



**HAL**  
open science

# Étude expérimentale du lien entre réarrangements locaux et friction interne dans un matériau amorphe modèle

David Houdoux

► **To cite this version:**

David Houdoux. Étude expérimentale du lien entre réarrangements locaux et friction interne dans un matériau amorphe modèle. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Rennes, 2019. Français. NNT : 2019REN1S066 . tel-02512992

**HAL Id: tel-02512992**

**<https://theses.hal.science/tel-02512992v1>**

Submitted on 20 Mar 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE DE RENNES 1  
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 596  
*Matière Molécules et Matériaux*  
Spécialité : Physique

Par

**David HOUDOUX**

**Étude expérimentale du lien entre réarrangements locaux et friction interne dans un matériau amorphe modèle**

Soutenance prévue le 15 juillet 2019 à Rennes

Unité de recherche : Institut de Physique de Rennes – UMR 6251

Financement : Agence Nationale de la Recherche – ANR-16-CE30-0022 (Relfi)

## Rapporteurs avant soutenance :

Valérie VIDAL      Chargée de recherche,  
CNRS, ENS de Lyon  
Daniel BONAMY      Physicien expert senior,  
CEA Saclay

## Composition du Jury :

Valérie VIDAL      Chargée de recherche,  
CNRS, ENS de Lyon  
Daniel BONAMY      Physicien expert senior,  
CEA Saclay  
Alexandre SCHUBNEL      Chargé de recherche,  
CNRS, ENS Paris  
Damien VANDEMBROUCQ      Directeur de recherche,  
CNRS, ESPCI

Directeurs de thèse :  
Jérôme CRASSOUS

Axelle AMON

Professeur des universités,  
Université de Rennes 1  
Maître de conférences,  
Université de Rennes 1

## Invité

Sean MC NAMARA

Maître de conférences,  
Université de Rennes 1







# Remerciements

Pour commencer, je souhaite remercier l'Agence Nationale de la Recherche d'avoir financé cette thèse dans le cadre du projet ANR Relfi. Je tiens également à remercier l'ensemble des membres du jury Valérie Vidal et Daniel Bonamy, mes deux rapporteurs, ainsi que Alexandre Schubnel, Damien Vandebroucq et Sean Mc Namara.

Un travail de thèse ne peut se faire seul pour être mené à bien. Je remercie, pour leur collaboration, les personnes associées à ce projet ANR Damien Vandembroucq de nouveau, Jérôme Weiss, Sylvain Patinet, David Amitrano et Kamran Karimi. Au sein de l'IPR également plusieurs personnes œuvrent au quotidien pour aider les doctorants. Je pense particulièrement aux gestionnaires ainsi qu'à Valérie Ferri.

Ce projet expérimental aurait été plus difficile sans l'aide de Patrick Chasles et Jean-Charles Potier pour l'électronique et la mécanique. Ils se sont toujours montrés disponibles à mes diverses sollicitations "urgentes".

En dehors de l'aspect même du travail de recherche, la bonne entente qui m'a entourée au sein de l'Institut a favorisé mon épanouissement. Un grand merci à tous les non-permanents que j'ai fréquenté un, deux voire trois ans et avec qui j'ai eu l'occasion de passer d'agréables moments. Je pense notamment aux soirées bowling et laser game ainsi qu'à nos séminaires non-permanents dont j'ai pris grand plaisir à organiser pendant près d'un an et demi. Je remercie également l'ensemble des membres du département Matière Molle qui m'ont accueilli chaleureusement à mon arrivé. C'est une véritable chance de travailler dans un département aux thématiques si diverses.

Enfin, je souhaite remercier les deux personnes sans qui tout cela n'aurait pas été possible : Axelle Amon et Jérôme Crassous. Je me souviens encore très bien de ce mois de juillet 2016 quand, ayant perdu espoir de faire une thèse, vous m'avez proposé ce sujet. À la fois bienveillants et exigeants au quotidien, vous m'avez permis de m'améliorer continuellement sur de nombreux points qui ne concernent pas nécessairement la Physique. Vous m'avez également accompagné et soutenu dans le parachèvement de mon projet professionnel en me laissant consacrer une partie de mon temps à l'enseignement. Ma prochaine carrière d'enseignant en CPGE qui

débuter d'ici peu n'aurait sans doute pas été possible sans vous. Ces trois années passées à vos côtés me marqueront pour toujours.

Je terminerai par remercier ma famille qui m'a toujours soutenu dans mes choix tout au long de ces neuf années d'études.





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Quelques résultats sur la plasticité des milieux granulaires et amorphes</b>	<b>3</b>
I.1 Définition et propriétés remarquables d'un milieu granulaire . . . . .	3
I.2 Rupture des matériaux granulaires . . . . .	5
I.2.1 Localisation de la déformation . . . . .	5
I.2.2 Tests mécaniques en laboratoire . . . . .	5
I.3 Descriptions de la rupture dans un milieu frictionnel . . . . .	8
I.3.1 Le modèle de Mohr-Coulomb . . . . .	8
Critère de rupture . . . . .	8
Représentation graphique du critère de rupture : le cercle de Mohr . . . . .	9
Orientation des bandes de cisaillements . . . . .	10
I.3.2 Prise en compte de la fraction volumique . . . . .	11
I.4 Plasticité des amorphes . . . . .	12
I.4.1 La transition solide/liquide dans les amorphes . . . . .	13
I.4.2 Réarrangements et redistribution de la contraintes . . . . .	15
Réarrangements locaux dans les amorphes . . . . .	15
Redistribution de la contrainte dans les amorphes . . . . .	15
Description de la redistribution par la théorie Eshelby . . . . .	18
I.4.3 Approche numérique : cascades de réarrangements . . . . .	18
I.4.4 Approche théorique : non-localité et fluidité . . . . .	20
<b>II Matériels et méthodes</b>	<b>23</b>
II.1 Le test mécanique . . . . .	24
II.1.1 Principe du test biaxial . . . . .	24
II.1.2 Dispositif expérimental mécanique . . . . .	25
Chargement à déformation imposée . . . . .	26
Chargement à contrainte imposée . . . . .	28
II.2 La spectroscopie par diffusion multiple de la lumière (DWS) . . . . .	30
II.2.1 Principe . . . . .	30
II.2.2 Mesure de la déformation . . . . .	32

Théorie de la diffusion . . . . .	32
Lien avec la déformation locale . . . . .	33
Résolution en déformation . . . . .	34
II.2.3 Dispositif expérimental optique . . . . .	35
II.3 Système d'acquisition . . . . .	36
II.3.1 Capteurs CMOS . . . . .	36
II.3.2 Capteur de force . . . . .	37
II.3.3 Pilotage LabView . . . . .	37
II.4 Outils de mesure . . . . .	38
II.4.1 Cartes de corrélations $g_I$ . . . . .	38
Paramétrages optiques . . . . .	39
Correction du noir . . . . .	40
II.4.2 Mesure des déplacements par translation du speckle . . . . .	41
Principe . . . . .	41
Vérification et précision de la méthode . . . . .	43
II.5 Préparation des échantillons . . . . .	45
<b>III Expériences types et étude de validité</b>	<b>49</b>
III.1 Expériences types . . . . .	49
III.1.1 Expériences à déformation imposée . . . . .	51
Courbe de charge et cartes de corrélations . . . . .	51
Champ de déplacement . . . . .	54
Résolution en déformation . . . . .	54
Limites des contraintes appliquées homogènes . . . . .	56
III.1.2 Expériences à contrainte imposée . . . . .	57
Observations . . . . .	57
Améliorations . . . . .	58
III.2 Étude de validité de la méthode optique . . . . .	61
III.2.1 Expérience mécanique et mesure par DWS . . . . .	61
Modèle théorique de déformation . . . . .	61
Résultats des mesures par DWS . . . . .	62
III.2.2 Mesure de la longueur de transport ( $l^*$ ) par transmission . . . . .	64
Mesure de l'intensité transmise . . . . .	64
Relation entre la transmittance et la longueur de transport . . . . .	65
Résultats . . . . .	66
III.2.3 Conclusion sur l'étude de validité . . . . .	67
<b>IV Étude de la plasticité dans un milieu amorphe</b>	<b>69</b>
IV.1 Technique de séparation . . . . .	70
IV.1.1 La fonction de corrélation spatio-temporelle . . . . .	71

IV.1.2	Corrélations temporelles . . . . .	71
IV.1.3	Principe de la méthode de séparation . . . . .	72
IV.2	Caractérisation du champ de plasticité . . . . .	74
IV.2.1	Détermination de l'orientation des deux structures de plasticité . . . . .	74
IV.2.2	Résultats . . . . .	74
IV.2.3	Partie <i>ultra-rapide</i> du champ de plasticité . . . . .	77
	Corrélations avant la rupture . . . . .	77
	Corrélations après la rupture . . . . .	78
IV.3	Interprétations physiques . . . . .	80
IV.3.1	Orientations des bandes de cisaillements . . . . .	80
IV.3.2	Critère de Mohr-Coulomb microscopique . . . . .	80
IV.3.3	Couplage entre les évènements plastiques <i>ultra-rapides</i> . . . . .	81
IV.3.4	Lien avec la fluidité dans les milieux granulaires . . . . .	82
	Champ de fluidité . . . . .	82
	Corrélation du champ de fluidité . . . . .	83
	Conclusion sur la fluidité . . . . .	85
	Conclusion . . . . .	85
<b>V</b>	<b>Étude microscopique de la bande de cisaillement</b>	<b>89</b>
V.1	Cinématique de déformation . . . . .	89
V.1.1	Approche cinématique macroscopique . . . . .	89
	Développement du formalisme . . . . .	90
	Vérification à l'aide du suivi de speckle . . . . .	91
V.1.2	Modèles de mesure de déformation . . . . .	96
	Modèle de déformation théorique . . . . .	96
	Modèle de déformation numérique . . . . .	97
	Comparaison entre les deux modèles . . . . .	99
V.1.3	Mesure de la largeur de la bande et du déplacement relatif par DWS	100
	Conclusion sur les mesures par DWS . . . . .	102
V.1.4	Répartition spatiale et persistance des évènements . . . . .	104
	Seuillage . . . . .	104
	Répartition spatiale . . . . .	105
	Persistance en déformation . . . . .	105
V.2	Corrélations spatio-temporelles au sein de la bande de cisaillement . . . . .	106
V.2.1	Méthode de projection . . . . .	106
V.2.2	Corrélations spatio-temporelles . . . . .	108
	Corrélations temporelles . . . . .	109
	Corrélations spatio-temporelles . . . . .	110
V.2.3	Influence de la vitesse de compression . . . . .	110
V.3	Analogies avec la sismicité . . . . .	113

V.3.1	Analogie des corrélations spatio-temporelles. . . . .	113
V.3.2	Analyse d'un catalogue de sismicité du Japon de 1972 à 2016 . . . .	115
Conclusion	. . . . .	118
<b>Conclusion générale</b>		<b>119</b>
<b>Annexe A</b>		<b>121</b>
<b>Annexe B</b>		<b>127</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>142</b>

# Introduction

Les milieux granulaires sont omniprésents dans notre quotidien, dans l'industrie ou encore dans la nature. Pourtant, ils résistent encore sur certains aspects à notre compréhension. Évoquons par exemple le comportement d'un matériau granulaire soumis à une contrainte homogène. La description précise du passage d'une réponse homogène vers une réponse hétérogène conduisant à la rupture du matériau demeure un défi pour les physiciens.

Cette thèse expérimentale s'inscrit dans cette volonté de décrire, à l'échelle des grains, le comportement des matériaux granulaires soumis à une contrainte homogène. Quels sont les mécanismes responsables de l'hétérogénéité des déformations? Comment, une fois le seuil de rupture dépassé, le matériau continue-t-il à se déformer? Voici deux questions auxquelles ce travail de thèse a tenté de répondre.

Pour cela, j'ai travaillé tout au long de ma thèse sur un dispositif expérimental alliant un test mécanique biaxial en déformation plane à une technique de mesure interférométrique basée sur le principe de la diffusion multiple de la lumière, la DWS (Diffusing Wave Spectroscopy). Le test mécanique permet d'appliquer, de manière contrôlée, des contraintes homogènes à nos matériaux granulaires. La spectroscopie par diffusion multiple de la lumière, quant à elle, rend possible l'observation quantitative de déformations de l'ordre de  $10^{-5}$ .

À partir de ce dispositif expérimental parfaitement fonctionnel, mon travail de thèse a consisté, dans une large mesure, à caractériser la plasticité dans un matériau granulaire modèle avant et après la rupture de ce dernier. J'ai également eu l'occasion d'apporter quelques modifications au dispositif expérimental.

Pour rendre compte de ces trois années de travail, le manuscrit s'organise de la manière suivante. Quelques résultats sur la plasticité des milieux granulaires et amorphes sont introduits au chapitre I. Une description du dispositif expérimental et des différentes techniques de caractérisation est exposée au chapitre II. Le chapitre III regroupe la présentation ainsi que la caractérisation des expériences types menées au cours de la thèse. Les différentes analyses et les résultats obtenus sur l'étude de la plasticité dans les milieux granulaires constituent les chapitres IV et V.



# Chapitre I

## Quelques résultats sur la plasticité des milieux granulaires et amorphes

### I.1 Définition et propriétés remarquables d'un milieu granulaire

Les milieux granulaires sont, par définition, des ensembles constitués de grains d'une taille typique supérieure à  $100\ \mu\text{m}$ . Lorsque ces grains sont d'une taille inférieure, on leur préfère le terme de poudres (de  $1$  à  $100\ \mu\text{m}$ ) voire même de colloïdes lorsque les particules sont de dimensions submicrométriques. Ces distinctions ne sont pas qu'esthétiques mais correspondent à des différences notables dans les interactions régissant leurs comportements. Dans le cas des poudres, les interactions dites de Van der Waals ou encore les effets de l'humidité peuvent se retrouver prépondérants alors que l'agitation thermique ne peut plus être négligée lorsqu'il s'agit de colloïdes.

Les milieux granulaires se démarquent également par leur grande diversité (taille, forme, nature, ...) et sont omniprésents dans notre quotidien (Figure I.1). On en trouve à l'état naturel (roches, sable, banquise en fragmentation, ...), comme dans l'industrie et le génie civil (ballast, médicaments, minerais, béton, ...), ou encore en agriculture (céréales, grumes, ...). Néanmoins, malgré leur grande ubiquité et leur utilisation massive, aucune loi ne permet de décrire simplement l'ensemble des comportements de ces matériaux.

Cette complexité peut s'expliquer pour diverses raisons [AFP11] [JN92]. Tout d'abord, **le grand nombre de particules** rend limité l'approche consistant à caractériser l'écoulement d'un milieu granulaire en déterminant le mouvement de chacun des grains. D'autres approches comme le passage à la limite continue ou l'utilisation des outils de la physique statistique permettent généralement de traiter ce genre de systèmes. Cependant les



FIGURE I.1 – Exemples de milieux granulaires.

milieux granulaires possèdent d'autres particularités qui mettent également en défaut ces approches. D'une part **la granularité est observable**. C'est-à-dire que la limite entre les échelles microscopique et macroscopique est floue. Une échelle macroscopique peut ainsi être définie sur des tailles de seulement quelques diamètres de grains. D'autre part, les milieux granulaires étant des systèmes dits *athermiques*, **les fluctuations thermiques sont négligeables devant le poids des grains** (particules non-browniennes) et rendent caduques les outils de physique statistique. Dans le cas des milieux granulaires, l'énergie pertinente n'est plus l'énergie thermique  $E_{th} \sim k_B T$  mais plutôt l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp} \sim mgd$  où  $m$  est la masse d'un grain,  $g$  l'accélération de pesanteur et  $d$  est le diamètre des grains. Ainsi, en l'absence de perturbation extérieure, un milieu granulaire peut rester dans une multitude d'états métastables.

À cela s'ajoute **la non-trivialité des interactions à l'échelle des grains**. Dans une première approche, elles peuvent se décomposer en une partie normale traduisant la répulsion élastique au niveau de la zone de contact lors de la déformation des grains (contact de Hertz); et en une partie tangentielle qui a pour origine la friction solide entre deux grains et qui peut se décrire par les lois empiriques d'Amontons-Coulomb. D'autres interactions apparaissent lorsque l'on se place en atmosphère humide, conduisant à la création de ponts capillaires entre les grains, ou bien lorsque le fluide entourant les grains joue un rôle prépondérant dans l'écoulement du milieu granulaire. Les forces de friction, qui sont importantes pour les milieux granulaires, rendent ces **systèmes extrêmement dissipatifs**.

Enfin, on peut évoquer une dernière particularité des milieux granulaires qui est le fait qu'ils **peuvent se trouver sous plusieurs états physiques (solide, liquide et gazeux)** mais avec des comportements qui leurs sont propres [JNB96]. Citons quelques exemples remarquables. À l'état solide, la pression à la base d'un conteneur cylindrique tel

un silo atteint une valeur limite lorsqu'on le remplit : c'est l'effet Janssen modélisé pour la première fois en 1895 par H.A. Janssen [Spe06]. Lorsqu'un milieu granulaire se retrouve en écoulement ou bien est soumis à des vibrations, ce dernier ne se comporte pas comme un liquide habituel. S'il est composé de grains de différentes natures (taille, aspect, densité, ...), les mouvements de convection ne conduisent pas à une homogénéisation mais à une séparation pouvant aboutir à une ségrégation [KJN93][CRD95].

## I.2 Rupture des matériaux granulaires

### I.2.1 Localisation de la déformation

Lorsqu'un matériau granulaire est soumis à une contrainte homogène, ce dernier se déforme plastiquement (de manière irréversible) d'abord de façon homogène. Lorsque la déformation du matériau augmente, la plasticité devient de plus en plus hétérogène jusqu'à n'être concentrée uniquement que le long de fines bandes de cisaillement dont la largeur peut se réduire à une dizaine de diamètres de grains [VS95]. À une contrainte homogène, les milieux granulaires ont donc une réponse hétérogène qui conduit à sa rupture.

L'apparition de ces bandes de cisaillement est décrite dans la littérature comme un phénomène de bifurcation [RR75, Var80]. Initialement le champ de déformation dans le matériau granulaire est uniforme. Au cours de la déformation, le matériau évolue vers un état où le champ de déformation est non-uniforme. L'existence de bandes de cisaillement est alors permise mais la déformation reste nulle en dehors de la bande. Au passage de la bande, la composante normale du gradient de vitesse est discontinue tandis que la composante tangentielle reste continue. On parle alors de bifurcation continue [Sul10]. Différents modèles tentent de prédire l'orientation de ces bandes de cisaillements par rapport aux axes principaux de chargement. La description de certains de ces modèles est faite au paragraphe I.3. De nombreuses expériences en laboratoire, attestent également de ce phénomène de bifurcation [Rec06, VGG78, Var80, NA16].

Dans la nature, la présence de bandes de cisaillement est facilement observable (voir FIGURE I.2). En revanche, il est difficile d'observer la formation de ces bandes sur des objets géologiques notamment en raison des temps mis en jeu. Cependant, des expériences en laboratoire permettent d'observer la rupture et l'établissement de bandes de cisaillement dans un matériau granulaire [Rec06, DV04, LBAS<sup>+</sup>14a] (voir FIGURE I.3).

### I.2.2 Tests mécaniques en laboratoire

En laboratoire, la localisation de la déformation est observée sur les milieux granulaires à l'aide de tests mécaniques de compression principalement triaxiaux et biaxiaux. Ces dispositifs expérimentaux permettent d'exercer, sur des matériaux granulaires, des

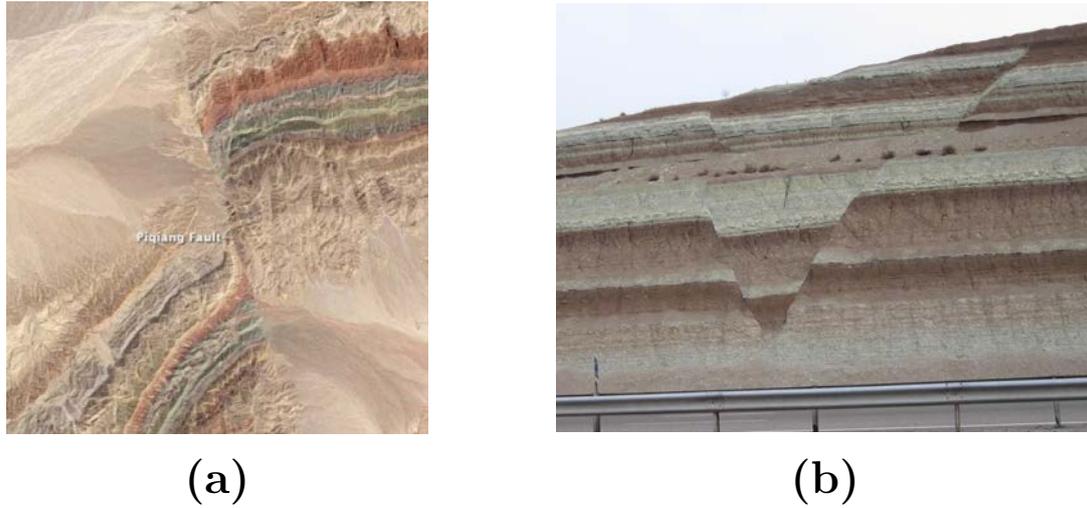


FIGURE I.2 – (a) Image satellite d’une faille dans la région du Xinjiang en Chine – Crédit : NASA Earth Observatory. (b) Photographie d’un graben en Iran – Crédit : Babak Hejrani. Dans les deux cas, on observe une localisation de la déformation le long d’une ou deux bandes. En dehors de ces bandes, la roche est très peu déformée.

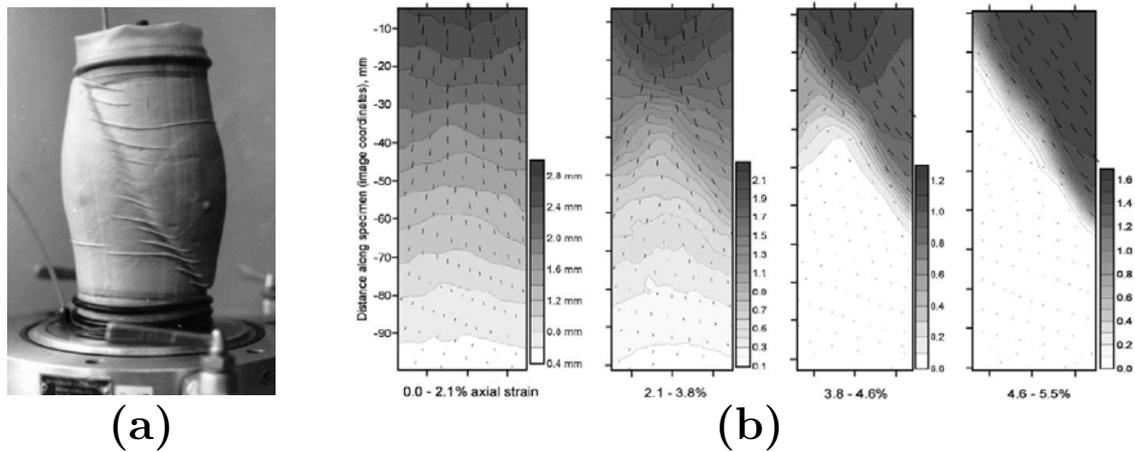


FIGURE I.3 – (a) [DC02] Résultat d’un test triaxial sur un matériau granulaire. (b) [Rec06] Localisation de la déformation le long d’une bande de cisaillement au cours de la déformation d’un échantillon de sable de béton soumis à un test biaxial.

contraintes et des déformations de manière contrôlée.

Le test triaxial consiste à déformer un échantillon cylindrique selon son axe ( $\varepsilon_1$ ) tout en imposant une contrainte de confinement radialement  $\sigma_2$  (voir FIGURES I.3(a) et I.4(a)). En pratique, l’échantillon est contenu dans une membrane flexible et totalement immergé dans un liquide tel que de l’eau ou de l’huile silicone. C’est le contrôle de la pression de ce liquide qui permet d’appliquer une contrainte de confinement homogène et constante sur

la surface latérale du cylindre. Un test triaxial typique revient à augmenter la déformation axiale, par exemple en déplaçant une plaque en contact avec le haut de l'échantillon, et à mesurer la contrainte  $\sigma_1$  qui s'applique au niveau de cette plaque ainsi que la variation de volume de l'échantillon.

Le test biaxial en déformation plane, quant à lui, repose sur le même principe mais correspond à une version bidimensionnelle du test triaxial. Deux contraintes indépendantes  $-\sigma_{xx}$  et  $-\sigma_{yy}$  (voir FIGURE I.4(b)) et initialement égales sont appliquées sur l'échantillon. Ce dernier est placé entre deux murs rigides et indéformables parallèles au plan  $(Oxy)$ . La contrainte suivant la troisième direction,  $-\sigma_{zz}$ , n'est pas contrôlée mais la présence des murs impose en revanche un déplacement nul sur les bords selon l'axe  $(Oz)$ . Au cours du test, la contrainte  $-\sigma_{xx}$  est maintenue constante tandis que la contrainte  $-\sigma_{yy}$  augmente soit de manière contrôlée soit parce que l'échantillon est déformé selon la direction  $(Oy)$ .

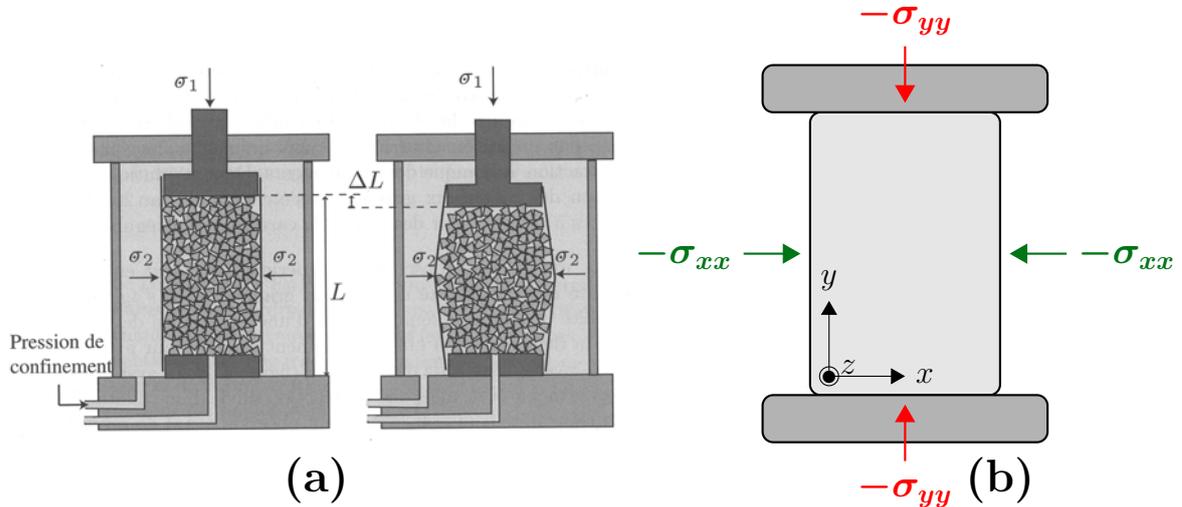


FIGURE I.4 – Schémas de principe (a) [AFP11] d'un test triaxial et (b) d'un test biaxial en déformation plane.

Toutes les expériences effectuées au cours de ma thèse ont été réalisées à l'aide d'un test biaxial. Pour cette raison, une description plus détaillée de son fonctionnement sera faite au chapitre suivant.

## I.3 Descriptions de la rupture dans un milieu frictionnel

Différents modèles ont été développés pour rendre compte du phénomène de rupture dans les milieux granulaires. Le plus simple, celui de Mohr-Coulomb permet d'avoir une description suffisante dans de nombreux cas.

### I.3.1 Le modèle de Mohr-Coulomb

Le modèle de Mohr-Coulomb est un modèle tensoriel qui ne prend en compte que la friction du milieu granulaire tout en négligeant les variations de la fraction volumique. Ces hypothèses de départ font que le modèle de Mohr-Coulomb peut être utilisé uniquement pour décrire le comportement du matériau granulaire bien au-delà de la rupture lorsque les bandes de cisaillement sont parfaitement établies.

#### Critère de rupture

Le modèle de Mohr-Coulomb prévoit la rupture du matériau quand le critère suivant est atteint :

$$|\tau| = \mu \times \sigma \quad (\text{I.1})$$

avec  $\mu = \tan(\phi)$  le coefficient de friction interne du matériau et  $\phi$  l'angle de friction.  $\tau$  et  $\sigma$  sont respectivement les contraintes tangentielle et normale (voir FIGURE I.5(a)). La relation (I.1) est vérifiée selon un certain plan  $\mathcal{P}$  d'angle  $\theta = \theta_{MC}$  par rapport à l'axe ( $Ox$ ) (FIGURE I.5(b)). Ce coefficient de friction interne obtenu par le modèle de Mohr-Coulomb dans le cas du test biaxial n'est pas le coefficient microscopique entre les grains. Le lien entre ces coefficients de friction microscopique et macroscopique n'est pas trivial. Par exemple, des simulations numériques ont par ailleurs montré l'existence d'une valeur de  $\phi$  non nulle ( $\phi = (5.76 \pm 0.22)^\circ$ ) pour des billes sans friction [PR08].

On considère un milieu granulaire quelconque disposé dans la configuration du test biaxial. En prenant les conventions de la FIGURE I.4(b), ce dernier consiste à déformer un matériau suivant deux directions ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ) tout en imposant une déformation nulle dans la troisième direction ( $Oz$ ). Les contraintes  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$  dans les directions ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ) sont connues et contrôlées tandis que celle suivant ( $Oz$ ) demeure inconnue. Au cours du chargement, la contrainte  $\sigma_{yy}$  est augmentée tout en gardant  $\sigma_{xx}$  constante. En faisant l'hypothèse que la contrainte est homogène partout dans l'échantillon, le tenseur des contraintes exprimé dans la base principale ( $\vec{e}_x, \vec{e}_y$ ) s'écrit :

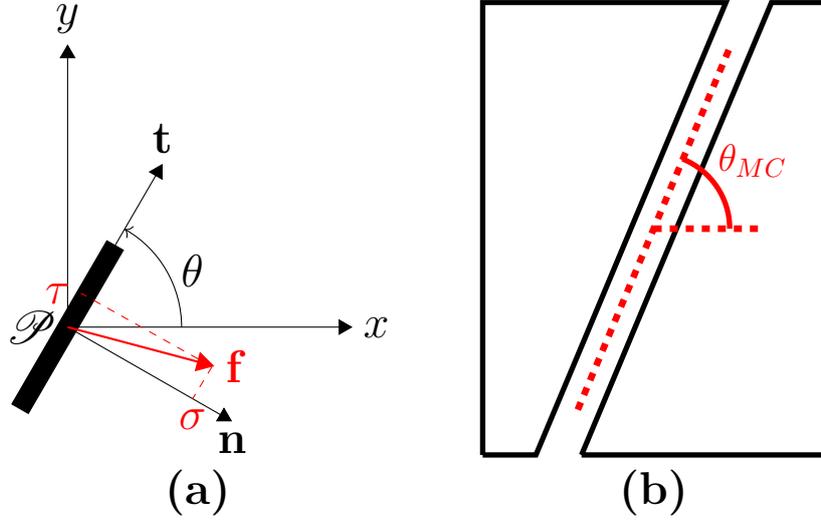


FIGURE I.5 – (a) Schéma représentant les différentes orientations pour un plan  $\mathcal{P}$  quelconque. La force  $\mathbf{f}$  est la force surfacique s'exerçant sur le plan  $\mathcal{P}$ . (b) Représentation de l'angle de rupture selon le modèle de Mohr-Coulomb.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} -\sigma_{xx} & 0 \\ 0 & -\sigma_{yy} \end{pmatrix} \quad (\text{I.2})$$

### Représentation graphique du critère de rupture : le cercle de Mohr

La force surfacique s'exerçant sur le plan  $\mathcal{P}$  s'exprime simplement en fonction du tenseur des déformations dans la base principale [DS02] :

$$\mathbf{f} = \boldsymbol{\sigma}^T \mathbf{n} = \begin{pmatrix} -\sigma_{xx} \sin(\theta) \\ \sigma_{yy} \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{I.3})$$

D'après la FIGURE I.5, on peut en déduire les expressions des contraintes tangentielle  $\tau$  et normale  $\sigma$  :

$$\tau = \mathbf{f} \cdot \mathbf{t} = -(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \cos(\theta) \sin(\theta) \quad (\text{I.4a})$$

$$\sigma = \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} = -\sigma_{xx} \sin^2(\theta) - \sigma_{yy} \cos^2(\theta) \quad (\text{I.4b})$$

Dans le repère  $(\sigma, \tau)$  les ÉQUATIONS (I.4a) et (I.4b) correspondent aux équations paramétriques d'un cercle de centre  $(\sigma_0 = \frac{-\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}, 0)$  et de rayon  $R = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}$  telles que :

$$\tau = R \sin(-2\theta) \quad (\text{I.5a})$$

$$\sigma - \sigma_0 = R \cos(-2\theta) \quad (\text{I.5b})$$

Cette représentation graphique, appelée cercle de Mohr, est représentée en FIGURE I.6. Pour des valeurs de contraintes  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$  données, les coordonnées du point appartenant au cercle et faisant un angle de  $-2\theta$  correspondent aux valeurs  $(\sigma, \tau)$  des contraintes normale et tangentielle à un plan quelconque  $\mathcal{P}$  d'angle  $\theta$  par rapport à l'axe  $(Ox)$ .

Dans notre configuration de test biaxial, seule la contrainte  $\sigma_{yy}$  augmente. Au cours du chargement, le centre du cercle glisse vers les valeurs croissantes de  $\sigma$  et le rayon augmente. La rupture est alors atteinte lorsque le cercle intersecte la droite d'équation  $\tau = \mu \times \sigma$  correspondant au critère de rupture (ÉQUATION I.1).

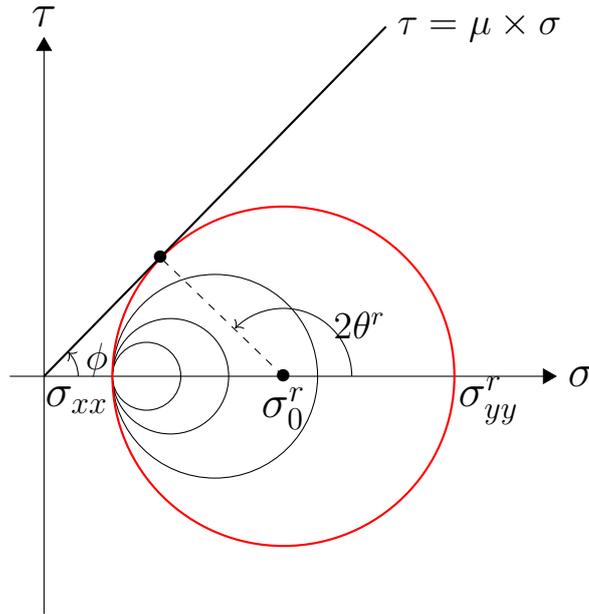


FIGURE I.6 – Cercle de Mohr. Au cours du chargement,  $\sigma_{yy}$  augmente jusqu'à atteindre le seuil de rupture  $\sigma_{yy}^r$ . Cette valeur correspond au cercle tangent à la droite  $\tau = \mu \times \sigma$  (cercle rouge).

### Orientation des bandes de cisaillements

D'après le critère de rupture (ÉQUATION I.1), il existe deux solutions :  $\tau = \mu \times \sigma$  et  $\tau = -\mu \times \sigma$  correspondant respectivement aux angles  $2\theta^r$  et  $-2\theta^r$  sur le cercle de Mohr. Expérimentalement, les grandeurs accessibles sont les contraintes appliquées  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$ . À partir de ces deux contraintes, et en utilisant la construction du cercle de Mohr (FIGURE I.6), on peut remonter à la valeur de l'angle  $\phi$  tel que :

$$\sin(\phi) = \frac{R}{\sigma_0^r} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}^r}{-\sigma_{xx} - \sigma_{yy}^r} \quad (\text{I.6})$$

Enfin, connaissant la valeur de l'angle  $\phi$ , on peut en déduire l'angle par rapport à la direction des contraintes normales minimales (l'axe  $(Ox)$  ici) des bandes de cisaillement :

$$\theta_{MC}^r = \pm \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (\text{I.7})$$

Réciproquement, la détermination expérimentale de l'orientation des bandes de cisaillements  $\theta_{MC}^r$  permet de remonter à la valeur de l'angle de friction interne  $\phi$  et du coefficient de friction  $\tan(\phi)$  du matériau.

### I.3.2 Prise en compte de la fraction volumique

La plasticité dans les milieux granulaires est dominée par un critère de friction ce qui rend le modèle de Mohr-Coulomb efficace dans de nombreux cas où d'autres effets jouant sur la plasticité sont négligeables. En revanche, ce modèle ne permet pas de prendre en compte le rôle de la fraction volumique initiale qui joue un rôle essentiel au moment de la rupture (voir FIGURE I.7). Pour des échantillons initialement denses (donc de fraction volumique élevée), la rupture s'accompagne d'une chute de la contrainte liée à l'établissement des bandes de cisaillement. Après la rupture, ces échantillons sont contractants (déformation volumique positive) avant d'atteindre une fraction volumique constante. Les échantillons lâches (fraction volumique plus faible) se comportent différemment. L'apparition des bandes de cisaillement ne s'accompagne pas par une chute importante de la contrainte. De plus ces matériaux sont contractants au début de la charge. Par la suite, la fraction volumique devient constante. Dans tous les cas, la fraction volumique du matériau tend vers une valeur critique. La fraction volumique initiale joue donc un rôle non-négligeable dans le comportement à la rupture des milieux granulaires.

En géoscience, d'autres modèles que celui de Mohr-Coulomb, prennent en compte la fraction volumique. Pour cela, un angle lié à la variation volumique du matériau, appelée angle de dilatance, est introduit. Cet angle renseigne de combien le matériau se dilate en fonction de la déformation qu'il subit. Il est déterminé à la rupture à partir des taux de déformation suivant les axes principaux de chargement :

$$\sin(\psi) = -\frac{\dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{xx}}{\dot{\epsilon}_{yy} - \dot{\epsilon}_{xx}} \quad (\text{I.8})$$

Par exemple, à partir du modèle développé par Roscoe [Ros70] considérant que l'orientation des bandes de cisaillement ne dépend pas de l'angle de friction interne mais plutôt de l'angle de dilatance au moment de la rupture, Arthur *et al* [ADAAA77] proposent une expression empirique pour l'orientation des bandes de cisaillement par rapport à la direction des contraintes normales maximales :

$$\theta_A^r = \pm \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{4} - \frac{\psi}{4} \right) \quad (\text{I.9})$$

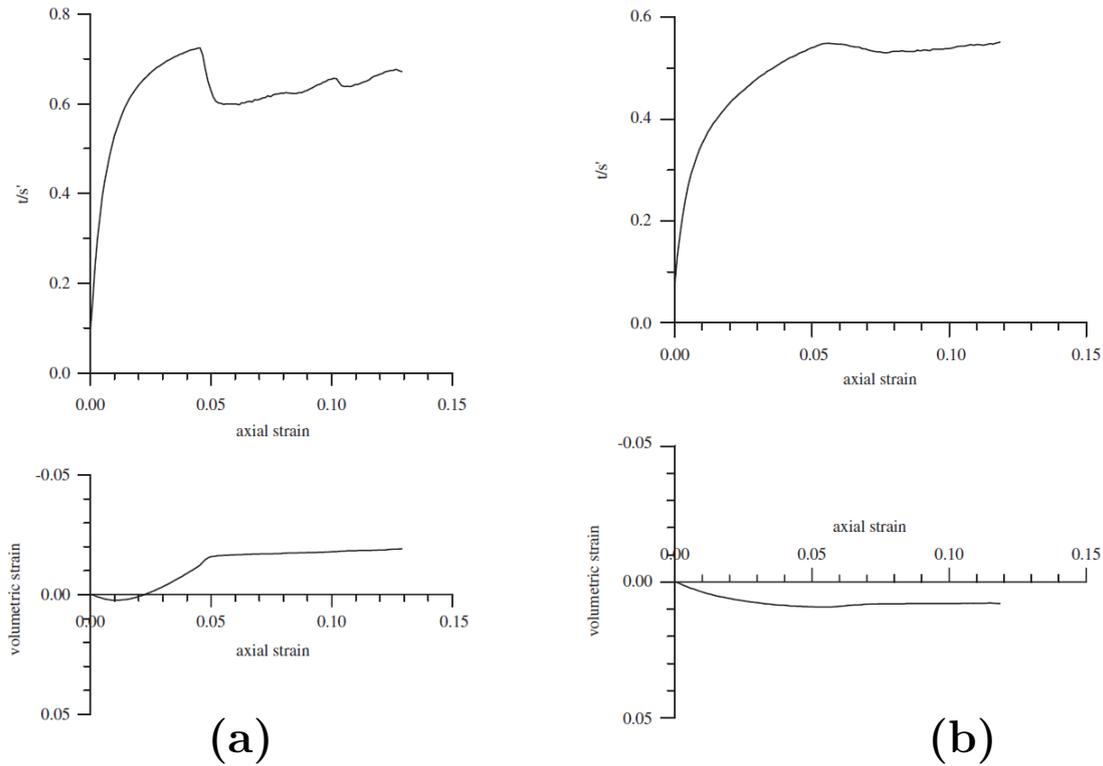


FIGURE I.7 – [DV04] Résultats d'un test biaxial. Courbes de charges et déformation volumique en fonction de la déformation axiale ( $\varepsilon_1$ ) pour un échantillon initialement (a) dense et (b) lâche.  $t/s'$  est équivalent à  $\frac{\sigma_{yy}-\sigma_{xx}}{\sigma_{yy}+\sigma_{xx}}$  (voir FIGURE I.4(b) pour les notations).

où l'angle  $\phi$  est toujours l'angle de friction interne et où l'angle  $\psi$  est l'angle de dilatance.

Au vu de nombreux résultats expérimentaux, il apparaît que les angles prédits par le modèle de Mohr-Coulomb et celui avancé par Arthur peuvent être considérés respectivement comme les limites inférieure et supérieure de l'orientation des bandes de cisaillement [Bar90]. La FIGURE I.8 compare quelques valeurs expérimentales de l'inclinaison des bandes avec les modèles de Mohr-Coulomb et de Arthur.

## I.4 Plasticité des amorphes

Les milieux granulaires sont également des milieux désordonnés dans le sens où il n'existe pas d'organisation structurale à l'échelle des grains. On les qualifie alors de milieux *amorphes* en opposition aux milieux cristallins (voir FIGURE I.9). Les milieux granulaires ne sont pas les seuls systèmes amorphes. On peut citer les mousses, les émulsions ou encore les verres colloïdaux concentrés.

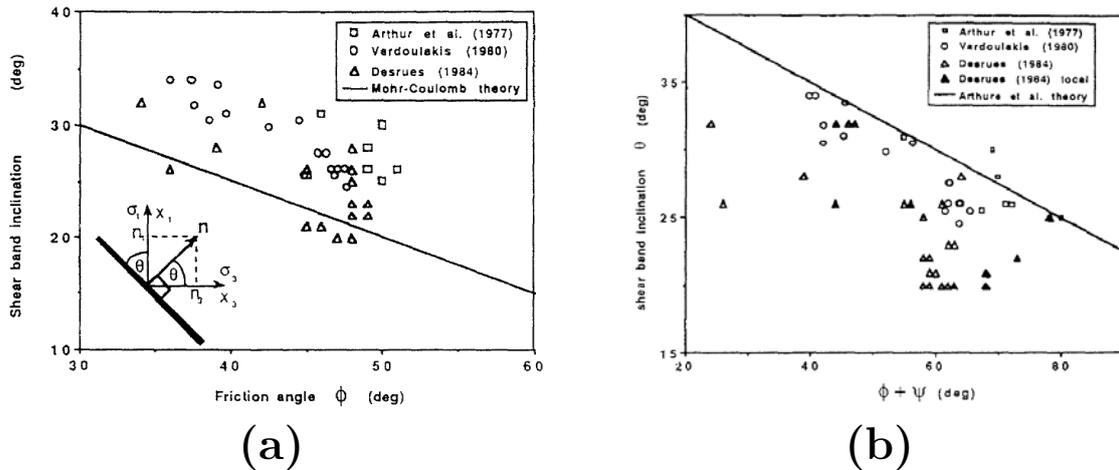


FIGURE I.8 – [Bar90] Comparaison entre quelques valeurs expérimentales de l'orientation des bandes de cisaillement par rapport à la direction des contraintes normales maximales et les prédictions des modèles (a) de Mohr-Coulomb et (b) de Arthur.

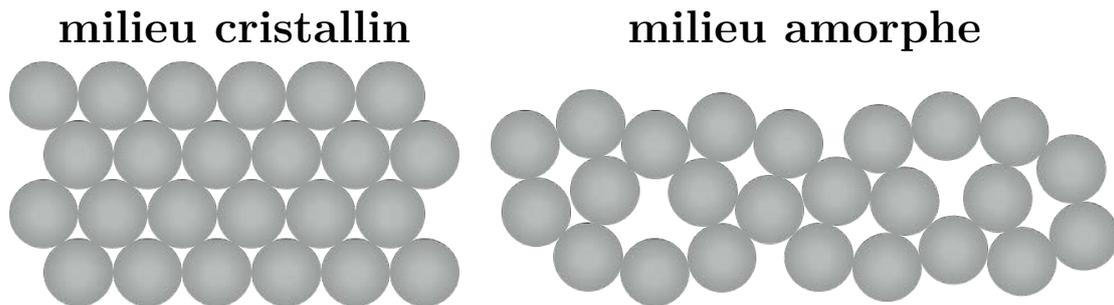


FIGURE I.9 – Représentation schématique de l'organisation des grains dans un matériau granulaire cristallin ou amorphe.

### I.4.1 La transition solide/liquide dans les amorphes

Tous ces systèmes, dont les milieux granulaires, possèdent des propriétés d'écoulements similaires lorsque la densité des constituants (grains, particules, gouttes, bulles, ...) est élevée. Au repos, ou tant que la contrainte qui leur est appliquée reste inférieure à une contrainte seuil propre à chaque système, ces milieux amorphes se comportent comme des solides. Lorsque la contrainte est retirée, ces solides peuvent soit retrouver leur configuration initiale (élasticité) soit se retrouver à l'équilibre avec un nouveau réarrangement de leurs constituants (plasticité). En revanche, lorsque la contrainte appliquée est suffisamment grande et devient supérieure à la contrainte seuil, ces milieux amorphes s'écoulent comme un liquide.

Dans le cas des systèmes granulaires confinés, comme lors de tests mécaniques biaxiaux et triaxiaux, la phase liquide correspond uniquement aux bandes de cisaillements tandis

que le reste du matériau reste dans un état solide. Ceci est dû à la localisation de la déformation. Amy Rechenmacher [Rec06] a pu notamment observer et cartographier le champ de déplacement en surface d'un matériau granulaire déformé lors d'un test biaxial à l'aide d'une technique de corrélation d'images DIC (*Digital Image Correlation*). Par cette technique de visualisation, elle met en évidence la présence d'un fort gradient de déplacement au niveau de la bande de cisaillement illustrant un état liquide au niveau de celle-ci et un état solide en dehors (voir FIGURE I.10).

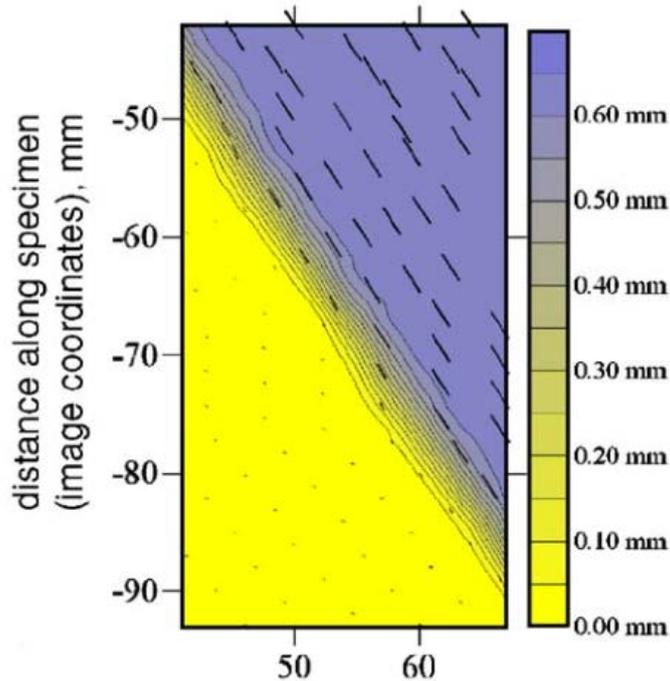


FIGURE I.10 – [Rec06] Champ de déplacement au niveau d'une bande de cisaillement dans un matériau granulaire soumis à un test biaxial. Dans le référentiel du bloc du bas, on observe un fort gradient au niveau de la bande de cisaillement.

Ce comportement s'observe également dans d'autres systèmes amorphes telles que les émulsions ou les suspensions colloïdales [CRB<sup>+</sup>02], ou encore dans les mousses [DTDM01]. Cependant, les travaux de Bécu *et al* [BMC06] permettent de nuancer la généralisation de cette transition solide-liquide dans les milieux amorphes. À partir d'émulsions, ils ont pu mettre en évidence une coexistence, ou non, d'une phase solide avec une phase liquide selon la nature des interactions entre les gouttes d'huile constituant l'émulsion. Lorsque la contrainte de cisaillement appliquée est au-dessus de la contrainte seuil, une localisation de la contrainte prenant la forme d'une bande de cisaillement est observée dans le cas où les interactions entre les gouttes sont fortes. Il y a alors dans ces systèmes une coexistence entre une phase solide et une phase liquide identique aux autres systèmes amorphes décrits plus haut. En revanche, l'absence d'interaction forte conduit à un écoulement homogène de l'émulsion.

## I.4.2 Réarrangements et redistribution de la contraintes

### Réarrangements locaux dans les amorphes

L'origine de la mise en écoulement des systèmes amorphes a d'abord émergé de la communauté des verres métalliques dans les années 1970. Spaepen [Spa76] ou encore Argon [Arg79] observent expérimentalement dans les verres métalliques, à une température inférieure à la température de transition vitreuse, une déformation inhomogène et localisée dans des bandes de cisaillement. Ils émettent l'idée que cet écoulement macroscopique le long d'une bande de cisaillement est le résultat d'une accumulation, à l'échelle microscopique, de réarrangements locaux. Ils définissent alors la notion de *shear transformation zone* correspondant à un déplacement d'un atome par rapport à ses voisins.

En 1998, Falk et Langer [FL98] reprennent et étendent cette notion de *shear transformation zone*. À partir de simulations de dynamique moléculaire sur des solides amorphes 2D constitués de deux molécules de tailles différentes interagissant selon un potentiel de Lennard-Jones, les auteurs ont pu observer, selon la valeur de la contrainte appliquée, des déformations élastiques réversibles et plastiques irréversibles ainsi qu'un écoulement plastique au-delà d'une contrainte seuil. À l'échelle microscopique, ils ont mis en évidence, sous le seuil, l'existence de réarrangements locaux irréversibles. En fonction du temps numérique séparant l'état initial de l'état observé, les réarrangements locaux s'organisent suivant des structures plus larges que les auteurs comparent, toutes proportions gardées, à des bandes de cisaillements (voir FIGURE I.11(a)). Par une observation fine des zones où ont lieu ces réarrangements, ils ont pu mettre en évidence le faible nombre de molécules impliquées (voir FIGURE I.11(b)).

Ces réarrangements locaux ont été observés par la suite numériquement et expérimentalement dans différents systèmes amorphes. Dans les verres colloïdaux soumis à une contrainte de cisaillement, Schall *et al* [SWS07] ont également pu identifier des *shear transformation zone* comme étant le siège de réarrangements locaux d'une taille de quelques diamètres de particules. Dans les milieux granulaires, des réarrangements locaux impliquant une dizaine de grains ont été observés par une technique de spectroscopie par diffusion multiple de la lumière (décrite au paragraphe II.2) dans différentes configurations [ANB<sup>+</sup>11, ABC13]. Dans les mousses, ce sont les réarrangements de types T1 (voir FIGURE I.12) qui constituent les réarrangements locaux [DTDM01, KD03].

### Redistribution de la contrainte dans les amorphes

Les relâchements de contrainte induits par les réarrangements plastiques locaux conduisent nécessairement à une redistribution spatiale de cette contrainte. En 2004, Picard *et al* [PALB04] calculent, dans un matériau élasto-plastique cisailé, la perturbation élastique à longue portée induite par un réarrangement plastique local. Ils obtiennent une redistri-

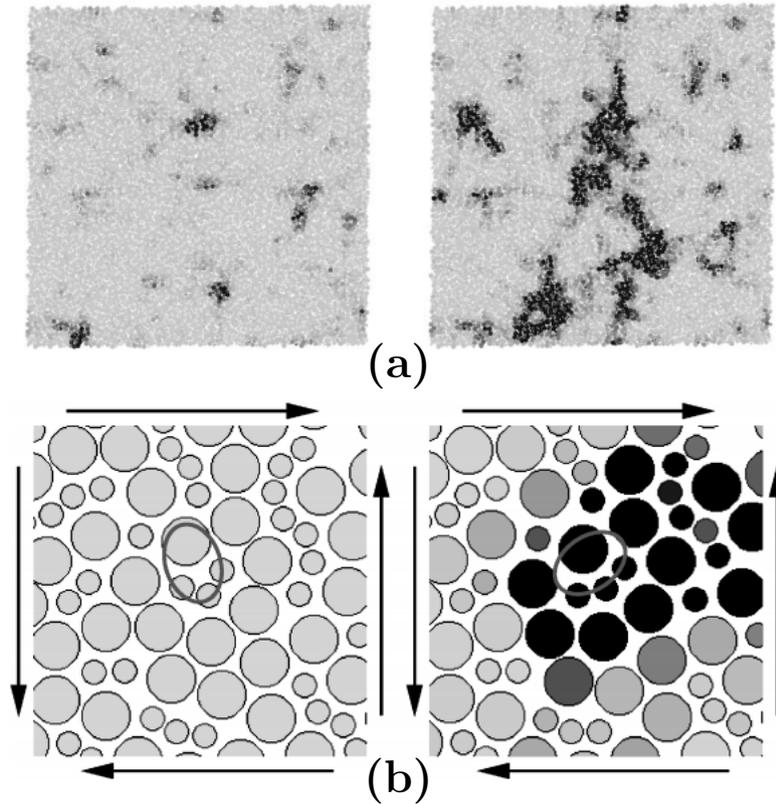


FIGURE I.11 – [FL98] **(a)** Déformations irréversibles observées par rapport à l'état initial au bout d'un temps numérique  $t = 10$  (à droite) et  $t = 30$  (à gauche). **(b)** Positions des molécules impliquées dans un réarrangement avant (à droite) et après la transformation (à gauche).

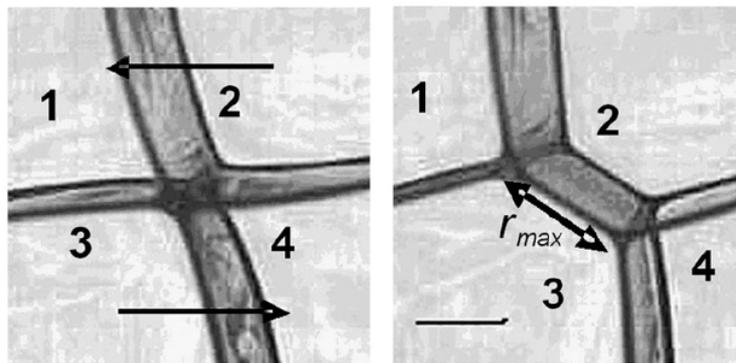


FIGURE I.12 – [BCAH09] Observation d'un réarrangement de type T1 dans une mousse. Les flèches représentent la déformation imposée et l'échelle représentée sur l'image de droite correspond à une distance de 3 mm.

bution de la contrainte élastique présentant une dépendance angulaire quadripolaire en  $\cos(4\theta)$  (voir FIGURE I.13(a)) et une décroissance suivant une loi de puissance ( $\sim \frac{1}{r^d}$  où

$d$  est la dimension du système). Ces résultats sont en accord avec la description analytique faite par Eshelby [Esh57] et décrite plus en détails ci-dessous. Une redistribution de la contrainte suivant un quadripôle a été observé dans des simulations numériques dans d'autres milieux amorphes tels les mousses [KD03] (voir FIGURE I.13(b)) ou les verres [TLB06, PRB14].

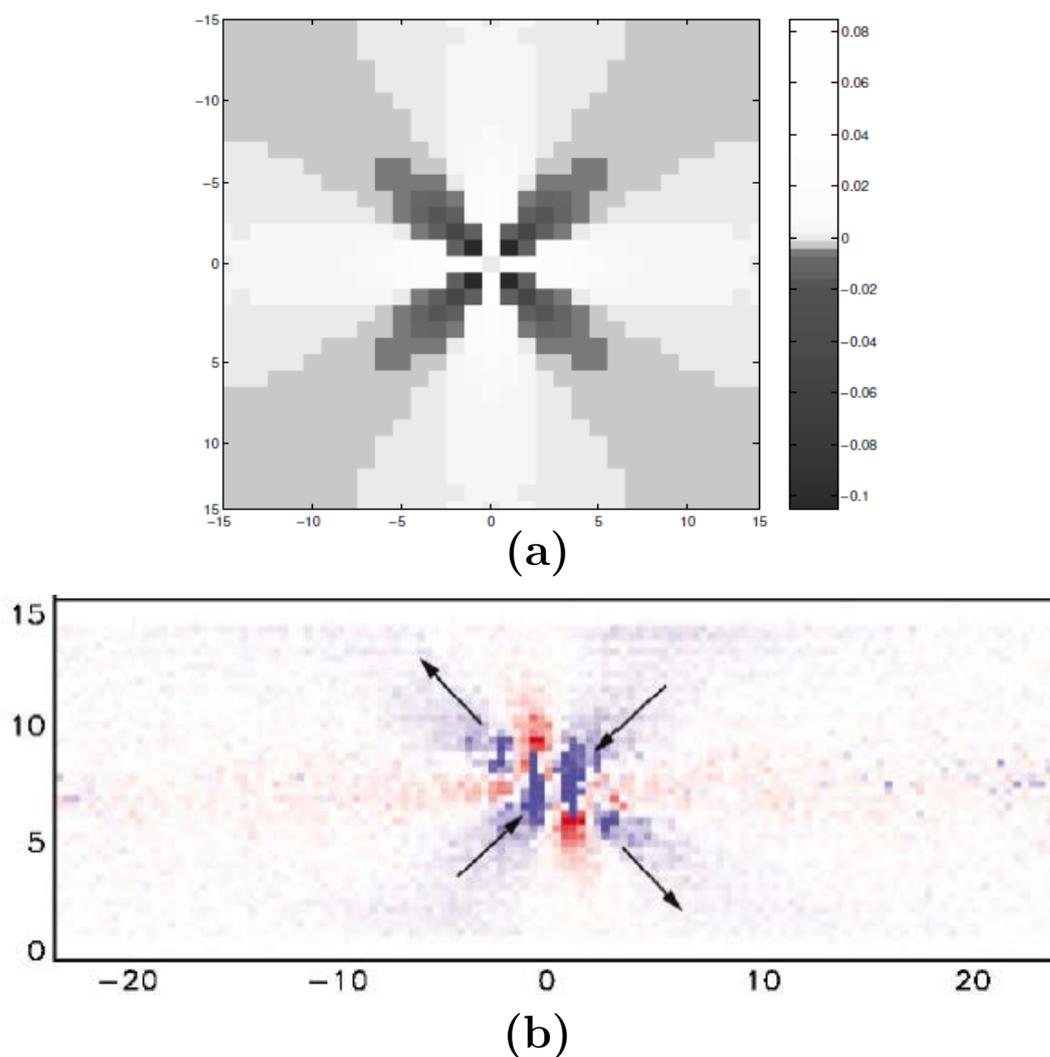


FIGURE I.13 – Perturbation du champ de contrainte provoquée par un réarrangement plastique local (a) [PALB04] dans un matériau élasto-plastique cisailé (simulation numérique) et (b) [KD03] dans les mousses (simulation numérique). Le rouge indique une augmentation de la contrainte et le bleu une relaxation.

### Description de la redistribution par la théorie Eshelby

Pour représenter un réarrangement plastique local et la redistribution de la contrainte qui y est associée, on considère une inclusion (assimilable au concept de *shear transformation zone*) dans un milieu infini homogène, isotrope et élastique [Esh57]. Cette inclusion subit une modification de forme et de taille spontanée. On cherche alors à déterminer les états de contraintes dans lesquels se retrouvent l'inclusion et le reste du milieu. La résolution de ce problème repose sur l'expérience de pensée suivante :

- i. l'inclusion est retirée du milieu et peut alors se déformer ;
- ii. on applique sur cette inclusion une contrainte extérieure de manière à lui redonner sa forme d'origine ;
- iii. on replace l'inclusion dans le milieu et on relâche la contrainte imposée à l'étape précédente.

À titre d'exemple, on considère un matériau granulaire dans les conditions du test biaxial en déformation plane. Dans ce cas, la grandeur pertinente pour décrire le comportement du matériau est la contrainte déviatorique  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ . De plus, en faisant l'hypothèse que la déformation spontanée décrivant l'évènement plastique est coaxiale aux contraintes principales imposées, la déformation subie par une inclusion, dans le cadre d'un test biaxial, est de la forme :

$$\mathbf{e}^* = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^* & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.10})$$

Dans ces conditions, la redistribution de la contrainte déviatorique ( $\tilde{\sigma}_{xx} - \tilde{\sigma}_{yy}$ ) à l'issue d'un réarrangement plastique dans l'approximation de champ lointain est de la forme [MCA16] :

$$\tilde{\sigma}_{xx}(r, \theta) - \tilde{\sigma}_{yy}(r, \theta) \propto \frac{S}{\pi r^2} \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \left[ -(\varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{yy}^*) \cos(2\theta) - (\varepsilon_{xx}^* - \varepsilon_{yy}^*) \cos(4\theta) \right] \quad (\text{I.11})$$

où  $S$  est la surface de l'inclusion et  $\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé. Pour une transformation isovolume, on a alors  $\varepsilon_{xx}^* = -\varepsilon_{yy}^*$  et le terme en  $\cos(2\theta)$  s'annule. Dans ce cas, le maximum de contrainte est redistribué selon un angle  $\theta_E = \frac{\pi}{4}$   $[\frac{\pi}{2}]$  par rapport aux axes principaux de chargement. Dans le cas contraire, c'est-à-dire dans le cas où le matériau subit une contraction ou bien une dilatation, l'angle de redistribution maximal s'écarte légèrement de la direction à  $45^\circ$  (voir FIGURE I.14).

### I.4.3 Approche numérique : cascades de réarrangements

On vient de voir qu'un réarrangement plastique entraîne une redistribution anisotrope de la contrainte suivant un quadripôle bien décrit par la théorie Eshelby. Selon

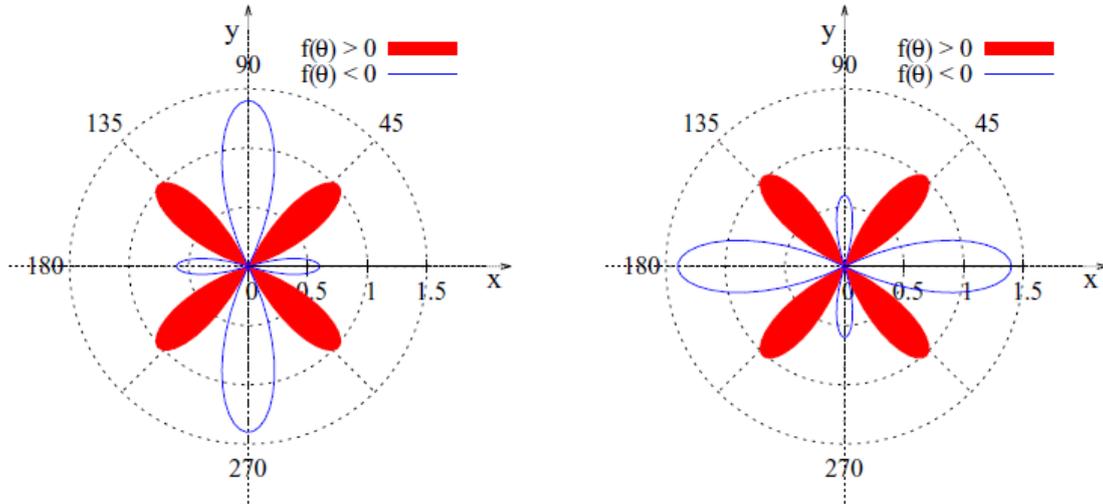


FIGURE I.14 – [MCA16] Représentation de la partie angulaire de la contrainte déviatorique redistribuée après un réarrangement plastique  $f(\theta) = -(\varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{yy}^*) \cos(2\theta) - (\varepsilon_{xx}^* - \varepsilon_{yy}^*) \cos(4\theta)$  (voir ÉQUATION I.11). Les cas contractant et dilatant sont respectivement représentés à gauche et à droite.

certaines orientations, la différence de contrainte  $\tilde{\sigma}_{xx} - \tilde{\sigma}_{yy}$  augmente tandis que dans d'autres la contrainte relaxe. On peut ainsi concevoir l'existence d'un couplage responsable du déclenchement de nouveaux réarrangements plastique selon les directions favorisées.

Maloney et Lemaître ou encore Tanguy *et al* [ML06, TLB06], ont effectué des simulations 2D de système amorphes à l'échelle des grains interagissant suivant un potentiel de Lennard-Jones. En cisailant de manière homogène leurs systèmes dans la limite quasi-statique (entre chaque incrément de déformation, le système relaxe vers un état stable), ils ont pu observer à la suite de réarrangements plastiques locaux, une redistribution de la contrainte suivant un quadripôle de type Eshelby responsable du déclenchement d'autres réarrangements. La redistribution de la contrainte suivant des directions privilégiées donne lieu à des cascades de réarrangements.

Les simulations faites à l'échelle des grains permettent de décrire de manière très détaillée les réarrangements plastiques locaux. Cependant, ces simulations sont limitées spatialement et temporellement. Afin d'avoir accès à des échelles plus grandes en temps et dans l'espace, il est nécessaire d'effectuer des simulations numériques à une échelle mésoscopique. Pour prendre en compte des effets observés à l'échelle microscopique, il est alors nécessaire de définir un critère de rupture local, une loi de rafraîchissement (de combien la contrainte relaxe après un réarrangement) mais également une description du couplage élastique traduisant la redistribution de la contrainte dans le milieu [RTV11].

En 1994, Bulatov et Argon [BA94a, BA94b] sont les premiers à rendre compte de ces interactions élastiques ayant pour origine les réarrangements plastiques. Sur des simulations

numériques 2D d'un milieu élastique isotrope et homogène (matériau élasto-plastique), le déclenchement des réarrangements plastiques est déterminé de manière stochastique selon une statistique de Boltzmann. Le couplage élastique est résolu par la méthode des éléments finis mais le critère de rupture n'en est pas affecté au cours de la déformation. À partir de ce modèle simple, ils ont pu mettre en évidence une organisation des sites de réarrangements en bandes de cisaillement (voir FIGURE I.15).

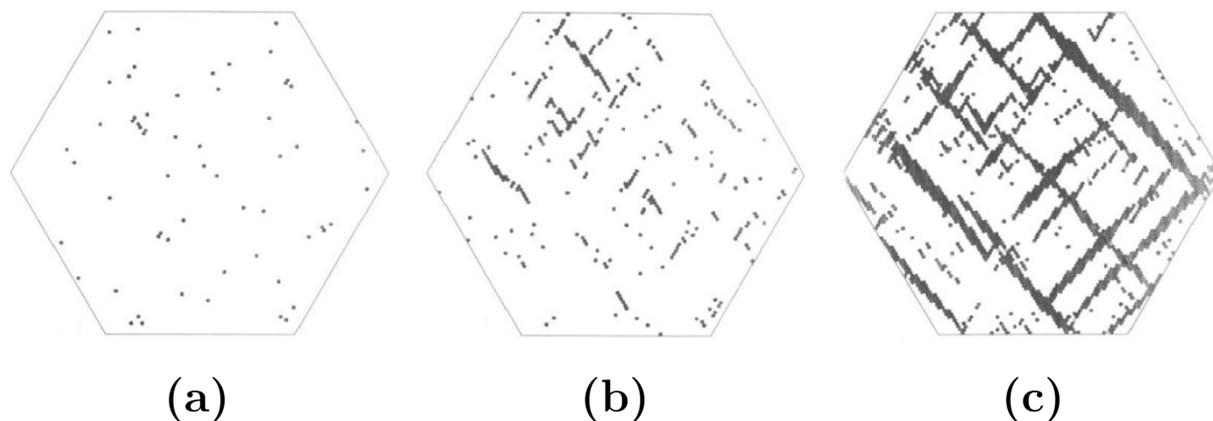


FIGURE I.15 – [BA94a] Évolution du champ de déformation plastique en fonction du nombre d'itérations.

D'autres modèles mésoscopiques étudient le phénomène de couplage en ne déclenchant qu'un seul réarrangement par pas de simulation [BVR02, TPVR12]. Cela nécessite d'appliquer une contrainte d'intensité variable. Le site choisi pour le réarrangement est le plus faible, c'est-à-dire celui dont la contrainte est la plus proche du seuil de rupture. Le couplage élastique se fait selon un quadripôle de type Eshelby et la redistribution de la contrainte à la suite du réarrangement est prise en compte pour définir, entre chaque pas de simulation, un nouvel état des contraintes. Les auteurs observent alors une localisation de la plasticité en bande de cisaillement le long des directions où la redistribution de la contrainte est maximale ( $45^\circ$ ).

Expérimentalement, l'existence d'un couplage entre les événements plastiques individuels a pu être observée dans différents systèmes amorphes tels que les verres colloïdaux [SWS07] ou encore les milieux granulaires [LBAC14].

#### I.4.4 Approche théorique : non-localité et fluidité

Pour décrire le phénomène de couplage entre les réarrangements, Bocquet *et al* [BCA09], en 2009, poursuivent les travaux engagés par Hébraud et Lequeux [HL98] (capable de décrire certains comportements des milieux amorphes observés expérimentalement) en prenant en compte la non-localité de la redistribution de la contrainte. Les auteurs établissent

un modèle où l'extension spatiale est traitée par une approche de champ moyen. Ainsi, ils décrivent le déclenchement d'un réarrangement plastique à l'aide d'une fonction de redistribution des contraintes. Ils introduisent notamment la notion de fluidité qu'ils définissent comme un taux d'évènements plastiques moyenné dans le temps et l'espace. Ils associent à la fluidité une longueur caractéristique correspondant à la portée du couplage entre évènements plastiques appelée longueur de coopérativité. Cependant, malgré les avancées en termes de description spatiale, ce modèle ne rend pas compte de l'anisotropie du couplage.

Kamrin et Korval [KK12] reprennent le modèle développé par Bocquet *et al* pour l'appliquer spécifiquement aux milieux granulaires. Ils définissent alors une fluidité granulaire prenant en compte la friction entre les grains et émettent également l'idée que, dans le cas de matériaux granulaires, la longueur de coopérativité dépend de la friction. En 2017, Zhang et Kamrin [ZK17] relient la fluidité granulaire aux fluctuations de la vitesse et à la fraction volumique. Ce modèle de fluidité granulaire a, par ailleurs, permis de retrouver numériquement différents comportements d'écoulement des milieux granulaires mais pas l'apparition d'une bande de cisaillement dans un test biaxial [KK12, HK14, KH15].



# Chapitre II

## Matériels et méthodes

Durant ma thèse, j'ai travaillé sur un dispositif expérimental couplant un test mécanique, le test biaxial en déformation plane, à une visualisation optique reposant sur le principe de diffusion multiple de la lumière (*Diffusing Wave Spectroscopy - DWS*). L'objectif est d'étudier la plasticité et la localisation de la déformation au sein d'un matériau granulaire que l'on déforme de manière uniaxiale.

L'ensemble du dispositif expérimental était fonctionnel au début de ma thèse. La partie mécanique a été conçue à partir des travaux de J. Desrues et G. Viggiani [DV04] lors de la thèse précédente de A. Le Bouil sous la direction de J. Crassous et A. Amon [LB14]. La visualisation optique a été développée durant une autre thèse antérieure, celle de M. Erpelding, également sous la direction de J. Crassous et A. Amon [EAC08, AMC17] (FIGURE II.1). Mes principaux apports durant ces travaux de thèse ont été, d'une part, d'amorcer la modification du dispositif expérimental afin d'effectuer des expériences, non plus à déformation imposée, mais à contrainte imposée ; de développer une technique de suivi du déplacement en s'affranchissant de la contrainte expérimentale précédente d'illumination en lumière blanche ; d'effectuer et d'analyser des expériences avec une résolution temporelle améliorée ou encore avec des arrêts au cours de la charge.

Dans ce chapitre, nous balayerons l'ensemble du dispositif expérimental, la partie mécanique et optique ainsi que le système d'acquisition, avant de présenter les différents outils de mesure ainsi que la préparation des échantillons.

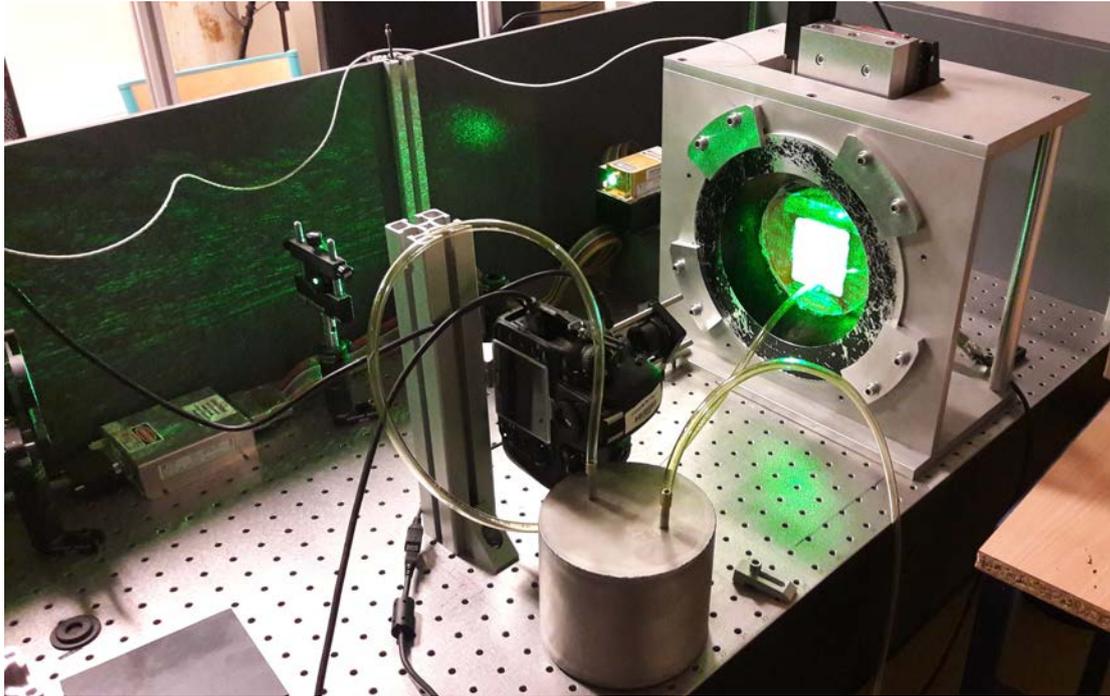


FIGURE II.1 – Photographie du dispositif expérimental. L'échantillon, placé dans le dispositif mécanique permettant la compression uniaxiale, est éclairé par un faisceau laser élargi pour la visualisation par diffusion multiple de la lumière. Ici, un appareil photo commercial collecte la lumière rétrodiffusée venant de l'échantillon.

## II.1 Le test mécanique

### II.1.1 Principe du test biaxial

Le test biaxial en déformation plane constitue un test mécanique commun, notamment en géomécanique [DV04]. Il présente l'avantage que les contraintes macroscopiques appliquées au matériau sont homogènes.

Pour décrire le principe du test biaxial, on considère un échantillon de milieu granulaire représenté dans un repère cartésien direct  $(Oxyz)$  tel qu'indiqué en FIGURE II.2. Le test biaxial consiste à soumettre l'échantillon à deux contraintes indépendantes et imposées dans les deux premières directions  $(Ox)$  et  $(Oy)$  :  $-\sigma_{xx}$  et  $-\sigma_{yy}$ . Dans le cas d'une compression, la convention est de prendre  $\sigma_{ii}$  négatif. Ainsi les contraintes appliquées  $-\sigma_{xx}$  et  $-\sigma_{yy}$  sont positives. Dans la troisième direction  $(Oz)$ , on impose un déplacement nul aux parois. En pratique, cela s'obtient en plaçant l'échantillon entre deux supports rigides, indéformables et parallèles.

L'hypothèse de contraintes appliquées homogènes dans le matériau et surtout le comportement mécanique des échantillons en dehors de cette hypothèse seront discutés au chapitre suivant dans la partie III.1.1.

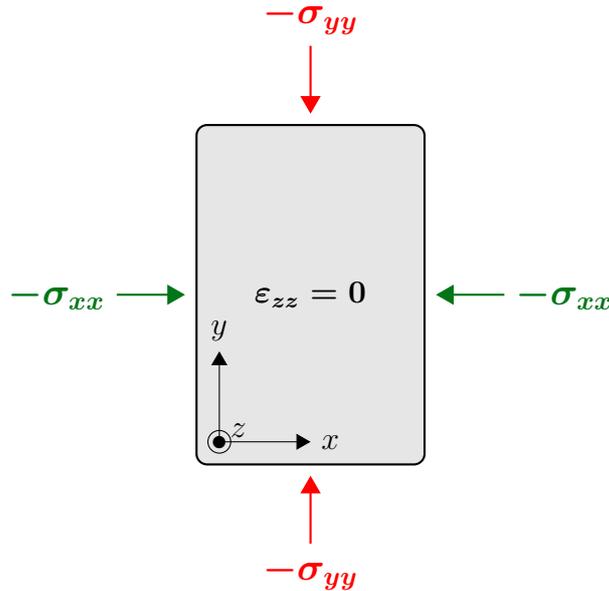


FIGURE II.2 – Convention des notations pour le test biaxial. On impose des contraintes  $-\sigma_{xx}$  et  $-\sigma_{yy}$  dans les directions  $(Ox)$  et  $(Oy)$  ainsi qu'un déplacement nul aux parois suivant la direction  $(Oz)$ .

### II.1.2 Dispositif expérimental mécanique

Expérimentalement, l'échantillon de milieu granulaire est déposé dans un moule préformé en latex (une description plus détaillée de la préparation des échantillons est donnée en II.5). Un hublot en verre, permettant la visualisation optique, vient fermer l'ensemble. Ce hublot permet également de relier l'échantillon à une pompe (*N 816.3 KN.18, KNF Laboport*) par l'intermédiaire d'une électrovanne "tout ou rien" reliée à un capteur de pression (*DP2-40E, Panasonic*). La mise en dépression de l'échantillon permet d'appliquer sur l'échantillon une contrainte de confinement quasi-constante directement reliée à la différence de pression entre l'intérieur de l'échantillon et l'extérieur. Cette contrainte correspond à la contrainte  $-\sigma_{xx}$  introduite précédemment :  $-\sigma_{xx} = \Delta P_{conf} \simeq \text{cste}$ . La valeur de la différence de pression est déterminée directement sur le capteur de pression où un intervalle  $[\Delta P_{conf}^{min}; \Delta P_{conf}^{max}]$  est rentré en consigne.

L'échantillon ⑥ (FIGURE II.3) est ensuite placé dans un bâti ⑪ fixé à une table optique pour s'affranchir des vibrations extérieures. La condition de déplacement nul aux parois dans la direction  $(Oz)$  est assurée par le hublot en verre en face avant et par une plaque métallique ⑨ à l'arrière dont on peut ajuster la position à l'aide d'une platine de translation horizontale ⑦. Toute translation de l'échantillon vers le bas est également bloquée à l'aide d'une plaque inférieure ⑧ qui peut coulisser le long d'un axe ⑩ pour ajuster sa position. La contrainte  $-\sigma_{yy}$  est appliquée par l'intermédiaire d'une plaque supérieure ④. L'ensemble {échantillon + hublot} est fixé au bâti à l'aide de quatre cales

⑫. Un schéma de l'échantillon et des contraintes appliquées est donné en FIGURE II.4.

Avec ce dispositif mécanique, deux types de chargement peuvent être fait : un chargement à déformation imposée ou bien un chargement à contrainte imposée.

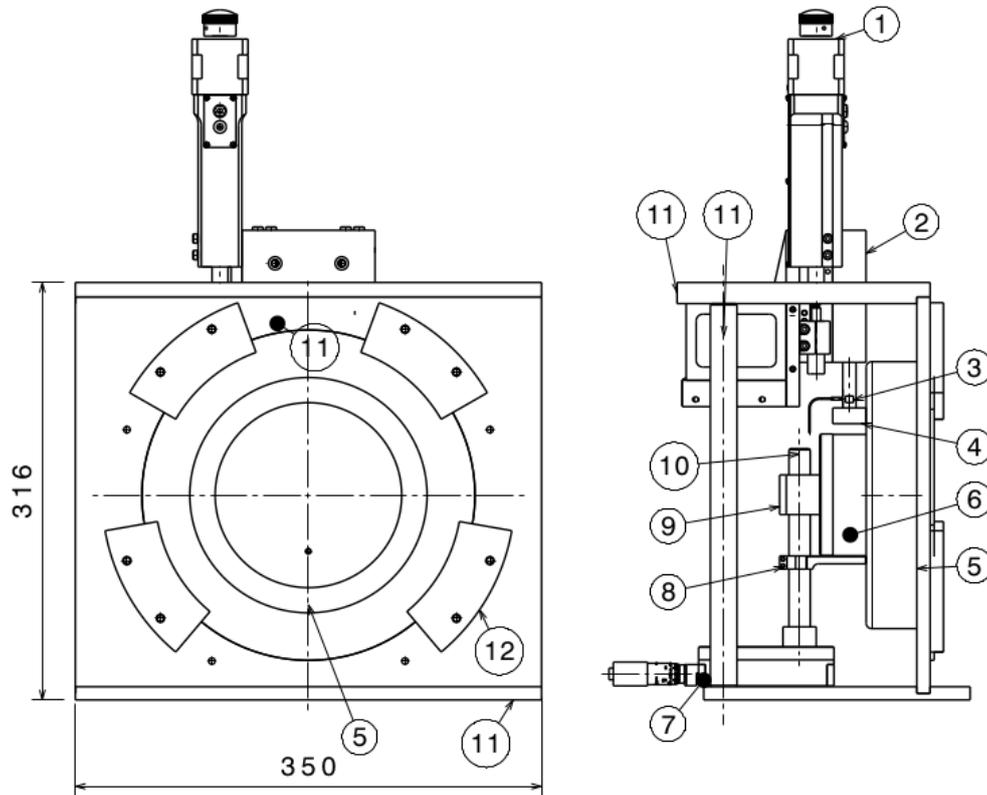


FIGURE II.3 – Plan du dispositif expérimental en vue de face et de côté. ① moteur pas à pas, ② platine de translation verticale, ③ capteur de force, ④ plaque supérieure, ⑤ hublot, ⑥ échantillon, ⑦ platine de translation horizontale, ⑧ plaque inférieure, ⑨ plaque arrière, ⑩ axe de positionnement, ⑪ bâti, ⑫ cales de fixation du hublot.

### Chargement à déformation imposée

Le dispositif pour réaliser des expériences à déformation imposée était déjà parfaitement opérationnel au début de ma thèse [LBAS<sup>+</sup>14b]. La plaque supérieure ④ est fixée à une platine de translation verticale ② (*LNR50 Series Linear Long-Travel Translation Stage, Thorlabs*) elle-même fixée au bâti ⑪ (FIGURE II.3). Un moteur pas à pas ① (*DRV414 DC Servo Motor Actuator, Thorlabs*) piloté par un contrôleur (*BDC 101 DC Motor Controller, Thorlabs*) guide la platine de translation. Les données constructeur du moteur pas à pas sont regroupées en TABLE II.1.

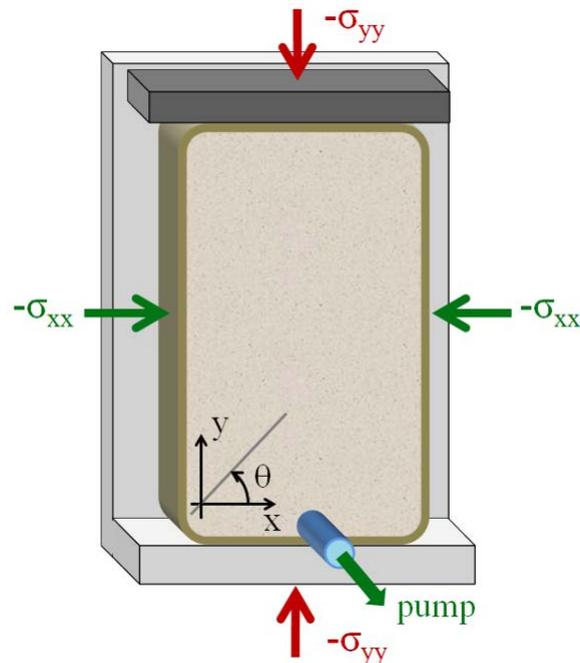


FIGURE II.4 – Schéma de l'échantillon et des contraintes appliquées.  $-\sigma_{xx}$  correspond à la contrainte de confinement imposée par le pompage dans l'échantillon et  $-\sigma_{yy}$  correspond à la pression exercée par la plaque supérieure. Le déplacement nul aux parois suivant la direction  $(Oz)$  est imposé grâce à la plaque située à l'arrière et au hublot en verre en face avant non représenté ici.

Dans cette configuration, la platine de translation verticale se déplace, au cours du temps, à vitesse constante sur une distance de l'ordre de 10% de la hauteur initiale de l'échantillon.

Course maximale	50 mm
Résolution	0.3 $\mu\text{m}$
Précision	< 1 $\mu\text{m}$
Vitesse minimale	0.3 $\mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Chargement maximal	25 kg $\approx$ 245 N

TABLE II.1 – Données constructeur du moteur pas à pas (*DRV414 DC Servo Motor Actuator, Thorlabs*).

Le déplacement pas à pas du moteur a été vérifié à l'aide d'un capteur de position inductif (*ECA100, Lion Precision*) capable de mesurer des distances comprises entre 50  $\mu\text{m}$  et 550  $\mu\text{m}$ . La réponse en tension du capteur en fonction de la distance est non-linéaire et représentée en FIGURE II.5. Localement, on peut faire l'hypothèse d'une réponse linéaire.

D'après le certificat de calibration, la réponse en tension attendue entre trois et quatre volts est :

$$\frac{4.046 - 2.914}{143.749 - 112.499} = 0.036 \text{ V} \cdot \mu\text{m}^{-1} \quad (\text{II.1})$$

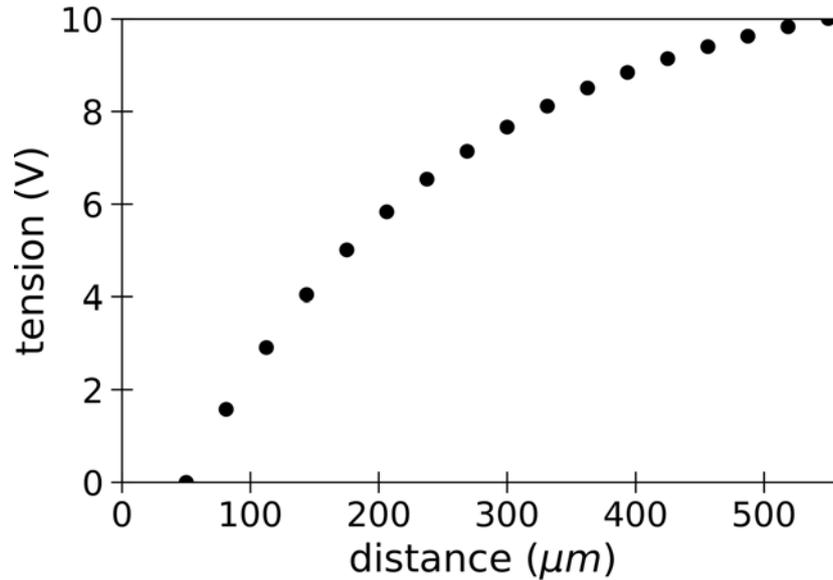


FIGURE II.5 – Réponse en tension du capteur inductif en fonction de la distance. Les données sont issues du certificat de calibration fourni par le constructeur.

D'après les données constructeur, le pas minimal est de  $0.3 \mu\text{m}$ . On mesure alors la distance entre le capteur inductif et la plaque supérieure lorsque cette dernière se déplace à une vitesse de  $0.3 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le saut de tension attendue pour un pas du moteur est de  $|\delta V| = 0.011 \text{ V}$ . Dans le signal de sortie du capteur présenté en FIGURE II.6, on peut observer dix pas entiers. La TABLE II.2 regroupe le temps et la tension correspondant au début de chaque pas observés sur la FIGURE II.6. La moyenne statistique sur ces dix pas donne une durée de pas  $t = 1.02 \text{ s}$  et un saut de tension  $|\delta V| = 0.011 \text{ V}$ . Ces résultats sont en adéquation avec un déplacement d'un pas de  $0.3 \mu\text{m}$  par seconde.

### Chargement à contrainte imposée

Durant ma thèse, j'ai commencé à modifier le dispositif expérimental afin de réaliser des expériences à contrainte imposée. La volonté d'avoir des expériences les plus proches possibles des réalités géophysiques a motivé cette modification. L'idée est d'appliquer sur l'échantillon, toujours par l'intermédiaire de la plaque supérieure ④ et de la platine de translation verticale ② (FIGURE II.3), une contrainte croissante continue et monotone.

Le moteur pas à pas est remplacé par un bloc de plomb de  $22 \text{ kg}$  ( $L \times l \times h = 12 \times 12 \times 13.5 \text{ cm}^3$ ) placé sur la platine de translation et relié à un contrepoids à l'aide d'un système

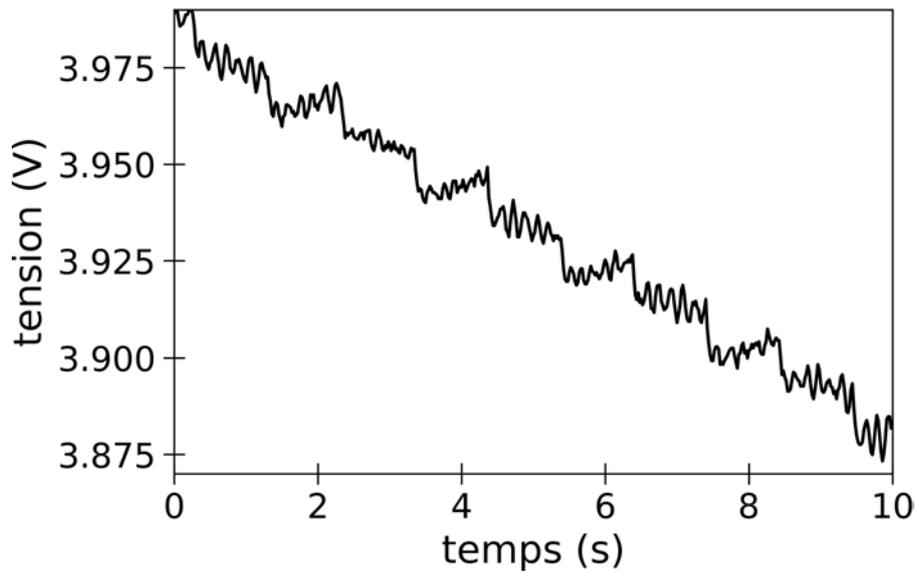


FIGURE II.6 – Signal de sortie du capteur inductif pour un déplacement d'un pas de  $0.3 \mu\text{m}$  pas seconde.

Temps (s)	Intervalle de temps (s)	Tension (V)	Saut de tension (V)
0.36	–	3.978	–
1.40	1.04	3.962	-0.016
2.40	1.00	3.957	-0.005
3.42	1.02	3.943	-0.014
4.46	1.04	3.934	-0.009
5.48	1.02	3.920	-0.014
6.46	0.98	3.915	-0.005
7.50	1.04	3.899	-0.016
8.56	1.06	3.891	-0.008
9.56	1.00	3.878	-0.013

TABLE II.2 – Coordonnées temps/tension correspondant à chaque début de pas observés sur la FIGURE II.6.

de corde et de poulies. Le contre poids est un réservoir d'eau de 25 L (*Bonbonne en LPDE 25 L, Thermo Scientific Nalgene*) que l'on vidange par un tube de diamètre interne de 1.6 mm (*Tube Clear C-Flex 1.6 × 3.2 mm, Saint-Gobain 06422-02*). Ce diamètre de sortie, en partie contraint par les diamètres de tubes commercialisés, a été déterminé de manière à avoir des temps d'expériences similaires à contrainte imposée ou à déformation imposée.

Les durées typiques d'une expérience à déformation imposée sont de trois heures contre deux heures et trente minutes pour les expériences à contrainte imposée.

Un chargement test sur un bloc déformable a été réalisé pour une vidange complète du réservoir. La FIGURE II.7 représente la contrainte déviatorique  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$  appliquée sur l'échantillon au cours du temps. Cette technique permet bien d'avoir une augmentation de la contrainte appliquée continue et monotone atteignant les mêmes valeurs maximales de la contrainte  $-\sigma_{yy}$  avec une durée totale d'expérience proche de celles à déformation imposée (Plus de détails sur les caractéristiques des expériences sont donnés au paragraphe III.1).

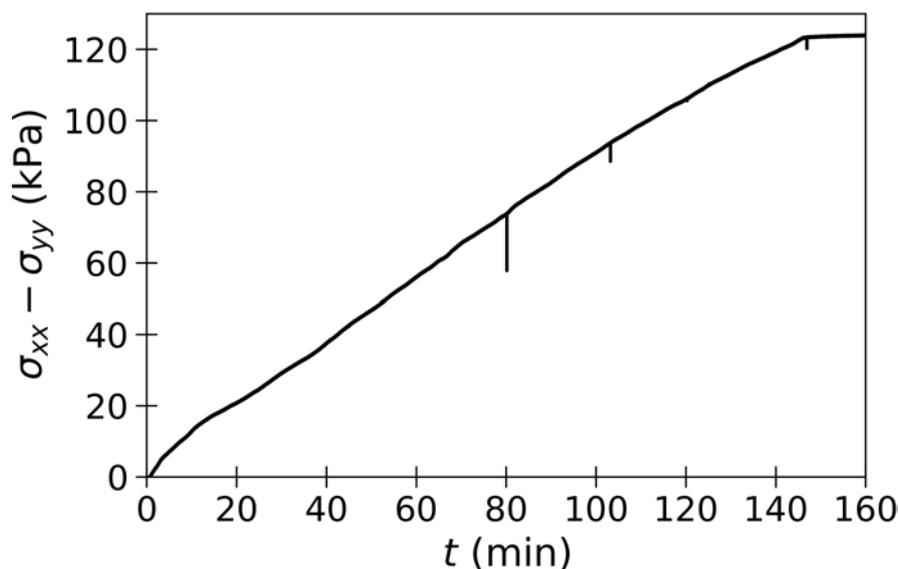


FIGURE II.7 – Contrainte déviatorique  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$  appliquée sur un bloc déformable en fonction du temps dans une configuration de chargement à contrainte imposée.

## II.2 La spectroscopie par diffusion multiple de la lumière (DWS)

### II.2.1 Principe

La spectroscopie par diffusion multiple de la lumière (*Diffusing Wave Spectroscopy* - DWS) est une technique interférométrique reposant sur les propriétés de transport de la lumière de milieux fortement diffusants. Elle est particulièrement bien adaptée pour la visualisation et l'étude de déformations dans les systèmes amorphes composés de nombreux éléments identiques et diffusants, tels que les milieux granulaires constitués de billes de verre. Cette technique optique a d'abord été développée et testée sur l'étude du mouvement brownien de suspensions colloïdales par Pine *et al* [PWCH88, PWZH90].

Dans un milieu fortement diffusant et désordonné, la lumière incidente, en phase, se propage en suivant une multitude de chemins optiques selon une marche au hasard. Chaque rayon lumineux suit un chemin optique différent et subit un nombre différent de réfractions. Les rayons émergents se retrouvent alors déphasés les uns par rapport aux autres. Si la lumière utilisée possède de bonnes propriétés de cohérence, comme la lumière laser, ces rayons émergents interfèrent et forment une figure de speckle (FIGURE II.8(a)). Cette dernière est composée de taches sombres et brillantes réparties aléatoirement et correspondant respectivement à des états d'interférence destructifs ou constructifs. Lorsque l'on observe les rayons émergents du matériau du même côté que les rayons incidents on parle de lumière rétrodiffusée et de lumière transmise si l'observation a lieu de l'autre côté (FIGURE II.8(b)).

Lorsque les milieux diffuseurs qui composent le matériau évoluent (changement de positions ou des propriétés de diffusions), les chemins optiques sont modifiés. Cela a pour conséquence de changer l'état d'interférence entre les rayons émergents et donc la figure de speckle. Dans notre cas particulier, au cours du chargement, les billes de verre qui constituent le milieu granulaire se déplacent. On peut distinguer deux cas de figure extrêmes. Si l'ensemble des diffuseurs subissent une pure translation, entre les états 1 et 2, alors la figure de speckle sera, elle aussi, uniquement translatée puisque les chemins optiques à l'intérieur du matériau ne seront pas modifiés. L'arrangement relatif des taches sombres et brillantes restera inchangé. À l'inverse, les diffuseurs peuvent simplement se réarranger localement sans déplacement moyen. Dans ce cas, les chemins optiques se trouvent fortement modifiés avec des conséquences sur l'état d'interférence (FIGURE II.8(c)). La figure de speckle ne sera pas translatée mais la répartition des taches sombres et brillantes sera différente. Nous percevons alors le besoin de quantifier les modifications de la figure de speckle pour remonter à la déformation locale du matériau. Pour cela, on définit une fonction de corrélations de l'intensité diffusée entre deux figures de speckle  $g_I^{(1,2)}$  correspondant à deux états 1 et 2 (FIGURE II.8(c)) :

$$g_I^{(1,2)} = \frac{\langle I_1 I_2 \rangle - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}{\sqrt{\langle I_1^2 \rangle - \langle I_1 \rangle^2} \sqrt{\langle I_2^2 \rangle - \langle I_2 \rangle^2}} \quad (\text{II.2})$$

où  $I_1$  et  $I_2$  sont respectivement les intensités de la lumière diffusée dans les états 1 et 2 et  $\langle \cdot \rangle$  la moyenne spatiale sur une petite zone de la figure de speckle (pour plus de détails, se référer à la partie II.4.1). La normalisation de la fonction de corrélation permet de limiter l'influence des fluctuations spatiales d'intensité.

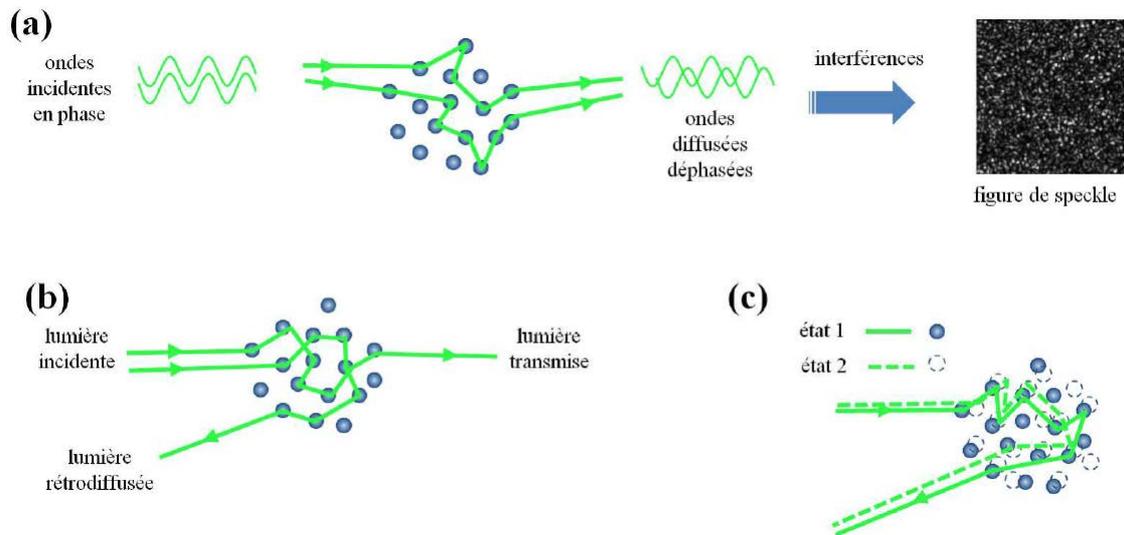


FIGURE II.8 – [LB14]. (a) Principe de la DWS : la lumière suit des chemins optiques différents dans le milieu, induisant un déphasage et un phénomène d'interférences. (b) La lumière émergeant du matériau est dite rétrodiffusée ou bien transmise respectivement si elle ressort du même côté que la lumière incidente ou bien sur la face opposée. (c) Représentation de deux états 1 et 2 entre lesquels la position des diffuseurs a changé, entraînant une modification du chemin optique suivi par un même rayon lumineux.

## II.2.2 Mesure de la déformation

### Théorie de la diffusion

Le principe général de la DWS venant d'être exposé, intéressons-nous aux mécanismes de diffusion qui entrent en jeu. En optique, la diffusion élastique de la lumière par des particules sphériques est décrite, à partir des équations de Maxwell, par la théorie de Mie. On peut évoquer le cas limite pour des objets diffusants de petites tailles par rapport à la longueur d'onde ( $< \frac{\lambda}{10}$ ) qui correspond à la diffusion Rayleigh. Dans ce régime de diffusion, la lumière incidente est diffusée de manière isotrope avec une efficacité différente selon la longueur d'onde (FIGURE II.9(a)). Le chemin optique suivi par la lumière dans un tel milieu est parfaitement décrit par une marche aléatoire. C'est ce phénomène qui explique la couleur bleu du ciel. Les objets diffusants étant les molécules de gaz qui composent l'atmosphère, leurs tailles sont bien inférieures aux longueurs d'ondes du domaine visible. Les molécules diffusent donc la lumière venant du soleil dans toutes les directions avec une efficacité plus grande pour le bleu que le rouge. C'est pour cette raison que le ciel nous paraît bleu la journée. À l'aube ou au crépuscule, la lumière traverse une plus grande épaisseur d'atmosphère. Le bleu étant toujours mieux diffusé que le rouge, nous ne voyons quasiment plus de bleu lors d'une observation directe du soleil.

Lorsque la taille des diffuseurs augmente, la théorie de Mie s'éloigne de la diffusion

Rayleigh. Désormais la lumière subit une diffusion à petits angles. Dans ce cas la direction de propagation de la lumière diffusée reste proche de celle de la lumière incidente (FIGURE II.9(c)). Pour ce régime de diffusion, on peut définir une longueur de transport  $l^*$  (*transport mean free path*) correspondant à la distance que la lumière doit parcourir pour perdre la mémoire de sa direction de propagation initiale (FIGURE II.9(d)). Dans le régime de diffusion Rayleigh où la diffusion se fait de manière isotrope, la longueur de transport  $l^*$  correspond à la distance  $l$  entre les diffuseurs (FIGURE II.9(b)). La valeur de la longueur de transport est une fonction de la nature et de la taille des diffuseurs ainsi que de la longueur d'onde de la lumière incidente. Les longueurs  $l$  et  $l^*$  sont reliées par la relation suivante :

$$l^* = \frac{l}{1 - \langle \cos(\theta) \rangle} \quad (\text{II.3})$$

où  $\theta$  est l'angle de diffusion entre la lumière incidente et la lumière diffusée et  $\langle \cdot \rangle$  représente la moyenne sur tous les angles de diffusion par événements le long d'un chemin optique. On retrouve le fait que  $l^* \geq l$  et que dans le cas de la diffusion Rayleigh, l'isotropie donne  $\langle \cos(\theta) \rangle = 0$  et  $l^* = l$ .

Nos échantillons de matériau granulaire sont des billes de verre d'un diamètre moyen de 90  $\mu\text{m}$  et éclairées par une lumière laser dans le visible ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ). Nos expériences se placent donc dans le second régime de diffusion décrit. La configuration expérimentale permet d'étudier la figure de speckle produite par la lumière rétrodiffusée. Dans cette configuration, la lumière émergente a suivi une multitude de chemins optiques différents à l'intérieur du matériau mais dont la distribution des longueurs est piquée sur la valeur d'environ  $2l^*$  [PWZH90]. Cela permet de résoudre spatialement la technique de visualisation. En effet, la figure de speckle obtenue en rétrodiffusion correspond à la figure d'interférences de rayons lumineux ayant majoritairement sondés un volume de matériau de l'ordre de  $(l^*)^3$ .

### Lien avec la déformation locale

Nous savons qu'une modification des chemins optiques suivis par la lumière dans le matériau granulaire conduit à une modification de l'état d'interférence du speckle. En se plaçant dans la configuration de diffusion multiple de la lumière en rétrodiffusion, les modifications de chemins optiques seront dus à des réarrangements des diffuseurs dans un volume de l'ordre de  $(l^*)^3$ . En faisant l'hypothèse que la décorrélation du speckle est uniquement la somme d'un déplacement affine lié au champ de déformation et d'un mouvement aléatoire non-affine des diffuseurs de déplacement quadratique moyen  $\langle \Delta r^2 \rangle$ , la fonction de corrélations peut s'approximer à une fonction de la déformation locale [EAC08, AMC17] :

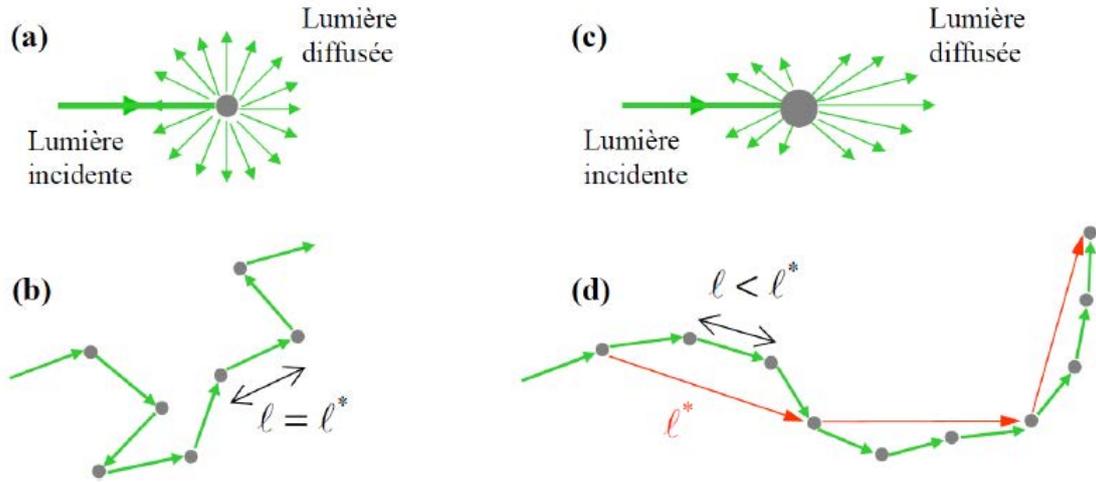


FIGURE II.9 – [Erp10]. (a) Diffusion Rayleigh : la lumière est diffusée aléatoirement dans toutes les directions. (b) : Chemin optique suivi par la lumière dans le cas d’une diffusion Rayleigh : un seul diffuseur suffit pour perdre la mémoire de la direction incidente ( $l = l^*$ ). (c) : Diffusion à petits angles décrite par la théorie de Mie. (d) Chemin optique suivi par la lumière dans le cas d’une diffusion à petits angles : il faut plusieurs diffuseurs pour perdre la mémoire de la direction incidente ( $l < l^*$ ).

$$g_I \approx \exp \left( -2\eta k l^* \sqrt{3f(\boldsymbol{\varepsilon}) + \frac{\langle \Delta r^2 \rangle}{(l^*)^2}} \right) \quad (\text{II.4})$$

où  $\eta$  est un facteur optique déterminé empiriquement et dépend des conditions aux limites optiques. M.U. Vera et D.J. Durian ont donné une estimation de la valeur de  $\eta$ , selon la nature du matériau diffusant en fonction de l’indice optique effectif, comprise entre 1.5 et 3.5 [VD96].  $k$  est le nombre d’onde ( $k = \frac{2\pi n}{\lambda}$ ) avec  $\lambda$  la longueur d’onde dans le vide et  $f(\boldsymbol{\varepsilon})$  est une fonction des invariants quadratiques du tenseur des déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$  telle que :

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\beta - \chi}{2l^*} \text{Tr}^2(\boldsymbol{\varepsilon}) + \frac{\beta}{l^*} \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^2) \quad (\text{II.5})$$

où  $\beta$  et  $\chi$  sont deux constantes de la dimension d’une longueur. Elles dépendent des propriétés de propagation de la lumière dans le milieu diffusant et peuvent être calculés dans le cadre de la diffusion de Mie :  $\beta/l^* = 2/15$  et  $\chi = 0$  [BAM91, BM94].

### Résolution en déformation

La fonction de corrélations  $g_I$  (EQUATION II.2) est une fonction normalisée. Ses valeurs sont donc comprises entre 0 et 1. Une valeur de  $g_I$  proche de 1 correspond à une bonne corrélation entre les deux figures d’interférences considérées ( $I_1 \approx I_2$ ). Dans ce cas, la

déformation entre les états 1 et 2 est faible. À l'inverse, une valeur de  $g_I$  proche de 0 correspond à une forte décorrélation et à une déformation importante entre les états 1 et 2. En faisant les hypothèses d'une transformation isovolume ( $\text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$ ) et d'une contribution non-affine dans la décorrélation négligeable devant le déplacement affine local, les équations II.4 et II.5 se simplifient de la manière suivante en prenant  $\beta = \frac{2l^*}{15}$  :

$$g_I \approx \exp\left(-2\eta kl^* \sqrt{3f(\boldsymbol{\varepsilon})}\right) \quad (\text{II.6})$$

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{2}{15} \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^2) \quad (\text{II.7})$$

On peut alors déterminer l'ordre de grandeur des déformations observées selon la valeur de la fonction  $g_I$  :

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) \approx -\frac{\ln(g_I)}{2\eta kl^* \sqrt{3}} \quad (\text{II.8})$$

En prenant des valeurs expérimentales typiques pour un milieu granulaire  $\eta \approx 2$ ,  $k = n \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{532 \cdot 10^{-9}} \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $n \approx 1.3$  l'indice optique et  $l^* = 240 \mu\text{m}$ , on obtient des valeurs de déformation inférieures à  $10^{-6}$  et supérieures à  $10^{-4}$  pour des valeurs de  $g_I$  respectivement comprises entre 0.99 et 0.01.

### II.2.3 Dispositif expérimental optique

Pour réaliser les mesures de déformation par DWS, nous utilisons un laser continu monomode (*Compass 215M-75, Coherent*) émettant une radiation polarisée verticalement à la longueur d'onde  $\lambda = 532 \text{ nm}$  (cristal Nd :YAG doublé en fréquence) avec une puissance maximale de 75 mW. Afin d'éclairer le plus homogènement possible l'échantillon, le faisceau laser est élargi à l'aide d'une lentille divergente. Pour gagner en compacité, le chemin optique est allongé à l'aide d'un miroir plan. La lumière rétrodiffusée est collectée sur un capteur CMOS à l'aide d'un diaphragme et d'une lentille convergente de manière à faire l'image de l'échantillon dans sa totalité. Le rôle du diaphragme, déterminant dans la taille des grains de speckle sera expliqué en II.4.1. Juste en amont du capteur CMOS, un filtre interférentiel centré sur la longueur d'onde  $\lambda = 532 \text{ nm}$  permet de ne collecter que la lumière issue du laser (FIGURE II.10). Cela permet de travailler à la lumière du jour sans pour autant perturber l'acquisition des images de speckle.

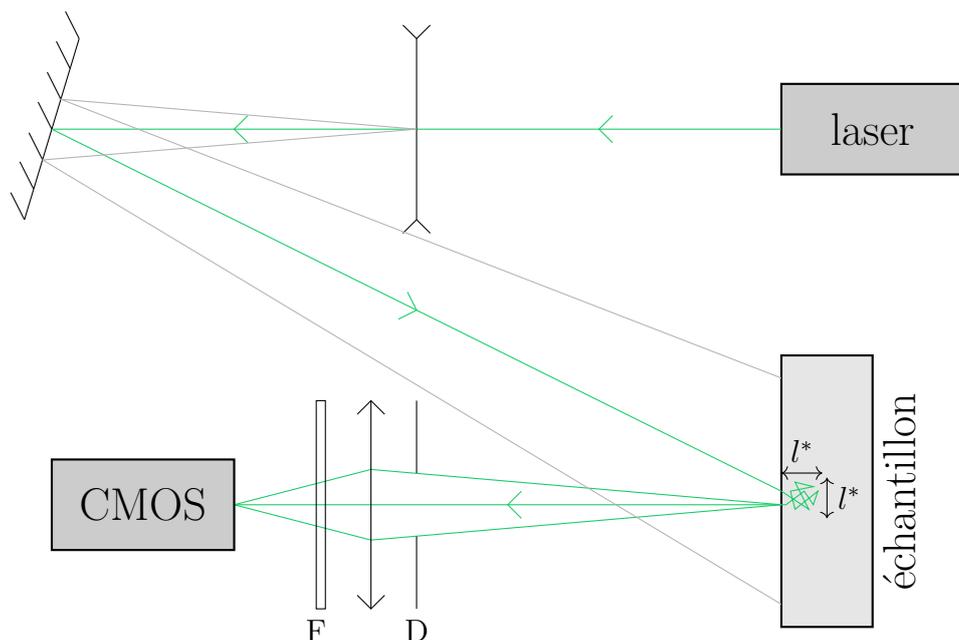


FIGURE II.10 – Schéma du dispositif optique pour la réalisation de la visualisation par DWS. D : diaphragme ; F : filtre interférentiel.

## II.3 Système d'acquisition

### II.3.1 Capteurs CMOS

Durant ma thèse, j'ai utilisé deux types de capteurs CMOS différents. Le premier est un appareil photo reflex numérique (*D800E, Nikon*) de 36 Mégapixels ( $7424 \times 4924$  pixels). Cependant seuls les pixels verts ont une valeur non-nulle du fait de la présence du filtre interférentiel juste en amont. un premier traitement consiste à passer d'une configuration à quatre pixels (deux verts, un bleu et un rouge) à un seul pixel dont la valeur correspond à la moyenne des deux pixels verts (voir FIGURE II.11). La résolution est alors de  $3712 \times 2462$  pixels. Cet appareil photo permet d'avoir une bonne résolution spatiale des figures de speckle mais est rapidement limité en résolution temporelle. Il a été utilisé uniquement au début de ma thèse à la fréquence d'une image toute les trois secondes.

Très vite est apparu la nécessité d'augmenter la résolution temporelle pour pouvoir remonter à de plus petits incréments de déformation. L'appareil photo a été remplacé par une caméra (*PT-41-04M60, Dalsa*) de 4 Mégapixels ( $2352 \times 1728$  pixels) pouvant atteindre une fréquence d'acquisition de 60 fps. La caméra étant monochrome, tous les pixels sont activés malgré la présence du filtre interférentiel. La résolution spatiale est donc diminuée uniquement d'un facteur deux par rapport à l'appareil photo pour un gain en résolution temporelle d'un facteur soixante (la carte d'acquisition nous limitant à 25 fps).

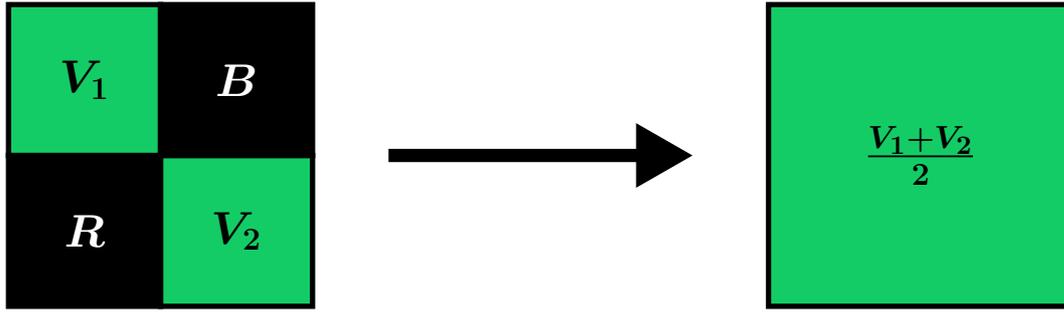


FIGURE II.11 – Illustration du traitement des images de speckle obtenues avec l'appareil photo Nikon. Du fait de la présence d'un filtre interférentiel, seuls les pixels verts ont des valeurs non-nulles.

### II.3.2 Capteur de force

Durant une expérience de test biaxial, la contrainte appliquée sur l'échantillon  $-\sigma_{yy}$  est enregistrée par un capteur de force (*ELPF Load Cell, Measurements Specialities*) caractérisé au cours d'une thèse antérieure d'Antoine Le Bouil [LB14]. Le capteur est positionnée entre la platine de translation verticale et la plaque supérieure (③ FIGURE II.3). Il consiste en une jauge de déformation dont la résistance est mesurée à l'aide d'un pont de Wheatstone. La linéarité a été vérifiée lors de la caractérisation (FIGURE II.12) et permet de remonter à la force appliquée  $F$  selon la valeur de la tension de sortie. En se référant à la figure II.4, la contrainte  $-\sigma_{yy}$  est la somme de la contrainte de confinement  $-\sigma_{xx}$  et de la pression appliquée sur l'échantillon :

$$-\sigma_{yy} = \frac{F}{S} - \sigma_{xx} \quad (\text{II.9})$$

avec  $F$  la force appliquée et  $S$  la surface de contact initiale entre la plaque supérieure et l'échantillon. On peut ainsi relier simplement la tension de sortie  $U$  du capteur de force à la contrainte déviatorique appliquée  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$  :

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{U}{9.769S} \quad (\text{II.10})$$

### II.3.3 Pilotage LabView

Une grande partie du dispositif expérimental est piloté via un programme LabView réalisé par l'ingénieur d'étude en électronique Patrick Chasle. Il permet de commander le contrôleur du moteur pas à pas (se référer à la partie II.1.2), et donc la platine de translation, pour les expériences à déformation imposée. Ce programme pilote également le déclenchement de l'appareil photo Nikon et permet donc de synchroniser le signal de force avec les images de speckle.

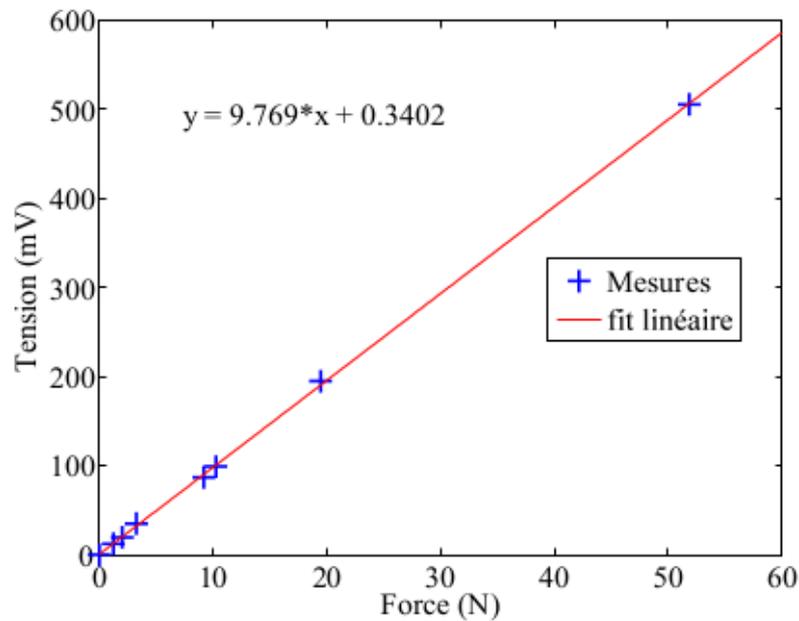


FIGURE II.12 – [LB14]. Test de linéarité du capteur : tension de sortie en fonction de la force appliquée.

Que ce soit lors d'expériences à déformation imposée ou bien à contrainte imposée, le programme LabView enregistre au cours du temps la tension de sortie du capteur de force ainsi que la position de la platine de translation (expérience à déformation imposée uniquement) avec respectivement une fréquence de 100 Hz (ou 50 Hz) et 10 Hz.

En revanche, il est à noter que ce programme Labview ne contrôle pas la caméra Dalsa lorsque celle-ci est utilisée. Cette dernière est pilotée par un programme C indépendant. Les signaux de forces et de déformations sont donc désynchronisés avec la prise d'images par la caméra Dalsa. Cependant, l'écart de temps est de l'ordre de quelques secondes. Ceci est sans importance car seules les valeurs de force sont exploitées dans la suite.

## II.4 Outils de mesure

### II.4.1 Cartes de corrélations $g_I$

La fonction de corrélations  $g_I$  (EQUATION II.2) a déjà été introduite dans la partie II.2.2. Un exemple de carte de corrélations obtenue à partir des valeurs de  $g_I$  est donné en figure II.13. Les pixels sombres correspondent à une faible valeur de  $g_I$  soit une déformation locale importante ( $\sim 10^{-4}$ ) entre les états 1 et 2 que constituent les figures de speckle. À l'inverse, les pixels clairs correspondent à une valeur de  $g_I$  proche de l'unité et à une faible déformation locale ( $\sim 10^{-6}$ ). L'obtention de telles cartes de corrélations

nécessite quelques paramétrages et traitements qui sont exposés ci-dessous.

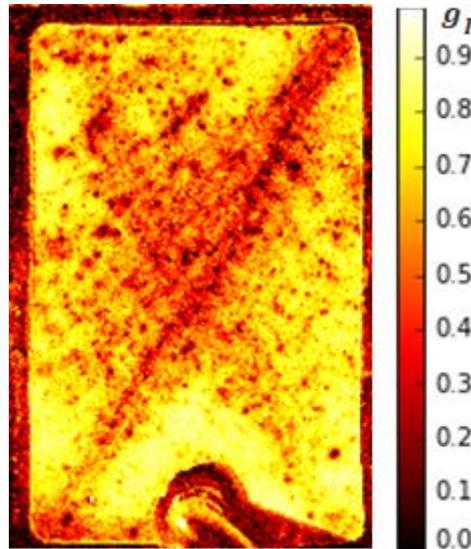


FIGURE II.13 – Exemple de carte de corrélations. Les pixels sombres correspondent à des valeurs de la fonction de corrélations  $g_I$  proches de 0 alors que les pixels clairs correspondent à des valeurs de  $g_I$  proche de 1.

### Paramétrages optiques

La fonction de corrélations est moyennée spatialement sur des zones carrées de taille  $N \times N$  pixels appelée par la suite *métapixel*. La taille des images de speckle sur lesquelles elle est calculée restant fixe, la valeur de  $N$  détermine la résolution spatiale des cartes de corrélations. Plus la zone considérée est grande et moins les fluctuations sont importantes mais au détriment de la résolution. Un compromis entre résolution spatiale et statistique est à effectuer.

Un autre paramètre à prendre également en compte est la taille des taches de speckle. Cette taille est ajustable à l'aide du diaphragme situé entre l'échantillon et le capteur CMOS (FIGURE II.10). L'information minimale étant à l'échelle des taches de speckle, ces dernières doivent au moins faire la taille d'un pixel. En revanche, prendre des taches de speckle s'étalant sur plusieurs pixels conduit à une redondance de l'information. Il faut donc un équilibre entre la perte d'information et sa redondance. Il a été montré que la taille optimale des taches de speckle était de l'ordre de trois pixels [VLP02].

Le volume typique d'échantillon sondé par DWS est de l'ordre de  $(l^*)^3$  soit une surface de  $l^* \times l^*$ . Il convient alors de faire coïncider la taille des métapixels avec cette surface sondée tout en prenant garde à avoir suffisamment de taches de speckle dans cette même zone. En pratique, la taille des taches de speckle est comprise entre deux et trois pixels et les métapixels correspondent à des zones carrées de côté  $N = 16$  pixels (FIGURE II.14).

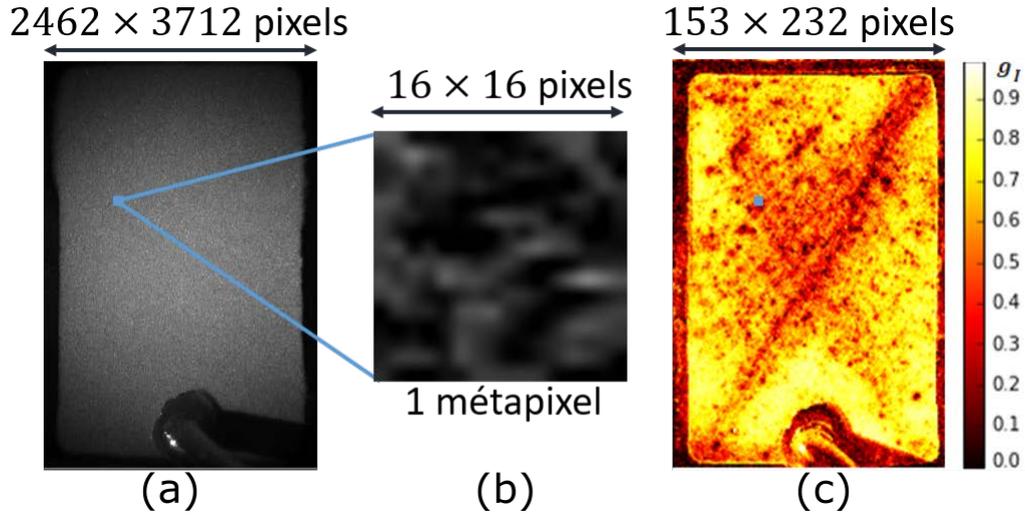


FIGURE II.14 – (a) Image de speckle. (b) Zone carrée de côté  $N = 16$  constituant un métapixel et sur laquelle est moyennée la fonction de corrélations  $g_I$ . (c) Carte de corrélations obtenue à partir des valeurs de  $g_I$  : un pixel sur cette carte correspond à la moyenne des corrélations prises sur un métapixel.

### Correction du noir

Le capteur CMOS de la caméra Dalsa n'est pas parfait. Cela se traduit par un signal électrique même lorsque le capteur n'est pas illuminé. Ce signal est de plus spatialement inhomogène sur le capteur. Pour les expériences utilisant la caméra Dalsa, une correction préalable du noir sur les images de speckle est donc nécessaire. La procédure a été mise au point au cours de la thèse de Marion Erpelding [Erp10].

La première étape consiste à enregistrer une série d'images de noir (lorsque le laser est éteint) et d'en calculer, pixel par pixel, une image de noir moyenne  $I_{noir,moy}(p)$  :

$$I_{noir,moy}(p) = \langle I_{noir}(p) \rangle_{\text{images de noir}} \quad (\text{II.11})$$

où la variable  $p$  correspond aux pixels de l'image. À partir de cette image de noir moyenne, on peut calculer une image du bruit d'obscurité  $I_{obs}$  :

$$I_{obs}(p) = I_{noir}(p) - I_{noir,moy}(p) \quad (\text{II.12})$$

En faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas de corrélation entre les pixels de l'image du bruit d'obscurité  $I_{obs}$ , la contribution de ce bruit  $\sigma_{obs}^2$  est obtenue en calculant, sur un métapixel (zone carrée de  $N = 16 \times 16$  pixels de côté), la variance de l'image d'obscurité  $I_{obs}$  :

$$\sigma_{obs}^2(m) = \langle I_{obs}(p)^2 \rangle_{p \in m} - \langle I_{obs}(p) \rangle_{p \in m}^2 \quad (\text{II.13})$$

où la variable  $m$  correspond aux métapixels.

La correction du noir sur les images de speckle se fait ensuite à deux niveaux. Tout

d'abord au niveau des images de speckle  $I_i(p)$  (pour l'état  $i$ ). Avant tout calcul, ces dernières sont corrigées en leur soustrayant, pixel par pixel, la carte de noir moyenne :

$$I_{i,corr}(p) = I_i(p) - I_{noir,moy}(p) \quad (\text{II.14})$$

La deuxième correction a lieu au moment du calcul des cartes de corrélations  $g_I$  qui se réécrit, avec la prise en compte de la correction du noir, de la manière suivante :

$$g_I^{(1,2)} = \frac{\langle I_{1,corr} I_{2,corr} \rangle - \langle I_{1,corr} \rangle \langle I_{2,corr} \rangle}{\sqrt{\langle I_{1,corr}^2 \rangle - \langle I_{1,corr} \rangle^2 - \sigma_{obs}^2} \sqrt{\langle I_{2,corr}^2 \rangle - \langle I_{2,corr} \rangle^2 - \sigma_{obs}^2}} \quad (\text{II.15})$$

## II.4.2 Mesure des déplacements par translation du speckle

Le calcul des cartes de corrélations permet de connaître la déformation locale qui a lieu au sein du matériau granulaire. La translation des figures de speckle nous permet de remonter au champ de déplacement au cours du chargement. L'utilisation des images de speckle évite de devoir mettre en place, en parallèle du laser, un éclairage en lumière blanche incohérente pour repérer puis suivre individuellement les billes de verre. C'est ce qui avait été précédemment mis en place au cours de la thèse d'Antoine Le Bouil [LB14].

Le principe de la technique utilisée ici est celui de la DIC [PQXA09] (*Digital Image Correlation*). Il s'agit de déterminer un motif sur une image de référence puis de le retrouver sur une autre image. La position de ce motif sur la seconde image renseigne du déplacement qu'il y a eu entre les deux images. Dans nos expériences, la déformation imposée aux échantillons se traduit par des réarrangements locaux à l'échelle des billes et par un écoulement à l'échelle de l'échantillon qui respectivement se caractérisent par une modification de la figure de speckle (décorrélation) et par une translation de cette dernière. Une décorrélation trop importante ne permet pas d'identifier le motif sélectionné sur la seconde image. Pour limiter cet effet, il faut que l'écart entre les couples d'images de speckle soit le plus petit possible. L'inconvénient de travailler avec des images proches est que le déplacement de la figure de speckle entre ces deux images se retrouve sub-pixel. Il est donc nécessaire d'utiliser une technique qui soit la moins sensible possible au phénomène de décorrélation et qui permette également de mesurer des déplacements sub-pixel avec précision.

### Principe

La mesure du déplacement s'effectue en deux étapes : d'abord le déplacement en pixel entier puis le déplacement sub-pixel. La méthode utilisée est fortement inspirée des travaux de Ren *et al.* [RJV10]. Le déplacement en pixel entier utilise les propriétés de la transformée de Fourier. Si on considère deux images,  $I_1$  et  $I_2$ , dont la seconde correspond

à une translation de la première ( $I_2(x, y) = I_1(x - \Delta x, y - \Delta y)$ ) alors, dans l'espace de Fourier, cette différence se traduira par un terme de phase entre ces deux images :

$$\tilde{I}_2(u, v) = \tilde{I}_1(u, v) \exp(-i2\pi(u\Delta x + v\Delta y)) \quad (\text{II.16})$$

où  $\tilde{I}_j$  est la transformée de Fourier de l'image  $I_j$  (avec  $j = 1$  ou  $2$ ) et où  $u$  et  $v$  sont les fréquences spatiales des images respectivement selon les directions  $(Ox)$  et  $(Oy)$ . Pour s'affranchir au maximum de l'effet de la décorrélation du speckle, on choisit d'effectuer la normalisation suivante dans l'espace de Fourier :

$$P = \frac{\tilde{I}_2 \tilde{I}_1^*}{|\tilde{I}_2 \tilde{I}_1^*|}(u, v) = \exp(-i2\pi(u\Delta x + v\Delta y)) \quad (\text{II.17})$$

où  $I_1^*$  est le conjugué complexe de dans l'espace de Fourier de l'image  $I_1$ . L'avantage de cette normalisation est qu'elle permet de ne garder que le terme de phase entre les deux images. En calculant la transformée de Fourier inverse de la quantité  $P$ , on obtient dans l'espace directe une fonction  $p$  ne dépendant que du déplacement de la seconde image par rapport à la première :

$$p(x, y) = TF^{-1}(P) = \frac{\sin(\pi(x - \Delta x))}{\pi(x - \Delta x)} \frac{\sin(\pi(y - \Delta y))}{\pi(y - \Delta y)} \quad (\text{II.18})$$

L'obtention dans l'espace réel d'un produit de sinus cardinaux au lieu d'un produit de distributions de Dirac est dû à la discrétisation des images  $I_1$  et  $I_2$ . Dans le cas idéal où il n'y a pas de décorrélation et où les déplacements suivants  $(Ox)$  et  $(Oy)$  ( $\Delta x$  et  $\Delta y$ ) sont des entiers, alors la fonction  $p(x, y)$  est maximale pour  $(x, y) = (\Delta x, \Delta y)$  tel que :

$$\begin{aligned} p(x, y) &= 1 \text{ si } (x, y) = (\Delta x, \Delta y) \\ &= 0 \text{ ailleurs} \end{aligned}$$

Dans le cas réel, les déplacements mesurés sont sub-pixels. La fonction  $p(x, y)$  est alors maximale pour  $(x, y) = (0, 0)$  et non-nulle autour de cette coordonnée. Le déplacement sub-pixel est déterminé par interpolation bi-linéaire à partir des valeurs autour du maximum de  $p$ . Pour cela, on définit deux quantités  $D_x$  et  $D_y$  de la manière suivante :

		p(0,-1)	
p(-1,0)		p(0,0)	
		p(1,0)	
		p(0,1)	

$$D_x = p(1, 0) - p(-1, 0) \quad (\text{II.19})$$

$$D_y = p(0, 1) - p(0, -1) \quad (\text{II.20})$$

Dans la limite où les déplacements sub-pixels  $\Delta x$  et  $\Delta y$  tendent vers 0, ces derniers peuvent être déterminés à partir de  $p(0, 0)$ ,  $D_x$  et  $D_y$  :

$$\Delta x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{D_x}{D_x + p(0, 0)} \quad (\text{II.21})$$

$$\Delta y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{1}{2} \frac{D_y}{D_y + p(0, 0)} \quad (\text{II.22})$$

En pratique,  $I_1$  et  $I_2$  correspondent à des sous-images des images de speckle pouvant être carrées ou bien rectangulaires. La taille de  $I_1$  et  $I_2$  sera explicité au moment de l'étude du déplacement dans les chapitres suivants. Le déplacement est mesuré pour des couples d'images séparées de  $\Delta t = 0.25, 0.50, 0.75$  et  $1.00$  s. Pour chaque intervalle de temps, le déplacement est moyenné sur 6 000 couples d'images. Avec la caméra Dalsa, le grandissement est tel que l'on a la correspondance : 1 pixel  $\longleftrightarrow$  33  $\mu\text{m}$ . L'incertitude retenue sur les mesures est l'erreur statistique sur la moyenne :

$$\text{err}(\Delta j) = \frac{2\sigma_j}{\sqrt{N}} \quad (\text{II.23})$$

où  $\sigma_j$  est l'écart-type du déplacement  $\Delta j$  (avec  $j = x$  ou  $y$ ) sur les  $N = 6\,000$  mesures.

### Vérification et précision de la méthode

Cette méthode de suivi a été testée en mesurant le déplacement d'un objet diffusant. Un morceau de papier (objet diffusant) est collé sur la plaque supérieure du dispositif expérimental (④ FIGURE II.3) et est translaté vers le bas, grâce à la platine de translation verticale et au moteur pas à pas, à la vitesse de  $0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Cette vitesse est celle la plus largement utilisée lors des expériences. Le morceau de papier ne subissant pas de déformation, la figure de speckle reste inchangée. On est donc dans le cas d'une translation pure. La FIGURE II.15 montre la valeur du déplacement vertical  $\Delta y$ , en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux images, obtenue avec le morceau de papier. L'incertitude est ici de quelques  $10^{-4}$  pixels. Une régression linéaire sur les déplacements mesurés permet de déterminer une valeur expérimentale de la vitesse. Dans le cas du morceau de papier, on trouve  $v = 0.91 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  contre  $v = 0.90 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  imposée. Cette différence de vitesse peut venir de l'erreur systématique liée à l'estimation du grandissement optique.

Une seconde vérification a été faite sur un échantillon de milieu granulaire. Au-delà du seuil de rupture, on s'attend à un déplacement en bloc de l'échantillon en dehors des bandes de cisaillements. Plus précisément, en haut de l'échantillon, au voisinage de la plaque supérieure, on s'attend à ce que le déplacement soit uniquement vertical et à la vitesse imposée par le moteur. Pour cela, on mesure le déplacement sur une zone carrée de deux cents pixels de côté au contact de la plaque verticale (voir FIGURE II.16). La FIGURE II.17 représente la valeur du déplacement vertical  $\Delta y$  en fonction de  $\Delta t$  mesuré

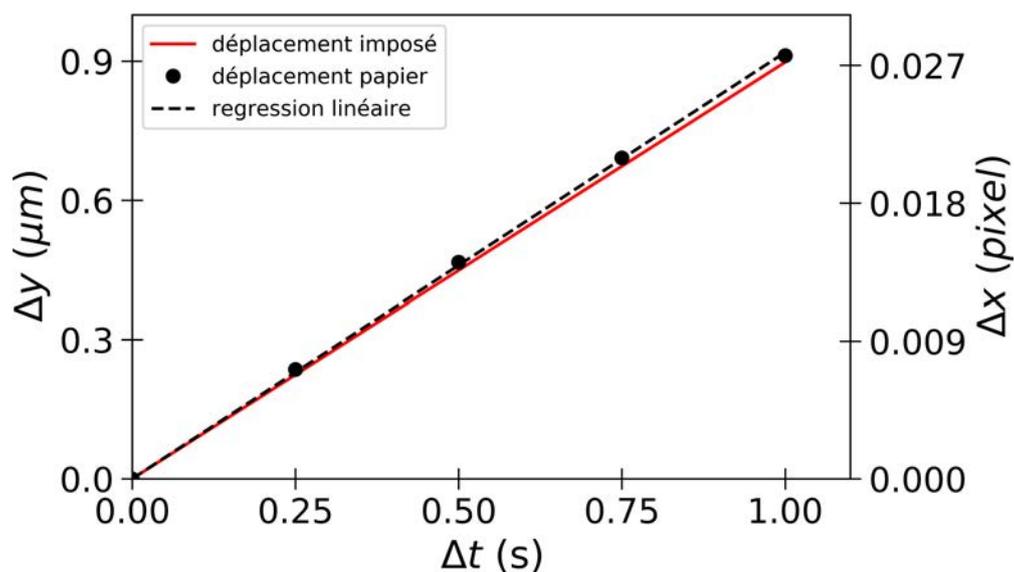


FIGURE II.15 – Déplacements  $\Delta y$  mesurés pour une translation pure sans décorrélation (morceau de papier). En rouge le déplacement imposé par le moteur.

sur l'échantillon de milieu granulaire. Dans ce cas, on mesure  $v = 0.81 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . L'écart avec la vitesse imposée est plus important que dans le cas avec le morceau de papier. La différence peut s'expliquer par le phénomène de décorrélation du speckle qui se superpose au déplacement. Les résultats de ces deux test sont regroupés dans la TABLE II.3



FIGURE II.16 – Zone d'étude  $200 \times 200$  pour la mesure du déplacement sur un échantillon granulaire. La zone est représentée sur une carte de corrélation pour plus de visibilité mais les mesures ont été faites sur les images de speckle.

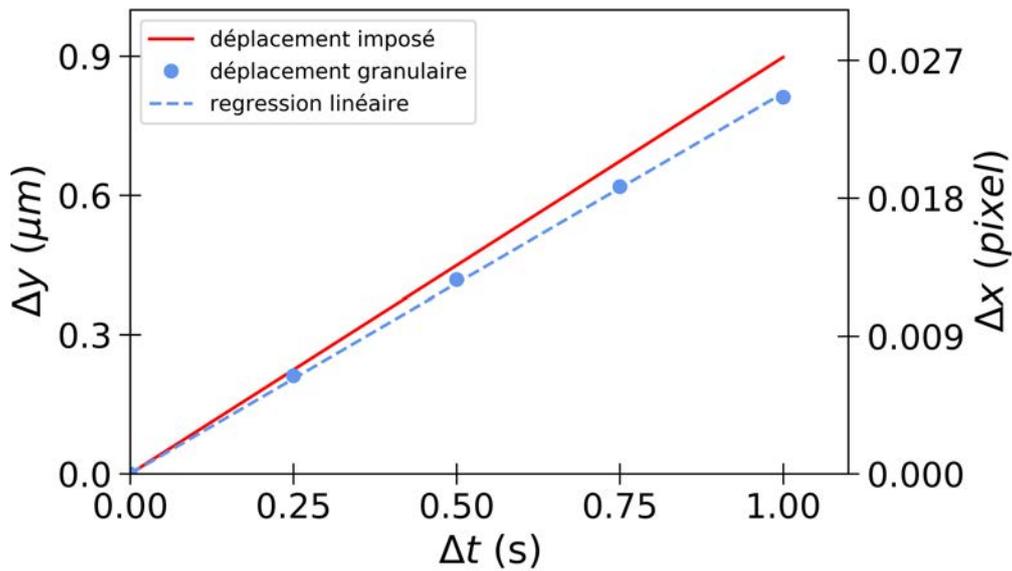


FIGURE II.17 – Déplacements  $\Delta y$  mesurés sur un échantillon de matériau granulaire. La zone étudiée est représentée en FIGURE II.16. En rouge le déplacement imposé par le moteur.

Déplacement test	
Vitesse	$0.91 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Coefficient de détermination ( $R^2$ )	0.9998
Déplacement mesuré	
Vitesse	$0.81 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Coefficient de détermination ( $R^2$ )	0.9997

TABLE II.3 – Vitesses et coefficients de détermination ( $R^2$ ) obtenus par régression linéaire des déplacements test et mesuré. La vitesse imposée est de  $0.90 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

## II.5 Préparation des échantillons

L'ensemble des expériences ont été faites avec des billes de verre (*SiLibeads SOLID Micro Glass Beads, Sigmund Lindner*) de diamètre compris entre 70 et 110  $\mu\text{m}$ . Quelques caractéristiques de ces billes sont regroupées en TABLE II.4.

Le milieu granulaire (billes) est déposé dans un moule en latex sans que la fraction volumique ne soit précisément contrôlée. Néanmoins, cette dernière est de l'ordre de 0.60. Le protocole de fabrication de ces moules a été mis au point par Antoine Le Bouil [LB14]. Il consiste à venir déposer à l'aide d'un pinceau, par couches successives, du latex liquide

pré-vulcanisé sur un contre-moule en plâtre (FIGURE II.18). Entre six et huit couches sont nécessaires pour obtenir un moule relativement rigide pour pouvoir contenir les billes de verre tout en s'assurant que sa réponse mécanique soit négligeable devant celle du milieu granulaire. Les dimensions des échantillons sont  $L \times l \times p = 85 \times 55 \times 25 \text{ mm}^3$ .

Une fois le moule rempli. L'échantillon est fermé par une plaque de verre montée sur un hublot permettant la fixation sur le bâti expérimental (⑤ FIGURE II.3). Cette plaque de verre transparente permet la visualisation optique par DWS. L'application de la contrainte de confinement  $-\sigma_{xx}$  (se référer à la partie II.1.2) se fait par dépressurisation à l'aide d'une pompe à vide. L'étanchéité de l'échantillon est assurée par l'application de graisse à vide sur le moule en latex en contact avec la plaque de verre. L'ensemble {échantillon + hublot} est ensuite installé et fixé sur le bâti expérimental. Les étapes de préparation des échantillons sont illustrées en figure II.19.

Répartition en taille	60 – 71 $\mu\text{m}$ : 6.00 %
	71 – 106 $\mu\text{m}$ : 88.00 %
	106 – 125 $\mu\text{m}$ : 6.00 %
Indice de réfraction	$n = 1.52$
Module d'Young	63 GPa
Facteur de forme $\left(\frac{d_{min}}{d_{max}}\right)$	$\geq 0.89$

TABLE II.4 – Données constructeur des billes de verre (*SiLibeads SOLID Micro Glass Beads, Sigmund Lindner*).

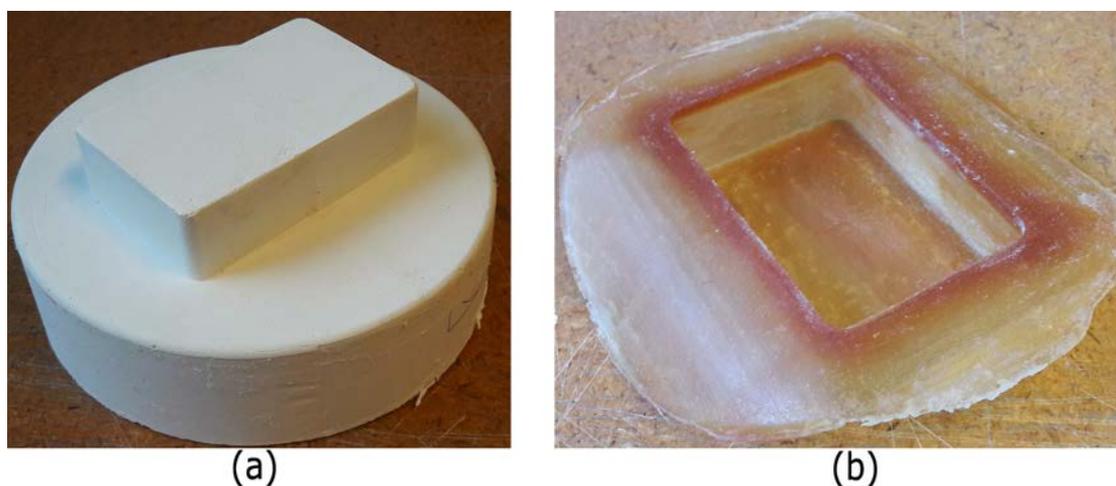


FIGURE II.18 – Photographies : (a) du contre-moule en plâtre; (b) du moule en latex obtenu après séchage de couches successives de latex liquide.

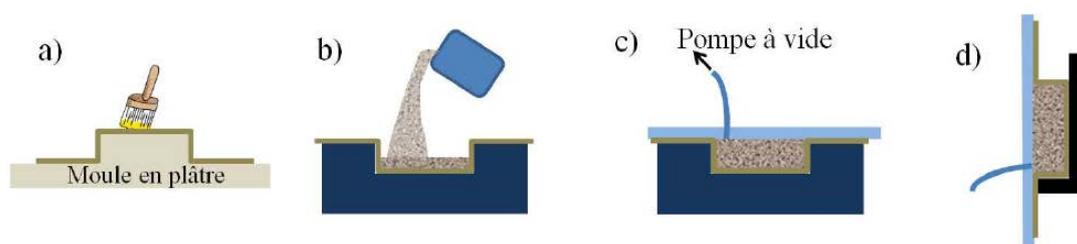


FIGURE II.19 – [LB14]. Schéma des étapes de préparation des échantillons : a) application de couches successives de latex liquide sur un contre-moule en plâtre; b) remplissage du moule avec le matériau granulaire; c) dépressurisation de l'échantillon; d) installation de l'échantillon sur le bâti expérimental.



# Chapitre III

## Expériences types et étude de validité

Durant ma thèse, plusieurs expériences ont été réalisées dans des conditions différentes que ce soit dans le mode de chargement (en déformation ou en contrainte imposée), dans la nature du capteur CMOS utilisé ou encore dans la vitesse de chargement. Ce chapitre a pour objectif d'exposer les observations caractéristiques de ces expériences au travers de deux expériences types puis de présenter des mesures annexes permettant de conforter la validité de l'approche par DWS.

### III.1 Expériences types

Toutes les expériences réalisées présentent quelques points communs. Au niveau de la préparation des échantillons, les billes utilisées présentent les mêmes caractéristiques (quelques propriétés ont été exposées en TABLE II.4). Les expériences sont réalisées avec des grains secs afin de s'affranchir des phénomènes de cohésion par ponts liquides entre les billes qui modifient le comportement mécanique du matériau granulaire. Pour cela, avant chaque expérience, les billes de verre sont séchées dans un four à la température de  $T = 115\text{ °C}$  pendant plus d'une heure. Par ailleurs, pour éviter toute pollution, notamment par la graisse à vide utilisée pour l'étanchéité, les billes sont remplacées systématiquement après chaque expérience.

La pression de confinement  $P_{conf}$  correspondant à la contrainte  $-\sigma_{xx}$  a toujours été prise telle que  $\Delta P = P_{conf} - P_{ext} = -300\text{ mbar}$  ( $-\sigma_{xx} = 30\text{ kPa}$ ). Deux raisons à cela. Premièrement, lors d'une expérience, la grandeur pertinente pour caractériser la contrainte subie par l'échantillon est la contrainte déviatorique  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$  (FIGURE III.1). Le matériau granulaire "rompt" pour une certaine valeur de cette contrainte déviatorique ( $\sim 100 - 120\text{ kPa}$ ). D'après les dimensions des échantillons ( $L \times l \times p = 85 \times 55 \times 25\text{ mm}^3$ ) et des valeurs des contraintes de confinement et déviatorique, cela revient à appliquer une force de l'ordre de

200 N. Une augmentation de la pression de confinement, et donc de la contrainte associée  $-\sigma_{xx}$ , conduit à une plus grande valeur de la contrainte  $-\sigma_{yy}$  à la rupture exercée par le moteur pas à pas. Or ce dernier ne peut fournir une force supérieure à 245 N (se référer à la TABLE II.1). Les limites du moteur sont déjà quasiment atteintes et les augmentations de pressions de confinement encore permises sont limitées. À l'inverse, un expression de confinement trop faible ne permet pas de plaquer l'échantillon sur le hublot. D'autre par, le matériau granulaire utilisé est connu pour être coulombien. À la rupture ( $\tau = \mu \times \sigma$ ), la friction entre les billes est coulombienne :  $\tau_{micro} = \mu_{micro} \times \sigma_{micro}$ . On s'attend donc à des résultats identiques pour des pressions différentes [Ned05].

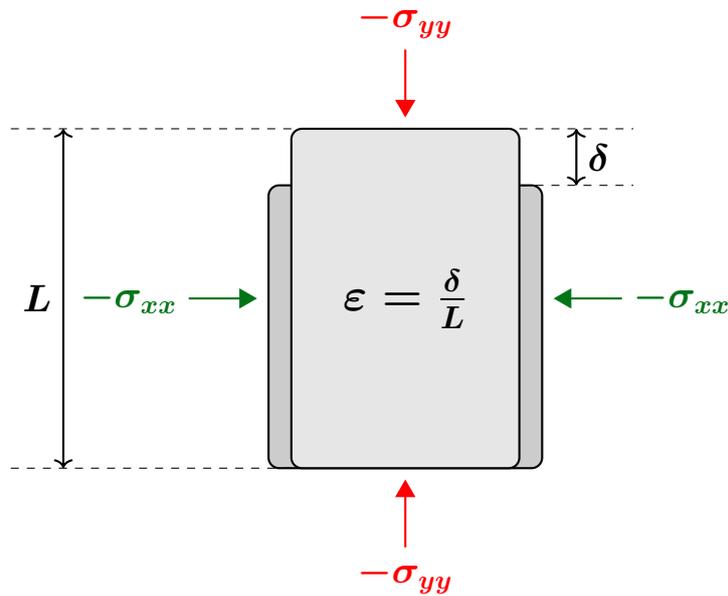


FIGURE III.1 – Définition de la déformation  $\epsilon$  avec rappel des contraintes appliquées sur l'échantillon.

Comme indiqué dans la partie II.3.3, pour chaque expérience, le programme LabView enregistre la tension de sortie du capteur de force ainsi que la position de la platine de translation verticale. Ces données permettent de tracer la courbe de charge. C'est-à-dire la contrainte déviatorique  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$  en fonction de la déformation macroscopique  $\epsilon$ . On définit cette déformation de la manière suivante :

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (\text{III.1})$$

où  $L$  est la hauteur initiale de l'échantillon et  $\delta$  la distance sur laquelle l'échantillon a été comprimé (FIGURE III.1). Expérimentalement, les expériences ne commencent pas avec la plaque supérieure parfaitement en contact avec l'échantillon. La valeur  $\delta = 0$  correspond à la position de la platine lorsque la tension de sortie du capteur de force commence à augmenter. La valeur de la contrainte déviatorique, quant à elle, est déduite de la valeur

de la tension de sortie du capteur de force selon l'équation (II.10) :

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} = \frac{U}{9.769S} \quad (\text{III.2})$$

avec  $U$  la tension de sortie du capteur de force et  $S$  la surface de contact initiale entre l'échantillon et la plaque supérieure.

### III.1.1 Expériences à déformation imposée

La première configuration expérimentale (et la plus utilisée au cours de ma thèse) est celle permettant la compression des échantillons à déformation imposée. Pour rappel, la déformation imposée est obtenue par la mise en translation de la plaque verticale grâce au moteur par l'intermédiaire de la platine de translation verticale (FIGURE II.3).

L'ensemble des paramètres d'une expérience type à déformation imposée sont regroupés en TABLE III.1. Deux points peuvent être mis en exergue. En premier lieu, la valeur de la contrainte de confinement appliquée est très inférieure au module d'Young des billes de verre utilisées ( $E = 63 \text{ GPa}$  - voir II.4). Cela signifie que dans toutes les expériences, la distance d'interpénétration entre les billes est très petite devant leur rayon. Par ailleurs, le taux de déformation très faible ( $\dot{\varepsilon} \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ) permet de se placer dans la limite de compression quasi-statique. Des expériences réalisées à différents taux de déformation confirmeront ce point en V.2.3.

Taille des billes de verre	70 – 110 $\mu\text{m}$
Dimensions de l'échantillon	$L \times l \times p = 85 \times 55 \times 25 \text{ mm}^3$
Contrainte de confinement	$-\sigma_{xx} = 30 \text{ kPa}$
Vitesse de chargement	$v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Taux de déformation	$\dot{\varepsilon} \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

TABLE III.1 – Paramètres expérimentaux typiques pour une expérience à déformation imposée.

### Courbe de charge et cartes de corrélations

La courbe de charge pour une expérience avec les paramètres expérimentaux de la TABLE III.1 est présentée en FIGURE III.2. On peut y observer trois régimes différents. Pour  $\varepsilon \in [0; 4.8 \text{ \%}]$ , le matériau granulaire subit des réarrangements plastiques locaux. Ces réarrangements sont visibles sur les cartes de corrélations sous forme de spots sombres

répartis sur toute la surface de l'échantillon et apparaissant/disparaissant de manière aléatoire (FIGURE III.3(a)). Dans ce régime, le matériau granulaire n'a pas atteint son seuil de rupture.

Le second régime correspond à  $\varepsilon \in [4.8; 6.8\%]$ . On peut observer sur la courbe de charge un plateau. L'apparition de ce dernier marque la rupture du matériau (FIGURE III.3(b)). La déformation se localise majoritairement le long de deux bandes formant un X mais présentant des fluctuations en intensité au cours de la charge. Dans ce régime, on remarque également que de nombreux réarrangements locaux ont encore lieu en dehors de ces bandes.

Lorsque la déformation continue d'augmenter ( $\varepsilon \geq 6.8\%$ ), les deux bandes ont atteint un régime permanent où leur intensité reste fixe tandis qu'il n'y a quasiment plus aucun réarrangement ailleurs dans l'échantillon (FIGURE III.3(c)).

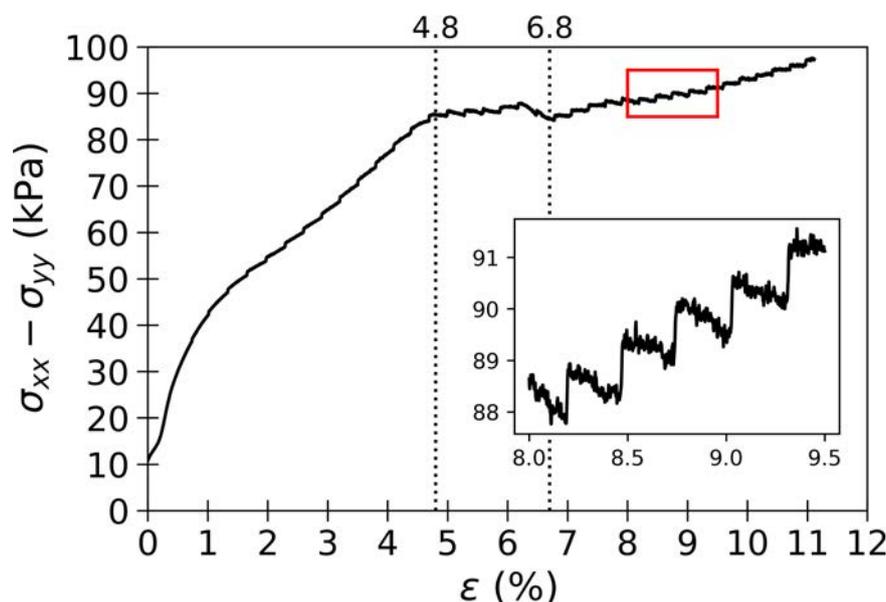


FIGURE III.2 – Contrainte déviatorique en fonction de la déformation (courbe de charge). Insert : observation des cycles de pompage.

En observant la courbe de charge, on remarque que le signal présente des crénelures (FIGURE III.2 (insert)). Elles correspondent aux cycles de pompage. En effet, la pompe n'est pas constamment reliée avec l'échantillon mais une électrovanne "*tout ou rien*" s'ouvre lorsque la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur est inférieure à celle rentrée en consigne et se referme une fois cette différence de pression au-delà d'une valeur maximale rentrée également en consigne (se référer à la partie II.1.2). Expérimentalement, la différence de pression entre l'intérieur de l'échantillon et l'extérieur évolue entre  $\Delta P_{\min} = -299$  mbar et  $\Delta P_{\max} = -305$  mbar. Par conséquent, la contrainte de confinement  $-\sigma_{xx}$  fluctue légèrement entre 29.9 kPa et 30.5 kPa.

Si on regarde cette courbe de charge sur des déformations plus petites, on observe également des oscillations périodiques (FIGURE III.4(a)). En calculant la transformée de

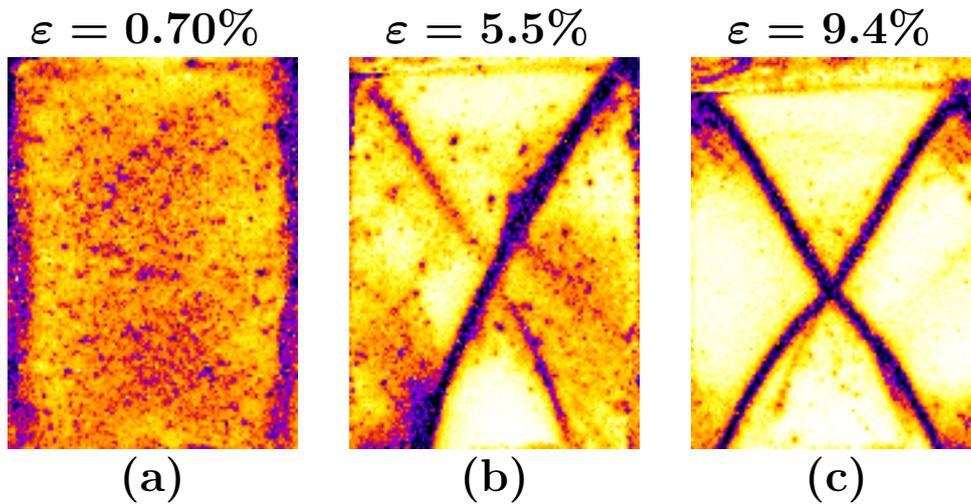


FIGURE III.3 – Cartes de corrélations ( $g_I$ ) à trois instants au cours de la charge :  $\varepsilon = 0.70\%$ ,  $\varepsilon = 5.5\%$ ,  $\varepsilon = 9.4\%$ . Avant la rupture du matériau (a), les réarrangements sont locaux et répartis dans tout l'échantillon. Après la rupture (b) et (c) la quasi totalité de la déformation est localisée le long de bandes.

Fourier de ce signal, on obtient son spectre en fréquence (FIGURE III.4(b)). On met alors en évidence l'existence d'une fréquence caractéristique à 3 Hz ainsi que les premières harmoniques. Ces oscillations sont dues au moteur pas à pas qui se déplace à une vitesse de  $0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  en faisant des pas de  $0.3 \mu\text{m}$  soit à la fréquence de 3 Hz.

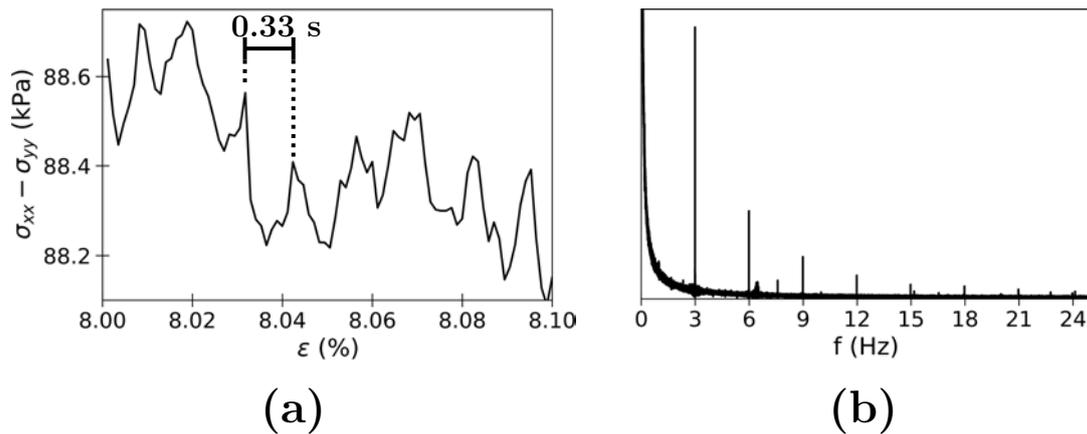


FIGURE III.4 – (a) Oscillations de la contrainte déviatorique à petite échelle en déformation. (b) Spectre de Fourier des oscillations. Une fréquence à 3 Hz est mise en évidence.

## Champ de déplacement

La technique de mesure des déplacements exposée en II.4.2 permet de remonter au champ de déplacement à la surface de l'échantillon au cours du chargement. La zone d'intérêt est fixe tout du long (FIGURE III.5). Cela implique que le haut de l'échantillon n'est pas pris en compte au début de l'expérience afin que la plaque verticale reste en dehors de cette zone lorsque l'échantillon est comprimé. La zone d'intérêt est découpée en  $22 \times 16$  petites zones carrées de 87 pixels de côté. La taille de ces zones est un compromis entre statistique (nombre suffisant de taches de speckle) et résolution spatiale. La zone d'intérêt est représentée sur les cartes de corrélations pour une meilleure visualisation mais les champs de déplacement sont déterminés à partir des images de speckle. Le protocole pour calculer les champs de déplacement est le même que celui présenté en II.4.2. Les intervalles de temps pris entre deux images sont de 0.25, 0.50, 0.75 et 1.00 s. Pour chaque intervalle de temps, le déplacement mesuré est moyenné sur 6000 couples d'images soit une moyenne sur une plage de déformation  $d\varepsilon = 0.32\%$ . La pente des déplacements  $\Delta x = f(\Delta t)$  et  $\Delta y = f(\Delta t)$  donne respectivement les composantes  $V_x$  et  $V_y$  de la vitesse.

Au début de la charge ( $\varepsilon = 0.70\%$ ), le déplacement est principalement verticale (selon  $Oy$ ). Après la rupture ( $\varepsilon = 5.5\%$  et  $\varepsilon = 9.4\%$ ), la mesure du champ de déplacement montre que l'échantillon se translate en bloc le long des bandes. Cela est une confirmation que la déformation observée sur les cartes de corrélations correspond principalement à du cisaillement.

## Résolution en déformation

Comme déjà indiqué en II.3.1, la caméra Dalsa permet d'acquérir les images de speckle avec une fréquence soixante fois plus grande qu'avec l'appareil photo. Pour une vitesse de chargement constante à  $v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  cela signifie que l'incrément de déformation entre deux images de speckle est aussi soixante fois plus petit. Étant donné les dimensions de l'échantillon, les incréments de déformation entre deux images de speckle sont regroupés en TABLE III.2.

CMOS	Fréquence d'acquisition	Vitesse de chargement	Incrément de déformation minimal
Appareil photo Nikon	$\frac{1}{3}$ Hz	$v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$
Caméra Dalsa	20 Hz	$v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$
	20 Hz	$v = 0.3 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$\delta\varepsilon = 1.8 \cdot 10^{-7}$

TABLE III.2 – Valeurs minimales des différents incréments de déformation en fonction de la fréquence d'acquisition et de la vitesse de chargement.

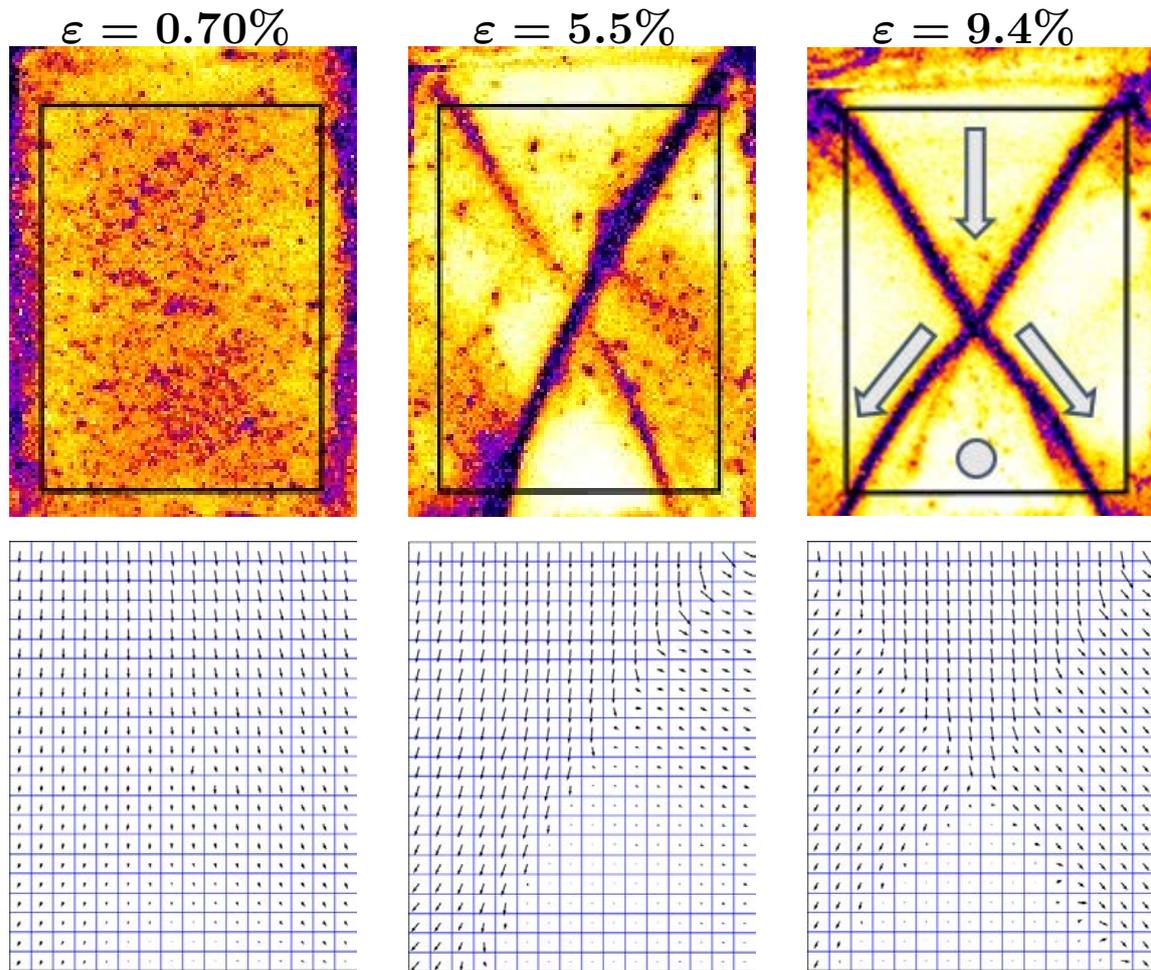


FIGURE III.5 – Pour trois instants au cours de la charge :  $\varepsilon = 0.70\%$ ,  $\varepsilon = 5.5\%$ ,  $\varepsilon = 9.4\%$ . **Haut** : Cartes de corrélations ( $g_I$ ). La partie centrale encadrée représente la zone d'intérêt sur laquelle sont calculés les déplacements. **Bas** : Cartes de champ de déplacement.

La fonction de corrélation  $g_I$  intègre l'ensemble des réarrangements qui ont lieu entre deux images de speckle. En diminuant l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon$ , cette intégration est subdivisée et permet de mettre en évidence la nature discrète des événements plastiques. La FIGURE III.6 présente des cartes de corrélations d'une expérience après la rupture du matériau pour des incréments de déformation de  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$ ,  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  et  $\delta\varepsilon = 1.8 \cdot 10^{-7}$ . On remarque que pour les deux incréments les plus petits, on est capable de discerner des événements plastiques à l'intérieur de la bande alors que les corrélations à  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$  faisaient apparaître une bande continue. Pour  $\delta\varepsilon = 1.8 \cdot 10^{-7}$ , on n'observe plus du tout de bande mais seulement des spots. Une caractérisation détaillée de la plasticité discrète observée avec un petit incrément de déformation constitue le chapitre V.

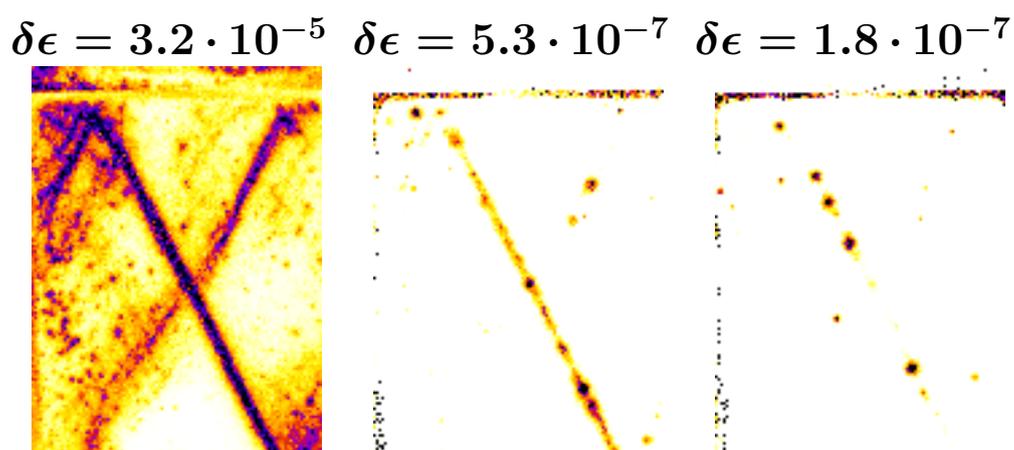


FIGURE III.6 – Cartes de corrélations ( $g_I$ ) après la rupture du matériau pour différents incréments de déformation entre les deux images de speckle : (a)  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$ , (b)  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  et (c)  $\delta\varepsilon = 1.8 \cdot 10^{-7}$ . Les cartes (b) et (c) ne sont pas calculées exactement au même instant mais sont affichées avec le même contraste.

### Limites des contraintes appliquées homogènes

Au cours de la thèse, plusieurs expériences ont montré une hétérogénéité de la plasticité concentrée principalement sur la moitié supérieure de l'échantillon (voir FIGURE III.7). La cause de ce phénomène est la présence de rayures sur le hublot de verre, modifiant localement les frottements entre le verre et les billes. Dans ce cas, les contraintes appliquées ne sont plus homogène dans tout l'échantillon. Les résultats qui constituent les chapitres IV et V ont été obtenus à partir d'expériences réalisées avec un hublot neuf et en bon état.

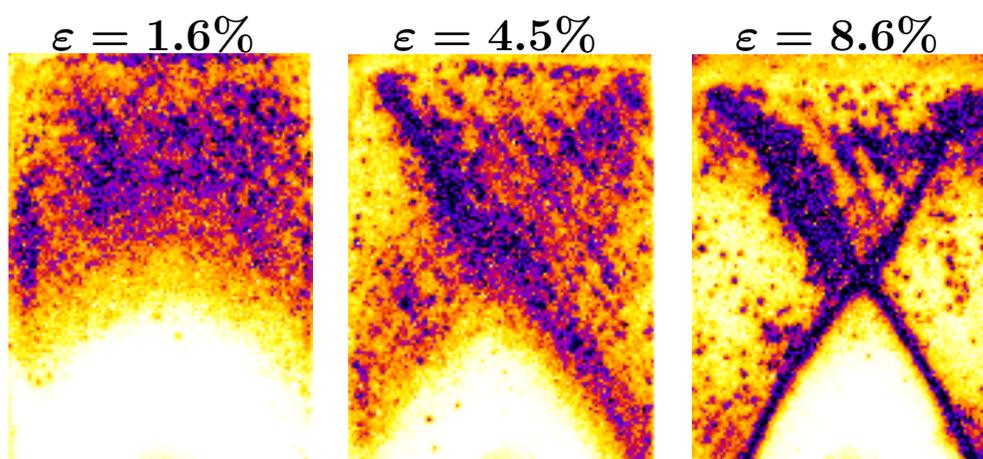


FIGURE III.7 – Cartes de corrélations ( $g_I$ ) au cours d'une expérience à déformation imposée avec un hublot en verre rayé. La contrainte appliquée à l'échantillon n'est plus homogène et les déformations se concentrent sur la moitié supérieure.

### III.1.2 Expériences à contrainte imposée

Les expériences à contrainte imposée sont restées à un stade préliminaire. Pour rappel, le moteur pas à pas est remplacé par un bloc de plomb de 22 kg posé sur la platine de translation verticale et relié à un contrepoids (réservoir d'eau de 25 L). Le réservoir est alors lentement vidangé afin d'augmenter progressivement la valeur de la contrainte appliquée sur l'échantillon.

#### Observations

La courbe de charge d'une expérience à contrainte imposée est présentée en FIGURE III.9. Le moteur n'étant plus utilisé, l'information sur la position de la platine est obtenue en filmant à l'aide d'une webcam une ligne noire tracée sur un morceau de papier collé sur le bloc de plomb (FIGURE III.8). Du film, une image est extraite toutes les secondes et la position de la marque noire est repérée par l'intermédiaire du logiciel *ImageJ* et de sa fonction *Analyze particles*. La valeur de la contrainte déviatorique, quant à elle, est déterminée de la même manière que lors des expériences à déformation imposée.



FIGURE III.8 – Photo du bloc de plomb. À gauche le papier millimétré et à droite le PSD.

Au cours d'une expérience à contrainte imposée sur un matériau granulaire, la contrainte déviatorique ( $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ ) augmente continûment en fonction du temps (voir FIGURE III.9(a)). En revanche, la courbe de charge (contrainte déviatorique en fonction de la déformation) présente un aspect crénelé qui est la signature du phénomène de *stick-slip* des billes sur le hublot de verre. Lorsque l'on zoome sur un des sauts (FIGURE III.9 (b-insert)), on remarque une augmentation de la contrainte suivie d'une augmentation de la déformation. La FIGURE III.10 montre le taux de déformation  $\dot{\varepsilon}$  sur ces mêmes instants. Pour  $\varepsilon = 8.4\%$

ou encore  $\varepsilon = 9.4\%$ , le taux de déformation fluctue autour de zéro (*stick*) puis explose brutalement avant de relaxer (*slip*).

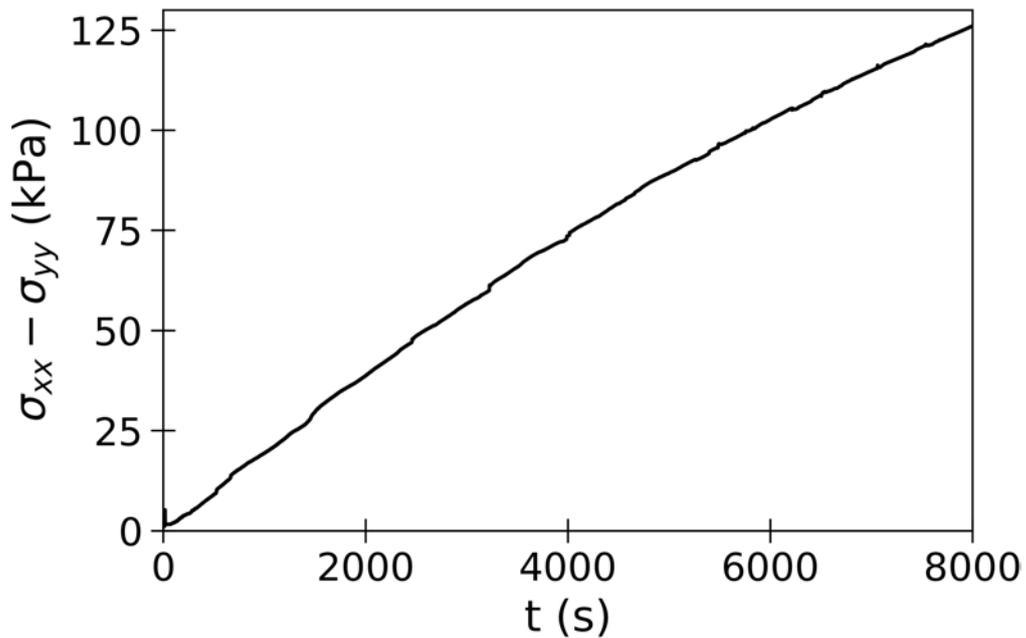
Sur les cartes de corrélations, le phénomène de *stick-slip* s'observe également. Les points rouges sur la FIGURE III.10 marquent les instant correspondant aux cartes de corrélations exposées en FIGURE III.11. Pour les taux de déformation les plus élevés, la décorrélation est trop importante et brouille l'ensemble de la carte rendant les analyses impossibles. Néanmoins, on peut remarquer que cela ne perturbe pas la position des bandes de cisaillements.

On peut également s'interroger sur la présence ou non de ce phénomène de *stick-slip* selon que le chargement soit respectivement à contrainte ou à déformation imposée. À l'aide d'une expérience de patin frottant tiré à vitesse constante par l'intermédiaire d'un ressort, Baumberger *et al* [BHP94], ont mis en évidence une transition d'un déplacement en *stick-slip* vers un déplacement continu lorsque la constante de raideur  $k$  du ressort augmente. Une analogie avec le patin frottant est possible dans le cas de nos expériences. Une expérience à déformation imposée correspond au cas d'un ressort avec une grande constante de raideur tandis que dans une expérience à contrainte imposée, cette constante de raideur serait petite. Ceci est donc une explication au fait qu'il y a du *stick-slip* seulement à contrainte imposée.

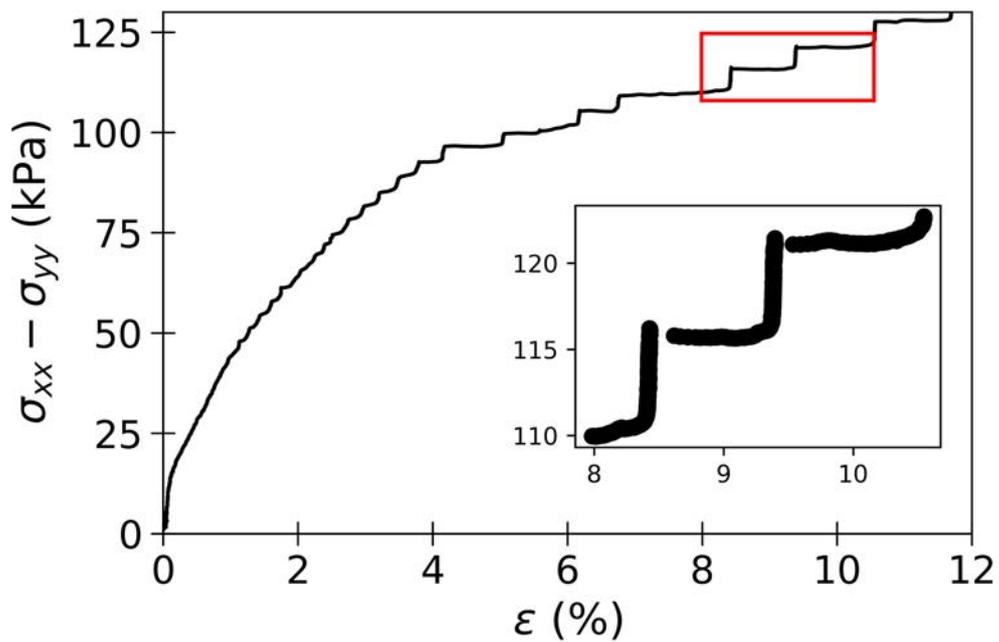
## Améliorations

On vient de voir que ces expériences à contrainte imposée demandent encore des améliorations au niveau du dispositif expérimental. La première réside dans l'atténuation du phénomène de *stick-slip*. Une lubrification directe des billes conduirait à de la cohésion et à une modification du coefficient de friction entre les grains. Les mesures par DWS seraient également perturbées par cette lubrification. Une solution alternative consiste à traiter le hublot de verre à l'aide de teflon pulvérisé sous forme d'aérosol mais ce dernier n'adhère pas au verre.

La seconde amélioration est celle de la détermination de la position. La technique de la webcam filmant une marque sur un morceau de papier a été remplacée par une mesure à l'aide d'un PSD (*Position Sensitive Detectors*). Lors d'une expérience, la platine translate sur une dizaine de millimètres. On a donc acheté un PSD à une dimension de 24 mm de long (*PSD S8543, Hamamatsu*), collé sur le bloc de plomb (FIGURE III.8) et éclairé par une diode laser. Cependant, en raison des problèmes de *stick-slip* non-résolus, le PSD n'a, pour le moment, pas été caractérisé.



(a)



(b)

FIGURE III.9 – Courbe de charge d'une expérience à contrainte imposée. L'aspect crénelé du signal est la signature du phénomène de *stick-slip*. Insert : zoom. La valeur de la déformation est déterminée toutes les secondes.

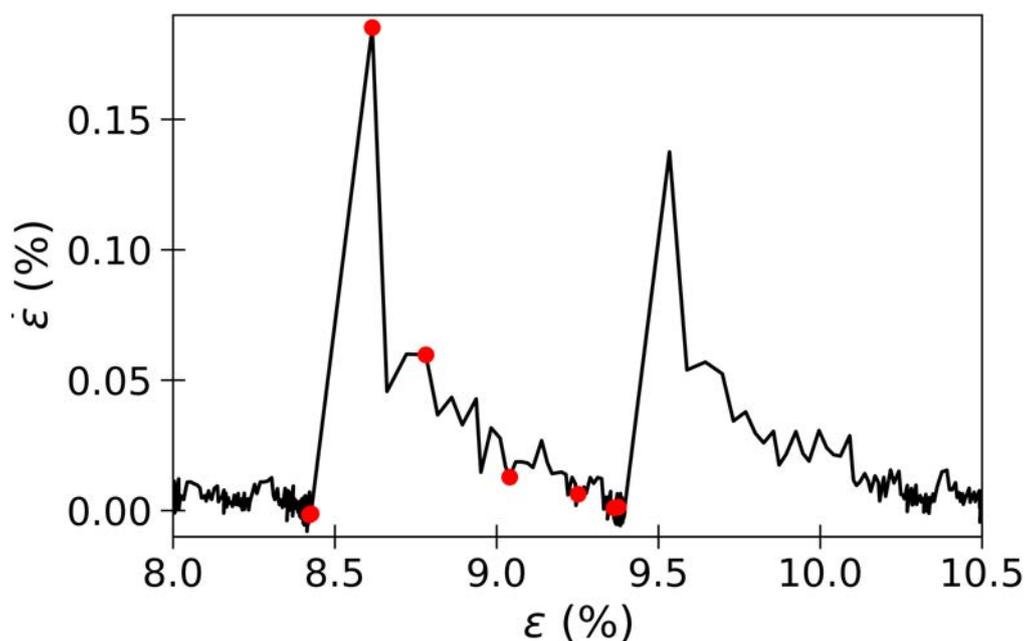


FIGURE III.10 – Taux de déformation en fonction de la déformation pour deux évènements de *stick-slip* consécutifs. Les points rouges correspondent aux instants où ont été calculées les cartes de corrélations de la FIGURE III.11.

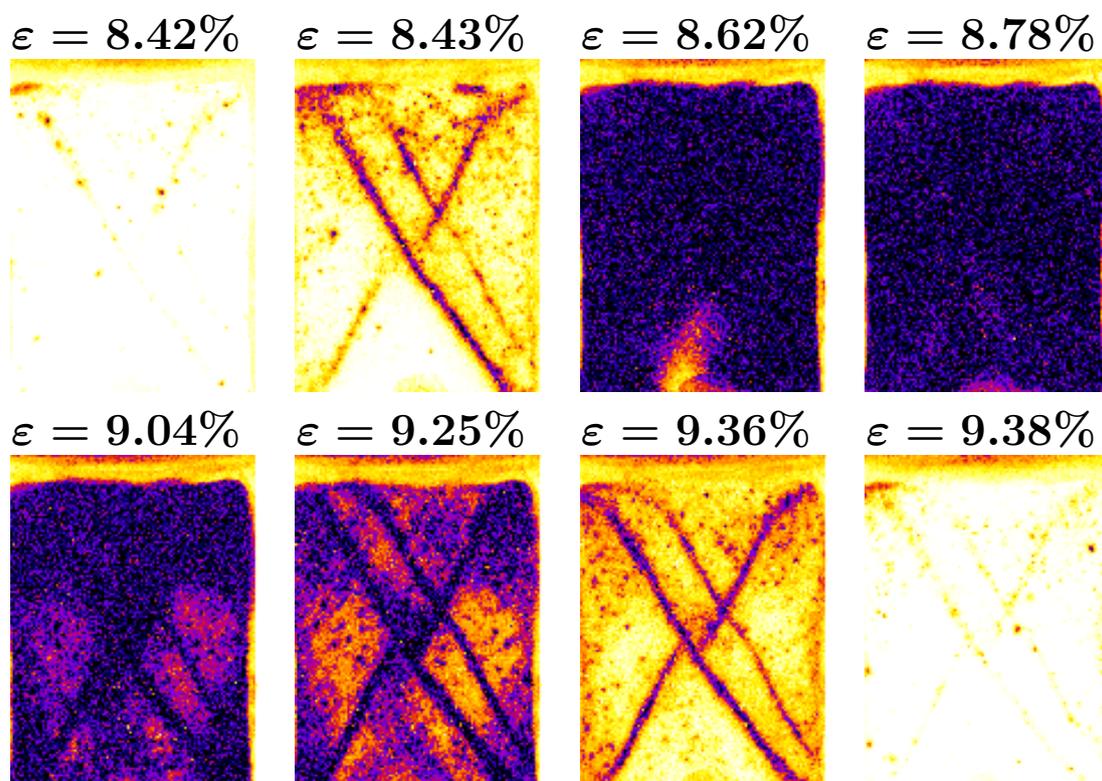


FIGURE III.11 – Cartes de corrélations pour différents instants (points rouges FIGURE III.10) autour d'un évènement de *stick-slip*.

## III.2 Étude de validité de la méthode optique

La visualisation de la déformation par DWS et la théorie liant la déformation aux valeurs de  $g_I$  ont été mises au point lors de la thèse antérieure de M. Erpelding. Néanmoins, avec le perfectionnement progressif de l'ensemble du dispositif expérimental, il est intéressant de vérifier de nouveau la pertinence de l'approche par DWS dans le but de pouvoir faire des mesures quantitatives. Concrètement, on souhaite vérifier la relation qu'il y a entre la fonction de corrélation  $g_I$  et la déformation :

$$g_I = \exp(C\sqrt{f(\varepsilon)}) \quad (\text{III.3})$$

Pour cela, on utilise des échantillons modèles se déformant élastiquement afin de les déformer de manière contrôlée. Ces échantillons modèles sont deux blocs de PDMS dans lesquels ont été dispersées des particules d'oxyde de titane ( $\text{TiO}_2$ ). Ils ont été réalisés par Alesya Mikhailovskaya alors en post-doctorat dans le groupe. Les particules de  $\text{TiO}_2$  ont un diamètre moyen  $d = 0.35 \mu\text{m}$ . Le PDMS est réalisé à partir du kit *Silgard 184 Silicone Elastomer, Dow Corning Corporation*. Les particules de  $\text{TiO}_2$  jouent le rôle de diffuseurs et la matrice de PDMS permet d'avoir un échantillon parfaitement élastique. Ainsi la décorrélation observée lors du test biaxial sur ces échantillons sera uniquement due à leur déformation élastique. Quelques caractéristiques de ces deux blocs sont réunies en TABLE III.3.

	PDMS 1	PDMS 2
<b>Indice optique</b>	$n \simeq n_{\text{PDMS}} = 1.39$	$n \simeq n_{\text{PDMS}} = 1.39$
<b>Fraction volumique en <math>\text{TiO}_2</math></b>	$\Phi = 3.4 \cdot 10^{-4}$	$\Phi = 1.3 \cdot 10^{-3}$

TABLE III.3 – Quelques caractéristiques des deux échantillons de PDMS utilisés.

### III.2.1 Expérience mécanique et mesure par DWS

#### Modèle théorique de déformation

Dans la partie II.2.2, une expression simplifiée de  $g_I$  en fonction de la déformation a été établie (ÉQUATION II.6) avec  $f(\varepsilon)$  une fonction du tenseur des déformations (ÉQUATION II.5). Ces deux équations sont rappelées ci-dessous :

$$g_I \approx \exp\left(-2\eta k l^* \sqrt{3f(\boldsymbol{\varepsilon})}\right) \quad (\text{III.4})$$

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{15}\text{Tr}^2(\boldsymbol{\varepsilon}) + \frac{2}{15}\text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^2) \quad (\text{III.5})$$

On fait l'hypothèse que les échantillons de PDMS subissent une déformation purement élastique telle que le tenseur des déformations soit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} -\nu & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \end{pmatrix} \varepsilon_{yy} \quad (\text{III.6})$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson du matériau ( $\nu = 0.5$ ) et  $\varepsilon_{yy}$  est la déformation suivant la direction verticale (FIGURE III.1). La fonction  $f(\boldsymbol{\varepsilon})$  ainsi que  $g_I$  deviennent alors :

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{15}(1 - 2\nu)^2 \varepsilon_{yy}^2 + \frac{2}{15}(1 + 2\nu^2) \varepsilon_{yy}^2 = \frac{3}{15} \varepsilon_{yy}^2 \quad (\text{III.7})$$

$$g_I = \exp\left(-\frac{\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_0}\right) \text{ avec } \frac{1}{\varepsilon_0} = 2\eta k l^* \frac{3}{\sqrt{15}} \quad (\text{III.8})$$

où  $\eta \sim 2.9l^*$  [VD96],  $k = \frac{2n\pi}{\lambda}$  et  $n = 1.39$ .

### Résultats des mesures par DWS

Les échantillons de PDMS sont placés dans le dispositif expérimental. Les paramètres pour ces deux expériences sont regroupés en TABLE III.4.

<b>Vitesse de chargement</b>	$v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
<b>Longueur d'onde laser</b>	$\lambda = 532 \text{ nm}$
<b>CMOS</b>	Caméra Dalsa à 25 fps

TABLE III.4 – Paramètres expérimentaux utilisés pour les expériences de test biaxial sur les échantillons de PDMS.

À partir des images de speckle, la fonction de corrélation  $g_I$  est calculée en utilisant la formule (II.15) :

$$g_I^{(1,2)} = \frac{\langle I_{1,corr} I_{2,corr} \rangle - \langle I_{1,corr} \rangle \langle I_{2,corr} \rangle}{\sqrt{\langle I_{1,corr}^2 \rangle - \langle I_{1,corr} \rangle^2 - \sigma_{obs}^2} \sqrt{\langle I_{2,corr}^2 \rangle - \langle I_{2,corr} \rangle^2 - \sigma_{obs}^2}}$$

Les calculs sont effectués sur la zone la mieux éclairée par le laser au centre des échantillons de PDMS d'une taille de  $800 \times 800$  pixels. De manière similaire aux expériences avec

les échantillons de granulaires, la zone d'intérêt est découpée en métapixels de 16 pixels de côté. On cherche à déterminer l'évolution de la corrélation en fonction de la déformation  $d\varepsilon$  entre deux images de speckle. Pour cela, la fonction  $g_I$  est calculée à  $d\varepsilon$  fixé pour chaque métapixel et moyennée sur 100 couples d'images. On obtient ainsi une carte moyennée de  $g_I$  pour une valeur de  $d\varepsilon$  fixée.

Les représentations de la moyenne spatiale de  $g_I$  ( $\langle g_I \rangle$ ) en fonction de  $d\varepsilon$  pour les deux échantillons de PDMS sont représentées en FIGURE III.12. Malgré la définition de  $g_I$ , les fonctions  $g_I$  obtenues expérimentalement ne tendent pas vers zéro lorsque l'écart entre les deux images de speckle est important car il persiste toujours un reliquat de corrélation. Afin de déterminer expérimentalement la valeur de la constante  $\varepsilon_0$  (ÉQUATION III.8), les résultats sont ajustés par la fonction suivante :

$$f(d\varepsilon) = \exp\left(-\frac{d\varepsilon}{\varepsilon_0}\right) \quad (\text{III.9})$$

Les valeurs de  $\varepsilon_0$  et de la longueur de transport  $l^*$  obtenues sont indiquées dans la TABLE III.5.

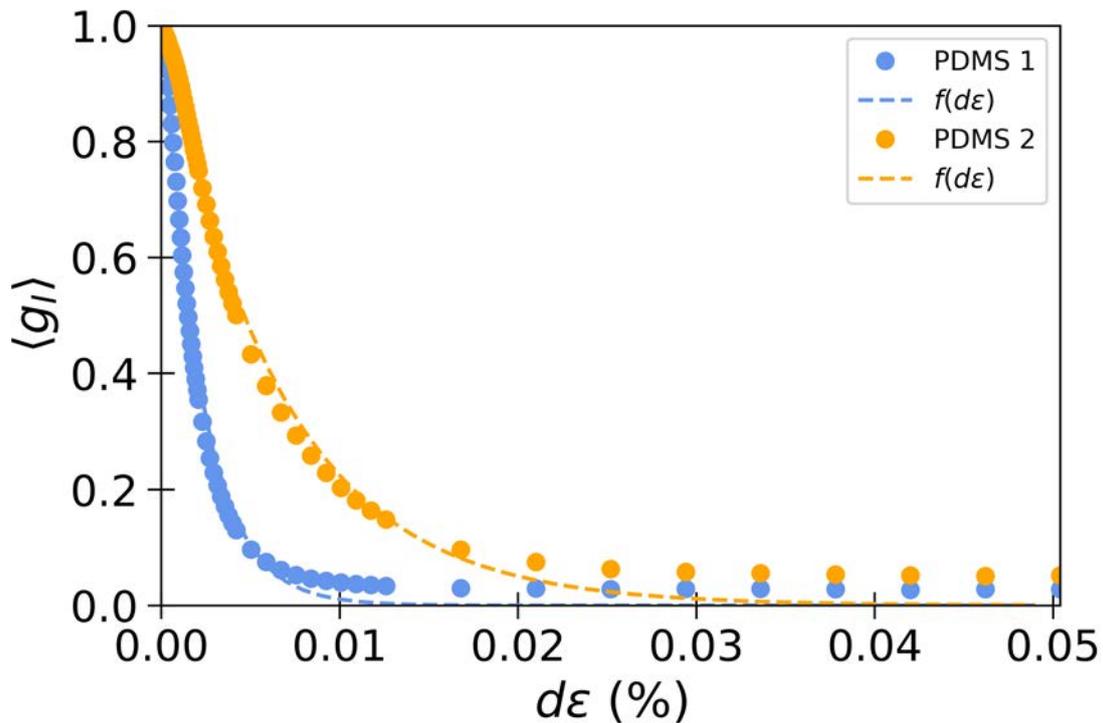


FIGURE III.12 – Évolution de  $g_I$  en fonction de l'écart en déformation  $d\varepsilon$  entre deux images de speckle.

	PDMS 1	PDMS 2
décroissance caractéristique	$\varepsilon_0^{(1)} = 2.19 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_0^{(2)} = 6.69 \cdot 10^{-5}$

TABLE III.5 – Valeurs de  $\varepsilon_0$  obtenues par DWS à l'aide d'un ajustement exponentiel (ÉQUATION III.9) pour les deux échantillons de PDMS.

### III.2.2 Mesure de la longueur de transport ( $l^*$ ) par transmission

Pour poursuivre l'étude de validité de la méthode de mesure des déformations par DWS, il est nécessaire de comparer les valeurs des décroissances caractéristiques  $\varepsilon_0$  obtenue ci-dessus avec une autre méthode. À l'ÉQUATION III.8, on a montré que la valeur de  $\varepsilon_0$  peut être calculée à partir de la valeur de la longueur de transport  $l^*$ . La détermination de  $l^*$  pour nos échantillons de PDMS peut se faire à partir de mesure de l'intensité lumineuse transmise.

#### Mesure de l'intensité transmise

Pour mesurer la longueur de transport de la lumière dans le PDMS par transmission, on illumine les échantillons avec le laser continu monomode (*Compass 215M-75, Coherent*) émettant à la longueur d'onde  $\lambda = 532$  nm. Dans le PDMS, la lumière subit une diffusion multiple et ressort majoritairement dans le demi-espace situé après l'échantillon. L'intensité transmise est mesurée à l'aide d'une photodiode de surface utile  $S = 15$  mm<sup>2</sup> et placée à une distance  $R = 25$  cm derrière l'échantillon. La photodiode est déplacée suivant un cercle centré sur l'échantillon de PDMS et de rayon  $R = 25$  cm (FIGURE III.13). Pour un angle  $\theta$  donné, l'intensité transmise mesurée par la photodiode est :

$$I(\cos(\theta)) = \frac{dI}{d\Omega} \Delta\Omega \quad (\text{III.10})$$

où  $\Delta\Omega$  est l'angle solide tel que  $\Delta\Omega = \frac{S}{R^2}$ . L'intensité transmise totale  $I_t$  vaut alors :

$$\begin{aligned} I_t &= \int \frac{dI}{d\Omega} d\Omega \\ I_t &= \int \frac{I(\cos(\theta))}{\Delta\Omega} \sin(\theta) d\theta d\varphi \\ I_t &= \frac{2\pi}{\Delta\Omega} \int_0^1 I(\cos(\theta)) d\cos(\theta) \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

On peut alors définir la transmittance  $T$  du matériau comme étant le rapport de

l'intensité transmise sur l'intensité incidente :

$$T = \frac{I_t}{I_0} = \frac{2\pi}{\Delta\Omega I_0} \int_0^1 I(\cos(\theta)) d\cos(\theta) \quad (\text{III.12})$$

La mesure des intensités est faite en détection synchrone pour plus de précision. Pour cela, un *shutter* mécanique est placé entre le laser et l'échantillon. La fréquence choisie pour la détection synchrone est de 47 Hz. Les mesures d'intensité ont été prises pour les valeurs de  $\cos(\theta)$  suivantes : 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3 et 0.2 (voir les points marquant la position de la photodiode en FIGURE III.13). Les intensités aux points correspondant à  $\cos(\theta) = 0.1$  et  $\cos(\theta) = 0$  n'ont pas été mesurées en raison de leur trop faible valeur. Pour l'intégration de  $I(\cos(\theta))$ , ces deux points seront extrapolés.

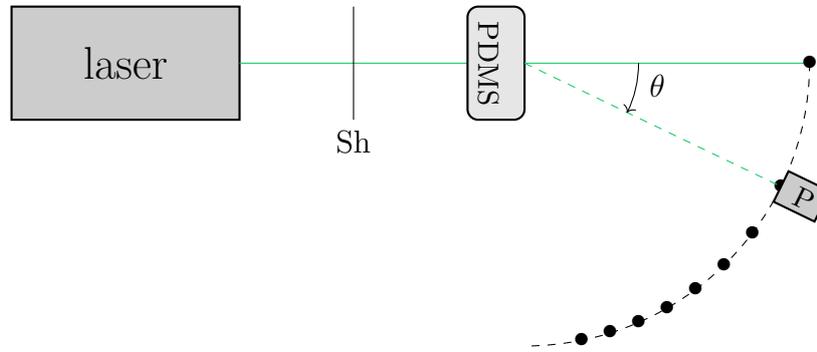


FIGURE III.13 – Schéma du dispositif expérimental pour la mesure de la transmittance en vue du dessus. Les points marquent les positions de la photodiode. Sh : shutter mécanique ; P : photodiode.

### Relation entre la transmittance et la longueur de transport

La transmittance à travers un matériau diffusant peut se mettre sous la forme suivante [MFC19] :

$$T = \frac{(1 + \xi z_e) \exp(\xi z_0) - (1 - \xi z_e) \exp(-\xi z_0)}{(1 + \xi z_e)^2 \exp(\xi L_z) - (1 - \xi z_e)^2 \exp(-\xi L_z)} \text{ avec } \xi = \sqrt{\frac{3}{l_a l^*}} \quad (\text{III.13})$$

où  $l_a$  est la longueur d'absorption qui correspond à la distance au bout de laquelle l'intensité incidente a été divisé par  $e$  et  $L_z$  l'épaisseur d'échantillon traversée par la lumière. Les photons incidents doivent subir plusieurs réflexions avant de perdre complètement la mémoire de la direction incidente. La distance  $z_0$  indique la position dans le matériau d'une source équivalente aux rayons incidents mais qui serait parfaitement diffuse. D'après la définition de la longueur de transport  $l^*$  (se référer à la partie II.2.2), on a  $z_0 \sim l^*$ . La grandeur  $z_e$ , quant à elle, est la longueur d'extrapolation. Elle prend en compte les conditions aux limites et correspond à la distance en amont du matériau d'où semblent provenir les

photons diffusifs. Dans le cas présent du PDMS, la valeur retenue est  $z_e \sim 1.9l^*$  [VD96]. Pour faire le lien avec l'ÉQUATION III.8, on a  $\eta = z_0 + z_e$ .

Les échantillons de PDMS étant très peu absorbants à la longueur d'onde considérée, on fait l'hypothèse d'une longueur d'absorption très grande devant les autres distances caractéristiques. Ainsi la grandeur  $\xi$  tend vers zero. Un développement limité à l'ordre 1 en  $\xi$  permet de simplifier l'expression (III.13) de la transmittance :

$$T = \frac{z_0 + z_e}{2z_e + L} + o(\xi^2) \quad (\text{III.14})$$

D'après les valeurs prises pour  $z_0$  et  $z_e$ , on déduit la valeur de la longueur de transport à partir de la mesure de la transmittance :

$$l^* = \frac{LT}{2.9 - 3.8T} \quad (\text{III.15})$$

## Résultats

Les mesures de l'intensité transmise ont été réalisées sur les deux échantillons de PDMS (caractéristiques en TABLE III.3). La FIGURE III.14 montre l'intensité transmise en fonction de la position de la photodiode. On remarque que l'extrapolation pour des angles proche de  $90^\circ$  conduit à des valeurs négatives de l'intensité transmise. Pour le calcul de la transmittance à partir de l'ÉQUATION (III.12), ces valeurs négatives seront prises nulles. Les résultats pour la transmittance et la longueur de transport (ÉQUATION III.15) sont indiqués dans la TABLE III.6.

	PDMS 1	PDMS 2
<b>Épaisseur</b>	L = 19 mm	L = 9 mm
<b>Transmittance</b>	T <sub>1</sub> = 8.8%	T <sub>2</sub> = 5.7%
<b>Longueur de transport</b>	l <sub>1</sub> <sup>*</sup> = 0.65 mm	l <sub>2</sub> <sup>*</sup> = 0.19 mm

TABLE III.6 – Résultats de la transmittance et de la longueur de transport pour les deux échantillons de PDMS.

**Remarque :** On s'attend à ce que  $l^* = \frac{1}{n\sigma(1-\cos(\theta))}$  (où  $\sigma$  est la section efficace) soit  $l^* \times \phi = \text{cste}$ . Avec ces mesures, on obtient  $0.65 \times 3.4 \cdot 10^{-4} = 2.21 \cdot 10^{-4}$  et  $0.19 \times 1.3 \cdot 10^{-4} = 2.47 \cdot 10^{-4}$ .

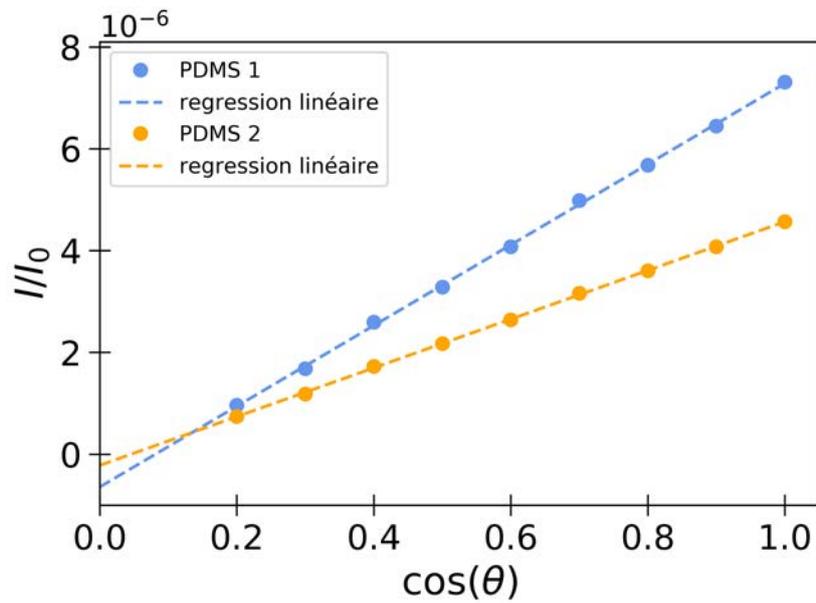


FIGURE III.14 – Intensités relatives transmises pour les deux échantillons de PDMS.

### III.2.3 Conclusion sur l'étude de validité

Avec la mesure de  $l^*$ , on peut donc calculer la valeur théorique de  $\varepsilon_0$  à partir de l'ÉQUATION III.8. La TABLE III.7 regroupe les mesures de  $\varepsilon_0$  obtenues soit par DWS soit par une mesure de l'intensité transmise. Le fait de trouver des valeurs de  $\varepsilon_0$  conforte la pertinence et la précision de la méthode par DWS utilisée tout au long de la thèse. Il aurait été intéressant de comparer ces valeurs avec celle calculées à partir des longueurs de transport dans le cadre de la théorie de Mie. Cependant, la polydispersité des particules de  $\text{TiO}_2$  n'étant pas connue de manière précise, il n'est pas possible d'avoir des valeurs de longueurs de transport pertinentes par le calcul.

	PDMS 1	PDMS 2
<b>Épaisseur</b>	L = 19 mm	L = 9 mm
<b>Mesures par DWS</b>	$\varepsilon_0^{(1)} = 2.19 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_0^{(2)} = 6.69 \cdot 10^{-5}$
<b>Valeurs théoriques d'après la mesure de <math>l^*</math></b>	$\varepsilon_0^{(1)} = 2.18 \cdot 10^{-5}$	$\varepsilon_0^{(2)} = 6.77 \cdot 10^{-5}$

TABLE III.7 – Valeurs de  $\varepsilon_0$  obtenues par DWS à l'aide d'un ajustement exponentiel (ÉQUATION III.9) ou bien à partir de la mesure de  $l^*$  par transmission pour les deux échantillons de PDMS.



# Chapitre IV

## Étude de la plasticité dans un milieu amorphe

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'évolution spatio-temporelle du champ de plasticité. Au chapitre précédent, les cartes de corrélations de la FIGURE III.3 montrent que la plasticité dans le matériau est initialement très locale et répartie dans tout l'échantillon sous la forme de petits spots apparaissant et disparaissant aléatoirement. Après la rupture, la plasticité est localisée spatialement en deux bandes de cisaillement. La FIGURE IV.1 complète l'observation de la plasticité avec trois autres cartes de corrélations prises avant la rupture du matériau et l'établissement complet des bandes de cisaillement. Pour  $\varepsilon = 3.0\%$ , on remarque que les réarrangements locaux, qui auparavant étaient distribués homogènement sur tout l'échantillon, s'alignent le long de lignes obliques. Ces microbandes (en opposition aux larges bandes de cisaillement) sont intermittentes au cours du chargement. Lorsque la déformation continue d'augmenter ( $\varepsilon = 4.0\%$  et  $\varepsilon = 4.4\%$ ), on observe la formation des bandes de cisaillement qui viennent se superposer à la première structure. Si l'on reprend la courbe de charge de cette expérience (FIGURE III.2), on constate que le seuil de rupture n'est toujours pas atteint. Enfin après la rupture, la première structure s'estompe pour ne laisser que les bandes de cisaillement.

Une rapide observation de l'orientation fait apparaître des angles différents pour ces deux structures ce qui supposerait que la plasticité a lieu suivant deux mécanismes différents au cours de la charge. L'établissement de bandes de cisaillement dans un matériau granulaire lors de tests de compression est un phénomène très largement observé [DV04] et décrit simplement par le modèle de Mohr-Coulomb qui prédit notamment l'angle des bandes (voir paragraphe I.3.1). En revanche, le modèle de Mohr-Coulomb ne décrit pas la plasticité avant la rupture. Pour la décrire, nous allons nous appuyer sur les descriptions de la plasticité dans les amorphes reposant sur le principe de l'inclusion Eshelby (voir paragraphe I.4.2).

L'objectif de ce chapitre est de caractériser le champ de plasticité à différents stades

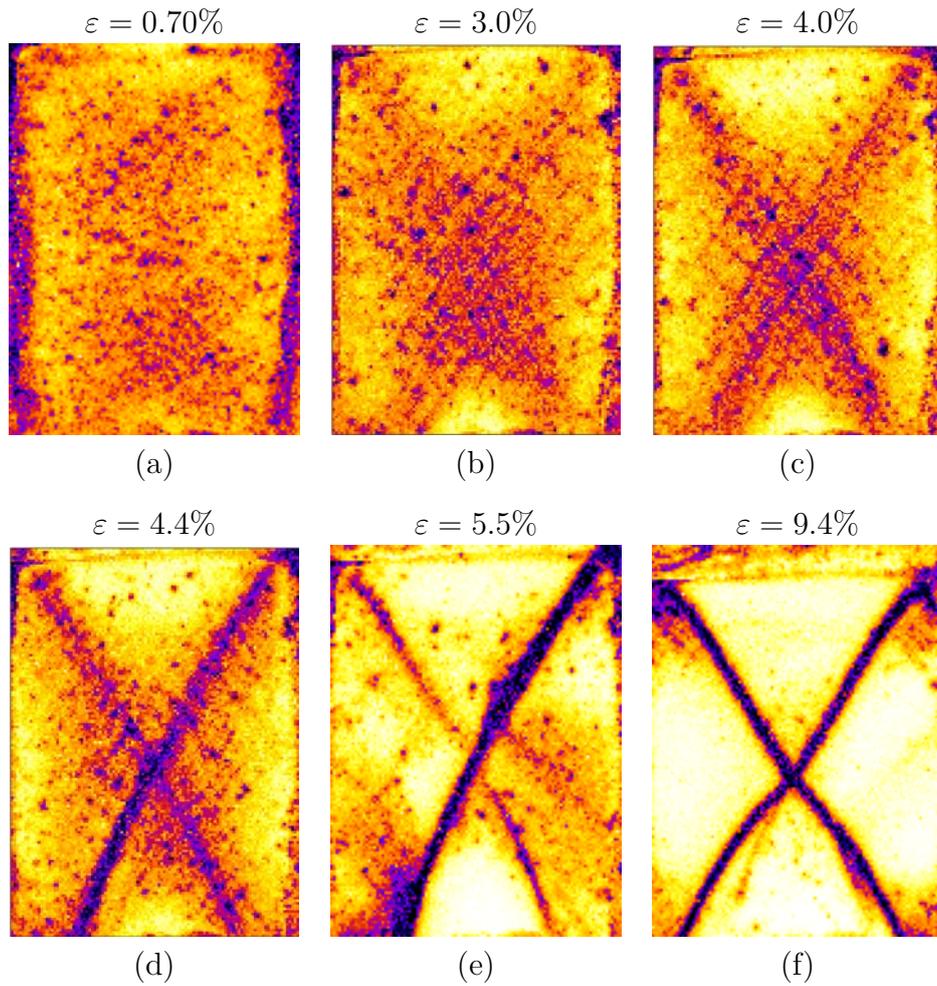


FIGURE IV.1 – Cartes de corrélations ( $g_I$ ) à trois instants au cours de la charge. Les quatre premières sont situées avant la rupture du matériau. L'incrément de déformation entre les deux images de speckle est  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$ .

de déformation  $\varepsilon$  dans la charge et pour différents incréments de déformation  $\delta\varepsilon$  entre deux images de speckle. La première partie présentera la fonction de corrélation spatio-temporelle développée pour l'étude de la plasticité. La seconde partie expose les résultats obtenus à l'aide de cette fonction de corrélation en termes de couplages spatial et spatio-temporel. L'orientation des deux structures observées y est déterminée quantitativement. Enfin la troisième partie est consacrée à l'interprétation des différents résultats obtenus.

## IV.1 Technique de séparation

Expérimentalement, on constate que les microbandes, présentes sous le seuil de rupture, fluctuent. Elles apparaissent et disparaissent de manière intermittente au cours du chargement tandis que les bandes de cisaillement, une fois formées, restent permanentes.

L'étude séparée de ces deux structures par une fonction de corrélation spatio-temporelle repose sur ces différences temporelles. Dans la suite de ce chapitre, les microbandes constitueront la partie *rapide* de la plasticité tandis que les bandes de cisaillement seront la partie *lente*.

### IV.1.1 La fonction de corrélation spatio-temporelle

Désormais l'objectif est d'étudier les cartes de corrélations  $g_I$  dont la procédure d'obtention a été décrite aux paragraphes II.2.2 et II.4.1. L'incrément de déformation entre les images de speckle prises pour le calcul de  $g_I$  est  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$ . On commence par introduire une variable appelée activité permettant de mettre en valeur les réarrangements qui ont lieu :

$$a(\mathbf{r}, \varepsilon) = 1 - g_I^{(1,2)} \quad (\text{IV.1})$$

Cette quantité représente ainsi l'activité à la position  $\mathbf{r}$  pour une déformation  $\varepsilon$ . À partir de l'activité, on définit une fonction de corrélations spatio-temporelles de la manière suivante :

$$C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r}) = \langle a(\mathbf{r}', \varepsilon') \cdot a(\mathbf{r}' + d\mathbf{r}, \varepsilon' + d\varepsilon) \rangle - \langle a(\mathbf{r}', \varepsilon') \rangle \langle a(\mathbf{r}' + d\mathbf{r}, \varepsilon' + d\varepsilon) \rangle \quad (\text{IV.2})$$

où  $\langle X \rangle$  représente la valeur moyenne de la quantité  $X$  pour tous les couples de pixels tels que  $\mathbf{r}'$  et  $\mathbf{r}' + d\mathbf{r}$  sont dans la zone d'étude et toutes les déformations  $\varepsilon'$  dans l'intervalle  $[\varepsilon; \varepsilon + \Delta\varepsilon]$ . La valeur de l'intervalle  $\Delta\varepsilon$  sur lequel les moyennes sont effectuées est choisie de sorte qu'elle soit suffisamment grande pour effectuer une moyenne statistique tout en restant petite devant la déformation totale atteinte en fin d'expérience de l'ordre de 10 à 12 %. Une représentation de la manière dont est calculée cette fonction de corrélations est présentée en FIGURE IV.2. Dans toute la suite de ce chapitre, la fonction de corrélation  $C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r})$  est calculée pour des valeurs de  $d\mathbf{r}$  correspondant à des pixels entiers.

### IV.1.2 Corrélations temporelles

La première étape pour caractériser correctement la plasticité est de déterminer la persistance caractéristique des fluctuations. À partir de la fonction de corrélation spatio-temporelle (ÉQUATION IV.2), on définit la fonction d'autocorrélation spatiale  $C_T$  donnant ainsi uniquement les corrélations temporelles :

$$C_T(\varepsilon, d\varepsilon) = C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r} = 0) \quad (\text{IV.3})$$

La FIGURE IV.3 montre l'évolution de cette fonction de corrélations  $C_T$  en fonction de l'écart en déformation  $d\varepsilon$  avant ( $\varepsilon = 2.6\%$ ) et après ( $\varepsilon = 8.0\%$ ) la rupture. La re-

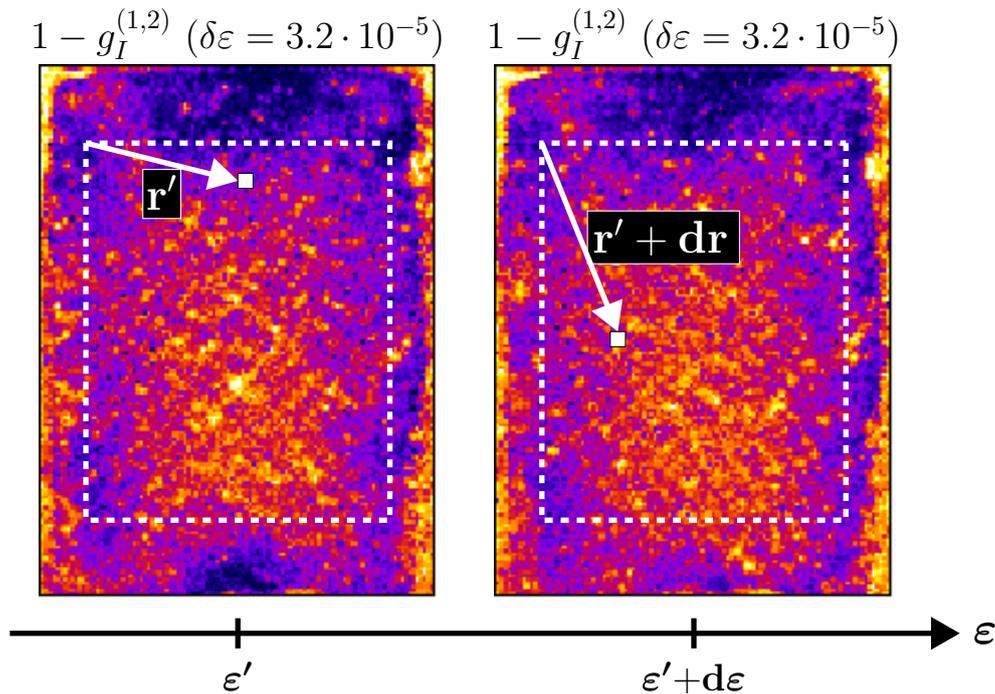


FIGURE IV.2 – Illustration de la méthode de calcul des corrélations spatio-temporelles à partir des cartes d'activité définies par l'ÉQUATION (IV.1) (zone d'étude en pointillée).

normalisation de cette fonction permet de mettre en évidence une rapide décorrélation pour un écart  $d\varepsilon$  inférieur à 0.01 %. Cet écart correspond typiquement à l'écart sur lequel sont observées les microbandes avant qu'elles ne disparaissent pour se reformer ailleurs. Au-delà de cette valeur, la fonction  $C_T$  tend vers un plateau dont la valeur dépend de la répartition moyenne de l'activité sur les cartes. L'étude de la plasticité sur un incrément  $d\varepsilon$  inférieur à 0.01 % constitue l'objet du chapitre suivant.

### IV.1.3 Principe de la méthode de séparation

On vient de voir que les microbandes apparaissent et disparaissent en fonction de la déformation sur un étalement caractéristique en déformation de 0.01 %. Ainsi pour des valeurs  $d\varepsilon$  supérieures à 0.01 %, la microstructure n'est plus corrélée et la fonction de corrélations spatio-temporelle ne correspond plus qu'à la contribution des bandes de cisaillement. On peut alors redéfinir la fonction de corrélation spatio-temporelle pour la partie *lente* en prenant arbitrairement  $d\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = 0.16 \% \gg 0.01 \% :$

$$C_{lente}(\varepsilon, \mathbf{dr}) = C\left(\varepsilon, \frac{\Delta\varepsilon}{2}, \mathbf{dr}\right) \quad (\text{IV.4})$$

De la même manière, pour un écart en déformation  $d\varepsilon$  inférieur à cette valeur de 0.01 %,

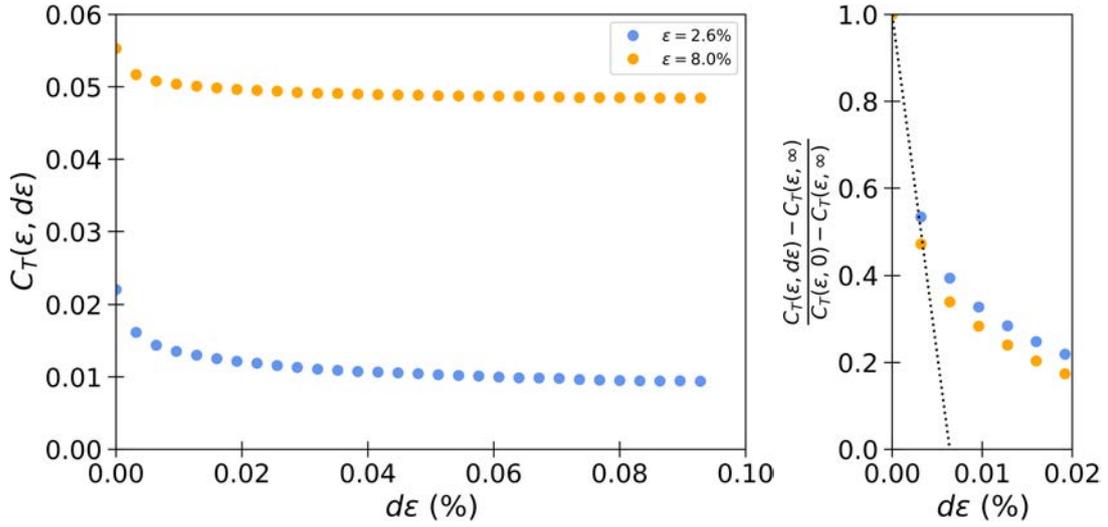


FIGURE IV.3 – Fonction de corrélation temporelle en fonction de l'écart en déformation  $d\varepsilon$ . À droite : fonctions de corrélations renormalisées.

la fonction de corrélation spatio-temporelle regroupe l'ensemble des contributions des parties *rapide* et *lente*. On redéfinit la fonction de corrélation totale en prenant arbitrairement  $d\varepsilon = 0$  :

$$C_{tot}(\varepsilon, \mathbf{dr}) = C(\varepsilon, 0, \mathbf{dr}) \quad (\text{IV.5})$$

Enfin on peut en déduire la fonction de corrélation qui correspond uniquement à la microstructure en soustrayant les deux premières fonctions obtenues :

$$C_{rapide}(\varepsilon, \mathbf{dr}) = C_{tot}(\varepsilon, \mathbf{dr}) - C_{lente}(\varepsilon, \mathbf{dr}) \quad (\text{IV.6})$$

La FIGURE IV.4 montre les résultats obtenus pour les trois fonctions de corrélations ( $C_{tot}$ ,  $C_{lente}$  et  $C_{rapide}$ ) à trois instants différents dans le chargement : avant la rupture, proche de la rupture et après la rupture. Les cartes présentées sont centrées en  $\mathbf{dr} = \mathbf{0}$ .

Avant la rupture, on se trouve dans la situation visible à la FIGURE IV.1(b). Les microbandes sont présentes sans la bande de cisaillement. Les fonctions de corrélations  $C_{tot}$  (FIGURE IV.4(a<sub>1</sub>)) et  $C_{rapide}$  (FIGURE IV.4(c<sub>1</sub>)) font apparaître une corrélation à faible portée et en forme de croix correspondant à la corrélation spatiale de la microstructure. Comme on se situe bien avant la rupture, les bandes de cisaillements ne sont pas encore présentes et cela se traduit par une fonction de corrélation  $C_{lente}$  (FIGURE IV.4(b<sub>1</sub>)) qui ne présente aucune structure.

Au-delà du seuil de rupture, les bandes de cisaillements sont établies et la microstructure a disparu (FIGURE IV.1(f)). Les fonctions de corrélations  $C_{tot}$  (FIGURE IV.4(a<sub>3</sub>)) et  $C_{lente}$  (FIGURE IV.4(b<sub>3</sub>)) sont similaires et correspondent aux deux bandes de cisaillement tandis que la corrélation de la partie rapide (FIGURE IV.4(c<sub>3</sub>)) ne fait plus apparaître la

corrélation en forme de croix.

Enfin juste avant la rupture correspond aux moments où les deux structures sont visibles simultanément (FIGURE IV.1(c)). Dans ce cas, la fonction de corrélation totale  $C_{tot}$  (FIGURE IV.4(a<sub>2</sub>)) montre à la fois une corrélation centrale en forme de croix et une corrélation à plus large portée correspondant respectivement aux corrélations dues aux microbandes et aux bandes de cisaillement (ici une seule des deux bandes était visible à ce moment de la charge). Lorsque l'on regarde les fonctions de corrélation pour les parties *lente* ( $C_{lente}$  – FIGURE IV.4(b<sub>2</sub>)) et *rapide* ( $C_{rapide}$  – FIGURE IV.4(c<sub>2</sub>)), on retrouve dans la première uniquement la contribution de la bande de cisaillement et dans la seconde uniquement la contribution des microbandes. Nous avons donc établi une méthode permettant d'étudier séparément chacune des deux structures lorsqu'elles coexistent.

## IV.2 Caractérisation du champ de plasticité

### IV.2.1 Détermination de l'orientation des deux structures de plasticité

La FIGURE IV.4 montre l'efficacité de la technique pour séparer les deux contributions à la plasticité. Il faut désormais déterminer leur orientation à l'aide d'une méthode de projection.

Le calcul des fonctions de corrélations spatio-temporelles conduisent à des cartes centrées en  $d\mathbf{r} = \mathbf{0}$ . La méthode de projection consiste à calculer la valeur moyenne des pixels intersectés par une droite passant par le centre des cartes et formant un angle  $\theta$  avec l'horizontale. En FIGURE IV.5 sont tracés des exemples de profils de projection pour la partie *rapide* et la partie *lente* respectivement avant et après la rupture. Dans les deux cas, les maxima de la valeur moyenne des pixels intersectés sont clairement définis et correspondent respectivement à l'orientation de la croix centrale pour la corrélation des microbandes et à l'orientation des bandes de cisaillement.

Pour chaque profil de projection, les angles sont déterminés en faisant la moyenne (en valeur absolue) des angles correspondant aux deux maxima. L'erreur sur ces mesures est estimée en prenant la différence de cet angle avec celui obtenu par l'ajustement des profils de projection par une gaussienne dans chaque moitié de l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$  (voir profil en pointillés sur la FIGURE IV.5).

### IV.2.2 Résultats

La FIGURE IV.6 présente la valeur des angles déterminés par la méthode de séparation et de projection. L'angle moyen pour les parties lente et rapide sont respectivement  $\theta_{rapide} = 49^\circ$  et  $\theta_{lente} = 63^\circ$ .

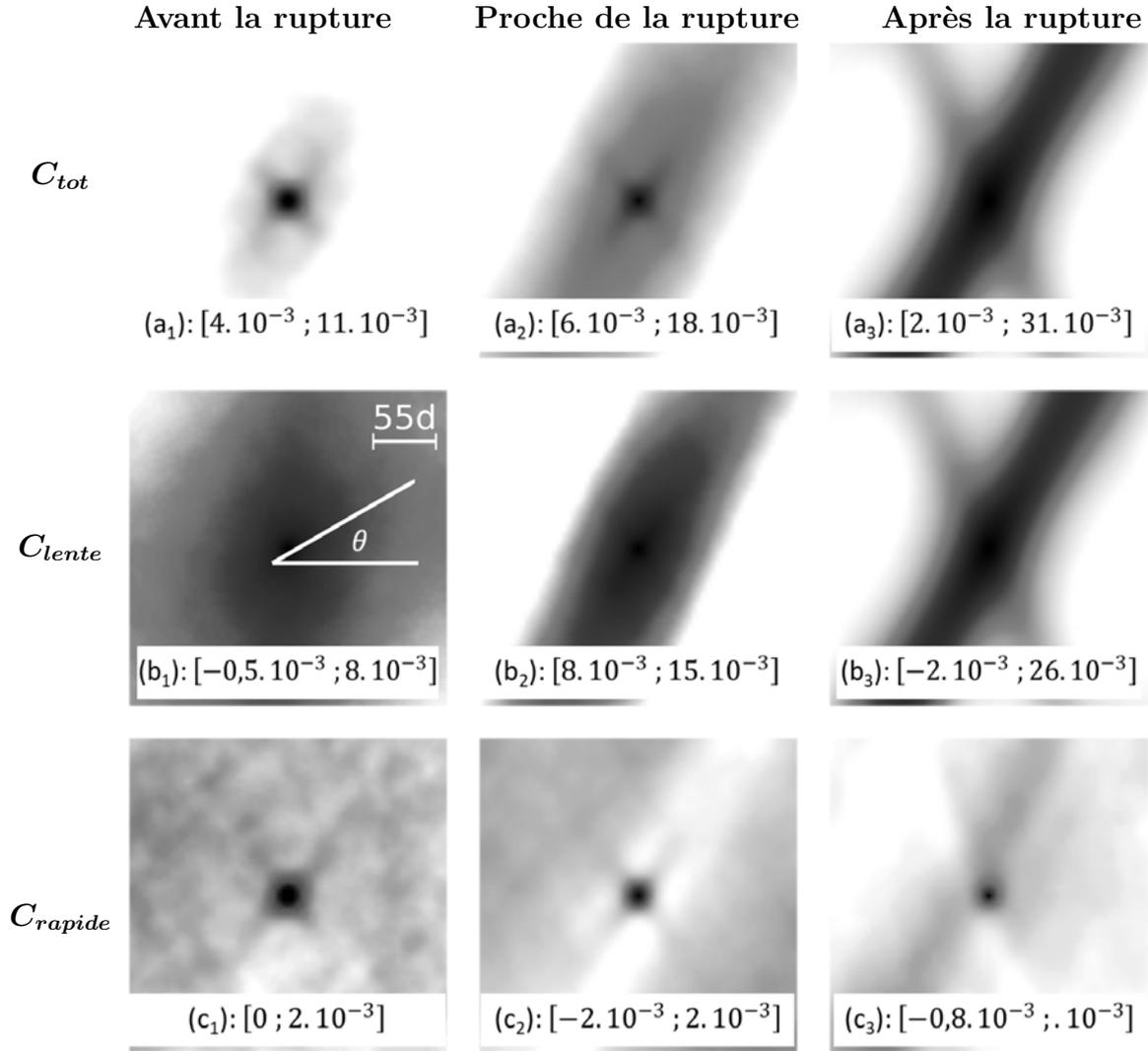


FIGURE IV.4 – Représentation des trois fonctions de corrélations centrées en  $d\mathbf{r} = \mathbf{0}$ . Les intervalles présents dans le bas de chaque carte correspondent aux valeurs des pixels blanc et noir respectivement.

Juste avant la rupture du matériau ( $\varepsilon \in [5.1\%, 6.1\%]$ ), là où les deux structures sont présentes simultanément (FIGURE IV.4 colonne centrale), les deux angles restent relativement constants et gardent des valeurs similaires à l'angle au début du chargement pour la microstructure et à l'angle des bandes de cisaillement après la rupture. Dans cet intervalle  $\varepsilon \in [5.1\%, 6.1\%]$ , aucune transition de  $49^\circ$  vers  $63^\circ$  n'est observée même juste au moment de rupture. On a donc une coexistence des deux mécanismes de plasticité avec, a priori, aucune interaction visible. De plus, cette étude de la plasticité dans un matériau granulaire montre que l'orientation des bandes de cisaillement selon l'angle de Mohr-Coulomb commence à être visible avant l'apparition franche de ces bandes (cet effet avait déjà été mis en

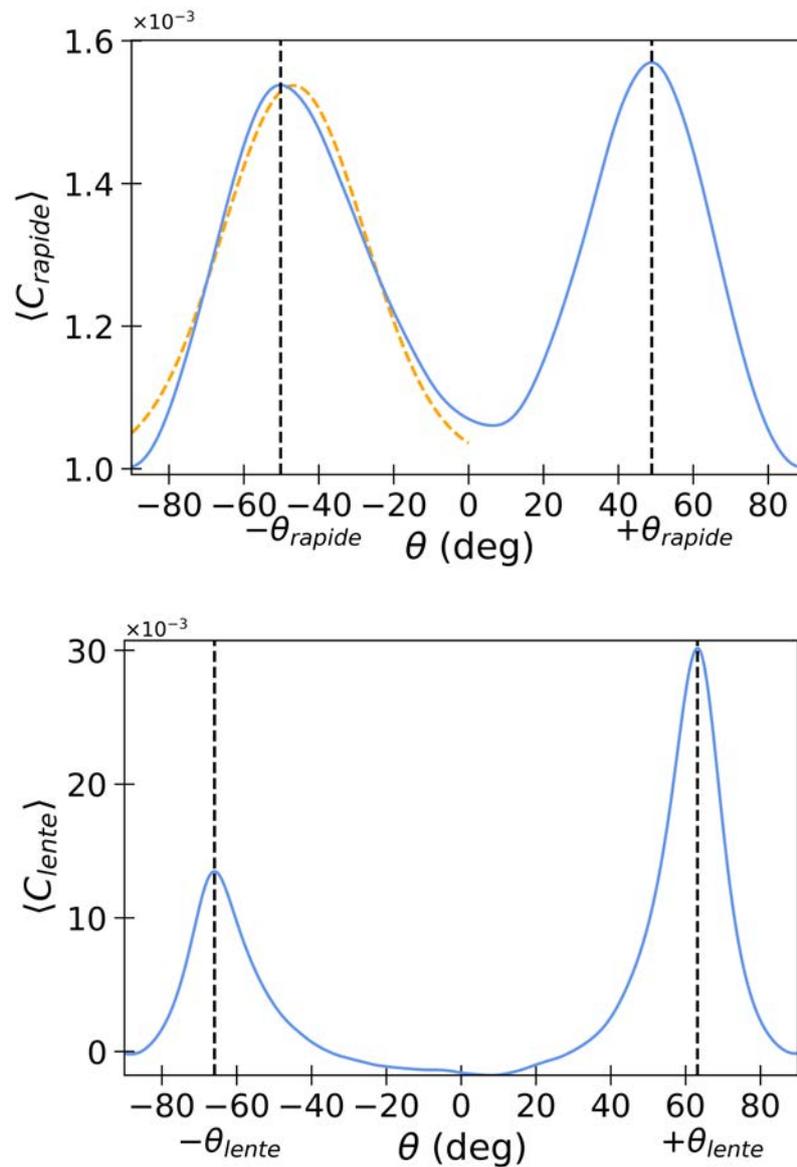


FIGURE IV.5 – Projection angulaire des fonctions de corrélation : (Haut)  $C_{rapide}$  avant la rupture et (Bas)  $C_{lente}$  après la rupture. Les pointillés oranges correspondent à un ajustement par une gaussienne.

évidence au cours de la thèse de Thai Binh Nguyen [NA16]). Similairement, la microstructure ne s'estompe pas brutalement au-delà de la rupture. Des microbandes sont toujours visibles en dehors des bandes de cisaillement mais leur contribution dans les fonctions de corrélations sont trop faibles pour être détectées.

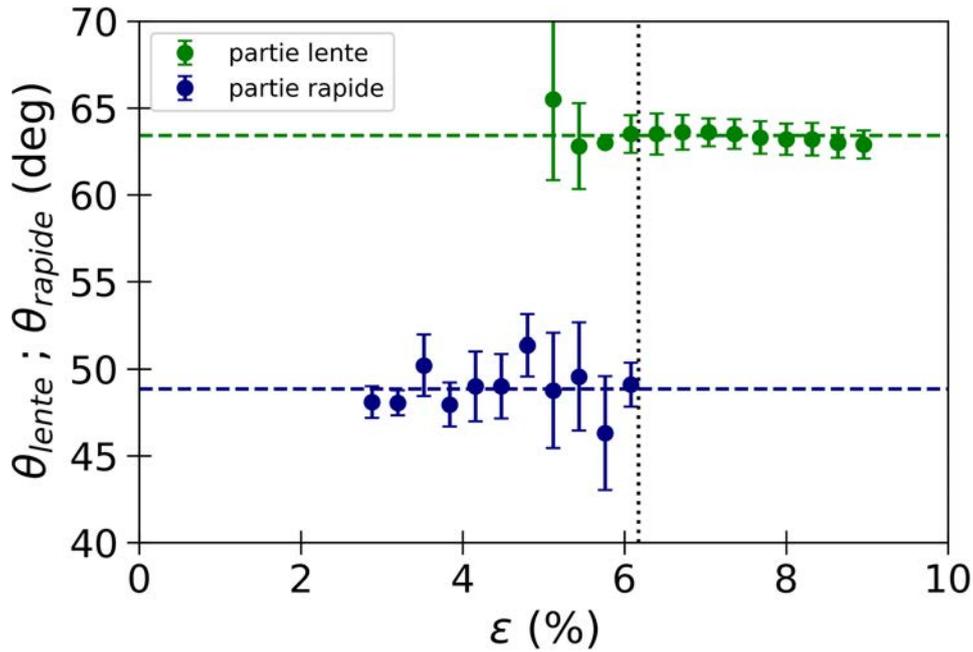


FIGURE IV.6 – Angles des parties rapide et lente de la fonction de corrélation spatio-temporelles. La ligne pointillée indique la déformation pour laquelle la rupture du matériau a lieu.

### IV.2.3 Partie *ultra-rapide* du champ de plasticité

Jusqu'à maintenant, l'ensemble de l'analyse dans ce chapitre a été faite à partir de cartes de corrélations et d'activités calculées sur un incrément de déformation entre deux images de speckle  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$ . Comme indiqué dans la partie III.1.1, la caméra Dalsa permet d'avoir accès à un incrément de déformation plus petit :  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . La FIGURE IV.7 compare des cartes de corrélations ( $g_I^{(1,2)}$ ) calculées sur un incrément de  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$  ou  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  au cours de la déformation. La description est la même que celle faite dans l'introduction de ce chapitre. Avant la rupture les événements plastiques sont répartis homogènement sur toute la surface de l'échantillon tandis qu'après la rupture, ils se concentrent aux niveaux des bandes de cisaillement. La différence majeure est observée avant la rupture. Pour l'incrément  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ , la microstructure n'est pas visible.

#### Corrélations avant la rupture

La FIGURE IV.8 présente les corrélations spatio-temporelles obtenues pour différentes valeurs de l'écart entre deux cartes d'activité  $d\varepsilon$  pour une déformation ( $\varepsilon = 3\%$ ), directement à partir de la fonction définie à l'ÉQUATION (IV.2). L'écart  $d\varepsilon = 0$  correspond à la corrélation spatiale d'une carte d'activité avec elle-même. la microstructure n'est pas observable sur les cartes de corrélations pourtant les corrélations spatiales mettent en évi-

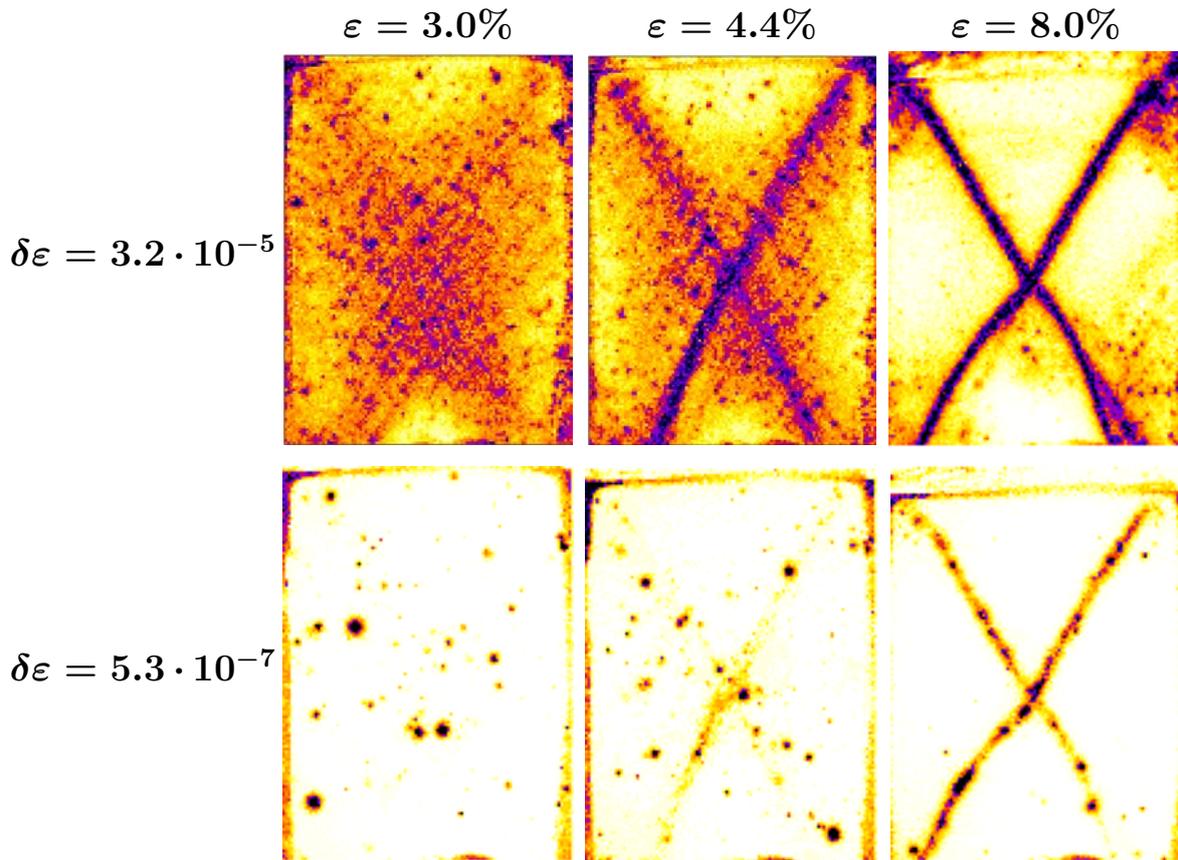


FIGURE IV.7 – Cartes de corrélations ( $g_I^{(1,2)}$ ) calculées avant et après la rupture pour  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$  et  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . Le contraste est identique pour les cartes d'une même ligne.

dence un couplage quadripolaire orienté autour de  $45 - 50^\circ$ . Le très faible rapport signal sur bruit ne permet pas d'utiliser la technique de projection utilisée précédemment (voir paragraphe IV.2.1) pour déterminer quantitativement la valeur de l'angle.

### Corrélations après la rupture

De la même manière, la FIGURES IV.9 présente les corrélations spatio-temporelles obtenues pour différentes valeurs de l'écart entre deux cartes d'activité  $d\varepsilon$  pour une déformation ( $\varepsilon = 8\%$ ). Lorsque les bandes de cisaillement sont établies ( $\varepsilon = 8\%$ ), leurs orientations se retrouvent aisément sur les corrélations spatio-temporelles puisqu'elles étaient déjà visibles sur les cartes de corrélations (FIGURE IV.7).

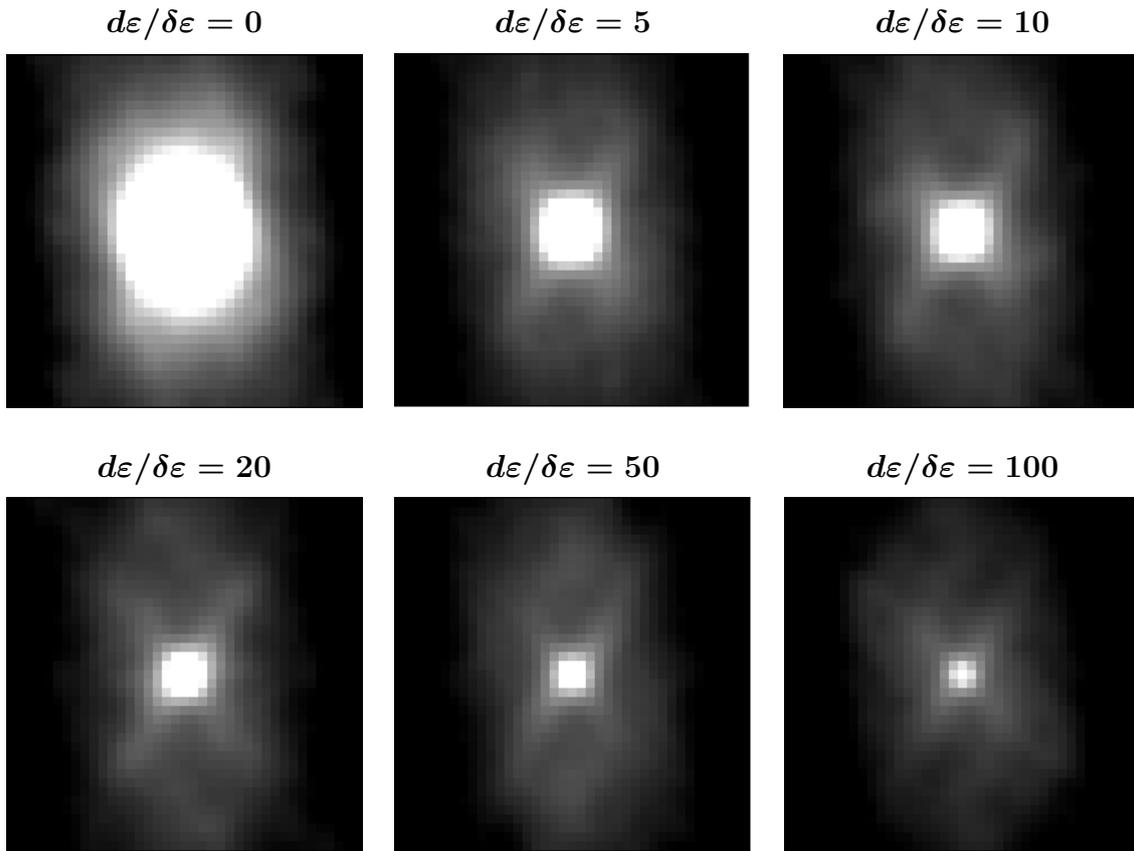


FIGURE IV.8 – Corrélations spatio-temporelles des cartes d'activité avant la rupture ( $\varepsilon = 3\%$ ) pour un incrément de déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . Les valeurs des pixels du noir au blanc sont situées dans l'intervalle  $[2 \times 10^{-6}; 7 \times 10^{-6}]$ .

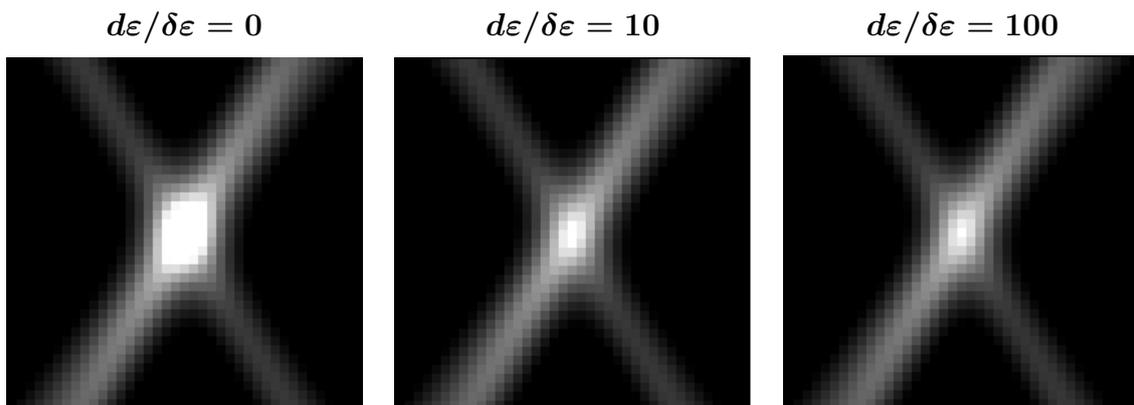


FIGURE IV.9 – Corrélations spatio-temporelles des cartes d'activité après la rupture ( $\varepsilon = 8\%$ ) pour un incrément de déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . Les valeurs des pixels du noir au blanc sont situées dans l'intervalle  $[4 \times 10^{-7}; 7 \times 10^{-5}]$ .

## IV.3 Interprétations physiques

### IV.3.1 Orientations des bandes de cisaillements

Dans la partie I.3.1, on a présenté le modèle de Mohr-Coulomb pour décrire le comportement d'un matériau granulaire au-delà de son seuil de rupture. Pour rappel, la rupture du matériau a lieu suivant un plan vérifiant la relation donnée par l'ÉQUATION I.1 (FIGURE I.5) :

$$|\tau| = \mu \times \sigma \quad (\text{IV.7})$$

avec  $\mu = \tan(\phi)$  le coefficient de friction interne du matériau et  $\phi$  l'angle de friction interne du matériau. D'après le critère de rupture (ÉQUATION IV.7), il existe deux solutions :  $\tau = \pm\mu \times \sigma$  correspondant respectivement aux angles  $2\theta^r$  et  $-2\theta^r$  sur le cercle de Mohr (FIGURE I.6) :

$$\theta_{MC}^r = \pm \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (\text{IV.8})$$

$\theta_{MC}^r$  est l'angle que font alors les bandes de cisaillement par rapport à la direction des contraintes normales minimales (ici l'horizontale). Si on reprend la courbe de charge donnée en FIGURE III.2, la rupture du matériau peut être identifiée par l'apparition d'un plateau à une valeur de  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy} \approx 85$  kPa. Sachant que la contrainte de confinement vaut  $-\sigma_{xx} = 30$  kPa, on en déduit une valeur pour l'angle  $\phi$  :  $\phi \approx 36^\circ$ . Le modèle de Mohr-Coulomb prédit ainsi des bandes de cisaillement formant un angle de  $\theta^r = \pm 63^\circ$  avec l'axe horizontal ( $Ox$ ). Cette valeur est en parfait accord avec l'orientation de la partie *lente* que constituent les bandes de cisaillement :  $\theta_{lente} = 63^\circ$ .

### IV.3.2 Critère de Mohr-Coulomb microscopique

Expérimentalement, l'analyse de la plasticité avant la rupture met en évidence une redistribution de la contrainte suivant un angle  $\theta_{rapide} = 49^\circ$  avec au cours de la charge des angles toujours supérieurs à  $45^\circ$  (FIGURE IV.6). L'orientation trouvée s'écarte de la théorie Eshelby dans le cas isovolume  $\theta_{esh} = \pm 45^\circ$ .

Les auteurs K. Karimi et J-L. Barrat [KB18] ont montré que la prise en compte d'un critère de Mohr-Coulomb au niveau microscopique conduit à une redistribution de la contrainte toujours suivant un quadripôle mais dont les lobes sont tiltés vers des angles supérieurs à  $45^\circ$ . L'hypothèse initiale repose sur le fait que, même si la redistribution de la contrainte dans le matériau à la suite d'un réarrangement est décrite par la théorie Eshelby, le déclenchement de ces réarrangements est relié à un critère frictionnel local de type Mohr-Coulomb. La prise en compte de ce critère local conduit à rendre la redistribution de la

contrainte dépendante de la pression locale. L'orientation des lobes du quadripôle est alors intermédiaire entre celles données par la théorie Eshelby et le modèle de Mohr-Coulomb.

Pour formaliser cette hypothèse, on considère une inclusion sphérique dans un milieu élastique et infini subissant un cisaillement. Les redistributions de la contrainte de cisaillement et de la pression dans l'approximation de champ lointain sont les suivantes :

$$\delta\sigma(r, \theta) = -\frac{2\mu\varepsilon^*}{1 + \frac{\mu}{K}} \left(\frac{a}{r}\right)^d \cos(4\theta) \quad (\text{IV.9})$$

$$\delta p(r, \theta) = \frac{2\mu\varepsilon^*}{1 + \frac{\mu}{K}} \left(\frac{a}{r}\right)^d \cos(2\theta) \quad (\text{IV.10})$$

où  $K$  et  $\mu$  sont respectivement le module d'élasticité isostatique reliant la pression dans le milieu au taux de variation de volume et le module de cisaillement (second coefficient de Lamé),  $\varepsilon^*$  est l'amplitude de la déformation que subit l'inclusion,  $a$  le rayon de l'inclusion et  $d$  la dimension du système. La FIGURE IV.10(a) et (b) représente respectivement  $\delta\sigma$  et  $\delta p$  dans le cas où  $d = 2$ . En l'absence de contrainte de cisaillement et de cohésion (cas expérimental), les auteurs définissent une fonction traduisant l'effet de la redistribution des contraintes sur la distance au seuil de rupture dans le cas d'un critère de Mohr-Coulomb local dans le matériau granulaire à la suite d'un réarrangement :

$$\delta f_y = \delta\sigma - \delta p \sin(\phi) \quad (\text{IV.11})$$

avec  $\phi$  le coefficient de friction interne. Cette fonction est maximale dans les zones de recouvrement entre les lobes positifs de la redistribution de contrainte donnée par Eshelby ( $\delta\sigma$ ) et les lobes négatifs de la redistribution de la pression ( $\delta p$ ) (FIGURE IV.10). L'orientation des lobes positifs de  $\delta f_y$  ( $\theta_{max}$ ) est alors donnée par la relation suivante :

$$\cos(2\theta_{max}) = -\frac{1}{4} \sin(\phi) \quad (\text{IV.12})$$

Pour une valeur de l'angle de friction interne  $\phi \approx 36^\circ$ , l'ÉQUATION IV.12 donne  $\theta_{max} \simeq 51^\circ$ . Cette valeur est plus en accord avec l'expérience en ce qui concerne l'orientation de la partie *rapide*.

Il existe d'autre interprétation de cette orientation selon un angle supérieur à  $45^\circ$ . Le Bouil *et al* [LBAC14] expliquent cette orientation par un changement de volume de l'inclusion tandis que McNamara *et al* [MCA16] proposent de considérer également l'anisotropie de l'élasticité.

### IV.3.3 Couplage entre les évènements plastiques *ultra-rapides*

La FIGURE IV.8 montre qu'il existe un couplage entre les évènements plastiques individuels qui tient sur des temps bien plus grands que le temps caractéristique de propagation des ondes sonores dans le milieu. Or après un évènement plastique, la contrainte est redis-

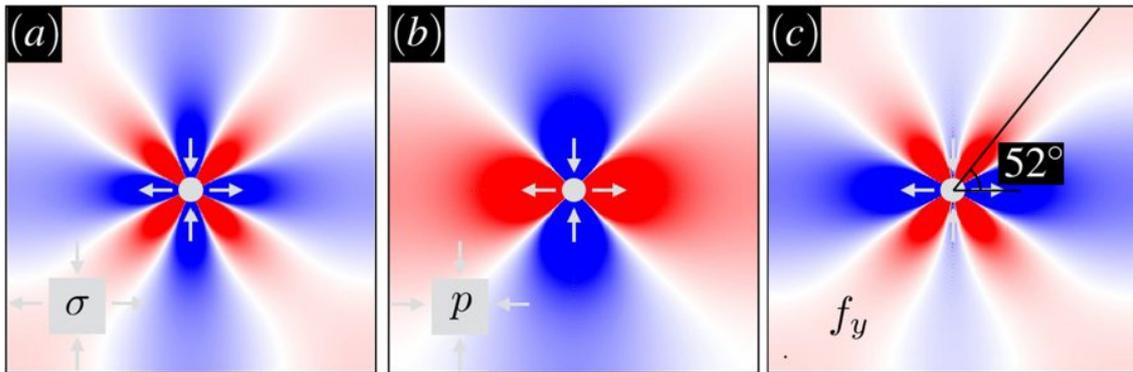


FIGURE IV.10 – [KB18] Redistribution (a) de la contrainte de cisaillement axiale (b) de la pression et (c) de la contrainte effective dans l’approximation de champ lointain avec  $\frac{\mu}{K} = \frac{1}{2}$  et  $\phi = 65^\circ$ . Les lobes rouges et bleus correspondent respectivement aux contributions positives et les négatives.

tribuée de manière élastique dans le matériau suivant un quadripôle de type Eshelby à la vitesse de ces ondes sonores. Le matériau se comporte comme s’il gardait en mémoire la position d’un réarrangement plastique très localisé bien après que celui-ci a disparu. Cet effet mémoire repose sur une modification du matériau à un niveau local dont l’origine exacte reste encore à déterminer. Un bon candidat à cet endommagement est la modification de la fraction volumique suite à un évènement plastique. D. Vandembroucq et S. Roux ont développé un modèle mésoscopique pour un matériau amorphe où la prise en compte d’un effet mémoire sous forme de vieillissement conduit à une localisation de la plasticité selon des angles de  $\pm 45^\circ$  fixés par l’anisotropie de la redistribution des contraintes [VR11].

### IV.3.4 Lien avec la fluidité dans les milieux granulaires

#### Champ de fluidité

Pour rappel, la notion de fluidité a été introduite au paragraphe I.4.4. Dans cette approche théorique, la fluidité est intimement liée au taux d’évènements plastiques moyennés sur des échelles temporelles et spatiales mésoscopiques et se définit à une échelle où le détail microscopique du couplage entre évènements individuels est perdu. L’effet du couplage n’apparaît plus que comme un effet diffusif.

La fonction de corrélation spatio-temporelle de la partie *lente* de la plasticité  $C_{lente}(\varepsilon, \mathbf{dr})$  (ÉQUATION IV.4) est calculée entre deux cartes d’activité séparées d’un écart en déformation  $d\varepsilon$ .  $C_{lente}(\varepsilon, \mathbf{dr})$  est précisément construite de manière à perdre la corrélation entre évènements plastiques individuels si cet écart en déformation est suffisamment grand ( $d\varepsilon > \Delta\varepsilon$ ) (voir FIGURE IV.4( $b_{1-3}$ )). Cette fonction de corrélation permet alors de caractériser une activité lentement variable avec la déformation  $\varepsilon$ . Si le couplage élastique n’apparaît plus avec la fonction de corrélation  $C_{lente}$ , cela signifie qu’une moyenne des

cartes d'activité sur ce même intervalle  $d\varepsilon$  permet de perdre le couplage élastique et donc d'obtenir un champ d'activité plastique similaire à celui de la fluidité. La FIGURE IV.11 (discutée plus en détail en conclusion de ce chapitre) schématise nos observations expérimentales de l'activité plastique en fonction de la déformation absolue  $\varepsilon$  mais également en fonction de l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon$ . L'activité observée pour un grand incrément de déformation ( $c_1 - c_4$ ) décrit un champ de plasticité lentement variable où l'anisotropie du couplage à l'échelle microscopique a disparu et qui peut donc s'apparenter à un champ de fluidité.

### Corrélation du champ de fluidité

Au vu des résultats donnés par la fonction de corrélations  $C_{lente}(\varepsilon, d\mathbf{r})$ , on souhaite désormais pouvoir la relier à la corrélation du champ de fluidité. La fluidité étant le résultat d'un moyennage dans l'espace et le temps, il faut s'assurer que c'est également pour notre fonction de corrélation.

Cette fonction est moyennée spatialement à deux niveaux. D'abord à l'échelle du speckle puisque la lumière rétrodiffusée ressort du matériau après avoir sondé un volume de l'ordre de  $(l^*)^3$  (voir paragraphe II.2.2) ; puis dans le calcul des cartes de corrélations qui se fait sur des métapixels de seize pixels de côté (voir paragraphe II.2.2). En revanche, la fonction de corrélation  $C_{lente}(\varepsilon, d\mathbf{r})$  n'est pas moyennée véritablement sur le temps mais sur la déformation. Les expériences étant réalisées à déformation imposée selon un taux de déformation  $\dot{\varepsilon}$  constant, la relation entre le temps et la déformation est simple :

$$t = \frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}} \text{ avec } \varepsilon(t = 0) = 0 \quad (\text{IV.13})$$

Comme pour la moyenne spatiale, la moyenne en déformation se fait à deux niveaux. La première moyenne se fait dès l'acquisition des figures de speckle puisque la fréquence du capteur CMOS utilisé (appareil photo Nikon ou caméra Dalsa) ne dépasse pas 20 hertz (voir TABLE III.2). Cette fréquence est bien inférieure à l'inverse du temps caractéristique de la redistribution des contraintes qui se fait à la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le milieu ou encore à l'inverse du temps caractéristique des réorganisations plastiques à l'échelle des grains. Si on considère un temps inertiel correspondant au temps nécessaire pour qu'une bille se déplace sur une distance égale à son diamètre. L'ordre de grandeur de ce temps caractéristique peut être bâti de la manière suivante :

$$Pd^2 = (\rho_g d^3) \times \left( \frac{d}{T^2} \right) \quad (\text{IV.14})$$

$$T = \frac{d}{\sqrt{\left( \frac{P}{\rho_g} \right)}} \sim 30 \mu\text{s} \quad (\text{IV.15})$$

où  $d$  est le diamètre moyen des grains,  $P$  la pression de confinement qui est la différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur du milieu granulaire,  $\rho_g$  la masse volumique des grains et  $T$  le temps caractéristique. Expérimentalement, les billes de verre se déplacent sur une fraction de leur diamètre. Le temps associé à ce déplacement est encore plus petit.

D'autre part, la fonction de corrélation spatio-temporelle  $C_{lente}(\varepsilon, d\mathbf{r})$  est calculée entre deux cartes d'activité suffisamment séparées en déformation pour perdre la corrélation des fluctuations.

On va alors pouvoir montrer que le calcul de notre fonction de corrélation  $C_{lente}$  revient à calculer la fonction de corrélation  $C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r})$  (ÉQUATION IV.2) sur des cartes d'activité moyennées en déformation de telle sorte que l'intervalle choisi pour la moyenne soit suffisamment grand pour que le couplage spatial soit perdu. Pour cela, on fait l'hypothèse que l'activité  $a(\mathbf{r}, \varepsilon)$  peut se découpler en une fonction  $f(\mathbf{r}, \varepsilon)$  liée aux fluctuations de la plasticité (partie *rapide*) multipliée par une fonction  $A(\mathbf{r})$  de répartition spatiale considérée comme stationnaire sur un intervalle de déformation mésoscopique  $\Delta\varepsilon$  :

$$a(\mathbf{r}, \varepsilon) = f(\mathbf{r}, \varepsilon) \times A(\mathbf{r}) \quad (\text{IV.16})$$

Ces fonctions  $f(\mathbf{r}, \varepsilon)$  et  $A(\mathbf{r})$  sont complètement décorréliées dans l'espace. La fonction  $f(\mathbf{r}, \varepsilon)$  est également complètement décorréliée avec elle-même au bout d'une déformation  $\Delta\varepsilon$  et est de valeur moyenne constante sur un intervalle de déformation  $d\varepsilon = \Delta\varepsilon$  :

$$\langle f(\mathbf{r}, \varepsilon) \rangle_\varepsilon = \frac{1}{\Delta\varepsilon} \int_\varepsilon^{\varepsilon+\Delta\varepsilon} f(\mathbf{r}, \varepsilon) d\varepsilon = f_0 \quad (\text{IV.17})$$

$$\langle f(\mathbf{r}, \varepsilon) f(\mathbf{r} + d\mathbf{r}, \varepsilon + \Delta\varepsilon) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} = \langle f(\mathbf{r}, \varepsilon) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \langle f(\mathbf{r} + d\mathbf{r}, \varepsilon + \Delta\varepsilon) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} = f_0^2 \quad (\text{IV.18})$$

Par la suite, la valeur de la constante sera prise arbitrairement égale à un :  $f_0 = 1$ .

En utilisant le fait que la fonction spatiale est stationnaire sur l'intervalle  $\Delta\varepsilon$ , la moyenne sur la déformation de l'activité est :

$$\bar{a}(\mathbf{r}) = \langle a(\mathbf{r}, \varepsilon) \rangle_\varepsilon = A(\mathbf{r}) \times \langle f(\mathbf{r}, \varepsilon) \rangle_\varepsilon = A(\mathbf{r}) \quad (\text{IV.19})$$

On peut alors exprimer l'activité en fonction de l'activité moyenne de la manière suivante :

$$a(\mathbf{r}, \varepsilon) = f(\mathbf{r}, \varepsilon) \times \bar{a}(\mathbf{r}) \quad (\text{IV.20})$$

À partir de l'ÉQUATION (IV.19) et de l'hypothèse que les fonctions  $f(\mathbf{r}, \varepsilon)$  et  $A(\mathbf{r})$  sont complètement décorréliées dans l'espace, on en déduit que  $f(\mathbf{r}, \varepsilon)$  et  $\bar{a}(\mathbf{r})$  le sont également. En utilisant les ÉQUATIONS (IV.2) et (IV.4), la fonction de corrélation spatio-temporelle de la partie *lente* s'écrit alors :

$$C_{lente}(\varepsilon, d\mathbf{r}) = C(\varepsilon, d\varepsilon = \Delta\varepsilon, d\mathbf{r}) = \langle f(\mathbf{r}, \varepsilon) f(\mathbf{r} + d\mathbf{r}, \varepsilon + \Delta\varepsilon) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \times \langle \bar{a}(\mathbf{r}) \bar{a}(\mathbf{r} + d\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \\ - \langle f(\mathbf{r}, \varepsilon) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \langle f(\mathbf{r} + d\mathbf{r}, \varepsilon + \Delta\varepsilon) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \times \langle \bar{a}(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \langle \bar{a}(\mathbf{r} + d\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}, \varepsilon} \quad (\text{IV.21})$$

$$= \langle \bar{a}(\mathbf{r}) \bar{a}(\mathbf{r} + d\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}} - \langle \bar{a}(\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}} \langle \bar{a}(\mathbf{r} + d\mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{r}} = C_{\bar{a}}(\varepsilon, d\mathbf{r}) \quad (\text{IV.22})$$

où  $C_{\bar{a}}(\varepsilon, d\mathbf{r})$  est la fonction de corrélations calculée sur les cartes d'activité moyennes  $\bar{a}(\mathbf{r})$ . Ainsi la fonction de corrélation spatio-temporelle utilisée pour caractériser la partie *lente* de la plasticité revient à calculer la corrélation spatiale de cartes d'activité moyennées sur le même incrément de déformation  $d\varepsilon = \Delta\varepsilon$ .

### Conclusion sur la fluidité

On peut alors définir la fluidité dans un milieu granulaire comme étant la partie lentement variable de la plasticité. La FIGURE IV.4( $b_{1-3}$ ) montre que la fluidité initialement homogène dans l'échantillon se concentre de manière hétérogène en bandes de cisaillement lorsque la contrainte appliquée augmente homogènement. Cependant, le champ de fluidité est obtenu en moyenne l'activité plastique sur un intervalle de déformation  $d\varepsilon$  et non sur un intervalle temporel comme cela est défini dans la théorie [BCA09].

Ce comportement est à rapprocher de la deuxième classe de fluides à seuil observée notamment dans des émulsions denses par Bécu *et al* [BMC06]. Dans ce cas, il a été observé une discontinuité du cisaillement avec une localisation le long de bandes de cisaillement lorsque la contrainte extérieure est au-dessus d'une contrainte seuil. Au niveau théorique, Benzi *et al* [BSB<sup>+</sup>16] ont mis en évidence la stabilité d'un système où coexistent des bandes de cisaillement et des zones immobiles à partir du modèle de fluidité établi par Bocquet *et al* [BCA09].

## Conclusion

L'établissement de la fonction de corrélations spatio-temporelle (l'ÉQUATION IV.2) a permis d'étudier le champ de plasticité à différents instants  $\varepsilon$  de la charge et pour différents incréments de déformations  $\delta\varepsilon$  entre deux images de speckle. Pour l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon = 3.2 \cdot 10^{-5}$ , la plasticité a été séparée en deux contributions *lente* et *rapide* distinctes dans leurs orientations respectives. La première, liée aux bandes de cisaillement post-rupture, s'oriente suivant un angle de  $\theta_{lente} = \pm 63^\circ$  directement explicable par le modèle de Mohr-Coulomb. Par ailleurs, elle est assimilable au champ de fluidité décrit dans la littérature et reliée au taux d'apparition des événements plastiques. La seconde contribution de la plasticité dite *rapide* correspond au réseau de microbandes observables sur les cartes de corrélations avant la rupture du matériau. Un mécanisme de redistribution

élastique de la contrainte de type Eshelby agrémenté d'un critère de Mohr-Coulomb local permet d'expliquer son orientation  $\theta_{\text{rapide}} = 49^\circ$ . Lorsque l'on s'approche du seuil de rupture, une coexistence entre ces deux structures est observée sans qu'aucun couplage trivial entre elles ne transparaisse.

Lorsque l'on diminue l'incrément de déformation à  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ , la microstructure n'est plus visible sur les cartes de corrélations mais la signature quadripolaire de type Eshelby est cependant toujours présente sur les corrélations spatio-temporelles indiquant probablement la présence d'un effet mémoire.

L'ensemble des observations peut être schématisé par la FIGURE IV.11. Selon la valeur de l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon$ , le champ de plasticité apparaît différemment. La première ligne correspond à l'évolution de la partie *ultra-rapide* en fonction de la déformation  $\varepsilon$  tandis que les seconde et troisième lignes correspondent respectivement à la partie *rapide* et *lente*. Dans ce chapitre, les parties *rapide* et *lente* ont été étudiées quantitativement alors que l'étude de la partie *ultra-rapide* est restée qualitative. Le prochain chapitre se focalise sur l'analyse quantitative de la partie *ultra-rapide* après la rupture (FIGURE IV.11(a<sub>4</sub>)).

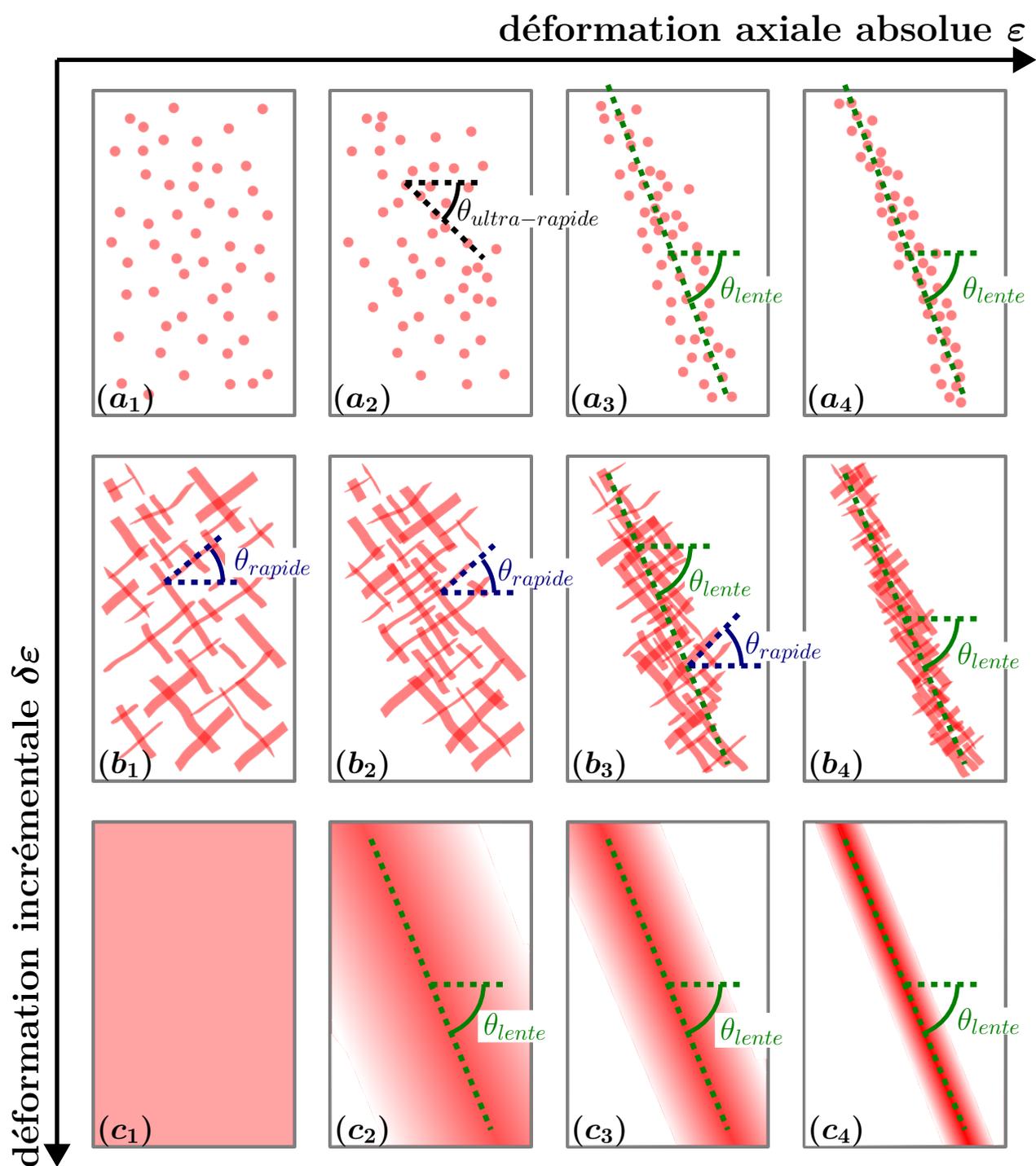


FIGURE IV.11 – Représentation schématique du champ de plasticité observé en fonction de la déformation absolue  $\varepsilon$  et de l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon$ . L'orientation des différentes parties de la plasticité est indiquée là où elles sont observées.



# Chapitre V

## Étude microscopique de la bande de cisaillement

Le chapitre précédent a permis de mettre en évidence l'évolution du champ de plasticité en fonction de la déformation absolue  $\varepsilon$  de l'échantillon et en fonction de l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon$  entre deux images de speckle. L'objet de ce chapitre est d'étudier plus en détails la plasticité après la rupture ( $\varepsilon \geq 6\%$ ), lorsque les bandes de cisaillement sont établies, pour un incrément de déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . Pour rappel, on observe à l'intérieur des bandes de cisaillement des réarrangements plastiques locaux qui fluctuent sur toute la longueur des bandes (voir FIGURE V.1(a)). L'échantillon peut alors être subdivisé en blocs en translation solide les uns par rapport aux autres et délimités par les bandes de cisaillement. (voir FIGURE V.1(b)).

La première partie sera consacrée à l'étude cinématique des fluctuations et du lien entre les échelles microscopique et macroscopique. La seconde partie traitera des corrélations spatio-temporelles entre les fluctuations. Enfin la troisième partie sera l'occasion de développer qualitativement une analogie possible entre le comportement d'une bande de cisaillement et celui d'une faille sismique.

### V.1 Cinématique de déformation

#### V.1.1 Approche cinématique macroscopique

L'orientation des bandes de cisaillement a été déterminée dans le chapitre précédent ( $\theta_{\text{lente}} = \theta_{\text{MC}} = 63^\circ$ ). Connaissant la déformation imposée en haut de l'échantillon et l'angle que font les bandes de cisaillement avec l'horizontale, on est capable de déterminer le déplacement relatif d'un bloc par rapport à l'autre.

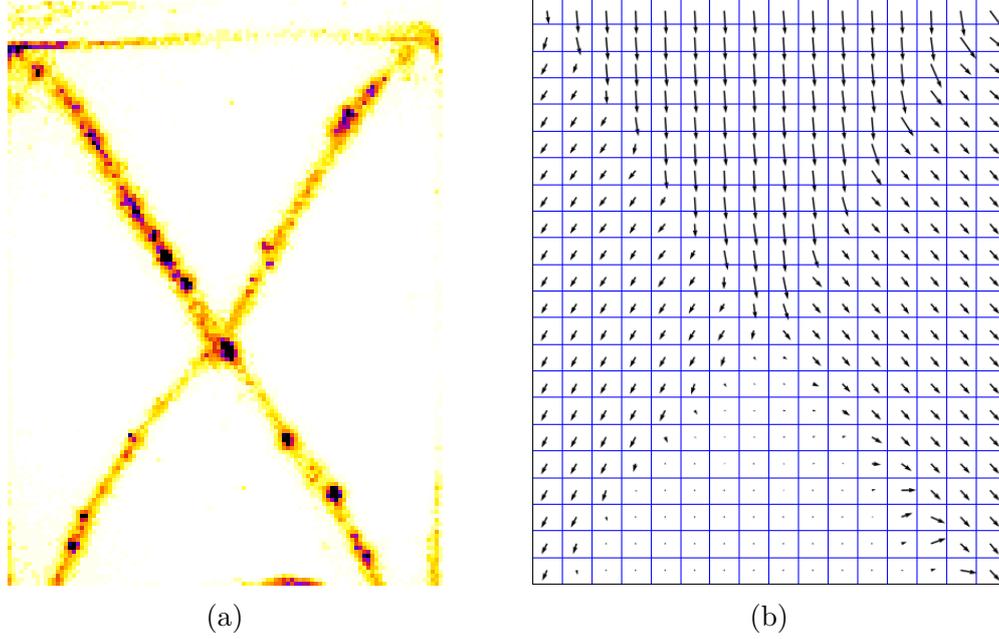


FIGURE V.1 – (a) Carte de corrélations après la rupture ( $\varepsilon = 8.8\%$ ) pour un incrément de déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . (b) Carte du champ de déplacement correspondant.

### Développement du formalisme

On définit trois vitesses :  $\vec{v}_i^{\rightarrow}$  la vitesse imposée en haut de l'échantillon,  $\vec{v}_l^{\rightarrow}$  la vitesse d'un bloc latéral et  $\vec{v}_b^{\rightarrow}$  la vitesse du bloc du bas (voir FIGURE V.2). On fait également les hypothèses suivantes :

- les deux bandes de cisaillements sont de même intensité ;
- la vitesse du bloc du bas est nulle :  $\vec{v}_b^{\rightarrow} = \vec{0}$  ;
- sur les bandes, la vitesse est uniquement longitudinale :  $\vec{n} \cdot (\vec{v}_i^{\rightarrow} - \vec{v}_l^{\rightarrow}) = 0$  et  $\vec{n}' \cdot (\vec{v}_l^{\rightarrow} - \vec{v}_b^{\rightarrow}) = 0$  où  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  sont deux vecteurs unitaires normaux aux bandes ;
- les bandes sont des bandes de cisaillement pur, sans compaction.

Dans le repère  $(Oxy)$  indiqué en FIGURE V.2, on pose :

$$\vec{v}_i^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_i \end{pmatrix} ; \vec{v}_l^{\rightarrow} = \begin{pmatrix} x_l \\ y_l \end{pmatrix} ; \vec{n} = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ -\cos(\theta) \end{pmatrix} ; \vec{n}' = \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ -\cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (\text{V.1})$$

La troisième hypothèse conduit aux relations suivantes :

$$\vec{n} \cdot (\vec{v}_i^{\rightarrow} - \vec{v}_l^{\rightarrow}) = 0 \Leftrightarrow x_l \sin(\theta) - (v_i - y_l) \cos(\theta) = 0 \quad (\text{V.2})$$

$$\vec{n}' \cdot (\vec{v}_l^{\rightarrow} - \vec{v}_b^{\rightarrow}) = 0 \Leftrightarrow x_l \sin(\theta) - y_l \cos(\theta) = 0 \quad (\text{V.3})$$

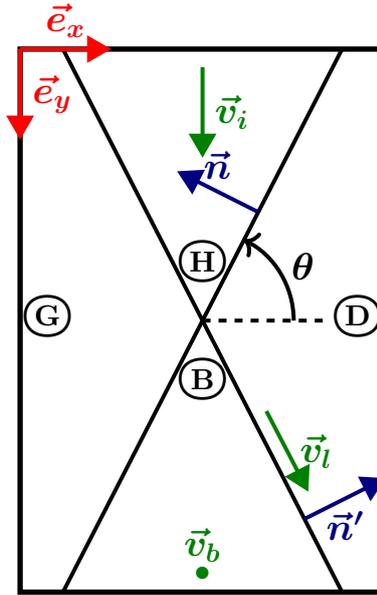


FIGURE V.2 – Schéma représentant les différentes notations retenues pour l'étude cinématique.  $\vec{v}_i$ ,  $\vec{v}_l$  et  $\vec{v}_b$  sont respectivement les vitesses imposées en haut de l'échantillon, du bloc latéral et du bloc du bas.  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  sont deux vecteurs unitaires normaux aux bandes de cisaillement.  $\textcircled{\text{H}}$ ,  $\textcircled{\text{B}}$ ,  $\textcircled{\text{D}}$ ,  $\textcircled{\text{G}}$  indiquent respectivement les blocs du haut, du bas, de droite et de gauche.

On en déduit ainsi les composantes du vecteur vitesse  $\vec{v}_l$  :

$$\begin{pmatrix} x_l \\ y_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v_i}{2 \tan(\theta)} \\ \frac{v_i}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{V.4})$$

Le déplacement relatif attendu d'un bloc  $\textcircled{\text{D}}$  par rapport au bloc  $\textcircled{\text{H}}$  durant un temps  $\Delta t$  est alors :

$$\|\vec{v}_i - \vec{v}_l\| \times \Delta t = \frac{v_i}{2} \sqrt{\frac{1}{\tan^2(\theta)} + 1} \times \Delta t \sim 25 \text{ nm} \quad (\text{V.5})$$

pour un angle  $\theta = 63^\circ$  et une vitesse imposée  $0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  avec  $\Delta t = \frac{1}{20} \text{ s}$  ( $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ ).

### Vérification à l'aide du suivi de speckle

La vérification de l'ordre de grandeur du déplacement relatif entre deux blocs exprimé à l'ÉQUATION (V.5) consiste à mesurer directement la translation du speckle au voisinage de la bande. Pour cela, les figures de speckle sont découpées en fines tranches parallèles à la bande de cisaillement. La FIGURE V.3 illustre la manière dont est fait le découpage. Pour une meilleure compréhension, les tranches sont

représentées sur une carte de corrélation et non directement sur une image de speckle. La largeur et le nombre de ces tranches ne sont pas non plus respectés pour une meilleure visualisation.

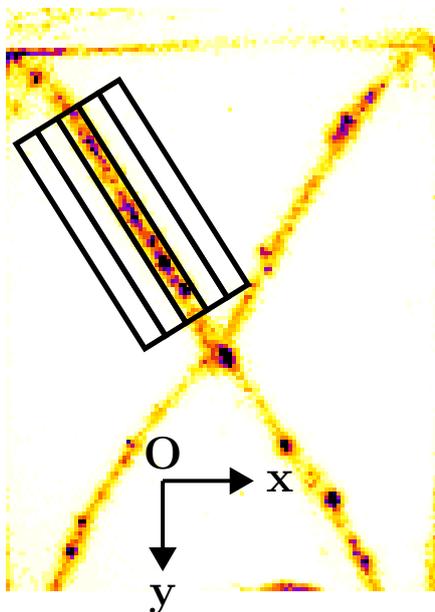


FIGURE V.3 – Représentation du découpage en fines tranches parallèles à la bande de cisaillement. Pour une meilleur visualisation, la largeur et le nombre de ces tranches ne sont pas respectés et sont indiquées sur une carte de corrélation au lieu d’une image de speckle.

En pratique, les tranches sont parallèles à la bande de cisaillement et d’une largeur de seize pixels sur l’image de speckle ce qui correspond à la taille d’un métapixel sur les cartes de corrélations comme celle de la FIGURE V.3. De plus, la tranche du milieu est centrée sur la bande de cisaillement. La technique pour mesurer le déplacement des figures de speckle est celle présentée au paragraphe II.4.2. Pour chaque tranche, les déplacements relatif entre deux images de speckle  $\Delta x$  et  $\Delta y$  respectivement selon les axes  $(Ox)$  et  $(Oy)$  sont moyennés sur six mille couples d’images  $(I_1, I_2)$ . Ces déplacements sont mesurés pour des écarts en temps entre les figures de speckle  $\Delta t = 0.25, 0.50, 0.75$  et  $1.00$  s. Ces écarts entre les images sont issus d’un compromis entre un déplacement suffisamment grand pour être mesuré et pas non plus trop grand au risque d’utiliser des couples images de speckle complètement décorréliées (voir paragraphe II.4.2).

La FIGURE V.4 représente le champ de déplacement mesuré pour chacune des tranches. Les longueurs des flèches sont représentées avec une échelle arbitraire pour permettre une bonne visualisation. La tranche centrée sur la bande de cisaillement

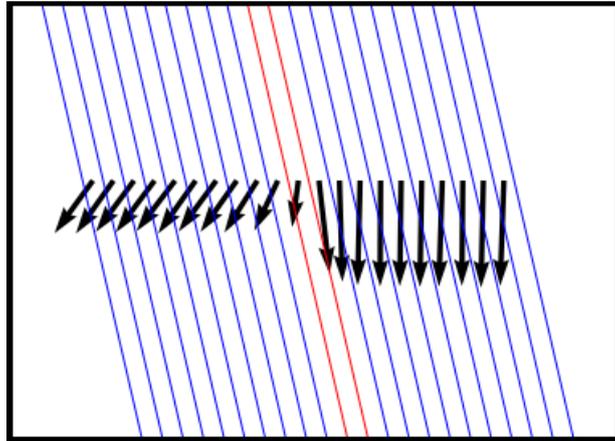


FIGURE V.4 – Champ de déplacement obtenu par la méthode de suivi du speckle effectuée sur des tranches le long de la bande de cisaillement. Le centre de la bande est repéré en rouge. Les flèches sont représentées avec une échelle arbitraire.

est discriminée par une zone aux contours rouges. On observe une transition du champ de vecteurs au niveau de la bande de cisaillement. Comme on cherche à déterminer le déplacement relatif d'un bloc par rapport à l'autre, on définit une nouvelle base de coordonnées cartésiennes alignée sur la bande ( $\vec{e}_{x'}$ ,  $\vec{e}_{y'}$ ) et représentée en FIGURE V.5. La vitesse exprimée dans cette base aura une composante dite *tangentielle* et une autre dite *normale*.

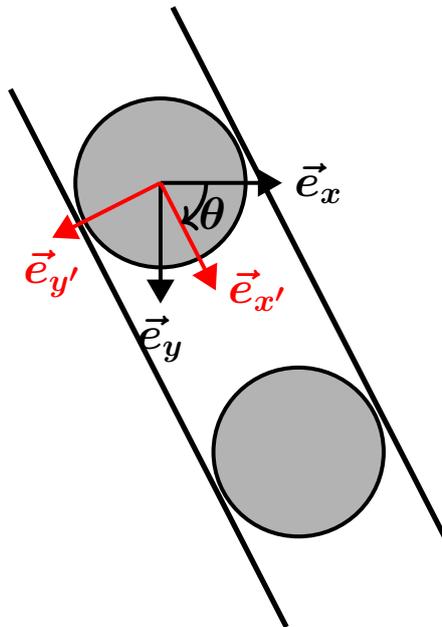


FIGURE V.5 – Schéma représentant la nouvelle base ( $\vec{e}_{x'}$ ,  $\vec{e}_{y'}$ ) dans le repère de la bande.

La méthode de suivi du speckle permet d'avoir accès aux vecteurs vitesse dont les composantes sont exprimées dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$ . La projection dans la nouvelle base est :

$$V_t = \vec{v} \cdot \vec{e}_{x'} = V_x \cos(\theta) + V_y \sin(\theta) \quad (\text{V.6})$$

$$V_n = \vec{v} \cdot \vec{e}_{y'} = -V_x \sin(\theta) + V_y \cos(\theta) \quad (\text{V.7})$$

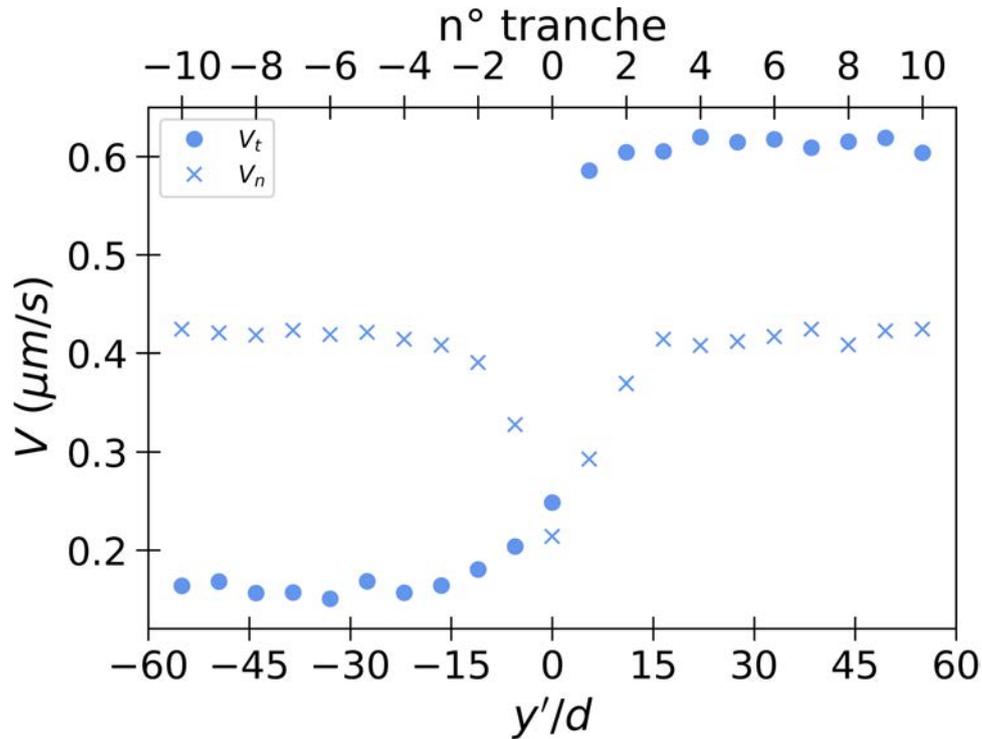


FIGURE V.6 – Vitesses tangentielle  $V_t$  et normale  $V_n$  obtenues à partir des ÉQUATIONS V.6 et V.7.  $d$  correspond au diamètre moyen des billes. La position  $y'/d = 0$  correspond à la tranche n°0, c'est-à-dire la tranche centrée sur la bande de cisaillement.

Les vitesses  $V_t$  et  $V_n$  sont tracées en FIGURE V.6. L'abscisse  $\tilde{y} = y'/d = 0$  correspond à la position de la bande de cisaillement. On observe que de part et d'autre de la bande et suffisamment loin, la vitesse normale est constante. Ceci est en accord avec l'hypothèse qu'il n'y a pas de compaction dans la bande. En revanche, la valeur de la vitesse normale est différente proche du centre de la bande. Une première explication peut venir de la difficulté à déterminer le déplacement au milieu de la bande du fait de la décorrélation importante de la figure de speckle. Sur la FIGURE V.7 sont tracées les valeurs du déplacement moyen  $\Delta x$  selon  $(Ox')$  pour la tranche centrée sur la bande de cisaillement. On constate que l'incertitude est du

même ordre de grandeur que les valeurs de déplacement trouvées. Cette imprécision très près du centre de la bande n'a cependant pas d'effet sur la détermination du déplacement relatif d'un bloc par rapport à l'autre. Une seconde explication possible, mais peu probable, est l'existence d'un effet 3D de flux orthogonalement à la face d'observation au niveau de la bande.

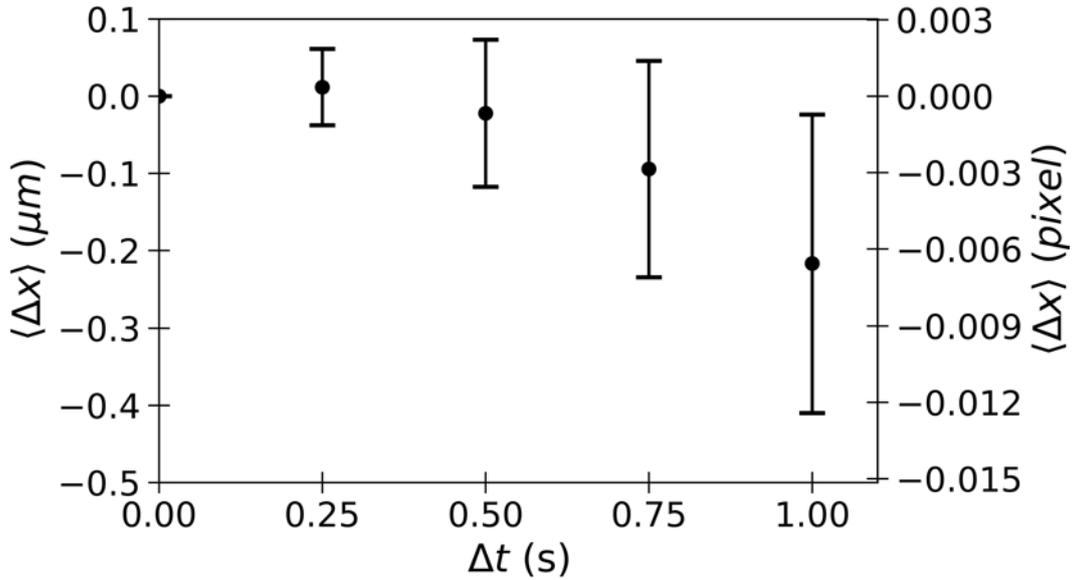


FIGURE V.7 – Déplacement moyen mesuré suivant  $x$  pour la tranche centrée sur la bande.

À partir des vitesses tangentielles, on peut définir la vitesse tangentielle relative le long de la bande de la manière suivante :

$$\Delta V_t(\tilde{y}) = V_t(\tilde{y}) - V_t(\tilde{y} = -\infty) \quad (\text{V.8})$$

La vitesse tangentielle relative  $\Delta V_t(\tilde{y})$  est représentée en FIGURE V.8. La vitesse relative d'un bloc par rapport à un autre sera alors  $\Delta V_t(\tilde{y} = +\infty)$ . Cette valeur de vitesse ainsi que la largeur de la bande de cisaillement  $L_b = 2\xi$  sont déterminées en ajustant  $\Delta V_t(\tilde{y})$  par la fonction suivante :

$$f_1(\tilde{y}) = \frac{\Delta V_t(\tilde{y} = +\infty)}{2} \times \left( 1 + \tanh \left( \frac{\tilde{y}}{\xi} \right) \right) \quad (\text{V.9})$$

On obtient ainsi  $\Delta V_t(\tilde{y} = +\infty) = 0.45 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\xi = 4.7d$ . Pour un écart de temps  $\Delta t = \frac{1}{20}$  s ( $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ ), on obtient un déplacement relatif  $U_{x'}(y' = +\infty) = 23$  nm très proche de la valeur attendue de 25 nm (voir ÉQUATION V.5). La largeur de la bande vaut  $L_b^{suivi} = 2\xi \sim 9d$  ( $d$  est le diamètre moyen des billes de verre).

Cette valeur est en accord avec la littérature qui observe des largeurs de bande de  $\sim 10 - 20 d$  [Rec06, VS95].

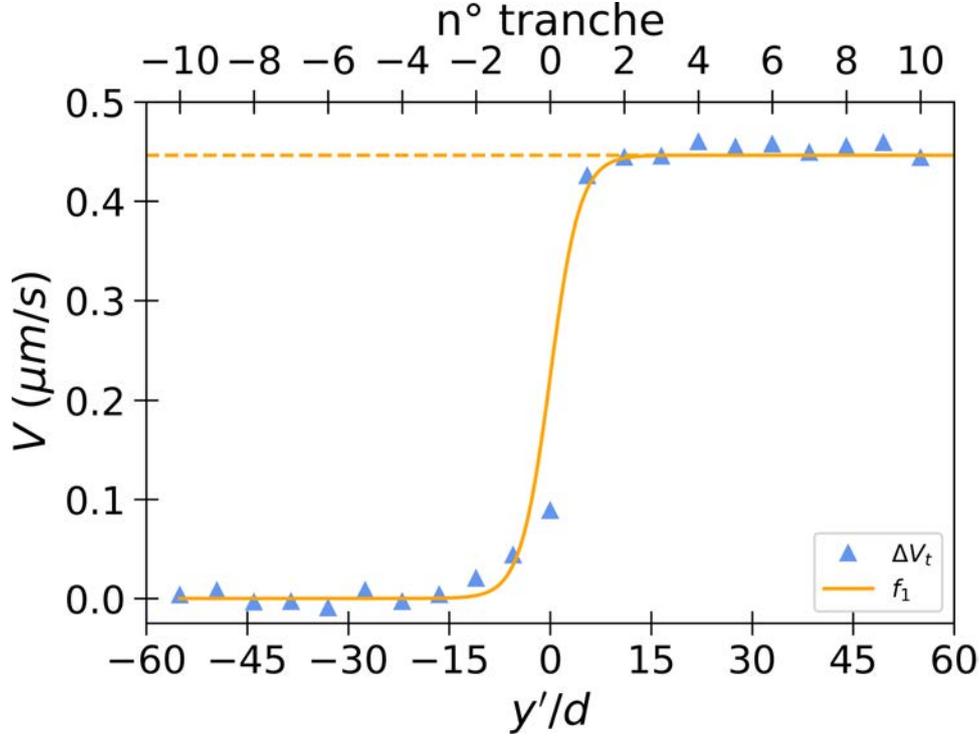


FIGURE V.8 – Vitesse relative entre deux blocs.  $d$  correspond au diamètre moyen des billes. La position  $y'/d = 0$  correspond à la tranche n°0, c'est-à-dire la tranche centrée sur la bande de cisaillement. La courbe en orange est la représentation graphique de l'ajustement  $f(\tilde{y})$  (ÉQUATION V.9) avec  $\Delta V_t(\tilde{y} = +\infty) = 0.45 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\xi = 4.7 d$ .

## V.1.2 Modèles de mesure de déformation

### Modèle de déformation théorique

On vient d'établir le déplacement relatif entre deux blocs pour un écart temporel  $\Delta t = \frac{1}{20} \text{ s}$  ( $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ ) par une approche cinématique macroscopique. On cherche désormais à déterminer ce même déplacement par DWS. Pour cela, on reprend les expressions simplifiées de  $g_I$  et de  $f(\boldsymbol{\varepsilon})$  définies au paragraphe II.2.2 (ÉQUATIONS II.6 et II.5) et déjà utilisées pour l'étude avec le PDMS (voir paragraphe III.2.1) :

$$g_I \approx \exp\left(-2\eta k l^* \sqrt{3f(\boldsymbol{\varepsilon})}\right) \quad (\text{V.10})$$

$$f(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{15} \text{Tr}^2(\boldsymbol{\varepsilon}) + \frac{2}{15} \text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^2) \quad (\text{V.11})$$

On fait l'hypothèse d'un cisaillement le long de la bande. C'est-à-dire que le déplacement se fait uniquement le long de celle-ci et ne dépend que de la distance au centre :  $U_{x'}(y')$ . Le tenseur des déformations, projeté dans une nouvelle base  $(\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'})$  (voir FIGURE V.5), s'exprime alors de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_{x'}}{\partial y'} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_{x'}}{\partial y'} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{V.12})$$

D'après le tenseur des déformations (ÉQUATION V.12), les ÉQUATIONS (V.10) et (V.11) conduisent à :

$$-\frac{\ln(g_I)}{A_{th}} = \left| \frac{\partial U_{x'}}{\partial y'} \right| = \gamma^{loc} \text{ avec } A_{th} = -2 \frac{1}{\sqrt{5}} \eta k l^* \simeq 8.6 \cdot 10^3 \quad (\text{V.13})$$

avec  $\eta = \frac{z_0 + z_e}{l^*} = 2.6$  [VD96],  $l^* = 240 \mu\text{m}$ ,  $k = \frac{2\pi n}{\lambda}$ ,  $n = 1.3$  (si on considère une fraction volumique de 0.60 pour les billes de verre) et  $\lambda = 532 \text{ nm}$ .  $\gamma^{loc}$  correspond à la déformation locale mesurée métapixel par métapixel. Ainsi, l'ÉQUATION (V.13) permet de faire le lien entre le logarithme des cartes de corrélations, la déformation locale et la dérivé du déplacement.

### Modèle de déformation numérique

Les grandeurs  $\eta$  et  $n$  utilisées dans le modèle théorique sont deux paramètres dont les valeurs ne sont pas aisées à déterminer expérimentalement. Un autre moyen d'y avoir accès est de développer un modèle numérique.

Cette analyse, faite par Jérôme Crassous, consiste à simuler la propagation de la lumière dans un empilement de sphères dans le cadre de l'optique géométrique [Cra07]. L'empilement considéré est constitué de billes de verre toutes identiques de rayon  $R$ . La fraction volumique de l'empilement est  $\phi \approx 0.637$ . Le système est cisailé selon le tenseur des déformations suivant :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{V.14})$$

Dans ce milieu, la lumière se propage suivant une marche aléatoire où à chaque pas de la marche les photons sont soit réfractés soit réfléchis. Pour chaque pas, la direction de propagation des photons est fixée par les lois de Snell-Descartes. La

FIGURE V.9 représente une fraction de cette marche aléatoire suivie par un photon. Si, de plus, le champ de déformation évolue lentement à l'échelle du libre parcours moyen des photons, le déphasage entre deux configurations où le chemin optique a été modifié peut s'écrire de la manière suivante [BM93] :

$$\Delta\phi^{(m)} = k_0 \sum_{\nu=1}^N \sum_{i,j} n_\nu l_\nu e_{\nu,i} e_{\nu,j} \varepsilon_{ij} \quad (\text{V.15})$$

où  $l_\nu = |\mathbf{r}_{\nu+1} - \mathbf{r}_\nu|$ ,  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ ,  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial j} \right)$  et  $(i, j)$  sont les directions de l'espace  $(x, y, z)$ . L'indication  $(m)$  correspond au chemin  $m$  suivi par la lumière de longueur  $s^{(m)} = \sum_\nu l_\nu^{(m)}$ .

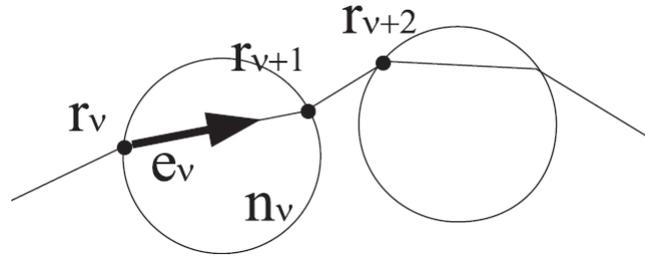


FIGURE V.9 – [Cra07] Représentation de la marche aléatoire suivie par un photon lors de sa propagation dans l'empilement de billes.  $\mathbf{r}_{\nu+j}$  sont les positions des événements de diffusion (réflexion ou réfraction);  $\mathbf{e}_\nu$  le vecteur directeur unitaire de la propagation entre  $\mathbf{r}_\nu$  et  $\mathbf{r}_{\nu+1}$  et  $n_\nu$  l'indice optique du milieu parcouru par le photon entre  $\mathbf{r}_\nu$  et  $\mathbf{r}_{\nu+1}$ .

La fonction de corrélation normalisée pour le champ électrique diffusé  $g_E$  est une fonction complexe telle que  $g_I = |g_E|^2$ . Elle peut s'exprimer en fonction du déphasage  $\Delta\phi$ , de la longueur du chemin  $s^{(m)}$  et de la longueur d'absorption  $l_a$  :

$$g_E = \frac{\sum_{m=1}^M \exp(j\Delta\phi^{(m)}) \exp(-s^{(m)}/l_a)}{\sum_{m=1}^M \exp(-s^{(m)}/l_a)} \quad (\text{V.16})$$

Dans le cas où l'absorption n'est pas prise en compte ( $l_a \rightarrow +\infty$ ), le dénominateur est égal au nombre de chemins. L'évolution de la partie réelle de  $g_E$  en fonction de la déformation adimensionnée  $\varepsilon^* = k_0^* \varepsilon = \frac{2\pi R}{\lambda_0} \varepsilon$  dans les cas avec et sans absorption est représentée en FIGURE V.10 (la partie imaginaire est, quant à elle négligeable). La fonction de corrélation  $g_E$  décroît exponentiellement avec la déformation :  $g_E^{num} = \exp(-A_{num}\varepsilon^*)$ . Pour les deux cas avec ou sans absorption, les décroissances caractéristiques sont très proches et valent  $A_{num} = 11$ .

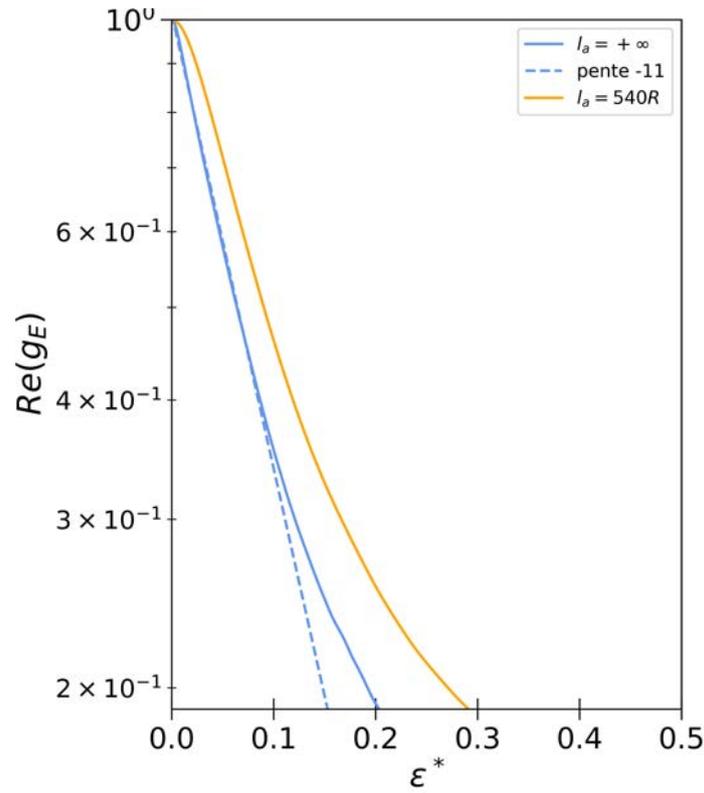


FIGURE V.10 – Résultats numériques de la partie réelle de  $g_E$  en fonction de la déformation adimensionnée  $\varepsilon^* = \frac{2\pi R}{\lambda_0}$  dans le cas sans absorption ( $l_a = +\infty$ ) et dans un cas avec absorption ( $l_a = 540R$ ).

### Comparaison entre les deux modèles

L'expression analytique de  $g_E$  obtenue théoriquement est :

$$g_E^{th} = \exp\left(-\eta l^* k \sqrt{\frac{3\beta}{l^*} Tr(\varepsilon^2)}\right) = \exp(-A'_{th} \varepsilon^*) \quad (V.17)$$

avec  $Tr(\varepsilon^2) = 2\varepsilon^2$  dans notre cas,  $k = nk_0$  et  $A'_{th} = \eta n \sqrt{\frac{6\beta l^*}{R^2}} \simeq 6.7 \times \eta n$  en prenant  $\beta \simeq 1.13R$  et  $l^* = 6.6R$  [Cra07]. Dans la simulation, la lumière ressort du matériau sans subir de réflexion<sup>1</sup>. Pour prendre compte de cette condition aux limites, le paramètre  $\eta$ , ici adimensionné, vaut  $\eta_{num} = \frac{z_0 + z_e}{l^*} \simeq 1 + 0.6$  [VD96]. Ainsi, l'égalité  $A'_{th} = A'_{num}$  conduit à une valeur de l'indice optique  $n_{num} \simeq 1$ . L'ordre de grandeur de l'indice optique étant le bon, on peut en conclure un bon accord entre la simulation et la théorie dans le cadre cet empilement de billes de verre de rayon  $R$  où les rayons suivent une marche aléatoire à l'intérieur du matériau et émergent

1. Contrairement à l'expérience où les photons subissent une réflexion sur le hublot de verre.

sans subir de réflexion. Le modèle numérique pourrait être raffiné notamment en prenant en compte l'existence d'une réflexion sur une plaque de verre pour la lumière émergente. Un autre raffinement serait de considérer les billes indéformables. La déformation aurait donc lieu uniquement dans l'espace compris entre les billes. Le déphasage exprimé à l'ÉQUATION (V.15) reviendrait à une somme uniquement sur les indices  $\nu$  correspondant aux parcours des photons entre les billes. En pratique, dans la suite on prendra  $A \simeq 8.6 \cdot 10^3$ .

### V.1.3 Mesure de la largeur de la bande et du déplacement relatif par DWS

Pour une position donnée le long de la bande, selon qu'il y a ou non un réarrangement plastique, la valeur de  $\ln(g_I)$  va être différente. Pour s'affranchir de cette fluctuation, on détermine la déformation locale  $\langle \varepsilon^{loc} \rangle_\varepsilon$  obtenue pour un incrément de déformation macroscopique  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ , on faisant la moyenne sur la déformation des cartes de  $\ln(g_I)$  (voir ÉQUATION V.13). La moyenne est effectuée sur les six mille images utilisées pour le suivi de speckle ce qui correspond à un intervalle de déformation  $\Delta\varepsilon = 0.32\%$ . Le résultat est présenté en FIGURE V.11.

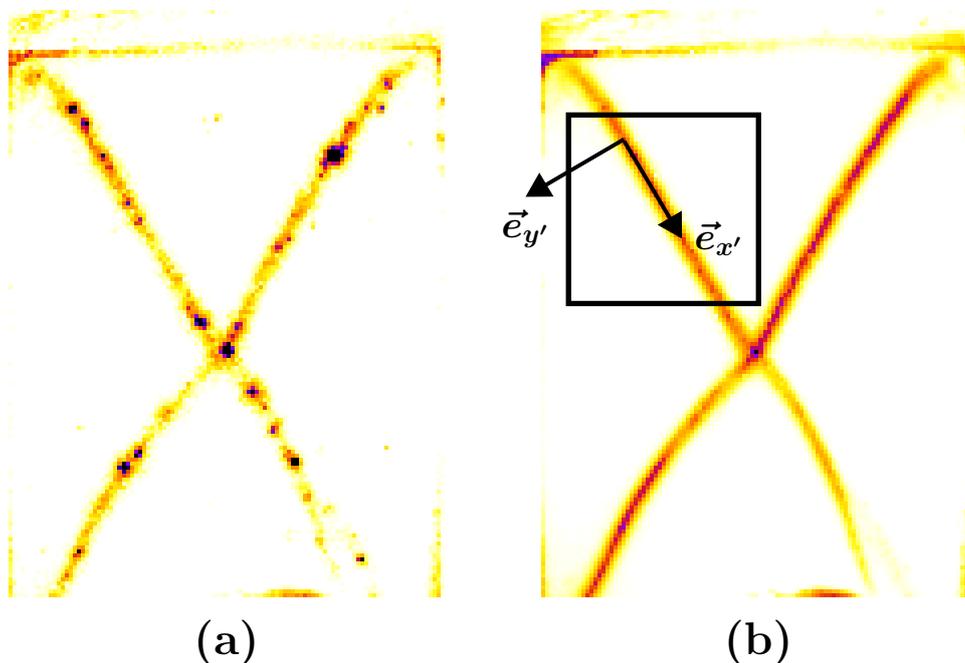


FIGURE V.11 – (a) Exemple de carte de corrélation pour un écart en déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . (b) Carte moyenne de  $-\ln(g_I)$  pour le même incrément de déformation. Le cadre représente la zone retenue pour l'étude.

À partir de la FIGURE V.11(b), on peut tracer le profil de la bande suivant la direction  $(Oy')$  en moyennant suivant  $(Ox')$ . Du fait de la présence du hublot en verre, la valeur retenue pour la constante de proportionnalité entre  $\ln(g_I)$  et  $\varepsilon^{loc}$  est  $A_{exp} = A_{th} = -8.6 \cdot 10^{-3}$ . On observe alors que  $\langle \varepsilon^{loc} \rangle_\varepsilon$  décroît exponentiellement de part et d'autre du centre de la bande de cisaillement (voir FIGURE V.12). On peut faire une première estimation de la largeur de la bande en ajustant  $\langle \varepsilon^{loc} \rangle_\varepsilon$  par la fonction suivante :

$$f_2(\tilde{y} = y'/d) = C \times \exp\left(\frac{\tilde{y}}{\tau}\right) \text{ pour } x \leq 0 \quad (\text{V.18})$$

$$= C \times \exp\left(-\frac{\tilde{y}}{\tau}\right) \text{ pour } x \geq 0 \quad (\text{V.19})$$

où  $d$  est le diamètre moyen des billes de verre. L'ajustement pour les abscisses négatives donne  $\tau_- = 8.3 d$  et sur les abscisses positives  $\tau_+ = 10.6 d$  soit une largeur de bande  $L_b^{DWS^{-1}} = \tau_- + \tau_+ \sim 19 d$ . La largeur de bande obtenue ici par DWS est deux fois supérieure à celle trouvée par suivi de speckle ( $L_b^{suivi} \sim 9 d$ ) en raison de la convolution optique induite par la méthode.

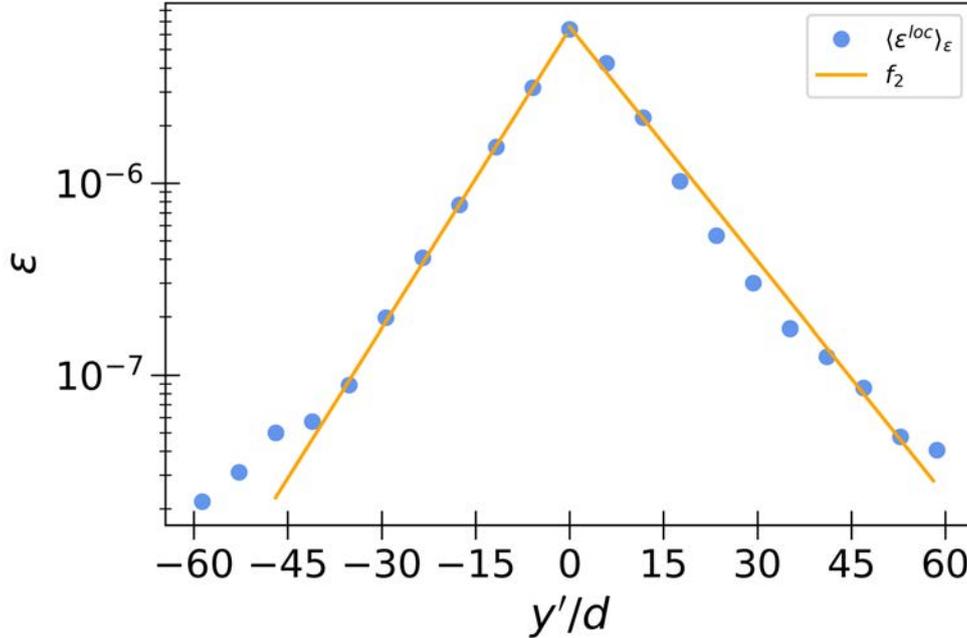


FIGURE V.12 – Profil de la bande selon la direction  $(Oy')$ . La déformation locale  $\varepsilon^{loc}$  décroît exponentiellement de part et d'autre du centre de la bande situé en  $y'/d = 0$ . Les droites en orange sont les représentations graphiques de l'ajustement  $g(\tilde{y})$  (ÉQUATION V.19) calculé respectivement sur les abscisses négatives ( $\tau_- = 8.3 d$ ) et positives ( $\tau_+ = 10.6 d$ ).

D'après l'ÉQUATION (V.13), le déplacement relatif du bloc latéral par rapport au bloc du dessus est obtenu par intégration de la déformation locale  $\langle \varepsilon^{loc} \rangle_\varepsilon$  (voir FIGURE V.13). Le déplacement relatif d'un bloc par rapport à un autre sera alors  $U_{x'}(y' = +\infty)$ . Cette valeur du déplacement ainsi qu'une seconde estimation de la largeur de la bande sont déterminées en ajustant le déplacement  $U_{x'}(y')$  par la fonction suivante :

$$f_3(\tilde{y} = y'/d) = \frac{U_{x'}(\tilde{y} = +\infty)}{2} \times \left( 1 + \tanh\left(\frac{\tilde{y}}{\xi}\right) \right) \quad (\text{V.20})$$

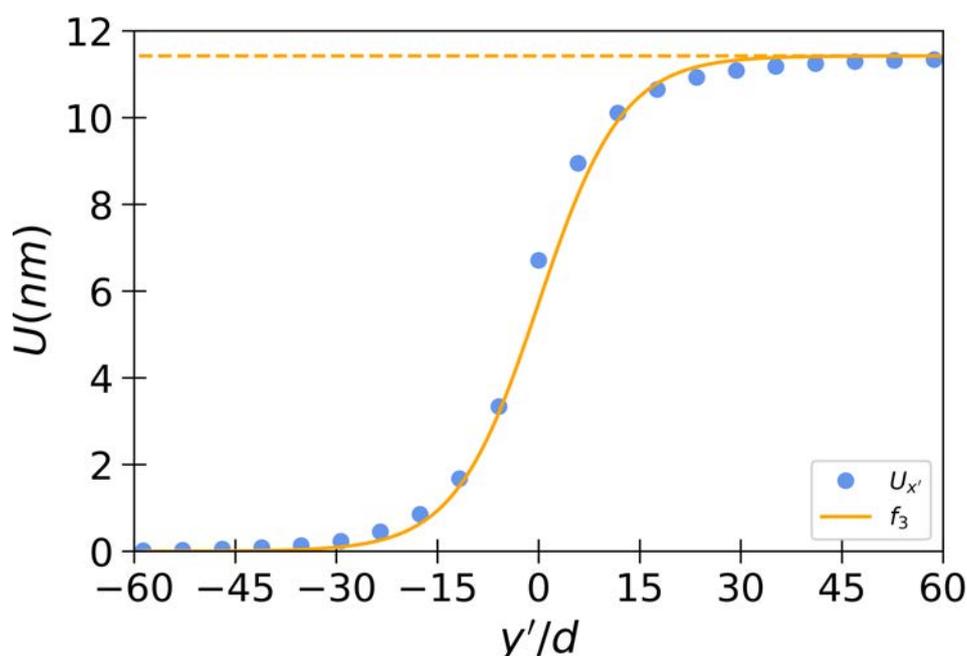


FIGURE V.13 – Déplacement relatif d'un bloc par rapport à un autre obtenu par l'intégration de la déformation locale  $\langle \varepsilon^{loc} \rangle_\varepsilon$ . La position  $y'/d = 0$  correspond au centre de la bande de cisaillement. La courbe orange est la représentation graphique de l'ajustement  $f_3(\tilde{y})$  (ÉQUATION V.20), avec  $U_{x'}(y' = +\infty) = 11$  nm et  $\xi = 12.4 d$

On obtient ainsi  $U_{x'}(y' = +\infty) = 11$  nm et  $\xi = 12.4 d$  soit une largeur de bande  $L_b^{DWS-2} = 2\xi \sim 25 d$ . Cette largeur de bande est plus grande que celle déterminée précédemment à partir du profil de la bande ( $L_b^{DWS-1} \sim 19 d$ ). Cette différence peut s'expliquer en remarquant que la fonction  $f_3$  n'est pas strictement la primitive de la fonction  $f_2$ .

### Conclusion sur les mesures par DWS

En comparaison avec le déplacement relatif obtenu par le suivi du speckle (23 nm) et qui donne sans ambiguïté la valeur attendue, la valeur par DWS (11 nm) s'écarte

de la valeur attendue de 25 nm (voir ÉQUATION V.5). Néanmoins, le fait de trouver une valeur inférieure à celle attendue montre que la décorrélation observée n'est pas due à des déplacements non-affines mais bien à du cisaillement. Pour obtenir une meilleure valeur du déplacement mesuré par DWS, c'est le modèle optique qu'il faut raffiner.

La simulation numérique permet de confirmer l'expression analytique des fonctions de corrélations  $g_E$  et par extension  $g_I$  ( $g_I = |g_E|^2$ ) et fournit une estimation de l'erreur faite sur le coefficient de proportionnalité  $A$ . L'écart entre le déplacement mesuré par DWS et celui attendu à l'aide de considérations cinématiques peut venir des valeurs retenues pour  $n = 1.3$  et  $\eta_{exp} = 2.6$  (voir ÉQUATION V.13). Tout d'abord, la valeur de l'indice optique est déterminée en considérant que le matériau, constitué de billes de verre d'indice  $n_{verre} = 1.5$  et d'air  $n_{air} = 1$  avec une fraction volumique en bille  $\phi \simeq 0.6$ , est un milieu homogène d'indice effectif  $n_{eff} = 1.3$ . Partant de cette hypothèse, la valeur  $\eta = 1 + 1.6$  en est déduite des travaux de Vera et Durian [VD96] en considérant que la lumière émergente subit une réflexion sur une plaque de verre. Cette hypothèse de milieu homogène est fautive dans notre cas et il n'est donc pas possible de déterminer précisément la valeur de l'indice optique dans le matériau. De plus, en dehors des zones de contact entre les billes et la plaque de verre, la lumière émergente subit une réflexion en passant d'un milieu d'indice  $n = 1$  (air) au verre ce qui peut affecter la valeur de  $\eta$ . En considérant les valeurs de  $n$  et de  $\eta$  plus proches de celles obtenues par simulation numérique, l'erreur faite sur la mesure par DWS est :

$$\frac{n_{eff} \times \eta_{exp}}{n_{num} \times \eta_{num}} = \frac{1.3 \times 2.6}{1 \times 1.6} \simeq 2.1 \quad (\text{V.21})$$

Ainsi la valeur de  $A$  (ÉQUATION V.13) est surestimée d'un facteur deux ce qui conduit à des valeurs pour la déformation locale deux fois plus petite et un déplacement relatif d'un bloc par rapport à un autre également deux fois plus faible. On atteint ici les limites quantitatives de la spectroscopie par diffusion multiple de la lumière.

Au vu de tous ces éléments, le déplacement d'un bloc par rapport à un autre mesuré par DWS est en accord avec celui attendu cinématiquement. On peut donc en conclure que les événements plastiques observés dans la bande correspondent quasiment uniquement à du cisaillement microscopique puisque la moyenne de ces événements permet de retrouver le déplacement macroscopique.

### V.1.4 Répartition spatiale et persistance des évènements

On vient de montrer que les évènements individuels pouvaient être considérés comme du micro-cisaillement. L'analyse par DWS a été faite à partir d'une carte de corrélations moyennée ( $\langle \ln(g_I) \rangle_\varepsilon$ ). La répartition spatiale et la persistance temporelle des évènements dans la bande n'étaient donc pas pris en compte. C'est l'objectif de cette partie.

#### Seuillage

La première étape consiste à s'affranchir cette fois-ci de la valeur de la déformation locale  $\varepsilon^{loc}$  associée à chaque évènement. Pour cela, les cartes de corrélations  $g_I$  (calculées sur l'incrément de déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ ) sont seuillées de manière à bien individualiser chaque évènement plastique. Un exemple de seuillage est présenté en FIGURE V.14. En pratique, le seuillage est effectué à l'aide du logiciel ImageJ. Pour rappel, sur les cartes de corrélations, plus la valeur de  $g_I$  tend vers 1 et moins le réarrangement plastique est important. La valeur du seuil n'est pas critique tant qu'elle reste suffisamment petite pour discriminer les évènements du fond de corrélation dans la bande. Cependant, plus la valeur du seuil est petite et moins il y a d'évènements détectés. Dans la suite, la valeur du seuil retenue est  $\text{seuil} = 0.94$ . Ainsi sur les cartes de corrélations, seuls les pixels ayant une valeur inférieure à ce seuil seront gardés pour l'analyse. Ces cartes seuillées ont été utilisées uniquement pour l'étude de la répartition spatiale et de la persistance des évènements plastiques.

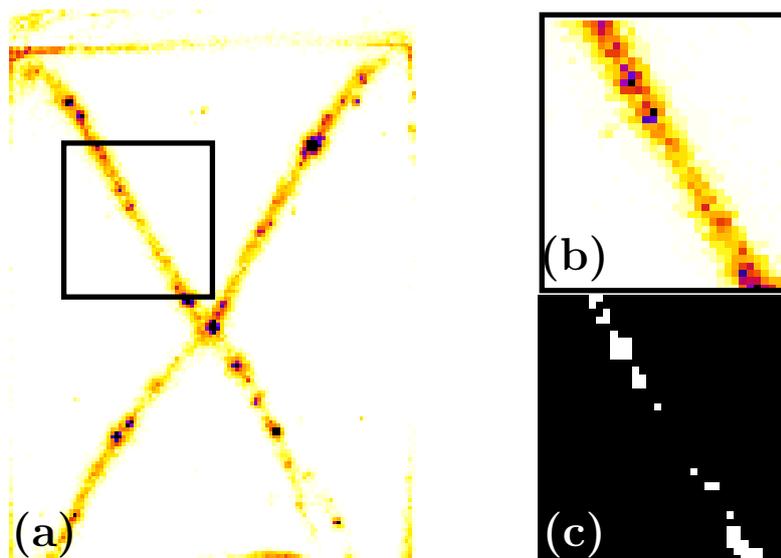


FIGURE V.14 – (a) Carte de corrélations pour une déformation  $\varepsilon = 8\%$  avec  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . (b) Zone d'intérêt. (c) Zone d'intérêt après seuillage (seuil = 0.94).

### Répartition spatiale

À partir des cartes seuillées, la fonction *Analyse Particles* du logiciel ImageJ permet d'obtenir la position du barycentre de chacun des évènements. Les FIGURES V.15(a) et (b) montrent respectivement la répartition des barycentres au niveau de la bande de cisaillement de six mille cartes de corrélations différentes (la zone d'étude est indiquée en FIGURE V.14(a)) et la distribution de ces barycentres en fonction de leur distance au centre de la bande. On remarque que les barycentres sont très fortement alignés le long d'une droite. Un ajustement gaussien de la distribution des barycentres donne une largeur à mi-hauteur de  $4.5 d < L_b$  où  $L_b$  est la largeur de la bande obtenue soit à partir du suivi des figures de speckle soit par DWS. Cette différence s'explique par le fait que dans cette partie nous n'avons considéré que le barycentre des évènements mais ces derniers ont une certaine largeur.

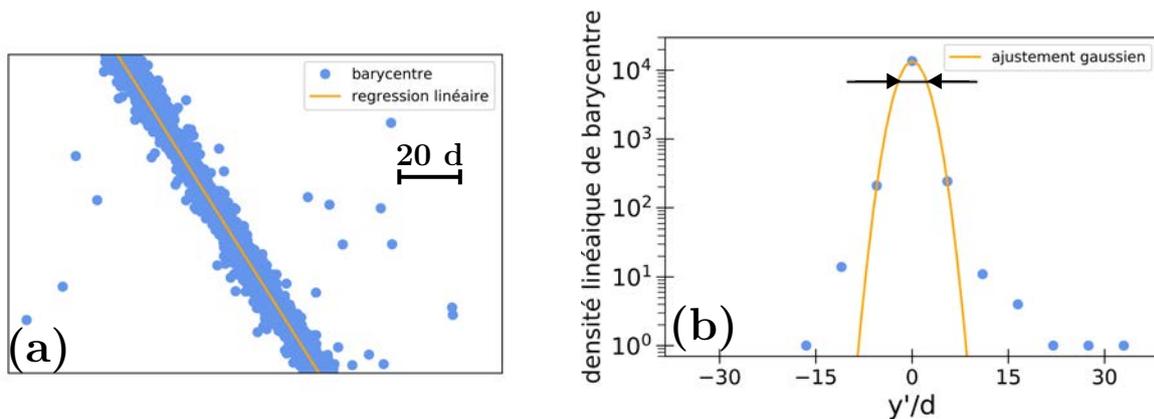


FIGURE V.15 – (a) Position des barycentres dans la zone d'étude (voir FIGURE V.14(a)) de six mille cartes seuillées. (b) Distribution des barycentres en fonction de leur distance au centre de la bande. La double flèche indique la largeur à mi-hauteur.

### Persistance en déformation

Connaissant la position des barycentres présents sur chaque carte seuillée, on peut déterminer leur persistance temporelle. Sur un échantillon statistique de six mille cartes seuillées, un évènement est considéré comme persistant si la position de son barycentre, d'une carte à une autre, reste dans une zone d'un métapixel carré. La FIGURE V.16 représente l'histogramme normalisé du nombre d'évènements persistant sur des incréments de déformations  $d\varepsilon/\delta\varepsilon \in [1; 10]$  avec  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . La

valeur  $d\varepsilon/\delta\varepsilon$  correspond donc au nombre de cartes seuillées successives sur lequel un évènement plastique est détecté. Plus de 80% des évènements persistent au maximum sur une image. Pour le calcul des corrélations temporelles entre réarrangements plastiques qui seront présentées au paragraphe V.2.2, la contribution de la corrélation d'un évènement avec lui-même sera négligeable pour des écarts en déformation supérieurs à quelques  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ .

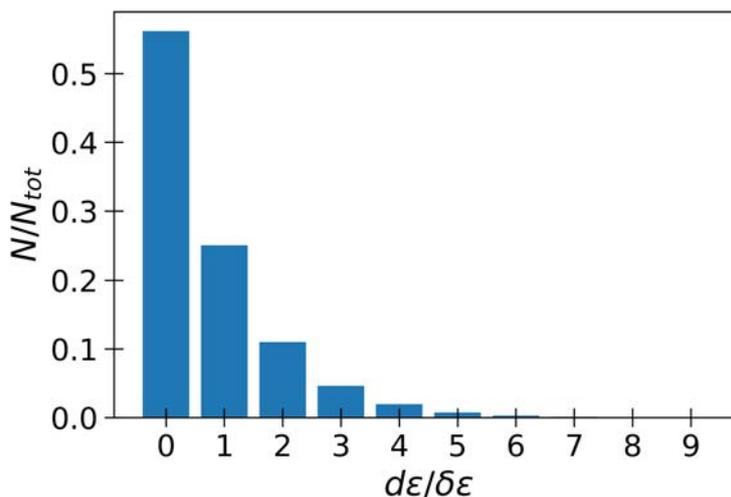


FIGURE V.16 – Histogramme de la persistance en déformation des évènements.  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  est l'incrément de déformation sur lequel sont calculées les cartes de corrélations.

## V.2 Corrélations spatio-temporelles au sein de la bande de cisaillement

### V.2.1 Méthode de projection

La partie précédente a mis en évidence que les barycentres des évènements plastiques visibles sur les cartes de corrélations à  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  sont alignés le long d'une bande rectiligne plus étroite que la largeur de la bande de cisaillement. On peut alors projeter l'ensemble des évènements sur une droite le long de la bande de cisaillement comme indiqué en FIGURE V.17. L'espace est ainsi réduit à une seule dimension.

En pratique, on cherche à avoir une portion de bande la plus rectiligne possible. La position de ce bout de bande est repérée par ses deux extrémités. La fraction de bande à étudier est ensuite subdivisée en cent points repérés par leur position

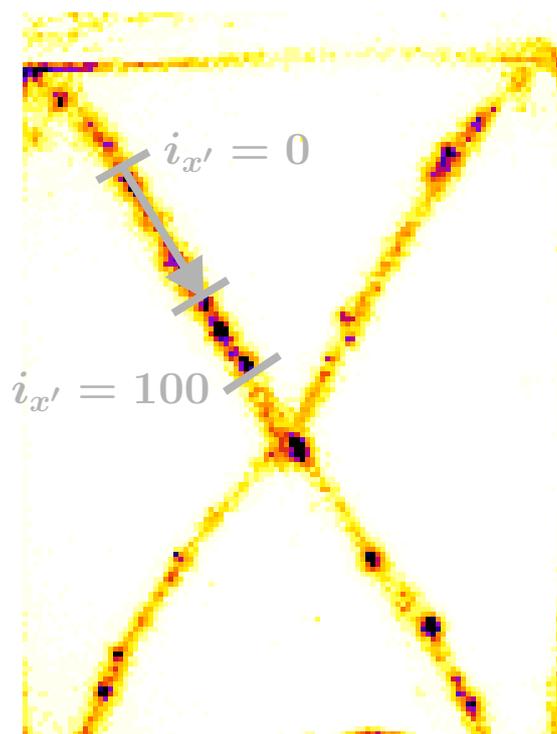


FIGURE V.17 – Illustration de la projection le long de la bande.

selon la direction  $(Ox')$  comprise entre  $i_{x'} = 0$  et  $i_{x'} = 100$ . Pour chaque point  $i_{x'}$ , la valeur de l'activité ( $a = -\ln(g_I)/A$ ) est intégrée suivant la direction transverse  $(Oy')$  sur une largeur  $L = \pm 10$  métapixels de part et d'autre de la bande. La taille d'un métapixel étant de l'ordre de  $5.5d$ , cette largeur retenue est supérieure à la largeur à mi-hauteur de la distribution des barycentres de  $4 - 5d$  obtenue précédemment. Au fur et à mesure que l'échantillon est déformé, la bande de cisaillement se déplace vers le bas. Sur les plages de déformation utilisées pour l'analyse, le déplacement de la bande reste suffisamment petit pour qu'elle soit toujours contenue dans cette largeur  $L = \pm 10$  métapixels. Par ailleurs, quelque soit la longueur du bout de bande choisi, celle-ci reste toujours inférieure à 100 métapixels. La distance entre deux points  $i_{x'} = j$  et  $i_{x'} = j + 1$  est donc toujours inférieure à 1 métapixel.

La FIGURE V.18 représente un exemple d'activité le long de la bande en fonction de la déformation  $\varepsilon$ . Les spots plus ou moins intenses correspondent aux réarrangements plastiques dans la bande. Après un évènement important, on observe une persistance de l'activité selon  $i_\varepsilon$  pour une position inchangée le long de la bande. Sur la figure, cela prend la forme de traînées.

Une manière de quantifier ce phénomène est de calculer les corrélations temporelles de cette projection le long de la bande. La variable de l'espace correspondra

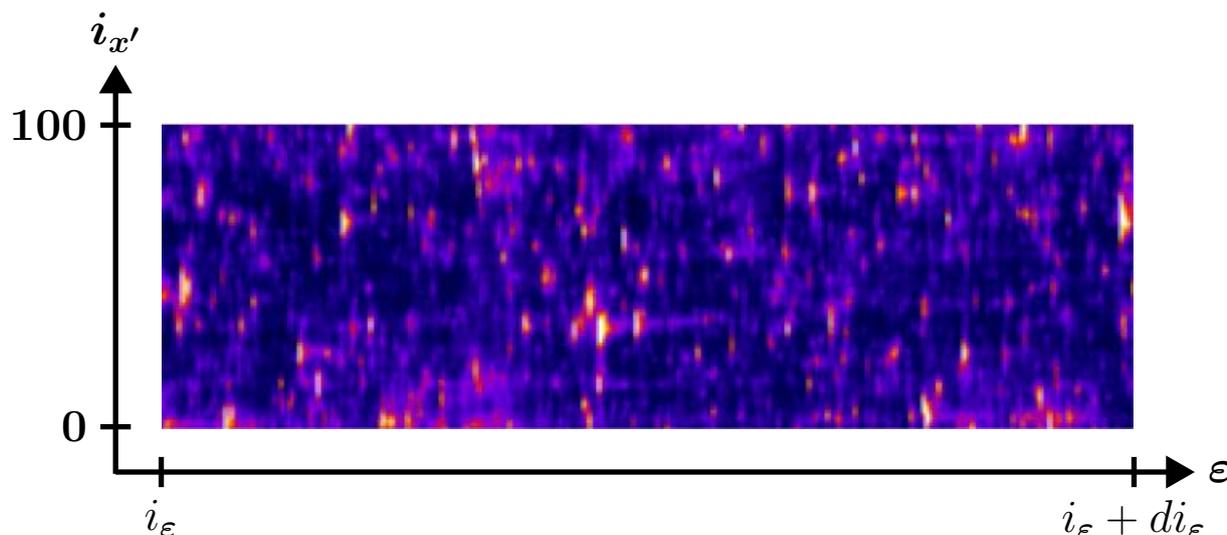


FIGURE V.18 – Carte d’activité le long de la bande au cours de la déformation. On peut observer la présence d’une traînée après les réarrangements plastiques les plus intenses.

à la position des évènements le long de la bande tandis que la variable temporelle sera soit un vrai écart de temps, soit un écart en déformation entre les évènements. Sachant que lors des expériences le taux de déformation imposé est constant, on peut relier le temps et la déformation de la manière suivante :

$$dt = \frac{d\epsilon}{\dot{\epsilon}} \text{ avec } d\epsilon = di_{\epsilon} \times \delta\epsilon \quad (\text{V.22})$$

## V.2.2 Corrélations spatio-temporelles

Les calculs de corrélations spatio-temporelles se font à partir des cartes d’activités spatio-temporelles (voir FIGURE V.18). Même loin de la rupture, les bandes de cisaillement ne sont pas parfaitement stationnaires. Au cours de la charge, la déformation totale doit se répartir sur les deux bande mais l’intensité de chacune d’elle peut fluctuer sur des incréments longs de quelques 0.1%. Afin de s’affranchir de cette instationnarité, les fonctions de corrélations sont calculées séparément sur dix tranches de trois mille images ( $\Delta\epsilon = 0.16\%$ ) :

$$C_n(di_{x'}, di_{\epsilon}) = \frac{\langle a(i_{x'}, i_{\epsilon})a(i_{x'} + di_{x'}, i_{\epsilon} + di_{\epsilon}) \rangle}{\langle a(i_{x'}, i_{\epsilon}) \rangle \langle a(i_{x'} + di_{x'}, i_{\epsilon} + di_{\epsilon}) \rangle} - 1 \quad (\text{V.23})$$

où  $n$  est le numéro de la tranche et où la moyenne sur l’activité ( $a = -\ln(g_I)/A$ ) est calculée de la manière suivante :

$$\langle a(i_{x'}, i_\varepsilon) \rangle = \frac{1}{(100 - di_{x'})(3000 - di_\varepsilon)} \sum_{i_{x'}=1}^{100-di_{x'}} \sum_{i_\varepsilon=n*3000+1}^{(n+1)*3000-di_\varepsilon} a(i_{x'}, i_\varepsilon) \quad (\text{V.24})$$

La fonction de corrélations spatio-temporelles totale est obtenue en faisant la moyenne sur les dix tranches des fonctions  $C_n(di_{x'}, di_\varepsilon)$  ( $\Delta\varepsilon_{tot} = 1.6\%$ ) :

$$C(di_{x'}, di_\varepsilon) = \frac{1}{10} \sum_{n=0}^9 C_n(di_{x'}, di_\varepsilon) \quad (\text{V.25})$$

### Corrélations temporelles

On commence par calculer uniquement les corrélations temporelles  $C(di_{x'} = 0, di_\varepsilon)$ , représentées en FIGURE V.19(a). En représentation graphique (*log-log*), la fonction de corrélations est linéaire en fonction de l'écart en déformation. La corrélation temporelle de l'activité à l'intérieur d'une bande suit donc une loi de puissance. On peut alors faire un ajustement des données avec la fonction suivante :

$$f(di_\varepsilon) = A \times (di_\varepsilon)^b \quad (\text{V.26})$$

On trouve alors une puissance  $b = -0.72$ . La fonction de corrélation temporelle  $C(0, di_\varepsilon)$  peut être vue comme la probabilité de retrouver un réarrangement plastique au même endroit dans la bande en fonction de l'écart en déformation entre les deux cartes d'activité. L'obtention d'une loi de puissance signifie qu'il n'existe pas d'échelle caractéristique au-delà de laquelle la corrélation serait perdue mais au contraire met en évidence un effet mémoire pour la plasticité.

**Remarque :** Cette décroissance suivant une loi de puissance de la fonction de corrélations temporelles a également été observée avant la rupture pour le même incrément en déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  (voir FIGURE V.19(b)) mais ces analyses sont hors du cadre de ce chapitre qui se concentre après la rupture. Les corrélations sont calculées sans projection (car la bande n'est pas encore formée). On observe une puissance inférieure à celle obtenue après la rupture ( $b_{av} = -0.50$ ) mais ces analyses quantitative demandent à être poursuivies.

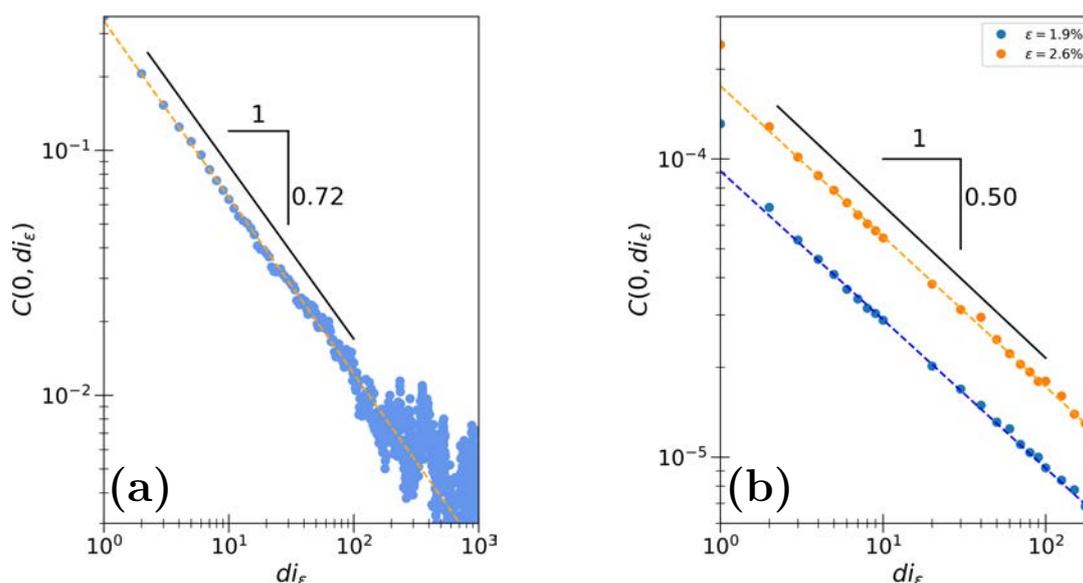


FIGURE V.19 – Corrélations temporelles  $C(0, di_\varepsilon)$  où  $di_\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{\delta\varepsilon}$ . **(a)** Les corrélations sont calculées après projection le long de la bande de cisaillement. **(b)** Les corrélations sont calculées sur la zone d'étude indiquée à la FIGURE IV.2 (pas de projection) et avec une normalisation différente de **(a)**. Les valeurs des corrélations ne sont donc pas directement comparables. Les droites en pointillés sont les représentations graphiques de l'ajustement des données par une loi de puissance (voir ÉQUATION V.26) calculée sur l'intervalle  $[2; 100]$  puis extrapolée aux autres points.

### Corrélations spatio-temporelles

Après la rupture, la projection de l'activité le long de la bande de cisaillement réduit l'espace à une seule dimension et facilite l'étude des corrélations spatio-temporelles. La FIGURE V.20 présente la fonction de corrélations spatio-temporelles  $C(di_{x'}, di_\varepsilon)$  en fonction de l'écart en déformation pour différents écarts en distance  $di_{x'}$  le long de la bande.

Plus l'écart  $di_{x'}$  est grand et plus la fonction de corrélations tend vers un plateau à petit écart en déformation  $di_\varepsilon$  avant de retrouver une décroissance en loi de puissance avec la même pente.

### V.2.3 Influence de la vitesse de compression

Jusqu'à maintenant dans ce chapitre, les fonctions de corrélations ont été calculées pour des expériences à déformation imposée à la vitesse  $v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  avec un incrément de déformation macroscopique entre deux images de speckle  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ . Seulement, avec ce seul jeu de paramètres, il n'est pas possible de déterminer expli-

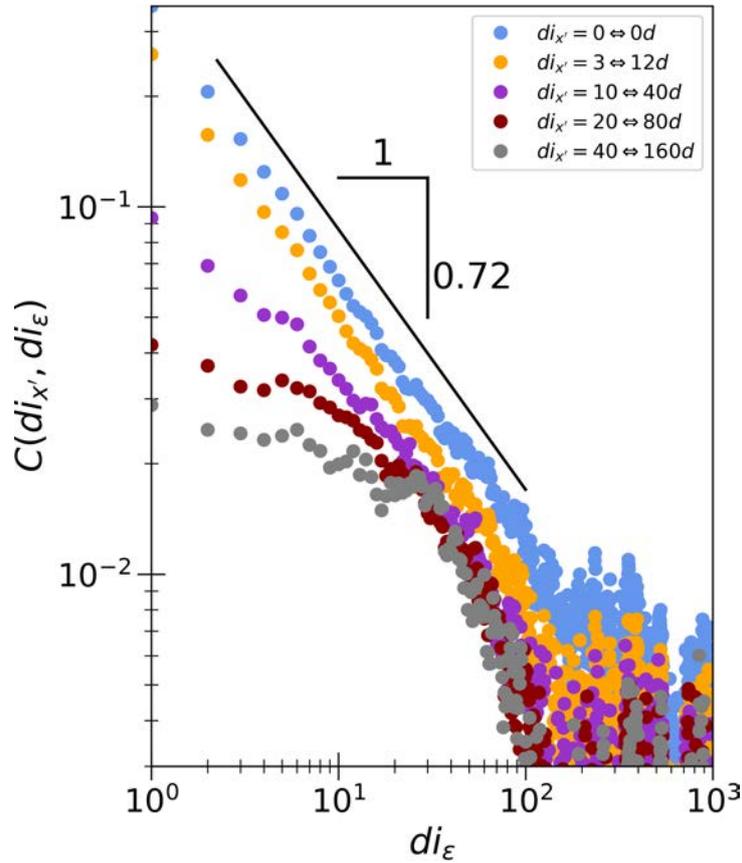


FIGURE V.20 – Corrélations spatio-temporelles  $C(di_{x'}, di_{\epsilon})$  en fonction de l'écart en déformation  $di_{\epsilon}$  pour différents écarts spatiaux  $di_{x'}$  le long de la bande. Pour indication, l'écart en diamètre de bille moyen  $d$  est précisé dans la légende.

citement si les corrélations observées dépendent de l'écart en temps ou bien de celui en déformation.

Pour répondre à cette question, deux autres types expériences à déformation imposée aux vitesses  $v = 0.3 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $v = 3 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  sont comparées aux expériences précédentes en se concentrant uniquement sur les corrélations temporelles. La TABLE V.1 regroupe les paramètres des différentes cartes d'activité utilisées pour le calcul des corrélations temporelles  $C(0, di_{\epsilon})$ .

La FIGURE V.21 regroupe les fonctions de corrélations temporelles calculées pour les quatre jeux de paramètres exposés en TABLE V.1 en fonction de l'écart soit (a) en déformation  $d\epsilon$  soit (b) en temps  $dt$ . L'écart en déformation est un multiple entier de la déformation moyenne locale  $\langle \epsilon^{loc} \rangle_{\epsilon}$  déterminée de la même manière qu'au paragraphe V.1.3 à partir des cartes moyennées de  $\ln(g_I)$ . En fonction de l'écart en déformation, les fonctions de corrélations se superposent quelle que soit la vitesse à laquelle l'échantillon est déformé. Cette superposition n'est pas observée lorsque

Numéro	Vitesse de déformation	Fréquence d'acquisition	Incrément de déformation entre deux images de speckle	Incrément de temps entre deux images de speckle
1	$v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$f = 20 \text{ Hz}$	$\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$	$\delta t = 0.05 \text{ s}$
2	$v = 0.9 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$f = \frac{20}{3} \text{ Hz}$	$\delta\varepsilon = 1.6 \cdot 10^{-6}$	$\delta t = 0.15 \text{ s}$
3	$v = 3.0 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$f = 20 \text{ Hz}$	$\delta\varepsilon = 1.8 \cdot 10^{-6}$	$\delta t = 0.05 \text{ s}$
4	$v = 0.3 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$f = 7 \text{ Hz}$	$\delta\varepsilon = 5.0 \cdot 10^{-7}$	$\delta t = 0.14 \text{ s}$

TABLE V.1 – Table regroupant les différents paramètres des cartes de corrélations utilisées pour le calculs des corrélations temporelles.

les fonctions de corrélations sont portées en fonction de l'écart en temps. Ainsi, la décroissance en loi de puissance des fonctions de corrélations entre événements plastiques dans la bande dépend principalement de l'écart en déformation.

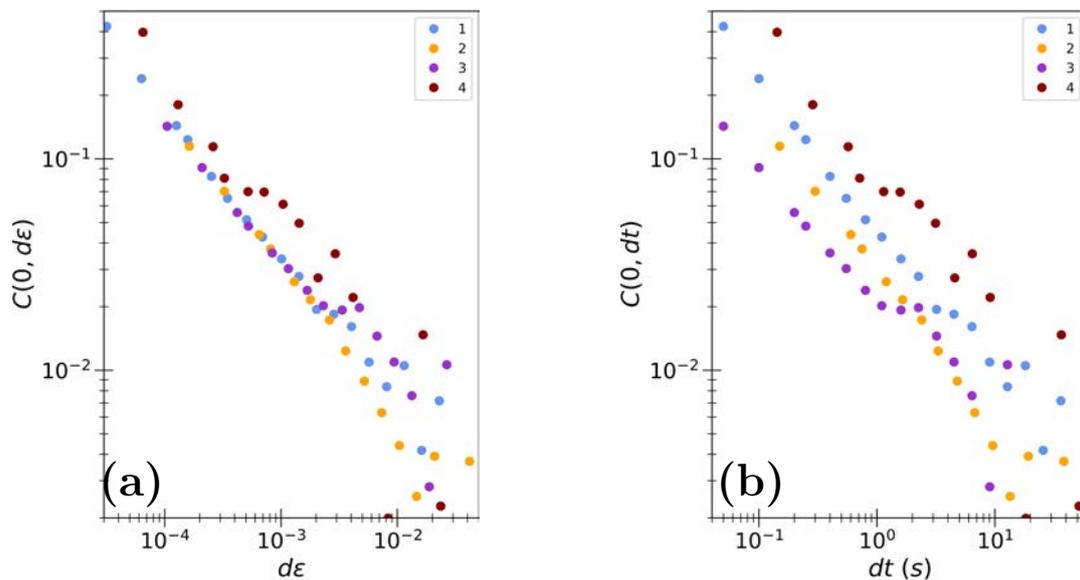


FIGURE V.21 – Corrélations temporelles calculées pour les quatre jeux de paramètres exposés en TABLE V.1 en fonction de l'écart soit (a) en déformation  $d\varepsilon$  soit (b) en temps  $dt$ .

## V.3 Analogies avec la sismicité

Le modèle de cisaillement uniquement le long des bandes a été vérifié par le suivi du speckle et a pu montrer que les réarrangements plastiques observés par DWS, pour des incréments de déformation  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$ , correspondent dans une grande mesure à du cisaillement microscopique (voir paragraphe V.1). Les cartes d'activité seuillées ont également permis de mettre en évidence le fort alignement des barycentres de ces événements plastiques au centre de la bande de cisaillement. Le déplacement d'un bloc par rapport à un autre est donc le résultat d'événements localisés le long d'une ligne et intermittents en temps.

Ce comportement peut se rapprocher de ce qui se passe au niveau d'une faille sismique. En effet, les flux convectifs de l'asthénosphère ont engendré la fracture de la lithosphère en un réseau de failles. De part et d'autre d'une faille, le glissement d'une plaque tectonique par rapport à une autre est bloqué par la friction jusqu'à ce que les contraintes emmagasinées dépassent ce seuil de friction. Un glissement soudain apparaît, relâchant une petite quantité de la contrainte avant d'être de nouveau bloqué par la friction. Ce comportement le long des failles sismiques a été caractérisé de *stick-slip* où chaque *slip* est un tremblement de terre [BB66]. Les auteurs de cet article ont mis en évidence expérimentalement, en laboratoire, la présence de ce phénomène de *stick-slip* même pour des roches préalablement fracturées. Ceci est à rapprocher des événements plastiques dans la bande de cisaillement observés dans nos expériences. La forte localisation des séismes au niveau des failles est également observée (voir FIGURE V.22).

On vient de justifier qualitativement la ressemblance entre nos observations expérimentales et la sismicité terrestre. Dans la suite de ce chapitre, les analogies entre l'activité sismique et les corrélations spatio-temporelles calculées au paragraphe V.2 seront poursuivies. Cependant, l'objectif n'est pas de démontrer de manière ferme et quantitative l'existence de telles analogies mais plutôt de présenter qualitativement certains éléments de ressemblance justifiant la pertinence à l'avenir d'un travail plus approfondi.

### V.3.1 Analogie des corrélations spatio-temporelles.

En 1991, Kagan *et al* [KJ91] ont cherché à caractériser l'occurrence des tremblements de terre à temps long. À partir de catalogues de sismicité, ils ont établi des paires de séismes peu profonds de magnitude supérieure à 5.3 avec comme paramètre la distance entre leur hypocentre. La FIGURE V.23 présente les résultats qu'ils ont

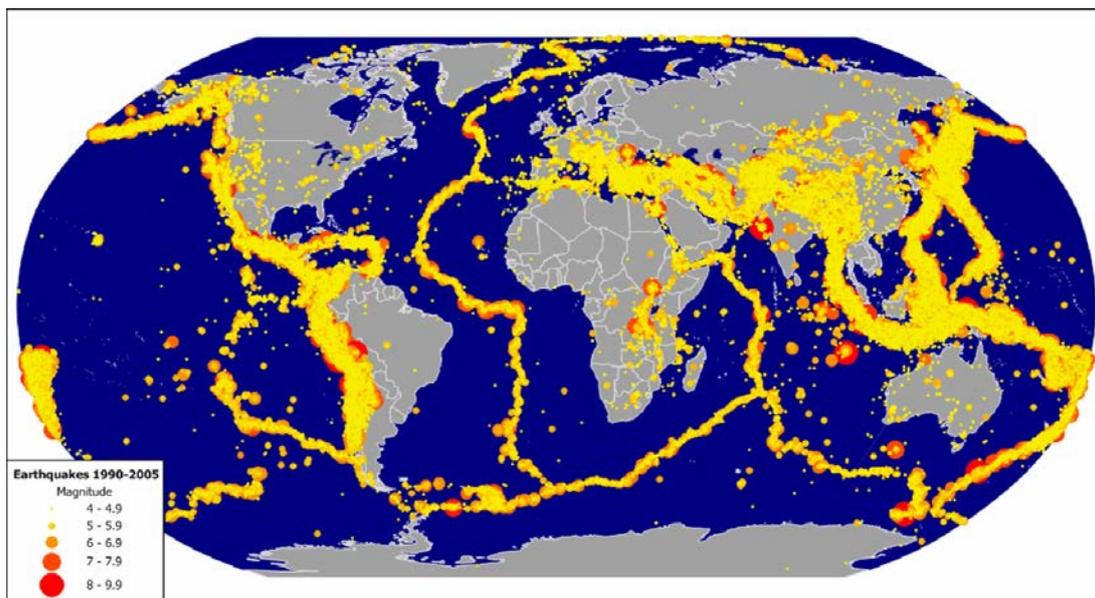


FIGURE V.22 – [AGGL16] Localisation des épicentres entre 1990 et 2005. On observe une forte localisation le long de failles correspondant aux limites des plaques tectoniques.

obtenus à partir du catalogue PDE (Rinehart, Meyers et von Hake, 1985 [RMH85]). L'ordonnée correspond au rapport suivant :

$$\log \left( \frac{N}{N_p} \right) \quad (\text{V.27})$$

où  $N$  est le nombre cumulé dans le temps de tremblements de terre et  $N_p$  le nombre cumulé de tremblements de terre attendu si le processus d'occurrence suit une distribution de Poisson. On remarque que le nombre de tremblements de terre  $N$  est toujours supérieur à celui attendu par un processus de Poisson  $N_p$ . Représenté graphiquement en  $(\log-\log)$ , le rapport  $N/N_p$  en fonction du temps décroît suivant loi de puissance. Cela traduit que la probabilité d'occurrence d'un tremblement de terre est la plus importante juste après un précédent tremblement de terre.

La probabilité définie dans l'étude de Kagan *et al* ne fait intervenir que l'occurrence des tremblements de terre, indépendamment de leurs magnitudes. Notre analyse de corrélation prend, par contre, en compte l'amplitude de la déformation. Il n'en reste pas moins que l'analogie entre la FIGURE V.20 et les données de Kagan *et al* sont frappantes. Les deux analyses montrent une décroissance de l'activité plastique / du nombre de séismes en fonction de l'écart en déformation / en temps suivant une loi de puissance avec l'existence d'une coupure en fonction de la distance.

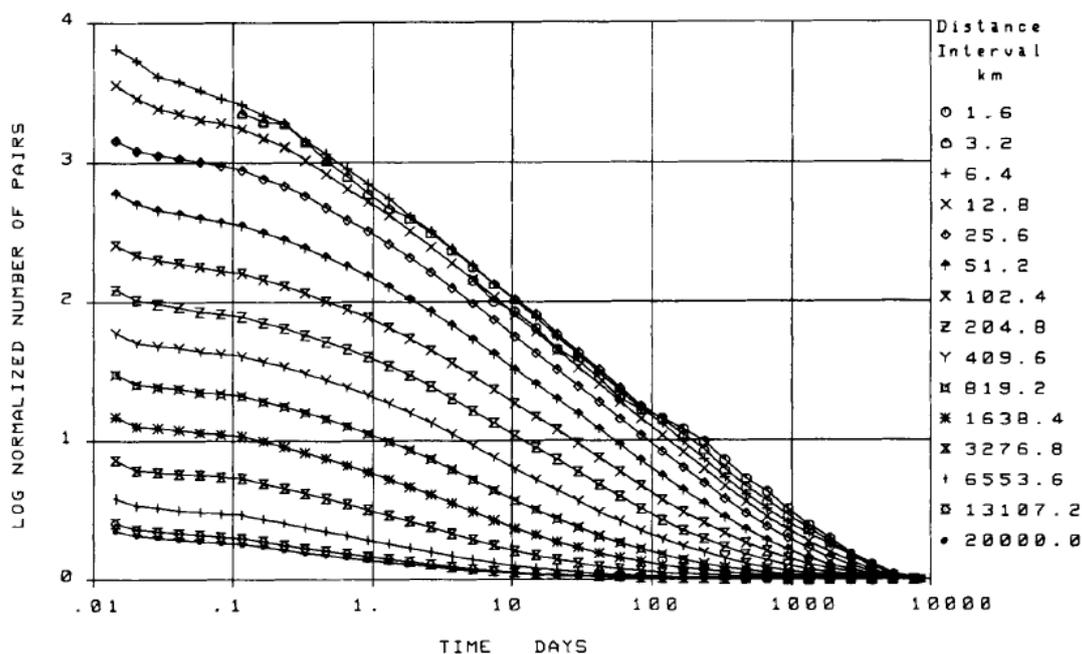


FIGURE V.23 – [KJ91] Évolution spatio-temporelle du nombre cumulé de paires de tremblements de terre en fonction de l'écart en temps qui les sépare. Les tremblements de terre retenus sont les séismes peu profonds ( $\Delta H = 0 - 70$  km) de magnitude supérieure à 5.3 appartenant au catalogue PDE.

### V.3.2 Analyse d'un catalogue de sismicité du Japon de 1972 à 2016

Afin de pousser l'analogie un peu plus loin, il est nécessaire de prendre en compte la magnitude des tremblements de terre. Pour cela, on applique nos outils d'analyse (projection le long de la bande puis calcul des corrélations temporelles) au catalogue de sismicité JMA regroupant l'activité sismique au Japon de 1923 à 2016. Du fait de l'évolution dans la manière de déterminer la magnitude, les analyses ne seront effectuées par la suite qu'à partir de 1972. L'amplitude des séismes  $M$  est déterminée à partir de leur magnitude par la relation suivante [AGGL16] :

$$M = \exp\left(\frac{3}{2}m\right) \quad (\text{V.28})$$

où  $m$  est la magnitude du tremblement de terre. La quantité  $M$  est équivalente à la quantité  $\ln(g_I)$  dans nos expériences.

La FIGURE V.24 indique la position des tremblements de terre contenus dans le catalogue JMA. On peut effectuer la projection le long de deux directions différentes. La première prenant en compte l'ensemble des évènements et la seconde se limitant

à une petite partie de la faille, ce qui se rapproche davantage de ce qui est fait lors de l'analyse de nos expériences (voir FIGURE V.11). À l'instar de la FIGURE V.18, la FIGURE V.25 présente l'activité projetée en prenant l'ensemble des évènements pour le catalogue JMA. Comme dans nos expériences, on observe des traînées d'activité à la suite des tremblements de terre intenses.

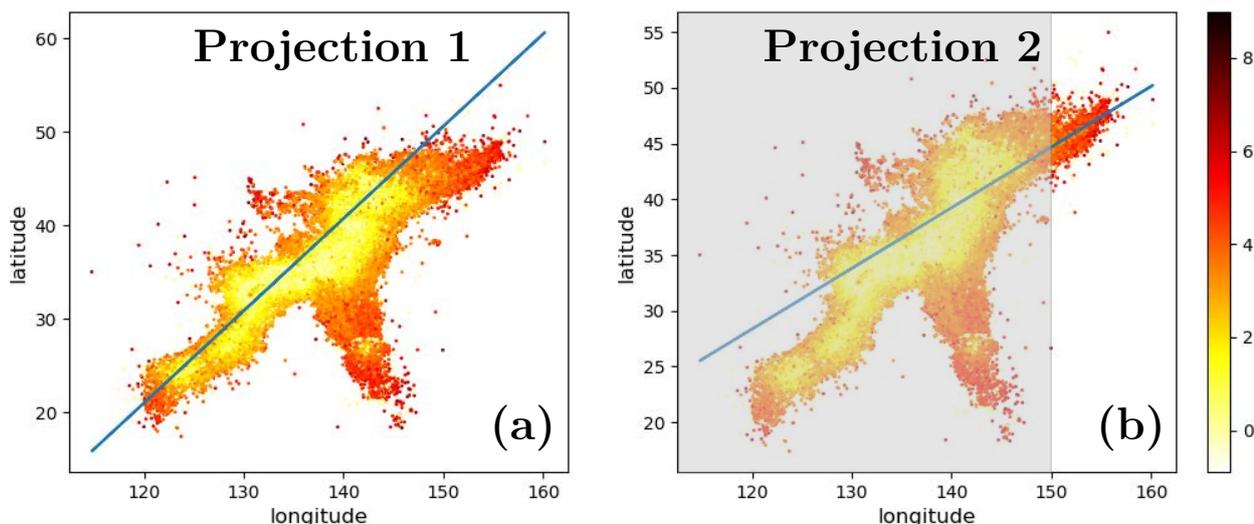


FIGURE V.24 – Localisation des tremblements de terre de catalogue JMA utilisés pour les analyses. **(a)** Tous les tremblements de terre sont projetés suivant la droite. **(b)** Seuls les tremblements de terre ayant une longitude supérieure à 150 sont projetés suivant la droite. La partie grisée représente les points qui ne sont pas pris en compte.

On calcule ensuite les corrélations temporelles à l'aide de la fonction  $C(0, dt)$  (voir ÉQUATION V.25). Le résultat obtenu est présenté en FIGURE V.26 pour **(a)** tous les séismes ou bien **(b)** uniquement ceux dont la magnitude est supérieure à trois ( $m \geq 3$ ). Dans les deux cas, l'écart entre les tremblements de terre est exprimé en jours. Quelle que soit la projection et la magnitude retenues, on obtient une décroissance suivant une loi de puissance pour la fonction de corrélations. La différence entre les projections 1 et 2 ne modifie pas l'exposant de la loi de puissance. En revanche, selon que l'on sélectionne tous les tremblements de terre ou bien seulement ceux dont la magnitude est supérieure à trois, l'exposant obtenu n'est pas le même. Cette variabilité dans l'exposant ne permet pas en l'état de comparer ces valeurs à l'exposant obtenu par la même analyse sur nos données expérimentales. Comme annoncé au début de cette partie, on ne cherche pas à faire une compa-

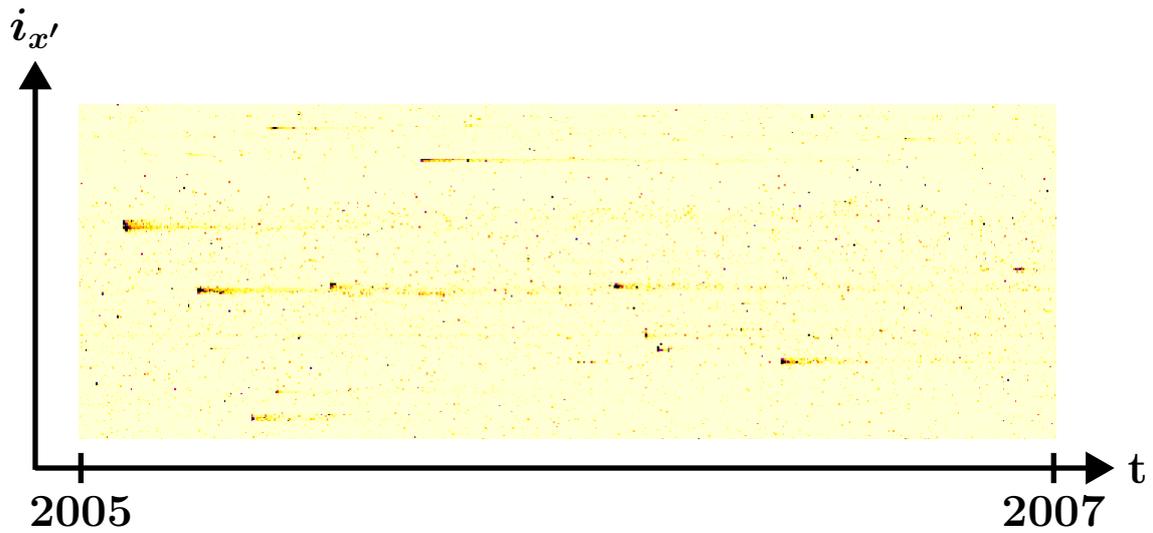


FIGURE V.25 – Carte d'activité projetée du catalogue JMA en fonction du temps.

raison quantitative entre nos expériences et le catalogue de sismicité. En revanche, l'accord qualitatif entre les deux est encourageant et justifie d'aller plus loin dans la comparaison.

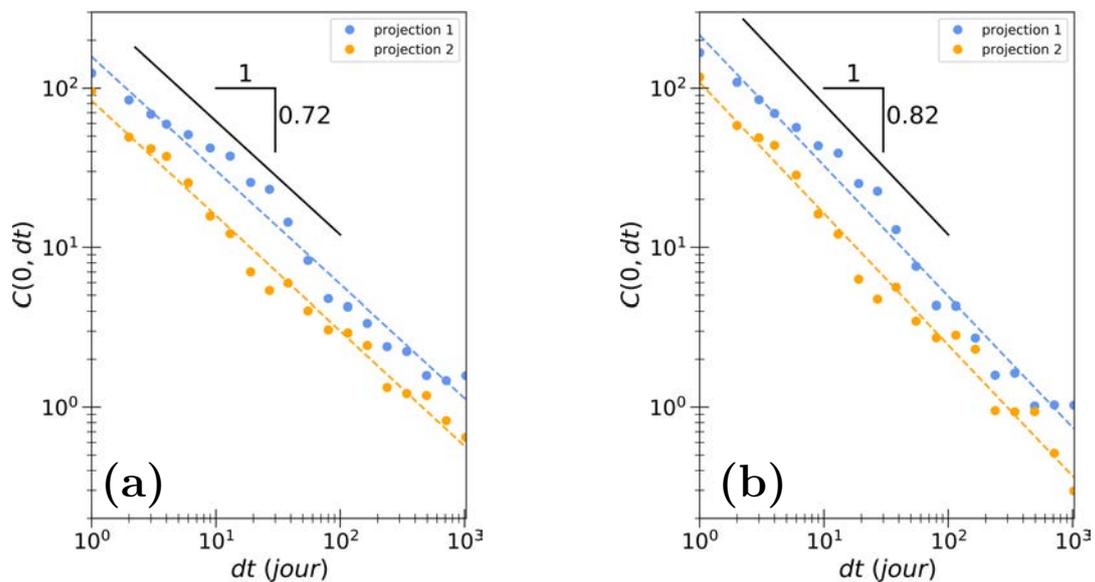


FIGURE V.26 – Corrélations temporelles pour (a) tous les tremblements de terre ou (b) seuls les tremblements de terre ayant une magnitude supérieure à trois du catalogue JMA entre 1972 et 2016.

## Conclusion

Ce chapitre était consacré à l'étude microscopique de la bande de cisaillement après la rupture du matériau. Les cartes de corrélations calculées sur un incrément  $\delta\varepsilon = 5.3 \cdot 10^{-7}$  mettent en évidence la présence de fluctuations à l'intérieur de la bande de cisaillement assimilées à des réarrangements plastiques locaux. Partant d'un modèle de cisaillement le long des bandes de cisaillement vérifié par la mesure du déplacement relatif d'un bloc par rapport à un autre par suivi du speckle, on a pu montrer que ces réarrangements plastiques locaux correspondaient majoritairement à du cisaillement microscopiques ; l'intégration de la déformation moyenne selon la direction transverse à la bande conduisant au bon ordre de grandeur pour le déplacement relatif attendu. De plus, l'étude de la distribution spatiale des événements plastiques à partir des cartes d'activité seuillées a montré que ces événements (ou du moins leur barycentre) sont fortement alignés au centre de la bande de cisaillement avec une extension latérale inférieure à la largeur de la bande déterminée de différentes manières au paragraphe V.1. Toutes ces caractéristiques permettent de faire des analogies entre nos expériences et la sismicité terrestre.

En limitant l'étude de la plasticité le long de la bande, nous avons pu mettre en évidence une loi algébrique en ce qui concerne les corrélations spatio-temporelles entre réarrangements locaux. De plus, on a montré que ces corrélations dépendaient principalement de l'écart en déformation. Les analyses similaires faites sur le catalogue de sismicité du Japon mettent également en évidence des fonctions de corrélations temporelles décroissant suivant une loi de puissance. Ceci indique que la probabilité de retrouver un événement plastique (ou de manière équivalente un séisme) est d'autant plus grande que l'on se situe temporellement proche de l'occurrence précédente. Par ailleurs, une décroissance en loi de puissance ne fait intervenir aucune échelle caractéristique si bien qu'il est toujours possible de retrouver un événement au même endroit.

Néanmoins, l'avancement actuel des analyses ne permet pas d'affirmer rigoureusement l'existence d'une analogie pertinente et quantitative entre notre système expérimental et la sismicité terrestre. Ce chapitre a pour seul but de mettre en évidence qualitativement l'existence d'une telle analogie. Cependant, l'intérêt de disposer d'un dispositif expérimental en laboratoire capable de reproduire des effets observés au niveau de la lithosphère est grand. Si cette analogie est confirmée, les résultats obtenus à partir de nos expériences (comme la dépendance des corrélations temporelles avec la déformation) pourraient apporter des éléments de réponse sur le mécanisme sous-jacent responsable du déclenchement des séismes.

# Conclusion générale

Ce travail de thèse portait sur la caractérisation de la plasticité dans les milieux granulaires soumis à une contrainte homogène. Le milieu granulaire utilisé est un matériau modèle constitué de billes de verre d'un diamètre de l'ordre de la centaine de micromètres. Le dispositif expérimental utilisé est constitué d'un test mécanique biaxial en déformation plane pour l'application contrôlée de contraintes homogènes et d'une méthode optique pour visualisation des déformations, basée sur le principe de la diffusion multiple de la lumière (DWS).

Lors d'une expérience, on observe avant la rupture une organisation de la plasticité selon une microstructure constituée de bandes intermittentes. Au cours de la déformation cette première structure s'estompe pour laisser émerger une ou deux bandes de cisaillement qui s'établissent pleinement une fois le seuil de rupture du matériau atteint. Un découplage de ces deux structures a permis de mesurer quantitativement leurs orientations respectives. La plasticité à l'échelle de la microstructure est bien décrite dans le cadre de la théorie Eshelby pour les milieux amorphes. En revanche, les bandes de cisaillement possèdent une orientation par rapport aux axes principaux de chargement en accord avec le modèle frictionnel de Mohr-Coulomb. Bien que le champ de plasticité évolue de la première structure vers la formation des bandes de cisaillement aucune orientation intermédiaire n'existe. Au cours de la déformation, les orientations restent fixes (tant que l'on peut les observer) et le milieu passe continuellement d'un système diffus de microbandes avec un angle  $\theta_E$  à une ou deux bandes selon un angle  $\theta_{MC}$ . De plus, ces deux systèmes coexistent pendant un certain temps. Ainsi, le couplage entre ces deux structures n'est pas observable à travers l'étude de leurs orientations respectives. Ceci laisse à penser que la nature des interactions entre ces deux comportements est plus complexe que cela. De récentes simulations numériques [KB18, KAW18] considèrent la friction microscopique comme un ingrédient important dans l'établissement des bandes de cisaillement. De futures expériences en faisant varier le coefficient de friction entre les billes (modification de la rugosité, lubrification) pourraient apporter des éléments de réponse sur le rôle de la friction microscopique sur la localisation.

Par ailleurs, l'étude des bandes de cisaillement après la rupture en diminuant l'incrément de déformation entre deux images de speckle a permis de mettre en évidence la présence de réarrangements plastiques locaux au sein même des bandes de cisaillement. L'étude quantitative a montré que ces évènements plastiques, fortement alignés le long des bandes, correspondent majoritairement à du cisaillement microscopique. Pour caractériser les propriétés spatio-temporelles de ces réarrangements, des calculs de corrélations spatio-temporelles le long des bandes ont été effectués. Une décroissance en loi de puissance de l'activité plastique a alors pu être mise en évidence. En faisant varier le taux de déformation d'une expérience à une autre, nous avons été capables de montrer la dépendance de l'activité plastique avec la déformation. Au vu des résultats préliminaires très encourageants, l'établissement d'une analogie quantitative entre le comportement d'une bande de cisaillement et celui d'une faille sismique est sans doute le travail à poursuivre en priorité. Pour une comparaison directe entre les deux systèmes, les corrélations que nous calculons doivent ressembler le plus possible à ce qui est communément pratiqué en géoscience. Les enjeux qui peuvent en découdre pourraient être primordiaux dans la compréhension des tremblements de terre [AGGL16].

Enfin, une étude similaire de l'activité plastique avant la rupture demande à être poursuivie. Les premiers résultats obtenus montrent également une corrélation temporelle de l'activité plastique décroissant suivant une loi de puissance. Une comparaison plus fine de la plasticité avant et après la rupture permettrait d'apporter des réponses quant aux différences ou aux ressemblances microscopiques entre la microstructure et les bandes de cisaillement.

# Annexe A

## Calcul du tenseur des déformations après un réarrangement de type Eshelby avec prise en compte du champ proche

La théorie Eshelby a été présentée au paragraphe I.4.2. L'expression de la redistribution de la contrainte déviatorique à l'issue d'un réarrangement plastique (ÉQUATION I.11) a été établie dans l'approximation de champ lointain. À partir des calculs effectués par Dasgupta *et al* [DHP13], on développe ici l'expression de la déformation déviatorique à la suite d'un réarrangement plastique avec la prise en compte du champ proche.

On considère une inclusion Eshelby (à deux dimensions) subissant une déformation spontanée de forme générale :

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^* = \varepsilon^*(2\hat{n}_\alpha\hat{n}_\beta - \delta_{\alpha\beta}) \quad (\text{V.1})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux indices représentant les coordonnées  $x$   $y$ .  $\hat{n}$  est un vecteur unitaire et  $\delta_{\alpha\beta}$  est le symbole de Kronecker. On se propose ici d'exprimer l'expression de la déformation déviatorique redistribuée  $\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c$  dans la cas isovolume correspondant à notre configuration du test biaxial. Ainsi, le tenseur des déformations pour la transformation spontanée est :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon^* & 0 \\ 0 & -\varepsilon^* \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{n} = \begin{pmatrix} \hat{n}_x \\ \hat{n}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{V.2})$$

On définit le vecteur  $\vec{X} = \begin{pmatrix} X_x \\ X_y \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$  tel que :

$$\begin{cases} \frac{\hat{n} \cdot \vec{X}}{r} = \cos(\theta) \\ \left(\frac{\hat{n} \cdot \vec{X}}{r}\right)^2 = \cos^2(\theta) \end{cases}$$

Dans la suite, tous les calculs sont effectués à partir de la formule A22 [DHP13].

## Expression de $\varepsilon_{xx}^c(\vec{X})$ :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) = & \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left[ -4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ (1-2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{2 \cos^2(\theta) - \cos^2(\theta)\} \right. \\ & + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 2(1-2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \times 1 \\ & - 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{2 \cos^2(\theta) - 1\} \cos^2(\theta) \\ & + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{2 \cos^2(\theta) - 2 \cos^4(\theta)\} \\ & \left. + 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{2 \cos^2(\theta) - 1\} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) = & \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left[ -4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ (1-2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \right. \\ & + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 2(1-2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \\ & - 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^4(\theta) \\ & + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\ & + 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) - 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^4(\theta) \\ & \left. + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) = & \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^4(\theta) \right. \\ & + 4 \left\{ 3 + 2\nu - 6 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\ & \left. + \left\{ -4\nu + 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right] \tag{V.3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ou } \varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) = & \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \varepsilon^* \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^4(\theta) \right. \\ & + 4 \left\{ 3 + 2\nu - 6 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\ & \left. + \left\{ -4\nu + 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right] \tag{V.4}\end{aligned}$$

**Expression de  $\varepsilon_{xy}^c(\vec{X}) = \varepsilon_{yx}^c(\vec{X})$  :**

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xy}^c(\vec{X}) &= \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left[ -4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ 2 \cos^2(\theta) - 1 \} \cos(\theta) \sin(\theta) \right. \\ &\quad \left. + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ 1 - 2 \cos^2(\theta) \} \cos(\theta) \sin(\theta) \right] \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{xy}^c(\vec{X}) = \varepsilon_{yx}^c(\vec{X}) = \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -4 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ 2 \cos^2(\theta) - 1 \} \cos(\theta) \sin(\theta) \right] \quad (\text{V.5})$$

$$\text{ou } \varepsilon_{xy}^c(\vec{X}) = \varepsilon_{yx}^c(\vec{X}) = \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \varepsilon^* \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -4 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ 2 \cos^2(\theta) - 1 \} \cos(\theta) \sin(\theta) \right] \quad (\text{V.6})$$

**Expression de  $\varepsilon_{yy}^c(\vec{X})$  :**

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) &= \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left[ -4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ (1 - 2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ -\sin^2(\theta) \} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 2(1 - 2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \times (-1) \right. \\ &\quad \left. - 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ 2 \cos^2(\theta) - 1 \} \sin^2(\theta) \right. \\ &\quad \left. + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ -2 \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \} \right. \\ &\quad \left. + 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \{ 2 \cos^2(\theta) - 1 \} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) &= \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left[ 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ (1 - 2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \sin^2(\theta) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 2(1 - 2\nu) + \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} - 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \right. \\ &\quad \left. + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \sin^2(\theta) \right. \\ &\quad \left. - 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \right. \\ &\quad \left. + 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) - 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) = \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \right]$$

$$\begin{aligned}
& + 4 \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\
& + 4 \left\{ 2 - 2\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \sin^2(\theta) - \left\{ 4 - 4\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \Big] \tag{V.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ou } \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) &= \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \varepsilon^* \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \right. \\
& + 4 \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\
& \left. + 4 \left\{ 2 - 2\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \sin^2(\theta) - \left\{ 4 - 4\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right] \tag{V.8}
\end{aligned}$$

**Expression de  $\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X})$  :**

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) &= \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^4(\theta) \right. \\
& + 4 \left\{ 3 + 2\nu - 6 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\
& + \left\{ -4\nu + 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} + 8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \sin^2(\theta) \\
& - 4 \left\{ 1 - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) \\
& \left. - 4 \left\{ 2 - 2\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \sin^2(\theta) + \left\{ 4 - 4\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) &= \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ 4 \left\{ 4\nu - 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(\theta) + \left\{ 4 - 8\nu + 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right. \\
& + \left. \left\{ -8 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \underbrace{\cos^2(\theta)}_{\frac{1+\cos(2\theta)}{2}} + 4 \left\{ 2 - 2\nu - \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right\} \underbrace{\left\{ \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \right\}}_{\cos(2\theta)} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) &= \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -4 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos^2(2\theta) \right. \\
& + \underbrace{\left\{ 8\nu - 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) + 8 - 8\nu - 4 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) - 8 + 12 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\}}_{=0} \cos(2\theta) \\
& \left. + \left\{ 4 - 6 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \right]
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) = \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -2 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos(4\theta) \right. \\ \left. + \underbrace{\left\{ 4 - 8\nu + 2 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) + 8\nu - 8 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) - 4 + 6 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\}}_{=0} \right]$$

$$\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) = \frac{\varepsilon^*}{4(1-\nu)} \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ -2 \left\{ 2 - 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \right\} \cos(4\theta) \right] \quad (\text{V.9})$$

$$\text{ou } \varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X}) = \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} 2\varepsilon^* \left( \frac{a^2}{r^2} \right) \left[ \left\{ 3 \left( \frac{a^2}{r^2} \right) - 2 \right\} \cos(4\theta) \right] \quad (\text{V.10})$$

La redistribution de la déformation  $\varepsilon_{xx}^c(\vec{X}) - \varepsilon_{yy}^c(\vec{X})$  est représentée en FIGURE V.27(a) où le cercle central représente l'inclusion. On observe un quadripôle caractéristique dont les contributions positives sont à  $45^\circ$  par rapport aux axes principaux. Dans l'approximation de champ lointain, la décroissance radiale est proportionnelle à  $\frac{1}{r^2}$ . La prise en compte de la contribution en champ proche (terme en  $\frac{1}{r^4}$ ) fait apparaître un extremum pour les angles  $0[45^\circ]$  à une distance au centre de  $r_{max} = a\sqrt{3}$ . La FIGURE V.27(b) présente une coupe à  $45^\circ$  où un maximum local est observable lors de la prise en compte du champ proche.

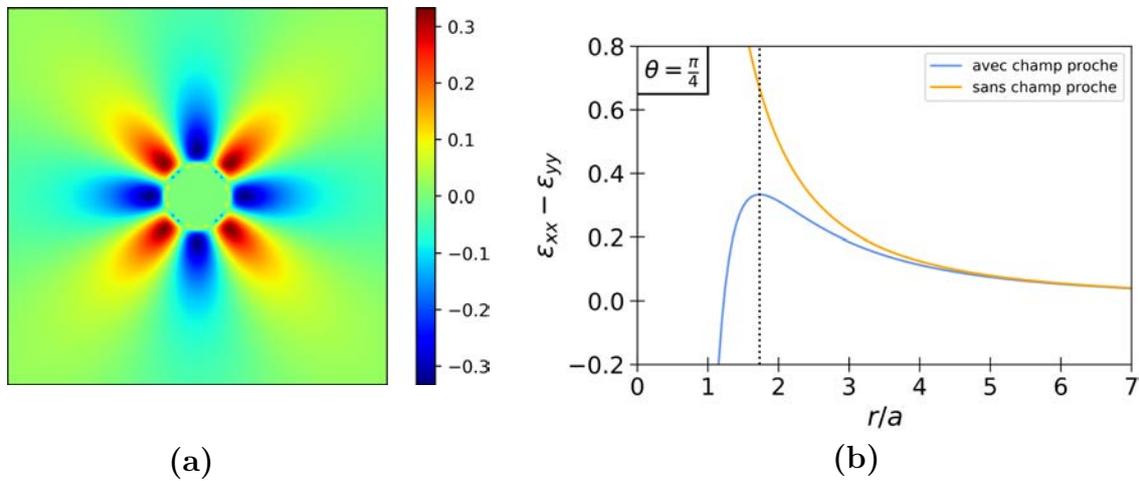


FIGURE V.27 – (a) Redistribution de la déformation à la suite d'un réarrangement plastique. La prise en compte du champ proche fait apparaître l'existence d'extrema selon les directions  $\theta = 0 [45^\circ]$ . (b) Coupe à  $45^\circ$ .  $a$  est le rayon de l'inclusion

# Annexe B

**Plastic flow and localization in an amorphous material: Experimental interpretation of the fluidity**David Houdoux, Thai Binh Nguyen, Axelle Amon,\* and Jérôme Crassous  
*Univ Rennes, CNRS, IPR (Institut de Physique de Rennes) - UMR 6251, F-35000 Rennes, France* (Received 19 March 2018; revised manuscript received 10 July 2018; published 23 August 2018)

We present a thorough study of the plastic response of a granular material progressively loaded. We study experimentally the evolution of the plastic field from a homogeneous one to a heterogeneous one and its fluctuations in terms of incremental strain. We show that the plastic field can be decomposed in two components evolving on two decoupled strain increment scales. We argue that the slowly varying part of the field can be identified with the so-called fluidity field introduced recently to interpret the rheological behavior of amorphous materials. This fluidity field progressively concentrates along a macroscopic direction corresponding to the Mohr-Coulomb angle.

DOI: [10.1103/PhysRevE.98.022905](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.98.022905)**I. INTRODUCTION**

A physical description of the elementary mechanisms underlying the plasticity of amorphous materials has emerged in the past few years based on experimental evidences and numerical investigations [1]. One of the basic ingredients is the fact that at an elementary level plasticity occurs through local plastic events implying only a small number of constituents [2,3], typically a few tens [4–6]. Such events are schematically represented in Fig. 1(a). When such events occur, they redistribute stress [7–9]. This redistribution can trigger other rearrangements generating avalanches of events. An important point of this description is its universality as the stress redistribution is independent of the local interaction between the constituents. The mechanical properties that intervene in this description are the elastic properties which characterize the amorphous material on a large scale as an effective medium. The rearrangement can be treated theoretically as a small inclusion in an elastic matrix and the stress redistributed can be computed as shown by Eshelby [10]. The coupling between the plastic events is then quadrupolar.

While there is now an agreement about the validity of this picture in the community, the question of how this microscopic picture builds up in a macroscopic flow is still open.

For athermal materials, an important point is to model how the flow can be self-sustained. A possible approach is at a coarse-grained level. In order to describe rheology of yield stress material, Hébraud and Lequeux [11] introduced a local internal variable which represents the spatial and temporal density of plastic events occurring at a given time and at a given position. At a given point, this quantity evolves due to some stress relaxation, macroscopic loading, and a background of mechanical noise due to plastic events occurring everywhere in this sample. The use of this internal variable, usually called *fluidity*, has been very fruitful to explain the rheology of yield stress fluid. However, numerous studies evidence that *local* constitutive equations for the rheology are not compatible with

the observations [12]. A plastic flow in a point of a material has an effect on the response of the material at some distance. A new class of *nonlocal* constitutive models has thus been introduced [12,13]. The length characterizing the range of this interaction between events is called the *cooperativity length* and is supposed to depend on the gap between the local stress and the yield stress. Such a model has been adapted to granular materials and describes the stationary response of granular materials in numerous configurations [14,15].

An important feature usually observed in amorphous materials is the fact that strain localization is observed at a large scale [16]. When a yield stress material is sheared homogeneously the deformation is not homogeneously allocated in the sample but is concentrated in thin parts, called shear bands, in which

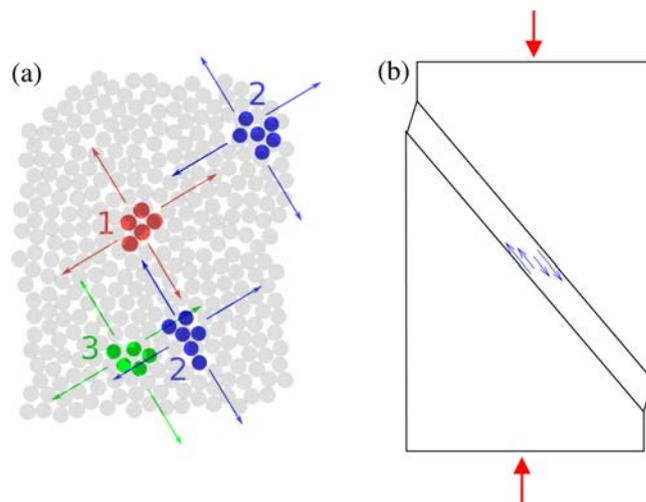


FIG. 1. Schematic pictures of a plastic flow in athermal materials. (a) At a microscopic scale, a small group of elements reorganizes and redistributes mechanical stress in the material. This initial event can trigger a cascade of other rearrangements represented schematically with other colors to indicate their order of occurrence. (b) At a macroscopic scale, the flow concentrates into a narrow zone of the material such as a shear band.

\* axelle.amon@univ-rennes1.fr

the strain rate is large while the other parts of the material experience small strain rate [Fig. 1(b)]. A description of how those stationary shear bands emerge from microscopic elementary plastic events or from a homogeneous fluidity field is still missing. From a macroscopic point of view, to describe shear bands is to consider a stress-based failure criterion. When the local stress is larger than a threshold, called the *yield stress*, the material flows. In the particular case of granular materials, the failure criterion is given by the *Coulomb* threshold: failure occurs when the ratio of the local shear stress to the pressure is larger than  $\tan \phi$  where  $\phi$  is the *angle of internal friction*. Experimentally the internal friction angle is defined from the value of the yield stress. It may also be determined from the angle between the failure plane and the principal stress direction using a *Mohr-Coulomb* construction. Such a description of plasticity of shear bands has several limitations and in particular the fact that no lengthscale is introduced in the failure criterion so that the width of the shear band cannot be predicted.

In summary, the picture emerging from the literature is the following. At a microscopic scale the particles move. At a mesoscopic scale, individual plastic events may be defined, and such events are coupled by elasticity. At a macroscopic scale, the rate of such events may be theoretically represented by a variable called fluidity, which varies at the scale of the flow. Finally, macroscopic experimental observations show that strain localization occurs. Experiments or numerical simulations showing those different behaviors *simultaneously* are missing. We propose in this paper an experiment that evidences many features of those plastic flow behaviors. For this we performed experiments on shear flows of athermal spheres. Using an interferometric technique, we are able to follow the fluctuations of plasticity. Those fluctuations evidence some features of individual plastic events, such as the coupling of events by elasticity. If those fluctuations are averaged, a slowly varying field of deformation emerges, that may be identified with the fluidity field defined theoretically. Depending on the incremental deformation scale at which the plasticity field is observed, different behaviors at mesoscopic and macroscopic scales may be evidenced simultaneously.

The paper is organized in the following way. In Sec. II we present the experimental setup. In Sec. III, the behavior of the correlation functions of the plasticity field is investigated. Those correlations functions can be separated into a slow and a fast component as shown in Sec. IV. Finally, in Sec. V, we discuss the identification of the slow component of the plastic flow to the fluidity field.

## II. EXPERIMENTAL SETUP

The experimental setup consists of a biaxial compressive test in plane strain conditions already described extensively in [17]. This kind of plane-strain compression is also very common in geomechanics [18]. The granular material (dry glass beads of diameter  $d = 70\text{--}110\ \mu\text{m}$  and initial volume fraction  $\approx 0.60$ ) is placed between a preformed latex membrane ( $85 \times 55 \times 25\ \text{mm}^3$ ) and a glass plate. A pump produces a partial vacuum inside the membrane, creating a confining stress  $-\sigma_{xx} \simeq 30\ \text{kPa}$  (see Fig. 2). The sample is placed in the biaxial apparatus where displacement normal to the  $xy$  plane

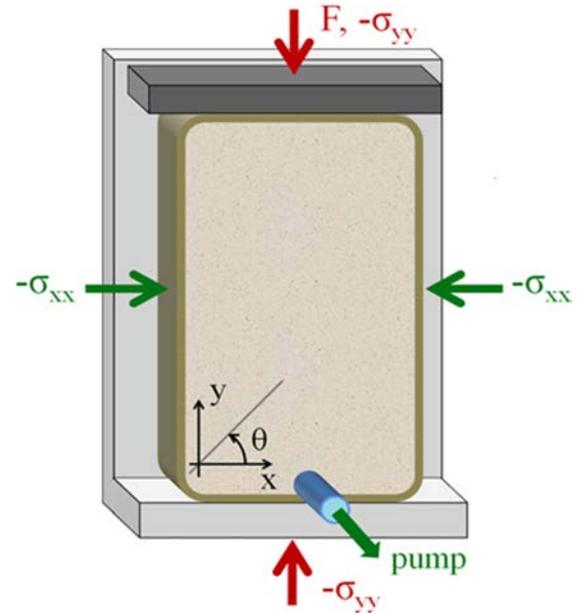


FIG. 2. Schematic representation of a biaxial setup. The granular material is enclosed between a latex membrane and a glass plate (not represented here). A partial vacuum inside the sample creates a confining stress  $-\sigma_{xx} = 30\ \text{kPa}$ . At the top, a moving plate exerts a compression of the sample at fixed velocity along the  $y$  axis. The back plate as well as the front glass one forbid displacement along the  $z$  direction ensuring plane-strain conditions.

is prevented by the front glass plate and a back metallic one, ensuring plane-strain conditions. At the bottom the sample is blocked by another metallic plate, while an upper plate is displaced vertically by a stepper motor. The stress applied at the top of the sample is then  $-\sigma_{yy} = -\sigma_{xx} + F/S$ , where  $F$  is the force measured by a sensor fixed to the upper plate, and  $S$  is the section of the sample. The velocity of the motor is  $1\ \mu\text{m s}^{-1}$ , leading to a deformation rate  $\dot{\varepsilon} = 1.2 \times 10^{-5}\ \text{s}^{-1}$  (where the deformation is defined as  $\varepsilon = -\varepsilon_{yy} = \delta/L$ —see inset Fig. 3). The corresponding loading curve is presented in Fig. 3(b). We work in the quasistatic regime. Note that the stress gradient due to gravity is negligible, and the value of the confining stress is too low to expect a crushing of particles. To break the symmetry when failure occurs, for instance to study the behavior of the shear band (see [19]), the metallic plate at the bottom of the sample can freely translate in the  $x$  direction thanks to a roller bearing.

Deformations are observed through the front glass plate using diffusing wave spectroscopy (DWS), a method already described before in [20,21]. A laser beam at  $532\ \text{nm}$  is expanded to illuminate the entire sample. The light undergoes multiple scattering inside the granular material and we collect the backscattered rays. The latter interfere and form a speckle pattern. The image of the front side of the sample is recorded by a  $7360 \times 4912$ -pixel camera. Speckle images are subdivided in square zones of size  $16 \times 16$  pixels and compared using a correlation method explained elsewhere [20,22]. For each zone the correlation between two successive images 1 and 2 is

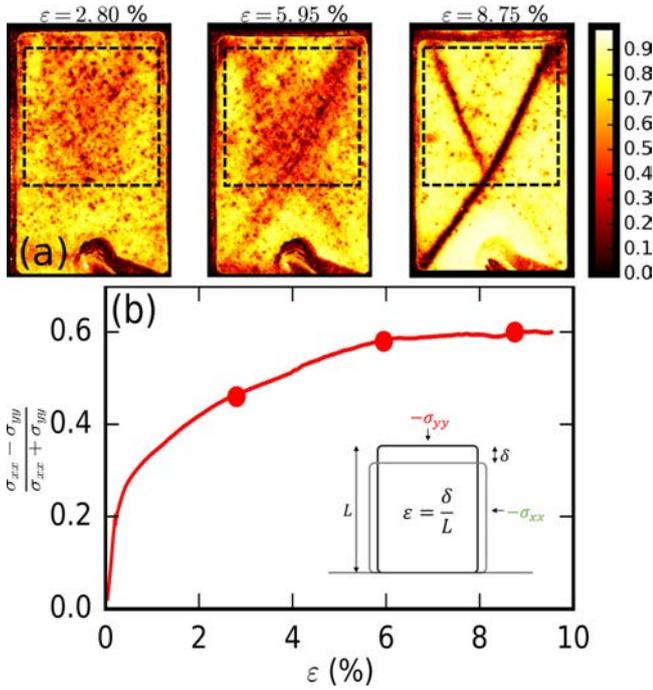


FIG. 3. (a) Correlation maps  $g_I$  for three different values of  $\varepsilon$  (2.80%, 5.95%, and 8.75%). The region of interest used for image analysis is shown in dashed line. (b) Loading curve. Dots symbolize the positions of the three correlation maps. Inset: Notations.

computed as follows:

$$g_I^{(1,2)} = \frac{\langle I_1 I_2 \rangle - \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}{\sqrt{\langle I_1^2 \rangle - \langle I_1 \rangle^2} \sqrt{\langle I_2^2 \rangle - \langle I_2 \rangle^2}} \quad (1)$$

where  $I_1$  and  $I_2$  are intensities of the pixels of two successive images and the averages  $\langle \cdot \rangle$  are done over the  $16 \times 16$  pixels of a zone. We obtain correlation maps where each pixel is calculated from Eq. (1) and corresponds to a volume of area in the front plane  $4d \times 4d$  and depth of a few  $d$ . Examples of such maps of correlation are given in Fig. 3(a). The normalization used in Eq. (1) leads to values for  $g_I$  in the interval  $[0, 1]$  (see the colorscale). The decorrelation of the backscattered light (i.e., the low value of  $g_I$ ) comes from relative beads motions as, for example, combinations of affine and nonaffine bead displacements or rotation of nonspherical beads. In the following, maps of correlation are calculated between two successive images with a fixed axial deformation increment  $\delta\varepsilon = 3.5 \times 10^{-5}$ .

### III. SPATIOTEMPORAL CORRELATION FUNCTIONS

Observations made on the correlation maps during the loading are the same as those already presented in [17,19,23]. In the sample, deformations are distributed inhomogeneously [see Fig. 3(a)]. At the beginning of the loading, plastic events are randomly distributed throughout the sample. After a deformation of a few percent ( $\varepsilon \simeq 3\%$ ) these plastic activities are organized along intermittent microbands until one or two permanent shear bands are established. We relate the former to avalanches of local rearrangements predicted in

the microscopic descriptions of the plasticity of amorphous materials. The latter are in agreement with the Mohr-Coulomb model. In the following, we present a method to isolate each of these contributions to plasticity.

#### A. Spatiotemporal correlation function

First, we introduce a new parameter  $a(\mathbf{r}, \varepsilon) = 1 - g_I^{(1,2)}$  where  $g_I^{(1,2)}$  [see Eq. (1)] is calculated on a square area of  $(4d \times 4d)$  at position  $\mathbf{r}$ .  $I_1$  and  $I_2$  are intensities of pixel images taken, respectively, at  $\varepsilon_1 = \varepsilon$  and  $\varepsilon_2 = \varepsilon + \delta\varepsilon$ . Thus  $a(\mathbf{r}, \varepsilon)$  represents the activity at position  $\mathbf{r}$  around the deformation  $\varepsilon$ .

We define also a spatiotemporal correlation function as follows:

$$C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r}) = \langle a(\mathbf{r}', \varepsilon') \cdot a(\mathbf{r}' + d\mathbf{r}, \varepsilon' + d\varepsilon) \rangle - \langle a(\mathbf{r}', \varepsilon') \rangle \langle a(\mathbf{r}' + d\mathbf{r}, \varepsilon' + d\varepsilon) \rangle \quad (2)$$

where  $\mathbf{r}'$  and  $\mathbf{r}' + d\mathbf{r}$  have to be in the region of interest [ROI, see Fig. 3(a)] and the deformation  $\varepsilon'$  in the interval  $[\varepsilon; \varepsilon + \Delta\varepsilon]$ . Keep in mind that  $g_I^{(1,2)}$  and consequently  $a(\mathbf{r}, \varepsilon)$  are calculated over an increment  $\delta\varepsilon = 3.5 \times 10^{-5}$ . So there is no integration of mean displacement over  $[\varepsilon; \varepsilon + \Delta\varepsilon]$ . Averages are made over all pairs of pixels for which  $\mathbf{r}'$  and  $\mathbf{r}' + d\mathbf{r}$  are in the ROI and over a deformation span  $\Delta\varepsilon$ . In the following, the value of  $\Delta\varepsilon$  is fixed at  $\Delta\varepsilon = 0.35\%$ . This value is large enough to have good averages but remains small compare to the total deformation applied. Note that in all the following the deformation plays the role of time. Our experiments are in quasistatic conditions. A process which can be observed only for small deformation increments will be called a *fast* process in the following while a feature that lasts for large strain increments will be called a *slow* process.

#### B. Temporal scale of fluctuations

Throughout the loading, we can observe on the correlation maps that microbands are fluctuating rapidly while shear bands evolve slowly. To quantify the temporal scale of the fluctuating part, we compute temporal correlations as follows:

$$C_T(\varepsilon, d\varepsilon) = C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r} = \mathbf{0}) \quad (3)$$

where  $C_T$  can be interpreted as a spatial autocorrelation function giving only the temporal information.

Figure 4 shows  $C_T(\varepsilon, d\varepsilon)$  as a function of  $d\varepsilon$  at two points in the loading  $\varepsilon = 2.80\%$  and  $8.75\%$ . A rapid decorrelation for a gap  $d\varepsilon^* \approx 0.01\%$  is initially observed, followed by a second smoother decay which tends to a nonzero finite value because of the heterogeneity of the mean field. The scale in deformation increment over which the initial drop takes place,  $d\varepsilon^* \approx 0.01\%$ , gives us an estimation of the temporal scale of the fluctuating part.

#### C. Separation method

The aim is to separate the two plastic phenomena throughout the loading. Our method is based on their different temporal properties. As discussed in Sec. III B, the fluctuating part is no longer correlated for a gap of deformation larger than  $d\varepsilon^*$ . In the case when  $d\varepsilon \gg d\varepsilon^*$ , the spatiotemporal correlation function  $C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r})$  corresponds only to the slow part. In

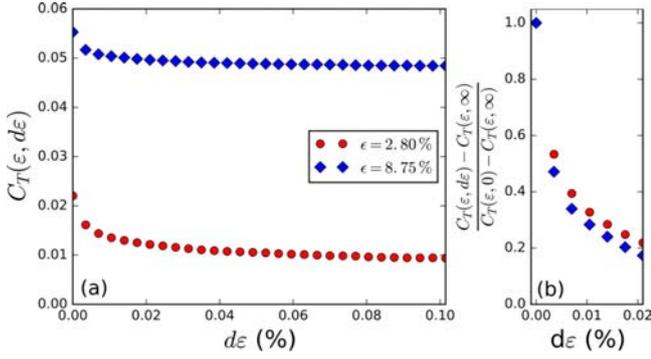


FIG. 4. (a) Temporal correlation function as a function of  $d\varepsilon$  at the beginning ( $\varepsilon = 2.80\%$ ) and at the end ( $\varepsilon = 8.75\%$ ) of the loading. (b) Rescaled correlation functions showing the initial drop over a characteristic gap  $d\varepsilon^* \approx 0.01\%$ .

the following, we define the correlation function for the slow part by taking arbitrary  $d\varepsilon = \Delta\varepsilon/2 = 0.175\% \gg d\varepsilon^*$  for the spatiotemporal correlation function:

$$C_{\text{slow}}(\varepsilon, d\mathbf{r}) = C\left(\varepsilon, \frac{\Delta\varepsilon}{2}, d\mathbf{r}\right). \quad (4)$$

In the same way, for  $d\varepsilon \ll d\varepsilon^*$  the spatiotemporal correlation function  $C(\varepsilon, d\varepsilon, d\mathbf{r})$  contains all the fluctuations. Thus, we define the total correlation function by taking  $d\varepsilon = 0$  as follows:

$$C_{\text{tot}}(\varepsilon, d\mathbf{r}) = C(\varepsilon, 0, d\mathbf{r}). \quad (5)$$

Finally, the correlation function describing the fluctuating part is obtained as follows:

$$C_{\text{fast}}(\varepsilon, d\mathbf{r}) = C_{\text{tot}}(\varepsilon, d\mathbf{r}) - C_{\text{slow}}(\varepsilon, d\mathbf{r}). \quad (6)$$

Figure 5 shows the correlation functions  $C_{\text{tot}}$ ,  $C_{\text{slow}}$ , and  $C_{\text{fast}}$  defined previously. Those correlation functions are computed at different macroscopic deformation  $\varepsilon = 2.80\%$  (well before failure),  $\varepsilon = 5.95\%$  (close to failure), and  $\varepsilon = 8.75\%$  (postfailure).

#### IV. EXPERIMENTAL RESULTS

##### A. Behavior of the slow and fast parts

In this subsection, we discuss the results obtained by the calculation of the slow and fast parts of the correlation functions, and we evidence the differences of behavior between the long and the short time correlation functions.

We first discuss the correlation function near failure (middle column in Fig. 5) where the characteristic behavior is clearly visible. The total correlation function  $C_{\text{tot}}$  [see Fig. 5(a2)] displays two different spatial features. Near  $d\mathbf{r} = 0$ , we observe a high correlation along two directions, forming a small cross at the center of the figure. At large distance, the correlation prevails along a large inclined band spanning the full image. The fast part and the slow part of the total correlation function display each only one of those two spatial behaviors. The fast part displays only the small cross near  $d\mathbf{r} = 0$  [Fig. 5(c2)], whereas the large inclined band belongs to the slow part [Fig. 5(b2)].

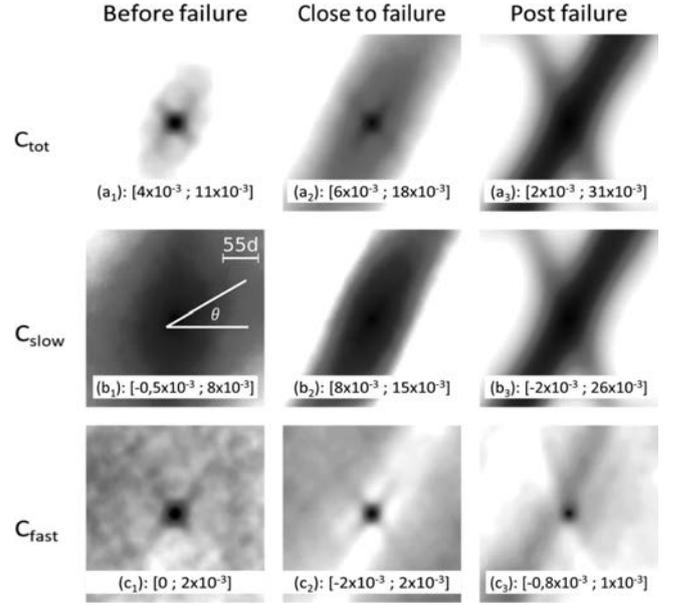


FIG. 5. Spatial representation of the different parts of the correlation function for different values of the loading. All maps are centered at  $d\mathbf{r} = \mathbf{0}$ . The spatial scale, in unit of beads diameter, is represented in (b1). Top row [(a1), (a2), and (a3)]: Total correlation function  $C_{\text{tot}}$ . Middle row [(b1), (b2), and (b3)]: Slow part  $C_{\text{slow}}$  of the correlation function. Bottom row [(c1), (c2), and (c3)]: Fast part  $C_{\text{fast}}$  of the correlation function. Left column: The system is well before failure,  $\varepsilon = 2.80\%$ . Middle column: Close to the failure,  $\varepsilon = 5.95\%$ . Right column: After failure,  $\varepsilon = 8.75\%$ . Scale represented by intervals corresponds to white and black pixels, respectively.

In the prefailure stage, Fig. 5(c1) shows a fluctuating contribution at short distances, but the slow part of the correlation function [Fig. 5(b1)] remains spread on the full image and displays no structure. After failure, the slow part of the correlation function appears clearly correlated along two bands [Fig. 5(b3)], whereas the quadrupolar structure of the fluctuating part near the origin is no longer visible.

##### B. Geometrical characterization of the correlations

Figure 5 evinces that the fast and slow components of the correlation functions are both anisotropic, but with slightly different directions. We now use this observation to quantify the duality of the correlation functions with the timescale.

For this, we need to determine the angles at which the correlation enhancement occurs. We use a projection method inspired by what has been done previously [19]. As the correlation maps are centered (see Fig. 5), we compute the mean value of the pixels intersected by a line passing through the center and with an angle  $\theta$  with the  $x$  axis. Next we plot these mean values as a function of the angle  $\theta$  between  $-\pi/2$  and  $+\pi/2$ . Figure 6(a) shows the result of such projection of the fast part of the correlation  $C_{\text{fast}}$  for an axial deformation  $\varepsilon = 5.95\%$ . Figure 6(b) shows the projection of the slow part of the correlation  $C_{\text{slow}}$  for  $\varepsilon = 8.75\%$ . From a projection profile as the ones obtained in Fig. 6, we determine the angle characterizing a response as the mean of the absolute values of the angles at which occur the maxima of the curve. Error

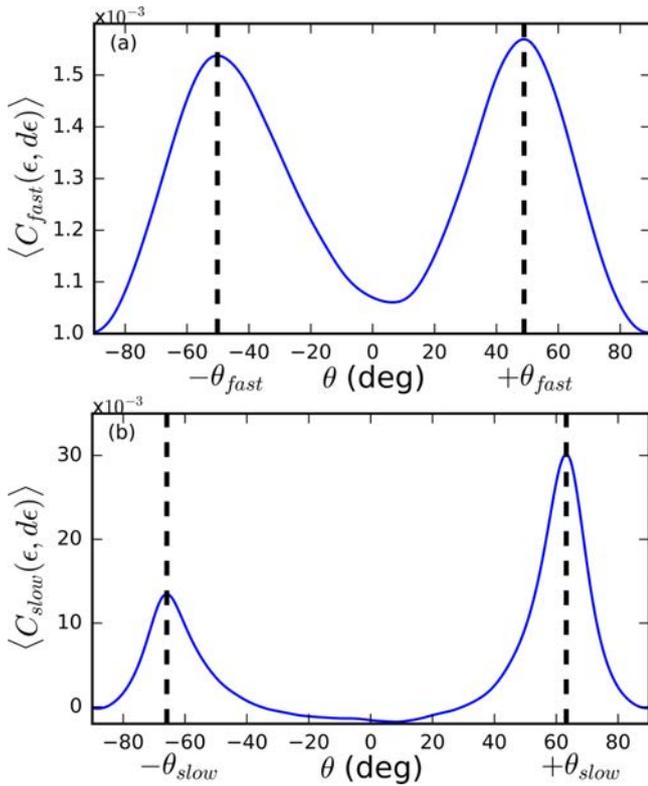


FIG. 6. Angular projection of the spatial correlation functions, i.e., mean value of the pixels intersected by a line passing through the center of a spatial correlation function and making an angle  $\theta$  with the  $x$  axis as a function of  $\theta$  for (a)  $C_{fast}$  at  $\epsilon = 5.95\%$  and (b)  $C_{slow}$  at  $\epsilon = 8.75\%$ .

bars are determined as the difference between the angles at which the maxima occur and the ones obtained from Gaussian interpolations of the projection profile on each half of the  $[-\pi/2, \pi/2]$  interval.

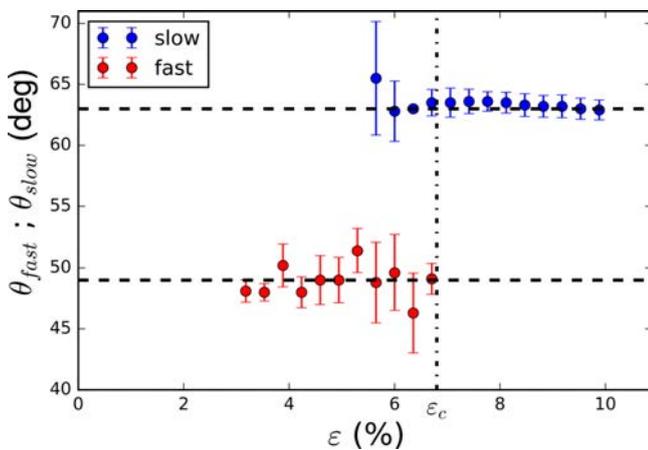


FIG. 7. Angles of the fast and the slow parts of the spatial correlation function. A coexistence of two distinct directions is observed just before the failure represented by the dashed line.  $\epsilon_c$  stands for the critical value of the strain when the failure occurs.

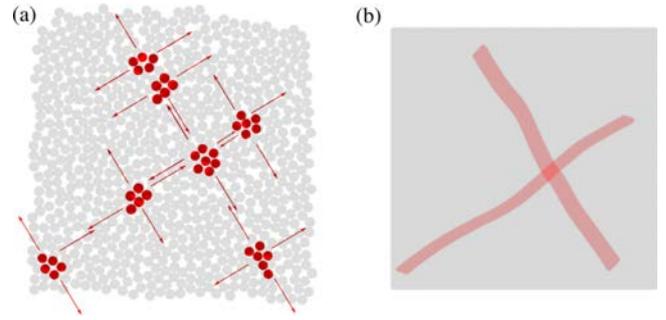


FIG. 8. Schematic representation of our interpretation of the microbands as cascades of elementary events. (a) Local rearrangements coupled by elasticity. (b) Resulting deformation integrated on a larger timescale.

Figure 7 shows the values of the angles at which the fast and the slow part of the correlation function are, respectively, maximal as a function of the macroscopic deformation in the  $\epsilon \in [2.45\%; 9.80\%]$  range. The failure occurs for  $\epsilon \simeq 6.65\%$ . We observe that angles at which correlation occurs are clearly different for the fluctuating and the slow parts. For a deformation in the range  $\epsilon \in [5.60\%; 6.65\%]$  the coexistence of a fast and slow correlation oriented at different angles is clearly visible. Outside this range of deformation, we were not able to define two different angles simultaneously in the correlation functions.

## V. DISCUSSION

### A. Interpretation of geometrical angles for slow and fast correlation functions

As it has been shown previously, we clearly observe two different angles for the correlation function. The fast part of the correlation function is quadrupolar, with an average inclination  $\theta_E \simeq 48^\circ$ . This orientation may be directly linked to the direction of maximum stress redistribution given by the Eshelby tensor. We can interpret the fast correlation of the plastic events as small cascades of events as represented schematically in Fig. 8. Such fluctuations have also been reported in a few numerical studies [7,24].

The slowly varying part of the correlation function is oriented at an angle  $\theta_{MC} \simeq 63^\circ$ . This orientation may be related to the formation of a macroscopic shear band into the material. The orientation of the shear band depends on the value of the internal friction ratio accordingly to a Mohr-Coulomb construction. This slow variation is related to large scale cooperative effects. It is important to note that two scales and the two orientations coexist during the approach to failure (see Fig. 7): the fluctuations of plasticity are oriented along  $\theta_E$  whereas the mean plasticity is oriented along  $\theta_{MC}$ . The two angles seem relatively constant during the loading process, and no intermediate orientations are observed, even close to failure.

### B. Schematic interpretation of the experiment

Figure 9 summarizes schematically our results. At the microscopic level, some grains reorganize when the applied

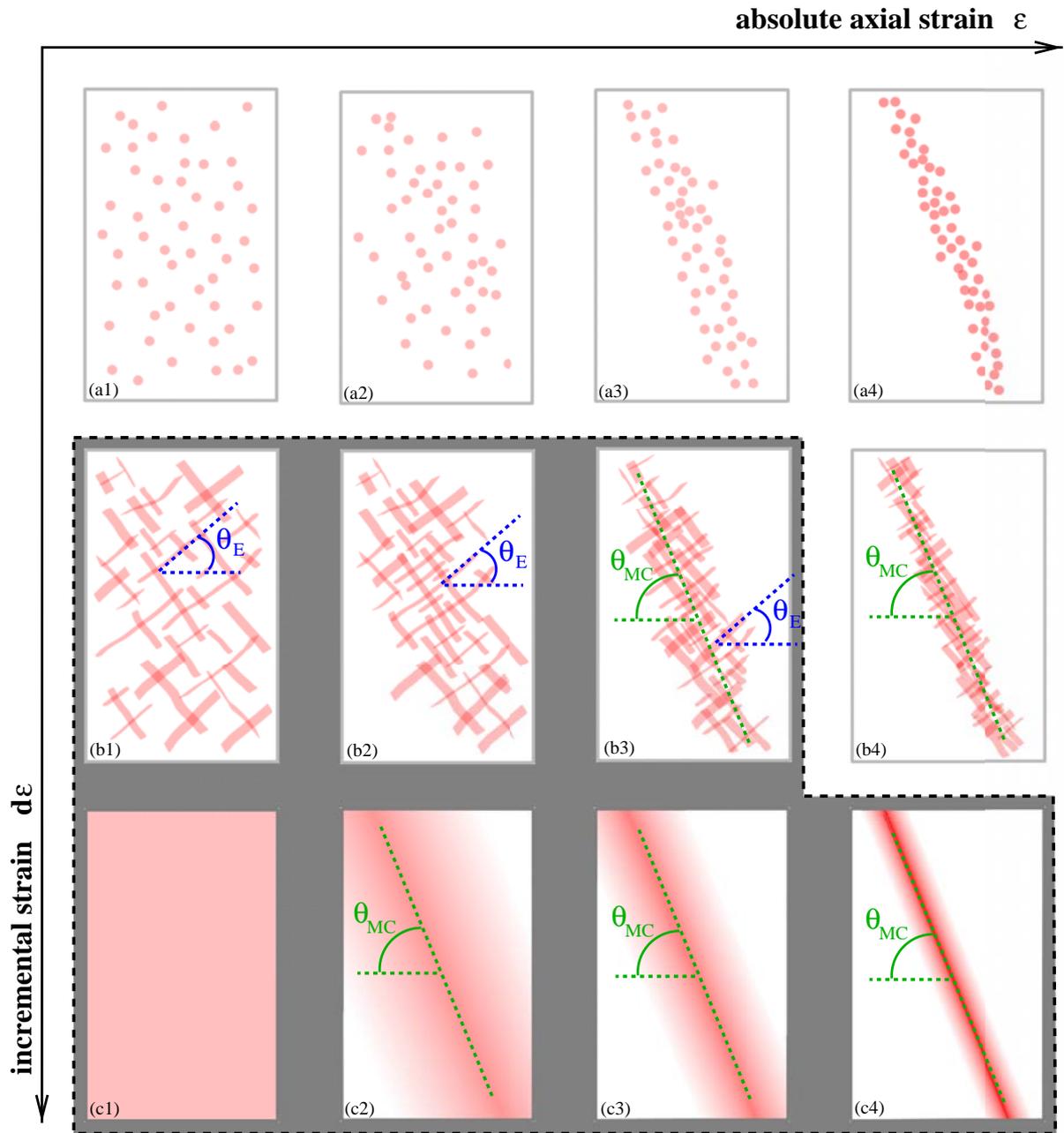


FIG. 9. Schematic representation of the plastic activity at different values of the axial loading  $\varepsilon$  (horizontal axis) and for different strain increments  $d\varepsilon$ . At an elementary level, plasticity is awaited to occur through local plastic events represented as dots on the first line. When integrating those spots on a larger strain increment, a correlated microstructure emerges governed by the elastic properties of the bulk material (second line). The angle characterizing this elastic coupling,  $\theta_E$ , is given by the Eshelby kernel. On a larger strain increment this fluctuating pattern is lost and only a slowly evolving coarse-grained field remains. Shear band formation can be observed on this slow field as the emergence of an orientation  $\theta_{MC}$  in the mean plastic field. The gray area displays the features actually observed experimentally. The reason why (b4) is not observed experimentally is linked to the nonlinearity in deformation of the measurement methods: The observed field saturates in the band. (a1)–(a4) are not observed because the acquisition rate is too small to reach small enough  $d\varepsilon$ .

stress is increased: this is one “elementary event,” that is represented as a dot in Fig. 9(a1). This behavior can be observed at the very beginning of the experiment. On a larger timescale, we observe correlated cascades of events which fluctuate rapidly [see Fig. 9(b1)]. Those microavalanches are inclined along a direction  $\theta_E$  given by the Eshelby stress tensor (see Fig. 8). Increasing further the deformation field on a

larger timescale, we observe a continuous field of plasticity [see Fig. 9(c1)].

At the beginning of the loading, the events repartition is roughly homogeneous at the sample scale [Fig. 9(a1)] and the corresponding mean plastic field is also homogeneous [Fig. 9(c1)]. When the loading progresses, the events mainly accumulate on an active zone [Figs. 9(a2) and 9(a3)], and the

plasticity field then becomes heterogeneous [Figs. 9(c2) and 9(c3)]. This zone of activity is the precursor zone of the final shear band, and is inclined at an angle  $\theta_{MC}$ . Finally, at failure [Fig. 9(c4)], all the activity is concentrated on a narrow and stationary shear band.

### C. Fluidity as the slow part of the plastic field

The physical interpretation of what is called fluidity is still a debated issue [25]. The literature agrees on the fact that it corresponds to a coarse-grained field directly linked to the local plastic activity. Among the hypotheses underlying the kinetic elasto-plastic model of Bocquet *et al.* [13] an important point is a Boltzmann Stosszahlansatz-like hypothesis of the decoupling of the plastic-event dynamics. This means that the fluidity field is defined on a timescale large enough for the memory of the coupling between the underlying events to be lost.

We interpret the slow part of the plastic field [Figs. 9(c1)–9(c4)] as the field of the so-called fluidity. Indeed, this field evolves smoothly spatially and has lost the quadrupolar symmetry of the underlying fluctuations of the plasticity. It corresponds to a coarse-grained field reflecting the local plastic activity and thus matches the theoretical definition of fluidity.

In the specific case of sheared granular materials, it has been proposed recently that a granular fluidity  $g$  may be defined which is proportional to a local shear rate  $\dot{\gamma}$  and which is also proportional to the velocity fluctuations  $\delta v$  [26]. Experimentally (see [22] for details), the speckle decorrelation is a function of the affine and the nonaffine displacements of particles  $\sqrt{\xi_0^2 f(\epsilon) + \langle \delta \xi^2 \rangle}$ , where  $\xi_0$  is a length of the order of the grain diameter,  $f(\epsilon)$  is a quadratic function of the affine deformation field  $\epsilon$ , and  $\langle \delta \xi^2 \rangle$  is the mean square nonaffine displacement. The spatial scale on which the affine displacement field is defined is a few bead diameters [22]. For a sheared granular material, during a time  $\tau$ , we expect that  $f(\epsilon) \sim (\dot{\gamma}\tau)^2$  [22] and  $\langle \delta \xi^2 \rangle \sim (\delta v\tau)^2$ . It follows that  $\sqrt{\xi_0^2 f(\epsilon) + \langle \delta \xi^2 \rangle} \propto g$ . So our experimental probe of plastic activity seems closely related to the above-mentioned definition of the granular fluidity.

An important point in the definition of fluidity is the nature of the coarse graining at play to obtain a smooth field. Theoretically fluidity is a variable obtained by a coarse graining in space and time. It is unclear in the literature if this last coarse graining is in “true” time or in strain increment. In our experiment, our technique of measurement gives intrinsically a coarse-grained measurement in space because it is based on multiple scattering of light (see [20,22] for a thorough discussion of the spatial resolution of the method). The measurement is also time averaged as the acquisition rate of the camera is always much smaller than the inverse of the time of propagation of sound waves in the system. In addition to those resolution-based averages, we have studied in the present paper the effect of a coarse graining in strain increment on the observed plastic field. An important conclusion drawn from our observations is the fact that for a large enough strain increment  $d\epsilon$  the plastic field loses the memory of the “fast” correlation between the plastic events. The mean field thus obtained has its own dynamics on a slow scale. Consequently, there exists a strain increment above which a fluidity field can be defined as the slowly evolving part of the plastic field.

### D. Inhomogeneous fluidity field and localization

Our experiment allows us to follow a fluidity field which is homogeneous at the beginning of the loading, and which condensates on an inclined band. The fact that strain localization occurs in biaxial and triaxial tests performed on granular materials has been well known for many decades. However, a clear understanding of this feature is still missing [5]. Some authors tried to relate strain localization with properties of the fluidity field. In a first study, Goyon *et al.* [12] proposed a mechanism of formation of shear bands in flows of emulsion. The authors assumed that walls that are at flow boundaries act as sources of fluidity. This fluidity then diffuses inside the sample, forming a fluid layer close to the wall. In Couette flow of granular material, fluidity increases preferentially close to the rotor because of the inhomogeneity of the stress field. In those cases, the fluidity source is localized, and the fluidity tends to spread into the sample.

In our experiment the situation is totally opposite. Fluidity accumulates on a band although the applied stress is increased homogeneously, i.e., the fluidity is initially homogeneous and finally heterogeneous. The single property that the fluidity diffuses inside the sample is not sufficient to explain this feature. Recently, Benzi *et al.* [27] have shown that shear band formation starting from an initially homogeneous fluidity in a fluidity model should be possible.

Another possible approach to understand this localization process can be to consider that there is some memory of where plasticity has already occurred. In the case of cohesive materials, the introduction of a modification of the local elastic modulus in mesoscopic models is known to lead to some localization [28]. But the memory of previous local plastic activity is not specific to cohesive materials and can take different forms. Any local structural modification due to plasticity may play this role, as, for example, a modification of the local structure or of the local packing fraction as well as the wear of some frictional contacts. In the case of shear band formation in granular materials, it is known that the packing fraction inside the flowing band takes a particular value (the so-called critical state) [29]. The damage internal variable to take into account might then be the local packing fraction which should evolve when plastic events take place. The introduction of some memory or history-dependent effect is known to generate shear banding in mesoscopic models [30,31].

### E. Fluidity and Mohr-Coulomb theory

As mentioned in the Introduction, the Mohr-Coulomb theory gives a first order description of failure threshold and shear band orientation for frictional materials [29,32]. This theory introduces a frictional internal angle which is closely linked to the angle of repose for a granular material. Localization is predicted to occur along a line the inclination of which is given by the internal friction. This picture of failure is very simplified but captures the prominent features observed experimentally.

In previous sections we have shown that a shear band can be described by an inhomogeneous concentration of fluidity. Thus, it is very appealing to describe the emergence of a shear band with a spontaneous orientation in the framework of fluidity theory. To our knowledge, in the current versions

of this theory, shear band orientation is always given by the loading geometry. It is very likely that a theory relying on a single internal variable is insufficient to predict the emergence of an angle in a homogeneous stress field. As discussed in the previous section, the introduction of another internal variable describing a form of damage might be necessary to display localization along an inclined line. This damage variable is likely to be linked to the local packing fraction. Nevertheless, the existence of a macroscopic friction in the absence of dilatancy for frictionless particles [33] suggests that the packing fraction might not be the right variable.

Very recently, a mesoscopic model using a local Mohr-Coulomb criterion and taking into account the tensorial nature of the stress redistribution has been able to reproduce macroscopic localization in the absence of a damage variable [34] as well as an orientation for avalanches different from the local coupling. Taking into account the redistributed pressure in addition to the deviatoric stress suggests also to introduce another internal variable to describe the effect of the pressure redistribution.

## VI. CONCLUSION

In this paper we have discussed the nature of the spatiotemporal correlations observed in the plastic response of

a granular material submitted to a biaxial test. We have detailed a procedure allowing us to separate a fluctuating component of the plastic field at small strain increments from a slowly evolving component. Those two components correspond to two different types of behaviors: the two fields have independent and coexisting characteristic orientations. We discuss the interpretation of those two behaviors in the framework of the present debated theories of plasticity and rheology of amorphous materials. We argue that the slowly varying component of the plastic field is a good candidate to be interpreted as the so-called fluidity field introduced in the last ten years to describe nonlocal effects in the flow of amorphous materials. We underline the importance of coarse graining in strain increment in the definition of this field.

The question of the independence or correlation between the fast and slow components of the field is still open. Even if the two orientations observed are apparently unrelated it could be possible that the slow field inherits its characteristics from the fluctuations in a nontrivial manner.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank Sean McNamara and Jérôme Weiss for many scientific discussions and acknowledge funding from Agence Nationale de la Recherche Grant No. ANR-16-CE30-0022.

- 
- [1] J.-L. Barrat and A. Lemaitre, Heterogeneities in amorphous systems under shear, in *Dynamical Heterogeneities in Glasses, Colloids, and Granular Media* (Oxford University, New York, 2011), Vol. 150, p. 264.
  - [2] A. S. Argon, *Acta Metall.* **27**, 47 (1979).
  - [3] F. Spaepen, *Acta Metall.* **25**, 407 (1977).
  - [4] A. Kabla and G. Debrégeas, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 258303 (2003).
  - [5] P. Schall, D. A. Weitz, and F. Spaepen, *Science* **318**, 1895 (2007).
  - [6] A. Amon, V. B. Nguyen, A. Bruand, J. Crassous, and E. Clément, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 135502 (2012).
  - [7] C. E. Maloney and A. Lemaître, *Phys. Rev. E* **74**, 016118 (2006).
  - [8] A. Tanguy, F. Léonforte, and J.-L. Barrat, *Eur. Phys. J. E* **20**, 355 (2006).
  - [9] M. Tsamados, A. Tanguy, F. Léonforte, and J.-L. Barrat, *Eur. Phys. J. E* **26**, 283 (2008).
  - [10] J. D. Eshelby, *Proc. R. Soc. A* **241**, 376 (1957).
  - [11] P. Hébraud and F. Lequeux, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2934 (1998).
  - [12] J. Goyon, A. Colin, G. Ovarlez, A. Ajdari, and L. Bocquet, *Nature (London)* **454**, 84 (2008).
  - [13] L. Bocquet, A. Colin, and A. Ajdari, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 036001 (2009).
  - [14] K. Kamrin and G. Koval, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 178301 (2012).
  - [15] D. L. Henann and K. Kamrin, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **110**, 6730 (2013).
  - [16] P. Schall and M. van Hecke, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42**, 67 (2010).
  - [17] A. Le Bouil, A. Amon, J.-C. Sangleboeuf, H. Orain, P. Bésuelle, G. Viggiani, P. Chasle, and J. Crassous, *Granul. Matter* **16**, 1 (2014).
  - [18] J. Desrues and G. Viggiani, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech* **28**, 279 (2004).
  - [19] T. B. Nguyen and A. Amon, *Europhys. Lett.* **116**, 28007 (2016).
  - [20] M. Erpelding, A. Amon, and J. Crassous, *Phys. Rev. E* **78**, 046104 (2008).
  - [21] M. Erpelding, B. Dollet, A. Faisant, J. Crassous, and A. Amon, *Strain* **49**, 167 (2013).
  - [22] A. Amon, A. Mikhailovskaya, and J. Crassous, *Rev. Sci. Instrum.* **88**, 051804 (2017).
  - [23] A. Le Bouil, A. Amon, S. McNamara, and J. Crassous, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 246001 (2014).
  - [24] M. R. Kuhn, *Mech. Mater.* **31**, 407 (1999).
  - [25] M. Bouzid, A. Izzet, M. Trulsson, E. Clément, P. Claudin, and B. Andreotti, *Eur. Phys. J. E* **38**, 125 (2015).
  - [26] Q. Zhang and K. Kamrin, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 058001 (2017).
  - [27] R. Benzi, M. Sbragaglia, M. Bernaschi, S. Succi, and F. Toschi, *Soft Matter* **12**, 514 (2016).
  - [28] D. Amitrano, J.-R. Grasso, and D. Hantz, *Geophys. Res. Lett.* **26**, 2109 (1999).
  - [29] B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen, *Granular Media: Between Fluid and Solid* (Cambridge University, Cambridge, England, 2013).
  - [30] K. Martens, L. Bocquet, and J.-L. Barrat, *Soft Matter* **8**, 4197 (2012).
  - [31] D. Vandembroucq and S. Roux, *Phys. Rev. B* **84**, 134210 (2011).
  - [32] R. M. Nedderman, *Statics and Kinematics of Granular Materials* (Cambridge University, Cambridge, England, 1992).
  - [33] P. E. Peyneau and J.-N. Roux, *Phys. Rev. E* **78**, 011307 (2008).
  - [34] K. Karimi and J.-L. Barrat, *Sci. Rep.* **8**, 4021 (2018).



# Bibliographie

- [ABC13] A. AMON, R. BERTONI and J. CRASSOUS. Experimental investigation of plastic deformations before a granular avalanche. *Physical Review E*, **87(1)** :012204, 2013.
- [ADAAA77] J. ARTHUR, T. DUNSTAN, Q. AL-ANI and A. ASSADI. Plastic deformation and failure in granular media. *Geotechnique*, **27(1)** :53, 1977.
- [AFP11] B. ANDREOTTI, Y. FORTERRE and O. POULIQUEN. *Les milieux granulaires - entre fluide et solide*, (EDP Sciences,2011).
- [AGGL16] L. DE ARCANGELIS, C. GODANO, J.-R. GRASSO and E. LIPPIELLO. Statistical physics approach to earthquake occurrence and forecasting. *Physics Reports*, **628** :1, 2016.
- [AMC17] A. AMON, A. MIKHAILOVSKAYA and J. CRASSOUS. Spatially resolved measurements of micro-deformations in granular materials using diffusing wave spectroscopy. *Review of Scientific Instruments*, **88(5)** :051804, 2017.
- [ANB<sup>+</sup>11] A. AMON, V. NGUYEN, A. BRUAND, J. CRASSOUS and E. CLÉMENT. Hot spots in an athermal system. *Physical Review Letter*, **108(13)** :135502, 2011.
- [Arg79] A. ARGON. Plastic deformation in metallic glasses. *Acta metallurgica*, **27(1)** :47, 1979.
- [BA94a] V. BULATOV and A. ARGON. A stochastique model for continuum elasto-plastique behavior. I. Numerical approach and strain localization. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, **2(2)** :167, 1994.
- [BA94b] V. BULATOV and A. ARGON. A stochastique model for continuum elasto-plastique behavior. III. Plasticity in ordered versus disordered solids. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, **2(2)** :203, 1994.
- [BAM91] D. BICOUT, E. AKKERMANS and R. MAYNARD. Dynamical correlations for multiple light scattering in laminar flow. *Journal d Physique I*, **1(4)** :471, 1991.
- [Bar90] J. BARDET. A comprehensive review of strain localization in elastoplastic soils. *Computers and geotechnics*, **10(3)** :163, 1990.

- [BB66] W. BRACE and J. BYERLEE. Stick-slip as a mechanism for earthquakes. *Science*, **153(3739)** :990, 1966.
- [BCA09] L. BOCQUET, A. COLLIN and A. AJDARI. Kinetic theory of plastic flow in soft glassy materials. *Physical Review Letter*, **103(3)** :036001, 2009.
- [BCAH09] A. BIANCE, S. COHEN-ADDAD and R. HÖHLER. Topological transition dynamics in a strained bubble cluster. *Soft Matter*, **5(23)** :4672, 2009.
- [BHP94] T. BAUMBERGER, F. HESLOT and B. PERRIN. Crossover from creep to inertial motion in friction dynamics. *Nature*, **367(6463)** :544, 1994.
- [BM93] D. BICOUT and R. MAYNARD. Diffusing wave spectroscopy in inhomogeneous flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **199(3)** :387, 1993.
- [BM94] D. BICOUT and G. MARET. Multiple light scattering in Taylor-Couette flow. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **210(1-2)**, 1994.
- [BMC06] L. BÉCU, S. MANNEVILLE and A. COLIN. Yielding and flow in adhesive and nonadhesive concentrated emulsion. *Physical Review Letter*, **96(13)** :138302, 2006.
- [BSB<sup>+</sup>16] R. BENZI, M. SBRAGAGLIA, M. BERNASCHI, S. SUCCI and F. TOSCHI. Cooperativity flow and shear-bandings: a statistical field theory approach. *Soft Matter*, **12(2)** :514, 2016.
- [BVR02] J. BARET, D. VANDEMBROUCQ and S. ROUX. Extremal model for amorphous media plasticity. *Physical Review Letters*, **89(19)** :195506, 2002.
- [Cra07] J. CRASSOUS. Diffusive wave spectroscopy of a random close packing of spheres. *European Physical Journal E*, **23(2)** :145, 2007.
- [CRB<sup>+</sup>02] P. COUSSOT, J. RAYNAUD, F. BERTRAND, P. MOUCHERONT, J. GUILBAUD, H. HUYNH, S. JARNY and D. LESUEUR. Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials. *Physical Review Letter*, **88(21)** :218301, 2002.
- [CRD95] E. CLÉMENT, J. RAJCHENBACH and J. DURAN. Mixing of a granular material in a bidimensional rotating drum. *Europhysics Letters*, **30(1)** :7, 1995.
- [DC02] J. DESRUES and R. CHAMBON. Shear band analysis and shear moduli calibration. *International Journal of Solids and Structures*, **39(13-14)** :3757, 2002.
- [DHP13] R. DASGUPTA, H. HENTSCHEL and I. PROCACCIA. Yield strain in shear banding amorphous solids. *Physical Review E*, **87(2)** :022810, 2013.
- [DS02] R. DAVIS and A. SELVADURAI. *Plasticity and Geomechanics*, (Cambridge University Press,2002).

- [DTDM01] G. DEGREGEAS, H. TABUTEAU and J. DI MEGLIO. Deformation and flow of a two-dimensional foam under continuous shear. *Physical Review Letter*, **87(17)** :178305, 2001.
- [DV04] J. DESRUES and G. VIGGIANI. Strain localization in sand : an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **28(4)** :279, 2004.
- [EAC08] M. ERPELDING, A. AMON and J. CRASSOUS. Diffusive wave spectroscopy applied to the spatially resolved deformation of a solid. *Physical Review E*, **78(4)** :046104, 2008.
- [Erp10] M. ERPELDING. *Étude expérimentale de micro-déformations dans des artères hétérogènes par diffusion de la lumière*. Ph.D. thesis, Université de Rennes 1, 2010.
- [Esh57] J. ESHELBY. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London A*, **241(1226)** :376, 1957.
- [FL98] M. FALK and J. LANGER. Dynamics of viscoplastic deformation in amorphous solids. *Physical Review E*, **57(6)** :7192, 1998.
- [HK14] D. HENANN and K. KAMRIN. Continuum modeling of secondary rheology in dense granular materials. *Physical Review Letters*, **113(17)** :178001, 2014.
- [HL98] P. HÉBRAUD and F. LEQUEUX. Mode-coupling theory for the pasty rheology of soft glassy materials. *Physical Review Letter*, **81(14)** :2934, 1998.
- [JN92] H. JAEGER and S. NAGEL. Physics of the Granular State. *Science*, **255** :1523, 1992.
- [JNB96] H. JAEGER, S. NAGEL and R. BEHRINGER. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, **68** :1259, 1996.
- [KAW18] K. KARIMI, D. AMITRANO and J. WEISS. From plastic flow to brittle fracture: role of microscopic friction in amorphous solids. *arXiv: 1810.07418*, 2018.
- [KB18] K. KARIMI and J.-L. BARRAT. Correlation and shear bands in a plastically deformed granular medium. *Scientific reports*, **8(1)** :4021, 2018.
- [KD03] A. KABLA and G. DEBRÉGEAS. Local stress relaxation and shear banding in a dry foam under shear. *Physical Review Letter*, **90(25)** :258303, 2003.
- [KH15] K. KAMRIN and D. HENANN. Nonlocal modeling of granular flows down inclines. *Soft Matter*, **11(1)** :179, 2015.
- [KJ91] Y. KAGAN and D. JACKSON. Long-term earthquake clustering. *Geophysical Journal International*, **104(1)** :117, 1991.

- [KJN93] J. KNIGHT, H. JAEGER and S. NAGE. Vibration-induced size separation in granular media : the convection connection. *Physical Review Letters*, **70(24)** :3728, 1993.
- [KK12] K. KAMRIN and G. KOVAL. Nonlocal constitutive relation for steady granular flow. *Physical Review Letter*, **108(17)** :178301, 2012.
- [LB14] A. LE BOUIL. *Étude expérimentale de la plasticité et des précurseurs à la rupture de milieux granulaires*. Ph.D. thesis, Université de Rennes 1, 2014.
- [LBAC14] A. LE BOUIL, A. AMON and J. CRASSOUS. Emergence of cooperativity in plasticity of soft glassy materials. *Physical Review Letters*, **112(24)** :246001, 2014.
- [LBAS<sup>+</sup>14a] A. LE BOUIL, A. AMON, J. SANGLEBOEUF, H. ORAIN, P. BÉSUELLE, G. VIGGIANI, P. CHASLE and J. CRASSOUS. A biaxial apparatus for the study of heterogeneous and intermittent strains in granular materials. *Granular Matter*, **16(1)** :1, 2014.
- [LBAS<sup>+</sup>14b] A. LE BOUIL, A. AMON, J.-C. SANGLEBOEUF, H. ORAIN, P. BÉSUELLE, G. VIGGIANI, P. CHASLE and J. CRASSOUS. A biaxial apparatus for the study of heterogeneous and intermittent strains in granular materials. *Granular Matter*, **16(1)** :1, 2014.
- [MCA16] S. MCNAMARA, J. CRASSOUS and A. AMON. Eshelby inclusion in granular matter: theory and simulations. *Physical Review E*, **94(2)** :022907, 2016.
- [MFC19] A. MIKHAILOVSKAYA, J. FADE and J. CRASSOUS. Speckle decorrelation with wavelength shift as a simple way to image transport mean free path. *European Physical Journal Applied Physics*, **85(3)** :30701, 2019.
- [ML06] C. MALONEY and A. LEMAÎTRE. Amorphous systems in athermal, quasi-static shear. *Physical Review E*, **74(1)** :016118, 2006.
- [NA16] T. NGUYEN and A. AMON. Experimental study of shear band formation: Bifurcation and localization. *Europhysics Letters*, **116(2)** :28007, 2016.
- [Ned05] R. NEDDERMAN. *Statics and kinematics of granular materials*, (Cambridge University Press,2005).
- [PALB04] G. PICARD, A. AJDARI, F. LEQUEUX and L. BOCQUET. Elastic consequences of a single plastic event: a step towards the microscopic modeling of the flow of yield stress fluids. *European Physical Journal E*, **15(4)** :371, 2004.
- [PQXA09] B. PAN, K. QIAN, H. XIE and A. ASUNDI. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. *Measurement science and technology*, **20(6)** :062001, 2009.

- [PR08] P. PEYNEAU and J. ROUX. Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy. *Physical Review E*, **78(1)** :011307, 2008.
- [PRB14] F. PUOSI, J. ROTTLE and J. BARRAT. Time-dependant elastic response to a local shear transformation in amorphous solids. *Physical Review E*, **89(4)** :042302, 2014.
- [PWCH88] D. PINE, D. WEITZ, P. CHAIKIN and E. HERBOLZHEIMER. Diffusing-Wave Spectroscopy. *Physical Review Letters*, **60(12)** :1134, 1988.
- [PWZH90] D. PINE, D. WEITZ, J. ZHU and E. HERBOLZHEIMER. Diffusing-wave spectroscopy: dynamic light scattering in the multiple scattering limit. *Journal de Physique*, **51(18)** :2101, 1990.
- [Rec06] A. RECHENMACHER. Grain-scale processes governing shear band initiation and evolution in sands. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **54(1)** :22, 2006.
- [RJV10] J. REN, J. JIANG and T. VLACHOS. High-accuracy sub-pixel motion estimation from noisy images in fourier domain. *IEEE Transactions on Image Processing*, **19(5)** :1379, 2010.
- [RMH85] W. RINEHART, H. MEYERS and C. VON HAKE. 1985.
- [Ros70] K. ROSCOE. The influence of strains in soil mechanics. *Geotechnique*, **20(2)** :129, 1970.
- [RR75] J. RUDNICKI and J. RICE. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **23(6)** :371, 1975.
- [RTV11] D. RODNEY, A. TANGUY and D. VANDEMBROUCQ. Modeling the mechanics of amorphous solids at different length and time scales. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, **19(8)** :083001, 2011.
- [Spa76] F. SPAEPEN. A microscopic mechanism for steady state inhomogeneous flow in metallic glasses. *Acta metallurgica*, **25(4)** :407, 1976.
- [Spe06] M. SPERL. Experiments on corn pressure in silo cells - translation and comment on Janssen's paper from 1895. *Granular Matter*, **8(2)** :59, 2006.
- [Sul10] J. SULEM. Bifurcation theory and localization phenomena. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, **14(8-9)** :989, 2010.
- [SWS07] P. SCHALL, D. WEITZ and F. SPAEPEN. Structural rearrangements that govern flow in colloidal glasses. *Science*, **318(5858)** :1895, 2007.
- [TLB06] A. TANGUY, F. LEONFORTE and J. BARRAT. Plastic response of a 2D Lennard-Jones amorphous solid: detailed analysis of the local rearrangements at very slow strain rate. *European Physical Journal E*, **20(3)** :355, 2006.

- [TPVR12] M. TALAMALI, V. PETÄJÄ, D. VANDEMBROUCQ and S. ROUX. strain localization and anisotropic correlations in a mesoscopic model of amorphous plasticity. *Comptes Rendus Mécanique*, **340(4-5)** :275, 2012.
- [Var80] I. VARDOULAKIS. Shear band inclination and shear modulus of sand in biaxial tests. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **4(2)** :103, 1980.
- [VD96] M. VERA and D. DURIAN. Angular distribution of diffusely transmitted light. *Physical Review E*, **53(4)** :3215, 1996.
- [VGG78] I. VARDOULAKIS and M. G. ANS G. GUDEHUS. Formation of shear bands in sand bodies as a bifurcation problem. *International Journal for numerical and analytical methods in Geomechanics*, **2(2)** :99, 1978.
- [VLP02] V. VIASNOFF, F. LEQUEUX and D. PINE. Multispeckle diffusing-wave spectroscopy : A tool to study slow relaxation and time-dependant dynamics. *Review of Scientific Instruments*, **73(6)** :2336, 2002.
- [VR11] D. VANDEMBROUCQ and S. ROUX. Mechanical noise dependent aging and shear banding behavior of a mesoscopic model of amorphous plasticity. *Physical Review B*, **84(13)** :13410, 2011.
- [VS95] I. VARDOULAKIS and J. SULEM. *Bifurcation analysis in geomechanics*, (Blakie academic & professional1995).
- [ZK17] Q. ZHANG and K. KAMRIN. Microscopic description of the granular fluidity field in nonlocal flow modeling. *Physical Review Letter*, **118(5)** :058001, 2017.

**Titre :** Étude expérimentale du lien entre réarrangements locaux et friction interne dans un matériau amorphe modèle

**Mots clés :** matériau granulaire, test biaxial, DWS, plasticité, critère de Mohr-Coulomb, redistribution Eshelby

**Résumé :** Lorsqu'il est soumis à une contrainte homogène, un matériau granulaire se déforme d'abord de manière homogène puis, passé un certain seuil, de manière hétérogène. Cependant, les mécanismes de plasticité sous-jacents à l'origine de ce comportement ne pas complètement compris.

L'objectif de cette thèse est d'étudier l'organisation de la plasticité afin de comprendre la transition d'une déformation homogène vers une déformation hétérogène. Les expériences sont menées sur un matériau amorphe modèle constitué de billes de verre d'un diamètre moyen de l'ordre de la centaine de micromètres. Le matériau granulaire est soumis à un test biaxial en déformation plane et l'organisation de la plasticité est observée par spectroscopie de diffusion multiple de la lumière (DWS).

Au cours d'une expérience de compression uniaxiale, le champ de plasticité peut se décomposer en deux parties indépendantes et évoluant à des échelles de déformation différentes. Les orientations de ces deux structures sont déterminées quantitativement. On observe alors une partie lentement variable et moyennée dans le temps qui s'oriente selon un angle prédit par le modèle de Mohr-Coulomb ; ainsi qu'une partie fluctuante qui peut être décrite à partir de la théorie Eshelby décrivant la redistribution de la contrainte après un réarrangement plastique local dans un matériau amorphe. D'autre part, pour la première fois, des événements plastiques ont pu être observés et caractérisés à l'intérieur des bandes de cisaillement. Une analogie qualitative avec la sismicité terrestre en est déduite.

**Title :** Experimental study of the link between local rearrangements and internal friction in a model amorphous medium

**Keywords :** granular material, biaxial test, DWS, plasticity, Mohr-Coulomb criterion, Eshelby redistribution

**Abstract :** When a homogeneous stress is applied on a granular material, it first, shows a homogeneous strain and then, above a certain threshold, a heterogeneous strain. However, underlying plasticity mechanisms which trigger this behavior are not known very well.

The aim of this thesis is to study how the plasticity organizes in order to understand the transition between a homogeneous strain towards a heterogeneous one. Experiments are carried out on a model amorphous medium consisting of an assembly of glass beads with an average diameter about one hundred microns. A biaxial compressive test in plan strain conditions is performed on the granular material and the organization of the plasticity is observed using the Diffusing Wave Spectroscopy (DWS) technique.

During a uniaxial compression experiment, the plastic field can be decomposed in two components operating on two decoupled strain increment scales. The orientations of these two structures are determined quantitatively. As a result, we observe a slowly varying and coarse-grained part which concentrates along a macroscopic direction corresponding to the Mohr-Coulomb angle; and a fluctuating part that may be related to an Eshelby-like stress redistribution after a plastic rearrangement in an amorphous material. Otherwise, for the first time, we observe and characterize plastic events within shear bands. A qualitative analogy with earth seismicity is deduced.