

### Développement d'une méthode de mesure de la masse volumique par diffusion Rayleigh appliquée à l'étude du bruit de jets, et contribution à l'étude du screech dans les jets supersoniques sous détendus

Bertrand Mercier

### ▶ To cite this version:

Bertrand Mercier. Développement d'une méthode de mesure de la masse volumique par diffusion Rayleigh appliquée à l'étude du bruit de jets, et contribution à l'étude du screech dans les jets supersoniques sous détendus. Autre. Université de Lyon, 2017. Français. NNT: 2017LYSEC061. tel-02611970

### HAL Id: tel-02611970 https://theses.hal.science/tel-02611970v1

Submitted on 18 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



 $\rm N^{\circ}$  d'ordre  $\rm NNT$  : 2017-LYSEC61

### THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON opérée au sein de l'Ecole centrale de Lyon

# $\begin{array}{c} {\rm Ecole \ Doctorale \ N^{\circ} \ 162} \\ {\rm M\'ecanique \ Energ\'etique \ G\'enie \ Civil \ Acoustique} \end{array} \\ \end{array}$

Spécialité de doctorat : Acoustique

### Soutenue publiquement le 06/12/2017, par : Bertrand Mercier

Développement d'une méthode de mesure de la masse volumique par diffusion Rayleigh appliquée à l'étude du bruit de jet, et contribution à l'étude du screech dans les jets supersoniques sous détendus

Devant le jury composé de :

GERVAIS, Yves	Professeur	Institut PPRIME	Président
EDGINGTON-MITCHELL, Daniel	Senior lecturer	Monash University	Rapporteur
PANDA, Jayanta	PhD Engineer	NASA Ames	Rapporteur
PIOT, Estelle	Ingénieur de Recherche	ONERA Toulouse	Examinatrice
BAILLY, Christophe	Professeur	LMFA	Directeur de thèse
CASTELAIN, Thomas	Maître de conférences	LMFA	Co-directeur de thèse

# Remerciements

Mes premiers remerciements vont à Christophe Bailly et Thomas Castelain avec qui j'ai pris plaisir à travailler de par la qualité de leur encadrement, de leur disponibilité, et de leur soutien qui a constitué une aide précieuse durant ces trois années de thèse. J'aimerais également leur exprimer toute ma reconnaissance quant à leur patience, en particulier quand il s'est agi de relire et d'annoter mes productions écrites.

Ce travail de thèse a par ailleurs bénéficié de l'implication de nombreuses personnes au LMFA. Je citerai en premier lieu Emmanuel Jondeau qui a largement participé au développement du dispositif de mesure, ainsi qu'à la mise en œuvre générale de l'instrumentation de la soufflerie. Toujours concernant l'exploitation de la soufflerie, je tiens à remercier Pascal Souchotte qui a su être réactif dans des temps difficiles pour l'alimentation du ventilateur. La remise en route rapide du système n'aurait cependant pas pu être exploitée si l'on n'avait pas pu profiter du laser qui nous a été prêté par Pierre Valiorgue auquel j'exprime toute ma gratitude. L'expertise de Nathalie Grosjean et Jean-Michel Perrin dans leurs domaines respectifs a également constitué un soutien indispensable au bon déroulement des expériences. Mes remerciements vont également à Marie-Gabrielle Perriaux, Alexandre Azouzi, Ahmed Telali, Loic Mees, Pierre Roland et Roger Michelet qui m'ont tous apporté leur aide dans différentes occasions.

J'associe également à ces remerciements Daniel Edgington-Mitchell et Jayanta Panda pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse, et d'avoir concrétisé ce statut par un vol intercontinental leur ayant permis d'être présents à ma soutenance.

Je remercie enfin les doctorants, post-docs et stagiaires que j'ai côtoyé pour avoir participé à l'ambiance dans laquelle j'ai pris plaisir à travailler.

Je remercie pour finir ma famille qui a largement soutenu mon parcours jusqu'à la thèse, ainsi que mes amis et boquets distributeurs d'insouciance qui m'ont parfois été bien utiles.

# Résumé

Dans ce travail de recherche, on présente des développements spécifiques de diagnostiques optiques et leur application à l'étude aéroacoustique des jets rapides à haut nombre de Reynolds. Les résultats expérimentaux présentés ici résultent de visualisation par strioscopie et, de manière prépondérante dans ce manuscrit, de mesure de masse volumique par diffusion Rayleigh. Ces méthodes de caractérisation d'écoulement, appliquées aux jets subsoniques ou supersoniques, ont été associées à des mesures de bruit en champ lointain. La mesure par diffusion Rayleigh, qui repose sur la lumière diffusée par les molécules constituantes du gaz, et n'est donc pas intrusive. Des difficultés apparaissent néanmoins pour exploiter les résultats lorsque le milieu diffusant contient des poussières. Bien que l'air des écoulements obtenu en soufflerie soit filtré, la quantité résiduelle de poussières a rendu nécessaire le développement d'une méthode de nettoyage du signal en post-traitement. Le niveau des signaux obtenus par diffusion Rayleigh est très faible, et dominé par du bruit appelé *shot noise*. Un gain significatif sur le niveau de ce bruit a été obtenu en optimisant la chaîne d'acquisition après analyse des systèmes existants. De plus une méthode de traitement du signal dérivée d'une méthode existante a permis de calculer des spectres de masse volumique malgré le *shot noise* avec un seul capteur, là où il en fallait deux auparavant.

Les profils de  $\overline{\rho}$  obtenus par cette technique ont montré qu'il existe une loi de similarité permettant de superposer les profils mesurés à différentes positions axiales. Cette loi est identique pour les jets issus de trois tuyères aux géométries différentes, et à des nombres de Mach de 0.7 et 0.9. Une loi de similarité est également observée pour  $\rho'_{rms}$  si les profils sont mesurés suffisamment loin de la tuyère. L'étude des spectres dans la couche de mélange a mis en évidence un maximum faiblement marqué autour d'une fréquence centrale comprise entre  $S_t = 0.2$  et  $S_t = 2$  dans les régions mesurées, plus marqué que dans les spectres de vitesse, et dont le comportement diffère selon l'état initialement laminaire ou turbulent du jet. L'évolution de la forme des spectres en fonction de la différence de masse volumique entre le jet et le milieu ambiant, ainsi qu'en fonction du nombre de Mach, a également été étudiée. Une loi permettant de superposer les spectres a été définie empiriquement sur la plage de variation des différents paramètres. Des mesures simultanées entre l'acoustique en champ lointain et la masse volumique dans l'écoulement ont été réalisées pour un jet à  $M_j = 0.9$  et un jet à  $M_j = 1.32$ . Ces résultats ont permis l'estimation de cohérences spectrales et de moyennes conditionnelles. Les résultats obtenus mettent en évidence la présence de structures liées au rayonnement acoustique dans une région située proche de l'axe du jet en aval du cône potentiel.

Pour finir, une étude a été réalisée sur le screech dans les jets supersoniques sous-détendus. Elle a permis d'identifier la position de la source de la rétroaction acoustique pour les modes A1, A2, et B, ainsi que la structure du cycle de la boucle qui détermine les changements de fréquences observés aux sauts de modes.

# Abstract

In this research study, developments of optical diagnosis techniques are presented, and are put into practice in an aeroacoustics study of high speed and high Reynolds jets. The results described here are obtained from Schlieren visualization, and in the majority from density measurements through Rayleigh scattering. These measurement methods are applied for subsonic and supersonic jets, and associated with far field acoustics measurements. Rayleigh scattering measurements rely on laser light scattered by the molecules constituting the flow, thus they are non-intrusive. However, some difficulties in interpreting the results arise when the flow contains dust particles. This problem is partly solved by using air filters in the wind tunnel, but some residual dust particles remain, thus a software based signal cleaning method has been developed and is applied to the signals during post-processing. Besides, the signals obtained from Rayleigh scattering are very weak, and dominated by a shot noise. The noise level has been significantly reduced following the optimization of the chain of acquisition in comparison with actual apparatus. Moreover, a method to compute spectra despite the shot noise level has been adapted from a classic method to be usable with a single sensor instead of two.

The analysis of radial profiles of density  $\overline{\rho}$  measured with the Rayleigh scattering apparatus shows that a similarity law allows to superimpose radial profiles measured in jets exhausted from three different nozzles at Mach 0.9 and Mach 0.7. Another similarity law is observed for radial profiles of  $\rho'_{rms}$  when they are measured far enough form the nozzle. The analysis of density spectra in the mixing layer points out the presence of a local maximum of central frequency found between  $S_t = 0.2$  and  $S_t = 2$  depending on the probed location, which is not as clearly observed in velocity spectra. The spatial evolution of this maximum is found different whether the flow is initially laminar or turbulent at the nozzle exit. The dependence of spectra to the Mach number, and to the difference of density between the jet and the surrounding is also studied. A scaling law is empirically determined for the scope of the study. Simultaneous measurements of density and farfield acoustic acquired in a Mach 0.9, and a supersonic ideally expanded Mach 1.32 jets are processed to obtain coherence, and conditional averaging. The results emphasis the role of large structures downstream the end of the potential core in acoustic radiations.

Finally, the screech in underexpended jets is studied. This work results in the identification of the acoustic feedback source location for A1, A2 and B modes, and in the characterization of the changes in the loop structure associated with mode switching.

# Table des matières

### Introduction

Cad	dre de l'étude				
1.1 Aérodynamique des jets					
	1.1.1	Structure d'un jet	7		
	1.1.2	Relations isentropiques	7		
	1.1.3	Jets subsoniques	8		
	1.1.4	Jets supersoniques idéalement détendus	9		
	1.1.5	Jets supersoniques sous-détendus	10		
1.2	Bruit o	le jet	11		
	1.2.1	Bruit de mélange	11		
	1.2.2	Bruit de choc	12		
1.3	Profil o	de masse volumique	12		
1.4	Souffle	rie anéchoïque	14		
	1.4.1	Chambre anéchoïque	14		
	1.4.2	Séchage et chauffage	14		
	1.4.3	Filtration de l'air	16		
	1.4.4	Tuyères	17		
1.5	Instrur	nentation	17		
	1.5.1	Châssis mobile	17		
	1.5.2	PIV	18		
	1.5.3	Schlieren	18		
Prir	ucines d	et applications de la diffusion Bayleigh	19		
<b>L</b> I II. ) 1	Incipes et applications de la diffusion Rayleign				
2.1 ว.ว					
۷.۷	201 201	analyse spectrale	20 91		
	∠.∠.L	<u> 1111 a 17 bu bhaontaich an </u>	<u> </u>		
	Cad L.1 L.2 L.3 L.4 L.5 Prin 2.1 2.2	Cadre de l 1.1 Aérody 1.1.1 1.1.2 1.1.3 1.1.4 1.1.5 1.2 Bruit o 1.2.1 1.2.2 1.3 Profil o 1.4 Souffle 1.4.1 1.4.2 1.4.3 1.4.4 1.5 Instrum 1.5.1 1.5.2 1.5.3 Principes o 2.1 Histori 2.2 État d 2.2.1	Cadre de l'étude         1.1       Aérodynamique des jets         1.1.1       Structure d'un jet         1.1.2       Relations isentropiques         1.1.3       Jets subsoniques         1.1.4       Jets supersoniques idéalement détendus         1.1.5       Jets supersoniques sous-détendus         1.1.5       Jets supersoniques sous-détendus         1.1.6       Jets supersoniques sous-détendus         1.1.7       Bruit de jet         1.2.1       Bruit de mélange         1.2.2       Bruit de choc         1.3       Profil de masse volumique         1.4       Soufflerie anéchoïque         1.4.1       Chambre anéchoïque         1.4.2       Séchage et chauffage         1.4.3       Filtration de l'air         1.4.4       Tuyères         1.5       Instrumentation         1.5.1       Châssis mobile         1.5.2       PIV         1.5.3       Schlieren         1.5.3       Schlieren         2.1       Historique et définition de la diffusion Rayleigh         2.1       Analyse spectrale		

 $\mathbf{5}$ 

	2.3	Métho	des de comptage	29
		2.3.1	Description d'un photomultiplicateur	29
		2.3.2	Généralité sur l'estimation d'un flux de photons	30
		2.3.3	Comptage direct	30
		2.3.4	Intégration temporelle	31
		2.3.5	Définition du shot noise	31
3	Dév	eloppe	ement d'un système de mesure par diffusion Rayleigh	33
	3.1	Présen	tation générale du système	33
	3.2	Descri	ption des collecteurs	34
	3.3	Descri	ption de la chaine d'acquisition	35
		3.3.1	Configuration usuelle de la chaine d'acquisition	36
		3.3.2	Configuration optimisée de la chaîne d'acquisition	37
	3.4	Caract	érisation de la chaîne d'acquisition	38
		3.4.1	Bande Passante	38
		3.4.2	Détermination du gain	38
		3.4.3	Détermination du seuil	40
		3.4.4	Détermination du temps mort $ au$ et correction $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	41
	3.5	Descri	ption du volume de mesure	43
		3.5.1	Dimension du volume de mesure	43
		3.5.2	Position du volume de mesure	45
	3.6	Estima	ation du flux de photons	46
	3.7	Valida	tion sous conditions controlées	47
		3.7.1	Linéarité entre le flux de photons et la puissance incidente	47
		3.7.2	Dépendance à l'angle de polarisation	47
		3.7.3	Shot-noise	49
	3.8	Dépou	ssiérage	49
		3.8.1	Seuillage (méthode 1) $\ldots \ldots \ldots$	50
		3.8.2	Seuillage adaptatif (méthode 2)	50
		3.8.3	Caractérisation de l'effet du dépoussiérage	51
	3.9	Princi	pe de la calibration	52
		3.9.1	Méthode basée sur les relations isentropiques	53
		3.9.2	Méthode basée sur la polarisation	53
	3.10	Calibr	ation en pratique	56
	3.11	Discus	sion des incertitudes	58

		3.11.1	Effet du shot noise	58
		3.11.2	Erreurs de calibration	59
4	Pro	fils de	masse volumique dans des jets compressibles subsoniques	61
	4.1	Traite	ment du signal	61
		4.1.1	Calcul des moyennes	61
		4.1.2	Niveau de fluctuation de la masse volumique	61
		4.1.3	Densité spectrale de puissance de la masse volumique	62
		4.1.4	Réduction du <i>shot noise</i> : Méthode à deux photomultiplicateurs	63
		4.1.5	Réduction du <i>shot noise</i> : méthode à un photomultiplicateur	63
		4.1.6	Calcul de $ ho_{rms}^{\prime}$	66
	4.2	Profils	moyens	66
		4.2.1	Analyse générale des profils	66
		4.2.2	Comparaison entre les mesures et les profils de Crocco-Busemann	67
		4.2.3	Similarité des profils de $\overline{\rho}$	69
		4.2.4	Comparaison des profils pour les trois tuyères	71
		4.2.5	Estimation de l'épaisseur de quantité de mouvement	71
		4.2.6	Effets d'intégration	74
	4.3	Profils	des fluctuations	76
		4.3.1	Analyse générale des profils	76
		4.3.2	Évolution axiale du maximum de fluctuations	76
		4.3.3	Similarité des profils	76
		4.3.4	Dépendance au seuil du dépoussiérage	79
5	Étu acoi	de des ustique	fluctuations de la masse volumique, et des corrélations avec le champ	) 81
	5.1	Effet d	les conditions de sortie	81
	5.2	Étude	de l'influence de la température et du nombre de Mach	86
	0.2	5.2.1	Effet de la température à Mach constant	86
		522	Effet du nombre de Mach	87
	53	Mesur	es simultanées en deux points	92
	0.0	5.3.1	Corrélation de $\rho' - \rho'$	92
		532	Cohérence spectrale de $\rho' - \rho'$	94
		5.3.3	Vitesse de convection $\dots$	99
		5.3.4	Cône potentiel du jet à $M_i = 0.9$	102

	5.4 Corrélations avec l'acoustique			103
		5.4.1	Description aérodynamique des jets	103
		5.4.2	Cohérence spectrale entre $\rho'$ et $p'$	105
		5.4.3	Moyennes conditionnelles de $\rho$	107
6	Car	actéris	ation de la boucle de rétroaction du screech	117
Conclusion			146	
A	A Estimation des conditions de sortie			149
в	Vali	idation	de l'estimation du point de fonctionnement	151
$\mathbf{C}$	Effe	et de la	superposition des signaux de masse volumique en deux points	154

# Introduction

#### Motivations

Le bruit de jet est un sujet de recherche actif depuis les année 50 à la suite de la formulation de l'analogie acoustique par Lighthill. Les cinquantes dernières décennies ont apporté des réponses dans ce domaine, mais la compréhension est encore loin d'être complète. La recherche s'est par ailleurs intensifiée avec l'essor du transport aérien et l'apparition des normes visant à limiter ses impacts environnementaux. En parallèle, l'augmentation continue de la puissance de calcul permet de simuler des écoulements de plus en plus proches des conditions réelles. La validation des calculs passe cependant par des comparaisons avec des résultats expérimentaux. Les moyens de mesures utilisables pour l'étude du bruit de jet, et plus généralement pour l'aéroacoustique, sont cependant limités. En effet, les moyens de mesures intrusifs ne sont pas bien adaptés puisque leur interaction avec l'écoulement est souvent plus bruyante que l'écoulement lui-même. Les méthodes optiques non intrusives sont donc plus naturellement utilisées. Ces dernières bénéficient également des progrès techniques qui soutiennent l'augmentation de la quantité, et de la qualité de résultats obtenus. On peut citer en exemple l'apparition récente des caméras suffisamment rapides pour capturer les échelles de temps caractéristiques d'écoulement rapides. Couplées à un dispositif de visualisation Schlieren elles ont par exemple été utilisées au laboratoire par André et al. [7, 6, 3] pour l'étude du bruit des jets supersoniques. L'amélioration des caméras a également favorisé le développement de la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV) [4, 23, 33]. Cependant, avec cette méthode, les mesures ne sont pas directement réalisées sur l'écoulement mais sur des particules introduites dans l'écoulement qui servent de traceurs, et qui peuvent introduire des biais pour les écoulements présentant de forts gradients de vitesse.

Dans ce travail de thèse, une méthode non intrusive de mesure de la masse volumique qui repose sur la diffusion de la lumière par les molécules qui constitue l'écoulement à sonder est considérée. On parle dans ces conditions de diffusion Rayleigh. Cette méthode est résolue en temps, ne requiert pas d'ensemencement en particules, et contrairement à la visualisation Schlieren, permet d'obtenir des résultats quantitatifs. Ces avantages notables sur beaucoup de méthodes de mesures ont pour contrepartie la nécessité de prendre certaines précautions. A titre d'exemple, à défaut de ne pas avoir besoin d'ensemencer l'écoulement, il faut au contraire s'assurer de l'absence de toute poussière. L'utilisation d'un laser puissant et d'un capteur performant est également déterminant. Les conditions pour mettre en oeuvre cette méthode pour des applications aéroacoustiques ont été réunies par Panda et Seasholtz [71]. Au cours des développements des différents aspects technique du système de mesure, des phénomènes difficilement mesurables autrement ont été mis en évidence.

Une première motivation de cette thèse a été de transposer au laboratoire les techniques mises au point par Panda. L'analyse des nouvelles ressources technologiques disponibles sur le marché a ensuite permis d'envisager d'améliorer le système en optimisant certaines limitations du dispositif original. La finalité de cette étude est d'obtenir des résultats expérimentaux concernant la masse volumique dans les jets, ainsi que d'apporter des données complémentaires sur des sujets en cours d'étude. Ce dernier point comprend notamment l'étude de l'effet de la géométrie des tuyères sur le bruit rayonné par les jets [56, 14]. En parallèle du développement du système d'acquisition, une analyse de certaines données mesurées au cours de la thèse de André [5] complétées par des nouvelles acquisitions expérimentales a été réalisée. Cela a abouti à une étude sur le screech qui fera l'objet d'un chapitre indépendant du reste du manuscrit.

L'ensemble des travaux présentés dans la suite ont été réalisés au sein du Labex CeLyA de l'Université de Lyon, géré par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR-10-LABX-0060/ANR-11-IDEX-0007). Le matériel nécessaire aux campagnes de mesure a étéacquis via par la Chaire industrielle ADOPSYS cofinancée par SAFRAN-SNECMA et ANR (ANR-13-CHIN-0001-01).

#### Organisation du mémoire

Ce mémoire est constitué de six parties en commençant par une introduction générale de l'écoulement retenu et des installations expérimentales. Les chapitres suivant sont directement associés aux différents développements réalisés au cours de ce travail de recherche.

Le premier chapitre constitue une introduction détaillée visant à définir la diffusion Rayleigh, et fournir un état de l'art de ses utilisations dans le contexte de la mécanique des fluides. Le second chapitre est consacré à la description, et à la caractérisation la plus complète possible du système de mesure développé dans le cadre de cette thèse. Le troisième chapitre présente les résultats des mesures appliquées aux jets à Mach 0.9 et Mach 0.7 en ne considérant que la masse volumique moyenne et la valeur efficace de ses fluctuations. La quatrième section traite de l'analyse spectrale des fluctuations de masse volumique pour les mêmes cas que la section précédente. A cela s'ajoute une étude de l'influence de la température et du nombre de Mach sur les spectres de masse volumique, et le calcul des corrélations entre les fluctuations et le bruit rayonné en champ lointain par des jets non choqués à Mach 0.9 et 1.32. Le dernière chapitre est indépendant. Il repose sur des mesures Schlieren et acoustiques appliquées à l'étude du screech dans les jets supersoniques sous-détendu. Des résultats concernant la boucle de rétroaction du phénomène, ainsi que des observations originales concernant les changements de modes seront proposés.

### Chapitre 1

## Cadre de l'étude

Les études développées dans ce mémoire concernent l'aéroacoustique des jets libres. Les principaux mécanismes physiques de ces écoulements ainsi que les définitions utilisées sont rappelés ici pour ce qui concerne la structure de l'écoulement, et la génération du bruit.

#### 1.1 Aérodynamique des jets

Dans la suite, les propriétés des jets subsoniques et supersoniques sous l'hypothèse d'un comportement isentropique sont abordées. Ensuite, les mécanismes principaux de génération du bruit seront présentés synthétiquement. Finalement, la relation de Crocco-Busemann qui permet de déterminer un profil de masse volumique à partir d'un profil de vitesse fera l'objet d'une description.

#### 1.1.1 Structure d'un jet

Dans ce premier paragraphe, le vocabulaire utile pour la suite est détaillé. Un schéma représentant deux jets libres, ronds, et coaxiaux, tels que ceux considérés pendant les campagnes d'essais de cette thèse, est proposé en figure 1.1. Jet libre signifie qu'il se développe dans un environnement sans obstacle. Un jet est rond s'il a un axe de symétrie par révolution. Deux jets coaxiaux forment un couple de jets qui dans notre cas seront appelés primaire pour le jet intérieur, et secondaire pour le jet secondaire. Chaque jet est issu de l'écoulement établi dans une tuyère de section circulaire. Pour ce travail, c'est le jet primaire qui est l'objet d'étude. Sa vitesse et sa température seront modifiées. Le jet secondaire est utile pour des raisons techniques, mais sera considéré comme un environnement stationnaire à une vitesse d'environ 10 m/s dans lequel se développe le jet primaire.

La région dans laquelle les deux écoulements se mélangent s'appelle la couche de mélange, ou couche de cisaillement puisque c'est à travers de celle-ci que la vitesse évolue de façon continue entre les vitesses nominales des deux écoulements. Le cisaillement de vitesse conduit cette couche à être turbulente, et favorise le développement des ondes d'instabilité.

A l'intérieur de la couche de mélange, l'écoulement est uniforme et l'ensemble de ses propriétés sont semblables à celles mesurables juste à la sortie de la tuyère. Cette région est appelée le cône potentiel puisqu'en principe l'écoulement y est laminaire.

#### 1.1.2 Relations isentropiques

Les écoulements considérés par la suite sont constitués d'air à des pressions ne dépassant pas quelques fois la pression atmosphérique, et à des températures proches de la température



FIGURE 1.1 – Schéma d'un jet rond coaxial.

ambiante. Dans ces conditions l'air est en général considéré comme un gaz parfait et ses variables d'états suivent la loi

$$p = \rho r T \tag{1.1}$$

avec p la pression,  $\rho$  la masse volumique, T la température et r la constante spécifique de l'air tel que r = 287.06 J Kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>. Si de plus la dissipation visqueuse ainsi que les transferts de chaleur par les parois sont négligés, les écoulements sont isentropiques. Sous cette hypothèse, des grandeurs totales peuvent être définies, et restent constantes dans tout l'écoulement. Elles sont reliées aux grandeurs statiques par le nombre de Mach

$$M = \frac{v}{c_0} \tag{1.2}$$

où v est la vitesse locale de l'écoulement, et  $c_0$  est la vitesse du son locale donnée par

$$c_0 = \sqrt{\gamma r T} \tag{1.3}$$

avec  $\gamma = 1.4$  pour l'air. Connaissant les grandeurs totales notées avec un indice t, les grandeurs statiques sont déterminées par

$$\frac{T}{T_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{-1}$$
(1.4)

$$\frac{p}{p_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{-\gamma/(\gamma - 1)} \tag{1.5}$$

$$\frac{\rho}{\rho_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\right)^{-1/(\gamma - 1)}$$
(1.6)

On peut également ajouter que dans les écoulements en conduite, par exemple un écoulement dans une tuyère, il existe une relation entre le nombre de Mach local et la section A de la conduite donnée par

$$\frac{A}{A^*} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \frac{\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{M} \tag{1.7}$$

où  $A^*$  est la section critique pour laquelle l'écoulement devrait atteindre M = 1.

#### 1.1.3 Jets subsoniques

Un jet est dit subsonique si le nombre de Mach en sortie de tuyère est inférieur à 1. Dans ce cas, il est possible de considérer que la pression statique dans le jet est homogène et égale à la pression ambiante  $p_{amb}$ . Du fait que  $p = p_{amb}$ , le nombre de Mach en sortie s'appelle  $M_j$ . C'est une convention dont l'utilité sera démontrée dans le cas des jets supersoniques ne respectant pas  $p = p_{amb}$  à la tuyère.  $M_j$  se calcul généralement en introduisant le taux de détente (Nozzle Pressure Ratio)

$$NPR = \frac{p_t}{p_{amb}} \tag{1.8}$$

et en inversant l'équation (1.5) pour obtenir

$$M_j = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left( \text{NPR}^{(\gamma - 1)/\gamma} - 1 \right)}$$
(1.9)

En augmentant le NPR, le nombre de Mach augmente aussi. En notant que  $p_{amb}$  reste constant, il est possible de régler  $M_j$  en agissant sur la pression totale de l'écoulement. Connaissant  $M_j$ , la température  $T_j$  et la densité  $\rho_j$  sont obtenues par

$$T_{j} = T_{t} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{j}^{2} \right)^{-1}$$
(1.10)

et

$$\rho_j = \frac{P_{amb}}{rT_j} \tag{1.11}$$

Puisque l'écoulement est supposé isentropique, ces grandeurs sont identiques dans tout le cône potentiel du jet.

#### 1.1.4 Jets supersoniques idéalement détendus

La notion de jet supersonique englobe trois régimes de fonctionnement possibles en fonction de la forme de la tuyère et des conditions génératrices. Les jets peuvent être sous-détendus, surdétendus, ou idéalement détendus.

Un jet supersonique idéalement détendu est un écoulement qui ne présente pas de discontinuité de pression statique à la sortie de la tuyère. Cela nécessite l'utilisation d'une tuyère convergentedivergente, ou tuyère de Laval. En effet, dans ce type de tuyère, le nombre de Mach est fixé à 1 dans la section la plus petite, d'aire notée  $A^*$ . Sous l'hypothèse d'un écoulement unidimensionnel, le nombre de Mach peut donc être calculé dans n'importe quelle section d'aire A en résolvant l'équation (1.7). D'autre part, la relation (1.5) relie de façon monotone la pression statique au nombre de Mach à pression totale donnée. Ainsi dès que la pression totale est suffisante pour atteindre Mach 1 au col de la tuyère, il existe un couple nombre de Mach / section de sortie pour que la pression statique soit égale à la pression ambiante en sortie de tuyère.

La condition  $p = p_{amb}$  à la sortie de la tuyère étant vérifiée, le nombre de Mach dans cette région est  $M_j$  comme dans le cas des jets subsoniques, et peut être obtenu à partir du NPR d'après l'équation (1.9). Le diamètre de sortie de la tuyère  $D_j$  est déduit de  $M_j$  et du diamètre D associé, à l'aire  $A^*$  par

$$D_j = D\left(\frac{1 + (\gamma - 1)/2M_j^2}{1 + (\gamma - 1)/2}\right)^{\frac{\gamma + 1}{4(\gamma - 1)}} \left(\frac{1}{M_j}\right)^{1/2}$$
(1.12)

Un exemple d'évolution du nombre de Mach dans une tuyère convergente divergente dont le profil est fait de deux branches de gaussiennes est donné en figure 1.2. Deux courbes sont également présentées dans cette figure pour illustrer l'évolution de la pression statique pour des pressions totales  $p_t = 2.14 \times 10^5$  Pa, et  $p_t = 2.97 \times 10^5$  Pa. Ces valeurs ont été choisies pour que le nombre de Mach en sortie de la tuyère en régime idéalement détendu soit égale à 1.10 et 1.35 avec  $p_{amb} = 10^5$  Pa. Cette figure montre graphiquement que pour une tuyère dont le col mesure 38 mm de diamètre, le diamètre en sortie  $D_j$  doit être égale à 38.2 mm et 39.7 mm respectivement. En aval de la tuyère, un jet supersonique idéalement détendu possède une structure identique à celle d'un jet subsonique, les relations (1.10) et (1.11) sont donc encore valables pour calculer la



FIGURE 1.2 – Haut : profil arbitrairement défini d'une tuyère convergente-divergente. Bas : évolution du nombre de Mach en fonction de la position axiale dans la tuyère (— ), évolution de la pression statique pour  $p_t = 2.14 \times 10^5$ Pa ( $-\cdot -$ ), et  $p_t = 2.97 \times 10^5$ Pa ( $-\cdot$ ) et de la pression ambiante  $p_{amb} = 1 \times 10^5$  Pa (---).

température et la masse volumique dans le cône potentiel du jet.

#### 1.1.5 Jets supersoniques sous-détendus

Si le diamètre de sortie de la tuyère est différent de  $D_j$ , la pression statique à la sortie de la tuyère est différente de la pression ambiante. Si la tuyère est trop petite, la pression statique en sortie est plus grande que la pression ambiante, le jet est alors sous-détendu. Au contraire, si la tuyère est trop grande, la pression statique est trop faible et le jet est dit sur-détendu. Les jets nonidéalement détendus qui seront considérés dans la suite du manuscrit sont des jets supersoniques issus d'une tuyère convergente. Ils sont donc tous sous-détendus, et le nombre de Mach en sortie de la tuyère est égal à 1 quelque soit la valeur du NPR. Cela implique que le nombre de Mach de sortie n'est pas le paramètre pertinent pour caractériser ce type d'écoulement. Le paramètre utilisé est le nombre de Mach  $M_i$  du jet dont le NPR est équivalent et qui est idéalement détendu.

Après la tuyère, la différence entre sa pression statique et la pression ambiante impose au jet de subir une détente pour atteindre  $p = p_{amb}$  et donc  $M = M_j$ . Cette détente se produit avec l'apparition d'ondes de détente accrochées à la tuyère qui par réflexions successives sur la couche de mélange forme un réseau de cellule de chocs quasi-périodique et stationnaire, fait d'ondes de détentes, et d'ondes de compression. Ce réseau est visible sur la figure 1.3 qui représente les gradients de densité axiaux moyens mesurés à l'aide d'une visualisation Schlieren sur un jet à  $M_j = 1.15$ . Plus de détails sur les réseaux de cellules de chocs sont donnés dans André [5].



FIGURE 1.3 – Image Schlieren moyenne d'un jet sous-détendu à  $M_j = 1.15$ 

#### 1.2 Bruit de jet

Les caractéristiques aérodynamiques principales des jets ont été présentées dans les paragraphes précédents. Deux types d'écoulements peuvent être distingués : les écoulements qui contiennent des cellules de choc, et ceux qui n'en contiennent pas. Ces derniers peuvent être subsoniques ou supersoniques mais présentent des caractéristiques similaires. Cette similarité se retrouve sur les mécanismes de génération du bruit, et sur les spectres acoustiques mesurés. Le bruit dominant rayonné par ces écoulements est qualifié de bruit de mélange. La présence d'un réseau de cellules de chocs dans les jets non-idéalement détendus a en revanche une influence forte sur le bruit rayonné. Dans ce cas, l'interaction entre la turbulence et les cellules de choc est à l'origine du bruit de choc. Il peut être large bande ou tonale.

Le bruit de mélange et le bruit de choc vont être discutés dans les deux prochaines sections dans l'objectif d'introduire différentes notions qui seront utilises dans les chapitres 4 et 5, sans recherche d'exhaustivité. Cette partie du mémoire a largement bénéficié des travaux de thèses plus complets sur le sujet de André [5] et de Gojon [37]. Les revues de Tam [89], Raman [80], Bailly et Fuji [11], ou encore l'article de Tam *et al.* [92] constituent également des sources d'information couvrant de nombreux aspects de ce sujet.

#### 1.2.1 Bruit de mélange

Des essais menés dans les années 70 ont permis d'établir que le bruit de mélange peut être décomposé en deux composantes. Une composante rayonne dans toutes les directions et se caractérise par un spectre large bande. Elle est générée par la turbulence dans la couche de mélange, elle est donc influencée par les paramètres qui gouvernent la turbulence. L'autre composante rayonne sur une bande de fréquences plus étroite et centrée sur le nombre de Strouhal St = 0.15à St = 0.20. Elle influence les spectres mesurés dans la direction aval pour des angles allant jusqu'à 40° à 50° par rapport à l'axe du jet. Son origine est localisée dans une région située à la fin du cône potentiel.

En 1996, Tam *et al.* [90] ont associé ces deux composantes au bruit émis respectivement par les petites structures turbulentes, et par les grandes structures. Ils ont en même temps établi empiriquement deux spectres universels reproduisant leurs formes respectives avec un bon accord par rapport aux mesures. Un exemple de spectres mesurés à  $30^{\circ}$  et  $90^{\circ}$  par rapport à l'axe d'un jet à Mach 0.9 est présenté en figure 1.4. Après avoir été recalés en fréquence et en amplitude, les spectres universels sont superposés aux mesures montrant ainsi leur fidélité sur une large bande de fréquence.

Une limite dans cette modélisation apparait cependant lorsque le nombre de Mach acoustique dépasse 1. Ce nombre de Mach est défini comme le rapport entre la vitesse de convection des structures et la vitesse du son dans le milieu ambiant. Quand il dépasse 1, la vitesse de convection des structures turbulentes devient donc supersonique. Dans ces conditions, des ondes de



FIGURE 1.4 – Spectre acoustique d'un jet à Mach 0.9 à 90° de l'axe du jet (gauche) et  $30^{\circ}$  (droite). —, mesures ; — —, spectres universels.

chocs attachées aux structures se développent et produisent un rayonnement dont la direction de propagation est directement liée à l'angle de Mach. Ce phénomène est qualifié d'onde de Mach.

#### 1.2.2 Bruit de choc

La présence d'un réseau de cellules de chocs dans le jet influence fortement le bruit se propageant dans la direction amont. L'interaction entre la turbulence convectée et le réseau stationnaire engendre un rayonnement acoustique directif qui se traduit par une composante large bande, le bruit de choc large bande (ou broadband shock-associated noise), et une composante tonale, le screech, qui fait l'objet de l'étude du chapitre 6. Ces deux composantes sont illustrées en figure 1.5 pour un jet à Mach 1.10 et plusieurs angles d'observation.

Le bruit de choc large bande apparait sur les spectres sous la forme d'une bosse centrée autour d'une fréquence qui diminue lorsque l'angle d'observation augmente.

Le screech est une composante qui apparait sur une bande de fréquence étroite de quelques Hertz, et par une émergence qui peut atteindre 20 dB dans les cas les plus marqués. La fréquence fondamentale, fixe quelque soit l'angle d'observation, s'accompagne généralement d'harmoniques. Son amplitude par contre est très dépendante de la direction considérée avec un maximum dans la direction amont, et une forte diminution à partir de 150°, puis un deuxième maximum vers l'aval. Ce bruit est entretenu par un phénomène résonant constitué de quatre étapes : une structure est convectée dans la couche de mélange puis interagit avec une cellule de choc. L'interaction génère une onde acoustique qui remonte en direction de la tuyère. La boucle se ferme lorsque l'onde forme une nouvelle structure en interagissant avec la tuyère.

Les spectres présentés en figure 1.5 sont également comparés à un spectre à Mach 1.00. Dans le cas d'un jet idéalement détendu, le spectre à Mach 1.10 aurait sensiblement la même forme que le spectre à Mach 1.00 avec une amplitude plus importante de quelques decibels. La différence de formes observée entre les spectres à Mach 1.10 et 1.00 correspond donc à l'augmentation de niveau associée au bruit de choc qui devient importante au-delà de la fréquence du screech.

#### 1.3 Profil de masse volumique

En prenant pour base les hypothèses des couches limites compressibles, laminaires, et sans gradient de pression, c'est-à-dire le cas d'un écoulement quasi-parallèle qui est une bonne approximation des couches de mélange d'un jet, et en ajoutant comme hypothèses que le nombre



FIGURE 1.5 – Spectres acoustiques mesurés en champ lointain pour  $M_j = 1.10$ , et à Mach 1.00 pour comparaison. Un décalage de 5 dB est appliqué pour chaque direction.

de Prandtl  $P_r = 1$  et que l'enthalpie h est proportionnelle à la température, donc que la capacité thermique du gaz  $c_p$  est constante, Crocco et Busemann [96] ont abouti à la relation

$$\frac{d^2h}{du^2} = 1\tag{1.13}$$

où u est la vitesse longitudinale. Bien que initialement proposée pour des écoulements laminaires, la relation de Crocco-Busemann reste valide tant que le nombre de Mach turbulent est faible [96], ce qui est le cas des jets discutés dans cette étude. L'hypothèse sur le nombre Prantl est une bonne approximation pour l'air pour l'air. Ensuite, par intégration

$$h = C_1 u + C_2 - \frac{u^2}{2} \tag{1.14}$$

 $C_1$  et  $C_2$  étant deux constantes d'intégration. A l'extérieur du jet se développant dans un milieu au repos,  $u = u_{amb} = 0$ , donc  $C_2 = h_{amb}$ . Dans le cône potentiel,  $u = U_j$ , d'où  $C_1 = (h_j - h_{amb} + U_j^2/2)/U_j$ . Avec H l'enthalpie totale obtenue comme  $H = h + u^2/2$ , on obtient

$$H = (H_j - h_{amb})\frac{u}{U_j} + h_{amb}$$
(1.15)

Une relation linéaire entre l'enthalpie totale et la vitesse apparait. L'enthalpie statique diffère de l'enthalpie totale par le terme  $u^2/2$ , on en déduit que l'enthalpie varie peu du côté des basses vitesses, et que les variations sont beaucoup plus importantes du côté des hautes vitesses. Il en est de même pour la température, et donc la masse volumique. Le profil de vitesse étant par ailleurs quasiment symétrique, le profil de densité ne l'est pas. Cette remarque va être utile pour la suite, puisque dans la présente configuration expérimentale, la densité ambiante est mesurée dans une région où la vitesse n'est pas nulle, ce qui ne correspond pas à la condition aux limites associées à la constante  $C_1$ , mais comme la vitesse est très faible, l'erreur commise est négligeable. Le profil de masse volumique  $\overline{\rho}$  peu donc être obtenu en ré-écrivant l'équation (1.15) en fonction de la vitesse  $u(r) = \overline{u(r)}$ , du rapport de température  $T_{amb}/T_0$  et du nombre de Mach  $M_i$  [71]

$$\frac{\overline{\rho}}{\rho_j} = \left[\frac{\gamma - 1}{2}M_j^2 \frac{u}{U_j}(1 - \frac{u}{U_j}) + \frac{u}{U_j} + \frac{T_{amb}}{T_0}(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_j^2)(1 - \frac{u}{U_j})\right]^{-1}$$
(1.16)



FIGURE 1.6 – Photo du dispositif.

### 1.4 Soufflerie anéchoïque

Les campagnes de mesures ont été menées dans la soufflerie anéchoïque du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique. Les prochains paragraphes vont décrire les différents éléments de cette soufflerie.

#### 1.4.1 Chambre anéchoïque

La chambre anéchoïque du Centre Acoustique utilisée ici est une salle rectangulaire de 8 m  $\times$  9 m  $\times$  10 m dont trois murs sont traités acoustiquement, et le dernier constitue un silencieux ouvert sur l'extérieur. Deux sources d'air indépendantes sont utilisées. L'une est reliée à la sortie d'un ventilateur de 800 kW piloté en vitesse par un variateur, et permettant d'atteindre une pression totale de 600 hPa dans une section circulaire de 200 mm, soit Mach 0.8. L'autre est reliée à un compresseur fournissant au maximum une pression totale 3800 hPa dans une section de 38 mm de diamètre, soit Mach 1.55. Une servo-vanne permet de régler en continu le débit, entre l'arrêt et le débit maximum. Ces deux flux sont ici combinés pour former le dispositif représenté sur la figure 1.6. Il est constitué de deux veines coaxiales débouchant sur une tuyère de 38 mm pour le jet intérieur, et sur une tuyère de 200 mm de diamètre pour le jet extérieur. Cette configuration a initialement été conçue pour étudier l'effet de vol sur le bruit de choc [8]. On précisera en section 2.2.2 les raisons pour lesquelles cette configuration a été adoptée ici pour l'utilisation de la méthode de mesure par diffusion Rayleigh.

#### 1.4.2 Séchage et chauffage

En sortie du compresseur, l'air passe par un sécheur qui est réglé pour abaisser son point de rosée à  $T_d = 1^{\circ}$ C. À cette température, dans les conditions de pression de la mesure, la pression

vapeur de l'eau contenue dans l'air atteint la pression vapeur saturante. Si la température statique de l'air humide atteint une valeur inférieure à ce point de rosée, une partie de la vapeur d'eau doit se condenser sur des parois ou sous forme de gouttelettes en suspension. Or, la présence de gouttelettes dans l'écoulement est incompatible avec les mesures par diffusion Rayleigh. Le point de rosée est donc un paramètre important à gérer.

En pratique, le sécheur indique des points de rosée variants de 0°C à 5°C, sans qu'il n'ait été possible d'établir un lien clair entre cette valeur et les paramètres de l'écoulement. La température  $T_d$  est mesurée par le sécheur pour la pression en sortie de compresseur qui vaut environ 4000 hPa, or la détente en sortie de la tuyère abaisse cette pression à la pression atmosphérique, ce qui modifie également le point de rosée qui donc être évalué à cette pression. Cette opération est décrite dans une note technique [1], et comprend quatre étapes. Les grandeurs associées à la région haute pression (côté sécheur) sont notées avec un indice 1, et avec un indice 2 en aval de la tuyère. Il faut d'abord estimer la pression vapeur saturante  $p_{ws1}$ , par exemple avec une relation valable entre -20 et  $+50^{\circ}$ C

$$P_{ws1} = 6.116441 \times 10^{\frac{7.59138T_{s1}}{240.726+T_{s1}}}$$
(1.17)

où  $p_{ws1}$  est en hPa, et  $T_{s1}$  est la température statique en sortie du sécheur en °C. Ensuite, connaissant le point de rosée  $T_{d1}$ , il est possible de calculer la pression vapeur  $p_{w1}$  avec

$$p_{w1} = 6.116441 \times 10^{\frac{7.59138}{240.7263/T_{d1}-1}}$$
(1.18)

et d'en déduire  $p_{w2}$  à partir du rapport des pressions statiques  $p_{s1}$  et  $p_{s2}$ 

$$P_{w2} = \frac{p_{s1}}{p_{s2}} p_{w1} \tag{1.19}$$

puis finalement de calculer le point de rosée  $T_{d2}$  en inversant (1.18)

$$T_{d2} = \frac{240.7263}{\frac{7.59138}{\log(P_{w_2}/6.116441)} - 1}$$
(1.20)

Pour une température statique en sortie de sécheur de 30°C, un point de rosée de 1°C, et une pression de 4000 hPa, le point de rosée à pression atmosphérique est égal à -16.8°C. Cette température est atteinte lors de la détente des jets dont le nombre de Mach est supérieur à 0.97. Cependant, étant donné les variations constatées de  $T_{d1}$  et la dépendance de  $T_{s1}$  à la température extérieure, ou encore au temps depuis le démarrage de la soufflerie, il est possible que  $T_{d2}$  augmente de quelques degrés, ce qui correspondrait en pratique à un jet sortant à Mach 0.9. Si la température statique dans le jet passe en dessous du point de rosée, il y a risque de condensation dans l'écoulement. Lorsque cela se produit, l'écoulement est ensemencé par des gouttelettes d'eau très propices à la diffusion de Mie. La figure 1.7 montre deux exemples dans lesquels la lumière du laser est diffusée par l'eau condensée dans le jet. L'image de gauche montre un jet à Mach 0.9 photographié alors que la soufflerie était encore froide. La diffusion est maximum sur l'axe du jet. A droite le jet sort à Mach 1.32, et la diffusion est maximum à l'intérieur de la couche de mélange. Cet exemple démontre la complexité du processus de condensation dans un jet, auquel il faut ajouter la possible absence de condensation pour certains points de fonctionnements à priori favorables à un tel phénomène.

Les méthodes de mesure par diffusion Rayleigh ne sont pas applicables en présence de condensation. Néanmoins la veine est équipée d'un caisson chauffant en aval du sécheur, et en amont d'un filtre à air. Ni le matériau du filtre, ni sa température maximum d'utilisation ne sont connus, la température totale à laquelle le jet peut être chauffé a donc été arbitrairement limitée à  $80^{\circ}$ C afin de préserver le filtre. A cette température le nombre de Mach maximum atteignable sans condensation est de l'ordre de 1.35. La régulation thermique du jet est assurée avec une stabilité de  $\pm 1^{\circ}$ C en sortie de caisson. Le temps de stabilisation des 6 mètres de conduites situées en aval est de plusieurs dizaines de minutes, ce qui est relativement grand et peut engendrer des dérives



FIGURE 1.7 – Effet de la condensation dans le jet sur le diffusion de la lumière du laser. Les zones qui contiennent le plus de gouttelettes sont caractérisées par une diffusion intense.

de température au cours d'un même essai, c'est pourquoi la température est suivie et enregistrée lors des mesures.

#### 1.4.3 Filtration de l'air

La présence de poussières dans le volume de mesure de l'instrumentation dédiée à la diffusion Rayleigh est un problème majeur puisque cette théorie repose sur la lumière diffusée par les molécules. La présence de particules augmente considérablement l'intensité de la lumière diffusée. L'écoulement étudié doit donc être le plus propre possible pour diminuer la probabilité de contaminer les signaux par la détection de particules. Pour cela, les écoulements des deux flux passent au travers de filtres à air.

L'efficacité des filtres repose principalement sur deux phénomènes [53] : l'interception qui consiste à piéger les plus grosses particules entre deux fibres à la manière d'un tamis, et la diffusion qui permet de capter les particules se déplaçant aléatoirement du fait du mouvement Brownien. Ce second processus est d'autant plus efficace que la dimension des particules est proche ou inférieure à celle du libre parcours moyen des molécules du fluide, inférieure à 100 nm. L'efficacité d'un filtre est donc minimale pour des particules de quelques centaines de nanomètres et peut changer en fonction de la vitesse de l'air à filtrer [26]. Cette efficacité minimale est donnée pour  $0.4 \ \mu m$  selon la norme EN779, et sert de critère pour déterminer la classe des filtres.

Le jet primaire est alimenté par le compresseur qui possède en entrée un filtre de classe M6 (norme EN779) donné pour arrêter entre 40 et 60% des particules de diamètre 0.4  $\mu$ m. Un deuxième filtre de classe F7 (80 à 90% d'efficacité à 0.4  $\mu$ m) a été ajouté pour l'étude en amont de la tuyère dans une zone où la section de la conduite est de 300 mm, et dans laquelle la pression dynamique est en accord avec les caractéristiques mécaniques du filtre. Le jet secondaire est utilisé pour fournir un air propre dans lequel le jet primaire se développe. La veine alimentant ce jet est de section 560 mm x 560 mm ce qui a rendu possible l'installation d'un filtre de type HEPA (High Efficiency Particulate Air) de classe H13 qui assure une efficacité minimum de 99.75% à 0.3  $\mu$ m (norme NF EN 1822-1). La vitesse nominale dans ce filtre (Interfiltre GPM H13) est de 1.5 m/s, ce qui correspond à une vitesse en sortie de tuyère d'environ 15 m/s d'après le rapport des sections.

La filtration de l'écoulement primaire est en principe beaucoup moins efficace que celle de l'écoulement secondaire utilisant un filtre HEPA, cependant dans la pratique la concentration en particules n'est pas très différente dans les deux écoulements. Il est possible que le sécheur monté sur la ligne du jet primaire soit responsable de cette diminution de la concentration en poussières.



FIGURE 1.8 – Profils intérieurs et extérieurs des trois tuyères convergentes.

#### 1.4.4 Tuyères

L'extrémité avale du conduit primaire est filetée de sorte à pouvoir visser des tuyères dont le diamètre intérieur avant contraction est de 90 mm. Deux tuyères ayant déjà fait l'objet d'études sur le même dispositif expérimental [5] on été utilisées ici. L'une est une tuyère convergente dont le profil intérieur est fourni la figure 1.8. Elle est nommée tuyère C38 et servira de tuyère de référence dans la suite de manuscrit. L'autre est une tuyère convergente-divergente adaptée à un nombre de Mach de 1.30 et détaillée dans l'annexe F du mémoire de thèse de André [5]. En plus de ces trois tuyères, deux autres dénommées ASME et conique ont été fabriquées pour pouvoir compléter l'étude acoustique réalisée expérimentalement par Zaman [56], et numériquement par Bogey et Marsden [13]. Ces tuyères diffèrent de la C38 par des profils intérieurs présentant des variations plus franches, comme cela est présenté en figure 1.8, ainsi que par un profil extérieur plus encombrant dont l'effet sur l'écoulement secondaire doit être caractérisé. Pour les tuyères convergentes, le diamètre D de sortie est de 38 mm, et le rapport de contraction de 5.6. Pour la tuyère convergente-divergente le diamètre du col est également de 38 mm.

Deux types de tuyères secondaires ont également été utilisés. Une première a un diamètre terminale de 200 mm, et son plan de sortie est confondu avec le plan de sortie de la tuyère primaire. Cette tuyère est cependant trop encombrante puisqu'elle coupe une partie du cône optique des collecteurs de lumière lorsqu'elle est utilisée pour réaliser des mesures dans le jet, à une distance inférieure à 2D de la tuyère primaire. Pour les mesures proches de la tuyère, la deuxième tuyère est utilisée parce que sa section de sortie se situe 135 mm en amont du plan de sortie du jet primaire. Cette caractéristique la rend cependant moins efficace pour effectuer des mesures loin dans de la tuyère puisque l'air qu'elle fournit se mélange plus rapidement avec l'air ambiant. Dans tous les cas, la vitesse de l'écoulement secondaire est d'environ 10 m/s.

#### 1.5 Instrumentation

On présente ici une description synthétique de l'instrumentation utilisée pour la caractérisation des jets en complément des mesures de masse volumique. L'instrumentation spécifique aux mesures de masse volumique par diffusion Rayleigh développée dans le cadre de la thèse sera décrite dans le chapitre 3. L'instrumentation dédiée au pilotage de la soufflerie est par ailleurs commentée dans les annexes A et B.

#### 1.5.1 Châssis mobile

Un châssis formé d'un cadre parallélépipédique de 1600 mm x 1200 mm x 800 mm est monté sur un système de translation à deux axes. Ce châssis est fabriqué en profilés modulaires en aluminium et permet l'intégration des différents éléments des systèmes de mesure. Il doit être à la fois rigide, et le moins intrusif possible pour permettre de faire des mesures acoustiques en sa présence. Sa rigidité est obtenue à l'aide de larges équerres dans les angles. Les systèmes de translation ont une course maximum d'environ 1 m dans la direction du jet, et 0.5 m dans la direction radiale, ce qui autorise à mesurer n'importe quel point dans l'écoulement du jet. Les axes sont pilotés à partir d'une connexion RS232, et sont couplés chacun à une règle de mesure qui renvoie une valeur de la position du châssis avec une résolution de 5  $\mu$ m.

#### 1.5.2 PIV

Des mesures par PIV ont été réalisées pour certaines des configurations où des mesures de masse volumique ont été faites. L'objectif est de constituer une base de données des caractéristiques aérodynamiques de chaque cas, et de comparer les grandeurs qui peuvent l'être en termes de vitesse et de masse volumique comme les niveaux de fluctuation, ou les échelles intégrales. De manière similaire aux mesures de masse volumique, les deux écoulements sont utilisés pour l'ensemencement, les filtres ayant été retirés. Un ré-étalonnage des conditions génératrices de l'écoulement a également été opéré pour obtenir les mêmes vitesses avec et sans les filtres. L'écoulement primaire est ensemencé par un brouillard d'huile d'olive et l'écoulement secondaire par de la fumée de spectacle. La source est un laser Litron Bernoulli 200-15  $2 \times 200$  mJ à une fréquence maximum de 15 Hz. La nappe passe par l'axe du jet et permet de couvrir une région carrée d'environ 3 diamètres de côté.

La caméra PCO.<br/>edge 5.5 est montée à une distance d'environ 1 m, perpendiculairement au plan<br/> laser. Elle est associée à un objectif de 135 mm et une bague allonge de 20 mm qui permet de<br/> visualiser un champ centré sur l'axe du jet de 110 mm x 90 mm soit 2.9<br/> $D \times 2.4D$ . Sa résolution est 2560 x 2160 pixels, soit 42<br/> $\mu$ m/pixel. Pour chaque cas, les données sont constituées de trois acquisitions décalées de 2.5<br/>D dans l'axe du jet. La mesure couvre donc une région de 7.9<br/> $D \times 2.4D$ .

Des acquisitions ont également été obtenues avec un champ  $0.9D \ge 0.7D$  centré sur l'axe du jet, et tangent à la tuyère, afin d'observer en détail la sortie de la tuyère.

Pour cela, la caméra a été rapprochée, et une bague allonge de 36 mm a été ajoutée à celle de 20 mm. Pour chaque configuration, 2000 paires d'images ont été collectées avec des temps interimages de 8  $\mu$ s à 2  $\mu$ s. Le post-traitement a été réalisé sur Davis 7. La fenêtre d'interrogation initiale pondérée par une ellipse est de  $128 \times 128$  pixel, avec un décale initiale imposé à la moitié du décalage imposé par la vitesse maximum pour la première passe. 7 passes sont appliquées pour chaque taille de fenêtre jusqu'à  $32 \times 32$  pixels. Le résultat final est obtenu avec 5 passes pour une fenêtre de  $16 \times 16$  pondérée circulairement.

#### 1.5.3 Schlieren

L'analyse proposée dans le dernier chapitre de ce mémoire repose en partie sur des visualisations Schlieren. Un montage en Z avec deux miroirs paraboliques de diamètre 200 m et de focale f/8 a été utilisé. Les images sont enregistrées à l'aide d'une caméra rapide Phantom V12 équipée d'un objectif Sigma 120-400 mm. Les différentes configurations d'acquisition telle que la taille du champ, sa position, et la vitesse de la caméra sont décrites dans [59].

### Chapitre 2

# Principes et applications de la diffusion Rayleigh

L'objectif de ce chapitre est de fournir les informations relatives à la physique de la diffusion de la lumière par des particules (petites ou non) et à l'application pratique de ces principes pour la mécanique des fluides.

#### 2.1 Historique et définition de la diffusion Rayleigh

On présente dans la suite une courte synthèse de travaux d'optique qui aboutiront à la définition de la diffusion Rayleigh utilisée ici. La démarche s'appuie sur la référence [98].

L'étude de la diffusion de la lumière par les molécules a été motivée à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle par la recherche d'une théorie expliquant la couleur bleu du ciel et sa polarisation partielle. En 1899, Rayleigh montra que la présence de molécules dans l'air pouvait expliquer les phénomènes de diffusion et de polarisation de la lumière [81]. Pour ce faire, Rayleigh utilisa un modèle de dipôle diélectrique soumis à un champ électromagnétique. Les dipôles sont formés par les molécules contenues dans le milieu. Elles sont supposées sphériques et de diamètre petit devant la longueur d'onde du champ incident. Les dipôles excités par le champ incident deviennent des sources secondaires rayonnant dans toutes les directions. D'après ce modèle, la diffusion est dite élastique, c'est-à-dire qu'elle n'entraine pas de dissipation d'énergie.

En 1918, Rayleigh [82] a étendu sa théorie à des particules comportant trois axes de symétrie. Dans ce nouveau modèle, il introduit un paramètre correspondant au rapport entre les intensités des composantes polarisées parallèlement et perpendiculairement, pour un observateur perpendiculairement au faisceau incident. Ce rapport est appelé facteur de dépolarisation  $\rho$  par King en 1923 [49]. La proportion de lumière diffusée polarisée diminue lorsque  $\rho$  augmente. Ce paramètre avait été déjà relié par Cabannes en 1920 [21] à une correction de l'intensité diffusée qui permettait de déterminer l'intensité diffusée perpendiculairement au faisceau par rapport à la puissance totale diffusé.

En 1928, Raman étudia le spectre de la lumière diffusée, et observa l'existence de raies réparties autour de la fréquence de la lumière incidente [79]. En 1929, Cabannes et Rocard associent ces raies à la signature de la modulation de l'intensité de lumière diffusée par la rotation de la molécule diffusante [22]. En effet, les molécules contenues dans l'air étant essentiellement diatomiques, donc anisotropes, leur facteur de dépolarisation dépend de l'angle avec lequel elles sont observées. Cabannes montra également qu'en sommant l'énergie contenue dans ces raies Stokes (décalage vers les basses fréquences), anti-Stokes (décalage vers les hautes fréquences), et l'énergie contenue dans la raie correspondant à la fréquence incidente, on retrouve l'énergie prédite par le modèle de Rayleigh. Cabannes a utilisé des théories classiques dans ses travaux,



FIGURE 2.1 – Représentation simplifiée du spectre de la lumière diffusée par diffusion Rayleigh. L'influence de la température sur les raies de la diffusion Brillouin est représentée, ainsi que le décalage en fréquence  $\delta f$  associé à l'effet Doppler. La présente valeur de  $\delta f$  correspond au décalage observé pour un écoulement à 100 m/s.

il a constaté les limites qui y sont associées pour expliquer l'intensité et la polarisation des différentes raies, et a exprimé la nécessité de traiter ce problème de manière quantique [22]. Cette analyse du point de vue quantique a été réalisée en 1930 par Manneback, et a confirmé les conclusions de Cabannes [58].

Ce qui apparaissait comme une raie dont la fréquence ne semble pas modifiée, peut encore être décomposé en trois raies décrites par Landau et Placzek en 1934 [52]. Une raie centrée sur la fréquence incidente correspond aux fluctuations aléatoires de masse volumique, sa forme est gaussienne et sa largeur peut être reliée à la température. Deux autres raies , correspondant à la diffusion Brillouin, sont espacées de manière symétrique par rapport à la raie centrale. Ces raies sont d'autant plus espacées que le libre parcours moyen dans le milieu est petit. Un schéma décrivant le spectre de la lumière diffusée est présenté en figure 2.1.

La diffusion Rayleigh telle que définie ici fait référence à différents modes de diffusion qui s'appliquent aux particules de formes arbitraires et petites devant la longueur d'onde de la lumière incidente. Elle regroupe un contenu spectral complexe, composé des raies de la diffusion Raman, de la diffusion Brillouin et d'une raie centrale. L'étude spectrale de la diffusion Rayleigh lorsqu'elle est appliquée à la mécanique des fluides offre un accès à plusieurs paramètres du fluide. Sa température peut être déterminée par l'étude de la raie centrale, sa vitesse par l'étude du décalage en fréquence globale par effet Doppler, et le libre parcours moyen est relié aux raies de Brillouin. Une autre propriété est que l'énergie diffusée est proportionnelle au nombre de particules diffusantes, ainsi il est possible d'étudier la masse volumique d'un milieu dont la composition chimique est stable en mesurant l'énergie diffusée, sans différencier les modes de diffusion inclus dans la diffusion Rayleigh.

### 2.2 État de l'art des mesures par diffusion Rayleigh

Les mesures par diffusion Rayleigh peuvent se diviser en deux catégories : l'étude du spectre de la lumière diffusée, et l'étude de l'intensité de la lumière diffusée.

#### 2.2.1 Analyse spectrale

#### Éléments théoriques

Les études spectrales consistent à extraire les caractéristiques du spectre de la lumière diffusée pour les relier aux grandeurs locales de l'écoulement. Une représentation approchée du spectre de la lumière diffusée est proposée en figure 2.1 en respectant les ordres de grandeur sur les fréquences. On peut distinguer le spectre de la lumière incidente, la raie décalée par l'effet Doppler, les deux raies de la diffusion Brillouin, et plus loin, les raies de la diffusion Raman. L'effet de la température et de la pression sur la forme de spectre est aussi représenté qualitativement.

Dans le cadre des mesures par diffusion Rayleigh, les raies attribuées à la diffusion Raman ne sont pas considérées puisque les ordres de grandeur des fréquences sont différents. Il reste donc un spectre relativement étroit dont la forme peut être associée aux grandeurs d'état de l'écoulement. Les deux pics de la diffusion Brillouin sont la manifestation des fluctuations de masse volumique à l'échelle de la longueur d'onde incidente [67], leur intensité augmentant avec le rapport entre la longueur d'onde incidente et le libre parcours moyen local du milieu sondé. Ce rapport est adimensionnel et est appelé le paramètre y,

$$y = \frac{\mathcal{N}k_B T}{\sqrt{2}kv_0\mu} = \frac{p}{\sqrt{2}|k|v_0\mu} \tag{2.1}$$

avec  $\mathcal{N}$  la densité numérique du gaz,  $k_B$  la constante de Boltzman, T la température,  $|k| = |k_s - k_i| = 4\pi/\lambda \sin(\psi/2)$  la norme du vecteur de diffusion (voir la figure 2.2), p la pression,  $v_0 = \sqrt{k_B T/m}$  la vitesse thermique égale à la moyenne quadratique de la vitesse de chaque molécule, où m est la masse moléculaire, et  $\mu$  la viscosité dynamique. Pour une espèce chimique, et un laser, y dépend linéairement de la pression, et plus faiblement de la température qui intervient dans  $v_0$ . Lorsque y est petit devant 1, on parle d'un milieu en régime cinétique, et de régime hydrodynamique lorsque y devient grand devant 1. Le paramètre y détermine la forme du spectre.

Le modèle développé par Tenti *et al.* [93] dénommé S6 est considéré comme le modèle de référence pour les gaz diatomiques. La confrontation des résultats issus de ce modèle aux résultats expérimentaux a en effet montré sa fidélité pour de l'air avec des erreurs inférieures à 2% [39]. Ce modèle présente en revanche l'inconvénient de ne pas avoir d'expression analytique, c'est un problème aux valeurs propres qu'il faut résoudre numériquement. Ainsi, retrouver les paramètres d'un fluide à partir de la forme du spectre nécessite l'usage d'algorithmes de minimisation. Une solution pour pallier à ce problème repose sur le développement de modèles analytiques dont les paramètres sont calibrés à partir du modèle S6 pour des conditions connues. Le modèle développé par Witschas [97] modélise le spectre par la combinaison linéaire de trois courbes gaussiennes, il n'est valide que pour  $y \leq 1$ . D'autres modèles simplifiés comme celui de Ma *et al.* [57] permettent de couvrir tous les régimes à partir d'une combinaison de fonctions de Voigt (résultat de la convolution de ka fonction de Lorentz par une fonction Gaussienne).

Le spectre peut être représenté en fonction d'une fréquence adimensionnée notée x telle que

$$x = \frac{\omega}{\sqrt{2}kv_0} \tag{2.2}$$

La figure 2.2.2 présente un exemple de spectre adimensionné calculé à partir du modèle de Witschas [97] pour de la diffusion spontanée (lumière incidente non cohérente) avec y = 0.21, 0.67, 0.95, correspondant à de l'air à 773 K, 293 K, et 223 K à pression atmosphérique.

Pour un gaz et une lumière incidente donnés, le paramètre de fréquence x dépend de  $v_0$  et varie donc comme  $1/\sqrt{T}$ . La largeur du spectre informe sur la température. La forme du spectre est gouvernée par y, et peut donc renseigner sur la pression via la relation (2.1). Finalement l'aire sous la courbe renseigne sur l'intensité de la lumière diffusée et donc sur la masse volumique, et le

décalage par rapport à la fréquence incidente dû à l'effet Doppler permet de déterminer la vitesse dans une direction. Si la mesure de la pression n'est pas envisagée, et dans des conditions où y est suffisamment petit, il est possible de chercher la meilleure gaussienne au sens des moindres carrés pour en déduire la température et la vitesse [85]. D'après les spectres montrés en figure 2.2.2, la forme globale de la gaussienne reste observable pour y=0.67 qui correspond à de l'air à pression atmosphérique et à 20°C, mais cette approximation n'est plus valide pour y = 0.95, soit pour de l'air à -50°.

#### **Bibliographie**

Les effets de la température et de la vitesse se traduisent par des spectres de diffusion d'une largeur de quelques  $10^9$  Hz, la fréquence de la lumière incidente étant de l'ordre de  $10^{14}$  Hz. L'extraction du spectre nécessite alors d'utiliser des spectromètres dont la résolution est de l'ordre de 10<sup>8</sup> Hz au maximum. Le spectromètre le plus utilisé est l'interféromètre de Fabry-Pérot, il convient cependant de prendre des précautions pour limiter les variations de température et les vibrations. De nombreux auteurs ont fait face à ces difficultés et ont pu réaliser des études dans lesquelles sont mesurés plusieurs paramètres locaux de l'écoulement en même temps. Il ressort cependant plusieurs approches différentes : une approche vise à mesurer la forme du spectre et à en déduire par régression les paramètres du modèle Tenti S6, ou d'un modèle réduit à une gaussienne, [77, 54, 83, 62, 20, 72]. La mesure du profil du spectre peut soit être faite à l'aide d'un capteur CCD, soit en scannant le spectre à l'aide de l'interféromètre. Une deuxième approche est similaire mais ne repose que sur la mesure de quelques points de la figure d'interférences afin de reconstruire une gaussienne [61, 84]. Une troisième méthode consiste à utiliser un filtre moléculaire, souvent une cuve à vapeur d'iode, qui comporte de nombreuses raies d'absorptions étroites, de l'ordre de 1 GHz, dont une à 532 nm qui correspond aux Laser ND : Yag doublés. Les variations de forme du profil du spectre de la lumière diffusée modifient la part de la lumière qui est absorbée par le filtre. En comparant l'intensité de lumière diffusée captée avec et sans filtre, il est possible d'estimer la largeur du spectre, donc la température. Cette méthode permet également de réaliser des mesures dans un plan [15, 30, 35, 88, 64].

#### 2.2.2 Étude de l'intensité de la lumière diffusée

#### Éléments théoriques

Les éléments généraux du modèle de diffusion Rayleigh sont fournis dans la revue de Miles *et al.* de 2001 [63]. Le chapitre II de *Principles of optics* de Born et Wolf [17] apporte également des précisions sur la polarisabilité. Sur la base de ces références, on présente une synthèse des principes associés à la mesure de masse volumique locale à partir de l'énergie détectée par un capteur de type photo-multiplicateur. La répartition spectrale de l'énergie diffusée par diffusion Rayleigh ne fera pas l'objet de cette étude. La lumière incidente sera supposée provenir d'un laser, elle sera cohérente et 100% polarisée. De plus les molécules seront supposées immobiles pour simplifier les calculs, leurs déplacements introduiraient un effet Doppler mais aucun changement sur la puissance de la lumière diffusée, ni sur la directivité. Les molécules seront également supposées sphériques, mais l'application d'un terme correctif sera évoquée pour appliquer la théorie à l'air.

Une molécule monoatomique peut grossièrement être décrite par un nuage électronique de forme sphérique et de charge négative qui englobe une charge positive formée par le noyau. Si la molécule n'est pas monoatomique il existe alors plusieurs nuages électroniques et plusieurs noyaux. Cela complexifie la modélisation mais ne change pas fondamentalement les mécanismes.

Lorsqu'une molécule est soumise au champ électrique du faisceau laser, le nuage électronique subit une déformation. Ainsi sous l'influence du champ électrique fluctuant, la position du barycentre des charges négatives oscille. Il y a création d'un dipôle électrique caractérisé par son moment dipolaire  $\vec{p}$  et sa pulsation égale à la pulsation  $\omega$  de la lumière incidente. Le moment dipolaire  $\vec{p}$  peut être relié au champ électrique incident  $\vec{E_i}$  par la polarisabilité  $\alpha$  ([17, 18] section 2.3)

$$\vec{p} = \alpha \vec{E}_i \tag{2.3}$$

Le moment dipolaire s'exprime en q×m (Coulomb Mètres), c'est-à-dire par les dimensions [I T L]. Le champ électrique s'exprime en q/m<sup>2</sup>, soit [I T L<sup>-2</sup>]. La polarisabilité est définie pour une molécule, elle ne dépend pas de la densité tant que la contribution de la lumière diffusée par les autres molécules au champ incident est négligeable. Cette approximation est parfaitement valide pour les gaz. Le moment dipolaire volumique  $\vec{p}$  dans un fluide qui contient  $\mathcal{N}$  molécules par m<sup>3</sup> peut alors être défini par :

$$\vec{p} = \mathcal{N}\alpha \vec{E}_i \tag{2.4}$$

Si le milieu est constitué d'un mélange, la polarisabilité utilisée est la polarisabilité moyenne afin d'avoir une représentation macroscopique de la matière. Cette notion est valable dès lors que le milieu sondé contient suffisamment de molécules ([17] section 2.3). Un gaz parfait sous les conditions normales contient de l'ordre de  $10^{16}$  molécules dans un volume de 1 mm<sup>3</sup>. Ce volume est représentatif du volume sondé ici pour la mesure de la masse volumique dans les écoulements, l'utilisation de la notion de polarisabilité moyenne est donc pleinement justifiée.

Dans le cas particulier d'une molécule sphérique, la polarisabilité  $\alpha$  est donnée en fonction de l'indice de réfraction du milieu n, et de la densité numérique du milieu  $\mathcal{N}$ . Son expression porte le nom de formule de Lorentz-Lorenz

$$\alpha = \frac{3}{4\pi\mathcal{N}} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \tag{2.5}$$

Cependant, la dépendance de  $\alpha$  à la densité numérique est négligeable,  $\mathcal{N}$  doit donc être proportionnel à  $(n^2 - 1)/(n^2 + 2)$ . Cette contrainte nous a amené à observer que puisque quand n tend vers 1,  $\frac{n^2-1}{n^2+2}$  tend vers 2(n-1)/3, et avec  $\mathcal{N} = N_a \rho/M$  où M est la masse molaire du milieu et  $N_a$  est le nombre d'Avogadro. On peut retrouver la relation de Gladstone-Dale  $(n-1) \propto \rho$  à partir de la formule de Lorentz-Lorenz.

Dans le cas où la molécule n'est pas sphérique, la polarisabilité ne s'exprime plus par un scalaire mais par un tenseur  $\bar{\alpha}$  dans le repère qui est attaché à la molécule. Les termes extradiagonaux du tenseur traduisent les pertes de symétrie de la molécule, ils impliquent un alignement imparfait entre le moment dipolaire et le champ incident. Pour autant, du fait du grand nombre de particules positionnées aléatoirement dans le champ incident, un effet de moyenne permet d'exprimer la polarisabilité selon deux paramètres seulement, un terme moyen et un terme traduisant l'anisotropie des molécules [21, 63].

Ces détails sur la polarisabilité ont permis d'établir que pour chaque molécule, le moment dipolaire  $\vec{p}$  est proportionnel au champ électrique incident  $E_i$ . Dans le cas simple où la molécule est sphérique, et donc où le moment dipolaire est colinéaire au champ électrique, l'amplitude  $|\vec{E}_s(r,\phi)|$  du champ électrique diffusé par le dipôle est donnée par [63]

$$\mid \vec{E}_s(r,\phi) \mid = \frac{\omega^2 \mid \vec{p} \mid \sin \psi}{4\pi r \epsilon_0 c^2} \tag{2.6}$$

La variable r est la distance entre l'observateur et le dipôle,  $\psi$  est représenté dans la figure 2.2, c'est l'angle formé entre la direction de polarisation du laser et l'observateur,  $\epsilon_0$  et c sont respectivement la permittivité diélectrique du vide et la célérité de la lumière dans le vide. L'intensité  $I_s(r, \psi)$  du champ diffusé s'écrit sous la forme

$$I_s(r,\psi) = \frac{\epsilon_0 c |\vec{E}_s(r,\psi)|^2}{2}$$
(2.7)



FIGURE 2.2 – Représentation schématique de la diffusion Rayleigh, le tore représente l'intensité diffusée selon la direction d'observation.

L'intensité du champ incident s'écrit de la même manière

$$I_i = \frac{\epsilon_0 c \mid \vec{E}_i \mid^2}{2} \tag{2.8}$$

En remplaçant  $\vec{E}_s(r, \psi)$  dans (2.7) par son expression à partir de (2.4) et (2.6), et en combinant avec l'équation (2.8), il résulte une expression reliant l'intensité diffusée  $I_s(r, \psi)$  à l'intensité incidente  $I_i$  du champ électrique

$$I_s(r,\psi) = \frac{\pi^2 \alpha^2}{\epsilon_0^2 \lambda^4 r^2} I_i \sin^2(\psi)$$
(2.9)

Dans l'équation (2.9) on peut faire apparaitre la section efficace différentielle de diffusion qui relie l'intensité du champ incident à l'intensité du champ diffusé. Cette section efficace différentielle  $\partial \sigma_s / \partial \Omega$  s'exprime en fonction de la nature de la molécule via la polarisabilité  $\alpha$ , l'angle  $\psi$  et la longueur d'onde de la lumière incidente  $\lambda$ 

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial \Omega} = \frac{\pi^2 \alpha^2}{\epsilon_0^2 \lambda^4} \sin^2(\psi) \tag{2.10}$$

Elle est valable pour une lumière incidente polarisée, diffusée par une molécule sphérique, d'où l'utilisation de l'indice s. D'après l'équation (2.10), l'intensité de la diffusion varie comme  $1/\lambda^4$ , c'est à dire que pour une même molécule l'énergie diffusée sera 16 fois plus grande pour un laser Nd-YAG à fréquence doublée (532 nm) que pour le même laser dans les infrarouges (1064 nm). En générale les particules ne sont pas sphériques, la polarisabilté ne peut alors plus s'exprimer sous la forme d'un scalaire, sauf dans la configuration où l'observateur est contenu dans le plan perpendiculaire à la direction de polarisation, soit  $\psi = \pm 90^{\circ}$ . En effet dans ce cas la section efficace différentielle peut être corrigée en tenant compte des anisotropies par un facteur introduit par Cabannes [21]. C'est pourquoi une section efficace différentielle corrigée pour  $\psi = 90^{\circ}$ , notée  $\partial \sigma / \partial \Omega^{\perp}$ , est définie. Pour l'air  $\partial \sigma / \partial \Omega^{\perp}$  est plus grand d'environ 3% par rapport à la section efficace non corrigée  $\partial \sigma_s / \partial \Omega|_{\psi=90^{\circ}}$ . L'intensité diffusée est finalement reliée à l'intensité incidente par

$$I_s(r,\psi) = \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}^{\perp} \frac{1}{r^2} \sin^2(\psi) I_i$$
(2.11)

Cette relation n'est vraie que lorsque  $\psi$  est proche de 90°. Cependant, les effets de l'anisotropie

sont faibles pour le cas de l'air, elle reste donc une bonne approximation pour tous les angles.

Le capteur est constitué d'une optique de collection de la lumière qui couvre un angle solide  $\delta\Omega$ . Afin de calculer la puissance  $P_{s_i}$  collectée provenant d'une molécule, on intègre l'intensité du champ diffusé sur  $\delta\Omega$ 

$$P_{s_i}(\delta\Omega) = \frac{1}{r^2} \iint_{\delta\Omega} \frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}^{\perp} \sin^2(\psi) I_i r^2 d\psi d\theta \qquad (2.12)$$

En considérant que  $\delta\Omega$  est petit, on a

$$\iint_{\delta\Omega} \sin^2(\psi) d\psi d\theta \simeq \sin^2(\psi) \delta\Omega \tag{2.13}$$

et  $\partial \sigma / \partial \Omega \simeq \partial \sigma / \partial \Omega^{\perp}$ 

$$P_s = \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}^{\perp} \partial \Omega \sin^2(\psi) I_i \tag{2.14}$$

La mesure est opérée sur un volume sondé  $V_s$  qui contient  $\mathcal{N}V_s$  molécules, or la puissance totale diffusée  $P_s$  est égale à la somme de la contribution de chaque molécule, donc

$$P_s = N V_s \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}^{\perp} \partial \Omega \sin^2(\psi) I_i \tag{2.15}$$

C'est cette équation qui est donnée par Panda ou Seasholtz pour les mesures de masse volumique par la diffusion Rayleigh [71, 86]. La densité numérique  $\mathcal{N}$  peut être reliée à la masse volumique  $\rho$  en utilisant le nombre d'Avogadro  $N_A$  et la masse molaire du milieu M

$$\mathcal{N} = \frac{\rho N_A}{M} \tag{2.16}$$

Finalement, sachant que l'énergie d'un photon est égale à  $hc/\lambda$  avec h la constante de Planck, la puissance détectée peut être exprimée à l'aide d'un flux  $\Phi$  de photons (photons/s). Le flux de photons collectés  $\Phi_c$  s'écrit alors

$$\Phi_c = \delta \Omega V_s \frac{\lambda}{hc} \frac{N_A}{M} \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}^{\perp} \rho \sin^2(\psi) I_i \qquad (2.17)$$

Il faut néanmoins tenir compte de l'efficacité quantique  $Q_E$  du capteur utilisé qui est égale à la probabilité qu'a le capteur de détecter un photon incident. Ainsi le flux de photons détectés  $\Phi_d$  est donné par

$$\Phi_d = Q_E \delta \Omega V_s \frac{\lambda}{hc} \frac{N_A}{M} \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}^{\perp} \rho \sin^2(\psi) I_i$$
(2.18)

Dans des conditions expérimentales données, les paramètres  $(V_s \frac{\lambda}{hc} I_i)$  associés au laser, de même que les caractéristiques du capteur  $(Q_E \delta \Omega \sin^2(\psi))$  sont constants. De plus, si le milieu n'est pas réactif, les propriétés chimiques du gaz  $(\frac{N_A}{M} \frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}^{\perp})$  ne changent pas. Dans ces conditions, il existe un coefficient de calibration k qui relie linéairement le flux de photons  $\Phi_d$  à la masse volumique  $\rho$ .

$$\Phi_d = k\rho \tag{2.19}$$

En conclusion, la mesure de la masse volumique découle de la mesure d'un flux de photons, cela revient donc à compter combien de photons sont détectés durant un intervalle de temps donné. Dans le chapitre suivant, des calculs seront effectués pour déterminer les ordres de grandeurs en termes de puissance diffusée, et de flux de photons dans notre système de mesure. Ces résultats montreront que le comptage de photon est la manière la plus adaptée de mesurer la puissance diffusée.

#### Comparaison à la diffusion de Mie

La théorie de Rayleigh repose sur l'hypothèse que les sphères diffusantes sont très petites devant la longueur d'onde du faisceau incident. Cette hypothèse est vérifiée pour des molécules diatomiques, telles que le diazote ou le dioxygène, éclairées par une lumière à 532 nm dont les diamètres valent environ d = 0.3 nm, c'est-à-dire moins de 1/1000 des longueurs d'ondes du domaine visible.

Cependant, l'air des grandes villes d'Europe contient en moyenne de l'ordre de 10 particules par mm<sup>3</sup> [51] avec d'importantes fluctuations selon la localité et le niveau de pollution. Cette valeur de 1 mm<sup>3</sup> correspond environ au volume de mesure utilisé pour cette étude. La probabilité de détecter une ou plusieurs particules est donc très grande, même en utilisant des filtres efficaces. C'est pourquoi il est nécessaire d'étudier un minimum les propriétés associées à la diffusion de la lumière par des grosses particules, afin d'évaluer le biais introduit par le passage de telles particules dans le volume de mesure. La théorie de Mie remplace la théorie de Rayleigh pour les particules dont le diamètre se rapproche de la longueur d'onde. Cette théorie est discutée dans de nombreux ouvrages, mais le livre de Bohren et Huffman [16] est particulièrement intéressant puisqu'il fournit en annexe un code en Fortran 77 permettant de calculer les différentes grandeurs associées à la diffusion de Mie, notamment la section efficace de diffusion ou la directivité.

Ces paramètres sont estimés pour des particules dont le diamètre d varie de 0.1 nm à 20  $\mu$ m diffusant une lumière laser à 532 nm. La section efficace est comparée à celle obtenue par la théorie de Rayleigh en intégrant sur  $4\pi$  sr la section efficace de diffusion différentielle  $d\sigma/d\Omega$  calculée pour une particule sphérique. Les résultats sont présentés en figure 2.3. Une première analyse de la figure montre que pour des particules dont le diamètre est petit devant la longueur d'onde, les deux théories fournissent des résultats très proches. L'écart relatif entre les résultats des deux est représenté en figure 2.4. Il apparait une erreur de 100% pour  $d/\lambda = 0.63$ . Pour les particules de plus grandes dimensions, les résultats des deux théories divergent ; l'efficacité de la diffusion de Mie tend à être égale à 2 [16, section 4.4.2], sa section efficace augmente donc comme  $d^2$ , contre  $d^6$  pour Rayleigh.

Deux diamètres caractéristiques sont mis en évidence sur la figure 2.3 : le diamètre d'une molécule de diazote, et le diamètre d'une particule dont la section efficace est égale à la section efficace équivalente à celle de toutes les molécules du volume de mesure réunies, soit environ  $5.9 \times 10^{15}$  molécules. Ainsi, une seule particule de ce diamètre diffuse la même puissance que toutes les molécules du volume de mesure. Pour une longueur d'onde incidente de 532 nm, le diamètre de cette particule vaut 134 nm.

L'effet du diamètre sur la diffusion est également visible en considérant la directivité représentée sur la figure 2.5. Avec l'augmentation de d, la part de diffusion arrière diminue au profit de la diffusion avant. Cette augmentation est particulièrement marquée pour d plus grand que  $0.1\lambda$ .

Ce qu'il faut retenir de cette analyse, est que la présence dans le volume d'une particule dont le diamètre dépasse une centaine de nanomètres, modifie considérablement la section efficace de diffusion. Cela se traduit par une différence importante entre le flux estimé en section 3.6, et le flux effectivement mesuré. La directivité de la diffusion de Mie pourrait être utilisée pour indiquer la présence de particules fines en mesurant par exemple le flux diffusé par le même volume de mesure de deux points de vue différents en polarisation perpendiculaire. Si la concentration en particules fines est négligeable, l'intensité de la lumière diffusée devrait être la même dans toutes les directions. Dans le cas contraire, la présence de particules sera mise en évidence. Ce test pourrait être utilisé pour caractériser la pureté de l'air en sortie des filtres.

#### **Bibliographie**

On considère ici les études portant sur la mesure de la quantité totale d'énergie diffusée, sans tenir compte de la forme du spectre. Il existe une relation linéaire entre l'intensité de lumière



FIGURE 2.3 – Section efficace de diffusion en fonction du diamètre d'une particule sphérique. — théorie de Mie, — théorie de Rayleigh, — — pour une molécule de diazote, … pour une particule de diamètre  $0.25\lambda$  (puissance diffusée identique à  $5.9 \times 10^{15}$  molécules de N<sub>2</sub>).



FIGURE 2.4 – Erreur relative entre le modèle de diffusion de Rayleigh et de Mie en fonction du diamètre normalisé pour des particules sphériques et homogènes.



FIGURE 2.5 – Directivité de diffusion en polarisation perpendiculaire pour différents diamètres de particules. L'angle vaut 0° pour un observateur aligné au faisceau et observant la source. —  $d=0.01\lambda$ , —  $-d=0.1\lambda$ , …  $d=0.2\lambda$ , —  $-d=0.3\lambda$ , —  $d=0.63\lambda$ 



FIGURE 2.6 – Intensité arbitraire en fonction de la fréquence adimensionnelle de la diffusion Rayleigh-Brillouin spontanée dans de l'air, calculée à pression atmosphérique à l'aide du modèle de Witschas.  $- - T = 223K, - - T = 293K, \cdots T = 773K$ 

diffusée et la section efficace de diffusion [38, 31, 76, 9] qui est une caractéristique donnée pour un type de gaz éclairé par un type de lumière. En présence de deux espèces, la section efficace de diffusion observée s'apparente à une moyenne des sections efficaces de chaque espèce, pondérées par leurs fractions molaires [38]. Connaissant la section efficace de diffusion de chaque espèce, mesurer la section efficace équivalente revient à mesurer la fraction molaire des deux constituants. Dans ce cas la sensibilité de la mesure augmente avec le rapport entre les sections efficaces de diffusion des deux espèces. Par exemple, dans le cadre de l'étude de la combustion du méthane dans de l'air, Chao *et. al* mesurent des courants de sortie d'un photomultiplicateur avec un rapport allant de un à six pour une concentration du mélange en méthane de 0 à 100% [25]. Une autre approche visant à étudier la densité numérique dans les flammes a été utilisée afin de valider un modèle pour la combustion proposé dans les années 80 [78, 9, 36]. La mesure repose sur l'hypothèse de variations de section efficace de diffusion faibles devant les variations de densité numérique. Cette hypothèse a été réutilisée par Jiang et Sislian pour des mesures dans des jets supersoniques chauds et réactifs [44].

La mesure de masse volumique dans des jets de diazote à très haut nombre de Mach par diffusion Rayleigh a été utilisée par Kreisler et al. en 1980 [50]. Les effets de compressibilité, et donc les variations de masse volumique, étant particulièrement marqués, des résultats d'une precision satisfaisante ont été obtenus avec un laser de puissance 5 mW seulement. En 1997, Fiedler et al. [32] mesurent la densité dans un plan situé en aval d'une rangée d'aubes à des nombres de Mach allant de 0.75 à 1.02. Ils utilisent pour cela un plan laser pulsé à 193 nm et une caméra CCD intensifiée. En 1998, Dam et al. [28] utilisent une méthode très similaire et réalisent des mesures dans un jet supersonique. Cette même année, Panda et Seasholtz [71] caractérisent des jets subsoniques à Mach 0.99, et supersoniques à Mach 1.19 et 1.42, et présentant des profils de densité moyenne, et moyennées en phase avec le screech (voir section 1.2.2). Un laser de longueur d'onde 514 nm est utilisé, et fournit une puissance de 0.65 W dans le volume de mesure. Une méthode de calibration du dispositif de mesure et un ensemble d'informations techniques détaillées sont présentés. En 2001, Panda et al. [75] modifient le système d'acquisition, pour en accroitre très significativement le rapport signal sur bruit, et ainsi permettre de réaliser des mesures de spectre de masse volumique. Ils appliquent cette méthode pour mesurer les profils moyens et le contenu spectral de la couche de mélange de jets compressibles à 0.1 diamètre en aval de la tuyère. En 2002, des corrélations entre les fluctuations de densité et le champ acoustique lointain sont établies [73, 69]. En 2006, Panda [68] utilise deux systèmes d'acquisition indépendants pour établir les corrélations spatiales de la masse volumique dans des jets. En 2016, il applique les mêmes méthodes pour caractériser des couches limites chauffées [70].

#### 2.3 Méthodes de comptage

Le choix de la technologie du capteur peut avoir une incidence sur les méthodes de comptage, en particulier sur le conditionnement du signal. Deux méthodes adaptées aux capteurs de type photomuliplicateur seront décrites ci-après. Dans un premier temps, une présentation générale de ce type de capteur sera donnée.

#### 2.3.1 Description d'un photomultiplicateur

Un photomultiplicateur est un transducteur qui génère une impulsion électrique lorsqu'un photon interagit avec la zone photosensible du capteur. Une description exhaustive des caractéristiques internes et l'utilisation de ces capteurs est fournie dans un document rédigé par le fabriquant Hamamatsu [41]. On se concentrera ici sur les éléments pertinents pour notre étude.

Le principe du photomultiplicateur repose sur trois composants principaux disposés dans une enceinte sous vide. Ces composants sont représentés en figure 2.7. On peut distinguer la photo-cathode dont le rôle est d'émettre un électron lorsqu'elle reçoit un photon. C'est l'élément photon-sensible du capteur qui est placé derrière une fenêtre transparente. Il y a ensuite des électrodes, nommées dynodes, qui sont recouvertes d'un film ayant la propriété d'émettre plusieurs électrons lorsqu'il en reçoit un. Ce phénomène est appelé émission secondaire. Les électrodes sont montées en cascade pour amplifier le flux d'électrons traversant le capteur. Pour pouvoir diriger les électrons d'une dynode à la suivante, un champ électrique est généré entre chacune, en imposant entre 2 dynodes voisines une différence de potentiel. Sur le schéma, cette polarisation des électrodes est représentée par un pont diviseur de tension relié à une alimentation haute tension de quelques kilovolts. La dernière électrode, est reliée au potentiel électrique le plus haut, et dirige les électrons vers l'anode dont le rôle est de capter tous les électrons et de les diriger vers la sortie. Le flux d'électrons s'étale sur une durée de l'ordre de la nano-seconde, ce qui correspond à la durée du pulse mesurable sur le signal de sortie.

Le nombre d'électrons collectés en sortie par photon détecté est appelé le gain. Typiquement, si chaque dynode émet 6 électrons, et qu'il y a 7 dynodes comme sur le schéma, le gain est égal à  $6^7 \simeq 3 \times 10^5$ . Les dynodes ont la propriété d'émettre plus d'électrons lorsque l'intensité du champ électrique entre chacune augmente. Il est ainsi possible de régler le gain en réglant la tension de l'alimentation haute tension. Les photomultiplicateurs ayant été considérés pendant la pré-étude du système d'acquisition ont des gains réglables entre  $10^5$  et  $10^7$ , mais il n'y a pas de valeur typique. Selon la technologie et la tension, le nombre d'émissions secondaires par dynode peut passer de 2 à 100 [41].

Par ailleurs, tous les photons qui arrivent sur la photo-cathode n'engendrent pas nécessairement l'émission d'un électron. La probabilité pour que l'arrivée d'un photon soit détectée est appelée efficacité quantique  $Q_e$ . Elle vaut typiquement entre 10% et 40% pour les capteurs étudiés et varie fortement en fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente.

Ce type de capteur a un certain nombre de défauts. Par exemple, la photo-cathode émet des électrons qui déclenchent la cascade d'amplification même lorsqu'elle n'est pas soumise à de la lumière. La fréquence de ces émissions est appelée le "dark count", elle ne dépasse pas quelques centaines de détections par seconde, mais elle augmente avec la température. C'est pourquoi certains photomultiplicateurs sont refroidis. Dans notre application cela ne représente pas une quantité significative de détections, ce défaut n'est donc pas considéré.

Un autre phénomène est appelé "after pulse". Parfois, un délai ne dépassant pas quelques microsecondes est observé entre la réception d'un électron par les dynodes et l'émission secondaire. Cela se traduit par l'apparition d'un ou plusieurs pulses retardés par rapport au pulse principal, mais corrélés à la détection d'un photon. La quantité "d'after pulse" augmente avec le gain. Ce défaut étant corrélé avec la détection des photons, il n'a pas de conséquence sur la relation de proportionnalité entre la masse volumique et le flux de photons.



FIGURE 2.7 – Schéma d'un photomultiplicateur à 7 électrodes

Le dernier phénomène concerne le gain. En effet, dans la documentation il est donné comme une valeur moyenne. En réalité, le nombre d'émissions secondaires à chaque interaction avec un électron est aléatoire. Il suit une loi de Poisson. L'amplification étant réalisée par une cascade, et puisque chaque interaction produit un nombre aléatoire de nouveaux électrons, le gain associé à chaque détection de photon peut varier de plusieurs ordres de grandeurs par rapport au gain moyen. La référence [34] fournit les gains moyens et les écarts-types pour des photomultiplicateurs en fonction de leur nombre d'étages.

#### 2.3.2 Généralité sur l'estimation d'un flux de photons

Le comptage de photons vise à déterminer le nombre de photons détectés par un capteur durant un intervalle de temps dt donné. Il en découle un nombre entier représentatif de l'intensité du flux, qui une fois normalisé par dt s'exprime en photons·s<sup>-1</sup>. L'intervalle de temps peut être grand devant les variations du flux de photons, dans ce cas la valeur comptée correspond au flux moyen de photons. Si au contraire les intervalles de mesure sont courts, la mesure permet d'étudier les variations du flux et donc les variations de masse volumique. Il y a cependant une limite associée aux constantes de temps de certains types de capteurs, qui borne la valeur maximum du flux de photons mesuré, c'est l'effet "pile-up". Dans un même temps, une limite statistique liée à l'aspect aléatoire de la détection des photons, appelé "shot noise" ou bruit de photon, impose l'utilisation d'un flux important pour réduire les incertitudes. Il faut donc établir un compromis afin de minimiser l'erreur commise durant la mesure. Deux méthodes utilisées pour estimer des flux de photons sont exposées, et décrites dans le cadre de mesures réalisées avec un capteur de type photomultiplicateur.

#### 2.3.3 Comptage direct

Un premier mode de comptage est dit direct, il consiste à incrémenter un compteur à chaque arrivée de photon. Le signal électrique de sortie d'un photomultiplicateur est constitué de pics de courant d'une largeur de quelques nano-secondes qui traduisent la détection d'un photon, et d'un bruit de fond d'amplitude beaucoup plus faible. Un seuil est donc appliqué afin de discriminer les pics du bruit de fond.

Un point faible de cette méthode est qu'elle ne permet de compter deux photons successifs que si leurs détections sont séparées d'une durée supérieure à un temps caractéristique du système
dépendant de la vitesse de l'électronique et de la largeur du pic fourni par le capteur. Ce temps minium est appelé la "pulse pair résolution" ou temps mort,  $\tau$ .

Dans ces conditions, tous les photons détectés par le photomultiplicateur ne sont pas nécessairement comptés. La probabilité de détecter  $N_d$  photons pendant un intervalle de temps dt,  $p(N_d, dt)$ , se calcule en modélisant la répartition des instants de détection des photons par une loi de Poisson de paramètre  $\Phi_d dt$ . Ainsi la probabilité  $p(N_d, dt)$  est donnée par

$$p(N_d, dt) = \frac{(\Phi_d dt)^{N_d}}{N_d!} e^{-\Phi_d dt}$$
(2.20)

Par ailleurs, deux photons ne peuvent pas être comptés si ils sont séparés d'un temps inférieur à  $\tau$ . La probabilité qu'un photon détecté soit compté est donc la probabilité qu'aucun photon ne soit détecté pendant  $\tau$ , soit  $p(0, \tau)$ , qui vaut

$$p(0,\tau) = e^{-\Phi_d \tau}$$
(2.21)

Un comptage direct du nombre de photons ne permet donc pas de mesurer  $\Phi_d$  qui est proportionnel à  $\rho$ , mais le flux compté  $\Phi_c$  tel que

$$\Phi_c = \Phi_d e^{-\Phi_d \tau} \tag{2.22}$$

et comme attendu l'erreur commise augmente avec le temps mort et le flux incident.

#### 2.3.4 Intégration temporelle

Un deuxième mode de comptage consiste à intégrer le signal pendant un intervalle de temps donné. Pour chaque photon détecté par le capteur, le photomultiplicateur fournit un certain nombre d'électrons, c'est le gain du capteur. L'intégration du signal qui se trouve sous forme d'un courant électrique mesure donc la charge en Coulomb (A·s) qui peut être ramenée à un nombre de photons en la divisant par la charge induite par un seul photon. Il n'y a donc pas de possibilité de perdre des photons par superposition avec cette méthode, et le bruit est naturellement éliminé par l'intégration.

Pour autant, cette méthode nécessite un gain fixe, or ce gain est gouverné par des phénomènes aléatoires concernant le nombre d'électrons émis pour chaque interaction avec un photon, ou avec un électron dans le cas d'une émission secondaire (voir section 2.3.1). Le gain peut alors varier de plusieurs ordres de grandeur, et de façon imprévisible. Ce mode de mesure requiert donc une phase de calibration pour connaitre le gain moyen du capteur et sa distribution. Or, en plus de varier d'une détection à une autre, ce gain n'est pas nécessairement stable dans le temps ; il peut être affecté par la tension d'alimentation, la température, ou l'intensité du flux dans les instants précédant la mesure. Finalement, les incertitudes associées à cette méthode sont trop grandes pour les flux considérés dans le contexte de cette étude, elle n'est donc pas retenue ici.

#### 2.3.5 Définition du shot noise

La détection d'un photon par un capteur est un événement aléatoire ayant une probabilité p d'arriver au cours d'un intervalle de temps dt tel que décrit par l'équation (2.20). Ce comportement aléatoire est représenté en figure 2.8 : dans chaque cas est représenté l'état de la sortie d'un capteur à des instants successifs, cette état vaut 1 ou 0, la probabilité d'avoir 1 est de 50%. On cherche à estimer la probabilité d'obtenir 1 en comptant le nombre N de 1 dans des groupes de 5 cases consécutives. Le résultat de ce comptage forme une série de données aléatoires dont la moyenne vaut  $\overline{N} = 2.5$ , soit 50%. On constate que si le nombre de groupes est suffisamment grand, il est possible de retrouver la probabilité d'occurrence des 1, mais il impossible de déterminer précisément cette valeur à un instant donné, et donc son évolution au cours du temps. Cet exemple représente fidèlement le problème qui se pose pour mesurer précisément l'évolution



FIGURE 2.8 – Représentation simplifiée du shot noise.

temporelle du flux de photons. La mesure du flux via  $\Phi = N_d/dt$  est entachée d'un bruit aléatoire du même type que celui qui empêche une mesure précise de N dans l'exemple ci-dessus. Ce bruit est appelé le shot noise et peut être modélisé par un processus de Poisson. Par conséquent, le nombre de photons détectés  $N_d$  suit une loi de Poisson de paramètre  $\Phi_d dt$ , donc la variance de la distribution de  $N_d$ , VAR $(N_d)$ , est égale  $\overline{N_d}$ . Par ailleurs, une distribution de Poisson tend vers une distribution gaussienne lorsque son paramètre augmente, l'erreur étant inférieure à 5% lorsque le paramètre dépasse 12. Ainsi, le shot noise peut être modélisé par un bruit blanc gaussien de moyenne  $\overline{N_d}$ , et d'écart type  $\sigma_{N_d} = \sqrt{\text{VAR}(N_d)} = \sqrt{\overline{N_d}}$ . Le rapport signal sur bruit d'une série de données issue d'un comptage de photons est

$$SNR = \frac{\overline{N_d}}{\sigma_{N_d}} = \overline{N_d}^{1/2}$$
(2.23)

Cette relation indique que les incertitudes de mesures diminuent lorsque le flux de photons, ou le temps de comptage, augmente.

## Chapitre 3

# Développement d'un système de mesure par diffusion Rayleigh

Ce chapitre a pour but de décrire et de caractériser l'ensemble de la chaîne d'acquisition du dispositif utilisé pour la mesure de la masse volumique à l'aide de la diffusion Rayleigh. Les étapes de post-traitement pour la mesure de la masse volumique seront également abordées.

## 3.1 Présentation générale du système

Dans sa version la plus simple, le système de mesure de la masse volumique par diffusion Rayleigh est constitué d'un laser continu, d'un stoppeur de faisceau laser (*beam dump*), et d'un collecteur de lumière dans lequel se trouve un photomultiplicateur. Dans la pratique quelques éléments supplémentaires sont nécessaires. Ces éléments sont présentés sur la visualisation 3D en figure 3.1. Premièrement, un miroir de renvoi est placé sur le chemin du faisceau laser pour des raisons d'encombrement. Le laser émet un faisceau horizontal et le miroir le renvoie à la verticale. L'ajout d'un miroir augmente le niveau de luminosité ambiante à cause de la diffusion d'une partie de l'énergie du faisceau. Pour pallier à ce problème particulièrement important dans le cadre des mesures par diffusion Rayleigh, le miroir est monté dans un cube de 30 mm de côté (élément optique standard) percé sur deux faces orthogonales dans lesquelles sont montés deux tubes de 100 mm de long afin d'absorber une partie des réflexions. Un diaphragme de diamètre 4 mm est également utilisé en aval du miroir pour bloquer les résidus de lumière diffusée. Deux modèles de lasers associés à des faisceaux de diamètres différents ont été utilisés lors de la campagne de mesure, une lunette permettant de régler le diamètre du faisceau a donc également été installée en amont du miroir.

Par ailleurs, la mesure des fluctuations de masse volumique peut nécessiter l'utilisation de deux photomultiplicateurs. Il aurait été possible de les intégrer dans un seul collecteur, mais au prix de l'installation d'une lame séparatrice de faisceau pour pouvoir alimenter chaque capteur par une partie de la lumière collectée. Dans ce cas, chaque photomultiplicateur reçoit moitié moins d'énergie que s'il était seul en aval du collecteur. Pour ne pas se trouver dans cette situation, 2 collecteurs différents ont été utilisés, chacun associé à un capteur de type Hamamatsu H7422P-40. Les deux collecteurs sont montés de chaque côté du jet et le point de mesure visé peut être réglé indépendamment. Pour éviter que la lumière réfléchie sur la lentille frontale du collecteur 1 ne parasite la mesure du collecteur 2, et vice-versa, ils ne sont pas face à face, mais forment un angle avec la direction radiale comme montré sur la figure 3.2. Toujours pour diminuer la quantité de lumière parasite, un fond noir est placé en face de chaque collecteur. Ce fond noir est fabriqué à partir d'un tube de 200 mm de diamètre intérieur et 300 mm de long, peint en noir, et dont un côté est bouché par de la mousse acoustique noire. Le rôle de la mousse acoustique est de réduire les possibles résonances par rapport à un tube avec un fond rigide.



FIGURE 3.1 – Représentation des différents éléments du dispositif de mesure. Les échelles sont respectées.

Ces éléments sont installés sur le châssis (non représenté en figure 3.1), ils sont donc fixes les uns par rapport aux autres, l'élasticité du châssis étant négligée.

## **3.2** Description des collecteurs

Deux collecteurs de lumière indépendants ont été utilisés pour les essais. Le collecteur 1 a été réalisé pendant la thèse à partir d'éléments optiques standards pour répondre au besoin d'avoir un collecteur pouvant accueillir deux photomultiplicateurs. La figure 3.3 montre une visualisation du modèle 3D dans laquelle sont indiquées les caractéristiques des différents éléments. Caché dans le tube frontal, se trouve une lentille frontale et une lentille secondaire de focale 230 mm. Cet ensemble permet de focaliser le faisceau en direction d'une fente via un miroir de renvoi. La fente



FIGURE 3.2 – Disposition des collecteurs par rapport à l'axe du jet



 $F_{IGURE} 3.3 - Modèle 3D du collecteur 1$ . Les pièces en rouges ne sont mises en place que lorsque le collecteur est utilisé avec deux photomultiplicateurs. Le boitier qui enferme les éléments optiques n'est pas représenté.

mesure 0.15 mm  $\times$  3 mm et permet de délimiter la zone de mesure au niveau du point focal de la lentille frontale. Après la fente, la lumière est focalisée sur un photomultiplicateur, avec la possibilité d'insérer une lame séparatrice dans le faisceau pour le diviser en deux, et en rediriger une partie vers un deuxième photomultiplicateur. Le collecteur 2 est réalisé à partir d'une sonde Aerometrics dans laquelle a été installé un photomultiplicateur. Un schéma en figure 3.4 de la sonde montre les éléments optiques du collecteur. Les éléments qui le composent sont sensiblement les mêmes que pour le collecteur 1.

## 3.3 Description de la chaine d'acquisition

Un certain nombre d'éléments sont communs aux systèmes de mesure de masse volumique par diffusion Rayleigh [50, 32, 28, 73, 70, 44]. Le premier élément est le laser qui génère le faisceau incident. Ensuite, la lumière diffusée est collectée par un ensemble optique consistant au minimum en une lentille permettant de focaliser la lumière issue du volume de mesure sur un capteur de type photomultiplicateur dans le cas général [50, 28, 73, 70, 44]. Le signal de sortie du capteur est finalement conditionné, et un dispositif permettant de compter les photons est utilisé. Moins fréquemment, l'étape de comptage a été remplacée par la mesure du courant du photomultiplicateur [50], ou encore, le photomultiplicateur a été remplacé par une caméra [28].

Une partie de ce travail de thèse a consisté à optimiser la chaîne d'acquisition en bénéficiant des avancées technologiques dans le domaine des cartes d'acquisitions et des capteurs. Une chaîne d'acquisition représentative de celles utilisées dans les travaux conduits par Panda *et. al* est décrite ci-dessous suivie par une description générale de notre système.



FIGURE 3.4 – Schéma du collecteur 2 à l'échelle.



FIGURE 3.5 – Schéma d'une chaine d'acquisition classique

## 3.3.1 Configuration usuelle de la chaine d'acquisition

La figure 3.5 reprend les éléments d'une chaîne utilisée dans les références [73, 70, 44]. Un laser génère un faisceau qui traverse l'écoulement. Une fibre optique peut éventuellement servir à transporter le faisceau à partir du laser jusqu'à la zone à étudier [71]. Elle a l'avantage de déporter le laser loin des sources de bruit afin de limiter sa détérioration. Néanmoins, si cette fibre n'est pas mono-mode, la polarisation du faisceau est altérée, et la diffusion est donc moins efficace.

La lumière diffusée provenant d'une région d'intérêt traversée par le faisceau est collectée, et est focalisée sur une fibre optique reliée à un photomultiplicateur. Là encore, la fibre est utilisée pour déporter le photomultiplicateur dans une zone moins soumise aux vibrations.

Le signal de sortie du photomultiplicateur est ensuite amplifié, et envoyé dans un conditionneur. Le conditionneur met en forme le signal en discriminant le bruit de fond et les pulses associés à la détection de photons, à l'aide d'un seuil de tension préréglé. Ce signal est envoyé au compteur, par exemple du type SRS SR400 ou Hamamatsu C9744, qui restitue finalement au PC une série temporelle correspondant au nombre de photons comptés durant des intervalles de temps successifs dont la durée est définie à l'avance en fonction des fréquences caractéristiques à observer. En admettant que les fibres optiques ne soient pas limitées en puissance transmissible, le goulot limitant les flux mesurables dans cette chaîne se situe au niveau du comptage. En effet, lors des détections de photons les photomultiplicateurs adaptés au comptage génèrent des pulses généralement courts. Cela autorise des détections très rapprochées sans que les pulses ne se superposent. Au contraire, le conditionneur augmente la largeur des pulses pour qu'ils soient mesurables par le compteur, et lui-même est en général incapable de compter deux pulses si ils sont trop rapprochés. Plus précisément, les pulses en sortie de photomultiplicateurs sont larges de quelques nanosecondes, alors que le capteur ne peut pas compter deux pulses séparés de moins de quelques dizaines de nanosecondes. Les optimisations proposées dans le cadre de cette étude vont donc principalement porter sur le comptage.

#### 3.3.2 Configuration optimisée de la chaîne d'acquisition

Une représentation schématique de la chaîne d'acquisition utilisée ici est proposée en figure 3.6. La différence avec la figure 3.5 se situe au niveau du comptage. En effet, la technologie actuelle des systèmes d'acquisition permet de numériser des signaux à des fréquences d'acquisition suffisantes pour observer des phénomènes dont la durée est de l'ordre de la nanoseconde. Les mémoires sont par ailleurs suffisantes pour réaliser des mesures d'une durée de l'ordre de la seconde. Ces caractéristiques correspondent à des technologies disponibles en 2015, il n'y a cependant aucun doute sur l'augmentation de la mémoire dans les prochaines générations de cartes d'acquisition.

Ces caractéristiques permettent de numériser directement le signal de sortie d'un photomutltiplicateur afin de procéder au comptage de manière logicielle durant les étapes de post-traitement. On s'affranchit ainsi des limitations du compteur mentionnées ci-dessus. Le travail du conditionneur est remplacé par un seuil appliqué au signal numérisé pour supprimer le bruit de fond, et ne garder que les pics correspondant à la détection d'un photon. Ensuite, l'instant d'arrivée de chaque photon est enregistré dans un tableau. Pour obtenir un signal comparable à celui obtenu en sortie d'un compteur traditionnel il suffit de compter le nombre de photons arrivés dans des intervalles de temps successifs. Notons également que la taille de ces intervalles peut être définie arbitrairement, donc le choix de la fréquence d'acquisition est libre. Cette caractéristique aura un certain nombre d'avantages par la suite.

Pour permettre la mesure de signaux de sortie des photomultiplicateurs, la carte d'acquisition doit proposer une gamme de tension d'entrée suffisamment petite pour se passer de l'utilisation d'un amplificateur dont la bande passante peut être limitante. Une première évaluation de la tension moyenne  $V_p$  des pulses que doit pouvoir mesurer une carte dont l'impédance d'entrée est Z, associée à un photomultiplicateur ayant un gain G et émettant des pulses d'une durée dt est donnée par

$$V_p = -Z\frac{G}{dt}e\tag{3.1}$$

où  $e = 1.602 \times 10^{-19}$  C est la charge élémentaire. Pour  $Z = 50 \ \Omega$ ,  $G = 10^6$ , et dt = 1 ns,  $V_p = -8$  mV.

Le photomultiplicateur de type Hamamatsu H7422p-40 a été choisi. Il dispose d'un gain maximum de  $2 \times 10^6$ , d'une sortie haute impédance générant des pulses d'une largeur inférieure à 2 ns, ainsi que d'une efficacité quantique maximale de 40% pour une longueur d'onde incidente de 580 nm. Une modification a été requise pour supprimer la limitation en courant maximum de sortie initialement réglée à 2  $\mu$ A, soit quelques millions de photons par seconde.

L'ensemble de ces caractéristiques a permis de choisir la carte d'acquisition NI-5160 disposant d'une bande passante de 500 Mhz, d'une fréquence d'échantillonnage de 2.5 GHz, ainsi que d'une résolution de 10 bits permettant d'atteindre une résolution en tension de 0.5 mV, suffisante pour ne pas utiliser d'amplificateur. La mémoire de cette carte peut être de 2 Go au maximum, ce qui permet l'acquisition de 10<sup>9</sup> points en continu, répartis sur une à quatre voies.

La partie optique du dispositif est nominalement constituée d'un laser à fibre continu de marque ALS. Il délivre une puissance de 5 W à 532 nm répartie sur un faisceau d'environ 1 mm de diamètre à 1 m de la source. Ce laser a occasionnellement été remplacé par un laser



FIGURE 3.6 – Schéma de la chaîne d'acquisition optimisée pour cette étude

Spectra-Physics dont les caractéristiques sont équivalentes. Deux collecteurs de lumière ont été utilisés, chacun étant équipé d'un photomultiplicateur.

Afin de limiter les pertes optiques, aucune fibre n'est utilisée dans le système. Le laser et les photomultiplicateurs sont donc soumis aux vibrations induites par le champ acoustique, dont l'impact s'avère cependant être faible. Pour limiter les risques, une protection acoustique est mise en place sur le laser lorsque les niveaux sont très importants comme dans le cas de jets supersoniques sous-détendus.

## 3.4 Caractérisation de la chaîne d'acquisition

#### 3.4.1 Bande Passante

Pour des raisons pratiques, la carte d'acquisition et le PC sont déportés en dehors de la chambre anéchoïque. Un câble BNC 50  $\Omega$  d'environ 20 m relie la sortie du photomultiplicateur à l'entrée de la carte d'acquisition. Étant donné le caractère haute fréquence des signaux utilisés, la fonction de transfert de l'ensemble câble + carte a été mesurée pour vérifier que la bande passante permette bien une application de comptage de photons. Un générateur de fonction arbitraire (Tektronix AWG7122C) a été branché à la place du photomultiplicateur. Des balayages en fréquence ont été générés afin de déterminer la réponse en fréquence du système, ainsi que l'atténuation du câble. Ces résultats sont présentés en figure 3.7. L'effet du câble correspond à une atténuation de 3 dB à 280 MHz, et 6 dB à 800 MHz. Pour mieux caractériser cet effet, la réponse en fréquence a été modélisée avec et sans câble par une fonction de transfert à 8 pôles qui permet d'atteindre la coupure à -48 dB/octave observée. Les réponses impulsionnelles associées aux modélisations sont fournies en figure 3.8. Une augmentation de 10% de la largeur à mihauteur liée au câble est constatée. Cela représente 0.2 ns, ce qui est bien inférieur à la résolution temporelle de la carte de 0.7 ns à 2.5 GHz. Cette réponse impulsionnelle est comparée en figure 3.9 à la forme typique d'une détection de photon obtenue en movennant 1000 détections à partir du signal de sortie du photomultiplicateur, et après avoir normalisé chaque détection par son amplitude. La largeur du pulse est d'un peu moins de 2 nanosecondes, c'est-à-dire environ 2 fois la largeur de la réponse impulsionnelle. En conclusion, la bande passante du système d'acquisition n'est pas limitante, et l'utilisation d'un câble, même long, n'introduit pas de problème pour le comptage de photons.

#### 3.4.2 Détermination du gain

Le gain du photomultiplicateur est réglable à l'aide d'une tension de consigne  $V_{cont}$  qui doit être comprise entre 0.5 V à 0.9 V, ce qui correspond selon la documentation à un gain de  $4 \times 10^4$ à  $2 \times 10^6$ . Un gain trop faible engendre des difficultés à discriminer les détections de photons du bruit. Un gain trop fort risque de saturer la carte d'acquisition qui bascule automatiquement dans un mode protégé en réglant son impédance d'entrée à 1 M $\Omega$ , ce qui rend impossible toute



FIGURE 3.7 - (a): Réponse en fréquence de la carte d'acquisition NI-5160 avec : —, câble court ; — câble de 10 m. …, modélisation. (b) : Atténuation attribuable au câble.



FIGURE 3.8 – Réponse impulsionnelle de la carte NI-5160 avec et sans câble.



FIGURE 3.9 – Moyenne du signal de 1000 détections de photons, normalisé par l'amplitude maximum du pic.  $\cdots$ ,  $\pm 1$  écart-type; --, réponse impulsionnelle avec câble.



FIGURE 3.10 – Répartition des largeurs de pulse en fonction de l'amplitude pour  $\cdots$ ,  $V_{cont} = 0.7$ V;  $\cdots$ ,  $V_{cont} = 0.8$  V;  $\cdots$ ,  $V_{cont} = 0.9$  V. Les lignes représentent les densités de probabilités dans leurs axes respectifs.

mesure.

La finalité de ce paramétrage est de pouvoir compter le plus de photons possible en diminuant le temps mort : l'effet du gain sur la largeur des pulses a été analysé. Dans ce but, le photomultiplicateur a été placé dans un endroit sombre pour diminuer le flux de photons incidents, et ainsi permettre d'étudier les pulses indépendamment. La carte a été réglée pour répéter 1000 acquisitions de 8  $\mu$ s avec un déclenchement sur les pulses. Cette mesure est répétée pour des tensions de contrôle  $V_{cont} = 0.7$ , 0.8 et 0.9 V. Pour chaque acquisition, l'amplitude et la largeur du pulse sont déterminées en modélisant la signature par une fonction gaussienne. Les résultats sont présentés en figure 3.10 sous la forme d'un nuage de point montrant la largeur en fonction de l'amplitude. L'augmentation du gain entraîne une augmentation de l'amplitude comme cela est prévu, mais la largeur à mi-hauteur n'est pas influencée, et vaut environ 1.5 ns.

L'effet du gain sur l'amplitude des pulses est représenté sous forme de densité de probabilité en figure 3.11. Lorsque le gain est suffisant pour que les pulses soient d'amplitudes suffisantes pour se démarquer du bruit, ici 0.8 V et 0.9 V, la distribution fait apparaître un maximum de probabilité. Du côté des amplitudes faibles, la densité de probabilité atteint un minimum proche de 1.5 mV et remonte brutalement en s'approchant de 0 V. Dans cette région, les points détectés comme des pulses correspondent en réalité à du bruit. D'après ce résultat, une tension de contrôle de 0.9 V paraît être mieux adaptée. Par sécurité, en pratique,  $V_{cont}$  a été réglé à 0.8 V pour éviter toute saturation de la carte d'acquisition.

#### 3.4.3 Détermination du seuil

La méthode de comptage nécessite de seuiller le signal afin de discriminer les détections de photons du bruit. La répartition des amplitudes des pulses présentée en figure 3.11 permet de discerner une région dans laquelle les pics sont associés au bruit et une région dans laquelle les pics sont associés aux photons. La démarcation est franche, et pour compter un maximum de photons, le seuil devrait être réglé à 1.5 mV. Néanmoins, ces premiers essais ont été réalisés dans de bonnes conditions du point de vue des perturbations électromagnétiques (câble court, pas de variateur puissant à proximité). Pour limiter les risques de compter du bruit dans l'hypothèse où les signaux seraient dégradés, la limite de 1.5 mV a été arbitrairement doublée pour finalement retenir le seuil de 3 mV.



FIGURE 3.11 – Densité de probabilité normalisée de l'amplitude des détections de photons. —,  $V_{cont} = 0.7 \text{ V};$  —,  $V_{cont} = 0.8 \text{ V};$  —,  $V_{cont} = 0.9 \text{ V};$  — – –, seuil à 3 mV

#### 3.4.4 Détermination du temps mort $\tau$ et correction

Le temps mort correspond au délai minimum nécessaire entre la détection de deux photons pour qu'ils soient tous les deux comptés. L'existence de ce temps mort conduit à une perte de linéarité entre le flux détecté et le flux compté, tel que décrit par l'équation (2.22). Dans un système utilisant un compteur, et si le photomultiplicateur est adapté au comptage,  $\tau$  correspond généralement aux limites du compteur. Dans le cas présent, la réponse impulsionnelle de la carte d'acquisition (figure 3.8) est rapide en comparaison du pulse associé à la détection d'un photon (figure 3.9). La bande passante de la carte ne devrait donc pas influencer  $\tau$ . Par ailleurs, si la fréquence d'échantillonnage est choisie suffisamment grande pour discrétiser le pulse,  $\tau$  devrait être du même ordre que la largeur d'un pulse, soit environ 1.5 ns d'après la figure 3.10.

Afin de déterminer précisément cette valeur, des signaux synthétiques comportant un nombre connu de pulses, et représentatifs de signaux en sortie de photomultiplicateur ont été générés et mesurés par le système. Ces signaux ont une durée de 0.75 ms, et sont échantillonnés à 4 GHz (soit 300 millions de points). Les signaux synthétiques sont initialement une série de zéros à laquelle s'ajoute de manière aléatoire des pulses dont la forme est basée sur les observations réelles, et dont l'amplitude suit une répartition gaussienne. Le signal synthétique a donc les propriétés aléatoires des signaux réels, notamment la possibilité pour deux pulses de se superposer.

Le flux  $\Phi_d$  est connu par construction, et  $\Phi_c$  par comptage; ils sont en théorie reliés par l'équation (2.22) rappelée ici

$$\Phi_c = \Phi_d \ e^{-\Phi_d \tau} \tag{3.2}$$

Dans le cadre des mesures, contrairement au cas présent,  $\Phi_c$  qui est connu grâce au comptage alors que  $\Phi_d$  recherché. On travaille donc sur la version inversée de la relation (2.22). La fonction W de Lambert permet par exemple d'obtenir une estimation  $\Phi_d^*$  de  $\Phi_d$  à partir de  $\Phi_c$  et  $\tau$ 

$$\Phi_d^* = \frac{W(-\Phi_c \tau)}{\tau} \tag{3.3}$$

Une autre façon de déterminer  $\Phi_d^*$  consiste à observer que l'équation (3.2) a le même développement limité à l'ordre 2 que

$$\Phi_c \simeq \frac{\Phi_d}{1 + \tau \Phi_d} \simeq \Phi_d - \tau \Phi_d^2 \tag{3.4}$$

et par identification,

$$\Phi_d^* \simeq \frac{\Phi_c}{1 - \tau \Phi_c} \tag{3.5}$$

Correction	$f_{ech} = 2.5 \text{ GHz}$	$f_{ech} = 1.25 \text{ GHz}$	$f_{ech} = 0.625 \text{ GHz}$
Eq. (3.3)	1.48	1.62	2.33
Eq. $(3.5)$	1.58	1.73	2.58

TABLE 3.1 – Temps mort  $\tau$  en nanoseconde calculé pour les corrections (3.3) et (3.5) à différente fréquences d'échantillonnages.



FIGURE 3.12 – A gauche, flux comptés  $\Phi_c$  et corrigés  $\Phi_d^*$  en fonction de  $\Phi_d$  pour des signaux synthétiques. A droite, erreur relative commise pour la correction de  $\Phi_c$  à 1.25 GHz. —,  $\Phi_d$ ;  $\cdots$ ,  $\Phi_c$  à 2.5 GHz; --,  $\Phi_c$  à 1.25 GHz;  $-\cdot$ ,  $\Phi_c$  à 0.625 GHz. Flux corrigé  $\Phi_d^*$  à partir de  $\Phi_c$  à 1.25 GHz :  $\Box$ , Eq. (3.3); +, Eq. (3.5).

Trouver  $\tau$  revient donc à minimiser l'écart entre  $\Phi_d^*$  et  $\Phi_d$ . Cette opération a été réalisée en tenant compte des deux méthodes de correction proposées par les équations (3.3) et (3.5), pour les fréquences d'acquisition  $f_{ech} = 2.5$  GHz,  $f_{ech} = 1.25$  GHz et  $f_{ech} = 625$  MHz. Pour chaque cas le résultat est proposé dans la table 3.1. Une première remarque concerne la différence entre le temps mort nécessaire pour minimiser l'écart entre  $\Phi_d^*$  et  $\Phi_d$  selon la méthode de correction. La correction par l'équation (3.5) est légèrement trop faible et nécessite un  $\tau$  plus grand. La deuxième remarque est l'augmentation de  $\tau$  lorsque la fréquence d'échantillonnage diminue. Cette tendance est attendue puisque dans tous les cas, pour être comptés, deux pulses doivent être séparés d'au moins un échantillon, or plus  $f_{ech}$  est faible, plus ce temps est grand.

Les flux comptés sont présentés en figure 3.12 pour les trois fréquences d'échantillonnages. L'augmentation de  $\tau$  avec la diminution de  $f_{ech}$  se traduit par une perte de linéarité plus marquée, mais la différence entre les mesures à 2.5 Ghz et 1.25 Ghz est faible. Or, la mémoire de la carte étant constante, diviser par deux la fréquence d'échantillonnage permet de faire des acquisitions deux fois plus longues. La fréquence de 1.25 Ghz semble donc adaptée à la dynamique du système d'acquisition et permet des enregistrements de 0.86 secondes à répartir sur les différentes voies.  $f_{ech} = 1.25$  GHz est donc la fréquence qui sera choisie pour discrétiser le signal de sortie des photomultiplicateurs.

La figure 3.12 montre également l'effet de la correction et l'erreur commise. Le calcul de  $\Phi_d^*$  est effectué avec une erreur moyenne de 0.1% pour la méthode approximative (3.5), et une erreur moyenne de 0.03% avec la fonction W de Lambert (3.3). Ces erreurs sont faibles, ainsi  $\Phi_d^*$  et  $\Phi_d$  seront confondus dans la suite du manuscrit.

## 3.5 Description du volume de mesure

#### 3.5.1 Dimension du volume de mesure

La dimension du volume de mesure intervient dans l'estimation du flux de photons décrit par l'équation (2.18), dans les résolutions spatiales maximales atteignables dans les profils, dans l'atténuation des grands nombres d'onde, et donc des hautes fréquences sur les spectres, où encore dans le nombre de poussières détectées. Ce volume est déterminé par les caractéristiques de plusieurs éléments dans les collecteurs optiques. Les éléments principaux communs aux deux collecteurs sont représentés sur le schéma en figure 3.13, et les dimensions correspondantes sont reportées dans la table 3.2. Le schéma fait apparaître l'utilisation d'une fente permettant de restreindre l'étendue de la mesure dans la direction du faisceau. Les collecteurs sont placés de sorte à ce que le faisceau passe par le point focal de la lentille frontale  $l_1$  perpendiculairement à la fente. La longueur de la fente est suffisamment grande devant le diamètre du faisceau. Le volume de mesure est donc une portion de faisceau du diamètre du faisceau et de hauteur h = h'(f/f'). La largeur de la fente h' a été choisie à partir des dimensions standards pour que h soit égale à environ 0.3 mm. Le diamètre du faisceau dépend des caractéristiques du laser, et des éléments optiques de mise en forme du faisceau. Trois montages différents ayant un effet sur le faisceau ont été utilisés pour les mesures présentées par la suite : l'un implique le laser ALS-GR-65, deux autres utilisent le laser Millennia eV avec et sans lunette optique.

Le diamètre du faisceau du laser ALS n'a pas pu être mesuré, mais la documentation indique que son diamètre à mi-intensité à une distance de 80 cm du laser est de 1.1 mm . Les deux configurations utilisant le laser Millennia ont étés analysées à partir de photos du faisceau. Un appareil photo a été placé perpendiculairement au faisceau, et au plan de polarisation pour maximiser la quantité de lumière collectée par diffusion Rayleigh. Un temps de pose suffisamment long (0.5 s) a permis d'obtenir une photo du faisceau telle que présentée figure 3.14.

Supposons que l'intensité du faisceau f(y, z) est un fonction gaussienne d'écart type  $\sigma$ , alors

$$f(y,z) = A \ e^{-\frac{(y^2 + z^2)}{2\sigma^2}} \tag{3.6}$$

où A est une constante. Le profil de luminosité F observé sur les photos correspond au profil du faisceau intégré selon une direction, y par exemple, soit

$$F(z) = A \ e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy$$
(3.7)

d'où

$$F(z) = A\sqrt{2\pi\sigma} \ e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \underbrace{\left[\operatorname{erf}(\frac{y}{\sqrt{2}\sigma})\right]_{-\infty}^{+\infty}}_{=2}$$
(3.8)

Le profil F(z) est donc une gaussienne d'écart type égal à l'écart type du profil observé sur les photos du faisceau. Il est ainsi possible de déterminer le diamètre du faisceau d à mi-intensité à partir des photos. Les profils sont représentés en figure 3.15 pour le laser Millenia avec et sans lunette. Pour les mesures simultanées de densité en deux points uniquement, une paire de miroirs de renvoi a été utilisée (voir section 5.3). La figure 3.15 montre également les profils des faisceaux mesurés après le passage dans ces miroirs. Les diamètres à mi-intensité correspondant aux cinq cas mentionnés ci-dessus sont résumés dans la table 3.3 pour une puissance de 5 W. Quelle que soit la configuration, l'ordre de grandeur de d est le millimètre, le volume de mesure est donc un cylindre d'environ 1 mm de diamètre et 0.3 mm de hauteur.



FIGURE 3.13 – Schéma d'un collecteur optique.

	f	f'	h	$h\prime$
Collecteur 1	750	500	0.2	0.30
Collecteur 2	500	240	0.15	0.31

TABLE 3.2 – Longueurs caractéristiques des collecteurs en millimètre.



FIGURE 3.14 – Photo du faisceau émis par un laser Millenia.



FIGURE 3.15 – Profil de l'intensité lumineuse extrait des photos du faisceau laser. —, avec lunette; —, sans lunette. Les pointillés correspondent au faisceau après réflexion sur deux miroirs de renvoi.

	ALS	Millenia	Millenia + miroirs
Sans lunette	1.1	1.48	$1.66^{*}$
Avec lunette	_	0.78	0.95

TABLE 3.3 – Diamètre du faisce au laser à mi -intensité. \* configuration non utilisée au cours des mesures.

#### 3.5.2 Position du volume de mesure

Sans écoulement, la position du volume de mesure est simplement établie en visant un point dont la position est connue, ensuite ce point est déplacé dans la zone à mesurer en translatant le chariot supposé rigide. Dans les écoulements compressibles des variations de masse volumique  $\rho$  apparaissent et engendrent une variation de l'indice de réfraction n comme décrit par la relation de Gladstone–Dale

$$(n-1) = \kappa \rho \tag{3.9}$$

où  $\kappa \simeq 2.3 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1}$  est la constante de Gladstone–Dale [87]. Le faisceau est donc réfracté à cause de l'inhomogénéité du milieu qu'il traverse.

La courbure d'un faisceau se propageant initialement dans la direction  $\vec{x}$  est donnée par

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y}, \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z}$$
(3.10)

La déflection angulaire  $\epsilon$  se calcule en intégrant ces relations dans la direction  $\vec{x}$ , et le déplacement en intégrant la déflection sur le parcours du faisceau tel que

$$\Delta y = \iint \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial y} dx \, dx', \qquad dz = \iint \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} dx \, dx' \tag{3.11}$$

 $\operatorname{soit}$ 

$$\Delta y = -\kappa \iint \frac{1}{1 - \kappa \rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} dx \, dx', \qquad dz = -\kappa \iint \frac{1}{1 - \kappa \rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} dx \, dx' \tag{3.12}$$

Dans un jet, le gradient  $\partial \rho / \partial z$  est négligeable devant le gradient  $\partial \rho / \partial y$ , le déplacement du volume de mesure induit par la réfraction sera donc presque exclusivement dû aux gradients transversaux.

L'objectif est de quantifier le déplacement du faisceau. L'effet des fluctuations de masse volumique étant difficile à modéliser, seul le déplacement induit par un profil moyen de masse volumique est considéré. Un profil représentatif de  $\rho(r)$  dans un jet froid à Mach 0.9 est déterminé à partir de la relation de Crocco-busemann et d'un profil de vitesse comme décrit en section 1.3. Il est présenté en figure 3.16. Connaissant  $\rho(r)$ ,

$$\frac{\partial \rho(x, y, z)}{\partial y} = \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial \rho(r, z)}{\partial r}$$
(3.13)

or,  $r = \sqrt{y^2 + x^2}$ , donc

$$\frac{\partial \rho(r,z)}{\partial y} = \frac{y}{r} \frac{\partial \rho(r,z)}{\partial r}$$
(3.14)

Les déflections attendues étant faibles, y est supposé constant et égal à la distance entre l'axe du jet et le faisceau laser sans écoulement. L'équation (3.14) est utilisée avec l'équation (3.12) pour calculer numériquement (méthode des trapèzes) la déviation  $\Delta y$ . Des exemples de résultats sont fournis en figure 3.17 pour différent y à travers le profil présenté en figure 3.16. Cette figure permet de constater que le passage au travers de la couche de mélange du jet courbe effectivement le faisceau. Un faisceau initialement vertical croisant le jet à y = 0.35D sera ainsi dévié de la verticale de 0.5  $\mu$ m tous les 5 mm. Cependant, le volume de mesure est toujours situé à x = 0puisque le chariot de déplacement n'autorise que des déplacements en  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ . Pour ce jet, le



FIGURE 3.16 – Profil de masse volumique obtenu à partir de [71] pour un jet froid à Mach 0.9.



FIGURE 3.17 – Déviation du faisceau suivant la direction  $\vec{y}$  induit par la réfraction dans un jet froid à Mach 0.9. —, y = 0.25D; —, y = 0.35D; —, y = 0.5D

faisceau n'est donc dévié que de 0.3  $\mu$ m vers l'intérieur lorsque y = 0.35D. En comparaison du diamètre du faisceau, et des incertitudes sur la position du point de mesure introduites lors du recalage des axes sur le point de référence, l'effet de la réfraction sera considéré comme négligeable.

## 3.6 Estimation du flux de photons

D'après les caractéristiques du système décrites dans les paragraphes précédents, le flux de photons détécté peut être estimé pour chaque collecteur à partir de la relation (2.18). L'ensemble des valeurs nécessaires à l'application numérique est regroupé dans la table 3.4. Les flux détectés sont estimés à

$$\Phi_{d1} = 9.0 \times 10^{6} P \rho 
\Phi_{d2} = 1.2 \times 10^{7} P \rho$$
(3.15)

$\lambda$	532	nm
$V_{sc}$	$2.4\times10^{-10}$	$\mathrm{m}^3$
$I_i$	$1.3  imes 10^6$	${ m W/m^2}$ (Pour 1 W)
$\partial\sigma/\partial\Omega$	$5.9\times10^{-32}$	$\mathrm{m^2/Sr}$
$N_A/\mathcal{M}$	$2.1 \times 10^{25}$	$\mathrm{kg}^{-1}$
1/(hc)	$5.0  imes 10^{24}$	$\mathrm{J}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
$\psi$	$\pi/2$	$\operatorname{rad}$
$\partial \Omega_1$	$3.1  imes 10^{-2}$	$\operatorname{sr}$
$\partial \Omega_2$	$4.4 \times 10^{-2}$	$\operatorname{sr}$
$Q_E$	0.3	

TABLE 3.4 – Grandeurs utilisées pour l'estimation du flux de photons.

## 3.7 Validation sous conditions controlées

Les propriétés attendues de la mesure d'un phénomène lié à la diffusion Rayleigh telles que la linéarité entre le flux de photons et l'intensité du faisceau, ou la dépendance à l'angle de polarisation ont été testées. L'objectif est de valider la chaîne d'acquisition. Pour cela, on s'affranchit des doutes concernant la part de diffusion de Mie dans les résultats, en réalisant des mesures dans de l'air issue d'une bouteille, dont la pureté est garantie à 99.999%.

#### 3.7.1 Linéarité entre le flux de photons et la puissance incidente

Le flux de photons collecté varie en théorie linéairement avec la puissance du faisceau incident. Cependant, l'estimation du flux étant réalisée par comptage, les limitations (*pile-up effect*) évoquées dans la section 3.4.4 s'appliquent. Le flux de photons détecté  $\Phi_d$  est donc obtenu en appliquant la correction fournie par l'équation (3.5) avec  $\tau = 1.6$  ns. Un résultat est illustré pour le collecteur 2 en figure 3.18(a), avant et après correction de l'effet *pile-up*. Pour quantifier la linéarité, les flux corrigés sont comparés à la droite des moindres carrés correspondante. L'erreur observable en figure 3.18(b) oscille autour de zéro et ne présente pas de tendance claire, ce qui confirme que la correction n'a pas introduit de biais. La pente peut être comparée à la valeur prédite par l'équation (2.18) en prenant  $\rho = 1.17 \text{ kg/m}^3$ , soit  $\Phi_{d2} = 1.4 \times 10^7$  photons / W / s, contre 9.8 × 10<sup>6</sup> photons / W /s pour la mesure. L'écart est notable mais peut être considéré comme petit au regard des incertitudes sur les différents paramètres, en particulier le volume de mesure dont les dimensions dépendent de la qualité de la mise au point du collecteur. Par ailleurs, la contribution des réflexions du laser est proportionnelle à la puissance, elle tend donc à surestimer la pente. Le décalage à l'origine de 8.6 × 10<sup>4</sup> photon/s correspond à la luminosité ambiante (sans laser), qui est faible mais parfaitement mesurable.

#### 3.7.2 Dépendance à l'angle de polarisation

La dépendance à l'angle de polarisation  $\psi$  est testée en introduisant une lame demi-onde derrière la tête laser. Grâce à cette lame, il est possible de faire tourner le plan de polarisation autour de l'axe du laser, et ainsi de mesurer le flux de photons détecté en fonction de  $\psi$ . D'après la relation (2.18),  $\phi_d$  devrait évoluer comme  $\sin^2 \psi$ . Le résultat de cet essai est représenté en figure 3.19 et se superpose effectivement à une loi en  $\sin^2 \psi$  d'amplitude  $2.1 \times 10^6$  photon/s, avec un décalage à l'origine de  $1.4 \times 10^5$  photon/s qui provient de la luminosité ambiante à laquelle s'ajoutent les réflexions supplémentaires du laser sur la lame demi-onde.



FIGURE 3.18 – (a) : flux de photons compté  $\Phi_c$  ( $\circ$ ) en fonction de la puissance incidente, et flux collecté  $\Phi_d$  ( $\cdot \Box \cdot$ ) corrigé avec  $\tau = 1.6$  ns. Les pointillés correspondent à la régression linéaire pour  $\Phi_d$ . (b) : différence entre  $\Phi_d$  et sa régression linéaire.



FIGURE 3.19 – Flux de photons détecté en fonction de l'angle de polarisation pour une puissance laser de 0.5 W.



FIGURE 3.20 – (a) : écart-type du nombre de photons comptés  $N_d$  par intervalle de 10 $\mu$ s en fonction de  $\sqrt{N_d}$ . (b) : rapport signal sur bruit en fonction de N. Les pointillés indiquent le résultat prédit par les lois de Poisson.

#### 3.7.3 Shot-noise

Le nombre de photons  $N_d$  détectés durant un intervalle de temps dt est modélisé par une loi de Poisson dont le paramètre est le nombre moyen de détections  $\overline{\Phi_d}dt$ . Ainsi, la probabilité de compter N photons pendant dt est déterminée par l'équation (2.20). Même lorsque  $\Phi_d dt$  est constant, la probabilité de d'obtenir  $N_d \neq \Phi_d dt$  est grande. Le nombre de photons comptés ne permet donc de déterminer le flux qu'en moyennant un grand nombre d'échantillons, chaque échantillon étant affecté par un bruit appelé *shot-noise*, ou bruit de photon. Ce bruit est discuté en section 2.3.5 où l'expression du rapport signal sur bruit a été établie, et rappelée ici

$$SNR = \frac{N_d}{\sigma_{N_d}} = \bar{N_d}^{1/2}$$
(3.16)

Cette caractéristique est testée ici sur la base des mesures présentées au paragraphe 3.7.1. Le signal temporel  $N_d(t)$  est mesuré à une fréquence de 100 kHz, soit  $dt = 10\mu$ s durant 0.8 s. Les moyennes et écarts-types sont donc calculés à partir de 80000 échantillons et sont présentée en figure 3.20(a). L'évolution du rapport signal sur bruit est comparé à la théorie figure 3.20(b). Dans les deux cas, il y a un bon accord entre les résultats observés et ceux prédits, ce qui indique que le comptage de photons s'opère de façon convenable.

## 3.8 Dépoussiérage

Un exemple de flux de photons est fourni en figure 3.21. Il contient deux composantes de fluctuations. Une composante centrée autour de la moyenne qui est principalement due au *shot* noise et dans une moindre mesure aux fluctuations de masse volumique. La deuxième composante est constituée des pics tous positifs qui sont la conséquence du passage de poussières dans le volume de mesure, et qui ont pour effet d'augmenter la valeur moyenne et l'écart-type du signal. Ce biais varie en fonction de la quantité de particules qui peut changer au cours du temps. Bien que la concentration de particules ait été très fortement diminuée par l'usage de filtres à air, cette figure montre que leur présence est encore facilement détectable. Il est donc nécessaire de réduire l'impact des détections sur le signal durant une étape de post-traitement. Trois méthodes pour nettoyer le signal vont être décrites et comparées dans la suite.



FIGURE 3.21 – Exemple d'un flux de photons échantillonné à 200 kHz.

#### 3.8.1 Seuillage (méthode 1)

Une première méthode pour supprimer les points corrompus par la détection d'une poussière est décrite par Panda [70]. Il calcule la moyenne et l'écart-type  $\sigma_{N_d}$  du signal  $N_d(t)$  et remplace tous les échantillons dont la valeur dépasse  $\alpha \sigma_{N_d}$  par un échantillon dont la valeur est la moyenne  $\overline{N_d}$ . La constante  $\alpha$  étant choisie au cas par cas. Ce traitement permet efficacement de diminuer l'écart-type associé aux pics. La moyenne est cependant toujours entachée d'une erreur puisque la valeur des échantillons corrompus est remplacée par une valeur moyenne calculée à partir de ces échantillons.

Cette méthode peut facilement être améliorée en recalculant la moyenne du signal dont les échantillons corrompus ont été retirés. Le signal est finalement reconstruit en remplaçant les valeurs des échantillons corrompus par la nouvelle moyenne (méthode 1+).

Un autre problème apparait si plusieurs points successifs se trouvent au dessus du seuil. Dans ce cas, le signal reconstruit sera constitué de série d'échantillons de même valeur. Un effet de ce comportement se répercute sur la fonction d'autocorrélation du signal. Elle s'apparente normalement à une distribution de Dirac si le *shot noise* est dominant, mais elle s'élargira d'autant plus qu'il y a des successions de points de même valeur, c'est-à-dire d'autant plus qu'il y a de poussières dans l'écoulement. Cet élargissement est problématique lors de l'étape détaillée en section 4.1.4 concernant la réduction de la contribution du *shot noise* dans les spectres. Pour éviter ce problème, il est possible de remplacer les échantillons corrompus par une interpolation entre les deux échantillons encadrant le pic. La difficulté réside dans la détermination des limites du pic.

Un dernier défaut imputable à l'utilisation d'un seuil arbitraire est que plus il y aura de poussières, plus l'écart-type sera grand, et donc plus haute sera la valeur du seuil. Le seuil dépend donc du signal à traiter. Pour les jets coaxiaux considérés ici, les écoulements primaire et secondaire n'ont pas nécessairement la même concentration en poussières.

On propose de résoudre une partie de ces problèmes par l'utilisation de traitements adaptatifs.

#### 3.8.2 Seuillage adaptatif (méthode 2)

La définition d'un seuil à partir de l'écart type du signal dans son intégralité suppose la dépendance de cette grandeur à la quantité de particules détectées. Cette méthode 2 permet d'estimer  $\sigma_{N_d}$  et  $\overline{N_d}$  indépendamment de la proportion d'échantillons corrompus. Pour cela, la densité de probabilité de  $N_d(t)$  est supposée être une gaussienne, ce qui se justifie puisque la contribution du *shot noise* aux fluctuations de  $N_d(t)$  est largement dominante, et consiste en un bruit blanc gaussien (voir section 2.3.5). Par ailleurs, une propriété des détections de poussières



FIGURE 3.22 – Densité de probabilité : · · · , flux de photons  $\Phi_d$  brute ; - - - , flux de photons corrigé ; - distribution gaussienne.

est qu'elles se traduisent par une augmentation généralement importante du flux de photons. De ce fait, il est raisonnable de considérer que la partie gauche de la gaussienne, qui représente les faibles flux, soit préservée.  $\overline{N_d}$  est donc déterminé comme étant le sommet de la gaussienne. La demi-largeur à de la gaussienne HWHM est mesurée à partir du côté gauche de la gaussienne et est reliée à  $\sigma_{N_d}$  par

$$\sigma_{N_d} = \frac{2 \ HWHM}{2.35} \tag{3.17}$$

L'échantillon *i* est marqué corrompu si  $N_d^i > \overline{N_d} + \alpha \sigma_{N_d}$ , avec  $\alpha = 3$ . L'ensemble des points marqués sont remplacés par un nombre aléatoire qui suit une loi normale  $N(\overline{N_d}, \sigma_{N_d}^2)$ . La densité de probabilité d'un exemple de signal est présentée en figure 3.22 avant et après nettoyage des pics. Les densités de probabilité sont comparées à celle d'une gaussienne, ce qui confirme les hypothèses concernant la distribution des faibles flux, et l'efficacité de la méthode pour supprimer les pics de grandes amplitudes.

Pour diminuer la part des échantillons corrompus dans le signal, il faut s'assurer que la fréquence d'échantillonnage soit suffisamment grande pour que les pics soient formés par plusieurs points. En effet, s'il n'y a qu'un seul échantillon corrompu, on peut imaginer qu'au cours de l'acquisition de l'échantillon, une partie du signal était saine. Au contraire, si les pics sont trop discrétisés, leur amplitude sera diminuée, et ils seront plus difficiles à discriminer. La largeur des pics correspond au temps de vol des poussières à travers le faisceau. En connaissant le diamètre du faisceau d, et en estimant la vitesse locale de l'écoulement U, la largeur d'un pic est simplement d/U. Une discrétisation des pics par 4 points permet d'obtenir des résultats satisfaisants, ce qui correspond à une fréquence d'échantillonnage  $f_s$ 

$$f_s = \frac{4U}{d} \tag{3.18}$$

L'avantage de la méthode de comptage développée pour cette étude est qu'elle permet de définir la fréquence d'échantillonnage a posteriori, il est donc possible d'échantillonner le signal à la fréquence idéale en estimant la vitesse locale pour le point considéré, soit par un modèle, soit par des mesures effectuées au préalable.

#### 3.8.3 Caractérisation de l'effet du dépoussiérage

Le nettoyage du signal en post-traitement doit améliorer la qualité du signal, tout en limitant les pertes d'information. Qualitativement, cette capacité est démontrée en figure 3.23 qui reprend le signal de la figure 3.21, après traitement par la méthode 2.

Une analyse plus quantitative est aussi mise en place. Elle consiste à appliquer les méthodes





FIGURE 3.23 – Exemple d'un flux de photons échantillonné à 200 kHz. —, signal brut ; —, signal nettoyé par la méthode 2.

FIGURE 3.24 – Spectre du signal de test des méthodes de dépoussiérage. —, signal non corrompu; —, signal brut; — – –, méthode 1; · · · , méthode 2.

sur un cas représentatif de la réalité, mais dont les différentes grandeurs statistiques sont connues. Le signal de base est un bruit blanc gaussien dont la moyenne est égale à la variance, qui est donc fidèle au signal qui peut être obtenu par comptage de photons dans une zone sans fluctuation de masse volumique. Le niveau moyen est fixé par rapport à une fréquence d'acquisition et un flux de photons représentatif de l'expérience.

Les pics associés aux passages de particules sont extraits d'un signal mesuré en polarisation parallèle, donc sans contribution de la diffusion Rayleigh. Ce signal est donc composé de pics superposés à un bruit de fond correspondant principalement à la lumière ambiante. Un seuil est appliqué pour ne conserver que les pics, ainsi le signal vaut zéro partout, sauf lorsqu'il y a un pic. Il est ensuite ajouter au bruit blanc pour générer un signal représentatif d'une mesure dans un écoulement contenant des poussières. Les grandeurs observées pour ce test sont la moyenne, l'écart-type, et la densité spectrale du signal nettoyé.

Le test est réalisé pour deux signaux obtenus dans des écoulements à 290 m/s et 20 m/s. Les résultats sont fournis dans la table 3.5, et en figure 3.24 pour les spectres. Les meilleurs résultats sont très clairement obtenus par la méthode 2, bien qu'elle ait tendance à surestimer le nombre de points corrompus, en particulier pour le cas test à basse vitesse. Concernant les spectres, la méthode 2 est la meilleure à basse fréquence, mais sous-estime légèrement les hautes fréquences. La méthode 1 au contraire sur-estime les basses fréquences mais n'affecte pas les hautes fréquences.

En conclusion, la méthode 2 est la plus efficace pour les applications de cette étude.

## 3.9 Principe de la calibration

L'étape de calibration permet de s'affranchir de l'estimation des différentes grandeurs présentes dans l'équation (2.18), en reliant directement la densité au flux de photons par la relation

$$\rho = \frac{\Phi_d - \Phi_{amb}}{k} \tag{3.19}$$

 $\Phi_{amb}$  correspondant au flux de photons ambiant, c'est-à-dire le flux parasite associé à la luminosité ambiante, et qui ne résulte donc pas d'un processus de diffusion de la lumière ayant lieux dans le volume de mesure.

Si la mesure ne concerne que les fluctuations de masse volumique, la pente peut être estimée

$U = 290 \text{ m/s}, f_{ech} = 1.2 \text{ MHz}$	Moyenne	Ecart-type	Taux de corruption
Bruit blanc	33.4	5.78	•
Bruit blanc corrompu	+0.70%	+17%	7.5%
Méthode 1	+0.26%	+0.45%	7.5%
Méthode 1 $+$	+0.25%	+0.45%	7.5%
Méthode 2	+0.15%	-0.15%	7.8%
			·
$U = 20 \text{ m/s}, f_{ech} = 80 \text{ kHz}$	Moyenne	Ecart-type	Taux de corruption
$U = 20 \text{ m/s}, \ f_{ech} = 80 \text{ kHz}$ Bruit blanc	Moyenne 500	Ecart-type 22.3	Taux de corruption •
$\begin{array}{c} U = 20 \text{ m/s}, \ f_{ech} = 80 \text{ kHz} \\ \hline \\ \text{Bruit blanc} \\ \text{Bruit blanc corrompu} \end{array}$	$\begin{array}{c} {\rm Moyenne}\\ 500\\ +1,4\%\end{array}$	$\begin{array}{c} \text{Ecart-type}\\ 22.3\\ +507\%\end{array}$	Taux de corruption • 1,1%
$U = 20 \text{ m/s}, \ f_{ech} = 80 \text{ kHz}$ Bruit blanc Bruit blanc corrompu Méthode 1	${\begin{array}{c} {\rm Moyenne}\\ {\rm 500}\\ {\rm +1,4\%}\\ {\rm -0.16\%}\end{array}}$	$\begin{array}{c} {\rm Ecart-type} \\ 22.3 \\ +507\% \\ +14\% \end{array}$	Taux de corruption • 1,1% 1,1%
$U=20~{ m m/s},~f_{ech}=80~{ m kHz}$ Bruit blanc Bruit blanc corrompu Méthode 1 Méthode 1 +	$\begin{array}{r} {\rm Moyenne} \\ 500 \\ +1,4\% \\ -0.16\% \\ +0,16\% \end{array}$	$\begin{array}{c} {\rm Ecart-type} \\ 22.3 \\ +507\% \\ +14\% \\ +14\% \end{array}$	Taux de corruption $\bullet$ 1,1% 1,1% 1,1% 1,1%

TABLE 3.5 – Résultat de la caractérisation des méthodes de nettoyage du signal en posttraitement pour deux cas-test.

avec une précision qui peut être satisfaisante en négligeant  $\Phi_{amb}$ , et en ne calculant k que sur un point de mesure à masse volumique connue. Cependant, si la valeur moyenne est également recherchée, il est nécessaire de déterminer k et  $\Phi_{amb}$  en mesurant le flux pour différentes valeurs de la masse volumique. Dans ce but, deux méthodes sont présentées.

#### 3.9.1 Méthode basée sur les relations isentropiques

La première méthode a été proposée par Panda et Seasholtz [71]. Elle consiste à faire des mesures de calibration dans le cône potentiel d'un jet dont la masse volumique est réglable en modifiant le nombre de Mach  $M_j$ . En effet, sous l'hypothèse d'un écoulement isentropique, la masse volumique  $\rho_j$  dans le cône potentiel d'un jet subsonique, ou idéalement détendu en régime supersonique, est donnée par

$$\rho_j = \frac{P_r}{rT_r} \left(\frac{P_r}{P_{amb}}\right)^{-1/\gamma} \tag{3.20}$$

avec  $P_r$  et  $T_r$  les pressions et températures de réservoir,  $P_{amb}$  la pression ambiante, r la constante spécifique des gaz parfaits, et  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques.

Dans le contexte de l'étude des jets, cette méthode à l'avantage de ne nécessiter aucun dispositif particulier. Elle est également intéressante dans la mesure où la calibration est réalisée autour des valeurs étudiées. Cela permet de s'affranchir de la correction du flux évoqué dans la section 3.7.1 si les effets non-linéaires de la saturation sont négligés. En revanche, la plage réduite de valeurs possible de masse volumiques en pratique sur l'installation utilisée ici ( $\rho \in ([1.15 - 1.35])$  rend la calibration sensible aux incertitudes sur le point de fonctionnement, ainsi que sur le *shot noise*. Un exemple de courbe de calibration est présenté en figure 3.25.

#### 3.9.2 Méthode basée sur la polarisation

Une deuxième méthode peut être utilisée dans des contextes plus généraux que la méthode précédente. Elle nécessite l'utilisation d'une lame demi-onde dans le dispositif optique afin de faire tourner le plan de polarisation du faisceau laser. Il s'agit alors de réaliser une calibration à masse volumique constante, et connue, en faisant varier le terme  $\sin^2(\psi)$  de l'équation (2.18). Sous l'hypothèse de diffusion Rayleigh, cette méthode équivaut à faire varier la masse volumique entre 0 et  $\rho_{amb}$ . Cette grande plage de variation de la masse volumique rend la méthode peu sensible aux incertitudes sur le flux de photons. Il faut néanmoins s'assurer que le flux mesuré en polarisation parallèle soit bien indépendant de la masse volumique. Pour vérifier cette propriété,



FIGURE 3.25 – Courbe de calibration de la masse volumique en fonction du flux de photons moyen réalisée dans le cône potentiel d'un jet sortant entre Mach 0.1 et 0.9.

le flux de photons a été mesuré dans le profil d'un jet froid à  $M_j = 0.9$  pour une polarisation à 90° et à 0°, permettant à la fois de faire varier la masse volumique et la polarisation. Les résultats sont présentés dans la figure 3.26(a). Le flux de photons mesuré dans le profil avec une polarisation parallèle varie très peu en comparaison du flux mesuré en polarisation perpendiculaire. Par contre, ils ont un comportement très similaire lorsqu'ils sont représentés en termes d'écart relatif au flux moyenné sur le profil de la figure 3.26(b). Il faut donc en conclure que même en polarisation parallèle, le flux de photons est fonction de la masse volumique. Une première explication pourrait être fournie par la présence éventuelle de particules nanométriques dont le nombre serait relié à la densité du fluide. Cette explication est cependant peu satisfaisante puisque les résultats présentés sont issus d'une mesure à partir de deux flux d'air filtrés par des systèmes différents. Il est donc peu probable qu'ils laissent passer une quantité similaire de particules, et donc que le comportement reste le même au passage de la couche de mélange. Une raison plus probable expliquant ce phénomène inattendu est liée aux imperfections de la lame demi-onde. Il est probable que le faisceau qui en sort comporte une composante de polarisation perpendiculaire. Si c'est bien la lame demi-onde qui est en cause, il est possible de la calibrer grâce au profil afin de savoir quelle est la fraction a imputable à la diffusion Rayleigh ( $\psi = 90^{\circ}$ ) lorsque la lame est réglée en polarisation parallèle, et quelle est la part engendrée par la lumière ambiante  $\Phi_{amb}$ . On écrit alors :

$$\Phi_{90^{\circ}} = k\rho + \Phi_{amb}$$

$$\Phi_{0^{\circ}} = ak\rho + \Phi_{amb}$$

$$(3.21)$$

Cette équation peut se mettre sous la forme

$$\Phi_{0^{\circ}} = a\Phi_{90^{\circ}} + \Phi_{amb}(1-a) \tag{3.22}$$

On détermine alors les termes a et  $\Phi_{amb}$  en traçant la droite des moindres carrés reliant  $\Phi_0$  à  $\Phi_{90}$ . Cette droite est présentée en figure 3.27, et permet d'en déduire :

$$a = 6.65 \%$$
$$\Phi_{amb} = 4.45 \times 10^5$$

La lumière ambiante contribue à hauteur de  $4.5 \times 10^5$  photon/s, et que la composante de polarisation perpendiculaire représente 6.65 %. Cette dernière valeur est une caractéristique de la lame demi-onde, dès lors qu'elle a été mesurée, il est possible de déterminer le coefficient de calibration



FIGURE 3.26 – (a) : Profil du flux de photons mesuré dans un jet à nombre de Mach 0.9 en polarisation parallèle et perpendiculaire. (b) : écart relatif au flux moyenné sur tout le profil. •  $\phi = 90^{\circ}, \times \phi = 0^{\circ}$ 



FIGURE 3.27 – Flux de photons mesuré en polarisation parallèle en fonction du flux mesuré en polarisation perpendiculaire pour les différentes masses volumiques obtenues sur un profil de jet froid à  $M_j = 0.9$ .

k à partir d'une seule valeur mesurée de la masse volumique :

$$k = \frac{\Phi_{90^{\circ}} - \Phi_{0^{\circ}}}{\rho(1-a)}$$

$$\Phi_{amb} = \frac{\Phi_{0^{\circ}} - a\Phi_{90^{\circ}}}{(1-a)}$$
(3.23)

En moyennant les flux sur les quatre points à l'intérieur du cône potentiel du jet, où  $\rho = 1.33$  kg/m<sup>3</sup>,  $\Phi_{90^{\circ}} = 4.33 \times 10^7$  photon/s, et  $\Phi_{0^{\circ}} = 3.29 \times 10^6$  photon/s. On en déduit :

$$k = 3.23 \times 10^7 \text{ photon m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$$
$$\Phi_{amb} = 4.66 \times 10^5 \text{ photon s}^{-1}$$

Ces coefficients de calibration sont relativement proches de ceux mesurés par la méthode basée sur les relations isentropiques. Il y a un écart de 3.3% sur la pente, et 2.6% sur le flux pour  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ .

## 3.10 Calibration en pratique

La méthode basée sur la polarisation n'a pas été utilisée pour les essais ayant permis de produire l'ensemble des résultats présentés dans la suite. Ce choix a été fait dans le but de limiter le nombre d'éléments optiques dans le faisceau, et ainsi limiter la quantité de lumière diffusée. Il n'était cependant probablement pas justifié, puisqu'un cache aurait pût être disposé autour de la lame. Seule la méthode basée sur les relations isentropiques a néanmoins été utilisée.

En pratique, cette méthode pose un certain nombre de problèmes qui doit être discutés. En premier lieu, des variations dans les coefficients ont été constatées pour des calibrations répétées. Le plus gros écart du jour au lendemain à configuration identique, est de +11% sur la pente d'un capteur, contre -3% sur le deuxième capteur. D'après l'équation (2.18), les variations peuvent être imputées à une modification de la puissance laser, une modification des caractéristiques de l'air, une modification des caractéristiques du collecteur, ou une variation de luminosité ambiante. Étant donné que la calibration des deux collecteurs est réalisée en même temps, une variation d'un jour à l'autre des propriétés de l'air ou du laser entrainerait une dérive similaire pour les deux collecteurs, or ce n'est pas ce qui se passe. De plus, les lasers ne peuvent pas être en cause puisque d'après les documentations constructeurs, la stabilité en puissance des modèles utilisés est donnée à  $\pm 0.3\%$  pour le ALS, et  $\pm 1\%$  pour le Spectra-Physics. Concernant la contribution de la lumière ambiante sans laser, elle est de l'ordre de 10<sup>5</sup> photons/s, c'est-à-dire deux ordres de grandeurs sous le flux avec laser, ce qui est également trop faible pour expliquer une différence de 11%.

L'hypothèse la plus probable permettant de justifier ces écarts est donc liée au collecteur qui ne visait probablement pas bien le faisceau lorsque les flux les plus faibles ont été observés. Ce type de problème a été résolu en vérifiant chaque jour la position du laser et des collecteurs, qui s'est d'ailleurs avérée être stable en l'absence de manipulation volontaire du châssis.

Les premiers essais ont également montrés que les coefficients de calibration sont différents si la calibration est réalisée en augmentant le nombre de Mach entre chaque point, où en le diminuant. Un exemple est montré en figure 3.28 pour une calibration réalisée successivement à la monté puis à la descente. Ce phénomène n'est pas complètement compris, mais un biais dans la mesure de la température totale du jet est suspecté dans les instants qui suivent les changements de points de fonctionnement comme cela est rapporté en annexe B. Une solution efficace est d'attendre au minimum 30 s entre le réglage du point de fonctionnement et la mesure.

Une troisième source d'erreur a été mise en évidence lors de la mesure de profils radiaux de masse volumique. Il apparait dans certains cas une variation de l'intensité du flux de photons à travers le cône potentiel du jet, ainsi que sur les calibrations réalisées à gauche et à droite de l'axe. Le résultat est montré en figure 3.29. Ce problème est caractérisé par une erreur similaire sur les deux collecteurs optiques, alors qu'ils sont en face l'un de l'autre. L'effet d'une réflexion sur la tuyère est exclu puisque des essais sans tuyère présentent les mêmes symptômes. Par ailleurs, cette observation s'avère répétable lors d'aller-retour dans la direction radiale dans le cône potentiel, elle n'est donc pas due à une dérive du point de fonctionnement. Une dissymétrie de l'écoulement secondaire pourrait être envisageable du faite d'un mauvais mélange des quelques fuites probables du primaire (chaud) vers le secondaire. Cela est cependant difficilement concevable dans le jet primaire.

Il est probable que les déformations du chariot lors de son déplacement aient entrainé une variation dans l'efficacité du beam-dump qui peut réfléchir plus de lumière vers les deux collecteurs à la fois. Ce problème a été réglé en changeant le beam-dump pour une version plus efficace. A la suite de la découverte de ce problème, les calibrations ont systématiquement été réalisées à différentes positions radiales dans le cône potentiel pour vérifier que ce problème n'apparaissait plus.

Un dernier problème dont la solution n'a pas été apportée subsiste : la quasi intégralité des résultats de calibration fait apparaître un décalage à l'origine  $\Phi_{amb}$  négatif. La droite de



FIGURE 3.28 – Calibration durant laquelle le nombre de Mach (donc  $\rho$ ) est augmenté, puis diminué. Les deux lignes montrent les tendances à la montée, et à la descente.



FIGURE 3.29 – Gauche : Flux mesuré pour les deux collecteurs dans le cône potentielle d'un jet présentant un problème mis en évidence par les lignes représentant les tendances qualitatives. Droite : Calibrations réalisées à la suite l'une de l'autre à z = 3D et y = -3 mm (+), y = +3 mm ( $\circ$ ).

calibration présentée figure 3.25 est un des rares exemples où  $\Phi_{amb}$  est positif. Sa présence se justifie pour comparaison avec la calibration basée sur la polarisation. Un résultat typique de calibration est :

$$\Phi_{d_1} = 5 \times 10^7 \rho - 4 \times 10^6$$
  

$$\Phi_{d_2} = 4 \times 10^7 \rho - 3 \times 10^6$$
(3.24)

 $\Phi_{amb}$  est donc de l'ordre -10% de la pente, alors qu'une valeur positive de l'ordre de +1% est attendue. Le même type de résultat est observable dans les travaux de Panda *et al.* [73, 70] qui utilisent cette même méthode de calibration. En supposant la masse volumique parfaitement connue à bas nombre de Mach, c'est-à-dire pour  $\rho \simeq 1.15 \text{ kg/m}^3$ , la pente de la droite de calibration devrait être environ 10% plus faible pour assurer  $\Phi_{amb} \simeq 1\%k$ . Étant donné que la calibration s'étend entre  $\rho \simeq 1.15 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho \simeq 1.35 \text{ kg/m}^3$ , soit 0.2 kg/m<sup>3</sup>, et toujours en considérant  $\rho$  connue à faible Mach, cette erreur de pente de 10% pourrait être expliquée par une sous-estimation de 2% de la masse volumique à Mach 0.95. Une erreur de cet ordre dans l'estimation de  $\rho$  est possible, mais elle contredirait les conclusions de l'annexe B à propos du point de fonctionnement.

L'erreur pourrait aussi venir d'une sur-estimation du flux de photons à haut nombre de Mach (ou d'une sous-estimation à faible nombre de mach). Un biais pourrait en effet exister dans la correction de l'effet *pile-up*, mais cette correction est faible, et les mesures réalisées pour la section 3.4.4 ne présentent aucun désaccord entre la mesure et la théorie. L'augmentation du nombre de particules dans le jet quand le nombre de Mach devient important ( $M \gtrsim 0.8$ ) peut également augmenter le flux moyen indépendamment de la masse volumique. Ce problème est cependant en grande partie traité par le nettoyage du signal en post-traitement, et il se traduirait par un défaut de linéarité pour les valeurs élevées de  $\rho$ , or ce n'est pas visible en figure 3.28.

En conclusion, à l'exception du dernier problème évoqué, les calibrations effectuées dans la dernière configuration optique du dispositif ont permis d'obtenir les résultats répétables résumés en table 3.6 et commentés ci-après. Cependant, la différence de masse volumique entre le cône potentiel d'un jet compressible et l'extérieur est faible. Typiquement cette différence vaut 0.13 kg/m<sup>3</sup> à Mach 0.9, soit 10% de la valeur de  $\rho_j$ . Une erreur de l'ordre de 1% dans la calibration apparait donc nettement quand les masses volumiques mesurées sont comparées à celles attendues dans un écoulement isentropique. Or la mesure d'un profil complet dure entre 30 minutes et 1 heure, et durant ce temps des changements des conditions de luminosité peuvent avoir lieu. C'est pourquoi, étant donné que  $\rho_j$  et  $\rho_{amb}$  sont connus, la pente est recalculée une fois pour chaque série de profils obtenus dans la même configuration, et  $\Phi_{amb}$  est ajusté pour chaque profil afin de tenir compte des changements de luminosité. Dans le pire des cas, une diminution de  $\Phi_{amb}$  de  $7 \times 10^5$  photon/s a été nécessaire en 3 heures de mesures, soit 1.6% du flux pour  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ .

#### **3.11** Discussion des incertitudes

#### 3.11.1 Effet du shot noise

Le shot noise est une source d'erreur qui affecte l'estimation des flux de photons, donc de  $\rho$ . Ce bruit est modélisé par une loi de Poisson de paramètre  $\overline{N}$ , dont la densité de probabilité peut être approchée par une gaussienne avec une bonne précision dès que N dépasse 5, et dont l'écart-type vaut  $\sqrt{\overline{N}}$ . Ainsi un intervalle de confiance peut être attribué pour chaque estimation de N, et la proportion qu'il représente par rapport à N est proportionnelle à  $\sqrt{\overline{N}}$ . Si le temps de comptage est long, N se rapprochera de  $\overline{N}$ , mais l'erreur relative sera beaucoup plus grande pour des comptages courts. La mesure de la densité moyenne est réalisée en comptant le nombre de photons arrivés pendant plusieurs secondes, N est alors de l'ordre de  $10^8$ , et donc l'intervalle de confiance est de l'ordre de  $10^4$ . L'erreur relative introduite par le shot noise sur les mesures de densité moyenne est de l'ordre de  $10^{-4}$ , ce qui peut être considéré comme extrêmement faible en

comparaison des autres sources d'erreurs telles que la calibration, la connaissance imparfaite du point de fonctionnement, ou de la position du volume de mesure. Pour l'étude des fluctuations, le temps de comptage est de l'ordre de  $10^{-5}$  s, soit  $N \simeq 10^2$ . Dans ce cas, l'erreur relative due au shot noise est de l'ordre de 10%, c'est-à-dire plus que les fluctuations de masse volumique dans la plupart des cas. Des solutions existent pour diminuer l'impact de ces incertitudes, et sont développées en section 4.1.4.

#### 3.11.2 Erreurs de calibration

Les erreurs de calibration sont de deux types. Une erreur sur la pente affecte les niveaux de fluctuation, alors que le niveau moyen est influencé par la pente et le décalage à l'origine. Étant donné la méthode de calibration, seule une petite plage de masse volumique comprise entre  $\rho \simeq 1.15 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho \simeq 1.35 \text{ kg/m}^3$  peut être explorée. La pente est de fait sensible à la dispersion des points. Par exemple pour une calibration typique,  $k = 3.99 \times 10^7 \pm 2.3\%$  et  $\Phi_{amb} = -4.06 \pm 29\%$  avec un intervalle de confiance de 95%, ce qui se traduit cependant par une incertitude de seulement  $\pm 0.1\%$  à  $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ . A cette incertitude s'ajoute d'autres sources d'erreurs encore mal maitrisées.

Afin de discuter ces erreurs, les résultats des différentes calibrations obtenues sont comparés aux coefficients de calibration déduits des résultats connaissant  $\rho_j$  et  $\rho_{amb}$  dans la table 3.6. Les pentes sont directement comparées, alors que les niveaux moyens sont comparés pour  $\rho = 1.2$ kg/m<sup>3</sup>. Étant donné que la configuration expérimentale a évolué au cours des essais, seuls les résultats obtenus dans la dernière configuration sont considérés, c'est-à-dire laser Millenia Ev avec lunette. C'est dans cette configuration que la majorité des résultats présentés par la suite a été obtenue.

Indépendamment des calibrations, le premier constat est la relativement faible dispersion des coefficients k d'une mesure à l'autre. La répétabilité est de l'ordre de  $\pm 3\%$ . Le résultat de la calibration pour k est généralement plus faible que la valeur estimée à posteriori, avec un écart qui s'élève au maximum à 10%, mais le problème du flux ambiant négatif évoqué dans la section 3.10 est renforcé.

A l'exception d'une série de mesures, et pour le collecteur 2 seulement, la calibration permet d'obtenir les flux moyens avec une précision de l'ordre de  $\pm 2\%$ . C'est dans l'absolu une bonne précision, mais les variations de masse volumique dans un profil sont faibles pour les jets étudiés, une erreur de quelques pour-cents n'est donc pas négligeable.

L'estimation précise des incertitudes n'est pas envisageable, mais les résultats présentés table 3.6 permettent d'affirmer avec une confiance raisonnable que l'erreur sur les pentes, et donc sur les fluctuations, est inférieure à  $\pm 5\%$ .

Calibration		Corrigé			
$k \;(\times 10^7)$	$\Phi_{amb} (\times 10^6)$	$k \; (\times 10^7)$	$\Phi_{amb} (\times 10^6)$	Écart pente	Écart à $\rho=1.2$
4.0	-4.0	4.3	-7.8	8%	0%
-	-	4.3	-7.8	8%	0%
-	-	4.3	-7.8	8%	0%
4.1	-5.2	4.0	-3.8	-2%	-1%
-	-	4.0	-4.0	-2%	-1%
4.0	-3.5	4.0	-4.5	1%	1%
3.7	-1.29	4.1	-6.3	10%	1%
-	-	4.1	-6.3	10%	1%
-	-	4.1	-6.3	10%	1%
-	-	4.1	-6.0	10%	0%
-	-	4.1	-6.1	10%	1%
-	-	4.1	-6.1	10%	1%
4.0	-4.0	4.1	-5.7	3%	1%
-	-	4.1	-5.7	3%	1%
-	-	4.1	-5.7	3%	1%
	$\overline{k} =$	$4.12^{+4\%}_{-3\%}$			
2,8	-7,5	2,9	-4,9	5%	-14%
-	-	$2,\!9$	-4,9	5%	-14%
-	-	$2,\!9$	-4,9	5%	-14%
$^{3,0}$	-6,2	$2,\!9$	-4,8	-2%	-2%
-	-	$2,\!9$	-5,2	-2%	0%
$^{2,8}$	-4,1	$2,\!9$	-5,4	4%	0%
2.8	-4.3	$^{3,0}$	$-5,\!5$	6%	-3%
-	-	$^{3,0}$	-5,7	6%	-2%
-	-	$^{3,0}$	-6,0	6%	-1%
-	-	$^{2,9}$	-4,7	2%	-1%
-	-	$^{2,9}$	-4,9	2%	-1%
-	-4	$^{2,9}$	-5,0	2%	0%
$^{2,8}$	-4,0	$^{2,9}$	$-5,\!6$	3%	2%
-	-	$^{2,9}$	$-5,\!6$	3%	2%
-	-	$2,\!9$	$-5,\!6$	3%	2%
	$\overline{k} =$	$2.92^{+3\%}_{-1\%}$			

TABLE 3.6 – Coefficients de calibration obtenus par la méthode de calibration basée sur les relations isentropiques, et corrigés à partir des profils obtenus. Collecteur 1 en haut, collecteur 2 en bas.

## Chapitre 4

# Profils de masse volumique dans des jets compressibles subsoniques

Ce chapitre porte sur la caractérisation de la masse volumique moyenne et fluctuante dans des jets froids à Mach 0.9 issus de trois tuyères différentes et d'un jet à Mach 0.7.

## 4.1 Traitement du signal

#### 4.1.1 Calcul des moyennes

L'estimation de la masse volumique moyenne  $\overline{\rho}$  est directement obtenue au travers de la calibration par l'équation (3.19)

$$\overline{\rho} = \frac{\overline{\Phi_d} - \Phi_{amb}}{k} \tag{4.1}$$

La manière d'obtenir k et  $\Phi_{amb}$  est décrite en section 3.9, et les précautions pratiques pour l'utilisation de ces valeurs sont abordées en section 3.10. Il est montré que d'un essai à l'autre, k est plutôt stable, mais que  $\Phi_{amb}$  peut varier. Pour cette raison, ce dernier terme est ré-évalué pour chaque profil radiale de la masse volumique. Cela concerne l'ensemble des profils qui croisent le cône potentiel du jet. Pour les rares cas où la ré-évaluation de  $\Phi_{amb}$  n'est pas possible (données manquantes),  $\Phi_{amb}$  est pris égal à celui du dernier profil mesuré. Tous les flux de photons utilisés dans ce chapitre pour calculer la masse volumique sont nettoyés par l'algorithme de dépoussiérage, et compensés de l'effet *pile-up*.

#### 4.1.2 Niveau de fluctuation de la masse volumique

Le flux de photons  $\Phi_d(t)$  est estimé à une fréquence d'échantillonnage  $f_s = 1/\Delta t$ , en comptant le nombre de photons  $N_d(t)$  arrivés durant les intervalles de temps  $\Delta t$  successifs. Pour l'étude de la masse volumique,  $N_d(t)$  est séparé en une composante moyenne  $\bar{N}_d$  et une composante fluctuante  $N'_d(t)$ :

$$N_d(t) = \bar{N_d} + N'_d(t)$$
(4.2)

La valeur efficace  $N'_{drms}$  des fluctuations mesurées pendant un temps T étant donnée par :

$$N'_{drms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} {N'_d}^2(t) dt}$$
(4.3)

La variable  $N'_d(t)$  peut également être décomposée en une partie induite par le shot noise,  $N'_{SN}(t)$ , et une partie induite par les fluctuations aérodynamiques  $N'_A(t)$ :

$$N'_{d}(t) = N'_{SN}(t) + N'_{A}(t)$$
(4.4)

Avec cette décomposition, l'équation (4.3) devient

$$N'_{drms} = \sqrt{N'_{SNrms}^2 + N'_{Arms}^2 + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (N'_{SN}(t)N'_A(t))dt}$$
(4.5)

Le dernier terme étant nul en moyenne, la variance des fluctuations du flux de photons est égal à la somme des variances du *shot noise* et des fluctuations aérodynamiques

$$N_{drms}^{\prime 2} = N_{SNrms}^{\prime 2} + N_{Arms}^{\prime 2}$$
(4.6)

Une propriété des bruits suivant une distribution de Poisson permet d'écrire  $N'_{SNrms}^2 = \bar{N}$ . De fait, les fluctuations de masse volumique, sont données par

$$N'_{Arms} = k\rho'_{rms} = \sqrt{N'_{drms}^2 - \overline{N}}$$
(4.7)

La précision de cette méthode repose d'une part sur la validité de la modélisation de la distribution des fluctuations du flux par une loi de Poisson, et d'autre part sur la convergence nécessaire à annuler le terme de droite dans l'équation (4.5). Or, ce problème a été analysé en section 3.7.3, notamment grâce à la figure 3.20, et a mis en évidence des écarts entre les mesures, et la théorie. Ces écart sont faibles en comparaison de l'amplitude du *shot noise*, mais sont du même ordre de grandeur que les fluctuations de masse volumiques. Dans la suite de cette section, des méthodes plus précises pour estimer  $\rho'_{rms}$  vont être abordées et comparées.

#### 4.1.3 Densité spectrale de puissance de la masse volumique

L'égalité de Parseval permet de relier la variance du shot noise à sa densité spectrale de puissance (notée DSP)  $P_{N_{SN}'}(f)$  avec  $f \ge 0$ 

$$\int_{0}^{f_s/2} P_{N_{SN}'^2}(f) df = N_{SNrms}'^2$$
(4.8)

Le shot noise est un bruit blanc [73], sa densité spectrale de puissance  $P_{N_{SN}^{\prime 2}}(f)$  est donc uniforme sur l'intervalle de fréquence  $[0, f_s/2]$ , on en déduit

$$P_{N_{SN}^{\prime 2}} = 2\frac{\overline{N}}{f_s} \tag{4.9}$$

or,  $\overline{N} = \overline{\Phi_d} / f_s$ , d'où

$$P_{N_{SN}^{\prime 2}} = 2\frac{\Phi_d}{f_s^2} \tag{4.10}$$

Par ailleurs, la DSP de la masse volumique est reliée à la DSP des photons collectés  $P_{N_d'^2}(f)$  par

$$P_{\rho'^2} = \left(\frac{f_s}{k}\right)^2 P_{N_d'^2}(f) = \left(\frac{f_s\bar{\rho}}{\bar{\Phi}_d}\right)^2 P_{N_d'^2}(f)$$
(4.11)

 $P_{\rho'^2}$  est donc bornée par un niveau de bruit plancher

$$P_{\rho_{SN}'^2} = \frac{2\bar{\rho}^2}{\bar{\Phi}_d} = \frac{2\bar{\rho}}{k}$$
(4.12)

Le plancher de la DSP de la masse volumique diminue lorsque le flux de photons  $\overline{\Phi_d}$  augmente. Le rapport signal sur bruit augmente donc avec le flux. En pratique, les flux mesurés sont trop faibles pour pouvoir négliger la contribution du *shot noise*, cette contribution est même largement dominante. Les deux paragraphes suivant décrivent deux méthodes visant à restaurer les spectres pour faire apparaître les fluctuations de masse volumique, méthodes qui reposent sur le caractère aléatoire du *shot noise*.

#### 4.1.4 Réduction du shot noise : Méthode à deux photomultiplicateurs

La méthode présentée ici a été introduite par Panda et Seasholtz [73]. Elle consiste à utiliser deux capteurs collectant la lumière issue d'un même volume de mesure. Ils sont associés à deux compteurs synchronisés, fournissant deux signaux temporels  $N_1(t)$  et  $N_2(t)$ . Ces deux signaux sont constitués d'une contribution aérodynamique équivalente pour les deux capteurs, et de la contribution aléatoire du *shot noise*, donc non corrélée d'un signal à l'autre. En principe il existe une troisième contribution apparentée à un bruit corrélé dû aux passages de particules dans le volume de mesure qui n'ont pas été supprimés. Cette contribution sera confondue avec l'aérodynamique dans les développements qui suivent. Les signaux du flux de photons sont divisés en m segments  $N_1^i(t)$  et  $N_2^i(t)$  avec i = 1, 2, 3, ..., m de longueur adaptée à la résolution fréquentielle désirée. La transformée de Fourier de chaque segment est calculée et se décompose en une composante aérodynamique notée avec l'indice A, et une composante de bruit dont l'indice est SN:

$$F_{N_1^i}(f) = F_{N_1^i SN}(f) + F_{N_1^i A}(f), \quad F_{N_2^i}(f) = F_{N_2^i SN}(f) + F_{N_2^i A}(f)$$
(4.13)

La DSP  $P_{N_1N_2}(f)$  est finalement calculée comme étant la moyenne des inter-spectres de chaque segment

$$P_{N_1N_2}(f) = \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n F_{N_1^i}(f) F_{N_2^i}^*(f)$$
(4.14)

où \* signifie que le terme est conjugué. En décomposant chaque transformée de Fourier et en omettant la dépendance en f pour simplifier l'écriture, la densité spectrale de puissance s'écrit

$$P_{N1N2}(f) = \frac{2}{m} \sum_{j=0}^{m-1} \underbrace{F_{N_{1}^{j}SN} F_{N_{2}^{j}A}^{*} + F_{N_{1}^{j}A} F_{N_{2}^{j}SN}^{*}}_{(a)} + \underbrace{F_{N_{1}^{j}SN} F_{N_{2}^{j}SN}^{*}}_{(b)} + \underbrace{F_{N_{1}^{j}A} F_{N_{2}^{j}A}^{*}}_{(c)}$$
(4.15)

Les termes (a) et (b) impliquent le *shot noise* qui n'est corrélé ni aux fluctuations aérodynamiques, ni au shot noise du deuxième signal, par conséquent, leurs contributions s'annulent en moyenne, et si m est assez grand, il ne reste que

$$|P_{N_1N_2}(f)| \simeq \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n |F_{N_1^iA}(f)F_{N_2^iA}^*(f)|$$
(4.16)

c'est-à-dire, la densité spectrale de puissance de la contribution aérodynamique uniquement. La DSP de la masse volumique se calcule ensuite à partir des coefficients de calibration des deux capteurs  $k_1$  et  $k_2$ , et après avoir retiré la moyenne du signal pour chaque segment :

$$|P_{\rho'^2}(f)| \simeq \frac{f_{ech}^2}{k_1 k_2} |P_{N_1' N_2'}(f)| \tag{4.17}$$

#### 4.1.5 Réduction du shot noise : méthode à un photomultiplicateur

Une nouvelle méthode reposant sur des principes similaires à la méthode précédente est détaillée ici. Cette méthode ne nécessite d'utiliser qu'un seul photomultiplicateur, et un seul compteur, et s'appuie sur le fait que les signaux de flux de photons  $N_d(t)$  peuvent être acquis à haute fréquence. Le signal temporel  $N_d(t)$  est découpé en deux, un échantillon sur deux est utilisé pour former la série temporelle  $N_1(t)$  et le complément forme la série temporelle  $N_2(t)$ . Ces deux nouveaux signaux sont échantillonnés à la fréquence  $f'_{ech} = f_{ech}/2$  et décalés en temps de  $1/f_{ech}$ . Ils sont par ailleurs associés à un coefficient de calibration k' = k/2. Comme dans la section précédente, ces signaux sont découpés en n segments, et leurs transformées de Fourier sont décomposées en une composante aérodynamique et une composante induite par le *shot noise*. Les mêmes hypothèses quant à l'aspect aléatoire du *shot noise* mènent à ré-écrire l'équation (4.16) :

$$|P_{N_1N_2}(f)| \simeq \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n |F_{N_1^iA}(f)F_{N_2^iA}^{**}(f)|$$
(4.18)

Si la fréquence d'échantillonnage a été choisie suffisamment haute, c'est-à-dire que le décalage temporel entre les deux signaux est petit devant le temps intégral de la turbulence [10, sec 7.5], alors l'hypothèse de turbulence gelée s'applique pour donner :

$$F_{N_{2A}^{i}}(f) = F_{N_{1A}^{i}}(f)e^{-j\frac{2\pi f}{f_{ech}}}$$
(4.19)

$$|P_{N_1N_2}(f)| \simeq \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n |F_{N_1^iA}(f)F_{N_1^iA}(f)e^{j\frac{2\pi f}{f_s}}| = \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n |F_{N_1^iA}(f)|^2$$
(4.20)

L'inter-spectre des deux signaux ne contient que la contribution aérodynamique, et de la même manière que dans la méthode précédente, la densité spectrale de puissance des fluctuations de masse volumique s'obtient à partir de k' et de f'

$$|P_{\rho'^2}(f)| \simeq \frac{f_s'^2}{k'^2} |P_{N_1'N_2'}(f)| = \frac{f_s^2}{k^2} |P_{N_1'N_2'}(f)|$$
(4.21)

Il faut cependant noter que la fréquence de Shannon est désormais égale à  $f_{ech}/4$ , et qu'un déphase proportionnel à la fréquence apparait entre les des signaux, alors que ce déphasage est nul pour la méthode à deux PMTs.

Cette méthode est testée et comparée en figure 4.1 à la méthode à deux PMTs en terme d'amplitude et de phase. On constate que la forme du spectre est respectée jusqu'à ce que le niveau du *shot noise* soit atteint. La phase suit également la tendance attendue.

Néanmoins, dans certains cas, dans la plage haute fréquence de la DSP, des niveaux légèrement plus élevés peuvent être obtenus pour la méthode à 1 PMT par rapport à la méthode à 2 PMTs. Un exemple de ce défaut est présenté en figure 4.2. L'apparition de ce problème est plus marquée lorsque le pourcentage de signal traité lors du dépoussiérage augmente, c'est-à-dire lorsque l'écoulement contient plus de poussière. Dans le cas où deux capteurs sont utilisés, ils ne visent pas rigoureusement la même région, et en observant les signaux il est facile de constater que certains passages de poussières sont détectés sur un signal mais pas sur l'autre. Lors du calcul de l'interspectre, une partie de la signature spectrale des poussières est supprimée puisque une partie du bruit associé n'est pas cohérent. Quand un seul capteur est utilisé la cohérence est bien meilleure et la contribution bénéfique de l'interspectre à la réduction du bruit lié aux poussières est réduite. Cette contribution étant faible, elle n'apparait que pour des niveaux de fluctuation faible, donc à haute fréquence. Des essais à différentes fréquences d'échantillonnage ont montré que le défaut diminue en diminuant la fréquence, ce qui correspond au cas où la détection de poussières ne contamine qu'un seul échantillon. Ainsi en prenant un échantillon sur deux pour créer les deux signaux, le pic observé sur un signal ne se retrouve que rarement sur le deuxième. Cet écart dépend également du paramètre  $\alpha$  qui règle le seuil de l'algorithme de dépoussiérage. Plus  $\alpha$  est grand, plus l'écart entre les deux méthodes est important, mais si  $\alpha$ est trop petit, les fluctuations risquent d'être altérées. Une valeur de  $\alpha$  de 2.5 s'est avéré être plus efficace pour rapprocher les résultats issus des deux méthodes que la valeur de 3 utilisée en section 3.8 pour tester les différentes méthodes de dépoussiérage. On peut en déduire que la signature des poussières est mieux supprimée avec  $\alpha = 2.5$ , c'est donc cette valeur qui a été choisie pour la suite.

En conclusion, l'utilisation de deux photomultiplicateurs semble plus robuste, et doit être favorisée quand cela est possible. Dans certaines situations, et notamment en ce qui concerne le calcul des cohérences entre  $\rho'$  dans deux régions distinctes, l'utilisation d'un seul photomultiplicateur s'avère nécessaire pour établir le spectre associé à chaque position, et ainsi pouvoir normalisé l'interspectre, puisque notre dispositif ne dispose que de deux capteurs alors qu'il en faudrait deux par points de mesure. La correspondance des spectres calculés à partir des deux méthodes peut également servir à évaluer l'effet sur les résultats de la présence résiduelle de détections de poussières sur les signaux, et donc servir à évaluer la confiance à accorder au résultat. En figure 4.1, les deux méthodes fournissant les mêmes spectres, ce résultat peut être considéré comme plus fiable que celui obtenu en figure 4.2.



FIGURE 4.1 – Gauche : Densité spectrale de puissance de  $\rho'$  au pic des fluctuations à z = 3D dans un jet froid à Mach 0.9.—, DSP calculée à partir de deux PMTs; – – –, DSP calculée à partir d'un seul PMT. Droite, phase des inter-spectres.  $\cdots : \phi(f) = \frac{-2\pi f}{f_s}$ 



FIGURE 4.2 – Densité spectrale de puissance de  $\rho'$  au pic des fluctuations à z = 3D dans un jet froid à Mach 0.9; présence d'un défaut à haute fréquence.—, DSP calculée à partir de deux PMTs; – – –, DSP calculée à partir d'un seul PMT.

### 4.1.6 Calcul de $\rho'_{rms}$

Le calcul des fluctuations de la masse volumique peut être réalisé d'après l'équation (4.7) avec les précautions évoquées dans le paragraphe 4.1.2. Elles peuvent également être déduites du spectre des fluctuations par l'identité de Parseval, ainsi

$$\sigma_{\rho'} = \sqrt{\sum_{j=1}^{f_s} |P^j_{\rho'^2}(f)| \Delta f}.$$
(4.22)

Les résultats obtenus par l'équation (4.7), ainsi que par les spectres calculés à partir de 2 PMTs, et 1 PMT sont comparés en figure 4.3. Les résultats basés sur l'identité de Parseval sont identiques quelle que soit la méthode, et plus faibles que ceux estimés par les propriétés du *shot noise*. Les résultats obtenus par l'intégration du spectre sont les plus fiables, l'estimation statistique du niveau du *shot noise* étant trop imprécise.



FIGURE 4.3 – Profil radial de  $\rho'_{rms}$  mesuré à z = 3D dans un jet froid à Mach 0.9.  $\Box$  avec 2PMTs; \* avec 1PMT;  $\circ$  d'après l'équation (4.7)

#### 4.2 **Profils moyens**

#### 4.2.1 Analyse générale des profils

Les différentes campagnes d'essais ont porté sur la caractérisation de jets à  $M_j = 0.7$  et  $M_j = 0.9$ . Pour le jet  $M_j = 0.9$ , trois tuyères (C38, ASME et conique) décrites section 1.4.4 ont été utilisées.

Un premier exemple de résultats moyennés dans le temps est donné en figure 4.4. Les profils sont superposés aux valeurs attendues de masse volumique  $\rho_{amb}$  et  $\rho_j$  à l'extérieur du jet et dans le cône potentiel. Les profils sont superposés aux valeurs attendues de masse volumique  $\rho_{amb}$  et  $\rho_j$  à l'extérieur du jet et dans le cône potentiel. Le calcul de ces valeurs est basé sur les températures moyennes mesurées au cours de la mesure du profil en entier. Dans l'ensemble, les résultats présentent les caractéristiques attendues. Le niveau est constant dans le cône potentiel, et son diamètre diminue lorsque la distance à la tuyère augmente jusqu'à se fermer entre z = 6Det z = 7D. Le niveau à l'extérieur du jet est également relativement contant mais il arrive que le profil ne soit pas symétrique. Cela s'observe pour z = 3D où  $\bar{\rho}$  atteint  $\rho_{amb}$  pour les ynégatifs, mais où il reste inférieur à  $\rho_{amb}$  pour les y positifs. Ce problème ne peut pas s'expliquer par une dissymétrie de l'écoulement secondaire puisqu'il ne concerne qu'un seul profil, il est donc probable que ce soit un biais associé à une variation de luminosité ambiante, ou à une
diminution de la température ambiante à un moment donné au cours de l'acquisition du profil. En effet l'acquisition s'étend sur une durée de 20 à 30 minutes. Pour ce profil, une dérive de seulement 1.3 °C sur la température du flux secondaire a été constatée, ce qui correspond à une variation de 0.005 kg/m<sup>3</sup> trop faible pour expliquer l'écart observé. La variation de luminosité ambiante reste donc l'hypothèse la plus probable. Il faut cependant noter que l'écart entre  $\rho_{amb}$ et  $\rho_i$  est de seulement 0.14 kg/m<sup>3</sup>, les défauts observés sont donc faibles en absolu.

La même représentation est utilisée pour présenter les résultats pour un jet à Mach 0.7 en figure 4.5. Les effets de compressibilité étant réduits avec ce nombre de Mach, l'écart entre  $\rho_{amb}$  et  $\rho_j$  n'est plus que de 0.07 kg/m<sup>3</sup>. La continuité point à point observée dans les profils rend donc compte de la sensibilité importante qu'il est possible d'obtenir avec cette méthode de mesure.

Pour une analyse plus détaillée, les profils sont présentés en utilisant une normalisation proposée par Panda et Seasholtz [73] visant à obtenir des profils variant de 0 à l'extérieur du jet, à 1 dans le cône potentiel, en traçant  $(\overline{\rho} - \rho_{amb})/(\rho_j - \rho_{amb})$ . Les profils normalisés obtenus pour le jet à Mach 0.9 sont présentés en figure 4.6 pour z/D = 1, 3, 5, 7. Le profil à z/D = 1 est comparé au résultat de Panda *et al.* [75] obtenu pour  $M_j = 0.95$ . Ces deux profils sont semblables, mais un décalage radial est observable. Il peut correspondre à un mauvais positionnement de la sonde, ou à une différence dans le taux de croissance des couches de mélange des deux jets.

Des écarts sont observés entre la masse volumique mesurée à l'extérieur du jet, et celle attendue à partir des données de température. Ils sont de l'ordre de  $\pm 0.1$  pour z/D = 3 et z/D = 5, or la normalisation consiste ici à diviser par environ 0.14, ce qui amplifie largement les écarts. Le  $\pm 0.1$  correspond ici à des écarts de seulement 0.014 kg/m<sup>3</sup>, donc à une erreur relative 1.2%. La remontée des niveaux observée à l'extérieur du jet pour z/D = 7 a une explication liée au dispositif expérimental. En effet, à cette distance de la tuyère, le jet ne se développe plus dans un environnement homogène mais dans la couche de mélange entre l'écoulement secondaire et l'air ambiant de la chambre anéchoïque plus froid. La température moyenne est donc plus faible que celle de l'écoulement secondaire, et la masse volumique est plus grande. De plus, une part de l'air dans cette région n'étant pas filtrée, le signal est fortement contaminé par le passage de poussières dans le volume de mesure.

Comme évoqué dans la section 1.3 concernant la relation de Crocco-Busemann, la masse volumique évolue significativement dans la région  $0 \le y \le 0.5$ , qui correspond à une région à haute vitesse du jet, c'est-à-dire la région dans laquelle les effets de compressibilité sont les plus forts. Cela implique que le point  $(\overline{\rho} - \rho_{amb})/(\rho_j - \rho_{amb}) = 0.5$  se déplace vers l'intérieur du jet quand la distance axiale à la tuyère augmente, comme cela est observé en figure 4.6.

Les mêmes remarques s'appliquent aux profils mesurés sur le jet à Mach 0.7 présentés en figure 4.7.

## 4.2.2 Comparaison entre les mesures et les profils de Crocco-Busemann

On rappelle la relation de Crocco-Busemann décrite en section 1.3

$$\frac{\overline{\rho}}{\rho_j} = \left[\frac{\gamma - 1}{2}M_j^2 \frac{u}{U_j}(1 - \frac{u}{U_j}) + \frac{u}{U_j} + \frac{T_{amb}}{T_0}(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_j^2)(1 - \frac{u}{U_j})\right]^{-1}$$
(4.23)

Cette relation permet de déterminer le profil de masse volumique dans une couche de mélange à partir d'un profil de vitesse, de la température totale du jet, de la température ambiante et du nombre de Mach. Pour permettre la comparaison, il a été nécessaire de recaler les profils de vitesses radialement pour que la vitesse soit égale à  $0.5(U_j - U_{amb})$  à y/D = 0.5, en effet, pour une raison inexpliquée, les couches de mélanges mesurées par la PIV dérivent vers l'extérieur du jet avec la tuyère C38, alors qu'ils ont rigoureusement la même forme que des profils non publiés obtenus dans les mêmes conditions. La comparaison entre les masses volumiques mesurées et calculées est faite pour  $M_j = 0.7$  et  $M_j = 0.9$  à z/D = 2 et z/D = 4, et les résultats sont présentés en figure 4.8.  $\rho$  a été évaluée par (4.23) aux mêmes positions que les mesures de  $\overline{\rho}$ , et



FIGURE 4.4 – Profils radiaux de masse volumique mesurés dans un jet à Mach 0.9 issu de la tuyère C38. En moyenne  $\rho_{amb} = 1.19 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho_j = 1.33 \text{ kg/m}^3$ 



FIGURE 4.5 – Profils radiaux de masse volumique mesurés dans un jet à Mach 0.7 issu de la tuyère C38. En moyenne  $\rho_{amb} = 1.18 \text{ kg/m}^3$  et  $\rho_j = 1.25 \text{ kg/m}^3$ 





FIGURE 4.6 – Profils radiaux de masse volumique normalisés, mesurés dans un jet à Mach 0.9 issu de la tuyère C38. En moyenne  $\rho_{amb} =$ 1.19 kg/m<sup>3</sup> et  $\rho_j = 1.33$  kg/m<sup>3</sup>

FIGURE 4.7 – Profils radiaux de masse volumique normalisés, mesurés dans un jet à Mach 0.7 issu de la tuyère C38. En moyenne  $\rho_{amb} =$ 1.18 kg/m<sup>3</sup> et  $\rho_j = 1.25$  kg/m<sup>3</sup>



FIGURE 4.8 – Profil de masse volumique à z/D = 2 (a) et z/D = 4 (b) mesurés (symboles), et déterminés par l'équation (4.23) à partir des profil de vitesse PIV (traits continus). •, Mj = 0.7;

en utilisant les températures et le nombre de Mach mesurés. La vitesse locale a été obtenue par interpolation linéaire.

Le profil obtenu par Crocco-Busemann pour le cas à Mach 0.7 et z/D = 2 montre une caractéristique qui apparait lorsque le nombre de Mach diminue, ou lorsque la température statique dans le cône potentiel du jet se rapproche de la température ambiante. Il s'agit d'une diminution de la masse volumique jusqu'à une valeur inférieure à  $\rho_{amb}$  dans les régions à basse vitesse. Ce phénomène est lié au fait que d'après l'équation (1.15), l'enthalpie totale locale est une fonction linéaire de la vitesse, ici elle augmente en se rapprochant de l'axe, ce qui correspond à une augmentation de la température totale. Dans la couche de mélange, la pression est constante, et la masse volumique est liée à l'inverse de la température statique, cette température étant elle-même reliée à la température totale par l'inverse du carré du nombre de Mach. Selon  $M_i$ et la différence entre  $T_{amb}$  et  $T_j$ , il peut arriver dans la couche de mélange que l'augmentation du nombre de Mach local soit trop faible pour compenser l'augmentation de la température totale, et le la température statique augmente localement au-dessus de  $T_{amb}$ , et donc que  $\overline{\rho}$  soit plus faible que  $\rho_{amb}$ . Ce phénomène semble cependant être surestimé par la relation de Crocco-Busemann puisqu'il n'est pas observé avec nos conditions expérimentales, et d'une façon générale la masse volumique est systématiquement sous-estimée par la relation de Crocco-Busemann du côté des basses vitesses. L'erreur commise semble augmenter en s'éloignant de la tuyère, et est plus importante pour le jet à Mach 0.7. Un écart comparable est également présent dans les données à Mach 0.99 de Panda et Seasholtz [71] à partir de z/D = 4.

## 4.2.3 Similarité des profils de $\overline{\rho}$

Les profils de vitesse dans une couche de mélange sont similaires, ce qui signifie qu'ils se superposent quand la coordonnée radiale est rapportée à une échelle représentative de la largeur de la couche de mélange, par exemple l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$ . En incompressible  $\theta$  est défini par :

$$\theta = \int_0^\infty \frac{\overline{u(r)} - U_{amb}}{U_j - U_{amb}} \left( 1 - \frac{\overline{u(r)} - U_{amb}}{U_j - U_{amb}} \right) dr$$
(4.24)

Suffisamment loin de la tuyère, et jusqu'à la fermeture du cône potentiel, l'évolution spatiale de  $\theta$  peut être approchée par une droite. Les coefficients de cette droite ont été déterminés à partir des données PIV par une régression des estimations de  $\theta$  entre z/D = 1 et z/D = 5, pour les différentes tuyères et nombres de Mach étudiés. Ces résultats, fournis dans le tableau 4.1 sont



FIGURE 4.9 – Profils de vitesse normalisés par l'épaisseur de quantité de mouvement dans un jet à Mach 0.9 pour  $z/D \in [1 5]$ .

proches de celle obtenues dans la littérature, par Husain et Hussain [42], Castelain [23], Fleury *et al.* [33], ou Bogey et Marsden [14].

La similarité des profils est vérifiée en figure 4.9. Dans cette figure, des profils radiaux de vitesses mesurés à différentes positions axiales sont superposés pour le cas  $M_j = 0.9$  avec la tuyère C38. De plus, d'après l'équation (4.23), pour une température ambiante, une température totale, et un nombre de Mach fixé, la masse volumique locale ne devrait dépendre que de la vitesse locale. Il devrait donc être possible de superposer les profils de  $\overline{\rho}$  en les normalisant par  $\theta$  obtenu à partir des champs de vitesses.

Les figures 4.10 et 4.11 montrent les résultats obtenus après normalisation pour les cas  $M_j = 0.9$ et  $M_j = 0.7$ . La superposition n'est pas parfaite, mais les écarts entre les profils ne semblent pas être attribuables à des évolutions spatiales. Par exemple pour  $M_j = 0.9$ , le profil à z = 4D se superpose très bien au profil à z = 1D, et le profil à z = 5D est très proche du profil à z = 2D, mais ces deux groupes présentent des différences du côté des basses vitesses. Les problèmes de superposition observés sont donc liés aux incertitudes de mesure. L'épaisseur excessive du profil normalisé à z = 0.5D pour  $M_j = 0.9$  n'est probablement pas un hasard. En effet, cette caractéristique peut s'expliquer par une mauvaise estimation de  $\theta$  en raison de la proximité de la tuyère, et par les effets d'intégration, donc de lissage, liés à la dimension du volume de mesure. Ce dernier point sera traité en section 4.2.6.

Ces deux figures illustrent bien la similarité des profils de masse volumique. Toutefois, contrairement à l'évolution radiale de la vitesse qui est souvent modélisée par une tangente hyperbolique, ou une demi-gaussienne, il n'existe pas de courbe universelle pour le profil normalisé de  $\overline{\rho}$  puisque les conditions de sortie du jet en termes de températures et nombre de Mach influencent  $\overline{\rho}$ .

Mj	Tuyère	$\theta/D = \alpha(z/D + \beta)$			
		$\alpha$	eta		
0.9	C38	0.025	-0.17		
0.9	ASME	0.026	0.46		
0.9	$\operatorname{conique}$	0.026	-0.25		
0.7	C38	0.029	0.35		

TABLE 4.1 – Résumé des estimations de l'épaisseur de quantité de mouvement sur l'intervalle  $z/D \in [1 5]$ .



FIGURE 4.10 – Profils radiaux de masse volumique normalisés par l'épaisseur de quantité de mouvement, mesurés dans un jet à Mach 0.9 issu de la tuyère C38. —, d'après Crocco-Busemann

FIGURE 4.11 – Profils radiaux de masse volumique normalisés par l'épaisseur de quantité de mouvement, mesurés dans un jet à Mach 0.7 issu de la tuyère C38. — , d'après Crocco-Busemann

## 4.2.4 Comparaison des profils pour les trois tuyères

Pour pouvoir comparer les profils de masse volumique en fonction du nombre de Mach ou de la tuyère, on propose de moyenner tous les profils normalisés obtenus dans une même configuration afin d'obtenir un seul profil type par cas. L'emplacement des points de mesure n'étant pas le même pour chaque profil, une première étape consiste à interpoler chaque profil normalisé sur une même grille dont le pas est ici  $0.1 \ r/\theta$ . Pour éviter d'introduire un lissage peu contrôlé, les interpolations sont linéaires. De plus, aucune extrapolation n'est utilisée, les points de la grille d'interpolation se situant en dehors du domaine d'un profil donné sont ignorés. Ainsi, aux extrémités de la grille d'interpolation, le nombre de points pour le calcul de la moyenne est réduit. La comparaison est effectuée sur la figure 4.12. Les conditions de température et de Mach sont similaires pour les trois cas à Mach 0.9, il est donc attendu que les trois profils normalisés se superposent (relation (4.23)). Cette superposition est bien observée pour les résultats issus des tuyères C38 et ASME qui sont par ailleurs géométriquement très différentes. Le profil normalisé obtenu en sortie de la tuyère conique présente une concordance un peu plus faible, en particulier dans la région des faibles densités. Néanmoins, les moyennes n'étant effectuées que sur 6 profils, ces écarts ne sont pas significatifs. Ce résultat montre que pour une forme de profil de vitesse, et des conditions de sortie données, il existe un profil de masse volumique normalisé.

La superposition presque parfaite du profil à Mach 0.7 avec les profils à Mach 0.9 n'était pas attendue étant donné la différence notable des effets de compressibilité de ces deux situations.

## 4.2.5 Estimation de l'épaisseur de quantité de mouvement

A partir de la relation de Crocco-Busemann, et en rappelant que

$$\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_j^2}{T_0} = \frac{1}{T_j} \tag{4.25}$$

puis en notant  $\kappa = 1 + (\gamma - 1)/2M_j^2$ , on peut chercher pour quelle vitesse  $U_{\rho 1/2}$ , correspondant à la vitesse où  $(\overline{\rho} - \rho_{amb})/(\rho_j - \rho_{amb}) = 1/2$ , on satisfait  $\overline{\rho} = (\rho_{amb} + \rho_j)/2$  en résolvant

$$\frac{2\rho_j}{\rho_{amb} + \rho_j} = \frac{2}{1 + \frac{T_j}{T_{amb}}} = \left(\frac{u}{U_j}\right)^2 (1 - \kappa) + \frac{u}{U_j} (\kappa - \frac{T_{amb}}{T_j}) + \frac{T_{amb}}{T_j}$$
(4.26)



FIGURE 4.12 – Profils de masse volumique normalisés par l'épaisseur de quantité de mouvement moyenné pour chaque position disponible, et dans tous les cas testés.

soit

$$U_{\rho 1/2} = U_j \frac{\frac{T_{amb}}{T_j} - \kappa - \sqrt{(\kappa - \frac{T_{amb}}{T_j})^2 - 4\frac{T_{amb}}{T_j}(1 - \kappa)(1 - \frac{2}{1 + \frac{T_{amb}}{T_j}})}{2(1 - \kappa)}$$
(4.27)

Cela donne par exemple pour un jet à  $M_j = 0.9$ ,  $T_{amb} = 293$  K et  $T_0 = 300$  K,  $U_{\rho 1/2} = 0.73 U_j$ . L'intérêt de déterminer une telle valeur est par exemple d'estimer l'épaisseur d'une couche de mélange à partir de la mesure d'un profil de masse volumique en faisant l'hypothèse d'un profil de vitesse modélisé par une tangente hyperbolique symétrique autour de r = D/2. Pour cela il suffit de trouver la position radiale  $r_{\rho 1/2}$ . Pour un profil donné par

$$u(r) = \frac{U_j}{2} \left( 1 + \tanh\left(\frac{r - D/2}{2\theta}\right) \right)$$
(4.28)

 $\theta$  est donné par

$$\theta = \frac{2(r_{\rho 1/2} - D/2)}{\log\left(\frac{2U_{\rho 1/2}/U_j}{2-2U_{\rho_1/2}/U_j}\right)}$$
(4.29)

Pour tenir compte de la vitesse ambiante, on remplace l'équation (4.28) par

$$u(r) = \frac{U_j^2}{2(U_j - U_{amb})} \left( 1 + \left( 2\frac{U_{amb}}{U_j} - 1 \right) \tanh\left(\frac{r - D/2}{2\theta}\right) \right)$$
(4.30)

et le résultat sur  $\theta$  devient

$$\theta = \frac{r_{\rho 1/2} - D/2}{2 \tanh^{-1} \left( \frac{2U_{\rho 1/2}(U_j - U_{amb}) - U_j^2}{U_j(2U_{amb} - U_j)} \right)}$$
(4.31)

En figure 4.13, l'approximation du profil de vitesse par une tangente hyperbolique est comparée au profil mesuré par PIV. Des différences sont observées sur les bords de la couche de mélange, mais l'accord est bon autour de  $r_{\rho 1/2}$ . Une description plus précise du profil de vitesse basée par exemple sur une demi-gaussienne n'est donc pas nécessaire.

Deux exemples de l'application de l'équation (4.31) sont illustrés en figure 4.13. Dans le cas  $M_j = 0.9$  à z/D = 2 l'équation (4.31) donne  $\theta = 2.30$  mm, contre  $\theta = 1.74$  mm d'après la PIV. Pour  $M_j = 0.7$ ,  $\theta = 2.63$  mm d'après l'équation (4.31) et  $\theta = 2.21$  mm d'après la PIV. Pour cet exemple, l'écart est de 30% à Mach 0.9. C'est un écart important mais la méthode permet quand même d'obtenir un ordre de grandeur de  $\theta$  sans mesurer le profil des vitesses.



FIGURE 4.13 –  $\circ$ , profil de masse volumique; —, profil de vitesse; – – –, profil de vitesse en tangente hyperbolique. Profils à z = 2D dans un jet froid à Mach 0.9 (a) et 0.7 (b).



FIGURE 4.14 – Épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$  estimée par l'équation (4.31). Les tirets correspondent aux résultats des mesures PIV.

La même approche a été répétée pour l'ensemble des profils disponibles pour les trois tuyères en prenant en compte le nombre de Mach et les températures moyennées au cours de l'acquisition du profil complet. Les résultats sont présentés en figure 4.14. On remarque que les tendances de l'évolution de  $\theta$  avec z sont conservées mais il y a d'importantes disparités avec les résultats obtenus par PIV. Une source d'erreur possible est la mauvaise estimation du rayon  $r_{o1/2}$ . Pour limiter l'ampleur de cette erreur, quand les profils couvrent les deux côtés du jet,  $r_{\rho 1/2}$  est calculé de chaque côté, puis moyenné. Les résultats obtenus par cette méthode pour les tuyères C38 et conique à  $M_i = 0.9$  sont similaires, comme les résultats issus de la PIV. Pour ces deux tuyères, on constate cependant une pente plus forte lorsque l'épaisseur de quantité de mouvement est calculée à partir de  $\rho$ , ce qui pourrait traduire un biais intrinsèque à la méthode. Pour la tuyère ASME, la part d'erreur aléatoire semble plus grande. Pour  $M_i = 0.7$ , une cassure apparait à z = 3.5D. Étant donné le faible nombre de points il n'est pas possible de déterminer si c'est le résultat d'une erreur aléatoire dans l'estimation de  $r_{\rho 1/2}$ , ou si c'est un biais associé à la mesure des profils. Cette dernière hypothèse étant cependant peu probable puisque les profils à z = 3Det z = 3.5D ont été mesurés l'un à la suite de l'autre sans qu'il n'y ait eu de manipulation du système d'acquisition.

## 4.2.6 Effets d'intégration

En section 4.2.3, le profil normalisé de  $\overline{\rho}$  mesuré à z = 0.5D est apparu plus large que ceux mesurés plus loin de la tuyère. Pour expliquer cet écart, les effets d'intégration du profil par le faisceau, et une erreur dans la normalisation des cordonnées radiales, ont été évoqués. Ce constat nous amène à renommer les valeurs des mesures affectées par ces effets en  $\tilde{\rho}(r)$ . On va déterminer l'erreur introduite par l'intégration, et retrouver le profil réel  $\bar{\rho}(r)$ . Ce problème a été traité par Panda *et al.* [75] en utilisant la relation de Crocco-Busemann appliquée à un profil de vitesse modifié pour tenir comme de la taille du volume de mesure. La relation de Crocco-Busemann fournissant des résultats sensiblement différents des mesures obtenues dans les cas étudiés ici, une méthode différente a été utilisée. Elle repose sur l'hypothèse qu'il existe une loi de similarité pour  $\overline{\rho}$  impliquant un facteur d'échelle spatiale, ici  $\theta$ , qui peut être déterminée à partir des différents profils mesurés. Les profils déduits de cette loi pour une valeur de  $\theta$  sont nommés  $\hat{\rho}(r)$ . Sous cette hypothèse, la démarche consiste à retrouver  $\theta$  afin que le profil obtenu en appliquant une correction reproduisant l'effet d'intégration par le volume de mesure à  $\hat{\rho}(r)$  soit égal au profil mesuré  $\tilde{\rho}(r)$ .

Cette problématique concerne les profils à la position z = 0.5D qui est la position axiale la plus proche de la tuyère pour les mesures réalisées ici. L'épaisseur calculée entre  $(\bar{\rho} - \rho_{amb})/(\rho_j - \rho_{amb}) = 0.05$  et 0.95 est de 2.5 mm pour la tuyère C38. Cette épaisseur est à comparer au diamètre du faisceau laser déterminé en section 3.5. Dans la configuration qui correspond à ces relevés, la largeur à mi-hauteur du profil d'intensité du faisceau est de 0.8 mm. La masse volumique mesurée correspond en fait à la masse volumique moyenne dans le faisceau pondérée par son intensité locale. Ici l'intensité du faisceau est gaussienne, le profil de masse volumique mesuré correspond donc au profil réel auquel un filtre gaussien a été appliqué. Le lissage imposé par le filtre est d'autant plus important que de la largeur du faisceau est grande devant l'épaisseur du profil. Pour être plus précis, si le profil de masse volumique est supposé ne dépendre localement que la position radiale, c'est-à-dire que le jet est localement considéré parallèle, la valeur mesurée  $\tilde{\rho}(r)$  est égale à

$$\tilde{\rho}(r) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\rho}(r) \ e^{-\left(\frac{r}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} dr$$
(4.32)

avec  $\sigma$  lié à la largeur à mi-hauteur l du profil d'intensité lumineuse par  $\sigma \simeq 2.36/l$ . Si on développe  $\overline{\rho}(r)$  en série de Taylor autour de  $r = r_0$  jusqu'à l'ordre 2 par exemple, on obtient

$$\tilde{\rho}(r) \simeq \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\overline{\rho}(r_0) + \frac{d\overline{\rho}(r_0)}{dr}(r-r_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2 \overline{\rho}(r_0)}{dr^2}(r-r_0)^2\right) e^{-\left(\frac{r}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2} dr \qquad (4.33)$$

L'intégrale du terme d'ordre 0 est simplement égale à  $\overline{\rho}(r_0)$ . L'intégrale pour le terme d'ordre 1 est égale à 0 puisque l'intégrande est impaire. Cela s'applique pour tous les termes d'ordre impair, alors que l'intégrale est non nulle pour tous les termes d'ordre paire. Cela permet donc d'écrire que

$$\tilde{\rho}_{r \to r_0}(r) = \bar{\rho}(r_0) + O((r - r_0)^2)$$
(4.34)

et donc que l'erreur introduite par l'effet d'intégration du faisceau n'est importante que là où la courbure est grande. Dans la zone autour de  $r_{\rho 1/2}$  dont la courbure est globalement faible, l'estimation de  $\overline{\rho}$  devrait donc être peu concernée par le lissage. On constate en effet sur la figure 4.15 que pour les tuyères C38 et conique, c'est-à-dire les deux tuyères présentant les couches de mélanges les moins épaisses, l'écart entre la pente du profil normalisé moyen et du profil normalisé à z = 0.5D s'accentue là où la courbure est la plus forte.

Pour estimer la forme du profil avant les effets d'intégration, on calcul  $\hat{\rho}(r)$  pour un différent  $\theta$  autour de la valeur estimée par la PIV. Pour chaque  $\theta$ , le filtre gaussien est appliqué à  $\hat{\rho}(r)$ , et la somme des carrés des écarts entre le profil résultant et le profil mesuré  $\tilde{\rho}(r)$  est enregistré. A la fin de la boucle, on cherche la valeur de  $\theta$  qui minimise l'erreur. Les valeurs de mesurées de  $\tilde{\rho}(r)$  sont finalement corrigées par le rapport local entre  $\hat{\rho}(r)$  avant et après filtrage.



FIGURE 4.15 – Profils de masse volumique normalisés mesurés à z = 0.5D pour les tuyères C38 (•) et conique (•). Les tirets montrent  $\hat{\rho}$ . Le profil d'intensité du faisceau dont la largeur a été normalisé par  $\theta$  est tracé en rouge.



FIGURE 4.16 – (a) —,  $\hat{\rho}$ ; …,  $\hat{\rho}$  filtré par une gaussienne ;  $\square \tilde{\rho}(r)$ ;  $\circ \tilde{\rho}(r)$  corrigé ;  $\circ \bar{\rho}(r)$  (mesurés avec un faisceau fin). (b) —,  $\hat{\rho}$ ;  $\square \tilde{\rho}(r)$ ;  $\circ \tilde{\rho}(r)$  corrigé.

Un exemple de ce traitement est présenté en figure 4.16(a) pour le profil à z = 0.5D dans le cas de la tuyère C38 à  $M_j = 0.9$ . Le résultat est également comparé à un profil mesuré dans une campagne d'essai préliminaire durant laquelle une lunette permettant de focaliser le faisceau dans la zone de mesure avait été utilisée. L'épaisseur du faisceau était alors de l'ordre de 0.1 mm, et les effets d'intégration négligeables, ce qui permet d'obtenir un profil de  $\bar{\rho}$  mesuré. Il apparait en figure 4.16(a) que la correspondance entre le profil issu de la loi de similarité  $\hat{\rho}$  filtré et le profil mesuré  $\tilde{\rho}$  est bonne, de même que la correspondance entre  $\hat{\rho}$ , et  $\tilde{\rho}$  corrigé. Par ailleurs le profil de  $\tilde{\rho}$ corrigé se superpose bien au profil de  $\bar{\rho}$  mesuré. Il semble donc que la modélisation du lissage par l'intégration à travers le volume de mesure soit pertinente, et que la correction soit efficace. La figure 4.16(b) compare les profils après normalisation par l'épaisseur de quantité de mouvement comme en figure 4.15. On constate que la correction de l'effet d'intégration a rapproché le profil de  $\bar{\rho}$  du profil moyen, mais il reste toujours trop épais. Une épaisseur de quantité de mouvement à 20% plus grande permet de superposer parfaitement les deux profils à z = 0.5D. En conclusion, le diamètre du faisceau est suffisamment petit pour permettre de mesurer des

En conclusion, le diamètre du faisceau est suffisamment petit pour permettre de mesurer des profils jusqu'à z = 0.5D sans nécessiter de correction importante pour compenser les effets d'intégration.

## 4.3 Profils des fluctuations

Dans cette partie, on étudie les fluctuations de masse volumique obtenues dans des jets pour différentes configurations. Une mise en parallèle avec les fluctuations de vitesse mesurées par PIV est aussi effectuée. Les valeurs rms des fluctuations de  $\rho$  sont obtenues à partir de l'identité de Parseval appliquée aux spectres mesurés par deux photomultiplicateurs, comme décrit en section 4.1.6. Les spectres sont alors intégrés sur une bande de fréquence comprise entre St = 0et St = 3, avec  $St = fD/U_j$ .

## 4.3.1 Analyse générale des profils

Les profils des fluctuations obtenus pour les trois tuyères à Mach 0.9 et la tuyère C38 à Mach 0.7 sont présentés en figures 4.17 et 4.18. Les quatre cas présentent des similarités sur la forme des profils. Le maximum de fluctuation est obtenu dans la couche de mélange, et se rapproche de l'axe du jet lorsque la distance axiale augmente. Cela correspond à la diminution avec z de  $r_{\rho_{1/2}}$  également observable sur les profils de  $\overline{\rho}$ . A Mach 0.9, et z/D = 3, l'amplitude du maximum de fluctuation est proche de celui mesuré par Panda [69], mais il est plus décalé vers l'intérieur ici. Cela traduit peut être une différence entre les deux jets dans l'accroissement de la couche de mélange.

Proche de la tuyère, les maxima de fluctuations sont d'amplitudes comparables pour les tuyères C38 et conique, mais inférieures à celle obtenue pour la tuyère ASME. Plus loin, les profils pour les trois tuyères à Mach 0.9 convergent.

En figure 4.19, les profils de vitesses et de densités sont comparés. On constate le décalage entre les fluctuations de vitesses qui sont maximales à y = 0.5D (fort gradient de  $\overline{U_x}$ ), alors que les fluctuations de masses volumiques sont maximales au niveau des forts gradients de  $\overline{\rho}$ .

Les niveaux de fluctuations dans le cône potentiel et en dehors du jet sont plus importants pour la masse volumique que pour la vitesse. Cela correspond principalement à la présence d'ondes d'acoustiques dans le cône potentiel qui seront discutées en détail en section 5.3.4, de la contribution résiduelle du passage de poussières dont la concentration est plus importante dans le cône potentiel qu'à l'extérieur, et de l'augmentation du niveau du shot noise avec l'augmentation de  $\rho$ .

#### 4.3.2 Evolution axiale du maximum de fluctuations

Les maxima des fluctuations de vitesse et de masse volumique obtenus dans les profils radiaux pour les différents cas et aux différentes positions axiales, sont présentés en figure 4.20. D'après cette figure, quelle que soit la tuyère, les deux grandeurs évoluent de manière similaire avec z/D. Pour  $M_j = 0.9$ , avec les tuyères C38 et conique, le niveau de fluctuation augmente depuis la tuyère jusqu'à atteindre un niveau stable à environ z = 3D. Au contraire, pour la tuyère ASME, le niveau de fluctuations est élevé en sortie de tuyère, et diminue pour atteindre la même valeur que les deux autres également à z/D = 3. Cela traduit le fait que pour cette tuyère, le niveau de turbulence dans la couche limite dans la tuyère est plus élevé que pour les tuyères C38 et conique. Ce sont également les conclusions de Zaman [56] qui a réalisé des mesures au fil chaud en aval des tuyères ASME et coniques. À Mach 0.7 avec la tuyère C38, les fluctuations proches de la tuyère sont plus importantes qu'à Mach 0.9, et diminuent ensuite jusqu'à environ z/D = 5pour atteindre les mêmes niveaux que dans les autres cas.

## 4.3.3 Similarité des profils

Pour chaque cas, les profils aux différentes positions axiales ont été superposés en figure 4.21. La coordonnée radiale a été normalisée par  $r^* = (r - r_{\rho 1/2})/\theta$  avec  $r_{\rho 1/2}$  le rayon auquel le profil



FIGURE 4.17 – Profils normalisés des fluctuations de masse volumique.  $M_j = 0.9, T_0 \simeq 30^{\circ}$ C,  $T_{amb} = \simeq 20^{\circ}$ C.  $\circ$  et - - -, tuyère C38;  $\circ$ , tuyère ASME,  $\circ$ , tuyère conique. —, mesures de Panda [69] dans un jet à Mach 0.9 froid.



FIGURE 4.18 – Profils normalisés des fluctuations de masse volumique.  $M_j = 0.9, T_0 \simeq 30^{\circ}$ C,  $T_{amb} = \simeq 20^{\circ}$ C, tuyère C38.



FIGURE 4.19 – Profils radiaux de :- - -,  $(\overline{\rho} - \rho_{amb})/(\rho_j - \rho_{amb})$ ; -,  $\rho'_{rms}/\text{Max}(\rho'_{rms})$ ; - - ,  $u/U_j$ ; -,  $u'_{rms}/\text{Max}(u'_{rms})$ . z/D = 2,  $M_j = 0.9$ ,  $T_0 = 29.7^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{amb} = 19.6^{\circ}\text{C}$ , tuyère C38.



FIGURE 4.20 – Maxima des fluctuations de masse volumique ( $\circ$ ) et de vitesse axiale ( $\Box$ ) en fonction de la position axiale.  $M_j = 0.9 : \bullet$ , tuyère C38;  $\bullet$ , tuyère ASME;  $\bullet$ , tuyère conique.  $M_j = 0.7 : \bullet$ , tuyère C38.



FIGURE 4.21 – Profils des fluctuations de masse volumique normalisés en amplitude, et en coordonnée radiale par  $\theta$ .  $M_j = 0.9$ : (a), C38; (b), ASME; (c), conique. (d)  $M_j = 0.7$  C38.

de  $\rho$  passe par  $0.5\rho_j + \rho_{amb}$ , et  $\theta$  l'épaisseur de quantité de mouvement déterminée par les mesures PIV. On constate dans tous les cas que le maximum de fluctuations est proche de  $r^* = 0$ , ce qui est cohérent avec les observations de la section 4.3.1. On observe également que les profils se superposent à partir de z/D = 2 pour les jets à Mach 0.9, et z/D = 3.5 pour le cas à Mach 0.7. Il semble cependant pour la tuyère ASME, et pour la tuyère C38 à Mach 0.7 que le maximum de fluctuations se déplace légèrement vers  $r^* < 0$  quand la distance axiale augmente. Une dernière observation révèle pour tous les cas une dissymétrie du profil des fluctuations. Le profil est plus raide du côté interne. Cela s'explique par le fait que  $r = r_{\rho 1/2}$  se trouve à l'intérieur de la couche de mélange, et donc proche du cône potentiel dans lequel il n'y a que très peu de fluctuations, alors que la région  $r > r_{\rho 1/2}$  couvre la plus grande partie de la couche de mélange.

## 4.3.4 Dépendance au seuil du dépoussiérage

Au cours de l'étape de dépoussiérage, un seuil valant  $\overline{\rho} + \alpha \rho'_{rms}$  au-delà duquel le signal est considéré comme corrompu est utilisé. Pour les profils présentés précédemment,  $\alpha$  est fixé à 2.5. L'effet de  $\alpha$  sur le niveau des fluctuations est étudié en figure 4.22. Dans cette figure, un profil de  $\rho'_{rms}$  est tracé pour  $\alpha = 2$ , 2.5, et 3. On constate que les fluctuations diminuent lorsque le seuil diminue. Diminuer le seuil à 2 engendre une diminution de 13% des fluctuations, alors que l'augmenter à 3 augmente les fluctuations de 6%. Ce phénomène s'explique par le fait que les valeurs de  $\rho(t)$  les plus grandes sont supprimées. Cette étape du traitement du signal est donc à l'origine d'un biais important pour obtenir des valeurs des fluctuations absolues. En revanche, ici tous les cas ont été traités de la même manière, ce qui ne nuit pas aux comparaisons présentées ci-avant.



FIGURE 4.22 – Profils radiaux des fluctuations de la masse volumique en fonction du seuil du dépoussiérage dans un jet à Mach0.9 à z/D=3.

## Chapitre 5

# Étude des fluctuations de la masse volumique, et des corrélations avec le champ acoustique

Ce chapitre contient les résultats concernant les fluctuations de masse volumique, principalement par leur représentation spectrale, mais aussi temporelle sous forme de moyennes conditionnelles. Les influences sur les spectres de  $\rho'$  de la géométrie de la tuyère, de la température, et du nombre de Mach seront étudiées. Les corrélations spatiales de la masse volumique seront analysées pour deux cas, et en plusieurs positions. De ces résultats seront extraites des échelles intégrales et des vitesses de convection. Finalement, la relation entre les fluctuations de masse volumique et le bruit rayonné en champ lointain sera examinée au travers de calculs de cohérence, et de moyennes conditionnées.

## 5.1 Effet des conditions de sortie

L'effet des conditions de sortie, ici un régime laminaire ou turbulent de la couche limite, sur les fluctuations de masse volumique est étudié en réalisant des mesures dans les jets générés par nos trois tuyères (C38, ASME, et coniques). En effet, des mesures conduites par Zaman [56] ont montré que la couche limite en sortie de la tuyère ASME est laminaire au moins jusqu'à Mach 1, le nombre de Reynolds étant alors de  $Re_D = 6 \times 10^5$ , alors que la transition vers une couche limite turbulente apparait dès Mach 0.3 à  $Re_D = 2 \times 10^5$  pour la tuyère conique. Zaman montre ainsi que pour des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^5$ , la géométrie de la tuyère influence fortement le régime d'écoulement initiale de la couche de mélange. Cette différence de régime d'écoulement à un effet sur l'évolution axiale des valeurs rms de fluctuations de la masse volumique comme analysé en section 4.3.1. L'absence de transition vers la turbulence a aussi pour effet d'augmenter le niveau acoustique dans les hautes fréquences en champ lointain [56]. Cette caractéristique s'observe sur les mesures réalisées au laboratoire présentées en figure 5.1. L'écart du niveau acoustique à tendance a augmenter en se déplaçant vers les angles amont jusqu'à atteindre 2 dB à 130° comme montré en figure 5.2. Un comportement similaire est également constaté par Viswanathan et Clarck [95] entre des jets initialement laminaires ou turbulents. La couche de mélange laminaire en sortie de la tuyère ASME devrait aussi favoriser le développement des instabilités de Kelvin-Helmotz [12] qui initieront la transition vers la turbulence. Les effets sur la turbulence de ces deux types d'écoulement vont être étudiés à partir des spectres de masse volumique.

Des spectres de masse volumique sont calculés à partir de signaux mesurés dans la couche de mélange des jets à Mach 0.9 issus des tuyères C38, ASME et conique, et du jet à Mach 0.7 généré par la tuyère C38 dont les nombres de Reynolds sont résumés dans le tableau 5.1. Les spectres

Chapitre 5. Étude des fluctuations de la masse volumique, et des corrélations avec le champ acoustique

Tuyère	$M_j$	$Re_D$	$Re_{ heta}$
C38	0.7 - 0.9	$6.3 \times 10^5 - 8.8 \times 10^5$	$2.5 \times 10^4 - 1.8 \times 10^4$
ASME	0.9	$8.8 \times 10^{5}$	$3.3 { imes} 10^4$
Conique	0.9	$8.8 \times 10^{5}$	$1.7 \times 10^{4}$

TABLE 5.1 – Paramètres des jets étudiés. L'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$  est mesurée à z = 1D.

sont mesurés au pic des fluctuations aux positions axiales z = 0.5D, 1D, 2D, 3D, 5D pour les cas à Mach 0.9, et seulement au-delà de 2D pour le jet à Mach 0.7. Les spectres sont présentés en figure 5.3 en fonction du nombre de Strouhal St basé sur le diamètre. Les mêmes données sont ensuite présentées en figure 5.4 en fonction du nombre de Strouhal  $St_{\theta}$  construit avec l'épaisseur de quantité de mouvement locale  $\theta$  de la couche de mélange. La forme générale des spectres peut être décrite par un niveau stable à basse fréquence, un passage par un maximum aux fréquences intermédiaires, et une décroissance linéaire dans le plan log-log à haute fréquence, avec une pente proche de -5/3.

Des différences apparaissent entre les cas en ce qui concerne la fréquence centrale de la bosse, et l'évolution axiale de son amplitude. La bosse se déplace vers les basses fréquences en s'éloignant de la tuyère dans tous les cas, ce qui est illustré en figure 5.3, mais la figure 5.4 montre que pour la tuyère ASME et à Mach 0.7, la fréquence du maximum est reliée à l'épaisseur de quantité de mouvement locale. Le maximum de fluctuations se situe autour de  $St_{\theta} = 0.05$  dans ces deux cas. Au contraire, pour les tuyères C38 et conique, l'épaisseur de quantité de mouvement croit plus vite avec la distance axiale que la fréquence du maximum ne décroit. Par ailleurs, pour ces tuyères,  $St_{\theta} \simeq 0.02$  à z = 0.5D, qui est proche de la fréquence la plus amplifiée observée par Gutmark et Ho [40] à z = 0.3D. On constate également que l'amplitude de la bosse associée aux tuyères C38 à  $M_j = 0.9$  et conique augmente avec z. Au contraire, pour la tuyère ASME, et la tuyère C38 à  $M_j = 0.7$ , l'amplitude est presque constante sur les positions testées, et est cinq fois plus grande que pour les deux autres cas à z/D = 0.5.

Le comportement du jet à Mach 0.7 issu de la tuyère C38 étant proche de celui issu de la tuyère ASME à Mach 0.9, il est légitime de penser que ces deux écoulements sont laminaires en sortie de tuyère. Cela peut également se déduire des spectres acoustiques à 90°, présentés en figure 5.5. Les spectres des trois tuyères sont mesurés à Mach 0.6, 0.7 et 0.8. On observe que le spectre du jet issu de la tuyère C38 est très similaire à celui issu de la tuyère ASME à Mach 0.6, et qu'il tend à être égal à celui obtenu avec la tuyère conique à Mach 0.8. Or dans cette plage de nombre de Mach, d'après les mesures de Zaman [56], l'écoulement en sortie de tuyère ASME est laminaire et celui en sortie de tuyère conique est turbulent. Il est donc probable que l'écoulement en sortie de la tuyère C38 transitionne entre Mach 0.6 et Mach 0.8.

En conclusion, l'ensemble des observations mentionnées montrent que le régime d'écoulement en sortie de tuyère influence fortement les fluctuations de masse volumique. Un écoulement laminaire est associé à une bosse à  $St_{\theta} = 0.05$  dans le spectre de masse volumique dont l'amplitude est forte et constante, alors qu'un écoulement turbulent produit une bosse dont l'amplitude croit en s'éloignant de la tuyère et dont le nombre de Strouhal basé sur  $\theta$  augmente.

On s'intéresse également à l'évolution radiale de la forme des spectres de  $\rho'$  en figure 5.6. Ils sont calculés à partir des mesures dans la couche de mélange à z = 3D pour les tuyères C38 et ASME. Cette figure montre dans les deux cas que la bosse autour de St = 0.4 - 0.5 s'atténue en s'éloignant de l'axe du jet. À y = 0.5D, le spectre de masse volumique est comparé à un spectre de vitesse issu d'une simulation numérique par Bogey et Marsden [14] dans un jet à  $M_j = 0.9$  et  $Re = 2 \times 10^5$ . Les fluctuations de ces deux grandeurs sont similaires en termes de pente et de cassure, mais la bosse est de plus faible amplitude sur la vitesse. Une comparaison est également effectuée à y = 0.4D avec un spectre de vitesse mesuré dans un jet à Mach 1.2 idéalement détendu. A cette position, la différence entre densité et vitesse est marquée. Une



FIGURE 5.1 – Spectres acoustiques mesurés à 50D d'un jet à Mach 0.9 pour trois tuyères. —, C38 ; —, ASME ; —, conique.



FIGURE 5.2 – OASPL à 50D d'un jet à Mach 0.9. –  $\circ$  –, C38 pour trois tuyères ; –  $\circ$  –, ASME ; –  $\circ$  –, conique. ×, Mollo-Christensen *et al.* [65] ; + Lush [55]



FIGURE 5.3 – Spectres de masse volumique mesurés au pic des fluctuations dans la couche de mélange pour cinq positions axiales. (a)  $M_j = 0.9$  - C38, (b)  $M_j = 0.9$  - ASME, (c)  $M_j = 0.9$  - conique, (d)  $M_j = 0.7$  - C38.



FIGURE 5.4 – Spectres de masse volumique mesurés au pic des fluctuations dans la couche de mélange pour cinq positions axiales. (a)  $M_j = 0.9$  - C38, (b)  $M_j = 0.9$  - ASME, (c)  $M_j = 0.9$  - conique, (d)  $M_j = 0.7$  - C38.



FIGURE 5.5 – Spectres acoustiques mesurés à 90°. — , C38; — , ASME; — , conique



FIGURE 5.6 – Spectres de masse volumique mesurés à Mach 0.9 à z = 3D aux positions radiales indiquées dans la légende. (a) tuyère C38, (b) tuyère ASME.  $\cdots$  Spectre de vitesse à y = 0.5D, z = 3D, avec la tuyère ASME simulé par Bogey et Marsden [14]; -- spectre à y/D = 0.4 et  $M_j = 1.2$  mesuré par Kerhervé *et al.* [47] (niveaux arbitraires).

bosse est également observée dans le spectre de vitesse mais son amplitude est très inférieure à celle du spectre de masse volumique. De plus, la décroissance à haute fréquence intervient à une fréquence plus faible dans le cas de la vitesse.

## 5.2 Étude de l'influence de la température et du nombre de Mach

## 5.2.1 Effet de la température à Mach constant

Dans cette section, l'effet sur les spectres de masse volumique de la différence de température entre l'écoulement primaire et secondaire est étudié pour des écarts faibles. Pour cela, le nombre de Mach est fixé à  $M_j = 0.9$ , et la tuyère C38 est utilisée. Les paramètres des quatre configurations testées sont donnés dans la table 5.2. Les jets sont nommés Jxx, avec xx la température totale. Les mesures sont effectuées en un point à z = 3D et y = 0.35D identique pour les quatre jets. Pour pouvoir comparer les spectres obtenus par la suite, l'idéal serait de les mesurer, dans chaque cas, à la position du maximum de fluctuations de masse volumique. Pour des raisons pratiques, les mesure présentées ici on été enregistrées à une position radiale fixe. On s'assure ci-dessous, que le choix d'une position fixe quels que soient les cas n'est pas problématique.

D'après les résultats du chapitre précédent, et en particulier de la figure 4.17(a), le maximum de fluctuation de masse volumique est atteint proche de la position  $r_{\rho 1/2}$  à laquelle  $(\bar{\rho} - \rho_{amb})/(\rho_j - \rho_{amb}) = 0.5$ . Les profils de masse volumique calculés à partir de la relation de Crocco-Busemann pour les quatre jets sont présentés en figure 5.7. Le choix d'utiliser la relation de Crocco-Busemann se justifie puisque les profils qu'elle prédit ont été trouvés en bon accord avec les mesures du côté intérieur de la couche de mélange. On constate d'après la figure 5.7 que  $r_{\rho 1/2}$  se situe autour de  $y = 0.35D \pm 0.5\theta$  pour les quartes jets. Or, la figure 4.17 (a) montre que les variations du niveau de fluctuations sont faibles dans cette plage de mesure. L'erreur commise sur le niveau de fluctuation induite par l'écart entre la position de mesure, et la position du maximum de fluctuation ne sera donc au maximum que de quelques pourcents en choisissant la position y = 0.35D.

Les spectres de densité sont présentés en figure 5.8(a). On constate que le niveau de fluctuation augmente quand la différence entre  $\rho_j$  et  $\rho_{amb}$  augmente. Ce résultat est attendu pour des raisons physiques, et c'est d'ailleurs pour limiter cet effet que les spectres des fluctuations sont

C1 1 F	Tu 1 1	a , , , ,	1 1		1 •		1	×1	1 1	
Chanifre b	Etude d	es fluctuations	dela	masse	volumique	<u>et</u>	CLOS.	correlations avec	le chamt	) aconstituite
Onapiero o.	Liuuc u	co inaconaciono	uc ia	masse	vorunnque,	00	aco	contenditons avec	ie enamp	J acoustique

Réf.	$T_0$ (°C)	$T_j$ (°C)	$T_{amb}$ (°C)	$ ho_j -  ho_{amb}~({ m kg/m^3})$	$M_j$	$U_j~({ m m/s})$
J35	35	-9	23	0.14	0.90	292
J45	45	1	24	0.095	0.90	298
J53	53	8	24	0.062	0.90	301
J63	63	13	25	0.040	0.90	305

TABLE 5.2 – Paramètres des jets.



FIGURE 5.7 – Profils de  $\overline{\rho}$  normalisés obtenus par la relation de Crocco-Busemann.

adimensionnés par  $(\rho_j - \rho_{amb})^2$ . Pourtant, les résultats adimensionnés, présentés en figure 5.8(b), ne permettent pas d'établir un caractère autosimilaire de ces spectres. Au contraire, les écarts sont amplifiés, et le jet J63 présentant le plus faible écart de température se trouve être celui auquel sont associées les plus fortes fluctuations. Puisque l'ordre du niveau de fluctuations est inversé, il doit exister une normalisation intermédiaire qui minimise les écarts entre les courbes. La puissance à appliquer à  $\rho_j - \rho_{amb}$  est recherchée, et le résultat est présenté en figure 5.8(c). On trouve que le spectre doit être normalisé par  $(\rho_j - \rho_{amb})^{0.46}$ , et donc que les fluctuations doivent être normalisées par  $(\rho_j - \rho_{amb})^{0.68}$ . Le résultat n'est plus adimensionnel, mais la superposition des spectres est parfaite. Cela permet de conclure que pour des jets froids, la forme du spectre ne dépend pas de la température dans le cas où celle-ci est faiblement modifiée. Il n'est pas possible avec les données collectées lors de la campagne de mesure de donner une limite de validité à ce résultat.

## 5.2.2 Effet du nombre de Mach

#### Jets isothermes

Des profils de densité ont été mesurés dans des jets isothermes dans les conditions données en table 5.3. La plage de Mach varie de 0.5 à 0.8. L'objectif est ici d'évaluer l'effet du nombre de Mach sur les fluctuations de masse volumique en minimisant le gradient de température moyenne. En réalité, même dans un jet isotherme, un gradient de température existe dans la couche de mélange et peut être observé en figure 5.9. En effet, on constate un réchauffement dans la couche de mélange du jet. Ce phénomène est prédit par la relation de Crocco-Busemann. Cependant ce gradient ne semble pas être la cause des fluctuations de masse volumique puisque le maximum de  $\rho'_{rms}$  est observé à la position du minimum de  $\overline{\rho}$ , c'est-à-dire, là où le gradient est nul.

Comme dans le paragraphe précédent, des spectres des fluctuations de masse volumique ont été mesurés au maximum des fluctuations à z = 3D. Les fluctuations étant faibles, il a été choisi



FIGURE 5.8 – Spectres de masse volumique mesurés à y = 0.35D et z = 3D dans les conditions indiquées dans la légende.

Chapitre 5. Étude des fluctuations de la masse volumique, et des corrélations avec le champ acoustique

$T_0$ (°C)	$T_j$ (°C)	$T_{amb}~(^{\circ}\mathrm{C})~(\mathrm{kg/m^{3}})$	$M_j$	$U_j~({ m m/s})$
37	22	23	0.50	169
44	23	23	0.60	206
52	23	24	0.70	240
62	24	24	0.80	276





FIGURE 5.9 – Profils de masse volumique dans un jet isotherme à z = 3D et  $M_j = 0.8$ . — : profil d'après la relation Corcco-Busemann.

pour diminuer le seuil de bruit de calculer les spectres à partir des données du point correspondant au maximum de  $\rho'_{rms}$  et de ses deux voisins. Une vérification a montré que, en dehors des fréquences auxquelles le shot noise domine, les spectres de ces trois points sont sensiblement les mêmes. Les résultats sont présentés en figure 5.10. La figure 5.10(a) montre que le niveau de fluctuations augmente avec le nombre de Mach, mais que la bosse reste centrée sur le Strouhal 0.45. Étant donné que les variations du nombre de Mach sont faibles, il n'est pas étonnant que la bosse qui est probablement liée à un phénomène d'instabilité ne soit pas affectée. Le seul paramètre variable dans cette étude est le nombre de Mach, par ailleurs, l'adimensionnement par  $(\rho_j - \rho_{amb})$  n'est pas possible puisque cette quantité est nulle. On cherche alors une normalisation par le nombre de Mach. Le résultat obtenu après minimisation des écarts entre les spectres est donné en figure 5.10(b). Il faut normaliser les spectres par  $M_j^{1.6}$  pour les superposer. Cette valeur correspond à un optimum, mais la normalisation est peu sensible autour entre 1.55 et 1.7. Par ailleurs, les niveaux de fluctuations sont faibles, ce qui rend la contribution du shot noise d'autant plus importante que le nombre de Mach est petit, et rapproche les spectres avant normalisation. La puissance 1.6 est donc un minorant.

En conclusion, il est possible de normaliser les spectres de masse volumique mesurés dans des jets isothermes subsonique par le nombre de Mach élevé à une puissance proche de 1.6. L'étendue de l'étude étant limitée à une variation de  $M_j$  entre 0.5 et 0.8, il serait intéressant, comme pour l'étude précédente de confirmer la validité de cette loi pour des effets de compressibilité plus forts. Il serait également intéressant d'étudier les mécanismes physiques en jeux dans les fluctuations pour comprendre l'origine des coefficients déterminés dans cette normalisation.



FIGURE 5.10 – Spectres de masse volumique mesurés dans des jets isothermes à z = 3D au maximum de fluctuations.

#### Température totale constante

L'effet du nombre de Mach et de la différence de masse volumique  $\rho_j - \rho_{amb}$  entre l'intérieur du jet et le milieu ambiant ont été étudiés séparément dans les deux sections précédentes. On cherche maintenant à faire varier les deux paramètres en même temps en faisant varier le nombre de Mach, tout en maintenant la température totale du jet constante. Dix cas sont étudiés et résumés en table 5.4. Le nombre de Mach varie entre 0.3 et 1.07, avec l'apparition du screech sur ce dernier point. Pour tous les cas, les spectres sont mesurés à y = 0.35D. Ils sont présentés en figure 5.11(a) sans normalisation, et en figures 5.11(b) et (c) avec deux normalisations différentes. La figure 5.11(a) montre que l'amplitude des spectres augmente quand le nombre de Mach augmente, mais aussi que leur maximum tendance se déplace vers les hautes fréquences. Cette augmentation est d'environ 15% entre  $M_i = 0.5$  et  $M_i = 1.07$ , et peut en partie être expliquée par l'augmentation de la longueur du cône potentiel d'environ 20% [91] entre ces deux jets, et donc la diminution de l'épaisseur de la couche de mélange à z/D = 3. De même, on a vu en section 5.1 que pour cette tuyère, et autour de  $M_i = 0.7$ , le jet initialement laminaire transitionne vers la turbulence, ce qui d'après les résultats de la figure 5.3 se traduit par une augmentation de la fréquence centrale de la bosse à z/D = 3. Néanmoins, ces augmentations sont atténuées par la diminution de la fréquence des instabilités avec l'augmentation du nombre de Mach [60].

La figure 5.11 (b) présente les spectres normalisés en tenant compte des résultats obtenus précédemment. La quantité présentée est  $P_{\rho'\rho'}/(|\rho_j - \rho_{amb}|^{0.46}M_j^{1.6})$ . Cette normalisation permet de superposer de façon satisfaisante la décroissance des spectres dans les hautes fréquences à partir de  $M_j = 0.5$ . En dessous de cette valeur, des disparités relativement fortes apparaissent dont l'origine est associée au très faible niveau de fluctuations mesuré par rapport au shot noise. On constate également que l'amplitude de la bosse ne suit pas les mêmes tendances que la décroissance du spectre puisque la superposition est imparfaite, en particulier quand le nombre de Mach diminue. La figure 5.11(c) montre qu'il est aussi possible de normaliser par  $|\rho_j - \rho_{amb}|$ pour superposer les spectres, mais avec de moins bons résultats pour  $M_j = 0.4$ .

L'étude présentée dans les trois dernières sections a permis de proposer une normalisation qui rend possible la comparaison des spectres de masse volumique de jets pour différents nombres de Mach et à différentes températures. Cependant, aucun des résultats présentés n'est adimensionnel. Il est possible qu'une quantité dont la dimension serait celle d'une masse volumique élevée à la bonne puissance existe. Pour pouvoir éventuellement la déterminer, il faudrait pouvoir faire varier  $\rho_{amb}$  à  $(\rho_i - \rho_{amb})$  constant, ce qui n'est pas possible avec le dispositif utilisé ici.

$M_j$ .	$T_0$ (°C)	$T_j$ (°C)	$T_amb$ (°C)	$ ho_j -  ho_{amb}~({ m kg/m^3})$	$U_j~({ m m/s})$
0.28	29	23	20	-0.013	97
0.39	29	20	21	0.002	133
0.49	29	15	21	0.022	166
0.59	29	9	21	0.048	200
0.70	30	3	21	0.078	232
0.80	30	-15	21	0.11	262
0.90	30	-12	22	0.15	291
0.99	30	-20	22	0.19	316
1.05	30	-24	23	0.22	332
1.07	31	-26	23	0.023	336

TABLE 5.4 - Paramètres des jets.



FIGURE 5.11 – Spectres de masse volumique mesurés à y = 0.35D et z = 3D. Les conditions associées sont décrites en table 5.4.



FIGURE 5.12 – Schéma (gauche) et illustration (droite) du dispositif permettant la mesure de masse volumique en deux points.

## 5.3 Mesures simultanées en deux points

Dans cette section, les résultats concernent les post-traitements des mesures de masse volumique effectuées simultanément en deux points de l'espace. Ici les deux points sont alignés parallèlement à l'axe du jet, et séparés d'une distance  $\Delta z$ . Ces mesures sont réalisées à l'aide d'un montage optique représenté en figure 5.12. Avec ce dispositif, le faisceau laser, est renvoyé par un miroir fixe vers un deuxième miroir qui redirige le faisceau vers le beam dump après avoir traversé une deuxième fois l'écoulement. Pour permettre de régler la distance entre les deux points de mesure, le deuxième miroir est monté sur une platine de rotation. Grâce à ce dispositif, la puissance du faisceau est presque identique dans les deux volumes de mesure. Ce montage permet de diviser par deux le niveau plancher de bruit sur les spectres par rapport à une configuration utilisant une lame séparatrice [68]. Les deux collecteurs de lumière sont chacun équipées d'un seul photomultiplicateur, et positionnés pour viser les deux points à mesurer perpendiculairement au plan de polarisation du faisceau.

Dans la suite, on présente les résultats des corrélations de masse volumique en deux points, desquelles sont déduites des longueurs intégrales. Les cohérences spectrales feront également l'objet de l'étude, ainsi que les vitesses de convection.

## 5.3.1 Corrélation de $\rho' - \rho'$

Les résultats présentés ici sont des fonctions de corrélation  $R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$  entre la masse volumique mesurée aux positions  $z - \Delta z/2$  et  $z + \Delta z/2$  définie par

$$R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}(\tau) = \frac{1}{2\tau_{max}} \frac{\int_{-\tau_{max}}^{+\tau_{max}} \rho'(t, z-\Delta z/2)\rho'(t-\tau, z+\Delta z/2)d\tau}{\rho'_{rms}(z)\rho'_{rms}(z+\Delta z)}$$
(5.1)

Cette définition de la fonction de corrélation normalisée permet d'obtenir une corrélation égale à 1 pour  $\Delta z = 0$  et  $\tau = 0$ .

En pratique, la présence du shot noise rend difficile le calcul des valeurs rms des fluctuations de  $\rho$ , et du produit de convolution. On préfère alors faire les calculs dans le domaine spectral en utilisant la méthode à un photomultiplicateur décrite en section 4.1.6 pour estimer  $\rho'_{rms}$ . Le produit de convolution est aussi calculé dans le domaine fréquentiel par Panda et Seasholtz [73] pour une application similaire. Cela revient à calculer la transformée de Fourier inverse  $F^{-1}$  de l'interspectre des densités pour obtenir

$$R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}(\tau) = \frac{F^{-1}(P_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)})}{\rho'_{rms}(z-\Delta z/2)\rho'_{rms}(z+\Delta z/2)}$$
(5.2)

où  $P_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$  est calculé de la manière décrite en section 4.1.4.

Les mesures sont réalisées pour les jets à  $M_j = 0.7$  et  $M_j = 0.9$  générés par la tuyère C38. Les positions sondées sont z/D = 2, 3, 5 à y = 0.4, avec  $\Delta z = 4.0$ , 8.0, 16.0, 32.5, 64.0 mm  $(\Delta z/D = 0.11, 0.21, 0.42, 0.86, 1.68)$ . La distance entre les sondes est donnée avec une précision estimée, en répétant les essais, à  $\pm 0.2$  mm soit une incertitude de 5% pour  $\Delta z = 4$  mm. Les corrélations sont calculées à partir de signaux de masse volumique d'une durée de 8.6 s. Ces signaux sont plus long que ceux utilisés pour les mesures en un seul point afin de compenser en partie la décorrélation est plus rapide à haute fréquence, le niveau du shot noise est donc atteint dans l'interspectre  $P_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$  à partir de fréquences d'autant plus faibles que les sondes sont écartées. Parallèlement, le shot-noise est atteint à des fréquences plus importantes pour les auto-spectres calculés en chaque point pour déterminer  $\rho'_{rms}$ . Cela introduit un biais dans les résultats puisque à partir d'une certaine fréquence le niveau de l'interspectre ne varie plus alors que les fluctuations continuent à diminuer, ce qui tend à augmenter artificiellement le niveau de la fonction de corrélation. Pour réduire l'influence de ce biais, les signaux de masse volumique sont filtrés par un passe-bas d'ordre 2 dont la fréquence de coupure est St = 2.

Les fonctions d'inter-corrélations aux différentes positions, pour les deux nombres de Mach sont présentées en figure 5.13. Pour faciliter la lecture des figures, seule la partie de la fonction d'inter-corrélation proche de son maximum est représentée. Pour les cas où les sondes sont séparées de 1.68*D*, un maximum global non représenté est présent proche de  $\tau = 0$ . Le maximum considéré est donc un maximum local dont la position est cohérente par rapport aux autres résultats. L'enveloppe qui tangente les courbes  $R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$ , correspond à la fonction d'auto-corrélation  $R^M_{\rho'\rho'}$  de la masse volumique dans le référentiel qui se déplace avec les structures [29]. On peut déduire une échelle intégrale temporelle  $L_T$  en intégrant l'aire sous cette courbe. Cependant, le nombre d'écarts  $\Delta z$  pour lesquels des mesures ont été effectuées est trop faible pour définir une enveloppe. On choisit pour pallier à ce problème d'approximer l'enveloppe par une exponentielle décroissante tel que

$$R^{M}_{\rho'\rho'}(\tau) = e^{-\tau/L_T}, \quad \tau > 0$$
(5.3)

La meilleur enveloppe au sens des moindres carrés est représentée sur les différents cas en figure 5.13. On constate que l'utilisation d'une exponentielle ne permet pas de tangenter toutes les courbes  $R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$ . Cela peut être la conséquence de plusieurs problèmes. Premièrement, le choix d'une exponentielle est arbitraire, et ne tient pas compte de la physique de ce problème en particulier, bien que cette approximation soit fréquemment utilisée [68, 33]. Deuxièmement, le nombre de points de mesure est faible, il n'est donc pas possible d'éliminer une éventuelle erreur introduite par le système de mesure en lui-même. On pourrait penser à un désalignement des deux points de mesure par rapport à l'axe du jet quand  $\Delta z$  diminue, ce qui pourrait expliquer pourquoi les maxima d'inter-corrélation semblent trop faibles quand  $\Delta z$ est petit. Les collecteurs pourraient capter une part de la lumière diffusée par le point qu'ils ne sont pas sensés viser, ce qui expliquerait que le maximum global pour  $\Delta z = 1.68$  est à  $\tau = 0$ . Néanmoins, les mesures pour la séparation 0.21D ont été réalisés deux fois. Entre temps, un démontage partiel et un nouveau réglage ont été opérés. Le résultat des premières mesures est montré en pointillé sur la figure 5.13 et s'avère être proche du résultat des deuxièmes mesures, les résultats semblent donc peu sensibles au dispositif. Une dernière cause pourrait être associée au shot noise, en effet la corrélation est faible pour  $\Delta z = 1.68D$ , le résultat est donc sensible au shot noise. Il est donc possible que les niveaux de corrélation obtenus pour ce  $\Delta z$  ne soient pas exploitables.

Malgré les incertitudes difficilement quantifiables imposées par la méthode, l'enveloppe exponentielle est retenue pour étudier les propriétés intégrales des fluctuations de masse volumique. Le temps intégral  $L_T$  est donc pris égal à l'aire sous l'enveloppe exponentielle. Ce temps intégral est relié à la longueur intégrale  $L_z$  par [29]

$$L_z = U_c L_T \tag{5.4}$$

La vitesse de convection  $U_c$  est déterminée d'après  $R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$  par

$$U_c = \frac{\Delta z}{\tau_c} \tag{5.5}$$

où  $\tau_c$  est égal à  $\tau$  tel que  $R_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}$  soit maximum, ce qui représente un temps caractéristique mis par les structures pour parcourir la distance entre les deux points de mesure. La valeur de  $U_c$  est calculée en moyennant les résultats obtenus pour les quatre plus petits  $\Delta z$ . Les valeurs de ces grandeurs obtenues pour les cas présentés en figure 5.13 sont résumées dans la table 5.5. En plus des valeurs obtenues ici, les données mesurées par Panda [68] dans des conditions très similaires sont indiquées pour comparaison.

On remarque premièrement que la valeur de  $M_i$  influence très peu les résultats. La consistance des résultats est incompatible avec une erreur aléatoire associée à la méthode de mesure. Cela permet déjà de s'affranchir d'une source d'incertitude. Ensuite, les vitesses de convection sont trouvées proche de  $0.7U_i$  dans tous les cas, ce qui correspond à la valeur mesurée par Panda. Une différence notable est en revanche observée concernant la longueur intégrale  $L_z/D$ . Cette valeur est trouvé 30% plus grande par Panda que dans cette étude. Cet écart peut être introduit par des différences entre les deux écoulements, une différence dans le calcul des corrélations, notamment concernant la plage de fréquences considérées, ou encore peut traduire un défaut du système de mesure. Il est difficile d'établir la part de chacune de ces causes étant donné le peu données disponibles pour faire des comparaisons. Quoi qu'il en soit,  $L_z/D$  est entre trois et quatre fois plus grand que l'échelle intégrale  $L_{u_z u_z}$  des vitesses axiales obtenues d'après la référence [19]. La cohérence spatiale est donc beaucoup plus importante pour la masse volumique que pour la vitesse. Cette observation est peut être reliée à la présence de la bosse dans les spectres. En effet, cette bosse qui n'apparait pas sur les spectres de vitesse traduit peut être la présence de fluctuations dans la masse volumique dont la cohérence spatiale est grande. Ce point sera discuté dans la prochaine section dans laquelle les longueurs intégrales sont étudiées en fonction de la fréquence. L'évolution axiale de  $L_z/D$  diffère également de celle de  $L_{u_z u_z}$ ;  $L_z/D$  augmente de 15% entre z = 2D et z = 3D, et reste identique à z = 5D, alors que  $L_{u_z u_z}$  croit proportionnellement avec z.

## 5.3.2 Cohérence spectrale de $\rho' - \rho'$

La section précédente a abordé les échelles intégrales des fluctuations de masse volumique d'un point de vue large bande. Ici, l'analyse porte la dépendance des longueurs intégrales à la fréquence des fluctuations. Cela repose sur le calcul de la cohérence spectrale  $\gamma^2$  entre les signaux



FIGURE 5.13 – Fonctions d'inter-corrélation pour  $M_j = 0.7$  (gauche) et  $M_j = 0.9$  (droite) en différentes positions axiale et à la position radiale y/D = 0.4. Les pointillés illustrent les résultats issus de mesures complémentaires pour  $\Delta z = 0.21$  et  $M_j = 0.9$ .

$M_j$	z/D	$L_T(ms)$	$L_T U_j / D$	$U_c/U_j$	$L_z/D$	$L_{uu_z}/D \ (M_j = 0.98) \ [19]$
0.7	2	0.14	0.86	0.72	0.61	
-	3	0.16	1.00	0.70	0.70	
-	5	0.17	1.01	0.69	0.69	
0.9	2	0.12	0.91	0.68	0.61	0.14
-	3	0.13	1.03	0.68	0.70	0.17
-	5	0.13	1.03	0.67	0.69	0.22
0.95 [68]	3		1.29	$\theta$ . $\gamma$	$\theta$ . $9$	

TABLE 5.5 – Échelles intégrales, et vitesses de convection déterminée par les corrélations en deux points de la masse volumique mesurée à y = 0.4D.

de masse volumique mesurés à  $z - \Delta z/2$  et  $z + \Delta z/2$  tel que

$$\gamma^{2}(\Delta z) = \frac{|(P_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}|^{2}}{P_{\rho'(z-\Delta z/2)\rho'(z-\Delta z/2)}P_{\rho'(z+\Delta z/2)\rho'(z+\Delta z/2)}}$$
(5.6)

L'ensemble des courbes de  $\gamma^2$  disponibles pour les différents  $\Delta z$ , positions, et nombres de Mach est présenté en figure 5.14. On constate que pour le  $\Delta z$  le plus petit, une cohérence de plus de 50% est mesurée sur une gamme de fréquences qui s'étend de 0 jusqu'à entre St = 1.5 et St = 3 selon les cas. Un maximum est observé entre St = 0.5 et St = 1.0. Quand  $\Delta z$  augmente, la cohérence chute significativement du côté des hautes fréquences, alors que des niveaux significatifs sont obtenus dans tous les cas pour St < 1.0.  $\gamma^2 = 0.15$  est la plus petite valeur de cohérence qui soit mesurable et correspond à la contrition résiduelle du shot noise dans les spectres. Un niveau inférieur à  $\gamma^2 = 0.15$  peu néanmoins être observé par exemple à St = 1.2 pour  $\Delta z = 0.42D$ mais il résulte d'un biais dans la mesure de la cohérence. On montre en effet en figure 5.15 qu'un creux apparait dans les cohérences. Il résulte d'une discontinuité dans la pente du spectre de masse volumique mesurée sur le point le plus en aval. Ce phénomène n'est observé sur aucune des mesures réalisées en un seul point. Une explication possible serait que le collecteur visant le point en aval capte également une part de la lumière diffusée par le point en amont. Cela se traduit sur le signal mesuré par l'apparition d'interférences constructives ou destructives selon la fréquence considérée, et rend l'interprétation de la cohérence impossible dans la gamme de fréquences considérées. On montre en annexe C que les interférences successivement destructives et constructives apparaissent aux fréquences  $St_c^n$  données par

$$St_c^n = n \frac{U_c D}{2\Delta z U_j} \tag{5.7}$$

avec n = 1, 2, 3, ... En supposant  $U_c/U_j = 0.7$ , la fréquence  $St_c^1$  est respectivement  $St_c^1 = 2.7, 1.42, 0.83, 0.41, 0.2$  pour  $\Delta z/D = 0.11, 0.21, 0.42, 0.86, 1.68$ . Ces valeurs ne correspondent cependant pas à ce qui est observée en figure 5.14. Par exemple pour  $\Delta z = 0.42D$ , le minimum de cohérence est observé proche de St = 1.2 alors qu'il est attendu à St = 0.83. Cette même tendance se retrouve pour tous les  $\Delta z$  supérieurs à 0.42D. Cet écart n'est pour le moment pas expliqué, et pourrait traduire une interprétation erronée du phénomène. On va néanmoins considérer que les données sont fiables en dessous de ce premier minimum. Ainsi, les courbes pour  $\Delta z = 0.42D$  sont fiables jusqu'à St = 1. Pour les  $\Delta z$  plus grands, la fréquence de la première coupure est trop faible pouvoir interpréter les résultats.

La longueur intégrale  $L_z(St)$  des fluctuations de masse volumique en fonction de la fréquence est donnée par la décroissance  $R(St, \Delta z)$  de la cohérence quand  $\Delta z$  augmente tel que

$$L_z(St) = \int_0^\infty R(St, \Delta z) d\delta z$$
(5.8)

On a vu ci-dessus que seules les cohérences mesurées avec  $\Delta z \leq 0.42$  sont utilisables, l'intégration de  $R(St, \Delta z)$  ne peut alors pas être réalisée sur un domaine suffisamment grand pour obtenir des résultats pertinents. On propose donc de modéliser  $R(St, \Delta z)$  par

$$R(St, \Delta z) = e^{-\frac{1}{L_z(St)}} \tag{5.9}$$

et d'obtenir  $L_z(St)$  par régression. La figure 5.16 illustre cette procédure pour trois nombres de Strouhal. Les résultats de  $L_z(St)$  pour les jets à  $M_j = 0.7$  et  $M_j = 0.9$  à z/D = 2, 3, 5 et y/D = 0.4 sont proposés en figure 5.17. Au maximum  $L_z(St)$  vaut entre 0.5D et 1D selon la valeur de  $M_j$  et la position, avec une tendance à augmenter en s'éloignant de la tuyère, et une longueur intégrale plus grande pour  $M_j = 0.7$  que pour  $M_j = 0.9$ . Ces valeurs ne correspondent pas aux résultats obtenus par Panda [68] qui a mesuré  $L_z \simeq 2.9D$  au maximum à z/D = 3dans une jet à  $M_j = 0.95$ . L'écart entre ces résultats est important, et les résultats présentés par Panda [68] semblent avoir été obtenus dans de meilleures conditions que celles qui ont conduit



FIGURE 5.14 – Cohérence de la masse volumique mesurée en deux points distants de  $\Delta z$ .

aux résultats présentés ici. Néanmoins, Panda [68] obtient une longueur intégrale à St = 0.3trois fois plus grande que la longueur intégrale obtenue en large bande. Kerhervé *et al.* [46] a par ailleurs obtenu pour la vitesse dans différents jets une longueur intégrale environ deux fois plus petite à St = 0.3 qu'en large bande. La comparaison entre masse volumique et vitesse n'est certes pas directe, mais il subsiste des doutes quant à la valeur des échelles intégrales mesurées ici et par Panda [68]. La longueur intégrale est également comparée aux conclusions issues des spectres de fluctuations de masse volumique. On trouve que  $L_z(St)$  est maximum à la fréquence à laquelle  $P_{\rho'\rho'}$  est également maximum. Il est probable que les structures de l'écoulement qui contribuent à l'apparition de la bosse dans les spectres de masse volumique aient une longueur cohérente plus importante que les autres structures. La longueur intégrale mesurée en large bande fournie en table 5.5 correspondrait alors à la longueur intégrale de ces grandes structures. Cette bosse n'apparaissant pas sur les spectres de vitesse, les fluctuations de masse volumiques associées aux grandes structures mentionnées ci-dessus ne semblent pas être liées à des fluctuations de vitesse. Cela expliquerait pourquoi la longueur intégrale des fluctuations de masse volumique est plus grande que celle des fluctuations de vitesse, comme vu dans le tableau 5.5.







FIGURE 5.16 – Cohérence en fonction de la distance inter-sondes aux nombres de Strouhal spécifiés dans la légende. Les symboles pleins sont utilisés pour calculer les décroissances exponentielles.



FIGURE 5.17 – Longueurs intégrales Lz en fonction de la fréquence (—), et spectres des fluctuations  $P_{\rho'\rho'}(---)$  aux positions indiquées. Les spectres sont normalisés par une valeur arbitraire. —,  $M_j = 0.7$ ; —,  $M_j = 0.9$ 

#### 5.3.3 Vitesse de convection

On s'intéresse ici à la vitesse de convection estimée dans le domaine fréquentiel à partir des mesures en deux points des fluctuations de masse volumique dans les jets à  $M_j = 0.7$  et  $M_j = 0.9$ . L'effet de la distance entre les points de mesure sera dans un premier temps étudié, ensuite on s'intéressera à l'évolution de la vitesse avec la position axiale.

La vitesse de convection est déduite sous l'hypothèse de turbulence gelée de la phase  $\Phi_{\rho'\rho'}$  de l'interspectre des signaux de masse volumique mesurés aux deux points par

$$U_c = \frac{2\pi f \Delta z}{\Phi_{\rho'\rho'}} \tag{5.10}$$

Un exemple de l'évolution de la phase en fonction de la fréquence est présenté en figure 5.18 pour plusieurs  $\Delta z$ . Afin de pouvoir commenter la convergence des résultats, les phases obtenues à partir des vingt enregistrements de 0.43 s réalisés lors des mesures sont tracées séparément. En s'intéressant d'abord au cas où  $\Delta z = 0.11D$  en figure 5.18(a), on observe que la phase augmente régulièrement avec la fréquence, et que jusqu'à St = 2, les résultats issus des différents enregistrements sont regroupés. Au-dessus de St = 2, certaines valeurs de  $\Phi_{\rho'\rho'}$  dépassent  $\pi$  et se retrouvent proche de  $-\pi$ . Cela pourrait être corrigé en ajoutant  $2\pi$  aux points concernés. Quand  $\Delta z$  est plus grand, dans les figures 5.18(b) et (c), la phase semble se comporter comme pour  $\Delta z = 0.11D$  à basse fréquence, mais rapidement on observe un diminution qui ne correspond pas à un saut de  $2\pi$ . Après cette rupture de pente, les phases obtenues à partir des différents enregistrements restent cependant relativement regroupées ce qui indique que la cohérence entre les deux signaux est encore significative à ces fréquences. Ce phénomène est le résultat du même biais que celui observé dans la section précédente concernant la cohérence spectrale des signaux. La figure 5.18(d) montre les vitesses de convection obtenues en moyennant pour chaque fréquence la phase de tous les enregistrements. On constate que même aux fréquences plus basses que celle à laquelle la rupture de pente apparait, la vitesse de convection calculée dépend de la distance entre les sondes. Cela est cohérent avec le problème d'interférence évoqué dans la section précédente comme montré en annexe C. Les résultats obtenus avec  $\Delta z = 0.11D$  semblent cependant cohérents avec les attentes [68, 24] sur la plage de fréquence observée du point de vue de la stabilisation de la vitesse à haute fréquence. La suite de l'étude reposera donc sur les résultats obtenus à partir de ce  $\Delta z = 0.11D$ , avec cependant des réserves concernant l'éventuelle erreur mentionnée ci-dessus, et la précision des résultats réduite du fait de la proximité entre les points de mesure. La distance entre les sondes vaut nominalement 4 mm avec une incertitude estimée pendant la campagne de mesure à  $\pm 0.2$  mm, ce qui se traduit par une incertitude sur la vitesse de  $\pm 5\%$ .

Les résultats pour la vitesse de convection sont présentés en figure 5.19. On observe premièrement que les vitesses normalisées par  $U_j$  sont presque identiques pour les jets à  $M_j = 0.7$ et  $M_j = 0.9$ . En plus d'être significatif du point de vue aérodynamique, ce résultat montre la bonne répétabilité de cette méthode, malgré les limites associées aux conditions expérimentales présentées jusqu'ici. D'après les figure 5.19(a), (b), et (c), à y/D = 0.5,  $U_c/U_j$  est proche de 0.4 à basse fréquence et augmente pour se stabiliser à  $0.6U_j$  à partir de  $St \simeq 0.8$  pour z/D = 2,  $St \simeq 0.6$  pour z/D = 3, et  $St \simeq 0.3$  pour z/D = 5. La figure 5.19(d) montre avec plus de détails cette caractéristique. Des tendances similaires sont également observées à z/D = 0.4, mais la vitesse de convection tend vers  $0.75U_j$ . Les vitesses obtenues à z/D = 3 sont comparées aux mesures de Panda [68] à z/D = 3 et y/D = 0.5 dans un jet à  $M_j = 0.95$ . Les vitesses mesurées ici sont plus faibles, mais le plateau aux hautes fréquences se retrouve dans les deux cas.



FIGURE 5.18 – (a), (b), (c) : Phase de l'inter-sceptre des signaux de masse volumiques mesurés autour de z/D = 3, y/D = 0.5 et séparés de respectivement 0.11D, 0.21D, 0.42D. (d) : Vitesse de convection déterminée à partir de la phase. \_\_\_\_\_ : phase moyenne.



FIGURE 5.19 – (a), (b), (c) : Vitesse de convection mesurée avec  $\Delta z = 0.11D$ , à respectivement z/D = 2, z/D = 3, et z/D = 5. (d) : Vitesse de convection à y/D = 0.5 pour le jet à  $M_j = 0.9$ .



FIGURE 5.20 – Spectre des fluctuations de masse volumique à z/D = 3 sur l'axe d'un jet à  $M_j = 0.9$ .

## 5.3.4 Cône potentiel du jet à $M_j = 0.9$

Les fluctuations de masse volumique dans le cône potentiel du jet à  $M_j = 0.9$  sont maintenant examinées. Pour cela, un spectre mesuré sur l'axe à z/D = 3 est présenté en figure 5.20. Sur ce spectre, les fluctuations de masse volumique sont dominées par le shot noise à l'exception d'un pic émergeant à St = 0.4. Ce même phénomène s'observe partout dans le cône potentiel, et pour les trois tuyères, mais seulement à  $M_j = 0.9$ . Des mesures en deux points ont été réalisées pour ce jet sur l'axe à z/D = 3. Un pic dont les propriétés sont similaires est décrit dans Twone et al. [94], et sa nature serait acoustique. Twone et al. suggèrent que ce pic est le résultat d'une résonance entre la tuyère et les limites du cône potentiel impliquant des ondes acoustiques se propageant vers l'amont et vers l'aval, l'onde résultante ayant une vitesse de phase négative. On cherche donc à mesurer cette vitesse de phase  $v_p$  à partir de la phase de l'interspectre des mesures en deux points. Les phases de l'interspectre sont présentées en figure 5.21. On constate que les résultats des différents enregistrements sont répartis aléatoirement entre  $-\pi$  et  $+\pi$ , mais qu'ils convergent pour St = 0.4. Les phases moyennes à St = 0.4 pour  $\Delta z = 0.11D$  et  $\Delta z = 0.21D$  sont données en table 5.6, cependant elle sont déterminées modulo  $2\pi$ , on ne connait donc à priori pas le déphase uniquement à partir des interspectres. On sait cependant que la phase doit augmenter proportionnellement à la distance entre les sondes, on peut alors chercher quelle valeur de kpermet à  $k2\pi + \Phi_{\rho'\rho'}$  d'évoluer linéairement, sachant que cela implique aussi que k augmente avec  $\Delta z$ . Les vitesses de phase obtenues pour les différents k sont indiquées en table 5.6. Il faut les comparer à la valeur attendue pour une onde acoustique se propageant vers l'amont à  $c_0 = 322$  m/s dans un écoulement à  $U_j = 290$  m/s, soit -32 m/s. La valeur de  $v_p$  la plus proche est  $v_p = -11$  m/s, soit une onde qui se propage en amont à 301 m/s dans l'écoulement à  $U_j$ . Cette vitesse correspond à 93% de la vitesse du son, ce qui peut sembler faible. Les modèles utilisés par Twone *et al.* font toutefois intervenir des ondes se propageant également vers l'aval; la superposition de deux ondes se traduit alors par une modulation spatiale de la vitesse de phase de l'onde résultante (voir chapitre 6). Cette modulation se voit d'ailleurs sous la forme d'une tache relativement large à St = 0.4 dans l'analyse en nombre d'onde/fréquence issue d'une LES, et illustrée dans Towne et al. [94]. Il est donc possible que la mesure ait été effectuée à une position où la vitesse de phase résultante est plus faible. Les mesures effectuées montrent que la nature du phénomène observé est très probablement la même que celle du phénomène décrit par Twone *et al.*, mais pour lever les ambiguïtés il faudrait répéter les mesures à différentes positions axiales pour valider l'hypothèse d'une modulation de la vitesse de phase.
$\Delta z$	$\Phi_{\rho'\rho'}$ (rad)	$v_p =$	$\frac{2\pi f \Delta z}{2k\pi + \Phi_{\rho'\rho'}}$	(m/s)
		k = 0	k = -1	k = -2
0.11D	-0.727	-101	-10.9	-5.75
		k = 0	k = -2	k = -4
0.21D	-1.724	-88.9	-10.7	-5.71

TABLE 5.6 – Résumé des vitesses de phase déduites de  $\Phi_{\rho'\rho'}$  à z/D = 3 et y/D = 0.



FIGURE 5.21 – Phase de l'interspectre entre deux signaux de masse volumique mesurés en deux points centrés sur y = 0D et z = 3D.

#### 5.4 Corrélations avec l'acoustique

La suite de ce chapitre concerne les corrélations entre les fluctuations de masse volumique dans l'écoulement, et l'acoustique en champ lointain. Pour cela, un seul collecteur est utilisé pour la mesure de masse volumique, et l'acoustique est mesurée simultanément par l'antenne de directivité composée de 13 microphones répartie sur un arc allant de 30° à 150° par rapport à l'axe du jet, et dont le rayon est de 50*D*. Une vue CAO du dispositif est proposée en figure 5.22. Afin de réduire les réflexions acoustiques, au moins pour les hautes fréquences, les deux montants du châssis supportant le dispositif ont été recouverts de mousse acoustique. Pour quantifier l'impact de la présence du châssis, le niveau acoustique mesuré par chaque micro avec et sans est comparé en figure 5.23. On constate que les micros autours de 70°, et 130° qui sont cachés derrière un montant sont les seuls à être significativement affectés. L'utilisation de ces micros pour les analyses qui suivent a donc été limité à des observations qualitatives. Dans la suite de cette section, des corrélations entre  $\rho'$  et p' vont être analysées pour un jet à  $M_j = 0.9$  issu de la tuyère C38, et pour un jet idéalement détendu à  $M_j = 1.32$ . Des calculs de moyenne conditionnée de la masse volumique seront également réalisés pour identifier les propriétés de l'écoulement associées au bruit des grandes structures.

#### 5.4.1 Description aérodynamique des jets

La couche de mélange du jet à  $M_j = 0.9$  a déjà été étudiée dans les deux derniers chapitres, mais les données obtenues pour le jet idéalement détendu à  $M_j = 1.32$  n'ont pas pu être analysées à cause d'une concentration trop forte en gouttelettes d'eau. Pour obtenir les résultats présentés ci-après, la température totale de ce jet a donc été augmentée jusqu'à 70°C afin d'éliminer une grande partie du problème de condensation. La température totale du jet à  $M_j = 0.9$  a été



FIGURE 5.22 – Vue CAO du dispositif utilisé pour les corrélations entre  $\rho'$  et p' en champ lointain.



FIGURE 5.23 – Niveau acoustique produit par un jet à  $M_j = 0.9$  mesuré sur l'antenne de directivité, sans châssis (—), et avec (—).

maintenue à 30°C. Les mesures de corrélation ont principalement été réalisées dans la région en aval du cône potentiel, c'est-à-dire la région dans laquelle les corrélations sont attendues les plus fortes d'après Panda et Seasholtz [73]. Cette région n'ayant été étudiée dans ce manuscrit pour aucun des jets, on commence par décrire les fluctuations sur l'axe, en aval du cône potentiel. La longueur du cône potentiel  $z_c$  est estimée avec [91]

$$\frac{z_c}{D_j} = 4.2 + 1.1M_j^2 + 1.1\left(1 - \frac{T_j}{T_{amb}}\right)$$
(5.11)

avec  $D_j$  le diamètre de sortie des tuyères tel que  $D_j = 38$  mm pour  $M_j = 0.9$  et  $D_j = 39.4$  mm pour  $M_j = 1.32$ . Cela donne  $z_c = 5.2D_j$  à  $M_j = 0.9$  et  $z_c = 6.3D_j$  à  $M_j = 1.32$ .

Un profil axial de  $\rho'_{rms}$  pour les deux jets est présenté en figure 5.24. Ces profils montrent que les fluctuations de masse volumique augmentent en aval du cône potentiel et atteignent un maximum à z/D entre 8 et 9 pour  $M_j = 0.9$  et  $z/D \simeq 9$  pour  $M_j = 1.32$ . la position du maximum correspond par ailleurs aux résultats de Panda et Seasholtz [73]. Les spectres obtenus aux mêmes positions sont illustrés en figure 5.25, sauf z/D = 10 pour éviter de superposer les courbes, le spectre ayant une forme similaire aux autres. On constate qu'à l'exception du pic à St = 0.4 dans le cône potentiel du jet à Mach 0.9, et décrit en section 5.3.4, les spectres sont plat jusqu'à  $St \simeq 0.45$ , et décroissent en suivant une droite à plus haute fréquence. La bosse visible à basse fréquence dans la couche de mélange n'apparait donc plus sur l'axe. Un spectre de vitesse reproduit de Kerhervé *et al.* [48] et mesuré par LDV est également présenté pour la comparaison. Ce spectre décroit à partir de  $St \simeq 0.15$  et suit ensuite une pente de -5/3, soit 30% à 50% plus forte que pour la masse volumique. Notons d'ailleurs que les spectres de la masse volumique dans la couche de mélange présentés en figure 5.4 suivent un décroissance dont la pente est proche de -5/3. Du point de vue de la masse volumique, la turbulence se comporte donc différemment dans la couche de mélange, et sur l'axe en aval du cône potentiel.



FIGURE 5.24 – Profil axial des fluctuations de masse volumique pour  $M_j = 0.9$  (—), et  $M_j = 1.32$  (—).

#### **5.4.2** Cohérence spectrale entre $\rho'$ et p'

La relation entre  $\rho'$  et p' est étudiée à l'aide de la cohérence spectrale définie ainsi

$$\gamma^2 = \frac{|P_{\rho'p'}|^2}{P_{\rho'\rho'}P_{p'p'}} \tag{5.12}$$

Le signal de pression a préalablement été décalé du temps de propagation de l'acoustique pour synchroniser la production du bruit et sa mesure en champ lointain. Le temps de propagation



FIGURE 5.25 – Spectres des fluctuations de masse volumique sur l'axe. (a)  $M_j = 0.9$ , (b)  $M_j = 1.32$ . — Spectre des fluctuations de vitesse à la fin du cone potentiel, pour  $M_j = 0.75$  [48].

est estimé en supposant un propagation en champ libre entre le point de mesure de la masse volumique, et le micro. La masse volumique est mesurée par un seul capteur,  $P_{\rho'\rho'}$  est donc calculé selon la méthode à un photomultiplicateur décrite en section 4.1.4.

Les cohérences obtenues pour les deux jets le long des lignes à y/D = 0, 0.25, et 0.5, entre z/D = 5 et 10 sont présentées en figure 5.26. L'acoustique est mesurée par le micro situé à 30° afin d'étudier le bruit des grandes structures. Les figures 5.26 (a) et (b) présentent l'ensemble des résultats pour les jets à  $M_i = 0.9$  et  $M_i = 1.32$  respectivement, les figures 5.26 (c) et (d) reprennent les résultats de (a) et (b) mais avec une échelle adaptée aux faibles niveaux de cohérence. En effet, on constate en aval du cône potentiel, c'est-à-dire en aval de z/D = 6 pour  $M_i = 0.9$  et de z/D = 7 pour  $M_i = 1.32$ , que la cohérence sur l'axe est plus importante que sur lorsque qu'on s'en écarte. En amont de la fin du cône potentiel, les niveaux sont comparables pour les différentes positions radiale testées. Le niveau pour  $M_i = 1.32$  et y/D = 0.25 est même significativement supérieur à celui relevé à y/D = 0. Cela vient du fait que les mesures à y/D = 0.25 ne sont pas dans le cône potentiel, et donc les structures corrélées avec la production acoustique sont déjà présentes dans la couche de mélange en amont de la fermeture du cône potentiel. Les courbes de cohérence révèlent deux formes différentes pour les deux jets. Sur l'axe, la cohérence pour  $M_j = 0.9$  forme un pic centré autour de St = 0.075 qui s'étend jusqu'à St = 0.3. Pour  $M_i = 1.32$ , la cohérence s'étend sur une plage de fréquences comprises entre  $St \simeq 0.1 \ St \simeq 0.4$ . On note également pour ce cas la présence d'un pic à St = 0.075 pour z/D = 7. Ce pic est plus distinctement observable à y/D = 0.25 aux positions en aval de z/D = 6. Il est accompagné d'une autre bosse centrée autour de St = 0.35. On peut alors penser que ces deux composantes se superposent sur l'axe pour constituer la large bosse observée. Au contraire, pour  $M_i = 0.9$  la bosse à St = 0.35 n'existe pas, ce qui pourrait indiquer qu'une des composantes du bruit des grandes structures qui n'existe pas à  $M_i = 0.9$  apparait lorsque le nombre de Mach augmente.

L'évolution axiale de la cohérence est représentée en figure 5.27. Les valeurs de cohérences présentées sont obtenues en moyennant la cohérence sur une plage centrée sur le nombre de Strouhal indiquée et large de 0.1. Sur l'axe, on observe que la cohérence évolue de manière similaire à  $\rho'$  (figure 5.24), sauf pour la composante à St = 0.1 pour  $M_j = 0.9$  qui reste constante à partir de z/D = 8. Cette même composante est également pour  $M_j = 0.9$  la seule visible, et d'amplitude constante, à y/D = 0.25. Au contraire, pour  $M_j = 1.32$  des cohérences significatives sont mesurées pour toutes les fréquences sur la ligne à y/D = 0.25. Leurs amplitudes évoluent axialement d'abord en augmentant jusqu'à z/D = 7, puis en diminuant plus loin. Remarquons que cette diminution d'amplitude s'opère en parallèle de l'augmentation de l'amplitude sur l'axe.

L'évolution de la cohérence avec l'angle d'observation est maintenant analysée en figure 5.28. La cohérence est mesurée entre la pression aux angles entre  $\theta = 30^{\circ}$  et  $\theta = 90^{\circ}$  et la masse volumique sur l'axe à z/D = 9, ainsi qu'à y/D = 0.25 et z/D = 7. On observe que, à un facteur d'échelle près, la cohérence évolue de façon similaire en fonction de l'angle d'observation sur l'axe et à y/D = 0.25. Cette évolution consiste en une forte diminution entre 40° et 50°, et une absence de cohérence au-delà. Cette forte directivité est en accord avec la nature du bruit des grandes structures, et en accord avec les mesures de Panda *et al.* [74]. Une cohérence faible à St = 0.075 reste néanmoins présente pour tous les angles observés pour  $M_j = 0.9$ , et apparait dans une moindre mesure à  $\theta = 80^\circ$  et  $\theta = 90^\circ$  pour  $M_j = 1.32$ .

En conclusion, une cohérence dépassant par endroit 0.1 a été mesurée entre les fluctuations de la masse volumique et l'acoustique. Le maximum de cohérence est obtenu pour les deux jets sur l'axe, après la fermeture du cône potentiel, elle diminue ensuite en s'éloignant de l'axe plus rapidement pour  $M_j = 0.9$  que  $M_j = 1.32$ . Une composante à St = 0.075 émerge fortement pour  $M_j = 0.9$  et  $M_j = 1.32$ , mais ce dernier présente en plus une composante centrée sur St = 0.35. La forte directivité du bruit des grandes structures se retrouve sur la directivité de la cohérence pour les deux jets. Notons cependant que la cohérence mesure une relation entre deux événements sans garantir de liens de cause à effet. Ici, la cohérence n'est pas directement mesurée entre l'acoustique se propageant dans l'écoulement et l'acoustique en champ lointain, mais entre des événements aérodynamiques qui sont associés à l'émission d'ondes acoustiques qui sont par la suite mesurées en champ lointain.

#### 5.4.3 Moyennes conditionnelles de $\rho$

Dans le cas du rayonnement des grandes structures, dominant à 30°, Kearney-Fischer *et al.* [45] ont montré que le spectre en champ lointain peut presque intégralement être reconstruit à partir d'événements de pression intermittents modélisés par des ondelettes en chapeau mexicain positives ou négatives. La reconstruction requiert de connaitre des propriétés du champ acoustique telles que la largeur moyenne des événements et le temps entre deux événements successifs. On va chercher ici à étudier les propriétés aérodynamiques de l'écoulement associées à la production des événements de pression. Les résultats sur la cohérence ne fournissent pas directement d'informations sur la nature des phénomènes aérodynamiques. On propose alors de calculer des moyennes de la masse volumique conditionnées par la détection d'un événement en champ lointain. Un événement étant ici un pic de pression positif, ou négatif, les deux types étant traités indépendamment. Des traitements similaires ont déjà été réalisés dans les jets à partir de signaux mesurés par fil chaud [99], en schlieren [66], ou encore en radiométrie infrarouge [27], afin d'étudier le développement des structures cohérentes, et le bruit rayonné.

Le processus pour calculer ces moyennes conditionnelles est le suivant. La première étape est de détecter les événements dans le signal acoustique, pour cela un filtre passe bas est appliqué pour couper les fréquences supérieures à St = 2. Ensuite les maxima et minima locaux du signal sont repérés, et tous ceux dont la valeur dépasse un seuil fixé arbitrairement sont considérés comme des événements de pression. Les instants d'occurrence  $t_i$  des N événements considérés sont enregistrés et sont utilisés pour calculer une moyenne conditionnelle  $\tilde{\rho}(t)$  tel que

$$\tilde{\rho}_i(t) = \rho(t) \Pi\left(\frac{t - t_i + \tau_0}{\Delta \tau}\right)$$
(5.13a)

$$\tilde{\rho}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \tilde{\rho}_i(t)$$
(5.13b)

 $\Pi$  est la fonction porte qui vaut 1 quand son argument est entre -0.5 et +0.5, et 0 ailleurs. Elle est utilisée pour sélectionner une partie du signal  $\rho$  pertinente vis à vis de la production de l'événement acoustique, elle est donc centrée autour d'un temps décalé de  $\tau_0 = 5$  ms avant  $t_i$ , 5 ms étant proche du temps de propagation en champ libre entre le jet et le micro. Sa largeur  $\Delta \tau$  est arbitrairement fixée à 2 ms. Le résultat obtenu après cette étape est représentatif de l'événement moyen dans l'écoulement, cependant, si le temps de propagation n'est pas rigoureusement le même pour chaque événement, ou si l'événement n'est pas parfaitement localisé en



FIGURE 5.26 – Cohérence entre l'acoustique mesuré à 30° et la masse volumique aux positions axiales indiquées pour — y/D = 0, - - - y/D = 0.25, - - - y/D = 0.5. (c) et (d) représentent les mêmes résultats que (a) et (c), mais l'échelle est adaptée pour les faibles cohérences. (a) et (c)  $M_j = 0.9$ , (b) et (d)  $M_j = 1.32$ .

temps sur le signal de pression, un décalage peut apparaitre entre les signaux  $\tilde{\rho}_i$  qui entraine un lissage et un élargissement de  $\tilde{\rho}$ . Pour pallier à ce problème, Hussain [43] propose un traitement complémentaire permettant d'affiner le résultat. Il consiste à calculer pour les N événements la fonction d'inter-corrélation entre  $\tilde{\rho}_i$  et  $\tilde{\rho}$  afin de déterminer à chaque fois l'éventuel décalage entre les événements individuels et l'événement moyen en cherchant le délai  $\tau_{max_i}$  entre les deux qui maximise la fonction d'inter-corrélation. On note également la valeur du maximum d'intercorrélation afin de ne pas tenir compte des événements qui ne seraient pas assez corrélés avec l'événement moyen, si cette valeur est inférieure à 0.2, l'événement est rejeté. De même, si  $\tau_{max_i}$ 



FIGURE 5.27 – Cohérence entre l'acoustique mesuré à  $30^{\circ}$  et la masse volumique pour les jets et positions indiquées.

est supérieur à 0.1 ms, l'événement est aussi rejeté. Il reste au final N' événements, et  $\tilde{\rho}$  est donnée par

$$\tilde{\rho}_i(t) = \rho(t) \Pi\left(\frac{t - t_i + \tau_{max_i} + \tau_0}{\Delta \tau}\right)$$
(5.14a)

$$\tilde{\rho}(t) = \frac{1}{N'} \sum_{i=1}^{i=N'} \tilde{\rho}_i(t)$$
(5.14b)

Puisqu'une cohérence entre la masse volumique et l'acoustique est observée,  $\tilde{\rho}(t)$  devrait converger quand N' augmente, si N' est suffisamment grand. Or N' est dépendant du seuil utilisé pour discriminer les événements du bruit. Plus le seuil est bas, plus il y a d'événements mais une partie d'entre eux pourrait ne pas correspondre au phénomène intermittent que nous voulons étudier. Au contraire, plus le seuil est haut, moins il y a d'événements, mais ils sont plus probablement associés à un phénomène de forte intensité qui correspond au phénomène étudié. L'effet du seuil sur le résultat est donc testé pour des valeurs égales à 1  $p'_{rms}$ , 1.5  $p'_{rms}$ , et 2  $p'_{rms}$ . Ces seuils sont illustrés sur un exemple de signal de pression en figure 5.29. Les événements moyens de la pression en fonction du seuil sont présentés en figure 5.30 pour les deux jets, à  $\theta = 30^{\circ}$ . La forme de ces signaux est proche du chapeau mexicain qui a été utilisé par Kearney-Fischer et al. [45], avec néanmoins une légère dissymétrie à  $M_i = 0.9$ . Le choix de détecter les maxima ou les minima ne change pas la forme, mais la renverse. L'amplitude de l'événement moyen augmente avec le seuil, ce qui est attendu puisque le niveau moyen des maxima augmente quand le seuil augmente. La largeur à mi-hauteur des événements en temps adimensionné est d'environ 0.6 pour  $M_j = 0.9$  et 0.9 pour  $M_j = 1.32$ . L'effet du seuil sur  $\tilde{\rho}$  est étudié en figure 5.31 en deux positions radiales de l'écoulement à z/D = 9 sur l'axe, où la cohérence est importante,



FIGURE 5.28 – Cohérence entre l'acoustique mesuré aux angles spécifiés, et la masse volumique mesurée à z/D = 9 et y/D = 0 ( (a) et (b) ), et à z/D = 7 et y/D = 0.25 ( (c) et (d) ).

et à y/D = 0.5 où la cohérence est faible. Cette figure ne montre pas de dépendance de  $\tilde{\rho}$  au seuil, ce qui implique que le l'intensité des événements acoustiques ne traduit pas une différence d'intensité des événements aérodynamiques.

Le délai entre deux événements dans le champ de pression à 30° est étudié en figure 5.32 (a) et (b). Le maximum de probabilité est observé à  $tU_j/D_j = 0.4$ , ce qui correspond à une fréquence égale à St = 2.5 proche de la fréquence de coupure du filtre passe-bas. Ce pic de probabilité correspond en réalité à la superposition du bruit haute fréquence sur les événements plus basse fréquence et de plus forte d'amplitude. On peut réduire la hauteur du pic en filtrant à plus basse fréquence, mais des tests montrent que  $\tilde{\rho}$  n'est pas modifié. En ne tenant pas compte de ce pic, la densité de probabilité forme une bosse dont le maximum est proche de à  $tU_j/D_j \simeq 4$ , soit une fréquence  $St \simeq 0.25$  qui est proche de la fréquence du maximum de fluctuation de pression à  $30^{\circ}$ . On constate également que la probabilité de trouver des événements séparés par un délai plus grand est importante, ce qui est en accord l'intermittence du bruit des grandes structures. Les réflexions acoustiques sur le dispositif de mesure sont très probablement la cause du profil inattendu observé à  $tU_j/D_j \simeq 6$  et  $tU_j/D_j \simeq 8$  pour  $M_j = 0.9$  et  $M_j = 1.32$ . Les figures 5.32 (c) et (d) illustrent le délai entre un maximum et le minimum le plus proche. La distribution de la probabilité présente deux pics, ce qui montre que les événements positifs et négatifs ne sont pas détectés aléatoirement, mais au contraire que, en général, deux événements successifs de signes opposés appartiennent au même événement. Ce délai est préférentiellement égale à  $tU_j/D_j = \pm 1.3$  pour  $M_j = 0.9$ , et à  $tU_j/D_j = -1.6 / + 1.2$  pour  $M_j = 1.32$ . ce qui correspond aux valeurs observées sur l'événement moyen en figure 5.30. Les différentes caractéristiques des événements discutés dans ce paragraphe indiquent qu'ils sont effectivement liés à la production intermittente de bruit associé aux grandes structures. Les propriétés observées sur les moyennes conditionnées de la masse volumique, et discutées dans la suite, seront donc directement associées à la génération du bruit.



FIGURE 5.29 – Extrait d'un signal enregistré à 30° en champs lointain d'un jet idéalement détendu à  $M_j = 1.32$ .

Les résultats des moyennes conditionnelles basées sur les événements de pression positifs sont présentés en figure 5.33 (a) et (c), et ceux basés sur les événements négatifs en figure 5.33 (b) et (d). Pour chaque cas, les mesures ont été effectuées entre z/D = 5 et z/D = 10 pour y/D = 0, y/D = 0.25, et y/D = 0.5. En s'intéressant aux résultats obtenus pour les événements positifs, on remarque tout d'abord la similarité entre les moyennes obtenues pour les deux jets, avec cependant une meilleure convergence pour  $M_i = 1.32$ . On voit en effet dans les deux cas que le motif de l'événement moyen de masse volumique apparait sur l'axe après la fin du cône potentiel, ce qui correspond aux observations concernant la cohérence. Il s'amplifie ensuite jusqu'à z/D = 8 pour  $M_j = 0.9$  ou z/D = 9 pour  $M_j = 1.32$ , et décroit plus loin. Ce motif se caractérise principalement par un déficit de masse volumique dont l'amplitude maximale est d'environ 40% de  $(\rho_j - \rho_{amb})$ . Ce même motif est déjà visible dans la couche de mélange à y/D = 0.25 avant la fin du cône potentiel et diminue en amplitude quand z augmente. La largeur du profil est la même à y/D = 0 et y/D = 0.25 et évolue peu avec la position axiale. Elle vaut environ 0.4 ms à Mach 0.9, et 0.3 ms à Mach 1.32, ce qui correspond à une longueur de 1.8D et 2.0D en supposant la turbulence gelée, et une vitesse de convection égale à  $0.6U_i$ . Le profil le long de la ligne y/D = 0.5 est proche d'être en opposition de phase avec  $\tilde{\rho}$  mesuré aux autres positions radiales. Afin de décrire la transition entre le profil à y = 0.25D et y = 0.5D, des mesures réalisées à des positions radiales intermédiaires pour  $M_i = 1.32$  à z = 5.5D et z = 6D sont présentées en figure 5.34. On retrouve le même motif sans ambiguïté entre y/D = 0.125 et y/D = 0.375, avec une avance d'environ 0.05 ms. Des points caractéristiques du motif sont reliés par des droites



FIGURE 5.30 – Moyenne conditionnelle de la pression mesurée à 30° pour  $M_j = 0.9$  (a)-(b), et  $M_j = 1.32$  (c)-(d), basée sur les événements positifs (a)-(c) et négatifs (b)-(d).

pour z/D = 5.5 et z/D = 6. Les droites obtenues pour z/D = 5.5 sont reportées sur les résultats z/D = 6. Le temps séparant les deux lignes est représentatif de la vitesse de convection de l'événement moyen de la masse volumique, on trouve ici environ 0.05 ms. La détermination de cette valeur est imprécise, mais elle est du bon ordre de grandeur puisque qu'avec une vitesse de convection égale à  $0.6U_j$ , le délai serait de 0.07 ms. On observe pour y = 0.5D un motif différent, en particulier à z/D = 5.5. Celui-ci est composé de deux périodes d'oscillation. Il est difficile pour cette positon radiale de déterminer précisément la relation entre les observations à z = 5.5D et z = 6D, mais si la bosse à -4.9 ms à z = 6D est la même que celle à -5.3 ms z = 5.5D, cela indiquerait que la vitesse de convection est de 50 m/s, soit 0.1 Uj. Pourtant, la figure 5.33 ne montre pas que le motif à y/D = 0.5 prenne du retard par rapport à l'intérieur du jet. La différence entre le comportement à y/D = 0.5 et y/D = 0.375 n'est donc pas expliquée. Le comportement sur l'axe est également différent de tous le reste, il est en opposition de phase à z/D = 5.5 et disparait presque à z/D = 6. Ce comportement non plus n'est pas expliqué, mais il faut noter que ces points sont situés avant la fin du cône potentiel.

Les résultats obtenus à partir des événements négatifs sont fournis en figure 5.33 (b) et (d). Les observations concernant l'évolution spatiale de l'amplitude des motifs de masse volumique sont les mêmes que pour les résultats issus des événements positifs. Cela est cohérent avec les résultats présentés en figure 5.32 sur les temps entres deux événements de signes opposés consécutifs qui montrent que les événements positifs et négatifs sont produits par le même phénomène dans l'écoulement. La différence de forme du motif de la masse volumique moyennée à partir des deux types d'événement vient du fait que ce motif correspond à une seule structure aérodynamique observée à des temps différents, ici décalés de un quart de période. Cette structure n'est pas observable dans son ensemble à cause des petites variations entre chaque événement qui tendent à lisser les résultats, et qui déterminent l'échelle intégrale temporelle de la structure aérodynamique



FIGURE 5.31 – Moyennes conditionnées de  $\rho$  basée sur les maxima (a)-(b) et les minima (c)-(d) de pression acoustique mesuré à 30° pour les seuils indiqués dans la légende.  $M_j = 1.32, z = 9D$  et y = 0 (a)-(c), y = 0.50D (b)-(d).

dans un référentiel fixe par rapport au point de mesure.



FIGURE 5.32 – (a) et (b) : Densité de probabilité du délais entre deux événements de pression positifs (—) and négatifs (—). (c) et (d) : Densité de probabilité entre un pic positif et le pic négatif le plus porche. (a)-(c), $M_j = 0.9$ ; (b)-(d), $M_j = 1.32$ .



FIGURE 5.33 – Moyennes conditionnées de la masse volumique normalisée à la position radiale indiquée. (a)  $M_j = 0.9$  événements positif, (b)  $M_j = 0.9$  événements négatif, (c)  $M_j = 1.32$ événements positif, (d)  $M_j = 1.32$  événements négatif. — y = 0D, — y = 0.25D, — y = 0.50D.  $\oplus$  temps de propagation en champ libre.



FIGURE 5.34 – Moyennes conditionnées de la masse volumique normalisée à la position radiale indiquée, basé sur l'acoustique à 30° du jet à  $M_j = 1.32$ . (a) z = 5.5D, (b) z = 6.0D. Les pointillés (b) correspondent aux lignes en (a).

### Chapitre 6

## Caractérisation de la boucle de rétroaction du screech

Dans ce chapitre, les boucles de rétroactions du screech de dix jets supersoniques sousdétendus sont étudiées. L'analyse est réalisée à l'aide de visualisations Schlieren, et de mesures acoustiques en champ proche. Elle a pour objectif de localiser la source de la rétroaction acoustique, de comparer les hypothèses de différents modèles de prédiction de la fréquence du screech à une analyse en nombre d'onde des résultats expérimentaux, ou encore d'observer les changements associés aux sauts de modes dans la structure de la rétroaction.

Ce chapitre fait l'objet de l'article [59] "Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets", *Journal of Fluid Mechanics*, 842, 202-229, 2017. Il est reporté ici dans son intégralité.

*J. Fluid Mech.* (2017), vol. 824, pp. 202–229. © Cambridge University Press 2017 doi:10.1017/jfm.2017.336

202

# Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets

#### Bertrand Mercier<sup>1,†</sup>, Thomas Castelain<sup>2</sup> and Christophe Bailly<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université de Lyon, Ecole Centrale de Lyon and LMFA UMR CNRS 5509, F-69134 Ecully, France <sup>2</sup>Université de Lyon, Université Lyon 1 and LMFA UMR CNRS 5509, F-69622 Villeurbanne, France

(Received 10 December 2016; revised 6 April 2017; accepted 15 May 2017)

Near-field acoustic measurements and time-resolved schlieren visualisations are performed on 10 round jets with the aim of analysing the different parts of the feedback loop related to the screech phenomenon in a systematic fashion. The ideally expanded Mach number of the studied jets ranges from  $M_j = 1.07$  to  $M_j = 1.50$ . The single source of screech acoustic waves is found at the fourth shock tip for A1 and A2 modes, and at either the third or the fourth shock tip for the B mode, depending on the Mach number. The phase of the screech cycle is measured throughout schlieren visualisations in the shear layer from the nozzle to the source. Estimates of the convective velocities are deduced for each case, and a trend for the convective velocity to grow with the axial distance is pointed out. These results are used together with source localisation deduced from a two-microphone survey to determine the number of screech periods contained in a screech loop. For the A1 and B modes, four periods are contained in a loop for cases in which the radiating shock is the fourth, and three periods when the radiating shock tip is the third, whereas the loop of the A2 mode contains five periods.

Key words: acoustics, aeroacoustics, jet noise

#### 1. Introduction

Noise produced by imperfectly expanded supersonic jets differs from subsonic jet noise by the emergence of shock noise. Major knowledge about supersonic jet noise is available in comprehensive reviews, for example in Tam (1995), Raman (1999) or Bailly & Fuji (2016). The present paper focuses on the screech, a strong tonal contribution of shock noise. Attention will be paid particularly to the structure of the resonant loop sustaining this phenomenon. One mechanism of screech tone generation was first proposed by Powell (1953), and has been the subject of many studies until the present day. Powell observed the staging behaviour of the screech frequencies produced by round jets, and identified four modes: A, B, C and D. Mode A was later separated into A1 and A2 by Merle (1957) after investigation based on stroboscopic schlieren visualisation. Davies & Oldfield (1962) have shown using two microphones on either side of the jet that the A1 and A2 modes are axisymmetric, whereas the B

†Email address for correspondence: bertrand.mercier@doctorant.ec-lyon.fr

203

#### Screech feedback loop in underexpanded round jets

and C modes are helical. The B and D modes were later recognised as flapping in nature by Powell, Umeda & Ishii (1992) and by Ponton & Seiner (1995), who carried out a survey with 10 microphones distributed around the jet. Ponton & Seiner (1995) found that the B and D modes comprise two oppositely rotating helices.

Theoretical knowledge about screech tone generation was supported by the model of a resonant loop developed by Powell (1953), which predicts the screech frequency  $f_s$  as a function of the convective velocity  $U_c$  of the turbulent structures, the shock cell length  $L_{sc}$  and the ambient speed of sound  $c_0$ :

$$f_s = \frac{U_c}{L_{sc}(1 + U_c/c_0)}.$$
 (1.1)

Harper-Bourne & Fisher (1973) considered an array of equally spaced sources distributed along the lip line. The sources are shifted in phase by a lag corresponding to the time spent by the structures to be convected between two consecutive sources. By assuming that all the sound waves interfere constructively at the nozzle exit, a necessary condition on screech frequency to enhance the feedback loop was obtained, identical to (1.1). Later, Tam, Seiner & Yu (1986) derived the same equation for  $f_s$  by considering the upstream propagating wave produced by the interaction between the periodic shock cell pattern and an instability wave. Powell, Umeda & Ishii (1990) revised his model by including a phase lag to take into account the phase changes at the source or nozzle interactions, but this correction does not seem to be widely used.

Powell *et al.* (1992) observed by means of schlieren visualisations that the acoustic feedback emanated from a single source. Umeda & Ishii (2001) and Tam, Parrish & Viswanathan (2014) conducted similar schlieren visualisations that also led them to observe a single source. Suzuki & Lele (2003) performed a direct numerical simulation of a problem representative of an underexpanded jet shear layer. They observed that the passage of an eddy at a shock position may cause the shock to leak out from the mixing layer. Shariff & Manning (2013) observed the same phenomenon from a ray tracing study. Shock leakage has also been recognised as being the screech acoustic feedback generation mechanism by Berland, Bogey & Bailly (2007) by means of a large-eddy simulation of a planar jet. Based on unsteady Reynolds-averaged Navier–Stokes simulations, Gao & Li (2010) proposed a generalisation of (1.1) considering a unique source by introducing three parameters: the number of shock cells N between the nozzle and the source, the total number of wavelengths m involved in the screech loop and the convective velocity  $U_c$ :

$$f_s = \frac{mU_c}{NL_{sc}(1 + U_c/c_0)}.$$
 (1.2)

In this model as well as in (1.1), the staging behaviour of screech tones is not accounted for. To overcome this problem, Gao & Li (2010) characterised each mode by a specific set of parameters m and N, and by the ratio of convective velocity to jet velocity. The latter is the only variable in (1.1). This ratio  $U_c/U_j$ , where  $U_j$ is the jet exhaust velocity of an equivalent perfectly expanded jet, is in general found to be between 0.55 and 0.7 (Powell *et al.* 1992; Panda 1996; Massey & Ahuja 1997; Gao & Li 2010). Nonetheless, keeping  $U_c/U_j$  constant for a given mode requires the ratio to be independent of the Mach number and constant along the jet shear layer. This statement is in contradiction with measurements performed four diameters downstream of the nozzle in jet shear layers by Veltin & McLaughlin (2008). They observed a dependence of the convective velocity on Mach number,

Reference	Source location	Mode considered	Method
Powell et al. (1992)	$z \simeq 5D$	A1, A2, B	Schlieren
Powell et al. (1992)	$z \simeq 6D$	С	Schlieren
Umeda & Ishii (2001)	Rear edge of 3rd s.c.	A1, B, C	Schlieren
Tam et al. (2014)	5–6 s.c. downstream	$M_i = 1.58, M_d = 2.0$	Schlieren
Panda (1999)	Between 3rd and 4th tip	A2	Acoustics
Gao & Li (2010)	Between 2nd and 4th s.c.	A1, A2, B, C	CAA
Edgington-Mitchell et al. (2014)	Between 2nd and 4th s.c.	С	PIV
TABLE 1. Localisation of scr	eech source for circular je	ets: s.c. = shock cell;	CAA =

#### B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

204

computational aeroacoustics; PIV = particle image velocimetry.

resulting in variation of  $U_c/U_j$  from 0.7 at  $M_j = 1$  to 0.57 at  $M_j = 1.56$ , where  $M_j$  is the equivalent ideally expanded jet Mach number. A spatial dependence was also pointed out by Gojon, Bogey & Marsden (2015), who reported from a numerical simulation that the convective velocity increases with the downstream distance z from the nozzle. Equation (1.1) also requires that the shock cell length be constant, whereas it decreases with the axial distance from the nozzle exit z (Tam, Jackson & Seiner 1985; Tam *et al.* 1986). However, this is not an issue in (1.2) since the source is unique.

Following from these conclusions, understanding the screech mechanism, and the associated mode switching, requires first localising the acoustic source, and investigating the screech loop considering the proper convective velocity. With this purpose, Panda (1999) carried out a near-field mapping of the pressure fluctuations in phase with the screech phenomenon. He found the sound to be emitted somewhere in between the third and the fourth shock tip for mode A2. From successive spark schlieren photographs, Umeda & Ishii (2001) found the dominant source at the rear edge of the third shock cell. Gao & Li (2010) took advantage of numerical simulations to recognise the first five shocks as effective sources for A1, A2, B and C modes, but the dominant source was found between the second and the fourth shock cells. Edgington-Mitchell et al. (2014) investigated the C mode, and suggested that acoustic waves are more likely to be emitted somewhere in between the second and the fourth shock cells wherein the coherent vorticity undergoes the largest fluctuations. Raman (1997) also experimentally localised the sound source by using two microphones for a phase evolution survey of screech acoustic waves emitted from a rectangular jet. He figured out that the third shock is responsible for sound radiation at  $M_i = 1.45$ and the fourth is involved at  $M_i = 1.75$ . The results on the localisation of the screech source from the mentioned studies are summarised in table 1.

The aim of the present study is to localise in a systematic fashion the unique source of screech feedback with respect to different modes, and at various setting points within the range of a given mode. The knowledge of the source position permits the estimation of the time spent for an instability to be convected from the nozzle to the source, and for the feedback to reach back to the nozzle. From this, the convective velocity and the period of a screech loop are determined. This experimental investigation is based on measurements of near-field acoustic and schlieren visualisations at high frame rate that provide complementary insights into the features of the acoustic and hydrodynamic phenomena related to screech. In § 2, the experimental set-up is described; then schlieren records are exploited to characterise the screech-associated phenomena near the shear layer in § 3.

Scrooch	food	back	loon	in	undoro	rnando	d round	inte
Screech	Jeeu	Duck	ioop	in	unuere.	rpunuei	i iounu	jeis

$M_j$	NPR	$f_s$ (Hz)	$St_s$	Mode	$U_j$ (m s <sup>-1</sup> )	$Re_j$
1.07	2.06	6508	0.74	A1	335	$1.16 \times 10^{6}$
1.10	2.14	5882	0.65	A1	342	$1.21 \times 10^{6}$
1.13	2.22	5397	0.59	A1	350	$1.26 \times 10^{6}$
1.15	2.27	6024	0.64	A2	355	$1.29 \times 10^{6}$
1.23	2.52	3761	0.38	В	374	$1.44 \times 10^{6}$
1.32	2.84	3295	0.32	В	394	$1.61 \times 10^{6}$
1.35	2.97	3270	0.31	В	401	$1.68 \times 10^{6}$
1.37	3.05	3114	0.30	В	406	$1.72 \times 10^{6}$
1.45	3.42	2827	0.25	В	422	$1.90 \times 10^{6}$
1.50	3.67	2712	0.24	В	432	$2.02 \times 10^{6}$

TABLE 2. Setting points of the present study where  $St_s = f_s D/U_j$  and  $Re_j = \rho_j U_j D/\mu$ . NPR and  $f_s$  are measured;  $U_j$  is calculated.

The localisation of the screech acoustic source is presented in §4, which leads to a description of the screech loop structure for each mode considered in §5. Concluding remarks are finally provided.

#### 2. Experimental set-up

#### 2.1. *Facility*

The studied jets exhaust from a convergent nozzle into the 10 m  $\times$  8 m  $\times$  8 m anechoic room of the Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique at École Centrale de Lyon. Compressed dry air is supplied by a centrifugal compressor, which allows continuous operation at a maximum flow rate up to 0.85 kg s<sup>-1</sup>. The maximum nozzle pressure ratio (NPR) is 3.9, corresponding to  $M_i = 1.54$ . The nozzle diameter is D = 38 mm, its nozzle lip is 0.5 mm thick and the contraction ratio is 4.4 : 1 (André 2011). Static pressure is measured in the inlet duct 15 diameters upstream of the nozzle, and is combined with ambient pressure measurements and isotropic flow relations to evaluate  $M_i$ . These flow conditions are monitored to ensure that, once set,  $M_i$  remains constant within  $\pm 0.2$  %. The total temperature is monitored by a K-type thermocouple protruding into the inlet pipe. After a run-time of half an hour, the air supply system is such that the total temperature stabilises at  $30^{\circ}C \pm 2^{\circ}C$ depending on day-to-day variation of air temperature at the compressor inlet. The ambient temperature in the anechoic room is also monitored by a thermocouple probe located in a region at rest. Results obtained with two different experimental techniques are reported here: high-speed schlieren visualisations of the jet shear layer and its surroundings, and near-field acoustic measurements. These techniques are applied to 10 jets whose corresponding Mach numbers and characteristics are provided in table 2. The screech Strouhal number  $St_s$  and the jet Reynolds number  $Re_j$  are based on the equivalent fully expanded jet velocity  $U_i$  and density  $\rho_i$ . Those setting points are chosen to cover the axisymmetric modes A1 and A2, as well as the flapping mode B. Three setting points relate to the A1 mode. Only one deals with the A2 mode because it tends to coexist with another mode as soon as it moves apart from  $M_j = 1.15$ . Above  $M_j = 1.23$ , a flapping mode is obtained and is studied through six different setting points, which allows one to assess a potential effect of  $M_i$  on the screech loop characteristics for this given mode. These modes are illustrated in appendix A, on the basis of schlieren visualisations.

#### B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly



FIGURE 1. Acoustic spectrum for the  $M_j = 1.15$  jet measured at a distance of 55D from the nozzle, with an angle of 130° from the jet axis, in 2011 (----) and 2016 (----).

#### 2.2. Apparatus

The near-field acoustic measurements are performed using two 1/8-inch B&K 4138 microphones, with a Nexus 2692 conditioner. The first reference microphone is mounted fixed to the nozzle rig; the second is mounted on a motorised rig allowing for axial and radial traverses. The same rig is also used to support the conventional Z-type schlieren system set-up built up from two 200 mm f/8 parabolic mirrors spaced by 2.5 m. The light source is a focused high-power Cree XP-L light-emitting diode (LED). Comparative tests on data post-processing specific to this study led to the knife edge being set perpendicular to the jet axis. Axial density gradients are thus observed. The knife edge cut-off is set to approximately 50%. Grey-scale images are recorded by a Phantom V12 CMOS camera; the grey-level field is denoted by g(y, z, t). The collecting optics is a Sigma 120–400 mm f/4.5–5.6.

The schlieren films recorded as part of this study arise from two test campaigns. Cases at  $M_i = 1.10$  and  $M_i = 1.35$  were acquired in 2011 by André, Castelain & Bailly (2011a); other cases were acquired in 2016 with identical experimental set-ups. The  $M_i = 1.15$  jet is available from the 2011 and 2016 campaigns, so it can be used for checking consistency. Far-field noise spectra measured in 2011 and 2016 at 130° with respect to the jet axis are compared in figure 1. The screech frequency and amplitude are found to be in good agreement in the two campaigns. The peak frequency and the sound pressure level of the broadband shock-associated noise also compare very well with each other. The similarity of the hydrodynamic structure of the  $M_i = 1.15$ jets measured in 2011 and in 2016 can also be verified in figure 2 through the juxtaposition of the time-averaged schlieren images. They are also compared in figure 3 by superimposing the profiles along the jet axis of time-averaged grey levels  $\overline{g}$ . In these two figures, the grey levels are normalised to get around the different light and camera settings. The distance between the leading edge of the second shock cell and the leading edge of the seventh is found to be 1.3% longer in 2016 than in 2011. This difference may be attributed to the uncertainties emerging from the calibration of the scaling factor, the precision of the setting points, and possible small modifications of the rig undergone between the two campaigns.

#### 2.3. Schlieren measurement procedure

Five parameters are taken into account for acquiring the schlieren visualisations. The first one is the spatial extent of the field of view. The second one is the

206

#### Screech feedback loop in underexpanded round jets



FIGURE 2. Time-averaged grey-level field  $\bar{g}(y, z)$  of schlieren images of a  $M_j = 1.15$  jet captured in 2011 (top) and in 2016 (bottom).



FIGURE 3. Normalised profile of  $\bar{g}(z)$  (arbitrary units) on the jet axis computed from schlieren images of a  $M_i = 1.15$  jet, in 2011 (----) and 2016 (----).

desired sampling rate. These two parameters determine the maximum frame size and the corresponding magnification factor. Finally the exposure time is set by the sampling period and the light intensity. The use of the schlieren visualisation is twofold: to study the turbulent flow in the shear layer and the screech-associated phenomena in the region surrounding the jet. Therefore, two sets of records are available from each campaign. The corresponding camera settings are provided in table 3. One puts priority on the extent of the field of view, and the other prioritises the sampling rate. The minimum acquisition frequency for analysing some flow properties was determined after the work of Veltin, Day & McLaughlin (2011), who found satisfactory results by sampling at 15 times the jet characteristic frequency  $f_c = U_j/D_j$ , with  $U_j$  and  $D_j$  the exit velocity and diameter of the equivalent fully expanded jet. For the worst case,  $M_i = 1.50$ ,  $f_c$  is approximately 10 kHz, so the sampling rate is chosen higher than 150 kHz. This frequency is reached by reducing the size of the frames in the radial direction while keeping a large axial size. Previous studies summarised in table 1 recognised the source of screech to be located between the second and the fifth shock tips. Consequently, the frame used for this study is chosen to contain at least the first five shock cells. However, this measurement is not achievable on one single frame when  $M_i$  is higher than 1.23 because the spatial extent is limited by the mirror diameter. For these cases, the camera is shifted by an increment of 100 mm (2.6D) until the fifth shock cell is filmed. The dataset is thus

207

		Rate (fps)	Exposure $(\mu s)$	Size (pixel)	Length $(z/D)$	Radial limit $(y/D)$				
2011	Shear layer	430 769	2.8	$640 \times 16$	4.2	[0.44; 0.55]				
2011	Surroundings	7 200	4.0	$1280 \times 656$	5.2	[-1.48; 1.59]				
2016	Shear layer	220 472	4.0	$1024 \times 24$	4.9	[0.44; 0.55]				
2016	Surroundings	18 000	2.0	$704 \times 424$	3.8	[-0.61; 1.67]				
	TABLE 3. Setting of the camera and the lens for the different datasets:									
	fps = frames per second.									

#### B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

composed of several films. Schlieren images must be interpreted with some caution because they are altered by integration effects along the optical path. These artefacts are, however, weaker when the flow is characterised by a strong azimuthal and radial coherence, as with screech.

#### 3. Schlieren visualisations analysis

208

#### 3.1. Overview

A snapshot and time-averaged picture of the schlieren visualisation of the  $M_i = 1.15$ jet are presented in figure 4(a,b). These images clearly show the quasi-periodic pattern of shock cells consisting of compression and expansion waves. The mean spatial period of this pattern is called the shock cell length  $L_{sc}$ . The average image shows the decrease of the shock cell intensity with increasing downstream distance from the nozzle. For each pixel, a time signal g(y, z, t) of grey levels acquired at a high sampling rate is available, and the amplitude of its Fourier transform at the screech frequency, denoted by  $G_s(y, z)$ , is reported in figure 4(c). High values of this coefficient correspond to the darkest regions, and are obtained next to the shock themselves. This high level of fluctuation is attributed to shock oscillation at the screech frequency (Panda 1998; André, Castelain & Bailly 2011b). Another remark concerns the presence of lobes in the near field that can be linked to the standing-wave pattern observed by Westley & Woolley (1969). They interpreted this phenomenon as the resultant effect of the interaction between the instability wave convected with the flow and the screech acoustic waves. More details about the lobed pattern can be observed in figure 5, which represents the axial profiles of grey-level fluctuations at the screech frequency. These profiles are measured at a radial position chosen to display the maximum of instability wave features, and therefore as close as possible to the lip line. However, if the measure is conducted too close to the jet, shocks periodically cross the probed line and sharp discontinuities appear in the profile; therefore the interpretation of those results becomes complicated. A convenient position for the measurement line is found along the line at y/D = 0.55for  $M_i$  lower than 1.32, and along the line at y/D = 0.75 for higher  $M_i$ . A look into these profiles shows similarities between all cases. The first observation concerns the lobed shape of the curves, which is similar to the observation in figure 4(c)for the  $M_i = 1.15$  jet. Considering only the midline of the profiles by putting aside the undulations, a second similarity comes out. The wavy pattern is supported by a bell-shaped curve that points out the amplification rate of instability waves. They first grow with increasing distance from the nozzle, then saturate, and finally decay further downstream.

The wavenumber  $k_{sw}$  of the lobed pattern was derived by Panda (1999) from the acoustic and hydrodynamic wavenumbers  $k_s$  and  $k_h$ , by considering upstream-propagating acoustic and downstream-propagating instability waves. This corresponds



FIGURE 4. (a) Instantaneous schlieren image g(y, z, t) (4 µs time exposure). The dashed rectangle shows the field of view of the high-speed records. (b) Averaged field  $\overline{g}(y, z)$ . (c) Fluctuating field  $G_s(y, z)$  at the fundamental screech frequency from schlieren measurement of a jet at  $M_j = 1.15$ , mode A2.

to the region upstream of the screech acoustic source, but both waves travel in the same direction downstream of the source. Here we choose to denote by  $k_{sw}^-$  the wavenumber of the wave pattern where acoustic is retrograde, and  $k_{sw}^+$  where acoustic is propagative, giving

$$k_{sw}^- = k_h + k_s, \tag{3.1a}$$

$$k_{sw}^{+} = k_h - k_s. (3.1b)$$

By convention, all wavenumbers are chosen positive. The corresponding wavelengths  $L_{sw}^- = 2\pi/k_{sw}^-$  and  $L_{sw}^+ = 2\pi/k_{sw}^+$  can be expressed as a function of the screech frequency  $f_s$ , the convective velocity at screech frequency  $U_c$  and the speed of sound  $c_0$  in the jet surrounding:

$$L_{sw}^{-} = \frac{U_c}{f_s(1 + U_c/c_0)},$$
(3.2*a*)

$$L_{sw}^{+} = \frac{U_c}{f_s(1 - U_c/c_0)}.$$
(3.2b)

209



FIGURE 5. Modulation of the grey-level field  $G_s$  at the screech frequency (arbitrary scale) along a line at y/D = 0.55: (a)  $M_j = 1.07$ , (b)  $M_j = 1.10$ , (c)  $M_j = 1.13$ , (d)  $M_j = 1.15$ , (e)  $M_j = 1.23$ , (f)  $M_j = 1.32$ , (g)  $M_j = 1.35$ , (h)  $M_j = 1.37$ , (i)  $M_j = 1.45$  and (j)  $M_j = 1.50$ . Shock locations are indicated by vertical dotted lines.

As an illustration, if the convective velocity is approximated to  $0.6U_j$ , these relations provide  $L_{sw}^- = 0.63D$  and  $L_{sw}^+ = 2.68D$  for the case  $M_j = 1.13$ , and  $L_{sw}^- = 1.20D$  and  $L_{sw}^+ = 7.26D$  for the case  $M_j = 1.37$ .

The profile of  $G_s(z)$  for the  $M_j = 1.13$  case shown in figure 5(c) covers the first seven shock cells of the jet. Since the source is expected to be located between the second and the fifth shock tips, the source is somewhere within the profile. The lobes, however, are spaced by a distance similar to  $L_{sw}^-$ , and there is no clear experimental evidence of a  $L_{sw}^+$  length scale. More generally, the transition from  $L_{sw}^-$  to  $L_{sw}^+$  is not visible for all 10 cases, and the observed wavelength is closer to  $L_{sw}^-$  than to  $L_{sw}^+$ .

Nonetheless, the  $M_j = 1.13$  jet presents a notable characteristic that delimits two regions. Upstream of the fourth shock, the lobed pattern wavelength is smaller than the shock cell length, whereas both length scales are equal downstream. The  $M_j = 1.15$  jet exhibits the same features: upstream of a region in between the third and the fourth

211

#### Screech feedback loop in underexpanded round jets

shocks, the lobes are spaced by a length  $L_{sw}^-$  smaller than  $L_{sc}$ , and these lengths are equal downstream. These jets are the only two having  $L_{sw}^-$  different from  $L_{sc}$ . All other cases present only a single wavelength, which appears to be equal to the shock cell length everywhere. Moreover, the similarity between  $L_{sw}^-$  and  $L_{sc}$  is consistent with Tam's theoretical conclusions about these length scales. According to Tam *et al.* (1986, 2014), a necessary condition for the screech feedback mechanism to be self-sustained is

k

$$x_h - k_{sc} = -k_s. \tag{3.3}$$

By comparison with (3.1*a*),  $k_h - k_{sw}^- = -k_s$ , Tam's theory straightforwardly imposes that  $L_{sw}^- = L_{sc}$ . This statement is not supported by the present experimental results for both  $M_j = 1.13$  and  $M_j = 1.15$  cases. However, the difference between  $L_{sw}^-$  and  $L_{sc}$ is small, although it is clearly observable, which indicates that the condition (3.3) is overly rigid, and the screech conforms with a slightly different condition provided by (3.1*a*). The behaviour of the modulation upstream of the source can thus be explained by the theoretical model relying on the wave superposition.

Downstream of the source, the lobes are not spaced by the distance expected from (3.1b). The period of the pattern seems to be equal to the shock cell length. This feature is likely to result from the modulation of the instability wave by the shock cells, and from the weak amplitude of acoustic waves because of the upstream directivity of screech. The role of shock cells in the existence of the lobed pattern can be demonstrated by considering the jets at  $M_i = 1.07$ , 1.37 and 1.45. For these three Mach numbers, the field of view of the schlieren visualisation is large enough to cover the mixing layer farther downstream from the last detectable shock tip. In each case, the amplitude of lobes starts decaying downstream of the last noticeable shock cell. In addition, the ability of shock cells to modulate the turbulence has been pointed out by André (2012, in his figure 5.33) throughout particle image velocimetry (PIV) measurements in underexpanded screeching or non-screeching jets. Moreover, the absence of the wavelength  $L_{sw}^+$  involved in the acoustic-hydrodynamic interaction downstream of the source can be explained by two reasons. Firstly,  $k_h$  and  $k_s$  are expected to be close, in particular for the jets at highest Mach numbers, so  $k_{sw}^+ = k_h - k_s$  is small and may not be noticeable in the spatial extent of the images. Secondly, far-field measurement at the fundamental screech frequency shows a strong upstream directivity (Norum 1983; Berland et al. 2007); thus, even in the near field, screech acoustic waves are likely to be weaker downstream of the source.

Finally, the features of the overall profile can be explained as follows. All along the jet, the instability wave is modulated by the shock cell pattern. This phenomenon could explain by itself the presence of lobes spaced by  $L_{sc}$  in the near-field map of screech-associated fluctuations, but jets at  $M_j = 1.13$  and  $M_j = 1.15$  are characterised by a modulation wavelength  $L_{sw}^-$  different from  $L_{sc}$  in the first three or four shock cells. This remark suggests that acoustics also plays a role in explaining the lobes where its contribution is strong, but since  $L_{sw}^-$  is expected to be close to  $L_{sc}$ , the difference between them is not perceptible for all other jets. However, downstream of the source, the acoustic contribution is too weak in comparison to the instability wave, preventing any observation of  $L_{sw}^+$ . If  $L_{sc}$  coincides with  $L_{sw}^-$  in the region upstream of the source, then from (3.1) and (3.3),

$$k_h - k_{sc} = k_h - k_{sw}^- = -k_s = -\frac{\omega_s}{c_0}.$$
(3.4)

This identity will be tested from the analysis of the screech-associated wavenumbers in the next section.

#### B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

#### 3.2. Wavenumber-frequency spectrum analysis

An attempt is made to experimentally determine the different wavenumbers involved in the screech feedback loop. This is carried out through a one-dimensional spatial Fourier transform applied to Fourier coefficients  $G_s(z)$  at the screech frequency along the axial direction at y/D = 0.55, themselves computed from the high-speed schlieren films. A first analysis is performed in a region located upstream from the source, namely  $0 \le z \le z_N$ , where  $z_N$  denotes the coordinate of the source location. The determination of this position is detailed in the next section, which benefits from the general overview given in the present section. The source is found either at the third or at the fourth shock tip. As a consequence, the discrete Fourier transform is performed over a short extent that contains only two to four wavelengths depending on the case, so the resolution is low in the wavenumber space. The spatial signal  $G_s(z)$  used as input to the spatial Fourier transform is weighted by a Gaussian function of width five standard deviations. The wavenumber resolution is improved by doubling the length of the signal by adding zeros. This process is undertaken in order to better distinguish between lobes and randomness, but tests have been performed to ensure that zero padding has no effect on the characterisation of the two main peaks described hereafter.

The result is shown in figure 6 as a solid line. It consists of a pair of dominant peaks, one characterised by a positive wavenumber and a second characterised by a negative wavenumber. The locations of local maxima are estimated using a method from Gasior & Gonzalez (2004) to improve the wavenumber resolution. This method takes advantage of the Gaussian shape of the spectrum calculated from a single-frequency signal windowed by a Gaussian function. The method can be extended to a signal containing more frequencies if their respective Fourier transforms do not overlap. As a consequence, the location of the maximum of a peak can be estimated from the Gaussian function that best fits the peak. The three points on the top of the peaks are used for fitting in this study. Gasior & Gonzalez (2004) reported a maximum error of less than 1 % of the frequency resolution. In the present study the worst resolution is found to be 80 rad  $m^{-1}$  for the  $M_i = 1.07$  jet without zero padding. An error of less than 1% would lead to an error of less than 0.8 rad  $m^{-1}$ . In order to assess the method, the spatial spectra along all the available radial positions have been computed. The results are found to be weakly dependent on the considered radial position, except for  $M_i = 1.45$ , probably because the distance between the peaks in the wavenumber space is small. In addition, this case exhibits strong shock oscillations that intercept the probed line, causing large discontinuities that produce a significant amount of harmonics. These are likely to influence the determination of the maximum of peaks. The same problem is observed for the  $M_i = 1.50$  jet. In general, the error observed from the lowest peaks is found to be larger, because the effect of overlapping is more significant.

The maxima of the peaks are marked by crosses in figure 6, and are tabulated in table 4. The wavenumber corresponding to the retrograde screech acoustic wave  $-k_s = -\omega_s/c_0$  is represented by a dotted line. The comparison between this prediction and the maximum of the peak in the negative wavenumber range shows a good agreement, as also reported in table 4. It provides some confidence to state that this peak is related to the upstream-propagating acoustic wave. As for the peak in positive wavenumbers, it is expected to be  $k_h = \omega_s/U_c$ ; the corresponding convective velocity is provided in table 4 normalised by  $U_j$ , and is indeed roughly equal to  $0.6U_j$  for all cases. This result is consistent with many studies, for instance those by Powell *et al.* (1992), Massey & Ahuja (1997) or Panda & Raman (1997).

212



FIGURE 6. Wavenumber spectrum at screech frequency  $\Phi_s$  (arbitrary linear scale) upstream of the source (—) and downstream (---): (a)  $M_j = 1.07$ , (b)  $M_j = 1.10$ , (c)  $M_j = 1.13$ , (d)  $M_j = 1.15$ , (e)  $M_j = 1.23$ , (f)  $M_j = 1.32$ , (g)  $M_j = 1.35$ , (h)  $M_j = 1.37$ , (i)  $M_j = 1.45$  and (j)  $M_j = 1.50$ . The wavenumber  $k_s = -\omega_s/c_0$  is indicated by the vertical dotted line.

The speed of sound tabulated in table 4 is not equal to the speed of sound of 337 m s<sup>-1</sup> expected from the ambient temperature measured during the experiment. An error of 5% or less is observed for seven of the 10 cases. A larger error is noticed for the  $M_j = 1.35$ , 1.45 and 1.50 jets, in particular for  $M_j = 1.45$ , whose validity has already been examined and called into question. Unfortunately, that dispersion prevents us from providing evidence for the existence or absence of an eventual other type of feedback mentioned by Shen & Tam (2002), Chatterjee, Ghodake & Singh (2009) or Edgington-Mitchell, Honnery & Soria (2015).

Finally, the last column of table 4 compares the wavenumber  $k_{sw} = k_h + k_s$  associated with the lobed pattern, see (3.1*a*), to the shock cell wavenumber averaged over  $0 \le z \le z_N$ . The shock positions are measured from the centreline grey profiles of the averaged schlieren images with an accuracy of  $\pm 0.007D$  arising from the width of the shocks, and an additional error of  $\pm 0.04z$  from the scaling factor of pixels, but these

$M_{j}$	Range $(z/D)$	$-k_s$	$k_h$	$c_0 = \omega_s/k_s$	$U_c/U_j = \omega_s/(k_h U_j)$	$(k_h + k_s)/k_{sc}$
1.07	[0, 2.0]	-128	215	319	0.57	1.03
1.10	[0, 2.3]	-111	188	334	0.57	1.03
1.13	[0, 2.7]	-103	169	328	0.57	1.10
1.15	[0, 2.8]	-111	184	340	0.58	1.28
1.23	$[0, 2.8]^*$	-70	116	337	0.54	1.05
1.32	[0, 4.6]	-60	89	347	0.59	1.04
1.35	$[0, 4.3]^{**}$	-56	83	367	0.61	1.01
1.37	[0, 3.7]*	-55	85	355	0.57	1.04
1.45	[0, 4.3]*	-36	77	493	0.55	0.97
1.50	[0, 4.7]*	-45	67	379	0.59	1.05
$M_{j}$	Range $(z/D)$	$-k_d^-$	$k_h$	$U_c/U_j = \omega_s/(k_h U_j)$	$(k_h + k_d^-)/k_{sc}$	
1.07	[2.0, 4.0]	-168	174	0.70	—	
1.10	[2.3, 4.3]	-122	161	0.67	0.99	
1.13	[2.7, 4.7]	-136	139	0.70	1.05	
1.15	[2.8, 4.7]	-128	141	0.75	1.04	
1.23	[2.8, 4.7]*	-87	99	0.64	1.02	
1.32	[4.6, 7.3]	-93	78	0.67	1.07	
1.35	[4.3, 6.3]	—		—	—	
1.37	[3.7, 7.3]*	-77	73	0.66	1.08	
1.45	[4.3, 7.3]*	-73	69	0.61	1.16	
1.50	[4.6, 9.3]*	-65	53	0.74	0.96	

B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

214

TABLE 4. Wavenumbers of peaks in amplitude of the spatial Fourier transform applied along a line at y/D = 0.54 over the given axial range on high-speed schlieren records that correspond to the region from the nozzle to the fourth shock tip, except for cases marked by \*, which denotes the third shock tip. In the case marked \*\*, the extent was limited by the field of view of the record. The shock cell wavenumber is determined from shock cells contained within the range given in the second column.

uncertainties are insignificant in comparison to the margin of error pointed out on  $k_s$ . The modulation wavenumber is found to be larger than the shock cell wavenumber by a few per cent, except for the case  $M_j = 1.15$  that exhibits  $k_{sw}$  28 % larger than  $k_{sc}$  because of the jump in frequency, whereas no change in aerodynamic characteristics of the jet is observed (Clem, Zaman & Fagan 2016). The second largest  $k_{sw}^-$  in comparison to  $k_{sc}$  is found for case  $M_j = 1.13$ :  $k_{sw}^-$  is 10 % larger than  $k_{sc}$ . The case  $M_j = 1.45$  should not be considered because of the problem of peak overlapping mentioned above. These results are consistent with the conclusions of § 3.1:  $k_h - k_s$  is actually close to  $k_{sc}$ , so  $L_{sw}^-$  is close to  $L_{sc}$ , for all but the  $M_j = 1.13$  and  $M_j = 1.15$  cases.

A procedure similar to the one outlined for the region upstream of the source is applied for  $z_N \leq z \leq z_{max}$ , where  $z_{max}$  is the maximum reachable distance with respect to the schlieren record. The results are plotted as a dashed line in figure 6. The peak in positive wavenumbers is still associated with the instability wave. The corresponding convection velocity is summarised in table 4. Its value is found to be close to  $0.7U_j$ , hence slightly higher than upstream of the source. A trend of rising convective velocity with axial location was observed by Gojon *et al.* (2015) from a numerical study, and from the same experimental data as the present study but using a different method by Mercier, Castelain & Bailly (2016). Regarding the peak

#### Screech feedback loop in underexpanded round jets

215

in negative wavenumbers denoted by  $k_d^-$ , the distance between this peak and  $k_h$  is compared to  $k_{sc}$  in the last column of table 4, with  $k_{sc}$  estimated from the shock cells visible in the range of the spatial spectral analysis. Since the shock cell structure fades out with downstream distance, the estimation of  $k_{sc}$  can only be approximate by comparison with the accuracy mentioned for the first few shocks. Nonetheless, the comparison highlights the similarity of these two values in most cases. The  $M_i = 1.45$ case again shows a surprising result in terms of both  $k_h$  and  $(k_h + k_d^-)/k_{sc}$  values. In addition to the peak overlapping, the absence of clearly detectable shocks downstream of the fourth one must be pointed out. Thus, comparing  $(k_h + k_d^-)$  to  $k_{sc}$  might not be relevant. For all other cases, the peak in negative wavenumbers  $k_d^- \simeq k_{sc} - k_h$  is recognised as the interaction between the shock cell pattern and the instability wave. The corresponding phase velocity  $\omega_s/k_d^-$  is subsonic for all cases. No wavenumber peak associated with a retrograde acoustic wave is observed, which is consistent with the determination of the source location  $z_N$ . No propagative acoustic wave is detected; this is likely to be attributed to the screech directivity, weaker in the jet axis direction with respect to the upstream direction (Norum 1983; Berland et al. 2007).

#### 4. Source localisation through near-field acoustic measurements

Schlieren measurements provide information about screech-associated phenomena in a region where the hydrodynamic contribution is predominant. Regarding the objective of localising the screech source, it is interesting to gain insight into screech-associated fluctuating pressures in the jet near field, where the hydrodynamic pressure field is faded enough so that acoustics becomes the dominant contribution. To this end, two types of near-field measurements are set up. The first is a microphone traverse along a line perpendicular to the jet axis within the nozzle exit plane for Mach numbers 1.13, 1.15 and 1.35 only. The second is a microphone traverse along a line parallel to the jet, and distant by 1.5D from the axis (or 2D for cases  $M_i = 1.45$  and 1.50, to avoid microphone overload). This is repeated for all cases of table 2. For these axial and radial surveys, two microphones are used; one is fixed and constitutes the reference signal, the second is moved by increments of 3-5 mm so as to measure approximately 20–30 points per screech acoustic wavelength. The signals of the two microphones are sampled synchronously at 204 800 Hz for 2 s. The radial traverse is conducted from y/D = 0.5 to y/D = 8. In the axial direction, the moving microphone travels between z/D = -0.1 and z/D = 6 for  $M_j$  up to 1.23, and down to z/D = 8 for higher Mach numbers.

The post-processing of the axial and radial near-field surveys is performed for the same purpose. The phase difference at screech frequency between the moving and the fixed microphones is compared to the expected phase difference if the acoustic source were located at a given position. This method was used by Raman (1997) to determine the source of screech noise in rectangular jets. According to the literature on screech radiation that is summarised in table 1, the screech is likely to be emitted from one predominant source; under this assumption, and if this source can be regarded as a simple monopole, the expected phase lag  $\Delta \phi$  between two microphones located at distances r and  $r_0$  from the source is given by

$$\Delta \phi = k_s (r - r_0). \tag{4.1}$$

Two more assumptions are chosen here to constrain the study: the virtual source is located on the lip line in the radial direction, and at a shock tip in the axial direction.

B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

#### 4.1. Radial traverse

In the radial configuration, the reference microphone is fixed at z = -1.8D and y = 1.8D considering the centre of the grid as a reference with a precision of  $\pm 0.03D$ . The mobile microphone moves along the y direction by steps of 3–5 mm from y = 0.5D to  $y \simeq 8D$ . The position of the rig is accurately measured at each step. Both microphones are in a region upstream of the jet in which screech is strong, and there is no contribution from the hydrodynamic pressure field; the signals are therefore clean and the phase lag variation along the probed line is expected to be smooth. The relative phase is deduced from the cross-spectrum of the two signals at the screech frequency. It is then unwrapped by adding  $2\pi$  at the corresponding jumps, and finally compared with the predicted phase lags. Results for Mach numbers 1.13, 1.15 and 1.35 are presented in figure 7, through the entire spatial range in figure 7(a,c,e), and zoomed in closer to the nozzle in figure 7(b,d,f). The predicted phase lag is superimposed onto experimental results for three different source locations: the third, the fourth and the fifth shock tips.

Two regions of different behaviour can be observed in these results. For y/Dbetween 0.5 and 4, the phase follows a pattern in fairly good agreement with the results predicted from (4.1). Farther, for y/D between 4 and 8, the phase draws unexpected patterns, particularly for the jets at  $M_i = 1.13$  and 1.35. The choice of the shock corresponding to the screech acoustic source is not straightforward. There is no clear demarcation that would designate unambiguously the source location the choice might change according to whether the considered region is only y/Dbetween 0.5 and 4, or all the available spatial domain. Nevertheless, the interpretation of the results must be discussed when the distance to the nozzle increases. In fact, the fourth shock is located at z/D = 2.7, 2.9 and 4.8 for  $M_j = 1.13$ , 1.15 and 1.35 respectively. When the moving microphone is at y/D = 4, the angle formed between the jet axis and the lines linking the microphone to the source is 124°, 126° and 140°. Norum (1983) investigated the directivity of screech for B and C modes. He observed for the B mode a maximum of screech amplitude at angles close to  $170^{\circ}$ , and a drop of 10 dB at an angle of  $133^{\circ}$ , and again a 10 dB drop to reach 123°. These observations were made in the far field, and are therefore not directly applicable in the near field. Nevertheless, measurements of the screech pressure level across the moving microphone path are presented for the case  $M_i = 1.35$  in figure 8. They exhibit the same sharp decrease of amplitude with increasing distance from the nozzle as expected from far-field data. The level is decreased by 20 dB at y = 5.5D. The lower the amplitude of the screech acoustic wave, the higher the influence of reflection and other contributions to phase measurement. For this reason, the result of this experiment must be considered with caution when y goes up. After these remarks, the results should not be regarded in the entire domain, and a look back at figure 7(b,d,f) leads us to conclude that the source is located between the third and the fifth shock tips. A better precision in source localisation cannot be obtained with the present method because the displacement of the source does not induce a sufficient phase shift between the two microphones. Better results would be obtained if one of the two microphone phases was less sensitive to the source location. In this configuration, a displacement of the source would involve a larger variation in phase for one microphone than for the other. This is obtainable by placing the reference in the plane perpendicular to the jet axis that passes through the expected source, so  $r_0$  in (4.1) would be only slightly sensitive to the variation of source location, and  $\Delta \phi$  would mostly be dependent upon r. This method requires a priori knowledge of the result, but this problem is circumvented by moving a microphone along a line parallel to the jet.

216

217



(a)





FIGURE 7. Comparison between the experimental and the expected phase lag between a reference microphone and a microphone moving along a line perpendicular to the jet axis in the nozzle exit plane. Graphs on the right are the same as graphs on the left but focused close to the nozzle. Curves: —, fourth shock tip; —, —, third shock tip; —, —, fifth shock tip; …, measurements. Jet Mach number:  $(a,b) M_j = 1.13$ ,  $(c,d) M_j = 1.15$ ,  $(e,f) M_j = 1.35$ .

#### 4.2. Axial traverse post-processing

In the axial configuration, the reference microphone is fixed at y=2.4D and z=0.4D with the same precision of  $\pm 0.03D$  as mentioned for the radial traverse. The moving microphone measures the fluctuating pressure along the z direction by steps of 3–5 mm from z = -0.1D to z = 6D or 8D. In contrast to the radial traverse, in this configuration the microphone is moved along a line close to the jet, and the fluctuating pressure results from the contribution of the acoustic and of the hydrodynamic pressure fields. The interaction between these two waves modulates the

B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly



FIGURE 8. Sound pressure level (SPL) measured by the moving microphone SPL normalised by the reference microphone SPL in dB Hz<sup>-1</sup> at  $f_s$ , for  $M_j = 1.35$  along the radial traverse in the nozzle exit plane.

amplitude, the phase velocity and the spatial phase evolution of the resultant wave. This modulation makes it difficult to distinguish the  $2\pi$  phase jumps from regular sharp variations in the region where the hydrodynamic pressure field is strong. This is a source of ambiguity for the unwrapping process; the problem is exacerbated because strong hydrodynamic fluctuations are expected to occur near the screech radiation source. For this reason we chose not to use classical methods for phase analysis such as cross-spectrum or cross-correlation, but to extract the screech coherent signal from random fluctuations by performing a phase average analysis. Such an analysis allows for tracking a single phase-averaged wavefront, and as a consequence avoids the  $2\pi$  indeterminacy problem.

The phase average is performed for all probed locations along the measurement line. At each location, two synchronous signals are available, one from the reference microphone and the other from the moving microphone. The aim of the first step is to extract the phase at screech frequency provided by the fixed microphone, which will serve as the reference. The signal from the moving microphone will be sorted according to this reference in a second step. To this purpose, the signal measured on the fixed microphone is bandpass-filtered around the screech frequency. The filter is a finite impulse response (FIR) type with cut-off frequency at  $\pm 10\%$  of  $f_s$  and a drop of 30 dB at  $\pm 30\%$  of  $f_s$ . This filter is applied with a zero-lag method to ensure that the phase of the filtered signal does not become frequency-dependent, so there is no bias in the case of slight drift of the screech frequency. The resulting clean signal is the phase reference, and its maxima delimit the periods of screech. All periods of the record are then discretised into 20 bins of equal length that correspond to 20 increments of phase in a screech period. The samples of the moving microphone record that are in the same bin with respect to a period, and thus in phase, are averaged. This process is repeated for all longitudinal locations of the experiment. A complementary sketch presenting the method is provided in figure 9. In this figure, the phase axis is displayed between 0 and  $4\pi$ ; the phase average is performed over two consecutive periods because the wavefront tracking requires that the followed wavefront has enough time to travel from the source to the limits of the measured domain, here z = 0 and z = 6 or 8D.

Phase-averaged results of all probed locations are in phase with the same reference; the spatial wave can therefore be rebuilt for each phase step. The spatial distribution of the coherent fluctuating pressure  $p_s$  against the phase with respect to the screech

218

219





FIGURE 9. Example of phase average process. On the left: —, reference bandpass filtered signal; ...., moving microphone signal; |, period marks. On the right: ...., data from the moving microphone sorted with respect to their phases; —, phase-averaged signal.



FIGURE 10. Coherent fluctuating pressure along a line at y = 1.5D against the phase with respect to screech cycle in the jet  $M_j = 1.32$  near field. The locations of the wavefronts are reported for the 40 phase steps:  $\Box$ , rising edges;  $\triangleleft$ , falling edges.

cycle  $\phi_s$  is provided in figure 10 for the  $M_j = 1.32$  jet. The zero crossing points of the coherent fluctuating pressures are marked by squares or triangles depending on whether they correspond to a rising or a falling edge. These zero crossing points form a pattern which depicts curved lines representing the wavefronts of screech-associated waves. The direction of propagation of these waves is reversed near z = 5D. Considering the rising and the falling edges, four wavefronts can be observed in each direction. Both upstream and downstream of the slope inversion position, one of the wavefronts is found to be continuous from the source to the limits of the domain, and is selected to be compared with the expected phase variation  $\Delta \phi$ calculated from (4.1).

#### 4.3. Experimental results on source location

The spatial phase evolution of the screech phenomenon is studied across an axially oriented measurement line. This survey aims at investigating the axial evolution of the



FIGURE 11. Comparison between the experimental and the expected phase lag between a reference microphone and the microphone moving parallel to the jet at (a-f) y = 1.5D and (g-j) y = 2D:  $\cdots$ ,  $\Delta \phi$ ; ---  $d\phi_s/dz = 2\pi f_s/(0.7U_j)$ ; —, the expected result for the source at the shock *N*; and  $-\cdot$ , at the labelled shock. Jet Mach number: (a)  $M_j = 1.07$ , (b)  $M_j = 1.10$ , (c)  $M_j = 1.13$ , (d)  $M_j = 1.15$ , (e)  $M_j = 1.23$ , (f)  $M_j = 1.32$ , (g)  $M_j = 1.35$ , (h)  $M_j = 1.37$ , (i)  $M_j = 1.45$  and (j)  $M_j = 1.50$ .

phase lag. It concerns all the cases defined in table 2. The experimental results are compared with the corresponding expected phase lag in figure 11. A first look at this figure shows that the experimental results exhibit a slope sign inversion at a certain location as well as the expected phase lag. The slope  $d\phi_s/dz$  is inversely proportional to the phase velocity of the wave projected onto the line along which the microphone is moved. The inversion of the sign of the slope translates to the inversion of the direction of wave propagation. In the present study, upstream of the location of slope inversion, the wave propagates upstream and conversely downstream. The study of the slopes of the upstream and downstream branches of the phase evolution provides information about their nature.

221

#### Screech feedback loop in underexpanded round jets

Considering only the upstream branch, the measured and the expected phase variations are similar. It is then concluded that the wavenumber of the measured phenomenon is the same as used in the model given in (4.1),  $k_s$ , for a speed of sound  $c_0 = 337$  m s<sup>-1</sup>. The wave detected in this region corresponds to the screech acoustic wave.

The measurement across the downstream branch diverges from the prediction. This divergence comes from a difference of slope, that is, a different speed of propagation. The slope of the measured axial phase evolution is higher than the predicted slope for an acoustic wave; the phase velocity of the phenomenon is thus lower than the speed of sound. The near-field pressure at the screech frequency is composed of acoustic and hydrodynamic contributions. The hydrodynamic convective velocity is subsonic for all the cases and is therefore eligible for explaining the slope of the downstream branch. This is also consistent with the conclusion of § 3 stating the absence of acoustic signature downstream of a given region. The slope of the measured phase evolution is compared to the expected slope considering a convective velocity  $U_c = 0.7U_j$ , which corresponds to estimation from the wavenumber analysis in § 3. This slope is

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}z} = \frac{\omega_s}{U_c}.\tag{4.2}$$

The hydrodynamic pressure field is attached to the coherent structures that travel inside the mixing layer almost parallel to the jet axis, and to the line of measurements; thereby, there is no effect of projection. The hydrodynamic phase velocity measured by the microphone traverse is directly equal to the convective velocity. A line of slope corresponding to  $U_c = 0.7U_i$  is added as a grey dashed line in figure 11. This line fits the experimental results well, demonstrating that the downstream-propagating branch is dominated by hydrodynamic near-field pressure. The instability wave at the screech frequency is recognised in  $\S 3.1$  to be strongly modulated by shock cells, resulting in nodes and antinodes of its amplitude. Thus, the relative acoustic and hydrodynamic amplitudes are dependent upon z. For a given acoustic pressure level, hydrodynamics might dominate at antinodes of the instability wave, and might be dominated by acoustics at nodes. Upstream of the source, the slope of acoustic associated phase lag is negative, and turns positive downstream of the source. The slope of hydrodynamic associated phase lag is positive everywhere. Therefore, wherever the slope is negative, the acoustic pressure field dominates, and the source is necessarily located downstream. This observation sets an upstream limit for the source location, but the downstream limit is still not defined. The source is assumed to be located at a distance of one shock cell or more downstream from the position where the negative slope turns positive. Then, between the inversion location and the source, the positive slope would be sustained by the dominance of the hydrodynamic contribution. Yet, since this contribution is modulated with a wavelength of one shock cell, acoustic should become stronger than hydrodynamic at a certain location upstream of the next shock, so the slope would turn negative again, in contradiction with our first hypothesis. Therefore, the source must be located somewhere in between the last place of negative slope and one shock cell downstream. Constraining the screech source to be located at a shock tip, the shock tip number N corresponding to the source is selected for being the first shock downstream of the last negative slope location. The expected phase lags obtained from the previous and the next shock tips are also included in figure 11 in order to show that there is no ambiguity in finding which agrees better. The fourth shock is found to be the source for all cases except  $M_i = 1.23, 1.37, 1.45$  and 1.50. The source is the third shock tip for these four cases.

$M_{j}$	Mode	Ν	т	$z_N/D$	$\overline{U_c}/U_j$ (from table 4)	$\overline{L_{sc}}/D$	
1.07	A1	4	4	2.0	0.53 (0.57)	0.48	
1.10	A1	4	4	2.3	0.55 (0.57)	0.57	
1.13	A1	4	4	2.7	0.58 (0.57)	0.67	
1.15	A2	4	5	2.8	0.56 (0.58)	0.70	
1.23	b	3	3	2.7	0.52 (0.54)	0.90	
1.32	В	4	4	4.5	0.57 (0.59)	1.13	
1.35	В	4	4	4.8	0.59 (0.61)	1.20	
1.37	b	3	3	3.8	0.56 (0.57)	1.25	
1.45	b	3	3	4.3	0.59 (0.55)	1.43	
1.51		3		4.8	-(0.59)	1.61	

B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

TABLE 5. Summary of results about the screech loop structure: n = number of the radiating shock tip; m = number of screech periods per loop;  $z_N/D =$  location of the source;  $\overline{U_c}/U_j =$  mean convective velocity from the nozzle to the source derived from the phase analysis and, in brackets, from the wavenumber analysis;  $\overline{L_{sc}}/D =$  mean shock cell length upstream of the source.

The source locations and the associated shock tips are summarised for all cases in table 5. Since acoustic sources are identified, the screech loop is delimited in space, and can be examined in a suitable domain as discussed in § 3.

#### 5. Screech loop

The screech loop is composed of the instability wave convected from the nozzle to the source, and of the acoustic feedback from the source to the nozzle. The travel along this loop takes time  $T_{loop}$  given by

$$T_{loop} = \frac{z_N}{\overline{U_c}} + \frac{z_N}{c_0},\tag{5.1}$$

with  $z_N$  the distance from the nozzle to the shock tip N recognised as the screech source, and  $\overline{U_c}$  the mean convective velocity between the nozzle and the source. Assuming that a new structure is triggered exactly when the acoustic wave reaches the nozzle, acoustic and hydrodynamic must be in phase at the nozzle exit. In other words, the total time spent along the loop  $T_{loop}$  is necessarily a multiple *m* of the screech period  $T_s$ . In terms of phase, this statement requires the total phase spent along a loop  $\phi_{loop} = 2\pi T_{loop}/T_s$  to be a multiple of  $2\pi$ . The phase of the screech-associated phenomena  $\phi_s$  is calculated along the line y/D = 0.55 from high-speed schlieren records. A series of cross-spectra are computed between the grey-level signal of a pixel at the nozzle exit g(0.55D, 0, t) and the signal of another point moving along the z direction g(0.55D, z, t). For each cross-spectrum, the phase at the screech frequency  $\phi_s$  is extracted. The result is then unwrapped to obtain a continuous curve and, if needed, is shifted by increments of  $2\pi$  to ensure that the prolongation of the positive slope part of the curve downstream approximately crosses z = 0 at  $\phi_s = 0$ . This curve is finally displayed on a  $(z, \phi_s)$  plane in figure 12.

Two characteristics common to all cases, except for  $M_j = 1.50$ , are noticed in figure 12. The first feature is the inversion of the slope of the curve upstream of the second shock. This observation is related to the local ratio of the amplitude of the hydrodynamic and acoustic waves: close to the nozzle, the hydrodynamic wave


FIGURE 12. Phase evolution  $\phi_s = 2\pi t/T_s$  extracted from the cross-spectrum between a pixel at the nozzle and a pixel moving along the line y/D = 0.55: ---, acoustic feedback at 337 m s<sup>-1</sup>; shock locations are indicated by vertical dotted lines. Jet Mach number: (a)  $M_j = 1.07$ , (b)  $M_j = 1.10$ , (c)  $M_j = 1.13$ , (d)  $M_j = 1.15$ , (e)  $M_j = 1.23$ , (f)  $M_j = 1.32$ , (g)  $M_j = 1.35$ , (h)  $M_j = 1.37$ , (i)  $M_j = 1.45$  and (j)  $M_j = 1.50$ .

grows, but is weak compared to the acoustic feedback. This is the receptivity region, characterised by a negative slope corresponding to a wave propagating upstream. The case depicting the earliest slope inversion is  $M_j = 1.07$ ; the inversion occurs at  $z/D \simeq 0.5$ ; and the latest occurs at  $z/D \simeq 2$  for  $M_j = 1.35$ . Downstream of some location, the hydrodynamic wave overcomes the acoustic, and the slope of the curve turns positive. This slope inversion is not visible for the case  $M_j = 1.50$ , which must be considered jointly with the shape of the wavenumber spectrum in figure 6(j): the  $M_j = 1.50$  jet is the only case exhibiting a higher peak in negative wavenumber than in positive, which means a predominant upstream-propagating contribution. This observation is currently not understood. The second feature common to all cases is the wavy shape of the curve, resulting from the interaction between the instability wave, the acoustic wave and the shock cell pattern as discussed in § 3.1, with more details in Panda (1999). In addition to the hydrodynamic wave, the acoustic feedback is represented in figure 12 by a dashed line of negative slope  $-\omega_s/c_0$  plotted from the point at which the hydrodynamic wave crosses the shock recognised as the acoustic

#### B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

224

source. The modulation prevents the hydrodynamic wave from being localised with precision, but the latter is assumed to go along the line of best fit, calculated from the data between  $z_N - L_{sc}/2$  and  $z_N + L_{sc}/2$ . The shock oscillation during a screech cycle (Panda 1998; André *et al.* 2011*b*) should also be considered. The amplitude of shock motion is estimated from the profile of g(0.50D, z, t) fluctuations. Locations affected by the passage of the shock show the significantly largest level of fluctuations. The full width at half maximum of the peak associated with shock passage is considered as a reasonable estimation of the uncertainty of shock position, and is turned into a phase error.

The acoustic wave reaches the nozzle at the phase  $\phi_{loop}$  expected to be a multiple of  $2\pi$ . For all cases,  $\phi_{loop}$  is indeed found to be close to an even multiple of  $\pi$ . The largest difference is  $0.5\pi$  away from a  $2\pi$  multiple, and all are positive. Although the modulation may play a role in these discrepancies, it might also be connected to an observation by Mitchell, Honnery & Soria (2012) in a comparable feedback process. Their experimental results point out the generation of an incited vortex ring in the mixing layer 0.25D downstream from the nozzle, suggesting that the trigger position of the instability could be slightly shifted. Phase  $\phi_{loop}$  is considered to determine the number of screech cycles that compose the full screech loop, and to check for consistency between cases of the same mode.

The acoustic feedback is not expected to travel inside the mixing layer wherein convection slows down retrograde acoustics. The present model may underestimate the propagation time from the source to the nozzle. A pessimistic upper bound of the error is estimated by calculating the time spent by an acoustic wave to cross the shear layer half-thickness. This corresponds for the worst case  $M_j = 1.15$  to a phase increment of  $0.4\pi$ . Nevertheless this additional phase will not introduce ambiguity in defining the closest  $2\pi$  multiple from  $\phi_{loop}$ .

Cases  $M_j = 1.07$ , 1.10 and 1.13 are all the A1 mode, the acoustic source is located at the fourth shock tip, and the screech loop is made of four screech periods. Case  $M_j = 1.15$  is the A2 mode; it differs from A1 by the number of screech periods in a loop – it is made of five periods. Higher-Mach-number jets all exhibit a flapping mode:  $M_j = 1.23$ , 1.37 and 1.45 emit acoustic from the third shock tip and their loops are composed of three periods, whereas  $M_j = 1.32$  and 1.35 generate acoustic from the fourth shock tip and their loops are made of four periods. According to the Mach number of these different cases, the first set could show the characteristics of the b mode defined by Powell as a secondary mode (Powell *et al.* 1992), and the second set could be representative of the B mode. Nevertheless, Powell described secondary modes as modes coexisting with a dominant one – the b mode coexists with the A2 and C modes – but all the present cases manifest a single screech tone, and the C mode is not observed.

The convective velocity  $\overline{U_c}$  averaged between the nozzle and the source at  $z = z_N$  is deduced from the phase at the source  $\phi_N$  by the relation

$$\overline{U_c} = f_s \frac{2\pi}{\phi_N} z_N. \tag{5.2}$$

The average shock cell length  $\overline{L_{sc}}$  is calculated by

$$\overline{L_{sc}} = \frac{z_N}{N}.$$
(5.3)

Those results are summarised in table 5 and the convective velocity estimated from the wavenumber analysis is repeated for comparison. To better show the sensitivity of

Screech feedback loop in underexpanded round jets



FIGURE 13. Spatially averaged convective velocity from the nozzle to the acoustic source normalised by the jet fully expanded velocity  $\overline{U_c}/U_j$ , against the acoustic source location  $z_N$ :  $\Box$ , A1 mode;  $\bigcirc$ , A2 mode;  $\diamondsuit$ , b mode;  $\triangle$ , B mode; filled markers are from the wavenumber analysis; empty markers are from the phase analysis.

the convective velocity to  $\Phi_s$ , error bars have been determined. They correspond either to the uncertainty linked to the shock motion, or to a floor of  $\pm 0.05\pi$  representing the unknown third digit of  $\Phi_s$ . The convective velocities estimated by the two methods are very close. The worst comparison concerns the cases  $M_i = 1.07$  and  $M_i = 1.45$ ; their convective velocities from wavenumber analysis differ respectively by -8% and +7% from phase evolution analysis. The good agreement between the results from the two different methods provides confidence for the interpretation of these figures. The main feature to be noted is the evolution of the convective velocity within a given mode – a fixed convective velocity cannot be attributed to a mode. The convective velocities are presented in figure 13 against the source location. Looking, for instance, at results for the mode A1, the convective velocity tends to rise when the position of the source is shifted downstream. This phenomenon is expected from the wavenumber analysis showing that the convective velocity is found close to  $0.6U_i$  upstream of the source, and close to  $0.7U_i$  downstream, so the convective velocity of the screech instability wave increases along its travel within the mixing layer. This can also explain why, with the exception of the  $M_i = 1.13$  and  $M_j = 1.45$  cases, all velocities calculated from wavenumber analysis are found to be higher than those from a phase analysis. The result of the spatial Fourier transform is somehow weighted by the local amplitude of the instability wave that grows along its travel within the mixing layer. The contribution coming from the region of low speed near the nozzle is underestimated in comparison with the influence of the high-convective-speed region near the source, resulting in an overestimation of the velocity averaged between the nozzle and the source. The convective velocity of the case  $M_i = 1.23$  is equal to  $0.52U_i$ , against  $0.56U_i$  for the case  $M_i = 1.15$ . However, the sources of these two cases are located very close to each other. The noticeable difference of  $U_c$  results from mode switching. It could also result from a compressibility effect due to the change of Mach number. Nevertheless, convective velocities are very similar for the two jets whose sources are located at z/D = 4.6 and z/D = 4.7, but whose Mach numbers are  $M_i = 1.35$  and  $M_i = 1.50$ . In this case, the convective velocity seems not to be affected by compressibility effects. The mean convective velocity  $\overline{U_c}$  is an input in screech frequency prediction models; therefore improving the screech frequency prediction requires a better understanding of the evolution of convective velocity with axial distance.

225

B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

#### 226

#### 6. Conclusion

Acoustic and hydrodynamic properties of screech are investigated over 10 underexpanded supersonic jets of Mach number ranging from 1.07 to 1.50. Near-field acoustic measurements are achieved and schlieren visualisations of the jet near field and the shear layer are recorded. The two stages of the screech cycle that set the screech period are examined, namely the convection of the instability wave within the jet shear layer and the acoustic feedback. If it seems reasonable to consider the speed of sound as a constant along the feedback path, it is not the case for the convective velocity of the instability wave. The spatial dependence of  $U_c$  might involve a difficulty in predicting screech frequency; this velocity must be seen as an averaged value. Such an averaging must be calculated on a given spatial domain, which is bounded by the nozzle on one side and the screech acoustic source on the other side. The localisation of the source is therefore a major concern in understanding the screech loop and in predicting the screech frequency. An examination of the spatial evolution of the phase at the screech frequency of pressure signals has been conducted. The axial phase evolution survey provides the location of the source. It is found at the fourth shock tip for modes A1 and A2, and at either the third or the fourth shock tip for the B mode. The phase at the screech frequency is also measured within the shear layer from the schlieren records. In this region, the hydrodynamic contribution overcomes the acoustic, and, since the location of the source has been found, the convective velocity can be estimated by looking at the time spent by the instability wave to travel from the nozzle to the source. Its value varies from  $0.54U_i$ to  $0.61U_i$  with a tendency to rise when the distance between the nozzle and the source is increased.

Wavenumber spectra are also computed from the Fourier coefficients at the screech frequency of the schlieren data calculated along axially oriented lines. When considering results obtained upstream of the source, two peaks are identified in the spectra: one corresponds to the instability wave propagation, and the other to the acoustic feedback. The convective velocity is also estimated from these results, and is found to be in good agreement with the results obtained from the first method. The acoustic feedback wave propagation speed is estimated to be at  $\pm 10\%$  of the speed of sound.

The screech loop is finally examined by measuring the phase of the screechassociated wave along the mixing layer down to the source, and by considering a feedback straight to the nozzle at the speed of sound. The time taken to travel the full loop is found to be equal to four periods for the A1 mode, five periods for the A2 mode, and either three or four periods for the B mode.

#### Acknowledgement

This work was performed within the framework of the Labex CeLyA of the Université de Lyon, within the programme 'Investissements d'Avenir' (ANR-10-LABX-0060/ANR-11-IDEX-0007) operated by the French National Research Agency (ANR), and is also partially supported by the industrial Chair ADOPSYS co-financed by Safran Aircraft Engines and the ANR (ANR-13-CHIN-0001-01).

#### Appendix

The real part of the Fourier transform at the screech frequency is calculated at all pixels of the schlieren films and normalised in amplitude. The results are

227



FIGURE 14. Real part of the Fourier transform at the screech frequency calculated from schlieren films: (a)  $M_j = 1.13$  mode A1, (b)  $M_j = 1.15$  mode A2, (c)  $M_j = 1.23$  mode b, (d)  $M_j = 1.32$  mode B, (e)  $M_j = 1.50$  mode b. Results from two schlieren records are juxtaposed in (d) and (e).

provided in figure 14. Axisymmetric modes A1 and A2 are respectively represented in figure 14(a,b). Antisymmetric modes b and B are shown in figure 14(c,e) and figure 14(d). An azimuthal modal decomposition has been performed from the B. Mercier, T. Castelain and C. Bailly

signals of an azimuthal array of nine microphones following the method proposed in Massey & Ahuja (1997), and showed that all antisymmetric modes are flapping (B and b modes).

#### REFERENCES

ANDRÉ, B. 2011 Nozzle geometry. Available at: http://acoustique.ec-lyon.fr/jetnoise\_uk.php.

- ANDRÉ, B. 2012 Etude expérimentale de l'effet du vol sur le bruit de choc de jets supersoniques sous-détendus. PhD thesis, No. 2012-42, Ecole Centrale de Lyon.
- ANDRÉ, B., CASTELAIN, T. & BAILLY, C. 2011a Experimental study of flight effects on screech in underexpanded jets. *Phys. Fluids* 23 (12), 126102.
- ANDRÉ, B., CASTELAIN, T. & BAILLY, C. 2011b Shock-tracking procedure for studying screechinduced oscillations. AIAA J. 49 (7), 1563–1566.
- BAILLY, C. & FUJI, K. 2016 High-speed jet noise. Mech. Engng Rev. 3 (1), 1-13.

228

- BERLAND, J., BOGEY, C. & BAILLY, C. 2007 Numerical study of screech generation in a planar supersonic jet. *Phys. Fluids* **19** (7), 075105.
- CHATTERJEE, A., GHODAKE, D. & SINGH, A. 2009 Screech frequency prediction in underexpanded axisymmetric screeching jets. *Intl J. Aeroacoust.* **8** (5), 499–510.
- CLEM, M. M., ZAMAN, K. B. M. Q. & FAGAN, A. F. 2016 Variation of shock-spacing during screech stage-jumps. *Intl J. Aeroacoust.* 15 (3), 324–335.
- DAVIES, M. G. & OLDFIELD, D. E. S. 1962 Tones from a choked axisymmetric jet. II. The self excited loop and mode of oscillation. *Acustica* 12 (4), 267–277.
- EDGINGTON-MITCHELL, D., HONNERY, R. D. & SORIA, J. 2015 Staging behaviour in screeching elliptical jets. *Intl J. Aeroacoust.* 14 (7–8), 1005–1024.
- EDGINGTON-MITCHELL, D., OBERLEITHNER, K., HONNERY, D. R. & SORIA, J. 2014 Coherent structure and sound production in the helical mode of a screeching axisymmetric jet. *J. Fluid Mech.* **748**, 822–847.
- GAO, J. H. & LI, X. D. 2010 A multi-mode screech frequency prediction formula for circular supersonic jets. J. Acoust. Soc. Am. 127 (3), 1251–1257.
- GASIOR, M. & GONZALEZ, J. L. 2004 Improving FFT frequency measurement resolution by parabolic and Gaussian spectrum interpolation. *AIP Conf. Proc.* **732** (1) 276–285.
- GOJON, R., BOGEY, C. & MARSDEN, O. 2015 Large-eddy simulation of underexpanded round jets impinging on a flat plate 4 to 9 radii downstream from the nozzle. AIAA Paper 2210-2015.
- HARPER-BOURNE, M. & FISHER, M. J. 1973 The noise from shock waves in supersonic jets. AGARD CP 131.
- MASSEY, K. C. & AHUJA, K. K. 1997 Screech frequency prediction in light of mode detection and convection speed measurements for heated jets. *AIAA Paper* 97-1625.
- MERCIER, B., CASTELAIN, T. & BAILLY, C. 2016 A schlieren and nearfield acoustic based experimental investigation of screech noise sources. *AIAA Paper* 2016-2799.
- MERLE, M. 1957 Nouvelles recherches sur les fréquences ultrasonores émises par les jets d'air. Annales des Télécommunications 12 (12), 424–426.
- MITCHELL, D., HONNERY, D. R. & SORIA, J. 2012 The visualization of the acoustic feedback loop in impinging underexpanded supersonic jet flows using ultra-high frame rate schlieren. J. Vis. 15 (4), 333–341.
- NORUM, T. D. 1983 Screech suppression in supersonic jets. AIAA J. 21 (2), 235-240.
- PANDA, J. 1996 An experimental investigation of screech noise generation. AIAA Paper 96-1718.
- PANDA, J. 1998 Shock oscillation in underexpanded screeching jets. J. Fluid Mech. 363, 173-198.
- PANDA, J. 1999 An experimental investigation of screech noise generation. J. Fluid Mech. 378, 71–96.
- PANDA, J. & RAMAN, G. 1997 Underexpanded screeching jets from circular, rectangular, and elliptic nozzles. AIAA Paper 97-1623.
- PONTON, M. K. & SEINER, J. M. 1995 Acoustic study of b helical mode for choked axisymmetric nozzle. AIAA J. 33 (3), 413–420.
- POWELL, A. 1953 On edge tones and associated phenomena. Acustica 3, 233-243.

229

Screech feedback loop in underexpanded round jets

- POWELL, A., UMEDA, Y. & ISHII, R. 1990 The screech of round choked jets, revisited. *AIAA Paper* 90-3980.
- POWELL, A., UMEDA, Y. & ISHII, R. 1992 Observations of the oscillation modes of choked circular jets. J. Acoust. Soc. Am. 92 (5), 2823–2836.
- RAMAN, G. 1997 Cessation of screech in underexpanded jets. J. Fluid Mech. 336, 69-90.
- RAMAN, G. 1999 Supersonic jet screech: half-century from Powell to the present. J. Sound Vib. 225 (3), 543–571.
- SHARIFF, K. & MANNING, T. A. 2013 A ray tracing study of shock leakage in a model supersonic jet. Phys. Fluids 25 (7), 076103.
- SHEN, H. & TAM, C. K. W. 2002 Three-dimensional numerical simulation of the jet screech phenomenon. AIAA J. 40 (1), 33-41.
- SUZUKI, T. & LELE, S. K. 2003 Shock leakage through an unsteady vortex-laden mixing layer: application to jet screech. J. Fluid Mech. 490, 139–167.
- TAM, C. K. W. 1995 Supersonic jet noise. Annu. Rev. Fluid Mech. 27 (1), 17-43.
- TAM, C. K. W., JACKSON, J. A. & SEINER, J. M. 1985 A multiple-scales model of the shock-cell structure of imperfectly expanded supersonic jets. *J. Fluid Mech.* **153**, 123–149.
- TAM, C. K. W., PARRISH, S. A. & VISWANATHAN, K. 2014 Harmonics of jet screech tones. AIAA J. 52 (11), 2471–2479.
- TAM, C. K. W., SEINER, J. M. & YU, J. C. 1986 Proposed relationship between broadband shock associated noise and screech tones. J. Sound Vib. 110 (2), 309-321.
- UMEDA, Y. & ISHII, R. 2001 On the sound sources of screech tones radiated from choked circular jets. J. Acoust. Soc. Am. 110 (4), 1845–1858.
- VELTIN, J., DAY, J. B. & MCLAUGHLIN, K. D. 2011 Correlation of flowfield and acoustic field measurements in high-speed jets. AIAA J. 49 (1), 150–163.
- VELTIN, J. & MCLAUGHLIN, D. K. 2008 Noise mechanisms investigation in shock containing screeching jets using optical deflectometry. AIAA Paper 2008-2889.
- WESTLEY, R. & WOOLLEY, J. H. 1969 The near field sound pressures of a choked jet during a screech cycle. AGARD CP 42, 23.1–23.13.

## Conclusion

Ce travail de thèse a été motivé par la volonté de développer un dispositif de mesure de la masse volumique par diffusion Rayleigh, et de l'utiliser dans le cadre d'une étude aéroacoustique concernant le bruit de jet.

L'analyse de dispositifs existants a fait apparaître une limitation forte de leurs performances liée à la vitesse du compteur de photons présent dans les chaînes d'acquisition. Les efforts pour optimiser le dispositif se sont donc concentrés sur ce point, se sont traduits par un gain significatif sur le flux maximal mesurable de photons, et ont engendré une diminution du niveau de bruit sur les spectres de la masse volumique.

Les capacités du système à mesurer la masse volumique moyenne et fluctuante, ont ensuite été démontrées en atmosphère contrôlée, puis dans la grande soufflerie anéchoïque du centre acoustique. Cette étape s'est accompagnée de l'émergence d'un certain nombre de problèmes notamment à cause de la présence d'une luminosité résiduelle, ainsi qu'à cause de la forte charge en poussières de l'air ambiant. Ils ont en partie été traités directement sur le dispositif, et ont également requis le développement de procédures spécifiques en post-traitement. L'impact de ces paramètres sur les mesures des fluctuations est relativement faible, mais une dérive des valeurs moyennes reste problématique compte tenu des faibles variations de la masse volumique au travers des écoulements considérés. L'étude de celle-ci a néanmoins été rendue possible par un recalage régulier des coefficients de calibration pour tenir compte des variations de la luminosité ambiante.

Des mesures de masse volumique ont été réalisées dans des jets subsoniques et dans un jet supersonique idéalement détendu. Les analyses ont porté en partie sur la comparaison des écoulements issus de trois tuyères dont la géométrie, et le régime d'écoulement diffèrent. L'écoulement en sortie de la tuyère conique est turbulent, celui en sortie de la tuyère ASME est laminaire, et l'un ou l'autre sont réalisés pour la tuyère C38 selon si les mesures sont réalisées à  $M_i = 0.7$  ou  $M_i = 0.9$ . Les effets de la différence de masse volumique entre le jet et le milieu environnant et du nombre de Mach ont été étudiés dans différentes configurations. Des mesures en deux points dans l'écoulement ont également été mises en œuvre. Elles ont permis d'estimer les échelles intégrales des fluctuations de masse volumique. Les valeurs ont été trouvées plus faibles que pour les mesures obtenues dans des conditions similaires par Panda [68]. Le faible nombre de points de considérés, et la mise en évidence d'un problème lié à la mesure rend cependant ces résultats difficilement exploitables pour le moment. Pour finir, des mesures simultanées entre l'acoustique en champ lointain, et la masse volumique dans l'écoulement ont permis de déterminer les régions de l'écoulement impliquées dans l'émission acoustique. Des moyennes conditionnelles ont par ailleurs été calculées et ont abouti à des résultats originaux concernant le bruit des grandes structures dans la direction aval.

Parallèlement, une étude indépendante portant sur le screech dans les jets supersoniques sousdétendus a été réalisée. Elle s'intéresse notamment à la position de la source de la rétroaction acoustique déterminée par des mesures acoustiques en champ proche, et des analyses en nombre d'onde à partir de visualisations d'images Schlieren.

Ce travail pourrait être complété par des mesures plus proches de la tuyère, réalisables en

focalisant le faisceau laser afin de l'affiner, et en utilisant l'ensemble de l'expérience acquise durant les premiers essais pour réduire la quantité de lumière diffusée par les éléments optiques pouvant se refléter sur la tuyère. Par ailleurs, de nouvelles mesures en deux points permettraient probablement d'identifier avec plus de certitude les problèmes observés durant les essais initiaux.

L'application de cette méthode de mesure de la masse volumique aux jets supersoniques sousdétendus pourrait permettre d'approfondir les connaissances sur le bruit de choc large bande en calculant par exemple des cohérences avec l'acoustique en champ lointain, ou sur le screech en étudiant l'interaction entre les cellules de chocs et la turbulence.

On pourrait finalement envisager de confronter les résultats qualitatifs issus de visualisations Schlieren avec des mesures quantitatives de masse volumique pour évaluer le potentiel de cette méthode dans le cadre des études aéroacoustiques.

## Annexes

## Annexe A

## Estimation des conditions de sortie

Le point de fonctionnement de la soufflerie est suivi à chaque seconde par des mesures issues de capteurs installés dans les conduites. Le nombre de Mach est un paramètre particulièrement important puisqu'il définit d'une part l'importance des effets de compressibilité dans l'écoulement, mais aussi les rapports entre les grandeurs totales (notées avec un indice 0) et statiques (notées avec un indice s). Sous l'hypothèse d'un écoulement isentropique, les grandeurs statiques dans le jet peuvent être déterminées en mesurant les grandeurs totales dans la conduite, et donc sans perturber l'écoulement.

Pour déterminer le point de fonctionnement il faut connaitre la pression ambiante  $p_{amb}$  égale à la pression atmosphérique, la pression totale, la température totale, et la géométrie de la tuyère. La pression atmosphérique et la température ambiante sont mesurées à l'aide d'une station météo située à proximité de la chambre anechoique. La pression totale dans la conduite secondaire est mesurée en permanence par un manomètre à membrane Validyne dont la gamme est ±880 Pa, bien que dans la pratique un étalonnage reliant la vitesse en sortie et la consigne du ventilateur se soit avéré plus précis étant donné la faible vitesse dans la zone où se situe la sonde.

Dans le conduit primaire, la pression totale est déduite de la pression statique  $p_{s1}$  et du rapport entre la section  $A_1$  de la zone de mesure dans la conduite, et la section de sortie de la tuyère  $A_j$ , l'indice 1 étant utilisé pour les grandeurs dans la conduites, et l'indice j pour les grandeurs dans le jet. Cette méthode évite d'utiliser une sonde dont le sillage pourrait détériorer l'écoulement. La pression statique  $p_{s1}$  est mesurée 15D en amont de la tuyère par un capteur à membrane Validyne acceptant des pressions de  $\pm 350000$  Pa. En faisant l'hypothèse que la pression statique dans le jet  $p_j$  est égale à  $p_{amb}$ , et en utilisant les lois pour les écoulement isentropiques, une relation entre  $p_1/p_{amb}$  et  $M_1/M_j$  apparait

$$\frac{p_1}{p_{amb}} = \frac{p_1}{p_0} \frac{p_0}{p_{amb}} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right)^{-\gamma/(\gamma - 1)}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right)^{-\gamma/(\gamma - 1)}}$$
(A.1)

D'autre part, la loi des aires [2] permet de relier la section d'une conduite à la section  $A^*$  qu'elle devrait avoir étant donné les grandeurs totales pour que le nombre de Mach atteigne 1. Ainsi,

$$\frac{A_1}{A_j} = \frac{A_1}{A^*} \frac{A^*}{A_j} = \frac{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2\right)^{(\gamma + 1)/(2(\gamma - 1))}}{M_1} \frac{M_j}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right)^{(\gamma + 1)/(2(\gamma - 1))}}$$
(A.2)

soit,

$$\frac{A_1}{A_j} = \frac{M_j}{M_1} \left(\frac{p_1}{p_{amb}}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \tag{A.3}$$

 $ou \ encore$ 

$$M_j = M_1 \frac{A_1}{A_j} \left(\frac{p_1}{p_{amb}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} \tag{A.4}$$



FIGURE A.1 – Erreur commise par le calcule de la pression total en utilisant les équations (A.4) et (A.1), en fonction du nombre de Mach en sortie de tuyère.

Cette dernière équation est résolue numériquement pour déterminer  $M_j$  en utilisant la relation (A.1) pour remplacer  $M_1$ .  $M_1$  est finalement déterminé, ce qui permet de remonter à la pression totale en utilisant une relation des écoulements isentropiques

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2\right)^{\gamma/(\gamma - 1)} \tag{A.5}$$

En principe cette méthode pose un problème lorsque  $M_j$  est supersonique. En effet dans ces conditions  $A^*$  devient rigoureusement égale à la section de la tuyère, et  $A_j$  devrait correspondre à un diamètre plus grand. Mais en pratique le fait de fixer  $A_j$  mais pas  $A^*$  laisse un degré de liberté qui permet de calculer la pression totale exactement jusqu'à Mach 1, et avec 0.4% d'erreur à Mach 1.55 qui est le maximum atteignable avec le compresseur. L'évolution de l'erreur commise est présentée en figure A.1.

La température totale dans les deux veines est obtenue grâce à des thermocouples introduits dans l'écoulement proche des zones de mesure de pression. Dans le conduit secondaire le nombre de mach est proche de 0.01, et atteint au maximum 0.13 dans la conduite primaire. Dans les deux cas les effets de compressibilité sont faibles, ce qui permet de mesurer la température précisément sans précaution particulière.

## Annexe B

# Validation de l'estimation du point de fonctionnement

Une erreur intrinsèque à la méthode apparaissant lorsque le jet est supersonique a été évoquée, mais l'ensemble des calculs du paragraphe précédent reposent sur l'hypothèse d'un écoulement isentropique. Il faut donc vérifier que les pertes de charges et les transferts thermiques entre le fluide et la conduite sont négligeables. Toutes les tuyères sont faites d'aluminium, et devrait donc avoir un comprtement similaire du point de vue des transferts thermiques. Elle sont en revanches différents par leurs formes, les écoulements passants par les tuyères les moins profilés sont plus susceptibles de subir plus de pertes de charges. C'est la tuyère ASME la moins profilé, elle sera donc utilisée pour vérifier l'hypothèse d'isentropicité.

Pour tester l'impact des pertes de charges, un tube de Pitot est placé en aval de la tuyère. La prise de pression totale du Pitot est branchée sur manomètre à membrane Valydine de gamme  $\pm 350000$  Pa. La présence de pertes de charges devrait se traduire par une différence entre la pression totale estimée via la pression statique en amont de la tuyère, et la pression totale retrouvée dans le jet. Cette mesure est répétée toute les secondes en faisant varier le nombre de Mach par paliers. Certains point sont donc mesuré alors que le nombre de Mah change, d'autres sont mesurés dans des conditions stables. Le résultat est présenté en figure B.1, et l'erreur relative entre les deux mesures de pressions totales est montrée en figure B.2. Ces deux figures montrent que dans la globalité les pressions totales estimées et mesurées sont relativement proches. En regardant plus en détail, il apparait que lorsque le nombre de Mach varie, c'est à dire quand les points sont éloignés, la mesure effectuée via le tube de Pitot ne suit plus les variations de pression dans la conduite. Dès que le nombre de Mach se stabilise, les deux mesures de pressions donnent à nouveau des résultats équivalents avec une erreur maximale de 0.5% de pression en plus pour le tube de Pitot. Cette mesure fait apparaître un phénomène transitoire, mais pas d'effet significatif introduit par les pertes de charges. La seul certitude concernant le régime transitoire est qu'il n'est pas lié au moyen de mesure puisque les deux systèmes sont équivalents en terme de technologies de capteurs et de longueurs de tubes entre la sonde et le capteur. Ce phénomène n'est pas compris.

En conclusion, lorsque un temps de stabilisation de quelques secondes est respecté, les pertes de charges sont négligeables.

Pour vérifier l'estimation de température, la vitesse  $V_j$  en sortie de la tuyère C38 est mesurée pour plusieurs nombres de Mach grâce au système PIV. Le nombre de Mach est connu par la mesure de  $p_{s_1}$  avec une bonne precision d'après la validation précédente. La vitesse en sortie est reliée au nombre de Mach  $M_j$  par la vitesse du son elle même dépendante de la température statique  $T_j$  de sorte que

$$T_j = \frac{1}{\gamma r} \left(\frac{V_j}{M_j}\right)^2 \tag{B.1}$$

où r est la constante spécifique de l'air.  $T_j$  est finalement reliée à la température totale  $T_0$  d'après



FIGURE B.1 – Comparaison entre la pression totale estimée à partir de la pression statique dans la conduite (—) et la pression totale mesurée par un pitot en sortie de tuyère C38 (···), et ASME (···). La figure de droite est un zoom de la figure de gauche.



FIGURE B.2 – Erreur relative entre la pression totale estimée via la pression statique dans la conduite, et la pression totale mesurée dans le jet.  $\cdots$ , Tuyère C38;  $\cdots$ , ASME

une relation isentropique par

$$T_0 = T_j (1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2) \tag{B.2}$$

La densité dans le jet  $\rho_j$ , qui est la grandeur d'intérêt principale pour cette étude. Elle peut également être déduite de  $T_j$  par

$$\rho_j = \frac{p_{amb}}{rT_j} \tag{B.3}$$

On a estimé  $T_j$ ,  $T_0$ , et  $\rho_j$  à partir de la démarche ci-dessus et on compare ces résultats à une mesure directe de  $T_0$  par un thermocouple. Les résultats sont donnés en figure B.3. Aucun écart significatif n'apparait entre les deux méthodes. Cela confirme que l'utilisation de l'hypothèse d'écoulement isentropique dans la tuyère n'altère pas de façon notable la précision avec laquelle le point de fonctionnement est déterminé.



FIGURE B.3 – A gauche : températures totale (+) et statique  $(\circ)$  dans le jet en fonction du nombre de Mach. A droite : densité dans le jet. Les grandeurs sont déterminées par la sonde de température totale dans la conduite en rouge, et par la vitesse de l'écoulement en bleu.

## Annexe C

# Effet de la superposition des signaux de masse volumique en deux points

Quand pour une raison quelconque un même collecteur reçoit de la lumière provenant de deux volumes de mesures suffisamment proches pour que les fluctuations de masse volumique soient corrélées en ces deux points, un phénomène d'interférence peut apparaître. On cherche ici à quantifier l'impact de ces interférences sur l'interprétation des résultats. Dans un premier temps il convient de déterminer les fréquences auxquelles les interférences sont constructives ou destructives. Les notations utilisés dans la suite sont décrites sur le schéma en figure C.1. On considère deux points de mesure distants de  $\Delta z$ , et un profil spatiale de masse volumique caractérisé par une longueur d'onde  $\lambda_{\rho}$  et une vitesse  $U_c$ . Le temps de propagation de la lumière entre points sondés et le collecteur est négligeable. On remarque que les interférences constructives ont lieux quand il y a une nombre entier k de longueurs d'ondes  $\lambda_{\rho}$  dans  $\Delta z$ , les fréquences  $f_C^k$  correspondantes sont données par

$$f_C^k = k \frac{U_c}{\Delta z}, \quad k = 1, \ 2, \ 3, \dots$$
 (C.1)

De même, le interférences destructives ont lieux quand  $\Delta z = (2k+1)/2\lambda_{\rho}$ , et les fréquences  $f_D^k$  correspondantes sont

$$f_D^k = (2k+1)\frac{U_c}{2\Delta z}, \quad k = 0, \ 1, \ 2, \dots$$
 (C.2)

L'ensemble des fréquences concernées  $f_c^k$  est donc donnée par

$$f_c^k = k \frac{U_c}{2\Delta z}, \quad k = 1, \ 2, \ 3, \dots$$
 (C.3)

Pour tester ce résultat on crée deux signaux  $\rho_1$  et  $\rho_2$  de longueurs T à partir d'un signal de masse volumique  $\rho(t)$  mesuré en un point tel que  $\rho_1(t) = \rho(t')$  avec  $t' = \begin{bmatrix} 0 & T \end{bmatrix}$  et  $\rho_2(t) = \rho(t'')$  avec  $t'' = \begin{bmatrix} \tau & T + \tau \end{bmatrix}$ . Ces deux signaux sont décalés en temps de  $\tau = \Delta z/Uc$ . Le signal  $\rho_3$  équivalent au signal mesuré est alors construit tel que

$$\rho_3 = \rho_2 + \alpha \rho_1 \tag{C.4}$$

avec  $\alpha \in [0 \ 1]$  qui permet de faire varier la portion du signal 1 qui se superpose au signal 2. Les spectres de  $\rho'_1$  et  $\rho'_3$  sont présentés en figure C.2 (a), et la phase de l'intespectre en figure C.2 (b), avec  $\alpha = 0.2$ ,  $U_c = 174$  m/s  $(0.7U_j \ M_j = 0.9)$  et  $\Delta z = 8$  mm. Les interférences apparaissent sur le spectre aux fréquences prédites. On constate également que la phase est peu affectée par la superposition de signaux.



FIGURE C.1 – Schéma décrivant le phénomène d'interférence entre les signaux issus de deux points de mesures. (a) (b)



FIGURE C.2 – (a) Spectres de  $\rho'_1$  (—) et  $\rho'_3$  (—). (b) Phase entre  $\rho_2$  et  $\rho_1$  (—) et entre  $\rho_3$  et  $\rho_1$  (—). Les pointillés identifient  $f_c^k$  avec k = 1, ..., 5.

## Bibliographie

- Humidity conversion formulas calculation formulas for humidity. Technical Report B210973EN-F, Vaisala Oyj, 2013.
- J. D. Anderson. Modern compressible flow : with historical perspective, volume 12. McGraw-Hill New York, 1990.
- [3] B. André, T. Castelain, and C. Bailly. Experimental study of flight effects on screech in underexpanded jets. *Physics of Fluids*, 23(12) :126102, 2011.
- [4] B. André, T. Castelain, and C. Bailly. Investigation of the mixing layer of underexpanded supersonic jets by particle image velocimetry. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 50 :188 - 200, 2014.
- [5] B. André. Étude expérimentale de l'effet du vol sur le bruit de choc de jets supersoniques sous-détendus. PhD thesis No. 2012-42, Ecole Centrale de Lyon, 2012.
- [6] B. André, T. Castelain, and C. Bailly. Broadband shock-associated noise in screeching and non-screeching underexpanded supersonic jets. AIAA journal, 51(3):665-673, 2013.
- [7] B. André, T. Castelain, and C. Bailly. Experimental exploration of underexpanded supersonic jets. Shock Waves, 24(1):21-32, Jan 2014.
- [8] B. André, T. Castelain, and C. Bailly. Experimental study of flight effects on slightly underexpanded supersonic jets. AIAA Journal, 55(1):57-67, 2017.
- C. Arcoumanis. A laser rayleigh scattering system for scalar transport studies. Experiments in Fluids, 3(2):103-108, 1985.
- [10] C. Bailly and G. Comte-Bellot. *Turbulence*. Springer, 2015.
- [11] C. Bailly and K. Fuji. High-speed jet noise. Mechanical Engineering Reviews, 3(1):15-00496, 2016.
- [12] S. Bühler, D. Obrist, and L. Kleiser. Laminar and turbulent nozzle-jet flows and their acoustic near-field. *Physics of Fluids*, 26(8) :086103, 2014.
- [13] C. Bogey and O. Marsden. Identification of the effects of the nozzle-exit boundary-layer thickness and its corresponding reynolds number in initially highly disturbed subsonic jets. *Physics of Fluids*, 25(5):055106, 2013.
- [14] C. Bogey and O. Marsden. Simulations of initially highly disturbed jets with experiment-like exit boundary layers. AIAA Journal, 54(4) :1299–1312, Feb 2016.
- [15] M. Boguszko and G. S. Elliott. On the use of filtered rayleigh scattering for measurements in compressible flows and thermal fields. *Experiments in Fluids*, 38(1):33-49, 2005.
- [16] C. F. Bohren and D. R. Huffman. Absorption and scattering of light by small particles. Wiley, New York, 1983.
- [17] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics*. Pergamon press, 5 edition, 1975.
- [18] A. Boutier. Métrologie laser pour la mécanique des fluides : Granulométrie et techniques spectroscopiques. Hermes Science, 2012.
- [19] J. Bridges. Effect of heat on space-time correlations in jets. AIAA paper, 2006-2534, 2006.

- [20] L. Buttner, R. Schlubler, A. Fischer, and J. Czarske. Multipoint velocity measurements in flows using a fabry-pérot interferometer. Optics and Lasers in Engineering, 51(3):325 – 333, 2013.
- [21] J. Cabannes. Relation entre le degré de polarisation et l'intensité de la lumière diffusée par des molécules anisotropes. nouvelle détermination de la constante d'avogadro. J. Phys. Radium, 1(5):129-142, 1920.
- [22] J. Cabannes and Y. Rocard. La théorie électromagnétique de maxwell-lorentz et la diffusion moléculaire de la lumière. J. Phys. Radium, 10(2) :52–71, 1929.
- [23] T. Castelain. Contrôle de jet par microjets impactants : Mesure de bruit rayonné et analyse aérodynamique. PhD thesis, Ecully, Ecole centrale de Lyon, 2006.
- [24] T. Castelain, R. Gojon, B. Mercier, and C. Bogey. Estimation of convection speed in underexpanded jets from schlieren pictures. AIAA paper, May 2016.
- [25] Y.-C. Chao, T. Yuan, and Y.C. Jong. Measurements of the stabilization zone of a lifted jet flame under acoustic excitation. *Experiments in Fluids*, 17(6) :381–389, 1994.
- [26] R.A. da Roza. Particle size for greatest penetration of hepa filters and their true efficiency. Technical report, Lawrence Livermore National Lab., 1982.
- [27] C. Dahan, G. Elias, J. Maulard, and M. Perulli. Coherent structures in the mixing zone of a subsonic hot free jet. *Journal of Sound and Vibration*, 59(3):313-333, 1978.
- [28] N. J. Dam, M. Rodenburg, R. A. L. Tolboom, G. G. M. Stoffels, P. M. Huisman-Kleinherenbrink, and J. J. ter Meulen. Imaging of an underexpanded nozzle flow by uv laser rayleigh scattering. *Experiments in Fluids*, 24(2):93-101, 1998.
- [29] P. O. A. L. Davies, M. J. Fisher, and M. J. Barratt. The characteristics of the turbulence in the mixing region of a round jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 15(3):337–367, 1963.
- [30] U. Doll, G. Stockhausen, and C. Willert. Endoscopic filtered rayleigh scattering for the analysis of ducted gas flows. *Experiments in Fluids*, 55(3):1-13, 2014.
- [31] M. C. Escoda and M. B. Long. Rayleigh scattering measurements of the gas concentration field in turbulent jets. AIAA Journal, 21(1):81–84, Jan 1983.
- [32] K. Fiedler, O. Sieber, Jakiel, and C. Quantitative density measurements by rayleigh scattering behind a plane turbine cascade. AIAA Journal, 35(8):1303–1308, 1997.
- [33] V. Fleury, C. Bailly, E. Jondeau, M. Michard, and D. Juvé. Space-time correlations in two subsonic jets using dual particle image velocimetry measurements. AIAA Journal, 46(10):2498-2509, Oct 2008.
- [34] R. Foord, R. Jones, C.J. Oliver, and E.R. Pike. The use of photomultiplier tubes for photon counting. Applied optics, 8(10) :1975–1989, 1969.
- [35] N. J. Forkey, R. W. Lempert, and B. R. Miles. Accuracy limits for planar measurements of flow field velocity, temperature and pressure using filtered rayleigh scattering. *Experiments* in Fluids, 24(2):151-162, 1998.
- [36] Z. Fu-Quan and H. Hiroyuki. The applications of laser rayleigh scattering to combustion diagnostics. Progress in Energy and Combustion Science, 19(6):447-485, 1993.
- [37] R. Gojon. Étude de jets supersoniques impactant une parroi par simulation numérique. Analyse aérodynamique et acoustiqe des mécanismes de rétroaction. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2015.
- [38] S. C. Graham, A. J. Grant, and J. M. Jones. Transient molecular concentration measurements in turbulent flows using rayleigh light scattering. AIAA Journal, 12(8) :1140–1142, 1974.
- [39] Z. Gu, B. Witschas, W. van de Water, and W. Ubachs. Rayleigh-brillouin scattering profiles of air at different temperatures and pressures. *Applied optics*, 52(19) :4640-4651, 2013.
- [40] E. Gutmark and H. Chich-Ming. Preferred modes and the spreading rates of jets. The Physics of Fluids, 26(10):2932-2938, 1983.

- [41] Hamamatsu. Photomultiplier Tubes : Basics and Applications, 3éme edition, 2007.
- [42] Z. D. Husain and A. K. M. F. Hussain. Axisymmetric mixing layer : Influence of the initial and boundary conditions. AIAA Journal, 17(1) :48-55, Jan 1979.
- [43] A. K. M. F. Hussain. Coherent structures and turbulence. Journal of Fluid Mechanics, 173 :303-356, 1986.
- [44] L. Y. Jiang and J. P. Sislian. Rayleigh scattering in supersonic high-temperature exhaust plumes. *Experiments in fluids*, 32(4):487–493, 2002.
- [45] M. Kearney-Fischer, A. Sinha, and M. Saminy. Intermittent nature of subsonic jet noise. AIAA Journal, 51(5) :1142–1155, Mar 2013.
- [46] F. Kerhervé, J. Fitzpatrick, and P. Jordan. The frequency dependence of jet turbulence for noise source modelling. *Journal of Sound and Vibration*, 296(1):209-225, 2006.
- [47] F. Kerhervé, P. Jordan, Y. Gervais, J.-C. Valière, and P. Braud. Two-point laser doppler velocimetry measurements in a mach 1.2 cold supersonic jet for statistical aeroacoustic source model. *Experiments in Fluids*, 37(3) :419–437, 2004.
- [48] F. Kerhervé, O. Power, J. Fitzpatrick, and P Jordan. Determination of turbulent scales in subsonic and supersonic jets from ldv measurements. 12th international symposium of applications of laser techniques to fluid mechanics, lisbon, 2004.
- [49] L. V. King. On the complex anisotropic molecule in relation to the dispersion and scattering of light. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, 104(726):333-357, 1923.
- [50] P. Kreisler, W. Tietsch, and K. Bethge. Measurement of the density of a gas jet by light scattering. Nuclear Instruments and Methods, 177(2-3):521-527, 1980.
- [51] P. Kumar, L. Morawska, W. Birmili, P. Paasonen, M. Hu, M. Kulmala, R. M. Harrison, L. Norford, and R. Britter. Ultrafine particles in cities. *Environment International*, 66 :1 – 10, 2014.
- [52] L. Landau and G. Placzek. Structure of the undisplaced scattering line. Phys. Z. Sowjetunion, 1934.
- [53] K. W. Lee and B. Y. H. Liu. On the minimum efficiency and the most penetrating particle size for fibrous filters. Journal of the Air Pollution Control Association, 30(4):377–381, 1980.
- [54] J. A. Lock, R. G. Seasholtz, and W. T. John. Rayleigh-brillouin scattering to determine one-dimensional temperature and number density profiles of a gas flow field. *Applied optics*, 31(15):2839-2848, 1992.
- [55] P. A. Lush. Measurements of subsonic jet noise and comparison with theory. Journal of Fluid Mechanics, 46(3):477–500, 1971.
- [56] K. B. M. Q. Zaman. Effect of initial boundary-layer state on subsonic jet noise. AIAA Journal, 50(8) :1784–1795, Aug 2012.
- [57] Y. Ma, F. Fan, K. Liang, H. Li, Y. Yu, and B. Zhou. An analytical model for rayleighbrillouin scattering spectra in gases. *Journal of Optics*, 14(9):095703, 2012.
- [58] C. Manneback. Optical anisotropy and theoretical intensities for raman lines in diatomic gases'. Nature, Lond, 125 :88-89, 1930.
- [59] B. Mercier, T. Castelain, and C. Bailly. Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 824 :202–229, 2017.
- [60] A. Michalke. Survey on jet instability theory. Progress in Aerospace Sciences, 21:159-199, 1984.
- [61] A. F. Mielke and K. A. Elam. Dynamic measurement of temperature, velocity, and density in hot jets using rayleigh scattering. *Experiments in Fluids*, 47(4):673–688, 2009.
- [62] A.F. Mielke, R.G. Seasholtz, K.A. Elam, and J. Panda. Time-average measurement of velocity, density, temperature, and turbulence velocity fluctuations using rayleigh and mie scattering. *Experiments in fluids*, 39(2):441–454, 2005.

- [63] R. B. Miles, W. R. Lempert, and J. N. Forkey. Laser rayleigh scattering. Measurement Science and Technology, 12(5):R33, 2001.
- [64] R. B. Miles, L. Qian, and S. H. Zaidi. Imaging flow structure and species with atomic and molecular filters. *Optics and Lasers in Engineering*, 44(3-4):240 – 260, 2006. Optical Methods in Heat Transfer and Fluid Flow.
- [65] E. Mollo-Christensen, M.A. Kolpin, and J.R. Martuccelli. Experiments on jet flows and jet noise far-field spectra and directivity patterns. *Journal of Fluid Mechanics*, 18(2):285–301, 1964.
- [66] C. J. Moore. The role of shear-layer instability waves in jet exhaust noise. Journal of Fluid Mechanics, 80(2):321–367, 1977.
- [67] X. Pan, M. N. Shneider, and R. B. Miles. Coherent rayleigh-brillouin scattering in molecular gases. *Physical Review A*, 69(3) :033814, 2004.
- [68] J. Panda. Two point space-time correlation of density fluctuations measured in high velocity free jets. AIAA paper, 2006-0006, 2006.
- [69] J. Panda. Experimental investigation of turbulent density fluctuations and noise generation from heated jets. Journal of Fluid Mechanics, 591:73-96, 2007.
- [70] J. Panda. A molecular rayleigh scattering setup to measure density fluctuations in thermal boundary layers. *Experiments in Fluids*, 57(12):183, 2016.
- [71] J. Panda and R. Seasholtz. Density measurement in underexpanded supersonic jets using rayleigh scattering. AIAA paper, 1998-281, 1998.
- [72] J. Panda and R. G. Seasholtz. Velocity and temperature measurement ins supersonic free jets using spectrally resolved rayleigh scattering. AIAA paper, 1999-296, 1999.
- [73] J. Panda and R. G. Seasholtz. Experimental investigation of density fluctuations in highspeed jets and correlation with generated noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 450 :97–130, 2002.
- [74] J. Panda, R.G. Seasholtz, and K.A. Elam. Investigation of noise sources in high-speed jets via correlation measurements. *Journal of Fluid Mechanics*, 537:349–385, 2005.
- [75] J. Panda, K. Zaman, and R. Seasholtz. Measurements of initial conditions at nozzle exit of high-speed jets. AIAA paper, 2001-2143.
- [76] W. M. Pitts and T. Kashiwagi. The application of laser-induced rayleigh light scattering to the study of turbulent mixing. *Journal of Fluid Mechanics*, 141:391–429, 1984.
- [77] R. W. Pitz, R. Cattolica, F. Robben, and L. Talbot. Temperature and density in a hydrogen air flame from rayleigh scattering. *Combustion and Flame*, 27:313–320, 1976.
- [78] S. Rajan, J.R. Smith, and G.D. Rambach. Internal structure of a turbulent premixed flame using rayleigh scattering. *Combustion and Flame*, 57(1):95 - 107, 1984.
- [79] C.V. Raman. A new radiation. Indian Journal of Physics, 2:387–398, 1928.
- [80] G. Raman. Supersonic jet screech : half-century from powell to the present. Journal of Sound and Vibration, 225(3) :543-571, 1999.
- [81] J. W. S. B. Rayleigh. Scientific papers, volume 1. University Press, 1899.
- [82] J. W. S. B. Rayleigh. Xli. the dispersal of light by a dielectric cylinder. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 36(215):365-376, 1918.
- [83] R. L. Schwiesow and L. Lading. Temperature profiling by rayleigh-scattering lidar. Applied optics, 20(11) :1972–1979, 1981.
- [84] R. G. Seasholtz and J. Panda. Rayleigh scattering diagnostic for dynamic measurement of velocity and temperature. AIAA paper, 99-0641, 1999.
- [85] R. G. Seasholtz, J. Panda, and K. A. Elam. Rayleigh scattering diagnostic for measurement of velocity and density fluctuation spectra. AIAA paper, 2002-827, 2002.

- [86] R.G. Seasholtz, F.J. Zupanc, and S.J. Schneider. Spectrally resolved rayleigh scattering diagnostic for hydrogen-oxygen rocket plume studies. *Journal of Propulsion and Power*, 8(5):935-942, 1992.
- [87] G. S. Settles. Schlieren and Shadowgraph Techniques. Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [88] J. A. Sutton and R. A. Patton. Improvements in filtered rayleigh scattering measurements using fabry-perot etalons for spectral filtering of pulsed, 532-nm nd :yag output. Applied Physics B, 116(3):681-698, 2014.
- [89] C. K. W. Tam. Jet noise : since 1952. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 10(1-4) :393-405, 1998.
- [90] C. K. W. Tam, M. Golebiowski, and J. Seiner. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets. AIAA paper, 1996-1716, 1996.
- [91] C. K. W. Tam, Jay A. Jackson, and J. M. Seiner. A multiple-scales model of the shock-cell structure of imperfectly expanded supersonic jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 153:123–149, 1985.
- [92] C. K. W. Tam, K. Viswanathan, K. K. Ahuja, and J. Panda. The sources of jet noise : experimental evidence. *Journal of Fluid Mechanics*, 615 :253-292, 2008.
- [93] G. Tenti, C.D. Boley, and R. C. Desai. On the kinetic model description of rayleigh-brillouin scattering from molecular gases. *Canadian Journal of Physics*, 52(4):285–290, 1974.
- [94] A. Towne, A.V. Cavalieri, P. Jordan, T. Colonius, V. Jaunet, O. Schmidt, and G.A. Brès. Trapped acoustic waves in the potential core of subsonic jets. AIAA paper, 2016.
- [95] K. Viswanathan and L. T. Clark. Effect of nozzle internal contour on jet aeroacoustics. International Journal of Aeroacoustics, 3(2):103-135, 2004.
- [96] F.M. White and I. Corfield. Viscous fluid flow, volume 3. McGraw-Hill Higher Education Boston, 2006.
- [97] B. Witschas. Analytical model for rayleigh-brillouin line shapes in air : errata. Appl. Opt., 50(29) :5758-5758, Oct 2011.
- [98] A.T. Young. Rayleigh scattering. *Physics Today*, 35(1):42–48, 1982.
- [99] K. B. M. Q. Zaman and A. K. M. F. Hussain. Natural large-scale structures in the axisymmetric mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 138:325-351, 1984.

## Liste de la production scientifique

Revues internationales avec comité de lecture

Mercier, B., Castelain, T., & Bailly, C. (2017). Experimental characterisation of the screech feedback loop in underexpanded round jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 824, 202-229

Mercier, B., Castelain, T., Jondeau, E. & Bailly, C. (2017). Density fluctuations measurement by Rayleigh scattering using a single-photomultiplier. *AIAA journal* (À paraître)

Mercier, B., Castelain, T., & Bailly, C. (2017). Experimental investigation of the turbulent density - farfield sound correlations in compressible jets. *Int. Journal of Aeroa-coustics* (accepté)

Conférences internationales avec comité de lecture

Mercier, B., Jondeau, E., Castelain, T. & Bailly, C. (2017). Measurement of density fluctuations in free jets by a Rayleigh scattering based method. 52nd 3AF International Conference, FP54-AERO2017

Mercier, B., Castelain, T. & Bailly, C. (2016). A schlieren based experimental investigation of screech noise sources. 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2016-2799 Castelain, T., Gojon, R., Mercier, B. & Bogey, C. (2016). Estimation of convection speed in underexpanded jets from schlieren pictures : effects of space integration. 22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2016-2984

Conférences nationales avec comité de lecture

Mercier, B., Jondeau, E., Castelain, T. & Bailly, C. (2016). Mesure des fluctuations de masse volumique dans les jets par une méthode de diffusion Rayleigh. *Congrès Francophone de Techniques Laser* 

Mercier, B., Castelain, T. & Bailly, C. (2015). Investigation of under-expanded jet screech associated convective velocity based on high frequency sampled schlieren visualisations. 22ème Congrès Français de Mécanique, 67687

dernière page de la thèse

### **AUTORISATION DE SOUTENANCE**

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur C. BAILLY

et les rapports de

M. D. EDGINGTON-MITCHELL Senior Lecturer - Laboratory for Turbulence Research in Aerospace and Combustion Monash University - Melbourne - Australie

et de

```
M. J. PANDA
Engineer - Experimental Aero-Physics - NASA Ames Research Center - Mottfield Field
CA 94035 - USA
```

#### Monsieur MERCIER Bertrand, Hugues

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de DOCTEUR

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 29 novembre 2017

Le directeur de l'Ecole centrale de Lyon Frank DEBOUCK