A. Mosk [72] est peu indiqué ici : chaque résonateur a une grande influence sur les autres, et l'hypothèse de décorrélation des différents paramètres n'est plus vérifiée. Les résultats suivants ont été obtenus en utilisant l'algorithme génétique

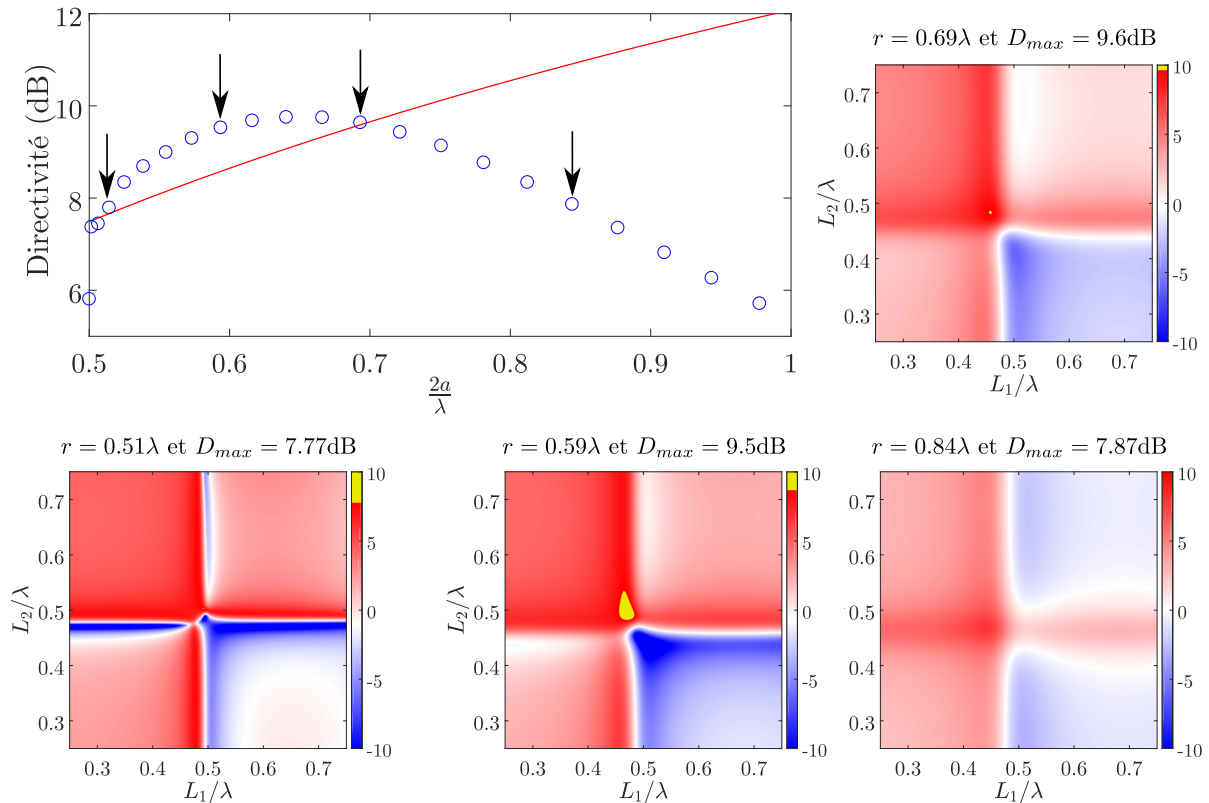


FIGURE III.18 – Comparaison de la directivité maximale trouvée avec la limite de Harrington. L'espace des paramètres pour les tailles d'antennes pointés par les flèches noires sont représentés dessous, avec les zones superdirectives en jaune.

disponible dans la librairie de Matlab.

Algorithme génétique

On appelle algorithme génétique un algorithme qui reproduit les mécanismes de l'évolution menée sur plusieurs générations. Cet algorithme est relativement peu sensible à ses conditions initiales puisqu'à chaque itération, c'est une population entière qui est générée et testée. Cela permet de répartir de façon aléatoire un ensemble de points de départ dans l'espace des paramètres. Pour passer d'une génération à la génération suivante, différents mécanismes existent :

- *Conservation* : Afin que le résultat de la génération $n + 1$ ne soit pas inférieur à la génération n , les meilleurs éléments de la population sont conservés à la génération suivante.
- *Mutation* : Certains des meilleurs éléments sont faiblement modifiés sur certains

paramètres seulement. Cela permet de faire de petits déplacements, et donc de repérer plus précisément l'extremum local dans lequel ces éléments se trouvent.

- *Reproduction* : A partir des meilleurs éléments, une combinaison de leurs paramètres est utilisée pour construire des éléments qui possèdent des caractéristiques de deux d'entre eux. Cela permet de recouper des éléments qui se trouvent dans des extrema locaux différents, afin de trouver un extremum global intermédiaire. Cela peut s'apparenter à un phénomène de reproduction des élites.
- *Génération aléatoire* : Il s'agit d'ajouter d'autres éléments aléatoires à la population afin d'éviter que l'algorithme ne se piège dans un minimum local. Cela rejoint des méthodes comme la marche de Lévi, ou l'*eagle walk* [92].

Cet algorithme permet de tester un grand nombre de configurations pour converger vers une population entière de réseaux différents dont la directivité est élevée. Au terme du nombre de générations limite de l'algorithme, le meilleur élément est considéré comme l'optimum.

Comme nous l'avons vu pour trois fils, l'espace des paramètres peut présenter des pics de directivité très fins : l'algorithme peut donc tourner pendant un temps relativement long avant de produire un résultat.

Discrétisation de l'espace des paramètres

Expérimentalement, la construction de l'antenne se fait selon deux méthodes : la lithographie ou le micro-fraisage. Ces deux méthodes sont caractérisées par une précision limite. Cela signifie que l'espace des paramètres doit être discrétisé : une variation de l'ordre du millionième sur un fil centimétrique n'a pas de sens du point de vue de la réalisation expérimentale. Nous avons donc choisi de restreindre l'espace des paramètres à son homologue discrétisé, où le pas a été fixé à la précision de fonctionnement de la machine de micro-fraisage. Cela réduit drastiquement le nombre de cas possibles pour l'algorithme, accélère sa convergence et garantit la faisabilité des optima trouvés.

Paramètres de l'algorithme génétique

Afin d'évaluer la pertinence de notre algorithme, nous avons étudié l'influence du nombre d'éléments par population et du nombre de générations sur la directivité maximale trouvée. Dans toute la suite, l'espace des paramètres discrétisé a été restreint à $[0, 8\lambda/2; 1, 2\lambda/2]$ car l'espace des paramètres à trois fils montre que la surperdirectivité n'est atteinte que pour de faibles variations de longueurs. En effet, si la différence de taille entre les fils est

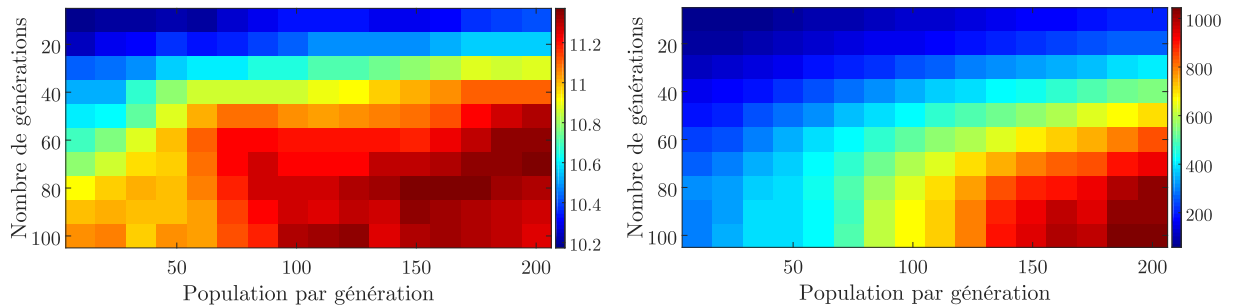


FIGURE III.19 – Directivité (dBi) et temps de calcul (s) pour différents paramètres de l'algorithme. Chaque point correspond à la moyenne sur 5 réalisations des optima trouvés. Le temps de calcul augmente avec le nombre d'itérations, selon la diagonale. En revanche l'augmentation de la directivité avec le temps de calcul sature rapidement.

trop importante, la section efficace de diffusion à la fréquence centrale sera faible. L'algorithme a ici été lancé à partir d'un réseau de 5 fils séparés de $\lambda_0/5$. La limite de directivité est environ de 10 dBi, lorsque les résonateurs les plus lointains sont les plus longs possible. Les résultats sont visibles sur la figure III.19 : l'algorithme trouve des distributions de fils superdirectives, et ce, même avec un faible nombre d'itérations. La directivité en revanche augmente d'une unité (dBi) lorsque l'algorithme tourne plus longtemps. On ne trouve pas le même optimum à chaque fois, il y a plusieurs optima très différents : cela permet de confirmer que l'espace des paramètres à 5 fils est plus compliqué qu'à seulement trois résonateurs.

Nous allons maintenant décrire les résultats analytiques de notre étude, avant de montrer sa réalisation expérimentale.

III.3.2 Résultats analytiques d'antennes superdirectives

Dans cette partie nous allons étudier un cas où la distance inter-fils a été fixée à $\lambda/20$ et nous allons tout d'abord présenter les résultats pour le réseau périodique, où tous les résonateurs sont à la même fréquence de résonance.

Le réseau périodique

Nous avons tout d'abord évalué le champ proche au-dessus de ces fils, où seul le résonateur central est excité. Comme on le voit sur la figure III.20, loin de la résonance, vers $0,7f_0$ les diffuseurs résonants sont quasi transparents, le champ proche est presque celui d'un dipôle unique. Lorsque l'on s'approche des fréquences où le milieu 2D précédent montrait

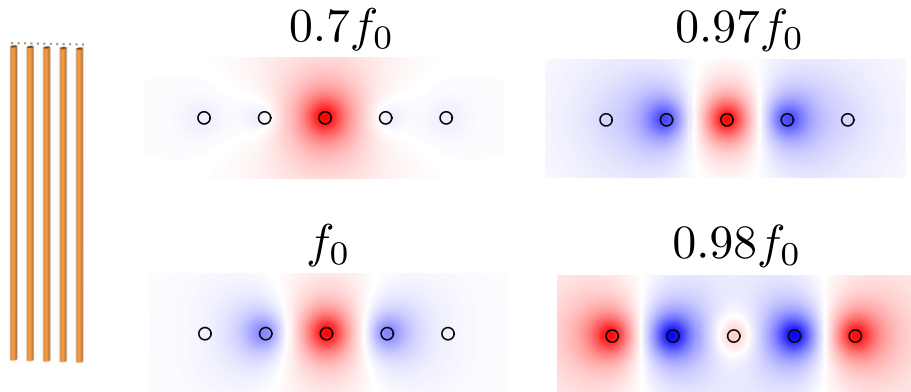


FIGURE III.20 – A gauche, représentation du réseau de fils périodique. Les pointillés désignent l’endroit où le champ proche est évalué. A droite, les champs proches à différentes fréquences.

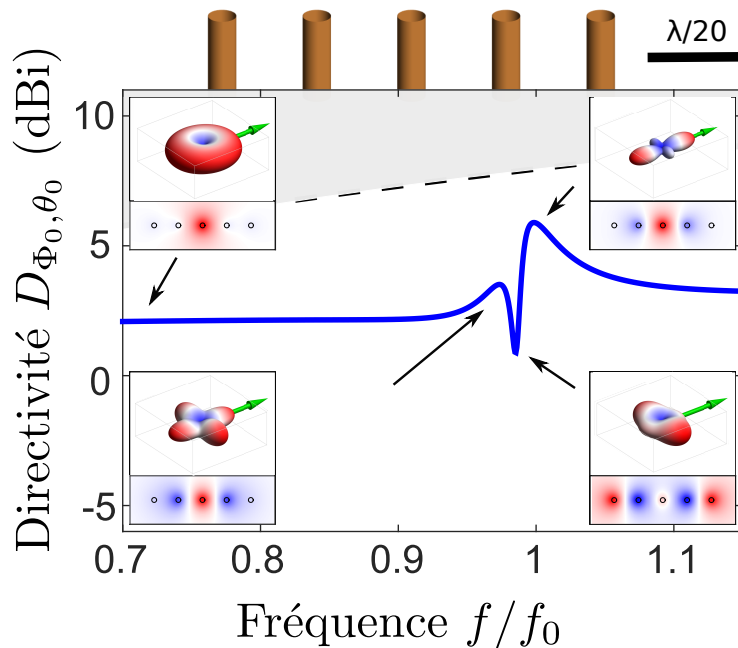


FIGURE III.21 – Courbe de directivité en fonction de la fréquence : la superdirectivité pour cette taille d’antenne est indiquée en gris. Les champs lointains correspondants aux champs proches précédents sont représentés dans les encarts, avec en vert la direction dans laquelle la directivité est évaluée. En haut, le réseau de fils avec l’échelle du pas de réseau.

des modes sub-longueur d’onde (figure III.13) le milieu présente à $0,97f_0$ et $0,98f_0$ un motif spatial oscillant à l’échelle du pas du réseau : malgré son faible nombre de fils, ce milieu présente les mêmes caractéristiques que les milieux 2D précédents.

Nous allons maintenant propager le champ à l'infini pour extraire la directivité de ce réseau. On procède selon la méthode décrite dans le cadre théorique, en sommant les contributions de tous les fils, parcourus par les courants imposés par la diffusion multiple. Les résultats sont montrés sur la figure III.21. Loin de la résonance, la directivité est proche de 2,16dBi, soit celle d'un dipôle unique. Les diffuseurs sont transparents, et n'ont que peu d'incidence sur le champ lointain, malgré la diffusion multiple. Lorsque l'on entre dans la largeur de bande de la section efficace de diffusion, l'émission devient quadripolaire, avec des directions principales alignées et perpendiculaires à l'axe du réseau. La directivité dans la direction $\theta = 0, \Phi = 0$ chute alors lorsque l'émission devient complètement perpendiculaire au réseau, quand les diffuseurs sont traversés par un courant supérieur à celui de la source, comme on le voit dans le champ proche. Aux fréquences juste au-dessus de f_0 , dans la bande interdite, un large pic de directivité, avec un maximum à 6,5dBi est présent. A plus haute fréquence encore les diffuseurs redeviennent transparents et la directivité tend vers 3 dBi. Ces résultats montrent que notre formalisme permet bien de modifier drastiquement l'émission d'un dipôle unique avec des diffuseurs passifs, cela rejoint les résultats d'antennes parasites tels que ceux publiés par Yaghjian et O'Donnell [?] par exemple.

Calculons la limite de Harrington pour cette taille d'antenne, où le rayon de la sphère la plus petite qui englobe l'antenne est la distance du centre à l'extrémité supérieure du fil le plus éloigné :

$$\begin{aligned} \frac{2R_{antenne}}{\lambda} &= \frac{2}{\lambda} \sqrt{\left(2 * \frac{\lambda_0}{20}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_0}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{25}} = 0,54 \end{aligned}$$

Pour cette taille d'antenne, $N = k_0 \times R_{antenne} = 1,66$, et la limite de directivité de Harrington est de 7,97dBi.

Cette antenne n'est donc pas superdirective¹, elle n'est même pas optimale dans la limite théorique de Geyi [?], qui prévoit qu'une antenne dont on aurait optimisé la largeur de bande aurait sa directivité limitée à 7,54dBi. La limite de Harrington renormalisée proposée par le CEA LETI [81] est à cette taille d'antenne à 11 dBi.

¹Sur les figures III.21 et III.23, la limite de directivité est tracée en fonction de la fréquence, la formule a simplement été adaptée pour faire apparaître la fréquence plutôt que la longueur d'onde. La taille de l'antenne étant fixée, faire varier la fréquence modifie la directivité attendue pour ce réseau.

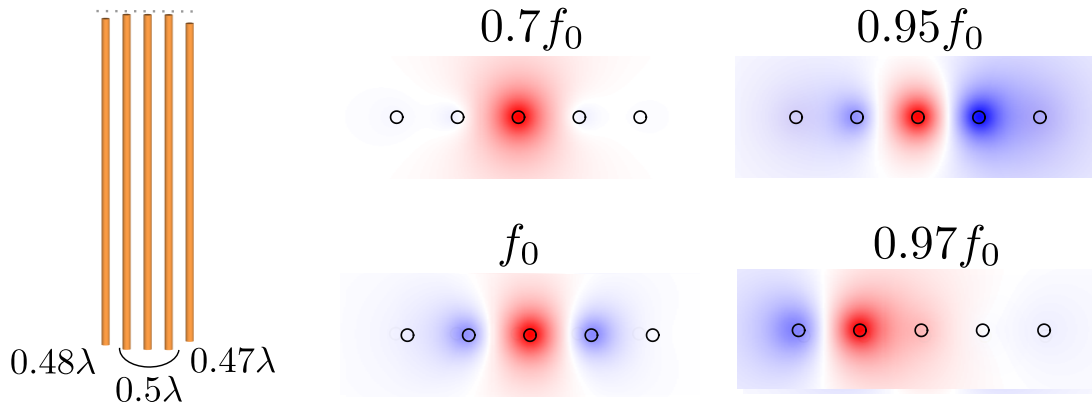


FIGURE III.22 – A gauche, représentation du réseau de fils superdirectif. A droite, les champs proches à différentes fréquences montrent la distribution de courant asymétrique qui parcourt le réseau.

Un réseau superdirectif

Afin d'obtenir une distribution de fils superdirective, l'algorithme génétique précédent est utilisé à la fréquence de résonance du fil central f_0 . Plusieurs itérations de l'algorithme sont réalisées, et les résultats présentés ici concernent l'optimum obtenu. La distribution de fils optimisée, représentée à gauche sur la figure III.22, a des variations de hauteur très faibles : seuls deux fils sont réellement modifiés, les plus éloignés du centre, de 4 et 6% respectivement.

Le champ proche dans ce milieu, où la symétrie a été brisée, montre des distributions de courant asymétriques, mais oscillant à l'échelle du pas du réseau. Loin des résonances, les diffuseurs sont toujours inactifs, puisque les variations de fréquence de résonance sont de l'ordre de 5%. On remarque, juste avant la résonance à $0,97f_0$, que le réseau présente un maximum de courant sur un diffuseur passif, ce qui montre la capacité de l'approche métamatériau à contrôler le champ au sein du milieu. A la résonance, le champ proche est quasi symétrique, avec une différence d'amplitude entre la gauche et la droite du fil central. Cette distribution de courant asymétrique est en réalité la source d'une émission directive.

Le champ lointain pour cette antenne de largeur totale $\lambda/5$ est représenté pour différentes fréquences sur la figure III.23. On observe encore que loin des fréquences de résonance, le comportement est celui d'un dipôle. La directivité présente encore une fois des alternances de pics et de creux. Les champs lointains montrent que cela correspond à des changements de la direction du lobe principal. Ce type de comportement rappelle les résultats d'O'Donnell et Yaghjian à deux éléments [93] où la directivité change drastique-

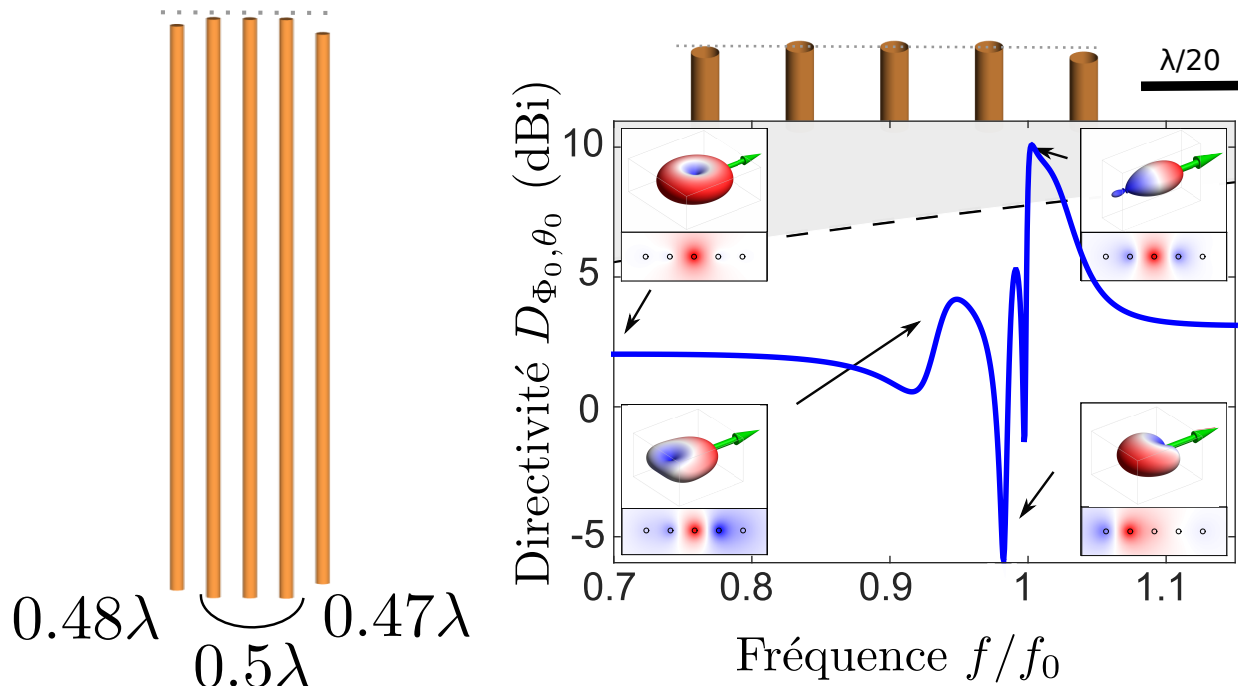


FIGURE III.23 – Courbe de directivité en fonction de la fréquence, la superdirectivité pour cette taille d'antenne est indiquée en gris. Les champs lointains correspondants aux champs proches précédents sont représentés dans les encarts, avec en vert la direction dans laquelle la directivité est évaluée. En haut, le réseau de fils avec l'échelle du pas de réseau.

ment entre les fréquences supérieures ou inférieures à la fréquence de résonance du brin parasite. Dans notre formalisme, cela revient à considérer que le déphasage lors de la résonance amène le fil à diriger ou, au contraire, à réfléchir l'émission du résonateur central. A la fréquence de fonctionnement, le diagramme de rayonnement est directif, avec un seul lobe principal, et de faibles lobes secondaires. La directivité en ce point est de 10 dBi, ce qui est superdirectif comparé à la limite de Harrington.

Nous avons donc analytiquement mis en évidence la possibilité de réaliser des antennes superdirectives à l'aide de l'approche métamatériau. Afin d'étayer ces prédictions mathématiques, nous avons procédé à l'expérience dans la chambre anéchoïque présentée au chapitre I, grâce à un dispositif expérimental semblable à celui présenté au chapitre II.

III.3.3 Réalisation expérimentale d'antennes superdirectives

Réalisation des échantillons

Fabrication par fraisage Pour des raisons de facilité expérimentale, nous utilisons des lignes de cuivre sur un substrat de FR4 de la marque Bernier ($\epsilon_r = 4.2$). Nos éléments seront donc des pistes rectangulaires de cuivre de $35\ \mu\text{m}$ d'épaisseur. Le substrat est lui épais de $0,5\ \text{mm}$. La fréquence de résonance choisie est $3,74\ \text{GHz}$, ce qui correspond à une longueur d'onde de $8\ \text{cm}$. L'échantillon est réalisé comme des pistes monopolaires d'environ $2\ \text{cm}$ à souder sur un plan de masse. Pour ce faire, la plaque de substrat cuivrée et non-traitée est placée dans une machine de prototypage rapide, dont l'usinage en $2D^{1/2}$ a une précision de l'ordre de la dizaine de microns. La machine utilisée est la TECHNODRILL 3 de l'entreprise CIF. Des mèches de réalisations de circuits imprimés, de largeur inférieure à cent microns, servent à tracer le contour des fils, puis à hachurer la zone afin de ne laisser que les pistes elles-mêmes. Une photo de l'échantillon est visible en b) de la figure III.24.

L'indice élevé du substrat a un effet sur le champ à l'intérieur des pistes : il brise d'une part la symétrie entre l'avant et l'arrière des pistes, mais en décale aussi les fréquences de résonances, vers de plus basses fréquences. Expérimentalement, pour un réseau périodique de 5 éléments, la résonance unique est mesurée à $3,1\ \text{GHz}$ pour une longueur de $2\ \text{cm}$. Pour un résonateur quart d'onde, cette longueur correspondrait dans l'espace libre à $3,74\ \text{GHz}$. Une fois la piste réalisée, le substrat est affiné par la gravure, mais cela ne perturbe pas la fréquence de résonance. Ce décalage en fréquence conséquent (de 20%) est bien dû au substrat, ainsi que l'ont montré des simulations CST Microwave Studio.

Afin de soulager l'expérience d'un éventuel balun, qui permettrait d'exciter symétriquement le dipôle, nous utilisons des résonateurs quart d'onde soudés sur un plan réflecteur. Ce plan de masse est réalisé avec la même micro-fraiseuse ; il s'agit d'un disque de FR4 d'épaisseur $1,5\ \text{mm}$ couvert de $35\ \mu\text{m}$ de cuivre. Le disque est de diamètre $31\ \text{cm}$, ce qui correspond à un rayon 2λ . La taille du plan de masse est limitée par la zone de fonctionnement de la micro-fraiseuse, mais également par le dispositif expérimental.

Un connecteur coaxial SMA y est fixé par deux vis boulonnées en cuivre afin d'assurer le contact électrique entre la masse du connecteur et le cuivre du disque. L'âme du coaxial qui dépasse est soudée sur la piste centrale de l'échantillon, dans son alignement. La perpendicularité de l'échantillon avec le plan de masse est cruciale pour ne pas briser la symétrie. Une fois l'échantillon en place, les autres pistes sont soudées au plan de masse, comme montré dans l'encart du panneau a) de la figure III.24.

Le dispositif expérimental est identique à celui décrit au chapitre II, nous serons donc

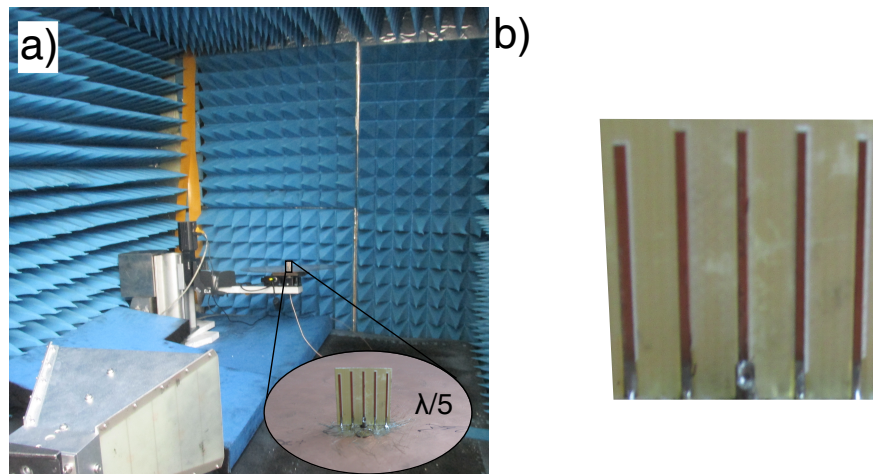


FIGURE III.24 – a) Dispositif expérimental avec en encart la photo de l'échantillon monté sur son plan de masse. b) Détail de l'échantillon réalisé à la microfraiseuse.

ici succincts. L'antenne est placée sur un moteur rotatif capable de rotations complètes. Cette dernière est alimentée par le câble coaxial mentionné plus haut, qui est relié au premier port de l'analyseur de réseau. Ce câble passe dans l'ouverture cylindrique du moteur Zaber. Ce moteur est monté sur l'autre moteur rotatif (Mycos) par une équerre dont la hauteur est telle que l'échantillon se retrouve sur l'axe de rotation de ce moteur qui permet la rotation en élévation. La rotation azimutale, assurée par le moteur Zaber, peut entraîner de fortes torsions dans le câble d'alimentation, ce qui modifie sensiblement le S_{11} mesuré. Afin de supprimer cet écart, un connecteur SMA libre de rotation (Fairview Microwave) est utilisé. Le plan de masse est alors maintenu sur le moteur par du simple adhésif double face, ce qui lui assure un maintien suffisant pour l'expérience, mais permet de rapidement modifier l'échantillon à mesurer.

L'antenne cornet de mesure, reliée au deuxième port de l'analyseur de réseau, permet de mesurer la totalité du diagramme de rayonnement de l'antenne.

Résultats expérimentaux

Le diagramme de rayonnement et ses coupes mesurées par le dispositif à la fréquence f_0 sont représentées sur la figure III.25. La dépendance en élévation, au centre, montre l'effet du plan de masse sur le rayonnement de nos résonateurs. Le diagramme de rayonnement complet, en revanche, montre une forte directivité, de l'ordre de 12 dBi. L'amplitude du champ selon l'angle azimutal montre en effet des lobes secondaires très faibles, hormis pour un artefact de mesure à -160° . Toutefois, il est trop tôt pour conclure : l'effet du

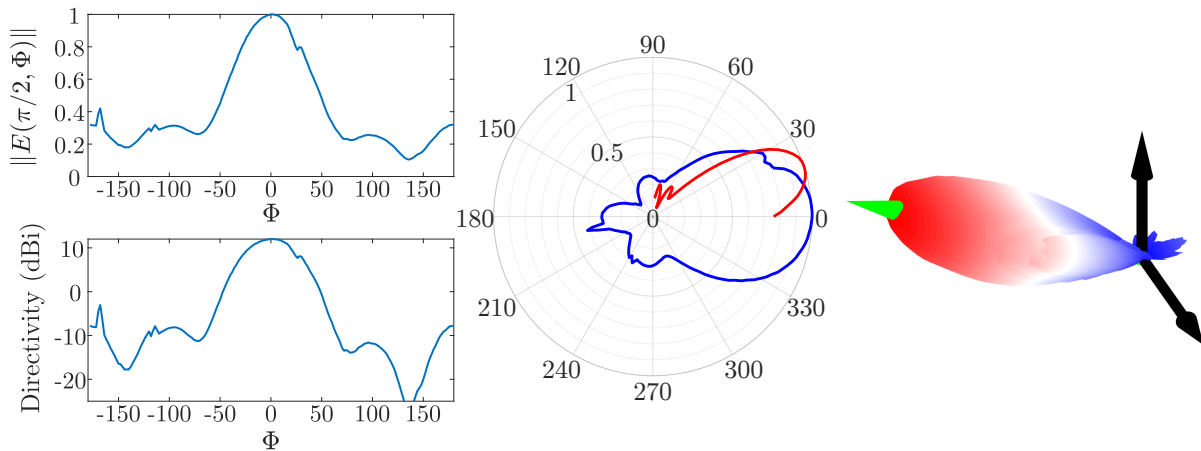


FIGURE III.25 – En haut à gauche, amplitude du champ mesuré à la fréquence de fonctionnement selon l’angle azimutal, pour l’angle d’élévation du lobe principal. En dessous, la même courbe pour la directivité. Dans la direction de pointage on trouve une directivité de 12 dBi avec des lobes secondaires à environ -10 dB. Au centre, dépendance selon les angles azimutal et d’élévation de l’émission. A droite, le diagramme de rayonnement complet avec les axes z et y rappelés. La flèche verte pointe dans la direction du lobe principal.

plan de masse pourrait nous amener à sur-évaluer la directivité de notre antenne.

Dans la section III.1.1, nous avons expliqué que le diagramme de rayonnement était modifié par la taille finie du plan réflecteur. Notre dispositif n’échappe pas à la physique et le choix du plan réflecteur a un effet sur le diagramme de rayonnement.

Nous avons dans cette thèse fait le choix de s’en affranchir : nous mesurons le diagramme de rayonnement complet à chaque fréquence, ce qui permet de supprimer l’effet du plan de masse tel que prédit analytiquement par Volakis [74]. Nous multiplions par la dépendance selon l’angle d’élévation qui aurait été obtenue avec des dipôles pour obtenir les directivités 3D que nous présentons. Ce choix a deux effets. Premièrement, cela *réduit* en général la directivité : l’ouverture angulaire des émissions représentées au centre de la figure III.2 est plus faible que celle d’une antenne demi-onde. Deuxièmement, nous considérons que l’antenne aura la taille de ces dipôles, car lorsque le plan réflecteur est pris en compte dans le calcul de la limite de directivité, la taille effective de l’antenne augmente drastiquement, même lorsque l’on réduit le volume de l’antenne en ne considérant pas une sphère [94]. Cela nous permet de considérer que la taille de l’antenne expérimentale est la même que celle de nos calculs analytiques, et induit une comparaison des résultats pertinente.

Notre approche revient donc à considérer un réseau d’antennes demi-onde, dont la dépendance azimutale du champ émis est celle que nous avons mesurée expérimentalement, à

360° , dans la direction du lobe principal des antennes quart-d'onde réalisées. Cela donne le diagramme de rayonnement de la figure III.26. Ce diagramme de rayonnement est superdirectif, et la correction de la dépendance en élévation n'a ici pas modifié la directivité, qui vaut toujours 12 dBi.

Afin de valider l'approche de la distribution de courants inspirée des travaux de Schelkunoff, nous avons également mesuré le champ proche au-dessus des pistes de cuivre à la fréquence de fonctionnement : le champ proche montre un motif spatial présentant des variations à l'échelle du pas du réseau, comme attendu, et une asymétrie des courants excitants les diffuseurs passifs à gauche et à droite de l'excitation.

Ce résultat valide notre approche pour réaliser des réseaux superdirectifs suivant la théorie de Schelkunoff où l'on a de plus pris en compte la diffusion multiple.

Le comportement fréquentiel de notre antenne est proche de celui prédit analytiquement, comme le montre la figure III.27. Loin de la fréquence de résonance, la courbe de directivité est relativement plate et aux alentours de 2-3 dBi. Lorsque l'on s'approche de la fréquence de résonance, des pics de directivité alternent avec des creux, correspondant à des fréquences où le comportement des diffuseurs parasites s'inverse : le lobe principal d'émission est alors dans la mauvaise direction, et l'antenne n'émet que très peu d'énergie dans la direction optimisée. Le pic superdirectif a un maximum à 12 dBi, ce qui est supérieur à la directivité analytique. Cette directivité est telle que l'antenne est superdirective selon toutes les limites introduites au début de ce chapitre.

Les lobes secondaires à 90° et 270° sont très atténués, ce qui est probablement un effet du substrat, qui brise la symétrie dans cette direction. Le lobe d'émission vers l'arrière est également plus faible dans notre réalisation expérimentale que dans le résultat analytique. Cela peut être dû à un effet du plan réflecteur, mais nous n'avons pas éclairci ce point. La demi-largeur azimutale du lobe principal à -3 dB est de 47° , et la largeur en élévation est celle d'un dipôle c'est-à-dire 39° .

Nous allons maintenant nous intéresser à la largeur de bande expérimentale de l'antenne. Analytiquement, elle n'était que de quelques pourcents. Ici, l'effet du substrat a diminué la fréquence de résonance, mais étalé sa largeur de bande. En effet, la largeur du pic superdirectif est égale à 7% de la fréquence centrale à -3 dB, et l'antenne est superdirective sur une gamme de fréquence de 8.5 % de sa fréquence de directivité maximale. Cette largeur de bande est légèrement supérieure à ce qu'on trouve dans la littérature, où la superdirectivité est souvent un effet à très faible largeur de bande.

Nous avons donc réalisé ici une antenne dont la taille est d'une demi-longueur d'onde, dont la largeur de bande est honorable, à 7% pour sa directivité qui dépasse les limites théoriques. En revanche, l'efficacité de cette antenne est très faible. Nous n'avons pas pu

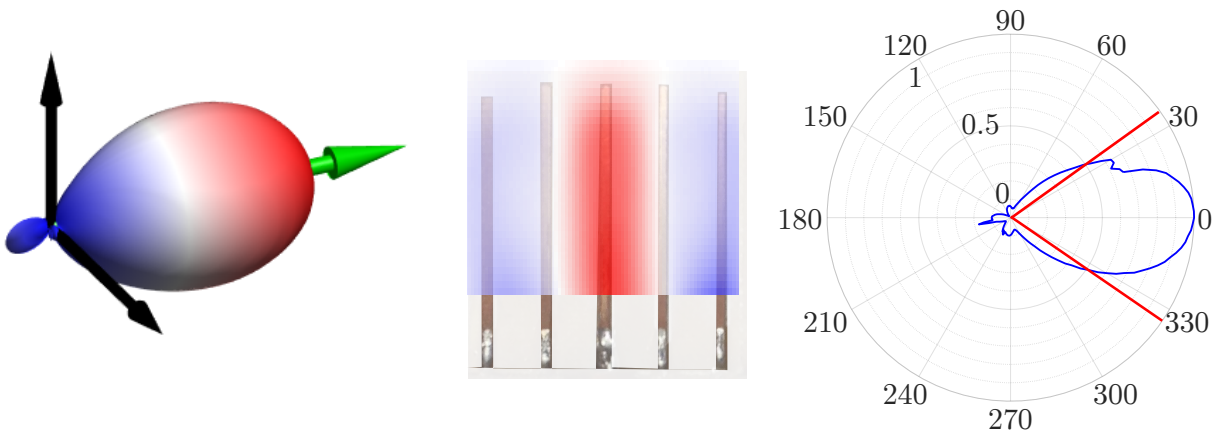


FIGURE III.26 – A gauche, diagramme de rayonnement post-traitement. La directivité est encore de 12 dBi. Au centre, le champ proche mesuré quelques millimètres au-dessus des pistes de cuivre. A droite, représentation polaire de l'énergie émise par l'antenne.

réaliser de mesure correcte normalisée, mais le S_{11} de l'antenne ne descend qu'à -2 dB, ce qui signifie que l'efficacité de l'antenne est au mieux de 30%. Notons qu'il doit être possible de travailler sur l'adaptation d'impédance dans cette étude afin de pallier à ce manque d'efficacité.

Comparaison à l'état de l'art

Les réalisations expérimentales de superdirectivité sont déjà nombreuses dans la littérature, selon le principe de Yagi-Uda avec des antennes repliées [95], des éléments à comportement non-Foster [96], ou à base de réseaux denses d'antennes [97, 98], et certains travaux se concentrent sur l'augmentation de leur bande passante [99, 100]. Les données d'une revue proposée par le groupe de Christophe Delaveaud en 2014 [81] ont été reproduites sur la figure III.28. Les différents systèmes utilisés peuvent être regroupés en quatre catégories :

- les sources de Huygens, qui utilisent le couplage entre un dipôle magnétique et un dipôle électrique de petites tailles pour obtenir l'équivalent d'une source théorique de Hygens [?, 101–105].
- les antennes sur plan réflecteur, qui utilisent des monopôles sur plan de masse [?, 106–108];
- les antennes chargées, où une impédance est ajoutée aux différents éléments de l'antenne pour contrôler son émission [109–112];
- les réseaux compacts d'antennes [?, 93, 113, 114]. C'est dans cette dernière catégorie

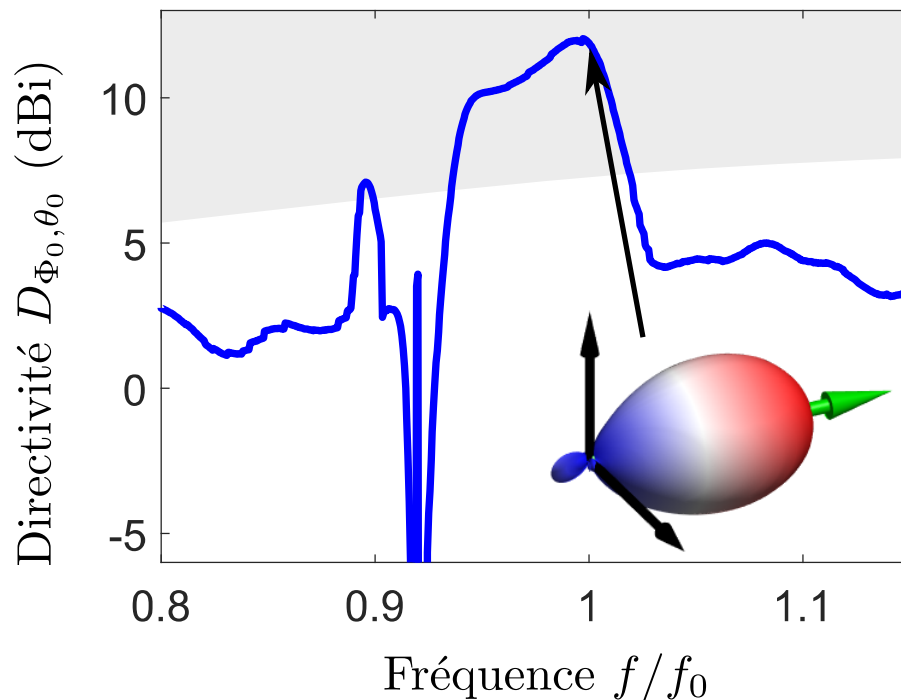


FIGURE III.27 – Directivité en fonction de la fréquence dans la direction de pointage optimisée. La directivité devient négative lorsque le lobe principal est à l’opposé de cette direction.

que rentre le concept proposé ici.

L’idée est toujours de miniaturiser l’antenne autant que possible, tout en préservant sa directivité, ce qui permet de la rendre superdirective. Dans la figure III.28, l’étoile couleur cuivre représente les performances expérimentales de notre travail. Nous n’avons mis dans cette figure que des résultats expérimentaux. Il est important de noter que le résultat expérimental du groupe de Christophe Delaveaud [?] a été obtenu en chargeant trois brins passifs autour d’une source unique dans le réseau. Le cadre analytique qui accompagne l’optimisation des impédances de ce réseau a été étendu dans leur travail à des cas à plus grand nombre de brins parasites, pour la même taille d’antenne, allant jusqu’à 14,3 dBi pour 7 éléments. Nos résultats confirment que le contrôle passif sur quelques brins parasites suffit à rendre une source unique superdirective, et proposent une alternative où le contrôle est plus facile, il suffit de moduler les longueurs des brins, mais définitif.

L’antenne présentée ici, tout comme l’antenne de Pigeon et ses collègues [?], reste superdirective même vis-à-vis de la limite de Harrington renormalisée, proposée par le LETI [81] pour s’affranchir du comportement basse fréquence de la limite de Harrington à faibles

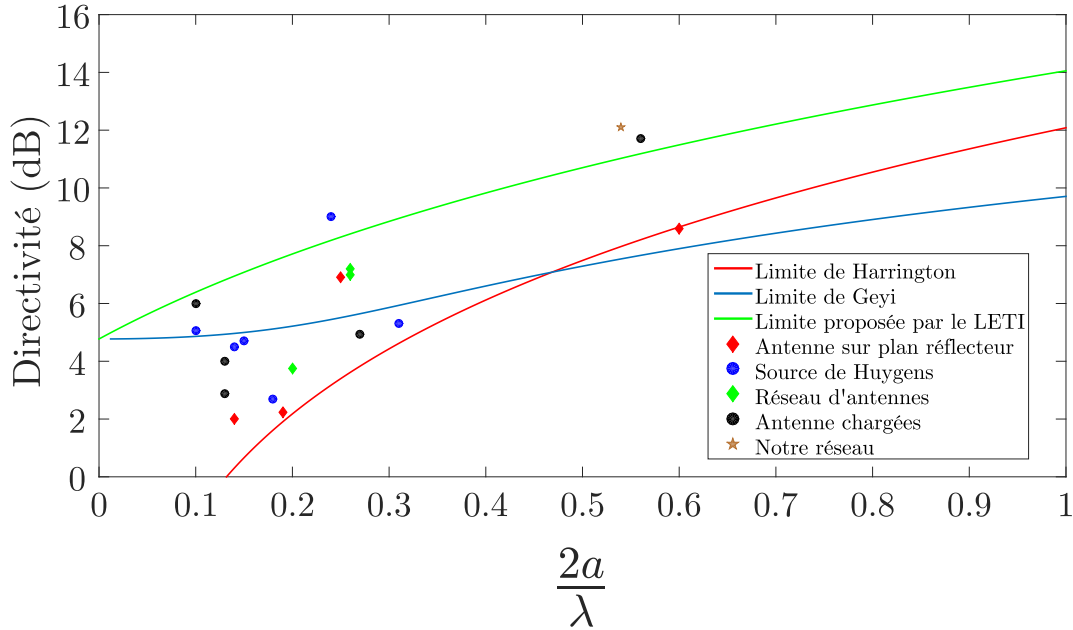


FIGURE III.28 – Tracé des limites prédites pour les antennes en fonction de leur taille. On a ajouté les différents travaux cités dans cette section, regroupés par catégorie. Image adaptée de [81]

dimensions discuté précédemment. Il est alors peu pertinent de se revendiquer superdirectif lorsque la directivité de l'antenne est inférieure à la limite de Geyi pour ces tailles d'antennes, de l'ordre de $2r/\lambda \approx 0,2$.

De la même façon, si l'antenne utilise un plan de masse, celui-ci, même infini, doit être pris en compte dans le calcul de la taille de l'antenne. C'est pour cette raison qu'ici nous avons considéré des dipôles et non des monopôles. Les travaux de Gustafsson [94] sur les limites d'antennes pour des géométries non sphériques permettent de considérer le rayon effectif de l'antenne en prenant en compte l'effet du plan de masse, quelle que soit sa taille¹. Ce changement de considération modifie drastiquement la taille d'antenne de certains de ces résultats, ce qui libère de la place pour utiliser pleinement l'espace occupé par l'antenne. Cette remarque doit tout de même être pondérée par les considérations applicatives. Les antennes radio, par exemple, bénéficient d'un plan réflecteur naturel qui est la surface de la Terre, dont la courbure doit parfois être prise en compte. Dans ces cas particuliers, la taille d'antenne à *construire* est bien d'un quart de longueur d'onde, mais la *taille physiquement pertinente* correspond plutôt à celle d'un dipôle demi-onde.

¹L'article de Pivnenko [?] considère par exemple un plan de masse de 1.04λ et considère une taille d'antenne de 0.25λ , taille de ses monopôles.

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit les antennes ainsi que les limites à leurs performances. Ces limites des antennes sont bien connues depuis les travaux de Chu et Harrington [?, ?]. Le lien entre la taille d'une antenne et sa directivité ou sa largeur de bande implique donc qu'une petite antenne directive est particulière, c'est-à-dire *superdirective*. Cette idée a été soutenue par Schelkunoff [82], et est appuyée par de nombreuses réalisations expérimentales d'antennes superdirectives, telles que le réseau chargé du groupe de Christophe Delaveaud [?], ou la boule de diélectrique du groupe de Pavel Belov [84]. La capacité de ces systèmes à contrôler la distribution de champ sur une échelle plus petite que la longueur d'onde dans le vide a été rapprochée des résultats de notre groupe sur le milieu de fils en deux dimensions.

A l'aide de simulations nous avons étayé nos propos et montré qu'en modifiant légèrement les fréquences de résonance des fils, il est possible d'altérer autant que souhaité la distribution de courant au sein de ce milieu. Après avoir introduit le formalisme de la matrice d'impédances mutuelles qui permet de rendre compte de la diffusion multiple au sein du milieu, et ce malgré le caractère très sub-longueur d'onde de l'arrangement des fils, nous avons montré que l'on peut transformer un milieu de fils identiques à une dimension pour créer un milieu superdirectif. Le meilleur réseau possible étant difficile à obtenir analytiquement, nous avons introduit un algorithme génétique pour optimiser le réseau, en modifiant simplement les longueurs des fils, ce qui permet d'induire un déphasage entre les sources secondaires de l'antenne. Nous avons ensuite montré que cette théorie décrit bien une antenne superdirective, et un optimum a été réalisé expérimentalement afin de valider notre approche.

Ce résultat montre que la compréhension des métamatériaux en termes de diffusion multiple d'un réseau de diffuseurs résonants permet de concevoir et réaliser des antennes superdirectives. Cette approche est en fait complémentaire de celle de Schelkunoff, dont la théorie sur les réseaux prédit la superdirectivité, mais qui ne précise pas comment obtenir un contrôle aussi précis sur des sources (primaires ou secondaires). Ici, nous avons montré qu'en contrôlant la section efficace de diffusion de résonateurs à travers un contrôle sur leurs fréquences de résonances, la superdirectivité était atteignable. Enfin, nous avons comparé notre résultat à l'état de l'art et trouvé que notre apport complète les nombreuses contributions de la communauté pour battre les limites théoriques des antennes.

En conclusion une limite qui semblait infranchissable a été battue. C'est la limite de directivité des petites antennes que nous avons ici outrepassée. Dans le prochain chapitre, nous allons tenter de battre une autre limite intrinsèque : la limite de résolution.

Chapitre IV

Super-résolution par effet Doppler

Nous allons donc maintenant nous intéresser aux problématiques d'imagerie, et notamment à leur limite fondamentale qu'est leur pouvoir de résolution. Améliorer la résolution latérale nécessite de séparer des objets en-dessous de la limite de diffraction. En effet c'est cette diffraction qui explique, par exemple pour les microscopes électroniques, la perte de résolution colossale [115] : elle est de l'ordre de 0.5 \AA alors que la longueur d'onde est de quelques picomètres [116]. Ce problème fondamental touche des communautés diverses, de l'imagerie ultrasonore dans les tissus [26] aux microscopes électroniques [117], en passant évidemment par l'optique [118]. Franchir cette limite est donc fondamental dans le contexte de l'imagerie et on parle ici de *super-résolution*. A la différence de la superdirectivité de nombreux groupes se sont déjà attelés à ce problème avec des approches très différentes qui seront rappelés dans un premier temps. La compréhension de toutes ces techniques nous amène ensuite à proposer une nouvelle modalité d'imagerie qui exploite une non-linéarité, l'effet Doppler, pour réaliser de la super-résolution.

De plus, ce chapitre nous permet la dernière approche quant au contrôle des ondes, fil rouge de ce manuscrit. Après avoir réalisé une antenne à partir d'un contrôle sur les conditions aux limites dans le second chapitre, nous avons modifié le milieu autour d'une source unique pour la rendre superdirective dans le troisième. Dans ce chapitre nous allons utiliser le levier d'action le plus simple pour agir sur le champ : les sources. Plus précisément nous utilisons une modulation temporelle sur des sources pour tenter de maximiser l'information spatiale obtenue lors d'expériences d'imagerie afin d'améliorer la résolution latérale.

IV.1 Focalisation, limite de diffraction et imagerie super-résolue

IV.1.1 Imagerie et limite de résolution

Limite de diffraction

Imager requiert de collecter le champ à travers une ouverture. Que ce soit l'œil nu, une caméra, ou une simple ouverture, le champ collecté pour créer une image est le plus souvent borné par l'extension spatiale de ces objets. La diffraction par cette ouverture opère un filtrage spatial de l'information contenue dans le champ qui passe à travers. Nous avons mentionné au premier chapitre l'apparition d'ondes évanescentes dans le champ diffracté, dans le cadre de l'optique de Fourier, qui disparaissent rapidement. Le critère de propagation du champ est rappelé ici :

$$\Phi(z) = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{2} \left[1 + \frac{k}{\sqrt{k^2 - k_\perp^2}} \right] e^{i\sqrt{k^2 - k_\perp^2}z} & \text{lorsque } k_\perp < \frac{\omega}{c} \\ \frac{\Phi_0}{2} \frac{k_\perp}{\gamma} e^{-\gamma z} e^{i\phi} & \text{lorsque } k_\perp > \frac{\omega}{c} \end{cases}$$

Lorsque la structuration latérale du champ est trop petite, $k_\perp > \frac{\omega}{c}$, le champ est évanescent : il n'est donc pas pris en compte dans le champ diffracté à l'infini. Il y a donc une fréquence spatiale maximale qui peut participer au champ à l'infini.

Lorsque l'on passe à travers une lentille, le champ lointain est ramené dans le plan focal et l'expression du champ (déjà détaillée au paragraphe I.4.3 du chapitre I) devient :

$$\Phi_F(r, \omega) = \frac{\Phi_0 e^{ik_F} e^{i\alpha_F r^2}}{i\lambda F} \iint_{\text{lentille}} e^{-i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}'} dr' d\theta$$

où $\vec{k}_0 = (\omega x/cF \ \omega y/cF)$. Le champ se concentre alors essentiellement autour d'une région de l'espace, appelée tache focale. Sa dimension caractéristique, correspondant à la position de la première annulation du champ est donnée par :

$$r_0 = \frac{1,22\lambda F}{D} \quad (\text{IV.1})$$

où D est le diamètre de la lentille. Dans ce plan, la taille de cette tache focale ne dépend que de l'ouverture de la lentille : elle n'est limitée que par la diffraction, ainsi que l'a montré Ernst Abbe [119].

Imager avec des lentilles

Afin de pouvoir observer un objet on utilise typiquement des lentilles soit pour illuminer l'objet, soit pour collecter les ondes issues de celui-ci. Par exemple, dans le cas du microscope, on illumine de façon incohérente un objet et l'on collecte la lumière à travers un ensemble de lentilles pour obtenir une image. A l'inverse, on peut illuminer un point particulier de l'image à l'aide d'une lentille et collecter toutes les ondes diffusées par ce point. Dans les deux configurations la lentille est utilisée pour concentrer les ondes (à l'aller ou au retour) en un point, il ne fait donc pas de doute que le pouvoir de résolution d'un tel appareil est intrinsèquement lié à la limite de diffraction.

L'image de deux objets trop proches, que l'on peut distinguer en champ proche, devient floue lorsque l'on s'éloigne : ces deux objets apparaissent alors presque comme un seul. La limite de résolution, théorisée par Ernst Abbe [119], qui décrit la plus petite résolution latérale que peut donner l'imagerie à travers une lentille, trouve donc son origine directement dans le caractère ondulatoire de la lumière.

Imagerie confocale

Pour obtenir une meilleure résolution, Abbe proposa initialement la microscopie confocale à balayage [119], où une lentille sert à focaliser le champ en un point, et une autre à le collecter de façon également focalisée. Dans cette configuration, on bénéficie du pouvoir focalisant des lentilles lors de l'éclairement et lors de la collection des ondes issues de l'objet. Cela permet de sélectionner la lumière qui atteindra le détecteur et donc de ne « voir » qu'un objet à la fois. Cela augmente largement le rapport signal à bruit et le contraste puisque l'on illumine et collecte la lumière sélectivement. Dans la figure IV.1 l'image de fluorescence plein champ (b).A est de plus faible contraste car différentes contributions non-voulues participent au champ mesuré en chaque point. Il s'agit de lumière non focalisée et l'image est donc floutée. En revanche, ce système reste limité par la diffraction puisque de simples lentilles ont été utilisées.

Illumination structurée : doubler la résolution latérale d'une lentille

Pour aller plus loin, Gustaffson a proposé [121] au début des années 2000, une nouvelle méthode appelée illumination structurée. Cette technique consiste à imposer des motifs lors de l'illumination, tels que celui de la figure IV.2. Ce motif sinusoïdal présente la particularité de n'avoir que trois composantes ponctuelles dans l'espace réciproque. Lorsque plusieurs de ces motifs se superposent, les interférences génèrent une modulation du champ ce qui, dans l'espace réciproque, revient à sommer ou soustraire les composantes des deux

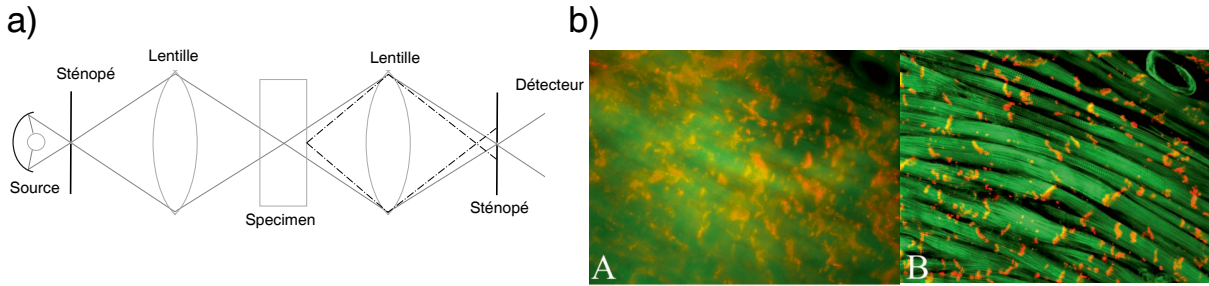


FIGURE IV.1 – a) Schéma de fonctionnement : un sténopé de faible ouverture permet d’obtenir une source ponctuelle cohérente depuis la source à droite, une lentille focalise alors le champ dans l’échantillon qui sera collecté par la seconde lentille. Un second sténopé permet de filtrer la lumière qui provient d’autres lieux car celle-ci sera défocalisée par la lentille. Derrière lui, le détecteur. b) Deux exemples d’images illustrant le gain de contraste (A) image fluorescente plein champ et (B) confocale d’une tranche de cœur de rat de $100\ \mu\text{m}$. [120]

motifs : cela inclut donc des vecteurs d’onde jusqu’à deux fois plus grands. L’expérience peut alors être répétée avec un déphasage différent entre les motifs, et des orientations variées, ce qui permet de peupler tout le cercle de rayon $2k_0$. Un traitement du signal permet de reconstruire l’espace des phases ainsi agrandi. Le champ est structuré deux fois plus finement, l’objet illuminé peut donc être imagé avec un pouvoir de résolution deux fois plus grand. Ces travaux ont généré beaucoup d’autres applications dans la communauté [122–124].

Une autre méthode, la tomographie optique de diffraction généralise cette idée. Elle consiste à illuminer un échantillon selon différents angles, et de récolter le champ transmis dans tout l’espace pour chacune de ces illuminations. Ces étapes itératives permettent d’accumuler l’ensemble des transformations $\vec{k}_{inc} \rightarrow \vec{k}_t$. Lorsqu’un objet de permittivité diélectrique ϵ subit cette opération, c’est une carte complexe de fonction de la diffraction $\epsilon(\vec{k}_{inc}, \vec{k}_t)$ qui est mesurée. En accumulant l’ensemble de ces données, il est possible de reconstruire, dans l’espace de Fourier, un disque d’Ewald deux fois plus large [125, 126], comme dans le cas de l’illumination structurée. Dans un cas pratique, une grande partie de cet espace peut être retrouvée avec une dizaine de mesures, réparties sur 4π steradians. Cette méthode permet d’affiner la résolution du système, elle est ici de $\lambda/3$ lorsque l’on prend en compte l’effet du bruit [125], ce qui correspond finalement à la vraie limite de résolution de ce qui peut être obtenu à travers des lentilles. Une technique d’imagerie plus fine sera alors considérée comme *super-résolue*.

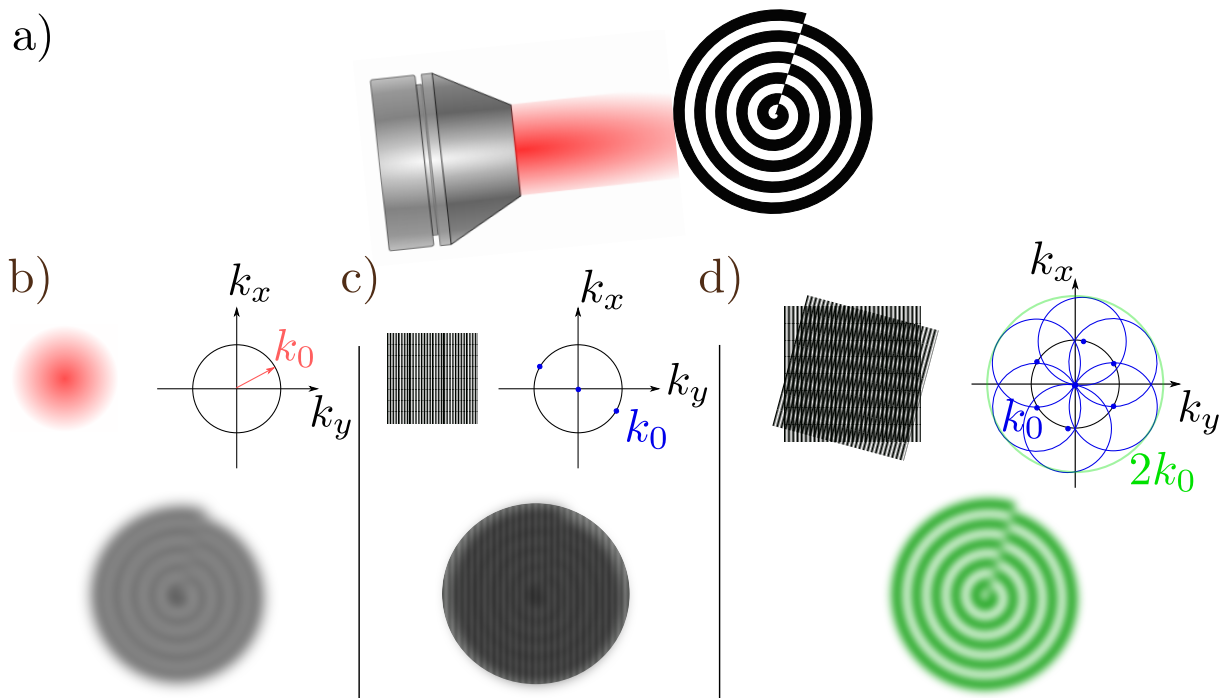


FIGURE IV.2 – a) Objet illuminé par une lentille à une certaine longueur d’onde. b) Dans l’espace réciproque, seule l’information contenue dans le disque de rayon k_0 est mesurée, il y a donc une perte d’information sur les fréquences spatiales supérieures. c) Un champ structuré selon un motif sinusoïdal n’a que trois composantes dans l’espace des phases, qui, une fois convoluées à l’objet amène plus d’information dans la bande passante du microscope. d) Le motif de Moiré généré par interférence permet de faire contribuer ces fréquences spatiales supérieures en différent point et d’atteindre une précision supérieure : l’objet est alors résolu.

IV.1.2 Techniques d’imagerie super-résolues

Microscopie optique de champ proche à balayage

Le champ diffracté à l’infini présente une perte d’information spatiale puisque certaines fréquences spatiales sont évanescentes. Et bien soit, il suffit, ainsi que le proposa Edward H. Synge, en 1928, d’amener un détecteur infiniment près de l’objet à imager pour collecter le champ évanescent là où il est encore détectable [127]. En pratique, il s’agit d’amener un détecteur nanométrique dans la zone de champ proche pour pouvoir balayer point par point l’image et de collecter des fréquences spatiales bien supérieures à celles autorisées par la limite de diffraction. La plupart des sondes utilisées sont des fibres optiques [128] qui vont guider ce champ jusqu’au détecteur.

Une autre méthode consiste à utiliser une sonde à pointe diffusante, et à collecter le champ

diffusé par cet objet, en champ lointain. Le champ diffusé par la pointe que l'on approche dans le champ proche de l'objet contient alors de l'information sur ce dernier et permet donc une imagerie super-résolue depuis le champ lointain. On parle de microscopie optique de champ proche sans ouverture [129, 130].

Pour ces deux techniques, le dispositif expérimental est souvent basé sur un microscope à force atomique, afin de contrôler la distance entre la sonde et l'objet, le balayage étant effectué à l'aide de piézo-électrique, ce qui permet d'obtenir une résolution très faible par rapport aux longueurs d'ondes optiques. Ces techniques sont très largement utilisées aujourd'hui mais présentent le double inconvénient de se limiter à des mesures en surface et d'être relativement lentes.

Focaliser en-dessous de la limite de diffraction

Une autre façon de collecter l'information contenue dans le champ proche est de l'amplifier. Pendry proposa en 2000 qu'une épaisseur d'un matériau à indice négatif, théorisé par Veselago [131], pourrait amplifier le champ proche d'un objet jusqu'à le rendre détectable de l'autre côté [?]. Une lentille à indice négatif permettrait alors de refocaliser les ondes avec une résolution non-limitée par la diffraction, grâce aux contributions du champ évanescent, pour qui le milieu d'indice négatif correspond à un milieu à gain. Plusieurs réalisations expérimentales, en électromagnétique et en acoustique ont permis de vérifier ce concept à l'aide de métamatériaux [?, ?, 132, 133], et montre une capacité de certains systèmes à focaliser sur une échelle inférieure à celle de la diffraction. Cependant, le gain de résolution qu'offrent les métamatériaux, qui permettent de focaliser le champ sur une échelle sub-longueur d'onde dans le champ proche du milieu, ainsi que le milieu de fils 2D du chapitre III, n'est pas un effet de champ lointain. Ainsi que le rappelle Maznev [134], la limite de diffraction s'intéresse à des champs venant de l'infini et se propageant à l'infini. L'imagerie super-résolue telle que proposée par Pendry ne peut se faire que dans son champ proche [135].

Il est possible en revanche de structurer le métamatériau pour dilater l'information spatiale sans la déformer, à travers le milieu : c'est le cas des hyper-lentilles. L'exemple d'une hyper-lentille [31, 136] permet de comprendre l'effet. L'idée est de convertir le champ proche en une information que l'on peut mesurer en champ lointain par l'intermédiaire d'un matériau artificiel. Cela permet d'imager des détails sub-longueur d'onde depuis le champ lointain. D'autres techniques basées sur les métamatériaux permettent de focaliser depuis le champ lointain, en analysant la signature temporelle des modes sub-longueur d'onde de la structure [137, 138]. En utilisant une approche polychromatique, on peut

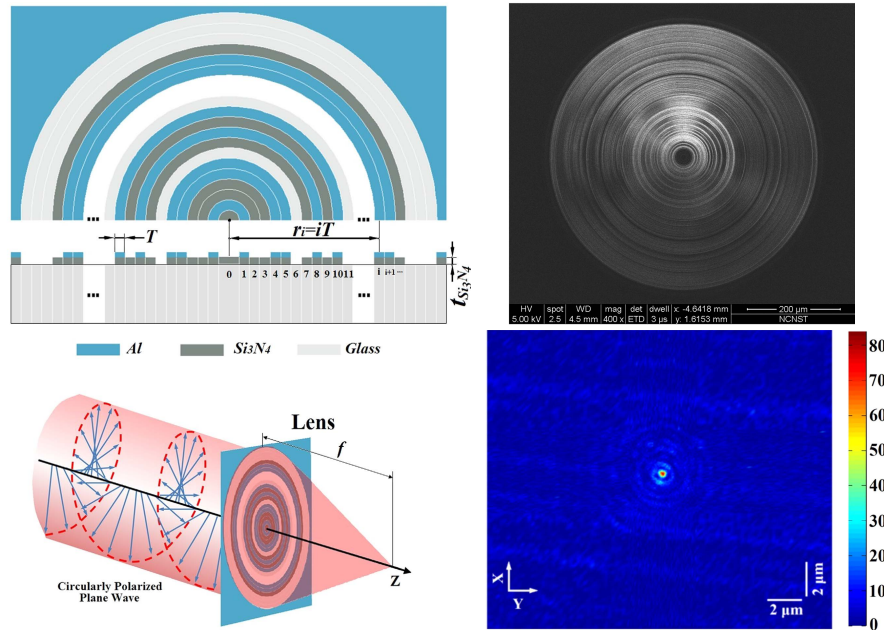


FIGURE IV.3 – Exemple de lentille super-oscillatoire, réalisée à partir de verre, de nitrure de silicium et d’aluminium. La transmission a été modulée selon des cercles concentriques, ainsi que représentés sur le schéma et l’image en microscopie électronique, en haut. La tache focale, en-dessous à droite, est légèrement plus fine que la limite de diffraction et ne montre pas de lobes secondaires intenses sur un large champ de vue (figure adaptée de [139]). Ce dispositif permet donc d’obtenir une lentille super-résolue.

alors faire interférer différents modes sub-longueur d’onde pour focaliser le champ et imager le champ proche de l’objet depuis son champ lointain grâce à l’information encodée dans le spectre. Ces différentes méthodes demandent d’amener l’hyperlentille ou le milieu résonant dans le champ proche de l’objet à imager.

Une autre méthode consiste à travailler avec une lentille optique usuelle, mais de structurer sa transparence car sa fonction d’étalement du point est la transformée de Fourier de celle-ci. Elle peut alors être aussi compliquée que nécessaire pour affiner son lobe principal. Dans son article [?], Di Francia propose dès les années 50 de moduler radialement la transparence pour réduire la taille de la tache centrale, certes au prix de lobes secondaires élevés. Mais si la modulation est aussi fine que possible, il est possible de faire interférer ces différents lobes secondaires et de les repousser de plus en plus loin : c’est tout le domaine des *super-oscillations*¹ dont plusieurs réalisations expérimentales sont à noter [139, 140].

¹Cet article sur l’imagerie optique est du propre aveu de l’auteur très inspiré par les travaux de Schelkunoff discuté au chapitre précédent : il s’agit de transposer à l’optique les résultats de son étude sur les réseaux d’antennes. La super-oscillation d’une lentille est donc l’équivalent de la superdirectivité d’une antenne mais ramenée dans son plan focal

Le gain de résolution est en revanche plutôt faible, et il faut se tourner vers d'autres méthodes pour diminuer encore la fonction d'étalement du point.

Imageries super-résolues basées sur la fluorescence

Le prix Nobel de chimie 2014 [141] a récompensé les méthodes d'imagerie fluorescente qui ont modifié intégralement notre façon d'imager des milieux biologiques. Nous présenterons ici trois exemples, la microscopie par illumination micro-activée (PALM), le microscope optique à reconstruction stochastique (STORM), et la microscopie par déplétion d'émissions stimulées (STED). Toute l'idée de ces techniques consiste à faire émettre des photons par des objets uniques, de définir avec précision la position de l'émetteur, et notamment en dessous de la limite de diffraction, puis de réitérer le processus. En accumulant ces positions de particules, on obtient une image super-résolue. Toute la difficulté réside donc dans la possibilité de faire émettre des objets isolés. Les fluorophores ont été la solution, mais en pratique, une multitude de fluorophores est répartie dans l'espace, il est difficile d'isoler la source exacte des photons collectés.

PALM et STORM L'équipe de Betzig [142] proposa d'utiliser un faisceau d'activation pour activer la fluorescence de quelques fluorophores, en général suffisamment séparés pour être résolus. Un autre faisceau, à une autre longueur d'onde, permet de ne faire émettre que les fluorophores activés : ceux-ci peuvent alors être super-résolus. Ce faisceau de lecture a un autre effet : le photoblanchiment de ces particules, ce qui les amène à ne plus être activables. On recommence donc jusqu'à obtenir une image satisfaisante.

Dans le cas de la méthode STORM, la zone à imager est maintenue à une intensité juste inférieure au seuil de fluorescence. Lorsque les fluctuations d'intensité passent localement au-dessus du seuil, les fluorophores en ce point se mettent à émettre, de façon intermittente. Cela permet d'exciter aléatoirement sur tout l'échantillon différents fluorophores et de localiser chacun d'entre eux.

Sur les premiers exemples historiques de ces deux méthodes, il faut questionner la cadence d'imagerie. En effet, le STORM par exemple, utilise l'accumulation d'un grand nombre d'images, jusqu'au millier, pour obtenir la résolution voulue. Cela revient à augmenter le temps d'acquisition, ce qui limite la cadence d'imagerie. L'information contenue dans l'image par unité de temps n'est pas modifiée, mais c'est en utilisant la non-linéarité de la fluorescence que l'on peut l'étaler dans le temps, et l'accumuler pour retrouver une image super-résolue. La résolution axiale de ces méthodes n'est en revanche pas réduite par la tache focale de la lentille, et des méthodes de localisation à trois dimensions pour le STORM et le PALM ont été plus récemment proposées [143, 144]

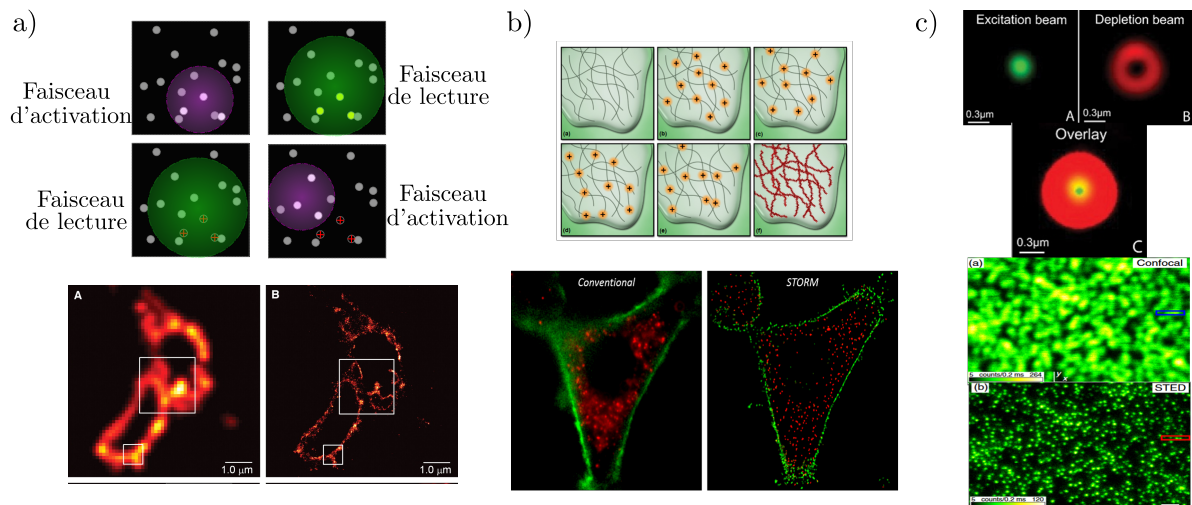


FIGURE IV.4 – En haut, schéma de : a) PALM : Activation de certains fluorophores, lecture et localisation avec un second faisceau, qui assure leur photoblanchiment dans le même temps. b) STORM : Activation aléatoire de fluorophores dans un échantillon et localisation de chacun d’entre eux. c) STED : La zone d’excitation des fluorophores est affinée par un faisceau de déplétion.

STED L’approche de Stefan W. Hell [145] a été de filtrer dans le temps l’émission des fluorophores : deux impulsions lasers très proches, la première en forme d’anneau (figure IV.4c) en haut à droite) et la seconde inaltérée. Le délai entre ces impulsions est tel que la seconde arrive juste après que la première ait excité la fluorescence. Les fluorophores qui ont émis doivent repasser par un processus de désexcitation non radiatif avant d’être à nouveau disponibles pour absorber les photons incidents : ils ne répondent pas à l’excitation. Le faisceau d’excitation est donc restreint à la zone centrale de l’anneau, qui peut être aussi fine que possible, lorsque le rapport signal à bruit est grand. L’échantillon est alors balayé avec cette tache focale à seuil.

Ces méthodes d’imageries sont donc basées sur une non-linéarité qu’on appose au milieu. Préalablement à l’imagerie, il faut chimiquement consteller le milieu de ces particules fluorophores. C’est grâce à cette non-linéarité que la limite de diffraction peut être aussi radicalement battue.

L’intérêt pour la super-résolution, qui motive des domaines de la physique très différents, de la médecine à l’astronomie, a été appuyé par le prix Nobel de chimie 2014, qui récompense des travaux ayant moins de vingt ans. Toutes ces méthodes ont toutefois leur limite : l’introduction de particules est un prérequis. L’utilisation d’autres marqueurs est possible : un équivalent pour les ultrasons a été démontré lors de la thèse de Claudia

Errico [146], avec l'utilisation de micro-bulles pour imager des vaisseaux sanguins dans le cerveau d'un rat, à travers le crâne.

Durant ma thèse, nous avons donc cherché à proposer une nouvelle méthode d'imagerie, inspirée de ces résultats novateurs mais qui s'affranchirait de l'utilisation d'agents de contraste que nous allons détailler dans la prochaine partie.

IV.1.3 Concept de l'imagerie super-résolue par effet Doppler

L'effet Doppler : une non-linéarité intrinsèque de la physique des ondes

Afin de se libérer des agents de contraste, nous avons considéré une non-linéarité intrinsèque de la physique des ondes : l'effet Doppler. Celui-ci caractérise la différence de fréquence perçue par un observateur statique et par un observateur en mouvement qui regardent tous deux une source d'ondes. Le mouvement du second observateur, selon qu'il s'éloigne ou se rapproche de la source, a un effet sur la fréquence entendue, dans le cas de l'acoustique par exemple. C'est le cas lorsqu'une ambulance nous dépasse dans la rue, lorsqu'elle se rapproche, les différents fronts d'onde successifs, émis à intervalles réguliers par sa sirène, ont moins de trajet à parcourir jusqu'à nos oreilles : nous les entendons plus rapprochés ce qui signifie que la fréquence perçue est plus grande. A l'inverse lorsque l'ambulance s'éloigne, ces fronts d'ondes successifs ont plus de trajet à parcourir et la fréquence perçue est plus basse. L'effet Doppler est par exemple utilisé en astrophysique, où le décalage vers le rouge des galaxies lointaines permet d'évaluer la vitesse à laquelle elles s'éloignent de notre système solaire [147]. En imagerie ultrasonore, il permet d'obtenir la nature des vaisseaux sanguins imagés [148] : le déplacement du sang dans les veines et les artères ne se fait pas dans le même sens. La formule qui lie la fréquence perçue f_{rec} à la fréquence émise f_0 est dans le cas de l'effet Doppler linéaire :

$$f_{rec} = \frac{1}{1 - \frac{V}{c}} f_0 \quad (\text{IV.2})$$

où V est la projection de la vitesse linéaire de la source sur l'axe la reliant à l'observateur. Dès que la vitesse est non nulle, il y a donc un changement de fréquence.

Nous allons donc maintenant présenter le concept d'imagerie par effet Doppler que nous avons imaginé.

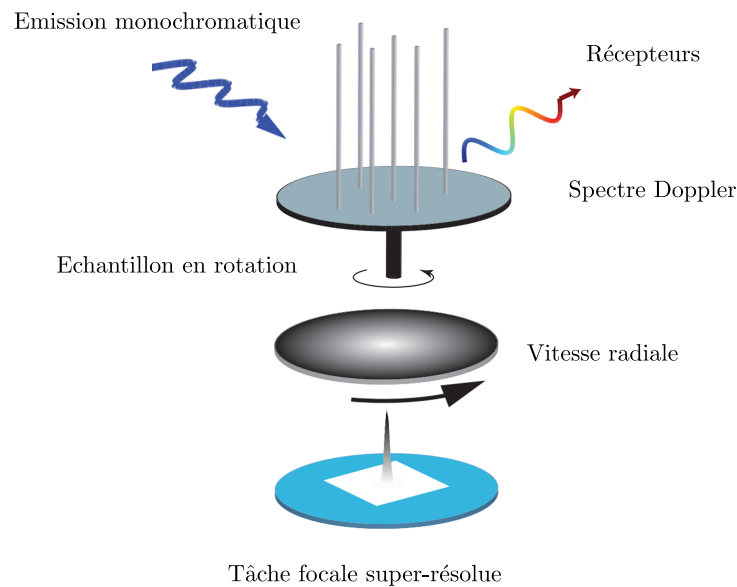


FIGURE IV.5 – Schéma de l'imagerie super-résolue basée sur l'effet Doppler proposée.

Imager avec l'effet Doppler ?

L'idée proposée s'inspire directement de la méthode du STED, qui présente un faisceau de déplétion avec une singularité en son centre. Notre concept consiste à créer un effet Doppler présentant une singularité en un point, que l'on cherchera à isoler et donc à observer avec une résolution plus fine que ne le permettrait la limite de diffraction.

La figure IV.5 représente l'expérience de pensée. Un échantillon de diffuseurs que l'on souhaite imager est mis en rotation à la pulsation Ω . La vitesse des différents objets présents sur le plateau dépend de leur distance à l'axe de rotation. Tout objet à une distance R du centre serait doté d'une vitesse tangentielle $V = \Omega R$. Le champ diffusé par cet objet en mouvement devrait donc être décalé en fréquence par effet Doppler. Un diffuseur exactement au centre aurait une vitesse nulle : le champ diffusé par cet objet ne serait pas décalé en fréquence, ce point serait alors singulier, et semblerait différencié du reste de l'objet à imager. En déplaçant le centre de rotation en chaque point, on espère pouvoir former une image complète. La vitesse de rotation serait alors centrale dans le pouvoir de résolution de ce système : plus rapide serait la rotation, plus abrupte serait la singularité au centre.

La figure IV.6 montre le principe : si deux diffuseurs sont trop proches pour être discernables en régime statique, la mise en rotation devrait induire un changement de fréquence des réponses entre ces deux diffuseurs. Si l'on peut résoudre spectralement ces deux ondes

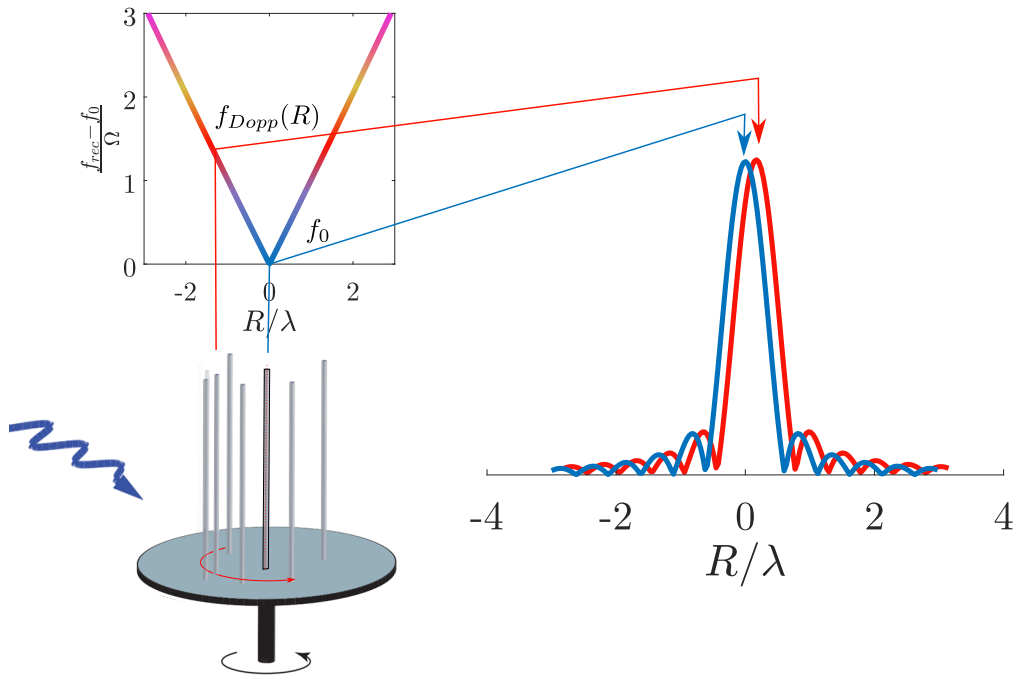


FIGURE IV.6 – Principe de fonctionnement : c'est ici l'effet Doppler qui marquerait l'espace, et permettrait la super-résolution en singularisant l'axe de rotation.

en filtrant sélectivement la fréquence reçue, alors seul le point central devrait être détecté. C'est donc la capacité à filtrer spectralement qui semblerait limiter notre pouvoir de séparation de deux objets trop proches. La mise en rotation d'échantillons n'est pas décemment réalisable. Par exemple, un échantillon biologique serait fortement altéré par la rotation. Il faut donc changer de référentiel : du référentiel du laboratoire où les sources étaient fixes et l'échantillon en rotation, nous passons dans le référentiel de l'échantillon. Les objets en rotation sont les sources. Pour réaliser un changement de référentiel complet, il faut également que les récepteurs soient en rotation. Le dernier point important concerne la réalisation pratique d'une telle expérience. En effet la mise en rotation à une vitesse raisonnable vis-à-vis de la fréquence d'excitation pour produire des décalages Doppler détectables nous a amené à choisir les ondes acoustiques pour cette expérience. Le système d'imagerie super-résolu proposé consiste donc à mettre des sources d'onde en rotation et de capter les ondes diffusées par l'objet à imager avec des récepteurs eux-mêmes en rotation.

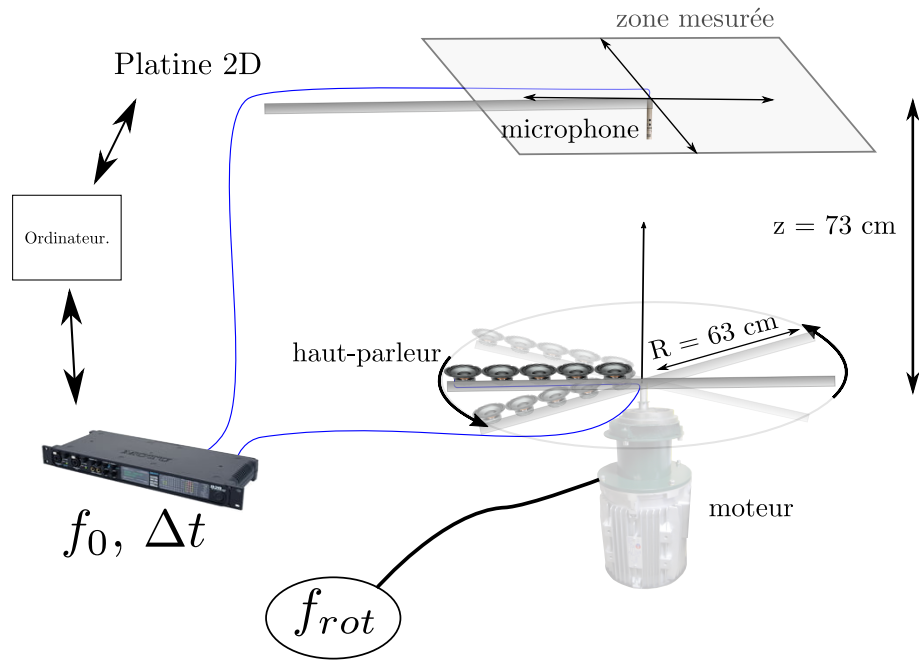


FIGURE IV.7 – Dispositif expérimental pour mesurer le champ d’une ligne de sources tournantes.

IV.2 Expérience de sources en rotations

Le décalage Doppler, comme on le voit sur la courbe de réponse en fréquence en fonction de la distance au centre de la figure IV.6, croît avec la vitesse des diffuseurs. Afin de maximiser nos chances de détecter l’effet recherché, on a donc construit l’expérience en acoustique : la vitesse du son dans l’air est plus facilement approchable par des objets en rotation que celle de la lumière. Les sources seront des haut-parleurs et les détecteurs des microphones.

IV.2.1 Mise en œuvre expérimentale

Description de l’expérience

Nous avons donc utilisé un moteur rotatif sur lequel a été monté un plateau en bois. Il est traversé par un arbre en aluminium, sur lequel il est maintenu par un collier de serrage, ainsi que par des barres d’acier traversant l’arbre. Autour de l’arbre se trouve également un collecteur tournant, qui permet d’alimenter et de connecter l’électronique en rotation. Les sources en rotation sont 5 haut-parleurs de 5 cm de diamètre et séparés de 11 cm. Les haut-parleurs sont calibrés pour être en phase et d’amplitudes égales au

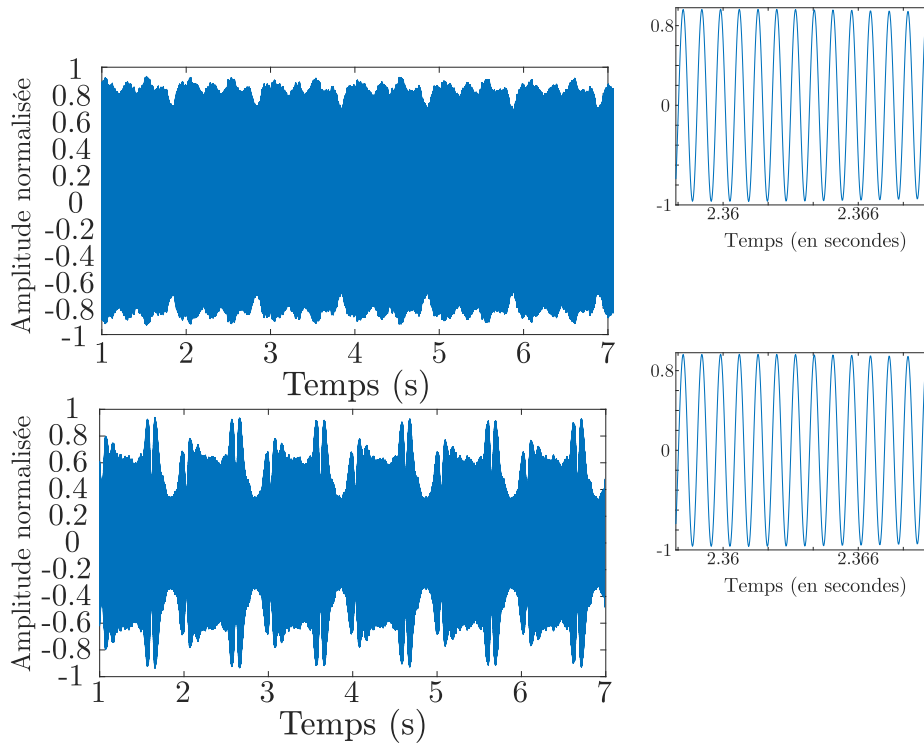


FIGURE IV.8 – Signaux temporels expérimentaux dans le plan focal des haut-parleurs tournants.

centre de la zone mesurée. Cela permet de focaliser le champ à la distance $z = 73$ cm, l'altitude du plan focal. Toutes les voies d'enregistrement et d'émission sont connectées à une carte d'acquisition sonore MOTU dont la fréquence d'échantillonnage est fixée à 44,1kHz. Une platine de translation 2D est utilisée pour enregistrer le champ à 73 cm au-dessus du plateau tournant à l'aide d'un autre micro. Lorsque ce micro se déplace, son déplacement relatif sera considéré par rapport à l'axe de rotation des sources. Les mesures sont réalisées à l'intérieur de la chambre anéchoïque mentionnée au premier chapitre.

IV.2.2 Champ émis par des sources tournantes

Signaux temporels

Le champ acoustique est donc mesuré au cours du temps sur le micro qui est sur la platine de balayage 2D. Les haut-parleurs émettent durant trente secondes un signal monochromatique à $f_0 = 1200$ Hz. La fréquence de rotation a été fixée ici à $f_{rot} = 2$ Hz. Cela correspond à une vitesse tangentielle d'environ 8 m.s^{-1} , ce qui est très inférieur à la célérité du son dans l'air. La figure IV.8 représente le signal temporel normalisé mesuré

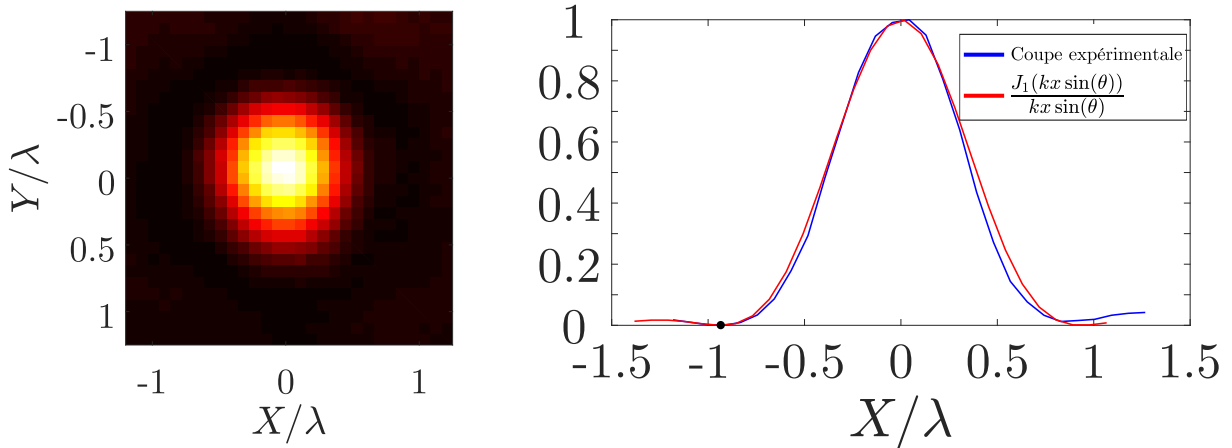


FIGURE IV.9 – A gauche, répartition spatiale de l'énergie dans la zone de mesure. A droite, coupe selon x du résultat, le signal a été normalisé et la ligne de base a été soustraite. La courbe rouge est le résultat du calcul du champ dans le plan focal d'une lentille.

par ce micro pour deux positions différentes. Les encarts à droite ne servent qu'à montrer la qualité du signal à l'échelle de temps de sa fréquence centrale. En bas, il s'agit de la mesure lorsque le micro est à 45 cm à droite de l'axe de rotation. On remarque que le signal est fortement modulé à la fréquence de rotation. Contrairement à ce que l'on a énoncé précédemment, il n'y a pas de décalage spectral unique mais une modulation périodique autour de la fréquence f_0 . En effet, tantôt les sources se rapprochent, tantôt elles s'éloignent, et l'on oscille donc autour d'un décalage spectral nul. En revanche, le signal mesuré au centre, au-dessus, est plutôt monochromatique. la modulation n'y est que très faible. Cette modulation résiduelle doit venir de l'alignement du centre de la zone de mesure avec l'axe de rotation qui n'est pas parfait. Nous allons maintenant observer la répartition spatiale de l'énergie à la fréquence f_0 , si notre concept est correct, elle devrait être confinée au centre.

Répartition spatiale de l'énergie à f_0

Pour chaque position, une transformée de Fourier temporelle est effectuée. Le temps d'émission des haut-parleurs était de 30 s, ce qui signifie une résolution fréquentielle de 3 centihertz, très suffisante pour les échelles de temps utilisées. On représente ensuite la carte $\|s(x, y, \omega_0)\|^2$ dans le plan de mesure, sur la figure IV.9. On remarque en premier lieu que la répartition du champ donne une tache focale, avec un maximum au centre de la zone et un anneau d'annulation autour. La première remarque que l'on peut faire est que celle-ci est isotrope, ce qui peut paraître surprenant puisque l'on n'utilise qu'une ligne de

source. En fait, il faut se rappeler que la position de celle-ci dépend du temps et que le comportement monochromatique de ce système revient à le considérer durant un temps infini, durant lequel on aura sélectionné tous les instants séparés de $T = 1/f_0$. Ainsi lorsque l'on regarde la réponse monochromatique du système à f_0 , cela revient à considérer toutes les positions de la ligne de sources aux différents instants $T = p/f_0, p = 1, 2, 3, \dots$. C'est ici un effet de stroboscopie qui se produit. Avec trois ordres de grandeurs entre la fréquence d'échantillonnage f_0 et la fréquence de rotation f_{rot} , la ligne de sources explore bien toutes les positions possibles. Lorsque l'on utilise les paramètres expérimentaux $R = 63$ cm et $F = z = 73$ cm correspondant à un demi-angle maximum de $\theta = 40,7^\circ$ pour ajuster cette courbe à la tache focale d'une lentille équivalente d'ouverture numérique de $ON = 0,65$, l'accord entre les deux courbes est satisfaisant. Tout se passe donc comme si un disque plein de rayon R focalisait le champ à la distance F .

Émettre de façon monochromatique avec une ligne de sources en rotation revient donc à émettre avec le disque complet. Mais cette expérience diffère de celle proposée ; en effet, c'est avec un micro tournant qu'il faut enregistrer les signaux diffusés par des objets fixes pour être équivalent au concept proposé.

IV.2.3 Sources et récepteurs tournants

On s'intéresse désormais au signal enregistré par le micro tournant. Ce signal est beaucoup plus bruité, notamment à cause du vent. En effet, ce micro subit un vent vitesse d'environ 8 m.s^{-1} , ce qui bruite énormément le champ de pression mesuré. Les lignes électriques du microphone passent en outre à travers le collecteur tournant, ce qui induit parfois des variations de potentiel et enfin le moteur génère lui-même un bruit caractéristique. C'est en partie ce qui a motivé le choix de la fréquence, à 1200 Hz, où ces bruits sont moindres.

Diffuseurs actifs

Le choix de l'acoustique pour la réalisation expérimentale n'est pas sans inconvénient. En effet, le micro monté sur le plateau tournant reçoit le signal direct du haut parleur, à f_0 , non modulé car ils sont dans le même référentiel. Il est alors difficile de séparer la composante d'un éventuel signal rétro-diffusé par un objet dans le plan focal. Après plusieurs essais infructueux, nous avons décidé d'opter pour un « diffuseur actif ». On a joint un haut-parleur au micro qui se trouve au bout du bras de la platine de translation 2D. L'expérience est alors réalisée en deux temps :

- Les haut-parleurs en rotation émettent. Le micro de balayage reçoit le champ dans le

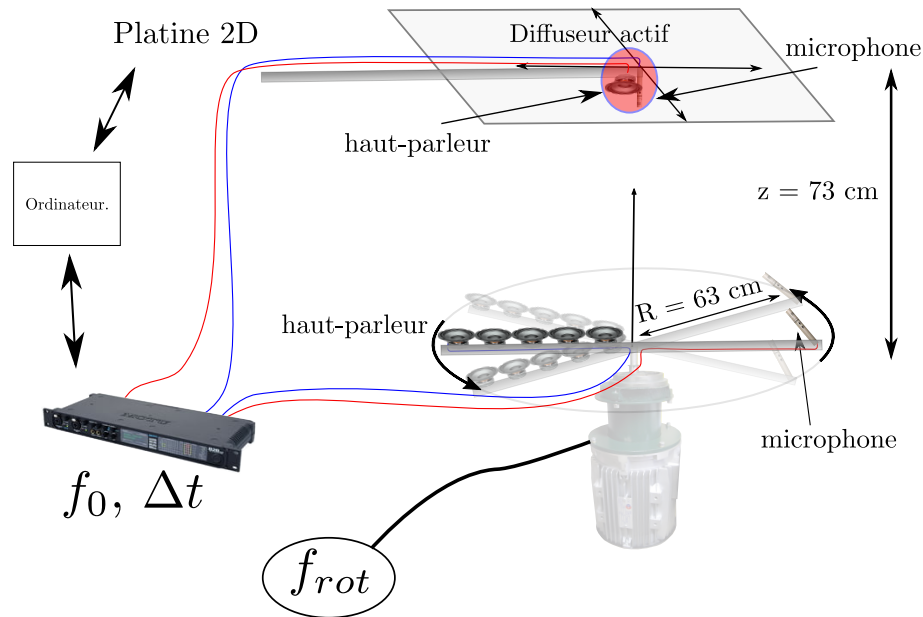


FIGURE IV.10 – Le dispositif expérimental permettant de démontrer la super-résolution par effet Doppler : micro et haut-parleurs tournent autour d'un axe privilégié.

plan focal qu'aurait reçu un diffuseur au même endroit (câbles bleus sur le schéma).

- Le signal initialement reçu à chaque position est filtré et réémis par le haut parleur placé sur le bras de la platine de translation avec une amplitude proportionnelle à l'amplitude reçue précédemment. Le signal reçu par le micro tournant est alors exclusivement composé de la contribution du diffuseur.

Cette étape nous permet d'éteindre les haut-parleurs qui tournent pendant la réception du signal rétro-diffusé, ainsi que d'amplifier ceux-ci ; tout ceci permet d'améliorer largement le rapport signal à bruit. Dorénavant, lorsque nous parlerons de diffuseurs, il s'agira de ce dispositif où le diffuseur est en réalité un « diffuseur actif ». Ainsi que le montre le schéma de la figure IV.10, cela permet d'obtenir le dispositif expérimental qui correspond au concept de super-résolution par effet Doppler.

Imagerie à f_0

Nous allons donc maintenant caractériser la fonction d'étalement du point d'un diffuseur lorsque l'axe de rotation balaye la zone, pour une fréquence émise de $f_0 = 1200$ Hz et une fréquence de rotation de $f_{rot} = 2$ Hz. Le résultat est représenté sur la figure IV.11. Ici encore, on ne représente que le champ mesuré à f_0 . On observe encore une tache focale isotrope. Celle-ci est d'ailleurs plus fine que celle observée dans le plan focal, en revanche,

un lobe secondaire est apparu. Pour expliquer cet effet il faut le décomposer selon deux contributions majeures.

Premièrement, nous n'utilisons qu'un seul micro en réception, plutôt qu'un réseau avec une loi de focalisation : cela revient à observer la scène à travers un anneau, durant la rotation, plutôt qu'à travers un disque plein, toujours selon l'effet stroboscopique mentionné précédemment. En effet, par réciprocité, un récepteur tournant est équivalent à une source tournante, car la rotation ne brise pas le principe de retour inverse des ondes. Si notre réseau de sources est suffisant pour être considéré comme un disque lors de sa rotation, le micro unique, lui, ne décrit qu'un anneau. La fonction d'étalement du point pour un anneau est notoirement [149] plus fine que pour un disque : le prix à payer est l'apparition de lobes secondaires. L'anneau est donc peu utilisé en imagerie [150–152], puisque les images obtenues sont polluées par ces lobes secondaires. Cela peut néanmoins être intéressant lorsqu'un phénomène à seuil est en jeu, puisque la zone d'intensité supérieure au seuil est plus fine, comme en photolithographie [153].

L'apparition du lobe secondaire peut alors facilement être décrite. Reprenons l'expression de la figure de diffraction à l'infini d'un disque de rayon R d'après l'équation I.33 :

$$\Phi_{\infty}(\beta) = \frac{1}{A_{disque}} \int_{R_{min}=0}^R J_0(kr \sin(\beta)) r dr \quad (IV.3)$$

$$= \frac{1}{A_{disque}} \left[\frac{J_1(kR \sin(\beta))}{kR \sin(\beta)} \right]_{R_{min}=0}^R \quad (IV.4)$$

$$(IV.5)$$

où β est l'angle de pointage et A_{disque} est l'aire de la lentille. La fonction de Bessel de première espèce et de premier ordre J_1 étant nulle en 0, on retrouve alors l'expression bien connue. Si la lentille est annulaire, il y a alors deux membres à l'équation :

$$\Phi_{\infty}(\beta) = \frac{2}{(R_2^2 - R_1^2)} \left[\frac{J_1(kR_2 \sin(\beta))}{kR_2 \sin(\beta)} - \frac{J_1(kR_1 \sin(\beta))}{kR_1 \sin(\beta)} \right] \quad (IV.6)$$

Il s'agit là du cas le plus simple, et le moins efficace, de lentilles super-oscillantes discutées au début de ce chapitre.

L'observation par un anneau ne suffit pas à expliquer nos résultats : il y a bien un effet de la rotation. En effet, afin d'obtenir un accord satisfaisant entre théorie et expérience, il faut considérer un vecteur d'onde double dans la formule précédente, ainsi que montré sur la figure IV.11. On peut expliquer cet effet grâce à des considérations géométriques.

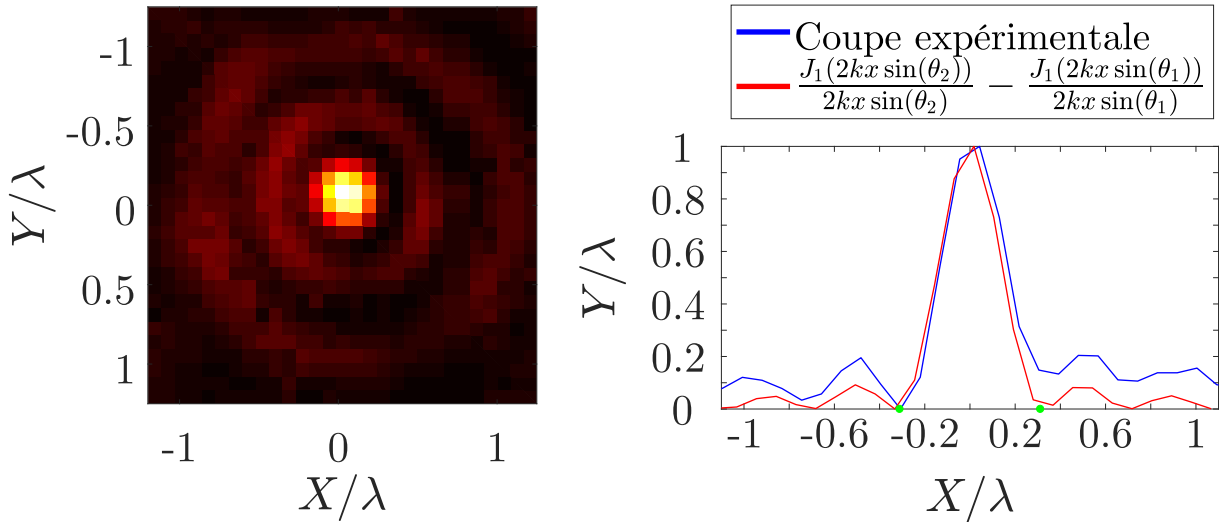


FIGURE IV.11 – A gauche, répartition spatiale de l'énergie dans la zone de mesure lorsqu'il n'y a qu'un haut-parleur tournant et qu'un micro en rotation. A droite, coupe selon x du résultat, le signal a été normalisé et la ligne de base a été soustraite. La courbe rouge est le résultat du calcul du champ dans le plan focal d'une lentille annulaire avec un vecteur d'onde doublé.

En effet, si l'on prend un objet parfaitement au centre, celui-ci est dans le même référentiel que les haut-parleurs et micros tournants. Le déplacement du micro et des haut-parleurs durant le temps d'aller et le temps de retour de l'onde par rapport à lui sont identiques, et l'onde n'est pas perturbée. Lorsque l'objet n'est pas au centre en revanche, le temps que l'onde se propage depuis le haut-parleur jusqu'à l'objet, le micro s'est déplacé. Le vecteur d'onde qui va du diffuseur au micro est donc différent de celui qui va du haut-parleur au diffuseur. L'angle qui apparaît entre les deux permet d'obtenir à chaque instant, la fonction de diffusion $T(\vec{k}_{in}(t), \vec{k}_{out}(t))$. La gamme d'angles enregistrée dépend du temps, et observer le signal à f_0 permet d'obtenir la somme de toutes ces contributions. Ce dispositif est donc très proche de la tomographie optique de diffraction présentée au début de ce chapitre, le tout simplement obtenu de manière dynamique.

Imager deux objets

Afin d'évaluer le pouvoir de résolution de cette technique d'imagerie, nous avons utilisé deux diffuseurs¹. L'expérience est alors répétée pour différentes distances entre les deux

¹On rappelle que ceux-ci sont actifs, à savoir qu'ils sont composés chacun d'un micro et d'un haut-parleur.

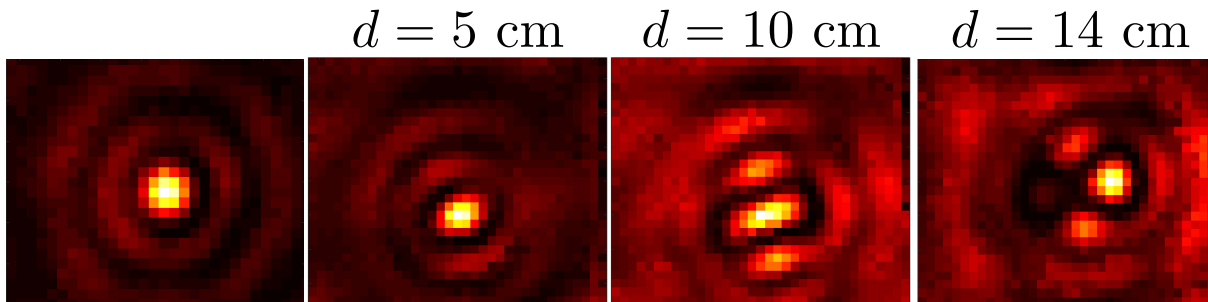


FIGURE IV.12 – Cartographie du champ en présence de deux diffuseurs imagés avec sources et récepteurs en rotation.

objets, afin d'évaluer la distance à laquelle ils sont séparables. Durant la phase de réémission, les deux objets réémettent en même temps, ce qui émule bien la présence simultanée de deux diffuseurs. Les résultats obtenus sont résumés sur la figure IV.12. Pour une distance supérieure à 10 cm, ce qui correspond environ à $\lambda/3$, les objets sont résolus selon le critère de Rayleigh, qui estime qu'il suffit que l'image connaisse une zone d'amplitude décroissante entre les deux objets. Lorsque la distance atteint 14 cm, ce qui correspond à $\lambda/2$, deux objets d'amplitudes différentes sont correctement résolus. Cette résolution est bien le double de la fonction d'étalement du point lorsque l'on observe la scène avec une lentille fixe de même ouverture numérique.

L'effet Doppler permet donc de faire l'équivalent de la tomographie mais dynamiquement : l'image obtenue contient deux fois plus de fréquences spatiales que l'image dans le plan focal. On observe donc bien une réduction de la tache focale lorsque l'on image avec ce dispositif, l'obtention de cette résolution ne fait intervenir aucun a priori sur le milieu, ni marquage de l'espace (fluorophore), ni aucun algorithme d'inversion, comme dans certains cas d'illumination structurée par exemple. Illuminer avec des sources tournantes permet d'obtenir un facteur au moins deux sur la résolution avec pour seule contrainte expérimentale la rotation des sources et récepteurs. En revanche, cette technique n'est pas ici compétitive avec l'état de l'art : le gain en résolution qu'offrent des techniques comme le STORM ou la tomographie est supérieur.

Influence de la vitesse de rotation

Intéressons-nous donc à l'influence des paramètres de notre expérience : la limite de Abbe est une comparaison de l'extension spatiale de la lentille à la longueur d'onde d'émission. Il est donc peu pertinent, et compliqué expérimentalement, de faire varier R le rayon de notre lentille acoustique en rotation. D'autre part, modifier la fréquence ne changera rien,

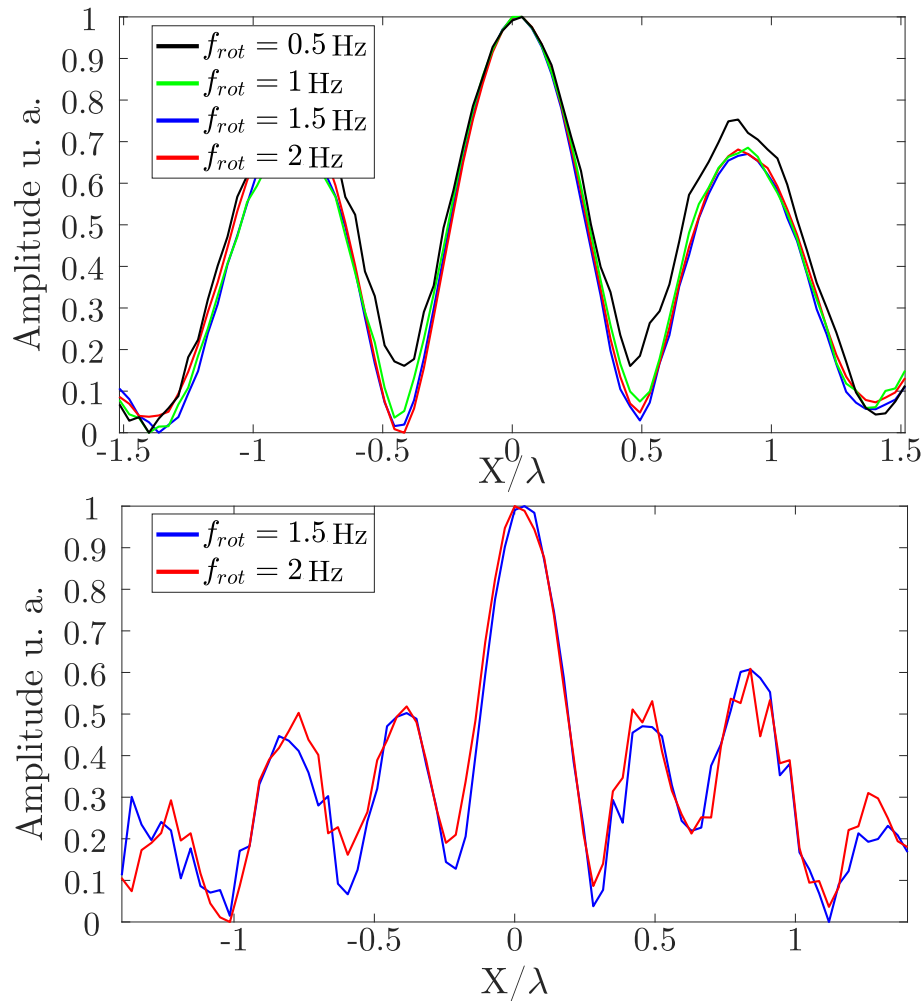


FIGURE IV.13 – Comparaison des taches focales mesurés dans le plan focal et en rétrodiffusion à différentes fréquences de rotation. On a ici émis avec un seul haut-parleur, le plus éloigné, ce qui explique le niveau des lobes secondaires. Même dans ce cas, le gain de résolution de l’effet Doppler rotatif est mis en évidence.

puisque nos résultats sont normalisés par la longueur d’onde considérée, nous choisissons donc de faire varier la vitesse de rotation.

Lors de la construction de l’expérience, nous avons imaginé que la vitesse radiale maximale serait un facteur clé de la super-résolution. Une fois la super-résolution obtenue, nous avons donc fait varier la vitesse de rotation, contrôlée via une tension imposée au moteur rotatif par l’expérimentateur. La gamme de fréquences de rotation accessible va de 0 à 2 Hz. On observe, sur la figure IV.13, que dans notre gamme, il n’y a aucune différence ni dans le plan focal, ni lors de la rétrodiffusion.

D’après notre interprétation du phénomène basée sur la stroboscopie cela s’explique très

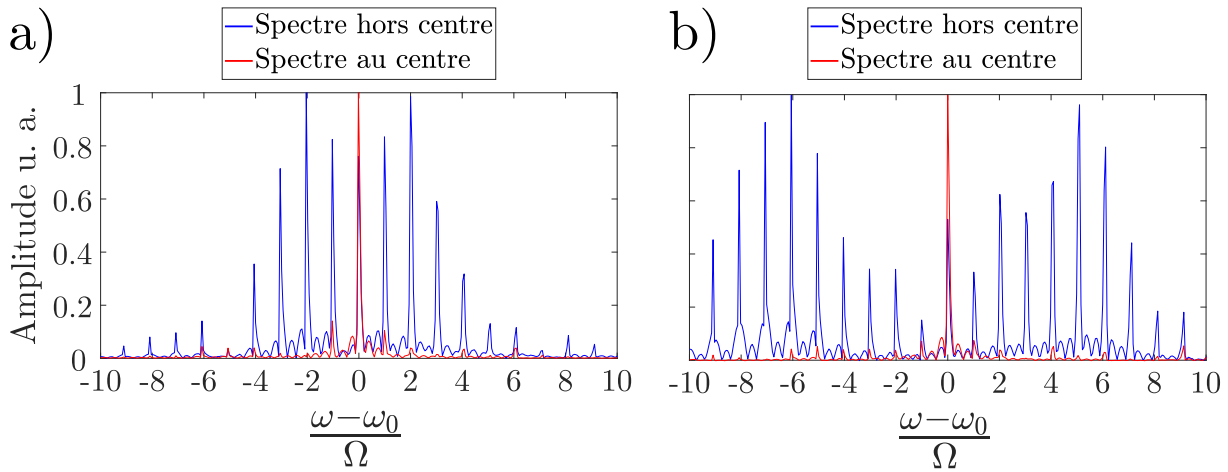


FIGURE IV.14 – Spectre calculé en deux points : au centre (courbes rouges) et à 40 cm sur le côté. A gauche, le signal reçu dans le plan focal, et à droite le signal reçu par le micro en rotation.

bien : à partir du moment où la différence de fréquences est importante et le temps d'intégration suffisamment long, on a exploré tout le disque, cela n'a donc aucun effet non plus sur les signaux super-résolus. La fréquence de rotation n'a donc aucun effet sur le phénomène observé à f_0 .

IV.3 Exploitation des harmoniques générées

Nous avons en fait jusqu'à maintenant complètement occulté la modulation du signal temporel visible. Si l'on observe la transformée de Fourier des signaux expérimentaux reçus dans le plan focal, représentés sur la figure IV.14, on constate que le signal reçu au centre est presque monochromatique. Lorsque l'on se déplace, la forte modulation vue plus haut a modifié le spectre : des harmoniques apparaissent. De plus, le signal reçu sur le micro tournant présente encore plus d'harmoniques dans la même bande de fréquence, alors qu'il est lui aussi quasi monochromatique au centre.

Afin de comprendre quelle est l'information contenue dans le reste du spectre, nous avons développé un modèle théorique.

IV.3.1 Émission par une lentille dont la transparence dépend du temps

Champs temporels théoriques

Afin de modéliser notre expérience, nous considérons que l'illumination par une ligne de sources en rotation revient à calculer le champ dans le plan focal d'une lentille dont la transparence dépend du temps. Les hypothèses et calculs sont détaillés dans l'annexe I. Le résultat principal est l'expression du champ dans le plan focal par cette lentille modulée temporellement :

$$\Phi^{z=F}(r_0, \theta_0, t) = \Re \left(\frac{2e^{ik_0F}}{i\lambda_0FR_{max}} e^{i\frac{k_0}{2F}r_0^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_0^{R_{max}} r_s J_m \left(\frac{k_0r_0}{F} r_s \right) dr_s e^{-im\theta_0} e^{i(\omega_0+m\Omega)t} \right) \quad (\text{IV.7})$$

Cette expression permet de calculer le champ en tous points du plan focal et à chaque instant. Elle nous montre bien que le champ temporel en tous points se décompose spectralement comme un peigne de Dirac centré sur f_0 et de pas $\Omega/(2\pi)$: on a bien une modulation de l'excitation fondamentale par la rotation périodique. A l'exception de J_0 , toutes les fonctions de Bessel J_m , (avec $m \neq 0$) sont nulles au point $r = 0$. Cela confirme que le signal au centre est bien monochromatique : il correspond à l'émission à f_0 non modulée. Hors axe en revanche, les différentes harmoniques font bien apparaître une modulation du signal. Lorsque les paramètres géométriques correspondent à ceux de l'expérience, les signaux temporels théoriques sont représentés figure IV.15, pour deux positions similaires à celles de la figure IV.8. L'accord qualitatif est correct, et on retrouve notamment la modulation du signal.

L'observation dans le plan focal montre que le champ tourne réellement dans celui-ci au cours du temps ; le centre est illuminé depuis chaque angle au cours du temps. Vérifions maintenant que ce calcul reproduit bien les résultats expérimentaux précédents.

Détection monochromatique à f_0

Les résultats de la figure IV.9 ont été obtenus en n'observant le champ qu'à la fréquence centrale f_0 . Si l'on applique un filtre fréquentiel autour de f_0 à l'expression du champ de l'équation (IV.7) pour ne s'intéresser qu'à cette fréquence :

$$\Phi^{z=F}(r_0, \theta_0, \omega_0) = \frac{2e^{ik_0F}}{i\lambda_0FR_{max}} \int_0^{R_{max}} r_s J_0 \left(\frac{k_0r_0}{F} r_s \right) dr_s \quad (\text{IV.8})$$

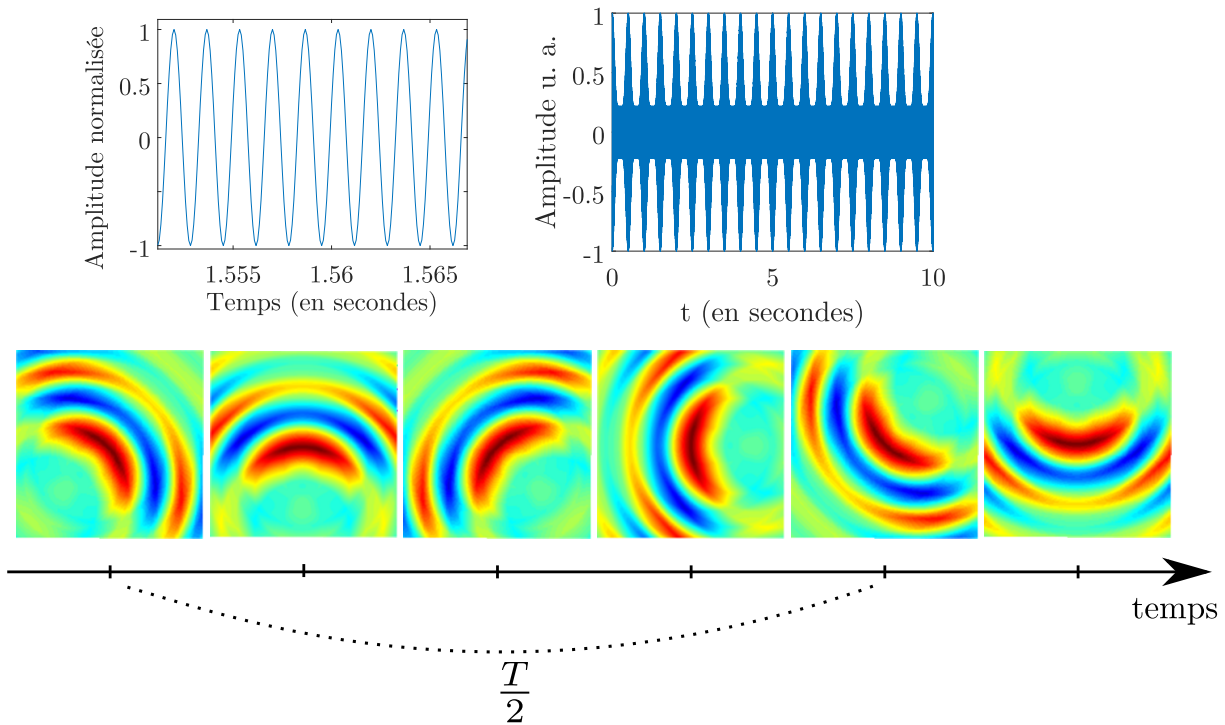


FIGURE IV.15 – Signaux temporels théoriques dans le plan focal des haut-parleurs tournants. En bas, représentation du champ dans le plan

On retrouve bien le calcul d'une lentille circulaire de focale F . Cela fait bien apparaître que la tache focale est issue de tout le disque : cela confirme notre argument physique de stroboscopie et concorde avec les résultats précédents.

La lentille tournante : des lentilles déphasées

Pour comprendre ce qui se passe aux autres fréquences, pour les harmoniques donc, considérons d'abord une source monochromatique de pulsation ω_0 en rotation à la pulsation Ω . Lors d'un tour complet, de 2π en un temps T , la phase accumulée par la source pour l'harmonique n , qui est à la fréquence $\omega_n = \omega_0 + n\Omega$ est :

$$\begin{aligned}\omega_n T &= \omega_0 T + n\Omega T \\ &= \omega_0 T + n(2\pi).\end{aligned}$$

Cela signifie que l'harmonique n correspond à l'illumination à travers une lentille de transparence unitaire mais où la phase est hélicoïdale de vorticité n . Une lentille en rotation temporelle crée donc un peigne de fréquences, chacun de ses pics correspondant à une lentille hélicoïdale de vorticité progressive. Mathématiquement, on trouve lorsque $m \neq 0$:

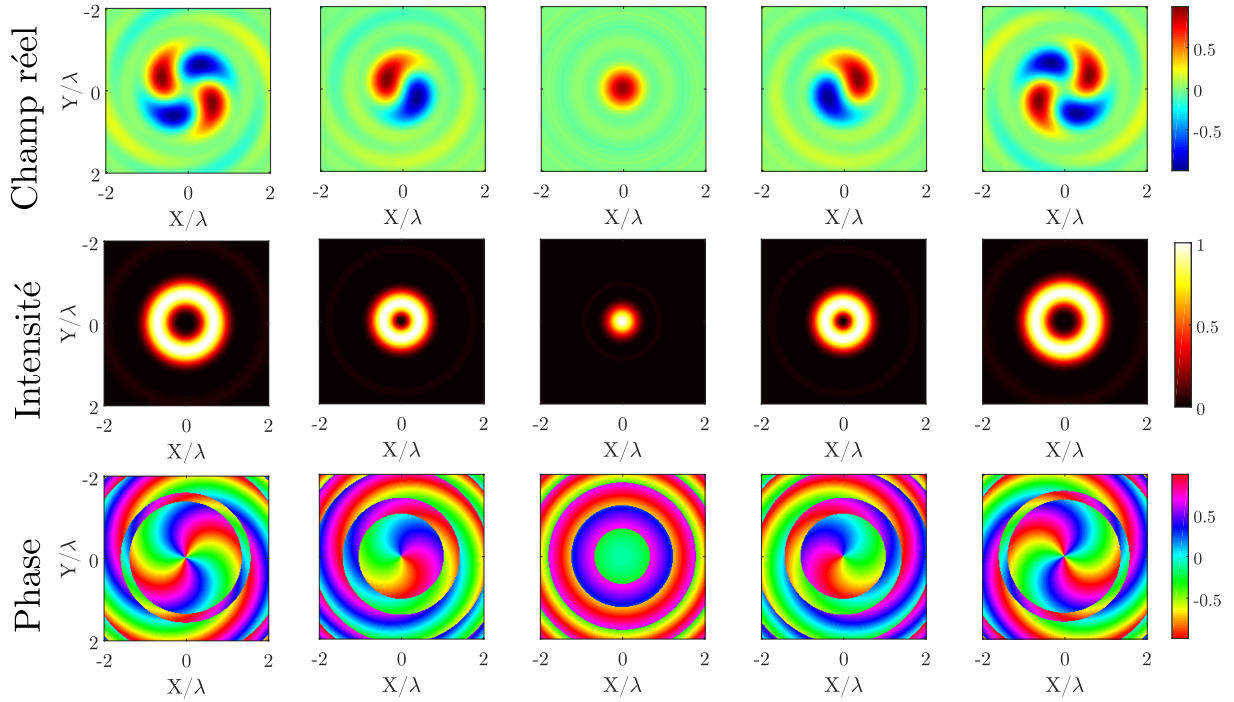


FIGURE IV.16 – En haut, répartition spatiale de l'énergie pour les harmoniques correspondant à $m=-2,-1,0,1,2$. Au centre, la phase montre les vortex discutés dans le texte. La dernière ligne correspond à la partie réelle du champ mesuré dans le plan focal à un instant donné.

$$\Phi^{z=F}(r_0, \theta_0, \omega_0 + m\Omega) = \frac{2e^{ikF}}{i\lambda F R_{max}} \int_0^{R_{max}} r_s J_m \left(\frac{kr_0}{F} r_s \right) dr_s e^{-im\alpha} \quad (\text{IV.9})$$

Afin d'illustrer notre propos, nous montrons sur la figure IV.16 le champ dans le plan focal, ainsi que sa phase et son amplitude. On observe d'abord que l'intensité à f_0 rejoint bien les résultats précédents. Aux autres fréquences, le champ montre des vortex de champ, dont la vorticité est proportionnelle à l'ordre de l'harmonique. L'intensité est alors répartie sur des anneaux concentriques, et c'est la phase qui exprime la rotation du champ à travers sa vorticité croissante. On n'a représenté ici que les deux premières harmoniques de chaque côté de la fréquence centrale, qui sont de vorticités opposées, mais nous avons vu expérimentalement que plusieurs dizaines d'harmoniques sont détectées.

IV.3.2 Dispositif expérimental de façonnage de fronts d'onde tournants

Pour valider ce qu'affirme notre théorie sur le champ aux autres harmoniques, le dispositif expérimental précédent, où le contrôle du moteur était indépendant de celui de l'émission, n'est pas indiqué. En effet, il ne permet pas de synchroniser l'émission et la rotation du moteur. Cela engendre un délai aléatoire entre tous les points de mesure, et la phase n'est donc pas mesurée. Afin d'obtenir l'information de phase contenue dans le signal, nous avons monté un autre dispositif de mesure, basé sur une rotation virtuelle. L'expérience, montrée sur la figure IV.17, est réalisée dans notre chambre anéchoïque acoustique. Douze haut-parleurs commerciaux sont disposés sur un cercle de rayon $R \approx 63$ cm. Ces haut-parleurs sont inclinés pour diriger leur émission vers le plan de mesure qui est désormais à 1,3 m au-dessus des émetteurs. Autour de chaque haut-parleur sont positionnés des microphones cardioïdes, qui pointent vers le haut. La mesure du champ dans le plan focal se fait de la même façon qu'au paragraphe IV.2.1. Comme le montre la figure IV.17, afin d'émuler la rotation, les haut-parleurs n'émettent plus un signal monochromatique mais un signal temporel qui est fenêtré dans le temps pour correspondre à l'émission d'une source en rotation à la vitesse choisie. Ces fenêtres de temps, choisies comme des gaussiennes, se recouvrent brièvement lors de la transition d'un haut-parleur à l'autre, afin d'éviter un séquençage de l'émission. Le nombre de douze n'a pas été choisi au hasard. L'expansion multipolaire du champ montre que la reconstruction d'une harmonique d'indice élevé demande d'avoir une structuration de la phase suffisante. Des simulations numériques ont permis de mettre en évidence que reconstruire un champ tournant avec un nombre de sources inférieur à dix n'était pas satisfaisant. A partir de douze, les cinq premières harmoniques sont correctement reproduites, ce qui est considéré comme satisfaisant. Cette expérience nous permet a priori de synchroniser l'émission et la réception de façon à préserver l'information de phase. Mais ce dispositif ne permet que de réaliser un anneau de sources et de récepteurs tournants. Pour réaliser un disque complet, il est nécessaire de disposer d'une centaine de haut-parleurs et micros pour peupler cinq cercles de rayons décroissants pour correspondre exactement à l'expérience de rotation physique.

Cartographie du champ temporel

Le champ mesuré au cours du temps dans le plan focal est représenté sur la figure IV.18. La zone balayée est de 77 cm par 80 cm avec une résolution de 2,5 cm dans une direction et de 2 cm dans l'autre. On observe bien une rotation continue au cours du temps, qui correspond très bien à ce qui est attendu dans notre cadre théorique pour une rotation

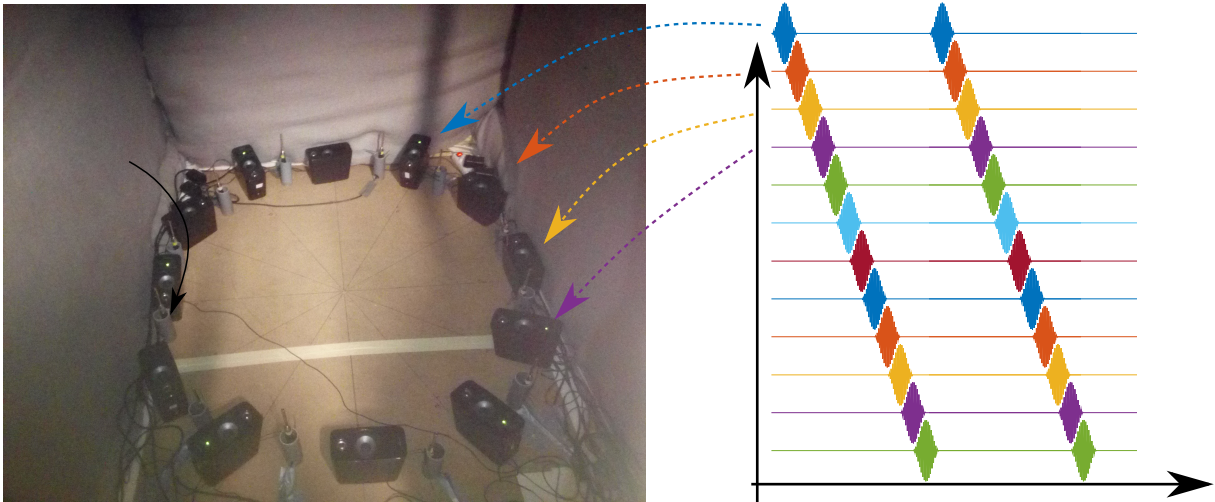


FIGURE IV.17 – Photographie de la chambre anéchoïque. Les douze micros et les douze haut-parleurs sont arrangés sur un cercle de rayon $R \approx 63$ cm.

continue. La fréquence de rotation avait été fixée ici à 1 Hz, ce que l'on retrouve là, le champ a fait un demi-tour en environ une demi-seconde.

De plus, ce dispositif nous permet désormais de mesurer le champ ainsi que sa phase dans le plan focal. Afin d'explorer plus en détail l'information contenue dans ce champ nous allons observer la répartition spatiale de l'énergie dans le plan focal à chaque fréquence. Ce résultat expérimental est présenté sur la figure IV.19. La zone de mesure est quatre fois plus petite que celle de la figure IV.16, ce qui rend plus difficile l'observation dès la seconde harmonique. Mais on retrouve ici le comportement qualitatif prédit par la théorie. On remarque dans la phase des harmoniques d'ordre deux que la taille de la chambre anéchoïque brise la symétrie de l'anneau de source (celui-ci est un peu écrasé par les murs), ce qui influe sur la singularité de phase au centre. En dehors de cela, les résultats présentent un accord correct avec les prédictions théoriques.

Récepteur virtuellement tournant

La construction de ce dispositif expérimental étant arrivée tard dans le temps imparti pour une thèse, le traitement du signal extensif nécessaire pour obtenir des résultats équivalents n'a pas encore pu être mené à terme. La quantité de données générées augmente largement, puisque l'on passe d'un récepteur unique à douze qui enregistrent chacun un signal de trente secondes échantillonnées à 44,1kHz pour chacune des positions du diffuseur actif, qui sont au nombre de 1271, pour une résolution d'environ deux centimètres dans la

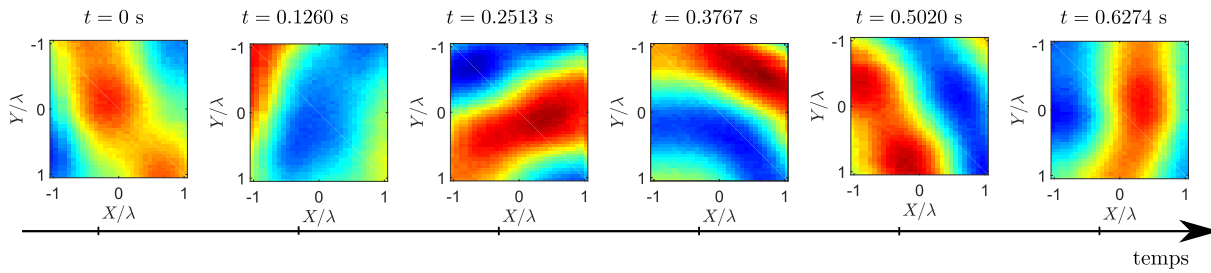


FIGURE IV.18 – Signaux temporels enregistrés sans filtre fréquentiel dans le plan focal d’un anneau de source émulant une source tournante. L’instant est indiqué au-dessus de chaque image.

zone de mesure. Nous avons donc eu recours à des simulations numériques pour montrer le comportement de notre système d’imagerie lorsque les récepteurs sont également en rotation dans le cadre de ce manuscrit mais l’obtention de résultats expérimentaux ne saurait tarder.

La simulation numérique de notre système a été codé sur le logiciel Matlab, en deux étapes, de façon à correspondre à l’expérience. Le signal dans le plan focal à un instant t donné est calculé comme l’amplitude émise par une source à la position $(R \cos(\omega t), R \sin(\Omega t))$ retardé à cause de la propagation correspondant à la distance qui la sépare à cet instant du point de mesure. Une fois cette carte de champ obtenue, le champ reçu par un micro tournant est calculé de la même façon par simple propagation en prenant en compte le déplacement des récepteurs. Cette construction itérative permet de reproduire l’équivalent de l’expérience du début de ce chapitre, comme le montre la figure IV.20. Il s’agit d’ailleurs plutôt d’un calcul semi-analytique que d’une simulation numérique à proprement parler. Faute d’avoir des résultats expérimentaux, nous calculons numériquement les résultats d’une expérience qui correspondrait à un microscope confocal, où la lentille de focalisation et la lentille de collection sont en rotation à la même vitesse. On s’intéresse alors au champ vu dans le plan focal par la lentille de réception. Celui-ci est représenté sur la figure IV.21. On observe que la structuration deux fois plus fine apparaît déjà dans le champ temporel, et à chaque instant. Cela signifie qu’il n’est pas nécessaire d’intégrer sur un grand nombre de rotations pour observer l’effet, en revanche, dans une expérience réelle, le rapport signal à bruit sera proportionnel à ce temps d’intégration. Cette observation temporelle va se répercuter sur chacune des fréquences contenues dans le signal : les harmoniques seront elles aussi deux fois plus fines.

A partir des signaux temporels, on peut extraire des cartes de champs à différentes fréquences par transformée de Fourier. Celles-ci sont montrées sur la figure IV.22. Le champ

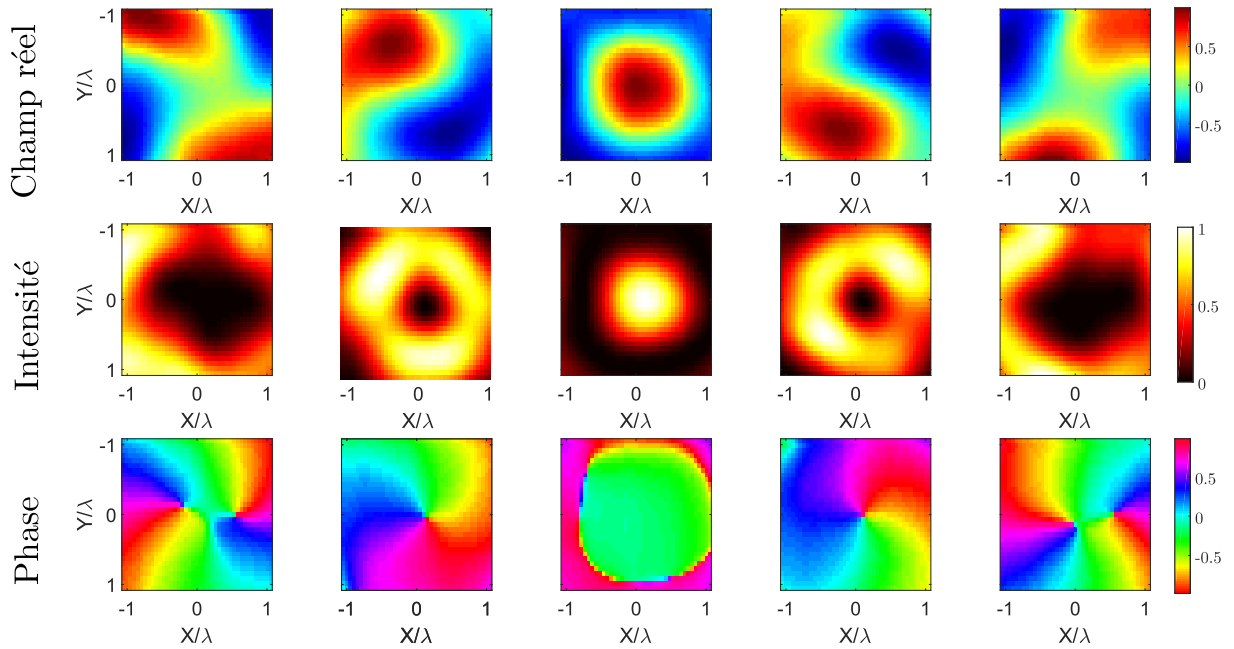


FIGURE IV.19 – La première ligne correspond à la partie réelle du champ mesuré dans le plan focal pour les harmoniques correspondant à $m=-2,-1,0,1,2$. Au centre, répartition spatiale de l'énergie et sur la dernière ligne, la phase montre les vortex discutés dans le texte. Ces signaux sont expérimentaux.

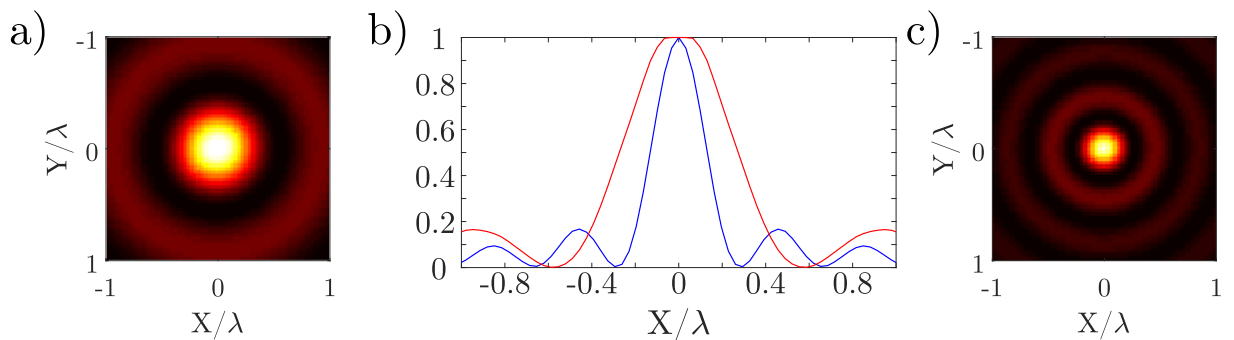


FIGURE IV.20 – a) Répartition de l'énergie dans le plan focal dans le cas où seuls un haut-parleur et un micro sont en rotation. b) Coupe des fonctions d'étalement du point. c) Image reçue sur le micro tournant.

correspond bien pour chacune d'entre elle à une structuration deux fois plus fine que précédemment. La vorticité est, elle, conserv e. On retrouve donc, lorsque la mesure est effectu e par des récepteurs en rotation, un peigne de fréquences constitu e d'anneaux deux fois plus fins que dans le plan focal.

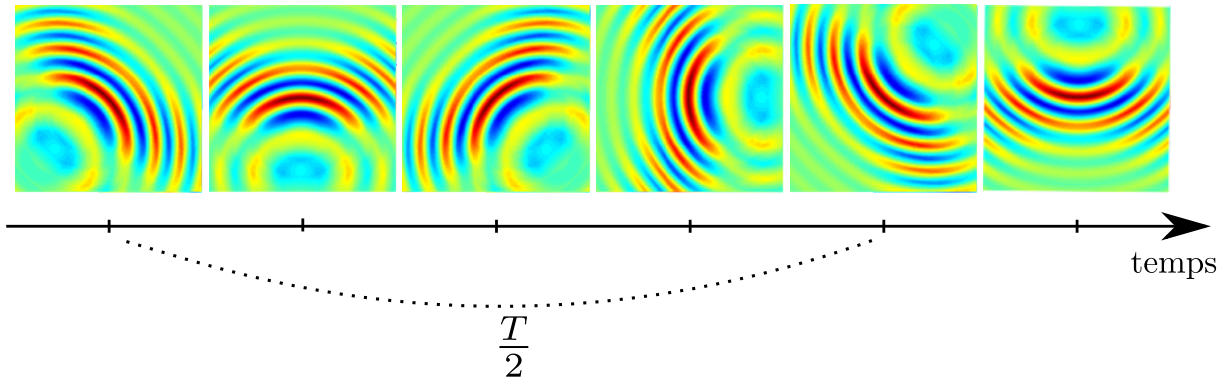


FIGURE IV.21 – Simulation du champ temporel vue dans le plan focal par les récepteurs tournants

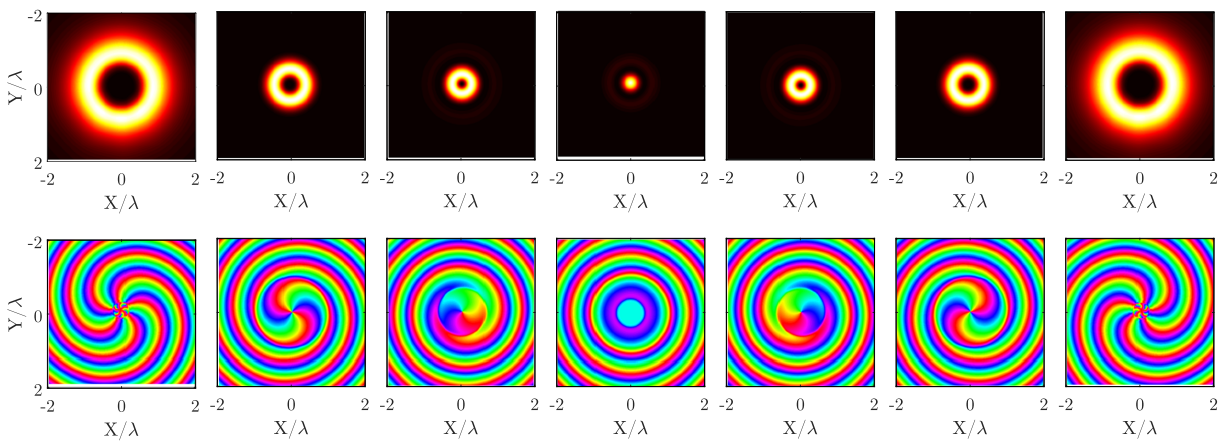


FIGURE IV.22 – En haut, répartition spatiale de l'énergie pour les harmoniques correspondant à $m=-5,-2,-1,0,1,2,5$. En bas, les vortex de phase associés.

IV.3.3 Imagerie super-résolue

Imagerie par filtre inverse

Afin d'aller plus loin, il faut considérer le gain d'information que peuvent apporter les ondes portées par les différentes harmoniques. C'est ce que nous avons tenté de faire numériquement, ainsi que nous allons maintenant l'exposer. Ces résultats numériques n'ont pas encore été confirmés expérimentalement, mais l'accord entre nos résultats expérimentaux et nos simulations nous poussent à croire que la réalisation expérimentale ne saurait tarder.

Nous avons montré que l'effet Doppler nous permettait de faire de la tomographie dynamique, et d'obtenir la résolution maximale accessible à travers une lentille. Mais la richesse

d'information à notre disposition réside dans le nombre d'harmoniques que l'on détecte en plus. Chacune d'entre elles est distincte des autres et donne une information particulière sur le milieu. Les indices de signes opposés ayant des vorticités opposées, ils permettent de distinguer ce qui est à gauche du centre, de ce qui est à droite. Cela traduit le fait que l'axe de rotation oriente le milieu. De plus, l'intensité de ces harmoniques correspond à des fonctions de Bessel, qui forment une base orthonormée : on peut donc supposer que nous avons à notre disposition plusieurs images du même milieu à travers des fonctions d'étalement du point qui contiennent la même information spatiale. En revanche, ces canaux sont à des fréquences différentes ce qui signifie que le bruit sera complètement décorrélé sur ces différents canaux.

La déconvolution

Ces différentes informations permettent d'améliorer grandement le rapport signal à bruit et cela nous permet de reconsidérer l'imagerie de déconvolution. Cette technique est basée sur une idée simple : l'image obtenue est la convolution de la fonction d'étalement du point avec l'objet, soit $Image = PSF \otimes Objet$. On peut donc retrouver facilement la transformée de Fourier spatiale de l'objet à l'aide de la formule :

$$\mathcal{F}[Objet] = \mathcal{F}[Image] [\mathcal{F}[PSF]]^{-1} \quad (IV.10)$$

La connaissance d'une fonction d'étalement du point et de l'image permet donc de retrouver l'objet par transformée de Fourier inverse avec une résolution infinie. En pratique les signaux sont bruités et la technique nécessite d'être régularisée. Pour cela, on remplace $[\mathcal{F}[PSF]]^{-1}$ par $[\mathcal{F}[PSF] + \epsilon]^{-1}$ où ϵ représente le rapport signal à bruit. Hors de la partie bornée par k_0 dans l'espace réciproque, la transformée de Fourier de la fonction d'étalement du point est nulle, et la division n'a pas de sens. La quantité ϵ permet d'éviter cela en donnant un poids négligeable à ces parties, de façon à bien retranscrire l'information super-résolue, car correspondant à de grandes fréquences spatiales contenues dans l'image.

Il est évident qu'un bruit uniforme dans l'espace réciproque modifie grandement le réel pouvoir d'imagerie de cette technique : en général, l'image obtenue reste bruitée. Mais dans notre cas, nous avons plusieurs canaux, de rapport signal à bruit différents, qui contiennent tous une information d'un même objet, chacun correspondant à une convolution avec sa propre fonction d'étalement du point (et en fait orthonormée selon le produit scalaire des fonctions de Bessel).

On peut alors opérer une imagerie de déconvolution multicanal. Pour chaque image, on applique le filtre de déconvolution montré plus haut, et l'on obtient une image ininterprétable. Cette série d'images très bruitées contient en revanche une seule information cohérente : l'objet imagé. La somme cohérente de ces images permet alors de moyennner le bruit et de faire ressortir l'information cohérente. C'est cette image qui est super-résolue.

Résultats numériques

Les résultats numériques d'une preuve de concept sont présentés sur la figure IV.23. La ligne supérieure présente l'image obtenue pour chaque harmonique lorsque l'on convolue deux segments faisant un angle faible avec leur fonction d'étalement du point due à des sources et récepteurs tournants. Les images ont été volontairement bruitées et le bruit ajouté est complexe, pour modéliser le bruit de phase également. On observe que chaque harmonique présente une image différente, issue du même objet. La seconde ligne représente le résultat de l'application du filtre de déconvolution pour chaque image. On devine l'objet plus qu'on ne l'y distingue, et chacune de ces images ne permet pas d'observer proprement l'objet.

La dernière ligne est la somme cohérente des amplitudes de chacune de ces images : on observe une très nette amélioration de l'image obtenue lorsque l'on somme les résultats pour les 7 premières harmoniques¹. L'image obtenue à f_0 de ce triangle ouvert aurait été la première image en haut à gauche et grâce aux harmoniques, on obtient l'image en bas à droite. Celle-ci présente un niveau de détail bien supérieur et un rapport signal à bruit tout à fait correct et cette image est super-résolue.

Nous avons alors tenté d'imager un objet plus complexe, comme les lettres du blason de l'ESPCI. Les résultats sont présentés sur la figure IV.24. On présente d'abord les lettres à imager, en haut à gauche. Les images obtenues à chaque fréquence sont détaillées en intensité et en phase à droite. Ces images ont un rapport signal à bruit de deux, comme le montre la fonction d'étalement du point en bas à gauche. On remarque que l'information de phase est également fortement bruitée.

Dans ce cas, comme on le voit en bas à droite, la reconstruction des lettres n'est pas idéale. Mais l'image est quand même bien plus nette que celle obtenue simplement à la fréquence centrale. Cela semble confirmer que notre technique ne fonctionne pas seulement pour la reconstruction d'images basiques.

¹Cela représente un total de quinze images, puisqu'il y a les indices négatifs également

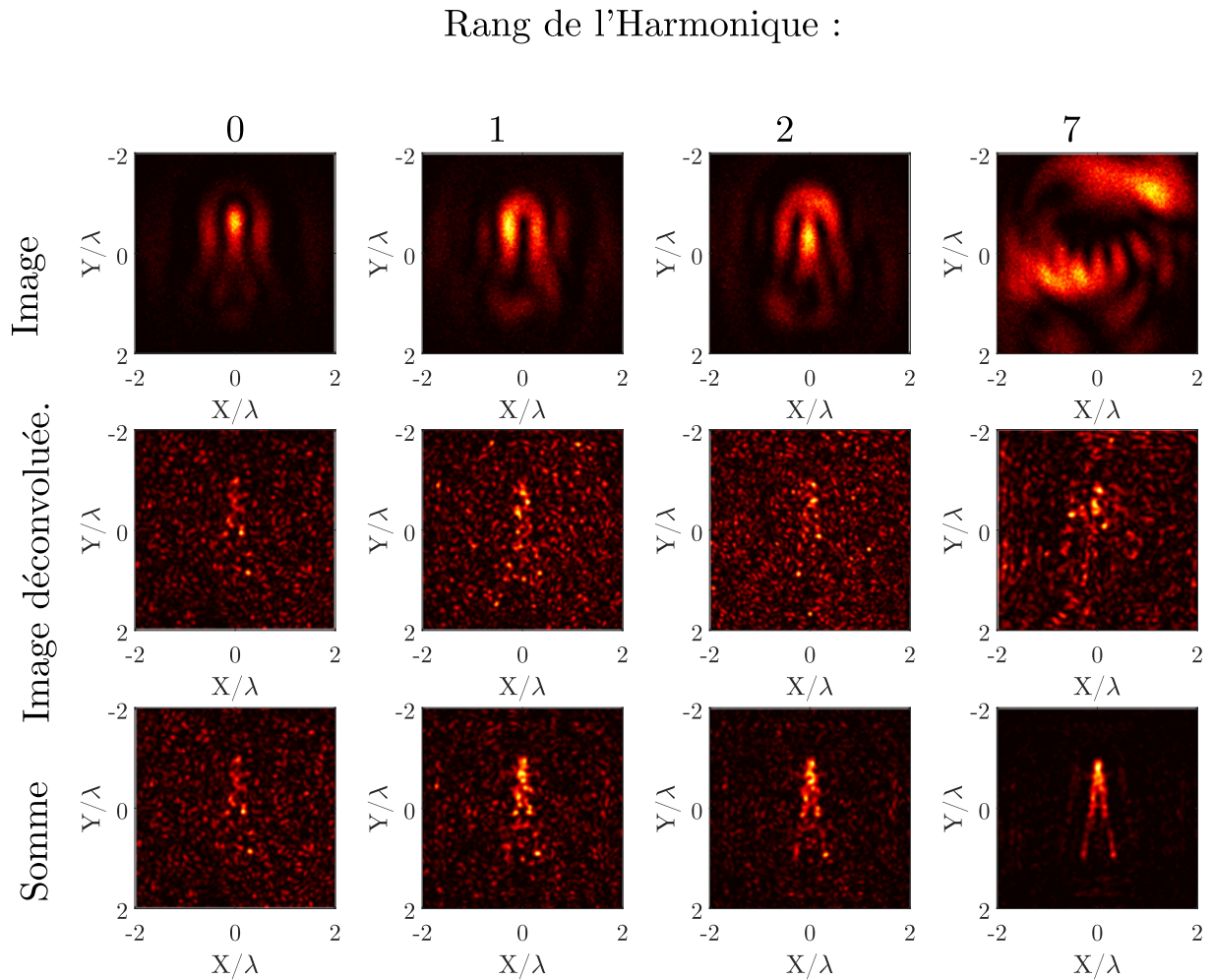


FIGURE IV.23 – En haut, images obtenues aux différentes fréquences $\omega_0 + m\Omega$. Au milieu, le résultat de la déconvolution pour cette image. En bas, résultat de la déconvolution lorsque l'on somme les contributions.

Conclusion et Perspectives

Dans ce chapitre, nous avons abordé les différentes façons d'imager de petits objets. En partant de la microscopie confocale, nous avons ensuite introduit les techniques d'illumination structurée et de tomographie optique de diffraction qui permettent d'obtenir deux fois plus de fréquences spatiales. Cette limite de diffraction peut tout de même être contournée à l'aide d'objets plus complexes, comme les matériaux à indice négatif, les hyperlentilles ou les métamatériaux.

C'est néanmoins l'utilisation de fluorophores qui a mené le domaine de l'imagerie super-résolue à obtenir un prix Nobel... de chimie. Ces méthodes basées sur la non-linéarité d'un marquage de l'espace nous ont inspirés et poussés à imaginer une imagerie basée sur une

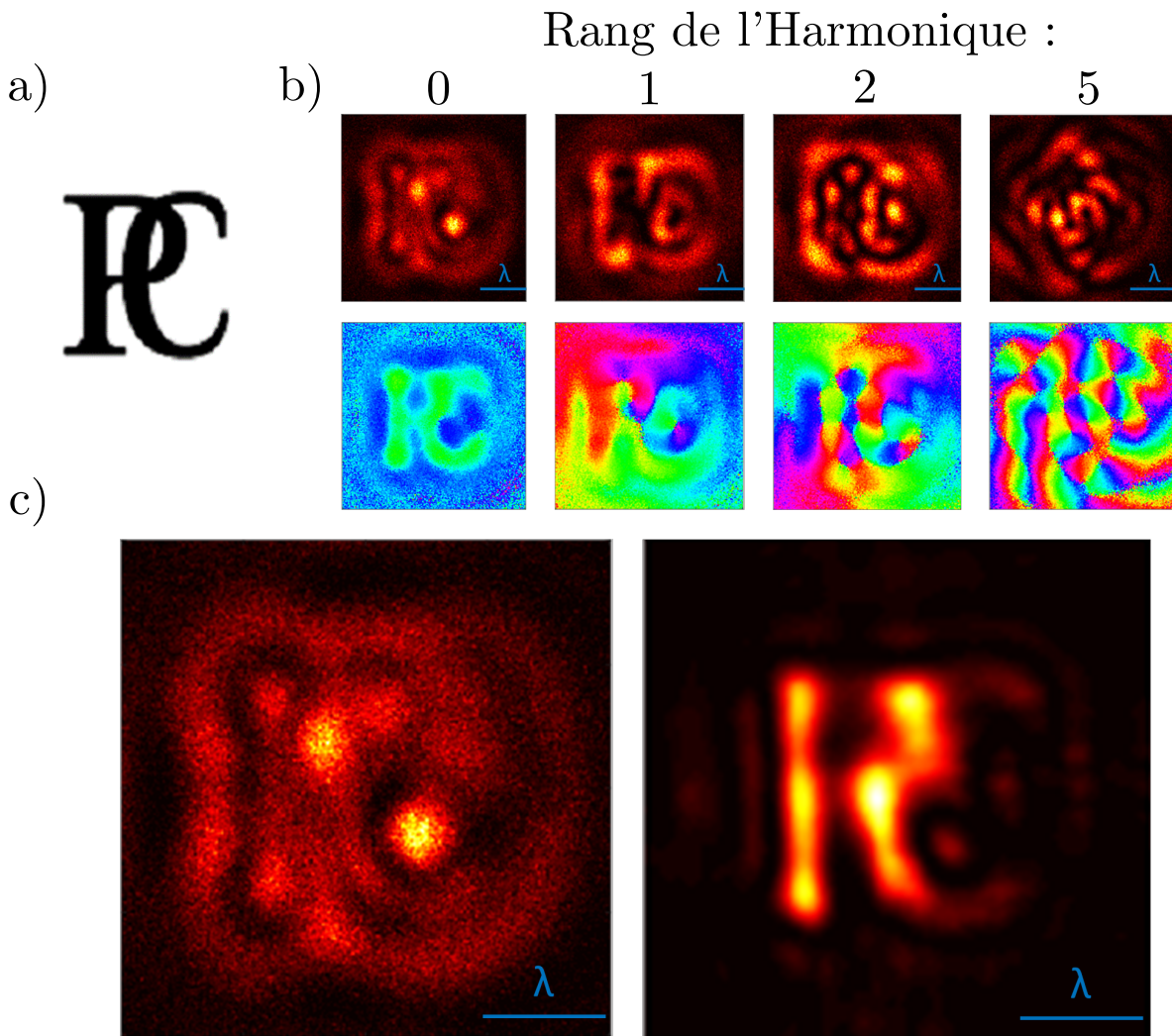


FIGURE IV.24 – a) Lettres PC du logo de l'ESPCI Paris. b) Images obtenues aux différentes harmoniques, intensité en haut, et phase en bas. c) Comparaison de l'image initiale à f_0 et de l'image déconvoluée.

non-linéarité intrinsèque aux ondes : l'effet Doppler.

A l'aide d'une expérience de mise en rotation de sources et de récepteurs dans le domaine acoustique nous avons montré qu'imager à travers une ligne de sources et de récepteurs en rotation permettait de réaliser, à la fréquence centrale, un équivalent de la tomographie, en dynamique. Ce phénomène a été théorisé et peut être simplement modélisé par des lentilles à masques de phases dépendant du temps. La réalisation expérimentale de cette résolution de l'ordre de $\lambda/4$, appuyée par des simulations numériques a été réalisée. Le mouvement physique étant compliqué, nous avons appuyé notre propos à l'aide d'expériences de rotation synthétique des sources, grâce à un réseau annulaire de douze sources

statiques. Les aléas liés à la construction de nouvelles expériences nous ont menés à ne pas pouvoir implémenter la démonstration dans ce cas-là de super-résolution, mais cela ne saurait tarder.

Nous avons ensuite utilisé des simulations pour démontrer la richesse de notre concept : l'apparition d'un peigne de fréquences d'harmoniques nous permet de retrouver l'information sur plusieurs canaux décorrélés, ce qui nous a menés à considérer l'imagerie de déconvolution. Cette méthode est particulièrement indiquée ici, puisqu'elle permet de retrouver l'information partagée par toutes les images obtenues, tout en moyennant le bruit sur chacune d'entre elles. Des preuves de la capacité de notre concept à réaliser des images super-résolues grâce à la pluralité des fréquences accessibles ont finalement été montrées. Évidemment, ces résultats sont encore numériques et il est frustrant à ce stade de ne pas pouvoir montrer de résultats expérimentaux. Il s'agira donc dans un premier temps d'obtenir expérimentalement de tels résultats.

D'autre part, ces résultats, de la théorie à la simulation, ne sont pas limités à l'acoustique : nous n'avons considéré ici que des propriétés fondamentales des ondes. L'expérience est donc amenée à être reproduite en optique. En effet, nous pensons pouvoir obtenir les mêmes résultats grâce à un montage où un laser illuminera une matrice de micro-miroirs. Cette matrice sera modulée circulairement dans le temps de façon à façonner un front d'onde incident présentant une rotation temporelle. À l'aide d'un bras interférentiel, on pourra filtrer en fréquence assez finement pour séparer les harmoniques et retrouver sur une caméra CCD l'image à chaque fréquence. Ce montage optique nous permettra de montrer que ce concept, non-content d'être applicable à d'autres ondes que l'acoustique permet de plus d'améliorer facilement un microscope confocal basique, si l'on veut se contenter de l'information à la fréquence centrale.

Conclusion

Nous avons entamé ce manuscrit par une citation de Léon Brillouin rappelant le caractère universel des ondes ; nous l'avons conclu en démontrant en acoustique une méthode destinée à la microscopie optique basée sur des expériences acoustiques. Durant cette thèse, nous nous sommes intéressés à des phénomènes très diverses : la physique des ondes en cavité réverbérante, les métamatériaux, l'imagerie super-résolue... Ces domaines de la physique des ondes ont néanmoins des points communs. Un parallèle peut être fait entre une cavité chaotique et un milieu fortement diffusant, analogie soutenue par l'approche du modulateur de micro-ondes, qui est directement inspiré du SLM utilisé en optique. Les travaux de Di Francia et de Schelkunoff montrent l'équivalence entre la superdirectivité d'une antenne et la super-résolution d'un microscope. Les deux correspondent à passer outre la limite de la diffraction pour diriger le champ à l'infini, dans le cas des antennes, ou que ce soit dans le plan focal d'une lentille, comme en imagerie.

Au vu de l'ouverture scientifique du manuscrit, nous avons commencé dans le premier chapitre par rappeler la base de la physique commune aux trois phénomènes étudiés. En repartant de l'équation des ondes, nous avons rapidement décrit les conséquences du comportement ondulatoire. Des interférences à la diffusion multiple, en passant par l'inévitable phénomène de diffraction, nous avons caractérisé les comportements usuels d'une onde. Nous avons ensuite détaillé, à l'aide d'exemples, les trois leviers dont dispose l'expérimentateur pour manipuler les ondes selon ses besoins.

Dans le second chapitre, nous avons exploité des conditions aux limites et ainsi piégé ces ondes dans une cavité réverbérante. Celle-ci a été rendue chaotique par un contrôle interne sur ses parois, réalisé par une métasurface reconfigurable, où par l'introduction d'objets physiques. Au-delà du champ interne à la cavité, nous avons rapproché ce système d'un autre domaine : celui des antennes à pointage électronique où la miniaturisation est un enjeu crucial. En ouvrant la cavité, nous avons montré que le contrôle de son champ interne permettait de moduler l'émission par son ouverture, et de réaliser une antenne compacte, reconfigurable, très directive et relativement efficace. Il s'agissait là d'utiliser le premier levier disponible, le contrôle des conditions aux limites.

Mais on peut également créer une antenne en modifiant le milieu lui-même et notamment l'environnement proche d'une source. C'est ce que nous avons réalisé dans le chapitre III. Là nous avons commencé par introduire l'équivalent de la limite de diffraction pour le champ lointain : la limite de directivité de Chu-Harrington. Outrepasser cette limite, c'est-à-dire rendre directives des sources ponctuelles vis-à-vis de la longueur d'onde est une des problématiques centrales de la physique des antennes. Dans notre cas, nous avons réinterprété le concept de réseau d'antenne en termes de métamatériau. Cette classe de matériaux artificiels se distingue par sa capacité notoire au contrôle sub-longueur d'onde du champ, comme nous l'avons montré avec un milieu de fils 2D. Malgré la restriction de ce milieu à une ligne de fils de seulement cinq éléments, la diffusion multiple en son sein suffit à drastiquement modifier les propriétés d'une source unique en son centre et ce malgré le caractère très sub-longueur d'onde d'un tel dispositif. Ainsi, c'est par couplage de champ proche que nous avons pu construire des oscillations de champ à une échelle très sub-longueur d'onde et ainsi valider expérimentalement une approche proposée théoriquement dès les années 40 par Schelkunoff. C'est ici en modifiant le milieu autour d'une source que l'on a pu diriger son émission, il s'agit du second levier : changer le milieu lui-même.

Là encore, la perméabilité des domaines de la physique des ondes montre son intérêt : les travaux de Schelkunoff furent adaptés très rapidement à l'optique par Di Francia qui proposa alors les lentilles super-oscillantes dans les années 40 pour imager de façon super-résolue. Dans le dernier chapitre, nous avons tenté d'apporter une solution différente à la limite de diffraction pour l'imagerie, l'apport des métamatériaux dans ce domaine n'étant plus à prouver. Après avoir précisé les différentes techniques pour se soustraire à l'impitoyable limite de diffraction, nous avons mentionné sur l'imagerie basée sur des fluorophores, qui remporta le prix Nobel de chimie en 2014. Nous avons alors proposé d'utiliser une non-linéarité différente : celle de l'effet Doppler. C'est donc avec des sources et des récepteurs en rotation que nous avons tenté de réaliser une nouvelle méthode d'imagerie. Appuyé par un modèle théorique développé par nos soins, nous avons montré que la détection monochromatique permettait de réaliser un équivalent de la tomographie, dynamiquement. Les résultats expérimentaux étant encore difficile à obtenir à ce jour, nous avons utilisé des simulations numériques concordant avec nos expériences pour montrer qu'il était possible d'aller plus loin : la pléthore d'harmoniques générées lors de la rotation sont autant de sources d'informations supplémentaires sur l'objet à imager, et nous avons montré que cette méthode rendait pertinente l'imagerie par déconvolution. Grâce à ce traitement de données, nous avons montré qu'il est possible de gagner encore un facteur deux sur la résolution que l'on peut atteindre avec notre méthode. Il s'agit ici

de la première réalisation, expérimentale ou numérique, d'un concept d'imagerie par effet Doppler qui soit super-résolu, même vis-à-vis de l'illumination structurée. Cette méthode sera donc très prochainement reproduite en optique, ce qui devrait être, on l'espère, un apport significatif à la communauté.

Au fil de cette thèse, nous avons donc exploré des thématiques diverses, mais liées. De la physique applicative, réaliser une antenne reconfigurable, à des concepts fondamentaux, peut-on imager par effet Doppler, cette thèse m'a permis d'explorer les différentes facettes de la recherche. La poursuite de ces travaux est déjà en cours, mais c'est surtout dans leur caractère transposable d'une onde à l'autre qu'il faut considérer ces résultats. Prenons l'exemple de l'antenne superdirective : le formalisme présenté ne fait intervenir que la diffusion multiple, et des diffuseurs résonants, il est possible d'étendre cette approche aux antennes plasmoniques. Il est également possible d'imaginer l'étendre aux ondes élastiques, où les métamatériaux présentent déjà des capacités intéressantes. Au sujet de la cavité réverbérante, une étude de l'apodisation qu'offre un masque binaire électroniquement contrôlable est également envisagée : on pourra de cette façon d'abord choisir une direction de pointage, puis augmenter la directivité grâce au masque. Mais on peut imaginer adapter le concept à des échelles très différentes : peut-on rendre un émetteur quantique directif en modulant son environnement immédiat de façon passive ? Nous avons également dans cette thèse étudié la modulation temporelle de sources : le modulateur offre la possibilité de modifier les conditions limites en temps réel, et permettrait d'étudier le comportement d'une cavité régulière ou chaotique lorsque l'une des parois est modulée temporellement. Du point de vue de l'imagerie, plutôt que de s'intéresser à la microscopie, l'effet Doppler pourrait améliorer la résolution des télescopes géants que nous déployons, par rotation numérique. Un projet plus ambitieux serait d'utiliser la rotation de la Terre sur une année complète pour imager avec une lentille de la taille d'une unité astronomique.

Annexe 1 :

Émission par une lentille dont la transparence dépend du temps :

Hypothèses du système étudié

Nous allons nous intéresser ici à une lentille définie non pas par un disque, mais par une ligne d'émetteurs positionnée à $\theta = 0$ à $t = 0$. Afin de définir toute la lentille, ce segment de sources, limité entre $r = 0$ et $r = R_{max}$, va être mis en rotation à la pulsation $\Omega = 2\pi f_{rot}$, ce qui définit bien un disque délimité par R_{max} . Cette façon d'émettre a la particularité que la transparence sera dépendante de l'espace, à travers r et θ mais également du temps, à travers la pulsation de rotation Ω . La transparence est donc :

$$T(\vec{r}, t) = T(r, \theta, t) \quad (1)$$

Nous allons nous intéresser à un point source dont la coordonnée radiale est r . Ce point, en rotation à la pulsation Ω , émet un signal monochromatique à la pulsation ω_0 ; le terme source s'écrit donc :

$$S_{\omega_0}(\vec{r}, t) = \Re (e^{i\omega_0 t} * \delta(\vec{r} - \vec{r}_s(t))) \quad (2)$$

où

$$\vec{r}_s(t) = \begin{pmatrix} r_s \cos(\Omega t) \\ r_s \sin(\Omega t) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

La transparence complète de la pupille s'écrit donc comme la somme des contributions de tous les points sources aux différents rayons r_s :

$$T(\vec{r}, t) = \frac{1}{\pi R_{max}^2} \int_0^{R_{max}} \int_0^{2\pi} \delta(\vec{r} - \vec{r}_s(t)) r_s dr_s d\theta \quad (4)$$

le pré-facteur servant à normaliser le flux passant par la surface d'émission. Le calcul du champ diffracté dans la direction du vecteur \vec{k} se fait alors par le calcul de la transformée

de Fourier spatiale :

$$\Phi(\vec{k}, t) = \int_0^{+\infty} T(\vec{r}, t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$$

$$\Phi(\vec{k}, t) = \frac{1}{\pi R_{max}^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{max}} \delta(\vec{r} - \vec{r}_s(t)) dr_s e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} r dr d\theta$$

le Dirac sur le vecteur \vec{r} impose la condition $r = r_s$, la rotation est à rayon constant, et une condition selon θ :

$$\Phi(\vec{k}, t) = \frac{1}{\pi R_{max}^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{max}} \delta(r - r_s) \delta(\theta - \Omega t) dr_s e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} r dr d\theta$$

$$\Phi(\vec{k}, t) = \frac{1}{\pi R_{max}^2} \int_0^{R_{max}} r_s e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} dr_s$$

Cette intégrale n'étant pas triviale, il est nécessaire de développer le terme source pour procéder au calcul. Le terme $e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)}$ est périodique : il peut donc être décomposé en série de Fourier. Il s'agit de faire ici l'équivalent, pour ce terme, de sa transformée de Fourier temporelle. Celle-ci n'est pas indiquée car l'invariance par translation dans le temps n'est pas respectée. Le vecteur \vec{k} qui pointe de la source au point de calcul change aussi dans le temps. Soit α l'angle polaire, c'est-à-dire l'angle que le vecteur \vec{k} fait avec l'axe Ox dans le plan parallèle à la lentille, et β l'angle d'élévation depuis le plan perpendiculaire à la pupille. On peut alors décomposer l'exponentielle complexe comme :

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} = e^{ik \cos(\alpha) \sin(\beta) r_s \cos(\Omega t)} e^{ik \sin(\alpha) \sin(\beta) r_s \sin(\Omega t)}$$

On note $k_x = k \cos(\alpha)$ et $k_y = k \sin(\alpha)$

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} = e^{ik_x r_s \sin(\beta) \cos(\Omega t)} e^{ik_y r_s \sin(\beta) \sin(\Omega t)}$$

La décomposition en série de Fourier de ces exponentielles s'écrit avec les termes c_n suivant, ce qui mène aux séries ci-dessous :

$$\left(\begin{array}{l} c_n^x = \frac{\Omega}{2\pi} i^n J_n(k_x r_s \sin(\beta)) \quad c_n^y = \frac{\Omega}{2\pi} J_n(k_y r_s \sin(\beta)) \\ e^{ik R \cos(\Omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(k_x r_s \sin(\beta)) e^{in\Omega t} \quad e^{ik R \sin(\Omega t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k_x r_s \sin(\beta)) e^{in\Omega t} \end{array} \right)$$

Le terme source s'écrit donc :

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} = \sum_{n,p=-\infty}^{+\infty} i^p J_n(k_y r_s \sin(\beta)) J_p(k_x r_s \sin(\beta)) e^{i(n+p)\Omega t} \quad (5)$$

Cette décomposition sur les deux coordonnées cartésiennes \vec{x} et \vec{y} , fixes, permet d'utiliser le théorème d'addition de Graaf pour les fonctions de Bessel [154].

Application du Théorème d'addition de Graf

Un changement d'indice dans la deuxième somme ($m = n + p$) permet d'obtenir l'expression plus lisible :

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} i^p J_{m-p}(k_y r_s \sin(\beta)) J_p(k_x r_s \sin(\beta)) e^{im\Omega t} \quad (6)$$

Remaniée, cette équation s'écrit alors comme un cas particulier de la règle de sommation de Graf :

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\Omega t} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} i^p J_{m-p}(k_y r_s \sin(\beta)) J_p(k_x r_s \sin(\beta)) \quad (7)$$

Grâce à cette règle de sommation, la seconde partie se simplifie :

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_s(t)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} e^{im\Omega t} J_m(kr_s \sin(\beta)) e^{-im\alpha} \quad (8)$$

où l'on rappelle que les angles α et β donnent la direction du vecteur \vec{k} . β est l'angle d'élévation par rapport à l'axe de rotation, et α est l'angle dans le plan perpendiculaire à cet axe. La règle d'addition de Graf permet de retrouver la symétrie cylindrique du problème, pour laquelle le développement selon les axes \vec{x} et \vec{y} n'était pas appropriée : elle nous permet d'écrire le calcul en prenant en compte la variation temporelle de l'angle α , ce qui se retrouve dans ce résultat. *In fine*, lorsque l'on revient à l'expression complète de la figure de diffraction, en ajoutant le terme de fréquence centrale :

$$\Phi(\alpha, \beta, t) = \frac{2}{R_{max}^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_0^{R_{max}} r_s J_m(kr_s \sin(\beta)) dr_s e^{-im\alpha} e^{i(\omega_0 + m\Omega)t} \quad (9)$$

On comprend ici la modulation du signal temporel observée expérimentalement dans le plan focal : la non-linéarité de l'effet Doppler fait ici apparaître des harmoniques dans le spectre de l'émission. A chacune de ces harmoniques correspond une amplitude spatiale, donnée par la primitive de $xJ_m(x)$, et une vorticité proportionnelle à sa distance en fré-

quence à f_0 , il s'agit du terme $e^{-im\alpha}$.

La réponse du système dans le plan focal est donc un peigne de fréquence linéairement espacé de f_{rot} . Émettre avec des sources en rotation revient donc à illuminer la scène avec différentes réponses, séparées en fréquence par la vitesse de rotation :

$$\Phi(\alpha, \beta, \omega) = \frac{2}{R_{max}^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_0^{R_{max}} r_s J_m(kr_s \sin(\beta)) dr_s e^{-im\alpha} \delta(\omega - (\omega_0 + m\Omega)) \quad (10)$$

Détection monochromatique : Le cas à f_0

Ce calcul permet de rendre compte du résultat du paragraphe IV.2.2. En effet, si l'on applique un filtre fréquentiel autour de f_0 à l'expression du champ de l'équation 10 :

$$\Phi(\alpha, \beta, \omega_0) = \frac{2}{R_{max}} \int_0^{R_{max}} r_s J_0(kr_s \sin(\beta)) dr_s \quad (11)$$

On retrouve bien le calcul d'une lentille cylindrique. Pour les autres harmoniques, lorsque $m \neq 0$:

$$\Phi(\alpha, \beta, \omega_0 + m\Omega) = \frac{2}{R_{max}^2} \int_0^{R_{max}} r_s J_m(kr_s \sin(\beta)) dr_s e^{-im\alpha} \quad (12)$$

Lorsque $n = 0$, l'intégrale est triviale. Pour $n \neq 0$ en revanche, l'intégrale est plus complexe. Pour les ordres impairs, les relations de récurrences des fonctions de Bessel permettent d'intégrer, en faisant parfois intervenir les fonctions de Struve. Pour les ordres pairs en revanche, la bibliographie ne contient pas, à notre connaissance de règle générale d'intégration.

Expression du champ dans le plan focal de la lentille

Les expressions précédentes sont calculées avec l'hypothèse d'une diffraction à l'infini. Dans ce cas-là, on observe bien la transformée de Fourier du champ telle que calculée plus haut. Or, on va considérer ici que l'ouverture tournante est une lentille (optique ou acoustique) de focale F , et que le champ observé est celui dans le plan focal. Dans ce plan-ci, il faut renormaliser les fréquences spatiales que l'on retrouve en fonction de la distance focale F , en introduisant le facteur correctif $\alpha_F = \frac{k}{2F}$:

$$\Phi^{z=F}(r_0, \theta_0, t) = \Re \left(\frac{2e^{ik_0F}}{i\lambda F R_{max}} e^{i\alpha_F r_0^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_0^{R_{max}} r_s J_m \left(\frac{kr_0}{F} r_s \right) dr_s e^{-im\theta_0} e^{i(\omega_0+m\Omega)t} \right) \quad (13)$$

Cette expression donne le champ diffracté par une lentille de focale f définie par une ligne de sources monochromatiques émettant un signal à ω_0 en rotation à la pulsation Ω , dans le plan focal, où $k_F = \frac{k_0 r_0}{F}$. C'est celle-ci qui a été présentée dans le chapitre IV.

Ces expressions sont les fonctions d'étalement du point des différentes harmoniques. Comme le montre la figure IV.16, la répartition de l'énergie se fait selon des anneaux de rayons croissants, et la phase correspond à des multipôles d'ordres croissants. La partie réelle du champ est alors un vortex de vorticité égale à l'indice de l'harmonique. L'indice négatif indique un sens de rotation inverse de la phase. Nous n'avons donc pas réussi à établir l'expression du champ reçu par des récepteurs en rotation, mais on peut s'appuyer sur l'expression du champ dans le plan focal pour apporter des éléments de calculs.

Eléments de calcul pour les récepteurs tournants

La rotation des sources transforme une fonction de Dirac fréquentielle en un peigne de Dirac linéairement espacé. Par réciprocity, la rotation des récepteurs va donc appliquer le même éclatement à chacune des harmoniques. Le spectre sera donc plus densément peuplé et plus large¹.

$$\begin{aligned} \delta(\omega - \omega_0) &\rightarrow \sum_n \int x J_n(x) \delta(\omega - \omega_0 + n\Omega) \\ \sum_n \delta(\omega - \omega_0 + n\Omega) &\rightarrow \sum_p \sum_n \iint x J_n(x) x' J_p(x') \delta(\omega - \omega_0 + (n+p)\Omega) \end{aligned}$$

Le signal reçu à f_0 par exemple, impose $p = -n$, ce qui signifie que les harmoniques de vorticité opposées interfèrent pour contribuer au signal à f_0 :

$$\omega = \omega_0 \rightarrow \iint x x' \sum_n J_n(x) J_{-n}(x') \quad (14)$$

Les fonctions de Bessel ont en outre la propriété suivante :

$$\sum_n J_n(z_1) J_{\nu-n}(z_2) = J_\nu(z_1 + z_2). \quad (15)$$

¹Le nombre d'harmoniques détectées dépend de la taille de la zone de mesure, puisque le rayon des anneaux est croissant.

Ces éléments doivent permettre de mener au bout un calcul qui prédit théoriquement le gain de résolution d'un facteur deux pour un objet illuminé et observé à travers des lentilles en rotation synchrone, mais son écriture rigoureuse n'a pas encore été achevée. Ce résultat intuitif est étayé par les fonctions d'étalement du point expérimentale et simulée présentée sur la figure IV.22.

Bibliographie

- [1] Leon Brillouin. *Wave Propagation in Periodic Structures*. International Series in Pure and Applied Physics. Dover Books, 1st edition, 1946.
- [2] F. Rieke and D. A. Baylor. Single-photon detection by rod cells of the retina. *Reviews of Modern Physics*, 70(3), pp. 1027–1036, July 1998.
- [3] N.-H. Ge, C. M. Wong, R. L. Lingle, J. D. McNeill, K. J. Gaffney, and C. B. Harris. Femtosecond Dynamics of Electron Localization at Interfaces. *Science*, 279(5348), pp. 202–205, January 1998.
- [4] Eric R Kandel, James H Schwartz, Thomas M Jessell, Department of Biochemistry, Molecular Biophysics Thomas Jessell, Steven Siegelbaum, and AJ Hudspeth. *Principles of neural science*, volume 4. McGraw-hill New York, 2000.
- [5] J. Scheibert, S. Leurent, A. Prevost, and G. Debrégeas. The Role of Fingerprints in the Coding of Tactile Information Probed with a Biomimetic Sensor. *Science*, 323(5920), pp. 1503–1506, March 2009.
- [6] Kali Wilson, Bethany Little, Genevieve Gariepy, Robert Henderson, John Howell, and Daniele Faccio. Slow light in flight imaging. *Physical Review A*, 95(2), pp. 023830, February 2017.
- [7] Genevieve Gariepy, Nikola Krstajić, Robert Henderson, Chunyong Li, Robert R. Thomson, Gerald S. Buller, Barmak Heshmat, Ramesh Raskar, Jonathan Leach, and Daniele Faccio. Single-photon sensitive light-in-flight imaging. *Nature Communications*, 6, pp. 6021, January 2015.
- [8] Isaac Newton. *Naturalis philosophiae principia mathematica*. London (1687), 1726.
- [9] Mathias Fink. Time reversal of ultrasonic fields. I. Basic principles. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 39(5), pp. 555–566, 1992.
- [10] Arnaud Derode, Philippe Roux, and Mathias Fink. Robust acoustic time reversal with high-order multiple scattering. *Physical review letters*, 75(23), pp. 4206, 1995.
- [11] Mathias Fink and Claire Prada. Acoustic time-reversal mirrors. *Inverse problems*, 17(1), pp. R1, 2001.
- [12] Geoffroy Lerosey, J De Rosny, A Tourin, A Derode, G Montaldo, and M Fink. Time reversal of electromagnetic waves. *Physical review letters*, 92(19), pp. 193904, 2004.
- [13] Thomas Young. I. The Bakerian Lecture. Experiments and calculations relative to physical optics. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 94, pp. 1–16, 1804.

- [14] Thomas Young. II. The Bakerian Lecture. On the theory of light and colours. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 92, pp. 12–48, 1802.
- [15] L. Domino, M. Fermigier, E. Fort, and A. Eddi. Dispersion-free control of hydroelastic waves down to sub-wavelength scale. *EPL (Europhysics Letters)*, 121(1), pp. 14001, January 2018.
- [16] Roger Bach, Damian Pope, Sy-Hwang Liou, and Herman Batelaan. Controlled double-slit electron diffraction. *New Journal of Physics*, 15(3), pp. 033018, March 2013.
- [17] Konstantinos G. Makris and Demetri Psaltis. Huygens–Fresnel diffraction and evanescent waves. *Optics Communications*, 284(6), pp. 1686–1689, March 2011.
- [18] Gustav Mie. Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen. *Annalen der physik*, 330(3), pp. 377–445, 1908.
- [19] Roger G Newton. *Scattering theory of waves and particles*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [20] Hendrik Christoffel Hulst and Hendrik C van de Hulst. *Light scattering by small particles*. Courier Corporation, 1981.
- [21] Leslie L. Foldy. The Multiple Scattering of Waves. I. General Theory of Isotropic Scattering by Randomly Distributed Scatterers. *Physical Review*, 67(3-4), pp. 107–119, February 1945.
- [22] Arnaud Tourin, Arnaud Derode, Philippe Roux, Bart A Van Tiggelen, and Mathias Fink. Time-dependent coherent backscattering of acoustic waves. *Physical review letters*, 79(19), pp. 3637, 1997.
- [23] G Labeyrie, F De Tomasi, J-C Bernard, CA Müller, Ch Miniatura, and R Kaiser. Coherent backscattering of light by cold atoms. *Physical Review Letters*, 83(25), pp. 5266, 1999.
- [24] Tomasz Karpiuk, Nicolas Cherroret, Kean Loon Lee, Benoît Grémaud, Cord Axel Müller, and Christian Miniatura. Coherent forward scattering peak induced by anderson localization. *Physical review letters*, 109(19), pp. 190601, 2012.
- [25] Vasilis Ntziachristos. Going deeper than microscopy : the optical imaging frontier in biology. *Nature Methods*, 7(8), pp. 603–614, August 2010.
- [26] Jérémy Bercoff, Mickael Tanter, and Mathias Fink. Supersonic shear imaging : a new technique for soft tissue elasticity mapping. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 51(4), pp. 396–409, 2004.
- [27] Mickael Tanter and Mathias Fink. Ultrafast imaging in biomedical ultrasound. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 61(1), pp. 102–119, 2014.
- [28] George Biddell Airy and others. On the intensity of light in the neighbourhood of a caustic. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 6, pp. 379, 1838.
- [29] E. Abbe. Note on the Proper Definition of the Amplifying Power of a Lens or Lens-system. *Journal of the Royal Microscopical Society*, 4(3), pp. 348–351, June 1884.

- [30] Chienliu Chang, Kamyar Firouzi, Kwan Kyu Park, Ali Fatih Sarioglu, Amin Nikoozadeh, Hyo-Seon Yoon, Srikant Vaithilingam, Thomas Carver, and Butrus T Khuri-Yakub. Acoustic lens for capacitive micromachined ultrasonic transducers. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 24(8), pp. 085007, August 2014.
- [31] Jensen Li, Lee Fok, Xiaobo Yin, Guy Bartal, and Xiang Zhang. Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens. *Nature Materials*, 8(12), pp. 931–934, December 2009.
- [32] Wenfeng Xia, Daniele Piras, Johan C.G. van Hespén, Wiendelt Steenbergen, and Srirang Manohar. A new acoustic lens material for large area detectors in photoacoustic breast tomography. *Photoacoustics*, 1(2), pp. 9–18, May 2013.
- [33] Matthieu Dupré. *Contrôle des micro-ondes en milieux réverbérants*. phdthesis, Université Paris 7, December 2015.
- [34] Metasurface for Smart Connectivity. <http://greenerwave.com/>, [consulté le 2018-11-24].
- [35] Thales livre son 200ème radar à balayage électronique, April 2018.
- [36] Jonathan Ethier Jafar Shaker, Mohammad Reza Chaharmir. *Reflectarray Antennas Analysis, Design, Fabrication, and Measurement*. Artech House, 2014.
- [37] D.M. Pozar, S.D. Targonski, and H.D. Syrigos. Design of millimeter wave microstrip reflectarrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 45(2), pp. 287–296, February 1997.
- [38] W. Hu, R. Cahill, J. A. Encinar, R. Dickie, H. Gamble, V. Fusco, and N. Grant. Design and Measurement of Reconfigurable Millimeter Wave Reflectarray Cells With Nematic Liquid Crystal. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 56(10), pp. 3112–3117, October 2008.
- [39] G. W. Webb, W. Vernon, M. S. Sanchez, S. C. Rose, and S. Angello. Optically controlled millimeter wave antenna. In *International Topical Meeting on Microwave Photonics. MWP'99. Technical Digest (Cat. No.99EX301)*, pages 275–278 vol.1, November 1999.
- [40] K. Nishimura and M. Tsutsumi. Scattering of millimeter waves by metallic strip gratings on an optically plasma-induced semiconductor slab. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 44(12), pp. 2231–2237, December 1996.
- [41] Lorena Cabria, José Ángel García, Julio Gutiérrez-Ríos, Antonio Tazón, and Juan Vassallo. Active Reflectors : Possible Solutions Based on Reflectarrays and Fresnel Reflectors, 2009.
- [42] Matthieu Dupré, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. Using Subwavelength Diffraction Gratings to Design Open Electromagnetic Cavities. *Physical Review Letters*, 112(4), pp. 043902, January 2014.
- [43] Matthieu Dupré, Philipp del Hougne, Mathias Fink, Fabrice Lemoult, and Geoffroy Lerosey. Wave-Field Shaping in Cavities : Waves Trapped in a Box with Controllable Boundaries. *Physical Review Letters*, 115(1), July 2015.

- [44] Thomas Fromenteze, Ettien Lazare Kpre, David Carsenat, Cyril Decroze, and Takuya Sakamoto. Single-Shot Compressive Multiple-Inputs Multiple-Outputs Radar Imaging Using a Two-Port Passive Device. *IEEE Access*, 4, pp. 1050–1060, 2016.
- [45] S. Bittner, B. Dietz, M. Miski-Oglu, P. Oria Iriarte, A. Richter, and F. Schäfer. Experimental test of a two-dimensional approximation for dielectric microcavities. *Physical Review A*, 80(2), pp. 023825, August 2009.
- [46] S. Bittner, E. Bogomolny, B. Dietz, M. Miski-Oglu, and A. Richter. Application of a trace formula to the spectra of flat three-dimensional dielectric resonators. *Physical Review E*, 85(2), pp. 026203, February 2012.
- [47] B. Dietz and A. Richter. Quantum and wave dynamical chaos in superconducting microwave billiards. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 25(9), pp. 097601, March 2015.
- [48] S. J. Orfanidis. *Electromagnetic Waves and Antennas*. Rutgers University, 2008.
- [49] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics Third Edition*. Wiley, 1999.
- [50] H. Weyl. Ueber die asymptotische Verteilung der Eigenwerte. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1911, pp. 110–117, 1911.
- [51] Roger Balian and Bertrand Duplantier. Electromagnetic waves near perfect conductors. I. Multiple scattering expansions. Distribution of modes. *Annals of Physics*, 104(2), pp. 300–335, April 1977.
- [52] E. Bogomolny and E. Hugues. Semiclassical theory of flexural vibrations of plates. *Physical Review E*, 57(5), pp. 5404–5424, May 1998.
- [53] Robert E. Collin. *Field theory of guided waves*. IEEE, New York, NY, 2nd ed edition, 1991.
- [54] H. Alt, H. D. Gräf, H. L. Harney, R. Hofferbert, H. Lengeler, A. Richter, P. Schardt, and H. A. Weidenmüller. Gaussian Orthogonal Ensemble Statistics in a Microwave Stadium Billiard with Chaotic Dynamics : Porter-Thomas Distribution and Algebraic Decay of Time Correlations. *Physical Review Letters*, 74(1), pp. 62–65, January 1995.
- [55] Matthieu Davy, Julien de Rosny, and Philippe Besnier. Green’s Function Retrieval with Absorbing Probes in Reverberating Cavities. *Physical Review Letters*, 116(21), pp. 213902, May 2016.
- [56] Jean-Baptiste Gros, Ulrich Kuhl, Olivier Legrand, Fabrice Mortessagne, Odile Picon, and Elodie Richalot. Statistiques de la réponse électromagnétique d’une chambre réverbérante chaotique. March 2014.
- [57] C. Lemoine, P. Besnier, and M. Drissi. Estimating the Effective Sample Size to Select Independent Measurements in a Reverberation Chamber. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 50(2), pp. 227–236, May 2008.
- [58] Fabrice Mortessagne. *Dynamique et interférences géométriques dans les billards chaotiques. Application a l’acoustique des salles*. thesis, Paris 7, January 1994.

- [59] Steven W. McDonald and Allan N. Kaufman. Wave chaos in the stadium : Statistical properties of short-wave solutions of the Helmholtz equation. *Physical Review A*, 37(8), pp. 3067–3086, April 1988.
- [60] Hans-Jürgen Stöckmann. *Quantum Chaos An Introduction*. Cambridge University Press,, Cambridge :, 1999.
- [61] Matthew Wright and Richard Weaver. *New directions in linear acoustics and vibration : quantum chaos, random matrix theory and complexity*. Cambridge University Press, 2010.
- [62] O. Bohigas, M. J. Giannoni, and C. Schmit. Characterization of Chaotic Quantum Spectra and Universality of Level Fluctuation Laws. *Physical Review Letters*, 52(1), pp. 1–4, January 1984.
- [63] D. A. (David A.) Hill. *Electromagnetic theory of reverberation chambers*. National Institute of Standards and Technology (U.S.), 1998.
- [64] D.A. Hill. Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 40(3), pp. 209–217, August 1998.
- [65] Jean-Baptiste Gros, Olivier Legrand, Fabrice Mortessagne, Elodie Richalot, and Kamardine Selemani. Universal behaviour of a wave chaos based electromagnetic reverberation chamber. *Wave Motion*, 51(4), pp. 664–672, June 2014.
- [66] Philipp del Hougne, Fabrice Lemoult, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. Spatiotemporal Wave Front Shaping in a Microwave Cavity. *Physical Review Letters*, 117(13), September 2016.
- [67] Philipp del Hougne, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. Shaping Microwave Fields Using Nonlinear Unsolicited Feedback : Application to Enhance Energy Harvesting. *Physical Review Applied*, 8(6), pp. 061001, December 2017.
- [68] Philipp del Hougne, Mohammadreza F. Imani, Mathias Fink, David R. Smith, and Geoffroy Lerosey. Precise Localization of Multiple Noncooperative Objects in a Disordered Cavity by Wave Front Shaping. *Physical Review Letters*, 121(6), pp. 063901, August 2018.
- [69] Jean-Baptiste Gros, Philipp del Hougne, and Geoffroy Lerosey. Wave Chaos in a Cavity of Regular Geometry with Tunable Boundaries. *arXiv :1902.07116 [nlin, physics :physics]*, February 2019. arXiv : 1902.07116.
- [70] Timothy Sleasman, Mohammadreza F. Imani, Jonah N. Gollub, and David R. Smith. Microwave Imaging Using a Disordered Cavity with a Dynamically Tunable Impedance Surface. *Physical Review Applied*, 6(5), November 2016.
- [71] Matthieu Dupré, Fabrice Lemoult, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. Exploiting spatiotemporal degrees of freedom for far-field subwavelength focusing using time reversal in fractals. *Physical Review B*, 93(18), pp. 180201, May 2016.
- [72] I. M. Vellekoop and A. P. Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics Letters*, 32(16), pp. 2309, August 2007.

- [73] W. Krouka, F. Sarrazin, and E. Richalot. Influence of the Reverberation Chamber on Antenna Characterization Performances. In *2018 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE)*, pages 329–333, August 2018.
- [74] John Volakis. *Antenna Engineering Handbook, Fourth Edition*. McGraw-Hill Professional, June 2007.
- [75] Hidetsugu YAGI and Shintaro Uda. Projector of the sharpest beam of electric waves. *Proceedings of the Imperial Academy*, 2(2), pp. 49–52, 1926.
- [76] C Chen and D Cheng. Optimum element lengths for Yagi-Uda arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 23(1), pp. 8–15, 1975.
- [77] Constantine A. Balanis. *Antenna theory : analysis and design*. The Harper & Row series in electrical engineering. J. Wiley, New York ; Brisbane, 1982.
- [78] R. Fante. Quality factor of general ideal antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 17(2), pp. 151–155, March 1969.
- [79] Daniel F. Sievenpiper, David C. Dawson, Minu M. Jacob, Tumay Kanar, Sanghoon Kim, Jiang Long, and Ryan G. Quarfoth. Experimental Validation of Performance Limits and Design Guidelines for Small Antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 60(1), pp. 8–19, January 2012.
- [80] Jeffrey Chalas, Kyohei Fujimoto, John L Volakis, and Kubilay Sertel. Survey of Small Antenna Theory. page 106, 2010.
- [81] M. Pigeon, A. Clemente, C. Delaveaud, and L. Rudant. Analysis of Harrington limit for electrically small antenna directivity. In *The 8th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2014)*, pages 2921–2925, April 2014.
- [82] S. A. Schelkunoff. A mathematical theory of linear arrays. *The Bell System Technical Journal*, 22(1), pp. 80–107, January 1943.
- [83] Jean Le Rond d’Alembert. Recherches sur le calcul intégral. *Hist. Acad. Sci. Berlin*, 2(1746), pp. 182–224, 1746.
- [84] Alexander E. Krasnok, Dmitry S. Filonov, Constantin R. Simovski, Yuri S. Kivshar, and Pavel A. Belov. Experimental demonstration of superdirective dielectric antenna. *Applied Physics Letters*, 104(13), pp. 133502, March 2014.
- [85] Fabrice Lemoult. *Focalisation et contrôle des ondes en milieux complexes et localement résonants*. phdthesis, Université Paris-Diderot - Paris VII, December 2011.
- [86] Nadège Kaina. *Métamatériaux localement résonants : cristaux photoniques et phononiques sub-longueur d’onde*. phdthesis, Université Paris 7, May 2016.
- [87] John D Joannopoulos, Steven G Johnson, Joshua N Winn, and Robert D Meade. *Photonic crystals : molding the flow of light*. Princeton university press, 2011.
- [88] M Sigalas and Eleftherios N Economou. Band structure of elastic waves in two dimensional systems. *Solid state communications*, 86(3), pp. 141–143, 1993.
- [89] Nadège Kaina, Matthieu Dupré, Geoffroy Lerosey, and Mathias Fink. Shaping complex microwave fields in reverberating media with binary tunable metasurfaces. *Scientific Reports*, 4, pp. 6693, October 2014.

- [90] Peter D. Lax and Ralph S. Phillips. Scattering Theory. *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 1(1), pp. 173–224, March 1971.
- [91] Pedro de Vries, David V. van Coevorden, and Ad Lagendijk. Point scatterers for classical waves. *Reviews of Modern Physics*, 70(2), pp. 447–466, April 1998.
- [92] Xin-She Yang and Suash Deb. Eagle strategy using Lévy walk and firefly algorithms for stochastic optimization. In *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NICSO 2010)*, pages 101–111. Springer, 2010.
- [93] T. H. O’Donnell and A. D. Yaghjian. Electrically small superdirective arrays using parasitic elements. In *2006 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, pages 3111–3114, July 2006.
- [94] Mats Gustafsson, Christian Sohl, and Gerhard Kristensson. Illustrations of New Physical Bounds on Linearly Polarized Antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 57, pp. 1319–1327, May 2009.
- [95] S. Lim and H. Ling. Design of a Closely Spaced, Folded Yagi Antenna. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 5, pp. 302–305, 2006.
- [96] L. Batel, L. Rudant, J. Pintos, A. Clemente, C. Delaveaud, and K. Mahdjoubi. High directive compact antenna with non-foster elements. In *2015 International Workshop on Antenna Technology (iWAT)*, pages 381–384, March 2015.
- [97] B. Sentucq, A. Sharaiha, and S. Collardey. Superdirective metamaterial-inspired electrically small antenna arrays. In *2013 7th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, pages 151–155, April 2013.
- [98] A. Clemente, C. Jouanlanne, and C. Delaveaud. Analysis and design of a four-element superdirective compact dipole antenna array. In *2017 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, pages 2700–2704, March 2017.
- [99] E. Newman and M. Schrote. A wide-band electrically small superdirective array. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 30(6), pp. 1172–1176, November 1982.
- [100] Hussein Jaafar. *Wideband and superdirective small antennas with embedded optimized loads using the characteristic modes theory*. phdthesis, Université Rennes 1, August 2018.
- [101] Richard W. Ziolkowski. The directivity of a compact antenna : an unforgettable figure of merit. *EPJ Applied Metamaterials*, 4, pp. 7, 2017.
- [102] Peng Jin and Richard W Ziolkowski. Metamaterial-inspired, electrically small Huygens sources. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 9, pp. 501–505, 2010.
- [103] Pekka Alitalo, Antti O Karilainen, Teemu Niemi, Constantin R Simovski, and Sergei A Tretyakov. A linearly polarized Huygens source formed by two omega particles. In *Antennas and Propagation (EUCAP), Proceedings of the 5th European Conference on*, pages 2302–2305. IEEE, 2011.
- [104] Steven R Best. Progress in the design and realization of an electrically small Huygens source. In *Antenna Technology (iWAT), 2010 International Workshop on*, pages 1–4. IEEE, 2010.

- [105] B Souny. Antenne autodirective en polarisation circulaire-Self-directing antenna with circular polarisation. *Patent N. FR*, 904076, 2010.
- [106] Antti O Karilainen, Joni Vehmas, Olli Luukkonen, and Sergei A Tretyakov. High-impedance-surface-based antenna with two orthogonal radiating modes. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 10, pp. 247–250, 2011.
- [107] Peng Jin and Richard W Ziolkowski. High-directivity, electrically small, low-profile near-field resonant parasitic antennas. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 11, pp. 305–309, 2012.
- [108] François Grange. *Matériaux composites pour antenne miniature intégrée*. phdthesis, Université Rennes 1, November 2010.
- [109] K Belmkaddem, L Rudant, and TP Vuong. Small antenna radiation properties analysis using spherical wave expansion. In *Antenna Technology and Applied Electromagnetics (ANTEM), 2012 15th International Symposium on*, pages 1–5. IEEE, 2012.
- [110] Hans Gregory Schantz. Directive, electrically-small UWB antennas. In *Ultra-Wideband (ICUWB), 2012 IEEE International Conference on*, pages 227–231. IEEE, 2012.
- [111] Endre B Hadik-Barkoczy. *End-loaded filament antenna*. Google Patents, September 1971.
- [112] George N Voronoff. *Electrically small, double loop low backlobe antenna*. Google Patents, October 1976.
- [113] Jorn Weber, Christian Volmer, Kurt Blau, Ralf Stephan, and Matthias A Hein. Miniaturized antenna arrays with an element separation down to $\lambda/10$. In *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2007 IEEE*, pages 5897–5900. IEEE, 2007.
- [114] M Pigeon, C Delaveaud, L Rudant, and K Belmkaddem. Miniature directive antennas. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, 6(1), pp. 45–50, 2014.
- [115] Yi Jiang, Zhen Chen, Yimo Han, Pratiti Deb, Hui Gao, Saien Xie, Prafull Purohit, Mark W. Tate, Jiwoong Park, Sol M. Gruner, Veit Elser, and David A. Muller. Electron ptychography of 2d materials to deep sub-ångström resolution. *Nature*, 559(7714), pp. 343, July 2018.
- [116] R. F. Egerton. An Introduction to Microscopy. In *Physical Principles of Electron Microscopy : An Introduction to TEM, SEM, and AEM*, pages 1–26. Springer International Publishing, Cham, 2016.
- [117] A.P. Konijnenberg, W.M.J. Coene, S.F. Pereira, and H.P. Urbach. Combining ptychographical algorithms with the Hybrid Input-Output (HIO) algorithm. *Ultramicroscopy*, 171, pp. 43–54, December 2016.
- [118] Stefan Rotter and Sylvain Gigan. Light fields in complex media : Mesoscopic scattering meets wave control. *Reviews of Modern Physics*, 89(1), March 2017.

- [119] Ernst Abbe. Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung. *Archiv für mikroskopische Anatomie*, 9(1), pp. 413–418, 1873.
- [120] Walter Gray Jerome and Robert L Price. *Basic confocal microscopy*. Springer, 2011.
- [121] M. G. L. Gustafsson. Surpassing the lateral resolution limit by a factor of two using structured illumination microscopy. *Journal of Microscopy*, 198(2), pp. 82–87, 2000.
- [122] Anton Classen, Joachim von Zanthier, Marlan O. Scully, and Girish S. Agarwal. Superresolution via structured illumination quantum correlation microscopy. *Optica*, 4(6), pp. 580–587, June 2017.
- [123] Houkai Chen, Siqi Wang, Yuquan Zhang, Yong Yang, Hui Fang, Siwei Zhu, and Xiacong Yuan. Structured illumination for wide-field Raman imaging of cell membranes. *Optics Communications*, 402, pp. 221–225, November 2017.
- [124] Anna Bezryadina, Jinxing Li, Junxiang Zhao, Alefia Kothambawala, Joseph Ponsetto, Eric Huang, Joseph Wang, and Zhaowei Liu. Localized plasmonic structured illumination microscopy with an optically trapped microlens. *Nanoscale*, 9(39), pp. 14907–14912, October 2017.
- [125] K. Belkebir, H. Giovaninni, and A. Sentenac. Tomographic diffractive microscopy : basics, techniques and perspectives. *Journal of Modern Optics*, 57(9), pp. 686–699, May 2010.
- [126] Anne Sentenac, Patrick C. Chaumet, and Kamal Belkebir. Beyond the Rayleigh Criterion : Grating Assisted Far-Field Optical Diffraction Tomography. *Physical Review Letters*, 97(24), pp. 243901, December 2006.
- [127] EdwardH Synge. XXXVIII. A suggested method for extending microscopic resolution into the ultra-microscopic region. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 6(35), pp. 356–362, 1928.
- [128] L Novotny, DW Pohl, and P Regli. Near-field, far-field and imaging properties of the 2d aperture SNOM. *Ultramicroscopy*, 57(2-3), pp. 180–188, 1995.
- [129] Frederic Zenhausern, MP O’boyle, and HK Wickramasinghe. Apertureless near-field optical microscope. *Applied Physics Letters*, 65(13), pp. 1623–1625, 1994.
- [130] A Fragola, L Aigouy, PY Mignotte, F Formanek, and Y De Wilde. Apertureless scanning near-field fluorescence microscopy in liquids. *Ultramicroscopy*, 101(2-4), pp. 47–54, 2004.
- [131] VG Veselago. VG Veselago, Sov. Phys. Usp. 10, 509 (1968). *Sov. Phys. Usp.*, 10, pp. 509, 1968.
- [132] Richard V Craster and Sébastien Guenneau. *Acoustic metamaterials : Negative refraction, imaging, lensing and cloaking*, volume 166. Springer Science & Business Media, 2012.
- [133] Yangbo Xie, Bogdan-Ioan Popa, Lucian Zigoneanu, and Steven A. Cummer. Measurement of a Broadband Negative Index with Space-Coiling Acoustic Metamaterials. *Physical Review Letters*, 110(17), pp. 175501, April 2013.
- [134] A. A. Maznev and O. B. Wright. Upholding the diffraction limit in the focusing of light and sound. *Wave Motion*, 68, pp. 182–189, January 2017.

- [135] Constantin R. Simovski, Pavel A. Belov, Alexander V. Atrashchenko, and Yuri S. Kivshar. Wire Metamaterials : Physics and Applications. *Advanced Materials*, 24(31), pp. 4229–4248, August 2012.
- [136] Zhaowei Liu, Hyesog Lee, Yi Xiong, Cheng Sun, and Xiang Zhang. Far-Field Optical Hyperlens Magnifying Sub-Diffraction-Limited Objects. *Science*, 315(5819), pp. 1686–1686, March 2007.
- [137] Mathias Fink, Fabrice Lemoult, Julien de Rosny, Arnaud Tourin, and Geoffroy Lerosey. Subwavelength Focussing in Metamaterials Using Far Field Time Reversal. *Acoustic Metamaterials : Negative Refraction, Imaging, Lensing and Cloaking*, pages 141–168, 2013.
- [138] Fabrice Lemoult, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. A polychromatic approach to far-field superlensing at visible wavelengths. *Nature Communications*, 3, pp. 889, June 2012.
- [139] Gang Chen, Yuyan Li, Anping Yu, Zhongquan Wen, Luru Dai, Li Chen, Zhihai Zhang, Senlin Jiang, Kun Zhang, Xianyou Wang, and Feng Lin. Super-oscillatory focusing of circularly polarized light by ultra-long focal length planar lens based on binary amplitude-phase modulation. *Scientific Reports*, 6, pp. 29068, June 2016.
- [140] Tao Liu, Jiubin Tan, Jian Liu, and Hongting Wang. Vectorial design of super-oscillatory lens. page 12, 2013.
- [141] The Nobel Prize in Chemistry 2014. <https://www.kva.se/en/pressrum/pressmeddelanden/nobelpriset-i-kemi-2014>, [consulté le 2019-01-29].
- [142] Eric Betzig, George H. Patterson, Rachid Sougrat, O. Wolf Lindwasser, Scott Oleynich, Juan S. Bonifacino, Michael W. Davidson, Jennifer Lippincott-Schwartz, and Harald F. Hess. Imaging Intracellular Fluorescent Proteins at Nanometer Resolution. *Science*, 313(5793), pp. 1642–1645, September 2006.
- [143] Bo Huang, Sara A Jones, Boerries Brandenburg, and Xiaowei Zhuang. Whole-cell 3d STORM reveals interactions between cellular structures with nanometer-scale resolution. *Nature methods*, 5(12), pp. 1047, 2008.
- [144] Andrew G York, Alireza Ghitani, Alipasha Vaziri, Michael W Davidson, and Hari Shroff. Confined activation and subdiffractive localization enables whole-cell PALM with genetically expressed probes. *Nature methods*, 8(4), pp. 327, 2011.
- [145] Stefan W. Hell and Jan Wichmann. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission : stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy. *Optics Letters*, 19(11), pp. 780–782, June 1994.
- [146] Claudia Errico, Juliette Pierre, Sophie Pezet, Yann Desailly, Zsolt Lenkei, Olivier Couture, and Mickael Tanter. Ultrafast ultrasound localization microscopy for deep super-resolution vascular imaging. *Nature*, 527(7579), pp. 499, 2015.
- [147] Edward Harrison. The redshift-distance and velocity-distance laws. *The Astrophysical Journal*, 403, pp. 28–31, 1993.
- [148] Jeremy Bercoff, Gabriel Montaldo, Thanasis Loupas, David Savery, Fabien Mézière, Mathias Fink, and Mickael Tanter. Ultrafast compound Doppler imaging : Providing

- full blood flow characterization. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 58(1), pp. 134–147, 2011.
- [149] Colin JR Sheppard and Amarjyoti Choudhury. Annular pupils, radial polarization, and superresolution. *Applied optics*, 43(22), pp. 4322–4327, 2004.
- [150] M Bertero, P Boccacci, RE Davies, F Malfanti, ER Pike, and JG Walker. Super-resolution in confocal scanning microscopy : IV. Theory of data inversion by the use of optical masks. *Inverse Problems*, 8(1), pp. 1, 1992.
- [151] ZS Hegedus and V Sarafis. Superresolving filters in confocally scanned imaging systems. *Journal of the Optical Society of America A*, 3(11), pp. 1892–1896, 1986.
- [152] Manuel Martinez-Corral, Pedro Andres, Carlos J Zapata-Rodriguez, and Marek Kowalczyk. Three-dimensional superresolution by annular binary filters. *Optics communications*, 165(4-6), pp. 267–278, 1999.
- [153] Kazuya Kamon, Teruo Miyamoto, Yasuhito Myoi, Hitoshi Nagata, Masaaki Tanaka, and Kazuo Horie. Photolithography system using annular illumination. *Japanese journal of applied physics*, 30(11S), pp. 3021, 1991.
- [154] Milton Abramowitz and Irene A Stegun. *Handbook of mathematical functions : with formulas, graphs, and mathematical tables*, volume 55. Courier Corporation, 1965.