HAL
open science

Spectroscopie à double peigne de fréquences n'utilisant qu'une seule source laser

Léo Djevahirdjian

To cite this version:

Léo Djevahirdjian. Spectroscopie à double peigne de fréquences n'utilisant qu'une seule source laser. Instrumentations et Détecteurs [physics.ins-det]. Université Grenoble Alpes, 2019. Français. NNT : 2019GREAY066 . tel-02632299

HAL Id: tel-02632299

https://theses.hal.science/tel-02632299

Submitted on 27 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Communauté UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : Physique Appliquée

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Léo DJEVAHIRDJIAN

Thèse dirigée par **Daniele ROMANINI**
codirigée par **Hugues GUILLET DE CHATELLUS**
co-encadrée par **Guillaume MÉJEAN**

préparée au sein du **Laboratoire Interdisciplinaire de Physique**
dans **l'École Doctorale de Physique**

Spectrocopie à double peigne de fréquences n'utilisant qu'une seule source laser

Thèse soutenue publiquement le **29 novembre 2019**,
devant le jury composé de :

M. Yann Lecoq
Ingénieur de Recherche, SYRTE - Observatoire de Paris,
Rapporteur du jury
M. Nicolas Treps
Professeur, Laboratoire Kastler Brossel,
Rapporteur du jury
Mme. Lucile Rutkowski
Chargée de Recherche, Institut de Physique de Rennes,
Examinatrice
M. Marco Prevedelli
Professeur, Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Bologna,
Examinateur
M. Erik Kerstel
Professeur, Laboratoire Interdisciplinaire de Physique,
Examinateur
M. Florent Calvo
Directeur de recherche, Laboratoire Interdisciplinaire de Physique,
Président du jury

SOMMAIRE

Remerciements **7**

Introduction **11**

1 Spectroscopies en cavité résonante utilisant une source laser femtoseconde **15**
1.1 Formalismes des cavités résonantes et lasers femtosecondes 15
1.2 Méthodes utilisant des détections classiques 19
1.2.1 Injection par balayages - 2002 19
1.2.2 Injection par asservissement fin en fréquence sur la cavité et compensation de dispersion - 2006 20
1.2.2.1 Premiers essais - 2006 20
1.2.2.2 Spectroscopie à transformée de Fourier, basée sur un interféromètre Michelson - 2010 21
1.3 Méthodes utilisant la spécificité des peignes de fréquences 22
1.3.1 Injection par effet Vernier - 2007 22
1.3.2 Méthode multi-hétérodyne - 2008 - Spectroscopie à double peigne de fréquences 23

2 Utilisation de cavités jumelles, une nouvelle stratégie pour la spectroscopie à double peigne de fréquences **27**
2.1 Fabrication d'un second peigne de fréquences d'ISL différents à partir d'une source unique 28
2.1.1 Fabrication de peigne par l'utilisation d'un système double-AOM, étude dans le domaine des fréquences 29
2.1.1.1 Principe de fabrication de peignes à partir d'une source mono-fréquence 29
2.1.1.2 Mise en place expérimentale 31
2.1.2 Sélection des dents par filtrage 41
2.2 Asservissement par effet Vernier, intérêt d'utiliser des cavités jumelles 43
2.2.1 Conception de cavités jumelles 45
2.2.1.1 Cavités jumelles mécaniquement liées par un simple tube cylindrique 45
2.2.1.2 Cavité grand angle, des cavités jumelles pour les polarisations en une seule cavité physique 55
2.2.1.3 Double cavité avec des miroirs à double bande 56
2.2.2 Détection du signal d'erreur, spectrographe à réseau amplifié par effet Vernier 56

2.2.2.1 Amplification par effet Vernier 57
2.2.2.2 Conversion fréquence-position avec un réseau 60
2.2.2.3 Conversion position-tension électrique, utilisation d'une photodiode à cadrans amplifiée 63
2.2.3 Électronique d'asservissement et de recherche automatique de position d'asservissement 66
2.2.4 Caractérisation de la qualité de l'asservissement obtenu et améliorations à venir 68
2.3 *Travelling* arrière - Perspectives 70

3 Cavité en V à grand angle, deux cavités jumelles pour les polarisations en une seule cavité physique 73
3.1 Modélisation de la cavité grand angle 75
3.1.1 Finesse de cavité différentiée pour les polarisations 75
3.1.2 Modélisation des miroirs - détermination du ratio d'indice de la structure de Bragg 76
3.1.3 Prédiction du *splitting* de la cavité en V 77
3.1.4 Prédiction des finesses de la cavité pour les différentes polarisations 80
3.2 Étude de cette cavité atypique - Spectroscopie de cavité 82
3.2.1 Étude mode à mode - évaluation de l'astigmatisme des miroirs de la cavité 85
3.2.2 Un dispositif simple de mesure, à l'état de l'art, des phases de Gouy d'une cavité 89

4 Boucle à décalage de fréquence : une autre stratégie envisageable pour la spectroscopie à double peigne de fréquences 101
4.1 Modélisation d'un peigne de fréquences généré par une boucle acousto-optique 102
4.2 Spectroscopie à double peigne de fréquences 106

Conclusions 109

A Articles publiés 113
A.1 Optimization of acousto-optic optical frequency combs 114
A.2 Bidirectional frequency-shifting loop for dual-comb spectroscopy . . . 126

B Article en cours de publication 131
B.1 Gouy phase shift measurement in a high-finesse cavity by optical feedback frequency locking - Accepté pour publication à Measurement Science and Technology 132

C Mesures - Évaluation des finesses de la cavité en V par mesure de temps de déclin 145

D Modélisations - Électronique 147
D.1 Circuit trans-impédant - évaluation du bruit 148

E Modélisations - Optique 153
E.1 Modèle de miroir de Bragg écrit avec le logiciel MathCAD 154
E.2 Modèle de la cavité en V écrit avec le logiciel SMath Studio, équivalent libre de MathCAD 162

F Montage expérimental - Complément d'optique **165**
F.1 Système double AOM 166
F.1.1 Principe de fonctionnement des AOM 166
F.1.2 Compensation angulaire 167

G Montage expérimental - Électroniques **169**
G.1 Photodiode à cadrants 170
G.2 Générateur de rampes 174
G.3 PID 178

H Montage expérimental - Mécanique **183**
H.1 Mise en plan cavité en V 184

I Fiches techniques **185**
I.1 Oscillateur femtoseconde Griffin 186
I.2 DFB NanoPlus - 760.8nm 193
I.3 DFB NanoPlus - 764nm 196
I.4 DFB OEWaves 0E4030 - 1550nm 198
I.5 Photodiode à cadrants Hamamatsu S5870 201
I.6 AOMs 204
I.7 Miroirs double bande 208
I.8 PiezoDrive PDu150 - Amplificateur haute tension 212

Bibliographie **217**

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier l'ensemble du jury, à savoir Yann Lecoq, Nicolas Treps, Lucile Rutkowski, Marco Prevedelli, Erik Kerstel et Florent Calvo pour avoir lu ce manuscrit et d'être venu·e·s assister à ma soutenance de thèse. Leurs questions, remarques et leur bienveillance ont fait de cette soutenance un moment agréable et intéressant.

Ensuite, je veux remercier mes encadrants de thèse. Merci Daniele, pour m'avoir tant appris sur les manip' et avoir toujours eu le réflexe de me montrer un truc «joli, rigolo ou intéressant» sur celles-ci. Tu as su aiguiser ma curiosité et m'a montré l'importance de la rigueur scientifique vis-à-vis des mesures réalisées et des méthodes utilisées. Certes, je fonce encore trop souvent à toute berzingue, tête baissée, sans toujours «poser un petit modèle et calculer des ordres de grandeurs»... Mais j'essaye maintenant de relever plus souvent la tête du guidon pour prendre le temps de me poser et réfléchir à la théorie :-). Les moments à regarder et discuter les modélisations, grâce à tes innombrables feuilles MathCAD, ou à inspecter des écrans d'oscilloscopes en salle de manip' ne seront pas oubliés. Merci Guillaume, pour ta patience à m'expliquer moult points de théorie. Tu as veillé à régulièrement vérifier que je n'étais pas bloqué dans mon avancée et que je ne parte pas dans de mauvaises directions en début de rédaction m'évitant ainsi de nombreux écueils. Enfin, la semaine précédant la soutenance, tu as su trouver les mots pour que celle-ci se passe aussi bien. À vous deux, vous avez su former un duo complémentaire me laissant beaucoup de libertés tout en étant présents aux moments où j'en avais besoin. Ceci m'a permis de faire ce que je voulais, d'essayer, me planter, ré-essayer, me planter mieux, quitte à cramer une ou deux électroniques au passage et devoir les réparer dans la foulée... Faire toutes ces erreurs, en sachant que j'aurais toujours de l'aide pour les réparer, m'a permis d'apprendre dans de bonnes conditions les aspects multiples de l'instrumentation. Du côté OPTIMA, merci Hughes, tu m'as expliqué avec passion les enjeux de tes manip'. Les discussions que l'on a eu ensemble ont toujours été des plus intéressantes et tout à fait complémentaires de ce que je pouvais voir dans mon équipe d'origine.

La bon déroulement de cette thèse a également été possible grâce à l'ensemble de l'équipe LAME. L'ambiance dans cette équipe est unique. Au sein de celle-ci règne une habitude de la bidouille, du hack, portée à l'état d'un art. Il en résulte une équipe très vivante, où jamais on ne s'ennuie et où l'on apprend tous les jours. J'ai beaucoup apprécié travailler dans celle-ci et j'espère que cet esprit perdurera.

Une thèse, c'est long et pas toujours facile... Merci à toute la famille, toujours présente, et aux camarades doctorant·e·s et ami·e·s avec lesquel·le·s on peut partager un

repas le midi, jouer une petite partie de tarot, ou aller boire une bière pour discuter et se changer les idées (au bar le *Dr D*, bien sûr, meilleur brewpub de Grenoble pour rédiger une thèse ;-p).

Enfin, j'aimerais finir ces remerciements sur une note plus engagée en remerciant les camarades s'investissant dans la culture libre (logiciels, accès aux ressources, etc) et le partage des connaissances. Cette communauté apporte des solutions à des problèmes de société des plus cruciaux, dont celui de l'accès aux articles scientifiques. Les connaissances scientifiques sont un bien public, actuellement séquestrées par des éditeur·rice·s qui en contrôle et restreignent l'accès pour ne servir que leur intérêts privés. Pour accéder à celles-ci, il est nécessaire d'en payer l'accès à des prix exorbitants, ce qui pose plusieurs problèmes.

L'accès pour tou·te·s les chercheur·euse·s à l'état de l'art mondial est une nécessité pour une recherche scientifique de qualité car celui-ci s'inscrit au cœur même de la démarche scientifique. La recherche est une entreprise collective qui n'a de sens que dans, et par, le collectif. Une observation seule ne vaut rien, c'est par le regard de la communauté, des observations complémentaires et contradictoires, que le savoir se fabrique. Dans le monde, des chercheur·euse·s, des universités, n'ont pas accès à certaines ressources car ielles n'ont pas pu payer. Ceci entrave leurs recherches et, par la même occasion, la qualité de la démarche scientifique mondiale en empêchant l'échange communautaire et contradictoire sur laquelle celle-ci repose entièrement. De plus, les citoyen·ne·s n'ont pas accès aux productions de la recherche scientifique, ce qui n'est pas acceptable. L'accès aux sources et à la discussion scientifique est important pour éviter la propagation d'idées pseudo-scientifiques et permettre à tou·te·s de développer un esprit critique. De plus, la recherche fonctionne en grande partie grâce aux institutions de service public servant les intérêts publics et dont la production se doit d'être accessible à tou·te·s.

La légitimité même de ces éditeur·rice·s à revendiquer des «droits d'auteurs/diffusion» sur la production scientifique est discutable. Ce sont les chercheur·euse·s qui produisent ces recherches. Ce sont les mêmes chercheur·euse·s qui font le travail de relecture et de validation des articles écrits par leurs camarades créant ainsi la valeur réelle des publications. Les éditeur·rice·s ne les rémunèrent pas pour ce travail, profitant que celui-ci fasse partie intégrante des missions des chercheur·euse·s. N'ayant en rien participé à la production de valeur, il est anormal que les éditeur·rice·s revendiquent quoi que ce soit sur ces articles.

Un accès libre au savoir est une nécessité pour une recherche de qualité et un devoir envers les citoyen·ne·s qui financent les services publiques pour que ceux-ci défendent des intérêts publics. C'est pour ne pas participer à ce hold-up qu'il a été nécessaire d'utiliser des alternatives d'accès libre aux articles scientifiques.

To remove all barriers in the way of science

SCI-HUB

Cette thèse a notamment utilisé uniquement des publications récupérées via le site Sci-Hub, un site considéré comme illégal mais dont l'utilisation est légitime. Ce site est une plateforme redonnant un accès à ce bien public pour tou·te·s par une mise en commun d'identifiants de connexion sur les différents sites des éditeurs. Malgré la mise en place récente d'une censure par le gouvernement français, avec l'aide des principaux fournisseurs d'accès internet, ce site reste accessible via l'utilisation d'un FAI indépendant, ou d'un DNS approprié (par exemple celui de la FDN, et non celui d'un FAI complice de la censure), ou d'un VPN (pour les moins bidouilleur·euse, le navigateur Opera intègre un pseudo VPN activable d'un simple clic) ou du réseau TOR. Il est important de ne pas participer à ce *holdup*, refuser d'utiliser les outils légaux participant à celui-ci, et préférer des outils garantissant la liberté de tou·te·s.

Un rire profond et le son franc et sec d'une pipe claquant sur une godasse...
Un bout ensoleillé de garçonnière, où trône trois feuilles – plantées la tête à l'envers – dans trois petits pots de terre.

Une flûte en bois d'abricotier, effluves boisée mélangées à celles de ravelma, keufté, beurek, soudjouk et basterma...
Des tcheureks en cagettes, des kadaïfs et baklavas par milliers, dans une odeur de «vrai café».

Introduction - Intérêt de la spectroscopie d'absorption en cavité

La spectroscopie d'absorption est une technique permettant d'obtenir des informations sur un échantillon en étudiant son interaction avec la lumière. Cette technique se base sur l'atténuation d'une source lumineuse lors de son passage dans un échantillon, phénomène étudié pour la première fois par Pierre Bouguer au XVIIIème siècle dans son *Essai d'optique sur la gradation de la lumière* [1]. Dans la sous-section *De la proportion selon laquelle la lumière diminue en traversant les milieux*, il écrit à propos de la lumière traversant des épaisseurs successives d'un matériau :

> «Ainfi les tranches égales ne doivent pas détruires des quantitez *[de rayons lumineux]*, mais feulement des quantitez proportionelles. C'eft-à-dire, que fi une certaine épaiffeur intercepte la moitié de la lumiere , l'autre épaiffeur qui fuivra la premiere , & qui lui fera égale , n'interceptera pas toute l'autre motié , mais feulement la moitié de cette moitié & la réduira par confequent au quart : & toutes les autres tranches détruifant de femblalbles partie , il eft fenfibe que la lumiere diminuea toujours en progreffion géometrique.» [1]

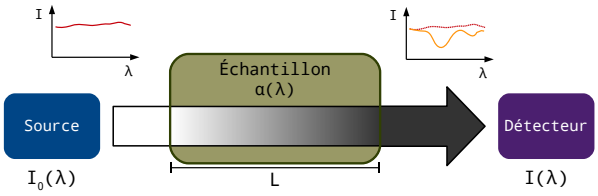


FIGURE 1 – Principe d'absorption.

Ses observations, reprises et complétées par les travaux successifs de Johan Heinrich Lambert [2] et August Beer [3] (ce dernier ajoutant notamment une dépendance à la concentration de l'échantillon), ont abouti à la loi dite de Beer-Lambert sous sa forme moderne :

$$I(\lambda) = I_0(\lambda)e^{-\alpha(\lambda)L} \tag{1}$$

avec $I(\lambda)$ l'intensité lumineuse mesurée après échantillon à la longueur d'onde λ, $I_0(\lambda)$ l'intensité correspondante avant, L la longueur d'échantillon traversée et $\alpha(\lambda)$ le coefficient linéique d'absorption de l'échantillon. Ce dernier coefficient est défini comme $\alpha(\lambda) = \sum_{i=0}^{n} N_i\sigma_i(\lambda)$, la somme sur les différents composants chimiques de l'échantillon, avec N_i leur concentration et σ_i la force de leur transition d'énergie absorbant la lumière de longueur d'onde λ.

Comparer l'intensité avant et après l'échantillon, comme illustré sur la figure 1, permet de mesurer le coefficient d'absorption de l'échantillon et d'obtenir des informations sur celui-ci. En effet, l'absorption d'un échantillon sur une plage de longueurs d'onde donnée est structurée par la présence des différentes transitions entre

1. Reproduit à partir de la version imprimée chez «Claude Jombert, ruë S.Jacques , au coin de la ruë des Mathurins , à l'Image Notre-Dame.»

les niveaux énergétiques (électroniques, vibrationnels, rotationnels) des molécules de l'échantillon – cette structure constitue l'équivalent de l'empreinte digitale de l'échantillon. L'équipe LAME, où ont été réalisés ces travaux de thèse, s'intéresse tout particulièrement aux absorbances faibles dont l'intérêt est double. Elles permettent l'étude de traces de gaz présentes en faibles concentrations, lesquels sont d'une grande importance pour l'étude de l'environnement (atmosphère, volcans [4], glaciologie [5]) ou la santé [6]. Elles donnent, par exemple, accès aux ratios isotopiques de certains composés sans utiliser des spectromètres de masse (souvent plus encombrants, difficultés en présences d'isobares, préparation des échantillons, temps de mesures). Ces absorbances faibles donnent également accès aux informations concernant les transitions énergétiques faiblement probables (σ petit), permettant de compléter des bases de données spectroscopiques mondiales (par exemple, HITRAN [7]). Ces bases de données permettent ensuite d'élaborer de meilleurs modèles pour mieux interpréter certaines mesures.

Accéder à ces faibles absorbances demande de détecter des diminutions d'intensité très petites, difficiles à mesurer. Afin d'amplifier ces faibles atténuations, l'équation (1) montre qu'il est possible d'augmenter la longueur du trajet de la lumière dans l'échantillon. Dans le cas d'un volume d'échantillon restreint (quantité d'échantillon limitée, encombrement), il n'est pas possible de simplement éloigner la source du détecteur. Une solution pour augmenter le trajet optique dans l'échantillon, sans changer la taille physique de l'instrument, est d'utiliser une cellule multi-passages. Ces cellules sont généralement constituées de deux miroirs face à face imposant à la lumière injectée plusieurs aller-retours dans l'échantillon afin d'augmenter l'absorption mesurée [8-10], comme illustré sur la figure 2.

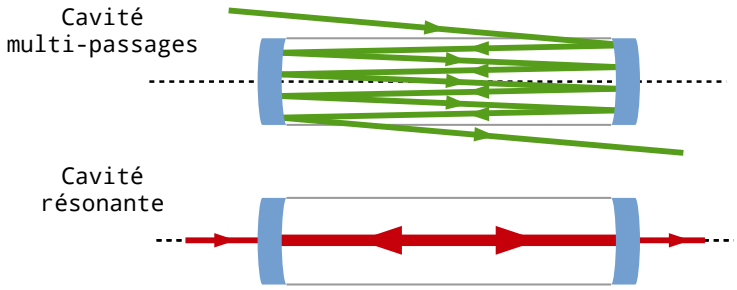


FIGURE 2 – Deux types de cavités utilisées pour la détection des faibles absorbances.

Ces cellules multi-passages, une fois optimisées afin d'arranger les différentes réflexions sur l'ensemble de la surface des miroirs pour éviter les recouvrements et les interférences, permettent d'obtenir une centaine d'aller-retours [11-13]. Des géométries en anneaux poussent le concept plus loin pour d'atteindre des trajets effectifs de 75m dans une cellule de 25cm de diamètre, soit 300 allers-retours [14].

Dans les cas d'absorbances extrêmement faibles, demandant de réaliser plusieurs milliers d'aller-retours, ces cellules multi-passages ne sont plus suffisantes et il est possible d'utiliser des cavités résonantes. Dans ces cavités, la géométrie est choisie de façon à ce que les multiples aller-retours dans la cavité se superposent (voir la figure 2). Cette superposition crée un piège à photons duquel ceux-ci ne peuvent s'échapper que par transmission sur l'un des miroirs. Le nombre équivalent d'aller-retours parcourus par les photons injectés pour sortir de ce piège peut être exprimé comme :

$$N_{ar} = \frac{2R_{ar}}{1 - R_{ar}} \tag{2}$$

avec N_{ar} le nombre équivalent d'aller-retours et R_{ar} la réflectivité cumulée des miroirs sur un aller-retour.

Une telle cavité, équipée de miroirs haute réflectivité abordables (99,9%), permet d'obtenir l'équivalent de 2000 aller-retours – ce qui serait très difficilement réalisable avec une cavité multi-passages. Les trajets équivalents dans ces cavités atteignent facilement plusieurs dizaines de kilomètres, amplifiant énormément le signal d'absorption et permettant ainsi de réaliser de la spectroscopie d'absorption extrêmement sensible [15] dans des volumes restreints (quelques dizaines de cm^3, toutes les réflexions ayant lieu sur le même axe).

Les travaux présentés dans cette thèse visent à mettre en place une nouvelle méthode pour utiliser ce type de cavité avec un laser femtoseconde permettant, contrairement aux méthodes (habituellement adoptées) utilisant un laser monochromatique, de réaliser de la spectroscopie large bande. L'objectif est de développer un design pouvant être mis en place pour fabriquer des instruments robustes adaptés au transport pour réaliser des études de terrain.

Le manuscrit se divisera en quatre parties. Une première partie esquissera le formalisme lié aux cavités et le type de laser utilisés. Dans celle-ci, un rapide état des lieux de l'utilisation des lasers femtosecondes en spectroscopie en cavité sera également fait.

La seconde partie présentera le montage proposé dans cette thèse pour réaliser une spectroscopie à double peigne de fréquences n'utilisant qu'une seule source laser, elle contiendra des preuves de concept des éléments les plus importants de celui-ci.

Lors de ces études, une cavité avec des propriétés particulières sur les polarisations a été construite. La structure de modes de cette cavité et ses propriétés ont pu être étudiées et leur étude sera présentée dans une troisième partie.

Enfin, dans une dernière partie, seront abordés succinctement des travaux réalisés en collaboration avec une autre équipe du laboratoire sur un montage différent utilisant une boucle à décalage de fréquence pour fabriquer des peignes de fréquences utilisables pour réaliser la spectroscopie d'une molécule.

CHAPITRE 1

SPECTROSCOPIES EN CAVITÉ RÉSONANTE UTILISANT UNE SOURCE LASER FEMTOSECONDE

Les cavités résonantes imposent des contraintes rendant leur utilisation en spectroscopie difficile. C'est pour répondre à ces contraintes qu'il est intéressant d'utiliser des sources lasers (monochromatique ou femtoseconde). Ces contraintes, ainsi que le formalisme associé aux sources femtosecondes, seront présentées dans la section 1.1. Plusieurs solutions ont été développées pour utiliser ces deux objets ensemble en spectroscopie, pour atteindre le meilleur compromis sur la sensibilité, la largeur de la bande spectrale exploitable, la résolution spectrale et la rapidité d'acquisition. Quelques-unes d'entre elles seront présentées succinctement dans les sections 1.2 et 1.3.

1.1 Formalismes des cavités résonantes et lasers femtosecondes

Les cavités résonantes sont appelées ainsi car elles forment un résonateur optique dans lequel se forme des ondes stationnaires, décrites par le formalisme des cavités Fabry-Perot [16].

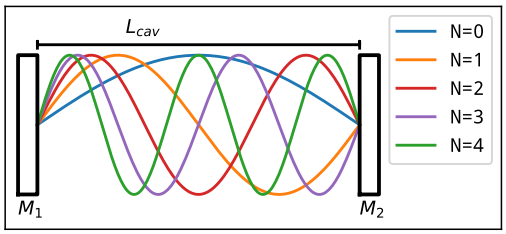


FIGURE 1.1 – Modes stationnaires dans une cavité formée de deux miroirs (M_1 et M_2).

Pour former une onde stationnaire dans le résonateur linéaire, les différents aller-retours de l'onde lumineuse doivent se recouvrir en phase. Ainsi sa longueur d'onde, comme illustré sur la figure 1.1, doit respecter la relation :

$$f_N = N\frac{2c}{L_{cav}} \tag{1.1}$$

avec f_N la fréquence associée à l'onde lumineuse, N un entier et L_{cav} la longueur de la cavité.

Seules les fréquences correspondant à une onde stationnaire peuvent être injectées correctement dans la cavité et transmises par celle-ci. Elles forment, dans le domaine des fréquences, un peigne de pics lorentziens – appelés modes de cavité – régulièrement espacés (comme illustré sur la figure 1.2).

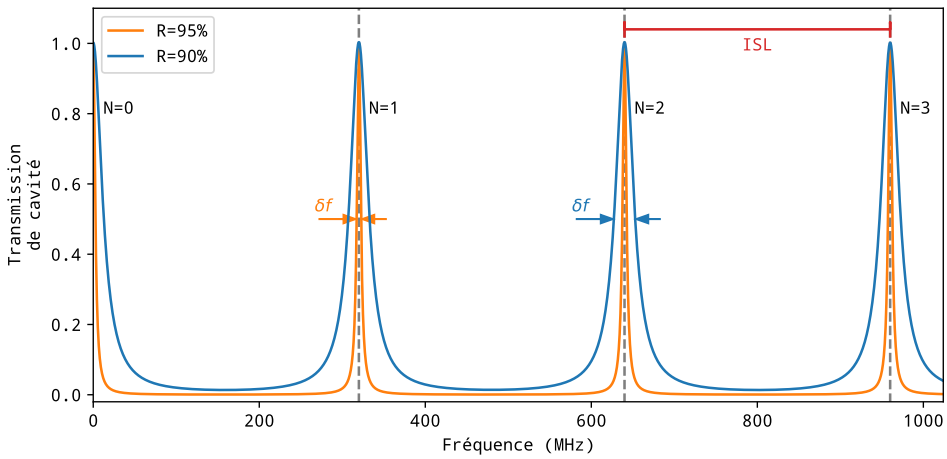


FIGURE 1.2 – Simulation du mode de transmission d'une cavité linéaire simple pour deux réflectivités de miroir différentes et une cavité de longueur 62,5 cm.

L'écart entre ces modes de cavités est appelé intervalle spectral libre (noté ISL dans la suite) et peut être exprimé directement à partir de la longueur de cavité (notée L_{cav}) :

$$ISL = \frac{c}{2L} \tag{1.2}$$

On définit également une grandeur appelée finesse, notée F, traduisant la sélectivité des modes de la cavité :

$$F = \frac{ISL}{\delta f} = \pi \frac{\sqrt{R_{ar}}}{1 - R_{ar}} \tag{1.3}$$

où δf est la largeur à mi-hauteur des modes (de l'anglais *Full Width at Half Maximum*). Cette finesse peut être reliée directement à la réflectivité des miroirs, (voir l'équation (1.3)) – plus les miroirs sont réflectifs, plus la finesse de la cavité est grande et les modes de la cavité sont fins.

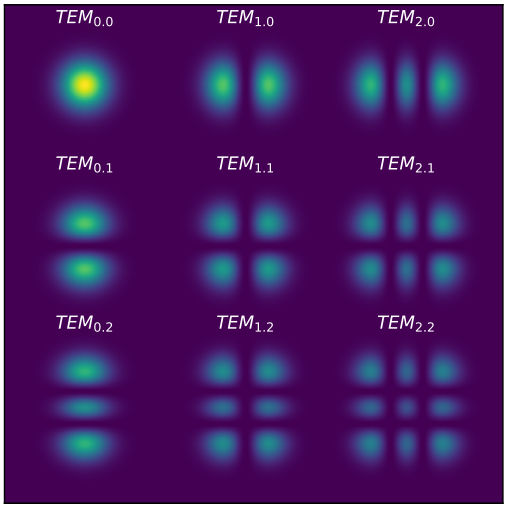


FIGURE 1.3 – Simulation des modes transverses Hermite-Gauss d'une cavité de symétrie rectangulaire. La notation $TEM_{m.n}$ décrit leur géométrie dans le plan transverse, chaque indice correspondant au nombre de séparations d'intensité nulle).

Une modélisation plus poussée de la propagation des faisceaux gaussiens dans la cavité montre que plusieurs formes de solutions spatiales sont stables (illustrées en symétrie rectangulaire sur la figure 1.3).

Ces modes spatiaux peuvent, dans certains cas, avoir une fréquence légèrement différente des modes longitudinaux (appelés aussi $TEM_{0.0}$, les modes avec m et/ou $n \neq 0$ sont appelés modes transverses) formant ainsi une structure de modes plus complexe – illustrée sur la figure 1.4. La structure de modes et son origine seront abordées dans le détail dans la section 3.1 lors de l'étude d'une cavité construite pour cette thèse.

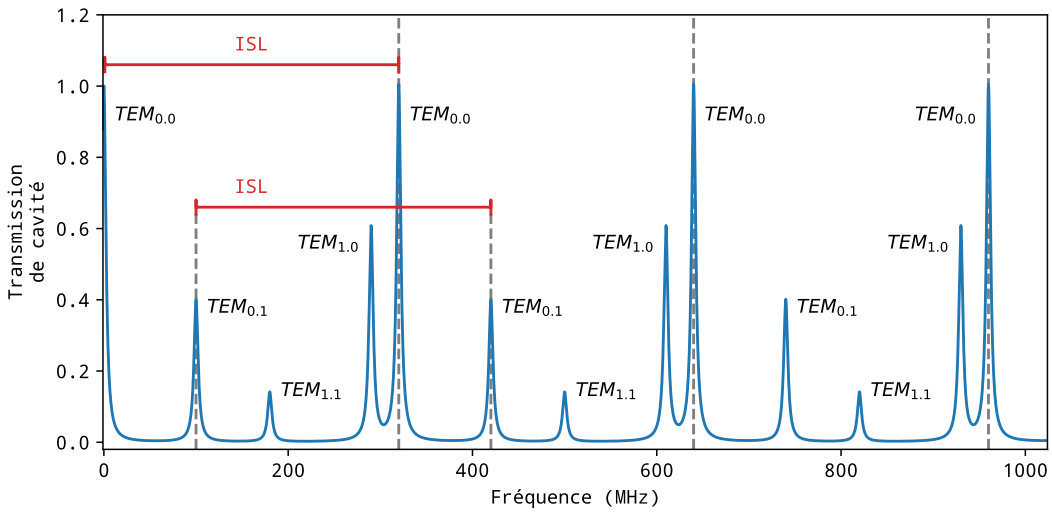


FIGURE 1.4 – Simulation du mode de transmission d'une cavité fictive avec quelques modes transverses.

En combinant les équations (1.3) et (1.4), il apparaît que plus une cavité est fine, plus le nombre d'aller-retours effectifs dedans sera grand et plus cette cavité sera intéressante pour la spectroscopie. Mais plus une cavité aura une haute finesse, plus ses modes de transmissions seront spectralement fins (figure 1.2) et plus il sera compliqué d'y injecter efficacement de la lumière – ceci constitue la difficulté majeure dans l'utilisation des cavités résonantes en spectroscopie.

$$N_{ar} = \frac{2R_{ar}}{1 - R_{ar}} \tag{1.4}$$

Cette structure rendra notamment l'injection de sources incohérentes trop peu efficace. Ce sont donc des sources lasers, plus fines spectralement, qui sont utilisées pour injecter efficacement les modes de la cavité et réaliser la spectroscopie de l'échantillon contenu dedans [17, 18] en profitant de l'amplification de celle-ci.

Il existe notamment un type de laser particulièrement intéressant pour répondre à cette problématique : les lasers femtosecondes. L'émission de ceux-ci n'est pas continue mais pulsée, comme illustrée sur la figure 1.5, avec des durées d'impulsion (notée Δt_{imp}) inférieures à la picoseconde (10^{-12} secondes).

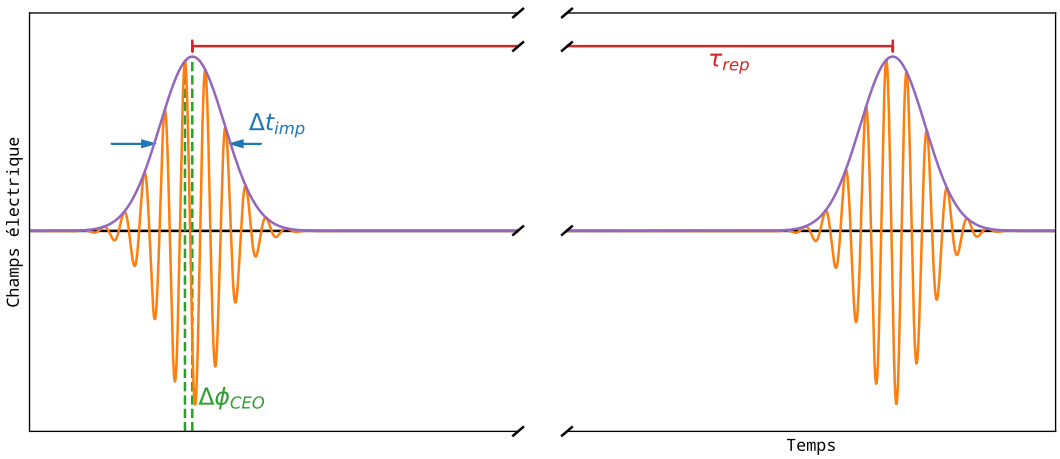


FIGURE 1.5 – Train d'impulsion d'un laser femtoseconde dans le domaine temporel.

Dans le domaine des fréquences, ce train d'impulsion correspond à une collec-

tion de fréquences régulièrement espacées d'un ISL correspondant à la durée entre deux impulsions du laser (notée τ_{rep} – en rouge sur la figure 1.5). Ce peigne est limité par une enveloppe correspondant à la transformée de Fourier de la forme des impulsions – son étendue est directement liée à la durée des impulsions (Δt_{imp}).

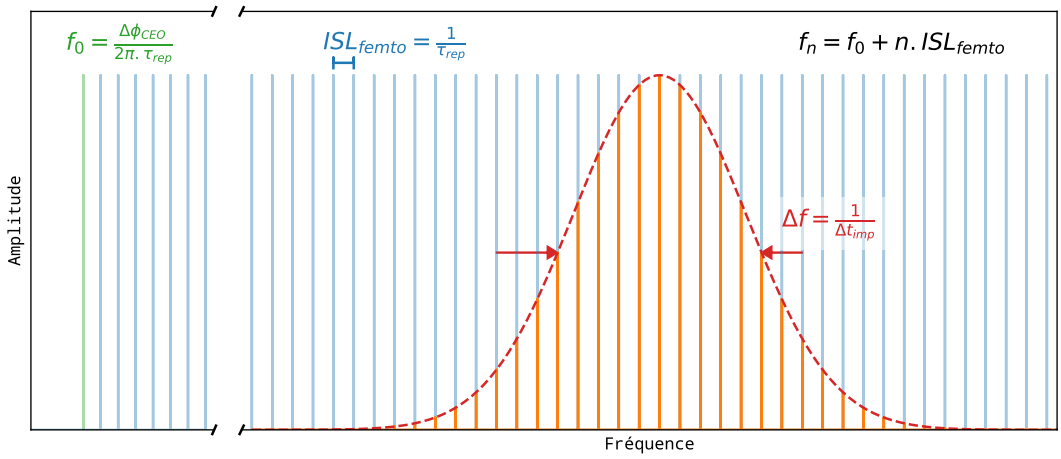


FIGURE 1.6 – Train d'impulsion d'un laser femtoseconde dans le domaine fréquentiel. En bleu, le peigne de fréquences généré par le train d'impulsion. En orange, l'émission réelle du laser femtoseconde, limitée par la forme des impulsions.

Cette structure spectrale, en forme de peigne limité par une enveloppe, est définie par seulement deux paramètres, f_0 et ISL_{femto} (illustrés sur la figure 1.6). En asservissant ces deux paramètres, on obtient une règle très régulière dont les fréquences sont définies avec des précisions sub-hertz [19], faisant de ces lasers des références de temps et fréquence d'une précision et stabilité jusqu'alors inégalées [20, 21]. Cette grande régularité a révolutionné le domaine de la métrologie au courant des années 1990-2000, valant par exemple un prix Nobel en 2006 [22, 23].

Par sa forme analogue aux modes de transmission d'une cavité (voir la figure 1.2), ce type de source semble parfait pour injecter efficacement les modes d'une cavité résonnante. Dans les années 2000, les premières tentatives d'un tel couplage apparaissent [20, 24] mais celles-ci n'avaient pas pour objectif de réaliser de la spectroscopie.

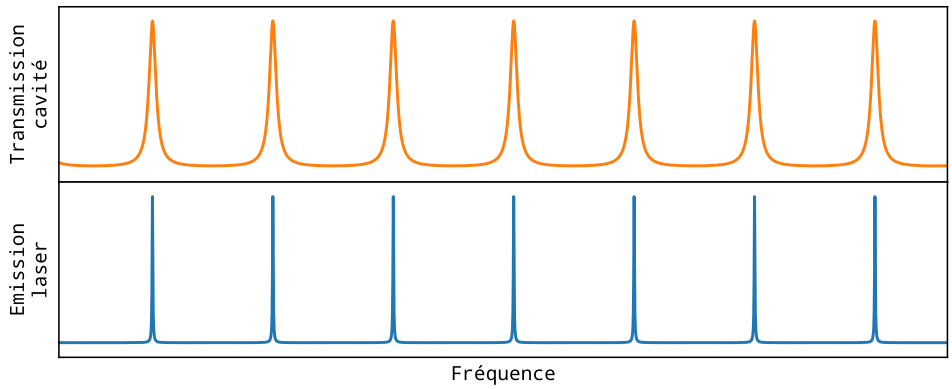


FIGURE 1.7 – Les modes de cavité et l'émission d'un laser femtoseconde ont des formes similaires rendant intéressant leur utilisation combinée.

C'est en 1999 qu'apparait la première trace d'utilisation d'un laser femtoseconde en cavité pour de la spectroscopie avec les travaux de Crosson *et al.* [25] dans lequel

ils réalisent des mesures CRDS mode par mode. Il faudra attendre quelques années pour qu'apparaissent les premiers travaux réalisant des mesures de spectroscopie large bande avec un laser femtoseconde injecté dans une cavité.

1.2 Méthodes utilisant des détections classiques

1.2.1 Injection par balayages - 2002

Les premiers essais d'utilisation d'un laser femtoseconde à verrouillage de modes pour la spectroscopie large bande en cavité ont été réalisés par Gherman et Romanini [26] en 2002.

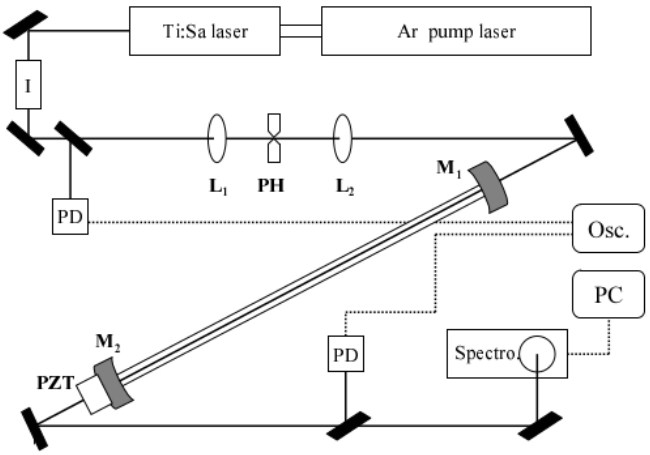


FIGURE 1.8 – Schéma du montage expérimental, issu de la publication de Gherman et Romanini [26], de la première utilisation d'un laser femtoseconde pour réaliser de la spectroscopie en cavité.

Dans cette expérience, un laser Titane-Saphire à verrouillage de modes est injecté dans une cavité linéaire formée de deux miroirs. La sortie de cette cavité est ensuite analysée par un spectroscope à réseau classique avec un pouvoir de résolution de 50000. L'astuce, dans ce montage, est de ne pas verrouiller le laser sur la cavité mais de l'injecter dynamiquement dans celle-ci. Pour ce faire, la longueur de cavité est grossièrement ajustée, via un actionneur piézoélectrique déplaçant un des miroirs, pour être placée au point dit "magique". Ce "point magique" correspond à une longueur de cavité où son ISL est égal à un multiple entier de celui du laser.

Une fois placée au "point magique", la longueur de cavité est modulée rapidement, à vitesse constante, pendant la durée de l'acquisition. Cette modulation assure la continuité de l'injection du laser, au cas où l'ISL de ce dernier aurait un peu dérivé par rapport à celui de la cavité, mais ce n'est pas son unique intérêt. En présence de dispersion [27], pouvant être due à la présence de molécules dans la cavité ou à la structure des miroirs, il est impossible d'injecter simultanément toutes les dents, l'ISL de la cavité n'étant pas constant. Ce balayage permet d'assurer l'injection de celles-ci malgré la dispersion. L'injection ne sera pas simultanée mais aura lieu pour tous les modes à des instants potentiellement différents. La vitesse du balayage étant constante, l'énergie injectée dans les différents modes sera la même pour tous et ceci quel que soit le moment où ils l'ont été. Ceci permet d'obtenir des spectres exempts de toutes distorsions. Mais, en contrepartie, l'injection n'étant pas réellement résonnante, le facteur d'amplification obtenu n'est pas égal à $\frac{2F}{\pi}$ mais à $\frac{F}{\pi}$ [26].

Ce design, par sa simplicité, possède une réelle robustesse. Il a notamment pu

être mis en œuvre pour réaliser un instrument de mesures fonctionnant sur des terrains difficiles (sur un bateau, en Antarctique) dans le cadre du projet MOCAMAR [5, 28, 29]. Cet instrument, travaillant dans l'UV (via un cristal doubleur, profitant de la puissance crête importante des lasers femtosecondes), permet de réaliser des mesures dont la sensibilité est uniquement limitée par le bruit de photons dans des temps d'acquisition entre 10 ms et 10 minutes [30]. Ceci a notamment permis d'atteindre des records de sensibilité en détectant quelques dizaines de parties par trillion (10^{-15}) [31] de molécules fortement absorbantes, avec une résolution de 4 GHz sur une bande de 2 THz de large (limitées par les 2048 pixels de la caméra) [28].

La principale limitation de cette technique, en plus d'un facteur d'amplification amoindri, est liée à l'utilisation d'un spectrographe dispersif dont la résolution est restreinte par la taille et le nombre des pixels présents sur le détecteur. Dans les faits, sur chaque élément spectral, sont enregistrées plusieurs dents du laser, la résolution spectrale n'est donc pas encore aux limites théoriquement atteignables.

1.2.2 Injection par asservissement fin en fréquence sur la cavité et compensation de dispersion - 2006

1.2.2.1 Premiers essais - 2006

En 2006, Thorpe *et al.* [32] proposent une méthode radicalement différente pour obtenir une injection continue et simultanée des modes d'une cavité en mettant en place un asservissement complet du peigne du laser sur celui de la cavité résonante.

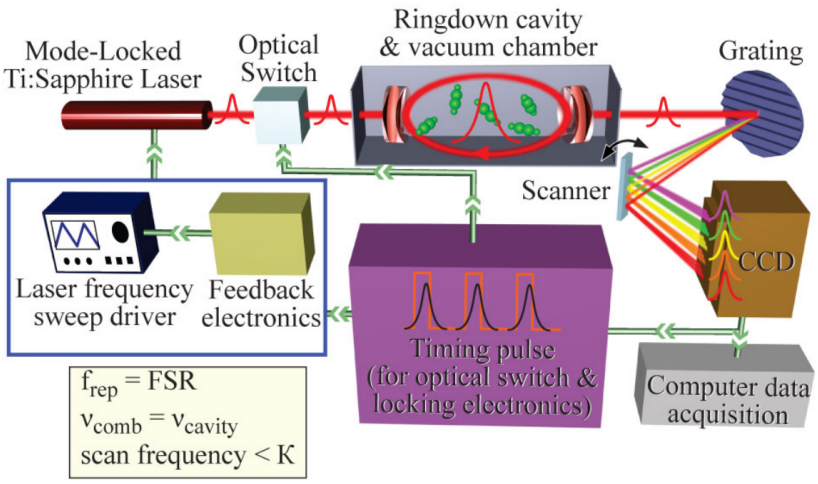


FIGURE 1.9 – Schéma du montage expérimental, issu des informations additionnelles à la publication de Thorpe *et al.* [32].

Dans ce travail, l'ISL et la fréquence f_0 sont ajustés via le déplacement de certains éléments de la cavité du laser (position d'un miroir et d'un prisme). Les signaux d'erreur permettant ces corrections sont générés d'une façon non détaillée dans l'article de 2006. Mais la méthode utilisée est sûrement analogue à celle mise en place dans des travaux concernant la stabilisation des lasers femtosecondes en cavités de haute finesse présentés par la même équipe en 2000 et 2004 [19, 24]).

Ce qui est particulièrement intéressant dans ces travaux de 2006 est le travail réalisé pour injecter le laser sur une grande plage de fréquences. Un soin tout particulier y est apporté pour réduire au maximum la dispersion de la cavité [33] et prenant en compte celle induite par la présence du gaz étudié pour la compenser par un miroir à dispersion négative. Ce travail permet l'injection large bande du laser femtoseconde (60 nm [32] dans la zone centrale des miroirs, tombant à 15 nm dans les zones où la

dispersion est moins bien compensée). Mais ceci n'est pas toujours facilement réalisable, notamment dans le cas d'échantillons dispersifs mal définis où la dispersion peut être difficilement prédictible.

La sortie de cavité est ensuite analysée via un spectrographe permettant de réaliser une mesure de temps de déclin de la cavité pour les différentes longueurs d'onde injectées, via une méthode sans CCD rapide présentée dans un article de Scherer *et al.* [34]. Cette technique de spectroscopie, appelée aussi CRDS (de l'anglais *Cavity Ring-Down Spectroscopy*), mesure la durée nécessaire pour vider une cavité des photons piégés dedans – cette durée de déclin étant liée à d'éventuelles molécules absorbantes présentes en son sein [35]. Dans ce travail, la résolution spectrale du système est de 25 GHz sur 7 THz étudiés (15 nm). Celle-ci reste limitée par le compromis nécessaire lié au dimensionnement du capteur CCD, lequel enregistre plusieurs dents (approximativement 60) sur chaque élément spectral – avec ses 340 pixels celui-ci ne permet pas d'atteindre pas la résolution ultime du peigne femtoseconde. Les auteurs soulignent qu'il serait possible d'utiliser des systèmes plus dispersifs, sans réduire dramatiquement la compacité du système, pour obtenir de meilleures résolutions. Il existe notamment les réseaux en phases virtuellement imagées (ou VIPA de l'anglais, Virtual Imaged Phase Array) [36] que Thorpe *et al.* utiliseront en 2008 [37] dans un montage de spectroscopie directe en cavité leur permettant d'exploiter 1000 éléments spectraux (abandonnant l'idée de CRDS multiples qui n'a plus été réutilisée dans la littérature). Dans la pratique, ces systèmes VIPA s'avèrent difficiles à utiliser et demandent d'avoir des instruments très stables mécaniquement et restent limités par les problèmes de dimensionnement des capteurs CCD.

1.2.2.2 Spectroscopie à transformée de Fourier, basée sur un interféromètre Michelson - 2010

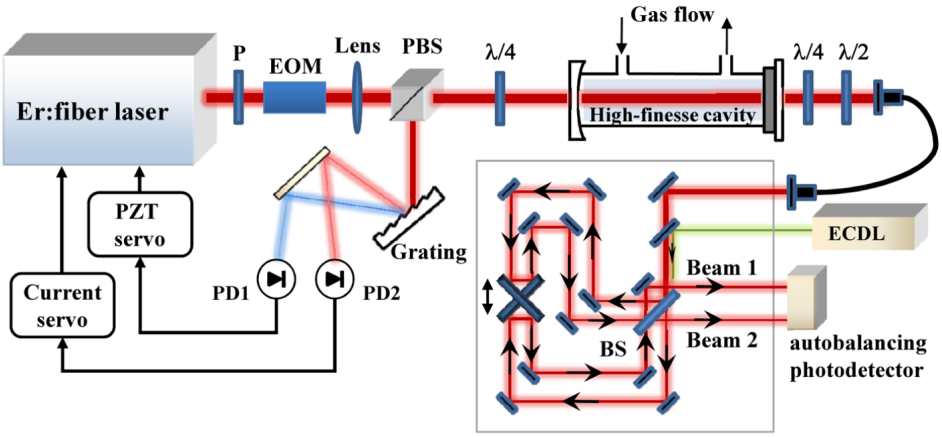


FIGURE 1.10 – Schéma du montage expérimental, issu de la publication de Foltynowicz *et al.* en 2011 [38].

Pour réaliser une étude spectrale avec une plus grande résolution sans éléments dispersifs, et s'affranchir ainsi du compromis lié aux capteurs CDD, il est nécessaire d'utiliser des méthodes interférométriques dont la plus répandue se base sur l'interféromètre de Michelson [39, 40]. L'interféromètre de Michelson permet d'obtenir de très bonnes résolutions sur de larges plages de fréquences en une seule acquisition, et constitue ainsi un outil des plus intéressants pour réaliser la spectroscopie d'un peigne de fréquences issu d'un laser femtoseconde. En 2009, Mandon *et al.* [41] propose donc un premier montage associant un laser femtoseconde analysé via un Michelson mécanique. C'est pour réduire les temps d'acquisition – principal dé-

faut de ces spectroscopes est la nécessité de moyenner longtemps – que l'utilisation d'une cavité résonante, grâce à l'amplification d'absorption qu'elle apporte, s'avère particulièrement intéressante. En 2010 Kassi *et al.* [42] réalisent le premier montage utilisant un laser femtoseconde injecté dans une cavité et analysé par un spectromètre de Michelson commercial. Mais il faut attendre les travaux de Foltynowicz *et al.* en 2011 [38], se basant sur un Michelson *fait maison*, pour obtenir le meilleur de cette technique et des mesures uniquement limitées par le bruit de photons [38].

Dans ce montage, un laser femtoseconde est asservi sur une cavité haute finesse (F = 8000) via des signaux d'erreur générés par la technique Pound-Drever-Hall [43, 44] (noté PDH dans la suite) asservissant le laser à deux longueurs d'onde différentes [19, 24]. D'après les notes supplémentaires de l'article, l'asservissement en fréquence des dents du laser au centre des modes de cavité obtenu avec ce montage est inférieur à 7,5 kHz. Il est à noter que, dans ce montage, la dispersion des miroirs de cavité utilisés ne permet d'injecter que 50 nm du peigne généré par le laser femtoseconde. La sortie de cavité est ensuite analysée avec un interféromètre de Michelson à balayage rapide utilisant une détection balancée. Ce montage a été ensuite amélioré en 2016 [45] pour permettre, en adaptant le délai de l'interféromètre Michelson au taux de répétition du laser, d'atteindre des résolutions en deçà de la limite de Fourier et de réduire ainsi le temps nécessaire pour obtenir des acquisitions à haute résolution spectrale.

Cette technique, utilisant un Michelson, est très performante et certains de ces développements sont prometteurs (par exemple, la technique NICE-OFCS [46]). Mais, par l'utilisation de pièces mobiles, la complexité et l'encombrement du système, celui-ci n'est vraiment pas adapté pour être déplacé et réaliser des mesures de terrain.

1.3 Méthodes utilisant la spécificité des peignes de fréquences

Les méthodes décrites dans la partie précédente utilisent des schémas de détections classiques. Les méthodes présentées ici exploitent avantageusement la spécificité de l'émission des lasers femtosecondes, en forme de peigne de fréquences, pour réaliser la spectroscopie d'un échantillon en cavité.

1.3.1 Injection par effet Vernier - 2007

Une proposition permettant de surpasser les problèmes de résolution liés aux tailles des capteurs CCD a été décrite en 2007 par Gohle *et al.* [47] et utilise un effet Vernier en cavité résonante. Cet effet (décrit plus en détail dans la section 2.2) permet, en désaccordant légèrement l'ISL du laser de celui de la cavité, d'injecter et filtrer une partie du peigne laser .

Dans les travaux de Gohle *et al.*, l'effet Vernier est ajusté (par le choix de la finesse de cavité et du désaccord en fréquence des deux peignes) de manière à n'injecter qu'un mode de cavité sur 69 (voir la sous-figure (b) de la figure 1.11). Ainsi les dents injectées sont séparées d'un écart en fréquence bien plus grand que l'ISL initial du laser femtoseconde et peuvent être facilement résolues avec un spectrographe à réseau. Ensuite, en modifiant la longueur de cavité avec un actionneur piézoélectrique, ce filtre en forme de peigne large est déplacé en fréquence afin d'enregistrer, les uns après les autres, les 68 groupes de modes suivants (voir la figure 1.11). Ce balayage est synchronisé avec le déplacement vertical du capteur CCD pour reconstruire un spectre complet en 2D (voir la sous-figure (c) de la figure 1.11).

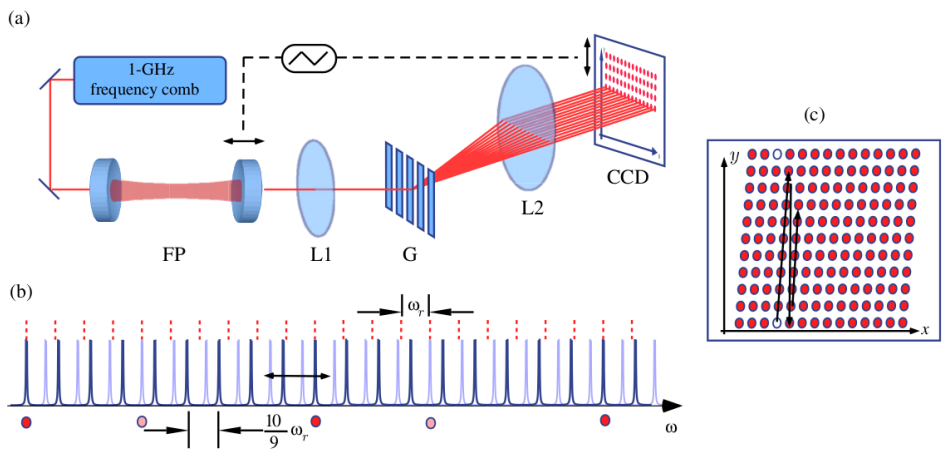


FIGURE 1.11 – Schéma du montage expérimental de Gohle *et al.* en 2007 [47].

Avec cette méthode, par la création de peignes intermédiaires plus larges, les dents individuelles du laser femtoseconde peuvent être résolues sur un domaine spectral de plus de 8 nm. Les auteurs précisent que cette plage spectrale pourrait atteindre 40 nm en optimisant la disposition des spots lumineux sur la CCD de détection. Tout comme la technique ML-CEAS, en utilisant une méthode de balayage cette stratégie s'immunise aux problèmes de dispersions et permet de réaliser une acquisition en une dizaine de millisecondes.

Cet effet Vernier a également été réutilisé dans les travaux de Thorpe *et al.* en 2008 dans une configuration différente. En décalant peu les deux ISL, un seul mode Vernier est transmis par la cavité. En balayant celui-ci, le spectre de transmission de l'échantillon peut être enregistré sur une simple photodiode, pour couvrir 1,6 THz en 220 ms avec 320 éléments spectraux.

En 2014, les travaux de Rutowski et Morville [48] montrent que ces méthodes Vernier, avec l'utilisation de cavité basse finesse (F=300), pourraient permettre d'atteindre la résolution des dents individuelles du peigne (dans l'article les auteurs précisent que leur montage est limité par la stabilité de leur source laser) tout en étant large bande (40 THz) avec une résolution spectrale de 400 MHz.

1.3.2 Méthode multi-hétérodyne - 2008 - Spectroscopie à double peigne de fréquences

La méthode de spectroscopie à double peigne de fréquences est une autre alternative pour pallier la difficulté d'enregistrer un spectre large bande avec une bonne résolution. Naïvement, on pourrait vouloir enregistrer le signal temporel du peigne transmis pour en réaliser directement la transformée de Fourier et obtenir ainsi son spectre avec une résolution définie par les propriétés de la transformée de Fourier (liée au temps d'acquisition). Or, ceci n'est pas possible. Les fréquences lumineuses à mesurer sont de l'ordre de grandeur de la centaine de THz et il n'existe aucun détecteur et système d'acquisition assez rapides pour enregistrer de tels signaux (bande passante maximale ≈10 GHz). Il est donc nécessaire d'utiliser une astuce pour récupérer l'information contenue dans ce peigne par transformée de Fourier directe du signal temporel. La spectroscopie à double peigne de fréquences est une méthode qui va permettre de compresser le peigne initial dans un domaine de fréquence plus restreint afin de pouvoir ensuite l'enregistrer et l'analyser par transformée de Fourier.

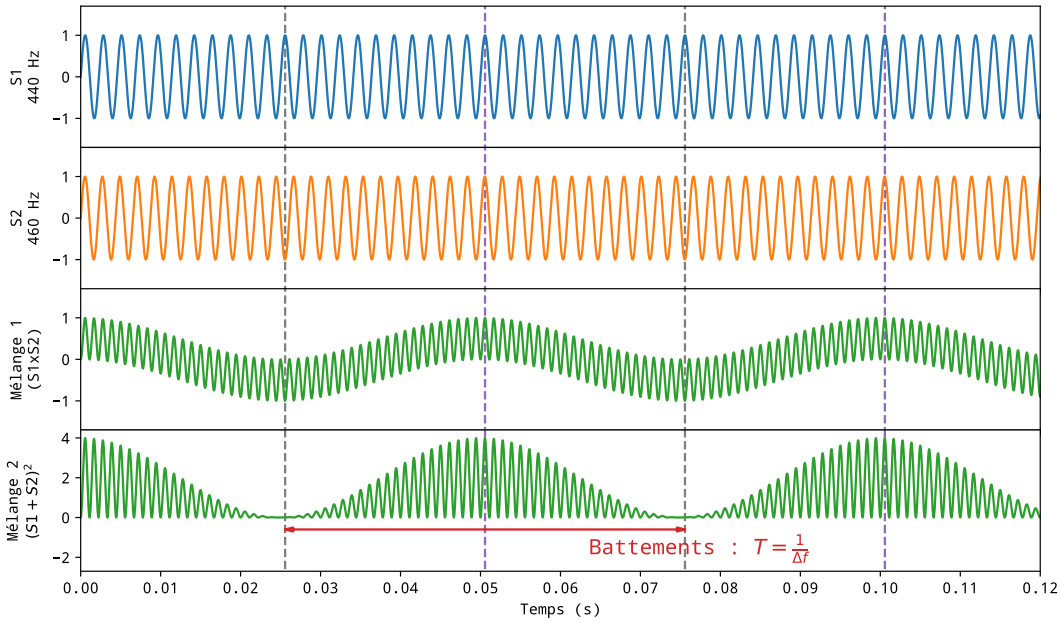


FIGURE 1.12 – Principe des battements illustré sur un mélange de deux ondes désaccordées de 20 Hz. En pointillé gris, les positions où les deux signaux sont en opposition de phase. En pointillé violet, les positions où ils sont en phase.

Comme son nom l'indique, la spectroscopie à double peigne de fréquences utilise un deuxième peigne, en plus du premier utilisé pour sonder l'échantillon. Ce second peigne, d'ISL légèrement différent, sert d'oscillateur local de référence et permet la lecture du premier via une détection multi-hétérodyne [49-51]. Le principe de la détection hétérodyne consiste à mélanger le signal à étudier avec une oscillation de référence ayant une fréquence différente afin d'observer un phénomène de battement (illustré sur la figure 1.12). Cette différence de fréquence fait qu'au cours du temps ces deux ondes se décalent l'une par rapport à l'autre et interfèrent ensemble de façon plus ou moins constructive. Cette interférence crée une modulation d'amplitude dans le mélange obtenu (signaux en vert dans la figure 1.12). Cette modulation, composée d'une fréquence égale à la différence des fréquences des deux signaux et d'une seconde fréquence égale à leur somme, a une amplitude liée à celle des signaux l'ayant générée. Ces battements permettent de ramener des hautes fréquences – ici, des fréquences optiques plus grandes que 100 THz et non mesurables directement sur un détecteur – vers un domaine de fréquences plus basses pouvant être mesurées plus facilement. Cette méthode est utilisée en électronique notamment pour la démodulation de signaux modulés en fréquence (poste radio FM) ou chez les musiciens pour accorder leur instrument (guitare, orgue) ou générer des sons (Thérémine, ondes de Martenot, effet de *chorus*, etc).

Dans le cas de la spectroscopie, deux peignes de fréquences sont mélangés optiquement sur une lame séparatrice et détectés par une photodiode. Le signal détecté par celle-ci, proportionnel à l'intensité lumineuse (moyenne temporelle sur le temps de réponse de la photodiode du carré de la somme des champs électriques : mélange 2 sur la figure 1.12), contient la somme de tous les battements entre les différentes fréquences composant les deux peignes que l'on va pouvoir mesurer (illustrés figure figure 1.13) – on parle d'une détection multi-hétérodyne. Si les ISL des deux peignes mélangés sont différents, les notes de battements reforment le peigne de mesure avec un ISL plus petit (égale au désaccord des deux ISL) dans une gamme de fréquences pouvant être mesurée simplement par transformée de Fourier du signal enregistré sur une photodiode rapide. En d'autres termes, la détection multi-hétérodyne per-

met de compresser le domaine spectral pour le mesurer plus simplement.

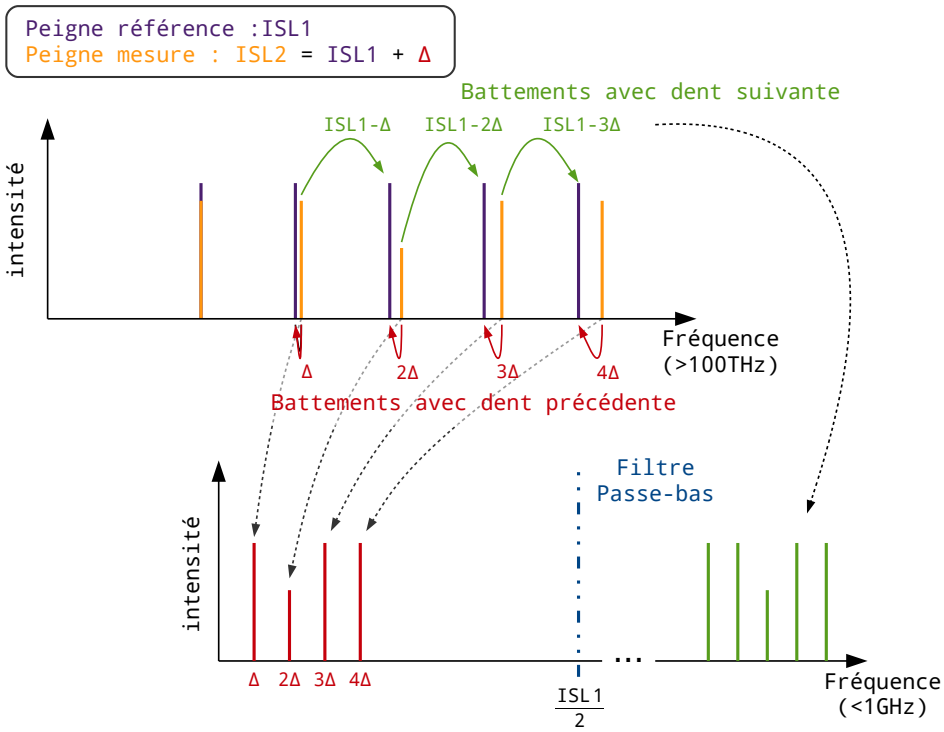


FIGURE 1.13 – Battements lors du mélange de deux peignes optiques d'ISL légèrement désaccordés.

La résolution en fréquence de cette méthode est égale à celle de la transformée de Fourier, elle peut donc être facilement ajustée en fonction de la durée d'acquisition. Il est à noter, comme pour les mesures utilisant un interféromètre de Michelson, qu'il est important d'avoir une grande dynamique sur la carte d'acquisition enregistrant les signaux de battements pour obtenir des bons interférogrammes avec un rapport signal sur bruit suffisant. De plus, il est crucial d'avoir une chaîne d'acquisition avec une bande passante suffisante pour enregistrer tous différents battements (à minima $\frac{ISL}{2}$).

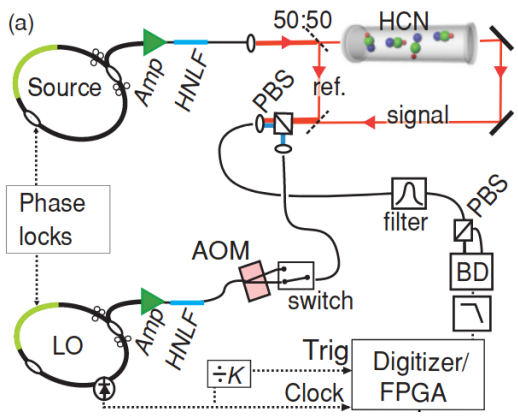


FIGURE 1.14 – Schéma du montage expérimental, issu de la publication de Coddington *et al.* en 2010 [52].

En 2008, Coddington *et al.* [53] mettent en place des premiers montages (au même moment Giaccari *et al.* [54] publient également une méthode similaire), détaillés de façon plus complète dans un article de 2010 [52]. Leur montage permet d'atteindre la résolution individuelle des dents du peigne grâce à l'utilisation de lasers femtosecondes stabilisés et verrouillés entre eux en phase via une électronique complexe (asservissement détaillé dans l'article publié en 2010 [52]).

La partie spectroscopie de ce montage est simple en comparaison de la partie nécessaire pour asservir en phase les deux lasers. Les deux peignes, dont un traverse l'échantillon, sont mélangés ensemble via un séparateur de faisceau. Le mélange est ensuite filtré par un mono-

chromateur d'une largeur de 2 nm, dont la fréquence centrale est ensuite modifiée afin de construire le spectre morceau par morceau. Cette étape n'est pas obligatoire, certes elle rallonge le temps d'acquisition, mais permet d'améliorer le ratio signal sur bruit en évitant de saturer la photodiode [52]. Le signal optique est enregistré sur une photodiode balancée pour obtenir l'interférogramme temporel pouvant être analysé par transformée de Fourier.

Ce montage permet de réaliser, sur une plage de 70 nm à 1550 nm (9 THz), un enregistrement de 41000 éléments spectraux permettant d'atteindre la résolution individuelle des dents avec des fréquences définies par la résolution de la transformée de Fourier utilisée (pour les détails, voir l'article de Coddington *et al.*, où l'analyse est complète [52]).

Cette détection est prometteuse, en solutionnant les limitations des interféromètres Michelson sans éléments mobiles, elle ouvre une voie vers une spectroscopie de haute résolution sur de larges bandes spectrales avec du matériel de détection simple. En contrepartie, la simplicité gagnée sur la partie spectroscopie est largement contrebalancée par la nécessité d'utiliser deux lasers femtosecondes asservis en phase l'un sur l'autre par un système complexe – à noter l'existence d'un travail intéressant de Ideguchi *et al.* [55] corrigeant, via un système d'une grande complexité, en temps réel les interférogrammes obtenus avec deux lasers non-asservis entre eux.

Les travaux de Coddington *et al.* n'utilisent aucune cavité résonante pour amplifier les signaux d'absorption et, dans la littérature, on trouve peu de tentatives alliant spectroscopie à double peigne de fréquences et amplification par cavité résonante. Les premiers travaux en ce sens sont ceux de Bernhard *et al.* en 2009 [56], lesquels souffraient de problèmes de stabilité de l'asservissement et la résolution obtenue (4.5 GHz) ne leur permettant pas d'obtenir la résolution individuelle des dents. On peut également citer des tentatives de Fiesher *et al.* en 2016 [57], où les deux peignes sont fabriqués avec plusieurs centaines de dents et permettent de couvrir seulement 50 GHz. Plus récemment, en 2019, quelques équipes ont commencé à publier de nouveaux montages. On peut notamment citer les travaux de Hoghoughi *et al.* [58] qui travaillent au développement d'un instrument transportable, lequel atteint des sensibilités intéressantes. Dans le but d'obtenir une résolution individuelle des dents des peignes, Zhang *et al.* [59] ont également récemment développé un instrument utilisant une correction adaptative de l'interférogramme enregistré pour régler les problèmes de cohérences relatives entre les deux peignes utilisés via un système complexe.

Le travail présenté dans cette thèse entre dans cette volonté de développer une spectroscopie à double peigne de fréquences en cavité résonante. Il vise également à fabriquer un dispositif transportable en gardant le système le plus simple et robuste possible. Afin d'éviter les problèmes de cohérence mutuelle, la solution choisie n'utilisera qu'une seule source laser afin de construire, par définition, deux peignes mutuellement cohérents sans électroniques complexes.

CHAPITRE 2

UTILISATION DE CAVITÉS JUMELLES, UNE NOUVELLE STRATÉGIE POUR LA SPECTROSCOPIE À DOUBLE PEIGNE DE FRÉQUENCES

La spectroscopie à double peigne de fréquences utilisant une cavité résonante reste une méthode extrêmement complexe, réservée à quelques grands laboratoires dans le monde (par exemple le laboratoire américain NIST et le Max Plank Institut). C'est dans une volonté de simplification – afin d'exporter ces méthodes hors des laboratoires d'optique pour réaliser des mesures de terrain – que se place le projet développé lors de cette thèse. Ce désir de simplification passe tout d'abord par la réduction du nombre de sources utilisées. Avec une seule source laser, les problématiques liées à l'asservissement en phase des deux peignes de fréquences sont éliminées, réduisant ainsi radicalement la complexité, les coûts et la place nécessaire pour ce type d'instrumentation. Cette réduction d'encombrement, associée à un gain en robustesse, permettrait notamment d'utiliser ce genre de méthodes pour des mesures in-situ et simultanées de traces de gaz de plusieurs molécules afin de compléter les instruments existants.

La spectroscopie à double peigne de fréquences nécessite d'utiliser deux peignes optiques avec des ISL différents, ce qui – dans le cas de notre méthode n'utilisant qu'une seule source laser femtoseconde – va constituer un des défis majeurs de conception. La plupart des solutions mono-sources se basent sur la conception de sources modifiées, lesquelles produisent directement les deux peignes à partir d'une cavité laser unique [60-65].

Lors de cette thèse, les prémisses d'une méthode abordant la problématique sous un autre angle ont été explorées. Au lieu de fabriquer une source dédiée, la stratégie choisie utilise un oscillateur femtoseconde Titane-Saphir disponible dans le commerce (dont les détails sont disponibles en annexe I.1). Le peigne de fréquences émis par celui-ci sera en partie modifié pour fabriquer un second peigne d'ISL, légèrement désaccordé, via une méthode qui sera abordé dans la section 2.1.

Cette stratégie offre un avantage double. Tout d'abord, elle ne demande pas le développement d'une source laser complexe réservée à quelques experts en optique, mais s'appuie sur du matériel commercial relativement simple à utiliser. De plus, le second peigne étant fabriqué à partir du premier, il est – par construction – asservi à celui-ci ; éliminant ainsi une des sources majeures de complexité des montages existants.

Afin d'avoir un réel intérêt pour la détection de traces de gaz, la méthode développée a pour objectif d'utiliser des cavités de haute finesse ($F > 10000$). L'utilisation

de telles finesses pose de grandes difficultés au regard de leur injection, la moindre fluctuation en fréquence de la source va immédiatement se traduire par une mauvaise injection de la lumière dans la cavité. Ainsi, le bruit en fréquence de la source laser est converti directement en bruit d'amplitude sur la transmission de la cavité et dégradent fortement la qualité de la mesure d'absorption.

Ceci va constituer le second défi du projet étudié durant de cette thèse, il est nécessaire de mettre en place un asservissement en fréquence du peigne laser sur celui de la cavité. Une nouvelle méthode, inspirée des travaux de Rutkowski et Morville [48], a été mise en place pour ce projet et sera présentée dans la section 2.2.

2.1 Fabrication d'un second peigne de fréquences d'ISL différents à partir d'une source unique

La fabrication du second peigne d'ISL différent va se dérouler en deux étapes (illustrées figure 2.1).

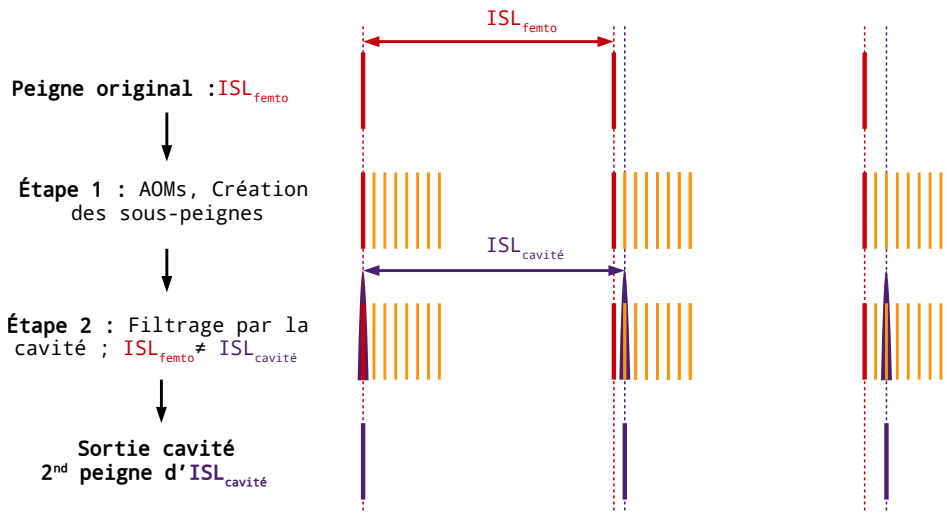


FIGURE 2.1 – Principe général de la fabrication du second peigne de fréquences.

Dans un premier temps, les dents du peigne initial (en rouge sur la figure 2.1) vont être dupliquées sous la forme de sous-peigne plus resserrés (en orange sur la figure 2.1) afin de former une réserve de dents disponibles pour la construction du second peigne – cette étape sera détaillée dans la section 2.1.1. Cette réserve de dents est ensuite filtrée par injection dans une cavité d'ISL légèrement différent de celui du peigne original. Seules les dents ayant une fréquence correspondant à un mode de la cavité, en violet sur la figure 2.1, seront transmises et en sortie de cavité se forme un nouveau peigne de fréquences d'ISL égal à celui de la cavité – les détails de cette étape seront abordés dans la section 2.1.2.

Concrètement, ceci est réalisé via un modulateur acousto-optique, ou AOM (de l'anglais *Acousto-Optic Modulator*), permettant de balayer en fréquence le peigne du laser pour l'injecter dans une cavité d'ISL désaccordé. Par le balayage de la fréquence du peigne laser, les modes de la cavité sont successivement injectés par différentes dents de celui-ci (illustré dans le domaine temporel par la figure 2.2). En sortie de cavité se forme un nouveau peigne, d'ISL égal à celui-de la cavité, composé des différentes dents apparaissant les unes après les autres au cours du temps. La section qui suit aborde, dans le domaine des fréquences, les détails du principe de fabrication de ce peigne suivis d'une démonstration expérimentale de leur réalité optique.

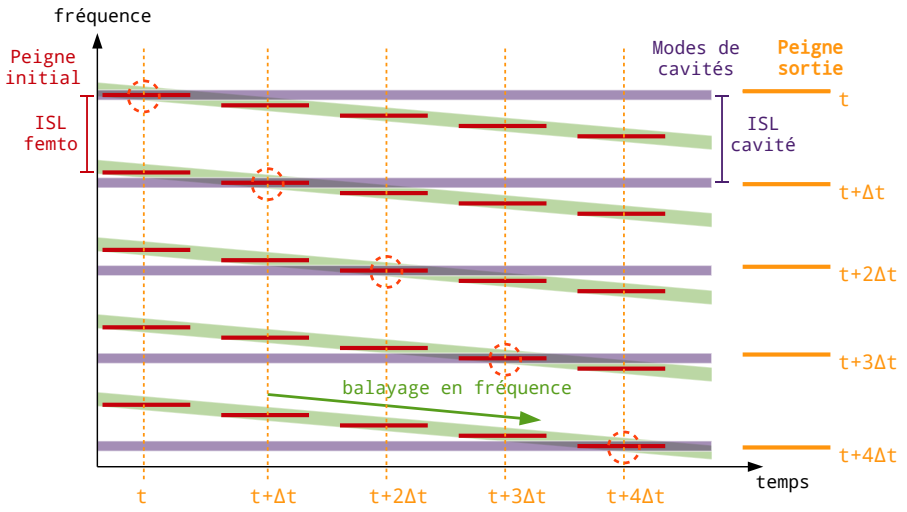


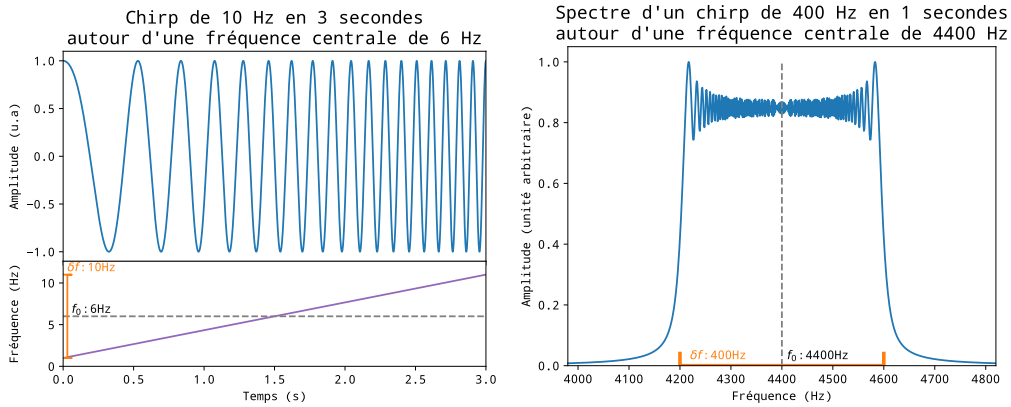
FIGURE 2.2 – Principe général, dans le domaine temporel, de la fabrication du second peigne de fréquences.

2.1.1 Fabrication de peigne par l'utilisation d'un système double-AOM, étude dans le domaine des fréquences

Le dispositif expérimental envisagé pour fabriquer le second peigne femtoseconde demande d'être capable de dupliquer chacune des dents du peigne laser sous la forme d'un petit peigne. La section qui suit est une description de la méthode utilisée, laquelle se base sur un système double-AOM (détaillé en annexe F.1), pour fabriquer des peignes à partir d'une source mono-fréquence. Ces peignes seront ensuite étudiés dans deux montages différents afin de montrer leur versatilité et leur réalité optique.

2.1.1.1 Principe de fabrication de peignes à partir d'une source mono-fréquence

Afin de transformer une source mono-fréquence en peigne, celle-ci est modulée en fréquence par un *chirp* appliqué sur le signal de pilotage d'un système double-AOM. De façon générale, le *chirp* (de l'anglais signifiant gazouillis, car il décrit plutôt bien le chant des oiseaux) est une oscillation dont la fréquence glisse au cours du temps tout en pouvant être modulée en amplitude.



(a) *Chirp* dans le domaine temporel

(b) Spectre d'un *chirp*, obtenu par transformée de Fourier

FIGURE 2.3 – Simulation d'un *Chirp* dans le domaine du temps et des fréquences.

Pour la fabrication d'un peigne, le signal ne sera pas modulé en amplitude, seule sa fréquence glissera progressivement sur une plage de fréquences de largeur notée δf centrée autour de la fréquence notée f_0 en une durée T ; selon l'expression de l'équation (2.1) et illustrée sur la figure 2.3a.

$$f(t) = A\cos\left(2\pi\left[\left(f_0 - \frac{\delta f}{2}\right) + \frac{\delta f}{T}t\right]t\right) \tag{2.1}$$

Ce glissement de fréquence, continu et monotone, correspond, dans le domaine des fréquences, à une fonction porte centrée sur f_0 et de largeur δf (illustrée figure 2.3b). Ceci peut se comprendre intuitivement. Le balayage en fréquence ayant une vitesse constante, il permet au *chirp* d'explorer toutes les fréquences sur la largeur δf et de rester autant de temps sur chacune d'entre elles, répartissant ainsi uniformément la densité de puissance sur la gamme spectrale explorée.

Si ce motif est répété périodiquement, une discrétisation des fréquences composant son spectre apparaît. Ce phénomène peut se comprendre par la décomposition en série de Fourier ; un signal périodique, de forme quelconque et de fréquence f, peut être décomposé en une somme d'oscillations sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples entiers de f (la première étant appelée *fondamentale* et les suivantes *harmoniques*). Le spectre obtenu, pour un signal périodique, est donc un peigne de fréquences composé de dents séparées d'une distance égale à f. L'amplitude de ces dents est comprise dans une enveloppe liée à la forme du motif périodique (comme illustré sur la figure 2.4).

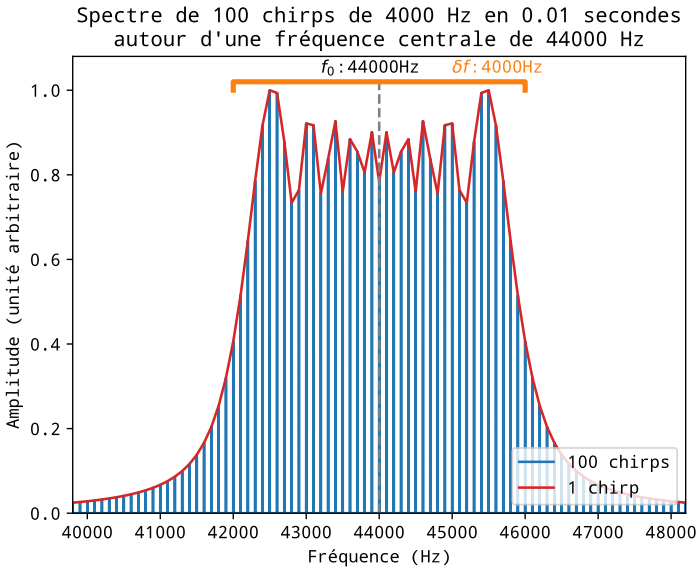


FIGURE 2.4 – En bleu, spectre par transformée de Fourrier d'une répétition de 100 *chirps* de 4 kHz, comparé à celui obtenu avec un unique chirp (en rouge). Sur le spectre issu de la répétition, l'écart entre deux dents est de 100 Hz.

Ainsi, le spectre d'un *chirp* répété périodiquement est un peigne d'ISL égal au taux de répétition du motif, borné par l'enveloppe de la fonction porte précédemment illustrée (sur la figure 2.3b).

En appliquant ce type de signaux sur un système double-AOM, la lumière transmise par celui-ci sera décalée en fréquence en adéquation avec la composition spectrale du signal de pilotage appliqué. Une source mono-fréquence ainsi modulée sera donc transformée en un peigne quasi plat, d'une étendue correspondant à δf, avec un ISL égal au taux de répétition du motif de *chirp* et décalé en fréquence par rapport à la source de f_0.

2.1.1.2 Mise en place expérimentale

Afin de tester l'effectivité de cette méthode, le montage expérimental illustré sur la figure 2.5 a été utilisé pour fabriquer des peignes de fréquences à partir d'une source laser DFB disponible au laboratoire [diode laser Nanoplus, 760,8 nm, détails en annexe I.2]. Malheureusement, celle-ci était très instable en fréquence (émission multi-mode à faible courant, présence de sauts de phases) rendant impossible la plupart des expériences (cette diode a pu être changée plus tard).

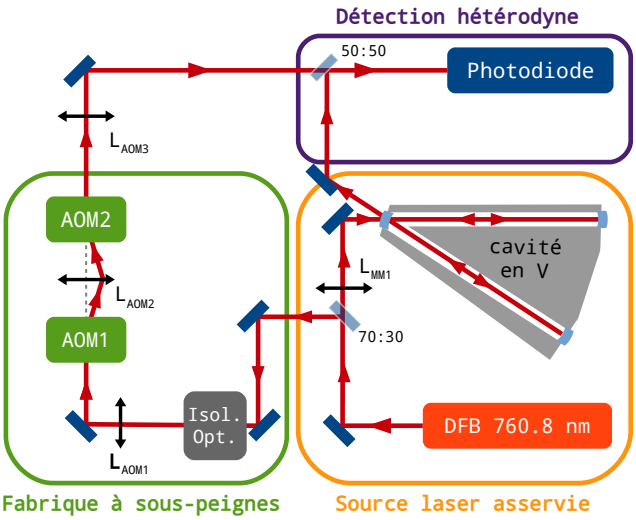


FIGURE 2.5 – Montage de fabrication de peignes à partir d'une source affinée.

Pour pallier ses défauts, la diode laser est injectée via une lentille (L_{MM1} sur la figure 2.5, calculée pour assurer un bon *mode matching* [66]) dans une cavité externe permettant de mettre en place une technique de rétroaction optique [67]. Celle-ci permet de verrouiller passivement la diode laser sur un des modes de la cavité et réduire fortement sa largeur spectrale jusqu'à des valeurs sub-kHz [68].

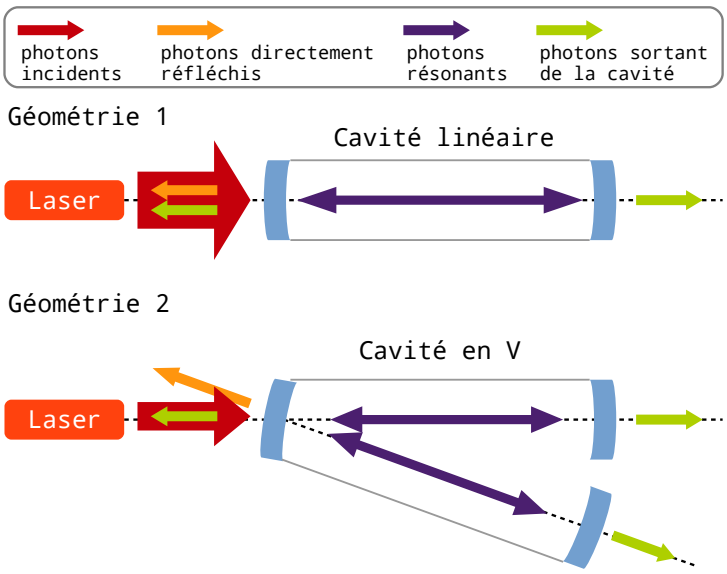


FIGURE 2.6 – Choix de la géométrie de cavité pour une rétroaction optique efficace.

Afin d'améliorer l'efficacité de cette rétroaction optique, la cavité externe choisie à une géométrie en V (dont les plans sont disponibles en annexe H.1). Dans une

cavité linéaire simple (*Géométrie 1* sur la figure 2.6), des photons non filtrés par la cavité, en provenance de la réflexion directe sur l'arrière du miroir d'entrée (en orange sur la figure 2.6), sont réinjectés dans le laser. Ceux-ci ne vont pas participer à l'effet de rétroaction optique. Pire, par leur phase aléatoire, ils vont fortement déstabiliser le laser et parasiter son émission. Il est possible d'essayer de filtrer ceux-ci (une méthode sera abordée dans la section 2.2.1.1), mais les résultats ne sont en général pas très satisfaisants. Il est plus efficace d'utiliser une géométrie de cavité en V (*Géométrie 2* sur la figure 2.6) qui, par sa simple forme, évite la réinjection de la réflexion directe (en orange sur la figure 2.6). Avec cette géométrie, les photons réinjectés dans le milieu amplificateur du laser ont tous été sélectionnés par la cavité, ce qui permet d'obtenir une source bien mieux asservie pouvant – une fois stabilisée en température –devenir une excellente source fine ultra-stable pour la spectroscopie et la métrologie [69]. Dans ce montage, la rétroaction optique permet d'abaisser la largeur spectrale de la diode laser de quelques MHz à quelques kHz tout en l'asservissant sur un mode de cavité ce qui permet d'assurer une émission stable en fréquence.

Une partie du faisceau de cette source stabilisée est prélevée par une lame séparatrice 70/30 afin de fabriquer des peignes grâce au système double AOM piloté par des *chirps* générés via un générateur de fonctions [Keysight 81150A] dont l'horloge est indexée sur un signal GPS (de l'anglais *Global Positioning System* pour Système mondial de positionnement) pour en augmenter sa stabilité en fréquence. Ce générateur permet de fabriquer des signaux pouvant aller jusqu'à une fréquence de 240 MHz, permettant ainsi d'exploiter quasiment toute la bande de fonctionnement des AOM utilisés (150-250 MHz). Pour l'étude qui suit, la fréquence centrale des *chirps* de commande sera de 180 MHz, permettant de fabriquer des peignes larges tout en restant dans les bandes passantes des différents appareils.

Les peignes obtenus ont des fréquences optiques beaucoup trop grandes pour être directement mesurés sur une photodiode (> 100 THz), ils sont donc analysés par mélange hétérodyne. Pour ce faire, ils sont mixés sur une lame séparatrice 50/50 avec la réflexion directe sur l'arrière du miroir d'entrée de la cavité. Par le phénomène de battements (détaillé dans la section 1.3.2), les fréquences optiques sont ramenées dans le domaine RF de quelques centaines de MHz (décalage appliqué par le système double-AOM) pour être enregistrées sur une photodiode rapide [Hamamatsu S5139 à effet avalanche alimentée par une tension de 135 V, bande passante de 900 MHz] reliée à un oscilloscope rapide [Lecroy HRO 64Zi avec une bande passante de 400 MHz]. Par transformée de Fourrier du signal temporel des battements, les peignes peuvent ensuite être observés et étudiés.

Peignes obtenus Sur les spectres obtenus, dont un est visible sur la figure 2.7, il faut distinguer deux zones contenant des pics correspondant à des battements.

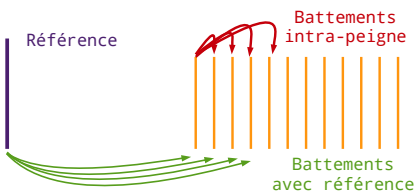


FIGURE 2.7 – Illustration des différents battements possibles.

La première zone (zone 1 sur la figure 2.8) est constituée de dents proches de 0 Hz, séparées entre elles par une distance correspondant au taux de répétition du motif appliqué au AOM (Δ) – celles-ci sont issues des battements intra-peigne illustré en rouge sur la figure 2.7. La forme générale de ce groupe de battements, en décroissante linéaire, correspond au nombre de combinaisons possibles pour chaque écart de fréquences. Celle-ci les rend plus complexes à analyser, ils ne seront pas étudiés dans la suite. Les battements entre la diode laser et les dents du peigne généré (en vert sur la figure 2.7) sont une cible bien plus intéressante car exempte de ces problèmes d'alias.

Ceux-ci sont accessibles dans la seconde zone se trouvant autour de la fréquence centrale de modulation des AOM, $f_0 = 2 \times 180MHz$ (illustrée en vert sur la figure 2.8).

Les peignes obtenus, présentés sur les figures 2.9a à 2.9d, ont l'étendue et l'écart entre dents que la théorie prévoit.

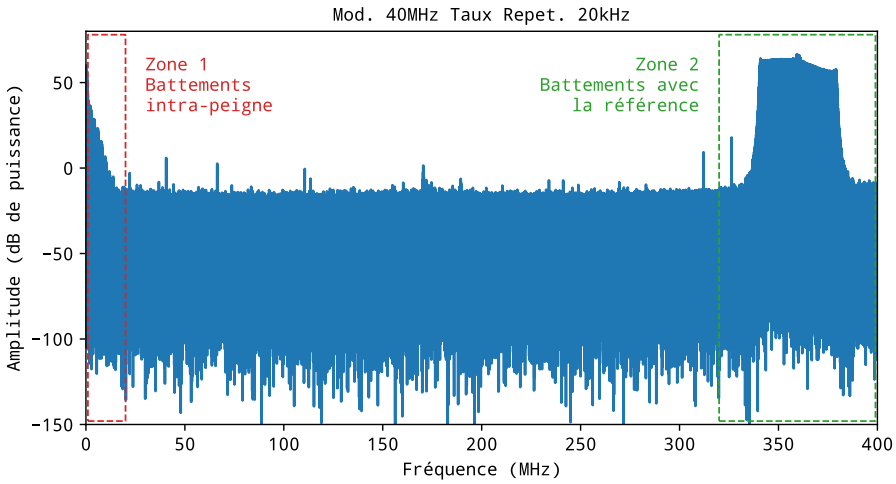
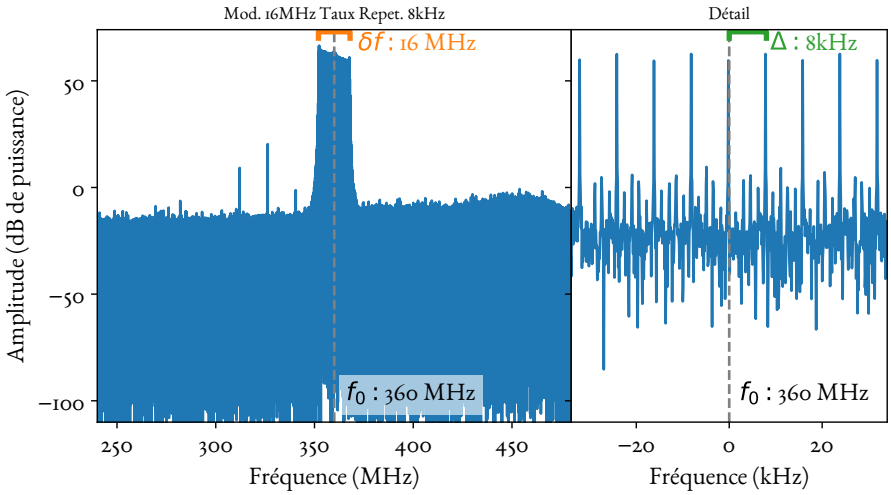
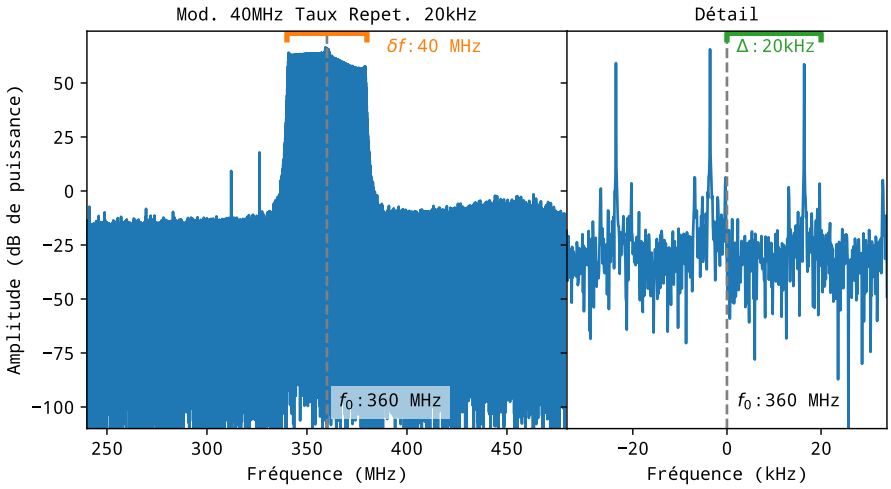


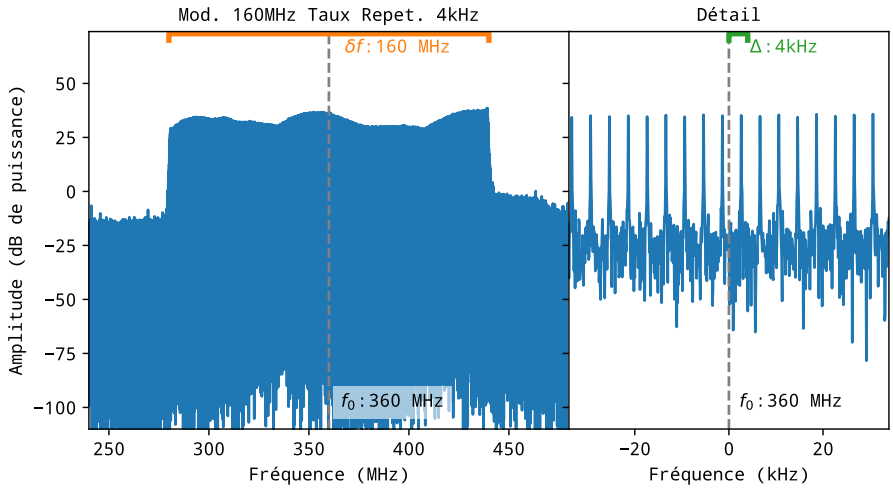
FIGURE 2.8 – Spectre complet obtenu par FFT (résolution : 200 Hz).



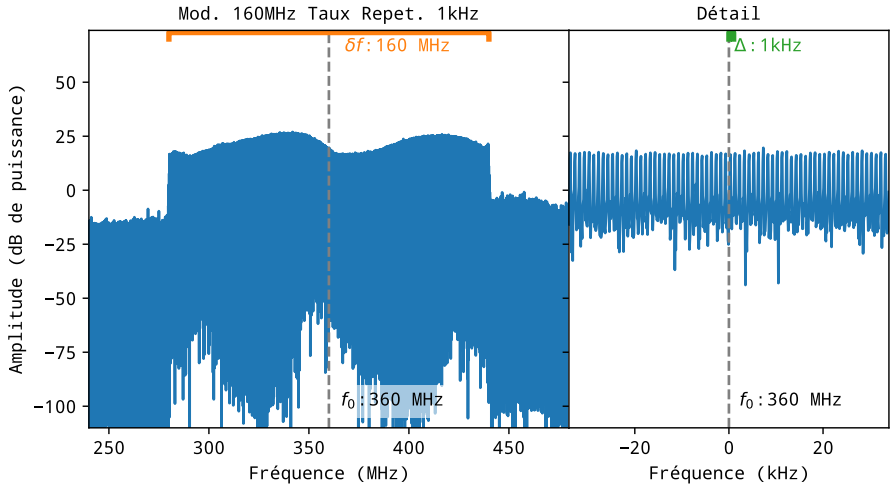
(a) Modulation de 16 MHz se répétant à 8 kHz.



(b) Modulation de 40 MHz se répétant à 20 kHz.



(c) Modulation de 160 MHz se répétant à 4 kHz.



(d) Modulation de 160 MHz se répétant à 1 kHz.

FIGURE 2.9 – Spectre obtenu par FFT du signal de battement (résolution : 100 Hz).

Il est à noter quelques curiosités sur les spectres obtenus. Tout d'abord les dents ne sont pas parfaitement aux fréquences prévues, la dent centrale ne tombe pas toujours à la fréquence centrale de la modulation appliquée aux AOM (visible sur les graphiques de "détail" des figures 2.9a à 2.9d). Il pourrait s'agir d'un artefact dû à une mauvaise synchronisation des bases de temps du générateur de fonctions pilotant les AOM et de l'oscilloscope – lequel utilise sa référence interne ayant une précision de 1,5 ppm (se dégradant de 1 ppm par année depuis la dernière calibration). Cette dérive relative des bases de temps pourrait engendrer un décalage sur les fréquences obtenues de plusieurs centaines de Hz sur des signaux en enregistrés d'une centaine de MHz.

La forme des peignes obtenus est également surprenante, ils ne sont pas plats. La structure prévue par la théorie avec de multiples rebonds (voir figure 2.4) est bien visible mais à celle-ci s'ajoute une seconde modulation d'amplitude plus importante et moins régulière. Cette modulation pourrait être liée à l'efficacité du système AOM qui n'est pas constante sur toute la gamme fréquentielle de fonctionnement. Mais cette explication n'est pas complètement satisfaisante au regard des différences de formes que l'on peut observer entre les figures 2.9c et 2.9d. Pour le moment, ceci n'est pas bien compris, tout comme la présence d'un excès d'amplitude des dents présentes au centre des peignes peu larges (bien visible sur la figure 2.9b).

Les peignes obtenus sont d'une grande versatilité, leur largeur n'est limitée que par la bande passante des AOM, la figure 2.9c montre que de larges gammes de fréquences sont exploitables (l'entièreté de la gamme de notre système double AOM, 250-480 MHz, est exploitable). Le nombre de dents est facilement ajustable en changeant le taux de répétition du motif appliqué aux AOM, celui-ci n'étant limité que par l'énergie disponible dans la dent initiale (jusqu'à 160000 dents générées sur notre système avant que le ratio signal sur bruit se dégrade trop, rendant les peignes inexploitables). Cette versatilité en fait une source intéressante pour faire de la spectroscopie de bonne résolution en utilisant des peignes extrêmement fins afin de sonder précisément des objets spectralement restreints. La principale limite technique est d'utiliser un système d'acquisition rapide avec la capacité d'enregistrer des acquisitions suffisamment longues pour contenir plusieurs périodes de modulations des AOM, condition nécessaire pour avoir une définition correcte des dents composant le peigne (comme illustré sur la figure 2.4).

Spectroscopie d'un mode de cavité Afin de démontrer la réalité, dans le domaine optique, des peignes RF observés dans l'expérience précédente, ceux-ci sont injectés dans un mode d'une cavité pour en réaliser la spectroscopie. Le dispositif expérimental (illustré sur la figure 2.10) est le même que celui présenté précédemment avec quelques ajouts pour injecter le peigne fabriqué dans la cavité à étudier (ici, la même que celle utilisée pour asservir la diode DFB). Le peigne généré est focalisé par une lentille, L_{MM2} sur la figure 2.10, de focale et position calculées afin d'assurer un *mode matching* correct pour réinjecter le faisceau par un des miroirs arrière de la cavité, comme illustré sur la figure 2.10.

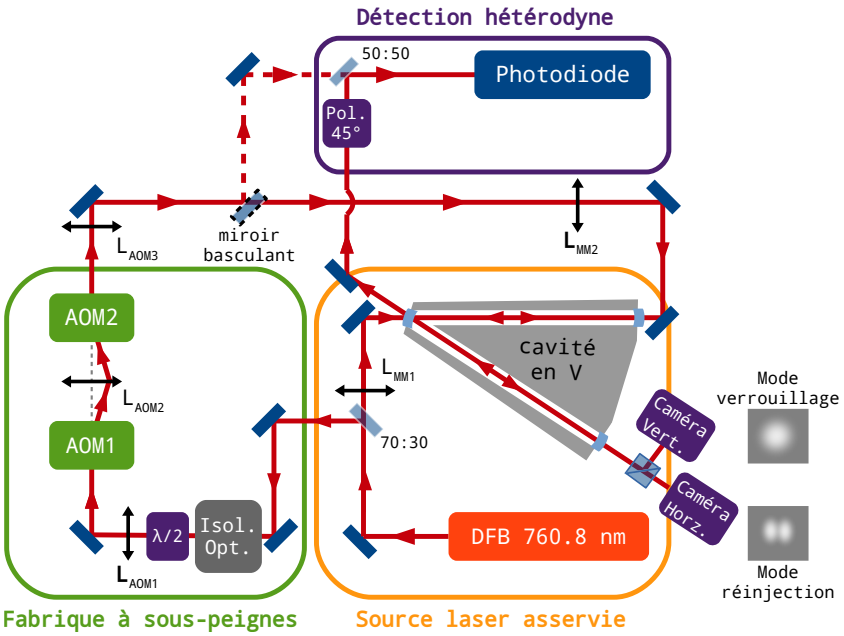


FIGURE 2.10 – Dispositif expérimental de fabrication d'un peigne à partir d'une source laser affinée et spectroscopie de cette même cavité.

La réinjection dans la même cavité que celle utilisée pour affiner spectralement l'émission de la diode laser pose problème. En effet, la lumière réinjectée par l'arrière est transmise directement dans le milieu amplificateur de la diode DFB. Par l'ajout d'une fraction de photons, ayant une autre fréquence que celle d'asservissement, la rétroaction optique est perturbée et la qualité de l'asservissement du laser se dégrade. Afin de contourner ce problème, une lame demi-onde est ajoutée

sur le chemin optique de fabrication du peigne (avant les AOM sur la figure 2.10). Cette lame permet de tourner la polarisation de la lumière et de fabriquer un peigne sur la polarisation croisée (horizontale) par rapport à celle d'asservissement de la DFB (verticale). Les polarisations croisées n'interagissant pas ensemble au cœur de la diode laser DFB, les photons issus du peigne injectés dans la cavité (polarisation horizontale) ne perturberont plus le verrouillage obtenu (polarisation verticale).

L'analyse du peigne obtenu après transmission par la cavité est faite, comme précédemment, par une détection hétérodyne. Le bras d'analyse est issu de la réflexion directe de la diode DFB sur le miroir de repli. Ce faisceau contient l'émission directe de la DFB asservie (polarisation verticale) et les photons résonants réinjectés par l'arrière de la cavité (polarisation horizontale). Ces deux signaux, ayant des polarisations croisées, peuvent être mélangés ensemble via un polarisateur incliné à 45 ° pour obtenir des battements sur la photodiode rapide et effectuer l'analyse hétérodyne.

Il est également intéressant de pouvoir comparer le peigne avant et après l'injection . Pour ce faire un second bras d'analyse est mis en place (en pointillé sur la figure 2.10). Un miroir basculant permet de dévier le faisceau issu des AOM pour ne plus l'injecter dans la cavité mais le rediriger directement sur la photodiode où, après mixage avec la réflexion directe de l'arrière du miroir d'entrée , les battements peuvent être enregistrés et analysés. Avec ce système il devient possible, par une simple bascule d'un miroir, de choisir d'observer le peigne avant ou après injection dans la cavité (figure 2.11). Enfin, en sortie de cavité, un cube polariseur sépare les deux polarisations pour les observer indépendamment sur des caméras et identifier les modes de cavité injectés sur chacune des polarisations.

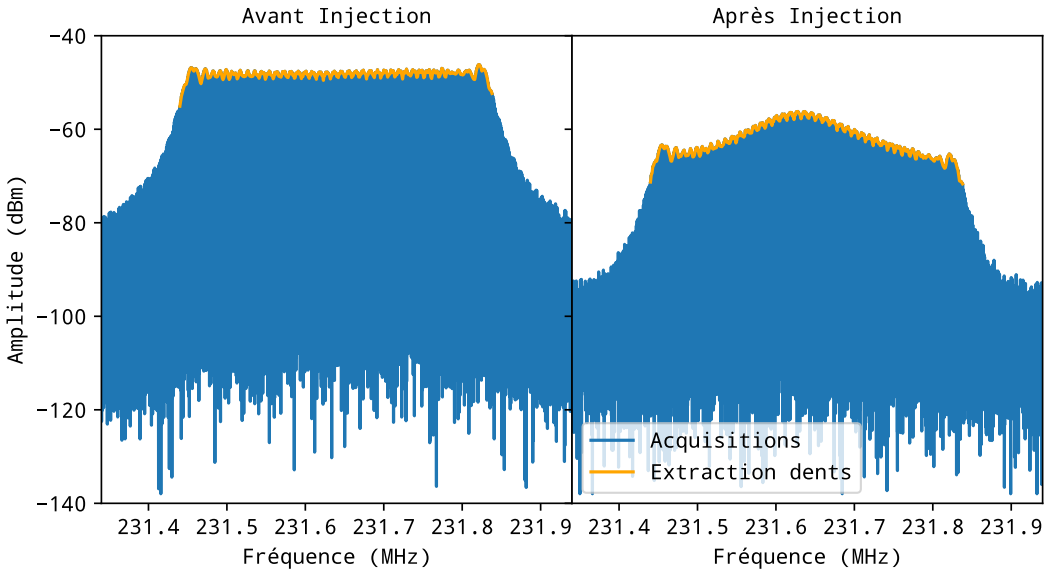


FIGURE 2.11 – Spectroscopie du mode transverse de cavité (1-0), sondé avec un peigne généré par le système d'AOM (modulation de 400 kHz, avec un taux de répétitions de 1 kHz).

Pour enregistrer le profil de transmission d'un mode, un peigne de 400 kHz de large centré autour de la fréquence du mode étudié (trouvée en balayant manuellement la fréquence centrale du système double AOM), est fabriqué. Malheureusement, la fréquence minimale de fonctionnement des AOM étant de 150 MHz (décalage total minimal de 300 MHz), les modes pouvant être injectés sont situés à plus d'un ISL du mode d'asservissement (> 320 MHz). Leur décalage en fréquence, par rapport à la DFB asservie, est élevé et les notes de battements associées à des cer-

tains modes étudiés ont des fréquences au-delà des 400 MHz de la bande passante de l'oscilloscope utilisé. Pour pallier ce souci, un mixeur électronique est ajouté pour mélanger le signal avec un oscillateur local de plusieurs centaines de MHz. Cet oscillateur local va battre avec les fréquences de battements composant le signal étudié, permettant d'abaisser les fréquences à mesurer dans la bande passante de l'oscilloscope.

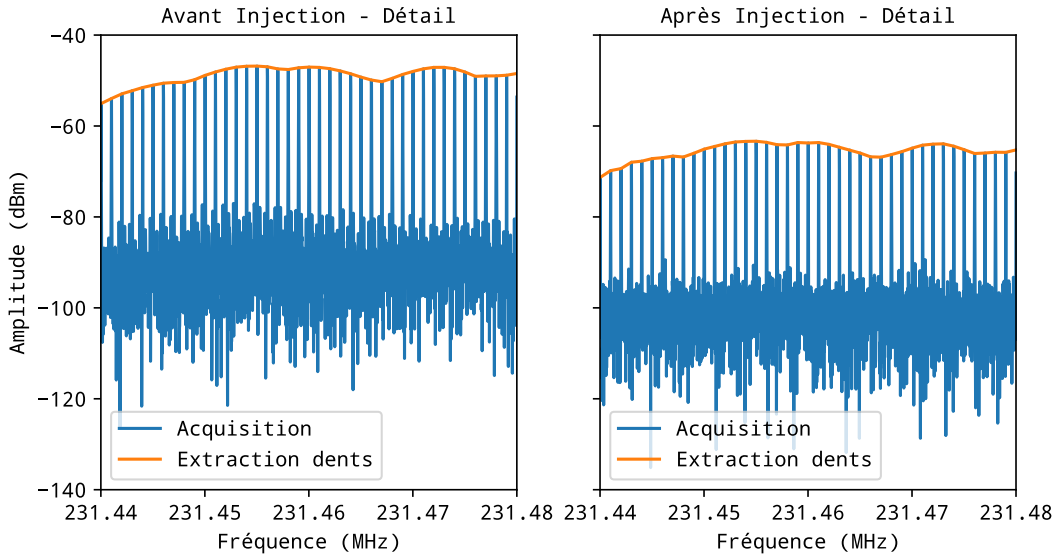


FIGURE 2.12 – Détail de la spectroscopie de cavité avec un peigne fabriqué par un système double AOM.

Les spectres, obtenus par transformée de Fourier du signal temporel des battements (figures 2.11 et 2.12), doivent être traités pour obtenir la courbe de transmission normalisée du mode. Les dents des peignes avant et après la cavité sont extraites via un algorithme simple de détection de maxima locaux (en orange sur les figures 2.11 et 2.12), pour ne récupérer que les points d'intérêt. Ensuite, en prenant garde aux unités utilisées, la transmission est calculée par $T = \frac{I_{apres}}{I_{avant}}$ avant d'être normalisée par son maximum permettant d'obtenir des courbes de transmission de mode (figures 2.13 à 2.17).

Un mode de transmission a, en intensité, une forme lorentzienne ; mais celui obtenu dans cette expérience a une forme légèrement déformée à cause de la détection via des battements. En effet, le signal enregistré transite via une chaîne d'acquisition de battements successifs basés sur une physique différente. Tout d'abord les deux champs électriques sont mélangés sur une lame séparatrice :

$$\overrightarrow{E_{optique}} = \overrightarrow{E_{ref}} + \overrightarrow{E_{peigne}} \tag{2.2}$$

avec $E_{optique}$ le champs électrique total sur la photodiode, E_{ref} l'amplitude de la référence et E_{peigne} l'amplitude du peigne passé au travers de la cavité.

Ce champ électrique total est ensuite détecté par une photodiode, générant un signal U_{pd}, sensible au carré de son module :

$$U_{pd} \propto \|\overrightarrow{E_{optique}}\|^2 \tag{2.3}$$

d'où :

$$U_{pd} \propto \|\overrightarrow{E_{ref}}\|^2 + \|\overrightarrow{E_{peigne}}\|^2 + 2\|\overrightarrow{E_{ref}}\|.\|\overrightarrow{E_{peigne}}\| \tag{2.4}$$

Le terme croisé de l'expression précédente correspond à la note de battement. En notant $U_{battement}$ le signal associé à celle-ci, on peut écrire :

$$U_{battement} \propto \|\overrightarrow{E_{ref}}\|.\|\overrightarrow{E_{peigne}}\| \tag{2.5}$$

or $\|\overrightarrow{E_{ref}}\| = cte$, il est donc possible d'écrire :

$$U_{battement} \propto \|\overrightarrow{E_{peigne}}\| \tag{2.6}$$

Ce signal est ensuite mélangé à un oscillateur local, noté $U_{osc.local}$, pour obtenir une nouvelle note de battement. Ce mélange de tensions est réalisé par une multiplication directe des deux signaux :

$$U_{mix} \propto U_{battement} \times U_{osc.local} \tag{2.7}$$

L'oscilateur local étant constant, la tension en sortie du mélangeur est directement proportionnelle au module du champs électrique du peigne transmis :

$$U_{mix} \propto \|\overrightarrow{E_{peigne}}\| \tag{2.8}$$

Le peigne transmis a un profil lorentzien en intensité, noté I_{lor}, ainsi le module du champs, $\|\overrightarrow{E_{peigne}}\| = \sqrt{I_{lor}}$, a une forme de racine carrée de lorentzienne, d'où :

$$U_{mix} \propto \sqrt{I_{lor}} \tag{2.9}$$

Le signal mesuré en sortie du mélangeur possède un profil en racine carrée d'une lorentzienne.

En réalisant l'ajustement d'un tel profil – via une routine *Python* basée sur la librairie *lmfit* [70] – il est possible de réaliser la spectroscopie de plusieurs modes de transmission de la cavité étudiée, voir les figures 2.14 à 2.17. Les résidus obtenus lors de ces mesures sont plats, indiquant que le choix de profil est bon. Les largeurs à mi-hauteur et les positions des modes sont résumées dans le tableau 2.1 (les positions sont données relativement au mode $TEM_{0.0}$ en prenant en compte que les AOM travaillent sur l'ordre -1). Cette étude, en plus de montrer la réalité dans le domaine optique des peignes fabriqués, a constitué les prémisses d'une étude plus approfondie de la cavité en V ; étude décrite dans la section 3.2.

Mode	Fréquence par rapport $TEM_{0.0}$ du même ISL (Hz)	FWHM (kHz)
(0.0)	0 par définition	86,7 ± 0,9
(1.0)	-111 681 600 ± 320	108,2 ± 0,8
(0.1)	-116 021 900 ± 300	77,6 ± 0,6
(3.1)	-131 384 200 ± 480	76 ± 1,2
(6.0)	-30 764 500 ± 550	115 ± 2

TABLE 2.1 – Résultats des ajustements des modes de transmission. Les incertitudes indiquées sont des incertitudes sur l'ajustement d'une acquisition et ne constitue en aucun cas une évaluation de la justesse de la mesure réalisée.

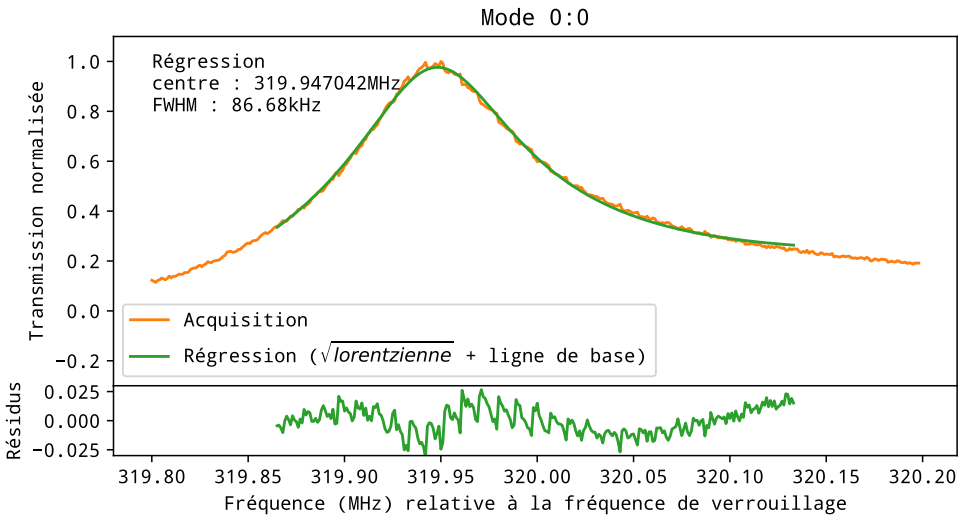


FIGURE 2.13 – Spectroscopie du mode de cavité (0-0).

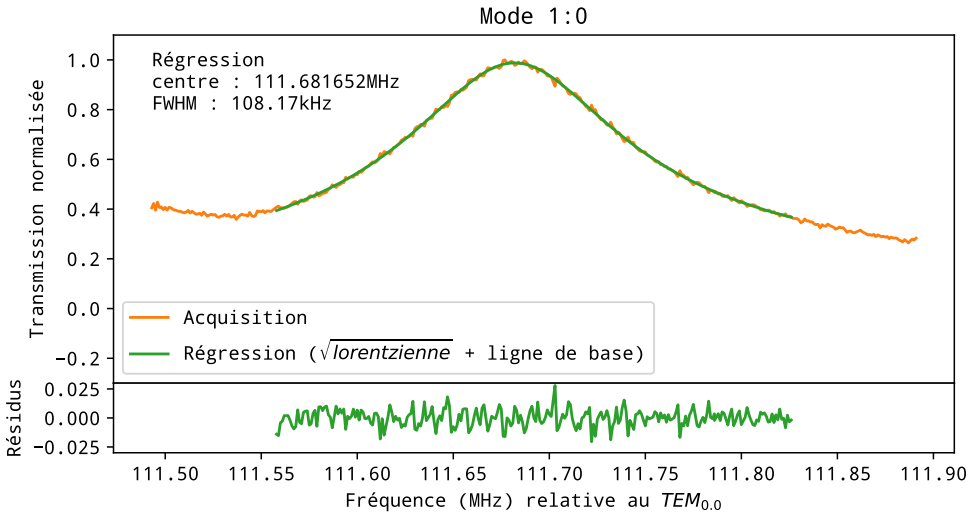


FIGURE 2.14 – Spectroscopie du mode de cavité (1-0).

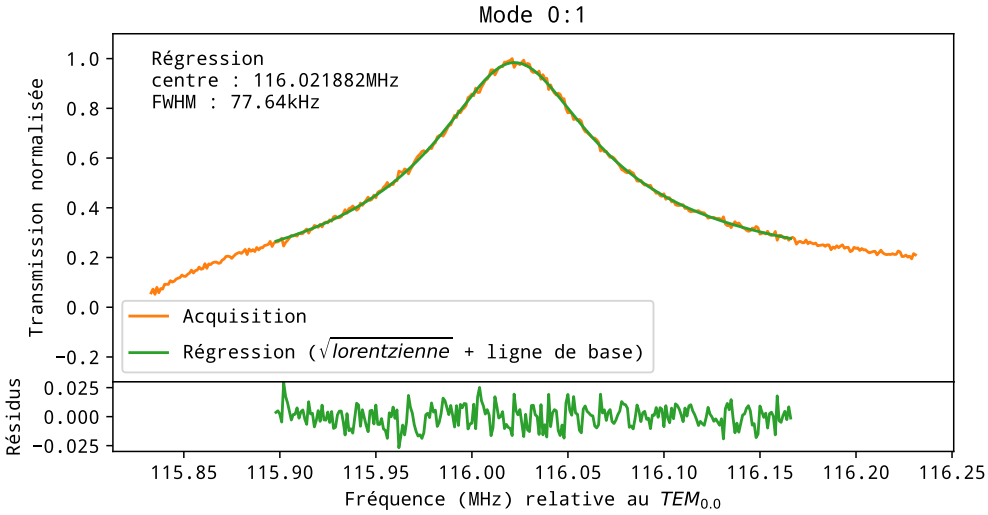


FIGURE 2.15 – Spectroscopie du mode de cavité (0-1).

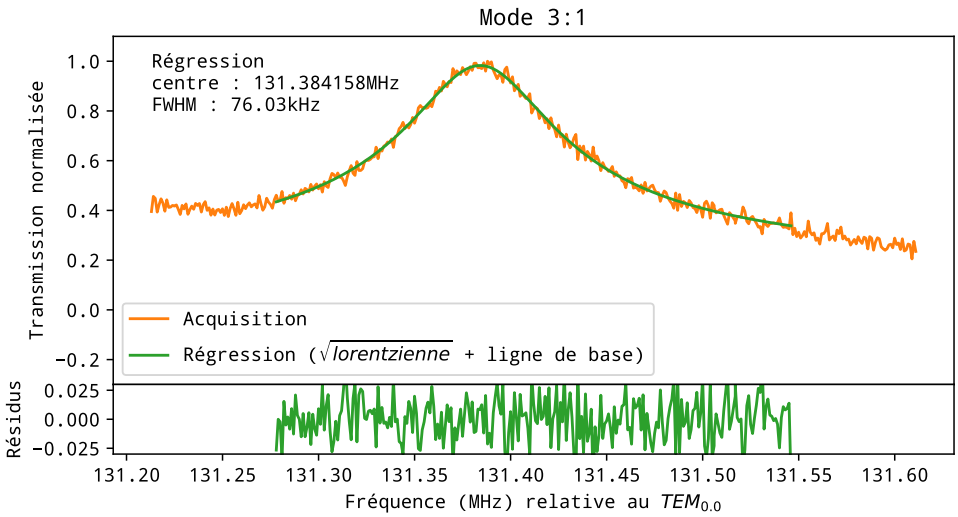


FIGURE 2.16 – Spectroscopie du mode de cavité (3-1).

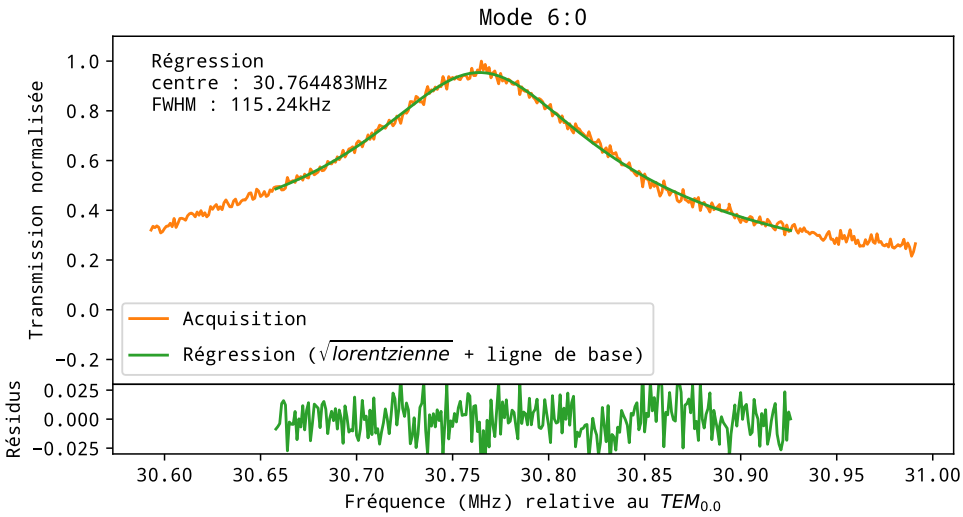


FIGURE 2.17 – Spectroscopie du mode de cavité (6-0).

Il est à noter que le mode $TEM_{0.0}$ (figure 2.14), est moins bien modélisé que les autres modes (résidus légèrement structurés) à cause de la présence d'un mode transverse proche. Il est également intéressant de remarquer que sa fréquence relative à la fréquence de verrouillage n'est pas exactement égale à l'ISL (319 947 040 $\pm$ 180 Hz). Celui-ci n'étant pas sur la même polarisation que le mode de verrouillage, c'est la manifestation du phénomène de *splitting* des modes de polarisation dans une cavité en V – ce phénomène de *splitting* sera étudié dans le détail dans la section 3.1.3. Les largeurs de mode obtenues sont également un peu déroutantes. Celles-ci sont plus grandes (>80 kHz) que celles mesurées quelques mois plus tôt par une méthode de ring down (60 kHz, voir figure C.2) et certains modes de plus haut ordre ont une largeur inférieure à celle du $TEM_{0.0}$. Cela pourrait être dû à la présence de poussières sur les miroirs, celles-ci dégradent leur réflectivité ce qui a pour conséquence une finesse moindre ($F \approx \frac{1}{1-R_{ar}}$, avec R_{ar} la réflectivité des miroirs de la cavité sur un aller-retour) et des modes de cavités plus larges. Ces poussières n'affectent que les modes les recouvrant, les différents modes sont donc plus ou moins impactés en fonction de leur forme spatiale.

Ces études prouvent que le système double-AOM permet de construire un peigne

à partir d'une source mono-fréquence. Il va ainsi permettre de multiplier chacune des dents du peigne issues du laser femtoseconde afin de former un peigne de sous-peignes.

2.1.2 Sélection des dents par filtrage

Le peigne de sous-peignes, obtenu avec le système d'AOM, doit être ensuite filtré pour ne récupérer que certaines des dents afin de fabriquer un nouveau peigne. Il est donc injecté dans une cavité haute finesse (notée $\mathcal{F}_{cav}$ dans la suite) qui va servir de tamis pour n'y piocher que les dents coïncidant avec un mode de transmission de la cavité. En sortie de cavité, on récupère ainsi le second peigne d'ISL différent, nécessaire à la spectroscopie à double peigne de fréquences (voir la figure 2.18).

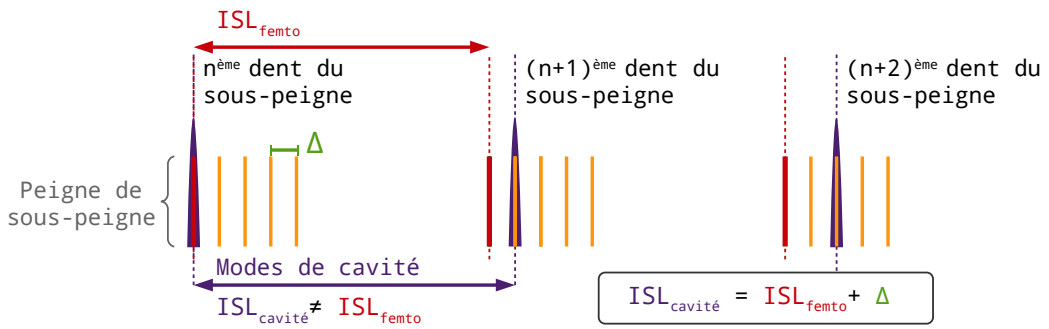


FIGURE 2.18 – Illustration du filtrage du peigne de sous-peigne pour fabriquer le second peigne.

Afin d'obtenir l'effet voulu, la cavité de filtrage possède un miroir monté sur un actionneur piézoélectrique permettant de changer précisément la longueur de celle-ci pour légèrement désaccorder son ISL (en violet sur la figure 2.18) par rapport à celui du laser femtoseconde (en rouge sur la figure 2.18). Ainsi, comme illustré figure 2.18, la longueur de cavité peut être ajustée pour sélectionner une dent en n^{ème} position dans un sous-peigne, puis la (n+1)^{ème} dent dans le sous-peigne suivant, puis la (n+2)^{ème} dent de celui d'après, etc.

Pour fonctionner correctement, cette méthode demande de choisir judicieusement les paramètres des différents éléments du système afin de garantir de n'avoir qu'une seule dent transmise par mode de cavité. La cavité filtrante doit donc être suffisamment fine pour ne sélectionner qu'une seule dent dans chacun des sous-peignes – en d'autres termes, la largeur de ses modes, $\delta_{cavite} = \frac{ISL_{cavite}}{\mathcal{F}_{cav}}$, doit être plus petite ou égale à l'écart entre deux dents du sous-peigne :

$$\delta_{cavite} \leq \Delta \tag{2.10}$$

De plus, la cavité doit avoir une longueur permettant d'obtenir un ISL proche de celui du laser ($L = \frac{c}{2ISL_{femto}}$, avec c la célérité de la lumière dans le vide, L la longueur de cavité). Appliqué au laser utilisé, ceci imposerait d'utiliser une cavité d'une longueur de 1,875 mètres. Une telle cavité, en plus d'être très encombrante, poserait de nombreux problèmes de stabilité. Afin d'éviter d'avoir une cavité trop longue, la cavité choisie aura un ISL plus grand que celui du laser mais multiple de celui-ci (comme illustré sur la figure 2.19), ce qui ajoute une seconde condition :

$$ISL_{cav} = N_{C/F}\ ISL_{femto} \tag{2.11}$$

avec $N_{C/F}$ un entier positif plus grand ou égal à un. Si $N_{C/F} \neq 1$, le dispositif fonctionne de la même manière, mais une partie des dents du laser ne pourront pas être

exploitées. La contrepartie est double ; la résolution spectrale (égale à l'écart entre deux dents des peignes utilisés) est dégradée et l'énergie contenue dans les dents non-exploitées est perdue.

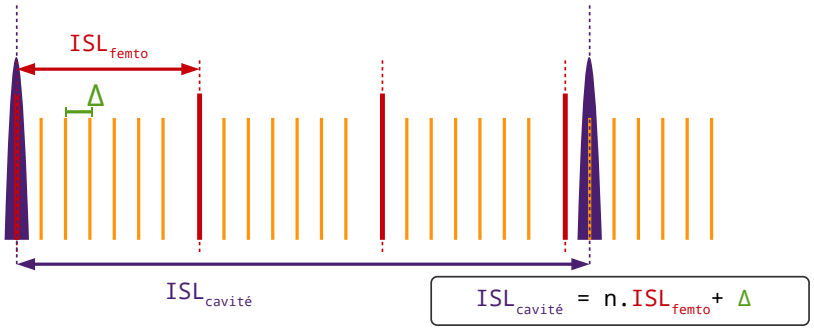


FIGURE 2.19 – Illustration du filtrage du peigne de sous-peigne pour fabriquer le second peigne par une cavité d'ISL multiple de celui du laser femtoseconde.

Respecter ces deux premières conditions ne suffit pas. Pour exploiter une gamme spectrale voulue, notée $\Delta f_{spectre}$, il faut disposer d'assez de dents dans le peigne fabriqué pour couvrir celle-ci. L'écart entre deux dents consécutives est égal à ISL_{cavite}, le nombre de dents nécessaire pour couvrir la gamme spectrale voulue (notée N_{dents}) est défini par :

$$N_{dents} = \frac{\Delta f_{spectre}}{ISL_{cavite}} \tag{2.12}$$

Dans notre cas, la cavité a une longueur de 62,5 cm, un ISL de 240 MHz (1 mode de cavité pour 4 dents du laser) et le laser utilisé possède une plage spectrale exploitable d'une dizaine de nanomètres (4,8 THz) centrée autour de 790 nm. Il est donc, d'après l'équation (2.12), nécessaire de fabriquer un second peigne composé de 20000 dents.

Il faut ensuite prendre en compte une seconde limitation due à la détection multi-hétérodyne utilisée pour la spectroscopie à double peigne de fréquences. Chaque dent du peigne fabriqué va pouvoir battre avec la dent dont elle est issue dans le peigne initial (appelée *dent parente* dans la suite) mais aussi la suivante. Ceci crée un problème d'*aliasing* (de l'anglais signifiant artefact de repliement de spectre), illustré sur la figure 2.20, où le battement entre une dent sélectionnée et sa dent parente possède la même fréquence que le battement de la dent symétrique par rapport à $\frac{ISL_{femto}}{2}$ avec la dent suivante de sa parente ; rendant impossible de différentier la contribution de chacune des dents et créant un problème d'alias.

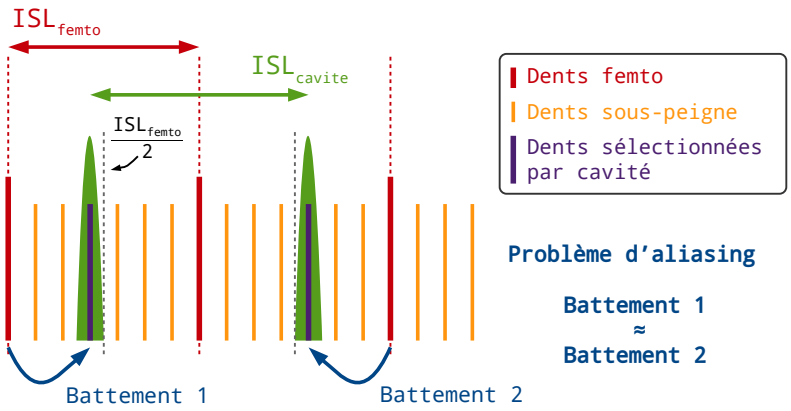


FIGURE 2.20 – Illustration du repliement de spectre dans les battements mesurés.

Afin d'éviter celui-ci, il faut s'assurer que la distance entre les dents du second peigne et leur dent parente soit plus petite que la moitié de l'ISL du peigne initial. Ainsi, les battements issus de l'interaction d'une dent et sa dent parente auront tous une fréquence inférieure à $\frac{ISL_{femto}}{2}$, et ceux issus de l'interaction avec la dent suivante auront une fréquence supérieure à $\frac{ISL_{femto}}{2}$, levant ainsi la confusion. Cet impératif, appliqué aux sous-peignes, impose de limiter la zone de battements des N_{dents} dents, à un intervalle égal à $\frac{ISL_{femto}}{2}$, imposant la condition suivante :

$$\Delta < \frac{ISL_{femto}}{2N_{dents}} \tag{2.13}$$

Appliqué au laser utilisé, avec l'objectif d'exploitation de sa pleine plage spectrale, cela impose un écart entre les dents des sous-peignes de 2 kHz et une finesse de cavité choisie en conséquence (idéalement >100 000).

Cette méthode à une seule source laser impose quelques contreparties et difficultés. Le peigne obtenu est beaucoup moins intense que celui initial, l'énergie de chaque dent étant diluée dans les dents du sous-peigne et seulement une dent sur $N_{C/F}$ du laser est réellement utilisée (l'énergie par dent initiale est donc divisée par $N_{C/F}$). C'est pour se prémunir contre tout problème qu'un laser femtoseconde de haute puissance (1,2 W) est utilisé pour cette expérience.

Il est également nécessaire de maintenir les dents transmises au centre des modes de transmission de la cavité afin de respecter la relation $ISL_{cavite} = n\ ISL_{femto} + \Delta$. Ceci demande la mise en place d'un asservissement en fréquence du laser sur la cavité pour garantir que celui-ci s'adapte aux déformations thermiques et acoustiques de cette dernière. Cet asservissement se doit d'être extrêmement efficace pour garantir un verrouillage en fréquence du laser inférieur à la largeur d'un mode de la cavité utilisée pour le filtrage. Les équations (2.12) et (2.13) montrent que plus la gamme étudiée sera large plus les dents des sous-peignes devront être proches et la cavité de filtrage fine (équation (2.10)), exigeant un asservissement d'autant plus efficace. Pour exploiter l'intégralité du spectre de la source utilisée lors de cette thèse, un asservissement en deçà de 200 Hz est nécessaire pour maintenir les modes transmis bien au centre des modes de transmission (lesquels ont, idéalement, une largeur de 2 kHz). Ceci est loin d'être évident, par exemple sur la cavité précédemment décrite (d'une longueur de 62,5 cm), une telle exigence sur un mode à 800 nm demande d'ajuster et réguler la position du miroir avec une précision de 0,6 pm ($\Delta L \approx \frac{2\ ISL_{cavite}\ L_{cav}}{c\ f_{mode}} \Delta f$). L'actuateur permettant de déplacer un des miroirs de cavité ayant une réponse de 8 nm V^{-1}, ce niveau de précision sur le positionnement correspond à des variations de 75 µV sur des signaux de commande pouvant atteindre la centaine de volt – un véritable défi en terme de bruit sur les électroniques utilisées.

2.2 Asservissement par effet Vernier, intérêt d'utiliser des cavités jumelles

L'expérience mise en place lors de cette thèse requiert un verrouillage fin en fréquence du laser femtoseconde sur un mode d'une cavité haute finesse. La volonté de fabriquer un dispositif simple et robuste nous a poussés à explorer une nouvelle voie pour réaliser efficacement un tel asservissement.

De façon très générale, un asservissement se décompose en deux éléments (illustré sur la figure 2.21), une partie de détection permettant d'enregistrer l'erreur en fréquence du laser par rapport au centre du mode d'asservissement et une partie de correction (appelée rétroaction) ayant pour rôle d'agir sur un élément du laser pour compenser le plus rapidement possible la dérive mesurée.

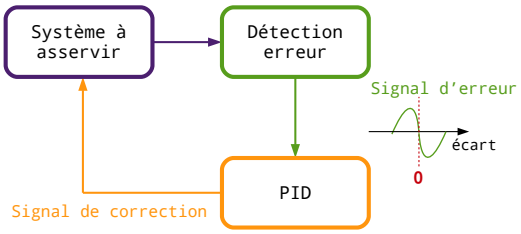


FIGURE 2.21 – Principe général d'un asservissement.

L'élément de détection doit être construit de manière à générer un signal ayant un signe différent en fonction que la valeur mesurée (dans le cas du montage, la fréquence du laser) soit plus grande ou plus petite que la valeur cible (dans le cas du montage, la fréquence du mode de cavité à injecter) afin de déterminer dans quel sens la correction doit être appliquée. Le signal d'erreur obtenu est ensuite traité par un contrôleur PID qui génère un signal de correction composé de la somme pondérée du signal d'erreur, de son intégrale et de sa dérivée. Cette composition permet au signal de correction de prendre en compte la dynamique du système et obtenir une correction stable et rapide (si la pondération de celle-ci est bien ajustée). Ce signal de correction est ensuite appliqué au système à asservir pour le ramener vers la valeur cible et faire tendre le signal d'erreur vers zéro.

Dans le cas d'un laser femtoseconde Titane-Saphir, l'émission n'est pas une fréquence unique mais un peigne de fréquences caractérisé par deux grandeurs ; f_0 et l'ISL (voir figure 1.5). L'objectif étant d'injecter simultanément toutes les dents dans la cavité, il est nécessaire d'asservir ces deux paramètres en traquant deux signaux d'erreur obtenus sur deux modes différents. Dans notre montage, les corrections seront appliquées sur le laser via deux leviers, la longueur de cavité et la puissance de pompe. La longueur de la cavité du laser sera ajustée via un de ses miroirs installé sur une monture conçue au laboratoire, laquelle permet de déplacer celui-ci très rapidement sans rencontrer de problèmes de résonances mécaniques (cadence maximale : 100 kHz) [71]. En déplaçant ce miroir, il est possible de changer précisément l'ISL du peigne de fréquences émis. La fréquence de la première dent du peigne, f_0, peut quant à elle être contrôlée par la rotation d'un élément de la cavité ou insertion d'une lame de verre dans la cavité [72, 73], mais ces méthodes restent délicates à mettre en place. Une méthode plus simple consiste à ajuster la puissance de la pompe [74, 75] via un modulateur acousto-optique, c'est cette méthode qui sera utilisée sur notre montage. Durant la période de cette thèse, les prémices de celle-ci ont pu être étudiées, dans le cadre d'un stage, par V. LeMarchand.

Il existe plusieurs stratégies pour générer le signal d'erreur permettant de recentrer une dent laser dans un mode de cavité – une partie d'entre elles sont présentées dans le chapitre 10 de la thèse d'Olivier Pinel [76]. Celles-ci peuvent se classer en deux grandes familles, celles travaillant en réflexion et celles en transmission de cavité. Ces dernières utilisent des signaux faibles et sont plus lentes (à cause du temps de réponse de la cavité), l'équipe a donc, par le passé, essayé de mettre en place des techniques d'asservissement en réflexion. La technique Pound-Drevel-Hall [43, 44] est sûrement une des plus utilisées [19]. Très rapide, large bande, elle permet d'asservir un laser efficacement au prix d'une grande complexité de mise en place. Cette complexité est en directe contradiction avec l'impératif de simplicité et robustesse qui sous-tend le dispositif expérimental développé lors de cette thèse, elle ne sera donc pas utilisée. L'équipe a également mené des tests sur la technique de *tilt-locking* [77], laquelle se passe de modulation en phase par un joli jeu sur les interférences spatiales. Elle permet d'obtenir un asservissement demandant peu de matériel, mais elle s'avère fortement instable à cause de problèmes liés au mouvement du faisceau

laser injecté – rejoignant le constat fait par d'autres équipes [76], elle ne sera pas utilisée. Finalement, la stratégie choisie est d'utiliser un laser stable par conception (KMLabs Griffin acheté au cours de cette thèse, plus de détails disponibles dans l'annexe I.1) et de l'asservir par une méthode en transmission via une technique utilisant avantageusement l'effet Vernier comme cela a pu être fait dans les travaux de Lucile Ruthowski et Jérôme Morville [48, 78].

Pour le dispositif imaginé, l'ambition est d'utiliser une cavité de haute finesse (F>16000), sur laquelle un asservissement direct en transmission est extrêmement difficile. En transmission, plus une cavité est fine, plus celle-ci met du temps à se remplir allongeant le temps de réponse rendant l'asservissement moins réactif. De plus, l'utilisation d'une cavité haute finesse réduit l'intensité des signaux obtenus, n'aidant pas à la mise en place d'un asservissement robuste. Lors de cette thèse une nouvelle stratégie a été étudiée pour surpasser ces deux problèmes. Celle-ci repose sur l'utilisation d'une seconde cavité de plus faible finesse, couplée mécaniquement à celle devant être injectée. Cette cavité, avec un temps de réponse plus faible et des signaux plus intenses, sera une cible plus aisée pour réaliser un asservissement efficace du laser femtoseconde. Cette deuxième cavité est conçue pour avoir un ISL proche de la cavité haute finesse que l'on veut injecter. S'asservir finement sur les modes larges de la cavité faible finesse doit permettre une bonne mise en forme du peigne laser afin de pouvoir l'injecter en continu dans la cavité de plus haute finesse. Cette nouvelle approche et ses enjeux seront présentés dans la section 2.2.1. La méthode de génération des signaux d'erreur par effet Vernier sera présentée et caractérisée dans la section 2.2.2. Une partie d'automatisme y a été ajoutée pour améliorer la robustesse du système, elle sera présentée dans la section 2.2.3. Enfin, les premiers résultats d'asservissement seront présentés dans la section 2.2.4.

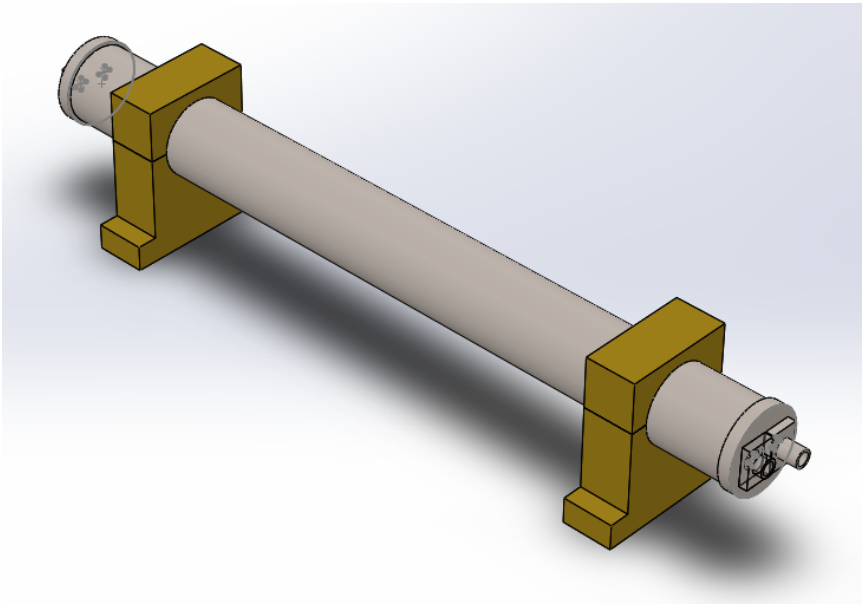
2.2.1 Conception de cavités jumelles

La stratégie proposée dans ce travail, pour résoudre les problèmes liés à un asservissement en transmission, utilise des cavités jumelles. Il s'agit d'un dispositif où une seconde cavité, de plus faible finesse, est installée dans le même bloc de métal en parallèle de la cavité que l'on veut injecter. Cette seconde cavité possède une finesse plus basse rendant l'asservissement sur celle-ci plus aisé et robuste. Toute cette stratégie repose sur l'hypothèse que ces deux cavités, mécaniquement liées, ont des longueurs proches et se déforment de manière similaire. Ainsi, si le laser est injecté dans l'une, et asservi sur celle-ci, il devrait être injecté correctement dans la seconde (éventuellement par ajustement de sa fréquence via un AOM). En d'autre termes, les cavités jumelles se compose d'une première cavité conçue pour un asservissement facile, et d'une seconde optimisée pour l'analyse sur laquelle il serait trop difficile de s'asservir directement.

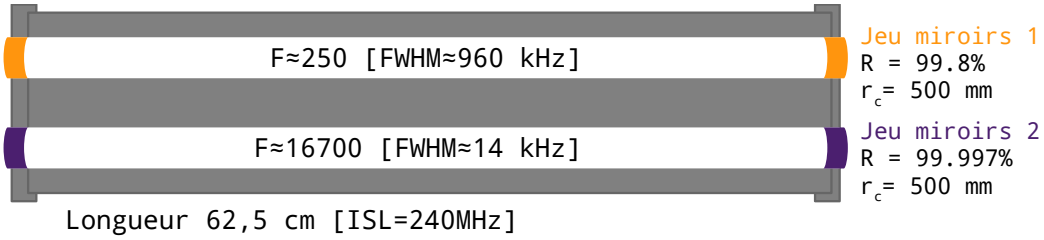
2.2.1.1 Cavités jumelles mécaniquement liées par un simple tube cylindrique

Une méthode des plus simples pour fabriquer de telles cavités jumelles est de monter deux jeux de miroirs côte à côte pour former deux cavités linéaires dont les longueurs sont couplées mécaniquement (voir la figure 2.22a).

En choisissant des couples de miroirs ayant des réflectivités différentes, les deux cavités auront des finesses différentes ($F \approx \frac{1}{1-R^2}$ avec R la réflectivité d'un miroir de la cavité). Pour ce montage, le choix s'est porté sur un premier jeu de miroirs diélectriques d'une réflectivité de 99,8% permettant de construire une première cavité d'une finesse de 250, et des miroirs d'une réflectivité de 99,997% pour obtenir une seconde cavité d'une finesse de 16700, voir figure 2.22b.



(a)



(b)

FIGURE 2.22 – Conception retenue. (a) Modélisation 3D de la cavité Inox et de ses supports en laiton, modélisation réalisée avec le logiciel privateur *Solidworks* (b) Schéma de principe des cavités obtenues.

La solution retenue pour réaliser ce couplage mécanique est un simple tube d'Inox 316L, de 2mm d'épaisseur, 60.3cm de long, au bout duquel sont soudés deux plats d'Inox. Sur ces deux brides d'Inox viennent s'installer des supports en aluminium sur lesquels les deux jeux de miroirs sont pré-alignés et collés en position. Ces supports sont amovibles afin de permettre un nettoyage aisé des optiques. Le tube est installé, dans un premier temps, sur deux supports massifs en laiton (voir la figure 2.22a).

Par le couplage mécanique, lorsqu'une cavité se déforme, l'autre doit se déformer de façon similaire de sorte que les fréquences de leurs modes respectifs évoluent de concert et que le laser se maintienne simultanément dans un mode de l'une et de l'autre. Cette solution repose sur l'hypothèse que le tube couplant les deux cavités se déforme principalement sur l'axe longitudinal afin que les deux cavités bougent ensemble. Plus précisément, il est nécessaire que la déformation relative des longueurs des deux cavités implique une variation en fréquence inférieure à la largeur des modes de la cavité haute finesse. Ainsi, si le laser suit un des modes de la cavité basse finesse, il restera correctement injecté dans le mode de la cavité haute finesse grâce au couplage mécanique. Pour mettre quelques ordres de grandeurs, pour deux cavités de 60 cm, désaccordées en longueur de 100 µm, se déformant d'une distance correspondant à 1 ISL ($\Delta L = \frac{\lambda}{2} = 400nm$) leurs modes respectifs vont bouger l'un par rapport à l'autre d'une quarantaine de kHz – ce qui n'est pas négligeable par rapport aux largeurs de modes visées dans ce travail (14 kHz). Mais heureusement, une telle modification de longueur prend plusieurs minutes sur une cavité stabilisée

en température – d'un point de vue thermique, elle correspond à une modification de 60 mK de la température d'une cavité en acier de 60 cm.

Il est donc important de caractériser ces déformations relatives de longueur afin d'évaluer la viabilité de cette solution simple. Une première expérience a été mise en place au début de cette thèse, illustrée figure 2.23, pour mesurer l'impact de ces déformations sur la position des modes.

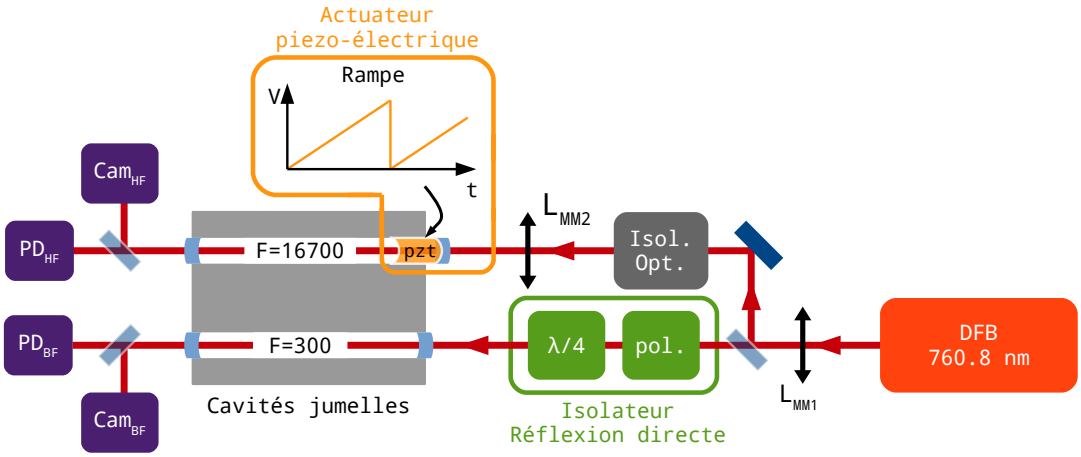


FIGURE 2.23 – Mesure des déformations relatives de la double cavité mécaniquement liée.

Dans cette expérience, une diode DFB est asservie sur un modes de la cavité basse finesse par rétroaction optique (plus de détails sur cette technique dans la section 2.1.1.2). La rétroaction sur une cavité linéaire est plus compliquée qu'une rétroaction sur une cavité en V. Avec cette géométrie, les photons issus de la réflexion directe sur l'arrière du miroir d'entrée sont réinjectés directement dans la DFB (voir figure 2.6). Or, ces photons ne sont pas sélectionnés en fréquence pour correspondre à un mode de cavité. Par leur phase aléatoire, ils vont fortement perturber la diode DFB, et vont nuire à son émission et empêcher son verrouillage ; il est donc nécessaire de mettre en place un filtre pour limiter cette réflexion directe. L'isolateur filtrant cette réflexion directe est composé d'une lame quart-d'onde et d'un polariseur (en vert sur la figure 2.23). Il utilise la biréfringence des miroirs de la cavité (dont l'effet s'accumule lors des multiples aller-retours dans la cavité) pour discriminer la réflexion directe du retour provenant de la cavité [79], principe illustré sur la figure 2.24.

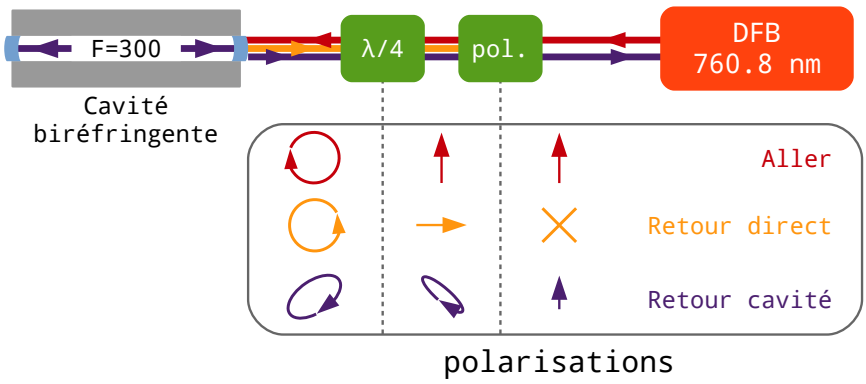
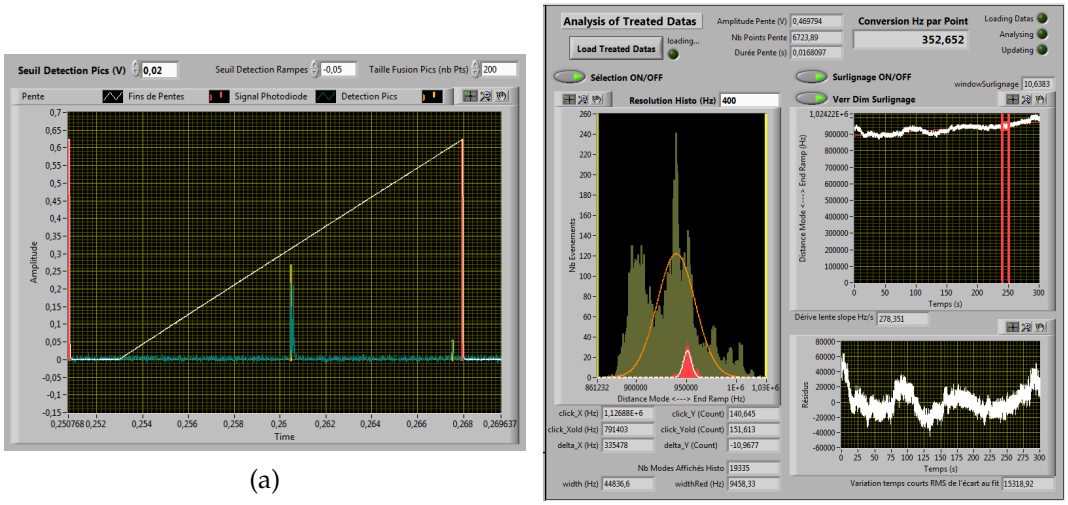


FIGURE 2.24 – Fonctionnement de l'isolateur mis en place pour éviter le retour dans la diode DFB de la réflexion directe.

La lumière émise par DFB est linéairement polarisée – si le premier polarisateur est correctement aligné – elle est entièrement transmise par celui-ci avant de rencontrer la lame quart d'onde. Celle-ci va changer sa polarisation linéaire en une polarisation circulaire, laquelle après réflexion sur l'arrière du miroir d'entrée revient sur la lame quart d'onde (en orange sur la figure 2.24) qui la retransforme en polarisation linéaire, mais croisée par rapport à celle de départ. Cette polarisation croisée est ensuite bloquée par le polarisateur et ne peut plus atteindre la DFB. La lumière injectée dans la cavité (en violet sur la figure 2.24) subit un sort différent. Les miroirs de la cavité étant un peu biréfringents, au fil des multiples réflexions la polarisation circulaire initialement injectée dans la cavité devient une polarisation légèrement elliptique. Cette polarisation légèrement elliptique sortant de la cavité est transformée en une polarisation elliptique quasi-linéaire au passage de la lame quart d'onde pour être ensuite, en partie, transmise par le polariseur et atteindre la diode DFB afin de participer à la rétroaction optique. Ce type d'asservissement est assez délicat à mettre en place ; la biréfringence des miroirs est très faible et peu de photons sont réinjectés dans la diode DFB, ne permettant d'obtenir qu'un verrouillage peu robuste (quelques minutes maximum sur notre montage). Il est à noter que l'injection d'un mode transverse rend celui-ci plus robuste, et l'étude qui suit a été menée en verrouillant le laser sur le mode $TEM_{1.0}$ de la cavité basse finesse.



(a) (b)

FIGURE 2.25 – Copie de l'écran des interfaces LabView* développées pour l'étude des déformations relatives des cavités jumelles. (a) Une acquisition réalisée par un balayage de la longueur de cavité. En blanc, la tension aux bornes de l'actionneur et en vert la transmission de la cavité haute finesse. (b) Étude des positions relatives du mode de la cavité HF. À gauche, un histogramme pour une série de 20000 acquisitions réalisées en 300 secondes. En rouge, histogramme des acquisitions d'une sélection de 10 secondes. À droite, cette même distance au cours du temps, en rouge la zone de sélection. Afin d'extraire les variations rapides, une régression linéaire est faite pour enlever grossièrement les dérives lentes, les dérives rapides étant plus aisément lisible sur les résidus. * *Les données ont été perdues lors d'une erreur de manipulation de disques durs, il n'a pas été possible de refaire proprement ces graphiques et ces captures d'écran sont les seules traces qu'il reste...*

La source est simultanément asservie sur la cavité basse finesse et injectée dans la cavité haute finesse via une lentille permettant d'assurer son bon *mode matching* sur le mode $TEM_{0.0}$. La cavité haute finesse est équipée, sur un de ses miroirs, d'un actionneur cylindrique piezoélectrique [PI PT130.30, coefficient de contraction 8nm.V^{-1}]

(en orange sur la figure 2.23) pour ajuster sa longueur afin de modifier son ISL et la position en fréquence de ses modes de transmission. Une rampe de tension est appliquée aux bornes de cet actionneur, pour balayer les modes de cavités sur une plage de fréquences. Lors de ce balayage, on observe en sortie de cavité l'injection successive des modes de cavité haute finesse par la DFB verrouillée sur la cavité basse finesse, comme illustré sur la figure 2.25a.

La source étant optiquement verrouillée sur un mode de la cavité basse finesse, sa fréquence contient l'information sur la position du mode de cette cavité. Dans l'idéal, si les deux cavités ne bougent pas l'une par rapport à l'autre, l'apparition des modes dans la cavité haute finesse doit se faire toujours pour les mêmes longueurs. Pour obtenir une évaluation des déformations relatives des deux cavités, il est possible de traquer les variations de positions d'apparitions d'un mode de la cavité haute finesse lors des balayages successifs et d'en déduire la variation relative de fréquences des modes (via la connaissance de l'ISL de la cavité et du coefficient de contraction de l'élément piézoélectrique). Les séries de données sont traitées en temps réel dans une interface développée en LabView (figure 2.25). Celles-ci présentent une structure composée de dérives lentes (temps caractéristiques >10 s) et des dérives plus rapides (voir le graphique de droite sur la figure 2.25b). Dans le cadre du projet, ce sont donc ces dérives rapides qui sont limitantes, la cavité haute finesse devant rester injectée le temps d'une acquisition (< 1 seconde).

Cette première expérience n'est pas parfaite, mais elle permet d'obtenir une estimation grossière des déformations relatives des deux cavités de 30 kHz sur des temps d'une seconde. Cette valeur est bien trop grande pour le projet imaginé, les modes de la cavité haute finesse ayant une largeur de 14 kHz. Mais, associées à une simulation des résonances mécaniques de la cavité sous *Solidworks* (logiciel privateur développé par Dassault Systèmes), ces premières mesures ont permis d'améliorer le support de la cavité (nombre de pieds, forme et positionnements ; voir la figure 2.27) pour diminuer le bruit de déformation relative à moins de 20 kHz sur des durées d'une seconde, voir les graphiques de droite sur la figure 2.25b.

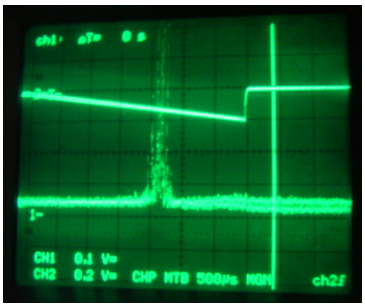


FIGURE 2.26 – Instabilité de la source laser utilisée.

Ces premiers résultats ont un goût aigre-doux. Le bruit obtenu est trop grand pour l'application envisagée, mais ces premières mesures ont permis d'améliorer la cavité et d'atteindre des niveaux de bruit suffisamment proches des objectifs pour ne pas complètement abandonner l'idée. En conséquence, d'autres stratégies ont été imaginées pour palier l'éventuelle impossibilité d'utiliser ce type de cavités jumelles, elles sont présentées dans les sections 2.2.1.2 et 2.2.1.3. En parallèle, ces cavités jumelles mécaniquement liées ont été étudiées plus précisément pour confirmer ces premiers résultats. De nombreux doutes subsistent quant à la stabilité en fréquence du laser utilisé. En effet, l'observation attentive à l'oscilloscope des modes de transmissions de la cavité haute finesse révèle une structure en multi-pics instables (ne pouvant donc pas être une structure de modes transverses peu dégénérés), voir la figure 2.26, suggérant une possible instabilité rapide de la fréquence de la diode DFB utilisée (les variations sur des temps inférieurs à 300 µs sont trop rapides pour être dues à des instabilités mécaniques). Par ses sauts de modes et de phase, son injection et son asservissement sur la cavité de basse finesse n'est pas stable et la mesure réalisée sur la variation relative de position des modes est en réalité sur-évaluée d'une quantité correspondant à ce bruit en fréquence de la source.

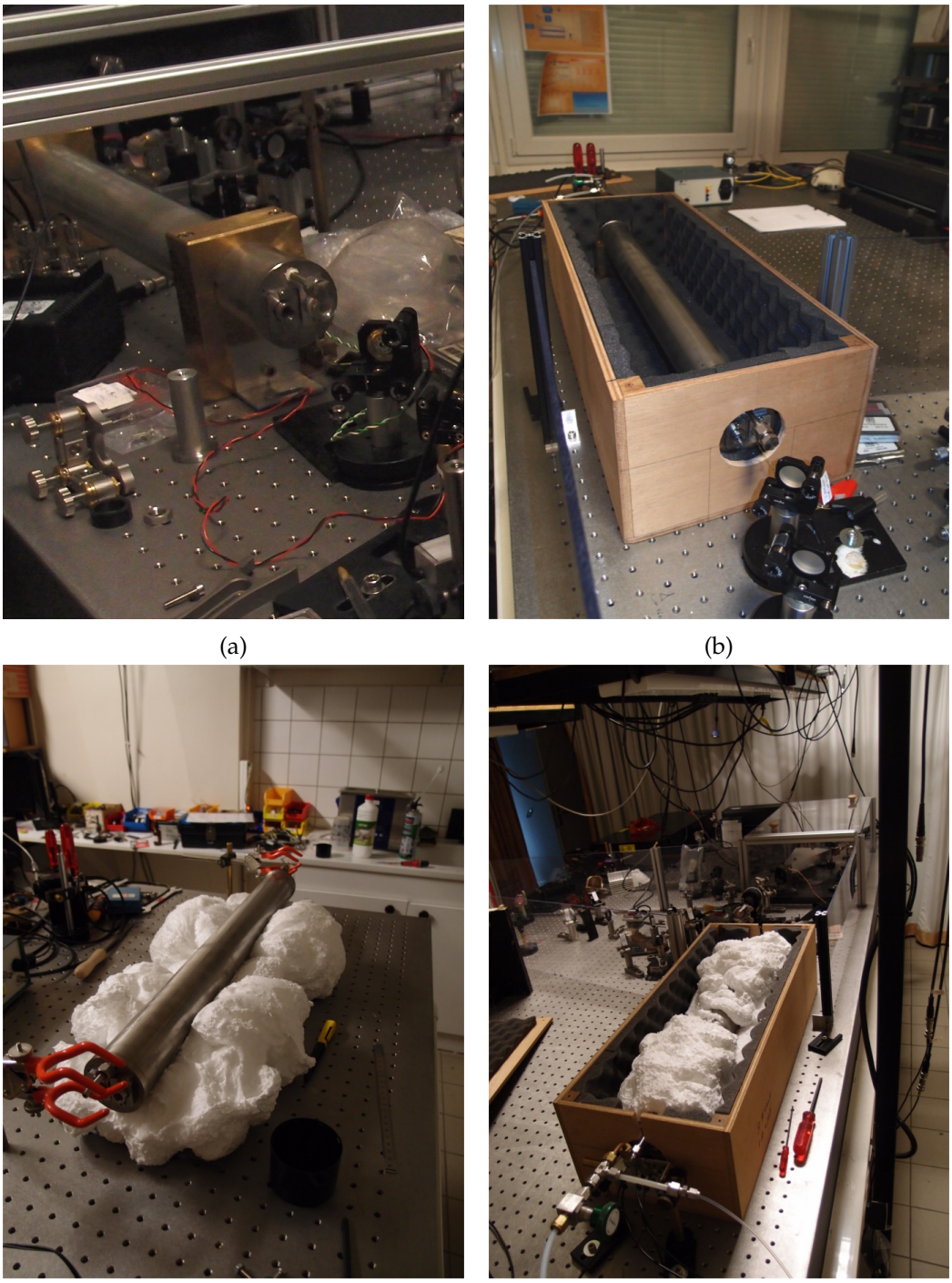
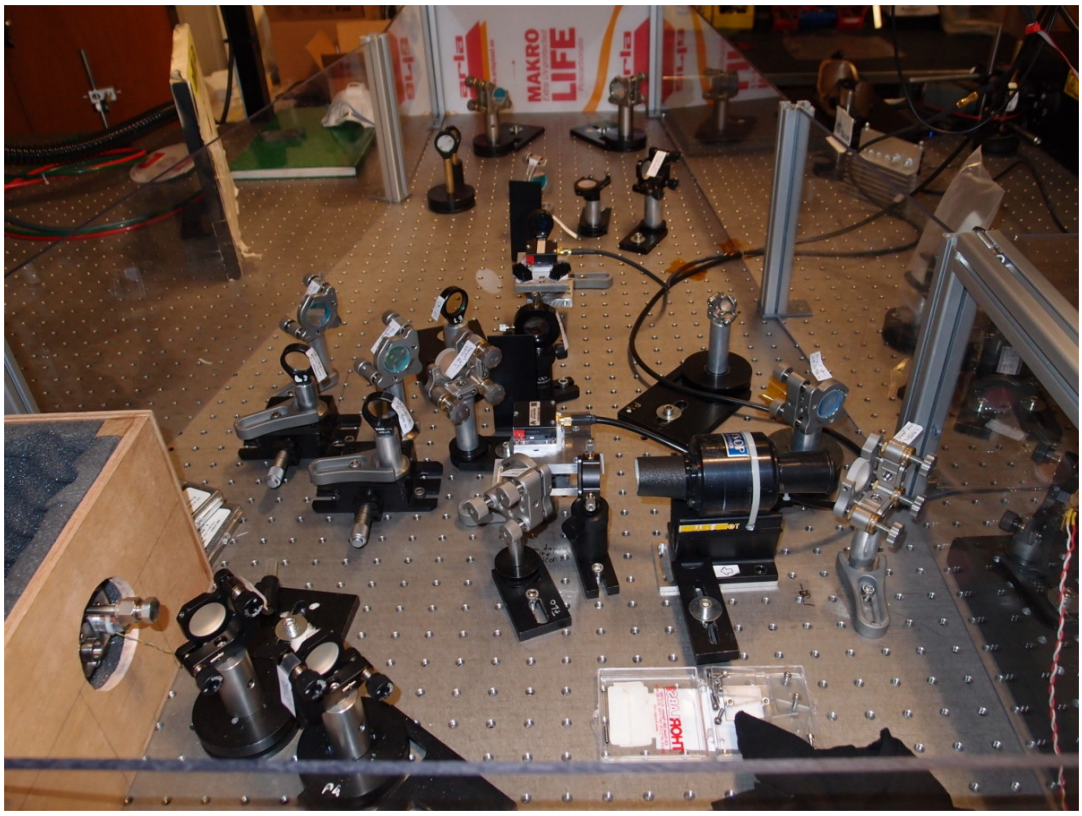
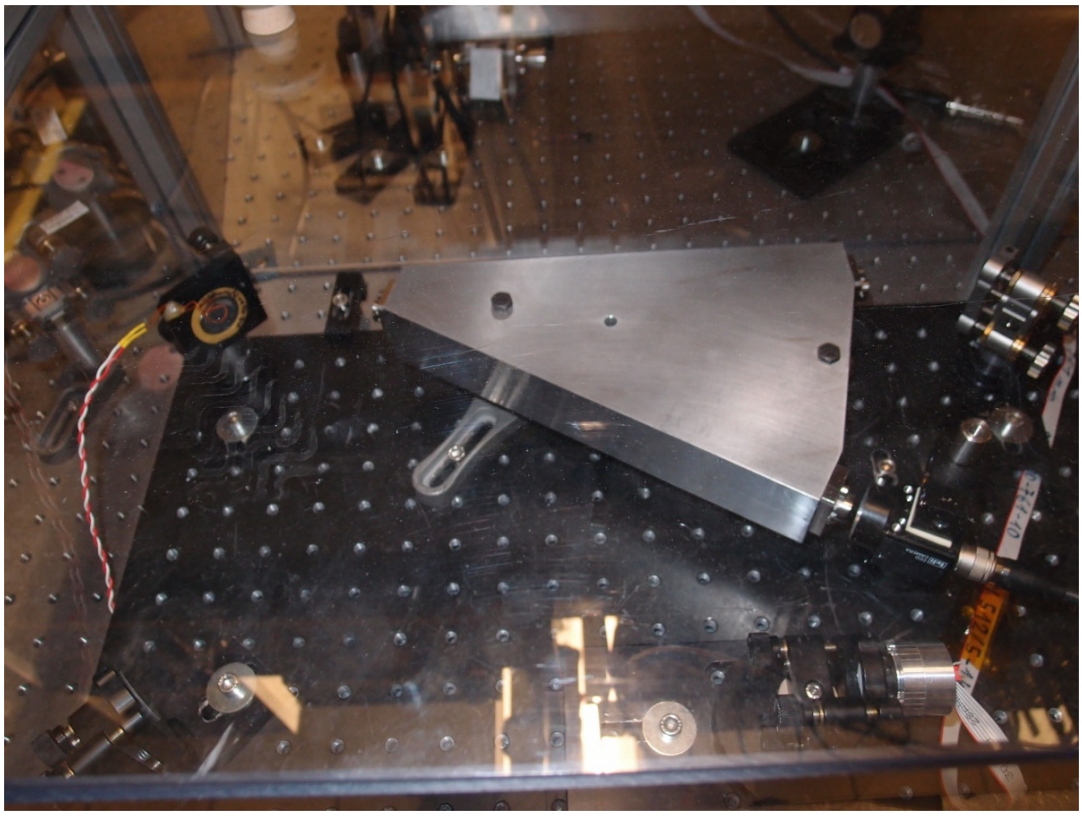


FIGURE 2.27 – Évolution du support de la cavité mécaniquement couplée. (a) La cavité simplement soutenue par deux brides en laiton solidement vissées sur la table optique. (b) Montage après la première expérience, la position des pieds a été déplacée et la cavité installée dans un caisson capitonné (sans son couvercle). (c) Préparation du montage final. Les brides en laiton sont enlevées et remplacées par un support en mousse expansive avant de replacer la cavité dans son caisson capitonné. (d) La cavité installée dans son cocon final (sans son couvercle).



(a)



(b)

FIGURE 2.28 – Second dispositif expérimental d'étude des variations relatives de la positions des modes d'une double cavité mécaniquement liée. (a) Partie d'injection des cavités (visibles à gauche), à droite (non visible sur la photo) la source spectralement fine. (b) La source spectralement fine.

Afin d'obtenir de meilleures mesures, résoudre ses problèmes de stabilité et surtout ôter tout doute sur la source utilisée, une seconde expérience (illustrée sur la figure 2.29) a été mise en place pour s'affranchir de la difficulté d'un verrouillage sur la cavité linéaire. Dans celle-ci, un travail tout particulier a été réalisé pour stabiliser la source et obtenir une source spectralement fine (en orange sur la figure 2.29), décrite en détail dans la section 2.1.1.2. Celle-ci est injectée simultanément dans les deux cavités après un passage dans un système de double AOM (décrit annexe F.1.2) permettant de balayer celle-ci en fréquence sans désalignement du faisceau, en vert sur la figure 2.29.

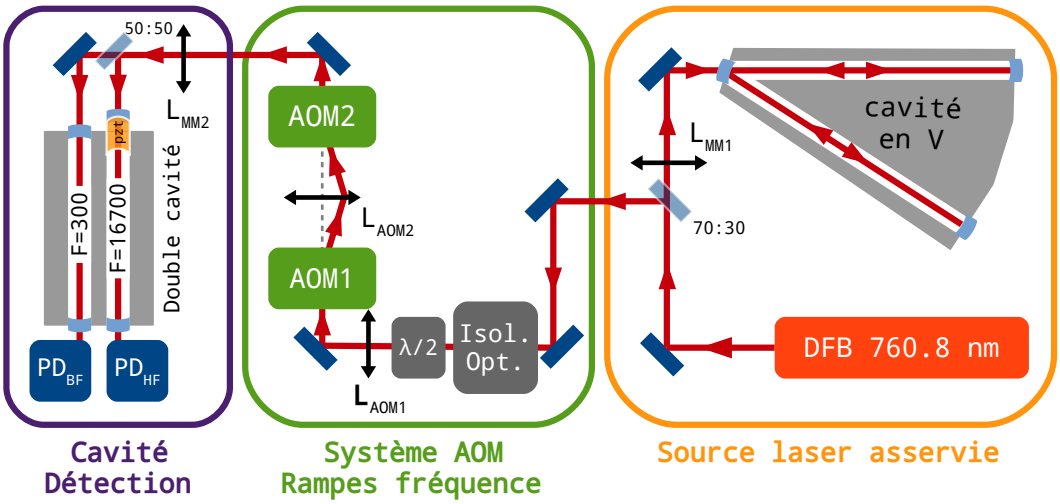


FIGURE 2.29 – Schéma du dispositif expérimental d'étude des variations de positions relatives des modes d'une double cavité mécaniquement liée.

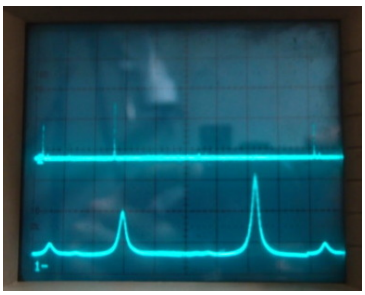


FIGURE 2.30 – Injection simultanée des deux cavités par la source fine lors d'un balayage en fréquence. En bas, transmission de la cavité basse finesse et en haut celle des modes de la cavité haute finesse.

En appliquant des rampes de fréquences aux bornes du système double AOM, le laser est successivement injecté dans les différents modes des deux cavités et les intensités lumineuses en sortie des cavités sont enregistrées sur deux photodiodes (voir sur la figure 2.30, la différence de finesse des deux cavités saute aux yeux). La rampe en fréquence permet aisément de mesurer des écarts entre les positions des modes de chacune des cavités et d'en suivre l'évolution (de façon analogue à ce qui a été précédemment fait). Mais cette méthode est limitée. Il est impossible d'évaluer des variations sur des temps plus courts que la durée d'une rampe, or ce sont ces variations rapides qui nous intéressent. En conséquence une autre méthode a été mise en place pour caractériser la variation relative des positions des modes par une analyse du bruit en intensité au passage en résonance.

Lors d'un balayage en fréquence du laser, la pente au passage d'un mode de cavité constitue un convertisseur intensité-fréquence, plus ou moins sensible selon la finesse de la cavité utilisée (voir la figure 2.31). Toute variation relative de fréquence entre le laser et le centre du mode est donc convertie en variation d'intensité ; le bruit de fréquence va élargir la trace observée au niveau du passage sur les flancs des modes. Mesurer ce bruit va être le point d'accès aux variations de fréquences du laser relativement au centre des modes injectés.

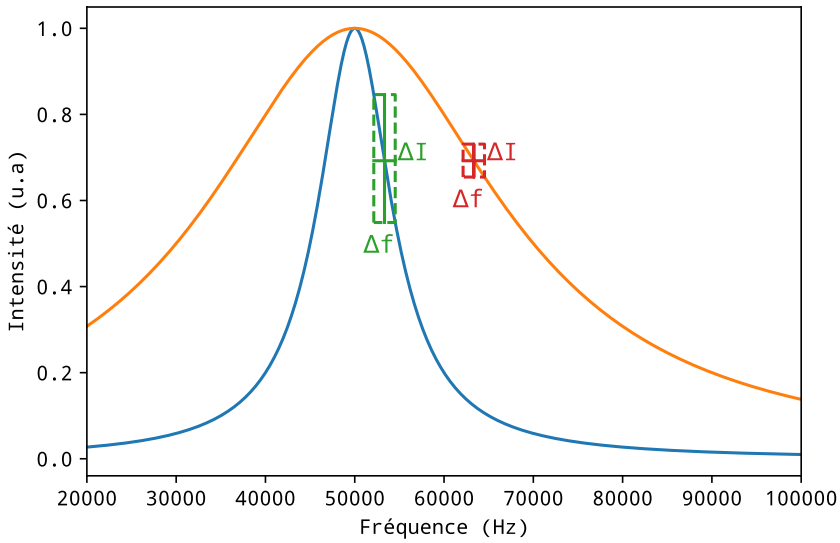


FIGURE 2.31 – Illustration de l'utilisation des flancs de modes de transmission comme convertisseur fréquence-intensité pour deux modes de finesse différente. Une même variation de fréquence sur ces flancs implique une variation d'intensité plus grande sur le mode le plus fin.

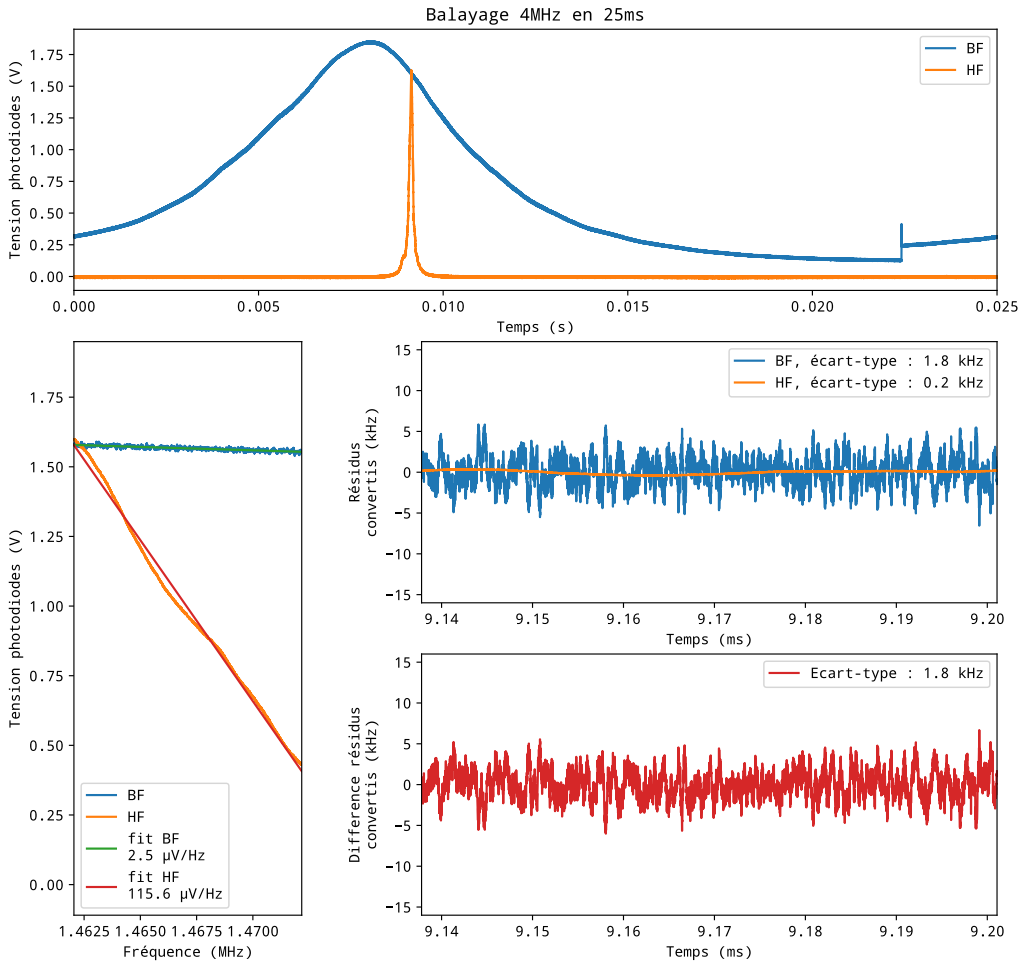


FIGURE 2.32 – Évaluation de la déformation relative inter-cavités par analyse du bruit en intensité sur les pentes de leurs modes de transmissions injectés simultanément par une source spectralement fine.

Pour mesurer la déformation relative des deux cavités, celles-ci sont injectées simultanément lors d'un balayage lent en fréquence via le système double AOM (en vert sur la figure 2.29). La longueur de la cavité haute finesse est ajustée pour entrer en résonance au milieu du flanc d'un mode de la cavité basse finesse. Au moment du passage sur le flanc des deux cavités, le bruit en intensité sur leur pente respective est enregistré et analysé afin d'extraire le bruit en fréquence de la position des modes de chacune des cavités relativement à la fréquence du laser (référence de fréquence pour cette expérience). De ces variations relatives au laser peuvent être déduites les variations relatives de fréquence des modes des deux cavités. Cette mesure offre l'avantage d'être une mesure différentielle, simultanée et instantanée des deux cavités ; bien moins sensible aux dérives du système qu'une injection successive des modes.

Sur ces passages en résonance, une routine *Python* sélectionne la zone où les deux modes sont injectés simultanément sur leur flanc. Une régression linéaire est ensuite réalisée sur ces flancs pour obtenir, en prenant en compte les paramètres du balayage en fréquence, les coefficients de conversion fréquence-tension pour chacun des modes, graphique en bas à gauche sur la figure 2.32. Il est intéressant de noter que la cavité haute finesse est bien plus sensible que la cavité basse finesse car son flanc est plus abrupt (d'un facteur correspondant au ratio des finesses). Ces coefficients de conversion, appliqués sur les résidus des régressions linéaires, permettent d'obtenir directement le bruit sur la position du mode (dû à la déformation de la cavité) relatif à la fréquence de la source laser (stabilisée et considérée fixe), graphique du milieu à droite de la figure 2.32. Ces déformations sont ensuite soustraites l'une à l'autre pour obtenir les déplacements d'un mode d'une cavité vis-à-vis d'un mode de l'autre cavité, graphique en bas à droite sur la figure 2.32.

Les variations relatives de fréquence des deux cavités sont évaluées à 1,8 kHz sur la durée d'un passage sur les flancs d'un mode (seulement 70 µs), mais ces résultats ne semblent pas refléter la réalité. En effet, les variations d'intensité converties en fluctuations de fréquence vis-à-vis du laser, sont radicalement différentes sur chacune des cavités. La cavité basse finesse semble varier 10 fois plus en fréquence vis-à-vis du laser, que la cavité haute finesse. Il n'y a aucune raison pour qu'une des deux cavités fluctue beaucoup plus que l'autre vis-à-vis d'une fréquence de référence (sauf déformations importantes hors axe longitudinal). Ceci laisse à penser que la mesure sur la cavité de basse finesse est limitée par le bruit de mesure. Les photodiodes utilisées ont un bruit de 4 mV pic à pic – après conversion celui-ci correspond à 1,6 kHz de bruit sur la cavité de basse finesse et 40 Hz sur la cavité de haute finesse. Ce bruit électronique constitue la limite de fluctuations de fréquence que l'on peut mesurer, et dans le cas présent il est dominant sur la mesure des fluctuations de la cavité basse finesse.

La mesure réalisée est donc limitée par les photodiodes utilisées et le facteur de conversion obtenu sur le flanc du mode basse finesse. Afin de résoudre ce problème il serait possible de changer les miroirs de la cavité basse finesse (les supports sont amovibles) afin d'utiliser, le temps de la mesure, des miroirs de meilleure réflectivité et augmenter la sensibilité de la cavité en augmentant sa finesse. De plus, le gain des photodiodes pourrait être augmenté et l'électronique changée pour atteindre une gamme de tensions plus large tout en gardant le niveau de bruit au plus bas possible. Malgré ses imperfections, cette mesure permet quand même de tirer quelques conclusions. Les déformations relatives des deux cavités n'excèdent pas 1,8 kHz sur la durée du passage sur les flancs de la cavité haute finesse (seulement 70 µs). La cavité haute finesse varie de 200 Hz vis-à-vis du laser, en partant du principe que la cavité basse finesse à des variations similaires, il est raisonnable de penser que les cavités bougent l'une par rapport à l'autre au maximum sur quelques 500 Hz, ce qui

est encourageant pour la suite.

Il aurait été possible d'améliorer grandement ces mesures, notamment pour réaliser des balayages beaucoup plus lents et ainsi obtenir une information plus pertinente concernant l'expérience finale – 70 µs est un temps beaucoup trop bref comparé aux millisecondes nécessaires pour l'acquisition des signaux dans le projet final. De telles mesures auraient demandé d'améliorer la source asservie en changeant notamment la diode laser utilisée (or, à l'époque nous n'en avions pas de disponible) et ces évaluations de déformation relative avaient déjà pris beaucoup de temps. Elles ont permis de faire beaucoup d'améliorations sur le support de la cavité (voir la figure 2.27), mais le laser femtoseconde étant enfin opérationnel (après plus de deux ans d'attente ; soucis de financement, laser de pompe cassé pendant un transport, etc), l'envie d'aller plus loin a pris le dessus.

Il fût donc décidé que le juge de paix serait, à la vue de ces premières estimations, de tenter l'asservissement du laser femtoseconde sur la cavité basse finesse et d'injecter la seconde cavité haute finesse – tentative abordée dans la section 2.2.2. En cas d'échec, l'ensemble des développements instrumentaux mis en place lors de cet essai pourront être réutilisés pour le développement de nouvelles cavités jumelles présentées ci-après.

2.2.1.2 Cavité grand angle, des cavités jumelles pour les polarisations en une seule cavité physique

Les cavités jumelles mécaniquement liée ont le défaut de reposer principalement sur l'hypothèse que les longueurs de cavité et les fréquences des modes évoluent de concert, malgré des longueurs différentes. Ceci rend ce design particulièrement sensible aux vibrations, amoindrissant fortement sa robustesse. Les premières mesures de déformation relative, présentées dans la partie précédente, ne permettant pas de démontrer de façon sûre celles-ci sont suffisament faibles, un nouveau type de cavités jumelles ont été conçu pour adopter une stratégie radicalement différente basée sur une cavité en forme de V. Cette géométrie de cavité va permettre de différencier la réflectivité du miroir de replis en fonction de l'axes de polarisation considéré. La cavité aura ainsi, selon l'axe de polarisation, deux finesses différentes ($F \approx \frac{1}{1-R_{ar}}$ avec R_{ar} la réflectivité cumulée sur un aller-retour).

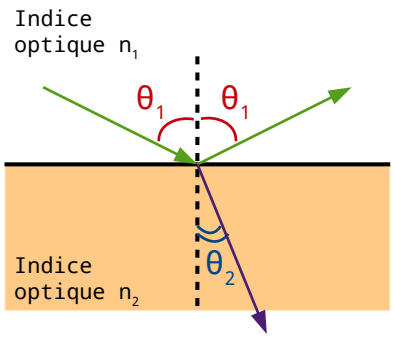


FIGURE 2.33 – Notations utilisées.

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{2.14}$$

$$r_{vert} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \tag{2.15a}$$

$$r_{hor} = \frac{n_1 \cos\theta_2 - n_2 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_2 + n_2 \cos\theta_1} \tag{2.15b}$$

Les formules de Fresnel [80, 81] sur les champs électriques au passage d'un dioptre décrivent les coefficients de réflectivité de celui-ci pour les différentes polarisations de la lumière (eqs.(2.15) utilisant les notations illustrées sur la figure 2.33). Associées à la relation de Snell-Descartes [82] (équation (2.14)), elles permettent d'exprimer les coefficients de réflexion des deux polarisations en fonction de l'angle d'in-

cidence par rapport à la normale du dioptre (voir la figure 2.34).

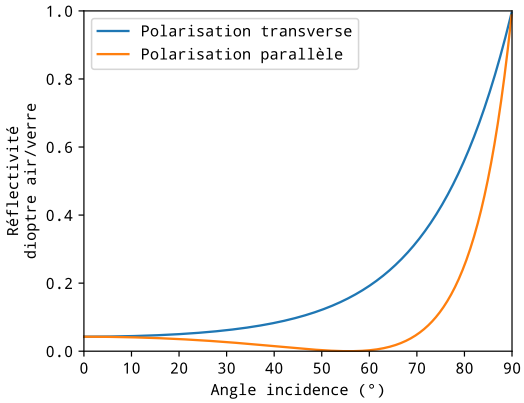


FIGURE 2.34 – Simulation du coefficient de réflexion d'un dioptre air/verre en fonction de l'angle d'incidence de la lumière pour les deux polarisations.

À faible angle d'incidence, les réflectivités pour les deux polarisations sont quasiment égales, mais progressivement elles se différencient significativement à mesure que celui-ci se rapproche de l'angle de Brewster (angle où la réflectivité du dioptre sur la polarisation parallèle est nulle). Une cavité en V, dont l'angle de réflexion sur le miroir de repli serait suffisamment grand, aurait ainsi des réflectivités différentes sur les deux axes de polarisation. Cette différence est potentiellement suffisante pour obtenir deux finesses très différentes sur les deux polarisations et ainsi obtenir deux cavités différentes de même longueur physique. Ce type de cavité sera modélisé et étudié en détail dans le chapitre 3.

2.2.1.3 Double cavité avec des miroirs à double bande

De façon analogue à la stratégie précédente, qui n'utilise qu'une seule cavité physique pour obtenir des finesses différentes, il est possible de concevoir une double cavité reposant sur le savoir-faire des fabricants de miroirs diélectriques. Ces miroirs diélectriques sont constitués d'empilements successifs de matériaux aux indices optiques différents. En jouant sur le nombre de couches, leur indice optique et leur épaisseur, leur courbe de réflectivité est ajustable et permet d'obtenir de hautes réflectivités (>99%). Il existe notamment des miroirs diélectriques double-bande conçus pour avoir une bonne réflectivité à deux longueurs d'onde différentes. De tels miroirs, si la réflectivité dans les deux bandes est suffisamment différente, pourraient permettre la fabrication d'une double cavité avec des finesses différentiées à ces longueurs d'onde. Le laser pourrait notamment être d'asservi dans le rouge, une partie de son émission prélevée et sa fréquence doublée dans un cristal non linéaire pour doubler l'amener dans le bleu/proche UV afin de la réinjecter dans la cavité dans la seconde bande de réflexion des miroirs. Ces longueurs d'ondes sont notamment d'un intérêt pour l'étude des radicaux halogénés – molécules de forte réactivité présentant un réel intérêt dans l'étude des propriétés oxydantes de l'atmosphère polaire [5]. Les miroirs ont été achetés (caractéristiques disponibles en annexe I.7), mais la cavité n'a pas été montée pour le moment.

2.2.2 Détection du signal d'erreur, spectrographe à réseau amplifié par effet Vernier

Une fois le type de cavités jumelles choisi, il est nécessaire de mettre en place l'asservissement du peigne laser sur le peigne de la cavité basse finesse. Pour ce faire, il est suffisant de contrôler les deux paramètres f_0 et ISL_{femto} pour asservir complètement son émission. Dans le cas de ce projet, l'asservissement se doit d'être efficace pour corriger rapidement les dérives en fréquence du laser avant que celui-ci ne quitte le mode de transmission de la cavité haute finesse large de 14 kHz (voir début de la section 2.2.1). Les signaux d'erreur doivent donc être très sensibles aux dérives en fréquence des dents laser par rapport au centre des modes d'asservissement. Pour

répondre a cet impératif de sensibilité, ceux-ci sont générés via une méthode utilisée par L. Rutkowski et J. Morville [48, 78] utilisant un réseau de fort pouvoir dispersif, couplé à une démultiplication par effet Vernier afin d'en augmenter la sensibilité.

2.2.2.1 Amplification par effet Vernier

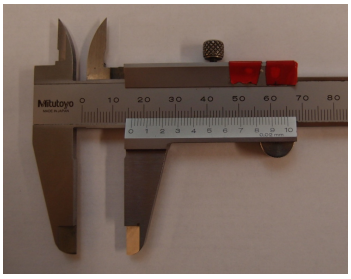


FIGURE 2.35 – Pied à coulisse.

La clé de voûte de ce montage, permettant d'obtenir la grande sensibilité nécessaire, est l'utilisation d'un effet Vernier afin de mesurer précisément le désaccord en fréquence entre le peigne émis par le laser et celui des modes de transmission de la cavité. Les échelles Vernier sont courantes en mesure de précision, l'exemple le plus commun est la graduation d'un pied à coulisse (figure 2.35). Sur ces échelles, deux réglettes avec des graduations légèrement désaccordées (d'une valeur δ) se font face.

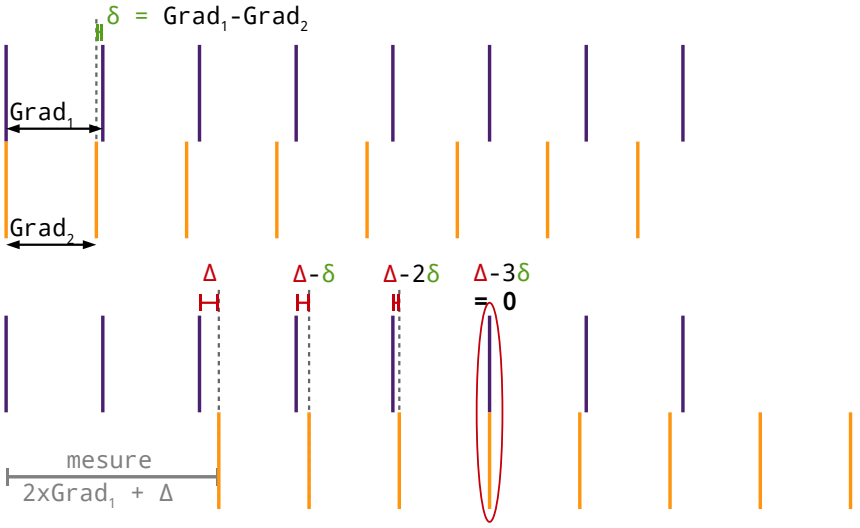


FIGURE 2.36 – Illustration du principe de la mesure avec une échelle Vernier.

Lors d'une mesure, les origines de ces deux échelles sont décalées l'une par rapport à l'autre de la quantité à mesurer (comme illustré figure 2.36). Le 0 de l'échelle la plus petite se retrouve à proximité d'une des graduations de l'autre, mais légèrement décalée d'une distance notée Δ. C'est cette quantité, en deçà de la résolution des échelles utilisées, que l'effet Vernier va permettre d'estimer. Ce petit décalage se retrouve entre les graduations suivantes, mais diminué de δ (le désaccord entre les deux échelles). Ainsi, de graduation en graduation, ce décalage diminue de δ jusqu'à atteindre 0. Au moment de cette coïncidence des deux échelles, le petit écart Δ a été exactement compensé par l'accumulation du désaccord entre les deux échelles. La connaissance de ce désaccord (δ) et du nombre de graduations nécessaires pour atteindre cette première coïncidence (noté N_{grad}), permet d'estimer Δ malgré le fait que celui-ci soit plus petit que la graduation des échelles utilisées.

$$\Delta = N_{grad}.\delta \tag{2.16}$$

Cette méthode démultiplie la sensibilité de la mesure, en transformant une petite distance à mesurer en une distance beaucoup plus grande mesurable avec des graduations plus larges (la distance $N \times \delta$ devient $N \times Grad_{ech2}$). Il est ainsi possible de définir un facteur de démultiplication Vernier :

$$G_{vernier} = \frac{Grad_{ech2}}{\delta} \tag{2.17}$$

Lors de l'injection d'une cavité par un peigne de fréquences, il est possible d'observer des effets analogues, lesquels sont expliqués et décrits en détail dans la thèse de L. Rutkowski [78]. Dans le cas de l'injection d'une cavité par un peigne de fréquences légèrement désaccordé (illustré sur la figure 2.37), on remarque immédiatement sur la représentation graphique un joli effet de Moiré. L'effet de Moiré est un effet de contrastes apparaissant visuellement lorsque l'on superpose deux motifs réguliers de fréquence spatiale différente, un effet que l'on peut observer quotidiennement, sur les tissus (on parle du moiré d'une étoffe), lors de la numérisation de documents (sous la forme de tramage), ou sur les écrans.

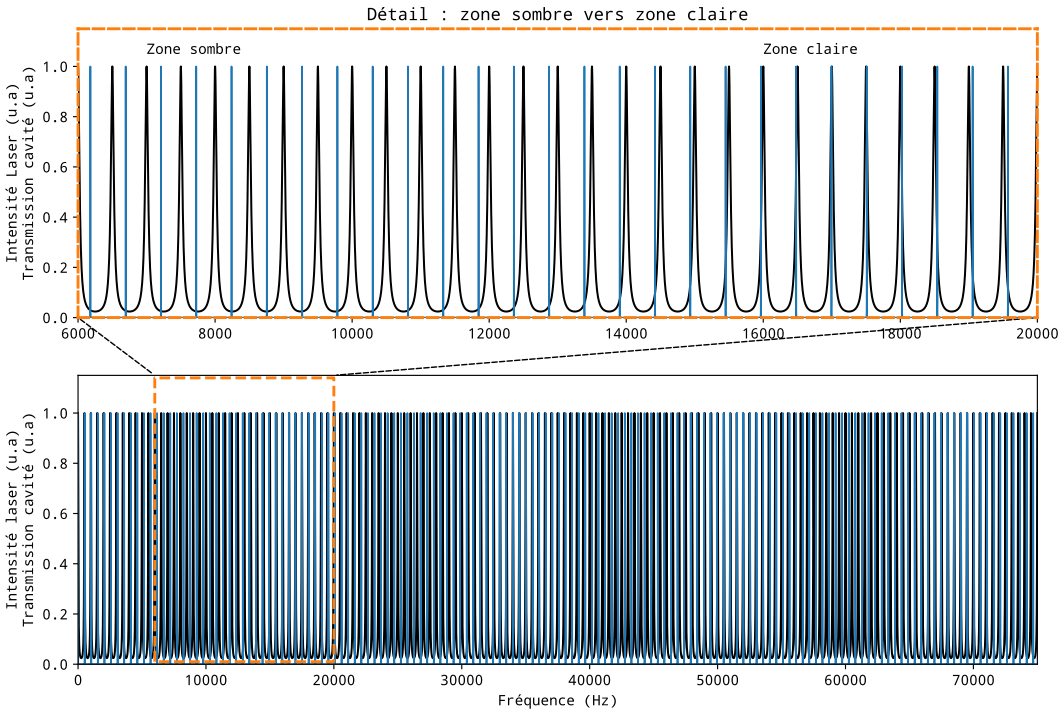


FIGURE 2.37 – Illustration de l'effet Vernier lors de l'injection d'une cavité par un peigne de fréquences désaccordé (les courbes sont simulées avec des valeurs peu réalistes mais lisibles). La superposition progressive des modes laser dans les modes de transmission crée un analogue visuel l'effet Vernier, appelée effet de Moiré, créant une alternance de zones plus claires et sombres

Ici les deux motifs sont la représentation graphique du peigne de fréquences superposé à celui de transmission. Les zones plus claires correspondent aux coïncidences des modes des deux motifs superposés, lesquels en se recouvrant laissent apparaître le fond blanc et les zones plus sombres sont quant à elles les zones où les deux motifs ne se superposent pas, couvrant plus de surface et laissant moins apparaître le fond blanc (voir détail sur la figure 2.37). Cet effet de Moiré, analogue à l'effet Vernier décrit plus haut, résulte du battement des fréquences spatiales de la représentation graphique, il en résulte l'apparition d'une note de battement sous la

forme d'une modulation lente de la densité de recouvrement des motifs ayant une fréquence spatiale égale au désaccord entre les deux motifs. Ainsi, lors de l'injection du peigne de fréquences, les dents sont sélectionnées en fonction de leur coïncidence ou non avec un mode de cavité, figure 2.38. Il se forme, en sortie de cavité, un nouveau peigne constitué par les paquets de modes ayant pu être transmis (appelé peigne Vernier).

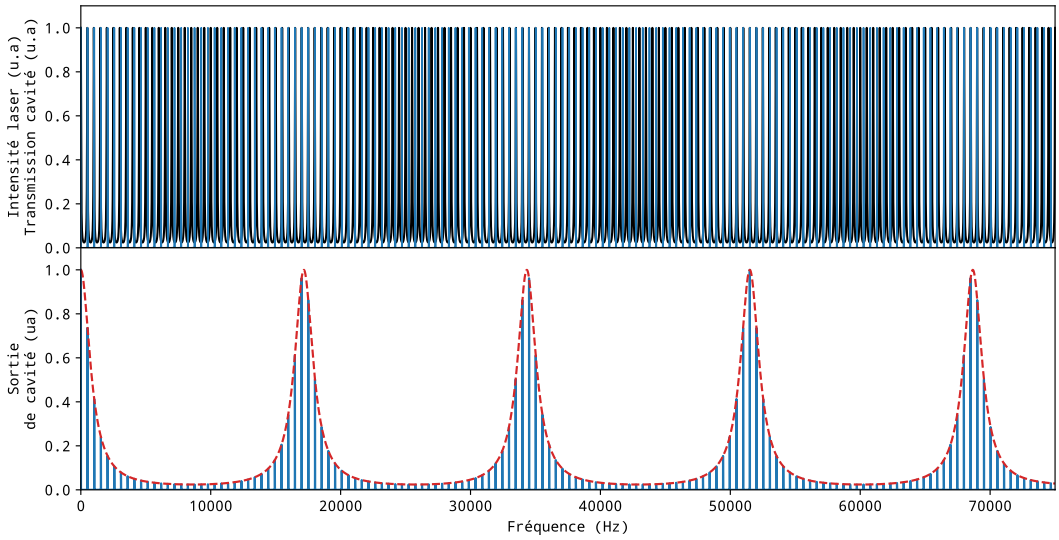


FIGURE 2.38 – Illustration de la formation du peigne Vernier en sortie de cavité.

Les caractéristiques de ce peigne peuvent être décrites directement à partir des propriétés des deux motifs dont il est issu, voir les eqs.(2.18) issues de a thèse de L. Rutkowski[78].

$$\begin{aligned} ISL_{vernier} &= \frac{c}{2\Delta L} \\ &= \frac{ISL_{femto}}{\Delta ISL} ISL_{cav} \end{aligned} \tag{2.18a}$$

$$FWHM_{vernier} = \frac{ISL_{femto}}{\Delta ISL} FWHM_{cav} \tag{2.18b}$$

Les dents de ce peigne Vernier correspondent aux zones de coïncidences entre le peigne de fréquences du laser et les modes de la cavité – ces dents Vernier peuvent, selon les cas, contenir plusieurs dents lasers. Dans la cadre d'une analogie avec l'échelle Vernier précédemment décrite (voir figure 2.36), la position d'un pic Vernier correspond à deux graduations alignées.

Comme illustré sur la figure 2.39, lorsque le peigne de fréquences injecté se déplace d'une petite quantité vis-à-vis du peigne de transmission de la cavité, δf, l'endroit de coïncidence des deux échelles se déplace d'une quantité, notée Δf, bien plus grande (de façon analogue à la coïncidence de l'échelle Vernier). Le déplacement observé sur un pic Vernier est une directe amplification des déplacements d'une dent du peigne par rapport à une transmission de la cavité. La démultiplication obtenue peut être définie, de façon analogue à l'équation (2.17), comme :

$$G_{vernier} = \frac{ISL_{femto}}{\Delta ISL} \tag{2.19}$$

qui devient après combinaison avec eqs.(2.18) :

$$G_{vernier} = \frac{ISL_{vernier}}{ISL_{cav}} \tag{2.20}$$

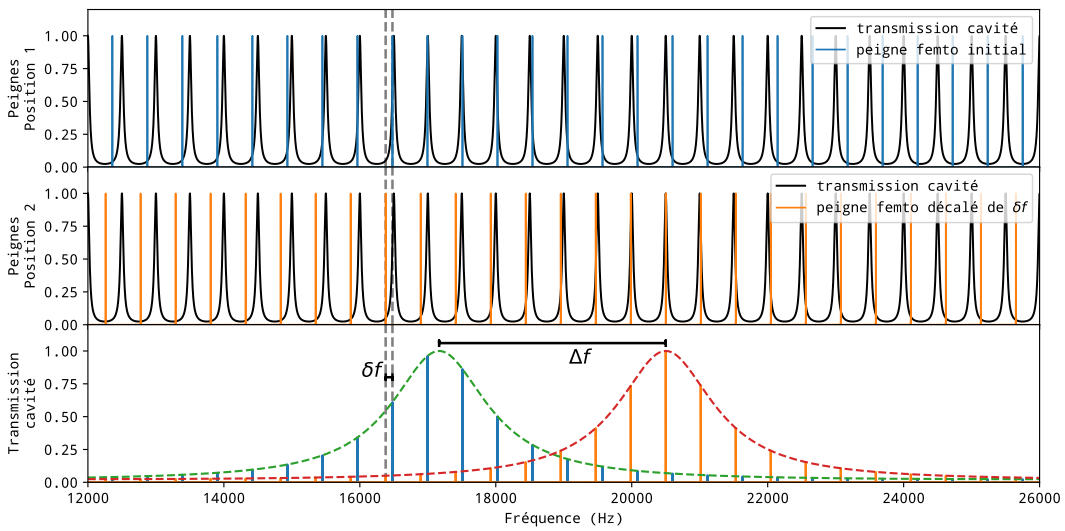


FIGURE 2.39 – Simulation de la démultiplication du déplacement en fréquence d'un mode Vernier.

Pour obtenir l'amplification la plus grande possible il est impératif d'avoir un $\mathrm{ISL}_{\mathrm{vernier}}$ le plus étendu possible. Avec deux paramètres à contraindre, f_0 et ISL_{femto}, il est suffisant de désaccorder le laser de manière à n'observer que deux pics Vernier dans toute l'étendue spectrale du peigne de fréquences. Une étendue spectrale d'un peu plus d'une vingtaine de nanomètres autour de 800 nm ($FWHM_{femto} = 10\ THz$) implique d'avoir un $\mathrm{ISL}_{\mathrm{vernier}}$ avec un ordre de grandeur de 10 THz. La cavité utilisée pour l'étude du couplage mécanique possède un $\mathrm{ISL}_{\mathrm{cav}}$ de 240 MHz, ce qui permet, grâce à équation (2.20), d'évaluer le facteur d'amplification de vernier, $G_{vernier} \approx 40000$.

L'utilisation de l'effet Vernier permet d'obtenir une démultiplication importante des variations relative du peigne de fréquences du laser par rapport au peigne de transmission de la cavité, mais ceci ne constitue pas encore un signal d'erreur directement exploitable. Il est nécessaire d'ajouter un élément pour faire la conversion de cette variation de fréquence vers un signal d'erreur en tension exploitable pour réaliser une électronique d'asservissement.

2.2.2.2 Conversion fréquence-position avec un réseau

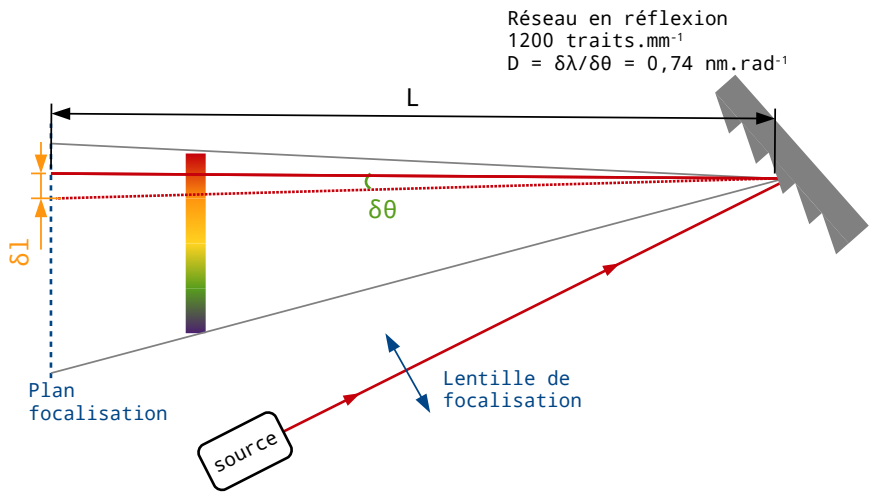


FIGURE 2.40 – Notations utilisée pour le spectroscope

Les variations de fréquence des modes Vernier sont ensuite convertis en variation de position via un simple montage analogue à un spectroscope à réseau. La lumière sortant de la cavité est projetée sur un réseau en réflexion 1200 traits.mm^{-1} [Thorlabs GR25-1208]. Ce réseau, par sa structure de surface composée de multiples gravures régulièrement espacées, disperse spectralement la lumière réfléchie dessus. Après réflexion, les fréquences composant la lumière réfléchie sont étalées angulairement dans le plan d'incidence avant d'être focalisées sur un détecteur (écran, barette CCD, etc). Ce réseau est dit *blazé*, par la forme des structures à sa surface, l'énergie est envoyée préférentiellement dans un ordre de diffraction, permettant de maximiser l'amplitude des signaux obtenus.

Le réseau est caractérisé par son pouvoir de dispersion (que l'on peut calculer à partir de ses propriétés géométriques, ou trouver dans les fiches techniques), noté D, il est défini comme :

$$D = \frac{\delta\lambda}{\delta\theta} \tag{2.21}$$

avec $\delta\theta$ la variation d'angle et $\delta\lambda$ la variation de longueur d'onde. De plus, utilisant les notations de figure 2.40, il est possible d'écrire :

$$\delta l = L \tan \delta\theta \tag{2.22}$$

Combiné à l'équation précédente, dans l'approximation des petits angles, ceci peut être réécrit comme :

$$\delta l \approx \frac{L}{D}\delta\lambda \tag{2.23}$$

d'où l'on peut déduire la relation entre une variation en fréquence et la variation en position observée :

$$\delta l \approx \frac{L\lambda^2}{Dc}\delta f \tag{2.24}$$

En sortie du spectroscope, les pics Vernier peuvent être focalisés via une lentille convergente et observés sur un écran sous la forme d'une collection de spots lumineux équidistants. Quand le peigne laser se déplace relativement à la cavité d'asservissement, les pics Verniers changent de fréquence et les spots observés se déplacent dans le plan de projection. À partir de l'équation (2.24), un facteur de conversion déplacement/fréquence pour ce spectroscope à réseau peut être défini :

$$G_{reseau} = \frac{L\lambda^2}{Dc} \tag{2.25}$$

Il apparaît, dans un but de sensibilité, qu'il est nécessaire d'avoir une longueur de projection la plus grande possible. Ce critère entre en directe inadéquation avec l'objectif de compacité, synonyme de robustesse, du projet. Le spectroscope conçu incorpore donc un téléobjectif pour compacter le trajet optique. Sa conception se fait via un calcul de la propagation du faisceau gaussien (dans le formalisme des matrices ABCD [83]) issu de la cavité permettant de choisir les lentilles et distances adéquates, illustré sur la figure 2.41.

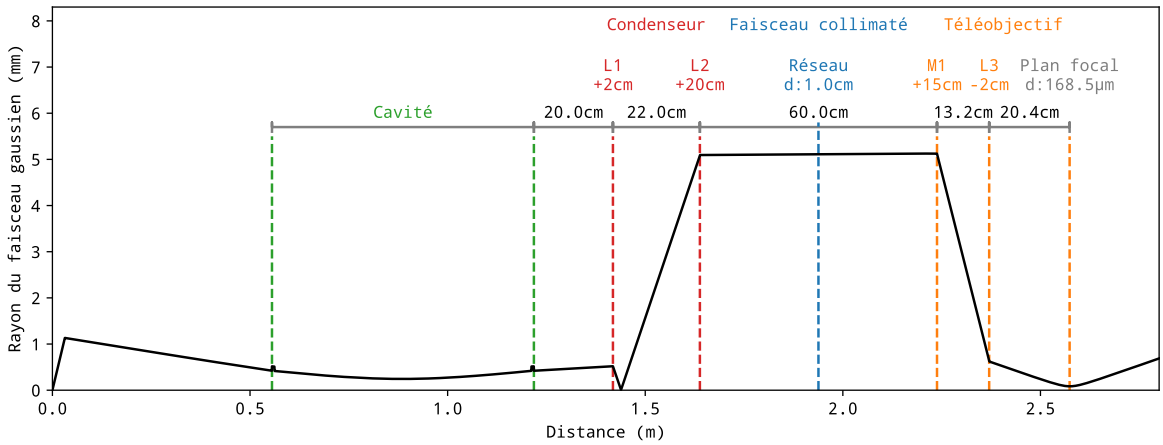


FIGURE 2.41 – Simulation à partir d'un calcul sur matrice ABCD de l'évolution du *waist* gaussien du faisceau dans le spectroscope conçu pour cette expérience.

Le spectroscope se divise en trois parties. Une première association de lentilles convergentes, en rouge sur la figure 2.41, collimate et étale le faisceau sur une dimension centimétrique afin de permettre un recouvrement optimal de l'intégralité du réseau et profiter au mieux de sa résolution spectrale. De plus, en rendant le faisceau bien parallèle (zone bleue sur la figure 2.41) cette lentille garantie que la dispersion observée s'opérera bien selon les équations précédemment écrites. Le faisceau issu du réseau est ensuite focalisé sur le plan d'observation avec un petit téléobjectif constitué d'une association d'une lentille convergente et d'une lentille divergente permettant d'obtenir une focale équivalente plus grande que la taille physique du système optique. Cette focale équivalente peut être évaluée via la formule de Gullstrand permettant de calculer la focale équivalente de l'association deux optiques :

$$\frac{1}{f_{eq}} = \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right) - \frac{e}{n f_1 f_2} = 1500\ mm \tag{2.26}$$

avec f_1 et f_2 les focales des optiques associées, e la distance entre elles et n l'indice optique du milieu les séparant.

Le téléobjectif conçu a une focale équivalente de 1500 mm pour une taille physique de 236 mm, il permet ainsi d'économiser un mètre de trajet optique. Dans une taille physique plus restreinte, le système optique obtenu réagit de façon analogue à un système de longueur plus importante. Sa sensibilité est augmentée et les déplacements obtenus pour une même variation en fréquence sont plus importants. Avec une distance de projection de 1800 mm (distance réseau-téléobjectif + focale téléobjectif), l'équation (2.25) permet de calculer la sensibilité de ce spectroscope :

$$G_{reseau} = 5\ .10^{-15}\ m.Hz^{-1} \tag{2.27}$$

Au travers de ce spectroscope, les modes Vernier vont apparaître comme des taches lumineuses se déplaçant au gré des variations de fréquence du laser vis-à-vis des modes de la cavité basse finesse. L'asservissement va consister à maintenir ces spots Vernier à une position fixe dans le plan de détection. Pour ce faire, il est nécessaire de détecter la position d'un spot vis-à-vis d'une position de référence et de convertir ensuite cette position en signal d'erreur permettant à l'électronique de rétroaction PID de corriger le laser et ramener le spot sur la position de référence.

2.2.2.3 Conversion position-tension électrique, utilisation d'une photodiode à cadrans amplifiée

Le déplacement des spots Vernier obtenu en sortie du spectroscope est ensuite converti en signal d'erreur exploitable par l'électronique de rétroaction via l'utilisation d'une photodiode composée de deux cadrans amplifiés par une électronique trans-impédante bas bruit (chaîne de mesure résumée dans la figure 2.42).

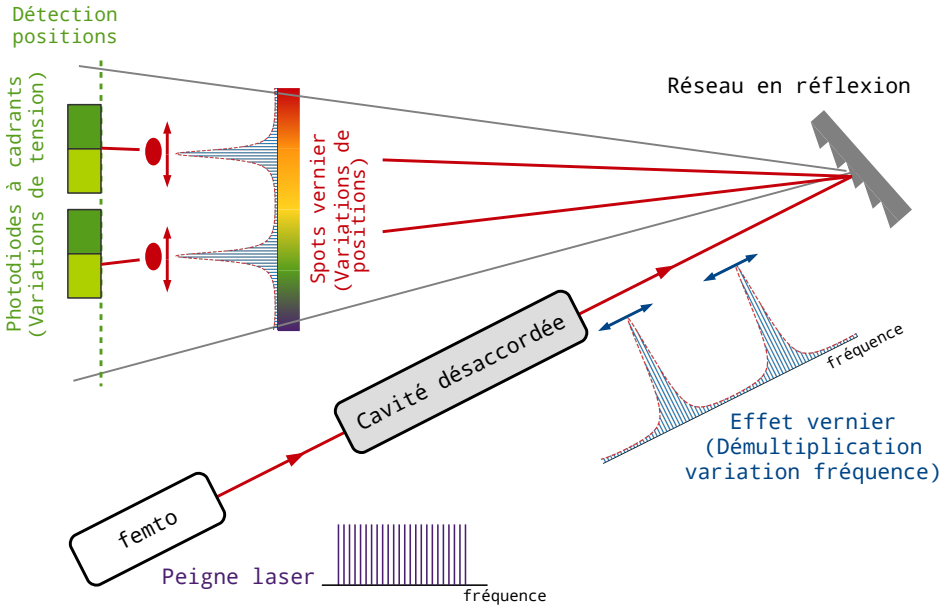


FIGURE 2.42 – Résumé de la génération du signal d'erreur.

Chaque cadran de cette photodiode génère un courant proportionnel à la puissance lumineuse l'éclairant et il est possible de suivre la somme des courants ou la différence de ceux-ci. Lors du passage d'un spot lumineux, la somme se comporte comme une simple photodiode, mais la différence contient une information radicalement différente (voir la figure 2.43).

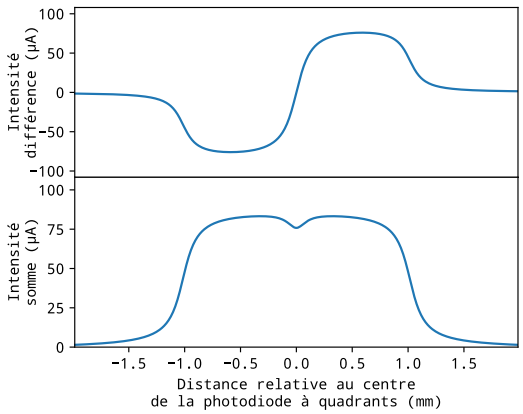


FIGURE 2.43 – Simulation du passage d'un spot lumineux gaussien sur une photodiode à cadrans.

Si le spot est parfaitement centré sur les deux cadrans, ceux-ci reçoivent la même quantité de lumière et les courants générés s'annulent par différence. Par contre, dès que le spot n'est plus centré, la différence n'est plus équilibrée et le signal mesuré n'est plus nul. Mieux encore, son signe sera différent en fonction du cadran le plus éclairé. Le signal de différence d'une photodiode à cadrans contient donc une information du sens de correction nécessaire pour recentrer le spot et fixer la position du mode Vernier au centre des cadrans.

Sur ce signal de différence, la partie centrale convertit la position du spot en un signal d'intensité électrique avec une sensibilité égale à sa pente. Pour obtenir le meilleur de cette détection, il est important de choisir une photodiode dont les cadrans sont les plus proches possibles l'un de l'autre. Un écart plus important ré-

duirait la pente centrale du signal de différence et créerait une atténuation au centre du signal de somme (là où le spot n'est plus entièrement sur deux cadrans). Pour cette expérience le choix s'est porté sur une photodiode Hamamatsu S5870 avec un écart de 30 µm entre les deux cadrans (fiche technique disponible en **??**).

Afin d'évaluer les courants mis en jeu et dimensionner l'électronique d'amplification nécessaire, il faut connaître la puissance optique contenue dans le spot Vernier, laquelle est directement liée au nombre de dents du peigne femtoseconde le composant :

$$P_{vernier} = N_{vernier} P_{dent} \tag{2.28}$$

avec $P_{vernier}$ la puissance contenue dans le mode vernier, $N_{vernier}$ le nombre de dents du peigne femtoseconde le composant et P_{dent} la puissance contenue dans une dent.

L'asservissement est réalisé sur un dixième de la puissance disponible du laser (1,2 W). Le peigne laser est centré autour de 800nm avec une largeur d'une vingtaine de nanomètre ($FWHM_{femto} = 12\ THz$), composé de 125000 dents sur lesquels est répartie la puissance disponible. En posant comme hyptohèse, acceptable pour un calcul d'ordre de grandeur, que l'énergie est également répartie entre les différentes dents et entièrement transmise par la cavité, la puissance contenue dans une dent est déduite via l'équation (2.29).

$$P_{dent} = \frac{P_{laser}}{10} \frac{ISL_{femto}}{FWHM_{femto}} = 0,8\ \mu W \tag{2.29}$$

La largeur du mode Vernier, $FWHM_{vernier}$, peut être évaluée à partir de la distance entre les deux modes Vernier, $ISL_{vernier}$ (ici 10 THz), reliés par la finesse de la cavité d'asservissement (F_{cav}) [48] :

$$FWHM_{vernier} = \frac{ISL_{vernier}}{F_{cav}} = 40\ GHz \tag{2.30}$$

À partir de cette relation il devient possible de déterminer la nombre de dents le constituant et par combinaison des équations (2.29) et (2.30), la puissance contenue dans un spot Vernier, P_{spot}, peut être calculée

$$P_{spot} = \frac{FWHM_{vernier}}{ISL_{cav}} P_{dent} = 400\ \mu W \tag{2.31}$$

La photodiode utilisée est en silicium, sa réponse spectrale est de 0,6 A W^{-1} à 800 nm, le signal obtenu en sortie de chacun des cadrans de la photodiode est donc un courant faible d'une centaine de µA. Il est nécessaire de le convertir en tension en l'amplifiant fortement pour pouvoir l'exploiter. Ceci est fait via un circuit électronique dit trans-impédant qui va convertir ce courant en tension. Ce circuit est caractérisé par son facteur de converion G_{elec} défini comme

$$G_{elec} = \frac{U_{erreur}}{i_{cadranDroite} - i_{cadranGauche}} \tag{2.32}$$

avec U_{err}, la tension en sortie de l'électronique, $i_{cadranDroite}$ et $i_{cadranGauche}$ respectivement les courants issus du cadran droit et gauche de la photodiode. Afin d'utiliser pleinement la gamme d'alimentation utilisée pour l'électronique du montage (issue d'un pack de batteries $\pm 12\ V$) le gain envisagé est de 82 000 V A^{-1} pour obtenir des signaux d'erreur avec une amplitude de plusieurs volts (voir figure 2.44).

Afin de déterminer le facteur de conversion tension/déplacement de la photodiode amplifiée, noté $G_{cadrans}$, le passage du spot Vernier sur les cadrans de la photodiode est simulé via un script *Python*. Le spot Vernier y est représenté par une répartition spatiale de la puissance lorentzienne sur l'axe horizontal dont le *waist*

est déterminé à partir de la largeur spectrale du spot, $FWHM_{vernier}$, associée au facteur de conversion du spectroscope défini par l'équation (2.25) et d'une répartition gaussienne sur l'axe vertical (dont le *waist* a été mesurée). Ensuite, la puissance incidente sur chaque cadran est calculée par une intégration 2D de la portion de faisceau recouvrant les différents cadrans durant le passage du spot Vernier. Après conversion, en prenant en compte les différentes caractéristiques de la photodiode et des électroniques, l'évolution de la tension du signal de différence des deux cadrans est calculée pendant le transit d'un spot Vernier, figure 2.44. Le facteur de conversion est ensuite déterminé en évaluant la pente au passage du centre de la photodiode à cadrans.

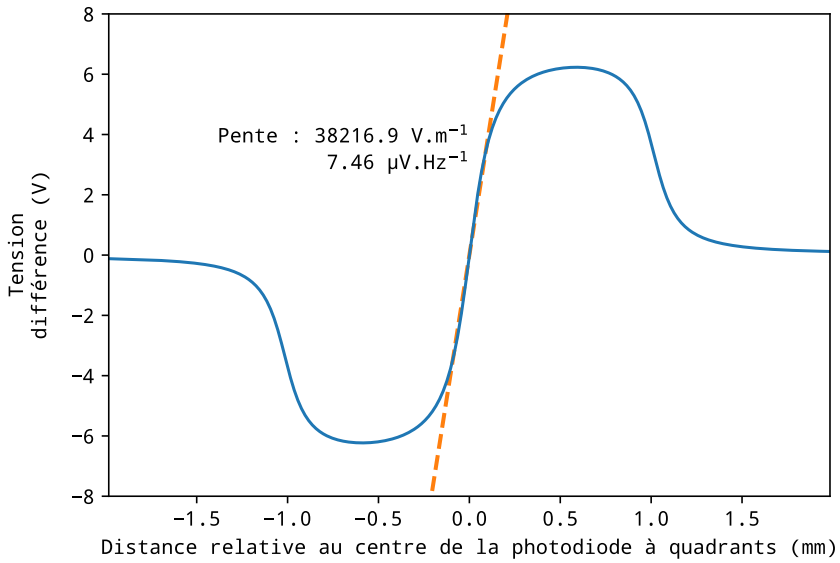


FIGURE 2.44 – Simulation du passage d'un spot lumineux sur une photodiode à cadrans après conversion par l'électronique développée.

En remontant la chaîne d'acquisition, résumée dans les figures 2.42 et 2.45, il devient possible d'obtenir le facteur de conversion total du système, G_{tot}.

$$G_{tot} = G_{cadrans} \times G_{reseau} \times G_{vernier} = 7,5\mu V.Hz^{-1} \tag{2.33}$$

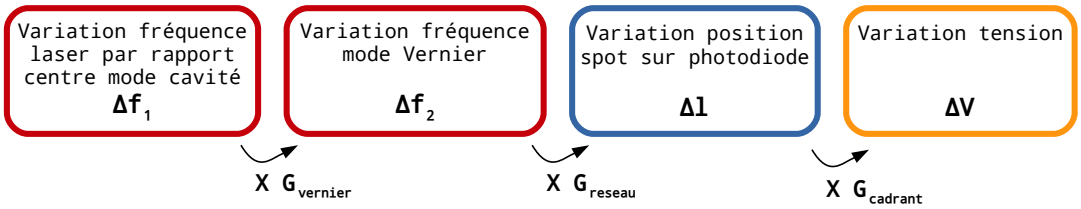


FIGURE 2.45 – Chaîne d'acquisition du signal d'erreur.

Le bruit en tension sur cette chaîne d'acquisition détermine le plus petit décalage en fréquence détectable, il est nécessaire de développer des électroniques avec le plus bas niveau de bruit possible pour tirer le meilleur de ce montage.

Plusieurs stratégies d'amplifications ont été étudiées via des calculs de niveaux de bruits électroniques (l'annexe D présente quelques points importants sur ce calcul de bruit et le schéma final de la carte est disponible en annexe G.1). Le bruit obtenu sur le signal d'erreur est estimée à 12,5 µV RMS sur une bande passante de 200 kHz, ce qui correspond à une variation de fréquence du laser de seulement 2 Hz (d'après

le gain de conversion exprimé dans l'équation (2.33)). L'électronique de détection conçue ne sera donc pas limitante pour atteindre des asservissements en deçà de la dizaine de hertz, mais pour atteindre de telles performances, il est absolument impératif d'alimenter celle-ci avec des sources d'alimentation propres, idéalement des batteries.

2.2.3 Électronique d'asservissement et de recherche automatique de position d'asservissement

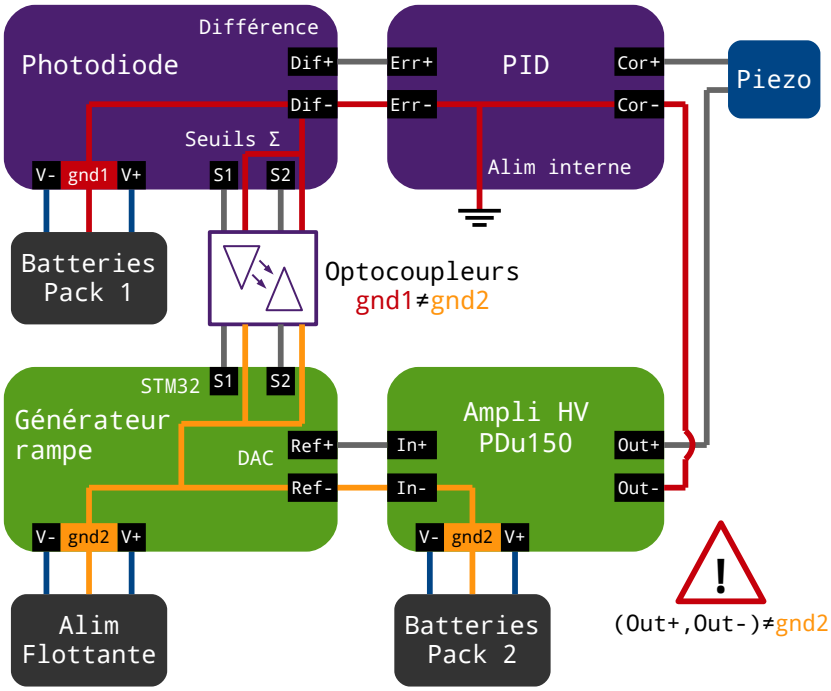


FIGURE 2.46 – Schéma électronique de l'asservissement. Il est très important de découpler les masses du système pour ne pas endommager l'ampli haute tension PDu150.

Le signal d'erreur doit ensuite être mis en forme pour agir sur le laser femtoseconde afin de corriger celui-ci et le maintenir injecté correctement au centre d'un mode de cavité. Cette correction est faite via un actionneur piezoélectrique sur lequel est installé un des miroirs de la cavité du laser femtoseconde – support optimisé par l'équipe pour permettre des déplacements à haute vitesse [71]. Le signal pilotant cet actionneur se doit être le plus faible bruit possible. En effet, pour atteindre l'objectif d'asservissement de 200 Hz il est nécessaire de maintenir ce bruit en deça de 75 µV sur des tensions d'une centaine de volts. C'est pour le maintenir au plus bas que chacune des bornes de l'actionneur piezoélectrique est pilotée indépendamment par deux électroniques différentes (voir la figure 2.46). La première génère une haute tension constante à partir d'une source bas bruit (batteries), permettant de placer grossièrement le laser à la position d'asservissement. Ce positionnement est ensuite affiné par une seconde électronique pilotant l'autre borne de l'actionneur. Cette seconde électronique est un PID [Toptica PID110] fabriquant un signal de correction à partir du signal d'erreur obtenu par les photodiodes à quadrant. Ce signal de correction ne doit pas être amplifiée afin de profiter de toute sa dynamique et garder son niveau de bruit au plus bas.

Pour générer le signal de correction, l'électronique PID intègre en temps réel le signal d'erreur, le dérive et compose en sortie une tension de correction U_{corr}, définie

comme la somme pondérée du signal direct, de son intégrale et de sa dérivée (PID = Proportionnel + Integral + Dérivé), équation (2.34).

$$U_{corr} = P.U_{err} + I.U_{err} + D.U_{err} \tag{2.34}$$

Chacun de ces termes décrit un temps de réponse caractéristique du système. Le terme intégral décrit l'inertie du système, ses dérives lentes à basse fréquence. Le terme proportionnel correspond aux dérives de moyenne fréquence. Quant au dernier terme il corrige les oscillations rapides du système. La composition des trois termes a pour but de décrire au mieux la dynamique du système pour corriger efficacement ces dérives.

En plus de cette partie de rétroaction, une électronique de recherche automatique de point d'asservissement a été ajoutée. Ce système a pour but d'effectuer des rampes sur l'actionneur piézo-électrique lorsque le spot Vernier n'est plus sur la photodiode à cadrans afin de retrouver un point d'asservissement de façon autonome. Pour ce faire la haute tension constante est remplacée par une électronique conçue durant cette thèse (plus de détails dans l'annexe G.2) constituée d'un générateur digital de rampe bas bruit piloté par un microcontrôleur rapide (STM32) dont le signal est amplifié par un ampli haute-tension bas bruit [PiezoDrive PDu150, dont la fiche technique est disponible en annexe I.8].

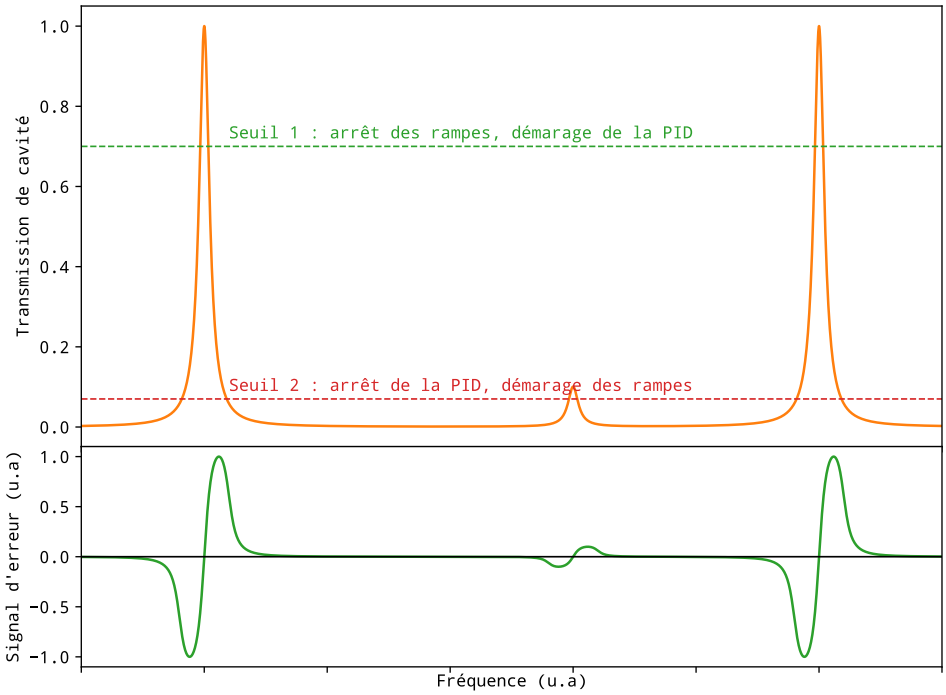


FIGURE 2.47 – Illustration du système de recherche automatique de point d'asservissement.

En l'absence de signal, des rampes sont générées par le générateur de rampe digital et le laser femtoseconde est balayé en fréquence. Les spots Vernier se déplacent jusqu'à ce qu'un des spots passe sur la photodiode à cadran où une électronique de détection de seuil sur le signal de somme des cadrans (seuil 1 en vert sur la figure 2.47) se déclenche et génère un signal d'arrêt des rampes pour permettre à la PID de commencer la régulation. Lorsque le point d'asservissement est perdu, le signal de somme des cadrans s'effondre et un second détecteur de seuil (seuil 2 en rouge sur la figure 2.47) génère un signal ordonnant la remise en route des rampes

de recherches permettant de retrouver un mode Vernier suffisamment intense pour reprendre l'asservissement.

L'utilisation de l'amplificateur haute tension PDu150 impose une contrainte forte. Cet amplificateur a une sortie différentielle, les sorties ne doivent pas être connectées à la masse de l'alimentation de la carte sous peine de ne pas fonctionner correctement. C'est pour cette raison que des optocoupleurs ont été ajoutés sur certains signaux digitaux et qu'il est important d'utiliser des alimentations à masses flottantes afin d'éviter tous problèmes (la figure 2.46 résume le plan de connexion).

2.2.4 Caractérisation de la qualité de l'asservissement obtenu et améliorations à venir

L'électronique étant mise en place et complète, la qualité de son asservissement a pu être étudiée en réalisant un verrouillage en fréquence du laser sur la cavité basse finesse des cavités jumelles mécaniquement liées (voir la figure 2.48).

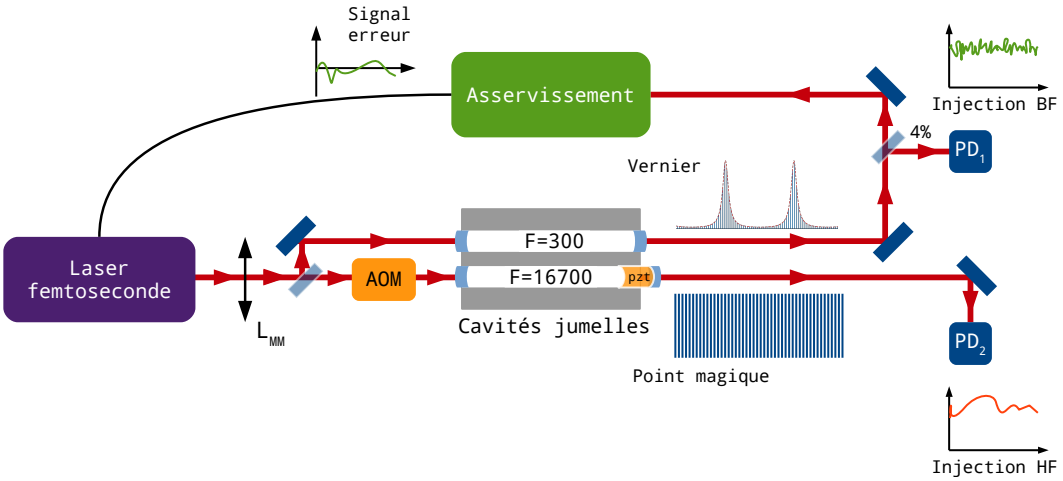


FIGURE 2.48 – Schéma du montage d'étude de la qualité d'asservissement.

Une fois le laser asservi sur la cavité basse finesse, celui-ci est injecté également dans la cavité haute finesse, laquelle est placée à son *point magique* [26]. Pour ce faire, sa longueur est ajustée grâce à des cales micrométriques (papier cigarette) insérées derrière le support d'un des miroirs. Ce réglage est ensuite affiné avec l'actionneur piezo-électrique portant un des miroirs de la cavité haute finesse et piloté par une tension constante générée par une électronique bas bruit similaire à celle utilisée pour la génération des rampes de recherches de point d'asservissement (détails disponibles dans annexe G.2). En sortie de cavité les intensités transmises par les cavités sont enregistrées via deux photodiodes amplifiées permettant d'obtenir les traces présentées sur la figure 2.49.

À partir de la trace bleue sur la figure 2.48, il est possible d'estimer la qualité de l'asservissement sur la basse finesse par conversion directe (via le gain du système de détection décrit dans l'équation (2.33)) de l'épaisseur de la trace du signal d'erreur obtenue (± 39 mV) – celle-ci équivaut à des variations de ± 5 kHz. Le signal d'erreur ayant une épaisseur plus grande que le bruit électronique prévu, 12,5 µV RMS sur une bande passante de 200 kHz, ces fluctuations sont des résidus (non compensés par la PID) des variations de la fréquence laser vis-à-vis des modes de la cavité.

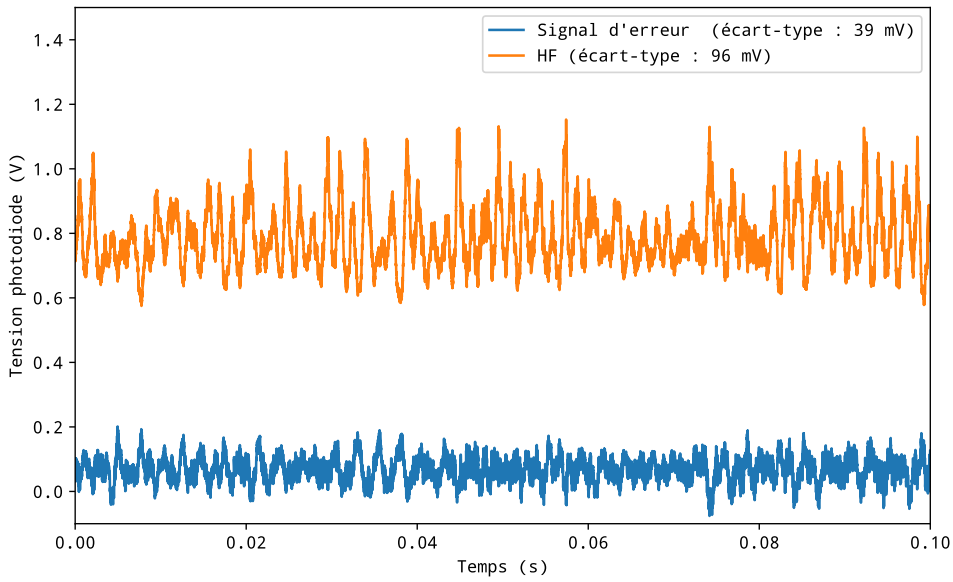


FIGURE 2.49 – Transmission de la cavité haute finesse et le signal d'erreur issu de la cavité basse finesse. Le bruit sur la trace du signal d'erreur de 39 mV correspond à des variations de 5 kHz de la fréquence laser vis-à-vis de la position des modes de la cavité.

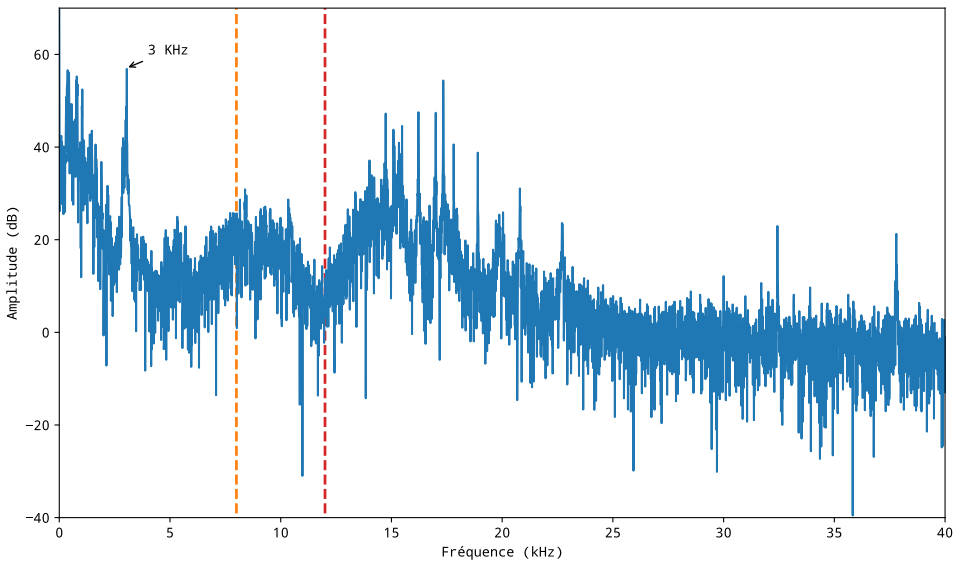


FIGURE 2.50 – Transformée de Fourier du signal d'erreur sur la basse finesse pendant un asservissement.

Ces fluctuations résiduelles sont fortement structurées. Sur la transformée de Fourier (voir la figure 2.50) apparaît notamment un pic à 3 kHz et une collection d'autre pics à plus hautes fréquences (entre 15 et 22 kHz), indiquant que certaines oscillations du système ne sont pas corrigées par la PID. Le premier pic est le signe d'un mauvais réglage des pondérations appliquées sur la PID (résonance mécanique mal compensée ?), mais les autres sont le symptôme d'une bande passante de l'électronique utilisée trop petite. En effet, d'après les fiches techniques, celle-ci n'est pas conçue pour corriger efficacement des signaux de fréquences au-delà de 8 kHz – ce qui est visible sur la transformée de Fourrier où le signal d'erreur ne semble plus corrigé au-delà de 12 kHz. Cette PID sera rapidement substituée par une électro-

nique plus rapide et bas bruit conçue au sein de l'équipe (schéma disponible en annexe G.3).

Il est intéressant d'étudier la qualité de l'injection de la cavité haute finesse pour en évaluer les variations par l'utilisation du mode de transmission comme convertisseur fréquence-intensité (de manière similaire à ce qui a été fait dans la figure 2.32). Pour évaluer le facteur de conversion, le pic de résonance est modélisé comme le passage simultané de toutes les dents du peigne laser dans la cavité haute finesse (FWHM = 14 kHz) avec une amplitude mesurée sur la photodiode de 1,1 V (amplitude déterminée par un balayage en fréquence sur le système AOM). Ceci est sûrement optimiste compte tenu de la dispersion de la cavité visible lors des balayages en fréquence – idéalement ces mesures devraient être refaites en filtrant spectralement la sortie de cavité avec un réseau et une fente. À partir de cette modélisation, le facteur de conversion autour de 0,8 V est estimé à 100 V Hz^{-1} ce qui permet d'évaluer le bruit en fréquence du laser vis-à-vis de la cavité haute finesse à ± 2 kHz (évalué sur la bande passante de la photodiode : $\approx$200 kHz).

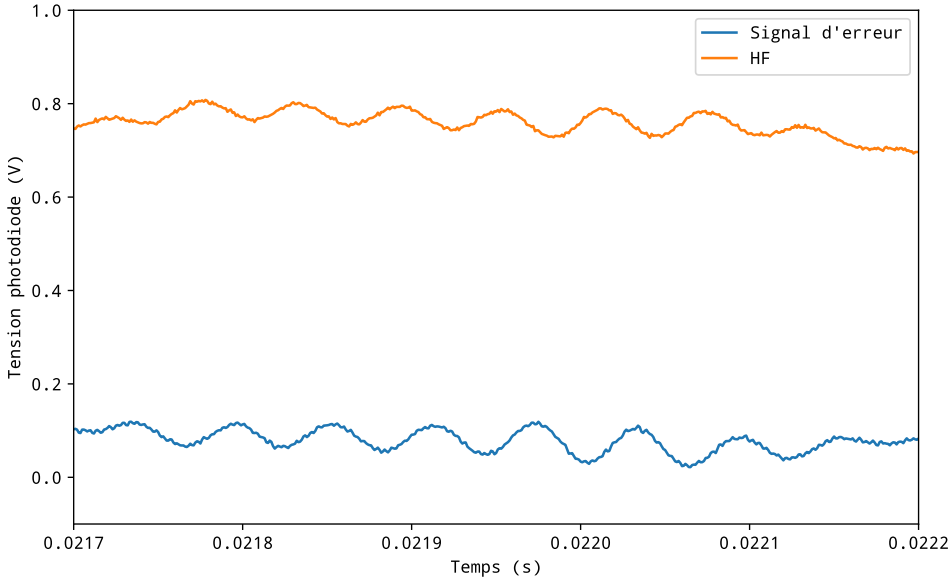


FIGURE 2.51 – Détail du signal montrant des oscillations sur l'injection et le signal d'erreur issu de la basse finesse.

Ces premières mesures montrent que l'on arrive à injecter les deux cavités en même temps mais qu'il reste encore du travail d'optimisation pour obtenir un asservissement plus performant et proche de ce qui est nécessaire pour le montage envisagé. Il est à noter que la structure des oscillations non-corrigées sont communes sur le signal transmis par la cavité haute finesse et le signal d'erreur (issu de la cavité basse finesse), ce qui est un signe encourageant concernant le couplage des deux cavités – voir la figure 2.51.

2.3 *Travelling* arrière - Perspectives

Les différents éléments constitutifs du montage sont quasi-fonctionnels individuellement (fabrication des sous-peignes, asservissement). Mais, par manque de temps, ils n'ont pas encore été mis tous ensemble pour réaliser les premières mesures de spectroscopie à double peigne de fréquences. Rapidement, une fois l'électronique PID changée et la détection multi-hétérodyne installée, ce montage devrait

être opérationnel pour réaliser les premières mesures avec un asservissement en un seul point (montage illustré sur la figure 2.52).

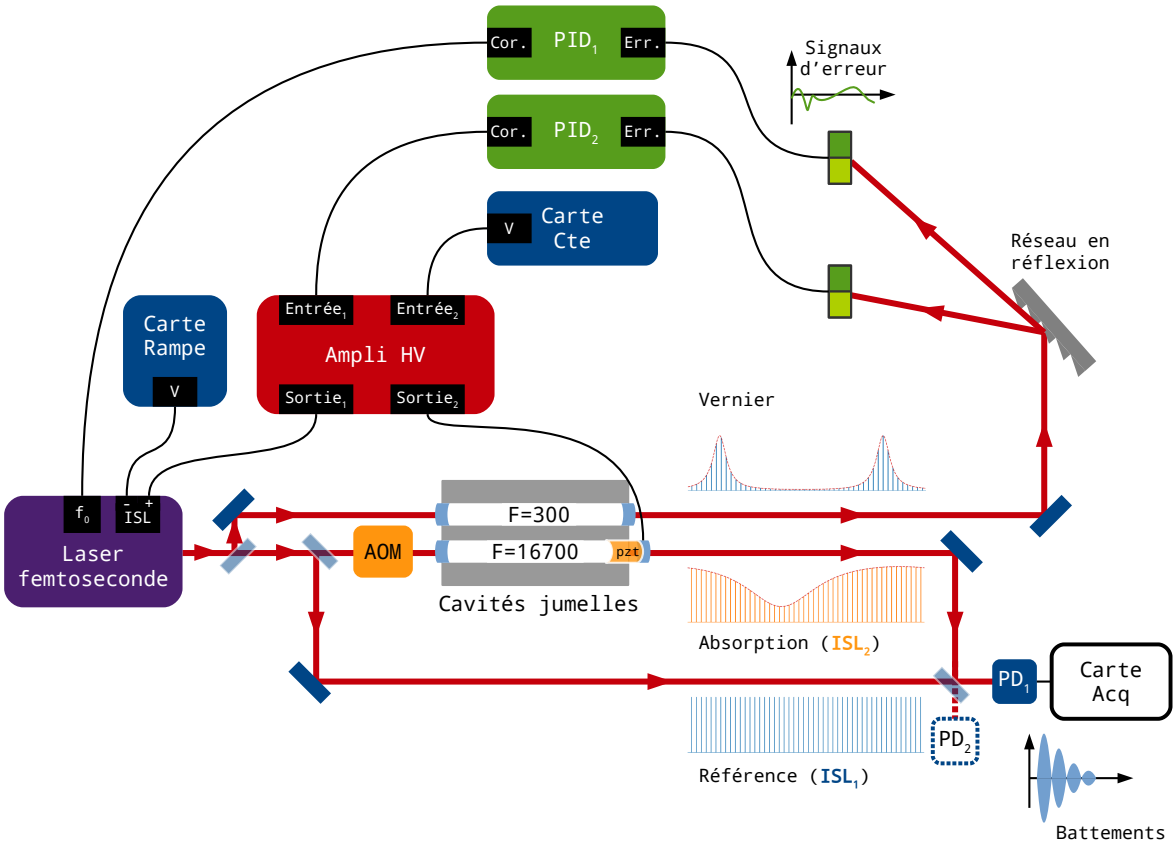


FIGURE 2.52 – Montage de spectroscopie à double peigne de fréquences avec une source laser femtoseconde unique.

Une fois le laser asservi, la cavité haute finesse sera utilisée de façon simultanée comme filtre (afin de fabriquer le second peigne désaccordé) et comme cavité d'analyse. En sortie de celle-ci, le peigne obtenu sera mixé au peigne initial sur une lame séparatrice pour réaliser la détection multi-hétérodyne sur une photodiode rapide (bande passante > 80 MHz) dont le signal sera enregistré par une carte d'acquisition ayant une bande passante de 200 MHz. Cette simple détection sera peut-être remplacée à terme par une détection balancée qui a pu être étudiée lors de ces travaux et pourrait permettre d'obtenir de meilleurs résultats en termes de bruit [84-88].

Lors de ces premières mesures, à cause de la dispersion de la cavité, il sera nécessaire de limiter la plage de fréquences utilisées. Il sera quand même possible d'obtenir des acquisitions sur des plages de fréquences plus larges via des acquisitions successives permettant de parcourir progressivement le spectre. De plus, si on veut résoudre les dents lasers individuellement, restreindre la gamme spectrale est nécessaire étant donné que la finesse choisie ne permet pas d'exploiter toute l'étendue spectrale du laser (10 nm) sans repliement de spectres (voir équation (2.12) et figure 2.20). Le choix de cette finesse reste un compromis nécessaire pour cette étude préliminaire, une cavité plus fine aurait été tout simplement trop difficile à injecter avec un système en phase de test, à terme elle pourra éventuellement changée pour obtenir le meilleur de l'instrument.

Dans le montage final, pour améliorer le verrouillage du laser sur les deux cavités, celui-ci pourra être asservi en deux points grâce à deux photodiodes à cadrants placées sur deux modes Vernier différents. Il pourrait également être intéressant de

stabiliser les cavités jumelles en température pour en améliorer la stabilité.

Si des dérives relatives lentes sur la position des modes des deux cavités sont observées, un travail de conception mécanique devra être mené pour concevoir des cavités jumelles mécaniquement plus rigides (bloc de métal massif, géométrie plus maline, choix des matériaux, etc). Il a également été prévu d'éventuellement ajouter une rétroaction sur l'actionneur piézoélectrique de la cavité haute finesse pour corriger électroniquement ces variations lentes. Pour ce faire, l'électronique générant le signal pilotant celui-ci a été équipée – par anticipation – d'un convertisseur analogique digital optocouplé pour permettre au microcontrôleur d'éventuellement mesurer l'intensité transmise par la cavité haute finesse et d'en ajuster la longueur via un PID calculé numériquement pour la maximiser.

Si l'injection simultanée des cavités jumelles mécaniquement liées reste impossible, la cavité en V est une alternative prometteuse qui pourrait apporter une solution élégante au problème, pour peu que l'on soit capable d'en prévoir les propriétés dont la finesse ; voir la chapitre 3. Ce travail de thèse a mis en place les éléments de base d'une nouvelle méthode, mais il reste encore du travail pour la rendre complètement opérationnelle.

CHAPITRE 3

CAVITÉ EN V À GRAND ANGLE, DEUX CAVITÉS JUMELLES POUR LES POLARISATIONS EN UNE SEULE CAVITÉ PHYSIQUE

Le projet développé lors de cette thèse repose sur l'utilisation d'un asservissement basé sur des cavités jumelles afin de verrouiller le peigne d'un laser femtoseconde sur le peigne d'une cavité haute finesse. Cet asservissement passe par l'utilisation d'une cavité basse finesse – sur laquelle il est aisé de s'asservir – couplée mécaniquement sur celle à injecter. Si le couplage mécanique est bon et que les déformations relatives de longueur entre les deux cavités sont suffisamment petites, le laser devrait également être injecté dans la cavité haute finesse. Afin d'éventuellement pallier une déformation excessive des cavités jumelles mécaniquement couplées (présentée dans la section 2.2.1.1), une alternative a été envisagée utilisant une cavité en forme de V pour laquelle l'angle d'incidence sur le miroir de repli a été fortement augmenté afin d'exacerber certaines propriétés associées à ce type de géométrie.

Lors d'une réflexion hors axe, les équations de Fresnel [80, 81], eqs.(3), montrent que les réflectivités sur un dioptre sont différentes pour les deux axes polarisations.

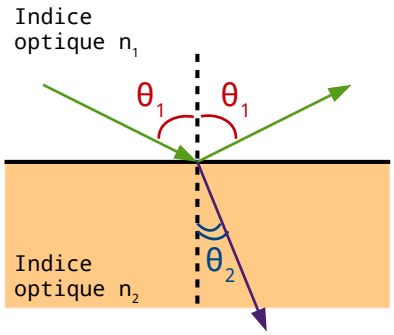


FIGURE 3.1 – Notations utilisées.

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{3.1}$$

$$r_{vert} = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \tag{3.2a}$$

$$r_{hor} = \frac{n_1 \cos\theta_2 - n_2 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_2 + n_2 \cos\theta_1} \tag{3.2b}$$

Celles-ci, associées à la loi de Snell-Descartes [82] permettent d'exprimer le coefficient de réflexion du dioptre en fonction de l'angle d'incidence de la lumière, figure 3.2.

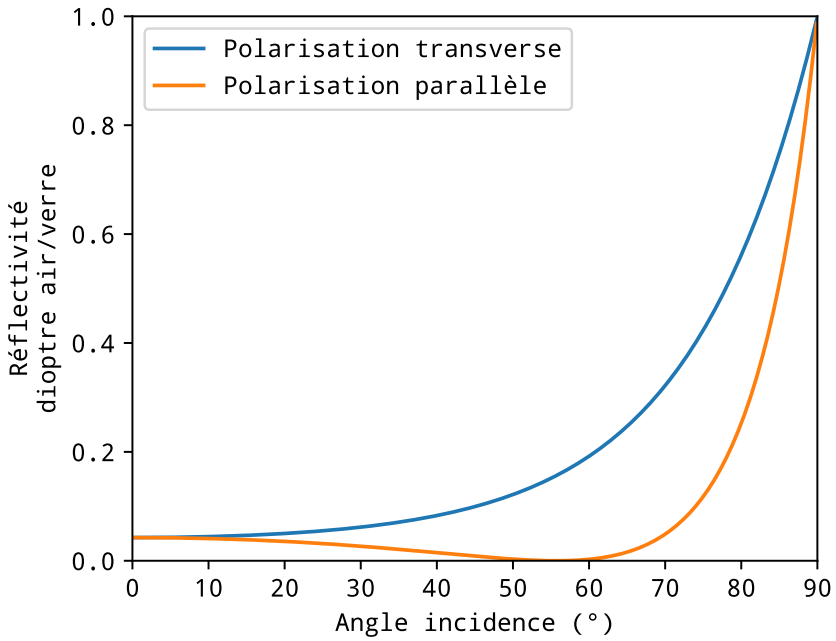


FIGURE 3.2 – Simulation du coefficient de réflexion d'un dioptre air/verre en fonction de l'angle d'incidence de la lumière pour les deux polarisations.

Pour des angles d'incidence suffisamment grands, les deux polarisations ont des réflectivités significativement différentes, jusqu'à atteindre un paroxysme pour l'angle dit de Brewster où la polarisation parallèle est complètement transmise et seule celle transverse est réfléchie. Le miroir de repli d'une cavité en V permet donc d'obtenir des réflectivités différentes sur un aller-retour de cavité pour les deux polarisations. Cette réflectivité étant liée à la finesse par l'équation (3.3) – avec R_ar la réflectivité sur un aller-retour définie comme $R_{ar} = R^2\ R_r^2$ avec R la réflectivité des miroirs en incidence normale et R_r la réflectivité du miroir de repli – la cavité n'aura donc pas la même finesse pour les deux polarisations.

$$F = \frac{\pi\sqrt{R_{ar}}}{1 - R_{ar}} \tag{3.3}$$

Une cavité en V constitue donc, d'un point de vue des polarisations, des cavités jumelles permettant d'envisager un asservissement sur une des polarisations et l'analyse sur la seconde polarisation. Par conception, n'utilisant qu'une seule cavité physique, cette double cavité est immunisée aux déformations relatives de longueur des deux cavités – un laser correctement injecté dans l'une le sera dans l'autre. Pour fonctionner correctement, cette cavité en V doit créer un écart de finesse suffisamment grand (à savoir une basse finesse de quelques centaines et une haute de plusieurs milliers). Pour trouver la géométrie adéquate, des modèles prédisant les propriétés de cette cavité ont été développés et seront présentés dans la section 3.1.

Cette cavité grand angle a également été utilisée comme source spectralement fine dans des études de déformation des cavités jumelles mécaniquement liées (présentées dans section 2.2.1.1) et la fabrication de peigne un système AOM (voir la section 2.1.1.2). Le dispositif mis en place s'est avéré d'une grande efficacité pour faire de la spectroscopie de cavité et a été amélioré pour étudier dans le détail ce type de cavité ; ces études seront présentées dans la section 3.2.

3.1 Modélisation de la cavité grand angle

Pour cette partie, une cavité en V grand angle 32 ° d'une longueur de 468 mm (ISL=320 MHz) a été spécialement fabriquée par l'atelier de mécanique du laboratoire – les plans de fabrication sont disponibles dans l'annexe H.1. Celle-ci est construite dans un bloc d'aluminium massif sur lequel viennent se fixer trois miroirs pré-alignés et collés dans des supports amovibles permettant de les nettoyer facilement. Elle est équipée de miroirs, issus d'une même cloche de fabrication [Layertek, référence 135801 du lot C216I071], avec un rayon de courbure de 500 mm et une réflectivité supérieure à 99,98%.

3.1.1 Finesse de cavité différentiée pour les polarisations

Les informations et mesures fournies par le constructeur des miroirs ne permettent pas de connaître la variation de leur réflectivité en fonction de l'angle d'incidence et de la polarisation. Or les propriétés de la cavité étudiée sont fortement liées à ces variations, qui fixent notamment les finesses associées aux deux polarisations.

Pour calculer celles-ci, il est donc nécessaire de modéliser les courbes de réflectivité des miroirs utilisés. Les prévisions obtenues avec cette modélisation seront comparées à des mesures de finesses réalisées par J. Morville à l'institut Lumière-Matière de Lyon sur une cavité linéaire utilisant des miroirs issus du même lot (mesures présentées sur la figure 3.3). Les miroirs de ce lot sont supposés équivalents, car fabriqués en même temps, dans les mêmes conditions. Ceci a pu être vérifié lors de l'expérience lyonnaise en substituant un des miroirs de la cavité par un autre issu de ce lot et en n'observant aucune différence sur les finesses mesurées. Une fois validé sur ces premières mesures, le modèle de miroir pourra être utilisé afin de prévoir les propriétés de notre cavité en V.

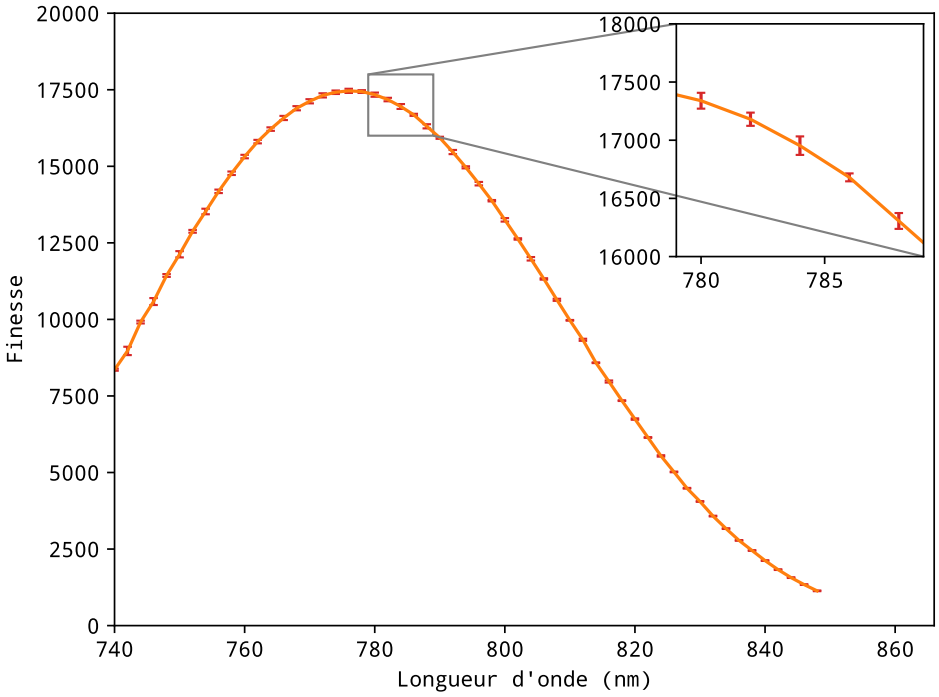


FIGURE 3.3 – Mesures de finesse, réalisées par J. Morville à l'Institut Lumière-Matière de Lyon, d'une cavité linéaire utilisant des miroirs issus du même lot. Les incertitudes sur la finesse sont inférieures à 100.

3.1.2 Modélisation des miroirs - détermination du ratio d'indice de la structure de Bragg

Les miroirs utilisés sont des miroirs de Bragg, ils sont constitués d'une alternance de couches de matériaux d'indice optique haut et faible (notés respectivement n_{haut} et n_{bas}) et d'épaisseurs définies par les eqs.(3.4) avec λ_0 la longueur d'onde de réflectivité maximale.

$$e_{bas} = \frac{\lambda_0}{4n_{bas}} \tag{3.4a}$$

$$e_{haut} = \frac{\lambda_0}{4n_{haut}} \tag{3.4b}$$

Ces structures de miroirs fonctionnent par interférences des différentes réflexions au passage des dioptres successifs, illustrées sur la figure 3.4. Pour la longueur d'onde λ_0, toutes les réflexions successives arrivent en phase au niveau de la face avant du miroir, participant ainsi toutes à la réflectivité de la structure. Ceci est rendu possible grâce à l'utilisation d'épaisseurs choisies pour induire, sur la longueur d'onde λ_0, un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ radians permettant de compenser le déphasage de π radians apparaissant lors des réflexions lors du passage d'un indice faible vers un indice plus haut.

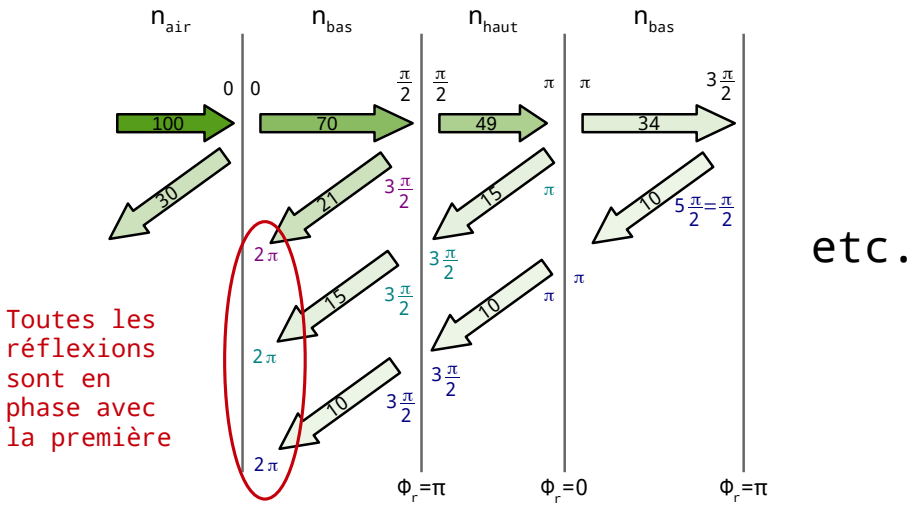


FIGURE 3.4 – Schéma de principe d'un empilement de Bragg simple pour la longueur centrale λ_0. Sont indiquées sur les flèches les intensités relatives à la lumière incidente (en pour cent) pour des dioptres considérés identiques avec une réflectivité de 30%. À chaque interface entre deux milieux, est indiquée la phase de la lumière de part et d'autre du dioptre.

En modifiant les indices optiques, les épaisseurs de couches, et leur nombre, la courbe de réflectivité de la structure peut être ajustée (longueur d'onde centrale, réflectivité maximale, largeur de la bande de réflexion, etc.). Prévoir ces différentes propriétés demande de calculer la propagation du champ électrique des différentes réflexions dans la structure du miroir et de les sommer pour prendre en compte leur déphasage respectif. L'ensemble du calcul formel, initialement écrit par A. Garnache en se basant sur les travaux de J. M. Vigoureux [89-91], est disponible dans une feuille de calcul consultable en annexe E.1 dans une version complétée pour prendre en compte une réflexion hors axe. Sans information sur la structure réelle du miroir – le fabricant refusant de les donner – les différents paramètres de la structure des

miroirs (nombre de couches, indices optiques) ont été ajustés à la main de manière à décrire au mieux les mesures réalisées à Lyon (voir la figure 3.5).

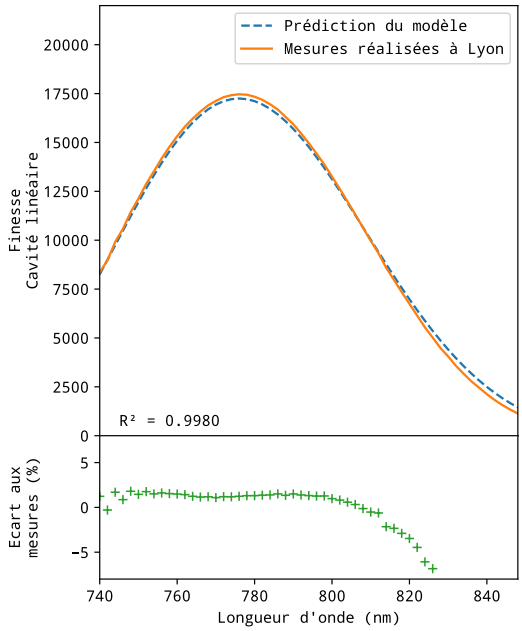


FIGURE 3.5 – Ajustement des caractéristiques des miroirs afin de décrire les mesures réalisées par à Lyon.

Le modèle s'ajuste relativement bien (écarts inférieurs à 5%) jusque'à 820 nm avec une structure composée de treize alternances de couches avec un ratio d'indice optique de 1,5888 (la qualité de l'ajustement dépend principalement du ratio entre l'indice haut et bas).

3.1.3 Prédiction du *splitting* de la cavité en V

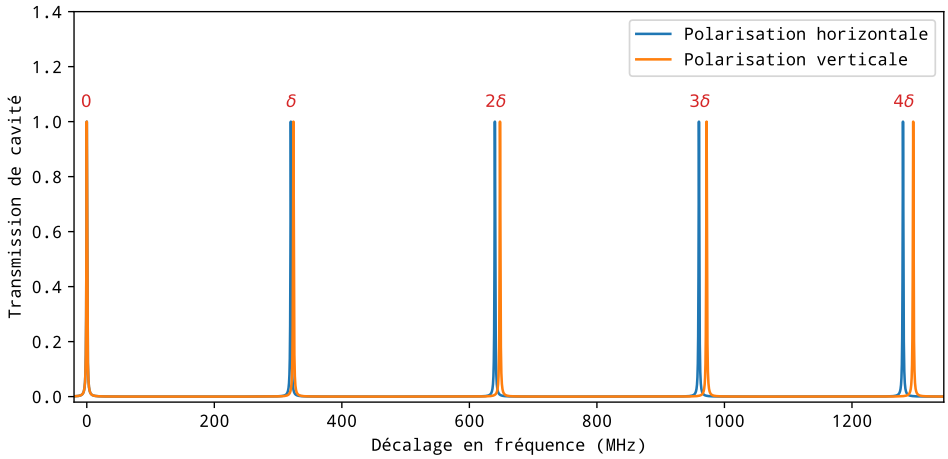


FIGURE 3.6 – Illustration de l'accumulation du petit écart d'ISL à l'origine du splitting observé.

À partir de ce premier modèle de structure de miroir, il est possible de calculer les propriétés de la cavité en V, sur les deux polarisations en prenant en compte la réflexion hors axe sur le miroir de repli. Il apparaît notamment que le terme

de phase accumulée à la réflexion sur le miroir de repli par les deux polarisations n'est pas le même (les détails sont disponibles dans la suite de la feuille de calcul de l'annexe E.1). La phase accumulée par les deux polarisations sur un aller-retour est donc légèrement différente, ce qui agit comme si les deux polarisations voyaient une cavité plus ou moins longue en pénétrant plus ou moins en profondeur dans le miroir.

Par cette différence de longueur équivalente, les deux polarisations voient un ISL de cavité très légèrement différent. Cette infime différence introduit un léger décalage entre les fréquences des modes de résonance des deux polarisations qui se cumule d'ISL en ISL – décalant progressivement les modes de plus en plus comme illustré sur la figure 3.6. Cet écart de position des modes de différentes polarisations est appelé *splitting* (de l'anglais signifiant dédoublement) et un dispositif expérimental, présenté sur la figure figure 3.7, a été mis en place pour le mesurer à différentes longueurs d'onde et le comparer aux prévisions du modèle.

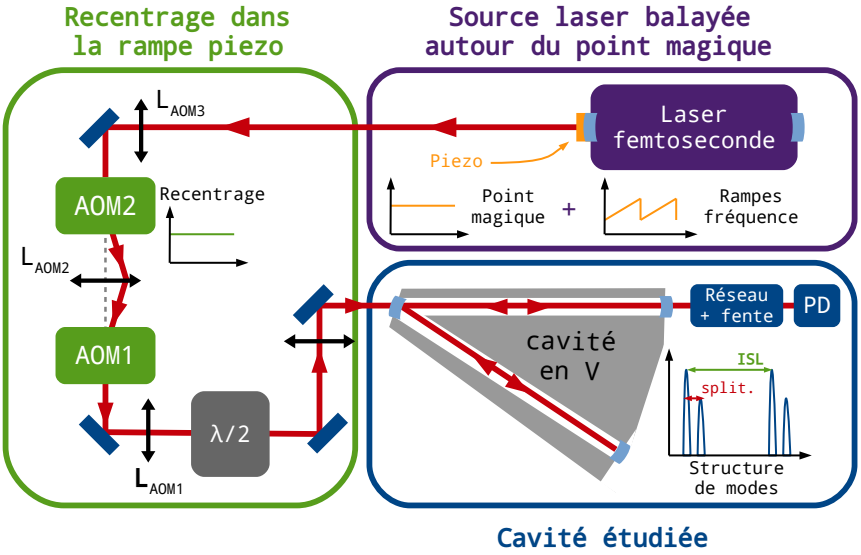


FIGURE 3.7 – Montage expérimental de mesure du splitting de la cavité en V.

Dans ce montage, le laser femtoseconde est injecté dans la cavité en V et son ISL est ajusté (via l'actionneur piézoélectrique, sur lequel un des miroirs de sa cavité est monté) afin que l'ISL de la cavité soit égal à un multiple entier de celui du laser – on dit que le laser est au «point magique»[26]. Une fois en place sur ce point, une rampe de tension est ajoutée aux bornes de l'actionneur pour balayer l'équivalent d'un ISL du laser autour de ce point magique. Proche du point magique, les dents du laser sont toutes simultanément injectées pendant le balayage, ce qui permet d'observer le passage en résonance des différents modes de cavité grâce à une photodiode placée en sortie de celle-ci. N'ajustant qu'un seul paramètre du peigne laser, l'injection de celui-ci n'est pas réellement simultanée sur toute la gamme de fréquence. La sortie est donc filtrée par un réseau et une fente afin de n'observer qu'une zone spectrale restreinte où le peigne est bien injecté simultanément. Le paramètre f_0 de peigne pouvant être contrôlé via les AOM pour ajuster correctement l'injection dans la zone spectrale observée, il est possible d'observer des passages en résonance bien définis au centre de la rampe en tension appliquée sur l'actionneur (zone de réponse linéaire). Pour mesurer le *splitting*, il est nécessaire d'injecter simultanément les deux polarisations, en conséquence la polarisation linéaire du laser est tournée à 45 ° par rapport aux axes de la cavité via une lame demi-onde, en gris sur la figure 3.7.

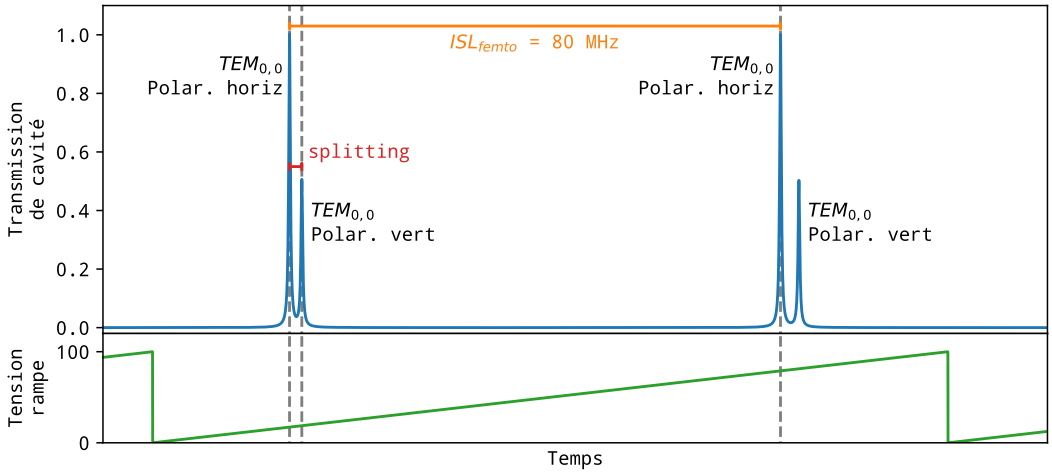


FIGURE 3.8 – Illustration de la transmission de la cavité lors d'un balayage en tension de l'actionneur piézoélectrique.

La structure de modes obtenue, voir la figure 3.8, est composée de la superposition des deux polarisations décalées du *splitting* à la longueur d'onde d'étude. L'ISL de la cavité (en orange sur la figure 3.8) est extrait en identifiant les modes $TEM_{0.0}$ de la polarisation la plus intense. Il permet de calibrer en fréquence la vitesse du balayage de l'actionneur piézoélectrique. Le *splitting* (en rouge sur la figure 3.8) est ensuite évalué en mesurant la durée entre le passage d'un mode $TEM_{0.0}$ sur chacune des deux polarisations – convertie ensuite en écart de fréquences grâce à la précédente calibration.

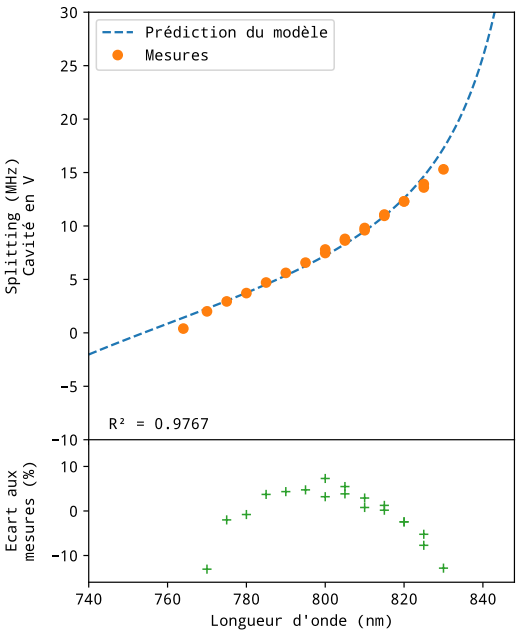


FIGURE 3.9 – Ajustement des caractéristiques des miroirs afin de décrire les mesures de *splitting* réalisées au laboratoire.

Ces mesures de *splitting*, réalisées à différentes longueurs d'onde, sont ensuite comparées aux prédictions du modèle. Celui-ci est ajusté en maintenant le ratio entre les indices optiques du miroir et le nombre de couches constants, afin de préserver une bonne description des mesures de finesse réalisées à Lyon. Le meilleur ajustement est obtenu avec un miroir contenant treize alternances d'indice optique à 1,458 et 2,055 (présenté sur la figure 3.9). Compte tenu du peu d'informations sur la structure réelle du miroir, cet ajustement est satisfaisant avec un écart en dessous des 5% pour les longueurs d'ondes inférieures à 820 nm.

Les indices optiques utilisés dans ce modèle sont constants, en réalité l'indice optique d'un matériau varie significativement en fonction de la longueur d'onde. Ceci pourrait être à l'origine des mauvaises prévisions du modèle pour les plus grandes longueurs d'onde. Afin de vérifier ceci, cette dépendance – décrite par les travaux de Sellmeier [92] et l'équation (3.5) – a été intégrée dans une routine *Python* reprenant le modèle utilisé

précédemment.

$$n^2 = \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3} \tag{3.5}$$

Celle-ci intègre les relations de Sellmeier pour quelques matériaux usuels de l'industrie de la fabrication d'optiques, à partir des informations obtenues dans une base de données spécialisée (RefractiveIndex.INFO [93], publiée dans le cadre d'une licence du domaine publique). L'objectif est double, améliorer la description des miroirs sur une plus large gamme de longueurs d'onde et utiliser des indices optiques n'ayant plus des valeurs arbitraires mais correspondants à des matériaux réels.

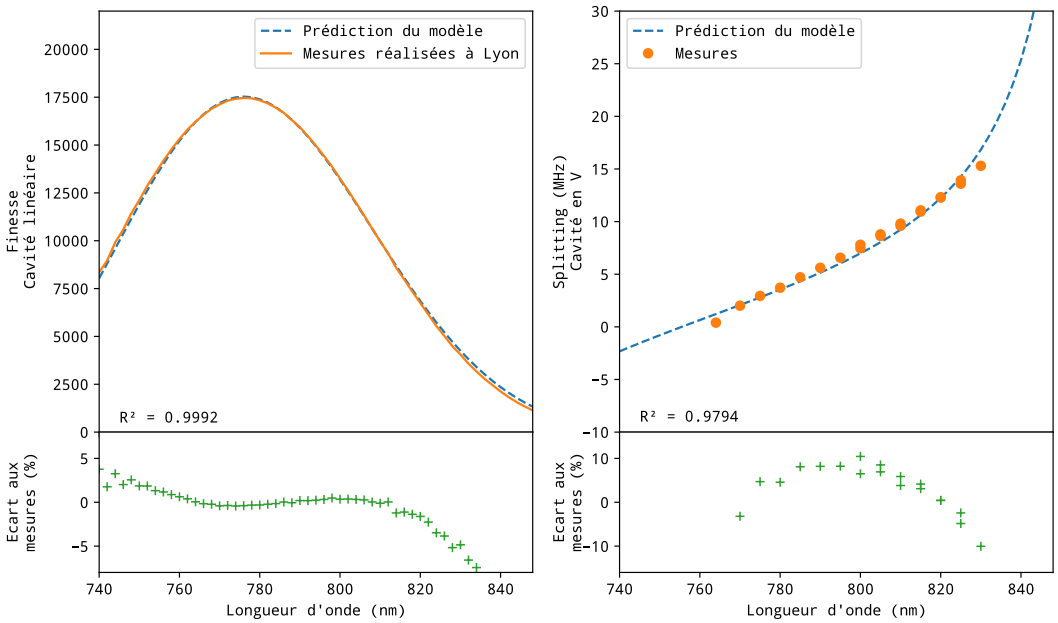


FIGURE 3.10 – Modélisation des miroirs utilisés sur la cavité en V grand angle intégrant les relations de Sellmeier. À gauche, l'accord aux mesures réalisées à Lyon. À droite, l'accord aux mesures de *splitting* réalisées durant cette thèse.

Les meilleurs ajustements obtenus avec cette routine, présentés figure 3.10, sont calculés pour une structure de treize alternances d'oxyde de Silicium (indice optique bas) et d'oxyde de Tantale (indice optique haut). L'ajustement sur la finesse et sur le *splitting* s'améliorent légèrement en comparaison avec le précédant modèle. La réelle avancée obtenue avec cette routine est dans l'utilisation de matériaux usuels de l'industrie – lesquels semblent clairement être utilisés par le fournisseur des miroirs utilisés [94] – rendant le modèle obtenu plus satisfaisant, même si le désaccord constaté ne semble pas dû au fait d'avoir négligé cette variation d'indice optique.

3.1.4 Prédiction des finesses de la cavité pour les différentes polarisations

À partir de ce modèle de miroir, le comportement de la cavité en fonction de l'angle d'incidence sur le miroir de repli peut être étudié.

Il apparaît notamment sur la figure 3.11 que l'angle actuel de la cavité n'est pas le plus optimal. L'écart de finesse pourrait être plus grand en utilisant un angle d'incidence à 22 °, lequel permettrait d'avoir une finesse trois fois plus basse sur la polarisation parallèle tout en conservant une finesse similaire sur la polarisation transverse.

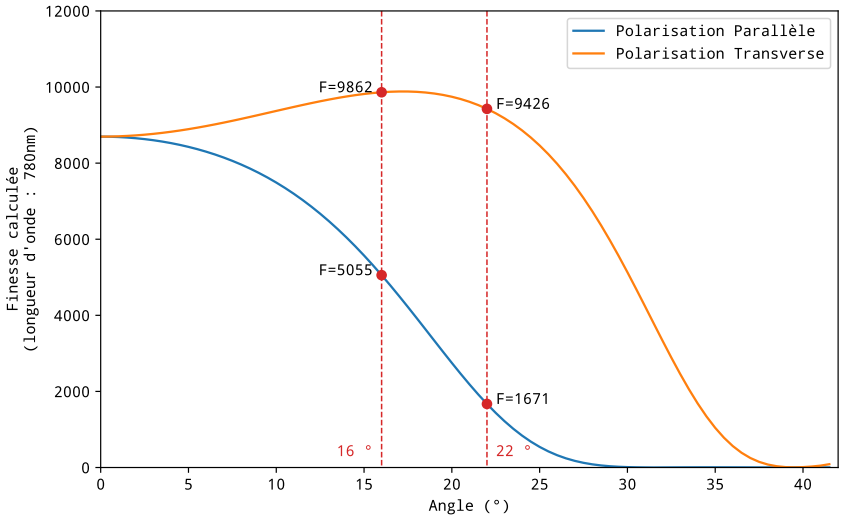


FIGURE 3.11 – Modélisation des finesses selon les deux polarisations.

Ceci est vrai si, et seulement si, le modèle permet de bonnes prédictions de la réflectivité hors axe du miroir. Afin de vérifier ces prédictions, les finesses de la cavité avec un angle d'incidence de 16 ° ont pu être mesurées à 764 nm avec le dispositif expérimental utilisé pour réaliser la spectroscopie de la cavité (présenté dans la section 3.2, plus précisément, voir la figure 3.13 et la mesure de *splitting* réalisée sur la figure 3.25). Ce montage permet, après nettoyage des miroirs, d'évaluer les largeurs de modes sur la polarisation horizontale (44,3 kHz) et verticale (35,6 kHz) pour déduire des finesses de 6700 sur l'axe horizontal et 5400 sur l'axe vertical. Ces résultats sont en accord avec des évaluations rapides réalisées quelques mois plus tôt. Les finesses y étaient mesurées via l'estimation du temps de déclin de la cavité [27] pour les différentes polarisations. Ces mesures donnaient, à 780 nm, une finesse sur la polarisation horizontale de 5500 et 7000 sur l'axe vertical (pour plus de détail, voir en annexe C).

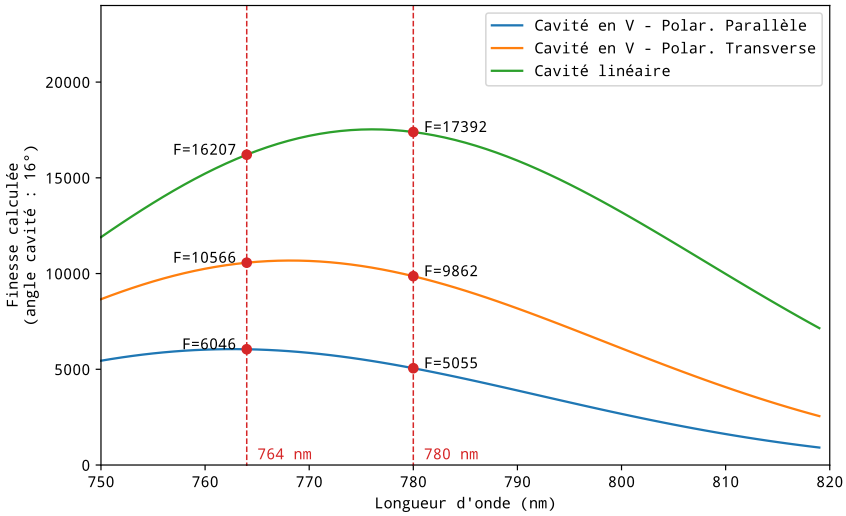


FIGURE 3.12 – Modélisation des finesses selon les deux polarisations.

Ces mesures ne sont pas en exactement en accord avec les prédictions du modèle (voir figure 3.12), lequel prévoit des écarts de finesses plus marqués. Mais ces résultats sont assez satisfaisants, l'effet de différentiation des finesses en fonction de la polarisation ainsi que le phénomène de *splitting* sont bien observés sur notre cavité.

Les finesses mesurées pourraient être sous-évaluées à cause de l'absorption d'une molécules dans la cavité – refaire ces mesures sous flux d'azote permettrait de lever ce doute. À ceci s'ajoute le fait que la longueur d'onde de travail de la diode laser (764 nm) est aux limites de la plage décrite par le modèle, les prédictions de celui-ci peuvent être imparfaites. Pour compléter ces mesures, il est donc envisagé de refaire celles-ci avec le laser femtoseconde pour mesurer les finesses à différentes longueurs d'onde.

L'actuelle géométrie présente une différentiation de finesses trop peu importante pour être exploitable sur les montages de spectroscopie à double peigne de fréquences envisagés pour cette thèse. De nouveaux designs de cavité pourraient permettre d'améliorer celle-ci, mais il est impératif de valider le modèle avant de lancer la fabrication de nouvelles cavités.

Pour le moment ce modèle est grandement limité par le manque d'informations sur la structure réelle des miroirs. Pour valider son bon fonctionnement sur la prédiction des réflectivités, celles-ci pourraient être comparées à d'autres solutions de simulation de miroirs diélectriques, notamment le logiciel libre (sous licence GNU/GPL) OpenFilters [95] – URL de téléchargement, `https://www.polymtl.ca/larfis/liens`. Il est également à noter que l'utilisation de miroirs polymères pourraient, peut-être, permettre de fabriquer des cavités avec des angles d'incidences plus importants et des différences de réflectivité plus marquées [96].

Si ces cavités en V s'avèrent ne pas être une solution viable pour obtenir des finesses suffisamment différentiées, une autre stratégie utilisant des miroirs fortement biréfringents pourrait l'être. Ceux-ci, s'ils ont des réflectivités significativement différentes selon les deux polarisations, pourraient permettre d'obtenir des cavités jumelles dans une cavité linéaire. La conception de tels miroirs pourrait être délicate pour obtenir des différences de réflectivités suffisantes (à notre connaissance, de tels miroirs n'existent pas pour le moment).

Les cavités en V grand angle sont des objets peu utilisés et étudiés, elles constituent un réel sujet d'étude en elles-mêmes. Le dispositif mis en place a donc été utilisé pour réaliser une spectroscopie de haute précision de la cavité construite pour cette thèse.

3.2 Étude de cette cavité atypique - Spectroscopie de cavité

Durant cette thèse, une source stable a été montée avec la cavité en V grand angle – construite initialement comme alternative à la stratégie des cavités jumelles mécaniquement liées – pour étudier les différents éléments constituant le montage final. Cette source, par l'utilisation de la rétroaction optique [97] – un procédé consistant à réinjecter dans le milieu amplificateur du laser des photons sélectionnés par une cavité d'asservissement (technique détaillée dans la section 2.1.1.2) – possède une fréquence asservie sur un des modes de la cavité en V avec une finesse spectrale inférieure à la largeur de ce mode [68].

Cette source a notamment été utilisée pour tester la fabrication de peignes de fréquence par l'utilisation d'AOM (voir la section 2.1.1.2). Lors de cette étude, une partie du faisceau issue de celle-ci a été réinjectée par l'arrière de la cavité sur la polarisation croisée, permettant d'injecter simultanément un second mode de cavité sans perturber l'asservissement. De cette expérience est née l'envie d'aller plus loin en réalisant un montage dédié à la spectroscopie de cette cavité atypique pour en déterminer la structure de modes.

Le montage utilisé dans cette partie (figures 3.14 et 3.15) n'est pas très différent de celui utilisé dans la figure 3.13) mis à part quelques modifications pour améliorer la stabilité du système (en violet sur la figure 3.13).

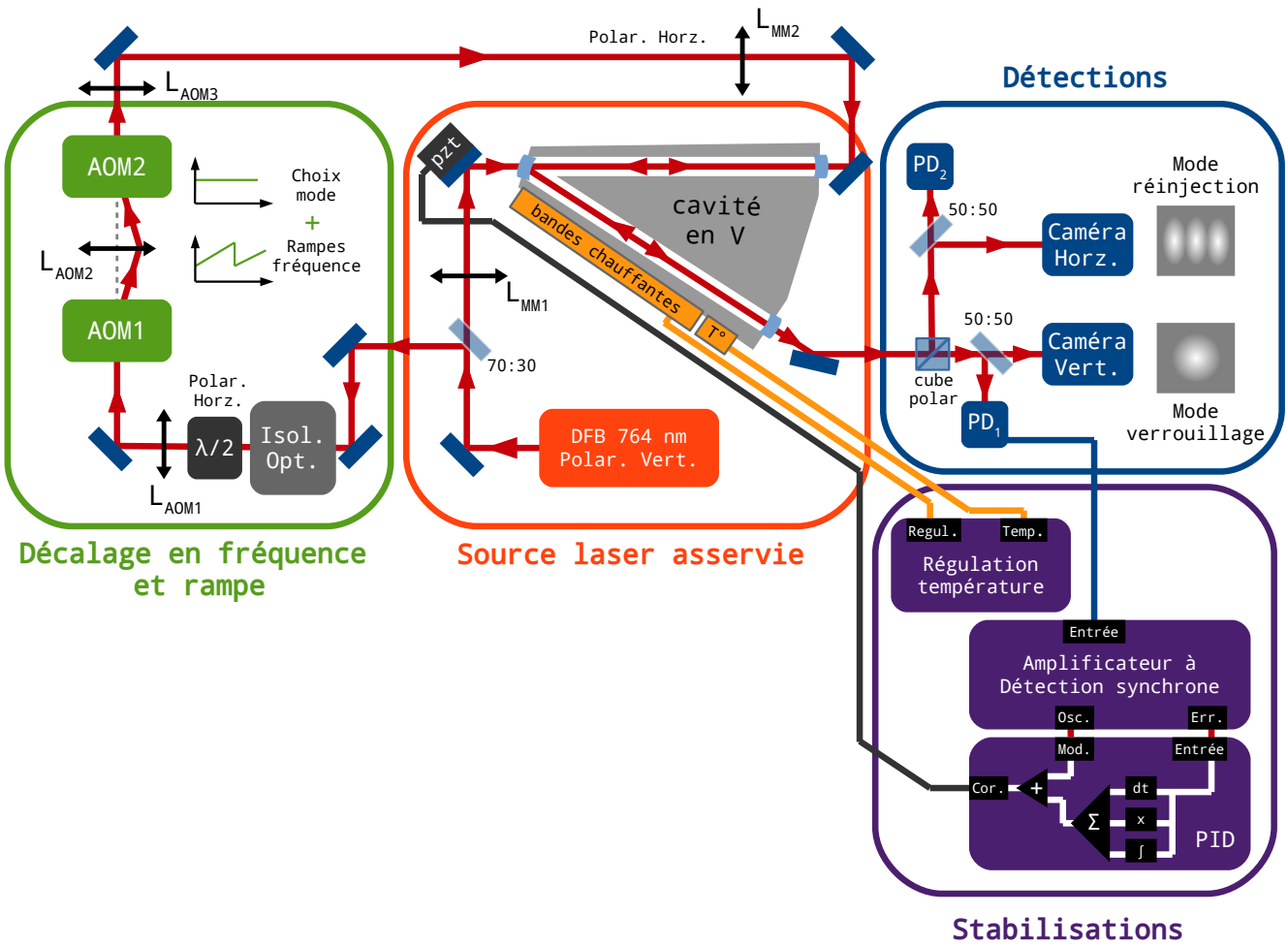


FIGURE 3.13 – Dispositif expérimental amélioré pour réaliser la spectroscopie de la cavité en V grand angle.

Tout d'abord, la diode laser a été changée pour une autre diode laser DFB fonctionnant à 764 nm avec moins de bruit de phase [Nanoplus détails en annexe I.3]. Ceci a permis d'obtenir un verrouillage en fréquence par rétroaction optique bien meilleur que précédemment, avec des périodes de stabilité allant jusqu'à la vingtaine de minutes. Afin d'augmenter la stabilité long terme du système, deux régulations actives ont été ajoutées. La température de la cavité est maintenue légèrement au dessus de la température ambiante par une régulation pilotant des éléments chauffants installés sur la cavité (visibles sur la photo de la figure 3.14). La régulation obtenue est assez bonne avec des oscillations de 40 mK sur des périodes de quelques heures (correspondant à des variations de 300 Hz sur l'ISL).

Ensuite, pour obtenir une bonne rétroaction optique, la phase de la lumière à l'injection sur le miroir de repli est cruciale – elle doit correspondre à celle de l'onde stationnaire à l'intérieur de la cavité [68]. Celle-ci est contrôlée en ajustant la distance entre la source et la cavité par le déplacement du miroir d'injection placé sur un actionneur piézoélectrique (en gris foncé sur la figure 3.13). Dans le but d'automatiquement ajuster cette distance, un schéma classique de régulation via un amplificateur synchrone est utilisé afin de générer un signal d'erreur exploitable par une régulation PID pour corriger en continu les dérives de cette phase. Ensemble, ces deux régulations permettent d'obtenir une injection stable sur plus de dix heures, le facteur limitant étant la capacité des batteries alimentant la diode laser. Cette grande stabilité permet d'envisager des moyennes plus longues pour des mesures précises.

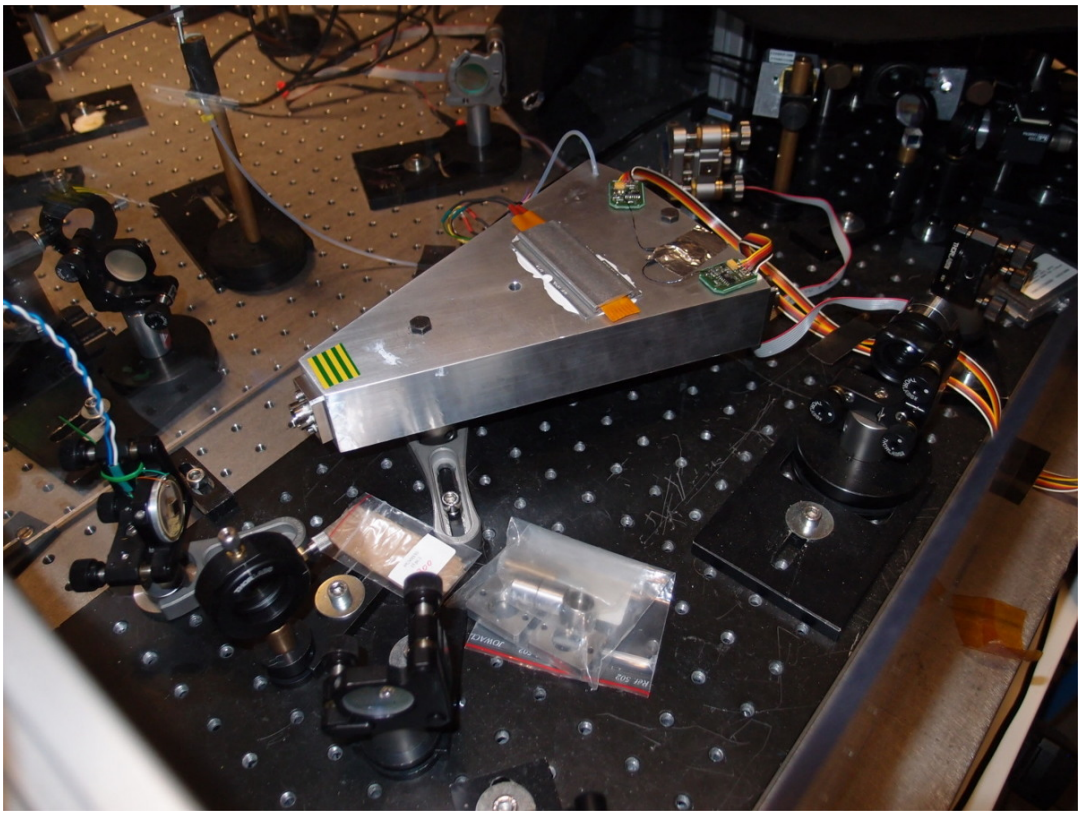


FIGURE 3.14 – Source spectralement fine dans sa version améliorée.

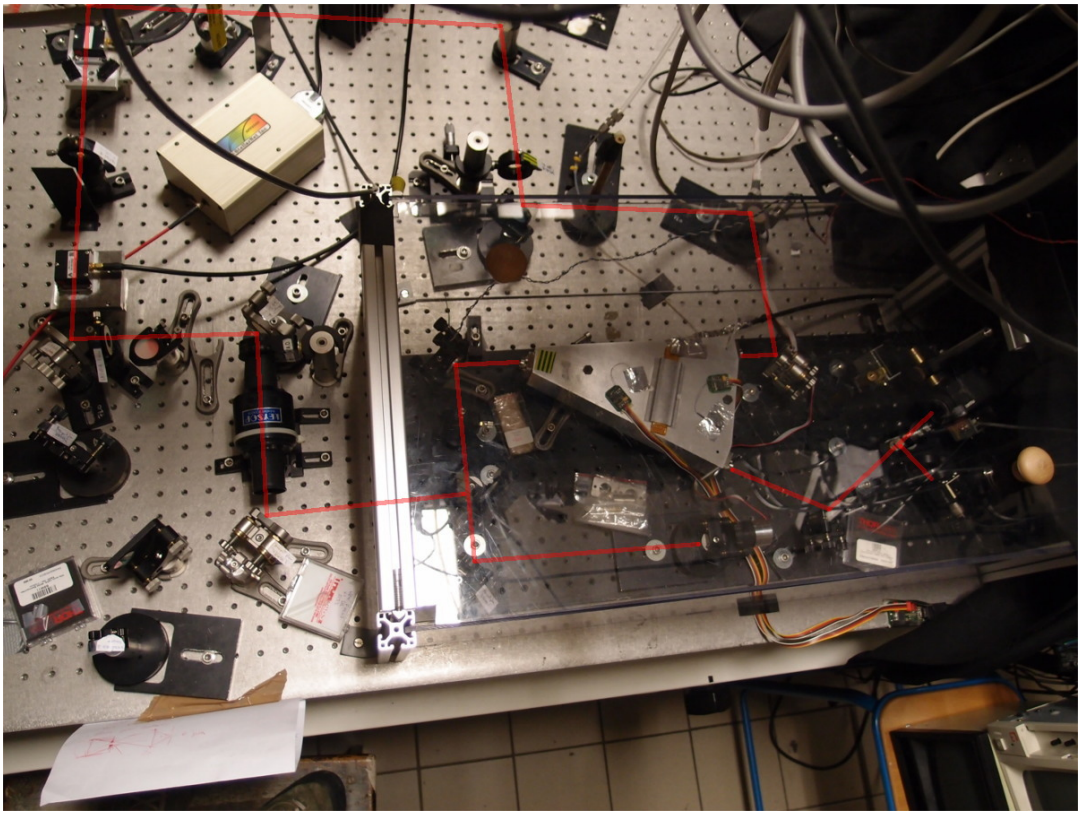


FIGURE 3.15 – Montage de spectroscopie de cavité. En rouge, le chemin du faisceau laser.

Une partie de la source stabilisée est prélevée par une lame séparatrice et tournée sur la polarisation croisée via l'association d'un isolateur optique et d'une lame demi-onde. Ce faisceau est ensuite décalé en fréquence via un système de double AOM (en vert sur la figure 3.13, décrit en détail annexe F.1.2). Il est important ici de souligner que sur notre expérience les AOM travaillent sur l'ordre de diffraction -1 et en conséquence diminuent la fréquence de la lumière transmise. Ceux-ci sont pilotés par une radiofréquence sinusoïdale commune, fabriquée par un générateur de fonctions (bande passante 0-240 MHz) asservi sur une référence de fréquence GPS. Ce signal de pilotage peut être modulé en fréquence par de petites rampes, pour parcourir le mode réinjecté et enregistrer en sortie de cavité son profil d'intensité. L'ensemble est supervisé par un ordinateur qui, via une routine LabVIEW, peut réaliser des mesures automatisées en gérant une carte d'acquisition et en contrôlant le générateur de fonctions. Le montage final est extrêmement simple à utiliser, grandement automatisé et robuste grâce à la grande stabilité de la source laser. Il permet, d'une simple rotation de molette, d'injecter n'importe quel mode transverse, de l'identifier sur une caméra, et d'en réaliser la caractérisation en enregistrant son profil d'intensité durant un balayage en fréquence.

3.2.1 Étude mode à mode - évaluation de l'astigmatisme des miroirs de la cavité

Ce dispositif a été dans un premier temps utilisé pour déterminer la structure de modes de la cavité afin de la comparer à un modèle prenant en compte l'astigmatisme dû la réflexion hors axe sur le miroir de repli (modèle disponible dans l'annexe E.2). Le principe de mesure est résumé sur la figure 3.16, la diode laser DFB est asservie sur un mode $TEM_{0.0}$ de polarisation verticale (en rouge sur la figure 3.16), et les modes suivants (accessibles dans la gamme entre 300 et 480 MHz du sytème double AOM) sont sondés sur la polarisation croisée par de petits balayages en fréquence appliqués au système double AOM de 400 kHz de profondeur.

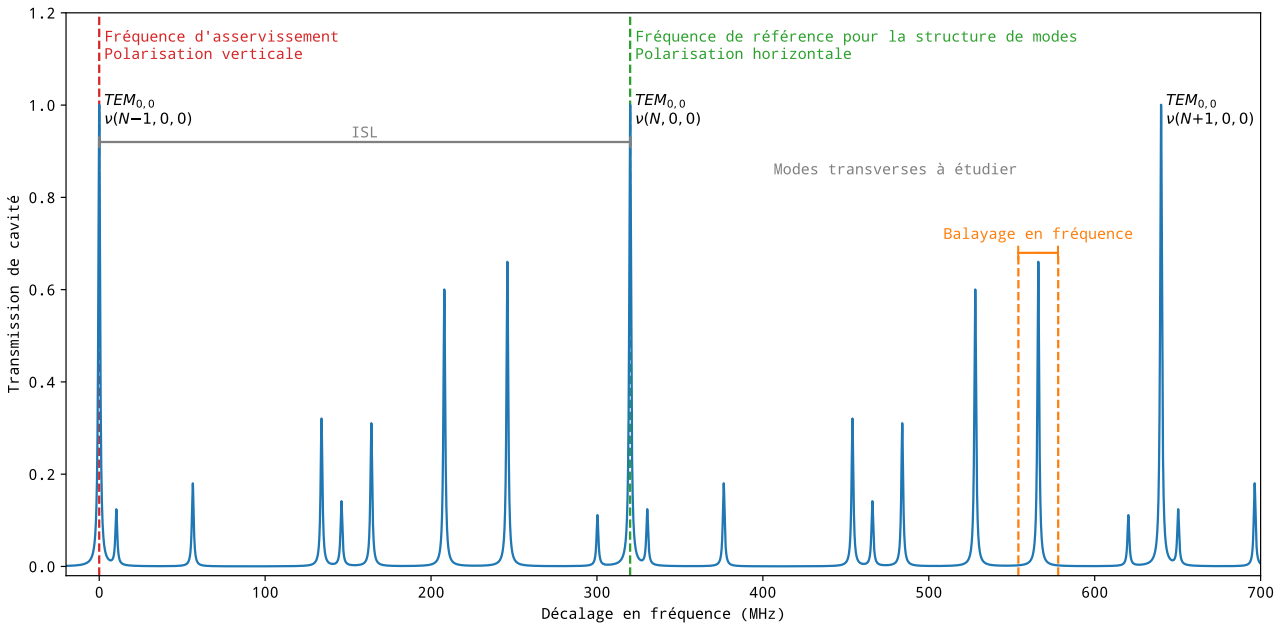


FIGURE 3.16 – Illustration du principe de la mesure des profils des différents modes.

Indice	Ordre mode	Fréquence par rapport au $TEM_{0.0}$ de même polar. (Hz)
0	(0.0)	0 par définition
1	(3.0)	-15 352 080 ± 460
2	(2.1)	-19 568 980 ± 450
3	(1.2)	-24 024 190 ± 420
4	(0.3)	-28 332 360 ± 490
5	(6.0)	-30 753 890 ± 470
6	(5.1)	-35 073 100 ± 460
7	(4.2)	-39 308 090 ± 460
8	(3.3)	-43 732 600 ± 5710
9	(2.4)	-47 823 600 ± 3920
10	(1.5)	-52 363 500 ± 2030
11	(0.6)	-56 664 320 ± 450
12	(2.7)	-76 362 300 ± 1050
13	(1.0)	-111 702 410 ± 390
14	(0.1)	-115 992 300 ± 450
15	(3.1)	-131 368 830 ± 440
16	(2.2)	-135 639 000 ± 1930
17	(7.0)	-142 399 240 ± 390
18	(0.4)	-144 283 620 ± 500

TABLE 3.1 – Positions des différents modes de transmission de la cavité obtenues sur des moyennes de 1000 acquisitions. Les signes moins résultent du fait que le système utilise l'ordre -1 des modulateurs acousto-optique. L'incertitude sur la détermination de la position est directement liée au niveau de signal obtenu.

Les modes les plus intenses sont ensuite parcourus les un après les autres en changeant simplement la fréquence centrale du petit balayage (en orange sur la figure 3.16). Après identification sur la caméra, le profil d'intensité de chacun d'eux est enregistré sur la photodiode présente sur la polarisation croisée. Un profil lorentzien, sur une ligne de base affine, est ajusté via une routine *Python* basée sur la librairie *lmfit* [70] pour obtenir son décalage en fréquence par rapport à la fréquence d'asservissement. Ces mesures, données relativement au $TEM_{0.0}$ de la polarisation croisée (premier voisin de celui d'asservissement), sont résumées dans le tableau 3.1.

Les positions des différents modes de cavités observés, d'ordre m et n [98], correspondent à des fréquences pour lesquelles la phase accumulée sur un aller-retour dans la cavité (décrite par l'équation (3.6)) est un multiple entier de 2π radians.

$$\phi_{ar}(m,n) = 4kL_{bras} + \Phi_{\mathrm{M}} - 4\left[(m+n+1)\,\phi_G)\right] \tag{3.6}$$

Cette phase se décompose en trois termes distincts. Le premier représente l'accumulation de phase liée à la propagation de la lumière dans la cavité (avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ le vecteur d'onde). Le second est un terme de phase accumulé à la réflexion sur les miroirs, ce terme est commun à tous les modes, il est fonction de la fréquence et de la polarisation de la lumière considérée. Enfin, à ces deux termes s'ajoute un troisième, un peu inhabituel, lié à l'accumulation de la phase de Gouy [99, 100]. Ce terme est dû à l'utilisation de miroirs convergents sur la cavité étudiée (rayon de courbure : 500 mm), lesquels induisent un terme de phase à chaque passage à leur point de focalisation. Ce terme de phase dépend de la divergence du faisceau, or, les différents modes transverses n'ont pas la même taille et n'auront donc pas la même divergence. C'est ce terme de phase qui est à l'origine de la différence de fréquences de résonance des modes transverses [98, 101].

Du fait de la présence de ce terme de phase de Gouy, la prédiction de la structure des modes traverses d'une cavité utilisant des miroirs convergents requiert une simulation complète de la propagation des faisceaux gaussiens au sein de la cavité. Pour ce genre de besoin, le formalisme de matrices ABCD [83] constitue un outil puissant de simulation pour prévoir cette propagation et en déduire la phase accumulée par chaque mode transverse sur un aller-retour dans la cavité (la modélisation de notre cavité ne sera pas détaillée ici, mais est présentée dans l'annexe E.2).

La géométrie en V de la cavité, avec sa réflexion hors-axe sur un des miroirs, est en réalité astigmate. Elle crée une focalisation du faisceau différente selon les deux axes principaux et la phase accumulée par un mode transverse d'ordre (m,n) doit être réécrite comme :

$$\phi_{ar}(m,n) = 4kL_{bras} + \Phi_{\mathrm{M}} - 4\left[\left(m+\frac{1}{2}\right)\phi_G^x + \left(n+\frac{1}{2}\right)\phi_G^y)\right] \tag{3.7}$$

où ϕ_G^x et ϕ_G^y sont les phases de Gouy différentiées sur les deux axes (x dans le plan de réflexion et y perpendiculaire à ce même plan). Ceci lève la dégénérescence des modes ayant une somme d'ordre égale, créant pour les cavités en V une structure de modes plus complexe que celle d'une cavité linéaire (voir la figure 3.17).

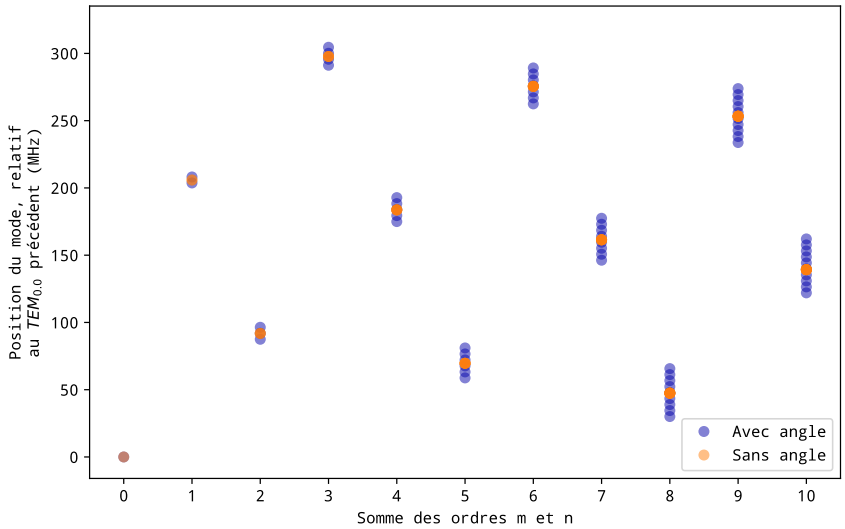


FIGURE 3.17 – Levée de dégénérescence des positions des modes transverses par la présence d'un angle dans la cavité. En bleu, la position des modes pour un calcul de cavité sans angle, chaque point est en réalité plusieurs modes superposés avec la même fréquence. En orange, la position des modes calculés pour une cavité avec un angle.

Ce modèle de cavité est ensuite comparé aux mesures réalisées précédemment (tableau 3.1), voir la figure 3.18. Les écarts entre le modèle et les mesures sont plutôt grands (jusqu'à 10%), non centrés sur 0 avec une structure marquée, ce qui semble indiquer la nécessité d'affiner le modèle en ajoutant un peu d'astigmatisme sur les miroirs composant la cavité. En effet, il se peut que la focale de ceux-ci ne soit pas exactement la même selon les deux axes du miroir (contraintes sur le miroir, processus de fabrication) changeant ainsi significativement la propagation des faisceaux sur les deux axes.

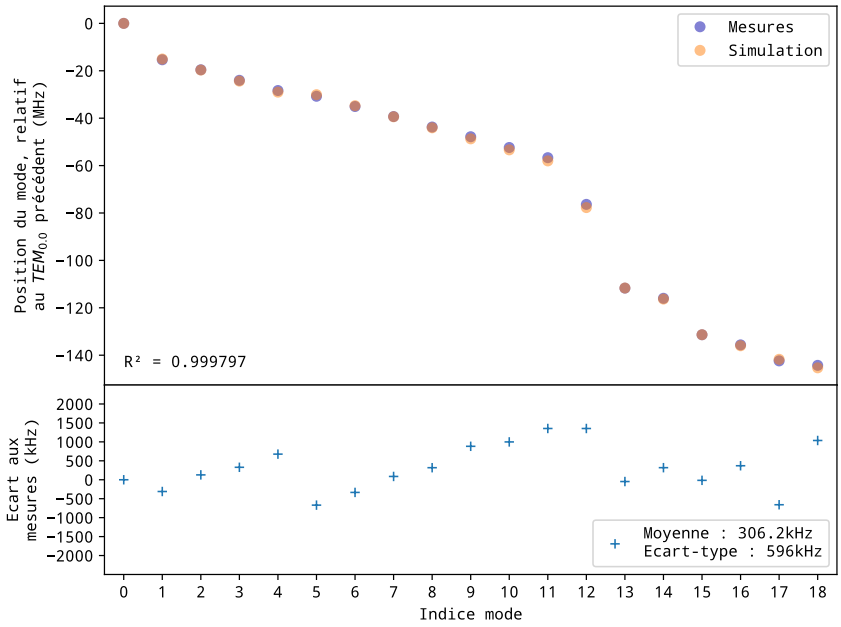


FIGURE 3.18 – Comparaison des mesures effectuées au modèle ajusté.

Afin d'intégrer ceci dans le modèle, des rayons de courbures différent sont définis pour chacun des axes en gardant tous les miroirs sont considérés comme équivalents (car provenant de la même cloche de fabrication). Avec ce modèle, l'accord obtenu est bien meilleur (< 0.1%) pour un rayon de courbure de 499,98 mm sur l'axe dans le plan de réflexion et 499,35 mm sur l'axe perpendiculaire au plan de réflexion (voir la figure 3.19), ceci constituera une évaluation de l'astigmatisme de la cavité en V utilisée dans cette thèse.

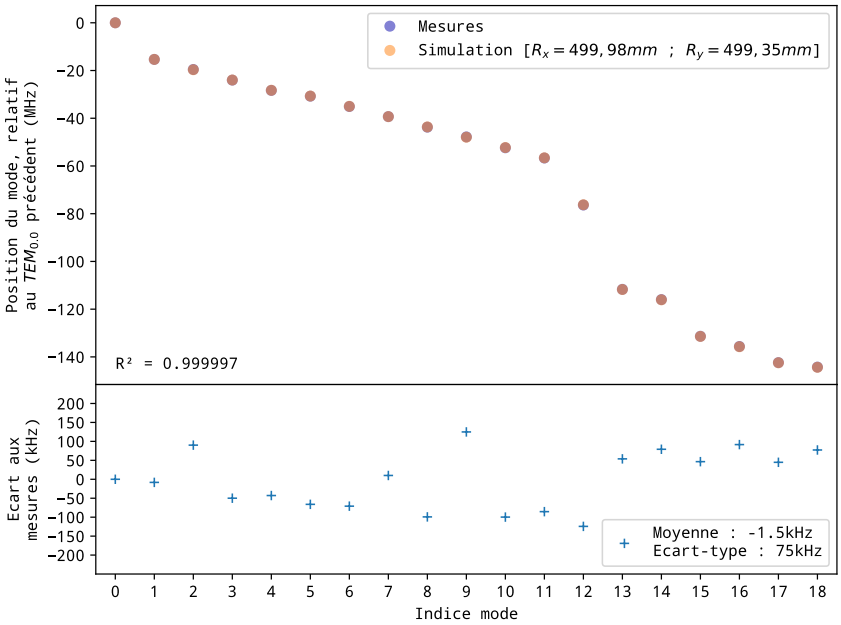


FIGURE 3.19 – Comparaison des mesures effectuées au modèle ajusté.

Ce modèle utilise la différentiation de la phase de Gouy pour prévoir la position des modes transverses. La stabilité et la simplicité du dispositif expérimental ont été mis à profit pour réaliser l'inverse et mesurer précisément les deux phases de Gouy de notre cavité en V à partir des positions de ses modes transverses.

3.2.2 Un dispositif simple de mesure, à l'état de l'art, des phases de Gouy d'une cavité

FIGURE 3.20 – Portrait du physicien ardéchois Louis George Gouy, paru dans la revue *La Nature* en date du 27 février 1926 (ressource dans le domaine publique français).

En 1890, le physicien français Louis George Gouy, photo ci-contre, réalise une expérience d'interférences lumineuses. Durant celle-ci, il remarque que le contraste des franges observées change si le faisceau plan utilisé initialement est remplacé par un faisceau de lumière focalisée [99, 100], révélant l'apparition d'un déphasage au passage du plan de focalisation. Cette première observation du déphasage d'une onde se propageant au travers de son plan de focalisation est l'expression d'une propriété générale des ondes et a notamment pu être observée en acoustique [102, 103]. Ce phénomène peut être expliqué assez simplement par les propriétés des faisceaux gaussiens [104]. Mais cette première vision doit être complétée par une explication se basant sur le principe d'incertitude associée au confinement d'une onde focalisée, développée par Feng *et al.* [105], laquelle permet d'avoir une description plus générale et quantitative.

Dans les limites de nos connaissances, la mesure la plus précise de cette phase de Gouy a été réalisée en cavité linéaire par Durand *et al.* avec une incertitude de $2{,}7 \times 10^{-6}$ rad et une justesse de 6×10^{-7} rad [106, 107] pour 10 secondes d'acquisition. Celle-ci a été réalisée avec un montage expérimental complexe utilisant des lasers fibrés, fins spectralement, asservis sur différents modes d'une cavité linéaire haute finesse ($F = 20000$) via une méthode PDH (Pound-Drever-Hall) classique [43, 44]. Le montage mis en place durant cette thèse permet également de réaliser cette mesure, mais d'une façon bien plus simple grâce à l'asservissement par rétroaction optique sur une cavité en V. Sa stabilité sur le long terme, permet d'améliorer significativement la fidélité de la mesure pour atteindre $6{,}4 \times 10^{-8}$ rad ou $1{,}1 \times 10^{-7}$ rad (selon l'axe considéré) en 100 secondes d'acquisition. Il est à noter ici, qu'une telle technique ne se limite pas à l'utilisation d'une cavité en V et pourrait tout à fait fonctionner en cavité linéaire, ceci fût démontré par Durand *et al.* qui, en utilisant la rétroaction optique sur une telle cavité, ont pu atteindre un record de sensibilité sur la mesure de biréfringence des gaz [79].

La phase de Gouy est à l'origine de l'apparition des modes transverses dans une cavité utilisant des miroirs convergents, mesurer la position de ces modes permet d'y accéder. Dans le cas de la cavité en V, à cause de l'astigmatisme induit par la présence du miroir de repli, cette phase de Gouy se décompose en réalité en deux phases de Gouy associées à chaque axe de la cavité (équation (3.7) rappelée ici).

$$\phi_{ar}(m,n) = 4kL_{bras} + \Phi_{\mathrm{M}} - 4\left[\left(m+\frac{1}{2}\right)\phi_G^x + \left(n+\frac{1}{2}\right)\phi_G^y)\right] \tag{3.8}$$

avec le vecteur d'onde $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c}$, m et n les ordres du mode (respectivement sur l'axe horizontal et sur l'axe vertical) et ϕ_G^x, ϕ_G^y les phases de Gouy associées respectivement à l'axe horizontal et vertical.

Cette équation (3.8), associée à la condition de résonance ($\phi(m,n,N) = 2\pi N$), permet d'écrire la fréquence de résonance du N^{ème} mode transverse d'ordre m et n :

$$\nu(N,m,n) = FSR\left[N - \frac{\Phi_{\mathrm{M}}}{2\pi} + \frac{2}{\pi}\left(\left(m+\frac{1}{2}\right)\phi_G^x + \left(n+\frac{1}{2}\right)\phi_G^y\right)\right] \tag{3.9}$$

En appliquant cette équation aux modes $TEM_{0.0}$, $TEM_{1.0}$, $TEM_{0.1}$, les équations (3.10) peuvent être déduites par combinaison.

$$\nu(N,1,0) - \nu(N,0,0) = \frac{2ISL}{\pi}\phi_G^x \tag{3.10a}$$

$$\nu(N,0,1) - \nu(N,0,0) = \frac{2ISL}{\pi}\phi_G^y \tag{3.10b}$$

où l'ISL de la cavité est défini comme $ISL = \frac{c}{4L_{bras}}$ avec L_{bras}, la longueur d'un bras de la cavité en V.

En définissant $\Delta\nu_x$ et $\Delta\nu_y$, les écarts en fréquence des N^{ème} modes transverses (respectivement $TEM_{1.0}$ et $TEM_{0.1}$) par rapport au N^{ème} mode longitudinal et en réarrangeant les équations précédentes, il est possible d'exprimer les deux phases de Gouy :

$$\phi_G^x = \frac{\pi}{2}\frac{\Delta\nu_x}{ISL} \tag{3.11a}$$

$$\phi_G^y = \frac{\pi}{2}\frac{\Delta\nu_y}{ISL} \tag{3.11b}$$

Ainsi, en mesurant $\Delta\nu_x$, $\Delta\nu_y$ et le l'ISL de la cavité, la mesure des phases de Gouy devient possible. Celle-ci est réalisée en injectant successivement, le mode $TEM_{0.0}$ voisin de celui d'asservissement et les modes transverses $TEM_{1.0}$ et $TEM_{0.1}$ suivants, comme illustré sur la figure 3.22. Pour chacun d'eux, le profil d'intensité est enregistré via de petites rampes en fréquence, 800 kHz en 2 ms, autour de leur fréquence centrale approximative. Leur position vis-à-vis de la fréquence d'asservissement est déterminée par l'ajustement d'un profil lorentzien sur une ligne de base affine, comme illustré sur la figure 3.21. Seule la partie centrale des pics est ajustée pour permettre le traitement de jeux de données d'une dizaine d'heures d'acquisitions (quinze millions de pics) dans des temps raisonnables avec un code parallélisé utilisant au mieux les ressources d'une machine modeste (10 heures à 360 pics/s sur quatre cœurs).

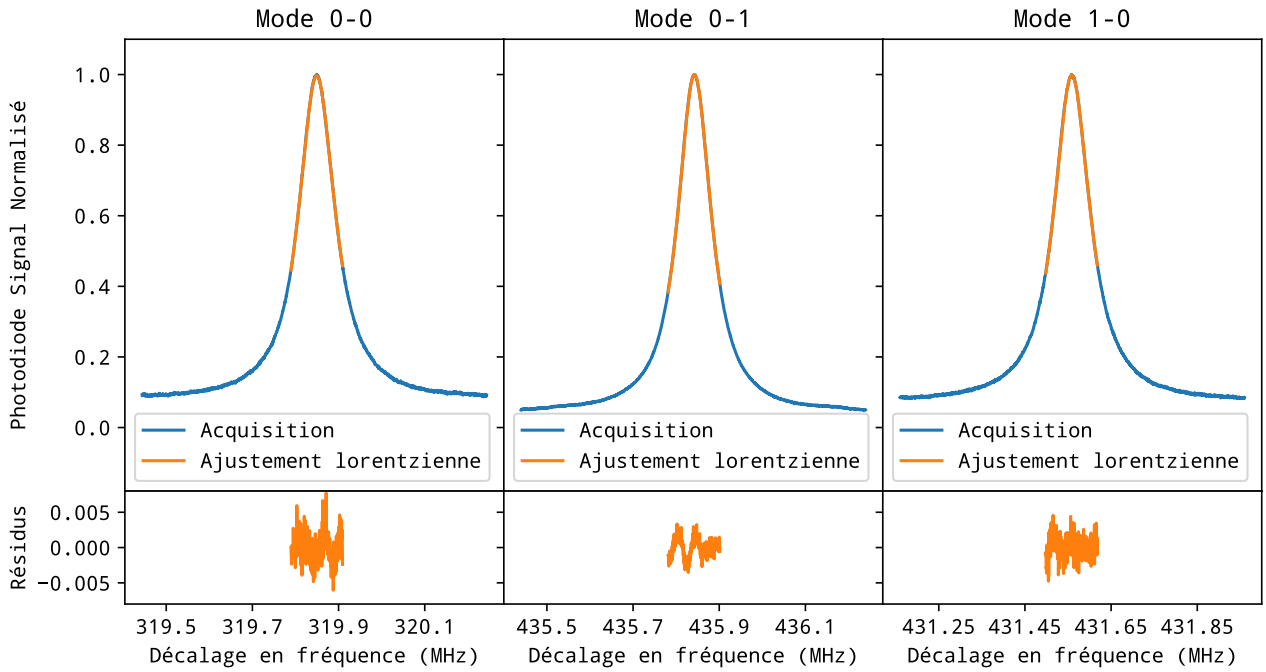


FIGURE 3.21 – Exemple d'un enregistrement successif des trois modes d'intérêt. Noter une structuration des résidus due à une légère asymétrie des modes, conséquence d'un balayage un peu trop rapide.

Ces mesures successives de position de modes sont considérées comme simultanées, la cavité n'ayant pas le temps de se déformer significativement entre l'enregistrement du premier et du troisième mode. À partir de ces trois mesures, $\Delta\nu_x$ et $\Delta\nu_y$ sont calculés comme illustré sur la figure 3.22.

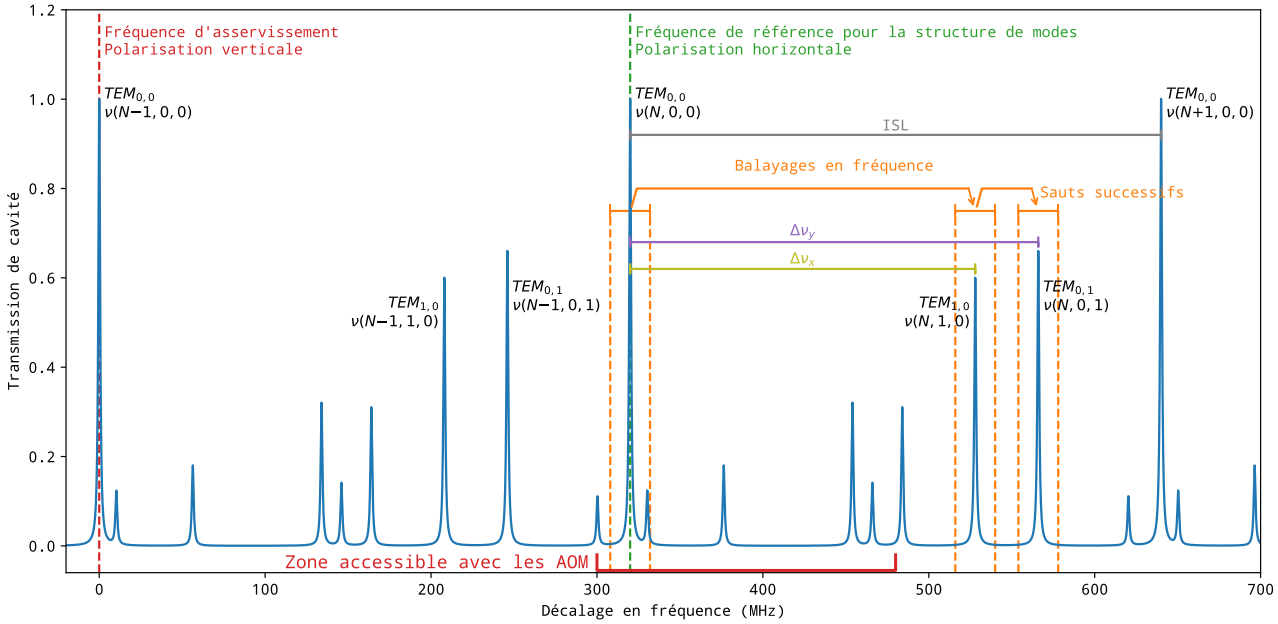


FIGURE 3.22 – Illustration de la méthode d'accès aux phases de Gouy.

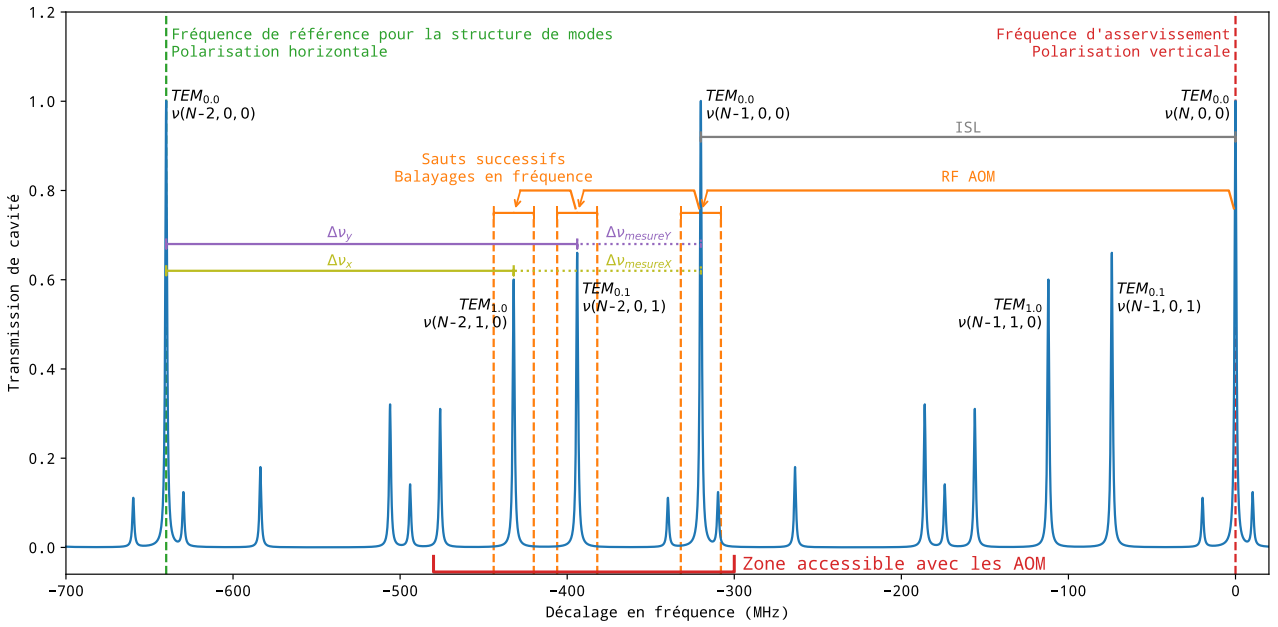


FIGURE 3.23 – Illustration de la méthode de mesure d'accès aux phases de Gouy via un balayage négatif.

Pour des raisons pratiques, la bande de fréquence du système double AOM étant limitée entre 300 et 480 MHz, il n'est pas toujours possible d'enregistrer les modes transverses du même ISL que le mode $TEM_{0.0}$ de référence (en vert sur la figure 3.22). Par exemple, sur l'illustration figure 3.22 les modes $TEM_{0.0}$ et $TEM_{0.0}$ du N^{ème} ISL ne sont pas directement accessibles (décalage en fréquence > 480 MHz).

Contrairement à ceux du (N-1)^{ème} ISL qui pourront être enregistrés, mais dont la position ne donnera pas un accès direct à $\Delta\nu_x$ et $\Delta\nu_y$. Il faut donc veiller à corriger les positions mesurées dans le cas où les modes transverses enregistrés ne sont pas dans le même ISL que celui de référence (en vert sur la figure 3.22) ou si les AOM induisent un décalage négatif en fréquence. Par exemple, sur notre montage, il est nécessaire s de calculer $\Delta\nu_x$, $\Delta\nu_y$ à partir des positions mesurées vis-à-vis du $TEM_{0.0}$ de fin de structure de modes, comme illustré sur la figure 3.23.

Les grandeurs $\Delta\nu_x$ et $\Delta\nu_y$ sont donc calculées à partir des différentes positions enregistrées et l'ISL, avec les relations suivantes :

$$\Delta\nu_x = ISL + [\nu(N,1,0) - \nu(N+1,0,0)] \tag{3.12a}$$
$$\Delta\nu_y = ISL + [\nu(N,0,1) - \nu(N+1,0,0)] \tag{3.12b}$$

L'évaluation de l'ISL de la cavité est en réalité plus compliquée qu'une simple mesure de la position du $TEM_{0.0}$ voisin. En effet, la position du mode $TEM_{0.0}$ réinjecté, vis-à-vis de la fréquence d'asservissement, ne correspond pas directement à celui-ci, car la réinjection n'a pas lieu sur la même polarisation que celle d'asservissement et qu'un phénomène de *splitting* biaise la mesure (noté $\Delta\nu_{split}$ et décrit plus dans le détail dans la section 3.1.3). Idéalement, ce problème pourrait être contourné en enregistrant aussi le mode $TEM_{0.0}$ suivant sur la polarisation de réinjection, mais celui-ci est beaucoup trop loin (640 MHz) pour être mesuré sur notre montage. Il est donc nécessaire de prendre en compte le phénomène de *splitting* pour calculer l'ISL, comme illustré sur la figure 3.24 et traduit par l'équation (3.13).

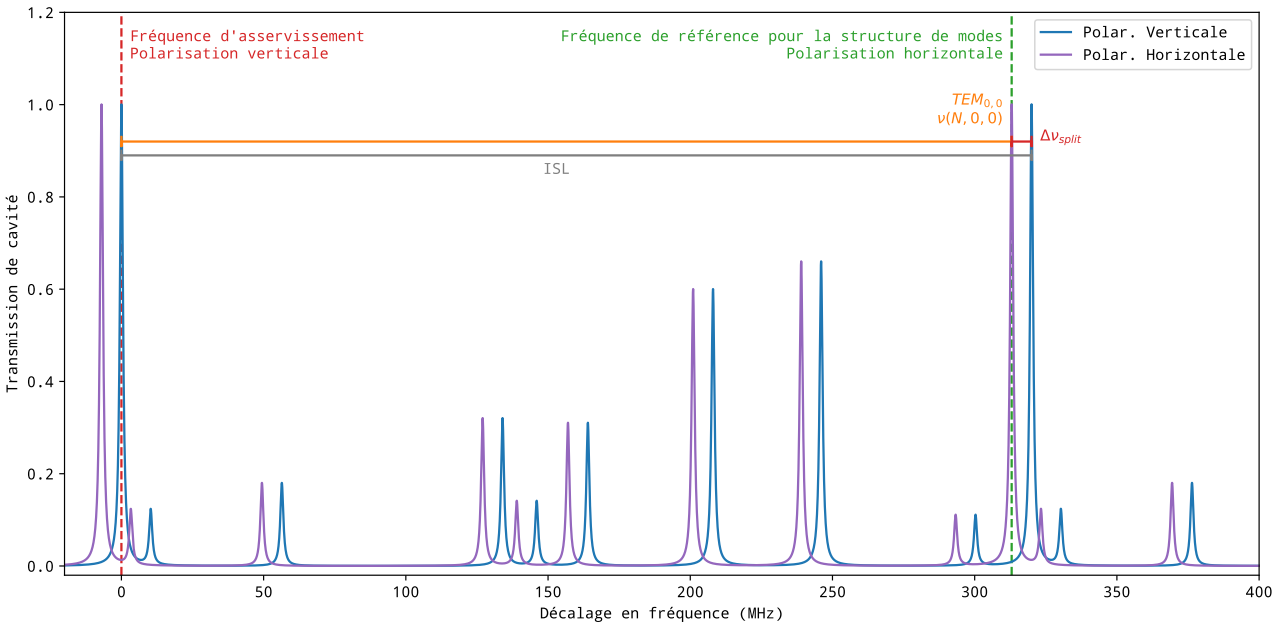


FIGURE 3.24 – Illustration de la correction du *splitting*.

$$ISL = \nu(N,0,0) + \Delta\nu_{split} \tag{3.13}$$

Dans la suite, le *splitting* est considéré comme constant en fonction des fluctuations de longueur de la cavité et a été mesuré une fois pour toute à la longueur d'onde de la diode DFB utilisée. Pour le mesurer, la polarisation linéaire du faisceau de réinjection est tournée à 45 ° après les AOM par une seconde lame demi-onde afin de réinjecter simultanément à l'arrière de la cavité les deux polarisations. Un balayage en fréquence de 1,2 MHz en 2 ms est réalisé afin d'observer en sortie de

cavité l'injection successive des modes $TEM_{1.0}$ (modes transverses, afin de ne pas déstabiliser l'asservissement du système) sur chacune des polarisations via les deux photodiodes installées derrière un cube polarisant (PD_1 et PD_2 sur la figure 3.13). Les profils obtenus, figure 3.25, sont ensuite ajustés avec un profil lorentzien sur une ligne de base affine pour en extraire leur position et en déduire le *splitting*.

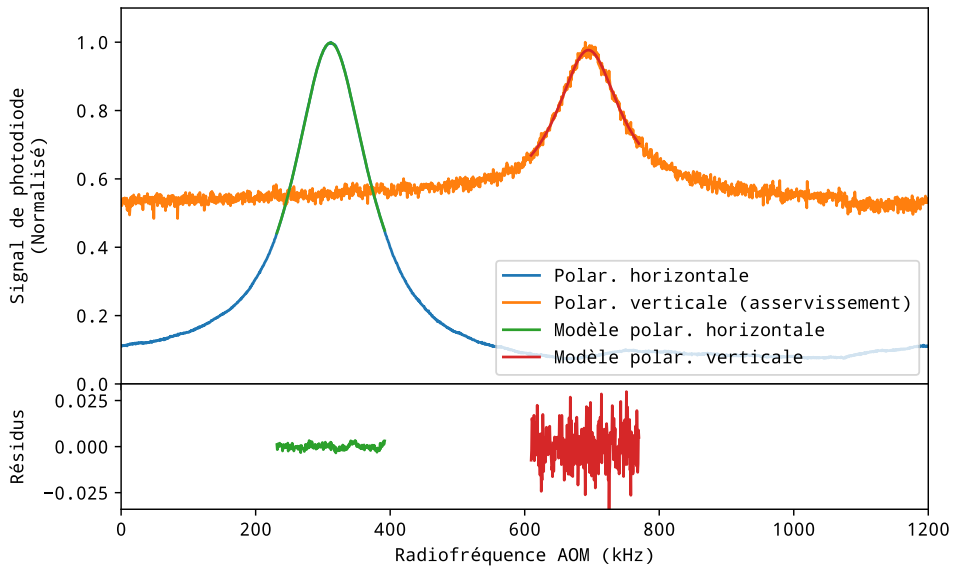


FIGURE 3.25 – Mesure du *splitting*.

Le *splitting* de notre cavité à 764 nm est évalué sur une moyenne de 1 800 000 acquisitions à 393471 ± 5 Hz. Moyenner les acquisitions successives permet de réduire l'incertitude statistique de type-A, liées aux fluctuations de la mesure, d'un facteur $\frac{1}{\sqrt{n}}$ (avec n le nombre d'acquisitions dans la moyenne). Mais il n'est raisonnablement pas possible de moyenner indéfiniment. En effet, durant l'acquisition le système dérive lentement (à cause de variations de température, contraintes mécaniques) et les fluctuations sur la mesure liées à ces dérives peuvent, pour des tailles de moyennes suffisamment longues, devenir plus importantes que les incertitudes liées aux fluctuations statistiques.

Pour trouver le nombre optimal d'acquisitions, où la taille de moyenne permet de réduire au maximum les incertitudes liées aux fluctuations du système sans intégrer les dérives lentes de celui-ci, on peut utiliser la variance d'Allan [108, 109]. Celle-ci évalue la stabilité sur le long terme d'un système oscillant et constitue un outil très utilisé en métrologie (notamment en caractérisation des étalons de fréquences). Cette variance d'Allan représente l'incertitude de la mesure (laquelle prend en compte l'incertitude statistique et l'incertitude due aux dérives lentes) en fonction du nombre d'acquisitions dans la moyenne réalisée. Une telle courbe aura la particularité d'atteindre un minimum pour la taille optimale de moyenne, taille idéale où l'on a réduit au maximum le bruit sur la mesure par moyenne avant que celui-ci ne ré-augmente par des moyennes trop grandes intégrant les dérives lentes du système.

La variance d'Allan est calculée via un script *Python* basé sur la libraire *allantools* [110] – plus précisément, l'algorithme utilisé est celui d'*Overlapping Allan déviation*, un dérivé de la variance d'Allan historique développé par de Snyder *et al.* en 1981 [111], lequel est reconnu de nos jours comme un meilleur standard permettant de grandement réduire les incertitudes sur les points calculés. Par commodité, on représentera l'écart-type d'Allan (racine carrée de la variance d'Allan) qui est plus simple à interpréter. Pour les mesures de *splitting* réalisées (voir la figure 3.26) cet écart-type

n'atteint pas de minimum sur la durée de l'acquisition, la moyenne effectuée n'est donc pas biaisée par des dérives lentes du système et pourrait être prolongée sur des acquisitions plus longues.

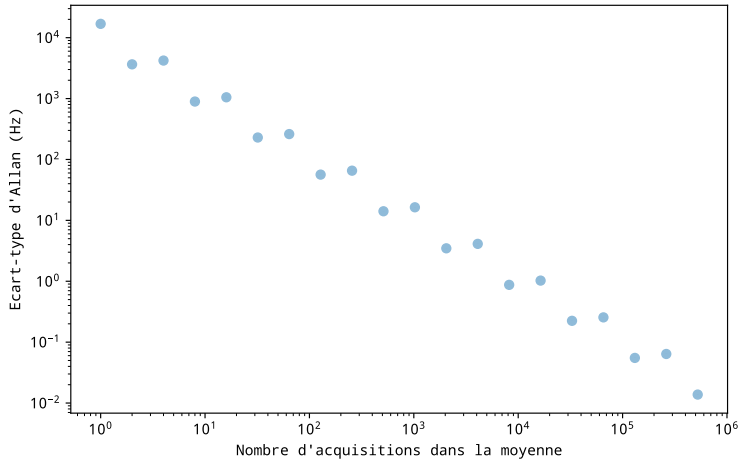


FIGURE 3.26 – Écart-type d'Allan sur la mesure du *splitting*. Noter que celle-ci a une forme étrange en forme d'escalier qui n'est pas comprise pour le moment.

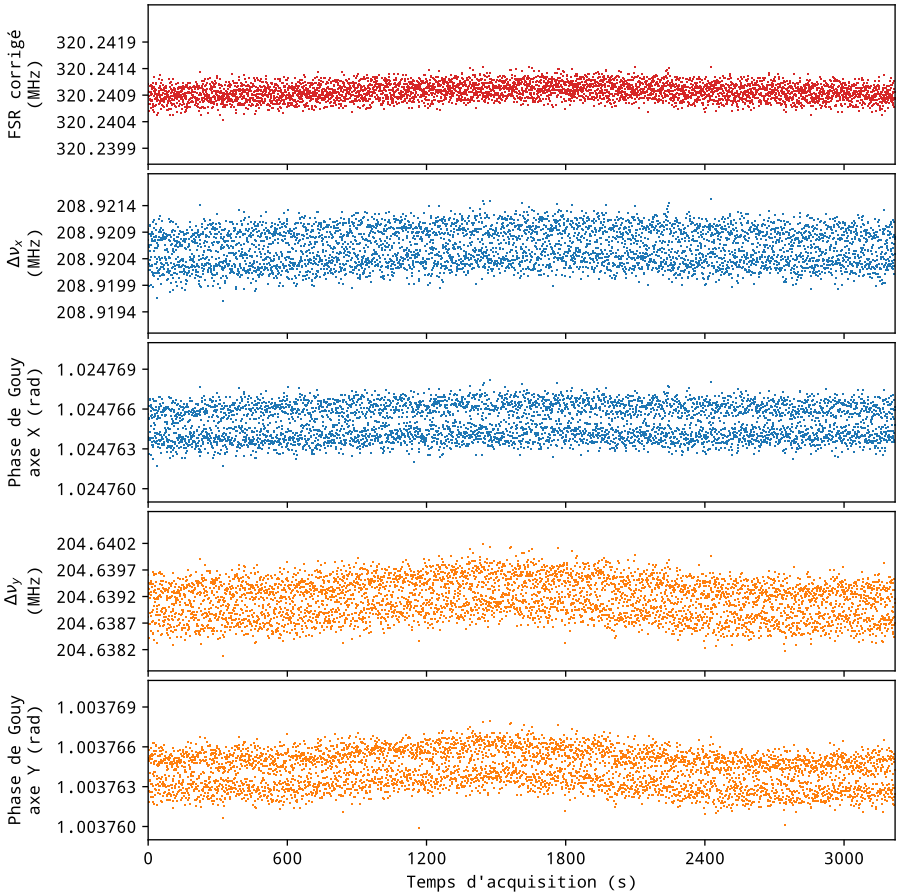
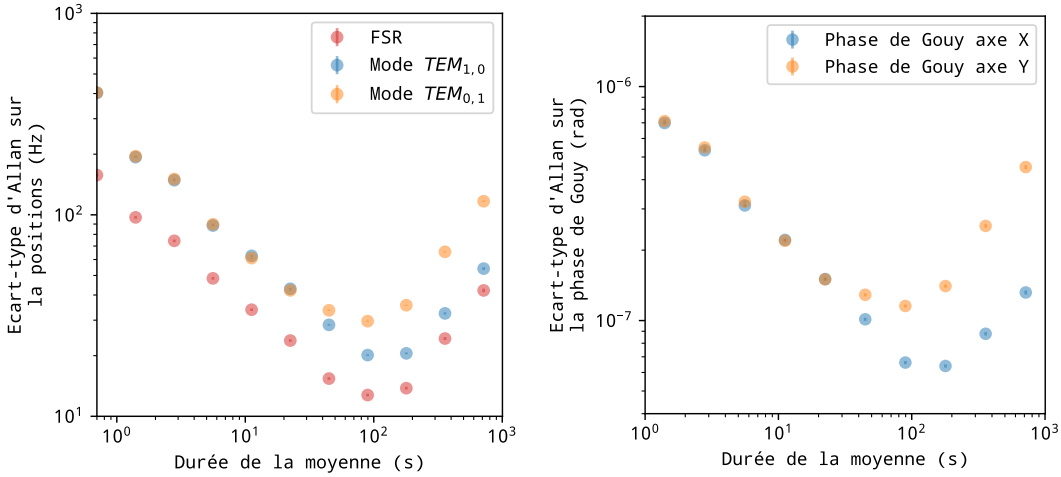


FIGURE 3.27 – Mesures des phases de Gouy de la cavité en V grand angle sur une cinquantaine de minutes. À noter, les traces de $\Delta\nu_x$ et $\Delta\nu_y$ (et des phases de Gouy associées) sont des traces doubles séparées de 500 Hz indiquant une petite instabilité dans le système ; instabilité potentiellement causée par le signal PWM de la régulation en température.

Les éléments nécessaires pour la mesure sont maintenant réunis et un jeu de positions des trois modes d'intérêt a été enregistré durant une période de stabilité du système de plus de douze heures. Pour des raisons pratiques les différents modes sont enregistrés par une succession de trois groupes de 100 rampes de 2 ms – le protocole de communication avec le générateur étant très lent (30 ms par ordre envoyé), il est nécessaire de minimiser le nombre de changements de fréquence centrale des balayages. Ces 100 rampes sont traitées ensuite par une routine *Python* et les positions obtenues sont moyennées avant d'être utilisées dans les équations 3.11. Les trois positions obtenues sont considérées comme simultanées – en 600 ms les positions des modes n'auront que peu dérivé thermiquement (la régulation en température dérivant de moins de 300 Hz h^{-1}, c'est-à-dire moins de 0,1 Hz s^{-1}) et les éventuelles fluctuations due aux vibrations acoustiques se compensent par la moyenne (fluctuations symétriques). Finalement, un ensemble de trois positions est enregistré toutes les 700 ms durant douze heures.

La suite de l'analyse sera réalisée sur une portion des données enregistrées (une cinquantaine de minutes, présentées figure 3.27). Trop de points rendrait les graphiques plus confus et la suite montrera que l'utilisation de l'ensemble de ces données ne serait pas pertinent d'un point de vue statistique.



(a) Fréquences

(b) Phases de Gouy

FIGURE 3.28 – Écart-types d'Allan des mesures réalisées (les barres d'erreur sont présentes mais petites par l'utilisation de l'algorithme d'*Overlapping Allan déviation*).

En effet, en calculant l'écart-type d'Allan (voir les figures 3.28a et 3.28b), avec un script *Python* basé sur la libraire *allantools* [110] (utilisant toujours l'algorithme d'*Overlapping Allan déviation*[111]), il apparaît que ceux-ci présentent un minimum après une centaine de secondes d'acquisition. Cela signifie qu'en cent secondes l'incertitude statistique a été réduite à son maximum avant que les instabilités du montage commencent à dominer, atteignant ici quelques dizaines de Hz sur les positions, $6{,}4 \times 10^{-8}$ rad sur la phase de Gouy verticale et $1{,}1 \times 10^{-7}$ rad sur celle horizontale. Il est à noter que l'axe horizontal semble plus stable que celui vertical, ceci peut se comprendre par une plus grande rigidité de la cavité sur cet axe (celle-ci étant plus épaisse sur cet axe). Les moyennes sur cette taille d'échantillon permettent d'obtenir les résultats présentés dans le tableau 3.2.

	Mesure (rad)	Incertitude type A (rad)	Prédiction (rad)	Écart mesure-modèle
ϕ_G^x	$1,024764972$	$6{,}4 \times 10^{-8}$	$1,02208530$	$0,26\%$
ϕ_G^y	$1,003764240$	$1{,}1 \times 10^{-7}$	$1,00089816$	$0,29\%$

TABLE 3.2 – Mesures de la phase de Gouy, moyenne sur 100 secondes d'acquisition et comparaison aux prédictions du modèle de cavité en V.

Les valeurs obtenues sont proches de celles prédites par le modèle de cavité astigmate (utilisant les focales différentiées obtenues dans la section 3.2.1) avec un écart relatif inférieur à 0,3%. Les incertitudes obtenues sur ces mesures sont très bonnes, mais pour juger de la qualité de la mesure réalisée il est important d'être précis sur les termes utilisés en distinguant la fidélité de la mesure de sa justesse, voir figure 3.29.

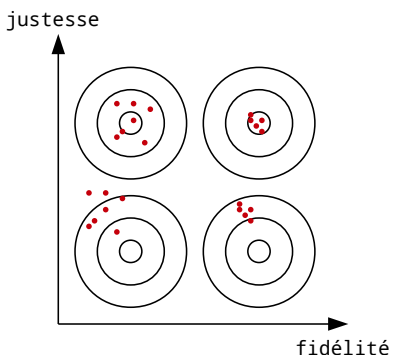


FIGURE 3.29

Ces termes sont définis par le Bureau International des Poids et Mesures[112] comme :

Fidélité Étroitesse de l'accord entre les indications ou les valeurs mesurées obtenues par des mesurages répétés du même objet ou d'objets similaires dans des conditions spécifiées.

Justesse Étroitesse de l'accord entre la moyenne d'un nombre infini de valeurs mesurées répétées et une valeur de référence.

Exactitude Étroitesse de l'accord entre une valeur mesurée et une valeur vraie d'un mesurande.

En d'autres termes, la fidélité traduit les limites de reproductibilité d'une mesure et sa stabilité au cours du temps, c'est ce que traduit la valeur d'incertitude statistique précédemment calculée. La justesse évalue l'écart entre la valeur calculée et la valeur réelle, il s'agit d'une évaluation du biais de mesure (comme illustré sur la figure 3.29). Enfin l'exactitude englobe la fidélité et de la justesse, il s'agit d'un intervalle de confiance par rapport à la valeur réelle de la mesure – une mesure est exacte si elle est à la fois juste et fidèle.

Ainsi, pour caractériser correctement notre mesure il est nécessaire de calculer sa fidélité et sa justesse. Pour estimer cette dernière, les sources d'erreurs systématiques doivent être évaluées à partir de l'incertitude sur la mesure de la phase de Gouy. La combinaison des équations (3.11), (3.12) et (3.13) permet d'écrire la relation permettant de calculer la phase de Gouy à partir des mesures réalisées :

$$\phi = \frac{\pi}{2}\frac{(ISL + D_{nu})}{ISL} \tag{3.14}$$

avec ϕ la phase de Gouy mesurée (ϕ_G^x ou ϕ_G^y) et D_ν la mesure différentielle réalisée définie par : $D_\nu = \nu_{trans} - \nu_{0.0}$.

De cette relation, l'incertitude sur la mesure de la phase de Gouy peut être écrite :

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(\frac{\partial\phi}{\partial(ISL)}\right)^2 (\Delta(ISL))^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial D_\nu}\right)^2 (\Delta D_\nu)^2 + 2\frac{\partial\phi}{\partial(ISL)}\frac{\partial\phi}{\partial D_\nu}\Delta(ISL, D_\nu)} \tag{3.15}$$

avec $\Delta(ISL, D_\nu)$ la covariance des grandeurs ISL et D_ν lesquelles sont corrélées par leur dépendance à $\nu_{0.0}$, cette covariance peut être évaluée comme :

$$\Delta(ISL, D_\nu) = \frac{\partial(ISL)}{\partial\nu_{0.0}}\frac{\partial D_\nu}{\partial\nu_{0.0}}\Delta(\nu_{0.0}) \tag{3.16}$$

que l'on peut évaluer, d'après les équations (3.12) et (3.13), comme :

$$\Delta(ISL, D_\nu) = 2\Delta(\nu_{0.0}) \tag{3.17}$$

ce qui permet de réécrire équation (3.15) :

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(\frac{\partial\phi}{\partial(ISL)}\right)^2(\Delta(ISL))^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial D_\nu}\right)^2(\Delta D_\nu)^2 + 4\frac{\partial\phi}{\partial(ISL)}\frac{\partial\phi}{\partial D_\nu}\Delta(\nu_{0.0})} \tag{3.18}$$

Étant donné que le D_ν est une mesure différentielle de fréquences indexées sur une horloge GPS (dérive relative typique : 10^{-10}), en considérant la fréquence asservie du laser comme constante sur la durée entre les mesures des deux fréquences (400 ms), le terme en orange dans l'équation (3.18) représentant sa variabilité peut être considéré comme nul – ce qui permet d'écrire :

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(\frac{\partial\phi}{\partial(ISL)}\right)^2(\Delta(ISL))^2 + 4\frac{\partial\phi}{\partial(ISL)}\frac{\partial\phi}{\partial D_\nu}\Delta(\nu_{0.0})} \tag{3.19}$$

après évaluation des dérivées partielles, permet d'obtenir :

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(\frac{\pi D_\nu}{2(ISL)^2}\right)^2(\Delta(ISL))^2 + \frac{\pi^2 D_\nu}{(ISL)^3}\Delta(\nu_{0.0})} \tag{3.20}$$

D'après équation (3.13), le terme d'incertitude sur la mesure de l'ISL peut être évalué comme $(\Delta(ISL))^2 = (\Delta(\nu_{0.0}))^2 + (\Delta(s))^2$, d'où :

$$\Delta\phi = \sqrt{\left(\frac{\pi D_\nu}{2(ISL)^2}\right)^2(\Delta(s))^2 + \left(\frac{\pi D_\nu}{2(ISL)^2}\right)^2(\Delta(\nu_{0.0}))^2 + \frac{\pi^2 D_\nu}{(ISL)^3}\Delta(\nu_{0.0})} \tag{3.21}$$

Dans notre expérience, la justesse de la mesure est principalement déterminée par les imprécisions de nos mesures sur la position du mode $TEM_{0.0}$ et sur l'évaluation du *splitting*.

La mesure de *splitting* étant obtenue par différence de deux fréquences indexées sur un GPS, le biais qu'elle implique sur la mesure peut être évalué par la propagation de son incertitude statistique dans l'équation (3.21). Ainsi, les 5 Hz d'incertitude sur la mesure du *splitting* engendrent, au maximum, un biais de $4{,}2 \times 10^{-8}$ rad.

Le biais de mesure sur la position du mode $TEM_{0.0}$ est induit par le fait que l'on a aucune certitude que le point d'asservissement de la fréquence du laser est exactement au centre du mode de cavité et par la présence d'un éventuel biais systématique sur l'évaluation de la position du centre de mode par régression, comme illustré sur la figure 3.30. Ce second biais sera ignoré dans la suite car la petite asymétrie observée induit un biais systématique beaucoup plus petit (grossièrement évalué à < 10 Hz).

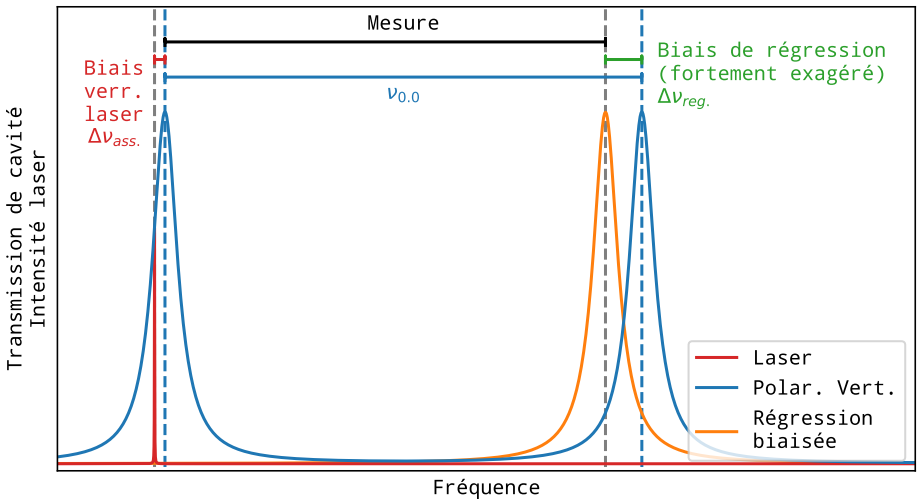


FIGURE 3.30 – Illustration des biais systématiques dans la mesure réalisée.

L'incertitude sur la position d'asservissement est plus difficile à évaluer, elle peut l'être par analyse de l'intensité transmise par la cavité sur la polarisation d'asservissement (polarisation verticale) en utilisant le mode d'asservissement comme un convertisseur intensité-fréquence (illustré sur la partie gauche de la figure 3.31).

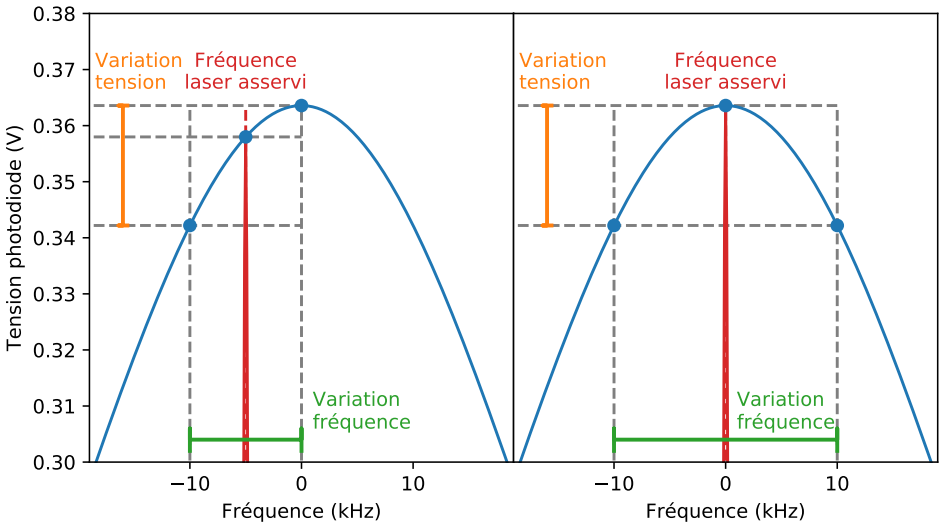


FIGURE 3.31 – Illustration, volontairement exagérée, de l'évaluation du biais d'asservissement dans le pire des scénarios (à gauche).

Si l'asservissement est réalisé très proche du sommet du mode (dérivée première du signal d'erreur égale à 0, dans la limite du bruit), en supposant que la puissance du laser est constante (malgré la modulation nécessaire à l'asservissement en phase et en considérant l'intensité d'alimentation du laser comme stable), l'épaisseur de la trace sur cette intensité peut être associée – dans le pire des cas – à un asservissement, légèrement sur le flanc du sommet dont les variations en fréquence l'amènent à atteindre celui-ci (illustré sur la partie gauche de la figure 3.31). Dans un tel cas, la trace observée est similaire à celle observé dans le cas où le laser serait asservi au centre du mode avec un bruit plus important en fréquence – donnant l'illusion que notre laser est correctement asservi au sommet du mode (illustré sur la partie droite de la figure 3.31).

Le bruit RMS enregistré sur la trace de la polarisation d'asservissement est de $3{,}6 \times 10^{-4}$ V sur un signal de 0.363 V sur une durée de 100 secondes, que l'on associe par modélisation du pic de transmission à un écart en fréquence par rapport au centre du mode de 2 kHz. Un tel écart propagé dans l'équation (3.21) crée un biais sur la mesure des phases de Gouy de $3{,}4 \times 10^{-6}$ rad, lequel domine largement celui lié à l'utilisation d'un *splitting* constant.

Il est à noter que, par prudence, cette évaluation a pu être sur-évaluée, le bruit observé pouvant être lié à d'autre sources. Pour mieux cerner les limites réelles de notre mesure, il serait nécessaire de mieux caractériser la position du laser vis-à-vis du centre de mode. Notamment par une étude plus poussée de les dérivées première et seconde du signal d'erreur obtenu pendant une modulation importante. Celle-ci permettrait d'évaluer la symétrie du signal d'erreur et donc le positionnement réel du point d'asservissement dans le mode. L'utilisation d'une finesse de cavité plus élevée, par son facteur de conversion fréquence-tension plus élevé, pourrait également être une solution pour améliorer la qualité de cette évaluation du biais associé au décalage du point d'asservissement.

En résumé, la mesure possède une fidélité de $6{,}4 \times 10^{-8}$ rad et $1{,}1 \times 10^{-7}$ rad (selon l'axe considéré) pour une justesse de $3{,}4 \times 10^{-6}$ rad en 100 secondes d'acquisition. D'un point de vue de la fidélité, profitant de la stabilité apportée par la rétroaction optique, cette mesure est une amélioration de l'état de l'art établi par Durand *et al.* en 2012 [107], lesquels obtiennent une fidélité de 6×10^{-7} rad en 10 secondes (notre système a une fidélité de $1{,}2 \times 10^{-7}$ rad en 10 secondes, voir figure 3.28b). Par contre, dans les travaux de Durand *et al.* la qualité de l'asservissement des lasers est bien mieux connue, 8×10^{-7} rad [107] en mettant à profit leur finesse plus élevée, leur permettant de bien mieux cerner la justesse de leur mesure et d'évaluer leur exactitude de leurs mesures à $2{,}7 \times 10^{-6}$ rad. L'incertitude de notre mesure est entièrement dominée par notre incapacité à évaluer correctement le positionnement du point de verrouillage du laser par rapport au centre du mode d'asservissement. Avec $3{,}4 \times 10^{-6}$ rad elle est $1,4$ fois plus élevée que celle obtenue dans les travaux de Durand *et al.*

Ceci pourrait être amélioré très simplement en utilisant des AOM et un générateur de fonctions avec des bandes passantes plus élevées (160-320 MHz). Ceci permettrait de travailler à plus hautes fréquences pour injecter sur la polarisation horizontale le mode $TEM_{0.0}$ suivant de celui déjà enregistré et obtenir ainsi une mesure directe de l'ISL. En réalisant uniquement des mesures différentielles de fréquences, celles-ci ne dépendraient plus de la fréquence d'asservissement du laser (en considérant celle-ci stable pendant la durée entre les deux mesures) et profiteraient pleinement de la stabilité apportée par l'asservissement du générateur de fonctions sur l'horloge GPS. De plus, récupérer ce mode supplémentaire permettrait d'obtenir directement $\Delta\nu_x$ et $\Delta\nu_y$ (sans utiliser la valeur de l'ISL) et réduire encore les incertitudes associées aux calculs de phases de Gouy.

Ce montage expérimental, relativement simple, permet d'évaluer de façon robuste les phases de Gouy d'une cavité en V, ce qui a pu être l'objet d'un article (accepté pour publication) disponible en annexe B.1. Il est à noter que dans cet article l'exactitude des mesures a été évaluée à une valeur plus importante que celles présentées ici, ceci est dû à une erreur dans le calcul de propagation des incertitudes au moment de la rédaction de l'article (non prise en compte de la covariance des gradeurs). Après amélioration de sa justesse, laquelle demande de changer qu'un peu de matériel, il pourrait constituer une mesure améliorant significativement l'état de l'art de la mesure des phases de Gouy d'une cavité.

CHAPITRE 4

BOUCLE À DÉCALAGE DE FRÉQUENCE : UNE AUTRE STRATÉGIE ENVISAGEABLE POUR LA SPECTROSCOPIE À DOUBLE PEIGNE DE FRÉQUENCES

Les parties précédentes de ce manuscrit présentent des travaux utilisant un oscillateur femtoseconde Titane-Saphir à verrouillage de phase. Il existe d'autres stratégies de fabrication de peigne de fréquences, notamment les boucles à décalages de fréquence [113]. Durant cette thèse, un tel dispositif (entièrement fibré et illustré sur la figure 4.1), a pu être étudié en collaboration avec une autre équipe du laboratoire (équipe OPTIMA).

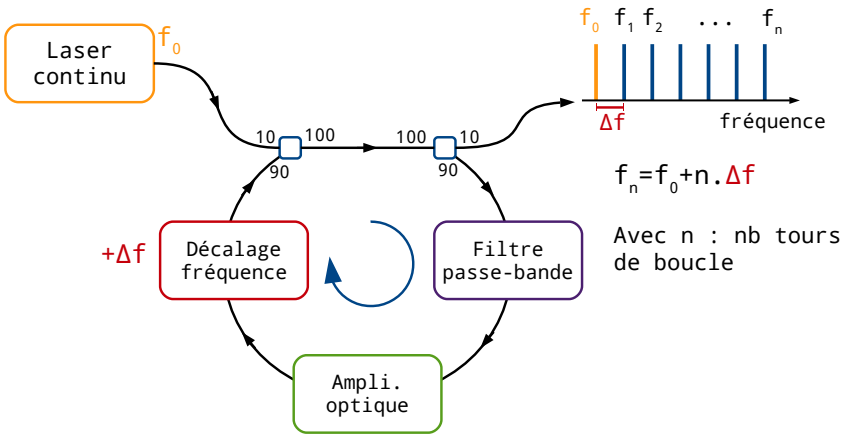


FIGURE 4.1 – Principe de fabrication d'un peigne de fréquences avec une boucle à décalage de fréquence. Les tours successifs forment en sortie de boucle les différentes dents du peigne.

Dans ce type de montage, un laser continu est injecté dans une boucle formée par deux séparateurs de faisceau. À chaque tour de boucle, la fréquence de la lumière tournant dans celle-ci est décalée d'une quantité Δf par un élément actif (en rouge sur la figure 4.1). Une fois décalée, une partie de cette lumière fuit par le séparateur de sortie (10% sur la figure 4.1) pendant que le reste repart pour un tour supplémentaire dans la boucle. Tour après tour, la sortie s'enrichit de fréquences de plus en plus décalées par rapport à celle initialement injectée, formant en sortie un peigne de fréquences séparées les unes des autres de Δf.

Les pertes des tours successifs limitent énormément le nombre de tours possibles

avant d'épuiser la puissance disponible dans la boucle, ce qui limite le nombre de dents dans le peigne obtenu. Pour pallier ceci, un amplificateur optique est ajouté dans la boucle afin de compenser ces pertes (due au système de décalage de fréquence et au séparateur de sortie) et augmenter le nombre de tours réalisés dans la boucle. Un filtre passe-bande est également ajouté dans la boucle, celui-ci permet de contrôler le nombre de dents présentes dans le peigne en limitant la plage de fréquence pouvant circuler dans la boucle. De plus, il permet de limiter le phénomène d'Amplification de l'Émission Spontanée, ou ASE (de l'anglais *Amplified Spontaneous Emission*), inhérent à l'utilisation d'amplificateurs optiques.

Le champ électrique en sortie de ce genre de boucle peut être exprimé comme la somme des tours successifs [114] :

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t} \sum_n g(n) e^{-in2\pi\Delta f t} e^{in\omega_0\tau_c} e^{i\frac{n(n+1)}{2}2\pi\Delta f\tau_c} \tag{4.1}$$

avec ω_0 la pulsation du laser d'injection, n l'indice du tour considéré, $g(n)$ l'enveloppe du peigne obtenu (que l'on peut relier au facteur de transmission de la cavité, noté T, et son gain de puissance, G, par : $g(n) = \left(\sqrt{(GT)^2}\right)^n$), et τ_c le temps nécessaire pour faire un tour de boucle. Il est important ici de remarquer la dépendance quadratique des phases des différents tours successifs car c'est de celles-ci dont dépendent les propriétés remarquables de ces boucles comme l'effet Talbot temporel [114]. Une autre application de cette phase spectrale quadratique est la génération dans ce type de systèmes de la transformée de Fourier fractionnaire de signaux radiofréquences [115], ou la génération de signaux optiques et radiofréquence à modulation linéaire de fréquence (similaires aux *chirps* présentés dans la section 2.1.1.1) [116].

Les peignes obtenus par cette méthode ont un ISL fixé par l'élément décalant la fréquence dans la boucle ; en général, un modulateur électro-optique à bande latérale unique (appelé EOM, de l'anglais *Electro-Optic Modulator*). Piloté par une simple radiofréquence, celui-ci permet d'ajuster l'ISL du peigne obtenu bien plus simplement qu'un laser à verrouillage de modes sur lequel la plage de réglages accessibles est fortement limitée. De plus, le signal radiofréquence pouvant être asservi sur une horloge de référence, l'ISL ainsi défini peut être extrêmement stable. Mais les EOM, par leur faible efficacité, demandent d'utiliser des gains dans la boucle important, augmentant par la même occasion le bruit ASE et limitant l'étendue des peignes générés. Pour palier ces limitations, l'EOM peut être remplacé par un AOM. Celui-ci, avec son meilleur rendement, permet d'obtenir des peignes bien plus étendus pouvant contenir plus d'un millier de dents [117] avec une ASE limitée. Sa bande passante permet d'envisager la construction de peignes avec des ISL pouvant être ajustés, dans une configuration utilisant deux AOM tête-bêche, de 0 à quelques centaines de MHz.

C'est une de ces boucles à décalage de fréquence par AOM qui a été étudiée dans la suite de ce travail. Présentée dans la section 4.1, elle sera décrite par un modèle permettant de prédire le nombre de dents dans les peignes obtenus. Ensuite, dans la section 4.2, celle-ci a pu être utilisée dans une version modifiée pour réaliser de la spectroscopie à double peigne de fréquences à partir d'une source unique.

4.1 Modélisation d'un peigne de fréquences généré par une boucle acousto-optique

La boucle à décalage de fréquence étudiée est présentée sur la figure 4.2. Un laser fibré spectralement fin (OEWaves OE4030 : < 3 Hz, d'après la fiche technique disponible en annexe I.4) à 1550 nm est injecté, après passage dans un atténuateur variable pour en contrôler la puissance, dans une boucle constituée de fibres à maintien de polarisation. Comme décrit dans figure 4.1, cette boucle contient un filtre

passe-bande, un amplificateur optique à fibre d'erbium dopée et un système de décalage de fréquence constitué de deux AOM fibrés pilotés par deux générateurs de fonctions. Ces AOM ne travaillent pas dans la même sens, le premier induit un décalage de fréquence positif et le second un décalage négatif, ce qui permet d'obtenir un ISL aussi petit qu'on le souhaite [117].

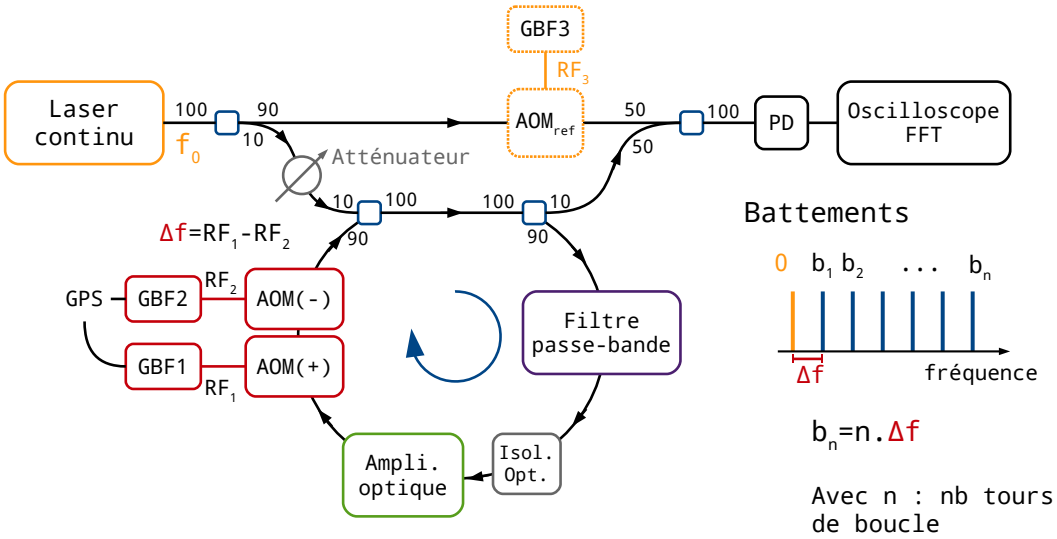


FIGURE 4.2 – Montage d'étude des peignes fabriqués par une boucle à décalage de fréquence acousto-optique.

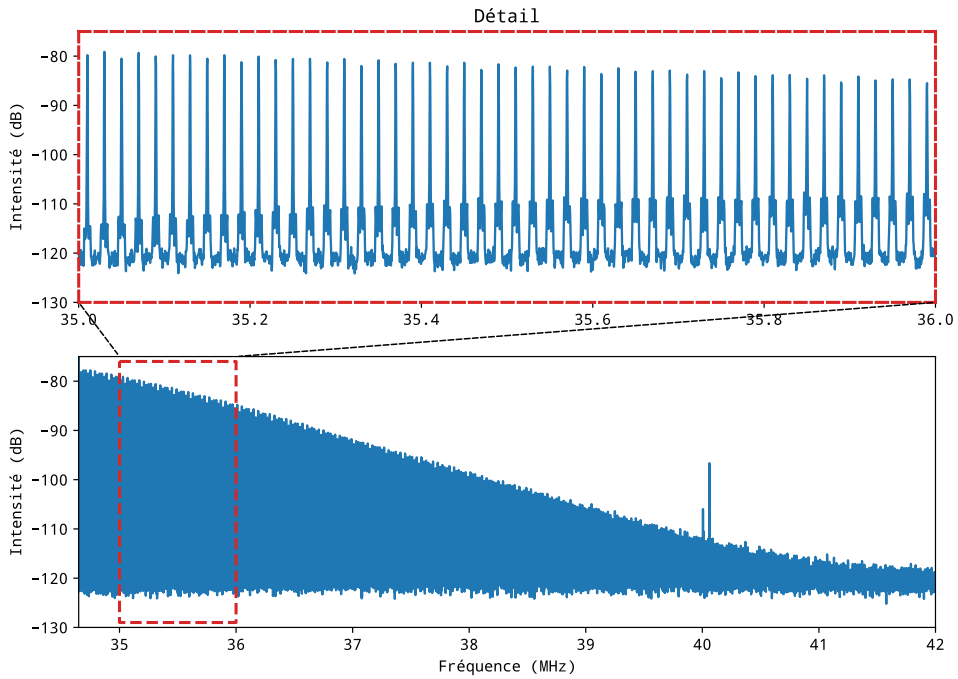


FIGURE 4.3 – Exemple de peigne fabriqué avec la boucle acousto-optique, ISL = 20 kHz. Noter la dépendance exponentielle de la puissance des dents du peigne.

Pour mettre en évidence les peignes de fréquences générés, qui ne sont pas résolus par un analyseur de spectre optique, une technique de détection hétérodyne a été utilisée. Celui-ci consiste à mélanger la sortie de la boucle avec une fraction du laser d'injection et obtenir ainsi des battements. On mesure le peigne de fréquences

par transformée de Fourier du signal temporel de ces battements détecté sur une photodiode amplifiée enregistrée par un oscilloscope rapide.

Les peignes obtenus (voir la figure 4.3) sur ce montage peuvent contenir jusqu'à trois cents dents plus ou moins espacées en fonction de la différence des fréquences appliquées sur les deux AOM. Ceux-ci ont une forme et une étendue pouvant varier énormément en fonction de multiples paramètres dont l'ajustement peut s'avérer délicat. C'est pour comprendre l'impact de ces différents paramètres (puissance injectée, pertes dans la boucle, gain amplificateur, filtre) qu'un modèle simple a été développé.

Ce modèle décrit l'état stationnaire de la boucle injectée, état où la puissance de chaque dent est directement liée à celle de la dent précédente. Sur un tour de boucle, chaque dent est amplifiée d'un facteur G par l'amplificateur optique et subit des pertes dans les différents éléments de la boucle (caractérisées par un coefficient de transmission noté T) pour former la dent suivante. En se basant sur cette description, la puissance de la n^{ème} dent dans la boucle est défini par la relation de récurrence suivante :

$$s_n = (G.T)^n s_0 \tag{4.2}$$

Cette simple relation décrit la décroissance exponentielle observée sur la forme des peignes sur la figure 4.3 (attention, échelle logarithmique en intensité). Mais pour bien comprendre l'étendue réelle des peignes obtenus, il est nécessaire de simuler également le niveau de bruit généré dans la boucle comme illustré sur la figure 4.4.

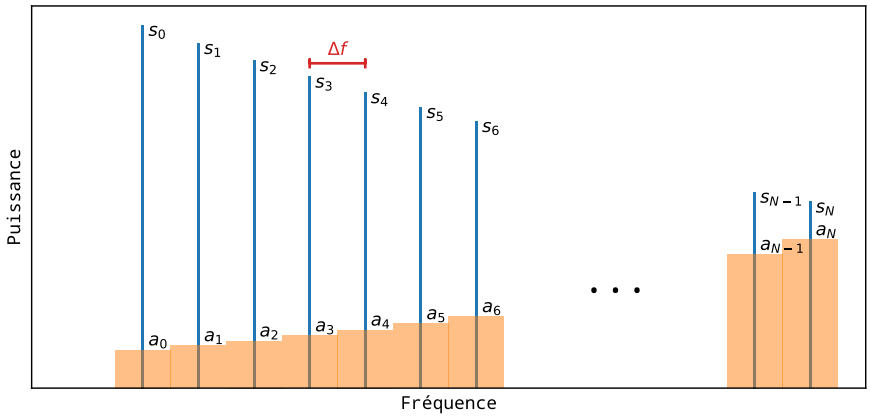


FIGURE 4.4 – Notations utilisées pour le modèle pour un peigne d'ISL Δf.

Les amplificateurs optiques émettent un excès de bruit ASE qui, amplifié par la boucle, va limiter (par un effet de saturation du gain) le nombre de dents visibles dans le peigne. Pour le modéliser, un élément de puissance de bruit constante sur une largeur Δf autour de la n^{ème} dent est définie et noté a_n. Il peut être exprimé comme la somme du terme d'émission ASE à la fréquence de la n^{ème} dent, noté ase_n, auquel s'ajoute le niveau de bruit autour de la précédente dent, amplifié et transmis par la boucle.

$$a_n = ase_n + (G.T)a_{n-1} \tag{4.3}$$

L'élément de bruit ase_n peut être exprimé à partir des caractéristiques de l'amplificateur optique [118, 119] comme :

$$ase_n = 2.n_{sp}.h.f_n.(G-1) \times \Delta f \tag{4.4}$$

avec n_{sp} le facteur d'émission spontanée, h la constante de Planck et f_n la fréquence de la n^{ème} dent.

La fréquence optique des dents du peigne étant beaucoup plus grande (THz) que l'étendue du peigne (dizaine MHz), f_n peut être considéré comme égal à f_0 et le niveau de bruit ASE généré par l'amplificateur optique peut être considéré comme constant sur l'ensemble du peigne, et égal à $a_0 = 2.n_{sp}.h.f_0.(G-1) \times \Delta f$.

L'équation (4.3) peut ainsi être reformulée comme :

$$a_n = a_0 + (G.T)a_{n-1} \tag{4.5}$$

d'où :

$$a_n = \sum_{k=0}^{n} (G.T)^k a_0 = \frac{1-(G.T)^{n+1}}{1-G.T} a_0 \tag{4.6}$$

avec,

$$G = e^{\frac{g_{SS}}{1+\frac{P_{tot}}{P_{sat}}}} \tag{4.7}$$

où g_{ss} est le gain de l'amplificateur pour les petits signaux, P_{sat} la puissance de saturation de l'amplificateur optique et $P_{tot} = P_{peigne} + P_{ASE}$ la puissance totale présente dans la boucle (avec $P_{peigne} = \sum s_n$ la puissance optique du peigne et $P_{ASE} = \sum a_n$ la puissance de bruit ASE). Ce gain n'est donc pas linéaire, et peut saturer pour les fortes puissances.

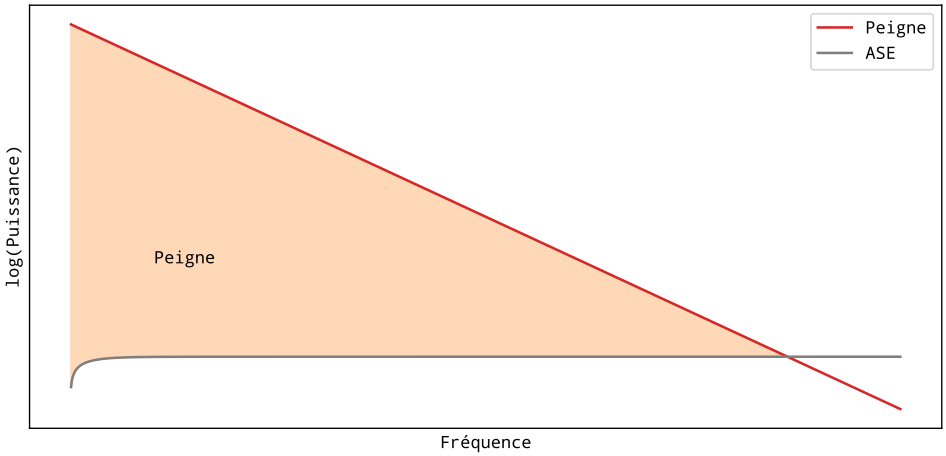


FIGURE 4.5 – Exemple de simulation obtenue à partir du modèle.

À partir de la transmission de la boucle, déterminée par une mesure des pertes dans les différents éléments de la boucle, et du gain G (pouvant être déterminé théoriquement à partir des caractéristiques de l'amplificateur [118] ou par une mesure de puissance) les équations (4.2) et (4.6) permettent d'obtenir une modélisation du peigne comme illustré en orange sur la figure 4.5.

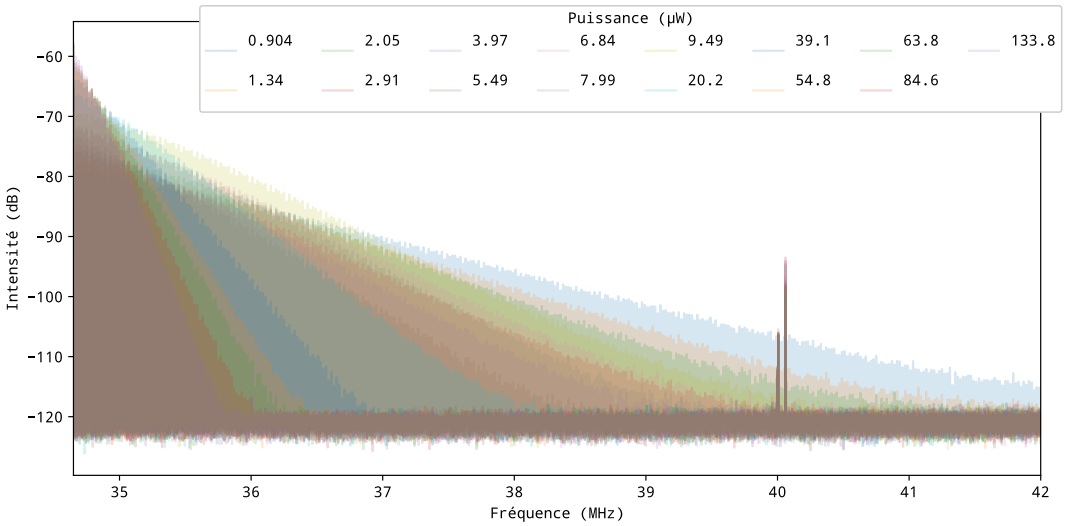


FIGURE 4.6 – Exemple de séries de données enregistrées pour différentes puissances d'injection dans la boucle. Quand la puissance injectée augmente, le gain sature. Les pertes dans la boucle étant maintenue constante, la diminution du gain a pour conséquence que la pente de l'enveloppe des peignes est de plus en plus abrupte à mesure que la puissance injectée augmente.

Les prédictions de ce modèle ont pu être été testées et validées par des séries de mesures (par exemple figure 4.6) dont les détails sont disponibles dans un article [120] placé en annexe A.1.

4.2 Spectroscopie à double peigne de fréquences

Les peignes obtenus avec ces boucles ont un ISL ajustable permettant de facilement fabriquer des peignes légèrement désaccordés, nécessaires à la spectroscopie à double peigne de fréquences. L'équipe OPTIMA a notamment mis en place une expérience utilisant deux boucles à décalage de fréquence injectées par une même source pour réaliser la spectroscopie en amplitude et en phase d'une raie d'absorption de cyanure d'hydrogène (HCN) [117]. Le principal problème de ce montage est la présence de fluctuations de longueurs des deux boucles, lesquelles créent des fluctuations de phase non communes aux deux bras. Pour compenser ces fluctuations, il est nécessaire d'ajouter une électronique de rétro-action rapide agissant sur un modulateur de phase présent dans une des deux boucles [117].

Pour palier à ces fluctuations sans électroniques supplémentaires, l'idéal serait d'utiliser une seule et unique boucle. Cette thèse fût l'occasion de monter une telle expérience (voir la figure 4.7) où la lumière est injectée dans la boucle dans les deux sens de circulation pour fabriquer deux peignes d'ISL différent.

Le montage est très similaire à celui présenté plus haut, le laser fibré (placé derrière un isolateur optique), est injecté dans les deux sens de la boucle via trois séparateurs fibrés. La lumière circulant dans les deux sens, il est nécessaire de n'utiliser dans la boucle que des éléments bidirectionnels et notamment de modifier l'amplificateur optique pour enlever les isolateurs optiques qu'il contient. Deux circulateurs fibrés permettent ensuite de séparer les deux sens de circulation sur une portion de boucle afin de les différencier. Sur cette portion, la lumière passe dans deux AOM différents pilotés par leur radiofréquence respective afin de fabriquer deux peignes d'ISL différents. Ainsi, circulant dans des sens opposés, se forment dans la boucle deux peignes qui, prélevés en sortie de boucle, peuvent être utilisés pour réaliser de la spectroscopie à double peigne de fréquences.

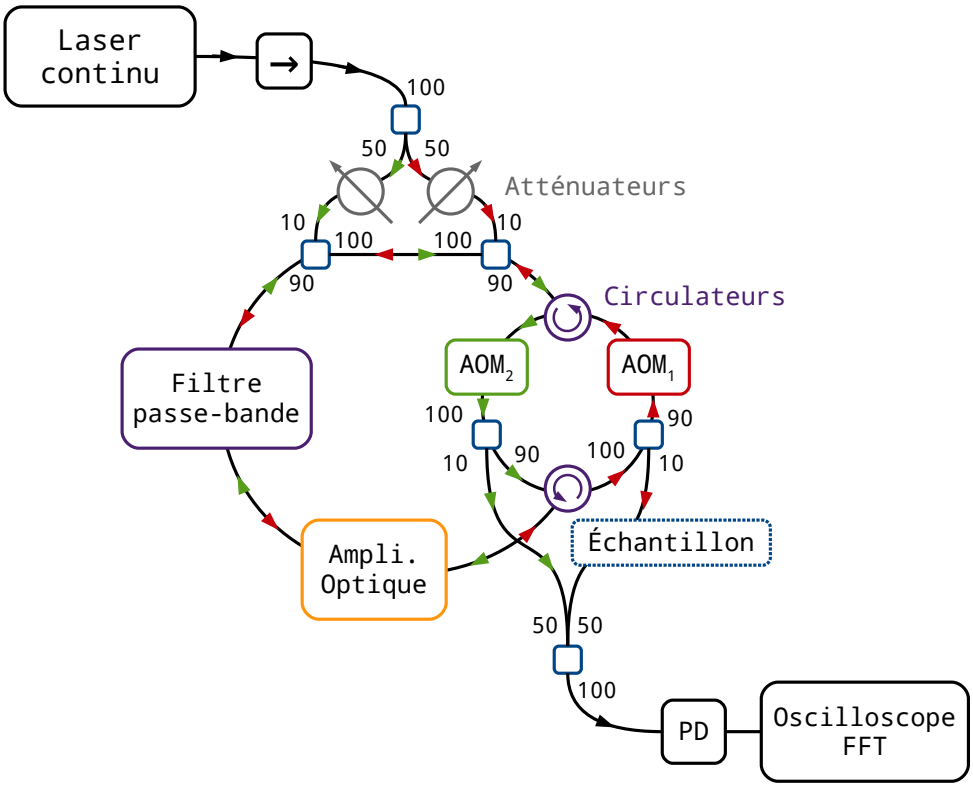


FIGURE 4.7 – Montage de spectroscopie à double peigne de fréquences dans une seule boucle à décalage acousto-optique. Tous les éléments utilisés sont bidirectionnels (notamment l'amplificateur optique qui a du être modifié pour l'occasion).

En maintenant les longueurs de fibres proches les unes des autres et en apportant un soin particulier pour isoler celles-ci des vibrations (fixations, boîte), les fluctuations relatives de phase des deux bras devraient être suffisamment petites pour permettre de réaliser l'expérience correctement. Il est également important d'avoir des surfaces en bout de fibre optique les plus propres possibles. La moindre réflexion et les deux peignes ne seront plus parfaitement séparés et le fonctionnement de la double boucle sera fortement perturbé. Il ne faut donc pas hésiter à polir à la main toutes les fibres présentes sur le montage.

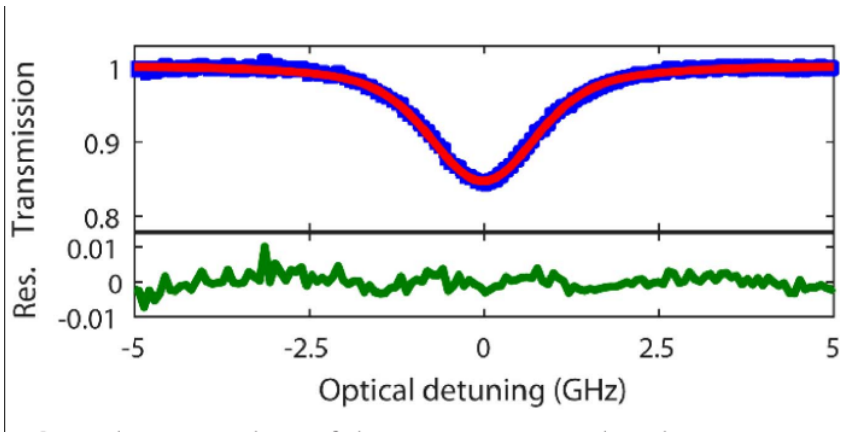


FIGURE 4.8 – Spectroscopie à double peigne de fréquences d'une raie d'absorption de HCN. Figure issue d'un article de Duràn *et al.* [121].

Une fois proprement installé, ce dispositif a permis de réaliser la spectroscopie d'une raie d'absorption de HCN sur une plage spectrale de 10 GHz autour de 1550

nm avec une résolution spectrale égale à l'ISL des peigne générés (75 MHz) en 1 seconde d'acquisition (moyenne de vingt acquisitions de 50 ms chacune), voir la figure 4.8 [121] (pour plus de détails, l'article complet est disponible en annexe A.2).

Ces boucles à décalage de fréquence permettent d'obtenir des peignes facilement modifiables. Si le nombre de dents est suffisant, ces boucles à décalage de fréquence devraient permettre d'obtenir des peignes larges de quelques dizaines de GHz pour réaliser confortablement de la spectroscopie d'absorption. De plus, la facilité de réglage de l'ISL permet d'adapter facilement la résolution spectrale du dispositif aux caractéristiques de la transition mesurée. Pour le moment, l'étendue des peignes générés par le montage est limitée par le bruit en fréquence du laser d'injection. En effet, des mesures de battement avec un peigne de fréquences auto-référencé tendent à montrer que son émission présente un pic large d'émission ASE d'une puissance comparable à l'émission laser. Ceci a pu être confirmé par l'obtention de peignes plus étendus avec un laser de meilleur facture. Il pourrait être intéressant d'utiliser un laser asservi sur une cavité en V ultra-stable, comme celle présentée dans la section 2.1.1.2, pour obtenir une source bien moins bruitée [69]. La mise en commun des compétences techniques des deux équipes d'encadrement de cette thèse, pourrait permettre d'obtenir des peignes plus larges permettant de réaliser une spectroscopie à double peigne de fréquences sur une gamme spectrale plus large. Pour le moment, il manque un peu de matériel, mais dans un avenir proche des premières expériences devraient voir le jour.

CONCLUSIONS

Ces travaux de thèse constituent les premières pierres de nouveaux développements en spectroscopie d'absorption à double peigne de fréquences. Ces développements, plus compactes et robustes, permettraient de réaliser des mesures larges bandes directement sur le terrain. Au début de cette thèse, l'idée de remplacer le second laser femtoseconde par la combinaison d'une cavité jumelles et d'un système AOM était mûre théoriquement mais toutes les démonstrations expérimentales restaient à faire.

Durant cette thèse, deux aspects principaux ont pu être étudiés expérimentalement et, par anticipation, des stratégies alternatives ont été envisagées et étudiées.

Les premières expériences de fabrication de peignes via des modules AOM ont permis de démontrer que celle-ci est simple à mettre en place (études réalisées avec deux montages très différents). Les peignes obtenus sont très adaptables et leur simplicité d'utilisation les rendent intéressants pour différents montages expérimentaux. Ils ont par exemple permis de réaliser une spectroscopie de modes de cavités qui, par la suite, a pu être améliorée pour étudier une géométrie de cavité particulière. La réussite de la fabrication de ces peignes confirme la faisabilité de la technique de génération du second peigne de fréquences nécessaire dans la méthode envisagée dans cette thèse.

Le second point important qu'il fallait tester était l'asservissement du laser via l'utilisation d'une cavité jumelle. Un tel asservissement pourrait ouvrir une voie complètement inédite dans la conception de montages simples et robustes. N'ayant pas accès à un laser femtoseconde pendant les premières années de la thèse, celui-ci a été étudié avec une source mono-fréquence afin de caractériser les déformations relatives entre les deux cavités jumelles mécaniquement liées par un tube en Inox. Les mesures réalisées ont permis d'améliorer le support de celle-ci pour atteindre des niveaux de déformations relatives proches de ce qui est nécessaire pour réaliser un bon asservissement. Malheureusement, la mesure n'étant pas évidente à réaliser, il n'a pas été possible de conclure complètement sur la faisabilité de celui-ci. Les résultats obtenus, limités par la technique utilisée, étaient suffisamment encourageants pour réaliser une première tentative d'asservissement et d'injections simultanées des deux cavités dès que le laser femtoseconde fût arrivé et fonctionnel (dernière année de thèse).

Cette tentative fût l'occasion de développer l'ensemble des électroniques nécessaires à l'asservissement par transmission et amplification Vernier, technique qui n'avait pour le moment jamais été utilisé dans l'équipe. Ces développements d'optimisation du bruit sur plusieurs électroniques de bases (détection à cadrants, générations des signaux de rampes) pourront servir lors de futurs développements au sein de l'équipe.

Malheureusement, le temps avec un laser femtoseconde fonctionnel a été un peu court pour conclure définitivement sur la possibilité de l'utilisation d'une cavité mécaniquement liée par un tube Inox. Il reste notamment du travail sur l'optimisation de l'électronique de PID afin de réaliser une injection stable et simultanée des deux cavités jumelles. Une fois ceci fait, il sera aisé de rassembler tous les éléments pour réaliser les premières mesures utilisant deux peignes de fréquences. Le trajet optique mis en place permet déjà de réaliser des modulations de fréquences sur le faisceau injecté dans la cavité haute finesse et ainsi fabriquer le second peigne. Après mélange, en sortie de cette cavité, de ce peigne avec celui intial, les battements pourront être mesurés sur une photodiode rapide et les premières mesures enregistrées. Lors de ces premières mesures, le système n'étant asservit qu'en un seul point et la cavité présentant de la dispersion, il va être compliqué d'injecter simultanément l'ensemble du peigne. Il est donc prévu de limiter la plage spectrale utilisée (soit par effet Vernier sur la cavité haute finesse, soit par filtrage spatial de sa sortie après un réseau). Dès les premiers battements observés, il sera rapidement possible d'enregistrer les premières absorptions moléculaires, notamment celle de l'oxygène, pour valider le bon fonctionnement de la technique. Par commodité, ces premières mesures pourront être réalisées avec une résolution dégradée par stabilité insuffisante. Ensuite, il sera temps d'optimiser les différents éléments pour obtenir une stabilité suffisante permettant d'atteindre la résolution ultime de l'instrument en résolvant individuellement les différentes dents des peignes.

Mais tout ceci repose sur le fait que les déformations relatives de longueur des deux cavités jumelles mécaniquement liées par un tube d'Inox sont suffisamment petite pour permettre le bon fonctionnement du montage. Si tel n'est pas le cas, de nouvelles cavités jumelles mécaniquement liées pourront être construites afin de diminuer au maximum les déformations relatives des deux cavités. Une première idée simple serait de réaliser une cavité constituée d'un cylindre plein en aluminium ou Inox. Celle-ci serait un peu plus difficile et chère à construire, mais pourrait être plus rigide permettant d'obtenir des déformations relatives suffisamment moindres. Si une telle cavité ne répond pas aux impératifs de stabilité, une modélisation mécanique plus poussée pourrait permettre d'étudier et fabriquer des formes mécaniquement plus complexes pour minimiser les déformations relatives des deux cavités.

Au bilan, le non-aboutissement de la mise en place du montage étudié lors de cette thèse est un peu frustrant et pourrait être vu comme quelque chose de dommageable. Pour le moment, aucune certitude sur la faisabilité de la technique ne peut être tirée. Il semblerait que celle-ci pourrait fonctionner, mais il manque une mesure utilisant tous les éléments fonctionnant de concert. En réalité, cette impossibilité de conclure sur les déformations relatives et l'absence de laser femtoseconde m'ont poussé à explorer de nouveaux chemins qui se sont avérés extrêmement intéressants et prometteurs.

Il a été nécessaire d'envisager la possibilité que les cavités jumelles mécaniquement liées ne soient une solution viable. L'idée fût de développer des solutions ne reposant pas sur un couplage mécanique des deux cavités mais sur une unique cavité physique dont les propriétés se différencient selon la polarisation ou la longueur d'onde et obtenir ainsi deux cavités de finesses différentes. Ces travaux de thèse furent l'occasion d'étudier tout particulièrement une proposition reposant sur une géométrie de cavité en V dont l'angle de replis est suffisamment grand pour développer des propriétés nouvelles sur les polarisations. Cette cavité s'est avérée un objet particulièrement intéressant dont l'étude a finalement pris une part importante dans cette thèse. Durant celle-ci un modèle prédictif des propriétés selon la polarisation de ces cavité en V a été développé. Il a notamment permis de prévoir de façon satisfaisante la position des modes de cavité et le phénomène de *splitting* en fonction

de l'axe de la polarisation injectée. Cette étude a demandé de déterminer la structure des miroirs utilisés, laquelle sera utile pour l'équipe car ceux-ci sont présents dans plusieurs montages. Il est regrettable de ne pas avoir obtenu plus d'informations de la part du fabricant, ce qui aurait permis d'obtenir une bien meilleure description des propriétés des miroirs. Ce modèle de cavité en V a permis de montrer que la géométrie de la cavité fabriquée n'est pas optimale pour l'asservissement envisagé. C'est un type de cavité qui est extrêmement prometteur pour notre projet de spectroscopie à double peigne de fréquences, pour peu que l'on travaille à une longueur d'onde où les modes des deux polarisations sont bien séparés. Ce type de cavité permettent, par leurs propriétés, d'envisager de nouvelles stratégies pour la conception d'instruments.

Cette étude de cavité en V a vu son aboutissement dans la mesure de ses phases de Gouy. Il s'agit d'une jolie expérience permettant facilement de réaliser une spectroscopie de modes de cavité en exploitant efficacement la stabilité intrinsèque du verrouillage par rétroaction optique et obtenir ainsi un montage avec des performances à l'état de l'art sur la mesure de la phase de Gouy. Sa simplicité pourrait permettre de plus facilement utiliser de telles mesures de phases de Gouy dans des applications comme la mesure précise de distances, d'indice de réfraction ou encore de gravimétrie. Le montage actuel pourrait être facilement amélioré avec un peu de matériel pour utiliser des AOM de plus large bande pour réaliser des mesures uniquement différentielles et atteindre des records de précision.

En parallèle de ces travaux au sein de l'équipe LAME, cette thèse fût l'occasion d'étudier des boucles à décalage de fréquence. Ces montages, entièrement fibrés, permettent de facilement fabriquer des peignes de fréquences extrêmement modulables avec du matériel compact. Le travail de laboratoire réalisé durant cette thèse a permis la mise en place d'un premier modèle descriptif permettant de mieux comprendre l'état stationnaire de ces système et d'évaluer l'étendue des peignes obtenus. Ces travaux furent également l'occasion de jeter les bases d'une collaboration entre les deux équipes qui aboutira, peut-être, par la mise en commun de leurs différentes compétences. De cette collaboration des améliorations permettant d'obtenir de bien meilleurs peignes avec la boucle à décalage de fréquence ainsi que des expériences plus poussées en spectroscopie pourraient voir le jour.

Au bilan, ces travaux de recherches expérimentaux sont très éclatés sur diverses thématiques. Ceux-ci restent des travaux exploratoires, ils ouvrent plusieurs voies qui devront être reprises et approfondies par d'autres. Ces premières pierres n'ont pas encore permis révélé l'ensemble de leurs possibilités, mais plusieurs aspects sont très prometteurs et j'espère que ceux-ci seront repris à l'avenir.

ANNEXE A

ARTICLES PUBLIÉS

A.1 Optimization of acousto-optic optical frequency combs

Research Article | Vol. 27, No. 10 | 13 May 2019 | OPTICS EXPRESS 14842

Optics EXPRESS

Optimization of acousto-optic optical frequency combs

NITHYANANDAN KANAGARAJ,[1] LEO DJEVARHIDJIAN,[1] VICENTE DURAN,[1,2] COME SCHNEBELIN,[1] AND HUGUES GUILLET DE CHATELLUS[1,*]

[1] *Univ. Grenoble Alpes, CNRS, LIPhy, 38000 Grenoble, France*
[2] *GROC-UJI, Institut of New Imaging Technologies, Universitat Jaume I, 12071 Castello, Spain*
[*] *hugues.guilletdechatellus@univ-grenoble-alpes.fr*

Abstract: Acousto-optic optical frequency combs can easily produce several hundreds of mutually coherent lines from a single laser, by successive frequency shifts in a loop containing an acousto-optic frequency shifter. They combine many advantages for multi-heterodyne interferometry and dual-comb spectroscopy. In this paper, we propose a model for an intuitive understanding of the performance of acousto-optic optical frequency combs in the steady state. Though relatively simple, the model qualitatively predicts the effect of various experimental parameters on the spectral characteristics of the comb and highlights the primordial role played by the saturation of the gain medium in the loop. The results are validated experimentally, offering a new insight in the performance and optimization of acousto-optic frequency combs.

© 2019 Optical Society of America under the terms of the OSA Open Access Publishing Agreement

1. Introduction

Optical frequency combs (OFCs) have led to numerous achievements in metrology, with dual-comb spectroscopy being one of the most paradigmatic applications [1–4]. Various sources of OFCs have been proposed over the years, including mode-locked lasers [5] and electro-optic OFCs [6]. Mode-locked lasers are capable of providing thousands of mutually coherent sharp lines. In these combs, the relative spacing between modes is set by the free spectral range (FSR) of the optical cavity, while the central frequency is fixed by the so-called carrier-to-envelope offset frequency. Because of the intrinsic drifts of the free-running cavity, both the FSR and the central frequency of the comb fluctuate over time. Efficient stabilization techniques have been proposed to control these two comb parameters, but they involve relatively complex and expensive locking systems [5]. Despite their high performance, a major disadvantage of mode-locked OFCs is the fact that the FSR is fixed by the length of the cavity, and it is not easily adjustable. To overcome these limitations, more flexible sources of OFCs have emerged over recent years. Electro-optic frequency combs are produced by phase and/or intensity modulation of a CW laser. The latter sets the central frequency of the comb and can be stabilized by means of an atomic or molecular transition, or a high-finesse cavity [7]. The comb FSR is equal to the frequency of the signal applied to the modulators. This system has obvious advantages over mode-locked OFCs, in terms of simplicity and tunability, but the bandwidth of the combs generated are limited to a few tens of lines [6]. As a consequence, methods such as the propagation in a highly non-linear fiber become indispensable to significantly extend the comb's bandwidth, but only at the cost of an increased complexity [7–9].

Of late, a different architecture has been proposed based on the successive shifts in frequency of a CW laser in a frequency shifting loop (FSL) [10–14]. The FSL typically contains a frequency shifter, an optical amplifier to compensate for the losses in the loop, and a tunable bandpass filter (TBPF). An input coupler enables to seed the loop with the CW laser, while an output coupler extracts a fraction of the field traveling in the FSL. The role of the TBPF is two-fold: (i) to control the number of lines, and (ii) to limit the spectral bandwidth of the amplified spontaneous

#360519 https://doi.org/10.1364/OE.27.014842
Journal © 2019 Received 21 Feb 2019; revised 19 Apr 2019; accepted 20 Apr 2019; published 8 May 2019

Optics EXPRESS

emission (ASE) inside the loop. Most of the approaches developed so far have made use of electro-optic (EO) modulators as frequency shifters (EOFS), so as to provide comb FSRs in the tens of GHz range, an option suitable for telecom applications [10]. However, due to the modest efficiency of single sideband EOFS and the detrimental role played by the ASE, the number of lines is generally limited only to a few tens [12].

Recently, we have demonstrated a particularly simple and robust FSL-based source of OFCs, involving an acousto-optic frequency shifter (AOFS) [15]. As compared to EOFSs, AOFSs are relatively simpler (no bias voltages are needed), and arguably efficient in terms of performance. Moreover, the extinction ratio of AOFSs exceeds 50 dB, whereas EOFSs produce an inevitable third harmonic, resulting in cross-talk effects in the generated comb lines [10], which is detrimental to OFC based applications. AOFSs typically induce a frequency shift in the tens to hundreds of MHz range, which can be positive or negative, depending on the acousto-optic interaction considered. Notice that placing in series two frequency shifters of opposite sign leads to arbitrarily small frequency shifts [16], thus making it possible to control the comb FSR over orders of magnitude, from DC to hundreds of MHz. We have shown that this so-called acousto-optic optical frequency comb (AO-OFCs) can contain more than 1000 mutually coherent lines, covering a bandwidth that exceeds 100 GHz, without the need for high-speed electronics [17, 18]. Recently, we have demonstrated the capability of this system for both self-heterodyne and dual-comb spectroscopy [16].

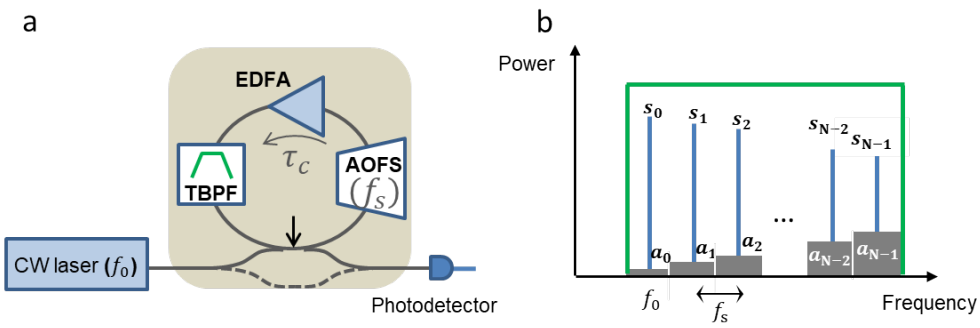


Fig. 1. (a) Sketch of an AO-FSL. The loop (travel time: τ_c) contains an amplifier (EDFA), an AOFS (driven at f_s), and a tunable bandpass filter (TBPF). Heterodyning the output of the FSL with the seed laser and performing a numerical Fourier transform enables one to record the AO-OFC. All power values considered in the model (s_n and a_n) are taken at the location of the arrow, i.e., between the input, and the output coupler. (b) Spectrum at the output of the FSL. The width of the flat-top TBPF (in green) is equal to Nf_s. The power of the line labelled by n is denoted by s_n. a_n is the ASE power in a frequency band of bandwidth f_s, centered around $f_n = f_0 + nf_s$.

In this paper, we propose an intuitive theoretical model to evaluate the functionality of AO-OFCs, and to optimize its performance depending on the system parameters. Our model is based on some simple yet valid hypotheses pertaining to AO-FSL as follows: (i) the system is considered to be in the steady state, (ii) the gain is the same for all the comb teeth, which is justified by the fact that the optical amplifiers considered here involve homogeneously broadened gain media, and (iii) the optical bandpass filter in the loop has an ideal flat-top transmission function (Fig. 1). With these assumptions, we can predict the typical exponential envelope of the AO-OFC, the power of the comb lines, and the spectral dependence of the ASE. The model proves the primary role of the gain saturation of the amplifier, and allows us to understand the

Optics EXPRESS

influence of numerous experimental parameters, such as the filter bandwidth, the comb FSR, the power of the injection laser, the transmission coefficient of the loop, the small signal gain of the amplifier and its noise figure. Following the theoretical understanding of the AO-OFCs, the second part of the manuscript is dedicated to the experimental validation of the model by recording the AO-OFC under various experimental conditions.

2. Theoretical model

As said, an AO-FSL includes an amplifier, an optical TBPF, and an AOFS driven at f_s (Fig. 1) [15–20]. The first coupler seeds the loop with a narrow-linewidth CW laser (< kHz), at the frequency f_0. We define s_0 as the power of the seed laser injected in the FSL. The second coupler enables to extract a fraction of the light traveling in the FSL. Owing to the successive frequency shifts in the loop, the output spectrum is a frequency comb, starting from f_0 and whose teeth are spaced by f_s. We define f_n as the frequency of the tooth number n, such that $f_n = f_0 + nf_s$. The total number of teeth, N, is in principle set by the bandwidth of the optical TBPF. Our model is based on the fact that in the steady-state, the power of the comb tooth n, denoted as s_n, is equal to the product of the power of tooth $n-1$ (s_{n-1}), and the *net* power transmission coefficient of the loop. We define this coefficient as $G \times T$, where G is the amplification factor introduced by the gain medium, and T is the power transmission coefficient of the loop excluding the amplifier. The recurrence relation $s_n = G \times T \times s_{n-1}$ leads to:

$$s_n = (G \times T)^n s_0. \tag{1}$$

It is obvious that the above expression manifests in an exponential variation of the comb envelope, which is an increasing (resp. decreasing) function when $G \times T > 1$ (resp. $G \times T < 1$). We now define a_n as the ASE power in a frequency band of width f_s, centered around f_n. Similarly, in the steady state, a_n is equal to the product of a_{n-1} by the power transmission coefficient of the round-trip loop, plus an additional term corresponding to the excess of ASE power emitted by the amplifier in a bandwidth of f_s. The latter is equal to: $a_0 = 2n_{sp}h\nu(G-1)f_s$, where n_{sp} is the spontaneous emission factor ($n_{\mathrm{sp}} > 1$), and h and ν (here, $\nu = f_n$) are respectively the Planck's constant and the central frequency of the photons [21,22]. It is worth noting that n_{sp} can be related to the noise figure of the amplifier by: $NF = 10\log(2n_{\mathrm{sp}})$ [21]. Since the central frequency of the comb is orders of magnitude larger than its bandwidth, f_n can be approximated by f_0 for all values of n. Therefore, the resulting ASE power in the spectral band around f_n can be written as:

$$a_n = G \times T \times a_{n-1} + a_0, \tag{2}$$

where $a_0 = 2n_{\mathrm{sp}}hf_0(G-1)f_s$. Then:

$$a_n = \Sigma_{k=0}^{n}(GT)^k a_0 = \frac{1-(GT)^{n+1}}{1-GT}a_0. \tag{3}$$

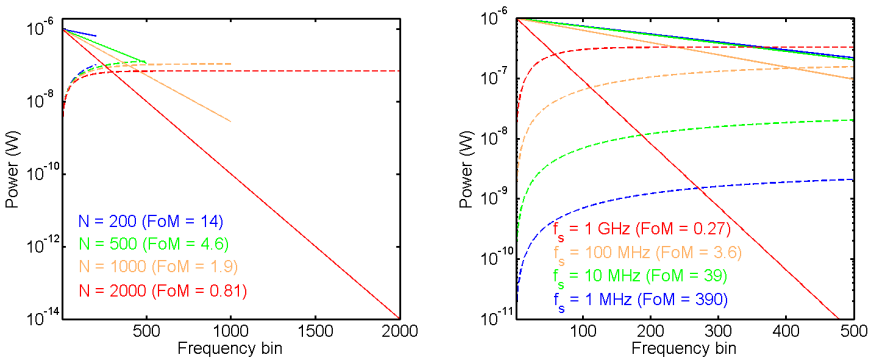
Finally, the amplification factor is given by [22,23]:

$$G = \exp\left(\frac{g_{ss}}{1+\frac{P_{\mathrm{tot}}}{P_{\mathrm{sat}}}}\right), \tag{4}$$

where g_{ss} is the (dimensionless) small signal gain and P_{sat} is the saturation power of the amplifier. We also define $G_{ss} = \exp(g_{ss})$ as the small signal amplification factor of the amplifier. The total power (P_{tot}) in the loop can be expressed as $P_{\mathrm{tot}} = P_{\mathrm{OFC}} + P_{\mathrm{ASE}}$, where $P_{\mathrm{OFC}} = \Sigma_{n=0}^{N-1}s_n$ and $P_{\mathrm{ASE}} = \Sigma_{n=0}^{N-1}a_n$. Finally, it is convenient to define the figure of merit of the AO-OFC as: $\mathrm{FoM} = P_{\mathrm{OFC}}/P_{\mathrm{ASE}}$.

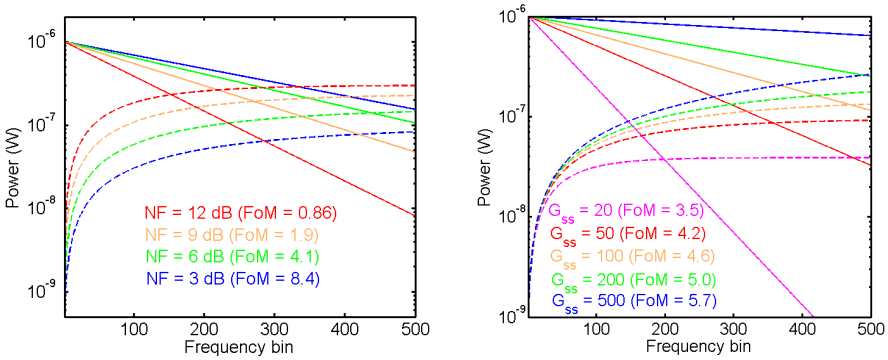
Optics EXPRESS

Equations (1)–(4) are sufficient to determine the spectrum at the output of an injected AO-FSL, that is, the power of the comb teeth and of the ASE. To provide a comprehensive picture of the characteristics of the AO-OFCS, in what follows, we briefly investigate the influence of various experimental parameters, such as the width of the TBPF (*i.e.* the number of teeth, N), the comb FSR (f_s), the seed power (s_0), the noise figure (NF), the small signal amplification factor of the amplifier (G_{ss}), and the transmission coefficient of the loop (T). To highlight the effect of the individual parameters on the output spectrum, without any loss of generality, we keep the rest of the system parameters constant. We choose to represent the power of comb teeth (s_n, solid lines) and the ASE (a_n, dashed lines) as a function of the frequency bin labeled by n [Figs. 2–4]. For all plots, we also compute the corresponding FoM.



(a) (b)

Fig. 2. Influence of (a) the filter bandwidth (number of comb lines) and (b) the FSR on the comb (solid lines) and on the ASE spectrum (dashed lines). Unless specified in the plots, the default parameters have the following values: $\lambda_0 = c/f_0 = 1.55$ μm (wavelength of the seed laser), $N = 500$, $s_0 = 1$ μW, $G_{ss} = 100$, $P_{sat} = 300$ μW, $T = 0.1$, $f_s = 80$ MHz, and $NF = 5.5$ dB.



(a) (b)

Fig. 3. Role of characteristic parameters of the amplifier on the comb and ASE: (a) noise figure of the amplifier, and (b) small signal amplification factor.

It is apparent from Fig. 2 that the plots corresponding to the comb lines are linear in logarithmic scale; this behaviour is attributed to the exponential variation of the comb envelope, evidenced

Optics EXPRESS

by Eq. (1). Depending on the control parameters set by the experimental conditions, the shape of the ASE spectrum changes from a logarithmic function to an approximately constant value. The effect of the filter bandwidth on the output spectrum is shown in Fig. 2(a). In this plot, it can be seen that any increase in the filter bandwidth provides more spectral lines, but this leads to a higher negative slope of the comb, as a result of the saturation of the amplifier gain. Another tunable parameter in the loop is the FSR, which in AO-OFCs is set by the frequency of the signal driving the AOFS. We show in Fig. 2(b) the slope of the frequency comb and the ASE power for different values of the FSR. Note that the ASE grows significantly when the FSR is increased, which has a detrimental effect on the comb, accentuating the negative slope of the spectrum, due to the effect of gain saturation.

We show in Fig. 3 the characteristics of two important amplification parameters of AO-OFCs, namely, the noise figure of the amplifier, and the small signal gain. As expected, increasing the noise figure of the amplifier makes the power of ASE grow inside the loop. The saturation of the gain thus entails a reduction in the power of the comb [Fig. 3(a)]. Concerning the small signal gain, its influence is straightforward, since a higher value of G_{ss} produces a monotonous increase of both the power of the frequency comb and the ASE, as shown in the Fig. 3(b).

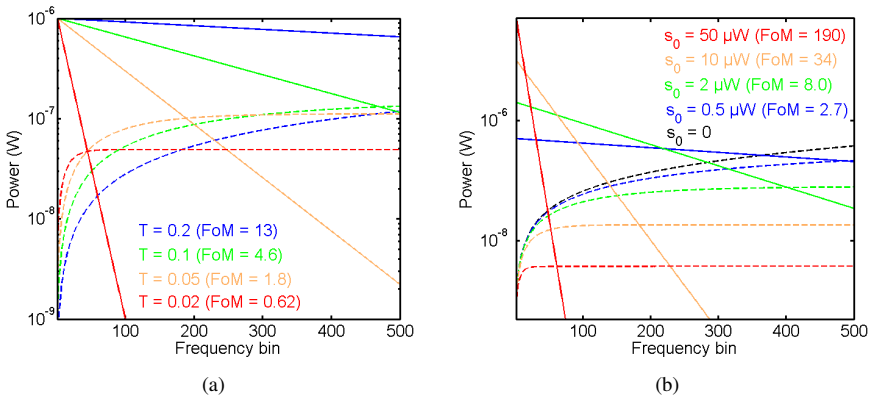


Fig. 4. Influence of (a) the transmission coefficient of the FSL and (b) the injection power on the comb and ASE spectrum.

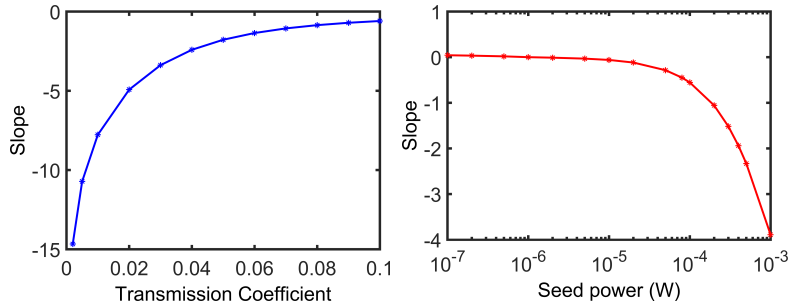
In Fig. 4(a), we show the effect of the transmission coefficient T, which is in a way equivalent to vary the losses of the loop. As can be observed, the decrease of T leads to a high negative slope (and then to a reduced bandwidth), owing to the fact that the saturation of the gain does not make it possible to compensate for the increase in the loop losses. As one of the important control parameters of the system, we study the effect of the seed power in the output spectrum for some representative values of s_0, as is depicted in Fig. 4(b). As expected, the increase of s_0 reduces the number of comb lines due to the strong gain saturation at high seed powers.
For additional insight, the slope of the comb envelope is calculated as:

$$\text{slope} = 10\log(s_{n+1}/s_n), \tag{5}$$

where the comb power is deduced from Eqs. (1)–(4). Figure 5 represents this slope as function of the two parameters T and s_0. As expected, the comb envelope becomes flatter as the transmission coefficient of the loop is increased, and also when the injection power is decreased.

Finally, a particularly interesting case for practical applications, is the ideal situation where all comb teeth have the same power (flat-top OFC). Then $G = 1/T$, and the expressions of s_n and

Optics EXPRESS



(a) (b)

Fig. 5. (a) Variation of the comb slope with the transmission coefficient (T) for the following parameters: $N = 500$, $s_0 = 1$ μw, $G_{ss} = 20$, $P_{sat} = 30$ μW, $f_s = 80$ MHz, and $NF = 5.5$ dB. (b) Variation of the comb slope with the seed power s_0 ($N = 500$, $G_{ss} = 100$, $P_{sat} = 700$ μW, $T = 0.1$, $f_s = 80$ MHz, and $NF = 5.5$ dB).

a_n are particularly simple: $s_n = s_0$, and $a_n = (n+1)a_0$. The total comb and ASE powers write respectively: $P_{\mathrm{OFC}} = Ns_0$ and $P_{\mathrm{ASE}} = N(N+1)a_0/2$. Finally, the FoM writes:

$$\mathrm{FoM} = \frac{s_0}{(N+1)n_{sp}hf_0(1/T-1)f_s} \simeq \frac{Ts_0}{n_{sp}hf_0Nf_s}. \tag{6}$$

This relationship highlights the parameters that play a critical role in the FoM. Interestingly, the AO-OFC FoM scales as the inverse of the total bandwidth (Nf_s), which provides an intrinsic limitation to the generation of broadband AO-OFCs. On the other hand, increasing T (*i.e.* minimizing the losses of the FSL), and increasing the seed power both enhance the FoM.

3. Experimental results

In order to validate the model, we performed a number of experiments on a fiber-based FSL. We particularly restricted ourselves to the influence of two readily controllable parameters in our setup, namely, the injection power and the losses of the loop. The setup we developed consists of a polarization-maintained fiber-optic loop, injected with a narrow linewidth CW laser (<kHz) at 1550 nm. The seed power is adjusted via a variable optical attenuator and measured using a power meter. As described earlier, the loop includes a TBPF and an Erbium-doped fiber amplifier (EDFA), see Fig. 1. The FSL travel time (τ_c) is $\approx$ 110 ns, a value that is set by the length of the fiber loop. In the present configuration of FSL, we employ two AOFSs that introduce frequency shifts with opposite signs, so as to produce a net (positive) shift equal to 50 kHz. The choice of this value is determined by the bandwidth of our detection system: since the optical comb is measured by heterodyning with a fraction of the injection laser, the bandwidths of the AO-OFC and of the RF signal produced by the photodetector are equal (no bandwidth compression) [16]. As a consequence, the spectral bandwidth of the comb must be less than the detection bandwidth (100 MHz in our case). In order to reduce the effect of intra-mode beat notes (produced by the interference of comb modes themselves), the power of the reference arm (dashed line in Fig. 1) is much higher that the average power emerging from the FSL. Since the comb FSR is much smaller than the frequency resolution of the TBPF (a few GHz), one cannot consider here the filter transfer function as a perfect flat-top with steep edges, but rather as a super-Gaussian profile, with a minimum bandwidth of a few GHz. However we adjusted the filter window, so that its central frequency corresponds to f_0. Since the total bandwidth of the comb does not exceed 100 MHz, therefore, we can consider that all comb lines encounter the same transmission coefficient.

Optics EXPRESS

It is worth mentioning that, although the self-heterodyne technique is widely adapted to measure the comb lines, in most cases our technique fails to provide an accurate measurement of the ASE spectrum. This is due to the limited dynamic range of our detection chain. The latter is based on a 12 bits digital oscilloscope, which sets a limitation on the smallest detectable optical power. More precisely, the power ratio between the reference laser and the ASE (a_0) is typically 100 dB, much larger than the dynamic range of the detection chain (72 dB). Therefore, we limit our experimental measurements to the characterization of the comb lines.

In a first set of experiments, illustrated in Fig. 6, we show the exponentially decreasing shape of the spectrum predicted by our theoretical model. The insets on display in Fig. 6 are for visual clarity to appreciate combs individual characteristics at different frequency range. In Fig. 7 we also plot the slope of the comb under different experimental conditions by maneuvering the amplification factor G and the transmission coefficient T.

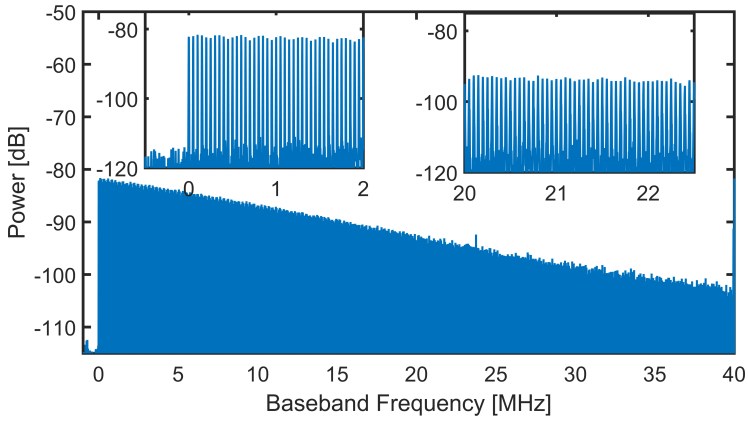


Fig. 6. Representative example of heterodyne measurement of an AO-OFC for f_s = 50 kHz. More than 800 lines are generated in the FSL. The ripples in the left inset are due to numerical artefacts of the digital sampling oscilloscope.

To do this, we measure the transmission coefficients across all components of the loop excluding the EDFA, such as couplers, connectors, TBPF, AOFS and fibers. The transmission coefficient T is the product of the transmission coefficients of all the components of the loop. Particularly, we can reliably control T by varying the amplitude of the signal applied to the AOFSs, as it directly affects the diffraction efficiency of the shifter and thus accounts for the AOFS loss. The amplification factor G of the gain medium is measured by inserting two 10 dB couplers before and after the EDFA, and measuring the input and output powers. We evaluate the slope of the spectrum for about 60 sets of parameters, by varying the pump current of the EDFA (i.e., the value of G), the transmission coefficient T, and the power of the seed laser s_0. The computed slope critically depends on the product $G \times T$ of the loop as shown in Fig. 7. It is observed that as long as the product $G \times T$ is less than 1, the experimental points follow the theoretical curve (in red) based on Eq. (1), which is a clear manifestation that the proposed model satisfactorily agrees with the experimental measurements. On the other hand, when the quantity $G \times T$ is greater than unity (which can be obtained at high pump current of the EDFA), the spectra obtained experimentally are very unstable, and the comb slope remains negative. This apparent contradiction is likely to come from the fact that the experimental determination of the gain by the method described above is overestimated here, since in this case, the EDFA generates a high level of ASE.

Optics EXPRESS

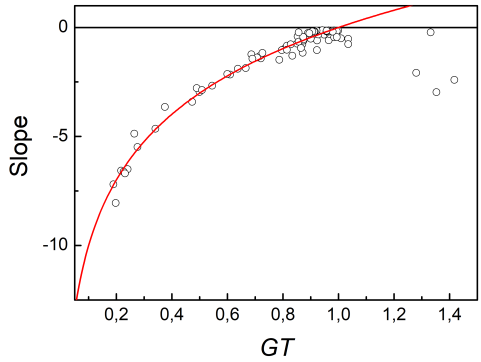


Fig. 7. Slope of the comb envelope measured in different experimental conditions, as a function of the product $G \times T$. The red curve is the function: slope $= 10\log(G \times T)$.

For a comprehensive picture and to facilitate comparison with the theoretical prediction illustrated in Fig. 4, we show the influence of T and s_0. It is clear from Fig. 4 and Fig. 8 that the global trend of OFCs obtained from both theory and experiment agrees fairly well. Additional insight can be inferred by comparing the theoretically computed slope [Fig. 5] with the slope obtained from the experimental recordings shown in Fig. 9. Again, a qualitative agreement is apparent between theory and experiment.

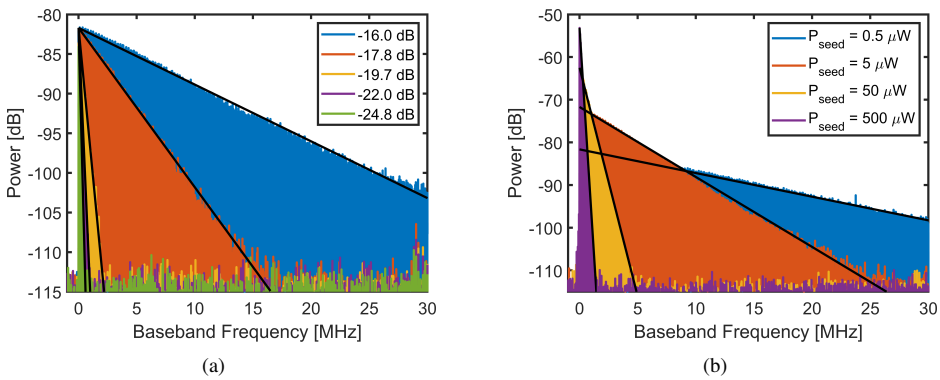
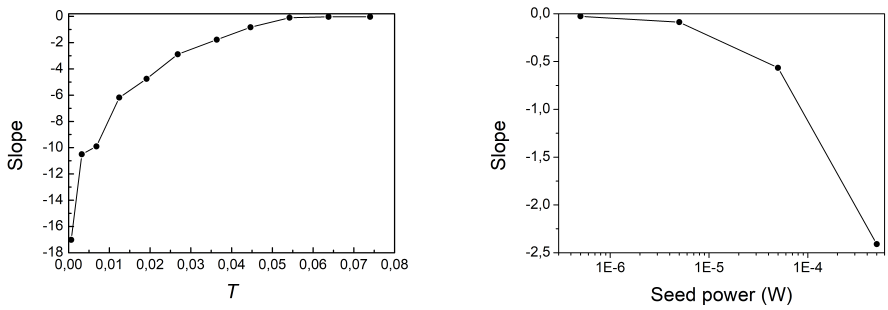


Fig. 8. (a) Influence of the transmission coefficient of the FSL (T, in dB) on the AO-OFC. (b) Influence of injection power.

4. Discussion and conclusions

We have proposed a simple yet efficient theoretical model for an intuitive understanding of the performance and optimization of acousto-optic frequency combs in the steady-state. The model is based on several valid hypotheses pertaining to an all-fiber FSL. By taking into account the effect of saturation of the gain and the amplified spontaneous emission, our model has demonstrated to predict the shape of the comb. The expressions to describe the envelope of the comb spectrum (as well as the ASE power) have been deduced from a recurrence relation between the teeth of the OFCs. We have found that the shape of the comb is described by a decreasing exponential function, which corresponds to a straight line with negative slope in the logarithmic scale. This

Optics EXPRESS



(a) (b)

Fig. 9. Experimental variation of the comb slope with (a) the transmission coefficient, and (b) the seed power.

exponential envelope is directly related to the product of the EDFA amplification factor, G, and the transmission coefficient of the FSL excluding the EDFA, T. We studied the influence of several parameters, such as the comb FSR, the number of lines (or, equivalently, the bandwidth of the optical filter), the transmission coefficient of the loop, the power of the injection laser, the small gain signal, and the noise figure of the amplifier. These results help us to define the key parameters, that enable to optimize the AO-OFC. In all cases, using amplifiers with small noise factor and reducing the losses of the loop (*i.e.* increasing the transmission of the loop) have a positive influence on both the comb flatness and the FoM. The saturation power of the amplifier is also an important parameter. Producing broadband combs with constant line power would require maintaining the gain level to $G = 1/T$ over a large bandwidth. This can be achieved by means of amplifiers with a large saturation power. However, the seed power has a more subtle influence. For instance, increasing the injection power tends to increase the FoM, but to decrease the comb slope. Therefore, the parameters should be defined according to the target. Once the above key points are taken into account in the loop design, one can produce a broad comb with a large number of lines and a very small power decrease along the entire optical spectrum (see, for instance [17]). We have proven that our model can support a number of experimental observations under different settings. Thus, we have experimentally verified that the shape of the comb is effectively exponential decreasing, and that the slope is related to the net transmission coefficient of the loop, $G \times T$. We have also shown the influence of the injection power on the saturation of the amplifier and on the comb shape. It is worth noting that the present theoretical model considers the filter with a flat-top transmission function. To account for more realistic experimental conditions, one can easily modify Eqs. (1) and (3) by considering the spectral dependence of the filter's transmission.

To conclude, an AO-OFC is an easily implementable and emerging technique for the generation of high quality broadband OFCs, which can find applications, beyond spectroscopy, in many cutting-edge areas of technology, such as distance ranging and fiber sensing [24–27]. Despite its relative simplicity, the present model is a valuable tool to optimize the comb performance, depending on the targeted application. Besides, it is a step-forward towards the comprehensive understanding of AO-FSLs. A more complete model to describe the propagation of light inside the loop, taking into account the dynamics of the gain medium using laser rate equations, will be published elsewhere.

Optics EXPRESS

Funding

Agence Nationale de la Recherche (ANR) (ANR 14-CE32-0022, ANR-16-ASTR-015), Direction Générale de l'Armement (DGA ANR-16-ASTR-015), Université Grenoble-Alpes (AAP AGIR, pôle PEM, 2016), Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades (RYC-2017-23668).

Acknowledgments

We acknowledge Vincent Billault and Vincent Crozatier (Thales Research and Technology) for useful discussions.

References

1. T. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch, "Optical frequency metrology," Nature **416**, 232–237 (2002).
2. I. Coddington, N. Newbury, and W. Swann, "Dual-comb spectroscopy," Optica **3**, 414–426 (2016).
3. D. A. Long, A. J. Fleisher, K. O. Douglass, S. E. Maxwell, K. Bielsk, J. T. Hodges, and D. F. Plusquellic, "Multiheterodyne spectroscopy with optical frequency combs generated from a continuous-wave laser," Opt. Lett. **39**, 2688–2690 (2014).
4. V. Durán, S. Tainta, and V. Torres-Company, "Ultrafast electro-optic dual-comb interferometry," Opt. Express **23**, 30557–30569 (2015).
5. I. Coddington, W. C. Swann, and N. R. Newbury, "Coherent multiheterodyne spectroscopy using stabilized optical frequency combs," Phys. Rev. Lett. **100**, 013902 (2008).
6. V. Torres-Company and A. M. Weiner, "Optical frequency comb technology for ultra-broadband radio-frequency photonics," Laser Photonics Rev. **8**, 368–393 (2014).
7. K. Beha, D. C. Cole, P. Del Haye, A. Coillet, S. A. Diddams, and S. B. Papp, "Electronic synthesis of light," Optica **4**, 406–411 (2017).
8. G. Millot, S. Pitois, M. Yan, T. Hovannysyan, A. Bendahmane, T. W. Hänsch, and N. Picqué, "Frequency-agile dual-comb spectroscopy," Nat. Photonics **10**, 27–30 (2016).
9. V. Duran, P. A. Andrekson, and V. Torres-Company, "Electro-optic dual-comb interferometry over 40 nm bandwidth," Opt. Lett. **41**, 4190–4193 (2016).
10. J. Li, X. Li, X. Zhang, F. Tian, and L. Xi, "Analysis of the stability and optimizing operation of the single-side-band modulator based on recirculating frequency shifter used for the T-bit/s optical communication transmission," Opt. Express **18**, 17597–17609 (2010).
11. F. Tian, X. Zhang, J. Li, and L. Xi, "Generation of 50 stable frequency-locked optical carriers for tb/s multicarrier optical transmission using a recirculating frequency shifter," J. Light. Technol. **29**, 1085–1091 (2011).
12. H. Tu, L. Xi, X. Zhang, X. Zhang, J. Lin, and W. Meng, "Analysis of the performance of optical frequency comb based on recirculating frequency shifter influenced by an Er-doped fiber amplifier," Photon. Res. **1**, 88–91 (2013).
13. J. Li, X. Zhang, Z. Li, X. Zhang, G. Li, and C. Lu, "Theoretical studies on the polarizationmodulator-based single-side-band modulator used for generation of optical multicarrier," Opt. Express **22**, 14087–14095 (2014).
14. J. Lin, L. Xi, J. Li, X. Zhang, X. Zhang, and S. Ahmad Niazi, "Low noise optical multi-carrier generation using optical-FIR filter for ASE noise suppression in re-circulating frequency shifter loop," Opt. Express **22**, 7852–7864 (2014).
15. H. Guillet de Chatellus, O. Jacquin, O. Hugon, W. Glastre, E. Lacot, J. Marklof, "Generation of ultrahigh and tunable repetition rates in CW injection-seeded frequency-shifted feedback lasers," Opt. Express **21**, 15065–15074 (2013).
16. V. Durán, C. Schnébelin, and H. Guillet de Chatellus, "Coherent multi-heterodyne spectroscopy using acousto-optic frequency combs," Opt. Express **26**, 13800–13809 (2018).
17. H. Guillet de Chatellus, L. Romero Cortés, and J. Azaña, "Arbitrary energy-preserving control of the free spectral range of an optical frequency comb over six orders of magnitude through self-imaging," Opt. Express **26**, 21069–21085 (2018).
18. H. Guillet de Chatellus, L. Romero Cortés, C. Schnébelin, M. Burla, and J. Azaña, "Reconfigurable photonic generation of broadband chirped waveforms using a single CW laser and low-frequency electronics," Nat. Commun. **9**, 2438 (2018).
19. H. Guillet de Chatellus, E. Lacot, W. Glastre, O. Jacquin, O. Hugon, "Theory of Talbot lasers," Phys. Rev. A **88**, 033828 (2013).
20. H. Guillet de Chatellus, L. Romero Cortés and J. Azaña, "Optical real-time Fourier transformation with kHz resolutions," Optica **3**, 1–5 (2016).
21. G. Kweon, "Noise figure of optical amplifiers," J. Korean Phys. Soc. **41**, 617–628 (2002).
22. G. Agrawal, *Applications of Nonlinear Fiber Optics* (Academic, Inc., 2008).
23. R. Paschotta, article on "gain saturation" in the *Encyclopedia of Laser Physics and Technology*, 1st ed. (Wiley-VCH, 2008).
24. I. Coddington, W. C. Swann, L. Nenadovic, and N. R. Newbury, "Rapid and precise absolute distance measurements at long range," Nature Photon. **3**, 351–356 (2009).

Optics EXPRESS

25. E. L Teleanu, V. Durán, and V. Torres-Company, "Electro-optic dual-comb interferometer for high-speed vibrometry," Optics Express **25**, 16427–16436 (2017).
26. J. E. Posada-Roman, J. A. Garcia-Souto, D. A. Poiana, and P. Acedo, "Fast interrogation of fiber Bragg gratings with electro-optical dual optical frequency combs," Sensors **16**, 2007 (2016).
27. X. Yan, X. Zou, W. Pan, L. Yan, and J. Azaña, "Fully digital programmable optical frequency comb generation and application," Opt. Lett. **43**, 283–286 (2018).

152.77.151.236 {ts '2019-05-09 03:25:33'}

A.2 Bidirectional frequency-shifting loop for dual-comb spectroscopy

Optics Letters

Bidirectional frequency-shifting loop for dual-comb spectroscopy

Vicente Duran,[1,2,*] Leo Djevarhidjian,[2] and Hugues Guillet de Chatellus[2]

[1]GROC-UJI, Institute of New Imaging Technologies (INIT), Universitat Jaume I, 12071 Castellón, Spain
[2]Université Grenoble Alpes, CNRS, LIPhy, 38000 Grenoble, France
*Corresponding author: vduran@uji.es

Received 31 May 2019; revised 27 June 2019; accepted 28 June 2019; posted 5 July 2019 (Doc. ID 369037); published 25 July 2019

We present a bidirectional recirculating frequency-shifting loop, seeded by a continuous-wave (cw) laser, to perform multi-heterodyne interferometry. This fiber-optic system generates two counter-propagating "acousto-optic" frequency combs with a controllable line spacing. Apart from its simple architecture, coherent averaging allows us to reach acquisition times up to the second scale without resorting to any active stabilization mechanism. We also show that the relative phase between the combs is quadratic and can be easily controlled by adjusting the parameters of the loop. The capability of our scheme to perform molecular spectroscopy is proven by dual-comb measurements of a transition of hydrogen cyanide in the near-infrared region (1550 nm). © 2019 Optical Society of America

https://doi.org/10.1364/OL.44.003789

Dual-comb spectroscopy (DCS) is a powerful interferometric technique that involves the use of two optical frequency combs (OFCs) with different line spacing [1,2]. The multi-heterodyne interference of both combs leads to the generation of a set of radio frequency (RF) beat notes. As a consequence of this down-conversion process, a relatively broadband optical spectrum, on which the frequency response of a sample is encoded, can be resolved line by line by using low-bandwidth electronics. Besides being scanless, DCS offers a high level of performance in terms of sensitivity and measurement time, as compared to conventional Fourier-transform spectroscopy. DCS has also been applied to areas other than spectroscopy such as distance ranging (LIDAR) and vibrometry [3–6], arbitrary waveform characterization [7,8], and fiber sensing [9,10]. However, in order to exploit the outstanding capabilities of DCS, a high degree of mutual coherence is required between the two individual combs involved. In the case of mode-locked OFCs, the condition of mutual coherence can be reached by a tight locking of the combs, albeit at the expense of using stabilization schemes that are complex, and usually only available in advanced metrology laboratories. Alternatively, real-time signal processing techniques make the implementation of DCS with free-running OFCs possible, but at the cost of transferring the system complexity to the electronic and software architecture [11,12].

Another strategy to ensure the mutual coherence required by DCS is the generation of two combs from a single laser cavity. A free-running bidirectional mode-locked fiber laser can be used, for instance, to generate two mutually detuned combs in the telecommunications band and in the range of 1.9 μm [13–15]. The dual-comb generation is a consequence of the asymmetry between the clockwise and counterclockwise directions, which results in two combs with a line spacing differing by a small offset. At shorter wavelengths (around 850 nm), a Kerr-lens mode-locked bidirectional ring laser offers wide tunability of the frequency offset (over ~1 kHz), broad bandwidth (>25 THz), and the possibility of generating ultrashort pulses (~10 fs) [16]. In the same spectral window, a mode-locked integrated external-cavity surface emitting laser has been used for implementing DCS in a considerably more compact design [17]. In a parallel research avenue, microresonators constitute a chip-integrated solution for generating frequency combs (microcombs) with large line spacing (from 1 GHz to 1 THz) [18,19]. Recently, it has been shown that counter-propagating dissipative Kerr solitons in a single microresonator enable the generation of two or more frequency combs with different repetition rates [20,21].

The practical implementation of DCS can be greatly simplified by means of OFCs generated from electro-optic (EO) modulation of a continuous-wave (cw) laser. The reason is that a single laser is employed to generate the two combs required by DCS, which are phase-locked by default [22,23]. Unlike combs based on cavities, EO combs feature flexible line spacing, which can be tuned over orders of magnitude. For instance, EO combs with line spacing exceeding 10 GHz have been harnessed to perform high-speed dual-comb interferometry [5,8]. Despite the above benefits, the spectra generated in EO-DCS typically have a low number of spectral lines (<100). This limitation can be overcome through coherent spectral broadening [24,25], or by driving EO modulators with step-recovery diodes [26]. Besides, ultra-dense OFCs (featuring thousands of lines with 1 MHz comb spacing) have been produced by sending optimized bit sequences to an EO modulator [10,27].

Another simple, robust, and easily implementable comb modality, although considerably less exploited, is a recirculating loop that includes an acousto-optic frequency shifter (AOFS) [28]. This scheme generates "acousto-optic" frequency combs

containing 100 s, or even >1000 spectral lines, without resorting to nonlinear broadening or optimized driving schemes [29]. Moreover, as recently demonstrated, two mutually coherent frequency-shifting loops (FSLs), seeded by a single cw laser, can be used to carry out DCS [30]. However, this dual-comb system exhibits fluctuations between the two generated OFCs, caused by uncorrelated mechanical and amplification noise. Those fluctuations limit the acquisition time, hindering the accumulation of many interferograms in one shot to increase the measurement signal-to-noise ratio (SNR). This drawback, also found in other DCS schemes, can be tackled by means of a low-bandwidth feedback loop to stabilize the dual-comb interferometer [30] or, instead, by software-based and adaptive phase correction algorithms [31,32]. Here we implement a single FSL composed of bidirectional elements, which generates two counter-propagating OFCs with a flexible frequency detuning. As in the generation of combs from a single bidirectional cavity, this scheme not only avoids duplication of the system, but also improves the system stability due to the common noise rejection between the combs. This feature is verified by analyzing the evolution of the SNR when coherent averaging is performed.

Our system is based on a recirculating FSL seeded by a narrow-linewidth cw laser at 1550 nm [Fig. 1(a)]. This FSL contains three elements: a frequency shifter, an erbium-doped fiber amplifier (EDFA), and a tunable bandpass filter (BPF). The amplifier compensates for the losses of the loop, while the role of the BPF is twofold: it controls the bandwidth of the frequency comb (i.e., the number of lines) and filters out the amplified spontaneous emission noise generated by the light amplification. Both the EDFA and the BPF are bidirectional and symmetric. The frequency shifter, however, requires a special design [Fig. 1(b)], since it must impart a different frequency shift depending of the light direction. This "asymmetric" bidirectional component is composed of two circulators and two frequency shifters (AOFS 1 and AOFS 2) driven, respectively, by RF signals at f_s and $f_s + \delta f_s$ ($\delta f_s \ll f_s$), typically in the range of tens to hundreds of megahertz. To seed the FSL, the light emitted by the cw laser, after passing through an isolator, is split into two branches using a 3 dB coupler. The light of each branch is then injected inside the loop by means of a 10 dB coupler. The seed power for each direction, an important parameter to optimize the comb spectrum [33], is independently adjusted using a variable optical attenuator. Two additional 10 dB couplers inserted in the FSL extract a fraction of the light circulating in both ways.

To evidence the capabilities of the system for multi-heterodyne interferometry, the two combs are recombined and amplified. The resulting beat signal is detected by a photodiode [Fig. 1(a)]. Since both comb spectra are generated on the high-frequency side of the laser line (here the frequency shifts are positive), the downconversion to the RF domain is inherently unambiguous. The photocurrent generated by the detector is then filtered by a low-pass RF filter with a cutoff frequency of $f_s/2$ to avoid aliasing. This signal is digitized by an oscilloscope and Fourier transformed. The retrieved spectrum is a RF comb which arises from the interference between each spectral line of the "clockwise" OFC and the closest line of the "counterclockwise" one. An example of the spectrum produced by this process, extracted from a single trace of 100 ms duration, is the red plot shown in Fig. 2(a). The frequency shifts are $f_s = +80$ MHz and $f_s + \delta f_s$, with $\delta f_s = 10$ kHz, so the compression factor (CF) is 8000. The inset in Fig. 2(a) corresponds to a small part of the spectrum showing a few individual lines. With the only exception of some lines close to the DC, affected by a high noise floor, the RF comb shows a flat envelope (250 lines within 10 dB). The features of this spectrum, however, strongly depend on the configuration of the FSL, defined by parameters such as the input light power, the BPF bandwidth, and the EDFA gain [33]. For instance, these parameters can be set so as to provide a wider RF spectrum [blue plot of Fig. 2(a)], although at the expense of decreasing the comb flatness (400 lines within 20 dB) [30,33].

The SNR attainable by our system is analyzed by means of coherent averaging, a process that makes the amplitude of the spectral noise scale as $1/\sqrt{N}$, N being the number of temporal signals (arranged to be in phase) that are averaged point by point and Fourier transformed [2]. Starting from a 1 s oscilloscope trace, we extract N consecutive 500 μs signals, each one containing 10 interferograms, which ensures a sufficient frequency resolution to calculate the noise floor along the comb. We consider each spectral line separately and, after normalizing its amplitude, we estimate the corresponding spectral noise. Then we average the noise amplitudes for M spectral lines. Figure 2(b) shows the inverse of that averaged value, $1/n_f$, versus N (or, equivalently, versus the averaging time, t_{avg}) for $M = 50, 150, 250$. The last value of M corresponds to the maximum number of lines within 10 dB of power variation. The experimental points for the narrowest bandwidth are fitted by a curve that scales as $\sqrt{N}$ (red line). For t_{avg} below a few hundreds of milliseconds, Fig. 2(b) demostrates a high degree

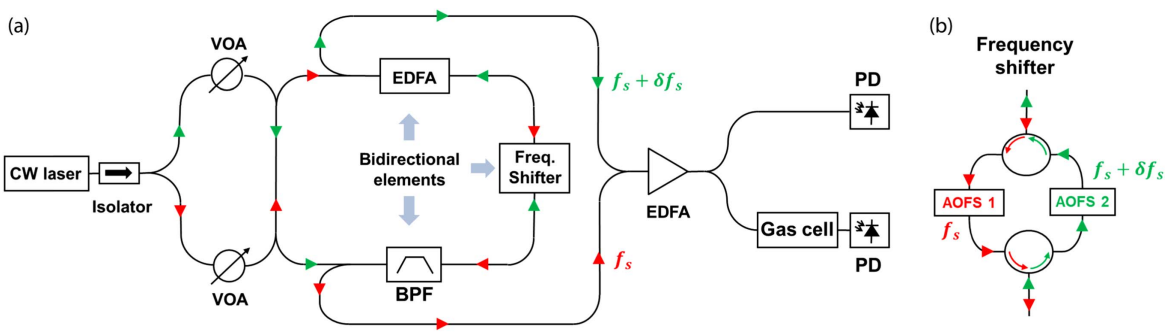


Fig. 1. (a) Dual-comb FSL and experimental setup for performing DCS. All the components use polarization-maintaining fiber. The photocurrents generated by the two photodiodes are digitized by a oscilloscope (not shown in the scheme). (b) Asymmetric bidirectional frequency shifter included in the FSL shown in (a). The RF signals (amplified to the watt level) driving each individual AOFS come from a single RF synthesizer.

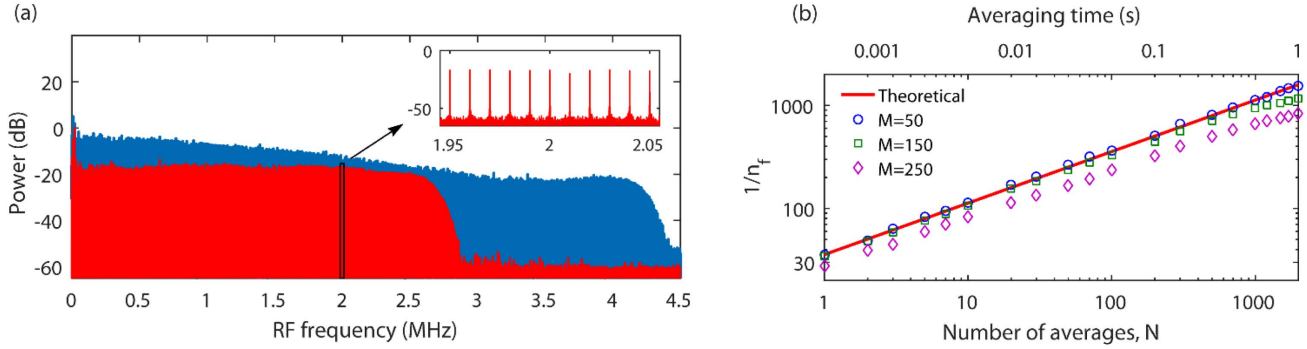


Fig. 2. (a) Two examples of the RF spectra retrieved by dual-comb measurements (without gas cell) using the bidirectional FSL. The blue curve has been shifted up in order to facilitate its visualization. (b) Analysis of the SNR when coherent averaging is performed (see details in the text).

of mutual coherence between the two counter-propagating combs. Close to 1 s, the SNR deviates from the expected behavior as M progressively increases, revealing a tradeoff between the number of lines and the averaging time.

Another important point to be analyzed is the fact that the two generated combs show a definite relative phase relationship. If the laser frequency is f_0 and the light field injected into an unidirectional FSL is written as $E(t) = E_0 \exp(i2\pi f_0 t)$, the field at the output of the loop is given by [28,29,34]

$$E(t) = E_0 \sum_n g(n) e^{i2\pi f_n t} e^{-i2\pi[n f_0 \tau_c + n(n+1) f_s \tau_c/2]}, \quad (1)$$

where E_0 is the input field amplitude, f_n is the frequency of the n-th line, $f_n = f_0 + n f_s$, $g(n)$ is a function characterizing the comb envelope, and τ_c is the round-trip time in the loop. The above field, aside from linear phase terms, is basically equivalent to the one of a mode-locked laser with a quadratic spectral phase (as if it had propagated along a second-order dispersive medium). This quadratic phase depends on the product $\phi = f_s \tau_c$, which can be tuned by changing the frequency shift or, alternatively, the optical path length travelled in the FSL. Recall that when the value of ϕ is an integer number, the quadratic phase becomes a multiple of 2π for any spectral line, a condition termed as the "Integer Talbot (IT) condition." As a consequence, in the time domain, a train of Fourier transform-limited pulses is produced at a repetition rate equal to f_s (temporal IT effect). When the value of ϕ is equal to an irreductible fraction p/q, the FSL output is again a train of Fourier transform-limited pulses, but at a repetition rate of $q f_s = p/\tau_c$ (temporal fractional Talbot effect). Finally, when ϕ is slightly detuned from an integer value, the comb spectral phase is a parabola [34]. To showcase the capability of the system to control the relative spectral phase between the combs, we adjust the value of the frequency shift of each one, so as to generate Fourier transform-limited pulses (i.e., we set both combs to be in the IT condition). Since the optical paths inside the loop for the two directions of travel are very similar, the optimal values of f_s for the two counter-propagating combs differ by $\delta f_s = 109.8$ kHz, a value that actually makes it possible to perform DCS with them. According to Eq. (1), when the IT condition is simultaneously satisfied by the two combs, the relative phase between both is expected to be constant (neglecting an irrelevant linear phase term). This case corresponds to the blue trace shown in Fig. 3, retrieved from a single 100 ms trace. The standard deviation of the relative phase is equal to 0.17 rad along 200 comb lines (16 GHz of optical bandwidth). Subsequently, if the line spacing of the counter-clockwise comb is detuned by only $\delta f_T = +5$ kHz (while maintaining the other comb in the IT condition), the relative phase between them becomes a well-defined quadratic function (green curve). In contrast, if the line spacing of the clockwise comb is detuned by the same amount while the other one returns to the IT condition, a parabola with opposite sign is retrieved (red curve). Noticeably, a very small value of δf_T introduces a large amount of group velocity dispersion when compared with standard dispersive lines. Thus, with $\delta f_T \cong 0.05 \delta f_s$, we induce a quadratic spectral phase that would require the light propagation along thousands of kilometers of a single-mode fiber-28 fiber [34].

Finally, we demonstrate the capability of the bidirectional FSL to perform molecular spectroscopy. As can be observed in Fig. 1(a), the light resulting from the combination of the two generated combs, after being amplified, is divided into two arms: the reference one, in which the light goes directly towards a photodiode (PD), and the sample arm, in which the light passes through a sample before being detected (see Fig. 1). The test sample here is a fiber-coupled hydrogen cyanide (HCN) cell (pressure, 25 Torr ± 10%; length, L = 5.5 cm). The cw laser employed for this experiment is a laser diode, slightly tunable around 1550 nm. The combs have a line spacing of 75.000 and 75.020 MHz, respectively ($\delta f_s = 20$ kHz, $CF = 3750$). We acquire 20 traces of 50 ms duration (1 s of time averaging). Taking into account the reference measurement (without a gas cell) and, after a baseline correction, we retrieve the transmission corresponding to the 11th line of

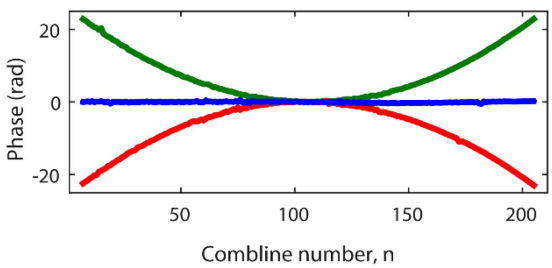


Fig. 3. Control of the relative spectral phase between the generated combs. The green and red curves share the same linear term, chosen ad hoc so that they have their extrema located at the center of the spectrum, thus making evident their quadratic dependence.

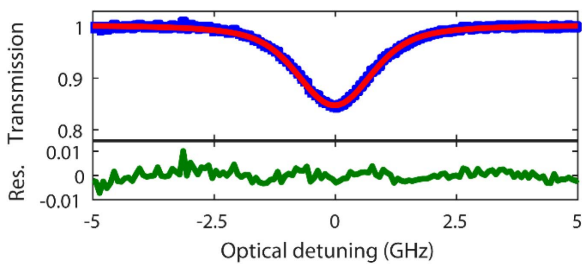


Fig. 4. Absorption line of the HCN measured with a point spacing of 75 MHz. The experimental points (in blue) are fitted by a Voigt profile (red line). The residuals are shown in green in the lower inset.

the HCN P-branch, as is shown in Fig. 4. This curve, fitted by a Voigt profile along a bandwidth of 10 GHz, has a strength ($T = 0.84$) and a bandwidth (FWHM = 1.8 GHz) compatible with previously reported measurements for the HCN [35]. The root mean square of the residuals between the measured transmission and the Voigt profile is $\sigma = 0.2\%$ at the noise level. These results slightly improve those reported in Ref. [30], which were obtained for the same gas cell, similar set of traces, and identical detector, but with the aid of two mutually coherent loops, stabilized by a low-bandwidth feedback loop.

In summary, we have presented a simple, flexible and free-running AO-FSL to carry out dual-comb interferometry. The overall system performance can be evaluated using as a figure of merit (FoM) the product of the amplitude SNR by the number of lines M (for an integration time of 1 s) [1]. The averaging process described here provides a FoM of 0.2×10^6 ($M = 250$), which is close to values previously reported for much more complex dual-comb generators (FoM $= 10^6$–10^7) [2]. Additionally, it should be noted that a proper optimization of the FSL components [33] could increase the number of coherent lines [29,34]. The performance of our system has also been tested by reproducing spectroscopic measurements previously reported in Ref. [30], but without resorting to any stabilization mechanism, thanks to the common noise rejection provided by the bidirectional FSL. Strictly, the counterpropagating directions do not entirely share the same path, since they travel through different optical elements inside the asymmetric frequency shifter. However, this component is just a small part of the overall FSL and can be significantly compacted. Finally, by exploiting the temporal Talbot effect, we can perform DCS with two trains of optical pulses, as well as control their relative spectral phase by a fine tuning of the line spacing of the combs around the Talbot condition. This capability can be of interest for applications such as radar-based detection and microwave spectroscopy [34].

Funding. Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades (RYC-2017-23668, RTI2018-097957-B-C32); Agence Nationale de la Recherche (ANR) (ANR-14-CE32-0022).

REFERENCES

1. I. Coddington, N. R. Newbury, and W. C. Swann, Optica **3**, 414 (2016).
2. N. R. Newbury, I. Coddington, and W. C. Swann, Opt. Express **18**, 7929 (2010).
3. I. Coddington, W. C. Swann, L. Nenadovic, and N. R. Newbury, Nat. Photonics **3**, 351 (2009).
4. R. Yang, F. Pollinger, K. Meiners-Hagen, J. Tan, and H. Bosse, Opt. Lett. **39**, 5834 (2014).
5. E. L. Teleanu, V. Durán, and V. Torres-Company, Opt. Express **25**, 16427 (2017).
6. M.-G. Suh and K. J. Vahala, Science **359**, 884 (2018).
7. F. Ferdous, D. E. Leaird, C.-B. Huang, and A. M. Weiner, Opt. Lett. **34**, 3875 (2009).
8. V. Durán, S. Tainta, and V. Torres-Company, Opt. Express **23**, 30557 (2015).
9. J. E. Posada-Roman, J. A. Garcia-Souto, D. A. Poiana, and P. Acedo, Sensors **16**, 2007 (2016).
10. X. Yan, X. Zou, W. Pan, L. Yan, and J. Azaña, Opt. Lett. **43**, 283 (2018).
11. J. Roy, J.-D. Deschênes, S. Potvin, and J. Genest, Opt. Express **20**, 21932 (2012).
12. T. Ideguchi, A. Poisson, G. Guelachvili, N. Picqué, and T. W. Hänsch, Nat. Commun. **5**, 3375 (2014).
13. S. Mehravar, R. A. Norwood, N. Peyghambarian, and K. Kieu, Appl. Phys. Lett. **108**, 231104 (2016).
14. X. Zhao, G. Hu, B. Zhao, C. Li, Y. Pan, Y. Liu, T. Yasui, and Z. Zheng, Opt. Express **24**, 21833 (2016).
15. M. I. Kayes, N. Abdukerim, A. Rekik, and M. Rochette, Opt. Lett. **43**, 5809 (2018).
16. T. Ideguchi, T. Nakamura, Y. Kobayashi, and K. Goda, Optica **3**, 748 (2016).
17. S. M. Link, D. J. H. C. Maas, D. Waldburger, and U. Keller, Science **356**, 1164 (2017).
18. T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, Science **332**, 555 (2011).
19. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson, and M. L. Gorodetsky, Science **361**, eaan8083 (2018).
20. Q.-F. Yang, X. Yi, K. Y. Yang, and K. Vahala, Nat. Photonics **11**, 560 (2017).
21. E. Lucas, G. Lihachev, R. Bouchand, N. G. Pavlov, A. S. Raja, M. Karpov, M. L. Gorodetsky, and T. J. Kippenberg, Nat. Photonics **12**, 699 (2018).
22. D. A. Long, A. J. Fleisher, K. O. Douglass, S. E. Maxwell, K. Bielsk, J. T. Hodges, and D. F. Plusquellic, Opt. Lett. **39**, 2688 (2014).
23. P. Martín-Mateos, B. Jerez, and P. Acedo, Opt. Express **23**, 21149 (2015).
24. G. Millot, S. Pitois, M. Yan, T. Hovannysyan, A. Bendahmane, T. W. Hänsch, and N. Picqué, Nat. Photonics **10**, 27 (2016).
25. V. Durán, P. A. Andrekson, and V. Torres-Company, Opt. Lett. **41**, 4190 (2016).
26. A. J. Fleisher, D. A. Long, Z. D. Reed, J. T. Hodges, and F. Plusquellic, Opt. Express **24**, 10424 (2016).
27. Y. Bao, X. Yi, Z. Li, Q. Chen, J. Li, X. Fan, and X. Zhang, Light Sci. Appl. **4**, e300 (2015).
28. H. Guillet De Chatellus, E. Lacot, W. Glastre, O. Jacquin, and O. Hugon, Phys. Rev. A **88**, 033828 (2013).
29. H. Guillet de Chatellus, L. Romero Cortés, and J. Azaña, Opt. Express **26**, 21069 (2018).
30. V. Durán, C. Schnébelin, and H. Guillet de Chatellus, Opt. Express **26**, 13800 (2018).
31. P. Guay, J. Genest, and A. J. Fleisher, Opt. Lett. **43**, 1407 (2018).
32. P. Martín-Mateos, B. Jerez, P. Largo-Izquierdo, and P. Acedo, Opt. Express **26**, 9700 (2018).
33. N. Kanagaraj, L. Djevarhidjian, V. Duran, C. Schnebelin, and H. Guillet de Chatellus, Opt. Express **27**, 14842 (2019).
34. H. Guillet de Chatellus, L. Romero Cortés, C. Schnébelin, M. Burla, and J. Azaña, Nat. Commun. **9**, 2438 (2018).
35. W. C. Swann and S. L. Gilbert, J. Opt. Soc. Am. B **22**, 1749 (2005).

130.190.247.194 {ts '2019-08-14 02:32:31'}

ANNEXE B

ARTICLE EN COURS DE PUBLICATION

B.1 Gouy phase shift measurement in a high-finesse cavity by optical feedback frequency locking - Accepté pour publication à Measurement Science and Technology

Gouy phase shift measurement in a high finesse cavity by optical feedback frequency locking

Léo Djevahirdjian*[1], Guillaume Méjean[1], and Daniele Romanini[1]

[1]Université Grenoble Alpes, France

October 18, 2019

Abstract

We demonstrate a simple and robust scheme to measure the relative position of transverse cavity modes with high precision. This is based on robust optical-feedback frequency locking of a diode laser to a cavity resonance. A fraction of the laser power is then frequency shifted and used to re-inject other cavity resonances to obtain their positions relative to the locking resonance. This delivers the Gouy phase shift of the cavity modes with precision down to 6.4×10^{-8} rad, comparable to previous state of the art based on a more complex setup. This should also be of interest for high precision/accuracy measurement of distance and displacement.

1 Introduction

In 1890, the french physicist Louis Georges Gouy was performing interference experiments and while observing fringe patterns he remarked that these changed when replacing a plane wave by a focused light beam [1, 2]. The dark fringes became bright fringes and vice-versa, showing that a pi phase change was occurring with the focused beam. This is considered as the first report that a wave acquires a phase shift along its propagation axis when passing through a focal point. A first explanation can be obtained directly from Gaussian beam properties [3]. A more satisfying physical interpretation was proposed by Feng *et al.* [4] using the uncertainty principle associated to the spatial confinement of a focused wave in undulatory mechanics. More precisely, the Gouy phase shift is a consequence of the transverse momentum spread of photons as their trajectory is limited in the transverse direction, which may result from focusing (in one or two dimensions) or from passing through a circular or slit aperture. The effect is therefore a manifestation of the uncertainty principle of Fourier transform theory applied to spatial waves. This explanation is universal in character, for instance it also applies to acoustic waves [5]. It is also quantitative, as it yields the correct result of the dependence of the Gouy phase shift for the Transverse Electro–Magnetic (TEM) modes of propagation of light [4].

The correct determination of the Gouy phase is relevant to various important applications such as laser wavelength metrology [6], precise distance measurement [7], accurate refractive index determination [8] and gravimetry [9].

To the best of our knowledge, state of the art measurements of Gouy phase shifts were performed by Durand *et al.*, achieving a 2.7×10^{-6} rad accuracy and 6×10^{-7} rad pre-

*Corresponding author: leo.djevahirdjian@univ-grenoble-alpes.fr

cision with 10 s measurements [10]. Their setup involved three narrow-linewidth fiber lasers independently locked to different resonances of a high finesse cavity (F=20 000) by using the standard Pound-Drever-Hall (PDH) technique, requiring electro-optic modulators. They measured the beating frequencies between these locked lasers using fast (20 GHz) photodiodes and frequency counters. We propose here a simpler approach using a single DFB diode laser and a simpler frequency locking scheme based on resonant optical feedback from the cavity. This technique is robust as it works even with DFB diode lasers possessing multi-MHz linewidth, while the PDH technique requires narrow line lasers (with short-term linewidth comparable to cavity resonances). For our implementation we use a V-shaped cavity with finesse F=4300, still we are able to improve on the precision of Durand *et al.*, down to 6.4×10^{-8} rad with 100 s averaging.

We should underline that the choice of a V-shaped cavity helps to simplify the optical feedback locking scheme but is not strictly necessary and does not reduce the generality of our approach. Indeed, optical feedback locking was exploited by Durand *et al.* [11] with a linear cavity to obtain record sensitivity in gas birefringence measurements, and by Hamilton *et al.* [12] with a ring cavity for spectroscopy and trace gas analysis.

We should also remark that optical feedback locking works well in the limit of very high finesse [11, 13]. Since the precision of frequency measurements would increase proportionally with the finesse, there is still much place for improvement just by using better mirrors. Main drawback would be the increased cavity response time required to obtain peak transmission signals and determine the center frequencies of cavity resonances.

2 Theory

Inside a stable optical resonator or cavity, light is focused at each round trip and acquires a Gouy phase shift. It is customary to consider the transverse electro-magnetic modes which constitute an orthonormal set of functions for expressing any light field propagating along an optical axis. When propagating inside an optical resonator, these $\mathrm{TEM}_{m,n}$ modes (with transverse order numbers m, n), acquire larger Gouy phase shifts proportionally to m, n [14, 15]. As we will see below, this translates into different resonance frequencies as a function of m, n. Measuring transverse modes frequencies gives then access to their Gouy phase shifts.

For a V-shaped cavity with equal mirrors (see fig. 1), which the curvature of the folding mirror renders astigmatic, the accumulated phase on one round-trip for a TEM cavity mode (assuming symmetrical arms) is found to be:

$$\phi_{m,n} = 2kL + \phi_M - 4\left[\left(m+\frac{1}{2}\right)\phi_G^x + \left(n+\frac{1}{2}\right)\phi_G^y\right] \quad (1)$$

where $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/c$ is the wave vector corresponding to wavelength λ or optical frequency ν (through the speed of light in air c), and L is the total optical length of the cavity ($= 2L_{\mathrm{arm}}$ defined in fig. 1). The term ϕ_M is the total dephasing due to reflections on the cavity mirrors for one cavity pass, which is in principle independent of the transverse mode order while it depends on polarization and frequency. This last dependence is weak inside the mirror working range, and we will neglect it (for a more complete discussion see [10]). The dependence on polarization, due to the off-normal reflection on the folding cavity mirror, is considered later.

The last term in eq. (1) is the expression of the accumulated Gouy phase taking into account the astigmatism of the cavity, which induces different confinement of light for the two transverse directions (relative to the cavity folding plane). Thus, there are different ϕ_G^x and ϕ_G^y Gouy phases along the horizontal x and vertical y axis (corresponding respectively to the transverse mode indices m and n). Confusion should be avoided with the horizontal and vertical polarization states of light that are additionally allowed for any transverse mode. Polarization is actually exploited

in the measurement procedure discussed later on. Finally, the factor 4 for the Gouy phases rather than a factor 2 as in the expression for a linear cavity, is due to the presence of 2 identical focal points inside the V-shaped cavity, thus 4 passes through a focal point rather than just 2.

As the resonance condition for the Nth longitudinal cavity mode of a given transverse order is $\phi_{m,n} = 2\pi N$, eq. (1) gives:

$$\nu(N,m,n) = \text{FSR}\left[N - \frac{\phi_M}{2\pi} + \frac{2}{\pi}\left(\left(m+\frac{1}{2}\right)\phi_G^x + \left(n+\frac{1}{2}\right)\phi_G^y\right)\right] \tag{2}$$

where FSR$= c/2L$ is the free spectral range of the cavity, that is, the separation of successive resonances with the same transverse order.

In particular, applying eq. (2) to calculate mode intervals, where the constant mirror dephasing ϕ_M cancels out, we can write:

$$\begin{aligned}\Delta\nu_x &= \nu(N,1,0) - \nu(N,0,0) \\ &= \frac{2}{\pi}\text{FSR}\,\phi_G^x\end{aligned} \tag{3a}$$

$$\begin{aligned}\Delta\nu_y &= \nu(N,0,1) - \nu(N,0,0) \\ &= \frac{2}{\pi}\text{FSR}\,\phi_G^y\end{aligned} \tag{3b}$$

From this we finally express the astigmatic Gouy phases as a function of these measurable frequency intervals:

$$\phi_G^x = \frac{\pi}{2}\frac{\Delta\nu_x}{\text{FSR}} \tag{4a}$$

$$\phi_G^y = \frac{\pi}{2}\frac{\Delta\nu_y}{\text{FSR}} \tag{4b}$$

3 Experimental setup

For accurate and stable measurements of frequency intervals between transverse cavity modes, we exploit resonant optical feedback frequency locking. This allows to keep the laser continuously locked to a given cavity mode while inducing a collapse of its linewidth, which becomes significantly narrower than the cavity resonance [16]. By resonant optical feedback we mean feedback produced by photons from a cavity resonance, thus spectrally filtered by the cavity. We use for this a V-shaped cavity geometry, as shown in fig. 1, which avoids feedback from the input mirror (in contrast to a linear cavity), while it allows feedback from photons which circulate inside the cavity at resonance [17]. In order to continuously maintain this locking condition it is necessary that the feedback wave from the cavity reaches the laser in phase with the emitted laser field. This is obtained by fine control of the position of one of the steering mirrors by a piezoelectric translator (pzt in fig. 1). An error signal for this correction is generated by applying a small modulation (at about 7 kHz) to the position of the same mirror, followed by lock-in detection on the cavity transmitted signal (from PD1 in fig. 1). We thus obtain an ultranarrow (sub-kHz) and stable laser source analogous to that described by Burkart *et al.* [18], with the difference that there the V shaped cavity is made out of ultra-low expansion glass installed inside a high vacuum thermally stabilized chamber. The cavity used here is made of massive aluminum, is installed inside a plexiglass enclosure, and its temperature is stabilized a few degrees above room temperature by using heating resistances. Residual temperature fluctuations are seen occur over timescales of about 2 hours and are bound to 40 mK pk-pk, which (by considering thermal expansion coefficient of aluminum) translates to maximum frequency fluctuations of the cavity modes (around 764 nm) by about 200 MHz. Correspondingly, the interval between mode frequencies, which we measure, is expected to suffer a drift not larger than about 200 Hz.

According to fig. 1, we use a 764 nm DFB diode laser (Nanoplus GMBH) of vertical linear polarization, mode matched and frequency locked to a V-shaped cavity with a vertex 32° angle and a total length L =468 mm. The three mirrors are concave with a curvature radius of 500 mm, they are wedged and have an anti-reflection coating on the back face of

the substrate. They are pre-aligned and glued to removable aluminum mounts (allowing easy removal for cleaning) which are screwed on a aluminum block whose shape is suggested in fig. 1, where the two cavity channels have been drilled over a length of 233 mm and at an angle of 32°.

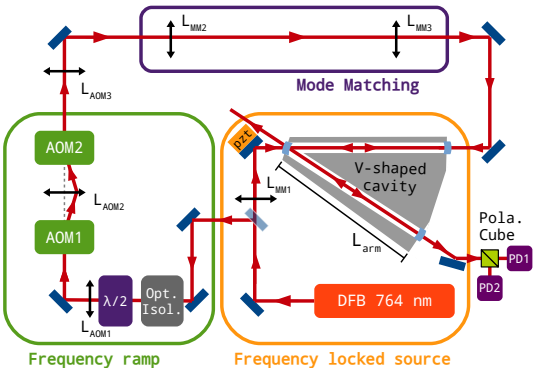


Figure 1: Experimental setup.

The diode laser is driven by a low noise current source working on batteries (ILX LDX3620) and by a high stability temperature controller (Thorlabs ITC502). Using optical feedback, the laser is locked at frequency ν_{lock} to a vertically polarized $\text{TEM}_{0,0}$ cavity mode, TEM_{lock} in the following.

Part of the light (70%) from this frequency–locked source is collected by a beamsplitter and sent through an optical isolator to avoid any parasite feedback that could perturb the optical lock.

The beam is then focused through a system composed of two Acousto-Optic Modulators (AOM) with 150-250 MHz working range, driven at a radio frequency (RF) $\delta\nu_{AOM}$ from a waveform generator (240 MHz bandwidth), which allows to shift the optical frequency to $\nu_{lock} + 2\delta\nu_{AOM}$. These AOMs are mounted with a focusing lens at half distance between them, so that the first diffraction order of the first AOM is refocused on the second AOM mounted to have its first order deflected in the opposite direction. As the two AOMs are driven by the same RF source, the output of the second AOM provides exact compensation of the angular beam deviations of the first AOM, for any RF value in the AOM working range. We should underline that light polarization must arrive on the AOMs either parallel or perpendicular to their diffraction plane in order to avoid formation of an elliptical polarization state. A half–wave plate is therefore installed after the optical isolator in order to change its output 45° linear polarization to horizontal.

The frequency shifted beam is mode–matched and injected to the V-shaped cavity through one of its end mirrors. In order to promote the excitation and thus the observation of transverse modes, the injected beam can be slightly shifted or tilted relative to the cavity axis. We underline that turning polarization to horizontal before cavity injection allows to excite cavity modes with polarization orthogonal to that of the cavity-locking mode and thus to easily separate cavity output signals of different origin by polarization. Using orthogonal polarization is also a key point to avoid perturbation of the optical feedback lock by light re-injected into the cavity (except for the $\text{TEM}_{0,0}$ mode, as we will see later).

Light spilling out of the other cavity end mirror is analyzed by a polarizer cube, which allows monitoring vertical and horizontal polarization states on separate photodiodes and/or cameras. One of the photodiodes (PD2 in fig. 1) allows to obtain frequency profiles of horizontal cavity modes as the frequency shift is linearly tuned in time. On the other hand, the cameras allow to obtain the transverse mode pattern for easy identification of the transverse mode order.

4 Measurement

The cavity–locked DFB diode laser is used as a frequency reference which is stable relative to the cavity resonances during measurements. By changing the RF shift, the cavity re-injected laser beam can be made to resonate with any transverse mode on the horizontal polarization as long as this can be attained in the range allowed by the AOMs and the waveform generator (from 300 to 480 MHz). The

transverse order is then readily deduced from the stable camera image observed at cavity output for the same polarization (see fig. 2).

Figure 2: Output of the cavity for the vertical and horizontal polarizations, injected to different TEM cavity modes and monitored with two cameras.

In order to determine the frequency shift of the re-injected mode, a RF sweep of 400 kHz around an initial rough guess of the resonance frequency is applied to the AOMs for a total sweep of 800 kHz, during typically 2 ms. This linear sweep allows recording the transmission profile of the mode versus frequency (using a photodiode with response time ∼1 µs). The frequency accuracy and stability of our RF generator, which is referenced to a GPS disciplined Rb clock, is better than 10^{-10}. The transmission profile is then digitized and fitted (using a *Python* routine based on the *lmfit* [19] library) by a Lorentzian function including a baseline term, to obtain a refined estimate of the resonant mode center frequency (fig. 3). From the modes linewidth (∼75 kHz) we deduce a cavity finesse of about 4300.

The scheme in fig. 4 illustrates the determination of the mode frequencies needed to calculate the $\Delta\nu$ quantities in eqs.(4). Given that the AOMs are used on their -1 order of diffraction and the limited frequency shift bandwith (300-480 MHz, we record the positions of the horizontally polarized $\mathrm{TEM}_{0,0}$, $\mathrm{TEM}_{0,1}/\mathrm{TEM}_{1,0}$ modes with longitudinal order $(N-1)$ and $(N-2)$ relative to the $\mathrm{TEM}_{\mathrm{lock}}$ mode of order N and vertical polarization. These positions are derived as stated above by sweeping the re-injected beam frequency around each mode. Profiles of the 3 modes are obtained in rapid succession: 100 scans of 2 ms over each mode, thus ∼700 ms measurement time (including time lags) to obtain 100 position determinations for each of the 3 modes. Each series of 100 position determinations are averaged before being used in eqs.(4). This allows to minimize the effect of cavity length fluctuations in between successive determinations of the mode frequencies.

Faster frequency switching could improve against short term effects (mechanical cavity vibrations) but would impose too much time lags in our measurements due to delays in the communication protocol of our RF generator.

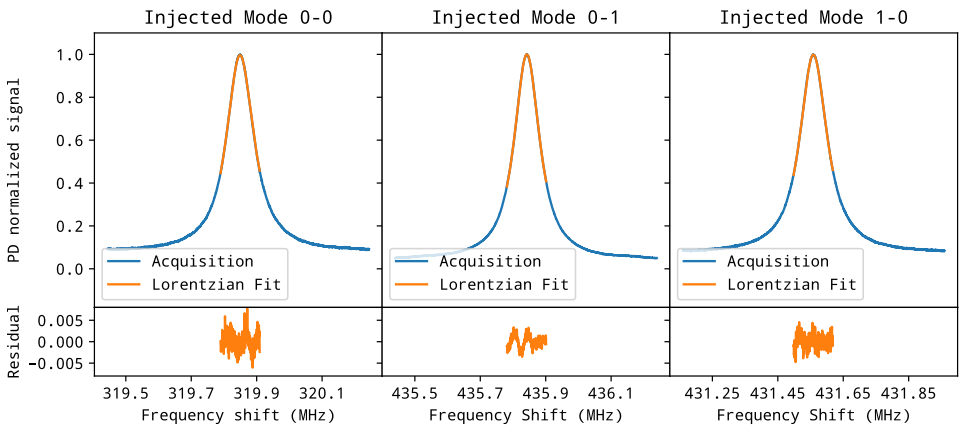


Figure 3: Acquired mode profiles (2 ms acquisition time) with fits and residuals. Different noise levels are due to different peak values before normalization.

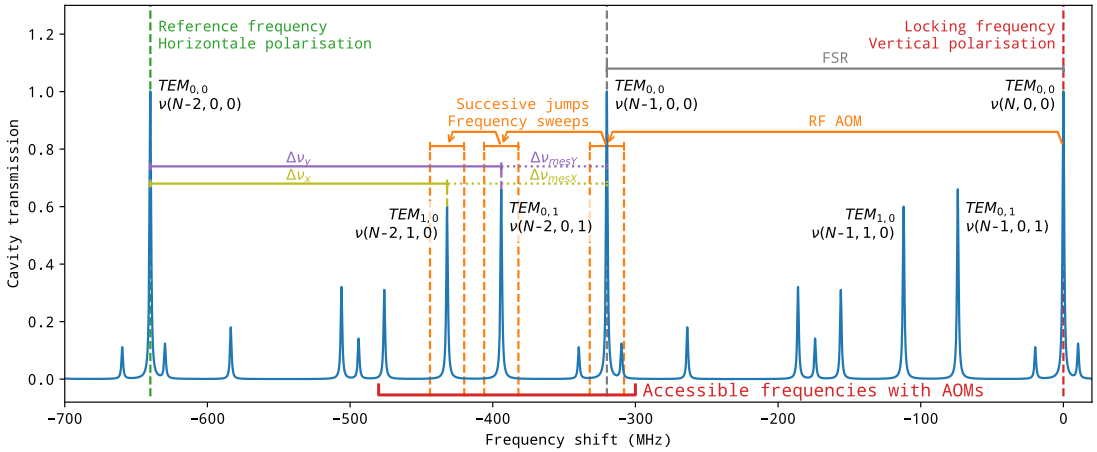


Figure 4: Measurement of $\Delta\nu$ values. AOMs RF range limitations impose to evaluate the frequency intervals relative to the end of the mode structure ($\Delta\nu_{mes}$ quantities). From there, the $\Delta\nu$ quantities are deduced using evaluation of FSR (in gray).

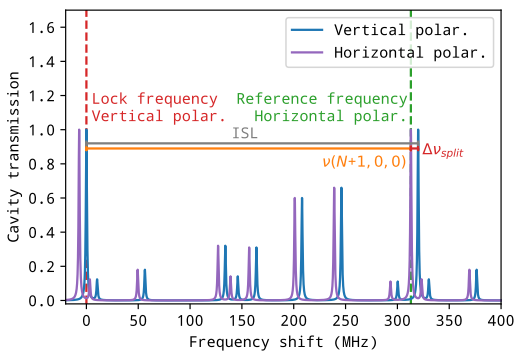


Figure 5: Measurement of FSR.

From there, the $\Delta\nu_x$ and $\Delta\nu_y$ quantities can be calculated using cavity FSR which is also required in eqs.(4). We obtain it from the position of the $(N-1)$ $\mathrm{TEM}_{0,0}$ mode of horizontal polarization, corrected (see fig. 5) for the polarization mode splitting of the V-shaped cavity: FSR$= \Delta\nu_{0,0(h)} - \Delta\nu_{split}$. This splitting is due to the off-normal reflection at the folding cavity mirror (the input mirror). It results by considering the well-known Fresnel equations [20, 21] for reflected s and p waves applied to the calculation of the reflected and transmitted electric fields in a Bragg mirror composed of a stack of alternating index materials[22]. These equations yield different phase shifts as a function of the incidence angle. This phase shift translates into a splitting (independent of m, n but slowly dependent on wavelength) of each $\mathrm{TEM}_{m,n}$ resonance according to polarization. In other words, in a V-shaped cavity each transverse mode comes as a frequency doublet with vertical and horizontal polarizations separated by an almost constant frequency gap $\Delta\nu_{split}$.

To determine the polarization splitting of our cavity, the polarization of the re-injected beam is turned to 45°, thanks to a second half–wave plate placed after the AOMs. This allows to obtain the $\mathrm{TEM}_{1,0}$ doublet profiles within a single 1.2 MHz frequency scan over 2 ms: The vertically polarized component of the doublet appears on the signal from PD1 (with an offset given by the locked laser) while the other on the signal from PD2. In fact, when we tried to perform this type of measurement directly on the doublet of the $\mathrm{TEM}_{0,0}$ mode (with $N-1$), the laser lock was perturbed when scanning over the vertical polarized component. Instead, thanks to spatial orthogonality of different transverse modes (of same polarization), no perturbation was observed when using the 1,0 mode. Finally, after fitting with a Lorentzian profile on a linear baseline, the center positions of

the $TEM_{1,0}$ modes of the two polarizations were subtracted to obtain a splitting value of $393471 \pm 5\,\mathrm{Hz}$ (from an average of 1.8×10^6 acquisitions over 1 h).

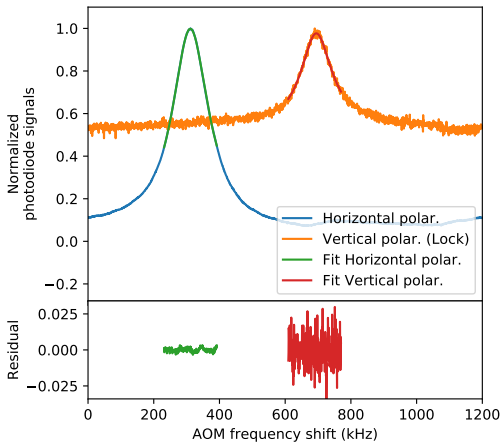


Figure 6: Measurement of the splitting.

It should be noted that this splitting, which depends on the incidence angle and the dielectric refraction indices of the coating materials of the mirror, is subject to significantly smaller thermal drift compared to the other frequency intervals contributing to our determination of the Gouy phases. This is comforted by the Allan deviation on this parameter which decreases steadily over the acquisition time mentioned above. Thus in practice, the measurement error on the splitting has negligible impact on the precision budget. On the other hand, its frequency dependence is not negligible: from modelling of the dielectric mirrors we estimate its value changes by about 140 Hz over one cavity FSR. Given that we measure the splitting not on the $(N-2)$ $TEM_{0,0}$ mode (our virtual reference according to fig. 4) but on the $(N-1)$ $TEM_{1,0}$ mode, we introduce a systematic error of about 100 Hz, which is here negligible relative to other systematic biases discussed below. On the other hand, this error could be completely avoided by addressing modes of the same polarization, which was not possible here given the limited RF range combined with the large cavity mode spacing.

5 Results and discussion

The stability of our simple locking system allows to average the mode positions during hours without interruption. In fig. 7, we show results from a 1-hour continuous acquisition set, where profiles of 3 transverse modes ($TEM_{0,0}$, $TEM_{0,1}$ and $TEM_{1,0}$) are acquired in succession, fitted, and resulting (averaged) mode frequencies are used to calculate the plotted quantities. The obtained traces for $\Delta\nu$ quantities show a doubling that probably corresponds to an oscillation on short time scales, probably an electronic artifact whose origin we still have to understand.

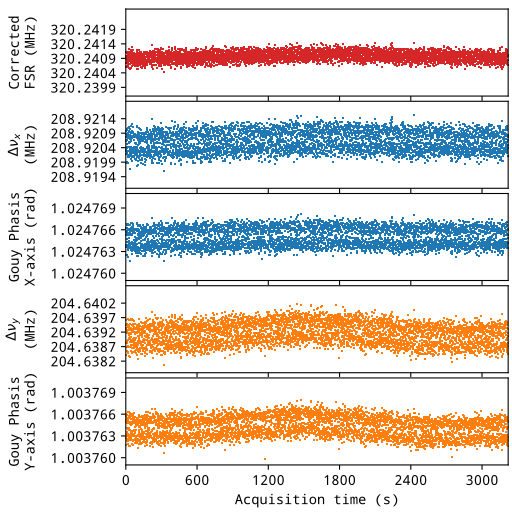


Figure 7: One set of measurements during 1 hour.

Shot to shot fluctuations of these quantities are governed by statistical type-A uncertainty, where averaging over n successive samples delivers values with fluctuations decreasing as $1/\sqrt{n}$. However, as the system is subject to drift, mostly of mechanical origin due to temperature changes, at long enough times this starts dominating over the statistical fluctuations of the averaged quantities. We will use the Allan variance [23] to study the effect of drift on our measurements. Allan deviations (square-root of the variance) are calculated here with a *Python* routine using the

allantools [24] library which delivers the "overlapping" Allan deviation [25].

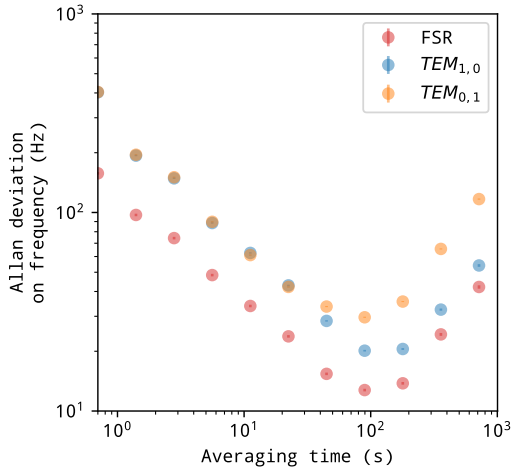


Figure 8: Allan deviations of mode positions.

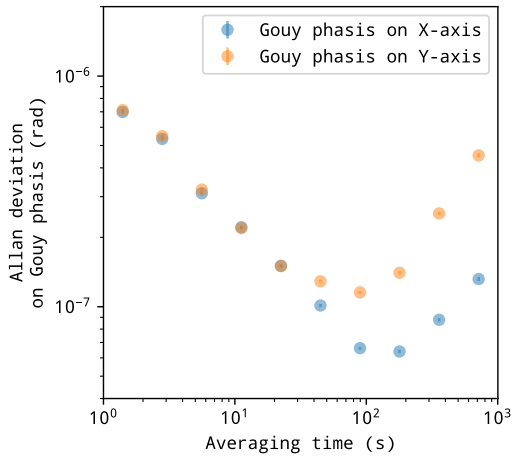


Figure 9: Allan deviations of Gouy phases.

In fig. 8 we see that frequency positions of modes relative to $\mathrm{TEM}_{\mathrm{lock}}$ (mode intervals) are initially determined with few hundred Hz precision (for the 0.7 s acquisition time of an elementary measurement cycle). Averaging over 100 s leads to 10 Hz precision for the FSR determination, and a few times worse for the other mode intervals. This difference is mostly due to the better signal to noise ratio for the transmission peak obtained for the 0,0 mode. Further averaging up to 1 hour is clearly affected by drift degrading precision back up to the hundred Hz range. A similar trend is observed in fig. 9 for the Gouy phases calculated from these three frequency intervals. The minimum of the Allan deviation plot gives the lowest error achieved for the Gouy phases in our setup and with our measurement scheme. While this is about 1.2×10^{-7} rad for ϕ_G^y, it goes down to 6.4×10^{-8} rad for ϕ_G^x. This difference is probably due to the higher rigidity of our V-shaped cavity design on the horizontal plane.

We can attribute the observed behavior of the Allan deviation of the modes intervals to thermal cavity drift. As we observed in the experimental section, residual thermal drift of the cavity length after active thermal stabilization is limited in extent to 40 mK peak to peak, which corresponds to a maximum modes interval change of about 200 Hz, occurring over about 2 hours timescales. On the other hand, the observed Allan deviations start with few hundred Hz precision on short time scales, which is determined by signal to noise of fitted resonance profiles. Then Allan deviations decrease as precision improves with averaging until reaching the tens Hz range at two minutes. We may assume this minimum to be given by the thermal drift, which increases with time. However, if we naively take a linear drift in time by using a 100 Hz/hour slope, we should expect a ten Hz level to be attained on 6 minutes time scales. However, it is rather intuitive that drift on short time scales must be significantly faster than the slope given by the maximum deviation divided by the characteristic time scale over which it occurs. Thus we conclude that the minimum of the Allan deviation is consistent with cavity thermal drift. On the other hand, the long-term Allan deviation should go up to the expected maximum drift, which is the case here even though we did not measure the Allan deviation at even longer time scales. In fact if we assume no other dominant drift mechanisms, we should expect a leveling off of the Allan variance at longer time scales. Thus it will be

interesting in the future to use better temperature stabilization and/or longer acquisition times to verify this hypothesis.

With respect to systematic errors, besides the polarization splitting discussed above (negligible for the time being), we should consider the offset of the locked laser frequency relative to the center of the $\mathrm{TEM}_{\mathrm{lock}}$ mode. As with other frequency locking schemes, this offset may be due either to parasitic etalon effects or to a non-zero locking point due to electronic drift or to residual amplitude modulation of the source as a result of applied modulation (of the feedback phase through the piezoelectrically controlled mirror). The entity of changing frequency offset can be roughly evaluated by looking at variations in the cavity transmission level for the vertical polarization (lock) on the PD1 photodiode. By considering the width of the cavity resonances, for our measurements these variations can be translated to a maximum offset of $\pm 2\,\mathrm{kHz}$, corresponding to a maximum $\pm 12 \times 10^{-6}$ rad error on the Gouy phases. This estimate is likely in large excess since changes in the cavity transmission level may have several origins besides drift of the locking point.

While we could find a way to measure and control this locking frequency offset, we think it would be preferable to circumvent it altogether. Thus an interesting improvement would be to use AOMs with wider bandwidth or a cavity with a smaller FSR. This would allow to perform direct measurement of FSR and other $\Delta\nu$ values relative to the $\mathrm{TEM}_{0,0}$ mode of the same polarization, by including this mode in our rapid measurement cycle. Such differential measurements would free our measurements from any offset of the locking frequency (as long as this is slowly drifting) and also from the need to consider the polarization splitting.

Finally, we should observe that the measured Gouy phases are consistent with expected values for our cavity, and can be made to coincide to within measurement accuracy by small adjustment of the radius of curvature R of the three mirrors (for simplicity supposed identical) and of the cavity folding angle. For this check, we applied the standard Gaussian beam propagation model based on transfer matrices for the cavity mirrors and the free-space propagation in between them. Astigmatism is introduced by the incidence angle θ on the folding mirror which gives two different mirror matrices [26] for propagation in the horizontal and vertical planes. As discussed e.g. by Yariv[14], the round-trip Gaussian beam propagation matrix can be used to calculate all geometrical properties of the cavity, in particular the TEM modes frequencies and the Gouy phases. We first set the cavity length to produce the measured FSR (320.2410 MHz from fig. 7), giving L =234.1986 mm rather than 234.2 mm by construction. Then, by fitting R and θ to obtain the Gouy phase values ϕ_x =1.024 765 rad and ϕ_y =1.003 764 rad (also from fig. 7) we obtain respetively 496.667 mm (manufacturer specification is 500 mm) and 15.6524° (16° by construction). This is not surprising since two model parameters are adjusted to obtain perfect match for two dependent variables. In place of adjusting the cavity angle, we could also have allowed for mirror astigmatism by using different curvature radii in the vertical and horizontal planes. However, the message is that the adjusted parameter values do match the cavity design values to within reasonable mechanical tolerances.

6 Conclusions

To our knowledge, the best measurement of a Gouy phase in a cavity was made by Durand *et al.* [10] in 2012. They managed to achieve a 2.7×10^{-6} rad accuracy and 6×10^{-7} rad precision with only 10 s averaging (they did not provide Allan variance plots), using a 5× higher finesse cavity than here, and a more complex setup.

By using optical frequency locking we are able to reach similar performance for a much lower finesse cavity, with 6.4×10^{-8} rad precision in 100 s averaging (and 2×10^{-7} rad in 10 s). As our setup does not allow variation of the cavity length, we cannot present a thorough comparison of measurements with the

theory as Durand *et al.* did. However, we estimate systematic errors and their drift as being not larger than $\pm 2\,\mathrm{kHz}$ in the determination of the frequency intervals between modes, yielding $\pm 12 \times 10^{-6}$ rad accuracy on the Gouy phases.

Our approach can be applied to linear or ring cavities as well, and higher finesse should not be a problem [11–13]. This should allow sensitivity increase of a few orders of magnitude, at the price of increased measurement time. An important improvement is to redesign our setup to allow sampling the cavity FSR on successive transverse modes of the same polarization, which would allow to set aside the polarization mode splitting and the associated frequency dependence (which may introduces a sizable bias). One could also use a more agile RF generator in order to reduce the commutation time between the resonances needed for the determination of mode intervals. The measurement scheme could also be adapted to allow measurement of distances or displacements within a cavity of adjustable size, in particular by using electro-optically generated sidebands in place of AOM frequency shifts, together with a more broadly tuneable RF generator.

7 Acknowledgements

This work would have not been possible without the precision mechanics from the machine shop of our laboratory (LiPHY, CNRS Grenoble). The DFB diode laser was a courtesy of the AP2E company (www.AP2E.com). L. D. acknowledges a Ph.D. fellowship by the Grenoble University AGIR program.

References

[1] L. G. Gouy. "Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses". In: *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1890), p. 5 (cit. on p. 1).

[2] L. G. Gouy. "Sur la propagation anomale des ondes". In: *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1891), p. 5 (cit. on p. 1).

[3] R. W. Boyd. "Intuitive explanation of the phase anomaly of focused light beams". In: *Journal of the Optical Society of America* 70.7 (July 1, 1980), p. 877. DOI: 10.1364/JOSA.70.000877 (cit. on p. 1).

[4] S. Feng and H. G. Winful. "Physical origin of the Gouy phase shift". In: *Optics Letters* 26.8 (Apr. 15, 2001), p. 485. DOI: 10.1364/OL.26.000485 (cit. on p. 1).

[5] N. C. R. Holme, B. C. Daly, M. T. Myaing, and T. B. Norris. "Gouy phase shift of single-cycle picosecond acoustic pulses". In: *Applied Physics Letters* (2003), p. 4 (cit. on p. 1).

[6] J.-P. Monchalin, M. J. Kelly, J. E. Thomas, N. A. Kurnit, A. Szöke, F. Zernike, P. H. Lee, and A. Javan. "Accurate laser wavelength measurement with a precision two-beam scanning Michelson interferometer". In: *Applied Optics* 20.5 (Mar. 1, 1981), p. 736. DOI: 10.1364/AO.20.000736 (cit. on p. 1).

[7] I. Coddington, W. C. Swann, L. Nenadovic, and N. R. Newbury. "Rapid and precise absolute distance measurements at long range". In: *Nature Photonics* 3.6 (June 2009), pp. 351–356. DOI: 10.1038/nphoton.2009.94 (cit. on p. 1).

[8] P. Kužel, H. Němec, F. Kadlec, and C. Kadlec. "Gouy shift correction for highly accurate refractive index retrieval in time-domain terahertz spectroscopy". In: *Optics Express* 18.15 (July 19, 2010), p. 15338. DOI: 10.1364/OE.18.015338 (cit. on p. 1).

[9] L. Robertsson. "On the diffraction correction in absolute gravimetry". In: *Metrologia* 44.1 (Feb. 2007), pp. 35–39. DOI: 10.1088/0026-1394/44/1/005 (cit. on p. 1).

[10] M. Durand, Y. Wang, and J. Lawall. "Accurate Gouy phase measurement in an astigmatic optical cavity". In: *Applied Physics B* 108.4 (Sept. 2012), pp. 749–753. DOI: 10.1007/s00340-012-5147-x (cit. on pp. 2, 9).

[11] M. Durand, J. Morville, and D. Romanini. "Shot-noise-limited measurement of sub–parts-per-trillion birefringence phase shift in a high-finesse cavity". In: *Physical Review A* 82.3 (Sept. 14, 2010), p. 031803. DOI: 10.1103/PhysRevA.82.031803 (cit. on pp. 2, 10).

[12] D. J. Hamilton, M. G. D. Nix, S. G. Baran, G. Hancock, and A. J. Orr-Ewing. "Optical feedback cavity-enhanced absorption spectroscopy (OF-CEAS) in a ring cavity". In: *Applied Physics B* 100.2 (Aug. 2010), pp. 233–242. DOI: 10.1007/s00340-009-3811-6 (cit. on pp. 2, 10).

[13] J. Landsberg, D. Romanini, and E. Kerstel. "Very high finesse optical-feedback cavity-enhanced absorption spectrometer for low concentration water vapor isotope analyses". In: *Optics Letters* 39.7 (Apr. 1, 2014), p. 1795. DOI: 10.1364/OL.39.001795 (cit. on pp. 2, 10).

[14] A. Yariv. *Quantum Electronics - Third Edition*. John Wiley and Sons, 1975 (cit. on pp. 2, 9).

[15] D. Romanini. "Modelling the excitation field of an optical resonator". In: *Applied Physics B* 115.4 (June 2014), pp. 517–531. DOI: 10.1007/s00340-013-5632-x (cit. on p. 2).

[16] P. Laurent, A. Clairon, and C. Breant. "Frequency noise analysis of optically self-locked diode lasers". In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 25.6 (June 1989), pp. 1131–1142. DOI: 10.1109/3.29238 (cit. on p. 3).

[17] J. Morville, S. Kassi, M. Chenevier, and D. Romanini. "Fast, low-noise, mode-by-mode, cavity-enhanced absorption spectroscopy by diode-laser self-locking". In: *Applied Physics B* 80.8 (June 2005), pp. 1027–1038. DOI: 10.1007/s00340-005-1828-z (cit. on p. 3).

[18] J. Burkart, D. Romanini, and S. Kassi. "Optical feedback stabilized laser tuned by single-sideband modulation". In: *Optics Letters* 38.12 (June 15, 2013), p. 2062. DOI: 10.1364/OL.38.002062 (cit. on p. 3).

[19] M. Newville and T. Stensitzki. *lmfit, Non-Linear Least-Squares Minimization and Curve-Fitting for Python*. 2014 (cit. on p. 5).

[20] A. Fresnel. "Mémoire sur la réflexion de la lumière". In: *Mémoires de l'Académie (royale) des sciences de l'Institut (imperial) de France*. 20 (1819), p. 195 (cit. on p. 6).

[21] A. Fresnel. "Mémoire sur la loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée". In: *Mémoires de l'Académie (royale) des sciences de l'Institut (imperial) de France*. 11 (1823), p. 393 (cit. on p. 6).

[22] J. M. Vigoureux and R. Giust. "Explicit Stokes reciprocity relations for plane stratified media". In: *Optics Communications* 176.1 (Mar. 2000), pp. 1–8. DOI: 10.1016/S0030-4018(00)00469-7 (cit. on p. 6).

[23] D. W. Allan. "Statistics of atomic frequency standards". In: *Proceedings of the IEEE* 54.2 (1966), pp. 221–230. DOI: 10.1109/PROC.1966.4634 (cit. on p. 7).

[24] A. Wallin, D. Price, C. Carson, and F. Meynadier. *AllanTools, a python library for calculating Allan deviation and related time & frequency statistics under LGPL v3+ license*. 2014 (cit. on p. 8).

[25] J. J. Snyder. "An Ultra-High Resolution Frequency Meter". In: *Thirty Fifth Annual Frequency Control Symposium*. Thirty Fifth Annual Frequency Control Symposium. IEEE, 1981, pp. 464–469. DOI: 10.1109/FREQ.1981.200513 (cit. on p. 8).

[26] A. Siegman. "Ray Optics and Ray Matrices". In: *Lasers*. University Science Books, 1986, p. 585 (cit. on p. 9).

ANNEXE C

MESURES - ÉVALUATION DES FINESSES DE LA CAVITÉ EN V PAR MESURE DE TEMPS DE DÉCLIN

Un laser femtoseconde, dont la polarisation est ajustable grâce à une lame demi-onde (en gris sur la figure C.1), est injecté dans la cavité après un passage dans un système double AOM (décrit dans la annexe F.1.2).

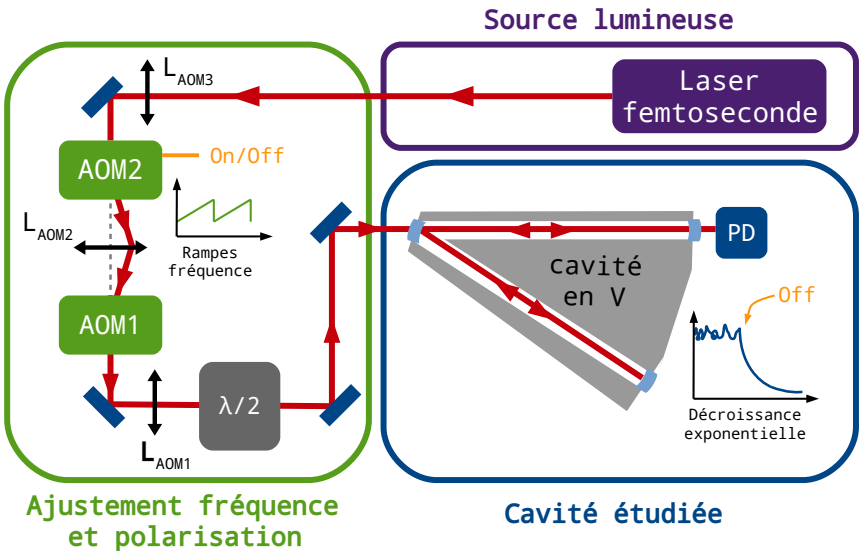
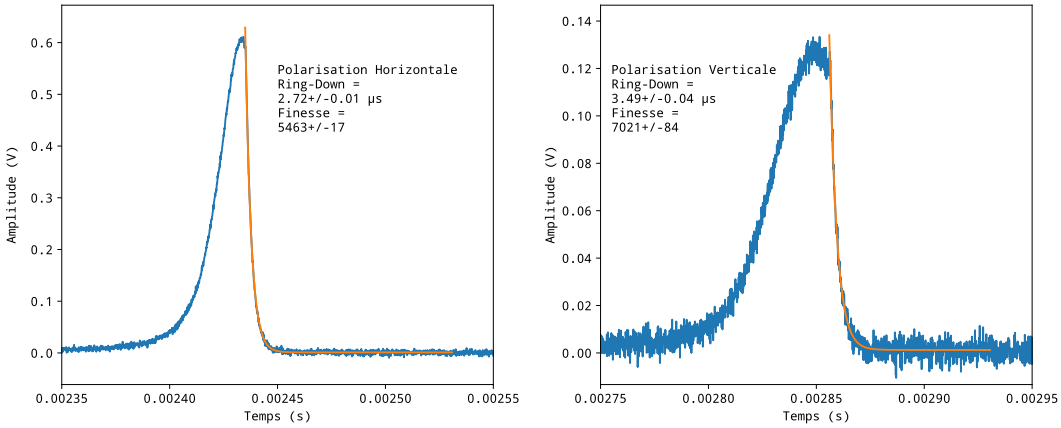


FIGURE C.1 – Montage de mesure de finesse par mesure du temps de déclin de la cavité.

La finesse de la cavité est mesurée via une mesure du temps de déclin de la cavité – temps qui caractérise la durée nécessaire à une cavité pour se vider de la lumière piégée en son sein [27]. Plus une cavité a des pertes importantes (miroirs moins réflectifs, présence de molécules absorbantes), plus ce temps sera rapide. La cavité étant sous flux d'azote, celle-ci est considérée comme ne contenant aucune molécule absorbant dans le visible, les pertes mesurées sont donc purement liées aux caractéristiques des miroirs (la présence d'une molécule absorbante accélérerais la décroissance exponentielle et fausserais la mesure de finesse, ceci est notamment utilisé en spectroscopie CRDS [122, 123]). Ce temps de déclin est évalué en enregistrant le profil d'évolution de l'intensité en sortie de cavité sur une photodiode au moment de l'interruption de la source laser, laquelle décroît selon une décroissance exponentielle décrite par l'équation (C.1).

$$I(t) = I_0.e^{\frac{t}{\tau}} \tag{C.1}$$

avec I_0 l'intensité au moment de la coupure de l'injection et τ le temps caractéristique de déclin de la cavité.



(a) Polarisation Horizontale (b) Polarisation Verticale

FIGURE C.2 – Mesure des finesses par ring-down.

Pour obtenir ces profils, le laser femtoseconde est balayé en fréquence via le système de double AOM afin d'être régulièrement injecté dans la cavité. Lors d'une injection dans un mode de cavité, un signal TTL (en orange sur la figure C.1) stoppe rapidement les AOM déviant le faisceau hors de la cavité et déclenchant une décroissance exponentielle de l'intensité en sortie de cavité (voir la figure C.2). Un modèle de décroissance exponentielle est ajusté sur les décroissances observées via une routine *Python* (se basant sur la librairie *lmfit* [70] pour la régression) permettant d'obtenir le temps de déclin de la cavité et d'en déduire, grâce à l'équation (C.2), la réflectivité de la cavité sur un aller-retour.

$$R_{ar} = 1 - \frac{L_{cav}}{\tau_c} \tag{C.2}$$

avec R_{ar} la réflectivité sur un aller-retour dans la cavité, L_{cav} la longueur de cavité et c la célérité de la lumière dans le vide.

D'où l'on peut déduire la finesse de cavité :

$$F = \frac{\pi\sqrt{1 - \frac{L_{cav}}{\tau_c}}}{\frac{L_{cav}}{\tau_c}} \tag{C.3}$$

En accord avec l'équation (C.3), la finesse de la cavité peut être ensuite déduite de cette réflectivité. Les profils enregistrés sur les deux polarisations révèlent une différence de finesse, 5460 ± 20 pour la polarisation horizontale et 7020 ± 90 pour la polarisation verticale.

ANNEXE D

MODÉLISATIONS - ÉLECTRONIQUE

D.1 Circuit trans-impédant - évaluation du bruit

Le circuit retenu pour amplifier le signal de la photodiode à cadrants utilisée dans ces travaux se compose de deux étages, illustré figure D.1. Le premier est un étage de conversion intensité/tension où chaque cadrant est connecté à un AOP (pour Amplificateur OPérationnel) en configuration transimpédante de gain $G_{trans} = R_{trans}$. Les deux tensions obtenues sont ensuite différentiées via un troisième AOP avec un gain sur la différence déifni comme $G_{diff} = \frac{R8}{R4}$ (avec R3=R4 et R7=R8). Afin d'exploiter le maximum de cette configuration en terme de bruit, il est très important de choisir judicieusement les AOP utilisés.

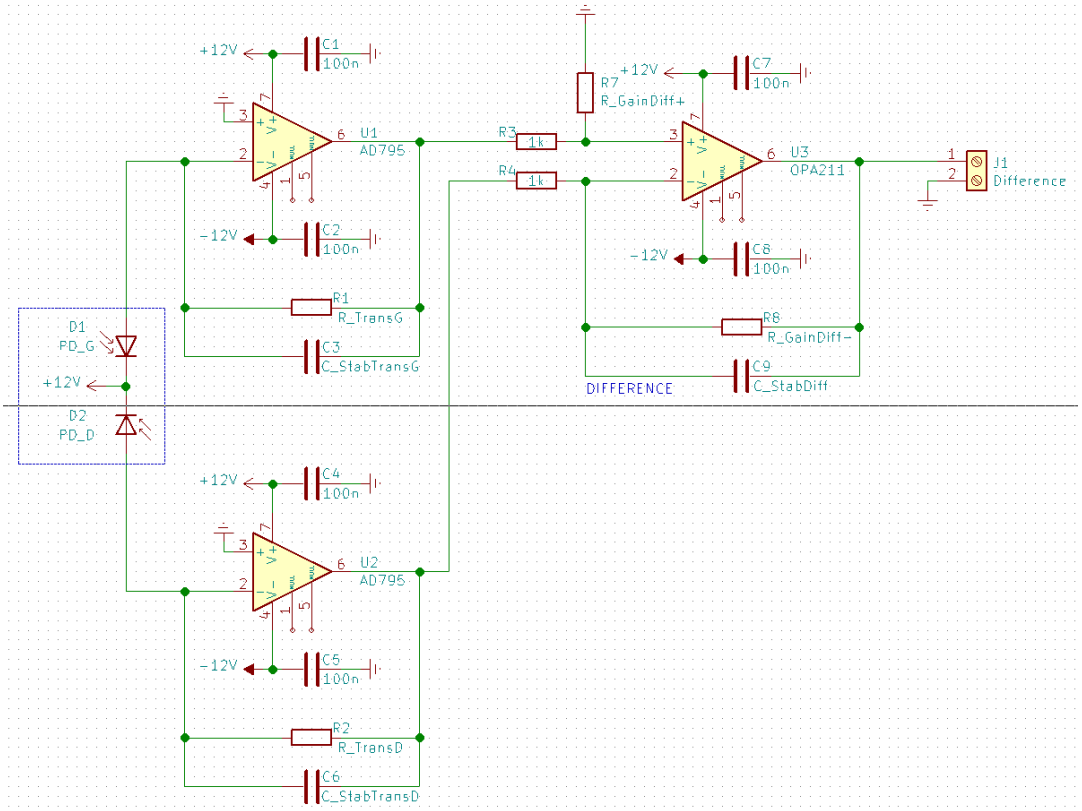


FIGURE D.1 – Schéma utilisé pour convertir et amplifier la différence de courant des deux cadrants. À gauche l'étage de conversion transimpédante suivit à droite de l'étage de différentiation.

Le bruit du premier étage peut être évalué via un circuit équivalent, illustré sur la figure D.2, incorporant des sources de courant et tension représentant les différentes sources de bruit. Celles-ci sont au nombre de quatre, σ_{CO} le bruit associé au courant d'obscurité de la photodiode, $\sigma_{V_{AOP}}$ le bruit en tension associé à l'AOP, $\sigma_{I_{AOP}}$ le bruit en courant associé à l'AOP et σ_{therm} le bruit thermique associé à la résistance de rétroaction.

Ces sources peuvent être évaluées individuellement à partir des informations contenues dans les fiches techniques des différents composants et de leur propagation dans le schéma électronique. Pour une évaluation précise du bruit total, une simulation complète du circuit dans le domaine des fréquences a été réalisée. Le principal enseignement de ces simulations est qu'il est crucial de choisir des AOP à bas bruit sur le courant plutôt qu'à bas bruit sur la tension.

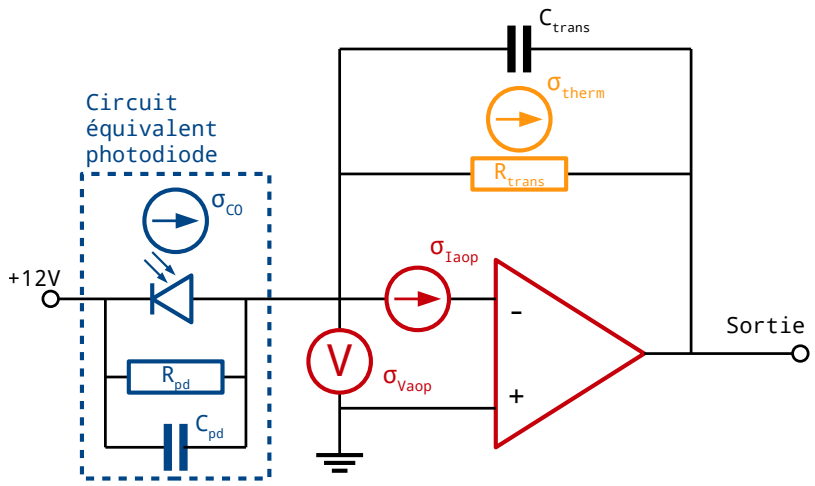


FIGURE D.2 – Circuit équivalent de l'étage transimpédant avec les différentes sources de bruit.

Ce bruit en courant est directement amplifié par un gain transimpédant égal à la résistance présente dans la rétroaction notée R_{trans} (valeur typique 100 kΩ). Il est donc bien plus amplifié que celui sur la tension, lequel est amplifié par un gain (noté G) égal à $1 + \frac{R_{trans}}{R_{photodiode}}$ à basse fréquence (valeur typique 2) et à $1 + \frac{C_{photodiode}}{C_{trans}}$ à haute fréquence (valeur typique 1.5). Dès que les gains transimpédants deviennent important (typiquement > 10 kΩ), il est nécessaire de privilégier des AOP de type FET (par exemple, OPA656, AD795). Ces amplificateurs sont fabriqués avec des transistors à champs fonctionnant avec de faibles courants d'entrée et un très faible bruit sur ceux-ci, mille fois inférieur à celui observés avec des AOP bi-polaire bas bruit plus classique (par ex, OPA211, OPA842). En contrepartie, le bruit en tension de ses AOP de type FET est plus important, en général d'un facteur 10 pour les meilleurs, comparé aux très bons AOP bi-polaires. Comme illustré dans le tableau D.1, l'utilisation de ces AOP de type FET permet d'atteindre des niveaux de bruits très bas dominé par le bruit thermique de la résistance de gain transimpédant (là où le bruit obtenu avec un transistor bipolaire est largement dominé par son bruit en courant amplifié par la résistance).

Bruit	Expression	Densité spectrale de bruit ($nV.\sqrt{Hz}^{-1}$)				
		AD795	OPA656	OPA211	OPA842	NE5534
σ_{CO}	$\sqrt{2.q_e.i_{CO}.R_{trans}{}^2}$	5,7				
$\sigma_{V_{AOP}}$	$G(f).e_{bruitAOP}(f)$	24	14	2,2	6	8
$\sigma_{I_{AOP}}$	$R_{trans}.i_{bruitAOP}(f)$	0,06	0,13	170	300	60
σ_{therm}	$\sqrt{4.k_b.T.R_{trans}}$	40,7				
σ_{etage1}	$\sqrt{\sum \sigma^2}$	**48**	**43**	**175**	**303**	**73**

TABLE D.1 – Quelques ordres de grandeurs sur les niveaux de bruits obtenus pour des gains transimpédants de 100 kΩ, en considérant une résistance de court-circuit pour la photodiode de 100 kΩ (idéalement résistance infinie, mais les valeurs typiques sont entre 100 kΩ et 1 GΩ et le choix s'est porté ici sur le pire de cas d'un point de vue du bruit).

L'OPA 656 constitue un AOP très adapté à ce genre d'amplification, mais il est cher et ne peut être alimenté au maximum qu'en +/- 6,5V. Le système étant alimenté sur des batteries +/-12V, il serait dommage d'ajouter du bruit en utilisant des régula-

teurs de tension. En conséquence, ce sont des AD795 qui ont été utilisés. Ceux-ci sont plus robustes, moins chers avec des performances, en terme, de bruit comparables. Ils peuvent être alimentés en +/-18V permettant éventuellement des amplifications plus importantes pour de meilleures performances.

D'un point de vue pratique les étapes à suivre pour concevoir une électronique transimpédante bas-bruit sont :

1. Choisir un ampli opérationnel FET
2. Choisir le gain d'amplification nécessaire :impose R_{trans}
3. Choisir la bande passante, notée BF, nécessaire : impose C_{trans}
$$BF = \frac{1}{2\pi R_{trans} C_{trans}}$$
4. Vérifier si la bruit thermique est bien dominant : voir les formules du tableau D.1

Le second étage peut être analysé de manière similaire, il sagit d'un AOP monté en montage amplificateur de différence avec un gain, symétrique, défini comme $G_{diff} = \frac{R_G}{R_E}$. Cet étage se compose de sept sources de bruit. Quatre sources de bruit en courant associées aux bruits thermiques des différentes résistances (notées σ_{R1}, σ_{R2}, σ_{R3}, σ_{R4}) dont certaines sont amplifiées par le montage, une source $\sigma_{V_{AOP}}$ de bruit de tension associé à l'AOP et deux sources de bruit en courant associées à chacune des voies de l'AOP amplifiées de façon transimpédante par la résistance de rétroaction (notées respectivement $\sigma_{I+_{AOP}}$ et $\sigma_{I-_{AOP}}$).

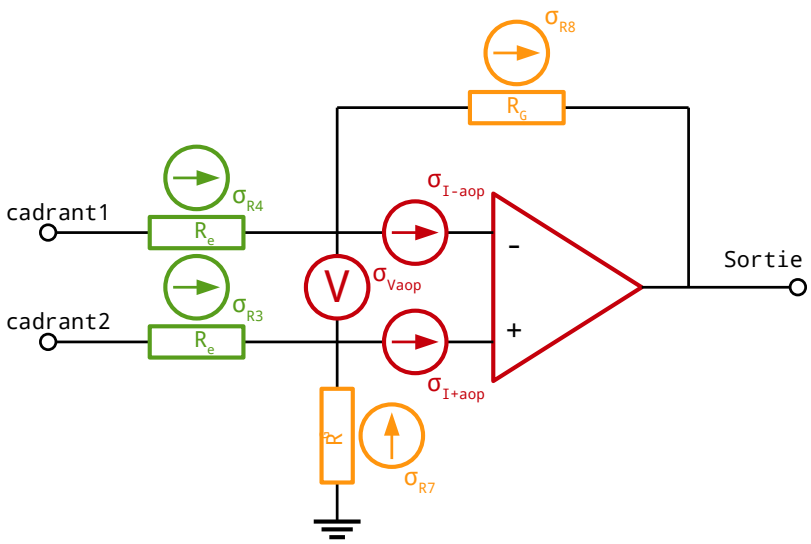


FIGURE D.3 – Circuit équivalent de l'étage différentiel avec les différentes sources de bruit.

Celui-ci est complètement dominé par le bruit thermique des résistances, il est important de maintenir celles-ci à des valeurs les plus basses possibles. Celle-ci étant basses, il y a moins d'enjeux à avoir un bas bruit en intensité sur l'AOP, il est ainsi préférable de choisir des modèles d'AOP bi-polaires permettant un bas bruit en tension et réduire le bruit de l'étage.

Le bruit du premier étage étant directement amplifié par le gain du second, il est important de veiller à le maintenir le plus bas possible. Le choix de l'AOP sur ce second étage est moins critique pour le niveau de bruit total du montage. On veillera

simplement à en choisir un avec un bas bruit de tension (éliminant les FET), robuste au niveau des alimentations, faisant de l'OPA 211 est un bon choix.

Bruit	Expression	Densité spectrale de bruit ($nV.\sqrt{Hz}^{-1}$)				
		AD795	OPA656	OPA211	OPA842	NE5534
σ_{R1}	$G_{diff}\sqrt{4.k_b.T.R_1}$	6,4				
σ_{R2}	$\sqrt{4.k_b.T.R_2}$	2,9				
σ_{R3}	$G_{diff}\sqrt{4.k_b.T.R_3}$	6,4				
σ_{R4}	$\sqrt{4.k_b.T.R_4}$	2,9				
$\sigma_{V_{AOP}}$	$G(f).e_{bruitAOP}(f)$	60	35	5,5	15	20
$\sigma_{I+_{AOP}}$	$R_G.i_{bruitAOP}(f)$	<0,001	<0,001	0,85	1,5	0,3
$\sigma_{I+_{AOP}}$	$R_G.i_{bruitAOP}(f)$	<0,001	<0,001	0,85	1,5	0,3
σ_{etage2}	$\sqrt{\sum\sigma^2}$	**61**	**36**	**11**	**18**	**22**

TABLE D.2 – Quelques ordres de grandeurs sur les niveaux de bruits obtenus sur le second étage symétrique avec $G_{diff} = 5$ avec des résistances d'entrées R_E d'une valeur de 100 Ω.

Le circuit électronique utilisé dans ces travaux de thèse a été ensuite conçu et routé avec le logiciel KiCad (ensemble de logiciels libres de conception/modélisation de schéma et circuit électroniques), un soin particulier a été apporté pour protéger les faibles courants du bruit du plan de masse. Le schéma ainsi que le PCB final sont disponibles en annexe G.1, cette version possède un étage de somme et une partie digitale optocouplée de détection de seuil nécessaire pour l'asservissement utilisé dans le montage (attention, la version en annexe a quelques défauts de conception indiqués sur le schéma électronique).

Les AOP choisis pour les premiers étages sont des AD795 associés à une résistance de gains transimpédant de 82 kΩ, la bande passante est limitée à 200 kHz par l'utilisation d'un condensateur 10 pF ($BP = \frac{1}{2\pi R_{trans}C_{trans}}$). Le second étage est quant à lui équipé d'un OPA211 dans une configuration assurant un gain différentiel de 1 (l'OPA211 est stable sur un gain unitaire). Il est à noter ici que ces choix ne sont pas toujours optimaux notamment si les valeurs de résistances transimpédantes sont plus petites. En deçà de 10 kΩ, sur le premier étage il devient intéressant d'utiliser des AOP bipolaires bas bruit audio, comme le classique NE5534, avec un très bon compromis bruit tension/intensité, lesquels s'avèrent plus avantageux que des AOP type FET, ou des AOP bipolaires meilleurs d'un point de vue bruit en tension, pour un coût moins élevé ; voir tableau D.3.

Bruit	Densité spectrale de bruit ($nV.\sqrt{Hz}^{-1}$)				
	AD795	OPA656	OPA211	OPA842	NE5534
σ_{etage1}	**18**	**15**	**21**	**33**	**15**

TABLE D.3 – Quelques ordres de grandeurs sur les niveaux de bruits obtenus pour des gains transimpédants de 10 kΩ, en considérant une résistance de court-ciruit pour la photodiode de 100 kΩ.

La densité finale de bruit est ensuite obtenu par composition du bruit, amplifié par le second étage, sur les premiers étages avec le bruit intrinsèque du second étage.

$$\sigma_{tot} = \sqrt{2\frac{R_G}{R_e}\sigma^2_{etage1} + \sigma^2_{etage2}} \tag{D.1}$$

Avec le circuit choisi, le bruit total le plus avantageux est obtenu avec une combi-

naison d'OPA656 sur l'étage 1 et d'un OPA 211 sur l'étage 2 avec $25\,\mathrm{nV}\sqrt{\mathrm{Hz}}^{-1}$. Mais il faut garder à l'esprit que l'AD795 permet d'envisager des gains plus importants sur le premier étage grâce à sa plage d'alimentation plus grande permetant des signaux en sortie plus important avant saturation de l'AOP. Le gain unitaire sur l'étage 2, impose de passer tout le gain sur le premier étage. Une plage d'alimentation plus grande permet d'obtenir des signaux plus grands en sortie du premier étage, permettant d'obtenir des signaux d'erreur d'une sensibilité plus grande et un facteur de conversion tension vers fréquence plus intéressant. Au bilan, à bruit équivalent, une combinaison permettant un gain plus grand aura un bruit équivalent en fréquence sur la position du mode Vernier plus petite que celle de gain moindre. La combinaison AD795 sur l'étage 1 et OPA211 sur un étage 2, avec son bruit de $27\,\mathrm{nV}\sqrt{\mathrm{Hz}}^{-1}$, possède un bruit comparable à celle utilisant des OPA656 sur le premier étage. Mais, par sa plage d'alimentation plus étendue, elle peut permettre d'utiliser des gains deux fois plus grands que celle utilisant des OPA656, compensant largement ce surplus de bruit.

Pour obtenir le niveau de bruit en sortie, noté $e_{bruitTot}$, il faut intégrer cette densité de bruit sur la bande passante utile (précédemment définie à 200 kHz et notée BP) avec l'équation (D.2).

$$e_{bruitTot} = \sigma_{tot}\sqrt{BP} \tag{D.2}$$

L'actuelle configuration a ainsi un bruit de 12 µV. À ce bruit, intrinsèque au montage électronique, s'ajoute une seconde source bruit appelée bruit de grenaille, notée $\sigma_{grenaille}$. Il s'agit d'un bruit d'origine quantique se caractérisant par une fluctuation du nombre porteurs de charges formant le courant de sortie de la photodiode :

$$\sigma_{grenaille} = \sqrt{N_e} \tag{D.3}$$

avec N_e le nombre de porteur de charges (ici les électrons du courant de sortie de la photodiode). Or le nombre de porteurs de charges générés par la photodiode peut être relié à la puissance lumnieuse arrivant sur la photodiode :

$$N_e = Q_E.\frac{P\lambda}{hc} \tag{D.4}$$

avec, Q_E le rendement quantique de la photodiode (le nombre d'électron émis pour un photon reçu), P la puissance incidente, h la constante de Planck, c la célérité de la lumière et λ sa longueur d'onde. En combinant les équations (D.4) et (D.5) et en prenant en compte le facteur l'amplification/conversion de l'électronique utilisée (caractérisée par ses gains G_{trans} et G_{diff}), le bruit en tension associée au bruit de grenaille peut s'écrire :

$$e_{grenaille} = \sqrt{Q_E\frac{P\lambda}{hc}}.q_e.G_{trans}G_{diff} \tag{D.5}$$

D'après l'équation (D.5) est associé, à la puissance lumineuse utilisée dans notre expérience, un bruit de grenaille de 0,5 µV. Ce qui signifie que, dans l'actuelle configuration, le bruit généré par l'électronique reste dominant.

Idéalement il serait plus intéressant d'être dans des conditions de gain et puissance lumineuse où le bruit est majoritairement dû à ce bruit de grenaille. La configuration actuelle permet de s'adapter à des niveaux de puissances différents ce qui la rend idéale pour de premières études d'exploration (où le montage peut évoluer beaucoup) tout en ayant quand même de très bonnes performances. En effet, son bruit total sur le signal d'erreur, estimée à 12,5 µV, correspond à une variation de fréquence du laser vis à vis au centre du mode de cavité de seulement 2 Hz (d'après le gain de conversion exprimé dans l'équation (2.33)).

ANNEXE E

MODÉLISATIONS - OPTIQUE

E.1 Modèle de miroir de Bragg écrit avec le logiciel MathCAD

mesures et modélisation des miroirs Layertec
coating XXX @ 780 nm

Le set-up de lyon permet la mesure de la finesse d'une cavité linéaire avec une exactitude inférieure au % sur un interval spectral supérieur à 100 nm. La reproductibilité de la finesse mesurée après remplacement d'un miroir provenant du même batch permet de les considérer tous identiques.

On utilise ensuite ce spectre de finesse pour ajuster les paramètres du calcul de la reflectivité des miroirs multicouche, à savoir, le nombre de couche et le contraste d'indice.

On extrait ensuite le spectre de la différence de phase entre les deux polarisations que l'on traduit en différence de fréquence entre les modes de polarisation du même ordre longitudinal.

Le set-up de Grenoble permet de mesurer cette différence de fréquence pour une cavité en V. Le choix de cette cavité en V plutôt qu'en triangle est gouverné par le coating des miroirs et leur rayon de courbure. En effet, la modélisation indique que la finesse chute drastiquement si l'angle de reflexion sur le miroir est bien supérieur à 15° alors qu'une cavité triangulaire implique des angles proche de 45°. La longueur de la cavité en V est elle gouvernée par le courbure des miroirs pour garantir la stabilité et par la congruence entre le FSR de la cavité et le taux de répétition du peigne frep de façon à oberver le Point Magique.

Import des data de la finesse : $FinDat := READPRN("Finesse\_data.txt")$

Calcul du spectre de réflexion d'un miroir de Bragg:

Paramètres

Longueur d'onde *(Note: toutes les distances sont en μm)*

Angle d'incidence $\theta := 16 \cdot deg$

Indices optiques $nair := 1$ $nhi = 2.055$ $nlow = 1.458$ $nsubs = 1.452$

note : l'ajustement de nhi se fait avec les data de la finesse tout en bas

Note: $\frac{\lambda_0}{4 \cdot nlow} = 0.133$ $\frac{\lambda_0}{4 \cdot nhi} = 0.094$ $\frac{\lambda_0}{4 \cdot nsubs} = 0.134$

Note : la réponse des miroirs dépend essentiellement du rapport des indices de la structure bien que dans l'absolu, les interfaces avec l'air et le substrat doivent faire intervenir leurs valeurs.

$\frac{nhi}{nlow} = 1.41$ Nombre total d'interfaces $NL := (NbHR) \cdot 2 + 2$ $NL = 28$

Indices Optiques de la structure

$$n := \left| \begin{array}{l} \text{for } k \in 0..NbHR \\ \quad \left| \begin{array}{l} n_{2 \cdot k+2} \leftarrow nhi \\ n_{2 \cdot k+1} \leftarrow nlow \end{array} \right. \\ n \end{array} \right.$$

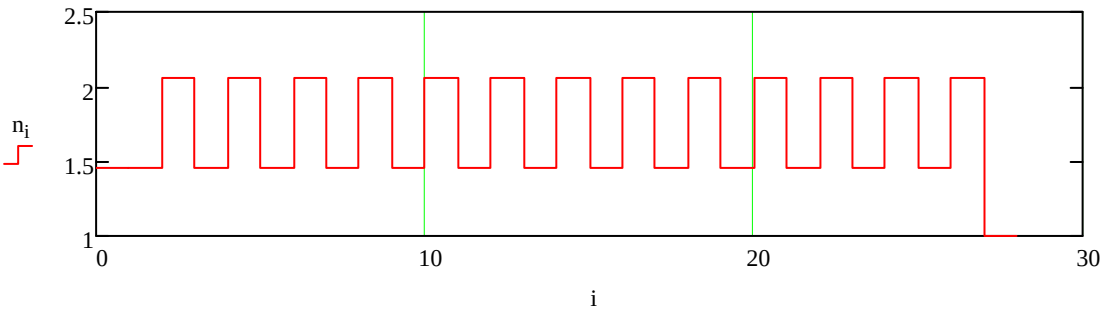
$n_0 := nsubs$ $n_{NL-1} := nair$ $n_{NL} := nair$

Epaisseur des couches

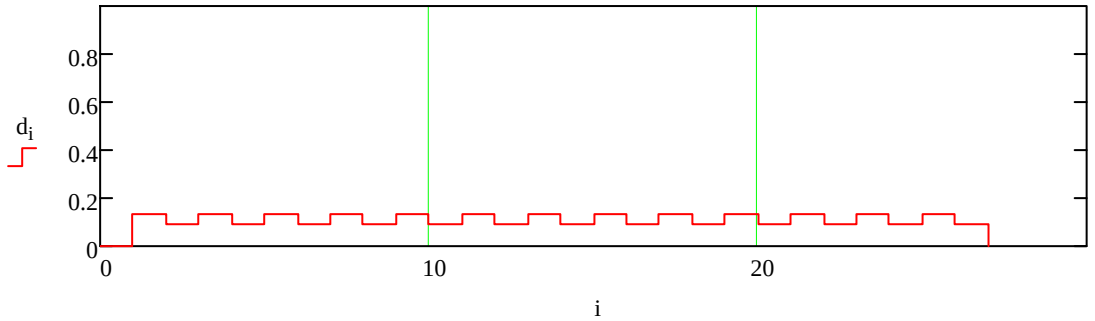
$$d := \left| \begin{array}{l} \text{for } m \in 1..2 \cdot NbHR \\ \quad d_m \leftarrow \frac{\lambda_0}{4 \cdot n_m} \\ d \end{array} \right.$$

$d_0 := 0$ $d_{NL-1} := 0$ $d_{NL} := 0$

$i := 0, 1..NL$ indices optiques



$i := 0, 1 .. NL - 1$ épaisseurs



Un éventuel terme de perte dans les couches

$$g(\lambda) := 0.117 \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\lambda - 2.5}{0.007}\right)} \cdot 0$$

$$f(j, \lambda) := \begin{cases} 0 & \text{if } j < 2 \\ 0 & \text{if } j > 2 \\ \frac{g(\lambda)}{2} & \text{if } j = 2 \end{cases}$$

NOTE g=0 , THEN f=0 !

Calcul des paramètres du champ dans la structure (incidence TM)

Dans le milieu j, et à l'interface entre le milieu j et j+1, on défini:

Vecteur d'onde de propagation

$$k(j, \lambda, \theta) := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot n_j \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j} \cdot \sin(\theta)\right)\right)$$

Phase après propagation

$$\beta(j, \lambda, \theta) := (k(j, \lambda, \theta) + i \cdot f(j, \lambda)) \cdot d_j$$

Coefficient de reflexion en amplitude NOTE f=0!

Polarization parallele au plan de reflection

$$r_P(j, \theta) := \frac{n_j \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_{j+1}} \cdot \sin(\theta)\right)\right) - n_{j+1} \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j} \cdot \sin(\theta)\right)\right)}{n_j \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_{j+1}} \cdot \sin(\theta)\right)\right) + n_{j+1} \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j} \cdot \sin(\theta)\right)\right)}$$

Polarization perpendiculaire

$$r_T(j, \theta) := \frac{n_j \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j} \cdot \sin(\theta)\right)\right) - n_{j+1} \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_{j+1}} \cdot \sin(\theta)\right)\right)}{n_j \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j} \cdot \sin(\theta)\right)\right) + n_{j+1} \cdot \cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_{j+1}} \cdot \sin(\theta)\right)\right)}$$

On définit:

pour l'onde propagative

$$RP_P(j,\lambda,\theta) := r_P(j,\theta)\cdot\exp\left(i\cdot 2\cdot\sum_{p=0}^{j}\beta(p,\lambda,\theta)\right)$$

$$RP_T(j,\lambda,\theta) := r_T(j,\theta)\cdot\exp\left(i\cdot 2\cdot\sum_{p=0}^{j}\beta(p,\lambda,\theta)\right)$$

pour l'onde contrapropagative

$$RM_P(j,\lambda,\theta) := r_P(j,\theta)\cdot\exp\left(-i\cdot 2\cdot\sum_{p=0}^{j}\beta(p,\lambda,\theta)\right)$$

$$RM_T(j,\lambda,\theta) := r_T(j,\theta)\cdot\exp\left(-i\cdot 2\cdot\sum_{p=0}^{j}\beta(p,\lambda,\theta)\right)$$

Coeff. de transmission en amplitude (pas utile dans la suite)

$$t(j,\theta) := \frac{2\cdot n_j\cdot\cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j}\cdot\sin(\theta)\right)\right)}{n_j\cdot\cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_{j+1}}\cdot\sin(\theta)\right)\right)+n_{j+1}\cdot\cos\left(\operatorname{asin}\left(\frac{n_0}{n_j}\cdot\sin(\theta)\right)\right)}$$

Remarque: On suppose une onde plane incidente. Toutes les ondes se recouvrent donc.

On définit la *loi de composition:*

$$CL_P(j,\lambda,\theta,x) := \frac{RP_P(j,\lambda,\theta)+x}{1+RM_P(j,\lambda,\theta)\cdot x} \qquad CL_T(j,\lambda,\theta,x) := \frac{RP_T(j,\lambda,\theta)+x}{1+RM_T(j,\lambda,\theta)\cdot x}$$

On calcule le coefficient de réflexion totale de la structure [$RT=R_0°(R_1°(R_2°(....°R_{NL-1}))$]:

$$RT_P(\lambda,\theta) := \left|\begin{array}{l} x \leftarrow RP_P(NL-1,\lambda,\theta) \\ \text{for } k \in NL-2..0 \\ \quad x \leftarrow CL_P(k,\lambda,\theta,x) \\ x \end{array}\right. \qquad RT_T(\lambda,\theta) := \left|\begin{array}{l} x \leftarrow RP_T(NL-1,\lambda,\theta) \\ \text{for } k \in NL-2..0 \\ \quad x \leftarrow CL_T(k,\lambda,\theta,x) \\ x \end{array}\right.$$

Discretisation de λ: $\lambda_{min} := 0.8\cdot\lambda_0 = 0.621$ $\quad \lambda_{max} := 1.2\cdot\lambda_0 = 0.931$ $\quad M := 100$ $\quad i := 0..M$

$\lambda_0 = 0.776$ $\quad d\lambda := \frac{\lambda_{max}-\lambda_{min}}{M}$ $\quad \lambda(i) := \lambda_{min} + i\cdot d\lambda$ $\quad d\lambda = 3.104\times 10^{-3}$

Reflectivité : $R0_{P_i} := RT_P(\lambda(i),0)$ $\quad R1_{P_i} := RT_P(\lambda(i),\theta)$ $\quad \theta = 16\cdot\frac{\pi}{180}$ $\quad \lambda(M) = 0.931$

$R0_{T_i} := RT_T(\lambda(i),0)$ $\quad R1_{T_i} := RT_T(\lambda(i),\theta)$

Finesse cavité linéaire $\quad Finesse\_0_i := 2\pi\cdot\frac{\left|R0_{T_i}\right|}{\left[1-\left(\left|R0_{T_i}\right|\right)^2\right]}$ indépendant de la polarisation car incidence normale

Finesse cavité en V :

$$\mathrm{Finesse}_p(\lambda,\theta) := 2\pi\cdot\frac{\left|RT_P(\lambda,\theta)\right|\cdot\left|RT_P(\lambda,0)\right|}{\left[1-\left(\left|RT_P(\lambda,\theta)\right|\cdot\left|RT_P(\lambda,0)\right|\right)^2\right]}$$

$$\mathrm{Finesse}_T(\lambda,\theta) := 2\pi\cdot\frac{\left|RT_T(\lambda,\theta)\right|\cdot\left|RT_T(\lambda,0)\right|}{\left[1-\left(\left|RT_T(\lambda,\theta)\right|\cdot\left|RT_T(\lambda,0)\right|\right)^2\right]}$$

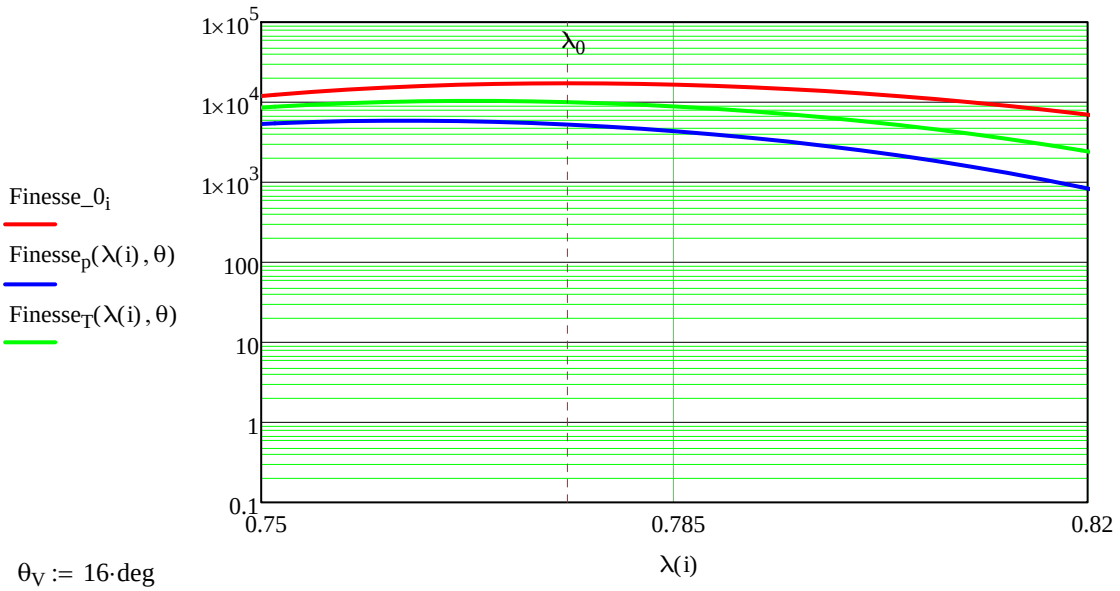
note : le nombre de reflexion par aller retour est deux fois plus important

ici les finesses sont calculés à l'aide des trois miroirs

$$F = \frac{2\cdot\pi\cdot\sqrt{R_{eff}}}{1-R_{eff}} \qquad R_{eff} = R\cdot R_f\cdot e^{-\alpha\cdot L}$$

Spectre de finesse pour la cavité linéaire et en V à l'angle choisi dans l'expérience

$\theta = 16\cdot deg$

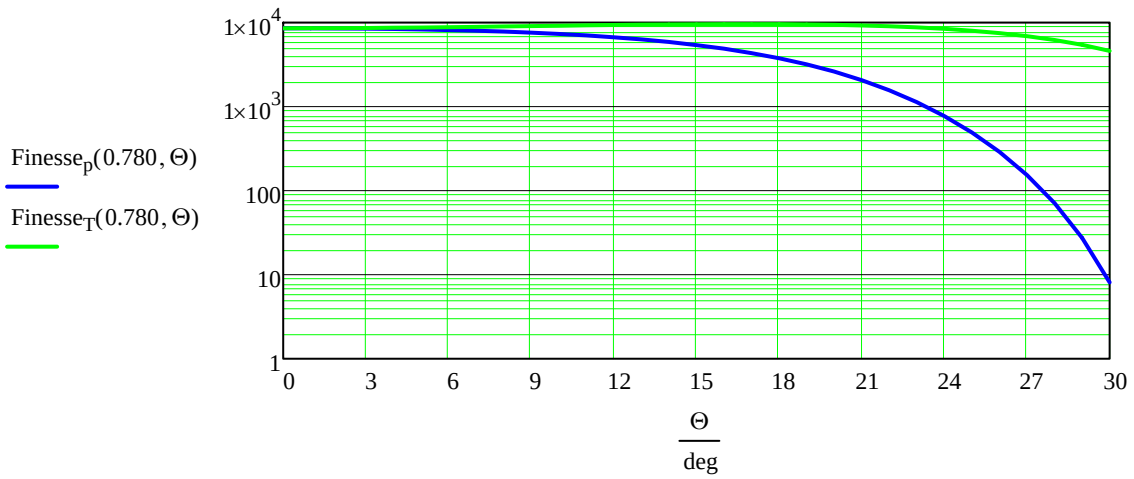


$\theta_V := 16\cdot deg$

$\mathrm{Finesse}_p(0.761,\theta_V) = 5877.54$ $\qquad$ $\mathrm{Finesse}_T(0.761,\theta_V) = 10093.93$

En effet pour des angles plus grands la finesse chute drastiquement....

$\Theta := 0, 1\cdot deg .. 30\cdot deg$



cependant 18° aurait peut être été un meilleurs choix, les splitting auraient été un peu plus grands, et le rapport des finesses pas supérieur à 10.

Comparaison aux data experimetales $\quad M := \mathrm{length}\left(\mathrm{FinDat}^{\langle 0 \rangle}\right) \qquad i := 0 .. M - 1$

Discretisation de λ: $\quad \lambda_{min} := \dfrac{\left(\mathrm{FinDat}^{\langle 0 \rangle}\right)_0}{1000} \qquad \lambda_{max} := \dfrac{\left(\mathrm{FinDat}^{\langle 0 \rangle}\right)_{M-1}}{1000} \qquad \lambda_{min} = 0.74 \qquad \lambda_{max} = 0.848$

$$d\lambda := \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{M - 1} \qquad \lambda(i) := \lambda_{min} + i \cdot d\lambda \qquad d\lambda = 2 \times 10^{-3}$$

Reflectivité : $\quad R0_{P_i} := RT_P(\lambda(i), 0) \qquad RT_P(\lambda(i), \theta)$

$R0_{T_i} := RT_T(\lambda(i), 0) \qquad R1_{T_i} := RT_T(\lambda(i), \theta)$

Finesse cavité linéaire $\quad Finesse\_0_i := \pi \cdot \dfrac{\left(\left|R0_{T_i}\right|\right)^{0.5}}{\left[1 - \left(\left|R0_{T_i}\right|\right)\right]}$

$nsubs \equiv 1.452$

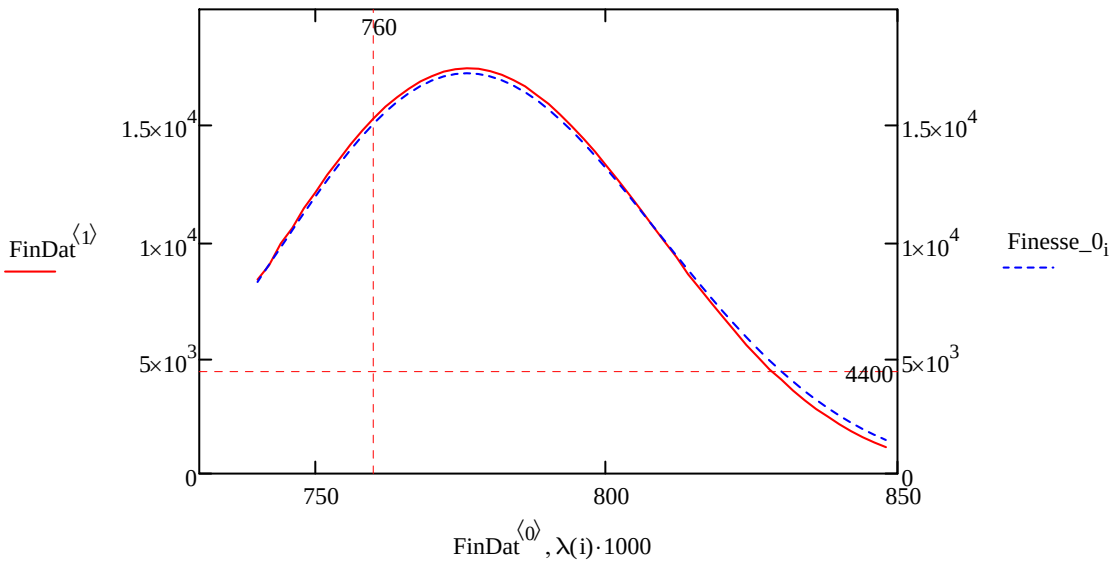
ajustement de

1.7782 avec 14 periodes

1.826 avec 13 periodes gardons le rapport constant...

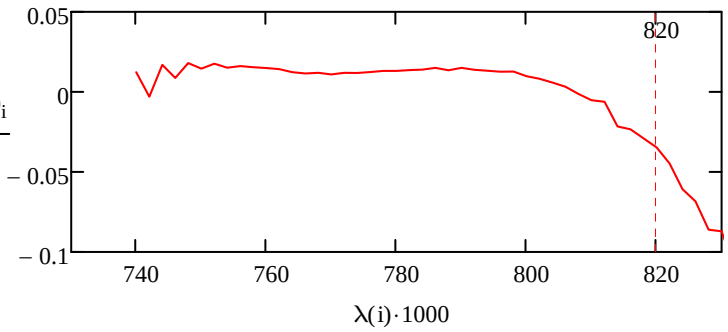
Attention ici la courbe est ajiustée pour une cavité linéaire

ici c'est le nombre de couches qui fixe la réflectivité max et le rapport entre nhigh et nlow



et résidue....

$$\frac{\left(FinDat^{\langle 1\rangle}\right)_i - Finesse\_0_i}{\left(FinDat^{\langle 1\rangle}\right)_i}$$



décalage en fréquence des modes de polarisation

la réflectivité complexe d'un miroir peut s'écrire : $rc_p(\omega) = r_p(\omega)\cdot e^{i\cdot\varphi_p(\omega)}$

$$rc_T(\omega) = r_T(\omega)\cdot e^{i\cdot\varphi_T(\omega)}$$

Le terme de phase d'un aller retour dans la cavité s'écrit donc :

$\Phi_p(\omega) = \frac{\omega}{c}\cdot 4\cdot L + 2\cdot\varphi_p(\omega)$ et $\Phi_T(\omega) = \frac{\omega}{c}\cdot 4\cdot L + 2\cdot\varphi_T(\omega)$ $\frac{\omega}{c}\cdot 4L = 2\pi\cdot\frac{4L}{\lambda}$

L est la longueur d'un bras de la cavité en V, les deux étant supposés égaux

le déphasage du miroir de repli est doublé sur un aller retour

Les fréquences des modes longitudinaux d'ordre n sont données par les relations :

$\frac{\omega p_n}{c}\cdot 4\cdot L + 2\cdot\varphi_p(\omega p_n) = n\cdot 2\cdot\pi$ et $\frac{\omega T_n}{c}\cdot 4\cdot L + 2\cdot\varphi_T(\omega T_n) = n\cdot 2\cdot\pi$

La différence de ces fréquences est donc : $\nu p_n - \nu T_n = \frac{c}{4\cdot L}\cdot\left(\frac{\varphi_T(\omega T_n) - \varphi_p(\omega p_n)}{\pi}\right)$

soit encore : $\nu p_n - \nu T_n = FSR\cdot\left(\frac{\varphi_T(\omega T_n) - \varphi_p(\omega p_n)}{\pi}\right)$

La condition de stabilité de la cavité en V (induit par le rayon de courbure des miroirs) et la nécessité d'observer le point magique nous ont conduis à choisir pour un taux de répétition du laser :

$f_{rep} := 80\cdot MHz$ $FSR := 4\cdot f_{rep}$

Il ya eu deux series de mesure prises à un ou deux jour d'intervalle

Import des data : $Shift1 := READPRN("Shift1bis.txt")$ $Shift2 := READPRN("Shift2bis.txt")$

Discretisation de λ: $\lambda_{min} := 0.76$ $\lambda_{max} := 0.845$ $M := 50$

$i := 0 .. M$ $d\lambda := \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{M}$ $\lambda(i) := \lambda_{min} + i\cdot d\lambda$ $d\lambda = 1.7\times 10^{-3}$

$\theta := 16\cdot deg$

Spectre du déphasage des miroirs : $\varphi_{T_i} := \arg\left(RT_T(\lambda(i),\theta)\right)$ $\varphi_{p_i} := \arg\left(RT_P(\lambda(i),\theta)\right)$

Spectre du décalage en fréquence des modes de polarisation : $\Delta\nu_i := FSR\cdot\left(\frac{\varphi_{T_i} - \varphi_{p_i}}{\pi}\right)$

L'accord est satisfaisant jusqu'à 820 nm puis décroche clairement. C'est aussi à partir de 820 nm que l'ajustement de la finesse s'écarte de 5%.

calculation for large angle (16°) V cavity, with FSR 1/4 of 80MHz

$\lambda_1 := 0.761 \qquad \theta_1 := 16 \cdot deg \qquad FSR := 4 \cdot f_{rep}$

$$\Delta\nu_1 := \frac{4 \cdot 80 \cdot MHz}{\pi} \cdot \left(\arg\left(RT_T(\lambda_1, \theta_1)\right) - \arg\left(RT_P(\lambda_1, \theta_1)\right)\right)$$

$\Delta\nu_1 = 1 \cdot MHz$

$Shift1 := READPRN(\text{"splitting2.txt"})$

Discretisation de λ: $\lambda_{min} := 0.76 \qquad \lambda_{max} := 0.845 \qquad M := 50$

$i := 0 .. M \qquad d\lambda := \frac{\lambda_{max} - \lambda_{min}}{M} \qquad \lambda(i) := \lambda_{min} + i \cdot d\lambda \qquad d\lambda = 1.7 \times 10^{-3}$

$\theta := 16 \cdot deg$

Spectre du déphasage des miroirs : $\varphi_{T_i} := \arg\left(RT_T(\lambda(i), \theta)\right) \qquad \varphi_{P_i} := \arg\left(RT_P(\lambda(i), \theta)\right)$

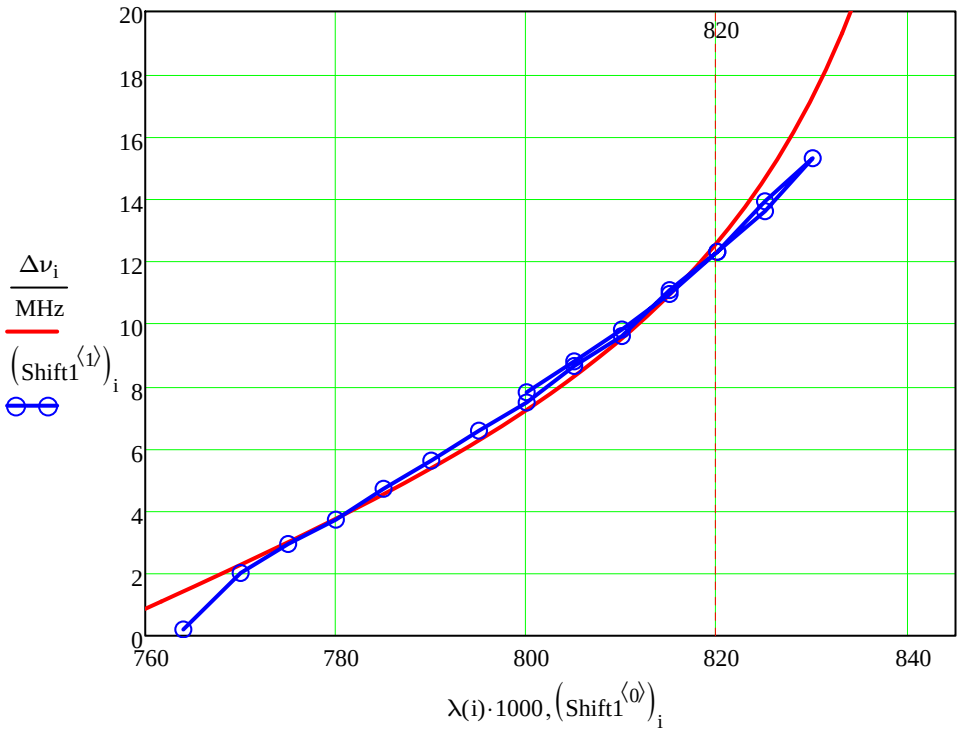
.

Spectre du décalage en fréquence des modes de polarisation : $\Delta\nu_i := FSR \cdot \left(\frac{\varphi_{T_i} - \varphi_{P_i}}{\pi}\right)$

après on joue uniquequement sur nhigh pour que cela passe par le splitting

$NbHR \equiv 13 \qquad nhi \equiv 2.055 \qquad nlow \equiv \frac{1.5888}{2.24} \cdot nhi = 1.458$

$\lambda_0 \equiv 0.7760$



E.2 Modèle de la cavité en V écrit avec le logiciel SMath Studio, équivalent libre de MathCAD

Définition des matrices ABCD

Chaque élément optique a une matrice ABCD (voir Kolgenik 1966) qui décrit son impact sur le faisceau gaussien. La propagation dans un système composé de plusieurs éléments est obtenues par multiplication des différentes matrice ABCD représentant les différentes éléments.

Réflexion sur un mirroir de rayon de courbure R

$$MirrS(R) := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

Réflexion sur un mirroir de rayon de courbure R
attaqué avec un angle θ par rapport à l'axe optique
(les deux axes ne sont plus équivalents)

$$MirrS_x(R;\theta) := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R\cdot\cos(\theta)} & 1 \end{bmatrix}$$

$$MirrS_y(R;\theta) := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2\cdot\cos(\theta)}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

Propagation dans l'air sur une distance l

$$T(l) := \begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Définition optique gaussienne

La propagation des faisceaux gaussien est décrite par des relations d'optique gaussienne.

$$z_0(w_0;\lambda) := \frac{\pi}{\lambda}\cdot w_0\cdot w_0$$

$$w_0(z_0;\lambda) := \sqrt{\frac{z_0\cdot\lambda}{\pi}}$$

$$w(z;w_0;\lambda) := w_0\cdot\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0(w_0;\lambda)}\right)^2}$$

Phase de Gouy

Au passage par un point de focalisation une onde acquiert un terme de phase, appelée phase de Gouy (voir Gouy 1890 et Gouy 1891), directement lié à sa divergence.

$$\varphi_G(z;w_0;\lambda) := \operatorname{atan}\left(\frac{z}{z_0(w_0;\lambda)}\right)$$

Calcul à partir des matrices ABCD

On défini quelques opération sur les matrices ABCD pour calculer des propriétés des faisceaux gaussien se propageant dans le système optique.

Position du waist par rapport au plan de référence de la matrice ABCD

$$z_{waist\_depuisPlanRef}(M) := \frac{M_{22}-M_{11}}{2\cdot M_{21}}$$

Waist dans le plan de référence de la matrice ABCD

$$w_{planRef}(M;\lambda) := \begin{cases} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}}\cdot\frac{\sqrt{|M_{12}|}}{\sqrt[4]{1-\left(\frac{M_{11}+M_{22}}{2}\right)^2}} & \text{if } \left|\frac{M_{11}+M_{22}}{2}\right| \le 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Waist à la focalisation

$$w_{0\_fromABCD}(M;\lambda) := w_{planRef}\left(T\left(z_{waist\_depuisPlanRef}(M)\right)\cdot M\cdot T\left(-z_{waist\_depuisPlanRef}(M)\right);\lambda\right)$$

Paramètres de la source laser

$$\lambda := 764\cdot 10^{-9}$$

Paramètres de la Cavité en V

Inclusion des definitions des rayons de courbures placés dans un autre document pour pouvoir en avoir un équivalent de définition globale (plus aisé d'effectuer des ajustements dans la suite).

include("ModeleCaviteV-SMath-CTE.sm") = 6

Rayon de courbure des mirroirs selon les deux axes, tous les mirroirs sont considérés comme équivalents car issus de la meme cloche de fabrication.

$RR_x = 0,50043 \qquad RR_y = 0,49894$

Géométrie de la cavité en V (ajusté pour avoir un FSR conforme aux mesures réalisées)

$L_1 := 234,43 \cdot 10^{-3} \qquad L_2 := L_1 \qquad \theta_{deg} := 16,35$

$c := 3 \cdot 10^8 \qquad \theta_{rad} := \frac{\theta_{deg} \cdot \pi}{180} = 0,2854$

$FSR := \frac{c}{2 \cdot (L_1 + L_2)} \cdot 10^{-6} = 319,9249$

Matrices Aller-Retour dans la cavité
plan de reference = le miroir de repli RR

$M_{RRversR1\_x} := MirrS_x(RR_x ; \theta_{rad}) \cdot T(L_2) \cdot MirrS(R_{2x}) \cdot T(L_2) \cdot MirrS_x(RR_x ; \theta_{rad}) \cdot T(L_1) \cdot MirrS(R_{1x}) \cdot T(L_1)$

$M_{RRversR1\_y} := MirrS_y(RR_y ; \theta_{rad}) \cdot T(L_2) \cdot MirrS(R_{2y}) \cdot T(L_2) \cdot MirrS_y(RR_y ; \theta_{rad}) \cdot T(L_1) \cdot MirrS(R_{1y}) \cdot T(L_1)$

$M_{RRversR2\_x} := MirrS_x(RR_x ; \theta_{rad}) \cdot T(L_1) \cdot MirrS(R_{1x}) \cdot T(L_1) \cdot MirrS_x(RR_x ; \theta_{rad}) \cdot T(L_2) \cdot MirrS(R_{2x}) \cdot T(L_2)$

$M_{RRversR2\_y} := MirrS_y(RR_y ; \theta_{rad}) \cdot T(L_1) \cdot MirrS(R_{1y}) \cdot T(L_1) \cdot MirrS_y(RR_y ; \theta_{rad}) \cdot T(L_2) \cdot MirrS(R_{2y}) \cdot T(L_2)$

Faisceaux gaussiens dans la cavité

On calcule les propriétés de focalisation du faisceau gaussien dans la cavité à partir des matrices ABCD définies plus haut pour pouvoir par la suite en déduire les phase de Gouy accumulée dans les deux bras.

Positions des references (positions waist) par rapport au miroir RR

$z_{ref\_RRversR1\_x} := z_{waist\_depuisPlanRef}(M_{RRversR1\_x})$

$z_{ref\_RRversR1\_y} := z_{waist\_depuisPlanRef}(M_{RRversR1\_y})$

$z_{ref\_RRversR2\_x} := z_{waist\_depuisPlanRef}(M_{RRversR2\_x})$

$z_{ref\_RRversR2\_y} := z_{waist\_depuisPlanRef}(M_{RRversR2\_y})$

Taille des waists

$w_{0\_RRversR1\_x} := w_{0\_fromABCD}(M_{RRversR1\_x} ; \lambda)$

$w_{0\_RRversR1\_y} := w_{0\_fromABCD}(M_{RRversR1\_y} ; \lambda)$

$w_{0\_RRversR2\_x} := w_{0\_fromABCD}(M_{RRversR2\_x} ; \lambda)$

$w_{0\_RRversR2\_y} := w_{0\_fromABCD}(M_{RRversR2\_y} ; \lambda)$

Phase accumulée sur un aller retour

Calcul de la phase de Gouy accumulées au passage des différentes points de focalisation dans les bras de la cavité.

$$\varphi_{ar\_x} := 2 \cdot \left(-\varphi_G(-z_{ref\_RRversR1\_x} ; w_{0\_RRversR1\_x} ; \lambda) + \varphi_G(L_1 - z_{ref\_RRversR1\_x} ; w_{0\_RRversR1\_x} ; \lambda) - \varphi_G(-z_{ref\_RRversR2\_x} ; w_{0\_RRversR2\_x} ; \lambda) + \varphi_G(L_2 - z_{ref\_RRversR2\_x} ; w_{0\_RRversR2\_x} ; \lambda) \right) = 4,0884$$

$$\varphi_{ar\_y} := 2 \cdot \left(-\varphi_G(-z_{ref\_RRversR1\_y} ; w_{0\_RRversR1\_y} ; \lambda) + \varphi_G(L_1 - z_{ref\_RRversR1\_y} ; w_{0\_RRversR1\_y} ; \lambda) - \varphi_G(-z_{ref\_RRversR2\_y} ; w_{0\_RRversR2\_y} ; \lambda) + \varphi_G(L_2 - z_{ref\_RRversR2\_y} ; w_{0\_RRversR2\_y} ; \lambda) \right) = 4,0035$$

Modes transverses

Composition pour obtenir la phase de Gouy accumullée par un mode transverse sur un aller-retour.

$\varphi_{trans}(m ; n) := \mathrm{mod}(m \cdot \varphi_{ar\_x} + n \cdot \varphi_{ar\_y} ; 2 \cdot \pi)$

Phase de Gouy accumulée lors d'un passage de point de focalisation dans la cavité (4 sur un aller-retour)

$\varphi_{G\_x} := \mathrm{mod}\left(\frac{\varphi_{ar\_x}}{4} ; 2 \cdot \pi\right) = 1,022096843$

$\varphi_{G\_y} := \mathrm{mod}\left(\frac{\varphi_{ar\_y}}{4} ; 2 \cdot \pi\right) = 1,0008809996$

Fréquences pour spectroscopie cavité

$freq_{m,n}(m ; n) := \frac{\varphi_{trans}(m ; n)}{2 \cdot \pi} \cdot FSR$

Comparaison mesure-modèle

$\varphi_{mesure\_x} := 1,0246635$

$ecart\_x := \frac{(\varphi_{mesure\_x} - \varphi_{G\_x})}{\varphi_{G\_x}} = 0,2511\ \%$

$\varphi_{mesure\_y} := 1,0030921$

$ecart\_y := \frac{(\varphi_{mesure\_y} - \varphi_{G\_y})}{\varphi_{G\_y}} = 0,2209\ \%$

ANNEXE F

MONTAGE EXPÉRIMENTAL - COMPLÉMENT D'OPTIQUE

F.1 Système double AOM

Un AOM est un dispositif permettant de modifier la fréquence de quelques dizaine de MHz à quelques dizaines de GHz (selon l'AOM utilisé) d'une onde lumineuse par l'utilisation d'une onde sonore. Il permet également de dévier cette lumière très rapidement par l'application d'un simple signal radiofréquence (noté RF dans la suite) et est souvent utilisé comme interrupteur optique rapide.

F.1.1 Principe de fonctionnement des AOM

Le modulateur acousto-optique est constitué d'un morceau de cristal dans lequel une onde sonore, générée par un actionneur piézo-électrique (en orange sur figure F.1), se propage. Cette onde sonore, va engendrer des fluctuations périodiques de densité (et donc d'indice optique) et interagir avec la lumière par un phénomène de diffusion inélastique de Brillouin (équivalent à la diffusion Raman).

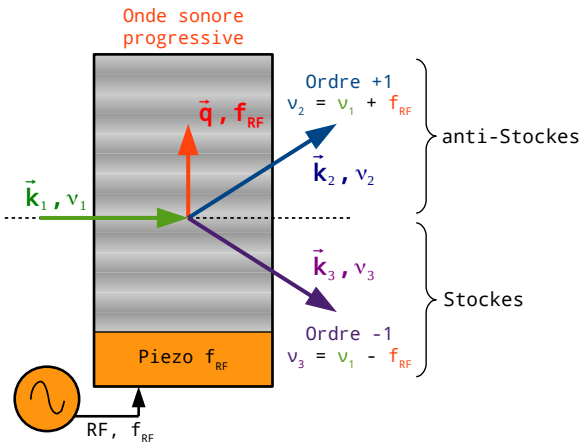


FIGURE F.1 – Illustration fonctionnement d'un AOM

Au cours de cette interaction, la lumière va – au choix – céder de l'énergie au quartz sous la forme d'un phonon (diffusion dite de Stockes), ou en récupérer auprès de ce dernier également sous la forme d'un phonon (diffusion anti-Stockes). Cet échange doit respecter quelques règles précises. Il doit tout d'abord conserver l'énergie, imposant les relations suivantes sur la fréquence des photons diffusés :

$$\nu_2 = \nu_1 + f_{RF} \tag{F.1a}$$
$$\nu_3 = \nu_1 - f_{RF} \tag{F.1b}$$

Un AOM peut donc être utilisé pour décaler facilement en fréquence de la lumière d'une quantité égale à la fréquence appliquée sur l'actionneur piézo-électrique.

Lors de l'intéraction, la quantité d'impulsion (sous forme vectorielle) doit être conservée :

$$\vec{k_2} = \vec{k_1} + \vec{q} \tag{F.2a}$$
$$\vec{k_3} = \vec{k_1} - \vec{q} \tag{F.2b}$$

avec $\vec{k_1}$ l'impulsion du photon incident, $\vec{q}$ l'impulsion du phonon de l'onde sonore, $\vec{k_2}$ l'impulsion du photon diffusé lors d'un événement anti-Stockes et $\vec{k_3}$ l'impulsion du photon diffusé lors d'un événement Stockes.

Cette conservation va fixer l'angle de diffusion de la lumière (notations figure F.1), c'est ce qui permet de dévier angulairement un faisceau de lumière par la simple application d'un signal RF sur l'actionneur piezo-électrique. Cette déviation respecte la relation suivante :

$$sin(\alpha) = \frac{m\lambda_{photon}}{2\lambda_{son}} \tag{F.3}$$

avec α l'angle de déviation, λ_{photon} la longueur d'onde de la lumière, λ_{son} celle de l'onde sonore. Cette relation (équation (F.3)) montre la diffraction de l'onde lumineuse par le réseau formé par l'onde acoustique. Ce qui, dans le cas d'utilisation de source large comme un laser femtoseconde, pose un problème d'alignement optique, toutes les parties du spectre lumineux ne suivant pas le même chemin en sortie de l'AOM. Ces différences peuvent dans certain cas être petites et sans réel impact sur les mesures. Mais dans le cas de l'injection d'une cavité résonante l'alignement est trop critique pour que celles-ci soient négligeables. Des méthodes, à double passage dans l'AOM, ont été utilisées pour pallier ce problème [124] et compenser cette dispersion. Ici, c'est un montage de deux AOM en série qui a été utilisé, que nous appellerons *système double-AOM* dans la suite. Ce type de montage permet de s'affranchir de l'utilisation d'une lame quart-d'onde achromatique, optique difficile à fabriquer avec de bonnes propriétés sur l'ensemble de la plage de longueur d'onde couverte par notre laser femtoseconde (100 nm).

F.1.2 Compensation angulaire

Afin de compenser la dispersion angulaire inhérente à l'utilisation d'un AOM, le système de décalage de fréquence sera composé de deux AOM identiques [AA Opto-Electronic MT200-B100A0.5-800, annexe I.6] associés à des lentilles convergentes focalisant la lumière bien au centre de ceux-ci (schéma présenté sur la figure F.2) et pilotés par un signal RF commun avec une fréquence proche de 200 MHz afin d'être dans la zone optimale de travail de ceux-ci tout en permettant une large gamme de modulation en fréquence.

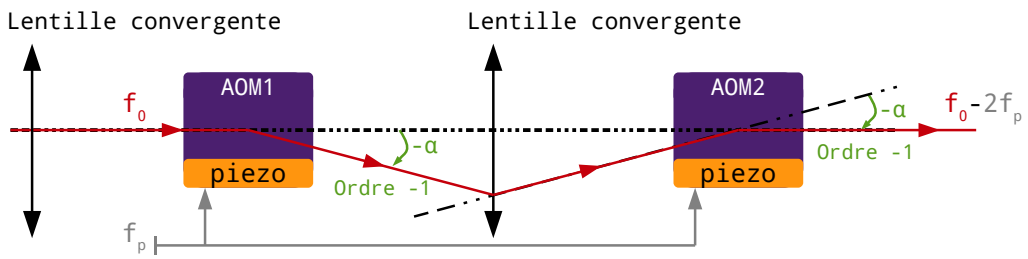


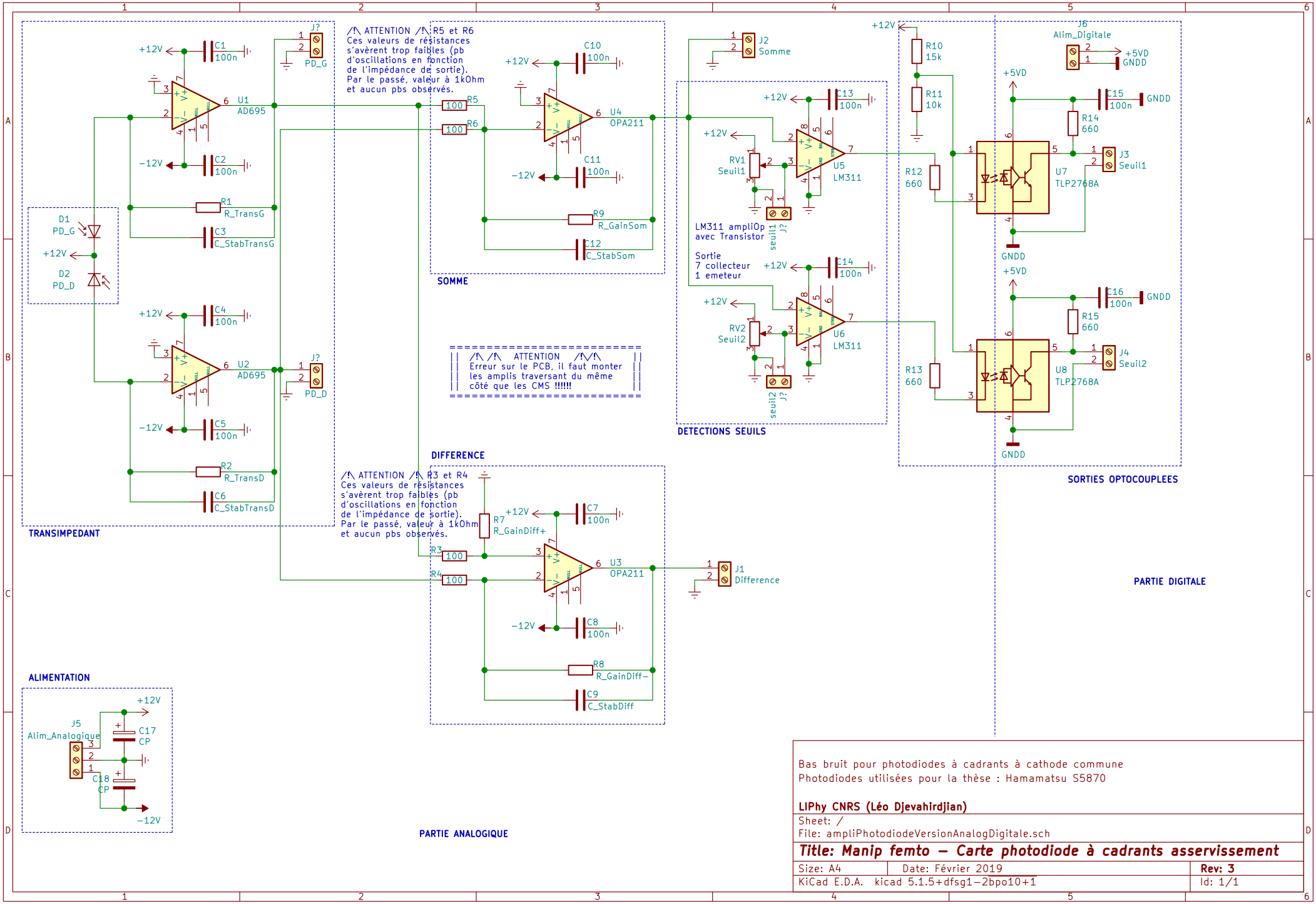
FIGURE F.2 – Système à double AOM pour compenser la dispersion angulaire

La lumière est injectée dans le premier AOM, voir figure F.2, lequel est orienté de manière à diffuser préférentiellement l'ordre -1 (>80% de l'énergie), en sortie un cache bloque tous les autres ordres et évite d'éventuel effet parasites. La lumière diffusée est ensuite focalisée par une lentille convergente, ce qui peut éventuellement changer sa direction (cas illustré sur la figure F.2), avant d'être injectée dans le second AOM. Ce second AOM doit être placé dans le même sens permettant de favoriser également l'ordre -1 (il faut aussi faire attention à un éventuel changement de direction dû au passage dans la lentille convergente). Les deux AOM étant pilotés par le même signal RF, ils induisent le même décalage angulaire. Ainsi, par construction, l'angle de diffusion du premier AOM est parfaitement compensé par le décalage angulaire du second. En choisissant correctement l'orientation des AOM, il est possible d'opérer cette compensation tout en cumulant les décalages fréquentiels de chaque AOM. Il est important de souligner ici, qu'il faut veiller à récupérer le même ordre sur les AOM et prendre en compte les éventuels changements de direction dus à la présence d'éléments optiques convergents.

ANNEXE G

MONTAGE EXPÉRIMENTAL - ÉLECTRONIQUES

G.1 Photodiode à cadrants



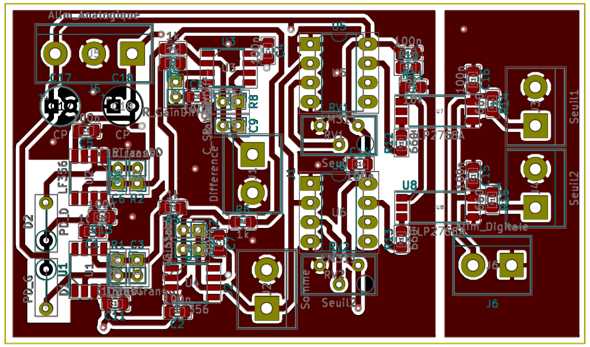
Bas bruit pour photodiodes à cadrants à cathode commune
Photodiodes utilisées pour la thèse : Hamamatsu S5870

LIPhy CNRS (Léo Djevahirdjian)

Sheet: /
File: ampliPhotodiodeVersionAnalogDigitale.sch

Title: Manip femto – Carte photodiode à cadrants asservissement

Size: A4	Date: Février 2019	**Rev: 3**
KiCad E.D.A. kicad 5.1.5+dfsg1-2bpo10+1		Id: 1/1



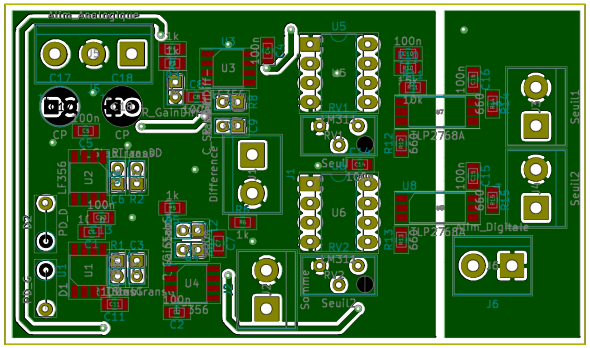
Bas bruit pour photodiode à cadrants à cathode commune
Photodiodes utilisées pour la thèse : Hamamastsu S5870

LIPhy CNRS (Léo Djevahirdjian)

Sheet:
File: ampliPhotodiodeVersionAnalogDigitale.kicad_pcb

Title: Manip femto – Carte photdiode à cadrants asservissement

Size: A4	Date: Février 2019	Rev: 3
KiCad E.D.A. kicad 5.0.2+dfsg1-1bpo9+1		Id: 1/15



Bas bruit pour photodiode à cadrants à cathode commune
Photodiodes utilisées pour la thèse : Hamamastsu S5B70

LIPhy CNRS (Léo Djevahirdjian)

Sheet:
File: ampliPhotodiodeVersionAnalogDigitale.kicad_pcb

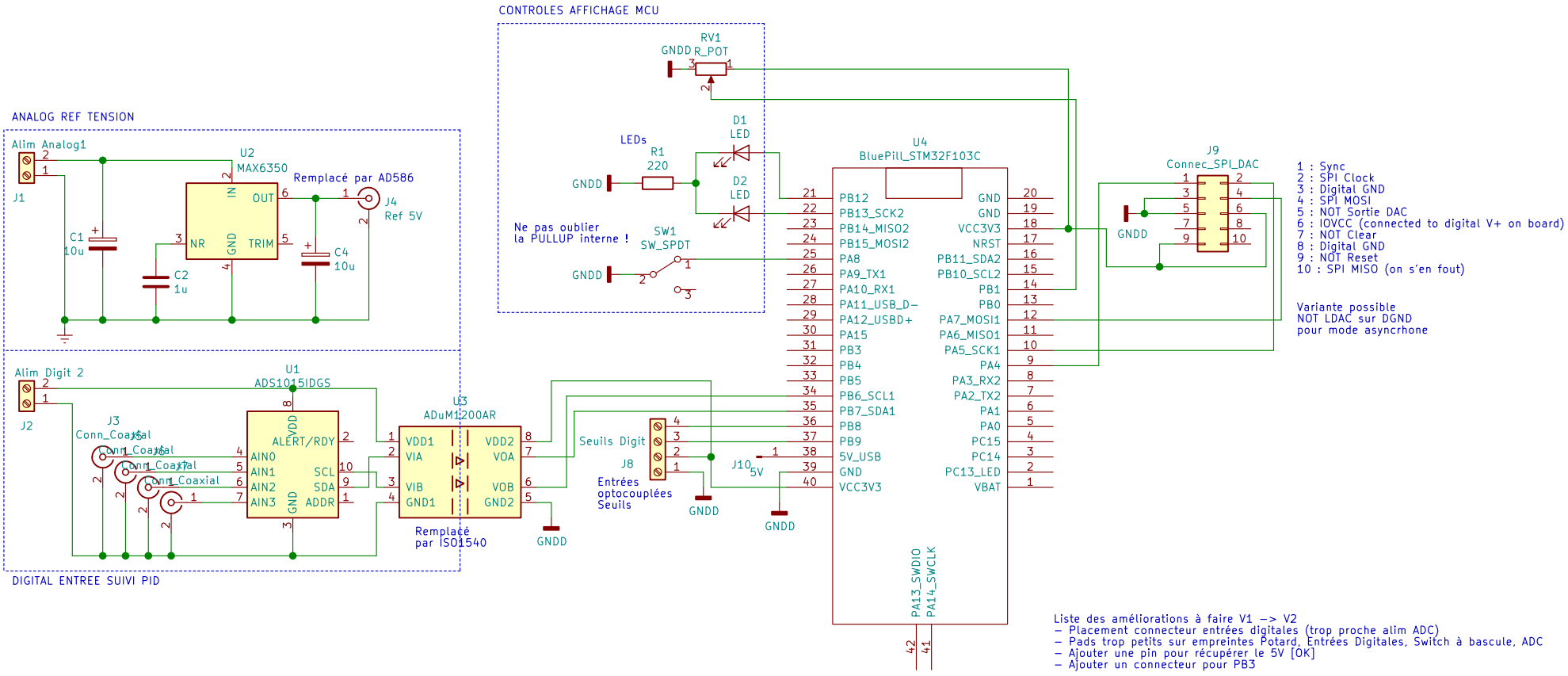
Title: Manip femto – Carte photdiode à cadrants asservissement

Size: A4	Date: Février 2019	**Rev: 3**
KiCad E.D.A. kicad 5.0.2+dfsg1-1bpo9+1		Id: 1/15

G.2 Générateur de rampes

Les rampes bas bruit de recherche de point d'asservissement sont générées par un micro-contrôleur (MCU) pilotant un DAC 20 bits (ADS5791) asservi sur une référence de tension. Une seconde version du code embarqué existe pour piloter l'actionneur piézoélectrique de la cavité haute finesse (pour le moment tension constante pilotée par un potentiomètre, à terme utilisation d'un PID numérique avec lecture d'un ADC).

Le code embarqué sur le MCU est disponible sur le GIT de l'équipe, code "rampatator_stm32" pour le générateur de rampe et "piezoTaTord_stm32" pour le pilotage de l'actionneur piézoélectrique de la cavité haute finesse.



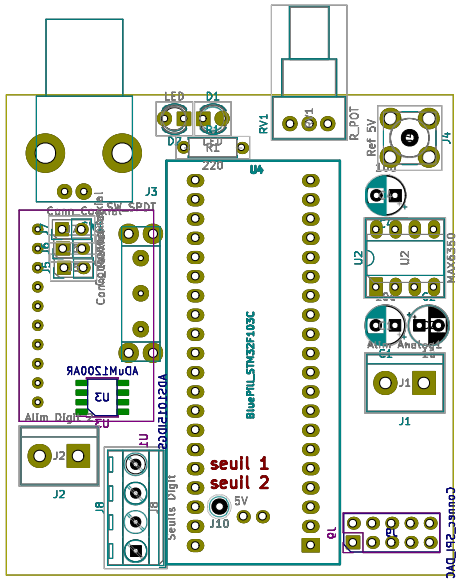
MCU : STM32 (Blue Pill)
Contrôles : 1 Potard + 1 Inter
Entrées : ADC 12bits (ADS1015) + 4 digitales
Sortie : Pilotage DAC SPI 20bits (ADS5791) + Reference 5V

LIPhy CNRS (Léo Djevahirdjian)

Sheet: /
File: carteSTM32_1_rampe.sch

Title: Manip femto - Carte MCU générique asservissement

Size: A4	Date: Mars 2019	**Rev: 1**
KiCad E.D.A. kicad 5.0.2+dfsg1-1bpo9+1		Id: 1/1

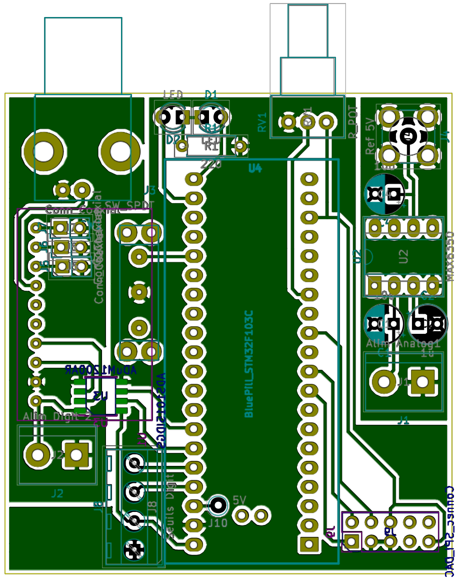


MCU : STM32 (Blue Pill)
Contrôles : 1 Potard + 1 Inter
Entrées : ADC 12bits (ADS1015) + 4 digitales
Sortie : Pilotage DAC SPI 20bits (ADS5791) + Référence 5V
LIPhy CNRS (Léo Djevahirdjian)

Sheet:
File: carteSTM32_1_rampe.kicad_pcb

Title: Manip Femto – Carte MCU générique

Size: A4	Date: Mars 2019	**Rev: 1**
KiCad E.D.A. kicad 5.0.2+dfsg1-1bpo9+1		Id: 1/15



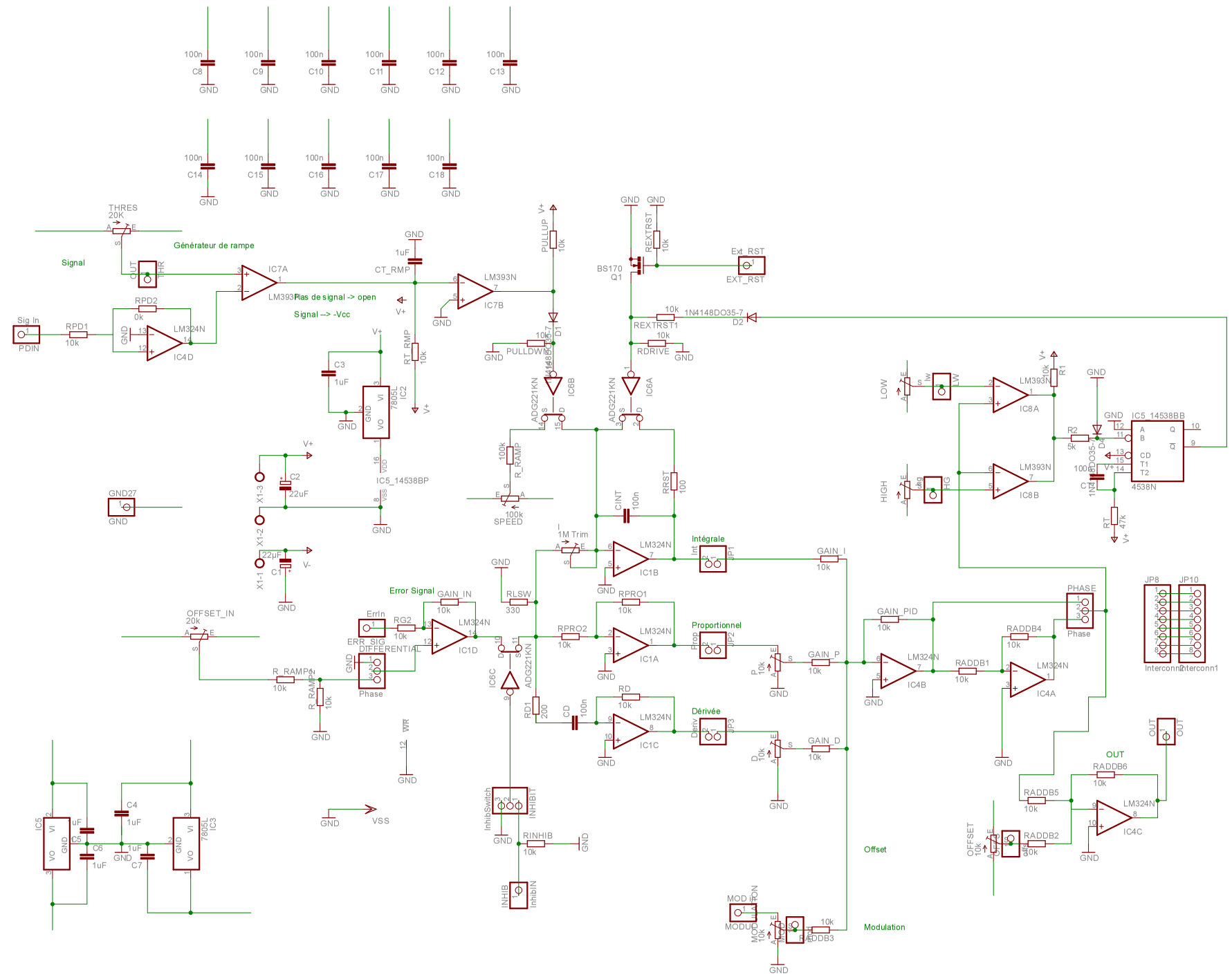
MCU : STM32 (Blue Pill)
Contrôles : 1 Potard + 1 Inter
Entrées : ADC 12bits (ADS1015) + 4 digitales
Sortie : Pilotage DAC SPI 20bits (ADS5791) + Référence 5V
LIPhy CNRS (Léo Djevahirdjian)

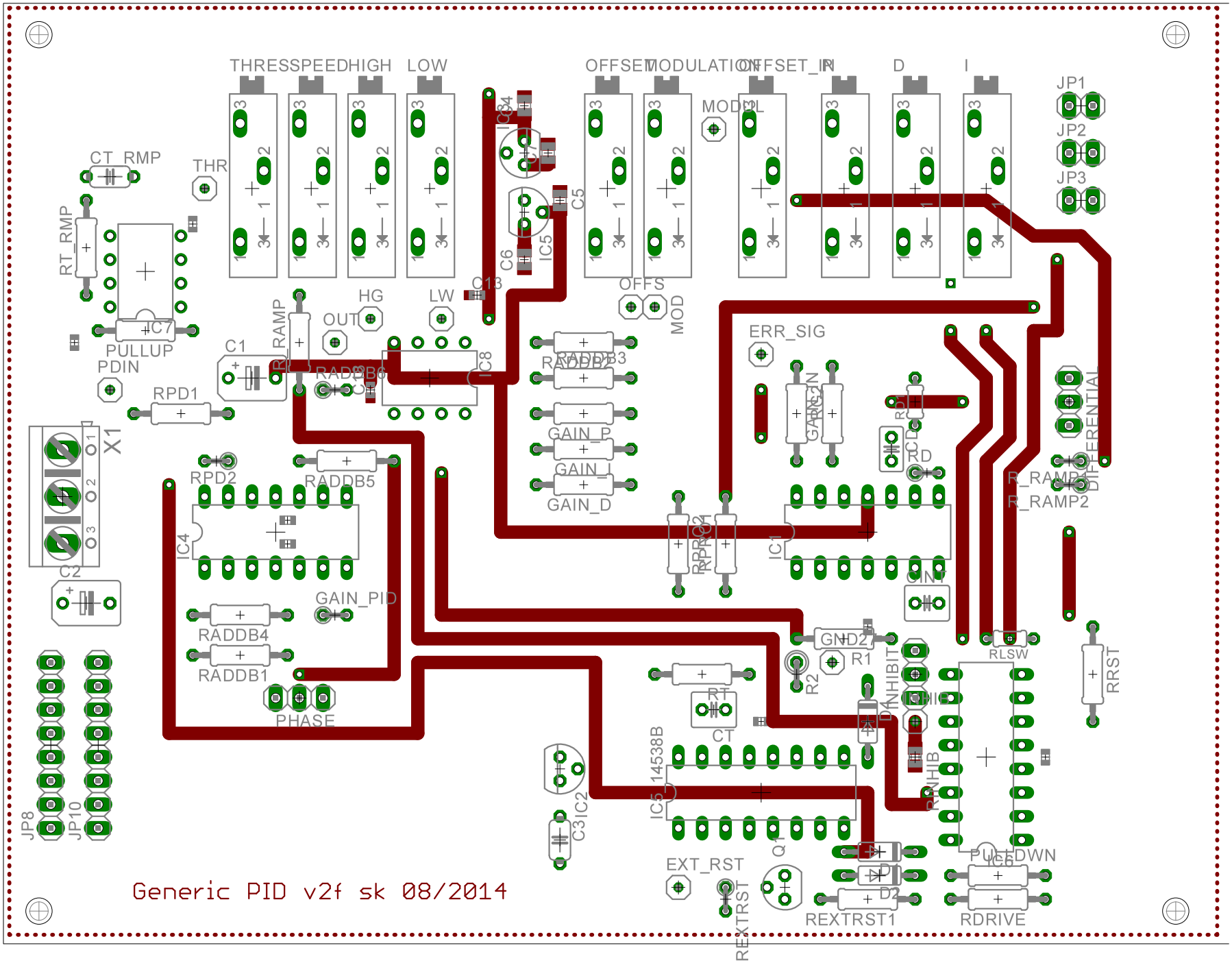
Sheet:
File: carteSTM32_1_rampe.kicad_pcb

Title: Manip Femto – Carte MCU générique

Size: A4	Date: Mars 2019	**Rev: 1**
KiCad E.D.A.	kicad 5.0.2+dfsg1-1bpo9+1	Id: 1/15

G.3 PID


Générateur de rampe
Signal
Pas de signal -> open
Signal --> -Vcc
Error Signal
Intégrale
Proportionnel
Dérivée
Offset
Modulation
OUT
LOW
HIGH
SPEED
Phase
Interconn1
Interconn1
IC5_14538BP
IC5_14538BB
4538N
LM393N
LM324N
ADG221KN
7805L
BS170
Q1
Ext_RST
EXT_RST
1N4148DO35-7
THRES
20K
Sig In
PDIN
OFFSET_IN
20k
GND27
GND
VSS
V+
V-

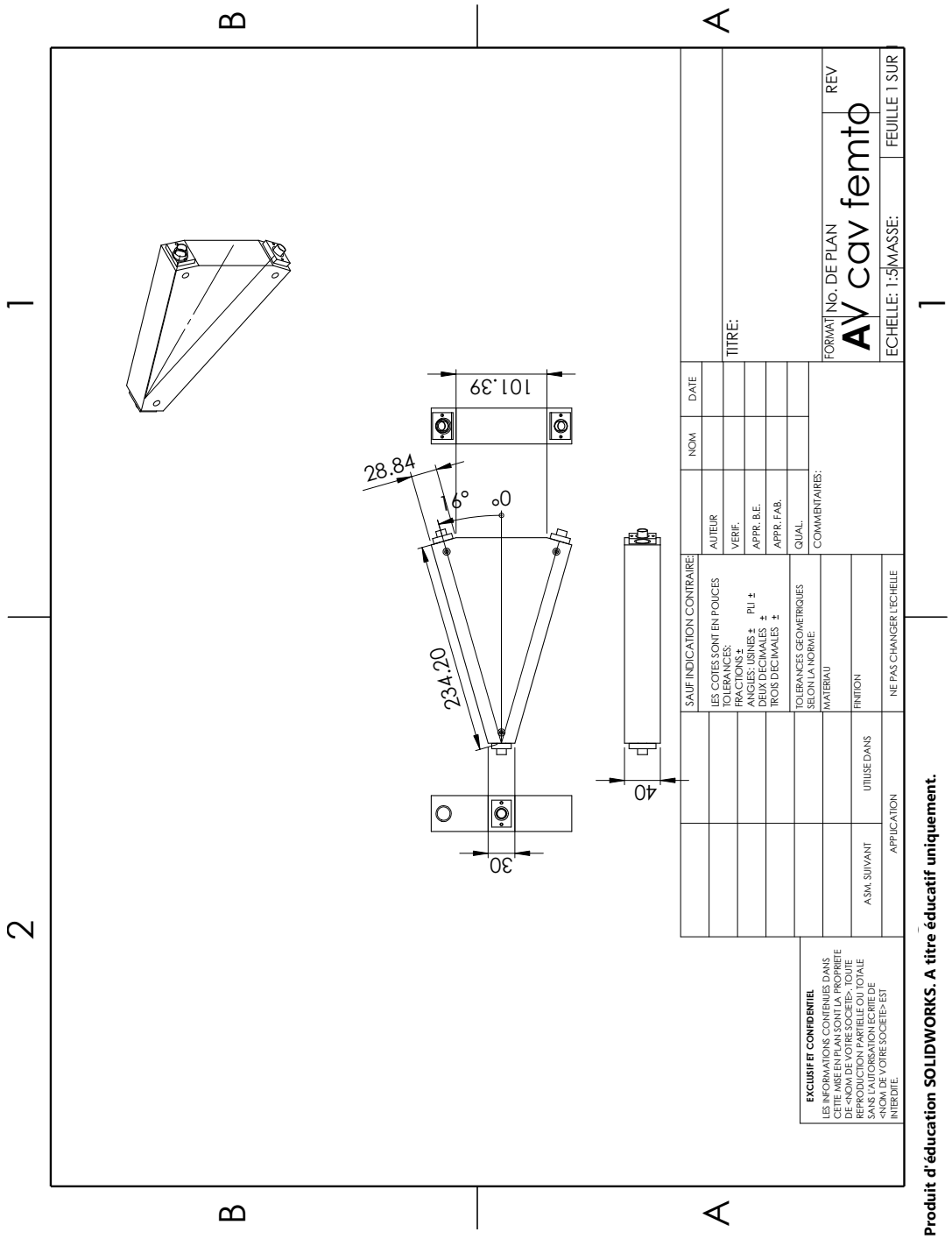

THRESSPEEDHIGH
LOW
OFFSET
MODULATION
OFFSET_IN
D
I
JP1
JP2
JP3
CT_RMP
THR
RT_RMP
C7
PULLUP
PDIN
RPD1
C1
RAMP
HG
OUT
LW
C13
C6
IC5
C5
IC8
RADDB6
RADDB3
RADDB2
GAIN_P
GAIN_I
GAIN_D
OFFS
MOD
ERR_SIG
GAIN
R_RAMP
R_RAMP2
DIFFERENTIAL
X1
RPD2
RADDB5
IC4
C2
GAIN_PID
RADDB4
RADDB1
PHASE
JP8
JP10
IC1
GND
GND2
R1
R2
RLSW
RRST
INHIBIT
RT
CT
IC5 14538B
C3
IC2
EXT_RST
REXTRST
Q1
D1
D2
REXTRST1
PULLDWN
IC6
RDRIVE
Generic PID v2f sk 08/2014

generic PID v1 ek 08\2014
JP1
JP2
JP3
DIFFERENTIAL
R_RAMP1
R_RAMP2
RRST
RDRIVE
REXTRST1
REXTRS1
EXT_RST
IC5 14538B
C3
IC2
C8
D2
D1
D4
R1
GND2
RSW
RMIN
RMAX
IC1
RPROC1
RPROC2
ERR_SIG
GAIN
RD
RU
OFFSET
MODULATION
MODEL
MOD
OFF
RADDB3
GAIN_P
GAIN_I
GAIN_D
C5
IC6
C7
IC4
C6
C13
IC8
LOW
SPEED
HIGH
THRES
LW
HG
OUT
RADDB6
RADDB5
GAIN_PID
PHASE
RPRAMP
C1
THR
RADDB4
RADDB1
IC4
RPD2
RPD1
CT_RMP
PULLUP
PDIN
IC7
RT_RMP
X1
JP8
JP10

ANNEXE H

MONTAGE EXPÉRIMENTAL - MÉCANIQUE

H.1 Mise en plan cavité en V



ANNEXE I

FICHES TECHNIQUES

I.1 Oscillateur femtoseconde Griffin

KMLABS™ inc.
LEADING IN ULTRAFAST

GRIFFIN Performance Report

Serial Number	G170810
Customer	CNRS
Model	Grifffin W
Date	2/20/2018

Parameter	Specification	Measured	Achieved?
Average Power [Energy]	> 500mW, [> 5.2nJ] (≤ 25fs)	618mW (24.0fs)	Y
Pulse Duration (fs)	<25fs (800nm), <40fs (750nm-840nm)	24fs (800nm),<32fs (750nm-800nm)	Y
Repetition Rate	75MHz-102MHz	80MHz	Y
Beam Quality	Near TEM00	NA	Y
Polarization	Horizontal "p"	By Design	Y
Oscillator Pump	Lighthouse Photonics Sprout Series	NA	Y

Prepared By:	Eric Mountford
Signature:	Eric S. Mountford
Quality Assurance By:	Kevin Shea
Signature:	Kevin Shea

4775 Walnut Street, Suite 102
Boulder, CO 80301 USA

Main: (303) 544-9068
Fax: (419) 821-2284

KMLABS™ inc.

Software

Version	Ti: Sapphire Laser Controller v5.6.2

Pump

Pump Laser Manufacturer	Lighthouse Photonics
Pump Laser Model	Sprout-G-10W-H
Serial Number	G10H 20111103
Polarization	"P"

Chiller

Chiller Set Temp (°C)	23.0
Chiller Model	NESLAB RTE7
Chiller Serial Number	110271002

Pump Power

	CW Position	ML Position
Operating Power (W)	4.80	

As indicated on the pump laser display screen.

Oscillator Power

	CW Position	ML Position
Power (W)	1.050	0.618
Optical Efficiency	22%	13%

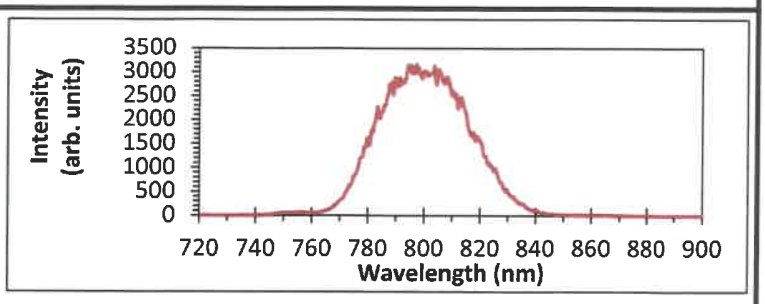
All 800 nm power measurements taken with a Coherent FieldMate.

Repetition Rate

Oscillator Repetition Rate	80MHz

Spectrum

Central Wavelength	800nm
FWHM	47nm
Pulse Width (fs)	24



4775 Walnut Street, Suite 102
Boulder, CO 80301 USA

Main: (303) 544-9068
Fax: (419) 821-2284

Rail Settings

	CW Position	ML Position
C2 Micrometer	7.1	6.9
Crystal Micrometer	5.5	5.5
Lens	4.4	4.4

Prism/Slit Settings

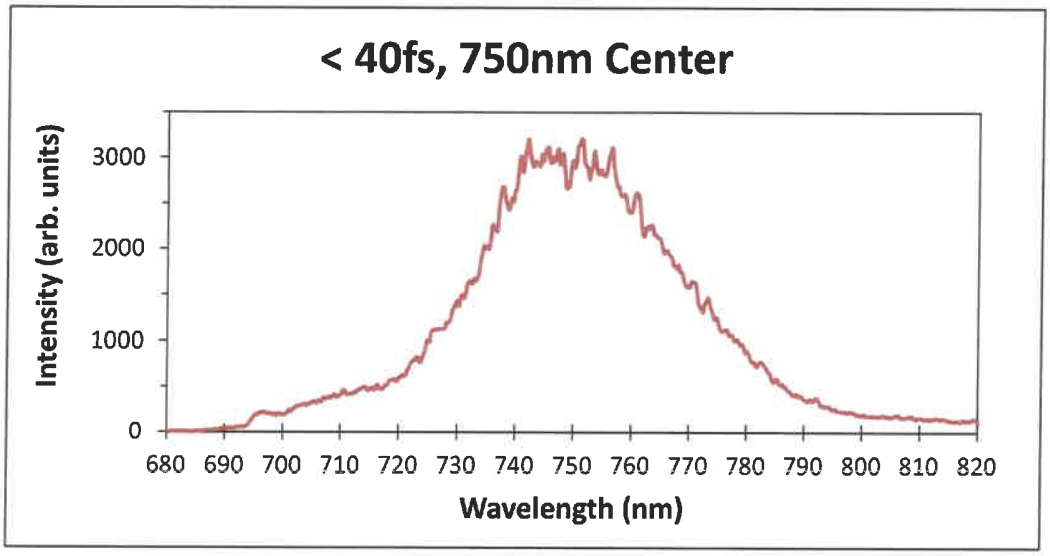
	CW Position	ML Position
Prism 1 Typical Position	324	324
Prism 2 Typical Position	235	235

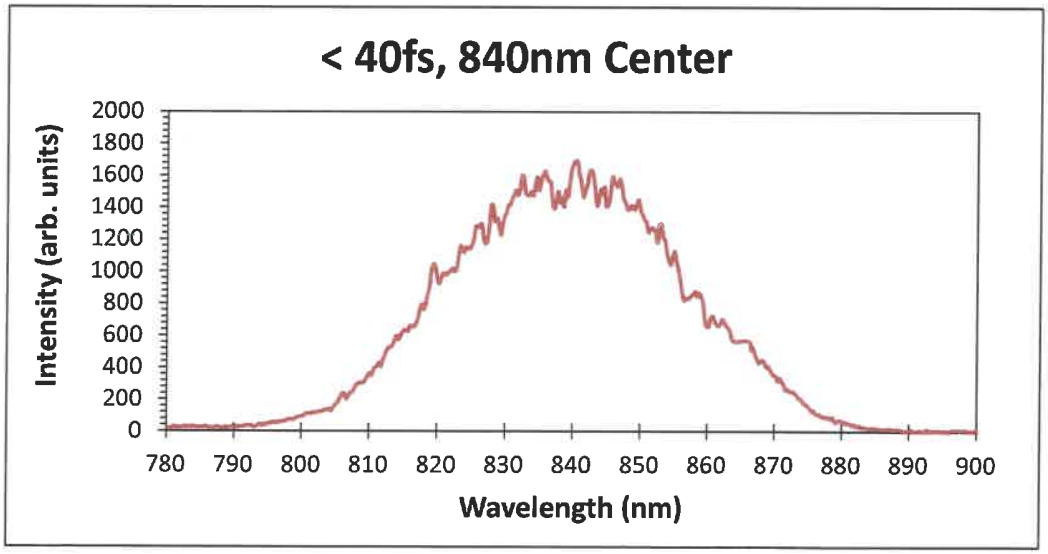
4775 Walnut Street, Suite 102
Boulder, CO 80301 USA

Main: (303) 544-9068
Fax: (419) 821-2284

KMLABS™ inc.

Additional Measured Spectra

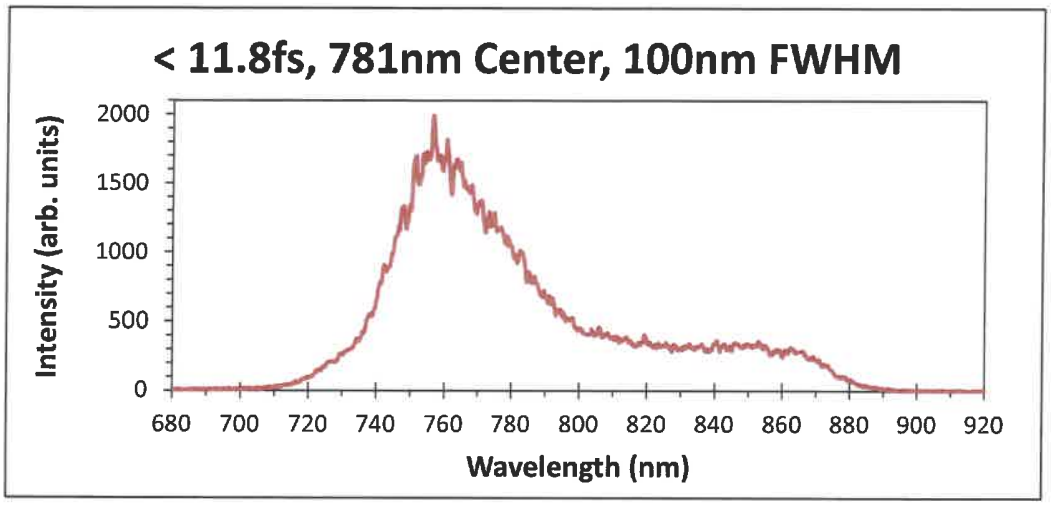




4775 Walnut Street, Suite 102
Boulder, CO 80301 USA

Main: (303) 544-9068
Fax: (419) 821-2284

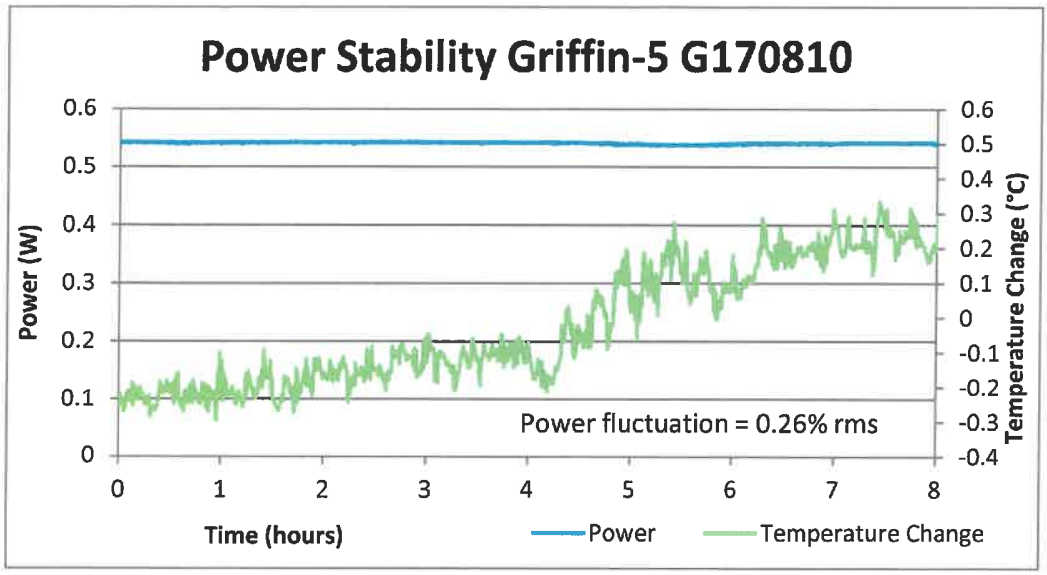
Additional Measured Spectra

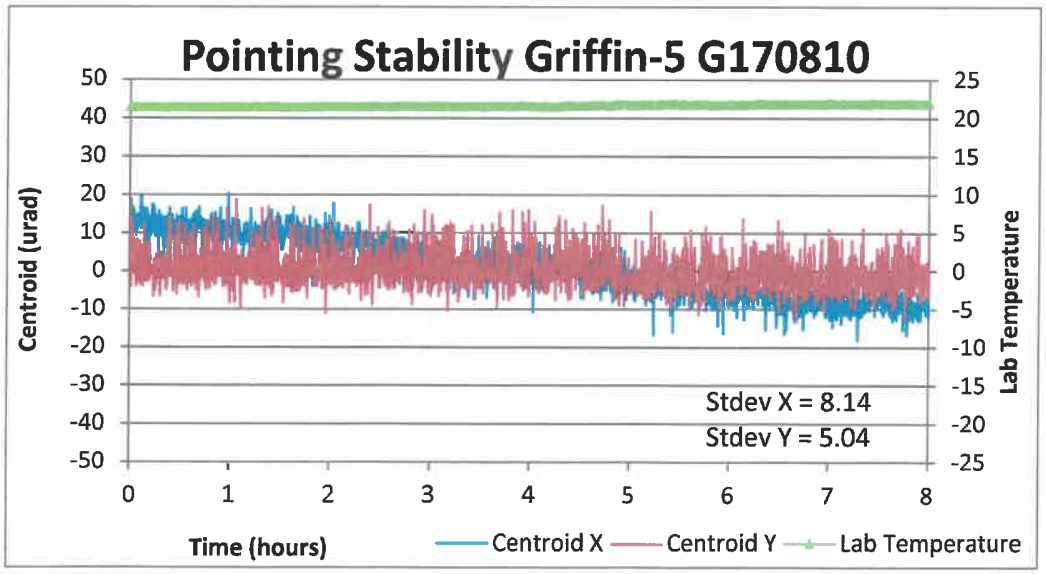


4775 Walnut Street, Suite 102
Boulder, CO 80301 USA

Main: (303) 544-9068
Fax: (419) 821-2284

Measured Stability





4775 Walnut Street, Suite 102
Boulder, CO 80301 USA

Main: (303) 544-9068
Fax: (419) 821-2284

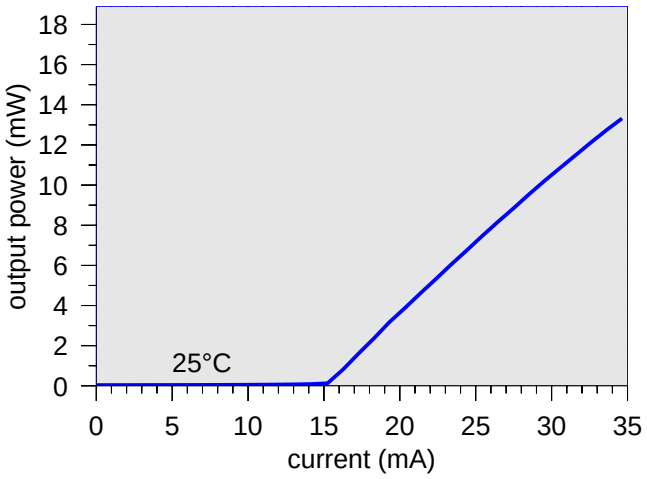
I.2 DFB NanoPlus - 760.8nm

S/N: 512/5-14
P/N: 800-761-10

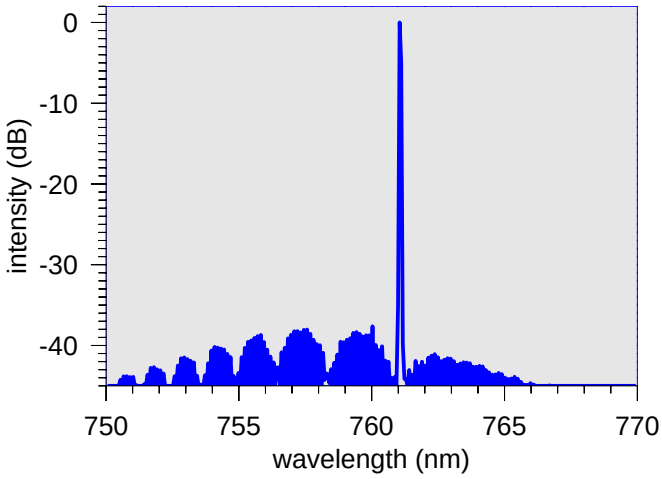
Nanosystems and Technologies GmbH
nanoplus

Datasheet for 761nm DFB Laser

Current-Output-Power



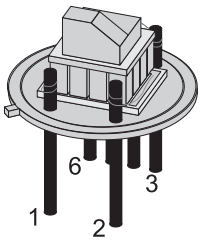
Spectrum



The Laser is mounted on: TO8 wih TEC. Electrical connection as shown:

Pin	Function
1	TEC (-)
2	TEC (+)
3	Thermistor
4	Thermistor
5	LD (-)
6	LD (+)

Parameter	Symbol	Value	Unit
Max. temperature diff.	ΔTmax	73	K
Max. current	Imax	0.5	A
Max. voltage	Umax	4.0	V
Max. power	Qmax	0.25	W
Thermistor R_0 @ 25°C	R_0	8785	Ω
Thermistor b	b	3288 K	



Caution: Before operating the cooler: TO8 has to be connected to a heat sink.

Characteristics

Parameter	Symbol	Unit	min	typical	max
Operation voltage	U	V			0.5
Max. Current	I_{max}	mA			35
Threshold current	I_{th}	mA		15	
Slope efficiency	e	mW/mA		0.71	

Operation conditions

Parameter	Symbol	Unit	min	typical	max
Operation temperature	T	°C		29	
Wavelength	λ	nm		761.1	
Operation current	I	mA		29	
Output power	P_{opt}	mW		10	

Device protected by US patent no. 6,671,306; 6,846,689

CLASS 1M LASER PRODUCT
(DIN EN 60825-1:2001-11)
DO NOT VIEW DIRECTLY WITH
OPTICAL INSTRUMENTS

Caution:

High voltage, high temperature, and mechanical forces may cause irreversible damage to the laser. When handling the laser diode proper ESD (electrostatic discharge) precautions are recommended to avoid performance degradation or loss of functionality.

WARNING!
ESD - SENSITIVE DEVICE

nanoplus GmbH
Oberer Kirschberg 4
97218 Gerbrunn

Tel: +49 (0)931 90827-0
Fax: +49 (0)931 90827-19

http://www.nanoplus.com
email: sales@nanoplus.com

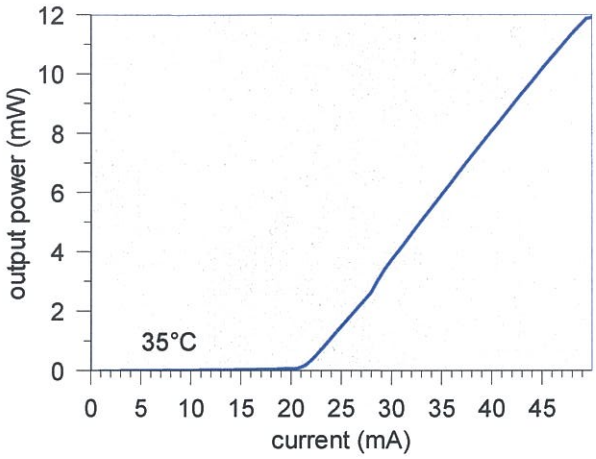
I.3 DFB NanoPlus - 764nm

S/N: 2450/12-19

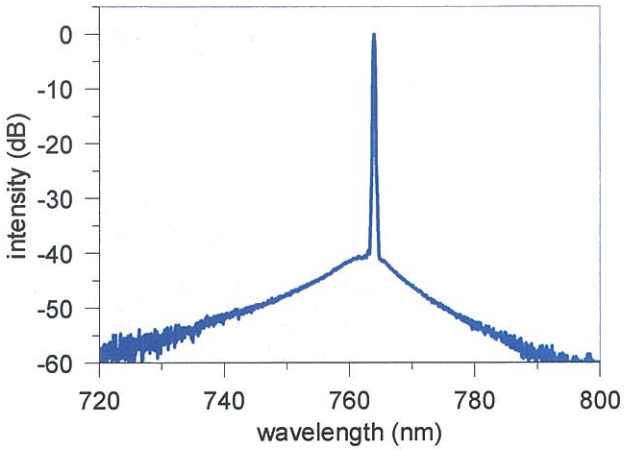
Nanosystems and Technologies GmbH
nanoplus

Datasheet for 764nm DFB Laser

Current-Output-Power



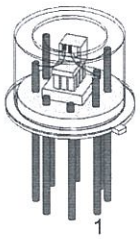
Spectrum



The Laser is mounted on: TO5 with TEC and cap. Electrical connection as shown:

Pin	Function
1	LD(+)
2	LD(-)
3	Peltier (-)
4	Peltier (+)
5	Thermistor
6	Thermistor
7	N/C
8	N/C

Parameter	Symbol	Value	Unit
Max. temperature diff.	ΔTmax	67	K
Max. current	Imax	0.8	A
Max. voltage	Umax	1.45	V
Max. power	Qmax	0.68	W
Thermistor R_0 @ 25°C	R_0	10000	Ω
Thermistor b	b	3930	



Bottom View

Caution: Before operating the cooler: TO5 has to be connected to a heat sink.

Characteristics

Parameter	Symbol	Unit	min	typical	max
Operation voltage	U	V			3
Max. Current	I_{max}	mA			50
Threshold current	I_{th}	mA		21	
Slope efficiency	e	mW/mA		0.38	

Operation conditions

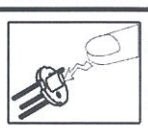
Parameter	Symbol	Unit	min	typical	max
Operation temperature	T	°C	32	37	42
Wavelength	λ	nm		763.9	
Operation current	I	mA		40	50
Output power	P_{opt}	mW		8	

Device protected by US patent no. 6,671,306; 6,846,689

CLASS 3B LASER PRODUCT
(DIN EN 60825-1:2008-5)
INVISIBLE LASER RADIATION
AVOID DIRECT EXPOSURE
TO BEAM

Caution:

High voltage, high temperature, and mechanical forces may cause irreversible damage to the laser. When handling the laser diode proper ESD (electrostatic discharge) precautions are recommended to avoid performance degradation or loss of functionality.



WARNING!
ESD - SENSITIVE DEVICE

nanoplus GmbH
Oberer Kirschberg 4
97218 Gerbrunn

Tel: +49 (0)931 90827-0
Fax: +49 (0)931 90827-19

http://www.nanoplus.com
email: sales@nanoplus.com

I.4 DFB OEWaves 0E4030 - 1550nm

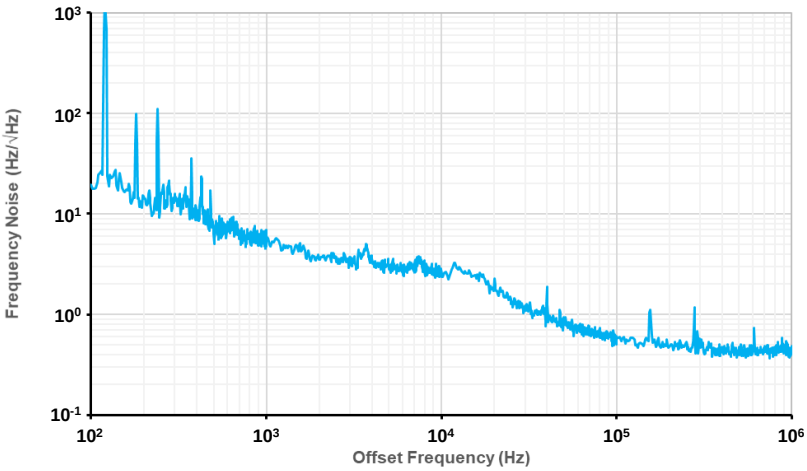
OEwaves
INVENT ▪ DEVELOP ▪ DELIVER

HI-Q™ 1.5 MICRON LASER SERIES

HI-Q™ Laser offers ultra-narrow Lorentzian linewidth and low phase/frequency noise in a compact form factor.

This HI-Q™ laser houses a proprietary driver/controller and the OEwaves laser source which is based on a high quality factor (Q) Whispering Gallery Mode (WGM) micro-resonator. The laser is available at a variety of C band wavelengths (1530 – 1565 nm).

The unique technology of the OEwaves HI-Q™ laser leverages the self-injection locking capability of a suitable commercially available laser diode via resonant optical feedback from a high-Q WGM micro-resonator. Its monolithically integrated approach along with micro-scale mass and volume make the laser virtually insensitive to environmental vibrations.



FEATURES

- Ultra-Narrow Instantaneous Laser Linewidth
- Ultra-Low Phase/Frequency Noise
- 1530 – 1565 nm
- Wide Thermal Tuning Range
- Low Vibration Sensitivity
- Low Residual Amplitude Modulation
- Wavelength Stability
- Compact Package
- Integrated Driver/Controller
- USB or RS-232 Control Interface

APPLICATIONS

- Interferometric Optical Sensing
- LIDAR
- B-OTDR Temperature and Strain
- Gas Sensing
- Optical Metrology and Spectroscopy
- Acoustic Sensing
- Oil and Gas Exploration
- Coherent Communication
- Test and Measurement

RIDE THE WAVE OF INNOVATION

www.oewaves.com
sales@oewaves.com

465 N. Halstead Street, Suite 140 Pasadena, CA 91107

HI-Q™ 1.5 MICRON LASER SERIES
SPECIFICATIONS

	OE4023 Tunable	OE4026 Ultra-Narrow	OE4028 Hertz	OE4030 Sub-Hertz
Spectral Linewidth* (Lorentzian, instantaneous)	≤ 300 Hz	≤ 80 Hz	≤ 7 Hz	≤ 3 Hz*
Frequency Noise ▪ 1 kHz Offset ▪ 10 kHz Offset ▪ 1 MHz Offset	 300 Hz / √Hz 30 Hz / √Hz 10 Hz / √Hz	 60 Hz / √Hz 20 Hz / √Hz 8 Hz / √Hz	 30 Hz / √Hz 10 Hz / √Hz 4 Hz / √Hz	 10 Hz / √Hz 5 Hz / √Hz 2 Hz / √Hz
Thermal Tuning Range (Continuous)	40 GHz	10 GHz	10 GHz	10 GHz
Options	Multiples of 40GHz (.32 nm) up to 200GHz (1.6 nm)			
Thermal Tuning Rate	200 MHz / s	100 MHz / s	100 MHz / s	100 MHz / s
Extended Power (Option)	18 mW	18 mW	N/A	N/A
Relative Intensity Noise (at 10 MHz)	- 140 dBc / Hz	- 140 dBc / Hz	- 145 dBc / Hz	- 150 dBc / Hz
Wavelengths Offered	1530 – 1565 nm (Single Frequency, CW; Vacuum)			
Output Power	10 mW			
Short Term Stability (Typical)	10^{-9} @ 1 s (At Constant Case Temperature)			
Frequency Stability (Typical)	100 MHz / day			
Signal to Noise Ratio	55 dB			
Side-Mode Suppression Ratio	50 dB			
Operating Temperature	+20°C to +40°C			
Storage Temperature	-10°C to +50°C			
Monitor / Control Interface	USB (Standard) or RS-232 (Option)			
Package	2.3” x 6” x 1” (Including Driver Electronics)			
Fiber Pigtail	PM-FC / APC (PANDA Fiber, Slow Axis)			
Polarization Extinction Ratio	20 dB			
Frequency Modulation (Option)	DC-10 kHz; 5 - 15 MHz/V; > ±100 MHz Range DC-100 kHz; 5 - 15 MHz/V; > ±100 MHz Range			

Tech Notes: Instantaneous Linewidth* is computed from the noise floor of the power spectral density of frequency noise (PSDFN).

*Contact Sales for less than <1 Hz linewidth.

Laser Safety: This product meets the appropriate standard in Title 21 of the Code of Federal Regulations (CFR) 1040 and is classified as a FDA/CDRH Class 3b laser product.
Note: These specifications are subject to change without notice. This product line is covered by one or more of the following U.S. patents: 6,871,025; 6,879,752; 7248,763, 7991,025; 7869,472. Other patents pending.
ECCN: EAR99

OEwaves™

+1.626.351.4200
sales@oewaves.com
www.oewaves.com

RIDE THE WAVE OF INNOVATION

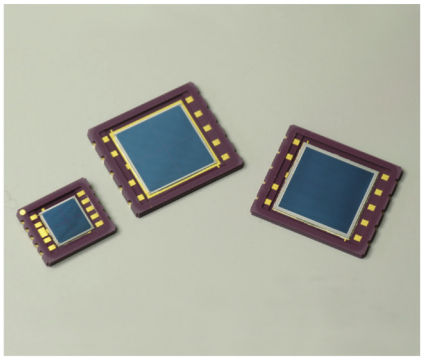
465 N. Halstead Street, Suite 140 Pasadena, CA 91107

I.5 Photodiode à cadrants Hamamatsu S5870

HAMAMATSU
PHOTON IS OUR BUSINESS

Si PIN photodiodes

S5980/S5981/S5870 series



Surface mountable, segmented type Si photodiode

Structure

Parameter	Symbol	S5870/-10	Unit
Photosensitive area	A	10 × 10 / 2 segments	mm
Gap between elements	-	30	μm
Package	-	Ceramic	-
Window material	-	Resin coating	-

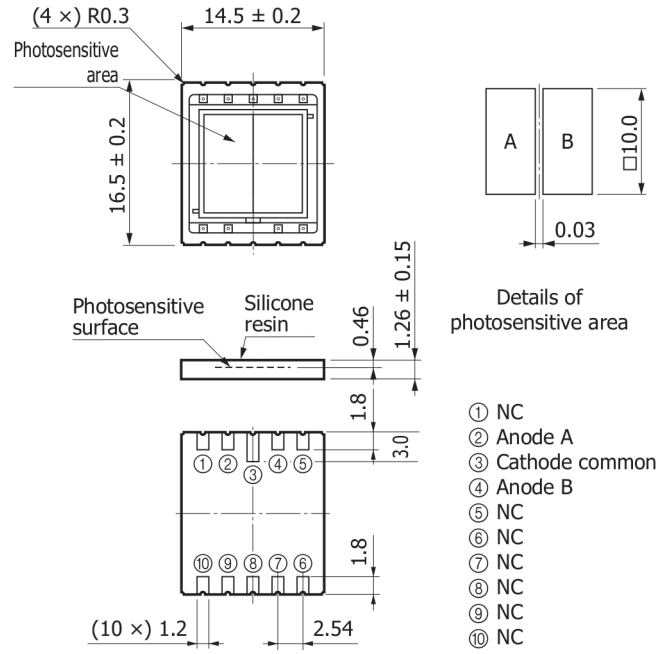
Absolute maximum ratings

Parameter	Symbol	S5870/-10	Unit
Reverse voltage	V_R max	30	V
Operating temperature*1	Topr	-40 to +100	°C
Storage temperature*1	Tstg	-40 to +125	°C

Electrical and optical characteristics (Ta=25 °C, per element)

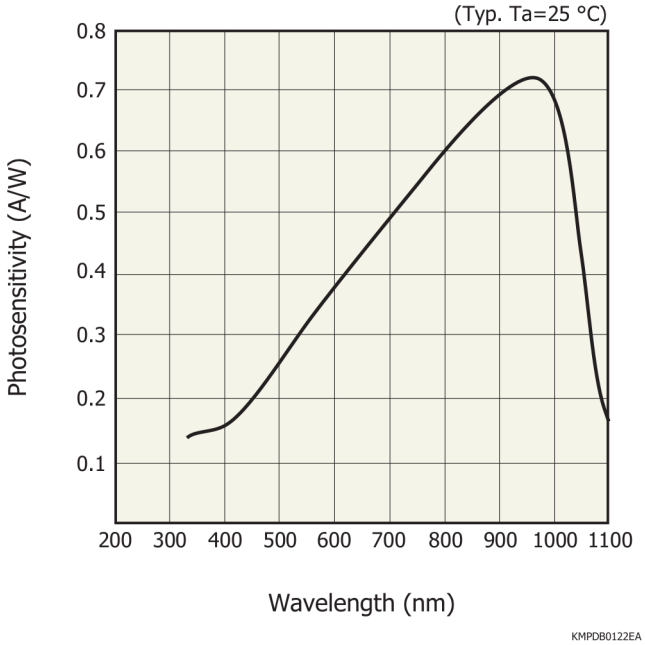
Parameter	Symbol	Condition	S5870/-10		Unit
			Typ.	Max.	
Spectral response range	λ		320 to 1100	-	nm
Peak sensitivity wavelength	λp		960	-	nm
Photosensitivity	S	λ=λp	0.72	-	A/W
Dark current	I_D	V_R=10 V	2	10	nA
Dark current temperature coefficient	T_{CID}		1.15	-	times/°C
Cutoff frequency	fc	V_R=10 V, R_L=50 Ω, -3 dB	10	-	MHz
Terminal capacitance	Ct	V_R=10 V, f=1 MHz	50	-	pF
Noise equivalent power	NEP	V_R=10 V, λ=λp	3.5×10^{-14}	-	$W/Hz^{1/2}$

S5870/-10

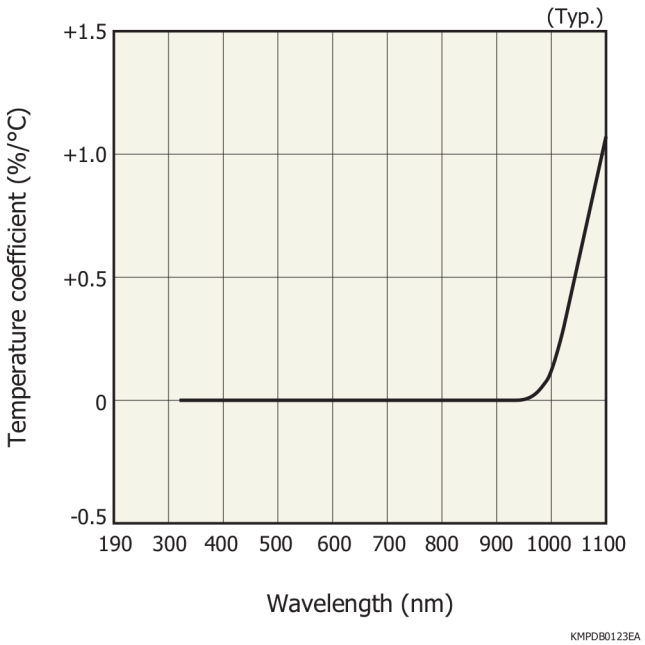


Burrs shall protrude no more than 0.3 mm on any side of package.

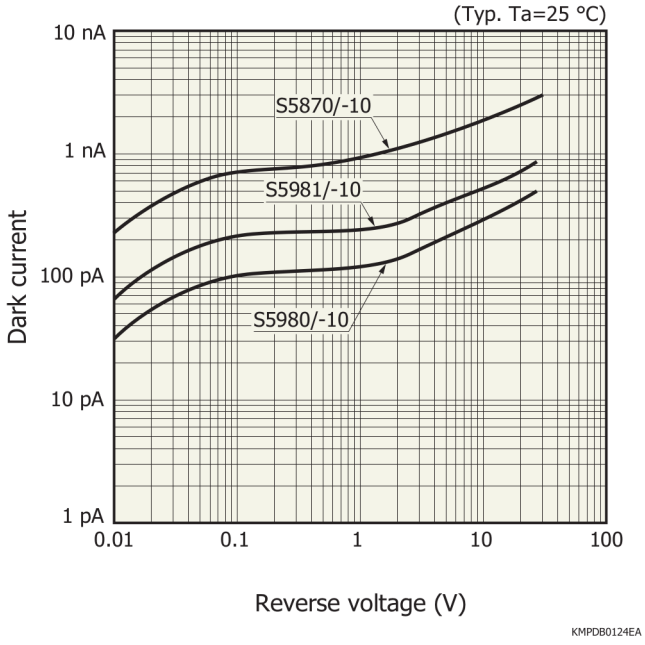
Spectral response



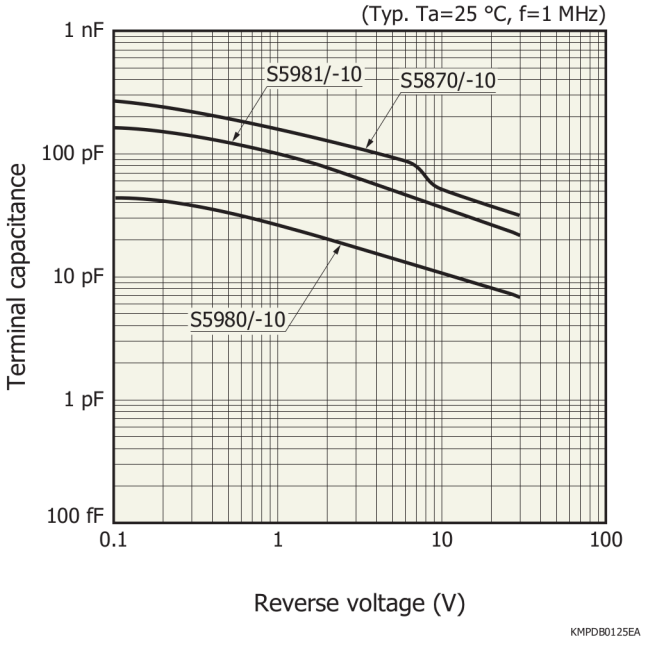
Sensitivity temperature characteristics



Dark current vs. reverse voltage



Terminal capacitance vs. reverse voltage



I.6 AOMs

MT200-A0.5-xx

AO MODULATOR/SHIFTER

Product Overview

These free space modulators operate at 200MHz with a possible RF range +/- 50 MHz. They are provided at various wavelength ranges as from 450 nm up to 1100 nm. The intended application can be fast intensity modulation, pulse picking as well as frequency shifting (fixed and variable).

Features

- Small rise time
- High diffraction efficiency

		Units	Min	Nom	Max
Material-Acoustic mode-Velocity				*TeO2 [L] – 4200 m/s*	
Optical Wavelength range (AR coated) (λ)	VIS	nm	*450*		*700*
	800		*700*		*950*
	1064		*980*		*1100*
Carrier Frequency / Frequency shift		MHz		*+/-200*	
Transmission		%	*95*	*98*	
Input / Output Polarization				*Linear / Linear*	
Active Aperture		mm²		*0.5 x 2*	
Beam diameter ($1/e^2$)(ϕ)		mm	*0.2*		*0.3*
Rise/fall time (T_r)		ns	*32*		*48*
Analog Amplitude Modulation Bandwidth (-3dB) (F_{-3dB})		MHz			*15*
Separation Angle (0-1)	VIS	mrd	*21.4*		*33.3*
	800		*33.3*		*45.2*
	1064		*46.6*		*52.4*
Static Extinction Ratio		dB	*33*		
*Diffraction Efficiency (η)	VIS/800	%	*85*		
	1064		*75*		
Optical power density (CW)	VIS	W/mm²			*5*
	800/1064				*10*
Input impedance		Ω		*50*	
V.S.W.R.				*< 1.2:1*	
RF Power (P)	VIS	W			*1,6*
	800/1064				*2,2*
Size		mm³		*47. x 41.6 x 19.3*	
Weight		g		*50*	
Packaging				*IN PRO 002 or IN PRO 003*	
Operating Temperature (non condensing)		℃	*+10*	*+25*	*+40*
Storage Temperature (non condensing)		℃	*-40*		*+65*
RoHS Compliance				*Yes*	
OPTION MT200-B100A0.5-xx				**Diffraction efficiency over 200+/-50MHz >65% @ 633 nm*	

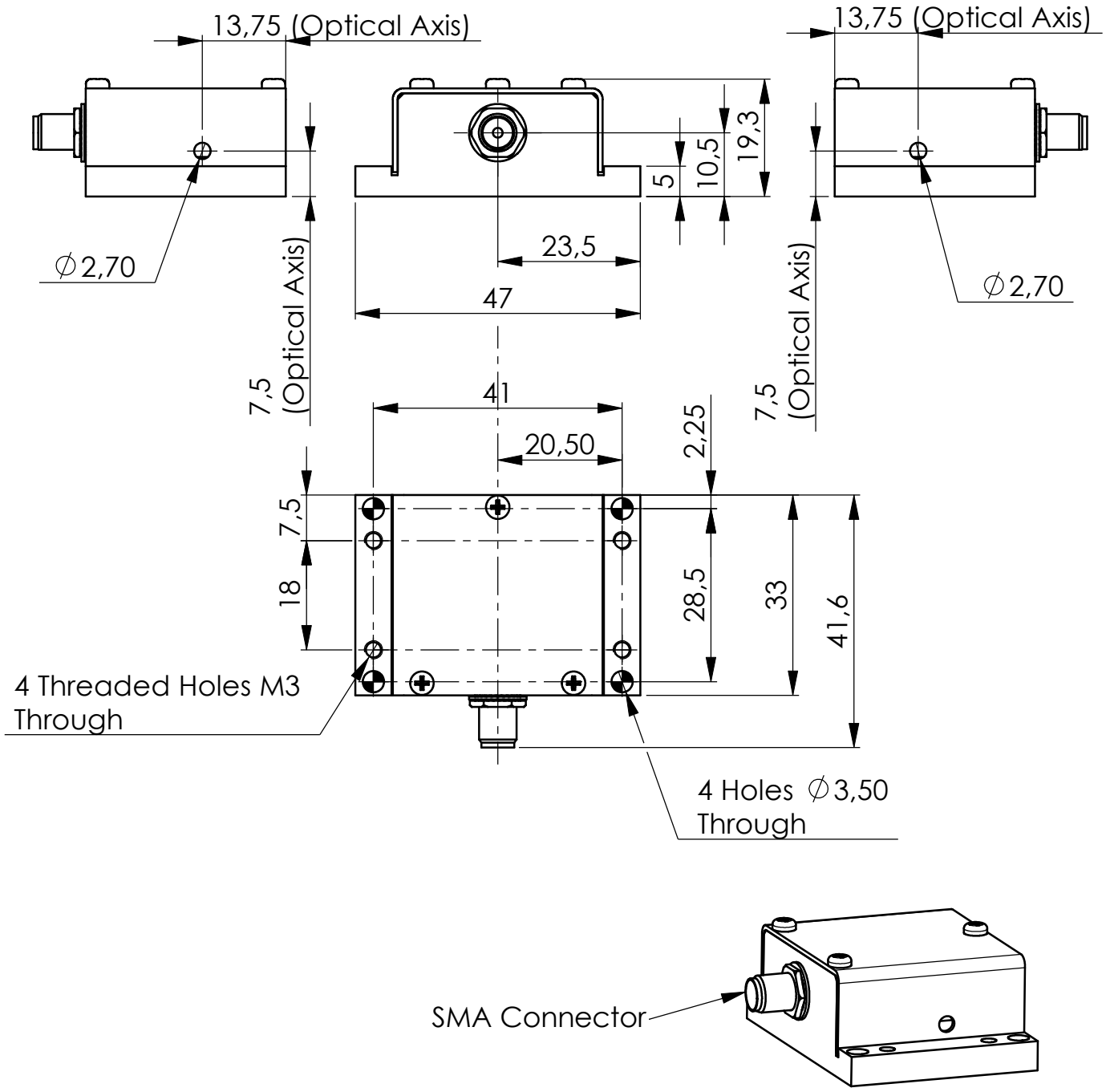
**Beam diameter and wavelength dependent.*

$$T_r = 0.66\frac{\phi}{V} \quad * \quad F_{-3dB} = \frac{0.48}{T_r} \quad * \quad \Delta\theta = \frac{\lambda F}{V} \quad * \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

AA OPTO-ELECTRONIC
18, rue Nicolas Appert
91898 ORSAY FRANCE

Tel: +33 (0)1 76 91 50 12
Fax: +33 (0)1 76 91 50 31
www.aaoptoelectronic.com

AA Sa reserves the right to make changes to the products or information herein without notice. No liability is assumed as a result of their use or application.



Indice Index	Date	Auteur Author	Modifications
B	15/12/06	E.D	Mise en page
A	25/04/02	F.C	Plan initial / Initial Drawing

Conception Design	E.D
Vérification Checking	L.F
Tolérance Tolerance	ISO 2768mK
Echelle Scale	1:1
Format	A4

PLAN D'INTERFACE / OUTLINE DRAWING

Référence / Reference

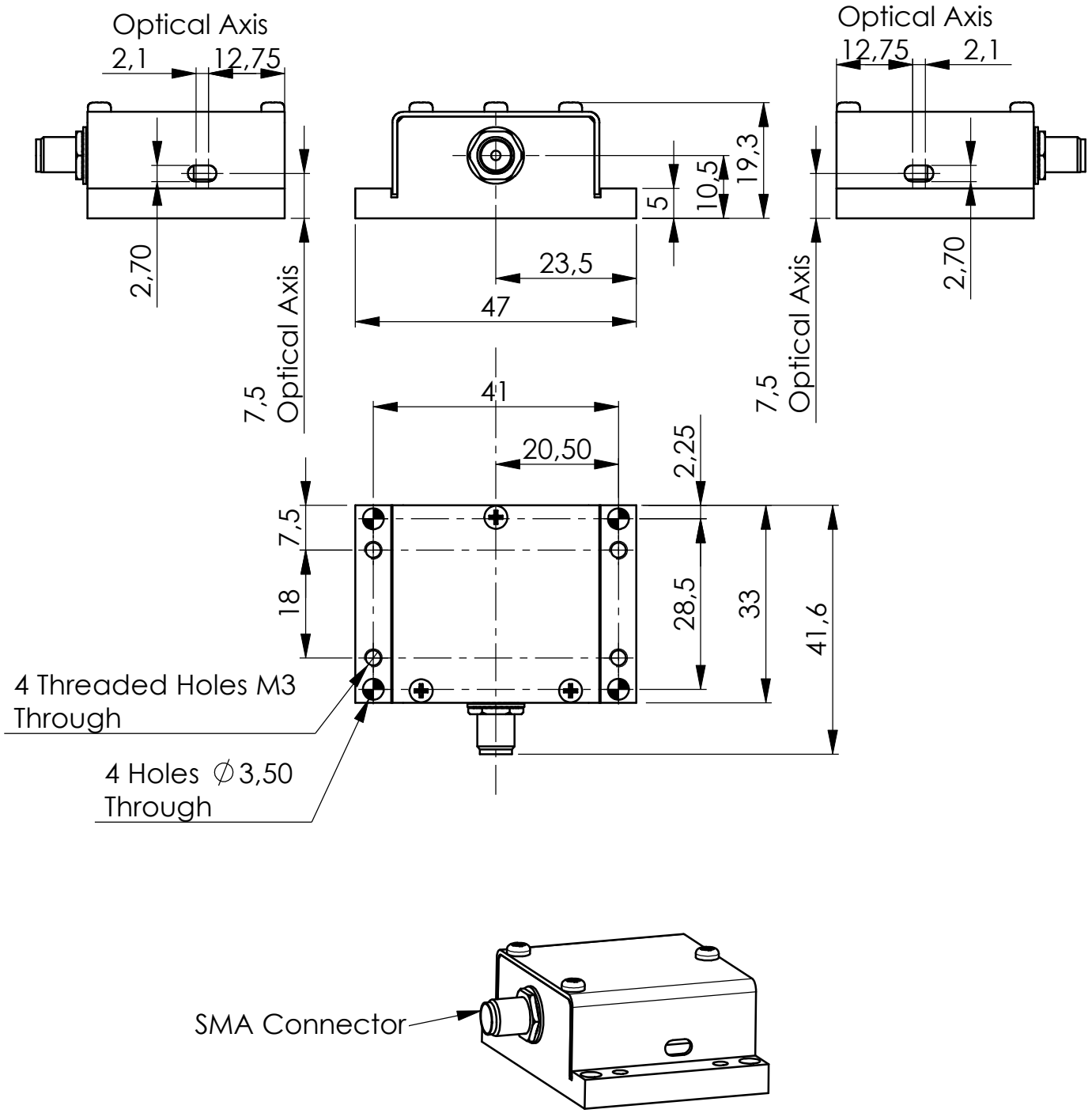
IN-PRO-002

OPTO-ELECTRONIC
A.A. SA OPTO-ELECTRONIQUE DIVISION
18, rue Nicolas Appert
F-91898 ORSAY
tel : 08 11 09 76 76
fax : 01 76 91 50 31

Ce document est la propriété de A.A.SA. Il est strictement interdit de reproduire ce document ou une partie sans l'autorisation de A.A.SA.
This document is the property of A.A.SA. It is strictly prohibited to reproduce this document or a part without the authorization of A.A.SA.

Folio / Sheet 1/1

Indice / Index B



Indice Index	Date	Auteur Author	Modifications
B	15/12/06	E.D	Mise en page
A	09/03/06	A.A	Plan initial / Initial drawing

Conception Design	E.D
Vérification Checking	L.F
Tolérance Tolerance	ISO 2768mK
Echelle Scale	1:1
Format	A4

PLAN D'INTERFACE / OUTLINE DRAWING

Référence / Reference

IN-PRO-003

OPTO-ELECTRONIC
A.A. SA OPTO-ELECTRONIQUE DIVISION
18, rue Nicolas Appert
F-91898 ORSAY
tel : 08 11 09 76 76
fax : 01 76 91 50 31

Ce document est la propriété de A.A.SA. Il est strictement interdit de reproduire ce document ou une partie sans l'autorisation de A.A.SA.
This document is the property of A.A.SA. It is strictly prohibited to reproduce this document or a part without the authorization of A.A.SA.

Folio / Sheet 1/1

Indice / Index B

I.7 Miroirs double bande

Measurement Report

Low-loss mirror for CRD-measurements

S2 (^): batch O119B011
PR(0°,375-425nm)=99.98(±0.015)% + PR(0°,800nm)=99.7(±0.1)% (low loss)
T(0°,400nm)~0.002% + T(0°,800nm)~0.25%

S1: batch O119B020
AR(0-15°,400+800nm)<0.25%

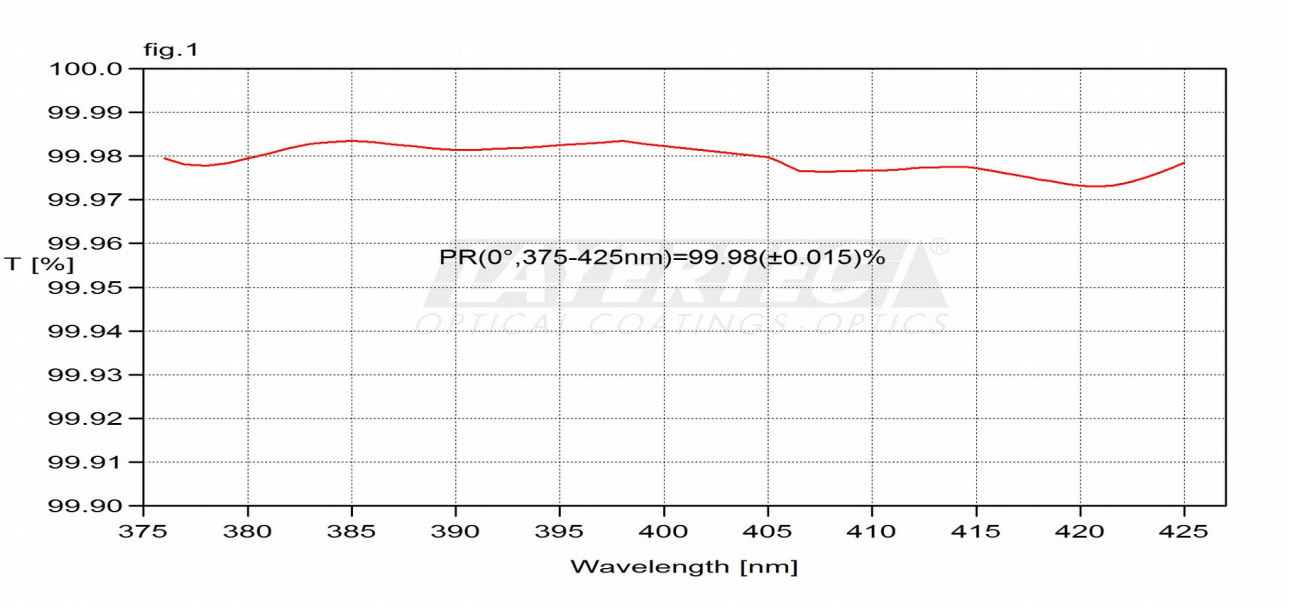
In order to determine reflectance and transmittance directly, LAYERTEC employs a self-built Cavity Ring-Down measurement setup for wavelengths ranging from 220 nm to around 4.5 µm. Several different OPOs are available as light sources. If necessary, measurements are performed in a vacuum chamber, e.g. in the range of H_20 absorption bands.

Reflectance measurements are performed in comparison to reference samples qualified by LAYERTEC.

Due to the OPOs utilized in this setup, the wavelength ranges of 700-720 nm, 1800-2000 nm and 2300-2500 nm cannot be measured.

For more details, please see LAYERTEC "Optics and Coatings" (published 2017).

fig. 1 CRD-measurement for reflectance – AOI = 0°



Measurement Report

fig. 2 CRD-measurement for reflectance – AOI = 0°

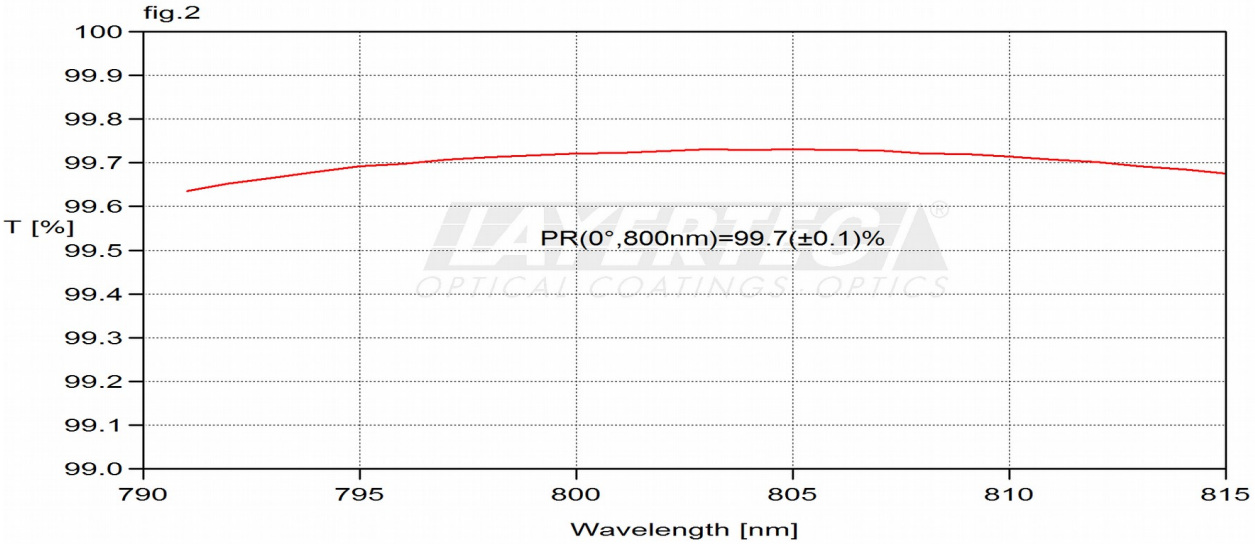
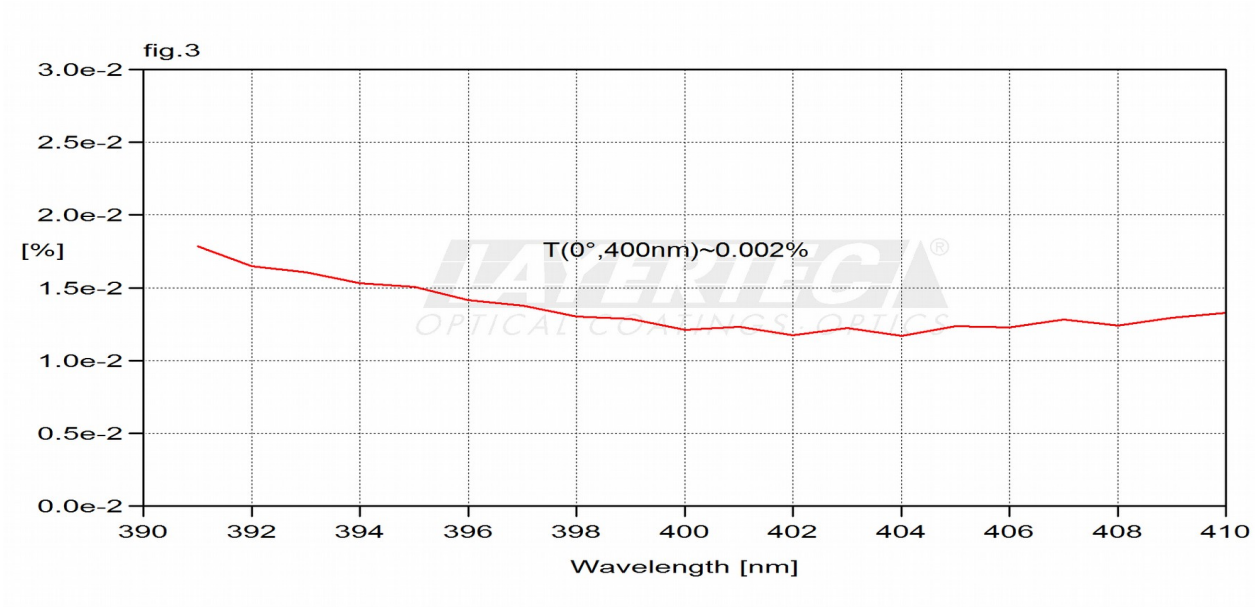
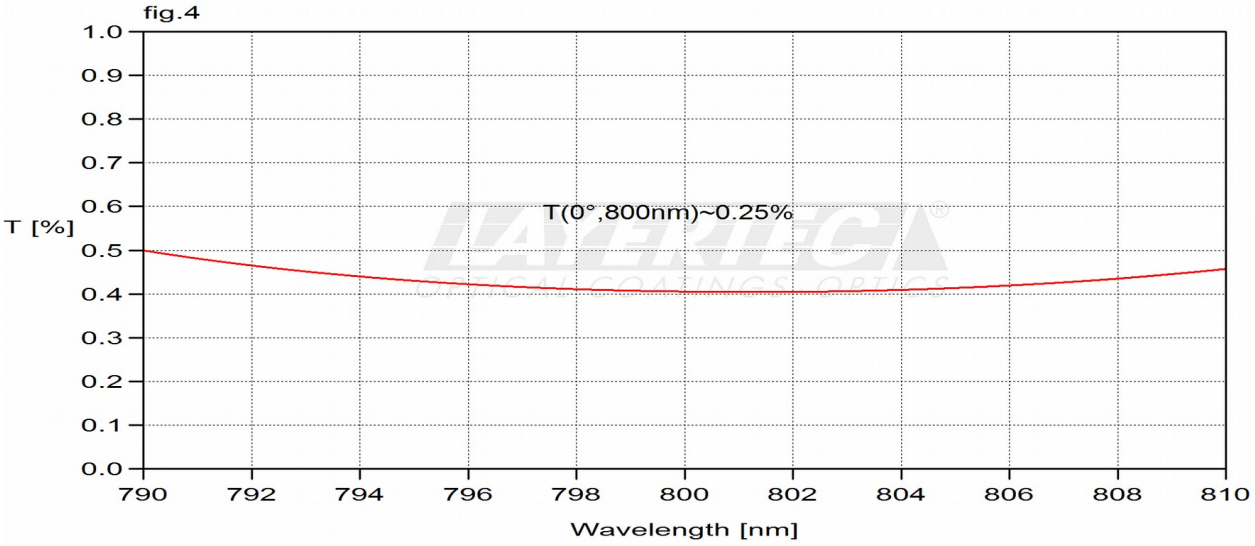


fig. 3 transmittance measurement (incl. backside AR) – AOI = 0°



Measurement Report

fig. 4 transmittance measurement (incl. backside AR) – AOI = 0°

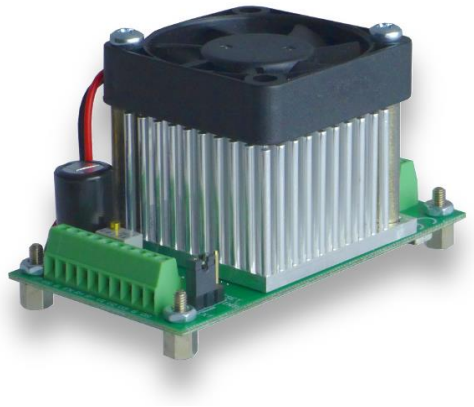


I.8 PiezoDrive PDu150 - Amplificateur haute tension

PiezoDrive

PDu150

Three Channel, Ultra-low Noise Miniature 150V Piezo Driver



The PDu150 is a complete miniaturized power supply and ultra-low noise driver for up to three 100V, 120V or 150V piezoelectric stack actuators. Output currents up to 100mA per channel are developed at frequencies up to 80 kHz with exceptionally low noise. The three channels can be connected in parallel to produce an output current of 300mA.

The PDu150 is protected against short-circuit, average current overload, and excessive temperature. Passive cooling is available for low power applications or the integrated fan can be used for power dissipations above 5W. The PDu150 can be mounted with four M2.5 screws. The PCB mounting version (PDu150-PCB) is supplied with headers for direct mounting onto a host motherboard.

Specifications	
Power Supply	+24V, Ground
Output Voltage	-30V to +150V
Peak Current	100 mA per channel 300 mA single channel
RMS Current	78 mA per channel 235 mA single channel
Power Bandwidth	80 kHz (150 Vp-p)
Signal Bandwidth	180 kHz
Slew Rate	38 V/us
Gain	20 V/V
Input Impedance	9.16 $k\Omega$ (Input), 3.3 $k\Omega$ (Offset)
Input Offset	$\pm$5 mV
Load	Unlimited
Output Noise	26 uV RMS, 1uF Load, 10Hz to 1MHz
Protection	Short-circuit, average current, and under-voltage protection
Quiescent Current	100 mA (10 mA in Shutdown)
Dimensions	76 x 40 x 44 mm (L x W x H)
Environment	-40 to 60°C (-40 to 140°F) Non-condensing humidity
Weight	80 g

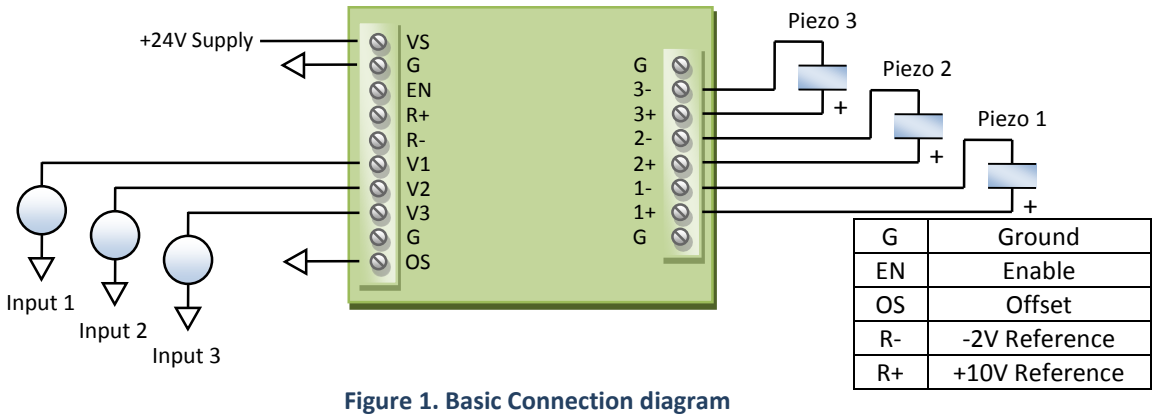


Figure 1. Basic Connection diagram

Operation

As shown in Figure 2, the amplifiers have differential inputs where the negative input can be connected to an external reference or the internal offset generator. A precision +10V and -2V reference voltage (R+ and R-) are provided to allow external potentiometers to generate the amplifier inputs.

The amplifier outputs use a novel low-noise differential architecture and cannot be connected to ground.

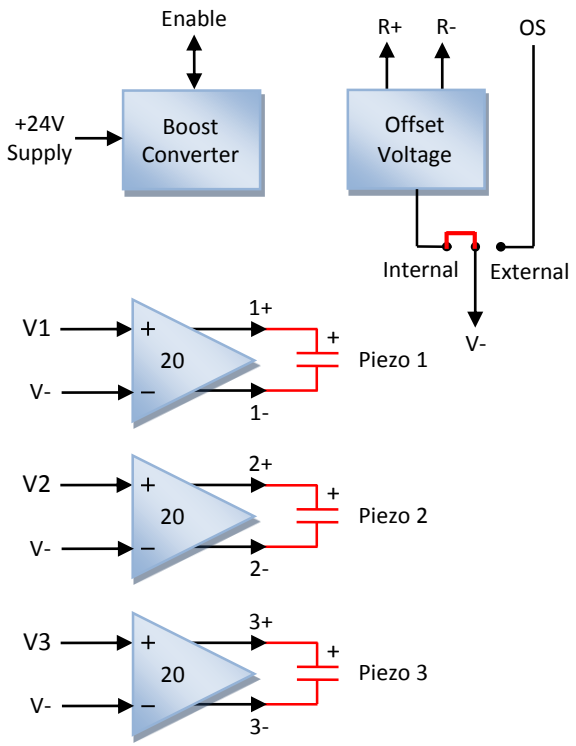
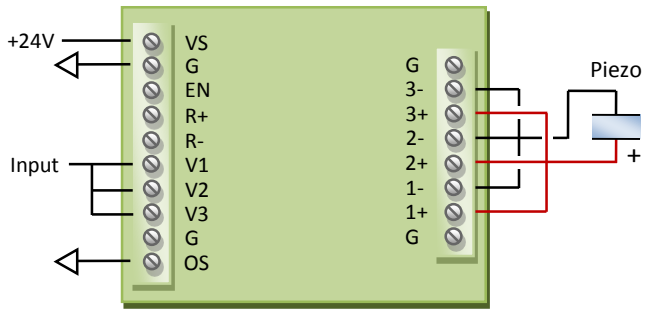


Figure 2. PDu150 Block Diagram

Single Channel Mode

The power bandwidth and output current can be tripled by connecting three amplifiers in parallel as shown below. A third configuration with two parallel channels and one single channel is also possible.



Offset Voltage Configuration

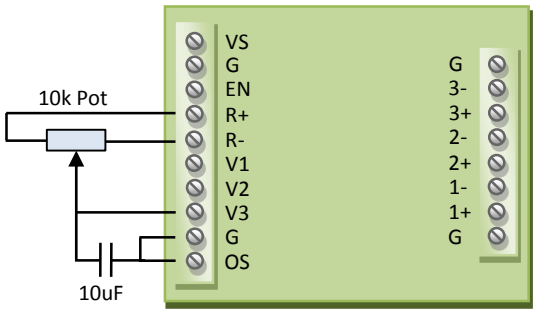
The offset voltage can be set from either the internal potentiometer or by an external source by configuring the jumper LK1 to either "Internal" or "External".

When using the internal offset source, the offset voltage is set by connecting a multimeter across the output and varying the potentiometer until the desired offset is obtained.

In the external offset mode, the offset voltage is determined by the voltage applied to the OS pin. The offset voltage can be set to zero by grounding the OS pin.

Using the Reference Voltages

A precision +10V and -2V reference voltage (R+ and R-) is provided to allow an external potentiometer to generate the amplifier input, as shown below. Multiple potentiometers can be used for multiple channels. The 10uF capacitor reduces the noise bandwidth but is not strictly necessary. The capacitor should preferably be a film type but ceramic is acceptable in most applications.



Output Current

The peak output current is 100mA per channel or 300mA for three channels in parallel. In addition, the maximum average current is 35mA per amplifier. The average current is useful for calculating the power dissipation and average supply current. For a sine wave, the average positive output current is equal to

$$I_{av} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} I_{rms} = \frac{1}{\pi} I_{pk}.$$

Supply Current

The quiescent power for the amplifier is approximately 2 W or 85 mA. This can be reduced to <10 mA by pulling the Enable pin low with an open collector circuit. If the fan is used, the quiescent power is increased by 0.5W,

The supply current is related to the total average output current by

$$I_s = \frac{200 \times (I_{av} + 0.010)}{24}.$$

where I_{av} is the total average output current. The maximum supply current is 0.9 A at full power.

Power Bandwidth

The nominal slew-rate of the PDu150 is 38 V/us. Therefore, the maximum frequency sine-wave is

$$f_{max} = \frac{38 \times 10^6}{\pi V_{L(p-p)}}$$

The power bandwidth for a 150 Vp-p sine-wave is 80 kHz.

With a capacitive load, the power bandwidth is limited by the output current. The maximum frequency sine wave is

$$f_{pwr} = \frac{I_{pk}}{\pi V_{L(p-p)} C_L}$$

where I_{pk} is the peak current limit, $V_{L(p-p)}$ is the peak-to-peak output voltage, and C_L is the effective load capacitance. The power bandwidth for a range of load capacitance values is listed in Table 1.

Load	Voltage Range		
(uF)	50 V	100 V	150 V
0.01	64000	32000	21000
0.03	21000	11000	7100
0.1	6400	3200	2100
0.3	2100	1100	710
1	640	320	210
3	210	110	71
10	64	32	21
30	21	11	7

Table 1. Power bandwidth (in Hz) with a capacitive load

The maximum peak-to-peak voltage is plotted below.

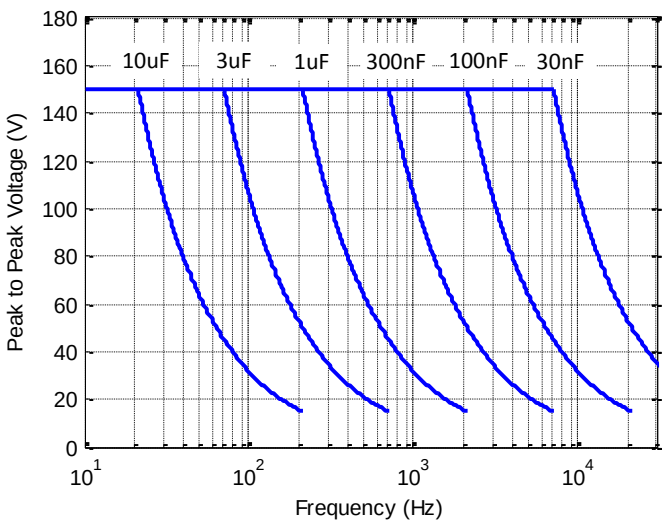


Figure 3. Power Bandwidth (150 Vp-p)

Signal Bandwidth

The small-signal bandwidth for a range of capacitive loads is listed in Table 2. The small-signal frequency responses are plotted in Figure 4.

Load Capacitance	Signal Bandwidth
No Load	180 kHz
10 nF	105 kHz
30 nF	40 kHz
100 nF	11 kHz
300 nF	3.8 kHz
1 uF	1.0 kHz
3 uF	320 Hz
10 uF	62 Hz
30 uF	24 Hz

Table 2. Small signal bandwidth (-3 dB)

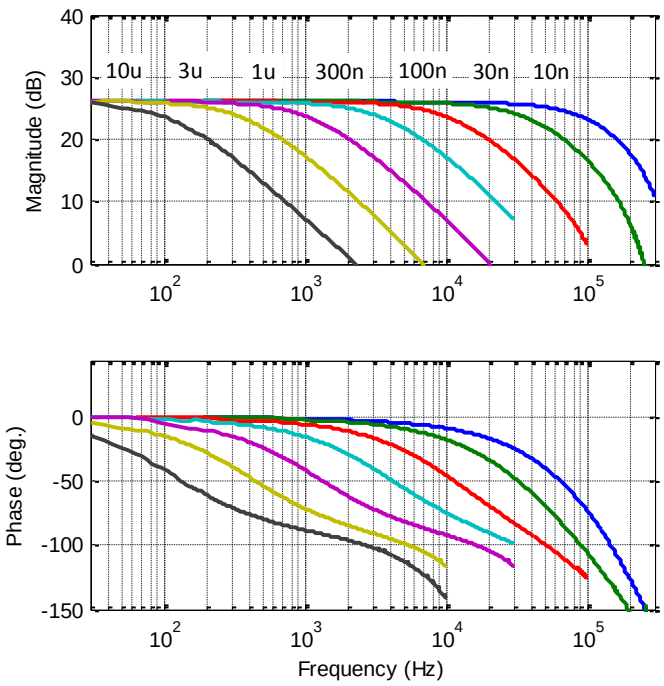


Figure 4. Small signal frequency response

Noise

The output noise contains a low frequency component (0.03 Hz to 10 Hz) that is independent of the load capacitance; and a high frequency component (10 Hz to 1 MHz) that is inversely related to the load capacitance.

Note that many manufacturers quote only the AC noise measured by a multimeter (20 Hz to 100 kHz) which is usually a gross underestimate.

The noise is measured with an SR560 low-noise amplifier (Gain = 1000), oscilloscope, and an Agilent

34461A Voltmeter. The low-frequency noise is plotted in Figure 5. The RMS value is 15 uV with a peak-to-peak voltage of 100 uV.

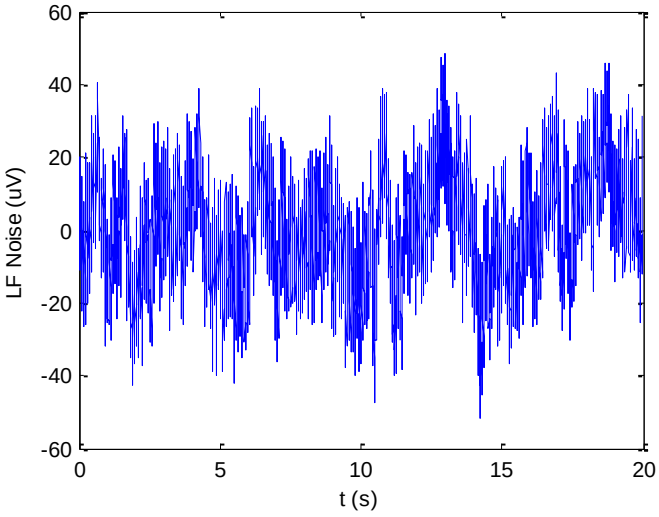


Figure 5. Low frequency output noise (0.03 Hz to 10 Hz)

The high frequency noise (10 Hz to 1 MHz) is listed in the table below versus load capacitance. The total noise from 0.03 Hz to 1 MHz is found by summing the RMS values, that is $\sigma = \sqrt{\sigma_{LF}^2 + \sigma_{HF}^2}$.

Load Capacitance	HF Noise	Total Noise
10 nF	450 uV	450 uV
30 nF	170 uV	170 uV
100 nF	60 uV	62 uV
300 nF	34 uV	37 uV
1 uF	21 uV	26 uV
3 uF	16 uV	23 uV
10 uF	16 uV	22 uV
30 uF	18 uV	23 uV

Table 3. HF Noise (10 Hz to 1 MHz) and total noise

Overload Protection / Shutdown

The PDu150 is protected against short-circuit and average current overload.

The amplifier can be shutdown manually by pulling the Enable pin low with an open-collector, or open-drain circuit. The Enable pin normally floats at 5V and should not be driven directly.

Heat Dissipation

The heat dissipation is approximately

$$P_d = 200 \times (I_{av} + 0.010).$$

For example, with a sinusoidal output, the power is

$$P_d = 200 \times \left(V_{L(p-p)} C_L f + 0.010\right).$$

For low-current applications that dissipate less than 5W, the heatsink fan may be removed. If the power dissipation is above 5W, forced air or the included fan is required.

Safety

This device produces hazardous potentials and should be used by suitably qualified personnel. Do not operate the device when there are exposed conductors.

Parts of the circuit may store charge so precautions must also be taken when the device is not powered.

Dimensions

The mounting posts accept M2.5 screws. For the PCB mounting version (PDu150-PCB), a schematic and footprint library are available for Altium Designer. Contact info@piezodrive.com to receive the file.

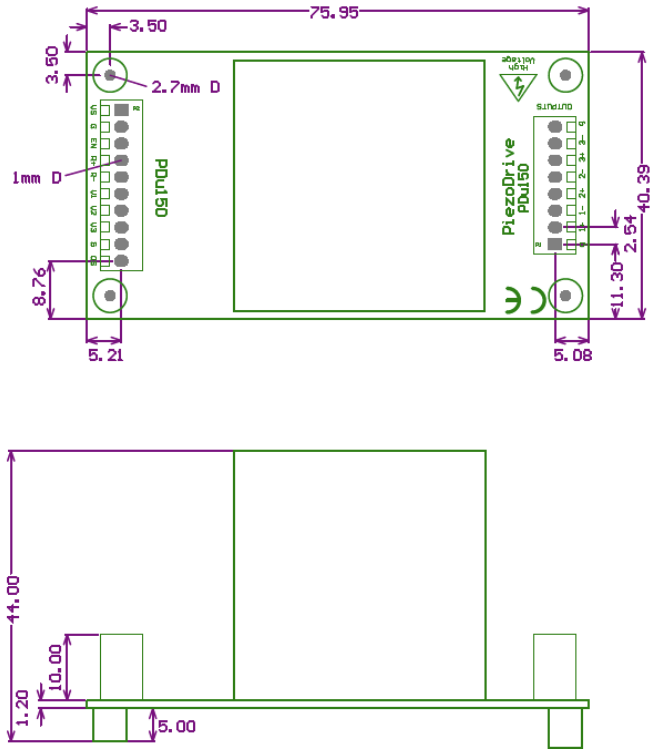


Figure 6. Dimensions (mm)

Contact / Support

info@piezodrive.com

BIBLIOGRAPHIE

[1] P. BOUGUER. « Essai d'optique sur la gradation de la lumière ». In : (1729), p. 215 (cité p. 11).

[2] J. H. LAMBERT. *Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*. sumptibus vidvae Eberhardi Klett..., 1760. DOI : 10.3931/e-rara-9488 (cité p. 11).

[3] A. BEER. « Bestimmung der Absorption des rothen Lichts in farbigen Flüssigkeiten ». In : *Annalen der Physik und Chemie* 162.5 (1852), p. 78-88. DOI : 10.1002/andp.18521620505 (cité p. 11).

[4] S. KASSI, M. CHENEVIER, L. GIANFRANI, A. SALHI, Y. ROUILLARD, A. OUVRARD et D. ROMANINI. « Looking into the volcano with a Mid-IR DFB diode laser and Cavity Enhanced Absorption Spectroscopy ». In : *Optics Express* 14.23 (2006), p. 11442. DOI : 10.1364/OE.14.011442 (cité p. 12).

[5] R. GRILLI, M. LEGRAND, A. KUKUI, G. MÉJEAN, S. PREUNKERT et D. ROMANINI. « First investigations of IO, BrO, and NO_2 summer atmospheric levels at a coastal East Antarctic site using mode-locked cavity enhanced absorption spectroscopy : IO, BrO, NO_2 IN COASTAL EAST ANTARCTICA ». In : *Geophysical Research Letters* 40.4 (28 fév. 2013), p. 791-796. DOI : 10.1002/grl.50154 (cité pp. 12, 20, 56).

[6] I. VENTRILLARD-COURTILLOT, T. GONTHIEZ, C. CLERICI et D. ROMANINI. « Multispecies breath analysis faster than a single respiratory cycle by optical-feedback cavity-enhanced absorption spectroscopy ». In : *Journal of Biomedical Optics* 14.6 (2009), p. 064026. DOI : 10.1117/1.3269677 (cité p. 12).

[7] I. E. GORDON, L. S. ROTHMAN, C. HILL, R. V. KOCHANOV, Y. TAN, P. F. BERNATH, M. BIRK, V. BOUDON, A. CAMPARGUE, K. V. CHANCE, B. J. DROUIN, J.-M. FLAUD, R. R. GAMACHE, J. T. HODGES, D. JACQUEMART, V. I. PEREVALOV, A. PERRIN, K. P. SHINE, M.-A. H. SMITH, J. TENNYSON, G. C. TOON, H. TRAN, V. G. TYUTEREV, A. BARBE, A .G. CSÁSZÁR, V. M. DEVI, T. FURTENBACHER, J. J. HARRISON, J.-M. HARTMANN, A. JOLLY, T. J. JOHNSON, T. KARMAN, I. KLEINER, A. A. KYUBERIS, J. LOOS, O. M. LYULIN, S. T. MASSIE, S. N. MIKHAILENKO, N. MOAZZEN-AHMADI, H. S. P. MÜLLER, O. V. NAUMENKO, A. V. NIKITIN, O. L. POLYANSKY, M. REY, M. ROTGER, S. W. SHARPE, K. SUNG, E. STARIKOVA, S. A. TASHKUN, J. V AUWERA, G. WAGNER, J. WILZEWSKI, P. WCISŁO, S. YU et E. J. ZAK. « The HITRAN2016 molecular spectroscopic database ». In : *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 203 (déc. 2017), p. 3-69. DOI : 10.1016/j.jqsrt.2017.06.038 (cité p. 12).

[8] J. U. WHITE. « Long Optical Paths of Large Aperture ». In : *Journal of the Optical Society of America* 32.5 (1942), p. 285. DOI : 10.1364/JOSA.32.000285 (cité p. 12).

[9] D. HERRIOTT, H. KOGELNIK et R. KOMPFNER. « Off-Axis Paths in Spherical Mirror Interferometers ». In : *Applied Optics* 3.4 (1964), p. 523. DOI : 10.1364/AO.3.000523 (cité p. 12).

[10] D. R. HERRIOTT et H. J. SCHULTE. « Folded Optical Delay Lines ». In : *Applied Optics* 4.8 (1965), p. 883. DOI : 10.1364/AO.4.000883 (cité p. 12).

[11] S. M. CHERNIN et E. G. BARSKAYA. « Optical multipass matrix systems ». In : *Applied Optics* 30.1 (1er jan. 1991), p. 51. DOI : 10.1364/AO.30.000051 (cité p. 12).

[12] S. M CHERNIN. « Development of optical multipass matrix systems ». In : *Journal of Modern Optics* 48.4 (2001), p. 619-635 (cité p. 12).

[13] Z. YANG, Y. GUO, X. MING et L. SUN. « Generalized Optical Design of the Double-Row Circular Multi-Pass Cell ». In : *Sensors* 18.8 (15 août 2018), p. 2680. DOI : 10.3390/s18082680 (cité p. 12).

[14] Y. GUO, L. SUN, Z. YANG et Z. LIU. « Generalized design of a zero-geometric-loss, astigmatism-free, modified four-objective multipass matrix system ». In : *Applied Optics* 55.6 (20 fév. 2016), p. 1435. DOI : 10.1364/AO.55.001435 (cité p. 12).

[15] A KASTLER. « Atomes a I'Interieur d'un Interferometre Perot-Fabry ». In : *Applied Optics* 1.1 (1962), p. 8 (cité p. 13).

[16] Ch. FABRY et A. PEROT. « Théorie et applications d'une nouvelle méthode de spectroscpie interférentielle. » In : *Annales de chimie et de physique* 7.16 (1899), p. 115-144 (cité p. 15).

[17] S. KASSI et D. ROMANINI. « Spectromètre laser à Amplification Résonante d'Absorption. Applications à la mesure de trace de gaz ». In : *Technique de l'Ingénieur* (2008) (cité p. 17).

[18] G. GAGLIARDI et H.-P. LOOCK. *Cavity-Enhanced Spectroscopy and Sensing*. T. 179. Springer, 2014 (cité p. 17).

[19] R. J. JONES, I. THOMANN et J. YE. « Precision stabilization of femtosecond lasers to high-finesse optical cavities ». In : *Physical Review A* 69.5 (18 mai 2004), p. 051803. DOI : 10.1103/PhysRevA.69.051803 (cité pp. 18, 20, 22, 44).

[20] Th. UDEM, J. REICHERT, R. HOLZWARTH et T. W. HÄNSCH. « Accurate measurement of large optical frequency differences with a mode-locked laser ». In : *Optics Letters* 24.13 (1er juil. 1999), p. 881. DOI : 10.1364/OL.24.000881 (cité p. 18).

[21] R. HOLZWARTH, M. ZIMMERMANN, T. UDEM et T.W. HANSCH. « Optical clockworks and the measurement of laser frequencies with a mode-locked frequency comb ». In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 37.12 (déc. 2001), p. 1493-1501. DOI : 10.1109/3.970894 (cité p. 18).

[22] T. HÄNSCH. « Nobel Lecture : Passion for precision ». In : *Reviews of Modern Physics* 78.4 (17 nov. 2006), p. 1297-1309. DOI : 10.1103/RevModPhys.78.1297 (cité p. 18).

[23] J. L. HALL. « Nobel Lecture : Defining and measuring optical frequencies ». In : *Reviews of Modern Physics* 78.4 (17 nov. 2006), p. 1279-1295. DOI : 10.1103/RevModPhys.78.1279 (cité p. 18).

[24] R. J. JONES, J.-C. DIELS, J. JASAPARA et W. RUDOLPH. « Stabilization of the frequency, phase, and repetition rate of an ultra-short pulse train to a Fabry–Perot reference cavity ». In : *Optics Communications* 175.4 (mar. 2000), p. 409-418. DOI : 10.1016/S0030-4018(00)00483-1 (cité pp. 18, 20, 22).

[25] E. R. CROSSON, P. HAAR, G. A. MARCUS, H. A. SCHWETTMAN, B. A. PALDUS, T. G. SPENCE et R. N. ZARE. « Pulse-stacked cavity ring-down spectroscopy ». In : *Review of Scientific Instruments* 70.1 (jan. 1999), p. 4-10. DOI : 10.1063/1.1149533 (cité p. 18).

[26] T. GHERMAN et D. ROMANINI. « Mode–locked cavity–enhanced absorption spectroscopy ». In : *Optics Express* (2002), p. 10 (cité pp. 19, 68, 78).

[27] K. K. LEHMANN et D. ROMANINI. « The superposition principle and cavity ring-down spectroscopy ». In : *The Journal of Chemical Physics* 105.23 (15 déc. 1996), p. 10263-10277. DOI : 10.1063/1.472955 (cité pp. 19, 81, 145).

[28] R. GRILLI, G. MÉJEAN, S. KASSI, I. VENTRILLARD, C. ABD-ALRAHMAN et D. ROMANINI. « Frequency Comb Based Spectrometer for *in Situ* and Real Time Measurements of IO, BrO, NO_2, and H_2CO at pptv and ppqv Levels ». In : *Environmental Science & Technology* 46.19 (2 oct. 2012), p. 10704-10710. DOI : 10.1021/es301785h (cité p. 20).

[29] R. GRILLI, G. MÉJEAN, S. KASSI, I. VENTRILLARD, C. ABD-ALRAHMAN, E. FASCI et D. ROMANINI. « Trace measurement of BrO at the ppt level by a transportable mode-locked frequency-doubled cavity-enhanced spectrometer ». In : *Applied Physics B* 107.1 (avr. 2012), p. 205-212. DOI : 10.1007/s00340-011-4812-9 (cité p. 20).

[30] R. GRILLI, G. MÉJEAN, C. ABD ALRAHMAN, I. VENTRILLARD, S. KASSI et D. ROMANINI. « Cavity-enhanced multiplexed comb spectroscopy down to the photon shot noise ». In : *Physical Review A* 85.5 (22 mai 2012), p. 051804. DOI : 10.1103/PhysRevA.85.051804 (cité p. 20).

[31] G. MÉJEAN, R. GRILLI, C. ABD ALRAHMAN, I. VENTRILLARD, S. KASSI et D. ROMANINI. « A transportable spectrometer for in situ and local measurements of iodine monoxide at mixing ratios in the 10^{-14} range ». In : *Applied Physics Letters* 100.25 (18 juin 2012), p. 251110. DOI : 10.1063/1.4726190 (cité p. 20).

[32] M. J. THORPE. « Broadband Cavity Ringdown Spectroscopy for Sensitive and Rapid Molecular Detection ». In : *Science* 311.5767 (17 mar. 2006), p. 1595-1599. DOI : 10.1126/science.1123921 (cité p. 20).

[33] M. J. THORPE, R. J. JONES, K. D. MOLL, J. YE et R. LALEZARI. « Precise measurements of optical cavity dispersion and mirror coating properties via femtosecond combs ». In : *Optics Express* 13.3 (2005), p. 882. DOI : 10.1364/OPEX.13.000882 (cité p. 20).

[34] J. J. SCHERER, J. B. PAUL, H. JIAO et A. O'KEEFE. « Broadband ringdown spectral photography ». In : *Applied Optics* 40.36 (20 déc. 2001), p. 6725. DOI : 10.1364/AO.40.006725 (cité p. 21).

[35] A. O'KEEFE et D. A. G. DEACON. « Cavity ring-down optical spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources ». In : *Review of Scientific Instruments* 59.12 (déc. 1988), p. 2544-2551. DOI : 10.1063/1.1139895 (cité p. 21).

[36] S. A. DIDDAMS, L. HOLLBERG et V. MBELE. « Molecular fingerprinting with the resolved modes of a femtosecond laser frequency comb ». In : *Nature* 445.7128 (fév. 2007), p. 627-630. DOI : 10.1038/nature05524 (cité p. 21).

[37] M. J. THORPE, D. BALSLEV-CLAUSEN, M. KIRCHNER et J. YE. « Cavity-enhanced optical frequency comb spectroscopy : application to human breath analysis ». In : *Optics Express* 16.4 (2008), p. 2387. DOI : 10.1364/OE.16.002387 (cité p. 21).

[38] A. FOLTYNOWICZ, T. BAN, P. MASŁOWSKI, F. ADLER et J. YE. « Quantum-Noise-Limited Optical Frequency Comb Spectroscopy ». In : *Physical Review Letters* 107.23 (28 nov. 2011), p. 233002. DOI : 10.1103/PhysRevLett.107.233002 (cité pp. 21, 22).

[39] A. A. MICHELSON. « Measurement by light-waves ». In : *American Journal of Science*. 3e sér. 39.230 (fév. 1890), p. 115-121 (cité p. 21).

[40] A. A. MICHELSON. « On the application of interference methods to astronomical measurements ». In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 30.182 (juil. 1890), p. 1-21. DOI : 10.1080/14786449008619983 (cité p. 21).

[41] J. MANDON, G. GUELACHVILI et N. PICQUÉ. « Fourier transform spectroscopy with a laser frequency comb ». In : *Nature Photonics* 3.2 (25 jan. 2009), p. 99-102. DOI : 10.1038/nphoton.2008.293 (cité p. 21).

[42] S. KASSI, K. DIDRICHE, C. LAUZIN, X. de GHELLINCK D'ELSEGHEM VAERNEWIJ, A. RIZOPOULOS et M. HERMAN. « Demonstration of cavity enhanced FTIR spectroscopy using a femtosecond laser absorption source ». In : *Spectrochimica Acta Part A : Molecular and Biomolecular Spectroscopy* 75.1 (jan. 2010), p. 142-145. DOI : 10.1016/j.saa.2009.09.058 (cité p. 22).

[43] R. V. POUND. « Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators ». In : *Review of Scientific Instruments* 17.11 (nov. 1946), p. 490-505. DOI : 10.1063/1.1770414 (cité pp. 22, 44, 89).

[44] R. W. P. DREVER, J. L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD, A. J. MUNLEY et H. WARD. « Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator ». In : *Applied Physics B Photophysics and Laser Chemistry* 31.2 (juin 1983), p. 97-105. DOI : 10.1007/BF00702605 (cité pp. 22, 44, 89).

[45] P. MASLOWSKI, K. F. LEE, A. JOHANSSON, A. KHODABAKHSH, G. KOWZAN, Lucile RUTKOWSKI, Andrew A MILLS, Christian MOHR, Jie JIANG, Martin E FERMANN et Aleksandra FOLTYNOWICZ. « Surpassing the path-limited resolution of Fourier-transform spectrometry with frequency combs ». In : *PHYSICAL REVIEW A* (2016), p. 5 (cité p. 22).

[46] A. KHODABAKHSH, Chadi Abd ALRAHMAN et Aleksandra FOLTYNOWICZ. « Noise-immune cavity-enhanced optical frequency comb spectroscopy ». In : *Optics Letters* 39.17 (1er sept. 2014), p. 5034. DOI : 10.1364/OL.39.005034 (cité p. 22).

[47] C. GOHLE, B. STEIN, A. SCHLIESSER, T. UDEM et T. W. HÄNSCH. « Frequency Comb Vernier Spectroscopy for Broadband, High-Resolution, High-Sensitivity Absorption and Dispersion Spectra ». In : *Physical Review Letters* 99.26 (28 déc. 2007), p. 263902. DOI : 10.1103/PhysRevLett.99.263902 (cité pp. 22, 23).

[48] L. RUTKOWSKI et J. MORVILLE. « Broadband cavity-enhanced molecular spectra from Vernier filtering of a complete frequency comb ». In : *Optics Letters* 39.23 (1er déc. 2014), p. 6664. DOI : 10.1364/OL.39.006664 (cité pp. 23, 28, 45, 57, 64).

[49] S. SCHILLER. « Spectrometry with frequency combs ». In : *Optics Letters* 27.9 (1er mai 2002), p. 766. DOI : 10.1364/OL.27.000766 (cité p. 24).

[50] F. KEILMANN, C. GOHLE et R. HOLZWARTH. « Time-domain mid-infrared frequency-comb spectrometer ». In : *Optics Letters* 29.13 (1er juil. 2004), p. 1542. DOI : 10.1364/OL.29.001542 (cité p. 24).

[51] A. SCHLIESSER, M. BREHM, F. KEILMANN et D. van der WEIDE. « Frequency-comb infrared spectrometer for rapid, remote chemical sensing ». In : *Optics Express* 13.22 (2005), p. 9029. DOI : 10.1364/OPEX.13.009029 (cité p. 24).

[52] I. CODDINGTON, W. SWANN et N. NEWBURY. « Coherent dual-comb spectroscopy at high signal-to-noise ratio ». In : *Physical Review A* 82.4 (12 oct. 2010), p. 043817. DOI : 10.1103/PhysRevA.82.043817 (cité pp. 25, 26).

[53] I. CODDINGTON, W. SWANN et N. NEWBURY. « Coherent Multiheterodyne Spectroscopy Using Stabilized Optical Frequency Combs ». In : *Physical Review Letters* 100.1 (2 jan. 2008), p. 013902. DOI : 10.1103/PhysRevLett.100.013902 (cité p. 25).

[54] P. GIACCARI, J.-D. DESCHÊNES, P. SAUCIER, J. GENEST et P. TREMBLAY. « Active Fourier-transform spectroscopy combining the direct RF beating of two fiber-based mode-locked lasers with a novel referencing method ». In : *Optics Express* 16.6 (17 mar. 2008), p. 4347. DOI : 10.1364/OE.16.004347 (cité p. 25).

[55] T. IDEGUCHI, A. POISSON, G. GUELACHVILI, N. PICQUÉ et T. HÄNSCH. « Adaptive real-time dual-comb spectroscopy ». In : *Nature Communications* 5.1 (mai 2014), p. 3375. DOI : 10.1038/ncomms4375 (cité p. 26).

[56] B. BERNHARDT, A. OZAWA, P. JACQUET, M. JACQUEY, Y. KOBAYASHI, T. UDEM, R. HOLZWARTH, G. GUELACHVILI, T. HÄNSCH et N. PICQUÉ. « Cavity-enhanced dual-comb spectroscopy ». In : *Nature Photonics* 4.1 (jan. 2010), p. 55-57. DOI : 10.1038/nphoton.2009.217 (cité p. 26).

[57] A. J. FLEISHER, D. A. LONG, Z. D. REED, J. T. HODGES et D. T. PLUSQUELLIC. « Coherent cavity-enhanced dual-comb spectroscopy ». In : *Optics Express* 24.10 (16 mai 2016), p. 10424. DOI : 10.1364/OE.24.010424 (cité p. 26).

[58] N. HOGHOOGHI, R. J. WRIGHT, A. MAKOWIECKI, W. C. SWANN, E. WAXMAN, I. CODDINGTON et G. B. RIEKER. « Broadband coherent cavity-enhanced dual-comb spectroscopy ». In : *Optica* 6.1 (20 jan. 2019), p. 28. DOI : 10.1364/OPTICA.6.000028 (cité p. 26).

[59] W. ZHANG, X. CHEN, X. WU, Y. LI et H. WEI. « Adaptive cavity-enhanced dual-comb spectroscopy ». In : *Photonics Research* 7.8 (1er août 2019), p. 883. DOI : 10.1364/PRJ.7.000883 (cité p. 26).

[60] M. R. X. de BARROS et P. C. BECKER. « Two-color synchronously mode-locked femtosecond Ti :sapphire laser ». In : *Optics Letters* 18.8 (15 avr. 1993), p. 631. DOI : 10.1364/OL.18.000631 (cité p. 27).

[61] D. R. DYKAAR et S. B. DARACK. « Sticky pulses : two-color cross-mode-locked femtosecond operation of a single Ti :sapphire laser ». In : *Optics Letters* 18.8 (15 avr. 1993), p. 634. DOI : 10.1364/OL.18.000634 (cité p. 27).

[62] J. M. EVANS, D. E. SPENCE, D. BURNS et W. SIBBETT. « Dual-wavelength self-mode-locked Ti :sapphire laser ». In : *Optics Letters* 18.13 (1er juil. 1993), p. 1074. DOI : 10.1364/OL.18.001074 (cité p. 27).

[63] Z. ZHANG et T. YAGI. « Dual-wavelength synchronous operation of a mode-locked Ti :sapphire laser based on self-spectrum splitting ». In : *Optics Letters* 18.24 (15 déc. 1993), p. 2126. DOI : 10.1364/OL.18.002126 (cité p. 27).

[64] W. SHUICAI, Z. CHANGJUN, H. JUNFANG, Y. HONGRU, X. DONG et H. XUN. « Gain dynamics of two-wavelength Ti :sapphire femtosecond laser ». In : *Applied Physics B : Lasers and Optics* 69.3 (1er sept. 1999), p. 211-216. DOI : 10.1007/s003400050796 (cité p. 27).

[65] T. IDEGUCHI, T. NAKAMURA, Y. KOBAYASHI et K. GODA. « A bidirectional dual-comb ring laser for simple and robust dual- comb spectroscopy ». In : (), p. 12 (cité p. 27).

[66] R. PASCHOTTA. *Mode matching*. In : *RP Photonics Encyclopedia* (cité p. 31).

[67] J. MORVILLE, D. ROMANINI et E. KERSTEL. « Cavity Enhanced Absorption Spectroscopy with Optical Feedback ». In : *Cavity-Enhanced Spectroscopy and Sensing*. Sous la dir. de Gianluca GAGLIARDI et Hans-Peter LOOCK. T. 179. Springer, 2014 (cité p. 31).

[68] P. LAURENT, A. CLAIRON et C. BREANT. « Frequency noise analysis of optically self-locked diode lasers ». In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 25.6 (juin 1989), p. 1131-1142. DOI : 10.1109/3.29238 (cité pp. 31, 82, 83).

[69] J. BURKART, D. ROMANINI et S. KASSI. « Optical feedback stabilized laser tuned by single-sideband modulation ». In : *Optics Letters* 38.12 (15 juin 2013), p. 2062. DOI : 10.1364/OL.38.002062 (cité pp. 32, 108).

[70] M. NEWVILLE et T. STENSITZKI. *lmfit, Non-Linear Least-Squares Minimization and Curve-Fitting for Python*. 2014 (cité pp. 38, 86, 146).

[71] A. CHADI, G. MÉJEAN, R. GRILLI et D. ROMANINI. « Note : Simple and compact piezoelectric mirror actuator with 100 kHz bandwidth, using standard components ». In : *Review of Scientific Instruments* 84.5 (mai 2013), p. 056112. DOI : 10.1063/1.4807859 (cité pp. 44, 66).

[72] L. ARISSIAN et J.-C. DIELS. « Carrier to envelope and dispersion control in a cavity with prism pairs ». In : *Physical Review A* 75.1 (25 jan. 2007), p. 013814. DOI : 10.1103/PhysRevA.75.013814 (cité p. 44).

[73] C. GREBING, M. GÖRBE, K. OSVAY et G. STEINMEYER. « Isochronic and isodispersive carrier-envelope phase-shift compensators ». In : *Applied Physics B* 97.3 (nov. 2009), p. 575-581. DOI : 10.1007/s00340-009-3739-x (cité p. 44).

[74] F. W. HELBING, G. STEINMEYER, U. KELLER, R. S. WINDELER, J. STENGER et H. R. TELLE. « Carrier-envelope offset dynamics of mode-locked lasers ». In : *Optics Letters* 27.3 (1er fév. 2002), p. 194. DOI : 10.1364/OL.27.000194 (cité p. 44).

[75] M. Y. SANDER, E. P. IPPEN et F. X. KÄRTNER. « Carrier-envelope phase dynamics of octave-spanning dispersion-managed Ti : sapphire lasers ». In : *Optics Express* 18.5 (1er mar. 2010), p. 4948. DOI : 10.1364/OE.18.004948 (cité p. 44).

[76] O. PINEL. « Optique quantique multimode avec des peignes de fréquence ». Thèse de doct. (cité pp. 44, 45).

[77] D. A. SHADDOCK, M. B. GRAY et D. E. MCCLELLAND. « Frequency locking a laser to an optical cavity by use of spatial mode interference ». In : *Optics Letters* 24.21 (1er nov. 1999), p. 1499. DOI : 10.1364/OL.24.001499 (cité p. 44).

[78] L. RUTKOWSKI. « Couplage Vernier d'un peigne de fréquences femtoseconde dans une cavité optique pour la spectroscopie moléculaire très large bande ». Thèse de doct. Université Claude Bernard Lyon 1, 2014 (cité pp. 45, 57-59).

[79] M. DURAND, J. MORVILLE et D. ROMANINI. « Shot-noise-limited measurement of sub–parts-per-trillion birefringence phase shift in a high-finesse cavity ». In : *Physical Review A* 82.3 (14 sept. 2010), p. 031803. DOI : 10.1103/PhysRevA.82.031803 (cité pp. 47, 89).

[80] A. FRESNEL. « Mémoire sur la réflexion de la lumière ». In : *Mémoires de l'Académie (royale) des sciences de l'Institut (imperial) de France.* 20 (1819), p. 195 (cité pp. 55, 73).

[81] A. FRESNEL. « Mémoire sur la loi des modifications que la réflexion imprime à la lumière polarisée ». In : *Mémoires de l'Académie (royale) des sciences de l'Institut (imperial) de France.* 11 (1823), p. 393 (cité pp. 55, 73).

[82] R. DESCARTES. « La dioptrique ». In : *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences, plus la dioptrique, les météores et la géométrie qui sont des essais de cette méthode* (1637), p. 158 (cité pp. 55, 73).

[83] H KOGELNIK et T LI. « Laser Beams and Resonators ». In : *Proceedings of the IEEE* (1966), p. 18 (cité pp. 61, 87).

[84] B. M. OLIVIER. « Signal-to-Noise Ratios in Photoelectric Mixing ». In : *Proceedings of the IRE* (1961), p. 1960-1961 (cité p. 71).

[85] H. A. HAUS. « Comments on Noise Mixing ». In : *Proceedings of the IRE* (1962), p. 1544, 1545 (cité p. 71).

[86] H. P. YUEN et V. W. S. CHAN. « Noise in homodyne and heterodyne detection ». In : *Optics Letters* 8.3 (1er mar. 1983), p. 177. DOI : 10.1364/OL.8.000177 (cité p. 71).

[87] G. D. HOUSER et E. GARMIRE. « Balanced detection technique to measure small changes in transmission ». In : *Applied Optics* 33.6 (20 fév. 1994), p. 1059. DOI : 10.1364/AO.33.001059 (cité p. 71).

[88] R. STIERLIN, R. BÄTTIG, P. -D. HENCHOZ et H. P. WEBER. « Excess-noise suppression in a fibre-optic balanced heterodyne detection system ». In : *Optical and Quantum Electronics* 18.6 (nov. 1986), p. 445-454. DOI : 10.1007/BF02041170 (cité p. 71).

[89] J. M. VIGOUREUX. « Polynomial formulation of reflection and transmission by stratified planar structures ». In : *Journal of the Optical Society of America A* 8.11 (1er nov. 1991), p. 1697. DOI : 10.1364/JOSAA.8.001697 (cité p. 76).

[90] J. M. VIGOUREUX. « Use of Einstein's addition law in studies of reflection by stratified planar structures ». In : *Journal of the Optical Society of America A* 9.8 (1er août 1992), p. 1313. DOI : 10.1364/JOSAA.9.001313 (cité p. 76).

[91] J. M. VIGOUREUX et R. GIUST. « Explicit Stokes reciprocity relations for plane stratified media ». In : *Optics Communications* 176.1 (mar. 2000), p. 1-8. DOI : 10.1016/S0030-4018(00)00469-7 (cité p. 76).

[92] W. SELLMEIER. « Zur Erklärung der abnormen Farbenfolge im Spectrum einiger Substanzen ». In : *Annalen der Physik und Chemie* 219.6 (1871), p. 272-282. DOI : 10.1002/andp.18712190612 (cité p. 79).

[93] M. POLYANSKIY. *Refractive index database.* https ://refractiveindex.info (cité p. 80).

[94] *https ://www.layertec.de/en/capabilities/coatings/dielectric/ : Page web du fabricant de miroir Layertek concernant les couches diélectriques utilisées dans la conception de leurs optiques.* (Cité p. 80).

[95] S. LAROUCHE et L. MARTINU. « OpenFilters : open-source software for the design, optimization, and synthesis of optical filters ». In : *Applied Optics* 47.13 (1er mai 2008), p. C219. DOI : 10.1364/AO.47.00C219 (cité p. 82).

[96] M. F. WEBER. « Giant Birefringent Optics in Multilayer Polymer Mirrors ». In : *Science* 287.5462 (31 mar. 2000), p. 2451-2456. DOI : 10.1126/science.287.5462.2451 (cité p. 82).

[97] J. MORVILLE, S. KASSI, M. CHENEVIER et D. ROMANINI. « Fast, low-noise, mode-by-mode, cavity-enhanced absorption spectroscopy by diode-laser self-locking ». In : *Applied Physics B* 80.8 (juin 2005), p. 1027-1038. DOI : 10.1007/s00340-005-1828-z (cité p. 82).

[98] A. YARIV. *Quantum Electronics - Third Edition*. John Wiley et Sons, 1975 (cité p. 86).

[99] L. G. GOUY. « Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses ». In : *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1890), p. 5 (cité pp. 86, 89).

[100] L. G. GOUY. « Sur la propagation anomale des ondes ». In : *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1891), p. 5 (cité pp. 86, 89).

[101] D. ROMANINI. « Modelling the excitation field of an optical resonator ». In : *Applied Physics B* 115.4 (juin 2014), p. 517-531. DOI : 10.1007/s00340-013-5632-x (cité p. 86).

[102] N. C. R. HOLME, B. C. DALY, M. T. MYAING et T. B. NORRIS. « Gouy phase shift of single-cycle picosecond acoustic pulses ». In : *Applied Physics Letters* (2003), p. 4 (cité p. 89).

[103] N. BERTIN. « Déformations d'interfaces liquides guidantes par la pression de radiation acoustique et optique ». Thèse de doct. Université Bordeaux 1, 2011 (cité p. 89).

[104] R. W. BOYD. « Intuitive explanation of the phase anomaly of focused light beams ». In : *Journal of the Optical Society of America* 70.7 (1er juil. 1980), p. 877. DOI : 10.1364/JOSA.70.000877 (cité p. 89).

[105] S. FENG et H. G. WINFUL. « Physical origin of the Gouy phase shift ». In : *Optics Letters* 26.8 (15 avr. 2001), p. 485. DOI : 10.1364/OL.26.000485 (cité p. 89).

[106] M. DURAND, J. LAWALL et Y. WANG. « High-accuracy Fabry–Perot displacement interferometry using fiber lasers ». In : *Measurement Science and Technology* 22.9 (1er sept. 2011), p. 094025. DOI : 10.1088/0957-0233/22/9/094025 (cité p. 89).

[107] M. DURAND, Y. WANG et J. LAWALL. « Accurate Gouy phase measurement in an astigmatic optical cavity ». In : *Applied Physics B* 108.4 (sept. 2012), p. 749-753. DOI : 10.1007/s00340-012-5147-x (cité pp. 89, 99).

[108] D. W. ALLAN. « Statistics of atomic frequency standards ». In : *Proceedings of the IEEE* 54.2 (1966), p. 221-230. DOI : 10.1109/PROC.1966.4634 (cité p. 93).

[109] D. W. ALLAN. « Should the classical variance be used as a basic measure in standards metrology ? » In : *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* IM-36.2 (juin 1987), p. 646-654. DOI : 10.1109/TIM.1987.6312761 (cité p. 93).

[110] A. WALLIN, D. PRICE, C. CARSON et F. MEYNADIER. *AllanTools, a python library for calculating Allan deviation and related time & frequency statistics under LGPL v3+ license*. 2014 (cité pp. 93, 95).

[111] J. J. SNYDER. « An Ultra-High Resolution Frequency Meter ». In : *Thirty Fifth Annual Frequency Control Symposium*. Thirty Fifth Annual Frequency Control Symposium. IEEE, 1981, p. 464-469. DOI : 10.1109/FREQ.1981.200513 (cité pp. 93, 95).

[112] JCGM. *Vocabulaire International de Métrologie - Concepts fondamentaux et généraux et termes associés (3eme édition)*. 2008 (cité p. 96).

[113] J. LI, X. LI, X. ZHANG, F. TIAN et L. XI. « Analysis of the stability and optimizing operation of the single-side-band modulator based on re-circulating frequency shifter used for the T-bit/s optical communication transmission ». In : *Optics Express* 18.17 (16 août 2010), p. 17597. DOI : 10.1364/OE.18.017597 (cité p. 101).

[114] H. GUILLET DE CHATELLUS, E. LACOT, W. GLASTRE, O. JACQUIN et O. HUGON. « Theory of Talbot lasers ». In : *Physical Review A* 88.3 (17 sept. 2013), p. 033828. DOI : 10.1103/PhysRevA.88.033828 (cité p. 102).

[115] C. SCHNÉBELIN et H. GUILLET DE CHATELLUS. « Agile photonic fractional Fourier transformation of optical and RF signals ». In : *Optica* 4.8 (20 août 2017), p. 907. DOI : 10.1364/OPTICA.4.000907 (cité p. 102).

[116] H. GUILLET DE CHATELLUS, L. ROMERO CORTÉS, C. SCHNÉBELIN, M. BURLA et J. AZAÑA. « Reconfigurable photonic generation of broadband chirped waveforms using a single CW laser and low-frequency electronics ». In : *Nature Communications* 9.1 (déc. 2018), p. 2438. DOI : 10.1038/s41467-018-04822-4 (cité p. 102).

[117] V. DURÁN, C. SCHNÉBELIN et H. GUILLET DE CHATELLUS. « Coherent multi-heterodyne spectroscopy using acousto-optic frequency combs ». In : *Optics Express* 26.11 (28 mai 2018), p. 13800. DOI : 10.1364/OE.26.013800 (cité pp. 102, 103, 106).

[118] G. P. AGRAWAL. « Nonlinear Fiber Optics ». In : *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*. Springer (cité pp. 104, 105).

[119] G. KWEON. « Noise figure of optical amplifiers ». In : *Journal of the Korean Physical Society* 41.5 (2002), p. 617-628 (cité p. 104).

[120] N. KANAGARAJ, L. DJEVARHIDJIAN, V. DURAN, C. SCHNEBELIN et H. de CHATELLUS. « Optimization of acousto-optic optical frequency combs ». In : *Optics Express* 27.10 (13 mai 2019), p. 14842. DOI : 10.1364/OE.27.014842 (cité p. 106).

[121] V. DURAN, L. DJEVARHIDJIAN et H. GUILLET DE CHATELLUS. « Bidirectional frequency-shifting loop for dual-comb spectroscopy ». In : *Optics Letters* 44.15 (1er août 2019), p. 3789. DOI : 10.1364/OL.44.003789 (cité pp. 107, 108).

[122] D. ROMANINI, A.A. KACHANOV, N. SADEGHI et F. STOECKEL. « CW cavity ring down spectroscopy ». In : *Chemical Physics Letters* 264.3 (jan. 1997), p. 316-322. DOI : 10.1016/S0009-2614(96)01351-6 (cité p. 145).

[123] R. M. CURRAN, T. M. CROOK et J. D. ZOOK. « Measurement of Optical Absorption in Very Thin Low-Loss SiO_2 Films ». In : *MRS Proceedings* 105 (1987), p. 175. DOI : 10.1557/PROC-105-175 (cité p. 145).

[124] E. A. DONLEY, T. P. HEAVNER, F. LEVI, M. O. TATAW et S. R. JEFFERTS. « Double-pass acousto-optic modulator system ». In : *Review of Scientific Instruments* 76.6 (juin 2005), p. 063112. DOI : 10.1063/1.1930095 (cité p. 167).