



**HAL**  
open science

# Optimisation de l'instrumentation pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage de déchets radioactifs

Elodie Chapoulade

► **To cite this version:**

Elodie Chapoulade. Optimisation de l'instrumentation pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage de déchets radioactifs. Génie civil. Université Clermont Auvergne [2017-2020], 2019. Français. NNT : 2019CLFAC049 . tel-02513165

**HAL Id: tel-02513165**

**<https://theses.hal.science/tel-02513165>**

Submitted on 20 Mar 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

EDSPI :

## UNIVERSITÉ CLERMONT AUVERGNE

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND

### THÈSE

Présentée par

**Elodie CHAPOULADE**

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : GÉNIE CIVIL

Titre de la thèse :

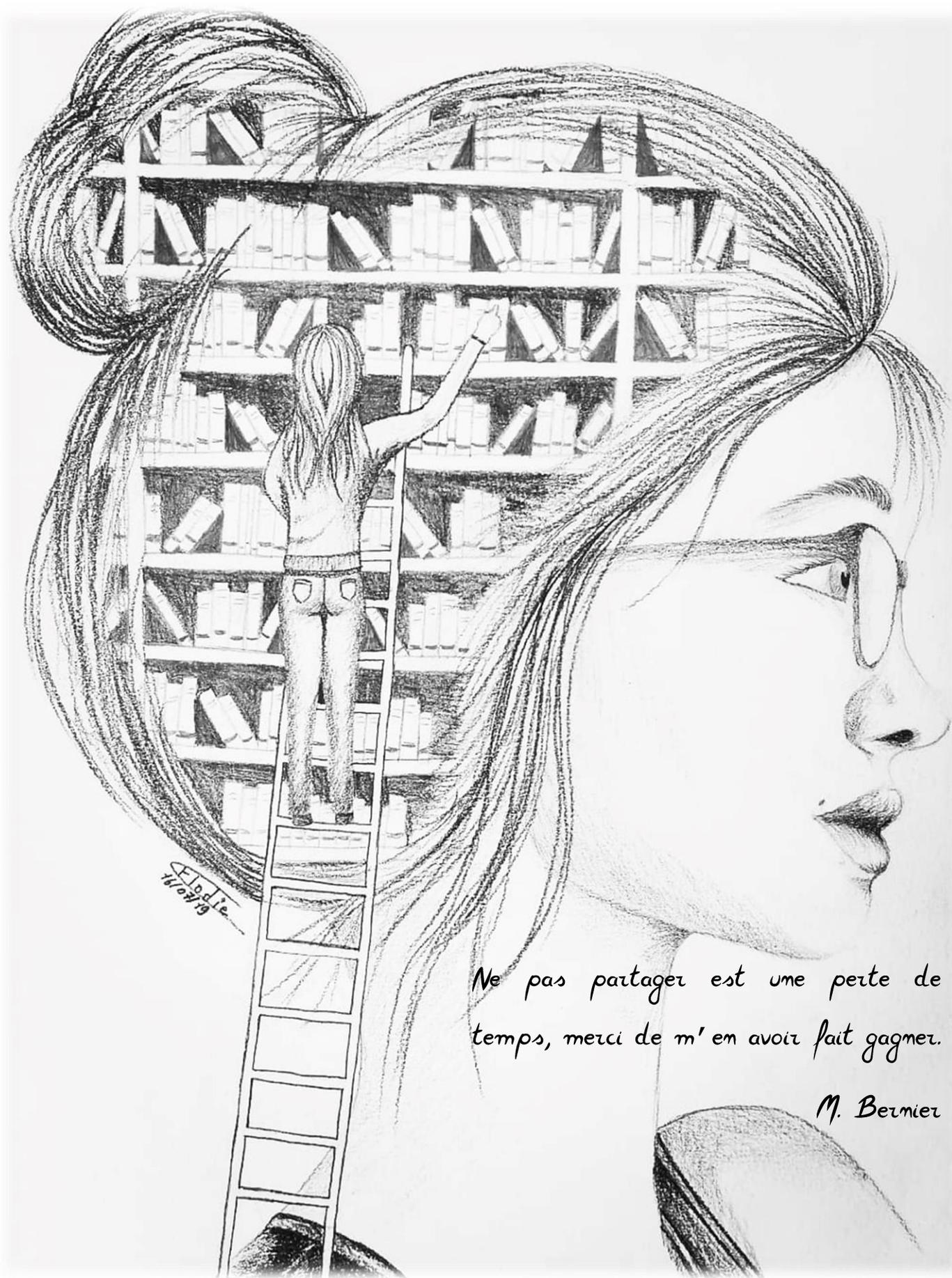
### *Optimisation de l'instrumentation pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage de déchets radioactifs*

Soutenue publiquement le lundi 16 décembre 2019

#### Jury :

M. Sidi Mohammed ELACHACHI	<i>Professeur, Université de Bordeaux</i>	Président
M. Julien BAROTH	<i>MCF, HDR, Université de Grenoble-Alpes</i>	Rapporteur
M. Franck SCHOEFS	<i>Professeur, Université de Nantes</i>	Rapporteur
M. Marc LECONTE	<i>Ingénieur, ANDRA Châtenay-Malabry</i>	Examinateur
M. Pierre BREUL	<i>Professeur, Université Clermont Auvergne</i>	Directeur
M. Alaa CHATEAUNEUF	<i>Professeur, Université Clermont Auvergne</i>	Co-Directeur
Mme. Aurélie TALON	<i>MCF, Université Clermont Auvergne</i>	Encadrante
M. Nicolas GILARDI	<i>Ingénieur, CybeleTech Paris</i>	Invité
M. Guillaume HERMAND	<i>Ingénieur, ANDRA Châtenay-Malabry</i>	Invité





*Ne pas partager est une perte de temps, merci de m'en avoir fait gagner.*

*M. Bernier*

## ***REMERCIEMENTS***

Et voilà, le moment à la fois tant attendu et tant redouté est arrivé... Je suis à la fin de ma thèse. Qui l'aurait dit ? Cet instant est tellement intense, c'est à la fois beaucoup d'émotions, de stress, d'enthousiasme, de doutes, de partages... C'est le point final de ma vie étudiante. Cela représente tellement de choses pour moi, ceux qui me connaissent savent. Chers vous tous, ces quelques pages sont pour vous, je vous dédie ce manuscrit.

Mes premières pensées vont à mon jury. Merci d'avoir accepté de rapporter et d'examiner mon travail. Merci pour vos retours, vos questions, vos remarques. Sidi Mohammed Elachachi, merci d'avoir présidé mon jury. Franck Schoefs, merci pour votre suivi lors des comités, au cours de ces trois années de thèse. Julien Baroth, merci pour vos retours ainsi que pour le rendez-vous téléphonique un mois avant la soutenance. Merci à vous d'avoir traversé la France pour venir sur Clermont le 16 malgré les grèves rendant les déplacements particulièrement difficiles.

Je tiens à remercier mes encadrants et anciens professeurs. Vous m'avez offert une chance absolument incroyable ! Je n'oublierai jamais. Alaa, merci de m'avoir proposé cette thèse quinze jours après mon départ pour Lisbonne. Sans votre mail, je n'aurais même pas envisagé de faire une thèse. Une vie dans ce monde tellement loin de ce que je n'ai jamais vécu, je n'aurais pas pu l'imaginer. Je ne vous serai jamais assez reconnaissante. Merci pour vos nombreux conseils, votre humour et votre soutien. Pierre, un immense merci pour vos encouragements, votre soutien, votre écoute, votre temps, votre aide et votre bienveillance à chaque instant. Aurélie, merci pour tout. Tu es la gentillesse et la bienveillance incarnées ! Tu as fait tellement de choses pour moi pendant ces trois années ! Les nombreux moments passés à me corriger, me conseiller, m'aider, me remonter le moral, m'ont beaucoup aidé. Merci pour les ordinateurs de la salle BIM que j'ai pu utiliser pendant plus d'un an. Je pense aussi aux bons moments que l'on a pu partager comme les repas de gala, le déplacement à Bure et surtout le voyage à Séoul. Merci pour ton encadrement ! Du fond du cœur, je tiens vraiment à vous remercier tous les trois pour ces trois années et bien plus encore. On m'a dit un jour qu'une thèse était réussie à partir du moment où l'on détestait ses encadrants. Je ne sais pas si j'ai réussi ma thèse mais une chose est sûre, je ne pourrais jamais vous détester.

Merci à l'Andra de m'avoir fait confiance sur ce projet et tout particulièrement à Nicolas, Guillaume et Marc d'avoir cru en moi. J'ai découvert tellement de choses grâce à vous. J'ai eu

une chance incroyable de vous rencontrer et de travailler avec vous ! Merci Nicolas d'être toujours là, même si tu ne fais plus partie de mon encadrement depuis déjà deux ans. Tu as quand même été présent pour m'aider pour la thèse ou pour me dire que j'allais y arriver. Merci pour ta gentillesse et ta bienveillance. Guillaume, merci pour ton amabilité à chaque instant, les visites à l'Andra, les réunions, les conseils, les réponses à toutes mes questions... Marc, merci d'avoir pris la suite de Nicolas au pied levé. Merci également pour ton écoute, tes remarques et tes retours rapides en toute circonstance.

Merci à vous six d'avoir participé à la réussite de cette thèse et de m'avoir permis de vivre des choses fabuleuses telles que les conférences ou encore le prix jeune chercheur où votre soutien m'a fait terminer quatrième ! Je pense surtout à la chance que j'ai eu de participer aux conférences internationales à Séoul et à Saint-Louis. Je n'oublierai jamais ces deux voyages et ces deux expériences.

Mireille et Marcel, merci de m'avoir incité à faire cette thèse, c'est aussi grâce à vous que j'ai dit oui et que j'ai la chance d'en être là aujourd'hui.

Merci aux permanents de Polytech et aux techniciens du hall pour leurs aides et leurs partages. Merci à Philippe pour l'aide précieuse sous Castem, sinon je pense que je n'aurais toujours pas dépassé cette étape. Merci à Gaëlle, Bastien, Mathilde, César et Med pour l'aide sur les TP que j'ai pu donner. Merci à mes collègues et amis doctorants pour tous ces moments de partage, de stress, d'émotion, de doutes... Je pense à ceux qui sont déjà partis : Bernard, Teguedi, Hussam, Yassia et à ceux qui sont toujours là : Claude, Caroline, Rime, Clémence, Arthur, Arnoul, Marwa, Masoumeh, Bilal, Ali, Martian, Clovis, Maitham et Omar. Je remercie tout particulièrement Mathilde, Edouard, Augustin et Basile pour ces trois années de folie. Je vous aime les copains ! Même si je suis contente d'arriver au bout de cette thèse, ça me fait bizarre de me dire que cette période est révolue, vous allez me manquer !

Une autre doctorante que j'aime de tout mon cœur et que je remercie très fort d'être là : Amélie. Heureusement que j'ai eu un jour l'idée d'organiser les JS de l'ED sinon je n'aurais jamais croisé ta route et ça aurait été tellement dommage ! On a mis du temps à vraiment discuter mais merci de m'avoir parlé de mon coup de pied et de m'avoir tirée jusqu'à Pontgibaud pour danser ! Merci de me faire partager ta passion de la danse et ta dépression de la thèse. On aura été dans la même galère jusqu'à la fin étant donné que tu es devenue docteur une demie journée avant moi. Je t'aime tellement mon chat ! Merci aussi de m'avoir permis de rencontrer toutes ces personnes absolument géniales dans mon cours du lundi (et du samedi), merci de m'avoir

fait connaître Rachelle et Laëtitia pour toujours plus de cours et toujours plus de danse ! Je pense particulièrement à Agnès, Melinda et Marie Jo. Merci les filles pour votre écoute et votre disponibilité. Je pense aussi au stage de danse, aux apéros, aux textos qui remontent le moral et aux randonnées. Vous êtes mes supers rencontres de 2018, je tiens très fort à vous.

Pour continuer dans la danse merci aux filles de Daruma : Milène, Stéphanie et Camille pour vos trainings et les trans'urbaines. Vous avez clairement été mon échappatoire pendant ces trois années ! L'aboutissement de ce travail, je vous le dois également, vous m'avez permis de tenir.

Toujours plus de danse, toujours plus de rencontres tellement géniales ! Merci Carole pour ce que tu dégages. Les discussions lors de la dernière ligne droite juste avant le rendu du manuscrit ont été une évidence et le partage avec Amine, une belle découverte.

Pour finir avec le sport, merci Aurélie de m'avoir dit de m'inscrire sur OVS. Grâce à toi j'ai rencontré les gens géniaux avec qui je fais de l'escalade chaque mardi depuis deux ans (ce n'est pas exact, mais vous savez ^^). Thomas, Margaux, vous êtes mes évidences de 2017. On a partagé tellement de choses depuis : des vacances en Bretagne, des sorties escalade, des soirées, des randonnées, des films, des déménagements, des montages de meubles, des sorties piscine, des réveillons... Merci pour tous ces moments partagés, votre écoute, votre soutien, vos encouragements... Je vous ai beaucoup saoulé avec ma thèse, mais vous êtes toujours là. Merci, je vous aime tellement.

Merci aux inconditionnelles, Anicée, Pauline et Manon. Vous savez tout de moi, on se connaît depuis très longtemps, je vous ai souvent dit que je n'y arriverai jamais et vous m'avez pourtant soutenu à chaque instant. Finalement vous aviez raison, j'y suis arrivée ! C'est incroyable ! Manon tu as traversé la France plusieurs fois pour moi, Anicée c'est la moitié du globe que tu traverses ! Moi aussi je l'ai fait mais c'était pour m'offrir mes premières vacances de rêve. Je pense tellement à toi qui n'es pas là en ce jour si particulier de ma soutenance. Finalement le côté positif des grèves font que tu as quand même pu suivre ma soutenance en visio ! Je te promets de te garder une bouteille de champagne pour nos prochaines retrouvailles en Guyane. Pauline, on se connaît depuis tellement longtemps qu'on a été périodiquement très loin ou très proche. Moi je préfère quand on est proche, même si rien ne change malgré la distance. Je ne peux pas parler de tout ce que l'on a partagé sinon il me faudrait un manuscrit juste pour nous. Je vous aime les filles, merci de faire partie de ma vie.

Il y a aussi des pépites très précieuses que j'ai la chance de connaître. Merci Bénédicte pour vos très nombreux messages de soutien. Je n'oublierai jamais ce que vous avez fait pour moi !

Ce manuscrit c'est aussi le vôtre, je n'en serais jamais là sans vous. Un immense merci. Charlotte quelle chance d'avoir participé au barbecue de fin d'année et d'avoir fait ta connaissance. Tu es une évidence dans ma vie. Pas de chance, tu m'as connue au pire moment de la thèse avec l'angoisse de la fin et de la rédaction, mais on a quand même partagé un café quasiment tous les jours. T'es une personne géniale et rayonnante. C'est toi mon coup de cœur de cette année 2019. Merci d'être là pour moi. Nathalie, merci de me dégager un peu de temps, toi qui es débordée et qui pense que 24h ce n'est pas suffisant pour une journée. Tu mènes mon idéal de vie, j'admire tellement ce que tu es. Merci pour les cafés chaque jeudi ou vendredi, tu étais ma pause pendant la rédaction.

Emilie, merci pour le partage de bêtises et les weekends à Paris entre deux réunions avec l'Andra. Emilie, merci pour les weekends de décompression à Toulouse. C'est grâce à toi que j'ai rencontré Luce qui a eu la malchance de partager les derniers moments de la rédaction, les plus intenses. Merci à mes autres amis d'être toujours à mes côtés : Julie, Aude, Valérie, Nathalie, Anaïs, Camille, Angéline, Solenne, Marie, Laurine, Cécile, Marlène, Amélie, Ghislain, Nicolas, Marius, David... (Pardon si j'en oublie.) Je vous ai tous forcément saoulés avec ma thèse à un moment donné. Ça y est, vous pouvez souffler, cette période est révolue.

Je pense aussi à mes anciens professeurs : les bons comme les mauvais. Ceux qui m'ont enfoncé en me traitant d'incapable et ceux qui m'ont toujours encouragé en me disant que j'allais y arriver. C'est grâce à chacun de vous que j'en suis à cet instant de ma vie et de ma carrière. Je pense notamment à David Mayer qui m'a dit dès la classe de seconde que je devais faire mentir ceux qui me pensaient incapable. Vous aviez raison, ma force de caractère me permet aujourd'hui de leur prouver qu'ils avaient tort et votre voix a résonné au fond de moi toutes ces années pour ne jamais lâcher. Merci d'avoir cru en moi et d'avoir été un super professeur. J'adore enseigner et je voudrais continuer à le faire pour faire ressortir le meilleur de chacun, mais qu'importe mon métier, je vais essayer de pousser les gens sans jamais les enfoncer.

Finalement, je pense à vous ma grande famille. Nous, on n'a pas eu le choix nous avons été élevés tous ensemble. Vous êtes une partie de mon identité. Vous aussi, vous avez suivi l'évolution de ma thèse avec les bons et les moins bons moments. Finalement vous voyez je suis à la fin. Merci pour le soutien et pour l'aide à l'organisation du pot. Merci Ludo, Cécile, Valentin et Victoria pour les nombreux moments partagés. Vous êtes ma soupape de décompression sans partir trop loin de Clermont. Merci à tous les autres : Mamie, Papy, Michèle, dédé, David, Fabien, Delphine, Matteo, Audrey, Noël, Aurélie, Guillaume, Elena, Daniel, Monique, Dimitri, Gaëtan, Samuel, Aurélien, Laura, Guy, Fabienne, Michelle, Xavier

et Nicolas. Même si vous êtes plus loin, ce n'était que plus intense à chaque fois. Au moins ma tête s'aérait vraiment de Clermont.

Le mot de la fin revient à mes parents et mon frère. Merci pour la vie que vous m'avez offerte. Merci pour les valeurs que vous m'avez transmises, pour la force de travail et de caractère. C'est loin d'être facile tous les jours mais vous m'avez donné les armes pour gravir tous les échelons qui m'ont amenées jusqu'ici. Merci d'être aussi fiers de moi et de mon parcours. Papa, merci de ne pas avoir invité tout le département à ma soutenance mais d'être si fier de moi. Tout le monde doit être au courant de la date de ma soutenance après avoir su que j'étais en thèse et que j'avais fait de nombreux voyages notamment à Séoul et à Saint-Louis. Merci pour tout, je vous aime.

## ***RESUME***

### ***Optimisation de l'instrumentation pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage de déchets radioactifs***

Dans le cadre du projet Cigéo d'enfouissement de déchets radioactifs en couche géologique profonde, l'Andra souhaite optimiser le nombre d'Extensomètres à Corde Vibrante (ECV) à mettre en place pour suivre la convergence de sections de tunnel (alvéoles) se trouvant à 490 m de profondeur. La réponse à cette problématique est posée en quatre chapitres avec (1) un état de l'art sur les méthodes de détection de dommages, d'optimisations et les modèles inverses, (2) la mise en place d'un modèle numérique, (3) la méthodologie d'optimisation permettant d'estimer la contrainte horizontale ou la déformée d'une section d'alvéole et enfin (4) les résultats de l'optimisation. Le modèle numérique permet de créer une Base De Données (BDD) des déformations potentielles et ce en fonction des paramètres qui sont issus de mesures in situ. Les incertitudes sur la rigidité du sol encaissant, la variation d'épaisseur du revêtement ainsi que la position et l'erreur intrinsèque aux capteurs sont considérées. La méthodologie d'optimisation par algorithme génétique consiste à déterminer le nombre et le placement optimaux des capteurs permettant soit d'estimer la contrainte horizontale ayant engendrée les déformations mesurées par les capteurs, soit de construire une déformée probable de l'alvéole à partir des déformations mesurées. La première méthode permet de connaître l'emplacement optimal des ECV pour détecter les déformations liées à des contraintes probables. Elle est basée sur un modèle inverse. La seconde méthode consiste à s'assurer de la réversibilité du stockage (déformée de l'alvéole permettant le retrait des colis). Elle construit une spline passant par les valeurs de déformée aux emplacements des ECV. Pour l'estimation de la contrainte horizontale, les zones de placement de capteurs les plus propices se trouvent à proximité des reins. Pour l'estimation de la déformée, les capteurs ont tendance à s'équirépartir sur le pourtour de la section. Devant la possibilité de placer les capteurs suivant différentes orientations, l'influence de cette orientation donne une préférence aux ECV orthoradiaux, tandis que les ECV radiaux n'apportent pas d'informations complémentaires.

**Mots-clés :** modèle éléments finis, modèle inverse bayésien, optimisation de l'instrumentation, algorithme génétique, tunnel, extensomètres à corde vibrante, incertitudes.

# ***ABSTRACT***

## ***Monitoring optimization of the instrumentation and state evaluation of disposal tunnel for radioactive waste***

In the Cigéo project for deep geological of radioactive waste, Andra wants to optimize the number of Vibrating Wire Extensometers (VWE) to follow the convergence tunnel (cells) cross-section built at 490 m depth. The answer to this problem is given in four chapters with (1) a state of the art on methods of damage detection, optimizations and inverse models, (2) the implementation of the numerical model, (3) the optimization methodology to estimate the horizontal stress or the deformed cell cross-section and finally (4) the results of the optimization. The numerical model allows creating a DataBase (DB) of potential strain according to the input parameters measured in situ. Uncertainties of the stiffness of the soil, the thickness variation of the coating and locations and intrinsic error of each sensor are considered. The genetic algorithm optimization methodology consists in determining the optimal number and location of the sensors allowing either to estimate the horizontal stress having generated strains measured by sensors, or build a probable deformation of the cell cross-section from the measured strains. The first method makes it possible to know the optimal location of VWE to detect strains linked to probable stresses. It is based on an inverse model. The second method is to ensure the reversibility of the storage (cell deformed allowing the withdrawal packages). It constructs a spline passing through the deformed values at the VWE locations. To estimate the horizontal stress, the best sensors placements are close to the kidneys. For the deformed estimation, sensors tend to be distributed on the cross-section periphery. Given the possibility of placing sensors in different orientations, the influence of this orientation gives preference to orthoradial VWEs while radial VWEs do not provide additional information.

**Key words:** finite element model, Bayesian inverse model, monitoring optimization, genetic algorithm, tunnel, vibrating wire extensometers, uncertainties.

# ***ACRONYMES***

ACO : Ant Colony Optimization (colonie de fourmis)

AFTES : Association Française des Travaux en Souterrain

AG : Algorithme Génétique

ANDRA : Agence Nationale pour la gestion des Déchets Radioactifs

BDD : Base De Données

BIM : Building Information Model / Modeling / Management

CIGEO : Centre de stockage Industriel Géologique profond

CND : Contrôle Non Destructif

CoRWM : Committee on Radioactive Waste Management

DDL / DOF : Degré De Liberté / Degree-of-freedom

EAP : espérance *a posteriori*

ECV : Extensomètre à Corde Vibrante

ELS : Etat Limite de Service

ELU : Etat Limite Ultime

FO : Fibre Optique

GCR : Galerie de Conception rigide

GER : Galerie d'Essai des Revêtements

GTS : Grimsel Test Site

HA : Haute Activité

MAP : Maximum *a posteriori*

MAVL : Moyenne Activité Vie Longue

MEF : Modèle Eléments Finis

NAGRA : National Cooperative for the Disposal of Radioactive Waste

PSO : Particle Swarm Optimization (essaim particulaire)

PWR : Pressurized Water Reactor (réacteurs d'eau sous pression)

RS : Recuit Simulé (Simulated Annealing, SA)

RT : Recherche Tabous (Tabu Search, TS)

SHM : Structural Health Monitoring (surveillance de l'état/de la santé des structures)

SVD : décomposition en valeurs singulières

WSN : Wireless Sensor Networks (réseau de capteurs sans fil)

YMP : Yucca Mountain Project

# ***TABLE DES MATIERES***

Remerciements .....	4
Résumé .....	9
Abstract .....	10
Acronymes .....	11
Table des figures .....	16
Table des tableaux .....	20
Introduction .....	23
Contexte .....	23
Problématique.....	24
Problématique de l’Andra .....	24
Problématique de la thèse.....	25
CHAPITRE 1.    Etat de l’art.....	27
1.1    Instrumentation pour la détection de dommages .....	28
1.1.1    Méthodes permettant la détection d’un dommage dans une structure .....	28
1.1.2    Méthode permettant de localiser et de quantifier la sévérité d’un dommage.....	30
1.1.3    Méthode permettant la prévision de la durée de vie résiduelle .....	33
1.2    Revue des méthodes d’optimisation .....	35
1.2.1    Introduction à l’optimisation .....	35
1.2.2    Choix d’un algorithme métaheuristique .....	40
1.2.3    Comparaison des algorithmes d’optimisation et choix d’une méthode .....	53
1.3    Revue des modèles inverses et focalisation sur l’approche bayésienne .....	56
1.3.1    Introduction sur les modèles inverses .....	57
1.3.2    Différents types de modèles inverses .....	58
1.3.3    Modèle inverse bayésien .....	62
1.4    Synthèse et méthodes retenues .....	65
Méthodes retenues.....	66

CHAPITRE 2. Étude de cas .....	67
2.1 Projet Cigéo et Laboratoire Souterrain .....	67
2.1.1 Cigéo : Contexte et Objectifs .....	68
2.1.2 Recherche associée : le Laboratoire Souterrain .....	71
2.2 Monitoring des alvéoles.....	75
2.2.1 Capteurs dans les structures .....	75
2.2.2 Capteurs dans le laboratoire souterrain de l'Andra.....	77
2.2.3 Extensomètres à Corde Vibrante.....	80
2.3 Modèle numérique développé .....	85
2.3.1 Construction du modèle numérique 2D .....	85
2.3.2 Paramètres d'entrée .....	89
2.3.3 Incertitudes .....	92
2.3.4 Paramètres de sortie .....	97
2.4 Synthèse du chapitre 2.....	101
CHAPITRE 3. Méthodologie d'optimisation.....	103
3.1 Présentation de la méthodologie et des pistes explorées .....	103
3.1.1 Méthodologie d'optimisation pour déterminer la contrainte du sol.....	105
3.1.2 Méthodologie d'optimisation pour obtenir la déformée de l'alvéole.....	106
3.2 Modèle inverse pour estimer les contraintes horizontales.....	107
3.2.1 Mise en place du modèle .....	108
3.2.2 Prise en compte de plusieurs capteurs.....	111
3.3 Estimation de la section déformée d'une alvéole .....	115
3.3.1 Rayon déformé .....	115
3.3.2 Tracée d'une section déformée .....	117
3.4 Fonction objectif et algorithme génétique .....	119
3.4.1 Méthodologie .....	119
3.4.2 Fonction objectif .....	121

3.4.3	Algorithmes génétiques .....	127
3.5	Synthèse du chapitre 3 .....	141
CHAPITRE 4.	Application de la méthode d'optimisation aux alvéoles de stockage .....	143
4.1	Contrainte horizontale appliquée sur une alvéole.....	144
4.1.1	Rappel sur les paramètres d'entrée.....	144
4.1.2	Résultats .....	146
4.2	Section déformée de l'alvéole .....	164
4.2.1	Rappel sur les paramètres d'entrée.....	164
4.2.2	Validation de l'interpolation par spline.....	167
4.2.3	Résultats .....	169
4.3	Résultats de l'optimisation .....	184
4.4	Synthèse du chapitre 4 .....	185
Conclusion & Perspectives.....		187
Conclusion.....		187
Résultats de l'optimisation .....		188
Perspectives.....		189
Bibliographie.....		191
Annexes.....		200
Table des figures annexes .....		201
Table des tableaux annexes.....		201

## ***TABLE DES FIGURES***

Figure 1 : Méthodologie globale pour répondre à la problématique sur l'optimisation du nombre et de l'emplacement de capteurs dans une structure. ....	26
Figure 2 : Graphique hiérarchique des méthodes d'optimisation (Collette et Siarry 2011). ....	36
Figure 3 : Classification des algorithmes métaheuristiques (Tabassum et The Society of Digital Information and Wireless Communication 2014). ....	40
Figure 4 : Illustration de quatre itérations (ité) de recherche tabou pour le déplacement d'un randonneur en fond de vallée (Fontan 2011). ....	42
Figure 5 : Illustration du comportement social des fourmis. ....	43
Figure 6 : Principe de fonctionnement des algorithmes génétiques. ....	44
Figure 7 : Position des capteurs dans le cas d'une poutre sur 3 appuis (Fontan 2011). ....	52
Figure 8 : Répétabilité de l'algorithme PSO pour avoir la position optimale de 5 capteurs pour un bruit de mesure de 3% (Fontan 2011). ....	52
Figure 9 : (a) Analyse directe (simulation); (b) Analyse inverse (identification); (Koh et Perry 2010). ....	57
Figure 10 : Méthodologie de création de la Base De Données. ....	67
Figure 11 : Projet Cigéo (Krieguer 2016). ....	68
Figure 12 : Schéma de principe d'une architecture de stockage accueillant les colis de déchets regroupés par grands ensembles avec la zone B pour les déchets MAVL et la zone C pour les déchets HA (Andra 2005). ....	69
Figure 13 : Alvéoles de stockage des déchets MAVL en configuration d'exploitation (Andra 2005). ....	69
Figure 14 : Localisation des expérimentations dans les galeries du Laboratoire Souterrain (Bernard 2015). ....	71
Figure 15 : Profil de sections d'alvéole de type GCR, GER3. ....	73
Figure 16 : Schéma conceptuel de la zone endommagée (Andra 2005). ....	74
Figure 17 : Cages d'ECV de revêtement du Laboratoire Souterrain. ....	78
Figure 18 : Emplacement des capteurs sur une section d'alvéole du Laboratoire Souterrain. .	79
Figure 19 : Extensomètre à corde vibrante. ....	80
Figure 20 : ECV fonctionnant en mode amorti. (a) Excitation impulsionnelle. (b) Mesure de l'oscillation libre (Mei 2016). ....	81
Figure 21 : ECV fonctionnant en mode entretenu (Mei 2016). ....	81

Figure 22 : Caractéristiques sur les grandeurs d'un ECV C110 (Roctest et Telemac 2005)...	84
Figure 23 : Maillage lâche (3 cm * 5,5 cm) pour un revêtement de 30 cm d'épaisseur, sans capteur radial. ....	86
Figure 24 : Maillage dense (1 cm * 1 cm) pour un revêtement de 31 cm d'épaisseur, avec capteur radial. ....	86
Figure 25 : Influence de la densité du maillage sur les mesures de déformation des ECV extradados à 0° (a) et 90° (b) pour une contrainte de 12 MPa.....	87
Figure 26 : Modélisation de la structure d'une section d'alvéole et du terrain encaissant.....	89
Figure 27 : Charge ponctuelle équivalente à la charge répartie (Thépot 2004). ....	90
Figure 28 : Schéma de la modélisation d'une section d'alvéole instrumentée chaque degré par des ECV orthoradiaux. ....	92
Figure 29 : Évolution linéaire de la rigidité entre deux lois normales ( $\Delta_1$ à $\Delta_8$ ) sur une section d'alvéole.....	93
Figure 30 : Incertitude sur la position des cages de capteurs. ....	94
Figure 31 : Emplacement orthoradial d'un ECV aidant au calcul de $\Delta\varepsilon$ . ....	94
Figure 32 : Commande POIN PROC sous Castem pour suivre les nœuds des mailles les plus proches des extrémités des cordes des ECV. (Les lignes bleues représentent les ECV dans le maillage).....	96
Figure 33 : Commande ELEM CONTENANT sous Castem pour faire une moyenne des nœuds de la maille contenant l'extrémité de la corde d'un ECV. ....	96
Figure 34 : Décomposition de la BDD des déformations pour chaque contrainte, chaque degré et chaque orientation d'ECV.....	97
Figure 35 : Influence de l'incertitude de mise en place des ECV (a) extradados, (b) intrados et (c) radial sur les mesures de déformation pour une contrainte de 12 MPa.....	99
Figure 36 : Influence de l'incertitude de mise en place des ECV (d) extradados, (e) intrados et (f) radial sur les mesures de déformation pour une contrainte de 18 MPa.....	99
Figure 37 : Histogramme des déformations obtenues dans la BDD pour les ECV intrados, extradados et radial positionnés à 0° et pour les contraintes horizontales les plus extrêmes à 12 MPa (a) et 18 MPa (b).....	100
Figure 38 : Histogramme des déformations obtenues dans la base de données pour les ECV intrados (a), extradados (b) et radial (c) positionnés à 0° pour toutes les contraintes horizontales. ....	101
Figure 39 : Méthodologie d'optimisation. ....	104

Figure 40 : Méthodologie d'optimisation pour retrouver la contrainte à l'origine des déformations observées par les capteurs. ....	105
Figure 41 : Méthodologie d'optimisation pour retrouver la déformée d'une section d'alvéole. ....	107
Figure 42 : Déformations mesurées par l'ECV orthoradial extrados à 0° pour chacune des contraintes entre 12 MPa et 18 MPa. ....	109
Figure 43 : Modèle inverse bayésien pour différentes valeurs de déformations pour l'ECV extrados à 0°. ....	110
Figure 44 : Résultat du modèle inverse en fonction du nombre de capteurs et de leurs positions. ....	112
Figure 45 : Résultat du modèle inverse en fonction de la position d'un couple de capteur... ..	114
Figure 46 : Placement des ECV dans le revêtement et définition des distances (Hermand et al. 2015).....	116
Figure 47 : Explication du tracé d'une spline Catmull-Rom. La spline est tracée entre les points $P_i$ et $P_{i+1}$ et utilise les points $P_{i-1}$ et $P_{i+2}$ comme points de contrôle afin de donner la courbure au morceau de la courbe $[P_i, P_{i+1}]$ . ....	118
Figure 48 : Explication des étapes de fonctionnement des AG.....	120
Figure 49 : Probabilité d'apparition de chaque contrainte suivant le modèle inverse pour deux des dix individus de l'exemple. ....	132
Figure 50 : Résultats graphiques du modèle inverse pour un individu dont la déformation compte 500 tirages. ....	134
Figure 51 : Roulette biaisée pour la sélection des individus en fonction de leur qualité. ....	136
Figure 52 : Création d'un chromosome en angle binaire.....	136
Figure 53 : Création de nouveaux individus par croisement.....	138
Figure 54 : Création d'un nouvel individu par mutation. ....	139
Figure 55 : Dernière étape de la méthodologie globale pour répondre à la problématique. ..	143
Figure 56 : Répétabilité de l'optimisation par algorithme génétique pour les mêmes conditions initiales. ....	145
Figure 57 : Evolution des résultats de la fonction objectif $f$ en fonction du nombre de couples d'ECV et de la rigidité du sol encaissant. ....	151
Figure 58 : Evolution des résultats de la fonction objectif $f$ en fonction du nombre de couples d'ECV et du coefficient $\alpha$ . ....	154
Figure 59 : Représentation graphique de l'influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 4 couples d'ECV. ....	156

Figure 60 : Représentation graphique de l'influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 5 couples d'ECV.....	156
Figure 61 : Représentation graphique de l'influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 6 couples d'ECV.....	156
Figure 62 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour $\alpha = 0,25$ .....	158
Figure 63 : Comparaison des résultats du modèle inverse pour 4 couples de capteurs et différentes valeurs de $\alpha$ .....	159
Figure 64 : Comparaison des résultats du modèle inverse pour 5 couples de capteurs et différentes valeurs de $\alpha$ .....	160
Figure 65 : Comparaison des résultats du modèle inverse pour 6 couples de capteurs et différentes valeurs de $\alpha$ .....	161
Figure 66 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour $\alpha = 0,25$ .....	162
Figure 67 : Solution du nombre de couples d'ECV et de leurs localisations pour retrouver la contrainte à l'origine des déformations observées.....	163
Figure 68 : Section d'alvéole déformée en fonction du paramètre $\tau$ .....	165
Figure 69 : Optimisation de l'emplacement des cages de capteurs pour minimiser la surface grise en comparant les déformées entre l'individu tracé par spline (en vert) et les déformées de la BDD (en noire).....	168
Figure 70 : Evolution des résultats de la fonction objectif $f$ en fonction du nombre de cages de 3 ECV et du coefficient $\alpha$ .....	173
Figure 71 : Représentation graphique de l'influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 4 cages.....	175
Figure 72 : Représentation graphique de l'influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 5 cages.....	175
Figure 73 : Représentation graphique de l'influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 6 cages.....	176
Figure 74 : Emplacements de 4 à 10 cages de 3 ECV pour $\alpha = 0,25$ .....	177
Figure 75 : Intervalle de répartition des cages d'ECV par rapport à l'équi-répartition (en gris) et fonction de la valeur du coefficient $\alpha$ .....	179
Figure 76 : Influence du nombre de capteurs par cage dans le cas de 4 cages par section et pour une valeur de $\alpha = 0,25$ .....	180
Figure 77 : Influence des incertitudes sur le résultat de la fonction objectif.....	181
Figure 78 : Résultat de la fonction objectif en fonction du nombre de cages et de la valeur de $\sigma_h$ .....	182

Figure 79 : Solution du nombre de cages d'ECV orthoradiaux intrados et extradados et de leurs localisations pour retrouver la déformée d'une section d'alvéole..... 185

## ***TABLE DES TABLEAUX***

Tableau 1 : Résumé sur les conclusions de l'article sur le seuillage d'images en niveau de gris en fonction des algorithmes testés AG, PSO, ACO, RS et RT (Hammouche et al. 2010). ....	54
Tableau 2 : Résumé des conclusions de l'article sur l'optimisation de placement de combustibles dans un réacteur à l'aide des deux méthodes AG et PSO (Khoshahval et al. 2011). .....	55
Tableau 3 : Paramètres constructifs des alvéoles GCR et GER. ....	73
Tableau 4 : Notation comparative des principales méthodes d'auscultation (la note 4 indique la situation la plus favorable) (AFTES 2005). ....	77
Tableau 5 : Taux de survie des capteurs mécaniques 2 ans après leur installation (Yven 2017). .....	79
Tableau 6 : Retour d'expérience d'EDF sur la fiabilité des ECV (Mei 2016). ....	82
Tableau 7 : Retour d'expérience sur l'auscultation de deux barrages employant des ECV (Rosin-Corre, Noret, et Bordes 2012). ....	83
Tableau 8 : Caractéristiques mécaniques d'un ECV C110 (Roctest et Telemac 2005).....	84
Tableau 9 : Paramètres d'entrée du modèle de calcul par éléments finis. ....	86
Tableau 10 : Influence de la densité du maillage sur les déformations obtenues par les ECV.	87
Tableau 11 : Organisation de la Base De Données. ....	98
Tableau 12 : Calcul de la formule de Bayes pour une observation de la déformation O de $1,681 * 10^{-3}$ . ....	110
Tableau 13 : Résultats du modèle inverse pour l'individu 1 ( $40^\circ$ , $88^\circ$ , $129^\circ$ et $155^\circ$ ). ....	123
Tableau 14 : Résultats du modèle inverse pour l'individu 4 ( $64^\circ$ , $201^\circ$ , $239^\circ$ et $274^\circ$ ). ....	123
Tableau 15 : Calcul de la dispersion pour une contrainte cible de 12 MPa. ....	125
Tableau 16 : Calcul de la dispersion pour une contrainte cible de 15 MPa. ....	126
Tableau 17 : Influence des hyperparamètres des AG sur la position des ECV et la fonction objectif.....	129
Tableau 18 : Première génération d'individus (générés aléatoirement). ....	131
Tableau 19 : Evaluation de l'individu 1 par modèle inverse et fonction objectif.....	133
Tableau 20 : Evaluation de l'individu 4 par modèle inverse et fonction objectif.....	133

Tableau 21 : Evaluation d'un individu par modèle inverse et fonction objectif pour des lois de déformation de 500 tirages.....	134
Tableau 22 : Population en fonction des résultats de la fonction objectif.....	135
Tableau 23 : Population courante avec les résultats de la fonction objectif.....	135
Tableau 24 : Calcul de la probabilité de chaque individu (Tableau 23) en fonction des résultats de la fonction objectif.....	136
Tableau 25 : Chromosomes en angle binaire des individus sélectionnés.....	137
Tableau 26 : Combinaisons des croisements possibles de tous les individus sélectionnés et assignation d'une "probabilité" à chacun.....	138
Tableau 27 : Assignation des "probabilités" de chaque individu sélectionné.....	139
Tableau 28 : Insertion des individus enfants évalués dans la population parent.....	140
Tableau 29 : Population initiale pour la génération 2. ....	140
Tableau 30 : Solution finale de l'exemple à la dixième génération.....	141
Tableau 31 : Résultat de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour $\alpha = 0$ pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples d'ECV.....	146
Tableau 32 : Résultats extrêmes de la fonction objectif pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples de capteurs.....	147
Tableau 33 : Position des 5 couples d'ECV pour les 10 essais (les doublons ne sont pas notés) de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0$ . ....	149
Tableau 34 : Position des 6 couples d'ECV pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0$ . ....	150
Tableau 35 : Evolution des résultats de la fonction objectif $f$ en fonction du nombre de couple d'ECV et de la rigidité du sol encaissant. ....	151
Tableau 36 : Position des capteurs en fonction de leur nombre et de la rigidité du sol encaissant. ....	152
Tableau 37 : Résultats du modèle inverse pour 3 couples de capteurs aux angles $22^\circ$ , $53^\circ$ et $352^\circ$ et la première rigidité.....	152
Tableau 38 : Résultats du modèle inverse pour 3 couples de capteurs aux angles $8^\circ$ , $54^\circ$ et $186^\circ$ et la deuxième rigidité. ....	153
Tableau 39 : Différences de résultats du modèle inverse pour les deux rigidités $k_1$ et $k_2$ . ...	153
Tableau 40 : Evolution des résultats de la fonction objectif $f$ en fonction du nombre de couples d'ECV et du coefficient $\alpha$ . ....	154
Tableau 41 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 4 couples d'ECV. ....	155
Tableau 42 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 5 couples d'ECV. ....	156

Tableau 43 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 6 couples d'ECV. ....	156
Tableau 44 : Probabilité d'apparition des angles privilégiés, quel que soit le nombre de couples de capteurs à mettre en place et/ou la valeur du coefficient $\alpha$ .....	157
Tableau 45 : Comparaison des résultats de la fonction objectif pour les mêmes positions de cages, en fonction de la méthode POIN PROC ou ELEM CONTENANT. ....	167
Tableau 46 : Pourcentage des différences de rayon appartenant à chaque contrainte en fonction de l'intervalle considéré autour des cages de capteurs. ....	169
Tableau 47 : Résultats de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour $\alpha = 0,25$ pour les 10 essais de placement de 4 à 10 cages de 3 ECV. ....	170
Tableau 48 : Position des 5 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0,25$ . ....	171
Tableau 49 : Position des 6 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0,25$ . ....	172
Tableau 50 : Evolution des résultats de la fonction objectif $f$ en fonction du nombre de cages de 3 ECV et du coefficient $\alpha$ .....	173
Tableau 51 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 4 cages. ....	174
Tableau 52 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 5 cages. ....	175
Tableau 53 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 6 cages. ....	175
Tableau 54 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0,25$ .....	178
Tableau 55 : Angles de répartition minimale et maximale des cages de capteurs en fonction du nombre de cages et de la valeur du coefficient $\alpha$ . ....	179
Tableau 56 : Résultat de l'emplacement optimal des 5 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ . 184	
Tableau 57 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0$ .....	228
Tableau 58 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0,5$ .....	230
Tableau 59 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0,75$ .....	231
Tableau 60 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 1$ .....	232

# *INTRODUCTION*

## *Contexte*

Face aux problématiques de changement climatique et aux enjeux énergétiques, la question de l'utilisation de l'énergie nucléaire et de la gestion des déchets radioactifs en résultant fait l'objet de débats sociétaux importants. En effet, de nombreux pays utilisant l'énergie nucléaire se retrouvent face au problème de gestion de ces déchets, et aujourd'hui d'après différentes études (Alexander et McKinley 2011, CoRWM 2018), (Department of Business, Energy & Industrial Strategy 2018), (NAGRA (National Cooperative for the Disposal of Radioactive Waste) 1983), (Yucca Mountain Project 1984) la meilleure alternative semble être le stockage en couche géologique profonde.

En France, c'est l'Agence Nationale pour la gestion des Déchets Radioactifs (Andra), qui est en charge d'assurer la gestion et les bonnes conditions de stockage de ces déchets. S'il est approuvé, le projet de Centre de stockage Industriel Géologique profond (Cigéo), sera une installation nucléaire construite en souterrain, pour les déchets Haute Activité (HA) et Moyenne Activité Vie Longue (MAVL). Les contraintes de ce projet exigent un stockage progressif des colis de déchets sur 100 ans et la réversibilité sur la période d'exploitation, soit au minimum 100 ans. Pour cela, il est nécessaire d'assurer la surveillance des déformations structurales de cet ouvrage par une instrumentation performante et une optimisation de l'emplacement des capteurs en vue de mesurer la convergence des alvéoles (apparentés à des tunnels) dans lesquels les déchets radioactifs seront stockés.

Dans le domaine du génie civil, la démarche de surveillance pour prédire l'évolution d'une structure a déjà été mise en place depuis plusieurs années en référence à une citation du prix Nobel de physique Richard P. Feynman « Knowledge is of no real value if all you can tell me is what happened yesterday. It is necessary to tell what will happen tomorrow »<sup>1</sup>. La surveillance est un élément fondamental d'une politique de gestion des ouvrages. Elle permet de suivre le comportement des ouvrages et de programmer des opérations de maintenance utiles à la conservation du patrimoine. La surveillance peut faire appel à des techniques de mesures ou d'instrumentation (Godart 2000). À l'heure actuelle, plusieurs ouvrages de génie civil sont

---

<sup>1</sup> « La connaissance n'a aucune valeur réelle si tout ce que vous pouvez me dire, est ce qui s'est passé hier. Il est nécessaire de dire ce qui se passera demain. »

instrumentés, mais l'essor ces dernières années des moyens de traitement de données permet de repenser les méthodes de suivi et notamment de placement de capteurs dans les structures. C'est pourquoi l'Andra, dans le cadre du projet Cigéo, souhaite développer une méthodologie d'optimisation du placement des capteurs pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage de déchets radioactifs. Pour l'Andra, la surveillance des ouvrages est une exigence des autorités de sûreté. La surveillance est différente de l'observation qui vise à scruter les phénomènes, les événements, ... pour les étudier et en tirer des conclusions. L'observation est un souhait de l'Andra et n'a pas d'aspect réglementaire.

## ***Problématique***

Cette thèse vise à répondre à la problématique de l'Andra sur la surveillance des ouvrages dans le cadre du projet Cigéo.

### *Problématique de l'Andra*

L'instrumentation du projet Cigéo consistera en un système mis en œuvre dès la construction et maintenu au-delà des premières fermetures partielles d'alvéoles. L'objectif de l'instrumentation sur les alvéoles MAVL est la surveillance pour la détection d'événements critiques pour la sûreté d'exploitation mais également le suivi de paramètres critiques pour la réversibilité, comme la convergence.

Le système d'auscultation envisagé doit respecter :

- une durée de fonctionnement pluri-décennale (réduction de la plage de variation pour une grande précision et limite de la dérive des capteurs),
- l'inaccessibilité aux dispositifs d'auscultation placés dans les ouvrages (limite de la maintenance des instruments),
- les conditions favorables à la sûreté sur du long terme qui ne devront pas être dégradées par les instruments,
- les conditions d'environnement localement agressives (température, chimie, irradiation,...).

L'accent est placé sur la vérification des évolutions phénoménologiques afin de :

- vérifier les connaissances intervenant dans l'évaluation de sûreté à long terme,

- observer les évolutions des ouvrages vis-à-vis des conditions d'environnement,
- surveiller certaines évolutions susceptibles d'influer sur la sûreté d'exploitation.

Pour trouver un équilibre entre les besoins d'observation et de surveillance, les contraintes de mise en œuvre et les coûts afférent à l'auscultation des ouvrages, l'Andra cherche à maintenir une densité de dispositifs d'auscultation raisonnable (Lesoille et Buschaert 2012).

### *Problématique de la thèse*

L'observation et la surveillance des alvéoles doivent répondre aux besoins de connaissances nécessaires à l'exploitation du stockage d'une part et à sa gestion réversible d'autre part. Elles contribuent également aux analyses de sûreté en exploitation et après fermeture.

En vue de la gestion des risques liés à la déformation des alvéoles, le projet de thèse porte sur **l'optimisation de l'instrumentation pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage** en s'appuyant sur le développement d'outils de traitement des données et d'aide à la décision, au moyen d'un couplage des modèles mécanique, probabiliste et décisionnel. Ce travail doit permettre de définir l'instrumentation optimale (nombre et emplacement des capteurs) pour les alvéoles de stockage MAVL. Cette optimisation repose sur trois étapes :

- **La détermination des déformations de la structure.** Il s'agit de connaître les déformées d'une section alvéolaire en fonction des paramètres d'entrée comme la contrainte du sol encaissant.
- **L'association d'une ou plusieurs mesures pour pouvoir en discriminer la cause.** Il s'agit de construire une fonction inverse afin de déterminer la cause à l'origine de la déformation à partir de mesures in situ. Les incertitudes de mesure seront intégrées durant cette phase.
- **L'optimisation de l'instrumentation.** Il s'agit de proposer une méthodologie permettant d'optimiser le nombre et l'emplacement des capteurs.

Ce travail de recherche est décomposé en quatre chapitres. Le premier est consacré à l'état de l'art sur la détection de dommages dans les structures, les différentes méthodes d'optimisation de placement de capteurs et les modèles inverses permettant de retrouver les causes à partir des conséquences. Le chapitre 2 présente le cas d'étude (le Laboratoire Souterrain du projet Cigéo), les capteurs à utiliser pour l'optimisation et la mise en place d'un modèle numérique. Le

troisième chapitre se focalise sur la méthodologie d'optimisation. Les différentes pistes explorées ont permis de mettre en place un modèle inverse afin de trouver la contrainte à l'origine d'une déformation ou de retrouver la forme d'une section d'alvéole déformée. La mise en place de l'optimisation par algorithme génétique est également exposée dans ce chapitre. Le quatrième et dernier chapitre est dédié aux résultats.

Ainsi, pour optimiser le nombre et la position de capteurs dans une section d'alvéole, la méthodologie développée dans les chapitres suivants peut être résumée à la Figure 1.

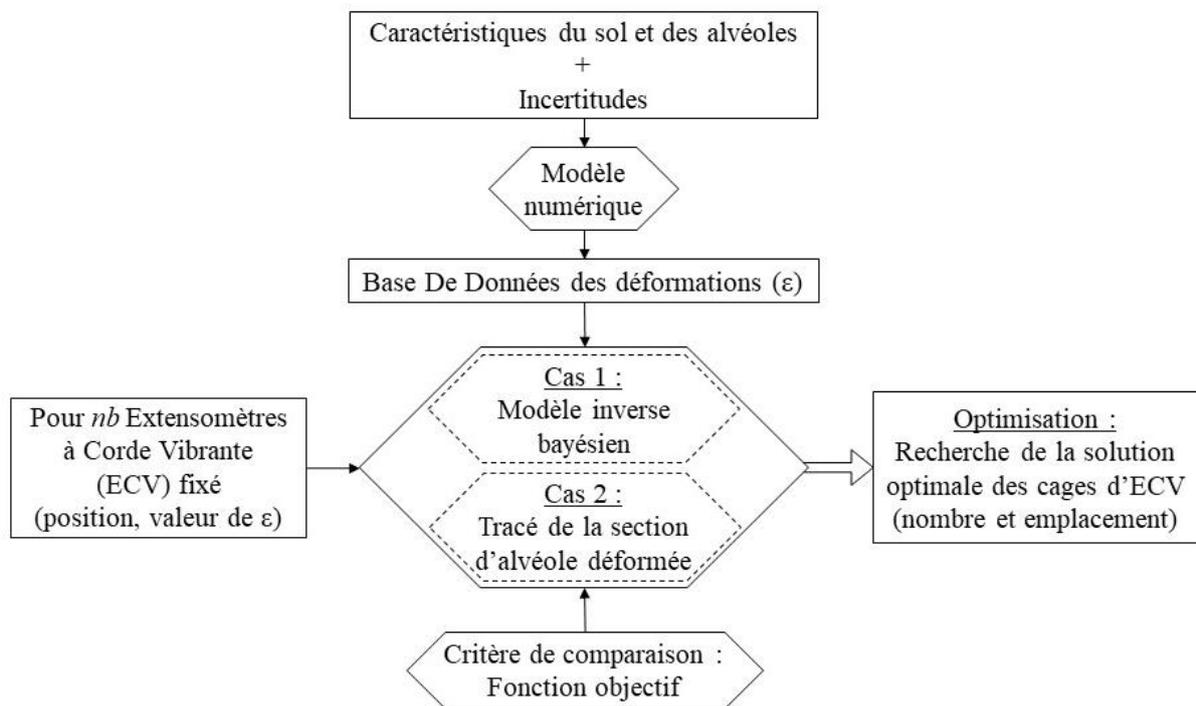


Figure 1 : Méthodologie globale pour répondre à la problématique sur l'optimisation du nombre et de l'emplacement de capteurs dans une structure.

## **CHAPITRE 1.     *ÉTAT DE L'ART***

Toutes les structures se dégradent avec le temps pour diverses raisons comme la fatigue, les effets de l'environnement et les événements extrêmes. Lorsque les dommages ne sont pas détectés, les structures peuvent avoir une marge de sécurité réduite et une défaillance en service. En conséquence, le manque d'intégrité des systèmes structuraux endommagés peut entraîner des pertes humaines et matérielles. Les préoccupations concernant l'état des structures existantes ont motivé de nombreuses études sur la détection des dommages à l'aide de diverses méthodes d'évaluation. Ceci rentre dans le cadre de la surveillance<sup>2</sup> de la santé des structures (SHM), dont la première notion apparaît dans les années 1970<sup>3</sup>. La surveillance de l'état d'une structure est un processus scientifique d'identification destructive ou non des caractéristiques en temps réel, ou quasi-réel, de la condition physique d'un ouvrage à l'aide d'un système sensoriel (Ihn 2006). Le but de cette surveillance est de déterminer la capacité d'une structure à continuer à remplir les fonctions souhaitées.

Pour surveiller l'état d'une structure, il est nécessaire de pouvoir mesurer la présence ou l'absence de dommages (§1.1). Ces dommages peuvent être définis comme des modifications du matériau et/ou des propriétés géométriques d'un système mécanique ou structural, y compris des modifications des conditions limites. Ils vont avoir des effets négatifs sur les performances actuelles ou futures du système (Ihn 2006). Pour une structure, pour que son état de santé permette au gestionnaire de prendre des décisions de maintenance, cet état doit être obtenu à partir d'une évaluation structurale optimisée (§1.2). L'optimisation permet de maximiser les renseignements à partir d'un minimum de données, et les essais permettant d'avoir ces données doivent être fiables. Selon l'AFNOR, la fiabilité est l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans les conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminée (AFNOR 1984). Les données étant les résultats de l'évaluation des structures, elles sont les conséquences pour lesquelles il faut retrouver les causes (§1.3). Dans ce cas, un modèle inverse, en opposition à un modèle direct qui donne les conséquences à partir des causes, peut être mis

---

<sup>2</sup> La surveillance est un dispositif passif, informationnel, qui analyse l'état du système et fournit des indicateurs. La surveillance consiste notamment à détecter et classer les défaillances en observant l'évolution du système, puis à les diagnostiquer en localisant les éléments défaillants et en identifiant les causes premières.

<sup>3</sup> En 1971 un séisme de magnitude 6,6 a frappé la vallée de San Fernando (sud de la Californie) et a entraîné l'effondrement de deux hôpitaux et notamment de l'hôpital du département des Anciens Combattants. Ce dernier avait été construit en 1925, avant l'entrée en vigueur des codes de construction. Cette catastrophe rappelle que l'intégrité des bâtiments hospitaliers est essentielle à la survie et au fonctionnement d'une société suite à un événement catastrophique (Ulusoy et al. 2012).

en place. Une donnée pouvant être la conséquence de plusieurs causes, l'ajout de paramètres dans les modèles inverses permettent de distinguer les causes entre elles.

À titre d'exemple, dans le cas des ouvrages hydroélectriques, le coût de la surveillance par un système d'auscultation est de 1% à 3% du coût du génie civil, mais avec des particularités considérables selon le type et la complexité de l'ouvrage. Ce ratio, qui ne comprend pas l'exploitation du système est du même ordre de grandeur que pour les barrages en béton (AFTES 2005).

## ***1.1 Instrumentation pour la détection de dommages***

Les dommages à détecter peuvent être de différents types, mais les dommages principalement détectés sont les fissures (Spillman et al. 1993; Rhim et Lee 1995; Jauregui et Farrar 1995; Ravi, et al. 2016; Goi et Kim 2017) et les déformations excessives (Guan et Karbhari 2008; Guratzsch et Mahadevan 2006; Guratzsch 2007). Pour différents types de structures (génie civil, mécaniques, aéronautique,...), les méthodes d'identification des dommages sont classés suivant quatre niveaux (Rytter 1993) en fonction de leur finesse d'analyse :

- Méthode détectant la présence de dommage dans la structure,
- Méthode permettant leur localisation,
- Méthode permettant la quantification de la sévérité du dommage,
- Méthode permettant la prévision de la durée de vie résiduelle de la structure.

Suite à la mesure de dommages dans les structures (§1.1.1), certaines méthodes vont permettre de localiser et de quantifier la sévérité des dommages (§1.1.2) dans le but de prédire la durée de vie résiduelle d'un ouvrage (§1.1.3). Différentes applications numériques permettent de traiter ces problèmes mais très peu sont vérifiées sur des structures in situ.

### ***1.1.1 Méthodes permettant la détection d'un dommage dans une structure***

La détection des dommages peut être obtenue grâce à la mesure directe d'un paramètre, en employant des capteurs tels que des jauges de déformation ou de contrainte, des cordes vibrantes (Kudva et al. 1992; Dinis da Gama 2004; Guan et Karbhari 2008; Zhou et Wu 2017)... Une autre technique consiste à utiliser des méthodes non invasives comme des scans, des mesures électriques ou ultrasoniques (Sbartai et al. 2012; Ravi et al. 2016). La dernière méthode

consiste à détecter des dommages à partir de l'étude du comportement des structures sous une sollicitation maîtrisée.

Pour ce dernier type de méthodes, la technique consiste à exciter la structure à ausculter et à détecter toute modification de sa réponse à cette excitation (Lifshitz et Rotem 1969; Spillman et al. 1993; Doebling et al. 1996; Guratzsch et Mahadevan 2006; Guratzsch 2007; Guan et Karbhari 2008; Abdo 2012; Goi et Kim 2017). Le principe de l'étude par vibration est que les modifications des caractéristiques structurales, telle que la masse, la rigidité et l'amortissement affecteront la réponse vibratoire globale de la structure. Un système de mesure de la vibration produit un signal électrique et les modifications des caractéristiques de cette structure entraînent une modification du signal et donc un décalage de la fréquence de l'onde correspondante entre l'émetteur et le récepteur (effet Doppler). L'analyse des dommages liés à la variation de la fréquence des structures est une pratique courante car les fréquences sont certainement le paramètre modal le plus sensible aux changements, notamment parce que la perte de rigidité a un impact direct sur les valeurs de fréquences (Hamze 2013). La modification se caractérise par l'évolution des paramètres modaux, c'est-à-dire les fréquences, les valeurs d'amortissement et les formes de mode<sup>4</sup> associées à chaque fréquence modale. Des changements se produisent également dans certains paramètres structuraux, à savoir la matrice de masse, d'amortissement, de rigidité et de flexibilité de la structure (Pandey et Biswas 1994). La nature globale des caractéristiques vibratoires présente donc des avantages par rapport aux autres techniques de surveillance de la santé des structures, ce qui signifie qu'une grande structure de génie civil peut être efficacement contrôlée avec un petit ensemble de capteurs.

En ce qui concerne, l'auscultation des tunnels, traditionnellement la méthode la plus courante pour l'évaluation des conditions de stabilité consiste à mesurer la convergence au moyen de systèmes mécaniques ou optiques permettant d'enregistrer des modifications diamétrales ou périmétriques. En 2004, C. Dinis da Gama (Dinis da Gama 2004) ont présenté une méthode de surveillance continue des déformations dans un tunnel durant la construction et la phase de service au moyen de jauges de contraintes et de fibres optiques. Les mesures ont été comparées aux valeurs obtenues par la méthode conventionnelle et ont donné des résultats similaires à ceux pour la surveillance de la convergence. Selon eux, cette méthode a l'avantage de fournir une plus grande polyvalence dans la surveillance continue, moins d'interférence avec des opérateurs

---

<sup>4</sup> La « forme de mode » est la forme de la structure déformée si elle est excitée par une force dynamique qui a la même fréquence que la fréquence dynamique de la structure.

de creusement de tunnel et la possibilité de fournir des signaux d'alarme lorsque des valeurs excessives sont enregistrées.

Dans la majorité des cas, la détection des dommages dans des ouvrages est réalisée à partir de capteurs régulièrement répartis. La détection se fait à un instant  $t$  et les structures ne sont jamais inspectées dans leur globalité. Il s'agit plutôt d'un élément fortement instrumenté et les capteurs sont toujours idéalement placés à proximité du chargement appliqué à l'ouvrage. Les incertitudes sont rarement considérées dans ces travaux.

### *1.1.2 Méthode permettant de localiser et de quantifier la sévérité d'un dommage*

Le second niveau d'identification consiste à partir des dommages détectés à déterminer leur emplacement et leur sévérité qui peut contribuer de manière significative à l'action des gestionnaires (Hamze 2013).

Concernant les méthodes vibratoires, une variation de fréquence peut uniquement refléter un changement global des propriétés du système et elle n'est généralement pas suffisante pour localiser l'origine du changement dans la structure. C'est pourquoi, des méthodes basées sur l'analyse modale<sup>5</sup> ont été développées. Après avoir détecté la présence de dommage dans un tablier de pont, (Guan et Karbhari 2008; Abdo 2012) utilisent une analyse modale comme réponse aux vibrations de la structure et les paramètres modaux identifiés ont été employés comme paramètres d'entrée pour l'algorithme de localisation<sup>6</sup> des dommages. Un modèle éléments finis bien corrélé avec des données modales expérimentales est obtenu par le biais d'une méthode basée sur un modèle physique. Les résultats de la mise à jour ultérieure fournissent des informations détaillées sur l'emplacement et la gravité des dommages et semblent concorder avec les résultats de l'inspection visuelle. L'évaluation expérimentale des formes de mode est parfois insuffisamment précise pour détecter et localiser de petites variations.

D.V. Jauregui et C.R. Farrar (Jauregui et Farrar 1995, 1996) ont réalisé une étude comparative sur cinq méthodes d'identification des dommages grâce à différentes approches vibratoires. Il s'agit de l'indexation du dommage proposé par Stubbs et Kim en 1996 (You et al. 2014), de la courbure du mode de vibration (Pandey et al. 1991), du changement de flexibilité (Pandey et

---

<sup>5</sup> L'analyse modale est l'étude des propriétés dynamiques des systèmes dans le domaine fréquentiel.

<sup>6</sup> L'algorithme employé pour localiser les dommages est EMSDI (méthode de l'indice de perte de charge modale par élément).

Biswas 1994), du changement de courbure de la flexibilité proposé par Zhang et Aktan en 1995 (Ettouney et Alampalli 2011) et du changement de rigidité. La comparaison a porté sur la détection de fissures à partir d'un ensemble de données numériques et expérimentales obtenues dans l'étude d'un pont. Les résultats de cette étude ont mis en évidence que :

- quand le dommage est important, toutes les méthodes détectent le défaut, quelle que soit la finesse du capteur utilisé ;
- quand les dommages ne sont pas graves, l'indexation du dommage est la seule méthode qui détecte la localité du dommage et ce aussi bien avec des capteurs précis que grossiers ;
- une distribution normale est adaptée aux indices de dommage et les valeurs tombant à deux ou plusieurs écart-types de la moyenne semblent être les endroits les plus probables des dommages ;
- les simulations numériques ont fourni les mêmes observations mais les données numériques non bruitées donnent des résultats de moindre qualité par rapport aux expérimentations réelles.

L'indexation du dommage fait partie des méthodes les plus précises pour plusieurs auteurs (Alvandi et Cremona 2006; Humar et al. 2006). Par contre, cette technique a deux limites au sens où un seuil doit être fixé arbitrairement pour déterminer s'il y a suffisamment de changement dans les propriétés physiques mesurables d'une structure pour indiquer un dommage et par le fait que la détection des dommages est affectée par le nombre de points du tracé (You et al. 2014).

En 1997, K.D. Hjelmstad et S. Shin (Hjelmstad et Shin 1997) ont proposé un algorithme pour la détection et l'évaluation des dommages grâce à une étude vibratoire sur la base d'une estimation de paramètres comme par exemple le changement de rigidité de certaines barres d'un treillis. Un schéma de regroupement des paramètres est proposé pour localiser les dommages dans un système structural dont les données mesurées sont rares. Les auteurs ont montré que l'algorithme mis en place repère tous les dommages importants, cependant ils précisent que le temps de calcul est proportionnel au nombre d'éléments du modèle structural. Encore une fois, la détection de dommage est réalisée sans optimiser le nombre ou la localisation des capteurs dans la structure.

En 2005, X.Z. Chen et al. (Chen et al. 2005) ont proposé une nouvelle méthode d'identification des dommages structuraux par la théorie du système de gris<sup>7</sup>. Cette méthode consiste à calculer un coefficient permettant de connaître le rapprochement entre deux courbes géométriques. Lorsque la structure d'un ouvrage est endommagée, sa forme géométrique change. L'exemple est pris sur une poutre en porte-à-faux en acier comptant un ou plusieurs dommages avec considération des facteurs de bruit de mesure<sup>8</sup> et des données de test incomplètes. Six à dix capteurs ponctuels de déplacement sont régulièrement répartis sur la structure et permettent ainsi de connaître la courbure de la poutre. Les résultats numériques ont montré que les dommages dans la structure peuvent être localisés correctement et la magnitude des dommages peut être identifiée avec un degré de précision élevé, quel que soit le nombre de mesures de déplacements.

Dans les années 90, l'utilisation des réseaux de neurones s'est développée pour estimer l'ampleur et la localisation des dommages dans les structures. Une vue d'ensemble de ces réseaux de neurones est donnée par C.M. Bishop (Bishop 1994). Grâce aux mesures des capteurs, cette méthode peut permettre de prédire l'emplacement de la zone endommagée sans erreur (Kudva et al. 1992). Mais cette méthode est peu robuste pour permettre la détermination de la taille des défauts. Par ailleurs, aucune procédure automatique ne permet d'estimer le choix optimal du nombre de couches du réseau de neurones. W.B. Spillman et al. (Spillman et al. 1993) utilisent les mesures de trois capteurs comme paramètre d'entrée d'un réseau de neurones dont les trois neurones de sortie ont été associés à l'un des trois emplacements potentiels de dommage afin d'estimer la santé structurale de la poutre. En testant 100 passages par le jeu d'entraînement sur (1) seulement la fibre optique, (2) les deux accéléromètres et (3) les trois capteurs, le réseau de neurones permet d'obtenir 22% de diagnostic correct dans le cas (1), 44% dans le cas (2) et 58% dans le cas (3).

En 1995, J. Rhim et S.W. Lee (Rhim et Lee 1995) ont examiné la possibilité d'utiliser un réseau de neurones artificiel pour détecter l'existence et identifier les caractéristiques des dommages dans les structures composites à partir de l'utilisation d'un modèle éléments finis (MEF) de poutres en porte-à-faux de mêmes dimensions, possédant des propriétés matérielles différentes et classées suivant leurs dommages. Le réseau de neurones développé a permis l'identification de la classe des dommages des poutres. Toutefois, pour ne pas avoir d'erreur lors d'une

---

<sup>7</sup> La théorie des systèmes de gris est une méthode pluridisciplinaire permettant de traiter des dispositifs caractérisés par un manque d'information, et/ou une information médiocre.

<sup>8</sup> Un bruit de mesure est la superposition d'un signal parasite avec un signal utile (l'information à récupérer).

défaillance, le nombre d'entraînements du réseau de neurones doit être assez grand ce qui soulève le problème du coût de la résolution. Les auteurs ont souligné que cette méthode permettait l'utilisation d'un petit nombre de capteurs sans toutefois, préciser ni le nombre ni la position de ces derniers.

En 2007, R.F. Guratzsch (Guratzsch et Mahadevan 2006; Guratzsch 2007) ont utilisé les réseaux de neurones pour détecter des dommages au sein de structures aérospatiales à l'aide de piézomètres. Pour cela, l'auteur utilise une matrice de classification dont le but est de classer, les résultats d'un modèle éléments finis sein et endommagé en fonction de différents paramètres d'entrée tirés aléatoirement. À l'aide de cette matrice, il est possible d'estimer : la probabilité de fausse alarme<sup>9</sup>, la probabilité de détection manquée<sup>10</sup>, la probabilité de classification correcte<sup>11</sup> et la probabilité de mauvaise détection<sup>12</sup>. La simulation intègre des incertitudes géométriques et des propriétés matérielles sous forme de lois normales dont la moyenne et le coefficient de variation sont connues. L'étape de détection des dommages se fait suivant des capteurs régulièrement répartis sur une plaque d'aluminium. Les résultats obtenus montrent qu'il est possible de détecter les dommages. En perspective de ce travail, l'auteur propose néanmoins d'ajouter de la redondance en plaçant un capteur supplémentaire sur la structure de sorte qu'il surveille la réponse des capteurs restants.

Les travaux réalisés sur la détection de dommages se basent essentiellement sur une répartition régulière des capteurs. Par ailleurs les caractéristiques telles que le module d'Young et la masse volumique des éléments de la structure sont considérées comme mesurées avec suffisamment de précision pour ne pas mettre d'incertitude dans le modèle numérique et l'incertitude sur les capteurs de mesure n'est pas précisée.

### *1.1.3 Méthode permettant la prévision de la durée de vie résiduelle*

Le quatrième et dernier niveau d'identification des dommages doit permettre de prédire la durée de vie résiduelle d'un ouvrage. Bien que cette information soit ce vers quoi les scientifiques cherchent à aboutir, très peu d'applications sont disponibles. Le diagnostic<sup>13</sup> est une clé pour

---

<sup>9</sup> La probabilité de fausse alarme est la probabilité qu'une structure saine soit classée comme endommagée.

<sup>10</sup> La probabilité de détection manquée est la probabilité qu'une structure endommagée soit classée comme saine.

<sup>11</sup> La probabilité de classification correcte est la probabilité de classer un ouvrage dans son état structurel approprié.

<sup>12</sup> La probabilité de fausse détection est le complément de la probabilité de classification correcte.

<sup>13</sup> La fonction de diagnostic se décompose en deux fonctions élémentaires : localisation et identification des causes. La localisation permet de déterminer le sous-ensemble fonctionnel défaillant tandis que l'identification de la cause consiste à déterminer les causes qui ont mené à une situation anormale.

permettre la gestion des ouvrages par opposition à une simple surveillance. Alors que la surveillance permet seulement de connaître l'état de santé d'une structure à un instant  $t$  donné, le diagnostic rentre dans le cadre de la maintenance prévisionnelle. Il a pour objectif d'estimer la durée de fonctionnement avant apparition du dommage ou la durée de vie résiduelle ainsi que le risque d'existence ou d'apparition ultérieure d'un ou plusieurs dommages (Ihn 2006).

En 2017, H. Baji et al. (Baji et al. 2017) étudient une stratégie de maintenance optimisée en fonction des coûts et des risques pour les structures de tunnel. L'idée est de trouver une solution optimale permettant de prédire quand, où et comment entretenir la structure d'un tunnel pour assurer son fonctionnement séculaire. La défaillance<sup>14</sup> d'une structure peut être modélisée comme une combinaison de systèmes en série pour les composants non redondants et des systèmes parallèles pour les composants redondants. La probabilité de chaque défaillance est déterminée par une méthode de fiabilité dépendant du temps (la défaillance n'est pas seulement aléatoire mais son taux est aussi variable dans le temps). Les modes de défaillance les plus courants dans les tunnels sont : la convergence, le suintement d'eau, les fissures et la perte de résistance. Pour chaque action de maintenance, le composant le plus influent du système est identifié et l'action de maintenance est effectuée seulement sur ce composant. La recherche du temps optimal, suivant les contraintes données, est une procédure itérative que des algorithmes intelligents et itératifs<sup>15</sup> peuvent résoudre. En dehors des objectifs de répartition des points de mesure, il n'y a aucune notion d'optimisation sur le nombre ou le placement des capteurs dans des galeries souterraines (AFTES 2005).

La détection de dommages emploie essentiellement des capteurs ponctuels régulièrement répartis sur une structure. La suite du chapitre montrera que certains auteurs (Guratzsch 2007) après avoir détectés les dommages optimisent la position de ces derniers. Généralement la recherche sur la détection de dommages est faite pour proposer le meilleur algorithme de résolution et non pour optimiser le nombre et la position des capteurs. La détection des dommages utilise des changements dans les paramètres modaux ou structuraux des ouvrages. Certains adoptent l'apprentissage machine, à l'image des réseaux de neurones, mais ceux-ci ne sont applicables que lorsque les bases de données des simulations sont conséquentes (Carden et Fanning 2004). De plus, les réseaux de neurones sont davantage adaptés aux problèmes de taille moyenne où le temps de résolution l'emporte sur les exigences en termes de qualité de la

---

<sup>14</sup> Une défaillance est l'altération ou la cessation de l'aptitude d'un ensemble à accomplir sa ou ses fonctions requises avec les performances définies dans les spécifications techniques.

<sup>15</sup> Comme les algorithmes génétiques (1.2.2.4).

solution. En effet, les études portent sur un élément de structure comme une poutre ou une plaque et non sur une structure complète. Les auteurs ne prennent que très rarement en compte les bruits de mesure des capteurs.

## ***1.2 Revue des méthodes d'optimisation***

L'étymologie du mot optimisation, vient du verbe anglais *to optimize* consistant à rendre le fonctionnement d'un système le plus favorable possible. En mathématique, un problème d'optimisation consiste à maximiser (ou minimiser) une fonction objectif de  $n$  variables de décision soumises à un ensemble de contraintes exprimées sous forme d'équations ou d'inéquations. L'objectif de l'optimisation dans le cadre de ce projet est de chercher l'instrumentation optimale en termes de nombre et de localisation des capteurs, en vue de satisfaire les exigences en termes de fiabilité des résultats.

En première approche, l'AFTES (AFTES 2005) préconise comme plan d'auscultation des ouvrages souterrains de répartir des points de mesure afin de permettre d'avoir des points représentatifs de chacun des principaux sous-ensembles géotechniques de l'ouvrage. Ceci afin de pouvoir extrapoler les résultats, équiper les points singuliers susceptibles d'avoir un comportement particulier, ausculter rapidement et de façon détaillée les parties d'ouvrages à réaliser en début de chantier pour vérifier les hypothèses des études. Dans les tunnels, il est recommandé d'installer régulièrement des sections de mesures (par exemple tous les 20 / 30 m) selon l'hétérogénéité des terrains afin de pouvoir reconstituer un profil de déformation longitudinal relié aux terrains rencontrés. La redondance entre les méthodes de mesure améliore la fiabilité de la moyenne des mesures et permet de pallier l'éventuelle défaillance des appareils. Néanmoins, ce type d'approche empirique peut aujourd'hui être amélioré par l'utilisation de méthodes d'optimisation.

Après une introduction sur l'optimisation (§1.2.1), les différents métaheuristiques seront présentés (§1.2.2) dans le but de choisir l'algorithme le plus adapté (§1.2.3) à la problématique posée.

### ***1.2.1 Introduction à l'optimisation***

La terminologie d'optimisation est due à Georges B. Dantzig, inventeur de l'algorithme du simplexe (1947) (Sau et Molle, 2017). L'idée de cet algorithme consiste, à partir d'un sommet

d'un polytope<sup>16</sup>, à chercher un sommet voisin qui améliore l'objectif. Il s'agit du principe d'amélioration locale et d'une méthode de résolution itérative utilisant un algorithme naïf (Kleiner 2013). Pour utiliser cette méthode de résolution, il faut commencer par énumérer tous les sommets et si le nombre de sommets est fini, il est possible de trouver la solution.

Par la suite, différentes méthodes d'optimisation ont été développées et Y. Collette et P. Siarry (Collette et Siarry 2011), ont synthétisé sur un graphique (Figure 2) l'ensemble des méthodes existantes pour résoudre les problèmes d'optimisation.

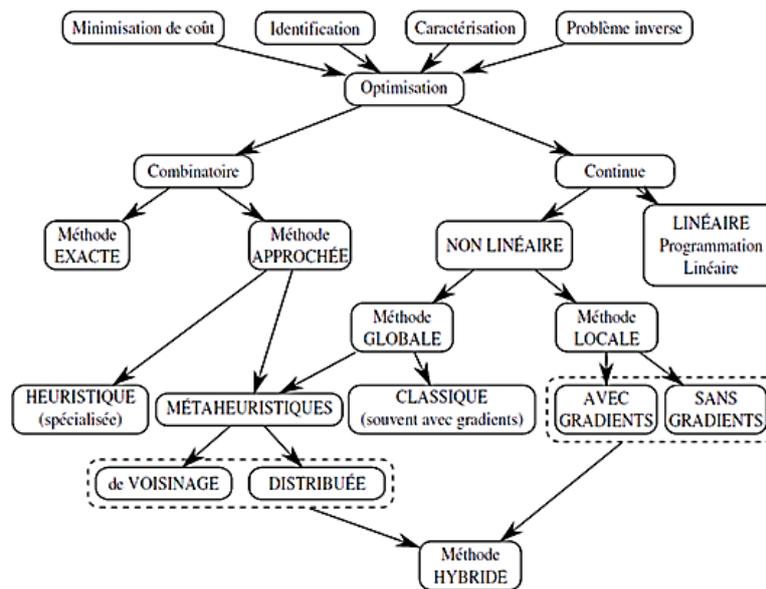


Figure 2 : Graphique hiérarchique des méthodes d'optimisation (Collette et Siarry 2011).

La Figure 2 montre que ces problèmes sont classés en deux catégories : les problèmes d'optimisation combinatoire et les problèmes d'optimisation continue. Une troisième catégorie mêlant ces deux types d'optimisations existe sous le nom de métaheuristiques. Les problèmes combinatoires se distinguent par le nombre fini de solutions. Par exemple, la méthode combinatoire exacte cherche l'optimum global d'une fonction objectif, mais elle ne peut pas s'appliquer si l'espace de recherche est de taille trop importante car elle effectue en général une énumération des solutions de l'espace de recherche. Les méthodes approchées heuristiques ne fonctionnent que pour résoudre un type de problème particulier, pour lequel elles ont été développées. Les méthodes approchées métaheuristiques sont fondées sur une idée générale et peuvent s'adapter à n'importe quel type de problème et donner de très bons résultats. Parmi les métaheuristiques, la distinction est faite entre les méthodes de voisinage qui font progresser une seule fonction à la fois (recuit simulé, recherche tabou,...) et les méthodes distribuées qui

<sup>16</sup> Un polytope est une figure géométrique défini par les contraintes du problème à optimiser.

manipulent en parallèle toute une population de solutions (algorithmes génétiques,...). Les métaheuristiques de voisinage permettent de surmonter l'obstacle des minimas locaux. L'optimisation continue est utilisée lorsque l'espace de recherche est continu. Les méthodes non linéaires globales peuvent également être des métaheuristiques, étant donné que ces derniers sont suffisamment généraux pour être transposés aux problèmes d'optimisation continue. Les méthodes non linéaires locales avec gradient cherchent un minimum local en exploitant le gradient d'une fonction objectif. Sans gradient, les méthodes constructives considèrent une variable après l'autre pour la construction de la solution, tandis que les méthodes stochastiques reposent sur un processus aléatoire. Enfin, la combinaison de métaheuristiques avec des méthodes d'optimisation locale forme les méthodes hybrides. Une fonction objectif (ou fonction de coût ou critère d'optimisation) est le nom donné à une fonction  $f$  qui est la fonction à optimiser par l'algorithme d'optimisation.

Pour une convergence correcte les fonctions objectifs peuvent être résolues, par des méthodes d'optimisation déterministes (comme la méthode du gradient conjugué<sup>17</sup> (Danaila et al. 2003)). Ces fonctions doivent posséder certaines caractéristiques comme la concavité, ne pas avoir de minimums locaux, être continues et dérivables, et ne pas posséder de bruit sur les points de mesures (Collette et Siarry 2011). Lorsque les composants sont de géométrie complexe, des méthodes de résolution approchées sont utilisées. Il s'agit principalement de métaheuristiques.

Devant le nombre fini de solutions pour le problème posé l'optimisation est combinatoire, mais un des problèmes majeurs des méthodes d'optimisation de placement de capteurs dans les structures pour la détection des dommages est que le nombre de solutions de placement potentielles subit une « explosion combinatoire », c'est-à-dire qu'il croît exponentiellement avec le nombre de variables (Dreyfus et al. 2002). Dans ces conditions, les chercheurs utilisent des « heuristiques », qui à défaut de trouver la solution exacte, permettent de proposer de bonnes solutions dont le caractère optimal peut être garanti, dans un temps de calcul raisonnable. La notion de métaheuristiques peut être vue comme une extension du concept d'heuristique. Il s'agit de méthodes génériques permettant d'améliorer les performances des heuristiques en comblant leurs principales faiblesses, notamment par l'intermédiaire de mécanismes leur permettant de s'extraire des optima locaux (Segretier 2013).

---

<sup>17</sup> Le gradient conjugué est un algorithme pour résoudre des systèmes d'équations linéaires dont la matrice est symétrique définie positive. Il fait partie des méthodes de descente, qui ont comme principe commun la recherche du minimum d'une fonction suivant le procédé itératif.

La Société de Calcul Mathématique SA, mandatée par l'Andra en 2016 utilise une technique d'optimisation itérative pour optimiser le placement de capteurs dans des alvéoles MAVL. Leur méthode consiste à calculer numériquement la déformation  $\varepsilon_0$  que l'Extensomètre à Corde Vibrante (ECV) mesure. Ensuite ils calculent ce que l'ECV mesurerait s'il était positionné chaque degré  $\beta$  entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$  et suivant chaque orientation  $\theta$  (orthoradiale et radiale). Le but étant de calculer le pourcentage de combinaisons  $(\beta, \theta)$  ayant obtenu une déformation inférieure à  $\varepsilon_0$ . Les auteurs utilisent les mesures de déformations pour optimiser la position des capteurs en fonction de l'apparition de fissures dans la structure. Les hypothèses du modèle sont : une épaisseur constante du revêtement de 40 cm, un soutènement négligé, toutes les fissures simulées identiques, les capteurs ne peuvent pas se déformer en dehors de leurs axes, le calcul des déformations se fait au niveau du béton en contact avec le sol et enfin, les déformations décroissent linéairement de la surface externe vers la surface interne avec des déformations nulles au niveau de la surface intrados. La structure est supposée encastree à l'intrados. Pour prendre en compte la défaillance des capteurs, ils prennent l'hypothèse que cette probabilité est constante dans le temps et négligent donc le phénomène de vieillissement. Pour des ECV fonctionnant en mode entretenu (§2.2.3), ce taux est de 0,06 panes sur 25 ans. Le taux de défaillance sur 100 ans se calcule donc comme suit (Bellaouar et Beleulmi 2013) :

$$P_{100} = \sum_{k=1}^N (1 - P_{25})^{k-1} * P_{25} \quad [1]$$

avec  $P_{25}$  la probabilité de défaillance sur 25 ans,  $(1 - P_{25})$  la probabilité qu'il n'y ait pas de panne sur 25 ans et  $N$  le nombre d'expérience de Bernoulli ( $N = 4$  car 4 périodes de 25 ans pour avoir la probabilité de panne d'un capteur sur 100 ans). Cette formule ne tient pas compte du vieillissement des capteurs.

La probabilité de panne des ECV est donc de 22% sur 100 ans et celle des fibres optiques est de 84% sur 100 ans (0,37 sur 25 ans). Pour eux, les ECV orthoradiaux sont correctement placés et les ECV radiaux sont non optimaux et placent finalement 8 ECV orthoradialement à l'extrados du revêtement tous les  $45^\circ$  (et d'une fibre optique à l'extrados avec un domaine de détection tous les 0,1 m). Pour l'optimisation longitudinale, le modèle est une galerie de 400 m de long avec un chargement homogène sur l'ensemble de la structure et contenant 6 sections transversales instrumentées. La position des ECV longitudinaux est à  $38,3^\circ$ ,  $141,7^\circ$ ,  $218,3^\circ$  et  $321,7^\circ$ . Les fibres optiques, quant à elles, sont placées à  $0^\circ$  (respectivement  $180^\circ$ ) et  $90^\circ$  (respectivement  $270^\circ$ ). Elles permettent de mesurer les déformations sur toute la longueur de l'alvéole et pas seulement aux emplacements des sections instrumentées. Le choix final est de

positionner les ECV longitudinaux à  $0^\circ$  ;  $90^\circ$  ;  $180^\circ$  et  $270^\circ$  pour créer une redondance avec les fibres optiques car si l'une d'elles tombe en panne, les informations ne seront plus disponibles aux emplacements les plus critiques. Cet exemple se rapproche de la problématique soulevée par l'Andra, mais l'optimisation du placement des ECV sert à détecter des fissures et non à surveiller la déformée globale des alvéoles. De plus, l'optimisation utilise une méthode mathématique itérative de comparaison des déformations et ne s'appuie pas sur la performance d'une heuristique. Certaines hypothèses comme l'encastrement de la paroi intrados des galeries sont fortes et influent sur les mesures de déformations relevées par les ECV. La modélisation ne considère que le revêtement avec une épaisseur constante et seulement une valeur de contrainte horizontale est prise en compte. Les capteurs sont indépendants (il n'y a pas de combinaison entre plusieurs ECV placés au même angle  $\beta$ ) et peuvent seulement être placés à l'extrados ou radialement. Aucune information n'est donnée sur le temps de calcul, ou la complexité de la programmation mathématique. Une solution à un problème décisionnel doit être proposée dans des temps raisonnables sacrifiant parfois la qualité de la solution au sens purement mathématique pour accélérer le processus de résolution. Une heuristique est une stratégie de bon sens pour se déplacer intelligemment dans l'espace des solutions, afin d'obtenir une solution approchée, la meilleure possible, dans un délai de temps raisonnable.

Comme exemple d'optimisation de placement de capteurs grâce à un algorithme heuristique, A. Krause et al. (Krause et al. 2008) utilisent un algorithme glouton<sup>18</sup> pour répondre à un défi<sup>19</sup>, organisé en 2006, afin d'optimiser le placement de capteurs pour la détection de contaminants dans un réseau d'eau. Le but est de placer un nombre limité de capteurs dans un réseau pour minimiser l'impact sur la santé du public suite à une contamination. L'algorithme commence par un placement vide et procède itérativement. Au premier tour, le capteur qui diminue le plus la pénalité est sélectionné. Un test a également été réalisé pour comparer les résultats du temps de détection de l'intrusion entre 100 capteurs placés aléatoirement et 1 à 30 capteurs placés grâce à l'algorithme glouton. Ce dernier donne toujours de meilleurs résultats que le placement aléatoire. Ici les auteurs cherchent, en plus de l'emplacement, le nombre de capteurs optimal à mettre en place. Le nombre d'exécution de l'algorithme glouton pour chaque condition initiale n'est pas précisé, il ne doit donc y avoir qu'une seule exécution.

Les heuristiques sont dépendantes du problème à résoudre, principalement dans le choix du voisinage, d'où la « naissance » d'heuristiques plus poussées : les métaheuristiques, combinant

---

<sup>18</sup> Un algorithme glouton consiste à faire, étape par étape, un choix optimum local.

<sup>19</sup> BWSN : Battle of Water Sensor Networks.

le parcours efficace de l'espace de recherche et l'exploration des zones qui semblent prometteuses.

### 1.2.2 Choix d'un algorithme métaheuristique

Les algorithmes métaheuristiques (Ausiello et al. 1995; Hao et al. 1999) sont basés sur l'utilisation de méthodes stochastiques, ils explorent l'ensemble du domaine de recherche et sont directs (pas de calcul de gradient souvent coûteux). L'avantage des méthodes métaheuristiques est de ne pas calculer la jacobienne<sup>20</sup> et la hessienne<sup>21</sup> de la fonction objectif. Ils permettent également d'optimiser des fonctions discontinues et de s'affranchir des problèmes liés aux minimums locaux. Parmi eux, les algorithmes évolutionnaires sont une famille d'algorithmes métaheuristiques stochastiques s'inspirant des comportements analogues à ceux rencontrés dans la nature. Les avantages de ces algorithmes sont nombreux comme leur mise en œuvre généralement simple et leur robustesse (ils ne sont pas aussi sensibles que les méthodes d'optimisation déterministes). Ils permettent d'intégrer différents types de variables lors de l'optimisation, les calculs peuvent être facilement réalisables en parallèle contrairement à la plupart des autres méthodes et ils permettent de traiter des problèmes multi-objectifs (Jacquenot 2010).

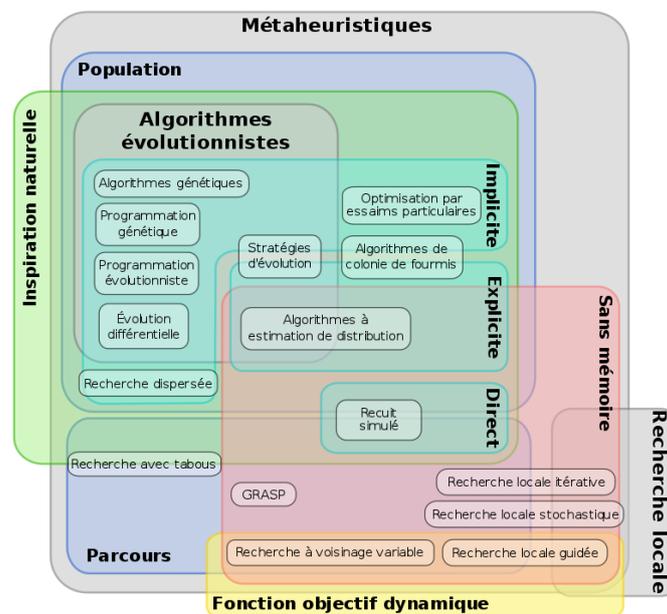


Figure 3 : Classification des algorithmes métaheuristiques (Tabassum et The Society of Digital Information and Wireless Communication 2014).

<sup>20</sup> La jacobienne est la matrice des dérivées partielles du premier ordre d'une fonction vectorielle.

<sup>21</sup> La hessienne est la matrice des dérivées partielles d'ordre 2.

La Figure 3 classe les algorithmes métaheuristiques en fonction de leurs caractéristiques de fonctionnement qui sont basées sur la population (un ensemble d'individus avec chaque individu correspondant à une section d'alvéole instrumentée), l'inspiration naturelle (les algorithmes génétiques qui agissent comme les chromosomes en biologie ou les colonies de fourmis qui cherchent le chemin le plus court entre leur habitat et la nourriture), le parcours (à l'image du randonneur cherchant le fond de la vallée, comme l'algorithme cherchant le minimum d'une fonction) et la mémoire (les algorithmes génétiques ou l'essaim particulaire conservent les meilleurs éléments entre deux itérations de calcul) (Tabassum et The Society of Digital Information and Wireless Communication 2014). Les principales méthodes vont être comparées par la suite afin de choisir l'algorithme d'optimisation à mettre en place pour optimiser le nombre et la position des ECV sur une section d'alvéole. Il s'agit du recuit simulé (RS), de la recherche tabou (RT), de la colonie de fourmis (ACO), de l'algorithme génétique (AG) et de l'essaim particulaire (PSO).

#### **1.2.2.1 Recuit simulé (RS)**

Le recuit simulé est une méthode inspirée d'un processus utilisé en métallurgie. Elle a été mise au point par trois chercheurs de la société IBM, S. Kirkpatrick et al. en 1983 (Kirkpatrick et al. 1983) et indépendamment par V. Cerny en 1985 (Černý 1985).

Il s'agit d'une agitation thermodynamique permettant de franchir les minima locaux avec des sauts aléatoires pour explorer le domaine et une amplitude de sauts se réduisant au cours de la convergence. Cet algorithme nécessite un point initial pris au hasard dans le domaine des solutions possibles et une fonction de la loi de décroissance utilisée. Ce point de départ a pour paramètres une énergie  $E$  calculée en fonction du critère à optimiser et une température  $T$  élevée. Les itérations consistent à faire fluctuer  $E$  dans un intervalle  $[E \pm \delta E]$  avec  $\delta E$  aléatoire jusqu'à atteindre un état d'équilibre pour la température  $T$  donnée. Une fois l'équilibre atteint, la température  $T$  diminue légèrement afin de lancer la recherche d'un nouvel équilibre (Bonomi et Lutton 1988).

Cette méthode d'optimisation converge presque sûrement vers un minimum global. Ses avantages sont la facilité d'implémentation de l'algorithme, sa grande souplesse aussi bien en optimisation combinatoire qu'en optimisation continue, les bons résultats pour les problèmes de grande taille et les fonctions continues non convexes (Préaux, 2018). En contrepartie, ses paramètres sont délicats à régler nécessitant un savoir-faire et de nombreux essais ainsi qu'un temps de calcul important (Greistorfer 2003).

### 1.2.2.2 Recherche tabous (RT)

La recherche tabou se sert de la mémorisation et est présentée par F.W. Glover en 1986 (Glover 1986). Elle a pour but d'améliorer les techniques de recherche locale en intégrant la capacité de mise en mémoire au cours des itérations.

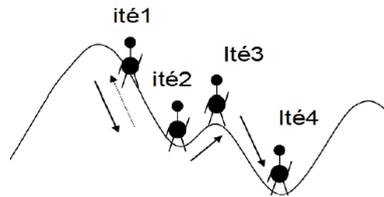


Figure 4 : Illustration de quatre itérations (ité) de recherche tabou pour le déplacement d'un randonneur en fond de vallée (Fontan 2011).

Son principe peut être décrit en prenant l'exemple du randonneur cherchant le fond de la vallée. À la première itération (Figure 4) le randonneur évalue les mouvements autour de sa position et descend. À la seconde itération, si les propositions offertes au randonneur ne sont pas meilleures que sa position, le mouvement de la position 1 à la position 2 ayant été mis en mémoire (le retour à la position précédente est interdit), le randonneur grimpe sur la colline à la position 3 (alors que le critère de convergence n'est pas respecté) ce qui lui permet de s'extraire d'un minimum local (Ayas et Viau 2004). La mise en mémoire des précédents passages du randonneur permet de conserver la position minimale jamais rencontrée. Contrairement au recuit simulé, la recherche tabou peut s'arrêter à tout moment. Les critères d'arrêt possibles peuvent être le nombre d'itérations ou le temps de calcul (Hamza et al. 2018).

Cette méthode nécessite un point initial avec une configuration qui évolue dans le temps. Les avantages de cet algorithme sont : une grande efficacité, un fonctionnement simple à comprendre, une introduction à la connaissance et beaucoup de souplesse. Cependant, ses paramètres sont peu intuitifs et la demande en ressources peut être considérable si la liste des tabous est trop importante. De plus, il n'y a aucune démonstration de la convergence de la méthode et les temps de calcul peuvent être très longs (Hamza et al. 2018).

### 1.2.2.3 Colonie de fourmis (ACO)

Les colonies de fourmis sont basées sur le comportement social des fourmis et le premier algorithme a été développé par M. Dorigo et G. Di Caro dans les années 1990 (Dorigo et Di Caro 1999). En se déplaçant entre le nid et les réserves de nourriture, les fourmis laissent des phéromones sur le sol. Les fourmis les rencontrant acquièrent ces informations et prennent une décision en intégrant ces données (Figure 5).

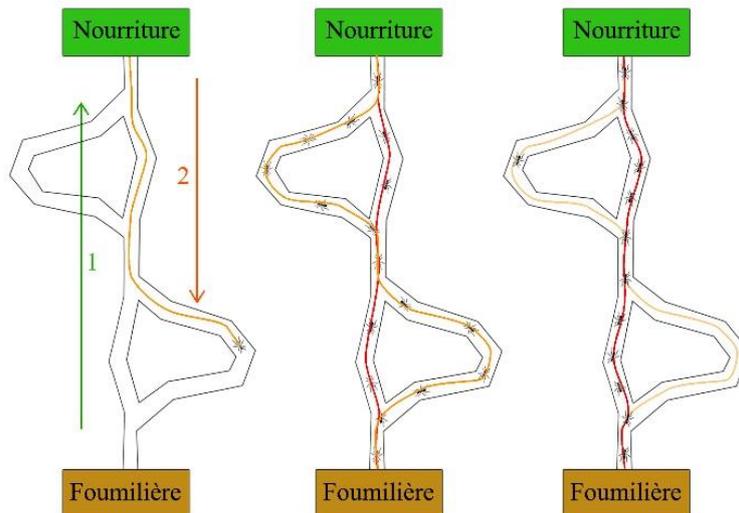


Figure 5 : Illustration du comportement social des fourmis.

La communication indirecte entre les fourmis permet à la colonie de converger vers une solution alors qu'une ou plusieurs fourmis seraient défaillantes (Kaveh et Talatahari 2009). Par exemple, la Figure 5 propose de trouver le chemin le plus court, pour une fourmi, entre la nourriture et la fourmilière. Les fourmis les plus rapidement arrivées à la fourmilière (2), après avoir visitées la source de nourriture (1), sont celles qui empruntent les deux branches les plus courtes. Les fourmis choisissent au hasard l'un ou l'autre des chemins pour aller chercher de la nourriture. En marchant, elles déposent des marqueurs chimiques appelés phéromones. Les autres fourmis suivent le chemin tracé par ces phéromones et plus un chemin est marqué, plus les fourmis ont tendance à le suivre. En empruntant les chemins les plus longs (en passant par l'une ou l'autre des branches les plus longues ou en passant par les deux branches les plus longues), les fourmis vont mettre un certain temps à parcourir la distance entre le nid et la nourriture. Sur le même laps de temps, les fourmis empruntant le chemin le plus court vont être nombreuses. Elles vont donc intensifier la quantité de phéromone sur ce parcours. Lorsqu'il y a plusieurs chemins à leur disposition, elles vont finalement finir par emprunter le chemin le plus court étant donné qu'une piste présentant une plus grande concentration en phéromones est plus attirante. Le chemin le plus court a donc une plus grande probabilité d'être emprunté (Dréo et al. 2003).

Les avantages de cette méthode sont sa très grande adaptabilité ainsi que le fait qu'elle se prête bien à l'hybridation avec une autre heuristique (une solution trouvée par une fourmi est améliorée à l'aide d'une recherche locale avant le dépôt de phéromones). Néanmoins, la colonie de fourmis reste une méthode efficace en recherche locale car la capacité globale des fourmis est faible (critère de distance ne permettant pas aux fourmis d'explorer une solution située loin de leurs positions initiales). Ceci rend la méthode mal adaptée en cas d'espace de recherche

important avec de nombreux minimums locaux. Le temps d'exploitation autour d'un minimum local est grand et ne permet pas d'insister sur les régions les plus éloignées et un état bloquant peut arriver. Cet algorithme compte également un nombre important de paramètres à définir avec une optimisation des paramètres pouvant être fastidieuse et difficile, sans règle générale pour l'automatiser. Le temps d'exécution peut parfois être long avec un coût relativement élevé de la génération des solutions, pouvant être accentué en cas de mauvais choix des paramètres (Préaux, 2018).

#### 1.2.2.4 Algorithme génétique (AG)

L'algorithme génétique est basé sur le principe de survie et de reproduction de Darwin et a été développé par J. Holland en 1975 et popularisé par D. Goldberg en 1989 (Goldberg et Holland 1988). Il s'agit d'une technique d'exploration stochastique. Une population possède des individus qui vont évoluer de génération en génération. Le travail de l'algorithme est réalisé sur une population de points dont les individus sont codés de façon binaire (un chromosome par individu) (Zidani 2013).

Le fonctionnement d'un algorithme génétique est décomposé selon les étapes du schéma suivant :

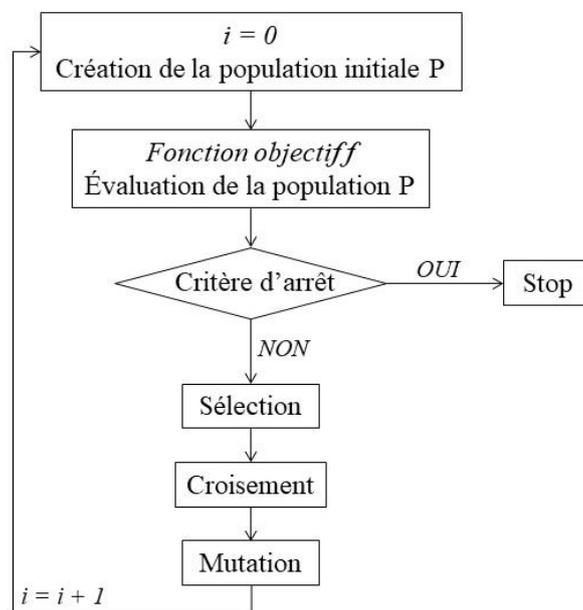


Figure 6 : Principe de fonctionnement des algorithmes génétiques.

Comme le présente la Figure 6, la première étape consiste à créer une population initiale et à évaluer chaque individu. Trois opérateurs vont ensuite permettre la création de nouveaux

individus et ainsi rendre possible le passage d'une génération à la suivante. Il s'agit des étapes de sélection, de croisement et de mutation.

La sélection permet la conservation des individus à fort potentiel et l'élimination des autres. La sélection peut se faire par roulette, par rang ou par tournoi. La roulette correspond à une roue de loterie biaisée avec un secteur par individu et un angle proportionnel à la qualité de chaque individu. La sélection par rang est une variante du système par roulette avec un tri des individus en fonction de leur qualité avant de leur attribuer un rang (rang un pour les individus de moindre qualité) et un angle proportionnel au rang de l'individu représenté. Le tournoi consiste à prendre plusieurs individus au hasard dans la population et à conserver le/les individu(s) de meilleure qualité.

Les individus sélectionnés vont ensuite être croisés et mutés afin de créer la nouvelle génération. L'étape de croisement est une combinaison linéaire des individus avec deux parents donnant « naissance » à deux enfants. Il s'agit de recombinaison des informations en créant un ou plusieurs points de croisement sur les chromosomes des parents afin de générer les enfants.

La dernière étape de fabrication des nouveaux individus est la mutation. Il s'agit d'une modification aléatoire d'une composante d'un individu avec un parent qui va donner « naissance » à un enfant. Le but de cette étape est de palier la disparition d'informations essentielles. Les nouveaux individus vont ensuite être évalués afin de créer la nouvelle génération. Une étape d'élitisme peut être mise en place afin de permettre la conservation des meilleurs individus parents et des meilleurs individus enfants afin de ne pas renouveler l'ensemble de la population à chaque génération. La génération suivante doit conserver une taille de population constant (Lutton 2006).

En 2002, K. Moslem et R. Nafaspour (Moslem et Nafaspour 2002) ont travaillé sur de la détection de dommage pour des treillis (de plusieurs dizaines de mètres) destinés à une utilisation sur du long terme. Ils utilisent un algorithme génétique<sup>22</sup> comparant les caractéristiques dynamiques des structures endommagées et non endommagées. La détection des dommages se fait en deux étapes avec : (1) la localisation des zones possiblement endommagées et (2) la détermination de l'étendue des dommages. Les résultats montrent que l'augmentation de la précision du modèle analytique ne garantit pas la détection des zones

---

<sup>22</sup> Les hyperparamètres de l'algorithme génétique sont : une sélection par roulette, une probabilité de mutation de 0,05, une probabilité de croisement de 0,9 avec 2 points de croisement (1 et 3 donnant de moins bon résultats) et 5000 générations.

endommagées. Dans le cas où un seul composant est endommagé, l'algorithme génétique détecte et donne la bonne ampleur du dommage lorsque la structure est non bruitée, ou avec un bruit réduit (3%). Dans le cas de la présence de plusieurs endommagements, l'algorithme détecte clairement les dommages et leur étendue lorsque les mesures sont non bruitées. Mais lorsque le bruit augmente, l'ampleur des dommages n'est pas bien détectée et des dommages mineurs peuvent être détectés dans des parties non endommagées.

Pour répondre au défi organisé afin d'optimiser le placement de capteurs pour détecter des contaminants dans un réseau d'eau (§1.2.1), différents articles répondant au défi utilisent les AG. Un premier algorithme simule le calcul de l'alimentation, de la concentration et de la distribution en eau pour différents événements d'intrusion de contaminants afin de permettre la création d'une Base De Données (BDD). L'optimisation est basée sur les réponses des contaminations de la BDD sur deux réseaux. J. Guan et al. (Guan et al. 2008) appliquent une fonction objectif simple regroupant les quatre critères de contrôle du concours. Le problème initialement multiobjectif revient à résoudre chaque critère, comme un sous-domaine, afin de trouver un point de jonction au système global. La résolution par AG utilise une sélection par roulette et un choix aléatoire des premiers emplacements de capteurs pour un nombre de capteurs donné. La nouveauté des AG est la résolution par sous-domaine avec une solution optimale finale obtenue par remplacement et amélioration des sous-domaines. A. Preis et A. Ostfeld (Preis et Ostfeld 2008) adoptent une résolution à l'aide d'une fonction multiobjectif. Le front de Pareto leur permet de trouver la solution optimale pour l'ensemble des quatre critères à optimiser. L'espace de recherche est réduit en fonction de la zone d'influence d'un capteur et la BDD et chaque placement est attaché à une combinaison de la BDD contenant la probabilité d'identification de la source de contamination. Les paramètres d'entrée de l'AG sont une probabilité de croisement  $P_c = 0,75$ , une probabilité de mutation  $P_m = 0,07$  et 1600 individus sur 1000 générations. Z.Y. Wu et T. Walski (Wu et Walski 2006) utilisent une fonction multiobjectif pour résoudre le problème avec un scénario de base et trois scénarios dérivés par réseau. Les solutions générées par les différents heuristiques testés sont plus prononcées sur les expérimentations avec un grand nombre d'attaques (Berry et al. 2006).

Pour étudier plus précisément les algorithmes génétiques et l'influence des bruits de mesure, C.G. Koh et M.J. Perry (Perry et al. 2006; Koh et Perry 2010) rédigent, en 2010, un document sur l'identification structurale et la détection des dommages. La simulation est faite sur une structure 2D testée en cisaillement, avec des poutres rigides et des poteaux flexibles réduisant le mouvement à 1 degré de liberté translationnel unique à chaque niveau de plancher. Le bruit

de mesures des accéléromètres, inévitable en SHM (Structural Health Monitoring), est testé sur cette structure avec différents niveaux de bruit (0%, 5% et 10%). Les résultats montrent que l'augmentation du bruit de mesure entraîne une augmentation proportionnelle de l'erreur dans les paramètres identifiés. Dans un second temps, les auteurs testent sur la même structure, la méthode d'AG pour détecter les dommages. Il existe deux scénarios possibles en matière de détection des dommages : (1) les dommages peuvent être identifiés sans mesure préalable de la structure non endommagée, (2) les dommages peuvent être identifiés en utilisant les mesures de la structure non endommagée. Dans le premier cas, la seule possibilité est d'identifier les propriétés structurales et de les comparer à des valeurs théoriques, afin d'identifier l'ampleur et l'emplacement des dommages. Le second scénario permet d'améliorer la stratégie de détection des dommages et l'algorithme génétique permet de quantifier et de détecter les dommages comme une modification de la rigidité de l'élément endommagé. Quelle que soit la taille de la structure et même avec un faible endommagement, l'algorithme génétique retrouve toujours le niveau endommagé. Sur toutes les simulations, 11% des succès sont autour de 40% de réussite pour un faible endommagement dans le cas (1). Les 89% restant ont un succès de détection des dommages supérieur à 70%. Les auteurs ont constaté que le même chargement devait être utilisé sur la structure endommagée et non endommagée pour réduire l'erreur de modélisation pour la détection de dommages mineurs. Avec un niveau de bruit expérimental estimé entre 1% et 10%, les dommages simples ou multiples avec 4% de dommages sont identifiés dans presque 100% des cas. Dans le cas d'une combinaison de gros et de petits dommages, les dommages importants peuvent être facilement identifiés mais pas les dommages mineurs. Il est à noter que la qualité des résultats est proportionnelle au bruit de mesures. Le temps d'exécution des calculs n'est par contre jamais abordé. Il apparaît donc que les AG sont capables de détecter des dommages même pour des structures de taille importante.

Après avoir détecté des dommages grâce à un réseau de neurones, R.F. Guratzsch (Guratzsch 2007; Guratzsch et Mahadevan 2010) utilise un algorithme génétique pour optimiser la position des trois piézomètres sur une plaque d'aluminium. Cette optimisation emploie indépendamment la probabilité de fausse alarme, la probabilité de détection manquée, la probabilité de classification correcte et la probabilité de mauvaise détection puis fait une combinaison de chacune d'elles. Les résultats obtenus montrent qu'il est possible d'avoir une bonne optimisation de la disposition des capteurs. Même si la solution varie pour les différentes fonctions objectif, les réseaux de capteurs optimaux, en dehors de la maximisation de la probabilité de classification correcte, sont pratiquement identiques et robustes au sens qu'elles

sont insensibles aux faibles variations des incertitudes. Par ailleurs, l'auteur ajoute que la dégradation des performances du capteur n'affecte pas l'optimisation du placement de ce dernier du fait que cette dégradation est indépendante de l'emplacement. Quelles que soient les conditions auxquelles les capteurs sont soumis, l'optimisation de leurs placements permet de détecter les dommages dans les boulons. Il apparaît donc que les algorithmes génétiques permettent d'optimiser correctement le placement des capteurs pour de la détection de dommage dans des structures.

O. Banimelhem et al. (Banimelhem et al. 2013) emploient les algorithmes génétiques pour le déploiement de nœuds dans un réseau de capteurs sans fils. Le but est de maximiser la couverture en réduisant ou éliminant les trous qui sont formulés après déploiement initial de nœuds stationnaires. Dans ce cas, les AG permettent de maximiser la couverture de détection en trouvant le nombre minimum de nœuds mobiles supplémentaires et leurs meilleures positions sur le terrain. La proportion du nombre de capteurs devant la taille de la surface et le nombre de cible fait qu'un capteur détecte entre 3 et 6 cibles et peut être mis en place tous les 20 m<sup>2</sup> à 40 m<sup>2</sup>. De nombreux choix sur la position du dit capteur sont donc possibles devant la surface à couvrir. Les AG permettent de répondre à la question de ce problème de grande taille.

F. Domingo-Perez et al. (Domingo-Perez et al. 2016) ont travaillé sur de la détermination de placement de capteurs sur une plaque à l'aide d'un algorithme génétique multiobjectif. Cinq mesures de performance issues de la matrice de covariance de la position estimée sont d'abord définies et évaluées pour un point unique. En supposant des mesures normalement distribuées, la matrice de covariance représente un ellipsoïde de la position estimée, contenant la bonne position avec une certaine probabilité. En répétant l'évaluation de l'ensemble des performances pour tous les points d'une grille suffisamment dense, les auteurs peuvent prédire une mesure de performance pour l'ensemble de la région d'intérêt.

En 2017, K. Zhou et Z.Y. Wu (Zhou et Wu 2017) ont publié un article sur l'optimisation de l'emplacement des jauges de contrainte pour l'évaluation des performances structurales pour un grand nombre de degrés de liberté. Les auteurs développent des fonctionnalités pour enrichir la flexibilité de l'outil Optimization (basé sur l'algorithme génétique) du logiciel DarwinSHM (DarwinSHM 2019). L'idée est de calculer le changement de réponse de la déformation de la structure due aux dommages et ainsi de placer les jauges pour capturer autant de dommages que possible. La méthode a été appliquée sur une section réelle du pont routier Varrazano Narrows Bridge à New York. Seuls les éléments de poutres et de contreventements en acier du tablier sont considérés. La conclusion de cet article sur l'optimisation d'un nombre de capteurs

donné est que la majorité des jauges placées sont localisées dans les zones de passage des camions (points d'applications des forces ponctuelles). Selon eux, pour amplifier la divergence d'une telle disposition spatiale, il faudrait augmenter le nombre de capteurs, ou la complexité du modèle, ou le raffinement du maillage. La même année, H. Baji et al. (Baji et al. 2017) utilisent une métaheuristique par algorithme génétique pour optimiser le choix du composant à réparer à partir de simulations numériques ayant permis la création d'une base de données des dommages sur 100 ans.

En 2019, P.A. Wrigley et al. (Wrigley et al. 2019) travaillent sur l'optimisation de la disposition de modules dans un réacteur nucléaire à l'aide d'un AG. Le but est de maximiser la taille de petits réacteurs modulaires standardisés, pour le transport, et d'optimiser le travail hors site afin de réaliser des économies de coût et de calendrier. La méthode consiste à regrouper les composants en modules, à décider de la disposition des modules dans le réacteur pour finir par décider de l'arrangement des composants dans les modules. L'exemple est pris sur la centrale nucléaire de Shearon Harris car les données sont publiques. Une première étude a été réalisée sur la réorganisation de la matrice pour regrouper les composants et les affecter de manière heuristique à de grands modules, avant d'arranger ces modules dans le réacteur. Une économie de 15% sur les investissements est obtenue.

Avec ce type d'algorithme, la solution peut être relative et l'on peut avoir de bons résultats très rapidement (des optimums locaux) plutôt qu'avoir un résultat parfait (l'optimum global) après un temps indéfini. Les avantages de la méthode sont une exploration efficace, une convergence rapide, d'excellentes performances à faibles coûts, une grande faculté d'adaptation et la possibilité de traiter des espaces de recherche importants. Ils ont également l'avantage de ne pas calculer la dérivée d'une fonction objectif pour trouver une solution au problème posé. Il est donc inutile de simplifier le dit problème pour trouver des expressions mathématiques traitables. En contrepartie, les capacités exploratoires peuvent être limitées et l'algorithme se trouve parfois bloqué dans un minimum local sans arriver à en sortir. Ainsi, certains auteurs réalisent plusieurs fois les mêmes calculs d'optimisation afin de trouver le vrai minimum de la fonction. Une solution intermédiaire pourrait être de réduire le nombre de répétitions du même calcul (25 tests identiques pour (Perry et al. 2006; Koh et Perry 2010)) et de prendre les meilleures solutions de chaque test pour faire un calcul final suivant ces meilleures solutions afin de trouver la solution globale. Il n'y a cependant pas de garantie quant à l'obtention de la solution optimale. Les paramètres d'entrée de l'algorithme sont également difficiles à fixer (Voinot 2006).

### 1.2.2.5 Essaim particulaire (PSO)

L'essaim particulaire est inspiré du comportement social des animaux évoluant en essaim et fut présenté par J. Kennedy et R. Eberhart en 1995 (Kennedy et Eberhart 1995). Il présente des similarités avec les colonies de fourmis et prend exemple sur la collaboration des animaux entre eux. Chaque particule est positionnée, aléatoirement ou non, dans l'espace de recherche. A chaque itération, les particules bougent en fonction de trois composantes : leur vitesse actuelle, leur meilleure position et la meilleure position obtenue dans leur voisinage. Le principe est de déplacer les particules pour qu'elles trouvent l'optimum (Bombrun et Sene 2011).

Les avantages de cette méthode sont la conservation de l'ensemble de l'essaim sans sélection, la grande capacité de partage d'information entre les particules, la convergence rapide de l'algorithme après une implémentation facile ainsi qu'une recherche globale très efficace. Chaque particule garde en mémoire ses anciennes meilleures valeurs ainsi que celles de ses meilleurs voisins. Par contre, une mauvaise particule peut se trouver comme leader à l'itération suivante dans le cas de minimum locaux très proches ou, au contraire, une particule peut être aveugle de la solution en cas d'espace de recherche très « plat ». L'algorithme a des difficultés à contrôler l'équilibre entre l'exploration (investigation globale) et l'exploitation (recherche fine autour de l'optimum). Il faut définir un espace de recherche en plus d'une fonction objectif. Les paramètres sont définis de façon empirique avec une quantité de particules en fonction de l'espace de recherche et un rapport entre la capacité de calcul de la machine et le temps maximum de recherche. Trouver les meilleures valeurs de certains paramètres n'est pas une tâche facile et peut différer d'un problème à l'autre. Ce paramétrage peut entraîner une convergence prématurée causée par des individus qui vont attirer l'essaim vers un optimum local ou une mauvaise initialisation de l'essaim. Le programme va également prendre le temps de recalculer les nouveaux voisins de chaque particule à chaque itération (Boukhalfa et Naimi 2017).

En 2011, M. Fontan (Fontan 2011) a travaillé sur le placement optimal de capteurs dans des structures à l'aide d'un algorithme métaheuristique par essaim particulaire (PSO). L'exemple est pris sur une poutre sur trois appuis élastiques soumise à un chargement réparti avec les inconnues  $k$  (la raideur de chaque appui) à identifier. Son travail se décompose en deux parties avec en premier l'optimisation de la position des capteurs permettant d'identifier les paramètres  $k^{23}$ . À l'issue de l'identification de ces paramètres mécaniques, les déplacements de la structure

---

<sup>23</sup> Les hyperparamètres de l'algorithme PSO sont 50 particules testées sur 35 itérations.

sont calculés avec les paramètres identifiés. Les déplacements prédits sont utilisés pour le second calcul<sup>24</sup>, en comparant ces déplacements aux mesures *in situ*. Pour la première fonction objectif, l'auteur constate qu'un nombre d'itérations compris entre 35 et 50 permet d'assurer une convergence efficace tandis qu'une valeur supérieure augmente le temps de calcul sans pour autant ajouter une précision de manière proportionnelle au coût de calcul. L'influence du bruit sur les mesures est évaluée en utilisant une variable aléatoire distribuée suivant une loi normale  $N(0, \varepsilon)$ <sup>25</sup>. Le niveau de bruit des capteurs est simulé en fonction de  $\varepsilon$  (avec  $\varepsilon = 0\%$  pour un capteur parfait,  $\varepsilon = 1\%$  pour un capteur très précis,  $\varepsilon = 3\%$  pour un capteur peu précis et  $\varepsilon = 5\%$  pour un capteur imprécis). Pour un test sur 20 itérations non bruitées ( $\varepsilon = 0\%$ ), les raideurs identifiées ne sont pas toujours identiques. Les moyennes sont très proches des valeurs de référence et la dispersion est très faible. Cette dispersion est due au fonctionnement de l'algorithme et elle pourrait être d'autant plus grande que la fonction objectif présente des minimums locaux proches du minimum global ou que la fonction objectif est de la forme Rosenbrock<sup>26</sup> (Clerc 2005). Les deux fonctions objectif sont imbriquées et les tests sont réalisés pour 4 à 10 capteurs. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure 7 et montrent l'apparition de trois zones dites majeures<sup>27</sup>. Ces zones sont à proximité des trois appuis de la poutre où les raideurs doivent être identifiées. Il y a toujours au moins un capteur dans chacune de ces zones et les capteurs supplémentaires ont tendance à se répartir dans les zones intermédiaires.

---

<sup>24</sup> Dans cette seconde partie, les hyperparamètres de l'algorithme PSO deviennent 20 particules sur 15 itérations.

<sup>25</sup> La loi normale est centrée et a pour écart-type  $\varepsilon$ .

<sup>26</sup> Une fonction de la forme Rosenbrock est une surface très plane avec un algorithme ayant des difficultés à converger.

<sup>27</sup> Les zones majeures concentrent la majorité des capteurs (encadrés verticaux violets).

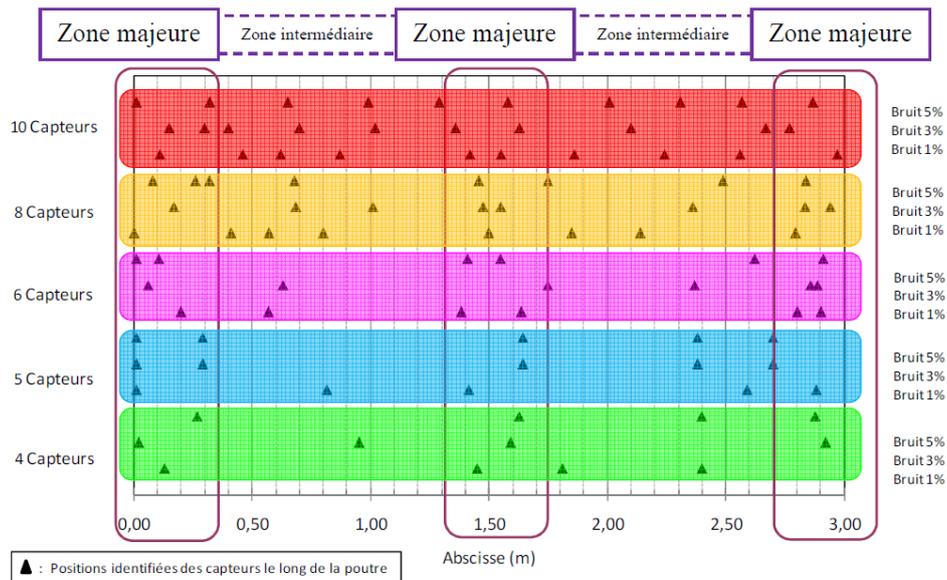


Figure 7 : Position des capteurs dans le cas d'une poutre sur 3 appuis (Fontan 2011).

L'axe horizontal représente la longueur de la poutre et les différentes zones colorées correspondent aux résultats en fonction du nombre de capteurs testés (vert pour 4 capteurs, bleu pour 5, violet pour 6, jaune pour 8 et rouge pour 10). Les différentes lignes dans chaque zone horizontale sont les valeurs de bruit de mesures testées.

L'algorithme PSO n'est répété qu'une fois pour chaque condition initiale, sauf pour 5 capteurs avec un bruit de mesure de 3% quand l'algorithme est répété 10 fois (Figure 8). Pour cette figure, les différentes zones majeures sont toujours présentées et chaque ligne correspond au placement optimal des 5 capteurs le long de la poutre sur les 10 essais de l'algorithme.

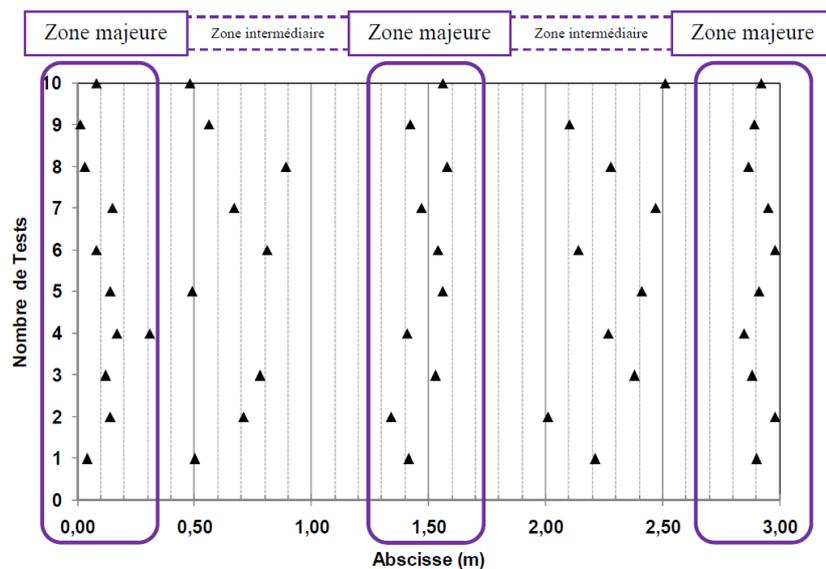


Figure 8 : Répétabilité de l'algorithme PSO pour avoir la position optimale de 5 capteurs pour un bruit de mesure de 3% (Fontan 2011).

Le processus est relativement stable dans les zones majeures, mais les positions des capteurs dans les zones intermédiaires sont plus variables. Il conclut sur le fait que les métrologies les plus coûteuses (le plus de capteurs avec un maximum de précision) ont une probabilité plus élevée d'identifier avec succès les paramètres mécaniques (pour 10 capteurs et un bruit de 1% la probabilité est de 85%). Malgré un bruit important (5%), si la position des capteurs est judicieuse ou si le nombre de capteurs est important, la réponse des déplacements estimés est relativement proche de celle des déplacements de référence. Dans son exemple, la position est prédominante sur le nombre et la précision des capteurs. Sa thèse montre qu'en faisant varier le nombre d'itérations de l'algorithme, le temps de calculs peut rapidement devenir très important et l'amélioration du résultat n'est pas proportionnelle. Malgré une convergence de l'algorithme pour chaque condition initiale testée, la répétabilité de l'optimisation fluctue.

### *1.2.3 Comparaison des algorithmes d'optimisation et choix d'une méthode*

Une étude comparative des différentes techniques métaheuristiques, présentées précédemment, a été réalisée par K. Hammouche et al. sur un exemple de seuillage d'image (Hammouche et al. 2010). Les algorithmes ont été testés sur six images représentant six situations différentes (une personne, des légumes, une maison, un bateau, un lac et un avion) en niveau de gris, de dimension  $256 * 256$  pixels. Il y a eu 50 exécutions pour chaque image avec un seuil variant de 1 à 4. L'expérimentation consiste à rechercher des valeurs des niveaux de seuil pour chaque image et chaque algorithme. Les résultats de la fonction objectif pour une recherche exhaustive sont ensuite comparés, ainsi que le temps d'exécution et le nombre moyen d'itérations pour atteindre le critère d'arrêt sur les 50 générations. Toutes les populations comptent 100 individus.

Le Tableau 1 ci-dessous est un résumé des résultats obtenus. Le nombre d'itérations varie en fonction des algorithmes pour avoir des résultats comparables. La taille de la population a une grande influence sur les temps de calcul. Les valeurs rouges sont les optimums en temps, nombre d'itérations et variance, pour les cinq méthodes métaheuristiques. Toutes les méthodes sont comparables en terme de solution quand le seuil est petit (2). Quand il augmente, les meilleurs résultats sont obtenus pour les méthodes AG et PSO qui convergent vers la même solution avec une faible variance et en peu d'itérations. Ces algorithmes sont également plus robustes et plus précis que les autres. L'algorithme PSO est plus efficace en temps d'exécution.

Type d'algorithme	Nombre de paramètres	Taille de la population	Nombre d'itérations	Nombre de seuils	Temps moyen (ms)	Nombre d'itérations moyen	Variance moyenne
Algorithme Génétique (AG)	5	100	1000	2	1,35	1,47	$1,23*10^{-16}$
				3	6,67	10,38	$4,83*10^{-17}$
				4	30,41	32,76	$3,98*10^{-17}$
				5	228,3	325,4	$1,42*10^{-4}$
Essaim particulaire (PSO)	7	100	1000	2	1,45	<b>1,35</b>	$1,23*10^{-16}$
				3	<b>4,63</b>	<b>7,4</b>	$4,83*10^{-17}$
				4	<b>9,68</b>	<b>15,78</b>	$3,98*10^{-16}$
				5	<b>79,89</b>	<b>139,8</b>	$1,02*10^{-4}$
Colonies de fourmis (ACO)	4	100	10000	2	3,65	4,86	$1,23*10^{-16}$
				3	644,6	985,6	$4,83*10^{-17}$
				4	6883,6	9391,4	$5,52*10^{-5}$
				5	8680,8	9982,8	$2,39*10^{-4}$
Recuit simulé (RS (SA))	4	/	10000	2	38,02	/	$1,23*10^{-16}$
				3	180,21	/	$4,83*10^{-17}$
				4	4144,4	/	$4,21*10^{-6}$
				5	5534,4	/	$2,88*10^{-5}$
Recherche tabou (RT (TS))	3	100	10000	2	<b>0,99</b>	9,5	$1,23*10^{-16}$
				3	628,1	5096	$9,69*10^{-3}$
				4	1047,6	8108	$1,95*10^{-4}$
				5	1258,4	9156	$3,52*10^{-4}$

Tableau 1 : Résumé sur les conclusions de l'article sur le seuillage d'images en niveau de gris en fonction des algorithmes testés AG, PSO, ACO, RS et RT (Hammouche et al. 2010).

En 2010, F. Khoshahval et al. (Khoshahval et al. 2011) ont évalué les performances des méthodes AG<sup>28</sup> et PSO pour le fonctionnement efficace et la gestion de combustible dans des réacteurs d'eau pressurisés (PWR). L'objectif est de comparer l'efficacité et l'efficience des deux techniques pour optimiser le placement de combustible frais et brûlés dans un réacteur, tout en assurant que le schéma de chargement soit satisfaisant pour diverses contraintes. Les paramètres d'entrée testés sont : 10, 20 et 50 individus/particules pour la population initiale sur 100 et 80 générations/itérations. En raison du comportement stochastique des algorithmes, les codes sont exécutés 10 fois afin d'évaluer les méthodes. Le Tableau 2 résume une partie des résultats.

<sup>28</sup> Sélection par roulette.

Test	Algorithme		Individus/ Particules	Génération/ Itérations
	AG	PSO		
<b>Résultat de la fonction objectif</b>	0,368	0,373	50	80
<b>Convergence</b>	36	75	20	100
<b>Convergence</b>	8	53	50	80
<b>Temps d'exécution</b>	850 s	450 s	10	100

Tableau 2 : Résumé des conclusions de l'article sur l'optimisation de placement de combustibles dans un réacteur à l'aide des deux méthodes AG et PSO (Khoshahval et al. 2011).

Les deux méthodes AG et PSO sont adaptées à ce type de problème et l'algorithme génétique converge en moins de générations que l'essaim particulaire. Le temps de calcul augmente linéairement avec le nombre de générations pour les deux techniques mais l'accroissement est plus rapide pour l'AG. Le plus long temps d'exécution de cette méthode peut s'expliquer par l'étape de croisement appliquée. La première phase de ce croisement consiste à évaluer la fonction objectif pour chaque individu puis d'insérer ces derniers dans la population parent courante. Tous les individus parents et enfants sont ensuite triés en fonction de leurs résultats de fonction objectif et une valeur spécifiée des individus enfants est utilisée comme taux de croisement pour la génération suivante. Si, à chaque génération, les individus enfants étaient employés juste après leur production (sans les évaluer et les trier suivant leurs résultats à la fonction objectif), le délai de calcul pourrait être inférieur à celui de la méthode PSO car, dans ce cas il y a communication entre les particules pour chaque itération.

Les métaheuristiques d'optimisation sont utilisées dans de nombreux domaines d'application de placement de capteurs. Devant leurs performances et les résultats présentés ci-dessus, AG et PSO semblent être les techniques privilégiées. K.J. Aval et S.A. Razak (Aval et Razak 2012) précisent que les algorithmes génétiques et l'essaim particulaire sont les deux techniques les plus utilisées pour résoudre des problèmes d'optimisation dans les WSN. Malgré un nombre d'hyperparamètres plus important à régler, ces deux algorithmes donnent les optimums des fonctions en un minimum de temps et avec un faible nombre d'itérations. Les algorithmes RT, RS et ACO finissent par trouver des résultats très proches des autres méthodes (AG et PSO) mais pour un temps de calcul bien plus important. Ce temps de calcul augmente de 60% à plus de 99% par rapport au plus faible temps de calcul (suivant PSO) pour trouver la solution optimale (Hammouche et al. 2010). Dans le travail de thèse sur l'optimisation du placement des capteurs, le temps de calcul est un paramètre important. Entre AG et PSO, PSO a un temps de calcul plus faible, inférieur de 31% à 65% pour le premier article (Hammouche et al. 2010) et

inférieur de 47% pour le second (Khoshahval et al. 2011). La répétition des calculs suivant les mêmes conditions initiales n'est pas appliquée par conséquent, les solutions apportées peuvent être seulement des optimums locaux (travaux de Perry et al. 2006; Koh et Perry 2010 et travaux de Fontan 2011 en parties 1.2.2.4 et 1.2.2.5 qui sont les seuls à parler de la répétabilité des résultats). Le réglage des hyperparamètres étant empirique, celui-ci peut être long et fastidieux. Aussi entre les deux méthodes privilégiées AG et PSO, AG paraît préférable du fait du nombre de paramètres plus faible à régler. Pour optimiser le placement de capteurs, les incertitudes ne sont que rarement abordées (Perry et al. 2008 ; Koh et Perry 2010 ; Fontan 2011) et la plupart des articles s'appuient seulement sur des simulations numériques (Moslem et Nafaspour 2002 ; Guan et al. 2008 ; Preis et Ostfeld 2008 ; Wu et Walski 2006 ; Banimelhem et al. 2013 ; Zhou et Wu 2017 ; Wrigley et al. 2019). Les applications expérimentales ou sur des structures réelles sont bien moindres (Guratzsch 2007 ; Guratzsch et Mahadevan 2010).

### ***1.3 Revue des modèles inverses et focalisation sur l'approche bayésienne***

Les premiers problèmes inverses remontent à la fin du 18<sup>ième</sup> siècle avec les travaux de Laplace, Legendre et Gauss. L'un de leurs buts était d'estimer la trajectoire des planètes et des comètes d'après les observations astronomiques faites depuis la Terre (Tarantola 2005). D'après la théorie de la gravitation, établie un siècle plus tôt par Newton, les scientifiques disposaient d'un modèle dont il fallait estimer les paramètres (un champ de gravité) d'après les données (des distribution de masses)<sup>29</sup>. Pour cela, ils ont été amenés à développer des techniques d'optimisation pour ajuster ces paramètres, de sorte que l'erreur entre le modèle et les données soit minimum. A cause de leur simplicité, les méthodes issues des moindres carrés<sup>30</sup> de Gauss ont été popularisées. Laplace (Laplace 1771), en utilisant la théorie des probabilités développées auparavant, redécouvre et généralise le théorème de Bayes<sup>31</sup>, sans connaître les travaux de celui-ci.

---

<sup>29</sup> Par exemple, étant donné la répartition de la masse à l'intérieur de la Terre, il est possible de prédire, de manière unique, les valeurs du champ de gravité autour de cette dernière (modèle direct). Mais il existe différentes distributions de masse qui donnent exactement le même champ de gravité dans l'espace, donc le problème inverse a plusieurs solutions.

<sup>30</sup> La méthode des moindres carrés permet de comparer des données expérimentales, généralement entachées d'erreur de mesure, à un modèle mathématique censé décrire ces données.

<sup>31</sup> Théorème de Bayes du nom du mathématicien qui l'établit le premier (pour des distributions uniformes) dans un écrit paru en 1763 (Bayes 1763).

Après une présentation des modèles inverses (§1.3.1) et de leurs principes de fonctionnement, différents modèles seront illustrés (§1.3.2) avant de choisir, un modèle inverse suivant le principe de Bayes (§1.3.3).

### 1.3.1 Introduction sur les modèles inverses

Deux problèmes sont dit « inverses l'un de l'autre » si la formulation de l'un implique tout ou parti de la solution de l'autre (Keller 1976). Une autre définition est qu'un problème inverse permet de déterminer les causes à partir des effets et répond à un problème appelé direct, qui consiste à déduire les effets à partir des causes. L'étude des problèmes directs est plus courante et les problèmes inverses posent des difficultés particulières. Depuis Newton, les scientifiques posent et résolvent des problèmes dont les causes sont données afin de connaître les conséquences. En opposition, une conséquence peut provenir de différentes causes et pour distinguer ces solutions les unes des autres, il est essentiel de posséder des informations complémentaires. Le succès de la résolution d'un problème inverse consiste à reformuler, sous la forme de la minimalisation d'une fonction d'erreur entre les mesures réelles et les mesures du problème direct (Kern 2002). Les progrès réalisés dans le domaine des codes de calcul numérique autorisent une modélisation très fine des déformations des matériaux (modèle direct). Avec l'utilisation combinée des méthodes d'optimisation et de modélisation, il devient possible de confier l'identification des paramètres rhéologiques à une procédure automatisée. Il s'agit de faire appel à une méthode d'analyse inverse associée au problème direct (Tillier 1998). C.G. Koh et M.J. Perry (Koh et Perry 2010) présentent la différence entre un modèle direct et un modèle inverse dans les structures (Figure 9) :

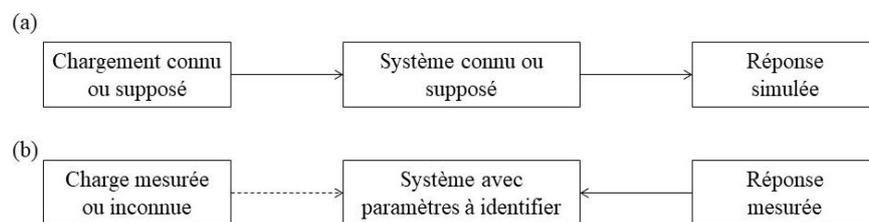


Figure 9 : (a) Analyse directe (simulation); (b) Analyse inverse (identification); (Koh et Perry 2010).

J. Hadamard (Hadamard 1936) aborde la notion de problème « *bien posé* ». Dans ce cas, la solution existe, est unique et est continue / stable. Si par contre, un système analogue d'équations du premier degré en nombre égal à celui des inconnues possède un déterminant nul, ce système sera impossible ou indéterminé. Dans ces conditions, le problème est dit « *mal posé* ». Cela signifie qu'une mesure, compte tenu de la plage d'incertitude qui l'accompagne,

peut correspondre à plusieurs paramètres du modèle direct, ces dernières pouvant être éloignées les unes des autres. En ajoutant des informations *a priori*, le système doit permettre de faire un choix parmi les différentes solutions.

F. Soulez (Soulez 2008) présente, d'un point de vue méthodologique, les deux tendances des problèmes inverses :

- L'approche analytique repose sur une modélisation continue de système de manière à obtenir des formules d'inversion analytiques qui seront appliquées numériquement.
- L'approche probabiliste utilise des outils probabilistes permettant, au besoin d'introduire une information *a priori* pour déterminer la solution la plus probable ou la densité de probabilité des solutions. Les données, le modèle et l'objet à estimer sont déjà discrétisés.

Comme le principe d'un modèle inverse est d'identifier les variables d'entrées d'un modèle mécanique à partir des valeurs de sortie connues ; pour une étude d'ouvrage, un modèle inverse consiste à déterminer les paramètres à identifier depuis des mesures effectuées sur la structure sous chargement statique ou dynamique. Ces mesures peuvent être des déplacements, des déformations, des rotations ou des accélérations.

### 1.3.2 Différents types de modèles inverses

D'un point de vue mathématique, les problèmes inverses se répartissent en deux grands groupes. D'une part, il y a les problèmes linéaires qui se ramènent à la résolution d'une équation intégrale dans le cas continu ou à la résolution d'un système dans le cas discret. Le recours à l'algèbre linéaire et à l'analyse fonctionnelle permettant d'obtenir des résultats précis et des algorithmes efficaces. D'autre part, les problèmes non linéaires, qui sont le plus souvent des questions d'estimation de paramètres dans les équations différentielles ou aux dérivées partielles. Les problèmes non linéaires peuvent se diviser en deux catégories suivant si le paramètre recherché est un vecteur ou une fonction. Les problèmes non linéaires sont plus difficiles et il existe moins de résultats généraux (Kern 2002).

Les problèmes inverses linéaires donnent la solution exacte d'un problème régularisé en un nombre fini d'opérations. Régulariser un problème mal posé, consiste à le remplacer par un autre bien posé, de sorte que l'erreur commise soit compensée par le gain de stabilité. L'utilisation d'un modèle direct linéaire (élastique, Chapitre 2) et discret pour la résolution de

cette thèse permet de dire il s'agit d'un problème inverse linéaire. Dans ces méthodes de résolution, il existe la factorisation de matrice, la régularisation et les méthodes probabilistes.

### **1.3.2.1 Problème linéaire résolu par factorisation**

Le système  $Mx = y$  avec  $M$  une matrice pas nécessairement carré et régulière à  $m$  lignes et  $n$  colonnes peut ne pas avoir de solutions ou bien en avoir une infinité.

#### **a. Cholesky**

Si  $m < n$ , alors le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues. Parmi les solutions possibles, Cholesky propose de rechercher celle qui minimise la somme des carrés des inconnues. La méthode revient à décomposer la matrice  $M$  en un produit  $M = LL^T$  avec  $L$  une matrice triangulaire inférieure et  $L^T$  sa transposée. Si les éléments diagonaux de  $L$  sont positifs, la factorisation est unique. Le système s'écrit alors  $LL^T x = y$ . En posant  $L^T x = b$ , la première étape de résolution est  $Lb = y$  ce qui fournit le vecteur  $y$ . Puis il faut résoudre  $L^T x = b$  pour obtenir la solution (Brezinski 2005).

Malgré la simplicité de cette technique de résolution, et de son coût raisonnable, elle n'est pas recommandée pour des raisons de stabilité. En effet, la formation de la matrice  $LL^T$  peut faire perdre de l'information (Charles 2014).

#### **b. QR**

Une seconde méthode pour résoudre le système  $Mx = y$  consiste à factoriser la matrice  $M$ , avec  $m \geq n$ , en une matrice orthogonale  $Q$  d'ordre  $m$  et une matrice triangulaire  $R$  d'ordre  $n$ . Pour résoudre  $Mx = y$  il faut décomposer  $M$  en  $Q(R ; 0)$  puis résoudre  $Rx = b_1$  avec  $Q^T y = (b_1 ; b_2)$ .

Cette méthode est bien plus coûteuse que la précédente mais elle est également plus robuste au niveau algorithmique (Charles 2014).

#### **c. SVD**

La décomposition en valeur singulière (SVD, singular value decomposition) n'impose aucune condition de dimension ou de rang. Elle est donc plus généralement applicable que les deux précédentes. La décomposition de la matrice  $M$  de dimension  $m*n$  et de rang  $r$  en valeurs singulières donne :  $M = U\Sigma V^T$  avec  $U$  et  $V$  deux matrices orthogonales de dimensions respectives  $m*m$  et  $n*n$  et la matrice  $\Sigma$  de dimension  $m*n$  nulle, excepté les  $r$  premiers éléments diagonaux strictement positifs (Guérin et al. 2018; Charles 2014). Cet algorithme bien que très stable au niveau de ses résultats donne des temps de calculs encore plus longs que la méthode QR (Kern 2002).

### 1.3.2.2 Problème linéaire résolu par régularisation

Pour les problèmes de taille modérée, les méthodes de régularisation de Tikhonov et la troncature spectrale sont les plus utilisées.

#### a. Tikhonov

La méthode de Tikhonov (Tikhonov et Arsenine 1977) permet de résoudre l'instabilité d'un problème mal posé en introduisant une information *a priori*. Si par exemple pour un problème mal posé, au sens de la troisième condition de Hadamard (c'est-à-dire si le problème n'est pas continu), une information *a priori* est introduite. Pour un coefficient de régularisation<sup>32</sup>  $\epsilon > 0$ , le problème de départ est remplacé par le problème régularisé. Ce problème admet une solution unique et converge vers la solution du problème initial mal posé la plus proche de l'information *a priori*, lorsque  $\epsilon \rightarrow 0$ . Ce problème est bien posé, mais si le coefficient de régularisation est choisi trop petit, le problème de départ et le problème régularisé seront proches donc tous les deux mal posés.  $\epsilon$  est un paramètre délicat à régler (Charles 2014). La méthode de Tikhonov est un théorème avec un intérêt essentiellement théorique. En effet, pour pouvoir l'appliquer, il faudrait connaître le niveau de bruit<sup>33</sup> contenu dans les données. Il ne s'agit donc pas d'une méthode de régularisation optimale (Kern 2002). Pour adapter le paramètre de régularisation au niveau de bruit présent dans les données, deux méthodes peuvent être conçues :

- Si une estimation du niveau de bruit est connue,  $\epsilon$  peut être choisi pour obtenir la convergence. Cette stratégie de régularisation *a priori* suppose de pouvoir estimer le bruit présent dans les données.
- La stratégie *a posteriori* consiste à estimer la valeur convenable pour le paramètre  $\epsilon$  au cours du calcul, en utilisant uniquement les données disponibles.

#### b. Troncature spectrale

La troncature spectrale consiste à tronquer le développement de la décomposition en valeurs singulières (SVD) à un certain rang. Ce rang joue le rôle du paramètre de régularisation  $\epsilon$  de la méthode de Tikhonov. La SVD présentée en partie 1.3.2.1 utilise la factorisation de matrices rectangulaires permettant ainsi d'approximer une matrice par des matrices de rangs plus faibles. Cela peut s'apparenter à une diagonalisation (Kern 2010).

---

<sup>32</sup> La régularisation consiste à modifier légèrement le problème étudié en un autre problème qui possède de meilleures propriétés (Kern 2002).

<sup>33</sup> Le niveau de bruit correspond à l'incertitude contenue dans les données.

### *c. Méthodes itératives*

Pour les problèmes de grande taille, les méthodes précédentes s'avèrent inadaptées car d'une part le nombre d'opérations devient trop grand et d'autre part ces méthodes ne respectent pas les structures des matrices. Une alternative est alors de se tourner vers les méthodes itératives qui construisent une suite de solutions approchées convergeant vers la solution désirée (Kern 2002). Dans le cas non bruité, la suite de solutions approchées converge vers la solution désirée. Dans le cas bruité, la situation est plus compliquée et la suite ne converge généralement pas vers une solution du problème de départ (Charles 2014).

### *d. D'autres applications régularisées*

Dans sa thèse sur les problèmes inverses en élasticité linéaire avec applications à la détection de force et à la caractérisation mécanique, A.N. Reddy (Reddy 2010) utilise le problème d'élasticité de Cauchy<sup>34</sup> dont l'effet connu est la déformation et la cause est la force appliquée. Une méthode directe pseudo-inverse (DPIM) dont la seule différence avec les méthodes de cette époque est la prise en compte de la non-linéarité des cellules. Avec cette méthode, s'il y a du bruit dans les données des déplacements, les résultats sont inexacts et des forces parasites apparaissent aux emplacements où les mesures sont effectuées. Pour supprimer ces forces parasites deux autres méthodes ont été développées. L'une est basée sur une optimisation sous contrainte dans laquelle les déplacements sont ajustés de manière à minimiser les forces parasites (MMSF). Les limites des déplacements perturbés sont définies par l'erreur maximale survenue au cours des expériences. La deuxième méthode, dite de Newton, vise à réduire à zéro les forces parasites au lieu de les minimiser. Des modèles éléments finis avec des forces connues permettent de générer les déplacements aux emplacements sélectionnés. L'auteur montre que dans son cas, la méthode DPIM est la plus défavorable. En supprimant le bruit de mesure, les méthodes MMSF et Newton fournissent une erreur de la variable estimée proportionnelle à celle du bruit dans les mesures d'entrée. Même si la méthode MMSF semble donner de meilleurs résultats que celle de Newton, cette dernière paraît préférable car elle ne nécessite pas de limite de bruit et converge plus rapidement.

#### ***1.3.2.3 Problème linéaire résolu grâce à des méthodes probabilistes***

L'approche probabiliste des modèles inverses est radicalement différente des méthodes de régularisation. L'information sur une variable  $x$  peut être entièrement contenue dans la donnée

---

<sup>34</sup> Les forces de contact entre deux corps élastiques peuvent être connues si les propriétés d'un seul corps élastique sont connues. De petites erreurs dans les mesures peuvent entraîner de grandes erreurs dans les forces estimées. Le problème est mal posé.

d'une fonction de densité de probabilité<sup>35</sup>  $f(x)$ . Dans ce cas, le traitement des problèmes inverses peut être décomposé de la façon suivante :

- Une loi d'erreur sur les mesures  $d$  sous la forme d'une densité de probabilité,
- Des informations *a priori* sur les valeurs inconnues  $p$  (être positif, compris dans un intervalle, ...) qui correspondent généralement à une connaissance qualitative de l'inconnue, également sous la forme d'une densité de probabilité.

Une densité de probabilité *a posteriori* permet de corréler les mesures et les inconnues du fait de l'existence d'un modèle physique  $G$ . Cette jonction peut être interprétée comme l'écriture d'une probabilité conditionnelle « généralisée » (bayésienne), où le supplément d'information est constitué par la relation  $d = G(p)$ . La densité de probabilité *a posteriori*  $F(p, d)$  contient toute l'information disponible sur les mesures  $d$  et les inconnues  $p$  après prise en compte des erreurs de mesure, des informations *a priori* et du modèle physique (Bonnet 2008).

Les méthodes de factorisation permettent de résoudre des problèmes mal posés au sens où une des deux premières conditions de Hadamard (la solution existe et est unique) n'est pas satisfaite. Lorsque la troisième condition n'est pas satisfaite (le problème n'est pas continu), ces méthodes ne sont pas satisfaisantes. Les méthodes de régularisation sont qualifiées de « directes » parce qu'en dimension finie, elles fournissent la solution exacte en un nombre fini d'opérations. Ces méthodes sont seulement utilisées pour des problèmes de taille modérée (Charles 2014). Suivant la thèse de A.N. Reddy (Reddy 2010), le meilleur modèle de régularisation choisi est le modèle DPIM, mais celui-ci donne de bons résultats seulement dans les cas non bruités. Le modèle bayésien présenté par la suite (§1.3.3) a l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance du niveau de bruit, à la différence de la régulation par Tikhonov qui règle le paramètre  $\epsilon$  en fonction de ce niveau de bruit.

### 1.3.3 Modèle inverse bayésien

Comparé aux méthodes de régulation déterministes qui donnent des solutions régularisées mais ne traitent pas les erreurs et les incertitudes, l'inférence bayésienne est une approche naturelle permettant de traiter les problèmes inverses en fournissant une solution régularisée et les incertitudes résiduelles, en tenant compte des incertitudes et erreurs dues au système de mesure

---

<sup>35</sup> La densité de probabilité est l'appartenance d'une variable aléatoire à un domaine.

et bruit additionnel. Le processus d'évaluation bayésien peut être présenté de la façon suivante (Zhu 2012) :

- Modélisation *a priori* : attribution des distributions *a priori*  $p(g/f)$  et  $p(f)$  afin de traduire la connaissance des données  $g$  sachant  $f$  (modèle direct et erreur  $\epsilon$ ) ainsi que l'inconnue  $f$ .
- Calcul de la loi de probabilité *a posteriori* : après attribution de  $p(g/f)$  et  $p(f)$ , ces derniers sont utilisés via la loi de Bayes pour trouver  $p(f/g)$  qui contient toutes les informations des données via  $p(g/f)$  et forme ainsi un *a priori*  $p(f)$ .
- Utilisation de la loi de probabilité *a posteriori* pour déduire l'inconnue  $f$  : les estimateurs les plus utilisés sont le maximum *a posteriori* (MAP) ou l'espérance *a posteriori* (EAP).

Le choix de l'*a priori* correspond au terme de régularisation dans les méthodes d'inversion déterministes. Il doit traduire les informations disponibles tout en étant discriminant pour réduire l'espace des solutions admissibles (loi *a posteriori*). Le calcul bayésien permet d'obtenir une estimation de l'inconnue  $f$  à partir de la loi *a posteriori* grâce à un estimateur. Parmi eux, MAP nécessite une méthode d'optimisation et EAP nécessite une méthode d'intégration. L'optimisation pour le calcul de l'estimateur MAP peut être une méthode de gradient<sup>36</sup>, un algorithme génétique<sup>37</sup> ou du recuit simulé<sup>38</sup>. L'échantillonnage stochastique<sup>39</sup> regroupe un ensemble de méthodes dont l'objectif est d'approcher une distribution de probabilité numériquement. Les méthodes d'approximation analytiques permettent d'approcher la loi *a posteriori* par une autre loi qui facilite le calcul de l'estimateur. En pratique, l'expression analytique s'obtient pour un ensemble limité d'*a priori* comme dans le cas gaussien (Ayasso 2010).

Par rapport à la formulation de Tikhonov, l'approche bayésienne présente plusieurs avantages:

- Le calcul permet d'avoir une loi de probabilité sur l'inconnue  $f$ , ce qui rend possible la définition de son estimation ainsi que de son intervalle de confiance.

---

<sup>36</sup> La méthode du gradient est un algorithme d'optimisation itératif qui procède par améliorations successives. Au point courant, un déplacement est effectué dans la direction opposée au gradient de manière à faire décroître la fonction. La mise en œuvre rapide mais elle peut conduire à des solutions locales en cas de critères non convexes.

<sup>37</sup> Explication de l'algorithme génétique en partie 1.2.2.4.

<sup>38</sup> Explication de l'algorithme recuit simulé en partie 1.2.2.1. Convergence lente quand la taille des données est importante.

<sup>39</sup> L'idée est de tirer un nombre représentatif d'échantillons  $g_i$  selon la distribution  $p$  et de les utiliser pour approcher les paramètres recherchés d'une manière empirique. L'avantage est l'exploration de la loi *a posteriori* permettant ainsi de ne pas être bloqué dans un maximum local. Cependant la vitesse de convergence peut être très faible si la dimension de la loi est grande.

- La représentation statistique de l'inconnue  $f$  permet d'avoir un meilleur choix des lois selon la statistique du problème comme le bruit.
- L'estimation des hyperparamètres<sup>40</sup>, comme les paramètres de régularisation, peut-être incluse. La difficulté à déterminer le paramètre de régularisation affecte les performances d'inversion.
- L'approche bayésienne peut estimer l'inconnue  $f$  et le bruit des mesures. Elle a également la particularité de ne pas être sensible au bruit de modèle (Zhu 2012).

En 2000, M.W. Vanik et al. (Vanik et al. 2000) ont présenté une approche bayésienne pour la surveillance de l'état de santé des structures. Les données mesurées à partir d'une structure sont utilisées pour identifier les paramètres de rigidité. En l'absence de bruit et d'erreur de modèle, les différences entre les modèles identifiés à partir de données non endommagées et potentiellement endommagées indiqueraient un changement dans la structure. En raison des incertitudes, une approche SHM directe n'est pas possible et le problème doit être traité suivant une approche probabiliste. L'inférence bayésienne<sup>41</sup> permet de résoudre le problème de la détermination, de l'existence et de la localisation des dommages en présence d'incertitudes. Le théorème de Bayes est utilisé pour développer une fonction de densité de probabilité pour chaque paramètre de rigidité et est conditionné par les données mesurées.

En 2012, Y. Zhang et W. Yang (Zhang et Yang 2012) ont montré que l'utilisation d'un modèle bayésien permettait d'estimer la taille, la direction et la profondeur des dommages après leurs détections. Ils soulignent que la précision de l'identification du dommage dépend de la taille du maillage du modèle. En 2016, G. Yan et al. (Yan et al. 2016) ont également utilisé une analyse inverse bayésienne pour résoudre un problème d'identification de l'emplacement de l'impact d'une force agissant sur une structure composite. L'algorithme proposé est insensible au bruit de mesure et permet d'identifier les zones d'impact assez précisément. L'avantage de la régularisation bayésienne par rapport à la régularisation de Tikhonov réside dans le fait que la première méthode permet de déterminer automatiquement le paramètre de régularisation optimal grâce à un apprentissage bayésien adaptatif à partir de données mesurées, tandis que la régularisation de Tikhonov nécessite la SVD d'une matrice qui pose des problèmes de coût de calcul et de stabilité de la solution.

---

<sup>40</sup> Un hyperparamètre est un paramètre dont la valeur est définie avant le début du processus d'apprentissage.

<sup>41</sup> L'inférence bayésienne est une méthode inverse permettant de calculer les probabilités de diverses causes à partir de l'observation des événements connus. L'inférence produit une probabilité qui s'interprète comme le degré de confiance à accorder à une cause hypothétique.

La littérature met en évidence que les modèles bayésiens permettent d'identifier les causes à partir des conséquences en donnant la probabilité de chaque cause. Plus le maillage est raffiné, plus les résultats sont probants. La variation du temps de calcul n'est cependant pas spécifiée.

## ***1.4 Synthèse et méthodes retenues***

Pour prévenir les ouvrages des éventuels dommages, de nombreuses études sur la détection de ces dommages ont vu le jour au cours des deux dernières décennies. Les dommages que l'on cherche à détecter sont majoritairement des fissures ou des déformations pour lesquels les capteurs doivent pouvoir détecter la présence, la localisation et la gravité afin de prédire la durée de vie résiduelle de l'ouvrage. La détection de dommages emploie essentiellement des capteurs ponctuels régulièrement répartis sur une structure. La détection de dommages utilise des changements dans les paramètres modaux ou structuraux des ouvrages et certains adoptent l'apprentissage machine des structures saines et endommagées, à l'image des réseaux de neurones, afin de localiser et de donner la gravité de n'importe quel type de dommage. Ces réseaux de neurones sont applicables pour des bases de données conséquentes et des problèmes de taille moyenne où le temps de résolution l'emporte sur les exigences en termes de qualité de la solution. Les bruits de mesure des capteurs ne sont que très rarement pris en compte.

Pour résoudre le problème de l'optimisation du nombre et de la position des capteurs permettant la détection des dommages, différentes techniques peuvent être mises en place. Parmi celles-ci, les métaheuristiques de type AG et PSO sont actuellement les plus répandues et donnent les meilleurs résultats. Cependant, la répétabilité de ces résultats n'est que très rarement abordée. Ces deux algorithmes sont préférés aux algorithmes ACO, RS et RT du fait d'une meilleure robustesse et précision ainsi que de leur convergence rapide. Comparé à la méthode PSO, les AG nécessitent moins de paramètres à régler. Ils n'ont pas de problèmes de particule aveugle de solution en cas d'espace de recherche très « plat » et ils ne nécessitent pas de limitation de l'espace de recherche. Finalement, les AG ont une grande faculté d'adaptation, une exploration efficace du domaine de recherche et donnent la possibilité de traiter des espaces de recherche importants.

Pour l'optimisation du nombre et de la position des capteurs dans une structure, les travaux de recherches optimisent la position de ces capteurs, mais l'influence du nombre de capteurs n'est que rarement évaluée. Le bruit de mesure n'est pas toujours pris en compte mais lorsqu'il est considéré, les auteurs observent l'influence de ces incertitudes sur la position des capteurs, pour un nombre de capteurs donnés. Quelle que soit la méthode de résolution, les algorithmes sont suffisamment robustes pour placer correctement les capteurs en fonction des paramètres recherchés et l'incertitude

de mesure peut ne pas avoir beaucoup d'influence si ces emplacements sont optimaux. La dérive des capteurs au cours du temps n'est jamais prise en compte et très peu de simulations se basent sur des mesures réelles et/ou sont comparées avec une expérimentation. Par ailleurs, le problème de mesure de la convergence d'une galerie souterraine inaccessible en phase d'exploitation utilisant des capteurs ponctuels permettant la libre circulation de colis dans les tunnels n'a jamais été abordé.

Pour récupérer les paramètres inconnus d'une structure ou de son environnement, la plupart des techniques utilisent un modèle inverse dont le but est de retrouver la cause à partir des conséquences. La difficulté des modèles inverses, est que des mesures identiques soient la conséquence de causes différentes. Des informations supplémentaires peuvent permettre de distinguer les causes entre elles. Ici aussi, différentes méthodes de résolution existent et les approches probabilistes avec prise en compte des incertitudes réduisent le nombre de méthodes de résolution. Plusieurs modèles s'appuient sur l'inférence bayésienne. Les modèles inverses sont largement utilisés pour retrouver des informations sur les structures à partir des seules données disponibles, qui sont celles des capteurs en place.

### ***Méthodes retenues***

Dans le cas des alvéoles du projet Cigéo, les seules données disponibles sont les valeurs de déformations des ECV. Ces déformations correspondent aux résultats après application de la contrainte sur les galeries. Il s'agit donc des conséquences dues aux contraintes. Un modèle inverse sera donc mis en place pour retrouver les contraintes à l'origine des déformations observées. L'hypothèse posée est que sur une section d'alvéole, les contraintes appliquées sont constantes. La troisième condition de Hadamard n'est donc pas respectée vu que les valeurs utilisées sont discrètes. La modélisation inverse par factorisation n'est donc pas envisageable. Les valeurs obtenues par les capteurs sont bruitées, sans en connaître le pourcentage exact (variation d'épaisseur du revêtement, incertitude intrinsèque aux capteurs, incertitudes sur leur mise en place, incertitude sur la rigidité du sol encaissant ainsi que de la contrainte appliquée). Devant cette situation, l'approche bayésienne semble la technique de régularisation la plus adaptée pour résoudre le problème inverse présenté par la suite. Le bruit de mesure des ECV et la présence de minimums locaux utilise une fonction objectif difficile et irrégulière ne permettant pas l'utilisation des méthodes classiques de résolution. Le choix s'est porté sur un algorithme métaheuristique pour le calcul de l'optimisation du nombre et de la position des ECV sur une section d'alvéole, le choix s'est finalement porté sur les AG.

## CHAPITRE 2. ÉTUDE DE CAS

L'objectif de ce chapitre est de mettre en place une base de données (BDD) (Figure 10) des déformations obtenues à partir d'un modèle numérique ayant comme paramètres d'entrée les caractéristiques du sol, des alvéoles et les incertitudes d'orientation des capteurs. Cette BDD regroupe l'ensemble des données simulées qui pourraient être mesurées par des capteurs dans les alvéoles. Le contexte et l'environnement géotechnique du projet Cigéo servant de cas d'étude à ce travail est dans un premier temps présenté (§2.1). Par la suite, les capteurs utilisés dans le monitoring des alvéoles du projet seront décrits en mettant en évidence les incertitudes attachées à leurs mesures (§2.2). Enfin, le modèle numérique représentant une alvéole (section de tunnel) est exposé (§2.3).

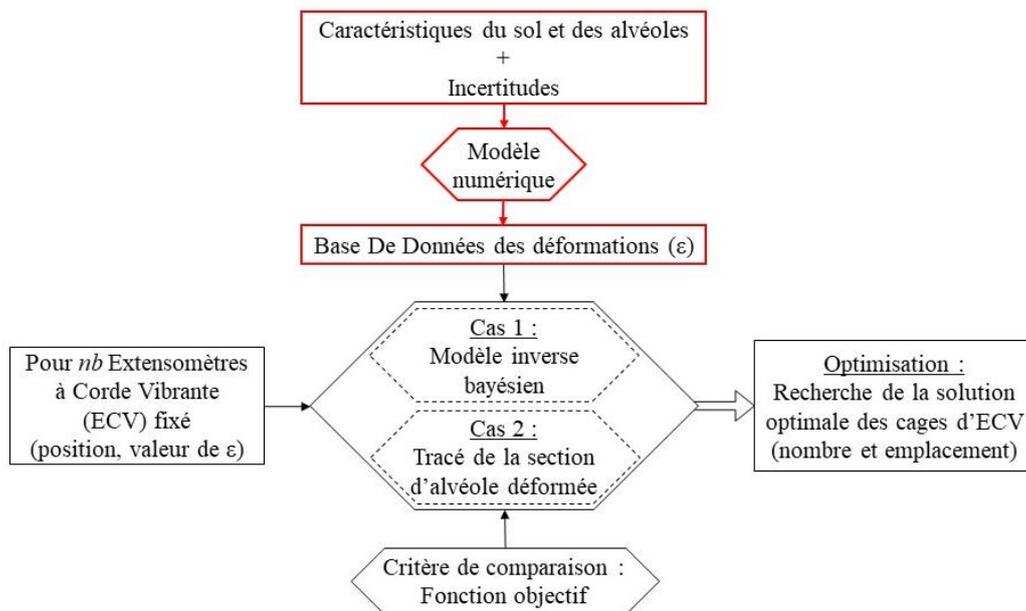


Figure 10 : Méthodologie de création de la Base De Données.

### 2.1 Projet Cigéo et Laboratoire Souterrain

L'Andra en charge de la gestion des déchets radioactifs doit assurer les bonnes conditions de stockage de ces déchets. Dans ce cadre, le projet Cigéo<sup>42</sup> de stockage géologique des déchets radioactifs issus du parc électronucléaire français a été lancé. A l'heure où Cigéo n'est qu'un projet, un Laboratoire Souterrain permet de tester, en conditions réelles, différentes solutions d'alvéoles de stockage et d'instrumentation de ces dernières.

<sup>42</sup> Cigéo est le sigle de Centre Industriel de stockage Géologique.

## 2.1.1 Cigéo : Contexte et Objectifs

### 2.1.1.1 Contexte

Cigéo est le futur Centre Industriel de stockage Géologique qui sera implanté près de Bure, à la limite entre la Meuse et la Haute-Marne. Le projet consistera à stocker, en couche géologique profonde, des déchets radioactifs issus du parc électronucléaire français. Ces déchets sont de type HA (Haute Activité) ou MAVL (Moyenne Activité Vie Longue). Les galeries, exploitées sur plus de 100 ans, se trouvent à 490 m de profondeur, dans une couche de roche argileuse imperméable datant du Callovo-Oxfordien (Figure 11).

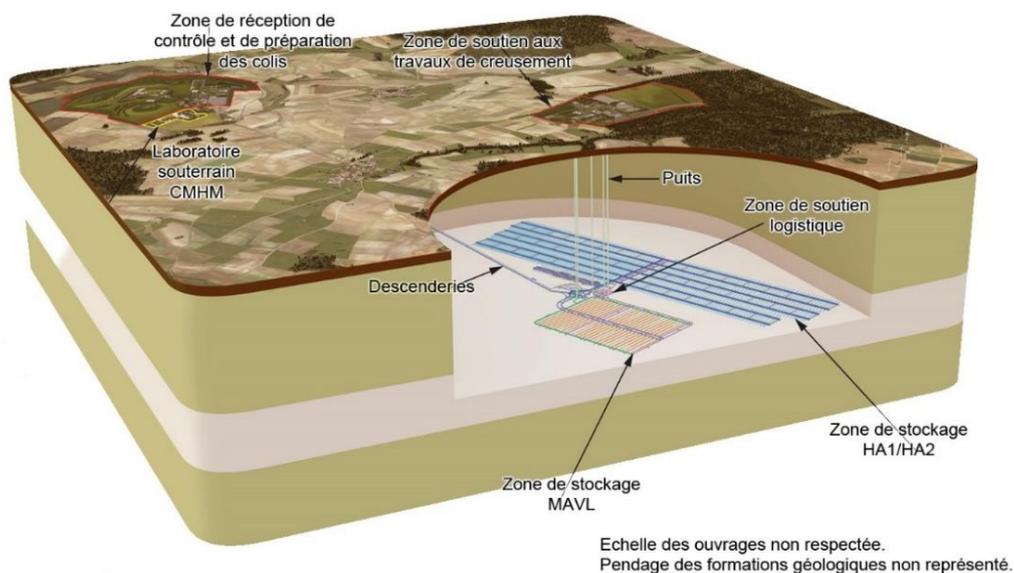


Figure 11 : Projet Cigéo (Krieguer 2016).

Cette solution de stockage profond a été conçue pour être réversible ; c'est-à-dire qu'une fois installé dans les tunnels, les colis de déchets pourront être récupérés pendant toute la durée d'exploitation du site, afin de laisser des libertés d'action aux générations futures (Andra 2013a).

### 2.1.1.2 Stockage Moyenne Activité Vie Longue

La zone de stockage des alvéoles MAVL (Figure 12, zone B), faisant l'objet de cette étude, s'étendra sur environ 100 hectares et représentera 80% des colis primaires<sup>43</sup> par rapport à l'ensemble du site.

<sup>43</sup> Les colis primaires sont les conteneurs des déchets vitrifiés.

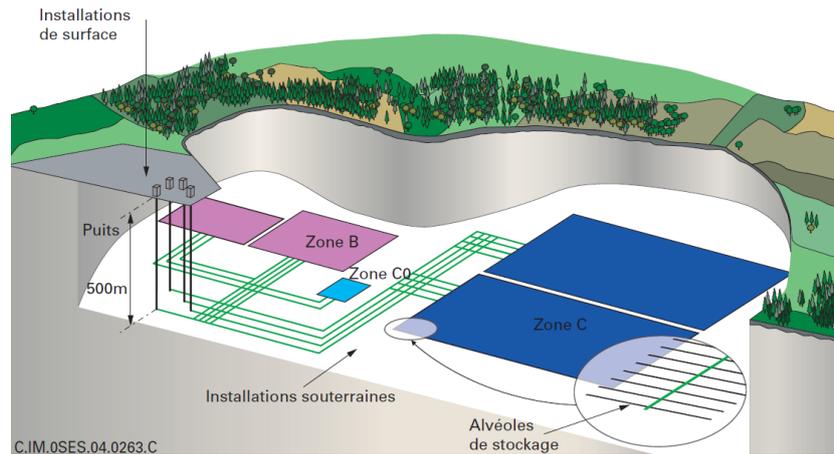


Figure 12 : Schéma de principe d'une architecture de stockage accueillant les colis de déchets regroupés par grands ensembles avec la zone B pour les déchets MAVL et la zone C pour les déchets HA (Andra 2005).

Comme toutes les alvéoles, les galeries de déchets MAVL seront des tunnels réalisés à 490 m de profondeur avec un diamètre intérieur compris entre 9 et 10 m (pour un diamètre maximum excavé de 12 m). Les tunnels devraient être des ouvrages simples quasi-circulaires ou en fer à cheval qui sont plus stables et ont une géométrie moins perturbatrice pour un ouvrage souterrain. Chaque alvéole sera borgne et subhorizontale sur une longueur utile de 250 m ou 380 m (pour une longueur totale de 270 m ou 400 m). Pour la stabilité mécanique, la distance entre deux alvéoles adjacentes sera au moins égale à cinq fois leur diamètre. Afin de s'ajuster à la géométrie des colis empilés, un remplissage permettra de constituer une chambre de stockage rectangulaire (Figure 13) (IRSN 2017).

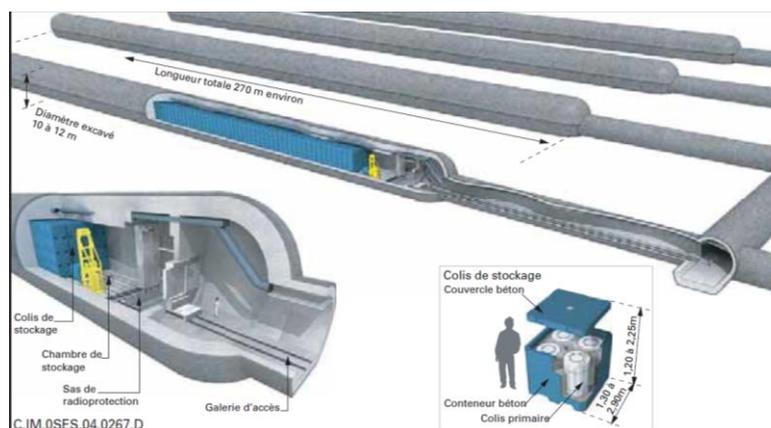


Figure 13 : Alvéoles de stockage des déchets MAVL en configuration d'exploitation (Andra 2005).

### 2.1.1.3 Phasage de réalisation

La construction de l'installation souterraine se fera au fur et à mesure des besoins, par tranches successives et suivant des zones de construction séparées des zones d'exploitation. En plus des descenderies pour la circulation des colis, deux puits permettront de relier la surface et les

galeries. De même, la fermeture du stockage se fera de façon progressive : obturation des alvéoles, construction de scellement, remblaiement des galeries d'accès aux alvéoles puis des galeries principales de l'installation souterraine et enfin démantèlement des installations de surface.

#### **2.1.1.4 Environnement géotechnique : l'argilite**

La plupart des données présentées ici sont issues du document de l'Andra portant sur l'évaluation de la faisabilité du stockage géologique en formation argileuse (Andra 2005). Certaines informations sont issues de documents internes à l'entreprise.

La couche de sol concernée par le projet est une couche de roche argileuse choisie pour ses propriétés de confinement. Cette roche date du Callovo-Oxfordien, époque du Jurassique et a 155 millions d'années. À l'aplomb du Laboratoire Souterrain, la couche d'argile est comprise entre 422 m et 552 m de profondeur et possède des propriétés similaires sur 200 km<sup>2</sup>. Du fait de la faible pente de la couche (1 à 1,5° vers l'ouest), celle-ci fait 130 m d'épaisseur au sud et 160 m au nord-ouest. L'argilite est anisotrope avec des contraintes :

$$\sigma_h \approx \sigma_v \approx 12 \text{ MPa et } \sigma_H \approx 1,3 \sigma_h$$

où  $\sigma_h$  et  $\sigma_H$  sont respectivement les contraintes horizontales mineure et majeure, suivant une orientation nord-ouest / sud-est et  $\sigma_v$  est la contrainte verticale.

$\sigma_H$  est actuellement l'orientation privilégiée pour limiter l'endommagement de la roche lors du creusement.

Les caractéristiques mécaniques principales de l'unité argileuse sont :

- Module d'Young  $E_{sol}$  égal à 6 GPa  $\pm$  3 GPa.
- Coefficient de Poisson moyen  $\nu_{sol}$  de 0,29.

Cette couche a une faible perméabilité, comprise entre  $1.10^{-12}$  m/s et  $1.10^{-14}$  m/s, avec l'essentiel des mesures entre  $5.10^{-13}$  m/s et  $5.10^{-14}$  m/s. La porosité des roches est comprise entre 10% et 18% avec des pores dont le rayon est inférieur à 1/10  $\mu$ m.

#### **2.1.1.5 Objectifs**

Stocker et confiner les déchets de façon sûre et pérenne sont les objectifs principaux du projet. La surveillance des alvéoles durant la durée de l'exploitation du site, grâce à une instrumentation adaptée, sera utile pour permettre la réversibilité et par conséquent la récupération des colis. Une méthodologie d'aide à la décision pour optimiser le choix et



(coulis actif ou inerte) est mis en place. Initialement, les alvéoles ont été équipées de cintres métalliques afin de contenir la convergence des argilites et ainsi de permettre la mise en place et le retrait des colis pendant la période de réversibilité. Cette idée a été abandonnée pour le projet Cigéo car dans le Laboratoire le radier a fissuré et les cintres ont créé un mauvais contact avec le revêtement. Pour la géométrie des ouvrages, les galeries datant de 2005 sont en forme de fer à cheval alors qu'à partir de 2009, celle-ci prennent une forme quasi-circulaire.

Parmi les différents types de galeries testés dans le Laboratoire Souterrain, les plus récentes sont les suivantes :

- La GVA (Galerie de Voussoirs Anisotropes) de 39 m de long pour un diamètre de 9 m (Galerie Grand Diamètre) avec un soutènement de 51 cintres construite dans le sens de la contrainte horizontale mineure.
- La GCS (Galerie de Conception Souple) compte une forte interaction avec le sol du fait de la géométrie circulaire de la galerie, des caractéristiques mécaniques et des charges de la structure ainsi que des caractéristiques mécaniques du sol. Celle-ci est orientée suivant la contrainte horizontale majeure.
- La GCR (Galerie de Conception Rigide) a la même conception que la GCS, avec pour seule différence la présence d'un revêtement rigide. Celle-ci est également orientée suivant la contrainte horizontale majeure.
- La GER (Galerie d'Essai des Revêtements) orientée suivant la contrainte horizontale mineure, est d'une conception identique à la GCR.

Les tunnels d'accès aux galeries sont réalisés au tunnelier. Toutes ces galeries présentées ci-dessus ont une géométrie circulaire. Dans le cadre de ce travail, seuls deux types de galeries ont été étudiés pour l'optimisation de l'instrumentation : la GER et la GCR. Ce choix a été arrêté puisque les galeries sont similaires pour la géométrie et le revêtement, avec pour seule différence la possibilité de traiter les deux orientations mineures et majeures des contraintes. Suite aux hypothèses de 2005, ces deux types de galeries sont construits de la façon suivante :

	<b>Hypothèses 2005</b>	<b>GCR</b>	<b>GER</b>
<b>Géométrie</b>	Circulaire ou Fer à cheval	Circulaire	Circulaire
<b>Diamètre excavé</b>	12 m maximum pour le projet Cigéo	5,40 m	Entre 5,40 m et 5,70 m en fonction du type de revêtement
<b>Soutènement</b>	Grillage Boulons courts Béton projeté de 25 cm	Boulon radial de 3 m (tous les 120 cm) Béton projeté 2*10 cm	Béton propreté de 3 cm Béton projeté 2*9 cm
<b>Revêtement</b>	BHP (60 MPa) coulé en place 30 cm	Anneau de béton coulé (B60) 27 cm	Béton coulé de 30 cm

Tableau 3 : Paramètres constructifs des alvéoles GCR et GER.

Certaines parties des galeries (le soutènement ou le revêtement) vont être équipées de cales compressibles. Il s'agit d'éléments en béton ou en acier facilement compressibles mais conservant une résistance à la compression après rupture et une grande déformabilité. Les cales emploient un matériau élasto-plastique qui évite une mise en compression trop élevée de la contre-voûte.

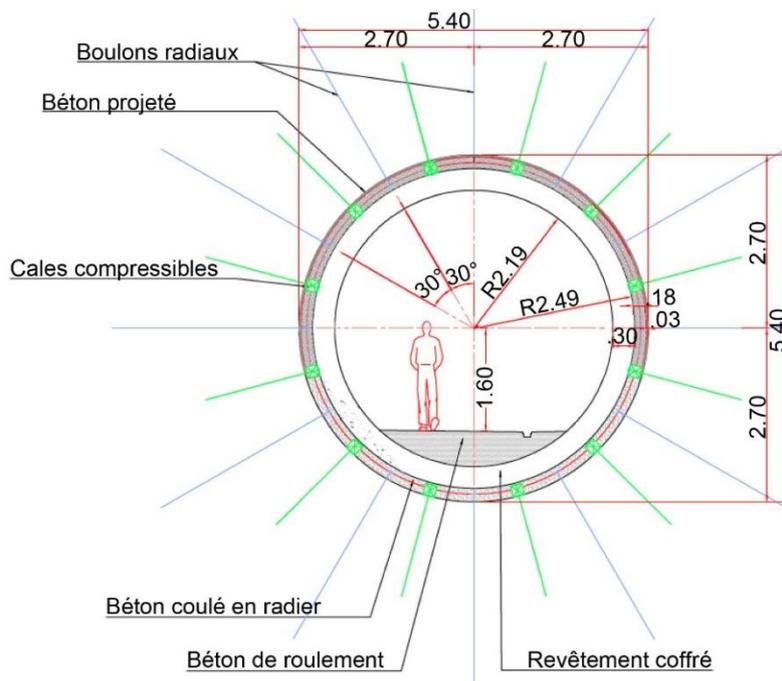


Figure 15 : Profil de sections d'alvéole de type GCR, GER3.

Concernant la GER, plusieurs techniques ont été testées. La GER2 compte un diamètre excavé de 5,20 m. Cette partie de galerie n'a pas de cintres mais possède un boulonnage radial et des cales compressibles. Le béton projeté du soutènement est de type B25. De par leur forte capacité

de déformation par rapport à celle du béton projeté, l'utilité des cales est de reprendre les convergences du terrain. La GER2 ne compte pas de revêtement. Le soutènement de la GER3 compte des rangées longitudinales de cales trapézoïdales en béton compressible noyées dans le béton de annulaire de 18 cm d'épaisseur. La différence entre la GER3 et la GER4 est que cette dernière ne comprend pas de cales compressibles. Ces deux parties de galerie comptent un revêtement rigide mis en place pour stopper les convergences de la galerie. Le revêtement mis en place utilise un béton projeté classique, dont le module d'Young  $E_b$  est de 39,1 MPa et le coefficient de Poisson moyen  $\nu_b$  est de 0,25. Ces données sont fournies par l'Andra, suite à un ensemble de mesures réalisées dans le Laboratoire Souterrain.

Le creusement des galeries crée une zone d'endommagement (aussi appelée EDZ) de la roche autour des ouvrages. Toutefois, la perméabilité reste faible ( $5 \cdot 10^{-11}$  m/s). À long terme, l'EDZ tend à rejoindre les propriétés de l'argile non perturbée (Figure 16).

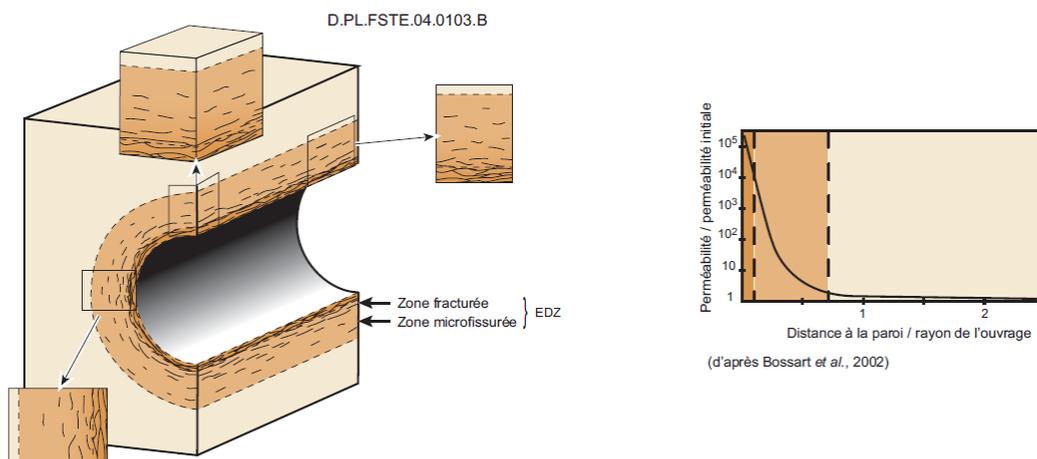


Figure 16 : Schéma conceptuel de la zone endommagée (Andra 2005).

À 445 m de profondeur, l'EDZ ne compte pas de fractures mais une zone micro-fissurée équivalente de 0,1 à 0,2 fois le diamètre de l'ouvrage en fonction de l'orientation. À 500 m de profondeur, il n'y a pas de fissuration pour les ouvrages orientés parallèlement à  $\sigma_H$ , et la zone fissurée est inférieure à 0,1 fois le rayon pour une orientation parallèle à  $\sigma_h$ . Enfin à 630 m de profondeur, la zone fissurée est inférieure à 0,1 fois le rayon de l'ouvrage pour une orientation parallèle à  $\sigma_H$  et inférieure à 0,3 fois le rayon pour une orientation parallèle à  $\sigma_h$ . Quelle que soit la situation, la zone micro-fissurée reste inférieure à 6 m.

## ***2.2 Monitoring des alvéoles***

Les systèmes de surveillance de la santé des structures (SHM) intègrent et combinent plusieurs types de capteurs. L'un des défis majeurs de ces capteurs est de développer un système de contrôle dont la robustesse et la durée de vie soient supérieures à celle de la structure surveillée. La plupart des systèmes SHM sont considérés en fonction de leur technologie d'acquisition de données. Pourtant l'objectif n'est pas d'acquérir des données mais de fournir de l'information. C'est le traitement des données qui rend l'information accessible et utile. L'objectif est de déterminer une dégradation et d'en donner sa localisation, sa taille et son devenir tout en tenant compte des conditions environnementales qui influent sur la fatigue de la structure. Le monitoring vise à garantir le maintien dans le temps de la qualité des structures (Abdo 2012). La métrologie se caractérise par plusieurs critères : la nature et la qualité de la mesure, la position et le nombre de capteurs utilisés. Différents types de grandeurs peuvent être mesurées pour analyser et contrôler les structures. Parmi les types de mesures les plus utilisées il y a les déplacements, les rotations, les courbures, les déformations, les accélérations, la résistivité, les gradients thermiques, ... Chaque type de mesure est fonction du type de contrôle à effectuer.

### ***2.2.1 Capteurs dans les structures***

L'objectif prioritaire du projet Cigéo étant la réversibilité du dépôt des colis, les capteurs doivent mesurer le déplacement ou la déformation de la structure. La plupart des capteurs présentés ici sont issus du recueil « histoire, application et futur de la santé des structures » (Abdo 2012).

#### ***2.2.1.1 Jauges de déformation***

Les jauges de déformation, aussi appelées jauges de contrainte, sont les premiers appareils utilisés pour mesurer la réponse d'une structure. L'utilisation de ces jauges est basée sur le fait que la résistance d'un matériau conducteur change lorsque celui-ci est soumis à une contrainte. L'application pratique consiste à coller un fil résistif (une grille de filament métallique) sur la surface déformée à l'aide d'une couche mince de résine époxy.

#### ***2.2.1.2 Transducteurs piézoélectriques***

Bien que les jauges de contrainte soient pratiques en raison de leur faible inférence avec l'objet à tester, le transducteur piézoélectrique est le moyen le plus répandu pour mesurer les

caractéristiques des essais de vibrations. La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains corps de se polariser électriquement sous l'action d'une contrainte mécanique et réciproquement de se déformer lorsqu'un champ électrique leur est appliqué. Les transducteurs tel que les accéléromètres sont directement fixés à la structure.

### **2.2.1.3 Extensomètres**

Un extensomètre, ou capteur d'allongement sert à mesurer une déformation produite dans un corps sous l'effet de contraintes mécaniques. Les déformations sont mesurées au moyen des variations de résistance électrique d'un fil fixé à la surface d'une structure. Il existe plusieurs types de capteurs dont certains permettent de surveiller une force, un déplacement ou une contrainte. Parmi ces capteurs, les Extensomètres à Corde Vibrante (ECV) seront présentés plus en détail par la suite (§2.2.3).

### **2.2.1.4 Capteurs à fibre optique**

La recherche sur les fibres optiques (FO) a été très largement active pendant ces dernières années. Le composant caractéristique d'un capteur à FO est un faisceau de fibres de verre pouvant transporter de la lumière. Dans ces capteurs, si les conditions du milieu changent, les propriétés de propagation de la lumière de la fibre changent également, fournissant ainsi une mesure de changement des conditions. En général, l'une des caractéristiques uniques des FO est la capacité de détection distribuée, ce qui signifie que plusieurs points peuvent être détectés simultanément par une seule fibre.

### **2.2.1.5 Capteurs dans les ouvrages souterrains**

Pour l'auscultation des tunnels (ainsi que pour la géotechnique en général), les mesures les plus souvent utilisées sont les mesures optiques et électriques ainsi que les cordes vibrantes.

Le fil invar permet par exemple de mesurer la déformation globale ou d'assurer le suivi de la fissuration. Le principe consiste à effectuer des mesures de distances directes et absolues entre deux ou plusieurs repères. Les mouvements des points de la structure sont corrélés à des mesures de température afin de distinguer un éventuel fonctionnement cyclique de l'ouvrage avec des variations de température. L'intervention humaine est nécessaire pour repositionner la chaîne de mesure<sup>44</sup> entre les repères afin de suivre les variations de distance à différentes dates. Un dynamomètre, quant à lui, permet de mesurer une force ou un couple. Son principe s'appuie sur la loi de Hooke dont la force peut être retrouvée par mesure de l'allongement d'un ressort

---

<sup>44</sup> Une chaîne de mesure est constituée par un distancemètre et un fil de mesure invar.

étalonné (dont la rigidité est connue). Les cellules de pression totale peuvent être employées dans les structures ou à l'interface sol/structure et mesurent des contraintes ou des pressions de contact. Deux plaques en acier soudées sur leurs périphéries et dont l'interstice est rempli d'huile permettent de récupérer un signal électrique proportionnel à la pression appliquée sur le système.

Dans les ouvrages souterrains, l'AFTES (AFTES 2005) a comparé les différentes méthodes d'auscultation des tunnels en fonction de quatre critères : l'efficacité de la méthode (la mieux adaptée techniquement), la facilité d'installation du système, la facilité des mesures (pour les mesures elles-mêmes ainsi que pour le traitement des résultats) et le coût (comptant l'installation des appareils et le traitement des mesures). Parmi les instruments comparés, seuls une partie de ceux permettant de connaître une déformation ou un paramètre mécanique sont présentés (Tableau 4).

Méthodes de mesures	Efficacité	Facilité d'installation	Facilité d'utilisation	Coût
<b>Distancemètre à fil invar</b>	4	3	3	3
<b>Extensomètre à corde vibrante</b>	3/4	3	4	3
<b>Dynamomètre</b>	4	3	4	3
<b>Jauge de déformation</b>	4	2	3	3
<b>Cellule de pression totale</b>	1	2	4	2

Tableau 4 : Notation comparative des principales méthodes d'auscultation (la note 4 indique la situation la plus favorable) (AFTES 2005).

Parmi ces cinq capteurs, les extensomètres à corde vibrante, les distancemètres à fil invar et les dynamomètres sont les plus efficaces. Devant l'inaccessibilité des instruments dans le projet Cigéo, les extensomètres semblent privilégiés.

### 2.2.2 Capteurs dans le laboratoire souterrain de l'Andra

Parmi les dispositifs d'auscultation existants, l'Andra a sélectionné les capteurs les plus opportuns, suite au retour d'expérience, à la vérification des performances, au mode opératoire de pose suivant des tests sur démonstrateurs dans le Laboratoire Souterrain et à la tenue aux radiations, températures. L'instrumentation doit répondre à plusieurs spécificités (Yven 2017) :

- être sensible dans la prise de mesure avec des températures variant de 0,5 °C et des déformations micrométriques ;
- avoir une longévité pluri-décennale malgré un environnement difficile ;

- être discrète afin de ne pas diminuer le niveau de sûreté du stockage ;
- être redondante et complémentaire ;
- utiliser des mesures simples et des systèmes d'acquisition pouvant être déportés au maximum afin de s'éloigner des zones de radiation.

Dans le Laboratoire Souterrain, les instruments testés sont de deux types :

- Ponctuels : Extensomètres à Corde Vibrante ( $\epsilon$ ), cellules de Pression Totale ( $\sigma$ ) et sondes de température Pt1000 ( $T^\circ$ ).
- Répartis : Fibres Optiques ( $\epsilon$  et  $T^\circ$ ).

Le béton des alvéoles est instrumenté avec tous les capteurs cités précédemment et compte notamment des ECV pour suivre les déformations orthoradiales (intrados et extrados), radiales et longitudinales. Les sections d'alvéole du Laboratoire sont fortement instrumentées pour suivre de manière détaillée le comportement de ces ouvrages témoins et leurs évolutions dans le temps.

Comme les galeries ne travaillent qu'en compression, le soutènement comme le revêtement ne sont pas armés et les ECV sont fixés dans des cages qui sont mises en place avant la projection du béton. Dans le soutènement, les sections instrumentées comptent huit zones (tous les  $45^\circ$  en partant de  $0^\circ$ ) de 2 ECV mis en place orthoradialement à l'intrados et à l'extrados du soutènement. Le revêtement, considère quatre zones (tous les  $90^\circ$  en partant de  $0^\circ$ ) de 4 ECV (+ un capteur de température Pt1000). Ces derniers sont mis en place orthoradialement intrados et extrados, radialement et longitudinalement. Les cages sont à 5 cm de la paroi intrados du revêtement et font 18 cm de profondeur (Figure 17 et Figure 18).

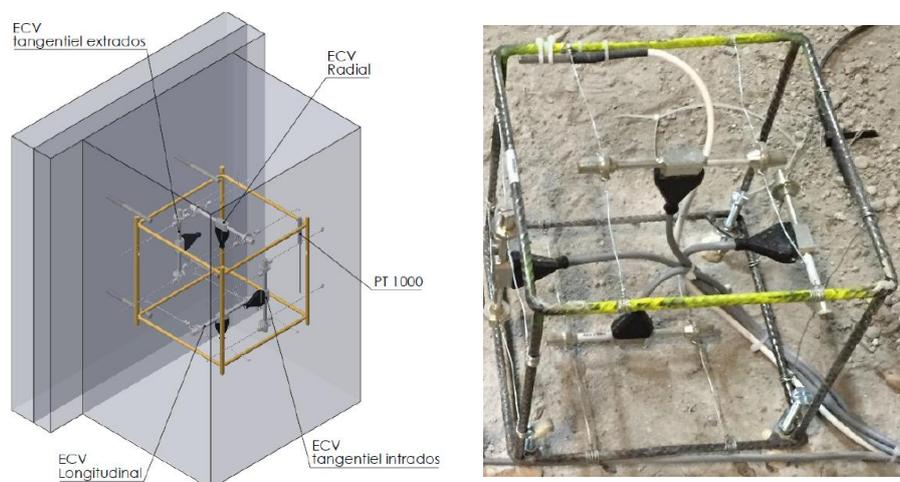


Figure 17 : Cages d'ECV de revêtement du Laboratoire Souterrain.

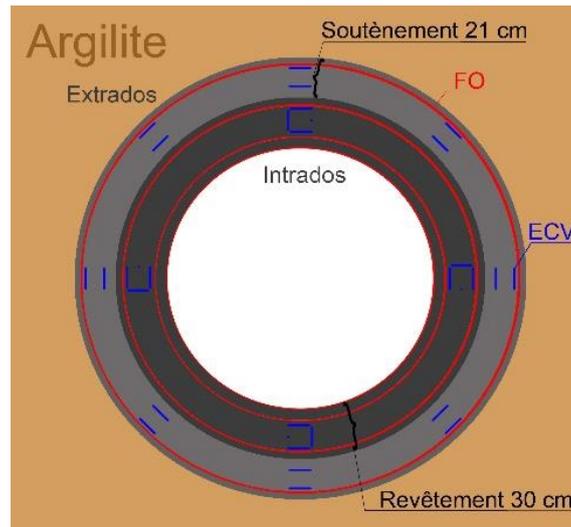


Figure 18 : Emplacement des capteurs sur une section d'alvéole du Laboratoire Souterrain.

Chaque section compte en plus 2 ECV témoins placés dans des éprouvettes, dont l'une est adiabatique et l'une est à l'air libre. Ces éprouvettes servent de référence pour caractériser le comportement hydrique et thermique de l'ouvrage. Le suivi des déformations et la variation de température sont également assurés par des fibres optiques (il faut une fibre par type de mesure). Huit cellules de pression totale sont installées à mi-distance entre les cales compressibles et à mi-épaisseur du béton projeté. Les réseaux de transmission de données sont à l'intérieur des ouvrages. Il s'agit de câbles torsadés et blindés (BF) ou coaxiaux (HF) pour éviter les effets parasites.

Sur les différentes sections instrumentées dans le Laboratoire en 2015, le taux de survie des capteurs mécaniques est le suivant (Tableau 5) :

Nombre de capteurs ponctuels	Taux de survie après 2 ans (%)	Nombre de capteurs répartis	Taux de survie après 2 ans (%)
74	91%	22	77%

Tableau 5 : Taux de survie des capteurs mécaniques 2 ans après leur installation (Yven 2017).

Après 2 ans d'exploitations, les capteurs ponctuels, qui sont des ECV et des cellules de Pression Totale, ont un taux de survie de 14% plus élevé que les capteurs répartis. Le choix des ECV, fait par l'Andra, pour la surveillance de la convergence des galeries semble donc judicieux devant le taux de survie des capteurs. Pour les capteurs répartis, il est noté que 100% des FO du *revêtement* ont survécu.

Pour l'instrumentation longitudinale, les fibres optiques sont mises en place à 0° et 90° (respectivement 180° et 270°). Les fibres sont doublées par des ECV longitudinaux.

### 2.2.3 Extensomètres à Corde Vibrante

Dans le cadre de cette thèse, sur tous les capteurs présentés et utilisés dans le Laboratoire Souterrain, seul les Extensomètres à Corde Vibrantes seront considérées. Devant la robustesse et le retour d'expérience de ces derniers, c'est le nombre de cages et le nombre d'ECV par cage qui devront être optimisés pour surveiller les galeries.

#### 2.2.3.1 Fonctionnement des capteurs

Un ECV (Figure 19) est un capteur ponctuel où une corde d'acier inoxydable à haute limite élastique est fermement tendue entre deux ancrages scellés dans la construction à surveiller. L'extensomètre mesure la variation de longueur entre ces deux points d'ancrage. Une bobine, alimentée par une tension sinusoïdale ou impulsionnelle, située à proximité de la corde est utilisée pour exciter la corde en résonance. La corde est mise en vibration sous l'effet du champ magnétique généré. Selon le mode de mesure, la bobine d'excitation (ou une bobine supplémentaire de mesure) détecte la vibration de la corde grâce à une induction magnétique. Un habillage permet de fixer l'appareil dans le volume ou en surface et de maintenir les électro-aimants (Mei 2016).

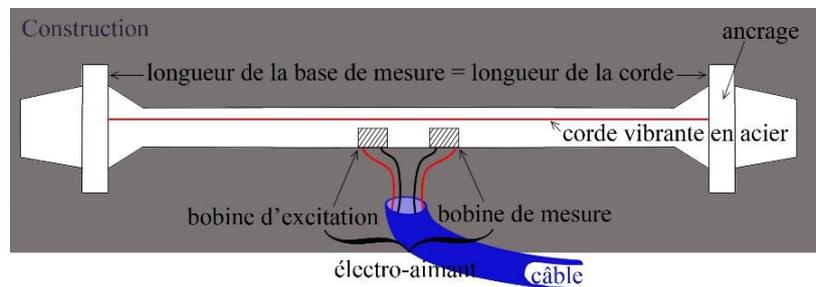


Figure 19 : Extensomètre à corde vibrante.

L'excitation est la production d'une contrainte électrique et conditionne l'amplitude du déplacement de la corde. En cas d'humidité, de dégradation par rayonnement ou de déformation de la corde au-delà de sa limite élastique, il peut y avoir un décalage de la réponse du capteur indépendamment de la déformation de la construction à surveiller. Les défaillances ne sont pas dues au capteur lui-même mais à son environnement (endommagement des câbles pendant la construction, défaut d'étanchéité au droit des connections, démagnétisation, possibilité de corde détendue (Rosin-Corre et al. 2012)).

Lorsque la construction se déforme au cours du temps, les mouvements des deux ancrages modifient la tension mécanique de la corde et donc sa fréquence de résonance. L'association à

une variation mesurable de la longueur ( $\Delta L/L$ ) de la fréquence de résonance de la corde ( $f$ ) par rapport à sa fréquence de résonance d'origine ( $f_0$ ) est donnée par la formule :

$$\frac{\Delta L}{L} = K(f^2 - f_0^2) \quad [2]$$

avec  $K$  le coefficient extensométrique du capteur qui est fonction de la tension mécanique, de la longueur et de la masse de la corde (IFSTTAR 2015).

Les capteurs à corde vibrante peuvent fonctionner selon deux modes : le mode libre (aussi appelé mode amorti) et le mode forcé (aussi appelé mode entretenu).

Le mode amorti consiste en une excitation et une mesure différée (Figure 20). La sollicitation est impulsionnelle et l'excitation est de forte amplitude. Le capteur fonctionne en deux temps : mettre la corde en mouvement (Figure 20 (a)) puis mesurer la fréquence et l'amortissement de la vibration de celle-ci (Figure 20 (b)).

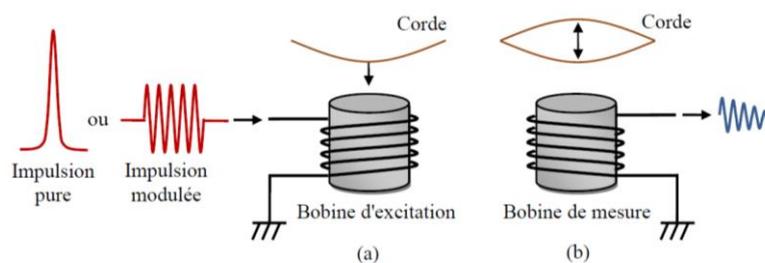


Figure 20 : ECV fonctionnant en mode amorti. (a) Excitation impulsionnelle. (b) Mesure de l'oscillation libre (Mei 2016).

A l'opposé, le mode entretenu (Figure 21) consiste en une excitation et une mesure simultanées avec une corde maintenue en résonance. La sollicitation est permanente et l'excitation de la corde est réduite. Ce régime permet d'avoir une corde 500 fois moins sollicitée avec la possibilité de passage à un mode amorti en cas de défaillance d'une bobine.

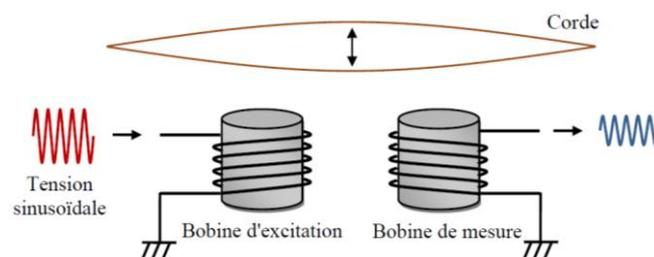


Figure 21 : ECV fonctionnant en mode entretenu (Mei 2016).

En mode amorti, la fréquence de résonance de la corde est inconnue. L'efficacité de l'excitation est donc faible, ce qui nécessite une grande amplitude. De plus, une seule bobine est utilisée pour la sollicitation et la mesure. Il est donc nécessaire de ne prendre en compte le signal de

mesure qu'après un certain délai. Cela réduit la précision de la mesure en fréquence qui est limitée à environ l'inverse de la durée du signal restant. En mode entretenu, la corde est excitée à sa fréquence de résonance. Toute l'énergie de l'excitation est utile, ce qui permet de réduire l'amplitude de l'excitation à son minimum. La durée du signal n'étant pas limitée dans le temps, elle offre une grande précision de la mesure (Mei 2016).

Les mesures extensométriques dans un ouvrage en béton reposent sur deux hypothèses qui supposent que l'intégralité des déformations est transmise à la corde vibrante et que la corde est en équilibre thermique avec le milieu. Les ECV sont des appareils robustes avec une précision de  $\pm 0,1\%$  (Stefanescu 2011). Ils ont également une erreur propre due à leur mode de résonance de 1,75%. En mode entretenu, une résolution en fréquence à partir de 0,01 Hz et une amplitude maximale du signal mesurée de 1001,93 Hz. En mode amorti, cette résolution passe à 0,22 Hz et une amplitude maximale à 999,64 Hz (Mei 2016). Le signal de sortie peut être transmis par câble sur des longueurs importantes sans modification ou perturbation (Rosin-Corre et al. 2012).

### 2.2.3.2 Retour d'expérience dans les ouvrages

La fiabilité des ECV sur le long terme est estimée à partir d'enquêtes auprès des utilisateurs. Une synthèse de retour d'expérience d'EDF sur l'utilisation d'ECV pour l'auscultation de centrales nucléaires est présentée dans le Tableau 6.

Mode d'excitation	Mode entretenu			Mode amorti	
	Tension sinusoïdale de 200 mV			Impulsion de 25 V	Impulsion de 90 V
Nombre de bobines	2			2	1
Centrales nucléaires	Daya Bay (Chine)	Tihange (Belgique)	Koeberg (Afrique du Sud)	19 centrales en France	8 centrales en UK
Année de construction	1987	1969	1976	/	/
Durée	20 ans	27 ans	29 ans	30 ans	25 ans
Capteurs installés	90	240	216	3143	Non communiqué
Capteurs défectueux	0	28	5	612	Non communiqué
Taux de défaillance	0%	11,7%	2,3%	19,5%	33%
	6% au global				

Tableau 6 : Retour d'expérience d'EDF sur la fiabilité des ECV (Mei 2016).

En mode entretenu, le taux de défaillance des ECV dans différentes centrales nucléaires, pour un retour d'expérience entre 20 et 30 ans varie entre 0% et 11,7%. Le taux moyen global est de 6%. En mode amorti, le taux de défaillance moyen est de 3,2 à 5,5 fois plus grand que dans le cas entretenu.

N. Rosin-Corre et al. (Rosin-Corre et al. 2012) font un retour d'expérience de 80 ans sur l'utilisation de capteurs à corde vibrante sur une cinquantaine de barrages dans le monde. Cette investigation permet de tirer un enseignement sur la durée de vie, le vieillissement et la dérive des capteurs, mais également sur l'apport de renseignement sur les ouvrages et sur le redémarrage de capteurs ne répondant plus. Les barrages présentés dans ce document comptent plusieurs types de capteurs à corde vibrante comme des extensomètres, des cellules de pression interstitielle, des cellules de mesure de pression totale et des cales dynamométriques. Parmi les quatorze barrages figurant dans l'article, seules les structures instrumentées avec des ECV apparaissent dans le Tableau 7. Le retour d'expérience, quant à lui, est celui de tous les capteurs à cordes vibrantes.

<b>Barrage</b>	<b>Arras (Drôme, France)</b>	<b>Kariba (Zambie / Zimbabwe)</b>	
<b>Type</b>	Poids béton	Voûte	
<b>Hauteur</b>		128 m (617 m de long, lac artificiel le plus grand du monde d'une capacité de 181 km <sup>3</sup> )	
<b>Année de construction</b>	1971 (mise en service)	1958-1959	
<b>Nombre d'ECV</b>	5	263 en voûte	62 en butons
<b>Année d'installation</b>	2006	1958-1959	1962
<b>% capteurs en services en 2012</b>	100%	80%	25%
<b>Remarques</b>		Suivi des contraintes dans le béton à la mise en eau	Suivi des déformations du béton des butons de l'appui sud → Défaillance expliquée par corrosion derrière la boîte de jonction

Tableau 7 : Retour d'expérience sur l'auscultation de deux barrages employant des ECV (Rosin-Corre, Noret, et Bordes 2012).

Les capteurs les plus anciens ont été implantés dans la voûte du barrage de Kariba en 1958 et 80% sont encore opérationnels. La totalité des capteurs de moins de 10 ans sont encore opérationnels. Les causes de défaillance les plus fréquentes sur l'échantillon de barrages étudié

sont la foudre, l'endommagement des câbles pendant les travaux et l'endommagement des connections. La précision et la sensibilité des capteurs permettent de détecter des phénomènes micrométriques tels que l'apparition de fissures. La robustesse et la stabilité dans le temps des capteurs permettent de détecter des phénomènes évolutifs sur le long terme (gonflement et déformations différées du béton, augmentation lente de la pression interstitielle des digues en terre...).

### 2.2.3.3 Capteurs utilisés dans le Laboratoire

Dans le Laboratoire Souterrain, les capteurs en place sont des ECV de type C110 fonctionnant en mode entretenu. Pour ce type de capteur, la soudure du fil est en étain avec un faible module de déformation. Dans le Laboratoire, le but du placement de ces capteurs est de calculer les contraintes là où les modules de déformation sont connus après correction des effets du retrait du béton. Cette correction est apportée par une éprouvette de référence réalisée au moment du coulage du même béton. En fonction de la section instrumentée, cette éprouvette est alternativement conservée dans les conditions d'environnement les plus proches possibles de l'ouvrage à caractériser ou noyée au sein de la structure pour être soumise aux mêmes conditions hydriques mais isolée du chargement mécanique. Les caractéristiques géométriques du capteur ainsi que les caractéristiques mécaniques sont présentées respectivement sur la Figure 22 et dans le Tableau 8 (Roctest et Telemac 2005).

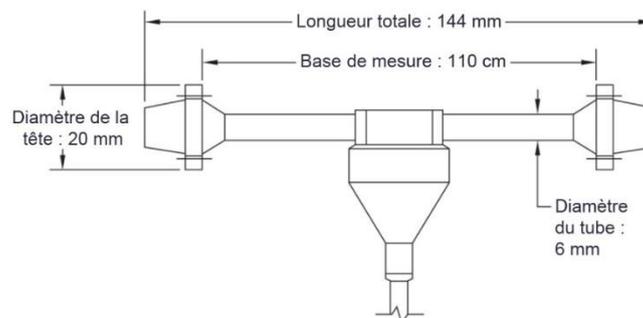


Figure 22 : Caractéristiques sur les grandeurs d'un ECV C110 (Roctest et Telemac 2005).

<b>Étendue des mesures</b>	2900 $\mu\epsilon$
<b>Étanchéité standard</b>	1500 kPa
<b>Résistance de chaque circuit</b>	90 $\Omega$
<b>Signal d'écoute</b>	Sinusoïdal de 10 à 30 mV efficace
<b>Signal d'entretien</b>	Sinusoïdal de 150 à 170 mV efficace
<b>Coefficient extensométrique K</b>	0,3
<b>Masse du capteur (sans le câble)</b>	85 g

Tableau 8 : Caractéristiques mécaniques d'un ECV C110 (Roctest et Telemac 2005).

## ***2.3 Modèle numérique développé***

Dans le but d'optimiser le nombre et la localisation des ECV dans une section d'alvéole, une première étape consiste à créer une base de données (BDD) des déformations. Cette BDD permettra de connaître les déformations observables par les ECV en fonction de leurs positions et de la contrainte du sol appliquée sur la paroi de l'alvéole. Il s'agit de créer un modèle numérique simplifié représentant une section du tunnel, instrumentée en vue d'étudier les déformations aux différents points de la section.

Cette partie présente le modèle développé, les paramètres de modélisation, les hypothèses et les incertitudes considérées ainsi que les données d'entrée qui seront utilisées pour la méthodologie d'optimisation.

### ***2.3.1 Construction du modèle numérique 2D***

La section d'alvéole est modélisée sur le logiciel éléments finis Cast3m (Cast3M 2015) et ne représente que le revêtement. Le sol est pris en compte par des ressorts.

#### ***2.3.1.1 Justification de l'utilisation d'un modèle simplifié 2D et choix des paramètres d'entrée***

En vue de créer une base de données des déformations observables (par les capteurs en fonction de leur nombre et positions) en fonction des caractéristiques du projet présentées précédemment, un modèle 2D des alvéoles est développé. L'objectif de cette thèse étant d'optimiser le nombre et la position des capteurs à mettre en place pour suivre les alvéoles de stockage, le modèle 2D doit être une simplification de la réalité afin d'accélérer le temps de calcul et de multiplier ainsi le nombre d'itérations. La zone endommagée créée lors du creusement des galeries est très complexe et sa seule modélisation numérique représente des travaux à part entière. Les boulons radiaux de 3 m mis en place dans le soutènement des galeries servent à compenser cette EDZ. Dans le modèle numérique, cette zone sera donc confondue avec le sol sain et le soutènement ne sera pas pris en compte. Seul le revêtement est modélisé pour le travail de recherche présenté par la suite. Devant l'imperméabilité du sol encaissant, la contrainte exercée par l'eau sur les galeries est également négligée. Ainsi, les paramètres d'entrée adoptés dans notre modèle sont comme suit :

Structure		Sol encaissant	
Diamètre	5 m	$\sigma_h$	Entre 12 et 18 MPa
Épaisseur	0,30 m	$\sigma_v$	12,7 MPa
$E_b$	39,1 GPa	$E_{sol}$	Entre 3 et 9 GPa
$\nu_b$	0,25	$\nu_{sol}$	0,29

Tableau 9 : Paramètres d'entrée du modèle de calcul par éléments finis.

### 2.3.1.2 Modélisation de la structure

Le revêtement a un rayon extrados de 2,49 m et une épaisseur de 30 cm. Dans le Laboratoire Souterrain, celui-ci est coulé en deux étapes : d'abord un tiers en contre voûte (entre 210° et 330°), puis les deux tiers supérieurs sont coulés simultanément. Le béton dans les deux parties est le même (§2.3.1.1, Tableau 9).

La modélisation Cast3m de la galerie est un modèle éléments quadratiques (qua8) avec un comportement élastique linéaire (Figure 28). Le maillage du revêtement béton est plus ou moins dense, en fonction du cas de résolution du problème d'optimisation traité. Il s'agit de retrouver la contrainte à l'origine des déformations observées par les ECV ou de retrouver la déformée d'une section (Chapitre 3). Quel que soit le maillage, les nœuds des éléments correspondent aux extrémités des extensomètres (§2.3.2). Les Figure 23 et Figure 24 présentées ensuite correspondent à un zoom de la Figure 28.

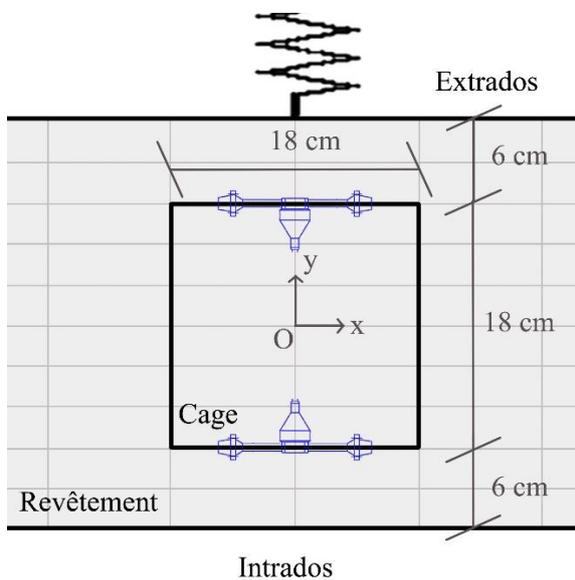


Figure 23 : Maillage lâche (3 cm \* 5,5 cm) pour un revêtement de 30 cm d'épaisseur, sans capteur radial.

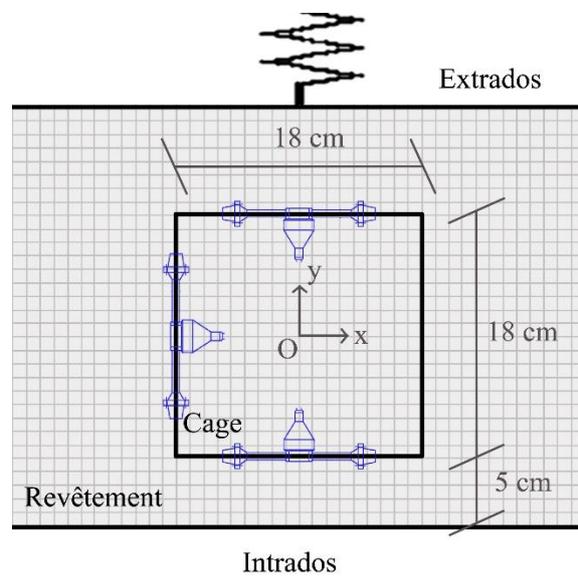


Figure 24 : Maillage dense (1 cm \* 1 cm) pour un revêtement de 31 cm d'épaisseur, avec capteur radial.

Pour trouver la contrainte à l'origine de déformations observées par des ECV, seuls les capteurs orthoradiaux sont étudiés. La mise en place du capteur radial demande un raffinement du maillage du revêtement dans le modèle éléments finis. Dans le démonstrateur, les cages font

18cm de côté et sont situées à 6 cm<sup>45</sup> de la paroi intrados. Les cordes des ECV font 11 cm. Dans le cas des seuls capteurs orthoradiaux, le maillage fait 3 cm \* 5,5 cm afin de confondre les extrémités des ECV avec les nœuds du maillage (Figure 23).

Dans le cas permettant de retrouver la déformée d'une section avec un capteur radial, l'épaisseur du revêtement passe de 30 cm à 31 cm. Ce changement vient du choix des galeries (GER, GCR) pour la modélisation et de l'épaisseur moyenne réellement relevée sur site une fois le revêtement coulé. La variation d'épaisseur se faisant sur la face extrados, la cage du capteur revient à sa position initiale de 5 cm par rapport à la paroi intrados. Afin de centrer le capteur radial à l'intérieur de la cage, celui-ci est à  $\pm 3$  cm de la cage et mesure donc 12 cm et non plus les 11 cm prévus. Ce changement est fait pour garder un temps de calcul le plus faible possible tout en densifiant le maillage à 1 cm \* 1 cm (Figure 24).

En choisissant les ECV orthoradiaux extrados et intrados à 0° et 90° dans le cas des contraintes horizontales à 12 MPa et à 18 MPa, les déformations obtenues en fonction de la densification du maillage sont les suivantes :

Contrainte		12 MPa				18 MPa			
Extrados (Ext) / Intrados (Int)		Ext		Int		Ext		Int	
Angle des ECV		0°	90°	0°	90°	0°	90°	0°	90°
Maillage lâche	Moyenne (*10 <sup>-3</sup> )	1,23	1,26	1,35	1,36	1,68	1,41	1,69	1,68
	Ecart-type (*10 <sup>-3</sup> )	0,060	0,074	0,072	0,074	0,100	0,064	0,095	0,085
Maillage dense	Moyenne (*10 <sup>-3</sup> )	1,87	1,92	1,92	1,93	2,56	2,15	2,40	2,38
	Ecart-type (*10 <sup>-3</sup> )	0,095	0,116	0,100	0,103	0,158	0,099	0,132	0,119
Différence	Moyenne (*10 <sup>-3</sup> )	0,64	0,66	0,57	0,57	0,88	0,74	0,71	0,70
	Ecart-type (*10 <sup>-3</sup> )	0,035	0,042	0,028	0,029	0,058	0,036	0,037	0,0334

Tableau 10 : Influence de la densité du maillage sur les déformations obtenues par les ECV.

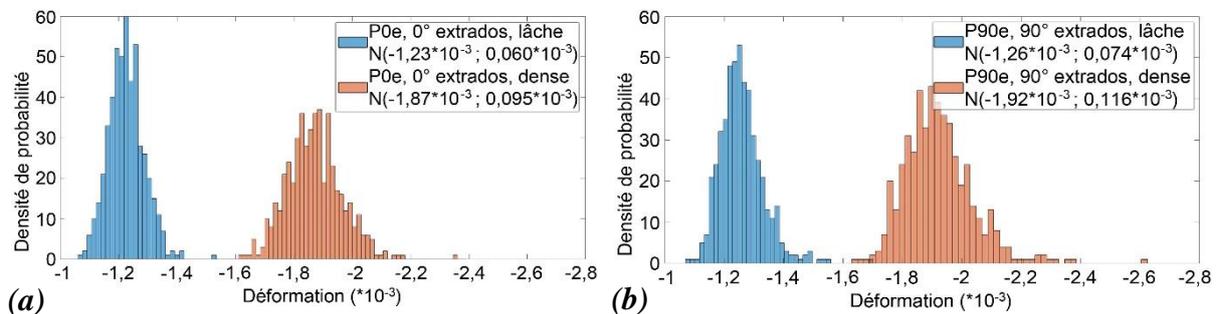


Figure 25 : Influence de la densité du maillage sur les mesures de déformation des ECV extrados à 0° (a) et 90° (b) pour une contrainte de 12 MPa.

<sup>45</sup> Dans le démonstrateur, la cage se trouve à 5 cm de la paroi intrados, mais pour une facilité de mise en œuvre (densité du maillage et rapidité de calcul), celle-ci est placée à 6 cm de la paroi intrados dans la simulation.

Le Tableau 10 et la Figure 25 permettent de comparer les moyennes (en violet) et les écarts-types de chaque loi normale de déformation en fonction de la densité du maillage. Les deux dernières lignes du tableau sont la différence de moyenne (ou d'écart-type) entre le maillage lâche et le maillage dense. Par exemple en prenant l'ECV orthoradial extradados à 0° pour une contrainte de 12 MPa (colonne jaune ou figure (a)), la déformation moyenne observée est de  $1,23 \cdot 10^{-3}$  pour le maillage lâche, contre  $1,87 \cdot 10^{-3}$  pour le maillage dense, ce qui fait une différence de  $0,64 \cdot 10^{-3}$ . En prenant les mêmes conditions de contrainte et de position orthoradiale extradados mais en changeant la position de l'ECV à 90° (colonne verte ou figure (b)), la déformation moyenne passe de  $1,26 \cdot 10^{-3}$  pour le maillage lâche à  $1,92 \cdot 10^{-3}$  pour le maillage dense, ce qui fait une différence de  $0,66 \cdot 10^{-3}$ . Les autres colonnes présentent les mêmes résultats pour l'ECV intrados puis pour la contrainte horizontale de 18 MPa. Dans les mêmes conditions de contraintes (à 12 MPa), la différence entre les ECV extradados et intrados (quel que soit l'angle de localisation du capteur), est de  $0,65 \cdot 10^{-3}$  à l'extrados contre  $0,57 \cdot 10^{-3}$  à l'intrados. L'ordre de grandeur est le même.

La densification du maillage a une influence sur les valeurs des déformations obtenues par les ECV, mais l'ordre de grandeur et le taux de variation entre les deux maillages restent les mêmes. Cette différence peut s'expliquer par le fait que :

- l'épaisseur du revêtement passe de 30 cm à 31 cm entre le maillage lâche et le maillage dense,
- la position des cages de capteurs passe de 6 cm à 5 cm d'éloignement par rapport à la paroi intrados de l'alvéole entre le maillage lâche et le maillage dense.

La densification du maillage augmente les temps de calcul. Le modèle avec le maillage le plus dense est donc simplement utilisé quand l'optimisation permet de trouver la déformée de la section d'alvéole. Lorsque le maillage est dense, le temps de calcul pour avoir les déformations chaque degré, pour chaque position d'ECV (intrados et extradados) et pour chaque contrainte est d'environ 48 h. Avec le maillage lâche, dans les mêmes conditions, le temps de calcul passe à 36 h.

Le revêtement est coulé en deux étapes dans le Laboratoire Souterrain, avec un premier coulage sur le tiers inférieur, et un deuxième coulage sur les deux tiers supérieurs. Les deux blocs sont comme « posés » l'un sur l'autre. La modélisation est donc décomposée en deux maillages identiques (avec les mêmes propriétés et la même densité). Aucun élément de joint n'est mis en place.

### 2.3.1.3 Modélisation du terrain encaissant

Le terrain encaissant est modélisé par des ressorts appliqués normalement en chaque nœud du contour extérieur de l'alvéole selon l'hypothèse de Winkler (Jacob 2006; Bucu 2007). La rigidité des ressorts prend en compte le coefficient de Poisson et le module d'Young du sol. Le calcul de la rigidité des ressorts est présenté à la partie suivante (§2.3.2).

Une section d'alvéole modélisée sous Cast3m est schématisée comme suit :

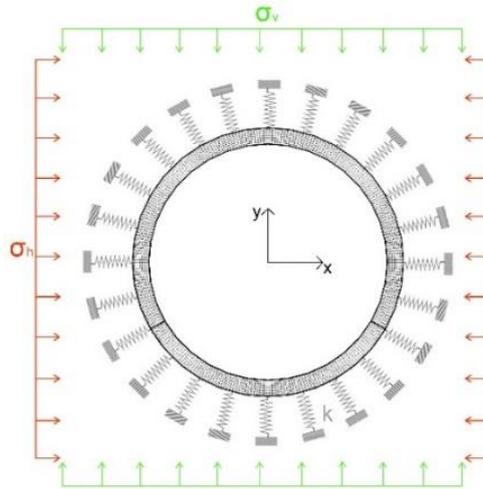


Figure 26 : Modélisation de la structure d'une section d'alvéole et du terrain encaissant.

Les forces appliquées sur le revêtement de la structure sont les contraintes horizontales  $\sigma_h$  et verticales  $\sigma_v$  exercées par la roche argileuse. Ces contraintes sont uniformes, selon les données géotechniques.

### 2.3.2 Paramètres d'entrée

Les paramètres d'entrée du modèle numérique sont les valeurs du démonstrateur du Laboratoire Souterrain. Il n'y a aucune charge à l'intérieur de l'alvéole. Les charges appliquées à l'extérieur et la rigidité des ressorts sont présentées par la suite ainsi que le choix de l'emplacement des ECV dans le revêtement.

#### 2.3.2.1 Application de la contrainte du sol

Dans le cadre du projet Cigéo, les tunnels seront de 12 m de diamètre excavé pour une profondeur à l'axe de 490 m. Il y a un rapport de 41 entre les deux longueurs, ce qui en fait un tunnel profond. Pour le calcul analytique, indépendamment de la loi de comportement du massif, celui-ci est considéré comme un massif infini, homogène et isotrope avec une section

de tunnel circulaire supposée homogène et isotrope. Les calculs sont faits sur une section en considérant que le terrain est élastique et que les petites déformations induites par la contrainte du sol sont planes. Pour un tunnel profond, le gradient de la pesanteur est négligé (Benamar 1996).

Pour l'application du chargement, la force répartie sur les ressorts doit être décomposée en un ensemble de forces ponctuelles appliquées à chaque nœud du contour extérieur de la galerie (Thépot 2004). Cette décomposition se fait de façon radiale  $p$  et tangentielle  $q$  (Figure 27) avec :

$$p = \left( \frac{\sigma_v}{2} + \frac{\sigma_h}{2} - \left( \frac{\sigma_v}{2} - \frac{\sigma_h}{2} \right) * \cos 2\beta \right) * lm \quad [3]$$

$$q = \left( - \left( \frac{\sigma_v}{2} - \frac{\sigma_h}{2} \right) * \sin 2\beta \right) * lm \quad [4]$$

avec  $lm$  la surface d'influence de la force et  $\beta$  l'angle en degré, présenté Figure 27.

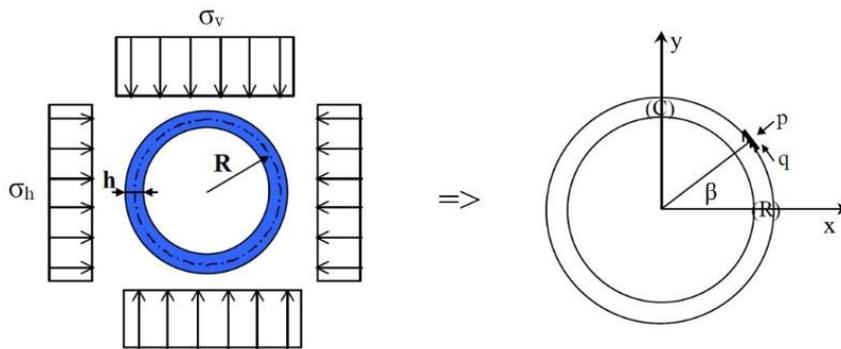


Figure 27 : Charge ponctuelle équivalente à la charge répartie (Thépot 2004).

Dans ce modèle, seule la force équivalente radiale  $p$  est prise en compte car Cast3m permet de faire une application radiale équivalente d'une charge répartie, mais ne permet pas de faire son équivalent tangential. Il faudrait décomposer cette force  $q$  en  $x$  et en  $y$ . Afin de voir si la force tangentielle  $q$  joue un rôle dans la mesure de la déformation, le calcul du cas le plus défavorable est réalisé. Il s'agit de la situation où la contrainte horizontale  $\sigma_h = 18$  MPa (pour rappel la contrainte verticale  $\sigma_v$  est constante et vaut 12,7 MPa) lorsque  $\beta = 45^\circ$ . Les applications numériques donnent les résultats suivants :  $p = 460,5$  kPa et  $q = 79,5$  kPa. La force tangentielle  $q$  est au minimum six fois inférieure à la force radiale  $p$ . Cette dernière est négligée pour la suite des calculs.

Sur une section du tunnel, la contrainte horizontale est constante. Entre deux sections, cette contrainte peut varier en fonction de l'orientation du tunnel suivant  $\sigma_H$  ou  $\sigma_h$ . Pour la création

de la base de données, la contrainte horizontale est considérée constante sur une section mais peut varier entre 12 MPa et 18 MPa suivant un pas de 1 MPa.

### 2.3.2.2 Rigidité des ressorts

La rigidité des ressorts est définie suivant le modèle de Winkler (Jacob 2006; Buce 2007) qui s'exprime par la formule :

$$k_s = \frac{E_{sol}}{R_m(1-\nu_{sol}^2)} \quad [5]$$

avec  $E_{sol}$  le module d'Young du sol,  $\nu_{sol}$  le coefficient de Poisson du sol et  $R_m$  le rayon moyen des ressorts (ici  $R_m = 4$  m).

Le rayon moyen des ressorts est de 4 m car le rayon intrados de l'alvéole fait 2,19 m, auquel il faut ajouter les 30 cm de revêtement (ce qui fait environ 2,50 m) et une demi-longueur de ressort (soit 1,50 m). Les ressorts font 3 m de long pour être ancrés dans le sol sain et englober la zone EDZ / soutènement.

La rigidité du sol  $k_s$  est multipliée par la longueur de revêtement reprise par chaque ressort (c'est-à-dire la longueur du contour extradados entre deux points consécutifs du maillage).

### 2.3.2.3 Placement des capteurs dans le modèle numérique

Dans le revêtement du Laboratoire Souterrain, les capteurs sont placés orthoradialement (à l'intrados et à l'extrados), radialement et longitudinalement tous les 90° en partant de 0°. En travaillant seulement sur une section, les ECV longitudinaux ne sont pas étudiés. Selon le rapport de la société de mathématique (§1.2.1), les ECV radiaux n'étant pas optimaux, ils ne seront pas pris en compte dans le premier cas d'optimisation étudié (i.e. identification de la contrainte du sol). Par contre, pour trouver la déformée d'une section d'alvéole, ce capteur radial sera considéré afin de voir son influence sur les résultats (Chapitre 4).

Afin d'optimiser le nombre et la position des ECV orthoradiaux, les simulations comprendront un ECV orthoradial intrados et un ECV orthoradial extradados (puis un ECV radial) chaque degré  $\beta$  entre 0° et 360° (Figure 28). Ainsi pour chaque valeur de contrainte horizontale  $\sigma_h$ , chaque capteur donnera une réalisation des déformations observées.

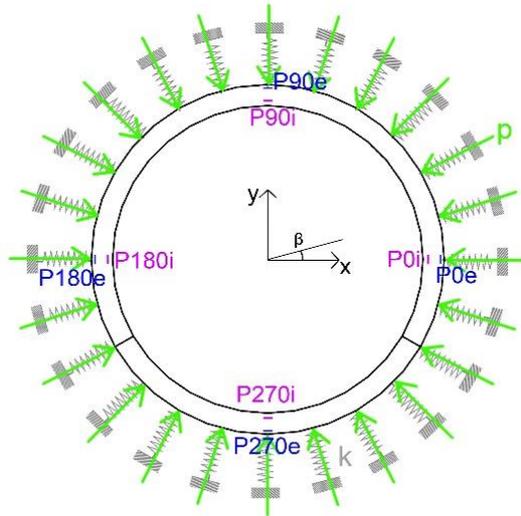


Figure 28 : Schéma de la modélisation d'une section d'alvéole instrumentée chaque degré par des ECV orthoradiaux.

La Figure 28 représente la modélisation d'une section d'alvéole. Les capteurs mis en place à chaque degré sont schématisés par une ligne et un nom ( $P0e$ ,  $P0i$ ,  $P90e$ , ...). Le nom du capteur est composé d'un nombre qui désigne le degré de positionnement du capteur et une lettre qui indique la paroi considérée : « i » pour intrados et « e » pour extrados.

### 2.3.3 Incertitudes

Le modèle numérique permet d'intégrer les incertitudes sur la rigidité variable des ressorts, sur la position orthoradiale des ECV et enfin sur la variation d'épaisseur du revêtement.

#### 2.3.3.1 Variation de rigidité des ressorts

La rigidité des ressorts est variable pour tenir compte de la fluctuation du module d'élasticité du sol. Les effets de variation du coefficient de Poisson sur les résultats sont considérés comme négligeables (Przewlocki 1999). Cette rigidité est fonction du coefficient de Poisson de l'argilite moyen de 0,29 et du module d'Young compris entre 3 GPa et 9 GPa. Ces valeurs sont des données mesurées dans le Laboratoire Souterrain.

Considérons huit lois normales centrées réduites  $\Delta_1$  à  $\Delta_8$ . Chaque loi correspond à la variation du module d'Young du moyen sol  $E_{sol}$  de 6 GPa avec des valeurs extrêmes à  $\pm 3$  GPa. (Les lois normales ne sont pas bornées). Ces huit lois permettent de calculer huit lois de rigidité du sol (équation 5) et peuvent ainsi être appliquées à huit ressorts du modèle numérique. Si un ressort est placé à chaque nœud du contour extérieur de l'alvéole, les huit lois de rigidité calculées sont associées à huit ressorts placés tous les  $45^\circ$  en partant de  $0^\circ$ . Entre deux ressorts à  $45^\circ$ ,

l'évolution de la rigidité est linéaire et son calcul pour chaque ressort intermédiaire correspond à une interpolation entre deux valeurs à 45°. La formule du calcul de la rigidité pour chaque ressort est la suivante :

$$k_{\beta} = k_{moy} + \left(1 - \frac{\beta}{45^{\circ}}\right) \Delta_i + \left(\frac{\beta}{45^{\circ}}\right) \Delta_{i+1} \text{ avec } i = 1, \dots, 8 \quad [6]$$

avec  $\beta$  l'angle de position du ressort,  $k_{moy}$  la rigidité moyenne des ressorts (obtenue par le module d'Young moyen du sol de 6 GPa),  $\Delta_i$  et  $\Delta_{i+1}$  deux variables aléatoires successives (avec  $i = 1, \dots, 8$ ) et  $k_{\beta}$  la rigidité du ressort à l'angle  $\beta$ .

L'évolution linéaire de la rigidité des ressorts peut être représentée par la Figure 29. La ligne pointillée violette donne la forme moyenne de la rigidité sur une section complète.

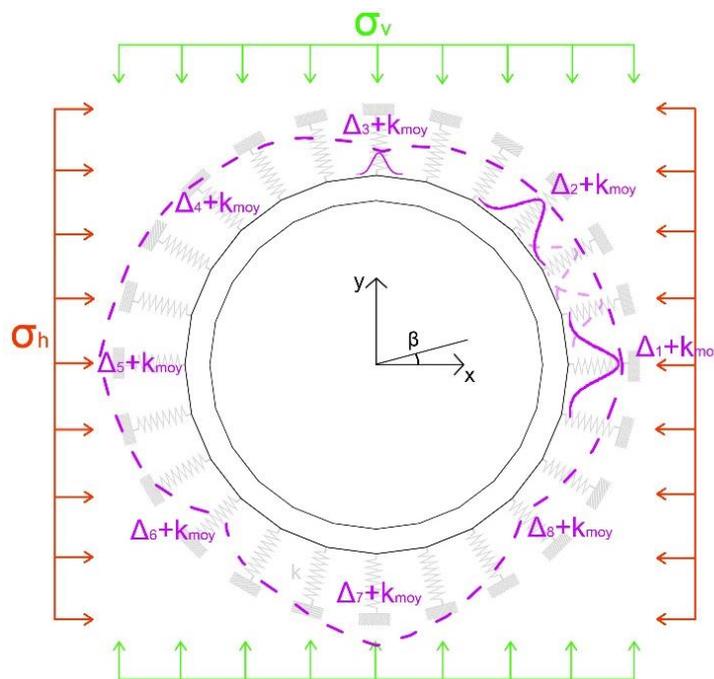


Figure 29 : Évolution linéaire de la rigidité entre deux lois normales ( $\Delta_1$  à  $\Delta_8$ ) sur une section d'alvéole.

### 2.3.3.2 Incertitudes sur les capteurs

Du fait des risques liés aux erreurs d'installation et aux risques de mouvement lors du coulage du béton, l'incertitude  $\theta$  que peut faire un ECV par rapport à sa position orthoradiale théorique est au maximum de  $\pm 20^{\circ}$ . Comme présenté à la Figure 30, l'angle  $\theta$  est appliqué au centre du capteur ou au centre de la cage dans le cas de plusieurs capteurs par cage. Les traits pointillés représentent la position réelle que peut avoir une cage par rapport à sa position théorique (traits pleins).

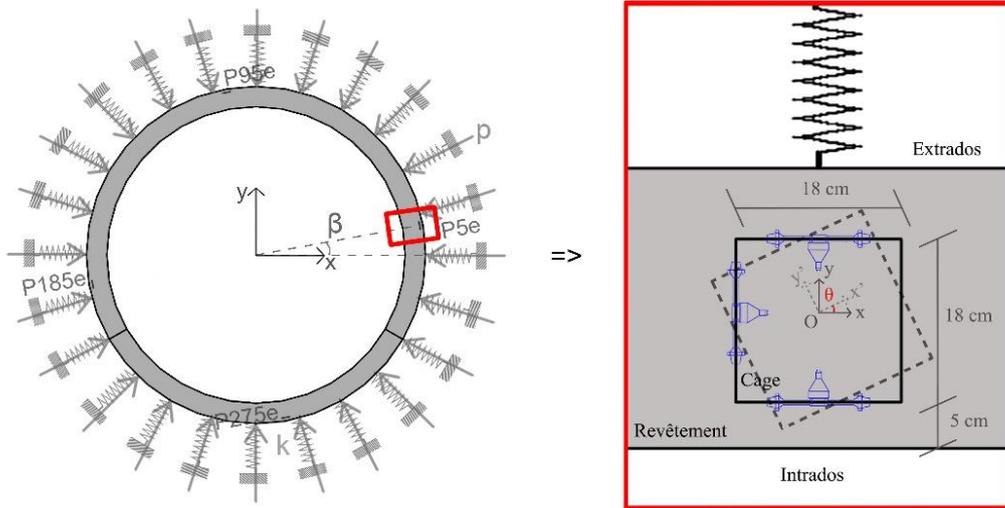


Figure 30 : Incertitude sur la position des cages de capteurs.

L'incertitude sur l'emplacement théorique orthoradial des capteurs est prise en compte en adoptant des lois centrées réduites, avec  $\pm 20^\circ$  d'erreur d'orientation du capteur correspondant à  $\pm 3$  écarts-types. Chaque valeur de  $\theta$  permet ainsi de calculer la variation de longueur  $\Delta\varepsilon$  de l'ECV. Les rayons  $R1$  et  $R2$  reliant les extrémités du capteur au centre de l'alvéole sont considérés comme parallèles ( $R \gg \gamma$ ). La Figure 31, donne l'emplacement orthoradial d'un ECV et constitue une aide pour calculer la variation de longueur  $\Delta\varepsilon$  de la corde. Le cercle noir correspond au rayon moyen du revêtement.

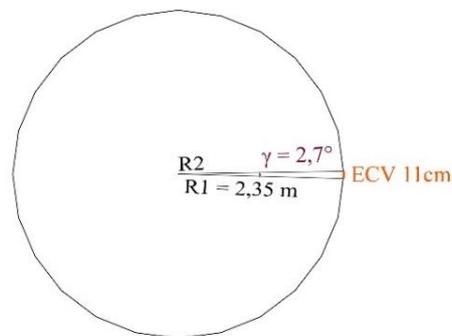


Figure 31 : Emplacement orthoradial d'un ECV aidant au calcul de  $\Delta\varepsilon$ .

$\Delta\varepsilon$  est calculé comme suit :

$$\Delta\varepsilon = \frac{\bar{m} * (1 - \cos \theta)}{\cos \theta} \quad [7]$$

avec  $\bar{m}$  la moyenne de chaque loi normale de déformation.

Pour obtenir les nouvelles lois normales des déformations  $N(\bar{m}, \sigma_{\varepsilon_{incertain}})$ , en considérant tous les emplacements de capteurs et toutes les contraintes horizontales, les paramètres statistiques sont comme suit :

- la moyenne  $\bar{m}$  est égale à la déformation théorique du modèle éléments finis dans les conditions nominales,
- l'écart-type  $\sigma_{\varepsilon_{incertain}}$  est calculé à l'aide de la formule :

$$\sigma_{\varepsilon_{incertain}} = \sqrt{\sigma_{\varepsilon_{th}}^2 + \sigma_{intr}^2 + \sigma_{\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}}^2} \quad [8]$$

avec  $\sigma_{\varepsilon_{th}}$  l'écart-type des lois normales de déformation théoriques (avec des ECV placés exactement orthoradialement),  $\sigma_{intr}$  l'écart-type de l'erreur intrinsèque du capteur, due à son mode de résonance ( $\sigma_{intr} = 1,75\% * \bar{m}$ ) (Mei 2016) et  $\sigma_{\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}}$  l'écart-type  $\Delta\varepsilon$  de la déformation  $\varepsilon$  mesurée par le capteur en fonction de l'angle  $\theta$  d'erreur de mise en place de la cage ( $\sigma_{\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta\varepsilon - \bar{m})^2}{n}}$ ),  $n$  étant le nombre de réalisations de chaque loi normale.

Les nouvelles distributions des déformations  $N(\bar{m}, \sigma_{\varepsilon_{incertain}})$  peuvent ainsi être calculées en chacun des points  $P0$  à  $P359$  (Figure 28) intrados «  $i$  » et extrados «  $e$  » pour chaque valeur de contrainte horizontale  $\sigma_h$  comprise entre 12 MPa et 18 MPa.

### 2.3.3.3 Incertitude sur l'épaisseur du revêtement

Sur une section d'alvéole, le coffrage intrados donne une galerie supposée parfaitement circulaire. Par contre, la paroi extrados, en contact avec la roche n'est pas aussi régulière et les 30 cm d'épaisseur de revêtement prise en compte jusqu'à maintenant ne sont en fait qu'une moyenne. Sur certaines sections des galeries du Laboratoire Souterrain, des mesures de l'épaisseur du revêtement ont été réalisées tous les 15°. De ces mesures est ressortie une épaisseur moyenne de 31 cm et un écart-type de 3,5 cm, avec une épaisseur minimum de 25cm.

Une première partie des calculs est menée en considérant un revêtement d'épaisseur constante de 30 cm. Une seconde étape consiste à étudier l'influence de cette variation d'épaisseur. Une valeur d'épaisseur du revêtement est ainsi tirée pour chaque degré (la variation d'épaisseur est intégrée au niveau du contour extrados de la section). Le module d'Young du béton,  $E_b$ , est considéré comme constant.

Le maillage de la section d'alvéole en éléments finis compte des mailles de dimensions 3cm\*5,5cm. La mesure de la déformation par les capteurs correspond à une variation de longueur de la corde de chaque extensomètre ( $\varepsilon = \Delta L/L$ ). Cette variation de longueur est mesurée à partir des nœuds superposés aux extrémités des ECV (Figure 32). Le quadrillage noir représente les éléments du revêtement du modèle numérique, les lignes bleues correspondent

aux ECV et les points rouges correspondent aux nœuds du maillage les plus proches des extrémités des ECV (fonction *POIN PROC* sous Castem). Ces nœuds permettent le calcul de la variation de longueur de la corde  $\Delta L$  par rapport à la longueur initiale  $L$ .

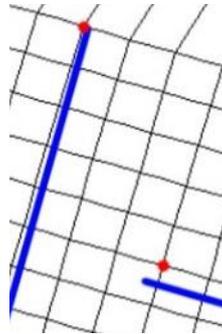


Figure 32 : Commande *POIN PROC* sous Castem pour suivre les nœuds des mailles les plus proches des extrémités des cordes des ECV. (Les lignes bleues représentent les ECV dans le maillage).

En intégrant l'incertitude sur la variation d'épaisseur du revêtement, certains capteurs peuvent voir leurs extrémités de corde fixées relativement loin des nœuds du maillage. Pour pallier cet éloignement, Castem propose une autre fonction (*ELEM CONTENANT*) permettant, non plus de prendre le point du maillage le plus proche de l'extrémité de l'ECV, mais de faire une moyenne des points de la maille contenant l'extrémité du capteur (Figure 33).

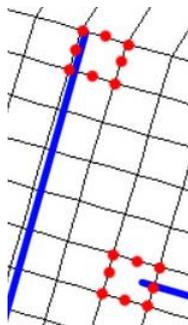


Figure 33 : Commande *ELEM CONTENANT* sous Castem pour faire une moyenne des nœuds de la maille contenant l'extrémité de la corde d'un ECV.

Pour la suite, lorsque l'optimisation permet d'estimer la contrainte horizontale à l'origine des déformations données par les ECV, le revêtement a une épaisseur de 30 cm. Dans ces conditions, le calcul de la variation  $\Delta L$  de longueur de la corde utilise la fonction *POIN PROC* présentée à la Figure 32. Pour le calcul de la déformée, le revêtement peut (ou non) avoir une épaisseur variable. Dans ce second cas, le calcul de la variation  $\Delta L$  de longueur de la corde utilise la fonction *ELEM CONTENANT* énoncée à la Figure 33.

La comparaison des résultats entre ces deux fonctions sera présentée dans la suite de ce manuscrit (Chapitre 4).

### 2.3.4 Paramètres de sortie

A partir du modèle éléments finis et des paramètres d'entrée fournis par le Laboratoire Souterrain, une base de données peut être créée. Elle permet de rassembler les déformations pour chaque capteur intrados, extradados (et radial), à chaque degré et pour chaque contrainte horizontale.

Les résultats sont regroupés dans un tableau en fonction des paramètres d'entrée (angle de mise en place des capteurs et contrainte). Pour chaque paramètre, un histogramme correspondant à une loi normale représente la déformation observée. L'incertitude sur l'erreur de mise en place des cages de capteurs augmente l'écart-type de ces lois.

#### 2.3.4.1 Base De Données des déformations

Le calcul de la base de données pour 4 ECV intrados et 4 ECV extradados pour les contraintes horizontales allant de 12 MPa à 18 MPa prend 8 min (pour le tirage de 10 valeurs par loi normale). Lors de l'optimisation, chaque combinaison pour un nombre de cages et les positions de ces cages, devra demander ce temps de calcul pour la création de la BDD. Devant le nombre d'essais de combinaisons à réaliser, il est important de réduire le temps de calcul de création de la BDD. La rigidité du sol est aléatoire sur une section, mais en considérant que la rigidité de chaque ressort est identique quelle que soit la combinaison nombre de cages / position de ces cages, il devient possible de créer la BDD en une seule fois, avec toutes les combinaisons envisageables. Ainsi, la BDD des déformations  $\varepsilon$  est créée pour :

- des cages positionnées chaque degré entre  $0^\circ$  et  $359^\circ$ ,
- des ECV orthoradiaux à l'intrados et à l'extrados (+ radial),
- une contrainte horizontale  $\sigma_h$  variant entre 12 MPa et 18 MPa, suivant un pas de 1 MPa (Figure 34).

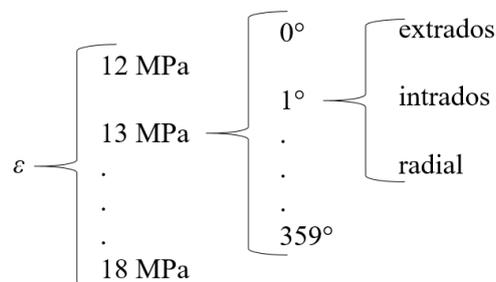


Figure 34 : Décomposition de la BDD des déformations pour chaque contrainte, chaque degré et chaque orientation d'ECV.

La BDD présentée dans le Tableau 11 regroupe donc l'ensemble des valeurs de déformations. Les calculs, avec cette solution, prennent moins de 48h.

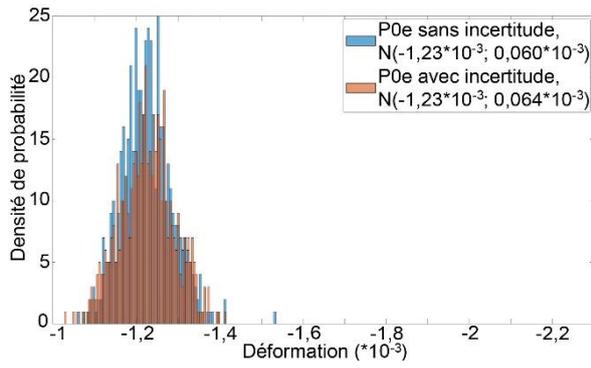
Contrainte	12 MPa									13 MPa			...	18 MPa			
Angle	0°			1°			...	359°			0°	...	359°	...	0°	...	359°
Intrados (0) /Extrados (1) (/Radial (2))	1	0	2	1	0	2	...	1	0	2	1	...	2	...	1	...	2
<b>Valeurs issues des lois normales de déformations</b>	v							v									
	a							a									
	1	...						1					...				
	1							1									
	...							...									
	v								v								
a								a									
1								1									
0								0									
...								...									
v								v									
a								a									
1								1									
5								5									
0								0									
0								0									

Tableau 11 : Organisation de la Base De Données.

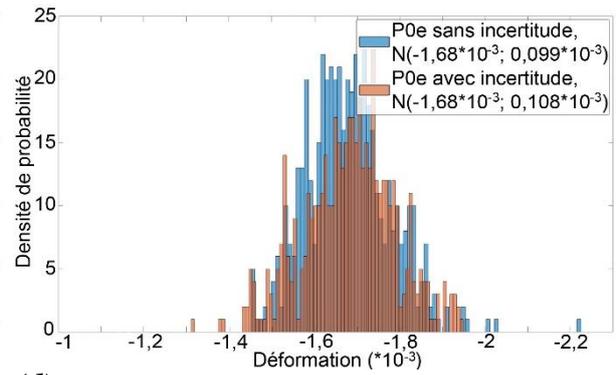
500 valeurs sont tirées dans chaque loi normale de déformations. Cependant, pour une mise en place rapide de l'optimisation par algorithme génétique, une seconde BDD comptant seulement 10 valeurs issues de chaque loi de déformations est également créée.

#### 2.3.4.2 Influence de l'incertitude des capteurs

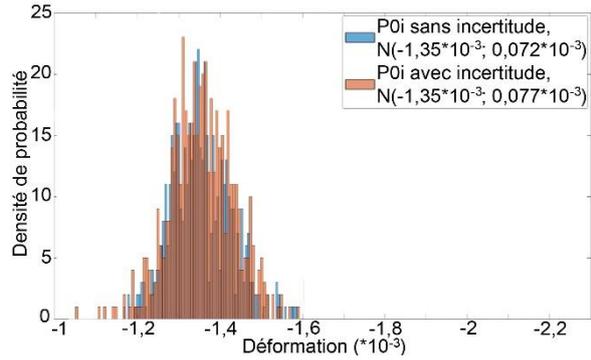
Pour montrer l'influence de l'incertitude sur les positions orthoradiales et radiale théoriques des extensomètres, l'exemple choisi est celui de la cage de capteurs placée à 0° avec les trois ECV intrados, extrados et radial pour les deux contraintes les plus extrêmes soit, 12 MPa et 18 MPa. Les histogrammes comptent 500 tirages par variable.



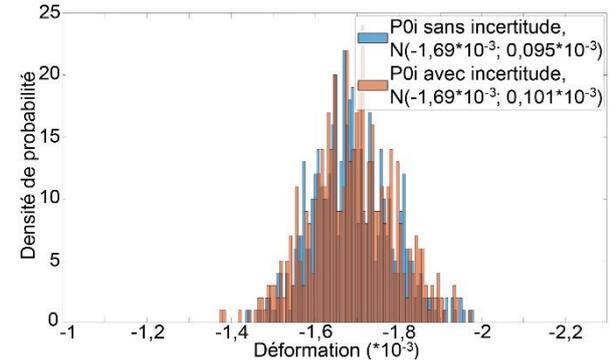
(a)



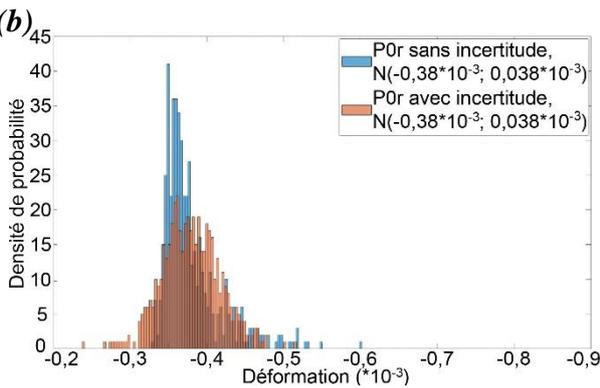
(d)



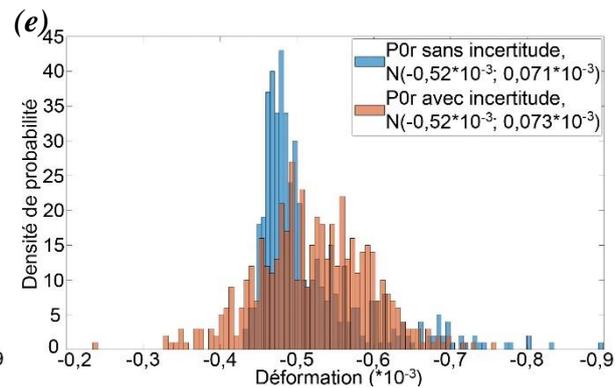
(b)



(e)



(c)



(f)

Figure 35 : Influence de l'incertitude de mise en place des ECV (a) extradados, (b) intrados et (c) radial sur les mesures de déformation pour une contrainte de 12 MPa.

Figure 36 : Influence de l'incertitude de mise en place des ECV (d) extradados, (e) intrados et (f) radial sur les mesures de déformation pour une contrainte de 18 MPa.

Les histogrammes bleus représentent les distributions de la déformation sans tenir compte des incertitudes, les histogrammes orange sont les mêmes distributions avec ajout des incertitudes sur les capteurs. La moyenne de chaque distribution reste la même avant et après calcul de l'incertitude, seul l'écart-type augmente. Les valeurs des lois présentées par la suite (Figure 35 et Figure 36) peuvent varier à cause des arrondis des calculs de la moyenne et de l'écart-type (cas du capteur radial subissant une contrainte horizontale de 12 MPa, Figure 35.c).

Les extensomètres placés orthoradialement à l'extrados du revêtement vont voir leur écart-type augmenter de 6,4% pour 12 MPa (Figure 35.a) à 7,3% pour 18 MPa (Figure 36.d) avec l'ajout d'incertitude sur la mise en place des cages. Les extensomètres intrados voient les écart-types

augmenter respectivement de 6,9% (Figure 35.b) et 5,6% (Figure 36.e) pour les contraintes de 12 MPa et 18 MPa. L'ajout d'incertitude est moins marqué sur les ECV radiaux avec une variation de -0,02% (Figure 35.c) pour la contrainte de 12 MPa et augmentation de 2,9% (Figure 36.f) pour la contrainte de 18 MPa. La vérification pour des cages positionnées à des angles différents de 0° donne des résultats similaires.

### 2.3.4.3 Déformations obtenues

En prenant en compte l'incertitude sur les angles des capteurs, la Figure 37 présente les histogrammes obtenus à un même angle (0°) pour les trois capteurs intrados, extrados et radial pour les deux contraintes les plus extrêmes (12 MPa, (a) et 18 MPa, (b)).

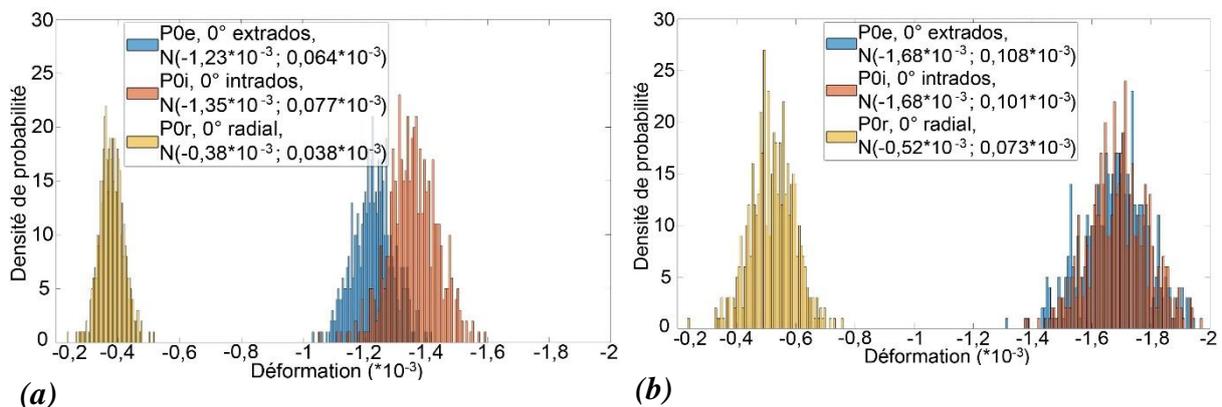


Figure 37 : Histogramme des déformations obtenues dans la BDD pour les ECV intrados, extrados et radial positionnés à 0° et pour les contraintes horizontales les plus extrêmes à 12 MPa (a) et 18 MPa (b).

La Figure 38 donne les résultats des déformations obtenues par les différents ECV (intrados (a), extrados (b) et radial (c)) à 0° pour chaque contrainte horizontale entre 12 MPa et 18 MPa, suivant un pas de 1 MPa. La Figure 37 (a et b) montre que le capteur radial relève une déformation environ trois fois plus faible que les capteurs orthoradiaux. À 12 MPa, l'extensomètre intrados est plus sensible aux déformations que le capteur extrados. À 18 MPa, les mesures des deux ECV orthoradiaux sont comparables. Le capteur extrados semble donc plus sensible aux contraintes qui lui sont appliquées. La Figure 38 (a, b et c) montre l'évolution des observations de déformations données par les ECV en fonction de la contrainte du sol appliquée sur l'alvéole. Ici aussi, le capteur extrados permet de relever la plus grande plage de variation des mesures de déformation. Les paramètres de chaque histogramme de la Figure 38 sont  $N(\bar{m} \cdot 10^{-3}, \sigma_{\varepsilon_{incertain}} \cdot 10^{-3})$ .

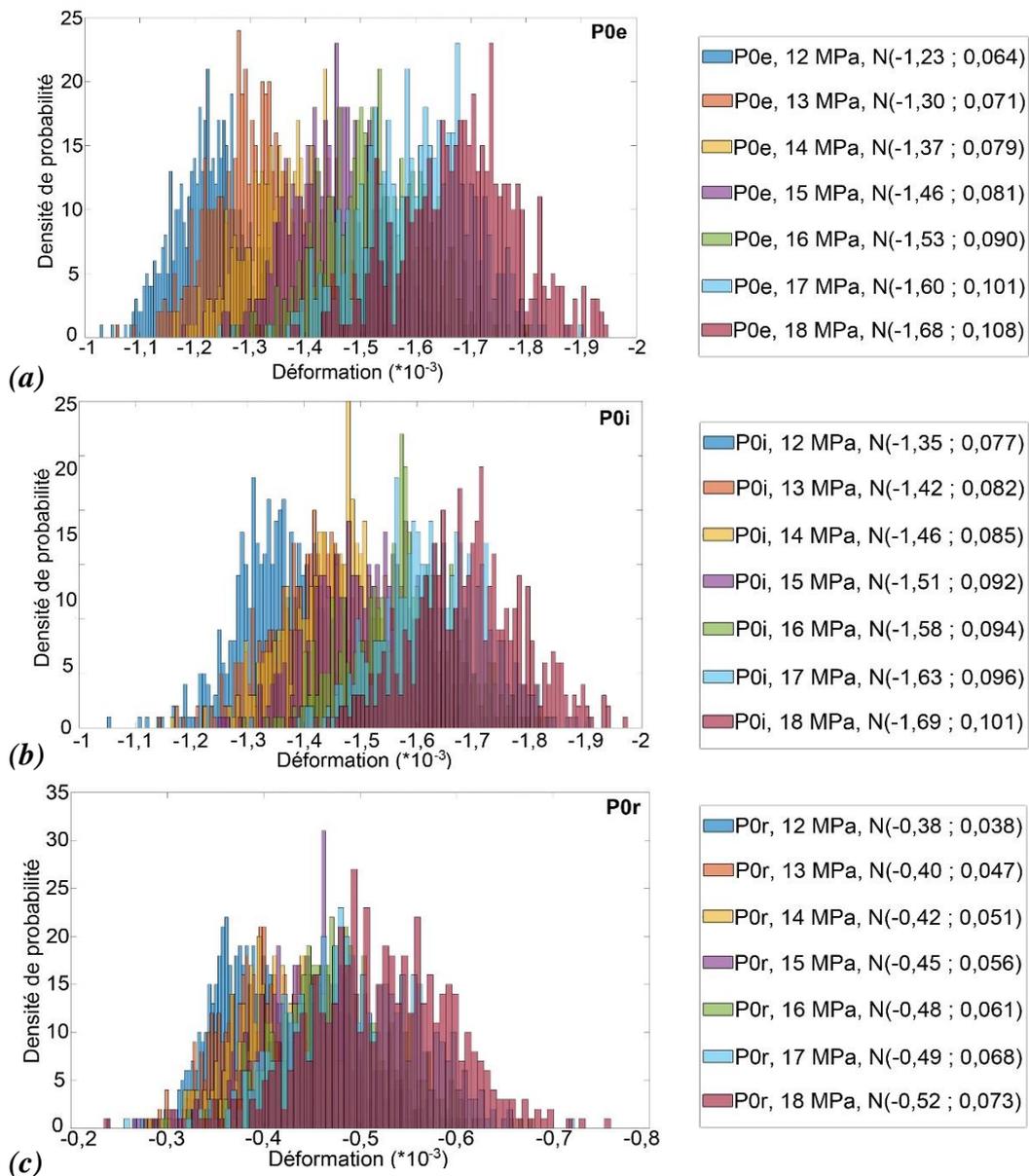


Figure 38 : Histogramme des déformations obtenues dans la base de données pour les ECV intrados (a), extrados (b) et radial (c) positionnés à  $0^\circ$  pour toutes les contraintes horizontales.

## 2.4 Synthèse du chapitre 2

Dans le cadre du projet Cigéo de stockage de déchets radioactifs en couche géologique profonde, le monitoring des structures des alvéoles va permettre une surveillance du site pendant la durée d'exploitation de ce dernier avec une période de réversibilité sur 100 ans. À quelques kilomètres du projet, un Laboratoire Souterrain permet de faire différents essais de galeries ainsi que de connaître les caractéristiques du sol encaissant. Suite à un retour d'expérience très favorable sur les extensomètres à corde vibrante, que ce soit en durée de vie, en stabilité ou en fiabilité, ces derniers sont actuellement testés dans le Laboratoire.

Devant la complexité de la modélisation, après le forage des tunnels, il a été décidé de créer un modèle éléments finis 2D simplifié d'une section d'alvéole mesurant uniquement les déformations. Le modèle développé s'appuie sur les valeurs obtenues par les différents capteurs présents dans le Laboratoire. Les incertitudes sur le sol encaissant, la variation d'épaisseur du revêtement et sur les capteurs eux-mêmes ainsi que sur leur mise en place sont prises en compte. Le modèle numérique va servir de base pour l'optimisation de la position des capteurs. La base de données (Tableau 11, Figure 34 et Figure 38) regroupe donc l'ensemble des observations de déformations que les ECV vont pouvoir donner en fonction de leur position (angles des capteurs par rapport à l'horizontale de l'alvéole, en degré) et de leur orientation (intrados / extrados ou radial) pour chacune des contraintes de sol mesurées dans le Laboratoire Souterrain.

Ce modèle simplifié doit permettre de multiplier les calculs d'optimisation de placement de capteurs ainsi que de vérifier si les essais du Laboratoire Souterrain avec un capteur radial et deux capteurs orthoradiaux intrados et extrados par cage sont optimaux. L'objectif étant que l'Andra crée une base de données à partir d'un modèle numérique plus complexe et réaliste.

Les chapitres suivants présenteront la méthodologie d'optimisation choisie et les résultats obtenus en fonction des différents cas étudiés avec la récupération de la contrainte ou de la déformée d'une section et la prise en compte ou non des incertitudes sur les capteurs ou l'épaisseur du revêtement).

## **CHAPITRE 3. METHODOLOGIE D'OPTIMISATION**

L'objectif de ce chapitre est de développer une méthodologie permettant de déterminer le nombre minimal et l'emplacement des capteurs à mettre en place en vue, dans un premier temps, d'estimer la distribution des contraintes sur l'alvéole ayant provoqué les déformations mesurées localement (§3.2) et, dans un second temps, de retrouver la section déformée d'une alvéole (§3.3) pour pouvoir s'assurer de la réversibilité de l'entreposage des colis. L'optimisation du nombre et de la localisation des ECV est effectuée sur la base de l'utilisation d'un algorithme génétique (§3.4).

### **3.1 Présentation de la méthodologie et des pistes explorées**

Le modèle numérique d'alvéole créé (§2.3) permet d'obtenir une Base De Données (BDD) des déformations pour chaque position de capteurs intrados, extrados et radial à chaque degré de l'alvéole et pour chaque contrainte horizontale comprise entre 12 MPa et 18 MPa, suivant un pas de 1 MPa. Cette BDD permet, en fonction des conditions initiales, de posséder un ensemble de déformations possibles.

Sur site (pour le projet Cigéo ou actuellement dans le Laboratoire Souterrain) les seules informations disponibles sont les mesures des déformations locales, données par les ECV.

À l'aide de ces mesures de déformation, une méthodologie d'optimisation (Figure 39) doit permettre d'optimiser le nombre et la localisation des cages de capteurs à mettre en place. Cette méthodologie doit, au travers d'un modèle inverse, servir dans un premier temps à retrouver les conditions initiales ayant causées ces déformations.

Pour cela, une approche bayésienne présentée (§3.2) doit permettre de récupérer cette condition initiale : la contrainte horizontale  $\sigma_h$  à l'origine des déformations observées par les capteurs. Si le modèle n'avait aucun défaut, un seul capteur permettrait de connaître cette information. Mais les hypothèses prises pour la création de ce dernier et les nombreuses incertitudes (de modélisation, d'environnement et de mise en place et de mesure des capteurs) attachées à ce problème, nécessitent l'installation de plusieurs cages de capteurs afin d'estimer au mieux cette valeur de contrainte. Pour un nombre de capteurs donnés, l'algorithme génétique d'optimisation va les positionner aléatoirement, les évaluer à l'aide du modèle inverse, comparer ces résultats avec la BDD et trier les individus testés en fonction de leur « qualité » (§3.4). De là, les

meilleurs individus vont être conservés et l’algorithme génétique va permettre la création de nouveaux individus qui seront à leur tour comparés aux précédents en vue de converger vers une solution d’emplacement optimale permettant d’estimer  $\sigma_h$  à partir des observations de déformation.

Dans un second temps, la méthodologie d’optimisation doit permettre de retrouver la déformée totale de l’alvéole. En effet, du fait de la contrainte de réversibilité du projet Cigéo, l’objectif final est de connaître la déformée d’une section d’alvéole afin de s’assurer que cette dernière ne dépasse pas le jeu de manutention des colis.

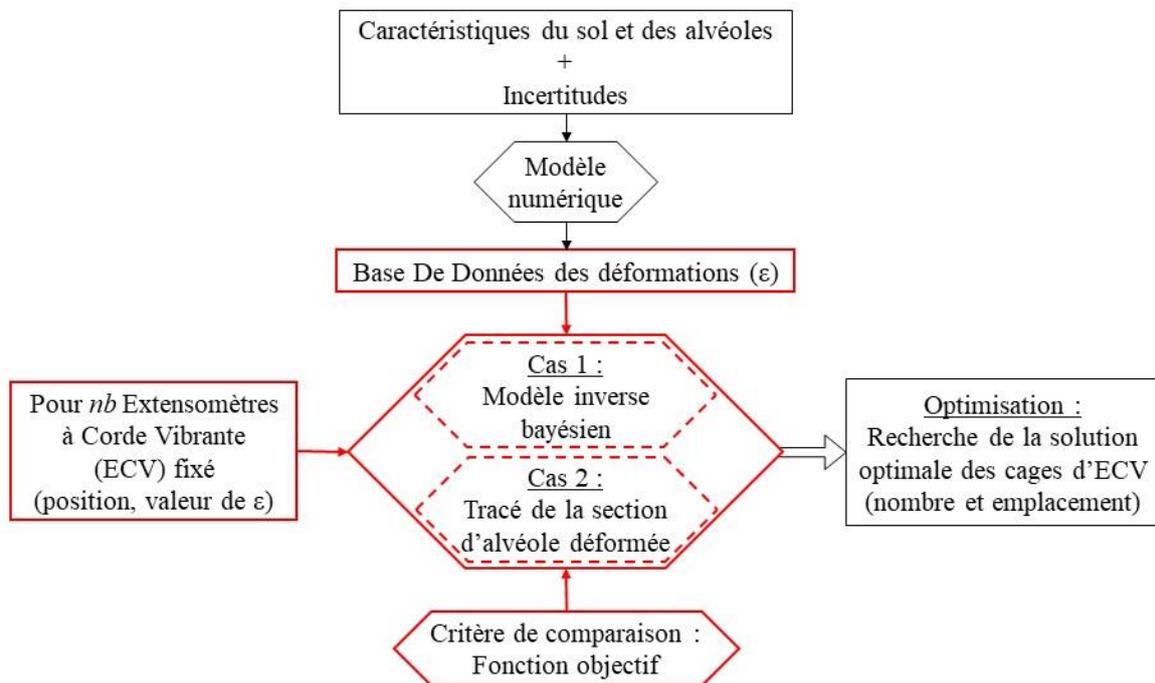


Figure 39 : Méthodologie d'optimisation.

Le travail d’optimisation se décompose donc en deux cas. La première approche (Figure 39) consiste à retrouver la contrainte horizontale  $\sigma_h$  à l’origine des déformations observées par les différents ECV. Cette étape utilise un modèle inverse (§3.2) pour retrouver la cause à partir des conséquences. La seconde approche (Figure 39) a pour but de trouver la déformée des alvéoles à partir des valeurs de déformations données par les ECV (§3.3). Ces deux cas sont tour à tour associés à un algorithme d’optimisation (§3.4) permettant d’obtenir le nombre et la localisation des capteurs à mettre en place dans une section d’alvéole.

### 3.1.1 Méthodologie d'optimisation pour déterminer la contrainte du sol

La méthodologie d'optimisation du nombre et de la localisation des ECV permettant de répondre à la problématique d'estimation des contraintes horizontales à l'origine des déformations mesurées localement par les ECV, est illustrée sur la Figure 40 :

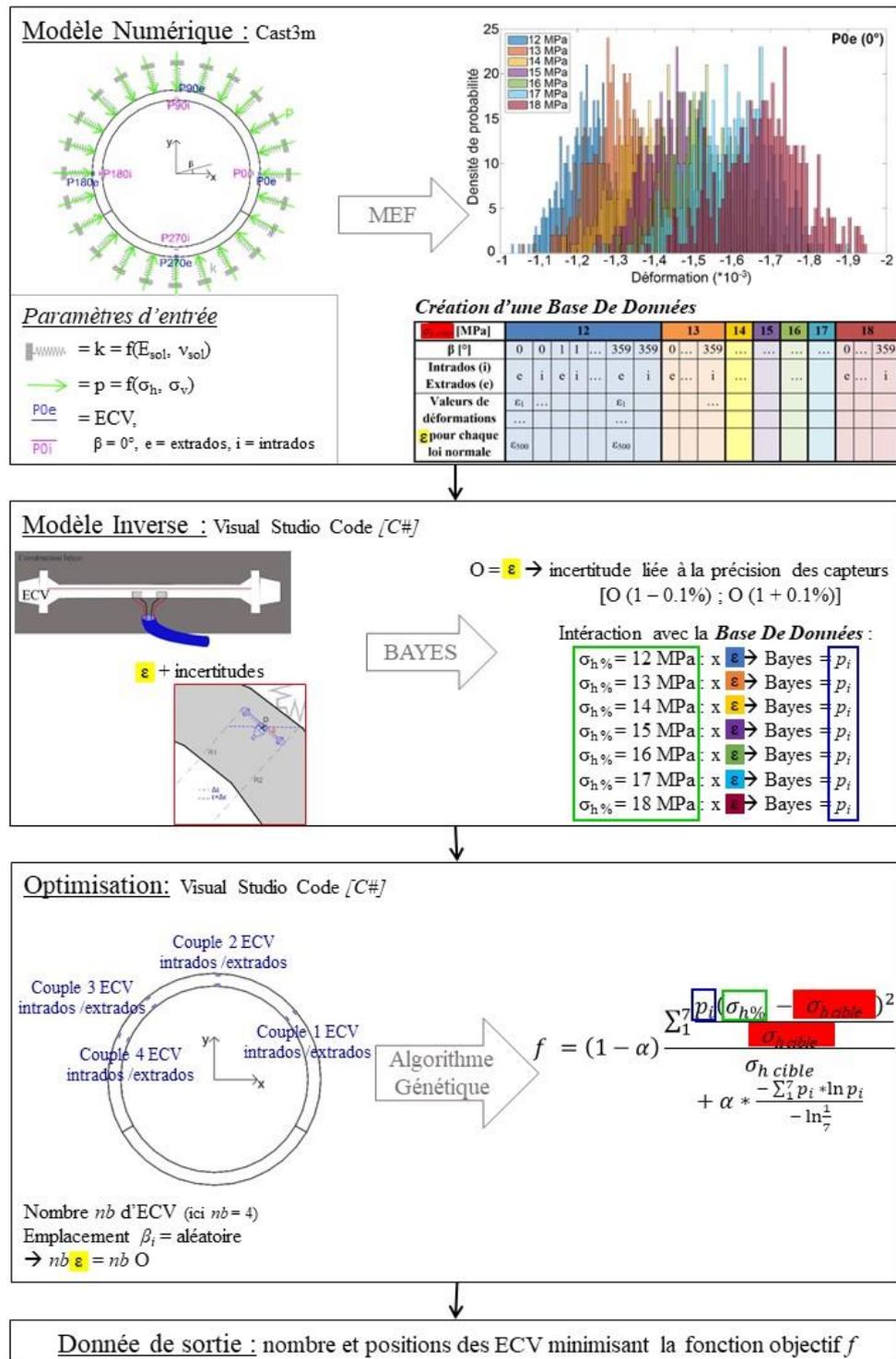


Figure 40 : Méthodologie d'optimisation pour retrouver la contrainte à l'origine des déformations observées par les capteurs.

À partir d'un nombre  $nb$  donné d'ECV positionnés aléatoirement (angle  $\beta_i$ ) dans une section d'alvéole, un modèle inverse bayésien permet de déterminer la probabilité d'occurrence de chaque contrainte  $\sigma_h\%$  comprise entre 12 MPa et 18 MPa. En comparant ces probabilités aux valeurs de la BDD établie auparavant, chaque proposition de placement de capteurs va avoir un résultat de fonction objectif  $f$  correspondant à la qualité des solutions du modèle inverse. Une évolution du placement des ECV par algorithme génétique en s'appuyant sur  $f$  permet de trouver la solution optimale des capteurs (pour un nombre de capteurs donné). L'évolution de  $f$  pour chaque position optimale suivant un nombre de capteur donné permet d'optimiser ce nombre  $nb$ .

### 3.1.2 Méthodologie d'optimisation pour obtenir la déformée de l'alvéole

La méthodologie d'optimisation développée pour répondre à la seconde problématique de ce travail qui est de trouver la section déformée d'une alvéole à partir des mesures de déformations locales enregistrées par les ECV, est illustrée sur la Figure 41.

Ici aussi, le point de départ est un nombre  $nb_c$  donné de cages d'ECV positionnées aléatoirement (angle  $\beta_i$ ) dans une section d'alvéole. Une fonction mathématique permet le tracé d'une spline représentant la section d'alvéole déformée. En comparant cette déformée aux différentes déformées de la BDD, chaque proposition de placement des capteurs donne une valeur de la fonction objectif  $f$  correspondant à la qualité de la déformée tracée. Comme précédemment, l'évolution du placement des cages d'ECV par AG, en s'appuyant sur  $f$ , permet de trouver la solution optimale du placement de ces cages, et l'évolution de  $f$  pour chaque position optimale permet d'optimiser le nombre de cages  $nb_c$ . Chaque cage compte  $nb$  ECV par cage (orthoradial intrados, extrados et radial).

Pour rappel, entre les deux cas d'optimisation, la BDD donne les déformations observées par les ECV chaque degré et pour chaque condition d'orientation des capteurs et de la contrainte appliquée. Ainsi, le capteur radial n'est considéré que dans la partie permettant de trouver la déformée de l'alvéole, ce qui coïncide avec la finesse du maillage (§2.3.1.2) et la variabilité d'épaisseur du revêtement (§2.3.3.3).

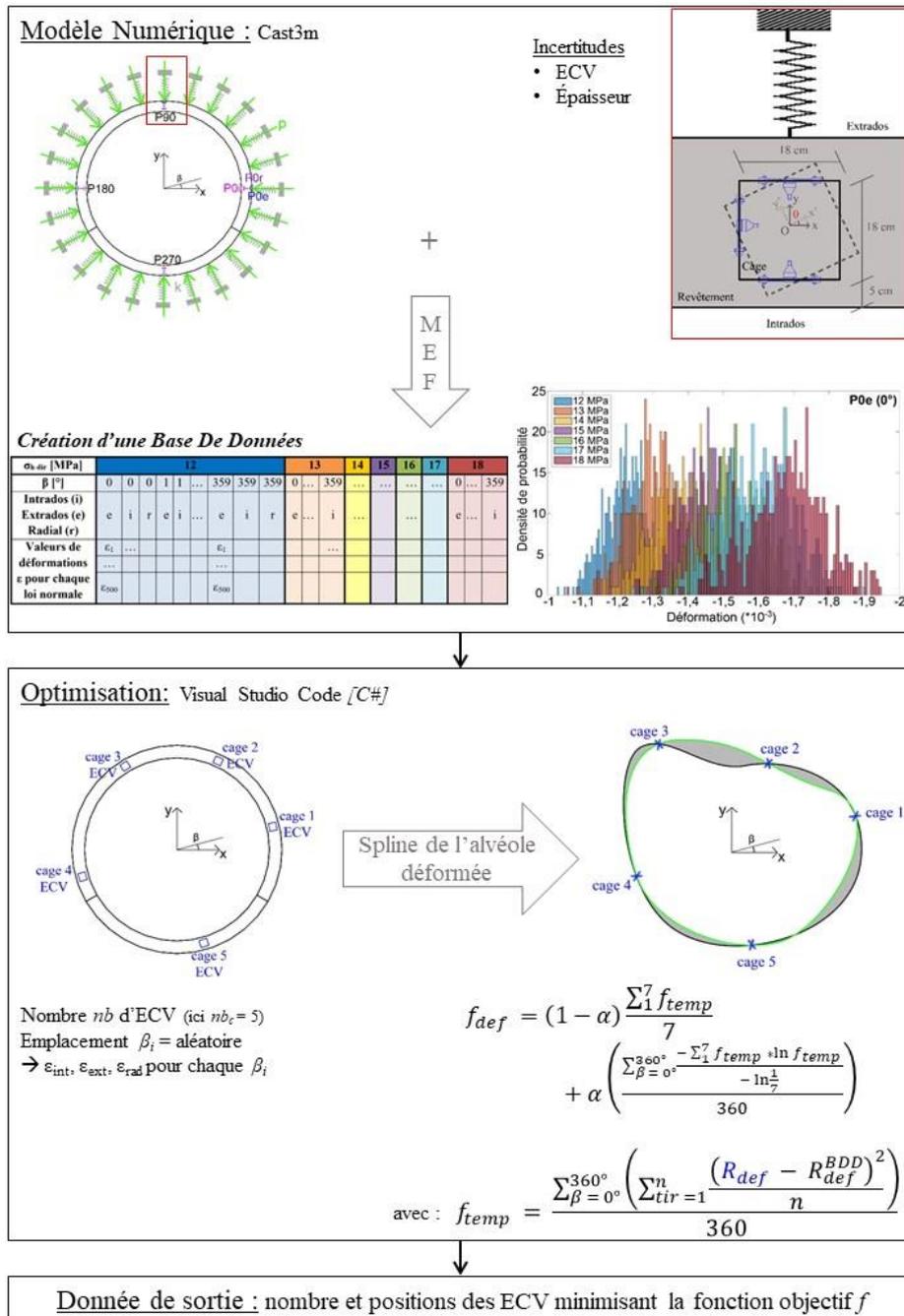


Figure 41 : Méthodologie d'optimisation pour retrouver la déformée d'une section d'alvéole.

### 3.2 Modèle inverse pour estimer les contraintes horizontales

À partir d'une ou de plusieurs déformations observées par un ou plusieurs ECV, le modèle inverse permet de retrouver la contrainte  $\sigma_h$  % à l'origine de cette/(ces) déformation(s).

Comme évoqué dans les chapitres précédents, pour effectuer cette analyse inverse nous avons opté pour l'analyse statistique bayésienne qui vise à déterminer les causes à partir des effets (Boreux et al. 2010).

### 3.2.1 Mise en place du modèle

Pour une déformation donnée (mesurée par un ECV à un emplacement donné), le modèle inverse utilise une approche bayésienne afin de retrouver la probabilité d'occurrence de chaque contrainte horizontale ( $\sigma_{h\text{ cible}}$  entre 12 MPa et 18 MPa suivant un pas de 1 MPa). Le modèle inverse s'appuie sur la base de données créée grâce au modèle éléments finis. L'inférence bayésienne se calcule à l'aide de la formule suivante (Bayes 1763) :

$$P(\sigma_{h_i}|O) = \frac{P(O|\sigma_{h_i}) * P(\sigma_{h_i})}{P(O)} \quad [9]$$

avec  $O$  l'observation d'une déformation et  $\sigma_{h_i}$  une contrainte ( $\sigma_{h_i} = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ ).  $P(\sigma_{h_i}|O)$  est la probabilité *a posteriori*.  $P(O|\sigma_{h_i})$  est la fonction de vraisemblance et  $P(\sigma_{h_i})$  est la probabilité *a priori* d'occurrence de la contrainte  $\sigma_{h_i}$  (indépendamment de l'observation  $O$ ). Le dénominateur sert à normaliser la loi *a posteriori*. Il peut être transcrit comme suit :

$$P(O) = \sum_{j=1}^7 P(O|\sigma_{h_j}) * P(\sigma_{h_j}) \quad [10]$$

Pour rappel, la méthodologie est déployée en faisant l'hypothèse que la contrainte horizontale est constante sur une section. Celle-ci varie entre 12 MPa et 18 MPa, ce qui fait que le modèle inverse utilise des variables discrètes.

Pour la résolution du modèle inverse par une approche bayésienne, l'observation  $O$  d'une déformation par un capteur tient compte de l'incertitude intrinsèque à ce dernier. Comme l'imprécision due à son mode de résonance fait partie des incertitudes traitées pour la création de la BDD, son imprécision de mesure doit également être considérée. Elle est de l'ordre de 0,1% (Stefanescu 2011). Lors de l'évaluation des déformations à l'aide du modèle inverse, l'imprécision des mesures est intégrée en créant un intervalle de confiance. L'approche bayésienne résout donc l'équation 9 en encadrant comme suit [ $O(1 - 0,1\%) ; O(1 + 0,1\%)$ ] la valeur de la déformation observée par un ECV. Ainsi, pour chaque réalisation de déformation dans la base de données, de chaque contrainte  $\sigma_i$ , la probabilité conditionnelle ( $O|\sigma_i$ ) revient à compter le nombre d'occurrences dans l'intervalle considéré.

Pour  $P(\sigma_{h_i})$ , chaque valeur de contrainte est considérée comme équiprobable (i.e. loi non informative), ce qui conduit à l'hypothèse que  $P(\sigma_{h_i}) = 1 / 7$ .

### 3.2.1.1 Exemple d'illustration

L'exemple suivant va détailler les étapes de calcul pour l'application de la formule de Bayes. Considérons une observation de déformation donnée par le capteur orthoradial extradados à  $0^\circ$   $P0e^{46}$  (Figure 28) de  $1,681 \cdot 10^{-3}$ . Cette valeur n'est pas choisie aléatoirement et correspond au tirage d'une valeur dans la BDD à la position du capteur considéré. Ceci permet de s'assurer de l'appartenance de l'observation au domaine des déformations de l'ECV. Dans l'exemple, l'observation  $O$  de  $1,681 \cdot 10^{-3}$  correspond à la moyenne de la variable de déformation pour une contrainte horizontale de 18 MPa (Figure 42, histogramme « prune »). Le modèle inverse ne connaît pas cette valeur de 18 MPa mais doit la retrouver en utilisant  $O$ , la position du capteur et la BDD. Devant les incertitudes propres aux ECV, le modèle inverse ne peut pas trouver avec certitude la contrainte de 18 MPa. Il va donc donner la probabilité d'occurrence de chaque contrainte entre 12 MPa et 18 MPa.

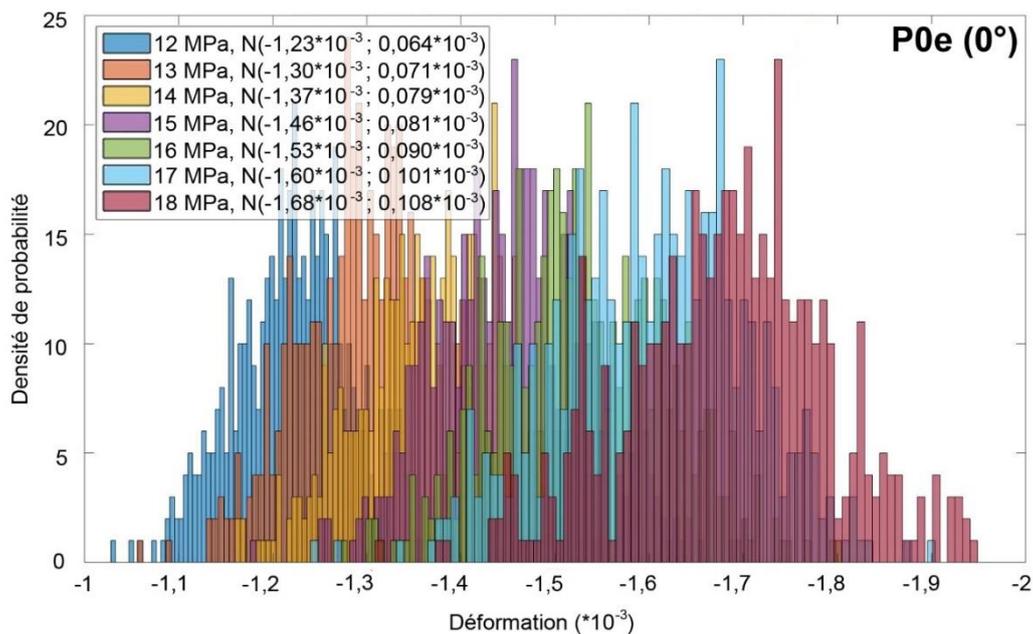


Figure 42 : Déformations mesurées par l'ECV orthoradial extradados à  $0^\circ$  pour chacune des contraintes entre 12 MPa et 18 MPa.

La première étape de résolution de la formule de Bayes (équation 9) revient à calculer la vraisemblance  $P(O|\sigma_{h_i})$ , c'est-à-dire la probabilité d'une observation  $O$  sachant la contrainte  $\sigma_i$ . Après avoir défini l'intervalle de confiance  $[1,679 \cdot 10^{-3}; 1,683 \cdot 10^{-3}]$  encadrant l'observation  $O = 1,681 \cdot 10^{-3}$  du capteur  $P0e$ , il faut compter le nombre d'occurrences des déformations de la BDD (Figure 42) se trouvant dans cet intervalle de confiance pour chacune

<sup>46</sup>  $P0e$  = capteur placé au Point à  $0^\circ$  extradados.

des contraintes  $\sigma_{h_i}$  avec  $i \in [12 \text{ MPa} ; 18 \text{ MPa}]$ . Sur les 500 tirages de chaque variable, l'exemple d'observation choisi donne les résultats de vraisemblance présentés à la deuxième ligne du Tableau 12. En multipliant ces résultats par la probabilité d'occurrence de chaque contrainte et en normalisant les solutions *a posteriori*, les probabilités d'occurrence de chaque contrainte sont finalement résumées à la troisième ligne du Tableau 12.

$\sigma_{h_i}$	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
Nombre de réalisations	0	0	0	10	65	175	250
$P(\sigma_{h_i} \mathbf{O})$	0%	0%	0%	2%	13%	35%	50%

Tableau 12 : Calcul de la formule de Bayes pour une observation de la déformation  $O$  de  $1,681 \cdot 10^{-3}$ .

Pour une observation de la déformation de  $1,681 \cdot 10^{-3}$  à la position  $0^\circ$  extradados, le modèle inverse donne une probabilité de retrouver la contrainte théorique de 18 MPa à seulement 50%. Les histogrammes des déformations générés par la BDD (Figure 42) se chevauchent (et peuvent être proches) entre les différentes contraintes. En ajoutant les incertitudes des capteurs, le modèle inverse ne peut donc pas identifier à 100% la bonne contrainte de 18 MPa.

### 3.2.1.2 Premiers résultats

Le modèle inverse a été testé pour un ensemble d'observations de déformations. La Figure 43 présente les résultats obtenus pour le capteur orthoradial extradados placé à  $0^\circ$ . L'axe des abscisses donne la valeur de la déformation observée par le capteur et l'axe des ordonnées donne la probabilité d'occurrence les différentes contraintes entre 12 MPa et 18 MPa.

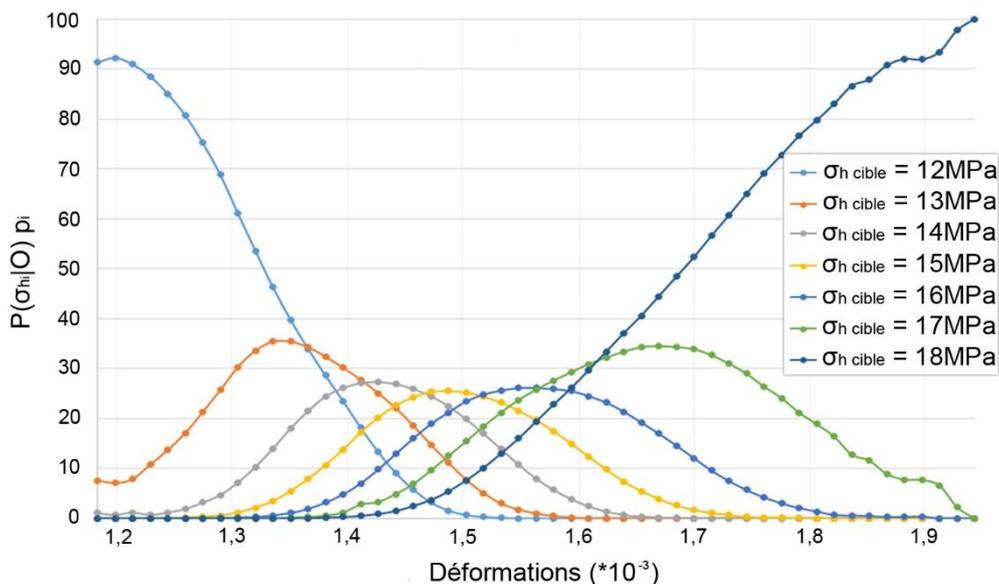


Figure 43 : Modèle inverse bayésien pour différentes valeurs de déformations pour l'ECV extradados à  $0^\circ$ .

En observant l'exemple d'une déformation de  $1,2 \cdot 10^{-3}$  (Figure 43), le modèle inverse trouve une probabilité d'occurrence de la contrainte 12 MPa de 92%. La contrainte 13 MPa, quant à elle, est probable à 8%. En supposant que le modèle inverse donne un résultat de contrainte admissible à partir du moment où sa meilleure probabilité est au moins supérieure à deux fois la seconde meilleure probabilité<sup>47</sup>, les déformations les plus extrêmes (de  $1,18 \cdot 10^{-3}$  à  $1,3 \cdot 10^{-3}$  puis entre  $1,75 \cdot 10^{-3}$  et  $1,95 \cdot 10^{-3}$ ), donnent des résultats satisfaisants. Entre  $1,4 \cdot 10^{-3}$  et  $1,6 \cdot 10^{-3}$ , les meilleures probabilités sont autour de 30% ce qui entraîne le chevauchement des courbes des différentes contraintes. Le modèle inverse n'est plus discriminant pour une seule observation de déformation.

L'objectif étant de trouver une contrainte unique sur une section d'alvéole, il est parfois impossible de prendre une décision quant à la contrainte probablement appliquée. C'est pourquoi, le modèle inverse a été amélioré pour pouvoir prendre en compte plusieurs observations de déformations simultanément.

### *3.2.2 Prise en compte de plusieurs capteurs*

L'observation  $O$ , fournie comme paramètre d'entrée au modèle inverse, n'est plus une valeur unique mais un vecteur d'observations contenant l'ensemble des déformations données par les différents ECV mis en place dans une section d'alvéole. Le paramètre de sortie du modèle reste la distribution de la contrainte.

#### *3.2.2.1 Hypothèse naïve*

Pour un nombre d'observations supérieur à un, le modèle inverse utilise un modèle inverse bayésien naïf. L'hypothèse de ce modèle naïf est l'indépendance des observations. C. Park et al. (Park et al. 2015) ont étudié l'erreur de calcul réalisée lorsque l'on ignore la corrélation entre les composants d'un système et ont montré dans le cas de la conception d'un treillis que même les composants fortement corrélés ont une erreur minimale dans la procédure d'optimisation. L'article de H. Baji et al. (Baji et al. 2017) va dans le même sens avec un impact négligeable sur la stratégie de maintenance optimale d'un tunnel en ignorant la corrélation entre les composants du système. En considérant l'indépendance des valeurs d'entrée, le calcul du système est simplifié, d'où l'utilisation de ce modèle naïf.

---

<sup>47</sup> Par exemple pour une observation de déformation de  $1,3 \cdot 10^{-3}$  donnant une probabilité de 63% de trouver la contrainte de 12 MPa et de 29% de trouver la contrainte de 13 MPa. Le choix de ce critère d'admissibilité est arbitraire.

La formule (équation 9) devient :

$$P(\sigma_{h_i} | O_1, O_2, \dots, O_n) = \frac{P(O_1, O_2, \dots, O_n | \sigma_{h_i})}{P(O_1, O_2, \dots, O_n)} \quad [11]$$

avec l'hypothèse naïve permettant d'écrire :

$$P(O_1, O_2, \dots, O_n | \sigma_{h_i}) = P(O_1 | \sigma_{h_i}) * P(O_2 | \sigma_{h_i}) * \dots * P(O_n | \sigma_{h_i}) \quad [12]$$

Cette formulation permet ainsi de donner la probabilité d'occurrence d'une contrainte à partir de plusieurs observations de déformations.

### 3.2.2.2 Résultats

Le modèle inverse prenant en compte plusieurs observations de déformations donne les résultats ci-dessous.

#### a. Influence du nombre de capteurs

Dans un premier temps, le modèle inverse est testé pour un nombre croissant de capteurs orthoradiaux extradossés en prenant l'exemple des ECV situés aux quatre points cardinaux.

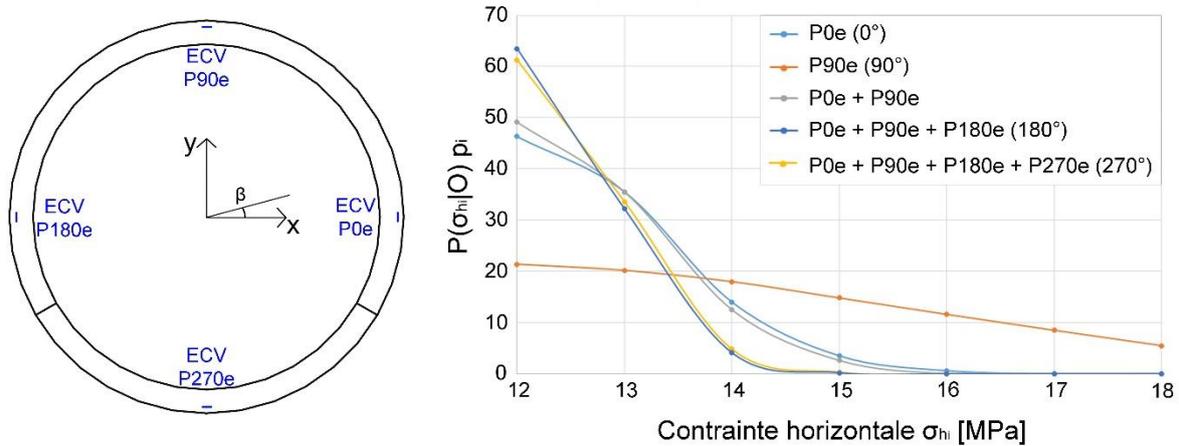


Figure 44 : Résultat du modèle inverse en fonction du nombre de capteurs et de leurs positions.

La Figure 44 permet de voir l'influence du nombre d'ECV pour trouver la contrainte horizontale  $\sigma_{h_i}$  à partir des différentes observations  $O_1$  à  $O_4$  (correspondant aux mesures réalisées aux quatre points cardinaux). L'axe des abscisses donne les contraintes tandis que l'axe des ordonnées donne la probabilité d'occurrence de chacune de ces contraintes en fonction des capteurs en place. Pour tous les capteurs, l'observation de déformation est la même et vaut  $1,37 \cdot 10^{-3}$ . Pour une telle observation de déformation, le capteur placé à  $0^\circ$  extradossé (point  $P0e$ ) donne une contrainte de 12 MPa à 46% (courbe bleue claire). Le capteur placé à  $90^\circ$  (point  $P90e$ ) donne une déformation de 12 MPa à seulement 21% (courbe orange). Si le capteur à  $0^\circ$  diminue la probabilité de trouver la contrainte de 13 MPa de 10% (passant de 46% pour 12 MPa

à 36% pour 13 MPa), le capteur à  $90^\circ$  voit sa probabilité diminuer de seulement 1% (passant de 21% pour 12 MPa à 20% pour 13 MPa). Le capteur au rein (à  $0^\circ$ ), semble donner plus d'informations que le capteur en voûte (à  $90^\circ$ ). Sur une section d'alvéole, les forces considérées étant seulement normales à la surface, les reins sont plus sensibles à la force due à la contrainte horizontale et les voûte et contre-voûte sont plus sensibles à la force induite par la contrainte verticale. Même si sur une section la contrainte horizontale est constante, les capteurs placés aux reins vont avoir une plus grande plage de variation des mesures de la déformation par rapport à ceux placés en voûte ou en contre-voûte. Le modèle inverse bayésien est donc plus discriminant pour les capteurs placés aux reins, et ce quelle que soit la contrainte appliquée.

En combinant les informations de ces deux capteurs, le résultat est de 49% pour une contrainte de 12 MPa (courbe grise). Il y a donc un gain d'information (augmentation de 3%) en considérant les observations de deux capteurs. En ajoutant l'observation du capteur à  $180^\circ$  (point *P180e*), la contrainte de 12 MPa est obtenue à 63% (courbe bleue foncée). L'ajout de l'information sur le second rein de l'alvéole (à  $0^\circ$  et à  $180^\circ$  + à  $90^\circ$ ), augmente la probabilité de trouver la contrainte de 12 MPa de 14% (passant de 49% pour les ECV à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  à 62% pour les ECV à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $180^\circ$ ). La combinaison des informations fait diminuer la probabilité de trouver la contrainte de 13 MPa de 5% (passant de 36% pour les ECV à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  à 31% pour les ECV à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  et  $180^\circ$ ). Cette remarque est plus notable, avec une diminution de 8%, dans le cas d'une contrainte de 14 MPa qui a une probabilité d'apparition de seulement 4% dans le cas de trois ECV en comparaison du cas à deux ECV qui donne une probabilité de 12%. L'observation précédente est vérifiée avec un ajout d'information en prenant en considération les ECV aux reins.

La dernière courbe (jaune) présente les résultats du modèle inverse dans le cas de l'observation de quatre déformations simultanés à  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  et  $270^\circ$ . L'ajout du capteur à  $270^\circ$  ne donne quasiment pas plus d'information (variation d'environ 1%) sur la contrainte obtenue par rapport au cas à trois ECV.

Ainsi l'augmentation du nombre de capteurs donne de meilleurs résultats, mais le placement de ces derniers en voûte (point *P90e*) et contre-voûte (point *P270e*) ne donne pas d'information complémentaire. L'ajout de capteurs donne des informations de déformation supplémentaires, ce qui logiquement améliore le résultat de la fonction de vraisemblance (le nombre de valeurs de déformations se trouvant dans les intervalles de confiance des capteurs augmente) et ainsi améliore le résultat du modèle inverse. La contrainte verticale étant constante et égale à 12,7MPa, les mesures des ECV placés à proximité de la voûte et de la contre-voûte vont être

influencées par cette seule valeur. Pour la contrainte horizontale, les capteurs placés à proximité des reins vont être plus sensibles aux variations de cette contrainte. Devant l'information plus importante au niveau des reins de l'alvéole, la combinaison de capteurs à ces emplacements augmente la qualité des résultats plus rapidement que les capteurs placés en voûte ou contre-voûte.

### b. Influence de la position des capteurs

Dans un second temps, l'influence de la position des ECV a été testée pour l'observation simultanée de deux capteurs. Ce choix de deux ECV permet d'évaluer différentes combinaisons de placement de capteurs pour un nombre de capteurs donné à partir des emplacements aux quatre points cardinaux.

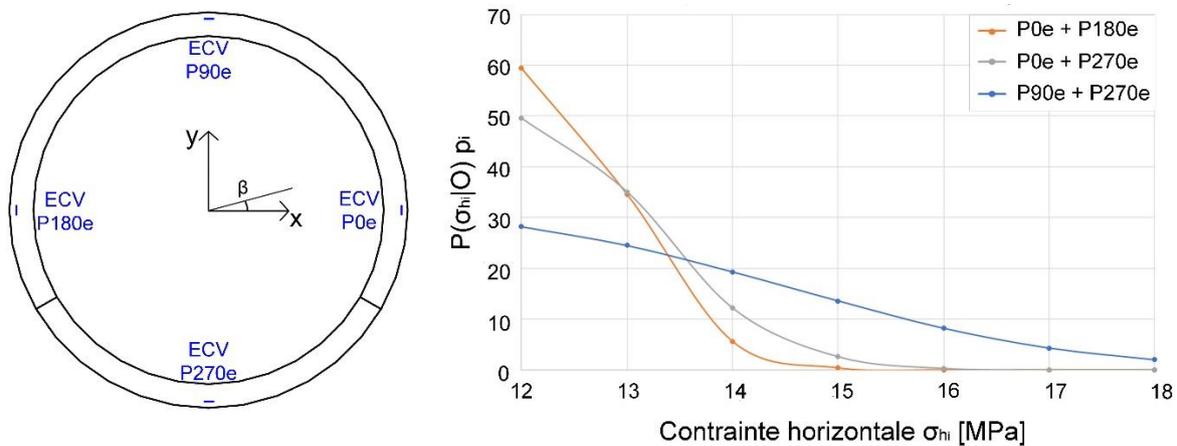


Figure 45 : Résultat du modèle inverse en fonction de la position d'un couple de capteur.

À partir des ECV orthoradiaux extradors placés aux quatre points cardinaux (Figure 45), différentes combinaisons des capteurs deux à deux ( $P0e + P180e$ ,  $P0e + P270e$ ,  $P90e + P270e$ ) sont testées dans le modèle. L'axe des abscisses donne les contraintes obtenues par le modèle inverse et l'axe des ordonnées donne les probabilités d'occurrence de ces contraintes. Les observations des capteurs sont considérées les mêmes et valent chacune  $1,37 * 10^{-3}$ .

La combinaison des deux capteurs aux reins (points  $P0e$  et  $P180e$ , courbe orange) donne la plus grande probabilité d'occurrence de la contrainte 12 MPa. Les deux capteurs rein ( $0^\circ$ ) et contre-voûte (points  $P0e$  et  $P270e$ , courbe grise) donnent, quant à eux, une probabilité de 50% de trouver la contrainte de 12 MPa. Pour 13 MPa, les deux courbes sont confondues et donnent une probabilité de 45%. Pour 14 MPa, le cas des capteurs placés aux reins est plus discriminant avec une probabilité d'apparition de 6% alors que le cas rein / contre-voûte donne une probabilité de 12%. En plaçant les deux capteurs en voûte (point  $P90e$ ) et contre-voûte (point

*P270e*), le modèle inverse donne la plus grande dispersion des résultats avec seulement 29% de probabilité de trouver la contrainte de 12 MPa (courbe bleue).

Ces résultats confirment les observations précédentes sur l'influence du nombre d'ECV et le fait que les capteurs aux reins donnent plus d'informations que les capteurs en voûte et contre-voûte.

La mise en place d'une méthode d'optimisation, présentée par la suite (§3.4), va permettre d'optimiser le nombre et la position des ECV sur une section d'alvéole.

### ***3.3 Estimation de la section déformée d'une alvéole***

Le modèle inverse présenté précédemment (§3.2) permet de retrouver la contrainte à l'origine des différentes observations de déformation faites par les ECV et d'en évaluer les causes. Cependant, l'objectif prioritaire du projet Cigéo est de surveiller la convergence des galeries. Aussi, cette première étape a permis la mise en place du modèle d'optimisation (§3.4) mais n'est pas suffisante pour répondre à la problématique de l'estimation de la déformée de l'alvéole.

À partir de plusieurs observations de déformation, le but est de reconstituer au mieux la déformée de la section d'alvéole résultante de ces observations. Les différentes déformations relevées, à des emplacements connus, permettent de calculer différentes valeurs de rayons intrados de l'alvéole après déformation. Une interpolation est nécessaire pour reconstituer intégralement une section déformée et récupérer ainsi les valeurs de rayon intrados entre deux valeurs de rayon connues (grâce aux observations de déformations données par les ECV).

#### ***3.3.1 Rayon déformé***

Dans le démonstrateur souterrain, les ECV sont mis en place dans le revêtement à l'aide de cages contenant chacune un capteur radial et deux capteurs orthoradiaux intrados et extrados. Le démonstrateur emploie trois capteurs par cage, mais l'optimisation qui va suivre va permettre de vérifier si ces trois capteurs par cage sont optimaux (Chapitre 4).

Les capteurs donnent chacun une valeur de la déformation. Ainsi le capteur orthoradial intrados permet de mesurer la déformation intrados  $\varepsilon_{int}$ , le capteur orthoradial extrados donne la déformation  $\varepsilon_{ext}$  et le capteur radial donne la déformation radiale  $\varepsilon_{rad}$ .

Une approche préliminaire consiste à utiliser des équations géométriques pour calculer le diamètre intrados en fonction des mesures de déformation. Inspiré du travail effectué par (Dinis da Gama 2004) sur la base de la déformation d'une barre, G. Hermand et al. (Hermand et al. 2015) calculent géométriquement la déformation d'un anneau grâce au théorème de l'intercept<sup>48</sup> (Figure 46).

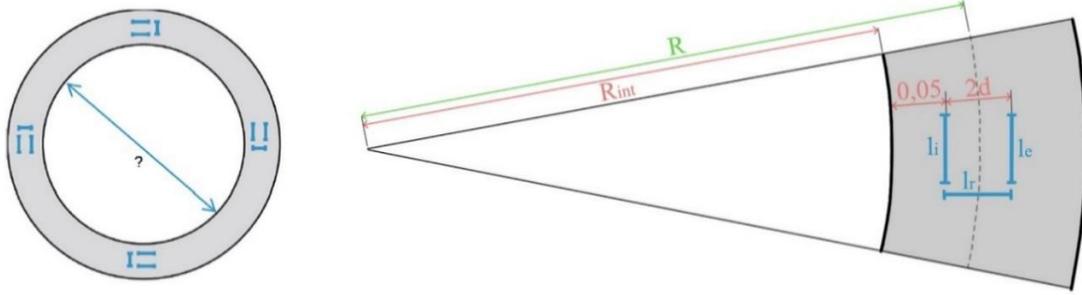


Figure 46 : Placement des ECV dans le revêtement et définition des distances (Hermand et al. 2015).

Les déformations des capteurs au sein de chaque cage sont définies comme suit :

$$\varepsilon_{int} = \frac{\Delta l_i}{l_i}; \quad \varepsilon_{ext} = \frac{\Delta l_e}{l_e}; \quad \varepsilon_{rad} = \frac{\Delta l_r}{l_r} \quad [13]$$

avec  $\Delta l_i$ ,  $\Delta l_e$  et  $\Delta l_r$  les variations de longueurs des cordes des ECV respectifs : orthoradial intrados, orthoradial extrados et radial, dont les longueurs initiales sont respectivement  $l_{i0}$ ,  $l_{e0}$  et  $l_{r0}$ .

La variation de distance intérieure résultante est la suivante :

$$\Delta R_{int} = \frac{R^2 - d^2}{2d} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext}) + R_{int} \varepsilon_{rad} \quad [14]$$

avec  $R$  le rayon au centre de la cage ( $R = R_{int} + 0,05 + d$ , ici  $R = 2,33$  m),  $2d$  la taille de la cage (soit 18 cm),  $\varepsilon_{int}$ ,  $\varepsilon_{ext}$  et  $\varepsilon_{rad}$  les différentes valeurs de déformations données par tous les ECV d'une cage et  $R_{int}$ , le rayon intrados initiale de la galerie (soit 2,19 m).  $R_{int} + \Delta R_{int}$  donne le rayon intrados déformé à une position donnée de la cage. En tenant compte de l'incertitude sur la mise en place des cages suivant un angle  $\theta$  de  $\pm 20^\circ$ , l'équation 14 devient :

$$\Delta R_{int} = \frac{R^2 - d^2}{2d} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext}) + R_{int} \varepsilon_{rad} \cos \theta \quad [15]$$

La démonstration des équations 14 et 15 sont présentées en annexe A.

<sup>48</sup> L'intercept donne la coordonnée d'un point d'intersection entre une courbe et un axe.

Une fois que les variations de rayons intrados sont connues aux emplacements des cages, l'étape suivante consiste à tracer une interpolation polynomiale entre deux cages afin d'obtenir le rayon déformé  $\Delta R_{int}$  à chaque degré sur les 360° de la section.

### 3.3.2 Tracée d'une section déformée

Cette technique va permettre de récupérer, une fois la déformée tracée, la valeur de  $\Delta R_{int}$  à chaque degré afin de la comparer avec le  $\Delta R_{int}^{BDD}$  de la base de données. Pour chaque valeur de la contrainte horizontale  $\sigma_h$ , le calcul de  $\Delta R_{int}^{BDD}$  a pu être réalisé tous les degrés à partir des valeurs de déformation  $\varepsilon_{int}$ ,  $\varepsilon_{ext}$  et  $\varepsilon_{rad}$  obtenues à l'aide du modèle éléments finis (§2.3).

#### 3.3.2.1 Choix du type de tracé pour la déformée

La variante d'une interpolation polynomiale peut être une spline. Il s'agit d'un terme anglais désignant un polynôme par morceaux utilisé pour matérialiser des lignes à courbure variable et passant par des points fixés *a priori* ou à « proximité » de ceux-ci (Besse et Thomas-Agnan 1989). Préférable à une interpolation polynomiale, une spline peut réduire l'erreur d'interpolation (même pour des splines avec des polynômes de degré faible). Elles évitent également le phénomène d'oscillations pouvant se produire entre les points lors de l'interpolation à l'aide de polynômes de degré élevé (Djeziri et al. 1997; Chabot 2011).

Les points utilisés pour le tracé de la spline sont des points de contrôle et correspondent aux positions des cages de capteurs. Les méthodes de tracé peuvent être une interpolation<sup>49</sup> ou une approximation<sup>50</sup>. Les approximations polygonales sont des approximations linéaires par morceaux (degré 1). Elles nécessitent un nombre de points importants pour obtenir une bonne précision. Une autre approche consiste à utiliser des modèles d'ordres supérieurs pour représenter les courbes et surfaces. Le degré d'une spline est inférieur d'un degré au nombre de points de contrôle utilisé (Boyer 2018).

Afin de retrouver la section déformée d'une alvéole, la spline doit passer par tous les points de contrôle correspondant aux localisations des cages de capteurs. Dans le cas d'étude sur l'optimisation du nombre et de l'emplacement des cages d'ECV dans une section d'alvéole, en prenant deux cages, la spline à tracer serait donc une droite, ce qui ne peut pas représenter une alvéole déformée et coïncide bien avec le fait qu'un nombre de points doit être important afin

---

<sup>49</sup> Une interpolation est le passage de la spline par l'ensemble des points.

<sup>50</sup> Une approximation est un tracé passant à proximité des points.

d'avoir une bonne précision du tracé. L'interpolation quadratique (degré 2) est l'une des méthodes les plus simples. Si une parabole passe par trois premiers points, puis trois points suivants, la courbe comportera des discontinuités puisqu'à la jonction de deux paraboles, la pente ne sera pas la même. Pour supprimer les *cassures* et obtenir une courbe dont la pente est continue, la courbe doit passer par deux points imposés et la pente doit être égale à la fin de la parabole précédente. Le problème est que pour la première parabole, n'ayant pas de parabole précédente, cette dernière doit être initialisée arbitrairement, ce qui peut complètement changer l'allure de la spline. Une parabole ne possédant pas de points d'inflexion<sup>51</sup>, ceux-ci doivent absolument se trouver sur l'un des points de contrôle (i.e. une position donnée par une cage). D'après les raisons évoquées précédemment, l'interpolation quadratique n'est en pratique pas utilisée (Guillod 2008).

Pour supprimer ces inconvénients, une des méthodes les plus utilisées est l'interpolation cubique (degré 3). Les splines cubiques les plus connues sont les courbes de Béziérs, les B-splines et les Catmull-Rom (annexe B).

### 3.3.2.2 Tracé d'une alvéole déformée suivant une spline Catmull-Rom

La spline Catmull-Rom est définie par l'équation matricielle suivante (Twigg 2003) :

$$P(t) = [t^3 \ t^2 \ t \ 1] \begin{bmatrix} -\tau & 2-\tau & \tau-2 & \tau \\ 2\tau & \tau-3 & 3-2\tau & -\tau \\ -\tau & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{bmatrix} \quad [16]$$

avec  $t$  le paramètre de l'équation  $P(t)$  ( $t \in ]0,1[$  ;  $t = 0$  en  $P_i$  et  $t = 1$  en  $P_{i+1}$ ),  $\tau$  la tension de la spline (Li et Chen 2016) et  $P_{i-1}$  et  $P_{i+2}$  les points de contrôle pour le tracé de la spline entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$  (Figure 47).

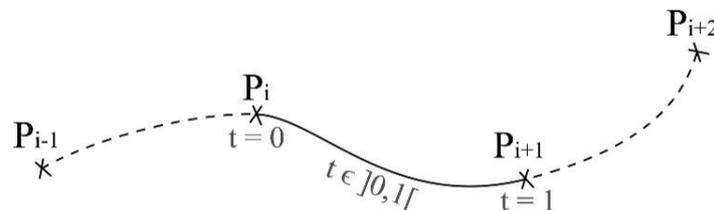


Figure 47 : Explication du tracé d'une spline Catmull-Rom. La spline est tracée entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$  et utilise les points  $P_{i-1}$  et  $P_{i+2}$  comme points de contrôle afin de donner la courbure au morceau de la courbe  $[P_i, P_{i+1}]$ .

Pour la problématique posée, l'avantage de ces splines est que les points de contrôle  $P_{i-1}$  et  $P_{i+2}$  correspondent aux positions des cages précédentes et suivantes et sont déjà choisis par

<sup>51</sup> Un point d'inflexion est un point où une courbe plane change de concavité.

l'algorithme génétique (le calcul de points de contrôle intermédiaires n'est pas nécessaire avec cette méthode, contrairement aux splines Bézières ou B-splines (Mignot 2003)).

La spline Catmull-Rom est donc choisie pour le tracé de la section déformée.

### ***3.4 Fonction objectif et algorithme génétique***

La position aléatoire des ECV dans une section d'alvéole peut maintenant être associée à une contrainte horizontale (§3.2) ou à une section déformée (§3.3). L'étape suivante est de pouvoir classer les différentes solutions testées en fonction de la qualité de leurs réponses. Pour ce faire, une fonction objectif est mise en place. Celle-ci est utilisée dans un algorithme génétique d'optimisation (§1.2.2.4).

#### ***3.4.1 Méthodologie***

Les algorithmes génétiques appliqués à l'optimisation du placement des capteurs peuvent être schématisés sur la Figure 48.

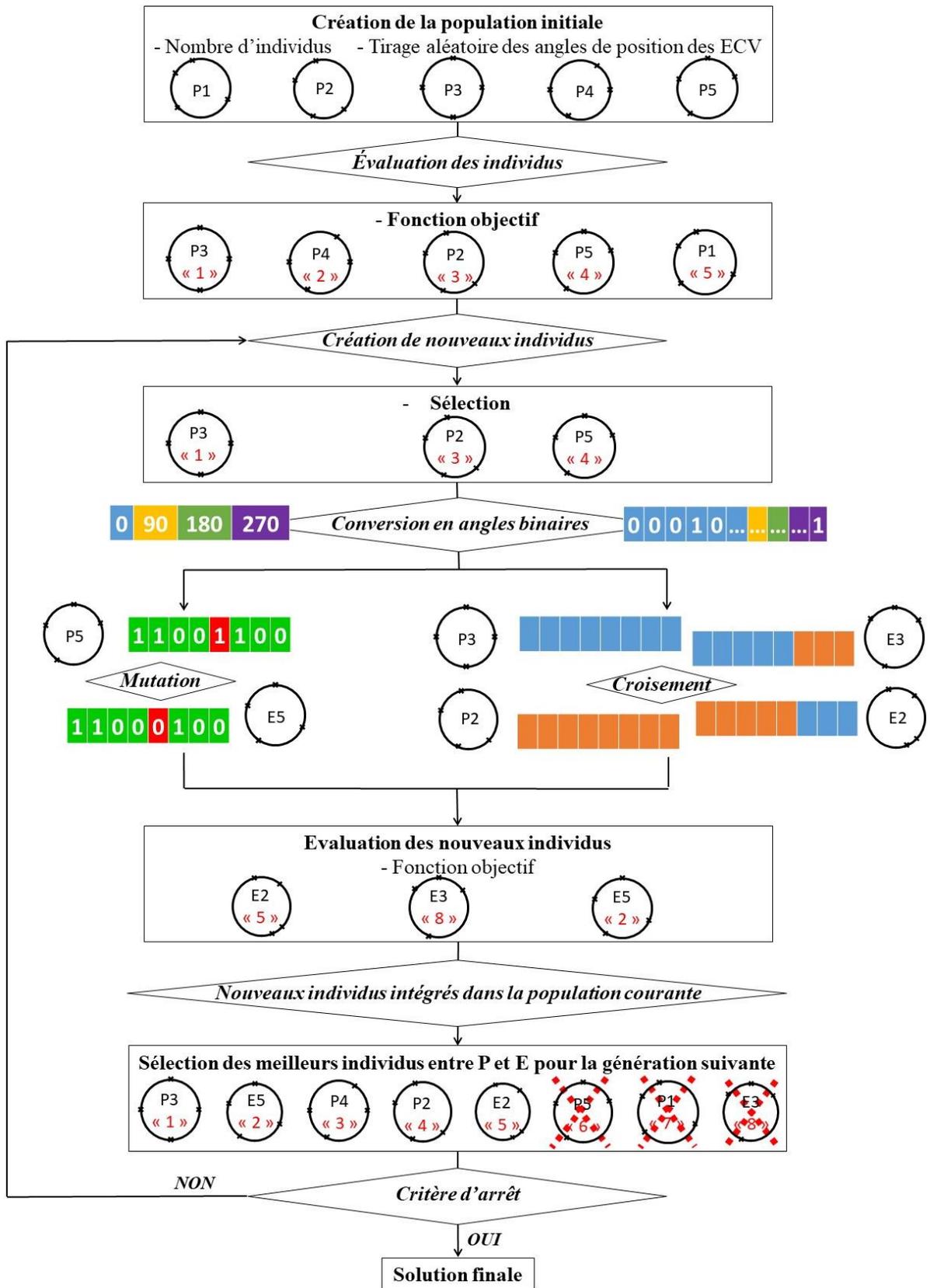


Figure 48 : Explication des étapes de fonctionnement des AG.

L'exemple est pris pour cinq individus comptant quatre cages d'ECV chacun. La première étape consiste à classer les individus<sup>52</sup> de cette population<sup>53</sup> suivant leur qualité (résultat de la fonction objectif<sup>54</sup>). Ce classement apparaît par les chiffres en rouge entre guillemets. L'individu *P3* est de meilleure qualité que l'individu *P4*, qui lui-même est de meilleure qualité que l'individu *P2*. Certains de ces individus sont ensuite sélectionnés afin de les croiser et de les muter pour créer de nouveaux individus et ainsi faire évoluer la population. Les individus « *P* » sont les individus parents de la génération courante et les individus « *E* » sont les individus enfants créés par processus de croisement et de mutation. Les nouveaux individus sont ensuite évalués (fonction objectif) et insérés dans la population courante. *E + P* sont triés en fonction de leur qualité et les individus de moindre qualité sont supprimés pour la génération suivante, dans le but de conserver les meilleurs individus et de maintenir une population constante. Les individus issus de cette étape de sélection sont les parents de la génération suivante.

### 3.4.2 Fonction objectif

Afin de trouver le meilleur emplacement des capteurs dans une section d'alvéole, les individus doivent être évalués afin de ne conserver que les « meilleurs ». Pour ce faire, une fonction objectif est créée dans le but d'évaluer la qualité de chaque individu.

#### 3.4.2.1 Mesure de la dispersion

Pour le calcul de la fonction objectif, les équations présentées par la suite (équations 21 et 22) sont découpées en deux termes. Le premier permet de faire la comparaison entre l'individu testé et la base de données et le second intègre la mesure de la dispersion des résultats en considérant toutes les contraintes horizontales entre 12 MPa et 18 MPa.

Plusieurs outils permettent d'estimer la dispersion d'une distribution. Trois sont présentés par la suite et afin de prendre l'outil le plus adapté, une application numérique est faite sur les résultats permettant d'estimer la dispersion de  $\sigma_h$  à l'aide de ces trois méthodes.

##### a. *Ecart-type*

En probabilité, l'écart-type est une mesure de la dispersion d'une variable aléatoire ; en statistique, il est une mesure de la dispersion des données. Il est défini comme la racine carrée

---

<sup>52</sup> Un individu est une section d'alvéole instrumenté aléatoirement (emplacement des ECV pour un nombre d'ECV donné).

<sup>53</sup> La population est un ensemble d'individus sur une génération de calcul.

<sup>54</sup> Pour rappel (Chapitre 1), une fonction objectif est utilisée pour désigner une fonction mathématique qui sert de critère pour déterminer la meilleure solution à un problème d'optimisation.

de la variance. Dans la pratique, l'écart-type  $\sigma_{ect}$  est préféré à la variance  $V = \sigma_{ect}^2$ , car celui-ci peut être comparé à l'ordre de grandeur des valeurs, ce qui n'est pas le cas de la variance. Plus l'écart-type est faible, plus les valeurs sont regroupées autour de la moyenne. Dans notre cas d'étude, le calcul de l'écart-type est effectué pour des variables aléatoires discrètes (probabilités d'apparition de chaque contrainte entre 12 MPa et 18 MPa) :

$$\sigma_{ect} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p}_i)^2} \quad [17]$$

avec  $n$  le nombre de valeurs et  $\bar{p}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i$  la probabilité moyenne qui doit être pondérée.

### b. Entropie de Shannon

L'entropie de Shannon notée  $H$  (équation 18), définie par C. Shannon en 1948 (Shannon 2001), est la mesure du désordre d'un système.

$$H_b = - \sum_{i=1}^n p_i \log_b(p_i) \quad [18]$$

avec  $b$  la base du logarithme,  $p_i$  la probabilité du système et  $n$  le nombre de valeurs discrètes de ce système.

L'entropie est maximale quand toutes les possibilités sont *a priori* équiprobables. L'entropie d'une loi de probabilité est ainsi une mesure de dispersion (dans le cadre probabiliste). Elle est calculée à l'aide d'une fonction d'information inversement proportionnelle à la probabilité d'occurrence d'une observation.

L'entropie est utilisée pour évaluer le degré de certitude que l'on peut avoir en une donnée. Cette certitude est proportionnelle à la dispersion de sa masse de croyance sur le cadre de discernement ; c'est-à-dire qu'une donnée centrée en une valeur présentera plus de certitudes qu'un intervalle de données incluant cette valeur (reflétant plus d'incertitude dans l'évaluation).

La conversion du logarithme en base  $b$  de la formule de Shannon (équation 18) en logarithme népérien peut se faire pour tout  $b > 0$  et  $b \neq 1$  et pour tout réel  $x > 0$ . Ainsi,  $\log_b(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(b)}$ .

Pour la mesure de la dispersion des résultats fournis par le modèle inverse, l'entropie de Shannon normée à l'équation 18 prendra la forme suivante :

$$H = \frac{- \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i}{-\ln \frac{1}{n}} \quad [19]$$

avec  $n$  le nombre de variables discrètes et  $p_i$  la probabilité d'apparition de chaque contrainte dans le modèle inverse. Dans notre cas,  $n = 7$  avec  $\sigma_h$  compris entre 12 MPa et 18 MPa suivant un pas de 1 MPa.

### c. Surface relative

La surface relative est donnée par :

$$S = \frac{\int_{x=12}^{18} f(x) dx}{7} \quad [20]$$

avec  $f(x)$  la densité de probabilité telle que  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{ect}^2}} e^{-\frac{(p_i - \bar{p}_i)^2}{2\sigma_{ect}^2}}$  pour tout  $p_i \in \mathbb{R}$ , avec  $\bar{p}_i$  la

moyenne et  $\sigma_{ect}$  l'écart-type qui doivent être pondérés par  $p_i$ .

Dans notre cas, l'échelle d'évaluation est comprise dans l'intervalle [12 : 18] ce qui permet de définir les bornes d'intégration de  $S$ .

- *Comparaison des trois méthodes*

Pour faire un choix parmi les trois méthodes présentées, prenons l'exemple de deux individus (Tableau 13 et Tableau 14).

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	8,9%	0,3%	16%	0,5%	1,3%	1,7%	2,3%
13 MPa	5,6%	92,8%	32%	0,5%	1,3%	1,7%	2,3%
14 MPa	1,9%	5,5%	24%	3%	5,3%	1,7%	2,3%
15 MPa	0,9%	0,3%	12%	90%	47,4%	1,7%	4,6%
16 MPa	0,9%	0,3%	8%	2%	21,1%	55,2%	6,8%
17 MPa	0,9%	0,3%	4%	3%	21,1%	10,3%	54,6%
18 MPa	0,9%	0,3%	4%	1%	2,6%	27,6%	27,3%

Tableau 13 : Résultats du modèle inverse pour l'individu 1 (40°, 88°, 129° et 155°).

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	55,2%	6,5%	9,1%	10,3%	1,5%	2,2%	5,6%
13 MPa	27,6%	69,6%	27,3%	2,6%	3%	2,2%	5,6%
14 MPa	3,5%	8,7%	18,2%	41%	1,5%	2,2%	11,1%
15 MPa	3,5%	8,7%	27,3%	30,8%	36,4%	2,2%	11,1%
16 MPa	3,5%	2,2%	9,1%	7,7%	24,2%	35,6%	5,6%
17 MPa	3,5%	2,2%	4,6%	2,6%	27,3%	20%	44,4%
18 MPa	3,5%	2,2%	4,6%	5,1%	6,1%	35,6%	16,7%

Tableau 14 : Résultats du modèle inverse pour l'individu 4 (64°, 201°, 239° et 274°).

Les Tableau 13 et Tableau 14 présentent l'ensemble des résultats du modèle inverse pour un vecteur d'observation des déformations. La lecture se fait en colonnes avec en première ligne la contrainte théorique auxquelles les observations de déformations appartiennent. Le modèle inverse doit retrouver cette contrainte théorique avec la plus grande probabilité. Chaque ligne correspond au pourcentage du modèle inverse pour chaque contrainte horizontale testée. Les cases jaunes apparaissent lorsque le modèle a trouvé la bonne contrainte. Les cases rouges sont présentes lorsque le modèle s'est trompé.

Le choix de ces deux individus a été fait car ils ne sont pas de même qualité avec l'individu 1 présenté dans le Tableau 13 qui est « meilleur » que l'individu 4 du Tableau 14. La qualité de ces individus est justifiée par le fait que le modèle inverse se trompe plus souvent pour l'individu 4 (cases rouges et faible pourcentage des cases jaunes). Cet individu 4 est d'une qualité relativement médiocre avec un résultat de fonction objectif (Tableau 20) cinq fois supérieur au résultat de la fonction objectif du « meilleur » individu généré dans le test d'optimisation par AG présenté par la suite (Tableau 30). L'individu 1 a une qualité deux fois supérieure à celle de l'individu 4 (Tableau 19). Plus un individu est de bonne qualité, plus la dispersion de ses résultats sera faible. Il est donc plus intéressant d'observer les résultats de mesure de la dispersion sur des individus de qualité moyenne (l'individu 1) et médiocre (l'individu 4).

Les graphiques de chaque contrainte cible, entre 12 MPa et 18 MPa, pour chacun des deux individus sont tracés et les dispersions sont calculées à l'aide des trois méthodes (écart-type, entropie de Shannon et surface relative) (annexe C).

Dans le cas de la contrainte à la valeur cible de 12 MPa, on observe les résultats suivants (Tableau 15) :

$\sigma_{h \text{ cible}}$	ind	$\sigma_{hi}$	$P_i$	écart-type	entropie de Shannon	surface relative	Comparaison des individus 2 à 2
12 MPa	1	12	88,9%	0,305	0,263	0,079	
		13	5,6%				
		14	1,9%				
		15	0,9%				
		16	0,9%				
		17	0,9%				
		18	0,9%				
	4	12	55,2%	0,186	0,653	0,101	
		13	27,6%				
		14	3,5%				
		15	3,5%				
		16	3,4%				
		17	3,4%				
		18	3,4%				

Tableau 15 : Calcul de la dispersion pour une contrainte cible de 12 MPa.

Au vu des probabilités d'apparition de chaque contrainte, l'individu 1 a 88,9% de probabilité de trouver la contrainte de 12 MPa. L'individu 4 est à seulement 55,2% d'avoir la même contrainte. Par rapport à la valeur cible, l'individu 1 est donc « meilleur » que l'individu 4. Par ailleurs, en observant le graphique des deux individus, la dispersion est plus faible pour l'individu 1, celui-ci est donc bien de meilleure qualité que l'individu 4. En comparant les différentes méthodes de calcul de la dispersion, seule l'entropie de Shannon permet la même conclusion que ce qu'il est possible de déduire du graphique.

En prenant l'exemple de la valeur cible de 15 MPa (Tableau 16), l'individu 1 donne la bonne contrainte à 90% alors que l'individu 4 donne seulement 30,8% pour 15 MPa et 41% pour 14MPa. L'individu 1 est également meilleur dans cette situation. Concernant l'étude de la dispersion, l'entropie de Shannon reflète cette situation avec une valeur d'entropie ayant tendance à s'annuler quand les résultats du modèle inverse sont très contrastés. L'entropie tend vers 1 quand les résultats sont équiprobables. Pour l'individu 1, l'entropie de Shannon est de 0,248 pour 90% de probabilité de trouver la cible de 15 MPa. L'individu 4 donne une entropie de 0,772 pour seulement 30,8% d'avoir la bonne contrainte. Dans une moindre proportion, la surface relative donne le même résultat avec une surface augmentant suivant la qualité de l'individu. Avec l'entropie de Shannon, la différence de qualité des individus est plus marquée dans cette situation et elle est la seule à donner la bonne tendance des individus dans l'exemple précédent (Tableau 15).

$\sigma_{h\text{ cible}}$	ind	$\sigma_{hi}$	$p_i$	écart-type	entropie de Shannon	surface relative	Comparaison des individus 2 à 2
15 MPa	1	12	0,5%	0,309	0,248	0,142	
		13	0,5%				
		14	3,0%				
		15	90,0%				
		16	2,0%				
		17	3,0%				
		18	1,0%				
	4	12	10,3%	0,142	0,772	0,132	
		13	2,60%				
		14	41,0%				
		15	30,8%				
		16	7,7%				
		17	2,6%				
		18	5,0%				

Tableau 16 : Calcul de la dispersion pour une contrainte cible de 15 MPa.

Le même type de conclusion est observé quelle que soit la valeur cible (annexe C). L'entropie de Shannon sera donc utilisée par la suite pour prendre en compte la dispersion dans l'optimisation du placement et du nombre d'ECV à mettre en place dans une section d'alvéole.

### 3.4.2.2 Fonction objectif pour l'optimisation de l'estimation des contraintes horizontales

La première fonction objectif mise en place est utilisée avec le modèle inverse bayésien afin de trouver l'individu de meilleure qualité dans la population proposée. Cette fonction doit à la fois prendre en compte la différence à la valeur cible de la contrainte et la dispersion. La différence à la valeur cible correspond à la différence entre la contrainte horizontale de la base de données  $\sigma_{h\text{ dir}}$  comparée à la contrainte horizontale résultante  $\sigma_{h\%}$  du modèle inverse.

$$f_{\sigma_h} = (1 - \alpha) \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{p_i (\sigma_{hi} - \sigma_{h\text{ cible}})^2}{\sigma_{h\text{ cible}}} + \alpha * \frac{-\sum_{i=1}^7 p_i * \ln p_i}{-\ln \frac{1}{7}} \quad [21]$$

Avec  $p_i$  la probabilité d'apparition de chaque contrainte,  $\sigma_{hi}$  la contrainte du modèle inverse et  $\sigma_{h\text{ cible}}$  la contrainte cible que devrait retrouver le modèle inverse. Le coefficient  $\alpha$  permet de mettre plus ou moins de poids à l'une ou l'autre des deux parties. Le premier terme (la différence à la valeur cible) a des unités de contrainte. Le terme prenant en compte la dispersion des lois suivant l'entropie de Shannon est adimensionnel. Le premier terme est donc divisé par la contrainte cible afin d'avoir chacun des deux termes évoluant dans la même plage de valeurs.

### 3.4.2.3 Fonction objectif pour l'optimisation de la section déformée

Pour trouver la section déformée se rapprochant au plus des déformées de la base de données, la fonction objectif de l'équation 21 doit être modifiée :

$$f_{def} = (1 - \alpha) \frac{\sum_1^7 f_{temp}}{7} + \alpha \left( \frac{\sum_{\beta=0}^{360} \frac{-\sum_1^7 f_{temp} * \ln f_{temp}}{-\ln \frac{1}{7}}}{360} \right) \quad [22]$$

et :

$$f_{temp} = \frac{\sum_{\beta=0}^{360} \left( \sum_{tir=1}^n \frac{(R_{def} - R_{def}^{BDD})^2}{n} \right)}{360} \quad [23]$$

$f_{temp}$  permet de calculer la différence de rayon intrados déformé entre l'individu testé  $R_{def}$  et les différentes valeurs de la base de données  $R_{def}^{BDD}$  sur les 360° de la section d'alvéole. Le paramètre «  $n$  » correspond au nombre de valeurs tirées pour les lois de déformation ( $n = 10$  ou  $n = 500$ ). Dans la fonction objectif  $f_{def}$ , le chiffre 7 correspond au nombre de contraintes horizontales disponibles pour les calculs ( $\sigma_h = \{12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ ). La fonction  $f_{def}$  peut être découpée en deux parties. Le premier terme qui correspond à la différence de rayon  $(1 - \alpha) \frac{\sum_1^7 f_{temp}}{7}$  et le second terme qui mesure la dispersion par entropie de Shannon. La probabilité d'apparition de chaque contrainte est remplacée par le résultat du calcul du premier terme. Les dénominateurs des différentes divisions servent à normaliser les résultats. Le coefficient  $\alpha$  permet encore une fois de donner plus ou moins de poids à l'un ou à l'autre des deux membres de la fonction objectif.

Ces deux fonctions objectif permettent d'évaluer la qualité des individus testés. La prochaine étape est la mise en place de l'algorithme génétique permettant la création de nouveaux individus à partir des individus existants.

### 3.4.3 Algorithmes génétiques

Les étapes de résolution des algorithmes génétiques schématisées sur la Figure 48 vont être détaillées par la suite. La première étape avant de dérouler cet algorithme d'optimisation est de régler tous les hyperparamètres.

#### 3.4.3.1 Choix des hyperparamètres

Pour le calcul par AG, les différents hyperparamètres à régler sont la taille de la population, le nombre de générations, la probabilité de croisement  $Pc$ , et la probabilité de mutation  $Pm$ .

La taille de la population permet de choisir le nombre d'individus qui vont être évalués à chaque génération de calcul. Le nombre de générations correspond au critère d'arrêt de l'algorithme. Ce critère d'arrêt devrait correspondre au jeu de manutention maximum autorisé par l'Andra, c'est-à-dire à la déformation maximale de l'alvéole avant blocage des colis. Mais devant les faibles valeurs de déformations observées dans le modèle numérique comme dans le démonstrateur du Laboratoire Souterrain, cette limite (autour de 15 cm) n'est jamais atteinte. Le nombre de générations doit donc être judicieusement défini afin de permettre la convergence de la population vers une solution unique.

La probabilité de croisement est une recombinaison linéaire des individus avec deux parents donnant « naissance » à deux enfants. Une probabilité de croisement est généralement comprise entre 0,5 et 0,9 (Ghali 2006). Une forte probabilité de croisement permet de générer de nombreuses solutions différentes à chaque nouvelle génération (Jacquetot 2010).

La probabilité de mutation est une modification aléatoire d'une composante d'un individu avec un parent qui va donner un enfant. Dans le cas d'étude, la probabilité de mutation est fixée à 0,3 (valeur couramment utilisée dans la littérature). Le but de la mutation est de palier à la disparition d'informations essentielles en troublant la tendance de la concentration induite par la sélection et le croisement. La mutation laisse la possibilité à la population de visiter d'autres régions de l'espace de recherche (Lutton 2006). Si cette probabilité est trop faible, elle arrive seulement de façon exceptionnelle.

Plusieurs tests ont été réalisés sur les paramètres des AG afin de faire le choix optimal pour le calcul final. Le choix des valeurs de ces hyperparamètres est fait pour améliorer au maximum le résultat de la fonction objectif et espérer trouver le minimum global de la fonction  $f$ . Un exemple pris sur quatre couples d'ECV intrados / extradados est présenté dans le Tableau 17, dans le but de retrouver la contrainte à l'origine des déformations observées par les capteurs. La fonction objectif utilisée pour ces différents tests est l'équation 21 avec  $n = 10$  (le nombre de réalisation de chaque loi) et  $\alpha = 0$ . La plupart des calculs sont réalisés deux fois de façon identique (tests 1 et 2, tests 3 et 4, tests 6 et 7, tests 8 et 9, tests 10 et 11, tests 12 et 13) afin de vérifier la répétabilité de la solution de  $f$ .

Test	Taille de la population	Nombre de générations	Convergence à partir de la génération	Pc	Position				$f_{oh}$ (*10 <sup>-5</sup> )
					ECV 1	ECV 2	ECV 3	ECV 4	
1	50	30	6	0,8	0	102	171	280	1,46
2	50	30	5	0,8	4	95	171	280	1,49
3	100	30	5	0,8	0	102	171	280	1,46
4	100	30	6	0,8	91	171	280	354	1,26
5	100	50	9	0,8	0	102	171	280	1,46
6	100	20	5	0,8	4	95	171	280	1,49
7	100	20	8	0,8	91	171	280	354	1,26
8	100	20	13	0,9	91	171	280	354	1,26
9	100	20	7	0,9	91	171	280	354	1,26
10	50	20	7	0,9	91	171	280	354	1,26
11	50	20	6	0,9	4	95	171	280	1,49
12	100	20	7	0,6	91	171	280	354	1,26
13	100	20	10	0,6	0	102	171	280	1,46

Tableau 17 : Influence des hyperparamètres des AG sur la position des ECV et la fonction objectif.

Les tests 1 et 2 sont identiques et comptent le même nombre de générations et le même nombre d'individus par génération. La taille de la population trop faible combinée au faible nombre de générations, empêche l'exploration suffisante de l'espace de recherche pour espérer obtenir la convergence de  $f$  vers le minimum global. Les tests 3 et 4 sont également identiques et la seule différence entre ces deux tests et les tests 1 et 2 est que le nombre d'individu a doublé, mais le nombre de générations reste le même que précédemment. Les résultats sont différents mais  $f$  donne une solution nettement plus faible pour le test 4. En gardant la taille de la population à 100 et en faisant évoluer le nombre de générations à 50, le test 5 ne donne pas le résultat optimal déjà rencontré au test 4 malgré une convergence de la population dès la neuvième génération. Les tests 6 et 7 donnent des résultats pour 20 générations étant donné que les autres essais de simulation ont convergé en moins de dix générations quel que soit le nombre initial de générations. L'augmentation de  $Pc$  à 0,9 permet d'avoir un maximum de brassage. Le but est de trouver un compromis entre convergence et brassage car un brassage trop important peut empêcher la convergence vers une solution. En conservant le nombre de générations à 20 (l'ensemble de la population converge en moins de 10 générations), les tests 8 à 11 montrent l'influence de la taille de la population. Pour les deux tailles de population, l'AG trouve ce qui semble être le minimum global de la fonction objectif, mais pour la répétabilité de la solution, seuls les tests réalisés avec 100 individus donnent le meilleur résultat de  $f$  jamais rencontré. Les

tests 12 et 13 permettent de voir l'influence du brassage avec une probabilité de croisement de seulement 0,6.

Devant les différents tests présentés dans le Tableau 17, la taille de la population à 100 individus est la seule condition qui donne la meilleure solution de  $f$  à plusieurs reprises (répétabilité du calcul dans les mêmes conditions, tests 8 et 9). Cette taille de population a donc été sélectionnée comme choix du premier hyperparamètre. Le constat de meilleure solution et de répétabilité est le même pour la probabilité de croisement de 0,9. Quel que soit le test réalisé, l'ensemble de la population a toujours convergé vers une solution unique en moins de 20 générations. Dans l'intérêt d'un temps de calcul minimal pour une solution optimale pour résoudre les AG, le nombre de générations est donc fixé à 20. Ce temps de calcul est de 5 jours pour avoir le placement optimal de 2 à 10 couples d'ECV (pour toutes les contraintes de 12 MPa à 18 MPa).

Les hyperparamètres de l'AG finalement choisis sont :

- Taille de la population :  $pop = 100$ ,
- Nombre de générations :  $gen = 20$ ,
- Probabilité de croisement :  $Pc = 0,9$ ,
- Probabilité de mutation :  $Pm = 0,3$ .

### **3.4.3.2 Démarche des algorithmes génétiques**

En plus des hyperparamètres précédemment choisis, certaines variables doivent être préalablement définies (nom des variables définies en annexe D) pour le bon déroulement de l'algorithme d'optimisation. Parmi eux, un angle minimum entre deux cages de capteurs successives est choisi afin que toutes les cages ne se placent pas sur la même portion d'alvéole. Cet angle minimum est de  $10^\circ$ , ce qui fait un espacement minimum de 40 cm entre deux cages. Finalement, les résultats présentés par la suite (Chapitre 4) montreront que les angles entre deux cages successives sont toujours supérieurs à  $10^\circ$ .

Le second paramètre à régler est le nombre de points de croisement pour la création des nouveaux individus. Afin de créer un brassage suffisamment important, le nombre de points de croisement est de un point par cage. Par exemple quand les individus comptent quatre cages de capteurs, quatre points de croisement vont permettre la création de nouveaux individus.

La première étape, avant d'exécuter l'AG, consiste à récupérer les valeurs de la base de données (§2.3.4) dans le modèle d'optimisation codé en C#.

Les algorithmes génétiques optimisent l'emplacement des cages de capteurs pour un nombre de cages donné (variant de 2 à 10 pour estimer  $\sigma_h$  et variant de 4 à 10 pour estimer la déformée). L'AG se décompose suivant les cinq étapes présentées à la Figure 48 qui sont détaillées par la suite.

**a. Création de la population initiale**

Cette étape consiste à créer la population initiale en tirant aléatoirement la position des cages de capteurs pour un nombre de cages donné. Chaque individu (100 individus au total, §3.4.3.1) va ainsi avoir des angles de position des cages différentes. Les individus créés sont uniques. Pour des questions pratiques, les angles de position des cages sont triés par ordre croissant et une différence de minimum  $10^\circ$  entre deux cages successives est vérifiée.

Pour aider à la compréhension de la méthode, un exemple est pris avec 10 individus sur 10 générations pour 4 cages de capteurs (ECV intrados et extrados uniquement par cage) dont le but est de retrouver la contrainte horizontale  $\sigma_{hi}$  à l'origine des déformations observées par les capteurs. Pour faciliter le déroulement de la méthode, le coefficient  $\alpha$  de la fonction objectif (équation 21) est choisi égal à 0 (prise en compte uniquement de la différence de contrainte).

Individus	Population									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Angle de position des cages	40°	157°	13°	64°	44°	51°	108°	48°	9°	51°
	88°	269°	50°	201°	60°	164°	211°	98°	35°	66°
	129°	289°	110°	239°	198°	266°	228°	156°	96°	155°
	155°	337°	230°	274°	287°	337°	327°	217°	138°	312°

Tableau 18 : Première génération d'individus (générés aléatoirement).

**b. Évaluation des individus**

Cette seconde étape consiste à évaluer chaque individu de la population initiale.

Pour continuer l'exemple précédent, tous les individus du Tableau 18 sont évalués à l'aide du modèle inverse (§3.2) afin d'obtenir le pourcentage d'apparition de chaque contrainte en fonction des déformations observées. En prenant la représentation graphique de deux individus de l'exemple, les résultats graphiques sont les suivants (Figure 49) :

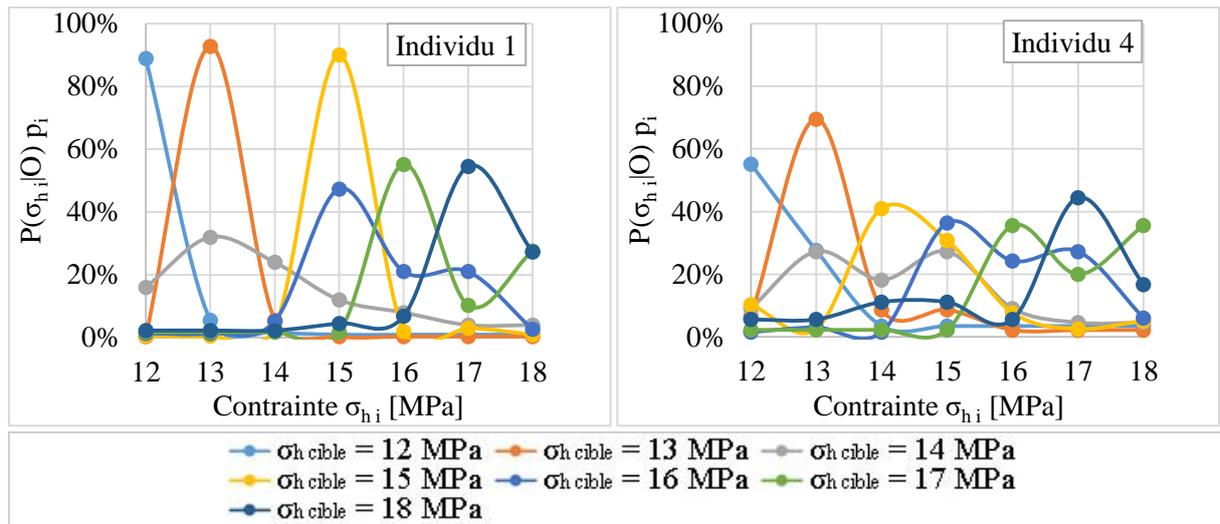


Figure 49 : Probabilité d'apparition de chaque contrainte suivant le modèle inverse pour deux des dix individus de l'exemple.

Ici, l'individu 1 donne 90% de probabilité d'apparition des contraintes 12 MPa (courbe bleue claire), 13 MPa (courbe orange) et 15 MPa (courbe jaune). L'individu 4, quant à lui, donne seulement 70% de probabilité d'avoir la contrainte 13 MPa (courbe orange). L'individu 1 semble donc de meilleure qualité que l'individu 4. La valeur obtenue grâce au calcul de la fonction objectif (équation 21 avec  $\alpha = 0$ ) va permettre d'évaluer les probabilités d'apparition des contraintes  $\sigma_{hi}$  du modèle inverse et ainsi donner une qualité à chaque individu. En reprenant les individus 1 et 4, l'ensemble des résultats du modèle inverse et de la fonction objectif est résumé dans les Tableau 19 et Tableau 20.

Les cases colorées reprennent les valeurs numériques observées graphiquement (Figure 49). Les tableaux se lisent verticalement. Les observations de déformation passées au modèle inverse correspondent à la moyenne d'une loi de déformation pour une contrainte et un angle donné. Pour l'exemple du Tableau 19, pour quatre observations de déformations pour des cages positionnées à 40°, 88°, 129° et 155° et une contrainte du modèle numérique de 12 MPa, le modèle inverse retrouve la contrainte de 12 MPa à 88,9%. Les cases jaunes des tableaux correspondent aux bons résultats du modèle inverse. Des cases rouges apparaissent lorsque le modèle inverse a fait une erreur sur l'estimation de la contrainte. La somme des résultats de la fonction  $f$  permet de comparer les individus de la génération courante entre eux. Entre les individus 1 et 4, le résultat de la fonction objectif permet de valider le fait que l'individu 1 est de meilleure qualité que l'individu 4. L'individu 1 compte plus de faibles dispersions autour de la valeur moyenne que l'individu 4, ce qui conforte l'individu 1 comme « meilleur » que l'individu 4.

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique et résultat de la fonction objectif						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	88,9%	0,3%	16%	0,5%	1,3%	1,7%	2,3%
13 MPa	5,6%	92,8%	32%	0,5%	1,3%	1,7%	2,3%
14 MPa	1,9%	5,5%	24%	3%	5,3%	1,7%	2,3%
15 MPa	0,9%	0,3%	12%	90%	47,4%	1,7%	4,6%
16 MPa	0,9%	0,3%	8%	2%	21,1%	55,2%	6,8%
17 MPa	0,9%	0,3%	4%	3%	21,1%	10,3%	54,6%
18 MPa	0,9%	0,3%	4%	1%	2,6%	27,6%	27,3%
$f_{\sigma h}$	0,77	0,19	1,71	0,22	0,83	1,03	1,65
$\sum f_{\sigma h}$	6,41						

Tableau 19 : Evaluation de l'individu 1 par modèle inverse et fonction objectif.

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique et résultat de la fonction objectif						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	55,2%	6,5%	9,1%	10,3%	1,5%	2,2%	5,6%
13 MPa	27,6%	69,6%	27,3%	2,6%	3%	2,2%	5,6%
14 MPa	3,5%	8,7%	18,2%	41%	1,5%	2,2%	11,1%
15 MPa	3,5%	8,7%	27,3%	30,8%	36,4%	2,2%	11,1%
16 MPa	3,5%	2,2%	9,1%	7,7%	24,2%	35,6%	5,6%
17 MPa	3,5%	2,2%	4,6%	2,6%	27,3%	20%	44,4%
18 MPa	3,5%	2,2%	4,6%	5,1%	6,1%	35,6%	16,7%
$f_{\sigma h}$	2,82	1,22	1,72	1,38	0,91	1,12	3,80
$\sum f_{\sigma h}$	12,97						

Tableau 20 : Evaluation de l'individu 4 par modèle inverse et fonction objectif.

Les résultats notés en vert pour l'individu 4 (Tableau 20), le cas de la contrainte cible de 13MPa, donne le bon résultat à hauteur de 69,6% et une valeur de fonction objectif de 1,22. Dans le cas d'une contrainte cible à 17 MPa, le modèle inverse se trompe et donne 35,6% de probabilité de trouver les contraintes 16 MPa et 18 MPa pour seulement 20% de probabilité de trouver la bonne contrainte de 17 MPa. Le résultat de la fonction objectif donne pourtant un résultat de 112418 qui en ferait une meilleure solution que le cas de 13 MPa. Dans le but d'expliquer ce résultat discutable, le calcul a été réalisé dans les mêmes conditions en changeant simplement le nombre de tirages par loi de déformation. Celui-ci passe de 10 à 500. Les angles de position des cages sont différents, tout en conservant quatre cages d'ECV intrados et extrados. Les résultats sont présentés dans le Tableau 21.

L'augmentation du nombre de tirages pour les lois de déformation aurait pu expliquer les résultats de la fonction objectif pour l'individu 4 dans le cas des contraintes cibles de 13 MPa et 17 MPa. La contrainte cible de 13 MPa ne donne pas la bonne probabilité et donne un résultat de 49,7% pour la contrainte de 12 MPa. La fonction objectif est de 0,41. La contrainte cible de

14 MPa donne cependant la bonne probabilité à hauteur de 45,3%. Ici, la fonction objectif devrait donner une valeur inférieure devant le bon résultat du modèle inverse, et pourtant  $f_{\sigma h}=0,53$ .

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique et résultat de la fonction objectif						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	92,6%	49,7%	0,8%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	7,4%	47,3%	15,9%	0,5%	0%	0%	0%
14 MPa	0%	2,7%	45,3%	8,4%	0,2%	0%	0%
15 MPa	0%	0,3%	32,2%	81,9%	5,5%	0,2%	0%
16 MPa	0%	0%	5,7%	9,1%	92,3%	5,6%	0,1%
17 MPa	0%	0%	0,1%	0,1%	1,1%	89,2%	5,6%
18 MPa	0%	0%	0%	0%	0,8%	5%	94,3%
$f_{\sigma h}$	0,06	0,41	0,53	0,13	0,07	0,07	0,04
$\sum f_{\sigma h}$	1,32						

Tableau 21 : Evaluation d'un individu par modèle inverse et fonction objectif pour des lois de déformation de 500 tirages.

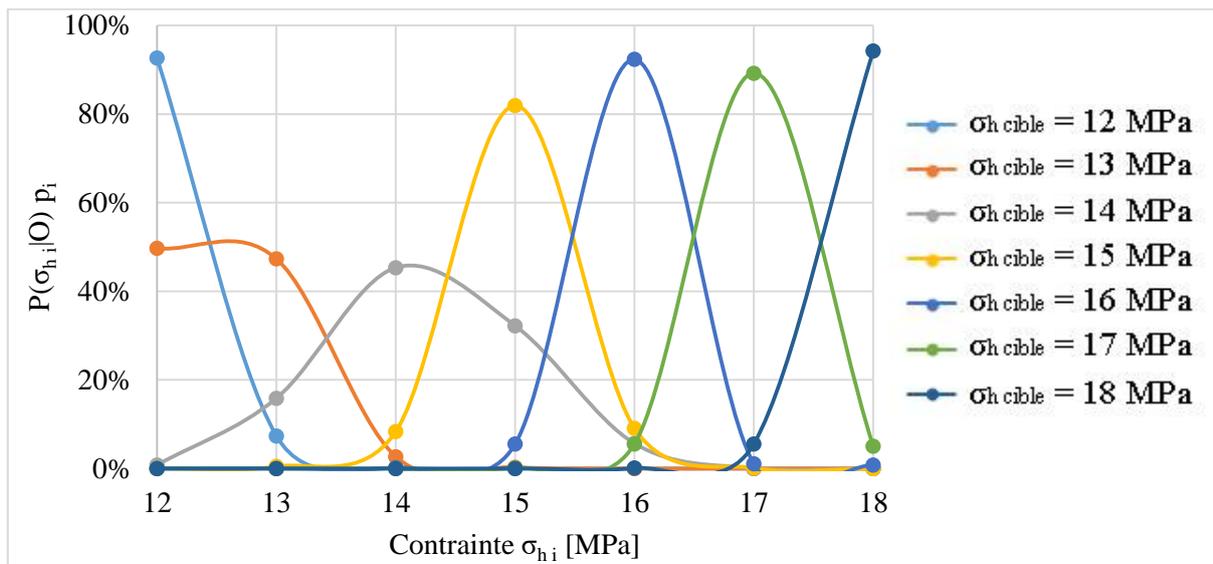


Figure 50 : Résultats graphiques du modèle inverse pour un individu dont la déformation compte 500 tirages.

La différence de résultats vient donc de la variation de la dispersion des contraintes cibles de 13 MPa (courbe orange) et 14 MPa (courbe grise) (Figure 50). En calculant l'entropie de Shannon pour les deux courbes, on obtient  $H(13 \text{ MPa}) = 0,42$  et  $H(14 \text{ MPa}) = 0,63$ . La courbe de 14 MPa donne le meilleur résultat du modèle inverse, mais sa dispersion est plus grande que pour le cas de 13 MPa qui pourtant donne un mauvais résultat du modèle inverse. Au global, le cas 14 MPa est de moindre qualité par rapport au cas de 13 MPa.

Une fois tous les individus de la population évalués, un tableau (Tableau 22 et Tableau 23) regroupe les angles et les résultats de la fonction objectif  $f_{\sigma h}$  pour l'ensemble de la population de la première génération :

Individus	Taille de la population								
	1	2	...						
Angles de position des cages	ECV1°								
	ECV2°								
	...								
$\sum f_{\sigma h}$									

Tableau 22 : Population en fonction des résultats de la fonction objectif.

La suite de l'exemple classe donc les individus évalués par la fonction objectif  $f_{\sigma h}$  comme suit :

Individus	Population									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Angles de position des cages	40°	157°	13°	64°	44°	51°	108°	48°	9°	51°
	88°	269°	50°	201°	60°	164°	211°	98°	35°	66°
	129°	289°	110°	239°	198°	266°	228°	156°	96°	155°
	155°	337°	230°	274°	287°	337°	327°	217°	138°	312°
$\sum f_{\sigma h}$	<b>6,41</b>	<b>9,11</b>	<b>8,16</b>	<b>12,97</b>	<b>12,75</b>	<b>8,79</b>	<b>7,08</b>	<b>8,81</b>	<b>8,74</b>	<b>11,47</b>

Tableau 23 : Population courante avec les résultats de la fonction objectif.

### c. Création de nouveaux individus

Cette troisième étape consiste à créer de nouveaux individus à partir de la population courante. Cette étape, comme les suivantes, est répétée pour chaque génération de l'algorithme.

*Sélection par roulette :*

Une fois les individus de la population courante évalués, certains vont être sélectionnés pour permettre la création de nouveaux individus.

La sélection par roulette représente une roue de loterie biaisée avec un secteur par individu. Le biais de la roue est la pondération en pourcentage en fonction de la qualité de l'individu est assimilé à un angle proportionnel à cette qualité. Les individus possédant chacun un résultat de fonction objectif correspondant à leur qualité, cette valeur est convertie en probabilité :

$P(i) = \frac{f(\text{individu}_i)}{\sum_{j=1}^n f(\text{individu}_j)}$  avec  $n$  la taille de la population. En tirant aléatoirement un nombre

compris entre 0 et 1, tous les individus dont la probabilité est inférieure à ce nombre sont sélectionnés.



Dans l'exemple, le tableau regroupant l'ensemble des chromosomes des individus sélectionnés est le suivant :

<i>Indice des individus sélectionnés</i>	1	2	3	5	6	7	8	9	10
--	---	---	---	---	---	---	---	---	----

<i>Angles binaires de chaque individu</i>	1	1	0	...	0	...
	0	1	0	...	0	
	1	0	0	...	1	
	0	0	1	...	1	
	0	0	1	...	0	
	...	...	...	...	...	
	0	0	0	...	0	

Tableau 25 : Chromosomes en angle binaire des individus sélectionnés.

*Croisement :*

Le croisement est une recombinaison binaire de deux parents (deux individus de la population courante) afin de créer deux enfants (deux nouveaux individus). Parmi les individus sélectionnés, il y a  $C_2^{n_{s\acute{e}lect}} = \frac{n_{s\acute{e}lect}!}{2!(n_{s\acute{e}lect}-2)!}$  combinaisons de croisement possibles. Chaque combinaison est stockée dans un tableau et un nombre (valeur en rouge) tiré aléatoirement suivant une loi uniforme comprise entre 0 et 1 lui est affecté. Les combinaisons inférieures à 0,9 (car la probabilité de croisement  $P_c$  a été fixée à 0,9) sont sélectionnées.

Les combinaisons de croisements choisies vont voir leurs chromosomes « coupés » aléatoirement en fonction du nombre de cages en place dans une section d'alvéole. Chaque couple va être « coupé » différemment. En intervertissant deux à deux les morceaux de chromosomes, chacun de ces couples d'individus parents va permettre la création de deux nouveaux individus, « leurs enfants ».

Dans la suite de l'exemple proposé, les combinaisons de croisements sont les suivantes :

<b>1 – 2</b> <i>0,966</i>	<b>1 – 3</b> <i>0,705</i>	<b>1 – 5</b> <i>0,748</i>	<b>1 – 6</b> <i>0,838</i>	<b>1 – 7</b> <i>0,467</i>	<b>1 – 8</b> <i>0,730</i>	<b>1 – 9</b> <i>0,282</i>	<b>1 – 10</b> <i>0,739</i>
<b>2 – 3</b> <i>0,998</i>	<b>2 – 5</b> <i>0,457</i>	<b>2 – 6</b> <i>0,692</i>	<b>2 – 7</b> <i>0,171</i>	<b>2 – 8</b> <i>0,789</i>	<b>2 – 9</b> <i>0,218</i>	<b>2 – 10</b> <i>0,893</i>	
<b>3 – 5</b> <i>0,801</i>	<b>3 – 6</b> <i>0,447</i>	<b>3 – 7</b> <i>0,702</i>	<b>3 – 8</b> <i>0,509</i>	<b>3 – 9</b> <i>0,763</i>	<b>3 – 10</b> <i>0,704</i>		
<b>5 – 6</b> <i>0,367</i>	<b>5 – 7</b> <i>0,940</i>	<b>5 – 8</b> <i>0,684</i>	<b>5 – 9</b> <i>0,759</i>	<b>5 – 10</b> <i>0,975</i>			
<b>6 – 7</b> <i>0,753</i>	<b>6 – 8</b> <i>0,754</i>	<b>6 – 9</b> <i>0,166</i>	<b>6 – 10</b> <i>0,751</i>				
<b>7 – 8</b> <i>0,170</i>	<b>7 – 9</b> <i>0,573</i>	<b>7 – 10</b> <i>0,323</i>					
<b>8 – 9</b> <i>0,395</i>	<b>8 – 10</b> <i>0,277</i>						
<b>9 – 10</b> <i>0,340</i>							

Tableau 26 : Combinaisons des croisements possibles de tous les individus sélectionnés et assignation d'une "probabilité" à chacun.

Les cases en jaune représentent les individus qui vont être croisés entre eux (90% de la population sélectionnée parmi les 36 combinaisons possibles).

En prenant le couple 1-3, le nombre de cages par individu étant de quatre, les chromosomes vont être divisés en quatre parties indépendantes avant d'être interverties deux à deux (Figure 53) permettant la création des deux individus enfants avec les nouveaux emplacements des cages à (48°, 81°, 238° et 251°) et à (1°, 12°, 90° et 134°).

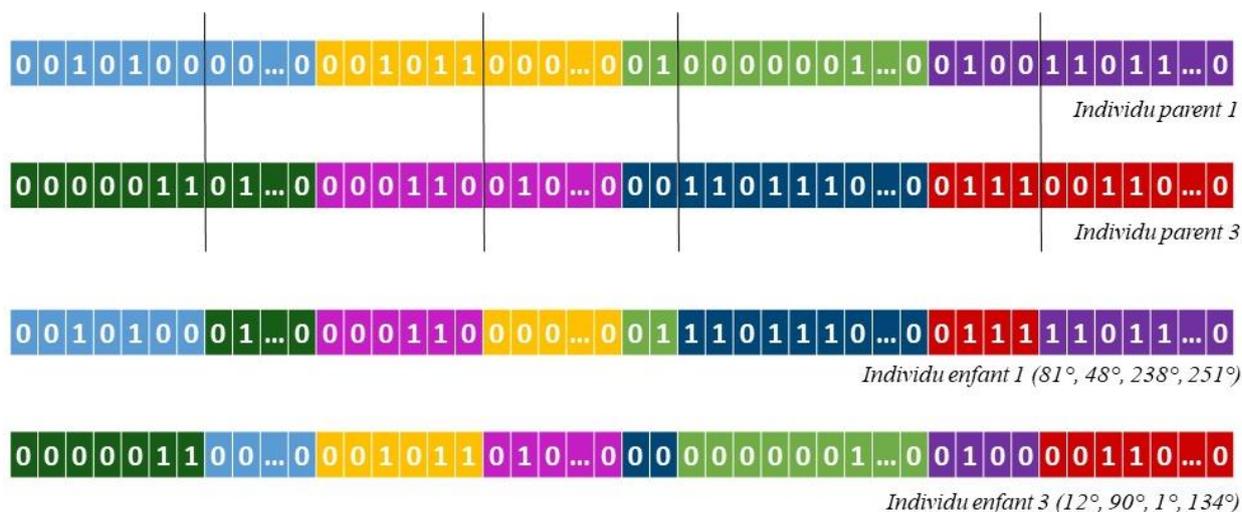


Figure 53 : Création de nouveaux individus par croisement.

*Mutation :*

La mutation est la « dégénérescence » aléatoire d'un gène dans un chromosome. Dans la population sélectionnée (Tableau 25) chaque individu va se voir assigner une valeur aléatoire issue d'une loi uniforme comprise entre 0 et 1. Les individus dont la valeur est inférieure à 0,3 (car la probabilité de mutation  $P_m$  a été fixée à 0,3) sont sélectionnés pour subir une mutation. L'emplacement du point de mutation dans le chromosome est choisi aléatoirement pour chaque chromosome.

Dans la suite de l'exemple, parmi les individus de la population courante sélectionnés (Tableau 27) seuls les individus 2 et 3 vont muter.

1	2	3	5	6	7	8	9	10
0,818	0,243	0,263	0,609	0,542	0,841	0,341	0,301	0,343

Tableau 27 : Assignment des "probabilités" de chaque individu sélectionné.

La mutation aléatoire d'un gène de l'individu 3 donne le nouvel individu dont les cages sont à (13°, 50°, 126° et 230°) (Figure 54).

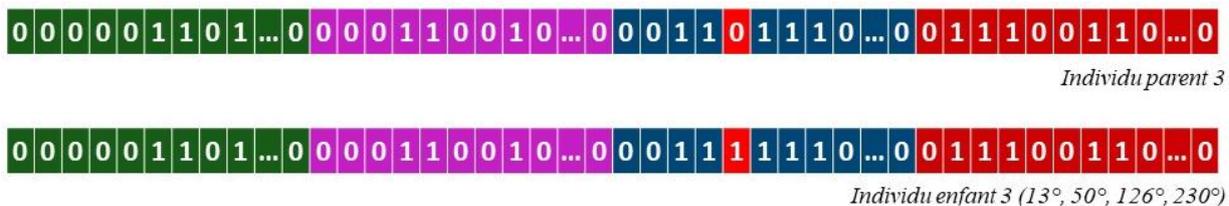


Figure 54 : Création d'un nouvel individu par mutation.

Les nouveaux individus créés par croisement ou mutation vont ensuite être évalués.

**d. Évaluation des nouveaux individus**

Afin d'évaluer tous les nouveaux individus créés, les chromosomes des individus enfants sont découpés tous les 64 bits pour récupérer les angles binaires avant d'être convertis de base 2 en base 10. Chaque individu va voir ses angles de position des cages triés par ordre croissant et l'écart minimum de 10° entre deux cages est vérifié afin de tirer aléatoirement un nouvel angle si toutefois cet espacement minimum n'est pas respecté.

Ces individus sont ensuite évalués afin de leur donner une qualité et de les intégrer à la population courante. Un nouveau tableau va permettre de stocker l'ensemble des individus avec l'emplacement des cages de capteurs et le résultat de la fonction objectif (Tableau 28).

Individus	Taille de la population parent + enfant								
	1	2	...						
Angles de position des cages	ECV1°								
	ECV2°								
	...								
$\sum f_{oh}$									

Tableau 28 : Insertion des individus enfants évalués dans la population parent.

L'ensemble des individus est trié en fonction du résultat de la fonction objectif afin de préparer la génération suivante. Les AG travaillent à taille de population constante ( $pop = 100$  individus dans notre cas d'étude). Dans le tableau contenant l'ensemble des individus parents et enfants de la génération courante, les 100 « meilleurs » individus sont sélectionnés afin de conserver un échantillon de taille constante pour la nouvelle génération, et les autres sont supprimés. Les individus choisis comme « meilleurs » pour la génération suivante sont retenus parmi les enfants et les parents de la population courante. Cette technique permet de s'assurer que la fonction objectif diminue toujours si l'on minimise une fonction.

En reprenant l'exemple développé jusqu'à présent, les 10 « meilleurs » individus conservés pour la génération de calcul suivante sont :

Individus	Population									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Angles de position des cages	20°	8°	51°	13°	13°	40°	40°	9°	8°	10°
	98°	94°	66°	100°	50°	98°	88°	96°	96°	138°
	154°	120°	156°	198°	110°	129°	129°	138°	156°	269°
	217°	274°	217°	264°	138°	217°	155°	326°	216°	337°
$\sum f_{oh}$	5,42	5,65	5,80	6,09	6,37	6,40	6,41	6,49	6,72	6,98

Tableau 29 : Population initiale pour la génération 2.

Toutes les générations sont conservées et extraites dans un fichier csv afin de garder une trace de l'évolution de la population au fur et à mesure des générations.

#### e. Critère d'arrêt

La mesure de la déformation étant toujours inférieure à la déformation maximale (de 15 cm) permettant le retrait des colis, le critère d'arrêt se trouve être un nombre de générations à partir duquel toute la population a convergé vers une solution unique. Ainsi, quand le nombre de générations initialement choisi est atteint, l'algorithme génétique s'arrête.

Dans l'exemple, le nombre de générations *gen* est limité à 10 et donne la population finale suivante :

Individus	Population									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Angles de position des cages	20°	20°	20°	20°	20°	20°	20°	20°	20°	20°
	91°	95°	95°	95°	95°	95°	95°	95°	95°	95°
	135°	135°	135°	135°	135°	135°	135°	135°	135°	135°
	217°	217°	217°	217°	217°	217°	217°	217°	217°	217°
$\sum f_{oh}$	2,51	2,62	2,62	2,62	2,62	2,62	2,62	2,62	2,62	2,62

Tableau 30 : Solution finale de l'exemple à la dixième génération.

Les individus ne convergent pas vers une solution unique. Dans l'exemple, la taille de la population ainsi que le nombre de générations ne sont pas suffisants.

### 3.5 Synthèse du chapitre 3

Quand le projet Cigéo sera en phase d'exploitation, les seules informations disponibles seront les observations de déformations données par les ECV. Ces informations seront utilisées pour surveiller les alvéoles et la réversibilité du projet. Le but est donc de contrôler la convergence de ces galeries de stockage tout en optimisant le nombre et l'emplacement des capteurs permettant le suivi de ce paramètre. Pour la mise en place du modèle d'optimisation, la première étape consiste à récupérer la contrainte à l'origine des déformations observées. Pour ce faire, un modèle inverse bayésien utilise les observations de déformation données par les capteurs et les compare aux différentes valeurs de la base de données afin d'estimer la contrainte la plus probable à l'origine de ces déformations.

La vraie question étant la réversibilité du projet et donc la surveillance de la convergence des alvéoles, il a été nécessaire de développer une méthodologie d'optimisation du nombre et de l'emplacement des capteurs en vue de pouvoir estimer la déformée en tout point de la section d'alvéole. À partir des emplacements des cages de capteurs, il est possible de calculer la variation du rayon de « référence » de la section (le rayon intrados). La méthodologie cherche ensuite à construire une spline déformée de l'ensemble de la section. En comparant la spline aux valeurs de la base de données des déformations initiées en préambule, la méthode permet d'optimiser les emplacements de cages.

Pour utiliser la méthodologie d'optimisation, une fonction objectif a été proposée et repose sur un paramètre à minimiser. Ce paramètre est, pour la première problématique, différence entre

la contrainte horizontale de la BDD  $\sigma_{h\ cible}$  comparée à la contrainte horizontale résultante  $\sigma_{h\ i}$  du modèle inverse. Dans un second temps, ce paramètre devient la différence de rayon intrados déformé entre l'individu évalué  $R_{def}$  et les différentes valeurs de la BDD  $R_{def}^{BDD}$  sur les 360° de la section d'alvéole. L'optimisation du nombre et de l'emplacement des ECV est réalisée par algorithme génétique. Ce dernier teste de multiples combinaisons de capteurs et compare les résultats obtenus entre eux, afin de conserver la meilleure solution.

Le réglage des hyperparamètres de l'algorithme génétique est empirique et plusieurs tests, permettant de répondre à la problématique posée, ont été réalisés afin de trouver les hyperparamètres semblant être optimaux dans ce cas précis. Le déroulement de l'optimisation suivant les AG est expliqué au travers d'un exemple. Celui-ci ne permet pas de donner une solution unique à l'optimisation (cette unicité sera apportée dans le Chapitre 4), la taille de la population, le nombre de générations et le nombre de tirages des lois étant réduits au maximum pour accélérer l'exécution des calculs. Sur les deux fonctions objectifs développées, la méthode permettant de retrouver la contrainte ne permet pas de répondre à la question sur l'estimation de la déformée de l'alvéole. Dans le cas contraire, la solution optimisée permettant de donner la déformée de l'alvéole peut également permettre de répondre à l'optimisation sur l'estimation de la distribution de la contrainte.

Le Chapitre 4 va maintenant présenter les différents résultats de l'AG en vue d'obtenir la solution optimale.

# CHAPITRE 4. APPLICATION DE LA METHODE D'OPTIMISATION AUX ALVEOLES DE STOCKAGE

Une fois le modèle mécanique, le modèle inverse et la méthode d'optimisation mis en place, les résultats de l'optimisation du placement des capteurs dans une section d'alvéole vont être présentés dans ce chapitre. Les différents résultats correspondent à la nature de la fonction objectif utilisée (contrainte ou déformée) ainsi qu'aux incertitudes considérées.

La première partie présentera l'optimisation du nombre et de la localisation des couples d'ECV orthoradiaux intrados et extrados pour retrouver la contrainte horizontale à l'origine des déformations observées (§4.1). La seconde partie permettra de récupérer la section déformée de l'alvéole afin de vérifier que la déformée ne dépasse pas le jeu de manutention des colis (§4.2). Il s'agit de la dernière étape du schéma méthodologique présenté au Chapitre 1.

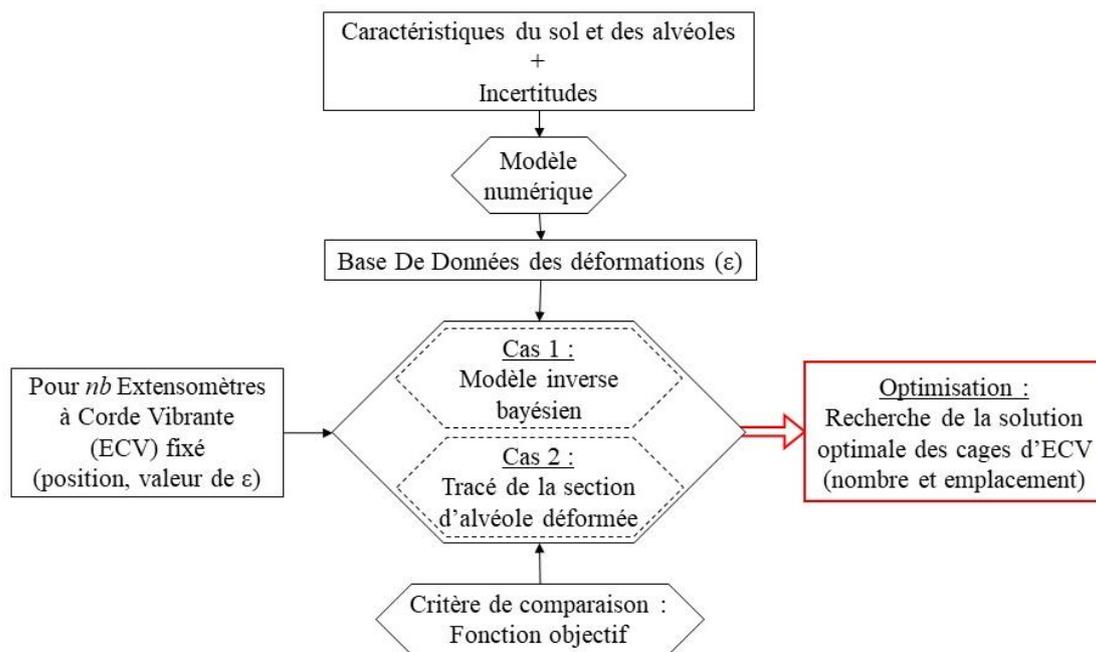


Figure 55 : Dernière étape de la méthodologie globale pour répondre à la problématique.

La pertinence des capteurs orthoradiaux intrados, extrados ainsi que du capteur radial sera également considérée. Les incertitudes sur les ECV, l'environnement des galeries et la variabilité d'épaisseur du revêtement seront examinées à tour de rôle afin de voir l'influence de chacune d'elle.

## 4.1 Contrainte horizontale appliquée sur une alvéole

Cette première partie permet de mettre en place et de valider les AG à l'aide d'un modèle inverse (§3.2). Ce modèle, combiné à une fonction objectif permet de donner la qualité de chaque individu considéré. L'algorithme génétique sert à la création de nouveaux individus à partir des meilleurs individus déjà évalués. Pour rappel, la fonction objectif utilisée dans cette partie est la suivante :

$$f_{\sigma_h} = (1 - \alpha) \frac{\sum_1^7 p_i (\sigma_{h_i} - \sigma_{h_{cible}})^2}{\sigma_{h_{cible}}} + \alpha * \frac{-\sum_1^7 p_i * \ln p_i}{-\ln \frac{1}{7}} \quad [21]$$

avec  $p_i$  la probabilité d'apparition de chaque contrainte,  $\sigma_{h_i}$  la contrainte du modèle inverse et  $\sigma_{h_{cible}}$  la contrainte cible que devrait retrouver le modèle inverse ;  $\alpha$  est un coefficient de pondération.

### 4.1.1 Rappel sur les paramètres d'entrée

Les paramètres d'entrée du modèle d'optimisation sont de deux sortes avec le choix des hyperparamètres de l'algorithme génétique et le choix des conditions initiales.

#### 4.1.1.1 Hyperparamètres

Les hyperparamètres ont été déterminés au §3.4.3. Après évaluation, les valeurs ayant été choisies sont les suivantes : une population initiale de 100 individus, une évolution sur 20 générations, une probabilité de croisement de 0,9 et une probabilité de mutation de 0,3.

Pour répondre à la question de la répétabilité de l'optimisation par un métaheuristique abordée par quelques scientifiques (Fontan 2011; Perry et al. 2006; Koh et Perry 2010), le choix a été fait de répéter 10 fois chaque calcul<sup>55</sup> et de prendre les meilleurs individus de chaque calcul pour faire une dernière résolution (Figure 56).

---

<sup>55</sup> Répéter 10 fois le calcul avec les mêmes paramètres d'entrée (présentés en partie suivante).

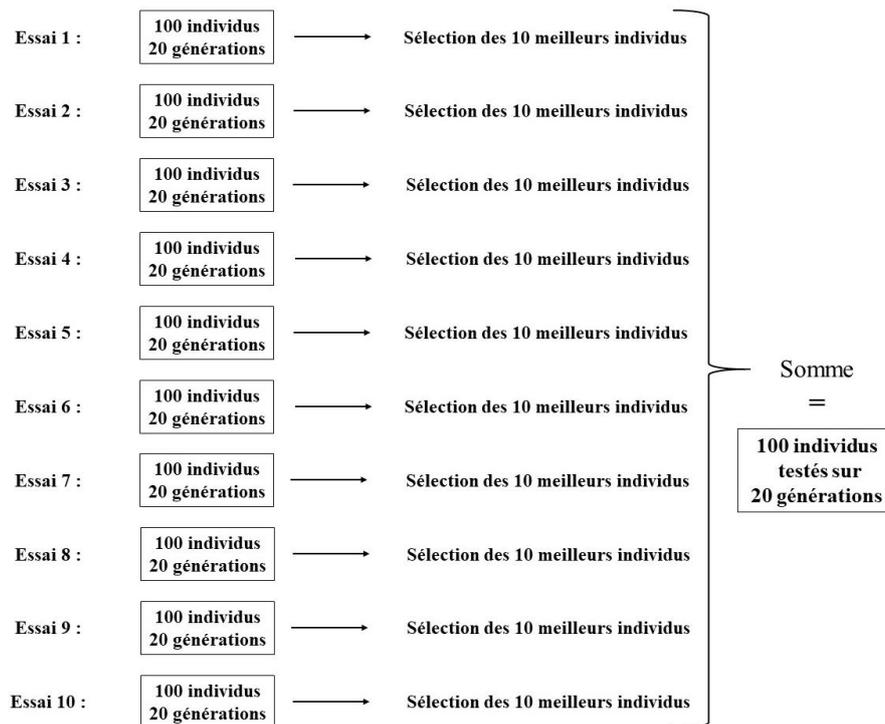


Figure 56 : Répétabilité de l'optimisation par algorithme génétique pour les mêmes conditions initiales.

#### 4.1.1.2 Paramètres d'entrée de l'optimisation

Ces paramètres correspondent aux valeurs à optimiser, à savoir le nombre et la localisation des ECV dans une section d'alvéole. Si le modèle était parfait, un seul capteur permettrait de trouver la solution optimale. Les incertitudes demandent d'augmenter le nombre de capteurs pour trouver une solution au problème posé. Ces incertitudes sont multiples et présentes à plusieurs niveaux du problème posé.

Au niveau de la modélisation d'une section d'alvéole (§2.3), la rigidité du sol encaissant est linéairement variable et la contrainte horizontale est supposée constante sur une section. Cette contrainte peut cependant varier entre 12 MPa et 18 MPa. Dans cette première phase de résultats, l'épaisseur du revêtement béton est constante et vaut 30 cm.

Au niveau des capteurs utilisés, ils sont toujours placés par couple avec un ECV orthoradial intrados et un ECV orthoradial extrados. Ces capteurs ont une incertitude intrinsèque due à leur mode de résonance. Ils peuvent également avoir une incertitude sur leur mise en place avec une erreur d'angle de  $\pm 20^\circ$  par rapport à leur position orthoradiale théorique. Cette incertitude est indépendante pour tous les capteurs, mêmes ceux positionnés au même emplacement  $\beta$  intrados et extrados.

Pour le calcul de l'optimisation, le nombre de couples de capteurs varie entre 2 et 10. Pour un nombre de couples fixé, l'algorithme génétique optimise les emplacements de ces couples d'ECV.

Pour le modèle numérique, le maillage utilisé dans cette partie est grossier (3 cm \* 5,5 cm, §2.3.1.2) et les mesures de déformation sont récupérées à partir de la commande *POIN PROC* (§2.3). Les calculs sont effectués pour 500 tirages par variable aléatoire.

Pour la fonction objectif (équation 21), l'influence de la mesure de la dispersion par entropie de Shannon est testée en employant différentes valeurs pour le paramètre  $\alpha$  (0 ; 0,25 ; 0,5 ; 1).

#### 4.1.2 Résultats

Les résultats obtenus pour les différents paramètres testés sont présentés par la suite. Une première partie va montrer la répétabilité de l'algorithme génétique suivant les dix calculs réalisés avec des paramètres identiques. L'influence de la rigidité du sol sera également évaluée, avant de voir l'influence du paramètre  $\alpha$  sur les différentes étapes de résolution. Un choix final sera apporté dans ce cas.

##### 4.1.2.1 Remarque sur la répétabilité de l'optimisation

Afin de ne pas multiplier les éléments pouvant influencer la solution, les résultats présentés dans le Tableau 31 prennent seulement en compte la rigidité variable et l'incertitude sur les capteurs (i.e. le paramètre  $\alpha$  de la fonction objectif vaut 0).

N° essai	Nombre de couples d'ECV intrados / extrados								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1030,9	283,8	96,5	35,2	11,5	5,31	2,10	0,820	0,367
2	860,2	330,1	96,5	39,7	11,5	5,29	1,90	0,717	0,330
3	860,2	333,9	96,5	35,5	11,5	4,49	2,17	0,674	0,244
4	860,2	283,8	96,5	38,6	11,5	6,10	1,73	0,758	0,298
5	860,2	283,8	96,5	39,7	11,5	5,11	2,19	0,668	0,304
6	860,2	300,1	96,5	38,6	13,9	4,12	1,61	0,666	0,302
7	860,2	283,8	108,3	42,3	14,8	5,70	1,75	0,847	0,299
8	860,2	333,9	96,5	39,7	14,2	5,31	1,74	0,802	0,244
9	860,2	283,8	98,8	35,5	13,9	5,31	1,74	0,776	0,297
10	860,2	333,9	117,4	30,2	11,8	5,32	1,91	0,709	0,332

Tableau 31 : Résultat de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour  $\alpha = 0$  pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples d'ECV.

Dans le Tableau 31, chaque case donne le résultat de la fonction objectif  $f$  pour un cas donné. Chaque ligne correspond à la valeur de  $f$  pour 2 à 10 couples de capteurs et chaque colonne correspond au résultat de  $f$  suivant les mêmes conditions initiales sur les 10 essais réalisés. Étant donné que l'algorithme d'optimisation est une métaheuristique, celui-ci va potentiellement pouvoir se bloquer dans un minimum local de  $f$  sans arriver à en sortir. Les nombres en rouge coïncident avec ces valeurs minimums de  $f$  jamais rencontrées. Ce tableau permet de constater que plus le nombre de capteurs à placer est faible, plus la probabilité de trouver le minimum de la fonction est grande. Pour preuve, la répétabilité de l'optimisation suivant les mêmes conditions initiales donne 9 fois sur 10 le même résultat minimum pour deux couples de capteurs et passe à 1/10 pour neuf couples. Cette constatation pourrait laisser penser que, comme le nombre de couples est réduit, le nombre de combinaisons de placement de ces derniers est également réduit. Cette remarque n'est pas totalement vraie en comparant les résultats dans les cas à 5 ou 6 couples d'ECV.

Le Tableau 32, vient donc en complément du Tableau 31, donner l'écart observé entre les résultats les plus extrêmes (le minimum et le maximum) de la fonction objectif pour 2 à 10 couples de capteurs.

Couples d'ECV	$f$ (*10 <sup>-5</sup> )	Nombre d'apparition	Différence	% de variation
2	860,2	9	170,7	18%
	1030,9	1		
3	283,8	5	50,1	16%
	333,9	3		
4	96,5	7	20,8	19%
	117,4	1		
5	30,2	1	12,1	33%
	42,3	1		
6	11,5	5	3,3	25%
	14,8	1		
7	4,12	1	1,98	39%
	6,10	1		
8	1,61	1	0,58	31%
	2,19	1		
9	0,666	1	0,181	24%
	0,847	1		
10	0,244	2	0,123	40%
	0,367	1		

Tableau 32 : Résultats extrêmes de la fonction objectif pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples de capteurs.

Dans le cas à 2 couples de capteurs, neuf fois sur dix l'algorithme génétique trouve le minimum de la fonction. Cependant il se trompe une fois et reste bloqué dans un minimum local. En regardant la position des capteurs pour ces deux résultats, dans le cas optimal les ECV sont mis à  $53^\circ$  et  $352^\circ$  et dans l'autre cas, les ECV sont à  $186^\circ$  et  $352^\circ$ . Seul un couple de capteur change de position (passant de  $53^\circ$  à  $186^\circ$ ) et la différence au niveau de la valeur de la fonction objectif est de 170,7, soit une variation du résultat de 18%. La moindre variation d'angle fait donc fluctuer la fonction objectif, ce qui en fait une fonction vraisemblablement très bruitée avec de nombreux minimums locaux. Il n'y a aucune amélioration possible de cette variation, en dehors d'augmenter le nombre de couples de capteurs. En augmentant ce nombre de couples, l'algorithme génétique se trouve de plus en plus souvent bloqué dans un minimum local de la fonction objectif. Dans le cas de trois couples de capteurs, sur les dix essais réalisés, l'algorithme donne quatre résultats différents de la fonction objectif. Cependant, la différence entre les deux extrêmes rencontrés passe de 170,7 à 50,1, ce qui réduit la variation des résultats de 18% à 16%. Pour ces deux résultats les angles de position des capteurs passent de  $22^\circ$ ,  $53^\circ$  et  $352^\circ$  pour un  $f$  valant 283,789 à  $22^\circ$ ,  $53^\circ$  et  $316^\circ$  pour un  $f$  valant 333,924. Le constat est le même que pour deux couples de capteurs avec la variation d'angle d'un seul couple provoquant une grande variation des résultats. Cependant, la stabilité de deux couples contre un seul réduit la variabilité du résultat de la fonction objectif. Cette tendance n'est plus vraie à partir de quatre couples d'ECV avec une variation qui passe de 16% à 19%. Pour un nombre de couples donné, les résultats de  $f$  fluctuent ensuite beaucoup plus, avec une variation du résultat optimal de  $f$  pouvant atteindre les 40% pour dix couple d'ECV. Ainsi, plus le nombre de couples de capteurs augmente, plus le résultat de la fonction objectif s'améliore, mais le nombre de plus en plus conséquent de capteurs créé finalement une variation de plus en plus grande dans les résultats (seulement 0,123 de différence entre les résultats les plus extrêmes, pour dix couples ce qui fait une variation de 40%, sachant que les dix essais donnent quasiment toujours des angles optimums différents). Dans ces deux cas, les angles de position des couples d'ECV sont :

- $22^\circ$ ,  $53^\circ$ ,  $114^\circ$ ,  $152^\circ$ ,  $166^\circ$ ,  $192^\circ$ ,  **$205^\circ$** ,  **$230^\circ$** ,  $317^\circ$  et  $342^\circ$  pour  $f = 0,244$
- $8^\circ$ ,  **$22^\circ$** ,  **$53^\circ$** ,  $102^\circ$ ,  $131^\circ$ ,  $156^\circ$ ,  **$205^\circ$** ,  **$230^\circ$** ,  $316^\circ$  et  $343^\circ$  pour  $f = 0,367$

Entre ces deux individus, seul quatre positions sont identiques (valeurs en gras). S'il a été observé que plus le nombre de capteurs est conséquent, plus le résultat de la fonction objectif s'améliore, par opposition, plus ce nombre est important, plus l'algorithme génétique est instable pour trouver la solution optimale. L'algorithme et reste bloqué dans un minimum local de la fonction objectif.

Pour comprendre la différence au niveau de la répétabilité de la fonction objectif dans les cas de 5 et 6 couples d'ECV (respectivement Tableau 33 et Tableau 34), les tableaux suivants présentent les positions des différents couples pour chacun des 10 essais d'optimisation.

N°	$f (*10^{-5})$	Différence $f$	Position des couples de capteurs				
			1	2	3	4	5
1	30,243		22°	53°	205°	325°	352°
		4,999					
2	35,242		22°	53°	156°	325°	352°
		0,225					
3	35,467		22°	53°	183°	205°	352°
		3.117					
4	38,584		22°	132°	152°	230°	316°
		1,096					
5	39,680		22°	53°	186°	205°	325°
		2,634					
6	42,314		22°	38°	53°	325°	357°
<i>Différence maximale</i>			<i>0°</i>	<i>94°</i>	<i>133°</i>	<i>120°</i>	<i>41°</i>

Tableau 33 : Position des 5 couples d'ECV pour les 10 essais (les doublons ne sont pas notés) de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0$ .

Les résultats du Tableau 33 sont classés par ordre décroissant de la fonction objectif avec la valeur optimale en rouge. Chaque ligne donne la position des 5 couples d'ECV en fonction du résultat de  $f$  et « Différence  $f$  » donne l'écart relevé entre deux valeurs de la fonction objectif. La différence maximale (en violet) présente l'écart maximal de position de chaque couple pour les différents résultats de la fonction objectif observés sur les 10 essais d'optimisation. Pour une différence de  $12,1*10^{-5}$  entre le meilleur (1) et le pire (6) résultat de  $f$ , l'écart maximal de position d'un couple de capteurs est de  $133^\circ$  pour le troisième couple, avec un angle pouvant aller de  $53^\circ$  à  $205^\circ$ . Cette variation est très importante et dégrade fortement le résultat de la fonction objectif. Sur les 10 essais d'optimisation réalisés dans les mêmes conditions, l'algorithme génétique n'a vu apparaître la valeur optimale qu'une seule fois. Le onzième calcul avec les meilleurs individus de chaque essai donne la même solution, ce qui laisse penser que cette valeur correspond bien au minimum global de  $f$ .

N°	$f (*10^{-5})$	Différence $f$	Position des couples de capteurs					
			1	2	3	4	5	6
1	<b>11,488</b>		22°	53°	132°	152°	205°	325°
		0,307						
2	11,795		22°	53°	186°	205°	325°	352°
		2,170						
3	13,965		22°	53°	132°	152°	230°	316°
		0,317						
4	14,282		22°	53°	156°	176°	205°	316°
		0,517						
5	14,799		22°	53°	132°	152°	234°	325°
<b>Différence maximale</b>			<b>0°</b>	<b>0°</b>	<b>54°</b>	<b>53°</b>	<b>120°</b>	<b>36°</b>

Tableau 34 : Position des 6 couples d'ECV pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0$ .

Dans le cas le plus stable de 6 couples d'ECV (Tableau 34), la valeur optimale de  $11,5*10^{-5}$  est rencontrée cinq fois, sur les 10 essais d'optimisation. Ici, l'écart maximal du cinquième couple (avec une différence de  $120^\circ$ ) ne correspond pas à la différence de position entre la meilleure et la pire solution. Il y a un écart de  $29^\circ$  entre ces deux individus passant de  $205^\circ$  à  $234^\circ$  pour une variation de  $3,3*10^{-5}$  du résultat de  $f$ . Ce cas semble plus stable puisque deux couples de capteurs restent à la même position, quelle que soit la solution optimale de l'essai sur les 10 tests. Le premier couple est toujours à  $22^\circ$  et le second est toujours à  $53^\circ$ . Par contre, pour des résultats de fonction objectif très proches la position des couples d'ECV peut être très variable. Par exemple les lignes 1 et 2 ont une différence de  $f$  de seulement  $0,307*10^{-5}$ , pour une différence maximale de  $120^\circ$  (passant de  $205^\circ$  à  $325^\circ$ ) pour le cinquième couple.

En reprenant les constatations du Tableau 31, le cas à 6 couples semblant plus stable donne en effet des différences de résultats de  $f$  et des variations de position des couples d'ECV globalement plus réduites que le cas à 5 couples d'ECV (respectivement Tableau 34 et Tableau 33).

Pour le calcul final, suivant les mêmes conditions initiales, en considérant les 10 meilleurs individus des 10 essais, l'algorithme génétique finit toujours par trouver le résultat minimum déjà rencontré au cours d'un des 10 premiers essais.

En regardant de la même façon les résultats des 10 essais lorsque  $\alpha \neq 0$ , la probabilité de trouver le minimum de la fonction objectif diminue (annexe E avec  $\alpha = 0,5$ ).

#### 4.1.2.2 Influence de la rigidité du sol

La rigidité du sol encaissant est modélisée par des ressorts et dépend du module d'Young de l'argile qui varie entre 3 GPa et 9 GPa. Cette rigidité évolue linéairement sur une section (§2.3.3) après tirage suivant une loi normale  $N(6,1)$  des valeurs du module d'Young. L'optimisation par algorithme génétique est testée pour deux calculs de rigidité (même formule mais deux tirages différents pour le module d'Young), pour des lois comptant 500 tirages et pour  $\alpha = 0$  (Figure 57 et Tableau 35).

##### a. Influence sur la fonction objectif

En faisant varier les tirages du module d'Young, les résultats de la fonction objectif évoluent également. En observant le graphique de la Figure 57, les changements sont notables lorsqu'il y a moins de 5 couples de capteurs par section. La différence la plus importante a lieu pour 3 et 4 couples d'ECV. Avec une différence respective de 55,3 et 30,1 (Tableau 35). Quand le nombre de capteurs augmente, cette différence tend à diminuer, jusqu'à disparaître totalement lorsque le nombre d'ECV devient conséquent.

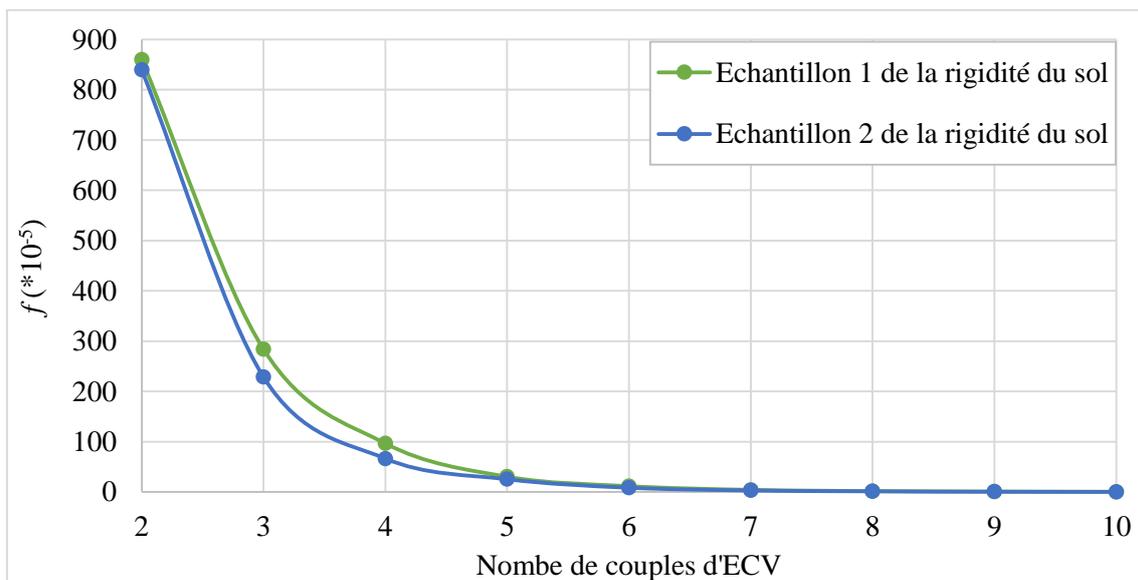


Figure 57 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de couples d'ECV et de la rigidité du sol encaissant.

Couple d'ECV	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(k_1) (*10^{-5})$	860,2	283,8	96,5	30,2	11,5	4,1	1,6	0,7	0,2
$f(k_2) (*10^{-5})$	839,7	228,5	66,4	25,2	8,3	3,0	1,2	0,4	0,2
<b>Différence</b>	20,5	55,3	30,1	5,0	3,2	1,1	0,4	0,3	0,0

Tableau 35 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de couple d'ECV et de la rigidité du sol encaissant.

**b. Influence sur la localisation des couples de capteurs**

Le Tableau 36 montre la différence de résultats pour la fonction objectif se répercute sur la position optimale des couples de capteurs (en fonction des deux rigidités). Le Tableau 36 se lit en colonne avec en vert les résultats des angles de localisation des couples d'ECV sur une section d'alvéole avec la première rigidité. Les valeurs en bleue donnent les mêmes résultats dans le cas de la seconde rigidité. Les angles des capteurs ne sont jamais les mêmes entre les deux calculs de rigidité et cela se vérifie quel que soit le nombre de couples à mettre en place (les résultats sont différents mêmes pour 10 couples). L'angle 53°/54° semble toutefois stratégique étant donné qu'il est présent quel que soit le nombre de capteurs ou la rigidité. La même remarque que précédemment apparaît au sens où, lorsque le nombre de capteurs augmente, la variation de la localisation devient moindre.

Couple d'ECV		2		3		4		5		6	
Rigidité		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Position des couples de capteurs	ECV1	53°	54°	22°	8°	22°	8°	22°	8°	22°	18°
	ECV2	352°	186°	53°	54°	53°	54°	53°	33°	53°	33°
	ECV3			352°	186°	205°	186°	205°	54°	132°	54°
	ECV4					352°	345°	325°	186°	152°	169°
	ECV5							352°	345°	205°	213°
	ECV6									325°	345°
$f (*10^{-5})$		860,2	839,7	283,8	228,5	96,5	66,4	30,2	25,2	11,5	8,3

Tableau 36 : Position des capteurs en fonction de leur nombre et de la rigidité du sol encaissant.

**c. Influence sur le modèle inverse**

Les tableaux suivant (Tableau 37 pour  $k_1$  et Tableau 38 pour  $k_2$ ) exposent les résultats du modèle inverse dans le cas de 3 couples de capteurs. Seul ce résultat est introduit car il s'agit du cas donnant le plus de variation de la fonction objectif (le cas pour 5 couples de capteurs est présenté en annexe D).

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	98,5%	0,7%	0,1%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	1,5%	97,6%	5,8%	0,1%	0%	0%	0%
14 MPa	0,1%	1,6%	88%	13,1%	0,2%	0%	0%
15 MPa	0%	0,1%	5,9%	77,4%	0,4%	0,9%	0%
16 MPa	0%	0%	0,3%	9,2%	98,3%	8,7%	0,4%
17 MPa	0%	0%	0%	0,1%	1,1%	87,2%	2,4%
18 MPa	0%	0%	0%	0,1%	0,1%	3,1%	97,1%

Tableau 37 : Résultats du modèle inverse pour 3 couples de capteurs aux angles 22°, 53° et 352° et la première rigidité.

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	98%	3,1%	0%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	1,5%	96,2%	0,9%	0%	0%	0%	0%
14 MPa	0,4%	0,6%	98,1%	13,5%	0,1%	0%	0%
15 MPa	0%	0%	0,9%	82,4%	5,2%	0%	0%
16 MPa	0%	0%	0,2%	4,1%	91,8%	4,2%	0,6%
17 MPa	0%	0%	0%	0%	2,9%	93,6%	7,8%
18 MPa	0%	0%	0%	0%	0%	2,2%	91,6%

Tableau 38 : Résultats du modèle inverse pour 3 couples de capteurs aux angles 8°, 54° et 186° et la deuxième rigidité.

Le Tableau 39 donne la différence de résultats du modèle inverse entre les deux cas de rigidité testés.

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	0,5%	2,4%	0,1%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	0%	1,4%	4,9%	0,1%	0%	0%	0%
14 MPa	0,4%	1%	10,1%	0,4%	0,1%	0%	0%
15 MPa	0%	0,1%	5%	5%	4,8%	0,9%	0%
16 MPa	0%	0%	0,1%	5,1%	6,5%	4,5%	0,2%
17 MPa	0%	0%	0%	0,1%	1,8%	6,4%	5,4%
18 MPa	0%	0%	0%	0,1%	0,1%	0,9%	5,5%

Tableau 39 : Différences de résultats du modèle inverse pour les deux rigidités k1 et k2.

Tout comme les angles de position des couples d'ECV, le modèle inverse donne des probabilités différentes en fonction de la rigidité appliquée sur le modèle. La diagonale jaune figurant dans les trois tableaux correspond à la plus grande probabilité que devrait retrouver le modèle inverse étant donné qu'il s'agit des points de correspondance entre les résultats de ce dernier et les contraintes horizontales du modèle numérique. En regardant le Tableau 39 des différences entre les deux résultats, la plus grande variabilité de probabilité intervient à 14 MPa avec une différence de 10%. Le modèle inverse ne se trompe jamais de solution et le cas le plus critique donne une probabilité supérieure à 77% de retrouver une contrainte horizontale de 15 MPa. Plus le nombre de capteurs augmente, plus cette valeur critique augmente également et les meilleurs résultats du modèle inverse deviennent (annexe F pour les mêmes tableaux dans le cas où une section d'alvéole compte 5 couples de capteurs). Dans l'annexe F, la différence de probabilités maximale entre les deux cas de rigidité est de seulement 1,1% pour la contrainte de 13 MPa.

### 4.1.2.3 Influence du paramètre $\alpha$

En gardant un calcul identique sur 10 essais suivant les mêmes paramètres d'entrée et la rigidité  $k_I$ , cette partie présente l'influence du paramètre  $\alpha$  sur les résultats de l'algorithme d'optimisation.

Ce paramètre  $\alpha$  permet de donner plus ou moins de poids à l'un ou à l'autre des deux membres de la fonction objectif. Lorsque  $\alpha = 0$ , seul le premier terme est considéré et les résultats ne vont prendre en compte que la différence à la valeur cible avec la comparaison des contraintes entre les résultats du modèle inverse  $\sigma_{hi}$  et les contraintes du modèle numérique  $\sigma_{h\text{ cible}}$ . À contrario, lorsque  $\alpha = 1$ , la fonction ne considère que la mesure de la dispersion par entropie de Shannon.

#### a. Influence sur la fonction objectif

$\alpha$  va successivement prendre les valeurs 0, 0,25, 0,5 et 1. Les résultats de la fonction objectif en fonction de ce paramètre et du nombre de capteurs en place sont présentés à la Figure 58 et dans le Tableau 40.

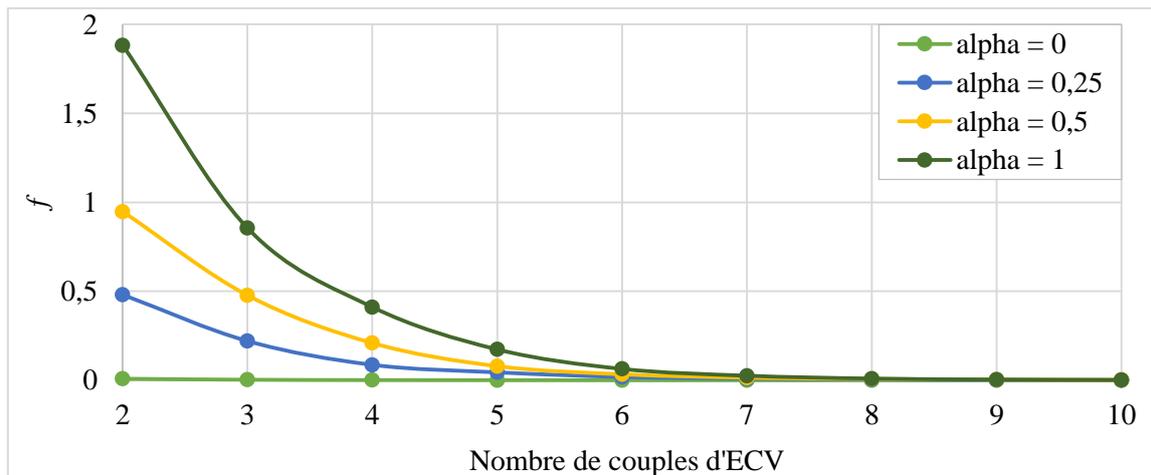


Figure 58 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de couples d'ECV et du coefficient  $\alpha$ .

Couple ECV	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(\alpha = 0) (*10^{-5})$	860	284	97	30	11	4	2	1	0
<b>Rapport</b>		3	2,9	3,2	2,7	2,8	2	2	/
$f(\alpha = 0,25) (*10^{-5})$	48068	22052	8679	4450	1851	896	389	172	70
<b>Rapport</b>		2,2	2,5	2	2,4	2,1	2,3	2,3	2,5
$f(\alpha = 0,5) (*10^{-5})$	94821	47735	20921	7912	3350	1444	720	342	156
<b>Rapport</b>		2	2,3	2,6	2,4	2,3	2	2,1	2,2
$f(\alpha = 1) (*10^{-5})$	188327	85533	41123	17336	6380	2559	950	379	189
<b>Rapport</b>		2,2	2,1	2,4	2,7	2,5	2,7	2,5	2

Tableau 40 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de couples d'ECV et du coefficient  $\alpha$ .

En faisant varier le coefficient  $\alpha$ , les résultats de la fonction objectif évoluent. Ils sont encadrés entre les deux valeurs extrêmes de  $\alpha$ , à savoir 0 et 1. Plus  $\alpha$  augmente, plus le résultat de la fonction objectif se dégrade, et ce, quel que soit le nombre de couples de capteurs en place. La mesure de la dispersion a donc une influence sur l'optimisation du nombre de capteurs. Lorsque  $\alpha = 0$ , l'ajout d'un couple de capteurs divise environ par 3 le résultat de la fonction objectif (rapport moyen de 2,6). Lorsque  $\alpha$  augmente, ce rapport est plus irrégulier et fluctue entre 2 et 2,7. Devant les nombreuses incertitudes sur la modélisation, les capteurs employés et l'environnement du projet, la dispersion doit être prise en compte pour optimiser le nombre de capteurs à mettre en place dans une section d'alvéole. Le rapport de réduction du résultat de la fonction objectif, en ajoutant un couple de capteurs, est plus intéressant dans cinq cas en prenant  $\alpha = 0,25$  (en passant de 2 à 3 couples, de 3 à 4 couples, de 7 à 8 couples, de 8 à 9 couples et de 9 à 10 couples) et plus intéressant dans deux cas en prenant  $\alpha = 0,5$  (en passant de 4 à 5 couples et de 6 à 7 couples). Le choix d'un coefficient  $\alpha$  égal à 0,25 semble donc plus intéressant dans le cas présent car l'ajout d'un couple de capteur améliore au mieux le résultat de la fonction objectif  $f$  suivant un rapport moyen de 2,3 (contre 2,2 lorsque  $\alpha = 0,5$ ).

À ce stade, il est impossible de choisir le nombre de couples de capteurs à mettre en place. Une information complémentaire doit être apportée pour faire ce choix.

#### b. *Influence sur la localisation des couples de capteurs*

Avec les mêmes valeurs de  $\alpha$ , à savoir 0, 0,25, 0,5 et 1, cette partie va présenter l'influence de ce coefficient sur la localisation des couples d'ECV. Devant le grand nombre de résultats disponibles, seul 4 (Tableau 41 et Figure 59), 5 (Tableau 42 et Figure 60) et 6 (Tableau 43 et Figure 61) couples de capteurs seront présentés ici. Les autres résultats sont disponibles en annexe G. Les résultats de la localisation des capteurs pour les autres valeurs de  $\alpha$  sont présentés en annexe H.

$\alpha$	ECV				$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	
0	22°	53°	205°	352°	97
0,25	159°	178°	204°	355°	8679
0,5	33°	159°	178°	204°	20921
1	33°	159°	178°	204°	41123

Tableau 41 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 4 couples d'ECV.

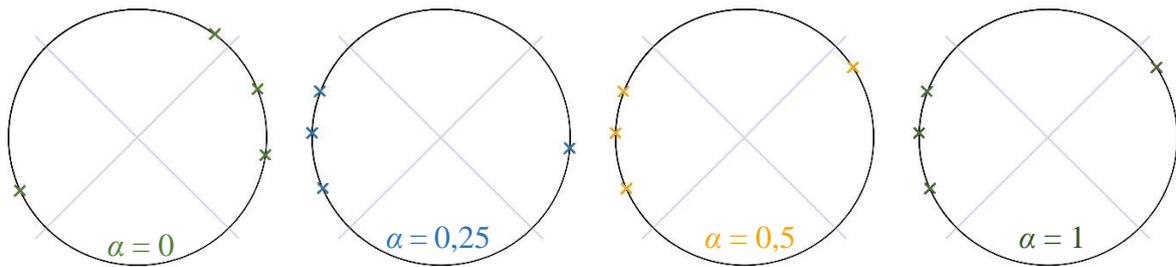


Figure 59 : Représentation graphique de l'influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 4 couples d'ECV.

$\alpha$	ECV					$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	
0	22°	53°	205°	325°	352°	30
0,25	20°	159°	171°	192°	317°	4450
0,5	70°	159°	178°	204°	355°	7912
1	22°	139°	171°	192°	355°	17336

Tableau 42 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 5 couples d'ECV.

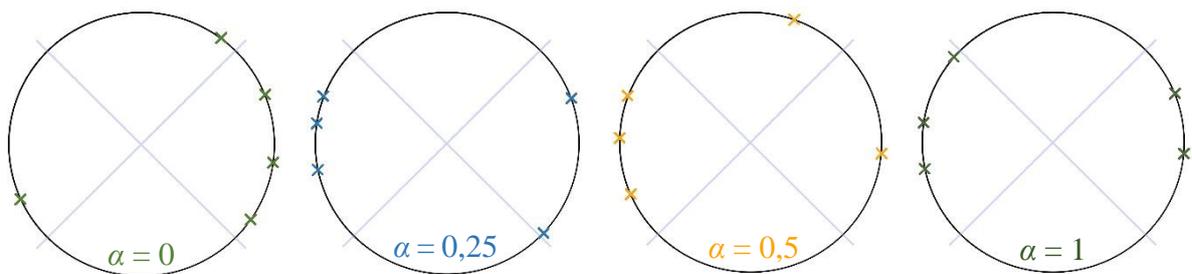


Figure 60 : Représentation graphique de l'influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 5 couples d'ECV.

$\alpha$	ECV						$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	
0	22°	53°	132°	152°	205°	325°	11
0,25	26°	70°	159°	171°	192°	317°	1851
0,5	26°	70°	159°	171°	192°	317°	3350
1	22°	144°	159°	171°	202°	355°	6380

Tableau 43 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 6 couples d'ECV.

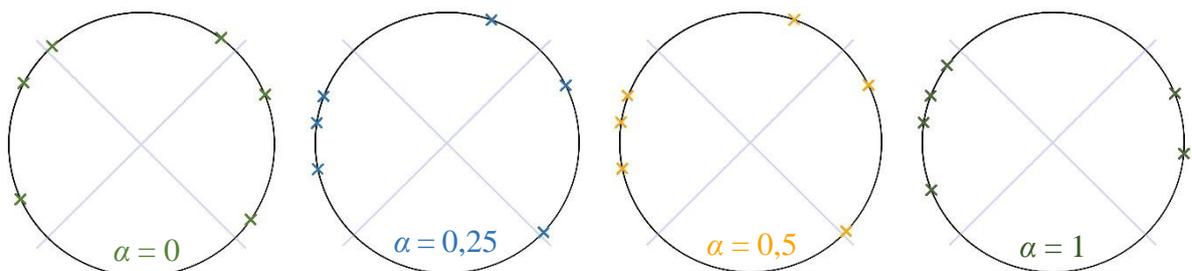


Figure 61 : Représentation graphique de l'influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 6 couples d'ECV.

Pour les cas de 4, 5 ou 6 couples de capteurs, les différentes valeurs de  $\alpha$  donnent des angles variés. Comme pour le résultat de la fonction objectif, le coefficient  $\alpha$  a une influence sur la localisation des ECV sur une section d'alvéole. Certaines localisations semblent cependant privilégiées comme  $159^\circ$ ,  $178^\circ$  et  $204^\circ$  qui apparaissent pour quatre couples de capteurs (Tableau 41 et Figure 59) à partir du moment où  $\alpha$  est différent de 0. Pour cinq couples d'ECV, aucun angle n'apparaît pour trois valeurs de  $\alpha$ . Pour six couples de capteurs (Tableau 43 et Figure 61),  $159^\circ$  et  $171^\circ$  sont des solutions lorsque  $\alpha \neq 0$ . Quel que soit le nombre de capteurs à mettre en place sur une section d'alvéole et la valeur du coefficient  $\alpha$ , certaines localisations semblent privilégiées comme  $159^\circ$  qui apparaît huit fois dans les douze cas présentés dans l'ensemble des Tableau 41 à Tableau 43. Les angles de position des couples de capteurs pour un nombre de couple donné restent tout de même relativement proche quelle que soit la valeur du coefficient  $\alpha$ . La valeur de ce coefficient semble avoir plus d'influence sur le résultat de la fonction objectif que sur les positions des capteurs. En s'appuyant sur les résultats de l'annexe G en plus des résultats présentés ci-dessus, les angles privilégiés, quel que soit le nombre de couples ou la valeur du coefficient  $\alpha$ , sont :

<b>Angle</b>	$22^\circ$	$159^\circ$	$53^\circ$	$355^\circ$	$171^\circ$	$202^\circ$
<b>Probabilité d'apparition</b>	50%	47%	44%	42%	36%	36%

Tableau 44 : Probabilité d'apparition des angles privilégiés, quel que soit le nombre de couples de capteurs à mettre en place et/ou la valeur du coefficient  $\alpha$ .

En prenant le cas de  $\alpha = 0,25$ , les différents emplacements optimisés de 2 à 10 couples d'ECV sont présentés en Figure 62. Les capteurs ne sont pas équi-répartis sur une section et sont principalement positionnés dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins (à  $0^\circ$  et  $180^\circ$ ). Il faut attendre 6 couples de capteurs pour avoir un capteur en dehors de la zone des reins. Les reins sont donc plus sensibles aux contraintes appliquées sur les alvéoles que la voûte et la contre-voûte. En effet, lorsque la contrainte horizontale est appliquée sur l'alvéole, la force ponctuelle équivalente est plus influencée par  $\sigma_h$  lorsque  $\beta$  varie entre  $315^\circ$  et  $45^\circ$  et entre  $135^\circ$  et  $225^\circ$  (§2.3.2.1). Les déformations induites par les contraintes appliquées sur les galeries vont donc être plus sensibles à  $\sigma_h$  dans ces zones et plus sensibles à  $\sigma_v$  lorsque les ECV se trouvent entre  $45^\circ$  et  $135^\circ$  (voûte) et entre  $225^\circ$  et  $315^\circ$  (contre-voûte). Il est logique de retrouver ces emplacements privilégiés à proximité des reins, étant donné que l'optimisation permet d'estimer la contrainte horizontale. La zone autour de la contre-voûte ne compte d'ailleurs aucun capteur. En observant les résultats de l'annexe H pour différentes valeurs de  $\alpha$ , les remarques sont les mêmes avec des capteurs principalement placés dans les  $\pm 45^\circ$  des reins.

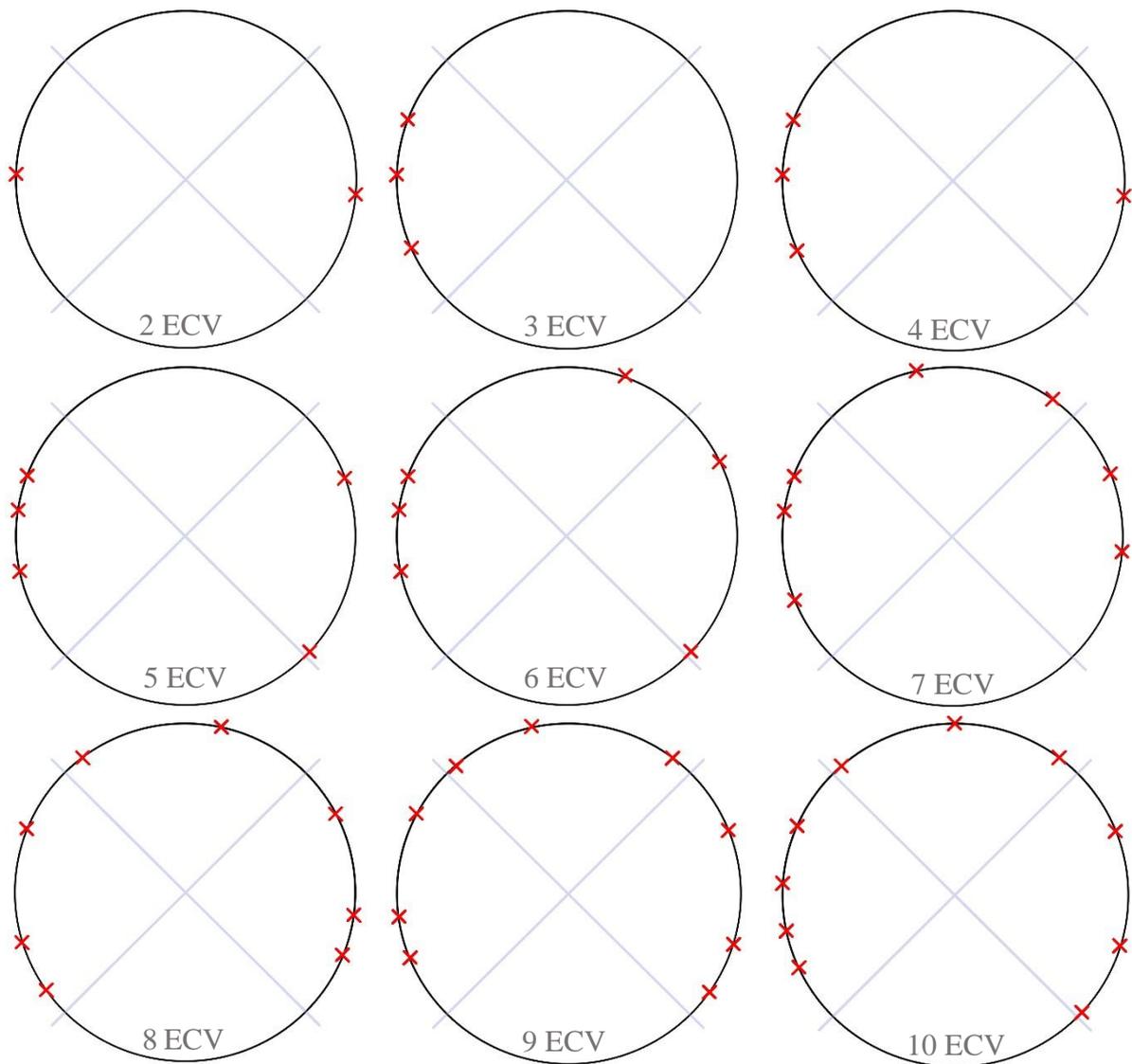


Figure 62 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour  $\alpha = 0,25$ .

### c. Influence sur le modèle inverse

Les résultats du modèle inverse sont également présentés pour faire le choix du nombre de capteurs à mettre en place et leurs localisations. Comme précédemment, les résultats sont exposés pour 4 (Figure 63), 5 (Figure 64) et 6 (Figure 65) couples de capteurs pour les différentes valeurs de  $\alpha$  puis pour  $\alpha = 0,25$  (pour 2 à 9 couples d'ECV, Figure 66). Les résultats complémentaires sont présentés en annexe I. Le résultat du modèle inverse pour 10 couples de capteurs n'est pas introduit car il n'y a aucune différence avec le cas à 9 couples d'ECV, quelle que soit la valeur de  $\alpha$ .

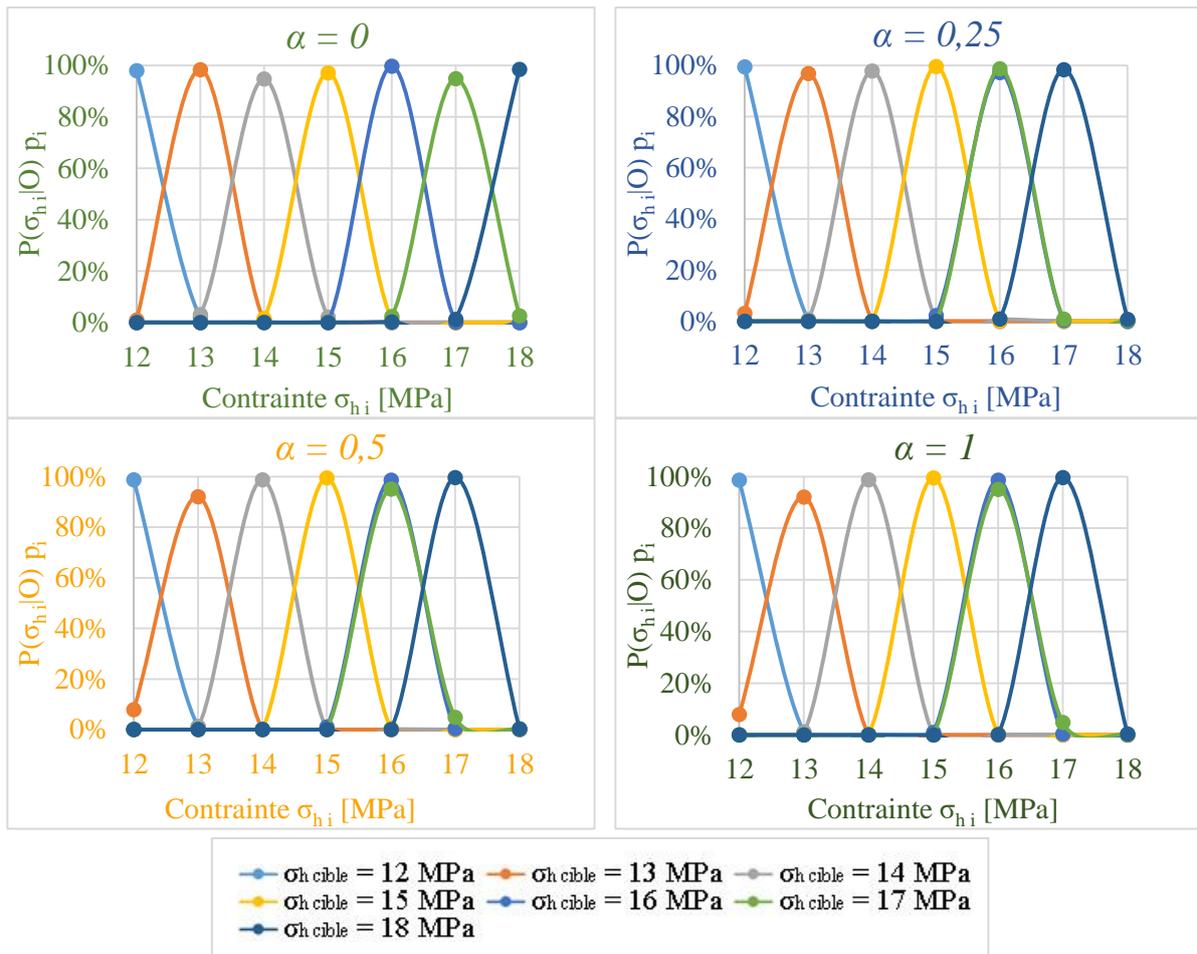


Figure 63 : Comparaison des résultats du modèle inverse pour 4 couples de capteurs et différentes valeurs de  $\alpha$ .

Pour 4 couples de capteurs (Figure 63), en comparant les résultats pour différentes valeurs de  $\alpha$ , lorsque  $\alpha = 0$  le modèle inverse trouve toujours la bonne contrainte et la probabilité d'apparition varie entre 95% et 100%. Lorsque  $\alpha \neq 0$  le modèle inverse se « trompe » par moment. Ainsi les contraintes de 17 MPa et de 18 MPa sont fausses avec une probabilité de quasiment 100%. Le fait que la probabilité ne soit pas de 100% pour toutes les contraintes vient du faible nombre de couples d'ECV. L'erreur sur certaines contraintes lorsque  $\alpha \neq 0$  vient du fait que la prise en compte de la dispersion des résultats ajoute une incertitude quant à la probabilité d'apparition de chaque contrainte.

En augmentant le nombre de capteurs, le constat est le même :

- Le modèle inverse a une probabilité de 100% de trouver la bonne contrainte quand  $\alpha=0$ .
- Lorsque  $\alpha \neq 0$ , une erreur sur la probabilité de trouver les plus grandes contraintes apparaît.

Ainsi pour 5 couples de capteurs (Figure 64), le cas  $\alpha = 0,25$  trouve la même probabilité de 100% d'avoir une contrainte de 16 MPa alors que les déformations observées devraient avoir une solution à 17 MPa (courbe verte). En augmentant la valeur de  $\alpha$ , le modèle inverse se « trompe » deux fois à 17 MPa et 18 MPa lorsque  $\alpha = 0,5$  et une seule fois pour 17 MPa lorsque  $\alpha = 1$ .

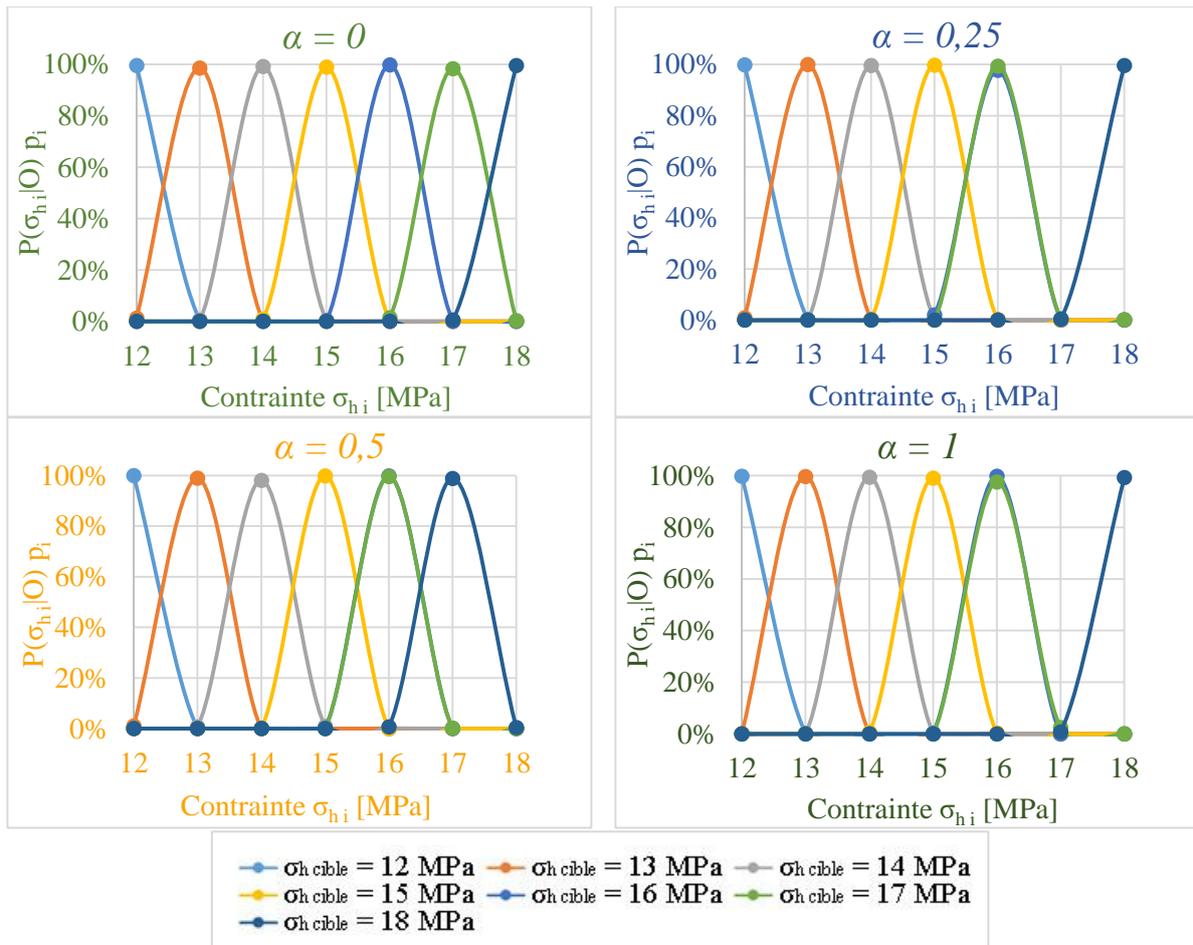


Figure 64 : Comparaison des résultats du modèle inverse pour 5 couples de capteurs et différentes valeurs de  $\alpha$ .

En augmentant le nombre de couples de capteurs à 6 (Figure 65), le modèle inverse devient plus stable (il n'y a plus qu'une erreur pour 17 MPa), mais il se « trompe » toujours lorsque  $\alpha \neq 0$ . La prise en compte de la dispersion des résultats par entropie de Shannon influence donc le nombre de capteurs, leurs localisations et la réponse du modèle inverse.

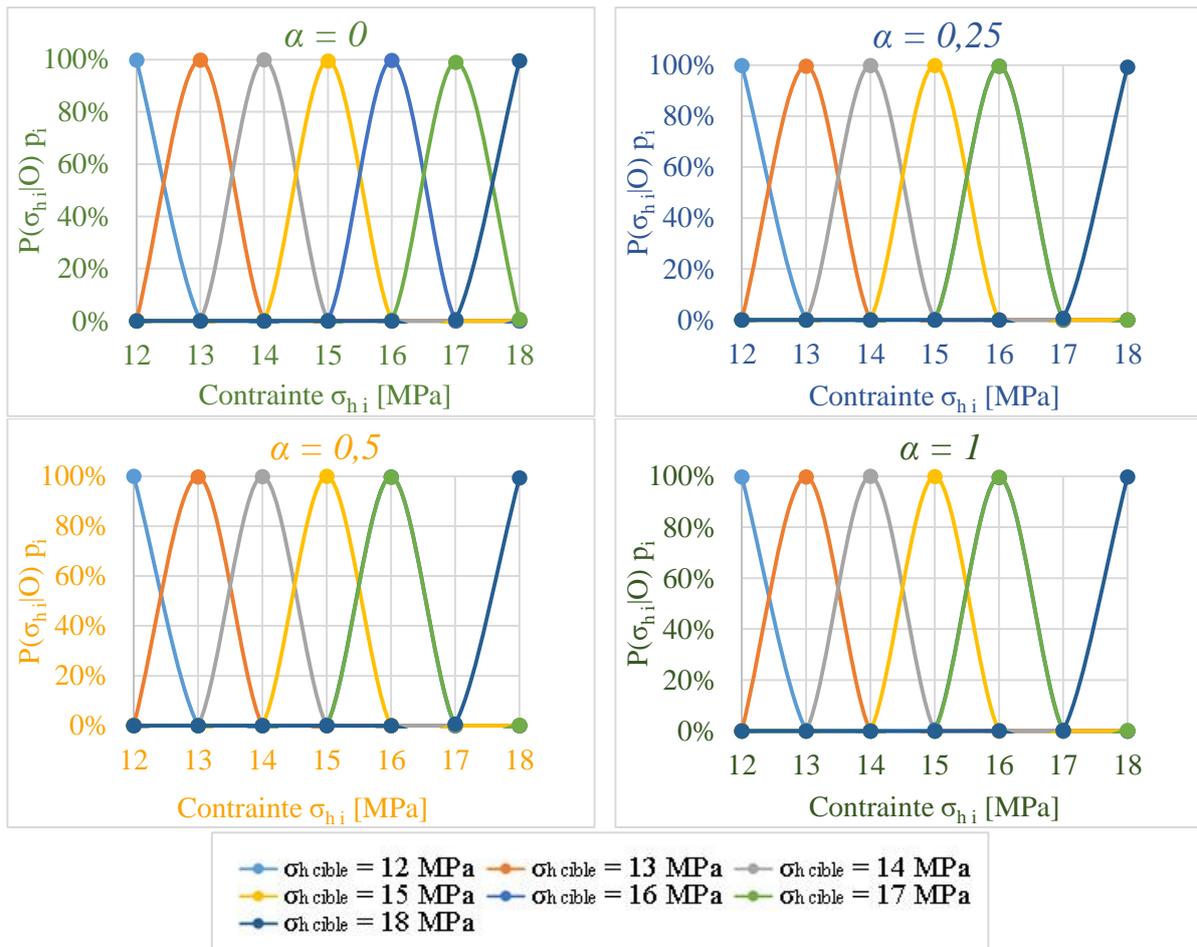


Figure 65 : Comparaison des résultats du modèle inverse pour 6 couples de capteurs et différentes valeurs de  $\alpha$ .

En comparant ces différents résultats avec les placements de capteurs correspondant, quelle que soit la valeur du coefficient  $\alpha$ , le modèle inverse fait une erreur pour 16 MPa et 17 MPa lorsque un seul couple d'ECV se trouve dans les  $\pm 45^\circ$  autour du rein droit (à  $0^\circ$ ). A partir du moment où deux couples se trouvent dans cette zone, le modèle inverse se trompe seulement une fois pour la contrainte de 17 MPa. Il semble donc intéressant de placer au moins deux couples de capteurs dans les  $\pm 45^\circ$  de chaque rein.

La Figure 66 présente les résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs lorsque  $\alpha=0,25$ . Lorsque le nombre de couples est de 2 ou 3, le modèle inverse se « trompe » deux fois et les bonnes probabilités ne dépassent pas les 95%. Pour 4 couples de capteurs, le modèle inverse se « trompe » toujours deux fois mais les bonnes contraintes ont une probabilité d'apparition de 100%. À partir de 5 couples d'ECV, le modèle inverse se « trompe » seulement une fois, pour la contrainte de 17 MPa et il devient totalement juste à partir de 8 couples d'ECV (il devient juste à 100% à partir de 9 couples d'ECV lorsque  $\alpha = 0,5$  et reste faux quel que soit le nombre de couples d'ECV lorsque  $\alpha = 1$ , annexe I).

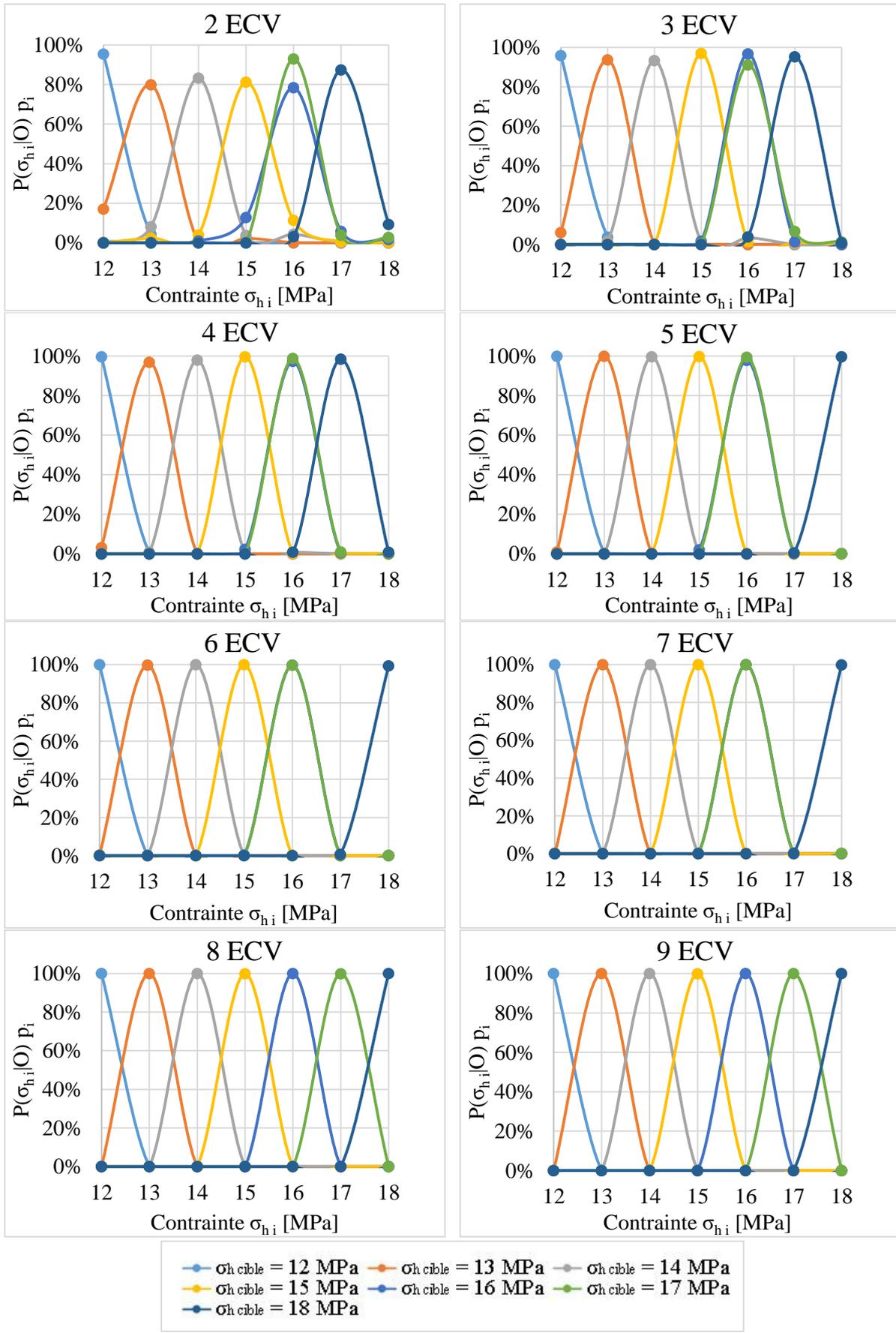


Figure 66 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour  $\alpha = 0,25$ .

#### 4.1.2.4 Choix final

Devant les différents résultats présentés, la meilleure solution semble être la suivante :

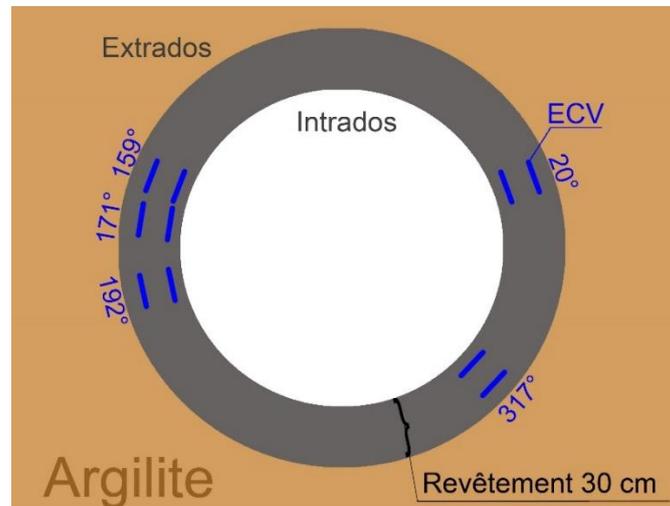


Figure 67 : Solution du nombre de couples d'ECV et de leurs localisations pour retrouver la contrainte à l'origine des déformations observées.

La mise en place de 5 couples de capteurs est la première solution à donner le moins d'erreur de modèle inverse en prenant en compte la dispersion des résultats. Les angles des couples de capteurs sont souvent proches (ou égaux) aux angles privilégiés quelle que soit la valeur du coefficient  $\alpha$  (Tableau 44). En effet, dans les positions de capteurs finalement choisies, le premier couple se trouve à 20°. Hors, en reprenant le Tableau 44, 50% des couples d'ECV étaient placés à 22°, et ce quel que soit le nombre de capteurs à mettre en place ou la valeur de  $\alpha$ . De même, la probabilité d'avoir un couple d'ECV à 159° est de 47% et de 36% pour 171°. Les angles à 192° et 317° avaient respectivement une probabilité de 19% et 22%. Tous les couples sont dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins.

Le fait que tous les couples se trouvent dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins est cohérent pour obtenir l'estimation de la contrainte horizontale, étant donné que ces zones sont les plus influencées par  $\sigma_h$ . Le placement de 5 couples d'ECV est plus discriminant que le placement de 4 couples et la répartition de deux couples pour chaque rein permet de réduire l'erreur du modèle inverse et améliore la sensibilité de l'ensemble pour estimer  $\sigma_h$ . Le choix du placement du cinquième couple semble moins logique. En effet, de 159° à 171°, l'écart de 12° représente 48 cm et l'écart de 21° entre 171° et 192° représente, quant à lui, 83 cm. Le cumul de ces trois couples d'ECV fait que 60% des capteurs sont placés sur 1,31 m, soit sur 13% du périmètre de la section de l'alvéole.

L'optimisation de cette première partie a pour but d'estimer au mieux la contrainte horizontale appliquée sur une section d'alvéole. La plus grande zone d'influence d'application de cette contrainte se trouve donc à proximité des reins de l'ouvrage, d'où un placement optimal des capteurs dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins (qui sont à  $0^\circ$  et à  $180^\circ$ ).

## 4.2 Section déformée de l'alvéole

L'objectif final est de surveiller la convergence des galeries pour que les déformations ne dépassent pas le jeu de manutention des colis de 15 cm. L'optimisation du nombre et de la localisation des capteurs doit donc permettre de surveiller la déformée d'une section d'alvéole instrumentée. La fonction objectif permettant de calculer cette optimisation est donnée par l'équation 22 (§3.4.2.3) et est rappelée par la suite :

$$f_{def} = (1 - \alpha) \frac{\sum_1^7 f_{temp}}{7} + \alpha \left( \frac{\sum_{\beta=0}^{360} - \sum_1^7 f_{temp} * \ln f_{temp}}{-\ln \frac{1}{7}} \right) \quad [22]$$

et :

$$f_{temp} = \frac{\sum_{\beta=0}^{360} \left( \sum_{tir=1}^n \frac{(R_{def} - R_{def}^{BDD})^2}{n} \right)}{360} \quad [23]$$

Avec le calcul de la différence de rayon déformée chaque degré entre l'individu testé  $R_{def}$  et les différentes valeurs de la base de données  $R_{def}^{BDD}$  ( $n$  correspond au nombre de tirages par loi de déformation). Le coefficient  $\alpha$  est à nouveau utilisé et permet de mettre plus ou moins de poids à l'une ou l'autre des deux parties entre la différence de rayon et la mesure de la dispersion.

### 4.2.1 Rappel sur les paramètres d'entrée

Comme dans le cas de l'identification de la contrainte, l'optimisation pour récupérer la déformée compte des paramètres d'entrée de deux types avec les hyperparamètres de l'algorithme génétique et le choix des conditions initiales.

#### 4.2.1.1 Hyperparamètres

Les hyperparamètres de l'algorithme génétique sont les mêmes que pour le cas précédent (§4.1.1.1) à savoir :

- Taille de la population : 100 individus,

- Nombre de générations : 20,
- Probabilité de croisement : 0,9,
- Probabilité de mutation : 0,3.

Comme précédemment, l'optimisation est réalisée 10 fois suivant les mêmes conditions initiales et les 10 meilleurs individus de chaque essai constituent la population initiale pour le dernier calcul (Figure 56).

Pour le tracé de la déformée, le paramètre de tension de la spline  $\tau$  (équation 16 au §3.3.2.2) peut être considéré comme un hyperparamètre. La formule du tracé de la spline Catmull-Rom est rappelée par la suite :

$$P(t) = [t^3 \ t^2 \ t \ 1] \begin{bmatrix} -\tau & 2-\tau & \tau-2 & \tau \\ 2\tau & \tau-3 & 3-2\tau & -\tau \\ -\tau & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{i-1} \\ P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \end{bmatrix} \quad [16]$$

avec  $t$  le paramètre de l'équation  $P(t)$  ( $t \in ]0,1[$  ;  $t = 0$  en  $P_i$  et  $t = 1$  en  $P_{i+1}$ ) et  $P_{i-1}$  et  $P_{i+2}$  les points de contrôle pour le tracé de la spline entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$ .

Pour le choix du paramètre  $\tau$ , la fonction objectif a été testée pour 10 tirages par loi, un coefficient  $\alpha$  de 0, une contrainte horizontale  $\sigma_h$  de 12 MPa et 5 cages de 3 ECV placées aux mêmes angles (à savoir  $12^\circ$ ,  $84^\circ$ ,  $156^\circ$ ,  $228^\circ$  et  $300^\circ$ ).  $\tau$  vaut successivement 0 et 0,5. Les résultats sont présentés dans le graphique suivant :

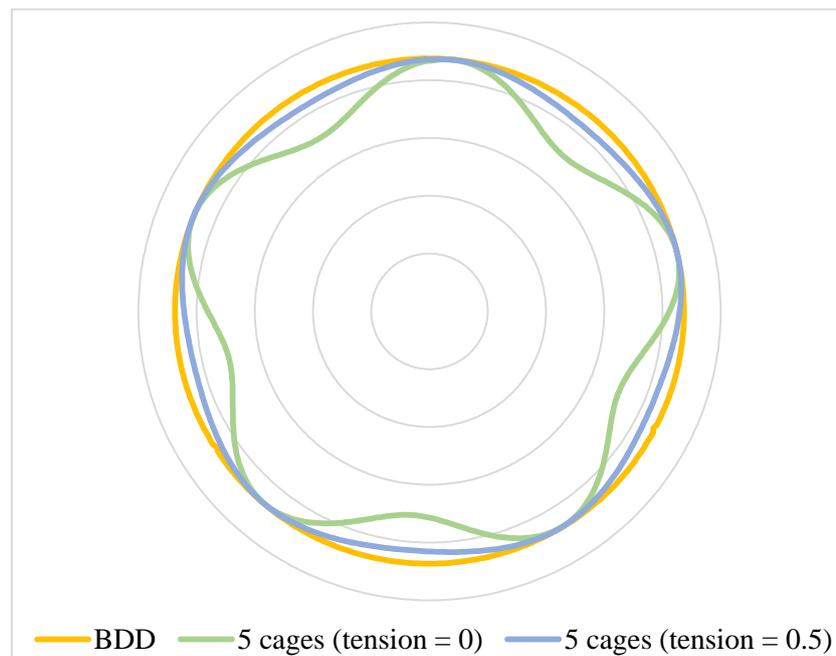


Figure 68 : Section d'alvéole déformée en fonction du paramètre  $\tau$ .

Les différents tirages de la BDD sont confondus à l'échelle d'une section d'alvéole (tracé jaune). Le tracé de la spline pour une tension  $\tau$  de 0 (tracé vert) est aberrant au sens physique d'une section d'alvéole déformée. La valeur de  $\tau = 0,5$  (tracé bleu) donne, quant à elle, une section déformée plausible qui sera donc retenue comme hyperparamètre de l'optimisation. Communément,  $\tau = 0,5$  (Twigg 2003; Armstrong 2006).

#### **4.2.1.2 Paramètres d'entrée du modèle d'optimisation**

Il s'agit des mêmes paramètres que dans la partie précédente, à savoir le nombre et la localisation des ECV dans une section d'alvéole.

Pour la modélisation d'une section d'alvéole, la rigidité du sol encaissant est toujours linéairement variable et la contrainte horizontale est constante. Dans le Laboratoire Souterrain (comme dans le futur projet Cigéo), le revêtement béton est coulé entre un coffrage et le soutènement déjà en place. L'épaisseur de ce revêtement est donc variable. Dans le Laboratoire, des mesures in situ ont permis de constater une variation d'épaisseur suivant une loi normale de moyenne 31 cm et d'écart-type 3,5 cm. Dans les simulations, les mesures de déformations des ECV étant rattachées aux nœuds du maillage, celui-ci est raffiné à environ 1 cm \* 1 cm.

Dans le Laboratoire, les cages de capteurs comptent deux capteurs orthoradiaux intrados et extradados (déjà utilisés dans les calculs permettant de retrouver la contrainte, §4.1) et un capteur radial. La déformation mesurée par ce capteur est désormais considérée. Les cages des ECV prennent en compte l'incertitude des capteurs ainsi que celle de mise en place des cages provoquant une erreur d'angle de  $\pm 20^\circ$  par rapport à leurs positions théoriques. Tous les ECV d'une même cage ont le même angle d'erreur.

Ici aussi, le nombre de cages est fixé et seuls les emplacements de ces dernières sont optimisés. Ce nombre varie entre 4 et 10 cages par section. Il variait de 2 à 10 cages dans le cas précédent (§4.1), mais pour le tracé d'une spline, il faut que le nombre de point soit supérieur de un degré au polynôme de la courbe. La Catmull-Rom est une spline cubique utilisant donc au minimum quatre points de contrôle.

Pour le modèle numérique, le maillage adopté dans cette partie est dense (1 cm \* 1 cm) et les mesures de déformation sont récupérées à partir de la commande Castem *ELEM CONTENANT* (§2.3). Les calculs sont obtenus pour 500 tirages par loi. Pour rappel, la commande *POIN PROC* correspond au point du maillage le plus proche de l'extrémité de l'ECV alors que *ELEM CONTENANT* est une moyenne de tous les nœuds de la maille contenant l'extrémité du capteur.

Le choix de *ELEM CONTENANT* est fait car lorsque l'épaisseur du revêtement est variable la distance entre l'extrémité de l'ECV et le *POIN PROC* du maillage peut être grande et ainsi fausser les résultats de la déformation de façon encore plus importante que la moyenne entre les huit nœuds de la maille contenant l'extrémité du capteur.

Pour voir la différence entre *POIN PROC* et *ELEM CONTENANT*, l'exemple (Tableau 45) est pris pour 500 tirages par loi, une tension  $\tau = 0,5$ , une épaisseur constante de 31 cm et un coefficient  $\alpha = 0$ . Les angles sont identiques entre les deux méthodes et la fonction objectif permettant de retrouver la déformée d'une section (équation 22) donne les résultats du Tableau 45.

Nombre de cages	4	5	6	7
<i>f (POIN PROC)</i>	1,9969	1,7563	0,4454	0,1372
<i>f (ELEM CONTENANT)</i>	1,9969	1,7511	0,4421	0,1364
<b>Différence</b>	0%	0,5%	0,3%	0,1%

Tableau 45 : Comparaison des résultats de la fonction objectif pour les mêmes positions de cages, en fonction de la méthode *POIN PROC* ou *ELEM CONTENANT*.

Sur les 1 cm \* 1 cm de chaque maille, la moyenne des déformations (ligne violette du Tableau 45) diminue légèrement le résultat de la fonction objectif par rapport à la première méthode (ligne rouge du Tableau 45). Les solutions restent malgré tout comparables avec une différence maximale de 0,5%.

Pour la fonction objectif, l'influence de la mesure de la dispersion par entropie de Shannon est étudiée en employant différentes pondérations  $\alpha$  (0 ; 0,25 ; 0,5 ; 0,75 ; 1). L'influence du nombre de capteurs par cage est également considérée, ainsi que la prise en compte ou non de l'incertitude sur les ECV et l'erreur de mise en place des cages.

#### 4.2.2 Validation de l'interpolation par spline

Un premier calcul d'optimisation est réalisé pour 10 tirages, une épaisseur de revêtement constante de 31 cm, une contrainte  $\sigma_h$  de 12 MPa et un coefficient  $\alpha = 0$ . Comme le montre la Figure 69, le premier terme de la fonction objectif ne considère que la différence entre le rayon entre la section tracée à l'aide de la spline (courbe verte) et les déformées de la BDD (courbe noire). L'optimisation de l'emplacement des cages de capteurs va donc chercher à minimiser la surface grise.

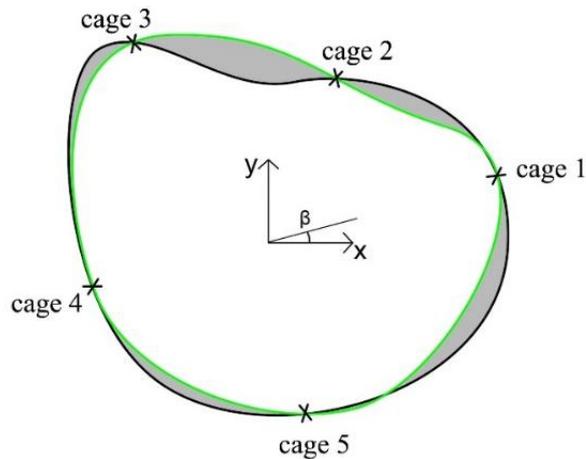


Figure 69 : Optimisation de l'emplacement des cages de capteurs pour minimiser la surface grise en comparant les déformées entre l'individu tracé par spline (en vert) et les déformées de la BDD (en noire).

Le modèle d'optimisation ne connaît pas la contrainte horizontale dont les déformations observées par les ECV sont issues et l'optimisation se fait sur l'ensemble des contraintes de la BDD (de 12 MPa à 18 MPa). Quel que soit le nombre de cages, il est cependant possible de savoir à quelle contrainte appartient la différence de rayon optimale pour chacun des 360° de la section. Les résultats montrent que les meilleures solutions sont à 50% issues de la contrainte à 12 MPa et à 50% issues de la contrainte à 18 MPa.

La solution, pour améliorer ces résultats, serait d'augmenter le nombre de tirages à 500, de faire varier la valeur de  $\alpha$  afin de prendre en compte la dispersion et/ou de modifier la valeur de  $\sigma_h$  dont sont issues les déformations données par les ECV. Après différents essais, aucune de ces solutions n'améliore le pourcentage de 50% des meilleurs résultats issus de la contrainte à 12MPa et les 50% restants issues de la contrainte à 18 MPa.

La spline du tracé de la déformée est une fonction purement mathématique ne prenant pas en compte la mécanique de la structure. Ce tracé donne des variations de rayon trop importantes entre deux cages de capteurs consécutives. En schématisant, la déformée d'une section obtenue par la BDD serait susceptible d'être assimilée à un cercle pour une contrainte de 12 MPa (une ellipse pour une contrainte de 18 MPa) alors que la déformée tracée par la spline Catmull-Rom pourrait ressembler à un pentagone (dans le cas de 5 cages). La différence, chaque degré, entre le rayon de la spline et le rayon de la BDD se rapproche donc toujours d'une des contraintes les plus extrêmes.

Dans le temps imparti, une alternative pourrait être d'encadrer la position des cages pour faire le calcul de la différence de rayon seulement dans un intervalle donné et non sur les 360° de

l'alvéole. Pour 10 tirages, une épaisseur variable, une contrainte de 12 MPa et quatre cages de 3 ECV avec les mêmes angles, différents essais d'intervalles ont donné les résultats suivants :

Intervalle considéré autour d'une cage ( $\pm x^\circ$ )	% des valeurs se rapprochant de chaque contrainte ( $\sigma_h = 12$ MPa)						
	12	13	14	15	16	17	18
$\pm 10^\circ$	56%	1%	0%	0%	1%	3%	35%
$\pm 20^\circ$	52%	1%	1%	0%	1%	1%	44%
$\pm 30^\circ$	41%	1%	1%	1%	1%	1%	55%
$\pm 40^\circ$	37%	1%	1%	2%	1%	3%	55%
$\pm 50^\circ$	51%	1%	1%	1%	1%	1%	46%

Tableau 46 : Pourcentage des différences de rayon appartenant à chaque contrainte en fonction de l'intervalle considéré autour des cages de capteurs.

Les résultats se lisent en ligne et pour un intervalle de  $\pm 10^\circ$  autour de chaque cage, la contrainte de 12 MPa est la plus probable à 56%. Pour un intervalle de  $\pm 20^\circ$ , la contrainte la plus probable est toujours 12 MPa à hauteur de 52%. À  $\pm 30^\circ$  cette probabilité passe à 41%, ce qui fait que la meilleure contrainte devient 18 MPa à 55%. Cette conclusion est erronée. Au regard de l'ensemble des résultats, les intervalles privilégiés semblent être  $\pm 10^\circ$ ,  $\pm 20^\circ$  et  $\pm 50^\circ$  (cases en jaune). En considérant différentes valeurs pour  $\sigma_h$  et une épaisseur variable ou constante, la meilleure solution semble finalement être un intervalle de  $\pm 10^\circ$  autour de chaque cage pour mesurer la différence de rayon entre l'individu testé et la BDD.

En augmentant le nombre de tirages à 500, en prenant une épaisseur variable, un coefficient  $\alpha$  de 0,25 et en encadrant le calcul de la différence de rayon de la fonction objectif de  $\pm 10^\circ$  autour de la position des cages, l'optimisation sur l'emplacement des cages d'ECV donne des résultats avec des cages très proches les unes des autres. Cette observation est valable quel que soit le nombre de cages à mettre en place et le résultat de la fonction objectif augmente ou diminue quand le nombre de cages augmente. Pour reconstituer la section déformée la plus plausible, la logique nous laisse penser que les cages doivent être à peu près équi-réparties sur la section. De plus, comme pour l'estimation de la contrainte (§4.1.2.3), il semble logique que le résultat de la fonction objectif diminue quand le nombre de cages augmente. Avec le regroupement des cages sur une même zone et la fluctuation de la fonction objectif, l'alternative d'encadrer les positions de ses cages est finalement abandonnée.

### 4.2.3 Résultats

Avec les paramètres d'entrée choisis précédemment, cette partie fournit les résultats de la fonction objectif permettant d'optimiser le nombre et la position des cages de capteurs pour

obtenir la déformée de l'alvéole. Encore une fois, la répétabilité de l'optimisation, l'influence du paramètre  $\alpha$  et des incertitudes sont étudiés. Lorsque cela n'est pas indiqué, les résultats présentés par la suite considèrent un  $\sigma_h$  de 12 MPa et 500 tirages par variable.

#### 4.2.3.1 Répétabilité de l'optimisation

Comme pour les résultats présentés en première partie, l'optimisation du placement des cages de capteurs permettant de retrouver la déformée d'une section pour un coefficient  $\alpha$  de 0,25 donne les solutions de fonction objectif suivantes :

N° essai	Nombre de cages d'ECV intrados / extradados / radial						
	4	5	6	7	8	9	10
1	15544	12346	10500	9190	8424	8502	8421
2	16636	12346	10218	9425	8798	8568	8328
3	15544	12484	10556	9267	8671	8510	8602
4	15544	12446	10665	10063	8605	8903	8314
5	15544	12581	10650	9194	8636	8503	8277
6	15627	12581	10278	9988	9088	8356	8297
7	15544	12484	10445	9637	8519	8490	8498
8	15579	12434	10237	8758	8646	8766	8674
9	15679	12446	10904	9165	8610	8420	8460
10	15544	12473	10508	9527	8549	9118	8636
<i>Différence</i>	<i>135</i>	<i>235</i>	<i>689</i>	<i>1305</i>	<i>664</i>	<i>762</i>	<i>397</i>
<i>% de variation</i>	<i>1%</i>	<i>4%</i>	<i>7%</i>	<i>14%</i>	<i>8%</i>	<i>9%</i>	<i>5%</i>

Tableau 47 : Résultats de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour  $\alpha = 0,25$  pour les 10 essais de placement de 4 à 10 cages de 3 ECV.

Pour ces calculs, l'incertitude sur les cages de capteurs n'est pas considérée, seule la variation d'épaisseur du revêtement est prise en compte. Les résultats de la fonction objectif (équation 22 et Tableau 47) sur les 10 essais dans les mêmes conditions sont plus irréguliers que dans la première partie (§4.1.2.1). Cela vient du fait que le tracé de la déformée est bien plus sensible aux placements des cages de capteurs. La ligne *Différence* du Tableau 47 (en violet) donne la différence entre le pire et le meilleur résultat de la fonction objectif pour une optimisation réalisée dans les mêmes conditions. En prenant le cas de 5 cages de 3 ECV, les six résultats de la fonction objectif fournissent les angles présentés dans le Tableau 48.

N°	$f (*10^{-5})$	Différence $f$	Position des cages de capteurs				
			1	2	3	4	5
1	<b>12346</b>		45°	109°	171°	239°	335°
		88					
2	12434		45°	107°	169°	238°	335°
		12					
3	12446		43°	107°	171°	239°	335°
		27					
4	12473		40°	106°	171°	239°	332°
		11					
5	12484		45°	109°	171°	239°	337°
		97					
6	12581		40°	102°	166°	236°	333°
<b>Différence maximale</b>			<b>5°</b>	<b>7°</b>	<b>5°</b>	<b>3°</b>	<b>5°</b>

Tableau 48 : Position des 5 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0,25$ .

Ces résultats sont classés par ordre décroissant de la fonction objectif avec la valeur optimale en rouge. Pour rappel, les cages ont chacune 3 ECV, seule l'incertitude sur l'épaisseur du revêtement est intégrée au calcul et le coefficient  $\alpha$  vaut 0,25. Chaque ligne donne la position des 5 cages en fonction du résultat de  $f$  et la différence  $f$  donne l'écart relevé entre deux valeurs de la fonction objectif. La différence maximale (en violet) présente l'écart maximal de position de chaque cage pour les différents résultats de fonction objectif observés sur les 10 essais d'optimisation. Pour une différence de  $235 * 10^{-5}$  entre le meilleur et le pire résultat de  $f$ , l'écart maximal de position d'une cage est de  $7^\circ$  pour la seconde cage, avec un angle pouvant aller de  $102^\circ$  à  $109^\circ$ . À 5 cm de la paroi intrados du revêtement, les cages de capteurs de 18 cm sont positionnées à un rayon moyen de 2,33 m. Cet écart de  $7^\circ$  fait que les cages vont avoir un écart maximal de 0,14 m et sur les 14,6 m du périmètre de l'alvéole, cette variation est minime (1%). Les cases en vert sont deux solutions de placement optimal de cage de capteurs avec pour seule différence un angle de  $2^\circ$  pour la cinquième cage qui passe de  $335^\circ$  à  $337^\circ$  (soit un écart de 8cm). Dans le cas de 5 cages, sur les 10 essais de l'optimisation, l'évolution de la solution de la fonction objectif ne révèle peut-être pas le minimum global de cette fonction, mais la variation de position des cages entre les différents résultats est minime.

En prenant le cas moins régulier de 6 cages où tous les résultats optimaux de la fonction objectif sont différents, le Tableau 48 devient :

N°	f (*10 <sup>-5</sup> )	Différence f	Position des cages de capteurs					
			1	2	3	4	5	6
1	<b>10218</b>		28°	83°	136°	190°	248°	326°
2	10237	19	24°	80°	136°	191°	249°	326°
3	10278	41	29°	83°	138°	194°	253°	329°
4	10445	167	11°	71°	126°	180°	234°	294°
5	10500	55	8°	65°	117°	169°	226°	289°
6	10508	8	9°	67°	119°	171°	228°	290°
7	10556	48	24°	79°	131°	184°	244°	324°
8	10650	94	28°	81°	136°	196°	274°	333°
9	10665	15	28°	80°	132°	186°	247°	329°
10	10907	242	13°	75°	130°	180°	232°	291°
<b>Différence maximale</b>			<b>21°</b>	<b>18°</b>	<b>21°</b>	<b>27°</b>	<b>48°</b>	<b>43°</b>

Tableau 49 : Position des 6 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0,25$ .

La différence de résultats de la fonction objectif entre le meilleur et le pire résultat, pour 6 cages, est de  $689 * 10^{-5}$ . Cette valeur est quasiment trois fois plus grande que dans le cas à 5 cages. En regardant le pourcentage de variation du résultat de  $f$  entre ces deux cas, celui-ci passe de 4% à 7%. La fonction objectif semble donc plus irrégulière. En reprenant le Tableau 47, cette irrégularité augmente encore jusqu'à 7 cages, avant de diminuer à nouveau quand le nombre de cages augmente. Pour le Tableau 49, les résultats de position des cages de capteurs ont une variation maximale de  $48^\circ$  pour l'emplacement de la cinquième cage, ce qui en fait un écart maximal de 1,7 m sur les 14,6 m de périmètre de la section. En encadrant les positions des cages optimales avec une variation maximale de  $\pm 3^\circ$  (ce qui fait une distance inférieure à 25 cm), l'irrégularité des 10 essais d'optimisation suivant les mêmes conditions font tout de même apparaître des zones privilégiées. Par exemple, 60% des premières cages sont situées entre  $24^\circ$  et  $29^\circ$ , ce qui fait une variation de 0,20 m par rapport au 14,6 m de périmètre de l'alvéole. De même, 60% des cages sont entre  $79^\circ$  et  $83^\circ$ , ce qui fait une variation de 16 cm, 50% sont entre  $130^\circ$  et  $136^\circ$  et entre  $324^\circ$  et  $329^\circ$ . La variation est bien plus notable que pour 5 cages, mais de petits intervalles de prédilections se distinguent tout de même. En observant les mêmes tableaux

de résultats pour  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$  (annexe J), le cas le plus régulier est lorsque  $\alpha = 0,25$  pour 5 cages de capteurs.

#### 4.2.3.2 Épaisseur variable, influence de la pondération

Cette partie présente l'influence du coefficient  $\alpha$  sur les résultats de la fonction objectif ainsi que sur la position des cages de capteurs.

##### a. Influence sur la fonction objectif

L'algorithme d'optimisation est exécuté pour différentes valeurs de  $\alpha$  (0, 0,25, 0,5, 0,75, 1). Les calculs sont réalisés dans les mêmes conditions avec 10 essais d'optimisation par algorithme génétique, des cages comptant 3 ECV sans prise en compte des incertitudes des capteurs mais avec variation d'épaisseur pour le revêtement. Les résultats de la fonction objectif en fonction du paramètre  $\alpha$  et du nombre de cages de capteurs en place sont présentés sur la Figure 70 et dans le Tableau 50 :

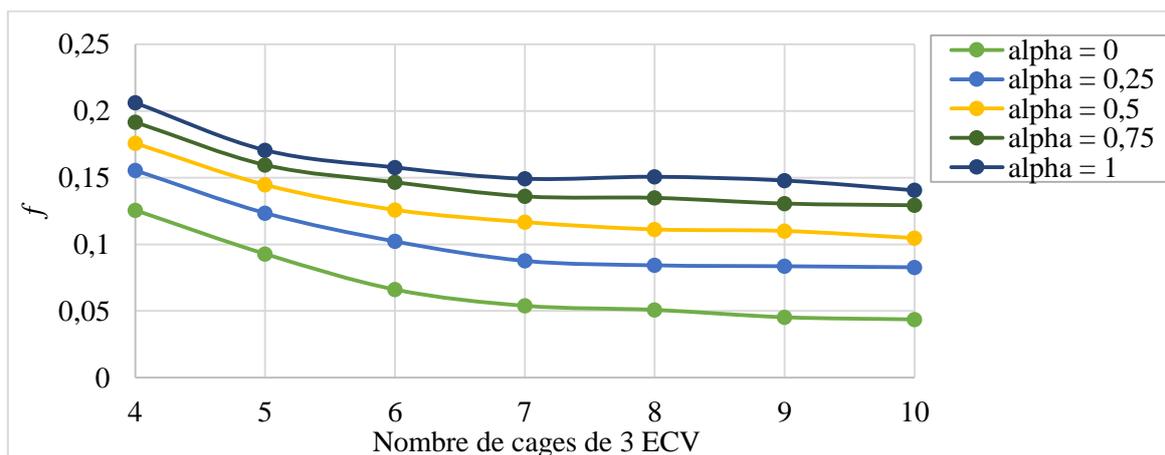


Figure 70 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de cages de 3 ECV et du coefficient  $\alpha$ .

Cages ECV	4	5	6	7	8	9	10
$f(\alpha = 0) (*10^{-5})$	12557	9281	6609	5391	5083	4533	4370
<b>Rapport</b>		1,4	1,4	1,2	1,1	1,1	1
$f(\alpha = 0,25) (*10^{-5})$	15544	12346	10218	8758	8424	8356	8277
<b>Rapport</b>		1,3	1,2	1,2	1	1	1
$f(\alpha = 0,5) (*10^{-5})$	17571	14461	12584	11665	11118	11002	10469
<b>Rapport</b>		1,2	1,2	1,1	1,1	1	1,1
$f(\alpha = 0,75) (*10^{-5})$	19156	15952	14655	13596	13483	13055	12927
<b>Rapport</b>		1,2	1,1	1,1	1	1	1
$f(\alpha = 1) (*10^{-5})$	20610	17059	15766	14916	15063	14780	14050
<b>Rapport</b>		1,2	1,1	1,1	/	1	1,1

Tableau 50 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de cages de 3 ECV et du coefficient  $\alpha$ .

En faisant varier le coefficient  $\alpha$ , les résultats de la fonction objectif évoluent. Les valeurs pour un même nombre de cages sont toujours encadrées par les deux bornes de  $\alpha$ , à savoir 0 et 1. Dans ce cas aussi (en référence aux résultats permettant de retrouver  $\sigma_h$ ), plus la valeur de  $\alpha$  augmente, plus le résultat de la fonction objectif se dégrade. L'évolution de ce coefficient semble par contre plus sensible au nombre de cages que lorsqu'il s'agissait de retrouver  $\sigma_h$ . La fonction objectif ne tend jamais vers zéro mais a tendance à atteindre un plateau de stabilité à partir de 7 ou 8 cages de capteurs. La mesure de la dispersion influence donc les résultats sur l'optimisation du nombre de cages de capteurs à mettre en place. Lorsque  $\alpha = 0$ , l'ajout d'une cage améliore en moyenne la qualité de la solution de 18% (rapport moyen de 1,2). Lorsque  $\alpha$  augmente, ce rapport diminue et passe à 1,1 lorsque  $\alpha = 0,25$ , 0,5 et 0,75 et 1 lorsque  $\alpha = 1$ . La dispersion devant être prise en compte pour compenser les incertitudes, le meilleur compromis semble être un coefficient  $\alpha$  de 0,25 avec 5 cages de capteurs. Ce choix de 5 cages donne la meilleure amélioration du résultat de la fonction objectif passant de 15544 à 12346, soit une amélioration de la qualité du résultat de 21%.

En prenant les mêmes positions de cages (résultats de l'optimisation pour  $\alpha = 0,25$ ), l'annexe K donne les résultats de la fonction objectif en fonction du nombre de cages et de la valeur du coefficient  $\alpha$ . Pour ces résultats, chaque cage compte 3 ECV et l'incertitude sur l'épaisseur du revêtement. Ces résultats se rapprochent des observations faites lorsque les angles de position des cages sont différents.

#### b. *Influence sur la position des cages*

Le coefficient  $\alpha$  a également une influence sur la position des cages de capteurs. Les cas de 4, 5 et 6 cages de 3 ECV sont exposés dans les tableaux et figures suivants :

$\alpha$	ECV				$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	
0	29°	114°	193°	274°	12557
0,25	57°	137°	267°	345°	15544
0,5	57°	136°	209°	287°	17571
0,75	40°	117°	252°	329°	19156
1	40°	117°	252°	329°	20610

Tableau 51 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 4 cages.

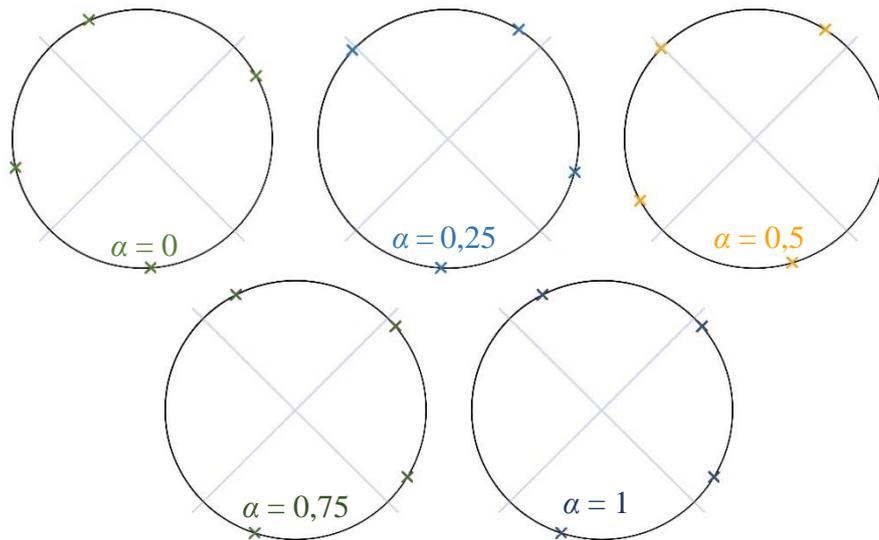


Figure 71 : Représentation graphique de l'influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 4 cages.

$\alpha$	ECV					$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	
0	11°	80°	146°	214°	284°	9281
0,25	45°	109°	171°	239°	335°	12346
0,5	33°	100°	161°	224°	294°	14461
0,75	40°	100°	167°	272°	340°	15952
1	40°	101°	168°	271°	339°	17059

Tableau 52 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 5 cages.

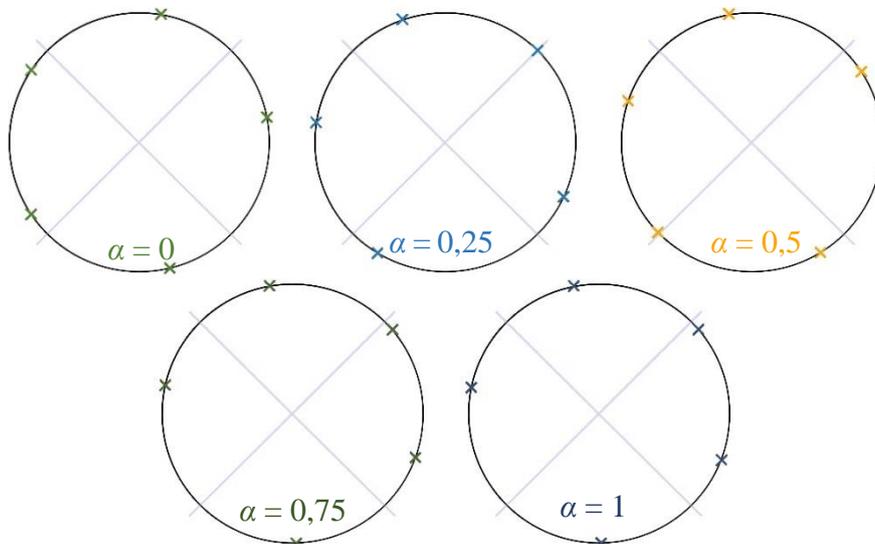


Figure 72 : Représentation graphique de l'influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 5 cages.

$\alpha$	ECV						$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	
0	3°	62°	117°	171°	229°	292°	6609
0,25	28°	83°	136°	190°	248°	326°	10218
0,5	24°	83°	137°	191°	244°	302°	12584
0,75	16°	66°	114°	166°	227°	316°	14655
1	11°	60°	110°	164°	226°	314°	15766

Tableau 53 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 6 cages.

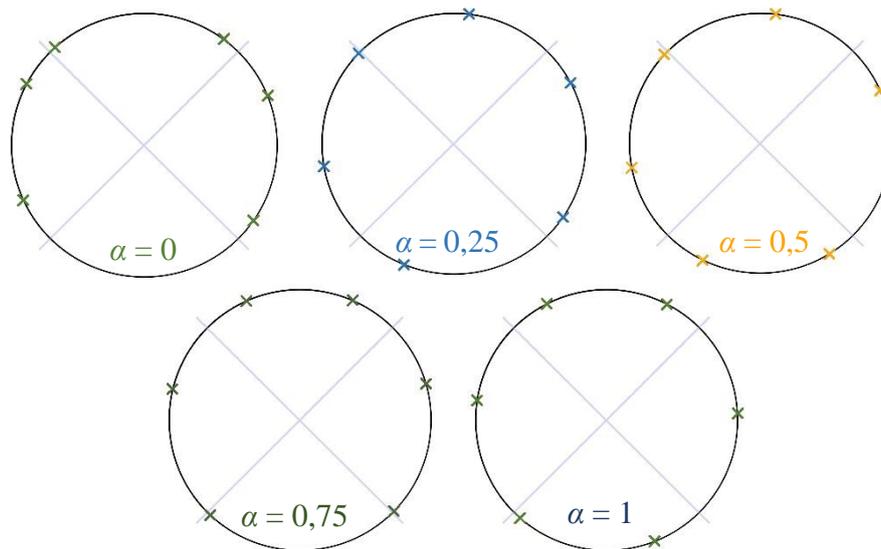


Figure 73 : Représentation graphique de l'influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 6 cages.

Le coefficient  $\alpha$  a également une influence sur la position des cages de capteurs. Il n'y a pas vraiment de tendance nette quant à ces variations, en dehors de la répartition à peu près régulière, et ce quel que soit le nombre de cages ou la valeur du coefficient  $\alpha$ . Les ECV ne se trouvent plus majoritairement dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins de l'alvéole. En effet, lors de l'estimation de la contrainte horizontale  $\sigma_h$ , les capteurs ont tendance à se trouver dans les zones les plus influencées par cette contrainte. Hors comme l'objectif, maintenant, est d'estimer la déformée d'une section, une mise en place plus régulière des capteurs est nécessaire. La plupart du temps, les positions de cages sont proches quand  $\alpha$  vaut 0,25 ou 0,5 et quand  $\alpha$  vaut 0,75 ou 1. Entre les valeurs de 0,75 et 1, le coefficient  $\alpha$  ne semble quasiment plus avoir d'influence sur la position des cages, et ce quel que soit le nombre de cages. Dans les cas à 0,75 et 1, le changement de position varie entre  $0^\circ$  et  $6^\circ$ . Dans les cas à 0,25 et 0,5, la variation est un peu plus conséquente avec une évolution allant de  $0^\circ$  à  $58^\circ$ . Aucun angle privilégié ne semble cependant se distinguer. La reconstitution de la déformée étant globale à une section, l'important n'est pas la position des cages à certains angles, mais plutôt la mise en place d'un ensemble de cages suivant un certain principe. La partie suivante va montrer si une certaine mise en place globale se distingue et si le coefficient  $\alpha$  a une influence sur la répartition des cages dans une section d'alvéole.

#### 4.2.3.3 *Épaisseur variable, répartition des cages sur une section*

Pour 4 à 10 cages de 3 ECV sur une section d'alvéole et un coefficient  $\alpha$  de 0,25, le placement donne les résultats suivants :

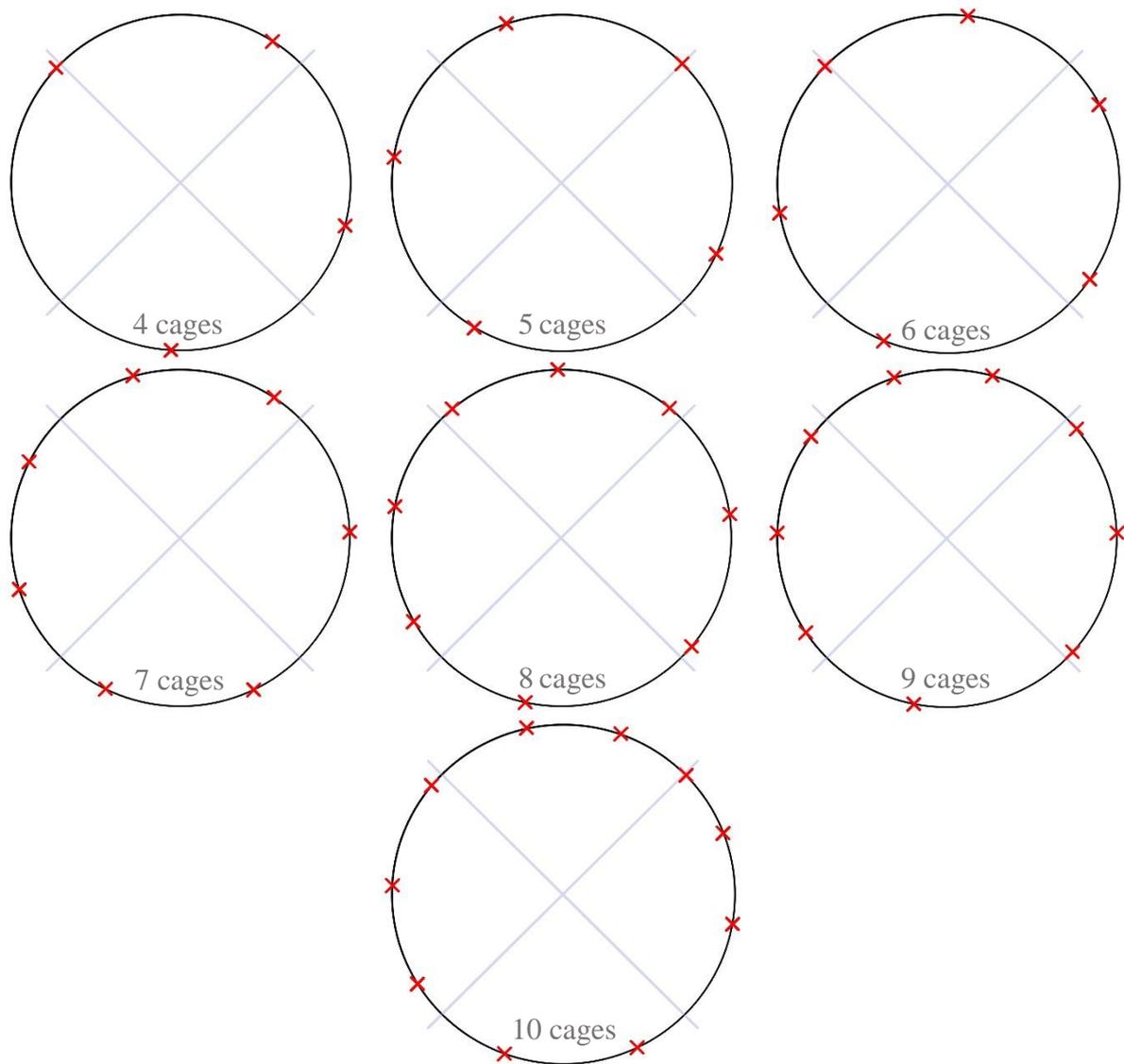


Figure 74 : Emplacements de 4 à 10 cages de 3 ECV pour  $\alpha = 0,25$ .

Les sections présentées sur la Figure 74 révèlent une répartition à peu près régulière des cages, et ce quel que soit le nombre de cages. En observant plus en détail les quatre premiers cas, le Tableau 54 présente les positions optimales de ces cages de capteurs à la fin des 11 essais d'optimisation par algorithme génétique pour une épaisseur de revêtement variable et 3 ECV par cage. Les résultats pour 8 à 10 cages ainsi que les résultats pour les autres valeurs de  $\alpha$  sont présentés en annexe L.

Nombre de cages		4	Angle entre 2 cages	5	Angle entre 2 cages	6	Angle entre 2 cages	7	Angle entre 2 cages
Position des cages	1	57°		45°		28°		2°	
			80°		64°		55°		54°
	2	137°		109°		83°		56°	
			130°		62°		53°		50°
	3	267°		171°		136°		106°	
			78°		68°		54°		47°
	4	345°		239°		190°		153°	
		72°		96°		58°		45°	
5			335°		248°		198°		
				70°		78°		46°	
6					326°		244°		
						62°		52°	
7							296°		
								66°	

Tableau 54 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0,25$ .

Le tableau se lit en colonne et par groupe de deux, avec sur la première colonne la position des cages pour un nombre de cages donné et la deuxième colonne (en bleu) l'espacement entre deux cages consécutives. Quel que soit le nombre de cages, leurs positions semblent se répartir quasiment de façon équitable sur le pourtour de la section. Pour 4 cages de capteurs, l'équité-répartition est de  $90^\circ$  et le modèle d'optimisation donne une répartition tous les  $72^\circ$  à  $130^\circ$ . Pour les autres cas, les répartitions sont les suivantes :

- 5 cages, l'équité-répartition est à  $72^\circ$  et l'optimisation espace les cages tous les  $62^\circ$  à  $96^\circ$ ,
- 6 cages, l'équité-répartition est à  $60^\circ$  et l'optimisation espace les cages tous les  $53^\circ$  à  $78^\circ$ ,
- 7 cages, l'équité-répartition est à  $51,4^\circ$  et l'optimisation espace les cages tous les  $45^\circ$  à  $66^\circ$ ,
- 8 cages, l'équité-répartition est à  $45^\circ$  et l'optimisation espace les cages tous les  $39^\circ$  à  $62^\circ$ ,
- 9 cages, l'équité-répartition est à  $40^\circ$  et l'optimisation espace les cages tous les  $34^\circ$  et  $59^\circ$ ,
- 10 cages, l'équité-répartition est à  $36^\circ$  et l'optimisation espace les cages tous les  $23^\circ$  à  $54^\circ$ .

Cette équité-répartition permet de tracer une spline avec des morceaux ayant quasiment tous la même longueur. La reconstitution du rayon déformée entre deux cages est donc mieux répartie, ce qui doit rapprocher le tracé global au plus près des déformées possibles.

Le Tableau 55 et la Figure 75, font la comparaison entre l'équi-répartition parfaite des cages en fonction du nombre de cages et les répartitions minimums et maximums réellement appliquées en fonction du nombre de cages et de la valeur du coefficient  $\alpha$ .

Nombre de cages		4		5		6		7		8		9		10	
Équi-répartition		90°		72°		60°		51,4°		45°		40°		36°	
Espacement		min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
$\alpha$	0	79°	115°	66°	87°	54°	71°	47°	60°	39°	54°	35°	47°	27°	43°
	0,25	72°	130°	62°	96°	53°	78°	45°	66°	39°	62°	34°	59°	23°	54°
	0,5	73°	130°	61°	99°	53°	82°	44°	71°	38°	62°	30°	61°	13°	62°
	0,75	71°	135°	60°	105°	48°	89°	43°	79°	37°	70°	12°	67°	12°	62°
	1	71°	135°	61°	103°	49°	88°	42°	80°	30°	79°	13°	80°	12°	76°

Tableau 55 : Angles de répartition minimale et maximale des cages de capteurs en fonction du nombre de cages et de la valeur du coefficient  $\alpha$ .

Ce tableau se lit en colonne et par groupe de deux avec dans la colonne de gauche l'espacement minimal entre deux cages successives et à droite l'espacement maximal. Chaque ligne correspond à une valeur du coefficient  $\alpha$ . Par exemple pour le cas à 5 cages de capteurs, l'équi-répartition consisterait à placer une cage tous les 72°. Lorsque  $\alpha = 0$ , cette répartition varie entre 66° et 87°. Elle passe de 62° à 96° lorsque  $\alpha = 0,25$ . Le coefficient  $\alpha$  a donc une influence sur la répartition des cages sur une section alvéole. La répartition n'est jamais parfaite, mais l'augmentation de la valeur de  $\alpha$  augmente la taille de l'intervalle de répartition des cages. Par exemple pour 5 cages, lorsque  $\alpha = 0$ , il y a une variation possible de 21° par rapport à l'équiprobabilité de 72°, lorsque  $\alpha = 0,25$  cette variation passe à 34°, à 39° lorsque  $\alpha = 0,5$ , et à 45° lorsque  $\alpha = 0,75$  et 42° lorsque  $\alpha = 1$ .

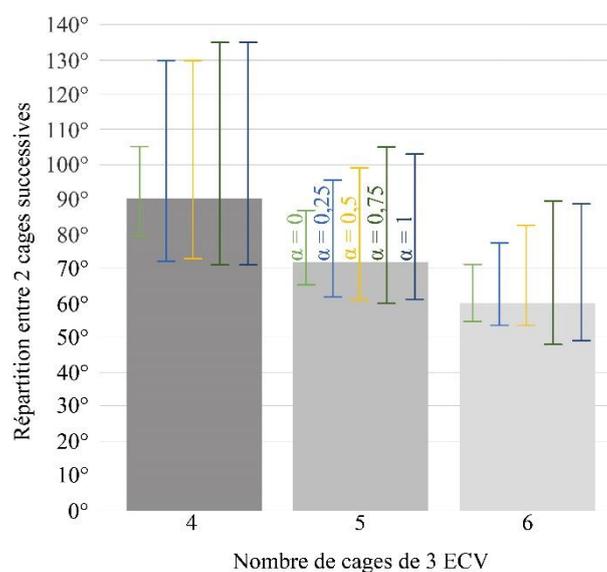


Figure 75 : Intervalle de répartition des cages d'ECV par rapport à l'équi-répartition (en gris) et fonction de la valeur du coefficient  $\alpha$ .

La Figure 75 représente les mêmes résultats que le Tableau 55 pour les cas à 4, 5 et 6 cages de capteurs. Les barres grises représentent une équi-répartition parfaite des cages. En fonction de la valeur du coefficient  $\alpha$ , les intervalles dessinés donnent les espacements minimums et maximums observés entre deux cages successives.

#### 4.2.3.4 *Épaisseur variable, influence du nombre de capteurs par cage*

En prenant  $\alpha = 0,25$  et une incertitude sur l'épaisseur du revêtement, les résultats présentés par la suite vont montrer l'influence du nombre de capteurs par cage pour un nombre de cages donné. Pour que l'influence soit vraiment représentative du nombre de capteurs et de leurs positions au sein d'une même cage, les emplacements des cages sont toujours les mêmes (Tableau 54). Les résultats de la Figure 76 sont l'influence du nombre de capteurs par cage dans le cas où une section compte 4 cages aux angles  $57^\circ$ ,  $137^\circ$ ,  $267^\circ$  et  $345^\circ$ . Les autres cas ne sont pas présentés, les résultats étant semblables à ceux de la Figure 76.

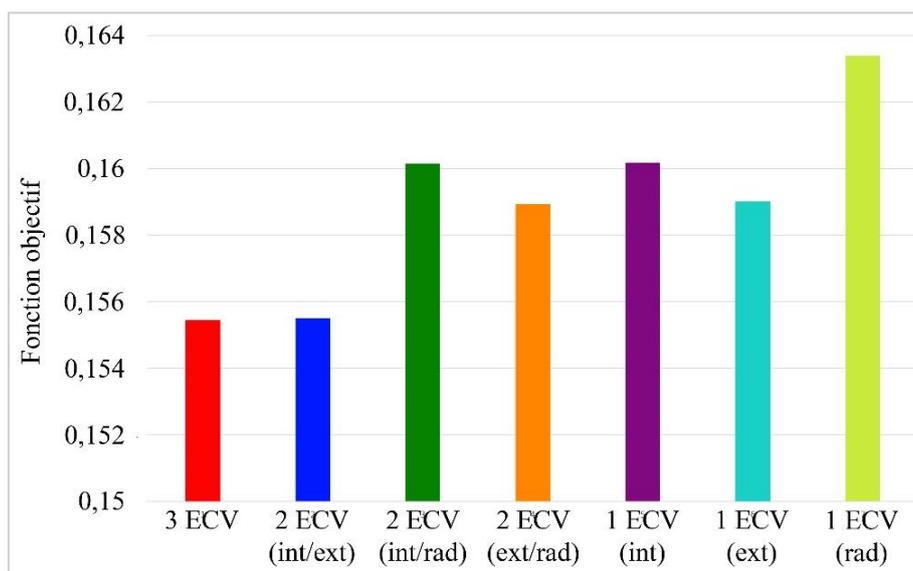


Figure 76 : Influence du nombre de capteurs par cage dans le cas de 4 cages par section et pour une valeur de  $\alpha = 0,25$ .

Les deux premières barres (barre rouge pour 3 ECV par cage et barre bleue foncée pour 2 ECV intrados et extrados par cage), donnent le même résultat de la fonction objectif. Cela signifie que le capteur radial n'apporte aucune information complémentaire pour le calcul de la fonction objectif, et donc le tracé de la spline de l'individu déformé. Le même constat est fait en comparant le résultat de la fonction objectif dans le cas de 2 ECV par cages intrados et radial (barre vert foncée) et de 1 ECV intrados (barre violette). Ici aussi la valeur de  $f$  est la même et le capteur radial n'apporte aucune information complémentaire. La comparaison des cages à 2 ECV extrados et radial (barre orange) et 1 ECV extrados (barre bleue claire) est la même. La

comparaison des barres dans le cas de 2 capteurs par cage (barres bleue foncée, vert foncée et orange) ou dans le cas de 1 capteur par cage (barre violette, bleue claire et vert claire) montre que le capteur radial dégrade la solution de la fonction objectif. Lorsqu'il y a un seul capteur par cage, la barre bleue claire permet de dire que le capteur extradados donne plus d'information que le capteur intrados. La solution optimale reste tout de même l'emploi de 2 ECV intrados et extradados par cage. La conclusion sur le fait que le capteur radial n'est pas optimal est en accord avec les résultats de la société de mathématique (§1.2.1).

#### 4.2.3.5 Influence des incertitudes

En gardant les mêmes positions de cages de capteurs (Tableau 54 et annexe L), cette partie va permettre de voir l'influence des incertitudes dues à l'épaisseur du revêtement et aux ECV sur les résultats de la fonction objectif. Les paramètres considérés sont  $\alpha = 0,25$  et 2 ECV intrados et extradados par cage. Les résultats sont présentés pour 4 à 10 cages sur la Figure 77.

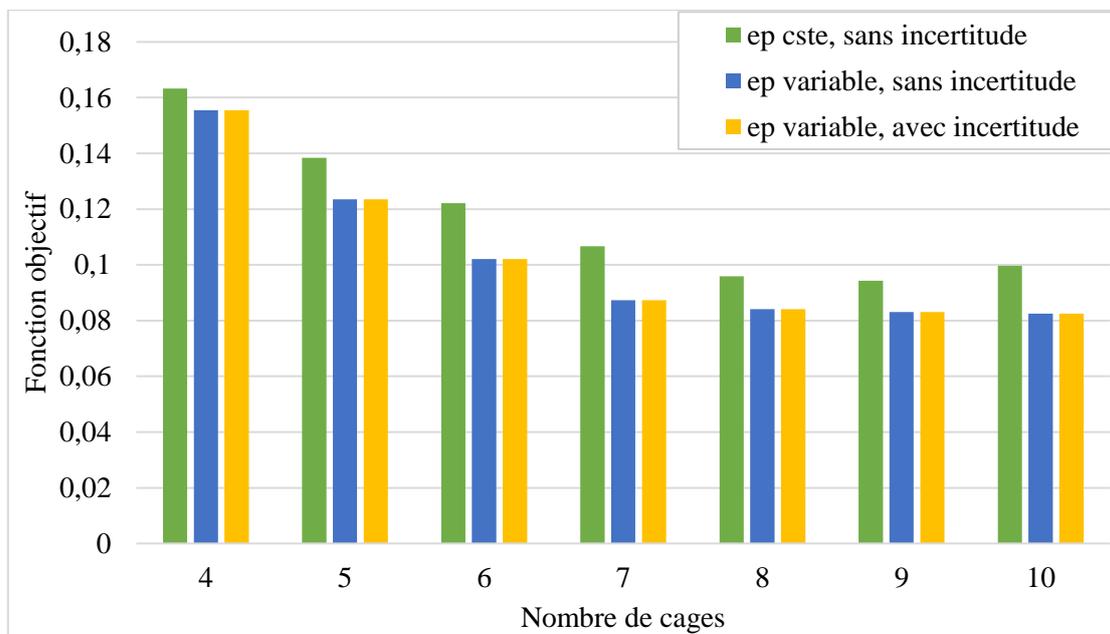


Figure 77 : Influence des incertitudes sur le résultat de la fonction objectif.

Les barres bleues et jaunes montrent l'influence de l'incertitude liée aux ECV (erreur intrinsèque et erreur de mise en place). Quel que soit le nombre de cages, les résultats de la fonction objectif sont les mêmes dans les deux conditions initiales. En comparant ces résultats avec les valeurs obtenues sans incertitude ni sur l'épaisseur du revêtement, ni sur les ECV (barres vertes), l'ajout d'incertitude influence les résultats de la fonction objectif. L'ajout de l'incertitude sur l'épaisseur du revêtement améliore la fonction objectif. Cette progression vient du fait que l'épaisseur constante est de 31 cm, alors que l'épaisseur variable évolue entre 25 cm

et 41 cm. La diminution ou l'augmentation de l'épaisseur du revêtement à l'emplacement des cages va avoir une influence sur les valeurs de déformation relevées par les ECV. De plus, la partie précédente (§4.2.3.4) a montré que les ECV orthoradiaux extradados sont plus sensibles aux déformations que les ECV intrados, et comme les cages sont toujours fixées à 5 cm de la paroi intrados du revêtement, la variation d'épaisseur de ce dernier est reportée au maximum sur l'ECV extradados. Cette incertitude explique donc l'amélioration des résultats par rapport à une épaisseur de revêtement constante.

#### 4.2.3.6 Influence de $\sigma_h$

Malgré l'erreur de contrainte auquel la déformée optimale doit appartenir (§4.2.2), cette partie présente l'influence de  $\sigma_h$  sur le résultat de la fonction objectif. Pour rappel,  $\sigma_h$  correspond à la contrainte dont les valeurs de déformation des ECV sont issues. Les autres paramètres sont l'épaisseur de revêtement variable, l'incertitude sur les ECV,  $\alpha = 0,25$  et 2 ECV intrados et extradados par cage. La contrainte  $\sigma_h$  varie entre 12 MPa et 18 MPa, et en fonction du nombre de cages, les résultats de la fonction objectif sont les suivants :

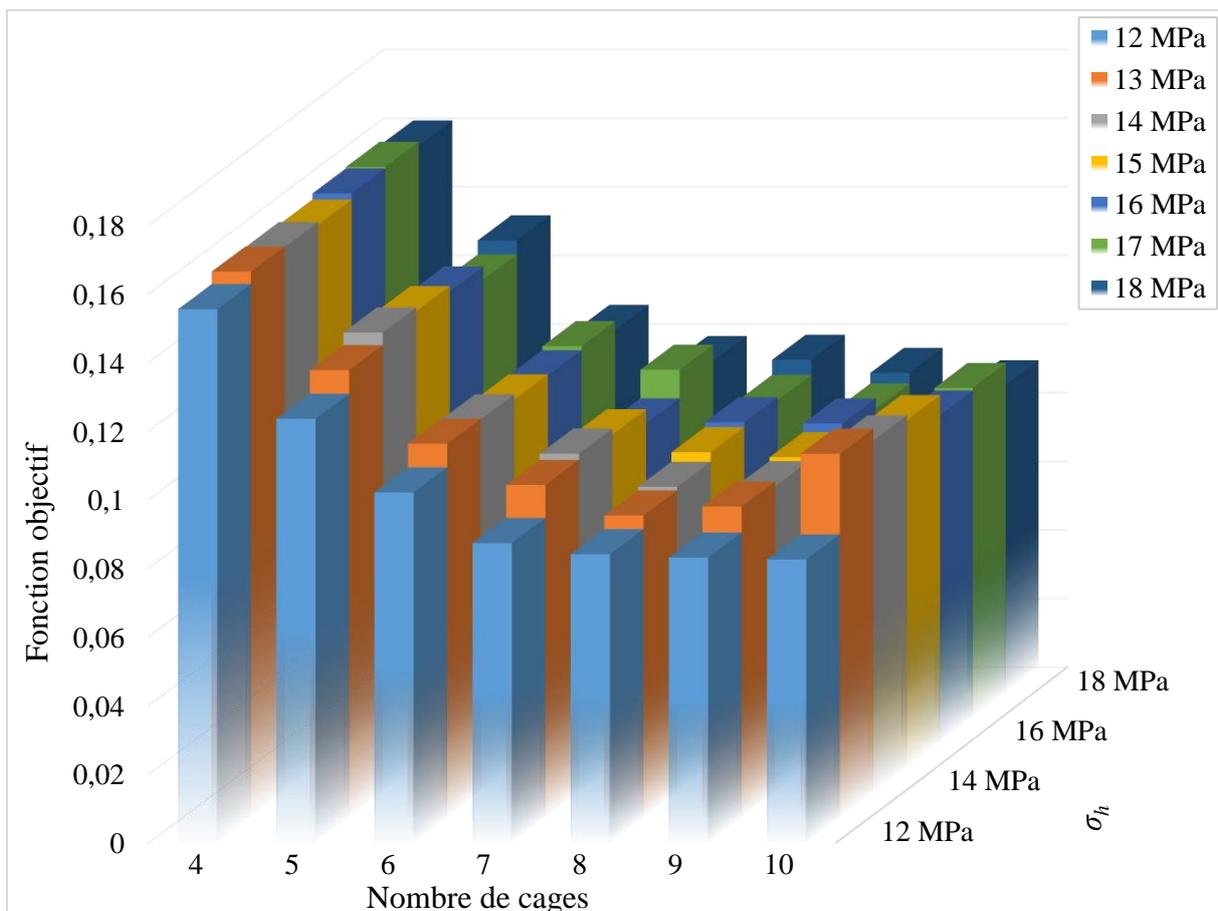


Figure 78 : Résultat de la fonction objectif en fonction du nombre de cages et de la valeur de  $\sigma_h$ .

Chaque couleur de barres correspond à la contrainte d'où sont issues les déformations données par les ECV. L'axe horizontal correspond au nombre de cages d'une section d'alvéole et l'axe vertical au résultat de la fonction objectif. Pour un même nombre de cages, le résultat de la fonction objectif fluctue en fonction de  $\sigma_h$ . Par exemple pour 4 cages, si les déformations sont issues de la contrainte de 12 MPa, la fonction objectif vaut 0,155, alors qu'elle vaut 0,159 pour une contrainte de 13 MPa. Étant donné que la contrainte verticale est constante (12,7 MPa), si la contrainte horizontale est de 12 MPa ou 13 MPa, la déformée de la section d'alvéole sera relativement régulière comme il n'y a pas de direction privilégiée. Par contre, lorsque  $\sigma_h$  augmente, l'estimation de la déformée semble plus difficile car moins régulière, ce qui entraîne une augmentation du résultat de la fonction objectif.

Par contre, la Figure 78 permet de constater que plus le nombre de cages augmente, plus la variation du résultat de la fonction objectif est notable. En effet, si pour 4 cages, tous les résultats de la fonction objectif sont quasiment identiques (variation entre 0,155 et 0,160), ce n'est plus le cas lorsque l'observation est faite sur 10 cages (variation entre 0,083 et 0,106). Pour toutes les contraintes  $\sigma_h$  en dehors de 12 MPa et 18 MPa, l'augmentation du nombre de cages dégrade même la qualité du résultat de  $f$  à partir de 8 ou 9 cages. Par exemple pour des déformations issues d'une contrainte de 13 MPa (barres orange), le résultat de  $f$  est de 0,088 pour 8 cages et de 0,106 pour 10 cages. Cette détérioration du résultat de  $f$  vient de l'erreur de tracé de la spline qui ne permet pas de retrouver la bonne contrainte à chaque degré d'observation du rayon déformé (§4.2.2).

Le choix de la contrainte  $\sigma_h$  d'où sont issues les déformations des ECV a une influence sur le résultat de  $f$ . Il va donc probablement aussi avoir une influence sur la position des cages de capteurs. Plus ce nombre de cages sera grand, plus la fonction objectif sera influencée.

Les différentes contraintes horizontales de la BDD sont issues des valeurs relevées dans le Laboratoire Souterrain et sont dues à l'orientation des galeries suivant la contrainte horizontale mineure ou majeure (§2.1.1.4). La contrainte verticale étant constante et de 12,7 MPa, l'orientation des galeries privilégiée est suivant la contrainte horizontale majeure, afin que la contrainte horizontale appliquée soit quasiment équivalente à la valeur de la contrainte verticale.

### 4.3 Résultats de l'optimisation

Le résultat final de l'optimisation du nombre de cages de capteurs, du nombre d'ECV dans chaque cage et de la position de ces cages a été réalisé pour 500 tirages par loi, une contrainte à  $\sigma_h = 12$  MPa et  $\sigma_h = 13$  MPa, 2 ECV orthoradiaux intrados et extrados par cage et un coefficient  $\alpha = 0,25$ . Le choix des contraintes de 12 MPa et 13 MPa ont été faits pour correspondre à une orientation des galeries suivant la contrainte horizontale majeure et par conséquent une application de la contrainte horizontale proche de la valeur de la contrainte verticale. Les résultats présentés ici sont seulement pour le cas optimal choisi suite aux résultats précédents de 5 cages (Tableau 56). Les autres cas de 4 à 10 cages sont en annexe M.

$\sigma_h$	ECV					$f(*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	
<b>12 MPa</b>	45°	109°	171°	239°	332°	12354
Angle entre 2 cages	64°	62°	68°	93°	73°	
<b>13 MPa</b>	44°	108°	170°	238°	334°	12359
Angle entre 2 cages	64°	62°	68°	96°	70°	

Tableau 56 : Résultat de l'emplacement optimal des 5 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

La différence des emplacements en fonction de la contrainte choisie est minime et les cages sont dans les mêmes zones. La différence maximale est observée pour la cinquième cage qui fluctue entre 332° et 334°, ce qui fait une différence de 8 cm. Devant la difficulté de la spline à se rapprocher chaque degré de la bonne contrainte (§4.2.2) et suivant le cas le moins défavorable pour 12 MPa, le choix final sera finalement fait pour  $\sigma_h = 12$  MPa.

Le choix final de l'optimisation est présenté dans la Figure 79 avec des cages quasiment équ réparties. Cette répartition semble logique, car comme  $\sigma_h \approx \sigma_v$ , il n'y a pas de direction privilégiée et la régularité de mise en place des cages permet de minimiser la distance entre deux cages consécutives tout en ayant une observation globale de la section.

Les placements des cages dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins se rapprochent des résultats de la première partie (§4.1.2.4) avec une préférence du positionnement des capteurs à proximité des reins de l'alvéole. En effet, ces derniers sont plus sensibles aux variations de la contrainte horizontale.

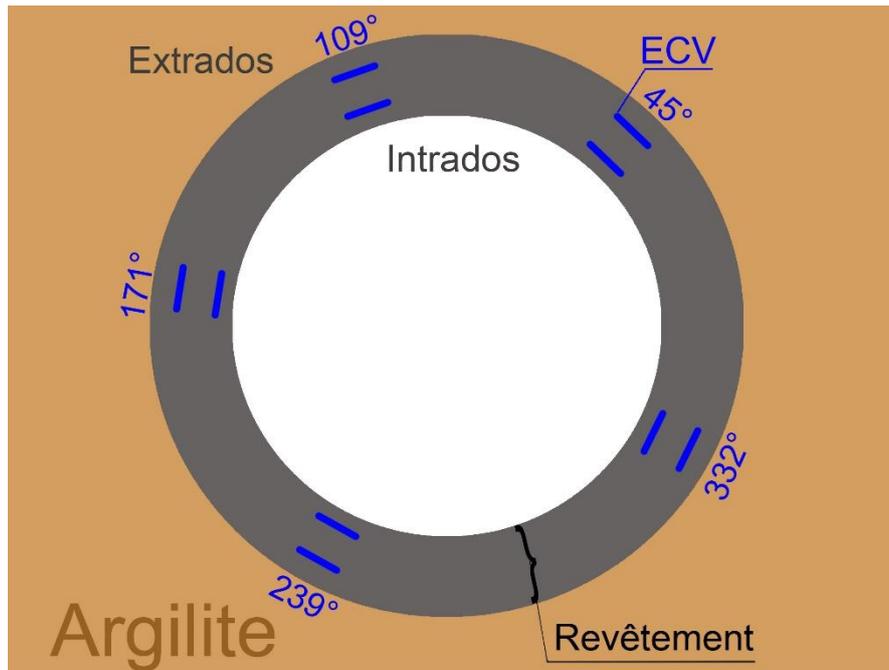


Figure 79 : Solution du nombre de cages d'ECV orthoradiaux intrados et extrados et de leurs localisations pour retrouver la déformée d'une section d'alvéole.

#### 4.4 Synthèse du chapitre 4

Suite à la méthodologie proposée pour répondre à la problématique d'optimisation, par algorithme génétique, du nombre et de la position des ECV dans une section d'alvéole, les deux étapes servant à estimer la contrainte puis à retrouver la déformée d'une section ont donné les résultats présentés dans ce chapitre.

Le choix des hyperparamètres permettant la mise en place de l'algorithme d'optimisation a été établi au Chapitre 3 et la notion de répétabilité de la solution a été soulevée. Si sur un essai de résolution, l'algorithme pourrait rester bloqué dans un minimum local, la résolution identique sur 10 essais (en plus d'un essai avec les meilleures solutions de chacun des 10 essais), semble toujours donner le minimum global de la fonction objectif.

Ce chapitre a également pris en compte l'influence des incertitudes sur les résultats de l'optimisation, que ce soit en faisant varier la rigidité du sol encaissant, la variation d'épaisseur du revêtement ou l'erreur intrinsèque et de mise en place des ECV. La rigidité influe sur les résultats de la fonction objectif et de la localisation des capteurs, mais à partir de 5 couples d'ECV, cette variation devient plus faible pour le résultat de  $f$ . Bien que la position des capteurs reste variable, quel que soit le nombre de capteurs, certains angles paraissent tout de même privilégiés. Pour l'incertitude sur les ECV, celle-ci est négligeable devant l'incertitude sur

l'épaisseur du revêtement. La valeur du coefficient  $\alpha$ , permettant de prendre avec plus ou moins d'importance la dispersion de la contrainte, influence également les résultats de la fonction objectif et de la position des capteurs. Finalement, l'influence du nombre de capteurs par cage a également été évalué, montrant que l'ECV radial n'apporte aucune information complémentaire et que seuls les ECV orthoradiaux intrados et extrados sont nécessaires.

Pour la solution optimale, la méthodologie permettant de retrouver la déformée a tendance à équi-répartir les capteurs. Cette méthodologie peut également répondre à la question sur la contrainte appliquée sur l'alvéole (notamment grâce aux ECV se trouvant dans les  $\pm 45^\circ$  autour des reins).

# *CONCLUSION & PERSPECTIVES*

## *Conclusion*

L'objectif de cette thèse est de développer une méthodologie d'optimisation de l'instrumentation pour le suivi et l'évaluation de l'état des alvéoles de stockage de déchets radioactifs.

La première étape a été d'étudier l'état de l'art dans le domaine de l'optimisation du placement de capteurs pour des ouvrages de génie civil ; ce qui a permis de faire un choix sur les modèles à développer, à savoir :

- un modèle inverse bayésien pour la possibilité de prendre en compte les incertitudes,
- un algorithme génétique d'optimisation pour sa faculté d'adaptation, l'exploration efficace du domaine de recherche, la possibilité de traiter des espaces de recherche importants, le nombre de paramètres à régler et ses bons résultats dans de nombreux domaines d'optimisation.

Cette étape est suivie de la présentation du contexte dans lequel s'inscrit cette thèse avec :

- un stockage des déchets en couche géologique profonde,
- une réversibilité du projet sur une période minimum de 100 ans.

Un modèle numérique permettant d'obtenir les déformations des alvéoles, à partir des données du Laboratoire Souterrain, a été développé en intégrant des hypothèses ayant permis de simplifier la réalité et de multiplier les itérations de calcul. Plusieurs incertitudes ont été intégrées au modèle afin de tenir compte :

- des variabilités liées au sol encaissant,
- de l'aléa dû à la mise en place de la structure béton (épaisseur) et des cages de capteurs (orientation),
- de l'erreur l'intrinsèque aux capteurs.

À partir du modèle développé, suivant différentes combinaisons de capteurs et de contraintes de sol, une base de données est mise en place pour servir d'espace de recherche pour l'optimisation.

L'optimisation du placement des capteurs dans une section d'alvéole doit permettre de surveiller la déformée de cette dernière afin que la déformation ne dépasse pas le jeu de manutention des colis sur la période d'exploitation et de réversibilité de Cigéo. La méthodologie est déclinée en deux cas :

- retrouver la contrainte à partir des mesures de déformation,
- retrouver la déformée à partir des mêmes mesures de déformation.

Le premier cas a permis de mettre en place le système d'optimisation. Les données transmises par les ECV sont les conséquences mesurées après application de la contrainte sur les alvéoles. Le modèle inverse créé sert donc à retrouver la cause (la contrainte horizontale) à partir des conséquences (les déformations) données par les capteurs. L'optimisation aboutit au choix de la solution de placement de capteurs permettant de minimiser la différence entre la contrainte horizontale de la base de données  $\sigma_{h \text{ cible}}$  comparée à la contrainte horizontale résultante du modèle inverse  $\sigma_{h i}$ .

La seconde étape s'est basée sur l'utilisation de l'AG déjà en place, non plus pour chercher à optimiser le placement de capteurs pour retrouver la contrainte, mais dans le but de tracer la déformée d'une section d'alvéole. Ce tracé est réalisé grâce à une spline de type Catmull-Rom. L'optimisation aboutit au choix de la solution de placement de capteurs permettant de minimiser la différence de rayon intrados déformé entre l'individu testé  $R_{def}$  et les différentes valeurs de la base de données  $R_{def}^{BDD}$  sur les 360° de la section d'alvéole.

## ***Résultats de l'optimisation***

Le dernier chapitre a présenté les résultats des différentes étapes d'optimisation. Le nombre de cages de capteurs est égal à 5 pour les deux étapes d'optimisation. En effet, ce nombre est la meilleure combinaison entre l'ajout d'information due à une cage supplémentaire et l'amélioration du résultat de la fonction objectif.

La première étape, permettant d'estimer la contrainte, privilégie le placement des cages autour des reins de l'alvéole. En effet cette zone est plus sensible aux variations de la contrainte horizontale.

Pour la seconde étape, la reconstitution de la section déformée, à l'aide d'une spline purement mathématique, a montré une limite pour le tracé de la déformée. Cette spline ne considère pas la mécanique de la structure et le tracé de la déformée s'éloigne trop des valeurs de la BDD.

Cette seconde étape d'optimisation a cependant permis de montrer l'influence du nombre de capteurs et de leurs orientations au sein d'une cage ainsi que l'influence des incertitudes sur les résultats. Nous avons donc constaté que l'influence intrinsèque aux ECV ainsi que l'erreur d'angle lors de la mise en place des cages est négligeable devant l'incertitude sur l'épaisseur du revêtement. Pour l'orientation des ECV, le capteur radial n'apportant aucune information complémentaire, les cages ne comptent finalement que les ECV orthoradiaux intrados et extrados.

Malgré l'erreur induite par le tracé de la spline, la position optimale des cages est quasiment équi-répartie sur une section et ce, quel que soit le nombre de cages à mettre en place. En optimisant le placement des 5 cages de deux couples d'ECV orthoradiaux intrados et extrados, l'équi-répartition :

- correspond à l'équivalence entre  $\sigma_h$  et  $\sigma_v$  ne donnant pas de direction privilégiée,
- permet d'interpoler un minimum de distance entre deux cages consécutives.

Dans ce choix de placement, les cages se trouvant autour des reins permettent également de suivre les déformations induites par les contraintes horizontales qu'il est possible de rencontrer.

## ***Perspectives***

Afin de s'approcher au maximum de la déformée d'une section d'alvéole, une des perspectives de ce travail serait d'améliorer le tracé de la déformée en intégrant la mécanique des structures au calcul de la spline. Ainsi, la partie interpolée entre deux cages serait plus proche des valeurs de la BDD. La comparaison, chaque degré, entre la section déformée obtenue par le tracé de la spline et les déformées de la BDD permettrait de conserver la contrainte réellement appliquée sur toute la section. Cet arrangement risque également de faire varier la position des cages d'ECV afin de mieux les répartir au sein du revêtement.

Une fois que le placement optimal des cages sur une section est obtenu, il serait intéressant de connaître la déformée longitudinale d'une galerie. La mise en place d'un modèle 3D pourrait ainsi permettre d'optimiser le placement des capteurs longitudinalement. Cette information complémentaire permettra de connaître la déformation longitudinale, mais également l'espacement nécessaire entre deux sections instrumentées.

Malgré le très bon retour d'expérience des extensomètres à corde vibrante sur du long terme et le faible taux de défaillance, la prise en compte de la durée de vie des ECV et la défaillance au cours du temps serait également à considérer.

Finalement, l'Andra étudiant également les déformations à l'aide des fibres optiques, il serait intéressant de les intégrer dans la procédure d'optimisation et de les coupler aux valeurs de déformations relevées par les ECV pour créer de la redondance.

# ***BIBLIOGRAPHIE***

- Abdo M. A-B. 2012. « Structural Health Monitoring: History, Applications and Future ». *Permanent Scientific Committee of promotion to the position of professor in Structural Engineering*.
- AFNOR. 1984. « Application de la statistique - Introduction à la fiabilité ». Rapport X06-501.
- AFTES. 2005. « Tunnels et ouvrages souterrains. Méthodes d'auscultation des ouvrages souterrains ». N°187.
- Alexander W.R. et McKinley L. 2011. « Deep geological disposal of radioactive waste ». *Radioactivity in the environment*. Vol. 9. Elsevier.
- Alvandi A. et Cremona C. 2006. « Assessment of vibration-based damage identification techniques. » *Sound Vibration*. Vol. 292, n°1-2, p: 179-202.
- Andra. 2005. « Evaluation de la faisabilité du stockage géologique en formation argileuse ». Vol. Dossier Argile.
- Andra. 2013a. « La réversibilité de Cigéo ».
- Andra. 2013b. « Programme de R&D, Executive summary ».
- Armstrong J. 2006. « Catmull-Rom Splines. » Note technique.
- Ausiello G., Crescenzi P. et Protasi M. 1995. « Approximate solution of NP optimization problems. » *Theoretical Computer Science*. Vol. 150, p: 1-55.
- Aval K.J. et Razak S.A. 2012. « A review on the implementation of multiobjective algorithms in wireless sensor network ». *World Applied Sciences Journal*. Vol. 19, n°6, p: 772–779.
- Ayas J. et Viau M.A. 2004. « La recherche tabou ». Présentation.
- Ayasso H. 2010. « Une approche bayésienne de l'inversion. Application à l'imagerie de diffraction dans les domaines micro-onde et optique ». PhD Thesis, Université Paris Sud-Paris XI.
- Baji H., Li C-Q., Scicluna S. et Dauth J. 2017. « Risk-Cost Optimised Maintenance Strategy for Tunnel Structures ». *Tunnelling and Underground Space Technology*. Vol. 69, p: 72-84.
- Banimelhem O., Mowafi M. et Aljoby W. 2013. « Genetic Algorithm Based Node Deployment in Hybrid Wireless Sensor Networks ». *Communications and Network*. Vol. 05, n°4, p: 273-279.
- Bayes T. 1763. « An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances. » *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. Vol. 53, n°1, p: 370-418.
- Bellaouar A. et Beleulmi S. 2013. « Fiabilité, Maintenance, Disponibilité. » Université Constantine 1: Faculté des Sciences de la Technologie, Département Génie des Transports. Rapport.

- Benamar Il. 1996. « Etude des effets différés dans les tunnels profonds ». PhD Thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Bernard, S. 2015. « Localisation des expérimentations dans les galeries creusées du Laboratoire Souterrain » Plan des galeries du Laboratoire Souterrain. Rapport interne à l'Andra.
- Berry J., Hart W.E., Phillips C.A., Uber J.G. et Watson J-P. 2006. « Sensor placement in municipal water networks with temporal integer programming models ». *Journal of water resources planning and management*. Vol. 132, n°4, p: 218–224.
- Besse P., et Thomas-Agnan C. 1989. « Le lissage par fonctions splines en statistique: revue bibliographique ». *Statistique et Analyse des données*. Vol. 14, n°1, p: 55–84.
- Bishop C.M. 1994. « Neural networks and their applications ». *Review of scientific instruments*. Vol. 65, n°6, p: 1803–1832.
- Bombrun M. et Sene A. 2011. « L'optimisation par essaim particulaire pour des problèmes d'ordonnement ». Rapport de Projet, ISIMA.
- Bonnet M. 2008. « Problèmes inverses. » Master recherche, Paris: Ecole Centrale.
- Bonomi E. et Lutton J-L. 1988. « Le recuit simulé. » *Pour la science*. Vol. 129, p: 68-77.
- Boreux J-J., Parent E. et Bernier J. 2010. « Pratique du calcul bayésien ». *Collection Statistique et probabilités appliquées*. Paris: Springer.
- Boukhalfa S. et Naimi F.Z. 2017. « La reconstruction 3D d'un cube par la technique PSO ». Mémoire de master.
- Boyer E. 2018. « Synthèse d'images. Chapitre 5 : Représentation des courbes et des surfaces ». Cours.
- Brezinski, C. 2005. « La méthode de Cholesky. » *Revue d'histoire des mathématiques*. N°11, p: 205-238.
- Buco J. 2007. « Analyse et Modélisation du Comportement Mécanique des Conduites Enterrée ». PhD Thesis, INSA Lyon.
- Carden E.P. et Fanning P. 2004. « Vibration Based Condition Monitoring: A Review. » *Structural Health Monitoring*. Vol. 3, n°4, p: 355-377.
- Cast3M. 2015. Cast3M 2013, site internet.
- Černý V. 1985. « Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm ». *Journal of optimization theory and applications*. Vol. 45, n°1, p: 41–51.
- Chabot S. 2011. « Cahier d'intégration. Introduction aux mathématiques appliquées. » Cours. Compiègne: Université de Technologie.
- Charles C. 2014. « Notes de statistique et d'informatique. Introduction aux problèmes inverses. » Note technique. Université de Liège: Gembloux Agro-Bio Tech.

- Chen X-Z, Hong-Ping Z.H.U. et Chuan-Yao C. 2005. « Structural damage identification using test static data based on grey system theory ». *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A*. Vol. 6, n°8, p: 790-796.
- Clerc M. 2005. «L'optimisation par essais particuliers ». *Hermes Science Publication*, Lavoisier. Livre.
- Collette Y. et Siarry P. 2011. « Optimisation multiobjectif ». Livre. Eyrolles.
- Danaila I., Hecht F. et Pironneau O. 2003. « Simulation numérique en C++ ». Livre. Dunod.
- DarwinSHM. 2019. Dissimilarity Analysis and Representation for windows, site internet.
- Department of Business, Energy & Industrial Strategy. 2018. « Implementing geological disposal - Working with communities. An updated framework for the long-term management of higher activity radioactive waste. »
- Dinis da Gama C. 2004. « A method for continuous monitoring of tunnel deformations during construction and service phases ». Proceeding EUROCK. Salzburg, Austria.
- Djeziri S., Petit E. et Lemoine J. 1997. « Une méthode adaptative pour le lissage de courbes. Application à la détection de contours. » *Traitement du Signal*. Vol. 14, n°1, p: 3-13.
- Doebling S.W., Farrar C.R., Prime M.B. et Shevitz D.W. 1996. « Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review ». Rapport. Los Alamos, National Laboratory.
- Domingo-Perez F., Lazaro-Galilea J.L., Wieser A., Martin-Gorostiza E., Salido-Monzu D. et de la Llana A. 2016. « Sensor Placement Determination for Range-Difference Positioning Using Evolutionary Multi-Objective Optimization ». *Expert Systems with Applications*. Vol. 47, p: 95-105.
- Dorigo M. et Di Caro G. 1999. « Ant Colony Optimization : A New Meta-Heuristic ». P: 1470-1477.
- Dréo J., Pétrowski A., Siarry P. et Taillard E. 2011. « Métaheuristiques pour l'optimisation difficile. Chapitre 4 : Les algorithmes de colonies de fourmis ». Livre. Eyrolles.
- Dreyfus G., Martinez J-M., Samuelides M., Gordon M.B., Badran F., Thiria S. et Hérault L. 2002. « Réseaux de neurones, méthodologie et applications. Chap 8 : Réseaux de neurones sans apprentissage pour l'optimisation ». Livre. Eyrolles.
- Ettouney M.M. et Alampalli S. 2011. « Infrastructure Health in Civil Engineering, Theory and components ». Livre. CRC Press.
- Fontan M. 2011. « Identification de paramètres par analyse inverse à l'aide d'un algorithme méta-heuristique: applications à l'interaction sol structure, à la caractérisation de défauts et à l'optimisation de la métrologie ». PhD Thesis, Bordeaux 1.
- Ghali K. 2006. « Méthodologie de conception système à base de plateformes reconfigurables et programmables ». PhD Thesis, Université Paris XI Orsay.

- Glover F. 1986. « Future paths for integer programming and links to artificial intelligence ». *Computers & operations research*. Vol. 13, n°5, p: 533–549.
- Godart B. 2000. « La surveillance renforcée et la haute surveillance des ouvrages d'art en France. » *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*. N°227, p: 63-70.
- Goi Y. et Kim C-W. 2017. « Anomaly detection of bridges under vehicle induced vibration by means of Bayesian inference ». Proceeding 4<sup>th</sup> Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures. Zurich, Switzerland.
- Goldberg D.E. et Holland J.H. 1988. « Genetic algorithms and machine learning ». *Machine learning*. Vol. 3, n°2, p: 95–99.
- Greistorfer P. 2003. « A tabu scatter search metaheuristic for the arc routing problem ». *Computers & Industrial Engineering*. Vol. 44, n°2, p: 249–266.
- Guan H. et Karbhari V.M. 2008. « Vibration-Based Structural Health Monitoring of Highway Bridges. » Rapport. USA: University of California.
- Guan J., Aral M.M., Maslia M.L. et Grayman W.M. 2008. « Optimization model and algorithms for design of water sensor placement in water distribution systems ». Proceeding Water Distribution Systems Analysis Symposium, p: 1–16.
- Guérin J., Lahrichi N. et Le Digabel S. 2018. « Décomposition en valeurs singulières (SVD) ». Présentation. Ecole Polytechnique Montréal.
- Guillod T. 2008. « Interpolations, courbes de Bézier et B-splines. » Bulletin de la Société des Enseignements Neuchâtelois de Sciences. Lycée Blaise-Cendrars.
- Guratzsch R.F. et Mahadevan S. 2006. « Sensor placement design for SHM under uncertainty ». Proceeding Third European Workshop on Structural Health Monitoring, Granada, Spain.
- Guratzsch R.F. 2007. « Sensor placement optimization under uncertainty for structural health monitoring systems of hot aerospace structures ». PhD Thesis, Nashville, Tennessee: Vanderbilt University.
- Guratzsch R.F. et Mahadevan S. 2010. « Structural health monitoring sensor placement optimization under uncertainty ». *AIAA journal*. Vol. 48, n°7, p: 1281–1289.
- Hadamard J. 1936. « Les problèmes aux limites dans la théorie des équations aux dérivées partielles ». Livre.
- Hammouche K., Diaf M. et Siarry P. 2010. « A Comparative Study of Various Meta-Heuristic Techniques Applied to the Multilevel Thresholding Problem ». *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. Vol. 23, n°5, p: 676-688.
- Hamza D., Cherkaoui S. et Oussama Z. 2018. « Algorithme de recherche avec tabou. Optimisation combinatoire. » Présentation. INSA Toulouse.
- Hao J-K., Galinier P. et Habib M. 1999. « Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes ». *Revue d'intelligence artificielle*. Vol. 13, n°2, p: 283–324.

- Hermant G., Gilardi N. et Farhoud R. 2015. « Data Processing for Long-Term Monitoring of an Underground Radioactive Waste Repository. » Proceeding EUROCK, Salzburg, Austria. P: 365-370.
- Hjelmstad K.D. et Shin S. 1997. « Damage Dtection and Assessment of Structures from Static Response. » *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 123, n°6, p: 568-576.
- Humar J., Bagchi A. et Xu H. 2006. « Performance of vibration based techniques for the identification of structural damage. » *Structural Health Monitoring*. Vol. 5, n°3, p: 215-241.
- IFSTTAR. 2015. « Méthodes d'auscultation de la structure. Mesures locales de fonctionnement. » Fiche technique.
- Ihn JB. 2006. « Structural Health Monitoring. Overview & Aerospace Applications. » Rapport.
- IRSN. 2017. « Projet de stockage Cigéo. Examen du Dossier d'Options de Sûreté. » Institut de radioprotection et de sûreté nucléaire.
- Jacob S. 2006. « Le dimensionnement mécanique des tuyaux d'assainissement. Le fascicule 70 version 2003 et les cas de pose particuliers ». Rapport. Centre d'Etudes et de Recherches de l'Industrie du Béton.
- Jacquenot G. 2010. « Méthode générique pour l'optimisation d'agencement géométrique et fonctionnel ». PhD Thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- Jauregui D.V. et Farrar C.R. 1995. « Comparison of damage identification algorithms on experimental modal data from a bridge ». Los Alamos National Lab., NM (United States).
- Jauregui D.V. et Farrar C.R. 1996. « Damage identification algorithms applied to numerical modal data from a bridge ». Los Alamos National Lab., NM (United States).
- Kaveh A. et Talatahari S. 2009. « Particle Swarm Optimizer, Ant Colony Strategy and Harmony Search Scheme Hybridized for Optimization of Truss Structures ». *Computers & Structures*. Vol. 87, n°5-6, p: 267-283.
- Keller J.B. 1976. « Inverse problems. » *Mathematical Association of America*. Vol. 83, n°2, p: 107-118.
- Kennedy J. et Eberhart R. 1995. « Particle Swarm Optimization ». Article, p: 1942-1948.
- Kern M. 2002. « Problèmes inverses: aspects numériques ». Rapport.
- Kern M. 2010. « Problèmes inverses. ». *Techniques de l'ingénieur*. 27p.
- Khoshahval F., Minucmehr H. et Zolfaghari A. 2011. « Performance Evaluation of PSO and GA in PWR Core Loading Pattern Optimization ». *Nuclear Engineering and Design*. Vol. 241, n°3, p: 799-808.
- Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C.D. et Vecchi M.P. 1983. « Optimization by Simulated Annealing. » *Science*. Vol. 220, n°4598, p: 671-680.
- Kleiner M. 2013. « Méthodes et outils d'optimisation ». Présentation.

- Koh C.G. et Perry M.J. 2010. « Structural identification and damage detection using genetic algorithms ». *Structures and infrastructures series*. Vol. 6. Boca Raton ; New York: CRC Press.
- Krause A., Leskovec J., Guestrin C., VanBriesen J. et Faloutsos C. 2008. « Efficient sensor placement optimization for securing large water distribution networks ». *Journal of Water Resources Planning and Management*. Vol. 134, n°6, p: 516–526.
- Krieguer J.M. 2016. « Présentation du projet Cigéo ». Présentation.
- Kudva J.N., Munir N. et Tan P.W. 1992. « Damage detection in smart structures using neural networks and finite-element analyses ». *Smart Materials and Structures*. Vol. 1, n°2, p: 108-112.
- Laplace P.S. 1771. « Oeuvres complètes de Laplace. Mémoire sur la probabilité des causes par les évènements. » *de l'Académie des sciences*. Tome 8.
- Lesoille S. et Buschaert S. 2012. « IC2 Traité Systèmes Automatisés. Supervision, surveillance et sûreté de fonctionnement des grands systèmes. Chap 2 : L'observation surveillance des ouvrages du stockage en formation géologique profonde ». Livre. Lavoisier.
- Li J. et Chen S. 2016. « The Cubic  $\alpha$ -Catmull-Rom Spline ». *Mathematical and Computational Applications*. Vol. 21, n°33, 14p.
- Lifshitz J.M. et Rotem A. 1969. « Determination of Reinforcement Unbonding of Composites by a Vibration Technique ». *Journal of Composite Materials*. Vol. 3, n°3, p: 412-423.
- Lutton E. 2006. « Algorithmes génétiques et algorithmes évolutionnaires ». *Techniques de l'ingénieur*.
- Mei B. 2016. « Optimisation des couplages magnéto-mécaniques d'extensomètres à corde vibrante pour le suivi du vieillissement de constructions stratégiques ». PhD Thesis, Pierre et Marie Curie.
- Mignot P. 2003. « Modélisation des courbes de surfaces ». Cours Option synthèse d'images, maîtrise d'informatique. Université de Reims. P: 72-99
- Moslem K. et Nafaspour R. 2002. « Structural damage detection by genetic algorithms ». *AIAA journal*. Vol. 40, n°7, p: 1395–1401.
- Pandey A.K., Biswas M. et Samman M.M. 1991. « Damage detection from changes in curvature mode shapes ». *Journal of sound and vibration*. Vol. 145, n°2, p: 321–332.
- Pandey A.K., et Biswas M. 1994. « Damage detection in structures using changes in flexibility. » *Journal of sound and vibration*. Vol. 169, n°1, p: 3-17.
- Park C., Kim N.H. et Haftka R.T. 2015. « The effect of ignoring dependence between failure modes on evaluating system reliability ». *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Vol. 52, n°2, p: 251–268.
- Perry M.J., Koh C.G. et Choo Y.S. 2006. « Modified Genetic Algorithm Strategy for Structural Identification ». *Computers & Structures*. Vol. 84, n°8-9, p: 529-540.
- Préaux J-P. 2018. « Colonies de fourmis. » Présentation, Université Aix Marseille.

- Préaux J-P. 2018. « Méthode du recuit simulé. » Présentation, Université Aix Marseille.
- Preis A. et Ostfeld A. 2008. « Multiobjective sensor design for water distribution systems security ». *Proceeding Water Distribution Systems Analysis Symposium 2006*, p: 1–17.
- Przewlocki J. 1999. « Reduction of dimensions in random, elastic soil medium. » *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 36, p: 5233-5254.
- Ravi N.B., Chakraborty N. et Mahapatra D.R. 2016. « Simulation Based Optimization of Sensor Network for SHM of Complex Structures ». *Proceeding 8<sup>th</sup> European Workshop On Structural Health Monitoring*, p: 1-7. Spain, Bilbao.
- Reddy A.N. 2010. « Two Inverse Problems In Linear Elasticity With Applications To Force-Sensing And Mechanical Characterization ». PhD Thesis.
- Rhim J., et Lee S.W. 1995. « A neural network approach for damage detection and identification of structures ». *Computational mechanics*. Vol. 16, n°6, p: 437–443.
- Roctest, et Telemac. 2005. « Jauge extensométrique à corde vibrante à noyer dans le béton. Modèle C-110 ». Fiche technique.
- Rosin-Corre N., Noret C. et Bordes J-L. 2012. « L’auscultation par capteurs à corde vibrante, 80 ans de retour d’expérience ». *Proceeding*.
- Rytter A. 1993. « Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures ». PhD Thesis, Denmark: Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University.
- Sau, I. et Molle C. 2017. « Mathématiques pour l’optimisation. » Présentation.
- Sbartai Z.M., Laurens S., Elachachi S.M. et Payan C. 2012. « Concrete properties evaluation by statistical fusion of NDT techniques ». *Construction and Building Materials*. Vol. 37, p: 943–950.
- Segretier W. 2013. « Approche évolutionnaire et agrégation de variables: application à la prévision de risques hydrologiques ». PhD Thesis, Antilles-Guyane.
- Shannon C.E. 2001. « A mathematical theory of communication ». *ACM SIGMOBILE mobile computing and communications review*. Vol. 5, n°1, p: 3–55.
- Soulez F. 2008. « Une approche problèmes inverses pour la reconstruction de données multidimensionnelles par méthodes d’optimisation. » PhD Thesis, Saint-Etienne: Université Jean Monnet.
- Spillman W.B., Huston D.R., Fuhr P.L. et Lord J.R. 1993. « Neural network damage detection in a bridge element ». *Proceeding Smart Structures and Materials 1993: Smart Sensing, Processing, and Instrumentation*, p: 288–300. International Society for Optics and Photonics.
- Stefanescu D.M. 2011. « Handbook of Force Transducers : Principles and Components ». Livre. Springer.

- Tabassum M. et Mathew K. 2014. « A genetic algorithm analysis towards optimization solutions ». *International Journal of Digital Information and Wireless Communications*. Vol. 4, n°1, p: 124-142.
- Tarantola A. 2005. « Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation ». Livre. Philadelphia, Pa: SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Thépot O. 2004. « Prise en compte des caractéristiques en petites déformations des sols dans l'étude du comportement des collecteurs enterrés. » PhD Thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Thévenaz P., Blu T. et Unser M. 2000. « Interpolation revisited [medical images application] ». *IEEE Transactions on medical imaging*. Vol. 19, n°7, p: 739–758.
- Tikhonov A.N. et Arsenine V.Y. 1977. « Solution of ill-posed problems ». *Scripta series in mathematics*. Livre. Washington: Halsted Press.
- Tillier Y. 1998. « Identification par analyse inverse du comportement mécanique des polymères solides: applications aux sollicitations multiaxiales et rapides ». PhD Thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Twigg C. 2003. « Catmull-rom splines ». *Computer*. Vol. 41, n°6, p: 4–6.
- Ulusoy H.S., Kalkan E., Fletcher J.P.B., Friberg P., Leith W.K. et Banga K. 2012. « Design and Implementation of A Structural Health Monitoring Monitoring and Alerting System for Hospital Buildings in the United States ». Proceeding WCEE, Lisboa, Portugal.
- Vanik M.W., Beck J.L. et Au S.K. 2000. « Bayesian probabilistic approach to structural health monitoring ». *Journal of Engineering Mechanics*. Vol. 126, n°7, p: 738–745.
- Voinot C. 2006. « Les algorithmes Génétiques. » IUT de Reims. Présentation.
- Wrigley P.A., Wood P., Stewart P., Hall R. et Robertson D. 2019. « Module Layout Optimization Using a Genetic Algorithm in Light Water Modular Nuclear Reactor Power Plants ». *Nuclear Engineering and Design*. Vol; 341, p: 100-111.
- Wu Z.Y. et Walski T. 2006. « Multi objective optimization of sensor placement in distribution systems. » Proceeding 8<sup>th</sup> Annual Water Distribution Analysis Symposium, Cincinnati, Ohio, USA.
- Yan G., Sun H. et Büyüköztürk O. 2016. « Impact load identification for composite structures using Bayesian regularization and unscented Kalman filter ». *Structural Control and Health Monitoring*. Vol. 24, n°5, 18p.
- You T., Gardoni P. et Hurlbauss S. 2014. « Iterative damage index method for structural health monitoring ». *Structuam Monitoring and Maintenance*. Vol. 1, n°1, p: 89-110.
- Yven B. 2017. « La surveillance d'un stockage de déchets radioactifs en couche géologique profonde : Stratégie, besoins, moyens opérationnels et R&D sur les moyens. » présenté à Journée END (Evaluation Non Destructive) du Génie Civil de l'Energie.

- Zhang Y. et Yang W. 2012. « A New Damage Identification Strategy for SHM based on FBGs and Bayesian Model Updating Method ». *International Journal of Industrial and Manufacturing Engineering*. Vol. 6, n°12, p: 2734-2738.
- Zhou K. et Wu Z.Y. 2017. « Strain Gauge Placement Optimization for Structural Performance Assessment ». *Engineering Structures*. Vol. 141, p: 184-197.
- Zhu S. 2012. « A Bayesian Approach for Inverse Problems in Synthetic Aperture Radar Imaging. » PhD Thesis, Paris Sud XI.
- Zidani H. 2013. « Représentation de solution en optimisation continue, multi-objectif et applications ». PhD Thesis, INSA de Rouen.

# ***ANNEXES***

Annexe A : Démonstration du calcul de la variation de rayon intrados d'un annulaire béton à partir de mesures de déformations au cœur de l'annulaire.....	204
Annexe B : Différents types de splines cubiques.....	208
Annexe C : Mesure de la dispersion des courbes de chacun des deux individus pour toutes les contraintes cibles.....	210
Annexe D : Noms des variables utilisées dans le code C# des AG.....	213
Annexe E : Répétabilité de l'optimisation suivant les mêmes conditions initiales (avec 500 tirages par loi et $\alpha = 0,5$ ).....	214
Annexe F : Résultats du modèle inverse suivant deux rigidités pour 5 couples de capteurs (avec 500 tirages par loi et $\alpha = 0$ ).....	216
Annexe G : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des couples d'ECV pour un nombre d'ECV donné.....	217
Annexe H : Localisation des couples d'ECV en fonction de la valeur du coefficient $\alpha$ .....	218
Annexe I : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour différentes valeurs de $\alpha$ .....	221
Annexe J : La répétabilité de l'optimisation en fonction de la valeur du coefficient $\alpha$ .....	224
Annexe K : Influence du coefficient $\alpha$ sur les résultats de la fonction objectif en fonction du nombre de capteurs pour les mêmes emplacements.....	227
Annexe L : Répartition des cages sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages et de la valeur du coefficient $\alpha$ .....	228
Annexe M : Résultats de l'optimisation permettant de connaître la déformée d'une section...	233
Annexe N : Interview pour le journal de l'Andra.....	235

## ***TABLE DES FIGURES ANNEXES***

Figure annexe 1 : Schéma de localisation des capteurs de déformation. ....	204
Figure annexe 2 : Schéma de localisation des capteurs de déformation et de l'erreur d'angle lors de leur mise en place. ....	206
Figure annexe 3 : Tracé d'une spline de type Béziérs. ....	208
Figure annexe 4 : Tracé d'une spline de type B-spline.....	208
Figure annexe 5 : Tracé d'une spline de type Catmull-Rom. ....	209
Figure annexe 6 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour $\alpha = 0$ . ....	218
Figure annexe 7 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour $\alpha = 0,5$ . ....	219
Figure annexe 8 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour $\alpha = 1$ . ....	220
Figure annexe 9 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour $\alpha = 0$ ..	221
Figure annexe 10 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour $\alpha = 0,5$ . .....	222
Figure annexe 11 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour $\alpha = 1$ .	223
Figure annexe 12 : Evolution des résultats de la fonction objectif f en fonction du nombre de cages de 3 ECV et du coefficient $\alpha$ pour les mêmes positions de cages de capteurs. ....	227

## ***TABLE DES TABLEAUX ANNEXES***

Tableau annexe 1 : Résultat de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour $\alpha = 0,5$ pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples d'ECV. ....	214
Tableau annexe 2 : Résultats extrêmes de la fonction objectif pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples de capteurs. ....	214
Tableau annexe 3 : Position des 5 couples de capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0,5$ .....	215
Tableau annexe 4 : Position des 6 couples de capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0,5$ .....	215
Tableau annexe 5 : Résultats du modèle inverse pour 5 couples de capteurs aux angles $22^\circ$ , $53^\circ$ , $205^\circ$ , $325^\circ$ et $352^\circ$ et la première rigidité.....	216
Tableau annexe 6 : Résultats du modèle inverse pour 5 couples de capteurs aux angles $8^\circ$ , $33^\circ$ , $54^\circ$ , $186^\circ$ et $345^\circ$ et la deuxième rigidité. ....	216

Tableau annexe 7 : Différences de résultats du modèle inverse pour les deux rigidités k1 et k2. .....	216
Tableau annexe 8 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 2 couples d'ECV.....	217
Tableau annexe 9 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 3 couples d'ECV.....	217
Tableau annexe 10 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 7 couples d'ECV.....	217
Tableau annexe 11 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 8 couples d'ECV.....	217
Tableau annexe 12 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 9 couples d'ECV.....	217
Tableau annexe 13 : Influence du coefficient $\alpha$ sur la localisation des 10 couples d'ECV....	217
Tableau annexe 14 : Résultats de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour $\alpha = 0$ pour les 10 essais de placement de 4 à 10 cages de 3 ECV. ....	224
Tableau annexe 15 : Position des 5 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0$ .....	224
Tableau annexe 16 : Position des 6 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 0$ .....	225
Tableau annexe 17 : Résultats de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour $\alpha = 1$ pour les 10 essais de placement de 4 à 10 cages de 3 ECV. ....	225
Tableau annexe 18 : Position des 5 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 1$ .....	226
Tableau annexe 19 : Position des 6 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour $\alpha = 1$ .....	226
Tableau annexe 20 : Influence du coefficient $\alpha$ sur les résultats de la fonction objectif à partir des mêmes positions de cages de capteurs. ....	227
Tableau annexe 21 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0$ . ....	228
Tableau annexe 22 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0,25$ . ....	229
Tableau annexe 23 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0,5$ . ....	230
Tableau annexe 24 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 0,75$ . ....	231
Tableau annexe 25 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour $\alpha = 1$ . ....	232
Tableau annexe 26 : Résultat de l'emplacement optimal des 4 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ . ....	233

Tableau annexe 27 : Résultat de l'emplacement optimal des 6 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ .....	233
Tableau annexe 28 : Résultat de l'emplacement optimal des 7 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ .....	233
Tableau annexe 29 : Résultat de l'emplacement optimal des 8 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ .....	233
Tableau annexe 30 : Résultat de l'emplacement optimal des 9 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ .....	234
Tableau annexe 31 : Résultat de l'emplacement optimal des 10 cages de capteurs en fonction de $\sigma_h$ .....	234

*Annexe A : Démonstration du calcul de la variation de rayon intrados d'un annulaire béton à partir de mesures de déformations au cœur de l'annulaire.*

- Démonstration pour une épaisseur d'annulaire constante ou variable et pour 3 mesures de déformation (Hermand, Gilardi, et Farhoud 2015) :

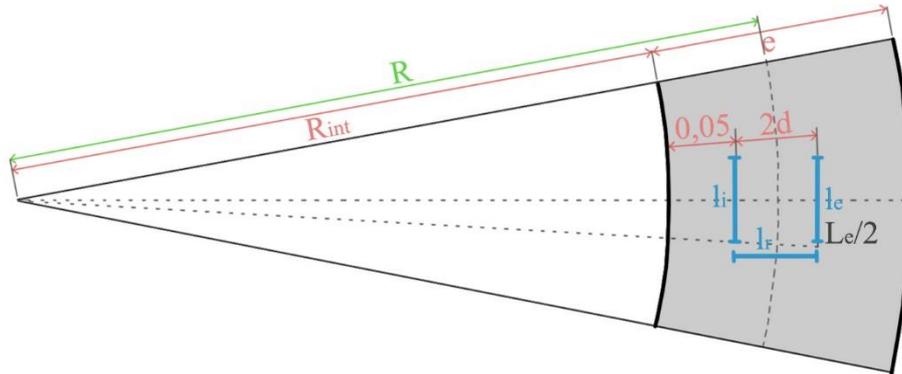


Figure annexe 1 : Schéma de localisation des capteurs de déformation.

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta l_i}{l_i}; \varepsilon_e = \frac{\Delta l_e}{l_e} = \frac{\Delta L_e}{L_e}; \varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta d}{d}$$

D'après le théorème de Thalès :  $\boxed{\frac{R-d}{R+d} = \frac{l_i}{L_e}}$

$$\begin{aligned} \diamond \Delta \left( \frac{l_i}{L_e} \right) &= \frac{\Delta l_i * L_e - l_i * \Delta L_e}{L_e^2} \\ &= \frac{\Delta l_i}{l_i} * \frac{l_i L_e}{L_e^2} - \frac{l_i}{L_e} * \frac{\Delta L_e}{L_e} \\ &= \varepsilon_{int} \frac{l_i}{L_e} - \frac{l_i}{L_e} \varepsilon_{ext} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta \left( \frac{l_i}{L_e} \right) = \frac{l_i}{L_e} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})}$$

$$\begin{aligned} \diamond \Delta \left( \frac{R-d}{R+d} \right) &= \frac{\Delta(R-d)(R+d) - (R-d)\Delta(R+d)}{(R+d)^2} \\ &= \frac{R\Delta R + d\Delta R - R\Delta d - d\Delta d - R\Delta R - R\Delta d + d\Delta R + d\Delta d}{(R+d)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2d \Delta R - 2R \Delta d}{(R + d)^2}$$

$$= \frac{2d\Delta R - 2R \varepsilon_{rad} d}{(R + d)^2}$$

$$\boxed{\Delta \left( \frac{R-d}{R+d} \right) = \frac{2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad})}{(R+d)^2}}$$

$$\diamond \Delta \left( \frac{R-d}{R+d} \right) = \Delta \left( \frac{l_i}{L_e} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad})}{(R+d)^2} = \frac{l_i}{L_e} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \frac{2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad})}{(R+d)^2} = \frac{R-d}{R+d} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow 2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad}) = (R-d)(R+d)(\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \Delta R - R \varepsilon_{rad} = \frac{(R-d)^2}{2d} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

Comme  $R = R_{int} + 0,05 + d$

$$\Delta R = \Delta R_{int} + \Delta 0,05 + \Delta d$$

$$\Delta 0,05 = \varepsilon_{rad} * 0,05 \text{ et } \Delta d = \varepsilon_{rad} * d$$

$$\text{Donc } \Delta R = \Delta R_{int} + 0,05 \varepsilon_{rad} + d \varepsilon_{rad}$$

$$\Leftrightarrow \Delta R_{int} + 0,05 \varepsilon_{rad} + d \varepsilon_{rad} - R \varepsilon_{rad} = \frac{(R-d)^2}{2d} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \Delta R_{int} + (0,05 + d - R) \varepsilon_{rad} = \frac{(R-d)^2}{2d} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta R_{int} = \frac{(R-d)^2}{2d} (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext}) + R_{int} \varepsilon_{rad}}$$

- Démonstration pour 3 mesures de déformation influencées par une erreur d'angle sur la mise en place des ECV :

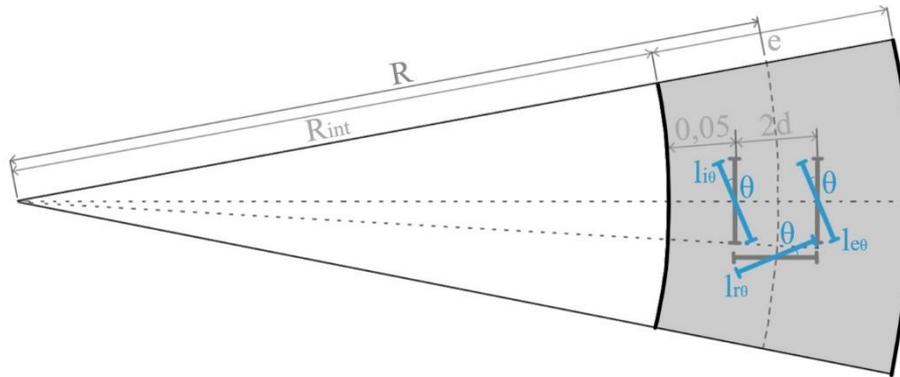


Figure annexe 2 : Schéma de localisation des capteurs de déformation et de l'erreur d'angle lors de leur mise en place.

$$\cos \theta = \frac{l_i}{l_{i\theta}}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta l_{i\theta}}{l_{i\theta}} ; \varepsilon_e = \frac{\Delta l_{e\theta}}{l_{e\theta}} ; \varepsilon_r = \frac{\Delta l_{r\theta}}{l_{r\theta}}$$

$$\varepsilon_i \cos \theta = \frac{\Delta l_i}{l_i} ; \varepsilon_e \cos \theta = \frac{\Delta l_e}{l_e} = \frac{\Delta L_e}{L_e} ; \varepsilon_r \cos \theta = \frac{\Delta l_r}{l_r} = \frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta d}{d}$$

D'après le théorème de Thalès :  $\boxed{\frac{R-d}{R+d} = \frac{l_i}{L_e}}$

$$\begin{aligned} \diamond \Delta \left( \frac{l_i}{L_e} \right) &= \frac{\Delta l_i * L_e - l_i * \Delta L_e}{L_e^2} \\ &= \frac{\Delta l_i}{l_i} * \frac{l_i L_e}{L_e^2} - \frac{l_i}{L_e} * \frac{\Delta L_e}{L_e} \\ &= \varepsilon_{int} \cos \theta * \frac{l_i}{L_e} - \frac{l_i}{L_e} * \varepsilon_{ext} \cos \theta \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta \left( \frac{l_i}{L_e} \right) = \frac{l_i}{L_e} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})}$$

$$\begin{aligned} \diamond \Delta \left( \frac{R-d}{R+d} \right) &= \frac{\Delta(R-d)(R+d) - (R-d)\Delta(R+d)}{(R+d)^2} \\ &= \frac{R\Delta R + d\Delta R - R\Delta d - d\Delta d - R\Delta R - R\Delta d + d\Delta R + d\Delta d}{(R+d)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{2d \Delta R - 2R \Delta d}{(R + d)^2}$$

$$= \frac{2d\Delta R - 2R d \varepsilon_{rad} \cos \theta}{(R + d)^2}$$

$$\boxed{\Delta \left( \frac{R - d}{R + d} \right) = \frac{2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad} \cos \theta)}{(R + d)^2}}$$

$$\diamond \Delta \left( \frac{R - d}{R + d} \right) = \Delta \left( \frac{l_i}{L_e} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad} \cos \theta)}{(R + d)^2} = \frac{l_i}{L_e} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \frac{2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad} \cos \theta)}{(R + d)^2} = \frac{R - d}{R + d} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow 2d (\Delta R - R \varepsilon_{rad} \cos \theta) = (R - d)(R + d) \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \Delta R - R \varepsilon_{rad} \cos \theta = \frac{(R - d)^2}{2d} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \Delta R_{int} + 0,05 \varepsilon_{rad} \cos \theta + d \varepsilon_{rad} \cos \theta - R \varepsilon_{rad} \cos \theta = \frac{(R - d)^2}{2d} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \Delta R_{int} + (0,05 + d - R) \varepsilon_{rad} \cos \theta = \frac{(R - d)^2}{2d} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta R_{int} = \frac{(R - d)^2}{2d} \cos \theta * (\varepsilon_{int} - \varepsilon_{ext}) + R_{int} \varepsilon_{rad} \cos \theta}$$

## Annexe B : Différents types de splines cubiques.

- **Courbes de Bézièrs**

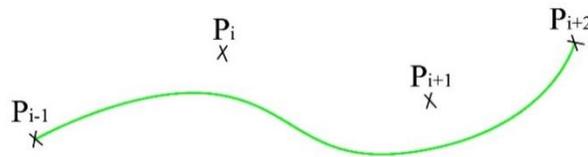


Figure annexe 3 : Tracé d'une spline de type Bézièrs.

Il s'agit d'un tracé par approximation, c'est-à-dire que la spline ne passe pas par les points de contrôle à l'exception du premier et du dernier points (Figure annexe 3). Pour ce type de tracé, les nœuds sont équidistants, ce qui est en fait le cas particulier de B-splines dites uniformes (Thévenaz et al. 2000). Dans notre problématique d'obtention du tracé de la déformée d'une section d'alvéole, la spline doit absolument passer par tous les points de contrôles fournis par les positions des cages. Les points de contrôle  $P_i$  et  $P_{i+1}$  intermédiaires doivent donc être calculés entre chaque cage dans le seul but de donner l'allure générale de la courbe. La modification d'un point change la totalité de la courbe (Mignot 2003). Cette modification peut être un inconvénient dans l'optimisation du placement de capteurs dans une section d'alvéole. En effet, la modification de l'emplacement d'une seule cage entraîne la modification complète de la section déformée.

Cette méthode ne semble donc pas être la meilleure solution pour construire le tracé d'une section déformée.

- **B-splines**

La généralisation des courbes de Bézièrs sont les B-splines. Il s'agit également d'un tracé par approximation (Figure annexe 4). À la différence des courbes de Bézièr, les B-splines ne passent par aucun point et la modification d'un point de contrôle ne change pas l'intégralité de la courbe. En plus des points de contrôle, les B-splines nécessitent un vecteur nœud<sup>56</sup> (Guillod 2008; Boyer 2018).



Figure annexe 4 : Tracé d'une spline de type B-spline.

---

<sup>56</sup> Un vecteur nœud correspond à l'ensemble des nœuds  $t_i$  permettant de connaître la distance séparant chaque point de contrôle.

Le principal inconvénient des B-splines est leur complexité pour calculer les fonctions de base. Les points de contrôle ne sont plus les seuls paramètres des courbes, il faut également définir le vecteur des nœuds. S'agissant d'une généralisation des courbes de Bézier, les B-splines sont également des approximations utilisant les points  $P_i$  comme points de contrôle et non comme points de passage de la spline. Ces deux méthodes de tracé ne sont pas adaptées à la problématique posée pour obtenir une section d'alvéole déformée passant par les emplacements des cages de capteurs.

- **Catmull-Rom**

Le troisième type de tracé de spline cubique est la spline Catmull-Rom. À la différence des deux premières représentations, la Catmull-Rom est un tracé par interpolation (Figure annexe 5). Les points de contrôle sont les points  $P_{i-1}$  et  $P_{i+2}$  pour un tracé entre les points  $P_i$  et  $P_{i+1}$ . Les points de contrôle deviennent ensuite les prochains points de passage de la spline (Armstrong 2006).



Figure annexe 5 : Tracé d'une spline de type Catmull-Rom.

A la différence des tracés proposés précédemment, cette méthode permet le passage de la courbe par tous les points de contrôle. Ceci permet ainsi de reconstituer la section d'une alvéole déformée sans calcul de points intermédiaires. En plus, cette spline ne demande pas de vecteur nœud et la modification d'un point de contrôle ne modifie qu'une partie de la courbe et non l'intégralité du tracé. Cette spline est donc finalement choisie comme méthode pour le tracé de la déformée.

*Annexe C : Mesure de la dispersion des courbes de chacun des deux individus pour toutes les contraintes cibles.*

$\sigma_{h \text{ cible}}$	ind	$\sigma_{h i}$	$p_i$	écart-type	entropie de Shannon	surface relative	Comparaison des individus 2 à 2
12 MPa	1	12	88,9%	0,305	0,263	0,079	
		13	5,6%				
		14	1,9%				
		15	0,9%				
		16	0,9%				
		17	0,9%				
		18	0,9%				
	4	12	55,2%	0,186	0,653	0,101	
		13	27,6%				
		14	3,5%				
		15	3,5%				
		16	3,4%				
		17	3,4%				
		18	3,4%				
13 MPa	1	12	0,3%	0,321	0,162	0,142	
		13	92,9%				
		14	5,6%				
		15	0,3%				
		16	0,3%				
		17	0,3%				
		18	0,3%				
	4	12	6,4%	0,227	0,569	0,137	
		13	69,6%				
		14	8,7%				
		15	8,7%				
		16	2,2%				
		17	2,2%				
		18	2,2%				
14 MPa	1	12	16,0%	0,098	0,881	0,129	
		13	32,0%				
		14	24,0%				
		15	12,0%				
		16	8,0%				
		17	4,0%				
		18	4,0%				
	4	12	9,1%	0,092	0,893	0,133	
		13	27,3%				
		14	18,2%				
		15	27,3%				
		16	9,1%				
		17	4,5%				
		18	4,5%				

$\sigma_h$ cible	ind	$\sigma_{h,i}$	$P_i$	écart-type	entropie de Shannon	surface relative	Comparaison des individus 2 à 2
15 MPa	1	12	0,5%	0,309	0,248	0,142	
		13	0,5%				
		14	3,0%				
		15	90,0%				
		16	2,0%				
		17	3,0%				
		18	1,0%				
	4	12	10,3%	0,142	0,772	0,132	
		13	2,60%				
		14	41,0%				
		15	30,8%				
		16	7,7%				
		17	2,6%				
		18	5,0%				
16 MPa	1	12	1,3%	0,158	0,706	0,140	
		13	1,3%				
		14	5,3%				
		15	47,4%				
		16	21,1%				
		17	21,1%				
		18	2,5%				
	4	12	2,5%	0,126	0,728	0,123	
		13	4,0%				
		14	2,5%				
		15	37,4%				
		16	26,2%				
		17	19,3%				
		18	8,1%				
17 MPa	1	12	1,7%	0,189	0,614	0,122	
		13	1,7%				
		14	1,7%				
		15	1,7%				
		16	55,3%				
		17	10,3%				
		18	27,6%				
	4	12	2,2%	0,148	0,716	0,116	
		13	2,2%				
		14	2,2%				
		15	2,2%				
		16	35,6%				
		17	20,0%				
		18	35,6%				

$\sigma_h$ cible	ind	$\sigma_{hi}$	$p_i$	écart-type	entropie de Shannon	surface relative	Comparaison des individus 2 à 2
18 MPa	1	12	2,3%	0,184	0,652	0,209	
		13	2,3%				
		14	2,3%				
		15	4,6%				
		16	6,8%				
		17	54,5%				
		18	27,2%				
	4	12	5,6%	0,129	0,838	0,127	
		13	5,6%				
		14	11,1%				
		15	11,1%				
		16	5,6%				
		17	44,4%				
		18	16,6%				

## *Annexe D : Noms des variables utilisées dans le code C# des AG.*

Angle minimum entre deux cages de capteurs successives : *int anglemin*

Nombre de points de croisement pour la création des nouveaux individus : *int nbPCpargene*

Tableau de la base de données : *tableauBDD[,]*

Le tableau de la base de données créé sous Cast3M, d'après les différentes contraintes appliquées sur le modèle numérique est extrait sous forme d'un fichier csv<sup>57</sup>. *StreamReader* (en code C#) récupère les données du fichier ligne par ligne, il faut donc reconstituer la BDD dans un tableau *tableauBDD[,]*.

Tableau regroupant les angles et les résultats de la fonction objectif pour l'ensemble de la population : *AG[]*

Tirage aléatoire d'un nombre compris entre 0 et 1 pour la sélection par roulette : *aleaproba*

Indices des individus sélectionnés : *popselectionnee[]*

Tableau contenant les indices des individus sélectionnés et des chromosomes associés : *chromosomes[][]*

Tableau contenant l'ensemble des individus parents et enfants de la génération courante (emplacement des cages de capteurs et résultat de la fonction objectif) : *AGenfantsparents[,]*

---

<sup>57</sup> csv (Coma Separated Values) est l'extension d'un fichier pouvant notamment être lu par un tableur.

*Annexe E : Répétabilité de l'optimisation suivant les mêmes conditions initiales (avec 500 tirages par loi et  $\alpha = 0,5$ ).*

Résultats de la fonction objectif pour 2 à 10 couples d'ECV suivant les mêmes conditions initiales :

N° essai	Nombre de couples d'ECV intrados / extrados								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	114544,5	50921,9	21506,7	8716,1	3646,2	1444,3	824,2	362,5	325,7
2	129514,6	73481,0	23591,3	11022,2	4665,0	1581,3	1353,1	420,9	174,9
3	117791,4	94321,7	24173,7	8616,9	3777,5	1963,4	964,0	375,3	155,5
4	127674,6	67184,4	21052,0	7912,3	3869,0	1581,3	974,8	459,6	174,9
5	129735,0	77843,7	21506,7	11931,8	3477,2	1932,0	886,9	416,5	155,5
6	118080,5	78523,1	22380,6	11232,7	3350,3	2087,1	892,2	356,9	176,2
7	139993,0	68902,9	23681,6	8528,4	3659,2	1733,2	974,8	342,5	261,3
8	119118,1	54280,4	21516,3	8528,4	3659,2	1798,4	835,6	407,0	188,1
9	122117,7	93479,7	21506,7	11232,7	3477,2	2137,7	948,5	377,1	259,5
10	124200,3	88730,7	20921,4	7912,3	3848,2	1444,3	761,3	362,5	295,6

Tableau annexe 1 : Résultat de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour  $\alpha = 0,5$  pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples d'ECV.

Couples ECV	$f (*10^{-5})$	Nombre d'apparition	Différence
2	114544,5	1	25448,5
	139993,0	1	
3	50921,9	1	43399,8
	94321,7	1	
4	20921,4	1	2760,2
	24173,7	1	
5	7912,3	2	4019,5
	11931,8	1	
6	3350,3	1	518,7
	3869,0	1	
7	1444,3	2	693,4
	2137,7	1	
8	761,3	1	591,8
	1353,1	1	
9	342,5	1	117,1
	459,6	1	
10	155,5	2	170,2
	325,7	1	

Tableau annexe 2 : Résultats extrêmes de la fonction objectif pour les 10 essais de placement de 2 à 10 couples de capteurs.

N°	f (*10 <sup>-5</sup> )	Différence f	Position des cages de capteurs				
			1	2	3	4	5
1	<b>7912,3</b>		70°	159°	178°	204°	355°
2	8528,4	616,1	20°	159°	171°	192°	317°
3	8616,9	88,5	53°	70°	171°	192°	355°
4	8716,1	99,2	20°	159°	171°	202°	317°
5	11022,2	2306,1	22°	109°	160°	204°	227°
6	11232,7	210,5	22°	53°	156°	205°	325°
7	11931,8	699,1	22°	53°	156°	205°	230°
<b>Différence maximale</b>			<b>50°</b>	<b>106°</b>	<b>22°</b>	<b>13°</b>	<b>128°</b>

Tableau annexe 3 : Position des 5 couples de capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0,5$ .

N°	f (*10 <sup>-5</sup> )	Différence f	Position des cages de capteurs					
			1	2	3	4	5	6
1	<b>3350,3</b>		26°	70°	159°	171°	192°	317°
2	3477,2	126,9	29°	70°	159°	178°	204°	355°
3	3646,2	169	20°	70°	159°	171°	202°	317°
4	3659,2	13	22°	159°	171°	192°	317°	355°
5	3777,5	118,3	12°	102°	159°	171°	202°	321°
6	3848,2	70,7	26°	53°	70°	171°	192°	355°
7	3869,0	20,8	22°	54°	159°	171°	202°	355°
8	4665,0	796	22°	53°	152°	192°	205°	342°
<b>Différence maximale</b>			<b>17°</b>	<b>106°</b>	<b>101°</b>	<b>21°</b>	<b>125°</b>	<b>38°</b>

Tableau annexe 4 : Position des 6 couples de capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0,5$ .

*Annexe F : Résultats du modèle inverse suivant deux rigidités pour 5 couples de capteurs (avec 500 tirages par loi et  $\alpha = 0$ ).*

Résultats du modèle inverse pour les deux rigidités testées :

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	99,5%	1,3%	0%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	0,4%	98,6%	0,5%	0%	0%	0%	0%
14 MPa	0%	0,1%	99,1%	0,8%	0%	0%	0%
15 MPa	0%	0%	0,4%	98,9%	0,1%	0%	0%
16 MPa	0%	0%	0%	0,3%	99,8%	1,4%	0%
17 MPa	0%	0%	0%	0%	0%	98,3%	0,5%
18 MPa	0%	0%	0%	0%	0%	0,3%	99,5%

*Tableau annexe 5 : Résultats du modèle inverse pour 5 couples de capteurs aux angles 22°, 53°, 205°, 325° et 352° et la première rigidité.*

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	99,6%	0,3%	0%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	0,4%	99,7%	0%	0%	0%	0%	0%
14 MPa	0%	0%	99,2%	0,5%	0%	0%	0%
15 MPa	0%	0%	0,8%	99%	0,4%	0%	0%
16 MPa	0%	0%	0%	0,6%	99,5%	1,3%	0%
17 MPa	0%	0%	0%	0%	0,1%	98,4%	1,1%
18 MPa	0%	0%	0%	0%	0%	0,3%	98,9%

*Tableau annexe 6 : Résultats du modèle inverse pour 5 couples de capteurs aux angles 8°, 33°, 54° 186° et 345° et la deuxième rigidité.*

Différences de probabilité du modèle inverse entre les deux rigidités :

Modèle Bayes	Contrainte cible du modèle numérique						
	12 MPa	13 MPa	14 MPa	15 MPa	16 MPa	17 MPa	18 MPa
12 MPa	0,1%	1%	0%	0%	0%	0%	0%
13 MPa	0%	1,1%	0,5%	0%	0%	0%	0%
14 MPa	0%	0,1%	0,1%	0,3%	0%	0%	0%
15 MPa	0%	0%	0,4%	0,1%	0,3%	0%	0%
16 MPa	0%	0%	0%	0,3%	0,3%	0,1%	0%
17 MPa	0%	0%	0%	0%	0,1%	0,1%	0,6%
18 MPa	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0,6%

*Tableau annexe 7 : Différences de résultats du modèle inverse pour les deux rigidités k1 et k2.*

*Annexe G : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des couples d'ECV pour un nombre d'ECV donné.*

$\alpha$	ECV		$f (*10^{-5})$
	1	2	
0	53°	352°	860
0,25	178°	355°	48068
0,5	178°	355°	94821
1	178°	355°	188327

Tableau annexe 8 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 2 couples d'ECV.

$\alpha$	ECV			$f (*10^{-5})$
	1	2	3	
0	22°	53°	352°	284
0,25	159°	178°	204°	22052
0,5	171°	202°	355°	47735
1	159°	178°	204°	85533

Tableau annexe 9 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 3 couples d'ECV.

$\alpha$	ECV							$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	
0	22°	53°	132°	152°	205°	230°	316°	4
0,25	22°	54°	102°	159°	171°	202°	355°	896
0,5	22°	54°	102°	159°	171°	202°	355°	1444
1	22°	54°	159°	171°	202°	284°	355°	2559

Tableau annexe 10 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 7 couples d'ECV.

$\alpha$	ECV								$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	8	
0	22°	53°	136°	152°	192°	205°	317°	342°	2
0,25	22°	53°	102°	152°	188°	202°	325°	343°	389
0,5	20°	70°	144°	159°	171°	202°	317°	355°	720
1	20°	70°	144°	159°	171°	202°	284°	355°	950

Tableau annexe 11 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 8 couples d'ECV.

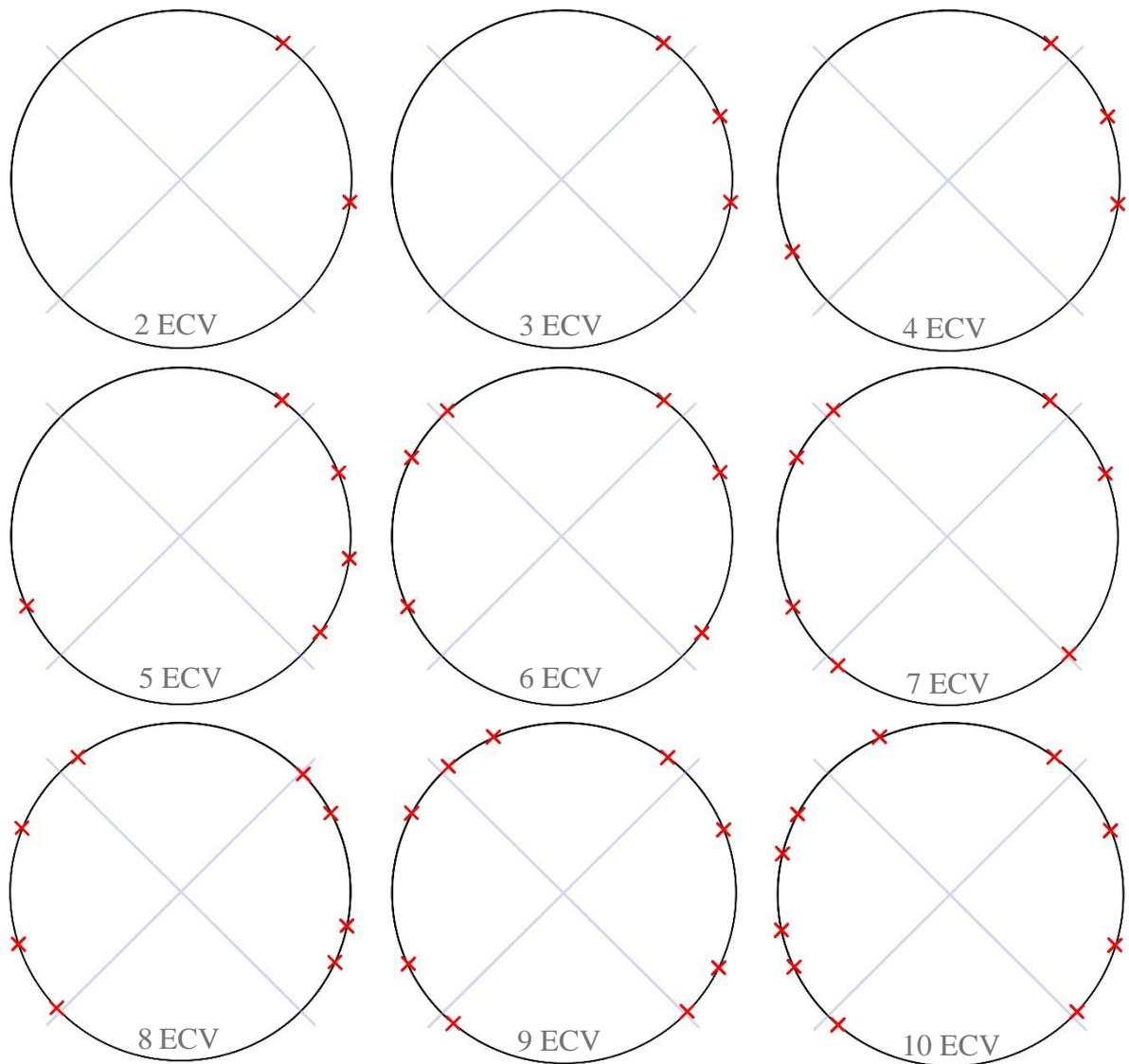
$\alpha$	ECV									$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	22°	53°	114°	132°	152°	205°	230°	316°	334°	1
0,25	22°	53°	102°	131°	152°	188°	202°	325°	343°	172
0,5	22°	53°	102°	131°	152°	188°	202°	325°	343°	342
1	20°	53°	70°	144°	159°	171°	202°	284°	355°	379

Tableau annexe 12 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 9 couples d'ECV.

$\alpha$	ECV										$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	22°	53°	114°	152°	166°	192°	205°	230°	317°	342°	0
0,25	22°	53°	90°	131°	156°	176°	192°	205°	317°	343°	70
0,5	22°	53°	102°	114°	131°	152°	188°	202°	316°	343°	156
1	20°	53°	70°	144°	159°	171°	202°	284°	317°	355°	189

Tableau annexe 13 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur la localisation des 10 couples d'ECV.

*Annexe H : Localisation des couples d'ECV en fonction de la valeur du coefficient  $\alpha$ .*



*Figure annexe 6 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour  $\alpha = 0$ .*

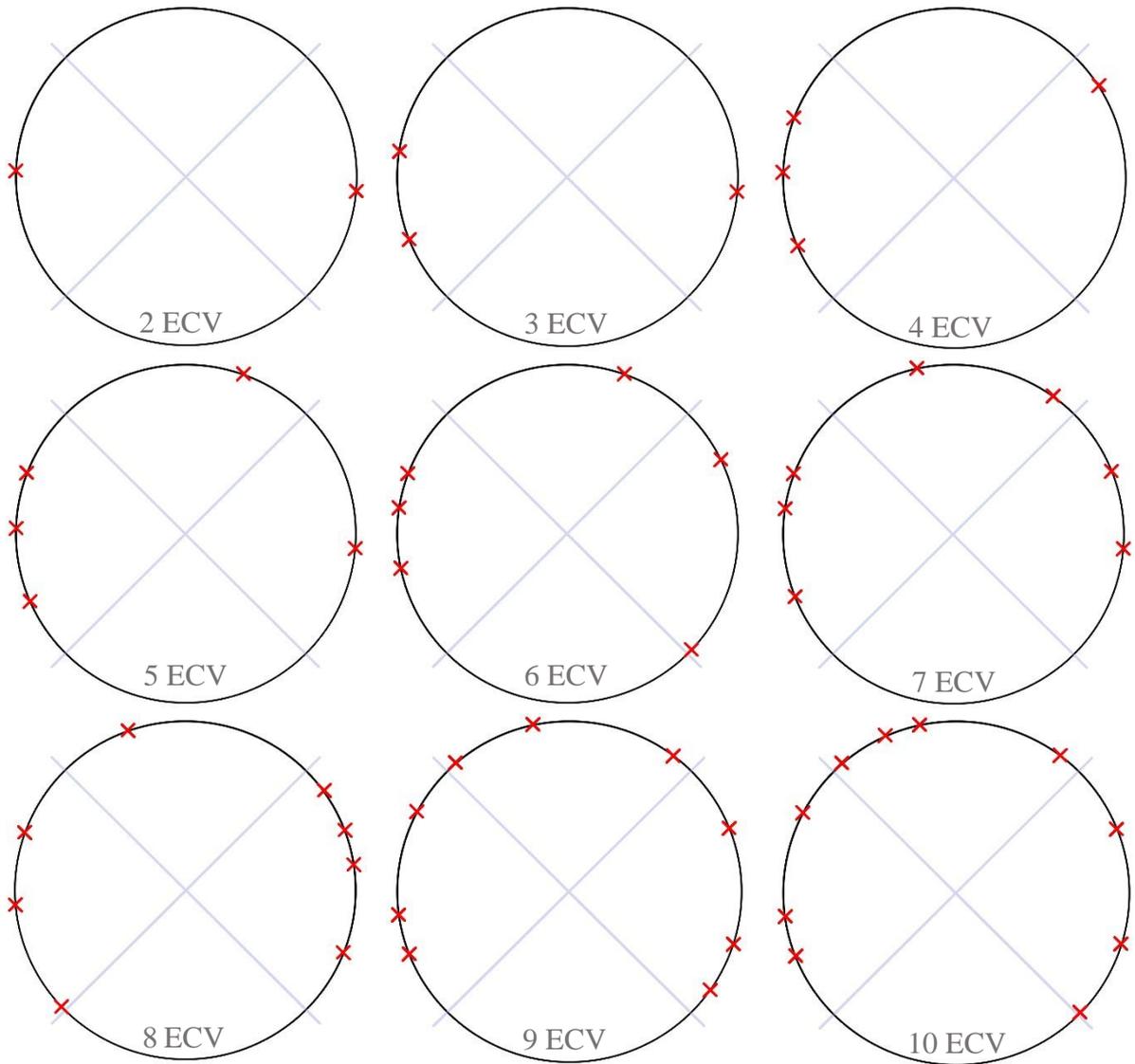


Figure annexe 7 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour  $\alpha = 0,5$ .

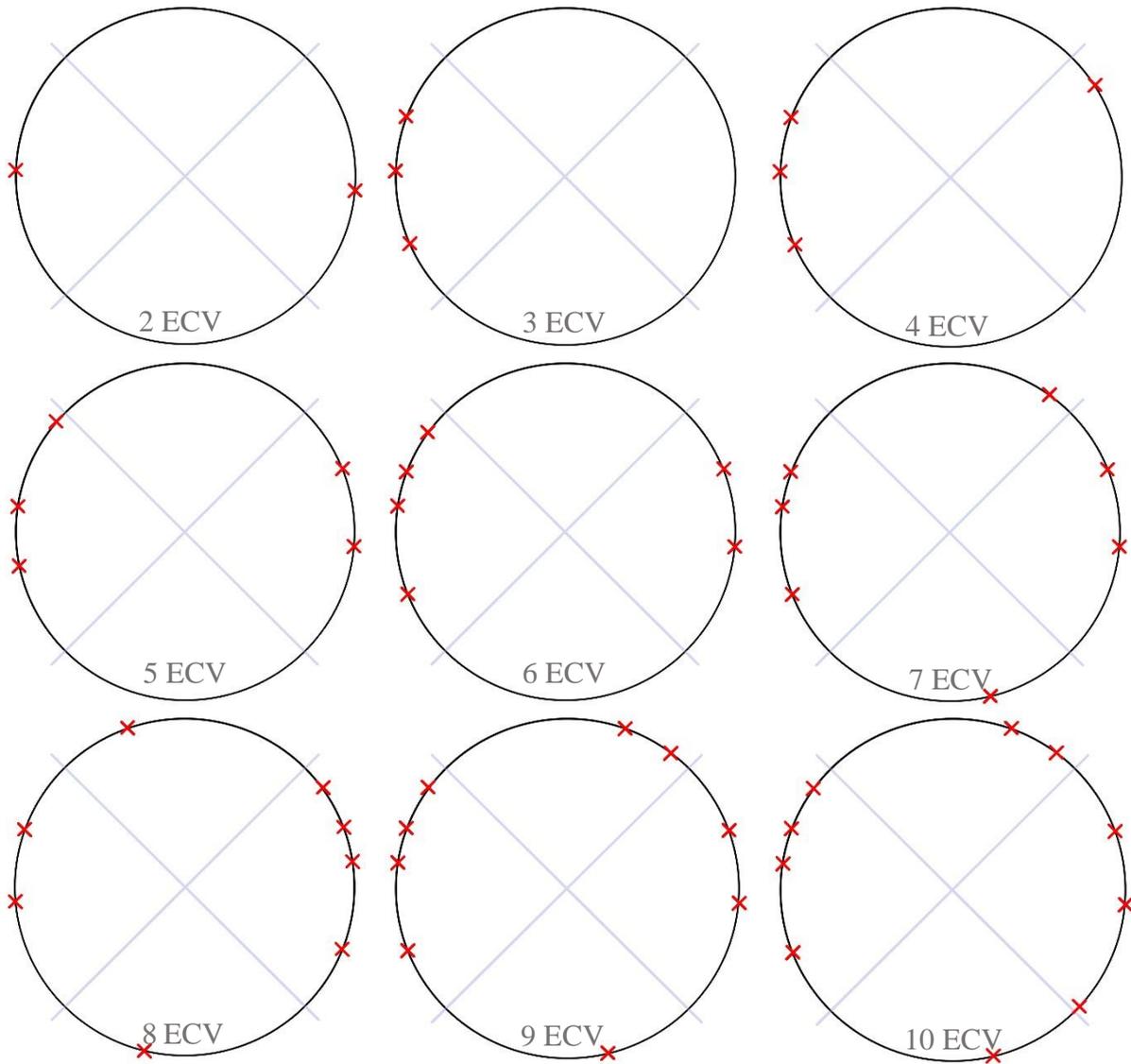


Figure annexe 8 : Emplacement des couples de 2 à 10 ECV pour  $\alpha = 1$ .

*Annexe I : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour différentes valeurs de  $\alpha$ .*

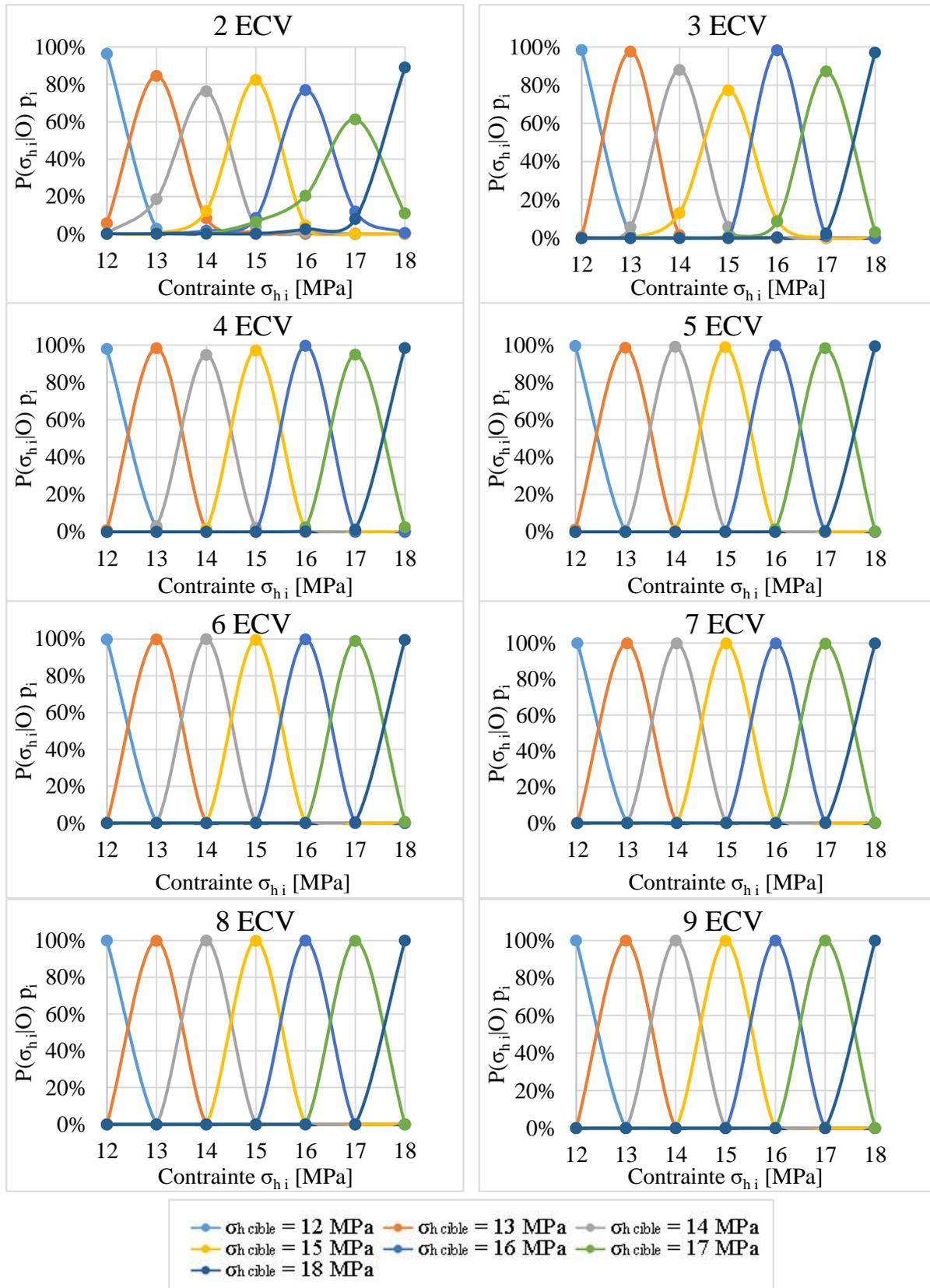


Figure annexe 9 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour  $\alpha = 0$ .

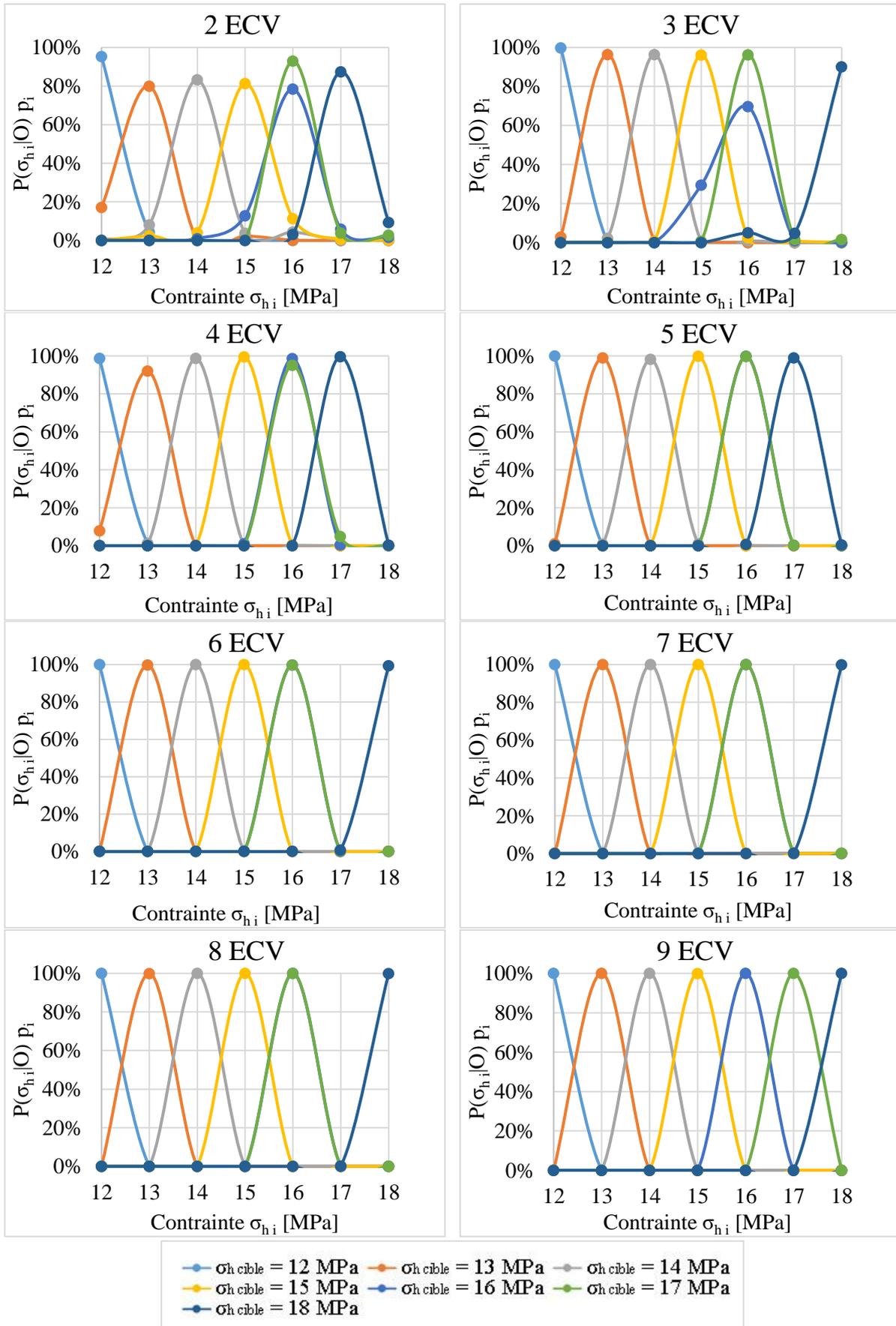


Figure annexe 10 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour  $\alpha = 0,5$ .

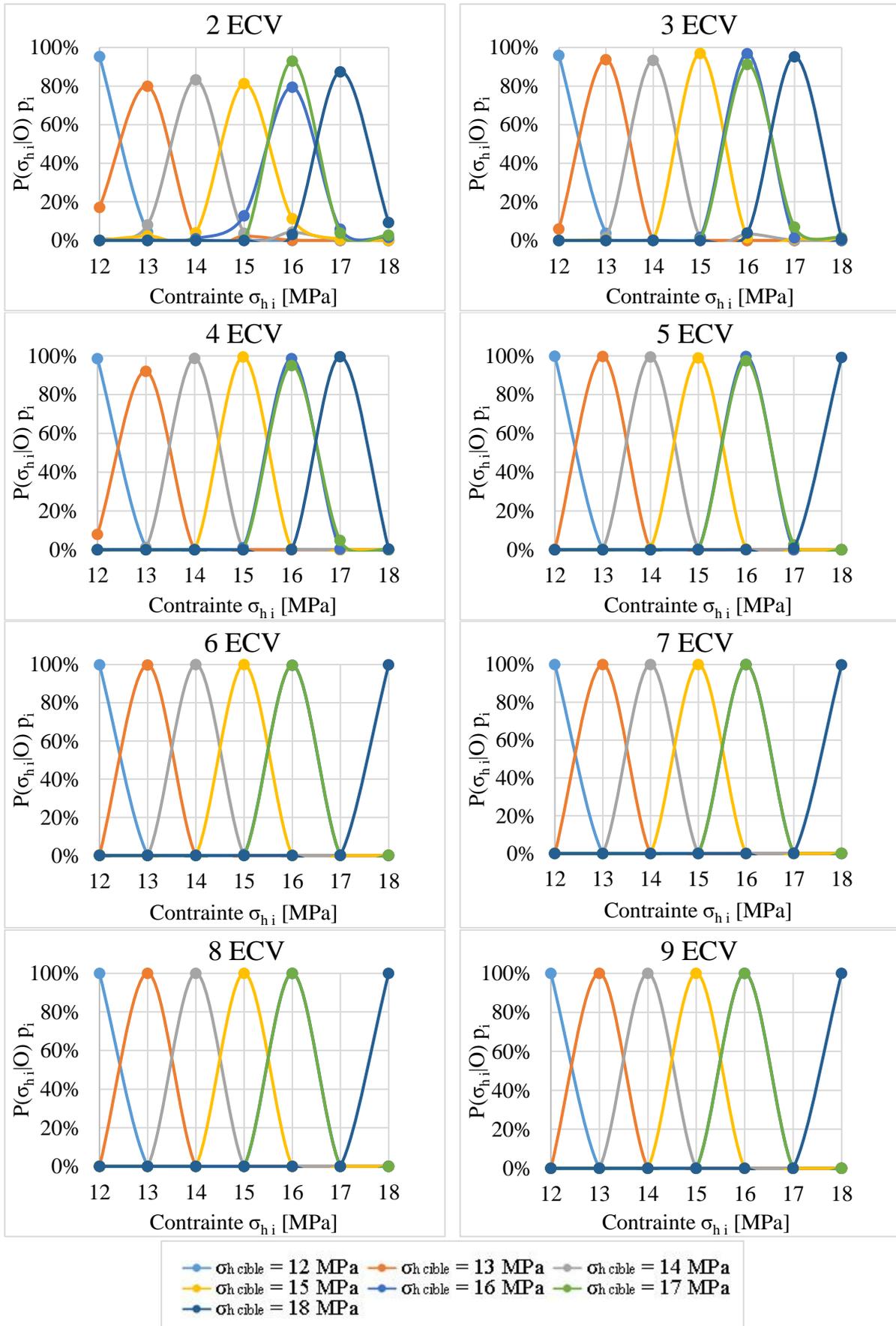


Figure annexe 11 : Résultats du modèle inverse pour 2 à 9 couples de capteurs pour  $\alpha = 1$ .

*Annexe J : La répétabilité de l'optimisation en fonction de la valeur du coefficient  $\alpha$ .*

N° essai	Nombre de cages d'ECV intrados / extrados / radial						
	4	5	6	7	8	9	10
1	12590	9603	7109	5873	5255	5317	5290
2	12620	9452	6984	5391	5538	4533	5134
3	12590	9281	7026	5610	5083	5368	5471
4	12590	9439	7316	5749	5321	5207	4767
5	12557	9439	7013	5924	5224	5275	4740
6	12775	10011	6609	5434	5239	5139	4370
7	12590	9538	7333	5588	5441	5586	5049
8	12596	9439	7182	6081	5198	5358	5376
9	12557	9538	7118	6139	5477	5381	5070
10	12590	9602	7295	5675	5302	5100	5052
<b>Différence</b>	<b>218</b>	<b>730</b>	<b>724</b>	<b>748</b>	<b>147</b>	<b>1053</b>	<b>1101</b>

Tableau annexe 14 : Résultats de la fonction objectif ( $f * 10^{-5}$ ) pour  $\alpha = 0$  pour les 10 essais de placement de 4 à 10 cages de 3 ECV.

N°	$f (*10^{-5})$	Différence $f$	Position des cages de capteurs				
			1	2	3	4	5
1	9281		11°	80°	146°	214°	284°
2	9439	158	40°	109°	176°	244°	329°
3	9452	13	39°	107°	175°	244°	329°
4	9538	86	40°	107°	175°	244°	330°
5	9602	64	45°	110°	176°	244°	333°
6	9603	1	43°	110°	176°	244°	333°
7	10011	408	11°	100°	169°	234°	301°
<b>Différence maximale</b>			<b>34°</b>	<b>30°</b>	<b>30°</b>	<b>30°</b>	<b>49°</b>

Tableau annexe 15 : Position des 5 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0$ .

N°	f (*10 <sup>-5</sup> )	Différence f	Position des cages de capteurs					
			1	2	3	4	5	6
1	6609		3°	62°	117°	171°	229°	292°
2	6984	375	2°	58°	115°	172°	229°	292°
3	7013	29	24°	80°	136°	193°	252°	324°
4	7026	13	22°	79°	136°	193°	252°	322°
5	7109	83	24°	80°	137°	194°	252°	324°
6	7118	9	28°	83°	138°	196°	267°	329°
7	7182	64	28°	83°	136°	193°	252°	326°
8	7295	113	8°	71°	126°	180°	234°	294°
9	7316	21	24°	81°	137°	193°	250°	322°
10	7333	17	29°	83°	138°	195°	266°	329°
<i>Différence maximale</i>			<i>27°</i>	<i>25°</i>	<i>23°</i>	<i>25°</i>	<i>38°</i>	<i>37°</i>

Tableau annexe 16 : Position des 6 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 0$ .

N° essai	Nombre de cages d'ECV intrados / extradados / radial						
	4	5	6	7	8	9	10
1	20887	17059	16141	16225	15631	15640	14383
2	20967	17460	16335	15184	15085	14853	14948
3	21048	17281	15766	16497	15386	15028	14523
4	20610	17807	16213	15364	15092	14780	14738
5	20786	17111	16332	16144	15063	14940	14508
6	20939	17111	16186	14916	15772	14935	14174
7	20992	17254	15962	15432	15571	15643	15891
8	21045	17467	16614	16088	15079	15057	14539
9	20610	17148	15976	16242	16498	14909	14050
10	20833	17298	16031	15151	16033	15373	14348
<i>Différence</i>	<i>438</i>	<i>748</i>	<i>848</i>	<i>1581</i>	<i>1435</i>	<i>863</i>	<i>1841</i>

Tableau annexe 17 : Résultats de la fonction objectif (f \* 10<sup>-5</sup>) pour  $\alpha = 1$  pour les 10 essais de placement de 4 à 10 cages de 3 ECV.

N°	f (*10 <sup>-5</sup> )	Différence f	Position des cages de capteurs				
			1	2	3	4	5
1	<b>17059</b>		40°	101°	168°	271°	339°
2	17111	52	29°	91°	152°	219°	323°
3	17148	37	40°	100°	167°	272°	340°
4	17254	106	38°	99°	159°	225°	330°
5	17281	27	33°	92°	152°	219°	326°
6	17298	17	40°	100°	159°	225°	332°
7	17460	162	40°	102°	161°	225°	332°
8	17467	7	29°	88°	146°	214°	323°
9	17807	340	50°	117°	225°	292°	352°
<b>Différence maximale</b>			<b>21°</b>	<b>29°</b>	<b>79°</b>	<b>73°</b>	<b>29°</b>

Tableau annexe 18 : Position des 5 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 1$ .

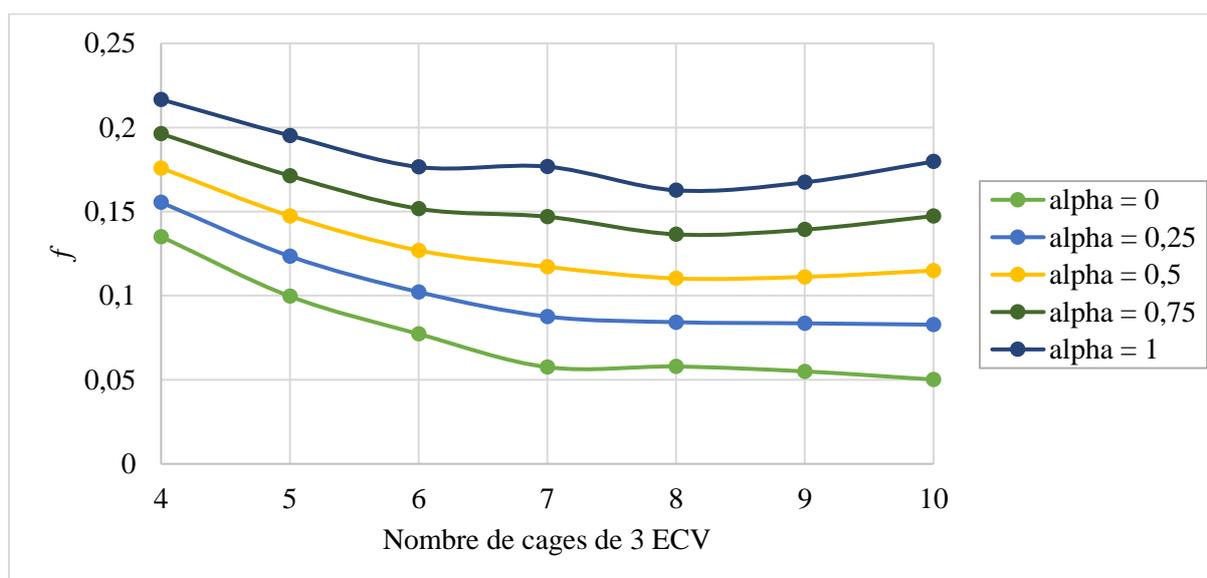
N°	f (*10 <sup>-5</sup> )	Différence f	Position des cages de capteurs					
			1	2	3	4	5	6
1	<b>15766</b>		11°	60°	110°	164°	226°	314°
2	15962	196	16°	64°	114°	173°	266°	326°
3	15976	14	20°	71°	122°	173°	232°	321°
4	16031	55	25°	82°	132°	181°	234°	296°
5	16141	110	22°	72°	130°	221°	281°	333°
6	16186	45	24°	72°	130°	222°	284°	337°
7	16213	27	9°	62°	114°	166°	223°	310°
8	16332	119	24°	75°	122°	168°	225°	322°
9	16335	3	11°	69°	162°	224°	276°	322°
10	16614	279	2°	53°	101°	150°	208°	301°
<b>Différence maximale</b>			<b>23°</b>	<b>22°</b>	<b>61°</b>	<b>74°</b>	<b>61°</b>	<b>41°</b>

Tableau annexe 19 : Position des 6 cages de 3 capteurs pour les 10 essais de résolution de l'optimisation par AG pour  $\alpha = 1$ .

*Annexe K : Influence du coefficient  $\alpha$  sur les résultats de la fonction objectif en fonction du nombre de capteurs pour les mêmes emplacements.*

Nombre de cages		4	5	6	7	8	9	10
Position des cages	1	57°	45°	28°	2°	8°	2°	21°
	2	137°	109°	83°	56°	50°	40°	44°
	3	267°	171°	136°	106°	91°	74°	70°
	4	345°	239°	190°	153°	130°	108°	102°
	5		335°	248°	198°	169°	143°	140°
	6			326°	244°	210°	178°	177°
	7				296°	258°	214°	212°
	8					320°	259°	250°
	9						318°	296°
	10							350°
$f (*10^{-5}, \alpha = 0)$		13511	9964	7726	5752	5788	5498	5013
$f (*10^{-5}, \alpha = 0,25)$		15544	12346	10218	8758	8424	8356	8277
$f (*10^{-5}, \alpha = 0,5)$		17589	14743	12689	11712	11026	11119	11494
$f (*10^{-5}, \alpha = 0,75)$		19628	17132	15170	14692	13645	13929	14734
$f (*10^{-5}, \alpha = 1)$		21667	19522	17651	17672	16264	16739	17974

*Tableau annexe 20 : Influence du coefficient  $\alpha$  sur les résultats de la fonction objectif à partir des mêmes positions de cages de capteurs.*



*Figure annexe 12 : Evolution des résultats de la fonction objectif  $f$  en fonction du nombre de cages de 3 ECV et du coefficient  $\alpha$  pour les mêmes positions de cages de capteurs.*

*Annexe L : Répartition des cages sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages et de la valeur du coefficient  $\alpha$ .*

Nombre de cages		4	<i>Angle entre 2 cages</i>	5	<i>Angle entre 2 cages</i>	6	<i>Angle entre 2 cages</i>	7	<i>Angle entre 2 cages</i>
<b>Position des cages</b>	1	29°		11°		3°		3°	
	2	114°	85°	80°	69°	62°	59°	58°	55°
	3	193°	79°	146°	66°	117°	55°	110°	52°
	4	274°	81°	214°	68°	171°	54°	159°	49°
	5		115°	284°	70°	229°	58°	206°	47°
	6				87°	292°	63°	254°	48°
	7						71°	303°	49°
								303°	60°

*Tableau 57 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0$ .*

Nombre de cages		8	<i>Angle entre 2 cages</i>	9	<i>Angle entre 2 cages</i>	10	<i>Angle entre 2 cages</i>
<b>Position des cages</b>	1	16°		34°		14°	
	2	55°	39°	70°	36°	41°	27°
	3	94°	39°	108°	38°	75°	34°
	4	135°	41°	150°	42°	113°	38°
	5	180°	45°	193°	43°	152°	39°
	6	234°	54°	234°	41°	190°	38°
	7	284°	50°	272°	38°	227°	37°
	8	332°	48°	307°	35°	265°	38°
	9		44°	354°	47°	303°	38°
	10				40°	346°	43°
						346°	28°

*Tableau annexe 21 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0$ .*

Nombre de cages		8	<i>Angle entre 2 cages</i>	9	<i>Angle entre 2 cages</i>	10	<i>Angle entre 2 cages</i>
Position des cages	1	8°		2°		21°	
	2	50°	42°	40°	38°	44°	23°
	3	91°	41°	74°	34°	70°	26°
	4	130°	39°	108°	34°	102°	32°
	5	169°	39°	143°	35°	140°	38°
	6	210°	41°	178°	35°	177°	37°
	7	258°	48°	214°	36°	212°	35°
	8	320°	62°	259°	45°	250°	38°
	9		48°	318°	59°	296°	46°
	10				44°	350°	54°
						31°	

Tableau annexe 22 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0,25$ .

Nombre de cages		4	Angle entre 2 cages	5	Angle entre 2 cages	6	Angle entre 2 cages	7	Angle entre 2 cages
Position des cages	1	57°		33°		24°		16°	
	2	136°	79°	100°	67°	83°	59°	63°	47°
	3	209°	73°	161°	61°	137°	54°	108°	45°
	4	287°	78°	224°	63°	191°	54°	152°	44°
	5		130°	294°	70°	244°	53°	198°	46°
	6				99°	302°	58°	251°	53°
	7						82°	322°	71°
								54°	

Tableau 58 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0,5$ .

Nombre de cages		8	Angle entre 2 cages	9	Angle entre 2 cages	10	Angle entre 2 cages
Position des cages	1	1°		0°		1°	
	2	47°	46°	34°	34°	14°	13°
	3	88°	41°	64°	30°	38°	24°
	4	126°	38°	96°	32°	67°	29°
	5	166°	40°	131°	35°	102°	35°
	6	208°	42°	169°	38°	139°	37°
	7	252°	44°	210°	41°	175°	36°
	8	299°	47°	257°	47°	211°	36°
	9		62°	318°	61°	252°	41°
	10				42°	299°	47°
						62°	

Tableau annexe 23 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0,5$ .

Nombre de cages		4	<i>Angle entre 2 cages</i>	5	<i>Angle entre 2 cages</i>	6	<i>Angle entre 2 cages</i>	7	<i>Angle entre 2 cages</i>
<b>Position des cages</b>	1	40°		40°		16°		21°	
	2	117°	77°	100°	60°	66°	50°	70°	49°
	3	252°	135°	167°	67°	114°	48°	114°	44°
	4	329°	77°	272°	105°	166°	52°	157°	43°
	5		71°	340°	68°	227°	61°	202°	45°
	6				60°	316°	89°	249°	47°
	7						60°	302°	53°
								79°	

Tableau 59 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0,75$ .

Nombre de cages		8	<i>Angle entre 2 cages</i>	9	<i>Angle entre 2 cages</i>	10	<i>Angle entre 2 cages</i>
<b>Position des cages</b>	1	2°		10°		4°	
	2	40°	38°	22°	12°	45°	41°
	3	78°	38°	50°	28°	85°	40°
	4	117°	39°	87°	37°	122°	37°
	5	160°	43°	124°	37°	157°	35°
	6	210°	50°	164°	40°	191°	34°
	7	280°	70°	206°	42°	222°	31°
	8	325°	45°	252°	46°	247°	25°
	9		37°	303°	51°	259°	12°
	10				67°	321°	62°
						43°	

Tableau annexe 24 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 0,75$ .

Nombre de cages		4	<i>Angle entre 2 cages</i>	5	<i>Angle entre 2 cages</i>	6	<i>Angle entre 2 cages</i>	7	<i>Angle entre 2 cages</i>
<b>Position des cages</b>	1	40°		40°		11°		8°	
	2	117°	77°	101°	61°	60°	49°	53°	45°
	3	252°	135°	168°	67°	110°	50°	96°	43°
	4	329°	77°	271°	103°	164°	54°	138°	42°
	5		71°	339°	68°	226°	62°	183°	45°
	6				61°	314°	88°	235°	52°
	7						57°	315°	80°
								53°	

Tableau 60 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 1$ .

Nombre de cages		8	<i>Angle entre 2 cages</i>	9	<i>Angle entre 2 cages</i>	10	<i>Angle entre 2 cages</i>
<b>Position des cages</b>	1	21°		2°		0°	
	2	70°	49°	40°	38°	42°	42°
	3	108°	38°	74°	34°	77°	35°
	4	141°	33°	106°	32°	108°	31°
	5	171°	30°	135°	29°	139°	31°
	6	208°	37°	148°	13°	169°	30°
	7	250°	42°	228°	80°	198°	29°
	8	302°	52°	281°	53°	223°	25°
	9		79°	322°	41°	235°	12°
	10				40°	311°	76°
						49°	

Tableau annexe 25 : Répartition des cages de capteurs sur une section d'alvéole en fonction du nombre de cages pour  $\alpha = 1$ .

## Annexe M : Résultats de l'optimisation permettant de connaître la déformée d'une section.

Les résultats sont présentés en comparaison entre les contraintes  $\sigma_h = 12$  MPa et  $\sigma_h = 13$  MPa avec les angles séparant chaque cage pour 4 à 10 cages contenant chacune 2 ECV orthoradiaux intrados et extrados. Les incertitudes sur l'épaisseur du revêtement et sur les capteurs sont considérées, les lois comptent 500 tirages et le coefficient  $\alpha$  vaut 0,25.

$\sigma_h$	ECV				$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	
<b>12 MPa</b>	57°	137°	267°	345°	15550
Angle entre 2 cages	80°	130°	78°	72°	
<b>13 MPa</b>	56°	136°	260°	339°	15563
Angle entre 2 cages	80°	124°	79°	77°	

Tableau annexe 26 : Résultat de l'emplacement optimal des 4 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

$\sigma_h$	ECV						$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	
<b>12 MPa</b>	29°	83°	137°	193°	252°	329°	9961
Angle entre 2 cages	54°	54°	56°	59°	77°	60°	
<b>13 MPa</b>	28°	82°	136°	192°	251°	328°	9926
Angle entre 2 cages	54°	54°	56°	59°	77°	60°	

Tableau annexe 27 : Résultat de l'emplacement optimal des 6 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

$\sigma_h$	ECV							$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	
<b>12 MPa</b>	8°	53°	102°	152°	202°	256°	319°	8865
Angle entre 2 cages	45°	49°	50°	50°	54°	63°	49°	
<b>13 MPa</b>	49°	98°	145°	193°	242°	295°	359°	8756
Angle entre 2 cages	49°	47°	48°	49°	53°	64°	50°	

Tableau annexe 28 : Résultat de l'emplacement optimal des 7 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

$\sigma_h$	ECV								$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	8	
<b>12 MPa</b>	0°	48°	94°	138°	180°	218°	257°	301°	8213
Angle entre 2 cages	48°	46°	44°	42°	38°	39°	44°	59°	
<b>13 MPa</b>	1°	44°	84°	122°	162°	205°	254°	315°	8427
Angle entre 2 cages	43°	40°	38°	40°	43°	49°	61°	46°	

Tableau annexe 29 : Résultat de l'emplacement optimal des 8 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

$\sigma_h$	ECV									$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
<b>12 MPa</b>	0°	34°	66°	102°	140°	176°	213°	258°	318°	8312
Angle entre 2 cages		34°	32°	36°	38°	36°	37°	45°	60°	
<b>13 MPa</b>	1°	49°	88°	122°	156°	190°	222°	257°	300°	8351
Angle entre 2 cages		48°	39°	34°	34°	34°	32°	35°	43°	

Tableau annexe 30 : Résultat de l'emplacement optimal des 9 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

$\sigma_h$	ECV										$f (*10^{-5})$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>12 MPa</b>	0°	36°	64°	96°	131°	165°	198°	230°	263°	303°	8325
Angle entre 2 cages		36°	28°	32°	35°	34°	33°	32°	33°	40	
<b>13 MPa</b>	0°	47°	87°	122°	154°	183°	209°	236°	263°	301°	8100
Angle entre 2 cages		47°	40°	35°	32°	29°	26°	27°	27°	38°	

Tableau annexe 31 : Résultat de l'emplacement optimal des 10 cages de capteurs en fonction de  $\sigma_h$ .

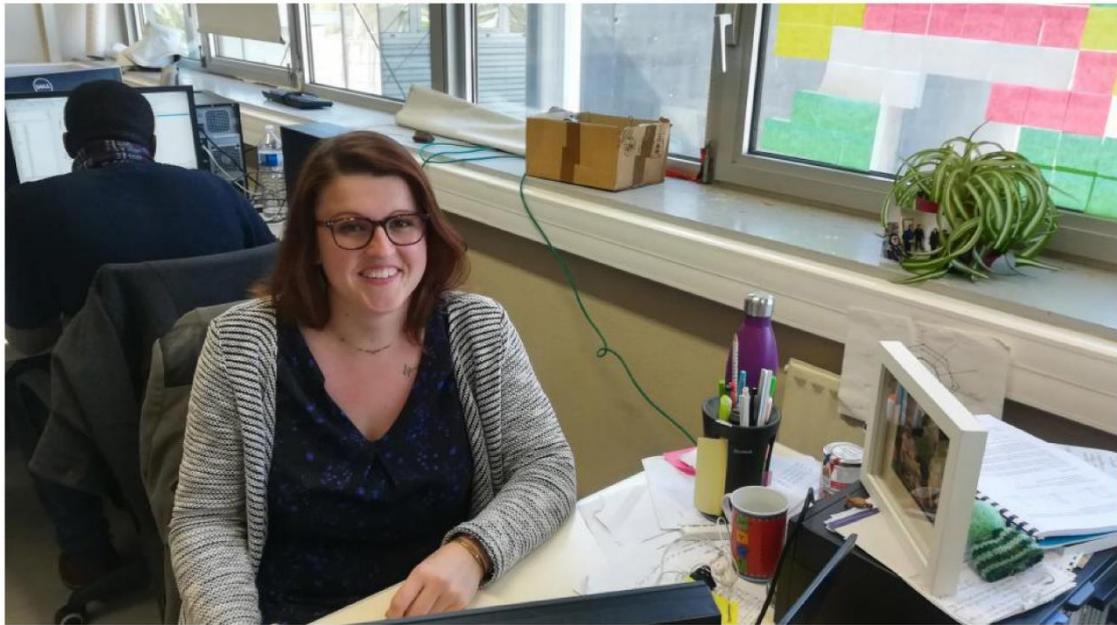
## *Annexe N : Interview pour le journal de l'Andra.*

### Élodie Chapoulade : tête chercheuse

---

 [andra.fr/elodie-chapoulade-tete-chercheuse](http://andra.fr/elodie-chapoulade-tete-chercheuse)

Dans le cadre du projet de stockage géologique Cigéo, Élodie Chapoulade, doctorante Andra à l'Institut Pascal de l'université Clermont-Auvergne, travaille sur la surveillance des ouvrages souterrains dans lesquels les colis de déchets radioactifs seront stockés. Rencontre avec une jeune femme déterminée qui s'est découverte chercheuse...



*La direction de la recherche & développement de l'Andra accorde chaque année 6 à 7 bourses de thèses sur des thématiques scientifiques ou technologiques liées à la gestion des déchets radioactifs. Élodie Chapoulade, 29 ans, fait partie des doctorants retenus par l'Agence en 2016.*

Quel a été votre parcours jusqu'à l'Andra ?

---

J'ai fait un IUT en imagerie numérique, puis un IUT en génie civil. J'ai ensuite intégré une école d'ingénieurs, Polytech Clermont-Ferrand, en double cursus génie civil/architecture. Je pensais plutôt m'orienter vers l'architecture, mais en dernière année, lors de mon stage de fin d'études en 2016, mon encadrant m'a proposé de faire une thèse sur un sujet de l'appel à projets de thèses de l'Andra : la surveillance des ouvrages souterrains de stockage de déchets radioactifs.

Qu'est-ce qui vous a convaincue de vous lancer dans ce projet de recherche ?

---

Il se trouve que le sujet qui m'était proposé croisait mes différents domaines de compétences : le génie civil et l'informatique, ce qui était à la fois rassurant et très motivant. Et puis, même si je ne connaissais quasiment rien à la gestion des déchets

radioactifs au départ, il s'agissait de contribuer à un projet industriel (Cigéo), à la fois très concret, et très important pour notre société. Je n'ai pas hésité longtemps...

Mise en place de capteurs dans le Laboratoire souterrain de l'Andra



En quoi consistent vos travaux précisément ?

---

Durant environ 100 ans, dans la future installation, les colis de déchets radioactifs seront stockés dans des alvéoles de stockage, situées dans une couche d'argile à 490 mètres de profondeur. Pendant cette période, le stockage sera réversible, c'est-à-dire qu'il sera possible de le faire évoluer selon les décisions qui seront prises par la société. Il doit par exemple être possible de récupérer les colis. Pour garantir cette récupérabilité, il faudra surveiller de très près le comportement (l'état) des alvéoles de stockage et notamment la manière dont elles se déforment sous la pression de la roche.

Comment surveiller cette déformation à 500 mètres sous terre ?

---

Justement, c'est là le cœur de mon sujet. L'Andra a prévu d'équiper les alvéoles de stockage de capteurs qui mesureront et enregistreront très précisément toutes les déformations mécaniques qui se produiront pendant la phase d'exploitation de Cigéo. D'ici là de nombreux tests sont menés au Laboratoire souterrain de l'Andra, l'outil de recherche sur le projet Cigéo en Meuse/Haute-Marne. Les tests portent sur les capteurs en eux-mêmes ou pour monitorer des zones précises d'ouvrages souterrains. Vingt mille capteurs équipent aujourd'hui les 2 km de galeries expérimentales du Laboratoire. Mais lorsque le projet – s'il est autorisé – entrera réellement en phase d'exploitation, ce ne sera plus 2 km qu'il faudra équiper, mais environ 270 km d'ouvrages souterrains à terminaison ! Il faudra donc optimiser l'usage et le rendement des capteurs. Mon travail de thèse consiste à déterminer le dispositif de capteurs (nombre et emplacements) qui me permettra de contrôler de manière optimale l'état des ouvrages de stockage, dans leur globalité. C'est la première thèse du genre.

Comment procédez-vous ?

---

Contrairement à d'autres chercheurs, je ne fais quasiment pas de travaux de terrain. Ma thèse est 100 % numérique. Sur la base des données acquises par l'Andra depuis des années, par exemple sur la pression de la roche ou sur l'évolution du béton qui compose les alvéoles, j'ai commencé par créer un modèle numérique qui nous permet de simuler la manière dont se déformeraient les alvéoles. Ensuite, en fonction de ces données, je teste un maximum de combinaisons de nombres et d'emplacements des capteurs dans l'alvéole pour déterminer celles optimales. En bref, je fais beaucoup, beaucoup de calculs complexes... mais j'adore ça !

Capteurs au Laboratoire souterrain



Où en êtes-vous aujourd'hui ?

---

Après trois ans de recherches, je suis sur le point de terminer mes travaux. J'ai compilé près d'un million et demi de données. À l'heure où je vous parle, mon ordinateur est lancé pour quatre jours dans une dernière série de calculs mathématiques complexes entre toutes les combinaisons que j'ai pu étudier et les contraintes établies par mon modèle numérique. Le résultat me permettra de déterminer les meilleurs emplacements pour mes capteurs. C'est un moment crucial pour ma thèse !

Pourquoi la recherche ?

---

Franchement, je n'avais jamais songé à faire de la recherche. Je ne pensais pas que ce soit possible pour moi. Le monde scientifique est très éloigné de mon milieu d'origine. Mes parents sont agriculteurs dans le Cantal, ils n'ont pas leur bac. Moi-même, j'ai échoué au bac une fois. À la sortie de mon IUT, j'étais classée cinquième sur cent. J'ai énormément travaillé pour intégrer une école d'ingénieur. J'avais une volonté de fer et une très forte envie de réussir. De fait, j'ai fait un bon parcours dans le supérieur... Et malgré cela, l'univers de la recherche me semblait inaccessible. Je me trompais !

Et après ?

---

La soutenance approche. Ce sera fin septembre. Je pense que mes parents viendront me soutenir, avec tout le département – ils sont très fiers ! Plus sérieusement, la recherche est véritablement une révélation pour moi. Je pense poursuivre par un post-doctorat à l'étranger. En parallèle de ma thèse, je fais un peu d'enseignement et je me verrais bien maître de conférences. J'ai envie de transmettre aux jeunes la passion de la recherche, leur dire que quand on veut vraiment quelque chose, il faut y croire, et ne pas lâcher. Je ne remercierais jamais assez les enseignants et les encadrants qui m'ont soutenue dans mes projets. Mais tout est encore possible, on verra ! J'ai appris à faire confiance à ma bonne étoile...