L'histoire des mathématiques au service d'une nouvelle didactique de la discipline dans les cursus scolaires au Sénégal : approches théoriques et applications

Oumar Sagna

▶ To cite this version:

Oumar Sagna. L'histoire des mathématiques au service d'une nouvelle didactique de la discipline dans les cursus scolaires au Sénégal : approches théoriques et applications. Education. COMUE Université Côte d'Azur (2015 - 2019), 2019. Français. NNT : 2019AZUR2035 . tel-02862767

HAL Id: tel-02862767
https://theses.hal.science/tel-02862767

Submitted on 9 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

ÉCOLE DOCTORALE
SOCIÉTÉS, HUMANITÉS, ARTS ET LETTRES

THÈSE DE DOCTORAT

L'Histoire des mathématiques au service d'une nouvelle didactique de la discipline dans les cursus scolaires au Sénégal : approches théoriques et applications

Oumar SAGNA

Laboratoire J.A. Dieudonné UMR (CNRS 7351)

Présentée en vue de l'obtention du grade de docteur en Sciences de l'Éducation
d'Université Côte d'Azur
Dirigée par : René Lozi
et Christian Gérini (co-directeur)
Soutenue le : 16 décembre 2019

Devant le jury, composé de :
Moulay Aziz-Alaoui, Professeur des Universités, Université Le Havre Normandie
Evelyne Barbin, Professeur des Universités Émérite, Université de Nantes
Nicole Biagioli, Professeur des Universités Émérite, Université de Nice-Sophia Antipolis
Christian Gérini, Maître de Conférences, Université de Toulon
René Lozi, Professeur des Universités Émérite, Université de Nice-Sophia Antipolis

L'Histoire des mathématiques au service d'une nouvelle didactique de la discipline dans les cursus scolaires au Sénégal : approches théoriques et applications

Jury :

Présidente

Nicole Biagioli, Professeur des Universités Émérite, Université de Nice-Sophia Antipolis

Rapporteurs

Moulay Aziz-Alaoui, Professeur des Universités, Université Le Havre Normandie

Evelyne Barbin, Professeur des Universités Émérite, Université de Nantes

Examinateurs

Christian Gérini, Maître de Conférences, Université de Toulon

René Lozi, Professeur des Universités Émérite, Université de Nice-Sophia Antipolis

L’Histoire des mathématiques au service d’une nouvelle didactique de la discipline dans les cursus scolaires au Sénégal : approches théoriques et applications.

Résumé

Notre expérience de professeur de mathématiques nous a conduit sur une voie encore timidement exploitée au Sénégal, l’introduction d’une perspective historique dans l’enseignement des mathématiques, pour voir si elle pouvait intéresser les élèves et les motiver pour des études scientifiques.

Cette thèse est constituée de sept chapitres dont les cinq premiers concernent l’état des lieux et les approches théoriques, et les deux derniers décrivent et analysent l’expérimentation déroulée en classe de Quatrième dans un Collège de la banlieue de Dakar.

Le chapitre I est consacré d’une part à la spécificité des mathématiques pour comprendre les difficultés liées à son enseignement, et d’autre part à un recensement de la littérature, sur l’introduction d’une perspective historique dans son enseignement, qui a permis de clarifier l’utilisation de l’Histoire en classe de mathématiques. Dans ce chapitre sont également définis le cadre didactique de la thèse et la méthodologie employée pour réaliser une expérimentation en classe de Quatrième.

Le contexte de notre recherche a été précisé au chapitre II par une description approfondie du système éducatif sénégalais qui a de bons résultats au niveau de la construction de salles de classes et de nouveaux blocs scientifiques et techniques (BST), de l’indice de parité favorable aux filles à l’école primaire et dans les Collèges, mais aussi des insuffisances avec les effectifs pléthoriques, la faiblesse de l’encadrement pédagogique, la désertion des filières scientifiques, les mauvais résultats aux examens certificatifs et évaluations en mathématiques.

La présence de l’Histoire des mathématiques dans les programmes, les manuels et les dispositifs de formation des professeurs est examinée dans le chapitre III, comparativement à la France qui a d’énormes potentialités dans le domaine.

Ces inventaires ont servi à l’analyse didactique proposée au chapitre IV qui renferme également la description illustrée des différents types d’utilisation de l’Histoire des mathématiques. À partir de l’analyse didactique, un répertoire intégrant l’Histoire des mathématiques, a été proposé pour faire évoluer les programmes sénégalais.

Le chapitre V interroge à l’aide de questionnaires les élèves et les professeurs de mathématiques, avant l’expérimentation, pour recueillir et analyser leurs opinions et pratiques concernant l’introduction d’une perspective historique. Le Président de la Commission Nationale de Mathématiques (CNM) du Sénégal est interviewé, pour donner son avis sur la question et nous apporter des éclaircissements sur certaines options du programme.

L’expérimentation est abordée au chapitre VI et concerne six séances réalisées en classe de Quatrième qui portent sur l’intersection d’un cercle et d’une droite, la condition d’existence d’un triangle, l’historique des nombres, la mise en équation, la résolution d’équations du type

$ax + b = 0$ et le théorème de Pythagore. Nous avons conçu leur ingénierie didactique. Elles ont ensuite été expérimentées par un professeur en notre présence.

Le chapitre VII a porté sur l'analyse de l'expérimentation qui s'est appuyée sur la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) de Chevallard à travers la praxéologie et les moments didactiques, pour étudier les tâches des élèves et les séquences filmées. Les trois arguments hypothétiques de Barbin, à savoir le replacement, le dépaysement et la compréhension culturelle, nous ont également servi dans ce chapitre ainsi que l'analyse des réponses au questionnaire et interviews soumis aux élèves un an après l'expérimentation, pour mesurer les retombées positives de l'expérimentation sur les élèves.

La conclusion générale renseigne sur les résultats de l'expérimentation qui sont dans l'ensemble très prometteurs en dépit des difficultés notées dans la gestion du temps et liées au grand effectif de la classe où a eu lieu l'expérimentation.

Mots-clefs : enseignement des mathématiques ; Histoire des mathématiques ; système éducatif sénégalais ; didactique des mathématiques.

The History of mathematics at the service of a new educational didactics of the discipline in scholar curricula in Senegal: theoretical approaches and applications.

Abstract

Our experience as a mathematics teacher has led us to explore a way that is still underused in Senegal, introducing a historical perspective into mathematics education, to check if it could interest students and motivate them to scientific studies.

This thesis, which consists of seven chapters; the first five of which deal with the state of the art and the theoretical approaches. The last two describe and analyze the experimentation carried out in class of “Quatrième” at a College in the suburbs of Dakar.

Chapter I is devoted on the one hand to the nature and specificity of mathematics to better understand the difficulties related to its teaching, and on the other hand to a review of the literature on the introduction of a historical perspective into teaching of mathematics, which clarified the use of history in the mathematics classroom. In this chapter are also defined the didactic framework of the thesis and the methodology used to carry out an experimentation in class of “Quatrième”.

The context of our research was then detailed in Chapter II through a thorough description of the Senegalese educational system characterized by good results in the construction of classrooms and new scientific and technical blocks (BST), the parity index favorable to girls in primary school and high schools, but also by insufficiencies with the plethoric numbers of students, the weakness of the pedagogic supervision, the desertion of the scientific disciplines, the poor results in examinations certifications and external evaluations in mathematics.

The presence of the History of Mathematics in curricula, textbooks and teacher training schemes is examined in Chapter III and compared to France, which has enormous potential in the field.

These historical informations served as the subject for the didactic analysis proposed in Chapter IV, which also contains another input to the analysis: the illustrated description of the different types of use of the History of Mathematics. The didactic analysis inspired us in the development of a repertoire integrating the History of Mathematics, proposed to evolve the Senegalese programs.

Chapter V, quizzes mathematics students and teachers, prior to the experiment, to collect and analyze their opinions and practices regarding the introduction of a historical perspective. The President of the National Commission of Mathematics (CNM) of Senegal is also put to contribution, through an interview, to give his opinion on the question and to bring us clarifications on some options of the program.

The experimentation that we have done is discussed in Chapter VI and concerns six sessions in class of "Quatrième" which relate to the intersection of a circle and a line, the condition of existence of a triangle, the history of numbers, the equation modelling, the resolution of equations of the type $ax + b = 0$, and the theorem of Pythagoras. We have conceived their

didactic engineering. They were then tested by a teacher in our presence. The sequences in the classroom were filmed and transcribed.

The last chapter focuses on the analysis of experimentation, which was based on Chevallard's Anthropological Theory of Didactics (TAD) through praxeology and didactical moments to study students'tasks and filmed sequences. Barbin's three hypothetical arguments, namely replacement, disorientation, and cultural understanding, were also used in this chapter, along with the analysis of questionnaire responses and interviews submitted to students one year after the experiment, to measure positive effects of experimentation on students.

The general conclusion provides information on the results of the experiment which are on the whole very promising in the framework of the improvement of the teaching lessons of the mathematics in Senegal despite the difficulties noted in the management of the time and related to the large number of students in the class where the experiment took place.

Keywords: mathematics education; history of mathematics; Senegalese education system; didactics of mathematics.

Remerciements

Je voudrais avant tout, témoigner ma gratitude à mon Directeur de thèse, Monsieur René Lozi, à qui je dois cette thèse. Il m'a, non seulement fait bénéficier de son immense savoir et de ses conseils avisés, mais aussi de son soutien indéfectible pendant les moments de doute et de découragement. C'est ainsi qu'il n'a pas hésité à venir à Dakar pendant cinq jours, pour me faire profiter d'un encadrement rapproché qui par la suite a été déterminant dans la poursuite de ma recherche. Éternelle reconnaissance Professeur et fier de vous avoir comme Papa au *Mathematics Genealogy Project*.

Je tiens à exprimer, avant de poursuivre, mes sincères remerciements à mon co-directeur Monsieur Christian Gérini qui n'a ménagé aucun effort pour me trouver une unité de recherche d'excellence, le laboratoire I3DL. Votre confiance en moi, vos apports de qualité et vos précieux conseils m'ont beaucoup aidé dans cette thèse. Soyez assuré de mon respect et de ma reconnaissance.

Ma gratitude va également à Madame Nicole Biagioli, Directrice du laboratoire I3DL, qui m'a accueilli dans son laboratoire et m'a toujours accordé sa bienveillance, au vu de ma situation délicate de travailleur non boursier. Merci beaucoup Professeur d'avoir accepté de faire partie du jury.

Je veux aussi remercier Madame Evelyne Barbin qui m'a formé et transmis la passion de l'Histoire des mathématiques. Elle a été la première à me faire confiance dans cette recherche en contactant ses collègues pour me trouver un laboratoire d'accueil. Mon travail s'est beaucoup inspiré de ses articles très riches en enseignements. Merci beaucoup Professeur, d'avoir accepté d'évaluer cette thèse et de faire partie du jury. Je suis honoré et ému.

Je souhaite également remercier vivement Monsieur Moulay Aziz-Alaoui qui malgré ses lourdes charges universitaires et un calendrier très chargé a accepté d'évaluer ce travail de thèse et de faire partie du jury. Je suis honoré, Professeur, de pouvoir bénéficier de votre regard critique, juste et avisé.

Un grand merci à tous les membres du laboratoire I3DL, enseignants-chercheurs et doctorants ; à Madame Catherine Delemarre pour la compréhension et le traitement diligent de mes dossiers administratifs, à l'École doctorale 86 SHAL et à l'Université de Nice-Sophia Antipolis devenue Université Côte d'Azur. Vous avez grandement contribué à ma formation.

Mes chaleureux remerciements vont également à Monsieur El hadj Ba, professeur de Mathématiques au Collège d'enseignement moyen de Mbao qui a accepté sans condition de me suivre dans cette expérience, pas du tout évidente pour un enseignant qui n'a pas reçu de formation en Histoire des mathématiques. Je n'oublie pas dans ces remerciements les élèves de 4$^{\text{ème}}$ PC1 de la promotion 2014 - 2015, le corps professoral, le Surveillant Général Monsieur Boucal et le Chef d'Établissement Monsieur Awoudi.

J'exprime ma gratitude à Monsieur Mamadou Bachir Diaham, Coordonnateur du collège des Inspecteurs Généraux de l'Éducation et de la Formation (IGEF) de mathématiques, pour l'interview, ma nomination au poste de Rapporteur général de la Commission Nationale de

Mathématiques du Sénégal et les démarches entreprises pour me faire bénéficier d'une subvention qui faciliterait mes déplacements à Nice.

Merci beaucoup également à l'IGEF Moustapha Sokhna, assesseur du doyen de la Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation (FASTEF) qui, en plus des conseils et encouragements, m'a accepté comme auditeur libre dans son unité de recherche en didactique des mathématiques et a facilité le séjour du Professeur Lozi à Dakar. J'associe à ces remerciements la Présidente de la Commission Nationale de Mathématiques l'IGEF Faguèye Ndiaye Sylla, le Président de la sous-commission Histoire des mathématiques, l'IGEF El hadj Malick Dia et le Chef du département de mathématiques de la FASTEF l'IGEF Cissé Ba qui m'ont toujours manifesté leur soutien.

Je tiens aussi à rendre hommage à mon Directeur Monsieur Omar Ba et à ma Directrice Madame Fatimata Ba Diallo pour la confiance, la considération, la compréhension et le soutien qui m'ont permis de mener à terme cette recherche. Je remercie également tous les collègues de la Direction de l'Enseignement Moyen Secondaire Général (DEMSG) et des Inspections d'Académie qui m'ont beaucoup encouragé dans cette entreprise.

Merci à Papa Alassane, Merci à Maman Oumy pour tous vos sacrifices. Je vous dois cette thèse et je vous la dédie à titre posthume, en guise de reconnaissance éternelle.

Les derniers remerciements reviennent à mes frères et sœurs bien-aimés Néné, Mamadou, Papis et Bass pour leurs soutiens et encouragements, à mes adorables filles Oumy et Rokhyatou, et à mon épouse Mariétou qui a toujours été présente à mes côtés pour soutenir mes ambitions et accomplir mes rêves. Merci grande dame.

Sommaire

Chapitre II
L'état de l'enseignement des mathématiques au Sénégal

Chapitre V

Analyse des rapports personnels avec l’Histoire des mathématiques au Sénégal

Chapitre VI

Expérimentation de l'introduction de l'Histoire en Classe de Quatrième

Introduction

Nous avons commencé notre carrière dans l'enseignement comme professeur de mathématiques avant de devenir inspecteur de l'Enseignement moyen secondaire. Cette nouvelle fonction nous a assigné comme missions le contrôle, l'évaluation, l'animation, la formation, l'inspection ainsi que l'encadrement pédagogique et technique des personnels de l'enseignement public et privé de notre spécialité relevant des enseignements du moyen secondaire général ou technique et professionnel.

En plus de ces missions, il nous est dévolu la charge de donner une nouvelle impulsion au sous-secteur de l'Enseignement moyen secondaire dans un contexte où l'enseignement-apprentissage des mathématiques fait face à de graves difficultés au Sénégal.

En effet depuis plus de vingt ans, l'enseignement des mathématiques au Sénégal rencontre de nombreux problèmes qui se caractérisent par de très mauvaises notes des élèves en classe comme au niveau des examens, un faible taux d'orientation des élèves vers les filières scientifiques, une diminution drastique du nombre d'élèves en série S1, un manque criant de professeurs de mathématiques, etc.

Cette situation inquiétante, pour un pays qui se veut émergent et qui a besoin de scientifiques et de techniciens dans tous les domaines de la vie civile pour l'exploitation des énormes potentialités liées à sa démographie et ses ressources naturelles, a fait réagir les autorités du pays, au plus haut niveau, à travers les décisions et initiatives suivantes :

- la décision présidentielle de réorienter le système éducatif sénégalais vers les sciences, les mathématiques, le numérique, la technologie et l'entreprenariat ;
- la révision de la didactique de l'enseignement des mathématiques proposée dans le cadre du programme d'amélioration de la qualité, de l'équité et de la transparence (PAQUET), le document de référence pour la mise en œuvre de la politique éducative du Sénégal ;
- la création d'une licence d'enseignement de mathématiques pour résorber le manque de professeurs de mathématiques ;
- l'augmentation au Collège du crédit horaire hebdomadaire en mathématiques qui passe de 5 à 6 heures ;
- la construction d'un Lycée scientifique d'excellence à Diourbel où la majorité des élèves est scolarisée en série S1;
- la production de ressources numériques pour améliorer l'enseignement des mathématiques ;
- l'organisation chaque année du concours « Miss Maths » pour les élèves de Quatrième et «Miss Sciences » pour les élèves de Seconde afin d'orienter plus de filles vers les filières scientifiques ;
- la relance de l'organisation des olympiades de mathématiques.

Toutes ces initiatives, à l'exception de la révision de la didactique de l'enseignement des mathématiques, qui tout en étant intéressantes ne peuvent donner que des réponses partielles, sont en cours de réalisation. Mais comment peut-on améliorer l'enseignement-apprentissage des mathématiques si l'on ne s'attaque pas au cœur du problème, c'est-à-dire à la didactique des mathématiques ? Cette amélioration problématique demeure une question épineuse. Nous

allons dans cette thèse essayer une piste de recherche particulière : l'introduction d'éléments historiques dans l'enseignement des mathématiques. Sans être la panacée, il nous semble que cette voie de recherche est prometteuse, même si nos résultats sont partiels et nécessitent de plus amples expérimentations.
L'idée nous en est venue en interrogeant notre expérience de pratique de classe. Nous nous sommes rappelé que la référence à l'Histoire des mathématiques en classe de Terminale L dans le cadre des probabilités a provoqué un regain d'intérêt pour les mathématiques des élèves littéraires qui dans leur grande majorité n'aimaient pas les mathématiques. Une tentative similaire en Terminale S dans le cadre de l'étude des nombres complexes a eu le même effet et nous a valu beaucoup de considération de la part des élèves.
Nous avions nous-même éprouvé un plaisir similaire, quand étudiant en Master de l'Histoire des Sciences et Techniques à l'université de Nantes, nous suivions les cours du Professeur Evelyne Barbin sur la « La géométrie grecque et l'invention des courbes », ou en assistant à la conférence du Professeur Ahmed Djebbar sur le thème « Dimensions culturelle et historique des mathématiques dans la formation des enseignants » lors de l'Ecole de didactique et de mathématiques (EdiMaths 2012) organisée à la FASTEF, ou encore en lisant *Le Théorème du perroquet*, roman du mathématicien, professeur d'Histoire et d'Épistémologie des sciences, Denis Guedj.
Notre conviction s'est faite dès lors sur les énormes potentialités que renferme l'Histoire des mathématiques pour humaniser le cours de mathématiques, trouver des situations donnant du sens aux concepts mathématiques, saisir le sens et la portée des problèmes étudiés, mieux comprendre les concepts et connaître le contexte dans lequel ils ont été créés, changer la perception et la compréhension que les élèves et enseignants ont des mathématiques, leur permettre de renouer avec les émerveillements et le plaisir que procure l'enseignement apprentissage de cette discipline.

C'est ainsi que nous nous sommes posé beaucoup de questions du type : pourquoi l'Histoire des mathématiques n'est-elle pas intégrée dans les enseignements apprentissages du Collège et du Lycée au Sénégal ? Quelles sont les raisons qui empêchent d'introduire l'Histoire des mathématiques dans la formation des élèves professeurs, et même dans leur formation académique ? Le contexte de l'enseignement-apprentissage des mathématiques au Collège et au Lycée est-il adapté à l'introduction d'une perspective historique ? Une révision de la didactique de l'enseignement des mathématiques, utilisant comme levier l'introduction de l'Histoire en classe, peut-elle améliorer les apprentissages de la discipline ?

Pour apporter des réponses à ces questions, nous avons décidé de nous engager dans la recherche en vue de soutenir une thèse dont le sujet porte sur : *L'Histoire des mathématiques au service d'une nouvelle didactique de la discipline dans les cursus scolaires au Sénégal : approches théoriques et applications.*

Pour mener la recherche sur le terrain et vérifier notre hypothèse nous avons choisi de faire une expérimentation en classe de Quatrième dans un Collège situé dans la banlieue de Dakar, afin d'être dans les conditions de travail que vivent la plupart des élèves et professeurs du Sénégal. L'entretien que nous avons eu avec le corps professoral de cet établissement nous a permis d’entrer en contact avec un professeur contractuel qui s’est porté volontaire pour mettre en œuvre l’expérimentation et qui a accepté de se faire filmer.

Nous avons ensuite, pour la préparer, procédé à l’analyse du programme de la classe de Quatrième, ce qui nous a permis de repérer six séquences dans lesquelles on peut intégrer l’Histoire dans leur enseignement-apprentissage. Nous avons dans ce but procédé à la revue de la littérature qui nous a amené à élaborer six fiches d’activités mathématiques intégrant l’Histoire des mathématiques et faisant intervenir les principales façons d’introduire l’Histoire en classe de mathématiques.

Un partage sur ces fiches a été ensuite organisé entre le chercheur et le professeur expérimentateur pour une bonne appropriation avant la mise en œuvre en classe qui a été filmée.

Les dialogues découlant de l’expérimentation ont été transcrits, des scènes de l’expérimentation décrites, des questionnaires administrés aux élèves de cette classe, avant et un an après l’expérimentation et des interviews réalisés auprès de certains d’entre eux pour servir de matière à l’analyse des résultats de l’expérimentation. Nous avons également lancé une enquête par questionnaire auprès de cinquante-neuf enseignants. Nous avons aussi interrogé le le Coordonnateur des Inspecteurs Généraux de l’Éducation et de la Formation de mathématiques du Sénégal.

Notre engagement dans cette recherche nous a valu rapidement la considération des autorités du pays qui s’est traduite par une nomination en 2015 comme rapporteur national de la Commission Nationale de Mathématiques (CNM) chargée de l’écriture des curricula de Mathématiques. C’est ainsi que nous avons créé, en rapport avec notre recherche et avec l’aval de la Présidente de la CNM, la sous-commission Histoire des mathématiques où nous exerçons également la fonction de rapporteur.

D’autres perspectives nous ont été offertes avec notre intégration en 2016 à la Direction de l’Enseignement Moyen Secondaire Général (DEMSG) du Ministère de l’Éducation Nationale (MEN) comme chef de bureau du curriculum et des innovations pédagogiques. Deux ans après, nous avons été promu chef de la Division des Enseignements Apprentissages à la DEMSG. Parallèlement à ces fonctions nous occupons depuis 2018 le poste de coordonnateur national pédagogique des olympiades de mathématiques.

Ces nominations ont été une source de motivations pour transcender les conditions matérielles difficiles dans lesquelles nous avons mené cette recherche et arriver aux résultats que nous présentons dans cette thèse à travers sept chapitres.

Le premier chapitre décrit la situation préoccupante de l’enseignement des mathématiques dans plusieurs pays, ce qui nous a conduit à un large examen de la nature de cette discipline et de ses spécificités, pour mieux appréhender les difficultés liées à son enseignement. La nature des mathématiques enseignées au Collège ou au Lycée semble simple à décrire, mais la nature plus générale de cette discipline dans le cadre des « savoirs savants » dont dépendent en partie les « savoirs enseignés » d’après la transposition didactique de Chevallard n’est pas facile à appréhender. Sa diversité et son unité sont mis en évidence dans la classification de l’American Mathematical Association ; l’ancienneté des concepts enseignés dans les Collèges dont certains comme le théorème de Pythagore remontent à plus de 2500 ans en fait une

matière bien à part ; la spécificité de la démonstration constitue un obstacle redoutable à son enseignement en classe de Quatrième. Nous avons relevé dans ce chapitre que certains concepts nouvellement introduits l'ont été par des non-mathématiciens pour des besoins de leur discipline ou de la technologie comme le dessin des carrosseries de voitures. Nous nous sommes également intéressé aux solutions préconisées pour améliorer l'enseignement des mathématiques comme les jeux, l'application des mathématiques dans la vie, les technologies de l'information et de la communication et bien évidemment l'introduction d'une perspective historique qui a nécessité une revue de la littérature pour mieux comprendre ce dont il s'agit et se faire une idée de l'état de la recherche dans le domaine. Nous avons ensuite défini dans ce premier chapitre le cadre didactique qui sous-tend notre recherche, après avoir exploré diverses expériences réalisées en France concernant l'introduction d'une perspective historique. L'évolution des programmes français depuis le XVIII$^{\text{ème}}$ siècle a été abordée, car ainsi que l'indique Barbin la question « du pourquoi » intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques n'est pas intemporelle et qu'il faut pour chaque période examiner les conditions historiques qui ont poussé les concepteurs de programmes à s'engager dans cette intégration. La façon d'effectuer cette intégration a aussi été abordée.
Pour développer notre cadre didactique, qui lie la didactique des mathématiques à la didactique de l'Histoire des mathématiques, nous avons brièvement rappelé la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) de Chevallard qui est convoquée plus tard dans cette thèse pour l'analyse de l'expérimentation. Nous avons également rappelé les travaux de plusieurs didacticiens et épistémologues comme Barbin, Brousseau, Jahnke, Guillemette, etc. et donné quelques définitions des concepts qu'ils emploient (dévolution, praxéologie, moments didactiques, milieux, obstacle épistémologique, variable didactique, …).
Nous avons enfin défini notre méthodologie en décrivant la population concernée dans notre expérimentation, les différentes étapes de celle-ci et les six expériences réalisées, la collecte et le traitement des données.
Dans le chapitre II nous nous sommes intéressé à la situation de l'enseignement des mathématiques au Sénégal. Nous avons tout d'abord commencé par la présentation du Sénégal en décrivant le cadre administratif et politique ainsi que le contexte économique, démographique et linguistique de ce pays. Puis nous avons présenté les grandes lignes de son système éducatif en mettant l'accent sur les progrès réalisés, les faiblesses et les nouvelles orientations. Nous avons pointé les limites et les contraintes liées au développement de ce système, en particulier l'insuffisance et le non-ciblage de l'offre de formation qui laisse environ 37 % de ses jeunes d'âge scolaire (6-16 ans) en dehors du système éducatif, surtout parmi les populations nomades et aussi en raison de l'exode rural. Un pilotage pédagogique et une gestion administrative insuffisants, ainsi qu'une qualité d'enseignement laissant à désirer sont d'autres causes de ces limites.
Toutefois, les nouvelles orientations du système éducatif sénégalais qui s'appuient sur une stratégie continentale africaine ; sur le Plan Sénégal Emergent (PSE) ; sur les onze décisions présidentielles issues de la Concertation Nationale sur l'Avenir de l'Enseignement Supérieur (CNAES) dont une des premières est la réorientation du système d'Enseignement supérieur vers les Sciences, la Technologie, les Sciences de l'ingénieur et les Mathématiques (STEM) ; sur les onze décisions présidentielles issues des Assises de l'Éducation et de la Formation

(AEF) qui posent les orientations, stratégies et mesures fondatrices d'une École pour Tous, une École de Qualité et une École viable, fiable et pacifiée, donnent des raisons d'espérer.
Dans la suite de ce chapitre, l'Enseignement moyen et secondaire général, (le sous-secteur concerné par notre recherche) a fait l'objet d'un examen détaillé avec une présentation générale de ce sous-secteur notamment de l'évolution du réseau d'établissements et des effectifs, mettant en exergue des classes surchargées (moyenne de 54 élèves par classe dans l'enseignement public, mais pouvant atteindre 60 élèves en zone urbaine), la faible disponibilité des manuels (en moyenne 2 livres par élève en Sixième, 3 en Cinquième, 3 en Quatrième et 4 pour la classe de Troisième). Nous nous sommes aussi intéressé à l'efficacité interne du sous-secteur, aux résultats du Brevet de Fin d'Études Moyennes (BFEM) et du baccalauréat, à la part des nouveaux inscrits et à celle des filles dans les séries scientifiques. Nous avons également présenté le niveau de qualification de la population enseignante.
Puis nous nous sommes penché plus spécifiquement sur l'enseignement des mathématiques en faisant l'historique des programmes de mathématiques (restés français jusqu'à la fin des années 80), en étudiant le dispositif de formation des professeurs de la discipline, les manuels de mathématiques les plus utilisés (d'après l'enquête qui figure au chapitre V), les crédits horaires et les coefficients attribués à cette discipline. Enfin nous avons présenté les résultats de diverses évaluations en mathématiques. En effet, le Sénégal possède un dispositif d'évaluation certificative des apprentissages en fin de cycles élémentaire (le CFEE), moyen (le BFEM) et secondaire (le Baccalauréat). On note aussi la présence de structures externes comme le PASEC et le baromètre Jangando. Nous avons conclu ce chapitre par la constatation de la désertion des filières scientifiques.
Le chapitre III est plus spécifique de notre recherche. Nous y avons procédé à l'état des lieux de la présence de l'Histoire dans les principaux référentiels du professeur que sont les programmes, les manuels et les modules de formation initiale et continue des enseignants. Deux pays sont concernés par cette étude, le Sénégal qui est le lieu où se déroulent les expérimentations et la France pour son expérience et son expertise dans l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.
Nous avons tout d'abord comparé la présence de L'Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal (qui datent de 2006) et de la France (nouveaux programmes qui sont entrés ou entrerons en vigueur de 2016 à 2020). En ce qui concerne le Sénégal, cette présence est minimale, car les programmes de 2006 sont, d'après l'Inspecteur Général Diaham, Président de la Commission Nationale de Mathématique (CNM), directement issus de ceux de 1998. Dans ces années, au Sénégal, « *articuler quelques éléments d'Histoire des mathématiques à l'enseignement–apprentissage des mathématiques n'était pas encore entré dans les pratiques curriculaires.* » En France, l'introduction d'éléments historiques est beaucoup plus explicite (même si la pratique réelle d'enseignement n'en tient pas compte de façon homogène dans toutes les classes de France) et nous pouvons y consacrer sept pleines pages.
Dans une seconde partie de ce chapitre, nous explorons la présence de l'Histoire dans les manuels de mathématiques. Au Sénégal, nous examinons les manuels des trois collections les plus utilisées dans les établissements scolaires du Sénégal (toujours d'après l'enquête qui figure au chapitre V) : la Collection Inter Africaine de Manuels de Mathématiques (CIAM), la collection Excellence maths et la collection « USAID ». Nous faisons, sur seize pages, une

analyse très minutieuse des manuels de Sixième à la Terminale, qui outre la description des passages concernés dans ces livres, étudie de façon statistique leur présence, quels sont les chapitres de l'enseignement moyen et secondaire concernés par ces passages, quels sont les 70 mathématiciens dont la vie est mise en exergue et quels sont les siècles qui en ont fourni le plus grand nombre.
Nous faisons une étude identique pour les manuels français mais en nous limitant à seulement deux collections, parmi les plus utilisées dans les Collèges du Sénégal : Phare Hachette et Triangle Hatier qui ont été rédigés selon les programmes de 2008.
En effet, la particularité du Sénégal est l'utilisation de manuels français dans certaines classes, à côté de l'utilisation de manuels sénégalais dans d'autres classes, au gré du professeur.
La troisième partie de ce chapitre est consacrée à l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques, au Sénégal en nous basant sur l'article de E. M. Dia enseignant-chercheur au département de mathématiques de la Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation (FASTEF) de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar (UCAD), intitulé « Intégration de l'Histoire des mathématiques dans l'enseignement : une expérience en cours au Sénégal », publié en 2017.
Nous décrivons de façon succincte cette formation dans le cadre français des I.U.F.M., devenus E.S.P.E. et plus récemment I.N.S.P.E., en étant conscient des énormes différences régionales qui existent dans cette formation, parfois très développée comme à l'E.S.P.E. de Bretagne ou quasiment inexistante à celle de Toulouse Midi-Pyrénées.

Enfin la dernière partie du chapitre III récapitule les trois premières parties en faisant une analyse comparée du dispositif d'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques au Sénégal et en France, dans les programmes, les manuels, la formation des professeurs.
Cette présence de l'Histoire des mathématiques dans les différents référentiels fait l'objet d'une analyse au chapitre IV, pour déterminer la nature de l'information historique véhiculée et les différentes façons de l'utiliser en classe de mathématiques. Les différents types d'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques y sont répertoriés. Il y a :

- l'utilisation de fragments historiques.

  Ces fragments, bulles ou capsules historiques présentés dans les manuels sont en général des encadrés, souvent illustrés, qui retracent l'évolution d'un concept, la biographie d'un mathématicien, l'histoire d'une découverte ; ils relatent des anecdotes historiques, reproduisent un texte ancien, le portrait ou la citation d'un mathématicien, etc. Charbonneau rappelle que tous les enfants aiment les anecdotes, mais l'Histoire d'une notion ne doit pas s'y limiter même si elle peut en être émaillée.

  Nous présentons de nombreux exemples comme le papyrus de Moscou, le portrait de Pythagore, les lunules d'Hippocrate, l'âge de Diophante, le mathématicien Al-Kwârizmî.
- Les projets de recherche.

  On peut proposer aux élèves de faire des investigations sur :

  - les différentes approximations du nombre π qui est connu depuis l'antiquité avec comme valeur $3+\frac{7}{60}+\frac{30}{360}=3{,}125$ en 2000 avant J.-C. chez les Babyloniens et $(\frac{16}{9})^2 \approx 3{,}16$ en 1650 avant J.-C. chez les Égyptiens.

- Le nombre d'or ou la proportion divine qui est depuis l'antiquité un nombre magique, une proportion privilégiée, la clef de construction géométrique.
- Les démonstrations du théorème de Pythagore à travers les différentes civilisations avec la plus ancienne celle d'Euclide ; celle des Chinois utilisant le principe du rapiéçage ; celle du 20$^{\text{ème}}$ Président des États-Unis, James Garfield qui utilise l'aire du trapèze, etc.
- L'évolution des machines à calculer qui commence avec les dix doigts de la main, se poursuit avec les tables à calcul, les bâtonnets de Neper, les règles à calcul, la Pascaline, les calculatrices de poches et se termine aujourd'hui avec les ordinateurs.

- Les textes historiques comme le papyrus de Rhind, la tablette Plimpton 322, Le Précis sur le calcul d'al-jabr et al-muqabala d'Al-Kwârizmî, les Éléments d'Euclide, etc., qui sont très riches en enseignements.
- Les instruments historiques comme le bâton de Gerbert, l'abaque ou boulier, la règle à calcul, la corde des treize nœuds.
- Les activités d'expérimentation mathématique comme la découverte des coniques par Apollonius, en inclinant dans la pénombre l'abat-jour d'une lampe face à un mur, pour projeter un cône de lumière.
- Les problèmes historiques comme le postulat des parallèles d'Euclide, le problème de la quadrature du cercle ou la conjecture de Fermat.
- Les pièces de théâtre ;
- le visionnage de films ;
- les activités extérieures.

Une deuxième partie du chapitre IV procède à l'étude de l'intégration de l'Histoire dans les programmes de mathématiques, en commençant par celle des programmes de Lycée du Sénégal, celle des programmes de Collège, de Seconde et Première de la France.

Une troisième partie concerne l'analyse didactique minutieuse sur 35 pages, des manuels et plus particulièrement l'analyse des aspects historiques du chapitre « Théorème de Pythagore » en géométrie et les « Équations » en activités numériques dans les manuels de 4$^{\text{ème}}$ de mathématiques des collections françaises et sénégalaises qui sont les plus utilisées et plus conformes au programme sénégalais. Il s'agit des collections Diabolo Hachette, Dimathème, Nouveau prisme Belin, Phare Hachette, Prisme Belin, Transmath Nathan, Triangle Hatier, Excellence maths, CIAM, USAID, Horizon Didier et Zénius Magnard.

Enfin nous proposons dans la dernière partie de ce chapitre l'esquisse d'une intégration de l'Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal déclinée en 29 thèmes pour lesquels nous formulons des contenus à intégrer dans les programmes et nous précisons le contexte historique à exploiter pour élaborer ces activités. Cette esquisse se veut un élément de proposition de refonte des programmes de 2006 du Sénégal.

Le chapitre V, donne la parole aux principaux acteurs de l'école pour recueillir et analyser leur avis, leurs connaissances et leurs pratiques sur l'Histoire des mathématiques. Il s'agit de questionnaires soumis aux élèves et aux professeurs avant l'expérimentation et d'une interview que nous a accordée le Président de la Commission Nationale de Mathématiques chargée de l'écriture des programmes.

Le premier questionnaire a été administré à 72 élèves de la classe de Quatrième du Collège d'Enseignement Moyen (CEM) de Grand-Mbao une semaine avant l'expérimentation qui s'est faite dans la même classe. Ce questionnaire comportait 7 questions :

- *1. Quel est ton niveau en mathématiques ?*
- *2. Aimes-tu les mathématiques ?*
- *3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?*
- *4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaborées ?*
- *5. Si oui donne un ou deux exemples.*
- *6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques ?*
- *7. Si Oui, quel effet cela t'a-t-il fait ?*

Nous donnons le recensement des résultats et nous effectuons une analyse statistique de ceux-ci qui indique que malgré leur amour déclaré pour les mathématiques (99 % de l'échantillon) 58 % des élèves ont estimé qu'il fallait changer la manière d'expliquer les mathématiques qui est en général théorique, abstraite, sans lien avec le vécu de l'élève, ses préoccupations et ses envies.

En outre les réponses montrent que 86 % des élèves de l'échantillon interrogé ne connaissent pas l'Histoire des mathématiques et 75 % disent que leurs professeurs n'évoquent pas en classe l'Histoire des mathématiques. Ainsi il apparaît clairement que l'Histoire des mathématiques occupe une place insignifiante dans les enseignements et apprentissages dispensés au Collège.

En complément du questionnaire des élèves, nous avons élaboré un questionnaire destiné aux professeurs de mathématiques des Collèges et Lycées du Sénégal pour recueillir leurs avis sur l'intégration de l'Histoire dans leurs pratiques de classe. Pour avoir un échantillon représentatif nous avons choisi :

- des Lycées et Collèges de la ville de Dakar, la capitale du Sénégal, qui ont des effectifs de 50 élèves par classe environ;
- des Lycées et Collèges de la banlieue de Dakar, dont les effectifs sont pléthoriques (80 élèves en moyenne) ;
- un Lycée mixte et un Collège d'Enseignement Moyen de Kaolack une région de l'intérieur du pays.

Nous avons recueilli 59 questionnaires remplis, sur les 82 distribués dans 13 établissements.

Les questions étaient :

- *1. Que pensez-vous de l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques ?*
- *2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?*
- *3. Si oui, indiquez les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'Histoire.*
- *4. Citez dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours.*

- *5. Citez dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.*
- *6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'Histoire des mathématiques ?*
- *7. Si oui, indiquez le nom de ces manuels.*
- *8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'Histoire dans votre enseignement ?*
- *9. Si non, pourquoi ?*
- *10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'Histoire ?*
- *11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'Histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'Histoire des mathématiques). Quelle a été la réaction des élèves ?*

Nous avons effectué le recensement des résultats et une analyse statistique de ceux-ci. Elle montre que les professeurs estiment que les élèves sont très intéressés par les faits historiques relatés qui les motivent et leur permettent surtout d'acquérir une bonne culture générale.
Elle a également fait ressortir deux types d'enseignants :

- d'une part, les professeurs à qui il est arrivé d'intégrer l'Histoire des mathématiques dans leur enseignement. Ils sont majoritaires car ils constituent 56 % de l'échantillon interrogé. Ces professeurs estiment que les élèves sont très intéressés par les faits historiques relatés qui les motivent et leur permettent surtout d'acquérir une bonne culture générale.
- d'autre part, les professeurs qui n'ont jamais fait mention de l'Histoire des mathématiques en classe. Ils expliquent les raisons de leur option par les programmes qui ne le demandent pas, le déficit de formation, le manque d'intérêt, la gestion du temps, etc.

Enfin nous terminons ce chapitre par l'entretien avec Monsieur Diaham, Inspecteur Général de l'Éducation et de la Formation, Président de la Commission Nationale de Mathématiques du Sénégal de 1998 à 2015, Coordonnateur du Collège de Mathématiques.
La problématique étant posée, la méthodologie indiquée, la revue de la littérature effectuée, le contexte général de l'expérimentation précisé, l'état des lieux concernant l'Histoire des mathématiques connu et analysé, nous avons procédé à une expérimentation en classe de Quatrième comportant six expériences portant sur :
- l'intersection d'un cercle et d'une droite faisant intervenir une bulle historique sur Thalès et la naissance des résultats généraux en mathématiques ;
- les conditions d'existence d'un triangle s'appuyant sur un texte historique, les propositions XIX et XX du *Premier livre des Éléments* d'Euclide ;
- un travail de recherche concernant l'élaboration d'une frise chronologique retraçant l'historique des nombres ;
- la mise en équation d'une situation simple basée sur des problèmes historiques extraits du papysus Rhind ou de la tablette babylonienne 13901 se trouvant au British Museum ;
- la résolution d'une équation de la forme $ax + b = 0$, utilisant *al-jabr* et *al-muqabala* les deux opérations d'Al-Khwarizmi ;
- la démonstration du théorème de Pythagore faisant appel à la méthode du 20ème président des États-Unis, Garfield.

Le chapitre VI fait la synthèse des résultats de ces expériences, constitués pour chacun, d'une fiche activités élèves, d'une fiche activités professeur, du rapport d'expérimentation, de la transcription des dialogues et de la description des scènes.
Ces expériences ont fait l'objet d'une étude détaillée de 38 pages dans le septième et dernier chapitre à travers une analyse *a priori* des tâches des élèves s'appuyant sur la praxéologie de la Théorie Anthropologique du Didactique, et une analyse du déroulement de l'expérimentation utilisant les moments didactiques de Chevallard. L'analyse s'est également intéressée aux possibles retombées positives de l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques à travers les trois arguments hypothétiques de Jahnke et *al.* (2000, p. 292).
Pour avoir une idée des retombées de cette expérimentation sur le long terme, un an après, nous avons mené une enquête pour évaluer les acquis qui étaient encore présents chez les élèves, à travers un questionnaire. L'échantillon interrogé a réuni 41 des 80 élèves de Quatrième de l'année scolaire 2014/2015, qui étaient en Troisième en 2015/2016. L'administration du questionnaire comprenant trente-sept questions (voir Annexe 18) s'est faite en deux périodes de 45mn, entrecoupées d'une pause de 15 minutes pour ne pas lasser les élèves :

- la première partie du questionnaire comportait des questions d'appréciations sur l'enseignement des mathématiques intégrant l'Histoire, des questions de culture générale sur les mathématiques et les mathématiciens grecs, égyptiens, babyloniens, arabes et sur les aspects historiques qui sont ressortis lors de l'expérimentation portant sur le thème « Distance » ;
- la deuxième partie portait sur des questions en rapport avec les aspects historiques rencontrés lors de l'expérimentation sur « L'historique des nombres », « Les équations » et le « Le théorème de Pythagore ».

Les données constituées par les réponses recueillies ont été traitées et les résultats sont consignés dans le tableau de l'Annexe 20. Une analyse statistique de ces résultats détaillée sur 25 pages nous indique que concernant les informations historiques retenues, on constate une bonne appropriation par les élèves de celles qui sont au cœur de l'expérimentation ou de celles qui les concernent directement. Nous pouvons citer : les deux opérations d'Al-Khwârizmî dans le cadre de la résolution des équations, les Éléments d'Euclide pour lesquels les élèves ont étudié un extrait tiré du premier livre, l'acquisition d'une partie du savoir de Pythagore en Afrique (Égypte) et Garfield avec sa démonstration du Théorème de Pythagore.
Par contre des informations intéressantes comme l'historique des nombres, la différence entre les mathématiques grecques et babyloniennes, les supports d'écriture des contenus mathématiques en Égypte n'ont pas retenu l'attention des élèves. Ces informations contenues dans des bulles historiques ont été mises à la disposition des élèves sans commentaires.
Il résulte de cette enquête que l'utilisation de sources primaires et les problèmes historiques ont donné les meilleurs résultats chez les élèves en termes de rétention de l'information historique. Ce qui n'est pas le cas des projets de recherche et des fragments historiques.
Les principales difficultés pour ces deux activités résident dans le fait que :

- les élèves n'ont pas été encadrés pour faire de la recherche ;
- les fragments historiques n'ont pas été exploités, à travers des commentaires ou l'installation d'un débat entre les élèves ;
- l'expérience a été de courte durée.

Pour compléter ce questionnaire, nous avons interviewé quatre élèves volontaires, choisis au hasard. Ces interviews nous ont permis de recueillir de vive voix leurs impressions et d'approfondir certaines de leurs réponses. Elles ont été transcrites (voir Annexe 21) et leur exploitation (voir Annexe 22) a donné des résultats qui confirment ceux du questionnaire.

La conclusion générale a mis fin à la thèse à travers le rappel des buts poursuivis, une synthèse des résultats de la recherche et une réponse à la question générale de la recherche qui se révèle très positive.

Chapitre I

Problématique, cadre théorique et méthodologie

A l'entame de cette thèse, nous avons à travers ce chapitre exploré les théories développées dans le cadre d'une introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques pour bâtir le cadre conceptuel de notre recherche. Nous avons, dans notre démarche, procédé à la présentation de la problématique de la recherche et le cadre théorique qui la sous-tend avant de décrire la méthodologie employée pour analyser les résultats de l'expérimentation que nous avons effectuée.

I.1. La problématique

Pour introduire la problématique de notre recherche, nous avons commencé par un tour d'horizon de la situation préoccupante de l'enseignement des mathématiques dans plusieurs pays, qui nous a amené à souligner les spécificités des mathématiques pour mieux comprendre les difficultés rencontrées dans l'enseignement de cette discipline. Nous avons ensuite indiqué quelques-unes des solutions préconisées avant de clore cette partie par le problème de recherche.

I.1.1. La situation de l'enseignement des mathématiques

I.1.1.1. Dans le monde

L'enseignement des mathématiques dans beaucoup de pays du monde traverse une passe difficile caractérisée par une désertion des filières scientifiques, de mauvais résultats en mathématiques, un déficit criant de professeurs de mathématiques, un désamour des élèves pour cette discipline entre autres.

C'est le cas aux Etats-Unis où une inquiétude est largement partagée selon Garfunket et Mumford (2012), concernant l'état de leur enseignement des mathématiques :

> « *Elle prend sa source dans l'analyse des mauvais résultats des étudiants américains dans les compétitions et les tests internationaux (PISA), et l'on retrouve ces inquiétudes dans la loi '' No child left behind " de George W. Bush, qui exige que les étudiants passent des tests standardisés en 2014 et que des sanctions soient prises à l'encontre des écoles et des professeurs qui ne permettraient pas à leurs élèves d'atteindre ces objectifs* ».

Ce problème est aussi évoqué par Androulla Vassiliou Commissaire européenne à l'Éducation dans (EACEA P9 Eurydice, 2011, p. 3) où elle souligne que :

> *« De nombreux pays européens sont confrontés au déclin continu du nombre d'étudiants en mathématiques, sciences et technologies, ainsi qu'à un déséquilibre entre les genres dans ces disciplines. Ce problème doit être abordé de toute urgence pour éviter que le manque de spécialistes en mathématiques et dans les domaines connexes ne nuise non seulement à la compétitivité de nos économies mais aussi aux efforts mis en œuvre pour surmonter la crise économique et financière. »*

La France figure parmi ces pays, avec des centaines de postes de professeurs de mathématiques non pourvus faute de candidats, de mauvais résultats aux tests internationaux TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) et PISA (Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves). La France est dernière en mathématiques parmi les 22 pays européens qui ont participé aux tests TIMSS en 2015, tests qui évaluent les compétences des élèves de CM1 en mathématiques et en sciences. Un léger mieux mais pas très reluisant est noté la même année aux tests PISA (qui évalue des élèves de 15 ans sur les sciences, les mathématiques et la compréhension de l'écrit) où la France est classée dans le lot des pays moyens avec 493 points loin derrière le trio de tête Singapour (564 points), Japon (532 points) et Estonie (520 points). Cette situation inacceptable pour un pays de grands mathématiciens, a poussé le ministre de l'Éducation de la France, Jean-Michel Blanquer, à confier une mission à Cédric Villani lauréat de la médaille Field en 2010 et à l'Inspecteur Général de l'Éducation Nationale, Charles Torossian, pour améliorer l'enseignement des mathématiques à l'école et « donner cet appétit des mathématiques à tous les enfants », en s'inspirant notamment de la méthode dite de Singapour.[1]

I.1.1.2. Au Sénégal

L'enseignement des mathématiques au Sénégal connait également des difficultés ; cette situation a été d'ailleurs évoquée le 31 décembre 2008, dans le discours de fin d'année du Président du Sénégal qui ne traite que des grands problèmes de la nation. Dans son discours le Président Abdoulaye Wade a dit que l'échec en mathématiques était plus un problème d'enseignement qu'un problème d'élève.

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Nombre total d'inscrits au baccalauréat	146 258	153 462	151 991	158 334	159 291
Nombre d'inscrits en S1	518	571	583	487	563
Nombre total d'admis	45 187	54 571	46 769	55 137	58 170
Taux de réussite global	30,9 %	35,6 %	30,8 %	34,8 %	36,5 %
Nombre d'admis en S1	459	503	518	460	519
Part de la série S1dans l'effectif des inscrits	0,35 %	0,37 %	0,38 %	0,30 %	0,35 %
Taux de réussite en série S1	88,61 %	88,09 %	88,85 %	94,45 %	92,18 %

Tableau 1.1. Résultats au baccalauréat de la série S1 de 2015 à 2019.

[1] Voir Annexe 1 : les 21 mesures proposées par l'équipe de Villani.

Malgré des initiatives pour résorber le manque criant de professeurs de mathématiques et lutter contre le désamour des élèves pour les mathématiques, la situation désastreuse de l'enseignement des mathématiques persiste comme on peut le constater à travers les résultats au baccalauréat de la filière de prédilection des bons élèves en mathématiques, la série S1 (Tableau 1.1.).
La lecture de ce tableau révèle que la part de la série S1 dans l'effectif des inscrits varie de 0,30 % à 0,38 % entre 2015 et 2019. Cependant le taux de réussite dans ces sections est excellent avec une variation de 88,09 à 94,45 % contre 30,8 % à 36,5 % pour l'ensemble des séries, ce qui prouve une bonne préparation au baccalauréat. C'est par contre le faible nombre d'élèves inscrits qui est préoccupant. À ce rythme la série S1 risque de disparaître si des mesures d'envergure ne sont pas prises.
Ces mesures pour qu'elles soient efficientes devront tenir compte des particularités des mathématiques qui font que leur enseignement reste encore inaccessible à bon nombre d'élèves.

I.1.2. Les spécificités des mathématiques

I.1.2.1. Qu'est-ce que les mathématiques ?

Étymologiquement la mathématique ou les mathématiques viennent du mot grec « mathêma » qui signifie à la fois la connaissance et la science. Selon Wikipédia[2] et Riché (1979), l'usage du pluriel est un héritage de l'époque antique et du Moyen-âge, où le *quadrivium* regroupait les quatre arts dits « mathématiques » : l'arithmétique, la géométrie, l'astronomie et la musique. Quant au singulier, il est utilisé pour affirmer l'unité de la discipline. Dans tous les cas les mathématiques ou la mathématique, selon le dictionnaire Larousse[3], est la

> « *science qui étudie par le moyen du raisonnement déductif les propriétés d'êtres abstraits (nombres, figures géométriques, fonctions, espace, etc.) ainsi que les relations qui s'établissent entre eux* ».

Microsoft Encarta[4] abonde dans le même sens en définissant les mathématiques comme une

> « *science ayant pour objet l'étude au moyen du raisonnement et de la déduction d'êtres ou d'entités abstraites (nombres, figures, etc.)* ».

De ces deux définitions on retient que la mathématique est une science ayant comme objet l'étude d'êtres abstraits et utilisant comme instrument le raisonnement et la déduction. Qu'en est-il alors des mathématiques égyptiennes et babyloniennes caractérisées par des techniques de résolutions de problèmes particuliers relatifs à l'arpentage, le commerce, le calcul d'impôt, l'architecture, etc. ? Pour ces mathématiques l'objet d'étude n'est pas un être abstrait et la déduction n'y est pas utilisée. On peut en dire autant des mathématiques étudiées à l'école élémentaire.
En outre, le statut de science attribué aux mathématiques n'est pas partagé par tout le monde et il importe de clarifier ce concept. La science est définie par le dictionnaire Larousse comme

[2] https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques#%C3%89tymologie. Consulté le 7 octobre 2017.
[3] https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/math%C3%A9matiques/49860. Consulté le 7 octobre 2017.
[4] "mathématiques." Microsoft® Études 2008 [DVD]. Microsoft Corporation, 2007.

un « *ensemble cohérent de connaissances relatives à une certaine catégorie de faits, d'objets ou de phénomènes* ». Le Grand Robert[5] de la langue française apporte plus de précisions en présentant la science comme un « *ensemble de connaissances, d'études d'une valeur universelle, caractérisées par un objet et une méthode déterminés, et fondées sur des relations objectives vérifiables* ».

En se référant à la définition des mathématiques proposée dans Larousse et Encarta, les mathématiques sont une science. Les êtres abstraits et leurs propriétés constituant l'ensemble de connaissances des mathématiques, le raisonnement déductif étant la méthode utilisée pour établir des relations objectives et démontrables entre ces êtres et leurs propriétés, tout concourt à accepter les mathématiques comme une science. Toutefois on peut se demander ce qui fait la différence entre les mathématiques et les autres sciences.

Une classification courante dont a fait écho Sagaut (2008 – 2009, p. 26) place les mathématiques dans les sciences formelles tandis que la physique, la mécanique, la biologie, l'économie, la sociologie, etc., sont classées dans les sciences empiriques. Leur différence réside dans la nature de l'objet et dans la méthode de construction de la connaissance. Pour les mathématiques l'objet est conceptuel et la construction de la connaissance se base sur la méthode hypothético-déductive alors que pour les sciences empiriques l'objet est matériel et elles ont surtout recours à la méthode expérimentale.

L'objet conceptuel des mathématiques, est constitué d'êtres abstraits, fruits de l'imagination de l'homme qui n'ont, pour la plupart, aucun rapport avec la réalité, contrairement aux autres sciences qui étudient des choses concrètes que l'élève peut retrouver dans son environnement et dont il peut apercevoir aussitôt l'utilité. Cette première différence entre les mathématiques et les sciences expérimentales donne un début d'explication de la difficulté d'enseigner les mathématiques, abstraites par nature, par rapport aux sciences expérimentales.

Ces sciences s'appuient sur les manipulations et les essais, comme cela se fait dans la vie courante, pour étudier des objets, contrairement aux mathématiques qui utilisent un jeu d'esprit, appelé raisonnement hypothético-déductif pour cerner des objets virtuels qu'on ne peut pas soumettre à l'expérimentation du fait de leur immatérialité.

Ce raisonnement qu'on ne retrouve qu'en mathématiques est aussi une particularité de la discipline qui rend son enseignement plus difficile que les autres matières ; l'élève n'étant pas habitué à faire ce raisonnement et n'en voyant pas souvent la nécessité. Les mathématiques renferment-elles d'autres particularités qui peuvent expliquer les difficultés rencontrées dans leur enseignement ?

I.1.2.2. L'enseignement pyramidal des mathématiques[6]

Jusqu'à la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle la formation des élèves en mathématiques ne se faisait réellement qu'en classe de mathématiques en France, c'est-à-dire dans l'année de préparation du baccalauréat Sciences. Les contenus mathématiques vus auparavant ne relevaient que de la culture scientifique. Ce qui fait qu'en classe de mathématiques le professeur reprenait tout le

---

[5] CD-ROM du Grand Robert, version électronique, © Le Robert, 2005.

[6] Ce paragraphe est tiré de l'article de Barboza E., la formation continue des enseignants : phénomène naturel ? APMEM – IREM d'Aquitaine (http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/Barbazo0609-2.pdf). Consulté le 8 septembre 2019.

cours depuis le commencement ; il était le seul à former les élèves et son enseignement constituait un tout cohérent et homogène.

Avec la réforme de 1902 qui hisse l'enseignement de la science au niveau de l'enseignement classique du latin et du grec, une véritable formation est instaurée avec la création des séries A et B de la 6ème à la 3ème d'une part et d'autre part des séries A, B, C et D à partir de de la Seconde. Ces séries diffèrent par l'enseignement du latin, du grec et des horaires en Sciences. Cette réforme va profondément modifier l'enseignement des mathématiques qui devient pyramidal ; c'est-à-dire qu'une notion apprise au niveau n est utilisée au niveau $n + 1$. Les auteurs du rapport Villani (2018, p. 31) parlent d' *« une discipline extrêmement incrémentale, où l'on a besoin de bâtir l'étage N+1 sur l'étage N »*.
Ainsi les connaissances des élèves se suivent depuis la 6ème et surtout entre la Seconde et la Terminale. Ce qui fait qu'un cours mal fait, un contenu non traité, des notions mal assimilées ont des conséquences fâcheuses sur le parcours mathématique de l'élève. « *Les difficultés qui ont pu s'accumuler d'année en année sont malaisées à surmonter* » selon Villani *et al.* (ibid., p. 14).
Le système éducatif sénégalais en souffre beaucoup avec le quantum horaire non respecté à cause des grèves cycliques qui peuvent durer des mois et qui font qu'une grande partie du programme de mathématiques n'est pas traitée. Les élèves qui passent en classe supérieure vont ainsi, d'année en année, cumuler des lacunes préjudiciables à leurs performances mathématiques.
La forte dépendance entre les contenus d'un niveau à un autre, n'est-elle pas une caractéristique de l'unité des mathématiques ?

I.1.2.3. Diversité et unité des mathématiques[7]

La diversité de la production mathématique se mesure à l'aune du nombre de nouveaux théorèmes démontrés chaque année qui est estimé à environ 50 000. Ces résultats qui concernent les mathématiques dites « pures » et les mathématiques appliquées sont organisés par l'Américan Mathematical Association qui a défini le classement (MCS_2010)[8] de toutes les mathématiques en plusieurs milliers de rubriques dont la capacité maximale est de 260 000 items. Ce classement, universellement reconnu, se présente sous la forme d'un nombre compris entre 0 et 99, suivi d'une lettre de l'alphabet et qui se termine par un nombre de 0 à 99 comme suit : nombre(0-99)_lettre(A-Z)_nombre(0-99). La capacité maximale n'est pas encore atteinte, mais le classement comporte déjà des dizaines de milliers de domaines différents explorés, ce qui montre l'extraordinaire essor des mathématiques. L'extrait suivant donne un petit aperçu de la diversité des domaines qui figurent dans le classement MCS_2010.

[7] Ce paragraphe s'appuie sur de larges extraits de l'article de Lozi (2012, pp. 170-172).
[8] https://mathscinet.ams.org/msc/conv.html?from=2000 consulté le 8 août 2019.

MSC2010			Description	MSC2000
00-XX			General	_
		00A09	Popularization of mathematics	00A06 00A08
		00A65	Mathematics and music	00A06 00A69
		00A66	Mathematics and visual arts, visualization	00A06 00A08
		00A67	Mathematics and architecture	00A08 00A06
		00B99	None of the above, but in this section	00Bxx
01-XX			History and biography [See also the classification number –03 in the other sections]	_
03-XX			Mathematical logic and foundations	_

Figure 1.1. Extrait de https://mathscinet.ams.org/msc/conv.html?from=2000

Existe-t-il un lien entre ces domaines différents qui, comme sur la Figure 1.1., vont de la musique, à l'art visuel, en passant par l'architecture, la logique et la classification des nombres ?

Une tentative allant dans ce sens est menée depuis le milieu des années 1990 à l'université d'État du Minnesota à travers la mise en place d'une base de données sur Internet appelée ***Mathematics Genealogy Project***[9] qui a pour ambition de relier entre eux tous les chercheurs en mathématiques du monde depuis le XVIII$^{\text{ème}}$ siècle (à partir des célèbres mathématiciens Euler et Gauss) par le biais de la direction de thèse (le « père » étant celui qui dirige la thèse du « fils »). Depuis 2003, le ***Mathematics Genealogy Project*** est sous la tutelle de l'American Mathematical Society et compte à la date du 21 août 2019, 246 021 enregistrements comme l'indique la page d'accueil du site, reproduite à la Figure 1.2.

Ce projet généalogique, qui donne à 246 021 mathématiciens de toutes les nationalités et de toutes les langues un ou deux maîtres à la date du 21 août 2019, montre de manière éloquente l'unité des mathématiques que les promoteurs de la réforme des années 70 en France ont tenté de reconstituer à travers l'enseignement des structures fondamentales de l'Algèbre.

[9] https://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/ consulté le 21 août 2019.

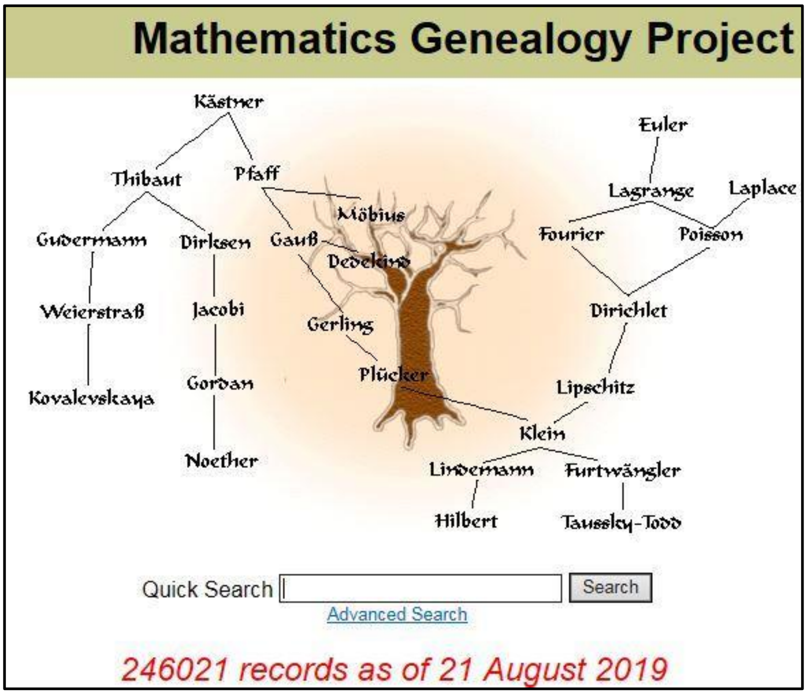


Figure 1.2. Extrait de https://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/ consulté le 21 août 2019.

La diversité et l'unité des mathématiques nous amène à examiner de plus près les contenus mathématiques enseignés par exemple au Collège en France et au Sénégal, pour voir s'ils font ressortir ces deux particularités.

I.1.2.4. Le contenu mathématique enseigné dans les Collèges

Le paragraphe précédent a montré la richesse et la grande diversité des résultats mathématiques ; cependant le niveau de chaque article issu de ces résultats est souvent supérieur à celui de l'agrégation de mathématiques. Ce qui fait que bien des enseignants de mathématiques des Collèges et Lycées ne sont pas en mesure de les évoquer avec leurs élèves, car ils ignorent ou ne sont jamais confrontés à ces contenus (Lozi, op.cit., p. 173).

L'un des rares résultats qui déroge à cette règle est le théorème des quatre couleurs qui démontre que quatre couleurs suffisent pour colorier une carte de géographie sans que deux pays, deux régions, deux départements qui ont une frontière commune aient la même couleur et ce, quelle que soit la carte considérée (ibid, pp. 175-176). Compréhensible par un élève du Collège, ce théorème énoncé par F. Guthrie en 1852 a connu pendant plus de cent ans des tentatives infructueuses de démonstrations. Ce n'est qu'en 1976 que le résultat a été démontré par Kenneth Appel et Wolfgang Haken, mais pas par un raisonnement n'utilisant que le papier et le crayon, car ils ont eu recours à l'ordinateur qui a résolu les 1478 configurations possibles en 1200 heures de calcul environ.

Il apparaît dès lors que les résultats de la recherche sont en général hors de la portée des élèves et pour la plupart des professeurs. Quels sont alors les contenus mathématiques enseignés au Collège ?

Les seuls théorèmes étudiés au niveau du Collège sont ceux de Pythagore[10] et de Thalès[11], connus depuis au moins 2600 ans, c'est à dire 500 ans avant la stabilisation du latin classique ! (ibid, p. 170). Pourtant nous vivons dans une société à évolution rapide, caractérisée par l'obsolescence des matériaux qu'elle crée ; comment se fait-il qu'on continue à enseigner dans une telle société des notions vieilles de 2600 ans ?
Lozi (ibid, p. 175) répond à cette question en ces termes :

> « *La mathématique est une science où les connaissances ne sont pas périssables. Ce qui est démontré, le reste pour des durées comparables aux civilisations humaines, Pythagore et Thalès sont là pour nous le rappeler […] Aucun changement de paradigme comme il en existe dans les autres domaines scientifiques ne vient rendre obsolète les connaissances acquises pendant des siècles. La théorie atomique, la table de Mendeleïev ont simplifié la chimie, la thermodynamique a balayé la théorie du phlogistique[12], les travaux de Louis Pasteur ont effacé la théorie de la génération spontanée. Il n'y a rien de comparable en mathématiques où toutes les découvertes s'accumulent, comme les créations de tous les compositeurs en musique.* »

De plus, pour accéder aux résultats de la recherche, il importe de maîtriser un certain nombre de techniques, de méthodes, de connaissances de base, qu'on ne peut pas retrouver dans la recherche actuelle mais plutôt dans les traités des pères fondateurs comme les Eléments d'Euclide qui datent du III^ème^ siècle avant J.-C. Ces méthodes et techniques sont pour la plupart enseignées au Collège et au Lycée ; ce qui, en partie, rend rébarbatif l'enseignement des mathématiques scolaires.
Cette situation n'est pas le cas des sciences comme les SVT où des résultats de la recherche récente sont bien positionnés dans les programmes scolaires. Nous pouvons donner en Géologie, l'exemple de la tectonique des plaques, théorie des déformations structurales géologiques, qui a servi pour comprendre la structure, l'histoire et la dynamique du globe terrestre et de son enveloppe externe. En effet pendant longtemps les géologues ont soutenu la théorie fixiste qui repose sur le constat de l'état solide de la quasi-totalité du globe et de la surface terrestre qui présente une géométrie immuable. Cette théorie est réfutée par la tectonique des plaques selon laquelle la surface de la Terre est découpée en plaques, appelées plaques tectoniques. Selon Encarta :

> « *Ces plaques rigides bougent les unes par rapport aux autres, sous l'effet de forces provenant du centre de la terre, ce qui explique certains phénomènes comme la formation des chaînes de montagnes, les tremblements de terre et les volcans* »[13].

Après cinq siècles de recherche, la tectonique des plaques a été mise au point dans les années 1970, d'abord par l'Américain Jason Morgan et aussitôt après par le duo de chercheurs anglais Dan McKenzie et Robert Paker de façon indépendante et avec des arguments différents. Sa transposition didactique dans les Collèges et les Lycées n'a pas attendu aussi longtemps car ce résultat issu de la recherche a été introduit dans les programmes de SVT dès

---

[10] Ce théorème est attribué à Pythagore de Samos né vers 581 avant J.-C., même si le résultat a vraisemblablement été découvert indépendamment dans plusieurs autres cultures.
[11] Ce théorème est attribué à Thales de Millet né vers 625 avant J.-C.
[12] La théorie phlogistique est devenue caduque après la découverte de l'implication de l'oxygène de l'air dans le processus de combustion par A. de Lavoisier au XVIII^ème^ siècle, après avoir été développée par J. J. Becher à la fin du XVII^ème^ siècle.
[13] Citation tiré de Microsoft ® Encarta ® 2008. © 1993-2007 Microsoft Corporation.

1975 en France et quelques années plus tard au Sénégal. Enseigner des notions vieilles de quarante ans seulement est inimaginable en mathématiques.
Un cas similaire est noté en Biologie avec une grande molécule sous forme de double hélice, l'ADN ou Acide Désoxyribonucléique. Il contient toutes les informations permettant à l'organisme de vivre et de se développer ; il est le support de notre information génétique, mais également celui de l'hérédité. Le processus de sa découverte remonte à 1865 avec Johann Gregor Mendel qui établit les bases de l'hérédité et s'est concrétisé en 1952 avec James Watson et Francis Crick qui ont établi la structure en double hélice de l'ADN ; ce qui leur a valu le prix Nobel de Physiologie et de Médecine en 1962. Cette découverte récente a été enseignée quelques années plus tard dans les Lycées. On pourrait trouver bien d'autres exemples en physique comme le laser et le transistor.
A travers ces exemples on constate que des découvertes récentes des sciences expérimentales sont aussitôt réinvesties dans les contenus scolaires, ce qui n'est pas possible en mathématiques car l'accès aux résultats de la recherche demande un certain niveau que les élèves n'ont pas au Collège et au Lycée. Il leur est aussi difficile de donner un sens à ces résultats que de comprendre la méthode utilisée, appelée démonstration. Nous devons nous arrêter sur la question : qu'est-ce que la démonstration ?

I.1.2.5. La démonstration

La démonstration est une autre particularité des mathématiques qui est apparue selon Barbin (1988, p. 6) au VI$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C. avec la naissance de la démocratie en Grèce, où toutes les affaires de la cité font l'objet d'un libre débat, d'une discussion publique, au grand jour dans l'agora sous forme de discours argumenté ; il s'agit de convaincre par un discours sur la raison, le logos. La démonstration apparaît donc comme un acte social qui a pour objet de convaincre et non de faire comprendre. Pour cela il faut tout d'abord se mettre d'accord avec l'interlocuteur sur un certain nombre de points ; ce sont les raisons premières qui sont dans les Éléments d'Euclide[14] et qu'on appelle postulats ou demandes. Ensuite l'interlocuteur devra accepter toutes les conséquences logiques de ces postulats par la force du mot « donc » ; on parle de raisonnement déductif.
Par exemple pour démontrer l'irrationalité de $\sqrt{2}$, on utilise la démonstration par l'absurde en supposant que $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$; donc, qu'il existe des entiers $p\ et\ q$ tels que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ soit une fraction irréductible. En élevant au carré, l'égalité donne $p^2 = 2q^2$ d'où p^2 pair et par conséquent p pair. Donc $p = 2k$; or $p^2 = 2q^2$ donc $4k^2 = 2q^2$, d'où q^2 pair et par conséquent q pair. Ce qui est absurde car la fraction $\frac{p}{q}$ étant irréductible, $p\ et\ q$ ne peuvent pas être pairs tous les deux ; par conséquent $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
Cette démonstration nous convainc que $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel, mais elle ne nous permet pas de comprendre pourquoi c'est le cas. D'ailleurs le fait de procéder par l'absurde suppose que le résultat est connu *a priori* par celui qui fait la démonstration et le lecteur aimerait bien savoir comment il y est parvenu ; mais malheureusement cet aspect n'apparaît pas dans la démonstration.

---

[14] Euclide, Premier livre des Éléments, In *Les quinze livres des Éléments géométriques d'Euclide*, traduits en français par D. Henrion, Paris, M.DC.XXXII.

C’est ainsi que des critiques sont formulées à l’encontre de la démonstration par l’absurde des anciens, qui selon Barbin (ibid ; p. 9), ne dépend d’aucune méthode générale et n’indique pas les moyens qui ont permis la découverte du résultat qui fait l’objet de la démonstration.
Les géomètres du XVII$^{\text{ème}}$ siècle vont pallier ces insuffisances en développant des méthodes qui sont autant de moyens de résoudre par la même voie plusieurs problèmes, d’inventer de nouveaux résultats et de produire des heuristiques qui sont des règles de la recherche scientifique et de la découverte. Il s’agit de la méthode des indivisibles de Cavalieri (Barbin, ibid, p. 13), de la méthode cartésienne de Descartes (Barbin, ibid, p. 14), etc.
La méthode des indivisibles de Cavalieri, parue en 1635, consiste à comparer deux surfaces à l’aide de leurs indivisibles ; les indivisibles étant les segments découpés sur ces surfaces par un plan parallèle à un plan donné. Quant à la méthode cartésienne, du nom de Descartes, elle résout des problèmes géométriques en les ramenant à la résolution d’une équation algébrique.
Ces méthodes contrairement à la démonstration par l’absurde, montrent la voie par laquelle on est passé pour arriver à une évidence. Ce qui constitue une rupture dans l’utilisation de la notion de démonstration qui n’est plus utilisée pour convaincre mais qui devient au XVII$^{\text{ème}}$ siècle un outil pour éclairer. Descartes cité par Barbin (ibid ; p. 15) admet dans les « Méditations métaphysiques » deux manières de démontrer que sont l’analyse et la synthèse :

> *« - L’analyse montre la vraie voie par laquelle une chose a été méthodiquement inventée […] en sorte que si le lecteur veut suivre […] il n’entendra pas moins parfaitement la chose ainsi démontrée et ne la rendra pas moins sienne, que si lui-même l’avait inventée.*
> *- La synthèse […] se sert d’une longue suite de définitions, de demandes, d’axiomes, de théorèmes et de problèmes […], elle arrache le consentement du lecteur, tant obstiné et opiniâtre qu’il puisse être mais elle ne donne pas, comme l’autre une entière satisfaction aux esprits de ceux qui désirent apprendre, parce qu’elle n’enseigne pas la méthode par laquelle la chose a été inventée. »*

Toutefois la conception de la démonstration comme « fabrication d’évidences » est dénoncée en 1817 par Bolzano. En effet pour démontrer le théorème de D’Alembert-Gauss : « *un polynôme réel de degré n admet n racines réelles ou complexes* », la considération géométrique suivante est utilisée : « *toute ligne continue dont les valeurs sont positives puis négatives ou inversement doit nécessairement couper quelques parts l’axe des abscisses* ».
Bolzano décrie le fait qu’on s’appuie sur des considérations géométriques pour déduire des vérités de mathématiques pures. Il parvient à démontrer la considération géométrique, en définissant pour la première fois le concept de fonction continue, en montrant que les fonctions polynomiales sont continues, en énonçant puis en démontrant le théorème dit de Bolzano-Wierstrass, et en introduisant la notion de limite d’une suite et le critère de convergence d’une suite.
Les géométries non euclidiennes et les « Fondements de la géométrie » d’Hilbert de 1899 vont renforcer la rupture entre l’idée de démonstration et celle d’évidence. La conception formaliste qu’ils véhiculent s’appuie sur des axiomes qui ne sont plus des vérités évidentes mais des créations libres de l’esprit humain dépourvues de tout contenu intuitif sauf pour le mathématicien qui les conçoit. Selon la conception formaliste, les notions de point, droite, plan, …, n’ont rien à voir avec nos représentations physiques et une proposition est vraie si elle est non contradictoire avec un système d’axiomes.[15]

---
[15] Le paragraphe s’appuie sur l’article de Barbin (1988 ; pp. 22-25).

La démonstration du théorème de Fermat « *Il n'existe pas de nombres entiers non nuls* x, y *et* z *tels que* $x^n + y^n = z^n$ *, dès que n est un entier strictement supérieur à 2.* » par Andrew Wile en 1994, couronnement de 350 ans de recherche de la communauté mathématique, qui a mis en jeu des outils de très haut niveau issus de plusieurs branches ardues des mathématiques actuelles est une illustration du formalisme hilbertien pour qui tout pouvait être démontré et tout doit être démontré. La lecture de la démonstration de Wiles pour sa validation a été longue et a permis de déceler des lacunes qui, par la suite, ont été corrigées.
Comment va-t-on procéder pour valider la démonstration du problème dit de la Classification des Groupes Simples Finis, classification appelée « théorème énorme » qui est basée sur le travail d'une centaine de mathématiciens, exposé en un demi-millier d'articles ainsi que dans des manuscrits non encore publiés, qui occupent des dizaines de milliers de pages ? Même l'ordinateur utilisé pour résoudre les 1478 configurations possibles en 1200 heures de calcul environ dans le cas de la démonstration du théorème des quatre couleurs est insuffisant pour le plus gros des objets de cette classification, le groupe de Fischer-Griess (ou « Monstre M ») qui est un ensemble qui contient exactement :

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000 éléments

(Tits, 1983, p. 105), dont il faut établir qu'ils vérifient bien les propriétés requises. D'ailleurs la Démonstration Assistée par Ordinateur, domaine des mathématiques en plein essor connaît des limites ; car avec les bugs que rencontrent les programmes informatiques, personne n'a l'absolue certitude du résultat démontré, mais on est obligé de s'en contenter, faute de démonstration classique.
Un autre type de démonstration en vogue est la démonstration probabiliste qui calcule la probabilité qu'une proposition soit vraie. Si cette probabilité est 100 % alors elle est démontrée. Mais parfois elle peut n'être vraie qu'à 99,999 999 999 999 999 999 99… %. Elle n'est donc pas vraie au sens strict, mais on accepte tout de même cette « démonstration » comme satisfaisante. Cela a un grand intérêt pratique dans des problèmes de cryptographie pour trouver des nombres premiers de plusieurs centaines de chiffres donnant des codes qui soient en pratique impossibles à « casser »[16].
L'évolution du concept de démonstration au fil des âges que nous venons de décrire, ainsi que les différents exemples proposés confirment les propos d'Andler[17] (p. 15) qui soutiennent que la démonstration n'est pas un dogme figé, mais une réalité mouvante avec une exigence de rigueur qui varie selon les époques.
Aujourd'hui l'esprit des nouveaux programmes de Collège et de Lycée en France comme au Sénégal se veut moins formaliste, mais prône une activité mathématique qui met en exergue les étapes importantes de la recherche scientifique que sont, d'après Andler (ibid, p. 14) :

- la phase descriptive qui est le moment où on tente de comprendre de quoi il s'agit en faisant des représentations, en regardant des exemples et en étudiant des cas particuliers.
- La phase expérimentale qui est le moment où l'on cherche les propriétés de l'objet étudié en dessinant, en calculant, en formulant des pré-conjectures et en éliminant les idées les plus fausses.

[16] Le paragraphe est inspiré de l'article de Drouhard et Lozi (2013, pp. 4 ; 7 et 8).
[17] Voir www.irem.univ-paris- diderot.fr /.../ les mathématiques_ démonstration_ description_ expérience/. Consulté le 14 octobre 2018.

- La phase de formulation des conjectures ou de propositions mathématiques dont on a de bonnes raisons de penser qu'elles sont correctes et pour lesquelles on cherche des arguments convaincants.

La démonstration se retrouve ainsi au niveau de la dernière phase ; elle constitue une étape parmi d'autres qui ne font pas intervenir des mathématiques aussi formalisées. Certes la démonstration caractérise les mathématiques telles qu'elles sont pratiquées par les mathématiciens, mais est-ce le cas pour les mathématiques utilisées par des physiciens, ou des ingénieurs ? Quel est le statut des mathématiques produites par ces derniers ?

I.1.2.6. Les mathématiques produites par des non mathématiciens

Les mathématiques sont un champ dans lequel s'activent des mathématiciens professionnels, mais aussi des non-mathématiciens qui participent à la formation mathématique des élèves et à la production de résultats mathématiques.

En effet les professeurs de physique, d'économie, de géographie, etc., qui enseignent à un niveau ont besoin dans leurs cours de notions mathématiques qui souvent ne sont pas encore installées par le professeur de mathématiques ; le programme de mathématiques n'ayant prévu de le faire qu'en fin d'année ou à un niveau supérieur.

Ces notions ayant trait au calcul différentiel, aux dérivées partielles, au calcul intégral, à la construction de courbes sont pour la plupart enseignées par des non-mathématiciens avant le professeur de mathématiques et contribuent ainsi à la formation mathématique des élèves et des étudiants.

En outre les non-mathématiciens comme beaucoup le pensent, ne se contentent pas d'utiliser les mathématiques, mais participent aussi à la production de résultats mathématiques comme l'illustrent les deux exemples suivants.

I.1.2.6.1. La théorie des ondelettes[18]

L'analyse de Fourier était la seule technique qui permettait d'étudier un signal au XIX^{ème} siècle. Mais cette analyse s'est révélée surtout efficace dans l'étude des phénomènes périodiques ou plus généralement quasi périodiques. C'est pour prendre en charges d'autres phénomènes que l'analyse de Fourier a été modifiée pour donner naissance aux ondelettes qui offrent la possibilité d'analyser un signal simultanément dans le domaine du temps et dans celui des fréquences. L'analyse par ondelettes est née au début des années 1980, suite à un travail pluridisciplinaire qui a réuni un physicien, spécialiste de la mécanique quantique Alex Grossmann, un ingénieur visionnaire Jean Morlet travaillant pour Elf Aquitaine et un mathématicien Yves Meyer qui s'est vu décerné pour ce travail une prestigieuse récompense, le prix Abel[19] de Mathématiques en 2017.

Jean Morlet est un théoricien travaillant sur l'analyse des signaux de prospection pétrolière. Inspiré par les travaux de Dennis Gaber, Morlet a testé sur ordinateur son analyse artisanale de signaux pétroliers. L'intérêt de ses idées n'étant pas apprécié par son entourage, il a cherché un avis extérieur et l'a trouvé en la personne d'Alex Grossmann qui travaillait au

[18] Le paragraphe est inspiré de l'article de Roger Balian (https://www.lejdd.fr/Societe/Sciences/L-eppope-des-ondelettes-800002) consulté le 14 octobre 2018.

[19] Le prix Abel, souvent considérée comme le « Nobel des mathématiques » est la plus prestigieuse récompense, dotée de 675 000 € environ et décernée chaque année à un mathématicien pour l'ensemble de son œuvre.

Centre de Physique Théorique de Marseille sur les ondes électroniques dans les matériaux. Leur collaboration a semé les bases de la théorie des ondelettes.
L'aventure de Morlet et Grossmann est parvenue au mathématicien Yves Meyer qui s'est aussitôt intéressé à leurs travaux ; il s'y est appuyé pour élargir la théorie des ondelettes en lui trouvant un cadre mathématique.
Aujourd'hui cette théorie intervient dans tous les domaines où des données sont analysées et compressées : le son avec MP3, la photo avec JPEG 2000, la vidéo avec MPEG, la cartographie, la médecine, etc.
La théorie des ondelettes élaborée par un ingénieur et un physicien, puis formalisée par un mathématicien est un bel exemple qui illustre le rôle éminent que peuvent jouer des non-mathématiciens dans la production des résultats mathématiques. Cet exemple n'est pas le seul comme nous allons le voir avec les courbes de Bézier.

I.1.2.6.2. Les courbes de Bézier[20]

Les courbes de Bézier ont été inventées vers la fin des années 1950 par un ingénieur des usines Renault nommé Pierre Bézier. L'invention répondait au besoin de tracer des courbes par l'ordinateur « comme à main levée », pour obtenir des profils de carrosserie, entre autres.
C'est ainsi qu'il a considéré $n+1$ points du plan $A_0, A_1, \dots, A_n$ ($n \geq 1$ et le plus souvent $n = 3$) auxquels il a associé une courbe paramétrée $M(t)$ barycentre des points A_i affectés des coefficients $B_i(t)$ qui sont des polynômes de Bernstein définis par :
$B_i(t) = C_n^i t^i (1-t)^{n-i}$ lorsque n est fixé et avec $t \in [0\,;1]$.
Autrement dit $M(t) = B_0(t)A_0 + B_1(t)A_1 + \cdots + B_n(t)A_n$ où $t \in [0\,;1]$.

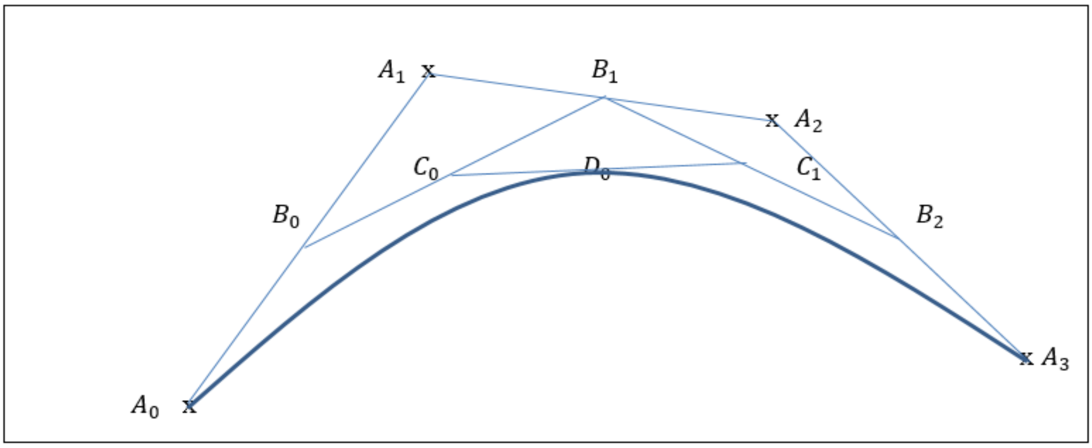


Figure 1.3. Un exemple de courbe de Bézier.

La courbe de Bézier associée aux points $A_0, A_1, \dots, A_n$:
- passe par les points $A_0 = M(0)\ et\ A_n = M(1)$;
- est tangente en A_0 à la droite (A_0A_1) et en A_n à la droite $(A_{n-1}A_n)$;
- est dans l'enveloppe convexe de ces points.

[20] Le paragraphe est une synthèse d'une partie de l'article de Daniel Perrin. (https://www.math.u-psud.fr/~perrin/CAPES/geometrie/BezierDP.pdf.) Consulté le 08 mars 2018.

Pour tracer la courbe de Bézier associée aux points A_0, A_1, A_2, A_3, on construit les points B_0, B_1, B_2 milieux respectifs des segments $[A_0A_1]$, $[A_1A_2]$ et $[A_2A_3]$. On représente ensuite les points C_0, C_1 milieux respectifs des segments $[B_0B_1]$et $[B_1B_2]$. On termine la construction en plaçant le point D_0 milieu du segment $[C_0C_1]$; D_0 est un point de la courbe de Bézier et on montre que $D_0 = M(\frac{1}{2})$ (voir la Figure 1.3.).

En dehors du tracé des profils de carrosserie, les courbes de Bézier fruit de l'invention d'un non mathématicien, sont utilisées dans la typographie, notamment pour les polices de caractère et dans certains logiciels de dessin comme Paint de Window.

L'exemple des courbes de Bézier illustre de belle manière la participation active des non mathématiciens à la production de résultats mathématiques, utilisés dans des applications de la vie courante mais également dans les enseignements-apprentissages, notamment dans les programmes des brevets de techniciens supérieurs (BTS).

I.1.3. Les pistes d'amélioration de l'enseignement des mathématiques

Les différentes spécificités des mathématiques décrites dans le paragraphe précédent laissent entrevoir les principales difficultés qui gangrènent l'enseignement des mathématiques. Des solutions sont préconisées parmi lesquelles l'introduction du jeu, l'application des mathématiques dans la vie, le recours aux Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) et l'introduction d'une perspective historique que nous allons examiner dans cette thèse.

I.1.3.1. Les jeux

Le jeu est défini dans le Larousse[21] comme « une activité physique ou intellectuelle non imposée, gratuite, à laquelle on s'adonne pour se divertir et en tirer du plaisir ». Il est selon Martin (2004, p. 7) « *au centre de l'activité de l'enfant qui, en jouant, tâtonne, expérimente, construit de nouveaux savoirs, tout en faisant évoluer ses conceptions initiales* ».

L'introduction des jeux mathématiques d'après Palmero (2013, p. 11) a surtout été observée à l'école maternelle ou bien chez les enfants en très grande difficulté avant de prendre une autre envergure avec la tendance actuelle, basée sur la théorie socioconstructiviste où l'élève est confronté à des situations problèmes qui peuvent prendre la forme d'un jeu pour accroître davantage sa motivation.

C'est ainsi que plusieurs jeux ont fait leur incursion dans l'enseignement des mathématiques comme les rallye-mathématiques, le jeu de cartes, le jeu de bridge, le jeu d'échec, les jeux sur ordinateur, etc.

Il est toutefois illusoire de penser que toute activité mathématique peut être prise en charge à travers le jeu ; d'ailleurs Brousseau (2002, p. 1) remarque que les jeux proposés « *se déroulent presque tous hors du temps de classe et lorsqu'ils sont proposés en classe, il s'agit toujours d'une parenthèse à côté du processus d'enseignement* ». Ce qui dénote une difficulté majeure pour intégrer le jeu dans l'enseignement des mathématiques.

[21] https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/jeu/44887

I.1.3.2. L’application des mathématiques dans la vie

A la suite de rencontres entre deux mathématiciens et des élèves de terminales scientifiques du Niger et de la Bretagne en 2000 sur le thème « Les maths et moi, les maths pourquoi ? », des questions ont été posées par des élèves aux mathématiciens parmi lesquelles :

> « *l’utilité de certaines notions mathématiques dans la vie comme les dérivées, les limites, les nombres complexes […] A quoi servent toutes les fonctions qu’on étudie en maths, comme la fonction inverse, la fonction racine carrée ? Que représentent-elles concrètement ? Quels sont les rapports des mathématiques avec notre vie de tous les jours ? Et pourra-t-on revoir la façon d’enseigner les mathématiques pour qu’à la fin de chaque chapitre on nous montre son intérêt dans la vie?* », (Roy, 2001, p. 57).

Ces questions pertinentes et légitimes sont d’actualité et la conclusion qu’en tire Chevallard[22] est :

> « *L’enseignement des mathématiques ressemble aujourd’hui à une boutique dont les employés ne sauraient plus clairement à quoi servent – ou peuvent servir – ce qu’ils vendent pourtant tous les jours [...]. À quoi servent les angles ? Pourrait-on s’en passer ? Et la notion de droites parallèles ? Et de droites sécantes ? Pourquoi, de même, distingue-t-on les angles saillants et les angles rentrants ? À quoi est utile le théorème de l’angle inscrit ? Celui sur la somme des angles d’un triangle (du plan) ? Pourquoi faire disparaître les radicaux figurant au dénominateur d’une expression fractionnaire ? Pourquoi réduire une fraction à « sa plus simple expression » ? Pourquoi s’intéresse-t-on tellement aux triangles ? En quoi le fait que les hauteurs d’un triangle se coupent en un même point est-il utile ? Pourquoi s’intéresser aux « propriétés du parallélogramme » ? À quoi sert de savoir que, sur un intervalle donné, telle fonction est croissante ? Etc.*
> *Tout de ce qui compose l’univers mathématique a une ou plusieurs raisons d’être ; connaître cet univers, c’est d’abord connaître ces raisons d’être. C’est là un principe auquel on ne saurait déroger : un enseignement des mathématiques vivant est un enseignement qui connaît (et sait faire connaître) les raisons d’être de chacun des « objets », grands ou petits, qui s’y rencontrent.* »

Pourtant les mathématiques sont partout ; on les rencontre au quotidien à la banque avec les taux d’intérêt, dans la cuisine pour adapter les proportions d’une recette au nombre de personnes, au supermarché avec les codes-barres des produits achetés, en faisant ses courses avec les remises, dans la transmission des données par satellite ou par Internet avec les codes correcteurs d’erreurs, etc. Elles sont également présentes en Physique, en Mécanique, en Électronique, en Électrotechnique, en Télécommunication, en Informatique, en Économie, en Médecine, en Sociologie, en Psychologie, en Géographie, en Astronomie, en Architecture, en Biologie, en Génétique, en Agronomie, en Météorologie, dans les Finances, etc. La liste est longue.

Malgré cette présence massive des mathématiques dans tous les secteurs, les professeurs peinent à relier les contenus mathématiques avec les mathématiques qui gravitent autour de nous. Toutefois des initiatives allant dans ce sens sont prises pour montrer à l’élève l’intérêt des enseignements-apprentissages de son professeur de Mathématiques.

On peut citer l’exposition « Pourquoi les mathématiques »[23], conçue et réalisée par le Centre de Sciences d’Orléans à l’initiative de l’UNESCO qui tourne dans le monde depuis 2004,

[22] Disponible sur : http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Quel_avenir_pour_les_mathematiques_au_college_et_au_lycee.pdf, p. 20. Consulté le 26 février 2018.

pour sensibiliser davantage le public sur l'importance des mathématiques, lui montrer à quel point les mathématiques sont essentielles à sa vie.
Des ressources sont également produites par des professeurs du secondaire, des enseignants chercheurs et des inspecteurs de Caen et Rouen, dans le cadre de la « Stratégie mathématiques »[24], consistant à proposer une image rénovée des mathématiques à travers des situations actuelles sortant du cadre strict de la classe comme le compteur d'eau, le radar tronçon, l'essence ou le diésel, etc.
Une autre initiative est à l'actif d'*Animath* qui a mis en place un projet intitulé « Les maths ça sert »[25] qui se propose de favoriser l'intervention des utilisateurs des mathématiques (ingénieurs, statisticiens, managers, cadres administratifs, médecins, techniciens, ...) dans les classes. En rapport avec le ou les enseignants de mathématiques, l'intervenant va s'appuyer sur un thème étudié par les élèves (trigonométrie, statistiques descriptives, proportionnalité, nombres premiers,...) pour faire le lien avec son travail professionnel.
Ces initiatives pour la plupart se situent bien après le cours ou en dehors de la classe. N'est-il pas possible de trouver des activités intégrant le cours de mathématiques et qui montrent aux élèves l'utilité de ce qu'ils apprennent ?
La réponse à cette question de Roy (op. cit., p. 57) est la suivante :

> *« On ne peut pas comprendre tout l'intérêt de ce qu'on apprend immédiatement. Mais faire le point à la fin de chaque grand chapitre est une très bonne idée. J'essayerai de le faire systématiquement dans mes cours des années futures. Les enseignants ne le font pas toujours parce qu'ils n'y sont pas préparés. Ils n'y sont pas préparés parce que mes collègues et moi-même à l'université ne leur enseignons pas assez dans ce sens. Il faut briser ce cercle vicieux. »*

I.1.3.3. Les Technologies de l'Information et de la Communication

L'usage des Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) fait désormais partie intégrante de la culture juvénile selon Fluckiger (2008, p. 53) et l'intégrer dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques peut contribuer à rendre cette discipline moins abstraite et plus captivante.
Cette intégration peut se faire à travers l'utilisation des ordinateurs et calculatrices grâce aux logiciels qui y sont implantés, mais aussi en introduisant l'apprentissage des concepts de base de l'algorithmique et de la programmation[26]. Ainsi les logiciels de géométrie dynamique et de traitement des données peuvent permettre aux élèves de faire des expériences, de manipuler, de visualiser des objets, relations et résultats mathématiques qu'on arrive difficilement à percevoir avec le seul usage du papier crayon.
Quant à la programmation, elle forme l'élève à la construction de raisonnements logiques, lui permet de simuler un processus d'apprentissage, de programmer les déplacements d'un robot sur un écran, etc.

---

[23] https://irem.edu.umontpellier.fr/diffusion-et-valorisation-des-mathematiques/lexposition-interactive-pourquoi-les-maths/ consulté le 5 aout 2019.
[24] https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/8/RA16_C3_C4_MATH_math_et_quotidien_600998.pdf consulté le 5 aout 2019.
[25] http://www2.animath.fr/IMG/pdf/dossier_maths_ca_sert.pdf consulté le 5 aout 2019.
[26] Tiré de https://www.pedagogie.ac-aix-marseille.fr/upload/docs/application/pdf/2011-08/informatique.pdf, p. 9, consulté le 10 août 2019.

Cependant l'introduction des TIC a un coût, car elle demande des préalables qui vont de l'équipement des établissements à la formation des professeurs, sans oublier l'électricité qui est indisponible dans beaucoup de Collèges et Lycées du Sénégal.

I.1.3.4. L'Histoire des mathématiques

Une autre voie utilisée pour rendre l'enseignement des mathématiques plus attractif est l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques. Elle consiste à intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques à travers l'utilisation de supports historiques, d'activités tirées de l'histoire, de problèmes historiques, etc. En outre, elle permet entre autres de :

- humaniser le cours de mathématiques ;
- rechercher et proposer des situations donnant du sens aux concepts mathématiques ;
- saisir le sens et la portée des problèmes étudiés, à mieux comprendre les concepts et à connaître le contexte dans lequel ils ont été créés ;
- modifier les attitudes des élèves à l'égard des mathématiques ;
- découvrir le véritable visage des mathématiques, qui est celui d'une science vivante se traduisant par des activités issues de processus intellectuels, jalonnés d'erreurs, de tâtonnements et parfois de recherches infructueuses ;
- motiver l'élève, en lui permettant de renouer avec les émerveillements et les exigences d'une démarche de recherche ;
- changer la perception et la compréhension que les enseignants ont des mathématiques, et à renouveler le plaisir d'enseigner.

L'Histoire des mathématiques ne se limite pas au passé mais continue de s'écrire chaque jour, avec ses controverses, ses discussions, ses problèmes selon Charbonneau (2000, p. 4). La théorie des ondelettes établie au début des années 80 et les courbes de Bézier créées à la fin des années 50 en sont une illustration.

Beaucoup de travaux ont été réalisés dans le domaine et de grandes rencontres internationales, comme History and Pedagogy of Mathematics (HPM) et Espace Mathématique Francophone (EMF), regroupant enseignants, chercheurs, inspecteurs et professeurs du secondaire sont organisées régulièrement pour partager, analyser et améliorer les différentes pratiques.

I.1.4. Notre problème de recherche

I.1.4.1. Les motivations

Au début de notre carrière de professeur de mathématiques, il nous est une fois arrivé en classe de Terminale littéraire d'évoquer Newton à travers son binôme et Pascal à travers son triangle dans un cours de Dénombrement. Nous avons senti aussitôt un regain d'intérêt des élèves pour le cours, qui s'est manifesté par beaucoup de questions sur les deux savants, notamment sur leurs relations. C'est ainsi que nous leur avons expliqué qu'à cette époque ce sont les correspondances qui étaient en vogue et que souvent les savants s'appuyaient sur les travaux de leurs prédécesseurs pour aller vers d'autres découvertes. Quand nous avons énoncé la fameuse assertion de Newton « Si j'ai vu plus loin que les autres, c'est que je me suis hissé

sur des épaules de géants », la classe était aux anges. Depuis lors, le cours de mathématiques est devenu vivant avec des élèves motivés.
Pour autant la situation de l'enseignement des mathématiques au Sénégal continue de se détériorer avec les mauvaises notes obtenues par les élèves dans la discipline, le désamour des élèves se traduisant par la progressive disparition de la série S1, etc.
Des initiatives sont prises pour juguler ces problèmes au Collège, parmi lesquelles la diminution du coefficient des mathématiques du Collège qui passe de 4 à 3, l'augmentation du crédit horaire hebdomadaire de 5 à 6 heures entre autres.
La nécessité de revoir la didactique des mathématiques est également évoquée dans le principal document de cadrage du système éducatif : le Programme d'Amélioration de la Qualité, de l'Equité et de la Transparence (PAQUET)[27] pour le secteur de l'éducation durant la période 2012 - 2025 et qui a été réactualisé pour la période 2018 - 2030.
Pour apporter notre contribution à cette révision de la didactique des mathématiques, nous avons choisi de nous investir dans un domaine encore peu exploré au Sénégal et qui nous semble prometteur, l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.

I.1.4.2. Les questions de recherche

Voici autour de quelles questions se déroule la recherche de cette thèse :
- Le système éducatif sénégalais peut-il compter sur l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques pour améliorer la manière d'enseigner cette discipline ?
- L'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques va-t-il rencontrer l'assentiment des élèves et les intéresser davantage aux mathématiques ?
- Le contexte sénégalais caractérisé par des classes à effectifs pléthoriques est-il adapté pour introduire une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques ?

I.1.4.3. Le cadre de recherche

Pour répondre à ces questions, nous avons circonscrit notre travail de recherche au Collège, qui est le lieu au Sénégal où l'on décide de l'orientation scientifique ou littéraire de l'élève.
Quant au choix porté sur la classe de Quatrième, il s'explique par le fait que c'est la classe charnière qui consolide les acquis des classes de Sixième-Cinquième et prépare la classe de Troisième, celle de l'examen du Brevet de Fin d'Etudes moyennes (BFEM). Ainsi la Quatrième est la classe où débute réellement le raisonnement mathématique, avec des théorèmes notamment celui de Pythagore et des démonstrations rigoureuses, contrairement aux classes antérieures où l'élève se contentait de petites justifications.

I.2. Le cadre théorique

Nous allons aborder la revue de la littérature pour faire le point sur l'état de la recherche dans le domaine ; ensuite, le cadre didactique pour préciser les concepts, modèles ou approches théoriques sur lesquels nous nous sommes appuyé pour élaborer et analyser les

[27] https://www.sec.gouv.sn/sites/default/files/PAQUETEF.pdf consulté le 6 août 2019.

expérimentations, et en dernier, la méthodologie pour indiquer les stratégies déployées, qui ont mené aux résultats de notre recherche.
La revue de la littérature a surtout concerné la France, éventuellement l'international, et quelques initiatives prises dans le domaine au Sénégal. Nous nous sommes ensuite employé à adapter ce cadre théorique au Sénégal qui a des spécificités différentes de la France notamment les conditions d'enseignement moins favorables avec le nombre pléthorique d'élèves dans la classe.

I.2.1. Revue de la littérature et des expériences réalisées

L'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques a fait l'objet de nombreuses recherches qui reconnaissent pour la plupart le caractère fécond d'une telle pratique. Selon Barbin (2010, p. 83), il ne s'agit pas dans cette introduction,

> « *de donner des cours d'histoire, ni non plus d'un enseignement calqué sur l'histoire. Cette expression désigne la mobilisation de toute la réflexion historique et épistémologique de l'enseignant. Il s'agit d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement, de dater l'invention d'un concept, d'expliquer la portée historique d'un concept, de faire lire des textes anciens, mais aussi de résoudre* des "problèmes historiques" ».

Les recherches effectuées dans le domaine ont fait l'objet de nombreuses publications (voir Clark *et al.*, 2016, pp. 135-179) qui vont nous donner un aperçu du contexte et des moments d'émergence de la notion d'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement, mais aussi du pourquoi et du comment de cette intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques.

I.2.1.1. Introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques : les étapes marquantes

L'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des disciplines scientifiques a été pendant longtemps une préoccupation des acteurs du système éducatif français. La lecture de l'article de Bernadette (2005, p. 313) nous en donne une large vision. L'auteure nous renseigne qu'en 1750 déjà, Pierre-Joseph Macquer enseignait la Chimie en s'appuyant sur son histoire et justifiait cette option en ces termes :

> « *L'histoire des Sciences est en même-temps celle des travaux, des succès, et des écarts de ceux qui les ont cultivées ; elle indique les obstacles qu'ils ont eu à surmonter, et les fausses routes dans lesquelles ils se sont égarés : elle ne peut dès lors manquer d'être très utile à ceux qui veulent s'engager dans la même carrière. C'est sans doute la principale raison qui a introduit l'usage de mettre à la tête des traités ou des cours de Chimie un discours historique sur cette science*. »

Quelques années plus tard, précisément en 1789, Lavoisier bannit l'Histoire de son Traité élémentaire de Chimie pour les raisons suivantes (ibid, p. 314) :

> « *Ce n'est ni l'histoire de la science, ni celle de l'esprit humain que l'on doit faire dans un traité élémentaire : on ne doit y chercher que la facilité, la clarté on en doit soigneusement écarter tout ce qui pourrait tendre à détourner l'attention. C'est un chemin qu'il faut continuellement aplanir, dans lequel il ne faut laisser subsister aucun obstacle qui puisse apporter le moindre retard. Les sciences présentent déjà par elles-mêmes assez de difficultés sans en appeler encore qui leur sont étrangères*. »

Il apparaît ainsi dès le XVIIIème siècle une opposition entre deux visions, à propos de l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des sciences : l'une qui pense que l'histoire pourrait détourner l'attention et l'autre qui soutient qu'elle éclaire plutôt la voie dans l'apprentissage des sciences.
Les partisans de la deuxième vision vont trouver une oreille réceptive à leurs arguments en la personne du ministre de l'Instruction publique, Fortoul qui instaure en 1852 une perspective historique dans l'enseignement des sciences au secondaire, puis Dury qui introduit une épreuve d'admissibilité à l'agrégation sur une « question de méthode et d'Histoire des Sciences » selon Moyon (2012, p. 641) qui cite Fauque (1989) et Hulin (1984, 1996, 2001).
Ces initiatives vont connaître des fortunes diverses sans pour autant clore le débat de l'Histoire comme obstacle ou comme auxiliaire pédagogique. La réflexion va se poursuivre au XXème siècle avec Paul Langevin qui, lors d'une conférence en 1926, promeut l'Histoire comme un remède à tout dogmatisme ; en voici un extrait :

> *« Ce que nous proposerons ici sera de mettre en évidence tout ce que l'enseignement scientifique perd à être uniquement dogmatique, à négliger le point de vue historique.*
> *En premier lieu il perd de l'intérêt. L'enseignement dogmatique est froid, statique, et aboutit à cette impression absolument fausse que la science est une chose morte et définitive.*
> *Or pour contribuer à la culture générale et tirer de l'enseignement des sciences tout ce qu'il peut donner pour la formation de l'esprit, rien ne saurait remplacer l'histoire des efforts passés, rendue vivante par le contact avec la vie des grands savants et la lente évolution des idées »* (Sanchez-Palencia, 2015, p. 2).

Le recours à l'Histoire dans la classe de mathématiques va intéresser d'autres penseurs, chercheurs, enseignants et philosophes du XXème siècle comme Klein (1908), Barwell (1913), Toeplitz (1927), Bachelard (1938) et Polya (1962) (Guillemette, 2012, p. 622).
Avec la réforme des « mathématiques modernes » des années 1970, l'intérêt pour l'histoire est annihilé par les promoteurs de la réforme qui vont d'ailleurs plus loin en contestant la pertinence d'« *un enseignement reproduisant des modes de pensée historiquement datés* » (Charlot, 1996, p. 26).
Les déclarations de Dieudonné : « A bas Euclide ! Mort aux triangles » et de Stone,

> *« Si nous voulons que nos étudiants poursuivent leurs études avec assiduité et dynamisme, et si nous voulons leur présenter les mathématiques sous leur aspect le plus vivant et le plus stimulant, nous sommes tenus d'éliminer de l'enseignement les notions qui, fussent-elles consacrées par la tradition, sont devenues lettre morte et ont perdu leur utilité, leur actualité ou leur importance. »* (Charlot, ibid., p. 25),

sont révélatrices de la position des réformateurs à l'égard de l'Histoire des Mathématiques.
C'est ainsi que la réforme a opté pour des « mathématiques modernes », caractérisées par un formalisme et une abstraction coupés de tout support intuitif et par l'introduction très tôt des structures que l'on étudiait sans vraiment les comprendre. Les concepts théoriques prirent le dessus sur la résolution des problèmes et les élèves étaient confrontés à des jeux de l'esprit, à un discours formalisé, à un maniement de symboles dont ils ignoraient le sens et les objectifs.
Cette situation va se traduire par un désamour des élèves pour les mathématiques et va aussi cristalliser des oppositions d'abord chez les acteurs de la réforme parmi lesquels l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) qui fustige les effets pervers de celle-ci.

Pour trouver un remède à l'abstraction, au formalisme et à l'axiomatisation sans référence aux problèmes fondamentaux qui font la vie et l'âme des mathématiques les enseignants vont s'engager dans la recherche du sens des objets de leur enseignement apprentissage ; ce qui se traduit par un regain d'intérêt de ces derniers pour l'Histoire des mathématiques.
Ils sont soutenus en cela par les IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) créés progressivement à partir de 1968 dans chaque académie pour assurer la formation continue de beaucoup d'enseignants qui n'étaient pas préparés à l'enseignement des structures ayant trait à la théorie des ensembles, à l'algèbre linéaire, à la définition axiomatique des objets de la géométrie. Les formateurs des IREM étaient constitués d'enseignants de Mathématiques de tous les ordres, mais surtout d'enseignants-chercheurs pour qui on a créé des postes spécifiques.
Selon Barbin (1987, p. 175), dans trois quarts des 28 IREM de la France, se sont créés des groupes sur l'Épistémologie et l'Histoire des mathématiques, qui travaillaient sur des thèmes en relation avec les questionnements nés de la fonction ou de la tâche d'enseignant des membres du groupe. Ces groupes de travail ont été mis en réseau à travers la création en mai 1975 de la Commission nationale inter-IREM « Epistémologie et Histoire des mathématiques » à l'initiative de Jean Louis Ovaert et Christian Houzel.
Les travaux de recherches des IREM et de la commission ont été engagés suivant deux axes : la construction historique du savoir mathématique et l'étude du contexte de la production mathématique avec comme méthode de travail adoptée par tous, la lecture directe des textes anciens qui place d'emblée les enseignants en situation de chercheurs (ibid, p. 178).
Ces recherches ont produit des résultats riches et variés qui ont fait l'objet de brochures et de publications destinées aux élèves et aux enseignants, et éditées par les IREM. Barbin (1997, p. 25) en donne l'aperçu suivant :

Publication de la commission inter-IREM

1) *La rigueur et le calcul*, CEDIC, 1982.
2) *Mathématiques au fil des âges*, Gauthier-Villars, Paris, 1987.
3) *Pour une perspective historique de l'enseignement des mathématiques*, ed. IREM de Lyon, 1988.
4) *Histoire de problèmes, histoire des mathématiques*, Ellipses, Paris, 1993.
5) *Les philosophes et les mathématiciens*, Ellipses, Paris, 1996.

Actes des universités d'été

1) Actes de la 1ère Université d'été sur l'histoire des mathématiques, Université du Maine, 1984.
2) Actes de la 2ème Université d'été sur l'histoire des mathématiques, ed. IREM de Toulouse, 1986.
3) Actes de la 3ème Université d'été sur l'histoire des mathématiques, ed. IREM de Poitier, 1988.
4) Actes de la 4ème Université d'été sur l'histoire des mathématiques, ed. IREM de Lille, 1990.
5) Actes de la 1ère Université européenne sur l'histoire des mathématiques, ed. IREM de Montpellier, 1993.

6) Actes de la 6ème Université d'été sur l'histoire des mathématiques, ed. IREM de Besançon, 1995.

Actes des colloques inter-IREM

1) Actes du 1er colloque inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques, ed. IREM de Caen, 1977.
2) Actes du 3ème colloque inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques, ed. IREM de Rouen, 1981.
3) Histoire et enseignement des mathématiques, Actes du 5ème colloque inter-IREM, ed. IREM de Poitiers, 1983.
4) *Le rôle des problèmes dans l'histoire et dans l'activité mathématique*, Actes du 5ème colloque inter-IREM, ed. de Montpellier, 1985.
5) *Les mathématiques dans la culture d'une époque*, Actes du 6ème colloque inter-IREM, ed. IREM de Strasbourg, 1987.
6) *La démonstration mathématique dans l'histoire*, Actes du 7ème colloque inter-IREM, ed. IREM de Besançon, 1989.
7) *La figure et l'espace*, Actes du 8ème colloque inter-IREM, ed. IREM de Lyon, 1991.
8) *Histoire d'infinis*, Actes du 9ème colloque inter-IREM, ed. IREM de Brest, 1992.
9) *La mémoire des nombres*, Actes du 10ème colloque inter-IREM, ed. IREM de Caen, à paraître.
10) *Analyse et pensée analytique*, Actes du 11ème colloque inter-IREM, ed. IREM du Reims, à paraître.

Ce bouillonnement intellectuel à propos de l'utilisation de l'Histoire en classe de mathématique, est également noté au plan international avec :
- l'apparition lors du deuxième International Congress on Mathematics Education (ICME) en 1972 d'un groupe international de chercheurs dénommé « Groupe d'étude international sur les relations entre l'Histoire et la Pédagogie des Mathématiques » (HPM), (Guillemette, 2011, p. 5). Le groupe HPM est affilié à la Commission Internationale de l'Enseignement des Mathématiques (CIEM ou ICMI en anglais) ; il organise un congrès international tous les quatre ans.
- Les « European Summer University » (ESU) sur l'Histoire et l'Épistémologie dans l'enseignement des mathématiques, organisées tous les trois ans à partir de 1993, année de la première rencontre.
- L'« Espace Mathématique Francophone » (EMF) qui a vu le jour à la suite du succès de la rencontre EM2000 organisée en 2000 sous l'égide de la Commission Française pour l'Enseignement des mathématiques (CFEM). D'importants travaux sur l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des Mathématiques sont présentés lors des colloques de l'EMF, organisés tous les trois ans depuis 2003.
- Le « Working Group 12 » (WG12), groupe de jeunes chercheurs sur « The role of History of mathematics in Mathematics Education » qui a été créé lors du « Congress of the European Society for Mathematics Education » (CERME) à Lyon en 2009 (ibid, p. 5).

La publication des actes de ces différentes rencontres dont la liste n'est pas exhaustive a eu des répercussions positives dans beaucoup de pays comme l'Argentine, l'Australie, le Brésil,

la Chine, le Danemark, la France, la Grèce, l'Italie et la Norvège qui ont introduit l'Histoire dans leurs curricula de Mathématiques (Fauvel et Maanen, 2000, pp. 2-18).
Concernant le Sénégal, un intérêt pour l'Histoire des mathématiques commence à prendre forme à partir de 2012 avec-les initiatives suivantes indiquées par Dia (2017, pp. 7-15) :

- au niveau de la formation initiale des professeurs avec l'encadrement de mémoires de fin de formation portant sur l'Histoire des mathématiques et l'introduction d'un cours « Épistémologie et Histoire des mathématiques » pour les élèves professeurs de Lycées ;
- au niveau de la formation continue avec la tenue de quelques conférences et séances d'animation portant sur l'Histoire des mathématiques ;
- la création de la sous-commission « Histoire des mathématiques » chargée de l'intégration de l'Histoire des mathématiques dans les programmes.

Toutefois, il importe de se poser des questions sur la motivation de tous ces chercheurs et enseignants dans l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.

I.2.1.2. Pourquoi intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

Barbin (1997, p. 20) y a répondu en indiquant qu'aborder la question du pourquoi n'est pas intemporelle et qu'il fallait pour chaque période examiner les conditions historiques qui ont poussé les enseignants à s'engager dans l'intégration de l'Histoire des mathématiques.
L'étude des étapes marquantes de l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques a permis d'identifier trois périodes :

I.2.1.2.1. La période du XVIII^{ème} au début du XX^{ème} siècle

C'est durant cette période que Lobatchevski et Riemann, en essayant de démontrer le cinquième postulat d'Euclide ont abouti à l'établissement de géométries non euclidiennes que Langevin (Evariste, op.cit., p. 3) considère infiniment plus riches en possibilités que la géométrie classique et tout aussi rigoureuses qu'elle. C'est aussi l'époque où l'écriture d'une histoire de la mécanique du savant viennois Mach a servi de point de départ aux réflexions d'Einstein qui ont donné la théorie de la relativité (ibid, p. 4).
Un peu avant cette période, en 1676, Newton a écrit dans une lettre à Robert Hooke : « si j'ai pu voir aussi loin, c'est parce que j'étais juché sur les épaules de géants ». Cette citation illustre le processus d'évolution de la science qui est souvent une suite d'avancées, chacune construite sur les précédentes.
Ces exemples justifient le plaidoyer pour l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement ; elle donne ainsi l'occasion à ceux qui veulent s'engager dans la même carrière que les savants, de connaître les travaux de ces derniers, leur inspiration, leurs succès, les obstacles qu'ils ont eu à surmonter et les fausses routes dans lesquelles ils se sont égarés.
Ainsi le principal objectif visé à l'époque, à travers l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, était de familiariser l'apprenant avec les travaux des savants pour lui permettre de perpétuer l'œuvre de ces derniers, en explorant d'autres ramifications.

A partir des années 1950, la nécessité de réformer l'enseignement des mathématiques pour l'adapter aux besoins de la société moderne est partagée par les mathématiciens et les acteurs du développement. C'est ainsi que l'Organisation Européenne de Coopération Économique (OECE), qui est devenue en 1963 Organisation de Coopération et de Développement Économique (OCDE), ouvre en 1958 un bureau à Paris ayant parmi ses objectifs celui de rendre plus efficace l'enseignement des mathématiques dans le but de combler le retard technologique de l'Europe face à l'URSS avec le lancement du premier satellite Spoutnik en octobre 1957. Le mouvement de réforme s'est poursuivi avec comme option l'enseignement des structures fondamentales de l'Algèbre, les notions ensemblistes, les idées de base de la topologie, etc., qui vont donner, en France, dans les années 1970, la réforme des « mathématiques modernes » (Sagna, 2012, p. 9).
Les réformateurs, à travers le rapport de Lichnerowicz estiment que :

> *« A l'échelon du second degré, notre enseignement a gardé le style historique : chaque partie des mathématiques est exposée en évoquant la conception qui fut contemporaine de sa naissance, renouvelée des Grecs ici, bénéficiant là de l'état d'esprit des XVII[ème] et XVIII[ème] siècles. Cette conception des mathématiques n'est pas unifiée dans l'esprit de nos élèves qui se voient contraints à des déconditionnements difficiles. Il leur faut, à plusieurs reprises, repenser l'ensemble de leurs acquis à l'aide de concepts qui ne peuvent que leur sembler étranges, dans un langage autre, langage non seulement différent, mais portant une pensée neuve. L'obstacle fondamental à un enseignement de type historique semble être cette caractéristique des mathématiques de se penser elles-mêmes tout entières, à chaque instant ; c'est là une condition essentielle de leur économie de pensée. »* (Charlot, op. cit., p. 25).

Cet extrait du rapport exprime aussi de manière très claire l'abandon des contenus fondateurs des mathématiques et donc de leur riche histoire comme le confirme l'un des réformateurs, J. Dieudonné, à travers son slogan « A bas Euclide ».

I.2.1.2.2. La période de la contre-réforme des années 1980

La réforme des « mathématiques modernes » est caractérisée par l'enseignement de structures algébriques, de langage et de symboles qui, selon les réformateurs, va contribuer à unifier les mathématiques, à démocratiser leur enseignement, en « rendant mieux accessible un niveau d'abstraction anciennement réservé à des privilégiés » (charte de Chambery, 1968, p. 3).
Malgré les excellentes intentions des promoteurs (Barbin, 1997, p. 20), cette réforme s'est traduite par un enseignement dogmatique, un enseignement formalisé et abstrait, coupé de tout support intuitif ; ce qui lui a valu un rejet de la part des professeurs de mathématiques, des utilisateurs des mathématiques et même des promoteurs de la réforme qui estiment que leur projet a été dévoyé. Cette situation a entrainé l'arrêt des travaux de la commission de Lichnerowicz et la mise en place d'un groupe de travail ministériel chargé de faire disparaitre progressivement du programme, les structures algébriques et l'algèbre linéaire, sources de l'abstraction et du formalisme, mais aussi d'ouvrir de nouvelles perspectives, avec un programme d'Analyse important et bien structuré : c'est la contre-réforme des années 80. (Sagna, op. cit., p. 13)
La réforme des « mathématiques modernes » va se traduire par un désamour des élèves pour les mathématiques et conduire à un regain d'intérêt de certains enseignants pour l'Histoire des mathématiques en vue de donner du sens à leurs enseignements.

Les recherches historiques ont constitué alors pour ces enseignants une « thérapeutique contre le dogmatisme, un ensemble de moyens leur permettant de mieux s'approprier et maîtriser leur savoir » (Barbin, 2010, p. 75).
Selon Barbin (ibid, p. 75), l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement permet ainsi de voir les mathématiques non pas comme un produit achevé, mais comme un processus historique, de les comprendre non pas comme un langage, mais comme une activité intellectuelle.

I.2.1.2.3. La période des années 2000

Le début du XXI^{ème} siècle est marqué dans beaucoup de pays par une diminution drastique des effectifs dans les séries scientifiques. Cette désertion des filières scientifiques est surtout imputée à l'enseignement des mathématiques et aux mauvais résultats des élèves dans cette discipline. Cette situation a suscité des interrogations et des réflexions au plus haut niveau comme celles du ministre de l'Éducation Nationale de la France d'alors, Claude Allègre, *« Les maths sont en train de se dévaluer de manière quasi inéluctable. Désormais, il y a des machines pour faire les calculs »*[28].
L'UNESCO (2011, p. 21) n'est pas en reste dans les constats ; elle trouve l'enseignement des mathématiques formel, centré sur la mémorisation et l'apprentissage de techniques, un enseignement dans lequel les objets mathématiques sont introduits sans que l'on ne sache à quels besoins ils répondent, ni comment ils s'articulent ; un enseignement dans lequel les liens avec le monde réel sont faibles et généralement trop artificiels.
On comprend dès lors, les études menées à différents niveaux dans les IREM et par les chercheurs en didactique, qui semblent converger vers une piste : travailler à redonner du sens aux mathématiques enseignées (Thienard, 2006, p. 62).
L'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques en est une voie et les nombreux ouvrages et articles produits à cet effet, donnent les arguments qui militent en faveur de cette perspective.
On trouve une bonne partie de ces arguments dans Fauvel (1991) ; leur traduction par Roy (2006, pp. 49-50) souligne que l'utilisation de l'Histoire des mathématiques dans l'enseignement :

- aide à accroître la motivation à apprendre ;
- rend les mathématiques plus humaines ;
- montre aux élèves comment les concepts ont été développés et aide à leur compréhension ;
- permet de changer les perceptions des élèves face aux mathématiques ;
- permet de comparer les méthodes anciennes à celles modernes et donne de la valeur à ces dernières ;
- aide à développer une approche multiculturelle ;
- donne l'opportunité de faire de la recherche ;
- aide à comprendre les difficultés des élèves, à travers les obstacles du passé ;
- permet aux élèves de savoir qu'ils ne sont pas les seuls à rencontrer des difficultés ;
- aide à expliquer le rôle des mathématiques dans la société ;

[28] Il s'agit d'une déclaration de Claude Allègre, dans France soir, le 23 novembre 1999.

- rend les mathématiques moins effrayantes ;
- permet le travail multidisciplinaire.

Barbin (1997, p. 21) résume ces arguments en trois fonctions que l'Histoire des mathématiques a remplies :

- une fonction vicariante[29] qui permet de comprendre les mathématiques comme une activité et non pas de les voir seulement comme un corpus scolaire. En effet les savoirs mathématiques de l'enseignant servent en général à résoudre des exercices ; l'enseignant a rarement l'occasion de voir ces savoirs en action, de pratiquer une recherche mathématique ou un travail d'ingénieur ou de mener une réflexion générale sur le savoir mathématique. L'Histoire des mathématiques vient, en complément, lui donner cette opportunité.
- une fonction dépaysante qui permet de nous étonner de ce qui va de soi, qui rappelle que les ensembles, les triangles ou les fonctions ont été inventés ; car bien souvent dans l'enseignement tout se passe comme si les concepts étaient déjà là. Ils sont manipulés sans questionnement sur leur construction.
- une fonction culturelle qui permet de situer la production mathématique dans la culture scientifique et technique d'une époque, dans l'histoire des idées et des sociétés.

Cette fonction culturelle est illustrée de belle manière par les propos de Bebbouchi (2012, p. 295) :

> *« L'histoire des mathématiques est extrêmement liée à l'histoire des civilisations. L'esprit pratique des Babyloniens et des Égyptiens du temps des pharaons va se retrouver dans leurs mathématiques où on utilisera plus de « monstrations » pour faciliter les calculs de la vie paysanne. La démocratie grecque va engendrer les premières démonstrations rigoureuses en mathématiques. La tradition de récolte d'informations de la civilisation arabe (écriture du Coran, traductions, bibliothèques,...) va faire émerger ou consolider des domaines mathématiques, conjonction de plusieurs cultures : l'algèbre, la cryptographie, la musique, la science des héritages. Les différentes révolutions et évolutions européennes vont enfin bouleverser le monde mathématique par l'analyse des infiniment petits, la maîtrise du hasard (Probabilités et Statistiques), la rigueur logique (théorie des ensembles, travaux de Bourbaki,...), la découverte de nouvelles géométries (non euclidiennes, fractales). Chaque pays, chaque peuple a contribué à l'apport des différentes notions mathématiques et à leur développement, à tel point que cette matière ne peut plus paraître comme une technologie importée pour peu qu'on connaisse sa genèse. »*

D'autres classifications plus récentes ont suivi parmi lesquelles celle de Jankvist (2009) citée par Guillemette (2012, p. 624) qui répartit en deux groupes les arguments en faveur de l'utilisation de l'Histoire en classe : les arguments associés à la perception de l'Histoire comme outil et ceux qui relèvent d'une vision de l'Histoire comme objectif en soi. Guillemette (ibid, p. 624) se situe au niveau des intentions pour mieux cerner cette catégorisation :

> *« si l'intention concerne plus spécifiquement l'objet mathématique, les arguments seront associés à l'histoire perçue comme un outil. Si l'intention concerne principalement des réflexions métamathématiques (les aspects « méta » des mathématiques), les arguments seront alors associés à l'histoire perçue comme un objectif en soi ».*

[29] Vicariante c'est-à-dire se substitue à.

Ces différentes catégorisations peuvent aider à éviter les confusions entre les arguments en faveur de l'utilisation de l'Histoire et les méthodes à mettre en œuvre qui font l'objet du paragraphe suivant.

I.2.1.3. Comment intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

Cette question est liée aux arguments en faveur de l'utilisation de l'Histoire car elle concerne la stratégie à mettre en place et les moyens à mobiliser pour l'atteinte des objectifs de l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques. La stratégie et les moyens dépendent en grande partie des éléments de contexte tels que l'effectif de la classe ; ce qui fait que les réponses proposées dans le cas de la France ou de l'international peuvent connaître des adaptations pour le Sénégal dont le système éducatif est caractérisé par des effectifs pléthoriques d'élèves. Toutefois Barbin (1997, p. 22) propose la lecture des textes anciens et le travail interdisciplinaire, si l'on veut que l'Histoire des mathématiques remplisse ses fonctions vicariantes, dépaysante et culturelle. D'après elle (ibid, p. 22) :

> *« La lecture des textes anciens produit un “ choc culturel ” qui peut satisfaire aux fonctions vicariantes et dépaysantes de l'Histoire. A condition cependant que la lecture ne soit pas téléologique, c'est-à-dire de ne pas analyser les textes uniquement d'après nos conceptions actuelles. Une telle lecture peut entrainer des conceptions erronées. […] La lecture des textes anciens doit être contextualisée, c'est-à-dire lue dans le contexte de l'époque. Cela suppose d'étudier le contexte scientifique, mais parfois aussi philosophique ou social, dans lequel l'auteur a écrit. Il faut penser que l'auteur ne s'adresse pas à nous, mais à des contemporains. »*

Bkouche (2000, p. 48) soutient que cette lecture est essentiellement le travail de l'historien de Mathématiques et il est nécessaire d'après Moyon (op.cit. p. 650) d'encourager la production de ressources en Épistémologie et Histoire des mathématiques comme les source-books à l'instar de Katz (2007) qui permettent de rendre accessible des textes anciens traduits de leur langue originale par les spécialistes et accompagnés de commentaires mathématiques et historiques. Une fois ces ressources en sa possession, le professeur de Collège ou de Lycée fait l'effort de se les approprier et les organise de manière qu'elles puissent apporter un éclairage sur ce qui est enseigné.

Cette lecture des textes originaux peut se faire dans le cadre d'un travail interdisciplinaire, avec la collaboration de professeurs d'Histoire pour préciser le contexte de l'époque, de professeurs de Français pour une bonne traduction et interprétation du texte en rapport avec les courants littéraires dominants de la période, du professeur de Géographie pour situer et délimiter l'aire géographique où s'est déroulée l'activité mathématique et du professeur de Philosophie pour expliquer les conceptions épistémologiques et philosophiques qui sous-tendent le texte. Moyon (ibid, p. 646) abonde dans le même sens en ces termes :

> *« L'interdisciplinarité semble donc inhérente à la pratique scolaire de l'histoire des sciences, et celle des mathématiques en particulier. En effet, l'utilisation en classe de l'histoire des mathématiques – avec ou sans la lecture d'un texte ancien – nécessite de se situer dans le contexte scientifique, philosophique et culturel de la création ou de la rédaction des mathématiques étudiées. Il en est de même lorsque l'enseignant désire problématiser son enseignement autour, par exemple, de grands problèmes, de découvertes, de la naissance d'une discipline ou encore de la construction de concepts mathématiques. »*

Malheureusement le travail interdisciplinaire autour d'un projet ou d'un sujet, où des professeurs de disciplines différentes apportent leur contribution pour sa réalisation, est rare pour ne pas dire inexistant au Sénégal. Cela demande l'aménagement de plages horaires dédiées à ce type d'activités ; ce qui est difficile à réaliser au Sénégal avec d'une part les emplois du temps surchargés des professeurs et d'autre part les cours particuliers ou dans les écoles privées qu'ils donnent en sus, qui font qu'ils ont rarement du temps libre. Un travail à distance est toutefois possible et cette piste doit être explorée pour améliorer davantage nos expérimentations.
De manière explicite, une liste de neuf types d'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques est proposée dans le livre rapport : *History in Mathematics Education: The ICMl Study,* (Fauvel et van Maanen) publié en 2000 par the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). Ces différents types d'utilisation de l'Histoire sont bâtis sur les ressources ou activités suivantes :

- les capsules historiques qui sont en général des encadrés retraçant l'évolution d'un concept, la biographie d'un mathématicien ou relatant des anecdotes historiques.
- Les projets de recherche qui sont des sujets ou des thèmes sur l'Histoire des mathématiques donnés à des groupes d'élèves pour leur permettre de découvrir ou de consolider une notion.
- Les textes historiques constitués d'extraits d'anciens documents produits par des mathématiciens à une époque de l'Histoire.
- Les instruments historiques qui sont des outils élaborés par une civilisation ou des mathématiciens d'une époque pour répondre à un besoin.
- Les activités expérimentales qui sont des activités mathématiques qui replacent l'élève dans le contexte où l'expérience a été réalisée.
- Les problèmes historiques qui sont des problèmes apparus à travers l'Histoire, qui n'ont pas de solution ou qui ont été résolus avec beaucoup de difficultés ou qui mettent en relief des erreurs, des conceptions alternatives des paradoxes ou des controverses.
- Les pièces de théâtre qui sont des activités où on fait jouer des rôles à des élèves pour retracer la vie et l'œuvre d'un mathématicien, l'évolution d'un concept ou les péripéties d'une découverte.
- Les films ou vidéos pour visionner des aspects de la vie d'un mathématicien, l'histoire d'une découverte, etc.
- Les activités à l'extérieur qui font sortir les élèves des classes pour des expérimentations ou pour découvrir les mathématiques présentes dans leur environnement.

Notre souhait a été d'expérimenter le maximum d'approches utilisées dans le cadre de l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques afin de mettre en exergue leurs atouts. Mais en raison des contraintes de temps (concevoir l'activité, faire plusieurs partages avec le professeur de la classe, inscrire l'activité dans la progression de la classe) nous nous sommes contenté :

- des capsules historiques avec la position relative d'une droite et d'un cercle ;
- des projets de recherche avec l'Histoire des nombres ;

- des textes historiques avec les Éléments d'Euclide dans le cadre du critère d'existence d'un triangle ;
- des activités expérimentales avec la démonstration du théorème de Pythagore par le 20ème Président des États-Unis, James Garfield.

Beaucoup d'autres expérimentations suivant les différentes approches sont exposées dans la littérature et nous en présentons quelques-unes réalisées surtout en France.

I.2.1.4. Quelques exemples d'expériences

A côté des nombreux articles et ouvrages mettant en évidence ce que le professeur de Collège ou du Lycée gagne à introduire une perspective historique dans son enseignement, beaucoup d'expérimentations ont été faites en classe sur le sujet, par des groupes au sein des IREM mais aussi par des enseignants et des chercheurs. Les expériences ont été publiées dans des revues, des documents, des actes de colloques, des mémoires de master et des thèses de doctorat ; nous en donnons ici un aperçu.

I.2.1.4.1. Faire des Mathématiques à partir de leur Histoire, tome 1, IREM de Rennes, 1990 – 1992

Ce document a été écrit par le groupe « Histoire des mathématiques » de l'IREM de Rennes composé entre autres de Jean Pierre Escofier, Gérard Hamon et Danielle Aubry. Il a été publié en 1995 avec comme objectifs d'apporter :

- une aide à la compréhension et à la maîtrise des notions enseignées ;
- un support à la mémorisation pour certains, créant des paysages où ils placeront mieux leurs nouvelles connaissances ;
- une motivation en replaçant les notions dans une perspective historique.

Le document présente une dizaine de thèmes d'activités qui ont fait l'objet de plusieurs expérimentations dans différentes classes de Collèges ou de Lycées. Ces activités concernent :

- les nombres dans l'antiquité, pour les classes de Collège de 6ème ou de 5ème ;
- la construction du pentagone étoilé dans les Éléments d'Euclide, pour les classes de 2nde ;
- la méthode de la fausse position dans le *Liber abaci* de Léonard de Pise, pour les classes de 2nde ;
- un procédé de Nicolas Chuquet pour mesurer une distance inconnue, pour les classes de Collège de 4ème ou de 3ème ;
- des problèmes de division des champs dans les traités anciens, pour les classes de Collège de 6ème, 5ème, 4ème ou de 3ème ;
- la résolution de certaines équations du second degré avec des méthodes géométriques d'Al-Kwârismî, pour les classes de 1ere ;
- les équations du 3ème et du 2nd degré par Viète et Gérard, pour les classes de 2nde.

Ces activités variées, accessibles sur le site de l'IREM de Rennes, donnent aux professeurs de Collège et de Lycées des ressources historiques prêtes à l'emploi. Toutefois, elles peuvent être selon les auteurs remodelées suivant les perceptions de l'utilisateur et ses propres exigences.

I.2.1.4.2. La revue *Mnémosyne*, IREM de Paris 7, groupe M:A.T.H

Mnémosyne est une revue du groupe M:A.T.H (Mathématiques : Approches par les Textes Historiques) de l'IREM de Paris 7, qui publie depuis 1992 des exemples d'utilisation de textes originaux en classe pour les élèves de Collège et de Lycée. L'objectif du groupe M:A.T.H est de sensibiliser les professeurs et les élèves à l'évolution des concepts et du langage mathématique. *Mnémosyne* présente dans chaque numéro :

- un article de réflexion sur un thème ou un moment de l'Histoire de Mathématiques ;
- de « bonnes vielles pages », qui sont des extraits d'ouvrages anciens peu répandus, des textes inédits ou difficiles à trouver ;
- les « contes du lundi » qui donnent des informations sur des exposés et échanges des membres du groupe, des comptes-rendus de lecture, des conférences, le calendrier des diverses rencontres et manifestations ;
- la rubrique « dans nos classes » qui renferme les activités mathématiques s'appuyant sur l'histoire.

Mnémosyne traite dans cette dernière rubrique des activités intégrant l'Histoire des mathématiques qui ont fait l'objet d'expérimentations dans des classes de Collèges ou de Lycées. Nous en présentons quelques-unes :

- la section dorée dans les Éléments d'Euclide, pour les classes de 1$^{\text{ère}}$, dans le n° 1 d'avril 1992 ;
- la quadrature de l'hyperbole d'après Grégoire de Saint-Vincent, pour les classes de 2$^{\text{nde}}$ et de 1$^{\text{ère}}$, dans le n° 2 de décembre 1992 ;
- le volume de la pyramide dans un extrait des Éléments de géométrie de Legendre, pour les classes de 1$^{\text{ère}}$ ou de Terminale scientifiques, dans le n° 3 d'avril 1993 ;
- une méthode de quadrature et sa légitimation par Isaac Newton, pour les classes de Terminale, dans le n° 4-5 de juillet 1993 ;
- le problème *des parties* ayant fait l'objet d'une correspondance entre Pascal et Fermat, pour les classes de Terminale, dans le n° 6 de novembre 1993 ;
- la perspective à la Renaissance : comment représenter un carrelage, pour les classes de 1$^{\text{ère}}$ ou de Terminale scientifiques, dans le n° 7 d'avril 1994 ;
- des activités historiques sur les nombres pour les classes de 1$^{\text{ère}}$ et de Terminale, dans le n° 8 de juillet 1994 ;
- les démarches de Leibniz pour prouver l'égalité $\frac{1}{2} = 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$, pour les classes de 1$^{\text{ere}}$ ou de Terminale, dans le n° 9 de janvier 1995 ;
- une approximation de π d'après Euler, pour la classe de Terminale scientifique, dans le n° 10 de juillet 1995 ;
- Galilée : les satellites de Jupiter, pour les classes de 2$^{\text{nde}}$, dans le n° 11 de février 1996 ;
- la mesure du méridien, pour la classe de 1$^{\text{ère}}$ scientifique, dans le n° 12 de juin 1996 ;
- la quadrature arithmétique du cercle de Leibniz, pour la classe de Terminale scientifique, dans le n° 13 de juin 1997 ;
- une méthode de résolution d'équations du 3$^{\text{ème}}$ degré par François Viète, pour la classe de Terminale scientifique, dans le n° 14 de juin 1998 ;

- différents niveaux pour un texte d'Al-Kwârismî, pour les classes de $5^{ème}$, 2^{nde} et $1^{ère}$ S, dans le n° 15 de mai 1999 ;
- Pappus et la quadrature d'Hippias, pour la classe de Terminale S, dans le n° 16 de juillet 2000 ;
- la méthode de Fermat pour factoriser les grands nombres, pour la classe de Terminale S, dans le n° 17 de juin 2002 ;
- introduction à l'étude des logarithmes et approximation d'équations du type $f(x) = a$ par la méthode de Newton, pour la classe de Terminale scientifique, dans le n° 18 d'octobre 2003.

Ces nombreux exemples montrent l'immense travail fourni par les IREM pour engager les professeurs de mathématiques dans l'introduction d'une perspective historique dans leur enseignement, qui à terme pourrait leur permettre selon les auteurs de *Mnémosyne*, de renouer avec les émerveillements et les exigences d'une démarche de recherche, de renouveler le plaisir d'enseigner.

I.2.1.4.3. Les actes de colloques, les thèses et les mémoires

Il est noté à partir des années 1990 une recrudescence d'études empiriques sur l'utilisation de l'Histoire des Mathématiques en classe. Guillemette (2012, p. 623) les classe en deux catégories :

- les initiatives des professeurs de mathématiques pour intégrer l'Histoire dans leur enseignement, qu'on retrouve en général dans les mémoires de Master (Adèle, 2004 ; Roy, 2006 ; Fredette, 2010 ; Carozzi, 2016 ; etc.). L'aspect descriptif des expérimentations y est plus prégnant que l'analyse.
- Les études empiriques qui, par l'expérimentation et l'emploi de tests, questionnaires ou interviews, fournissent des données recueillies sur le terrain sur lesquelles on discute et élabore des conclusions. Jankvist (2009), dans sa thèse de Doctorat, en a recensé 81 : il s'agit d'études empiriques parues dans les revues anglophones *Educational Studies in Mathematics* (ESM), *For the learning of Mathematics* (FLM), *Mediterranean Journal Research in Mathematics Education* (MJRME), *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM), des thèses, des conférences et actes de colloques concernant l'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques sur une période allant de 1998 à 2009.

Guillemette (2012, pp. 622-623) nous a relaté les questions, qui se posaient à partir des années 2000, sur l'utilisation de l'Histoire en classe de mathématiques notamment :

- l'efficacité des études empiriques (Siu, 2000, p. 12) ;
- les réelles capacités des élèves et enseignants à surmonter les difficultés liées à l'étude des notions historiques (Fried, 2001, pp. 394-396) ;
- le transfert d'expériences réussies dans d'autres contextes (Tzanakis, 2000, p. 119).

De Vittori (2011-2012, p. 87) résume ces questions à travers le constat suivant :

> *« la littérature fourmille d'exemples pertinents d'approches historiques, mais ce qui les rend pertinents dépasse rarement les considérations subjectives de l'auteur lui-même. Ainsi, c'est une partie de la communauté qui appelle de ses vœux, des travaux plus poussés dans ce domaine. »*

Cet appel pourrait prendre en charge les réticences, craintes et résistances provenant des classes sur l'utilisation de l'Histoire.

I.2.1.5. Les craintes relatives à l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement

Les arguments en faveur de l'utilisation de l'Histoire en classe sont très persuasifs pour engager tout enseignant dans cette dynamique. Toutefois cette utilisation soulève des réticences et des craintes qu'on retrouve dans l'article de Siu (2004, p. 264) intitulé « No, I don't use history of mathematics in my class. Why ? ». Siu met en exergue dans cet article une liste de seize raisons souvent invoquées par les professeurs de mathématiques pour ne pas utiliser l'Histoire en classe ; en voici une traduction :

1) le temps manque pour utiliser l'Histoire des mathématiques ;
2) l'Histoire des mathématiques, ce n'est pas vraiment des mathématiques ;
3) comment évaluer l'Histoire des mathématiques dans les tests ?
4) l'Histoire des mathématiques ne peut pas améliorer le niveau des élèves ;
5) les élèves en général n'aiment pas l'Histoire des mathématiques ;
6) les élèves considèrent l'Histoire des mathématiques comme l'Histoire et ils détestent cette Histoire enseignée en classe ;
7) l'Histoire des mathématiques est aussi ennuyeuse pour les élèves que le sujet de mathématiques lui-même ;
8) les élèves n'ont pas assez de culture générale pour apprécier l'Histoire des mathématiques ;
9) quand il faut constamment progresser avec les élèves, il est ridicule de regarder en arrière ;
10) le manque de ressources sur l'Histoire des mathématiques ;
11) l'absence de formation pour les professeurs en Histoire des mathématiques ;
12) Comment être sûr de la justesse d'une production pour un non professionnel de l'Histoire des mathématiques ?
13) l'Histoire des mathématiques peut être plus tortueuse et confuse qu'éclairante ;
14) la lecture des textes originaux qui est une tâche très difficile, peut-elle vraiment aider ?
15) l'Histoire des mathématiques ne permet-elle pas de cultiver le chauvinisme et le nationalisme ?
16) existe-t-il des preuves empiriques attestant que les élèves apprennent mieux quand l'Histoire des mathématiques est utilisée en classe ?

Loin d'être un avocat du diable, l'auteur indique que ces différentes raisons sauf la seizième, résultent d'un recueil d'opinions de professeurs et méritent d'être étudiées et traitées par les promoteurs de l'utilisation de l'Histoire en classe afin d'aider les enseignants à y voir plus clair et à faire mieux.

D'autres craintes sont également soulevées, d'une part par Bkouche (op.cit., pp. 47-48) qui met en garde contre l'utilisation de l'Histoire pour fabriquer des « méthodes d'enseignement » :

> *« Le danger est alors que, de ce recours à la perspective historique, on fabrique des " méthodes d'enseignement " donnant l'illusion d'un prêt-à-enseigner qui ne peut être que néfaste, autant pour ceux qui sont enseignés que pour ceux qui enseignent. »*

A ce propos Bkouche (2000, p. 52) cite Barbin qui présentant l'ouvrage *Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques,* écrit :

> *« Le lecteur ne doit pas considérer les expériences ici relatées comme des modèles ou des achèvements ; elles sont le fait d'enseignants, de collèges ou de lycées, en situation de recherche. »*

D'autre part, Tournes (1993, p. 154) alerte sur l'utilisation d'anecdotes amusantes, très prisées par les professeurs pour des introductions alibi, sans lien avec le cours, et qui procure un intérêt passager et une motivation fugace. Ces anecdotes, pour Fred cité par Guillemette (2015, p. 9) risquent de dénaturer l'Histoire et d'écraser l'historicité des concepts avec des risques d'anachronismes et de lectures faussement progressives de l'Histoire. Il souhaite que l'Histoire soit prise au sérieux et que son étude soit prudente et attentive.
Tournès (op.cit., p. 50) signale un autre danger lié à l'insuffisance de formation qui peut amener un enseignant s'inspirant des manuels, à présenter une version ultra-simplifiée et réductrice de l'Histoire, éclipsant les problèmes réels du passé et le long cheminement épistémologique qui a conduit à leur résolution. Pire encore, il risque de réinterpréter les mathématiques d'autrefois à la lumière des connaissances actuelles, faisant en quelque sorte de l'Histoire à l'envers. Ces propos confirment le bienfondé de la raison (11) de Siu, mais traduisent également l'inquiétude de Charbonneau (2000, p. 4) qui évoque le risque pour un non spécialiste de véhiculer des faussetés historiques.
Nous nous reconnaissons dans les remarques de Charbonneau, car nous avions eu pendant des années à enseigner, dans le cadre des nombres complexes, que les ensembles de nombres à part $\mathbb{N}$, ont été progressivement créés et par extension pour trouver des solutions à des équations. Ainsi :

l'équation $x + 2 = 0$ n'ayant pas de solution dans $\mathbb{N}$ on a créé un ensemble plus vaste, $\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers relatifs où toute équation de cette forme aura des solutions.
L'équation $3x = 1$ n'ayant pas de solution dans $\mathbb{Z}$ on a créé un ensemble plus vaste, l'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ où toute équation de cette forme aura des solutions.
L'équation $x^2 - 5 = 0$ n'ayant pas de solution dans $\mathbb{Q}$ on a créé un ensemble plus vaste, l'ensemble des irrationnels $\mathbb{R}$ où toute équation de cette forme aura des solutions.
L'équation $x^2 + 5 = 0$ n'ayant pas de solution dans $\mathbb{R}$ on a créé un ensemble plus vaste, l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ où toute équation de cette forme aura des solutions.

Il s'agissait bien entendu d'une reconstruction totalement artificielle de l'Histoire des nombres.
Nous ne nous rappelons pas notre source, mais dans tous les cas le manque de formation et le penchant que nous avions pour l'Histoire des mathématiques nous a conduit à véhiculer de fausses informations historiques. Il en est ainsi d'un professeur que nous avions inspecté et qui disait que Diophante était Égyptien ! Il a certes vécu en Alexandrie qui est une ville égyptienne, mais cela ne fait pas de lui un Égyptien. Diophante est un Grec et Alexandrie à cette époque était une ville cosmopolite, sous le contrôle des Grecs. Ces exemples sont nombreux et traduisent l'engouement des professeurs pour l'utilisation de l'Histoire en classe de mathématique malgré l'absence d'indications précises du programme et l'accessibilité des ressources historiques.
Ce qui fait de la formation des enseignants une nécessité pour l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, comme soutenu par Barbin (2010, p. 84).

D'ailleurs pour Bkouche (op.cit., pp. 52-53),

> *« l'histoire des mathématiques devient ainsi un point important de la formation des maîtres ; qu'elle intervienne dans la formation continue comme cela est pratiqué depuis plusieurs années dans les IREM, ou qu'elle intervienne dans la formation initiale comme cela est encore à faire, elle représente un point fort de la culture des futurs professeurs, cette culture sans laquelle l'enseignement n'est que répétition, culture qui ne se réduit pas à la seule connaissance technique d'une discipline mais qui se situe dans la prise de conscience par le sujet connaissant des significations et des enjeux de la discipline en question. »*

Est-ce encore le cas en France et qu'en est-il du Sénégal ? Nous répondrons à ces questions au chapitre III.

I.2.1.6. Les perspectives

La seizième raison invoquée par Siu « *existe-t-il des preuves empiriques attestant que les élèves apprennent mieux quand l'Histoire des mathématiques est utilisée en classe ?* » ouvre d'autres perspectives à l'utilisation de l'Histoire en classe. En effet il s'avère difficile d'évaluer l'efficacité de l'introduction de l'Histoire dans la plupart des études empiriques. Ce que confirme Barbin (1997, p. 24) en ces termes :

> *« L'introduction d'une perspective historique désigne de manière générale, la mobilisation dans l'enseignement de toute la réflexion historique et épistémologique de l'enseignant […]. En réclamer une évaluation, ce n'est pas en voir toute la portée. »*

La question qui se pose alors est : à quoi servent les nombreuses études sur l'utilisation de l'Histoire des mathématiques en classe ? Que veut-on montrer à travers ces études ?
Pour prendre en charge ces questions qui sont du même ordre que la seizième raison de Siu, les spécialistes de l'utilisation de l'Histoire en classe ont commencé à réfléchir sur des éléments de cadrage de la recherche comme le couple de Jankvist (2009, pp. 21-22) : *history of science as a tool / history of science as a goal* repris par Tzanakis et al. (2010, p. 128), et les trois arguments hypothétiques de Barbin (1997, p. 21)) et de Jahnke *et al.* (2000 p. 292) que sont la *compréhension culturelle*, le *repositionnement* et la *réorientation.* Ces trois hypothèses correspondent dans l'ordre aux trois fonctions de l'Histoire des mathématiques énoncées par Barbin dans la partie (I.2.1.2.3.) et qui sont : la fonction culturelle, la fonction vicariante et la fonction dépaysante. Selon Guillemette (2012, pp. 625-626) :

> *« La catégorisation entre histoire perçue comme un outil et histoire perçue comme un objectif en soi permet de jeter un regard sur les possibles intentions des enseignants. Aussi, elle permet, d'une part, d'éviter une confusion répandue dans plusieurs études entre arguments et méthodes et, d'autre part, de faciliter l'observation et l'analyse des interrelations entre ces deux aspects de la recherche. La catégorisation de Jankvist a donc pour but de faciliter et d'orienter le travail du chercheur. D'un autre côté, les trois arguments hypothétiques de Barbin (1997) et de Jahnke et al. (2000) ; la compréhension culturelle, le repositionnement et la réorientation départagent, dans une perspective large, les possibles retombées positives pour l'apprentissage de l'apprenant et pour la classe de mathématiques. »*

Une analyse des expériences d'utilisation de l'Histoire en classe peut déjà s'appuyer sur la catégorisation de Jankvist et les arguments hypothétiques de Barbin en attendant d'avoir des cadres de recherches bien structurées.

I.2.2. Cadre didactique

Les activités de recherche que nous avons effectuées pour cette thèse font référence, à la théorie des situations de Guy Brousseau (1989, p. 43) pour « *produire des modèles de situations qui prennent en compte toutes les conditions pertinentes de la création des savoirs (connus de l'histoire)* ».

Quant à l'analyse des expérimentations, elle s'inscrit dans le cadre du « Double champ » proposé par De Vittori (2011, pp. 88 et 92) qui convoque la didactique des mathématiques et celle de l'Histoire des mathématiques pour mieux cerner, dans un cours de mathématiques intégrant l'Histoire, les interactions entre les éléments de la discipline qui opèrent sur les objets de l'Histoire et les objets de l'Histoire qui opèrent sur les éléments de la discipline (voir Figure 1.4.).

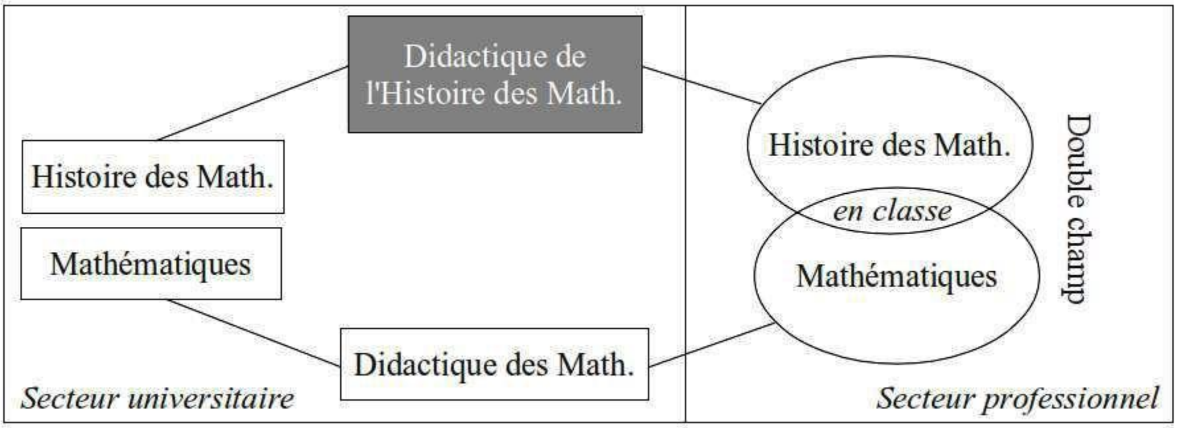


Figure 1.4. Aux côtés des mathématiques, de leur didactique et de leur histoire, ajout d'un quatrième acteur. (De Vittori, ibid., p. 97).

En didactique des mathématiques, nous faisons référence à la théorie anthropologique du didactique (TAD) d'une part, pour l'analyse des activités des élèves, qui comme toute activité humaine régulièrement accomplie, peut être subsumée selon Chevallard (1998, p. 91), sous un modèle unique, la praxéologie dont la structuration la plus simple se compose d'un type de tâches T, d'une technique τ qui permet d'accomplir les tâches t du type T, d'une technologie θ ou discours rationnel pour justifier ou éclairer la technique et d'une théorie Θ qui justifie, explique et produit la technologie (Chevallard, 2009, p. 4).

D'autre part, nous allons analyser le déroulement de la séance d'enseignement apprentissage à partir du découpage en moments didactiques proposé par Chevallard (1998). En effet pour le concepteur de la Théorie Anthropologique du Didactique, quel que soit le cheminement suivi, certains types de situations sont nécessairement présents, même s'ils le sont de manière très variable. De tels types de situations sont appelés moments de l'étude ou moments didactiques qui peuvent servir de grille pour l'analyse des processus didactiques.

Concernant la didactique de l'Histoire, nous allons nous appuyer sur la classification de Barbin (1997) pour recueillir les retombées possibles de l'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques. Barbin résume les arguments en faveur de l'utilisation de l'Histoire en

trois fonctions que sont les fonctions vicariante, dépaysante et culturelle présentées au paragraphe I.2.1.2.3.
Cette classification de Barbin a été reprise par Jahnke *et al.* (2000) et diffusée dans la littérature anglo-saxonne selon Guillemette (2012, p. 625).
En outre la catégorisation des arguments en faveur de l'utilisation de l'Histoire de Jankvist (2009) pour déterminer l'intention de l'enseignant sera convoquée dans l'analyse.
Cette catégorisation répartit en deux groupes les différents arguments (Guillemette, ibid., p. 624) :

- ceux associés à la perception de l'Histoire comme outil ; les facteurs motivationnels, l'humanisation des mathématiques, le support cognitif pour l'élève, l'accès à des problèmes variés et enrichissants ou la réflexion didactique autour d'obstacles épistémologiques font partie de ces arguments.
- Ceux associés à la perception de l'Histoire comme objectif en soi ; montrer que les mathématiques sont en constante évolution dans le temps et dans l'espace, qu'elles ne « descendent pas du ciel », qu'elles sont une activité humaine arborant de multiples facettes au gré des cultures, des sociétés et de l'histoire et que son évolution est issue de motivations intrinsèques et extrinsèques animant les mathématiciens dans leurs époques respectives, sont des arguments qui relèvent de cette vision.

Si l'intention concerne plus spécifiquement l'enrichissement de la compréhension conceptuelle des objets mathématiques, les arguments sont associés à l'histoire perçue comme un *outil*.
Si l'intention concerne principalement des réflexions métamathématiques, c'est-à-dire les réflexions qui touchent l'historicité des notions abordées, l'historicité de la notation et de la rigueur associée, les mécanismes sous-jacents à la découverte des concepts explorés, les forces intrinsèques et extrinsèques qui animent les mathématiciens découvreurs ou les liens entre le développement de ces concepts et le développement des sociétés et des cultures, les arguments sont alors associés à l'histoire perçue comme un *objectif en soi*.
Nos travaux s'inspirent des matériaux élaborés par les didacticiens, pour construire, mettre en œuvre, décrire et analyser les ingénieries didactiques que nous avons conçues. Il convient de préciser dès lors, la définition de ces matériaux, constitués de concepts clés de la didactique, pour mieux cerner leurs fonctions et pour expliciter leur utilisation dans notre recherche.

I.2.2.1. Situation

Notre étude part de l'hypothèse qu'il existe beaucoup de situations inspirées de l'Histoire et qui sont susceptibles d'améliorer qualitativement l'enseignement des mathématiques si le professeur arrive à les intégrer dans son enseignement apprentissage.
Nous empruntons la notion de situation à Guy Brousseau (1999, p. 5), concepteur de l'une des théories fondatrices de la Didactique, la Théorie des Situations Didactiques, qui définit la situation comme un « *modèle d'interaction d'un sujet avec un certain milieu* » pour élargir ses connaissances. La situation n'est pas statique ; elle évolue en fonction de l'interaction du sujet avec le milieu. On distingue trois types de situations :

- Les *situations didactiques*, où un individu manifeste son intention d'enseigner un savoir donné à un autre individu.

- Les *situations a-didactiques* dans lesquelles l'intention d'enseigner n'est pas explicite. L'élève est responsable de la construction de son savoir : il agit sur le milieu pour faire émerger la connaissance que le professeur veut qu'il apprenne.
- Les *situations non didactiques* qui sont des situations sans intention d'enseigner où l'élève est le seul actant qui interagit avec le milieu pour acquérir une connaissance donnée.

Il est toutefois difficile d'appréhender la notion de situation sans connaitre le terme *milieu* qui intervient dans sa définition.

I.2.2.2. Milieu

Brousseau (ibid, p. 5), dans sa communication au congrès de Calientes en Mexico, rappelle qu'à l'époque, les professeurs de mathématiques pour introduire de nouvelles connaissances se contentaient de trouver un exercice qui laissait entrevoir la propriété ou la définition à enseigner. Cette pratique encore courante au Sénégal confine l'élève au rôle de spectateur et le professeur dans celui de présentateur du spectacle.

Il fallait, pour faire agir l'élève, lui communiquer les conditions et propriétés d'un système générateur susceptible de lui faire produire les connaissances visées, en considérant les exercices ou problèmes non pas « *comme une re-formulation d'un savoir mais comme un dispositif, un milieu qui répond au sujet suivant des règles* ».

Brousseau définit ainsi le milieu comme un système antagoniste avec lequel l'élève interagit et qui fait évoluer ses connaissances. Cette notion de milieu est illustrée par l'enfant de quatre ans qui est à l'aise quand il s'agit de compter jusqu'à quinze en récitant la suite des nombres mais qui éprouve des difficultés quand il s'agit de dire combien de doigts on lui a montré ou bien d'exhiber un nombre précis de doigts. Dans le modèle {Maître, élève, savoir}, qui correspond à la récitation de la suite de nombres (appelée comptine numérique), l'enfant n'a pas de problème ; ce qui n'est pas le cas dans le modèle {Maître, élève, savoir, Milieu}, le milieu représentant les doigts à compter ou à montrer.

On voit à travers cet exemple comment la notion de milieu donne un tout autre sens au savoir. Ce milieu est à créer et on peut se référer aux étapes ci-dessous indiquées par Bloch (2002) citée par Dias (2008, p. 10) :

> « *- procéder à une analyse de la genèse historique du savoir en repérant ses manifestations anciennes ou contemporaines ;*
> *- répertorier les fonctionnalités de ce savoir dans les mathématiques et dans d'autres disciplines scientifiques, en envisageant les éventuels obstacles épistémologiques relatifs ;*
> *- mettre en évidence des savoirs et des connaissances mathématiques, culturelles et personnelles reliés au savoir visé ;*
> *- élaborer une situation a-didactique ;*
> *- rechercher des variables didactiques qui permettront la commande et le contrôle de la situation ;*
> *- faire l'analyse prédictive de la consistance de la situation (en veillant à la non contradiction des variables au regard de la connaissance visée*) ».

Les concepts de situation et de milieu étant clarifiés, il importe d'en faire de même avec les notions de système didactique (qui les englobe), de transposition et contrat didactiques (qui régissent les interactions au sein du système didactique), de variables didactiques et obstacles épistémologiques (sollicités dans la constitution du milieu), d'ingénierie didactique (qui conçoit les milieux) et de dévolution (qui en donne la responsabilité à l'élève).

I.2.2.3. Système didactique

Le système didactique est une schématisation d'une situation à finalité didactique à l'aide d'un triangle comportant les trois pôles que sont le Savoir, l'Élève et le Professeur. Ces trois actants agissent et réagissent entre eux dans le cadre d'une situation d'enseignement apprentissage. Le triangle, appelé *triangle didactique* comporte trois axes :
- l'axe Savoir – Professeur qui concerne l'élaboration des contenus à travers la transposition didactique ;
- l'axe Savoir – Élève qui s'intéresse à l'appropriation des contenus depuis la phase des représentations des élèves jusqu'à l'institutionnalisation ;
- l'axe Élève – Professeur qui représente les interventions didactiques au cœur desquelles on retrouve la dévolution et le contrat didactique.

Le *triangle didactique* s'inscrit dans une dynamique systémique contrairement au *triangle pédagogique* qui est caractérisé par l'interaction entre deux des trois actants aux dépens du troisième qui est exclu ou qui fait le mort.

I.2.2.4. Transposition didactique

Introduite dans la communauté française des didacticiens des mathématiques au tout début des années 80 par Yves Chevallard, la transposition didactique désigne le processus par lequel un savoir savant est transformé d'abord en savoir à enseigner, puis en savoir enseigné. Cette transformation se fait en altérant ou en simplifiant le savoir savant pour le rendre accessible à l'élève.

Le *savoir savant* est celui produit et validé par des institutions comme l'université, le *savoir à enseigner* est celui consigné dans des textes officiels comme les programmes et le *savoir enseigné* est celui construit par l'enseignant en fonction de sa compréhension des programmes, de sa documentation et de sa créativité.

I.2.2.5. Contrat didactique

Dans son glossaire de 2010, Brousseau précise que le *contrat didactique* est l'ensemble des obligations réciproques et des « sanctions » que chaque partenaire de la situation didactique impose ou croit imposer, explicitement ou implicitement, aux autres et celles qu'on lui impose ou qu'il croit qu'on lui impose, à propos de la connaissance en cause.

Autrement dit, le contrat didactique est l'ensemble des attentes mutuelles entre le professeur et l'élève avec comme enjeu le savoir. Le contrat étant tacite, c'est surtout en cas de rupture (quand il y a échec) qu'il est questionné pour voir les causes des dysfonctionnements.

L'exercice de Baruk (1985), sur l'âge du capitaine, en est une illustration : on a proposé à 97 élèves de CE1 et CE2 le problème suivant : « Sur un bateau il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine » ?

Parmi les 97 élèves, 76 ont donné l'âge du capitaine en utilisant les nombres figurant dans l'énoncé. Les trois-quarts des élèves ayant proposé une réponse fausse, il était important de trouver les raisons de cet échec. Il ressort de l'analyse de la situation que les élèves s'attendent toujours à résoudre un problème qui n'est pas impossible et qui utilise toutes les données de l'énoncé pour sa résolution. La rupture de ce contrat implicite par le professeur est à l'origine des contreperformances des élèves. Cette analyse, riche en enseignements, montre

l’importance du contrat didactique et a conduit à la prise en charge des notions de données utiles et données inutiles dans la résolution de problèmes de l’enseignement élémentaire au Sénégal.
Toutefois cette notion de contrat didactique comporte des effets pervers évoqués par Brousseau (1983, pp. 1-6) : en effet l’enseignant s’attend à ce que l’élève réussisse la tâche donnée ; face à la difficulté de l’élève, le professeur a tendance à se substituer à lui (effet Topaze) ou à considérer une réponse banale de l’élève comme la manifestation d’un savoir savant (effet Jourdain). Ces deux effets sont encore fréquents dans les pratiques de classe des professeurs et il y a sans doute intérêt à y veiller pour ne pas travestir l’apprentissage des élèves.

I.2.2.6. Variable didactique

Selon Brousseau (1982), cité par Bessot (2003, p. 13) une variable aléatoire est un paramètre de la situation sur lequel peut agir le professeur pour provoquer des adaptations et des régulations : des apprentissages.
Ces variables didactiques peuvent être le type de cours, les outils mathématiques à utiliser, les données du problème etc. Elles différent en cela des variables pédagogiques qui concernent les rôles confiés aux élèves, les critères de composition des groupes, etc.

I.2.2.7. Obstacle épistémologique

Pour définir la notion d’obstacle épistémologique, Brousseau (1989, p. 3) cite A. Duroux (1982) qui propose, non pas une définition, mais la liste de conditions nécessaires suivantes :

> *« i) Un obstacle sera une connaissance, une conception, pas une difficulté ou un manque de connaissance ;*
> *ii) Cette connaissance produit des réponses adaptées dans un certain contexte, fréquemment rencontré ;*
> *iii) Mais elle engendre des réponses fausses hors de ce contexte ;*
> *iv) De plus cette connaissance résiste aux contradictions auxquelles elle est confrontée et à l'établissement d'une connaissance meilleure ;*
> *v) Après la prise de conscience de son inexactitude, elle continue à se manifester de façon intempestive et opiniâtre ».*

Pour une utilisation à bon escient des obstacles épistémologiques dans les situations d’enseignement apprentissages à concevoir, Brousseau (ibid) précise qu’il s’agit de :

> *« i) de décrire cette connaissance, de comprendre son usage ;*
> *ii) d’expliquer quels avantages il procurait par rapport aux usages antérieurs, à quelles pratiques sociales il était lié, à quelles techniques, et si possible à quelles conceptions mathématiques ;*
> *iii) de repérer ces conceptions par rapport à d'autres possibles, et notamment celles qui leur ont succédé, afin de comprendre les limitations, les difficultés et finalement les causes d'échec de cette conception mais en même temps les raisons d'un équilibre qui semble avoir duré suffisamment longtemps ;*
> *iv) d’identifier le moment et les raisons de la rupture de cet équilibre et d’examiner alors les traces d’une résistance à son rejet en l'expliquant si possible par des survivances de pratiques, de langages ou de conceptions ;*
> *v) de rechercher de possibles résurgences, des retours inopinés, sinon sous la forme initiale, du moins sous des formes voisines et d’en voir les raisons. »*

L'obstacle épistémologique se manifeste sous forme de plusieurs difficultés comme par exemple celle d'accepter que l'on puisse obtenir un agrandissement par une division et un rapetissement par une multiplication ou bien de trouver un nombre décimal compris entre 2,72 et 2,73 ou encore d'accepter que 1,5 est plus grand que 1,49.

I.2.2.8. Ingénierie didactique

> « *L'élaboration d'un problème est un pas d'une ingénierie didactique. Dans ce contexte, le terme d'ingénierie didactique désigne un ensemble de séquences de classe conçues, organisées et articulées dans le temps de façon cohérente par un maître-ingénieur pour réaliser un projet d'apprentissage pour une certaine population d'élèves* ».

Cette définition de Douady (1994, p. 1) est élargie par Brousseau qui fait de l'ingénierie didactique une méthodologie de recherche comme l'explicite Artigues (1990 - 1991, p. 4) qui la considère comme un schéma expérimental basé sur des « réalisations didactiques » qui vont de la conception à l'analyse des séquences d'enseignement, en passant par la réalisation et l'observation. Ce point de vue de l'ingénierie didactique est au cœur de nos travaux car retraçant toutes les étapes de chacune de nos expérimentations.

I.2.2.9. Dévolution

Selon Brousseau (1990, p. 325), la dévolution est « *l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert* ».
L'enseignant construit une situation d'apprentissage et son appropriation par les élèves pour découvrir de nouvelles connaissances constitue ce qu'on appelle dévolution. Celle-ci occupe une place centrale dans le travail du professeur qui se résume à concevoir, dévoluer, réguler, institutionnaliser et évaluer. La dévolution est également présente dans le cas où le chercheur conçoit des modèles qu'un enseignant s'approprie et met en œuvre en classe.

I.2.2.10. Praxéologie

La notion de praxéologie définie au préambule de la partie I.2.2 nous a été d'un grand apport dans l'analyse de notre expérimentation. Elle nous a permis de découper chaque situation en tâches dont nous nous sommes interrogé sur la pertinence, les techniques à la disposition des élèves pour les accomplir, le comportement des élèves vis-à-vis de ces tâches et les choix alternatifs.

I.2.2.11. Moments didactiques

Dans un cours de mathématiques, quel que soit le cheminement suivi, il arrive forcément un moment où tel ou tel geste d'étude devra être accompli. Par exemple le moment où l'élève devra fixer les éléments élaborés ou celui où le professeur devra se demander ce que vaut ce qui est construit. Ce sont ces moments que Chevallard (1998) appelle moments de l'étude ou moments didactiques. Il identifie les six suivants :
- le premier moment qui est celui de **la première rencontre avec l'organisation** O enjeu de l'étude ; elle consiste à rencontrer O à travers l'un au moins des types de tâches constitutifs de O. Elle comporte un sous-moment « culturel » où l'objet n'existe encore qu'en effigie, de sorte que l'élève n'a avec lui que des rapports fictifs et un sous-moment « mimétique » où par la manipulation effective de l'objet l'élève est censé imiter le professeur.

- Le deuxième moment qui est celui de **l'exploration du type de tâches T_i et de l'élaboration d'une technique $\boldsymbol{\tau_i}$** relative à ce type de tâches. L'élaboration de techniques est au cœur de l'activité de l'élève, artisan laborieux qui, avec ses condisciples et sous la conduite avisée du professeur, élabore patiemment ses techniques mathématiques.
- Le troisième moment qui est celui de **la constitution de l'environnement technologico-théorique relatif** à $\boldsymbol{\tau_i}$. Ce moment est en interrelation étroite avec chacun des autres moments.
- Le quatrième moment qui est celui de **l'institutionnalisation**. Il a pour objet de préciser ce qu'est « exactement » l'organisation mathématique élaborée, en distinguant d'une part les éléments qui, ayant concouru à sa construction, n'y seront pas pour autant intégrés et d'autre part les éléments qui entreront de manière définitive dans l'organisation visée.
- Le cinquième moment qui est celui **du travail de la technique** est le moment de mise en œuvre de la technique ; ce qui suppose une ou des corpus de tâches adéquates.
- Le sixième moment est celui de **l'évaluation** ; le moment où l'on doit faire le point, examiner ce que vaut ce qui a été appris.

I.3. La méthodologie

Pour étudier la pertinence d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques au Sénégal, nous avons ciblé un Collège public de Dakar et avons mis en place un dispositif nous permettant de faire des expériences et de recueillir des données avant de procéder à l'analyse.

I.3.1. Population concernée par l'expérimentation

L'expérimentation a concerné des élèves de la classe de Quatrième d'un Collège de la banlieue de Dakar, le CEM de Mbao construit en 2002 dans la cité Poste de Grand-Mbao et constitué de 18 classes physiques. Le CEM comptait en 2014-2015, année de l'expérimentation, 2465 élèves (dont 1320 filles) répartis dans 28 classes pédagogiques avec un effectif moyen de 88 élèves par classe. Cinq cent dix manuels de mathématiques de la collection *USAID* étaient les seuls disponibles pour les élèves de Quatrième. Les cours étaient dispensés par 57 professeurs dont 10 contractuels et, en mathématiques, par 11 professeurs dont 4 contractuels.
Cette description explique le choix porté sur le CEM de Mbao qui présente l'essentiel des caractéristiques d'un établissement d'enseignement moyen du Sénégal, avec des classes à effectif pléthorique et un grand nombre de professeurs contractuels.
Pour ce qui est du niveau d'enseignement accueillant l'expérimentation, nous avons opté pour la classe de $4^{\text{ème}}$, classe charnière qui consolide les acquis mathématiques des classes de $6^{\text{ème}}$ – $5^{\text{ème}}$, les approfondit pour en faire les prérequis de la classe de $3^{\text{ème}}$.
Concernant le professeur et la classe d'expérimentation, nous avons consulté les emplois du temps des enseignants de mathématiques pour prendre contact avec ceux qui étaient contractuels et tenaient la classe de $4^{\text{ème}}$. Parmi les trois professeurs identifiés deux ont montré un intérêt par l'expérimentation mais un seul a accepté d'être filmé ; il s'agit de Monsieur Ba, professeur contractuel au moment de l'expérimentation, âgé de 40 ans, comptabilisant 13 ans d'expérience et qui officiait dans la classe de $4^{\text{ème}}$ PC1 dont l'effectif des élèves était 88.

I.3.2. Les différentes étapes de l'expérimentation

Pour la mise en œuvre de l'expérimentation, nous avons procédé par étapes :

- 1ère étape : le chercheur administre un questionnaire sur l'utilisation de l'Histoire en classe à des professeurs de Collèges de Dakar et aux élèves de la classe de 4ème PC1, puis procède à l'interview du Président de la Commission Nationale de Mathématiques pour avoir une idée de l'état des lieux.
- 2ème étape : le chercheur repère dans le programme de mathématiques de 4ème des séquences dans lesquelles il est possible d'introduire une perspective historique.
- 3ème étape : le chercheur partage sur les séquences retenues avec le professeur expérimentateur qui les prend en repérage dans sa planification annuelle.
- 4ème étape : pour chaque séquence, le chercheur élabore l'ingénierie didactique et en fait deux fiches d'activité, l'une pour élève comprenant les ressources et tâches de l'élève, l'autre pour le professeur comportant les réponses attendues et le protocole de déroulement de l'expérimentation.
- 5ème étape : une séance de travail est organisée une semaine avant le déroulement de l'expérimentation pour la dévolution, au professeur expérimentateur, de l'ingénierie didactique élaborée par le chercheur.
- 6ème étape : le professeur réalise l'expérience en classe en présence du chercheur qui filme la séance sans intervenir.
- 7ème étape : le chercheur tire avec le professeur les leçons de l'expérimentation.
- 8ème étape : le chercheur rédige le rapport de l'expérimentation.
- 9ème étape : le chercheur procède à la visualisation des séquences de l'expérimentation filmées et à la transcription des dialogues.
- 10ème étape : le chercheur effectue l'analyse de l'expérience.
- 11ème étape : un an après, le chercheur administre un questionnaire aux élèves qui ont participé à l'expérimentation et procède à l'interview de quatre parmi eux.

Les étapes 4 à 10 sont réitérées pour chacune des 6 séquences.
Ces différentes étapes ont servi pour mener à bien chacune des expérimentations réalisées, et dont nous donnons de manière sommaire la description suivante :

I.3.3. Les expériences réalisées

Nous avions la possibilité de travailler sur les séquences analysées figurant dans les manuels scolaires ou bien sur les nombreux exemples découverts dans les publications ; mais nous avons opté pour la conception de nouvelles expériences à partir de nos lectures pour montrer que c'est aussi une voie à explorer. En voici la liste :

I.3.3.1. Configuration d'intersection d'un cercle et d'une droite

Restituer les configurations d'intersection d'un cercle et d'une droite est un des objectifs du chapitre « Distance » de la classe de 4ème. L'expérimentation consiste à proposer une activité qui permet de découvrir les différentes configurations et de profiter du cas où la droite partage le cercle en deux parties égales pour introduire Thalès et évoquer le début des résultats généraux avec les mathématiques grecques contrairement à leurs devancières, les mathématiques babyloniennes ou égyptiennes qui s'intéressaient à des problèmes particuliers ayant trait au commerce, à l'arpentage, au paiement de l'impôt, à l'architecture, etc.

I.3.3.2. Critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés

Cette expérimentation concerne la connaissance du critère d'existence d'un triangle, traitée dans le chapitre « Distance » de la classe de 4ème. Il s'agit dans cette expérience de proposer une activité permettant à l'élève de démontrer ce critère à partir de l'inégalité triangulaire, puis de comparer cette démonstration avec celle proposée par Euclide dans le premier livre des Éléments (Théorème 13, proposition XX).

I.3.3.3. Historique des nombres

L'expérimentation sur l'historique des nombres est une activité qui prépare l'élève à aborder le chapitre de la classe de 4ème, « les nombres rationnels ». Elle engage un groupe d'élèves dans une recherche qui a pour objectif la construction d'une ligne de temps retraçant l'histoire des nombres entiers naturels, des nombres décimaux et des fractions.

I.3.3.4. Mise en équation d'une situation simple

Cette expérimentation porte sur le chapitre « Équations du premier degré » de la classe de 4ème. Elle propose aux élèves une activité de mise en équation d'un problème babylonien inscrit sur une tablette qui se trouve au British Museum sous le numéro 13901. Après la phase d'institutionnalisation, le problème 24 du papyrus de Rhind, écrit par un scribe égyptien 1700 ans avant J.-C., est soumis aux élèves comme exercice d'application.

I.3.3.5. Résolution dans $\mathbb{Q}$ des équations du type $ax + b = 0$.

La résolution des équations de ce type est un objectif du chapitre « Équations du premier degré » de la classe de 4ème. Il s'agit dans cette expérimentation de proposer une activité aux élèves pour leur permettre de découvrir une méthode de résolution des équations de ce type. Cette méthode s'appuie sur deux opérations définies par Al-Kwârismî : *al-jabr* et *al-muqabala.*

I.3.3.6. Découverte du théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est une séquence du chapitre « Triangle rectangle » de la classe de 4ème. Ce théorème a connu des centaines de démonstrations parmi lesquelles celle du Président américain James Garfield. L'expérience consiste à faire suivre aux élèves la méthode du Président Garfield pour l'aider à découvrir la relation qui lie les trois côtés d'un triangle rectangle.

Dans le choix des expérimentations, nous avons cherché non seulement à couvrir de manière équilibrée les deux parties du programme que sont les activités géométriques et les activités numériques, mais aussi à utiliser les méthodes variées d'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques.

I.3.4. La collecte de données

Pour recueillir les données, nous avons opté pour la vidéo qui nous a permis d'enregistrer les gestes professionnels et les interactions avec les élèves, mais également de les visualiser à plusieurs reprises. Parallèlement à la vidéo, nous avons mené des enquêtes de terrains avec des questionnaires administrés à des professeurs de Collèges de Dakar et aux élèves de la classe ayant participé à l'expérimentation.
L'interview avec le Président de la Commission Nationale de Mathématiques et celui avec quatre élèves de la classe d'expérimentation, un an après, complètent la panoplie d'outils qui nous ont permis de constituer le corpus qui a fait l'objet de notre analyse.
Les difficultés notées concernent l'objectivité de l'information recueillie à partir des questionnaires et des interviews du fait de la sincérité du sujet qui répond ou de sa compréhension de la question. Pour ce qui est de la vidéo, les enregistrements n'ont pas été faits par un professionnel ni par une caméra performante faute de moyens ; ce qui est à l'origine de pertes d'informations dans les enregistrements.
Pour pallier ces difficultés les données issues de ces trois outils ont été croisées pour plus d'objectivité dans l'analyse.

I.3.5. Le traitement des données

Pour traiter les données nous nous sommes inscrit dans le cadre de la TAD, notamment la praxéologie, qui décompose toute activité humaine en un type de tâches T, à laquelle on associe une technique τ qui permet d'accomplir les tâches t du type T, une technologie θ ou discours rationnel pour justifier ou éclairer la technique et d'une théorie Θ qui justifie, explique et produit la technologie (Voir I.2.2.).
Notre analyse a mis l'accent sur les tâches de l'élève dans l'expérimentation et sur la technique utilisée ou à utiliser.
Le traitement des données a aussi intégré la catégorisation de Jankvist, entre l'Histoire perçue comme un outil et l'Histoire perçue comme un objectif en soi, pour appréhender les possibles intentions des enseignants, mais aussi les trois arguments hypothétiques de Barbin, Jahnke *et al.* (la compréhension culturelle, le repositionnement et la réorientation) pour évaluer l'impact des possibles retombées de l'utilisation de l'Histoire, concernant l'apprentissage de l'apprenant et la classe de mathématiques.

I.4. Conclusion

La problématique et la revue du cadre théorique nous ont permis d'avoir une meilleure connaissance des mathématiques, des difficultés liées à son enseignement et des différentes pistes de solutions préconisées, particulièrement l'introduction d'une perspective historique. Ces précieuses informations, ainsi que la méthodologie de recherche adoptée, nous ont guidé dans les expérimentations que nous avons menées au Sénégal.

I.5. Bibliographie du Chapitre I

1. Adèle, K., (2004), *L'Histoire des mathématiques peut-elle aider à intéresser et à motiver les élèves*, Concours de recrutement : professeur agrégé, sous la direction de Daujeard C., IUFM de Bourgogne, année 2003 – 2004, 29 p.
2. Andler, M., "Les mathématiques : démonstration, description, expérience", 22 p. www.irem.univ-paris- diderot.fr /.../ les mathématiques_ démonstration_ description_ expérience/. Consulté le 14 octobre 2018.
3. Artigues, M., (1990-1991), "Ingénierie didactique en mathématiques", Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, fascicule 5, *Didactique des mathématiques*, exp. n° 2, pp. 1-22.
4. Aubry, D., Blimo, M., Dubois D., *et al.*, (1990 – 1992), *Faire des mathématiques à partir de leur Histoire*, Tome 1, IREM de Rennes, 176 p.
5. Barbin, E., (1987), "Dix ans d'histoire des mathématiques dans les IREM", *bulletin de l'APMEP*, n° 358, pp. 175-184.
6. Barbin, E., (1988), "La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques", publications de l'I.R.E.M. de Rennes, *Didactique des mathématiques*, fascicule 5, pp. 1-34.
7. Barbin, E., (1997), "Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment ?", *bulletin AMQ*, vol. XXXVII, n° 1, pp. 20-25.
8. Barbin, E., (2010), "Épistémologie et Histoire dans la formation mathématique", *Repères-IREM*, n° 80, juillet, pp. 74-86.
9. Barboza, E., "La formation continue des enseignants : phénomène naturel ?" APMEM – IREM d'Aquitaine. http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/Barbazo0609-2.pdf. Consulté le 8 septembre 2019.
10. Baruk, S., (1985), *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*, édition du Seuil, Collection Points Sciences, poche : 384 p.
11. Bebbouchi, R., (2012), "Histoire et Didactique des Mathématiques : une nécessité pour la formation d'un mathématicien ?" In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT2, pp. 292-300).
12. Bernadette, B. V., (2005), "Paul Langevin : L'histoire des sciences comme remède à tout dogmatisme", *Revue d'histoire des sciences*, t. 58, n° 2, pp. 311-328.
13. Bessot, A., (2003), "Une introduction à la théorie des situations didactiques", Laboratoire Leibniz, Grenoble, n° 91 octobre, 29 p.
14. Bkouche, R., (2000), "Sur la notion de perspective historique dans l'enseignement d'une science", *Repères-IREM*, n° 39, pp. 35-59.

15. Brousseau, G., (1983), “Les « effets » du « contrat didactique »”, 2e école de didactique des mathématiques (Olivet), 16 p.

16. Brousseau, G., (1989), “Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques”, in N. Bednarz et C. Garnier (Eds), *Construction des savoirs, obstacles et conflits*, Montréal : CIRADE les éditions Agence d’Arc, pp. 41-63.

17. Brousseau, G., (1990), “Le contrat didactique : le milieu”, *Recherches en Didactique des Mathematiques*, La Pensée Sauvage, 1990, 9 (9.3), pp.309 - 336.

18. Brousseau, G., (1998), “Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques”, créé le 28 / 08 / 2010, 9 p. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf. Consulté le 6 novembre 2019.

19. Brousseau, G., (1999), “Education et didactique des mathématiques”, *Educacion y didactica de las matematicas*, 1999, Mexique, 30 p.

20. Brousseau, G., (2002), “Les doubles jeux de l’enseignement des mathématiques”, *Didactique des mathématiques* (22-23), pp. 83-155.

21. Carozzi, L., (2016), *L’Histoire des mathématiques en classe. Est-ce que le rapport au savoir mathématique des élèves peut évoluer favorablement ? Expérience dans une classe de maturité professionnelle*, mémoire dirigé par A. Terzedis, HEP Lausanne, MAS en enseignement secondaire II, 36 p.

22. Charbonneau, L., (2000), “Place de l’Histoire des mathématiques dans l’enseignement des mathématiques”, In *Rapport du groupe de travail sur l’Histoire des mathématiques et l’enseignement dans le cadre de EM 2000*, Grenoble, 14 – 17 juillet 2000, 6p.

23. Charlot, B., (1996), “Histoire de la réforme des « maths modernes » : idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique”, *Bulletin de l’APMEP*, n° 352, p. 26.

24. Charte de Chambéry, (1968), *Étapes et perspectives d’une réforme de l’enseignement des mathématiques - 1969, 1971, 1973, 1976, 1980…*, publiée en 1968 sous forme de fascicule (16 cm x 24 cm ; *brochure APMEP* n° 1).

25. Chevallard, Y., (1998), “Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l’approche anthropologique”, cours à l’université d’été, IREM de Clermont –Ferrand, pp. 91-120.

26. Chevallard, Y., (2009), “La TAD face au professeur de Mathématiques”, Toulouse 29 avril 2009, 17 p.

27. Chevallard, Y., “Quel avenir pour les mathématiques au collège et au lycée ? Les mathématiques dans la cité” 31 p. Yves.chevallard.free.fr/…/Quel_avenir_pour_les_mathematiques_au_college_et_au_lycée.pdf Consulté le 14 octobre 2018.

28. Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., *et al.*, (2016), “History of Mathematics in Mathematics education. Recent developments”, (), in HPM Proceedings of the 2016

ICME Satellite Meeting, edited by Radford, L., Furinghetti, F., Hausberger, T., pp. 135-179.

29. De Vittori, T., (2011-2012), “Vidéo et histoire des mathématiques dans l’enseignement : la recherche au cœur de la formation”, *Actes CORFEM*, 18e et 19e colloque, Besançon, pp. 87-99.

30. Dia, E. M., (2017), “Intégration de l’Histoire des mathématiques dans l’enseignement : une expérience en cours au Sénégal”, *La lettre de GREMA*, IREM de Paris, 45 p.

31. Dias, T., (2008), *La dimension expérimentale des mathématiques : étude exploratoire dans des situations d’enseignement et de formation au sein de l’enseignement spécialisé.* Education. Université Claude Bernard Lyon 1, 349 p.

32. Douady, R., (1994), “Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir : une chronique en calcul mental”, un projet en algèbre à l'articulation collège-seconde par, IREM Paris-VII, *Repères-IREM*, n° 15, Topiques Éditions, 25 p.

33. Drouhard, J.-P., Lozi, R., (2013), “Démontrer en mathématiques : une pratique frappée d’obsolescence ?”, Colloque de l’association pour des recherches comparatistes en Didactique, Marseille, 9 p.

34. “Education, Audiovisuel et Culture” (EACEA P9 Eurydice), (2011), *L’enseignement des mathématiques en Europe : défis communs et politiques nationales*, 178 p. http://eacea.ec.europa.eu/education/euydice. Consulté le 7 janvier 2018.

35. Euclide, (1632), *Les quinze livres des éléments géométriques d’Euclide, traducts en François par D. Henrion, imprimez reueus et corrigez du vivant de l’autheur plus le livre des Donnez du mesme Euclide aussi traduict en François par Ledit Henrion et imprimez de son vivant*, Imprimerie d’Isaac Dedin, Paris, M.DC.XXXII, 703 p.

36. Fauvel, J., (1991), “Using History in Mathematics Education”, In *Special Issue on History in Mathematics Education*, Edited by John Fauvel, *For the Learning of Mathematics,* Vol.11, no 2, pp. 3-6.

37. Fauvel, J., Maanen J. V., (2000), *History in mathematics education: The ICMI study*, Kluwer Academic publishers, 437 p.

38. Fluckiger, C., (2008), “L’école à l’épreuve de la culture numérique des élèves”, *Revue française de pédagogie* [En ligne], 163 | avril-juin 2008, mis en ligne le 01 juin 2012.

39. Fredette, I., (2010), *L’Histoire des mathématiques : un outil pour l’humanisation des mathématiques*, mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en mathématiques, Université du Québec à Montréal, 136 p.

40. Fried, M. N., (2001), “Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist?”, *Science et Education*, 10, pp. 391-408.

41. Garfunket, S., Mumford, D., (2012), “Réparer l'enseignement des mathématiques. Le faut-il et comment ? ”, *Commentaire*, Vol. 138, n° 2, pp. 481-524.

42. Guillemette, D., (2011), “L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : sur la méthodologie de recherche”, *Petit x*, 86(1), pp. 5-26.

43. Guillemette, D., (2012), “Enseignement des mathématiques et Histoire des mathématiques : quels apports pour l’apprentissage des élèves ? ”, In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT4, pp. 622–631).

44. Guillemette, D., (2015), *L’Histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire : sur l’expérience du dépaysement épistémologique des étudiants*, thèse dirigée par Charbonneau L., Université du Québec à Montréal, 386 p.

45. Imhaussen, A., Dauben, J., Plofker, K., *et al.*, (2007), *Les mathématiques de l’Égypte, de la Mésopotamie, de la Chine, de l’Inde et de l’Islam,* manuel édité par Victor J. Katz, Oxford : Princeton University Press, 685 p.

46. Jahnke, H. N., Arcavi A., Barbin, E., *et al.* (2000), “The use of original sources in the mathematics classroom”, in Fauvel, J., Van Maanen, J. (Eds.) *History in mathematics education-The ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 291-328.

47. Jankvist, U. T., (2009), *Using History as a ‘Goal’ in mathematics Education,* Thèse de doctorat, Roskilde: Roskilde University.

48. Le groupe M:A.T.H., *Mnemosyne*, n^{o} 1 à 18, 1992 – 2003, IREM Université Paris VII.

49. Lozi, R., (2012), “L’initiation à la recherche en mathématiques des futurs professeurs d’école : comment franchir le saut conceptuel entre les mathématiques de l’école primaire et la recherche internationale en mathématiques ?”, Actes du Colloque «L’initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l’université », Nice, R. Lozi & N. Biagioli, eds., pp. 167-180

50. Martin, C., (2004), *La place du jeu dans l’enseignement des mathématiques*, Mémoire IUFM Bourgogne, p. 7.

51. Moyon, M., (2012), “Penser les mathématiques à travers leur épistémologie et leur histoire : un enjeu de/dans la formation des maîtres”, In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT4, pp. 641 – 652).

52. Palmero, P., (2013), *Les méthodes ludiques d’apprentissage des mathématiques*, mémoire, université Nice Sophia Antipolis, 137 p.

53. Perrin, D., “Les courbes de Bézier”, 20 p. http://www.math.u-psudfr/~perrin/CAPES/géométrie/BezurDP.pdf. Consulté le 19 mai 2018.

54. Riché, P., (1979), *Écoles et enseignement dans le haut Moyen Âge*, Aubier : Paris, 462 p.

55. Roy, M.-F., (2001), “Les maths et moi, les maths pourquoi ?”, *ATALA*, n° 4, *la culture scientifique*, pp. 51-72.

56. Roy, P., (2006), *Intégration de l’histoire des mathématiques dans l’enseignement*, mémoire de maîtrise, université de Québec à Montréal, Novembre 2006, 155 p.

57. Sagaut, P., (2008-2009), *Introduction à la pensée scientifique moderne*, 267 p. www.lmm.jussieu.fr/ ~sagaut/epistemologie-v14.pdf, consulté le 15 octobre 2018.

58. Sagna, O., (2012), *Les programmes de mathématiques des séries scientifiques, en Analyse, de la réforme des années 70 à la contre-réforme des années 80 en France*, Mémoire Master, Université de Nantes, 133 p.

59. Sanchez-Palencia, E., (2015), *La valeur éducative de l'histoire des sciences – Paul Langevin* – présenté par Evariste Sanchez-Palencia, Méthode scientifique / Pratique scientifique et épistémologie – Académie des sciences, 8 p.

60. Siu, M.-K., (2000), "The ABCD of using history of mathematics in the (undergraduate) classroom.", in Katz V. (Ed.) *Using history to teach mathematics – an international perspective, MAA notes*. Washington, DC: The Mathematical Association of America, Vol. 51, pp. 3-9.

61. Siu M.-K. (2004) "No, I don't use history of mathematics in my class. Why?" In Furinghetti F., Kaijser S., Tzanakis C. (Eds.) *Proceedings HPM2004 and ESU4 (revised edition)*, Uppsala: Uppsala Universitet, pp. 268-277.

62. Thienard, J. C., (2007), "Redonner du sens aux mathématiques enseignées", *Repères-IREM*, n° 66, janvier, pp. 61-72.

63. Tournes, D., (1993), "Place de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants du secondaire", IUFM de la Réunion, pp. 145-158.

64. Tzanakis, C., (2000), "Presenting the relation between mathematics and physics on the basis of their history: A genetic approach", in Katz V. (Ed.) *Using history to teach mathematics—an international perspective, MAA notes*. Washington DC: The Mathematical Association of America. Vol. 51, pp. 111-120.

65. Tzanakis, C., Thomaidis, Y., (2010), "Classifying the arguments and methods to integrate history in mathematics education: an example", in HPM *Proceedings of the ESU6*, edited by Barbin,E., Kronfellner, M., Tzanakis, C., pp. 127-136.

66. UNESCO, (2011), *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*, Paris, 116 p.

67. Vassiliou, A., *Préface rapport Eurodyce*, 2011, Agence executive "Education, Audiovisuel et Culture" (EACEA P9 Eurodyce), 178 p.

68. Villani, C., Torossian, C., (2018), *21 mesures pour l'enseignement des Mathématiques*, 94 p.

69. Wade A., (2008), "Discours de fin d'année du Président de la République", 31 décembre 2008, In *Journal le Soleil* du 02 janvier 2009.

Chapitre II

L’état de l’enseignement des mathématiques au Sénégal

Il nous semble important, après la présentation de la problématique, du cadre théorique et de la méthodologie de recherche, de nous intéresser au contexte général dans lequel les expérimentations se sont déroulées. Il s’agit du contexte d’un pays africain sous développé, avec une population majoritairement jeune, qui fait de son éducation une priorité pour figurer parmi les nations émergentes. Ce pays s’appelle le Sénégal. Nous allons le découvrir à travers une présentation générale, mais aussi une description de son système éducatif qui met l’accent sur les sous-secteurs concernés par la recherche, l’Enseignement moyen et secondaire, mais aussi sur l’enseignement des mathématiques qui est au cœur de la problématique de recherche.

II.1. Présentation du Sénégal[30]

Le Sénégal est un pays d’Afrique de l’Ouest situé entre les 12°8 et 16°41 de latitude nord et les 11°30 et 17°32 de longitude ouest. Il couvre une superficie de 196 722 km^2, limitée au nord par la Mauritanie, à l’est par le Mali, au sud par la Guinée Bissau et la Guinée Conakry et à l’ouest par l’Océan Atlantique sur une façade de 700 km. Le Sénégal renferme une enclave de 10 300 km^2, la république de Gambie (voir Figure 2.1.).

II.1.1. Le cadre administratif et politique

Le Sénégal est une ancienne colonie française qui a pris son indépendance le 4 avril 1960. Sa capitale est Dakar, Le français est la langue officielle du pays et sa monnaie est le franc CFA. La République du Sénégal est dirigée par un Président qui est le chef du pouvoir exécutif.

Le dernier découpage du territoire sénégalais survenu en 2008 a créé quatorze régions administratives que sont : Dakar, Diourbel, Fatick, Kaffrine, Kaolack, Kédougou, Kolda, Louga, Matam, Saint-Louis, Sédhiou, Tambacounda, Thiès et Ziguinchor (voir Figure 2.1.). Toutes les régions sont constituées d’au moins trois départements dont le nombre total est quarante-cinq.

Le secteur de l’éducation et de la formation, suit à peu près la même configuration avec une Inspection d’Académie (IA) par région sauf à Dakar, et au moins une Inspection de l’Éducation et de la Formation (IEF) par département. La région de Dakar compte trois

[30] Les informations contenues dans cette partie sont tirées du PAQUET-EF 2018 – 2030 ((Programme d’Amélioration de la Qualité de l’Équité et de la Transparence – Éducation/Formation), novembre 2018 (http://www.gouv.sn/IMG/pdf/PAQUETEF.pdf. Consulté le 7 juin 2019) et du rapport PASEC 2014 (https://www.pasec.confemen.org/wp-content/uploads/2017/02/PASEC2014-Rapport-S%C3%A9n%C3%A9gal.pdf. Consulté le 10 août 2019).

Inspections d'Académie du fait de la concentration des structures scolaires. Ce qui fait un total de seize Inspections d'Académie et cinquante-neuf IEF.

Figure 2.1. Source : http://servicepublic.gouv.sn/index.php/demarche_administrative/collectivite_locales/1. Consulté le 10 août 2019.

II.1.2. Le contexte démographique

Le dernier recensement conduit en 2013 par l'Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie (ANSD) a établi la population totale du Sénégal à 13 508 715 habitants avec une densité de 65 habitants / km^2 (source RGPHAE 2013[31]).

La population est fortement rurale (55 %) et essentiellement jeune avec plus de la moitié qui est âgée de moins de 20 ans. Actuellement, la population scolarisable augmente à un rythme annuel moyen de 2,89 %. Ce qui engendre une très forte pression sur l'offre d'éducation et de formation et nécessite un effort accru et continu de construction de nouvelles salles de classes, de recrutement de nouveaux enseignants, et d'investissements pour l'amélioration des conditions d'enseignement et d'apprentissage.

A côté de la langue française, « langue officielle » du pays, six langues principales qui sont le Diola, le Mandingue, le Pulaar, le Sérère, le Soninké et le Wolof ainsi que l'Arabe ont été homologuées et codifiées (ibid, p. 82).

[31] http://www.ansd.sn/ressources/rapports/Rapport-definitif-RGPHAE2013.pdf, p. 62. Consulté le 10 août 2019.

Le taux d'analphabétisme demeure encore élevé chez les individus âgés de 15 ans ou plus.

II.1.3. La situation économique et financière

Avec un indice de développement humain (IDH) de 0,47 (d'après PNUD[32]) le classant 154e sur 182, le Sénégal reste un pays peu avancé. Son produit intérieur brut (PIB) s'élève à 14,79 milliards de dollars américains selon la Banque mondiale, soit 1 046,59 dollars américains par habitant (Rapport PASEC 2014, op. cit. p. 4).

Cependant l'économie sénégalaise se maintient sur une dynamique de croissance favorisée par le raffermissement des investissements publics dans l'énergie, l'agriculture et les infrastructures. Ainsi, le taux de croissance du PIB réel atteint 7,1 % en 2017 contre 6,5 % en 2015 (PAQUET, op. cit. p. 8). Cette performance est portée principalement par le bon comportement des industries extractives, des activités de raffinage et des industries chimiques et, dans une moindre mesure, par le dynamisme des cimenteries, des Bâtiments et Travaux publics (BTP), de l'énergie, du transport, des télécommunications ainsi que des services financiers.

S'agissant des finances publiques, la politique de rationalisation des dépenses de fonctionnement se poursuit afin d'accorder davantage de place aux investissements dans le budget.

Cette dynamique de croissance doit s'ajuster à un contexte social marqué par la prévalence de la pauvreté : en 2011, 47 % de la population était considérée comme pauvre selon les estimations en 2010 de l'Agence Nationale de Statistiques et de Démographie (ANSD). Ce pourcentage a légèrement diminué pour atteindre 40 % en 2015. Le milieu rural est particulièrement défavorisé, 2 personnes sur 3 vivant dans la pauvreté (PAQUET, ibid, p. 9).

En outre l'économie sénégalaise se caractérise par une coexistence d'un secteur moderne peu développé et un secteur rural plutôt en stagnation. Les interactions entre ces deux secteurs s'opèrent dans les zones urbaines et se traduisent par le développement d'un important secteur informel qui est le premier employeur du pays.

L'emploi informel[33] qui représente plus de 60 % des emplois non agricoles et occupe 95 % de la population active, s'accentue avec l'urbanisation. Il contribue à hauteur de 55 % au PIB.

L'agriculture occupe plus de la moitié de la population active et contribue pour moins de 10 % à la formation du PIB. Outre l'agriculture, les principales recettes proviennent de la pêche, du tourisme, des BTP, des TIC et des télé-services. C'est d'ailleurs autour de la transformation structurelle de ces bases de l'économie que le Sénégal a bâti en 2014 sa stratégie devant conduire le pays à l'émergence à l'horizon 2030. Il s'agit du Plan Sénégal Emergent (PSE) qui s'articule autour de trois axes prioritaires : la croissance inclusive, le développement humain et la bonne gouvernance. Le succès d'un tel programme passe par la promotion d'une éducation et formation de qualité susceptible de former la masse critique de

[32] Programme des Nations Unies pour le Développement https://www.undp.org/content/undp/fr/home.html Consulté le 30 août 2 019.

[33] Beaucoup d'analphabètes et un grand nombre de jeunes qui, à la sortie du Lycée ou de l'université, ne trouvaient pas d'emploi dans le secteur formel (administration, entreprises reconnues), ont investi le secteur informel (commerce, artisanat) et contribuent à son développement. Ils ont une gestion traditionnelle des affaires, leurs structures n'ont pas d'existence juridique et ils échappent en général à la fiscalité et aux contrôles de l'État.

compétences capables d'anticiper et de mettre en œuvre les mutations porteuses de cette transformation structurelle de l'économie.

Ce qui explique la hausse des dépenses publiques d'éducation qui ont connu une forte évolution entre 2013 et 2015 ; passant de 491 milliards 342 millions de Francs CFA en 2013, à 553 milliards 914 millions de Francs CFA en 2015, soit un taux d'accroissement moyen annuel de 4,1 %.

Comparativement à d'autres pays, le système éducatif sénégalais est privilégié puisqu'il a reçu en moyenne pour la décennie environ 7,0 % du PIB. En se référant au budget de fonctionnement de l'État hors dette publique et hors charges communes, la part de l'éducation a atteint plus de 41 %.

II.2. Le système éducatif sénégalais[34]

Le système éducatif sénégalais est organisé en six sous-secteurs :

- le Développement Intégré de la Petite Enfance (DIPE) qui prend en charge l'éducation préscolaire de la petite enfance dès les premiers âges (3 à 5 ans).
- Le Cycle fondamental composé de l'Enseignement élémentaire (qui s'occupe des enfants de 6 à 11 ans) et de l'Enseignement moyen (qui forme les enfants de 12 à 15 ans).
- L'Éducation de Base des Jeunes et Adultes analphabètes (EBJA) qui ambitionne de doter les citoyens n'ayant jamais été à l'école ou l'ayant quitté très tôt, de connaissances fondamentales et de compétences de vie courante dans une perspective d'insertion socio-économique, de citoyenneté et d'éducation tout au long de la vie. Cette option rompt ainsi avec les programmes d'alphabétisation qui ont mis l'accent sur l'apprentissage de la lecture et du calcul.
- L'Enseignement secondaire général qui constitue le lieu où on prépare les enfants de 16 à 18 ans à de futures spécialisations.
- La Formation professionnelle et technique (FPT) qui prépare les élèves issus du cycle fondamental à l'entrée dans la vie active en leur faisant acquérir les connaissances, aptitudes et compétences théoriques et pratiques nécessaires à la maîtrise et à l'exercice d'un métier déterminé.
- L'Enseignement supérieur qui vise à former des personnels de haut niveau, scientifiquement et techniquement qualifiés.

Le développement intégré de la petite enfance, le cycle fondamental et l'Éducation de base des jeunes et adultes analphabètes constituent le secteur de l'Éducation de base. L'Éducation de base et l'Enseignement secondaire sont gérés par un seul ministère, dénommé ministère de l'Éducation nationale. La Formation professionnelle et l'Enseignement supérieur sont chacun administrés par des ministères différents. L'écrasante majorité des infrastructures scolaires, des apprenants et des enseignants est sous la tutelle du ministère de l'Éducation nationale.

L'évaluation de la première phase (2012 – 2015) du Programme d'Amélioration de la Qualité, de l'Equité et de la Transparence (PAQUET), qui constitue le cadre d'opérationnalisation de

[34] Cette partie s'appuie sur le PAQUET (Novembre 2018), la LPGEF (Novembre 2018) et la loi d'orientation de l'éducation du 16 février 1991. Consulté le 7 juin 2019.

la politique éducative, a révélé des progrès remarquables accomplis par le système mais aussi des tendances baissières et des insuffisances préoccupantes.

II.2.1. Les progrès réalisés[35]

L'État du Sénégal a réalisé d'importants progrès dans le domaine de l'éducation et de la formation en termes :

- **d'accès** : avec l'expansion des Collèges et Lycées de proximité, l'implantation de nouveaux pôles universitaires et la création des filières de formation professionnelle courte matérialisée par la mise en place du réseau des Instituts Supérieurs d'Enseignement Professionnel (ISEP). Dans l'Enseignement élémentaire 7 814 salles de classe ont été construites, 1 661 dans l'Enseignement moyen et 21 Lycées dans l'Enseignement secondaire général.
  Dans le cadre de l'amélioration de l'enseignement des sciences et des mathématiques, le nombre de blocs scientifiques construits et équipés est passé de 8 en 2012 à 12 en 2015. Dans la FPT, on peut noter entre 2014 et 2015, la construction de 5 centres de formation professionnelle, et d'un lycée professionnel. Dans l'Enseignement supérieur, de nombreuses réalisations ont été faites, notamment la création de l'Université Virtuelle du Sénégal (UVS) avec 20 Espaces Numériques Ouverts (ENO) sur 50 en cours de construction dans les différents départements, et la construction de 5 ISEP répondants aux besoins de formation professionnelle à cycle court. Les Universités Amadou Makhtar Mbow de Diamniadio (UAM) et El Hadji Ibrahima Niasse du Sine Saloum (USSEIN) sont en cours de construction. La promotion des filières techniques et scientifiques est matérialisée par la création des ISEP et du Centre d'Excellence Africain en Mathématiques, en Informatique et TIC (CEA-MITIC) à l'Université Gaston Berger (UGB) de Saint-Louis.
- **D'équité selon le sexe** : l'indice de parité, défini par le rapport du Taux Brut de Scolarisation (TBS) des filles sur celui des garçons, est en faveur des filles en 2015 avec 1,16 dans le préscolaire, 1,13 dans l'élémentaire, 1,11 dans le moyen et la FPT ; cependant il reste encore défavorable aux filles des niveaux secondaire et supérieur bien qu'il continue de progresser.
- **De bonne gouvernance** : avec la signature des contrats de performances, l'implication des différents acteurs dans la gestion et le renforcement des dispositifs de transparence et de redevabilité comme la gestion axée sur les résultats.
- **De qualité** : avec au DIPE une baisse du taux de la déperdition de 18 % à 10 % et une hausse du Taux Brut de Préscolarisation (TBPS) qui est passé de 15,2 % à 16,8 % entre 2013 et 2015. Dans le cycle moyen on note une tendance à la hausse du taux d'achèvement qui passe de 34,7 % en 2012 à 39,5 % en 2015. Dans l'enseignement secondaire général, le taux brut de scolarisation (TBS) de 34,06 % en 2015 est nettement supérieur à la valeur cible 27,1 %. L'EBJA enregistre un taux d'abandon qui baisse de 1,5 % chaque année dans les Centres d'Alphabétisation Fonctionnelles (CAF) et dans les Écoles Communautaires de Base (ECB) entre 2013 et 2015. Concernant la FPT, entre

[35] Les résultats de cette partie sont tirés du PAQUET, pp. 9-10. Consulté le 7 juin 2019.

2012 et 2015, le pourcentage de redoublants dans les effectifs d'apprenants a baissé de 3 points ; les taux de promotion restent très élevés (94 à 95 %) et les résultats issus des évaluations basées sur l'Approche Par Compétences (APC) ont connu une évolution positive (98 %). Dans l'Enseignement supérieur, le pourcentage de nouveaux bacheliers orientés est passé de 98 % en 2013 à 100 % en 2015, le taux de promotion en première année de licence est aussi en hausse de 57,5 % en 2014 à 60 % en 2015.

Malgré ces acquis, le système éducatif souffre d'insuffisances qui affectent grandement son efficience.

II.2.2. Limites et contraintes au développement du système éducatif

Le système éducatif sénégalais connait des faiblesses liées :

- **à l'insuffisance et au non-ciblage de l'offre d'éducation et de formation** avec le nombre d'enfants en âge scolaire mais en dehors du système estimé à 1 498 286, soit environ 37,4 % des enfants d'âge scolaire (6 - 16 ans). Ce taux est plus élevé chez les enfants vivant avec un handicap. On retrouve également parmi les enfants hors école une proportion importante d'enfants « nomades » avec le phénomène de l'exode rural et du nomadisme.

  Le système d'éducation et de formation reste ainsi dominé par une logique d'offre selon un modèle unique en déphasage avec une demande diversifiée.

  Cette problématique d'équité se pose ainsi à tous les niveaux du système et soulève la question de la réorientation et de l'allocation des ressources publiques en fonction de la cartographie des vulnérabilités afin d'éviter qu'elles servent le renforcement des inégalités.
- **À la qualité de l'enseignement** dispensé avec des contre-performances enregistrées en matière d'efficacité interne, de réussite aux apprentissages et aux examens de fin de cycle.

  Dans l'Enseignement élémentaire, le taux de promotion de 87,4 % en 2012, est passé à 86,3 % en 2015 et le taux de redoublement est passé de 2,8 % en 2012 à 3,90 % en 2015. Pour le taux d'achèvement, la valeur réalisée en 2015 (59,3 %) est bien en deçà de la valeur cible (73,20 %). Pour le CFEE, la tendance générale est à la baisse par rapport à l'année de référence.

  Dans l'Enseignement moyen, le taux de promotion de 74,50 % en 2012 passe à 65,90 % en 2015 tandis que le taux d'abandon (11,50 %) augmente de 2,4 points par rapport à l'année de référence (9,10 %). Pour le BFEM, le taux de réussite a connu une baisse entre 2012 et 2015 en passant de 53,2 % à 43,2 %, et se situe ainsi loin de la valeur cible qui était de 65,1 % en 2015.

  Dans l'Enseignement secondaire général, le taux de redoublement a augmenté en passant entre 2012 et 2015 de 19,50 % à 23,60 %. Pour ce qui est du taux de réussite au baccalauréat il varie entre 38,10 % en 2012 et 31,80 % en 2015 avec une évolution en dents de scie.

  Au niveau de la FPT, les taux de réussite aux différents examens (CAP – BEP – BT – BTS – Bac techniques) qui étaient de 53 % en 2012, ont fléchi à 50,26 % en 2015.

  Ces mauvaises performances sont liées à l'insuffisance du temps réel d'apprentissage et à la discontinuité de l'apprentissage liées aux nombreuses perturbations scolaires et universitaires dues aux grèves d'enseignants ou d'élèves, aux nombreuses fêtes, au démarrage tardif des cours après l'ouverture officielle des classes, à la fermeture prématurée des classes. La difficulté de commencer l'apprentissage dans une langue que les élèves ne parlent pas, le manque d'efficacité du dispositif de formation initiale et continuée des enseignants, le déficit d'enseignants et de didactiques de réussite dans les disciplines scientifiques, la faiblesse de l'encadrement pédagogique et administratif à tous les niveaux liée au nombre réduit d'inspecteurs (de l'Éducation, de spécialité et de vie scolaire) et à l'insuffisance des moyens logistiques sont d'autres facteurs qui expliquent ces contre-performances. Il en est de même de l'inadéquation du système d'évaluation des apprentissages et de l'absence de dispositifs de prise en charge des apprenants en difficulté.

En outre, l'absence ou l'insuffisance de liens entre les apprentissages scolaires et les problèmes de la vie soulève des interrogations sur le sens des contenus et affaiblit en conséquence la motivation à apprendre.

- **Au pilotage pédagogique et à la gestion administrative** handicapés par le dispositif de contrôle et d'encadrement pédagogique inefficace, l'insuffisance de la formation des personnels administratifs (Chefs d'établissement, Directeurs d'école) et techniques (intendants, comptables, gestionnaires de bibliothèques scolaires, etc.), la faible implication des collectivités locales et des communautés de base dans la vie des établissements, l'inefficacité du mécanisme de financement des établissements d'éducation et de formation, etc.

II.2.3. Nouvelles orientations

Les nouvelles orientations du système éducatif sénégalais sont inspirées des référentiels de la politique de l'Éducation et de la formation parmi lesquelles :

- La stratégie continentale de l'Éducation 2016 - 2025 qui propose de réorienter les systèmes africains d'éducation et de formation vers onze objectifs de réalisation de la vision du futur de l'Afrique, notamment la revitalisation de la profession d'enseignant, le renforcement des programmes de sciences et de mathématiques, l'élargissement des possibilités de la FPT, la promotion de l'éducation pour la paix, etc.
- Le Plan Sénégal Emergent (PSE) qui exige du Système d'Éducation et de Formation (SEF) la formation du capital humain et de la nouvelle citoyenneté, capables de promouvoir le nouveau cadre de développement accéléré et durable pour une « économie compétitive soutenue par une croissance forte aux fruits mieux répartis sur l'ensemble du territoire ».
- Les onze décisions présidentielles issues de la Concertation Nationale sur l'Avenir de l'Enseignement Supérieur (CNAES) dont les deux premières sont la réorientation du système d'Enseignement supérieur vers les Sciences, la Technologie, les Sciences de l'ingénieur et les Mathématiques (STEM) mais aussi vers les formations professionnelles courtes et les TIC pour améliorer l'accès à l'enseignement supérieur et l'efficacité du système.
- Les onze décisions présidentielles issues des Assises de l'Éducation et de la Formation (AEF) qui posent les orientations, stratégies et mesures fondatrices d'une École pour

Tous, une École de Qualité et une École viable, fiable et pacifiée. Parmi ces décisions on peut retenir la réorientation du système éducatif vers les sciences, les mathématiques, le numérique, les technologies et l'entreprenariat.

Ces finalités ont été traduites en trois objectifs stratégiques que sont :

- l'amélioration de la qualité de l'Éducation et de la Formation dans toutes ses dimensions ;
- le renforcement à tous les niveaux de la couverture, de la diversification et de l'équité de l'offre d'éducation et de formation ;
- la promotion d'une gouvernance sectorielle intégrée, inclusive, partenariale, décentralisée, transparente et efficace.

La mise en œuvre de ces trois objectifs va se faire à travers quinze programmes sous-sectoriels distribués en trois centres de responsabilité que sont le Ministère de l'Éducation nationale (MEN) avec sept programmes (l'Éducation préscolaire, l'Enseignement élémentaire, l'Enseignement moyen général, l'Enseignement secondaire général, l'EBJA, la Modernisation des Daaras[36], le Pilotage, gestion et coordination), le Ministère de l'Emploi et de la Formation Professionnelle (MEFP) avec quatre programmes et le Ministère de l'Enseignement Supérieur de la Recherche et de l'Innovation (MESRI) avec quatre programmes.

Ces différents programmes vont permettre entre autres :

- le développement de politiques hardies et novatrices pour la promotion et la rénovation de l'apprentissage des mathématiques, des sciences et de la technologie. La réforme des curricula et de la pédagogie ainsi que la création d'un environnement incitatif et motivant vont contribuer à renforcer la place de ces disciplines et leur attractivité, à clarifier leurs liens avec les problématiques de la vie courante et leur compréhension conceptuelle.
- L'intégration pédagogique des TICE pour offrir une masse de ressources didactiques au moyen de mallettes/ordinateurs et de tablettes, réduire le retard de scolarisation dans les régions les plus défavorisées et favoriser l'accès à des supports variés d'apprentissage.

Cet enseignement rénové des mathématiques et des sciences s'appuyant sur les TICE et le numérique doit être déployé dans les différents ordres d'enseignement présentés dans la rubrique suivante.

II.2.4. Les différents ordres d'enseignement du système éducatif sénégalais

L'objet de la recherche étant l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques, les sous-secteurs de l'Éducation de Base des Jeunes Adultes Analphabètes (EBJA) et de la Formation professionnelle et Technique (FPT) n'ont pas été pris en compte dans cette thèse, car ils ne sont pratiquement pas concernés par le désamour pour l'enseignement des mathématiques. En effet les difficultés commencent dans l'Enseignement préscolaire et l'Enseignement élémentaire et s'accentuent dans l'Enseignement moyen. Elles se traduisent par une désaffection des filères scientifiques dans l'Enseignement secondaire

[36] Mot d'origine arabe un Daara désigne une école coranique. L'État du Sénégal a décidé dans les années 2000 d'enrôler les élèves fréquentant les écoles coraniques traditionnelles en mettant en place des écoles franco-arabes publiques et des daaras modernes.

général et à l'Université. Le tableau 2.1[37] proposé ci-dessous donne une meilleure compréhension de la structuration des ordres d'enseignement au Sénégal.

Ordre d'enseignement	Nombre d'années d'étude	Age des apprenants	Composante	Diplôme
Enseignement préscolaire (maternelle)	3	3 à 5 ans	Petite section	Aucun
			Moyenne section	
			Grande section	
Enseignement élémentaire (primaire)	6	6 à 11 ans	Cours d'initiation (CI)	Certificat de fin d'études élémentaires (CFEE)
			Cours préparatoire (CP)	
			Cours élémentaire 1ere année (CE1)	
			Cours élémentaire 2eme année (CE2)	
			Cours moyen 1ére année (CM1)	
			Cours moyen 2éme année (CM2)	
Enseignement moyen (collège)	4	12 à 15 ans	Sixième	Brevet de Fin d'Etudes Moyennes (BFEM)
			Cinquième	
			Quatrième	
			Troisième	
Enseignement secondaire (Lycée)	3	16 à 18 ans	Seconde	Baccalauréat
			Première	
			Terminale	
Enseignement supérieur (Université)	8	19 à 26 ans	Licence 1	Licence
			Licence 2	
			Licence 3	
			Master 1	Master
			Master 2	
			Doctorat 1	Doctorat
			Doctorat 2	
			Doctorat 3	

Tableau 2.1. Structuration des ordres d'enseignement au Sénégal.

Remarques :

- En Seconde les élèves sont orientés en série L (Littéraire) ou en série S (Scientifique).
- Les élèves de seconde L qui passent en classe supérieure sont orientés en Première L1a (langues et civilisations anciennes : Grec, Latin ou Arabe classique) ou en Première L1b (langues et civilisations anciennes : Latin ou Arabe classique) ou en Première L'1 (Langues et civilisations modernes) ou en Première L2 (Sciences sociales et humaines) ; ils continuent chacun dans leur série jusqu'en Terminale.
- Les élèves de seconde S qui passent en classe supérieure sont orientés en Première S2 (Sciences expérimentales, ancienne série D) ou en Première S1 (Sciences exactes, ancienne série C) ; ils continuent chacun dans leur série jusqu'en Terminale.

La colonne âge des apprenants concerne la tranche d'âge officielle. Cependant beaucoup d'élèves sont en dehors de ces tranches : il s'agit en général des élèves des zones rurales qui

[37] Une partie des informations du tableau est contenue dans le Rapport de performance du secteur de l'Éducation (RAP), 2017, p. 17 (non encore disponible sur le net).

ne suivent pas le cycle préscolaire et qui entrent directement au cycle élémentaire à l'âge de 7 ans ou qui ne connaissent pas leur âge exact car dépourvus d'acte de naissance. En outre avec le taux de redoublement élevé dans l'Enseignement moyen et dans l'Enseignement secondaire, il est fréquent de retrouver des élèves âgés de 17 ans dans l'Enseignement moyen et de 20 ans dans l'Enseignement secondaire.
Nous allons à présent nous intéresser à ces deux cycles : l'Enseignement moyen et secondaire général que nous avons mis à contribution pour expérimenter l'introduction de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques.

II.3. L'Enseignement moyen et secondaire général[38]

II.3.1. Présentation

L'Enseignement moyen et secondaire général a pour objet selon les articles 12 et 14 de la loi d'orientation de l'éducation du 16 février 1991 :

- de parfaire le développement chez l'élève des capacités d'observation, d'expérimentation, de recherche, d'action pratique, de réflexion, d'explication, d'analyse, de synthèse, de jugement, d'invention et de création ;
- de renforcer la maîtrise de la pensée logique et mathématique de l'élève, d'enrichir ses instruments d'expression et d'étendre ses capacités de communication ;
- de donner aux élèves une formation solide dans les disciplines fondamentales de la science et de la culture ;
- de faire acquérir aux élèves une maîtrise suffisante des méthodes de la recherche scientifique, etc.

Le ministère de l'Éducation à travers la Direction de l'Enseignement Moyen et Secondaire Général (DEMSG) est chargé du pilotage pour l'atteinte de ces finalités. Le pilotage repose sur les programmes de l'Enseignement moyen général et de l'Enseignement secondaire général chacun décliné en trois objectifs que sont :

- l'amélioration des résultats des apprentissages d'ici 2030 de façon qu'au moins 80 % des élèves en fin d'Enseignement moyen maîtrisent, sur un pied d'égalité entre filles et garçons, le socle commun de compétences fixé par l'Éducation de Base de 10 ans (EDB10) avec un accent particulier sur les compétences en mathématiques, sciences et technologie et qu'au moins 30 % des sortants soient orientés vers la FPT ;
- l'amélioration de la qualité de l'Enseignement secondaire général d'ici à 2030 de façon qu'au moins 80 % des élèves, sur un pied d'égalité entre filles et garçons, achèvent le cycle et réussissent aux évaluations finales avec au moins 40 % de scientifiques parmi les diplômés ;

[38] L'essentiel des informations de cette partie est tiré du Rapport national sur la Situation de l'Éducation (RNSE) – 2015 (https://www.education.sn/sites/default/files/2019-07/RNSE%202015.pdf. Consulté le 11 août 2019) et de la LPGEF. (http://www.education.gouv.sn/sites/default/files/politique%20en%20vigeur/Lettre%20de%20Politique%20Ge%CC%81ne%CC%81rale%20pour%20le%20Secteur%20de%20l%E2%80%99E%CC%81ducation%20et%20de%20la%20Formation-LPGS%20EF.pdf. Consulté le 11 août 2019.)

- l’élargissement de l’accès à l’Enseignement secondaire général de façon à pouvoir accueillir 70 % des élèves du cycle fondamental et que les filières scientifiques attirent au moins 45 % des effectifs.

  Le pilotage de l’Enseignement moyen et secondaire général s’appuie sur les structures déconcentrées que constituent les 16 Inspections d’Académie (IA) et 59 Inspections de l’Éducation et de la Formation (IEF) selon l’organigramme suivant (Figure 2.2) :

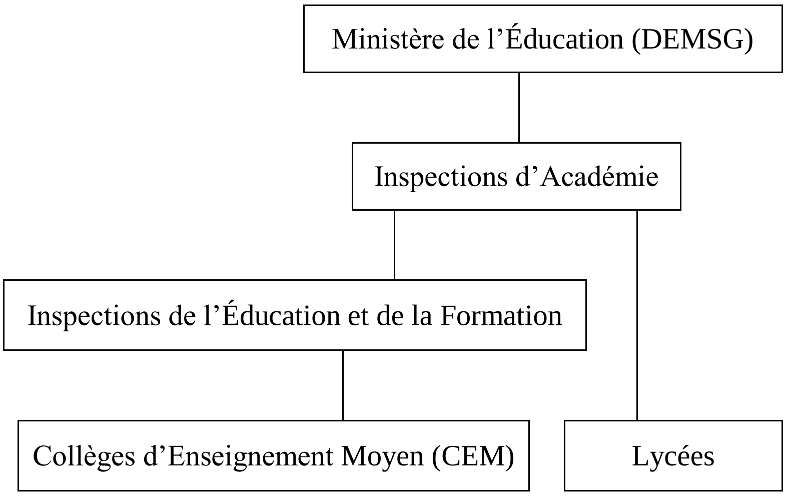


Figure 2.2. Une partie de l’organigramme du ministère de l’Éducation Nationale.

II.3.2. Évolution du réseau d’établissements d’Enseignement moyen

Le réseau d’établissements d’Enseignement moyen s’est progressivement densifié entre 2010 (1 168 établissements) et 2015 (1 860 établissements) avec une augmentation globale de 692 établissements, soit un taux d’accroissement moyen annuel de 9,75 % (Voir Tableau 2.2.).

Zone	Rurale			Urbaine			Ensemble		
Statut	**Privé**	**Public**	**Total**	**Privé**	**Public**	**Total**	**Privé**	**Public**	**Total**
Année 2010	26	444	470	393	305	698	419	749	1168
Année 2011	76	495	571	385	417	802	461	912	1373
Année 2012	37	655	692	443	407	850	480	1062	1542
Année 2013	50	712	762	508	390	898	558	1102	1660
Année 2014	63	743	806	555	414	969	618	1157	1775
Année 2015	122	744	866	559	435	994	681	1179	1860
Ecart 2015- 2010	**96**	**300**	**396**	**166**	**130**	**296**	**262**	**430**	**692**

Tableau 2.2. Evolution des établissements de l’Enseignement moyen.

Cette évolution est plus soutenue dans le Public avec la création de 430 établissements entre 2010 et 2015 que dans le Privé qui en est à 262. Elle résulte du Programme Décennal de l’Éducation et de la Formation (PDEF) qui a mis l’accent sur l’accès à l’éducation à travers la construction d’un grand nombre de collèges de proximité.

II.3.3. Évolution des effectifs dans l’Enseignement moyen

L’effectif de l’Enseignement moyen est passé de 186 138 à 531 805 élèves entre 2000 et 2010, représentant un Taux d’Accroissement Moyen Annuel (TAMA) de 11,1 %. Il a atteint 779 301 élèves en 2015, soit un TAMA de 7,94 % en cinq ans (Tableau 2.3.).

Sexe	2000	2010	2011	2012	2013	2014	2015	TAMA	
								2000-2010	2010-2015
Garçons	112230	280966	318930	341639	355373	371064	379141	9,60%	6,18%
Filles	73908	250839	298981	331922	356337	383900	400160	13,00%	9,79%
Total	186138	531805	617911	673561	711710	754964	779301	11,10%	7,94%
% filles	**39,70%**	**47,20%**	**48,40%**	**49,30%**	**50,10%**	**50,85%**	**51,35%**	**1,70%**	**1,70%**

Tableau 2.3. Évolution des effectifs de l’Enseignement moyen de 2010 à 2015.

Cette importante augmentation des effectifs procède du flux croissant des élèves terminant avec succès l’Enseignement élémentaire et de l’extension du réseau d’établissements à travers les structures privées et les créations de Collèges de proximité. Il est à noter l’évolution de l’effectif des élèves qui reste en défaveur des filles de 2000 à 2 012 mais tout de même en passant de 39,70 % à 49,30 % avant qu’il ne soit en leur faveur en passant de 50,10 % en 2013 à 51,35 % en 2015. Ce résultat s’explique par les nombreuses actions de sensibilisation et d’appui menées pour le maintien des filles à l’école.

II.3.4. Taille des classes pédagogiques dans l’Enseignement moyen

Pour améliorer l’encadrement des élèves dans l’Enseignement moyen, le Sénégal s’est donné comme norme la taille standard de 45 élèves par classe pédagogique. En 2015, la taille moyenne des classes s’établissait à 49. Au niveau du Public, cette taille est de 54 alors qu’elle est de 31 pour le Privé.

En zone urbaine, elle atteint 60 en moyenne dans le Public et 32 en moyenne dans le Non Public alors qu’en zone rurale, la taille moyenne des classes est de 47 dans le Public et 23 dans le Non Public (Voir figure 2.3.).

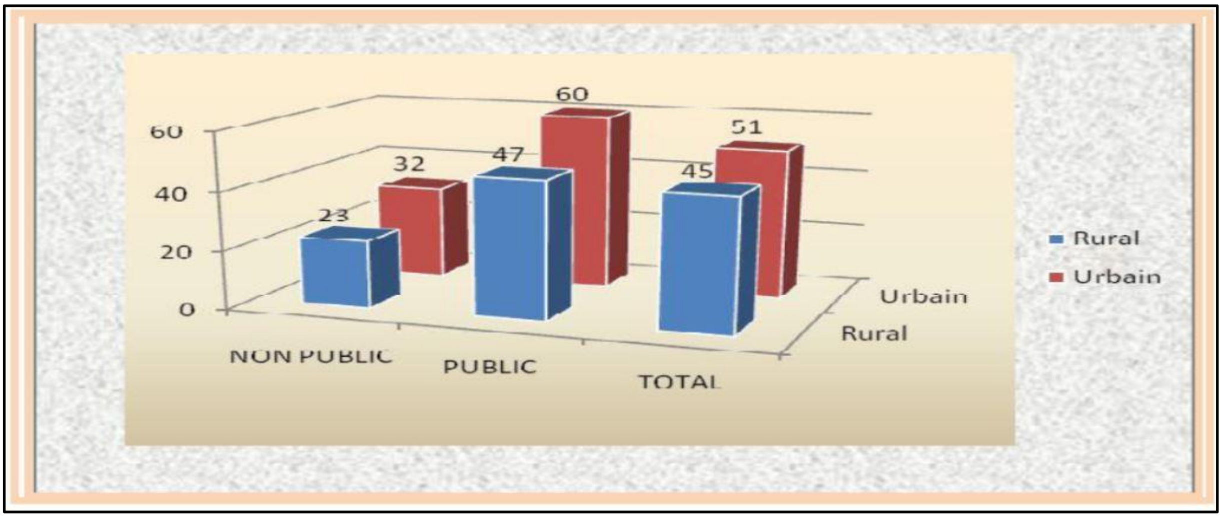


Figure 2.3. Taille moyenne des classes pédagogiques en 2015 (RNSE 2015, p. 92).

Cette situation montre que dans toutes les zones la taille des classes du Public dépasse sensiblement la norme retenue de 45 élèves par classe.

II.3.5. La disponibilité des manuels scolaires dans les établissements publics de l'Enseignement moyen

L'objectif du Ministère de l'Éducation nationale est de doter chaque élève de l'Enseignement moyen de cinq manuels. En 2015, le ratio manuels/élèves au niveau national est en moyenne de 2 livres par élève en Sixième, 3 en Cinquième, 3 en Quatrième et 4 pour la classe de Troisième. Ce qui montre qu'on est encore loin du ratio souhaité et qu'il n'existe pas encore suffisamment de manuels dans le cartable de l'élève.

II.3.6. L'efficacité interne du système éducatif au niveau de l'Enseignement moyen

L'efficacité interne du système est analysée à partir du taux de redoublement, du taux d'abandon et du taux de promotion qui indique la proportion d'une cohorte d'élèves qui passe en classe supérieure. Le taux de promotion a connu une baisse entre 2013 et 2014, en passant de 71,8 % à 68,16 % alors que durant la même période, le taux de redoublement (respectivement d'abandon) a subi des hausses en passant de 20 % à 21,59 % (respectivement de 8,2 % à 10,25 %).

L'évolution de ces taux dans des sens non souhaités met en exergue quelques-unes des faiblesses du système éducatif sénégalais et pose la question de son efficacité et de son efficience.

Les causes de ces faiblesses sont certes diverses, mais la plupart d'entre elles ont un lien avec le phénomène de massification de l'enseignement observé ces dix dernières années et qui découle de la loi sur la scolarité obligatoire[39] pour tous les enfants de 6 à 16 ans et de la création dans tout le pays de collèges de proximité avec des classes pédagogiques dont la taille dépasse la barre de 45 élèves que s'est fixée le Sénégal.

	2013			2014		
	Filles	Garçons	Global	Filles	Garçons	Global
Taux de promotion	71,5 %	72 %	71,8 %	68,29 %	68,03 %	68,16 %
Taux de redoublement	19,60 %	20,4 %.	20 %	21,69 %	21,5 %	21,59 %
Taux d'abandon	8,4 %	8,0 %.	8,2 %,	10,02 %	10,47 %	10,25 %

Tableau 2.4. Efficacité du système éducatif sénégalais entre 2013 et 2014.

II.3.7. Résultats au Brevet de Fin d'Etudes Moyennes (BFEM)

La Figure 2.4. visualise une évolution en dents de scie du taux de réussite au BFEM qui passe de 55,40 % en 2004 à 43,20 % en 2015.

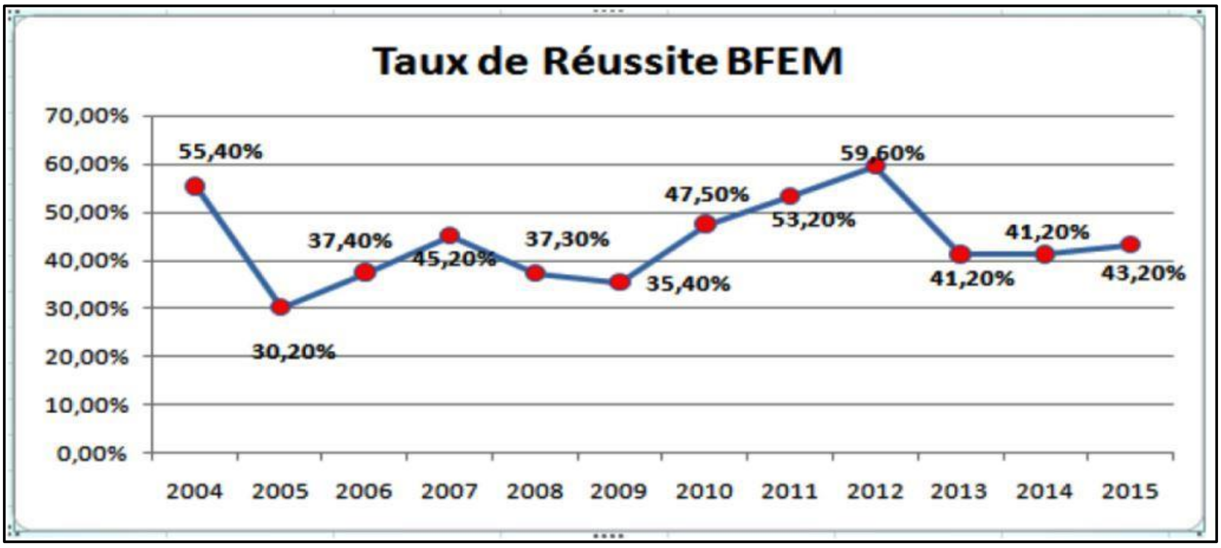


Figure 2.4. Évolution du taux de réussite au BFEM de 2004 à 2015.

Le taux de réussite a ainsi chuté de 12,2 points de pourcentage durant cette période, en dépit des pics constatés en 2004 (55,40 %), en 2007 (45,20 %) et en 2012 (59,6 %).
Le taux le plus élevé, celui de 2012 peut s'expliquer par l'organisation de deux sessions d'examen en juillet et en octobre selon le choix du candidat à cause d'une longue grève des enseignants. Concernant les baisses, c'est en 2005 qu'elles sont plus importantes avec 30,20 % de taux de réussite. La moyenne des taux de réussite sur les douze ans est de 43,9 % avec un écart-type de 8,74. Ce qui dénote une fluctuation des taux de réussite en moyenne entre 35,16 % et 52,64 % et montre que le système éducatif sénégalais est tributaire de beaucoup d'aléas qu'on n'arrive pas à maîtriser pour lui imprimer une tendance progressiste.

[39] http://www.onfp.sn/wp-content/uploads/2014/06/loi_2004-37_du_15_de_cembre_2004.pdf. Consulté le 24 août 2019.

Ces résultats traduisent la faiblesse du rendement interne du système éducatif sénégalais et la nécessité de développer des stratégies pertinentes en vue d'améliorer les taux de réussite aux examens.

II.3.8. L'évolution des établissements d'Enseignement secondaire général

Le nombre de structures accueillant les élèves de l'Enseignement Secondaire est passé de 674 en 2014 à 757 en 2015, ce qui correspond à un accroissement de 12,3 % et traduit un progrès significatif dans l'extension du réseau. Ces structures sont composées de Collèges dotés d'un second cycle, de Lycées avec un premier cycle, ou comprenant uniquement un second cycle.

Zone	Statut	1er et 2ème cycle	2ème cycle	Total
Rurale	Privé	60	5	65
	Public	110	27	137
	Total	**170**	**32**	**202**
Urbaine	Privé	356	28	384
	Public	76	95	171
	Total	**432**	**123**	**555**
Total		**602**	**155**	**757**

Tableau 2.5. Nombre d'établissements d'Enseignement secondaire en 2015.

Sur les 757 structures abritant l'Enseignement secondaire, la majorité se retrouve en milieu urbain avec un total de 555 soit 73,3 %. Quant à la part des établissements privés, elle est de 32 % en zone rurale, 69 % en zone urbaine et 59,31 % sur le plan national. Cette situation traduit l'essor des établissements privés qui peut s'expliquer en partie par les grèves répétitives et les effectifs pléthoriques dans le public qui poussent les parents à inscrire leurs enfants dans le privé.

II.3.9. Part des nouveaux inscrits dans les séries scientifiques en 2015

On trouve que 29,3 % des élèves sont inscrits en séries scientifiques en 2014 contre 29,8 % en 2013, soit une baisse de 0,5 point.
Le niveau de cet indicateur traduit encore la prédominance des filières littéraires. Nous constatons toutefois des disparités entre les académies de la région de Dakar (où la part des nouveaux inscrits en Seconde S varie de 33,2 % à 44,9 %) et les académies du Sud du pays (Ziguinchor, Kolda, Sédhiou (voir Figure 2.1.)) où le taux se situe entre 13,2 % et 17,5 % (voir Tableau 2.6.).

Le non-respect du quantum horaire[40], le manque de professeurs expérimentés et de manuels en Sciences sont quelques-uns des facteurs qui expliquent cette situation qui perdure et qui empêche le système éducatif d'atteindre le taux de 45 % de nouveaux inscrits dans les filières scientifiques que s'est fixée la lettre de politique générale du secteur de l'éducation et de la formation (LPGEF 2018, op. cit. p. 16).

IA	Garçons	Filles	Total
Dakar	49,4%	41,1%	44,9%
Pikine-Guédiawaye	45,9%	36,5%	41,0%
Rufisque	36,3%	30,4%	33,2%
Diourbel	34,6%	25,3%	30,3%
Fatick	25,7%	18,2%	22,1%
Kaffrine	32,9%	24,3%	29,3%
Kaolack	33,0%	28,3%	31,0%
Kédougou	24,0%	18,7%	22,3%
Kolda	19,7%	13,8%	17,5%
Louga	27,0%	25,2%	26,1%
Matam	21,1%	17,4%	19,2%
Sédhiou	19,3%	12,7%	17,1%
Saint-Louis	23,1%	17,1%	20,1%
Tambacounda	27,6%	22,3%	25,4%
Thiès	35,8%	29,5%	32,7%
Ziguinchor	15,9%	10,1%	13,2%
Sénégal	31,9%	26,5%	29,3%

Tableau 2.6. Part des nouveaux inscrits dans les séries scientifiques en Seconde en 2014.

II.3.10. La part des filles dans les effectifs des séries scientifiques

L'examen de la part des filles dans les effectifs des séries scientifiques (voir Tableau 2.7.), montre qu'elles sont encore minoritaires dans les effectifs globaux. Toutefois cette part a connu un accroissement de 1,42 point de pourcentage en passant de 39,80 % à 41,22 % entre 2014 et 2015. Cette hausse est constatée pour tous les niveaux d'enseignement :

- en classes de seconde S, la part des filles représente 43,33 % et augmente de 1,03 point de pourcentage par rapport à l'année précédente.
- En classe de première S, la part des filles représente 40,97 %, soit une augmentation de 2,17 points de pourcentage par rapport à l'année précédente.

[40] Le quantum horaire est le temps annuel effectif d'enseignement/apprentissage et constitue ainsi un des critères d'appréciation de la validité de l'année scolaire ou de la crédibilité d'un diplôme. Les standards internationaux le fixent à 900 heures dans l'Enseignement élémentaire et à 33 semaines de 30 à 36 heures dans l'Enseignement moyen ou secondaire (http://ekladata.com/VsEYubtB_tfL25iiSwpfrX-x4o0/Rapport-Final-des-Assises.pdf, p. 102. Consulté le 11 août 2019.)

- S'agissant de la terminale S, la part des filles est de 38,96 %, soit une hausse de 1,36 point de pourcentage par rapport à l'année précédente.

Ces taux renseignent aussi que la part des filles qui est de 43,33 % en Seconde décroit pour arriver à 40,97 % en Première et 38,96 % en Terminale. Ce qui pose le problème du maintien des filles dans les séries scientifiques qui est un autre défi à relever.

Il n'y a que dans l'Académie de Dakar où les filles sont majoritaires en séries scientifiques avec 50,14 % des effectifs. Contrairement aux académies de Sédhiou (22,38 %), de Kédougou (23,78 %) et de Kolda (27,86 %) (voir Figure 2.1.) où le pourcentage des filles est encore faible.

Ces faibles taux peuvent être imputés à des contraintes socio-culturelles défavorables à l'accès et au maintien des filles dans les séries scientifiques qu'il va falloir identifier pour s'en affranchir.

IA	Seconde		Première		Terminale		Cycle	
	Total	% Filles	Total	% Filles	Total	% Filles	Total	% Filles
Dakar	4491	49,72%	3806	53,36%	3713	47,35%	12010	50,14%
Diourbel	1811	39,92%	1318	39,83%	1444	39,54%	4573	39,78%
Fatick	1411	40,40%	1155	35,76%	1071	37,35%	3637	38,03%
Kaffrine	501	34,53%	439	31,21%	293	35,49%	1233	33,58%
Kaolack	2514	38,90%	1743	36,89%	1958	34,17%	6215	36,85%
Kédougou	155	24,52%	95	24,21%	78	21,79%	328	23,78%
Kolda	632	28,80%	738	29,95%	565	24,07%	1935	27,86%
Louga	1417	47,57%	857	39,32%	992	38,10%	3266	42,53%
Matam	555	45,95%	387	40,05%	352	33,52%	1294	40,80%
Pikine-Guédiawaye	5520	47,03%	4416	44,66%	5278	42,29%	15214	44,70%
Rufisque	1363	47,40%	1148	43,55%	1174	45,49%	3685	45,59%
Sédhiou	515	24,27%	398	22,61%	615	20,65%	1528	22,38%
Saint-Louis	1611	42,27%	989	35,09%	1667	37,97%	4267	38,93%
Tambacounda	752	36,30%	581	32,87%	663	30,02%	1996	33,22%
Thiès	5666	43,86%	3837	39,09%	4182	39,19%	13685	41,10%
Ziguinchor	1263	35,08%	1100	30,91%	1477	28,98%	3840	31,54%
Sénégal	**30177**	**43,33%**	**23007**	**40,97%**	**25522**	**38,96%**	**78706**	**41,22%**

Tableau 2.7. Part des filles dans les effectifs des séries scientifiques en 2015.

II.3.11. Les enseignants des lycées et collèges selon le diplôme professionnel

Pour professer dans l'Enseignement moyen général, il faut être titulaire du Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Moyen (CAEM)[41] ou du Certificat d'Aptitude à l'Enseignement dans les Collèges d'Enseignement Moyen (CAECEM)[42]. Quant à l'Enseignement secondaire

[41] CAEM : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Moyen délivré après la Licence de maths et un an de formation professionnelle à la Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation (FASTEF).

[42] CAECEM : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement dans les Collèges d'Enseignement Moyen délivré après un Bac scientifique et deux ans de formation à la FASTEF.

général, il est en principe réservé aux titulaires du Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Secondaire (CAES)[43].

Cependant, on retrouve dans les deux cycles beaucoup d'enseignants qui n'ont pas ce profil, notamment des instituteurs qui enseignent dans l'Enseignement moyen et des titulaires du CAECEM qui dispensent des cours dans le secondaire (voir Tableau 2.8.).

Depuis l'avènement des vacataires, certains enseignants sont aujourd'hui sans diplôme professionnel. En 2015, le diplôme professionnel n'a pu être identifié que pour 70,43 % des enseignants, soit plus des deux tiers.

IA	CAES/ CAESTP/ CAPES	CAEM	CAECEM	CAMEPS	CAP	CAPEP S	CEAP	DFSA	Sans diplôme
Dakar	24,86%	33,16%	24,17%	0,16%	1,94%	0,11%	0,21%	0,05%	15,34%
Pikine-Guédiawaye	17,00%	29,51%	24,37%	0,15%	2,72%	0,15%	0,25%	0,05%	25,80%
Rufisque	18,20%	30,37%	25,52%	0,49%	4,55%	0,10%	0,00%	0,00%	20,77%
Diourbel	11,62%	19,45%	32,33%	0,14%	1,54%	0,14%	0,63%	0,07%	34,08%
Fatick	9,71%	16,97%	31,49%	0,41%	1,84%	0,20%	0,36%	0,00%	39,01%
Kaffrine	12,91%	23,34%	40,23%	0,00%	1,16%	0,00%	0,17%	0,00%	22,19%
Kaolack	10,54%	19,88%	28,06%	0,49%	4,49%	0,00%	0,44%	0,00%	36,10%
Kédougou	13,19%	18,54%	46,17%	0,00%	0,71%	0,18%	0,00%	0,00%	21,21%
Kolda	7,81%	17,61%	33,03%	0,38%	3,52%	0,19%	0,00%	0,00%	37,45%
Louga	13,79%	21,07%	27,86%	0,36%	4,00%	0,00%	0,93%	0,29%	31,71%
Matam	10,89%	21,38%	29,76%	0,08%	1,14%	0,16%	0,24%	0,00%	36,34%
Sédhiou	7,39%	15,81%	38,60%	0,07%	2,46%	0,21%	0,14%	0,00%	35,32%
Saint-Louis	12,19%	22,93%	29,63%	0,52%	2,18%	0,16%	0,40%	0,00%	31,97%
Tambacounda	11,51%	19,38%	31,49%	0,26%	0,78%	0,26%	0,00%	0,00%	36,33%
Thiès	12,43%	28,68%	34,30%	1,15%	2,72%	0,49%	0,39%	0,17%	19,67%
Ziguinchor	9,29%	19,33%	37,19%	0,34%	1,21%	0,08%	0,00%	0,08%	32,49%
Sénégal	**12,58%**	**22,98%**	**31,50%**	**0,42%**	**2,43%**	**0,18%**	**0,29%**	**0,06%**	**29,57%**

Tableau 2.8. Enseignants des Lycées et Collèges selon le diplôme professionnel[44].

Le pourcentage restant (29,57 %), qui est assez significatif, est dû au fait que beaucoup d'enseignants possèdent encore le statut de contractuels ou de vacataires, parce qu'ils n'ont pas encore reçu ou fini une formation professionnelle à la Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation (FASTEF). On rencontre parfois des titulaires du CAES ou CAEM en Sciences physiques ou en SVT qui ne donnent que des cours de mathématiques pour pallier l'insuffisance des professeurs de mathématiques.

[43] CAES : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Secondaire délivré après la maîtrise de maths et deux ans de formation professionnelle à la FASTEF.

[44] CAP : Certificat d'Aptitude Pédagogique.

CAMEPS : Certificat d'Aptitude des Maîtres d'Education Physique et Sportive.

CAPEPS : Certificat d'Aptitude au Professorat d'Education Physique et Sportive.

CEAP : Certificat Elémentaire d'Aptitude Pédagogique.

DFSA : Diplôme de Formation, de Stage ou Associés.

II.3.12. Evolution du taux de réussite au Baccalauréat

Les performances de l'Enseignement secondaire, appréciées à partir du taux de réussite au Bac, ont évolué en dents de scie durant les dix dernières années. Néanmoins ce taux a régressé globalement en passant de 46,10 % à 31,80 % sur la période 2004 – 2015.

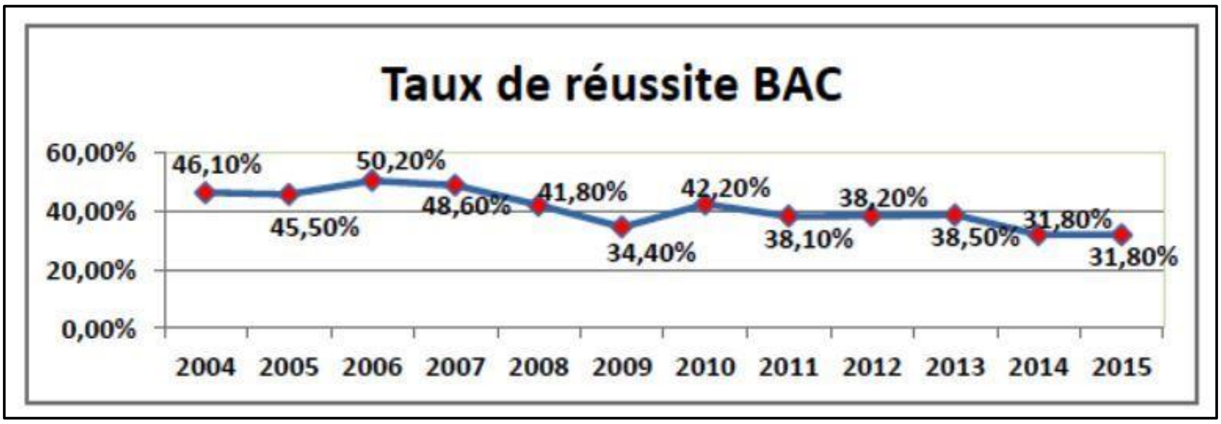


Figure 2.5. Evolution du taux de réussite au Baccalauréat.

Son niveau le plus élevé a été atteint en 2006 avec 50,2 % alors que le plus bas (31,8 %) est enregistré depuis 2014 et est resté constant en 2015.

Le taux de réussite de 2018 qui s'élève à 35,16 % est dans les mêmes proportions et traduit la faiblesse des résultats que tout le monde décrie sans exiger une analyse approfondie de ceux-ci et la prise de mesures hardies pour changer la situation. Il est sans doute lié, comme en France, à la massification importante de l'enseignement[45] (voir III.3.3.).

II.4. L'enseignement des mathématiques dans les cycles moyen et secondaire général

L'enseignement des mathématiques dans les cycles moyen et secondaire s'appuie sur un référentiel : les programmes, qu'il convient d'examiner.

II.4.1. Historique des programmes

Le Sénégal était une colonie française. L'histoire de son école moderne date du XIX$^{\text{ème}}$ siècle avec l'implantation le 7 mars 1817 à Saint-Louis du Sénégal de la première école française en Afrique noire, dirigée par l'instituteur français Jean Dard. La création d'autres écoles primaires a suivi, puis celle des premiers Collèges notamment celui fondé en 1843 grâce à l'Abbé Boilat, l'Abbé Fridoil et l'Abbé Moussa, de jeunes prêtres indigènes revenant de France.

Cependant ce n'est qu'au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle qu'un véritable Enseignement moyen et secondaire a vu le jour avec la création en 1917 des cours complémentaires à Saint-Louis et à

[45] https://www.education.gouv.fr/cid106930/massification-scolaire-et-mixite-sociale.html Consulté le 30 août 2019.

Dakar. Ces cours ont été plus tard érigés en Lycées : le Lycée Faidherbe de Saint Louis créé en 1919 et le Lycée Van Vollenhoven de Dakar créé en 1925[46].
La politique éducative en vigueur est française. Pendant cette période qui correspond à la colonisation,

> « *l'enseignement avait pour mission, de former des auxiliaires de l'administration ; il a visé essentiellement la conquête politique du pays pour son exploitation économique. Dès lors, on comprend pourquoi les mathématiques étaient absentes de cet enseignement, en dehors des rudiments indispensables au développement de certaines connaissances nécessaires à l'entretien de l'équipement et à la formation des maîtres chargés de transmettre ce minimum de connaissances»*[47].

Avec l'indépendance du pays en 1960, les programmes mathématiques français ont été adoptés jusqu'aux années 80 où le Sénégal a commencé à chercher sa propre voie avec la mise en place de structures locales pour prendre en charge l'écriture des programmes et la formation des enseignants.
Ce bref rappel historique justifie le choix des deux grandes périodes suivantes pour analyser les programmes de mathématiques de l'enseignement moyen et secondaire du Sénégal :

- la première période qui s'étend de 1960 à 1983 et qui concerne l'héritage reçu de la France ;
- la deuxième période qui s'étend de 1983 à nos jours et qui traduit la vision politique éducative de l'État sénégalais.

II.4.1.1. La période de 1960 à 1983

Les programmes de mathématiques du Sénégal ont été des copies des programmes français des années 1960 et ceux de la réforme des mathématiques modernes. L'enseignement des programmes a été assuré par des coopérants français et quelques rares Sénégalais.

II.4.1.1.1. Les programmes (français) des années 60

Ces programmes émanent des arrêtés du 18 juillet 1960, du 6 mars 1962 et de la circulaire du 20 août 1965. Leurs lignes directrices sont précisées par Pierre Legrand, ancien doyen de l'IGEN dans une interview, en ces termes :

> « *de 1960 à 1967, l'ensemble des programmes de mathématiques de la sixième à la terminale ont été revus et modernisés par l'Inspection Générale. La dominante reste géométrique, mais on met en place de solides notions sur les fonctions (avec pour la première fois la définition rigoureuse d'une limite) et, pour la première fois dans le corps d'un programme français, les symboles ensemblistes et logiques (introduits au fur et à mesure des nécessités)»*[48].

Les programmes des années 60 sont déclinés en listes de contenus comportant quelques rares commentaires et accompagnés d'instructions expliquant les choix et orientations du programme, mais aussi indiquant à l'enseignant ce qu'on attend de lui.
L'Histoire des mathématiques n'est pas mentionnée dans les programmes de cette période, cependant les instructions du programme de 1960 soulignent

[46] Ce paragraphe s'appuie sur la thèse de Sall H. N., 1996, p. 56.
[47] Toure S., 2002, p. 175.
[48] Legrand P., 2009, p. 4.

« qu'un exposé strictement axiomatique, séparant totalement les êtres mathématiques de leur origine concrète, du cadre réel de leur création, ne peut guère donner des résultats valables en Seconde et en Première ; mais il n'est pas exclu, bien au contraire d'attirer l'attention dès ce moment sur la nature et la signification des définitions et des hypothèses que l'on adopte, sur les faits et les propriétés que l'on admet afin de réserver l'avenir et de faire comprendre que de nouvelles étapes restent à parcourir »[49].

Ces instructions, qui insistent sur l'importance dans un cours de mathématiques de l'origine des êtres mathématiques, du cadre de leur création, de la nature et signification des définitions, font référence à l'Histoire des mathématiques qui est la discipline par excellence qui s'intéresse à la genèse des concepts mathématiques, à leur sens et aux circonstances dans lesquelles ils ont été créés.

Ces programmes riches par leurs contenus novateurs ont ensuite cédé la place à la réforme des mathématiques modernes pilotée par la commission ministérielle d'étude pour l'enseignement des mathématiques créée en décembre 1966 et présidée par André Lichnerowicz.

II.4.1.1.2. Les programmes de la réforme des mathématiques modernes

La réforme des mathématiques modernes ou des années 70 s'appuie sur le structuralisme (le courant philosophique dominant à cette époque, dans toutes les sciences y compris les sciences humaines et sociales) pour faire accéder directement les enfants aux notions ensemblistes, aux structures fondamentales de l'Algèbre et aux idées de base de la Topologie, qui irriguent toutes les mathématiques d'un sang neuf.

La conception épistémologique du savoir mathématique qui sous-tend cette réforme se résume en deux points : la conception axiomatique et structurelle des mathématiques, basée sur l'enseignement des structures fondamentales de l'Algèbre et la conception des mathématiques comme langage abstrait et universel, caractérisée par un discours formalisé, un maniement de symboles et la méthode transcendantale qui consacre le primat des relations sur les objets[50].

Comme feuille de route, la commission mise en place a travaillé sur une actualisation des programmes de mathématiques, prenant en charge l'enseignement des structures algébriques dans les Collèges et Lycées.

C'est ainsi que les nouveaux programmes constitués d'une liste de contenus vont entrer en vigueur successivement à chaque rentrée scolaire en commençant par la classe de seconde en 1968 et celle de sixième en 1969. Les contenus de ces programmes sont articulés au Collège autour d'un langage ensembliste et relationnel (avec les partitions, les relations d'équivalence associées à une partition et les exemples de relations d'ordre) mais aussi autour d'une théorie axiomatique tournée vers l'algèbre linéaire (avec les axes, les droites euclidiennes et les droites affines qui sont définies par des familles de bijections).

Au Lycée les nouveaux programmes insistent sur le vocabulaire ensembliste et relationnel, le lien avec la logique, les calculs vectoriels et matriciels en introduisant une dose massive d'Algèbre linéaire[51].

---

[49] Extrait des instructions relatives aux programmes du 18 juillet 1960 (voir Annexe 2).
[50] Ce paragraphe s'inspire de l'article de Barbin E., 1989, p. 26.
[51] Ce paragraphe s'appuie sur l'article de Bareil H., 1992, p. 15.

Ces programmes ont été officialisés au Sénégal par les décrets 72-863 et 72-864 du 13 juillet 1972 et mis en œuvre progressivement à partir de la rentrée de 1972 en commençant par les classes de Sixième et de Seconde.
Contrairement aux programmes des années 60 où l'Histoire des mathématiques est évoquée de manière implicite dans les instructions, la réforme des années 70 n'y fait aucune référence.
Elle s'appuie sur un enseignement formalisé et abstrait coupé de tout support intuitif, provoqué par l'introduction très tôt des structures et des symboles que l'on étudie sans vraiment les comprendre.
Ces programmes de la réforme des mathématiques modernes vont s'imposer au Sénégal jusqu'au milieu des années 80, période qui a vu les mathématiciens du pays prendre en main leur destin dans l'écriture des curricula.

II.4.1.2. La période de 1983 à nos jours

Pendant que la réforme des mathématiques modernes est décriée en France et que de nouveaux programmes y sont mis en œuvre pour rompre avec l'abstraction, le Sénégal a attendu 1983 pour s'inscrire dans cette dynamique mais aussi pour imposer sa marque à partir des années 90 à travers des programmes traduisant la vision politique éducative de l'État.

II.4.1.2.1. La période de 1980 à 1990

Confronté à l'une des crises les plus graves de son système éducatif, l'État du Sénégal, sous la pression du mouvement politique et syndical, s'est résolu à convoquer les États Généraux de l'Éducation et de la Formation (EGEF) en janvier 1981. Ce forum qui a vu la participation de tous les segments de la nation, a opté pour une révision du système éducatif et de ses méthodes d'enseignement calquées sur le modèle français. C'est ainsi que la Commission Nationale de Réforme de l'Éducation et de la Formation (CNREF) a été mise en place la même année pour traduire en plans d'action toutes les propositions.
La mise en œuvre de ces plans d'action en mathématiques a été confiée à l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale (IGEN) crée en 1977 avant que la Commission Nationale de Mathématiques (CNM), mise sur pied en 1986, ne prenne le relais pour écrire les programmes de mathématiques. Ces programmes constitués de deux colonnes, l'une comprenant une liste de contenus et l'autre des commentaires, ont été élaborés progressivement de 1984 à 1987 pour l'Enseignement secondaire et de 1990 à 1993 pour l'Enseignement moyen. Les programmes du lycée rompent avec le formalisme et les structures de l'Algèbre linéaire comme énoncé dans le programme de Terminales CE : « *on évitera une théorie formalisée de la notion de probabilité […] une construction détaillée du corps des nombres complexes n'est pas souhaitable […]. L'introduction de la droite numérique achevée est hors programme* »[52]. Cependant on constate encore la présence de la définition de la limite de Weierstrass en (ε, η) dans le programme de 1ère CDE[53].
La rupture a été plus nette au Collège avec le programme de 6ème qui précise que :

> « *Le programme vise une meilleure connaissance des nombres et des opérations, des objets et des figures géométriques, ainsi que des grandeurs qui leurs sont attachées. […] les notions*

[52] Voir Annexe 3 : extraits du Programme de Terminale CE de 1987.
[53] Voir Annexe 4 : extrait du Programme de Première CDE de 1985, p. 3.

d'ensemble et de relation ne figurent pas au programme [...] la méthodologie devra bannir les définitions axiomatiques »[54]

et celui de 3ème qui souligne au niveau de sa présentation que :

« *toute axiomatisation est bannie, tous les concepts dont l'acquisition est difficile sont présentés intuitivement sous une approche pratique afin de faire percevoir la notion à l'élève [...] Par exemple, au lieu de présenter en quatrième les vecteurs comme une classe d'équivalence, on introduit les vecteurs par une construction [...] La logique formelle sera remplacée par l'utilisation de phrases explicites* »[55].

L'Histoire des mathématiques est cette fois présente dans les programmes mais uniquement dans ceux de la série L où il est demandé de la Seconde à la Terminale d'introduire

« *autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiées, et de les situer dans le développement scientifique et culturel ».*[56]

Durant cette période les pays francophones d'Afrique et de l'océan Indien vont s'engager dans l'Harmonisation de leurs Programmes de Mathématiques (HPM) avec l'organisation du premier séminaire d'harmonisation à Abidjan en 1983. D'autres séminaires ont suivi et ont abouti à l'élaboration progressive de nouveaux programmes de mathématiques adaptés au contexte socioculturel africain pour toutes les classes et toutes les séries.[57]

Les programmes HPM déclinés en contenus et objectifs opérationnels ont été adoptés au mois de juin 1992 lors du séminaire d'Abidjan par une vingtaine de pays participants[58] avec une marge de liberté pour chacun. Le Sénégal, a été partie prenante de cette entreprise mais il a gardé pour autant l'ossature de ses programmes comme le précise le préambule du programme de 1ère CDE en ces termes :

« Dans ce programme, il a été tenu compte du programme harmonisé de mathématique de première scientifique, élaboré au cours des séminaires sur l'harmonisation en Afrique francophone des programmes de mathématiques de l'enseignement secondaire »[59]

Les commentaires des programmes de cette époque précisent de temps en temps les objectifs d'enseignement ou d'apprentissage. Ces derniers ont évolué pour donner à partir de 1995 les compétences exigibles.

II.4.1.2.2. La période de 1995 à nos jours

Inspirées par la loi 91-22 du 16 février 1991 (dite loi d'orientation de l'éducation) précisant les finalités, buts et objectifs de l'éducation, d'autres réécritures des programmes s'appuyant sur la PPO (Pédagogie Par Objectifs) ont suivi pour rompre avec une certaine forme d'écriture du programme qui consiste à lister les contenus. Elles ont abouti en 1995 à un programme structuré en trois colonnes comportant les contenus, les commentaires mais surtout les

[54] Voir Annexe 5 : extrait du Programme de 6ème de 1990.
[55] Voir Annexe 6 : Présentation des nouveaux Programmes de 3ème de 1993.
[56] Voir Annexe 7 : extraits du Programme de mathématiques pour la série A de 1986.
[57] Ce paragraphe s'appuie sur la préface des manuels de la Collection Inter-Africaine de Mathématiques (CIAM) et sur l'article du Professeur Touré S. op. cit. pp. 175 et 176.
[58] Bénin, Burkina Faso, Burundi, Cameroun, Centrafrique, Comores, Congo Brazzaville, Congo Kinshasa, Côte d'Ivoire, Djibouti, Gabon, Guinée Conakry, Madagascar, Mali, Mauritanie, Niger, Rwanda, Sénégal, Tchad, Togo.
[59] Voir Annexe 4 : extrait du Programme de mathématiques, séries CDE, classes de Première de 1985, p. 1.

compétences exigibles qui précisent ce que l'élève doit être capable de faire après chaque séquence d'enseignement/apprentissage.
L'Histoire des mathématiques a été plus présente dans ce programme que dans les précédents à travers son évocation dans les programmes de série L, de Première S2, de Terminale S1 et Terminale S2[60].
Avec le changement d'appellation des séries A_1 , A_2 , B , C , D , E , F_1 , F_2 respectivement par L_1 , L_2 , G , S_1 , S_2 , S_3 , T_1 , T_2 survenu durant l'année scolaire 1996 – 1997, une nouvelle rédaction des programmes a été entreprise en 1998 puis en 2000 pour déboucher sur la mouture finale de 2006 qui reste encore en vigueur.
A partir de 2010 le Sénégal, en partenariat avec USAID/EDB s'est engagé dans une réforme curriculaire circonscrite au collège, basée sur l'APC (Approche Par les Compétences) et qui présageait un avenir prometteur pour l'Histoire des mathématiques à travers la contextualisation des situations significatives d'intégration.
Malheureusement cette réforme n'a pas abouti et depuis 2015 le Projet d'Appui au Renouveau des Curricula (PARC) tente de prendre le relais grâce à une promesse de financement de partenaires canadiens. Le PARC ambitionne de réécrire les programmes du Préscolaire au Secondaire. Toutefois la promesse de financement tarde à être honorée et freine le processus de réécriture qui est une urgence pour le programme de mathématiques qui date de 2006. Ce qui pose le problème de la souveraineté nationale en matière d'écriture de curricula et de la priorisation des dépenses de l'Éducation Nationale. Est-il normal pour un État d'attendre un bailleur qui vient, avec ses préoccupations, pour financer l'écriture de son curriculum qui détermine le type d'homme que le pays veut former ? Les 41 % du budget alloué à l'Éducation ne sont-ils pas suffisants pour intégrer l'écriture du curriculum ? Il ne fait aucun doute que l'État doit revoir la gestion des ressources allouées à l'Éducation et faire les bons arbitrages pour que l'essentiel des sommes décaissées arrivent en classe en termes de ressources pédagogiques ou formation des enseignants au lieu de se limiter à des sensibilisations sans aucune suite ou à des séminaires dont les résultats sont ensuite gardés dans les tiroirs. Nous pouvons citer comme illustration les grandes rencontres sur l'enseignement des mathématiques et des sciences qui ont été organisées et dont les principales recommandations n'ont pas fait l'objet d'application. Nous pouvons multiplier les exemples avec les fonds destinés à appuyer les académies en retard dans l'orientation en séries scientifiques pour lesquels la DEMSG a proposé d'organiser des ateliers d'écriture de fascicules en Mathématiques, Sciences physiques et Sciences de la Vie et de la Terre pour tous les niveaux du collège. Mais on lui a signifié que l'organisation d'une sensibilisation à travers les médias est plus pertinente alors que l'orientation de l'élève dépend en grande partie de ses résultats scolaires. Par conséquent si on veut faire progresser le taux d'orientation en séries scientifiques c'est avant tout sur les ressources pédagogiques ou sur la formation des enseignants qu'il faudrait agir ; ce qui nous amène à analyser la formation dispensée aux professeurs de mathématiques du Sénégal.

[60] Voir chapitre III, partie III.1.1 : L'histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal.

II.4.2. Le dispositif de formation des professeurs

A l'image des programmes, la formation des enseignants du Sénégal a commencé durant la période coloniale avec la création de l'École Normale de Saint-Louis en 1903, la première structure de formation des instituteurs des différentes colonies de l'AOF (Afrique Occidentale Française). Cette école est devenue après son transfert à Gorée, l'École Normale William Ponty et a été chargée de former les cadres de l'administration, du commerce et de la santé.
C'est après l'indépendance, précisément en 1962 que débute une véritable formation des professeurs de mathématiques de collèges et de lycée avec la création du Centre Pédagogique Supérieur (CPS), qui est dénommé École Normale Supérieure (ENS) en 1965 avant de devenir Faculté des Sciences et Technologies de l'Éducation et de la Formation (FASTEF) de l'Université Cheikh Anta Diop (UCAD) en 2004[61].
La FASTEF a en charge la formation initiale et continue des professeurs de mathématiques. Elle partage la mission de formation continue avec l'Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques (IREM) créé en 1972 en même temps que les IREM en France pour accompagner la réforme des mathématiques modernes. L'IREM de Dakar est devenu par la suite Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques de la Physique et de la Technologie (IREMPT) en 1975.
Cependant l'insuffisance des ressources humaines et financières n'a pas permis à ces deux structures relevant de l'enseignement supérieur d'assurer la formation continue des enseignants des Collèges et Lycées, malgré les rares séminaires qu'elles arrivaient à organiser. Il a fallu attendre la création de la Structure de Formation Continuée (SFC) en 1984, au sein du ministère en charge de l'enseignement moyen et secondaire, pour assister à une véritable prise en charge de la formation continue des professeurs de Collèges et Lycées.
La création en 2000 de la fonction d'Inspecteur de Spécialité (IS) et de Vie Scolaire (IVS) qui a été suivie en 2011 de celle du corps d'Inspecteur de l'Enseignement Moyen et Secondaire (IEMS) est venue renforcer le dispositif de formation continue des professeurs.

II.4.2.1. La formation initiale et ses structures

La formation professionnelle initiale des professeurs de mathématiques des collèges et lycées est dévolue au département de mathématiques de la FASTEF.

Profil des entrants	Durée de la formation	Filières	Diplôme de sortie
Baccalauréat série S	2 ans	F1C	CAECEM (Certificat d'Aptitude à l'Enseignement dans les Collèges d'Enseignement Moyen)
Licence math	1 an	F1A	CAEM (Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Moyen)
Maîtrise ou Master 1 math	2 ans	F1B	CAES (Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Secondaire)

Tableau 2.9. Profil d'entrée et de sortie des élèves professeurs de la FASTEF.

Celle-ci organise un concours d'entrée et procède à la formation des candidats retenus, en fonction de leurs profils, suivant le Tableau 2.9. :

[61] Ce paragraphe s'appuie sur une contribution de Sokhna M., 2012, pp. 58-68. http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/Rapport_final._10_2012_website.pdf. Consulté le 12 juin 2018.

La formation initiale s'articule autour de trois blocs d'activités[62] :

- les cours théoriques qui portent d'une part en première année F1C sur l'Algèbre, l'Analyse, la Géométrie et d'autre part en F1A ou en première année F1B sur la statistique, la géométrie dans l'espace, les constructions géométriques, les lieux géométriques, l'utilisation des TIC dans l'enseignement des mathématiques, la méthodologie générale, l'étude du programme.
  En deuxième année les cours théoriques sont axés dans la filière F1C sur la géométrie dans l'espace, la méthodologie de la recherche, la pédagogie des exercices, la méthodologie générale, l'étude des programmes et dans la filière F1B sur les probabilités, les statistiques, la pédagogie des exercices, l'étude des programmes et la didactique. Ce cours sur la didactique est encore timide et renferme un module qui porte sur l'Histoire des mathématiques.
- La formation à la pratique de classe qui comporte cinq activités que sont le visionnage et l'analyse de films sur des séquences de cours, le micro-enseignement (qui consiste à filmer dans un studio, une prestation d'une dizaine de minutes au maximum d'un stagiaire, devant cinq à sept élèves et à analyser ensuite la prestation), les leçons d'observation (qui consistent à aller dans une classe réelle, observer un professeur titulaire faire un cours d'une heure et à analyser ensuite sa prestation), les leçons d'essai (où l'observation porte sur un stagiaire qui fait la prestation) et le stage en responsabilité entière (où le stagiaire doit, sous la responsabilité d'un professeur titulaire, concevoir son propre enseignement, le mettre en œuvre, évaluer les apprentissages des élèves, apporter des remédiations, etc.).
- L'initiation à la recherche qui consiste à proposer aux étudiants des sujets de recherche en rapport avec les problèmes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques au Sénégal. La recherche se fait seul ou en groupe et les résultats sont présentés dans un mémoire de fin de stage.

La formation est suivie d'une évaluation en fin d'année qui détermine le passage du stagiaire en classe supérieure ou l'obtention du Certificat d'Aptitude à l'Enseignement. Après la formation initiale, l'enseignant sur le terrain est accompagné par les structures de la formation continue.

II.4.2.2. La formation continue et ses structures[63]

La formation continue des professeurs de mathématiques de collèges et lycées est pour l'essentiel assurée par la Structure de Formation Continuée (SFC) composée :

- d'une Coordination Nationale (CN) qui est constituée par les Coordonnateurs Pédagogiques Nationaux (CPN) de chaque discipline et placée sous la tutelle du Directeur de l'Enseignement Moyen et Secondaire Général du Ministère de l'Éducation. La CN contribue à la définition des objectifs généraux de la formation continuée, veille à la cohérence des actions engagées dans le cadre de la formation

[62] Cette partie s'appuie sur l'agenda du stagiaire de Novembre 2013, Département de mathématiques de la FASTEF, 10 pages. (https://fr.scribd.com/document/264372597/Agenda-de-l-Etudiant. Consulté le 11 août 2019.)
[63] Ce paragraphe s'appuie sur l'article de Sarr J., 2009, pp. 357 – 369.

continuée des enseignants, valide les documents produits par les Pôles Régionaux de Formation (PRF) et élabore des modules de formation.

- De onze PRF constitués par des conseillers pédagogiques et qui sont placés sous la tutelle administrative des Inspecteurs d'Académie et sous la tutelle pédagogique de la Coordination Nationale de la SFC. Les PRF participent à la conception, à l'exécution et au suivi du plan de formation des professeurs de leur académie.
- De cellules pédagogiques placées sous la tutelle du chef de l'établissement et qui regroupent chacune les professeurs d'une même discipline d'un ou de plusieurs établissements. Les actions d'une cellule pédagogique sont coordonnées par un coordonnateur de cellule qui organise les rencontres périodiques de la cellule et qui assure la liaison entre la cellule et le PRF.

La Coordination nationale de la SFC est aujourd'hui placée sous la tutelle de la Direction de la Formation et de la Communication (DFC) du Ministère de l'Éducation nationale (MEN). Le PRF et l'École de Formation des Instituteurs (EFI) de chaque région ont été regroupés en une seule structure dénommée Centre Régional de Formation du Personnel de l'Éducation (CRFPE).

D'autres structures comme la FASTEF, l'IREMPT, l'IGEN (Inspection Générale de l'Éducation Nationale) devenue IGEF (Inspection Générale de l'Éducation et de la Formation) et les pools d'Inspecteurs de l'Enseignement Moyen Secondaire (IEMS)[64] collaborent avec la SFC dans l'élaboration des modules de formation et dans l'animation de session de formation. Cependant l'élaboration des modules de formation résulte le plus souvent de commandes des Partenaires Techniques et Financiers du Sénégal comme l'USAID/PAEM[65], l'USAID/EDB[66], l'USAID/EPQ[67], la BAD[68], le Projet Qualité, etc., dont les actions souffrent d'un manque de coordination, d'articulation et de suivi. Cette absence de coordination est également notée au niveau des structures de formation « *qui organisent sans concertation des séances de formation pour les mêmes cibles et parfois sur les mêmes thèmes.*[69] ».

Les thèmes abordés dans les années 90, dans le cadre du Programme de Développement des Ressources Humaines (PDRH) étaient surtout disciplinaires et portaient sur les nouveaux programmes de Première, les dénombrements, la notion de limite, la géométrie dans l'espace, la démonstration en Quatrième, etc. Par contre l'accent est mis dans les années 2000 sur les

[64] Les IEMS sont répartis en cinq pools. Le pool de Dakar qui polarise les académies de Dakar, Pikine/Guédiawaye et Rufisque, le pool de Thiès qui gère les académies de Thiès et Diourbel, le pool de Kaolack qui s'occupe des académie de Kaolack, Fatick, Kaffrine, Tambacounda et Kédougou, le pool de Ziguinchor qui polarise les académie de Ziguinchor de Kolda et de Sédhiou et le pool de Saint-Louis qui s'occupe des académies de Saint-Louis, de Matam et de Louga.

[65] Projet d'Appui à l'Enseignement Moyen : financé par l'USAID, le projet a pour objectifs d'accroître l'accès et le maintien par la construction et la réhabilitation de collèges d'enseignement moyen (CEM) et d'améliorer l'environnement d'enseignement et d'apprentissage dans les CEM.

[66] Projet USAID/Éducation De Base (https://www.rsesenegal.com/pdf/82EDBnicoleaux.pdf. Consulté le 17 août 2019).

[67] Projet USAID/Éducation Priorité Qualité **:** Projet financé par l'USAID de 2 010 – 2 014 et mis en œuvre dans les régions de Fatick, Tambacounda, Kédougou, Kolda, Sédhiou, Ziguinchor de Diourbel et Kaolack. Il comporte 4 composantes que sont la réforme de la formation des enseignants, le développement intégral du collège, l'amélioration des compétences de base en Math et en Français et l'employabilité des jeunes.

[68] Banque Africaine de Développement (https://www.afdb.org/fileadmin/uploads/afdb/Documents/Project-and-Operations/ADF-BD-IF-2007-214-FR-SENEGAL-RAP-EDUCATION-II-JAN-2006.PDF consulté le 17 août 2019.)

[69] Sokhna M., op. cit. p. 58.

thèmes transversaux avec la motivation des élèves, la pensée critique dans l'enseignement moyen, l'évaluation des apprentissages, la remédiation, le module « Concevoir et mettre en œuvre un projet éducatif », etc.
La formation continue se fait sous forme de stages, d'ateliers, de visites de classes, de journées ou demi-journées pédagogiques. Avec le recrutement massif de professeurs sans formation initiale, la SFC devrait songer à mettre en place une formation à distance pour renforcer les capacités des professeurs.

II.4.2.3. La formation à distance et ses structures

La formation à distance au Sénégal répond au besoin de former et de doter d'un diplôme professionnel l'écrasante majorité des professeurs de collèges et de Lycées, recrutés comme professeurs vacataires ou contractuels sans la moindre formation professionnelle. Cette situation résulte de la forte demande en éducation que le Sénégal a connu avec l'adoption de la loi 2004-37 du 3 mars 2007 fixant la scolarité obligatoire de 6 à 16 ans et qui a nécessité la construction dans l'étendue du pays de nombreux Collèges et Lycées de proximité.
Pour former ces professeurs vacataires et contractuels, la FASTEF a mis en place à partir de 2009 un vaste programme de formation à distance sur commande du Ministère de l'Éducation. L'objectif de ce programme est d'assurer une formation aux vacataires et contractuels, qui débouche sur l'obtention d'un diplôme professionnel permettant à ces professeurs de faire carrière dans l'enseignement.
Le schéma de la formation initiale déroulée à la FASTEF a été retenu, à la seule différence que les contractuels et vacataires ne font pas de test d'entrée et suivent une partie de la formation à distance. En outre les professeurs vacataires ou contractuels titulaires d'un Diplôme Universitaire d'Etudes Scientifiques (DUES) de la faculté des Sciences et Techniques ou d'un Diplôme Universitaire d'Etudes Littéraires (DUEL) de la faculté des Lettres et Sciences Humaines sont directement recrutés en deuxième année de la filière F1C.
La formation est bimodale et elle se fait :

- en présentiel à travers l'organisation de regroupements à la FASTEF et des visites de classe ;
- à distance à travers un enseignement en ligne effectué grâce à une plateforme Moodle pour les candidats des filières F1A ou F1B et à travers la distribution de documents de cours (tapuscrits) pour les stagiaires de F1C.

Les auditeurs en première année des filières F1C et F1B subissent en fin d'année une évaluation interne à la FASTEF portant sur les enseignements théoriques, pour le passage en deuxième année. Par contre ceux de première année de la filière F1A et de deuxième année des filières F1C ou F1B, sont soumis non seulement à une évaluation sur les enseignements théoriques à la FASTEF mais aussi à une évaluation externe pratique (inspection) se déroulant autant que possible dans les établissements d'affectation et dans les classes tenues par les auditeurs.
Cette formation est salutaire, mais elle devrait être renforcée par plusieurs visites de classe pour mieux outiller l'enseignant et l'aider à rompre avec les mauvaises habitudes acquises durant les premières années d'enseignement. En effet un enseignant sans formation initiale déroule son cours comme son professeur le faisait quand il était élève. C'est sa seule référence et celle-ci est souvent dépassée avec l'introduction d'innovations pédagogiques comme les

méthodes actives et la centralité de l'élève. Mieux, les actes que pose le professeur dans sa classe doivent être motivés au lieu d'être la résultante d'un mimétisme.
Après la formation des enseignants, nous allons nous intéresser à un autre intrant important dans le dispositif d'enseignement apprentissage, les manuels scolaires de mathématiques.

II.4.3. Les manuels

L'enquête menée auprès des professeurs (voir chapitre V, partie V.2.3.) révèle que les collections CIAM et Maths Excellence sont les plus utilisées par les professeurs et élèves du Sénégal.
La collection CIAM, qui comporte des manuels de la Sixième à la Terminale (voir Figure 2.6.) est le fruit de la coopération entre mathématiciens des pays francophones d'Afrique et de l'Océan indien dans la cadre de l'Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM).

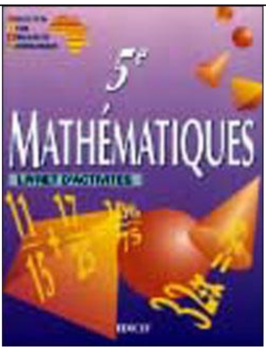
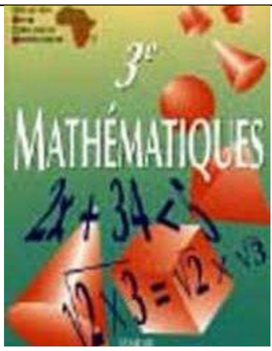
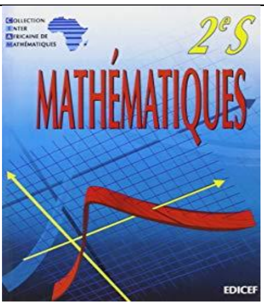
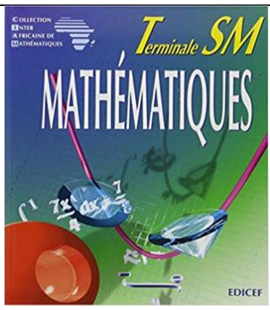
	**Mathématiques CIAM 5^e** - Auteurs : collectif de professeurs - Nombre de pages : 225 - ISBN : - © Edicef 1994		**Mathématiques CIAM 3^e** - Auteurs : collectif de professeurs - Nombre de pages : 224 - ISBN : 2-84-129046-8 - © Edicef 1996
	**Mathématiques CIAM 2^e S** - Auteurs : collectif de professeurs - Nombre de pages : 255 - ISBN : 2-84-129216-9 - © Edicef 1997		**Mathématiques CIAM Terminale SM** - Auteurs : collectif de professeurs - Nombre de pages : 352 - ISBN : 2-84-129554-0 - © Edicef 1999

Figure 2.6. Présentation de quelques manuels de la collection CIAM.

La collection CIAM a pour objectifs :

- une harmonisation de la pédagogie des mathématiques en prenant en compte le contexte, les besoins des élèves et des enseignants auxquels elle s'adresse et les tendances méthodologiques actuelles ;
- l'acquisition des bases d'une formation mathématique solide ;
- la diminution du coût du manuel grâce à une large diffusion.

Quant à la collection Maths Excellence, elle n'intervient qu'au premier cycle avec des manuels de la Sixième à la Troisième, écrits par des auteurs sénégalais. La collection « conçue selon la pédagogie de la réussite, propose aux élèves et aux enseignants des unités d'apprentissage s'appuyant sur le programme en vigueur ». Edités en 2008, les quatre ouvrages (voir Figure 2.7.) comportent entre 202 et 216 pages et coûtent entre 4000 et 4500 francs CFA (environ entre 6 et 8 €).

Figure 2.7. Présentation des quatre manuels de la collection Excellence.

Ecrits par des auteurs africains parmi lesquels des sénégalais dans le cadre du programme HPM auquel le Sénégal a participé, les manuels de la collection CIAM sont d'un grand apport pour le professeur dans la préparation des leçons. Néanmoins les manuels comportent des limites car le programme HPM n'est pas celui du Sénégal ; les deux programmes ont certes des plages de convergence, mais on relève beaucoup de contenus du programme sénégalais qui ne figurent pas dans les manuels ou qui n'ont pas été traités conformément au programme sénégalais en vigueur. D'où l'importance pour le professeur de procéder à une analyse *a priori* avec comme seule référence le programme officiel sénégalais, chaque fois qu'il choisit des activités, propriétés, définitions ou exercices.

Cette remarque est aussi valable pour la collection Excellence qui recoupe le programme sénégalais, mais comporte des manquements que les auteurs vont certainement corriger durant les prochaines éditions.

Ainsi les manuels de ces deux collections, comme toute ressource pédagogique, ne peuvent en aucun cas se substituer au programme. Le manuel tente d'opérationnaliser un programme et comporte par conséquent des limites du fait que l'œuvre humaine n'est jamais parfaite. Pour minimiser les erreurs dans la préparation des leçons le professeur doit d'abord s'appuyer sur le programme pour se faire une idée précise des contenus à traiter et des objectifs à atteindre ; c'est après ce travail qu'il doit procéder au recueil d'informations dans des sources variées que sont les manuels, les fascicules, les guides, l'Internet, etc.

Malheureusement les sources ne sont pas aussi variées du moins pour ce qui concerne les manuels ayant comme référence le programme sénégalais. Des efforts sont en train d'être faits par l'État avec l'élaboration de fascicules de mathématiques du premier cycle du projet ADEM/Dakar et du second cycle de l'Académie de Pikine/Guédiawaye (Voir Figure 2.1.). On note également l'arrivée de la collection Didactikos et des initiatives privées d'élaboration d'annales de mathématiques comme Visabac[70] pour la classe de Terminale S2 et Clé des maths pour la classe de Troisième. Toutefois beaucoup de professeurs se contentent pour le moment des collections françaises comme Déclic, Terracher, Transmath, Phare et Triangle qu'ils peuvent trouver à des prix raisonnables dans les marchés d'occasion dits « librairies par terre ».

II.4.4. Crédits horaires et coefficients en mathématiques

Les mathématiques constituent l'une des disciplines fondamentales de l'Enseignement moyen et secondaire général comme en attestent les coefficients importants et les crédits horaires alloués à cette discipline, dans les Tableaux 2.10, 2.11 et 2.12.

Disciplines		**Coefficient**	**Horaire élève en classe de**			
			Sixième	**Cinquième**	**Quatrième**	**Troisième**
Français	**Rédaction**	2	6 h	6 h	6 h	6 h
	Orthographe	1				
	TSQ	1				
Mathématiques		3	6 h	6 h	6 h	6 h
Sciences de la Vie et de la Terre		2	3 h	3 h	3 h	3 h
Sciences Physiques		2	-	-	3 h	3 h
Histoire et Géographie		2	3 h	3 h	3 h	3 h
Éducation civique		1	1 h	1 h	1 h	1 h
LV1 : Anglais		2	4 h	4 h	3 h	3 h
LV 2		2	4 h (pour classique A2)	4 h (pour classique A2)	3 h Moderne 2h Classique A2	3 h Moderne 2h Classique A2
Economie familiale et sociale		1 en 6ème et 5ème 2 en 4ème et en 3ème	1 h	1 h	2 h	2 h
Éducation artistique		1	1 h	1 h	1 h	1 h
Éducation musicale		1	1 h	1 h	1 h	1 h
Éducation Physique et sportive		2	2 h	2 h	2 h	2 h

Tableau 2.10. Crédits horaires et coefficients dans l'Enseignement moyen[71].

[70] Nous avons rédigé et édité ce manuel en 2015, en collaboration avec Moussa Faye un collègue formateur du CRFPE de Fatick, pour financer nos recherches doctorales (https://www.academia.edu/39501510/VISA_BAC_R%C3%A9sum%C3%A9_du_cours_Exercices_dapplication_corrig%C3%A9s_Exercices_dentrainement_Probl%C3%A8mes_et_sujets_type_Bac_T_E_R_M_I_N_A_L_E). Consulté le 12 août 2019.

[71] Source : synthèse des tableaux du décret 2014-632 fixant les crédits horaires et les coefficients dans l'Enseignement moyen. (http://www.education.gouv.sn/fr/texte-et-reglement?qt-quick_texte_reglement=1. Consulté le 12 août 2019.)

DISCIPLINE	L	L1				L2		S	S 1		S2	
		Option1		Option 2								
	2nde	1ère	Tle	1ère	Tle	1ère	Tle	2nde	1ère	Tle	1ère	Tle
Français	4	6	6	6	6	5	6	3	3	3	3	3
Philosophie			6		4		6			2		2
Mathématiques	3	3	2	3	2	3	2	5	8	8	5	5
Histoire et Géographie	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
LV1	3	5	3	5	3	5	3	3	3	2	3	2
LV2												
Economie Générale						2	2					
Latin ou arabe		5	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grec		5	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sciences physiques			-		-	2	2	5	8	5	6	6
SVT			-		-	2	2	5	2	2	6	6
EPS	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Matière facultative	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tableau 2.11. Coefficients du cycle secondaire général[72].

Discipline	L	L1				L2		S	S 1		S2	
		Option1		Option2								
	2nde	1ère	Tle	1ère	Tle	1ère	Tle	2nde	1ère	Tle	1ère	Tle
Français	**6**(7)	5	5	5	5	5	5	**6**(7)	5	3	5	5
Philosophie			8		8		8			3		3
Mathématiques	3	3	3	3	3	3	3	5	6	8	5	5
Histoire et Géographie (2)	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
LV1	3	5	3	5	3	5	3	3	3	2	3	2
LV2 (3) (6)	3	3	3	3	3	3	3	2	**2**(5)		2	
Economie Générale (3)						3	3					
Latin ou classique arabe		3	3									
Grec		3	3									
Sciences physiques		**2**(4)	-	**2**(4)	-	**2**(4)	**2**(4)	**7**(1)	**7**(1)	**7**(1)	**7**(1)	**7**(1)
SVT		**2**(4)	-	**2**(4)	-	**2**(4)	**2**(4)	**4**(1)	**4**(1)	**4**(1)	**5**(1)	**6**(1)
EPS	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Matière facultative	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tableau 2.12. Crédits horaires du cycle secondaire général[73].

(1) Dédoublement d'une classe pédagogique qui devra être effectif chaque fois que les conditions sont réunies : par exemple **7**(1) signifie que le professeur fait 7 h et l'élève 5 h à cause du dédoublement.
(2) 2 heures en Histoire et 2 heures en Géographie.
(3) Matières à option de la série L2, dès le niveau de Seconde.
(4) Matières à option des séries L1 et L2, en Premières, en Terminales L2, il s'agit d'une matière interdisciplinaire : Sciences de la Nature.
(5) La matière facultative ne sera enseignée que si l'organisation pédagogique de l'établissement le permet.
(6) Prévoir deux (2) heures supplémentaires pour les débutants, en Seconde et Première.
(7) En seconde le professeur de français fait 6h et l'élève 5h.

[72] Source : guide de management des Collèges et Lycée, 2 012, p. 124. (http://pithiaminfosciences.e-monsite.com/pages/le-guide-du-chef-d-etablissement/documents-supports.html. Consulté le 12 août 2019.)
[73] Ibid, p. 125.

Ces différents tableaux montrent que les mathématiques sont l'une des rares disciplines enseignées à tous les niveaux et dans toutes les séries de l'Enseignement moyen et secondaire général. La comparaison des coefficients et crédits horaires des différentes disciplines place les mathématiques au deuxième rang derrière le français (la langue officielle du pays) dans le cycle moyen et au premier rang des disciplines scientifiques au secondaire.
Cette place prépondérante occupée par les mathématiques dans le système éducatif sénégalais n'est pas fortuite. Elle relève d'une vision qui compte s'appuyer sur la formation scientifique en général, la formation mathématique en particulier pour préparer les conditions d'un développement intégral du pays comme le stipule l'article premier de la loi d'orientation de l'éducation du 16 février 1991.

II.4.5. Les résultats des évaluations en mathématiques

Le système éducatif sénégalais, en dehors des devoirs de classe et compositions, possède un dispositif d'évaluation certificative des apprentissages en fin de cycles élémentaire (le CFEE), moyen (le BFEM) et secondaire (le Baccalauréat). On note aussi la présence de structures externes comme le PASEC et le baromètre Jangando, que nous allons détailler dans cette section, qui interviennent dans l'évaluation des performances des élèves en lecture et en mathématiques.

II.4.5.1. Les devoirs de classe et compositions

L'une des faiblesses de l'enseignement des mathématiques selon le Professeur Sangharé[74] « réside aussi dans l'évaluation des élèves. Il est courant que pendant tout un trimestre, des élèves ne fassent qu'un devoir en contrôle continu et une composition, alors que cette évaluation par des devoirs devrait être au moins mensuelle ». Ces évaluations souvent irrégulières sont ponctuées de mauvaises notes qui expliquent en partie le désamour des élèves pour les mathématiques. Des solutions sont préconisées à travers le décret 2014-633 qui visent essentiellement la prise en charge d'innovations majeures portant sur :

- les progressions harmonisées et les évaluations sommatives avec des épreuves standardisées qui doivent être systématiques au sein de l'établissement scolaire sous la supervision de la cellule pédagogique (la cellule d'établissement ou la cellule mixte inter-établissement ou interdisciplinaire) ;
- le caractère obligatoire de l'encadrement des apprenants en difficulté ;
- l'apprentissage par des séances de remédiation afin de mettre en œuvre les recommandations officielles qui visent à faire baisser le taux de redoublement à tous les niveaux ;
- le nombre d'évaluations sommatives par semestre.

Il reste toutefois à mettre en œuvre ces mesures qui tardent à se concrétiser à cause de l'insuffisance du suivi des innovations pédagogiques liée en partie au nombre réduit d'IEMS et de formateurs des CRFPE qui vont chaque année à la retraite sans être remplacés. Nous pouvons donner l'exemple du nombre d'Inspecteurs (IEMS) de mathématiques qui est passé

[74] Sangharé M., 2009, p. 7. (http://emf.unige.ch/files/1114/5322/0950/EMF2009_Conference_Sanghare.pdf. Consulté le 13 août 2019.)

de treize en 2007 à cinq en 2019 pour 8 456[75] professeurs de mathématiques à encadrer ; soit un ratio de 1 692 professeurs par inspecteur. Ce qui dépasse les capacités opérationnelles d'un Inspecteur surtout quand il ne bénéficie pas de mesures d'accompagnement (véhicule, carburant, hébergement) pour accomplir ses missions.

II.4.5.2. Résultats de l'évaluation du BFEM 2016

Dans le but d'améliorer les performances des élèves, la Direction de l'Enseignement Moyen Secondaire Général (DEMSG) a entrepris en 2017 une étude en collaboration avec la Direction de la Formation et de la Communication (DFC), des Inspecteurs de l'Enseignement Moyen Secondaire (IEMS) des académies et des formateurs des Centres Régionaux de Formation du Personnel de l'Éducation (CRFPE), pour analyser l'examen du Brevet de Fin d'Etudes Moyennes (BFEM) de 2016, afin d'identifier les facteurs à l'origine des nombreux échecs constatés. L'étude a porté sur neuf épreuves du premier groupe (Mathématiques, Sciences physiques, Sciences de la Vie et de la Terre, Anglais, Espagnol, Composition française, Dictée, Texte Suivi de Questions et Histoire-Géographie) pour lesquelles on a procédé à l'analyse de relevés de notes de huit académies avant de chercher les causes des bons ou mauvais résultats dans les épreuves et dans les copies à travers la production des élèves et la correction.
L'étude a porté en Mathématiques sur 1 000 notes et 800 copies des différentes académies et a donné les résultats du Tableau 2.13 :

Notes sur 20	**00 à 4,9**	**5 à 9,9**	**10 à 14,9**	**15 à 20**	**Moyenne**
Dakar	77 %	20 %	3 %	0 %	3,4
Pikine	62 %	32 %	6 %	0 %	4,52
Rufisque	63 %	22 %	14%	1 %	4,6
Fatick	86 %	14 %	0 %	0 %	2,8
Matam	69 %	25 %	6 %	0 %	4,05
Saint – Louis	69 %	31 %	0 %	0 %	3,5
Sédhiou	0 %	97 %	3 %	0 %	6,98
Ziguinchor	63 %	31 %	3 %	0 %	4,73
Moyenne	**61 %**	**34 %**	**4 %**	**1 %**	**4,32**

Tableau 2.13. Grille d'analyse d'un échantillon de notes de mathématiques du BFEM 2016[76].

L'analyse du tableau montre des résultats très faibles en mathématiques avec 61 % des élèves de l'échantillon qui ont moins de 5/20. Seuls 5 % des élèves ont la moyenne ; la moyenne des

[75] Voir annexe 8.
[76] Le Tableau 2.13. est tiré du Rapport d'analyse des résultats du BFEM 2016 du MEN. p. 97-98 (voir Annexe 9.)

notes obtenues par les élèves se situe à 4,32 sur 20. Cette tendance est pratiquement la même dans toutes les académies.
L'analyse de l'épreuve de mathématiques et des copies des élèves a révélé des dysfonctionnements liés à l'absence de questions fermées, une forte présence de questions d'application au détriment des autres niveaux de la taxonomie de Bloom[77], une mauvaise correction des copies avec un nombre important de professeurs qui ne tiennent compte que du résultat final des questions, une faiblesse des élèves dans l'appropriation des concepts, la compréhension des questions et l'application des méthodes.
Des initiatives sont prises pour améliorer cette situation, comme la redéfinition du format des épreuves du BFEM, mais elles tardent à entrer en vigueur.
Les mauvais résultats en mathématiques constatés dans l'Enseignement moyen peuvent aussi s'expliquer par la situation de la discipline dans l'Enseignement élémentaire qui n'est pas meilleure comme le montrent les tests administrés par le Programme d'Analyse des Systèmes Educatifs de la CONFEMEN[78] (PASEC) et le baromètre citoyen et indépendant « *Jangando* » pour mesurer la qualité de l'Éducation ; *Jangando* est un terme wolof qui signifie « Apprendre ensemble ».

II.4.5.3. PASEC 2014 : performances du système éducatif sénégalais[79]

Le Programme d'Analyse des Systèmes Educatifs de la CONFEMEN (PASEC) a été conçu dans le but d'évaluer l'efficacité et l'équité des systèmes éducatifs tout en essayant de déterminer les facteurs scolaires et extra-scolaires susceptibles d'influencer les apprentissages.
L'édition de 2014 a vu la participation du Bénin, du Burkina Faso, du Burundi, du Cameroun, du Congo, de la Côte d'ivoire, du Niger, du Sénégal, du Tchad et du Togo.
Le modèle méthodologique du PASEC se base sur la mesure de compétences fondamentales en langue d'enseignement et en mathématiques en début et en fin de scolarité primaire auprès d'un échantillon d'élèves représentatif de la population scolaire des classes cibles de chaque pays.
Il s'agit d'un test administré individuellement aux élèves du cycle élémentaire de 2ème année (CP) pour le début de scolarité et de 6ème année (CM2) pour la fin de scolarité. Les domaines évalués sont l'Arithmétique, la Géométrie, l'Espace et la Mesure.
Les résultats sont relativement satisfaisants, comparativement à la situation globale de l'ensemble des pays, puisqu'en moyenne ce sont 37,7 % des élèves sénégalais qui n'atteignent pas le seuil « suffisant » en mathématiques en début de scolarité ; ce taux est à 41,2 % pour les élèves en fin de scolarité (voir Figures 2.8 et 2.9).

[77] La taxonomie de Benjamin Bloom (1956) classe les objectifs d'apprentissage du domaine cognitif en six niveaux allant du plus simple (le bas de la pyramide), au plus complexe (https://www.fun-mooc.fr/c4x/ENSCachan/20005/asset/s2_ressourcesutiles_taxonomiedeBloom.pdf. Consulté le 13 août 2019.)
[78] CONFEMEN : Conférence des Ministres de l'Éducation des États et Gouvernements de la Francophonie.
[79] Les informations de cette rubrique sont tirées du rapport : PASEC (2016). PASEC2014 – Performances du système éducatif sénégalais : Compétences et facteurs de réussite au primaire. PASEC, CONFEMEN, Dakar. (https://www.pasec.confemen.org/wp-content/uploads/2017/02/PASEC2014-Rapport-S%C3%A9n%C3%A9gal.pdf. Consulté le 13 août 2019)

Dans les deux cas, nous constatons que plus de la moitié des élèves sont au-dessus du seuil suffisant ; cependant des faiblesses sont notées avec la part importante des élèves (12,6 % en début de scolarité et 14,7 % en fin de scolarité) qui ne maîtrise pas les compétences les plus élémentaires en mathématiques.
Il est important dès lors de déceler les causes de ces faiblesses et d'apporter des solutions pour éviter que la non maîtrise de ces compétences ne se traduisent en échecs scolaires.
Quelques pistes sont identifiées dans le cadre de cette enquête notamment la dépendance entre l'apprentissage des mathématiques et le niveau de maîtrise de la langue d'enseignement. En effet l'enquête a révélé que quel que soit le pays, un élève ou une école performante en langue a tendance à obtenir un score élevé en mathématiques, et vice versa.

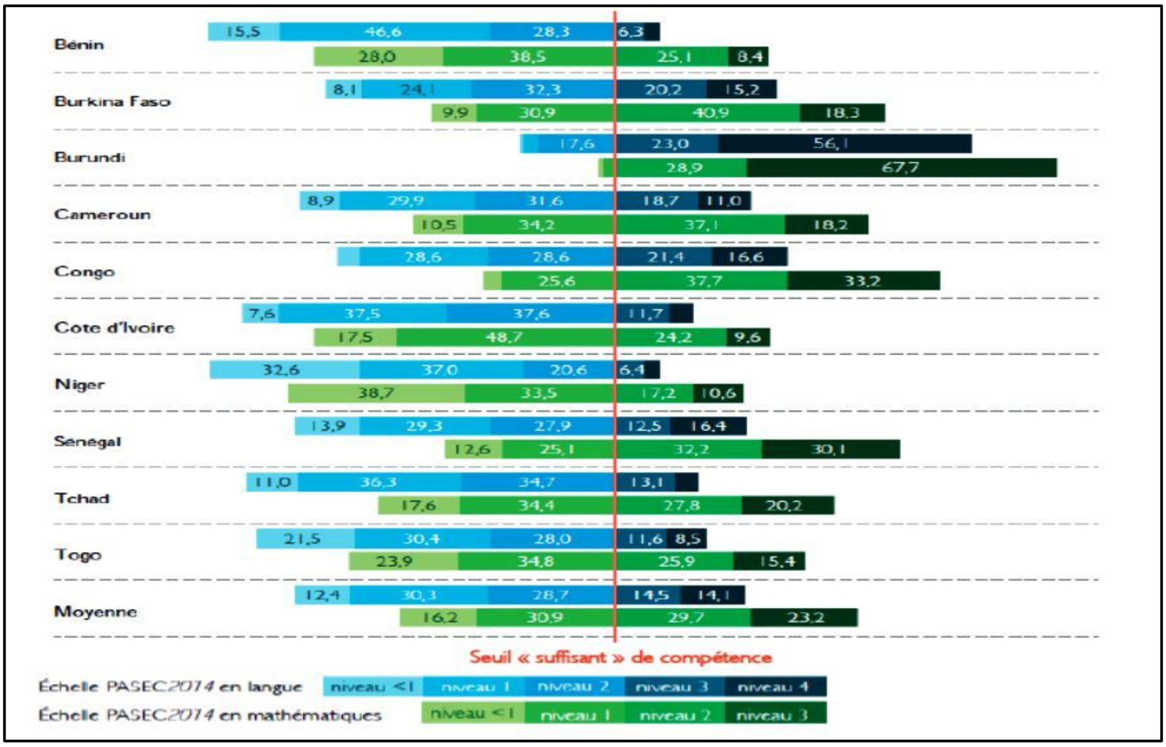


Figure 2.8. Pourcentage d'élèves selon le niveau de compétence atteint en langue et en mathématiques – Début de scolarité.

Sans toutefois pouvoir démontrer l'existence d'une relation causale, les pays doivent s'interroger sur l'articulation entre langue maternelle, langue de scolarisation et apprentissage de la lecture et des mathématiques dès les premières années du primaire, période déterminante pour la suite des apprentissages et les trajectoires scolaires.

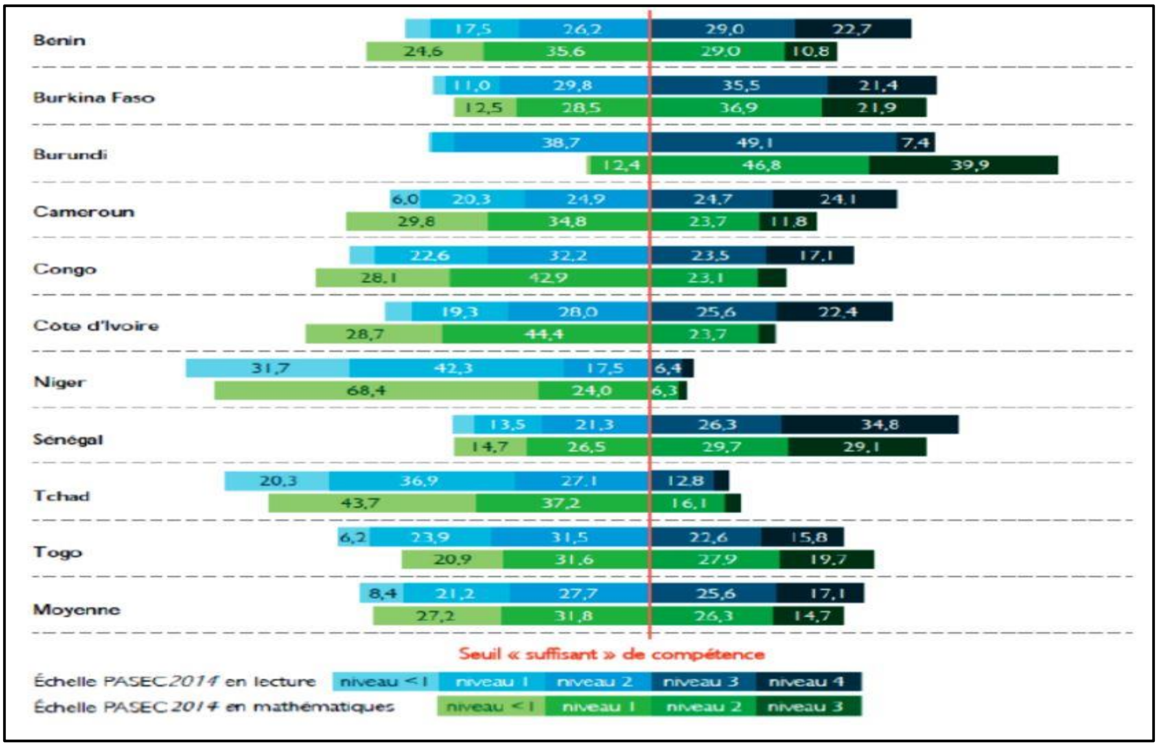


Figure 2.9. Pourcentage d'élèves selon le niveau de compétence atteint en langue et en mathématiques – Fin de scolarité.

II.4.5.4. Jangando 2016 : présentation des résultats[80]

Le baromètre citoyen et indépendant est une initiative du Laboratoire de Recherche sur les Transformations économiques et sociales (LARTES) de l'Institut fondamental d'Afrique Noire (IFAN) de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar (UCAD).

Pour évaluer la qualité de l'Éducation, Jangando a procédé à des tests effectués sur des tablettes par des animateurs et superviseurs dans l'ensemble des 45 départements du Sénégal. 22 764 enfants de la troisième année d'apprentissage (CE1) ont été testés, en français ou en arabe selon leur choix, dans les trois domaines de l'évaluation que sont la lecture, les mathématiques et la culture générale. Au total 24 % des enfants évalués ont choisi l'arabe comme langue de test.

L'évaluation a donné les résultats suivants : les enfants testés en français ont enregistré des taux de réussite de 20 % en lecture, 26 % en mathématiques et 25 % en culture générale contre respectivement 4 %, 3 % et 14 % pour les élèves évalués en langue arabe (voir Figure 2.10.).

[80] Source : Jangando 2016, LARTES-IFAN

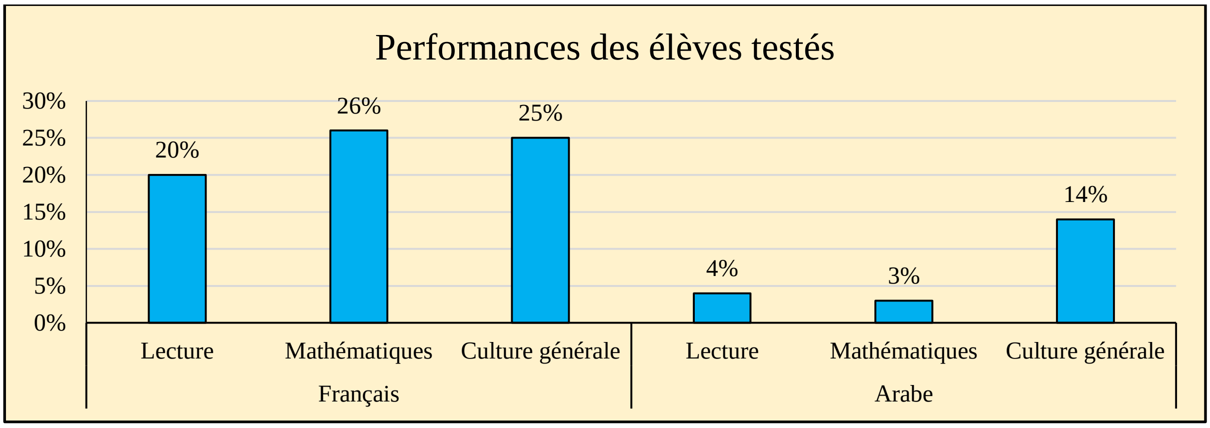


Figure 2.10. Performances des élèves selon la langue dans les trois domaines de l'évaluation.

En mathématiques les items en connaissance des nombres et de pratique opératoire ont enregistré des taux de réussite respectivement de 64 % et de 32 % à l'échelle du pays. En Géométrie et en Mesure, les performances s'élèvent respectivement à 38 % et à 32 %. En résolution de problème les performances n'atteignent que 17 % (voir Figure 2.11).

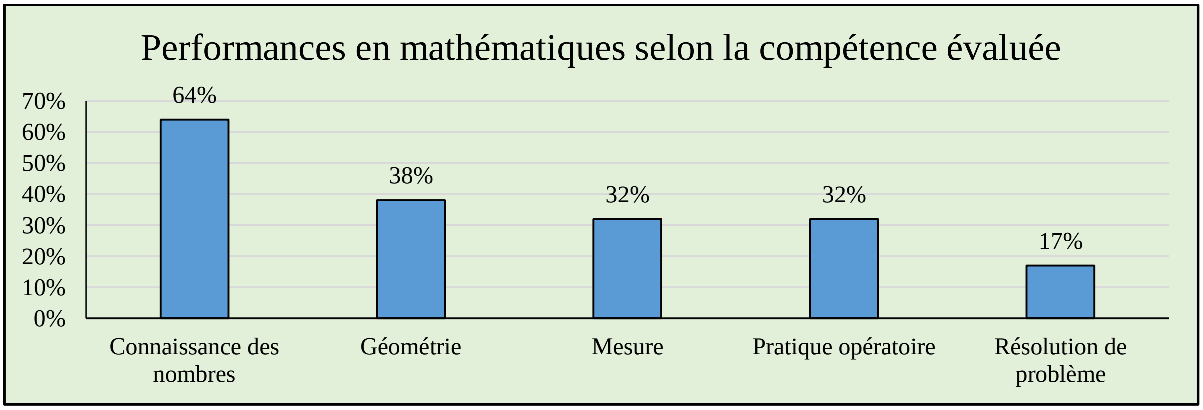


Figure 2.11. Performances des élèves en mathématiques selon la compétence évaluée.

A part la connaissance des nombres, les résultats sont très insuffisants, voir faibles dans toutes les autres compétences. Avec la réduction de la pratique du redoublement[81] au cycle élémentaire, ces élèves qui n'acquièrent pas les connaissances de base surtout en géométrie et en résolution de problèmes arrivent au collège avec beaucoup de lacunes qui font qu'ils ont du mal à s'en sortir en mathématiques. Ils n'ont dès lors comme alternative que de continuer leur scolarité au lycée dans les filières littéraires ; ce qui favorise la désertion des filières scientifiques dont la situation va faire l'objet de la présentation qui suit.

II.4.6. La désertion des filières scientifiques

Pour présenter la situation des filières scientifiques au Sénégal, nous avons dans un premier temps examiné l'évolution des effectifs des élèves inscrits au Baccalauréat de 2001 à 2016. Ces effectifs représentent pratiquement le nombre d'élèves en Terminale à part les candidats

[81] Le redoublement n'est pas autorisé dans les classes d'initiation (CI, CE1, CM1) et dans une classe de fin d'étape (CP, CE2, CM2) son taux ne doit pas excéder 5 % de l'effectif de la classe.

libres non encadrés. Nous avons ensuite analysé la situation actuelle à l'aide du tableau des effectifs par académie des élèves dans les filières L et S pour l'année scolaire 2017 / 2018.

II.4.6.1. Évolution des effectifs des élèves inscrits à l'examen du Baccalauréat général

Pour obtenir cette évolution, nous avons exploité les fascicules annuels rédigés par l'Office du Baccalauréat du Sénégal[82] et restreint notre étude à l'enseignement secondaire général représentant le plus grand nombre d'élèves et qui est constitué des séries scientifiques S1, S2 et des séries littéraires appelées séries L (comprenant les séries L1a, L1b, L'1 et L2) comme le montre le Tableau 2.14.

Année	Série L	Série S2	Série S1	Total
2001	18 038	6 762	530	25 330
	71,21 %	26,69 %	2,09 %	
2002	19 433	7 569	474	27 476
	70,72 %	27,54 %	1,72 %	
2003	20 918	7 980	484	29 382
	71,19 %	27,15 %	1,64 %	
2004	22 586	8 593	523	31 702
	71,24 %	27,10 %	1,64 %	
2005	24 536	9 246	494	34 276
	71,58 %	26,97 %	1,44 %	
2006	27 971	10 715	470	39 156
	71,43 %	27,36 %	1,20 %	
2007	32 003	11 901	543	44 447
	72,00%	26,77 %	1,22 %	
2008	34 487	11 796	603	46 886
	73,55 %	25,15 %	1,28 %	
2009	39 593	14 865	561	55 019
	71,96 %	27,01 %	1,01 %	
2011	56 845	18 980	547	76 372
	74,43 %	24,85 %	0,71 %	
2012	66 920	19 673	571	87 164
	76,77 %	22,57 %	0,65 %	
2013	79 106	23 936	563	103 605
	76,35 %	23,10 %	0,54 %	
2014	92 540	26 093	537	119 170
	77,65 %	21,89 %	0,45 %	
2015	109 333	27 765	520	137 618
	79,44 %	20,17 %	0,37 %	
2016	114 585	28 054	571	143 210
	80,01 %	19,58 %	0,39 %	

Tableau 2.14. Évolution des effectifs des élèves inscrits à l'examen du Baccalauréat général.

[82] L'Office du Baccalauréat est une structure de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar chargée d'organiser l'examen du Baccalauréat sur tout le territoire sénégalais.

La série S1[83] , série spécialisée dans les mathématiques avec la série S3 de l'enseignement technique étaient les seules voies à suivre pour des études supérieures en mathématiques au Sénégal jusqu'à la fin des années 90 où la possibilité a été donnée aux bacheliers de S2 de faire Math/PC et de décrocher une licence, un master ou un doctorat en mathématiques à cause du nombre de plus en plus réduit de bacheliers de S1 en pourcentage, mais stable en effectif.

L'analyse du Tableau 2.14 montre que l'effectif des élèves inscrits au Baccalauréat général est passé de 25 330 en 2001 à 143 210 en 2016, soit un taux d'accroissement moyen annuel (TAMA) de 12,24 %. Durant la même période l'effectif des inscrits de la série :

- L est passé de 18 038 à 114 585, soit un TAMA de 13,12 % ;
- S2 est passé de 6 762 à 28 054, soit un TAMA de 9,95 % ;
- S1 est passé de 530 à 571, soit un TAMA de 0,49 % (ou un TAMA de 2,04 % si on prend l'année 2002 comme base).

Ces taux renseignent sur la croissance de l'effectif des inscrits au Bac qui est surtout portée par les élèves des séries L avec un TAMA supérieur à celui de l'ensemble des inscrits. Quant à la série S1 l'évolution de l'effectif est pratiquement stationnaire (voir figure 2.12).

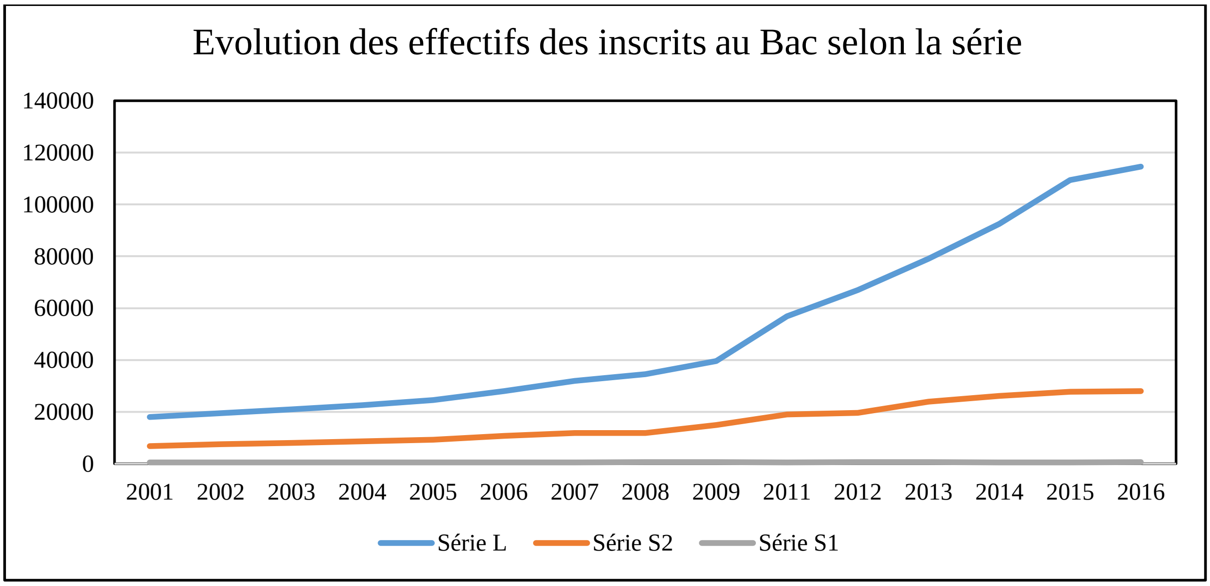


Figure 2.12. Évolution des effectifs des inscrits au Bac général selon la série.

Nous constatons en outre une augmentation de 96 547 des effectifs des inscrits de la série L entre 2001 et 2016, de 21 292 des effectifs de la série S2 et paradoxalement une fluctuation de 133 élèves entre le plus petit effectif 470 et le plus grand 603 des effectifs de la série S1.

[83] La série S1 est l'ancienne série C qui correspond actuellement à la série S, option mathématique en France.

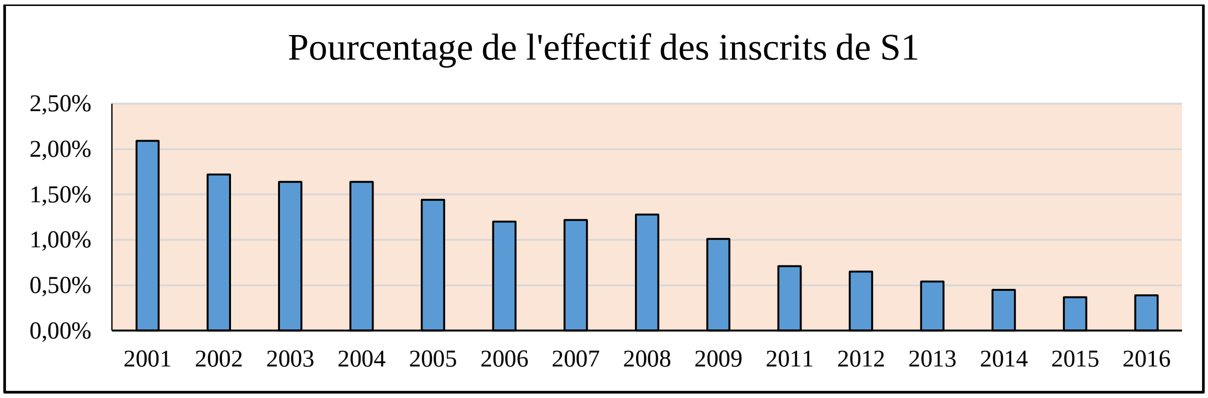


Figure 2.13. Part des inscrits de S1 dans l'effectif total des inscrits du Bac général.

Concernant la part de chaque série dans l'effectif des inscrits, elle varie entre 2001 et 2016 de :

- 71,21 % à 80,01 % avec un pic de 80,01 % en 2016 et un minimum de 70,72 % en 2002 en série L. La tendance générale est à la hausse ;
- 26,69 % à 19,58 % avec un pic de 27,54 % en 2002 et un minimum de 19,58 % en 2016 en série S2. La tendance est à la baisse ;
- 0,39 % à 2,09 % avec un pic de 2,09 % en 2001 et un minimum de 0,39 % en 2016 en série S1. La tendance est à la baisse comme le montre la Figure 2.13.

II.4.6.2. Effectifs par académie des élèves dans les filières L et S pour l'année scolaire 2017 / 2018

Académie	2nde L	2nde S	1^{ere} L	1^{ere} S2	1^{ere} S1	Term L	Term S2	Term S1
Dakar	6942	4802	3118	1195	125	3420	1301	54
	59,11%	40,89%	70,25%	26,92%	2,81%	71,62%	27,24%	1,13%
Diourbel	4264	1938	2659	1256	98	2449	895	25
	68,75%	31,25%	66,25%	31,29%	2,44%	72,69%	26,56%	0,74%
Fatick	6041	1484	3983	745	130	4682	914	12
	80,27%	19,73%	81,98%	15,33%	2,67%	83,48%	16,29%	0,21%
Kaffrine	1470	471	1188	324	17	1286	372	4
	75,73%	24,27%	77,69%	21,19%	1,11%	77,37%	22,38%	0,24%
Kaolack	6803	2786	5293	1429	109	5475	1666	19
	70,94%	29,06%	77,48%	20,91%	1,59%	76,46%	23,26%	0,26%
Kédougou	757	158	541	99	8	570	123	4
	82,73%	17,27%	83,48%	15,27%	1,23%	81,77%	17,64%	0,57%
Kolda	3383	904	2138	376	25	1902	373	8
	78,91%	21,09%	84,20%	14,80%	0,98%	83,31%	16,33%	0,35%
Louga	4232	1165	2778	923	64	3312	733	49
	78,41%	21,59%	73,78%	24,51%	1,69%	80,89%	17,90%	1,19%
Matam	2951	620	2463	448	27	2381	429	6
	82,63%	17,37%	83,83%	15,24%	0,91%	84,55%	15,23%	0,21%
Pikine/G	9219	5607	3984	2916	257	4197	2930	85
	62,18%	47,82%	55,66%	40,74	3,59%	58,19%	40,62%	1,17%

Rufisque	3187	1726	2075	909	64	2204	923	28
	64,86%	45,14%	68,07%	29,82%	2,09%	69,85%	29,25%	0,88%
Saint-Louis	6743	1794	5369	972	231	6144	1051	40
	78,98%	21,02%	81,69%	14,79	3,51%	84,92%	14,52%	0,55%
Sédhiou	3617	372	2131	263	10	2541	353	0
	90,67%	9,33%	88,64%	10,94%	0,41%	87,80%	12,19%	0%
Tambacounda	2653	499	1834	426	22	1840	469	7
	84,16%	15,84%	80,36%	18,66%	0,96%	79,44%	20,25%	0,30%
Thiès	15543	5206	9630	2944	196	9621	3075	51
	74,90%	25,10%	74,41%	23,05%	1,53%	75,47%	24,12%	0,40%
Ziguinchor	8865	1438	4725	715	49	4851	662	9
	86,04%	13,96%	86,08%	13,02%	0,89%	87,84%	11,98%	0,16%
TOTAL	86670	30970	53909	15940	1432	56875	16269	401
	73,67%	26,37%	75,62%	22,36%	2,00%	77,33%	22,12%	0,54%

Tableau 2.15. Effectifs par académie des élèves dans les filières L et S pour l'année scolaire 2017 / 2018.

Pour étudier la part actuelle des filières scientifiques dans les établissements secondaires du Sénégal, nous nous sommes appuyé sur les statistiques de la Direction de la Planification et de la Réforme de l'Éducation (DPRE) du Ministère de l'Éducation nationale en nous intéressant aux effectifs des séries L, S2 et S1 dans les différentes académies (voir Tableau 2.15.). Dans ce tableau « Term » est l'abréviation de la classe de Terminale.

L'analyse du Tableau 2.15 révèle qu'en Seconde la part des effectifs des élèves en série S représente 26,3 %, soit un peu plus du quart des effectifs. Cette part s'effrite d'abord en classe de Première avec 24,36 % des effectifs où la série S1 ne représente que 2 % contre 22,36 % pour la S2. La tendance baissière se poursuit en Terminale où la série scientifique tient 22,66 % des parts avec 0,54 % pour la série S1.

Ces résultats confirment la situation observée précédemment avec l'effectif des inscrits au Baccalauréat, mais ils cachent des disparités entre les différentes académies. En effet les académies de la capitale comme Dakar et Pikine/Guédiawaye ont des parts supérieures à la moyenne nationale avec des effectifs respectifs en Terminale S1 de 54 et 85 élèves, contrairement à la plupart des académies où les effectifs sont très faibles. Nous pouvons citer les académies de Sédhiou, de Kaffrine, de Kédougou, de Matam, de Tambacounda, de Kolda, de Ziguinchor et de Fatick où l'effectif ne dépasse pas 12 élèves (voir Figure 2.1). L'académie de Sédhiou qui ne compte aucun élève en Terminale S1 est la plus touchée par la désertion des filières scientifiques.

Ce phénomène peut s'expliquer par le nombre important de Lycées de proximité construits et l'érection de Collèges en Lycées mais sans mesure d'accompagnement en termes d'équipements scientifiques et de recrutement de personnels qualifiés ; en effet beaucoup de professeurs, qui tiennent les classes de ces Lycées en mathématiques, sont des PCEM qui n'ont pas vocation à exercer au secondaire, des vacataires ou des contractuels.

Cette situation alarmante pour l'avenir de l'enseignement des mathématiques, dans un pays qui aspire à l'émergence, demande des solutions hardies de la part des autorités. Il nous semble que ces solutions doivent commencer par une réflexion sur la pertinence de maintenir la filière S1 avec des effectifs aussi réduits. Ne doit-on pas aller vers une filière S avec un tronc commun et des enseignements de spécialité en Mathématiques, en PC ou en SVT selon les choix de l'élève ?

Des actions sont toutefois engagées et nous pouvons citer :

- la rénovation de huit blocs scientifiques et techniques (BST) existants, la construction et l'équipement de vingt nouveaux ;
- la construction du Lycée scientifique d'excellence de Diourbel qui a ouvert ses portes en 2016/2017 avec un effectif de 60 élèves en Seconde S, parmi lesquels 46 se sont retrouvés en 1ere S1 en 2017/2018 et 14 en 1ere S2. Pour l'année 2018/2019, 29 sont orientés en Terminale S1 et 31 en Terminale S2 ;
- le lancement des chantiers de construction de deux Lycées pour l'intégration et la qualité (LINEQ) à Sédhiou et à Kaolack dont l'enseignement est centré sur les sciences et les mathématiques ;
- la subvention de projets d'établissements axés sur la promotion des mathématiques et des sciences ;
- l'organisation du concours annuel Miss Math et Miss Science pour créer l'émulation chez les jeunes filles[84] ;
- la relance des olympiades nationales de mathématiques ;
- la production de ressources numériques en Mathématiques et en Sciences pour pallier le manque de professeurs expérimentés surtout dans les régions enclavées ;
- la mise en place de la sous-commission Histoire des mathématiques pour produire des fiches d'activités mais aussi étudier les modalités d'une meilleure intégration de l'Histoire des mathématiques dans les programmes scolaires.

La liste n'est pas exhaustive, mais ces initiatives peuvent déjà, si elles sont bien menées, nous faire espérer des lendemains meilleurs pour l'enseignement des mathématiques.

II.5. Conclusion

L'analyse de la situation de l'enseignement des mathématiques révèle une ferme volonté de l'État de « réorienter le système éducatif vers les sciences, les mathématiques, le numérique, la technologie et l'entreprenariat » conformément à la Première décision du conseil présidentiel sur les conclusions des assises de l'Éducation et de la Formation.

Cette volonté se manifeste par les sommes colossales injectées chaque année dans le système éducatif pour améliorer l'accès, la qualité et la bonne gouvernance. Toutefois il se pose la question de l'efficience des dépenses qui fait que l'enseignement apprentissage des mathématiques souffre de beaucoup de maux ayant trait au manque de professeurs ayant les diplômes requis et qui soient bien formés surtout en évaluation des enseignements apprentissages, au nombre réduit de manuels conformes aux programmes de mathématiques du Sénégal. D'ailleurs celui-ci date de 2006 et devrait être réécrit pour prendre en charge les nouvelles dimensions de l'enseignement des mathématiques. Ce qui pose le problème de priorisation des actions, avec la prolifération des initiatives pour améliorer l'enseignement des mathématiques sans ancrage avec la principale référence des professeurs : le programme. En

[84] http://www.senewebnews.com/concours-miss-sciences-miss-math-2017-anta-ndiongue-de-saint-louis-et-diarry-sow-de-diourbel-couronnees/ Consulté le 30 août 2019.

outre beaucoup de chapitres de ce programme ne sont pas traités à cause des grèves cycliques qui malmènent le quantum horaire ; ce qui fait que les élèves trainent des lacunes qui à force de s'accumuler créent des décrochages en mathématiques.

Tous ces problèmes se traduisent par de mauvaises notes en mathématiques, une désertion des filières scientifiques, des taux d'échec, de redoublement et d'abandon élevés, etc., qui doivent être la préoccupation de tous les acteurs.

La communauté mathématique est interpellée en premier pour trouver des solutions à l'enseignement de sa discipline qui fait l'objet d'une forte préoccupation compte-tenu du déphasage entre, d'une part, l'importance stratégique qui lui est accordée comme puissant facteur de développement et, d'autre part, le peu d'attraction qu'elle exerce sur les élèves.

La mise en place à l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar (UCAD) d'une école doctorale de Mathématiques et d'Informatique, l'implantation au Sénégal de l'Institut Africain des Sciences Mathématiques (AIMS-Sénégal) et du Centre d'Excellence Africain en Mathématiques, Informatique et TIC (CEA-MITIC) ainsi que *« l'émergence d'une recherche en didactique des mathématiques naissantes, notamment avec de jeunes chercheurs à la FASTEF qui ont soutenu des thèses de doctorat dans ce domaine* (Sangharé, 2009) » devraient être mises à profit pour changer qualitativement la situation de l'enseignement apprentissage des mathématiques.

II.6. Bibliographie du Chapitre II

1. Barbin, E., (1989), "Les effets pervers de la réforme des « Mathématiques modernes »", *Société française,* n° 33, pp. 26 - 28.

2. Bareil, H., (1992), "la réforme des mathématiques modernes vue par un enseignant du terrain", *Gazette des mathématiciens*, n° 54, pp. 13-16.

3. Legrand, P., (2009), "L'évolution des programmes en France depuis un siècle", *Tangente Éducation,* N° 9, p. 4.

4. Sall, H. N., (1996), *Efficacité et équité de l'enseignement supérieur,* Tome 1, Université Cheikh Anta Diop de Dakar, 277 pp.

5. Sangharé, M., (2009), "Défis de l'enseignement des mathématiques", in *Actes du colloque EMF 2009,* pp. 1 – 11. (http://emf.unige.ch/files/1114/5322/0950/EMF2009_Conference_Sanghare.pdf. Consulté le 13 août 2019).

6. Sarr, J., (2009), "Formation continuée des professeurs de collège et normes de compétences", in *Actes du Colloque EMF 2009*, pp. 357 – 369.

7. Sokhna, M., (2012), "La formation des enseignants au Sénégal", in *Rapport sur la formation des Enseignants*, Edimaths, ICMI 2012, pp. 58 - 68.

8. Touré, S., (2002), « l'enseignement des mathématiques dans les pays francophones de l'Afrique et de l'Océan Indien », *ZDM*, vol. 34 (4), pp. 175-178.

Chapitre III

L'Histoire dans l'enseignement des mathématiques au Sénégal et en France

Notre étude va consister dans ce chapitre à examiner la forme que prend la présence de l'Histoire dans les programmes, les manuels et la formation des professeurs de mathématiques au Sénégal et en France, et les notions exposées. Les programmes, les manuels et les modules de formation des professeurs constituent les principaux dépositaires de l'enseignement apprentissage des mathématiques. Ainsi l'analyse de la présence de l'Histoire dans ces trois référentiels et dans deux pays différents va nous permettre non seulement de faire l'état des lieux de l'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques, mais aussi de procéder à une étude comparative entre ce qui se fait au Sénégal et ce qui existe dans un pays pionnier dans le domaine comme la France.

En effet le besoin d'intégrer l'Histoire des mathématiques s'est manifesté très tôt en France et s'est accentué avec la réforme des mathématiques modernes pour faire face à l'excès d'abstraction et de formalisme entrainé par la réforme. Depuis lors beaucoup de recherches et de travaux ont été réalisés pour une prise en charge effective de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques. Nous souhaitons à travers ce chapitre mesurer l'impact de cette prise en charge dans les programmes de mathématiques, dans les manuels et dans la formation des professeurs de la discipline.

C'est ainsi que nous allons dans un premier temps nous intéresser à la prise en charge de l'Histoire par les programmes des deux pays, ensuite à la présence de l'Histoire dans les manuels de mathématiques avant de terminer par la place de l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques.

III.1. L'Histoire dans les programmes

Les programmes constituant la première référence aussi bien du professeur pour préparer son cours que des auteurs pour rédiger les manuels scolaires, nous allons nous intéresser à la prise en charge de l'Histoire des mathématiques dans ces textes de références, au Sénégal et en France.

III.1.1. L'Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal

Les programmes de mathématiques en vigueur dans l'Enseignement moyen et secondaire[85] du Sénégal datent d'octobre 2006. L'élaboration de ces programmes a répondu à une

[85] L'Enseignement moyen concerne les élèves des Collèges âgés de 12 à 15 ans et l'Enseignement secondaire les élèves des Lycées âgés de 16 à 18 ans, voir Chapitre II, II.2.

recommandation de la Commission Nationale de Réforme de l'Education et de la Formation (CNREF) qui a préconisé une écriture des programmes s'appuyant sur l'explicitation des intentions pédagogiques, contrairement aux anciens programmes qui se contentaient de lister les contenus. C'est ainsi que le programme de chaque niveau est présenté sous forme d'un tableau comportant trois colonnes : les contenus, les commentaires et les compétences exigibles.

Les programmes de mathématiques de l'Enseignement moyen du Sénégal ne comportent aucune allusion à l'Histoire des mathématiques. Ils ressemblent en cela au curriculum de l'Enseignement élémentaire qui consacre quelques-unes de ses pages à l'« information didactique » sans mentionner l'Histoire des mathématiques.

Pourtant les occasions ne manquent pas car c'est dans ce cycle que les élèves étudient deux théorèmes attribués aux précurseurs des mathématiques grecques : le théorème de Pythagore et le théorème de Thalès. Qu'est-ce qui explique alors qu'un programme écrit en 2006 ne fait pas allusion à l'Histoire des mathématiques alors que les manuels comme CIAM utilisés durant cette période et antérieurs à 2006 comportent de précieuses informations sur l'Histoire ? Interpellé sur la question, l'Inspecteur Général Diaham, Président de la Commission Nationale de Mathématique (CNM) a répondu en indiquant que :

> « *ce programme est l'héritier direct de ceux de 98 et 2000 ; articuler quelques éléments d'Histoire des mathématiques à l'enseignement–apprentissage des mathématiques n'était pas encore entré dans les pratiques curriculaires. Ceci ne signifie pas que l'Histoire des mathématiques n'était pas convoquée dans les stratégies effectivement mises en œuvre. Le contenu de certains manuels scolaires en est une preuve »*[86].

On comprend mieux les raisons de l'absence de l'Histoire dans le programme du premier cycle, liées au fait que le programme de 2006 est issu de celui de 1998 et durant cette période, l'intégration de l'Histoire bien qu'elle ait pu se faire dans les manuels, n'est pas une pratique courante qu'on retrouve dans les programmes. On constate ainsi que les manuels censés opérationnaliser le programme, prennent des libertés en investissant des champs ignorés par le programme. Ce qui n'est pas interdit car les auteurs ne sont pas en contradiction avec le programme et le font parce qu'ils estiment que l'Histoire des mathématiques contribue à mieux assimiler le cours.

Cependant nous ne pouvons pas nous satisfaire de cette situation car les manuels, contrairement au programme, ne peuvent engager les enseignants vers l'introduction de l'Histoire en classes de mathématiques. Ils peuvent en inspirer un petit nombre mais l'écrasante majorité des enseignants ne se sent pas concernée comme le confirment les résultats des questionnaires[87] où 75 % des élèves affirment que leurs professeurs ne leur ont jamais parlé d'Histoire des mathématiques, bien que 89,83 % des professeurs interrogés trouvent pertinente l'introduction de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques. D'ailleurs 5 professeurs sur les 24 qui ont répondu à la ***question*** 9 dans le questionnaire destiné aux professeurs[88], soit 20,83 % disent qu'ils n'intègrent pas l'Histoire dans leur enseignement car le programme ne le demande pas.

---

[86] Voir annexe 17, p. 1.
[87] Voir Chapitre V, V.1.3. (***Question 6***).
[88] Voir Chapitre V, V.2.3.

En revanche la plupart des programmes de l'Enseignement secondaire prennent en compte la dimension historique des mathématiques notamment au niveau de leur introduction générale où il est dit en ces termes :

- « *On introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiées, et de les situer dans le développement scientifique et culturel* »[89] en Seconde L et Première L (ancienne série A).
- « *On fera appel autant que possible aux perspectives historiques des mathématiques. Ce qui permettra de mieux situer l'origine, l'utilisation et le développement de certains concepts* »[90] en Terminale L.
- « *L'approche historique, quand elle est possible, sera encouragée pour donner à l'élève une ouverture sur la culture générale* »[91] en Première S2 et Terminale S2 (ancienne série D).

On retrouve des instructions plus précises au niveau de l'introduction du chapitre « Algèbre et Géométrie » de Terminale S2 où « *il est conseillé de faire un rappel historique sur l'évolution des nombres, des entiers naturels aux complexes* »[92].
Il en est de même pour le programme de Terminale S1 (ancienne série C), au niveau du chapitre « Probabilités » où on demande au professeur « *en introduction, de faire l'historique de la naissance des probabilités* »[93] et dans le chapitre « Nombres complexes » où on lui précise que « *l'introduction des nombres complexes est l'occasion de donner un bref aperçu historique du concept de nombre* »[94].
Ces quelques extraits résument les allusions des programmes de mathématiques du Sénégal à l'Histoire des mathématiques et permettent de dégager les constats suivants :

- l'Histoire est absente dans tous les programmes de mathématiques du Collège, malgré les nombreuses occasions qu'elle renferme et qui peuvent être mises à profit pour imprégner et façonner l'esprit scientifique des apprenants.
- L'Histoire est présente dans les programmes du second cycle, mais une compilation des phrases qui l'évoquent lui consacre une page sur les 103 qui constituent le programme ; ce qui représente moins de 1 % et traduit la part négligeable de l'Histoire dans les programmes de mathématiques du Secondaire.
- L'Histoire des mathématiques est évoquée dans tous les programmes de la série L, alors qu'en série S, la série qui forme les futurs scientifiques, aucune allusion à l'histoire n'est faite en Seconde S et en Première S1. « *L'Histoire est-elle pédagogiquement moins utile dans une classe de forts en mathématiques* » ? (Charbonneau, 2006, p. 6).

  Nous ne le pensons pas, et les auteurs des programmes non plus car selon l'inspecteur général Diaham, ces derniers ont considéré que la problématique du sens se pose avec plus d'acuité dans les séries littéraires. Cependant l'Histoire des mathématiques ne se résume pas au sens des concepts ; elle véhicule aussi la culture scientifique qui nous semble indispensable dans la formation des scientifiques que vont devenir les élèves de la série S.

[89] Programme de mathématiques, séries S et L, pp. 82 et 88, octobre 2006.
[90] ibid, p. 95.
[91] ibid, pp. 41 et 72.
[92] ibid, p. 79.
[93] ibid, p. 59.
[94] ibid, p. 60.

- L'Histoire dans les programmes de mathématiques du second cycle est en général confinée dans l'introduction des programmes que les enseignants lisent rarement ou même s'ils la lisent, ignorent ce que le programme attend d'eux concrètement.
  D'ailleurs les expressions « autant que possible » ou « quand elle est possible » qui reviennent systématiquement, leur font penser que c'est rarement possible.
  Ne serait-il pas plus approprié d'aller au-delà de ces vœux, en donnant des indications précises à l'enseignant sur les ressources historiques à mettre en jeu au niveau de chaque chapitre, dans les cas où c'est possible ? Celles-ci ne manquent pas et nous allons tenter de le montrer dans cette thèse.
  D'ailleurs des initiatives allant dans ce sens sont présentes dans les programmes de Terminales S2 et S1, au niveau des chapitres « Probabilités » et « Nombres complexes », où il est clairement dit au professeur ce qu'on attend de lui sur la prise en charge de la dimension historique de ces contenus. Qu'en est-il des programmes français ?

III.1.2. L'Histoire dans les programmes de mathématiques de la France

La France connait des programmes publiés en trois temps :

- le socle commun de connaissances, de compétences et de culture qui couvre la période de la scolarité obligatoire de 6 à 16 ans, qui correspond pour l'essentiel aux enseignements de l'école élémentaire et du collège et qui est entré en vigueur en septembre 2016 ;
- les programmes d'enseignement de Seconde et de Première des voies générales et technologiques qui entrent en vigueur à la rentrée 2019 ;
- les programmes de Terminales qui vont entrer en vigueur à la rentrée de 2020.

Notre étude va porter d'une part sur le socle commun de connaissances, de compétences et de culture et d'autre part sur les programmes de Seconde et Première. Nous aurions souhaité la compléter avec le nouveau programme de Terminale, mais il n'était pas disponible au moment où nous avons rédigé ces lignes. Il faut toutefois signaler qu'avec la réforme du lycée en cours qui supprime les séries (L, ES et S), les mathématiques à partir de la Première ne figurent plus dans le tronc commun de la voie générale, mais dans les enseignements de spécialité. Ainsi le programme de mathématiques de Première est destiné, dans la voie générale, à des élèves ayant opté pour les mathématiques et qui sont en général motivés pour l'apprentissage de cette discipline.
Cependant la réforme introduit dans le tronc commun un enseignement scientifique pour lequel « *aucun élève ne sera exempté d'une formation de culture scientifique qui donnera toute sa place aux mathématiques appliquées* »[95].

[95] Accessible sur https://www.education.gouv.fr/cid140498/l-enseignement-des-mathematiques-dans-la-reforme-du-lycee-en-classe-de-premiere-et-terminale-de-la-voie-generale.html. Consulté le 20 août 2019.

III.1.2.1. L’Histoire dans les programmes de mathématiques de la scolarité obligatoire

Les programmes de la scolarité obligatoire concernent :

- le cycle 2 des apprentissages fondamentaux qui est constitué des classes de CP, CE1 et CE2 ;
- le cycle 3 de consolidation qui est constitué des classes de CM1, CM2 et 6ème ;
- le cycle 4 des approfondissements qui est constitué des classes de 5ème, 4ème et 3ème.

Ils s’inscrivent dans le Socle commun de connaissances, de compétences et de culture décliné dans le décret n^{o} 2015-372 du 31 mars 2015, publié au J.O du 2 avril 2015 et composé des cinq domaines de formation que sont « les langages pour penser et communiquer », « les méthodes et outils pour apprendre », « la formation de la personne et du citoyen », « les systèmes naturels et les systèmes techniques », « les représentations du monde et l’activité humaine ».

Le programme précise pour chaque cycle les disciplines étudiées, pour chaque discipline les différentes parties qui la constituent et pour chaque partie les « compétences travaillées », les « attendus de fin de cycle », avant la présentation en deux colonnes d’une part des « connaissances et compétences associées » et d’autre part d’« exemples de situations, d’activités et de ressources pour l’élève ». On retrouve à la fin du programme de chaque discipline la rubrique « Croisement des enseignements » qui met en exergue les possibilités d’interdisciplinarité.

Des allusions à l’Histoire des mathématiques ne figurent pas dans le programme du cycle 2 contrairement aux cycles 3 et 4 où elles apparaissent, mais le plus souvent sous forme de généralités. C’est le cas du programme du cycle 3 où il est dit à la page 96 que :

> « *L’enseignement des mathématiques, des sciences et de la technologie contribue également à développer des repères spatiaux et temporels en faisant acquérir aux élèves des notions d’échelle, en différenciant des temporalités et en situant des évolutions scientifiques et techniques dans un contexte historique, géographique, économique ou culturel* ».

Nous retrouvons dans le même programme, à la page 197 que :

> « *La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves* ».

Concernant le programme du cycle 4, il est indiqué à la page 217 que :

> « *Mieux comprendre la société dans laquelle ils vivent exige aussi des élèves qu’ils s’inscrivent dans le temps long de l’histoire. C’est ainsi qu’ils sont davantage confrontés à la dimension historique des savoirs mais aussi aux défis technologiques, sociétaux et environnementaux du monde d’aujourd’hui* ».

D’autres allusions figurent à la page 223 où il est écrit que « *Le domaine 4*[96] *est un lieu privilégié mais non exclusif pour travailler l’histoire des sciences en liaison avec l’histoire des sociétés humaines.* », puis au niveau de la rubrique « Croisement entre enseignements » notamment aux pages 379 et 380 où il est précisé :

[96] Le domaine 4 concerne « les systèmes naturels et les systèmes techniques ».

« Pour autant, les élèves doivent aussi percevoir que les mathématiques ne sont pas figées, qu'elles se développent et affrontent parfois des crises. Elles sont le produit de la pensée humaine, peuvent être objets de créativité, et sont constitutives de la culture de toute société »

avec comme exemples :

- *les relations entre arts et sciences dans la civilisation médiévale musulmane avec les translations, les symétries, les figures géométriques, les frises et pavages ;*
- *les questions de sciences dans l'Antiquité avec la mesure de la circonférence de la Terre par Eratosthène, les racines carrées, Thalès, Pythagore, les fractions égyptiennes, les différents systèmes et formes de numération ;*
- *les théories scientifiques qui ont changé la vision du monde Ptolémée, Copernic, Galilée, Kepler avec les notions de rotation et de périodicité ;*
- *les sciences à l'époque de la Révolution française avec le système métrique, le méridien la triangulation et l'incertitude.*

Ces extraits révèlent que le programme en vigueur encourage la perspective historique dans l'enseignement des mathématiques et va au-delà du précédent celui de 2008 en précisant quelques possibilités d'introduction de l'Histoire des mathématiques avec notamment l'étude des translations, des symétries, des rotations, des racines carrées, des fractions, des systèmes de numération, des théorèmes de Thalès et de Pythagore.

Néanmoins toutes ces indications sont consignées pour l'essentiel dans les généralités ; leur présence au niveau de la colonne « exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève » pourrait apporter plus de précisions sur ce qu'on attend du professeur concernant l'information historique et lui permettre de s'engager dans la mise en œuvre de la prescription ayant trait à l'Histoire des mathématiques. Ce n'est qu'à la page 377 où cette préoccupation a été prise en charge à travers la demande adressée au professeur d'« *étudier comment les notions de la géométrie plane ont permis de déterminer des distances astronomiques (estimation du rayon de la Terre par Eratosthène, distance de la Terre à la Lune par Lalande et La Caille, etc.)* » ; ce qui est insignifiant.

III.1.2.2. L'Histoire dans les programmes de mathématiques de Seconde et de Première

Notre étude a également porté sur les programmes de Seconde et de Première des voies générales et technologiques, publiés au B.O. spécial n° 1 du 22 janvier 2019. Les programmes de Seconde comme de Première comprennent un préambule qui décrit les « intentions majeures », « quelques lignes directrices pour l'enseignement » et l'« organisation du programme ». Ces rubriques sont suivies par les grandes parties qui structurent les programmes. Nous trouvons en Seconde : Nombres et calculs, Géométrie, Fonctions, Statistiques et probabilités, Algorithme et programmation, Vocabulaire ensembliste et logique. En Première on retrouve l'Algèbre, l'Analyse, la Géométrie, les Statistiques et Probabilités, l'Algorithme et Programmation.

Il est précisé pour chacune de ces parties les « Objectifs », quelques possibilités d'intégrer l'Histoire des mathématiques à travers la rubrique « Histoire des mathématiques » et les différentes compétences attendues.

Chaque compétence comprend les « contenus » à étudier, les « capacités attendues », les « démonstrations » à faire, des « exemples d'algorithmes » sur lesquels les élèves doivent travailler, et des « approfondissements possibles » des notions en jeu. Ces points figurent dans toutes les compétences sauf dans quelques-unes où on en a moins ou parfois plus avec le point « expérimentations ».

L'Histoire des mathématiques est présente dans la rubrique « Quelques lignes directrices » où les auteurs rappellent que « *Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel* » et au niveau de l'« organisation du programme » où l'on indique que :

> « *Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur peut s'appuyer sur l'étude de documents historiques* ».

C'est ainsi que nous retrouvons dans la rubrique « Histoire des mathématiques » des informations historiques que nous avons organisées dans les deux tableaux suivants pour les classes de Seconde et de Première afin d'évaluer leur consistance :

Classe de seconde

Partie du programme	**Rubrique « Histoire des mathématiques »**
Nombres et calculs	La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs, la différence entre « nombres réels » et « nombres de la calculatrice ». Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'au fur et à mesure de l'élaboration, au cours des siècles, de symbolismes efficaces. Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, Euclide, Al-Khwârizmî, Fibonacci, Viète, Fermat, Descartes et mettre en évidence leurs aspects algorithmiques.
Géométrie	Les progrès apportés par la « méthode des coordonnées » de Descartes, puis par la notion de vecteur, permettent de relier efficacement géométrie, physique et calcul. On pourra évoquer les mathématiques grecques, en mettant en évidence le rôle central de la géométrie dans la naissance de l'idée de démonstration ainsi que le faible développement de l'algèbre sous l'Antiquité, en partie dû à l'appui systématique sur la géométrie.
Fonctions	On peut évoquer la très lente élaboration de la notion de fonction, depuis l'Antiquité jusqu'à la codification actuelle par Dirichlet, en mettant en évidence quelques étapes importantes : Newton, Leibniz, Euler. On souligne alors l'importance de la notation algébrique.
Statistiques et probabilités	L'Histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des parties, dit aussi du Chevalier de Méré, l'échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygens qui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués.
Algorithme et programmation	Les textes évoqués dans la thématique « Nombres et calculs » indiquent une préoccupation algorithmique tout au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique.

Tableau 3.1. L'Histoire dans le programme de mathématiques de Seconde de la France.

Classe de Première

Partie du programme	**Rubrique « Histoire des mathématiques »**
Algèbre	Bien avant de faire l'objet d'une étude formalisée, les suites apparaissent dans deux types de situations : - approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) ; - problèmes de comptage (les lapins de Fibonacci, etc.). Les problèmes décrits dans les livres de Fibonacci, ou chez les savants arabes qui le précèdent, se modélisent avec des suites. Oresme calcule des sommes de termes de suites géométriques au XIV$^{\text{ème}}$ siècle. On trouve chez Diophante, puis chez Al-Khwârizmî, des méthodes de résolutions d'équations du second degré. Le travail novateur d'Al-Khwârizmî reste en partie tributaire de la tradition (utilisation de considérations géométriques équivalentes à la forme canonique) et de l'état alors embryonnaire de la notation algébrique, ainsi que de l'absence des nombres négatifs. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement vers un formalisme efficace et concis.
Analyse	Le calcul différentiel s'est imposé par sa capacité à donner des solutions simples à des problèmes nombreux d'origines variées (cinématique, mécanique, géométrie, optimisation). Le développement d'un calcul des variations chez Leibniz et Newton se fonde sur l'hypothèse que les phénomènes naturels évoluent linéairement quand on leur applique des petites variations. Leurs approches partent de notions intuitives mais floues d'infiniment petit. Ce n'est que très progressivement que les notions de limites et de différentielles, qui en fondent l'exposé actuel, ont été clarifiées au XIX$^{\text{ème}}$ siècle. La notation exponentielle et les fonctions exponentielles apparaissent vers la fin du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, procédant d'une volonté de traiter des phénomènes de croissance comparables à ceux des intérêts composés. La modélisation de ces situations fait naturellement apparaître la caractérisation de la fonction exponentielle comme seule fonction vérifiant l'équation différentielle $y' = y$ et la condition initiale $y(0) = 1$. La trigonométrie a été utilisée chez les Anciens dans des problèmes de natures diverses (géométrie, géographie, astronomie). Elle est à l'époque fondée sur la fonction corde, d'un maniement bien moins facile que les fonctions sinus et cosinus de la présentation actuelle.
Géométrie	La notion de vecteur était implicite en mécanique depuis Galilée mais a mis longtemps à prendre sa forme actuelle. On observe un lien entre analyse et géométrie en étudiant la façon dont la notion de vecteur apparait chez Leibniz au cours de ses recherches sur l'élaboration d'un calcul des variations. Le XIX$^{\text{ème}}$ siècle voit l'élaboration conjointe de ce qui deviendra le produit scalaire et de la notion de travail en physique. Le calcul vectoriel et le produit scalaire permettent une approche de la géométrie différente de celle des Anciens, sans doute puissante, avec l'avantage de combiner vision géométrique et calcul. Les cercles font partie des plus vieux objets mathématiques. La caractérisation du cercle de diamètre AB comme ensemble des points M tels que le triangle AMB soit rectangle en M semble remonter à Thalès. Mais ce n'est qu'au XVII$^{\text{ème}}$ siècle que Descartes élabore la méthode des coordonnées et écrit l'équation d'un cercle en repère orthonormé.
Statistiques et probabilités	Les probabilités conditionnelles peuvent être l'objet d'un travail historique en anglais ; elles apparaissent en effet dans des travaux de Bayes et de Moivre, écrits en anglais au XVIII$^{\text{ème}}$ siècle, même si c'est Laplace qui en a élaboré la notion. Les questions traitées par ces auteurs peuvent parfois surprendre (exemple : quelle est la probabilité que le soleil se lève demain, sachant qu'il s'est levé depuis le commencement du monde ?) ;

	néanmoins, les probabilités conditionnelles sont omniprésentes dans la vie courante et leur utilisation inappropriée mène facilement à de fausses affirmations. L'Histoire des probabilités contribue à la réflexion sur la codification d'une théorie scientifique. On peut considérer que les origines du « calcul des probabilités » remontent au XVII^{ème} siècle. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent les notions de variable aléatoire et d'espérance à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie. Ce n'est que vers 1930 que la description actuelle, en termes d'univers, s'est imposée. Elle permet une formalisation souple dans laquelle l'univers joue le rôle de « source d'aléas ». La notion de variable aléatoire, présente sans définition précise depuis l'origine de la discipline, apparaît alors comme une fonction définie sur un univers.
Algorithme et programmation	De nombreux textes témoignent d'une préoccupation algorithmique au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique.

Tableau 3.2. L'Histoire dans le programme de mathématiques de Première de la France.

Quelques exemples d'algorithmes s'appuyant sur l'Histoire des mathématiques sont notés en classe de première dans les cas suivants :
- variations et courbes représentatives de fonctions : méthode de Newton, en se limitant à des cas favorables.
- Fonctions trigonométriques : approximation de π par la méthode d'Archimède.
- Probabilités conditionnelles et indépendance : méthode de Monte-Carlo (estimation de l'aire sous la parabole, estimation du nombre π).

Ces illustrations, riches et variées, montrent tout le crédit accordé à l'Histoire des mathématiques par les programmes de Seconde et de Première pour améliorer l'enseignement des mathématiques. Cette option claire et nette des programmes pour l'Histoire des mathématiques est une recommandation du rapport Villani (op.cit. p. 35) qui indique que :

> « *l'épistémologie et l'histoire de la construction des notions mathématiques, qui apportent une réelle richesse didactique, sont peu enseignées en formation initiale. Par exemple vers 1 620, Fermat propose une méthode originale pour trouver le maximum de l'aire d'un rectangle connaissant son périmètre : on a les prémices du calcul infinitésimal.*
> *Débattre de la méthode de Fermat, qui troubla ses contemporains, peut constituer une approche intéressante du nombre dérivé, enseigné aujourd'hui dans les classes de lycée. Expliciter le chemin parcouru par les sciences pour comprendre la technique employée par Fermat est intéressant pour les élèves.*
> *En tirant parti de l'histoire des mathématiques, les professeurs inscrivent leur enseignement dans l'évolution de la pensée. De plus, les élèves sont souvent sensibles à la « légende des mathématiques ». La narration peut jouer ici un rôle motivant. D'autre part, les leçons épistémologiques qui se dégagent de l'histoire (rôle des problèmes, enchevêtrement des concepts et des techniques, nécessité de l'abstraction) sont évidemment de nature à contribuer à la formation, notamment en permettant de dépasser un utilitarisme à courte vue* ».

Il reste toutefois la mise en œuvre de cette orientation qu'il convient d'examiner dans les manuels et dans la formation des professeurs.

III.2. L'Histoire dans les manuels de mathématiques

D'après El Idrrissi (2006, p. 1), le manuel scolaire reste probablement, hormis l'enseignant, le vecteur le plus accessible et le plus pratique pour faire accéder les élèves à l'Histoire des mathématiques. Pour lui, « *on ne peut s'empêcher de constater que l'Histoire des mathématiques est de plus en plus présente dans les manuels scolaires* ». Nous allons, à travers cette étude, vérifier si c'est le cas pour les manuels scolaires de mathématiques utilisés au Sénégal et en France. Nous allons toutefois commencer par préciser le sens des mots suivants, fréquents dans l'étude, dont la plupart sont empruntés à la terminologie utilisée par El Idrissi :

Évocation : sous ce vocable nous regroupons les allusions ou capsules historiques et les chroniques. Les chroniques étant des articles constitués d'informations historiques à propos de mathématiciens ou de concepts, tandis que les allusions ne font qu'évoquer succinctement des aspects historiques à propos d'un concept, d'une méthode, d'un mathématicien (portrait, date de naissance et de décès, sa vie).

Activité : c'est un problème, une situation problème qui sert d'appui pour l'introduction d'une notion nouvelle.

Exercice : il s'agit d'un exercice d'application, d'entrainement ou d'approfondissement, mais aussi d'un problème de synthèse, d'un travail dirigé ou pratique.

III.2.1. L'Histoire dans les manuels de mathématiques utilisés au Sénégal

Nous allons dans cette partie étudier la manière dont l'Histoire des mathématiques est prise en charge dans les manuels des trois collections les plus utilisées dans les établissements scolaires du Sénégal[97] : la Collection Inter Africaine de Manuels de Mathématiques (CIAM), la collection Excellence maths et la collection « USAID ».

Dans les trois collections, nous constatons que l'Histoire est généralement évoquée au niveau de l'introduction des chapitres, mais aussi dans des activités introductives, des exercices et des capsules historiques de la manière suivante :

- dans les introductions de chapitres où les auteurs, en général, retracent brièvement des étapes marquantes de l'évolution des concepts qui y sont étudiés ; ces étapes concernent la naissance du concept, son évolution, les peuples ou mathématiciens ayant travaillé sur ces concepts, etc. Les introductions sont souvent illustrées par les portraits de ces mathématiciens.
- Au niveau des activités introductives, les auteurs prennent souvent appui sur les travaux de mathématiciens pour introduire un concept. Leur traitement utilise dans beaucoup de cas des symboles modernes.
- Concernant les exercices ou travaux dirigés, les auteurs énoncent le problème auquel le savant de l'époque était confronté et aident l'élève à travers un questionnement approprié pour résoudre ce problème.

[97] Voir Chapitre V, V.2.3. Analyse des résultats du questionnaire des professeurs (***Question 4***).

- Pour ce qui est des capsules historiques, les auteurs utilisent des encadrés illustrés souvent par le portrait d'un mathématicien et contenant des informations historiques relatives à son travail et à sa vie.

On remarque toutefois que les informations historiques sont surtout présentes au niveau de l'introduction des chapitres pour les trois collections comme nous allons le constater à travers l'analyse de la présence de l'Histoire des mathématiques dans chaque manuel.

III.2.1.1. La collection Excellence maths

La collection Excellence, est le fruit de travaux d'équipes de professeurs sénégalais expérimentés, membres de la Commission Nationale de Réforme des programmes de Mathématiques ou des structures de formation des enseignants. Les manuels rédigés se limitent pour le moment au Collège.

Dans cette collection, les chapitres sont subdivisés en cinq parties parmi lesquelles l'introduction générale qui indique sommairement les objectifs généraux avec parfois des aspects historiques.

Toutefois ces aspects historiques ou allusions à l'Histoire concernent un nombre insignifiant de chapitres. Chaque allusion occupe dans le meilleur des cas le quart d'une page, et nous allons examiner en profondeur les manuels de cette collection dont nous proposons des extraits à la Figure 3.1 pour voir comment l'Histoire y est présentée.

III.2.1.1.1. Le manuel de Sixième

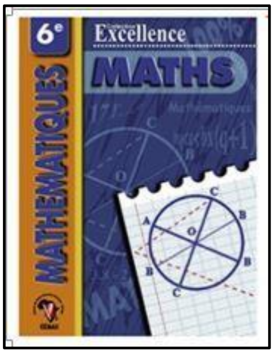
Le manuel de Sixième comporte dix-neuf chapitres, mais un seul évoque l'Histoire des mathématiques et de manière très vague. Il s'agit du chapitre « Nombres Décimaux » dans lequel les auteurs (Diallo *et al.*, 2008, p. 135) informent le lecteur, à travers l'introduction du chapitre, que depuis des siècles l'homme a utilisé pour compter le nombre naturel, qu'il a appelé plus tard nombre entier naturel. Ainsi l'histoire est présente sur une page parmi les 208 que compte le manuel, soit 0,48 %.

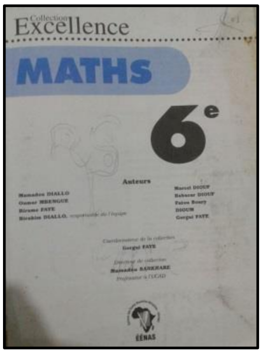
III.2.1.1.2. Le manuel de Cinquième

Le manuel de Cinquième est subdivisé en treize chapitres. Nous retrouvons des bribes d'Histoire évoquées par les auteurs (Ngom *et al.*, 2 008, p. 34) dans le chapitre « Triangles » où il est mentionné que les propriétés du triangle sont utilisées par les Égyptiens dans la construction de leurs pyramides et dans le chapitre « Repères et fonctions » où il est précisé qu'avec l'introduction des notions d'abscisse, d'ordonnée, etc., par Descartes, les mathématiciens ont réussi à résoudre beaucoup de problèmes liés aux fonctions (ibid, p. 180).

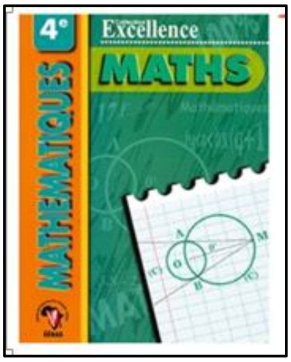
Comme pour la classe de Sixième, l'évocation de l'histoire dans le manuel de Cinquième est imprécise et ne figure que sur deux pages du manuel qui en a 206, soit 0,97 % (Figure 3.2).

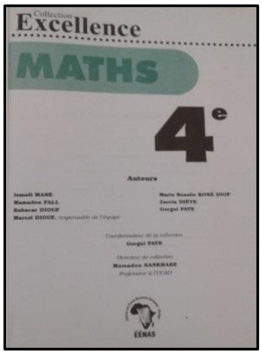
Manuel de 6$^{\text{ème}}$

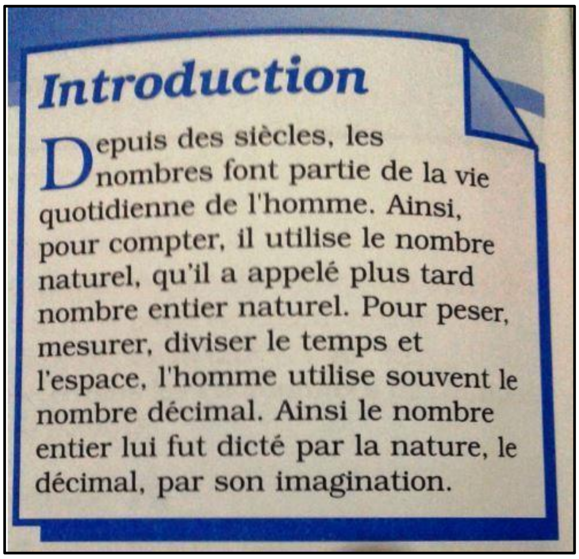




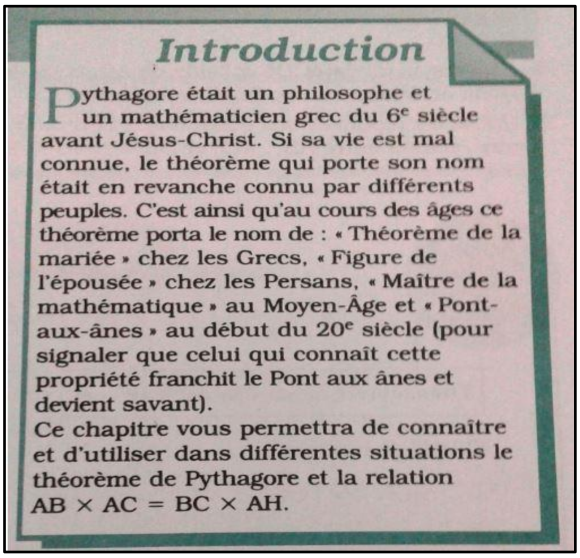
Manuel de 4$^{\text{ème}}$






Introduction

Depuis des siècles, les nombres font partie de la vie quotidienne de l'homme. Ainsi, pour compter, il utilise le nombre naturel, qu'il a appelé plus tard nombre entier naturel. Pour peser, mesurer, diviser le temps et l'espace, l'homme utilise souvent le nombre décimal. Ainsi le nombre entier lui fut dicté par la nature, le décimal, par son imagination.


Introduction

Pythagore était un philosophe et un mathématicien grec du 6e siècle avant Jésus-Christ. Si sa vie est mal connue, le théorème qui porte son nom était en revanche connu par différents peuples. C'est ainsi qu'au cours des âges ce théorème porta le nom de : « Théorème de la mariée » chez les Grecs, « Figure de l'épousée » chez les Persans, « Maître de la mathématique » au Moyen-Âge et « Pont-aux-ânes » au début du 20e siècle (pour signaler que celui qui connaît cette propriété franchit le Pont aux ânes et devient savant).
Ce chapitre vous permettra de connaître et d'utiliser dans différentes situations le théorème de Pythagore et la relation AB × AC = BC × AH.

Figure 3.1. Extraits des manuels « Excellence » de 6$^{\text{ème}}$ et de 4$^{\text{ème}}$.

III.2.1.1.3. Le manuel de Quatrième

Le manuel de Quatrième est structuré en quinze chapitres. L'histoire n'est présente que dans deux chapitres, le triangle rectangle (voir Mané *et al.*, 2008, p. 41) et le calcul algébrique (ibid, p. 141), mais aussi sur deux pages parmi les 202 du manuel, soit 0,99 %.

Dans le chapitre « Triangle rectangle », les auteurs parlent de la vie de Pythagore, du théorème qu'on lui attribue et des différents noms du théorème au fil des âges ; toutefois aucune information sur les versions de ce théorème dans les autres civilisations n'est mentionnée. Quant au chapitre « Calcul algébrique », il est fait mention de l'évolution de l'algèbre depuis Babylone. On remarque dans les deux cas, que l'Histoire est présente sous forme d'informations portant sur la biographie d'un mathématicien célèbre ou sur l'évolution d'un domaine mathématique.

III.2.1.1.4. Le manuel de Troisième

Le manuel de Troisième comprend sept chapitres en activités géométriques et six en activités numériques. Seuls les chapitres « Théorème de Thalès » (voir Diallo *et al.*, 2008, p. 7), « Relations trigonométriques » (ibid, p. 24) et « Repérage dans le plan » (ibid, p. 84) font

allusion à l'Histoire des mathématiques avec la vie de Thalès de Milet, la définition de la géométrie analytique par Descartes, l'étymologie et l'origine de la trigonométrie. Ainsi, seulement trois pages sur 216 sont concernées par l'Histoire ; soit 1,38 %.
L'Histoire dans ce manuel se limite à donner des informations sur la vie de mathématiciens célèbres et sur l'origine de certaines branches des mathématiques.

III.2.1.1.5. Commentaires

L'analyse des quatre manuels ci-dessus montre que l'Histoire des mathématiques n'est pas une priorité de la collection Excellence. En effet elle n'évoque que de manière très vague l'Histoire des mathématiques et cela dans moins de 1 % de ses pages. Il faut noter cependant que la collection Excellence va plus loin que le programme de l'enseignement moyen qui est muet sur la question de l'Histoire des mathématiques.

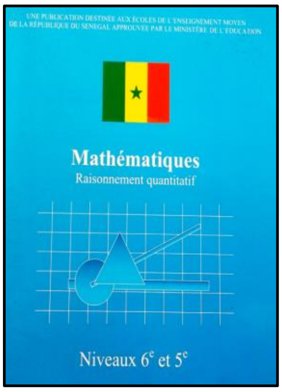
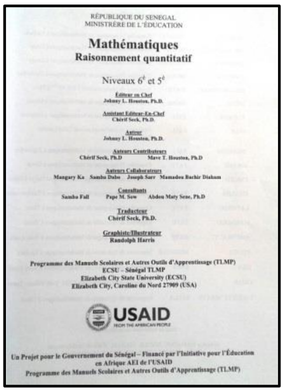
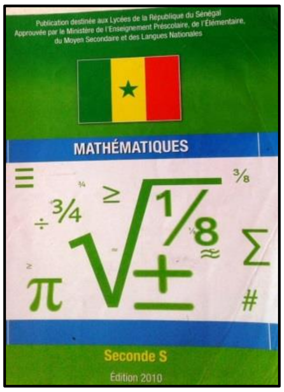
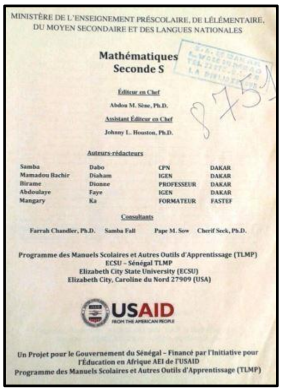
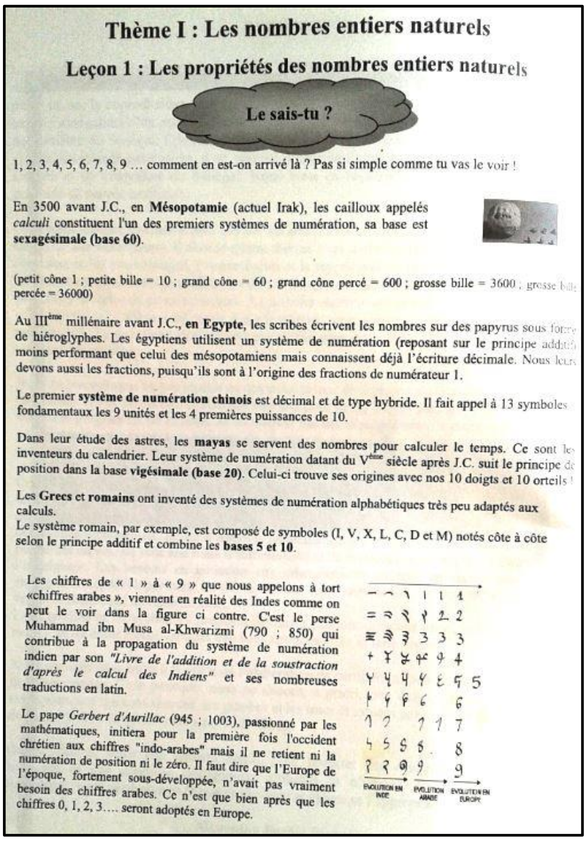
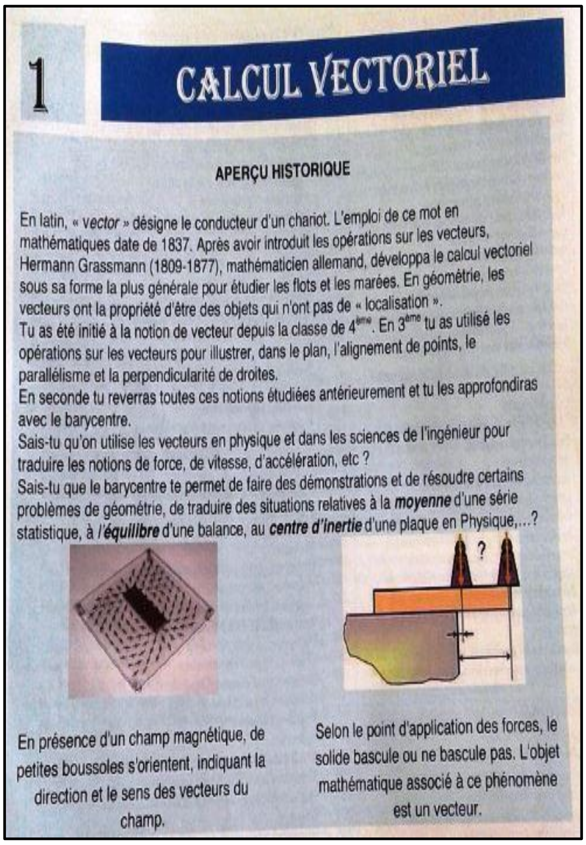
III.2.1.2. La collection dite « USAID »

Cette collection n'a pas de nom ; mais on l'appelle familièrement collection USAID (United States Agency for International Development) du fait qu'elle a été financée par l'Initiative pour l'Education en Afrique (AEI) de l'USAID dans le cadre du Programme des Manuels Scolaires et Autres Outils d'Apprentissage (TLMP). Ce programme est mis en place pour aider certains pays africains en manuels d'appoint de mathématiques.
La collection USAID concerne les manuels de sixième-cinquième, de quatrième-troisième, de seconde S et sont offerts gratuitement aux élèves sénégalais dans le cadre de la coopération sénégalo-américaine.
Les manuels de sixième-cinquième et de quatrième-troisième sont écrits par des Américains et adaptés au contexte sénégalais par des experts sénégalais, contrairement au livre de Seconde S qui est l'œuvre de Sénégalais sous la supervision d'Américains.
La structuration des leçons de cette collection est déclinée en trois étapes : la première étape concerne l'introduction du chapitre, la deuxième étape est celle de l'exposé des notions et la troisième celui des exercices.
L'introduction intitulée « Aperçu historique » dans le manuel de Seconde S et « Le sais-tu ? » dans les autres manuels, renferme en général les informations historiques dont nous allons déterminer la nature à travers les manuels de la collection.

III.2.1.2.1. Le manuel de Sixième-Cinquième

Ce manuel exclusivement axé sur les activités numériques aborde quatre thèmes : « les nombres entiers naturels », « les nombres décimaux et les pourcentages », « l'organisation et la représentation de données », « la logique et le raisonnement mathématiques ». Chaque thème est réparti en cinq leçons. Les deux premiers thèmes sont abordés par les programmes du Sénégal de Sixième et Cinquième ; les autres sont des thèmes transversaux au cœur des programmes de mathématiques.
L'Histoire est surtout présente dans la rubrique « Le sais-tu ? » à travers les leçons suivantes :

- la leçon sur « les propriétés des nombres entiers naturels » (Voir Houston, 6ème – 5ème, 2008, p. 2) qui consacre une page entière à l'Histoire des entiers naturels depuis la Mésopotamie en 3500 avant J.-C., jusqu'aux chiffres arabes, en passant par l'Égypte et les systèmes de numération. Cette leçon se termine par un exercice occupant deux pages et basé sur la numération « Suan zé » (ibid, pp. 12-13) des savants chinois.

Manuel de 6ème et 5ème	Manuel de Seconde S
 	 
	

Thème I : Les nombres entiers naturels

Leçon 1 : Les propriétés des nombres entiers naturels

Le sais-tu ?

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 … comment en est-on arrivé là ? Pas si simple comme tu vas le voir !

En 3500 avant J.C., en **Mésopotamie** (actuel Irak), les cailloux appelés *calculi* constituent l'un des premiers systèmes de numération, sa base est **sexagésimale (base 60)**.

(petit cône 1 ; petite bille = 10 ; grand cône = 60 ; grand cône percé = 600 ; grosse bille = 3600 ; grosse bille percée = 36000)

Au IIIème millénaire avant J.C., **en Egypte**, les scribes écrivent les nombres sur des papyrus sous forme de hiéroglyphes. Les égyptiens utilisent un système de numération (reposant sur le principe additif) moins performant que celui des mésopotamiens mais connaissent déjà l'écriture décimale. Nous leurs devons aussi les fractions, puisqu'ils sont à l'origine des fractions de numérateur 1.

Le premier **système de numération chinois** est décimal et de type hybride. Il fait appel à 13 symboles fondamentaux les 9 unités et les 4 premières puissances de 10.

Dans leur étude des astres, les **mayas** se servent des nombres pour calculer le temps. Ce sont les inventeurs du calendrier. Leur système de numération datant du Vème siècle après J.C. suit le principe de position dans la base **vigésimale (base 20)**. Celui-ci trouve ses origines avec nos 10 doigts et 10 orteils !

Les **Grecs** et **romains** ont inventé des systèmes de numération alphabétiques très peu adaptés aux calculs.
Le système romain, par exemple, est composé de symboles (I, V, X, L, C, D et M) notés côte à côte selon le principe additif et combine les **bases 5 et 10**.

Les chiffres de « 1 » à « 9 » que nous appelons à tort «chiffres arabes », viennent en réalité des Indes comme on peut le voir dans la figure ci contre. C'est le perse Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (790 ; 850) qui contribue à la propagation du système de numération indien par son *"Livre de l'addition et de la soustraction d'après le calcul des Indiens"* et ses nombreuses traductions en latin.

Le pape *Gerbert d'Aurillac* (945 ; 1003), passionné par les mathématiques, initiera pour la première fois l'occident chrétien aux chiffres "indo-arabes" mais il ne retient ni la numération de position ni le zéro. Il faut dire que l'Europe de l'époque, fortement sous-développée, n'avait pas vraiment besoin des chiffres arabes. Ce n'est que bien après que les chiffres 0, 1, 2, 3…. seront adoptés en Europe.

1 CALCUL VECTORIEL

APERÇU HISTORIQUE

En latin, « *vector* » désigne le conducteur d'un chariot. L'emploi de ce mot en mathématiques date de 1837. Après avoir introduit les opérations sur les vecteurs, Hermann Grassmann (1809-1877), mathématicien allemand, développa le calcul vectoriel sous sa forme la plus générale pour étudier les flots et les marées. En géométrie, les vecteurs ont la propriété d'être des objets qui n'ont pas de « localisation ».
Tu as été initié à la notion de vecteur depuis la classe de 4ème. En 3ème tu as utilisé les opérations sur les vecteurs pour illustrer, dans le plan, l'alignement de points, le parallélisme et la perpendicularité de droites.
En seconde tu reverras toutes ces notions étudiées antérieurement et tu les approfondiras avec le barycentre.
Sais-tu qu'on utilise les vecteurs en physique et dans les sciences de l'ingénieur pour traduire les notions de force, de vitesse, d'accélération, etc ?
Sais-tu que le barycentre te permet de faire des démonstrations et de résoudre certains problèmes de géométrie, de traduire des situations relatives à la *moyenne* d'une série statistique, à l'*équilibre* d'une balance, au *centre d'inertie* d'une plaque en Physique,...?

En présence d'un champ magnétique, de petites boussoles s'orientent, indiquant la direction et le sens des vecteurs du champ.

Selon le point d'application des forces, le solide bascule ou ne bascule pas. L'objet mathématique associé à ce phénomène est un vecteur.

Figure 3.2. Extraits des manuels « USAID » de 6ème – 5ème et de Seconde S.

- La leçon sur « les nombres entiers naturels et les opérations arithmétiques » (ibid, p. 14) où les auteurs évoquent l'évolution de la numération de position.
- La leçon intitulée « Les fonctions » où l'on retrace la vie et l'œuvre du savant Leibniz.
- La leçon sur « Les graphes et les matrices » (ibid, p. 120) où une page est consacrée à l'origine des graphes avec Léonard Euler, le premier mathématicien qui les a utilisés.

En somme, quatre leçons du manuel sur vingt traitent l'Histoire des mathématiques et six pages sur 177 l'évoquent, soit 3,38 %. L'Histoire apparait dans ce manuel à travers des informations sur l'origine et l'évolution de concepts, mais aussi à travers un exercice sur la numération.

III.2.1.2.2. Le manuel de Quatrième-Troisième

Le manuel de Quatrième et Troisième est structuré autour de quatre thèmes déclinés chacun en cinq leçons. Les deux premiers thèmes portent sur l'Algèbre et les deux autres sur la Géométrie. Ces thèmes couvrent une partie du programme de Quatrième et de Troisième du Sénégal avec quelques dépassements. L'Histoire des mathématiques apparaît dans le manuel à travers deux leçons :

- la première intitulée « Les représentations graphiques dans un plan cartésien » (voir Houston, 4ème – 3ème, 2008, p. 24) où il est indiqué en bas de page que le plan cartésien porte le nom du philosophe et mathématicien Descartes ;
- la deuxième intitulée « Résolution de problèmes réels avec la géométrie » (ibid, p. 146) où les auteurs décrivent l'évolution de la géométrie, des occupations pratiques à la systématisation des principes géométriques résumés dans des textes écrits par Euclide en 325 avant J.-C.

L'Histoire se manifeste dans le manuel sous forme d'évocations et sur deux pages parmi les 152 que compte le manuel ; soit 1,31 %.

III.2.1.2.3. Le manuel de Seconde S

Contrairement aux autres manuels de la collection, ce livre traite les onze chapitres du programme sénégalais. Chaque chapitre commence par un « Aperçu historique » qui est ensuite suivi par les notions à étudier, et les exercices. L'Histoire des mathématiques intervient uniquement dans la rubrique « aperçu historique » pour informer les élèves sur l'étymologie d'un concept ou sur son évolution qui est en général rattachée à la vie d'un mathématicien. C'est ainsi que l'on trouve Hermann Grassmann (1809-1877) avec les vecteurs (voir Dabo *et al.*, 2010, p. 12) , René Descartes (1596-1650) avec le repérage (ibid, p. 48), Gibbs Josiah Willard (1839-1903) et Peano Giuseppe (1858-1932) avec le produit scalaire (ibid, p. 48), Oresme au XIV^{ème} siècle, Descartes en 1637 et Leibniz en 1694 avec les fonctions numériques (ibid, p. 234), Descartes avec les polynômes et fractions rationnelles (ibid, p. 336) et Georges Cantor (ibid, p. 196) avec le nombre réel qui apparait pour la première fois en 1883.
L'Histoire occupe une place non négligeable dans ce manuel du fait de sa présence dans tous les chapitres. Elle est présente sous forme d'information à travers neuf pages sur les 380 du manuel, soit 2,36 %.

III.2.1.2.4. Commentaires

L'Histoire des mathématiques est bien prise en charge dans la collection « USAID », avec des indications historiques plus nombreuses, présentes dans 2,35 % des pages des manuels en moyenne. Cependant cette répartition n'est pas uniforme d'un manuel à un autre : l'option historique est plus nette dans les livres de Sixième-Cinquième et de seconde S.
On peut se demander si cet intérêt pour l'Histoire, n'est pas dû à la réadaptation au contexte sénégalais de manuels américains renfermant des informations historiques. Ce qui a sans doute permis aux auteurs de rédiger des manuels qui vont au-delà d'un programme silencieux

sur l’Histoire des mathématiques pour ce qui concerne l’Enseignement moyen et la Seconde S.

L’analyse des manuels de la collection USAID révèle également que les informations historiques proposées sont beaucoup plus précises et fouillées que celles qu’on retrouve dans la collection « Excellence maths » ; cependant elles se limitent à relater des faits historiques à part l’exercice sur la numération « Suan zé » des savants chinois, où l’élève est mis en situation.

III.2.1.3. La collection CIAM

La Collection Inter Africaine de Mathématiques (CIAM) découle de l’idée d’harmoniser les programmes de mathématiques des pays francophones d’Afrique et de l’océan indien. Cette idée qui remonte à l’année 1983 avec l’Harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM) a conduit à la rédaction de manuels constitués de leçons organisées en « activités numériques » et « activités géométriques » pour l’Enseignement moyen et la Seconde S.

Chaque leçon comprend une introduction, le cours, des exercices d’entrainement et d’approfondissement.

L’Histoire apparait d’emblée à travers deux citations ; celle de Platon (428-347 av. J.-C.) pour introduire les activités géométriques : « *Nul n’entre ici s’il n’est géomètre* » et celle de Séverinius Boèce (480-524) pour les activités numériques : « *Tout a été créé par les nombres qui étaient le modèle exemplaire dans l’esprit du créateur* ».

Mais les références à l’Histoire sont surtout présentes au niveau de l’introduction des chapitres, dans quelques exercices d’approfondissement et activités introductives comme nous allons le découvrir en analysant les manuels de la collection dont nous proposons quelques extraits dans la Figure 3.3.

III.2.1.3.1. Le manuel de Sixième

Le manuel de Sixième comporte dix-huit chapitres, mais seul celui intitulé « Droites » (voir Doumbia *et al.*, 1993, p. 11) évoque l’Histoire des mathématiques à travers la définition des droites parallèles d’Euclide, contenue dans *le livre 1 des Eléments*. Ainsi une seule page du manuel sur 220 traite l’Histoire, soit 0,45 %.

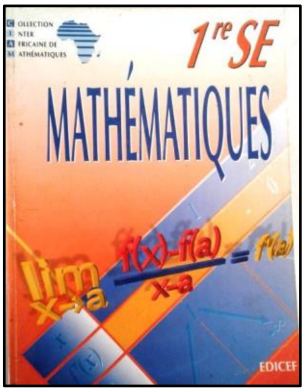
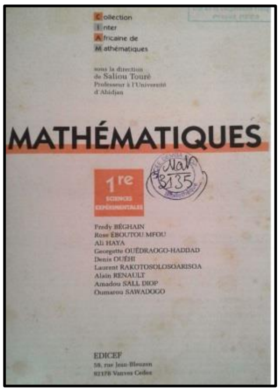
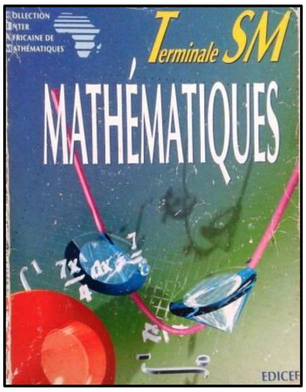
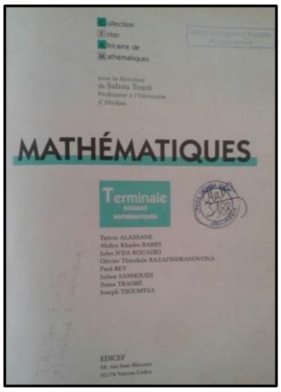
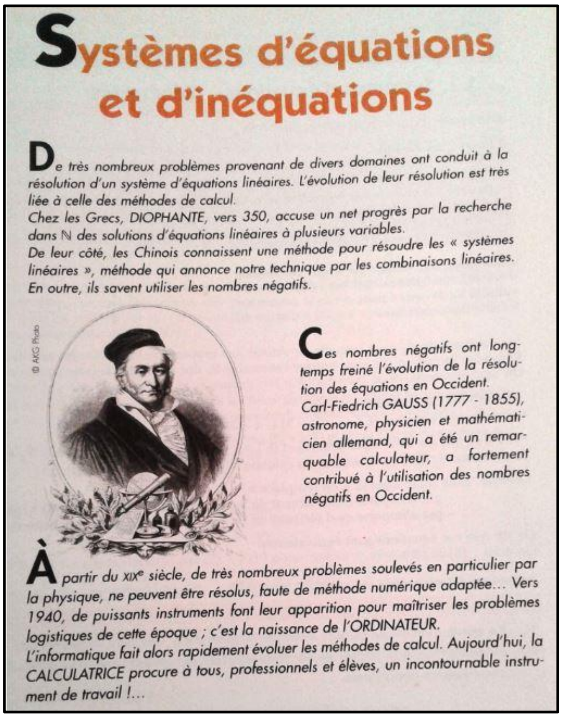
III.2.1.3.2. Le manuel de Cinquième

Le manuel de Cinquième est composé de seize chapitres dont trois font allusion à l’Histoire des mathématiques :

le chapitre « Distance » (voir Anjorin *et al.*, 1994, p. 11)

- dans lequel les auteurs relatent brièvement la vie d’Archimède et un de ses travaux portant sur la recherche d’une bonne approximation de π dans son traité « Mesure du cercle » ;
- le chapitre « Somme et différence de nombres décimaux relatifs » (ibid, p. 143) qui retrace la période de la première apparition des signes « + » et « $-$ » et la manière dont ils étaient considérés à l’époque ;
- le chapitre « Produit de nombres décimaux relatifs » (ibid, p. 199) qui reproduit les photographies de la calculatrice et de son ancêtre la règle à calcul. Il s’agit ici d’Histoire récente puisque la règle à calcul a été utilisée vers les années 1970 – 1980.

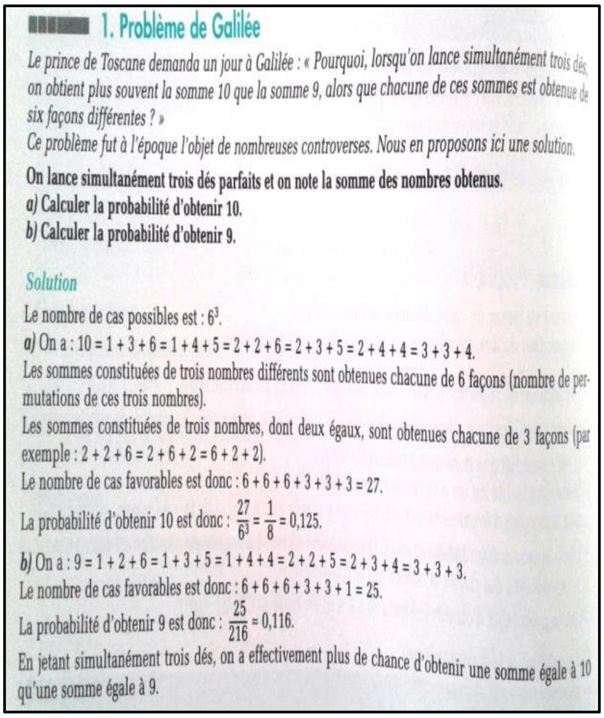
L'Histoire des mathématiques est présente dans ce manuel sous forme d'évocations et d'illustrations à travers trois pages sur 206, soit 1,45 %.

<table>
<tr><th colspan="2">Manuel de Première SE</th><th colspan="2">Manuel de Terminale SM</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Systèmes d'équations et d'inéquations

De très nombreux problèmes provenant de divers domaines ont conduit à la résolution d'un système d'équations linéaires. L'évolution de leur résolution est très liée à celle des méthodes de calcul.
Chez les Grecs, DIOPHANTE, vers 350, accuse un net progrès par la recherche dans ℕ des solutions d'équations linéaires à plusieurs variables.
De leur côté, les Chinois connaissent une méthode pour résoudre les « systèmes linéaires », méthode qui annonce notre technique par les combinaisons linéaires.
En outre, ils savent utiliser les nombres négatifs.

Ces nombres négatifs ont longtemps freiné l'évolution de la résolution des équations en Occident.
Carl-Fiedrich GAUSS (1777 - 1855), astronome, physicien et mathématicien allemand, qui a été un remarquable calculateur, a fortement contribué à l'utilisation des nombres négatifs en Occident.

À partir du XIXe siècle, de très nombreux problèmes soulevés en particulier par la physique, ne peuvent être résolus, faute de méthode numérique adaptée... Vers 1940, de puissants instruments font leur apparition pour maîtriser les problèmes logistiques de cette époque ; c'est la naissance de l'ORDINATEUR.
L'informatique fait alors rapidement évoluer les méthodes de calcul. Aujourd'hui, la CALCULATRICE procure à tous, professionnels et élèves, un incontournable instrument de travail !...</td>
<td colspan="2">

1. Problème de Galilée

Le prince de Toscane demanda un jour à Galilée : « Pourquoi, lorsqu'on lance simultanément trois dés, on obtient plus souvent la somme 10 que la somme 9, alors que chacune de ces sommes est obtenue de six façons différentes ? »
Ce problème fut à l'époque l'objet de nombreuses controverses. Nous en proposons ici une solution.

On lance simultanément trois dés parfaits et on note la somme des nombres obtenus.
a) Calculer la probabilité d'obtenir 10.
b) Calculer la probabilité d'obtenir 9.

Solution

Le nombre de cas possibles est : 6^3.
a) On a : $10 = 1+3+6 = 1+4+5 = 2+2+6 = 2+3+5 = 2+4+4 = 3+3+4$.
Les sommes constituées de trois nombres différents sont obtenues chacune de 6 façons (nombre de permutations de ces trois nombres).
Les sommes constituées de trois nombres, dont deux égaux, sont obtenues chacune de 3 façons (par exemple : $2+2+6 = 2+6+2 = 6+2+2$).
Le nombre de cas favorables est donc : $6+6+6+3+3+3 = 27$.
La probabilité d'obtenir 10 est donc : $\frac{27}{6^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$.
b) On a : $9 = 1+2+6 = 1+3+5 = 1+4+4 = 2+2+5 = 2+3+4 = 3+3+3$.
Le nombre de cas favorables est donc : $6+6+3+3+6+1 = 25$.
La probabilité d'obtenir 9 est donc : $\frac{25}{216} \approx 0{,}116$.
En jetant simultanément trois dés, on a effectivement plus de chance d'obtenir une somme égale à 10 qu'une somme égale à 9.</td>
</tr>
</table>

Figure 3.3. Extraits des manuels CIAM de Première SE et Terminale SM.

III.2.1.3.3. Le manuel de Quatrième

Le manuel de Quatrième est structuré autour de quinze chapitres dont cinq font référence à l'Histoire au niveau de leur introduction :

- le chapitre « Résoudre des problèmes de géométrie » (voir Bailleux *et al.*, 1995, p. 7) qui propose en introduction un texte ancien issu du « *Premier livre des Eléments* » d'Euclide datant du III^{ème} siècle avant J.-C. Il est ensuite demandé aux élèves une formulation moderne de ce texte.
- Le chapitre « Calcul littéral » (ibid, p. 129) qui fait l'historique de l'introduction des lettres dans les calculs avec Diophante, Tartaglia, Cardan, Viète, Descartes.

- Le chapitre « Nombres rationnels » (ibid, p. 145) qui présente un extrait du *Livre VIII des Eléments* d'Euclide portant sur la proposition VIII ; celle-ci énonce une propriété sur *deux nombres entre lesquels « tombent » des nombres.*
- Le chapitre « Equations-inéquations » (ibid, p. 161) avec Mohamed ibn Musa Al-Khwârizmî (vers 783-850) et la naissance de l'Algèbre.
- Le chapitre « Résolution de problèmes » avec l'énoncé d'un problème de Ben Ezra ($XI^{ème}$ siècle) concernant un partage de fruit.

L'Histoire est ainsi introduite dans le manuel sous forme de descriptions et d'activité introductive ; elle est présente dans cinq pages sur 222 ; soit 2,25 %.

III.2.1.3.4. Le manuel de Troisième

Le manuel de Troisième est réparti en seize leçons dont six comportent des références à l'Histoire des mathématiques. Il s'agit de la leçon :

- « Triangle rectangle, Trigonométrie » avec Eratosthène ($III^{ème}$ siècle avant J.-C.) où les auteurs se sont appuyés sur la trigonométrie pour calculer le rayon de la Terre (Doro *et al.*, 1996, pp. 21 et 34). Cette information est présente dans l'introduction de la leçon, mais aussi à travers un exercice qui explique comment Eratosthène s'y est pris et qui amène l'élève à retrouver le résultat à travers des questions appropriées.
  La même démarche est utilisée dans un autre exercice pour trouver le résultat du calcul de la distance entre la Terre et la Lune, calcul effectué par Aristarque de Samos ($III^{ème}$ siècle avant J.-C.).
- « Pyramides et cônes » avec une affirmation prêtée à l'historien Hérodote, qui pousse l'élève à calculer l'aire d'une face de la pyramide de Chéops afin de confirmer ou infirmer cette affirmation (ibid, p. 116).
- « Calcul littéral » (ibid, p. 119), avec Diophante ($II^{ème}$ siècle), Viète (1540-1603) et Descartes (1596-1650) qui ont joué un rôle majeur dans l'évolution de l'Algèbre.
- « Racines carrées » (ibid, p. 131) avec la présentation de deux tablettes babyloniennes où on peut lire $\sqrt{2} \approx 1{,}414222$ sur l'une d'entre elles.
- « Calcul numérique » (ibid, p. 141) avec Blaise Pascal (1623-1663) et la machine à calculer qu'il a inventée pour aider son père dans sa comptabilité.
- « Equations, inéquations dans $\mathbb{R}$ » (ibid, p. 159) avec Isaac Newton (1642-1727) à travers une citation.

Ainsi l'Histoire se manifeste dans ce manuel par des informations sur des mathématiciens et des concepts qu'ils ont contribués à développer, mais aussi sous forme d'exercices inspirés par des découvertes de mathématiciens. Ces différentes formes sont présentes dans neuf pages du manuel sur un total de 215 pages, soit 4,18 %.

III.2.1.3.5. Le manuel de Seconde S

Le manuel de seconde S est structuré en quatorze chapitres, comportant chacun une introduction, le cours et les exercices. L'introduction renferme l'essentiel des informations historiques à travers le chapitre :

- « Angles inscrits et polygones réguliers » (voir Mas-Galoup *et al.*, 1997, p. 20) avec l'historique de la construction à la règle et au compas des polygones réguliers, de l'antiquité avec les Eléments d'Euclide à Gauss qui découvre en 1801 une condition suffisante pour qu'un polygone régulier quelconque soit constructible.

- « Géométrie dans l'espace » (ibid, p. 118) avec Euclide (295 environ avant J.-C.), Riemann (1826-1866), Lobatchevski (1793-1856) et les différentes géométries.
- « Fonctions » (ibid, p. 155) avec le concept de fonction qui s'est progressivement précisé au cours des siècles, de l'antiquité avec les tables des Babyloniens, au XX^{ème} siècle avec Gauss, Cauchy, Abel, Fourier, etc., en passant par Oresme au XIV^{ème} siècle, François Viète au XVI^{ème} siècle, Leibniz et les frères Bernouilli au XVII^{ème} siècle et Euler en 1748 qui écrit le premier traité d'Analyse sur la notion de fonction.
  Un exercice posé par Newton dans son « *arithmétique universelle* » est aussi proposé aux élèves (ibid, p. 204).
- « Etudes de fonctions » avec Fermat et Descartes qui ont trouvé chez Apollonius, dans son ouvrage capital « *Le traité sur les coniques* », les bases de la méthode des coordonnées qui a débouché sur la géométrie analytique (ibid, p. 205).
- « Statistiques » avec l'origine et l'évolution des statistiques, de la description des données depuis l'Égypte ancienne, à l'analyse des données à partir du XVI^{ème} siècle, grâce à l'Astronomie avec les séries d'observations (ibid, p. 235).

A part l'exercice de Newton, l'information historique sous forme de récit est pratiquement la seule présente dans ce manuel ; elle est diffuse dans six pages parmi les 254 qui constituent le manuel, soit 2,36 %.

III.2.1.3.6. Le manuel de Seconde L

Le manuel de seconde L comprend huit chapitres, chacun comportant une introduction, le cours et les exercices. L'Histoire des mathématiques, est évoquée dans les chapitres suivants surtout au niveau de leur introduction :

- le « Calcul numérique » avec un problème du mathématicien Tartaglia, de l'époque de la Renaissance, qui est posé en exercice (voir Andriamala *et al.*, 2000, p. 20).
- Le « Calcul littéral » avec François Viète (1540-1603) qui a eu à introduire une double notation en Algèbre, l'une par voyelles pour les inconnues et l'autre par consonnes pour les données (ibid, p. 39).
- Les « Equations et inéquations » (ibid, p. 53) où il est précisé que la civilisation musulmane a eu une contribution majeure au développement des mathématiques en général et de l'algèbre en particulier avec Al-Khwârismî (750-800) et Al-Khayyam (1048-1131).
  Un problème d'Euler sur un partage d'héritage est également proposé en exercice (ibid, p. 68).
- Les « Fonctions » avec la notion de fonction qui a eu d'abord une signification géométrique chez Isaac Newton (1642-1727) ou Gottfried Wilhem Leibniz avant que Jean Bernouilli (1667-1748) n'en donne une définition autonome en 1718 (ibid, p. 87).
- L'« Organisation des données » où les auteurs (ibid, p. 125) proposent en introduction le problème des ponts de Koenigsbers posé par le mathématicien suisse Léonard Euler (1707-1783).

L'Histoire est introduite dans ce manuel à partir d'évocations ou de problèmes de mathématiciens célèbres. Elle est présente dans six pages sur 142, soit 4,22 %.

III.2.1.3.7. Le manuel de Première SE

Le manuel de la première SE (sciences expérimentales) qui correspond à la série S2, comprend quinze chapitres comportant chacun le cours, les travaux pratiques, les exercices et des activités historiques, scientifiques, technologiques ou culturelles qui apportent un plus au thème du chapitre. Celles-ci se trouvent dans le « flash » d'ouverture ou dans des encadrés à la fin des travaux pratiques ou des exercices à travers les chapitres suivants :

- « Systèmes d'équations et d'inéquations » avec Diophante qui vers 350 a réalisé un net progrès dans la recherche des solutions d'équations linéaires à plusieurs variables dans $\mathbb{N}$ (voir Béghain *et al.*, 1998, p. 25).
- « Equations et inéquations du second degré » avec les Babyloniens, Al-Khwârizmî, Abu Kamil, Lagrange, Abel, Galois, … et l'évolution de la notion d'équation (ibid, pp. 41 et 56).
- « Fonction » avec Archimède, Oresme, Descartes, Leibniz, Euler, Fréchet et l'évolution du concept de fonction (ibid, p. 57).
- « Limites, continuité » avec un encadré à la fin des exercices qui donne des informations sur l'évolution des notations et symboles mathématiques (ibid, p. 92).
- « Dérivation » avec Newton et Leibnitz qui se sont dotés de nouveaux outils mathématiques (le calcul différentiel) pour résoudre des problèmes de recherche de trajectoires, de vitesses, de tangentes, d'extremums. Les auteurs nous apprennent aussi que la notation f' est due au mathématicien français Lagrange (ibid, pp. 93 et 104).
- « Extension de la notion de limite » avec Galilée qui s'est lancé aux environs de 1610 dans l'exploration de l'infiniment grand en scrutant le ciel à l'aide de lunettes grossissant 30 fois (ibid, p. 111). Il est également fait mention dans ce chapitre de l'évolution du concept de limite, des mathématiques grecques à l'avènement des concepts de base spécifiques à l'Analyse avec Gauss, Cauchy, Bolzano et Abel (ibid, p. 122).
- « Etude de fonctions » avec les portraits des mathématiciens Daniel Bernouilli et Louis Lagrange qui ont imaginé des méthodes de résolution approchées basées sur l'Analyse (ibid, p. 125).
- « Suites numériques » avec un problème de Fibonacci, posé en 1202 dans le « *Liber A bacci* » (ibid, p. 161).
- « Trigonométrie » avec Ptolémée, Abul Wafa, Régiomontamus, François Viète et Leonhard Euler qui ont joué des rôles majeurs dans l'évolution de la trigonométrie.
- « Vecteurs et configuration » avec Archimède, Gauss, Gibbs, Grassman, Peano, Cayley, etc., et l'évolution du calcul barycentrique (ibid, pp. 189 et 208).
- « Transformation du plan » avec Apollonius (né vers – 262) qui étudie dans son ouvrage « *Les lieux plans* » l'image d'une droite et d'un cercle par des transformations, des symétries (ibid, p. 213).
- « Orthogonalité dans l'espace » avec Descartes et la géométrie analytique, Girard Desargues puis Gaspard Monge et la géométrie projective (ibid, p. 231).

On constate que seize pages de ce manuel sur 286 contiennent des informations historiques ; soit 5,59 %. Cependant, à part le problème de Fibonacci qui fait travailler l'élève, toutes ces informations sont des évocations de l'Histoire qui pourraient être plus utiles si on s'en était servi pour contextualiser des exercices ou des activités introductives.

III.2.1.3.8. Le manuel de Première SM

Le manuel de Première SM (Sciences Mathématiques) qui correspond à la série S1 est subdivisé en seize chapitres, chacun comprenant une introduction, le cours et les exercices. L'Histoire est surtout présente sous forme d'illustrations dans l'introduction des chapitres suivants :

- les « Angles et trigonométrie » avec une photographie de l'astrolabe arabe du XIV$^{\text{ème}}$ siècle, instrument servant à mesurer la position des astres et leur hauteur au-dessus de l'horizon (voir Akèle *et al.*, 1998, p. 22).
- La « Géométrie analytique du plan » avec le portrait de René Descartes (1596-1650), mathématicien, physicien et philosophe français (ibid, p. 47).
- L'« Homothétie » avec la photo d'un pantographe, instrument qui a servi avant l'invention des photocopieuses à reproduire, réduire ou agrandir des dessins, des cartes, des plans et également à graver des plaques de cuivre, de laiton (ibid, p. 87).
- Les « Equations, inéquations, systèmes linéaires » avec le portrait de Carl Friedrich Gauss accompagné d'un commentaire sur sa méthode, la méthode du « pivot de Gauss » (ibid, p. 183).
- La « Dérivation » avec Leibniz, Newton et l'évolution du calcul différentiel. (ibid, p. 243)
- Les « Suites numériques » avec Zénon et le paradoxe d'« Achille et de la tortue » qui peut être mathématisé sous forme de suites de nombres dont l'étude permet de résoudre ce paradoxe (ibid, p. 283).

L'Histoire apparaît dans les introductions des chapitres sous forme de portraits de mathématiciens accompagnés parfois de commentaires sur l'évolution des concepts étudiés dans le chapitre ou bien sous forme de photographies d'instruments historiques. Six pages sur 318 en font l'allusion, soit 1,88 %.

III.2.1.3.9. Le manuel de Première Littéraire

Le manuel de Première L compte sept chapitres dont certains renferment des informations historiques ou des travaux dirigés qui s'appuient sur l'œuvre de grands mathématiciens. Nous pouvons citer :

- le chapitre « Problèmes du second degré » avec la photo de Samarcande qui a accueilli de nombreux mathématiciens du XI$^{\text{ème}}$ siècle, dont Omar al-Khayyâm. Des travaux dirigés sont également proposés avec la résolution d'équations par la méthode d'Al-Khwârizmî et celle d'Al-Khayyâm (voir Camara *et al.*, 2001, pp. 5 et 11).
- Le chapitre « Représentations graphiques de fonctions » avec un travail dirigé (ibid, p. 26) portant sur la quadrature de la parabole qui conduit l'élève à retrouver la propriété suivante, démontrée par Archimède de Syracause (287-212 avant J. -C.) : « *l'aire d'un segment de parabole est égale aux* $\frac{4}{3}$ *de celle du triangle de même base et de même sommet* ».
- Le chapitre « Dérivation » avec les portraits de Newton et Leibniz les fondateurs du calcul infinitésimal (ibid, p. 63).

Les informations historiques et les travaux dirigés s'appuyant sur l'Histoire sont les deux formes sous lesquelles se présente l'Histoire dans le manuel. Quatre pages sur 142 les traitent, soit 2,81 %.
Le calcul de l'aire d'un segment de parabole par Archimède, repris par l'élève est une des activités mathématiques les plus recherchées dans l'introduction d'une perspective historique en classe de mathématiques. Non seulement l'Histoire y est évoquée (on connait l'auteur de l'invention, comment il a procédé et la période) mais en plus l'élève est mis en situation d'apprentissage, ce qui le rend actif et acteur de la construction de son savoir.

III.2.1.3.10. Le manuel de Terminale SE

Le manuel de Terminale SE comprend seize chapitres et a la même structuration que celui de Première SE avec des informations historiques qu'on retrouve dans des encadrés ou dans l'introduction des chapitres ci-dessous :

- le chapitre « Limites et continuité » avec Gauss, Cauchy, Abel et Weierstrass qui ont grandement contribué à asseoir les concepts de limite et de continuité (Hamaty *et al.*, 1999, p. 7).
- Le chapitre « Dérivées, Primitives » avec Isaac Newton (1642-1727) en Angleterre et Gottfried Leibniz (1646-1716) en Allemagne qui ont créé la notion de dérivée, indépendamment l'un de l'autre. Une allusion est également faite au Français Henri Lebesgue (1875-1941) qui a introduit la notion de primitive (ibid, p. 35).
- Le chapitre « Etudes de fonctions » avec les nombreux mathématiciens (Descartes, Leibniz, Bernouilli, …) qui ont apporté leur contribution à l'étude des fonctions (ibid, p. 59).
- Le chapitre « Fonction logarithme » avec John Neper ou Napier qui a construit les premières tables de logarithmes et Charles Hermite qui a démontré que le réel *e* est un nombre transcendant (ibid, p. 81).
- Le chapitre « Fonction exponentielle » avec John Neper, Euler et l'évolution des fonctions exponentielles et puissances (ibid, p. 105).
- Le chapitre « Calcul intégral » avec Eudoxe, Archimède, Fermat, Cauchy, Riemann, Lebesgue, Denjoy et l'évolution du concept d'intégrale (ibid, p. 141).
- Le chapitre « Suites numériques » avec Augustin Louis Cauchy (1789 - 1857) et son œuvre sur la convergence ou divergence d'une suite (ibid, p. 165).
- Le chapitre « Equations différentielles » avec Clairaut, Ricatti, Bernouilli, Lagrange, Maxwell, d'Alembert, Cauchy, Lipschitz et l'évolution des équations différentielles (ibid, p. 191).
- Le chapitre « Nombres complexes » avec la construction des nombres complexes qui a mis à contribution d'éminents mathématiciens comme Euler, Hamilton, Cauchy, d'Alembert, Abel et Galois (ibid, pp. 205 et 206).

  L'Histoire a également servi d'activité introductive pour les nombres complexes à travers la résolution de l'équation du type $x^3 + px + q = 0$ par la méthode du mathématicien Cardan, utilisée par Bombelli pour introduire des « quantités imaginaires » ; en outre un « encadré » nous apprend que l'écriture d'un nombre complexe non nul sous forme exponentielle est due à Euler dont la formule

$e^{i\pi} + 1 = 0$ a frappé les imaginations du fait qu'elle lie entre eux, de façon simple, cinq nombres fondamentaux dont trois (i, e et π) sont restés à l'époque, quelque peu mystérieux (ibid, p. 216).

- Le chapitre « Systèmes linéaires » avec Gauss et sa méthode du pivot, mais aussi Carl Jacobi qui a donné à la méthode des déterminants sa forme définitive (ibid, p. 259).
- Le chapitre « Statistique » avec la méthode d'ajustement par moindres carrés attribuée à Carl Friedrich Gauss et à Adrien Marie Le Gendre (ibid, p. 269).
- Le chapitre « Probabilité », avec Blaise Pascal et Pierre Fermat dont les réflexions sur les jeux ont contribué au développement des probabilités (ibid, p. 293).
  Un « encadré » du chapitre précise que le triangle de Pascal était déjà connu de Tartaglia (1558), Stiefel (1543) et des Chinois (1303) ; mais c'est Blaise Pascal qui a donné des applications très intéressantes de ce triangle dans son traité du « *Triangle arithmétique* » en 1654 (ibid, p. 295).
  Le paradoxe du Chevalier de Méré, posé à Pascal par ce dernier est également proposé dans le chapitre sous forme d'exercice (ibid, p. 312).
- Le chapitre « Probabilités conditionnelles et variables aléatoires » avec Jacques 1^er^ Bernoulli, Euler, Cauchy, Kolmogorov, etc., qui ont fait connaitre aux probabilités un essor prodigieux (ibid, p. 313).

L'Histoire des mathématiques intervient dans ce manuel surtout sous forme d'évocation, mais aussi sous forme d'exercice ou d'activité introductive. Elle est présente dans quatorze chapitres à travers 18 pages sur 350 ; soit 5,14 %.

III.2.1.3.11. Le manuel de Terminale SM

Le manuel de Terminale SM est structuré en quinze chapitres, chacun comprenant une introduction, le cours et les exercices. L'Histoire est en général présente dans l'introduction comme on peut le constater dans les chapitres suivants :

- le chapitre « Arithmétique » avec les pythagoriciens, Fermat, Euler, Lagrange et l'évolution de l'arithmétique qui est un des secteurs scientifiques le plus ancien et le plus fécond (voir Alassane T, *et al.*, 1999, p. 5). Deux exercices, proposés dans le chapitre, définissent les nombres de Mersenne et de Fermat avant de poser des questions sur ces derniers (ibid, p. 32).
- Le chapitre « Nombres complexes » avec la réflexion d'Ian Stewart faisant allusion aux débats philosophiques et aux trois siècles de recherche qui ont abouti à la formalisation actuelle des nombres complexes (ibid, p. 55).
- Le chapitre « Coniques » avec Ménechme, Euclide, Archimède, Apollonius et l'évolution des coniques (ibid, p. 147).
- Le chapitre « Probabilités » avec un travail dirigé sur un problème de Galilée qui explique « Pourquoi, lorsqu'on lance simultanément trois dés, on obtient plus souvent la somme 10 que la somme 9, alors que chacune de ces sommes est obtenue de six façons différentes ? » ; ce problème fut à l'époque l'objet de nombreuses controverses (ibid, p. 182).
- Le chapitre « Limites et continuité » avec Newton et Leibnitz les fondateurs du calcul infinitésimal, puis Euler et Cauchy qui ont structuré ce calcul pour étudier la notion

de limite et celle de dérivée, conduisant au calcul mathématique des vitesses. (ibid, p. 193).

- Le chapitre « Primitives-Fonction logarithme népérien » avec le mathématicien écossais John Napier qui a inventé le mot et le concept de logarithme en cherchant à simplifier le calcul d'un produit, le ramenant à celui d'une somme (ibid, p. 233).
- Le chapitre « Fonctions exponentielles-Fonctions puissances » avec Galilée qui s'est intéressé à la courbe suivant laquelle se tend un fil homogène pesant, flexible et inextensible, suspendu par ses extrémités à deux points fixes ; il a pensé que la courbe était une parabole. Ce n'est qu'en 1691 que Bernoulli, Huygens et Leibnitz en ont déterminé une équation (ibid, p. 255).
- Le chapitre « Suites numériques » avec le célèbre problème de Fibonacci posé en exercice (ibid, p. 293).
- Le chapitre « Intégration » avec Kepler qui obtient des formules pour calculer le volume de tonneaux à l'aide de décomposition de régions en domaines élémentaires, puis Leibnitz et Newton qui construisent de façon indépendante et presque simultanée, une méthode pour la détermination des aires et des volumes par le calcul intégral (ibid, p. 295).

L'Histoire est présente dans ce manuel sous forme d'évocations ou d'exercices. On la retrouve dans 10 pages sur 334, soit 2,99 %.

III.2.1.3.12. Le manuel de Terminale Littéraire

Le manuel de Terminale L est subdivisé en huit chapitres, comportant chacun une introduction, le cours et les exercices. L'Histoire est évoquée dans les chapitres suivants :

- le chapitre « Entiers naturels » avec l'invention par les Égyptiens aux environs de l'an 2000 avant J.-C. d'un système de numération dont les figures (hiéroglyphes) sont en partie inspirées de la faune et de la flore du Nil (Kouassi *et al.*, 2002, p. 7).

  Le principe de position découvert au premier siècle par les Mayas qui vivaient au Mexique actuel, est aussi présenté dans le manuel, ainsi que l'historique du zéro (ibid, p. 8). Des exercices sont également proposés sur la numération égyptienne, romaine et maya (ibid, p. 13).
- Le chapitre « Fonctions » avec Newton, Leibniz, Euler, Cauchy et l'évolution des concepts de limite et de dérivée (ibid, p. 15).
- Le chapitre « Fonctions logarithme et exponentielle » qui confirme les informations du manuel de Terminale SM, avec l'invention du concept de logarithme par le baron écossais John Napier (dont le nom francisé est Jean Néper), qui, pour simplifier les calculs astronomiques et fastidieux découlant de l'étude du mouvement des planètes, a remplacé les multiplications par des additions. C'est ainsi que sont apparus les tables de logarithme, la règle à calcul et le pH-mètre (ibid, pp. 57-58).
- Le chapitre « Probabilités » dont le calcul a sans doute pour origine la correspondance entre Blaise Pascal et Pierre de Fermat, datant de 1654 et publiée par Huygens en 1657. La théorie des probabilités a mobilisé de grands esprits tels Laplace, Gauss, Poincaré, Fréchet, Levy, Kolmogorov, etc. (ibid, pp. 125-126).

Des informations historiques sur l'évolution de concepts mathématiques et quelques exercices inspirés de l'Histoire constituent l'essentiel de la présence de l'Histoire des mathématiques dans ce manuel. On la retrouve dans 8 pages sur 156, soit 5,12 %.

III.2.1.3.13. Commentaires

Les manuels de la collection CIAM concernent tous les niveaux de la sixième à la Terminale. Les ressources historiques utilisées dans ces manuels étant variées et nombreuses, nous les avons organisées dans les tableaux suivants pour mieux les analyser.

Niveau du manuel	**Présence de l'Histoire en pourcentage dans les pages du manuel**	**Forme de la présence de l'Histoire**
Sixième	0,45 %	Évocation
Cinquième	1,45 %	Évocation
Quatrième	2,25 %	Évocation – Activités introductives
Troisième	4,18 %	Évocation – Exercices
Seconde S	2,36 %	Évocation – Exercices
Seconde L	4,22 %	Évocation – Problèmes célèbres
Première SM	1,88 %	Évocation – Problèmes célèbres
Première SE	5,59 %	Évocation – Problèmes célèbres
Première L	2,81 %	Évocation – Travaux dirigés
Terminale SM	2,99 %	Évocation – Exercices
Terminale SE	5,14 %	Évocation – Exercices – Activités introductives
Terminale L	5,12 %	Évocation – Exercices
Pourcentage moyen	3,32 %	Soit un total de 74 pages sur 2 229

Tableau 3.3. Présence de l'Histoire par niveau dans les manuels de la collection CIAM.

L'analyse du Tableau 3.3 révèle que l'Histoire est présente en moyenne dans 3,32 % des pages des manuels de la collection (soit un total de 74 pages sur 2 229). Cette moyenne est supérieure à celle des autres collections, mais si on la ramène à l'échelle de l'Enseignement moyen, elle avoisine celle de la collection USAID. Ce pourcentage traduit une volonté des

auteurs d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques. Cet effort est plus net dans les séries L et SE où la présence de l'Histoire dans les pages des manuels est respectivement de 4,05 % et 5,36 %, conformément aux orientations du programme qui font la part belle à ces deux séries en ce qui concerne l'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques.
Néanmoins l'Histoire n'est souvent présente que sous forme d'évocation à travers des récits sur l'origine d'un concept, son évolution, les savants qui ont contribué à son développement, etc. Toutefois on rencontre de temps en temps des problèmes célèbres de mathématiciens, des travaux dirigés, des exercices et des activités introductives tous inspirés de l'Histoire.
Contrairement aux évocations de l'Histoire où l'élève est passif, les activités, travaux dirigés, problèmes célèbres ou exercices inspirés de l'Histoire font travailler l'élève et le mettent ainsi au cœur de l'apprentissage ; d'où leur importance dans la méthode active qui est aujourd'hui en vogue.
Cependant le nombre réduit de ces activités dans les manuels des trois collections, préfigure des difficultés à surmonter pour en trouver d'autres. Là réside un véritable défi à relever pour intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques.
Le pari a été réussi par les auteurs du manuel de TSE au niveau des « Nombres complexes » à travers l'introduction du chapitre, les activités introductives, les travaux dirigés et les exercices, qui agrémentent le chapitre. La présence de cette variété de ressources historiques dans les « Nombres complexes » n'est-elle pas liée aux instructions du programme relatives à l'intégration de l'Histoire qui sont très précises pour ce chapitre ?
Ne peut-on pas en déduire que si les programmes donnent des instructions claires et précises, les auteurs des manuels sont capables de répondre à la demande, ce qui met à la disposition de l'enseignant des ressources historiques fiables et variées qu'il peut utiliser en classe ?

Chapitres	**6e**	**5e**	**4e**	**3e**
Droites	x			
Distance		x		
Triangle rectangle et trigonométrie				x
Pyramides et cônes				x
Décimaux relatifs		x		
Calcul littéral			x	x
Nombres rationnels			x	
Equations et inéquations			x	x
Racines carrées				x
Calcul numérique				x

Tableau 3.4. Chapitres de l'enseignement moyen dans lesquels l'Histoire des mathématiques est évoquée.

En orientant notre analyse vers les chapitres des manuels concernés par l'Histoire des mathématiques, et en nous référant au Tableau 3.4 nous constatons qu'au niveau du Collège, l'Histoire des mathématiques apparaît 8 fois dans les chapitres de la partie « Activités numériques » du programme et seulement 4 fois dans la partie « Activités géométriques », soit le double pour ce qui concerne le numérique par rapport à la géométrie.

Cette tendance en faveur des activités numériques est également observée avec les chapitres « Calcul littéral » et « Equations et inéquations » qui sont les seuls où l'Histoire est présente dans deux niveaux différents, la classe de 4ème et celle de 3ème. Cela ne signifie nullement que les activités numériques offrent plus d'occasions d'intégrer l'Histoire que les activités géométriques. Cette tendance observée au niveau de la collection CIAM peut s'inverser dans une autre collection avec les chapitres comme le Théorème de Thalès, le repérage, les quadrilatères, etc., qui offrent également des possibilités d'introduire l'Histoire des mathématiques.

On remarque en outre que la prise en charge des chapitres dans cette collection va crescendo, avec un chapitre en 6ème, deux chapitres en 5ème, trois en 4ème et six chapitres en 3ème : ce qui pourrait faire penser que les occasions d'intégrer l'Histoire des mathématiques sont plus nombreuses à un niveau donné, qu'à un niveau inférieur. Mais ce n'est pas vérifié dans la collection « USAID » où les exemples en 6ème – 5ème sont plus nombreux qu'en 4ème – 3ème.

D'ailleurs beaucoup d'autres possibilités d'intégrer l'Histoire n'ont pas été exploitées par la collection, notamment dans les chapitres Statistique, Repérage, Transformations, Entiers naturels, Théorème de Thalès, etc. En outre les ressources historiques convoquées dans les manuels de la collection CIAM au collège sont en général anecdotiques. Toutefois, elles constituent une grande avancée dans l'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques, si on se réfère aux programmes de mathématiques qui n'en parlent pas.

Concernant les manuels du lycée, le Tableau 3.5 montre que l'Histoire est prise en charge par tous les chapitres du programme du secondaire, excepté le « Produit scalaire » en Seconde et Première S.

Chapitres	**2S**	**2L**	**1SM**	**1SE**	**1L**	**TSM**	**TSE**	**TL**
Angles inscrits et polygones	x							
Vecteurs				x				
Angles et trigonométrie			x	x				
Homothétie			x					
Transformations du plan				x				
Orthogonalité dans l'espace				x				
Géométrie analytique			x					
Géométrie dans l'espace	x		x					
Coniques						x		
Nombres complexes						x	x	
Fonctions	x	x		x				x

Etude de fonctions	x			x	x			
Statistiques	x						x	
Calcul numérique		x						
Calcul littéral		x						
Equations, inéquations et systèmes		x	x	x	x		x	
Organisation des données		x						
Limites – continuité				x		x	x	
Dérivées, Primitives			x	x	x	x	x	
Fonction logarithme népérien						x	x	x
Fonctions exponentielles et puissances						x	x	x
Suites numériques			x	x		x	x	
Calcul intégral						x	x	
Equations différentielles							x	
Dénombrement, Probabilités						x	x	x
Arithmétique						x		
Entiers naturels								x

Tableau 3.5. Chapitres de l'enseignement secondaire qui évoquent l'Histoire.

Ce constat prouve que l'Histoire des mathématiques peut être intégrée dans l'enseignement secondaire à travers tous les chapitres du programme.

On remarque que l'Histoire apparaît dans les chapitres « Dérivées, Primitives » et « Équations, inéquations, systèmes » dans cinq classes différentes ; pour le premier chapitre les informations historiques sont pratiquement les mêmes d'une classe à un autre, ce qui n'est pas le cas pour le deuxième où les informations sont variées. Le même thème revenant en général plusieurs fois dans un cycle, il nous semble important de diversifier les références historiques pour ne pas tomber dans la monotonie.

On note également que la géométrie n'est pas suffisamment dotée en ressources historiques dans cette collection par rapport à l'Analyse. Est-ce lié au fait que l'Histoire récente de l'Analyse est plus connue que celle de la Géométrie ? C'est possible ; mais un investissement dans l'Histoire de la Géométrie pourrait bien rétablir l'équilibre et c'est ce qui nous semble souhaitable.

III.2.1.4. Les mathématiciens de l'Histoire à travers les trois collections

L'analyse des différentes collections révèle que l'Histoire est en général introduite dans les manuels à travers les noms d'illustres mathématiciens ayant contribué à l'évolution de concepts ou de domaines mathématiques. Ce constat nous amène à nous intéresser aux mathématiciens présents dans ces manuels et aux chapitres dans lesquels ils sont les plus cités. Le Tableau 3.6 ci-dessous donne un aperçu de cette présence.

	Période vécue	**Excellence**				**USAID**			**CIAM**											
		6ème	**5ème**	**4ème**	**3ème**	**6ème 5ème**	**4ème 3ème**	**2deS**	**6ème**	**5ème**	**4ème**	**3ème**	**2deS**	**2de L**	**1e SE**	**1e SM**	**1e L**	**Te SE**	**Te SM**	**Te L**
Abel	XIXème siècle												x		x			x		
Abul wafa	IXème siècle														x					
Abu Kamil	IXème siècle														x					
Al-khayyam	XIème siècle													x			x			
Al-kwârismî	IXème siècle									x				x			x			
Appolonius	IIIème siècle av. J.-C.												x		x				x	
Archimède	IIIème siècle av. J.-C.									x					x		x	x	x	
Aristarque de Samos	IIIème siècle av. J.-C.											x								
Ben Ezra	XIIème siècle										x									
Bernouilli	XVIIème siècle											x		x	x			x	x	
Boèce	VIème siècle								x	x	x	x	x							
Bolzano	XIXème siècle														x					
Bombelli	XVIème siècle																	x		
Cantor	XIXème siècle							x												
Cardan	XVIème siècle										x							x		
Cauchy	XIXème siècle												x		x			x	x	x
Clairaut	XVIIIèmesiècle																	x		
D'Alembert	XVIIIème siècle																	x		
Desargues	XVIIème siècle														x					
Denjoy	XXème siècle																	x		
Descartes	XVIIème siècle		x				x	x			x	x	x		x	x		x		
Diophante	IIIème siècle										x	x								
Eratosthène	IIIème siècle av. J.-C.											x								
Euclide	IIIème siècle av. J.-C.						x		x		x		x	x					x	
Euler	XVIIIème siècle					x							x	x	x			x	x	x
Eudoxe	IVème siècle av. J.-C.																	x		
Fermat	XVIIème siècle																	x	x	x
Fibonacci	XIIIème siècle														x				x	
Frechet	XXème siècle														x					x
Fourier	XIXème siècle												x							

Galois	XIX$^{\text{ème}}$ siècle														x			x		
Gauss	XIX$^{\text{ème}}$ siècle												x		x	x		x		x
Gibbs	XIX$^{\text{ème}}$ siècle							x							x					
Grassman	XIX$^{\text{ème}}$ siècle							x							x					
Hamilton	XIX$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Hermite	XX$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Huygens	XVII$^{\text{ème}}$ siècle																		x	x
Jacobi	XIX$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Kepler	XVII$^{\text{ème}}$ siècle																		x	
Kolmogorov	XX$^{\text{ème}}$ siècle																	x		x
Lagrange	XVIII$^{\text{ème}}$ siècle														x			x	x	
Laplace	XVIII$^{\text{ème}}$ siècle																			x
Lebesgue	XX$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Legendre	XVIII$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Levy	XX$^{\text{ème}}$ siècle																			x
Leibniz	XVII$^{\text{ème}}$ siècle					x		x					x	x	x	x	x	x	x	x
Lipschitz	XVII$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Lobatchevski	XIX$^{\text{ème}}$ siècle												x							
Maxwell	XIX$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Menechme	IV$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C.																		x	
Mersenne	XVII$^{\text{ème}}$ siècle																		x	
Monge	XVIII$^{\text{ème}}$ siècle														x					
Neper	XVII$^{\text{ème}}$ siècle																	x	x	x
Newton	XVII$^{\text{ème}}$ siècle											x	x	x	x	x	x	x	x	x
Oresme	XIV$^{\text{ème}}$ siècle							x					x		x					
Pascal	XVII$^{\text{ème}}$ siècle											x						x		x
Platon	IV$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C.								x	x	x	x	x							
Péano	XX$^{\text{ème}}$ siècle							x							x					
Poincaré	XX$^{\text{ème}}$ siècle																			x
Ptolémée	II$^{\text{ème}}$ siècle														x					
Pythagore	VI$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C.			x																
Ricatti	XVIII$^{\text{ème}}$ siècle																	x		
Riemann	XIX$^{\text{ème}}$ siècle												x					x		
Stewart	XVIII$^{\text{ème}}$ siècle																		x	
Tartaglia	XVI$^{\text{ème}}$ siècle										x			x				x		
Thalès	VI$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C.				x															
Viète	XVI$^{\text{ème}}$ siècle												x	x	x					
Zénon	V$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C.															x				

Tableau 3.6. Les mathématiciens les plus cités dans les trois collections.

Le Tableau 3.6 révèle que les mathématiciens de l'Occident (65 %) sont les plus cités dans les trois collections ; ils sont suivis par les mathématiciens de l'antiquité grecque (23 %) et les mathématiciens arabes (7 %). Ces différents écarts s'expliquent par le fait que l'approche historique est surtout encouragée dans l'enseignement secondaire où le programmes et les manuels qui le mettent en œuvre, concernent pour l'essentiel l'Analyse, les Probabilités et les Statistiques qui sont des domaines ayant connu leur essor ou leur naissance en Occident.
Les mathématiciens grecs doivent leur place à la Géométrie Euclidienne et à l'Arithmétique présente dans l'enseignement moyen. Ainsi ils devancent les mathématiciens arabes qu'on ne retrouve qu'au niveau des Équations et de la Trigonométrie.
Le tableau montre également que les mathématiciens les plus cités sont Leibniz (10 fois), Descartes (9 fois), Euler (7 fois). Leibniz est souvent cité dans les chapitres en rapport avec les fonctions, Descartes dans les chapitres en rapport avec le repérage, et Euler en Trigonométrie, en organisation des données, en Arithmétique, dans les fonctions, dans les matrices et dans les nombres complexes. Ces mathématiciens doivent être les plus connus par les élèves contrairement à Leibniz dont le nom n'est pas rattaché à un contenu enseigné dans les Collèges et Lycées et les travaux ne font pas l'objet d'activités ou d'exercices dans les manuels.
En effet Euler a la chance d'être connu par les élèves de Terminale S grâce à sa formule sur les nombres complexes ; quant à Descartes il est connu à cause du contenu qui porte son nom « le repère cartésien » et qui est étudié à tous les niveaux.

III.2.1.5. Les siècles qui ont fourni le plus grand nombre de mathématiciens

Nous allons à travers les mathématiciens cités dans les manuels des trois collections nous intéresser aux siècles qui ont fourni le plus grand nombre de mathématiciens.

Siècle	Nom des mathématiciens	Nombre de fois
V^{ème} siècle av. J.-C.	Zénon	1
VI^{ème} siècle av. J.-C.	Pythagore	1
IV^{ème} siècle av. J.-C.	Menechme, Eudoxe, Platon	3
III^{ème} siècle av. J.-C.	Euclide, Eratosthène, Diophante, Archimède, Appolonius, Aristarquee de Samos	6
II^{ème} siècle	Ptolémée	1
VI^{ème} siècle	Boèce	1
IX^{ème} siècle	Al-Khwârismî, Abu Kamil, Abu Wafa	3

XI^{ème} siècle	Al Khayyam	1
XII^{ème} siècle	Ben Ezra	1
XIII^{ème} siècle	Fibonacci	1
XIV^{ème} siècle	Oresme	1
XVI^{ème} siècle	Viète, Tartaglia, Cardan, Bombelli	4
XVII^{ème} siècle	Pascal, Newton, Neper, Mersenne, Lipschitz, Leibniz, Huygens, Fermat, Descartes, Désargues, Bernouilli, Kepler	12
XVIII^{ème} siècle	Monge, Laplace, Legendre, Lagrange, Euler, Clairaut, Ricatti, Stewart	8
XIX^{ème} siècle	Riemann, Maxwell, Lobatchevski, Jacobi, Grassmann, Gibbs, Gauss, Galois, Cauchy, Cantor, Bolzano, Abel, Fourier, Hamilton,	14
XX^{ème} siècle	Poincaré, Péano, Lebesgue, Hermite, Kolmogorov, Denjoy, Frechet, Levy	8

Tableau 3.7. Les mathématiciens au fil des siècles.

Le Tableau 3.7 révèle que le XVII^{ème} et le XIX^{ème} siècle sont les périodes les plus prolixes en mathématiciens qui viennent pratiquement tous de l'Europe occidentale. Cette situation peut s'expliquer par l'ouverture durant ces périodes en Europe de nouveaux champs mathématiques comme la Géométrie Analytique, le Calcul Différentiel et Intégral, les Probabilités et le Combinatoire, les Logarithmes qui constituent la plus importante partie des programmes des lycées du Sénégal.

On constate aussi que les mathématiciens de la période avant J.-C. ne sont pas nombreux sur la liste de mathématiciens ; en effet cette période est l'âge d'or des mathématiciens grecs que sont Thalès, Pythagore, Archimède, Euclide et beaucoup d'autres dont malheureusement on a peu d'informations sur leurs travaux. Il s'y ajoute que les mathématiciens de l'antiquité ont surtout travaillé sur la Géométrie et l'Arithmétique qui occupent une place importante dans les programmes de Collèges, mais pas dans les programmes de Lycée où l'Analyse règne en maître. Les informations historiques étant rares dans les manuels de Collège des trois collections, il n'est pas étonnant que les mathématiciens de cette période soient peu cités.

Concernant la période des IX^{ème} et XI^{ème} siècle, on retrouve essentiellement les mathématiciens arabes qui ont créé l'Algèbre (le champ mathématique qui traite des équations). Malheureusement la barrière de la langue n'a pas facilité la vulgarisation de leurs découvertes ; ce qui peut expliquer le petit nombre de mathématiciens de cette période qui figurent sur la liste.

Nous remarquons également des périodes de pénurie en savants mathématiques entre le III^{ème} et le VIII^{ème} siècle qui correspond au passage de témoin entre mathématiciens grecs et mathématiciens arabes d'une part et d'autre part entre mathématiciens arabes et mathématiciens occidentaux entre le XI^{ème} et le XVI^{ème} siècle.

III.2.2. L'Histoire dans les manuels de mathématiques utilisés en France

Nous allons analyser la présence de l'Histoire dans deux collections françaises parmi les plus utilisées dans les Collèges du Sénégal : Phare Hachette et Triangle Hatier qui ont été rédigés selon les programmes de 2008. En effet nous avons commencé le travail d'analyse des manuels français avant 2016, l'année d'entrée en vigueur des nouveaux programmes. Ces derniers n'ayant pas connu de changement notable dans la prise en charge de l'Histoire des mathématiques, il ne nous a pas semblé utile de reprendre le travail. Ce qui n'est pas le cas des nouveaux programmes du Secondaire qui ont consacré une place de choix à l'Histoire des mathématiques ; mais les contraintes de soutenance ne nous ont pas permis d'intégrer dans la thèse l'analyse des manuels du Lycée. Les nouveaux programmes sont entrés en vigueur en octobre 2019 et il nous est difficile de trouver des manuels écrits selon ces programmes et de les analyser.

III.2.2.1. La collection Phare Hachette

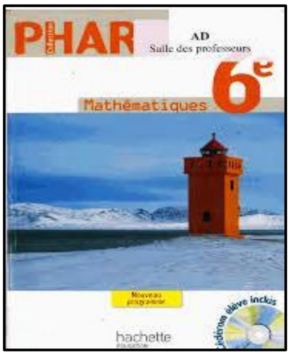
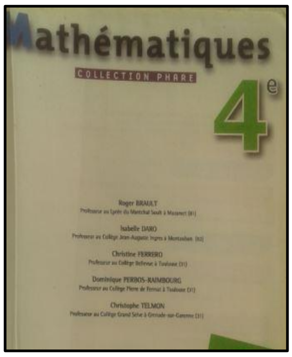
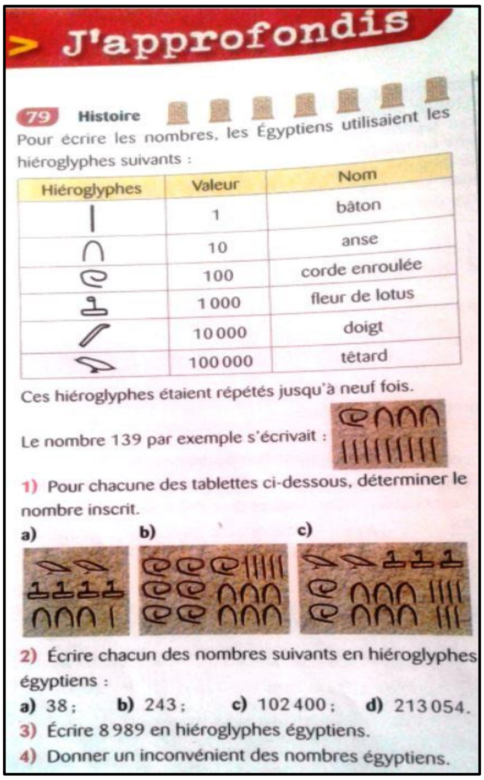
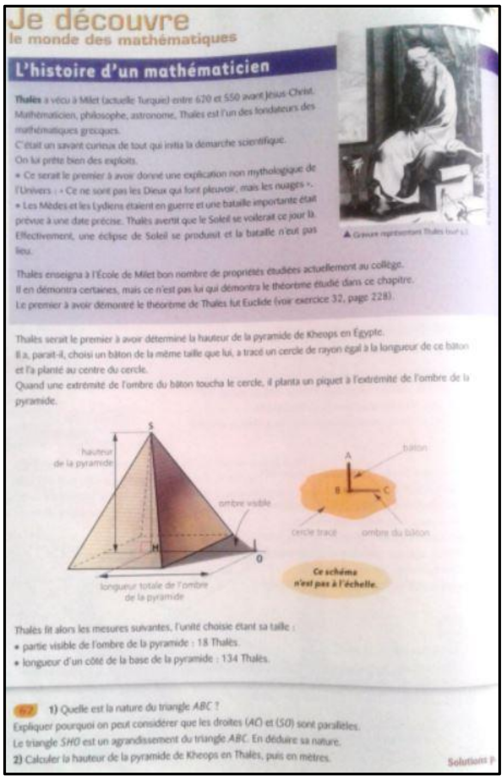
Dans cette collection les unités d'apprentissage sont présentées en chapitres. La première page ou page d'introduction de chaque chapitre comporte les notions à « Revoir », les notions à « Découvrir », les compétences exigibles du « socle commun » et une illustration sur laquelle les auteurs s'appuient pour proposer une activité d'approche ou une situation problème qui permet à l'élève de découvrir la notion nouvelle objet de l'étude. Ces illustrations résultent des activités d'une période de l'Histoire, en relation avec les notions en jeu dans les chapitres.
Suivent ensuite dans l'ordre les « activités », le « cours » et les exercices. Ces derniers sont répartis en exercices d'application, en exercices d'entrainement, en exercices d'approfondissement, en exercices de recherche et en exercices de découverte dans les rubriques « Je m'entraine », « Savoir-faire », « Mon bilan », « J'approfondis », « Devoir à la maison », « Je cherche » et « Je découvre ».
L'Histoire des mathématiques est surtout présente dans la page d'introduction, et dans les rubriques « Je découvre », « Je cherche », « J'approfondis ». Ces rubriques donnent l'occasion à l'élève de rencontrer des problèmes anciens et de les résoudre, comme nous allons le voir dans les manuels de la sixième à la troisième dont on présente quelques illustrations sur la Figure 3.4.

III.2.2.1.1. Le manuel de Sixième

Sur les 16 chapitres que compte le manuel (voir Braul *et al.*, Mathématiques 6ème, 2009) seuls quatre font allusion à l'Histoire des mathématiques. Il s'agit :

- du chapitre « Nombres décimaux », à travers la première page qui présente la pierre de Rosette découverte en Égypte par l'armée de Bonaparte en 1799 et sur laquelle sont gravés des hiéroglyphes. Les auteurs l'utilisent comme support pour demander à l'élève l'écriture en hiéroglyphes d'un nombre donné. Le système de numération des

Romains est également présenté dans les exercices de découverte à travers des questions d'écriture décimale ou en chiffres romains de nombres.

Manuel de 6ème		**Manuel de 4ème**	
			
			

Transcription of image 5:

> J'approfondis
>
> **79 Histoire** Pour écrire les nombres, les Égyptiens utilisaient les hiéroglyphes suivants :
>
> | Hiéroglyphes | Valeur | Nom |
> |---|---|---|
> | | 1 | bâton |
> | | 10 | anse |
> | | 100 | corde enroulée |
> | | 1 000 | fleur de lotus |
> | | 10 000 | doigt |
> | | 100 000 | têtard |
>
> Ces hiéroglyphes étaient répétés jusqu'à neuf fois.
>
> Le nombre 139 par exemple s'écrivait :
>
> **1)** Pour chacune des tablettes ci-dessous, déterminer le nombre inscrit.
>
> **a)** **b)** **c)**
>
> **2)** Écrire chacun des nombres suivants en hiéroglyphes égyptiens :
>
> **a)** 38 ; **b)** 243 ; **c)** 102 400 ; **d)** 213 054.
>
> **3)** Écrire 8 989 en hiéroglyphes égyptiens.
>
> **4)** Donner un inconvénient des nombres égyptiens.

Transcription of image 6:

> Je découvre le monde des mathématiques
>
> L'histoire d'un mathématicien

Figure 3.4. Extraits des manuels « PHARE » de 6ème et de 4ème.

- Du chapitre « Multiplication » où un exercice d'approfondissement s'intéresse à l'ordre de grandeur en mètre du périmètre de la base de la pyramide de Khéops, la base étant un carré de côté 440 coudées. La coudée est l'unité de mesure des longueurs utilisée autrefois par les Égyptiens et qui correspond à 52,5 cm.
- Du chapitre « Division » qui s'appuie sur une fresque montrant Euclide, pour donner un travail de recherche sur l'auteur des Éléments ; la division sur laquelle il a travaillé porte son nom.
- Du chapitre « Fractions » qui présente à travers la rubrique « Découverte » le système sexagésimal utilisé par les Babyloniens et illustré par une tablette d'argile, gravée de

signes cunéiformes, découverte en Mésopotamie vers 2900 – 2200 avant J.-C. À l'époque les Babyloniens ne représentaient que des fractions de dénominateur 60. Des exercices s'appuyant sur cette information historique ont été proposés par la suite aux élèves.

L'Histoire des mathématiques est traitée dans 5 pages sur les 290 que compte le manuel, soit 1,72 %.

III.2.2.1.2. Le manuel de Cinquième

Dans ce manuel, l'Histoire des mathématiques est présente dans les quatre chapitres suivants sur les dix-sept qu'on retrouve dans le manuel (voir Braul *et al.*, Mathématiques 5ème, 2009) :

- le chapitre « Nombres en écriture fractionnaire : opération », où un exercice de découverte propose de calculer la somme de six fractions ; ces fractions représentant les différentes parties de l'œil d'Horus que les scribes égyptiens ont utilisées pour représenter des fractions de numérateur 1.
- Le chapitre « Symétrie », où le cours est introduit par des fractales qui sont de nouveaux objets mathématiques découverts en 1974 par le mathématicien Benoit Mandelbrot ; une activité est ensuite proposée à partir de ces fractales.
- Le chapitre « Triangles : droites remarquables », qui propose un exercice s'appuyant sur un logiciel pour faire découvrir à l'élève le résultat suivant, démontré en premier par le mathématicien suisse Léonhard Euler (1707 – 1783), « le centre du cercle circonscrit d'un triangle O, son centre de gravité G et son orthocentre H sont alignés ». Un autre exercice est proposé dans le chapitre pour aider l'élève à découvrir un théorème attribué à Napoléon, l'Empereur de la France, un passionné de mathématiques, qui semble-t-il s'adonnait à la résolution de problèmes géométriques avant les grandes batailles.
- Le chapitre « Aires et volumes » où l'on demande à l'élève de calculer à travers un exercice de recherche, une valeur approchée de l'aire des lunules d'Hippocrate ; Hippocrate est un mathématicien grec né à Chios vers – 470.

Au total, l'Histoire des mathématiques est prise en charge par 5 pages sur les 304 du manuel, soit 1,64 %.

III.2.2.1.3. Le manuel de Quatrième

Dans ce manuel cinq chapitres sur dix-sept (voir Braul *et al.*, Mathématiques 4ème, 2010) évoquent l'Histoire des mathématiques. Nous avons ainsi :

- le chapitre « Equations du premier degré à une inconnue » qui est introduit par l'historique de la désignation de l'inconnue en mathématiques ; du « šay » utilisé par le mathématicien arabe Al-Khwârizmî (environ 780 – 850 après J.-C.) à la lettre « *x* » utilisée de nos jours. En outre la rubrique « Je cherche » propose deux problèmes de mise en équation, l'un résultant d'un extrait d'un papyrus égyptien datant du deuxième millénaire avant J.-C. et l'autre des 69 problèmes proposés par le mathématicien égyptien Abu Kamil (IX^{ème} – X^{ème} siècle).
- Le chapitre « Triangle et parallèles » à travers sa rubrique « J'approfondis » qui propose un exercice sur le parallélogramme de Varignon, du nom de Pierre Varignon (1654 – 1722) l'un des géomètres français les plus célèbres de son temps.

- Le chapitre « Théorème de Pythagore et sa réciproque » qui consacre son introduction à la corde à 13 nœuds que les Égyptiens ont utilisée pour construire des angles droits.
  On rencontre aussi, dans le chapitre, la rubrique « Je découvre » qui fait connaître à l'élève la vie de Pythagore, son œuvre et la tablette Plimpton 322 qui permet de trouver des triplets pythagoriciens. Quant aux rubriques « J'approfondis » et « Je cherche », elles proposent l'une un problème tiré d'une tablette d'argile assyrienne datant du VII^{ème} siècle avant J.- C et l'autre un calcul d'aires des lunules d'Hippocrate de Chio (V^{ème} siècle avant J.- C).
- Le chapitre « Théorème de Thalès » plonge l'élève dans la démonstration du théorème de Thalès par Euclide (III^{ème} siècle avant J.- C.) à travers la rubrique « Je m'entraine ». La rubrique « Découverte » n'est pas moins fournie ; elle retrace la vie de Thalès (entre 620 et 550 avant J.- C.) mais explique également comment, paraît-il, Thalès s'y est pris pour mesurer la hauteur de la pyramide de Khéops en Égypte. Ces explications débouchent sur un problème demandant de calculer la hauteur de cette pyramide.
- Le chapitre « Pyramide – Cône de révolution » qui propose dans sa rubrique « J'approfondis » un exercice de représentation en perspective cavalière et de calcul de l'arête latérale de la pyramide de Khéops édifiée vers 2560 avant J.-C. Cette pyramide est la seule des sept merveilles du monde à avoir résisté au temps.

L'Histoire des mathématiques est introduite dans ce manuel à travers 10 pages sur un total de 304, soit 3,28 %. A part une évocation, toutes les autres allusions à l'Histoire des mathématiques concernent des activités et surtout des exercices.

III.2.2.1.4. Le manuel de Troisième

Sept chapitres sur les seize que compte le manuel (voir Braul *et al.*, Mathématiques 3ème, 2008) font allusion à l'Histoire des mathématiques, de la manière suivante :

- le chapitre « Calcul littéral » où les auteurs demandent dans la rubrique « Devoir à la maison » de démontrer trois propositions dues à Viète, un mathématicien du XVI^{ème} siècle.
- Le chapitre « Arithmétique » qui retrace dans sa rubrique « Je découvre » l'historique des nombres premiers avec Euclide (vers 300 avant J.- C.), définit la notion de nombre premier et introduit la notion de PGCD en rapport avec Eratosthène, mathématicien grec, surtout connu pour une méthode qui permet de trouver tous les nombres premiers inférieurs à un certain nombre. Les nombres premiers de Sophie Germain[98], une mathématicienne française (1776 – 1831) et les nombres de Fermat sont également présentés et déterminés à travers des exercices du manuel.
- Le chapitre « Racine carrée » qui, à travers les rubriques « J'approfondis », « Je cherche » et « Je découvre », propose trois exercices : le premier sur une formule démontrée par le mathématicien Héron d'Alexandrie (1er siècle après J.-C.), le deuxième sur la détermination d'une approximation de $\sqrt{2}$ à partir d'un algorithme utilisé au II^{ème} millénaire avant J.- C. et le dernier qui fait découvrir le nombre d'or.
- Le chapitre « Equations et équations produit nul » que les auteurs introduisent par une activité basée sur le Grand théorème de Fermat découvert au XVII^{ème} siècle et

[98] Nombre premier tel que son double plus un est aussi premier.

démontré en 1994. Dans la rubrique « Je cherche » un triplé pythagoricien est défini pour lancer les élèves dans la recherche de triplés de cette nature.

- Le chapitre « Notion de fonction », qui dans sa page introductive s'intéresse au mathématicien britannique Charles Babbage (1791 – 1871) dessinateur des plans d'une machine qui n'a été construite qu'en 1936.
- Le chapitre « Probabilité » qui est introduit par le jeu de dés utilisé par les Étrusques, les Égyptiens et les Babyloniens pour jouer mais aussi pour prédire l'avenir. Deux exercices sont proposés sur le jeu de Mourre, jeu utilisé dans la Rome antique pour départager un litige entre deux personnes mais aussi pendant la Renaissance comme divertissement par les personnels de maison. La rubrique « Je découvre » renseigne sur l'étymologie du mot hasard, affiche un extrait de la lettre de Blaise Pascal à Pierre Fermat (29 juillet 1654) et présente le problème du Chevalier de Méré (1607 – 1684). Quant à la rubrique « je cherche », elle propose aux élèves le problème du Duc de Toscane qui a remarqué qu'il obtenait un peu plus souvent 10 que 9 en lançant trois dés.
- Le chapitre « Angles inscrits – polygones réguliers » qui s'appuie sur l'étymologie du mot polygone pour faire découvrir à travers un exercice plusieurs polygones particuliers. La construction à la règle et au compas du pentagone régulier par les bâtisseurs du Moyen Age est également proposée dans la rubrique « J'approfondis ». Les auteurs ont aussi convoqué dans ce chapitre la détermination d'une approximation de la longueur du cercle par le mathématicien grec Archimède (287 – 212 avant J. - C.) pour calculer la longueur d'un côté d'un polygone régulier.

Sur les 319 pages qui constituent le manuel, 15 abordent l'Histoire des mathématiques (soit 4,7 %) à travers quelques rares évocations, des activités, mais surtout des exercices.

III.2.2.1.5. Commentaires

En se fiant aux données brutes, qui tournent autour de 25 % de chapitres et 1,7 % de pages du manuel en Sixième qui évoquent l'Histoire des mathématiques, 23,5 % de chapitres et 1,6 % de pages en Cinquième, 29,4 % de chapitres et 3,3 % de pages en Quatrième, 43,8 % de chapitres et 4,7 % de pages en Troisième, on pourrait penser que la collection Phare Hachette ne fait pas de l'Histoire des mathématiques sa préoccupation principale.

Cependant une analyse minutieuse des manuels de la collection montre que ses auteurs ne se contentent pas d'évoquer des faits historiques, mais ils font faire aux élèves des mathématiques à partir de leur Histoire. C'est ainsi que beaucoup d'exercices sont proposés s'appuyant sur les écrits, formules, méthodes, travaux, expériences, ou représentations de mathématiciens célèbres ou de civilisations anciennes. En outre l'Histoire des mathématiques occupe souvent toute la page où elle est présente contrairement aux autres collections.

Néanmoins quelques évocations historiques sont présentes dans le manuel et concernent la présentation d'un mathématicien, l'historique d'un concept, l'étymologie d'un mot ou l'extrait d'un document historique.

III.2.2.2. La collection Triangle Hatier

Tous les manuels de cette collection sont subdivisés en chapitres, chacun comportant une page introductive, des activités, les connaissances, des méthodes et des exercices. L'Histoire des mathématiques est présente dans la page introductive, mais surtout dans la chronique intitulée « Triangle info magazine » qu'on retrouve partout dans les chapitres, comme nous le constatons dans l'analyse des manuels suivants dont nous proposons quelques extraits dans la Figure 3.5.

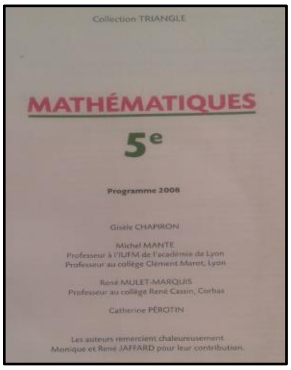
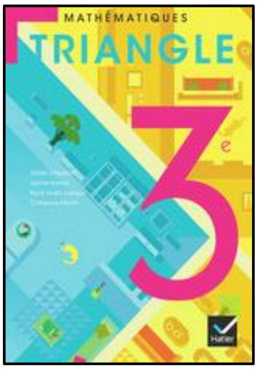
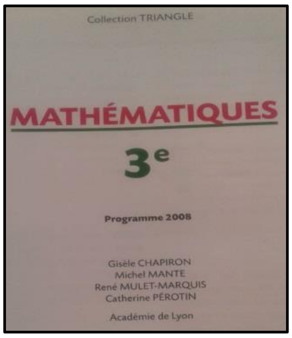
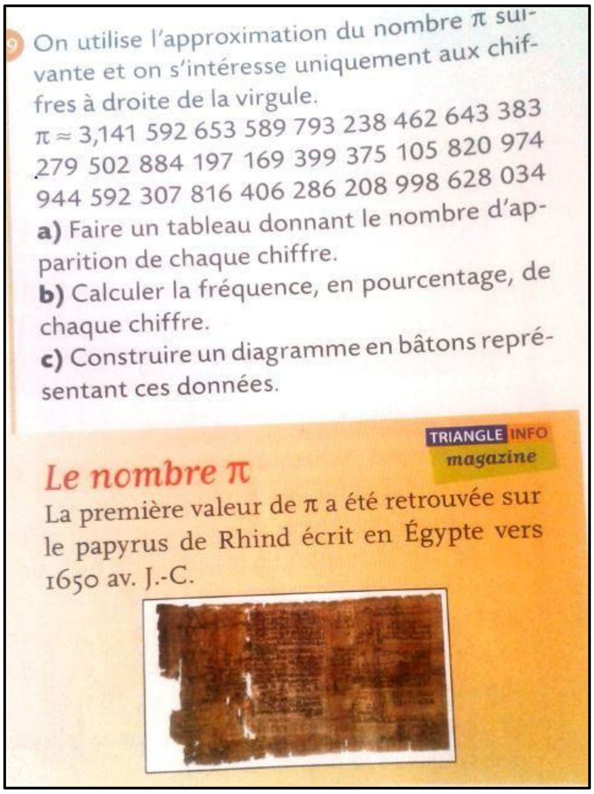
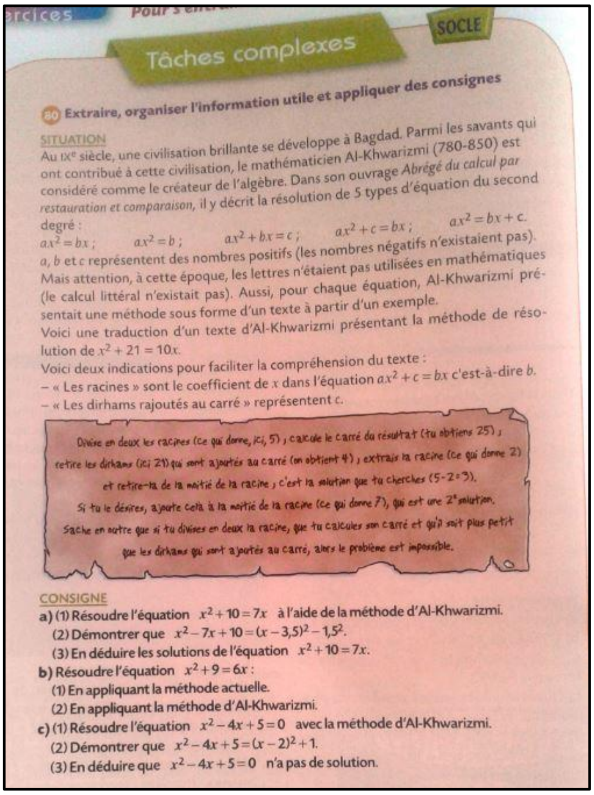
<table>
<tr><th colspan="2">Manuel de 5^{ème}</th><th colspan="2">Manuel de 3^{ème}</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
On utilise l'approximation du nombre π suivante et on s'intéresse uniquement aux chiffres à droite de la virgule.
π ≈ 3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197 169 399 375 105 820 974 944 592 307 816 406 286 208 998 628 034
a) Faire un tableau donnant le nombre d'apparition de chaque chiffre.
b) Calculer la fréquence, en pourcentage, de chaque chiffre.
c) Construire un diagramme en bâtons représentant ces données.
TRIANGLE INFO magazine
Le nombre π
La première valeur de π a été retrouvée sur le papyrus de Rhind écrit en Égypte vers 1650 av. J.-C.</td><td colspan="2">
Tâches complexes SOCLE
80 Extraire, organiser l'information utile et appliquer des consignes
SITUATION
Au IXe siècle, une civilisation brillante se développe à Bagdad. Parmi les savants qui ont contribué à cette civilisation, le mathématicien Al-Khwarizmi (780-850) est considéré comme le créateur de l'algèbre. Dans son ouvrage Abrégé du calcul par restauration et comparaison, il y décrit la résolution de 5 types d'équation du second degré :
$ax^2=bx$; $ax^2=b$; $ax^2+bx=c$; $ax^2+c=bx$; $ax^2=bx+c$.
a, b et c représentent des nombres positifs (les nombres négatifs n'existaient pas).
Mais attention, à cette époque, les lettres n'étaient pas utilisées en mathématiques (le calcul littéral n'existait pas). Aussi, pour chaque équation, Al-Khwarizmi présentait une méthode sous forme d'un texte à partir d'un exemple.
Voici une traduction d'un texte d'Al-Khwarizmi présentant la méthode de résolution de $x^2+21=10x$.
Voici deux indications pour faciliter la compréhension du texte :
– « Les racines » sont le coefficient de x dans l'équation $ax^2+c=bx$ c'est-à-dire b.
– « Les dirhams rajoutés au carré » représentent c.
Divise en deux les racines (ce qui donne, ici, 5), calcule le carré du résultat (tu obtiens 25), retire les dirhams (ici 21) qui sont ajoutés au carré (on obtient 4), extrais la racine (ce qui donne 2) et retire-la de la moitié de la racine, c'est la solution que tu cherches (5-2=3).
Si tu le désires, ajoute cela à la moitié de la racine (ce qui donne 7), qui est une 2e solution.
Sache en outre que si tu divises en deux la racine, que tu calcules son carré et qu'il soit plus petit que les dirhams qui sont ajoutés au carré, alors le problème est impossible.
CONSIGNE
a) (1) Résoudre l'équation $x^2+10=7x$ à l'aide de la méthode d'Al-Khwarizmi.
(2) Démontrer que $x^2-7x+10=(x-3,5)^2-1,5^2$.
(3) En déduire les solutions de l'équation $x^2+10=7x$.
b) Résoudre l'équation $x^2+9=6x$:
(1) En appliquant la méthode actuelle.
(2) En appliquant la méthode d'Al-Khwarizmi.
c) (1) Résoudre l'équation $x^2-4x+5=0$ avec la méthode d'Al-Khwarizmi.
(2) Démontrer que $x^2-4x+5=(x-2)^2+1$.
(3) En déduire que $x^2-4x+5=0$ n'a pas de solution.</td></tr>
</table>

Figure 3.5. Extraits des manuels « Triangle » de 5ème et de 3ème.

III.2.2.2.1. Le manuel de Sixième

Dans ce manuel onze chapitres sur quinze (voir Chapiron *et al.*, Mathématiques 6ème, 2011) font allusion à l'Histoire des mathématiques :

- le chapitre « Nombres décimaux, ordre, addition et soustraction » qui évoque en introduction l'invention de l'écriture des nombres décimaux au XVIème siècle contrairement à l'écriture fractionnaire qui est connue depuis l'antiquité.

- Le chapitre « Multiplication et problèmes » qui présente à l'aide d'une illustration la méthode de multiplication dite « per gelosia » connue depuis le XII$^{\text{ème}}$ siècle.
- Le chapitre « Fractions et problèmes » que les auteurs du manuel ont introduit par des fractions représentées sur des tablettes très anciennes et par l'historique des fractions connues depuis plus de 5000 ans. L'Histoire est également présente dans « Triangle info magazine » qui informe sur l'origine du mot fraction et parle d'Abu'l-Wafa (940 – 998) mathématicien persan qui a été, au X$^{\text{ème}}$ siècle, l'un des premiers savants à considérer une fraction comme un nombre.
- Le chapitre « Perpendiculaires et parallèles » qui précise à travers sa page introductive que cette partie des mathématiques est née il y a plus de 5000 ans en Égypte, en Inde et en Mésopotamie. L'origine des mots « parallèle » et « perpendiculaire » est également indiquée dans « Triangle info magazine ».
- Le chapitre « Cercles et triangles » qui renseigne sur l'origine des mots « cercle » et « rayon » grâce à « Triangle info magazine ».
- Le chapitre « Symétrie axiale » qui précise l'origine du mot symétrie à l'aide de « Triangle info magazine ».
- Le chapitre « Parallélépipède rectangle » qui souligne dans « Triangle info magazine » l'origine du mot cube.
- Le chapitre « Périmètres et durées » qui est introduit à partir de l'origine du mot périmètre. Les auteurs font également appel à « Triangle info magazine » pour donner l'origine du mot « diamètre », évoquer le nombre π qui a fasciné l'homme depuis l'antiquité[99] et présenter Eratosthène (276 – 194 avant J.-C.), mathématicien grec qui a proposé en 205 avant J.-C. une méthode ingénieuse pour déterminer la circonférence de la terre.
- Le chapitre « Angles » qui s'appuie à trois reprises sur « Triangle info magazine » pour indiquer successivement l'origine des mots angle, rapporteur et bissectrice.
- Le chapitre « Aires » qui est introduit par l'aire des surfaces, déterminée dès le II$^{\text{ème}}$ siècle en Égypte pour redéfinir les limites des terrains agricoles après les crues du Nil.
  La démonstration de la formule découverte par le savant grec Archimède de Syracuse (287 – 212 avant J.-C.) est posée en exercice ; la formule établit que l'aire du disque peut s'obtenir en multipliant le demi-périmètre du cercle correspondant par le rayon.
  « Triangle info magazine » a complété l'exercice avec les grands travaux d'Archimède, mais a donné également l'origine du mot « aire » ainsi que l'expression « $p \times p : 12$ » que les Babyloniens ont utilisé en 2000 avant J.-C. pour trouver une valeur approchée de l'aire du disque, *p* représentant le périmètre du disque.
- Le chapitre « Volumes et masses » qui précise dans son introduction la date à laquelle le kilogramme a été défini pour unifier les unités de mesure sur tout le territoire de la République française. Triangle info magazine renseigne également les lecteurs sur l'origine du mot « volume ».

L'Histoire des mathématiques apparait sur 24 pages parmi les 288 qui constituent le manuel : soit 8,3 %. Cependant à part l'exercice portant sur une démonstration d'Archimède, toutes les autres allusions à l'Histoire concernent des évocations qu'on

[99] Du moins ce qui peut être équivalent à ce nombre dans le calcul de l'aire d'un disque ou de la circonférence d'un cercle.

retrouve au niveau de l'introduction des chapitres mais surtout au niveau de dix-sept bulles « Triangle info magazine ». Treize de ces bulles parlent de l'origine des mots fraction, parallèle, perpendiculaire, cercle, rayon, symétrie, cube, diamètre, angle, rapporteur, bissectrice, aire et volume.

III.2.2.2.2. Le manuel de Cinquième

Dans ce manuel neuf chapitres sur seize (voir Chapiron *et al.*, Mathématiques 5ème, 2010) évoquent l'Histoire des mathématiques :

- le chapitre « Règles de calcul » qui informe au niveau de la page introductive sur les calculateurs prodiges, personnes capables de donner rapidement des résultats sur un calcul portant sur de grands nombres. Le premier connu est le prodige grec Drésigène (Vème siècle avant J.-C.).
- Le chapitre « Fractions – Quotients » qui indique en introduction que les fractions sont des nombres connus depuis la plus haute antiquité, bien avant les nombres décimaux. L'origine du mot fraction ainsi que son historique sont précisés dans « Triangle info Magazine ». Un exercice sur le nombre d'or utilisé dans l'antiquité par les architectes et qu'on retrouve dans la nature est également proposé aux élèves.
- Le chapitre « Nombres relatifs » où l'on explique dans la partie « introduction » les différentes étapes franchies durant plusieurs siècles pour écrire les nombres relatifs.
- Le chapitre « Représentation et traitement de données » qui indique dans « Triangle info magazine » que la première valeur de π a été retrouvée sur le papyrus de Rhind, écrit en Égypte vers 1650 avant J.-C.
- Le chapitre « Initiation au calcul littéral et aux équations » qui est introduit par la présentation de l'un des fondateurs du calcul littéral François Viète (1540 – 1603). Ce calcul fait partie de la branche des mathématiques nommée Algèbre dont les origines remontent au IXème siècle dans le monde arabe. Ces informations historiques sont complétées dans « Triangle info magazine » par la période de première apparition des signes « + », « $-$ » et « $=$ » fréquemment utilisés dans ce chapitre.
- Le chapitre « Triangle » qui donne l'origine du mot médiatrice dans « Math info magazine ».
- Le chapitre « Prismes droits – cylindres » qui situe dans « Triangle info magazine » l'apparition des sceaux de forme cylindrique vers – 4000 en Mésopotamie.
- Le chapitre « Angles et parallélisme » qui montre dans « Triangle info magazine » que les angles alternes-internes ont été clairement définis au IIIème siècle avant J.-C. par Euclide, mathématicien grec et fondateur de la démonstration en géométrie.
- Le chapitre « Aires » où les auteurs présentent dans « Triangle info magazine » le célèbre savant grec Archimède (IIIème siècle avant J.-C.) et ses travaux, notamment la formule permettant de trouver l'aire d'un disque lorsqu'on connait son périmètre.

Nous retrouvons l'Histoire des mathématiques sur 14 des 288 pages du manuel, soit 4,7 %.
Cette introduction de l'Histoire dans le manuel s'est faite à travers un exercice sur le nombre d'or et des évocations présentes au niveau de l'introduction des chapitres et des neuf bulles « Triangle info magazine ».

III.2.2.2.3. Le manuel de Quatrième

Dans ce manuel, six chapitres sur quatorze (voir Chapiron *et al.*, Mathématiques 4ème, 2009) recourent à l'Histoire des mathématiques :

- le chapitre « Calcul littéral et initiation à la démonstration » qui présente dans « Triangle info magazine » Al-Khwârizmî, un mathématicien perse, auteur du « Précis sur le calcul d'al-jabr et d'al-muqabala ».
- Le chapitre « Ecritures fractionnaires » qui est introduit par les fractions de numérateur 1, utilisées il y a 4000 ans environ par les Babyloniens et par les Égyptiens comme le montre un problème retrouvé dans le papyrus de Rhind (– 1650). « Triangle info magazine » présente également l'œil d'Horus dont les Égyptiens avaient attribué à chacune de ses parties une fraction dont le dénominateur est une puissance de 2.
- Le chapitre « Equations – inégalités » qui, à travers « Triangle info magazine », nous fait connaitre le mathématicien français Johann Heinrich Lambert (1728 – 1777) qui a démontré au milieu du XVIIIème siècle, que le nombre π ne peut être égal à une fraction. Un exercice du chapitre présente aussi une méthode utilisée par les Égyptiens pour résoudre un problème classique de partage de récolte et demande à l'élève d'appliquer cette méthode sur un autre problème puis de vérifier le résultat à travers une mise en équation.
- Le chapitre « Géométrie et initiation à la démonstration » où l'on parle en introduction d'Euclide, un mathématicien grec né vers – 325 et auteur des « Eléments », le livre fondateur de la démonstration.
- Le chapitre « Triangle rectangle et théorème de Pythagore » où les auteurs précisent dans la page introductive que la formule qui permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant la longueur des deux autres, est attribuée au mathématicien grec Pythagore qui a vécu vers 530 avant J.-C. ; cependant cette formule était connue par les Babyloniens depuis plus de 1000 ans avant.

  « Triangle info magazine » donne plus de détails sur Pythagore, son école et sur la corde à 13 nœuds que les Égyptiens ont utilisé pour vérifier que des angles étaient droits.
- Le chapitre « Triangle et droites parallèles » où l'on évoque à travers « Triangle info magazine » le théorème de Thalès attribué au mathématicien et philosophe grec Thalès de Milet ; la bulle historique nous apprend que ce théorème est appelé en Angleterre « théorème d'intersection » et en Allemagne « théorème des rayons ». Quant au théorème de Thalès, il désigne dans ces deux pays le résultat suivant : « un triangle inscrit dans un cercle et dont un côté est un diamètre est un triangle rectangle ».

L'Histoire des mathématiques figure sur 11 des 305 pages du manuel, soit 3,60 %. Les allusions à l'Histoire concernent deux exercices et 10 évocations dont la plupart sont contenues dans sept bulles « Triangle info magazine ».

III.2.2.2.4. Le manuel de Troisième

Dans ce manuel sept chapitres sur treize (voir Chapiron *et al.*, Mathématiques 3ème, 2012) font allusion à l'Histoire des mathématiques :

- le chapitre « Nombres entiers et nombres rationnels » qui est introduit à partir de l'affirmation « Tout est nombre » de Pythagore. L'origine du mot algorithme qui vient du nom du grand mathématicien persan Al-Khwârizmî (vers l'an 820) est également indiquée dans « Triangle info magazine ».
- Le chapitre « Racines carrées » où les auteurs abordent dans la page introductive le nombre d'or, utilisé par les architectes de l'antiquité, pour poser la question d'existence de nombres qui ne sont ni entiers, ni fractionnaires, ni décimaux. Les premières traces de $\sqrt{2}$ sur une tablette babylonienne il y a plus de 4000 ans sont indiquées dans « Triangle info magazine ».
- Le chapitre « Calcul littéral et identités remarquables » ou l'on présente, à travers un exercice, William Georges Horner (1786 – 1837), mathématicien anglais et sa méthode pour calculer certaines expressions algébriques ; la présentation est suivie de l'application de la méthode.
- Le chapitre « Equations et inéquations » qui s'appuie sur la traduction en français d'une méthode de résolution d'équations du mathématicien arabe Al-Khwârizmî (780 – 850) pour l'appliquer dans la résolution d'équations du même type. L'une des méthodes de Descartes pour résoudre géométriquement des équations est aussi présentée à l'élève, avant de faire l'objet d'une application.
- Le chapitre « Systèmes de deux équations à deux inconnues » qui utilise « Triangle info magazine » pour présenter le mathématicien égyptien Abu Kamil (850 – 930) considéré comme l'un des successeurs d'Al-Khwârizmî.
- Le chapitre « Probabilités » qui s'intéresse dans « Triangle info magazine » à la naissance au XVI^{ème} siècle des probabilités en France ainsi que des mathématiciens célèbres suivants qui ont posé les jalons de cette branche des mathématiques : Pierre de Fermat (1601 – 1665), Blaise Plascal (1623 – 1662) et le mathématicien suisse Jacques Bernouilli (1654 – 1705).
- Le chapitre « Géométrie dans l'espace et sphères » qui donne dans « Triangle info magazine » des informations sur la médaille Fields, la plus prestigieuse récompense pour un chercheur en mathématiques ; sur l'une de ses faces on a un portrait d'Archimède et sur l'autre une représentation de sa tombe avec la gravure de son théorème « De la sphère et du cylindre ».

Seules 9 pages sur les 320 que compte le manuel font allusion à l'Histoire des mathématiques ; soit 2,8 %. L'Histoire y est surtout présente sous forme d'évocations comme dans les autres manuels de la collection, mais avec un nombre d'exercices à saveur historique plus important.

III.2.2.2.5. Commentaires

La collection Triangle Hatier est riche en informations ayant trait à l'Histoire des mathématiques. En Sixième 73,3 % des chapitres et 8,3 % des pages du manuel évoquent l'Histoire des mathématiques, pour la Cinquième 56 % des chapitres et 4,7 % des pages, en Quatrième ce sont 42,9 % des chapitres et 3,6 % des pages, en Troisième cela concerne 53,9 % des chapitres et 2,8 % des pages.

L'information historique est délivrée essentiellement sous forme d'évocation ayant trait à la présentation d'un mathématicien célèbre mais aussi à la période de naissance, à l'historique, à

l'étymologie d'un concept mathématique, d'une méthode, d'une formule ou d'une branche des mathématiques.
Dans certains chapitres (cinq en Sixième), la présence de l'Histoire des mathématiques se résume à une chronique qui donne l'origine du nom d'un concept étudié dans le chapitre. Ce qui explique le fort pourcentage de chapitres qui font allusion à l'Histoire des mathématiques en Sixième.
Cependant l'Histoire des mathématiques n'est présente que dans quatre exercices sous forme d'application de méthodes anciennes comme celles d'Al-Khwârizmî pour la résolution d'équations, de Horner pour le calcul de la valeur numérique d'une expression, des Égyptiens pour résoudre un problème classique de partage de récolte et de construction de rectangle dont le rapport des dimensions est proche du nombre d'or.

III.2.2.3. Analyse comparée des deux collections

Nous utilisons les tableaux par niveau suivants pour comparer la présence et la nature de la présence de l'Histoire des mathématiques dans les collections Phare Hachette et Triangle Hatier.

	Phare Hachette		**Triangle Hatier**	
Chapitres	Présence	Forme	Présence	Forme
Nombres décimaux, ordre, addition et soustraction	x	Activité	x	Évocation
Multiplication et Problèmes	x	Exercice	x	Évocation
Division et problèmes	x	Activité		
Fractions et problèmes	x	Exercice	x	Évocation
Proportionnalité et pourcentages				
Organisation et représentation des données				
Perpendicularité et parallélisme			x	Évocation
Cercles et triangles			x	Évocation
Symétrie axiale			x	Évocation
Axes de symétrie et figures usuelles				
Périmètre et durée			x	Évocation
Angles			x	Évocation
Parallélépipède rectangle			x	Évocation
Aires			x	Exercice - évocation
Volumes et masses			x	Évocation

Tableau 3.8. Chapitres de Sixième qui évoquent l'Histoire.

	Phare Hachette		Triangle Hatier	
Chapitres	Présence	Forme	Présence	Forme
Règles de calcul			x	Évocation
Fractions – quotients	x	Exercice	x	Évocation - exercice
Nombres relatifs			x	Évocation
Représentation et traitement de données			x	Évocation
Proportionnalité				
Calcul littéral			x	Évocation
Symétrie centrale	x	Activité	x	Évocation
Triangles	x	Exercice	x	Évocation
Angles et parallélisme			x	Évocation
Prismes droits et cylindres			x	Évocation
Parallélogramme				
Aires et volumes	x	Exercice	x	Évocation

Tableau 3.9. Chapitres de Cinquième qui évoquent l'Histoire.

	Phare Hachette		Triangle Hatier	
Chapitres	Présence	Forme	Présence	Forme
Nombres relatifs				
Calcul littéral			x	Évocation
Ecriture fractionnaire			x	Évocation
Equations – inégalité	x	Activité - exercice	x	Évocation - exercice
Puissances				
Proportionnalité				
Traitement de données				
Triangle et droites parallèles - Thalès	x	Exercice	x	Évocation
Triangle rectangle- théorème de Pythagore	x	Activité -	x	Évocation -

		exercice		exercice
Cosinus d’un angle aigu				
Pyramides – cônes de révolution	x	Exercice		
Triangle rectangle et cercle circonscrit				

Tableau 3.10. Chapitres de Quatrième qui évoquent l’Histoire.

	Phare Hachette		**Triangle Hatier**	
Chapitres	Présence	Forme	Présence	Forme
Calcul numérique et puissances				
Racines carrées	x	Exercice	x	Évocation
Calcul littéral	x	Exercice	x	Exercice
Equations et inéquations	x	Activité - exercice	x	Exercice
Systèmes d’équations			x	Évocation
Fonctions linéaires et fonctions affines				
Statistiques				
Proportionnalité				
Probabilité	x	Activité - évocation - exercice	x	Évocation
Le théorème de Thalès				
Trigonométrie, angles inscrits	x	Exercice		
Géométrie dans l’espace			x	Évocation

Tableau 3.11. Chapitres de Troisième qui évoquent l’Histoire.

L’analyse des quatre tableaux montre qu’il est possible de trouver des informations, des activités ou des exercices ayant trait à l’Histoire des mathématiques dans 35 des 51 chapitres qui constituent le programme de mathématiques du collège, soit 68,6 %. Les auteurs auraient pu aller bien au-delà de ce pourcentage car les possibilités ne manquent pas pour intégrer l’Histoire des mathématiques dans les chapitres laissés de côté comme le parallélogramme (avec les Éléments d’Euclide), les nombres relatifs (avec leur acceptation récente et toute la polémique soulevée pour y arriver), le cosinus d’un angle (avec le processus qui a accompagné sa création notamment les premières tables de cordes celles d’Hipparque que les

Indiens ont remplacées par des tables de sinus, le sinus étant la moitié de corde et le cosinus étant le sinus de l'angle complémentaire), etc.

Nous remarquons aussi que la forme de la présence de l'Histoire dans les manuels diffère pour les deux collections. En effet sur un total de 22 références à l'Histoire des mathématiques, la collection Phare Hachette consacre 63,6 % aux exercices, 31,8 % aux activités et 4,5 % à l'évocation ; contrairement à la collection Triangle Hatier où l'évocation occupe 83,3 %, les exercices 16,7 % et les activités 0 % sur les 36 mentions à l'Histoire des mathématiques.

La place importante occupée par l'évocation dans la collection Triangle Hatier s'explique par la présence de la bulle « Triangle info magazine » qui a véhiculé l'essentiel des références historiques sous forme d'évocation. Cette façon d'introduire l'Histoire des mathématiques est la plus aisée car la littérature regorge d'informations de cette nature. Ce qui n'est pas le cas des exercices qui ne sont pas nombreux et surtout des activités qu'il faut créer ou transformer au besoin pour qu'elles soient accessibles à l'élève.

Ce travail de conception ou d'adaptation, pas du tout simple, explique le nombre réduit d'activités et d'exercices inspirés de l'Histoire dans les manuels. Des efforts doivent être faits dans ce domaine car ce sont les activités et les exercices qui mettent l'élève en action ; par conséquent ils sont plus porteurs dans le cadre des enseignements apprentissages que dans celui de l'évocation.

III.2.2.4. Les mathématiciens de l'Histoire à travers les deux collections

La lecture des informations historiques contenues dans les manuels des deux collections permet de faire connaissance avec des mathématiciens célèbres de l'Histoire que nous répertorions dans le Tableau 3.12. :

	Collection Phare Hachette				**Collection Triangle Hatier**			
	$6^{ème}$	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$	$6^{ème}$	$5^{ème}$	$4^{ème}$	$3^{ème}$
Abu Kamil			x					x
Al-Khwarizmi			x				x	x
Archimède				x	x	x		x
Auguste de Morgan							x	
Benoit Mandelbrot		x						
Blaise Pascal				x				
Charles Babbage				x				
Christian Huygens				x				
Eratosthène				x	x			
Euclide	x			x		x	x	
Euler		x						
François Viète				x		x		
Galilée				x				
Héron d'Alexandrie				x				

Hippocrate de Chio		x	x					
Johann Lambert							x	
Napoléon		x						
Pierre de Fermat				x				
Pierre Varignon			x					
Pythagore			x				x	x
Sophie Germain				x				
Thalès			x	x			x	x
William G Horner								x

Tableau 3.12. Les mathématiciens de l'Histoire à travers les deux collections.

L'exploitation du tableau nous permet d'en recenser une vingtaine : Al-Khwârizmî, Archimède, Euclide, Pythagore et Thalès sont les plus cités. Ce qui peut s'expliquer par le fait que la géométrie euclidienne, le théorème de Thalès, le Théorème de Pythagore et les équations constituent les piliers du programme de mathématiques du Collège. Pour Archimède sa présence parmi les cinq mathématiciens est liée à ses travaux sur l'approximation de la longueur d'un cercle et sa formule sur l'aire d'un disque.
Les mathématiciens français, au nombre de sept, occupent une place de choix dans ces collections. En est-il de même pour l'Histoire, dans la formation des professeurs de mathématiques ?

III.3. L'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques

La formation universitaire fondamentale d'un futur enseignant de mathématiques repose en général sur l'acquisition de connaissances de base en Analyse, en Algèbre, en Topologie, en Géométrie différentielle, en Probabilités, en Statistiques, en Informatique, etc. Mais a-t-on pour autant selon Bebbouchi (2012, p. 292) « formé des mathématiciens qui comprennent ce qu'ils faisaient ? Qui maitrisaient leur domaine suffisamment bien pour pouvoir diffuser leur savoir ? Ou même entamer des recherches pertinentes » ? L'Histoire des mathématiques n'est-il pas l'un des domaines à intégrer dans la formation des professeurs de mathématiques pour les doter d'une culture mathématique indispensable à une pratique consciente du métier ? En est-il ainsi pour les professeurs de mathématiques du Sénégal et de la France ?

III.3.1. L'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques au Sénégal

Pour évoquer l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques du Sénégal, nous allons nous appuyer sur l'article de l'enseignant-chercheur au département de mathématiques de la Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation (FASTEF) de l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar (UCAD), Dia (2017, p. 10) intitulé « Intégration de l'Histoire des mathématiques dans l'enseignement : une expérience en cours au Sénégal ». Dans cet article M. Dia reconnait que :

> « *jusqu'à une date récente, il n'existait aucun cours d'Histoire des mathématiques, ni dans la formation académique, ni dans la formation pédagogique. De même, aucune activité en formation continuée n'a été faite en rapport avec l'Histoire des mathématiques dans l'enseignement* ».

L'une des premières expériences d'intégration de l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques a commencé à la FASTEF en 2011 dans le cadre de la formation initiale avec l'encadrement des mémoires de fin de formation pour l'obtention du Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Secondaire (CAES). D'ailleurs l'un de ces mémoires intitulé « *Intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques : exemple de la dérivée* » a été présenté au colloque Espace Mathématiques Francophone (EMF) en 2012 à Genève par P.M. Diop.

Ces expériences ont conduit en 2012 à l'intégration dans la formation des étudiants de la Licence d'Enseignement des Mathématiques (LEM) de la Faculté des Sciences et Techniques (FST) et de la FASTEF d'un cours d'épistémologie et d'Histoire des mathématiques qui traite de quelques éléments d'épistémologie et d'Histoire de concepts figurant dans les programmes des Collèges et Lycées.

Ces acquis ont été consolidés en 2016 avec la création d'un Master d'Enseignement des Mathématiques où le cours d'Epistémologie et d'Histoire des mathématiques figure en bonne place. La formation pédagogique initiale des élèves professeurs de la section F1A et F1B n'est pas en reste, avec l'intégration dans les modules de formation du cours sur l'Épistémologie et l'Histoire des mathématiques.

Concernant la formation continuée, elle se contente pour le moment des rares sessions de formation animées par M. Dia avec la participation de quelques professeurs des grandes villes comme Dakar et Mbour.

La présente description montre que des efforts sont faits dans le cadre de l'intégration de l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques. Il faudrait toutefois les poursuivre en élargissant la formation à toutes les sections des élèves professeurs de la FASTEF, mais aussi aux formateurs des Centres Régionaux de Formation du Personnel de l'Education (CRFPE) et aux Inspecteurs de l'Enseignement Moyen Secondaire Général qui à leur tour pourraient démultiplier le cours d'Épistémologie et d'Histoire des mathématiques pour tous les professeurs. Pour atteindre cet objectif, il faudrait travailler à la mise en place d'une équipe de jeunes doctorants engagés et motivés pour accompagner l'ambitieux chantier d'intégration de l'Histoire dans les programmes de mathématiques.

III.3.2. L'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques en France

Jusqu'à la fin des années 1980, les enseignants des Collèges et Lycées ont été essentiellement formés à l'université pour préparer les concours de recrutement de l'Education Nationale. Après l'obtention d'une licence, les étudiants préparaient pendant une année, dans le cadre de l'université, les concours du Certificat d'Aptitude au Professorat de l'Enseignement

Secondaire (CAPES) reposant essentiellement sur les savoirs disciplinaires. Admis au concours, ces étudiants devenaient fonctionnaires stagiaires et suivaient parallèlement à une formation dans des Centres Pédagogiques Régionaux (CPR), un stage dans les établissements scolaires.

A partir du début des années 1990, les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (I.U.F.M.) ont été créés pour prendre en charge la formation des professeurs. C'est ainsi qu'après l'obtention d'une licence, les étudiants désirant préparer les concours de l'enseignement s'inscrivaient dans un I.U.F.M. La première année était consacrée à la formation aux contenus disciplinaires pour préparer le CAPES ; une fois admis au concours, les étudiants accédaient à une seconde année consacrée à leur formation professionnelle (formation dans les I.U.F.M. et stage dans les établissements).

De nombreuses critiques émises à l'encontre des I.U.F.M. ont poussé l'Etat à réformer ces structures à la fin des années 2000. Les résultats de ces réformes étant mitigés et avec la mastérisation qui a conduit à un changement des concours, les I.U.F.M. ont été remplacés en 2013 par les Ecoles Supérieures du Professorat et de l'Education (E.S.P.E.) et depuis le 1er septembre 2019 par les Instituts Nationaux Supérieurs du Professorat et de l'Education (I.N.S.P.E.). Les I.N.S.P.E. venant tout juste d'être créés au moment où nous terminons la rédaction de la thèse et à partir de l'expérience tirée des E.S.P.E., nous avons choisi d'examiner la prise en charge de l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques dans le cadre des E.S.P.E.

III.3.2.1. Les missions des E.S.P.E.

Les E.S.P.E. ont été créées pour former l'ensemble des étudiants qui se destinent aux métiers du professorat et de l'éducation mais également tous les enseignants de la maternelle à l'université. Elles ont pour missions :

- la préparation à des masters « Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation » (MEEF) à l'issue de deux années d'étude post-licence ;
- la préparation aux épreuves écrites et orales de recrutement des enseignants et des conseillers principaux d'éducation ;
- l'organisation des actions de formation continue pour les personnels enseignants de la maternelle, de l'élémentaire, du collège, du lycée et de l'université ;
- la participation à la formation initiale et continue des personnels enseignants-chercheurs de l'enseignement supérieur ;
- la participation à la recherche en éducation, à la diffusion, au développement et à la promotion de méthodes pédagogiques innovantes.

Ces missions permettent aux E.S.P.E. de faire suivre à tous les acteurs de l'école, sur les mêmes bancs, des enseignements communs ; ce qui devrait faire naître et vivre chez ces derniers une culture partagée, mais aussi favorise sur le terrain la cohésion des équipes pédagogiques.

Les masters « Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation » sont : le master MEEF « Premier degré », le master MEEF « Second degré », le master MEEF « encadrement éducatif », le master MEEF « pratiques et ingénierie de la formation », etc.

III.3.2.2. La formation dans les E.S.P.E.

La formation dispensée dans les E.S.P.E. alterne enseignement théorique et stage pratique. Elle doit non seulement préparer le professeur en devenir à exceller dans sa ou ses discipline(s) et dans ses pratiques pédagogiques mais également à utiliser les technologies numériques, prévenir et gérer les conflits, prendre en charge les élèves en situation de handicap, lutter contre les stéréotypes et toutes les formes de discrimination.
Au cours des deux années de master les étudiants suivent les enseignements disciplinaires et de spécialité, les enseignements orientés vers la pratique professionnelle et les enseignements du tronc commun (la connaissance du socle commun et de l'approche par les compétences, les méthodes d'évaluation des élèves, la conduite de la classe, la prise en compte de la diversité des publics, les méthodes de différenciation pédagogique et de soutien aux élèves en difficulté, la prévention des violences scolaires, etc.). Ils sont en outre formés à la maîtrise d'une langue étrangère et des outils numériques.
Le stage en école ou en établissement fait partie de la formation ainsi que le mémoire que l'étudiant réalise en deuxième année de master.

III.3.2.3. La formation des professeurs de mathématiques

La formation des professeurs de mathématiques diffère d'une E.S.P.E. à une autre. Mais nous avons choisi une E.S.P.E. qui fait la part belle à l'Histoire des mathématiques et qui peut nous inspirer dans la prise en charge de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques au Sénégal. Il s'agit de l'E.S.P.E. de Bretagne qui assure en collaboration avec l'université de Bretagne Occidentale, l'université de Rennes 1 et l'université de Bretagne-Sud la formation des futurs professeurs de mathématiques.
Cette formation s'inscrit dans le cadre national des formations dispensées au sein des masters « métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation » ; elle articule des enseignements théoriques avec des stages d'observation et de pratique accompagnée en Master 1, tandis qu'en Master 2 elle se fait en alternance.
Le Tableau 3.13 correspond à l'année universitaire 2014-2015.

Ecole supérieure du professorat et de l'éducation. Bretagne	
MASTER MÉTIERS DE L'ENSEIGNEMENT, DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION (MEEF) **Mention second degré** **Parcours MATHEMATIQUES**	
Organisation des études **Master 1**	
Semestre 1	Semestre 2
Savoirs disciplinaires - Langue vivante (22h / 2 ECTS) - Algèbre - géométrie – algorithmique 1 : éléments disciplinaires (71h / 8 ECTS)	**Savoirs disciplinaires** - Algèbre - géométrie – algorithmique 2 : éléments disciplinaires (50h / 6 ECTS) - Analyse – probabilités et statistiques 2 :

- Analyse – probabilités et statistiques 1 : éléments disciplinaires (72h / 8 ECTS)	éléments disciplinaires (50h / 6 ECTS)
Savoirs didactiques - Cultures numériques (11h / 0 ECTS) - Algèbre - géométrie – algorithmique 1 : éléments didactiques (22h / 3 ECTS) - Analyse – probabilités et statistiques : éléments didactiques (22h / 3 ECTS)	**Savoirs didactiques** - Cultures numériques (10h / 2 ECTS) - Algèbre - géométrie – algorithmique 2 : éléments didactiques (35h / 3 ECTS) - Analyse – probabilités et statistiques : éléments didactiques (35h / 4 ECTS)
Recherche - Algèbre - géométrie – algorithmique 1 : initiation à la recherche (12h / 1 ECTS) - Initiation Analyse – probabilités et statistiques 1 : initiation à la recherche (12h / 1 ECTS) - Méthodologie de la recherche (6h / 3ECTS)	**Recherche** - Méthodologie de la recherche (30h / 3 ECTS)
Contexte d'exercice du métier (30h / 3 ECTS) - Etre enseignant aujourd'hui - Processus psycho-cognitif des apprentissages - Politiques éducatives d'aujourd'hui	**Contexte d'exercice du métier** (30h / 3 ECTS) - La diversité des publics - La difficulté scolaire - Processus d'orientation des élèves
Mise en situation professionnelle (10h / 0 ECTS) - Stage d'observation et référentiel des compétences professionnelles	**Mise en situation professionnelle** (20h / 3 ECTS) - Stage de pratique accompagnée et référentiel des compétences professionnelles
Total S1 : 290 heures / 30 ECTS	**Total S2 : 260 heures / 30 ECTS**
Master 2	
Semestre 3	**Semestre 4**
Savoirs disciplinaires - Mathématiques et histoire des mathématiques (24h / 4ECTS) - Accompagnement disciplinaire (12h / 2 ECTS)	**Savoirs disciplinaires** - Accompagnement disciplinaire (12h / 2 ECTS)
Savoirs didactiques - Pédagogie et numérique (12h / 2 ECTS) - Mathématiques et histoire des mathématiques (36h / 6ECTS) - Accompagnement didactique (24h / 4 ECTS)	**Savoirs didactiques** - Mathématiques et histoire des mathématiques (24h / 4ECTS) - Accompagnement didactique (12h / 2 ECTS)
Recherche (12h / 0 ECTS) - Méthodologie du mémoire de master *(en lien avec le bloc « Mise en situation professionnelle »)*	**Recherche** (10 ECTS) - Mémoire de master et soutenance *(en lien avec le bloc « Mise en situation professionnelle »)*
Contexte d'exercice du métier (12h / 2 ECTS) - Construire son autorité - Prendre en compte la diversité des élèves	**Contexte d'exercice du métier** (12h / 2 ECTS) - Former à la citoyenneté - Evaluer les apprentissages des élèves
Mise en situation professionnelle	**Mise en situation professionnelle**

(30h / 10 ECTS) - Analyse de la pratique professionnelle : 30h - Stage	(18h / 10 ECTS) - Analyse de la pratique professionnelle : 18 h - Stage
Total S3 : 162 heures / 30 ECTS	**Total S4 : 78 heures / 30 ECTS**

Tableau 3.13. Parcours mathématique de l'E.S.P.E. de Bretagne.

L'analyse du tableau montre la présence dans la formation d'un module en première et deuxième année intitulé « contexte d'exercice du métier » où on rencontre les politiques éducatives d'aujourd'hui, la diversité des publics, la difficulté scolaire, le processus d'orientation des élèves, la formation à la citoyenneté, l'évaluation des apprentissages, etc.
Toutefois l'accent est mis en Master 1 sur la formation mathématique avec des modules disciplinaires et didactiques sur l'Algèbre, la Géométrie, l'Algorithme, l'Analyse, les Probabilités et Statistiques.
Quant au Master 2 les enseignements sont plutôt orientés vers la pratique professionnelle, la recherche et l'Histoire des mathématiques pour laquelle un crédit horaire de 84 h est consacré sur les 240 allouées au Master 2 ; soit 35 %.
Ce pourcentage traduit éloquemment la place réservée à l'Histoire des mathématiques dans la formation des professeurs de mathématiques de cette E.S.P.E. ; ce qui n'est pas le cas de toutes les E.S.P.E. ; d'ailleurs certaines E.S.P.E. comme Toulouse Midi-Pyrénées ne font pas du tout mention de l'Histoire des mathématiques dans leurs modules de formation.

III.4. Analyse comparée du dispositif d'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques au Sénégal et en France

Cette comparaison porte sur la présence de l'Histoire dans les programmes, les manuels et la formation des professeurs des deux pays, mais aussi sur la forme de cette présence.

III.4.1. Les programmes

L'analyse comparative concerne les programmes de la France de 2016 pour le Collège, de 2019 pour la Seconde et la Première, qui ont fait l'objet de notre étude. Pour chacun d'entre eux nous avons ciblé les différentes allusions à l'Histoire des mathématiques qu'ils comportent et avons étudié leur nature selon qu'elles soient générales ou opérationnelles.

Niveau : Collège		**Allusions à l'Histoire des mathématiques**
Programme sénégalais	Informations générales	Néant
	Informations opérationnelles	Néant
Programme français	Informations générales	- L'enseignement des mathématiques, des sciences et de la technologie contribue également à développer des repères spatiaux et temporels en faisant

		acquérir aux élèves des notions d'échelle, en différenciant des temporalités et en situant des évolutions scientifiques et techniques dans un contexte historique, géographique, économique ou culturel. - Mieux comprendre la société dans laquelle ils vivent exige aussi des élèves qu'ils s'inscrivent dans le temps long de l'histoire. C'est ainsi qu'ils sont davantage confrontés à la dimension historique des savoirs mais aussi aux défis technologiques, sociétaux et environnementaux du monde d'aujourd'hui. - Le domaine 4 est un lieu privilégié mais non exclusif pour travailler l'histoire des sciences en liaison avec l'histoire des sociétés humaines. - Pour autant, les élèves doivent aussi percevoir que les mathématiques ne sont pas figées, qu'elles se développent et affrontent parfois des crises. Elles sont le produit de la pensée humaine, peuvent être objets de créativité, et sont constitutives de la culture de toute société.
	Informations opérationnelles	- La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves. - Les relations entre arts et sciences dans la civilisation médiévale musulmane avec les translations, les symétries, les figures géométriques, les frises et pavages. - Les questions de sciences dans l'Antiquité avec la mesure de la circonférence de la Terre par Eratosthène, les racines carrées, Thalès, Pythagore, les fractions égyptiennes, les différents systèmes et formes de numération. - Les théories scientifiques qui ont changé la vision du monde Ptolémée, Copernic, Galilée, Kepler avec les notions de rotation et de périodicité. - Les sciences à l'époque de la Révolution française avec le système métrique, le méridien la triangulation et l'incertitude. - Étudier comment les notions de la géométrie plane ont permis de déterminer des distances astronomiques (estimation du rayon de la Terre par Eratosthène, distance de la Terre à la Lune par Lalande et La Caille).

Tableau 3.14. L'Histoire des mathématiques dans les programmes de Collège de la France et du Sénégal.

La lecture du Tableau 3.14 confirme qu'aucune allusion n'est faite à l'Histoire des mathématiques dans le programme de mathématiques du Collège du Sénégal, contrairement à celui de la France qui comporte des informations générales et des informations opérationnelles. Toutefois les informations générales ne mentionnent pas l'Histoire des mathématiques de manière explicite, mais parlent plutôt de « dimension historique des savoirs » et d'« Histoire des sciences ». Quant aux informations opérationnelles, qui montrent les aspects historiques qu'il est possible de prendre en charge dans un chapitre, les quelques exemples proposés nous semblent insuffisants au regard des possibilités qu'offrent le programme de Collège.

Certes des jalons sont posés par le programme du Collège en France dans le cadre de l'intégration de l'Histoire, contrairement à celui du Sénégal, mais il est possible d'aller au-delà, en s'inscrivant dans la même dynamique que les programmes de Seconde et de Première de la France.

Concernant les programmes de Seconde et de Premières, des progrès sont notés au Sénégal par rapport au Collège et en France par rapport aux anciens programmes. En effet contrairement au programme de Collège qui est muet sur la question, les programmes du Sénégal de Seconde L, de première L et de première S2 invitent le professeur, dans la mesure du possible à introduire une perspective historique. La recommandation s'arrête là ; son caractère général ne donne pas d'indications précises à l'enseignant sur ce qui est attendu de lui comme on peut le constater dans les Tableaux 3.15 et 3.16.

<table>
<tr><th colspan="2">Niveau : Seconde</th><th>Allusions à l'Histoire des mathématiques</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Programme sénégalais</td><td>Informations générales</td><td>On introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiées, et de les situer dans le développement scientifique et culturel (2^{nde} L)</td></tr>
<tr><td>Informations opérationnelles</td><td>Néant</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Programme français</td><td>Informations générales</td><td>Voir Tableau 3.1.</td></tr>
<tr><td>Informations opérationnelles</td><td>- La crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs.
- Les progrès apportés par la « méthode des coordonnées » de Descartes, puis par la notion de vecteur, permettent de relier efficacement géométrie, physique et calcul.
- Le rôle central de la géométrie dans la naissance de l'idée de démonstration.
- La lente élaboration de la notion de fonction.
- Les exemples de problèmes des parties et du duc de Tostane en Probabilité.</td></tr>
</table>

Tableau 3.15. L'Histoire des mathématiques dans les programmes de Seconde de la France et du Sénégal.

<table>
<tr><th colspan="2">Niveau : Première</th><th>Allusions à l'Histoire des mathématiques</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Programme sénégalais</td><td>Informations générales</td><td>- On introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiées, et de les situer dans le développement scientifique et culturel (1^e L).
- L'approche historique, quand elle est possible, sera encouragée pour donner à l'élève une ouverture sur la culture générale (1^e S2).</td></tr>
<tr><td>Informations opérationnelles</td><td>Néant</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Programme français</td><td>Informations générales</td><td>Voir Tableau 3.2.</td></tr>
<tr><td>Informations opérationnelles</td><td>- Encadrement de π par Archimède.
- Calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie.
- Problèmes de comptage avec les lapins de Fibonacci.
- Calcul des sommes de termes de suites géométriques au XIV^{ème} siècle avec Oresme.
- Les méthodes de résolutions d'équations du second degré chez Diophante, puis chez Al-Khwârizmî. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement (état embryonnaire de la notation algébrique, absence des nombres négatifs) vers un formalisme efficace et concis.
- L'élaboration progressive des notions de limites et de différentielles, qui a</td></tr>
</table>

		donné les résultats actuels au XIX^{ème} siècle. - La trigonométrie fondée à l'époque sur la fonction corde, d'un maniement bien moins facile que les fonctions sinus et cosinus de la présentation actuelle. - Lien entre analyse et géométrie en étudiant la façon dont la notion de vecteur apparait chez Leibniz au cours de ses recherches sur l'élaboration d'un calcul des variations. - Le XIX^{ème} siècle avec l'élaboration conjointe de ce qui deviendra le produit scalaire et de la notion de travail en physique. - L'écriture de l'équation d'un cercle au XVII^{ème} siècle par Descartes à partir de la caractérisation du cercle de diamètre *AB* comme ensemble des points *M* tels que le triangle *AMB* soit rectangle en *M* qui semble remonter à Thalès. - Exemples d'algorithmes : variations et courbes représentatives de fonctions : méthode de Newton, en se limitant à des cas favorables ; fonctions trigonométriques : approximation de π par la méthode d'Archimède ; probabilités conditionnelles et indépendance : méthode de Monte-Carlo (estimation de l'aire sous la parabole, estimation du nombre π).

Tableau 3.16. L'Histoire des mathématiques dans les programmes de Première de la France et du Sénégal.

Par contre l'Histoire des mathématiques fait une grande percée en France dans les programmes de Seconde et Première en se positionnant juste après les objectifs de chaque partie du programme, mais aussi au niveau des séquences d'apprentissage, en proposant plusieurs situations d'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques. Sur ce plan, ces programmes constituent un modèle pertinent qui peut inspirer tous les pays engagés dans l'intégration de l'Histoire dans les curricula de mathématiques. Ce modèle est non seulement riche en informations historiques, mais permet au professeur d'intégrer sans contrainte l'Histoire dans son enseignement.

III.4.2. Les manuels

L'analyse comparative porte sur les manuels des deux pays ayant fait l'objet d'une étude dans ce chapitre. Il s'agit des manuels du Collège des collections Phare Hachette et Triangle Hatier pour la France et ceux des collections CIAM et Excellence maths pour le Sénégal car étant les plus utilisés. Le nombre d'évocations, d'activités et d'exercices à saveur historique obtenu pour chaque niveau dans les manuels des deux collections d'un pays nous sert de base de travail pour comparer le niveau de prise en compte de l'Histoire des mathématiques dans les manuels des deux pays.

	Manuels utilisés au Sénégal					**Manuels utilisés en France**				
Niveau d'études	6ème	5ème	4ème	3ème	Total	6ème	5ème	4ème	3ème	Total
Nombre d'évocations	2	5	5	8	20	11	10	5	5	31
Nombre d'activités	0	0	1	0	1	2	1	2	2	7
Nombre d'exercices	0	0	1	3	4	3	4	6	7	20

Tableau 3.17. Présence et forme de présence de l'Histoire dans les collections *CIAM* et *Excellence maths* pour le Sénégal, *Phare Hachette* et *Triangle Hatier* pour la France.

Le Tableau 3.17 révèle que le nombre de références historiques dans les manuels français de collège des collections Phare Hachette et Triangle Hatier (58) représente plus du double de celui des deux collections sénégalaises CIAM et Excellence maths. Ceci peut s'expliquer par la volonté exprimée par les programmes français d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques contrairement aux programmes sénégalais muets sur la question. Les manuels constituant une opérationnalisation des programmes, il ne peut en être autrement.

Nous remarquons toutefois qu'au niveau des manuels des deux pays les évocations représentent l'essentiel des références historiques, avec 80 % pour le Sénégal et 53,4 % pour la France. Suivent ensuite les exercices avec 16 % des références au Sénégal et 34,5 % en France, avant les activités qui viennent en dernière position avec 4 % des références au Sénégal et 12,1 % en France.

La tendance est certes la même dans les deux pays, mais avec des proportions différentes. Au Sénégal les évocations constituent les quatre cinquièmes des références historiques alors qu'elles représentent un peu plus de la moitié en France. Cette situation devrait être inversée pour proposer plus d'activités et d'exercices qui sont beaucoup plus porteurs dans le cadre des enseignements apprentissages en mathématiques que les biographies, les dates ou le récit de faits isolés le plus souvent sans lien avec le sujet d'étude. Cela serait possible en intégrant dans les équipes de rédaction des spécialistes en Histoire des mathématiques. Ce qui n'est pas encore le cas au Sénégal.

III.4.3. La formation des professeurs

Il nous est difficile de comparer le Sénégal et la France dans la prise en charge de l'Histoire dans la formation des professeurs de mathématiques. Celle-ci est balbutiante au Sénégal dans la formation initiale avec un cours d'Epistémologie et d'Histoire des mathématiques organisé pour une partie des élèves professeurs de la FASTEF, mais aussi dans la formation continue avec quelques sessions de formation destinées aux professeurs de Dakar en général. Concernant la France, l'Histoire des mathématiques est en bonne place dans le plan de formation des professeurs de certaines E.S.P.E. comme celles de Bretagne, de Versailles mais presque absente dans d'autres comme l'E.S.P.E. de Toulouse. Pourtant il existe un référentiel, l'arrêté du 27 aout 2013 qui fixe le cadre national des formations dispensées au sein des masters « métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation », mais il indique seulement un cadre général sans aller jusqu'au contenu spécifique à enseigner par discipline.

Cependant les occasions de développement personnel en Histoire des mathématiques ne manquent pas pour un professeur de mathématiques en France avec les nombreux colloques, congrès et universités d'été organisés régulièrement par les groupes sur l'Epistémologie et l'Histoire des mathématiques créés au sein des IREM, la Commission nationale inter-IREM « Epistémologie et Histoire des mathématiques », le groupe international de chercheurs en Histoire et Pédagogie des Mathématiques (HPM), l'Espace Mathématique Francophone (EMF), le groupe de jeunes chercheurs (WG12) sur « The role of History of mathematics in mathematic education », etc.

Le Sénégal à travers l'IREMPT, la FASTEF et les étudiants en Master Enseignement devrait participer à ces colloques pour constituer un vivier en ressources humaines et pédagogiques indispensable à la mise en place d'une formation initiale et continue des professeurs de mathématiques prenant en charge l'Histoire des mathématiques.

III. 5. Conclusion

L'analyse des programmes, des manuels et de la formation des professeurs, au Sénégal et en France montre qu'il est possible d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques et que les manuels scolaires œuvrent dans ce sens, parfois sans recevoir d'instructions officielles.

Ce choix d'intégrer l'Histoire des mathématiques sans attendre les directives du programme est compréhensible car les collections de manuels scolaires sont en concurrence et au-delà des contenus mathématiques chaque équipe essaye d'enrichir son manuel, d'apporter un plus qui peut faire la différence aux yeux de l'élève, du professeur ou du parent.

Cependant malgré la richesse et la variété des informations historiques contenues dans les manuels, beaucoup de professeurs hésitent à les utiliser à cause d'un manque de formation ou de recommandations fortes et précises du programme.

Les nouveaux programmes de Seconde et de Première de la France montrent la voie à suivre en indiquant dans chacune de ses parties des possibilités d'intégrer l'Histoire des mathématiques. Cette option nous semble pertinente car la mise en œuvre de ces programmes va engager tous les acteurs à prendre en charge l'Histoire des mathématiques dans la formation des enseignants, dans les documents d'accompagnement des programmes et dans les manuels scolaires. Ce qui va sans doute davantage outiller l'enseignant et lui permettre d'être à l'aise pour intégrer l'Histoire en classe de mathématiques.

III. 6. Bibliographie du chapitre III

1. Akèle, C., Baye, O., Bendiman, K. *et al.*, (1998), *Mathématiques 1^re SM,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 320 p.
2. Alassane, T., Barry, A., Kouadio, J. *et al.*, (1999), *Mathématiques Terminale SM,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 352 p.
3. Andriamala, J.-P., Binaté, M., Komo, W. *et al.*, (2000), *Mathématiques 2^e Littéraire,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 144 p.
4. Anjorin, M., Faraouta, A., Monampassi, B. *et al.*, (1994), *Mathématiques 5^e*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 208 p.
5. Bailleux J., Dekawolé, K., Djoudimadji, S. *et al.*, (1995), *Mathématiques 4^e*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 223 p.
6. Bebbouchi, R., (2012), " Histoire et Didactique des Mathématiques : une nécessité pour la formation d'un mathématicien ?" In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.)

Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (GT2, pp. 292-300).

7. Béghain F., Mfou R., Haddad G. *et al.,* **(**1998), *Mathématiques 1re SE*, Edicef, Italie, , Collection CIAM, 288 p.

8. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2009), *Mathématiques 6ème*, hachette Education, Paris, Collection Phare, 290 p.

9. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2009), *Mathématiques 5ème*, hachette Education, Paris, Collection Phare, 306 p.

10. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2010), *Mathématiques 4ème*, hachette Education, Italie, Collection Phare, 306 p.

11. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2008), *Mathématiques 3ème*, hachette Education, Italie, Collection Phare, 321 p.

12. Camara, M., Coulibaly, M., Nda, J.-K. *et al.*, **(**2001), *Mathématiques 1re Littéraire,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 144 p.

13. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2009), *Mathématiques 6ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

14. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2010), *Mathématiques 5ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

15. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2011), *Mathématiques 4ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

16. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2012), *Mathématiques 3ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 320 p.

17. Charboneau, L., (2006), “Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes aux Québec : un défi de taille”, In *Actes du colloque EMF*, T3EMF104, 11 p.

18. Commission Nationale de Mathématiques, (2006), *Programme de mathématiques du Sénégal***,** séries S et L, 103 p.

19. Dabo, S., Diaham, M., B., Dionne, B., *et al.* **(**2010), *Mathématiques Seconde S,* par Abdou Maty Sène, Ph.D., éditeur en chef, par l’Agence Américaine pour le Développement International (USAID), USA et par le ministère de l’Education du Sénégal, 380 p.

20. Dia, E. M., (2017), “Intégration de l’Histoire des mathématiques dans l’enseignement : une expérience en cours au Sénégal”, *La lettre de GREMA*, IREM de Paris, 45 p.

21. Diallo, A., Faye, B., Mané, I. *et al.*, **(**2008), *Mathématiques 3^{e}*, EENAS, Sénégal, Collection Excellence, 216 p.

22. Diallo, M., Mbengue, O., Faye, B. *et al.*, **(**2008), *Mathématiques 6^{e}*, EENAS, Sénégal, Collection Excellence, 210 p.

23. Doro, M., Faye, G., Houdjohon, A. *et al.*, **(**1996), *Mathématiques 3^e^*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 224 p.

24. Doumbia, S., Diop, M., Doro, M. *et al.*, **(**1993), *Mathématiques 6^e^,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 224 p.

25. El Idrissi, A., (2006), "L'Histoire des mathématiques dans les manuels scolaires", In *actes du colloque EMF* 2006, 12 p.

26. Hamaty, E., Oré, P., Ouédraogo, G. *et al.*, **(**1999), *Mathématiques Terminale SE,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 352 p.

27. Houston, J.-L., **(**2008), *Mathématiques, raisonnement quantitatif, niveaux 6^e^ et 5^e^*, par Johnny L. Houston, Ph. D., éditeur en chef et par l'Agence Américaine pour le Développement International (USAID), USA, 177 p.

28. Houston J.L., **(**2008), *Mathématiques, niveaux 4^e^ et 3^e^,* par Johnny L. Houston, Ph. D., éditeur en chef et par l'Agence Américaine pour le Développement International (USAID), USA, 152 p.

29. Kouassi, M.A., Mensah, L., Ouéhi, D. *et al.*, **(**2002), *Mathématiques Terminale Littéraire,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 158 p.

30. Mané, I., Fall, M., Diouf, B. *et al.*, (2008), *Mathématiques 4^e^*, EENAS, Sénégal, Collection Excellence, 202 p.

31. Mas-Galoup, A., Neulat, J.-L., Ouédraogo G. *et al.*, **(**1997), *Mathématiques Seconde S,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 256 p.

32. Ngom, A., Diop, M., Dieye, S. *et al.*, **(**2008), *Mathématiques 5^e^*, EENAS, Sénégal, Collection Excellence, 208 p.

33. Villani, C., Torossian, C., (2018), *21 mesures pour l'enseignement des Mathématiques*, 94 p.

Chapitre IV

Analyse des dispositifs d'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques

Nous allons dans ce chapitre, décrire d'une part les différentes façons d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques, et d'autre part analyser les principales références et sources de documentation des enseignants pour voir comment l'Histoire des mathématiques y est prise en charge. Nous allons nous appuyer sur les analyses faites au Chapitre III, en les complétant par d'autres éléments. Nous allons ensuite, pour une meilleure prise en charge de l'Histoire dans les programmes de Mathématiques du Sénégal, mettre à profit cette analyse pour proposer une esquisse d'intégration à travers un tableau synoptique recensant tous les thèmes mathématiques du Collège au Lycée.

IV.1. Les différents types d'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques

Pour susciter davantage l'intérêt des élèves et leur goût pour l'apprentissage des mathématiques, l'introduction de l'Histoire dans les cours de mathématique, semble une piste intéressante, ainsi que nous le soutenons dans cette thèse. Toutefois cette introduction nécessite l'exploration d'approches variées pour ne pas lasser les élèves.
La plupart de ces approches sont exposées dans *History in Mathematics Education, The ICMI study* (Fauvel et Maanen, 2000) ; en voici quelques exemples que nous présentons ici.

IV.1.1. Les fragments historiques

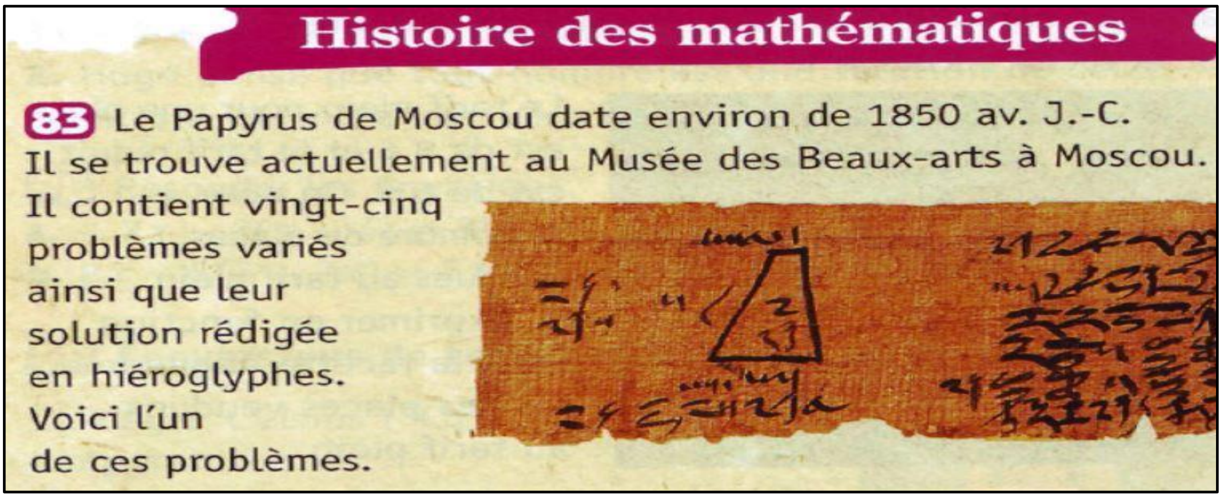
IV.1.1.1. Description

Les fragments, bulles ou capsules historiques présentés dans les manuels sont en général des encadrés, souvent illustrés, qui retracent l'évolution d'un concept, la biographie d'un mathématicien, l'histoire d'une découverte ; ils relatent des anecdotes historiques, reproduisent un texte ancien, le portrait ou la citation d'un mathématicien, etc.
Ces fragments présents dans la majorité des manuels scolaires peuvent être utilisés pour introduire un concept, illustrer une notion, contextualiser un exercice, mais aussi comme apport d'informations.
Charbonneau (2002, p. 22) rappelle que tous les enfants aiment les anecdotes ; mais l'Histoire d'une notion ne doit pas s'y limiter même si elle peut en être émaillée. Il partage cet avis avec Tournès (1993, p. 154) qui estime que si on limite l'introduction d'une perspective historique à des anecdotes amusantes, des anecdotes susceptibles de détendre de temps à autre l'atmosphère, sans lien réel avec le cours de mathématiques, on ne pourra pas aller au-delà d'un intérêt passager et d'une motivation fugace.

IV.1.1.2. Exemples

Nous donnons ici quelques exemples :

- Exemple d’un texte ancien : le papyrus de Moscou.

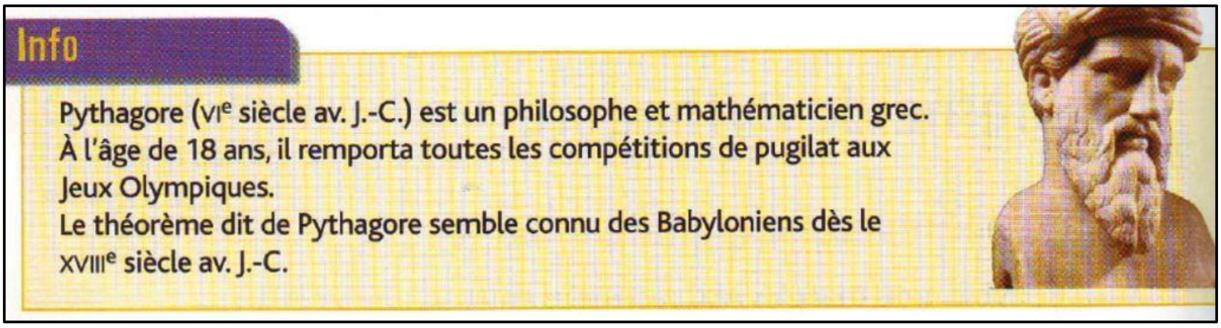


Histoire des mathématiques

83 Le Papyrus de Moscou date environ de 1850 av. J.-C. Il se trouve actuellement au Musée des Beaux-arts à Moscou. Il contient vingt-cinq problèmes variés ainsi que leur solution rédigée en hiéroglyphes. Voici l’un de ces problèmes.

Figure 4.1. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Zenius Magnard, 2011, p. 101.

- Exemple de portrait d’un mathématicien : Pythagore.

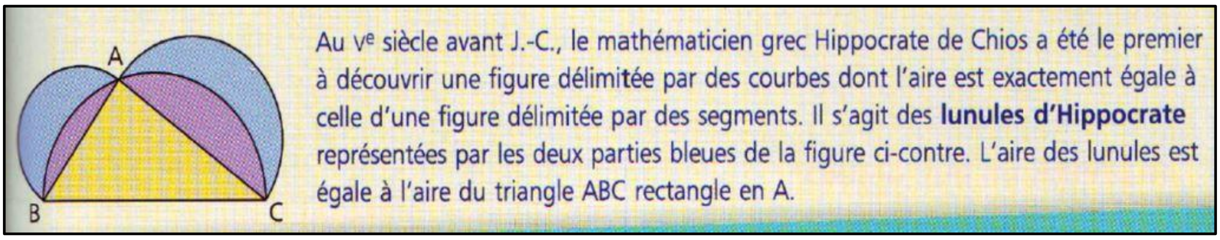


Info

Pythagore (VIe siècle av. J.-C.) est un philosophe et mathématicien grec.
À l’âge de 18 ans, il remporta toutes les compétitions de pugilat aux Jeux Olympiques.
Le théorème dit de Pythagore semble connu des Babyloniens dès le XVIIIe siècle av. J.-C.

Figure 4.2. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Transmath Nathan, 2011, p. 186.

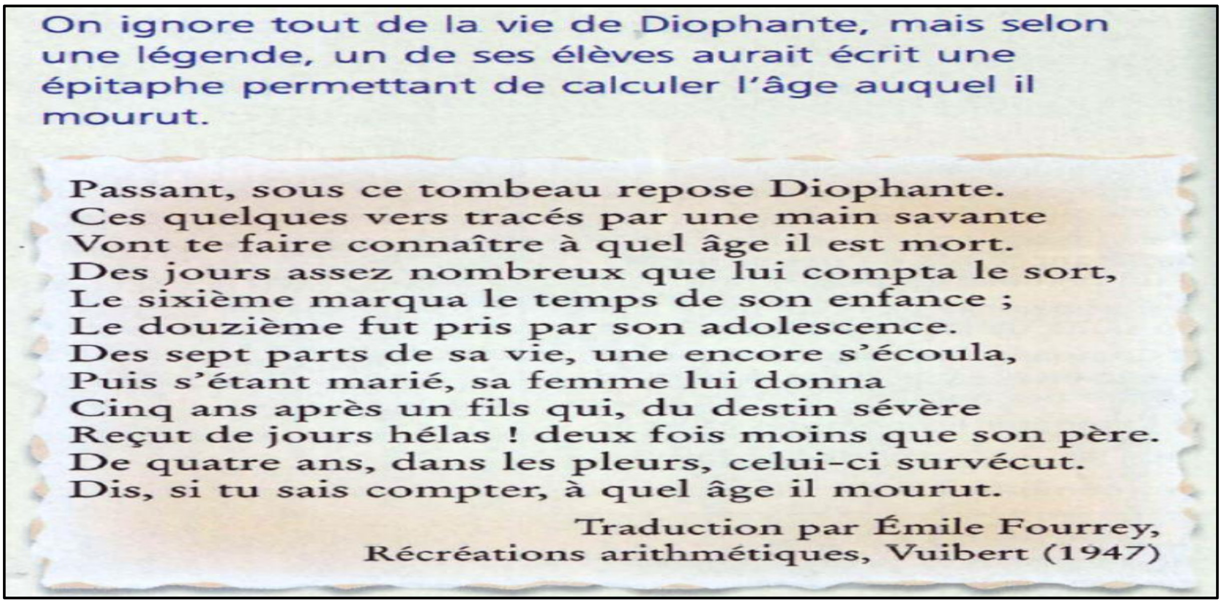
- Exemple de l’histoire d’une découverte : les lunules d’Hippocrate.



Au Ve siècle avant J.-C., le mathématicien grec Hippocrate de Chios a été le premier à découvrir une figure délimitée par des courbes dont l’aire est exactement égale à celle d’une figure délimitée par des segments. Il s’agit des **lunules d’Hippocrate** représentées par les deux parties bleues de la figure ci-contre. L’aire des lunules est égale à l’aire du triangle ABC rectangle en A.

Figure 4.3. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Nouveau Prisme Belin, 2011, p. 221.

- Exemple d’anecdote : l’âge de Diophante



On ignore tout de la vie de Diophante, mais selon une légende, un de ses élèves aurait écrit une épitaphe permettant de calculer l'âge auquel il mourut.

Passant, sous ce tombeau repose Diophante.
Ces quelques vers tracés par une main savante
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
Le sixième marqua le temps de son enfance ;
Le douzième fut pris par son adolescence.
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
Puis s'étant marié, sa femme lui donna
Cinq ans après un fils qui, du destin sévère
Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Traduction par Émile Fourrey,
Récréations arithmétiques, Vuibert (1947)

Figure 4.4. Extrait du manuel de mathématiques de $4^{ème}$, Nouveau Prisme Belin, 2011, p. 105.

- Exemple de citation d'un mathématicien : Al-Kwârizmî.

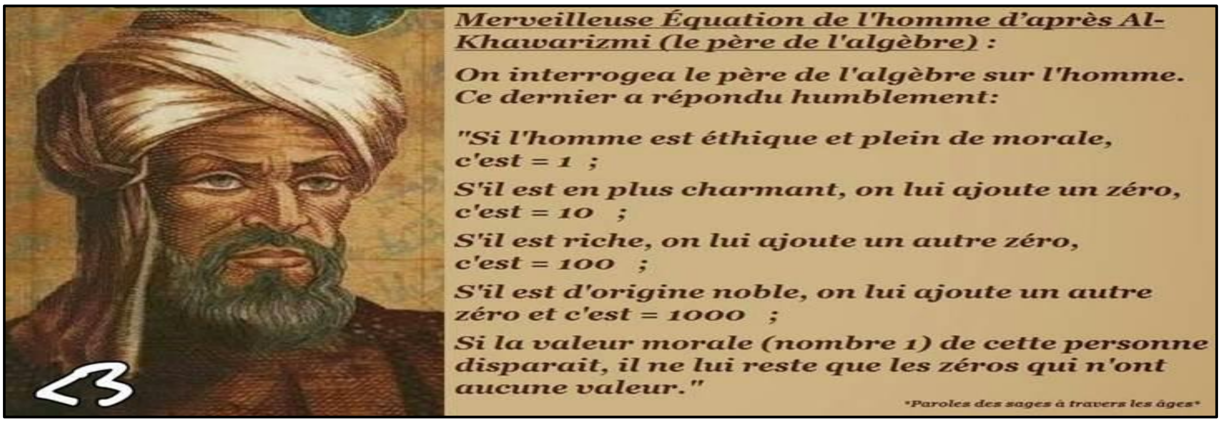


Figure 4.5. Extrait de http://ll.univ-poitiers.fr/llappli/wordpress/el-khawarizmi-le-fondateur-de-lalgebre-et-des-algorithme/. Consulté le 25 août 2019.

IV.1.2. Les projets de recherche

IV.1.2.1. Description

Ce sont des sujets de recherche ou d'exposé sur l'évolution d'un concept mathématique, sur la biographie d'un mathématicien célèbre, sur la démonstration d'un théorème au fil des âges, sur des problèmes historiques ayant conduit à la naissance de nouveaux domaines mathématiques, etc.

Ces projets de recherche sont confiés à des groupes d'élèves pour leur permettre de découvrir une notion à étudier ou bien de consolider leurs acquis.

Pour arriver à un résultat acceptable, il semble nécessaire que les élèves qui vont exposer les résultats de leur recherche en classe, soient accompagnés dans l'indication des références historiques, dans l'exploitation des informations et dans l'élaboration du plan.

IV.1.2.2. Exemples

Comme projets de recherche, on peut proposer aux élèves de faire des investigations sur :

- les différentes approximations du nombre π qui est connu depuis l'antiquité avec comme valeur $3 + \frac{7}{60} + \frac{30}{360} = 3{,}125$ en 2000 avant J.-C. chez les Babyloniens et $(\frac{16}{9})^2 \approx 3{,}16$ en 1650 avant J.-C. chez les Égyptiens (en réalité ce nombre n'est pas connu sous cette dénomination, mais plutôt l'équivalent de ce nombre dans les méthodes de calcul utilisées dans l'Antiquité). Le premier calcul des décimales de π n'a réellement commencé qu'en 250 avant J.-C. avec l'algorithme d'Archimède et d'après Desrochers *et al.* (2005, p. 35), en 1999, grâce au calcul numérique sur ordinateur, les chercheurs avaient obtenu 206 milliards de décimales. Vingt ans plus tard, le record actuel (2019) comporte 160 fois plus de décimales soit 31 415 926 535 897 [100], ce qui montre l'évolution extrêmement rapide des connaissances mathématiques grâce à l'utilisation de moyens de calcul de plus en plus performants.
- Le nombre d'or ou la proportion divine qui est depuis l'antiquité un nombre magique, une proportion privilégiée, la clef de construction géométrique que Nicolas (1983, p. 25) nous fait découvrir dans les équations avec la solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$, dans les suites avec celle de la forme $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$ appelée suite de Fibonacci, dans la nature avec les pétales d'une fleur, dans la peinture avec la représentation du corps humain, et dans l'architecture avec la façade du célèbre Parthénon.
- Les démonstrations du théorème de Pythagore à travers les différentes civilisations avec la plus ancienne, celle d'Euclide ; celle des Chinois utilisant le principe du rapiéçage ; celle du 20ème Président des États-Unis, James Garfield qui utilise l'aire du trapèze, etc.
- L'évolution de la notion de nombre, depuis la plus ancienne trace numérique datant de 35 000 ans avant J.-C. découverte en Afrique du Sud qui comporte 29 encoches taillées sur un os de babouin.
- L'Histoire des nombres négatifs utilisés en Chine dès le premier siècle, puis en Inde à partir du VIème siècle et reconnus en Occident qu'à la fin du XIXème siècle avec « *la règle des signes qui a été le chemin de croix dans l'enseignement des mathématiques. Les meilleurs s'y sont essayés aux XVIIIème et XIXème siècles, mais rien de satisfaisant n'en est sorti* » selon Pont (2015, p. 76).
- L'évolution des machines à calculer qui commence avec les dix doigts de la main, se poursuit avec les tables à calcul, les bâtonnets de Neper, les règles à calcul, la Pascaline, les calculatrices de poches et se termine aujourd'hui avec les ordinateurs.
- L'historique des mesures de distance : des mesures inspirées de la morphologie humaine (pouce, doigt, palme, pied, coudée) au mètre défini par l'Académie des Sciences, pour la première fois en 1791, comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre.

[100] https://fr.ubergizmo.com/2019/03/18/emma-haruka-iwao-google-record-calcul-pi.html consulté le 17 août 2019.

IV.1.3. Les textes historiques

IV.1.3.1. Description

Les textes historiques ou sources premières sont constitués d'anciens ouvrages, d'articles, d'essais, de mémoires, de cours, de journaux, de correspondances, de problèmes célèbres, d'instruments scientifiques, produits ou publiés par des mathématiciens à une époque de l'Histoire. L'utilisation de ces textes en classe se fait à travers des activités en rapport avec le cours, où on en propose à l'élève des extraits en lui demandant en fonction du contenu :

- de commenter l'extrait ;
- de retrouver des définitions ou d'analyser la manière dont certaines notions mathématiques y sont énoncées ;
- de reprendre la démonstration proposée dans l'extrait en langage moderne ;
- de reprendre le calcul ou la construction avec les techniques et règles actuelles ;
- de résoudre le problème posé dans l'extrait ;
- de reprendre avec d'autres exemples la méthode, la technique ou la procédure utilisée dans l'extrait ;
- etc.

Les sources premières, d'après Desrochers *et al*. (op.cit. p. 14) peuvent créer un effet de surprise qui ouvre des portes à des discussions, qui amène l'élève à se poser des questions, à réfléchir et à s'informer davantage. Ce qui peut être intéressant et enrichissant pour lui.
Barbin (1997, p. 22) abonde dans le même sens comme nous l'avons déjà indiqué au Chapitre I (Section I.2.1.3.) en suggérant que :

> *« La lecture des textes anciens produit un " choc culturel " qui peut satisfaire aux fonctions vicariantes et dépaysantes de l'Histoire. A condition cependant que la lecture ne soit pas téléologique, c'est-à-dire de ne pas analyser les textes uniquement d'après nos conceptions actuelles, une telle lecture peut entraîner des interprétations erronées, l'auteur utilisant telle ou telle notion selon une conception différente de la nôtre. […] La lecture des textes anciens doit être contextualisée, c'est-à-dire lue dans le contexte de l'époque. Cela suppose d'étudier le contexte scientifique mais parfois aussi philosophique ou social dans lequel l'auteur a écrit. »*

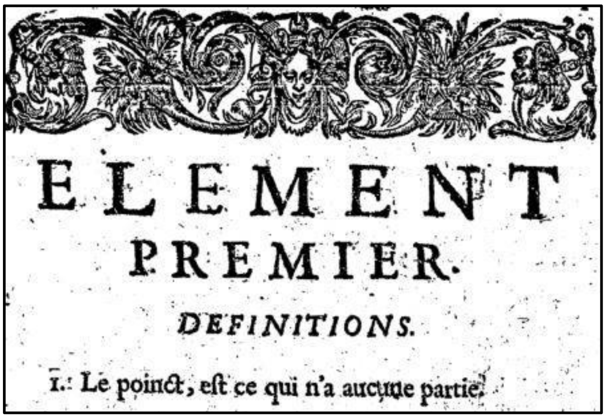
Toutefois ces sources sont rares, écrites dans une autre langue et donc difficilement accessibles. D'où l'importance d'orienter aussi la recherche vers la mise à disposition et la traduction de ces textes.

IV.1.3.2. Exemples

Des textes historiques comme le papyrus de Rhind, la tablette Plimpton 322, Le Précis sur le calcul d'al-jabr et al-muqabala d'Al-Kwârizmî, les Éléments d'Euclide, etc., sont très riches en enseignements.

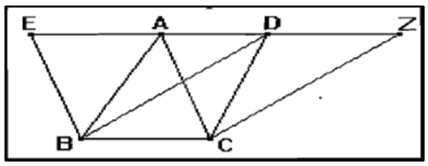
Le papyrus de Rhind, du nom de son acheteur Alexander Rhind, est le plus important document mathématique qui nous soit parvenu de l’Égypte ancienne. Il a été écrit vers 1550 avant notre ère par le scribe Âhmès, qui considère le corpus des écrits mathématiques du Papyrus de Rhind comme un « bon exemple pour aller au fond des choses, pour apprendre à connaître tout ce qui est, tout ce qui est obscur, percer tous les secrets ». Par l’abondance des problèmes traités (arithmétique, géométrie et problèmes divers) le papyrus nous donne selon Goichot (2016)[101] un bon témoignage de l’art égyptien du calcul et de la géométrie. Le papyrus de Rhind est conservé au British Museum (à Londres) depuis 1865.	 **Figure 4.6.** Extrait de http://www.ankhonline.com/revue/adjamagbo_pa_cercle_sphere.htm Consulté le 25 août 2019.
La tablette, connue sous le nom de Plimpton 322, fut découverte au début des années 1900 au sud de l’Irak par l’archéologue Edgar Banks. Cette tablette d’argile vielle de 3700 ans a été identifiée comme étant la table trigonométrique la plus ancienne. Elle comporte quatre colonnes et 15 lignes de nombres écrites en script cunéiforme de l’époque dans un système de base 60.	 **Figure 4.7.** Extrait de https://fr.wikipedia.org/wiki/Plimpton_322 Consulté le 25 août 2019.

[101] Accessible sur http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1305. Consulté le 6 septembre 2019.

Le Kitab al-jabr wa'l-muqabala, (livre sur le calcul par la restauration et la comparaison), est écrit aux environs de 830 par Al-Khwârizmî. Ce livre peut être considéré comme le traité de base de l'Algèbre en langue arabe. Il a fortement influencé, par ses nombreuses traductions latines, toute la science occidentale du Moyen Age. Notre mot algèbre y prend d'ailleurs sa source. Dans l'introduction, Al-Khwarizmi présente l'ouvrage comme un résumé englobant les plus fines et les plus nobles opérations du calcul, dont les hommes ont besoin, pour la répartition de leurs héritages et de leurs donations, pour leurs partages et pour leurs jugements, pour leurs transactions commerciales et pour toutes les opérations qu'ils ont entre eux relatives à l'arpentage, à la répartition des eaux des rivières, à l'architecture ainsi qu'à d'autres aspects. Le traité d'Al-Khwârizmî montre comment résoudre les équations du premier et du second degré à coefficients numériques. Son algèbre est entièrement rhétorique et il n'emploie aucun symbole, même pour les nombres.[102]	 **Figure 4.8.** Extrait de https://fr.wikipedia.org/wiki/Abr%C3%A9g%C3%A9_du_calcul_par_la_restauration_et_la_comparaison. Consulté le 25 août 2019.
Les Eléments d'Euclide composés de 13 livres comportant selon Najjar (2005, pp. 7-11) : - d'une part les principes premiers posés comme tels et constitués des définitions (qui posent la signification des termes) ; des notions communes (appelées aussi axiomes) et des postulats géométriques (au nombre de cinq) ; - d'autre part, 465 propositions démontrées à partir de ces principes et des résultats établis précédemment dans l'ouvrage. Qu'elles soient géométriques ou arithmétiques, les démonstrations	 ELEMENT PREMIER. DEFINITIONS. I. Le poinct, est ce qui n'a aucune partie. **Figure 4.9.** Photographie de la page 1 des « quinze livres des Eléments géométriques d'Euclide, traduits en français par D. Henrion, Paris, M.DC.XXXII ».

[102] Accessible sur https://www2.mat.ulaval.ca/fileadmin/Cours/MAT-3900/Mathematiciendujour5.pdf. Consulté le 3 septembre 2019.

d’Euclide suivent toujours un même "rituel", composé d’une suite d’étapes toujours identiques, dont Proclus (un commentateur grec d'Euclide du $V^{ème}$ siècle de notre ère) nous a gardé les noms : Protasis, Ekthesis, Diorismos, Kataskeuè, Apodeixis, Sumperasma (voir les détails ci-dessous).	

Les étapes	**Exemple** : Proposition 37, livre 1
1) L'énoncé (protasis) : il s'agit d’énoncer la proposition à démontrer ou la construction à effectuer.	Les triangles, construits sur la même base et entre les mêmes parallèles, sont égaux.
2) L'exposition (ekthesis) : il s’agit de désigner un exemple générique pour présenter la démonstration de la proposition.	Que les triangles ABC, DBC soient sur la même base BC et entre les mêmes parallèles AD, BC.
3) La détermination (diorismos) : il s'agit de réitérer l'énoncé de la proposition à propos de l'exemple introduit dans l'ekthesis.	Je dis que le triangle ABC est égal au triangle DBC.
4) La construction (kataskeuè) : il s'agit d'effectuer une construction graphique qui illustre l’exemple introduit dans l’ekthesis et de lui ajouter les éléments nécessaires à la démonstration.	Prolongeons de part et d'autre la droite AD  **Figure 4.10.** Extrait de Najjar (2005, p. 9).
5) La démonstration (apodeixis) : il s'agit de prouver, sur l'exemple introduit dans l’ekthesis la véracité de l'énoncé.	Les figures EBCA, DBCZ sont des parallélogrammes, et ces parallélogrammes sont égaux (proposition 35) car ils sont sur la même base.
6) La conclusion (sumperasma) : il s'agit de reformuler la proposition comme résultat ("donc ... "), en toute généralité, en ajoutant l’expression "ce qu'il fallait démontrer".	Donc, les triangles, construits sur la même base et entre les mêmes parallèles, sont égaux. Ce qu’il fallait démontrer.

IV.1.4. Les instruments historiques

IV.1.4.1. Description

Ce sont des instruments élaborés par une civilisation ou des mathématiciens d’une époque pour des tâches précises. Des activités peuvent être conçues à partir de ces instruments pour permettre aux élèves de les manipuler, de les construire, de faire des mesures ou des calculs.

IV.1.4.2. Exemples

On peut citer le bâton de Gerbert, l’abaque, la règle à calcul, la corde à treize nœuds, etc.

Le bâton de Gerbert a été inventé par Gerbert d'Aurillac (environ 940 - 1003) qui fut le pape de l'an mil sous le nom de Sylvestre II de 999 à 1003.
Il est constitué d'un bâton de bois auquel on fixe un deuxième bâton à angle droit comme ci-contre.
Le bâton de Gerbert est utilisé pour mesurer la hauteur d'un arbre, d'une tour, d'une colonne ou de tout autre objet dont le sommet est inaccessible. Il utilise les propriétés des triangles rectangles isocèles.
Mode d'utilisation : voir Annexe 10.

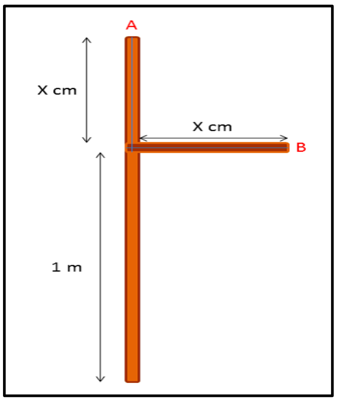


Figure 4.11. Extrait de http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/gerbertpratique.pdf. Consulté le 25 août 2019.

Dans l'Histoire de la numération l'écriture des nombres ne facilitait pas en général les calculs. Les géomètres et comptables ont donc eu besoin d'instrument, comme **l'abaque** ou **boulier**, les aidant à calculer. Cet instrument a été utilisé par les Grecs, les Égyptiens, les Romains, les Chinois, les Indiens, etc., et on peut penser qu'il a été inventé, indépendamment, dans plusieurs endroits[103].
Le plus ancien des abaques connus, daté du V$^{\text{ème}}$ ou du IV$^{\text{ème}}$ siècle avant notre ère, a été découvert sur l'ile de Salamine, non loin d'Athènes selon Tournès (2016, p. 2). La photo ci-contre représente un abaque ou boulier chinois.
Mode d'utilisation : voir Annexe 10.

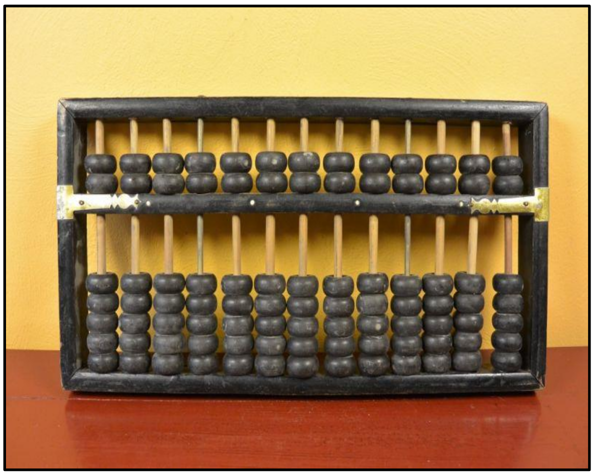


Figure 4.12. Extrait de https://www.objetschinois.com/ancien-boulier-chinois-prod-fr-8142. Consulté le 25 août 2019.

La règle à calcul (ou règle à calculer) est un instrument mécanique qui permet d'effectuer facilement des opérations arithmétiques de multiplication et de division par simple déplacement longitudinal d'un coulisseau gradué.
Les règles à calcul ont été les précieux auxiliaires des ingénieurs, architectes et techniciens depuis le XIX$^{\text{ème}}$ siècle jusqu'aux années 1970 d'après Grégoire (2007, p. 2).

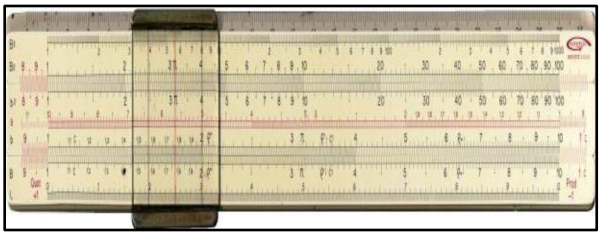
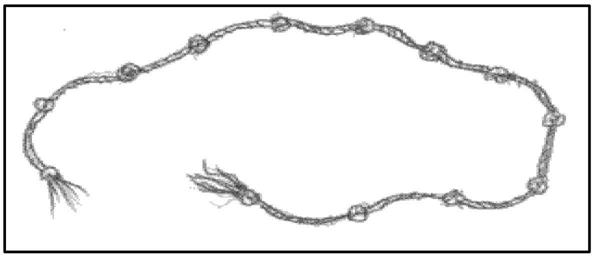


Figure 4.13. Extrait de http://tnerual.eriogerg.free.fr/utilisation_regle_calcul.pdf. Consulté le 25 août 2019.

[103] Consultable sur https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A8gle_%C3%A0_calcul. Consulté le 25 août 2019.

Mode d’utilisation : voir Annexe 10.	
La corde à treize nœuds, qui était déjà utilisée par les Égyptiens, est un des outils des bâtisseurs du Moyen Âge. Elle permet de prendre, reporter ou vérifier des mesures, mais aussi de faire des tracés géométriques et quelques calculs simples et surtout de tracer des angles droits à partir d’un triangle rectangle ayant des côtes de longueur respective 3, 4 et 5 [104] (voir aussi IV.3.1.2). **Mode d’utilisation** : voir Annexe 10.	 **Figure 4.14.** Extrait de https://clgdrouyn.fr/maths/datas/autres/corde%2013%20n%C5%93uds/La%20corde%20%C3%A0%2013%20n%C5%93uds.pdf. Consulté le 25 aout 2019.

IV.1.5. Activités d’expérimentation mathématique

IV.1.5.1. Description

Ce sont des activités qui replacent l’élève dans le contexte où l’expérience a été réalisée. L’élève prend ainsi la place du mathématicien pour reprendre pas à pas le travail effectué à l’époque. L’expérience du mathématicien de l’époque que l’élève reprend peut être une démonstration, une construction, une méthode ou une technique mathématique.

IV.1.5.2. Exemples

L’élève peut revivre en situation de classe les expériences suivantes :
- la découverte des coniques par Apollonius, en inclinant dans la pénombre l’abat-jour d’une lampe face à un mur, pour projeter un cône de lumière :

- si toutes les génératrices du cône rencontrent le mur, le cône de lumière se projette en une **ellipse** ; dans le cas particulier où l’axe du cône est perpendiculaire au mur, l’ellipse est un cercle ;
- si une génératrice du cône est parallèle au mur, le cône de lumière se projette en une **parabole** ;
- si des génératrices du cône ne rencontrent pas le mur alors un deuxième cône de lumière intercepte le mur. Les cônes de lumière se projettent en une **hyperbole.**

- La détermination de la hauteur de la pyramide de Khéops dont personne ne pouvait mesurer la hauteur : Thalès aurait relevé le défi en s’appuyant sur son ombre et celle de la pyramide à un moment où l’ombre de tout objet est égale à la hauteur de l’objet.
- Le calcul du périmètre de la Terre par Eratosthène (environ 284 – 192 avant J.-C.) au III^{ème} siècle. Il l’a fait selon Desrochers *et al.* (op. cit., p. 38) grâce à l’observation des rayons du soleil supposés parallèles entre eux en deux lieux différents de l’Égypte, dont il connaissait la distance grâce au temps mis pour les relier par les caravanes.

[104] Disponible sur : https://clgdrouyn.fr/maths/datas/autres/corde%2013%20n%C5%93uds/La%20corde%20%C3%A0%2013%20n%C5%93uds.pdf. Consulté le 25 aout 2019.

- La preuve de l'irrationalité de $\sqrt{2}$, fondée sur la théorie pythagoricienne du pair et de l'impair et présentée par Ofman (2010, p. 1). L'importance de ce résultat révèle un nouveau domaine mathématique, celui des grandeurs irrationnelles.
- La démonstration du Théorème de Pythagore proposée (cinq ans avant qu'il ne soit élu à la mandature suprême), par le 20ème Président des États-Unis James Garfield (1831 – 1881) : un passionné de mathématiques.

IV.1.6. Les problèmes historiques

IV.1.6.1. Description

Ce sont des problèmes, apparus à travers l'Histoire, qui n'ont pas de solution ou qui ont été résolus avec des difficultés ou qui mettent en relief des erreurs, des conceptions alternatives, des paradoxes ou des controverses. Ces problèmes peuvent être soumis aux élèves sous forme d'activités avec toutes les étapes, des questions intermédiaires et des cas particuliers pour leur permettre de s'engager dans la résolution.

IV.1.6.2. Exemples

Nous proposons les problèmes historiques suivants comme illustrations :
- le postulat des parallèles d'Euclide qui énonce que par un point extérieur à une droite, passe une parallèle et une seule à cette droite. Les tentatives de sa démonstration par beaucoup de mathématiciens ont donné naissance à de nouvelles géométries non euclidiennes : la géométrie de Lobatchevski et la géométrie de Riemann.
- Le problème de la quadrature du cercle qui consiste, à construire à l'aide de la règle et du compas, un carré dont l'aire est égale à celle d'un cercle donné. Ce problème qui date de l'antiquité grecque a mobilisé des milliers de mathématiciens pour trouver une résolution. Ce n'est qu'en 1882 qu'on a démontré que le problème était impossible à résoudre.
- La conjecture de Fermat (1601 – 1665), qui consiste à démontrer qu'« il n'existe pas de nombres entiers non nuls $x\ \ , y\ et\ z\ tels\ que\ x^n + y^n = z^n$, dès que n est un entier strictement supérieur à 2. », etc. Ce n'est qu'en 1994 avec André Wiles que les mathématiciens sont arrivés à démontrer cette conjecture.

IV.1.7. Les pièces de théâtre

IV.1.7.1. Description

Ce sont des activités où on fait jouer des rôles à des élèves pour retracer la vie d'un mathématicien, l'évolution d'un concept, les péripéties d'une découverte, mais aussi pour présenter des nombres, figures ou concepts mythiques des mathématiques.

IV.1.7.2. Exemples

Les jeux de rôle peuvent se faire à travers l'écriture de scénarios portant sur les exemples suivants tirés de Roy (2006, pp. 107-108) :

- Pythagore, son école, ses disciples et ses travaux.

- L’Histoire entourant la résolution de l’équation du troisième degré par Tartaglia et l’enseignement de cette méthode à son ami Cardan (médecin, astrologue, mathématicien) qui devait la garder secrète mais qui finit par le trahir.
- Evariste Galois (1811-1832) qui, malgré sa très courte existence, a contribué au développement de l'algèbre, de la théorie des nombres et de la théorie des groupes. Il a été tué lors d'un duel à l'âge de 21 ans.
- Sophie Germain (1776-1831), qui ne pouvant pas étudier les mathématiques à l'université parce qu'elle était une femme, a appris seule les œuvres des mathématiciens en correspondant avec plusieurs d’entre eux sous le pseudonyme de M. Leblanc. Elle a obtenu en 1816 le grand prix de l'Académie Française.
- L’Histoire des nombres mythiques qu’on retrouve dans la relation d’Euler :
$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$
- L’histoire « d’Eureka », avec le roi Hiéron à qui son bijoutier avait fabriqué une couronne qui pesait bien le poids de l’or reçu du roi. Mais soupçonnant le bijoutier d’avoir remplacé une partie de l’or avec du métal en argent, le roi confia le problème à Archimède en lui demandant de le résoudre sans refondre la couronne.
- La duplication du volume d’un cube, qui est un des trois grands problèmes mathématiques de l’antiquité, avec la quadrature du cercle et la trisection de l’angle.
  Le problème a son origine dans une légende rapportée par Ératosthène avec des victimes d’une épidémie de peste, à qui un oracle demanda de doubler l’autel consacré à Apollon pour faire cesser l’épidémie, l’autel ayant la forme d’un cube parfait.[105]

IV.1.8. Le visionnage de films

IV.1.8.1. Description

Il s’agit pour cette activité de visionner des films ou vidéos sur la vie et l’œuvre d’un mathématicien, l’histoire d’une découverte mathématique, une démonstration, une expérimentation, etc. Un débat doit bien entendu suivre le visionnage pour permettre aux élèves d’échanger sur le sujet du film et au professeur de faire une synthèse sur ce qu’il faut retenir.

IV.1.8.2. Exemples

Nous pouvons trouver sur Internet des films ou vidéos sur :
- Hypathie (370 - 415 avant J.-C) la seule mathématicienne de l’antiquité grecque : l'ouverture d’esprit qu’elle communiquait à ses étudiants lui a valu la suspicion des chrétiens et ultimement sa mort.
- La construction du tunnel de Samos : Au VI^{ème} siècle avant J.-C. à Samos (où serait né Pythagore), Polycrate un tyran de l’île décide de faire creuser un aqueduc souterrain qui doit traverser le Mont Kastro à l’horizontale pour ravitailler la ville en eau. Pour gagner du temps, Eupalinos (fils d’un élève de Pythagore) qui fut désigné comme architecte-ingénieur de l’ouvrage demande à deux équipes de creuser simultanément

[105]Consultable sur https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/histoire-des-maths/geometrie/les-trois-problemes-de-l-antiquite. Consulté le 25 août 2019.

des deux côtés de la montagne. Quelles techniques mathématiques ont-elles été utilisées pour permettre la rencontre des deux équipes[106] ?

IV.1.9. Les activités extérieures

IV.1.9.1. Description

Ces activités vont permettre aux élèves de sortir des classes pour faire des expérimentations, mais aussi pour découvrir les mathématiques présentes dans leur environnement ; l'Histoire étant aussi actuelle.

IV.1.9.2. Exemples

Ces activités peuvent se résumer en des sorties pour :
- visiter des entreprises, des musées, des sites historiques, etc ;
- découvrir dans les arsenaux les outils des marins constitués pour la plupart d'instruments historiques ;
- mesurer la hauteur d'édifices ou la profondeur d'un puits ;
- Etc.

IV.2. L'analyse de l'intégration de l'Histoire dans les programmes de mathématiques

L'analyse va porter sur les programmes de mathématiques du Sénégal et de la France, qui ont fait l'objet d'une étude dans le chapitre précédent. Les programmes de Collège du Sénégal n'ayant pas fait allusion à l'Histoire des mathématiques, l'analyse va concerner les programmes de Lycée du Sénégal et ceux de Collège de Seconde et de Première de la France. Pour chacun de ces programmes nous allons nous intéresser à l'approche pédagogique utilisée ; à la nature de la présence de l'Histoire ; à l'emplacement des éléments d'Histoire dans le corps de texte ; à la régularité de la présence de l'Histoire et au caractère obligatoire ou non des instructions relatives à l'Histoire des mathématiques.

IV.2.1. Les programmes de Lycée du Sénégal

Les programmes de Lycée sont rédigés selon la pédagogie par objectifs comme le confirment le ministre de l'Éducation au niveau de la préface des programmes :

> « *Se référant à l'évolution des Sciences de l'Éducation, la Commission Nationale de Réforme de l'Éducation et de la Formation (CNREF) a recommandé une autre forme d'écriture du programme pédagogique qui s'appuie sur l'explicitation des intentions pédagogiques. Cette nouvelle approche devrait permettre une évaluation plus valide et plus transparente des apprentissages* ».

Il nous semble que la pédagogie par objectifs d'une certaine manière présente le risque de l'atomisation du savoir et du découpage des apprentissages, il est difficile dans ce contexte

[106] Disponible sur http://www.cellulegeometrie.eu/documents/pub/pub_09.pdf. Consulté le 25 août 2019.

d'intégrer l'Histoire des mathématiques malgré les déclarations d'intentions suivantes qu'on retrouve dans l'introduction générale des programmes de Seconde L, de Première L, de Terminale L, de Première S2 et de Terminale S2 :

- « *on introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes étudiés, et de les situer dans le développement scientifique et culturel* » en Seconde et en Première L ;
- « *on fera appel autant que possible aux perspectives historiques des mathématiques, ce qui permettra de mieux situer l'origine, l'utilisation et le développement de certains concepts* » en Terminale L ;
- « *l'approche historique, quand elle est possible, sera encouragée pour donner à l'élève une ouverture sur la culture mathématique* » en Première S2 ;

Toutefois un effort de concrétisation de ces déclarations est noté :

- dans le chapitre « Algèbre et Géométrie » de Terminale S2 où « *il est conseillé de faire un rappel historique sur l'évolution des nombres, des entiers naturels aux nombres complexes* » ;
- dans le chapitre « Probabilités » de Terminale S1 où « *on s'attachera en introduction à faire l'historique de la naissance des probabilités* » ;
- dans le chapitre « Nombres complexes » de Terminale S1 qui rappelle que « *l'introduction des nombres complexes est l'occasion de donner un bref aperçu de l'évolution du concept de nombre* ».

Mais ces trois exemples s'avèrent insignifiants face aux innombrables possibilités d'intégrer l'Histoire des mathématiques qu'offrent les chapitres de Lycée.
On remarque en outre, qu'une très grande marge de manœuvre est laissée au professeur comme l'attestent les expressions suivantes tirées des instructions des programmes relatives à l'Histoire des mathématiques : « *on introduira autant que possible une perspective historique* », « *on fera appel autant que possible aux perspectives historiques des mathématiques* », « *l'approche historique, quand elle est possible sera encouragée* », « *il est conseillé de faire un rappel historique* ». Il nous semble que les programmes ne doivent pas faire de l'introduction d'une perspective historique une obligation pour les enseignants, mais pour autant doivent-ils donner au professeur, la latitude de la faire ou ne pas la faire comme c'est le cas dans les expressions précédentes ? Ne doit-on pas utiliser des expressions, certes non contraignantes, mais suffisamment incitatives pour que le professeur puisse s'engager à introduire des éléments d'Histoire dans son cours ? L'expression « *l'introduction des nombres complexes est l'occasion de donner un bref aperçu de l'évolution du concept de nombre* » entre dans ce cadre.

IV.2.2. Les programmes de Collège de la France

Les grands enjeux de formation des collégiens de la France sont définis par cinq domaines de formation qui composent le socle commun de connaissances, de compétences et de culture. Entré en vigueur en 2016 ce nouveau socle, comme le précédent français, s'inscrit dans le cadre de l'approche par les compétences qui, selon Cerisier (2016, p. 1), renonce à l'apprentissage des connaissances déclaratives pour accorder de l'importance à leur mobilisation dans des situations diverses et contextualisées. L'Histoire des mathématiques offrant ces situations, elle a été évoquée dans les programmes du cycle 3 (pour la classe de 6ème) et du cycle 4 (pour les classes de 5ème, 4ème et 3ème). On retrouve surtout ces évocations au niveau de la partie introductive des enseignements en mathématiques du cycle 3 et du cycle 4. Elles ont trait à l'importance de l'Histoire des mathématiques pour découvrir que cette discipline n'est pas figée, mais aussi pour enrichir la culture scientifique à travers la connaissance des relations entre arts et sciences, des questions de sciences de l'antiquité et de l'époque de la révolution française et celle des théories scientifiques qui ont changé la vision du monde. Les thèmes mathématiques, qui donnent l'occasion au professeur de prendre en charge ces questions, sont également précisés. Il s'agit des symétries, des rotations, des racines carrées, des fractions, des systèmes de numération, des théorèmes de Thalès et de Pythagore.

On remarque en outre que ces instructions ne constituent pas une obligation pour le professeur mais une forte recommandation qui peut apporter une plus-value dans la formation de l'élève. Nous pouvons citer pour illustrer nos propos quelques extraits du programme comme :

> *« La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position, apparition des nombres décimaux, du système métrique, etc.) contribue à enrichir la culture scientifique des élèves », « Mieux comprendre la société dans laquelle ils vivent exige aussi des élèves qu'ils s'inscrivent dans le temps long de l'histoire. C'est ainsi qu'ils sont davantage confrontés à la dimension historique des savoirs mais aussi aux défis technologiques, sociétaux et environnementaux du monde d'aujourd'hui », « les élèves doivent aussi percevoir que les mathématiques ne sont pas figées, qu'elles se développent et affrontent parfois des crises. Elles sont le produit de la pensée humaine, peuvent être objets de créativité, et sont constitutives de la culture de toute société ».*

IV.2.3. Les programmes de Seconde et Première de la France

Le programme de Seconde générale et technologique, et celui de Première générale définissent un ensemble de connaissances et de compétences, le premier pour consolider la maîtrise du socle commun de connaissances, de compétences et de culture, et le second pour préparer le Baccalauréat général. Ces deux programmes affirment ainsi leur ancrage dans « l'Approche par les compétences » et accordent une place de choix à l'Histoire des mathématiques pour trouver et diversifier les situations d'apprentissage à proposer aux élèves. Cette place est matérialisée par la présence de l'Histoire des mathématiques au niveau de la rubrique « Quelques lignes directrices pour l'enseignement » où l'on indique au professeur que « *les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'Histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel* », mais aussi au niveau de l' « Organisation du programme » où l'on précise qu' *« il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel* » et que « *l'Histoire peut être envisagée comme une source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items "Histoire des mathématiques" identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer le professeur peut s'appuyer sur l'étude de documents historiques* ».

C'est ainsi que plusieurs possibilités ont été identifiées dans ces items, qu'on retrouve après la déclinaison des objectifs de chaque grande partie du programme.

En classe de Seconde les différents items « Histoire des mathématiques » indiquent qu'« *il s'agit de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral …* » , « *Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, …* », « *on peut évoquer la très lente élaboration de la notion de fonction* » alors qu'en Première, des informations historiques relatives au thème sont données et on laisse le soin au professeur de les exploiter pour ces élèves en s'appuyant si possible sur l'étude des textes historiques. Le professeur est accompagné dans ce travail par le site https://www.apmep.fr/-Histoire-des-maths- qui met à la disposition des enseignants des ressources comportant des références historiques[107], en complément aux indications des programmes de Seconde et de Première.

IV.2.4. Conclusion

La présente analyse montre que les programmes scolaires, lieu de prescriptions des activités des élèves et des professeurs, sont de plus en plus sollicités dans le cas de l'introduction d'une perspective historique ; les programmes de Seconde et de Première de la France en sont une illustration. Nous avons en outre constaté que l'information historique a beaucoup plus de chance d'être prise en charge dans le cadre de « l'Approche par les compétences » qui propose des enseignements basés sur des situations d'apprentissage contextualisées et motivantes ; l'Histoire des mathématiques qui en regorge est ainsi logée au premier plan des programmes pour une mise à contribution dans la conception des situations d'apprentissage.
L'analyse a aussi révélé que l'information historique se retrouve dans le programme au niveau du préambule ou de l'introduction des chapitres pour montrer son importance dans la formation de l'élève ou indiquer les voies à explorer pour intégrer l'Histoire dans un chapitre. Le caractère non obligatoire des instructions relatives à l'introduction de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques transparait également dans tous les programmes étudiés.

[107] Voir annexe 11.

IV.3. L’analyse didactique des manuels

Le manuel scolaire constitue en général la principale ressource pédagogique de l’enseignant dans le cadre des enseignements apprentissages. Il véhicule l’information didactique et « *hormis l’enseignant, le manuel scolaire reste probablement l’outil le plus accessible et le plus pratique* » selon El Idrissi (2006, p. 1). Ainsi une étude de l’introduction de l’Histoire dans l’enseignement des mathématiques ne peut faire l’économie de l’analyse didactique des aspects historiques dans les manuels scolaires. Nous allons circonscrire notre étude à deux leçons des manuels, parmi celles qui sont ciblées dans le cadre de nos expérimentations et qui sont prolifiques en informations sur l’Histoire des mathématiques, le « Théorème de Pythagore » en géométrie et les « Équations » en activités numériques.

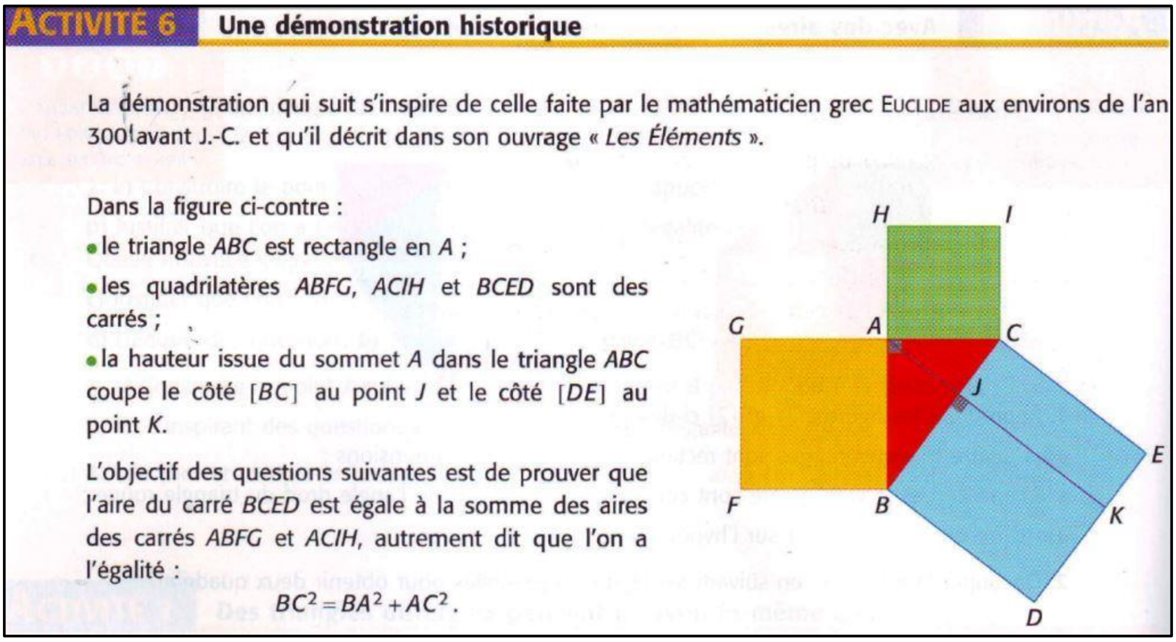
IV.3.1. Analyse des aspects historiques du chapitre « Théorème de Pythagore » dans les manuels de 4ème de mathématiques

Notre analyse va porter essentiellement sur les manuels de 4ème, des collections françaises et sénégalaises qui sont les plus utilisées et plus conformes au programme sénégalais. Il s’agit des collections Diabolo Hachette, Dimathème, Nouveau prisme Belin, Phare Hachette, Prisme Belin, Transmath Nathan, Triangle Hatier, Excellence maths, CIAM, USAID, Horizon Didier et Zénius Magnard.

IV.3.1.1. La collection Diabolo Hachette

Présentation

La collection propose à la page 188 du manuel de 4ème une activité de démonstration du théorème de Pythagore.



ACTIVITÉ 6 **Une démonstration historique**

La démonstration qui suit s’inspire de celle faite par le mathématicien grec EUCLIDE aux environs de l’an 300 avant J.-C. et qu’il décrit dans son ouvrage « *Les Éléments* ».

Dans la figure ci-contre :

- le triangle ABC est rectangle en A ;
- les quadrilatères $ABFG$, $ACIH$ et $BCED$ sont des carrés ;
- la hauteur issue du sommet A dans le triangle ABC coupe le côté $[BC]$ au point J et le côté $[DE]$ au point K.

L’objectif des questions suivantes est de prouver que l’aire du carré $BCED$ est égale à la somme des aires des carrés $ABFG$ et $ACIH$, autrement dit que l’on a l’égalité :

$$BC^2 = BA^2 + AC^2.$$

Figure 4.15. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Diabolo Hachette, 2007, p. 188.

Analyse

La démonstration s'inspire de celle faite par le mathématicien grec Euclide, aux environs de l'an 300 avant J.-C. dans son ouvrage « Les Eléments ».

L'activité de démonstration proposée permet à l'élève de reprendre le travail d'un mathématicien de l'antiquité grecque pour démontrer le théorème de Pythagore. L'énoncé de l'activité occupe toute une page et comporte les 10 questions suivantes :

> l. Pour commencer justifier que les quadrilatères DBJK et CJKE sont des rectangles et que la somme de leurs aires est égale à l'aire du carré BCED.
> Remarque : les réponses à la question 1 seront réutilisées dans les questions 2.e), 3 et 4.
> 2. On souhaite maintenant comparer les aires du carré ABFG et du rectangle DBIK.
> a) Justifier que l'aire du carré ABFG est le double de l'aire du triangle ABF.
> b) Justifier que les aires des triangles ABF et CBF sont égales.
> c) Justifier que les triangles CBF et DBA sont superposables, puis qu'ils ont la même aire.
> d) Justifier que les aires des triangles DBA et DBJ sont égales.
> e) Justifier que l'aire du rectangle DBJK est le double de l'aire du triangle DBJ.
> f) Que vient-on de prouver pour le carré ABFG et le rectangle DBJK ?
> 3. Que peut-on dire des aires du carré ACIH et du rectangle CIKE ?
> 4. Que peut-on enfin dire de la somme des aires des carrés ABFG et ACIH ?
> 5. Recopier et compléter la synthèse :
> Condition : *un triangle est …*
> Conclusion : *le ... de la longueur de son hypoténuse est égal à la ... des carrés des longueurs de l'angle ...*

Ces dix questions donnent une idée de la longueur de l'activité, mais également de sa complexité du fait des nombreux résultats à justifier. Ce qui peut constituer une difficulté pour son choix comme activité de découverte. Par contre l'activité peut être traitée dans des travaux dirigés, sauf qu'au Sénégal la notion de « triangles semblables » qui apparaît au niveau de la question 2.c) n'est pas dans le programme de mathématiques du collège.
Concernant l'information historique, on constate qu'elle n'est pas nuancée car pour les auteurs de Diabolo le mathématicien Euclide a vécu et sa démonstration a été faite aux environ de l'an 300 avant J.-C.

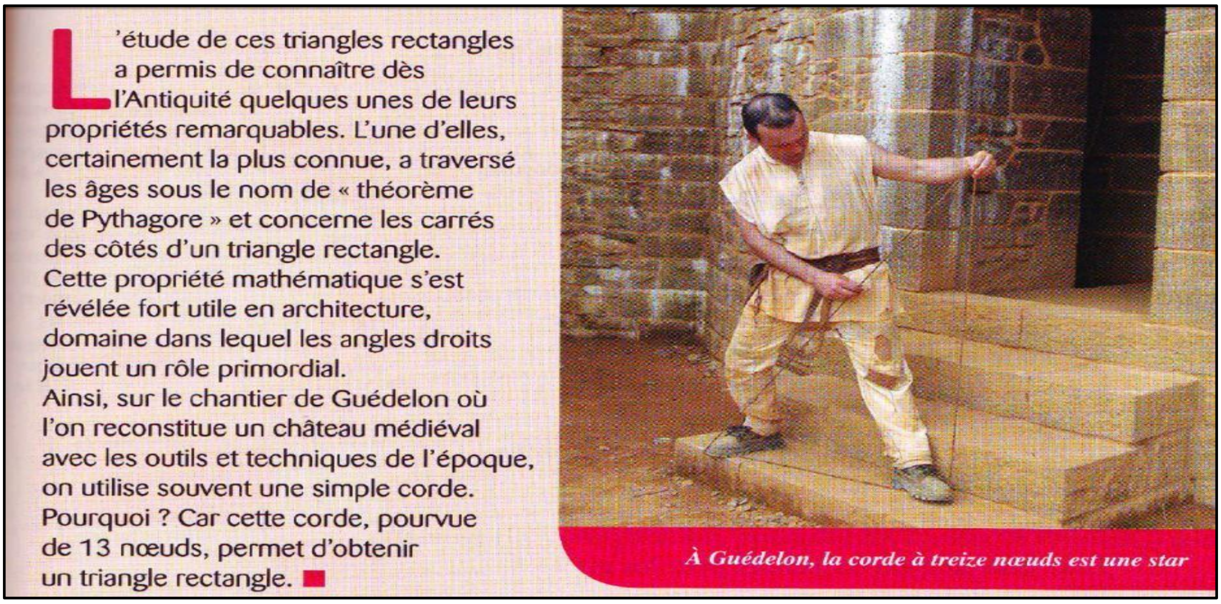
IV.3.1.2. La collection Dimathème

Présentation

La collection introduit sur une page le théorème de Pythagore par un outil ancien, « la corde à 13 nœuds »[108] qui permet d'obtenir un triangle rectangle et par un timbre grec contemporain illustrant le théorème de Pythagore. Ce théorème selon les auteurs doit son nom à un

[108] Voir annexe 10.

mathématicien de la Grèce antique Pythagore qui a peut-être vécu au VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., car ils ne disposent d'aucune preuve écrite de son existence.



L'étude de ces triangles rectangles a permis de connaître dès l'Antiquité quelques unes de leurs propriétés remarquables. L'une d'elles, certainement la plus connue, a traversé les âges sous le nom de « théorème de Pythagore » et concerne les carrés des côtés d'un triangle rectangle. Cette propriété mathématique s'est révélée fort utile en architecture, domaine dans lequel les angles droits jouent un rôle primordial. Ainsi, sur le chantier de Guédelon où l'on reconstitue un château médiéval avec les outils et techniques de l'époque, on utilise souvent une simple corde. Pourquoi ? Car cette corde, pourvue de 13 nœuds, permet d'obtenir un triangle rectangle. ■

À Guédelon, la corde à treize nœuds est une star

Figure 4.16. Extrait du manuel de mathématiques de 4$^{\text{ème}}$, Dimathème, 2007, p. 177.

Analyse

L'histoire des mathématiques est prise en charge dans ce chapitre à travers un fragment historique qui parle de Pythagore, mais aussi d'un instrument historique, la corde des 13 nœuds qui permet d'obtenir des angles droits et qui s'est révélée très utile en architecture. Quant à l'information historique délivrée, les auteurs ont fait preuve de prudence en n'étant pas catégorique sur l'existence de Pythagore et en situant la période de sa vie en termes de siècles.

En outre la corde à 13 nœuds permet d'obtenir un triangle de côtés de longueur 3 ; 4 ; 5 qui est forcément rectangle car ces côtés vérifient la réciproque du théorème de Pythagore : *Si ABC est un triangle de côté a, b, c tels que $a^2 + b^2 = c^2$ alors ABC est un triangle rectangle.*

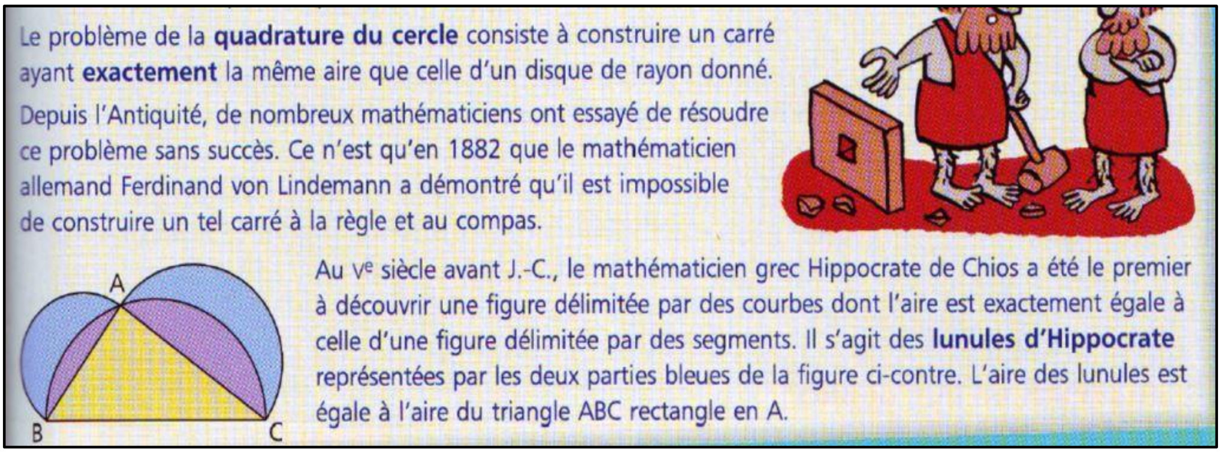
Donc la corde à 13 nœuds est une utilisation de la réciproque du théorème de Pythagore et non du théorème. Elle peut par conséquent servir d'activité introductive pour la réciproque mais pas pour le théorème de Pythagore.

IV.3.1.3. La collection Nouveau prisme Belin

Présentation

Les aspects historiques du théorème de Pythagore sont évoqués dans cette collection sur deux pages du manuel. Le théorème de Pythagore est d'abord introduit à travers son équivalent chinois le « théorème de Gou-gu » à la page 204 du manuel de 4$^{\text{ème}}$. Les auteurs précisent qu'un chapitre lui est consacré à travers l'un des neuf textes chinois les plus anciens qui leur sont parvenus.

Les lunules d'Hippocrate de Chios découvertes au V^{ème} siècle avant J.-C. ont été également évoquées à la page 221. Les auteurs s'y appuient pour proposer trois exercices :
- le premier qui demande à l'élève de montrer que l'aire du grand demi-disque est égale à la somme des aires des deux autres demi-disques et de démontrer ensuite que la somme des aires des lunules est égale à l'aire du triangle ;
- le deuxième qui amène l'élève à démontrer la propriété appelée quadrature des quatre lunules ;
- le troisième exercice est un sujet d'exposé demandant à l'élève la signification de la quadrature du cercle, une présentation du mathématicien Hippocrate de Chios, l'étymologie du mot lunule et sa signification en géométrie, en anatomie et dans le domaine religieux.


Le problème de la **quadrature du cercle** consiste à construire un carré ayant **exactement** la même aire que celle d'un disque de rayon donné.
Depuis l'Antiquité, de nombreux mathématiciens ont essayé de résoudre ce problème sans succès. Ce n'est qu'en 1882 que le mathématicien allemand Ferdinand von Lindemann a démontré qu'il est impossible de construire un tel carré à la règle et au compas.

Au V^e siècle avant J.-C., le mathématicien grec Hippocrate de Chios a été le premier à découvrir une figure délimitée par des courbes dont l'aire est exactement égale à celle d'une figure délimitée par des segments. Il s'agit des **lunules d'Hippocrate** représentées par les deux parties bleues de la figure ci-contre. L'aire des lunules est égale à l'aire du triangle ABC rectangle en A.

Figure 4.17. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Nouveau prisme Belin, 2011, p. 221.

Analyse

Les auteurs de la collection s'ouvrent à une autre culture, celle chinoise, pour montrer la présence du théorème de Pythagore en Chine, qui y porte un autre nom, le théorème de Gou-gu. Ce théorème contenu dans un des plus anciens textes chinois écrits entre l'an 259 et l'an 210 avant J.-C. montre un aspect universel des mathématiques qui sont les mêmes dans tous les pays ; mais si on parlait de Théorème de Pythagore à un élève chinois, il risquerait de ne pas comprendre ce dont il est question. Il nous semble que c'est une bonne initiative qu'un manuel donne cet exemple pour que les élèves prennent conscience des noms de résultats mathématiques qui diffèrent parfois d'un pays à un autre. Toutes ces informations sont données sous forme de fragments historiques, néanmoins les auteurs auraient pu aller au-delà en faisant découvrir aux élèves la démonstration chinoise du théorème de Gou-gu.
Ils l'ont fait d'ailleurs avec les exercices sur les lunules qui permettent à l'élève de reprendre la démonstration d'Hippocrate, mais aussi de faire connaissance avec d'illustres mathématiciens et de célèbres problèmes comme la quadrature du cercle, l'un des problèmes de l'antiquité grecque qui consiste à construire un carré ayant exactement la même aire que celle d'un disque de rayon donné. Ce problème que beaucoup de mathématiciens ont vainement essayé de prouver, va montrer à l'élève qu'il n'y a rien de dramatique à ne pas

réussir la résolution d'un problème. C'est arrivé à beaucoup de mathématiciens pour la quadrature du cercle et ça n'a en rien diminué leur notoriété.
D'ailleurs les auteurs nous informent aussi que ce n'est qu'en 1882 que le mathématicien allemand Lindemann démontre qu'il est impossible de construire un tel carré à la règle et au compas. Pourtant l'objectif de départ est la construction, et devant la difficulté de réaliser cette tâche, le mathématicien s'est demandé si la tâche était possible ; au vu d'un grand nombre d'échecs, il a été conduit à bâtir une démonstration pour prouver que c'était impossible.
Le résultat sur les lunules obtenu par Hippocrate découle aussi d'une tentative du mathématicien de démontrer la quadrature du cercle ; ainsi une tentative de démonstration peut mener à un autre résultat aussi intéressant que celui recherché au départ. C'est le cas de la démonstration du cinquième postulat d'Euclide qui a donné naissance aux géométries de Lobatchevski et de Riemann.
Concernant les exercices proposés sur les lunules d'Hippocrate, celui devant conduire à un exposé est abordable et riche en enseignements. On ne peut pas en dire autant de l'exercice sur la démonstration d'Hippocrate qui prouve que la somme des aires des lunules est égale à l'aire du triangle car sa résolution nécessite le calcul des aires en fonction des dimensions du triangle et l'application du théorème de Pythagore ; ce qui n'apparait pas dans l'exercice. Quant à l'exercice sur la quadrature des quatre lunules, qui est une extension du précédent, il ne comporte pas de difficulté particulière pour un élève qui est en mesure de reprendre la démonstration d'Hippocrate.

IV.3.1.4. La collection Phare Hachette

Présentation

La page 201 du manuel de 4ème de la collection a servi pour introduire « le théorème de Pythagore et sa réciproque » à travers une activité qui demande aux élèves de tracer tous les triangles qu'on peut construire avec la corde à 13 nœuds, chaque sommet devant correspondre avec un nœud, puis de dire quelle semble être la nature de chacun de ces triangles. Les Égyptiens utilisaient cette corde 2000 ans avant J.-C. pour construire des angles droits (voir Figure 4.16). D'autres aspects historiques sont pris en charge aux pages 214, 216 et 218. Il s'agit de :
- un exercice tiré d'une tablette d'argile assyrienne datant du VIIème siècle avant J.-C. utilisant le théorème de Pythagore pour calculer une longueur (Figure 4.18).
- Un exercice de recherche relatif aux lunules d'Hippocrate de Chios (né vers 450 ans avant J.-C.), permettant à l'élève de retrouver le résultat d'Hippocrate, qui montre que l'aire des lunules est égale à l'aire d'un triangle.
- La tablette de Plimpton 322, d'origine babylonienne, datant de – 1800 avant J.-C., qui permet de trouver des triplets pythagoriciens : les auteurs se sont inspirés de la transcription d'une partie de la tablette pour proposer un exercice (Figure 4.19).
- La vie de Pythagore qui selon les auteurs serait né dans l'île de Samos (Grèce) au cours du VIème siècle avant J.-C. et serait mort lors de l'incendie de son école, provoquée par une insurrection populaire.

60 Sur une tablette d'argile assyrienne datant du VIIe siècle avant J.-C., on peut traduire :

« *Un bâton long de 30 unités est appuyé contre un mur. En hauteur, il glisse de 6 unités.*
De combien le pied du bâton s'éloigne-t-il de la base du mur ? »

On suppose que le bâton était initialement le long du mur.

1) Que faut-il supposer de plus pour pouvoir répondre à ce problème ?

2) Résoudre cette énigme.

J'ai fait un schéma.

Figure 4.18. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Phare Hachette, 2007, p. 214.

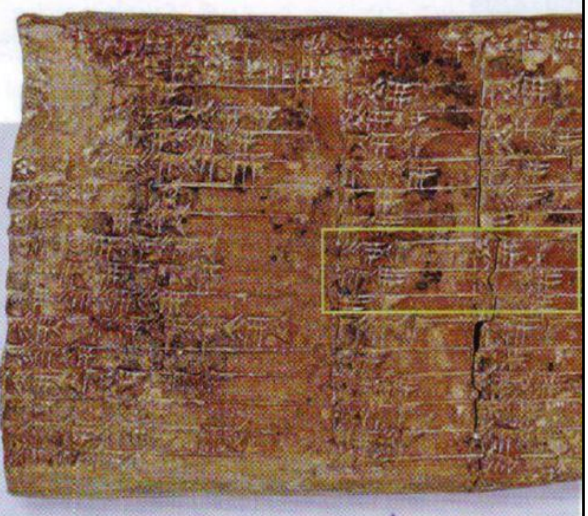
Pythagore serait né dans l'île de Samos (Grèce) au cours du VIe siècle avant J.-C.

Il a fondé une importante école à Crotone (Italie du sud, colonie grecque à l'époque).

Pythagore et ses nombreux disciples y étudiaient les mathématiques, la philosophie, l'astronomie, la musique, la politique… On ne connaît ses inventions qu'à travers les écrits de ses disciples.

Pythagore serait mort lors de l'incendie de son école, provoqué par une insurrection populaire.

La propriété appelée « Théorème de Pythagore » était pourtant utilisée bien avant cette époque : par les Babyloniens (voir ci-dessous), par les Égyptiens (voir page 201).



▲ Tablette Plimpton 322.

Figure 4.19. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Phare Hachette, 2007, p. 301.

Remarque : Cette tablette semble différente de la tablette Plimpton présentée à la Figure 4.7. Mais en agrandissant cette image et en la comparant avec celle de la Figure 4.7, on retrouve bien les mêmes signes.

Analyse

Les informations historiques contenues dans le chapitre de la collection sont riches et variées. Elles ont trait à la vie de Pythagore, aux triplets pythagoriciens figurant sur la tablette de Plimpton 322, aux lunules d'Hippocrate, à une tablette assyrienne comportant un exercice sur le théorème de Pythagore et à la corde des 13 nœuds des Égyptiens. À part la vie de Pythagore donnée sous forme de bulle historique, toutes les autres informations sont des supports à des exercices qui mettent en activité l'élève. Ces supports font découvrir à l'élève des instruments historiques comme la corde à 13 nœuds, mais aussi des sources primaires

comme la tablette de Plimpton 322 et celle d'argile assyrienne qui renseignent sur l'activité mathématique de l'époque.
Cependant proposer en activité introductive la corde à 13 nœuds pour ce chapitre peut créer beaucoup de confusions. Cette activité concerne la réciproque de théorème de Pythagore qui est traitée après le théorème. Ainsi, en la proposant au niveau de la page introductive, un professeur non averti peut commencer par elle, traiter le théorème de Pythagore et terminer par sa réciproque ; ce qui ne nous semble pas pertinent ni cohérent.
Par contre l'exercice de la tablette assyrienne datant du VII$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., qui utilise le théorème de Pythagore pour résoudre l'énigme, montre que ce théorème était connu des Babyloniens bien avant Pythagore, mais aussi que le système de numération sexagésimal utilisé à l'époque offrait la possibilité de faire des additions, des soustractions, des multiplications et sûrement des extractions de racines carrées ou de connaître des carrés parfaits pour arriver à la résolution des problèmes de ce type.
Nous remarquons aussi que la période qui a marqué ces événements historiques est indiquée et l'utilisation du conditionnel pour évoquer la vie de Pythagore traduit une certaine prudence de la part des auteurs. Toutefois pour la datation de la tablette « Plimpton 322 », il ne s'agit pas de – 1800 avant J.-C., mais soit de 1800 avant J.-C. soit de – 1800 ; ce qui doit pousser le lecteur à être vigilant car les informations historiques véhiculées dans les manuels peuvent comporter des erreurs.

IV.3.1.5. La collection Prisme Belin

Présentation

Dans cette collection, les auteurs introduisent à la page 177 le théorème de Pythagore, par des informations sur Pythagore (v580 - v490 av. J.-C.), et sur le grand nombre de démonstrations (près de 400) qu'a connu le théorème. Ils rapportent que la plus ancienne date de l'époque babylonienne, 1800 ans avant notre ère et citent des démonstrations célèbres comme celles du Président des Etats-Unis, Garfield (1831 – 1881) et du mathématicien britannique Henry Périgal (1801 – 1898) qui a demandé et obtenu que sa preuve par découpage soit gravée sur sa tombe. D'autres aspects historiques du théorème de Pythagore sont évoqués à la page 192 à travers un exercice portant sur les lunules du mathématicien grec Hippocrate (470 – 410 av. J.-C.).

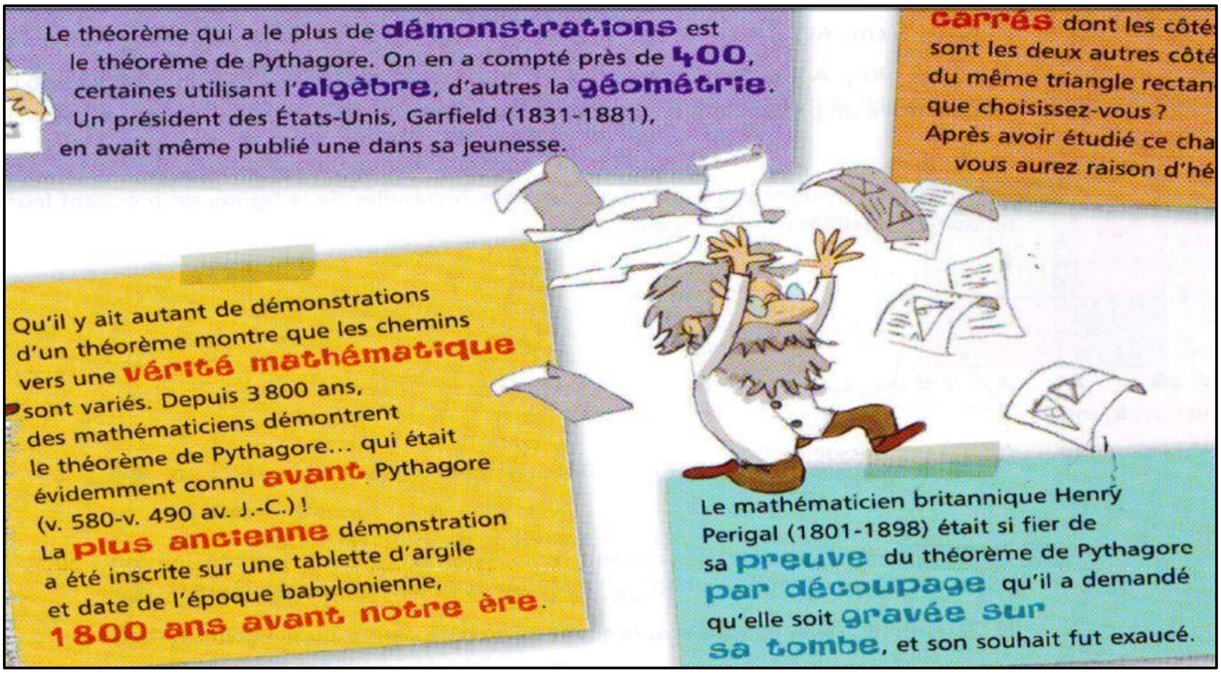


Figure 4.20. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème , Prisme Belin , 2007, p. 177.

Analyse

Cette collection s'intéresse au nombre de démonstrations du théorème de Pythagore, mais aussi aux plus célèbres comme la plus ancienne qui date de l'époque babylonienne et celle proposée par un Président des États-Unis, Garfield. Le fait de dater la plus ancienne démonstration à l'époque babylonienne est en contradiction avec le point de vue de beaucoup d'historiens qui attribuent la première démonstration du théorème de Pythagore à Euclide. On retrouve en outre dans la littérature que la démonstration est apparue en Grèce, avec le besoin de convaincre dans les débats qui se tenaient à l'Agora dans le cadre de la gestion des affaires de la cité. Il n'y a pas de doute que les Babyloniens et les Égyptiens connaissaient les propriétés arithmétiques de certains nombres appelés triplets pythagoriciens car vérifiant l'égalité $a^2 + b^2 = c^2$. Peut-on dès lors leur accorder la paternité du théorème de Pythagore qui considère que pour tout triangle rectangle de côtés a, b, c on a $a^2 + b^2 = c^2$? Nous ne partageons pas cet avis car le premier résultat met en exergue une propriété arithmétique de certains nombres tandis que le deuxième lie la Géométrie et l'Arithmétique. D'ailleurs même si les Babyloniens connaissaient le théorème de Pythagore comme l'indique la tablette assyrienne (voir Figure 4.19.), rien ne dit qu'ils l'ont démontré. Et si c'est le cas, nous ne disposons pas encore de cette démonstration contrairement à celle d'Euclide qu'on retrouve dans les Eléments.

Des informations assez précises sur la vie de Pythagore (v580 - v490 av. J.-C.) et d'Hippocrate (470 – :410 av. J.-C.) sont aussi relayées dans ce chapitre.

Concernant l'exercice sur les lunules d'Hippocrate, il est difficile pour les élèves surtout quand on ne leur propose pas de questions intermédiaires.

IV.3.1.6. La collection Transmath Nathan

Présentation

La collection aborde les aspects historiques du théorème de Pythagore à travers une activité, proposée à la page 185 du manuel de $4^{\text{ème}}$, qui informe que les Égyptiens utilisaient au $\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. une corde pour tracer des angles droits. Cette corde[109], formée de 12 parties de même longueur délimitées par des nœuds, était utilisée pour bâtir des temples magnifiques, des tombeaux, etc. L'activité donne ensuite à l'élève deux triangles de dimensions 4 ; 4 ; 4 et 5 ; 5 ; 2 construits avec cette corde, puis lui demande de trouver un autre triangle avec la corde et d'indiquer à quoi ressemble sa nature (Fig. 4.21.).

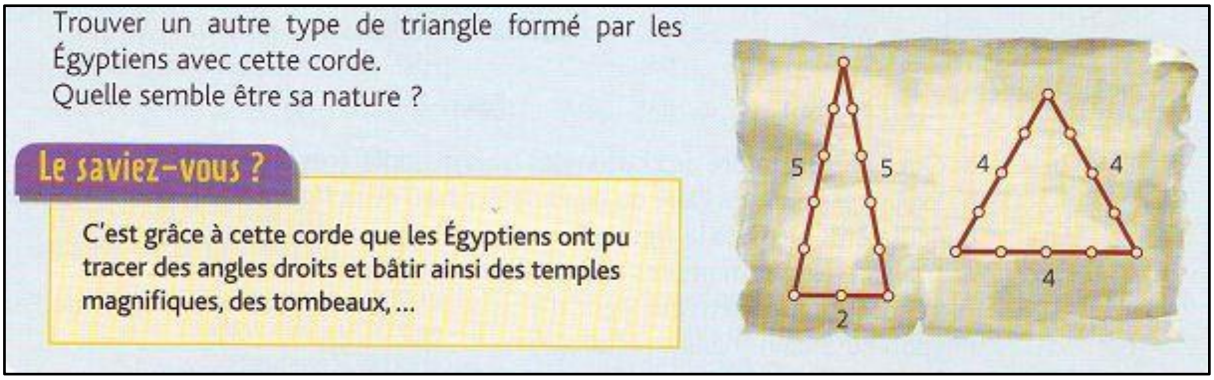


Figure 4.21. Extrait du manuel de mathématiques de $4^{\text{ème}}$, Transmath Nathan, 2011, p. 185.

Concernant la vie de Pythagore, elle est relatée à la page 186 à travers une bulle historique qui indique que Pythagore ($\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.) est un philosophe et mathématicien grec, qui à l'âge de 18 ans a remporté toutes les compétitions de pugilat aux jeux olympiques. En outre la bulle informe que le théorème dit de Pythagore semble connu des Babyloniens dès le $\text{XVIII}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.

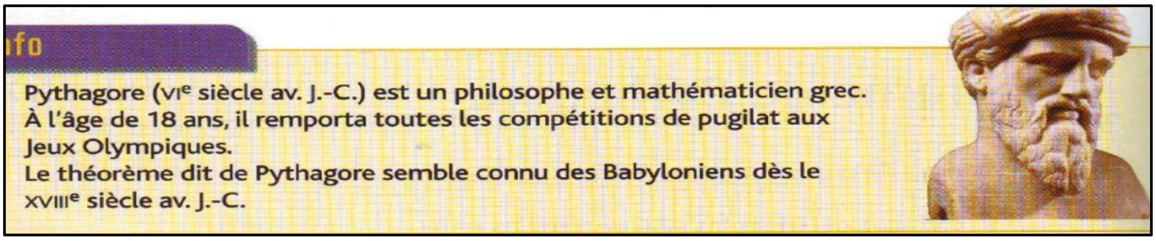


Figure 4.22. Extrait du manuel de mathématiques de $4^{\text{ème}}$, Transmath Nathan, 2011, p. 186.

Analyse

Dans cet ouvrage trois aspects historiques relatifs au théorème de Pythagore sont abordés. Il s'agit de la corde à 13 nœuds pour tracer des angles droits, de la vie de Pythagore et du théorème de Pythagore qui semble connu par les Babyloniens, bien avant Pythagore. La corde à 13 nœuds est présentée sous forme d'activité de construction et les autres informations délivrées à l'élève sous forme de bulle historique.

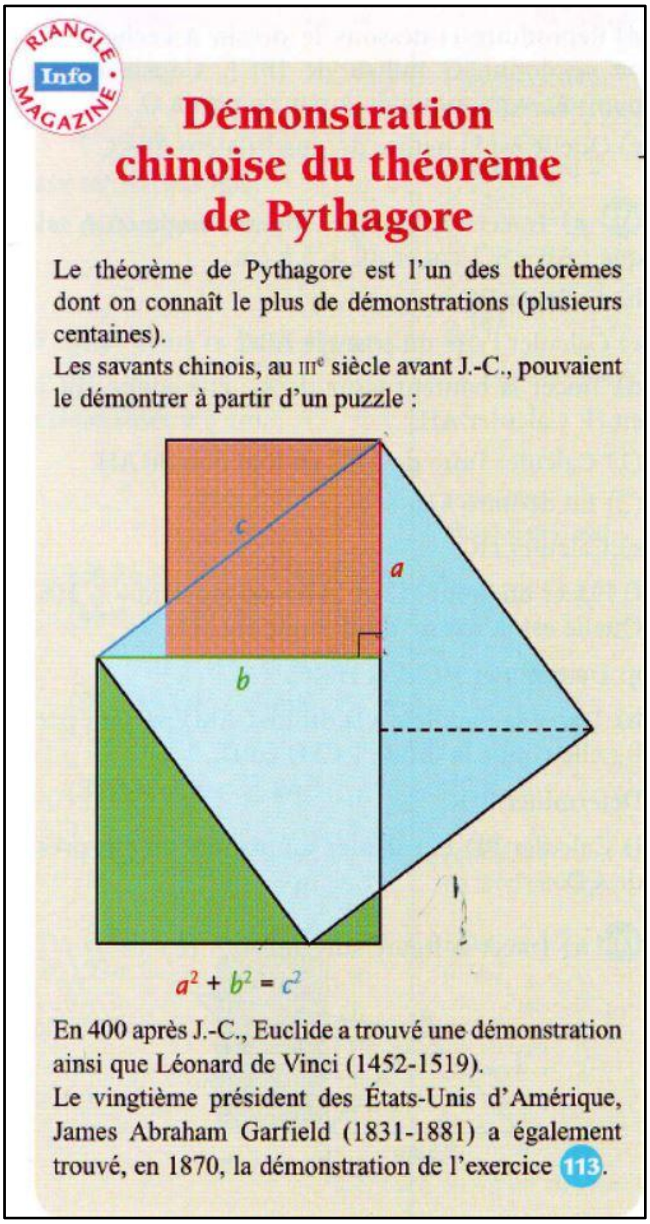
[109] voir Annexe 10.

La période des événements historiques est donnée en termes de siècles et on note une certaine prudence des auteurs quand ils disent que « le théorème de Pythagore semble connu des Babyloniens », ce qui n’est pas le cas quand ils affirment que Pythagore est « un philosophe et mathématicien grec, qui à l’âge de 18 ans remporte toutes les compétitions de pugilat aux jeux olympiques ».

IV.3.1.7. La collection Triangle Hatier

Présentation

Dans cette collection, le théorème de Pythagore est introduit à la page 157 du manuel de 4^{eme} par une bulle historique qui attribue le théorème au mathématicien Pythagore qui a vécu vers 530 avant J.-C. Toutefois une tablette d’argile babylonienne datant de – 1800 ans, où figurent les longueurs des côtés d’un triangle rectangle, montre que le théorème était connu depuis plus de 1 000 ans auparavant.


TRIANGLE Info MAGAZINE

Démonstration chinoise du théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l’un des théorèmes dont on connaît le plus de démonstrations (plusieurs centaines).
Les savants chinois, au IIIe siècle avant J.-C., pouvaient le démontrer à partir d’un puzzle :

$a^2 + b^2 = c^2$

En 400 après J.-C., Euclide a trouvé une démonstration ainsi que Léonard de Vinci (1452-1519).
Le vingtième président des États-Unis d’Amérique, James Abraham Garfield (1831-1881) a également trouvé, en 1870, la démonstration de l’exercice 113.

Figure 4.23. Extrait du manuel de mathématiques de $4^{\text{ème}}$, Triangle Hatier, 2011, p. 177.

A la page 161, les auteurs nous informent que Pythagore est né à Samos en Grèce, il y a plus de 2 500 ans ; il remporte à 18 ans toutes les compétitions de pugilat aux jeux olympiques (comme indiqué dans la collection Transmath) et voyage pendant près de 40 ans en Syrie, au Liban, en Égypte, à Babylone, etc. C'est d'ailleurs au cours de ses voyages qu'il apprend les mathématiques avant de fonder une école, à Crotone en Italie, qui s'intéresse à l'arithmétique, à la musique, à la mécanique et à l'astronomie. Pour lui et ses disciples, les nombres organisent le monde et sont comme des divinités.

Une activité sur la corde à 13 nœuds, que les Égyptiens utilisaient pour vérifier que des angles sont droits, est également mentionnée à la page 172.
Dans une autre édition de la même collection, une bulle historique rappelle qu'on savait depuis près de 4 000 ans que les côtés d'un triangle rectangle sont reliés par une formule et cela grâce à une tablette babylonienne datant de 1900 ans avant J.-C. et où on retrouve les dimensions de 15 triangles rectangles.
En outre un problème sur le théorème de Pythagore datant de près de 4 000 ans, retrouvé sur une tablette lors des fouilles archéologiques en Mésopotamie, est proposé aux élèves, ainsi qu'une démonstration chinoise de ce théorème à partir d'un puzzle, datant du III^{ème} siècle. D'autres démonstrations du théorème de Pythagore sont évoquées notamment celles d'Euclide (400 ans après J.-C.), de Léonard de Vinci (1452 – 1519) et du 20ème Président des Etats-Unis, James Abraham Garfield (1831 – 1881).

Analyse

Une partie des informations historiques sur le chapitre est consacrée à Pythagore (son lieu de naissance, la période où il a vécu, les compétitions remportées aux Jeux Olympiques, ses voyages au cours desquels il a appris les mathématiques, l'école qu'il a fondée et les disciplines qu'on y étudie). Les compétitions remportées aux Jeux Olympiques, déjà évoquées dans Transmath trouvent ici une confirmation certes ; ce qui n'en fait pas une information vérifiée.
L'autre partie concerne des tablettes babyloniennes où on retrouve les dimensions de 15 rectangles droits, un problème datant de 4 000 ans, un exercice sur la corde des 13 nœuds et un problème sur la démonstration chinoise du théorème de Pythagore, à partir d'un puzzle.
On note une variation dans la datation de certaines périodes historiques notamment celles des deux tablettes en – 1800 et en – 1900. Il en est de même de la période vécue par Euclide (400 ans après J.-C.).
A part les bulles d'informations sur la vie de Pythagore, tous les autres aspects historiques du chapitre sont pris en charge à travers des activités où l'élève est amené à :

- résoudre un problème sur le théorème de Pythagore qui date de près de 4 000 ans ;
- expliquer comment utiliser la corde à 13 nœuds pour vérifier qu'un angle est droit ;
- utiliser un puzzle comme les Chinois au III^{ème} siècle avant J.-C, pour démontrer le théorème de Pythagore.

Cette démonstration à l'aide d'un puzzle, est-elle acceptée aujourd'hui par la communauté mathématique ? Un élève qui l'utiliserait en classe, pourrait-il espérer avoir le maximum de points ?

Appelées preuves sans mots, ces démonstrations visuelles sont souvent considérées comme plus élégantes mais moins rigoureuses car comportant des risques comme dans le cas du paradoxe du carré manquant.[110]

IV.3.1.8. La collection Excellence maths

Présentation

La page 41 du manuel de 4ème a servi aux auteurs pour introduire la leçon « Théorème de Pythagore » par une bulle historique sur Pythagore. Selon cette bulle, Pythagore était un philosophe et mathématicien grec du VIème siècle avant J.-C. mal connu, contrairement au théorème portant son nom qui est utilisé par plusieurs peuples. Ce théorème prit au fil des âges plusieurs noms parmi lesquels le « théorème de la mariée » chez les Grecs, la « figure de l'épousée » chez les Persans, le « maître de la mathématique » au Moyen Âge et le « pont aux ânes » au début du 20ème siècle pour signaler que celui qui connait cette propriété franchit le pont aux ânes et devient savant.

Analyse

La collection met l'accent sur les différents noms qu'a porté le théorème de Pythagore, mais il nous semble plus instructif de connaître la raison de l'existence de ces noms, comme les auteurs l'ont fait avec le « pont des ânes ». De plus on se pose des questions sur l'origine de la dénomination « théorème de Pythagore » d'autant plus que les Grecs l'appelaient « théorème de la mariée » d'après les auteurs du manuel.
On remarque en outre qu'aucun exercice inspiré de l'Histoire des mathématiques, pour permettre à l'élève de faire des activités n'est proposé dans le manuel ; ce qui constitue une insuffisance à corriger dans les prochaines éditions.

IV.3.1.9. La collection CIAM

Présentation

Aucun aspect historique du théorème de Pythagore n'est évoqué dans le manuel de 4ème de la collection.

Analyse

La Collection Inter-Africaine de Mathématiques, fruit d'une collaboration entre 20 pays a été éditée en 1995, il y a de cela 24 ans, ce qui peut expliquer en partie le fait que l'Histoire des mathématiques ne constituait pas une préoccupation des auteurs, car n'ayant pas une aussi grande audience qu'aujourd'hui en Afrique. D'ailleurs à la page 56 les auteurs avaient l'occasion d'évoquer la corde des 13 nœuds des Égyptiens, mais ils ont préféré parler de « ficelle du maçon » pour mettre en évidence une application des mathématiques, à travers la corde à 13 nœuds que le maçon utilise pour obtenir des murs à angle droit.

IV.3.1.10. La collection USAID

Présentation

[110] Voir https://www.apprendre-en-ligne.net/MADIMU2/MUSCU/MUSCU7.PDF

Le manuel de $4^{\text{ème}} – 3^{\text{ème}}$ de la collection n'a pas intégré dans ses contenus les aspects historiques du théorème de Pythagore.

Analyse

Ce manuel est écrit par des Américains et adapté au contexte sénégalais. Il comporte peu de références historiques contrairement au manuel de $6^{\text{ème}} – 5^{\text{ème}}$ qui a été rédigé dans les mêmes conditions.

IV.3.1.11. Etude comparative

Nous allons à travers cette étude nous intéresser aux mathématiciens les plus cités, aux sources primaires les plus utilisées et aux différentes manières d'intégrer l'Histoire dans le chapitre « Théorème de Pythagore » des manuels de $4^{\text{ème}}$.

- Informations sur les mathématiciens les plus cités

Nom mathématicien		Pythagore	Euclide	Hippocrate	Garfield
Collection	**Diabolo Hachette**	-	Environ 300 ans avant J.-C.	-	-
	Dimathème	A peut-être vécu au $\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	-	-	-
	Nouveau prisme Belin	-	-	$\text{V}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	-
	Phare Hachette	Né à Samos au cours du $\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	-	Né vers 450 avant J.-C.	-
	Prisme Belin	vers 580 – vers 490 avant J.-C.	-	470 – 410 avant J.-C.	1831 - 1881
	Transmath	$\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	-	-	-
	Triangle Hatier	A vécu vers 530 avant J.-C.	400 ans après J.-C.	-	1831 - 1881
	Excellence	$\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	-	-	-
	CIAM	-	-	-	-
	USAID	-	-	-	-

Tableau 4.1. Les mathématiciens les plus cités dans le chapitre « Théorème de Pythagore ».

Les mathématiciens les plus cités dans les chapitres concernant le « Théorème de Pythagore » sont :

- Pythagore dont le nom est attribué au théorème. Pratiquement toutes les collections ont parlé de lui, en précisant la période où il a vécu. Il ressort des différentes périodes indiquées que Pythagore a vécu au $\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.
  Toutefois la collection « Dimathème » a fait preuve de prudence quant à l'existence même de Pythagore, en écrivant qu'il « a peut-être vécu au $\text{VI}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. ».
- Euclide cité par la collection « Diabolo Hachette» qui précise qu'il a vécu environ 300 ans avant J.-C., contrairement à « Triangle Hatier » qui situe cette période à 400 ans après J.-C. La période indiquée par « Diabolo Hachette » est celle qu'on retrouve en général dans la littérature. Une erreur s'est manifestement glissée dans la collection

« Triangle Hatier » où à la place de 400 ans après J.-C., on devait écrire 400 ans **avant** J.-C. Cependant même si c'est le cas, cette période est encore assez éloignée des « 300 ans avant J.- C. ».

Cette situation pose le problème de la précision de l'information historique, surtout lorsqu'elle est lointaine. N'est-ce pas pour cette raison que les périodes en Histoire sont souvent exprimées en termes de siècles et de millénaires ?

Euclide est surtout cité pour sa démonstration du Théorème de Pythagore, qui pour la plupart des historiens est la plus ancienne démonstration du théorème qui nous est parvenue.

- Hippocrate, doit ses trois citations dans les manuels à l'utilisation du Théorème de Pythagore pour démontrer que l'aire de ses lunules est égale à celle d'un triangle. Les trois collections qui l'ont cité, indiquent avec des précisions différentes qu'il a vécu au V^{ème} siècle avant J.-C.
- Le 20^{e} Président des États-Unis, James Garfield ferme la liste des illustres mathématiciens cités dans les chapitres qui traitent du Théorème de Pythagore ; il doit cet honneur à son statut de Président, mais aussi à l'originalité et à la simplicité de la démonstration proposée. Ce Président ayant vécu au XIX^{ème} siècle, les deux collections qui ont fait allusion à lui, ont donné les mêmes années pour sa naissance et son décès.

- Informations sur les sources primaires les plus citées

Sources primaires		Les ouvrages	Les instruments	Les tablettes
Collection	**Diabolo Hachette**	Démonstration historique du théorème de Pythagore décrite dans les Eléments d'Euclide aux environs de l'an 300 avant J.-C.	-	-
	Dimathème	-	La corde à 13 nœuds est un outil égyptien de l'époque qui permet d'obtenir des angles droits.	-
	Nouveau prisme Belin	« Les neuf chapitres sur les procédures mathématiques », l'un des textes chinois les plus anciens qui nous soient parvenus et qui furent très probablement écrits dans la période 259 - 210 av. J. -C.	-	-
	Phare Hachette	-	2 000 ans avant J.-C. les Égyptiens utilisaient la corde à 13 nœuds espacés de la même distance pour construire des angles droits.	- Un problème gravé sur une tablette d'argile assyrienne datant du VII^{ème} siècle avant J.-C. - « Plimpton 322 » est une tablette en

				argile cuite d'origine babylonienne (-1 800 avant J.-C.) qui permet de trouver des triplets pythagoriciens.
	Prisme Belin	-	-	Plus ancienne démonstration du théorème de Pythagore inscrite sur une tablette d'argile babylonienne (1 800 avant notre ère).
	Transmath	-	Les Égyptiens utilisaient une corde formée de 12 parties de même longueur délimitées par des nœuds.	-
	Triangle Hatier	-	Les Égyptiens savaient vérifier que des angles étaient droits grâce à une corde à 13 nœuds régulièrement espacés.	- Sur une tablette d'argile babylonienne datant de – 1 800, sont notées des longueurs de côtés de triangles rectangles qui montrent que cette formule était déjà connue. - on a trouvé sur une tablette babylonienne datant de 1 900 ans avant J.-C. les dimensions de 15 triangles rectangles.
	Excellence	-	-	-
	CIAM	-	-	-
	USAID	-	-	-

Tableau 4.2. Les sources primaires les plus citées dans le chapitre « Théorème de Pythagore ».

Dans les sources primaires les plus citées, on distingue trois catégories :

- Les ouvrages historiques mis à contribution pour intégrer l'Histoire que sont « Les Éléments d'Euclide » et les « Neuf chapitres sur les procédures mathématiques » des Chinois. Le premier ouvrage est convoqué par les auteurs de la collection « Diabolo Hachette » pour exposer la démonstration du théorème de Pythagore par Euclide et le deuxième ouvrage est introduit par la collection « Nouveau prisme » pour faire découvrir au lecteur l'équivalent chinois du théorème de Pythagore : le théorème de Gou-gu.

- Les instruments historiques qui concernent pour ce chapitre la « corde à 13 nœuds », évoquée par quatre collections attribuant toutes la paternité de cet instrument aux Égyptiens. Les informations données par les quatre collections sont complémentaires et ont trait à l'utilisation de la corde par les Égyptiens 2 000 ans avant J.-C. pour construire des angles droits ou bien pour vérifier que des angles sont droits. La « corde à 13 nœuds » est définie à travers ces quatre collections comme une corde formée de 12 parties de même longueur, délimitée par 13 nœuds.
- Les tablettes que sont la tablette d'argile assyrienne datant du VII$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. et la tablette « Plimpton 322 » datant de 1800 avant J.-C. et non de – 1800 avant J.-C. Ces deux tablettes, sur lesquelles sont gravés des problèmes ou notions mathématiques sont faites en argile et sont d'origine babylonienne. En effet il y a 4 000 ans, les Babyloniens écrivaient sur des tablettes d'argile fraiche qu'ils laissaient sécher au soleil, ce qui permettait de conserver les documents écrits.

  La tablette assyrienne est évoquée dans la collection « Phare Hachette» ainsi que la tablette « Plimpton 322 » qui apparait aussi dans les collections « Prisme Belin » et « Triangle Hatier » mais sans l'appellation « Plimpton 322 », qui est le nom du collectionneur américain qui l'a recueillie. Cependant l'information donnée par la collection « Prisme Belin », qui indique que « *la plus ancienne démonstration du théorème de Pythagore est inscrite sur cette tablette* », devrait être modifiée. En effet la tablette « Plimpton 322 » donne une liste de nombres agencés en 4 colonnes comportant des triplets pythagoriciens. Comment ces colonnes de nombres peuvent-elles constituer une démonstration ? Ne situe-t-on pas la naissance de la démonstration en Grèce, bien après la civilisation babylonienne ?

- Stratégies utilisées par les collections pour intégrer l'histoire des mathématiques

Stratégies utilisées		Introduction du chapitre	Activités	Bulles historiques	Exercices
Collection	**Diabolo Hachette**	-	Activité de démonstration du théorème de Pythagore, inspirée de celle faite par Euclide aux environ de l'an 300 avant J.-C.	-	-
	Dimathème	-	Activité d'utilisation d'un instrument historique, la corde des 13 nœuds, pour obtenir un triangle rectangle.	Évocation de la vie de Pythagore.	-

	Nouveau prisme Belin	Évocation du théorème de Gou-gu l'équivalent chinois du théorème de Pythagore.	- Activité de démonstration du résultat obtenu par Hippocrate sur l'aire des lunules. - Activité de recherche sur la quadrature du cercle et sur Hippocrate.	Évocation du travail accompli par Hippocrate sur les lunules.	-
	Phare Hachette	La corde des 13 nœuds a servi pour l'introduction du chapitre.	Activité de découverte portant sur les triplets pythagoriciens figurant sur tablette Plimpton 322.	Informations sur Pythagore, sa vie et sur le théorème qui porte son nom.	- Résolution d'un problème extrait d'une tablette d'argile assyrienne datant du VII^{ème} siècle avant J.-C. - Résolution du problème des lunules d'Hippocrate.
	Prisme Belin	Trois bulles historiques sur le nombre de démonstrations du théorème de Pythagore, la démonstration la plus ancienne et celles faites par des célébrités, en guise d'introduction du chapitre.	-	Quelques informations sur Hippocrate de Chios qu'il ne faut pas confondre avec Hippocrate de Cos le père du fameux serment prêté par les médecins.	Résolution d'un exercice portant sur les lunules d'Hippocrate.
	Transmath	-	Activité de construction de triangles à l'aide de la corde à 13 nœuds des Égyptiens.	Informations sur Pythagore et sur le théorème qui porte son nom.	-
	Triangle Hatier	Bulle historique sur Pythagore et sur une tablette babylonienne.	-	Des informations sur : - Pythagore ; - la corde à 13 nœuds des Égyptiens ; - une tablette babylonienne datant de 1900 ans avant J.-C. Présentation de la démonstration chinoise (III^{ème} siècle avant J.-C.)	Résolution d'un problème datant de près de 4 000 ans, retrouvé sur une tablette en Mésopotamie.

				à partir d'un puzzle.	
	Excellence	Bulle historique sur les différentes appellations du théorème de Pythagore.	-	-	-
	CIAM	-	-	-	-
	USAID	-	-	-	-

Tableau 4.3. Les différentes façons d'intégrer l'Histoire à travers le chapitre « Théorème de Pythagore ».

L'intégration de l'Histoire dans ces manuels s'est faite à travers les modes suivants :

- l'introduction du chapitre, par des informations sur Pythagore évoquant la période durant laquelle il a vécu, son lieu de naissance, les voyages qu'il a effectués, l'école qu'il a fondée, les domaines mathématiques sur lesquels il a travaillé, etc. Les différentes appellations du théorème de Pythagore, les multiples démonstrations de ce théorème, les triplets pythagoriciens inscrits sur des tablettes babyloniennes et la corde à 13 nœuds sont aussi mentionnés sur la page d'introduction. Ces informations, éparpillées dans les différentes collections, sont nombreuses, très riches et sont toutes pertinentes pour introduire le « Théorème de Pythagore ».
- Les activités de construction, de recherche, de démonstration, de découverte ou d'utilisation d'instruments historiques ont permis aux auteurs de faire allusion à l'Histoire des mathématiques et d'engager les élèves dans des travaux réalisés par les anciens. Il s'agit d'activités permettant à l'élève de reprendre une démonstration ancienne comme celle proposée par Euclide, d'activités de résolution de problèmes célèbres comme celui des « lunules d'Hippocrate », de construction d'angles droits avec la corde à 13 nœuds des Égyptiens, etc. Ces activités donnent l'occasion aux élèves de confronter les méthodes anciennes avec celles actuelles, pour leur permettre de prendre conscience de l'évolution des techniques conçues d'une civilisation à une autre, d'une époque donnée à aujourd'hui.
- Les bulles ou capsules historiques qui sont présentes un peu partout dans les manuels et qui dans certaines situations se contentent de faire passer une information, mais donnent dans d'autres cas des informations sur lesquelles le lecteur s'appuie pour résoudre des problèmes ou faire de la recherche. Les bulles relatent des informations en rapport avec Pythagore et le théorème qu'on lui attribue.
- Les exercices proposés dans ce chapitre concernent des exercices retrouvés sur des tablettes babyloniennes ou des exercices conçus à partir de problèmes célèbres comme les lunules d'Hippocrate. Parmi ces exercices, il nous semble que les plus formateurs sont ceux qui mettent en parallèle les méthodes de résolution anciennes et celles actuelles.

Les bulles historiques, les sources primaires et les différents modes d'intégration de l'Histoire qu'on retrouve dans ces manuels sont riches, variés et peuvent constituer une source d’inspiration pour le professeur soucieux d’introduire une perspective historique dans l’enseignement des mathématiques.

IV.3.2. Analyse des aspects historiques du chapitre « Équations » dans les manuels de 4ème de mathématiques

Nous avons repris les manuels analysés dans la partie IV.3.1 pour examiner cette fois ci la prise en charge de l’Histoire dans le chapitre « Équations ». Toutefois les livres de 4ème des collections Diabolo Hachette et Prisme Belin ont été remplacés par ceux des collections Horizon Didier et Zenius Magnard en raison de leur richesse en informations historiques sur le sujet d’étude.

IV.3.2.1. La collection Dimathème Didier

Présentation

La collection consacre toute la page 81 du manuel de Quatrième, au mathématicien arabe Al-Khwârizmî, en guise d’introduction du chapitre « Équations ». Selon les auteurs Al-Khwârizmî a vécu à Bagdad au IXème siècle et a rédigé un ouvrage intitulé *Al-jabr*, (d’où vient le mot Algèbre), traduit par « remise en place », qui décrit des méthodes de résolution d’équations. La page est illustrée par la statue d’Al-Khwârizmî et la fin de la préface d’*Al-jabr* traduite en français.

A la page 83, les auteurs montrent à travers un exemple, l’utilisation de la technique *Al-muqabala* qu’Al-Khwârizmî a léguée à la postérité, avant de demander au lecteur de l’appliquer à deux équations.

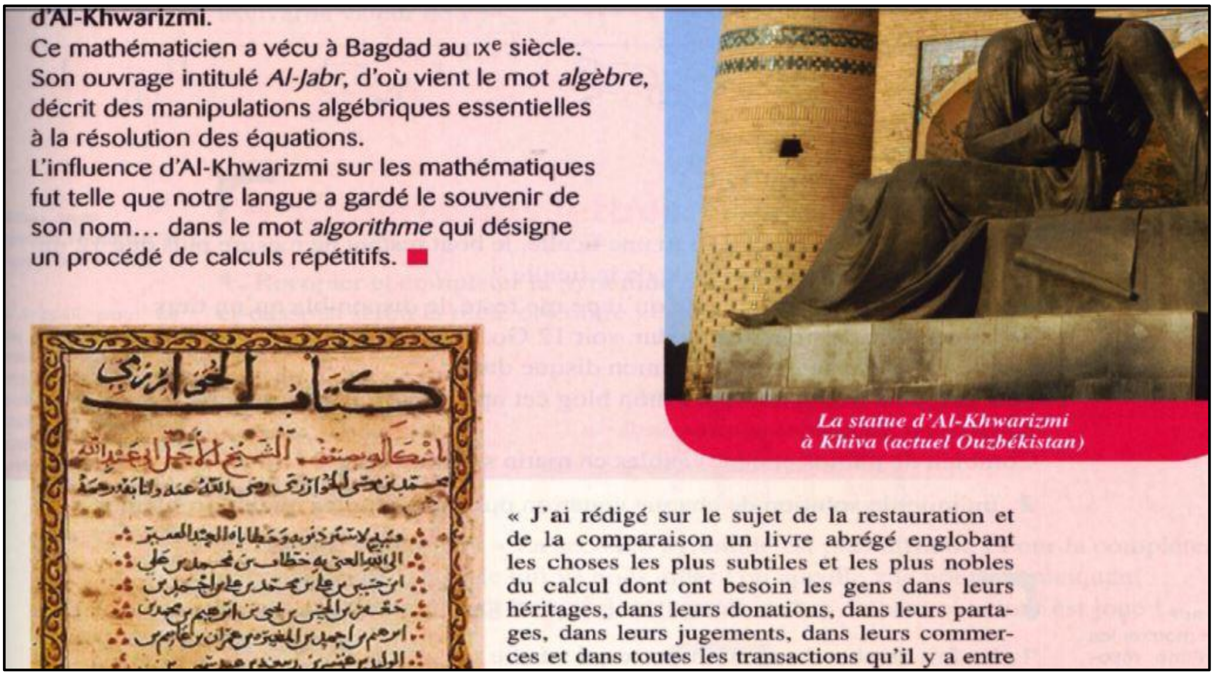


Figure 4.24. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Dimathème Didier, 2007 , p. 81.

Analyse

Les auteurs du manuel s'appuient sur Al-Khwârizmî et son ouvrage intitulé *Al-jabr* pour introduire le chapitre « Équations ». Al-Khwârizmî précise dans la préface d'*Al-jabr* que le livre englobe :

> « *les choses les plus subtiles et les plus nobles du calcul dont ont besoin les gens dans leurs héritages, dans leurs donations, dans leurs partages, dans leurs jugements, dans leurs commerces et dans toutes transaction qu'il y a entre eux à propos de l'arpentage des terres, du creusement des canaux, de la géométrie et d'autres choses relatives à ses aspects et à ses arts* ».

Cette description renseigne sur le côté utilitaire des mathématiques arabes qui répondent à des besoins de la société. Elles ressemblent en cela aux mathématiques égyptiennes et babyloniennes, sauf que dans les mathématiques arabes un effort est fait dans la classification des problèmes et la détermination de méthodes de résolution pour chaque type de problèmes.
L'illustration de la technique de résolution d'équation « Al-muqabala » et l'application de cette technique à deux équations, permet à l'élève de s'approprier une méthode de résolution d'équations, élaborée au IX^{ème} siècle et encore utilisée de nos jours. La technique de résolution est accessible à l'élève car elle repose essentiellement d'une part sur la notion d'« opposé d'un nombre rationnel » et sur la propriété « addition et égalité » pour Al-jabr et d'autre part sur la notion d' « inverse d'un nombre rationnel » et la propriété « multiplication et égalité » pour Al-muqabala. Toutes ces notions et propriétés sont traitées en 4ème et les appliquer dans le contexte de résolution d'équation ne doit pas poser de problèmes aux élèves.
On constate toutefois que le titre de l'ouvrage d'Al-Khwârizmî n'est pas « Al-jabr » comme mentionné dans le manuel de 4ème, mais plutôt « Kitab al-mukhtasar Fi hisab al-jabr wal muqabalah » qui signifie : « Précis sur le calcul de la restauration et de la simplification ». Cette troncature du titre s'explique surement par le souci de simplifier l'information.

IV.3.2.2. La collection Horizon Didier

Présentation

Cette collection introduit les équations par un fragment historique qui informe à la page 108 du manuel de 4ème qu'Al-Khwârizmî était un astronome et un mathématicien parmi les plus connus de la Maison de la sagesse à Bagdad au IX^{ème} siècle. Dans l'un de ses manuels, intitulé « Kitab al-mukhtasar Fi hisab al-jabr wal muqabalah », qui marque le début de l'Algèbre, il présente une classification des équations et des méthodes de résolution pour chacune d'entre-elles. Ces informations sont suivies d'un sujet d'exposé demandant aux élèves de rechercher le nom d'autres mathématiciens arabes et de citer quelques-uns de leurs travaux.
Un problème posé et traité par Al-Khwârizmî est proposé à la page 127 (Fig. 4.25) ; il porte sur un calcul d'aires de triangles, résultat que l'élève doit justifier ou vérifier.

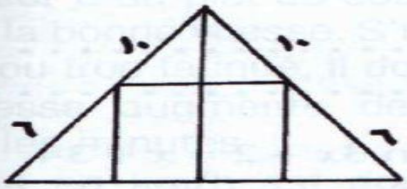
Analyse

L'astronome et mathématicien Al-Khwârizmî occupe toute une page pour introduire le chapitre « Résolution de problèmes ». Cet honneur fait au mathématicien arabe est le fruit du travail énorme qu'il a réalisé dans la résolution des équations ; d'ailleurs le mot algorithme, qui désigne un procédé de calculs répétitifs, vient de son nom.

Le travail de recherche demandé, pour retrouver d'autres mathématiciens de la civilisation arabo-musulmane et leurs travaux, va permettre aux élèves de se familiariser avec d'autres figures marquantes des mathématiques arabes, mais aussi avec les nouvelles technologies comme le moteur de recherche Google qui est un des outils les plus rapides et les plus prolifiques pour trouver des informations historiques. Toutefois Mattiussi (2013, p. 62) rappelle que de nos jours « *l'inconvénient, le handicap, ce n'est plus le déficit ou la misère de l'information, mais son excédent, sa surabondance, la pléthore et l'infinie diversité des sources. Choisir la bonne information est un défi à chaque fois* ».

79 Suite du problème d'Al-Khwārizmī
(chapitre 5, activité 7)

نصف شيء فيكون ستة أشياء إلا نصف مال وهو تكسير المثلثين جميعاً اللتين هما على جنبتي المربعة . فأما تكسير المثلثة العليا فهو أن تضرب ثمانية غير شيء وهو العمود فى نصف شيء فيكون أربعة أشياء إلا نصف مال فهذا هو تكسير المربعة وتكسير الثلاث مثلثات وهو عشرة أشياء تعدل ثمانية وأربعين هو تكسير المثلثة العظمى فالشيء الواحد من ذلك أربعة أذرع واربعة أخماس ذراع وهو كل جانب من المربعة وهذه صورتها .



Le terrain est un triangle isocèle de côté 10 coudées et de hauteur 8 coudées.
Al-Khwārizmī poursuit ses calculs en écrivant :

Quant à l'aire du triangle supérieur, c'est en multipliant huit moins une *chose*, et c'est la hauteur, par la moitié d'une *chose* ; il vient quatre *choses* moins la moitié d'un *bien*.

Figure 4.25. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Horizon Didier, 2011, p. 127.

L'enseignant doit former l'élève à trouver l'information fiable, en dehors de tout chauvinisme, qui va le conforter dans l'idée que toutes les civilisations ont, à un moment donné de l'Histoire, contribué à l'essor des mathématiques.
Concernant le problème d'Al-Khwârizmî, il demande de :

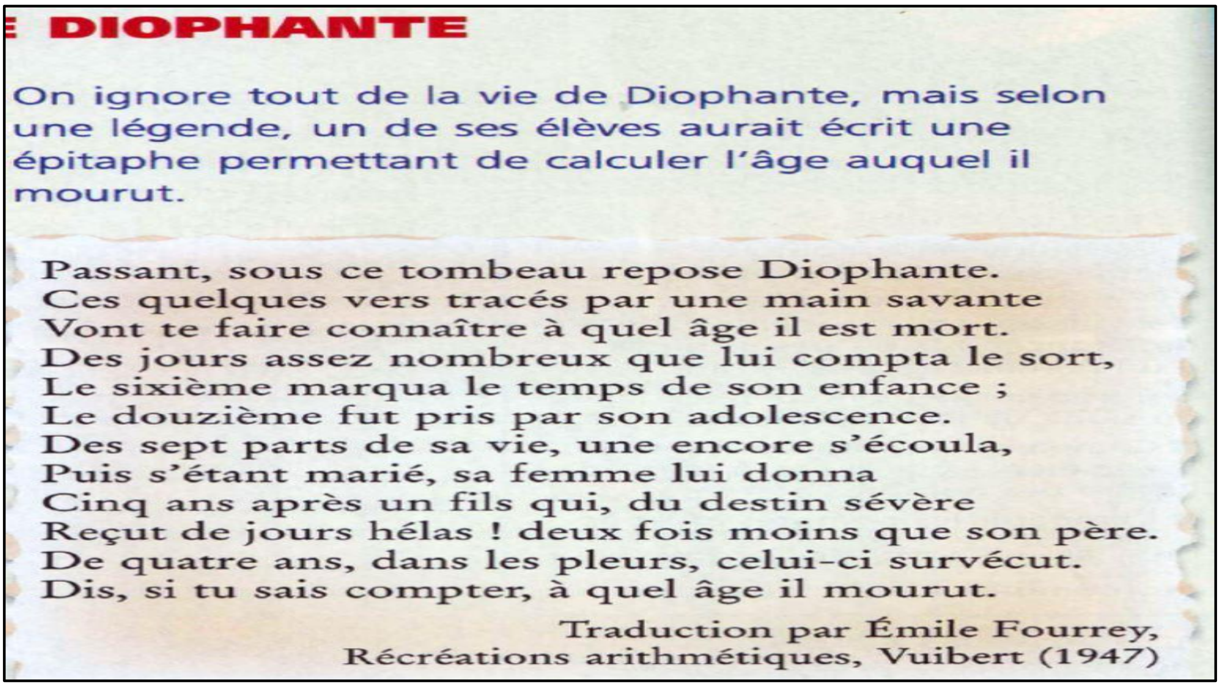
a) *Justifier que l'aire du triangle supérieur est celle donnée par Al-Khwârizmî. On désigne une chose par l. Ecrire cette aire en fonction de l.*
   (Ceci est l'aire du carré et des trois triangles, et c'est dix choses, qui égalent quarante-huit, et c'est l'aire du grand triangle).
b) *Calculer l'aire du grand triangle. Pourquoi l'aire du carré et des trois triangles est-elle égale à dix choses ? Quelle équation obtient Al-Khwârizmî ?*
   (De cela la chose est quatre coudées et quatre cinquièmes de coudées et c'est chacun des côtés de la terre cachée).
c) *Vérifier la solution d'Al-Khwârizmî.*

Le problème est très difficile à comprendre avec sa formulation qui alterne les questions (justifier, calculer, vérifier etc.) et les explications (phrases entre parenthèses) d'Al-Khwârizmî, en plus des mots non usuels (chose, coudées, etc.) utilisés dans l'énoncé.

IV.3.2.3. La collection Nouveau prisme Belin

Présentation

La collection dédie la page 105 du manuel de $4^{\text{ème}}$, au mathématicien grec Diophante d'Alexandrie ($\text{III}^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.) surnommé le père de l'Algèbre et surtout connu pour son traité « Arithmétique » et les équations qui portent son nom : les équations diophantiennes. On ignore tout de la vie de Diophante, mais selon une légende, l'un de ses élèves aurait écrit une épitaphe permettant de calculer l'âge auquel il mourut. Trois exercices sont ensuite proposés, l'un portant sur l'âge de Diophante à sa mort, le deuxième consacré à une recherche sur Diophante et le troisième ayant trait aux équations diophantiennes.



DIOPHANTE

On ignore tout de la vie de Diophante, mais selon une légende, un de ses élèves aurait écrit une épitaphe permettant de calculer l'âge auquel il mourut.

Passant, sous ce tombeau repose Diophante.
Ces quelques vers tracés par une main savante
Vont te faire connaître à quel âge il est mort.
Des jours assez nombreux que lui compta le sort,
Le sixième marqua le temps de son enfance ;
Le douzième fut pris par son adolescence.
Des sept parts de sa vie, une encore s'écoula,
Puis s'étant marié, sa femme lui donna
Cinq ans après un fils qui, du destin sévère
Reçut de jours hélas ! deux fois moins que son père.
De quatre ans, dans les pleurs, celui-ci survécut.
Dis, si tu sais compter, à quel âge il mourut.

Traduction par Émile Fourrey,
Récréations arithmétiques, Vuibert (1947)

Figure 4.26. Extrait du manuel de mathématiques de $4^{\text{ème}}$, Nouveau prisme Belin, 2011, p. 105.

Analyse

La vie de Diophante n'étant pas connue avec précision, les auteurs du manuel lui ont consacré un atelier de découverte à travers des informations sur le mathématicien, qui sont par la suite exploitées sous forme d'exercice. L'élève peut, en activité de recherche, résoudre cet exercice qui demande la maîtrise des fractions et de la mise en équation. Toutefois un problème de cohérence se pose avec les auteurs qui mentionnent que Diophante est un Grec alors qu'au niveau du sujet d'exposé ils ont affirmé qu'il ne l'est pas, pour certains historiens. Concernant les équations diophantiennes proposées dans deux exercices, elles ne sont certes pas au programme, mais un bon questionnement a été proposé pour permettre à l'élève de découvrir leurs solutions. Cet exemple nous enseigne qu'on peut concevoir une activité pertinente avec des concepts mathématiques hors programme.

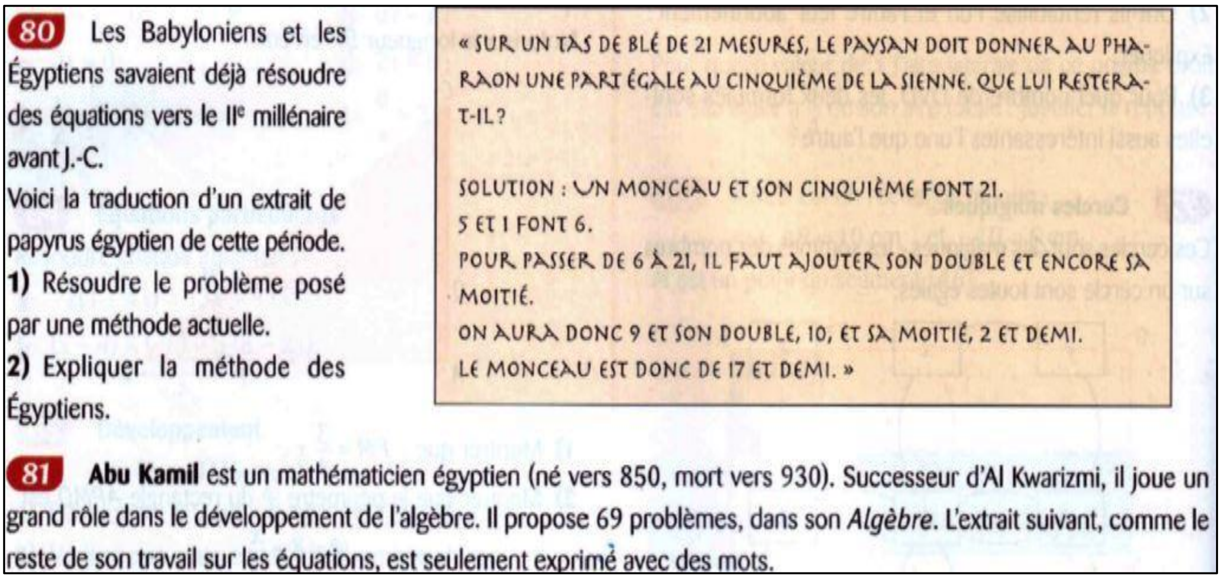
IV.3.2.4. La collection Phare Hachette

Présentation

Dans cette collection, le chapitre « Équations » est introduit à la page 85 du manuel de 4ème par l'origine de l'inconnue *x*. Selon les auteurs, nous devons cette désignation au mathématicien arabe Al-Khwârizmî (environ 780 – 850 après J.-C.) qui, dans son manuscrit traitant de la résolution des problèmes, appelle l'inconnue d'une équation « Šaỳ » qui signifie littéralement chose. Les premières traductions en Latin ont transcrit phonétiquement ce mot par « Xay » et au fil du temps on n'a conservé que l'initiale « *x* » qui deviendra la désignation habituelle de l'inconnue par les mathématiciens.

Deux exercices de recherche sont ensuite proposés à la page 98. Le premier exercice est un extrait de papyrus portant sur la méthode égyptienne de résolution de problèmes ; on y apprend que les Babyloniens et les Égyptiens savaient déjà résoudre des équations vers le IIème millénaire avant J.-C.

Le second exercice est un extrait des 69 problèmes du mathématicien égyptien Abu Kamil, né vers 850 et mort vers 930. Ces problèmes sont proposés dans son « Algèbre » et l'extrait est un problème de mise en équation qui porte sur le nombre de jours de travail d'un salarié.



80 Les Babyloniens et les Égyptiens savaient déjà résoudre des équations vers le IIe millénaire avant J.-C.
Voici la traduction d'un extrait de papyrus égyptien de cette période.
1) Résoudre le problème posé par une méthode actuelle.
2) Expliquer la méthode des Égyptiens.

« SUR UN TAS DE BLÉ DE 21 MESURES, LE PAYSAN DOIT DONNER AU PHARAON UNE PART ÉGALE AU CINQUIÈME DE LA SIENNE. QUE LUI RESTERA-T-IL ?

SOLUTION : UN MONCEAU ET SON CINQUIÈME FONT 21.
5 ET 1 FONT 6.
POUR PASSER DE 6 À 21, IL FAUT AJOUTER SON DOUBLE ET ENCORE SA MOITIÉ.
ON AURA DONC 9 ET SON DOUBLE, 10, ET SA MOITIÉ, 2 ET DEMI.
LE MONCEAU EST DONC DE 17 ET DEMI. »

81 **Abu Kamil** est un mathématicien égyptien (né vers 850, mort vers 930). Successeur d'Al Kwarizmi, il joue un grand rôle dans le développement de l'algèbre. Il propose 69 problèmes, dans son *Algèbre*. L'extrait suivant, comme le reste de son travail sur les équations, est seulement exprimé avec des mots.

Figure 4.27. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Phare Hachette, 2007, p. 98.

Analyse

Dans l'introduction de ce chapitre, les auteurs font part au lecteur de l'évolution de l'inconnue d'une équation, de l'appellation « Šaỳ » d'Al-Kwârizmî, à la lettre « *x* ». La description de cette évolution peut contribuer à démythifier l'inconnue « *x* » et permettre à l'élève une meilleure compréhension de cette lettre de l'alphabet qui joue un rôle important dans les mathématiques enseignées.

Concernant les exercices proposés, ils sont intéressants car ils permettent aux élèves de découvrir les mathématiques d'une autre époque, d'une autre civilisation, mais aussi de comparer les méthodes actuelles de résolution d'équations avec d'autres plus anciennes, ce

qui permet à l'élève de se faire une idée du chemin parcouru dans la construction des mathématiques.
La résolution de l'équation par la méthode actuelle est simple car elle fait appel à une mise en équation, ce qui n'est pas le cas de l'explication de la méthode égyptienne, qui ressemble au départ à la méthode de fausse position. En effet pour les auteurs du manuel l'Égyptien de cette époque procède comme suit :

- Il sait que $x + \frac{1}{5}(x) = 21$
- Il essaye une valeur prise au hasard pour *x* (la fausse position) ; par exemple 5.
- Il remplace *x* par 5 et obtient 5 + $\frac{1}{5}(5) = 5 + 1 = 6$.

Le reste devient incompréhensible pour trois raisons :

- la méthode dit que « pour passer de 6 à 21, il faut ajouter son double et encore sa moitié ». Il aurait fallu dire « pour passer de 6 à 21, il faut **lui** ajouter son double et encore sa moitié », soit 6 + 2×6 + 6/2 = 21.
- L'explication comporte une erreur numérique « On aura donc 9 (ils ont mis **9** au lieu de **5**) et son double 10 et sa moitié 2,5 ; ce qui donne 17,5 ».
- En sus elle est ambiguë. Il aurait été plus clair de dire « On aura donc 5 plus le double de 5 soit 10 plus la moitié de 5, ce qui donne 17,5 ».

Enfin présenter en complément la solution par un tableau de proportionnalité aurait pu mieux éclairer la démarche, qui reste un peu « magique » telle qu'elle est rédigée.

IV.3.2.5. La collection Transmath

Présentation

Le manuel de 4$^{\text{ème}}$ renseigne à la page 105, sur la manière dont on résolvait les équations au XVI$^{\text{ème}}$ siècle. Cette méthode est tirée d'un ouvrage de la renaissance italienne rédigé par Francesco Galighai (1522).

Comment résolvait-on certaines équations au XVIe siècle ?

Dans un ouvrage de la Renaissance Italienne, Francesco Galighai (1522) résout le problème ci-dessous. Voici comment.

Le miracle de la croix au Lorenzo à Venise en 137
l'huile de Gentile Bellini, 1

Trouve un nombre tel que, si l'on soustrait les $\frac{2}{3}$ de ce nombre, il reste $\frac{3}{4}$.

a. Galighai suppose que ce nombre est 6, il lui soustrait les $\frac{2}{3}$ de 6. Combien trouve-t-il ?

b. Il calcule alors la quatrième proportionnelle manquante du tableau ci-dessous. Combien trouve-t-il ?

6 →	2
? →	$\frac{3}{4}$

c. Vérifier que le nombre trouvé est solution du problème.

Figure 4.28. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Transmath, 2011, p. 105.

Analyse

Transmath fait découvrir à l'élève une méthode utilisée au XVIème siècle pour résoudre un problème de mise en équation.

Pour trouver le nombre cherché Galighai essaye 6 (un nombre pour lequel il peut facilement calculer les $\frac{2}{3}$) et en faisant la soustraction il trouve 2. Ensuite il utilise la quatrième proportionnelle ou la « règle de 3 » pour trouver $\frac{9}{4}$ le nombre cherché. La question c) qui porte sur la vérification est importante ; elle peut rassurer l'élève car la résolution s'est faite à partir d'une valeur choisie au hasard ; d'ailleurs les auteurs auraient pu aller plus loin en demandant à l'élève d'essayer un autre nombre (par exemple 9) pour lui montrer que quel que soit le nombre choisi, il arrivera à la même solution. Cette technique rappelle la méthode de la fausse position des Égyptiens qui a sûrement traversé tous les siècles jusqu'à la Renaissance italienne. Toutefois à côté de cette résolution, les auteurs auraient pu proposer une méthode actuelle comme la mise en équation et engager le lecteur à une comparaison entre les deux méthodes.

IV.3.2.6. La collection Triangle Hatier

Présentation

L'histoire dans le chapitre « Équation » est évoquée à la page 85 du manuel de 4ème par une bulle historique et deux exercices :

- La bulle intitulé « Triangle info magazine » nous apprend que les Égyptiens et les Babyloniens savaient, il y a 2 000 ans, traiter des problèmes que nous résolvons aujourd'hui avec des équations. Toutefois, les Égyptiens et les Babyloniens ne disposaient pas de notations algébriques et ignoraient l'utilisation des lettres dans les calculs.
- Quant au premier exercice (Fig. 4.29), il propose aux élèves un problème donné par le mathématicien arabe Abu Kamil (850 – 930) qui a continué l'œuvre d'Al-Khwârizmî.
Pour ce qui est du deuxième exercice, il expose une méthode de résolution utilisée par les Égyptiens pour les problèmes classiques de partage de récolte. Les élèves sont ensuite invités à appliquer cette méthode et celle utilisant les équations pour le même problème.

Analyse

La stratégie adoptée par les auteurs du manuel pour intégrer l'Histoire dans le chapitre « Équation » nous semble pertinente. En effet après la bulle historique sur les problèmes traités par les Égyptiens et les Babyloniens il y a 2 000 ans, les auteurs exposent une méthode égyptienne de résolution de problème avant de proposer aux élèves des problèmes à résoudre, en utilisant la méthode égyptienne et celle des équations. La méthode égyptienne peut paraître plus simple, mais elle n'est valable que pour les équations de la forme $x + ax = b$, ce qui ne correspond pas à une méthode de mise en équation qui doit être plus générale.
Les mathématiques arabes ne sont pas en reste avec le problème d'Abu Kamil, qui est certes intéressant et qu'on peut résoudre par une mise en équation ; mais le lecteur n'est pas informé de la méthode utilisée par les Arabes pour résoudre ce type de problème.

126 Voici un problème classique de partage de récolte que les Égyptiens devaient savoir résoudre.

Sur un tas de blé de 21 mesures, un paysan doit donner une part égale au cinquième de sa part au pharaon.
Combien de mesures va-t-il lui rester ?

a) Résoudre ce problème en appelant x la mesure qui lui reste.

b) Voici la méthode utilisée par les Égyptiens.

La part du paysan et son cinquième font 21. 5 et 1 font 6. Pour passer de 6 à 21, il faut ajouter à 5 son double et sa moitié. On aura donc 5 et son double 10 et sa moitié 2,5.
La part du paysan est donc de 17,5 mesures.

Appliquer cette méthode pour une récolte de 15 mesures et vérifier votre résultat en mettant le problème en équation.

c) Voici un autre problème de partage.

Sur un tas de blé de 24 mesures, un paysan doit donner une part égale au septième de sa part au pharaon.
Combien de mesures va-t-il lui rester ?

(1) Résoudre ce problème en utilisant une équation.

(2) Adapter la méthode des Égyptiens à ce problème.

TRIANGLE Info MAGAZINE

Partage de récolte

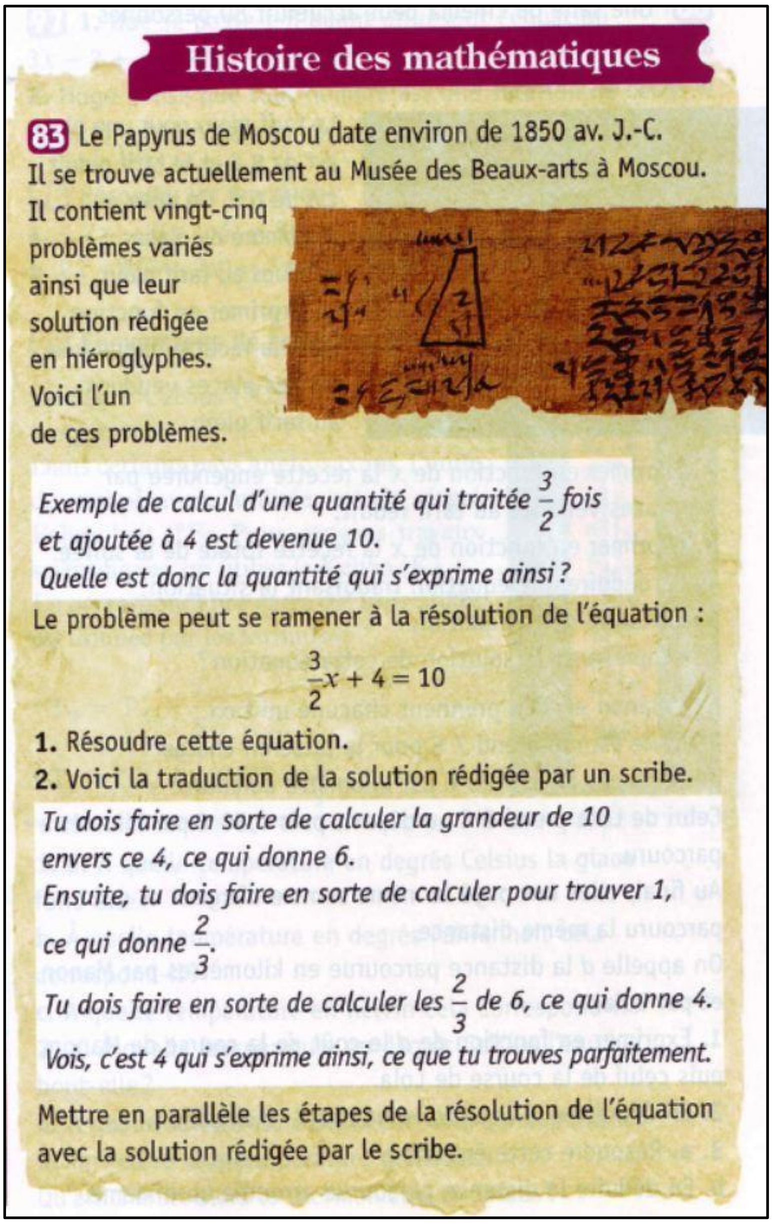
Il y a 2 000 ans, les Égyptiens et les Babyloniens savaient résoudre des problèmes que nous résolvons maintenant avec des équations. Mais ils ne disposaient pas des notations algébriques (en particulier, ils ne connaissaient pas l'utilisation des lettres dans les calculs). Aussi pour chaque problème ils décrivaient la méthode de résolution.

Figure 4.29. Extrait du manuel de mathématiques de 4ème, Triangle Hatier, 2011, p. 85.

IV.3.2.7. La collection Zenius Magnard

Présentation

L'Histoire des mathématiques est évoquée à la page 101 du manuel de 4ème à travers un exercice qui s'appuie sur l'un des 25 problèmes contenus dans le papyrus de Moscou (1 850 avant J.-C.). L'exercice met en parallèle les étapes de résolution moderne d'une équation et celles proposées sur le papyrus.
Un problème grec datant d'environ 500 après J.-C. (épitaphe du tombeau de Diophante selon la légende) est proposé à la page 106 aux élèves, comme support pour les engager dans une activité de recherche.



Histoire des mathématiques

83 Le Papyrus de Moscou date environ de 1850 av. J.-C.
Il se trouve actuellement au Musée des Beaux-arts à Moscou.
Il contient vingt-cinq problèmes variés ainsi que leur solution rédigée en hiéroglyphes.
Voici l'un de ces problèmes.

Exemple de calcul d'une quantité qui traitée $\frac{3}{2}$ fois et ajoutée à 4 est devenue 10.
Quelle est donc la quantité qui s'exprime ainsi ?

Le problème peut se ramener à la résolution de l'équation :

$$\frac{3}{2}x + 4 = 10$$

1. Résoudre cette équation.
2. Voici la traduction de la solution rédigée par un scribe.

Tu dois faire en sorte de calculer la grandeur de 10 envers ce 4, ce qui donne 6.
Ensuite, tu dois faire en sorte de calculer pour trouver 1, ce qui donne $\frac{2}{3}$.
Tu dois faire en sorte de calculer les $\frac{2}{3}$ de 6, ce qui donne 4.
Vois, c'est 4 qui s'exprime ainsi, ce que tu trouves parfaitement.

Mettre en parallèle les étapes de la résolution de l'équation avec la solution rédigée par le scribe.

Figure 4.30. Extrait du manuel de mathématiques de $4^{\text{ème}}$, Zénius Magnard, 2011, p. 101.

Analyse

L'option consistant à proposer aux élèves un problème égyptien avec sa solution, trouvé dans un document qui date de – 1 850 permet à l'élève de comprendre que l'homme a commencé à faire des mathématiques bien avant notre ère et que les techniques de résolution utilisées à l'époque diffèrent des nôtres. En outre la comparaison de la méthode utilisée par le scribe et celle actuelle, permet à l'élève de voir que les mathématiques, connaissent des évolutions à travers des techniques ou connaissances sans doute plus performantes, plus pratiques ou plus générales que celles qui leur sont antérieures, mais qui ne les rendent pas caduques.
En outre le support proposé, concernant l'épitaphe du tombeau de Diophante devrait aiguiser la curiosité des élèves et les engager dans une recherche qui leur permettrait de découvrir Diophante, mais surtout de rechercher la solution au problème gravé sur l'épitaphe de son tombeau.

IV.3.2.8. La collection Excellence

Présentation

Aucune référence à l'Histoire des mathématiques n'est notée dans le chapitre « Équations » du manuel de $4^{ème}$.

Analyse

Le manuel est édité en 2008, période récente où l'information historique sur les « Équations » n'était pas difficile à trouver. Donc l'absence de référence historique dans ce manuel traduit soit un manque d'intérêt des auteurs pour l'Histoire des mathématiques, soit leur méconnaissance de cette nouvelle discipline. Pourtant quelques efforts ont été faits par les mêmes auteurs au niveau de l'introduction du chapitre « Triangle rectangle », ce qu'ils auraient pu reproduire pour les équations.

IV.3.2.9. La collection CIAM

Présentation

Le chapitre « Équations » est introduit à la page 161 par l'évocation du livre de l'astronome Mohamed ibn Musa Al-Khwârizmî (vers 783 – 850) écrit en 830. Al-Khwârizmî présente dans ce manuel intitulé « Hisab al-jabr w'al-muqabalah » des méthodes de résolution d'équations.
A la page 176 les auteurs proposent aux élèves la résolution du problème 31 du papyrus de Rhind qui date d'environ 6000 ans (selon les auteurs, voir IV.3.2.11) et qui contient 87 problèmes avec leurs solutions.

Analyse

Contrairement à la leçon « Triangle rectangle » où aucune information historique n'est mentionnée, les auteurs introduisent le chapitre « Équation » par Al-Khwârizmî, mais aussi proposent aux élèves un problème égyptien de mise en équation qui date d'environ 6000 ans. Cette démarche contribue à faire découvrir aux élèves des figures marquantes de l'Histoire des mathématiques, mais également les problèmes que résolvaient les anciens.
La présence dans un même manuel, de l'Histoire dans un chapitre, et son absence dans un autre où elle pouvait être intégrée, peut s'expliquer par le fait que l'éditeur n'en a pas fait une exigence ; ce qui donne une marge de manœuvre à l'auteur qui, en fonction de ses connaissances, peut intégrer l'Histoire dans un chapitre ou ne pas le faire.

IV.3.2.10. La collection USAID

Présentation

Aucun aspect historique sur les équations n'est mentionné dans le manuel.

Analyse

Le manuel de Quatrième – Troisième n'intègre pas l'Histoire des mathématiques car c'est une adaptation d'un ouvrage américain qui ne comporte pas des aspects historiques sur les équations.

IV.3.2.11. Étude comparative

L'étude comparative va s'intéresser aux mathématiciens les plus cités, aux sources primaires les plus utilisées et à la manière dont les auteurs des différentes collections s'y sont pris pour intégrer l'Histoire dans le chapitre « Équation ».

IV.3.2.11.1. Informations sur les mathématiciens les plus cités

	Nom des mathématiciens	Al-Khwârizmî	Abu Kamil	Diophante
Collection	**Dimathème**	Mathématicien qui a vécu à Bagdad au IX^{ème} siècle.	-	-
	Horizon Didier	Astronome et mathématicien qui fut un des membres les plus connus de la maison de la Sagesse à Bagdad.	-	-
	Nouveau prisme Belin	-	-	Mathématicien grec d'Alexandrie (III^{ème} siècle avant J.-C.), surnommé le « père » de l'Algèbre et surtout connu pour les équations qui portent son nom.
	Phare Hachette	Mathématicien arabe (environ 780 – 850 après J.-C.) qui a écrit un manuscrit d'Algèbre traitant de la résolution d'équations.	Mathématicien égyptien, né vers 850, mort vers 930 et successeur d'Al-Khwârizmî .	-
	Transmath	-	-	-
	Triangle Hatier	-	Mathématicien (850 – 930) qui a prolongé les travaux d'Al-Khwârizmî .	-
	Zénius Magnard	-	-	-
	Excellence	-	-	-
	CIAM	Mohamed ibn Musa Al-Khwârizmî est un astronome né vers 783 - 850.	-	-
	USAID	-	-	-

Tableau 4.4. Les mathématiciens les plus cités dans le chapitre « Equations ».

Les mathématiciens les plus cités dans les chapitres des manuels de 4ème de ces dix collections, concernant les équations, sont :

- Diophante, dont le nom est mentionné par une seule collection, le « Nouveau prisme Belin » ; ce qui est compréhensible car le mathématicien traite certes des équations, mais il est surtout connu pour ses équations, les équations Diophantiennes qui ne figurent que dans le programme de Terminale S1 (ancienne Terminale C) au Sénégal.
- Al-Khwârizmî qui constitue une référence historique du chapitre « Équations » pour la plupart des manuels analysés. C'est ainsi que quatre collections ont fait allusion à lui, avec des informations sur la période et lieu où il a vécu ainsi que le manuscrit d'Algèbre qu'il a écrit et qui traite de la résolution des équations. Ces informations sont complémentaires et ne se contredisent pas. Ceci est dû sûrement à la période qui n'est pas si lointaine, le IX^{ème} siècle qui a vu Al-Khwârizmî se faire un nom dans le domaine des équations.
- Abu Kamil qui est cité par les collections « Phare Hachette » et « Triangle Hatier » en précisant l'année de naissance et de décès du mathématicien qu'elles situent respectivement en 850 et en 930. Les deux collections indiquent en outre qu'Abu Kamil est un égyptien qui est considéré comme le successeur d'Al-Khwârizmî.

IV.3.2.11.2. Informations sur les sources primaires les plus citées

Source primaire		**Les ouvrages**	**Les papyrus**	**Autres**
Collection	**Dimathème**	L'ouvrage d'Al-Khwârizmî intitulé « Al-jabr », d'où vient le mot Algèbre, décrit des manipulations algébriques essentielles à la résolution des équations.	-	-
	Horizon - Didier	Le livre d'Al-Khwârizmî « Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wal-muqabalah » présente une classification des équations et des méthodes de résolution pour chacune d'entre elles.	-	-
	Nouveau prisme Belin	Le traité « Arithmétique » de Diophante est une œuvre de référence pour de grands mathématiciens comme Pierre de Fermat.	-	-
	Phare Hachette	- le manuscrit d'Algèbre d'Al-Khwârizmî traitant de la résolution d'équations. - l'« Algèbre » d'Abu Kamil contenant 69 problèmes.	Un papyrus égyptien du II^{ème} millénaire avant J.-C. qui contient des problèmes et leurs solutions.	-
	Transmath	Ouvrage de la Renaissance italienne qui présente des problèmes et leurs méthodes de résolution.	-	-

	Triangle Hatier	-	-	-
	Zenius Magnard	-	Le papyrus de Moscou qui date environ de 1850 avant J.-C. et qui se trouve actuellement au musée des beaux-arts à Moscou. Il contient 25 problèmes variés ainsi que leurs solutions rédigées en hiéroglyphes.	L'épitaphe du tombeau de Diophante constitué d'un problème grec datant d'environ 500 ans après J.-C.
	Excellence	-	-	-
	CIAM	Livre écrit en 830 par Al-Khwârizmî et intitulé « Hisab al-jabr w-al muqabala ».	Le papyrus de Rhind est un texte égyptien qui date d'environ 6000 ans.	-
	USAID	-	-	-

Tableau 4.5. Les sources primaires les plus citées à travers le chapitre « Équations ».

Les sources primaires mobilisées par les auteurs des manuels étudiés, peuvent être réparties en trois catégories :
- les ouvrages ou traités mathématiques historiques qui sont :

- le « Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wal-muqabala » qui décrit des manipulations algébriques essentielles à la résolution des équations ;
- l' « Algèbre » d'Abu Kamil contenant 69 problèmes dont un a fait l'objet d'une résolution dans la collection « Phare Hachette » ;
- l' « arithmétique » de Diophante cité par les auteurs de la collection « Nouveau prisme Belin » et qui le considère comme œuvre de référence pour de grands mathématiciens comme Fermat ;
- un ouvrage de la Renaissance italienne qui permet à la collection « Transmath » de montrer comment on résolvait les problèmes de mise en équation à cette époque.

Tous ces ouvrages sont cités une fois et par une seule collection sauf le traité d'Al-Khwârizmî qui apparait dans quatre collections ; ce qui fait de cet ouvrage une référence historique pour la résolution des équations en classe de 4ème.
- Les papyrus qui sont des feuilles faites à partir de la plante Cyperus papyrus. Les Égyptiens les utilisaient pour écrire des livres ou des actes manuscrits. Les collections de manuels ont ciblé deux papyrus que sont :

- le papyrus de Rhind[111], du nom de son acheteur l'écossais Alexander Henry Rhind, qui est l'un des plus importants documents mathématiques venant de l'Égypte ancienne. Il a été écrit vers 1550 avant notre ère par le scribe Âhmès, d'où le nom qui

[111]Voir sur http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1305. Consulté le 26 août 2019.

lui est parfois donné de « Papyrus d'Âhmès ». Ce qui est différent de l'information donnée par la collection CIAM qui date le papyrus à environ 6000 ans.

- Le papyrus de Moscou qui doit son nom au lieu où il est exposé, le musée des Beaux-Arts à Moscou. Il date d'environ 1850 avant J.-C. et contient 25 problèmes variés ainsi que leurs solutions rédigées en hiéroglyphes. Le papyrus de Moscou n'est pas aussi connu que le papyrus de Rhind et il n'apparaît que dans la collection « Zénius Magnard » avec un problème corrigé.

IV.3.2.11.3. Stratégies utilisées par les collections pour intégrer l'Histoire des mathématiques

<table>
<tr><th colspan="2">Stratégies utilisées</th><th>Introduction du chapitre</th><th>Activités</th><th>Bulles historiques</th><th>Exercices</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Collection</td><td>Dimathème</td><td>Un large extrait a été consacré à Al-Khwârizmî et à son ouvrage « Al-jabr ».</td><td>Application de la technique Al-muqabala qu'Al-Khwârizmî a développé dans son ouvrage « Al-jabr ».</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Horizon-Didier</td><td>Le chapitre est introduit par un rappel historique sur Al-Khwârizmî, son livre.</td><td>- Activité de recherche sur d'autres mathématiciens arabes.
- Activité d'appropriation de la résolution d'un problème proposé par Al-Khwârizmî.</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Nouveau prisme Belin</td><td>-</td><td>- Activité de résolution de l'épitaphe du tombeau de Diophante.
- Activité de recherche sur Diophante.</td><td>-</td><td>Résolution des équations diophantiennes.</td></tr>
<tr><td>Phare Hachette</td><td>Bulle historique sur Al-Khwârizmî et l'évolution de la notation de l'inconnue en mathématiques : x.</td><td>-</td><td>-</td><td>- Résolution par une méthode actuelle d'un problème extrait d'un papyrus égyptien suivie d'une demande d'explication d'une autre méthode, celle utilisée par le scribe égyptien.
- Résolution d'un problème d'Abu Kamil tiré des 69 problèmes de son « Algèbre ».</td></tr>
</table>

	Transmath	-	Exposé de la manière dont on résolvait les équations pendant la renaissance italienne suivi de la vérification par l'élève du résultat obtenu.	-	-
	Triangle Hatier	-	-	Centrage sur les Égyptiens et les Babyloniens qui savaient résoudre des problèmes sans utiliser comme aujourd'hui des équations, des lettres et des notations algébriques.	Résolution d'un problème de mise en équation proposé par Abu Kamil.
	Zénius Magnard	-	Activité de recherche sur Diophante.	-	Résolution d'un problème extrait du papyrus de Moscou avec une méthode actuelle et une présentation de la solution proposée sur le papyrus. Il est ensuite demandé aux élèves de mettre en parallèle les étapes de résolution des deux méthodes.
	Excellence	-	-	-	-
	CIAM	Informations sur Al-Khwârizmî, son traité, l'origine du mot Algèbre et la signification de « Al-jabr » et « Al-muqabala ».	-	-	Résolution guidée d'un problème tiré du papyrus de Rhind.
	USAID	-	-	-	-

Tableau 4.6. Les différentes manières utilisées pour intégrer l'Histoire dans le chapitre « Équations ».

Pour introduire l'Histoire dans le chapitre « Équations » des manuels de 4ème de ces collections les auteurs ont choisi les stratégies suivantes :

- l'introduction du chapitre par des documents supports en rapport avec le thème ou par un mathématicien ayant travaillé sur le sujet. Seules trois collections ont utilisé cette option, en évoquant Al-Khwârizmî et son traité d'Algèbre.

- La proposition d'activités aux élèves. Il s'agit d'activités d'application d'une technique comme « Al-muqabala », d'activités de recherche sur d'autres mathématiciens arabes par exemple, d'activités d'appropriation de méthodes comme celle de résolution de problèmes proposées par Al-Khwârizmî, d'activités de résolution de problèmes célèbres comme celle de l'épitaphe du tombeau de Diophante.
Ces activités présentes pratiquement dans tous les manuels, sont d'une grande importance. Elles participent à humaniser les mathématiques et à montrer qu'elles sont en perpétuelle évolution.
- Les bulles ou capsules historiques qui renferment beaucoup d'informations pouvant aider l'enseignant à introduire son cours. Ceci explique la position de ces bulles qu'on retrouve en général sur la page du manuel comportant le titre du chapitre, mais également comme support à des activités ou à des exercices.
- Les exercices qui comportent des résolutions de problèmes issus de sources primaires comme l'« Algèbre » d'Abu Kamil, le papyrus de Rhind ou de Moscou, mais aussi la résolution d'équations diophantiennes. Ces exercices permettent à l'élève de découvrir les problèmes mathématiques des civilisations antérieures, les méthodes élaborées pour leur résolution et de se rendre compte de l'évolution des notions mathématiques.

IV.3.3. Conclusion

L'analyse des manuels de 4ème des différentes collections est riche en enseignements. Elle nous a permis de voir que l'Histoire des mathématiques est de plus en plus présente dans les manuels scolaires et sous des formes diverses. On retrouve l'Histoire des mathématiques dans toutes les parties des chapitres étudiés, mais surtout au niveau des activités, des exercices et de l'introduction des chapitres. Elle apparait sous forme de bulles historiques, de notes biographiques, de portraits, de fac-similés de manuscrits mathématiques, etc. Ces ressources didactiques à saveur historique peuvent permettre au professeur de contextualiser son enseignement, de lui trouver du sens, de l'humaniser, mais aussi de faire prendre conscience à l'élève de l'évolution des mathématiques et de lui montrer ses dimensions culturelles et sociales.
Nous partageons ainsi la thèse d'El Idrissi (op. cit., p. 10) qui soutient que

> *« les activités d'approche, les chroniques et les capsules sont les plus fructueux. Appuyés par des extraits de textes originaux, ils sont susceptibles d'embrasser toutes les dimensions de l'apprentissage des mathématiques qu'elles soient psychologiques, épistémologiques, cognitives ou culturelles. »*

Toutefois ces ressources quoique pertinentes, doivent être travaillées et analysées avant leur utilisation en classe pour ne pas introduire des difficultés liées à la compréhension des aspects historiques, mais aussi pour corriger les erreurs et contrevérités historiques qu'on retrouve parfois dans les manuels scolaires.
L'analyse didactique a en outre révélé la présence dans les manuels de ressources historiques certes intéressantes mais parfois difficiles, inappropriées par rapport à la fonction que leur assignent les auteurs ou qui demandent beaucoup de temps pour leur mise en œuvre. Par conséquent une analyse à priori s'impose au professeur avant tout choix d'une ressource historique dans un manuel et elle peut être suivie par une modification ou adaptation de la

ressource. Nous avons procédé ainsi pour les deux activités suivantes, élaborées dans le cadre de notre expérimentation (voir chapitre VI) :

- l'activité de l'expérience 5 portant sur la résolution des équations du premier degré avec les techniques « *al-jabr* » et « *al-muqabala* » d'Al-Khwârizmî dont l'inspiration nous est venue des manuels de 4ème des collections Dimatheme Didier (p. 83) et Phare Hachette (p. 85) ;
- l'activité de l'expérience 6 portant sur la démonstration du Théorème de Pythagore par le 20ème Président des Etats-Unis, James Garfield. C'est la lecture du manuel de 4ème de la collection Prisme Belin (p. 177) qui nous a mis sur la piste de cette démonstration et une recherche approfondie nous a permis de découvrir la démonstration et une vidéo de celle-ci qui sont à la base de l'ingénierie didactique que nous avons élaborée.

Ces exemples montrent que le professeur doit aller au-delà des manuels scolaires pour se doter d'une culture lui permettant de réadapter et de concevoir des activités, mais aussi d'être à la hauteur pour expliquer et répondre aux questions des élèves. Notre expérimentation en a souffert car le professeur expérimentateur n'avait pratiquement pas le temps, du fait de son engagement syndical, pour faire des recherches et lire la bibliographie que nous mettions à sa disposition.

La lecture des sources primaires et secondaires est une opportunité qui s'offre au professeur pour aller plus loin ; d'ailleurs c'est elle qui nous a permis de concevoir :

- l'expérience 1 portant sur l'intersection d'une droite et d'un cercle à travers *Le Théorème du perroquet* de Denis Guedj (1998, p. 43) ;
- l'expérience 2 portant sur l'inégalité triangulaire à travers *le Premier Livre des Éléments* d'Euclide.

Ces thèmes comme beaucoup d'autres n'ont pas été pris en charge sur le plan historique par les manuels scolaires étudiés ; ce qui ne doit pas constituer un frein pour l'enseignant qui peut trouver ou élaborer des activités historiques intéressantes grâce à l'exploration des nombreuses sources traitant de l'Histoire des mathématiques.

IV.4. Esquisse d’une intégration de l’Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal

Le programme est l’une des meilleures opportunités à saisir pour rendre effective l’utilisation de l’Histoire en classe de Mathématiques. Il constitue, en effet, le cahier des charges qui décrit ce que l’institution attend du professeur. Boissinot *et al.* (1996, p. 32) ont dit à ce sujet que « *nous sommes entrés dans une époque où les grands enjeux du système éducatif se nouent avant tout autour du projet éducatif qu’expriment les programmes* ». Ce qui nous a conforté dans notre position et nous a amené à étudier les modalités pratiques de prise en charge de l’Histoire des mathématiques dans le programme sénégalais.
Pour cela nous avons recensé les différents thèmes mathématiques étudiés au Collège et au Lycée. Ensuite nous avons analysé les programmes et manuels étudiés pour en extraire les informations susceptibles de constituer un contexte historique sur lequel le professeur et les auteurs de manuels peuvent s’appuyer pour élaborer des activités introductives, des activités de recherche, des exercices, etc., liés à l’Histoire des mathématiques en fonction des objectifs de la leçon du programme. En nous inspirant du modèle d’intégration de l’Histoire dans les programmes de mathématiques de Seconde et de Première de la France, nous avons rédigé un répertoire d’informations historiques pour les professeurs. Ce répertoire peut être plus précis et plus opérationnel grâce à une adaptation des informations historiques à chaque niveau d’enseignement, mais aussi à l’écriture d’un document d’accompagnement des programmes, comme en France, comportant des liens et des références historiques pour étayer davantage les informations du répertoire.
Cette manière d’intégrer l’Histoire dans les programmes de mathématiques, présente l’Histoire comme une voie à emprunter pour mettre en œuvre un projet pédagogique et laisse par conséquent une très grande marge de manœuvre à l’enseignant. Nous sommes ainsi sûrs de ne pas provoquer une insécurité chez l’enseignant du fait de l’absence ou insuffisance de formation en Histoire, comme évoqué par Charbonneau (2006, p. 6).

IV.4.1. Exemple de répertoire intégrant l’Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal

Nous présentons à l’aide du tableau suivant un exemple de répertoire d’informations historiques que nous avons élaboré pour l’ensemble des programmes de mathématiques de Collège et Lycée. Nous comptons améliorer ce répertoire en l’enrichissant et en l’explicitant par niveau dans le cadre des travaux de la sous-commission Histoire des mathématiques avant son intégration dans les programmes de mathématiques du Sénégal.

Thème 1 : Géométrie dans l'espace	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Cube, parallélépipède, sphère, boule, cylindre, prisme, pyramide, cône, patrons, aires, volumes, sections, positions relatives de droites et de plans, parallélisme, orthogonalité, perspective cavalière.	- Les 5 polyèdres réguliers de Platon (tétraèdre, cube, octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre), seuls polyèdres réguliers. - La médaille Fields, la plus prestigieuse récompense pour un chercheur en mathématiques, a sur l'une de ses faces un portrait d'Archimède et sur l'autre une représentation de sa tombe avec la gravure de son théorème « De la sphère et du cylindre ». - Les solides énumérés dans la case de gauche et les positions relatives de droites et de plans étudiés dans le livre 11 des Éléments d'Euclide.
Thème 2 : Configuration du plan	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Points, segments, demi-droites, droites, parallélisme, droites perpendiculaires, plan.	Le livre 1 des Éléments qui renferme la plupart de ces concepts.
Thème 3 : Distance	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
- Critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés. - Position relative d'une droite et d'un cercle.	- Le critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés est étudié dans le premier livre des Éléments d'Euclide. - Thalès qui aurait été le premier à découvrir que la droite doit passer par le centre pour partager le cercle en deux arcs de même longueur et ce résultat est vrai pour tous les cercles du monde. C'est l'occasion d'introduire Thalès, d'évoquer le début des résultats généraux en mathématiques et les mathématiques grecques, en mettant en évidence le rôle central de la géométrie dans la naissance de l'idée de démonstration.

Thème 4 : Cercles	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Généralités, positions relatives, cercle circonscrit, cercle inscrit.	- Le premier livre des Éléments d'Euclide qui renferme la définition de la plupart des concepts. - Une méthode ingénieuse proposée en 205 avant J.-C. par le mathématicien grec Eratosthène (276 – 194 avant J.-C.), pour déterminer la circonférence de la Terre. - La démonstration de la formule découverte par le savant grec Archimède de Syracuse (287 – 212 avant J.-C.) qui établit que l'aire du disque peut s'obtenir en multipliant le demi-périmètre du cercle correspondant par le rayon. - La formule « $p \times p : 12$ » que les Babyloniens ont utilisée en 2000 avant J.-C. pour trouver une valeur approchée de l'aire du disque ; p représentant le périmètre du disque. - Les différentes valeurs de π à travers l'Histoire (ou du moins ce que l'on peut assimiler à π dans les calculs d'aire du disque ou de circonférence). - Les cercles qui font partie des plus vieux objets mathématiques. La caractérisation du cercle de diamètre *[AB]* comme ensemble des points *M* tels que le triangle *AMB* soit rectangle en *M* semble remonter à Thalès. Mais ce n'est qu'au XVII$^{\text{ème}}$ siècle que Descartes élabore la méthode des coordonnées et écrit l'équation d'un cercle en repère orthonormé.

Thème 5 : Triangles	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Généralités, triangles particuliers, somme des angles d'un triangle, droites remarquables.	- Les différents triangles définis dans le premier livre des Éléments d'Euclide. - Une méthode de construction d'un triangle équilatéral proposée par Euclide dans le

	premier livre des Éléments. - Héron d'Alexandrie et sa formule de calcul d'aire d'un triangle. - Les méthodes de calcul de l'aire d'un disque chez les Babyloniens, les Égyptiens et chez Archimède. - La démonstration du résultat concernant la somme des angles d'un triangle proposée dans le premier livre des Éléments d'Euclide. - La droite qui joint le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit, appelée droite d'Euler, en hommage au mathématicien suisse qui a énoncé et démontré que ces points sont alignés.
Thème 6 : Quadrilatères et polygones	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Trapèze, parallélogramme, parallélogrammes particuliers.	- La définition de ces quadrilatères proposés par Euclide dans le premier livre des Éléments. - L'historique de la construction à la règle et au compas des polygones réguliers, de l'antiquité avec les Éléments d'Euclide à Gauss qui découvre en 1801 une condition suffisante pour qu'un polygone régulier quelconque soit constructible. - L'étymologie du mot polygone pour faire découvrir plusieurs polygones particuliers. - La construction à la règle et au compas du pentagone régulier par les bâtisseurs du Moyen Age. - La détermination d'une approximation de la longueur du cercle par le mathématicien grec Archimède (287 – 212 avant J.-C.) pour calculer la longueur d'un côté d'un polygone régulier.
Thème 7 : Théorème de Pythagore	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**

Théorème de Pythagore.	- Pythagore, sa vie, son école et les principaux résultats qu'on lui attribue. - Les différents noms du théorème de Pythagore au fil des âges et dans divers pays. - La méthode proposée par le Président américain James Garfield pour la démonstration du théorème. - D'autres démonstrations du théorème de Pythagore comme la méthode de rapiéçage des Chinois et celle d'Euclide présentée dans le premier livre des Éléments. - La corde à 13 nœuds que les Égyptiens ont utilisée pour construire des angles droits. - La tablette Plimpton 322 qui permet de trouver des triplets pythagoriciens. - Le calcul de l'aire des lunules qu'Hippocrate de Chio (V$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C) a découvert en essayant de démontrer un problème de l'antiquité grecque, la quadrature du cercle, qui consiste à construire avec la règle et le compas : un carré ayant exactement la même aire que celle d'un disque donné. Ce n'est qu'en 1882 que le mathématicien allemand Ferdinand Von Lindemann a démontré qu'une telle construction est impossible.
Thème 8 : Théorème de Thalès	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Théorèmes des droites des milieux, Théorème de Thalès.	- Thalès, sa vie et les résultats qu'on lui attribue. - Thalès et la mesure de la hauteur de la pyramide de Khéops, la seule des sept merveilles du monde à avoir résisté au temps. - La démonstration du théorème de Thalès par Euclide (III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C). - Le théorème de Thalès, appelé en Angleterre « théorème d'intersection » et en Allemagne « théorème des rayons » et qui désigne dans ces deux pays le résultat suivant : « un triangle inscrit dans un cercle

	et dont un côté est un diamètre est un triangle rectangle ».
Thème 9 : Angles et Trigonométrie	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Généralités, angles particuliers, angles inscrits et angles au centre, trigonométrie.	- Le premier livre des Éléments d'Euclide qui renferme la définition de la plupart de ces concepts. - Une méthode de construction d'une bissectrice proposée dans le premier livre des éléments d'Euclide. - Les travaux d'Eratosthène (III^{ème} siècle avant J.-C.) qui a utilisé la trigonométrie pour calculer le rayon de la Terre et ceux d'Aristarque de Samos (III^{ème} siècle avant J.-C.) pour calculer la distance entre la Terre et la Lune. - les rôles majeurs joués par Ptolémée, Abul Wafa, Régiomontamus, François Viète et Leonhard Euler dans l'évolution de la trigonométrie. - La trigonométrie qui a été utilisée chez les Anciens dans des problèmes de natures diverses (géométrie, géographie, astronomie). Elle était à l'époque fondée sur la fonction corde, d'un maniement bien moins facile que les fonctions sinus et cosinus de la présentation actuelle.
Thème 10 : Repérage	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Repères, coordonnées, équations cartésiennes.	- Descartes, sa vie et ses travaux. - Les progrès apportés par la « méthode des coordonnées » de Descartes, puis par la notion de vecteur, qui permettent de relier efficacement géométrie, physique et calcul.
Thème 11 : Outils et Calculs vectoriels	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Vecteurs, barycentre, produit scalaire,	- La méthode utilisée par Wessel (1797), le

produit vectoriel, produit mixte.	premier à montrer comment additionner deux vecteurs. - Les travaux d'Archimède, Gauss, Gibbs, Grassman, Peano, Cayley, etc., dans l'évolution du calcul barycentrique. - La notion de vecteur qui était implicite en mécanique depuis Galilée et a mis longtemps à prendre sa forme actuelle. On observe un lien entre analyse et géométrie en étudiant la façon dont la notion de vecteur apparait chez Leibniz au cours de ses recherches sur l'élaboration d'un calcul des variations. Le XIX$^{\text{ème}}$ siècle voit l'élaboration conjointe de ce qui est devenu le produit scalaire et la notion de travail en physique. - Le calcul vectoriel et le produit scalaire qui permettent une approche de la géométrie différente de celle des Anciens, plus puissante, avec l'avantage de combiner vision géométrique et calcul.
Thème 12 : Transformations du plan	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Symétrie orthogonale, symétrie centrale, rotations, homothétie, composition de transformations.	- Le pantographe, instrument qui a servi avant l'invention des photocopieuses à reproduire, réduire ou agrandir des dessins, des cartes, des plans et également à graver des plaques de cuivre, de laiton. - Les relations entre arts et sciences dans la civilisation médiévale musulmane avec les translations, les symétries, les figures géométriques, les frises et pavages. - Les théories scientifiques qui ont changé la vision du monde de Ptolémée, Copernic, Galilée, Kepler, avec les notions de rotation et de périodicité.
Thème 13 : Coniques et Courbes paramétrées	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Courbes de la fonction qui à *t* associe	- L'évolution des coniques avec Ménechme,

$\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{\imath} + y(t)\vec{\jmath}$ dans le repère orthonormal $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Vecteur dérivé, vecteur vitesse, vecteur accélération, étude de la trajectoire et du mouvement. Définition d'une conique par foyer et directrice : sommet, centre, équation. Génération bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole.	Euclide, Archimède, Apollonius. - L'expérience du mathématicien grec Ménechme (IV$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.) qui lui a permis de découvrir les coniques (Cercle, Ellipse, Parabole, Hyperbole) grâce à la projection de la lumière d'un abat-jour sous forme de cône sur un mur.

Thème 14 : Ensembles de nombres

Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Ensemble des entiers naturels, des entiers relatifs, des décimaux relatifs, des rationnels et des réels, systèmes de numération.	- L'historique des nombres entiers naturels, des nombres relatifs, des nombres décimaux et des fractions. - L'invention par les Égyptiens aux environs de l'an 2000 avant J.-C. d'un système de numération dont les figures (hiéroglyphes) sont en partie inspirées de la faune et de la flore du Nil. - Le principe de position découvert au premier siècle par les Mayas qui vivaient au Mexique actuel. - Le système de numération romain. - Les différentes étapes franchies durant plusieurs siècles pour la reconnaissance des nombres relatifs. - Les opérations et les règles des signes des nombres relatifs décrites par l'Indien Brahmagupta. - La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs, la différence entre « nombres réels » et « nombres de la calculatrice ».

Thème 15 : les nombres complexes

Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Les nombres complexes.	- L'évolution des nombres, des entiers naturels aux complexes.

	- La construction des nombres complexes qui a mis à contribution d'éminents mathématiciens comme Euler, Hamilton, Cauchy, d'Alembert, Abel et Galois. - La résolution de l'équation du type $x^3 + px + q = 0$ par la méthode du mathématicien Cardan, utilisée par Bombelli pour introduire des « quantités imaginaires ». - L'écriture d'un nombre complexe non nul sous forme exponentielle qui est due à Euler et dont la formule $e^{i\pi} + 1 = 0$ a frappé les imaginations du fait qu'elle lie entre eux, de façon simple, cinq nombres fondamentaux dont trois (i, e et π) sont restés à l'époque, quelque peu mystérieux. - La réflexion d'Ian Stewart faisant allusion aux débats philosophiques et aux trois siècles de recherche qui ont abouti à la formalisation actuelle des nombres complexes.
Thème 16 : les quatre opérations	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
L'addition, la soustraction, la multiplication et la division.	- Les quatre opérations dans différents systèmes de numération. - La période de la première apparition des signes « $+$ » et « $-$ » et la manière dont ils étaient considérés à l'époque. - L'historique des instruments de calcul comme les bouliers, la règle à calcul et la Pascaline. - Différentes méthodes de soustraction : la méthode usuelle que l'on doit à Fibonacci et qui date du XIII^{ème} siècle, la méthode d'emprunt de Rabi Ben Ezra qui date du XVI^{ème} siècle, la méthode de compensation de Ramus qui date du XVI^{ème} siècle et la méthode autrichienne de Bourel qui date du XVI^{ème} siècle. - L'élaboration d'une frise chronologique concernant l'invention des symboles,

	notations ou signes usuels en mathématiques. - D’autres techniques de multiplication : la multiplication « per gelosia » et celle utilisée par les Chinois. - La technique de division utilisée par les Égyptiens.
Thème 17 : Calcul dans ℝ	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Puissances, multiples, diviseur, nombres premiers, pgcd, ppcm, valeur absolue, racines carrées, intervalles, calculs approchés.	- La définition d’un nombre premier proposée par Euclide dans son livre des Éléments. - La méthode utilisée par Euclide pour calculer le pgcd dans le livre des Éléments. - Eratosthène et son crible pour déterminer les nombres premiers inférieurs à 100. - Les définitions algébriques et géométriques de la racine carrée ainsi que les différentes façons dont on a représenté la racine carrée dans l’Histoire. - La définition des nombres irrationnels en rapport avec la crise de l’irrationalité. - Les nombres premiers de Sophie Germain, une mathématicienne française (1776 – 1831) et les nombres de Fermat. - La détermination d'une approximation de $\sqrt{2}$ à partir d’un algorithme utilisé au II^{ème} millénaire avant J.-C. et la découverte du nombre d’or ; ce nombre ($\sqrt{2}$) était utilisé par les architectes de l’antiquité, pour poser la question d’existence de nombres qui ne sont ni entiers, ni fractionnaires, ni décimaux.
Thème 18 : Calcul algébrique et polynômes	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Calcul littéral, réduction, développement, factorisation, polynômes.	- L’historique de l’introduction des lettres dans les calculs avec Diophante, Tartaglia, Cardan, Viète, Descartes qui ont joué un rôle majeur dans l’évolution de l’Algèbre.

	- La double notation en algèbre de François Viète (1540-1603), qui a eu à introduire l'une par voyelles pour les inconnues et l'autre par consonnes pour les données. - Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'au fur et à mesure de l'élaboration, au cours des siècles, de symbolismes efficaces. - Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, Euclide, Al-Khwârizmî, Fibonacci, Viète, Fermat, Descartes et mettre en évidence leurs aspects algorithmiques.
Thème 19 : Equations, inéquations et systèmes	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Equations, inéquations, systèmes.	- Des problèmes de mise en équation figurant sur des tablettes babyloniennes, des papyrus égyptiens ou dans les 69 problèmes proposés par le mathématicien égyptien Abu Kamil (IX^{ème} – X^{ème} siècle). - La méthode d'Al-Khwârizmî, constituée des opérations *al-jabr* et *al-muqabala* pour résoudre des équations. - Une ancienne méthode égyptienne de résolution d'équations, celle de la fausse position. - Les travaux de Diophante qui vers 350 a réalisé un net progrès dans la recherche des solutions d'équations linéaires à plusieurs variables dans $\mathbb{N}$. - La civilisation musulmane qui a eu une contribution majeure au développement des mathématiques en général et de l'algèbre en particulier avec Al-Khwârismî (780 – 850) et Al-Khayyam (1048 - 1131). - La méthode du pivot de Gauss, mais aussi de Carl Jacobi qui a donné à la méthode des déterminants sa forme définitive.

	- L'historique de la désignation de l'inconnue en mathématiques : du « šay » utilisé par le mathématicien arabe Al-Khwârizmî (environ 780 – 850 après J.-C) à la lettre « *x* » utilisée de nos jours. - La méthode de résolution d'équations de ce mathématicien. - L'introduction des équations par une activité basée sur le Grand théorème de Fermat énoncé au XVII^{ème} siècle et démontré en 1994. - Les méthodes de résolutions d'équations du second degré de Diophante, et d'Al-Khwârizmî. Le travail novateur d'Al-Khwârizmî reste en partie tributaire de la tradition (utilisation de considérations géométriques équivalentes à la forme canonique) et de l'état alors embryonnaire de la notation algébrique, ainsi que de l'absence des nombres négatifs. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement vers un formalisme efficace et concis.
Thème 20 : Suites numériques	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Généralités sur les suites, suites arithmétiques et géométriques.	- Les suites qui apparaissent dans deux types de situations, bien avant de faire l'objet d'une étude formalisée : l'approximation de nombres réels (encadrement de π par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) et les problèmes de comptage (les lapins de Fibonacci, …). - Oresme qui calcule des sommes de termes de suites géométriques au XIV^{ème} siècle. - Zénon et le paradoxe d'« Achille et de la tortue » qui peut être mathématisé sous forme de suites de nombres dont l'étude permet de résoudre ce paradoxe. - Les suites numériques avec Augustin Louis Cauchy (1789-1857) et son œuvre sur la convergence ou la divergence d'une suite.

Thème 21 : Généralités sur les fonctions	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Généralités sur les fonctions.	- Le concept de fonction qui s'est progressivement précisé au cours des siècles, de l'antiquité avec les tables des Babyloniens, au XX$^{\text{ème}}$ siècle avec Gauss, Cauchy, Abel, Fourier, etc., en passant par Oresme au XIV$^{\text{ème}}$ siècle, François Viète au XVI$^{\text{ème}}$ siècle, Leibniz et les frères Bernouilli au XVII$^{\text{ème}}$ siècle et Euler en 1748 qui écrit le premier traité d'Analyse sur la notion de fonction. - La notion de fonction qui a eu d'abord une signification géométrique chez Isaac Newton (1642-1727) ou Gottfried Wilhem Leibniz avant que Jean Bernouilli (1667-1748) n'en donne une définition autonome en 1718. - La très lente élaboration de la notion de fonction, depuis l'Antiquité jusqu'à la codification actuelle par Dirichlet, en mettant en évidence quelques étapes importantes : Newton, Leibniz, Euler.
Thème 22 : Limite- Continuité	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Limite, continuité.	- L'évolution du concept de limite, des mathématiques grecques à l'avènement des concepts de base spécifiques à l'Analyse avec Gauss, Cauchy, Bolzano et Abel. - Newton et Leibnitz les fondateurs du calcul infinitésimal, puis Euler et Cauchy qui ont structuré ce calcul pour étudier la notion de limite et celle de dérivée, conduisant au calcul mathématique des vitesses. - L'extension de la notion de limite avec Galilée qui s'est lancé aux environs de 1610 dans l'exploration de l'infiniment grand en

	scrutant le ciel à l'aide de lunettes grossissant 30 fois.
Thème 23 : Dérivation	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Dérivation, représentation graphique.	- La dérivée avec Isaac Newton (1642 - 1727) en Angleterre et Gottfried Leibniz (1646 - 1716) en Allemagne qui l'ont créée, indépendamment l'un de l'autre pour résoudre des problèmes de recherche de trajectoires, de vitesses, de tangentes, d'extremums. - La notation f' due au mathématicien français Lagrange. - Le calcul différentiel qui s'est imposé par sa capacité à donner des solutions simples à des problèmes nombreux d'origines variées (cinématique, mécanique, géométrie, optimisation). - Le développement d'un calcul des variations chez Leibniz et Newton qui se fonde sur l'hypothèse que les phénomènes naturels évoluent linéairement quand on leur applique des petites variations. Leurs approches partent de notions intuitives mais floues d'infiniment petit. Ce n'est que très progressivement que les notions de limites et de différentielles, qui en fondent l'exposé actuel, ont été clarifiées au XIX^{ème} siècle. - Fermat qui vers 1620, propose une méthode originale pour trouver le maximum de l'aire d'un rectangle connaissant son périmètre, donnant les prémices du calcul infinitésimal. Débattre de la méthode de Fermat, qui troubla ses contemporains, peut constituer une approche intéressante du nombre dérivé. Expliciter le chemin parcouru par les sciences pour comprendre la technique employée par Fermat est intéressant pour les élèves.

Thème 24 : Calcul intégral	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Primitive, calcul intégral.	- La notion de primitive introduite par le Français Henri Lebesgue (1875 - 1941). - L'évolution du concept d'intégrale avec Eudoxe, Archimède, Fermat, Cauchy, Riemann, Lebesgue, Denjoy. - Kepler qui obtient des formules pour calculer le volume de tonneaux à l'aide de décomposition de régions en domaines élémentaires, puis Leibnitz et Newton qui construisent de façon indépendante et presque simultanée, une méthode pour la détermination des aires et des volumes par le calcul intégral.

Thème 25 : Fonctions Logarithmes – Fonctions exponentielles – Fonctions puissances	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Fonction logarithme, fonction exponentielle.	- L'invention du concept de logarithme par le baron écossais John Napier (dont le nom francisé est Jean Néper), qui, pour simplifier les calculs astronomiques et fastidieux découlant de l'étude du mouvement des planètes, a remplacé les multiplications par des additions. C'est ainsi que sont apparus les tables de logarithme, la règle à calcul et le pH-mètre. - La fonction logarithme avec John Neper ou Napier qui a construit les premières tables de logarithmes et Charles Hermite qui a démontré que le réel *e* est un nombre transcendant. - Galilée qui s'est intéressé à la courbe suivant laquelle se tend un fil homogène pesant, flexible et inextensible, suspendu par ses extrémités à deux points fixes. Il a pensé que la courbe était une parabole. Ce n'est qu'en 1691 que Bernoulli, Huygens et Leibnitz en ont déterminé une équation. - La notation exponentielle et les fonctions

	exponentielles qui apparaissent vers la fin du XVII$^{\text{ème}}$ siècle. Cela procède d’une volonté de traiter des phénomènes de croissance comparables à ceux des intérêts composés. La modélisation de ces situations fait naturellement apparaître la caractérisation de la fonction exponentielle comme seule fonction vérifiant l'équation différentielle *y’ = y* et la condition initiale *y*(*0*) = *1*.
Thème 26 : Équations différentielles	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Equations différentielles.	L’évolution des équations différentielles avec Clairaut, Ricatti, Bernouilli, Lagrange, Maxwell, d’Alembert, Cauchy, Lipschitz.
Thème 27 : Dénombrement et Probabilité	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Dénombrement, binôme de Newton, triangle de Pascal, probabilité simple, probabilité conditionnelle, variable aléatoires, schéma de Bernouilli, loi binomiale.	- Le calcul des probabilités qui a sans doute pour origine la correspondance entre Blaise Pascal et Pierre de Fermat, datant de 1654 et publiée par Huygens en 1657. - L’Histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. La théorie des probabilités a mobilisé de grands esprits tels Laplace, Gauss, Poincaré, Fréchet, Levy, Kolmogorov, Jacques 1$^{\text{er}}$ Bernoulli, Euler, Cauchy, etc., qui ont fait connaitre aux probabilités un essor prodigieux. - Le triangle de Pascal était déjà connu de Tartaglia (1558), Stiefel (1543) et des chinois (1303) ; mais c’est Blaise Pascal qui a donné des applications très intéressantes de ce triangle dans son traité du « *Triangle arithmétique* » en 1654. - Le paradoxe du Chevalier de Méré, posé à Pascal. - Le problème de Galilée qui explique « Pourquoi, lorsqu’on lance simultanément

	trois dés, on obtient plus souvent la somme 10 que la somme 9, alors que chacune de ces sommes est obtenue de six façons différentes ? ». Ce problème fut à l'époque l'objet de nombreuses controverses. - Le jeu de dés utilisé par les Étrusques, les Égyptiens et les Babyloniens pour jouer mais aussi pour prédire l'avenir. - Le jeu de Mourre, utilisé dans la Rome antique pour départager un litige entre deux personnes mais aussi pendant la Renaissance comme divertissement par les personnels de maison. - Les probabilités conditionnelles qui apparaissent dans des travaux de Bayes et de Moivre, au XVIII$^{\text{ème}}$ siècle, même si c'est Laplace qui en a élaboré la notion. Les questions traitées par ces auteurs peuvent parfois surprendre (exemple : quelle est la probabilité que le soleil se lève demain, sachant qu'il s'est levé depuis le commencement du monde ?) - L'Histoire des probabilités qui contribue à la réflexion sur la codification d'une théorie scientifique. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent les notions de variable aléatoire et d'espérance à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie. - La description actuelle, en termes d'univers, s'est imposée vers 1930. Elle permet une formalisation souple dans laquelle l'univers joue le rôle de « source d'aléas ». La notion de variable aléatoire, présente sans définition précise depuis l'origine de la discipline, apparaît alors comme une fonction définie sur l'univers.
Thème 28 : Statistique	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Série à une variable, série à deux variables, paramètres de position, paramètre de	- L'évolution des statistiques, de la description des données depuis l'Égypte

dispersion.	ancienne, à l'analyse des données qui s'est faite à partir du XVI^{ème} siècle, grâce à l'Astronomie avec les séries d'observations. - La méthode d'ajustement par moindres carrés attribuée à Carl Friedrich Gauss et à Adrien Marie Le Gendre.
Thème 29 : Arithmétique	
Contenus	**Contexte historique à exploiter pour élaborer des activités**
Diviseurs et multiples, nombres premiers, pgcd et ppcm, théorème de Gauss, identité de Bezout, division euclidienne, algorithme d'Euclide, système de numération, congruence modulo *n*.	- L'évolution de l'Arithmétique, un des secteurs scientifiques le plus ancien et le plus fécond avec les pythagoriciens, Fermat, Euler, Lagrange. - Les nombres de Mersenne et de Fermat.

Tableau 4.7. Exemple de répertoire intégrant l'Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal.

IV.5. Conclusion

Les possibilités d'intégration de l'Histoire dans le programme de mathématiques sont loin d'être exhaustives. Ce travail doit être complété et enrichi dans le cadre des travaux de la sous-commission Histoire des Mathématiques mise en place au sein de la Commission Nationale de Mathématiques du Sénégal où nous occupons le poste de rapporteur général.

Cette sous-commission, présidée par El Hadj Malick Dia enseignant chercheur à la FASTEF , s'est fixée comme objectifs de repérer dans le programme les possibilités d'intégrer l'Histoire des mathématiques, de mettre à contribution les étudiants de la FASTEF dans le cadre de leur mémoire de fin d'année pour produire des activités mathématiques intégrant l'Histoire, d'expérimenter ces activités en classe, de les analyser avant de les mettre à la disposition des enseignants à travers le site de la Commission Nationale de Mathématiques. Ces élèves professeurs vont être orientés par la sous-commission Histoire des Mathématiques à travers la mise à disposition d'une banque de ressources variées qui va constituer leur base de travail pour l'élaboration d'un document d'accompagnement des programmes.

Nous avons ciblé dans cette banque, des sources primaires provenant de toutes les anciennes civilisations, mais aussi des sources secondaires comme on peut le voir dans l'Annexe 12.

IV.6. Bibliographie du chapitre IV

1. Barbin, E., (1997), “Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment ?”, *bulletin AMQ*, vol. XXXVII, n° 1, pp. 20-25.
2. Boissinot, A., Borne, D., Ferry, L., *et al.*, (1996), “A quoi servent les programmes ?”, In *Revue internationale d'éducation de Sèvres*, pp. 31-49. http://ries.revues.org/3415, Consulté le 30 septembre 2016.
3. Cerisier, J.-F., (2016), “Apports du numérique à l'Approche par les compétences : quelques éléments de réflexions”, Université de Poitiers, Laboratoire TECHNE (EA6316) https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Numerique/62/7/JFC_-_ORME_2016_-_seminaire_DNE_614627.pdf Consulté le 10 juillet 2019.
4. Charbonneau, L., (2000), “Place de l'Histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques”, In *Rapport du groupe de travail sur l'Histoire des mathématiques et l'enseignement dans le cadre de EM 2000*, Grenoble, 14 – 17 juillet 2000, 6p.
5. Charbonneau, L., (2002), “Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques au primaire”, *instantanées mathématiques*, pp. 21-36. http://www.profmath.uqam.ca/~charbon/CSDM/HistAPAME.pdf. Consulté le 6 novembre 2019.
6. Charboneau, L., (2006), “Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes aux Québec : un défi de taille”, In *Actes du colloque EMF*, T3EMF104, 11 p.
7. Desrochers, J., Tremblay, K., Mercier, E., *et al.*, (2005), “L'Histoire dans l'enseignement des Mathématiques : présentation d'un outil pédagogique”, 113 p. http://profmath.uqam.ca/~charbon/MAT7194/Textes/HistEnsSassiAl.pdf Consulté le 10 juillet 2019.
8. El Idrissi, A., (2006), “L'Histoire des mathématiques dans les manuels scolaires”, In *actes du colloque EMF* 2006, 12 p.
9. Fauvel, J., Maanen, J. V., (2000), *History in mathematics education: The ICMI study*, Kluwer Academic publishers, 437 p.
10. Goichot, F., (2016), “Papyrus Rhind”, le portail des IREM, http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1305. Consulté le 6 novembre 2019.
11. Grégoire, L., (2007), “De l'utilisation d'une règle à calcul” https://docplayer.fr/20850197-De-l-utilisation-d-une-regle-a-calcul.html Consulté le 25 août 2019.
12. Guedj, D., (1998), *Le théorème du perroquet*, édition du Seuil, 656 p.
13. Muller D., (2015), “les différents types de démonstrations”, Cahier Musculation, LCP, pp. 33-39. (https://www.apprendre-en-ligne.net/MADIMU2/MUSCU/MUSCU7.PDF)
14. Mattiussi, C., (2013), *Étude du recours informatique dans l'enseignement des mathématiques au collège*, Education. Université Toulouse le Mirail - Toulouse II. Français. NNT : 2013TOU20126.

15. Najjar, R., (2005), “La démonstration euclidienne”, *Petit x 67*, pp. 7-11.

16. Nicolas, A., (1983), “Le nombre d’or”, math en L.E.P, *Petit x*, n° 3, pp. 23 -39.

17. Ofman, S., (2010), “Une nouvelle démonstration d’irrationalité de racine carrée de 2 d’après les analytiques d’Aristote”, *Philosophie antique* 10, pp. 81-138. https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1408/1408.2094.pdf. Consulté le 25 août 2019

18. Pont, J.-C., (2015), “A propos de l’introduction des nombres négatifs à l’école secondaire”, *Repères-IREM*, n° 101, pp.69-86.

19. Roy, P., (2006), *Intégration de l’histoire des mathématiques dans l’enseignement*, mémoire de maîtrise, université de Québec à Montréal, 155 p.

20. Tournes, D., (1993), “Place de l’histoire des mathématiques dans la formation des enseignants du secondaire”, IUFM de la Réunion, pp. 145-158.

21. Tournès, D., (2016), “Perspectives historiques sur les abaques et bouliers”, *MathémaTICE*, sesamath.net, 51.

Chapitre V

Analyse des rapports personnels avec l'Histoire des mathématiques au Sénégal

Il nous a semblé important dans le cadre de l'expérimentation intégrant l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques de procéder à des enquêtes pour analyser les rapports entretenus entre les principaux acteurs du système éducatif sénégalais et l'Histoire des mathématiques dans le cadre de l'enseignement-apprentissage de cette discipline.
C'est ainsi que nous avons élaboré un questionnaire élèves et un questionnaire professeurs pour faire un état des lieux des pratiques de classe qui intègrent l'Histoire des mathématiques.
Nous avons complété le recueil d'informations par un entretien avec le Président de la Commission Nationale de Mathématiques, l'Inspecteur Général de l'Éducation et de la Formation (IGEF)[112], Monsieur Mamadou Bachir Diaham pour clarifier certains points concernant la prise en charge dans le programme de l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques.

V.1. Le questionnaire des élèves avant l'expérimentation

V.1.1. Présentation du questionnaire des élèves

Le présent questionnaire a été conçu pour recueillir auprès des élèves des informations relatives à l'Histoire des mathématiques et leur perception de l'enseignement des mathématiques qu'ils reçoivent. Il est anonyme pour permettre à chaque élève de donner librement son avis et comporte sept questions formulées pour connaitre le niveau en mathématiques de celui qui répond et son intérêt pour les mathématiques afin de mieux cerner ses réponses sur l'Histoire et l'enseignement des mathématiques. Le questionnaire a été administré aux 72 élèves de la classe de 4ème PC du Collège d'Enseignement Moyen (CEM) de Grand-Mbao une semaine avant l'expérimentation qui s'est faite dans la même classe. Les questionnaires renseignés, ont été numérotés avant le recensement des réponses.
Voici la liste des questions :

- ***1. Quel est ton niveau en mathématiques ?***
- ***2. Aimes-tu les mathématiques ?***
- ***3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?***
- ***4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaborées ?***
- ***5. Si oui donne un ou deux exemples.***

[112] IGEF est la nouvelle appellation des Inspecteurs Généraux de l'Éducation Nationale (IGEN)

- ***6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques ?***
- ***7. Si Oui, quel effet cela t'a-t-il fait ?***

V.1.2. Recensement des résultats

Le recensement des réponses des élèves s'est fait à l'aide du Tableau 5.1 pour faciliter le traitement et l'analyse des résultats de l'enquête.

Questions / Élève	Niveau en maths (auto-évalué)	Amour des maths	Aspects à changer dans l'enseignement des maths	Origine des maths enseignées	Quelques exemples	Évocation histoire des maths en classe	Effet ressenti
E1	Bon	Oui	Rien	Non	-	Oui	Amour des maths et meilleure compréhension
E2	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E3	Moyen	Oui	La manière d'enseigner pour que les élèves comprennent	Non	-	Non	-
E4	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Oui	C'est bien
E5	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E6	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E7	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Oui	Ça m'a beaucoup intéressé
E8	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Oui	Savoir la vraie histoire des maths
E9	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Oui	Savoir où vient l'histoire des maths
E10	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E11	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E12	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E13	Faible	Non	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E14	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E15	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Oui	Euclide et Archimède de Syracuse	Oui	Savoir l'histoire des maths et son créateur
E16	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E17	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E18	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E19	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-

E20	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E21	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E22	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Oui	Euclide qui a créé les maths	Non	-
E23	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E24	Moyen	Oui	Les explications rapides	Oui	Les scientifique s	Non	-
E25	Moyen	Oui	La façon d'enseigner les nombres rationnels	Oui	Les scientifique s	Non	-
E26	Moyen	Oui	L'explication rapide	Non	-	Non	-
E27	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E28	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E29	Moyen	Oui	Les explications très compliquées	Non	-	Non	-
E30	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E31	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E32	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Oui	-	Oui	J'aime faire des mathématiques
E33	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E34	Moyen	Oui	Les activités géométriques	Non	-	Non	-
E35	Moyen	Oui	Les activités géométriques	Non	-	Non	-
E36	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Oui	Comprendre d'où vient l'histoire des maths
E37	Bon	Oui	Rien	Non	-	Oui	-
E38	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E39	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E40	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E41	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E42	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Oui	Ça m'a beaucoup impressionné
E43	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Oui	Cela m'a plu
E44	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E45	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E46	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E47	Bon	Oui	Rien	Oui	Les maths viennent des savants grecs	Non	-

					comme Euclide et Pascal		
E48	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Oui	J'ai aimé
E49	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E50	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E51	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E52	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E53	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E54	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E55	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E56	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E57	Moyen	Oui	Rien	Oui	Les maths viennent des Égyptiens	Oui	-
E58	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Oui	Les maths viennent des Égyptiens et des Arabes	Oui	Ça m'a fait connaître beaucoup de choses
E59	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Oui	Ça m'a beaucoup aidé
E60	Faible	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Oui	Ça m'a beaucoup plu
E61	Bon	Oui	-	Oui	-	Oui	Ça m'a rendu heureux
E62	Bon	Oui	Rien	Oui	-	-	-
E63	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E64	Bon	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E65	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E66	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E67	Bon	Oui	Rien	Non	-	Non	-
E68	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E69	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E70	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E71	Moyen	Oui	La manière d'expliquer	Non	-	Non	-
E72	Moyen	Oui	Rien	Non	-	Non	-

Tableau 5.1. Recensement des réponses des 72 élèves de la classe de 4ème.

V.1.3. Analyse des résultats

1. Quel est ton niveau en mathématiques ?

☐ ***Bon*** ☐ ***Moyen*** ☐ ***Faible***

Dans la classe, 24 élèves affirment avoir un bon niveau en Mathématiques (soit 33,3 %), 46 estiment avoir un niveau moyen (soit 63,9 %) et seuls deux élèves pensent avoir un niveau faible (soit 2,8 %).

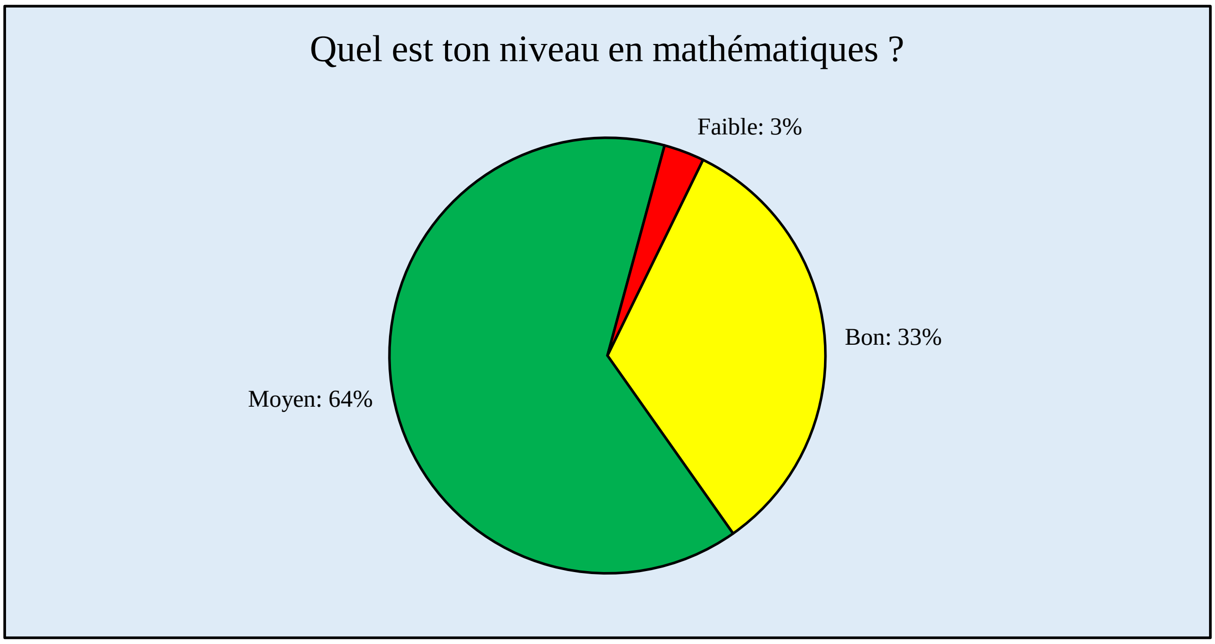


Figure 5.1. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la première question.

En se fiant à ces réponses, nous pourrions dire que le niveau des élèves de la classe est acceptable dans l'ensemble. Ce qui n'est pas le cas, car la moyenne des élèves lors du premier devoir est de 6,57 sur 20 et le nombre d'élèves dont le niveau est faible dépasse largement le taux de 3 %.

Néanmoins on lit à travers les réponses des élèves que pratiquement personne d'entre eux n'accepte d'être faible, ce qui est prometteur pour l'enseignant qui a un terreau fertile devant lui pour enseigner des mathématiques.

2. Aimes-tu les mathématiques ?

☐ ***Oui*** ☐ ***Non***

Sur les 72 élèves, 71 disent aimer les mathématiques, soit 98,6 % et un élève a répondu non à la question, soit (1,4 %).

Que le niveau soit bon ou moyen, les élèves dans leur grande majorité ont dit qu'ils aiment les mathématiques. Même un des deux élèves ayant un niveau faible a affirmé son amour pour les mathématiques, contrairement à son camarade de classe qui est dans la même situation.

3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?

Une majorité de 42 élèves pense qu'on doit changer la manière d'expliquer soit 58,3 %, 25 élèves disent qu'il ne faut rien changer soit 34,7 %, 2 élèves estiment qu'il faut changer la manière d'enseigner, 2 autres ciblent les activités géométriques et un élève n'a pas répondu.

Ainsi plus de la moitié des élèves ne sont pas satisfaits de la manière d'expliquer de leur professeur de mathématiques et pensent qu'on doit la changer. N'est-ce pas là l'une des premières difficultés à laquelle les élèves sont confrontés en mathématiques ?
La plupart des élèves qui souhaitent ces changements sont ceux qui ont affirmé être de niveau moyen et un grand nombre d'élèves qui estiment avoir un bon niveau pensent qu'il faut laisser la situation en l'état.

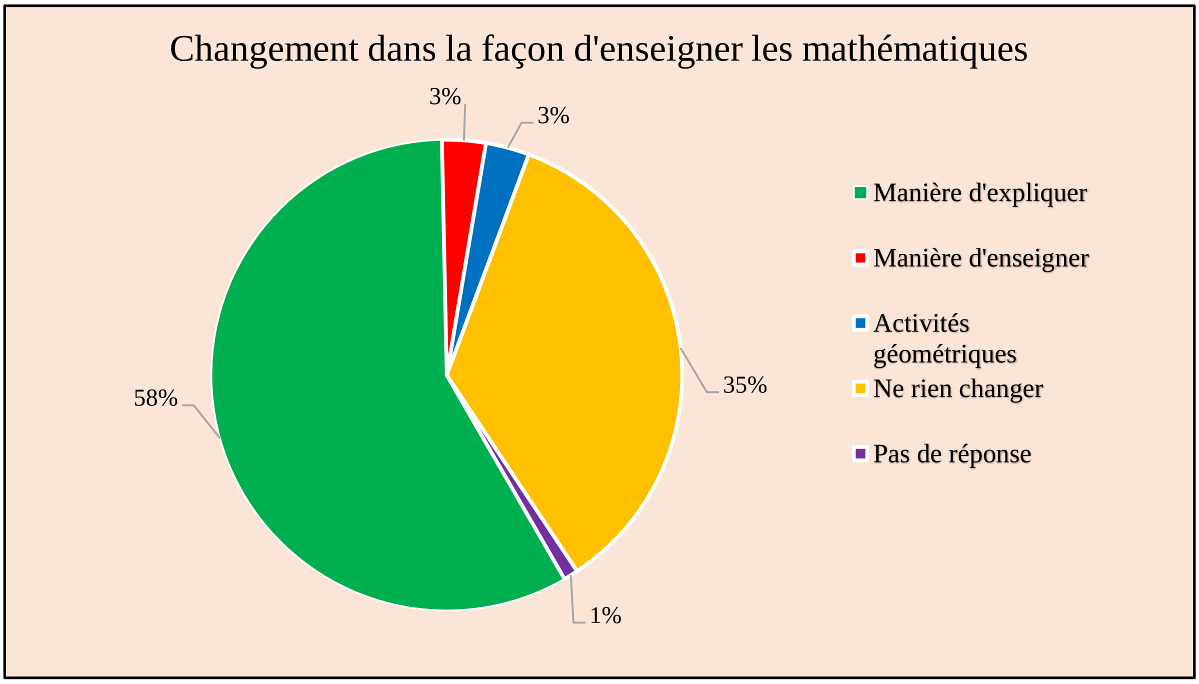


Figure 5.2. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la troisième question.

4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaborées ?

☐ ***Oui*** ☐ ***Non***

Au total 10 élèves ont répondu oui à cette question, soit (13,9 %) et 62 ont dit non, soit 86,1 %.

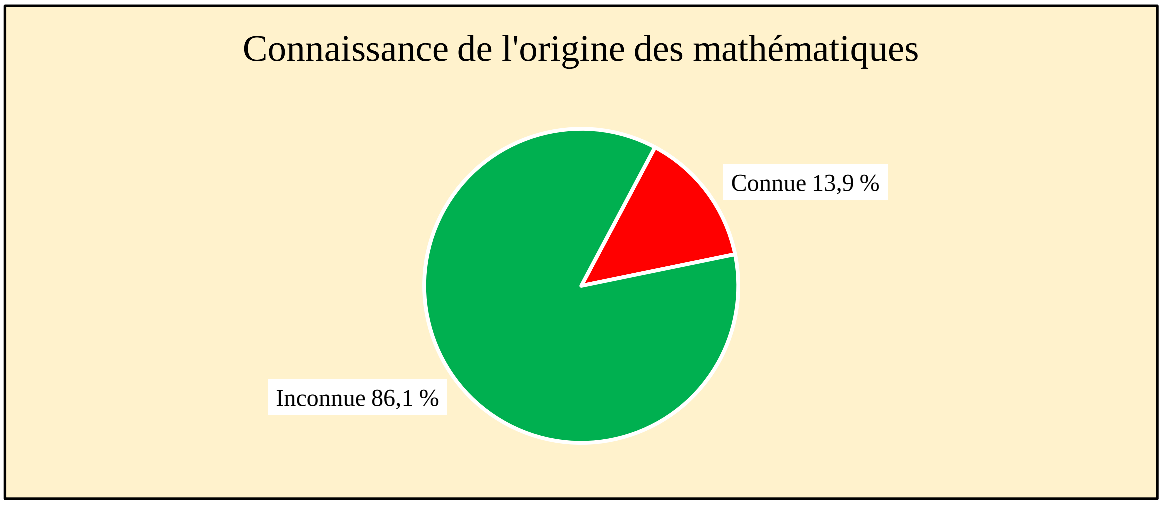


Figure 5.3. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la quatrième question.

Ces réponses montrent que l'écrasante majorité des élèves ignore pratiquement tout de l'origine des concepts étudiés, de leur évolution et de leurs concepteurs. Cette situation nous ramène à ce que Chevallard (2012, p. 1) appelle « le monumentalisme triomphant dans lequel l'enseignement devient une suite de visites de monuments dont souvent on ignore les raisons d'être ».

5. Si Oui donne un ou deux exemples.

Les exemples donnés par les 10 élèves qui ont répondu oui à la question précédente sont :

- Euclide et Archimède de Syracuse,
- Euclide qui a créé les mathématiques,
- les mathématiques viennent des savants grecs comme Euclide et Pascal,
- les mathématiques viennent des Égyptiens et des Arabes.

Les exemples sont vagues et imprécis, mais ils évoquent le nom d'illustres mathématiciens ou de grandes civilisations qui ont marqué l'Histoire des mathématiques.

6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques ?

☐ Oui ☐ Non

Au total 17 élèves ont répondu oui à cette question (soit 23,6 %), 54 ont dit non (soit 75 %) et un élève s'est abstenu.

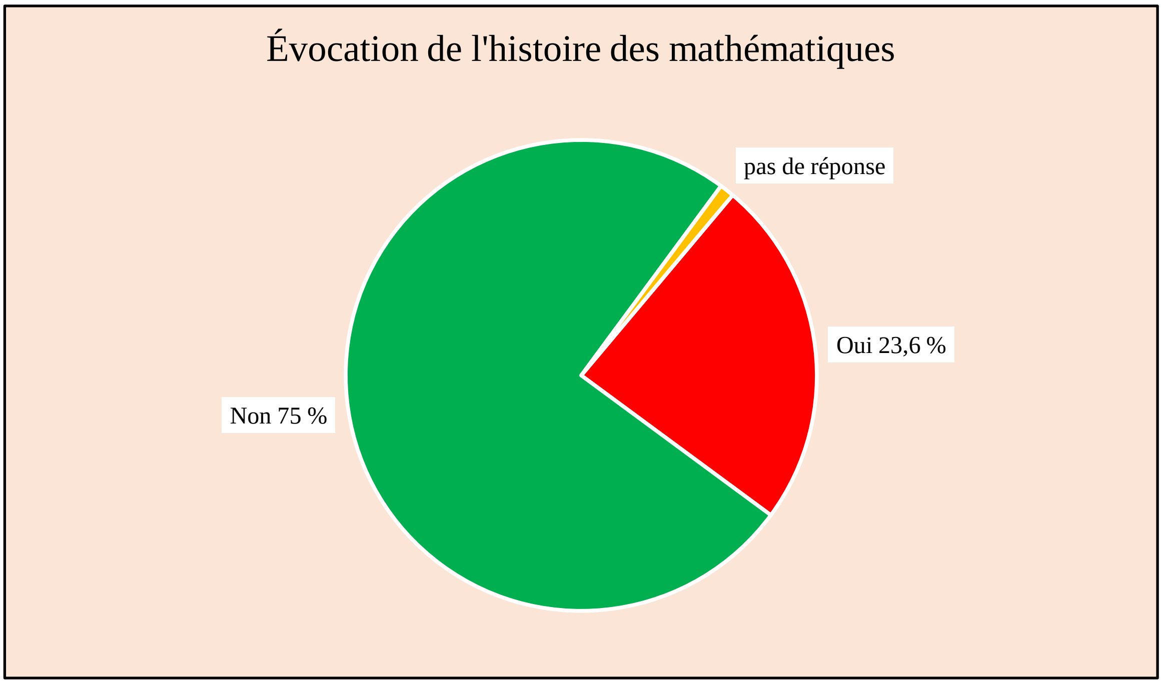


Figure 5.4. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la sixième question.

Cette tendance montre que l'Histoire des mathématiques est à peine explorée dans les classes, malgré les multiples occasions qui s'offrent à l'enseignant.

7. Si Oui, quel effet cela t'a-t-il fait ?

Les élèves ayant bénéficié dans leur cursus d'enseignements intégrant l'Histoire des mathématiques ont exprimé leurs sentiments en ces termes :

- c'est bien,
- ça m'a beaucoup intéressé,
- ça m'a beaucoup impressionné,
- ça m'a beaucoup plu,
- j'ai aimé,
- ça m'a beaucoup aidé,
- ça m'a fait connaitre beaucoup de choses,
- ça m'a rendu heureux.

Tous ces effets montrent l'impact positif de l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques qui peut contribuer à faire aimer la discipline.

V.1.4. Conclusion

Les résultats du questionnaire administré aux élèves révèlent malgré leur amour déclaré pour les mathématiques (98,6 % de l'échantillon) que 58,3 % des élèves ont estimé qu'il fallait

changer la manière d'expliquer les mathématiques qui est en général théorique, abstraite, sans lien avec le vécu de l'élève, ses préoccupations et ses envies.
En outre les réponses montrent que 86,1 % des élèves de l'échantillon interrogé ne connaissent pas l'Histoire des mathématiques et 75 % disent que leurs professeurs n'évoquent pas en classe l'Histoire des mathématiques. Ainsi l'Histoire des mathématiques occupe une place insignifiante dans les enseignements et apprentissages dispensés au Collège.
Pourtant les rares élèves qui ont suivi un cours s'appuyant sur l'Histoire des mathématiques, ont été tous séduits par cette dimension des mathématiques qui, disent-ils, leur a permis de connaître beaucoup de choses et les a rendu heureux.
En effet, il nous semble que l'Histoire des mathématiques est riche en informations qui peuvent rendre le cours de mathématiques plus compréhensible et plus agréable, à travers la découverte de la naissance du concept étudié, son évolution, ses inventeurs, ses usages, etc.
L'invite en ces termes « satisfaisant / à continuer » de l'élève interviewée Sokhna Faye, un an après l'expérimentation (Annexe 21, p. 1) traduit l'adhésion des élèves pour un enseignement intégrant l'Histoire des mathématiques.

V.2. Le questionnaire des professeurs avant l'expérimentation

V.2.1. Présentation du questionnaire des professeurs

En complément du questionnaire des élèves, nous avons élaboré un questionnaire destiné aux professeurs de mathématiques des Collèges et Lycées du Sénégal pour recueillir leurs avis sur l'intégration de l'Histoire dans leurs pratiques de classe.
Le questionnaire imprimé sur deux pages comportait des consignes qui expliquaient aux professeurs choisis dans des académies, Lycées et Collèges différents, comment répondre aux questions. Pour avoir un échantillon représentatif nous avons choisi :

- des Lycées et Collèges de la ville de Dakar, la capitale du Sénégal, (comme le CEM Lamine Gueye, le Lycée Seydou Nourou Tall et le CEM Abbé Fridoil). Dans ces établissements les effectifs sont les plus raisonnables (autour de 50 élèves par classe), la situation sociale des élèves est meilleure que dans le reste du Sénégal et les professeurs sont plus expérimentés dans l'ensemble (en général les professeurs commencent leur carrière dans les régions éloignées du pays et après deux ans de service ils postulent chaque année pour une mutation dans les établissements des grandes villes qui offrent beaucoup plus possibilités pour continuer leurs études dans les universités ou gagner de l'argent avec les cours particuliers). Ces établissements sont aussi mieux servis en termes d'infrastructures et d'équipements (bibliothèques, salles informatiques, Internet, etc.)
- des Lycées et Collèges de la banlieue de Dakar (le Lycée de Mbao, le Lycée de Thiaroye, le CEM de Mbao, le CEM de Diamaguène Sicap Mbao, le CEM de Mbao Extension, le CEM Martyrs et le CEM Thiaroye 44). Dans ces établissements les effectifs sont pléthoriques (80 élèves en moyenne), les bibliothèques et salles

informatiques sous-équipées en général et les élèves sont issus le plus souvent de familles pauvres.

- un Lycée mixte et un CEM de Kaolack une région de l'intérieur du pays (Le Lycée Maba Diakhou Ba et le CEM Valdiodio Ndiaye 1, voir Figure 2.1.). Dans ces établissements les effectifs sont raisonnables (autour de 45 en moyenne), mais les professeurs sont pour la plupart inexpérimentés. On note également le manque criant de bibliothèques et de salles informatiques.

Nous avons ciblé au total 13 établissements avec 82 questionnaires distribués en fonction du nombre de professeurs, cependant seuls 59 exemplaires renseignés ont été récupérés ; des professeurs ont perdu leurs exemplaires et d'autres nous ont demandé de repasser. En raison de contraintes de temps et du fait que l'échantillon recueilli était assez représentatif nous avons décidé de traiter seulement les 59 exemplaires disponibles.

Dans l'exploitation de certaines réponses nous avons distingué les professeurs avec les sigles suivants pour procéder à des comparaisons :

PCVD : Professeur Collège Ville de Dakar (6 professeurs ont rendu leurs questionnaires) ;
PLVD : Professeur Lycée Ville de Dakar (4 professeurs ont rendu leurs questionnaires) ;
PCBD : Professeur Collège Banlieue Dakar (29 professeurs ont rendu leurs questionnaires) ;
PLBD : Professeur Lycée Banlieue de Dakar (11 professeurs ont rendu leurs questionnaires) ;
PCRK : Professeur Collège Région Kaolack (4 professeurs ont rendu leurs questionnaires) ;
PLRK : Professeur Lycée Région de Kaolack (5 professeurs ont rendu leurs questionnaires) ;

Voici la liste des questions :

- ***1. Que pensez-vous de l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques ?***
- ***2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?***
- ***3. Si oui, indiquez les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'Histoire.***
- ***4. Citez dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours.***
- ***5. Citez dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.***
- ***6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'Histoire des mathématiques ?***
- ***7. Si oui, indiquez le nom de ces manuels.***
- ***8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'Histoire dans votre enseignement ?***
- ***9. Si non, pourquoi ?***
- ***10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'Histoire ?***
- ***11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'Histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'Histoire des mathématiques).***
- ***12. Quelle a été la réaction des élèves ?***
- ***13. Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques***

V.2.2. Recensement des résultats

Le recensement des résultats de l'enquête s'est fait à partir du Tableau 5.2.

Questions / Professeur	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
P1CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Puissance Maths	CIAM, Excellence	Non	CIAM au début de quelques chapitres	Non	Je n'en parle que si les élèves demandent qui est Pythagore ou Thalès	Introduction de la leçon	Parler rapidement de quelques philosophes en rapport avec le cours	Attentifs sans réaction	Meilleure compréhension, culture générale
P2CBD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM, Pythagore	CIAM, Excellence	Non	-	Non	Documenta- -tion quasi inexistante	-	-	-	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P3CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Oui	Excellence, CIAM	Oui	-	Introduction de la leçon	Les fractions avec l'œil du Dieu Horus découpé en 6 morceaux	Élèves intéressés et beaucoup de questions posées	Motivation élèves
P4CBD	Utile	Oui	Théorèmes de Pythagore et de Thalès	Excellence, CIAM, Hachette	Excellence, CIAM, Hachette	Non	-	Oui	-	Introduction de la leçon	Détermination de la hauteur de la pyramide de Khéops par Thalès à l'aide de la projection des ombres parallèles	Très intéressé et surpris que la connaissance puisse découler de l'observation	Meilleure compréhension
P5CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Pythagore	CIAM, Excellence	Non	-	Oui	-	Introduction de la leçon	Théorème de Pythagore	Élèves intéressés	Perte de temps, culture générale
P6CBD	Utile	Oui	Pythagore, Thalès, Trigonométrie	Excellence, CIAM, Bordas	Excellence, CIAM	Oui	CIAM	Oui	-	Introduction de la leçon	Thalès avec l'ombre de sa taille proportionnelle à celle de la pyramide	Élèves stupéfaits, ébahis et contents	Motivation élèves

P7CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Oui	Excellence	Oui	-	Introduction de la leçon	-	Élèves motivés	Motivation, meilleure compréhension
P8CBD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM, Pythagore	Excellence, CIAM	Non	-	Non	Manque de formation	-	-	-	Meilleure compréhension, culture générale
P9CBD	Utile	Oui	Géométrie dans l'espace, statistiques	Excellence, CIAM, Pythagore	Excellence, CIAM	Oui	Excellence, CIAM	Non	Je pense que ce n'était pas indiqué dans le programme	-	-	-	Motivation, Meilleure compréhension, culture générale
P10CBD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM, Pythagore	Excellence	Oui	Excellence	Oui	-	Introduction de la leçon	Lecture et commentaires d'un texte sur la vie de Pythagore et les différentes appellations du théorème	Élèves très enthousiastes	Motivation, Meilleure compréhension, culture générale
P11CBD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM, Boscher	Excellence, CIAM	Oui	CIAM	Oui	-	Activités introductive, exercice	Thalès et la mesure de la hauteur de la pyramide grâce à son ombre	Les élèves ont aimé et ont posé des questions sur Thalès et sur d'autres mathématiciens	Motivation, culture générale
P12CBD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM, Boscher	Excellence, CIAM, Triangle	Non	-	Non	Par soucis de gain de temps	-	-	-	Perte de temps
P13CBD	Aucun intérêt	Non	-	Excellence, CIAM	Excellence, CIAM	Oui	Excellence	Oui	-	Introduction leçon	Évocation de l'historique des nombres	Les élèves s'émerveillent et se concentrent sur la leçon	Perte de temps
P14CBD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM, Transmath	Excellence, CIAM	Oui	Excellence, CIAM mentionnent des mathématic--iens et leurs découvertes	Oui	-	Introduction leçon	Utilisation de la réciproque de Thalès pour calculer des longueurs	Élèves intéressés	Motivation, culture générale
P15CBD	Utile	Je ne sais pas	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Non	-	Non	-	-	-	-	Meilleure compréhension, culture générale
P16CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Oui	CIAM, Excellence	Non	Parce que le programme ne	-	-	-	Perte de temps

									le demande pas				
P17CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Non	Excellence	Oui	-	Introduction leçon	Pas en math, mais en Chimie dans le chapitre structure de la matière	Les élèves étaient attentifs	Motivation, culture générale
P18CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Phare	CIAM, Excellence, USAID	Non	-	Oui	-	Introduction leçon	L'histoire de Descartes et d'Euclide pour expliquer le repère cartésien et la géométrie	Élèves lus intéressés, plus curieux et ravis de savoir que des gens sont connus grâce aux mathématiques	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P19CBD	Utile	Oui	Décimaux relatifs en 5^{e}	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Non	-	Oui	-	Introduction leçon	Les nombres décimaux relatifs avec la naissance de Jésus-Christ	Favorable	Meilleure compréhension
P20CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	Excellence	Non	-	Non	Le temps ne le permet pas	-	-	-	-
P21CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Pythagore	Excellence, CIAM	Oui	CIAM, Pythagore	Non	Approche historique pas indiquée dans le programme	-	-	-	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P22CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Non	-	Non	Je ne l'ai pas apprise	-	-	-	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P23CBD	Aucun intérêt	ne sais pas	-	Excellence, CIAM	Excellence, CIAM	Non	-	Non	Je n'y ai jamais pensé	-	-	-	Perte de temps, culture générale
P24CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Hachette	Excellence, CIAM	Non	-	Non	Ce n'est pas indiqué dans le programme	-	Dans Pyramides et cônes, je parle de l'Égypte pharaonique	Les élèves ont apprécié	Culture générale
P25CBD	Aucun intérêt	Non	-	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Oui	Excellence, CIAM	Oui	-	Introduction leçon	Les théorèmes qui sont attribués à Pythagore et à Thalès, mais qui ne les	Élèves heureux d'entendre cette vérité	Motivation de l'apprenant

											appartiennent pas		
P26CBD	Utile	ne sais pas	-	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Oui	Excellence, CIAM	Oui	-	Introduction leçon, exercice	utilisation statistiques en Chine pour recenser les récoltes	Élèves plus attentionnés et plus motivés	Motivation de l'apprenant
P27CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Pythagore	Excellence	Oui	CIAM, Excellence	Non	-	-	-	-	Meilleure compréhension
P28CBD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Non	-	Non	Le programme volumineux	-	-	-	Perte de temps
P29CBD	Aucun intérêt	Non	-	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Oui	Excellence	Non	On préfère parler de l'utilisation et de l'application des maths	-	-	-	Culture générale
P30LBD	Aucun intérêt	Non	-	CIAM, Hachette, Déclic	CIAM, Hachette, Déclic	Oui	CIAM, Hachette, Déclic	Non	J'ai pas assez de temps	-	-	-	Culture générale
P31LBD	Utile	Non	Barycentre, trigonométrie, dénombrement, nombres complexes, probabilité, fonction logarithme	CIAM, Declic, Fractal	CIAM	Oui	Tous les manuels cités	Oui	Aperçu historique avant l'introduction des nombres complexes, la fonction logarithme et la probabilité	Introduction leçon	l'utilisation de l'Histoire pour l'introduction des chapitres cités	Les élèves aiment, applaudissent parfois et montrent beaucoup d'intérêt	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P32LBD	Utile	Non	-	CIAM, Dimathème, Déclic	CIAM, USAID	Non	-	Oui	-	Introduction leçon	Exposés d'élèves	Élèves très motivés	Culture scientifique
P33LBD	Aucun intérêt	ne sais pas	-	CIAM, Hachette, Terracher	CIAM	Oui	Terracher	Non	Manque de temps	-	L'Histoire des probabilités a commencé avec celle des jeux hasard	Surpris	Culture générale
P34LBD	Utile	-	-	USAID, CIAM	-	Oui	USAID	Non	Programme vaste pour intégrer l'Histoire	-	-	-	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P35LBD	Utile	Non	-	CIAM,	-	Non	-	Oui	-	Introduction	-	-	Motivation,

				Hachette, Fractale						leçon			meilleure compréhension, culture générale
P36LBD	Utile	Oui	Introduction générale des programmes	Hautcoeur, Dimathème, Delagrave	CIAM	Oui	Hautcoeur, Dimathème, Delagrave	Oui	-	Introduction leçon	Les logarithmes inventés pour simplifier les calculs	Elèves toujours intéressés quand il s'agit de l'Histoire des mathématiques	Motivation
P37LBD	Utile	Oui	Nombres complexes	CIAM, Transmath, Terracher	CIAM, Hachette, Déclic	Oui	CIAM	Oui	-	Introduction leçon	-	-	Meilleure compréhension
P38LBD	Utile	Oui	-	Divers	-	-	-	Non	-	-	-	-	Culture générale
P39LBD	Utile	Non	-	CIAM, Déclic, Terracher	CIAM	Oui	CIAM, Terracher	Oui	-	Introduction leçon	-	-	Motivation élèves
P40LBD	Utile	Oui	Tous les chapitres, si possible	CIAM, Fractale, Terracher	CIAM, Déclic, Fractales	Oui	CIAM	Oui	-	Introduction leçon	Probabilités, fonction, logarithme népérien	-	Motivation élèves, culture générale
P41CRK	Utile	Ne sais pas	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	-	-	Non	Perte de temps, je n'ai jamais essayé	-	-	-	Meilleure compréhension, culture générale
P42CRK	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Oui	CIAM	Oui	-	Introduction leçon, activité	Thalès et la mesure de la hauteur de la pyramide grâce à son ombre	Élèves Impressionnés et très intéressés	Motivation, meilleure compréhension, culture générale
P43CRK	Utile	Non	utilisation Histoire nulle part mentionnée dans le programme	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Oui	CIAM	Oui	-	Introduction	Le second degré avec le triangle de Pascal que Blaise a inventé pour aider son père	Élèves motivés	Culture générale
P44CRK	Utile	Ne sais pas	-	CIAM, Excellence, Belin	CIAM, Excellence, Durrande	Oui	CIAM, Excellence, Belin	Oui	-	Introduction de la leçon	Les dates de naissances et de décès de Thalès et Pythagore ainsi que l'évocation des tombeaux des pharaons dans l'étude des pyramides	Élèves intéressés	Motivation, meilleure compréhension, culture générale

P45LRK	Utile	Non	Terminale Classe de 6e	CIAM, Excellence, USAID	CIAM, Excellence	Oui	CIAM	Oui	-	Introduction leçon	-	-	Motivation élèves
P46LRK	Utile	Oui	Probabilité, complexes arithmétique	CIAM, Hachette	CIAM	Oui	CIAM, Hachette	Oui	-	Introduction leçon	Histoire probabilités et création nombres complexes	Élèves contents et intéressés	Motivation élèves
P47LRK	Utile	Non	-	CIAM, USAID, Durande	CIAM, USAID Durande	Non	-	Non	Car je ne sais pas	Introduction leçon	Attirer l'attention des élèves, meilleure connaissance de la matière	Élèves intéressés	Motivation élèves
P48LRK	Utile	Non	-	CIAM, USAID, Excellence	CIAM, USAID, Excellence	Non	CIAM	Oui	-	Introduction leçon	Probabilité et jeux de hasard	Les élèves s'intéressent davantage au cours	Motivation élèves, culture générale
P49LRK	Utile	Non	-	CIAM, Excellence	CIAM, Excellence	Non	-	Non	Le plus important c'est l'utilité	-	-	-	Culture générale
P50CVD	Utile	Oui	Les théorèmes de Pythagore et de Thalès	CIAM, Excellence, guides	CIAM, Excellence	Non	-	Oui	-	Introduction leçon	Historique des nombres avec l'homme qui a commencé à s'endetter (nombres négatifs) et qui comptait des sacs de récolte pas pleins (nombres décimaux)	Élèves ébahis	-
P51 CVD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence Hachette	Excellence, CIAM	Non	-	Oui	-	Introduction leçon, exercices	Détermination de la hauteur de la pyramide de Khéops avec Thalès	Appropriation des mathématiques	Motivation élèves, culture générale
P52 CVD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence Pythagore	Excellence, CIAM	-	-	Non	Je ne sais pas si c'est encouragé par les programmes	-	-	-	Culture générale

P53 CVD	Utile	Oui	Décimaux relatifs 6e	CIAM, Excellence	Excellence, CIAM	Oui	Excellence, CIAM	Oui	-	Introduction de la leçon – Activité introductive	Études démographiques, classement données statistiques, origines des dates pour introduire les décimaux relatifs	Positive et intègre	Motivation élèves - meilleure compréhension du cours
P54 CVD	Utile	Non	-	Excellence, CIAM	Excellence, CIAM	Non	-	Non	-	-	-	-	-
P55 CVD	Utile	Non	-	CIAM, Excellence, Didactica	CIAM, Excellence	Non	-	Oui	-	Introduction de la leçon – activité introductive	Les entiers naturels et les nombres créés par l'homme	Attentifs, intéressés	Motivation élèves - meilleure compréhension du cours
P56LVD	Utile	Oui	Les nombres, Thalès, Pythagore, les polygones, les transformations, les fonctions etc.	CIAM, Hachette, Déclic	CIAM, Excellence	Non	-	Oui	-	Introduction	La création des logarithmes	Intéressé	Motivation
P57 LVD	Utile	Ne sait pas	-	CIAM, Excellence, Durrande	CIAM, Excellence, Durrande	Non	-	Oui	-	Introduction de la leçon	Thalès de Millet et son histoire, théorème de Pythagore	Très intéressés	Motivation, Compréhension, Culture générale
P58 LVD	Utile	Non	-	Hachette, Terracher, CIAM	CIAM, Hachette, Terracher	Oui	Hachette, CIAM	Non	La contrainte de temps	-	-	-	Motivation
P59 LVD	Utile	Oui	A tous les niveaux	CIAM, Excellence, Hachette	CIAM, Excellence	Non	-	Non	Déficit de formation	-	-	-	Motivation, Compréhension, Culture générale

Tableau 5.2. Recensement des réponses des 59 professeurs.

V.2.3. Analyse des résultats

1. ***Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?***

☐ Aucun intérêt ☐ utile pour la discipline

Une majorité de 53 professeurs sur 59, soit 89,8 % parmi les interrogés a trouvé que l'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques est utile contrairement aux 6 restants qui ne trouvent aucun intérêt à cette pratique.

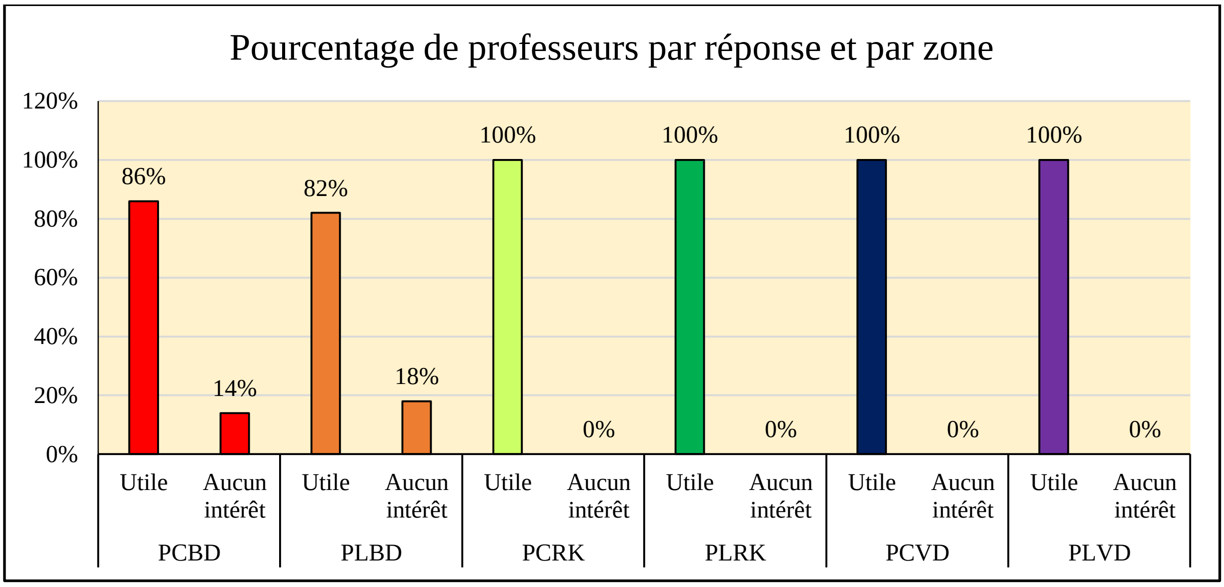


Figure 5.5. Répartition des pourcentages de professeurs suivant leur réponse à la première question et leur lieu d'enseignement.

Cette tendance est notée dans les Collèges comme dans les Lycées, mais également dans les différentes zones ciblées par l'étude (la ville de Dakar, sa banlieue et la région de Kaolack qui est à 192 km de Dakar).
Toutefois nous constatons que c'est dans la banlieue de Dakar que des professeurs de Lycée (18 %) et de Collèges disent ne trouver aucun intérêt à l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques. Ces réponses non favorables peuvent s'expliquer par le fait que leurs auteurs pensent qu'on veut leur rajouter un travail supplémentaire alors qu'ils sont confrontés à beaucoup de problèmes liés aux effectifs pléthoriques, au niveau faible des élèves et au programme à terminer.
D'ailleurs n'est-il pas contradictoire d'affirmer qu'on ne trouve aucun intérêt à intégrer l'Histoire des mathématiques dans les enseignements apprentissages alors que plus loin, à la question 13, on soutient que l'Histoire des mathématiques permet à l'élève d'avoir une culture générale comme l'ont fait ces professeurs ? Sauf s'ils considèrent que la culture générale est inutile ; ce qui est difficile à admettre pour un professeur.

2. ***L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?***

☐ Oui ☐ Non ☐ Je ne sais pas

Une minorité de 13 professeurs affirme que l'approche historique dans le cours est encouragée par le programme, soit 22,0 %, contrairement à 38 de leurs collègues qui soutiennent le contraire, soit 64,4 % et à 8 qui disent qu'ils ne savent pas, soit 13,6 %.
Les professeurs de Collège étant les plus nombreux à être interrogés (66,1 %), ceci explique que le plus grand nombre de professeurs dit que l'approche historique n'est pas encouragée par les programmes. En effet l'étude des programmes du Collège (voir chap III.1.) a révélé qu'aucune allusion à l'Histoire des mathématiques n'est faite dans ce document-référence contrairement au Lycée où figurent des recommandations ayant trait à l'Histoire des mathématiques au niveau de l'introduction de certains programmes ou chapitres.
Toutefois une analyse plus fine par cycle et par zone montre que plus des deux tiers des professeurs de Collège sont conscients que le programme auquel ils se réfèrent n'encourage pas l'approche historique sauf à Kaolack où le pourcentage est de 50 %.

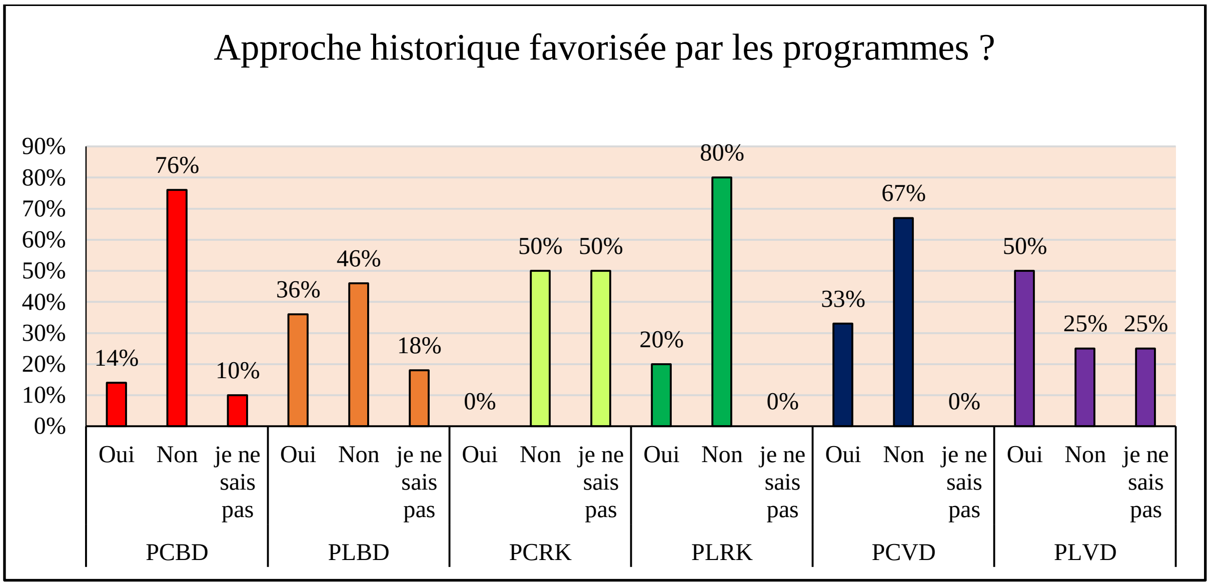


Figure 5.6. Répartition des pourcentages de professeurs suivant leur réponse à la deuxième question et leur lieu d'enseignement.

La proportion importante de professeurs de Collège qui ne sont pas de cet avis ou qui disent qu'ils ne savent pas peut s'expliquer par le fait qu'il existe des enseignants qui ne connaissent pas le programme en vigueur. Certains se contentent de manuels comme références, d'autres de guides ou de programmes caducs. Ce qui fait qu'ils sont nombreux à ne pas être en mesure de répondre à cette question élémentaire ; l'exemple de Kaolack est éloquent avec la moitié des professeurs de Collège interrogés qui dit ne pas savoir.
Au Lycée les tendances sont moins nettes car la prise en charge de l'Histoire des mathématiques dépendent des séries et des chapitres (voir chapitre III.1.), ce qui justifie les différentes variations notées dans les réponses. Toutefois le Lycée de Kaolack se distingue avec 80% de professeurs qui disent que le programme n'encourage pas l'approche historique ;

ceci vient du fait que ce Lycée de Kaolack comprend les deux cycles et certains professeurs qui ont répondu sont du premier cycle.

3. ***Si oui, indiquez les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire.***

Parmi les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'Histoire, le Théorème de Pythagore en classe de $4^{\text{ème}}$ a été cité quatre fois, le Théorème de Thalès en $3^{\text{ème}}$ quatre fois, les nombres complexes en Terminale trois fois, les nombres décimaux relatifs en $6^{\text{ème}}$ deux fois, les Probabilités en Terminale deux fois, et tous les autres chapitres qui suivent ont été mentionnés une seule fois : la Trigonométrie en $3^{\text{ème}}$, la Géométrie dans l'espace en $3^{\text{ème}}$, les Statistiques en $4^{\text{ème}}$, le Barycentre en 2^{nde}, les Dénombrements en $1^{\text{ère}}$, la Fonction logarithme en Terminale et l'Arithmétique en Terminale, les polygones, les fonctions et les transformations en 2^{nde}, 1^{ere} ou Terminale.
Les nombreux chapitres du premier cycle cités prouvent le fait que certains professeurs prennent les manuels pour le programme en vigueur ; en effet dans les manuels l'approche historique est bien prise en charge dans ces chapitres, mais pas dans les programmes de mathématiques de Collège.
Pour ce qui concerne le Lycée, les professeurs ont raison de citer les nombres complexes et les probabilités, car les programmes encouragent l'approche historique dans ces chapitres, ce qui n'est pas le cas du Barycentre, de l'Arithmétique, de la Fonction logarithme et des transformations comme indiqué par les professeurs.

4. ***Citez dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours.***

Il ressort des réponses des professeurs que les collections de manuels les plus utilisées sont :
- Excellence, CIAM et Pythagore au Collège ;
- CIAM, Déclic et Terracher au Lycée.

Ces réponses montrent que les professeurs travaillent d'abord sur la collection rédigée selon le programme sénégalais (Excellence maths), ensuite sur la collection inter-africaine (CIAM) qui se réfère au programme HPM auquel le Sénégal a participé et enfin sur les collections françaises (Pythagore, Déclic, Terracher) ce qui est normal. Cependant du fait que les programmes sénégalais surtout ceux du Collège ne prennent pas en charge les aspects historiques, les occasions d'intégration de l'Histoire sont peu exploitées dans Excellence maths, ce qui amenuise les chances de rencontrer l'Histoire des mathématiques dans les pratiques enseignantes au Sénégal.

5. ***Citez dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.***

Pour ce qui est des élèves les professeurs ont indiqué les collections :
- Excellence et CIAM pour le Collège ;
- CIAM, Déclic et USAID pour le Lycée.

Ces collections sauf Déclic ont été identifiées dans le chapitre III.2 comme étant les plus utilisées dans les Collèges et Lycées, ce qui leur a valu d'ailleurs une analyse portant sur la présence des aspects historiques. Ces collections de manuels sont certes rédigées par des auteurs sénégalais et africains mais ce sont surtout elles que l'État sénégalais commande pour doter les établissements d'ouvrages mathématiques ; ce qui explique le fait qu'elles sont le plus utilisées dans les classes.

6. ***Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'histoire des mathématiques ?***

   ☐ Oui ☐ Non

Sur 59 professeurs 29, soit 49,2 % estiment que les manuels qu'ils utilisent se réfèrent à l'Histoire des mathématiques ; en revanche 27 ont répondu non, soit 45,8 % et 3 ne se sont pas prononcés, soit 5 %.

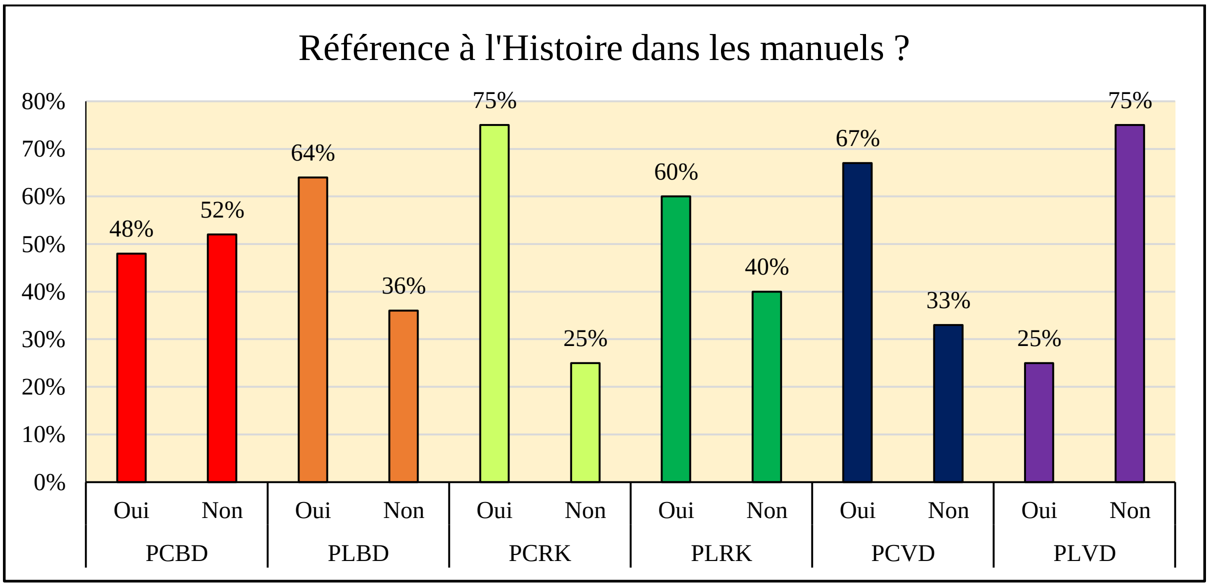


Figure 5.7. Répartition des pourcentages de professeurs suivant leur réponse à la sixième question et leur lieu d'enseignement.

Les avis sont partagés pour cette question comme le montre le graphique du pourcentage de professeurs par réponse et par zone. La variété des réponses est liée à la question qui manque de précision. En effet dans pratiquement tous les manuels scolaires de mathématiques actuels, on retrouve des éléments d'Histoire. Mais peut-on dire pour autant que le manuel se réfère à l'Histoire même s'il évoque un ou deux aspects historiques isolés ? Il aurait été préférable de demander quels étaient les manuels les plus utilisés pour intégrer l'Histoire sur sa fiche de cours.

7. ***Si oui, indiquez le nom de ces manuels.***

Le nom des manuels indiqués par les professeurs sont :

- CIAM, Excellence et Pythagore pour le Collège ;
- CIAM, Déclic, USAID, Hachette et Terracher pour le Lycée.

Il n'est pas étonnant de retrouver les manuels cités dans la question précédente car ils sont les plus utilisés par les professeurs et ils contiennent tous des informations historiques.

8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'histoire dans votre enseignement ?

☐ Oui ***☐ Non***

Une majorité de 33 professeurs a coché « oui », soit 55,9 % et les 26 restants ont répondu « non ».

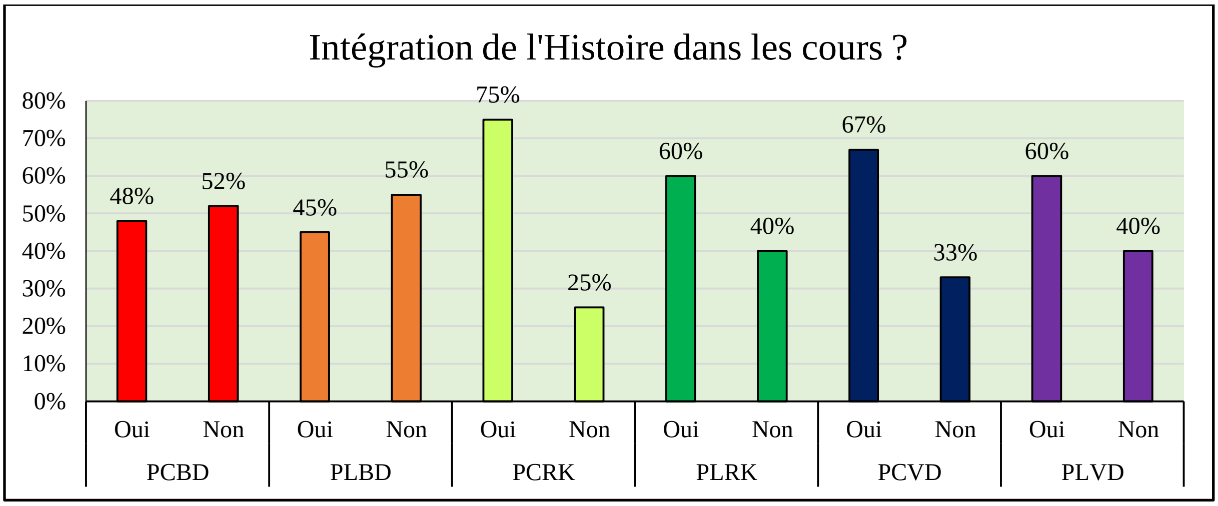


Figure 5.8. Répartition des pourcentages de professeurs suivant leur réponse à la huitième question et leur lieu d'enseignement.

Ce résultat montre qu'un peu plus de la moitié des professeurs interrogés intègrent l'Histoire des mathématiques dans leurs enseignements. L'analyse par zone et par niveau confirme cette tendance avec 52 % de professeurs qui intègrent l'Histoire des mathématiques en banlieue, 53.8 % au Collège et 60 % au Lycée. Ces pourcentages sont satisfaisants dans le contexte sénégalais où les professeurs ne sont pas formés à l'Histoire des mathématiques et où les programmes sont peu loquaces sur le sujet. Cependant le travail fait par ces professeurs n'est pas ressenti sur le terrain ; en effet 86 % des élèves, à travers leur questionnaire avant l'expérimentation, disent ignorer l'origine des mathématiques qu'on leur enseigne et 75 % soutiennent que leurs professeurs ne leur ont jamais parlé d'Histoire des mathématiques.
Ce qui nous amène à nous demander comment procèdent les professeurs qui affirment intégrer l'Histoire des mathématiques dans leur enseignement ? Les approches utilisées sont-elles pertinentes ?
Si on se fie aux réponses de la question 10, pratiquement tous les professeurs affirment évoquer l'Histoire des mathématiques au moment de l'introduction du chapitre, conformément au format de fiche proposé par le président de la Commission nationale de mathématiques, l'IGEF Diaham (voir annexe 17). Circonscrire l'utilisation de l'Histoire à ce moment ne limite-t-il pas les enseignants à convoquer le factuel et l'événementiel qui n'ont pas un grand impact dans l'apprentissage des élèves ?

9. Si non, pourquoi ?

Les professeurs qui n'intègrent pas l'Histoire dans leurs enseignements donnent comme raisons : la documentation quasi-inexistante, le manque de formation, le fait que ça ne soit pas indiqué dans le programme, le souci de gain de temps, le temps qui ne le permet pas, le fait

qu'ils ne l'ont pas apprise, le programme volumineux, le manque ou perte de temps, leur préférence pour l'utilisation et l'application des mathématiques dans la vie.
La plupart des raisons comme le manque ou la perte de temps, la documentation quasi-inexistante, le manque de formation sont évoqués par Siu (2004, pp. 268-269) dans sa liste des seize raisons qui le pousse à ne pas utiliser l'Histoire des mathématiques en classe :

- "I have no time for it in class" ;
- "There is a lack of ressource material on it" ;
- "There is a lack of teacher training in it" ;
- etc.

D'autres points sont également évoqués comme la non prise en charge de l'Histoire par le programme et le fait de privilégier l'application des mathématiques dans la vie. Le premier point doit être pris en charge en intégrant l'Histoire dans le programme de mathématiques. Quant à l'application des mathématiques dans la vie, elle n'est pas contradictoire avec l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques mais plutôt complémentaire. Car toutes les deux ont pour objectifs la recherche du sens, l'humanisation des mathématiques et la motivation des élèves.

10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'Histoire ?

☐ Introduction de la leçon ☐ Activité introductive ☐ Exercice ☐ Autre ………

Les moments d'utilisation de l'Histoire indiqués par les 33 professeurs qui l'ont fait sont :

- l'introduction de la leçon qui est citée 27 fois, soit 81,8 % ;
- l'introduction de la leçon et l'activité introductive mentionnées 3 fois ensemble, soit 9,1 % ;
- l'introduction et l'exercice évoqués 2 fois ensemble, soit 6,1 % ;
- l'activité introductive et l'exercice cités 1 fois ensemble, soit 3,0 %.

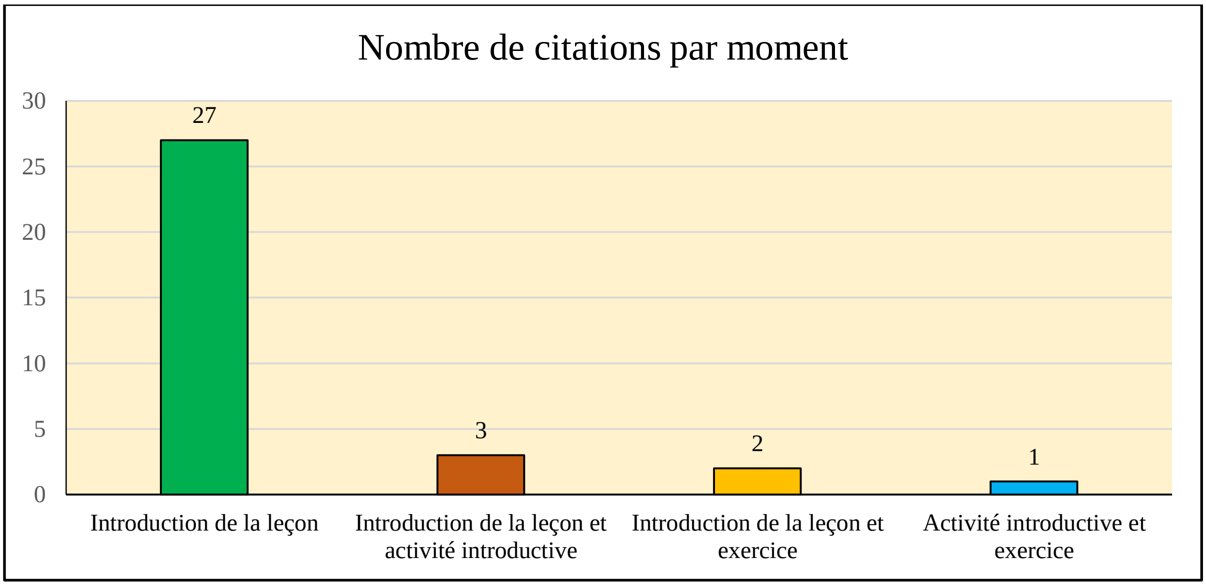


Figure 5.9. Répartition des citations par moment d'enseignement de l'Histoire.

Nous n'avons pas pris en compte les réponses de deux professeurs qui disent ne pas utiliser l'Histoire des mathématiques et qui ont ensuite coché l'introduction de la leçon comme moment du cours où ils utilisent l'Histoire des mathématiques.

Tous les professeurs qui utilisent l'Histoire sauf un (soit 96,96 %) ont indiqué qu'ils font allusion à l'Histoire des mathématiques au moment de l'introduction de la leçon. Pour eux l'intégration de l'Histoire des mathématiques se limite à l'introduction de la leçon où il est demandé au professeur, dans sa fiche pédagogique, de situer le thème du jour dans le programme et dans l'histoire des mathématiques, expliciter l'importance des notions en jeu en mathématiques et en dehors des mathématiques. Cet aspect est certes important, mais il se résume en général à un discours du professeur le plus souvent incompréhensible pour l'élève. D'où l'importance d'explorer les autres moments, les moins cités par les professeurs, comme les activités et les exercices qui offrent l'occasion à l'élève de chercher, de découvrir et de s'émerveiller.

11. ***Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'histoire des mathématiques).***

Les professeurs ont indiqué plusieurs expériences parmi lesquelles :

- la détermination de la hauteur de la pyramide de Khéops par Thalès avec les ombres, qui a été citée six fois ;
- l'historique des nombres, qui a été cité trois fois ;
- l'Histoire des probabilités en rapport avec les jeux de hasard, qui a été citée trois fois ;
- les nombres décimaux relatifs avec la naissance du Christ cités deux fois ;
- les logarithmes inventés pour simplifier les calculs cités deux fois;
- l'évocation de quelques philosophes en rapport avec le cours ;
- les fractions avec l'œil du Dieu Horus découpé en six morceaux ;
- la lecture et les commentaires d'un texte sur la vie de Pythagore et les différents noms du théorème ;
- l'Histoire de Descartes et d'Euclide pour expliquer le repère cartésien et la géométrie ;
- l'Égypte pharaonique dans le chapitre Pyramides et cônes ;
- les théorèmes attribués à Pythagore et à Thalès mais qui ne leur appartiennent pas ;
- l'utilisation des statistiques en Chine pour recenser les récoltes ;
- le Second degré avec le triangle de Pascal que Blaise a inventé pour aider son père ;
- les tombeaux des pharaons dans l'étude des pyramides ;
- la création des nombres complexes.

On retrouve la plupart de ces informations sous forme de bulles historiques dans les manuels ; elles confirment l'utilisation de l'Histoire des mathématiques sous forme de récits à raconter aux élèves dans le cadre de l'introduction d'une leçon ; ce qui est très réducteur pour l'Histoire des mathématiques qui offre une gamme d'utilisation variée et plus vaste (voir Chapitre IV.1).

12. ***Quelle a été la réaction des élèves ?***

Les professeurs ont constaté que les élèves durant les différentes expériences ont :

- été attentifs sans réaction ;
- éprouvé beaucoup d'intérêt et ont posé d'innombrables questions ;
- été surpris, stupéfaits, ébahis, curieux et contents ;
- été très enthousiastes et motivés ;
- aimé, apprécié et applaudi ;
- été émerveillés, concentrés et attentifs ;
- été ravis, heureux, ébahis et impressionnés.

Tous ces qualificatifs montrent que l'Histoire des mathématiques produit des effets chez les élèves, même quand elle se résume à quelques faits racontés pour introduire une leçon.
Toutefois on peut se demander si le fait d'être surpris, stupéfait, ébahi et impressionné ne va pas dépayser l'élève qui, pour retrouver un nouvel équilibre, est obligé d'être attentif et plus concentré. Cette situation, ne donne-t-elle pas plus d'envie à l'élève de découvrir, d'apprendre, d'acquérir de nouvelles connaissances et de progresser ?

13. ***Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques ?***
    ☐ Motivation de l'apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours ☐ Aucun impact ☐ Acquisition d'une culture générale mathématique et scientifique

Les professeurs ont coché 4 fois « compréhension du cours », 9 fois « culture générale », 11 fois « motivation », 4 fois « perte de temps », 3 fois le couple « Motivation-Compréhension », 6 fois le couple « Motivation-Culture générale », 4 fois le couple « Compréhension-Culture générale », 2 fois le couple « Culture générale-perte de temps » et 13 fois le triplet « Motivation-Culture générale-Compréhension ».

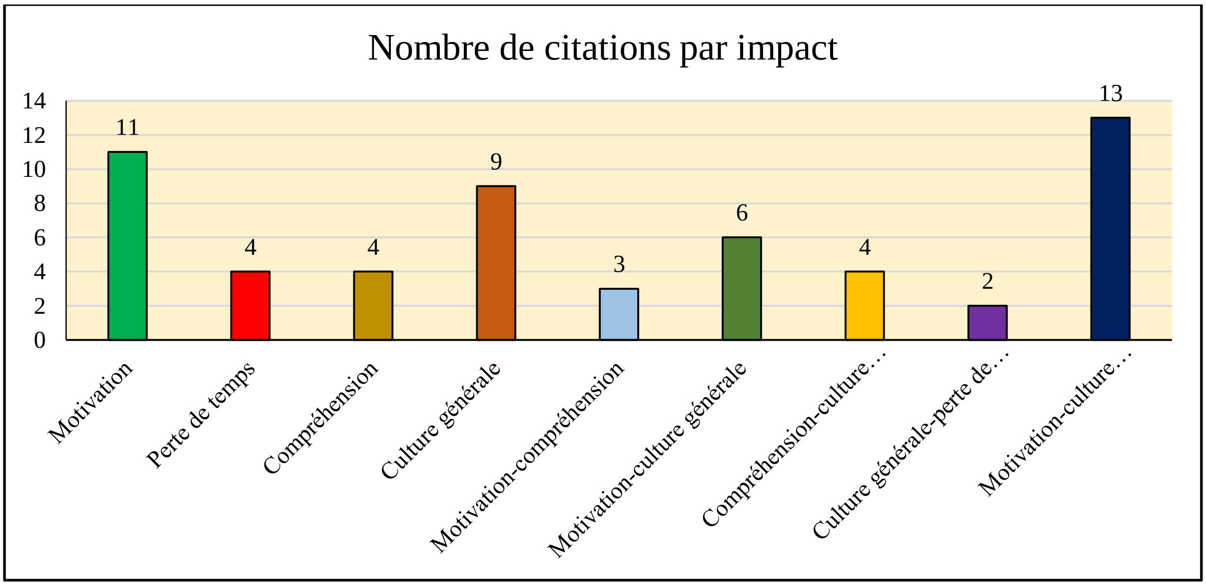


Figure 5.10. Répartition des citations par impact.

La culture générale est citée 9 fois, 6 fois avec la Motivation, 4 fois avec la Compréhension, 2 fois avec la perte de temps et 13 fois avec le couple Motivation-Compréhension ; ce qui fait

un total de 34 citations. En procédant de la même manière, on trouve que la Motivation est citée 33 fois, la Compréhension 24 fois et la perte de temps 6 fois. Ainsi les professeurs estiment que l'Histoire des mathématiques permet avant tout de faire acquérir à l'élève une culture générale, ensuite de le motiver, avant qu'il n'arrive à une meilleure compréhension des enseignements. Ceux qui estiment que c'est une perte de temps sont au nombre de 6 et parmi eux 4 ont affirmé au niveau de la question huit qu'il ne leur est jamais arrivé d'intégrer l'Histoire dans leur enseignement ; donc il faut relativiser leur jugement car ils n'ont aucun élément matériel pour affirmer que cette pratique est une perte de temps.
Concernant les deux autres qui ont expérimenté l'introduction d'une perspective historique et qui estiment que c'est une perte de temps, on relève des contradictions dans leurs propos : l'un affirme à la première question que l'Histoire des mathématiques est utile, à la douzième question que les élèves étaient intéressés et à la treizième question que l'Histoire des mathématiques permet d'acquérir une culture générale. Quant au deuxième il a soutenu à la question douze que les élèves étaient émerveillés et concentrés. Comment dans ce cas l'Histoire des mathématiques peut-elle constituer une perte de temps ?

V.2.4. Conclusion

L'analyse des questionnaires administrés aux professeurs a fait ressortir deux types d'enseignants :
Il y a d'une part les professeurs à qui il est arrivé d'intégrer l'Histoire des mathématiques dans leur enseignement. Ils sont majoritaires car ils constituent 55,9 % de l'échantillon interrogé.
- On les retrouve surtout au Lycée et la plupart des expériences qu'ils ont mises en œuvre en classe viennent des manuels. L'allusion à l'histoire des mathématiques est surtout faite au moment de l'introduction des leçons comme l'ont dit 97 % des professeurs. L'Histoire convoquée concerne en général des évocations et rarement des exercices ou des activités. Les professeurs estiment que les élèves sont très intéressés par les faits historiques relatés qui les motivent et leur permettent surtout d'acquérir une bonne culture générale.
- Il y a d'autre part les professeurs qui n'ont jamais fait mention de l'Histoire des mathématiques en classe. Ils expliquent les raisons de leur option par les programmes qui ne le demandent pas, le déficit de formation, le manque d'intérêt, la gestion du temps, etc.
Toutefois la majorité d'entre eux trouvent que l'Histoire des mathématiques est utile pour l'enseignement de la discipline ; cela ne prouve-t-il pas que les enseignants seraient prêts à utiliser l'Histoire des mathématiques en classe si les conditions minimales étaient réunies ?

Parmi ces conditions les plus urgentes sont, nous semble-t-il :

- une meilleure prise en charge de l'Histoire des mathématiques dans les programmes,
- la disponibilité des ressources historiques et la formation des enseignants pour leur montrer comment utiliser ces ressources, comment gérer le temps,
- et la diminution des effectifs pléthoriques.

V.3. L'entretien avec Monsieur Diaham, Inspecteur Général de l'Éducation et de la Formation, Président de la Commission Nationale de Mathématiques du Sénégal de 1998 à 2015, Coordonnateur du Collège de Mathématiques

V.3.1. Entretien avec Monsieur Diaham

Cet entretien est l'objet de L'Annexe 17.

V.3.2. Commentaires

L'interview de l'IGEF de mathématiques révèle que l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques n'est pas encore prise en charge comme il se doit au Sénégal. L'ambition et la volonté ne manquent pas, comme en témoignent la présence du module Histoire et Épistémologie dans la formation initiale des professeurs de mathématiques à la FASTEF et le format de fiche de leçon proposée aux enseignants qui leur demande dans l'introduction d'une leçon d'expliciter quelques éléments d'histoire des mathématiques en rapport avec les notions en jeu.

Cependant l'IGEF reconnait que le manque de spécialistes de l'Histoire des sciences pour prendre en charge la problématique de l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques fait que les enseignants peinent à trouver des activités didactiques pertinentes et compatibles avec l'organisation actuelle des enseignants. En effet les rares paragraphes des manuels qui évoquent l'Histoire sont écrits par des auteurs qui ne sont pas des spécialistes de l'Histoire des mathématiques. Ce qui pose le problème de la fiabilité des informations historiques diffusées dans les manuels et qui relèvent le plus souvent de l'événementiel et du factuel comme dans les extraits suivants :

- « Depuis des siècles, les nombres font partie de la vie quotidienne de l'homme. Ainsi pour compter, il utilise le nombre naturel qu'il a appelé plus tard nombre entier naturel. Pour peser, mesurer, diviser le temps et l'espace, l'homme utilise souvent le nombre décimal. Ainsi le nombre entier lui fut dicté par la nature, le décimal, par son imagination » (Diallo *et al.*, 2008, p. 134).
- « Horus, le dieu faucon, fils d'Isis et d'Osiris, est un dieu vénéré en Égypte. C'est le dieu de l'azur, des espaces célestes. Le soleil et la lune sont ses yeux. Les Égyptiens ont attribué des valeurs à chaque partie de l'œil d'Horus.
  La cornée valait $\frac{1}{2}$, l'iris $\frac{1}{4}$, le sourcil $\frac{1}{8}$, la partie gauche de la cornée $\frac{1}{16}$, la partie oblique $\frac{1}{32}$ et la partie verticale $\frac{1}{64}$ » (Chapiron *et al.*, 4ème, 2011, p. 48).

V.4. Conclusion

L'enquête que nous avons menée auprès des élèves, des professeurs et des inspecteurs montre dans l'ensemble que les principaux acteurs du système éducatif sénégalais sont favorables à l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques. Pour preuve, beaucoup d'enseignants n'ont pas attendu les directives des programmes pour s'engager dans cette pratique et ils sont encouragés en cela par la réaction des élèves qui sont subjugués par tout ce que l'Histoire des mathématiques leur fait découvrir.
Cependant l'impact n'est pas encore perceptible et pour y arriver nous devons améliorer la présence de l'Histoire dans les programmes de mathématiques et former les enseignants à la recherche, au traitement et à la mise en œuvre en classe de l'Histoire des mathématiques qui doit aller au-delà de l'événementiel et du factuel comme le préconise l'IGEF Diaham.

V.5. Bibliographie du Chapitre V

1. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2011), *Mathématiques 4ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

2. Chevallard Y., (2012), "Eléments pour une instruction publique nouvelle", *Conférence nationale sur l'Enseignement des Mathématiques*, Lyon, 7 p.

3. Diallo, M., Mbengue, O., Faye, B. *et al.*, **(**2008), *Mathématiques 6^{e}*, EENAS, Sénégal, Collection Excellence, 210 p.

4. Siu M.-K. (2004) "No, I don't use history of mathematics in my class. Why?" In Furinghetti F., Kaijser S., Tzanakis C. (Eds.) *Proceedings HPM2004 and ESU4 (revised edition)*, Uppsala: Uppsala Universitet, pp. 268-277.

Chapitre VI

Expérimentation de l'introduction de l'Histoire en Classe de Quatrième

Nous allons décrire dans ce chapitre l'expérimentation que nous avons menée durant l'année scolaire 2014-2015 en classe de Quatrième, dans un collège de la banlieue de Dakar, la capitale du Sénégal. Nous effectuerons l'analyse de cette expérimentation dans le chapitre VII.

L'expérimentation a porté sur six séquences que sont l'intersection d'un cercle et d'une droite, le critère d'existence d'un triangle, l'historique des nombres, la mise en équation d'une situation simple, la résolution d'équations du type $ax + b = 0$ et le théorème de Pythagore.

Dans les différentes expérimentations l'ingénierie didactique a été réalisée par le chercheur qui, après avoir analysé le programme de la classe de Quatrième, a repéré les six séquences ci-dessous qu'on peut dérouler en intégrant l'Histoire des mathématiques. Du fait des multiples façons d'introduire l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques, le chercheur s'est efforcé de proposer des méthodes variées comme les capsules historiques, les projets de recherche, les textes historiques et les activités expérimentales. Pour cela il a choisi, à partir de ses lectures, de concevoir ou d'adapter des activités mathématiques intégrant l'Histoire au lieu de travailler sur des fiches proposées dans les manuels, pour ne pas donner aux professeurs l'impression qu'il existe des fiches modèles prêtes à l'emploi nonobstant les particularités de la classe. Les fiches modèles peuvent cependant être utilisées, mais il est préférable de les reconstruire, les adapter en fonction des objectifs, du contexte, du vécu des élèves, etc.

La fiche, une fois conçue par le chercheur, est proposée au professeur expérimentateur pour des améliorations et des observations avant l'organisation d'une séance de travail de dévolution où le professeur s'approprie la situation d'apprentissage pour ensuite la mettre en œuvre en classe.

Il ressort des différents partages entre le chercheur et le professeur qu'aucune observation ou proposition d'amélioration majeure n'a été faite par le professeur. Cette situation peut s'expliquer par le manque de temps du professeur pour étudier à fond les fiches proposées ou bien par le statut d'inspecteur du chercheur qui fait que le professeur a peur de le contrarier.

Néanmoins les fiches ont connu des améliorations au fil des expériences.

Au départ, seule une fiche d'activités des élèves était proposée lors de l'expérimentation 1 (voir chapitre VI, VI.1.) et tout le reste était dit oralement au professeur avant l'expérimentation.

Le non-respect du protocole et les commentaires historiques parfois non appropriés nous ont poussé à améliorer le travail préparatoire en remettant au professeur avant les autres expérimentations, en plus de la fiche activités des élèves, un mémo retraçant les grandes lignes de sa prestation.

Non satisfait de la gestion du temps nous avons remplacé à l'expérimentation 3 (voir Chapitre VI, VI.3.) ce mémo par une fiche « activités du professeur » qui précise le protocole et le temps à accorder à chaque moment didactique significatif.
Constatant que la correction proposée par le professeur comportait parfois des manquements, nous avons intégré, dans la fiche activités du professeur de l'expérimentation 4 (voir chapitre VI, VI.4.) la solution attendue.
Pour la rédaction de cette thèse nous avons intégré ces modifications dans toutes les expériences qui comportent désormais une fiche activités élèves et une fiche activités professeur.
Toutes les expériences ont été filmées et à la fin de chacune d'elles, nous avons rédigé un rapport qui retrace le déroulement de l'expérimentation et les difficultés rencontrées.
Les vidéos enregistrées ont été ensuite analysées pour nous permettre de transcrire les dialogues et de décrire les scènes de l'expérience.
Le but visé à travers les six expérimentations est la vérification des trois arguments hypothétiques de Barbin (1997, p. 21) et Jahnke et *al.* (2000, p. 292), à savoir la compréhension culturelle, le repositionnement et la réorientation en termes de retombées positives pour l'apprentissage de l'élève. Pour cela nous avons observé les attitudes des élèves à travers les vidéos, nous avons analysé leurs réponses en nous appuyant sur la transcription des dialogues et nous avons croisé les résultats obtenus avec les questionnaires administrés et les entretiens.

VI.1. Expérience 1 : intersection d'un cercle et d'une droite

VI.1.1. But visé

L'expérimentation est une activité mathématique introductive qui part de trois questions posées aux élèves pour leur permettre de découvrir les configurations d'intersection d'un cercle et d'une droite à partir de la comparaison entre la distance du centre du cercle à la droite et le rayon du cercle. La quatrième et dernière question est utilisée comme prétexte pour introduire une capsule historique intitulée « un peu d'histoire » qui renseigne les élèves sur la vie de Thalès mais également sur la différence entre les mathématiques grecques et celles des civilisations antérieures. Le but visé est de permettre aux élèves de connaître Thalès et un moment important dans l'évolution des mathématiques qui marque le début de l'apparition des résultats généraux (Théorèmes, propriétés, etc.) que nous étudions aujourd'hui. C'est ainsi que nous avons élaboré une fiche activité élèves comprenant les consignes et la capsule historique d'une part et d'autre part une fiche activité professeur comportant le protocole et les réponses aux questions posées aux élèves. Ces deux fiches ont été utilisées durant l'expérimentation qui a été filmée.
Après l'expérimentation nous avons rédigé un rapport retraçant les principales étapes et les difficultés rencontrées avant de procéder à la transcription des dialogues et scènes filmées afin d'affiner l'analyse.

Cette analyse a ensuite été éclairée par les réponses des élèves au questionnaire qui leur a été administré sur le thème un an après l'expérimentation (voir chapitre VII, VII.3.)

VI.1.2. Fiche activités élèves

La fiche a été élaborée avant l'expérimentation par le chercheur, puis stabilisée ensuite après un partage avec le professeur de la classe et distribuée à chaque élève le jour de l'expérimentation.

Classe : 4ème PC1 (collège)

Thème : Distance

Objectif : Connaître les configurations d'intersection d'un cercle et d'une droite

Activité : L'histoire se passe dans un plan et oppose une droite et un cercle. Soit la droite coupe le cercle, soit…[113]
1) Donne les situations possibles restantes.
2) Représente chacune des situations possibles.
3) Dans chaque cas utilise le compas pour comparer le rayon du cercle et la distance de son centre à la droite.
4) Comment la droite doit-elle être située pour couper le cercle en deux parties égales ?

Modalités

1) Recherche individuelle (durée : 10mn).
2) Partage en groupe (durée : 10mn).
3) Présentation en plénière d'un groupe, suivie de discussions (durée : 15mn).

Un peu d'histoire

Le fondateur de la géométrie grecque, Thalès de Milet qui a vécu au VIème siècle avant J.-C. fut semble-t-il le premier à découvrir le résultat de la quatrième question[114]. Ce résultat historique ne concerne pas un cercle particulier, mais tous les cercles du monde sans exception[115].
C'est le début des résultats généraux en mathématiques, des théorèmes et propriétés que nous étudions aujourd'hui; ce qui constitue un tournant décisif pour cette discipline. Les mathématiques babyloniennes et égyptiennes, antérieures aux mathématiques grecques (entre 4000 et 2000 avant J.-C.) ne traitaient que des résolutions de problèmes particuliers relatifs à l'arpentage, au commerce, au calcul d'impôt, à l'architecture.[116]

---

[113] L'idée est de Guedj Denis, *Le théorème du perroquet*, p. 43.
[114] Dahan-Dalmedico J., Peiffer J., *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, p. 46.
[115] L'idée est de Guedj Denis, op.cit., p. 44.
[116] Inspiré de l'entretien de Maurice Caveing, présenté par Emile Noël et intitulé “Babylone”, in *Le matin des mathématiciens*, p. 12.

VI .1.3. Fiche activités professeur

La fiche a été élaborée avant l'expérimentation par le chercheur, stabilisée ensuite après un partage avec le professeur de la classe et remis à ce dernier avant l'expérimentation.

Thème : Distance

Classe : 4ème PC1 (collège) **Effectif :** 88 élèves **Durée prévue :** 1h 15mn

Objectif : Connaître les configurations d'intersection d'un cercle et d'une droite.

Matériels : Règle, compas, équerre et caméra pour filmer.

Protocole :

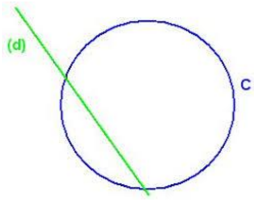
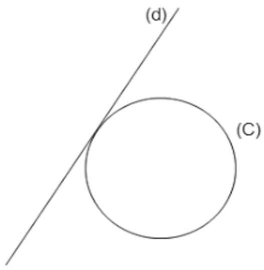
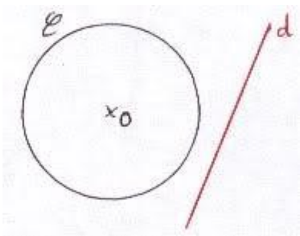
1) Répartir les élèves en huit groupes de neuf à douze élèves ; pour chaque groupe demander aux élèves de choisir un modérateur et un rapporteur (5mn).
2) Distribuer la fiche d'activité (5mn).
3) Donner 5mn pour la recherche individuelle de l'activité par les élèves ; superviser le travail des élèves et demander à ceux qui ont des problèmes de faire des représentations graphiques.
4) donner 10mn pour le partage en groupe.
5) donner 10mn pour l'exposé du travail par le rapporteur d'un groupe.
6) donner 10mn pour les discussions en plénière sous la conduite du professeur.
7) donner 10mn pour l'énoncé de la propriété et d'un exercice d'application.
8) donner 5mn pour la recherche de l'exercice d'application.
9) donner 5mn pour la correction de l'exercice d'application.
10) Une fois la question (4) trouvée, demander aux élèves de lire la rubrique « un peu d'histoire » puis de se détacher du texte et de répondre aux questions suivantes. Donner la bonne réponse pour chaque question et faire des commentaires au besoin (10mn).
    - Qui est le premier mathématicien qui a découvert le résultat de la question (4) ?
    - Qui est Thalès ?
    - Il a vécu pendant quel siècle ? Le VI^{ème} siècle avant J.-C. représente combien de siècles ? combien d'années ?
    - Le résultat qu'il a découvert n'est-il valable que pour les cercles de la Grèce ? Les cercles du Sénégal sont-ils concernés ?
    - Avant les Grecs, avait-on ces types de résultats valables partout ?
    - Les mathématiques grecques ou égyptiennes étaient-elles constituées d'énoncés généraux ?
    - En quoi consistaient les mathématiques égyptiennes ou babyloniennes ?
    - Les mathématiques que nous étudions aujourd'hui, sont-elles du même type que les mathématiques égyptiennes ? les mathématiques babyloniennes ? les mathématiques grecques ?

Solution attendue :

1) Soit la droite coupe le cercle en deux points, on dit qu'ils sont sécants ; soit elle coupe le cercle en un point ou l'effleure, on dit qu'ils sont tangents ; soit elle ne

coupe pas le cercle et on dit qu'ils sont disjoints.

2) et 3) Soit *(d)* la droite, *(C)* le cercle, *O* son centre, *r* son rayon et *dist(O ; d)* la distance de *O* à *(d)*.

Situation	Représentation	Comparaison
(d) et *(C)* sont sécants		*dist(O ; d) < r*
(d) et *(C)* sont tangents		*dist(O ; d) = r*
(d) et *(C)* sont disjoints		*dist(O ; d) > r*

4) La droite doit passer par le centre du cercle.

VI .1.4. Rapport d'expérimentation

Le rapport a été rédigé par le chercheur juste après l'expérimentation.

<u>Séquence</u> : Intersection d'un cercle et d'une droite

<u>Classe</u> : 4ème PC1 **<u>Effectif</u> :** 88 élèves

Date : 17/11/2014	**Durée :** 1h40mn

Film de l'expérimentation :

Après l'organisation de la classe en groupe (20mn pour déplacer les tables et organiser les élèves avec le choix d'un modérateur et d'un rapporteur pour chaque groupe), les élèves ont cherché l'activité pendant 10mn, avant de passer au partage en groupe pour une durée de 25mn.
Le rapporteur du groupe 3 est ensuite envoyé au tableau où il a mis 15mn pour rédiger la production de son groupe avant que le professeur n'ouvre les discussions.
Ces discussions ont duré 20mn et ont porté sur deux questions du professeur :

1) Etes-vous d'accord avec le groupe 3 pour les situations possibles suivantes : le cercle est sécant à la droite, ou le cercle est tangent, ou le cercle est disjoint ?
2) Connaissez-vous le premier mathématicien qui a trouvé le résultat de la quatrième question ?

Les élèves n'ayant pas réagi à la première question, le professeur leur a fait comprendre que les réponses attendues étaient : la droite coupe le cercle, ou la droite ne le coupe pas, ou la droite le frôle.
Pour ce qui est de la deuxième question, une élève interrogée a pris la parole pour lire le fragment historique « Le sais-tu ? » de la fiche d'activité.
Après avoir donné quelques commentaires sur ces informations historiques, le professeur a consacré 10mn à l'énoncé de la propriété avant de proposer un exercice d'application à chercher à la maison.

Difficultés rencontrées

- La gestion d'un effectif de 88 élèves qui rend difficile l'instauration de la discipline de classe et la supervision du travail des élèves.
- L'organisation des élèves en groupes qui a pris 20 mn.
- Le respect du temps consacré à l'activité ; le déroulement de l'activité a duré 1h 40mn, dépassant de 25 mn le temps prévu.
- L'enregistrement inaudible de la voix de la plupart des élèves qui ne parlaient pas fort.
- Les élèves qui refusaient de s'exprimer quand ils se voient filmés.
- La capacité insuffisante de la carte mémoire de la caméra qui n'a pas permis de filmer des séquences significatives.

VI.1.5. Transcription des dialogues et description des scènes

Transcription des dialogues	Description des scènes
NB : **D101** : Chapitre Distance (position d'une droite et d'un cercle), séquence 1, dialogue 01. **E :** Un élève qui parle **P :** Le professeur qui parle	

Elèves : Plusieurs élèves qui parlent en même temps

<u>Séquence 1</u> :

D101. E : Premièrement La droite doit être tangente au cercle, la droite doit être sécante au cercle et la droite doit être disjointe au cercle.
D102. P : Oui tu vas reprendre / je vais écrire parce que je n'ai pas plus de temps / La droite doit ?
D103. E : Doit être tangente au cercle.
D104. P : La droite doit être ?
D105. E : Tangente au cercle.
D106. P : Tangente ?
D107. E : Oui.
D108. P : Tangente au cercle ?
D109. E : Oui.
D110. P : Euh heu !
D111. E : La droite doit être sécante au cercle.
D112. P : La droite ?
D113. E : Doit être sécante au cercle.
D114. P : La droite doit être sécante au cercle ?
D115. E : Oui.
D116. P : Sécante au cercle.
D117. E : Et la droite doit être disjointe au cercle.
D118. P : Et la droite doit être ?
D119. E : Disjointe au cercle.
D120. P : Doit / la droite doit être disjointe au cercle / c'est tout pour la première question ?
D121. E : Oui
D122. P : Y a pas d'autres propositions pour les autres groupes ?
D123. E : Pour les présentations.
D124. P : Bon les autres membres du groupe si le coordonnateur,… la coordonnatrice termine de lire, vous pouvez si elle a faussé quelque chose compléter / ce n'est pas le cas ? / c'est bon donc on passe à la deuxième question / vous pouvez passer les représentations.
D125. E : Oui
D126. P : Donc c'est à toi de venir récupérer / quelqu'un d'autre pour venir mettre les représentations que vous avez / venez au tableau.
D127. P : Si tu as besoin de / *inaudible* /

Fig. 6.1. Les élèves sont disposés en huit groupes de 8 à 10 élèves. Après la recherche individuelle et le partage en groupe, le professeur interroge la rapporteuse d'un groupe sur la première question. Le rapporteur (élève en rose) répond en restant à sa place et le professeur écrit les réponses au tableau.

Le professeur envoie ensuite le rapporteur du groupe au tableau pour représenter les différentes situations de la question (2). Le rapporteur se fait aider par un autre membre du groupe qui lui tient ses notes et la règle.

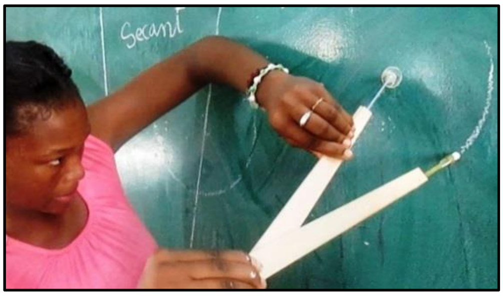


Fig. 6.2. Le rapporteur ayant des difficultés avec le compas pour tracer un cercle, le professeur intervient pour

<table>
<tr>
<td>
quelqu'un pour t'aider tant mieux / c'est encore plus belle.
D128. P : Donne-moi le compas, je vois !
D129. P : Il faut avoir l'habitude de bien marquer le centre du cercle / inaudible.

<u>Séquence 2</u> :
(Pas de dialogues)

<u>Séquence 3</u> :
D301. P : On dit quoi ? / les situations possibles sont / d'abord on vous a donné ici une première situation / on dit l'histoire se passe dans un plan et oppose droite et cercle / la droite coupe le cercle / là c'est la première situation / si vous tracez une droite, elle peut couper le cercle ou bien elle peut ne pas ?
D302. Élèves : Couper.
D303. P : Couper le cercle du tout, euh, euh / peut être c'est couper le cercle que vous avez dessiné ici, euh, et vous l'avez appelé sécante / où est ce que vous avez sorti ce mot là ? sécante ? / vous le connaissez où ? sécante / c'est en $6^{\text{ème}}$?
D304. E : Oui
D305. P : Vous avez appris en $6^{\text{ème}}$ droites sécantes ou deux cercles sécants?
D306. Élèves : Deux droites sécantes.
D307. P : Deux cercles sécants / vous n'avez pas appris en $6^{\text{ème}}$ un cercle et une droite mais deux cercles sécants / c'est ça qui vous a fait penser au mot sécant / voilà / mais on aurait pu dire simplement la droite coupe le cercle / donc ici
</td>
<td>
serrer la vis du compas.
Le rapporteur arrive à faire la première construction et à commencer la deuxième malgré un compas qui n'est pas stable.


Fig. 6.3. C'est une séquence brève où on voit la représentation de toutes les situations au tableau par le rapporteur.
Il revient d'ailleurs sur son travail pour marquer le numéro des questions et corriger les fautes d'orthographes commises.

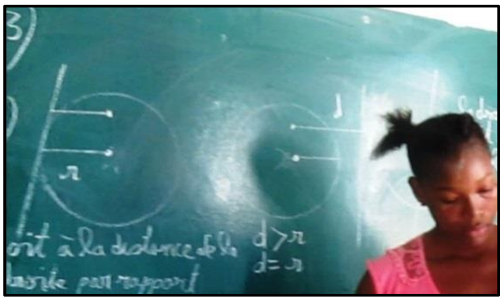
Le professeur commente la réponse de la première question de l'activité en interagissant avec les élèves.
Ces échanges ont permis au rapporteur d'améliorer sa rédaction en remplaçant les mots « sécante » et « disjoint » respectivement par « coupe » et « ne coupe pas », car les élèves n'ont pas encore rencontré ces concepts dans le cadre de la position relative d'un cercle et d'une droite.


Fig. 6.4. De l'autre côté du tableau, on a les figures sur lesquelles l'élève s'est appuyé pour comparer le rayon du
</td>
</tr>
</table>

vous pouvez changer et mettre « coupe le cercle » / notre première possibilité, la droite coupe le cercle / deuxième possibilité la droite ? euh, euh / la droite peut ? / si elle coupe le cercle, elle peut également ne pas ? **D308. Élèves** : Couper le cercle. **D309. P** : Couper le cercle / elle peut ne pas du tout couper le cercle / et c'est ça que le groupe 3 a traduit par disjoint, euh / donc là-bas vous dites simplement la droite ne coupe le cercle / là-bas la situation c'est la droite ne coupe pas le cercle. **<u>Séquence 4</u> :** **D401. P** : C'est/ les gens ne sont pas d'accord on dirait/ Mais parle / c'est ? **D402. E** : C'est Thalès de / *inaudible*. **D403. P** : C'est Thalès de ? / Miller / c'est Thalès de Miller / qui est Thalès ? / qui est Thalès de Miller ? **D404. E** : C'est le fondateur de la géométrie grecque. **D405. P** : C'est le fondateur de la ? **D406. E** : Géométrie grecque. **D407. P** : Géométrie grecque / donc c'est un Grec, un mathématicien grec / que sais-tu de plus sur Thalès ? **D408. E** : **(**L'élève répond en lisant l'information historique qui se trouve sur la fiche d'activité). **D409. P** : Thalès de Miller (sic) est le premier mathématicien à découvrir ce résultat qui est un résultat général / car elle a dit dans sa lecture, au début les mathématiciens faisaient des mathématiques pour traiter des cas particuliers, des problèmes spécifiques qui se posent à une communauté ou à un individu / par exemple les Égyptiens qui veulent se partager des terres ou qui veulent calculer le montant d'impôt qu'ils devaient payer, qui était proportionnel aux lopins… aux lopins de terre qu'ils avaient cultivés et que ces lopins de terre pouvaient varier d'une année à une autre ou bien d'une saison à une autre / car là-bas il y avait les crues du Nil, le Nil que vous avez étudié en géographie / le Nil selon qu'il est en crue ou en décrue, les lopins de terre que les	cercle et la distance de son centre à la droite dans chaque cas. Le professeur pose des questions sur Thalès et les mathématiques grecques.  **Fig. 6.5.** Une élève (en rouge) répond à toutes les questions en lisant la rubrique « un peu d'Histoire » qui figure sur sa fiche d'activité. Le professeur prend ensuite la parole pour commenter la lecture de l'élève qui porte sur l'information historique relative à Thalès et aux premiers résultats généraux en mathématiques.

paysans cultivaient pouvait être plus grands ou rétrécis / alors selon la saison il y avait un taux d'impôt à payer / chaque fois il y avait des calculs à faire / mais c'est toujours un besoin particulier et des résultats particuliers / c'est avec Thalès qu'on a eu des résultats généraux.	

VI.2. Expérience 2 : conditions d'existence d'un triangle

VI.2.1. But visé

Nous souhaitons à travers un cours de mathématiques portant sur le « critère d'existence d'un triangle » proposer aux élèves une activité mettant en parallèle deux démonstrations : celle moderne utilisant l'inégalité triangulaire et celle d'Euclide contenue dans le premier livre des Eléments. Nous donnons ainsi l'occasion aux élèves de lire des textes historiques qui, selon Barbin (op.cit., p. 22) « *produit un "choc culturel" qui peut satisfaire aux fonctions vicariantes et dépaysantes de l'Histoire.* »
Nous allons, dans cette deuxième expérience avec les élèves, vérifier l'hypothèse de Barbin, à travers une comparaison entre les mathématiques d'aujourd'hui et celles de l'antiquité grecque, vielles de 2500 ans environ.

VI.2.2. Fiche activités élèves

La fiche a été élaborée par le chercheur, stabilisée avec le professeur expérimentateur et distribuée la veille aux élèves pour leur permettre de s'en imprégner avant de venir en classe et de gagner du temps.

Classe : 4ème PC1 (collège)

Thème : Distance

Objectif : Connaître le critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés

Un peu d'histoire

Nous ne savons pas qui est Euclide, mais il semble que c'est un mathématicien grec qui aurait vécu au III^{ème} siècle avant J.-C. à Alexandrie. Ce qui est sûr cependant, c'est que nous avons sous le nom d'Euclide un important ouvrage de mathématiques intitulé les « *Eléments* ». Il comporte 13 livres contenant 465 énoncés suivis de leurs démonstrations et constituant une synthèse des connaissances mathématiques grecques de l'époque. Cette œuvre est après la bible, celle qui a eu le plus grand nombre d'éditions. Ses enseignements, antérieurs de 300 ans aux prédications du Christ, continuent aujourd'hui encore à régir une grande part de la géométrie apprise au collège et au lycée[117]. Les deux résultats suivants extraits du premier livre des *Eléments* en sont une illustration[118] :

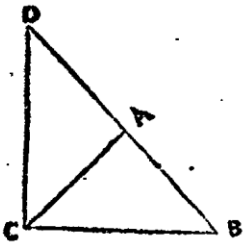
THEOR. 12. PROP. XIX.

En tout triangle, le plus grand angle eſt ſouſtenu du plus grand coſté.

THEOR. 13. PROP. XX.

En tout triangle, deux coſtez de quelle façon qu'ils ſoient pris, ſont plus grands que le troiſieſme.

Soit le triangle A B C : Iedis que deux coſtez d'iceluy, leſquels on voudra, ſçauoir eſt AB & A C, ſont plus grands enſemble, que le troiſieſme coſté BC.



Qu'il ne ſoit ainſi :apres auoir prolongé BA iuſques en D, & fait AD egale à AC, ſoit menee la ligne DC. Le triangle DAC ſera Iſoſcelle, & par la 5. prop. les deux angles ADC, & ACD ſur la baſe D C, ſeront egaux. Mais par le 9. ax. DCB eſt plus grand que D C A : il ſera donc auſſi plus grand que ſon egal ADC: & partant par la 19. prop. BD ſera plus grand coſté que B C. Mais BD eſt egal aux deux coſtez AC & BA : donc auſſi iceux AC & BA ſeront plus grands que BC. On demonſtrera en la meſme maniere que deux autres coſtez tels qu'e l'onvoudra ſont plus grands enſemble que l'autre. Parquoy deux coſtez d'vn triangle pris en quelque ſorte que ce ſoit, ſont plus grands que l'autre. Ce qu'il falloit demonſtrer.

Activité :

En langage moderne les théorèmes 12 et 13 du livre 1 des *Eléments d'Euclide* deviennent :

Théorème 12 : *Pour tout triangle, le plus grand angle est celui qui est opposé au plus grand côté.*

Théorème 13 : *Pour tout triangle ABC, la somme de la longueur de deux côtés quelconques est plus grande que la longueur du troisième côté.*

1) On se propose de démontrer ce théorème en utilisant l'inégalité triangulaire vue en classe de 6ème.

a) Restitue la propriété de l'inégalité triangulaire en complétant :

Si $M \in [AB]$ alors $AM + MB =$ ……. ; Si $M \notin [AB]$ alors $AM + MB$ … AB

b) Utilise la propriété de l'inégalité triangulaire pour démontrer le théorème 13.

2) On se propose de comparer la démonstration de la question 1.b avec celle d'Euclide.

[117] Tirée de **Hamon** Gérard, « Euclide a encore quelque chose à dire », in *Mnémosyne*, avril 1993, p. 15.

[118] **EUCLIDE**. *Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide,* traduicts en François par D. Henrion.

a) Lis silencieusement la rubrique « un peu d'histoire » pour connaître Euclide et son œuvre.
b) Aide ton professeur à rédiger en langage moderne la démonstration d'Euclide et compare cette démonstration avec celle utilisant l'inégalité triangulaire.

Modalités

- Question 1 : 5mm de recherche individuelle et 5 autres pour le partage entre élèves d'une même table.
- 5mn pour la correction de la question 1.a par un élève et 5mn pour celle de la question1.b par un autre élève de sexe différent.
- 5mn pour la prise de note et la lecture silencieuse.
- 15mn pour la rédaction en langage moderne du professeur.

VI.2.3. Fiche activité professeur

Pour une bonne supervision de l'activité des élèves le chercheur a conçu cette fiche, l'a partagée et stabilisée avec le professeur ; ce dernier qui l'a reçue avant le cours a eu le temps de se l'approprier afin d'assurer convenablement ce qu'on attend de lui.

Thème : Distance
Classe : 4ème PC1 **Effectif :** 88 élèves **Durée prévue :** 1h
Objectif : Connaître le critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés.
Matériels : Règle graduée, compas et caméra pour filmer.
Protocole :

1) Distribuer la fiche d'activité.
2) Demander aux élèves de commencer par une recherche individuelle (5mn).
3) Demander aux élèves d'une même table d'échanger entre eux (5mn).

Remarque : circuler dans les rangées pour superviser le travail des élèves ; s'il y a des blocages pour la question 1, leur demander de faire une figure.

4) Envoyer un élève au tableau pour corriger la question 1.a et un autre de sexe différent pour corriger la question 1.b (10mn).
5) Demander aux élèves de prendre la correction et ensuite de procéder à une lecture silencieuse de la rubrique « un peu d'histoire » (5mn).
6) Après la lecture silencieuse, demander aux élèves de ranger la fiche avant de leur poser les questions suivantes : Qui est Euclide ? Que sait-on d'Euclide ? Comment s'appelle l'ouvrage qui porte son nom ? Cet ouvrage comporte combien de livres ? Les enseignements des Eléments d'Euclide datent de quelle période ? Ces enseignements sont-ils actuels ou dépassés ? (5mn).

Remarque :-demander à l'élève interrogé de parler fort.

Avant de procéder à la rédaction moderne de la démonstration dire aux élèves que *cette démonstration est une traduction du texte original écrit en grec ; cette traduction date de l'année* MDCXXXII. Ensuite leur demander :

- De quelle année s'agit-il ? (*Il s'agit de l'année 1632, nombre écrit dans le système de numération romain ; on y reviendra avec l'historique des nombres*).
- à quel siècle correspond 1632 ? (*c'est le 17ème siècle, appelé l'âge classique et le français utilisé dans ce texte est naturellement celui de cette époque ; interrogez votre professeur de*

français ou d'histoire pour de plus amples informations) (2mn).

7) Passer à la rédaction moderne de la démonstration ; pour cela :

- un élève lit la première phrase.
- Le professeur fait la traduction mathématique qu'il écrit au tableau.
- On fait ensuite la même chose pour la deuxième phrase, ainsi de suite.

8) Enoncer la propriété suivante au tableau et demander aux élèves de la recopier dans le cahier de cours.

« Un triangle *ABC* existe (ou *ABC* est un triangle) si la somme de la longueur de deux côtés quelconques est plus grande que la longueur du troisième côté » (3mn).

9) Proposer un exercice d'application.

« Soit *A*, *B*, *C* trois points tels que $BC = a$, $AC = b$ et $AB = c$.

1. Montrer que *ABC* est un triangle pour $a = 7$, $b = 3$ et $c = 5$; Construire le triangle.

2. *ABC* est - il un triangle pour $a = 3$, $b = 2$ et $c = 6$? Essayer de le construire. » (recherche 3 mn et correction 4 mn).

<u>Solution attendue</u> <u>de l'activité</u> :

1. a)

- Si $M \in [AB]$ alors $AM + MB = AB$.
- Si $M \notin [AB]$ alors $AM + MB > AB$.

b)

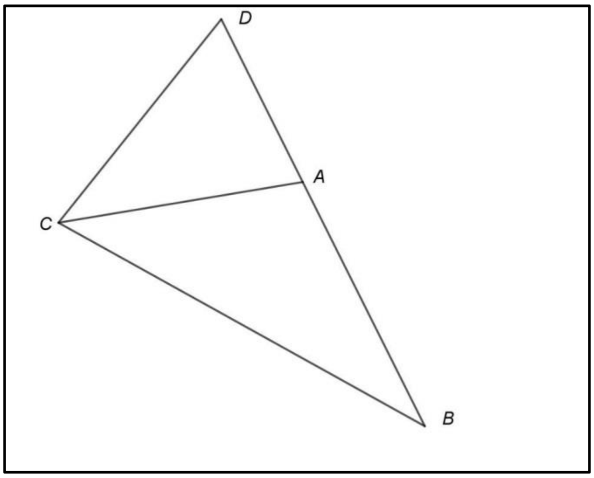
ABC étant un triangle, les points *A*, *B* et C ne sont pas alignés ; il en résulte que :

- $A \notin [BC]$ donc d'après l'inégalité triangulaire $AB + AC > BC$.
- $B \notin [AC]$ donc d'après l'inégalité triangulaire $BA + BC > AC$.
- $C \notin [AB]$ donc d'après l'inégalité triangulaire $CA + CB > AB$.

Ce qu'il fallait démontrer.

2.

- Soit le triangle *ABC* ; la somme de deux côtés quelconques de ce triangle, par exemple $AB + AC$ est plus grande que le troisième côté *BC*.



○

- Pour démontrer ce résultat, prolongeons la demi-droite *[AB)* jusqu'au point *D* tel que $AD = AC$. Traçons le côté *[DC]*.
- Le triangle *DAC* est isocèle et donc les angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux.
- Or $\widehat{DCB} > \widehat{DCA}$ donc $\widehat{DCB} > \widehat{ADC}$.

- D’après la proposition 19), *[BD]* (le côté opposé à $\widehat{DCB}$) est plus grand que *[BC]* (le côté opposé à $\widehat{ADC}$).
- Or $BD = BA + AD = BA + AC$, donc $BA + AC > BC$.
- On démontre de la même manière que la somme de deux autres côtés quelconques est plus grande que le troisième côté.

Commentaires

- Les mathématiciens du 17ème siècle utilisaient–ils les mêmes notations mathématiques que nous ? (*oui pour la notation du triangle et de la distance ; non pour la notation d’un angle, d’un segment et de « & = et » ; le signe « > » est écrit en toutes lettres ; donc les notations mathématiques, comme le français, ont connu des évolutions*).
- Quelle est la démonstration la plus simple ? (en tout, 15mn).

- Celle d’Euclide est originale et le mérite d’Euclide est d’avoir trouvé et démontré un résultat encore actuel, 300 ans avant J.-C.
- On remarquera que chacune des démonstrations utilise un résultat intermédiaire. La proposition XIX pour Euclide et l’inégalité triangulaire pour la méthode moderne.
- C’est le lieu d’entretenir les élèves sur la démonstration euclidienne (voir chapitre IV, IV.1.3.2) qui caractérise les Éléments d’Euclide. on pourra ainsi retrouver dans la démonstration de la proposition XX ce qui relève du Protasis, de l’Ekthesis, du Diorismos, du Kataskeuè, de l’Apodeixis ou du Sumperasma.

VI.2.4. Rapport d’expérimentation

Le rapport a été rédigé par le chercheur aussitôt après l’expérimentation pour ne pas oublier des aspects importants du déroulement.

Séquence : Critère d’existence d’un triangle

Classe : 4ème PC1 — **Effectif :** 88 élèves

Date : 24/11/2014 — **Durée effective :** 1h 40mn

Film de l’expérimentation

Après la distribution de la fiche d’activité et la précision des consignes à 10h 21, les élèves commencent la recherche individuelle, ensuite le partage en groupe, avant qu’un volontaire ne passe au tableau pour la correction de la question 1.a. Pour la question 1.b, le professeur vient en aide au deuxième volontaire qui n’a pas compris. Après des questions sur Euclide, le professeur fait lire aux élèves la démonstration du théorème 13 et termine par la rédaction moderne de cette démonstration à 11h 59.

Difficultés rencontrées

- La séance ayant tiré en longueur, la batterie de la caméra ne nous a pas permis de filmer toutes les séquences significatives.
- En travaillant en groupe les élèves parlent Wolof (la langue locale) malgré l’insistance du professeur pour qu’ils s’expriment en français. En outre quand nous nous approchons d’eux pour recueillir leurs propos ils se taisent ou parlent doucement ; ce qui constitue une difficulté dans la transcription de leurs échanges.

VI.2.5. Transcription des dialogues et description des scènes

<table>
<tr><th>Transcription des dialogues</th><th>Description des scènes</th></tr>
<tr><td>NB :
D’101 : Chapitre Distance (critère d’existence d’un triangle), séquence 1, dialogue 01.
D’1110 : Chapitre Distance (critère d’existence d’un triangle), séquence 11, dialogue 10.
/ … / : représente une période de silence.
<u>Séquence 1</u> :
D’101. P : Grand deux, intersection d’une droite et d’un cercle / Grand trois, intersection de deux cercles / Maintenant on est au grand quatre, condition d’existence de, de / Euh / Condition d’existence d’un triangle / Vous mettez grand quatre, condition d’existence d’un triangle, ensuite activité / Activité / Cette fois-ci vous ne recopiez pas, vous allez directement sur la fiche d’activité / …/ Suivez / Vous pouvez, vous pouvez au niveau de chaque table, puisque vous êtes trois, échanger entre vous pendant 5 mn et essayez de répondre chacun aux questions posées / Aux différentes questions posées / Nous sommes d’accord ? / Chacun a une feuille ? / Inaudible / Découpez en trois petites feuilles suivant ce grand trait.</td><td>Le professeur situe la séquence dans la leçon « Distance » en indiquant les différents points traités et l’intitulé de la séquence du jour.
Un bruit est perceptible dans la salle et il est causé par des élèves qui viennent d’arriver et par d’autres qui ouvrent leur sac pour prendre leurs cahiers.

Fig. 6.6. Le professeur donne ensuite les consignes de travail en demandant aux élèves de ne pas recopier l’activité et à ceux assis sur une même table d’échanger entre eux.</td></tr>
<tr><td><u>Séquence 2</u> :
D’201. P : … / Je répète que vous pouvez échanger entre vous mais seulement après avoir essayé chacun / à son niveau / d’accord ? / Vous discutez entre vous mais seulement parmi ceux qui sont sur une même table.</td><td>Le professeur circule dans les rangées sans superviser le travail des élèves.

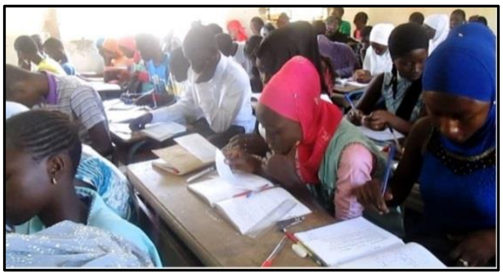



Fig. 6.7. Les élèves cherchent individuellement l’activité.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

<u>Séquence 3</u> :
D’301. P : … / Pour démontrer ce théorème / inaudible / … / les minutes sont terminées, vous avez fini ?
D’302. E : Non
D’303. P : Vous n’avez pas fini ? / je vous accorde 2mn / 2mn / y’a au moins certains qui sont en train de faire une figure / ça c’est bon / la figure peut vous aider à mieux comprendre la question / … / le théorème c’est le premier paragraphe que vous avez en haut / C’est ça qui correspond au théorème / à recopier ici / Vous l’avez également sur la fiche d’activité qu’on avait distribuée / inaudible / là ! théorème, théorème 12 et 13 / Maintenant le théorème 13 on l’a repris ici / sur la fiche que vous avez / sur laquelle vous travaillez.

</td>
<td>

Le professeur revient pour rappeler que les élèves d’une même table peuvent échanger entre eux après la recherche individuelle.

Fig. 6.8. Le professeur s’arrête sur une table pour montrer à un groupe d’élèves comment s’y prendre pour aborder l’activité.
Pendant ce temps les autres élèves continuent à chercher.
Ayant terminé avec les élèves de la table, le professeur poursuit la circulation dans les rangées et au bout de quelques minutes demande aux élèves s’ils ont terminé.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

<u>Séquence 4</u> :
D’401. E : $AM + MB$ égale combien ?
D’402. P : $AM + MB$ égale ?
D’403. E : Combien?
D’404. P : Egale ? / recopie d’abord / inaudible / recopie directement / tu mets d’abord je restitue la propriété de l’inégalité triangulaire / inaudible / mets les pointillés / voilà / tu vas compléter par quoi ?
D’405. E : $AM + MB$ est égale à AB
D’406. P : Égale AB / ensuite ?
D’407. E : Si M n’appartient pas à $[AB]$ …
D’408. P : Recopie, recopie d’abord / les pointillés doivent être visibles pour qu’on sache que la consigne était de compléter / Si M n’appartient à $[AB]$ alors ?

</td>
<td>

Le professeur encourage les élèves qui essaient de faire une figure et on note également quelques échanges timides entre les élèves d’une même table.
Le professeur donne des précisions concernant l’emplacement des différents théorèmes sur la fiche d’activité

</td>
</tr>
</table>

D'409. E : $M + AB$
D'410. P : $AM + MB$
D'411. E : $AM + MB$ est supérieure à AB.
D'412. P : Est supérieur à AB / tout le monde est d'accord, hein / c'est bien, c'est bien / donc ici, ça va / c'est bon, c'est bon / donc là, ceux qui ont essayé de faire une figure c'est / le premier cas on a *[AB]* qui est un segment, donc, et M appartient à *[AB]* / quel que soit là où on place le point M sur *[AB]* on a donc $AM + MB$ est égale à AB / nous sommes d'accord ?
D'413. Élèves : Oui
D'414. P : Quel que soit là où on place le point M sur *[AB]*, tant qu'il est sur le segment *[AB]* on a $AM + MB$ est égale à AB / Maintenant le deuxième cas / si A, B et M sont 3 points qui ne sont pas ? qui ne sont pas alignés / donc M n'est pas sur le segment *[AB]* / la longueur AM plus la longueur MB est supérieure à la longueur A…AB / donc c'est ça qu'on a appelé inégalité triangulaire / l'adjectif triangulaire …*inaudible* / si on a 3 points qui ne sont pas alignés, ces 3 points forment un triangle toujours / alors la somme de la longueur de ces 2 côtés est supérieure à la longueur du troisième côté / tel est d'ailleurs le libellé du théorème.

Fig. 6.9. Un élève est envoyé au tableau pour la correction ; il lit la première question et commence la correction sous la dictée et les questions du professeur.
Des élèves suivent ce que l'élève fait au tableau tandis que d'autres prennent note sur leur cahier.
L'élève trouve le résultat, mais sans justification.
Le professeur le remercie et donne les justifications à la place de l'élève et à travers des représentations graphiques.

__Séquence 5__ :

D'501. P : $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$ sont ?
D'502. E : Sont deux angles complémentaires.
D'503. P : Sont des angles complémentaires pour dire quoi ? sont des angles complémentaires ?
D'504. E : *Inaudible.*
D'505. P : Ce n'est pas totalement en relation avec ce que nous voulons / ce n'est pas en rapport avec ce que nous voulons / la question est claire / il faut utiliser cette relation (il désigne la relation au tableau) pour montrer que si on a un triangle ABC, quel que soit les 2 côtés que vous considérez, leur somme… la somme de leur longueur est plus grande que l'autre / on vient de voir tout à l'heure que / on a ABC triangle / ABC est un triangle, cela veut dire.

Fig. 6.10. Un autre élève est interrogé au tableau pour la deuxième question. Celui-ci parle d'angles complémentaires qui ne le sont pas et qui n'ont pas de rapport avec la question posée.
Ce qui pousse le professeur à prendre

Séquence 6 : **D'601. P** : Parle. **D'602. Élèves** : *Inaudible* **D'603. P** : Parle fort, on n'entend pas toujours pas. **D'604. Elèves** : Euclide **D'605. P** : Les autres ne sont pas interrogés, vous vous taisez / *inaudible* / puisqu'on n'a pas la parole / comment tu t'appelles ? **D'606. E** : Awa Niang. **D'607. P** : Awa? **D'608. E** : Niang. **D'609. P** : Awa Niang / Awa Niang / Voilà donc tu parles fort. **D'610. E** : Par Euclide. **D'611. P** : Le théorème a été écrit et démontré par ? **D'612. E** : Euclide. **D'613. P** : Euclide, très bien / Euclide.	la craie pour continuer la correction.  **Fig. 6.11.** Le professeur pose une question à un élève sur le nom du mathématicien qui a démontré le théorème 13. Le professeur remet à leur place les élèves qui répondent sans être interrogé et donne la parole à l'élève Awa qui dit que c'est Euclide.
Séquence 7 : **D'701. P** : Que sais-tu d'Euclide ? **D'702. E** : Euclide est un mathématicien grec. **D'703. P** : Parle fort, on n'entend pas. **D'704. E** : Euclide est un mathématicien grec. **D'705. P** : Parle fort. **D'706. E** : Euclide est un mathématicien grec. **D'707. P** : Euclide est un ? **D'708. E** : Mathématicien grec. **D'709. P** : Euh. **D'710. E** : Qui aurait ? **D'711. P** : Tu es en train de lire ou bien tu es en train de lire comme ça parce que tu le connais / tu es en train de lire où ?/ *inaudible* / tu es en train de lire / c'est sans lecture euh / quelqu'un qui connait déjà quelque chose d'Euclide sans lire la fiche / Mariama hein / tu connais rien d'Euclide sans lire la fiche ? /quelqu'un ? / comment tu t'appelles ? **D'712. E** : Babacar. **D'713. P** : Babacar / Babacar comment ? **D'714. E** : Babacar Kane. **D'715. P** : Babacar Kane, enlève ta main de ta	Le professeur continue ses questions sur Euclide.  **Fig. 6.12.** Un élève répond en lisant sa fiche où les informations découlant de sa recherche sur la vie d'Euclide. Le professeur lui dit qu'il doit répondre sans lire et demande si des élèves sont capables de le faire. Trois mains se lèvent, mais l'élève interrogé y arrive difficilement.

bouche et parle fort. **D'716. E** : Euclide est un mathématicien grec. **D'717. P** : Euclide est un ? **D'718. E** : Mathématicien grec. **D'719. P** : Oui. **D'720. E** : Célèbre, …célèbre, plus plus, plus l'ouvrage. **D'721. P** : Les autres on s'écoute, han. **D'722. E** : Célèbre plus l'ouvrage, … **D'723. P** : Il a ? **D'724. E** : Célébré l'ouvrage des 13 livres **D'725. P** : Parle fort / il a publié ? **D'726. E** : Les 13 livres. **<u>Séquence 8</u> :** **D'801. E** : Auteur d'un ouvrage. **D'802. P** : C'était un ouvrage, lequel ? **D'803. Elèves** : *inaudible*. **D'804. P** : C'est un livre qui est intitulé comment ? / qui peut l'aider en disant comment est intitulé le livre / son célèbre ouvrage d'Euclide, comment il l'a appelé ? / oui ! **D'805. E** : Eléments d'Euclide. **D'806. P** : Eléments d'Euclide, très bien, très bien / continue qu'est-ce que tu sais d'autre ? / c'est tout ce que tu savais de lui ? euh ? / Eléments d'Euclide / l'ouvrage comporte combien de livres exactement ? / parce que c'est un grand ouvrage qui comporte plusieurs livres / les livres sont au nombre de ? **D'807. Elèves** : 13. **D'808. P** : nombre de ? **D'809. Elèves** : 13 ! / 13 ! / 13. **D'810. P** : Treize livres / avant de répondre il faut lever le doigt hein et être interrogé / donc le livre, … l'ouvrage comporte 13 livres et combien d'énoncés ? **D'811. E** : Monsieur, Monsieur ! **D'812. P** : / Mariama revient / Mariama Diallo ? **D'813. E** : 5. **D'814. P** : Han. **D'815. E** : 5. **D'816. P** : Oui / Mariama Diallo, elle n'a pas la bonne réponse	Les questions du professeur sur Euclide se poursuivent et portent sur le nom de son ouvrage, le nombre de livres qui composent l'ouvrage, le nombre d'énoncés, la période durant laquelle Euclide a vécu. Les élèves en général ont répondu à toutes ces questions mais après avoir jeté un coup d'œil à la fiche d'activité.  **Fig. 6.13.** Beaucoup d'élèves lèvent tout le temps la main pour répondre aux questions sur Euclide et son œuvre.

D’817. E : Le livre contient 465 énoncés.
D’818. P : Très bien, euh / l’ouvrage comporte 465 énoncés / et cela, euh, Euclide a vécu à quelle période ?
D’819. E : Au III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.
D’820. P : Au III$^{\text{ème}}$ avant J.-C. / c'est-à-dire combien d’années avant J.-C.
D’821. Elèves : 300 ans.
D’822. P : Han.
D’823. Elèves : 300 ans.
D’824. P : III$^{\text{ème}}$ siècle ? / un siècle c’est combien d’années ?
D’825. Elèves : 100 ans.
D’826. P : III$^{\text{ème}}$ siècle c’est ?
D’827. Elèves : 300 ans.
D’828. P : 300 ans avant ?
D’829. **Elèves** : Jésus Christ.
D’830. P : Voilà.

<u>Séquence 9</u> :
D’901. P : Comment vous allez dire / comment vous allez dire / qui peut traduire rapidement.
D’902. E : En tout triangle.
D’903. P : Euh.
D’904. E : Les 2 côtés.
D’905. P : En tout triangle / est ce qu’on va dire en tout triangle / on va dire ?
D’906. Élèves : Pour tout triangle.
D’907. P : Pour tout triangle / voilà / pour tout triangle euh ?
D’908. E : Les 2 côtés, de quelque façon qu’il soit pris…
D’909. P : Parle fort / moi je n’entends pas / répète / pour tout triangle ?
D’910. E : Les 2 côtés de quelque façon qu’ils soient pris sont plus grands que le troisième.
D’911. P : Est-ce que c’est comme ça qu’on va le dire ?
D’912. Elèves : Non.
D’913. P : Comment on le dira / Mademoiselle comment tu t’appelles encore ?
D’914. E : *Inaudible*
D’915. P : Hein / Oumy Diagne / oui, parle fort.
D’916. E : Pour tout triangle.

Fig. 6.14. Le professeur commence la rédaction en langage moderne de la démonstration d’Euclide en lisant chaque phrase du théorème 13 du Premier livre des Eléments et en demandant aux élèves comment on le dit aujourd’hui.
En interagissant avec eux, il arrive à obtenir, des élèves, la formulation moderne du théorème.

D’917. P : Pour tout triangle ?
D’918. E : La longueur des 2 côtés quelconques est plus grande que la troisième.
D’919. P : La longueur des 2 côtés quelconques est plus grande que ?
D’920. E : La troisième.
D’921. P : La longueur / est ce qu’on va dire directement la longueur ?
D’922. Elèves : Non !!! / la somme.
D’923. P : Pour tout triangle ?
D’924. Élèves : La somme.
D’925. P : La somme de la longueur…

Séquence 10 :

D’1001. P : L’angle $\widehat{BCD}$ est plus grand que l’angle $\widehat{ADC}$, donc le côté *[BD]* est plus grand que le côté *[BC]* / est ce que tout le monde a compris ? / vous suivez un peu / y en a qui sont agités là / je peux même noter cette relation-là / quelqu’un pour me donner un numéro / je vais la noter (i) / d’accord ? / suivez, suivez très bien / parce que de cette relation dépend la conclusion qu’on va donner, euh / on vient de dire que d’après le théorème 12, pour tout triangle le plus grand angle / le plus grand côté est celui qui est opposé au plus grand angle / donc ici dans le triangle *BCD* l’angle $\widehat{BCD}$ est plus grand que l’angle $\widehat{ADC}$ / donc le côté *[BD]* est plus grand que le côté *[BC]* / d’après le théorème 12, le plus grand, /…*inaudible*…/ dans un triangle le plus grand côté est celui qui est opposé au plus grand angle / le plus grand côté est celui /

Séquence 11 :

D’1101. P : Oui / c’est ça la date / qui peut / qui peut lire / qui peut lire et nous dire exactement la date en français ? / la date à laquelle le théorème a été démontré / le texte a été écrit ? / oui.
D’1102. E : 32.
D’1103. P : En ?
D’1104. E : 32.
D’1105. P : Parle fort / parle fort.
D’1106. E : 32.

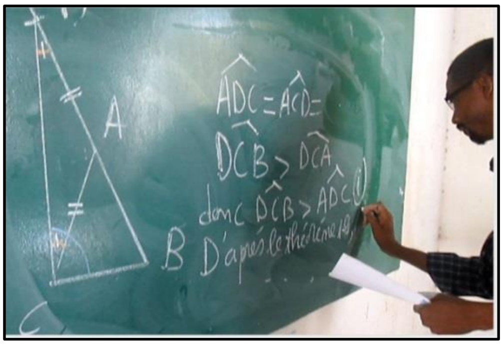


Fig. 6.15. Le professeur s’engage dans la rédaction moderne de la démonstration sans associer les élèves (pas de question, ni d’interaction)
Ce qui se traduit par une situation où les élèves bavardent au lieu de suivre ce que fait le professeur.
D’autres élèves se contentent de prendre la trace écrite.

Le professeur écrit MDCXXXII et demande aux élèves à quelle date correspond cette écriture en chiffres romains, date à laquelle le théorème a été démontré.

Fig. 6.16. Beaucoup d’élèves lèvent la main pour être interrogés.

D'1107. P : En ? **D'1108. Elèves** : 32. **D'1109. P** : Les autres qui ne sont pas interrogés, vous attendez que celui qui est interrogé réponde / si vous avez à réagir vous demandez la parole / oui / comment tu t'appelles ? **D'1110. E** : *Inaudible.* **D'1111. P** : Comment ? **D'1112. E** : Cheikh Daouda Mbaye Fall. **D'1113. P** : Daouda Mbaye Faye? **D'1114. Elèves** : Cheikh Daouda. **D'1115. P** : Cheikh Daouda, voilà / quelle est cette date ? **D'1116. E** : En 32 **D'1117. P** : En ? **D'1118. E** : En 32. **D'1119. P** : Ce n'est pas en 32 / oui. **D'1120. E** : *Inaudible.* **D'1121. P** : 1000 /1100 /1112 / tu es en réalité plus proche de Daouda, mais tu n'es pas encore arrivé. **D'1122. Elèves** : Monsieur, Monsieur, Monsieur ! **D'1123. P** : Comment tu t'appelles ? **D'1124. E** : *Inaudible.* **D'1125. P** : Djamilatou Ba / lisez. **D'1126. E** : *Inaudible.* **D'1127. P** : 1500 / 1540 / comment tu as fait pour trouver 1540 ? **D'1128. E** : *Inaudible.* **D'1129. P** : X c'est 10 / oui / on a combien de X là bas ? **D'1130. E** : 3. **D'1131. P** : Pourquoi commencer par X / il faut commencer par le commencement / commencer de la gauche vers la droite / il faut lire / c'est vrai X est égal …correspond à 10 ici, mais avant X il y a M / M correspond à ? **D'1132. Elèves** : Mille. **D'1133. P** : Mille / voyez, unheu / **D'1134. E** : 1200. **D'1135. Elèves** : Monsieur ! Monsieur ! Monsieur ! **D'1136. P** : Le D c'est quoi ? / le D et le C ? / le D n'est pas 2 / oui / c'est / oui / c'est ?	Le professeur donne la parole aux élèves à tour de rôle et en traitant leurs réponses pour permettre à la classe de trouver la date en question.

D’1137. E : 1252. **D’1138. P** : C’est ? **D’1139. E** : 1252. **D’1140. Elèves** : Monsieur ! Monsieur ! Monsieur ! **D’1141. P** : C’est ? **D’1142. E** : 1232.	

VI.3. Expérience 3 : historique des nombres

VI.3.1. But visé

Cette troisième expérimentation concerne un travail de recherche, demandé à un groupe d’élèves, qui porte sur l’historique des nombres à travers la production d’une frise chronologique qui sera lue, commentée par le rapporteur du groupe et complétée par une projection Powerpoint du professeur. Elle vise à initier l’élève à la recherche, mais aussi à lui faire découvrir tout le processus qui a mené aux nombres qu’il manipule aujourd’hui. Ce qui permet de changer la fausse impression qui fait penser que les mathématiques sont une chose morte et définitive pour paraphraser Langevin. L’occasion nous est ainsi donnée de mettre en contact l’élève avec les grands mathématiciens de l’époque, les systèmes de numération et l’historique des différents nombres que vous avez connus.

VI.3.2. Fiche activités élèves

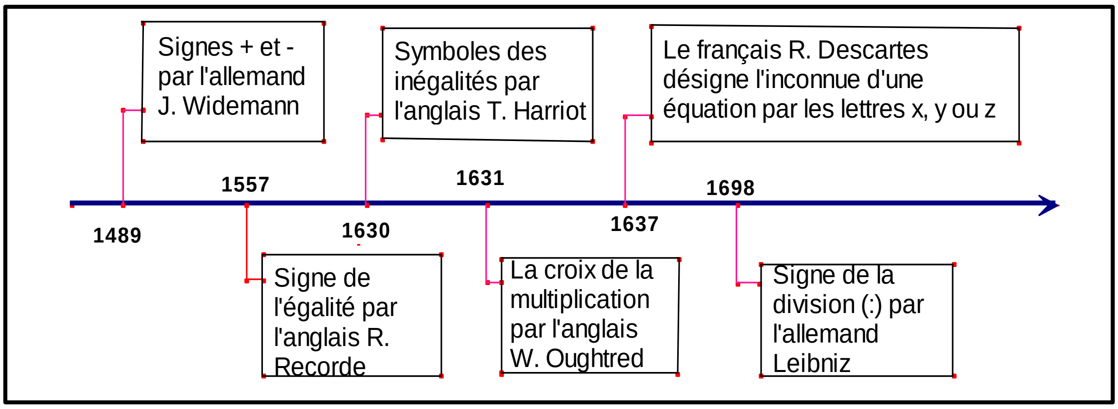
Classe : 4ème PC1 (du collège)

Thème : Les nombres rationnels

Objectif : Faire découvrir aux élèves l’évolution des nombres qu’ils ont connus depuis la sixième.

Activité :

Un graphique, comportant une bande ou droite orientée sur laquelle on insère des dates ou des périodes associées à des découvertes ou travaux de savants s’appelle **ligne du temps ou frise chronologique**. Cette frise renseigne sur l’évolution d’un concept ou sur les faits marquants d’un domaine durant une période donnée.
Exemple **:** Ligne du temps de l’invention des symboles, notations ou signes usuels en mathématiques.
Ces symboles, notations ou signes que l’on utilise actuellement de manière naturelle n’ont pas toujours existé. Ils sont apparus en général entre le XV^{ème} et XVIII^{ème} siècle comme le montre la ligne du temps suivante :



<u>Consigne</u> :

1) Fais une recherche sur Internet pour recueillir des informations sur l'historique des nombres entiers naturels, des nombres relatifs, des nombres décimaux et des fractions.

2) En utilisant le modèle ci-dessus, construis une **ligne du temps** retraçant l'historique de ces nombres.

<u>Modalités</u> :

- Travail de recherche confié à un groupe de 11 élèves pour une restitution dans une semaine.
- Les autres élèves font individuellement leurs recherches pour apporter leurs contributions lors de la plénière.
- Le rapporteur du groupe présente la production (durée : 10mn).
- Plénière (durée : 20mn).
- Synthèse du professeur (durée : 30mn).

VI.3.3. Fiche activité professeur

<u>Thème</u> : Les nombres rationnels

<u>Classe</u> : $4^{ème}$ PC1 **<u>Effectif</u> :** 88 élèves **<u>Durée prévue</u> :** 1h

<u>Objectif</u> : Faire découvrir aux élèves l'évolution des nombres qu'ils ont connus depuis la sixième.

<u>Matériels</u> :

- règle graduée ;
- un vidéo projecteur et un ordinateur ;
- une caméra pour filmer la séance.

<u>Protocole</u> :

1) Distribuer la fiche de consigne au groupe et aux autres élèves pour qu'ils puissent également faire la recherche et participer au débat lors de la séance plénière (une semaine à l'avance).

2) Accompagner le groupe d'élèves dans la recherche en lui indiquant des sites contenant des informations sur le sujet et en l'aidant à synthétiser ces informations.

3) Demander au rapporteur d'exposer le travail du groupe (10mn).

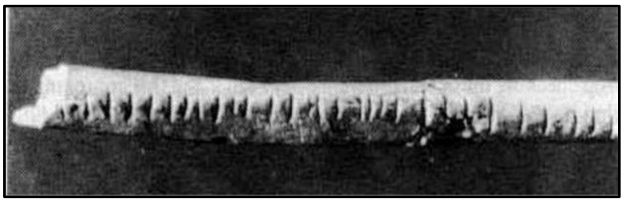
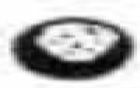
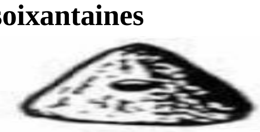
4) Plénière (20mn).

Diriger les débats en donnant la parole et en demandant aux élèves si dans la frise

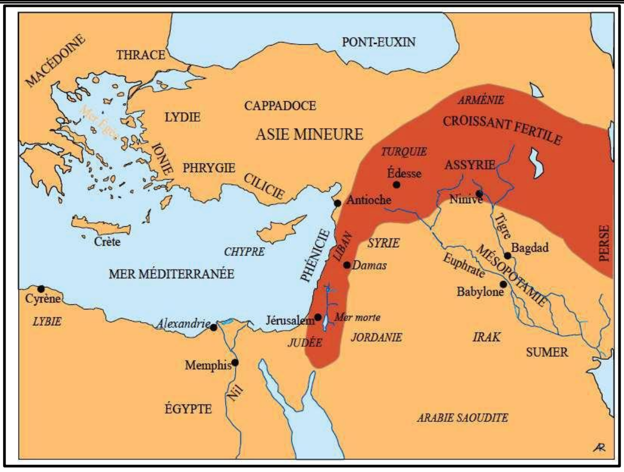
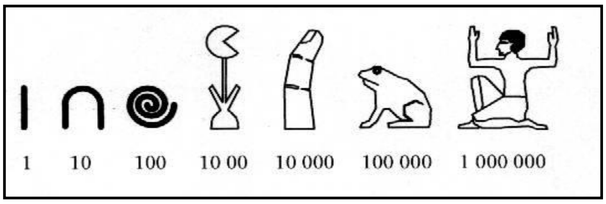
chronologique il n’y a pas des informations erronées ou des informations omises. Ils peuvent aussi apporter leur contribution ou demander des précisions.
Les membres du groupe prendront des notes concernant les interpellations des élèves et apporteront des réponses à la fin du débat.

5) Apport d’informations (30mn) S’apppuyer sur la projection du Power-point pour valider ou infirmer une information émanant du groupe ou des élèves. La séance sera clôturée par des applaudissements et remerciements pour le groupe, mais aussi pour tous les élèves ayant participé au débat.

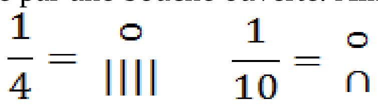
Solution attendue[119]

<table>
<tr>
<td><u>-35 000</u> : Les nombres sont apparus dès les premières civilisations de la préhistoire. Les hommes, par nécessité de compter et de dénombrer diverses choses (bêtes, objets,…) utilisaient la main, des cailloux, des bâtonnets, des encoches etc. La plus ancienne trace « numérique » découverte, date de cette époque et comporte 29 encoches taillées sur un os de babouin découvert en Afrique du Sud.
Les clichés ci-contre visualisent les encoches ou entailles sur l’os de babouin et sur du bois de renne.</td>
<td colspan="2">L’os de Lebombo, daté d’environ -35000 ans et marqué de 29 entailles.

Bois de renne entaillé datant du Paléolithique (15 000 ans av. J.-C.).
</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2"><u>- 8 000</u> : Les hommes en Mésopotamie ont eu l’idée de remplacer les cailloux et les encoches par des objets de diverses tailles avec des formes conventionnelles :
c’est ainsi qu’ils ont attribué différentes valeurs à de petits jetons en argile appelés calculi (ancêtre du mot calcul) dont la valeur dépendait de leur taille et de leur forme comme sur le cliché ci-contre.</td>
<td>Petit cône = l’unité
</td>
<td>La bille = la dizaine
</td>
</tr>
<tr>
<td>Grand cône = 60
</td>
<td>Grand cône perforé = 10 soixantaines
</td>
</tr>
<tr>
<td>La Mésopotamie, région des calculi est composée de l’Irak actuel et d’une partie des pays suivants : la Turquie, la Syrie et le Soudan.</td>
<td colspan="2"></td>
</tr>
</table>

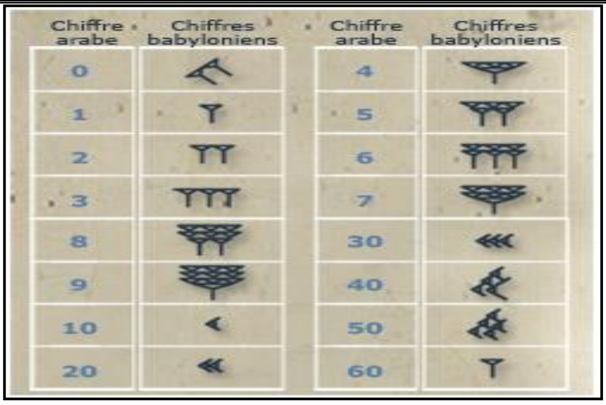
119 Beaucoup d’informations historiques sont tirées des sites suivants consultés le 29 septembre 2019 :
http://alain.granier2.free.fr , *Histoire des nombres et des symboles mathématiques*
http ://parlaillan.entmip.fr, *L’histoire des chiffres et des nombres*

<table>
<tr><td></td><td>
</td></tr>
<tr><td><u>-4000</u> : Avec l'apparition de l'écriture en Mésopotamie, les hommes ont décidé de symboliser les nombres sur l'argile. C'est ainsi qu'on va se servir d'un calame, tige de roseau biseauté, pour marquer des empreintes dans l'argile en forme de coins (du latin cuneus) : d'où le nom d'écriture cunéiforme qu'on voit sur la tablette ci-contre.
On assiste ainsi à la naissance des chiffres (sans le zéro), et cela à des moments différents dans toutes les grandes civilisations de l'époque.</td><td>Tablette babylonienne en écriture cunéiforme.
</td></tr>
<tr><td><u>-3000</u> : Apparition en Égypte de la notation des nombres entiers naturels en hiéroglyphes qui représentent des dessins de plantes, d'animaux ou de dieux.
Les fractions voient également le jour. Mais celles de l'Égypte étaient unitaires, c'est-à-dire des fractions dont le numérateur est 1.
La figure ci-contre montre les hiéroglyphes utilisés par les Égyptiens pour écrire les entiers naturels et les fractions unitaires.</td><td>Système de numération égyptien.


Exemples :
1) 315 = I I I I I ∩ 

2) Le numérateur 1 d'une fraction unitaire était représenté par une bouche ouverte. Ainsi

</td></tr>
<tr><td><u>-2000</u> : Naissance du système de numération positionnel babylonien avec les scribes de Babylone qui écrivaient les nombres entiers naturels et les fractions unitaires à l'aide de</td><td>Système de numération babylonien</td></tr>
</table>

deux chiffres : le premier représenté par un « clou » vertical qui équivaut au chiffre 1 et le second par un chevron qui représente 10.
Invention du plus vieux zéro de l'histoire, représenté par un double clou incliné pour représenter l'espace vide entre des chiffres afin de différencier des nombres. **Mais ce zéro n'est pas conçu comme un nombre car il ne représente pas une quantité.**
Le tableau ci-contre indique comment les Babyloniens représentaient leurs nombres.



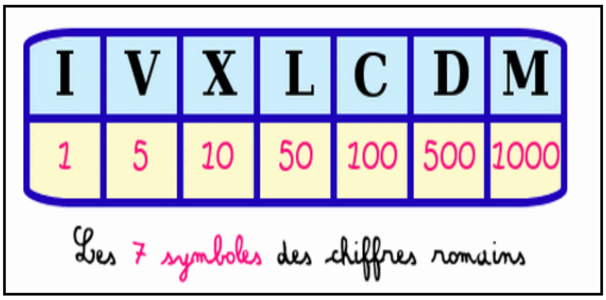
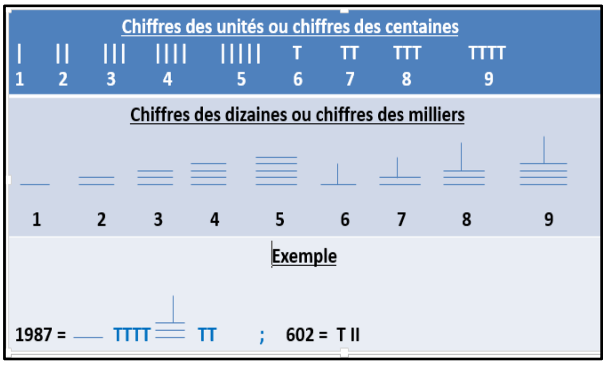
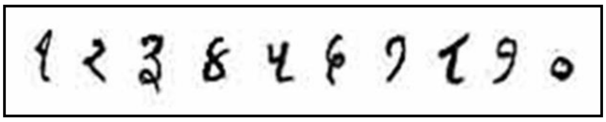
-700 : Avènement du système ionique ou alphabétique grec qui fait correspondre les lettres de l'alphabet grec aux chiffres en gardant leur ordre logique. Cependant l'alphabet grec traditionnel ne comportait que 24 lettres alors que le système ionique en nécessitait 27. Pour résoudre cet obstacle les Grecs sont allés chercher dans des alphabets archaïques les lettres ***digamma*** (6), ***koppa*** (90) et ***sampi*** (900).
Ensuite ils ont attribué aux neuf premières lettres les unités (1 à 9), aux neuf suivantes les dizaines (10 à 90) et aux neuf dernières les centaines (100 à 900).
Le mot alphabet est tiré du nom des deux premières lettres grecques (alpha et bêta). La première et dernière lettre alpha et oméga symbolisent respectivement le début et la fin de tout.
Les fractions existaient également chez les Grecs durant la même période. Elles étaient unitaires comme en Égypte et écrites en marquant le dénominateur d'un accent.

1 α ou A alpha	2 β ou B béta	3 γ ou Γ gamma	4 δ ou Δ delta	5 ε ou E epsilon	6 F digamma	7 ζ ou Z zêta	8 η ou H êta	9 θ ou Θ théta
10 i ou I iota	20 κ ou K kappa	30 λ ou Λ lambda	40 μ ou M mu	50 ν ou N nu	60 ξ ou Ξ xi	70 ο ou O omicron	80 π ou Π pi	90 ϟ koppa
100 ρ ou P rho	200 σ ou Σ sigma	300 τ ou T Tau	400 υ ou Y upsilon	500 φ ou Φ phi	600 χ ou X khi	700 ψ ou Ψ psi	800 ω ou Ω oméga	900 sampi

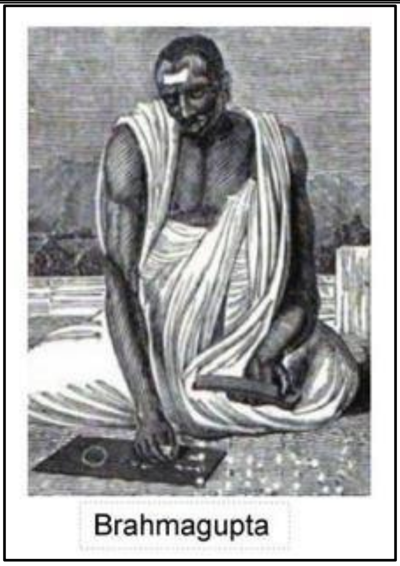
Exemples :

1) $\delta' = \frac{1}{4}$

2) $\iota' = \frac{1}{10}$

<u>-500</u> : Les Romains créent leur système de numération à partir des sept symboles ci-contre pour écrire les nombres. Exemple : **MDCXXXII = 1632**	
<u>-500</u> : Naissance de plusieurs systèmes de numération chinois dont le système suivant dit numération savante.	
<u>I^e siècle</u> : Première reconnaissance des nombres négatifs par les Chinois qui les utilisaient pour faire leurs calculs et résoudre des équations ; ils sont représentés par des baguettes noires et les nombres positifs par des baguettes rouges[120]. Les règles d'addition, de soustraction et de multiplication des nombres négatifs étaient connues et utilisées constamment par les Chinois et par les Indiens.	
<u>V^e siècle</u> : Les Indiens développent un système d'écriture nommé brahmi qui avait neuf symboles et un zéro qui sera défini par Brahmagupta (598 – 660) comme la soustraction d'un nombre à lui- même (a – a = 0). **Les fractions** étaient écrites dans le système indien de la même façon que de nos jours, avec un nombre au-	

[120] Gaud D., Guichard, J.P., "Aperçu historique sur les nombres relatifs", *Repères-Irem*, n° 2, janvier 1991, p. 94 et Ifrah, G., (1994), *Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes*, Robert Laffont, poche 1056p.

<table>
<tr>
<td>dessus d’un autre, sauf qu’il n’y avait pas de ligne pour les séparer.
Les nombres négatifs étaient également présents dans la résolution des équations indiennes.</td>
<td>


Mathématicien indien (598 - 660) à qui l’on attribue la découverte des «nombres» négatifs.</td>
</tr>
<tr>
<td><u>IXe siècle</u> : Les Arabes empruntent le système de numération indien, l’enrichissent avant de le transmettre à l’occident médiéval sous l’impulsion du pape Gerbert d’Aurillac (945 – 1003) et plus tard du mathématicien italien Léonard de Pise dit Fibonacci qui en promeut l’usage.
- le zéro appelé « sunya » qui signifie « vide » en langue indienne sera traduit par « sifr » en arabe.
- Les Arabes inventent une ligne horizontale ou en pente pour séparer le numérateur et le dénominateur d’une fraction
- la figure ci-contre montre les chiffres utilisés par les Arabes au Moyen Orient pour écrire les nombres.</td>
<td>Gerbert d’Aurillac (938 – 1003) pape Sylvestre II de 999 à 1003.


La numération arabe
<table>
<tr><td>٠</td><td>١</td><td>٢</td><td>٣</td><td>٤</td><td>٥</td><td>٦</td><td>٧</td><td>٨</td><td>٩</td><td>١٠</td></tr>
<tr><td>صفر</td><td>واحد</td><td>إثنان</td><td>ثلاثة</td><td>أربعة</td><td>خمسة</td><td>ستّة</td><td>سبعة</td><td>ثمانية</td><td>تسعة</td><td>عشرة</td></tr>
<tr><td>ṣifer</td><td>waḥid</td><td>ithnān</td><td>thalatha</td><td>araba‘a</td><td>khamsa</td><td>sitta</td><td>saba‘a</td><td>thamānia</td><td>tisa‘a</td><td>‘ashara</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td><u>XIIe siècle</u> : Arrivé en Occident du « sifr » qui deviendra zephiro avec Fibonacci avant de prendre le nom de zéro en 1491. Quant au « sifr » arabe, il donnera naissance au mot</td>
<td>Léonard de Pise, plus connu sous le nom de Fibonacci (1170 – 1245).</td>
</tr>
</table>

« chiffre ». **XV^{e} siècle** : **Les chiffres arabes** se stabilisent graphiquement en **Europe occidentale** pour donner naissance à la forme définitive qu'ils ont maintenant. **Les nombres négatifs** y apparaissent également chez des mathématiciens qui s'intéressent aux équations et à leurs racines comme **Chuquet** et **Cardan**. Mais leur utilisation est sujette à de nombreuses controverses (droit à l'existence, validité de certaines règles).	
1585 : Pour écrire la fraction décimale plus simplement le professeur de mathématiques hollandais Simon Stevin la notera 29(0)5(1)7(2). On assiste à la naissance des nombres décimaux.	Le mathématicien hollandais Simon Stevin (1548 – 1620). 
1592 : Pour simplifier la notation des nombres décimaux de Stevin, le mathématicien et horloger suisse Jost Burgie surmonte d'un petit cercle le chiffre des entiers. C'est ainsi que le nombre 29(0)5(1)7(2) devient $29^{o}57$.	Le mathématicien suisse Jost Burgie (1552 – 1632). 

<table>
<tr>
<td><u>1592</u> : L’italien Magini perfectionne la notation des nombres décimaux de Burgie en remplaçant le petit rond par un point placé après le chiffre des unités (notation du point décimal encore utilisée dans les pays anglo-saxons). Ainsi 29^{o}57 devient 29.57.</td>
<td>Le mathématicien italien Giovanni Magini (1555 – 1617).

</td>
</tr>
<tr>
<td><u>1594</u> : Le néerlandais Willeboard Snellius crée la notation à virgule que nous utilisons encore pour représenter les nombres décimaux. 29.57 devient 29,57.</td>
<td>Le mathématicien néerlandais Willeboard Snellius (1580 – 1626).
</td>
</tr>
<tr>
<td><u>XIX^{e} siècle</u> : Les nombres négatifs acquièrent le même statut que les nombres positifs, grâce aux travaux de Hankel (1867) en particulier.</td>
<td>Le mathématicien allemand Hermann Hankel (1839 - 1873).
</td>
</tr>
</table>

VI.3.4. Rapport d'expérimentation

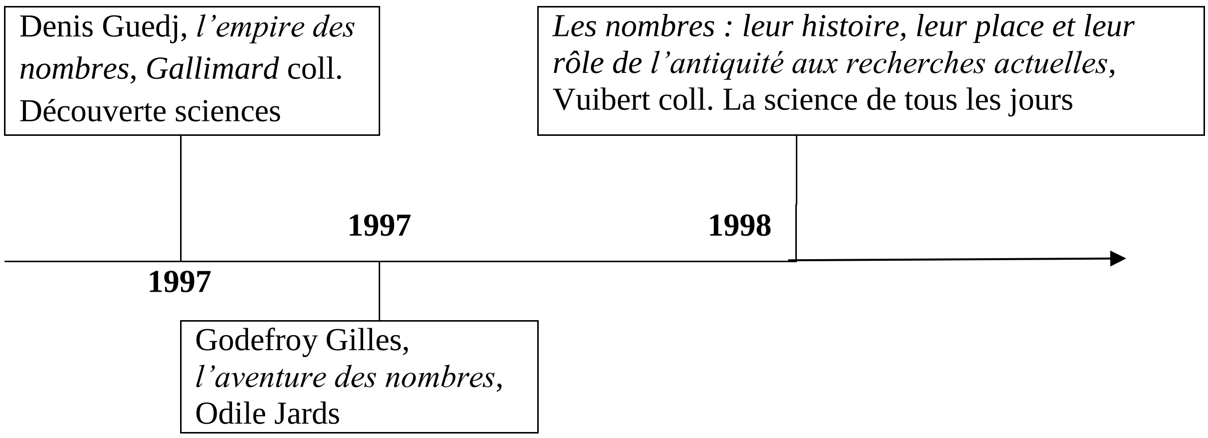
<u>Séquence</u> : les nombres rationnels

<u>Classe</u> : 4e PC1 **<u>Effectif</u> :** 88 élèves

<u>Date</u> : 22/12/2014 **<u>Durée effective</u> :** 1h 15mn

<u>Film de l'expérimentation</u> :

Après la représentation au tableau de la frise chronologique ci-dessous et la présentation des membres du groupe à 10h 30, le rapporteur s'est mis à lire des notes qui définissent les nombres rationnels et qui parlent de fractions irréductibles, de nombres réels, de corps commutatif et de l'anneau des entiers relatifs. La lecture se termine par des applaudissements avant que le professeur ne prenne la parole pour demander aux élèves s'ils ont des questions ou des contributions. Les élèves n'ayant pas réagi, le professeur enchaine avec une présentation Power point en guise d'apport d'informations qui se termine à 11h 45mn.



<u>Difficultés rencontrées</u>

Nous filmions et en même temps nous faisions défiler les diapositives pour le professeur ; ce qui fait que nous avions des problèmes pour cadrer les images projetées au tableau.

VI.3.5. Transcription des dialogues et description des scènes

Transcription des dialogues	Description des scènes
NB : **NR1.01** : Nombres rationnels, séquence 1, dialogue 01 **NR.5.11** : Nombres rationnels, séquence 5, dialogue 11	

Séquence 1 :

NR.1.01. P : Les autres.

NR.1.01. Chercheur : Fais attention / fais attention avec le matériel.

Séquence 2 :

NR.2.01. E : On a l'honneur d'être là pour faire l'exposé sur l'historique des nombres rationnels et voilà notre groupe qui sont (sic) au nombre de 11 : Alioune Badara Faye, Aissatou Lamarana Diallo, Fatoumata Sène, Alimatou /*inaudible*/ Sokhna Faye, Mariama Aida Gaye, Fara Mbaye, El hadj Fallou Diouf, Cheikh Fallou Amar, Mohamed Thiam et Malick Sy.

NR.2.02. P : Il faut que /*inaudible*/ parler à haute voix / voilà / Il faut /*inaudible*/ à haute voix/ Parce que non seulement les gens doivent entendre, mais M. Sagna est en train de prendre / filmer / Alors /*inaudible*/ notre voix doit être audible.

NR.2.03. E : Pour ce qui est du / *inaudible* / on va démarrer sur les / sur l'histoire des nombres entiers naturels de la / *inaudible* / rationnels / Je laisse Aissatou vous expliquer / *inaudible*.

NR.2.04. E : Je vais donner la définition sur le thème des nombres rationnels / l'histoire des nombres rationnels / l'histoire des nombres rationnels / un nombre est en mathématiques un nombre qui peut s'écrire comme le quotient de deux entiers relatifs.

NR.2.05. P : Hé, hé du sérieux / du sérieux /

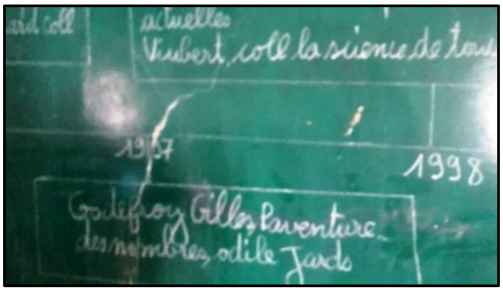


Fig. 6.17. Le groupe d'élèves a commencé la restitution de son travail par la représentation au tableau d'une frise chronologique de l'année de publication de trois ouvrages traitant de l'Histoire des nombres. Il s'agit de :

- Guedj Denis, *L'empire des nombres*, Paris : Gallimard, collection : Découverte science, 1997 ;
- Godefroy Gilles, *L'aventure des nombres*, Paris : Odile Jards, 1997 ;
- *Nombres, leur histoire, leur place, leur rôle dans l'antiquité aux recherches actuelles*, Paris : Vuibert, collection : la science de tous les jours, 1998.

Fig. 6.18. Les trois représentants du groupe commencent l'adresse aux élèves avec :

- la première oratrice qui présente le thème de l'exposé et les onze membres du groupe chargé de faire l'exposé ;
- le deuxième orateur qui introduit la présentatrice de l'exposé ;

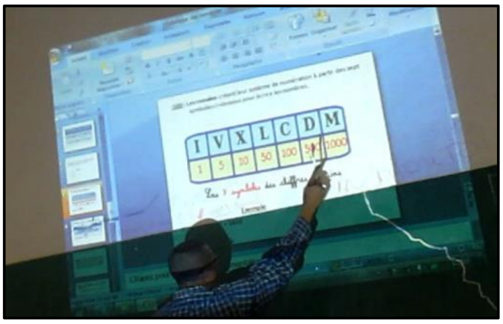
n'oubliez pas les noms des bavards.	- la présentatrice qui commence son discours par la définition d'un nombre rationnel.
<u>Séquence 3</u> : **NR.3.01. E** : Sont souvent notés *a* sur *b* où *a* et *b* sont des entiers relatifs, avec *b* non nul / on appelle *a* le numérateur et *b* le dénominateur / Chaque nombre rationnel peut s'écrire d'une / *inaudible* / de manière différente comme $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$. Mais il existe une forme privilégiée quand *a* et *b* n'ont pas de diviseurs communs / silence / autres que 1/ ils sont premiers entre eux / Tout nombre rationnel non nul possède exactement une seule forme de type avec un dénominateur positif / on parle alors de fractions irréductibles / le développement décimal d'un nombre rationnel est toujours périodique au début d'un certain décimal / par exemple dans le cas d'une écriture décimale, le rajout de 0 assure la périodicité / cela est vrai dans n'importe quelle base / Réciproquement si un nombre possède un développement décimal périodique dans un / *inaudible* / ou une base alors c'est un nombre rationnel. Un nombre réel qui n'est pas rationnel est dit irrationnel / l'ensemble des nombres rationnels est un corps communautatif (sic) noté $\mathbb{Q}$ ou grand $\mathbb{Q}$ / *inaudible* / ainsi par Peano en 1995(sic) ? d'après / *inaudible* / de mot italien / *inaudible* / le quotient / De par sa définition *q* égale *m* sur *n* / *m* sur *n* appartient à $\mathbb{Z}\times\frac{\mathbb{N}'}{\mathbb{Z}}$ où $\mathbb{Z}$ est l'anneau des entiers relatifs / Merci.	 **Fig. 6.19.** La présentatrice continue sa lecture en parlant des différentes écritures d'un nombre rationnel, de fractions irréductibles, de développement décimal, de base, de nombres réels, de corps commutatif, d'anneau des entiers relatifs. A la fin de l'exposé, pratiquement tous les élèves se sont mis à applaudir le groupe.
<u>Séquence 4</u> : **NR.4.01. P** : Découverte on a dit / Euh / comporte vingt / euh / 29 encoches taillées sur un os de babouin découvertes en Afrique du Sud / le babouin c'est un animal qui ressemble au singe / qui est découvert en Afrique du Sud / Alors sur ces coches vous avez des encoches que vous voyez ici / l'image va se préciser / Ce sont ces encoches-là qui servaient de nombres à l'époque à ces populations / à euh / des hommes qui vivaient à l'époque – 3000(sic) / - 3500(sic) / ça c'est un	Le professeur a ensuite pris le relais, à l'aide d'un power-point pour l'apport d'informations sur l'historique des nombres.

exemple d'encoches, taillées sur le bois de rennes datant du paléolithique / le paléolithique c'est à l'époque de – 3500 (sic) / vous avez entendu parler de ces époques et de ces dates-là dans vos leçons d'Histoire / c'est très ancien / 15 000 ans avant J.-C.
- 8000 en Mésopotamie, on a découvert ce qu'on appelle donc / les encoches taillées sur des cailloux sont remplacées par les *calculi* / les *calculi* / Et ces *calculi*, d'abord le mot *calculi* c'est lui qui va donner plus tard le / le terme ?
NR.4.04. E : Calcul.
NR.4.05. P : Calcul / le terme calcul / et ces *calculi* également / c'était tout simplement / on dit ici / ce sont des objets donc en argile / taillés en argile et auxquels on a donné une valeur / parce que également là il faut tout simplement que / reconnaître que la valeur qu'on donne jusqu'à maintenant / si vous prenez par exemple une pièce de monnaie / c'est par convention que les gens ont dit que telle pièce correspond à 25, telle pièce correspond à 100. / A l'époque également les gens avaient ces objets-là / *calculi* / on dit par exemple que le cône, le petit cône correspond à l'unité, le grand correspond à 60 / Et si vous avez un nombre / si vous rencontrez le grand cône suivi du petit cône, vous pouvez dire que c'est soixante/ soixante et ?
NR.4.06. E : Un.
NR.4.07. P : 61 voila / donc c'était des conventions qui étaient là et le grand cône perforé, c'est-à-dire le grand cône sur lequel on a mis des trous représentait 70 / 61 / Vous voyez, c'était un peu les notions que / les éléments que les gens utilisaient dans une région qu'on appelle Mésopotamie, qui est là sur la carte / et vous avez déjà rencontré ce nom de Mésopotamie en Histoire.
NR.4.07. E : Géographie.
NR.4.08. P : Han / en Géographie.

<u>Séquence 5</u> :

NR.5.01. P : *Inaudible* / chiffre 1 et le second par

Fig. 6.20. Il commence par les encoches sur des os qui datent de 35 000 ans avant J.-C. et termine la séquence par les *calculi* de la Mésopotamie qui datent de – 8000 ans.

le chevron, 10 / invention du plus vieux zéro / là aussi on a commencé à utiliser le zéro mais il ne désignait pas un nombre comme c'est le cas aujourd'hui / le zéro symbolisait tout simplement un espace vide et il était représenté par deux clous inclinés / voilà / vous l'avez ici / zéro, c'est le premier dans la colonne / par un clou vertical / voilà / ici vous avez le chevron en forme de V / ce sont donc ces symboles là que les Babyloniens utilisaient pour / pour leur numération / pour former, pour écrire des nombres. - 700 : L'avènement en Grèce du système ionique ou alphabétique / Eux les Grecs ils ont fait correspondre chaque lettre de l'alphabet / de leur alphabet par un / à un nombre et les premiers neuf / les premières neuf lettres correspondent aux nombres de 1 à 9, les neuf lettres qui suivent correspondent aux nombres de 10 à 90 ; donc les dizaines / les premiers sont les unités, ensuite les dizaines et les centaines / Oui, donc les lettres de l'alphabet grec α, β, γ oui / vous avez le 1 qui correspond à α / qu'on peut assimiler à a, ici / le 2 à β, le 3 à γ ainsi de suite / chaque lettre correspond à / à un nombre / les fractions existent également chez les Grecs durant la même période / on avait vu tout à l'heure que les fractions unitaires étaient introduites par les Égyptiens et c'étaient des fractions unitaires / les Grecs également les ont étudiées / toujours avec des fractions unitaires et là vous avez / par exemple ici on a / ça c'est i' / qui est égal à 10 / i égale, i' est égal à un dixième, 1 sur 10 / i' c'est, on peut même considérer ça comme étant l'inverse / l'inverse du nombre i égal à 10 / il faut mettre simplement $i' = \frac{1}{10}$ / oui / donc c'est la numération grecque. - 500 ans : L'époque de la / - 500 maintenant correspond à la / au système romain / les Romains vont découvrir un système de numération qui comprend 7 ? **NR.5.02. E** : Symboles. **NR.5.03. P** : Sept symboles / et ces sept symboles nous permet d'écrire tous les nombres / là vous	Le professeur continue son exposé en s'arrêtant aux clous et aux chevrons que les Babyloniens utilisent pour écrire les nombres. La numération en Grèce à partir de - 700 est également évoquée et elle a consisté à faire correspondre chaque lettre de l'alphabet grec avec un nombre. La numération romaine a suivi avec ses sept symboles qui permettent d'écrire tous les nombres.  **Fig. 6.21.** L'exemple qui a consisté à écrire 1632 en chiffres romains a passionné les élèves qui ont déjà rencontré la numération romaine dans l'expérience « Conditions d'existence d'un triangle »

<table>
<tr>
<td>
avez le 1, le V qui correspond à 5, le X qui correspond à 10, L à 50, cent correspond à C et M à mille / voyez / donc si on voulait écrire un nombre comme 1632 / normalement on l’a déjà vu / Mille, six cents / six cents ça va être / euh.
NR.5.04. E : Le cinq.
NR.5.05. P : Le ?
NR.5.06. E : Le V.
NR.5.07. P : Le ?
NR.5.06. E : Le V et C.
NR.5.07. P : Mille ?
NR.5.08. E : MC.

<u>Séquence 6</u> :
NR.6.01. P : Le 7 c’est 2T / 2T jumelés / 8 vous avez / 9 / oui et là c’est le chiffre / ce sont les chiffres des unités / la première ligne / suivez derrière / suivez et prenez note / la première ligne cela / ce sont les chiffres des unités / la deuxième ligne, les chiffres des dizaines / des euh / des dizaines ou des milliers / vous avez ici / ces chiffres à la fois sont les chiffres des dizaines et des milliers / vous avez un exemple ici / 1987 / Pour écrire 1987 on a / oui / 1987 / vous avez / vous voyez le 9 là-bas ?
NR.6.02. E : Oui.
NR.6.03. P : Il est là / Euh / vous avez 8 / vous avez 8 / 7 / vous avez vu le 7 / donc ça c’est 1900 ?
NR.6.04. E : 87.
NR.6.05. P : 87 / parce que 1 en tant que chiffre des / des unités / des dizaines / Euh des milliers du moins / le chiffre des milliers / Si c’est 1, il est représenté comme ça / Euh / Mais s’il était le chiffre des unités il serait représenté par un trait vertical / Euh / S’il est maintenant millier, c’est un trait horizontal / là vous avez mille / mille.
NR.6.04. E : 900.
NR.6.05. P : 900.
NR.6.06. E : 87.
NR.6.07. P : 87 / 1987 / donc si vous rencontrez dans un texte qui date de −500 ans / ceci vous allez lire simplement 1900.
</td>
<td>
Cette séquence est consacrée à la numération chinoise avec des traits verticaux et horizontaux, puis à l’avènement des nombres négatifs au premier siècle, représentés en Chine avec des baguettes noires.

Fig. 6.22. Dans ses commentaires, le professeur rappelle à ses élèves subjugués que tout le travail mathématique ingénieux a été fait des centaines voire des milliers d’années avant la naissance de J.-C.
</td>
</tr>
</table>

NR.6.08. E : 87. **NR.6.09. P** : 80 ? **NR.6.10. E** : 7. **NR.6.11. P** : Nous sommes d'accord ? / voilà / Maintenant on va au premier siècle / au premier siècle / quand on dit le premier siècle, c'est la naissance de ? **NR.6.12. E** : Jésus / Jésus Christ. **NR.6.13. P** : Vous avez vu / donc tout ce qu'on vient de voir et très important c'est combien d'années qui est avant J.-C. / beaucoup d'années / des centaines, voire des milliers d'années avant J.-C. / Et donc vous voyez les gens étaient de grands mathématiciens et de grands savants / ils inventaient des choses / des choses qui sont véritablement ingénieuses par rapport à ce que nous faisons / *inaudible* / le premier siècle maintenant correspond en Chine avec l'avènement des nombres négatifs / les nombres négatifs / les savants chinois / les mathématiciens notamment ont commencé à utiliser les nombres négatifs dans la résolution des équations / et eux ils ont symbolisé les nombres négatifs par des baguettes noires et les nombres positifs par des baguettes rouges / donc vous voyez c'est quel ensemble ? ça correspond à quel ensemble actuellement ? / les nombres négatifs et les nombres positifs / l'ensemble ? / euh / Est-ce que c'est l'ensemble $\mathbb{N}$? **NR.6.14. E** : Non. **NR.6.15. P** : C'est l'ensemble ? **NR.6.16. E** : G / $\mathbb{Q}$. **NR.6.17. P** : Attention / Attention / 6ème / han / Pour la première fois vous avez appris dans un ensemble des entiers naturels / des entiers positifs et des entiers négatifs / c'est quel ensemble ? **NR.6.18. E** : A. **NR.6.19. P** : En sixième ? / on lève le doigt / quel est l'ensemble que vous avez ? **Séquence 7 :** **NR.7.01. P** : Travaux de / euh / les / et ces Arabes-là vont transmettre / aux occidentaux / les européens vont prendre eux aussi les travaux des	

Arabes / on l'enrichit davantage pour obtenir ce que nous avons aujourd'hui / et alors, les occidentaux vont s'approprier les travaux des Arabes par le biais de / du pape Gerbert Aurillac / pape Gerbert qui était un pape / le pape, c'est quoi / c'est quoi le pape ? / quand on dit un pape, ça renvoie à quoi ? **NR.7.02. E** : *Inaudible* **NR.7.03. P** : Le / parle fort. **NR.7.04. E** : Le prêtre **NR.7.05. P** : Le prêtre / non, c'est plus grand que le prêtre / le Pape c'est ? / c'est le patron de l'Église du monde entier / tous les chrétiens du monde, où qu'ils puissent se trouver c'est le Pape qui est leur patron (sic) / n'est-ce pas ? / le dernier Pape c'est qui ? / le plus connu, qui était venu au Sénégal / on lève le doigt / on lève le doigt / le pape ? / parle fort. **NR.7.06. E** : Pape Jean Paul II. **NR.7.07. P** : Pape Jean / Jean Paul II / Pape Jean Paul II était venu au Sénégal / Imaginer à l'époque / Imaginer à l'époque / Imaginer à l'époque, au IX^{ème} siècle, c'est un pape bien sûr qui s'occupe de l'église mais également qui se permet de faire des mathématiques jusqu'à même être à l'origine de l'amélioration des chiffres découverts par / par les indiens et que lui va améliorer / et découvert par les / les chiffres utilisés par les Arabes et qu'il va prendre des Arabes pour les améliorer et en faire ce que nous utilisons actuellement / oui / et c'est à cette époque également que le zéro aussi va connaitre une large évolution / d'abord il a commencé à évoluer avec les Indiens qui l'appelaient « sunya » / je crois que c'est apparu dans l'autre / *sunya* / avec les Indiens / après ça va devenir « sifr » / *sifr* avec les Arabes / *sifr* voilà / avant il était appelé *sunya* avec les Indiens / maintenant il est devenu *sifr* en arabe / et c'est ce mot-là qui va également plus tard donner le / devenir chiffre / qui va donner l'appellation chiffre / voilà / c'est ça la numération arabe / heu, la numération avec laquelle vous êtes familiers / voilà / certains d'entre vous sont forts aussi en arabe / et c'est ça donc la numération arabe / de la	Le professeur continue son apport d'informations avec le pape Gerbert d'Aurillac qui s'est approprié le savoir mathématique arabe pour le répandre en Occident.  **Fig. 6.23.** L'évolution du zéro, ainsi que la numération arabe sont évoquées par le professeur qui a demandé aux élèves de lire les chiffres qui la composent. Les élèves montrent un grand intérêt pour ce système de numération que la plupart connaît.

droite vers la gauche / qui peut lire ?
NR.7.08. E : Monsieur, monsieur**.**
NR.7.09. P : Qui peut / lève / lire / oui / parle fort / mets-toi debout mademoiselle / *inaudible* /de la droite vers la gauche / un autre volontaire / oui / oui parle fort.
NR.7.10. E : *wahid, isnayma, talata, arba, hamsa.*
NR.7.11. E : On n'entend pas.
NR.7.12. P : Parle fort, il n'entend pas, recommencez et parle fort.
NR.7.13. E : *wahid, isnaya, talata, arba, hamsa, sieta, sama / inaudible.*
NR.7.14. P : Il est bloqué ?
NR.7.15. E : Oui.
NR.7.11. P : Mais c'est déjà bon / c'est bon / c'est bon.

<u>Séquence 8</u> :

NR.8.01. P : Ici vous avez / si on essaye de **/** de donner la forme / la valeur décimale de la fraction 2957 centièmes / ça était 59 virgule quelque chose, euh / 29 vous l'avez, au lieu d'avoir une virgule il a ça / euh / un zéro qui est entre parenthèses / et alors pour séparer également le chiffre des dixièmes et des centièmes, il a utilisé également 1 / ce 1 là / est-ce que vous voyez ?
NR.8.02. E : Oui.
NR.8.03. P : Nous sommes d'accord ?
NR.8.04. E : Oui.
NR.8.05. P : Maintenant ça / c'est considéré comme l'ancêtre vraiment des nombres décimaux / et ça va évoluer rapidement / ça va évoluer pour donner avec les travaux de Burgie, Georges Burgie / ça va donner 29 avec ce signe là / ce signe qui correspond à quoi ? / qui renvoie à quoi ?
NR.8.06. E : Degré.
NR.8.07. P : Degré / très bien / très bien / très bien / 29 degré 57 / c'est toujours la façon dont les nombres décimaux relatifs sont / décimaux du moins sont / sont écrits / écrits / on n'a pas encore la virgule que nous utilisons actuellement/ hein / c'est plus tard qu'on aura l'utilisation de ça / ce qui rapproche / ce qui sera le plus proche de la

Fig. 6.24. Le professeur passe en revue l'évolution des nombres décimaux, de leur naissance au XVIème siècle avec Stevin à la notation actuelle avec Snelius, en passant à l'écriture en degré de Burgie et en point de Magini.
L'exposé s'est terminé avec les travaux de Hankel au XIXème siècle qui ont donné aux nombres négatifs un statut reconnu par tous.

virgule / Mais la virgule n'est pas toujours pas apparu dans les nombres décimaux / vous avez ici / le mot devient / le nombre du moins devient 29 point 57/ et c'est grâce aux travaux / aux travaux de l'anglais / Euh, euh de l'anglais ? **NR.8.08. E** : Magie. **NR.8.09. P** : Magie / euh de l'autre, comment l'appelle-t-on ? Comment l'appelle-t-on encore ? **NR.8.10. E** : Georges Burgie. **NR.8.11. P** : De / de Georges Burgie / voila / voilà c'est Snelius donc qui va passer de la notation point à la notation virgule / Snelius c'est / c'est un néerlandais / c'est un néerlandais Snelius qui va amener donc les nombres décimaux à la notation avec la / la virgule / mais avant on est passé du rond / à, au point / le rond avec Stevin, le point avec Burgie et la virgule maintenant avec Snelius / et c'est cette notation / cette notation que nous utilisons présentement / et c'était depuis le XVI^{ème}/ depuis le XVI^{ème} / là nous avons la photo de Snelius / depuis le XVI^{ème} / vous avez vu ? / qui était / aussi beau que nous / il ressemble à ? **NR.8.12. E** : *Inaudible* **NR.8.13. P** : Ah bon / Ah bon / donc je ne me suis pas trompé en disant qu'il était plus beau que nous / voilà / ici nous avons maintenant le grand Heinkel / le mathématicien allemand Heinkel qui va véritablement par ces travaux faire admettre / faire admettre les nombres négatifs / suivez / Parce que nous avons dit tout à l'heure que les nombres négatifs étaient sujet / leur utilisation était sujette à beaucoup de controverses / donc cela veut dire que les gens n'étaient pas d'accord sur leur utilisation / Pour beaucoup de mathématiciens, les nombres négatifs c'était du n'importe quoi. Mais c'est grâce aux travaux de l'allemand Heinkel que les nombres négatifs vont être considérés comme de vrais nombres / et vont être appris par tous / est-ce que vous voyez ? / et c'est tout simplement au XIX^{ème} siècle / le XIX^{ème} siècle c'est ? **<u>Séquence 9</u> :**	

NR.9.01. E : Siècles **NR.9.02. P** : Donc vous rendez compte que c'est n'est pas arrivé d'un coup / les gens ne sont pas levés tout simplement pour ramasser les nombres tels que nous les avons aujourd'hui / il y a eu les travaux, il y a eu des gens qui ont passé toute leur vie à chercher, à proposer pour que / suivez oh / je disais qu'il y a des générations et des générations d'hommes qui ont passé tout leur temps à chercher / à améliorer ce qu'ils avaient pour qu'on puisse avoir les nombres tels que nous les avons aujourd'hui / oui / on est passé de signes, de symboles de n'importe quel symbole jusqu'à arriver aujourd'hui aux nombres vraiment / aux nombres faciles à manipuler et / donc tels que nous les avons en tout cas / et de tels nombres qui rencontrent l'acceptation de tout le monde / et nous le devons véritablement à ses grands noms comme les Fibonacci / les / vous avez retenu quel autre nom ? **NR.9.03. E** : Hankel. **NR.9.04. P** : Hankel / Hankel surtout / l'allemand Hankel qui a fait admettre les nombres négatifs / quel autre nom ? **NR.9.05. E** : *Inaudible* **NR.9.06. P** : Quel autre nom ? **NR.9.07. E** : Stevin. **NR.9.08. P** : Stevin **/** Stevin qui est / qui est l'ancêtre vraiment / le père fondateur des nombres décimaux euh / euh / euh. **NR.9.09. E** : *Inaudible.* **NR.9.10. P** : Georges Burgie / voilà / et d'autres / bien d'autres avant eux / et en général / en général c'est l'ensemble des civilisations qui ont contribué / Parce que même nous Africains du Sud du Sahara nous ne sommes pas exclus / Puisqu'on a beaucoup parlé d'Égypte, on a parlé des Arabes / l'Égypte et vous savez que / que notre histoire est très liée à celle de l'Égypte / Donc nous pouvons considérer que nous aussi nos ancêtres ont participé à l'évolution des / des nombres / à leur découverte et à leur amélioration / voilà / donc c'était ça / Maintenant vous.	Le professeur fait le résumé de son exposé qui a commencé en – 35 000 ans et s'est achevé au XIX^{ème} siècle. Il nous a permis de savoir que les nombres que nous avons aujourd'hui n'ont pas été créés en un seul jour. C'est le fruit d'un long processus qui a vu la participation de beaucoup de mathématiciens de tous les âges et de toutes les civilisations. Une question posée par le professeur sur le nom de ces mathématiciens a fait ressortir les noms de Hankel, Stevin et Burgie.  **Fig. 6.25.** Des élèves qui suivent le résumé du professeur et d'autres qui prennent notes.

VI.4. Expérience 4 : Mise en équation

VI.4.1. But visé

Nous souhaitons à travers un cours de mathématiques portant sur la « mise en équation d'une situation simple » nous appuyer sur des problèmes issus de deux sources primaires, pour évaluer l'impact de ces textes sur les enseignements apprentissages et sur la gestion du temps.
La première source est l'une des plus anciennes tablettes mathématiques connues (BM13901, conservée au British Museum) renfermant une liste de problèmes résolus qui constituent le cœur des mathématiques cunéiformes[121].
La deuxième est le papyrus Rhind (ou de Rhind), du nom de son acheteur, qui est le plus important document permettant de connaître les mathématiques de l'antiquité égyptienne. Rédigé il y a de cela 3 650 ans, le papyrus renferme 84 problèmes d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie et d'arpentage, résolus.

VI.4.2. Fiche activités élèves

Classe : 4ème PC1 (collège)

Thème : Équations du premier degré

Objectif : Mettre en équation une situation simple

Activité :

Les équations et leurs résolutions ont très tôt constitué une préoccupation de l'homme.

- À **Babylone** d'abord où elles étaient présentes sur des tablettes qui datent de **1800 ans avant Jésus Christ.** Ces équations résultent de problèmes ayant trait aux finances, au commerce, à l'arpentage. Elles étaient exprimées en phrases suivant un **langage géométrique** avec une inconnue appelée côté et la puissance deux de l'inconnue appelée carré.

La tablette babylonienne suivante, qui se trouve au British Museum sous le numéro 13901 et sur laquelle est inscrit le problème « ***J'ai soustrait le côté d'un carré de l'aire et le résultat est 14,30*** »[122] en est une illustration.
Consigne : On se propose de transformer le problème babylonien en une équation. Pour cela on procède par étapes :
Étape 1 : choix de l'inconnue.
Le côté du carré étant inconnu, supposons qu'il soit égal à x.
Étape 2 : traduction par une égalité des données pertinentes du problème en fonction de x.
1) Le côté du carré étant égal à x, à quoi serait égale l'aire du carré ?
2) Traduis par une opération « la soustraction du côté d'un carré de l'aire du carré ».

[121] Proust, C. Mathématiques en Mésopotamie, document mis en ligne sur CultureMath en novembre 2006. p. 7. (http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/pdf/chrono_mesopotamie.pdf. Consulté le 21 septembre 2019)
[122] Dahan-Dalmedico *et al.* (op.cit., p.73).

3) Traduis par une égalité « le résultat de la soustraction est 14,30 ».

Modalités :

- Recherche individuelle (5mn).
- Partage à deux ou à trois (5mn).

Exercice d'application

- En **Égypte,** on retrouve les équations dans des problèmes comme ceux contenus dans le Papyrus de Rhind écrit **1700 ans avant Jésus Christ,** et qui concernent la répartition de miches de pain, de grains ou d'animaux. Les équations sont également exprimées à l'aide de phrases, comme on peut le voir dans le problème 24 du papyrus de Rhind : « ***Une quantité et son* 1/7 *mises ensemble deviennent 19. Quelle est cette quantité ?*** »[123].

Consigne : mets en équation le problème 24 du papyrus de Rhind.

Modalité : Recherche individuelle (5mn).

VI.4.3. Fiche activité professeur

Thème : Équations du premier degré

Classe : 4ème PC1 **Effectif :** 88 élèves **Durée prévue :** 50 mn

Objectif : Mettre en équation une situation simple.

Matériels :

- une caméra pour filmer la séance.

Protocole :

1) Distribution de la fiche d'activité.
2) Lecture à haute voix de l'activité par un ou deux élèves (3mn).
3) Recherche individuelle (5mn).
4) Partage entre élèves d'une même table (5mn).

Remarque : circuler dans les rangées pour superviser le travail des élèves et les mettre sur la voie, à travers un bon questionnement.

5) Envoi d'un ou deux élèves au tableau pour corriger l'activité (10mn).

Commenter la correction en indiquant que l'égalité obtenue est appelée équation (égalité comportant au moins une inconnue) et que la transformation du problème en équation est appelée « Mise en équation ».

6) Prise de notes de la correction par les élèves (5mn).
7) Après la prise de notes, question aux élèves sur les différentes étapes à suivre pour mettre en équation un problème et ensuite proposition de la méthode suivante (5mn) :

Pour mettre en équation un problème, on procède par étapes comme suit :

Étape 1 : choix de l'inconnue

[123] Charbonneau, L., (1991-1992), "Du raisonnement laissé à lui-même au raisonnement outillé : l'algèbre depuis Babylone jusqu'à Viète", p. 10, *bulletin AMQ*.

je choisis une lettre de l'alphabet (en général x) pour désigner l'inconnue qu'on cherche.
<u>Étape 2</u> : Mise en équation
Je traduis par une égalité les données pertinentes du problème en fonction de l'inconnue pour obtenir une équation.

8) Correction de l'exercice d'application en commençant par une lecture à haute voix d'un ou de deux élèves (2mn).
9) Recherche de l'exercice d'application par les élèves (5mn).
10) Supervision du travail des élèves et explication si le besoin se fait sentir de l'expression « son septième » à travers des exemples comme le quart des élèves (durant la recherche des élèves).
11) Correction de l'exercice d'application par un ou deux élèves (5mn).
12) Prise de notes de la correction (5mn).

<u>Solution attendue</u>

Activité

Étape 1 : soit x cette quantité.

Étape 2 :

1) Le côté du carré étant égal à x, son aire est égale à $x \times x = x^2$.
2) Le côté du carré étant égal à x et son aire x^2, la soustraction du côté du carré de l'aire du carré est $x^2 - x$.
3) Le résultat de cette soustraction étant 14,30, on a $x^2 - x = 14{,}30$.

Exercice d'application

Étape 1 : soit x cette quantité.

Étape 2 :

1) La quantité étant égale à x, son septième est égale à $\frac{1}{7}x$.
2) Cette quantité et son septième, mises ensemble, donnent $x + \frac{1}{7}x$.
3) Or la quantité et son septième, mises ensemble, deviennent 19, donc $x + \frac{1}{7}x = 19$.

VI.4.4. Rapport d'expérimentation

<u>Séquence</u> : Mise en équation

<u>Classe</u> : 4$^{\text{ème}}$ PC1 **<u>Effectif</u> :** 88 élèves

<u>Date</u> : 13/04/2015 **<u>Durée effective</u> :** 1h 15mn

<u>Film de l'expérimentation</u>

Après la distribution des fiches d'activités aux élèves à 10h 30, suivie de la lecture de l'activité, les élèves se sont engagés dans la recherche. A 10h 50 le professeur a envoyé à tour de rôle trois élèves au tableau pour la correction de l'activité qui s'est achevée à 11h.
L'exploitation de la correction a permis au professeur de proposer une méthode de mise en équation du problème proposé.

A 11h 15, les élèves ont commencé la recherche de l'exercice d'application et terminé à 11h38 par sa correction. La séance a pris fin à 11h 45 par les commentaires du professeur sur l'exercice.

Difficultés rencontrées

L'absence dans le film des séquences montrant la recherche de l'activité et de l'exercice d'application est liée à la capacité de la carte mémoire de la caméra et aux performances de sa batterie non satisfaisantes.

VI.4.5. Transcription des dialogues et description des scènes

Transcription des dialogues	Description des scènes
NB : **ME1.01** : Mise en équation, séquence 1, dialogue 01 **ME5.10** : Mise en équation, séquence 5, dialogue 10 **Séquence 1 :**	
ME1.01. P : Il est 10h 35 à ma montre / euh / il est 10h 35 ; à 10h 44 / han / c'est bon / il est 10h 35 ; à 10h 44 on va ranger/ *inaudible* / donc 10h 45 / c'est parti ! **ME1.02. Chercheur** : Est-ce qu'il ne faut pas commencer par une lecture à haute voix ? **ME1.03. P** : Par ? **ME1.04. Chercheur** : Un élève. **ME1.05. P** : oui c'est possible oui. **ME1.06. Chercheur** : Pour le premier, ensuite pour le deuxième. **ME1.07. P** : Oui / Est-ce quelqu'un peut lire l'activité ? **ME1.08. E** : Oui. **ME1.09. P** : Quelqu'un qui a une voix forte ? / *inaudible* / Suivez …suivez donc / les autres. **ME1.10. E** : Les équations et leurs résolutions ont très tôt constitué une préoccupation de l'homme. A Babylone d'abord où elles étaient présentes sur des tablettes qui datent de 1800 ans avant Jésus Christ. **ME1.11. P** : Est-ce qu'on entend là-bas ? **ME1.12. Élèves** : Non. **ME1.13. P** : Plus fort.	Après avoir précisé l'heure à laquelle la recherche va prendre fin, le professeur demande à une élève de lire l'énoncé de l'activité. Sa voix n'étant pas audible, il interroge un deuxième élève qui ne le satisfait pas, puis un troisième qui certes lit à haute voix, mais de manière hachée et avec une mauvaise prononciation.  **Fig. 6.26.** Beaucoup d'élèves demandent la parole avec insistance pour lire l'énoncé de l'activité.

ME1.14. E : Monsieur, monsieur. **ME1.15. P** : Oh / elle continue mais plus fort. **ME.16. E** : À Babylone d'abord où elles étaient présentées sur des tablettes qui datent de 1800 ans avant Jésus Christ. Ces équations résultent de. **ME.17. P** : Est-ce que sa voix est toujours ? **ME.18. Elèves** : Non ! / oui / non / Monsieur moi / Monsieur ! / **ME1.19. P** : Il faut crier comme le fait le prof. **ME1.20. Élèves** : Monsieur ! Monsieur ! **ME1.21. P** : Hé c'est assez / je n'ai pas demandé…/ Hé chut, baissez vos main, baissez vos bras / Je n'ai pas demandé de crier en demandant la parole / C'est quand on vous a remis la parole et que vous lisez, c'est en ce moment qu'il faut … qu'il faut parler fort comme je suis en train de la faire / Pour que tout le monde puisse entendre / Qui pourra le faire ? **ME1.22. Élèves** : Monsieur moi ! / Monsieur ! **ME1.23. P** : Responsable / Responsable, on verra si tu es vraiment responsable / Oh ! / dans le calme / dans le calme. **ME1.24. E** : Les équations et leurs résolutions ont. **ME1.25. Elèves** : Rires. **ME1.26. P** : Hé, si vous n'écoutez pas, vous ne pouvez pas entendre. **ME1.27. E** : Les équations et leurs résolutions ont très tôt. **ME1.28. P** : Plus fort que ça. **ME1.29. E** : Constitué une préoccupation de l'homme. A Babylone d'abord où / **ME1.30. E1èves** : On n'entend rien, on n'entend rien du tout. **ME1.31. E :** Les équations et leurs résolutions ont très tôt constitué une préoccupation de l'homme. À Babylone **ME1.32. P** : Bon, élève la voix. **ME1.33. Elèves** : On n'entend rien / *inaudible*. **ME1.34. P** : Hé, hé si vous n'arrêtez pas de faire du bruit on ne pourra pas entendre. **ME1.35. E1èves** : Monsieur moi ! Monsieur moi. **ME1.36. P** : Comment tu t'appelles ? / euh. **ME1.37. E** : Malick Sidibé.	Les élèves demandent la parole en criant.

ME1.38. P : Comment ? **ME1.39. E** : Malick Sidibé. **ME1.40. Élèves** : Malick Sidibé **ME1.41. P** : Malick Sidibé **ME1.42. P** : Les autres taisez-vous ! **ME1.43. E** : Les équations et leurs résolutions ont très tôt constitué une préoccup / préoccupation de l'homme. À Babylone d'abord où elles étaient présentées sur des tablettes qui datent de 1800 ans avant J.-C. Cette équation résulte de problèmes ayant trait aux finances, au commerce, à l'arpentage. Et les équations étaient exprimées en phrases suivant un langage géométrique avec une inconnue appellée côté et la puissance deux de l'inconnue appelée carré. La tablette babylonienne suivante, qui se trouve au Bis / au Britis Museus sous le numéro 13901 en est une illustration « ***J'ai soustrait le côté d'un carré de l'aire et le résultat est 14,30*** ». <u>Consigne</u> : On se propose de transformer le problème babylonien en une équation. Pour cela on procède par étape : L'étape 1 : choix de l'inconnue. Le côté du carré étant l'inconnue, supposons qu'il soit égal à *x*. Étape 2 : l'expression des données pertinentes du problème en fonction de *x* et par une égalité : 1) le côté du carré étant égal à *x*, à quoi sert / À quoi serait à l'égale l'aire du carré ? 2) Traduis par une opération « la soustraction du côté d'un carré de l'aire du carré ». 3) Traduis par une égalité « le résultat de la soustraction est 14,30 ». **ME1.42. P** : Voilà ! c'est bien / le reste c'est les modalités et. **<u>Séquence 2</u> :** **ME2.01. P** : On rappelle d'abord que ? / On a dit jusqu'ici ? **ME2.02. E** : Le côté du carré étant égal à l'inconnue, etc. **ME2.03. P** : Première étape : choix de l'inconnue / le côté du carré étant inconnu, supposons qu'il soit égal à x / continue, continue après tu vas	

écrire ça / … / L’aire du carré est / mets l’aire du carré est / deux points / deux points / Marque clairement les deux points / Tu mets / attend / Tu mets / le côté du carré étant inconnu, supposons qu’il est / qu’il soit égal à x / Tu mets supposons / supposons que le côté du carré soit égal à x / supposons que le côté du carré soit égal à x / que le côté du carré soit égal à x / … / soit égal à x /. **ME2.04. E** : Donc l’aire du carré est égale **ME2.05. P** : Soit égal à x voilà / à la ligne **/** **ME2.06. E** : Donc l’aire du carré est égale **ME2.07. P** : En général comment on note l’aire du carré / La notation c’est ? / Par quelle lettre ? / Est-ce que c’est la lettre « f » ? / Est-ce que c’est la lettre « f » qui permet de noter l’aire du carré ou l’aire de façon générale ? / On note par quelle lettre ? **ME2.08. E** : a **ME2.09. P** : Par la lettre grand « A » / A majuscule / tu mets A majuscule / Non c’est un A en général en script / Je pense que c’est en script qu’on dit ? / Voilà comme ça (le professeur écrit le $\mathcal{A}$) / Euh, euh / Vous avez oublié les dénominations de l’écriture à l’élémentaire ? Euh, euh, (l’élève continue sa rédaction). **ME2.10. P** : $\mathcal{A}$ égale ? / On a côté fois côté / Ici le côté c’est quoi ? / Qui est euh / Qu’est ce qui désigne le côté dans notre problème ? **ME2.11. E** : x **ME2.12. P** : C’est ce que tu viens de dire, Euh / Donc tu mets égal sur la même ligne**.** **ME2.13. E** : x^2 **ME2.14. P** : Hé chut / x fois x, Très bien / Voilà, x fois x égal ? **ME2.15. E** : x^2 **ME2.16. P** : Très bien / voilà Très bien. **<u>Séquence 3</u> :** **ME3.01. P** : Envoyez-moi à la direction tout de suite l’ensemble des filles de la classe / Est-ce que c’est toute la classe qui irait à la direction ? **ME3.02. Élèves** : Non. **ME3.03. P** : C’est seulement les filles, hein ?	La recherche de l’activité étant terminée, le professeur envoie un élève au tableau pour corriger la première question de l’activité qui porte sur l’aire du carré.  **Fig. 6.27.** L’élève guidé par le professeur arrive à la solution. Le professeur par un exemple concret,

ME3.04. E : Oui.
ME3.05. P : Est-ce qu'on ne pouvait pas dire en ce moment qu'on a soustrait les filles de cette classe ?
ME3.06. Élèves : Oui
ME3.07. P : Euh / La soustraction du côté / d'un / du côté d'un carré de l'aire … / Oui, vas-y / Tu mets deuxièmement / Numéro 2 / Tu mets la soustraction du côté / la soustraction du côté d'un carré de l'aire / La soustraction du carré ?
ME3.08. E : La soustraction ?
ME3.09. P : La soustraction du côté, du côté … / Soustrac … que / Il y a un « c » ici / Soustraction / Trac …tion / La soustraction du côté d'un carré de l'aire / d'un côté, tu as sauté d'un côté ou bien ? / du côté d'un carré / La soustraction … non attends ! / je pense / *inaudible* / la soustraction d'un côté / Tu mets d'un côté du carré de l'aire / La soustraction d'un côté du carré / … / de l'aire / de l'aire, il y a « e » / de l'aire / de l'aire de ? / tu mets de ce carré, de l'aire de ce carré / de l'aire de ce carré / voilà / Très bien / La soustraction d'un côté du carré de l'aire de ce carré /… / Suivez !
ME3.08. P : x^2 moins ! euh / x^2 c'est l'aire / On est d'accord là-dessus ? / Qu'est-ce qu'on soustrait de l'aire ? / Qu'est-ce qu'on soustrait de l'aire ? / Oui !
ME3.09. E : Un côté.
ME3.10. P : Le côté, il est désigné par quelle ?
ME3.11. Élèves : x
ME3.12. P : Par x / mets-toi de côté / mets-toi de côté / N'efface pas, n'efface pas, n'efface pas ! / les gens n'ont pas encore apprécié ce que tu as écrit, et tu veux l'effacer / Reprends, remets ça au tableau / Voilà, est ce que c'est ça ? Hein / Qu'est-ce qu'il faut avoir ici / C'est ?
ME3.13. Élèves : x
ME3.14. P : x / Efface / *inaudible* / voilà / *inaudible* / la soustraction / On dit : traduis par une opération la soustraction du côté, d'un côté du carré de l'aire de ce carré. / Donc c'est tout. / Tu mets ici « est » / est.

<u>Séquence 4</u> :

fait comprendre aux élèves la « soustraction de quelques éléments d'un ensemble » avant d'interroger un autre élève pour la correction de la deuxième question qui porte sur la traduction par une opération de la soustraction du carré d'un côté de l'aire ».

Fig. 6.28. L'élève interrogé trouve $x^2 - 14{,}30$, mais grâce à un bon traitement des réponses par le professeur qui a fait intervenir les autres élèves, on arrive au résultat $x^2 - x$.

ME4.01. P : Par exemple ici / On a / La soustraction c'est ça, l'opération c'est ça / Si tu voulais écrire le résultat, tu allais faire quoi ? / Tu allais faire ? / En général pour donner le résultat d'une opération on fait quoi ? On utilise d'abord quel signe ? **ME4.02. Élèves** : Égal **ME4.03. P** : Le signe égal / Donc on met égal, ensuite on donne le résultat. Euh / C'est tout ce qu'on demande de faire / Donc … *inaudible*. / Voilà, c'est tout ce qu'on demande. / Merci, c'est bien / Tu as répondu à la question / C'est tout ce qu'on demande de faire. **ME4.04. P** : Donc / Traduis par une égalité / Donc ce qu'on vient de faire, c'est d'abord une égalité, Euh / Une égalité / Une phrase mathématique dans laquelle on a un signe égal est appelée une égalité, euh / Nous sommes d'accord ? / Mais plus précisément on va dire que c'est une ? / C'est une ? / C'est une ? / C'est une ? / C'est une ? / La phrase qu'on vient de trouver, l'égalité qu'on vient de trouver correspond à une ? **ME4.05. E** : Une équation. **ME4.06. P** : Une équation, équation / une équation euh / Et si vous voyez bien ! On a combien de parties ? / On peut distinguer combien de parties dans cette même équation ? **ME4.07. E** : Trois. **ME4.08. P** : Han. **ME4.09. E** : Trois. **ME4.10. P** : Han ! Qui est en train de parler ? **ME4.11. Élèves** : Djamila**.** **ME4.12. P** : On lève le doigt / On a combien de parties ? / On peut distinguer combien de parties ? / Trois parties ou quatre parties ? **ME4.13. Élèves** : Trois **ME4.14. P** : Qui dit trois ? / Qui dit trois ? / Diallo ? **ME4.15. E** : *Inaudible.* **ME4.16. P** : Oui ? / Trois parties ? / Lesquelles ? Trois parties par rapport à quoi ? Quelles sont les trois parties auxquelles tu fais allusion ? Euh ? **ME4.17. E** : Quatre. **ME4.18. P** : Quatre ? Lesquelles ?	L'élève poursuit la correction avec la troisième question qui porte sur la traduction par une égalité « le résultat de la soustraction est 14,30 ».  **Fig. 6.29.** Les commentaires et les questions posées par le professeur ont permis à l'élève de trouver $x^2 - x =$ 14,30 qui est le résultat cherché.

ME4.19. E : x^2 **ME4.20. P** : Han ! **ME4.21. E9** : x^2 **ME4.22. P** : x^2 ? **ME4.23. E** : x^2 moins. **ME4.24. P** : Moins. **ME4.25. E** : x **ME4.26. P** : Moins x / C'est une seule partie ou c'est deux parties ? Hein ? **ME4.27. E** : C'est une seule partie. **ME4.29. P** : C'est une seule partie, Très bien / Quelles sont les autres parties ? **ME4.30. E** : Égal. **ME4.31. P** : « égal » est une partie, oui / Et quelles sont les autres parties ? **ME4.32. P** : 14,30. **ME4.33. P** : 14,30, donc là c'est trois parties que tu as désignées. / Très bien, mais on va, on va tout simplement se limiter à dire que nous avons deux parties de part et d'autre du signe égal / On va considérer que le signe « = » est la frontière et chacune, chacun, chacune de ses parties est ce qu'on appelle un membre / Un membre / On a donc deux membres situés de part et d'autre du signe « = ». Un membre à gauche, le premier membre ensuite le second membre qui est à droite du signe « = » / Nous sommes d'accord ? **ME4.34. Élèves** : Oui. **ME4.35. P** : Donc vous voyez, on fait ce qu'on appelle la mise en équation dans un premier temps. / Ce qu'on vient de faire c'est la mise en équation. / On a suivi les étapes. / La première étape était ce qu'on a appelé ici ? **ME4.36. Élèves** : choix de l'inconnue. **ME4.37. P** : Choix de l'inconnue / Très bien / Choix de l'inconnue / Parce que la mise en équation intervient quand il s'agit … **<u>Séquence 5</u> :** **ME5.01. P** : Choix de l'inconnue / deux points. / Tu vas, tu vas utiliser donc quelle lettre x / *inaudible.* / Soit x / Soit x cette quantité. / Soit x cette quantité. / Suivez c'est très important. / Soit	L'interaction professeur-élèves a permis à ces derniers de donner le nom de l'égalité obtenue, qui est une équation et d'identifier ses différentes parties. Le professeur a ensuite fait le résumé des différentes étapes franchies pour arriver à la mise en équation.

x cette quantité. / Cette quantité. / Cette, cette quantité. / Cette quantité, Très bien, à la ligne. / Tu mets donc / donc le problème devient. / Donc le problème devient / deux points. / Il faut continuer sur la même ligne / Que devient le problème ? / Qu'est-ce que tu proposes ?

ME5.02. E : $\frac{1}{7} = 0{,}14$.

ME5.03. P : Parle fort.

ME5.04. E : $\frac{1}{7} = 0{,}14$.

ME5.05. P : $\frac{1}{7}$?

ME5.06. E : égal 0,14.

ME5.07. P : égal 0 virgule ?

ME5.08. E : 0,14.

ME5.09. P : Pourquoi 0,14 ? / euh / Tu as dit que la quantité, désormais est nommée par x / est désignée par x, euh / On a dit cette quantité, une quantité et son septième mises ensemble / Comment on va le traduire mathématiquement ?

ME5.10. E : *inaudible*.

ME5.11. P : Parle fort.

ME5.12. E : $x + \frac{1}{7}$.

ME5.13. P : $x + \frac{1}{7}$ égal ?

ME5.14. **Elèves** : 19.

ME5.15. P : égal 19 / $x + \frac{1}{7}$ / Appuie sur la craie. / Appuie sur la craie / $x + \frac{1}{7}$ / 1 sur sept. / Non, non, ne mets pas la barre comme ça. / Tu notes comme tu as l'habitude de noter en classe. / Reprends c'est mal, c'est mal posé. / Il doit y avoir un parallélisme entre le signe « + » et la barre de fraction. / Voilà, le signe « = » également doit être parallèle à la barre de fraction que tu viens d'écrire / égal / le signe « = » doit apparaitre clairement. / Voilà / égal 19. / All right, très bien. / Enlève ce petit trait là. / Ou bien c'est le tableau ?

<u>Séquence 6</u> :

ME6.0. P : C'est la quantité et un septième de cette même quantité / égal. / Voilà / Donc une quantité x plus un septième de cette / de cette quantité. / Quand on dit un septième d'une

Fig. 6.30. Un exercice d'application est proposé et après sa recherche le professeur interroge un élève au tableau qui trouve comme mise en équation du problème posé $\frac{1}{7} = 0{,}14$. Le professeur interpelle les autres élèves ; ces derniers proposent $x + \frac{1}{7} = 19$ comme résultat. Celui-ci est accepté par le professeur.

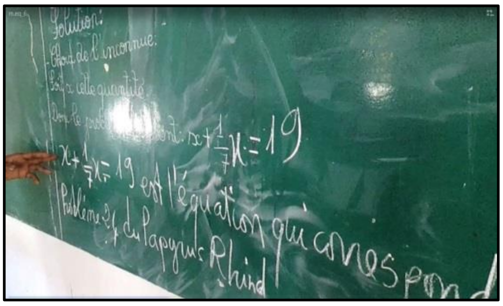


Fig. 6.31. Le professeur revient sur le résultat accepté $x + \frac{1}{7} = 19$ pour corriger l'erreur commise et donner la bonne équation qui est $x + \frac{1}{7}x = 19$. D'autres exemples concernant la valeur de la fraction d'une quantité sont proposés par le professeur.

quantité, un tiers d'une quantité, c'est un tiers multiplié par cette quantité, n'est-ce pas ? / Donc là, ce n'est pas la peine de mettre une croix, euh. / D'accord ? / On peut. / Si on écrit directement. / Par exemple si on a. / Si on dit prends la moitié ou bien le tiers de / le tiers de. / L'effectif de la classe c'est combien ? **ME6.0. E** : 90 **ME6.0. P** : 90 **ME6.0**. **E** : Le tiers par combien / Vous trouvez le tiers multiplié par quoi ? / Le tiers fois / On va faire !	

VI.5. Expérience 5 : Résolution d'une équation du type $ax + b = 0$

VI.5.1. But visé

Nous souhaitons à travers un cours de mathématiques portant sur la « Résolution dans $\mathbb{Q}$ de l'équation du type $a\ x\ +\ b\ =\ 0$ » faire découvrir à l'élève une méthode de résolution proposée au IX$^{\text{ème}}$ siècle par le mathématicien arabe Al-Khwârizmî et constituée de deux opérations « al-jabr » et « al-muqabala ». Cette expérience, dont l'objectif est mathématique, va utiliser l'Histoire comme outil pour permettre à l'élève :
- de fixer la technique à travers l'évocation des noms des deux opérations ci-dessus ;
- de dater la période d'invention de la technique ;
- de connaître celui qui a inventé la technique.

Nous comptons profiter de cette occasion pour mesurer l'impact de cette utilisation de l'Histoire chez les élèves en termes de motivation, d'engagement dans le travail et d'assimilation de la technique.

VI.5.2. Fiche activités élèves

<u>Classe</u> : 4$^{\text{ème}}$ PC1 (du Collège) **<u>Thème</u> :** Équations du premier degré **<u>Objectif</u> :** Utiliser l'inverse pour résoudre dans $\mathbb{Q}$ des équations du type $ax + b = 0$. **<u>Activité</u> :** - Présentes à Babylone et en Égypte les équations sont également résolues en **Grèce**, surtout avec **Diophante** (**IV$^{\text{ème}}$ siècle** de notre ère), qui va opérer des ruptures en proposant des énoncés abstraits, généraux, et qui utilisent des abréviations. - Il faut attendre le **IX$^{\text{ème}}$ siècle** pour voir les mathématiciens **arabes,** confrontés à des

problèmes de la vie quotidienne (partage d'héritage selon le droit musulman par exemple), proposer une méthode de résolution des équations du premier et du second degré. Le précurseur est le mathématicien perse **Mohamed Al-Khwârizmî** (788 – 850) qui établira un algorithme (mot qui vient d'une latinisation de son nom) de résolution des équations du second degré. Il n'emploiera aucun symbole et commencera dans son « Précis sur le calcul de *al-jabr* et *al-muqabala* » par appeler l'inconnue x « *šay* » qui signifie littéralement « chose », son carré x^2 « *al-mâl* » et les nombres « *al-adad* ». En combinant ces trois termes Al-Khwârizmî découvre six types d'équations parmi lesquelles l'équation $ax = b$.
Ensuite pour ramener toutes les équations du premier degré à cette forme et pour leur résolution Al-Khwârizmî utilise deux opérations : « al-jabr » qui signifie « remise en place » et « al-muqabala » qui signifie « simplification ».
Ainsi avec ***al-jabr*** l'équation $2x - 8 = 0$ devient $2x - 8 + 8 = 0 + 8$ puis $2x = 8$ et pour trouver la valeur de x on utilise ***al-muqabala*** **:** $2x = 8$ devient $\frac{1}{2}(2x) = \frac{1}{2}(8)$, puis $x = 4$.
Cette technique révolutionnaire d'Al-Khwârizmî va connaître des évolutions pour donner une théorie générale sur les équations, appelée « Algèbre », qui vient de « al-jabr ».
En outre les premières traductions en latin de « šay » ont transcrit phonétiquement ce mot par « xay ». Au fil du temps les mathématiciens remplaceront le mot « xay » par son initiale « *x* » pour désigner l'inconnue. Ce vocabulaire est aujourd'hui adopté partout, même dans le langage courant où « monsieur *x* » désigne un monsieur inconnu.

Activité : on se propose de résoudre l'équation d'Al-Khwârizmî du type :

$$(ax + b = 0, a \neq 0).$$

1). Applique l'opération « al-jabr » à l'équation, en ajoutant à chacun de ses membres l'opposé de b et en réduisant.

2) Applique l'opération « al-muqabala » à l'équation obtenue, en multipliant chacun de ses membres par l'inverse de a et en simplifiant : déduis-en la valeur de l'inconnue x.

Modalité : recherche individuelle (5mn).

VI.5.3. Fiche activité professeur

Thème : Équations du premier degré

Classe : 4ème PC1 **Effectif :** 88 élèves **Durée prévue :** 1h

Objectif : utiliser l'inverse pour résoudre dans $\mathbb{Q}$ des équations du type $ax + b = 0$

Matériels :

- une caméra pour filmer la séance.

Protocole :

1) Distribuer la fiche d'activité aux élèves une semaine avant l'expérimentation.
2) Demander aux élèves de faire une recherche individuelle à la maison.
3) Lire l'activité (5mn).
a) Constituer neuf groupes de 10 élèves, choisir le modérateur et le rapporteur (5mn).

b) Demander aux élèves de partager la recherche individuelle en groupe (10mn).
c) Envoyer le rapporteur d'un groupe au tableau pour corriger l'activité (5mn).
d) Confronter la correction avec la production des autres groupes (5mn).
e) Plénière (10mn).
f) Demander aux élèves de prendre la correction (5mn).
g) Après la prise de notes, demander aux élèves les différentes étapes de résolution et s'y appuyer pour donner la méthode suivante (5mn) :

Pour résoudre dans $\mathbb{Q}$ une équation du type $ax + b = 0,\ a \neq 0$ on procède comme suit :

- $ax + b = 0$
- $ax + b + (-b) = 0 + (-b)$ (al jabr)
- $ax = (-b)$
- $\frac{1}{a}(ax) = \frac{1}{a}(-b)$ (al-muqabala)
- $x = \frac{-b}{a};\ or\ \frac{-b}{a} \in \mathbb{Q}$, donc l'ensemble des solutions $S = \{\frac{-b}{a}\}$.

h) Proposer l'exercice d'application suivant :

Résoudre dans $\mathbb{Q}$:

1) $4x - 3 = 0$; 2) $-7x + 5 = 0$.

- Recherche individuelle : (5mn).
- Correction de l'exercice : (5mn).

<u>Solution attendue</u>

- **Activité**

Résoudre dans $\mathbb{Q}$ l'équation $ax + b = 0$

1) En appliquant *al jabr*, on obtient $ax + b + (-b) = 0 + (-b)$ et en réduisant l'équation elle devient : $ax = (-b)$.
2) En appliquant *al muqabala* à l'équation obtenue, on obtient $\frac{1}{a}(ax) = \frac{1}{a}(-b)$ et en simplifiant on trouve $= \frac{-b}{a}$.

Or $\frac{-b}{a} \in \mathbb{Q}$ donc l'ensemble des solutions $S = \{\frac{-b}{a}\}$.

- **Exercice d'application**

1) Résoudre dans $\mathbb{Q}$ l'équation $4x - 3 = 0$.

- En appliquant *al-jabr,* on obtient : $4x - 3 + (+3) = 0 + (+3)$ et en réduisant l'équation, elle devient $4x = (+3)$.

- En appliquant *al-muqabala,* on obtient $\frac{1}{4}(4x) = \frac{1}{4}(+3)$ et en simplifiant on trouve $x = \frac{3}{4}$; or $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ donc l'ensemble des solutions $S = \{\frac{3}{4}\}$.

2) Résoudre dans $\mathbb{Q}$ l'équation $-7x + 5 = 0$.

- En appliquant *al-jabr*, on obtient: $-7x + 5 + (-5) = 0 + (-5)$ et en réduisant l'équation, elle devient $-7x = (-5)$.

- En appliquant *al-muqabala*, on obtient $\frac{-1}{7}(-7x) = \frac{-1}{7}(-5)$ et en simplifiant on trouve $x = \frac{5}{7}$; or $\frac{5}{7} \in \mathbb{Q}$ donc l'ensemble des solutions $S = \{\frac{5}{7}\}$.

VI.5.4. Rapport d'expérimentation

<u>Séquence</u> : Équations du premier degré

<u>Classe</u> : 4ème PC1 **<u>Effectif</u> :** 88 élèves

<u>Date</u> : 20/04/2015 **<u>Durée effective</u>** : 1h 26mn

<u>Film de l'expérimentation</u>

Le professeur a commencé l'expérimentation par l'envoi d'un élève au tableau à qui il a demandé de lire l'activité et de passer ensuite à la correction. La correction est commentée et débouche sur l'énoncé par le professeur, d'une méthode de résolution qui est suivie par la proposition d'exercices d'application que les élèves corrigent après dix minutes de recherche.

<u>Difficultés rencontrées</u>

Le non-respect du protocole, notamment le partage en groupes a faussé en partie l'expérimentation. Le professeur n'a pas eu le temps de s'imprégner du protocole.

VI.5.5. Transcription des dialogues et description des scènes

Transcription des dialogues	Description des scènes
NB : **RE1.01** : Résolution équation, séquence 1, dialogue 01. **RE5.10** : Résolution équation, séquence 5, dialogue 10. **<u>Séquence 1</u> :** **RE1.01. P** : Hé si vous n'écoutez pas comment pourrez-vous entendre ? *L'élève continue à lire l'activité* **RE1.02. P** : Plus fort. **<u>Séquence 2</u> :** **RE2.01. P** : Tu mets donc j'applique. / J'applique / J'applique l'opération *al-jabr*. / J'applique l'opération *al-jabr* / à l'équation / à l'équation	 **Fig. 6.32.** Les élèves ayant cherché l'activité à la maison, le professeur interroge au tableau l'un d'entre eux qui lit la fiche d'activité avec un débit rapide, des mots mal prononcés, beaucoup d'hésitations et sans respecter la ponctuation. Quant au

d'Al-Khwârizmî. / Tu mets ça entre guillemets / Tu mets entre guillemets et tu recopies comme c'est écrit / hein. / Si c'est. / Si c'est là tu les mets / Voilà. / Si c'est en haut, on met deux **tirets** comme ça / mets comme ça. / Si c'est en haut c'est par deux traits, hein. / Maintenant si c'est comme ça, ça doit être sur la ligne comme c'est recopié / à l'équation / à l'équation d'Al-Khwârizmî / à l'équation d'Al-Khwârizmî / à l'équation de / d apostrophe / d'Al-Khwârizmî / le tiret doit être plus clair / Al-Khwarizmi / Al-Khwarizmi n'est pas entre guillemets. / Tu enlèves les guillemets. / C'est un nom / un nom propre de personne / donc c'est le mathématicien qui a dit la première fois à / a proposé dans son livre / donc le traitement / la résolution de ces équations. / Le mathématicien perse / La Perse vous connaissez ? / n'est-ce pas hein ? / Vous avez rencontré en Histoire ?

RE2.02. **Elèves** : Oui**.**

RE2.03. P : Les Perses se sont battus avec qui ? / hein / Les Byzantins / euh. / Vous n'êtes pas au courant de / Vous ne savez / euh. / Attention / une bataille célèbre ! / Une bataille qui a opposé les Perses et les Byzantins. / Il semble même que les jeux olympiques, l'épreuve de marathon vient de çà. / Euh, non là c'est la bataille de Perse et des Grecs / Quand les Grecs battirent les Perses, il y a en ce …*inaudible*…/ Et à son arrivée il mourut de …*inaudible* / Depuis lors en souvenir de cet athlète, on a instauré les jeux olympiques / Dans les jeux olympiques l'épreuve de marathon, et c'est là exactement la distance entre les deux villes / De Marathon à Athènes / Marathon c'est une ville / donc les Perses c'est , c'est un peuple très célèbre / Il y a un mathématicien également illustre qui est Al-Khwârizmî /

L'élève continue la correction.

RE2.04. P : C'est bon / On obtient ? / Tu obtiens quoi ? / Non, mets-toi de côté / Est-ce qu'il peut mettre ici zéro ? / Déjà les deux membres sont distingués / A gauche elle a ici $+b - b$ donc le b s'annule au niveau du membre de la gauche / Mais au second membre est ce que c'est zéro qu'on a ?

professeur, il intervient quand un mot est mal prononcé.

Fig. 6.33. Les élèves suivent la lecture les yeux rivés sur leurs fiches d'activités.

Fig. 6.34. L'élève interrogée reste au tableau pour corriger l'activité.

Le professeur fait des commentaires sur Al-Khwârizmî, sur son peuple les Perses, sur leur bataille avec les Grecs et sur l'origine de l'épreuve du Marathon.

Après l'intermède historique, l'élève continue la correction en appliquant *al-jabr* à l'équation $ax + b = 0$ pour obtenir $= -b$.

$0 - b$ est-ce égal à zéro ?
RE2.05. Élèves : Non.
RE2.06. **P** : C'est égal à ?
RE2.07. Élèves : $-b$
RE2.08. P : $-b$ / Tu mets $-b$ (l'élève continue en lisant la deuxième question).
RE2.09. P : Deuxièmement, appliquons l'opération *al-muqabala* / Cette fois-ci c'est l'opération *al-muqabala* qu'il va appliquer / Tu dis donc j'applique, j'applique l'opération *al-muqabala*.

<u>Séquence 3</u> :

RE3.01. P : J'applique l'opération *al-muqabala* / C'est comme ça que ça s'écrit ? / Donc tu mets ça également entre guillemets. / Suivez. / Suivez ! / Est-ce que *al-muqabala* est bien écrit ? Hein ?
RE3.02. Élèves : Non.
RE3.03. **P** : Vous ne suivez pas / vous ne suivez pas ?
RE3.04. **Élèves** : si, si.
RE3.05. P : Euh.
RE3.06. Élèves : non ! / si !
RE3.07. P : j'applique l'opération *al-muqabala* / oui / sur / tu vas dire sur le résultat obtenu à la première question / sur le résultat obtenu à la première question / suivez / la moindre des choses est quand ton camarade est au tableau c'est de surveiller euh / ce qu'il est en train d'écrire / s'il y a un problème vous le signalez / il est évident que vous ne suivez pas / et si vous ne suivez pas, vous ne pouvez pas / pas / vous ne pouvez pas savoir s'il y a problème ou pas / vous avez la fiche / si on écrit un mot et que l'écriture ne correspond pas avec celle qui est sur la fiche vous le signalez / euh ,sinon on considère que vous dormez / … / ça c'est quelle opération ? / Quand elle écrit $\left(\frac{1}{a}\right) ax$ comme ça, c'est quelle opération ? / quelle est l'opération qu'on a ici ? / Euh, quelle est l'opération qu'on a ici ? / Euh ? / Lève-toi et mets-toi de côté / lève-toi et mets-toi de côté / on lève le doigt, c'est quelle opération ? / $\frac{1}{a}$ c'est quoi ? /

L'élève passe à la deuxième question en appliquant l'opération *al-muqabala* à l'équation obtenue : $ax = -b$.

Fig. 6.35. La correction est interrompue de temps en temps par le professeur pour des clarifications ayant trait à la notation de la multiplication et à l'inverse d'un nombre.

euh ? / euh ? / $\frac{1}{a}$ c'est quoi ?
RE3.08. E : a divisé par 1 / a divisé par 1/ égale a.
RE3.09. P : Attendez / attendez / la question c'est d'abord en écrivant $\frac{1}{a}$ comme ça ensuite ax / c'est quelle opération ? / est-ce que c'est une addition qu'on a ici ?
RE3.10. E : Non
RE3.11. P : Euh / est-ce que c'est $\frac{1}{a} + ax$ qu'on a ici.
RE3.12. E : Non.
RE3.13. P : c'est quelle opération ?
RE3.14. Élèves : Une multiplication.
RE3.15. P : On lève le doigt / oui ?
RE3.16. E : Une multiplication.
RE3.17. P : C'est une multiplication / c'est un produit / on a / ça signifie $\frac{1}{a}\ fois\ ax$ / d'accord ? / faites attention à la notation de la multiplication / souvent vous oubliez complètement que la multiplication a plusieurs notations / $a\ fois\ b$ peut être également noté ab euh / ou bien $a\ point\ b$ / euh / faites attention à ça / donc quand on écrit $\frac{1}{a}$ comme ça ensuite ax/ maintenant $\frac{1}{a}$ représente quoi pour a ? / $\frac{1}{a}$?
RE3.18. E : Représente a.
RE3.19. P : $\frac{1}{a}$ / si a est un nombre rationnel, $\frac{1}{a}$ signifie quoi ? Est-ce que c'est l'opposé / c'est l'opposé de a ?
RE3.20. E : Non.
RE3.21. P : C'est quoi ?
RE3.22. E : La moitié.
RE3.23. P : Euh ?
RE3.24. E : C'est la moitié de a.
RE3.25. P : C'est / c'est pas possible !

<u>Séquence 4</u> :

RE4.01. E : L'inverse de a.
RE4.02. P : Quand même / l'inverse de a / c'est $\frac{1}{a}$ / il faut faire attention / euh ? / voilà / continue /

donc ici on a également $\frac{1}{a}$ / mets ça entre parenthèses / $-b$ / là également on a $\frac{1}{a}$ multiplié par moins ?
RE4.03. E : b
RE4.04. P : $-b$ / c'est bon / vas-y.
RE4.05. E : Après on a dit par l'inverse de a et en simplifiant les membres de l'équation, déduis-en la valeur de l'inconnue x.
RE4.06. P : Euh/ vas-y recopie / recopie ça ici / recopie la ligne / rapidement / suivez / tu recopies d'abord la ligne / la dernière ligne que tu as écrit là-bas / voilà / maintenant / voilà
RE4.07. E : Ici on a / on a.
RE4.08. P : ça devient quoi ?
RE4.09. P : ça devient x.
RE4.10. P : Avant ça / avant ça / observe les / *inaudible* / tu as la multiplication de deux nombres rationnels / on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux / n'est-ce pas ? / donc ça va donner quoi ?
RE4.11. E : Une fois ax.
RE4.12. P : Une fois ax égale combien ?
RE4.13. E : Égale à une fois ax.
RE4.14. P : ax / *inaudible* / ça va donner quoi ici / attendez / quand j'ai ici $\frac{1}{a}$ fois a c'est égal à quoi ?
RE4.15. E : a
RE4.16. P : Donnez-moi l'ensemble des étapes / toutes les étapes de la multiplication là / ça va être égal ?
RE4.17. E : $\frac{a}{a}$
RE4.18. P : a sur.
RE4.19. E : a sur a.
RE4.20. P : a sur a / donc j'aurai ici $\frac{a}{a}x$ / si j'avais ici ax / n'est-ce pas ? / continuez-là / vas-y / x / égal / deuxièmement j'aurai quoi ? / une fois $-b$ égale ?
RE4.21. E : $\frac{-b}{a}$
RE4.22. P : $-b$ **?**
RE4.23. E : Sur a.
RE4.24. P : Sur a / $-b$ sur a / voilà / à la ligne /

La correction se poursuit avec la même élève.
Le professeur pose des questions sur des points de la résolution et en profite pour rappeler des règles sur la multiplication et la simplification des nombres rationnels.

Fig. 6.36. L'élève applique ces règles pour trouver $x = \frac{-b}{a}$ la solution de l'équation.

est-ce que je vais laisser $\frac{a}{a}$? / diviser a par a c'est égal à combien ? / euh $\frac{a}{a}$ égale combien ? **RE4.25. E** : a^2 **RE4.26. P** : Quand même ! / supposons, je dis que $a = 3$ / $\frac{3}{3}$ est égale à combien ? **RE4.27. E** : Égale 1. **RE4.28. P** : Nom de Dieu ! quand même ! **RE4.29. Elèves** : Rires **RE4.30. P** : Un nombre divisé par lui-même / attention parce qu'à la fin M. Sagna pourrait prendre une décision / donc si vous continuez à commettre certaines bêtises, on va voir si / est-ce que vous comprenez ? / voilà, donc je vais arrêter là pour le moment / donc $\frac{a}{a}$ égale 1 / est-ce qu'on peut ? / est-ce que c'est la peine d'écrire $1x$? / donc on peut écrire directement x égale / oui vas-y, x est égale ? Euh? / est-ce que $\frac{-b}{a}$ / est-ce qu'on peut faire quelque chose là-bas. **RE4.31. E** : Non. **RE4.32. P** : On peut rien faire ? **RE4.33. E** : Oui. **RE4.34. P** : donc on laisse comme ça / on peut écrire tout simplement / donc on peut simplement / égale / égale $-b$ sur ? **RE4.35. E** : a **RE4.36. P** : Voilà / donc ici on trouve $\frac{-b}{a}$ / $x = \frac{-b}{a}$ / donc la valeur de x c'est $\frac{-b}{a}$ / on dit déduis-en la valeur de x / donc $\frac{-b}{a}$ est la valeur de x / est la valeur de x / voilà. **RE4.37. E** : Est la valeur de ? **RE4.38. E** : Est la valeur de / de x / oui. **<u>Séquence 5</u> :** **RE5.01. P** : Al-Khwârizmî / Al-Khwârizmî / En réalité pour résoudre une équation de la forme $ax + b$, on fait également la même chose qu'avait fait Al-Khwârizmî depuis le IX$^{\text{ème}}$? **RE5.02. E** : Siècle. **RE5.03. P** : IX$^{\text{ème}}$ siècle / y'a deux étapes majeures qu'il faut observer / la première étape si	

vous constatez bien ici / quand on a fini de distinguer les deux membres de l'équation, le membre de la gauche et du membre de la droite / on avait à droite, à gauche $ax + b$ et ici $= 0$ / qu'est-ce qu'on a fait / $-b$ qu'est-ce qu'il représente pour b ? / $-b$ est-ce que c'est son / son inverse ? **RE5.04. E** : Non. **RE5.05. P** : C'est / c'est ? **RE5.06. E** : L'opposé **RE5.07. P** : L'opposé / donc on a ajouté l'opposé de b à chacun des membres / la première étape consistait donc à ajouter l'opposé de b à chacun des membres / Euh / et du coup on voit que le premier membre se réduit parce que $-b + b = 0$ / il reste un seul terme sur le premier membre / le deuxième membre également, on a un seul terme / et on se ramène à une équation qu'on connait / euh ? / Normalement on a connu cette équation là en 5ème / Euh voyez et cette équation également Al-Khwârizmî l'a résolue en appliquant l'opération / son opération « muqabala » qui consiste à multiplier chaque terme par l'inverse de a / l'inverse de a / ici on a multiplié ax par l'inverse de a / et puisque c'est une égalité on a / on sait que quand on multiplie les termes / les membres d'une égalité / quand on les multiplie par un même nombre l'égalité ne change pas / donc si on multiplie ce membre-là par $\frac{1}{a}$ on doit multiplier l'autre membre également par $\frac{1}{a}$ / et rien qu'en faisant cette multiplication on parvient à trouver la valeur de x / et alors on dit que $x = \frac{-b}{a}$ et on va même dire que c'est l'ensemble des solutions de cette équation qu'on vient de résoudre / et on dit / on dit que $\frac{-b}{a}$ est solution / solution de l'équation ax / a / c'était l'équation ? / $ax + b = 0$ / c'est-à-dire l'équation d'al-Khwâ ? **RE5.08. E** : rizmî. **RE5.09. P** : L'équation d'Al-Khwârizmî / nous sommes d'accord ? **RE5.10. E** : Oui. **RE5.11. P** : Voilà / et en général on écrit S	Le professeur fait une synthèse de la correction de l'élève en indiquant les différentes étapes de la méthode de résolution, et en quoi elles consistent.  **Fig. 6.37.** Il termine ensuite la correction de l'élève en précisant l'ensemble des solutions.

comme ça / S égale l'ensemble des solutions $\frac{-b}{a}$ / voyez et ça c'est fait depuis le IX^{ème} siècle par Al-Khwâ / Al-Khwârizmî / par Al-Khwârizmî / c'est la même chose qui se fait également aujourd'hui / résoudre une équation de la forme $ax + b$ / dans un premier temps on ajoute l'opposé de b à chacun des membres de cette équation / ensuite on multiplie par l'inverse de a chacun des termes obtenus par le premier / obtenu au niveau du premier résultat / et alors on termine par dire que l'ensemble des solutions est la valeur de x qu'on vient de déterminer / qu'on vient de trouver / nous sommes d'accord ?

RE5.12. E : Oui.

RE5.13. P : Voilà / prenez rapidement la solution.

<u>Séquence 6</u> :

RE6.01. P : Chaque membre par l'inverse de / … / Pour résoudre l'équation d'Al-Khwârizmî $ax + b = 0$, j'ajoute l'opposé de b à chacun de ses membres $ax + b$ / à chacun de ses membres l'opposé de b / ici j'ajoute à chacun de ses membres l'opposé de / j'ajoute l'opposé de b à chacun de ses membres / l'opposé de b c'est $-b$ / … /

<u>Séquence 7</u>:

RE7.01. P : ahan / au travail / au travail / donc recopier les exercices d'application dans le cahier de cours et après avoir / *inaudible* / vous essayez dans le cahier d'exercice / utilise les opérations *al-jabr* et *al-muqabala* pour résoudre les équations suivantes / … / Dans le calme /

<u>Séquence 8</u>:

RE8.01. P : voilà / voilà / voilà une situation de *al-jabr* / termine / termine / réduis d'abord / réduis / ça te donne ?

RE8.02. E : x égale / égale -5.

RE8.03. P : x égale -5 / Très bien /ici on considère que al-muqabala est utilisée de fait / euh / parce que l'inverse de 1 c'est combien ?

RE8.04. E : L'inverse de ?

Fig. 6.38. Pendant que les élèves prennent la correction de l'activité, le professeur en profite pour rédiger la trace écrite qu'ils doivent retenir. La trace écrite à retenir qui comporte les différentes étapes de la résolution.

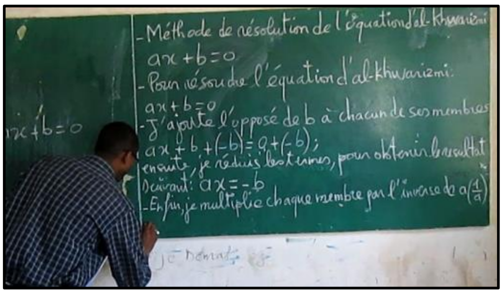


Fig. 6.39. Des exemples ont été corrigés au tableau ; ils mettent en évidence les deux opérations d'Al-Khwârizmî que sont *al-jabr* et *al-muqabala*.

RE8.05. P : 1 / ici / parce que $a = 1$ ici / là nous avons $a = 1$ / donc l'inverse de 1 c'est lui-même / euh ? / une fois un / un sur un égale 1 / on considère que c'est acquis / donc tu mets S égale / Barry Sylla est là ?
RE8.06. E : Non / elle n'est plus là.
RE8.07. P : Mohamed Thiam ? / voilà S égale / Tu mets S égale / égale comme on l'a mis / comme on l'a mis là-bas / ouvre une accolade / c'est pas comme ça / une accolade c'est pas ça / suivez les autres / regarde comment on a les accolades / accolades c'est en 6ème / c'est une compétence de 6ème / euh / … / comment ? / $2x$ n'apparait où ? / comment / S égale / -5 / c'est le nombre / … / que l'on met ici / suivez.
RE8.08. P : … / dans le calme / … / oui / l'opposé de b / donc ça c'est / cette étape-là, c'est al-jabr, heun / ensuite Al-Khwârizmî / Euh muqabala / al-muqabala intervient à partir de / de là / l'inverse de $\frac{1}{2}$ c'est combien ? / l'inverse de $\frac{1}{2}$ c'est ?
RE8.09. E : 2
RE8.10. P : C'est $\frac{1}{\frac{1}{2}}$ / $\frac{1}{\frac{1}{2}}$ c'est ? / c'est 2 / heun ? / c'est bon ? / voila / d'accord / ensuite on obtient / oui / x égale / oui / x égale.
RE8.11. E : 4
RE8.12. P : Là, est-ce que le $\frac{1}{2}$ là n'est pas revenu hein / là, tu as $\frac{1}{2}x$ / tu, 2 fois $\frac{1}{2}x$ / à partir de là, on multiplie par l'inverse de / … / voilà, et là 2 fois $\frac{1}{2}$ / 2 fois $\frac{1}{2}$ / voilà / égale / mets le égale ici / voilà et là maintenant $2\,fois\,\frac{1}{2}$ / $2\,fois\,\frac{1}{2} = \frac{2}{2}$ donc égale x / voilà /
x égale 8 / on donne S égale / voilà / Très bien.

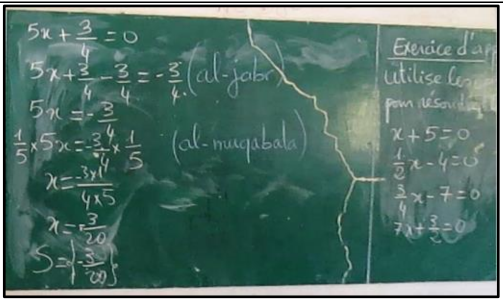


Fig. 6.40. Le professeur propose ensuite un exercice d'application qui demande de résoudre quatre équations en utilisant *al-jabr* et *al-muqabala* avant de commencer l'appel.

La séquence est consacrée à la correction de l'exercice d'application avec le premier élève envoyé au tableau qui trouve la solution et bénéficie de renforcements de la part du professeur.
L'élève ne sachant pas faire les accolades de l'ensemble des solutions, le professeur lui a pris la main pour les tracer.

Fig. 6.41. Un autre élève est interrogé au tableau pour la deuxième équation ; pendant qu'il corrige le professeur en profite pour remplir son cahier de texte.

Fig. 6.42. Le remplissage terminé, le professeur revient au tableau pour parcourir le travail de l'élève et corriger les erreurs commises.

VI.6. Expérience 6 : Théorème de Pythagore

VI.6.1. But visé

Nous souhaitons à travers cette sixième expérience faire découvrir aux élèves une relation entre les côtés d'un triangle, connue depuis les civilisations égyptiennes et babyloniennes il y a de cela plus de 3 000 ans, mais attribuée au mathématicien grec Pythagore sous le nom de Théorème de Pythagore. Ce théorème, très célèbre par les centaines de démonstrations qu'il a connues, a été abordé dans cette expérience, à travers une mise en situation où l'élève prend la place du 20ème président des États-Unis, James Garfield, pour suivre sa démarche et découvrir le théorème de Pythagore.
Après la correction de l'activité, nous avons choisi d'introduire une vidéo retraçant la démonstration de Garfield en guise de synthèse pour voir l'effet du couple vidéo – Histoire des mathématiques sur les élèves.

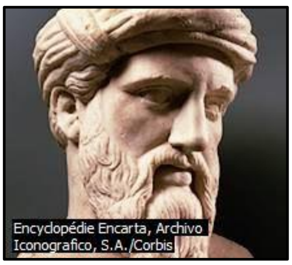
VI.6.2. Fiche activités élèves

Classe : 4ème PC1 (du Collège)

Thème : le Théorème de Pythagore

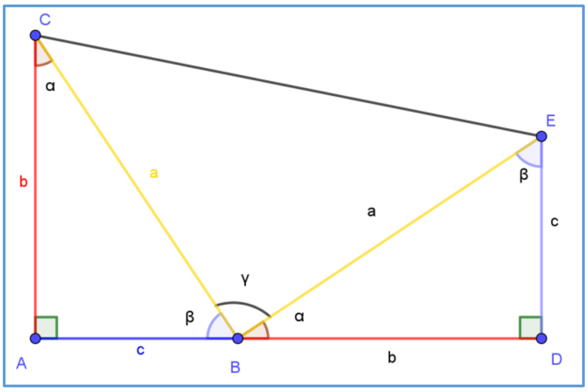
Objectif : utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs ou d'aires

Activité : Pythagore est un mathématicien grec, né à Samos au **VIème siècle avant J.C**. Il acquit une partie de son savoir en Égypte et en Mésopotamie, après un long voyage dans ces contrées. À son retour il fonda une école qui sera à l'origine de l'Arithmétique grecque et qui aura à son actif beaucoup de résultats mathématiques parmi lesquels **le Théorème de Pythagore** selon certaines sources. Ce théorème détermine une relation entre les côtés d'un triangle rectangle de longueurs *a*, *b* et *c*. Cependant bien avant Pythagore, les Égyptiens et les Babyloniens travaillaient sur les triplets (*a*, *b*,



c) vérifiant le théorème.
La première démonstration connue du théorème de Pythagore date du **III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.** et est l'œuvre d'Euclide dans ses « Éléments ». Des **centaines** d'autres démonstrations suivront venant des Indiens, des Chinois, des Américains, des Européens, etc.
Nous allons à travers cette activité nous intéresser à la démonstration d'un passionné de mathématiques à ses heures perdues, le 20$^{\text{ème}}$ président des États-Unis, **James Garfield (1831-1881)**[124]**,** qui a procédé comme suit :

1) Il a commencé par construire un triangle ABC rectangle en *A* et un autre triangle *BDE* rectangle en *D*, $D \in [AB]$ comme sur la figure ci-dessous.
2) Il a montré que $\alpha + \beta = 90^o$ puis que $\gamma = 90^o$.
3) Il a calculé l'aire du trapèze *ADEC* de deux manières différentes (en utilisant la formule de l'aire d'un trapèze puis en considérant l'aire du trapèze comme celle des trois triangles contenus dans le trapèze).
4) Il en a déduit ensuite l'égalité qui lie les longueurs des côtés du triangle *ABC* rectangle en *A*.



Consigne : Mets-toi à la place du Président **Garfield** et reprends son travail pour découvrir le théorème de Pythagore.

VI.6.3. Fiche activité professeur

<u>Thème</u> : Le Théorème de Pythagore
<u>Classe</u> : 4$^{\text{ème}}$ PC1 **<u>Effectif</u> :** 88 élèves **<u>Durée prévue</u> :** 1h 10
<u>Objectif</u> : Utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs ou d'aires
<u>Matériels</u> :
- Règle, compas, équerre.
- Un vidéo projecteur et un ordinateur.
- Des baffles pour la sonorisation.
- Une caméra pour filmer la séance.

<u>Protocole</u> :

[124] www.bibmath.net, *Le théorème de Pythagore démontré par un président des Etats-Unis.* Consulté le 14 août 2019.

1) Vérification des prérequis sur l'aire d'un trapèze et d'un triangle (3mn).
2) Distribution de la fiche d'activité (2mn).
3) Lecture de la fiche d'activité par le professeur. Utiliser dans la lecture le ton approprié, moduler la voix, répéter certaines expressions, commenter certaines informations pour susciter l'étonnement chez les élèves, insister sur la consigne et les modalités (5mn).
4) Recherche individuelle (superviser la recherche pour aider les élèves en difficulté) (5mn).
5) Partage en groupe (Superviser le partage) (10mn).
6) Envoi d'un élève au tableau pour corriger l'activité. (l'élève rédige sa production et le professeur demande l'avis des autres élèves en posant les questions appropriées mais sans intervenir) (5mn).
7) Projection de la vidéo corrigeant l'activité, en faisant des commentaires (10mn).
8) Revenir au besoin sur la correction de l'élève pour la compléter (5mn).
9) Prise de notes de la correction par les élèves (5mn).
10) Enoncé du théorème : faire ressortir le théorème de Pythagore par les élèves et l'énoncer :
<u>Théorème de Pythagore</u> : *si un triangle est rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit* (5mn).
Configuration : Le professeur trace un triangle rectangle en A et écrit à côté de la figure : *ABC étant un triangle rectangle en A,* $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (il demande aux élèves l'égalité obtenue si *ABC* est rectangle en *B* ou en *C*) (5mn).
11) Proposition de l'exercice d'application suivant :
Soit *ABC* un triangle rectangle en *A*, tel que AC = 3cm et *AB* = 4cm (le professeur fait la figure). Calculer *BC* (10 mn).
<u>Solution attendue</u> :

1) L'élève reprend la figure ou bien colle la fiche d'activité sur son cahier.
2) $\alpha\ et\ \beta$ étant deux angles aigus d'un triangle rectangle, leur somme est égale à 90°
   - d'où $\alpha + \beta = 90^o$.
   - Montrons que $\gamma = 90^o$.
   - $\widehat{ABD}$ étant un angle plat, $\alpha + \beta + \gamma = 180^o$; or $\alpha + \beta = 90^o$ d'où $\gamma = 90^o$ et par conséquent le triangle *BCE* est rectangle en *B*.
3) Calcul de l'aire $\mathcal{A}$ du trapèze *ADEC*
   - en utilisant la formule de l'aire d'un trapèze :
   $\mathcal{A} = \frac{(grande\ base + petite\ base) \times hauteur}{2} = \frac{(b+c)(b+c)}{2}$ (1)
   - en considérant l'aire du trapèze comme celle de trois triangles :
   $\mathcal{A} = \frac{bc}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{bc}{2} = \frac{a^2+2bc}{2}$ (2)
4) D'après (1) et (2) on a $b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc$ d'où $b^2 + c^2 = a^2$ et par conséquent $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

VI.6.4. Rapport d'expérimentation

Séquence : Théorème de Pythagore

Classe : 4ème PC1 **Effectif :** 88 élèves

Date : 08/05/2015 **Durée effective :** 1h 26mn

Film de l'expérimentation :

L'expérimentation a commencé à 10h 30 par la vérification des prérequis à travers un exercice proposé au tableau et corrigé par le professeur après 5mn de recherche des élèves. La fiche d'activité a été distribuée ensuite ; après sa lecture par le professeur, les élèves se sont lancés dans la recherche de l'activité pour une durée de 25mn. À 11h 15 le professeur a entamé la correction en interagissant avec les élèves jusqu'à 11h 40 et l'a terminée par l'énoncé du théorème de Pythagore et d'un exercice d'application. L'expérimentation a été clôturée à 11h 55 par la projection d'une vidéo sur la démonstration du théorème de Pythagore par le 20ème Président des États-Unis, James Garfield.

Difficultés rencontrées :

- Les élèves n'arrivaient pas à entendre le son de la vidéo à cause des baffles qui n'étaient pas assez puissants.
- La projection n'a pas été filmée car le vidéoprojecteur n'a pas été bien placé et nous étions obligés de le tenir pour que les images soient nettes.
- La gestion du temps.

VI.6.5. Transcription des dialogues et description des scènes

Transcription des dialogues	Description des scènes
NB : **TP1.01** : Théorème Pythagore, séquence 1, dialogue 01. **TP5.10** : Théorème Pythagore, séquence 5, dialogue 10. **Séquence 1 :** **TP1.01. P** : La figure est celle que vous voyez / consigne : mets-toi à la place du Président Garfield et reprends son travail pour découvrir le théorème de Pythagore / Donc c'est ça qu'on vous demande de faire / c'est-à-dire que vous allez vous mettre à la place du président / Mum / ça c'est un honneur qu'on vous fait, n'est-ce pas ? / se mettre à la place d'un Président, surtout le Président des États-Unis / Ce n'est pas donné à n'importe qui. /	L'expérience commence par une lecture, du professeur de la fiche d'activité, qui retrace l'objet du théorème de Pythagore, la première démonstration connue du théorème, le nombre de démonstration de ce théorème, la démonstration du Président américain Garfield et ses

Donc vous allez reprendre d'abord la première question, ensuite la deuxième et la troisième. / D'accord ? **TP1.02. E** : Oui. **TP1.03. P** : Voilà ! **<u>Séquence 2:</u>** **TP2. 01. Chercheur** : On vous demande de chercher, au lieu de chercher vous êtes là à jouer. **TP2. 02. E** : On ne joue pas / on n'a pas compris. **TP2. 03. Chercheur** : Si vous ne comprenez pas, vous posez la question. / Le prof. est là entrain de circuler. / Vous n'avez pas compris vous demandez. / Vous posez la question il va vous expliquer. / C'est mieux que perdre son temps. / Qu'est-ce que tu fais avec ta calculatrice ? **TP2. 04. P** : Encore une fois on n'a pas besoin de valeur numérique. / S'il s'agit d'utiliser la longueur *AB*, on dit que c'est / *hésitation* / petit *c* qui désigne la longueur. / D'accord ? / La longueur *DE* est également désignée par *c* / *CO* c'est ? / *DE* par exemple, au lieu d'écrire *DE* comme ça, on écrit à la place… **TP2. 04. P** : On va essayer de corriger. / On va corriger. / Vous venez de passer une heure. / On avait / *inaudible* / le temps imparti. **<u>Séquence 3</u> :** **TP3. 01. P** : $\alpha + \beta = 90°$ / Comment vous vous êtes pris ? / Comment vous avez fait pour montrer que $\alpha + \beta = 90°$? / Vous allez / *inaudible* / et je vais faire un dessin à titre représentatif, hein. / Si on a ici les angles, là c'est α, ici c'est β / C'est ça comme vous l'avez sur la figure. / Tout le monde là ? Vous avez d'abord. / Il faut constater ici que les triangles *BDE* et *ABC* ont une relation. / En réalité c'est le même triangle. / C'est le même triangle. / Vous avez le côté *AB* qui est égal à *c*, le côté *BE* également est égal à *c*. / Vous avez également *AC* = *b* et là vous avez *BD* = *b* / Donc c'est le même triangle / Est-ce que nous sommes d'accord ? / Vous l'avez constaté ? hein. /Maintenant ici comment faire pour justifier que	différentes étapes.  **Fig. 6.43.** Le professeur donne ensuite la consigne qui précise ce qu'on attend des élèves. Les élèves s'engagent dans la recherche de l'activité en écrivant des notes sur leurs cahiers ou en discutant entre eux. Certains par contre ne font rien ou manipulent leur calculatrice.  **Fig. 6.44.** Le professeur a fait quelques tours de la classe, s'est arrêté sur une table pour donner des exemples et a fait quelques commentaires pour orienter les élèves.

$\alpha + \beta = 90$? / Oui.

TP3. 02. E : *inaudible.*

TP3. 03. P : On ne mesure surtout pas. / Quand on dit montre, tu n'as pas le droit de mesurer. / C'est surtout ce qu'il faut éviter en matière de démonstration ou bien de justification en géométrie. / Quand on dit montre, on s'attend à ce que tu utilises les relations que tu connais, des propriétés ou bien des théorèmes déjà appris. / D'accord ?

TP3. 04. E : Oui.

TP3. 05. P : On va ?

TP3. 06. E : Calculer.

TP3. 07. P : Calculer ?

TP3. 08. E : Oui.

TP3. 09. P : Oui, on va calculer sur la base de quoi ? Vas-y.

TP3. 10. E : Sur / *hésitations* / sur.

TP3. 11. P : Vas-y, n'hésite pas / Dis ce que tu as fait / Dis.

TP3. 12. E : Sur la base du triangle rectangle.

TP3. 13. P : Pour faire exactement quoi ?

TP3. 14. E : Pour faire / *hésitations*.

TP3. 15. P : Faut pas hésiter.

TP3. 16. E : Pour faire $AB^2 + AC$.

TP3. 17. P : Non ça ne va pas te permettre de prouver, de prouver que $\alpha + \beta = 90$ / hein ?

TP3. 18. E : *Inaudible* / à la propriété du rectangle.

TP3. 19. P : *Inaudible* / à la propriété du rectangle. / Oui pour obtenir quoi ?

TP3. 20. E : Pour obtenir la relation du rectangle.

TP3. 21. P : Quelle propriété du rectangle ?

TP3. 22. E : Qui est un angle droit / un angle droit égal à 90°.

TP3. 23. P : Un angle droit mesure 90° / Voilà / Ensuite ? C'est intéressant ce que tu dis là, avance. / Cette question-là, pour la traiter, vous vous servez de ce qu'on vient de faire, de l'exercice qu'on vient de traiter. / On a dit que ? / Oui !

TP3. 24. E : Les angles aigus d'un triangle sont complémentaires.

TP3. 25. P : Très bien / Les angles aigus d'un

Fig. 6.45. Le professeur corrige la première question de l'activité en interagissant avec les élèves.

Après plusieurs réponses erronées ou incomplètes, un élève débloque la situation en donnant une bonne propriété qui permet de montrer que $\alpha + \beta = 90$.

triangle sont complémentaires / et ces angles aigus sont là, α et β / Donc $\alpha + \beta = 90$ / On ferme les yeux et on récite / hein / d'accord.

<u>Séquence 4</u> :

TP4.01. P : Est rectangle en E / est rectangle en E / alors ses deux angles aigus / deux angles α et β / α et β sont complémentaires / donc.

<u>Séquence 5 :</u>

TP5.01. **P** : Qui peut me proposer quelque chose rapidement. / Qui a fait quelque chose sur cette question ? / Bien, euh. / Diallo, euh, vas-y. / Allez-y, n'hésitez pas. / Ayez confiance en ce que vous avez fait / euh ?

TP5.02. P : Enlève le stylo de ta bouche et parle fort. / Oui. / Il faut avoir confiance en ce qu'on a fait comme on l'a dit en dictée par le maître de CM2. / hein ? / La première phrase est toujours la bonne / D'accord ? hein ? / Qui peut proposer ce qu'il a fait ? / Personne ? / Hein ? / Ils ne veulent pas devenir des Présidents.

TP5.03. E : Si !

TP5.04. P : Hein ?

TP5.05. E : Si !

TP5.06. P : Oui, Mademoiselle / Vas-y rapidement.

TP5.07. E : *CE*

TP5.08. P : *CE* / euh / *CE* c'est quelle longueur ? / C'est ça / Oui !

TP5.09. E : Plus *AD.*

TP5.10. P : Plus *AD* / plus *AD* / *AD* c'est ça. / Est-ce que ça te permet de montrer que $\gamma = 90°$? / Il s'agit des angles, il faut penser à ce que vous connaissez des angles en 6ème et en 5ème et également / *inaudible.* / Regardez bien la configuration / γ c'est cet angle-là, α est ici, β est là. / Déjà je pense à quel angle ?/ Un angle ?

TP5.11. **E** : Droit.

TP5.12. **P** : Un angle ?

TP5.13. **E** : Plat.

TP5.14. P : Plat / un angle plat / $\beta + \gamma + \alpha$ donne un plat / 180°/ or je sais que ici j'ai / euh / $\alpha =$ /

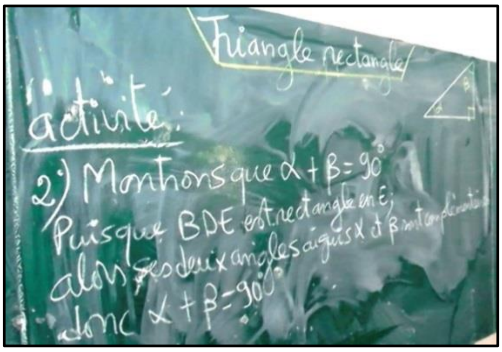


Fig. 6.46. Les traces de la correction de la question 2 de l'activité au tableau où le professeur mentionne que le triangle *BDE* est rectangle en *E* (sic !).

Fig. 6.47. Le professeur rédige tout seul la réponse de la première question.

Le professeur passe à la correction de la deuxième question, mais peine à trouver un élève qui propose une démarche satisfaisante.
Il donne des équations qui permettent aux élèves d'arriver à une équation comportant la mesure de l'angle cherchée comme inconnue.

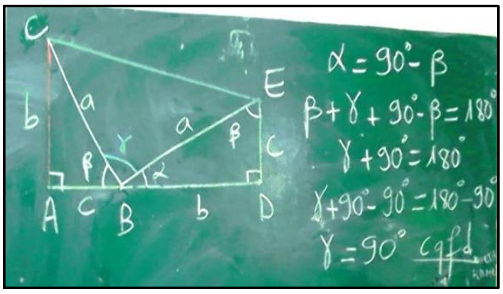
<table>
<tr>
<td>
euh ?
TP5.15. E : 90°
TP5.16. P : 90 seulement ?
TP5.16. E : 90°
TP5.17. P : Oui ?
TP5.17. E : 90°
TP5.18. P : Non on ne divise pas / je / je vais vous aider un peu / Il faut faire de sorte que vous écriviez β en fonction de / euh / α en fonction de β / Qui peut écrire α en fonction de β ? / euh / J'ai $\alpha + \beta = 90$ donc je peux dire que ?
TP5.19. E : Inaudible.
TP5.20. P : α égale ?
TP5.21. E : Inaudible.
TP5.22. P : euh ?
TP5.23. E : $90^{o} - \alpha$
TP5.24. P : Très bien / $\alpha = 90$ / $\alpha = 90° - \beta$ / Vous pouvez le faire, libérez-vous. / Mum. / Vous avez tous les éléments ici. / Maintenant on connaît α / On dit tout simplement que c'est. / C'est $\beta - 90$ / Donc je peux dire que $\beta + \gamma + \beta - 90°$ = ? / = ? / = ?
TP5.24. E : 180°
TP5.25. P : 180° / Très bien / Donc je peux écrire $\beta + \gamma + 90° - \beta$ / C'est-à-dire celui-là. / D'accord ? / = 180° / = 180° / Mmm / Maintenant qu'est-ce que je peux faire ? / Dans un premier temps, rien qu'en regardant je peux voir les β se simplifier / $\beta - \beta = 0$ / euh. / Il reste donc dans cette partie $\gamma + 90° = 180°$ / euh. / Nous venons de voir la résolution d'équations de la forme $ax + b = 0$ / hum / donc muqabala et ?
TP5.26. E : Al-jabr
TP5.27. E : Al-jabr. / Donc il faut appliquer ici al-jabr, ensuite muqabala / euh / Voilà / Donc je vais / al-jabr, c'est opp de celui-là. / Je l'ajoute à gauche comme à droite. / Je vais ajouter l'opposé de 90. / Donc j'aurai $\gamma + 90° - 90° = 180° - 90°$. / Voilà / Donc les deux nombres ici s'annulent. / J'obtiens tout simplement $\gamma = 90°$ / $180° - 90°$ = / Donc 90° / hum / C'est ce qu'il fallait démontrer / euh. / Voilà / on a réussi la première manche.
</td>
<td>
Il fait ensuite appel à al-jabr, l'opération d'Al-Khwârizmî, pour montrer que la mesure de l'angle est égale à 90°.


Fig. 6.48. La trace de la correction de la deuxième question.
</td>
</tr>
</table>

<u>Séquence 06</u> :

TP6.01. P : Calculer l'aire du trapèze comme on a vu tout à l'heure / c'est-à-dire ?
TP6.02. E : La somme des bases.
TP6.03. P : La somme des bases.
TP6.04. E : Fois hauteur sur deux.
TP6.05. P : Fois hauteur sur deux / ou bien la moyenne des bases fois hauteur / euh / la somme, d'accord ? / ça c'est la façon directe et classique de calculer l'aire d'un trapèze. / Nous allons l'utiliser. / On dit calculons l'aire du / l'aire du trapèze / du trapèze *ABEC.* / Suivez / comment on va s'y prendre pour calculer l'aire du trapèze ? / Nous avons dit tout à l'heure c'est grande base plus petite base sur 2, fois hauteur / hauteur. / D'accord ? / Ou bien la moyenne des bases fois hauteur. / Le trapèze c'est ça, euh /
TP6.06. E : Monsieur.
TP6.07. P : Oui !
TP6.08. E : C'est *BCDE.*
TP6.09. P : Non on a rectifié / Vous n'avez pas suivi / Le trapèze c'est *AB* / *ABEC* / C'est ça qui ressemble à un trapèze. / Si vous commencez par *B* vous n'aurez pas un trapèze. / D'accord ? / Donc le trapèze c'est *ABEC.* / Qui peut être considéré comme la hauteur / La hauteur c'est quoi ?
TP6.10. E : *CA* / *CA.*
TP6.11. P : *C*… / On lève le doigt / On lève le doigt / euh / oui ? /Comment tu t'appelles encore ?
TP6.12. E : Thierno Bakhoum.
TP6.13. P : Thierno vas-y.
TP6.14. E: *ED* sera la hauteur.
TP6.15. P : La hauteur c'est ?
TP6.16. E : *ED.*
TP6.17. P : *ED* / Est-ce que c'est *ED* la hauteur ?
TP6.18. E : Non.
TP6.19. P : Euh / Attention / Attention / La hauteur n'est pas figée / hein. / Par exemple on a vu l'introduction de la géométrie / euh / par les solides / euh. / Les solides / N'est-ce pas ? / Si vous avez un cylindre, il peut être tenu debout comme ça, comme il peut être couché / euh. / Être

Fig. 6.49. Des élèves attentifs qui suivent la correction.

La troisième question qui consiste à calculer l'aire du trapèze de deux manières différentes est ensuite abordée par le professeur.

couché, sa hauteur reste la même / euh / donc faites attention. / Y'en a qui pense que la hauteur doit toujours être / euh. / Verticale / Placée de façon verticale / ça pose problème. / Ici dès que vous regardez bien la / euh / la figure / les bases sont d'abord *AC* et *DE*. / C'est ça les bases. / La grande base ici c'est *AC*, la petite base c'est *DE*. / Donc la hauteur va être ?

TP6.20. E : *AD*.

TP6.21. P : *AD* / *AD* / *AD*, c'est-à-dire ?

TP6.22. E : $c + b$.

TP6.23. P : Mum / et les bases sont $b + c$. / Donc on va mettre cela / $b + c$ / euh / on a dit la somme des bases divisée par 2 / sur 2, fois hauteur. / Donc ça va être $A_t = \frac{1}{2}$ de $(b + c)$ fois. / La hauteur c'est ? / b plus c également / euh. / La hauteur c'est $c + b$. / Tout le monde a vu ?

TP6.24. E : Oui.

TP6.25. P : Donc je peux mettre directement $b + c$ / Donc voilà une première façon …

<u>Séquence 7</u> :

TP7.01. P : Donc je peux dire que c'est ?

TP7.02. E : b^2.

TP7.03. P : C'est $\frac{1}{2}$ de ? / $\frac{1}{2}(b + c)^2$ / L'aire donc du trapèze à la formule classique est égale à $\frac{1}{2}(b + c)^2$ / Maintenant je peux à partir de la figure, trouver l'aire du trapèze ABEC autrement. / En faisant quoi ? / En faisant quoi ?

TP7.04. E : *Inaudible*.

TP7.05. P : Parle fort / Somme des ?

TP7.06. E : Des aires des trois triangles.

TP7.07. P : Somme des aires des trois triangles que sont les triangles ABC, le triangle BDE et le triangle BCE. / Nous sommes d'accord ? / *Inaudible*. / Tout le monde est d'accord ?

TP7.08. E : Oui.

TP7.09. P : Voilà / Donc je veux / On peut trouver l'aire. / L'aire du trapèze autrement c'est-à-dire en faisant la somme des aires des trois triangles. / Cela est très important. / Donc nous allons dire que A_t égale aussi. / Si je prends ce triangle-là. /

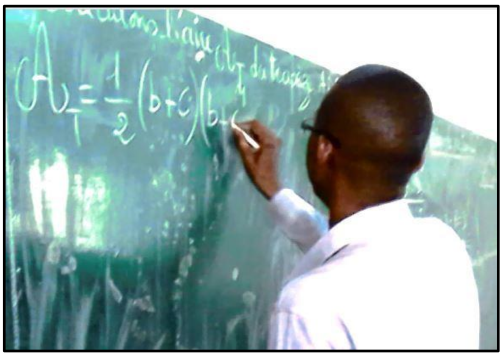
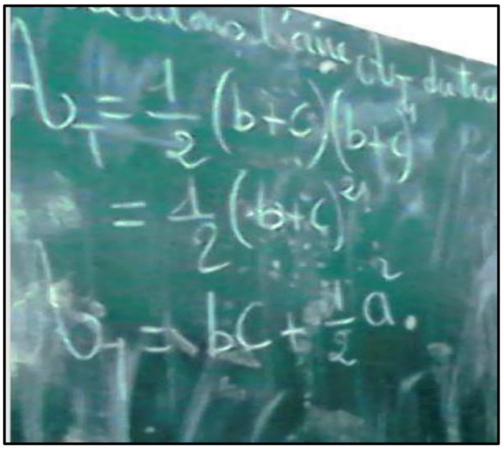


Fig. 6.50. Il donne d'abord la formule de l'aire d'un trapèze, ensuite par des explications et un jeu de questions réponses il montre que l'aire vaut :

$$A = \frac{1}{2}(b + c)(b + c).$$

Nous avons dit que l'aire du triangle est égale à base fois hauteur sur 2 / ça va donner quoi ici ? / C'est quel côté fois quel côté ? **TP7.10**. **E** : *Inaudible*. **TP7.11. P** : *AB* fois *AC* sur 2 / Très bien / Donc ici c'est donc $c \times b$ / parce que $AB = c$, $AC = b$ / Donc je vais simplement dire que l'aire de ce triangle est égale à $\frac{1}{2}bc$ / Est-ce que tout le monde est d'accord ? / l'aire … $\frac{1}{2}bc$ / J'ai un autre triangle qui a / qui est le même que celui-là. / Je l'avais signalé au départ. / Tout le monde est d'accord ? / Parce que nous avons le même côté b ici, nous avons le même côté a, nous avons les mêmes dimensions. / Donc c'est le même triangle qu'on a ici et là. / Les deux triangles ont la même aire, donc pour obtenir l'aire de cette partie-là du trapèze, je vais tout simplement multiplier par ? / par ? / par ? **TP7.12. E** : 2. **TP7.13. P** : Par 2 / par 2 / *Inaudible*… ces deux triangles-là. / Nous sommes d'accord ? / donc $\frac{1}{2}bc$ fois 2 / ça donne ? / bc / J'obtiens donc bc / ça va faire donc bc plus / ce triangle-là. / Maintenant le dernier triangle, c'est celui-là. / Nous avions déjà montré également que $\gamma = 90°$ / Ce triangle également *CDB*, *CDE* est rectangle en *D*. / Donc quelle sera l'aire de ce triangle ? / hein. / Comment t'appelles-tu encore ? / Rappelle-moi ton nom. **TP7.14**. **E** : Sokhna Faye. **TP7.15. P** : Sokhna Faye / Elle est la spécialiste de l'aire de cette classe, heureusement. / Vas-y Sokhna. **TP7.16. E** : a. **TP7.17. P** : Euh. **TP7.18**. **E** : Fois a. **TP7.19. P** : a fois a sur 2 / Très bien / Est-ce que tout le monde a vu ça ? / a, ce côté fois ce côté, les deux côtés de l'angle droit / ça c'est une caractéristique du triangle rectangle. / Donc l'aire est donnée par le produit des 2 côtés de l'angle droit. / Nous sommes d'accord ? Donc ici l'aire de	Le professeur calcule ensuite l'aire du trapèze autrement, en faisant la somme des aires des trois triangles qui constituent le trapèze comme lui a proposé un élève.  **Fig. 6.51.** Il donne ensuite la formule de l'aire d'un triangle et calcule la somme des aires des triangles pour obtenir une autre expression de l'aire du trapèze.

ce triangle sera tout simplement $\frac{1}{2}a^2$ / $\frac{1}{2}a^2$ / Voilà / Maintenant nous avons deux formules, deux expressions différentes de la même aire.

<u>Séquence 8</u> :

TP8.01. P : 2 fois $\frac{1}{2}$ / bc au carré, égale *2bc* + donc. / Ici si je multiplie çà, j'obtiens directement a^2 / Mmm, voilà. / Donc, je réécris ici donc / le demi s'en va. / J'obtiens tout simplement $(b+c)^2$ = 2bc + a^2 / 2bc + a^2 / Suivez. / Suivez. / $(b+c)^2$, on peut développer ça / euh. / On peut développer. / Qui peut nous proposer le développement de $(b+c)^2$ / Rapidement.
TP8.02. E : *Inaudible.*
TP8.03. P : C'est égal à ?
TP8.04. E : b^2.
TP8.05. P : b^2.
TP8.06. E : plus 2.
TP8.07. P : plus ?
TP8.08. E: $2ab$.
TP8.09. P : 2 ?
TP8.10. E : $2bc$.
TP8.11. P : $2bc$.
TP8.12. E : Plus c^2.
TP8.13. P : Plus ?
TP8.14. E : c^2.
TP8.15. P : Plus $c^2 = 2bc + ?$
TP8.16. E : a^2.
TP8.17. P : $2bc + a^2$ / Excusez-moi on risque de / … / Oui. / Suivez, suivez sinon je vais vous demandez après de restituer ça. / Vous resterez là à me regarder. / Donc j'obtiens cette égalité-là finalement / $b^2 + 2bc + c^2 = 2bc + a^2$ / Qu'est-ce qui peut se simplifier ici ? / Quel est le terme qui peut quitter ?
TP8.18. E : $2bc$.
TP8.19. P : Derrière.
TP8.20. E : $2bc$.
TP8.21. P : $2bc$ / Très bien. / Ce terme-là, il s'en va. / Il va rester $b^2 + c^2 = a^2$ / On a obtenu une relation très célèbre, très utile qu'on appelle ? / qu'on appelle ?

Fig. 6.52. Le professeur égalise les deux expressions de l'aire du trapèze et après des transformations d'écritures faites par les élèves, il trouve l'égalité $b^2 + c^2 = a^2$ et leur énonce oralement le théorème de Pythagore.

TP8.22. E : Pythagore.
TP8.23. **P** : Le ?
TP8.24. E : Théorème.
TP8.25. P : Le théorème de ?
TP8.26. E: Pythagore.
TP8.27. P : Pythagore. / Très bien. / le théorème de Pythagore. / Vous êtes élus Président. / Vous avez réussi, donc vous êtes élus Président / voilà / Je ne sais pas maintenant, Président d'où ? / Donc si vous êtes des James Garfield, vous êtes Présidents des États-Unis. / Voilà / C'est ça qu'on appelle le Théorème de Pythagore. / Regardez, si le triangle est rectangle. / Voici / Qui est quel côté ? / Comment on l'appelle ce côté-là ? / Comment on l'appelle ce côté du triangle rectangle ?
TP8.28. E : Hypoténuse.
TP8.29. P : L'hypoténuse. / Très bien. / Donc le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés de l'angle / des côtés de l'angle droit. / Donc c'est ça qu'on appelle le théorème de ?
TP8.30. E : Pythagore.
TP8.31. P : Pythagore / Le théorème de Pythagore. / Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit / $a^2 = b^2 + c^2$ / Nous sommes d'accord ? / Voilà.

<u>Séquence 9</u> :

TP9.01. **P** : Suivez / C'est un théorème qui permet de calculer la longueur d'un côté du triangle connaissant la longueur des deux autres.
TP9.02. E : Côtés.
TP9.03. P : Côtés. / Donc tout simplement c'est un théorème qui permet de calculer / le calcul des longueurs ou bien d'aires dans un triangle rectangle comme on l'a déjà annoncé / énoncé / et ç'a été fait. / Cette démonstration que nous venons de reprendre a été fait / faite par un Président des États-Unis, le 20ème et depuis 1876 / 1876 vous voyez ? / Donc cela veut dire que les mathématiques peuvent se faire n'importe où et n'importe quand ? / Quelque que soit la fonction que nous occupons, on peut faire des

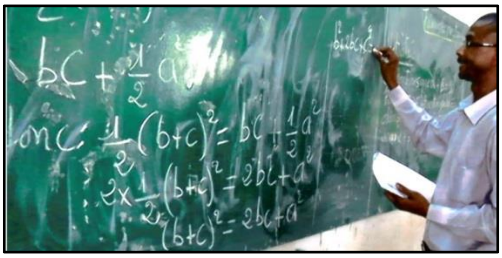


Fig. 6.53. Le professeur commence la correction de la question 4.

Le professeur termine sa correction par des commentaires sur une utilisation possible du théorème de Pythagore et sur l'auteur de cette démonstration le Président américain James Garfield en 1876.

Fig. 6.54. Les élèves suivent les explications du professeur.

mathématiques et contribuer à les améliorer et à les amener à aller de l'avant. / C'est ce qu'avait fait le Président James Garfield. / Donc ici, quel que soit ce que vous serez demain, même si vous n'êtes pas professeur de mathématiques, vous pouvez continuer à faire des mathématiques et personne ne dit que ça ne sera pas vous qui améliorerez quelque chose en géométrie ou en activités numériques. / Donc vous êtes attendus pour ça. / Voilà. / Voilà. / Donc c'est ça le théorème de Pythagore. / La démonstration proposée par James Garfield et faite en 1876.

<u>Séquence 10</u> :

TP10.01. P : Parle fort / alors ? / … / Qui peut compléter cette phrase-là ? / euh / Oui ?
TP10.02. E : *inaudible*.
TP10.03. P : Parle fort.
TP10.04. E : $M + B$ égale.
TP10.05. P : Alors ? / M ! / Qu'est-ce que tu appelles $M + B$? / Han ?
TP10.06. E : Les angles.
TP10.07. P : Répète encore.
TP10.08. E : Les angles M et P.
TP10.09. P : Qui peut compléter la phrase là ? / Han ? / Oui / … / parle fort, c'est pour les autres.
TP10.10. E : Si MNP est rectangle en N alors $\widehat{N} = 90°$.
TP10.11. P : Alors ?
TP10.12. E : $\widehat{N} = 90°$.
TP10.13. P : Oui ?
TP10.14. E: Alors la somme des angles aigus est égale à /*inaudible*.
TP10.15. P : euh, euh / euh / Fall, vous n'avez pas suivi ou bien vous n'avez pas compris ce qu'on vient de faire. / Oui ? / Hein. / Mais ce qu'on veut c'est ? / Ce qu'on vient de démontrer et qu'on écrit en théorème, c'est ça qu'on veut appliquer / *inaudible* / euh. / Vous racontez du n'importe quoi. / Oui ?
TP10.16. E : *Inaudible*.
TP10.17. P : Oui /Arrêtez avec ces angles-là. / Maintenant ce sont les côtés des angles. / Ce sont

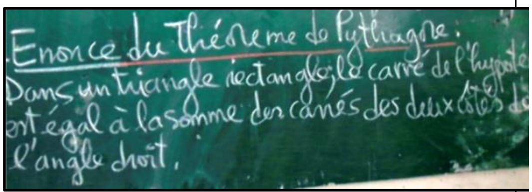


Fig. 6.55. Le professeur écrit au tableau l'énoncé du théorème de Pythagore.

Fig. 6.56. Il propose ensuite une configuration que les élèves ont du mal à traduire en une proposition mathématique.
Ils y arrivent toutefois avec les indications et questions du professeur.

les côtés du triangle qui nous intéressent. / Oui ?
TP10.18. E : Le côté le plus long.
TP10.19. P : Le côté le plus long / comment il s'appelle ici ?
TP10.20. **E** : L'hypoténuse / *MP*
TP10.21. P : *MP* / Alors *MP* ?
TP10.22. E : Est l'hypoténuse.
TP10.23. P : Ce n'est pas ça la question. / On a dit ici que le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des deux autres côtés. / C'est ça qu'on doit traduire à partir de la configuration. / Qui peut le faire ? / Il suffit tout simplement de compléter la phrase. / Si *MNP* est un triangle rectangle en *N*, alors ? / alors ? / euh / Oui / *MP* ? / Est-ce que c'est *MP* seulement ?
TP10.24. E : Non.
TP10.25. P : *Inaudible* / *MP* ?
TP10.26. E : *P*.
TP10.27. P : *MP* au ?
TP10.28. E : Au carré.
TP10.29. P : Encore / Oui / Somme des deux ? / Comment on appelle ça ? / Égale quoi ? / Égale ? / Quels sont les deux côtés ? / Égale ? / *MN* seulement ?
TP10.30. E : MN^2.
TP10.31. P : MN^2.
TP10.32. E : Plus NP^2.
TP10.33. P : Plus NP^2/ euh. / C'est ça ! euh. / Et vous m'avez fait souffrir autant /pour le plus / quand même / alors $MP^2 + MN^2 = NP^2$ / euh. / Le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit. / Les deux côtés de l'angle droit ici sont *MN* et *MP*. / Voilà.

<u>Séquence 11</u> :

TP11.01. P : Il y a exercice d'application, si vous avez fini de copier vous essayer dans le cahier d'exercice. / On va prendre 15 mn pour faire la projection du film.
TP11.02. E : On a cours.
TP11.03. P : Vous avez cours avec Mme Faye ?
TP11.04. E : Oui.
TP11.05. P : Je vais traiter ça avec elle. / C'est bon ! / C'est bon !

Fig. 6.57. Un exercice d'application est ensuite proposé aux élèves, ainsi qu'une projection de la démonstration que les élèves ne veulent pas suivre car ils ont cours avec un autre professeur.

VI.7. Bibliographie du Chapitre VI

1. Barbin, E., (1997), “Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment ?”, *bulletin AMQ*, vol. XXXVII, n° 1, pp. 20-25.
2. Caveing, M., (1985), “Babylone”, in *Le matin des mathématiciens, entretiens sur l'histoire des mathématiques,* présentés par Émile Noel, édition Bélin, Paris, 192 p.
3. Charbonneau, L., (1991-1992), “Du raisonnement laissé à lui-même au raisonnement outillé : l'algèbre depuis Babylone jusqu'à Viète”, *bulletin AMQ*, pp. 9 – 15.
4. Dahan-Dalmedico, A., Peiffer, J., (1986), *Une histoire des mathématiques : routes et dédales*, éditions du Seuil, Paris, 320 p.
5. Euclide, (1632), *Les quinze livres des éléments géométriques d'Euclide, traducts en François par D. Henrion, imprimez reueus et corrigez du vivant de l'autheur plus le livre des Donnez du mesme Euclide aussi traduict en François par Ledit Henrion et imprimez de son vivant*, Imprimerie d'Isaac Dedin, Paris, M.DC.XXXII, 703 p.
6. Gaud, D., Guichard, J.P., (1991), “Aperçu historique sur les nombres relatifs”, *Repères-Irem*, n° 2, pp. 93-123.
7. Guedj, D., (1998), *Le théorème du perroquet*, édition du Seuil, 656 p.
8. Hamon, G., (1993), “Euclide a encore quelque chose à dire”, *Mnemosyne* 3, IREM Rennes.
9. Ifrah, G., (1994), *Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes*, Robert Laffont, poche 1056 p.
10. Jahnke, H. N., Arcavi A., Barbin, E., et al. (2000), “The use of original sources in the mathematics classroom”, in Fauvel, J., Van Maanen, J. (Eds.) *History in mathematics education-The ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 291-328.
11. Proust, C., (2006), “Mathématiques en Mésopotamie”, mis en ligne sur CultureMath en novembre 2006, p. 7.
(http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/pdf/chrono_mesopotamie.pdf. Consulté le 21 septembre 2019)

Chapitre VII

Analyse des résultats de l'expérimentation

Nous avons décrit dans le chapitre VI, les six expérimentations réalisées dans le cadre de notre recherche, les outils élaborés pour mettre en œuvre ces expériences, et pour recueillir les données.

Nous allons aborder ce dernier chapitre en expliquant tout d'abord les modalités de recueil des données et en précisant la démarche méthodologique adoptée avant de procéder à l'examen des données à travers l'analyse *a priori* des activités proposées aux élèves et du déroulement des séances d'expérimentation. L'analyse des résultats sera complétée par l'exploitation d'une enquête et de quatre entretiens menés auprès des élèves un an après l'expérimentation.

VII.1. Contexte de l'expérience

VII.1.1. Recueil des données et limites des observations

Pour recueillir les données de l'expérimentation, ainsi que nous l'avons mentionné au chapitre précédent, nous avons utilisé une caméra pour filmer les séquences significatives. Nous avons souhaité associer la caméra à une grille d'observation, mais nous nous sommes rendu compte que ce dispositif ne pouvait pas être mis en œuvre car nous ne disposions pas de trépied pour fixer la caméra. Nous avons finalement opté de jouer au caméraman pour filmer les séquences afin d'avoir la possibilité de les voir, de les revoir et de les transcrire.
Cependant, nous avons été rattrapé par les limites d'une caméra d'amateur dont la capacité de la mémoire n'était pas grande et dont la batterie n'arrivait pas à couvrir la totalité d'une séance d'expérimentation ; ce qui nous a fait perdre des séquences importantes et nous a amené à en filmer d'autres sans grand intérêt.
En outre le caméraman et sa caméra n'étant pas discrets, beaucoup d'élèves ont préféré garder le silence dès que la caméra s'approchait d'eux ; quand elle s'éloignait, la voix de l'élève n'était pas suffisamment forte en général pour être audible sur la vidéo.

VII.1.2. Démarche méthodologique

L'analyse porte pour chaque séquence sur un contenu du programme de mathématiques du Sénégal de la classe de 4ème et l'enseignement-apprentissage de ce contenu à travers des séances de mathématiques en classe, filmées et retranscrites.
La démarche adoptée s'inspire de celle proposée par Perrin-Glorian *et al.* (2005, pp. 95-110), qui porte sur l'analyse *a priori* des activités des élèves et l'analyse du déroulement comportant les activités *a posteriori* des élèves, ainsi que le rôle joué par le professeur entre ce que les élèves devaient faire et ce qu'ils ont fait.

L’analyse s’intéresse également à l’influence des paramètres de contexte tels que l’effectif, la présence de la vidéo et d’un observateur en classe ainsi qu’à l’impact de l’introduction de l’Histoire des mathématiques en termes d’intérêt des élèves, de compréhension et de gestion du temps.

VII.1.3. Analyse *a priori* des activités des élèves

Pour cette analyse nous allons nous référer à la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) de Chevallard qui, selon Sensevy (2010, p. 219) :

> « […] est une vraie théorie, c’est-à-dire qu’elle repose sur un système d’outils théoriques qui lui permet de faire voir les pratiques didactiques sous un point de vue spécifique, et donc de produire des descriptions qui permettent de jeter une lumière inédite sur des choses bien connues, ou que l’on croyait bien connaître. Comme toute théorie elle permet de comprendre et d’expliquer des aspects de la réalité et d’en imaginer d’autres possibles ».

Les activités proposées aux élèves étant constituées de tâches, nous avons emprunté à la TAD son modèle/outil, appelé praxéologie, qui s’appuie sur les notions de tâches et de types de tâches pour caractériser les pratiques mathématiques dans une institution. En effet pour analyser chaque type de tâches T proposé à l’élève, nous nous sommes demandé comment il allait procéder ? Quelle technique τ allait-il utiliser ? La technique τ étant identifiée, nous avons pu continuer l’analyse en nous demandant ce qui justifiait cette technique. Pourquoi la technique fonctionnait-elle ? La réponse à ces questions nous a mené à la technologie θ utilisée et les questions concernant la justification de la technologie conduisent à la théorie Θ. Ce qui confirme les propos de Comiti (2014, p. 449), quand il dit que derrière tout type de tâches, derrière toute tâche d’un certain type, il y a une praxéologie [T, τ, θ, Θ] qui trouve sa raison d’être dans le savoir en jeu dans l’institution étudiée.

VII.1.4. Analyse du déroulement et mise en relation avec l’analyse *a priori*

L’analyse du déroulement est faite à partir des transcriptions des vidéos pour ce qui est des discours et de la description des scènes pour ce qui concerne l’expression non verbale, l’occupation spatiale, l’organisation de la classe et la participation des élèves.

VII.1.4.1 Analyse des séquences vidéo

Pour analyser les séquences vidéo, nous les avons regroupées en fonction de leur appartenance aux trois grands moments suivants découlant des six moments didactiques de Chevallard, pour mieux comprendre les intentions du professeur et les corréler aux actes posés :
- le premier moment est celui de l’étude et de la recherche de l’activité constituée de la première rencontre avec l’organisation O enjeu de l’étude, de l’exploration du type de tâches T_i, de l’élaboration d’une technique τ_i relative à ce type de tâches et de la constitution de l’environnement technologico-théorique relatif à τ_i.
- Le deuxième moment qui est celui de l’institutionnalisation.

- Le troisième moment qui est celui du travail de la technique et de l'évaluation (exercices, problèmes, contrôle).
Un autre moment, appelé moment de l'Histoire des mathématiques est intégré dans le dispositif pour analyser quand et comment intervient l'Histoire durant le cours de mathématiques.

VII.1.4.2. Impact de l'introduction de l'Histoire des mathématiques

L'objet de l'expérience étant l'intégration de l'Histoire en classe de mathématique, nous avons saisi cette occasion pour mesurer les possibles retombés positives à travers les trois arguments hypothétiques suivants de Jahnke et *al.* (2000, p. 292), traduits en français par Guillemette (2012, p. 625) :

- la compréhension culturelle : l'intégration de l'Histoire des mathématiques nous inviterait à ancrer le développement des mathématiques à l'intérieur d'un contexte sociohistorique et culturel large et à repousser les limites établies des objets à l'intérieur de la discipline.
- Le repositionnement : l'intégration de l'Histoire permet de percevoir les mathématiques comme une véritable activité intellectuelle plutôt qu'un simple corpus de connaissances, qu'une simple collection d'outils disparates.
- La réorientation : l'Histoire des mathématiques aurait la vertu d'étonner, elle rend le familier inusité […] l'apprenant se voit engagé dans un processus où il est forcé de se réapproprier le sens des objets enseignés ou à être enseignés.

Nous ne manquerons pas aussi d'examiner si des raisons parmi les seize évoquées par Siu (2004, pp. 268-269) sont vérifiées.

VII.2. Analyse des expériences

Six expériences relatées au Chapitre VI ont été effectuées selon l'ordre décliné dans cette analyse. Ces expériences portent en activités géométriques sur l'« intersection d'une droite et d'un cercle », les « conditions d'existence d'un triangle », le « Théorème de Pythagore » et en activités numériques sur l'« historique des nombres », la « mise en équation» et la « résolution d'une équation du type $ax + b = 0$ ».

VII.2.1. Expérience 1 : intersection d'un cercle et d'une droite

VII.2.1.1. Analyse *a priori* des tâches

Nous allons commencer l'analyse de l'expérimentation par la description et l'analyse des tâches susceptibles d'être accomplies par un élève de Quatrième pour répondre aux questions de l'activité portant sur l'intersection d'un cercle et d'une droite. Nous avons identifié les sept tâches suivantes notées T_i où $i \in \{1; 2; ...; 7\}$.

- **T_1 : Décrire les situations possibles restantes.**
  La réponse attendue est « la droite ne coupe pas le cercle ou la droite effleure le cercle », (le frôle pour ne pas utiliser un mot savant). Contrairement à la première

réponse, la deuxième est moins évidente. Souvent dans la vie courante on a une chose ou son contraire (je mange ou je ne mange pas, j'apprends ou je n'apprends pas), d'où la difficulté de trouver une situation médiane. Pour rendre la tâche plus accessible à l'élève n'aurait-il pas fallu lui demander de faire d'abord une figure avant la description ? N'aurait-il pas été plus aisé de décrire ce que l'on voyait ?

- **T_2 : Faire une figure.**
  Il se pose dans cette tâche la question de définir le type de figure à construire ; est-ce une figure à main levée qui est demandée ou une figure qui utilise les instruments de géométrie ? La consigne n'a pas été explicite sur ce point important surtout quand il s'est agi de tracer la configuration où la droite est tangente au cercle.
- **T_3 : Déterminer la distance d'un point à une droite.**
  C'est une tâche que l'élève est censé faire sans difficulté car découlant des séquences précédentes de la leçon de la classe de Quatrième du Collège intitulée « Distance ». Toutefois une vérification de ces prérequis avant l'activité s'imposait, car la non maîtrise de cette tâche risquait de biaiser les réponses de l'élève, en particulier dans le cas où la droite et le cercle sont tangents.
- **T_4 : Utiliser le compas pour comparer des longueurs de segments.**
  Cette tâche aussi doit être précédée d'une vérification de prérequis car elle figure dans le programme de mathématiques de la classe de Sixième du Collège et il n'est pas évident que les élèves se souviennent de la méthode.
- **T_5 : Tirer une conjecture sur les différentes configurations obtenues à partir de la comparaison des longueurs.**
  Cette tâche n'étant pas spécifiée, il revenait au professeur d'interagir avec les élèves pour arriver aux différentes conclusions. Pourtant il était possible de faire aisément travailler les élèves sur la question en leur demandant ce qu'ils constataient concernant la droite et le cercle dans chaque cas, après la comparaison.
- **T_6 : Situer la position de la droite pour qu'elle coupe le cercle en deux parties égales.** L'élève pouvait procéder par essais successifs pour découvrir que la droite coupe le cercle en deux parties égales dès qu'elle passe par le centre du cercle. On pouvait se demander pour autant ce qui prouve que les deux parties sont égales ? De quelles parties s'agissait-il ? Des parties du cercle ou des parties du disque ? Dans tous les cas il n'est pas aisé pour un élève de Quatrième de prouver que les parties sont égales. Ce qui montre que cette tâche privilégie dans son exécution l'observation et le constat. Cette stratégie est acceptable pour une activité introductive où l'élève peut découvrir de manière intuitive ce qu'on veut lui enseigner.
- **T_7 : Lire la capsule historique.**
  Cette tâche ne figurait pas dans les consignes alors qu'elle est centrale dans cette activité, du moins en ce qui concerne l'intégration de l'Histoire. Ne devait-on pas donner cinq minutes de lecture silencieuse aux élèves en leur demandant de prendre des notes, et ensuite de poser des questions en leur précisant qu'on répond sans lire la capsule ?

VII.2.1.2. Analyse du déroulement

Le déroulement est constitué de quatre séquences enregistrées et organisées selon les moments suivants :

Moment de l'étude et de la recherche de l'activité : il correspond aux séquences numéro 1, 2 et 3 qui visualisent la restitution des travaux de groupes. La recherche de l'activité a cependant commencé par une recherche individuelle et un partage en groupe qui n'ont pas été filmés.

- **Séquence 1 :** Cette séquence marque le début de la restitution en classe plénière, après la recherche individuelle et le partage en groupe. Le professeur pose la première question de l'activité au rapporteur d'un groupe qui donne oralement une réponse que le professeur écrit au tableau. Il demande ensuite l'avis des autres groupes avant d'envoyer le rapporteur au tableau pour représenter les différentes situations possibles. N'aurait-il pas fallu envoyer le rapporteur au tableau au début de la correction, le laisser faire et ensuite demander oralement les réponses des autres groupes ? Le travail aurait été plus intéressant car les chances que les élèves donnent les mêmes réponses (la droite doit être tangente au cercle, la droite doit être sécante au cercle et la droite doit être disjointe au cercle) étaient infimes. En effet les élèves n'avaient pas encore rencontré ce vocabulaire dans leur cursus. Ils avaient certes vu en classe de Sixième la notion de cercles sécants, cercles tangents et cercles disjoints que quelques élèves ont pu transposer à l'intersection d'une droite et d'un cercle, mais pas tous.

  A ce niveau le professeur n'a pas laissé le temps aux autres groupes de donner leurs réponses comme le montrent les répliques transcrites D122, D123 et D124.

  > **D122. P** : Y a pas d'autres propositions pour les autres groupes ?
  > **D123. E** : Pour les présentations.
  > **D124. P** : Bon les autres membres du groupe si le coordonnateur,… la coordonnatrice termine de lire, vous pouvez si elle a faussé quelque chose compléter / ce n'est pas le cas ? / C'est bon donc on passe à la deuxième question / vous pouvez passer les représentations.

  Quand le professeur a demandé des propositions venant des autres groupes, un élève a réagi en parlant de « présentation », mais il ne l'a pas écouté et s'est aussitôt adressé aux membres du groupe qui a exposé, en leur disant qu'ils pouvaient compléter la production du groupe au tableau, mais sans leur laisser aussi le temps de le faire.

  En outre la droite tracée, sécante au cercle semble être un diamètre. N'aurait-il pas dû clarifier cette situation susceptible de créer des confusions chez les élèves qui sont restés attentifs durant toute la séquence ?

- **Séquence 2 :** la séquence montre le rapporteur en train de représenter les différentes situations, aidé en cela par un de ses camarades de classe.

  La production de l'élève est correcte à part quelques fautes de français qu'elle a fini par corriger. Toutefois aucun dialogue n'a été recueilli ; n'aurait-il pas été possible de demander à l'élève au tableau d'expliciter ce qu'elle faisait ? On aurait ainsi mieux compris son travail mais on lui aurait aussi permis d'améliorer son expression orale.

- **Séquence 3 :** le professeur revient sur la correction de la première question de l'activité en faisant comprendre aux élèves que la réponse attendue est « ne coupe pas le cercle », et non « sécante au cercle ».

La photo de la scène prise pendant que le professeur évoquait les situations possibles, montre un tableau contenant les réponses de toutes les questions ; ainsi la comparaison entre le rayon du cercle et la distance de la droite au centre du cercle est mise en évidence à travers une figure, mais celle-ci ne comprend pas de codage et par conséquent ne fait pas apparaître la notion de distance d'un point à une droite.

Moment de l'institutionnalisation : l'institutionnalisation a été faite, mais elle n'a pas été filmée à cause de la capacité insuffisante de la carte mémoire de la caméra qui n'a pas permis de filmer ce moment. La trace écrite donnée aux élèves est la suivante :

Soit *(d)* la droite, *(C)* le cercle, *O* son centre, *r* son rayon et *dist(O ; d)* la distance de *O* à *(d)* :

- si *dist(O ; d)* $<$ *r,* alors *(d)* et *(C)* se coupent en deux points et on dit que *(d)* et *(C)* sont sécants ;
- si *dist(O ; d)* $=$ *r,* alors *(d)* et *(C)* se coupent en un point et on dit que *(d)* et *(C)* sont tangents ;
- si *dist(O ; d)* $>$ *r,* alors *(d)* et *(C)* ne se coupent et on dit que *(d)* et *(C)* sont disjoints.

NB : si *(d)* passe par *O,* alors *(d)* est un diamètre et *partage* par conséquent le cercle en deux demi-cercles de même longueur.

Moment de l'évaluation : un exercice à faire à la maison a été proposé aux élèves.

Moment de l'Histoire des mathématiques : seule la **Séquence 4,** constituée de questions et de commentaires sur Thalès et les mathématiques des civilisations anciennes, donne une ouverture sur l'Histoire des mathématiques ; elle n'est incluse dans aucun des moments didactiques. Cela se comprend car l'activité est purement mathématique. La dimension historique est convoquée à travers la dernière question et la capsule proposée pour faire connaissance avec Thalès et avoir des repères temporels et culturels sur les résultats généraux en mathématiques utilisés aujourd'hui.

Les questions posées par le professeur ont poussé des élèves à lire la capsule historique qui leur a été proposée sur leurs fiches d'activités.

Les capsules historiques interviennent le plus souvent avant l'activité pour motiver l'élève et lui permettre de s'engager dans la résolution de celle-ci. Ce qui n'est pas le cas dans cette expérimentation où on laisse l'élève découvrir un résultat avant de faire intervenir la capsule pour donner le nom du premier mathématicien qui a découvert ce résultat et montrer ce que représente ce résultat, apparemment anodin, dans l'évolution des mathématiques.

Un résultat valable pour tous les cercles du monde crée un étonnement chez l'élève, un dépaysement[125] dans le sens de Barbin (1997, p. 21), qui va le pousser à se poser des questions et *de facto* à s'intéresser à la discipline. De plus l'élève apprend à travers cette capsule que les propriétés et théorèmes que nous apprenons aujourd'hui n'ont pas toujours existé et que les mathématiques ont connu des évolutions.

Toutefois la simple évocation de ces informations historiques, ne suffit pas pour voir chez les élèves les effets du dépaysement ; surtout que la seule élève qui a répondu à toutes les questions s'est contentée de lire. N'était-il pas plus indiqué de demander aux élèves de lire la capsule pendant quelques minutes et de s'en détacher ensuite pour répondre aux questions ?

[125] Bien souvent dans l'enseignement des mathématiques, tout se passe comme si les concepts étaient déjà là. En nous rappelant que les concepts ont été inventés, et que cela n'a pas été de soi, l'Histoire a la vertu de nous permettre de nous étonner, de se dépayser.

N'aurait-il pas fallu d'ailleurs l'inscrire sur la fiche activité du professeur ? Pourtant huit questions y étaient mentionnées mais le professeur les a omises dans le déroulement de l'activité ; ce qui pose le problème de la dévolution de l'ingénierie didactique élaborée par un chercheur et déroulée en classe par un professeur qui souvent ne perçoit pas clairement le sens mathématique du travail mené.
Cette mauvaise perception ou appropriation des informations historiques est plus frappant quand le professeur dit à quatre reprises Thalès de Miller comme dans les répliques suivantes, alors qu'il est bien écrit Thalès de Millet dans la capsule.

> **D403. P :** C'est Thalès de ? / Miller / c'est Thalès de Miller / qui est Thalès ? / qui est Thalès de Miller ?
> **D409. P :** Thalès de Miller est le premier mathématicien à découvrir ce résultat qui est un résultat général /

L'autre problème qui apparaît à travers cette expérimentation est la transposition d'une ingénierie didactique d'un milieu à un autre où les contextes sont différents. Les expérimentations de ce type connues en France ont été réalisées avec des effectifs dépassant rarement vingt-cinq élèves par classe, ce qui est loin de notre cas où l'effectif avoisine quatre-vingt-dix élèves. Cette pléthore d'élèves a constitué une difficulté majeure dans l'expérimentation avec un dépassement de 40 minutes du temps réservé à l'activité, une supervision insuffisante du travail des élèves et beaucoup de bavardages.
On note toutefois une bonne participation des élèves en travaux de groupe et en séance plénière. En outre la synthèse du professeur concernant les informations historiques va plus loin que la capsule historique avec des éléments sur l'impôt proportionnel à l'aire des champs cultivés et les lopins de terre qui se rétrécissent avec la crue du Nil ; ce qui montre l'engagement du professeur qui a fait quelques recherches avant de dérouler le cours, pour combler le déficit de sa formation sur l'Histoire des mathématiques.

VII.2.1.3. Conclusion

L'histoire des mathématiques n'est pas centrale dans cette expérimentation ; elle n'intervient pas pour aider l'élève à résoudre un exercice, mais elle est sollicitée pour lui montrer que les mathématiques sont l'œuvre de l'homme qui les a inventées ; elles ont connu et continuent de connaître des évolutions. Ainsi l'Histoire est utilisée dans cette expérience comme outil conformément à la classification de Jankvist (2009, p. 237-239).
En outre elle permet à l'élève de s'étonner, ce qui met en exergue la fonction dépaysante de l'Histoire évoquée par Barbin (op.cit., p. 21).
L'introduction de l'Histoire à travers une capsule historique peut mener à ce dépaysement, mais à condition de prévoir un temps d'appropriation des informations historiques et de poser de bonnes questions susceptibles d'aiguiser la curiosité des élèves et de les engager dans un questionnement et dans la recherche. Le problème du manque de temps peut certes se poser avec le grand effectif de la classe, mais le jeu n'en vaut-il pas la chandelle si on compare ce problème à la possibilité d'avoir des élèves plus motivés, plus engagés dans la conquête de savoirs mathématiques nouveaux ?

L'analyse du questionnaire[126] que l'on a soumis aux élèves un an après l'expérimentation, sur ce thème révèle que plus du tiers des élèves avaient retenu qu'il existait en Égypte et à Babylone des mathématiques avant l'antiquité grecque et qu'il y a une différence entre ces mathématiques et celles pratiquait dans la Grèce antique. En outre plus de la moitié des élèves arrive à situer les mathématiques grecques dans le temps et retient encore que Thalès et Euclide sont les fondateurs de la géométrie grecque.

Toutefois la gestion du temps et du grand groupe a posé beaucoup de problèmes qu'il aurait fallu résoudre en améliorant par exemple l'organisation de la classe.

VII.2.2. Expérience 2 : conditions d'existence d'un triangle

VII.2.2.1. Analyse *a priori* des tâches

Les tâches T_i identifiées pour l'activité de l'expérience sont au nombre de six :

- **T_1 : Restitue la propriété de l'inégalité triangulaire en complétant :**
  Si $M \in [AB]$ alors $AM + MB = \ldots\ldots$; Si $M \notin [AB]$ alors $AM + MB \ldots AB$.
  La restitution de cette propriété vue en classe de Sixième suppose que l'élève a encore retenu une propriété étudiée deux ans auparavant, ce qui n'est pas évident surtout que cette propriété intervient rarement dans les exercices des classes de Sixième et de Cinquième. Ce constat est confirmé dans la collection *Excellence*, la collection la plus utilisée par les professeurs où un seul exercice sur les 30 proposés dans le chapitre « le plan et ses parties » est consacré à l'inégalité triangulaire.
  Ainsi il aurait été plus indiqué de faire retrouver l'inégalité triangulaire par les élèves, en leur demandant de construire un segment *[AB]*, puis de comparer avec la règle graduée ou le compas les distances $AM + MB$ et AB selon que le point M appartient ou n'appartient pas *[AB]*.
  L'inégalité triangulaire étant le principal résultat à utiliser pour réaliser la tâche 2, un élève, qui ne la découvrait pas ou qui n'arrivait pas à la restituer, se retrouvait dans une situation de blocage. Pour parer à cette éventualité, qui découle d'une grande dépendance entre les questions, le professeur aurait pu demander aux élèves de chercher d'abord la question 1.a) puis de la corriger au tableau avant de passer à la recherche de la question 1.b). Cette stratégie aurait pris certes plus de temps, mais elle aurait permis aux élèves d'aller au-delà de la question 1.a) qui se résume à la vérification de prérequis.
- **T_2 : Utilise la propriété de l'inégalité triangulaire pour démontrer le théorème 13.**
  Il s'agissait pour cette tâche de considérer un triangle (en le nommant *ABC* par exemple), de le construire, de choisir deux côtés du triangle (*[AB]* et *[BC]* par exemple) de considérer la somme de leur longueur *(AB + BC)*, de comparer cette somme avec la longueur du troisième côté *([AC])* en utilisant l'inégalité triangulaire et de montrer qu'on arrivait au même résultat quand on considérait $BC + CA$ ou $CA + AB$.
  Nous n'avions pas voulu donner ces indications pour ne pas supprimer chez l'élève, selon Julo et Houdebine (1992, p. 70), « *la nécessité de se faire une représentation de la*

[126] Le questionnaire se trouve en annexe 18 et l'analyse des réponses dans la partie suivante de ce chapitre (VII.3).

situation et de mobiliser ses connaissances pour répondre à la question ». Cependant il va y arriver difficilement s'il n'est pas initié aux différentes démarches de résolution de problème comme les six étapes de la démonstration euclidienne (voir chapitre IV, IV.1.3.2. et chapitre VI, VI.1.2.3.) à savoir le Protasis (l'énoncé), l'Ekthesis (l'exposition), le Diorismos (la détermination), le Kataskeuè (la construction), l'Apodeixis (la démonstration) ou le Sumperasma (la conclusion).

Il reste toutefois le problème du temps de travail. Est-ce aussi évident pour l'élève du Collège de décomposer en 5 minutes la tâche 2 en six mini-tâches comme ci-dessus et de les réaliser ?

Les tâches complexes comme T_2 sont très formatrices en mathématiques, mais leur réalisation demande beaucoup plus de temps ; cette contrainte est difficile à concilier parfois, avec les exigences de l'institution liées à l'exécution du programme dans les délais.

- **T_3 : Lis silencieusement la rubrique « un peu d'histoire » pour connaître Euclide et son œuvre.**

  La lecture silencieuse ne suffisait pas pour connaître Euclide car on peut lire et ne pas comprendre, ou lire et ne pas retenir. Pour permettre aux élèves de connaître Euclide et son œuvre, il aurait fallu non seulement leur demander de prendre des notes en lisant, mais aussi leur permettre de poser des questions de clarification qui peuvent demander l'intervention du professeur d'Histoire ou de Français. Ces questions auraient pu donner l'occasion au professeur d'installer un débat dans la classe qui aurait mis en exergue un conflit sociocognitif susceptible de marquer l'esprit des élèves et de faciliter la rétention de l'information historique.

- **T_4 : Aide ton professeur à rédiger en langage moderne la démonstration d'Euclide.**

  La consigne proposée à l'élève n'est pas explicite car elle ne précise pas en quoi consiste l'aide. Le professeur pouvait répartir la classe en six groupes et donner à chaque groupe le nom d'une étape de la démonstration d'Euclide. Ainsi les groupes Protasis, Ekthesis, Diorismos, Kataskeuè, Apodeixis et Sumperasma auraient pu essayer de rédiger en langage moderne la partie de la démonstration qui correspondait à leur nom. Ce qui supposait une réorganisation de la démonstration en six paragraphes, chacun correspondant à une étape de la démonstration d'Euclide. On aurait permis ainsi aux élèves de fixer les différentes étapes d'une démonstration qu'ils peuvent réinvestir dans d'autres situations, mais aussi de découvrir le français du XVII^ème^ siècle, les notations et symboles utilisés et d'apprécier leur évolution.

- **T_5 : Compare cette démonstration avec celle utilisant l'inégalité triangulaire.**

  La consigne étant ouverte on peut s'attendre à des réponses du type : la démonstration est plus facile, plus longue, plus jolie, … ; ces réponses relèvent de la subjectivité et ne peuvent en aucun cas faire l'objet d'un débat.

  Par contre, la comparaison aurait été plus instructive si elle s'était intéressée aux ressemblances et aux différences des deux démonstrations en termes d'étapes utilisées, d'outils et de notions mathématiques mobilisées. Ce qui supposait une reformulation de la consigne.

  Par rapport à ces outils et notions mathématiques, la démonstration d'Euclide utilise le théorème 12 alors que la démonstration moderne s'appuie sur l'inégalité triangulaire.

Les élèves pouvaient se demander pourquoi Euclide n'a pas utilisé l'inégalité triangulaire. Connaissait-il cette inégalité ?

En effet cette inégalité découverte par les élèves de Sixième de manière intuitive et admise dans cette classe n'est rien d'autre que le théorème 13 !

Les rédacteurs du programme sénégalais ont choisi de l'introduire de manière intuitive en Sixième et de l'utiliser en classe de Quatrième, dans le cas du triangle, pour démontrer la propriété appelée « conditions d'existence d'un triangle ».

VII.2.2.2. Analyse du déroulement

Onze séquences ont été enregistrées dans le cadre du déroulement de cette expérience et sont réparties selon les trois moments suivants :

Moment de l'étude et de la recherche de l'activité : il est constitué :

- des séquences 1, 2 et 3 pour la recherche de l'activité ;
- des séquences 4 et 5 pour la restitution des travaux de groupes portant sur la démonstration du théorème à l'aide de l'inégalité triangulaire ;
- des séquences 9 et 10 pour ce qui est de la traduction en langage moderne de la démonstration proposée par Euclide dans ses Éléments.

- **Séquence 1 :** cette séquence met en scène le professeur qui donne les consignes de travail aux élèves dans une classe bruyante où des élèves bavardent, où d'autres sortent leurs cahiers et où certains écrivent le titre de la leçon.

  Cette situation était-elle propice à un bon démarrage des activités ? N'aurait-il pas été plus judicieux de faire revenir le calme et d'avoir l'attention des élèves avant le partage des consignes, dont la compréhension est déterminante pour la réussite de l'activité ?
- **Séquence 2 :** la préoccupation évoquée, concernant les consignes données dans une classe bruyante, s'est concrétisée dans cette séquence avec les élèves qui ont fait une recherche individuelle au lieu de travailler en groupes. Il a fallu que le professeur répète la consigne pour assister à quelques échanges timides entre élèves.

  L'absence de supervision du travail des élèves pour leur apporter au besoin de l'aide a été également un fait marquant dans cette séquence. Pourtant le professeur a circulé dans les rangées ; ne devait-il pas mettre à profit cette circulation, pour s'arrêter de temps en temps, voir ce que faisaient les élèves, les orienter au besoin et corriger avec toute la classe les erreurs récurrentes repérées ?
- **Séquence 3 :** Le professeur s'est enfin arrêté pendant une minute pour apporter de l'aide aux élèves d'une table. Malheureusement il n'a pas interagi avec eux et son intervention est inaudible.

  La tentative de supervision du professeur est à saluer, mais pouvait-il la faire pour chacune des trente tables de la classe ? A raison d'une minute par table, la recherche de l'activité aurait pris la moitié du cours, ce qui pose le problème de la gestion du temps liée à l'effectif pléthorique de la classe. Le professeur ne devait-il pas tenir compte de cette variable que constitue l'effectif de la classe pour voir la meilleure organisation possible de la classe qui permette une bonne gestion du temps et des élèves ? La réorganisation de la classe en six groupes (environ 15 élèves par groupe) était à expérimenter ; elle aurait permis de réduire le nombre de groupes à suivre, de

productions à examiner et mis aussi à la disposition du professeur des modérateurs qui auraient pu le suppléer dans la gestion et la supervision du travail des élèves.
En outre la remarque du professeur, concernant la figure à faire pour une meilleure compréhension de l'énoncé, n'a-t-elle pas été donnée tardivement ? Proposée un peu plus tôt elle aurait sûrement permis aux élèves de restituer l'inégalité triangulaire, et de faire sauter le verrou qui est une des raisons du grand retard accusé pour traiter l'activité dans le temps imparti comme le montre la réplique suivante :

> **D'303. P** : Vous n'avez pas fini ? / Je vous accorde 2 minutes.

- **Séquence 4 :** le professeur envoie un élève au tableau pour la correction, insiste sur la rédaction de l'élève et lui demande d'annoncer ce qu'il fait.
  Cette démarche, qui consiste à laisser l'élève chercher et corriger, est à encourager car elle fait de lui l'acteur de la construction de son savoir, objectif recherché dans le cadre des méthodes actives. Le fait de veiller également sur la rédaction des élèves, est un aspect important dans la formation mathématique de l'élève en termes de rigueur et de précision dans l'expression.
  Toutefois, nous ignorons si le résultat donné par l'élève est le fruit d'une mémorisation d'une propriété de Sixième ou s'il a été retrouvé à partir d'une figure.
  La deuxième hypothèse nous semble la plus plausible pour les raisons évoquées dans l'analyse des questions. Ne devait-on pas saisir cette occasion pour montrer aux élèves l'importance de la construction d'une figure dont l'observation permet de se rappeler des résultats, « d'émettre des conjectures, de dégager des éléments de solution »[127] ?
  On peut, dans le cas de l'inégalité triangulaire, faire la figure, effectuer des mesures avec la règle graduée ou reporter des distances avec le compas, comparer ces mesures ou distances, pour retrouver le résultat : la longueur $MA + MB$ est égale ou supérieure à AB.
- **Séquence 5 :** Il n'y avait pratiquement pas d'élèves volontaires pour démontrer le théorème 13. Sur l'insistance du professeur un élève est parti au tableau pour proposer une solution qui n'a pas de rapport avec ce qui est demandé comme le montrent les répliques suivantes :

> **D'501. P** : $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$ sont ?
> **D'502. E** : Sont deux angles complémentaires.
> **D'503. P** : Sont des angles complémentaires pour dire quoi ? Sont des angles complémentaires ?

Cela n'a pas empêché le professeur de laisser l'élève continuer son raisonnement alors qu'il avait commencé son travail avec une hypothèse fausse.
N'aurait-il pas fallu l'arrêter et lui demander pourquoi les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$ sont complémentaires et qu'appelle-t-on angles complémentaires ?
Ne trouvant pas d'autre alternative, le professeur a démontré tout seul le théorème, le résultat que les élèves étaient censés découvrir pour une bonne appropriation. Une meilleure supervision du travail des élèves aurait sûrement permis au professeur d'orienter, de guider et d'apporter de l'aide aux élèves afin de les amener à découvrir la

[127] https://perso.univ-rennes1.fr/marie-pierre.lebaud/IREM. Consulté le 24 septembre 2019.

nouveauté qu'on veut leur enseigner. Ce qui supposait une organisation des élèves en groupes pour mieux gérer l'effectif très important et l'application de quelques principes de l'étayage que sont :

- **l'enrôlement** qui consiste à susciter l'intérêt de l'élève ;
- **la réduction des degrés de liberté** qui consiste à décomposer une tâche complexe en des tâches simples ;
- **le contrôle des frustrations** qui consiste à assister l'élève sans se substituer à lui ;
- **la démonstration** qui consiste à présenter un modèle que l'élève pourrait imiter.

De plus, en effectuant la démonstration, le professeur s'est contenté de proposer une solution sans que les élèves ne sachent ce qui la motive. N'aurait-il pas été plus formateur d'insister sur les questions que l'élève doit se poser en situation de résolution de problème : quelles sont les hypothèses ? Quel est le résultat à démontrer ? Quels sont les résultats à notre disposition en rapport avec les hypothèses ? Etc.

➢ **Séquence 9 et 10 :** Pour ces deux séquences, le professeur s'est fait aider par les élèves pour rédiger la démonstration d'Euclide en langage moderne. On note une bonne interaction, entre le professeur et les élèves, qui a permis à ces derniers de traduire le dialogue **D'902. E** « en tout triangle » par le dialogue **D'905. P** « pour tout triangle » et le dialogue **D'908. E** « les deux côtés de quelque façon qu'ils soient pris » par le dialogue **D'918. E** « la longueur des deux côtés quelconques ». Cette traduction n'est pas évidente pour des élèves de Quatrième car elle demande la compréhension du texte historique et la recherche dans le langage mathématique moderne d'expressions qui traduisent la même idée.

  Néanmoins le professeur n'a pas continué dans cette lancée en associant les élèves à la traduction de l'étape Apodeixis ; la course contre la montre y est sûrement pour quelque chose. Pourtant la traduction de cette étape ne comporte pas de difficulté majeure et les élèves pouvaient y arriver avec le jeu de questions utilisé au départ.

  Ces six étapes de la démonstration d'Euclide sont à vulgariser comme méthode pédagogique dans le cadre de l'apprentissage de la démonstration, pour permettre à l'élève de suivre une démarche qui dans beaucoup de cas peut mener à la solution recherchée. On peut les faire découvrir aux élèves à travers deux ou trois démonstrations d'Euclide et ensuite leur demander d'utiliser la même démarche pour démontrer un résultat comme le théorème de Pythagore, la somme des angles d'un triangle est égale à 180^o, etc.

Moments de l'institutionnalisation : l'objectif étant la connaissance du critère d'existence d'un triangle à partir de trois nombres donnés, l'institutionnalisation (qui n'a pas été faite) devait consister à faire ressortir ce critère par les élèves à travers des questions du type :

- quel est le résultat démontré-? (réponse attendue : théorème 13) ;
- qu'est-ce qu'il nous apprend ? (réponse attendue : énoncé du théorème 13).

Moment de l'évaluation : l'institutionnalisation n'ayant pas eu lieu, le professeur n'a pas eu de matière pour faire une évaluation.

Moment de l'Histoire des mathématiques : ce moment concerne les séquences 6, 7, 8 et 11 que nous ne retrouvons pas dans les trois moments didactiques. Cette situation est compréhensible avec la première question qui est purement mathématique, mais tel n'est pas le cas de la deuxième qui reprend la démonstration d'Euclide contenue dans ces éléments. L'aspect mathématique est certes présent, mais l'aspect historique n'est pas en reste avec le vocabulaire utilisé, la notation de certains concepts et les différentes étapes utilisées par Euclide pour démontrer le résultat.

- **Séquences 6, 7 et 8 :** Dans ces trois séquences le professeur interroge les élèves sur Euclide et son œuvre en leur demandant de répondre sans lire la fiche d'activité qui comporte les réponses :

  > **D'711. P** : Tu es en train de lire ou bien tu es en train de lire comme ça parce que tu le connais / tu es en train de lire où ?/ *inaudible* / tu es en train de lire / c'est sans lecture euh / quelqu'un qui connait déjà quelque chose d'Euclide sans lire la fiche / Mariama hein / tu connais rien d'Euclide sans lire la fiche ? /quelqu'un ? / Comment tu t'appelles ?

  N'aurait-il pas dû les préparer à cette restitution au moment de la recherche de l'activité :

  - en leur demandant de lire, de prendre des notes et de retenir les principales informations sur la vie d'Euclide et de son œuvre ;

  - en leur annonçant qu'un quiz sur Euclide allait être organisé au moment de la correction entre les six groupes et que les membres du groupe gagnant auraient chacun 2 points de plus au prochain devoir ?

  Il n'a pas permis ainsi aux élèves de jouer en apprenant, avec une récompense qui aurait poussé chaque groupe à donner le maximum pour obtenir la victoire. Cette approche aurait pu rendre le cours plus plaisant et contribuer à dissiper la phobie des mathématiques chez les élèves.

  Nous avons noté toutefois durant ces séquences l'engouement des élèves pour les questions portant sur les informations historiques. Beaucoup d'entre eux levaient ou claquaient les doigts pour être interrogés ; ce qui n'était pas le cas pour les autres questions purement mathématiques de l'activité.

  Cet intérêt manifesté pour Euclide et son œuvre se retrouve dans le questionnaire posé un an après l'expérimentation (voir VII.3.2.2.3.), avec 51% des élèves qui affirment qu'Euclide est le fondateur de la géométrie grecque alors qu'avant l'expérimentation, rares étaient ceux qui avaient entendu parler de lui.

  En outre un élève sur deux, en moyenne, a bien répondu aux questionnaires sur Euclide avec un pic de 90 % pour la proportion d'élèves qui savent encore un an après qu'Euclide est un Grec (voir VII.3.2.3.1.).

- **Séquence 11 :** Dans cette séquence le professeur écrit au tableau le nombre MDCXXXII et demande aux élèves « La date à laquelle le théorème a été démontré » comme l'indique la réplique D'1101 :

  > **D'1101. P** : Oui / c'est ça la date / qui peut / qui peut lire / qui peut lire et nous dire exactement la date en français ? / La date à laquelle le théorème a été démontré

  Le théorème n'a pas été démontré en 1632 (MDCXXXII en écriture romaine), car l'auteur de la démonstration est Euclide et il a vécu au III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. Le nombre romain MDCXXXII représente l'année d'une traduction en français du texte original d'Euclide écrit en grec. Cette information étant précisée sur la fiche d'activité du professeur, une bonne appropriation de celle-ci s'imposait pour éviter des erreurs préjudiciables à la compréhension de l'élève.

Néanmoins la stratégie adoptée par le professeur, consistant à demander à l'élève ce que représentent le M, le D, le C, le X et le I, a permis à l'élève de découvrir de nouveaux chiffres, les chiffres romains. L'identification de ces chiffres pourrait également se faire en rapport avec la date d'indépendance du Sénégal qui est gravée en chiffres romains sur le monument de l'indépendance que la grande majorité des élèves connaissent à travers les photographies sur la page de couverture des cahiers.

VII.2.2.3. Conclusion

L'expérimentation a révélé des points faibles liés à une mauvaise organisation de la classe, à une absence de supervision du travail des élèves et à un manque d'appropriation des contenus qui ont comme conséquences la non découverte par les élèves de résultats importants de l'activité et une mauvaise gestion du temps qui a conduit à un dépassement de 30 minutes.

Toutefois elle a permis de voir que l'utilisation des textes historiques en classe est possible et plein d'enseignements. Néanmoins elle exige de la part du professeur une bonne appropriation des contenus, une organisation avant le cours de la classe entre quatre et six groupes pour une bonne gestion du nombre élevé d'élèves et une supervision de leur travail qui permet de les orienter et d'éviter les pertes de temps.

Parmi ces enseignements, des situations possibles de dépaysement de l'élève ont été identifiées avec :

- le segment *[AB]* qui est noté *AB*, de la même manière que la distance ;
- l'angle $\widehat{ABC}$ qui est noté *ABC*, de la même façon que le triangle ;
- la somme $AB + AC$ qui est notée *AB&AC*, le symbole *&* représentant le « et » français ;
- le français du XVII$^{\text{ème}}$ siècle avec des expressions et des mots différents de ceux employés de nos jours comme: « d'iceluy » à la place de « celui-ci », « deux coftez de quelle façon qu'ils soient pris » pour « deux côtés quelconques » et une consonne « s » écrite comme un « f » (avant un « t ») ;
- le système de numération romaine qui n'est pas un système de position mais un système mixte additif et positionnel comme le système décimal de position employé actuellement ;
- le résultat démontré par Euclide il y a plus de 2000 ans et qui est encore actuel, car figurant en bonne place dans les programmes de Sixième et de Quatrième du Sénégal.

Malheureusement elles n'ont pas été exploitées convenablement par le professeur, ce qui explique, selon Barbin (1997, p. 22), la difficulté de mesurer chez les élèves l'impact du « choc culturel qui peut satisfaire aux fonctions vicariantes et dépaysantes de l'Histoire ».

Ce dépaysement, cette rupture par rapport à des certitudes ancrées dans l'esprit des élèves, peut créer des conditions propices à de nouveaux apprentissages surtout quand on y associe le jeu (Génies en herbes ou jeux de risques) qui « permet de développer la motivation et la concentration des élèves et d'encourager leur esprit d'autonomie et d'initiative »[128].

En plus du théorème 13 qui est actuel, la lecture du texte historique d'Euclide donne l'occasion aux élèves de découvrir la démarche en six étapes d'Euclide (Protasis, Ekthesis, Diorismos, kataskeuè, Apodeixis et Sumperasma) pour faire une démonstration.

Cette démarche leur est accessible et peut être mise à profit dans de nombreuses démonstrations.

VII.2.3. Expérience 3 : historique des nombres

VII.2.3.1. Analyse *a priori* des tâches des élèves

Les tâches suivantes au nombre de trois ont été identifiées pour l'analyse.

- **T_1 : Fais une recherche sur Internet.**

  Le professeur demande aux élèves de faire une recherche sur Internet sans s'assurer que les élèves savent le faire. N'aurait-il pas dû leur demander s'ils savaient le faire et même mieux les accompagner dans cette recherche :

  - en leur faisant découvrir des moteurs de recherches comme Google et comment on s'en sert pour faire une recherche ;
  - en leur indiquant des sites où ils peuvent trouver la bonne information ;
  - en leur indiquant comment recueillir l'information (copier ou télécharger) et comment la traiter.

  En outre la consigne ne s'adressait pas à un élève mais plutôt à un groupe d'élèves ; ce qui supposait une certaine organisation du groupe que le professeur devait aider à mettre en place à travers :

  - le choix d'un modérateur et d'un rapporteur ;
  - la répartition du travail (un sous-groupe travaille sur les entiers naturels, un autre sur les décimaux, …, par exemple) ;
  - l'élaboration d'un calendrier de travail.

- **T_2 : Recueille des informations sur l'historique des nombres.**

  Le recueil d'informations n'était pas aussi évident pour des élèves qui ne sont pas habitués à ce type de tâches. Il s'agissait d'identifier les informations en rapport avec la recherche et de les organiser pour répondre à la question posée. Ce qui demandait un accompagnement du professeur durant tout le processus.

  En dehors du travail technique, le professeur devait veiller également à la compréhension des mots clés ou difficiles comme « historique » en suggérant aux élèves de chercher des synonymes dans un dictionnaire.

- **T_3 : En utilisant le modèle ci-dessus, construis une ligne de temps retraçant l'historique des nombres**.

  Avant d'utiliser le modèle, il fallait le comprendre et se l'approprier. Un modèle a été proposé pour que les élèves s'en inspirent, malheureusement il n'a pas fait l'objet

[128] MEN/DGESCO, promotion des disciplines scientifiques et technologiques : une nouvelle ambition pour les sciences et les technologies à l'école, p. 12 (http://physique.discipline.ac-lille.fr/autour-des-sciences/plan-sciences-a-lecole-1/copy_of_plan-sciences. Consulté le 26 septembre 2019.

d'explications et de commentaires pour que l'élève sache qu'une ligne de temps retraçant l'historique des nombres doit être constituée d'une droite graduée et orientée :
- en dessous de la droite et au niveau des graduations on indique dans l'ordre croissant, l'année ou la période d'existence, de la création ou de l'invention de chaque type de nombre ;
- au dessus de la droite et au niveau des graduations on indique pour chaque époque ou année, le type de nombres correspondant.

VII.2.3.2. Analyse du déroulement de la séance

Le modèle des moments didactiques de Chevallard s'intéresse au moment de l'étude et de la recherche de l'activité, au moment de l'institutionnalisation et à celui de l'évaluation. Or pour cette activité, la recherche étant faite hors de la classe, nous avons remplacé le moment de l'étude et de la recherche de l'activité par la présentation des résultats de la recherche du groupe d'élèves. C'est ainsi que l'analyse a porté sur la présentation des élèves, l'institutionnalisation constituée par l'apport d'informations du professeur, l'évaluation et le moment de l'Histoire des mathématiques qui est concerné par les neuf séquences de la séance.

Moment de la présentation plénière

Il est constitué des trois premières séquences comportant la représentation de la frise chronologique au tableau, la présentation des membres du groupe et l'exposé du rapporteur.

- **Séquence 1 :**

  La représentation faite par les élèves au tableau montre qu'ils ont élaboré une ligne de temps de l'année de publication de trois ouvrages qui traitent des nombres. Ces ouvrages sont *L'empire des nombres* de Denis Guedj publié en 1997, *L'aventure des nombres* de Gilles Godefroy publiée en 1997 et l'ouvrage de Mainzer, publié en 1998 et intitulé *Nombres, leur histoire, leur place, leur rôle de l'antiquité aux recherches actuelles.*
  Les élèves ont effectivement effectué une recherche sur Internet ; ce qui leur a permis d'avoir ces trois ouvrages qu'on retrouve sur la Toile. Ils ont en outre respecté le canevas d'une frise chronologique ; celle-ci étant constituée d'une droite orientée comportant des années rangées dans l'ordre croissant et marquant des événements logés dans des rectangles.
  Cependant la production de l'élève ne correspond pas à celle attendue qui doit retracer dans l'ordre les années d'apparition ou de création des différents ensembles de nombres vus par les élèves. Les élèves ont certes fait une frise chronologique, mais en utilisant les dates de parution des livres. Il y a eu donc une incompréhension d'une partie de la consigne. Cette compréhension par les élèves du mot « historique » est importante pour répondre à la consigne et le professeur devait s'en assurer ; ce qui n'a pas été le cas.

- **Séquence 2 et 3 :**

Après la construction de la frise chronologique, le groupe s'est fait représenter par trois de ses membres pour présenter l'exposé, avec un modérateur, une présentatrice des onze membres du groupe et un rapporteur. Ce dernier a commencé sa présentation par la définition d'un nombre rationnel, avant d'évoquer des notions pas encore vues par les élèves telles que les nombres premiers entre eux, le développement périodique d'un nombre rationnel, la notion de base et d'anneau. La présentation a été saluée par une salve d'applaudissements des élèves.

On se serait attendu à ce que l'exposé porte sur des commentaires concernant la frise, mais à la place le groupe d'élèves a proposé des définitions et a parlé de notions n'ayant aucun sens pour eux et sans rapport avec la frise. Le travail de recherche étant une activité tout à fait nouvelle pour eux et le professeur, nous pouvons aisément comprendre les difficultés des élèves à réaliser la production attendue. N'ayant pas été orientés par le professeur, les élèves n'ont-ils pas procédé comme dans les activités mathématiques usuelles qui commencent en général par des définitions ? En effet pour étudier une notion mathématique, beaucoup de professeurs commencent par la définir même si le programme ne le demande pas. C'est le cas de la notion de droite, d'équation du type $ax + b = 0$, où le professeur donne des définitions (souvent erronées ou hors de la portée des élèves) alors que le programme du Collège n'en fait pas une exigence.

La notion de contrat didactique est au cœur de cette problématique, car les élèves pensent que la proposition de définitions est une attente du professeur du fait que les leçons de mathématiques se déroulent de cette manière en général. Ce qui pose la nécessité d'expliciter les attentes et dans le cas d'une activité nouvelle comme un travail de recherche d'accompagner les élèves dans tout le processus.

Moment de l'institutionnalisation

Il concerne les six séquences numérotées de 4 à 9.

- **Séquences de 4 à 9 :**

Après l'exposé des élèves, le professeur a pris la parole pour présenter son apport d'informations sous forme de Powerpoint. C'est ainsi qu'il a parcouru pendant 35 mn les 30 diapositives pour retracer l'historique des nombres avec quelques interventions des élèves.

Dans ces commentaires, on retrouve des propos pertinents du type :

> **NR.6.13. P** : Vous avez vu / donc tout ce qu'on vient de voir et très important c'est combien d'années qui est avant J.-C. / beaucoup d'années / des centaines, voire des milliers d'années avant J.-C. / Et donc vous voyez les gens étaient de grands mathématiciens et de grands savants / ils inventaient des choses / des choses qui sont véritablement ingénieux par rapport à ce que nous faisons /

> **NR.9.10. P** : Georges Burgie / voilà / et d'autres / bien d'autres avant eux / et en général / en général c'est l'ensemble des civilisations qui ont contribué / Parce que même nous africains du Sud du Sahara nous ne sommes pas exclus / Puisqu'on a beaucoup parlé d'Égypte, on a parlé des Arabes / l'Égypte et vous savez que / que notre histoire est très liée à celle de l'Égypte / Donc nous pouvons considérer que nous aussi nos ancêtres ont participé à l'évolution des / des nombres / à leur découverte et à leur amélioration /

mais aussi des digressions comme :

> **NR.4.01. P :** Découverte on a dit / Euh / comporte vingt / euh / 29 encoches taillées sur un os de babouin découvertes en Afrique du Sud / le babouin c'est un animal qui ressemble au singe /
>
> **NR.7.05. P :** Le prêtre / non, c'est plus grand que le prêtre / le Pape c'est ? / C'est le patron de l'Église du monde entier / tous les chrétiens du monde, où qu'ils puissent se trouver c'est le Pape qui est leur patron / n'est-ce pas ?

Il nous semble important que le professeur traite, avant l'apport d'informations, la production des élèves en leur montrant en quoi ils ont réussi tel ou tel point ; pourquoi il y a eu des insuffisances ailleurs, et ce qu'il faut faire pour améliorer les manquements.

Pour ce qui est des digressions qu'on retrouve dans la présentation du professeur, ils peuvent s'expliquer par une insuffisance d'appropriation, surtout qu'il n'a pas participé à l'élaboration du Powerpoint.

Toutefois le fait de donner la parole aux élèves pour lire le système de numération arabe est une bonne initiative qui a permis aux élèves de participer à la présentation du professeur. D'ailleurs n'aurait-il pas fallu le faire pour toutes les diapositives, en posant des questions aux élèves pour leur permettre de reprendre la frise chronologique après l'apport d'informations ? Ainsi l'élève s'extrait de sa situation de spectateur pour participer de manière active à la construction de son savoir.

VII.2.3.3. Conclusion

L'expérience donne une idée de l'évolution des nombres dans le temps et dans l'espace en montrant que cette évolution est le fait de l'homme. Ainsi l'histoire mathématique en jeu dans cette activité est perçue comme un objectif en soi selon la catégorisation de Jankvist.

En outre la réalisation de l'activité de recherche a révélé que c'était la première fois que les élèves s'engageaient dans ce type d'activités pourtant très formateur pour eux. Non seulement il les initie à la recherche documentaire qui est indispensable pour l'accès aux informations riches et variées de la Toile mondiale, mais aussi il forme l'élève au travail collaboratif et à la communication qui sont des compétences de vie indispensables, que les activités traditionnelles de mathématiques ne permettent pas en général d'installer.

Le fait que l'activité de recherche soit en rapport avec le cours dispensé « les nombres rationnels », peut constituer une source de motivation de l'élève pour ce cours

La recherche sur l'Histoire des nombres a aussi permis à l'élève de découvrir entre autres que la plus ancienne trace numérique date de - 35 000 ans et est constituée d'encoches taillées sur un os de babouin. Ces encoches vont évoluer pour donner en - 8 000 les *calculi,* qui à leur tour seront remplacés en – 4 000 par les premiers chiffres de l'Histoire, période qui correspond à la naissance de l'écriture en Mésopotamie. L'activité a également montré que l'écriture des nombres décimaux a été stabilisée durant le XVI^{ème} siècle, les nombres négatifs

que les Chinois utilisaient depuis le 1er siècle ont acquis le même statut que les nombres positifs au XIX^{ème} siècle.
Toutes ces informations données par le professeur, n'ont pas manqué de créer l'étonnement qui se lisait sur le visage de certains élèves, mais ont aussi permis aux élèves de voir les mathématiques comme une activité humaine à laquelle ont participé toutes les civilisations. L'historique des nombres a également montré que l'activité mathématique trouve son ancrage dans la culture scientifique et technique d'une époque.
En effet les encoches de la plus ancienne trace numérique datent du paléolithique qui est caractérisé par un art qui se développe sous « forme de gravures réalisées sur des ustensiles ou sur des plaquettes d'os »[129]. Concernant la période - 8 000 où les encoches ont été remplacées par les disques et cônes en argile (les *calculi*), elle correspond au néolithique qui est caractérisé par le triomphe de l'architecture et d'une céramique aux formes infinies. Avec l'apparition de l'écriture en – 4 000 les *calculi* ont été abandonnés pour laisser la place aux chiffres écrits sur l'argile ou sur du papyrus.
Ainsi on retrouve à travers cette activité, les mathématiques comme objet d'étonnement, les mathématiques comme activité humaine et les mathématiques comme produit de la culture technique d'une époque. Il nous est difficile de dire si l'activité a permis, aux élèves, en référence aux trois hypothèses de Barbin, Janhke *et al.* :

- de voir les mathématiques comme une activité et non pas de les voir seulement comme un corpus scolaire ;
- de s'étonner grâce à l'Histoire qui nous rappelle que les concepts ont été inventés ;
- ou de situer la production mathématique dans la culture scientifique et technique d'une époque, dans l'Histoire des idées et des sociétés.

Cependant si on se fie aux transcriptions des dialogues et à la description des scènes de l'expérimentation (voir chapitre VI, VI.3.5) beaucoup de changements ont été constatés notamment :

- l'engouement des élèves pour la réécriture de 1632 en chiffres romains (voir Fig. 6.21) et pour la lecture des lettres de l'alphabet arabe :

> **NR.7.07. P** : **…** / et c'est ça donc la numération arabe / de la droite vers la gauche / qui peut lire ?
> **NR.7.08. E** : Monsieur, monsieur.
> **NR.7.09. P** : Qui peut / lève / lire / oui / parle fort / mets-toi debout mademoiselle / *inaudible* /de la droite vers la gauche / un autre volontaire / oui / oui parle fort.
> **NR.7.10. E** : *wahid, isnayma, talata, arba, hamsa.*

- La grande concentration observée sur des élèves (voir Fig. 6.22) qui d'habitude étaient très agités (ne sont-ils pas subjugués par tout le travail mathématique ingénieux qui a été fait des centaines, voire des milliers d'années ?).
- La prise de notes volontaire des élèves (voir Fig. 6.25) qui montre qu'ils étaient intéressés par les informations qui défilaient sous leurs yeux.

Ce qui nous amène à proposer que ce type d'activités de recherche, qui demande environ une heure de présentation, soit inscrit une fois par mois dans le travail de classe à travers des thèmes ciblés et figurant dans le programme. De plus l'aspect formateur de ces activités de

[129] Microsoft Encarta 2008 – Etudes DVD © 2007 Microsoft corporation.

recherche nous conforte dans l'idée d'attribuer une note au groupe des exposants, comme ça se fait dans les autres disciplines.
Toutefois le changement opéré aurait été beaucoup plus ressenti chez les élèves s'ils avaient bénéficié d'un bon accompagnement dans la compréhension de la consigne, dans la recherche des documents et dans leur exploitation pour élaborer la frise chronologique.

VII.2.4. Expérience 4 : Mise en équation

VII.2.4.1. Analyse *a priori* des tâches des élèves

Pour réussir l'activité de mise en équation proposée, nous avons identifié les cinq tâches suivantes :

- **T_1 : le côté du carré étant inconnu, supposons qu'il soit égal à x.**
  Cette phrase proposée à l'élève pour le choix de l'inconnue ne constitue pas une tâche ; d'ailleurs elle ne comporte pas de consigne. Ce qui peut désorienter l'élève car il ne sait pas concrètement ce qu'il doit faire au niveau de cette étape.
  La consigne « identifie dans le problème la quantité inconnue et nomme la x, en écrivant « soit x … » et en remplaçant les pointillés par la quantité inconnue ne serait-elle pas plus explicite ?
- **T_2 : le côté du carré étant égal à x, à quoi serait égale l'aire du carré ?**
  Cette consigne ne comporte pas de difficulté pour un élève qui connaît la formule de l'aire d'un carré. Ce qui fait de cette formule un prérequis à vérifier.
- **T_3 : Traduis par une opération « la soustraction du côté d'un carré de l'aire du carré ».**
  La consigne n'est pas explicite car un élève peut y répondre en écrivant :
  « aire du carré – côté du carré ». Pour obtenir la réponse attendue « $x^2 - x$ », n'aurait-il pas fallu demander à l'élève de « traduire par une opération, et en fonction de x, la soustraction du côté d'un carré de l'aire du carré » ?
- **T_4 : traduis par une égalité : « le résultat de la soustraction est 14,30 ».**
  Pour cette tâche, la remarque précédente reste valable. La consigne « traduis par une égalité et en fonction de x, le résultat de la soustraction est 14,30 » est plus précise.
- **T_5 : mets en équation le problème 24 du papyrus de Rhind** « ***Une quantité et son* 1/7 *mises ensemble deviennent 19. Quelle est cette quantité ?*** ».
  Cette tâche suppose que l'élève maîtrise les différentes étapes de mise en équation que sont le choix de l'inconnue et la traduction des données par une égalité. Ce qui est normalement le cas car la tâche est donnée dans le cadre d'un exercice d'application, après l'activité de découverte des étapes de mise en équation et l'institutionnalisation. Toutefois on peut se poser des questions sur la pertinence de l'interrogation « quelle est cette quantité ? ». En effet l'objectif de cette expérience est la mise en équation d'une situation simple et non la résolution de cette situation pour déterminer la quantité inconnue.

VII.2.4.2. Analyse du déroulement de la séance

Le déroulement de la séance est visualisé par six séquences réparties selon les quatre moments suivants pour leur analyse.

Moment de l’étude et de la recherche de l’activité : il concerne la séquence 1 pour la lecture de l’activité et les séquences 2, 3 et 4 pour la correction au tableau. La phase recherche des élèves n’a pas été filmée.

- **Séquence 1 :**

  Cette séquence constitue la première rencontre de l’élève avec la notion de mise en équation à travers une lecture à haute voix par un ou deux élèves. Cependant la lecture a pris beaucoup de temps car chaque fois que la voix d’un élève n’était pas audible, le professeur demandait à un autre élève de reprendre la lecture.

  N’aurait-il pas fallu dans ce cas arrêter l’élève à la fin de chaque phrase lue et demander à un autre de poursuivre en lisant à haute voix ? D’ailleurs tous les élèves avaient sous les yeux le texte et si nous avons opté pour une lecture à haute voix, c’était pour capter leur attention, répondre éventuellement à des questions de compréhension et les engager dans la recherche de l’activité.

  Cette lecture à haute voix a créé un grand engouement chez les élèves qui ont rivalisé de claquements de doigts pour être interrogés.

- **Séquences 2, 3 et 4 :**

  Les trois séquences mettent en scène deux élèves envoyés au tableau à tour de rôle pour corriger l’activité après dix minutes de recherche. La correction s’est faite avec le professeur comme le montre les dialogues suivants :

  > **ME2.03. P** : « mets l’aire du carré est », « tu mets / attend / tu mets le côté du carré étant inconnu », « tu mets supposons ».
  > **ME2.09. P** : « tu mets A majuscule ».
  > **ME2.12. P** : « donc tu mets égal sur la même ligne ».
  > **ME3.07. P** : « tu mets deuxièmement », « tu mets la soustraction du côté ».
  > **ME3.09. P** : « tu mets d’un côté du carré de l’aire ».
  > **ME4.03. P** : « donc on met égal, ensuite on donne le résultat ».

  Le nombre de fois élevé de l’utilisation du verbe « mets » montre la grande implication, dans la correction, du professeur qui dicte à l’élève la trace écrite.

  Ainsi on peut se demander à quoi servent la recherche et le travail de l’élève ? Cette situation fait-elle de l’élève l’acteur de la construction de son savoir comme préconisé dans les méthodes actives en vigueur ?

  Envoyer les élèves au tableau n’est-il pas encouragé dans nos pratiques de classe, du fait que cela permet à l’élève d’exposer le résultat de sa recherche et au professeur d’analyser ce résultat et de poser les bonnes questions susceptibles d’installer dans la classe le conflit sociocognitif ?

  Malheureusement le professeur n’en a pas tenu compte, comme le révèle les répliques suivantes dans lesquelles l’élève fait des propositions que le professeur n’écoute pas et parle d’autres choses.

ME2.04. E : Donc l'aire du carré est égale.
ME2.05. P : Soit égal à x voilà / à la ligne /
ME2.06. E : Donc l'aire du carré est égale.
ME2.07. P : en général comment on note l'aire du carré / La notation c'est ? / Par quelle lettre ? / Est-ce que c'est la lettre « f » ? / Est-ce que c'est la lettre « f » qui permet de noter l'aire du carré ou l'aire de façon générale ? / On note par quelle lettre ?

Moment de l'institutionnalisation : Après la découverte des différentes étapes de la mise en équation, le professeur a énoncé une règle que l'élève peut suivre pour mettre en équation un problème; mais cette séquence n'a pas été filmée.

Moment de l'évaluation : il est pris en charge par les deux séquences suivantes :

- **Séquences 5 et 6 :**

Après la découverte et l'institutionnalisation des différentes étapes à suivre pour une mise en équation, le professeur a proposé un problème de mise en équation que les élèves ont cherché pendant 10 minutes avant la désignation de l'un d'entre eux pour la correction.
Le professeur est resté la plupart du temps comme dans l'activité à côté de l'élève pour lui dicter ce qu'il devait écrire comme l'attestent les dialogues suivants :

ME5.01. P : Choix de l'inconnue / deux points. / Tu vas, tu vas utiliser donc quelle lettre x / *inaudible* / Soit x / Soit x cette quantité. / Soit x cette quantité. / Suivez c'est très important. / Soit x cette quantité. / Cette quantité. / Cette, cette quantité. / Cette quantité, Très bien, à la ligne. / Tu mets donc / donc le problème devient. / Donc le problème devient / deux points. / Il faut continuer sur la même ligne. / Que devient le problème ? / Qu'est-ce que tu proposes ?
ME5.15. P : égal 19 / $x + \frac{1}{7}$ / Appuie sur la craie. / Appuie sur la craie / $x + \frac{1}{7}$ / 1 sur sept / Non, non, ne mets pas la barre comme ça. / Tu notes comme tu as l'habitude de noter en classe. / Reprends c'est mal, c'est mal posé. / Il doit y avoir un parallélisme entre le signe « + » et la barre de fraction. / Voilà, le signe « = » également doit être parallèle à la barre de fraction que tu viens d'écrire / égal / le signe « = » doit apparaitre clairement. / Voilà / égal 19 / All right, très bien / Enlève ce petit trait là /

N'aurait-il pas été souhaitable quand un élève est au tableau que le professeur s'écarte de lui pour le pousser à parler fort et demande au besoin l'avis de ses camarades quand l'élève n'était pas sur la bonne voie ?
Ainsi le professeur aurait le recul nécessaire pour bien appréhender les enjeux et faire une bonne synthèse ; ce qui aurait pu lui éviter des erreurs du type $x + \frac{1}{7} = 19$ qu'il a heureusement décelées. D'ailleurs cette erreur a résulté du fait que le professeur a voulu tout de suite obtenir la somme $x + \frac{1}{7}x$ comme le montre le tour de parole :

ME5.09. P : on a dit cette quantité, une quantité et son septième mises ensemble / comment on va le traduire mathématiquement ?

N'aurait-il pas été plus pertinent de demander à l'élève à quoi est égale la quantité, ensuite son septième et enfin une quantité et son septième mises ensemble ?
En procédant ainsi on aurait suivi les différentes étapes de la mise en équation ; ce qui était attendu de l'exercice d'application.

Moment de l'Histoire des mathématiques : Aucune séquence ne traite de l'Histoire des mathématiques et c'est pourtant l'objectif de l'expérimentation ; ce qui explique le choix du papyrus de Rhind et des tablettes babyloniennes pour sélectionner des problèmes à mettre en équation. Cette situation nous montre que le choix d'éléments historiques ne suffit pas dans le cas de l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques ; il faut procéder à leur exploitation comme le préconise De Vittori (2015, p. 7) en ces termes : « Un nom, une notice biographique, un portrait peut passer totalement inaperçu aux yeux des élèves si aucun travail n'est engagé ».

C'est le cas de cette expérience où les opportunités d'évoquer l'Histoire étaient nombreuses. L'occasion était donnée d'entretenir les élèves au niveau de la première séquence sur :

- le support d'écriture des Babyloniens ;
- comment sont confectionnées les tablettes ;
- pourquoi donner un nom à la tablette ?
- où se trouve le British Museum et quelle est son importance ?
- la nature des mathématiques babyloniennes qu'on a vues lors de la première expérimentation.

C'est également le cas des séquences 5 et 6 où on peut parler de la forme et nature du papyrus de Rhind ; du nom de l'acheteur du papyrus ; d'Ahmes, le scribe qui a écrit le papyrus ; du nombre de problèmes que comporte le papyrus et de leur nature.

Toutes ces informations peuvent aider à capter davantage l'attention des élèves et à les mobiliser pour la mise en équation.

VII.2.4.3. Conclusion

Dans cette expérience l'Histoire des mathématiques est convoquée comme outil pour l'atteinte d'un objectif mathématique, à savoir la mise en équation d'une situation simple. Dans l'activité introductive et dans l'exercice d'application, nous avons choisi des situations simples tirées de l'Histoire pour montrer à l'élève l'origine ancienne des mathématiques, la nature des problèmes que les anciens se posaient et les supports sur lesquels ils les écrivaient. On donne ainsi à l'élève l'occasion de découvrir :

- d'une part les tablettes babyloniennes comportant des caractères en forme de coins (écriture cunéiforme) inscrits dans l'argile fraiche. Séchées au soleil, ces tablettes datent de plus de 1500 ans avant J.-C. d'après Hilgert (2014).
- D'autre part le papyrus (qui est l'ancêtre du papier) ou feuille de papyrus qui est un support d'écriture obtenu par superposition de fines lamelles tirées des tiges de la plante Cyperus papyrus ; son invention remonte à près de 5000 ans[130].

Les élèves vont aussi remarquer à travers ces deux situations que les problèmes babyloniens et égyptiens n'étaient pas énoncés de la même manière. Les premiers sont exprimés en langage géométrique et les autres traitent de quantités inconnues en rapport sûrement avec les préoccupations de l'époque qui tournent autour de l'arpentage, du commerce, de l'architecture, etc.

Dans cette expérience l'objectif est certes la mise en équation, mais si on a choisi des problèmes historiques c'est pour accompagner l'acquisition de la technique mathématique par

---

[130] https://fr.wikipedia.org/wiki/Papyrus_(papier). Consulté le 29 janvier 2019.

des commentaires historiques afin de permettre à l'élève de voir les mathématiques comme une activité humaine qui diffère d'une civilisation à une autre. Cette vision des mathématiques va créer ainsi un dépaysement chez l'élève et le pousser à se poser beaucoup de questions sur les mathématiques et *de facto* à s'intéresser à cette discipline.
Cela suppose que le professeur ait une bonne formation en Histoire des mathématiques, ou qu'il aille au-delà des informations contenues dans les fiches d'expérimentation. Ce qui n'a pas été le cas du professeur expérimentateur ; d'ailleurs dans le déroulement du cours il n'a fait nulle part de commentaires historiques, même dans le cas de la lecture de l'activité où l'occasion s'est présentée à plusieurs reprises.
Ce qui explique les mauvais scores obtenus par les élèves dans le questionnaire qui est traité plus loin (voir VII.3.2.5.), pour lequel les réponses aux questions liées à Diophante et à la manière d'écrire les équations varient entre 0 % et 17 %.
Concernant les autres aspects de l'expérimentation, des efforts sont notés dans la gestion du temps, car malgré les minutes perdues avec les changements inopportuns de lecteurs qui se manifestent par 36 répliques (de **ME1.07. P** à **ME1.42. P**), l'activité a pu se dérouler en 1 h 15min, soit un dépassement de 15 minutes par rapport au temps prévu. Cependant beaucoup reste à faire dans la supervision du travail de recherche des élèves, dans la gestion de l'élève au tableau à qui on doit laisser plus d'initiatives, et dans la prise en charge du genre qui doit amener le professeur à ne pas interroger uniquement les garçons comme c'est le cas, mais à travailler aussi avec les filles.

VII.2.5. Expérience 5 : Résolution d'une équation du type $ax + b = 0$

VII.2.5.1. Analyse a *priori* des tâches

Les quatre tâches suivantes ont été identifiées pour la réalisation de l'activité :

- **T_1 : applique l'opération « al-jabr » à l'équation $ax + b = 0$ en ajoutant à chacun de ses membres l'opposé de b.**

  Cette tâche ne doit pas en principe poser de problème à l'élève surtout qu'un exemple lui a été proposé sur la fiche d'activité. Toutefois cet exemple doit être commenté et le professeur doit en profiter pour vérifier les prérequis indispensables à la réalisation de la tâche. Ils concernent la notion de « nombre rationnel opposé » et les propriétés « addition et égalité ». D'ailleurs ces prérequis ne sont pas lointains car ils figurent dans le premier chapitre du programme de la classe de Quatrième.

- **T_2 : et en réduisant.**

  Cette tâche suit la première ; or en choisissant la conjonction de coordination « et » l'élève peut commencer par n'importe laquelle des deux tâches. Par conséquent le « et » ne convient pas. On peut le remplacer par l'adverbe « puis » par exemple.
  De plus la consigne « et en réduisant » n'est pas explicite car on ne sait pas si c'est l'équation qui fait l'objet de la réduction ou chacun des membres de l'équation. Pour le premier cas l'élève ne sait pas ce que cela signifie ; par contre ayant rencontré la notion

de réduction d'une expression dans le chapitre 2 du programme de mathématiques de Quatrième intitulé « Calcul algébrique »[131], l'élève peut faire la tâche si on lui précise que ce sont les membres de l'équation qu'on réduit. Mais cela suppose qu'il n'a pas oublié comment on réduit une expression algébrique ; d'où la nécessité d'intégrer la technique de réduction d'une expression dans les prérequis à vérifier.

- **T_3 : applique l'opération « al-muqabala » à l'équation obtenue, en multipliant chacun de ses membres par l'inverse de a.**

  Les remarques notées dans la première tâche restent valables ici. En effet l'opération « al-muqabala » s'appuie sur la notion d'« inverse d'un nombre rationnel non nul » et sur la propriété « multiplication et égalité », traitées par les élèves en Quatrième et qui constituent par conséquent des prérequis à vérifier.

- **T_4 : et en simplifiant, déduis-en la valeur de l'inconnue x.**

  Cette consigne comporte les mêmes insuffisances que celles notées dans la deuxième. Ainsi pour la rendre plus précise il faudrait remplacer le « et » par « puis » , indiquer que ce sont les membres de l'équation qu'on doit simplifier et prendre en charge la simplification d'un quotient dans la vérification des prérequis.

VII.2.5.2. Analyse du déroulement de la séance.

Le déroulement de la séance comporte huit séquences réparties dans les moments suivants :

Moment de l'étude et de la recherche de l'activité : il est constitué de la séquence 1 qui concerne la lecture de l'activité et des séquences 2, 3, 4 et 5 qui retracent sa correction. La recherche a été faite à la maison.

- **Séquence 1 :**

  Cette séquence constitue le moment de la première rencontre en classe avec la situation élaborée. Cette rencontre s'est faite au détour d'une lecture de la fiche d'activité par une élève envoyée au tableau pour la correction.
  C'est une bonne chose, dans le cadre de la pédagogie active, de demander à un élève de lire l'activité. Mais était-il pertinent de le laisser lire toute la fiche d'activité qui tient sur une page ? Surtout que la lecture était défectueuse avec des mots mal prononcés et une ponctuation non respectée. N'aurait-il pas fallu interroger des élèves à tour de rôle pour lire les différents paragraphes du texte et accompagner cette lecture par des commentaires ? Ces commentaires sont importants surtout en ce qui concerne l'information historique, si on veut capter l'attention des élèves et les motiver à s'engager dans le travail. D'ailleurs c'est l'une des raisons qui nous avaient poussé à demander au professeur, dans le protocole, de lire la fiche d'activité. En effet les élèves l'avaient déjà lue et cherchée chez eux ; donc la lecture en classe devait se focaliser sur :

  - d'une part le commentaire des informations historiques, notamment le processus qui a amené les mathématiciens à désigner la lettre x comme inconnue ; cette lettre mythique suscite beaucoup de curiosités comme celle de cet élève de

[131] Commission Nationale de Mathématiques, (2006), *Programme de mathématiques pour la quatrième,* p. 58.

Sixième du Collège qui après le premier semestre nous avait abordé pour nous demander : « Monsieur quand est-ce qu'on va voir x ? ».

- D'autre part une bonne exploitation de l'exemple proposé sur la fiche qui peut servir au professeur pour expliquer que les deux opérations d'Al-Khwârizmî reposent essentiellement sur les propriétés « opérations et égalité » et les techniques de réduction et simplification d'expressions que les élèves ont traitées en classe.

➢ **Séquences 2, 3 et 4 :**

Les trois séquences montrent une élève, qui après la lecture, se met à corriger l'activité parfois sous la dictée du professeur comme le montrent la Figure 6.34 et la réplique suivante :

> **RE2.01. P** : Tu mets donc j'applique. / J'applique. / J'applique l'opération *al-jabr*. / J'applique l'opération *al-jabr* / à l'équation / à l'équation d'Al-Khwârizmî. / Tu mets ça entre guillemets. / Tu mets entre guillemets et tu recopies comme c'est écrit / hein. / Si c'est. / Si c'est là tu les mets. / Voilà. / Si c'est en haut, on met deux **tirets** comme ça / mets comme ça. / Si c'est en haut c'est par deux traits, hein. / Maintenant si c'est comme ça, ça doit être sur la ligne comme c'est recopié / à l'équation / à l'équation d'Al-Khwârizmî / à l'équation d'Al-Khwârizmî / à l'équation de / d apostrophe / d'Al-Khwârizmî / le tiret doit être plus clair / Al-Khwârizmî / Al- Khwarizmi n'est pas entre guillemets. / Tu enlèves les guillemets.

N'aurait-il pas été plus pertinent d'envoyer un élève appliquer l'opération « al-jabr » et un autre l'opération « al-muqabala » pour faire participer le maximum d'élèves dans la correction ? D'ailleurs cette participation n'aurait pas dû se limiter à ces deux élèves, mais aurait dû s'élargir aux autres à qui le professeur aurait dû demander leur avis sur l'écriture $\left(\frac{1}{a}\right)(ax) = \frac{1}{a} - b$, (voir Fig. 6.35) au lieu de la corriger lui-même sans dire pourquoi elle était incorrecte. Il aurait pu ainsi avoir une idée du nombre d'élèves concernés par cette erreur récurrente et apporter les remédiations idoines.

Pa ailleurs les commentaires suivants du professeur sur l'origine du marathon, montrent qu'il avait commencé à prendre goût à l'Histoire :

> **RE2.03. P** : Les Perses se sont battus avec qui ? / hein / Les Byzantins / euh. / Vous n'êtes pas au courant de. / Vous ne savez / euh. / Attention / une bataille célèbre ! / Une bataille qui a opposé les Perses et les Byzantins. / Il semble même que les jeux olympiques, l'épreuve de marathon vient de çà. / Euh, non là c'est la bataille de Perse et des Grecs. / Quand les Grecs battirent les Perses, il y a en ce …*inaudible*…/ Et à son arrivée il mourut de …*inaudible.* / Depuis lors en souvenir de cet athlète, on a instauré les jeux olympiques / Dans les jeux olympiques l'épreuve de marathon, et c'est là exactement la distance entre les deux villes / De Marathon à Athènes / Marathon c'est une ville / donc les Perses c'est, c'est un peuple très célèbre / Il y a un mathématicien également illustre qui est Al-Khwârizmî /

Toutefois il aurait dû travailler davantage ses fiches pour ne pas faire des affirmations du type « l'équation d'Al-Khwârizmî ». Certes Al-Khwârizmî a découvert six types d'équation en combinant les termes « say » qui est l'inconnue, « al-mal » qui est son aire et les nombres « al-adad » ; néanmoins on ne lui a pas attribué ces équations qui ont existé bien avant lui. Parler dans ce cas d'équation d'Al-Khwârizmî peut créer des confusions et des incompréhensions.

- **Séquence 5 :**

  Le professeur est revenu dans cette séquence sur la correction de l'élève en précisant la première étape de la résolution « al-jabr » qui permet de passer de $ax + b = 0$ à l'équation $ax = -b$, connue en classe de Cinquième et la deuxième étape « al-muqabala » qui utilise le résultat supposé connu des élèves « si on multiplie les deux membres d'une égalité par un même nombre, l'égalité ne change pas » pour trouver $x = \frac{-b}{a}$ comme solution de l'équation. En commentant cette méthode de résolution le professeur précise dans le tour de parole **RE5.11. P.** que cette résolution des équations s'est faite depuis le IX^{ème} siècle et « c'est la même chose qui se fait aujourd'hui ».

  C'est une bonne chose de faire une synthèse du travail de l'élève, mais n'aurait-il pas été préférable que les élèves identifient eux même les différentes étapes et les outils utilisés pour arriver à la solution de l'équation. N'est-ce pas là le meilleur procédé pour permettre aux élèves d'être actifs et de découvrir la méthode qu'on veut leur enseigner ? Dans ce cas le professeur ne propose pas de synthèse, mais il en fait faire aux élèves à l'aide de questions appropriées ; ce qui lui permet de jouer son rôle de facilitateur et de faire des élèves les acteurs de la construction de leur savoir.

  En outre on n'est pas sûr que les élèves connaissent ou se souviennent de la propriété « multiplication et égalité ». N'aurait-il pas fallu vérifier à l'aide d'un exemple que les élèves avaient étudié et n'avaient pas oublié cette propriété comme préconisé dans l'analyse des tâches.

  Il en est de même pour l'équation $ax = b$, vue en Cinquième comme l'a dit le professeur, mais qui doit être prise en charge dans la vérification des prérequis pour montrer à l'élève ce qui a évolué entre la Cinquième et la classe de Quatrième ; en effet cette équation est résolue en Cinquième avec la condition $a \neq 0 \; et \; \frac{b}{a} \in D$ où D est l'ensemble des décimaux relatifs, car la résolution se fait dans D. Ce qui n'est pas le cas en Quatrième où aucune condition n'est imposée à part l'utilisation de l'inverse de a pour résoudre l'équation lorsque $a \neq 0$. La condition $\frac{b}{a} \in D$ n'apparaît pas car on résout dans $\mathbb{Q}$ et donc après la résolution il faut vérifier si $\frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$ avant de donner l'ensemble des solutions. Cet aspect important de la résolution, ainsi que la condition $a \neq 0$ pour utiliser l'inverse de a, n'apparaît pas dans le travail du professeur.

  Concernant l'information historique véhiculée dans le dialogue **RE5.11. P**, elle précise que la méthode d'Al-Khwârizmî, inventée depuis le IX^{ème} siècle, continue d'être actuelle dans les enseignements apprentissages du Collège. Mais il ne faut pas penser que cette méthode était connue et utilisée par tout le monde comme d'ailleurs la « méthode de la fausse position » retrouvée au XVI^{ème} siècle dans un ouvrage de la Renaissance italienne de Francesco Galighai (voir chapitre IV, IV.3.2.5.). Ce n'est toujours pas le cas aujourd'hui et ça ne pouvait pas être le cas à l'époque du IX^{ème} siècle où les canaux de diffusion de l'information scientifique n'existaient pratiquement pas. La transmission des connaissances durant cette période s'est développée selon Chouteau (2004, p. 2) autour de trois facteurs que sont la copie, la conservation et l'émergence des écoles, universités et bibliothèques.

Moment de l'institutionnalisation : il est pris en charge par la séquence 6.

- **Séquence 6 :**

Dans cette séquence le professeur rédige la trace écrite au tableau le dos tourné aux élèves et sa fiche en main (Figs. 6.29, 6.30). Ensuite après la lecture de quelques phrases de la trace écrite, il laisse les élèves recopier la trace écrite dans leurs cahiers de cours.

La trace écrite est la principale référence que l'élève va convoquer après le cours pour résoudre ses exercices. Elle constitue la phase d'abstraction, qui intervient après la manipulation et la verbalisation ou « mise en mots » par les élèves.

Cette dernière phase, qui permet à l'élève d'être l'auteur de la trace écrite, apparaît-elle dans le travail du professeur ? Ne revient-il pas dans le cadre de la pédagogie active, à l'élève, l'acteur principal d'énoncer la trace écrite ?

La phase de verbalisation souvent ignorée par les professeurs est une étape importante qui facilite l'énoncé de la trace écrite par les élèves, grâce à des questions appropriées du professeur. Elle permet ainsi une participation active des élèves et une meilleure appropriation des contenus, contrairement à la première approche qui fait de l'élève un spectateur qui ne fait que recopier des résultats dictés par le professeur.

Moment de l'évaluation : il concerne les séquences 7 et 8.

- **Séquences 7 et 8 :**

Le professeur rédige au tableau les exercices d'application et donne la consigne avant de commencer l'appel des élèves. Après 5 minutes de recherche deux volontaires sont envoyés à tour de rôle au tableau pour corriger les exercices. Nous observons des va-et-vient du professeur entre son bureau et le tableau pour d'une part remplir son cahier de texte et d'autre part suivre le travail des élèves au tableau.

Les exemples corrigés au tableau, avant les exercices d'application ont permis aux élèves de maîtriser la méthode de résolution ; ils sont tous parvenus à résoudre les exercices d'application, en dehors de quelques erreurs et problèmes de notation. L'option du professeur d'introduire également *al-jabr et al-muqabala* dans l'énoncé des exercices d'application nous semble pertinente ; mais a-t-il bien fait d'évoquer dans la correction de l'élève les deux opérations d'Al-Khwârizmî comme dans la réplique suivante :

> **RE8.08. P** : … / dans le calme / … / oui / l'opposé de *b* / donc ça c'est / cette étape-là, c'est *al-jabr*, euh / ensuite Al-Khwârizmî / euh *muqabala* / *al-muqabala* intervient à partir de / de là / l'inverse de $\frac{1}{2}$ c'est combien ? / l'inverse de $\frac{1}{2}$ c'est ?

Du moment que l'exercice demande d'utiliser ces deux opérations pour la résolution, l'élève doit être en mesure d'indiquer les étapes qui correspondent à *al-jabr* et à *al-muqabala*. Mais pour cela, il faut qu'il soit interpellé ; N'est-ce pas l'une des principales tâches du professeur quand un élève est au tableau ? Et pour réussir cette tâche ne devait-il pas se concentrer sur ce que disait ou écrivait l'élève, lui poser des questions au besoin, demander l'avis des autres élèves si la situation l'exigeait et conduire l'élève vers la bonne solution ? En procédant de la sorte, lui sera-t-il possible de suivre l'élève au tableau et en même temps de faire l'appel et de remplir le cahier de texte ?

Moment de l'Histoire des mathématiques : Nous retrouvons les opérations *al-jabr et al-muqabala* dans tous les moments. D'abord dans l'étude et la recherche de l'activité où la lecture de la fiche donne la signification de ces deux opérations et en quoi elles consistent. Ensuite durant la correction, où on voit comment ces deux opérations agissent sur les équations du type $ax + b = 0$.
Les moments d'institutionnalisation et d'évaluation ne sont pas en reste avec l'utilisation des expressions suivantes : « en utilisant *al-jabr* on obtient … », « en appliquant *al-jabr* et *al-muqabala* résoudre l'équation … », etc.
Dans cette expérimentation l'Histoire est utilisée comme outil à travers les deux opérations d'Al-Khwârizmî pour marquer l'esprit des élèves sur les deux étapes de la résolution des équations du type $ax + b = 0$. Cet objectif est largement atteint au vu de la prestation des élèves interrogés au tableau qui ont su appliquer *al-jabr* puis *al-muqabala* pour déterminer les solutions des équations proposées.

VII.2.5.3. Conclusion

L'activité dans son ensemble a connu un succès tant dans sa réalisation, la maîtrise de la méthode de résolution que dans la mémorisation de l'information historique.
En effet la résolution des équations du type $ax + b = 0$ est l'une des rares expériences parmi les six où on retrouve tous les moments didactiques significatifs de Chevallard ; cette réussite est liée à une bonne gestion du temps, des élèves et des contenus en jeu. Ce qui s'est traduit par le nombre important d'élèves qui d'une part voulait aller au tableau pour corriger, et d'autre part a réussi à résoudre les équations variées, proposées en exemples et dans les exercices d'application.
L'intérêt pour cette activité est réaffirmé, une année après l'expérimentation à travers le questionnaire posé aux élèves (voir chapitre VII, VII.3) où 54 % savent encore qu'Al-Khwârizmî est un mathématicien arabe et 90 % connaissent les deux opérations utilisées par Al-Khwârizmî pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$.

VII.2.6. Expérience 6 : Théorème de Pythagore

VII.2.6.1. Analyse *a priori* des tâches

Les six tâches suivantes ont été identifiées pour mener à bien l'activité sur le théorème de Pythagore.

- **T_1 : Construire des triangles *ABC* et *BDE* respectivement rectangles en *A* et en *D* comme sur la figure.**

  La construction ne pose pas problème, mais les nombreuses lettres sur la figure peuvent dérouter l'élève. Il ne suffit pas en outre d'écrire « a » près d'un côté ou « α » près d'un angle pour que l'élève sache que « a » est la longueur du côté et « α » est la mesure de l'angle.

  L'énoncé aurait pu indiquer que $a = AC = BD$; $b = AC = BD$; $c = AB = DE$
  $\alpha = \widehat{ACB} = \widehat{EBD}$; $\beta = \widehat{ABC} = \widehat{BED}$ $et\, \gamma = \widehat{CBE}$.

- **T_2 : Montrer que $\boldsymbol{\alpha+\beta=90^O}$.**

  N'aurait-il pas fallu demander aux élèves de montrer que $\alpha+\beta=90^O$ en considérant le triangle *ABC* ? Certes, on ne doit pas trop guider l'élève, mais avec ces nombreuses lettres qui se répètent l'élève est désorienté et ne sait pas le plus souvent par où commencer.
  En outre le verbe « montrer » peut constituer un blocage pour l'élève ; car nulle part dans le programme on ne s'arrête pour lui dire que montrer c'est démontrer, c'est-à-dire prouver en se référant aux propriétés du cours et non faire voir, comme dans le sens courant.

- **T_3 : Montrer que $\boldsymbol{\gamma=90^o}$.**

  La consigne demande à l'élève de montrer que $\alpha+\beta=90^O$, puis que $\gamma=90^o$. La compréhension de l'expression « puis que » est importante car l'élève doit savoir qu'il doit montrer d'abord que $\alpha+\beta=90^O$ et ensuite utiliser ce résultat pour montrer que $\gamma=90^o$. Donc « puis que » peut être remplacé par « en déduire ».
  De plus une précision du type « montrer que $\gamma=90^o$ en considérant l'angle $\widehat{ABD}$ » peut contribuer à canaliser l'élève vers ce qu'on veut qu'il démontre.

- **T_4 : Calculer l'aire du trapèze ADEC en utilisant la formule de l'aire.**

  La difficulté ici, réside dans l'identification des deux bases et de la hauteur, surtout que cette dernière n'est pas verticale sur la figure. Ce problème peut être pris en charge à travers la vérification des prérequis où l'on doit rappeler à l'élève que les deux côtés parallèles du trapèze constituent les bases et qu'une hauteur est un segment reliant les deux bases, dont la droite support est perpendiculaire à ces dernières.

- **T_5 : Calculer l'aire du trapèze en la considérant comme celle de trois triangles.**

  Cette tâche est à la portée des élèves, si on leur rappelle dans la vérification des prérequis l'aire d'un triangle et si on leur précise que chaque côté peut être une base à laquelle correspond une hauteur ; celle-ci étant la droite perpendiculaire à la base qui passe par le sommet opposé.
  Toutefois l'élève doit déduire de la question 2) « $\gamma=90^o$ » que le triangle *CBE* est rectangle en *B* avant d'appliquer la formule de calcul d'aire d'un triangle.

- **T_6 : En déduire l'égalité qui lie les longueurs des côtés du triangle *ABC* rectangle en *A*.**

  Cette déduction s'appuie essentiellement sur la transitivité de l'égalité :
  $(si\ a=b\ \ et\ si\ b=c\ alors\ a=c)$ et sur l'opération « Al-jabr » d'Al-Khwârizmî que les élèves ont vu dans le cadre de la résolution des équations (voir chapitre VI, VI.5.). Ces deux résultats doivent intégrer les prérequis à vérifier.
  Cette question donne l'occasion au professeur d'expliquer à l'élève une expression courante en mathématique « en déduire » et sa différence avec « démontrer ».

La compréhension du vocabulaire utilisé dans les exercices est un aspect important dans la résolution des problèmes mathématiques, mais en général il n'est pas pris en charge, ni dans le programme de mathématiques du Sénégal, ni par les professeurs.

VI.2.6.2. Analyse du déroulement

Onze séquences ont été enregistrées pour donner une idée du déroulement de la séance. Ces séquences sont réparties dans les moments suivants pour leur analyse.
Moment de l'étude et de la recherche : il concerne la séquence 1 pour la lecture de l'activité, la séquence 2 pour sa recherche et les séquences 3, 4, 5, 6, 7 et 8 pour la correction.

- **Séquence 1 :**

Le professeur commence l'expérience en lisant l'activité qui retrace la vie de Pythagore, donne des informations sur la démonstration du théorème qui porte son nom et indique les différentes étapes de la démonstration de Garfield, que l'élève doit suivre pour découvrir la relation entre les côtés d'un triangle rectangle (voir réplique suivante et Fig. 6. 43) :

> **TP1.01. P** : La figure est celle que vous voyez / consigne : mets-toi à la place du Président Garfield et reprends son travail pour découvrir le théorème de Pythagore. / Donc c'est ça qu'on vous demande de faire / c'est-à-dire que vous allez vous mettre à la place du Président. / Mum / ça c'est un honneur qu'on vous fait, n'est-ce pas ? / se mettre à la place d'un Président, surtout le Président des États-Unis. / Ce n'est pas donné à n'importe qui. / Donc vous allez reprendre d'abord la première question, ensuite la deuxième et la troisième. / D'accord ?

Le professeur suit en cela le protocole qui lui demande de lire la fiche ; cependant il oublie de donner à sa lecture le ton approprié et les commentaires à faire pour provoquer chez les élèves le repositionnement qui permet de voir le savoir mathématique en action comme une activité et la réorientation qui permet à l'élève de s'étonner de l'invention des concepts, deux des trois arguments hypothétiques de Barbin (1997) et de Jahnke *et al.* (2000).

- **Séquence 2 :**

Cette séquence visualise la recherche de l'activité par les élèves. C'est ainsi qu'on voit des élèves engagés dans le travail pendant que certains jouent comme on le constate dans les tours de parole qui suivent :

> **TP2. 01. Chercheur** : On vous demande de chercher, au lieu de chercher vous êtes là à jouer.
> **TP2. 02. E** : On ne joue pas / on n'a pas compris.
> **TP2. 03. Chercheur** : Si vous ne comprenez pas, vous posez la question / Le prof est là entrain de circuler. / Vous n'avez pas compris vous demandez. / Vous posez la question il va vous expliquer. / C'est mieux que perdre son temps. / Qu'est-ce que tu fais avec ta calculatrice ?

Les différentes expérimentations dans une situation de classe nombreuse nous confortent dans la position que l'organisation de la classe en petits groupes est une des solutions à explorer pour sortir l'élève de l'anonymat du grand nombre, capter son attention, le rendre plus actif et plus engagé dans la recherche de l'activité.

La motivation étant l'énergétique des conduites, d'après Piaget[132], on peut aussi instaurer une compétition entre les élèves ou entre les groupes avec comme prime des bonus au prochain devoir.

- **Séquence 3 :**

Le professeur corrige lui-même l'activité en interagissant avec les élèves ; ce qui n'est pas en adéquation avec le principe de la participation active de l'élève à son apprentissage[133] qui fait de l'élève l'acteur de la construction de son savoir et du professeur le facilitateur qui l'aide à y arriver.
En outre pour montrer que $\alpha + \beta = 90^O$ le professeur procède comme suit :

> **TP3. 01. P** : $\alpha + \beta = 90°$ / Comment vous vous êtes pris ? / Comment vous avez fait pour montrer que $\alpha + \beta = 90°$? / Vous allez / *inaudible* / et je vais faire un dessin à titre représentatif, hein. / Si on a ici les angles, là c'est α, ici c'est β / C'est ça comme vous l'avez sur la figure. / Tout le monde l'a ? Vous avez d'abord / Il faut constater ici que les triangles *BDE* et *ABC* ont une relation. / En réalité c'est le même triangle. / C'est le même triangle. / Vous avez le côté *AB* qui est égal à *c*, le côté *BE* également est égal à *c* / Vous avez également *AC* = *b* et là vous avez *BD* = *b* / Donc c'est le même triangle. / Est-ce que nous sommes d'accord ? / Vous l'avez constaté ? hein. /Maintenant ici comment faire pour justifier que $\alpha + \beta = 90$? / Oui

Avait-il besoin de toutes ces considérations pour une question à laquelle on pouvait répondre en appliquant au triangle *ABC* le résultat sur les angles aigus d'un triangle rectangle ? D'ailleurs après beaucoup de tergiversations de ses camarades, un élève a pu trouver le résultat.
Ces considérations superflues peuvent être à l'origine des difficultés des élèves surtout quand elles évoquent une « relation entre deux triangles » notion inconnue des programmes sénégalais, ou le fait que « *ABC* et *BDE* sont le même triangle » alors qu'on voit sur la figure deux triangles différents.
Toutefois la remarque du professeur (voir **TP3.03. P**) pour l'élève qui a proposé de faire des mesures est bonne.

> **TP3. 03. P** : On ne mesure surtout pas. / Quand on dit montre, tu n'as pas le droit de mesurer. / C'est surtout ce qu'il faut éviter en matière de démonstration ou bien de justification en géométrie. / Quand on dit montre, on s'attend à ce que tu utilises les relations que tu connais, des propriétés ou bien des théorèmes déjà apprises. / D'accord ?

Mais elle aurait pu être meilleure s'il avait renvoyé la question aux autres élèves pour leur demander ce qu'ils en pensaient. Ainsi, il aurait pu identifier tous les élèves qui avaient commis cette erreur, souvent récurrente, avant de la prendre en charge en laissant les élèves faire des mesures pour qu'ils prennent conscience des incertitudes des mesures.

- **Séquence 4 :**

Le professeur rédige la démonstration du résultat $\alpha + \beta = 90^O$ à la place de l'élève.

---

[132] Voir https://ash-jpp.pagesperso-orange.fr/motivati.html. Consulté le 27 septembre 2019
[133] Commission nationale de mathématiques (2006, p. 3)

Il rend ainsi les élèves passifs, mais se prive aussi du recul qui peut lui permettre de rectifier l'erreur commise au tableau en écrivant que *BDE* est un triangle rectangle en *E*, alors que c'est en *D* qu'il est rectangle (voir réplique suivante) :

> **TP4.01. P** : Est rectangle en E / est rectangle en E / alors ses deux angles aigus / deux angles α et β / α et β sont complémentaires /

Cela dénote une mauvaise préparation du professeur qui s'est contenté de recopier au tableau, ce qu'il a écrit sur sa fiche pédagogique.

- **Séquence 5 :**

Pour inciter les élèves à participer à la démonstration du résultat $\gamma = 90^{O}$, le professeur leur a rappelé les paroles du maître de CM2[134] en ces termes :

> **TP5.02. P** : Enlève le stylo de ta bouche et parle fort. / Oui. /Il faut avoir confiance en ce qu'on a fait comme on l'a dit en dictée par le maître de CM2 / hein. / La première phrase est toujours la bonne. / D'accord ? hein ? / Qui peut proposer ce qu'il a fait ? ? / Personne ? / Hein ? / Ils ne veulent pas devenir des Présidents.

Ce n'est pas la première phrase, mais sûrement le premier mot écrit, comme il s'agit de la dictée. Dans tous les cas cette affirmation est discutable et rien ne prouve que des maîtres de CM2 ont tenu un tel discours aux élèves de la Quatrième PC1. Même si c'était le cas, il aurait fallu prouver ensuite que la dictée et les mathématiques sont de même nature, ce qui n'est pas une chose aisée.

Par contre, le fait de demander aux élèves s'ils ne voulaient pas devenir Président a produit des effets positifs car les élèves ont tous répondu « si » et ont aussitôt commencé à réagir.

Toutefois l'aide promise (voir tour de parole **TP5.18. P**) et apportée aux élèves par le professeur est inutile car dès que les élèves remarquent que $\alpha + \beta + \gamma = 180^{0}$, ils peuvent ensuite remplacer $\alpha + \beta$ par sa valeur pour trouver la valeur de γ en utilisant « al-jabr ».

> **TP5.18**. **P** : Non on ne divise pas / je / je vais vous aider un peu. / Il faut faire de sorte que vous écriviez β en fonction de / heu / α en fonction de β / Qui peut écrire α en fonction de β ? / heu. / J'ai $\alpha + \beta = 90$ donc je peux dire que ?

D'ailleurs ce sont les élèves qui ont ressorti cette expression dès que le professeur a dit « al-muqabala » (voir les dialogues suivants) :

> **TP5.25. P** : 180° / Très bien / Donc je peux écrire $\beta + \gamma + 90° - \beta$ / C'est-à-dire celui-là. / D'accord ? / = 180° / = 180° / Mmm. / Maintenant qu'est-ce que je peux faire ? / Dans un premier temps, rien qu'en regardant je peux voir les β se simplifier / $\beta - \beta = 0$ / heu. / Il reste donc dans cette partie $\gamma + 90° = 180°$ / heu. / Nous venons de voir la résolution d'équations de la forme ax + b = 0 / hum / donc muqabala et ?
> **TP5.26. E** : Al-jabr.

Cela traduit l'intérêt des élèves pour une des opérations d'Al-Khwârizmî découverte lors de l'expérimentation sur la résolution des équations du premier degré.

- **Séquence 6 :**

[134] CM2 : Cours moyen deuxième année qui correspond à la sixième année du cycle élémentaire.

Le professeur passe à la question 3) qui concerne le calcul de l'aire du trapèze à partir de sa formule. En posant la question « c'est quoi » et non « c'est quoi la hauteur », il reçoit des réponses qui lient la hauteur à la verticalité, conformément au sens commun. Cette conception erronée de la notion de hauteur est encore fréquente dans l'imaginaire des élèves. Ne faudrait-il pas l'éradiquer en faisant comprendre à l'élève qu'une hauteur est définie relativement à une base et par conséquent elle peut être verticale, horizontale ou oblique ?
Le professeur a tenté de le faire en donnant l'exemple d'un cylindre « couché » dans le tour de parole suivant :

> **TP6.19. P** : Euh. / Attention. / Attention. / La hauteur n'est pas figée / hein. / Par exemple on a vu l'introduction de la géométrie / euh / par les solides / euh. / Les solides / N'est-ce pas ? / Si vous avez un cylindre, il peut être tenu debout comme ça, comme il peut être couché / euh. / Être couché, sa hauteur reste la même / euh / donc faites attention. / Y'en a qui pense que la hauteur doit toujours être / euh. / Verticale. / Placée de façon verticale / ça pose problème. / Ici dès que vous regardez bien la / euh / la figure / les bases sont d'abord *AC* et *DE*. / C'est ça les bases. / La grande base ici c'est *AC*, la petite base c'est *DE*. / Donc la hauteur va être ?

Il a posé en outre des questions sur l'aire du trapèze et y a répondu comme le montrent les répliques suivantes :

> **TP6.23. P** : Mum / et les bases sont $b + c$ / Donc on va mettre cela / $b + c$ / euh / on a dit la somme des bases divisée par 2 / sur 2, fois hauteur. / Donc ça va être $A_t = \frac{1}{2}$ de $(b + c)$ fois. / La hauteur c'est ? / b plus c également / heu. / La hauteur c'est $c + b$ / Tout le monde a vu ?
> **TP6.24. E** : Oui.
> **TP6.25. P** : Donc je peux mettre directement $b + c$ / Donc voilà une première façon …

En procédant ainsi les élèves peuvent devenir des spectateurs qui se contentent de dire oui à la question du professeur « Tout le monde a vu ? » alors que la question demandée était largement à leur portée.

- **Séquence 7 :**

Comme la séquence précédente, le professeur ne donne pas l'occasion à ses élèves de réfléchir et de répondre aux questions. C'est lui qui indique les trois triangles dont l'aire est égale à celle du trapèze, qui rappelle la formule de l'aire du triangle, qui remarque que les triangles *ABC* et *BDE* sont les mêmes (dialogue TP7.11. P) et qui montre que le triangle *CBE* est rectangle en *B* de la manière suivante :

> **TP7.07. P** : Somme des aires des trois triangles que sont les triangles *ABC*, le triangle *BDE* et le triangle *BCE* / Nous sommes d'accord ? / *Inaudible.* / Tout le monde est d'accord ?
> **TP7.08**. **E** : Oui.
> **TP7.09. P** : Voilà. / Donc je veux. / On peut trouver l'aire. / L'aire du trapèze autrement c'est-à-dire en faisant la somme des aires des trois triangles. / Cela est très important. / Donc nous allons dire que A_t égale aussi. / Si je prends ce triangle-là. / Nous avons dit que l'aire du triangle est égale à base fois hauteur sur 2 / ça va donner quoi ici ? / C'est quel côté fois quel côté ?

> **TP7.10**. **E** : *Inaudible*.
> **TP7.11. P** : *AB* fois *AC* sur 2 / Très bien. / Donc ici c'est donc *c*-x *b* / parce que *AB* = *c*, *AC* = *b* / Donc je vais simplement dire que l'aire de ce triangle est égale à $\frac{1}{2}bc$ / Est-ce que tout le monde est d'accord ? / L'aire … $\frac{1}{2}bc$ / J'ai un autre triangle qui a / qui est le même que celui-là. / Je l'avais signalé au départ. / Tout le monde est d'accord ? / Parce que nous avons le même côté *b* ici, nous avons le même côté *a*, nous avons les mêmes dimensions. / Donc c'est le même triangle qu'on a ici et là. / Les deux triangles ont la même aire, donc pour obtenir l'aire de cette partie-là du trapèze, je vais tout simplement multiplier par ? / par ? / par ?

En procédant ainsi le professeur veut sûrement gagner du temps, mais ce qu'il a perdu est plus important : la compréhension des élèves et leur appropriation du résultat à retenir s'ils avaient participé activement à sa découverte.
Le professeur a aussi sauté beaucoup d'étapes dans la rédaction du calcul d'aire à partir de celles des triangles. C'est ainsi qu'il a écrit que $\mathcal{A}= bc + \frac{1}{2}a^2$, où bc représente la sommes des aires des deux triangles identiques (voir Fig. 6.51).
Il a certes montré comment il en est arrivé à ce résultat mais il ne l'a pas écrit ; ce qui peut constituer un frein pour la compréhension d'un élève qui n'a pas suivi les explications.
En revanche, le fait de surnommer une élève spécialiste de l'aire à la réplique **TP7.15. P** suivante est une bonne chose car c'est valorisant et motivant pour l'élève :

> **TP7.13. P** : Par 2 / par 2 / *Inaudible*… ces deux triangles-là. / Nous sommes d'accord ? / donc $\frac{1}{2}bc$ fois 2 / ça donne ? / bc / J'obtiens donc bc / ça va faire donc bc plus / ce triangle-là. / Maintenant le dernier triangle, c'est celui-là. / Nous avions déjà montré également que $\gamma = 90°$ / Ce triangle également *CDB, CDE* est rectangle en *D* / Donc quelle sera l'aire de ce triangle ? / hein / Comment t'appelles-tu encore ? / Rappelle-moi ton nom.
> **TP7.14**. **E** : Sokhna Faye.
> **TP7.15. P** : Sokhna Faye / Elle est la spécialiste de l'aire de cette classe, heureusement / Vas-y Sokhna.

Cependant ce renforcement aurait pu avoir plus de portée si on ajoutait que tout le monde peut le devenir en faisant l'effort de retenir la formule et de l'appliquer en identifiant sur la figure le segment représentant une base et la hauteur associée.

- **Séquence 8 :**

Le professeur ayant deux expressions différentes de l'aire du trapèze *ADEC*, il en déduit qu'elles sont égales. Ensuite il multiplie les deux membres de l'égalité par 2, simplifie en barrant *2bc* de part et d'autre de l'égalité pour trouver $a^2 = b^2 + c^2$. Après une question qui a permis aux élèves d'identifier l'hypoténuse, le professeur en déduit que le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.
On retrouve à travers cette séquence quatre points d'apprentissages importants dans la formation de l'élève, mais qui n'ont pas été exploités comme il se devait :

- la transitivité de l'égalité qui est fréquente dans les démonstrations que ça soit en activités numériques ou en activités géométriques. Pour cette raison n'est-il pas important que les élèves comprennent qu'ils doivent numéroter les égalités : $P = Q \ (1) \ et\, P = R \ (2)$ et écrire « d'après (1) et (2) on a $Q = R$ » ?

- Le fait de multiplier les deux membres d'une égalité par un nombre, pour simplifier l'égalité ; les élèves l'avaient vu dans le cadre des équations sous le nom *d'Al-muqabla* qui est une des deux opérations proposées par Al-Khwârizmî. Le fait de ressortir ce lien est riche en enseignement pour l'élève.
- La simplification par *2bc*, en le barrant au niveau des deux membres de l'équation ; ce procédé qui n'utilise rien d'autre que *al-jabr* doit être expliqué aux élèves, sinon il va constituer un blocage pour des élèves qui peuvent se demander pourquoi on barre. Comment justifier l'opération qui consiste à barrer ?
- Le passage de la formulation mathématique $a^2 = b^2 + c^2$ à sa traduction en français :
« le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit ». Le professeur aurait dû aider l'élève à voir ce que représentent $a, b\ et\ c$ afin qu'il puisse faire la traduction et au-delà s'approprier et comprendre le résultat à retenir.
Néanmoins les commentaires du professeur du type :

> **TP8.27. P** : … / Vous êtes élus président. / Vous avez réussi, donc vous êtes élus Président / voilà / Je ne sais pas maintenant, Président d'où ? /

ont fait rire et décompresser les élèves ; ce qui est rare dans un cours de mathématiques.

Moment de l'institutionnalisation : le professeur a donné l'énoncé du théorème de Pythagore avant de proposer une configuration aux élèves au niveau de la séquence 10.

- **Séquence 10 :**

Le professeur propose une configuration du théorème de Pythagore en représentant un triangle *MNP* rectangle en *N* et en demandant de compléter la phrase « Si *MNP* est rectangle en *N* alors … ».
En guise de réponse des élèves interrogés proposent « les angles $\widehat{M}\ et\ \widehat{P}$ » dialogue **TP10.08 E**, « $\widehat{N} = 90^{O}$ » dialogue **TP10.12 E**, ou « la somme des angles aigus est égale à » dialogue **TP10. 14 E**.
Réagissant à ces réponses inattendues, le professeur ignore la plupart des réponses, s'emporte en criant et en tenant le discours suivant : « vous n'avez pas suivi ou vous n'avez pas compris / vous racontez n'importe quoi » dialogue **TP10.15 P**, « Arrêtez ces angles-là » dialogue **TP10.17 P**, « et vous m'avez fait souffrir autant » dialogue **TP10.33 P**.
Pourtant le professeur a vu juste quand il dit que les élèves n'ont pas suivi ou n'ont pas compris. En effet les réponses des élèves n'ont pas été traitées, le conflit sociocognitif n'est pas instauré et aucun élève n'a été envoyé au tableau durant toute la séance.
Du fait qu'ils étaient confinés à un rôle de spectateur, certains élèves bavardaient et d'autres se contentaient de compléter les phrases du professeur en donnant l'impression qu'ils avaient compris. Cette situation explique la souffrance avouée du professeur qui n'a ménagé aucun effort pour expliquer, faire comprendre aux élèves ce qu'il faisait et qui s'est rendu compte que tout le travail fourni n'avait pas servi à grand-chose.

Moment de l'évaluation : un exercice d'application à faire à la maison est proposé aux élèves et la correction de la démonstration du théorème faite en classe est confrontée à celle du Président Garfield qui est projetée au tableau.

- **Séquence 11 :**

  Après la correction de l'activité, l'énoncé du théorème de Pythagore et la configuration, le professeur propose un exercice d'application, demande aux élèves de le chercher avant la projection de la vidéo sur la démonstration du théorème de Pythagore. Les élèves ayant un cours à suivre après, ceci a obligé le professeur à sursoir à la recherche de l'activité pour projeter la vidéo.

  Si on avait suivi le protocole, la projection de la vidéo aurait dû se faire juste après la correction de l'activité par les élèves. La vidéo aurait apporté ainsi des éléments d'informations pour permettre aux élèves de les confronter avec leur production et de stabiliser cette dernière. Mais cela supposait que le professeur n'intervienne pas ; il aurait dû se contenter de poser des questions de clarification à l'élève au tableau et de demander l'avis de ses camarades au besoin. Malheureusement tel n'a pas été le cas.

  La projection de la vidéo a certes captivé les élèves qui n'ont pas hésité à le manifester à travers des applaudissements nourris pour le professeur qui faisait les commentaires, mais elle aurait pu avoir plus d'impact si elle avait été utilisée pour corriger le travail des élèves ou bien dans le cadre de la classe inversée. Dans une classe inversée on remet la vidéo aux élèves avant le cours en leur demandant de la regarder et d'essayer de comprendre la démonstration ; ensuite, une fois en classe, on les organise en groupes en leur donnant comme consigne l'exécution de la démonstration. Ainsi le professeur gagne du temps et les élèves participent pleinement à l'activité dont la correction a été vue et revue chez eux.

Moment de l'Histoire des mathématiques : les informations historiques pouvaient apparaître dans la première séquence si la lecture de l'activité avait été accompagnée de commentaires, mais le professeur a préféré attendre la séquence 9 pour les faire.

- **Séquence 9 :**

  Dans cette séquence le professeur tire les leçons de la démonstration du théorème de Pythagore par le Président Garfield en disant dans le dialogue **TP9.03 P** que « les mathématiques peuvent se faire n'importe où et n'importe quand » ou « quel que soit la fonction que vous occupez on peut faire des mathématiques » ou « donc quel que soit ce que vous serez demain, même si vous n'êtes pas professeur de mathématiques vous pouvez continuer à faire des mathématiques ».

  Les commentaires du professeur parlent de la possibilité de l'élève de faire des mathématiques bien après l'école alors qu'on cherche, à travers ces expérimentations, une bonne exploitation des situations proposées à l'élève afin de lui faire aimer les mathématiques.

  Dans cette optique n'aurait-il pas été plus pertinent de souligner que les mathématiques mènent aux fonctions les plus élevées : du Pape Sylvestre (Gerbert d'Aurillac), au Président Garfield en passant par Napoléon ? Pour donner un début d'explication à cette affirmation qui peut pousser l'élève à faire des mathématiques, le professeur aurait pu évoquer la nature des mathématiques, discipline qui développe par excellence la rigueur, le raisonnement, la réflexion, l'esprit critique, la créativité, la concentration, …, tant de qualités qu'un individu a besoin pour réussir dans la vie.

VII.2.6.3. Conclusion

L'objectif d'apprentissage est : « utiliser le théorème de Pythagore pour calculer des longueur ». Mais avant d'utiliser ce théorème l'élève doit le connaître et cette activité l'aide à le découvrir lui-même pour qu'il en soit l'auteur ; ce qui facilite l'appropriation du théorème qui est indispensable à son utilisation.
C'est ainsi qu'une mise en situation historique a été expérimentée où l'Histoire intervient comme outil pour :

- humaniser l'enseignement des mathématiques par la connaissance de Pythagore et de son œuvre afin de créer le dépaysement chez l'élève qui pense en général que les mathématiques tombent du ciel, toutes faites ;
- susciter la curiosité de l'élève avec ce Président des États-Unis qui n'est pas mathématicien, et pourtant, malgré ses charges immenses de Président, trouve du temps pour faire des mathématiques ;
- motiver l'élève, en lui cédant le fauteuil de Président des États-Unis pour mener à bien une mission, la découverte du théorème de Pythagore.

Il nous est difficile de nous prononcer par rapport aux effets recherchés par la mise en situation historique du fait du cours magistral déroulé par le professeur qui n'a envoyé aucun élève au tableau, mais aussi de la passivité des élèves qui ne réagissent pas quand ils ne comprennent pas ou quand le professeur fait des erreurs. Toutefois il ressort du questionnaire administré aux élèves un an après l'expérience (chapitre VII, VII.3.2.6) que la moyenne des pourcentages des bonnes réponses aux questions relatives au Théorème de Pythagore est 44 %. Ce score qui n'est pas loin des 50 % aurait pu être amélioré si le professeur s'était bien approprié sa fiche d'activité en suivant le protocole, en laissant les élèves chercher et en jouant son rôle de facilitateur.
Ce qui pose une nouvelle fois, le problème de l'ingénierie didactique entre le chercheur qui conçoit la fiche et le professeur qui la déroule. Le concepteur de la fiche ne peut pas tout écrire, mais les questions qu'il se pose, les obstacles qu'il rencontre le préparent à la plupart des situations qui vont se présenter durant le déroulement du cours. Ce qui n'est pas le cas du professeur qui se contente de lire la fiche, de la comprendre et de la dérouler, souvent sans un esprit critique, car c'est la production de l'inspecteur.
Avec le recul, nous nous demandons s'il ne serait pas plus efficient d'encadrer le professeur et ensuite d'élaborer une co-construction de l'ingénierie didactique entre lui et le chercheur.
L'effectif pléthorique reste également à maîtriser et cela pourrait se faire peut-être à travers l'instauration de la méthode de la classe inversée qui permet non seulement d'organiser les élèves en groupe, mais aussi d'introduire dans les enseignements-apprentissages un medium prisé des jeunes, la vidéo. Celle-ci permet également aux élèves d'accéder aux matériaux historiques rares, fragiles ou bien gardés dans les musées, qui jouent un rôle important dans le dépaysement des élèves. Mais il est difficile d'être aussi affirmatif ; la classe inversée étant difficile à mettre en œuvre chez des élèves peu autonomes.

VII.3. Enquête auprès des élèves un an après l'expérimentation

Un an après l'expérimentation sur l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, nous avons mené une enquête le 3 février 2016 au CEM de Mbao pour évaluer les acquis à travers un questionnaire. L'échantillon interrogé concerne les élèves de 4ème PC de l'année scolaire 2014/2015, qui ont fait la 3ème PC en 2015/2016. Ils étaient au nombre de quarante et un et étaient choisis librement. L'administration du questionnaire s'est faite en deux périodes de 45mn, entrecoupées d'une pause de 15 minutes pour ne pas lasser les élèves avec le nombre important de questions. Pour les modalités d'administration du questionnaire, le chercheur lisait à haute voix une question, laissait le temps aux élèves de répondre avant de passer à la question suivante. La consultation de documents n'était pas autorisée pour les élèves.

VII.3.1. Présentation du questionnaire et recensement des résultats

Le questionnaire comprenant trente-sept questions (voir Annexe 18) est rédigé sur quatre pages pour recueillir les appréciations des élèves et des informations sur ce qu'ils ont retenu.
Les questions sont réparties en deux parties équilibrées pour faciliter l'administration et l'exploitation des réponses :

- la première partie comporte des questions d'appréciations sur l'enseignement des mathématiques intégrant l'Histoire, des questions de culture générale sur les mathématiques et les mathématiciens Grecs, Égyptiens, Babyloniens, Arabes et sur les aspects historiques qui sont ressortis lors de l'expérimentation portant sur le thème « Distance » ;
- la deuxième partie porte sur des questions en rapport avec les aspects historiques rencontrés lors de l'expérimentation portant sur « L'historique des nombres », « Les équations » et le « Le théorème de Pythagore ».

Les données constituées par les réponses recueillies ont été traitées et les résultats sont consignés dans le tableau de l'Annexe 20.

VII.3.2. Analyse des résultats

Les résultats sont analysés par question à partir d'un histogramme du pourcentage d'élèves par réponse. Ce pourcentage est arrondi à l'unité près et des commentaires complètent ces analyses pour faire le point sur le thème.

<u>Première partie</u>

VII.3.2.1. Thème 1 : Intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques

VII.3.2.1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plait-elle ? ☐ ***Oui*** ☐ ***Non*** ☐ ***Ne sais pas***

Pour cette question 38 élèves ont répondu oui, soit un pourcentage de 93 %. Par contre 3 ont dit qu'ils ne savaient pas et aucun élève ne déteste cette manière d'enseigner.

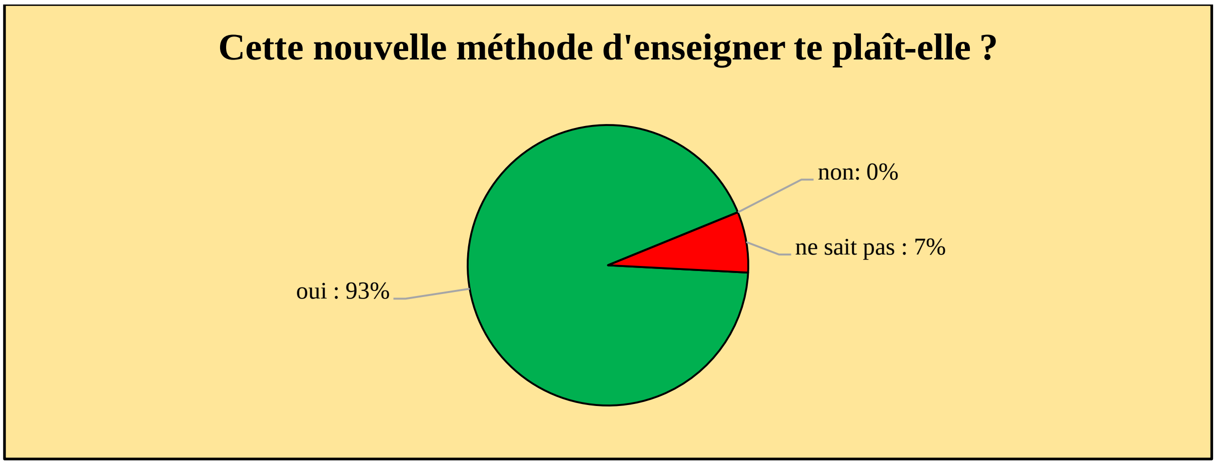


Figure 7.1. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la première question.

Le graphique circulaire qui traduit cette situation montre que les élèves, à part quelques indécis, plébiscitent dans dans l'ensemble l'intégration de l'Histoire en classe de mathématiques.

b) te parait-elle ennuyeuse ? ☐ ***Oui*** ☐ ***Non*** ☐ ***Ne sais pas***

Une écrasante majorité de 40 élèves ont répondu non à cette question, soit 98% ; cependant un élève dit qu'il ne sait pas.
Cet élève fait partie du groupe des indécis de la première question. Par contre tous les autres élèves, même deux des trois indécis de la première question, affirment que cette manière d'enseigner n'est pas ennuyeuse ; ce qui confirme les résultats de la première question.

c) t'aide-t-elle à mieux

☐ ***mémoriser*** ☐ ***apprendre*** ☐ ***comprendre*** ☐ ***travailler***

Pour cette question un élève pouvait cocher plusieurs réponses. Les résultats de l'enquête révèlent que tous les 41 élèves, même les indécis des questions précédentes, estiment que cette manière d'enseigner les aide à mieux comprendre. L'apprentissage vient ensuite en deuxième position avec 27 élèves (soit 66 %), suivi du travail avec 26 élèves (soit 63 %) et de la mémorisation avec 19 élèves (soit 46 %).

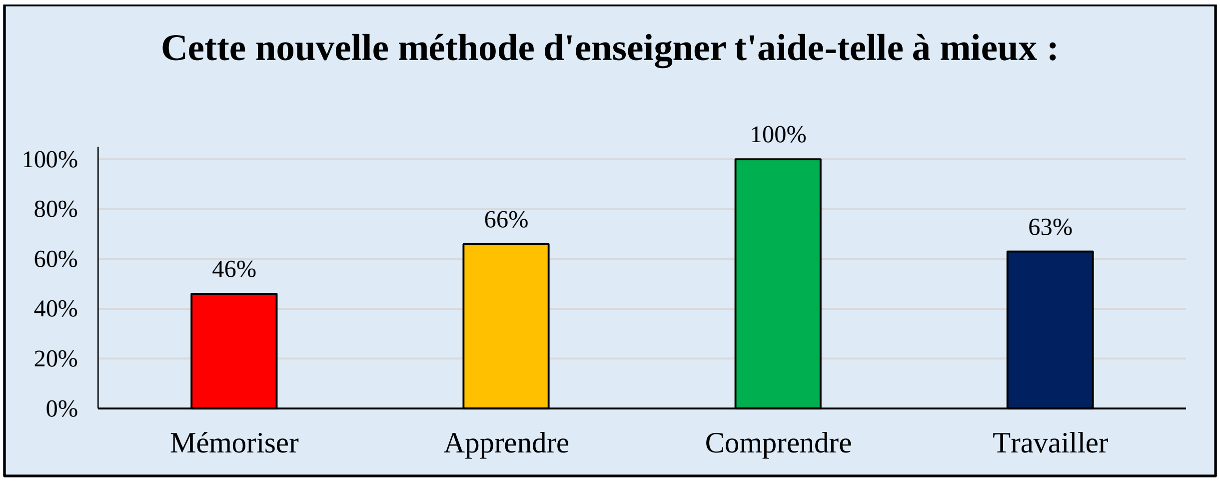


Figure 7.2. Répartition des pourcentages des qualités de l'enseignement des mathématiques incluant l'Histoire.

Ainsi les élèves sont unanimes sur l'apport de l'Histoire des mathématiques dans la compréhension du cours. L'impact positif de l'Histoire des mathématiques sur l'apprentissage et la manière de travailler est également ressenti par plus de la moitié des élèves et un peu moins pour ce qui est de la mémorisation.

Cette situation montre la plus-value que l'Histoire peut apporter dans l'enseignement des mathématiques.

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

Dans cette rubrique, on retrouve des réponses du type : « c'est intéressant », « ça me plaît », « c'est bon », « ça me permet de connaître beaucoup de choses », « ça nous pousse à réfléchir », « ça nous aide à aimer les maths », « ça me convient », « ça correspond à l'intelligence ».

Ces réponses traduisent l'engouement et l'intérêt des élèves pour l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques.

Par contre, une réponse propose d'améliorer cette manière d'enseigner, une deuxième préconise d'enseigner cette méthode dans des classes où il n'y a pas de bruit et une troisième trouve que cette manière d'enseigner est un peu difficile. Ces trois réponses soulèvent des aspects importants à prendre en charge dans l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, à savoir la gestion des élèves, la gestion du temps et la maîtrise des contenus mathématiques et historiques en jeu ; ce qui suppose une bonne formation de l'enseignant.

VII.3.2.1.2. Qu'est-ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

A cette question, nous avons recueilli plusieurs réponses dont les plus récurrentes sont : le travail de recherche - la découverte de certains scientifiques - la manière d'enseigner, les explications et les exercices - les équations et le théorème de Pythagore – le travail du groupe - la participation des élèves - apprendre avec l'ordinateur - comprendre les maths et connaître leurs origines.

Ces différents aspects, mis en avant par les élèves, sont un début de réponse à la question « pourquoi intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques ?».

VII.3.2.1.3. Qu'est-ce que tu as le plus détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

35 élèves (soit 85 %) disent ne rien détester, deux réponses sont incompréhensibles et les quatre réponses restantes évoquent le temps insuffisant pour les explications, la pression engendrée et le bavardage des élèves.

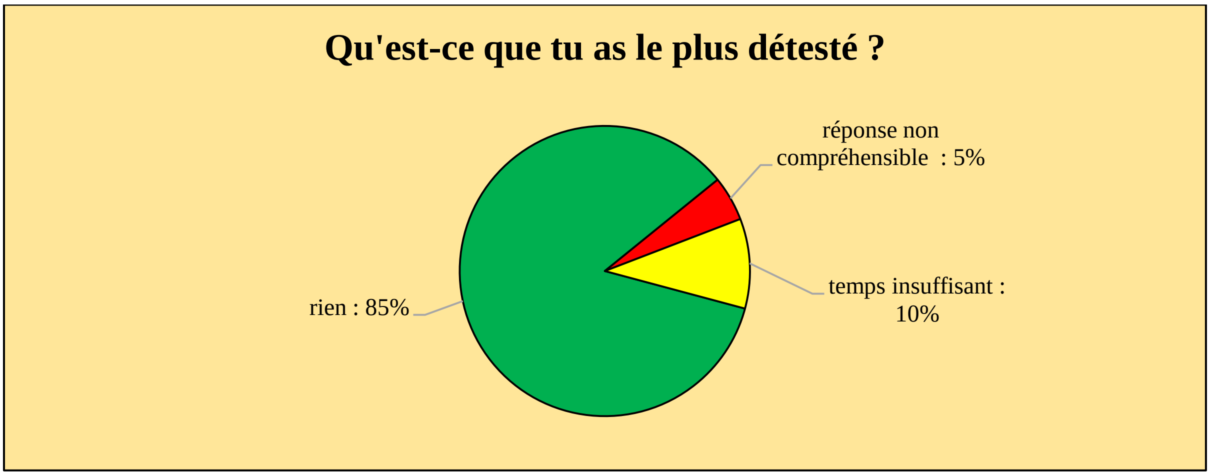


Figure 7.3. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la troisième question.

Ces réponses confirment les questions 1.1.a. (respectivement 1.1.b.) où 93 % des élèves (respectivement 98 %) trouvent que cette nouvelle manière leur plaît (respectivement ne leur parait pas ennuyeuse).

Quant aux réponses qui évoquent le temps insuffisant et la pression engendrée, elles sont pertinentes et méritent d'être prises en compte à travers une bonne planification pour permettre aux élèves de chercher, de tâtonner et de faire des essais. Pour ce qui est du bavardage, il ne peut manquer dans le cadre d'un travail de groupe, mais ne devrait-il pas être canalisé pour ne pas gêner les autres élèves de la classe ?

<u>Commentaires</u>

Les élèves dans leur grande majorité apprécient cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques qui les aident à mieux comprendre le cours, à élargir leurs connaissances, à réfléchir, à faire de la recherche en utilisant l'ordinateur et à travailler en groupe.

Ce qui constitue des apports inestimables dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques.

VII.3.2.2. Thème 2 : Transversal

VII.3.2.2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ ***France*** ☐ ***Égypte*** ☐ ***Babylone*** ☐ ***USA*** ☐ ***Chine***

Pour cette question la réponse attendue était Égypte et Babylone. Nous avons recensé 16 réponses justes (soit 39 %) et une réponse totalement fausse dans laquelle ne figurent ni l'Égypte, ni Babylone (soit 2 %).

L'Égypte a été citée 37 fois : 16 fois avec Babylone, 13 fois seule et 8 fois avec un pays où il n'existait pas de mathématiques avant l'antiquité grecque. Quant à Babylone, elle a été citée 27 fois : 16 fois avec l'Égypte, 3 fois seule et 8 fois avec un pays autre que l'Égypte.

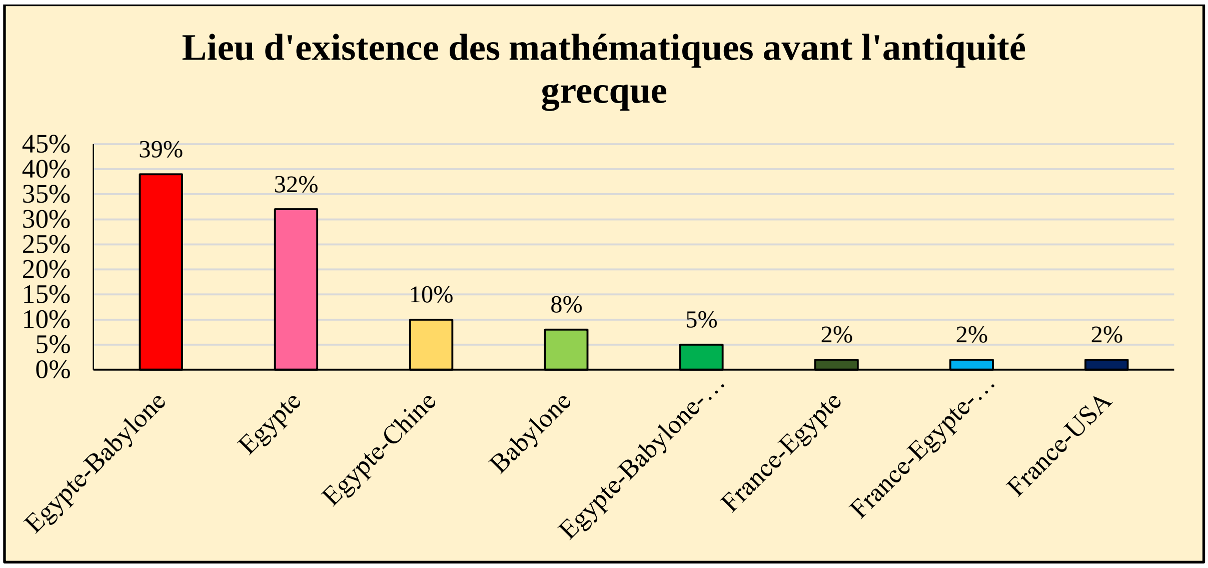


Figure 7.4. Répartition des pourcentages de réponses à l'existence de mathématiques avant l'antiquité grecque.

L'histogramme montre que tous les élèves, sauf un, ont trouvé entièrement ou une partie de la réponse. L'Égypte revient le plus souvent dans les réponses (au moins 73 %). Cela peut s'expliquer par la synthèse du professeur qui a mis l'accent sur les mathématiques égyptiennes, mais aussi par l'intérêt que manifestent les élèves pour tout ce qui touche à leur aire géographique la plus proche.

VII.3.2.2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

Les mathématiques grecques traitaient de résultats généraux, contrairement aux mathématiques égyptiennes et babyloniennes qui s'intéressaient à des résolutions de problèmes particuliers, telle était la réponse attendue. Elle leur a été donnée sous forme de bulle historique dans l'expérience « intersection d'une droite et d'un cercle ».

Aucun élève ne l'a trouvée, par contre 13 élèves (soit 32 %) estiment qu'on retrouve des différences dans l'écriture, les énoncés, les objets de comptage, les théorèmes, mais également dans les théories mathématiques améliorées par les Grecs ; ce qui n'est pas faux.

Par contre 26 élèves (soit 63 %) disent qu'ils ne savent pas ; un élève n'a pas donné de réponse claire (donc il ne sait pas) et un élève pense qu'il n'y a pas de différence.

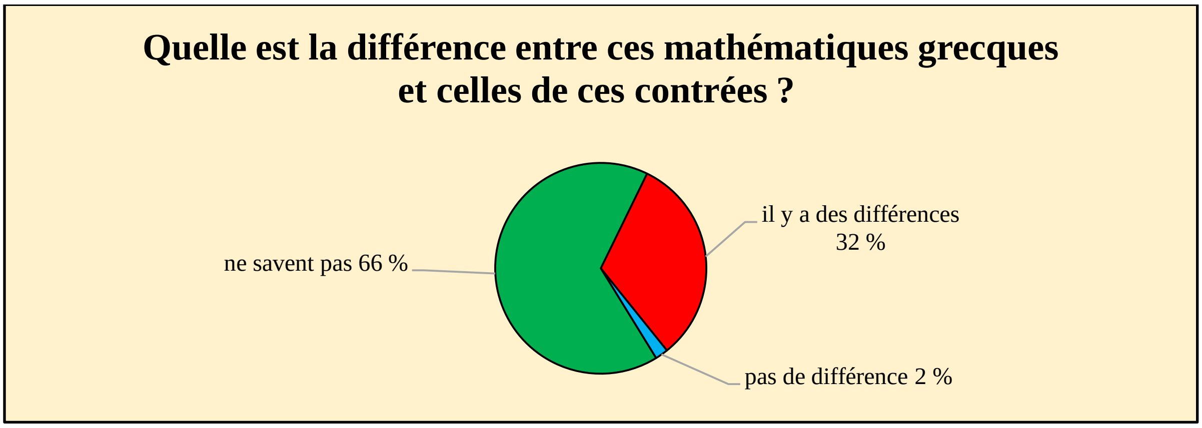


Figure 7.5. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la question sur la différence entre mathématiques grecques et celles d'autres régions.

Le diagramme circulaire des réponses révèle que plus de la moitié de l'effectif ignore la différence entre les mathématiques de l'antiquité grecque et les mathématiques qui ont existé avant. Cette ignorance peut être liée à la non prise en compte de cette information au moment de l'expérimentation (le professeur s'est contenté d'une lecture au lieu de commenter et de poser des questions), mais aussi à la nature de la question que nous avons proposée. Par la suite nous nous sommes rendu compte qu'elle était trop ouverte. D'ailleurs la diversité des réponses données par les élèves pour cette question le prouve.

VII.3.2.2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☐ Pythagore ☐ Thalès ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-Khwârizmi

La bonne réponse est Thalès et un seul élève l'a trouvée, soit 2 % ; 21 élèves (soit 51 %) ont estimé que c'était Euclide et 16 (soit 39 %) ont pensé que c'était Pythagore. Les trois élèves restant ont proposé deux noms de mathématiciens : Thalès-Euclide (2 élèves) et Pythagore-Euclide (1 élève) ; ce qui ne répond pas à la question posée. La réponse attendue est contenue dans la bulle historique proposée dans le cadre de l'expérience « Intersection d'une droite et d'un cercle ».

Il ressort du graphique circulaire que plus de 51 % des élèves disent qu'Euclide est le fondateur de la géométrie grecque alors que 39 % pensent que c'est Pythagore. Pourtant le nom de Pythagore est plus familier aux élèves de la classe de Quatrième que celui d'Euclide et s'il vient en première position, c'est sûrement lié à l'impact créé par l'activité sur les Éléments d'Euclide, dans laquelle les élèves ont travaillé sur une source primaire. L'étonnement et le dépaysement produits par le texte historique écrit au III^{ème} siècle avant J.-C. et dont les résultats sont encore présents dans les esprits des élèves un an après la séance en classe, n'a pas manqué de faire des effets.

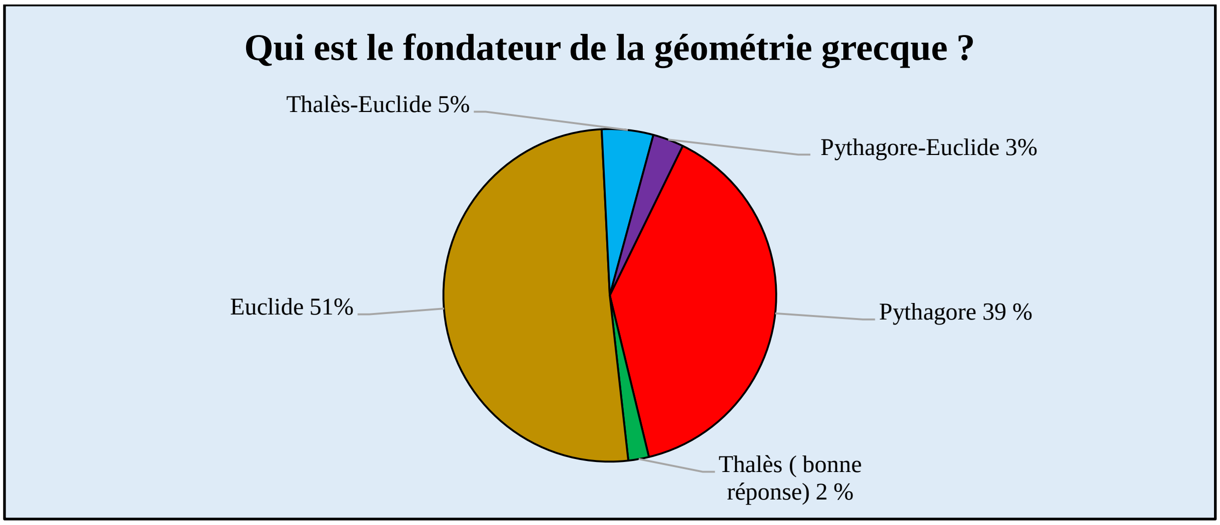


Figure 7.6. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la question sur le fondateur de la géométrie grecque.

Les élèves ont aussi fait la connaissance de Pythagore à travers une démonstration d'un théorème qu'on lui attribue, ce qui a marqué les esprits. Par contre ils n'ont connu Thalès qu'après l'activité par le biais d'une capsule historique lue par une élève. Leur attitude passive dans cette partie de l'activité peut constituer un début d'explication des réponses des élèves qui n'ont pas retenu que Thalès était le fondateur de la géométrie grecque.
En considérant d'ailleurs le travail monumental consigné dans les Éléments, ne devons-nous pas donner raison aux élèves qui ont dit qu'Euclide était le fondateur de la géométrie grecque ? Euclide n'était-il pas le fondateur et Thalès le précurseur ?
Nous remarquons aussi qu'aucun élève n'a choisi Diophante et Al-Khwârizmî ; Le fait de comprendre que ces deux mathématiciens n'ont aucun rapport avec la géométrie grecque ne constitue-t-il pas un acquis pour les élèves ?

VII.3.2.2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☐ II^ème^ siècle av. J.-C. ☐ XX^ème^ siècle ☐ IX^ème^ siècle ☐ VI^ème^ siècle av. J.-C. ☐ XV^ème^ siècle

L'élève qui a trouvé Thalès, estime qu'il a vécu au II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. ; il est dans le sillage de la bonne réponse qui est le VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. Par contre Pythagore n'est pas le fondateur de la géométrie grecque, mais neuf élèves parmi ceux qui ont donné cette réponse ont trouvé qu'il a vécu au VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., comme proposée au niveau de la fiche activité concernant l'expérimentation sur le théorème de Pythagore (voir chapitre VI, VI.6.2.)

D'ailleurs l'histogramme montre que c'est le VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., siècle qui est le plus cité par les élèves pour Pythagore comme pour Euclide et cette réponse concerne plus de la moitié de l'effectif des élèves. Ce résultat ne traduit-il pas le fait que la majorité des élèves arrive à situer les mathématiques grecques dans le temps ? Mais seule une analyse plus fine pourrait le confirmer.

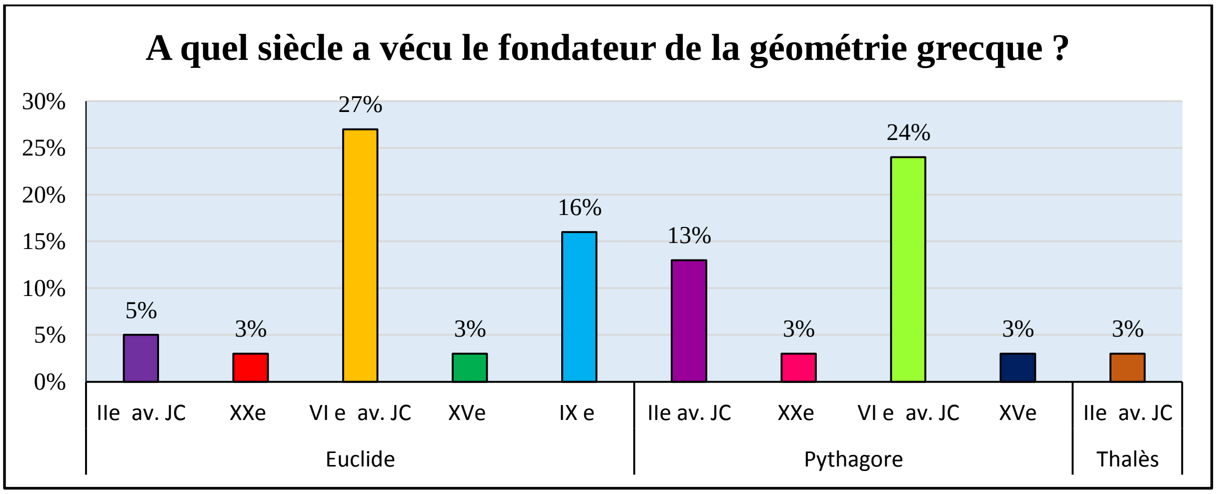


Figure 7.7. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la question sur le fondateur de la géométrie grecque.

VII.3.2.2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les Babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur ……

« Les Babyloniens écrivaient les énoncés sur des tablettes » est la bonne réponse ; deux élèves l'ont trouvée, soit 5 %, 13 ont dit qu'ils ne savent pas et les 26 autres réponses sont fausses : elles parlent de bois, de pierres, de tableaux, de livres, de fichiers, de feuilles, de sable, de papier, de murs, de tabourets et de papyrus.

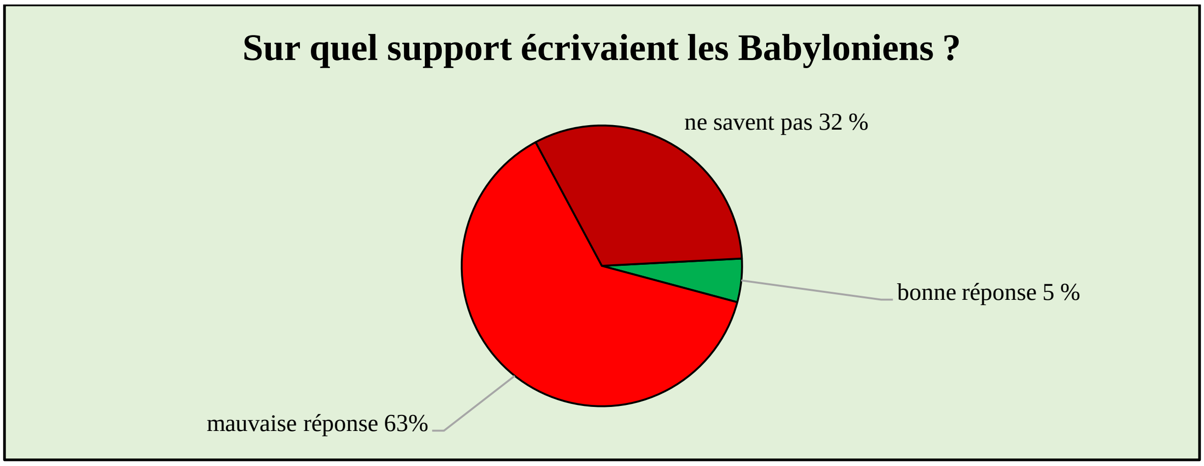


Figure 7.8. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la question sur les supports d'écriture des Babyloniens.

Les réponses des élèves à cette question ne sont pas très bonnes et elles sont en partie liées au déroulement de l'activité sur la « Mise en équation » qui n'a pas mis en exergue l'information historique concernant les supports d'écriture des premières civilisations.

b) Comment procédaient les Égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur ………

Un seul élève a trouvé que les Égyptiens écrivaient les énoncés sur du papyrus ; soit 2 %.

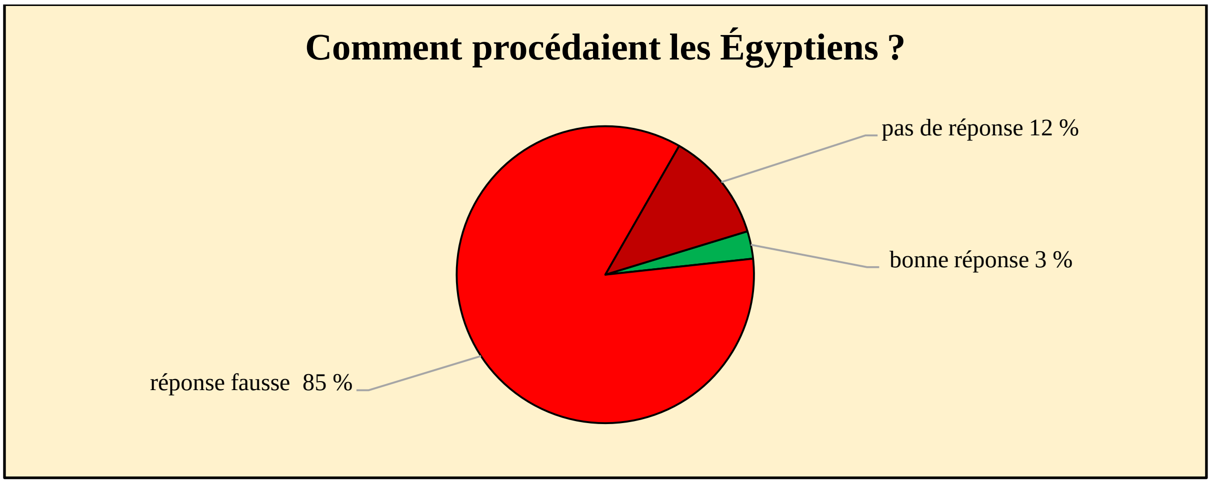


Figure 7.9. Répartition des pourcentages d'élèves suivant leur réponse à la question sur les supports d'écriture des Égyptiens.

Cinq élèves n'ont pas répondu et les 35 réponses restantes sont fausses et parlent de murs, sol, bois, pierres, feuilles, livres, fichiers, salles, pyramides, temples. Le commentaire expliquantle comportement des élèves pour la question précédente reste valable pour ce cas.

VII.3.2.2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'Histoire ?

☐ II^{ème} siècle av. J.-C. ☐ XX^{ème} siècle ☐ IX^{ème} siècle ☐ VI^{ème} siècle av. J.-C. ☐ XV^{ème} siècle

Le IX^{ème} siècle est celui des mathématiciens arabes ; 7 élèves ont trouvé cette réponse, soit 17 % ; 2 élèves n'ont pas répondu et 32 élèves ont donné des réponses fausses, soit 78 %.

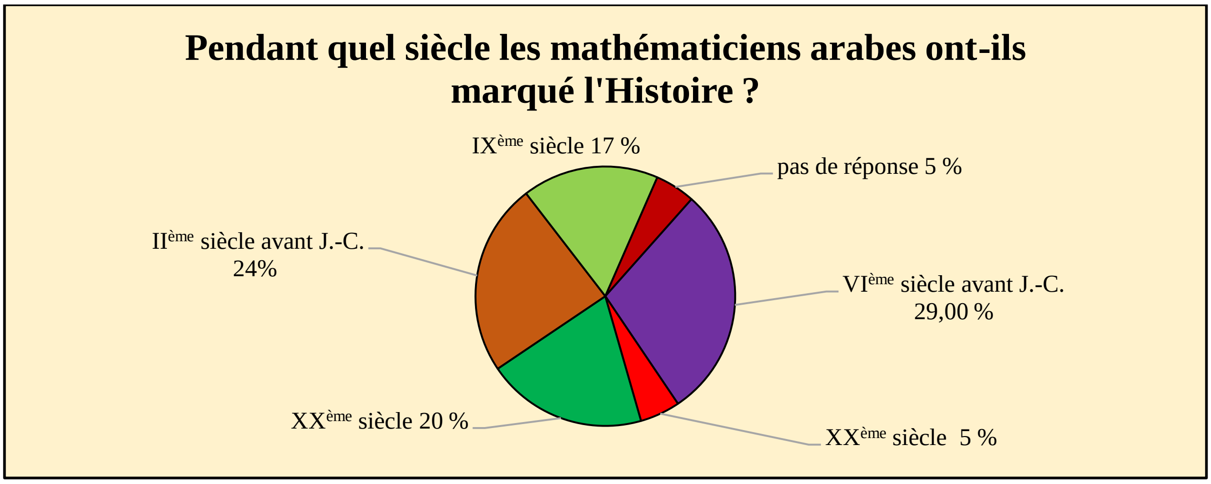


Figure 7.10. Répartition des réponses sur les mathématiciens arabes.

Le nombre important de réponses fausses s'explique par le fait que l'information selon laquelle les mathématiciens arabes ont marqué l'Histoire au IX^{ème} siècle n'apparaît nulle part sur les fiches d'activité et n'a pas fait l'objet de commentaires de la part du professeur. Pour trouver la bonne réponse les élèves ne disposaient que des travaux d'Al-Khwârizmî sur les équations au IX^{ème} siècle, ce qui est insuffisant pour dire que les mathématiciens arabes ont marqué l'Histoire au IX^{ème} siècle.

Commentaires

Pour les sept questions proposées aux élèves la moyenne des pourcentages des bonnes réponses est 9 % ; soit 3 à 4 élèves qui ont trouvé le résultat pour chacune des sept questions. Ce score est très faible ; il s'explique par le fait que les élèves n'ont pas travaillé sur ces informations qui ont été pour l'essentiel véhiculées à travers des bulles historiques que le professeur expérimentateur s'est contenté de lire.

VII.3.2.3. Thème 3 : Distance

VII.3.2.3.1. Qui est Euclide ?

□ un Babylonien □ un Égyptien □ un Allemand □ un Américain □ un Grec

Une majorité de 37 élèves (soit 90 %) a bien répondu en écrivant qu'Euclide était un Grec. Par contre 4 élèves (soit 10 %) ont donné des réponses fausses.

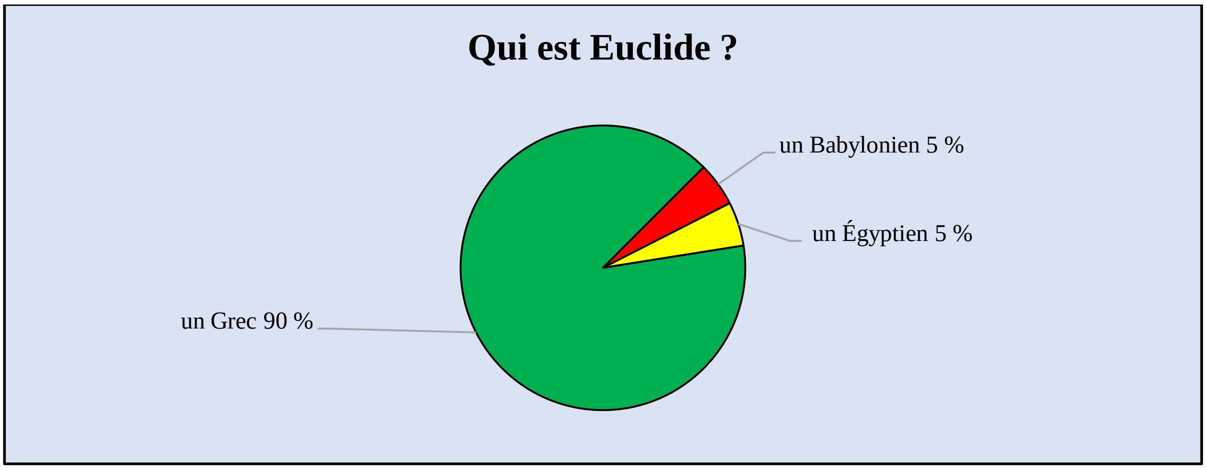


Figure 7.11. Répartition des réponses à la question sur Euclide.

Le grand nombre d'élèves ayant trouvé la bonne réponse reflète en grande partie l'impact de l'expérience qui a porté sur le livre I des Éléments d'Euclide. En effet avant cette expérience, les élèves avaient certes fait de la géométrie euclidienne, mais le nom d'Euclide n'était apparu à aucun moment dans leur cursus scolaire, même en ce qui concerne la division : en classe de 5ème au niveau du chapitre « Multiples et diviseurs » le professeur aborde la division euclidienne sans faire en général le lien avec Euclide et cette notion de division euclidienne n'est reprise qu'à partir de la classe de Seconde avec les divisions de polynômes.
Donc si les élèves ont su à plus de 90 % qu'Euclide était un mathématicien grec, nous le devons surtout au travail effectué sur Euclide et ses Éléments.

VII.3.2.3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☐ en Alexandrie ☐ en Grèce ☐ aux USA ☐ en Allemagne

Deux élèves (soit 5 %) ont répondu en cochant Alexandrie et 34 élèves ont dit que c'était en Grèce. Toutes les autres réponses sont fausses.

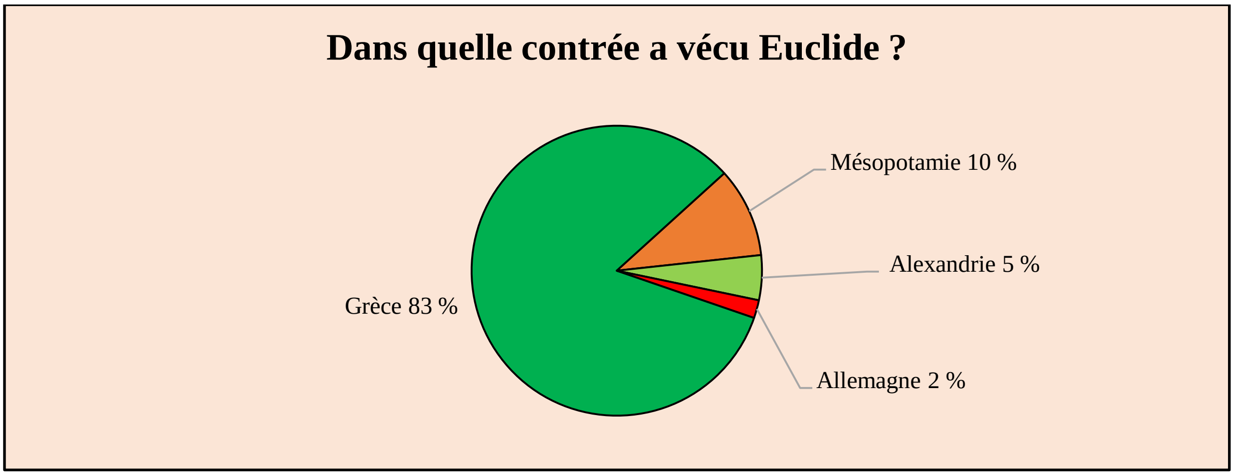


Figure 7.12. Répartition des réponses à la question sur l'endroit où a vécu Euclide.

En effet tout ce que nous savons, c'est qu'Euclide n'a pas vécu en Mésopotamie et en Allemagne comme le prétendent 12 % des élèves. Il nous sera par contre difficile de départager les élèves qui ont proposé Alexandrie ou Grèce.

D'ailleurs même la fiche d'activité n'est pas formelle sur cette question en disant qu'« il semble que c'est un mathématicien grec qui aurait vécu au III^{ème} siècle avant J.-C. à Alexandrie ».

En interrogeant la littérature, Courtois (2007, p. 2) nous apprend qu'« Euclide est né à Alexandrie, Égypte, en 365 avant J.-C. et meurt vers l'an 300 toujours avant J.-C. » contrairement à Lescanne (2006) qui affirme qu' « Euclide (né vers -325, mort vers -265 à Alexandrie) étudia à Athènes à l'École des successeurs de Platon et il s'établit à Alexandrie sur l'invitation de Ptolémée II, roi d'Égypte ».

Vitrac (2008, p. 5) va trancher le débat en nous informant qu'« on ne serait pas étonné d'apprendre de la biographie d'Euclide, on ne sait à peu près rien. On ne connait ni sa cité d'origine, ni le nom de son père, ni évidement avec qui et où il a appris les mathématiques, qui furent ses disciples, s'il en eut effectivement ».

Pour le questionnaire, nous avons préféré rapprocher les différentes positions en choisissant Alexandrie et Grèce comme les deux contrées où Euclide a vécu ; ce qui nous donne 88% de bonnes réponses. Ce score traduit l'impact positif du travail fait sur Euclide et ses Éléments.

VII.3.2.3.3. Que représentent les Éléments d'Euclide ?

☐ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

Pour cette question, nous avons 36 bonnes réponses (soit 88 %) qui ont dit que c'est un ouvrage mathématique et 5 réponses fausses.

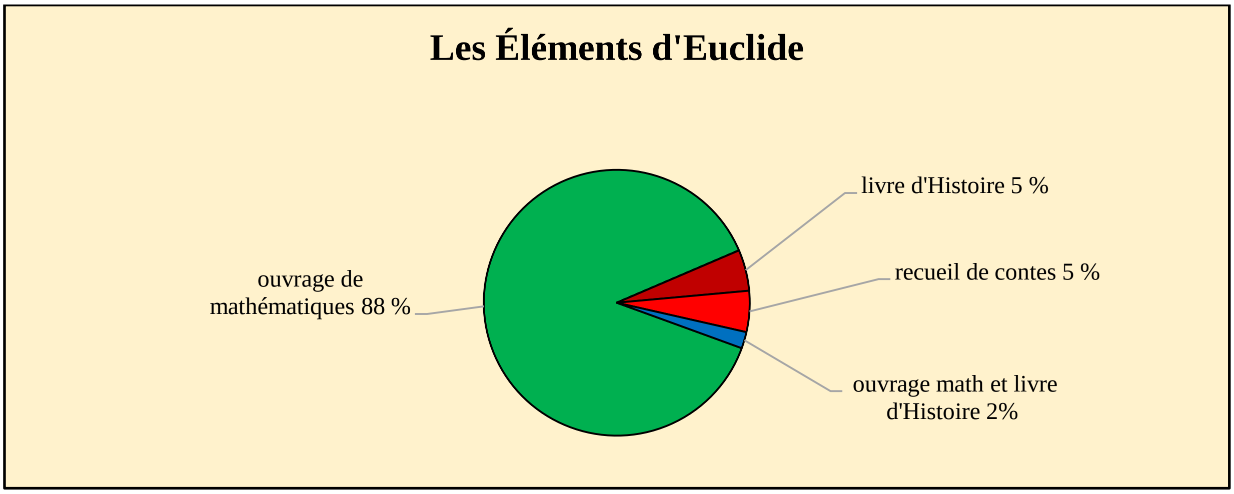


Figure 7.13. Répartition des réponses à la question sur les Éléments d'Euclide.

Le graphique traduit le pourcentage important d'élèves de la classe qui savent que les Éléments d'Euclide est un ouvrage mathématique. Cette question est loin d'être facile et la bonne réaction des élèves peut s'expliquer par l'activité faite sur un extrait du premier livre des Éléments d'Euclide.

VII.3.2.3.4. Les Éléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☐ III^{ème} siècle av. J.-C.   ☐ IX^{ème} siècle   ☐ XII^{ème} siècle   ☐ V^{ème} siècle av. J.-C. ☐ XVII^{ème} siècle

Ce sont 14 élèves (soit 34 %) qui ont bien répondu en indiquant que c'est le III^{ème} siècle av. J.-C. ; 26 élèves ont donné des réponses fausses et deux n'ont pas répondu.

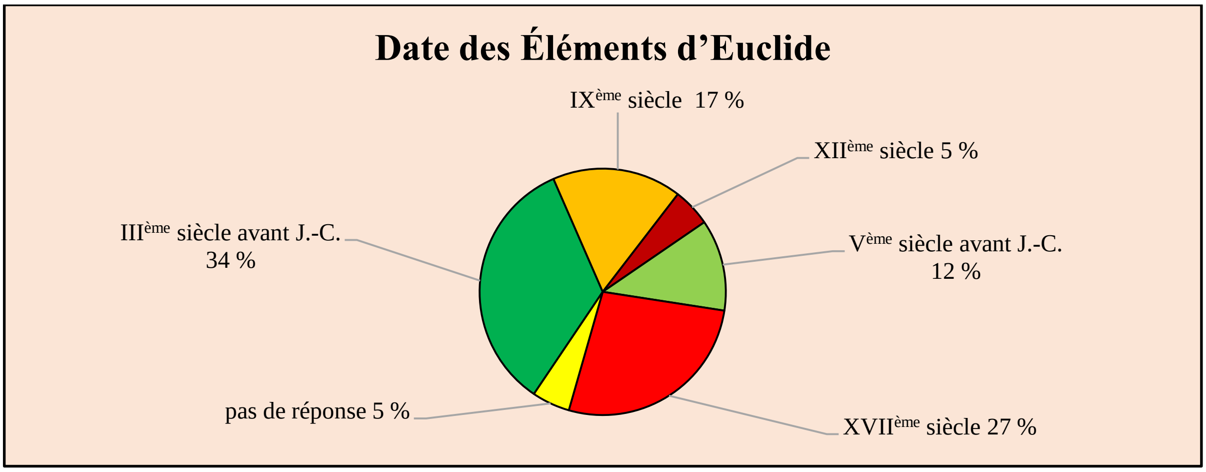


Figure 7.14. Répartition des réponses à la question sur la date des Éléments d'Euclide.

Sur les cinq réponses proposées, le III^{ème} siècle a recueilli plus de voix (34%), suivi du XVII^{ème} siècle avec 27% des élèves. Si on se réfère à la fiche d'activité sur les Éléments d'Euclide il n'est pas dit de manière explicite que les Éléments datent du III^{ème} siècle, mais on a parlé d'Euclide qui aurait vécu au III^{ème} siècle avant J.-C. et des enseignements de ses Éléments, enseignements qui sont antérieurs de 300 ans à l'ère chrétienne.

Le fait que 34% des élèves en déduisent que les Éléments d'Euclide datent du III^{ème} siècle est un bon score à souligner d'autant que le professeur dans ses explications leur a fait comprendre au chapitre VI.2.4., séquence 11, dialogue **D'1101. P** que le texte a été écrit en MDCXXXII. En effet 1632 qui correspond à MDCXXXII en chiffre romain est l'année de la traduction du texte original écrit en grec, et du fait qu'il correspond au XVII^{ème} siècle. On comprend pourquoi une forte proportion d'élèves (27 %) a indiqué ce siècle. Ce qui démontre de façon éloquente l'impact sur les élèves de l'étude des textes historiques et l'importance d'une bonne formation pour ne pas raconter des inexactitudes qui vont rester dans l'esprit des élèves.

VII.3.2.3.5. Les enseignements des Éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☐ oui ☐ non

Une majorité de 23 élèves ont donné la bonne réponse en cochant oui à cette question, soit 56 % et 18 n'ont pas trouvé en répondant non.

VII.3.2.3.6. Si oui donne un exemple :

Parmi les exemples donnés par les élèves qui ont répondu oui :

- cinq sont bons, soit 22 % et ils évoquent la géométrie euclidienne, la distance, le théorème de Pythagore ;
- huit sont faux et parlent d'équations et de nombres premiers ;
- un exemple est imprécis car il évoque la géométrie alors que dans ce domaine on a certes la géométrie euclidienne, mais aussi d'autres branches mathématiques comme la géométrie analytique.

Plus de la moitié des élèves a trouvé la réponse ; ce qui est une bonne chose car le théorème 13 étudié lors de l'expérimentation sur les distances est encore dans les programmes scolaires. Certes la formulation a changé, mais l'idée n'a pas évolué. Le théorème de Pythagore étudié lors de l'expérimentation figure également dans les Éléments avec la plus ancienne démonstration connue de ce théorème ; donc ce n'est pas étonnant que les élèves citent ces deux exemples contrairement à la géométrie euclidienne qui n'a été évoqué nulle part et qui vient peut-être de leurs recherches. Cependant 9 élèves n'ont pas répondu ou ont dit avoir oublié.

<u>Commentaires</u>

Pour chaque question de ce thème plus de la moitié des élèves a donné la bonne réponse sauf à la question sur la période à laquelle datent les Éléments d'Euclide ; dans ce cas ce sont les commentaires du professeur qui ont sûrement désorienté les élèves. Toutefois la moyenne des pourcentages des élèves ayant donné de bonnes réponses est 72 % si on considère qu'un élève a trouvé la bonne réponse quand il dit qu'Euclide a vécu en Égypte ou en Grèce. Ainsi, nous avons pratiquement trois élèves sur quatre en moyenne qui se sont rappelé ce qui a été fait dans l'activité sur la Distance, qui a consisté à faire travailler les élèves sur un texte historique : un extrait des Éléments d'Euclide. La question « Qui est Euclide ?» a donné le meilleur score (90 % de bonnes réponses) et le plus faible (34 %) est obtenu avec la question « Les Éléments d'Euclide datent de quelle période ? » dont on a donné une cause possible.

VII.3.2.4. Thème 4 : Historique des nombres

VII.3.2.4.1. A quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ?

☐ - 2000 ans   ☐ IXème siècle   ☐ - 35000 ans   ☐ VIIème siècle av. J.-C.   ☐ - 8000 ans

Au total 12 élèves (soit 29 %) ont donné la bonne réponse en cochant - 35 000 ans, 21 élèves (soit 51 %) n'ont pas trouvé et 8 n'ont rien mentionné.

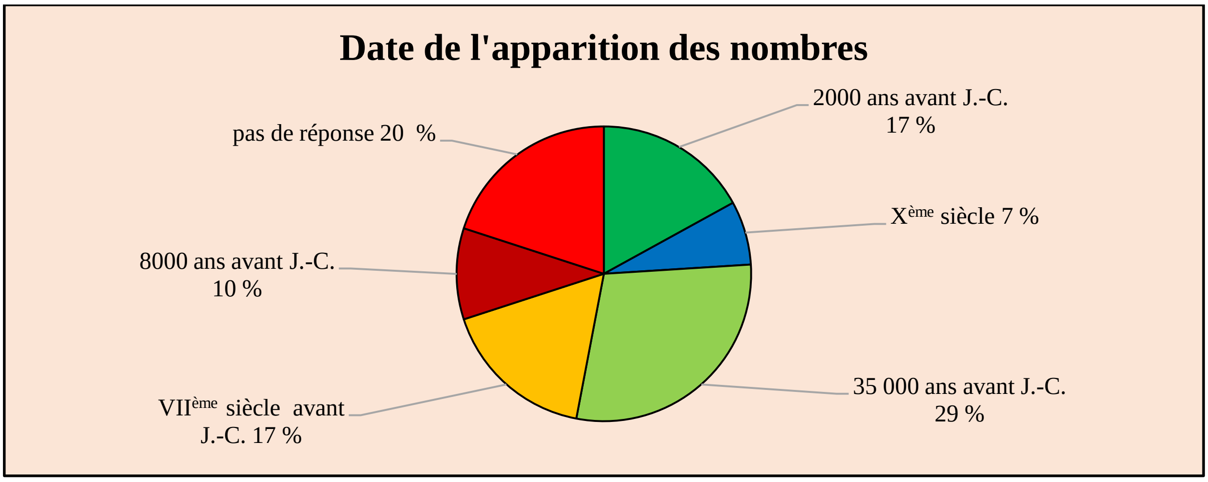


Figure 7.15. Répartition des réponses à la question sur la période d'apparition des nombres.

Le pourcentage d'élèves ayant trouvé la bonne réponse (29 %) est le mode principal de la série statistique. Ce résultat est appréciable bien qu'il soit nettement en deçà de 50 % et au vu du nombre important d'élèves qui n'ont pas répondu (20 %). La réponse à cette question a été donnée lors de l'apport d'informations du professeur après l'exposé des élèves sur l'Historique des nombres. Ce qui est insuffisant pour une meilleure mémorisation de l'information historique ; il aurait fallu-donner l'occasion à l'élève de manipuler ces dates en reprenant la frise chronologique.

VII.3.2.4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les Égyptiens pour écrire les nombres ?

☐ calculi   ☐ hiéroglyphes   ☐ alphabet   ☐ chiffres   ☐ lettres

Pour cette question on a 37 bonnes réponses qui ont indiqué hiéroglyphes et 4 réponses fausses.

Les élèves ont bien réagi à cette question avec un score positif de 91 % ; l'expérience faite en classe y est certes pour quelque chose, mais n'a-t-elle pas surtout contribué à rafraichir la mémoire des élèves qui ont vu également les hiéroglyphes en leçon d'Histoire ?

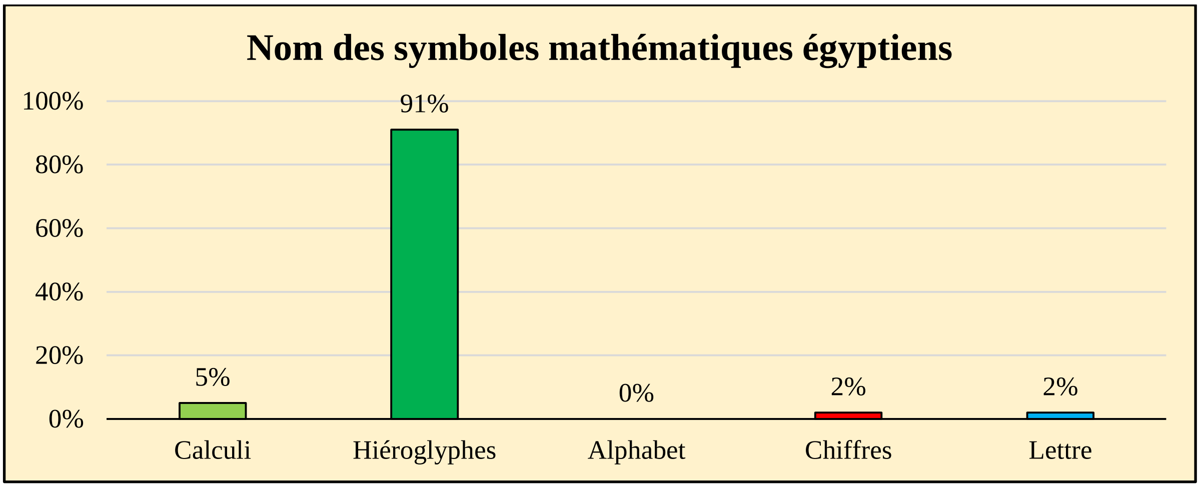


Figure 7.16. Répartition des réponses à la question sur l'appellation des symboles mathématiques égyptiens.

VII.3.2.4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☐ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☐ clou

A part 3 élèves qui n'ont pas répondu, toutes les 38 autres réponses (soit 93 %) sont fausses. Parmi ces réponses, 28 ont estimé que c'était « pi ».

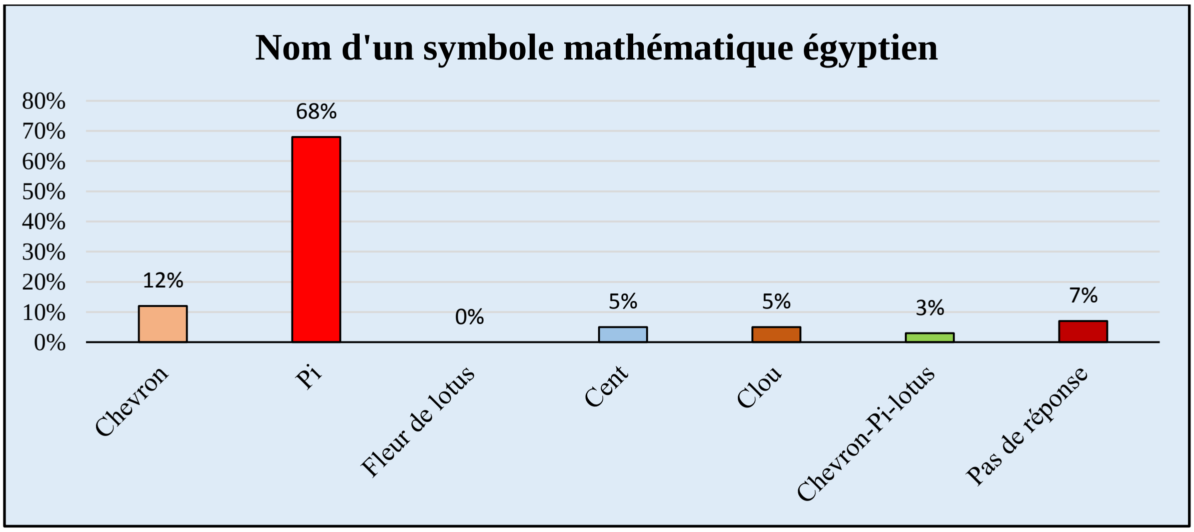


Figure 7.17. Répartition des réponses concernant le nom d'un symbole mathématique égyptien.

La bonne réponse est « fleur de lotus » et aucun élève ne l'a trouvée ; cette situation peut s'expliquer par l'ambiguïté de la question qui donne des noms de symboles et qui demande aux élèves d'indiquer le nom. La question n'étant pas claire, les élèves dans leur grande majorité ont sûrement coché « pi » car c'est le symbole qu'ils connaissaient le mieux.

En effet la question 4.2 et 4.3 sont liées. La première question demande le nom des symboles utilisés par les Égyptiens et la deuxième un exemple de ces symboles ; ce qui est mal dit de notre part. Il aurait fallu demander à la question 4.3. « Parmi les symboles suivants, coche celui utilisé par les Égyptiens ».

VII.3.2.4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres ?

☐ des Grecs ☐ des Égyptiens ☐ des Arabes ☐ des Chinois ☐ des Indiens

Tous les 41 élèves ont répondu à cette question et aucun d'entre eux n'a trouvé « Indiens » qui est la bonne réponse. L'essentiel des élèves a pensé que les chiffres que nous utilisons venaient des Grecs avec 56 %, des Égyptiens avec 17 % et des Arabes avec 12 %.

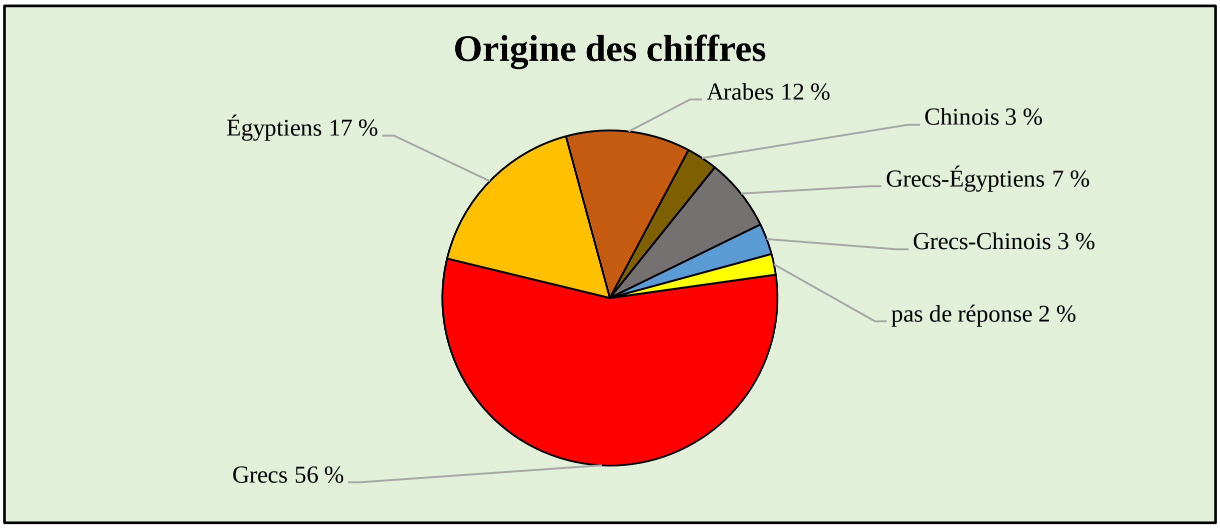


Figure 7.18. Répartition des réponses à la question sur l'origine des chiffres.

La réponse à cette question a été donnée lors de l'expérience sur l'historique des nombres au moment de l'apport d'information du professeur qui a dit à la réplique suivante :

> **NR7.07. P** : « Imaginer à l'époque, au IX^{ème} siècle, c'est un Pape bien sûr qui s'occupe de l'Église mais également qui se permet de faire des mathématiques jusqu'à même être à l'origine de l'amélioration des chiffres découverts par / par les Indiens et que lui va améliorer / et découvert par les / les chiffres utilisés par les Arabes et qu'il va prendre des Arabes pour les améliorer et en faire ce que nous utilisons actuellement » (voir chapitre VI, VI.3.5.)

Le professeur ayant mis en exergue le rôle du Pape en posant beaucoup de questions en rapport avec ce dernier, l'information sur l'origine des chiffres est passée inaperçue. Il s'y ajoute que les chiffres que nous utilisons aujourd'hui sont communément appelés chiffres arabes, ce qui peut expliquer les 12% des élèves qui ont coché « arabes ».

VII.3.2.4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

Le bon ordre est : entiers naturels – fractions – décimaux arithmétiques – entiers relatifs – nombres rationnels. Personne ne l'a trouvé, et dans la classe 4 élèves n'ont pas répondu ; soit

10 %. Par contre 12 élèves (soit 29 %) ont trouvé le premier ensemble de nombres et le dernier.
Le fait de connaître l'ordre d'apparition des différents nombres connus de l'élève est l'un des objectifs de l'expérience sur l'historique des nombres qui malheureusement n'est pas atteint ; ce qui peut expliquer la difficulté des élèves à ordonner ces nombres. Le professeur aurait dû après son apport d'informations demander aux élèves de reprendre la frise chronologique et leur poser des questions sur l'ordre d'apparition des différents nombres qu'ils ont eu à rencontrer dans leur cursus scolaire. Ainsi les élèves auraient pu se rendre compte que cet ordre est différent de celui suivi par le programme de mathématiques.

VII.3.2.4.6. Les nombres décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37,2 :

Trois élèves (soit 7 %) ont bien répondu en donnant 37.2 ou $\frac{372}{10}$. Par contre 26 élèves (soit 84 %) ont dit qu'ils ne savaient pas et 12 ont donné une réponse fausse.

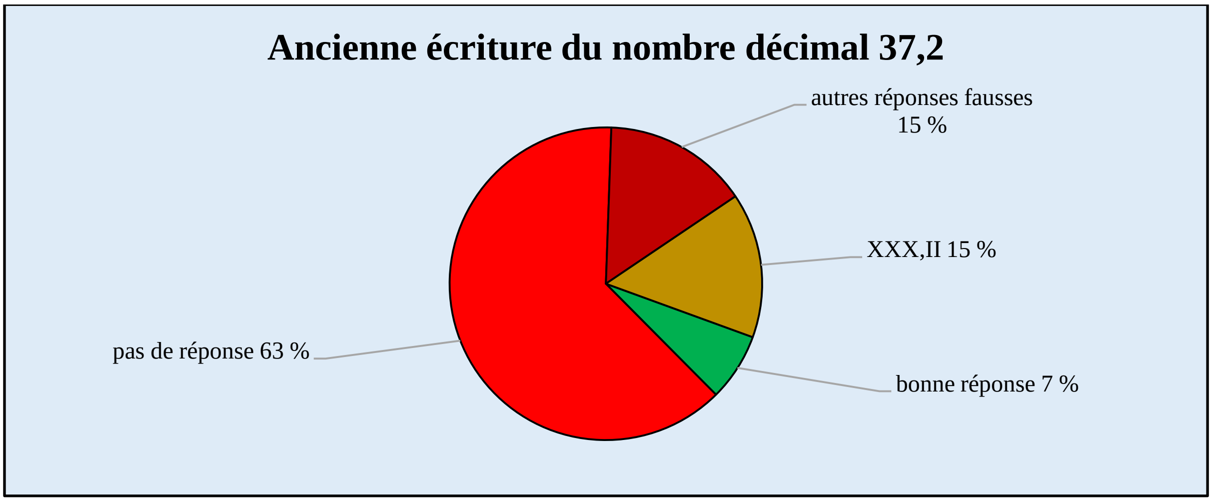


Figure 7.19. Répartition des réponses à la question sur une ancienne écriture du nombre décimal 37,2.

Les nombre élevé d'élèves qui n'ont pas pu répondre à cette question nous conforte dans l'idée que le discours du professeur ne suffit pas pour que l'élève apprenne et retienne les contenus ; à défaut de les découvrir, l'élève doit les manipuler pour se les approprier. Ça aurait pu être possible dans cette situation si le professeur, après l'apport d'informations, avait donné quelques exemples de nombres en demandant aux élèves de les écrire selon la notation de Stevin, de Snelius, de Magini et de Burgie.

<u>**Commentaires**</u>

Les élèves n'ont pas retenu grand-chose de ce thème, comme le montre la moyenne des pourcentages des élèves ayant donné de bonnes réponses qui est de 21 %. Ces résultats ne sont pas surprenants car le travail de recherche a été confié à un groupe d'élèves sans encadrement et sans orientation, ni suivi. La synthèse du professeur, qui aurait dû y remédier en donnant une autre occasion aux élèves de reprendre et de commenter la frise chronologique, n'a été qu'une leçon magistrale. A l'avenir nous pensons expliciter davantage les consignes concernant la fiche activité du professeur et dans le cadre d'une co-construction de l'ingénierie didactique nous comptons participer activement à la supervision du travail de recherche des élèves.

VII.3.2.5. Thème 5 : Les équations

VII.3.2.5.1 Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thalès ☐ Pythagore ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Hipparque

La bonne réponse était Diophante et elle a été trouvée par 4 élèves sur 41, soit 9,8 %. Tous les autres élèves ont donné des réponses fausses.

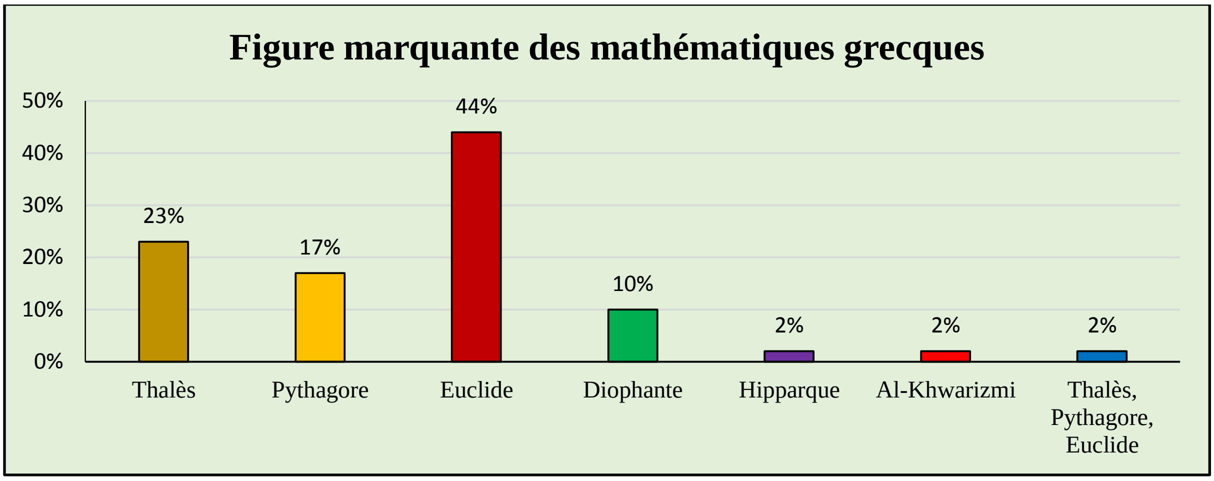


Figure 7.20. Répartition des réponses à la question sur une figure marquante des mathématiques grecques.

Pour les élèves les figures marquantes grecques sont Euclide (44 %), Thalès (23 %) et Pythagore (17 %). Ils ont raison et d'ailleurs les trois expériences réalisées avec eux en géométrie ont évoqué l'un de ces grands savants grecs. Mais pour autant la figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations est Diophante et cette réponse doit être tirée à partir de la fiche d'activité portant sur la résolution des équations (voir chapitre VI.5.2.) ; il est écrit sur cette fiche que : « les équations sont également résolues en Grèce, surtout avec Diophante (IV^{ème} siècle de notre ère), qui va opérer des ruptures en proposant des énoncés abstraits, généraux, et qui utilisent des abréviations ». Une telle information lue une seule fois par un élève avec un débit rapide, des mots mal prononcés, beaucoup d'hésitations, sans respect de la ponctuation et sans être accompagnée des commentaires du professeur permet difficilement aux élèves d'en tirer profit et de retenir que Diophante est cette figure marquante grecque.

VII.3.2.5.2. Qui est Al-Khwârizmî ? un mathématicien …

☐ Égyptien ☐ Européen ☐ Babylonien ☐ Arabe ☐ Indien

Ce sont 22 élèves qui ont répondu qu'Al-Khwârizmî était un mathématicien arabe. Cette réponse est juste et les élèves qui l'ont trouvée représentent 54 % de l'effectif. Un élève s'est abstenu et 44 % ont donné des réponses fausses.

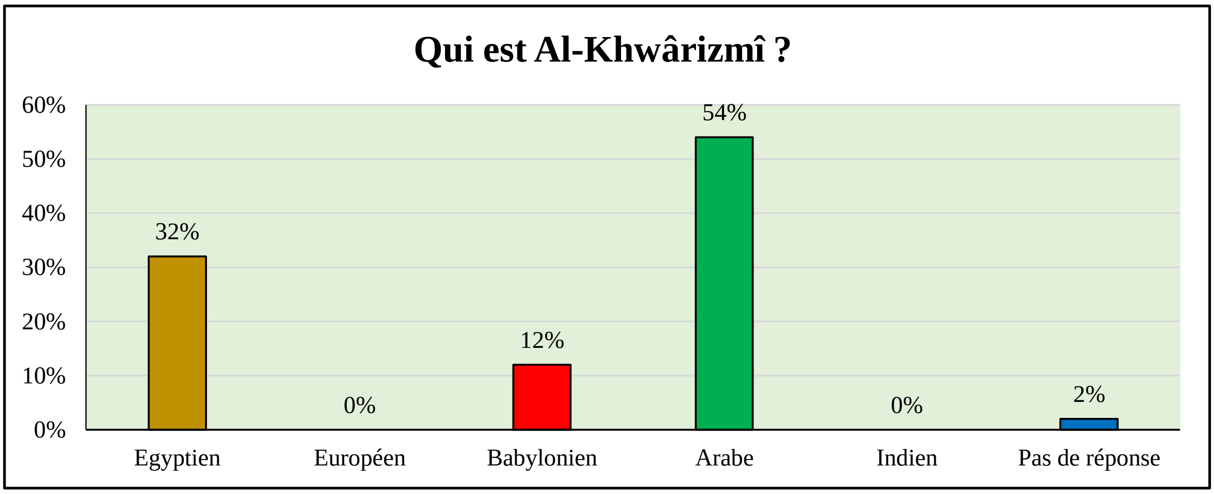


Figure 7.21. Répartition des réponses à la question sur Al-Khwârizmî.

La majorité des élèves a trouvé la bonne réponse en indiquant qu'Al-Khwârizmî était un mathématicien arabe, alors qu'avant l'expérimentation pratiquement aucun élève n'avait entendu parler d'Al-Khwârizmî ; ce qui prouve l'impact positif de l'expérience portant sur la résolution qui a attiré l'attention sur Al-Khwârizmî et ses deux opérations *al-jabr* et *al-muqabala*.

VII.3.2.5.3. Al-Khwârizmî utilise deux opérations pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$. Indique ces opérations en les cochant :

☐ Al-jabr   ☐ Algorithme   ☐ Al-muqabala   ☐ Al-Kitab   ☐ Al-jumma

Pour cette question 37 élèves ont trouvé les deux bonnes réponses (soit 91 %), 2 élèves ont trouvé une des deux réponses justes (soit 5 %) et 2 ont donné des réponses fausses.

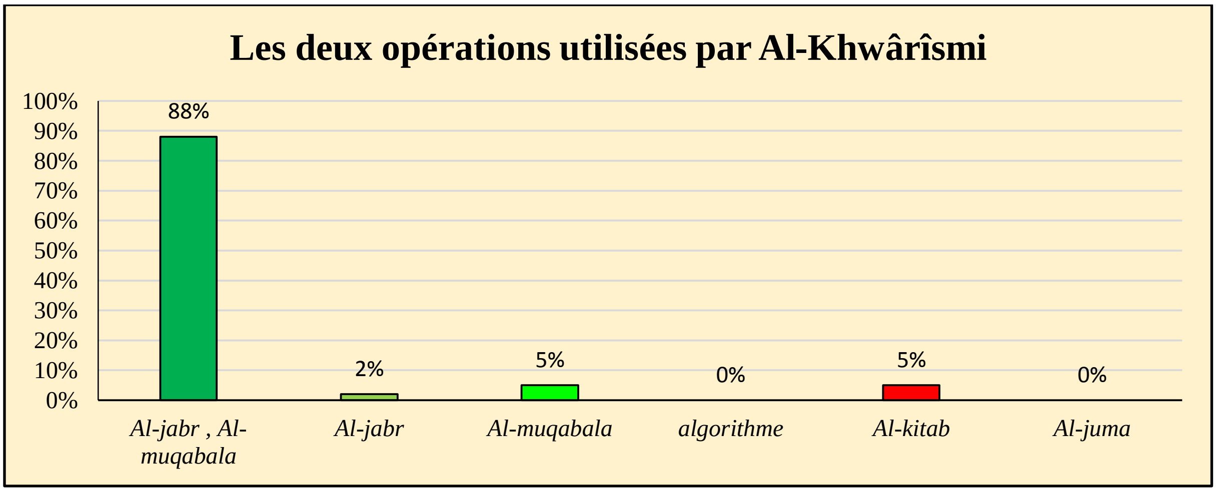


Figure 7.22. Répartition des réponses à la question sur les deux opérations utilisées par Al-Khwârismî.

Le pourcentage élevé de réponses justes (90 %), traduit une bonne appropriation des deux opérations d'Al-Khwârizmî par les élèves. Ce score n'est pas surprenant car les deux opérations ont été non seulement évoquées, mais manipulées à plusieurs reprises par les élèves à travers les nombreux exemples et exercices que le professeur a proposés.

VII.3.2.5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les Babyloniens ?

☐ alpha   ☐ aire   ☐ côté   ☐ longueur   ☐ chose

Sept élèves sur 41 ont retenu que les Babyloniens appelaient *côté* l'inconnue d'une équation (soit 17 %). Plus des trois quarts ont donné une mauvaise réponse et un élève ne s'est pas exprimé.

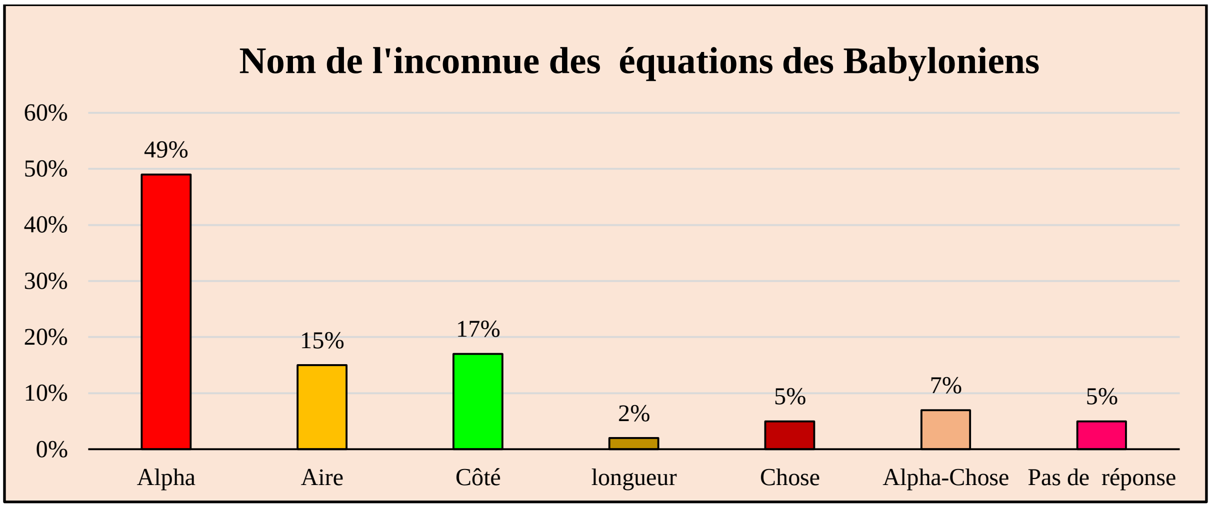


Figure 7.23. Répartition des réponses à la question sur le nom utilisé par les Babyloniens pour désigner l'inconnue dans une équation.

On retrouve la réponse à cette question dans fiche d'activité de l'expérience « Mise en équation » (voir chapitre VI, VI.4.2.) sur laquelle il est mentionné qu'à Babylone, les équations « étaient exprimées en phrases suivant un **langage géométrique** avec une inconnue appelée *côté* et la puissance deux de l'inconnue appelée *carré* ».
Toutefois dans la mise en équation, on s'est plus intéressé à l'inconnue appelée x qu'à l'inconnue appelée *côté*, ce qui peut expliquer le faible score de réponses justes des élèves. En outre le choix du plus grand nombre d'élèves pour « Alpha » peut se justifier par le fait que l'inconnue est en général désignée par une lettre de l'alphabet ; comme « Alpha » est la seule lettre de l'alphabet qui figure sur les réponses proposées, les élèves l'ont sûrement choisie pour cette raison.

VII.3.2.5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les Arabes ?

☐ alpha   ☐ aire   ☐ côté   ☐ longueur   ☐ chose

Les Arabes appelaient « chose » l'inconnue. ; 11 bonnes réponses ont été recueillies soit (27 %) et toutes les autres réponses sont fausses.

Les résultats sont similaires à ceux de la question précédente sauf que pour cette question plus du quart des élèves a trouvé la bonne réponse ; cette embellie du score peut s'expliquer par le fait que les élèves de la classe ayant étudié l'arabe, se retrouvent dans l'information de la fiche d'activité sur la résolution d'équation (voir chapitre VI, VI.5.2.) qui dit qu'Al-Khwârizmî appelait inconnue « šay » qui signifie littéralement « chose ».

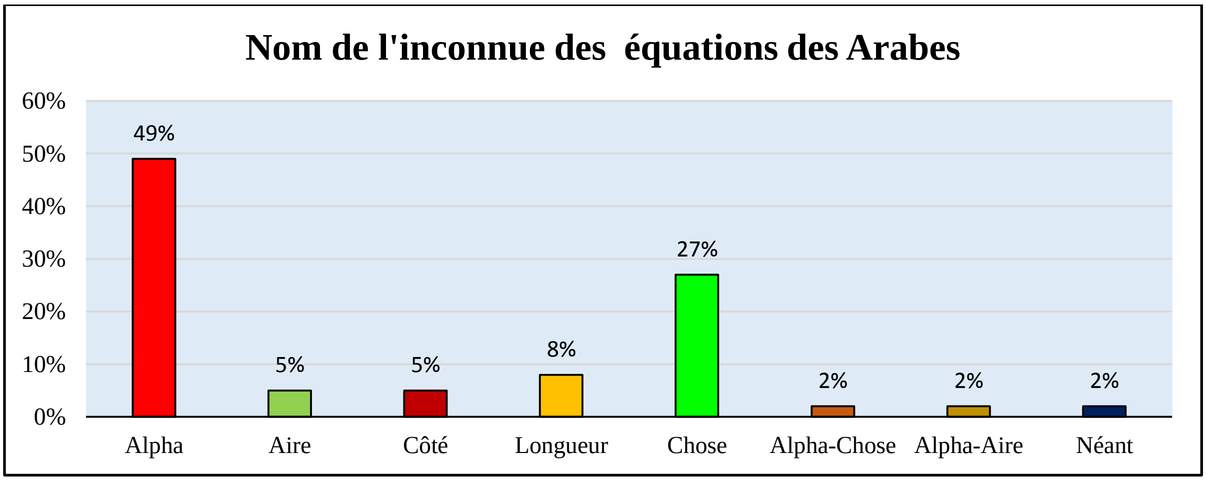


Figure 7.24. Répartition des réponses à la question sur le nom utilisé par les Arabes pour désigner l'inconnue dans une équation.

VII.3.2.5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques. Comment procédaient les Babyloniens, les Égyptiens ou les Arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des

La réponse attendue est « phrases » et aucun élève ne l'a trouvée. Cette situation s'explique par le fait que la question est ouverte et n'est pas précise. Le nombre important de candidats n'ayant pas répondu (39 %) et la variété des réponses données par les élèves (hiéroglyphes, chiffres romains, pierre, inconnue, symbole, lettre, alpha, plume, signes, …) confirment l'ambiguïté de la question.

<u>Commentaires</u>

La moyenne des pourcentages des bonnes réponses pour les questions relatives aux équations est 32 %. Ce résultat cache des disparités entre d'une part le bon comportement des élèves pour les deux questions en rapport avec Al-Khwârizmî qui recueillent respectivement 54 % et 91 % de bonnes réponses et d'autre part les questions liées à Diophante et à la manière d'écrire les équations qui varient entre 0 % et 17 % de bonnes réponses. Cette situation peut s'expliquer par le fait que les deux opérations d'Al-Khwârizmî ont été intégrées dans le vocabulaire des élèves dans le cadre de la résolution d'équations comme suit : « Avec Al-jabr l'équation devient, …avec al-muqabala on obtient … ». Ce qui n'est pas le cas de Diophante, du nom de l'inconnue et de l'écriture des équations qui ne sont évoqués qu'une seule fois par un texte lu par le professeur sans commentaire.

VII.3.2.6. Thème 6 : Le théorème de Pythagore

VII.3.2.6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un Babylonien ☐ un Égyptien ☐ un Français ☐ un Américain ☐ un Grec

Pythagore est un Grec ; 19 élèves ont trouvé cette réponse, soit 46%. Toutes les autres réponses sont fausses.

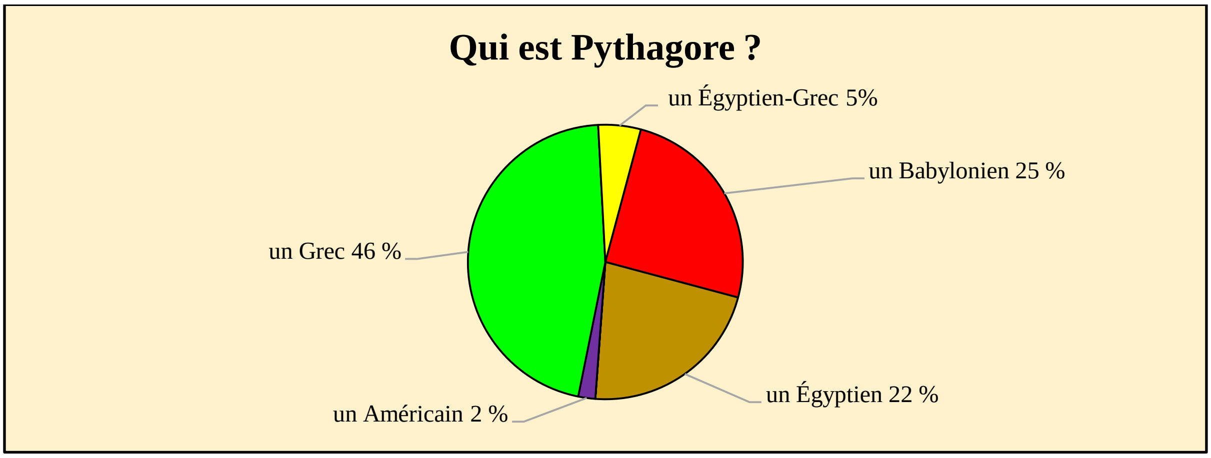


Figure 7.25. Répartition des réponses à la question sur la nationalité de Pythagore.

Pourtant la réponse est donnée de manière explicite dans la fiche d'activités des élèves sur le théorème de Pythagore (voir chapitre VI, VI.6.2.) où il est dit que « Pythagore est un mathématicien grec ». D'ailleurs par mesure de prudence on devrait dire que Pythagore serait un mathématicien grec car on n'est pas sûr de son existence.
Nous tirons des réponses des élèves que la seule évocation écrite ou orale d'une information historique ne suffit pas pour sa bonne appropriation.

VII.3.2.6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

☐ III^{ème} siècle av. J.-C. ☐ IX^{ème} siècle ☐ XII^{ème} siècle ☐ VI^{ème} siècle av. J.-C. ☐ XVII^{ème} siècle

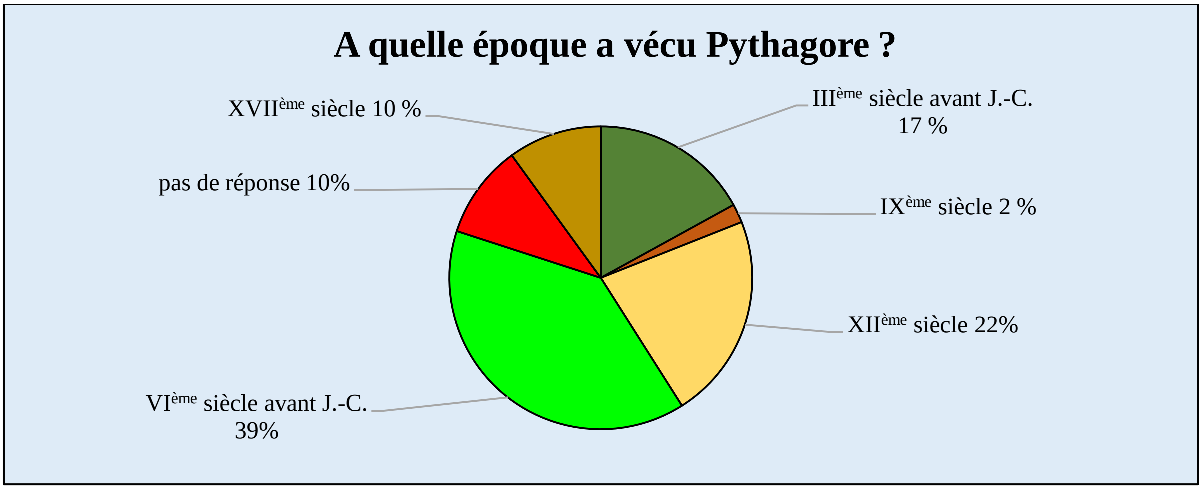


Figure 7.26. Répartition des réponses à la question sur l'époque à laquelle a vécu Pythagore.

Pythagore a vécu au VI^{ème} siècle avant J.-C ; 16 élèves ont donné la bonne réponse, soit 39 %. Par contre 2 élèves n'ont pas répondu et 24 ont donné des réponses erronées.
Le cap des 50% n'est pas dépassé certes, mais on peut toutefois se réjouir des 39% d'élèves qui ont donné la bonne réponse. Surtout que pour l'expérimentation sur le théorème de Pythagore l'activité est plus orientée sur Garfield et sa démonstration que sur Pythagore.

VII.3.2.6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☐ Égypte ☐ Algérie ☐ Éthiopie

Pythagore a acquis une partie de son savoir en Égypte ; 32 élèves se sont rappelé la réponse, soit 78 %. Toutes les autres réponses sont fausses.

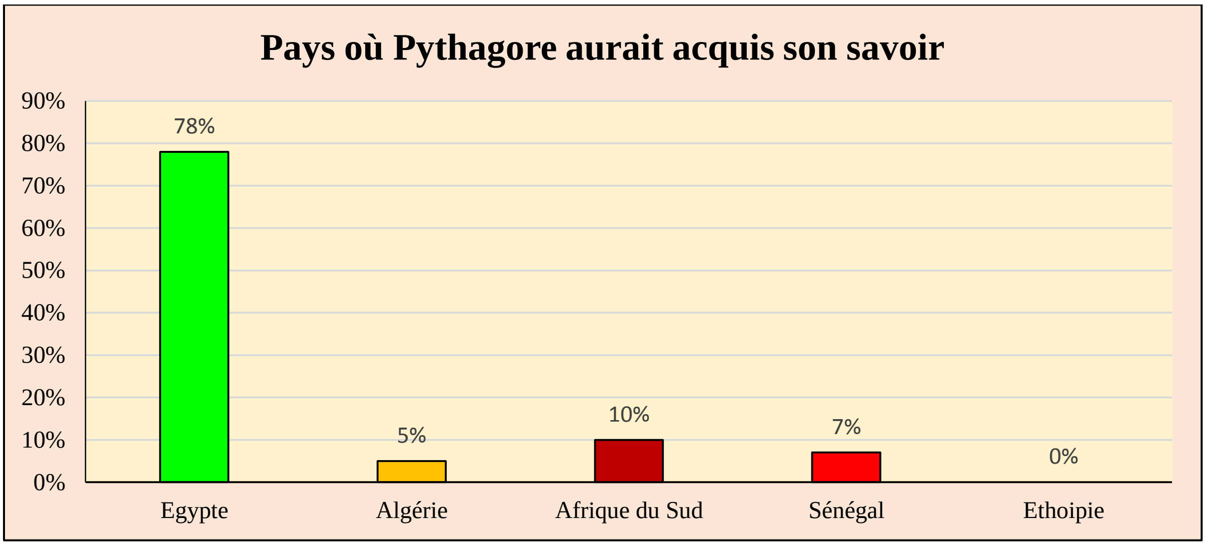


Figure 7.27. Répartition des réponses à la question sur le pays où Pythagore aurait acquis son savoir.

Plus des trois quarts des élèves ont retenu la bonne réponse ; ce résultat peut traduire l'intérêt des élèves pour tout ce qui touche ou valorise leur environnement immédiat. Le fait que le grand Pythagore ait acquis une partie de sa connaissance en Afrique, montre que leur continent n'est pas resté en dehors de la conquête du savoir.

VII.3.2.6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien ?

☐ une dizaine ☐ 30 ☐ une quinzaine ☐ 100 ☐ des centaines

Le théorème de Pythagore a connu des centaines de démonstrations ; 10 élèves sur 41 ont donné la bonne réponse, soit 24 % ; 2 élèves ne se sont pas prononcés et 29 ont donné des réponses fausses.

La réponse à cette question figure sur la fiche d'activité qui a été lue par le professeur. La proportion d'élèves ayant donné la bonne réponse (24 %) aurait pu être plus importante si le professeur avait accompagné sa lecture de commentaires pour montrer l'intérêt que toutes les civilisations ont accordé à ce théorème en tentant de le démontrer.

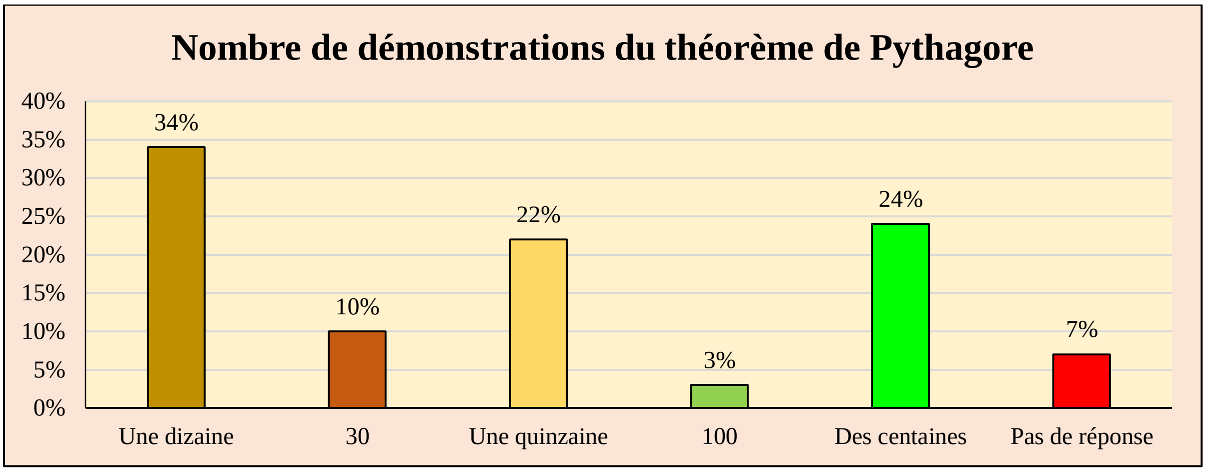


Figure 7.28. Répartition des réponses à la question sur le nombre de démonstrations du théorème de Pythagore.

VII.3.2.6.5. Où est-ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☐ en Égypte ☐ en Mésopotamie ☐ dans les Éléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

La première démonstration connue du théorème de Pythagore a été retrouvée dans les Éléments d'Euclide ; 12 élèves sur 41 ont trouvé la bonne réponse, soit 29 %. Deux élèves n'ont pas répondu à la question et 17 ont donné des réponses fausses.

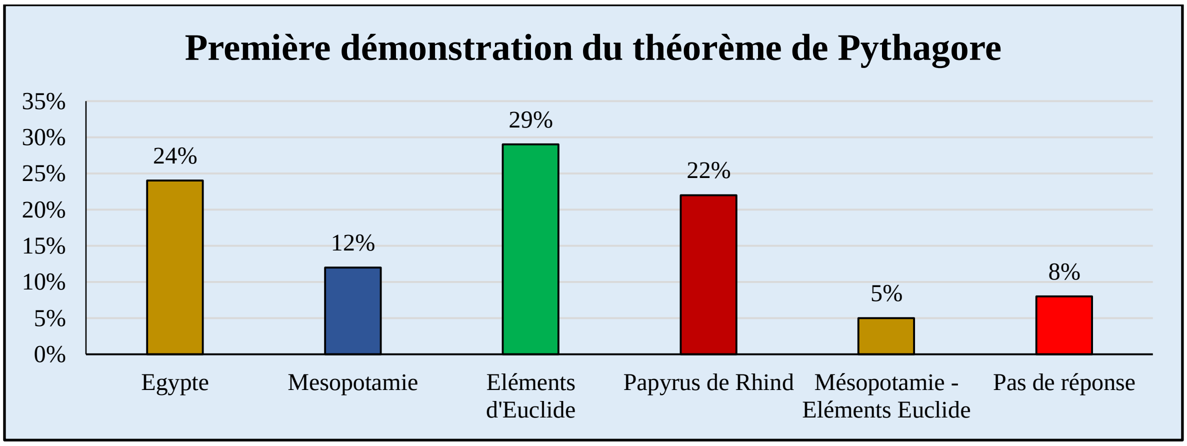


Figure 7.29. Répartition des réponses à la question sur la première démonstration du théorème de Pythagore.

Les 29 % d'élèves ayant donné la bonne réponse montrent qu'il est possible aux élèves de connaître et de retenir une information à travers la lecture ; mais la proportion d'élèves aurait pu être plus importante si les élèves avaient découvert eux-mêmes l'information. C'était possible car le professeur aurait pu leur demander de faire une recherche pour donner le numéro du livre des Éléments qui contient la démonstration et le numéro de la proposition de cette démonstration.

VII.3.2.6.6. Un Président américain a eu à démontrer ce théorème ; comment s'appelle-t-il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☐ Kennedy ☐ Garfield ☐ Obama

Garfield est le Président américain qui a eu à proposer une démonstration pour le théorème de Pythagore. Cette réponse a été donnée par 21 élèves, soit 51 %. Tous les autres n'ont pas trouvé la bonne réponse.

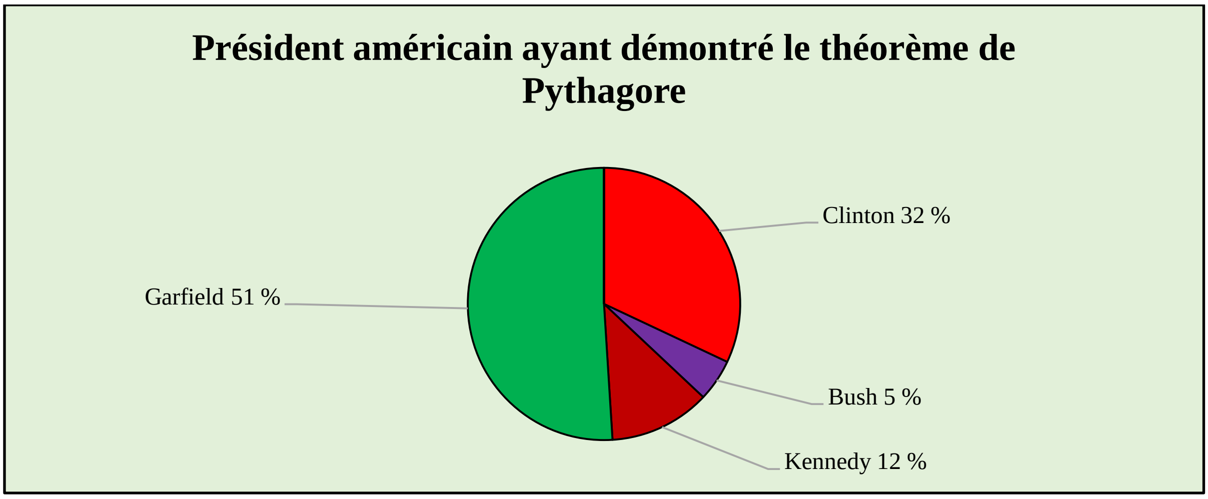


Figure 7.30. Répartition des réponses à la question sur la démonstration du théorème de Pythagore par un Président américain.

Pour cette question les élèves ont répondu de façon satisfaisante avec plus de la moitié qui a trouvé le bon résultat. Ce qui s'explique par le fait que la fiche activité parle de Garfield mais on retrouve aussi le nom du 20ème président des États-Unis à plusieurs reprises dans les commentaires du professeur, notamment dans les dialogues **TP1.01. P** et **TP9.03. P** du chapitre VI, VI.6.5.

Commentaires

La moyenne des pourcentages des bonnes réponses est 44 %. Ce résultat paraît insuffisant à première vue, mais si nous prenons en compte le temps très court consacré à l'expérience dans l'année, l'absence d'exercice d'entrainement et d'évaluation formative ou sommative pour ces contenus historiques, la place secondaire de ces contenus dans le cours de mathématiques, nous pouvons nous satisfaire de ce résultat.
D'ailleurs les élèves se sont bien comportés au niveau des questions sur le Président américain (51 %) et sur le pays où Pythagore a acquis une partie de son savoir (78 %).
Ces bons scores s'expliquent par le fait que l'activité proposée aux élèves a porté entièrement sur la démonstration du Président Garfield mais aussi par l'intérêt d'une information qui leur apprend que l'Afrique à travers l'Égypte a participé à la formation de Pythagore, un des plus grands mathématiciens grecs.

VII.3.3. Interview de quatre élèves sur le questionnaire

Une semaine après l'administration du questionnaire, nous avons pris rendez-vous au CEM de Mbao avec quatre élèves volontaires, choisis au hasard, pour les interroger sur les thèmes abordés par le questionnaire.
Après plusieurs reports liés à l'indisponibilité des élèves (emploi du temps chargé, programmation de devoirs, changement d'emploi du temps), nous nous sommes rendu directement au Collège pour interviewer à l'heure de la sortie quatre élèves disponibles qui habitent à côté de l'établissement. Ces volontaires ont été choisis au hasard avec comme seul critère le respect de la parité. Ils ne disposaient d'aucun document au moment de l'interview, à part le questionnaire sur lequel nous nous sommes appuyés pour reprendre les mêmes questions que celles proposées dans l'enquête, en essayant de les clarifier si l'élève ne réagissait pas et en posant de nouvelles questions pour une meilleure compréhension des réponses des élèves.
Cette interview nous a permis de recueillir de vive voix les impressions de quatre élèves et d'approfondir certaines de leurs réponses. Elle a été transcrite[135] et son exploitation[136] a donné des résultats qui confirment ceux du questionnaire.

VII.4. Conclusion

Ce questionnaire nous a permis de recueillir l'avis des élèves sur l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques, mais également les informations historiques retenues une année après l'expérimentation.
L'exploitation du questionnaire révèle que les élèves ont plébiscité cette manière d'enseigner les mathématiques qui, au-delà d'une meilleure compréhension du cours, suscite la réflexion et leur permet une plus grande implication dans le travail de classe.
Concernant les informations historiques retenues, on constate une bonne appropriation par les élèves de celles qui sont au cœur de l'expérimentation ou de celles qui les concernent directement. Nous pouvons citer : les deux opérations d'Al-Khwârizmî dans le cadre de la résolution des équations, les Éléments d'Euclide pour lesquels les élèves ont étudié un extrait tiré du premier livre, l'acquisition d'une partie du savoir de Pythagore en Afrique (Égypte) et Garfield avec sa démonstration du Théorème de Pythagore.
Par contre des informations intéressantes comme l'historique des nombres, la différence entre les mathématiques grecques et babyloniennes, les supports d'écriture des contenus mathématiques en Égypte n'ont pas retenu l'attention des élèves. Ces informations contenues dans des bulles historiques ont été mises à la disposition des élèves sans commentaires.
Il résulte de cette enquête que l'utilisation de sources primaires et les problèmes historiques ont donné les meilleurs résultats chez les élèves en termes de rétention de l'information historique. Ce qui n'est pas le cas des projets de recherche et des fragments historiques.
Les principales difficultés pour ces deux activités résident dans le fait que :

- les élèves n'ont pas été encadrés pour faire de la recherche ;

[135] Voir Annexe 21.
[136] Voir Annexe 22.

- les fragments historiques n'ont pas été exploités, à travers des commentaires ou l'installation d'un débat entre les élèves ;
- l'expérience a été de courte durée.

Dans l'optique d'une meilleure appropriation des informations historiques, les objectifs en Histoire des mathématiques devraient être déclinés sur les fiches d'activité à côté des objectifs spécifiques du programme de Mathématiques. Cela permettrait une meilleure évaluation de ce que les élèves doivent retenir après l'apprentissage.

Il ressort des différentes expérimentations, et en réponse aux questions de recherches, qu'il est possible d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques au Sénégal et que cette pratique peut améliorer l'apprentissage de la discipline nonobstant les effectifs pléthoriques des classes en général.

En effet l'analyse de l'expérimentation, confirmée par les questionnaires et interviews des élèves, montre un certain engouement des élèves pour l'Histoire des mathématiques. Celui-ci s'est manifesté à travers la participation active des élèves aux activités proposées, leur mémorisation de la plupart des notions historiques étudiées, leur appréciation en général positive de l'expérimentation comme cette élève interviewée qui nous a dit : « c'est bien continuez ».

On peut en outre s'accorder, bien que l'expérimentation ne l'ait pas fait totalement ressortir, des effets bénéfiques :

- d'une activité de recherche, en termes d'acquisition de compétences en recherche documentaire, en exploitation de documents, en synthèse de l'information et en communication ;
- d'une activité basée sur les sources primaires, par rapport à l'interdisciplinarité avec l'étude du contexte de la période, à l'étonnement provoqué chez l'élève qui va le pousser à se poser des questions sur les mathématiques.

L'association entre les TIC (vidéo, rétroprojecteur, ordinateur) et les activités mathématiques à caractères historiques a été aussi bien appréciée par les élèves qui n'ont pas pu s'empêcher d'applaudir le professeur après la projection de l'apport d'informations sur la démonstration de Garfield et sur l'historique des nombres. Les TIC nous ont permis de montrer aux élèves :

- à quoi ressemblent les premières traces de nombres comme les *calculi* ;
- des figures emblématiques des mathématiques comme le Pape Gerbert ;
- des documents rares bien gardés dans les musées comme le papyrus de Rhind.

Toutefois la gestion du temps des activités et de l'effectif élevé des élèves n'a pas été simple. Nous avons à plusieurs reprises changé de stratégie et de dispositif, mais les résultats n'ont pas été complètement concluants. Il faut noter que le problème de la gestion du temps est indépendant de l'introduction de l'Histoire en classe de mathématique. Il est surtout lié au temps perdu dans l'organisation de la classe et à la supervision des élèves pendant les activités (qu'elles soient à caractère historique ou pas) à cause de l'effectif pléthorique.

La formation insuffisante du professeur en Histoire des mathématiques a constitué également une difficulté dans l'expérimentation ; nous avons cherché à la minimiser à travers l'élaboration d'une fiche activité professeur pour guider davantage le professeur. Mais une fiche activités ne peut pas être exhaustive et il nous semble important d'insister sur l'Histoire des mathématiques dans la formation initiale comme continue du professeur de mathématiques. Dans le cadre d'une expérimentation où le professeur n'est pas formé, on peut explorer la co-construction de l'ingénierie didactique entre le professeur et le chercheur.

VII.5. Bibliographie du Chapitre VII

1. Barbin, E., (1997), "Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment ?", *bulletin AMQ*, vol. XXXVII, n° 1, pp. 20-25.
2. Chouteau, M., (2004), "Une chronologie de la communication scientifique", 12 p. (file:///C:/Users/HP%20850/Downloads/sciences_techniques.pdf. Consulté le 27 septembre 2019).
3. Comitti, C., (2014), "Recherche en didactique et formation des enseignants", *Perspectivas da Educaçao Mathematica*, UFMS, volume 7, numero tematico, pp. 445-456.
4. Commission Nationale de Mathématiques, (2006), *Programme de mathématiques pour la quatrième*, pp. 53-77.
5. Courtois, S., (2007), "From Euclide to Padé". https://www.maths.univ-evry.fr/pages_perso/bayad/Enseignement/TER/Euclidepade.pdf Consulté le 6 novembre 2019.
6. De Vittori, T., (2015), "Les tâches des élèves dans une activité mathématique à dimension historique", *Petit x*, 97, I.R.E.M. de Grenoble, 23 p.
7. Godefroy, G., (1997), *L'aventure des nombres,* éditions Odile Jacob, 237 p.
8. Guedj, D., (1996), *L'empire des nombres*, série sciences et techniques, Gallimard, poche 176 p.
9. Guillemette, D. (2012), "Enseignement des mathématiques et histoire des mathématiques : quels apports pour l'apprentissage des élèves ?", in Dorier, J.-L., Coutat, S. (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT4, pp. 622–631).
10. Hilgert, M., (2014), "L'apprentissage du cunéiforme", *Pour la science*, n° 440, https://www.pourlascience.fr/sd/genetique/pour-la-science-440-702.php. Consulté le 23 septembre 2019.
11. Jahnke, H. N., Arcavi A., Barbin, E., et al. (2000), "The use of original sources in the mathematics classroom", in Fauvel, J., Van Maanen, J. (Eds.) *History in mathematics education-The ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 291-328.
12. Julo, J., Houdebine, J., (1992), "Concevoir de « bonnes » fiches d'activités en mathématiques", *Repères-IREM*, No 8, pp. 67-88.
13. Lescanne, P., (2006), "L'algorithme d'Euclide", exposé inspiré de l'ouvrage de Don Knuth, *the art of computer programming*, Vol. 2, dernière mise à jour 18 janvier 2006, http://perso.ens-lyon.fr/pierre.lescanne/PUBLICATIONS/euclide.pdf. Consulté le 6 novembre 2019.

14. Mainzer, (1998), *Les nombres : leur histoire, leur place, leur rôle de l'antiquité aux recherches actuelles,*Vuibert, 433 p.

15. Perrin-Glorian, M.-J., Robert, A., (2005), "Analyse didactique de séances de mathématiques au collège : pratiques d'enseignants et activités mathématiques d'élèves", *Les dossiers des sciences de l'éducation*, n°14, Méthodes d'analyse des pratiques enseignantes, pp. 95-110.

16. Sensevy, G., (2010), "Notes sur la théorie anthropologique du didactique", in *Apports de la théorie anthropologique du didactique. Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action*, IUFM de l'académie de Montpellier, pp. 215-229.

17. Siu M.-K. (2004) "No, I don't use history of mathematics in my class. Why?" In Furinghetti F., Kaijser S., Tzanakis C. (Eds.) *Proceedings HPM2004 and ESU4 (revised edition)*, Uppsala: Uppsala Universitet, pp. 268-277.

18. Vitrac B., *Structure et genèse des Éléments d'Euclide*, (2008), la Rochelle, France, pp. 501-504.

Conclusion

En menant la recherche sur l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques, les objectifs poursuivis étaient de nous assurer, dans le contexte sénégalais, que cette pratique apporterait aux élèves des retombées positives découlant des trois arguments hypothétiques de Barbin (1997, p. 21) que sont :

- le replacement qui permet de comprendre les mathématiques comme une activité, de voir les savoirs mathématiques en action, de mener une réflexion sur ces savoirs, de pratiquer une recherche mathématique, et non de les voir seulement comme un corpus scolaire qui permet de résoudre les exercices des examens et des concours.
- Le dépaysement qui permet de s'étonner car souvent dans l'enseignement tout se passe comme si les concepts étaient déjà là ; l'Histoire nous rappelle qu'ils ont été inventés.
- La compréhension culturelle. L'histoire invite à situer la production mathématique dans la culture scientifique et culturelle d'une époque, dans l'Histoire des idées et des sociétés, à étudier l'Histoire avec des préoccupations qui dépassent le cadre disciplinaire.

Ainsi l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques, provoquerait le replacement, le dépaysement et la compréhension culturelle permettant de mieux saisir le sens et la portée des concepts étudiés, de changer la perception et la compréhension que les élèves et les enseignants ont des mathématiques.

Pour nous en convaincre, nous avons procédé à une étude théorique pour mieux appréhender la nature des mathématiques et comprendre les écueils qui se posent à leur enseignement. Nous avons ensuite entrepris d'examiner dans la littérature les expériences d'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques pour connaître les méthodes employées et comment elles opèrent.

Nous avons par la suite souhaité aller au-delà de la théorie, en menant une expérimentation dans un Collège de la banlieue de Dakar, en classe de Quatrième pour cibler le cycle et la classe où se joue le destin de l'élève en rapport avec son orientation dans les filières scientifiques, mais aussi pour réunir les conditions que vivent la plupart des établissements scolaires du Sénégal, à savoir des effectifs pléthoriques des élèves et des professeurs insuffisamment formés.

C'est ainsi que nous avons choisi une classe de Quatrième, de 88 élèves, du CEM de Mbao tenue par un professeur contractuel qui a volontairement accepté de mettre en œuvre l'expérimentation et de se laisser filmer.

Le professeur n'ayant aucune connaissance de l'Histoire des mathématiques, nous avons conçu l'ingénierie didactique en élaborant nous-même les fiches d'activités ayant servi aux six séances après avoir procédé à une analyse du programme de Quatrième, à une revue de la littérature et à une analyse didactique des manuels de mathématiques pour nous en inspirer.

Afin de nous assurer une bonne dévolution du contenu de ces fiches au le professeur expérimentateur, nous avons organisé avec lui plusieurs séances de partage avant la mise en œuvre en classe.

Le recueil des données de chacune des six expérimentations s'est fait à travers des rapports d'expérimentation et l'observation des séquences filmées dont les dialogues ont été transcrits et des scènes décrites.

Des questionnaires ont aussi été administrés et des interviews réalisées avant et un an après l'expérimentation pour éclairer davantage les résultats de celle-ci et selon Guillemette (2011, p. 20) « *multiplier les sources d'information, constituant autant de points de vue et permettant un travail de triangulation des observations par le chercheur* ».

L'analyse de l'expérience s'est inscrite dans le cadre du « double champ » proposé par De Vittori (2011, p. 92) qui estime que :

> *« L'enseignant qui veut combiner sa discipline et son histoire va jongler en permanence et passer du champ disciplinaire au domaine historique, pour ensuite aller de ce domaine historique au champ disciplinaire, et ainsi de suite. La manière dont le professeur gère ces passages et les artifices pédagogiques dont il use pour gérer l'hypothèse du double champ sont autant de pistes pour une recherche empirique qui ne risque pas de se perdre dans de faux objectifs. »*

La Théorie Anthropologique du Didactique de Chevallard a été convoquée à travers son modèle/outil, la praxéologie, pour analyser les tâches demandées aux élèves dans les activités et les moments didactiques et pour analyser les séquences vidéo.

Il résulte de l'analyse que l'expérimentation, malgré sa courte durée, a été globalement positive et il semble bien qu'il soit possible d'intégrer l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques malgré le nombre élevé d'apprenants dans les classes et qu'en outre cette manière d'enseigner a bénéficié de l'adhésion des élèves qui se sont félicités pour la plupart de cette initiative.

Ce résultat est certes difficile à prouver mais il est possible d'en donner de nombreux exemples qui permettent de le percevoir à travers :

- Les gestes avec les figures 6.13, 6.16, 6.26 qui montrent, dans des expériences différentes, beaucoup d'élèves qui lèvent la main pour lire l'activité, aller au tableau ou répondre à la question du professeur ; ce qui traduit une bonne participation des élèves durant l'expérimentation.

  D'autres gestes non visualisés et très rares dans un cours traditionnel de mathématiques sont apparus lors de l'expérimentation, notamment les applaudissements à la fin de l'exposé des élèves et après l'apport d'informations du professeur ou le rire des élèves quand le professeur, à la fin de la démonstration du Président Garfield, leur dit qu'ils sont devenus présidents, mais qu'on ne savait pas de quel pays.
- Les visages avec les figures 6.22, 6.25, 6.33, 6.49, 6.54 qui montrent des élèves concentrés, attentionnés, subjugués, suivant avec intérêt l'exposé du professeur sur l'Histoire des mathématiques. Ce qui est inhabituel pour des élèves bavards et difficiles à canaliser. On voit aussi dans la figure 6.26 des élèves qui prennent des notes volontairement, fait rare qui montre que ces élèves étaient intéressés par le discours du professeur.

- Les paroles avec les répliques NR.6.13.P, NR.9.10.P, RE2.03.P qui montrent que le professeur a pris goût à l'Histoire en allant au-delà des informations des fiches d'activités pour parler de la contribution de l'ensemble des civilisations à la construction des mathématiques, des choses véritablement ingénieuses inventées par de grands mathématiciens ou évoquer l'histoire du marathon.

Cet intérêt pour l'Histoire des mathématiques a été réaffirmé par les élèves un an après leur participation à l'expérimentation, à travers un questionnaire où 93 % disent aimer l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques. À la quasi-unanimité (98 %), ils ont affirmé que cette nouvelle approche ne leur paraissait pas ennuyeuse et tous ont dit qu'elle les aidait à mieux comprendre. Quand on leur a demandé de faire d'autres commentaires sur cette approche, les expressions qui reviennent sont : « c'est intéressant », « ça me plaît », « c'est bon », « ça me permet de connaître beaucoup de choses », « ça nous pousse à réfléchir », « ça nous aide à aimer les maths », « ça me convient », « ça correspond à l'intelligence ».

Ces appréciations ont été confirmées par l'élève interviewé qui à la place d'autres commentaires a apprécié notre travail en disant « satisfaisant, à continuer »[137].

Les élèves ne se sont pas contentés de donner des appréciations positives sur l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques ; ils ont aussi montré à travers leurs réponses au questionnaire qu'il leur a resté, un an après l'expérience, beaucoup de connaissances sur l'Histoire des mathématiques. Nous avons comme éléments de preuve :

- la majorité des élèves qui arrivent à situer l'origine des mathématiques grecques au VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C ;
- 39 % des élèves qui ont retenu qu'il existait, avant l'antiquité grecque, des mathématiques à Babylone et en Égypte ;
- 90 % des élèves qui savent qu'Euclide est un Grec, 88 % qui ont trouvé que les *Éléments d'Euclide* est un ouvrage mathématique et 56 % qui ont soutenu que les enseignements d'Euclide sont actuels ;
- 91 % des élèves qui ont coché la case « hiéroglyphes » comme étant le nom des symboles mathématiques égyptiens pour écrire les nombres ;
- 39 % des élèves qui ont indiqué que Pythagore aurait vécu au VI$^{\text{ème}}$ siècle, 78 % qui savent qu'il a acquis une partie de sa connaissance en Égypte et 51 % qui ont retenu que le Président américain James Garfield a proposé une démonstration du théorème de Pythagore ;
- 54 % des élèves qui ont trouvé qu'Al-Khwârizmî est un mathématicien arabe et 91 % qui ont indiqué les noms des deux opérations utilisées par Al-Khwârizmî pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$.

En revanche, de mauvais scores ont été obtenus sur des questions qui ont porté sur la différence qui existe entre mathématiques grecques d'une part et mathématiques égyptiennes et babyloniennes d'autres part, sur l'historique des nombres, sur le nom de l'inconnue des équations chez les Arabes et les Babyloniens, sur le support d'écriture des Égyptiens et Babyloniens, etc.

---

[137] Annexe 22, p. 1

Mais cela n'enlève en rien au mérite des élèves qui ont participé à l'expérimentation dans un temps court et dans un contexte où l'Histoire des mathématiques n'a pas bénéficié d'exercices pour permettre aux élèves de s'entraîner comme on le fait avec les mathématiques.

L'expérimentation nous a aussi permis de voir les possibilités qui s'offraient à nous pour faire vivre aux élèves le replacement, le dépaysement et la compréhension culturelle évoqués par Barbin (op.cit., p. 21).

En effet, dans l'expérience « intersection d'une droite et d'un cercle » par exemple, une lecture commentée de la bulle historique proposée et qui installe le débat dans la classe aurait surement créé un dépaysement chez les élèves ; ces derniers se seraient presque certainement étonnés du fait que le résultat découvert par Thalès puisse être vrai pour tous les cercles du monde et que cette découverte marque le début des résultats généraux en mathématiques.

Ainsi l'introduction de l'Histoire à travers une bulle historique peut produire des effets bénéfiques mais à condition de bien mener son exploitation à travers une lecture entrecoupée de commentaires et un bon questionnement pour installer le conflit sociocognitif en classe.

L'expérimentation intitulée « conditions d'existence d'un triangle », peut constituer un autre exemple car elle offre aussi des moments d'étonnement aux élèves à travers le français du XVII$^{\text{ème}}$ siècle et la notation des objets mathématiques utilisée durant cette époque. L'étude du contexte dans lequel le texte a été rédigé est aussi à réaliser car elle pourrait faire intervenir en plus du professeur de mathématiques, un professeur de français pour les aspects liés à la langue, un professeur d'histoire pour les aspects historiques et un professeur de philosophie pour les questions épistémologiques ; ce qui permettrait non seulement d'instaurer l'interdisciplinarité à l'école, mais aussi de doter l'élève d'une compréhension culturelle qui pourrait lui permettre de situer la production mathématique dans la culture scientifique d'une époque, dans l'Histoire des idées et des sociétés.

C'est également le cas de l'expérimentation « Historique des nombres » où la compréhension culturelle donne la possibilité de voir que le paléolithique, caractérisé par l'inscription de gravures sur des os, a donné la première trace numérique connue, constituée de vingt-neuf entailles marquées sur un os et qui date de - 35 000 ans. Avec le néolithique qui correspond à la sédentarisation et au développement de la céramique, les entailles ont été remplacées par des disques et cônes en argile constituant les *calculi*. Quand l'écriture a fait son apparition en 4000 avant J.-C., les *calculi* ont cédé la place aux chiffres écrits sur l'argile ou sur du papyrus. En outre cette expérimentation a probablement maintenu les élèves dans un dépaysement durant toute la séance en leur faisant découvrir les différentes évolutions des nombres, particulièrement la notation actuelle des nombres décimaux qui date du XVI$^{\text{ème}}$ siècle et la reconnaissance difficile des nombres négatifs qui n'a été acceptée par tous qu'au XIX$^{\text{ème}}$ siècle.

Le remplacement n'est pas en reste car l'expérimentation a permis aux élèves de faire de la recherche et si celle-ci avait été bien encadrée les élèves auraient eu l'occasion, s'ils ne l'avaient pas eu à travers l'apport d'informations du professeur, de voir des mathématiques en action, de manipuler des nombres dans un contexte différent des traditionnelles séances de résolution d'exercices.

Cette expérience basée sur les projets de recherche est très riche en enseignements. Non seulement elle est l'une des rares activités qui permet à l'élève de vivre à la fois les trois arguments de Barbin, mais elle le forme à des compétences de vie indispensables au citoyen que sont la recherche, l'analyse et la synthèse de l'information ainsi que la communication. En plus elle ne nécessite qu'environ une heure de présentation et donc ne demande pas beaucoup de temps.

Ceci nous motive encore davantage pour proposer son inscription une fois par mois dans l'emploi du temps des classes de Collèges et de Lycées, en plus du répertoire intégrant l'Histoire des mathématiques dans les programmes sénégalais que nous avions proposé au chapitre IV, IV.4 et que nous comptons améliorer au niveau de la Sous-commission Histoire des mathématiques chargée de l'intégration de l'Histoire dans les programmes de mathématiques du Sénégal.

Cependant l'expérience a souffert de l'insuffisance de formation du professeur expérimentateur et il nous semble, avec le recul, que nous aurions pu opter pour une co-construction de l'ingénierie didactique au lieu de procéder à une dévolution qui ne garantit pas une bonne appropriation de l'information historique.

Néanmoins dans le cadre de l'institutionnalisation de l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques, la formation de tous les professeurs est une exigence à satisfaire et, au vu de cette expérimentation, il faudrait dès à présent songer à l'élaboration des modules de formation pour assurer la formation continue et initiale des enseignants.

Bibliographie générale

1. Adèle, K., (2004), *L'Histoire des mathématiques peut-elle aider à intéresser et à motiver les élèves*, Concours de recrutement professeur agrégé, sous la direction de Daujeard C., IUFM de Bourgogne, année 2003 – 2004, 29 p.
2. Akèle, C., Baye, O., Bendiman, K. *et al.*, (1998), *Mathématiques 1^re^ SM*, Edicef, Italie, 320 p., Collection CIAM.
3. Alassane, T., Barry, A., Kouadio, J. *et al.*, (1999), *Mathématiques Terminale SM*, Edicef, Italie, 352 p., Collection CIAM.
4. Andler, M., "Les mathématiques : démonstration, description, expérience", 22 p. www.irem.univ-paris- diderot.fr /.../ les mathématiques_ démonstration_ description_ expérience/. Consulté le 14 octobre 2018.
5. Andriamala, J.-P., Binaté, M., Komo, W. *et al.*, (2000), *Mathématiques 2^e^ Littéraire*, Edicef, Italie, 144 p., Collection CIAM.
6. Anjorin, M., Faraouta, A., Monampassi, B. *et al.*, (1994), *Mathématiques 5^e^*, Edicef, Italie, 208 p., Collection CIAM.
7. Artigues, M., (1990-1991), "Ingénierie didactique en mathématiques", Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, fascicule 5, *Didactique des mathématiques*, exp. n° 2, pp. 1-22.
8. Aubry, D., Blimo, M., Dubois D., *et al.*, (1990 – 1992), *Faire des mathématiques à partir de leur Histoire*, Tome 1, IREM de Rennes, 176 p.
9. Bailleux J., Dekawolé, K., Djoudimadji, S. *et al.*, (1995), *Mathématiques 4^e^*, Edicef, Italie, 223 p., Collection CIAM.
10. Barbin, E., (1987), "Dix ans d'histoire des mathématiques dans les IREM", *bulletin de l'APMEP*, n° 358, pp. 175-184.
11. Barbin, E., (1988), "La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques", publications de l'I.R.E.M. de Rennes, *Didactique des mathématiques*, fascicule 5, pp. 1-34.
12. Barbin, E., (1989), "Les effets pervers de la réforme des « Mathématiques modernes »", *Société française*, n° 33, pp. 26-28.
13. Barbin, E., (1997), "Histoire et enseignement des mathématiques : Pourquoi ? Comment ?", *bulletin AMQ*, vol. XXXVII, n° 1, pp. 20-25.
14. Barbin, E., (2010), "Épistémologie et Histoire dans la formation mathématique", *Repères-IREM*, n° 80, pp. 74-86.
15. Barboza, E., "La formation continue des enseignants : phénomène naturel ?", APMEM – IREM d'Aquitaine. http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/Barbazo0609-2.pdf. Consulté le 8 septembre 2019.

16. Bareil, H., (1992), “la réforme des mathématiques modernes vue par un enseignant du terrain”, *Gazette des mathématiciens*, n° 54, pp. 13-16.

17. Baruk, S., (1985), *L’âge du capitaine. De l’erreur en mathématiques*, édition du Seuil, Collection Points Sciences, poche : 384 p.

18. Bebbouchi, R., (2012), “ Histoire et Didactique des Mathématiques : une nécessité pour la formation d’un mathématicien ?” In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT2, pp. 292-300).

19. Béghain F., Mfou R., Haddad G. *et al.*, **(**1998), *Mathématiques 1re SE*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 288 p.

20. Bernadette, B. V., (2005), “Paul Langevin : L’histoire des sciences comme remède à tout dogmatisme”, *Revue d’histoire des sciences*, t. 58, n° 2, pp. 311-328.

21. Bessot, A., (2003), “Une introduction à la théorie des situations didactiques”, Laboratoire Leibniz, Grenoble, n° 91 octobre, 29 p.

22. Bkouche, R., (2000), “Sur la notion de perspective historique dans l’enseignement d’une science”, *Repères-IREM*, n° 39, p. 35-59.

23. Boissinot, A., Borne, D., Ferry, L., *et al.*, (1996), “A quoi servent les programmes ?”, In *Revue internationale d’éducation de Sèvres*, pp. 31-49. URL : http://ries.revues.org/3415, Consulté le 30 septembre 2016.

24. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2009), *Mathématiques 6ème*, hachette Education, Paris, Collection Phare, 290 p.

25. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2009), *Mathématiques 5ème*, hachette Education, Paris, Collection Phare, 306 p.

26. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2010), *Mathématiques 4ème*, hachette Education, Italie, Collection Phare, 306 p.

27. Braul, R., Daro, I., Ferrero, C. *et al.*, (2008), *Mathématiques 3ème*, hachette Education, Italie, Collection Phare, 321 p.

28. Brousseau, G., (1983), “Les « effets » du « contrat didactique »”, 2^{e} école de didactique des mathématiques (Olivet), 16 p.

29. Brousseau, G., (1989), “Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques”, in N. Bednarz et C. Garnier (Eds), *Construction des savoirs, obstacles et conflits*, Montréal : CIRADE les éditions Agence d’Arc inc, pp. 41-63.

30. Brousseau, G., (1990), “Le contrat didactique : le milieu”, *Recherches en Didactique des Mathematiques*, La Pensée Sauvage, 1990, 9 (9.3), pp. 309 - 336.

31. Brousseau, G., (1998), “Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques”, créé le 28 / 08 / 2010, 9 p. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf. Consulté le 6 novembre 2019.

32. Brousseau, G., (1999), “Education et didactique des mathématiques”, *Educacion y didactica de las matematicas*, 1999, Mexique, 30 p.

33. Brousseau, G., (2002), “Les doubles jeux de l’enseignement des mathématiques”, *Didactique des mathématiques* (22-23), pp. 83-155.

34. Camara, M., Coulibaly, M., Nda, J.-K. *et al.*, **(**2001), *Mathématiques 1re Littéraire*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 144 p.

35. Carozzi, L., (2016), *L’Histoire des mathématiques en classe. Est-ce que le rapport au savoir mathématique des élèves peut évoluer favorablement ? Expérience dans une classe de maturité professionnelle*, mémoire dirigé par A. Terzedis, HEP Lausanne, MAS en enseignement secondaire II, 36 p.

36. Caveing, M., (1985), “Babylone”, in *Le matin des mathématiciens, entretiens sur l’histoire des mathématiques,* présentés par Émile Noel, édition Bélin, Paris, 192 p.

37. Cerisier, J.-F., (2016), “Apports du numérique à l’Approche par les compétences : quelques éléments de réflexions”, Université de Poitiers, Laboratoire TECHNE (EA6316) https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Numerique/62/7/JFC_-_ORME_2016_-_seminaire_DNE_614627.pdf Consulté le 10 juillet 2019.

38. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2009), *Mathématiques 6ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

39. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2010), *Mathématiques 5ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

40. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2009), *Mathématiques 4ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 290 p.

41. Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. *et al.*, (2012), *Mathématiques 3ème*, Hatier, Paris, collection Triangle, 320 p.

42. Charbonneau, L., (1991-1992), “Du raisonnement laissé à lui-même au raisonnement outillé : l’algèbre depuis Babylone jusqu’à Viète”, *bulletin AMQ*, pp. 9–15.

43. Charbonneau, L., (2000), “Place de l’Histoire des mathématiques dans l’enseignement des mathématiques”, In *Rapport du groupe de travail sur l’Histoire des mathématiques et l’enseignement dans le cadre de EM 2000*, Grenoble, 14 – 17 juillet 2000, 6p.

44. Charbonneau, L., (2002), “Histoire des mathématiques et enseignement des mathématiques au primaire”, *instantanées mathématiques,* pp. 21-36. http://www.profmath.uqam.ca/~charbon/CSDM/HistAPAME.pdf. Consulté le 6 novembre 2019.

45. Charboneau, L., (2006), “Histoire des mathématiques et les nouveaux programmes aux Québec : un défi de taille”, In *Actes du colloque EMF*, T3EMF104, 11 p.

46. Charlot, B., (1996), “Histoire de la réforme des « maths modernes » : idées directrices et contexte institutionnel et socio-économique”, *Bulletin de l’APMEP*, n° 352, p.26.

47. Charte de Chambéry, (1968), *Étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques - 1969, 1971, 1973, 1976, 1980…*, publiée en 1968 sous forme de fascicule (16 cm x 24 cm ; *brochure APMEP* n° 1).

48. Chevallard, Y., (1998), "Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique", cours à l'université d'été, IREM de Clermont –Ferrand, pp. 91-120.

49. Chevallard, Y., (2009), "La TAD face au professeur de Mathématiques", Toulouse 29 avril 2009, 17 p.

50. Chevallard, Y., "Quel avenir pour les mathématiques au collège et au lycée ? Les mathématiques dans la cité" 31 p. Yves.chevallard.free.fr/…/Quel_avenir_pour_les_mathematiques_au_college_et_au_lycée.pdf Consulté le 14 octobre 2018.

51. Chevallard Y., (2012), "Eléments pour une instruction publique nouvelle", *Conférence nationale sur l'Enseignement des Mathématiques*, Lyon, 7 p.

52. Clark, K., Kjeldsen, T. H., Schorcht, S., et al., (2016), "History of Mathematics in Mathematics education. Recent developments", (), in HPM Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting, edited by Radford, L., Furinghetti, F., Hausberger, T., pp. 135-179.

53. Chouteau, M., (2004), "Une chronologie de la communication scientifique", 12 p. (file:///C:/Users/HP%20850/Downloads/sciences_techniques.pdf, Consulté le 27 septembre 2019).

54. Comitti, C., (2014), "Recherche en didactique et formation des enseignants", *Perspectivas da Educaçao Mathematica*, UFMS, volume 7, numero tematico, pp. 445-456.

55. Commission Nationale de Mathématiques, (2006), *Programme de mathématiques pour la quatrième*, pp. 53-77.

56. Commission Nationale de Mathématiques, (2006), *Programme de mathématiques du Sénégal***,** séries S et L, 103 p.

57. Courtois, S., (2007), "From Euclide to Padé". https://www.maths.univ-evry.fr/pages_perso/bayad/Enseignement/TER/Euclidepade.pdf Consulté le 6 novembre 2019.

58. Dabo, S., Diaham, M., B., Dionne, B., *et al.* **(**2010), *Mathématiques Seconde S,* par Abdou Maty Sène, Ph.D., éditeur en chef, par l'Agence Américaine pour le Développement International (USAID), USA et par le ministère de l'Education du Sénégal, 380 p.

59. Dahan-Dalmedico, A., Peiffer, J., (1986), *Une histoire des mathématiques : routes et dédales*, éditions du Seuil, Paris, 320 p.

60. De Vittori, T., (2011-2012), "Vidéo et histoire des mathématiques dans l'enseignement : la recherche au cœur de la formation", *Actes CORFEM*, 18e et 19e colloque, Besançon, pp. 87-99.

61. De Vittori, T., (2015), “Les tâches des élèves dans une activité mathématique à dimension historique”, *Petit x*, 97, I.R.E.M. de Grenoble, 23 p.

62. Desrochers, J., Tremblay, K., Mercier, E., *et al.*, (2005), “L’Histoire dans l’enseignement des Mathématiques : présentation d’un outil pédagogique”, 113 p. http://profmath.uqam.ca/~charbon/MAT7194/Textes/HistEnsSassiAl.pdf, Consulté le 10 juillet 2019.

63. Dia, E. M., (2017), “Intégration de l’Histoire des mathématiques dans l’enseignement : une expérience en cours au Sénégal”, *La lettre de GREMA*, IREM de Paris, 45 p.

64. Diallo, A., Faye, B., Mané, I. *et al.*, **(**2008), *Mathématiques 3^{e}*, EENAS, Sénégal, 216 p., Collection Excellence.

65. Diallo, M., Mbengue, O., Faye, B. *et al.*, (2008), *Mathématiques 6^{e}*, EENAS, Sénégal, 210 p., Collection Excellence.

66. Dias, T., (2008), *La dimension expérimentale des mathématiques : étude exploratoire dans des situations d’enseignement et de formation au sein de l’enseignement spécialisé.* Education. Université Claude Bernard Lyon 1, 349 p.

67. Doro, M., Faye, G., Houdjohon, A. *et al.*, **(**1996), *Mathématiques 3^{e}*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 224 p.

68. Douady, R., (1994), “Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir : une chronique en calcul mental”, un projet en algèbre à l'articulation collège-seconde par, IREM Paris-VII, *Repères-IREM*, n° 15, Topiques Éditions, 25 p.

69. Doumbia, S., Diop, M., Doro, M. *et al.*, **(**1993), *Mathématiques 6^{e}*, Edicef, ItalieCollection CIAM. , 224 p.

70. Drouhard, J.-P., Lozi, R., (1993), “Démontrer en mathématiques : une pratique frappée d’obsolescence ?”, Colloque de l’association pour des recherches comparatistes en Didactique, Marseille, 9 p.

71. “Education, Audiovisuel et Culture” (EACEA P9 Eurydice), (2011), *L’enseignement des mathématiques en Europe : défis communs et politiques nationales*, 178 p. http://eacea.ec.europa.eu/education/euydice. Consulté le 7 janvier 2018.

72. El Idrissi, A., (2006), “L’Histoire des mathématiques dans les manuels scolaires”, In *actes du colloque EMF* 2006, 12 p.

73. Euclide, (1632), *Les quinze livres des éléments géométriques d’Euclide, traducts en François par D. Henrion, imprimez reueus et corrigez du vivant de l’autheur plus le livre des Donnez du mesme Euclide aussi traduict en François par Ledit Henrion et imprimez de son vivant*, Imprimerie d’Isaac Dedin, Paris, M.DC.XXXII, 703 p.

74. Fauvel, J., (1991), “Using History in Mathematics Education”, In *Special Issue on History in Mathematics Education*, Edited by John Fauvel, *For the Learning of Mathematics*, Vol.11, no 2, pp.3-6.

75. Fauvel, J., Maanen J. V., (2000), *History in mathematics education: The ICMI study*, Kluwer Academic publishers, 437 p.

76. Fluckiger, C., (2008), “L’école à l’épreuve de la culture numérique des élèves”, *Revue française de pédagogie* [En ligne], 163 | avril-juin 2008, mis en ligne le 01 juin 2012.

77. Fredette, I., (2010), *L’Histoire des mathématiques : un outil pour l’humanisation des mathématiques*, mémoire présenté comme exigence partielle de la maîtrise en mathématiques, Université du Québec à Montréal, 136 p.

78. Fried, M. N., (2001), “Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist ?”, *Science et Education*, 10, pp. 391-408.

79. Garfunket, S., Mumford, D., (2012), “Réparer l'enseignement des mathématiques. Le faut-il et comment ? ”, *Commentaire*, Vol. 138, n° 2, pp. 481-524.

80. Gaud, D., Guichard, J.P., (1991), “Aperçu historique sur les nombres relatifs”, *Repères-Irem*, n° 2, pp. 93-123.

81. Godefroy, G., (1997), *L’aventure des nombres,* éditions Odile Jacob, 237 p.

82. Goichot, F., (2016), “Papyrus Rhind”, le portail des IREM, http://www.univ-irem.fr/spip.php?article1305. Consulté le 6 novembre 2019.

83. Grégoire, L., (2007), “De l’utilisation d’une règle à calcul”, https://docplayer.fr/20850197-De-l-utilisation-d-une-regle-a-calcul.html, Consulté le 25 août 2019.

84. Guedj, D., (1996), *L’empire des nombres*, Série sciences et techniques, Gallimard, poche 176 p.

85. Guedj, D., (1998), *Le théorème du perroquet*, édition du Seuil, 656 p.

86. Guillemette, D., (2011), “L'histoire dans l'enseignement des mathématiques: sur la méthodologie de recherche”, *Petit x*, 86(1), pp. 5-26.

87. Guillemette, D., (2012), “Enseignement des mathématiques et Histoire des mathématiques : quels apports pour l’apprentissage des élèves ? ”, In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (GT4, pp. 622–631).

88. Guillemette, D., (2015), *L’Histoire des mathématiques et la formation des enseignants du secondaire : sur l’expérience du dépaysement épistémologique des étudiants*, thèse dirigée par Charbonneau L., Université du Québec à Montréal, 386 p.

89. Hamaty, E., Oré, P., Ouédraogo, G. *et al.*, **(**1999), *Mathématiques Terminale SE,* Edicef, Italie, Collection CIAM, 352 p.

90. Hamon, G., (1993), “Euclide a encore quelque chose à dire”, *Mnemosyne* 3, IREM Rennes.

91. Hilgert, M., (2014), “L’apprentissage du cunéiforme”, *Pour la science*, No 440, (https://www.pourlascience.fr/sd/genetique/pour-la-science-440-702.php. Consulté le 23 septembre 2019).

92. Houston, J.-L., **(**2008), *Mathématiques, raisonnement quantitatif, niveaux 6^e et 5^e*, par Johnny L. Houston, Ph. D., éditeur en chef et par l'Agence Américaine pour le Développement International (USAID), USA, 177 p.

93. Houston J.L., **(**2008), *Mathématiques, niveaux 4^e et 3^e*, par Johnny L. Houston, Ph. D., éditeur en chef et par l'Agence Américaine pour le Développement International (USAID), USA, 152 p.

94. Ifrah, G., (1994), *Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes*, Robert Laffont, poche 1056 p.

95. Imhaussen, A., Dauben, J., Plofker, K., *et al.*, (2007), *Les mathématiques de l'Égypte, de la Mésopotamie, de la Chine, de l'Inde et de l'Islam,* manuel édité par Victor J. Katz, Oxford : Princeton University Press, 685 p.

96. Jahnke, H. N., Arcavi A., Barbin, E., et al. (2000), "The use of original sources in the mathematics classroom", in Fauvel, J., Van Maanen, J. (Eds.) *History in mathematics education-The ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 291-328.

97. Jankvist, U. T., (2009), *Using History as a 'Goal' in mathematics Education,* Thèse de doctorat, Roskilde: Roskilde University.

98. Julo, J., Houdebine, J., (1992), "Concevoir de « bonnes » fiches d'activités en mathématiques", *Repères-IREM*, No 8, pp. 67-88.

99. Kouassi, M.A., Mensah, L., Ouéhi, D. *et al.*, **(**2002), *Mathématiques Terminale Littéraire,* Edicef, Italie, 158 p., Collection CIAM.

100. Le groupe M:A.T.H., *Mnemosyne*, n^o 1 à 18, 1992 – 2003, IREM Université Paris VII.

101. Legrand, P., (2009), "L'évolution des programmes en France depuis un siècle", *Tangente Éducation*, n° 9, p. 4.

102. Lescanne, P., (2006), "L'algorithme d'Euclide", exposé inspiré de l'ouvrage de Don Knuth, *the art of computer programming*, Vol. 2, dernière mise à jour 18 janvier 2006, http://perso.ens-lyon.fr/pierre.lescanne/PUBLICATIONS/euclide.pdf. Consulté le 6 novembre 2019.

103. Lozi, R., (2012), "L'initiation à la recherche en mathématiques des futurs professeurs d'école : comment franchir le saut conceptuel entre les mathématiques de l'école primaire et la recherche internationale en mathématiques ?", Actes du Colloque «L'initiation à la recherche dans la formation des enseignants à l'université », Nice, R. Lozi & N. Biagioli, eds., pp. 167-180

104. Mainzer, (1998), *Les nombres : leur histoire, leur place, leur rôle de l'antiquité aux recherches actuelles*, Vuibert, 433 p.

105. Martin, C., (2004), *La place du jeu dans l'enseignement des mathématiques*, Mémoire IUFM Bourgogne, p. 7.

106. Mané, I., Fall, M., Diouf, B. *et al.*, (2008), *Mathématiques 4^e*, EENAS, Sénégal, Collection Excellence, 202 p.

107. Mas-Galoup, A., Neulat, J.-L., Ouédraogo G. *et al.*, **(**1997), *Mathématiques Seconde S*, Edicef, Italie, Collection CIAM, 256 p.

108. Mattiussi, C., (2013), *Étude du recours informatique dans l'enseignement des mathématiques au collège*, Education. Université Toulouse le Mirail - Toulouse II,. Français. NNT : 2013TOU20126.

109. Moyon, M., (2012), "Penser les mathématiques à travers leur épistémologie et leur histoire : un enjeu de/dans la formation des maîtres", In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle –* Actes du colloque EMF2012 (GT4, pp. 641 – 652).

110. Muller D., (2015), "Les différents types de démonstrations", *Cahier Musculation*, LCP, pp. 33-39. (https://www.apprendre-en-ligne.net/MADIMU2/MUSCU/MUSCU7.PDF)

111. Najjar, R., (2005), "La démonstration euclidienne", *Petit x*, n° 67, pp. 7-11.

112. Ngom, A., Diop, M., Dieye, S. *et al.*, **(**2008), *Mathématiques 5^e^*, EENAS, Sénégal, 208 p., Collection Excellence.

113. Nicolas, A., (1983), "Le nombre d'or", math en L.E.P, *Petit x*, n° 3, pp. 23 -39.

114. Ofman, S., (2010), "Une nouvelle démonstration d'irrationalité de racine carrée de 2 d'après les analytiques d'Aristote", *Philosophie antique* n° 10, pp. 81-138. https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1408/1408.2094.pdf. Consulté le 25 août 2019.

115. Palmero, P., (2013), *Les méthodes ludiques d'apprentissage des mathématiques*, mémoire, université Nice Sophia Antipolis, 137 p.

116. Perrin, D., "Les courbes de Bézier", 20 p. http://www.math.u-psudfr/~perrin/CAPES/ géométrie/BezurDP.pdf. Consulté le 19 mai 2018.

117. Perrin-Glorian, M.-J., Robert, A., (2005), "Analyse didactique de séances de mathématiques au collège : pratiques d'enseignants et activités mathématiques d'élèves", *Les dossiers des sciences de l'éducation*, n°14, Méthodes d'analyse des pratiques enseignantes, pp. 95-110.

118. Pont, J.-C., (2015), "A propos de l'introduction des nombres négatifs à l'école secondaire", *Repères-IREM*, n° 101, pp. 69-86.

119. Proust, C., (2006), "Mathématiques en Mésopotamie", mis en ligne sur CultureMath en novembre 2006, p. 7. http://culturemath.ens.fr/histoire%20des%20maths/pdf/chrono_mesopotamie.pdf. Consulté le 21 septembre 2019.

120. Riché, P., (1979), *Écoles et enseignement dans le haut Moyen Âge*, Aubier : Paris, 462 p.

121. Roy, M.-F., (2001), "Les maths et moi, les maths pourquoi ?", *ATALA*, n° 4, *la culture scientifique*, pp. 51-72.

122. Roy, P., (2006), *Intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement*, mémoire de maîtrise, université de Québec à Montréal, Novembre 2006, 155 p.

123. Sagaut, P., (2008-2009), *Introduction à la pensée scientifique moderne*, 267 p. www.lmm.jussieu.fr/ ~sagaut/epistemologie-v14.pdf, consulté le 15 octobre 2018.

124. Sagna, O., (2012), *Les programmes de mathématiques des séries scientifiques, en Analyse, de la réforme des années 70 à la contre-réforme des années 80 en France*, Mémoire Master, Université de Nantes, 133 p.

125. Sall, H. N., (1996), *Efficacité et équité de l'enseignement supérieur*, Tome 1, Université Cheikh Anta Diop de Dakar, 1996, 277 pp.

126. Sanchez-Palencia, E., (2015), *La valeur éducative de l'histoire des sciences – Paul Langevin* – présenté par Evariste Sanchez-Palencia, Méthode scientifique / Pratique scientifique et épistémologie – Académie des sciences, 8 p.

127. Sangharé, M., (2009), "Défis de l'enseignement des mathématiques", in *Actes du colloque EMF 2009*, pp. 1–11. (http://emf.unige.ch/files/1114/5322/0950/EMF2009_Conference_Sanghare.pdf. Consulté le 13 août 2019).

128. Sarr, J., (2009), "Formation continuée des professeurs de collège et normes de compétences", in *Actes du Colloque EMF 2009*, pp. 357–369.

129. Sensevy, G., (2010), "Notes sur la théorie anthropologique du didactique", in *Apports de la théorie anthropologique du didactique. Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action*, IUFM de l'académie de Montpellier, pp. 215-229.

130. Siu, M.-K., (2000), "The ABCD of using history of mathematics in the (undergraduate) classroom.", in Katz V. (Ed.) *Using history to teach mathematics – an international perspective, MAA notes*. Washington, DC: The Mathematical Association of America, Vol. 51, pp. 3-9.

131. Siu M.-K. (2004) "No, I don't use history of mathematics in my class. Why?" In Furinghetti F., Kaijser S., Tzanakis C. (Eds.) *Proceedings HPM2004 and ESU4 (revised edition)*, Uppsala: Uppsala Universitet, pp. 268-277.

132. Sokhna, M., (2012), "La formation des enseignants au Sénégal", in *Rapport sur la formation des Enseignants*, Edimaths, ICMI 2012, pp. 58-68.

133. Thienard, J. C., (2007), "Redonner du sens aux mathématiques enseignées", *Repères-IREM*, n° 66, janvier, pp. 61-72.

134. Tournes, D., (1993), "Place de l'histoire des mathématiques dans la formation des enseignants du secondaire", IUFM de la Réunion, pp. 145-158.

135. Tournès, D., (2016), "Perspectives historiques sur les abaques et bouliers", *MathémaTICE*, sesamath.net, 51.

136. Touré, S., (2002), « l'enseignement des mathématiques dans les pays francophones de l'Afrique et de l'Océan Indien », *ZDM*, vol. 34 (4), pp. 175-178.

137. Tzanakis, C., (2000), "Presenting the relation between mathematics and physics on the basis of their history: A genetic approach", in Katz V. (Ed.) *Using history to teach mathematics—an international perspective, MAA notes*. Washington DC: The Mathematical Association of America. Vol. 51, pp. 111-120

138. Tzanakis, C., Thomaidis, Y., (2010), "Classifying the arguments and methods to integrate history in mathematics education: an example.", in HPM *Proceedings of the ESU6*, edited by Barbin,E., Kronfellner, M., Tzanakis, C., pp. 127-136.

139. UNESCO, (2011), *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*, Paris, 11 p.

140. Vassiliou, A., *Préface rapport Eurodyce*, 2011, Agence executive "Education, Audiovisuel et Culture" (EACEA P9 Eurodyce), 178 p.

141. Villani, C., Torossian, C., (2018), *21 mesures pour l'enseignement des Mathématiques*, 94 p.

142. Vitrac B., *Structure et genèse des Éléments d'Euclide*, (2008), la Rochelle, France, pp. 501-504.

143. Wade A., (2008), "Discours de fin d'année du Président de la République", 31 décembre 2008, In *Journal le Soleil* du 02 janvier 2009.

Liste des figures

Chapitre I

Chapitre II

Chapitre III

Chapitre IV

Chapitre V

Chapitre VI

Figure. 6.21. L'exemple qui a consisté à écrire 1632 en chiffres romains a passionné les élèves qui ont déjà rencontré la numération romaine dans l'expérience « Conditions d'existence d'un triangle ».

Figure. 6.22. Dans ses commentaires, le professeur rappelle à ses élèves subjugués que tout le travail mathématique ingénieux a été fait des centaines voire des milliers d'années avant la naissance de J.-C.

Figure. 6.23. L'évolution du zéro, ainsi que la numération arabe sont évoqués par le professeur qui a demandé aux élèves de lire les chiffres qui la composent.

Figure. 6.24. Le professeur passe en revue l'évolution des nombres décimaux, de leur naissance au XVIème siècle avec Stevin à la notation actuelle avec Snelius, en passant à l'écriture en degré de Burgie et en point de Magini.

Figure. 6.25. Des élèves qui suivent le résumé du professeur et d'autres qui prennent notes.

Figure. 6.26. Beaucoup d'élèves demandent la parole avec insistance pour lire l'énoncé de l'activité.

Figure. 6.27. L'élève guidé par le professeur arrive à la solution

Figure. 6.28. L'élève interrogé trouve $x^2 - 14,30$ mais grâce à un bon traitement des réponses par le professeur qui a fait intervenir les autres élèves, on arrive au résultat $x^2 - x$.

Figure. 6.29. Les commentaires et les questions posées par le professeur ont permis à l'élève de trouver $x^2 - x = 14,30$ qui est le résultat cherché.

Figure. 6.30. Un exercice d'application est proposé et après sa recherche le professeur interroge un élève au tableau qui trouve comme mise en équation du problème posé $\frac{1}{7} = 0,14$.

Figure. 6.31. Le professeur revient sur le résultat accepté $x + \frac{1}{7} = 19$ pour corriger l'erreur commise et donner la bonne équation qui est $x + \frac{1}{7}x = 19$.

Figure. 6.32. Les élèves ayant cherché l'activité à la maison, le professeur interroge au tableau l'un d'entre eux qui lit la fiche d'activité.

Figure. 6.33. Les élèves suivent la lecture les yeux rivés sur leurs fiches d'activités.

Figure. 6.34. L'élève interrogée reste au tableau pour corriger l'activité.

Figure. 6.35. La correction est interrompue de temps en temps par le professeur pour des clarifications.

Figure. 6.36. L'élève applique ces règles pour trouver $x = -\frac{b}{a}$ la solution de l'équation.

Figure. 6.37. Le professeur termine ensuite la correction de l'élève en précisant l'ensemble des solutions.

Figure. 6.38. Pendant que les élèves prennent la correction de l'activité, le professeur en profite pour rédiger la trace écrite qu'ils doivent retenir.

Figure. 6.39. Des exemples ont été corrigés au tableau ; ils mettent en évidence les deux opérations d'Al-Khwârizmî que sont *al-jabr* et *al-muqabala*.

Figure. 6.40. Le professeur propose ensuite un exercice d'application.

Figure. 6.41. Un autre élève est interrogé au tableau pour la deuxième équation pendant qu'il corrige le professeur en profite pour remplir son cahier de texte.

Figure. 6.42. Le remplissage terminé, le professeur revient au tableau pour parcourir le travail de l'élève et corriger les erreurs commises.

Figure. 6.43. Le professeur donne ensuite la consigne qui précise ce qu'on attend des élèves.

Figure. 6.44. Le professeur a fait quelques tours de la classe, s'est arrêté sur une table pour donner des exemples et a fait quelques commentaires pour orienter les élèves.

Figure. 6.45. Le professeur corrige la première question de l'activité en interagissant avec les élèves.

Figure. 6.46. Les traces de la correction de la question 2 de l'activité au tableau où le professeur mentionne que le triangle *BDE* est rectangle en *E* (sic !).

Figure. 6.47. Le professeur rédige tout seul la réponse de la première question.

Figure. 6.48. La trace de la correction de la deuxième question.

Figure. 6.49. Des élèves attentionnés qui suivent la correction.

Figure. 6.50. Le professeur donne d'abord la formule de l'aire d'un trapèze, ensuite par des explications et un jeu de questions réponses il montre que l'aire vaut

$\boldsymbol{A = \frac{1}{2}(b+c)(b+c)}$.

Figure. 6.51. Le professeur donne ensuite la formule de l'aire d'un triangle et calcule la somme des aires des triangles pour obtenir une autre expression de l'aire du trapèze.

Figure. 6.52. Le professeur égalise les deux expressions de l'aire du trapèze et après des transformations d'écritures faites par les élèves, il trouve l'égalité $\boldsymbol{b^2 + c^2 = a^2}$.

Figure. 6.53. Le professeur commence la correction de la question 4.

Figure. 6.54. Les élèves suivent les explications du professeur.

Figure. 6.55. Le professeur écrit au tableau l'énoncé du théorème de Pythagore.

Figure. 6.56. Il propose ensuite une configuration que les élèves ont du mal à traduire en une proposition mathématique.

Figure. 6.57. Un exercice d'application est ensuite proposé aux élèves, ainsi qu'une projection de la démonstration que les élèves ne veulent pas suivre car ils ont cours avec un autre professeur.

Chapitre VII

Annexes

Annexe 10

Liste des tableaux

Chapitre I

Chapitre II

Chapitre III

Chapitre IV

Chapitre V

Chapitre VI

Néant

Chapitre VII

Néant

Liste des sigles et abréviations

ADEM/Dakar : Appui au Développement de l'Enseignement Moyen dans la Région de Dakar

AEF : Assises de l'Éducation et de la Formation

AEI : Initiative pour l'Education en Afrique de l'USAID

AIMS-Sénégal : Institut Africain des Sciences Mathématiques du Sénégal

ANSD : Agence Nationale de la Statistique et de la Démographie

AOF : Afrique Occidentale Française

APC : Approche Par les Compétences

APMEP : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

BAD : Banque Africaine de Développement

BEP : Brevet Elémentaire Professionnel

BFEM : Brevet de Fin d'Etudes Moyennes

BST : Bloc Scientifique et Technique

BT : Brevet Technique

BTP : Bâtiment et Travaux Publics

BTS : Brevet de Technicien Supérieur

CAECEM : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement dans les Collèges d'Enseignement Moyen.

CAEM : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Moyen

CAES : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Secondaire

CAESTP : Certificat d'Aptitude à l'Enseignement Secondaire Technique et Professionnel

CAF : Centre d'Alphabétisation Formelle

CAMEPS : Certificat d'Aptitude des Maîtres d'Education Physique et Sportive

CAP : Certificat d'Aptitude Pédagogique

CAPEPS : Certificat d'Aptitude au Professorat d'Education Physique et Sportive

CAPES : Certificat d'Aptitude au Professorat de l'Enseignement Secondaire

CEA-MITIC : Centre d'Excellence Africain en Mathématiques, Informatique et Technologie de l'Information et de la Communication

CEAP : Certificat Elémentaire d'Aptitude Pédagogique

CEM : Collège d'Enseignement Moyen

CE1 : Cours Elémentaire première année

CE2 : Cours Elémentaire deuxième année

CFEE : Certificat de Fin d'Etudes Elémentaires

CFEM : Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques

CI : Cours d'Initiation

CIAM : Collection Inter Africaine de Manuels de Mathématiques

CIEM : Commission International de l'Enseignement des Mathématiques ou ICMI en Anglais

CM1 : Cours Moyen première année

CM2 : Cours Moyen deuxième année

CN : Coordination Nationale

CNAES : Concertation Nationale sur l'Avenir de l'Enseignement Supérieur

CNM : Commission Nationale de Mathématiques

CNOM : Comité National chargé des Olympiades de Mathématiques

CNREF : Commission Nationale de Réforme de l'Education et de la Formation

CONFEMEN : Conférence des Ministres de l'Éducation des États et Gouvernements de la Francophonie

CP : Cours Préparatoire

CPN : Conseiller Pédagogique National

CPR : Centre Pédagogique Régional

CPS : Centre Pédagogique Supérieur

CRAC-CEM : Cadre de Référence d'Amélioration du Curriculum de l'Enseignement Moyen.

CRFPE : Centre régional de formation du Personnel de l'Education

DEMSG : Direction de l'Enseignement Moyen et Secondaire Général

DFC : Direction de la Formation et de la Communication

DFESA : Diplôme de Fin d'Etudes Supérieures Artistiques

DIPE : Développement Intégré de la Petite Enfance

DPRE : Direction de la Planification et de la Réforme de l'Education

DUEL : Diplôme Universitaire d'Etudes Littéraires

DUES : Diplôme Universitaire d'Etudes Scientifiques

EACEA : Agence Executive Education Audiovisuel et Culture

EBJA : Education de Base des Jeunes et Adultes Analphabètes

ECB : Ecole Communautaire de Base

EDB : Education De Base

EFI : Ecole de Formation des Instituteurs

EGEF : Etats Généraux de l'Education et de la Formation

EMF : Espace Mathématique Francophone

ENO : Espace Numérique Ouvert

ENS : Ecole Normale Supérieure

EPQ : Education Priorité Qualité

EPS : Education Physique et Sportive

ESM : Education Studies in Mathematics

ESPE : Ecole Supérieure du Professorat et de l'Education

ESU : European Summer University

FASTEF : Faculté des Sciences et Technologies de l'Education et de la Formation

FLN : For the Learning of Mathematics

FPT : Formation Professionnelle et Technique

GREMA : Groupe de Réflexion de l'Enseignement des Mathématiques en Afrique

Groupe HPM : groupe international sur les relations entre l'Histoire et la Pédagogie des Mathématiques

HPM : Harmonisation des Programmes de Mathématiques

IA : Inspection d'Académie

ICME : International Congress on Mathematic Education

ICMI : International Commission on Mathématical Instruction

IDH : Indice de Développement Humain

IEF : Inspection de l'Education et de la Formation

IEMS : Inspecteur de l'Enseignement Moyen Secondaire

IFAN : Institut Fondamental d'Afrique Noire

IGEF : Inspecteur (ou Inspection) Général(e) de l'Education et de la Formation

IGEN : Inspecteur (ou Inspection) Général(e) de l'Education Nationale

IREM : Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

IREMPT : Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques de la Physique et de la Technologie

IS : Inspecteur de Spécialité

ISEP : Institut Supérieur d'Enseignement Professionnel

IUFM : Institut Universitaire de Formation des Maîtres

IVS : Inspecteur de Vie Scolaire

LARTES : Laboratoire de Recherche sur les Transformations Economiques et Sociales

LINEQ : Lycée pour l'Intégration et la Qualité

LPGEF : Lettre de Politique Générale du secteur de l'Education et de la Formation

LV1 : Langue Vivante 1

LV2 : Langue Vivante 2

M:A.T.H. : Mathématiques : Approches par les Textes Historiques

MEEF : Métiers de l'enseignement, de l'Education et de la Formation

MEFP : Ministère de l'Emploi et de la Formation Professionnelle

MEN : Ministère de l'Education Nationale

MESRI : Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Innovation

MJRME : Mediterranean Journal Research in Mathematics Education

MSC : Mathematics Subject Classification

OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Economique

OECE : Organisation Européenne de Coopération Economique

PAQUET : Programme d'Amélioration de la Qualité de l'Equité et de la Transparence

PARC : Projet d'Appui au Renouveau des Curricula

PASEC : Programme d'Analyse des Systèmes Educatifs de la CONFEMEN

PDEF : Programme Décennal de l'Education et de la Formation

PDRH : Programme de Développement des Ressources Humaines

PIB : Produit Intérieur Brut

PISA : Programme International de l'OCDE pour le Suivi des Acquis des élèves

PNUD : Programme des Nations Unies pour le Développement

PPO : Pédagogie Par Objectifs

PRF : Pôle Régional de Formation

PSE : Plan Sénégal Emergent

RAP : Rapport de Performances du Secteur de l'Education

RGPHAE : Recensement Général de la Population de de l'Habitat, de l'Agriculture et de l'Elevage

RNSE : Rapport National sur la Situation de l'Education

SEF : Système d'Education et de Formation

SFC : Structure de Formation Continuée

STEM : Sciences, Technologie, Sciences de l'ingénieur et Mathématiques

SVT : Sciences de la Vie et de la Terre

TAD : Théorie Anthropologique du Didactique

TAMA : Taux d'Accroissement Moyen Annuel

TBPS : Taux Brut de Préscolarisation

TBS : Taux Brut de Scolarisation

TIC : Technologies de l'Information et de la Communication

TICE : Technologies de l'Information et de la Communication dans l'Education

TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study

TLMP : Programme des Manuels scolaires et autres Outils d'Apprentissage

TSQ : Texte Suivi de Questions

UAM : Université Amadou Makhtar Mbow de Diamniadio

UCAD : Université Cheikh Anta Diop de Dakar

UGB : Université Gaston Berger de Saint-Louis

UNESCO : Organisation des Nations Unies pour l'Education la Science et la Culture

USAID : Agence Américaine pour le Développement International

USSEIN : Université du Sine Saloum El Hadji Ibrahima Niasse

UVS : Université Virtuelle du Sénégal

WG12 : Working Group 12

ZDM : Zentralblatt Fur Didaktik der Mathematik

Annexes

Annexe 1

Extrait du rapport « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques »[138]

PRIORITÉ AU PREMIER DEGRÉ

1. Formation initiale

Construire, dès 2018, la formation initiale des professeurs des écoles démarrant à Bac+1, de façon à assurer, dans une licence adaptée ou un parcours pluridisciplinaire, un volume suffisant d'enseignements dédié aux disciplines fondamentales.

2. CP-CE1 en Rep+

Inclure, dès septembre 2018, les mathématiques dans la priorité nationale décrétée en Rep+ pour les CP et CE1 à 12 ; étendre cette mesure à l'ensemble des Rep en 2020.

3. Expérimentation à grande échelle

Lancer, dès septembre 2018, sur le cycle 2, des expérimentations pour procéder à une évaluation scientifique de méthodes explicites et de l'efficacité de leur mise en œuvre.

4. Équipement

Proposer à toutes les écoles un équipement de base, accompagné de tutoriels, favorisant les manipulations d'objets réels ou virtuels.

MATHÉMATIQUES : EFFICACITÉ, PLAISIR ET AMBITION POUR TOUS

5. Les étapes d'apprentissage

Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur :
- la manipulation et l'expérimentation ;
- la verbalisation ;
- l'abstraction.

6. Le cours

Rééquilibrer les séances d'enseignement de mathématiques : redonner leur place
- au cours structuré et à sa trace écrite ;
- à la notion de preuve ;
- aux apprentissages explicites.

7. Périscolaire et clubs

Encourager les partenariats institutionnels avec le périscolaire et favoriser le développement de ce secteur. Recenser et pérenniser les clubs en lien avec les mathématiques (de modélisation, d'informatique, de jeux intelligents, etc.).
Rémunérer les intervenants et adapter les emplois du temps des enseignants.

[138] https://cache.media.education.gouv.fr/file/Fevrier/19/0/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_896190.pdf. pp. 9 - 11. Consulté le 23 août 2019.

8. Apports des autres disciplines

Développer et renforcer les échanges entre les autres disciplines et les mathématiques ; expliciter les liens entre la langue française et les mathématiques dès le plus jeune âge.

9. Réconciliation

Proposer aux élèves du lycée un module annuel de « réconciliation » avec les mathématiques sur des thématiques et des démarches nouvelles.

10. Projets

Assurer, dans les projets disciplinaires ou interdisciplinaires (EPI, TPE, PPCP, Grand oral, etc.), une place importante aux mathématiques et à l'informatique.

NOMBRES ET CALCULS

11. Sens des nombres et des opérations

Cultiver le sens des quatre opérations dès le CP. L'enseignement effectif des grandeurs et mesures à l'école primaire vient soutenir le sens des nombres et des opérations.

12. Automatismes

Développer les automatismes de calcul à tous les âges par des pratiques rituelles (répétition, calculs mental et intelligent, etc.), pour favoriser la mémorisation et libérer l'esprit des élèves en vue de la résolution de problèmes motivants.

13. Paliers

Définir des paliers sur les bases des nombres et du calcul. S'assurer de la maîtrise obligatoire de ces fondamentaux par tous, en mesurant trois fois par an, les acquis des élèves sur un nombre limité d'items simples et standardisés.

FORMATION CONTINUE ET DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL

14. Référent mathématiques

Développer la formation continue en mathématiques des professeurs des écoles. Dans chaque circonscription, favoriser le développement professionnel entre pairs et en équipe, et nommer un troisième conseiller pédagogique, « référent mathématiques ».

15. Développement professionnel en équipe

Développer la formation continue des professeurs de mathématiques à l'échelle locale, dans une logique de confiance, entre pairs et en équipe ; promouvoir l'observation conjointe ; dégager un temps commun dans les emplois du temps ; identifier les personnes ressources.

16. Laboratoire de mathématiques

Expérimenter, financer et évaluer sous trois ans, dès septembre 2018, dans au moins cinq établissements et un campus des métiers par académie, la mise en place de laboratoires de mathématiques en lien avec l'enseignement supérieur et conçus comme autant de lieux de formation et de réflexion (disciplinaire, didactique et pédagogique) des équipes.

PILOTAGE ET ÉVALUATION

17. Priorité nationale

Inscrire les mathématiques comme une priorité nationale en mobilisant tous les acteurs de la chaîne institutionnelle (recteurs, cadres, formateurs, enseignants).

18. Expert de haut niveau en mathématiques

Créer un poste d'expert de haut niveau en mathématiques à la Dgesco : responsable du suivi et de la mise en œuvre des préconisations de ce rapport au niveau national, il s'appuiera sur un réseau de chargés de mission académiques. Une évaluation de la mise en œuvre de ces mesures sera effectuée dans trois ans.

19. Égalité femmes-hommes

Former les enseignants et l'encadrement aux problématiques liées à l'égalité femmes-hommes en mathématiques (stéréotypes de genre, orientation professionnelle, réussite, etc.).

20. Manuels

Les manuels de mathématiques feront l'objet d'un positionnement sur une échelle, par un comité scientifique, en regard de chacun des critères d'une courte liste arrêtée par ce même comité.

21. Montée en puissance d'un portail de ressources

Doter ce portail de ressources en lien avec les mathématiques de moyens logistiques et de fonctionnement suffisants pour remplir pleinement ses missions.

Annexe 2

Extrait des instructions relatives aux Programmes de seconde A’,C,M,M’ de 1960

EXTRAITS DES INSTRUCTIONS RELATIVES AUX PROGRAMMES DU 18 JUILLET 1960

Les programmes de mathématiques du Premier Cycle ont permis aux jeunes élèves de prendre contact, à partir de leur monde familier, avec un certain nombre de notions, avec quelques représentations symboliques d'êtres et de relations, avec les éléments d'un raisonnement logique. Ces connaissances, non négligeables, ne peuvent pas être considérées comme définitivement acquises et disponibles, car il faut tenir compte de l'âge des enfants, comme des difficultés et des défauts inhérents à tout enseignement collectif; il convient donc, au début du Second Cycle, de les reprendre pour les ordonner, les clarifier et les consolider.

Certains chapitres du nouveau programme des classes de Seconde A', C, M, M' répondent à cette exigence; parmi eux figure naturellement celui qui concerne la « géométrie dans l'espace » dont les éléments présentés sommairement dans la classe de Troisième doivent maintenant être étudiés de façon méthodique. [...]

L'initiation au raisonnement logique.

[...] C'est à l'enseignement du Second Cycle qu'incombe la tâche d'entreprendre et de poursuivre une initiation plus complète aux modes élémentaires de la pensée logique et à ses moyens d'expression, étant bien entendu que ces notions ne doivent pas faire l'objet d'un exposé systématique, théorique et abstrait; elles doivent être dégagées et précisées peu à peu, puis être mises à l'épreuve, à l'occasion de l'étude méthodique et réfléchie des diverses théories et des nombreux problèmes que comporte chacune d'elles.

L'exposé des premiers éléments d'algèbre et de géométrie.

[...] La présentation des toutes premières notions pose, dès l'abord, un problème délicat, car la tentation est bien naturelle d'essayer de bâtir, dans l'abstrait, un édifice d'une parfaite rigueur. [...]

Un exposé strictement axiomatique, séparant totalement les êtres mathématiques de leur origine concrète, du cadre réel de leur création, ne peut guère donner de résultats valables en Seconde et en Première; mais il n'est pas exclu, bien au contraire, d'attirer l'attention, dès ce moment, sur la nature et la signification des définitions et des hypothèses que l'on adopte, sur les faits et les propriétés que l'on « admet » afin de réserver l'avenir et de faire comprendre que de nouvelles étapes restent à parcourir.

Importance du calcul numérique.

Le calcul numérique doit tenir, dans l'enseignement des mathématiques, une place de choix. S'il n'est mentionné dans le texte du programme que sous telle ou telle rubrique, il est bien évident que de nombreux problèmes fournissent l'occasion naturelle de proposer un exercice raisonnable de calcul. [...]

Les notions « modernes ». Le vocabulaire et le symbolisme.

Le libellé du programme ne fait pas explicitement mention de certaines notions simples sur les ensembles ni du vocabulaire actuellement admis pour les désigner : réunion, intersection, ensembles complémentaires, inclusion, appartenance.... Il n'est nullement question d'en proscrire l'emploi; les unes et les autres se rencontrent en fait très fréquemment, dans la plupart des théories; il convient de les dégager peu à peu, de les faire reconnaître, puis de les définir, à partir de nombreux exemples où elles interviennent naturellement. Ainsi apparaîtra leur intérêt par les applications qu'on peut en faire, par la simplification ou la clarification qu'elles sont susceptibles d'apporter dans une recherche ou dans un exposé.

D'autres notions, telles que celles qui touchent aux structures d'ensembles : groupes, anneaux, corps, pourront aussi être introduites, à condition que le terrain ait été d'abord soigneusement préparé; elles peuvent faciliter la présentation de certaines synthèses et permettre des comparaisons utiles pour l'avenir.

Annexe 3

Extraits du programme des classes de Terminales C et E

I ALGEBRE ET COMBINATOIRE	
1 ORGANISATION DES DONNÉES.DÉNOMBREMENTS.	Il s'agit d'entraîner les élèves à organiser, grâce à un minimum de langage ensembliste, des données issues de secteurs variés, et à traiter des problèmes simples de dénombrement relatifs à ces données. On évitera la mise en forme de récurrences dans les cas intuitivement évidents et , l'on s'abstiendra de toute considération théorique sur le principe de récurrence.
- Cardinal d'un produit cartésien A×B . - Ensemble A^P des p - listes d'éléments d'un ensemble A fini . - Cardinal de A^P ; cas où les éléments sont distincts deux à deux, arrangements, permutations, notation n! . - Nombre de parties de cardinal donné d'un ensemble fini; combinaisons, notation C_n^p ou $\binom{n}{p}$. - Formule du binôme (sur $\mathbb{C}$).	Les élèves doivent connaître les symboles d'appartenance ($x \in A$),d'inclusion ($A \subset B$) de réunion, d'intersection et de complémentaire ($\complement A$ ou $\bar{A}$); mais aucune étude systématique de ces opérations n'est au programme. Sont exigible : - Le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble ; - le cardinal d'une réunion de parties disjointes ; - la formule reliant card($A \cup B$) et ($A \cap B$) ; - les relations $C_n^p = C_n^{n-p}$, $C_{n+1}^{p+1} = C_n^p + C_n^{p+1}$ et leur interprétation ensembliste.
2. PROBABILITÉS.	
Événements, événements élémentaires ; la probabilité d'un événement sera définie par addition de probabilités d'événements élémentaires.	Seul est au programme le cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. On évitera une théorie formalisée de la notion de probabilité ; on s'appuiera essentiellement sur l'observation statistique et les stabilités de fréquences qui s'en dégagent.
- Événements disjoints ; événements contraires . - Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle ; indépendance de deux événements. - Expériences successives, schéma de Bernoulli.	
Travaux pratiques Exemples de situation de probabilités issues d'expériences aléatoires (Modèles d'urnes, jeux,...).	
3.NOMBRES COMPLEXES.	L'introduction des nombres complexes, outre son intérêt algébrique, fournit les outils pour la trigonométrie et pour l'étude des configurations géométriques planes. Ce dernier aspect est précisé dans le chapitre du programme de géométrie.

- Présentation du corps des nombres complexes, partie réelle, partie imaginaire, nombre complexe conjugué ; notations : Re(z), Im(z), $\bar{z}$.	Une construction détaillée n'est pas souhaitable. A ce propos on donnera la définition d'un corps, sans en apporter d'autres exemples que $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.
- Représentation géométrique ; affixe d'un point, d'un vecteur.	Les élèves doivent savoir interpréter le module et l'argument de $z_A - z_B$ et exprimer l'affixe d'un milieu.
- Module, module d'un produit, inégalité triangulaire.	
-Argument d'un nombre complexe non nul, notation $re^{i\theta}$.	
- Relation : $e^{i\theta}.e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$, application à la trigonométrie ; formule de Moivre.	Les élèves doivent connaître les formules $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$ et $\sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$
- Racine carrées, racines énièmes d'un nombre complexe ; interprétation géométrique des racines énièmes de l'unité.	
Travaux pratiques	
- Suite géométrique (z^n) (z complexe) .Transformation de $1 + z + z^2 + ... + z^n$ (z différent de 1) ; exemples d'application à la trigonométrie. - Transformation de p cosx + q sinx (par $p + i\,q = re^{i\theta}$).	
- Résolution des équations du second degré dans $\mathbb{C}$.	
- Conversion de produits trigonométriques en sommes et de sommes en produits.	
- Exemples de linéarisatio, de polynôme trigonométriques et de mise en oeuvre de la formule de Moivre.	On se bornera à des exposants peu élevés ; les formules trigonométriques ainsi obtenues n'ont pas à être mémorisées.
4.SYSTEMES D'ÉQUATION LINÉAIRES.	
Résolution d'un système d'équations linéaires par opérations élémentaires sur les lignes : - addition d'un multiple d'une ligne à une autre, codée $L_i \rightarrow L_i + \lambda L_j$; - multiplication d'une ligne par un nombre non nul, codée $L_i \rightarrow \alpha L_i$; - échange de deux lignes, codé $L_i \leftrightarrow L_j$.	Les élèves doivent savoir que toute opération élémentaire transforme un système en un système équivalent : on pourra admettre ce résultat.. La taille des systèmes dépendra des moyens numériques mis à disposition.
Travaux pratiques	

b) Énonces usuels sur les limites.

Tous les résultats de ce paragraphe sont admis.

c) Énonces de comparaison :

- Si, à partir d'un certain rang, $x_n \geq u_n$ et si $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = +\infty$.

énoncé analogue pour $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = -\infty$.

- Si, à partir d'un certain rang, $|x_n - L| \leq u_n$, et si $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$,

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = L$

- Si, à partir d'un certain rang, $x_n \leq y_n$ et si $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = L$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} y_n = L'$,

alors $L \leq L'$;

- Si, à partir d'un certain rang, $u_n \leq x_n \leq v_n$, et si $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = L$,

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} x_n = L$.

L'objectif principal est d'apprendre au élèves à mettre en œuvre les résultats de ce paragraphe pour la recherche de limites sur des exemples simples. On mettra en valeur la signification intuitive de ces résultats et on soulignera leur commodité, à travers l'étude de quelque exemple adéquats.

d) Opérations sur les limites :

- Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient.

- Image d'une suite par une fonction : étant donné une fonction f définie sur un intervalle I et une suite (u_n) de points de I, si $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = a$ (finie ou non) et si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lambda$ (finie ou non), alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(u_n) = \lambda$.

Les énoncés relatifs aux opérations couvrent à la fois le cas des limites finies et celui des limites infinies : les cas d'indétermination sans indication de méthode sont en dehors du programme.

Bien entendu, cet énoncé, condensé pour faciliter la mémorisation, recouvre plusieurs cas qu'il convient de distinguer clairement et d'illustrer à l'aide d'exemples ; l'introduction de la droite numérique achevée est hors programme.

e) Convergence des suites monotones :

Toute suite croissante et majorée converge.

On dispose d'un énoncé analogue pour les suites décroissantes.

f) Suites de référence.

Limite et comparaison des comportements des suites $\ln(n)$; (a^n), a réel strictement positif ; (n^α) α réel.

Cette question est à traiter en relation avec l'étude correspondante pour les fonctions. On enrichit ici le tableau des suites de référence introduites en première, afin d'élargir le champ d'étude du comportement asymptotique des suites.

Annexe 4

Extraits du programme des classes de Premières C, D et E

PROGRAMME

ans ce programme, il été tenu compte, du programme harmonisé de mathématique e première scientifique, élaboré au cours des séminaires sur l'harmonisation, en frique francophone, des programmes de mathématiques de l'Enseignement econdaire, séminaires tenus respectivement à Abidjan (Côte d'Ivoire) du 30 mai au 4 in 1983, et à Cotonou (Bénin) du 25 février au 2 mars 1985.

ALGEBRE

A. Applications

- applications injectives, surjectives, bijectives ;
- applications réciproques, composition des applications ;
- restriction et prolongement d'une application ;
- image directe, image réciproque d'une partie.

B. Fonctions polynômes

- généralités ;
- zéros d'une fonction polynôme ;
- division d'un polynôme par un polynôme.

On admettra le théorème suivant :

Soient f et g deux polynômes avec g différent du polynôme nul.
Il existe un couple unique de polynômes q et r tels que :

$$f = gq + r$$

avec $r = 0$ ou $\deg r < \deg g$;
q et r sont respectivement le quotient et le reste de la division de f par g.

- factorisation par $(x - a)$;
- factorisation d'un polynôme ;
- signe de l'image d'un nombre réel par une fonction polynôme.

C. Équation, Inéquation, Système

1) - équations et inéquations du second degré ;
- somme et produit des racines d'une équation du 2e degré ;
- problème faisant intervenir des paramètres.

COMMENTAIRE

De façon générale, il paraît essentiel de mener de front, dès le début de l'année scolaire, l'analyse et la géométrie en faisant apparaître aussi souvent que possible leur interpénétration.

Ces notions seront introduites ou renforcées au fur et à mesure que le besoin s'en fera sentir (transformation du plan, projections, résolution d'équations à l'aide de représentations graphiques..). La notion de bijection s'introduira essentiellement à partir de l'application réciproque (existence et unicité de l'antécédent).

Les connaissances calculatoires sur les fonctions polynômes seront renforcées au travers d'exercices. Soit f une fonction polynôme, on admettra que f est la fonction nulle ($\forall x \in IR$, $f(x) = 0$) ssi tous ses coefficient sont nuls (à distinguer de la résolution dans IR de l'équation $f(x) = 0$).

La méthode de détermination de g et r est laissée à l'appréciation du professeur : division euclidienne ou méthode par identification.

Les occasions de rencontrer des équations et des inéquations sont nombreuses en analyse. Par conséquent on évitera de multiplier, en particulier pour le second degré, les exemples donnés à priori, notamment ceux qui feraient intervenir artificiellement des paramètres.

B. Fonctions numériques d'une variable réelle

1) Rappels et compléments :

- comparaison de deux fonctions numériques ;
- opérations sur les fonctions numériques ;
- fonctions paires, fonctions impaires, fonctions périodiques, ensemble d'étude ;
- fonctions associées à la fonction $f : x \mapsto f(x)$:

$$\begin{cases} x \mapsto f(x-a) \\ x \mapsto f(x)+b \\ x \mapsto |f(x)| \end{cases}$$

- fonction composée.

2) Limite, continuité :

a) limite d'une fonction en x_0 :

- définition ;
- on admettra les théorèmes sur les limites ;
- limite à droite, limite à gauche ;
- extension de la notion de limite.

- une convergence.

- Savoir qu'il existe des suites ni croissantes, ni décroissantes.
- Savoir majorer le terme général d'une suite.
- Savoir minorer le terme général d'une suite.
- Savoir utiliser ou faire référence à une suite simple pour donner un contre-exemple de suite satisfaisant à une condition donnée.
- Savoir vérifier qu'une suite est périodique.
- Savoir majorer la valeur absolue du terme général d'une suite.
- Savoir reconnaître les suites de références qui convergent vers zéro :

$$u_n = \frac{1}{10^n} ; \; u_n = a^n \text{ avec } n \in \mathbb{N} \text{ et } |a| < 1 \; ; \; u_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ avec } n \in \mathbb{N}^*$$

Toutes ces notions sont à introduire ou à renforcer au cours d'exercices qui en justifient l'intérêt.

On pourra mener cette étude conjointement avec les rappels sur la translation.

f étant une fonction numérique définie sur $]a,b[$ et x_0 un point de $]a,b[$, on dit que f admet une limite réelle en x_0, s'il existe un réel l tel que :

pour tout réel ε strictement positif, il existe au moins un réel η strictement positif tel que :

pour tout réel x de $]a,b[$, si $0 < |x - x_0| < \eta$ alors $|f(x) - l| < \varepsilon$.

Un tel réel est unique, ce qui permet d'écrire :

$$\lim_{x_0} f = l \quad \text{ou} \quad \lim_{x \to x_0} f(x) = l$$

Annexe 5

Extraits du programme de la classe de Sixième

Le nouveaux programme des classes de sixième amorce la réforme dans le cycle moyen. A cet égard il est marqué par un réajustement du point de vue de l'approche conceptuelle et méthodologique.

Objectifs

La classe de sixième, étant une classe charnière entre le cycle élémentaire et le cycle moyen, doit prolonger la classe de CM2, et donc, contribuer à en maintenir les acquis en les appronfondissant. A cet égard le programme vise à une meilleure connaissance des nombres et des opérations, des objets et des figures géométriques, ainsi que des grandeurs qui leurs sont attachées.

Par ailleurs en systématisant les opérations sur les nombres décimaux et les figures géométriques, en introduisant de nouvelles opérations et en élargissant l'étude des relations liées au parallélisme et à l'orthogonalité, le programme de sixième prépare la conceptualisation ultérieure des structures algébriques et géométriques en même temps que la maîtrise des techniques de calcul et de démonstration. A cet égard les notions d'ensemble et de relation ne figurent pas au programme. Elles devront toutefois être traitée dans toutes les situations où des exemples précis en justifient l'illustration.

Un objectif visé à travers ce programme est de faire acquérir le vocabulaire et de développer l'aptitude au dessin et en particulier à la précision des constructions géométriques.

Approche pédagogique

Le programme est structuré en deux grandes rubriques :

- activités géométriques ;
- activités numériques.

La méthodologie devra bannir les définitions axiomatiques aussi bien dans les acivités numériques que celles géométriques. L'approche pédagogique s'appuiera sur l'observation de situations concrètes desquelles pourront être dégagés des problèmes dont la solution puisse être un objectif offrant une base d'apprentissage pour les élèves : notamment par la manipulations des objets mathématiques et l'utilisation des outils dont ils disposent.

Les deux activités devront être menées de front durant toute l'année et occuperont équitablement l'horaire prévu.

Une telle démarche, comme la programmation aussi, répond au souci de tenir compte des relations et des interactions entre les concepts durant leurs développement.

Annexe 6

Préambule du programme de la classe de Troisième

PRÉSENTATION DES NOUVEAUX PROGRAMMES DE 3°
PRÉAMBULE

La classe de troisième termine un cycle et en prépare un autre. Le contenu de son programme vient compléter un certain nombre de savoirs et de savoir faire permettant à un adolescent de mener un certain nombre d'activités pratiques dans la vie courante. Il est ainsi préparé à poursuivre son second cycle où beaucoup de concepts mathématiques seront précisés.

Le contenu est alors en adéquation avec les contenus antérieurs pour les compléter et les enrichir; L'esprit qui a guidé la confection des contenus est resté le même: toute axiomatisation est bannie, tous les concepts dont l'acquisition est difficile sont présentés intuitivement sous une approche pratique afin de faire percevoir la notion à l'élève. Le pragmatisme doit être privilégié à la rigueur dans la présentation de certains concepts. Par exemple, au lieu de présenter en quatrième les vecteurs comme une classe d équivalence, on introduit les vecteurs par une construction; cela permet de fixer la notion. De même les termes "monôme", "polynôme" ne sont pas donnés en troisième mais placés dans le cadre général des expressions littérales. L'élève est préparé à l'apprentissage des outils mathématiques. L'accent est mis davantage sur l'utilisation des outils que sur la connaissance réelle de ces outils. Les niveaux ultérieurs serviront à découvrir plus précisément ces outils avec une définition qui pourra plus facilement être assimilée par un esprit plus mûr et donc plus développé. La rigueur sera cultivée dans l'apprentissage de l'utilisation des concepts; la logique formelle sera remplacée par l'utilisation de phrases explicites; les algorithmes permettront de présenter plus simplement certaines notions telles que par exemple la composition des applications.

Pour traiter le nouveau programme de troisième, sanctionné par le B.E.F.M, les professeurs doivent nécessairement connaître l'esprit et la lettre des niveaux antérieurs et prendre appui sur ces acquis. On ne saurait faire une simple comparaison des programmes anciens et nouveaux de troisième pour arriver à le faire assimiler en omettant ce qui n'y est plus et en y greffant les parties nouvelles. Toutes les parties sont importantes et susceptibles de faire l'objet du sujet du B.E.F.M.

Les termes du programme actuel vont être situés par rapport aux prérequis, à leur contenu exact et feront l'objet d' observations qui viennent en sus des commentaires du programme.

Annexe 7

Extraits des programmes de la série A

MENAGER (Série A[illegible])

Classe de première

Horaire hebdomadaire : 3 heures

On introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiées, et de les situer dans le développement scientifique et culturel.

L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines. On insistera à la fois sur la phase de mathématisation et sur la phase d'interprétation des résultats.

I. PROBLEMES DU PREMIER DEGRÉ

1) Équations et inéquations.

2) Système d'équations et d'inéquations.

On pourra utiliser les méthodes graphiques.
On étudiera des problèmes d'optimisation à partir de résolution des systèmes d'équations ou d'inéquations à 2 inconnues.

II. POLYNOMES

1) Polynômes du second degré.

Révision du programme de seconde.

2) Factorisation d'un polynôme de degré n en utilisant la connaissance d'une racine.

$n \leq 4$.

III. LIMITES, CONTINUITÉ

1) Notion de limite.

2) Continuité.

En utilisant les tracés de courbes effectués en classe de seconde, on présentera concrètement les notions de limite et de continuité.
Toute étude abstraite sur les encadrements est hors programme.

IV. DERIVABILITE

1) Nombre dérivé.

2) Interprétation géométrique du nombre dérivé.

Étude du coefficient directeur de la droite tangente à une courbe en un point donné.

3) Fonction dérivée.

4) Théorèmes sur les fonctions dérivées :

- dérivée d'une somme, d'un produit, d'un inverse, d'un quotient.
- dérivée de : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- dérivée de : $x \mapsto \sqrt{x}$, avec $x > 0$

Les élèves doivent connaître les règles de dérivation et savoir les appliquer à des exemples ne présentant aucune complication technique.

Les démonstrations de ces règles ne sont pas au programme.

V. VARIATIONS D'UNE FONCTION

1) Sens de variation d'une fonction.

2) Exemples de recherche d'un extremum.

3) Fonction paire, impaire, périodique.

On pourra utiliser des transformations : symétrie axiale, symétrie centrale, translation.

4) Plan d'étude d'une fonction.

On choisira bon nombre de situations dans les sciences économiques et sociales qui donneront des exemples simples et concrets.

Classe de terminale

Horaire hebdomadaire : 3 heures

On introduira autant que possible une perspective historique, ce qui permettra de mieux saisir le sens et la portée des problèmes et des notions étudiées, et de les situer dans le développement scientifique et culturel.

L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines, sous deux aspects principaux :

- organisation concertée des activités d'enseignement,
- étude de situations issues de ces disciplines, comprenant une phase de mathématisation et une phase d'interprétation des résultats.

Les représentations graphiques doivent tenir une place très importante dans l'ensemble des parties du programme. Outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés ; leur mise en oeuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur les réalisations combinant une compétence manuelle et une réflexion théorique.

I. ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

1) Équations et inéquations du second degré dans IR.

Les équations et inéquations du second degré paramétriques sont hors programme.

2) Système d'équations et d'inéquations, les inéquations étant de la forme $y \leq f(x)$ où f est une fonction polynôme ou homographique.

On choisira des situations dans les sciences économiques et sociales pour traiter des problèmes simples d'optimisation.

II. STATISTIQUE

Il est important que les élèves sachent utiliser et organiser des documents statistiques issus de domaines variés.

Étude conjointe de deux variables :

1) Nuage statistique.
Point moyen d'un nuage statistique.

2) Ajustement linéaire :

a) à main levée

Cette méthode consiste à tracer une droite qui passe aussi près que possible des points du nuage statistique.

b) par la méthode de MAYER ;
c) par la méthode des moindres carrés.

3) Corrélation :

a) covariance ;
b) droite de régression ;
c) coefficient de corrélation linéaire.

On entraînera les élèves à utiliser les formules et à représenter les droits de régression.

III. PROBABILITÉ

1) Dénombrement.

On s'assurera que les élèves ont assimilé les connaissances sur le dénombrement.

2) Probabilité :

a) notion de probabilité ;
b) hypothèse de l'équiprobabilité ;
c) propriétés des probabilités.

On se limitera au cas d'équiprobalité.

Annexe 8

Nombre de professeurs de mathématiques de l'Enseignement moyen secondaire général au Sénégal

NOMBRE DE PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT MOYEN SECONDAIRE GENERAL

(Extrait des statistiques de 2018 de la DEPREE)

IA	Maths	MSP	MSVT	Total général
Dakar	569	84	99	752
Diourbel	112	140	203	455
Fatick	140	212	300	652
Kaffrine	22	67	84	173
Kaolack	136	215	315	666
Kedougou	10	55	61	126
Kolda	40	131	213	384
Louga	111	166	202	479
Matam	42	110	150	302
Pikine -Guédiawaye	558	201	180	939
Rufisque	157	75	103	335
Saint-Louis	132	170	281	583
Sedhiou	29	156	203	388
Tambacounda	63	111	153	327
Thies	285	347	552	1184
Ziguinchor	102	236	373	711
Total général	2508	2476	3472	8456

Annexe 9

Extrait du rapport d'analyse des résultats du BFEM 2016

République du Sénégal
Un Peuple – Un But – Une Foi
Ministère de l'Education nationale
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT MOYEN SECONDAIRE GENERAL

DIVISION DES ENSEIGNEMENTS ET DES APPRENTISSAGES

RAPPORT D'ANALYSE DES RESULTATS DU BFEM DE 2016

Coordination scientifique et technique:
M. Oumar SAGNA, Direction de l'Enseignement moyen secondaire général

Avril 2017

- ✓ Absence de remarques liées aux annotations sur les copies.
- ✓ Absence d'appréciation globale sur les copies.
- ✓ Omission parfois de la note définitive sur les copies.
- ✓ Attribution parfois de notes non fondées.

3.9.1.1. En Dictée

- ➢ **Production des élèves**
  - ✓ 100% des candidats ont des difficultés en grammaire, en orthographe et en conjugaison.
  - ✓ 40% des candidats ont omis des mots au cours de la dictée.

- ➢ **Correction des copies**
  - ✓ La plupart des copies notées zéro (0) n'ont pas été entièrement corrigées ;
  - ✓ Pour 100% des copies corrigées, le correcteur n'a pas respecté le barème ;

3.9.2. Synthèse des résultats de l'analyse et recommandations

- ➢ L'analyse a révélé des problèmes liés :
  - ✓ à la clarté et à la précision des consignes ;
  - ✓ à la non maitrise des connaissances, des procédés de calculs et de la méthodologie du commentaire et de la dissertation.
- ➢ La mauvaise correction des copies est décriée dans toutes les disciplines.

Comme recommandations nous proposons :

- ➢ le respect de la table de spécifications dans les évaluations proposées en classe et à l'examen ;
- ➢ l'instauration des progressions harmonisées, des évaluations standardisées ;
- ➢ la redynamisation des cellules d'établissements ;
- ➢ l'installation chez l'élève des éléments de base de la production écrite ;
- ➢ l'incitation des élèves à la lecture ;
- ➢ le renforcement de capacité des enseignants.

4. Synthèse, pistes de réflexion et d'action

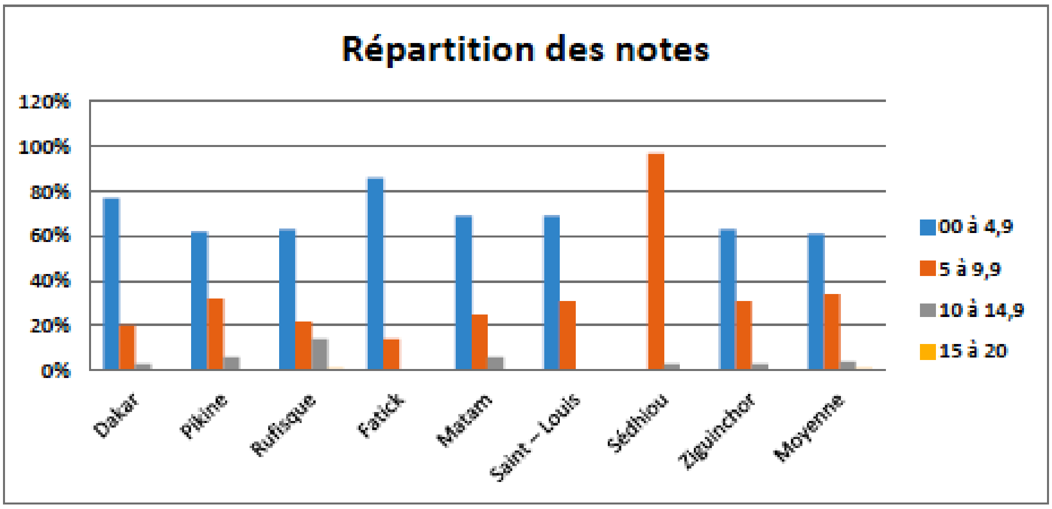
4.1. En Mathématiques

4.1.1. Répartition des notes par académie

Notes sur 20	00 à 4,9	5 à 9,9	10 à 14,9	15 à 20	Moyenne
Dakar	77%	20%	3%	0%	3,4
Pikine	62%	32%	6%	0%	4,52
Rufisque	63%	22%	14%	1%	4,6
Fatick	86%	14%	0%	0%	2,8
Matam	69%	25%	6%	0%	4,05

Saint – Louis	69%	31%	0%	0%	3,5
Sédhiou	0%	97%	3%	0%	6,98
Ziguinchor	63%	31%	3%	0%	4,73
Moyenne	61%	34%	4%	1%	4,32

4.1.2. Graphique de la répartition



4.1.3. Constats et commentaires

- Sur les 1000 élèves constituant l'échantillon :
  - ✓ 59% ont moins de 05/20 ;
  - ✓ 95% n'ont pas obtenu la moyenne ;
  - ✓ 5% ont eu la moyenne ;
  - ✓ 15/20 est la plus grande note et elle est obtenue par un seul candidat.
- La lecture du graphique montre une prédominance de la bande bleue au niveau de toutes les académies sauf à Sédhiou. Cette bande qui représente le pourcentage des élèves ayant une note comprise entre 00 et 4,9 traduit les faibles résultats obtenus en mathématiques à l'échelle nationale.
- La moyenne nationale des notes en mathématiques qui est de 4,32/20 confirme ces résultats
- L'académie de Fatick est la plus affectée avec une moyenne des notes de 2,8/20 et un pourcentage de 86%, représentant les candidats qui ont moins de 05/20.
- Le pourcentage des élèves qui ont obtenu la moyenne varie entre 0% pour les académies de Fatick et Saint-Louis et 15% pour les académies de Rufisque.

L'académie de Sédhiou où aucun élève n'a obtenu une note en deçà de 05/20 a les meilleurs résultats avec une moyenne de 6,98/20 ; toutefois ces résultats ne reflètent pas la

Annexe 10

Mode d'emploi des instruments historiques

A10.1. Le bâton de Gerbert[139]

A10.1.1. Description

Le bâton de Gerbert est constitué de deux bâtons accolés perpendiculairement, de façon à ce que la partie supérieure forme un triangle rectangle isocèle.

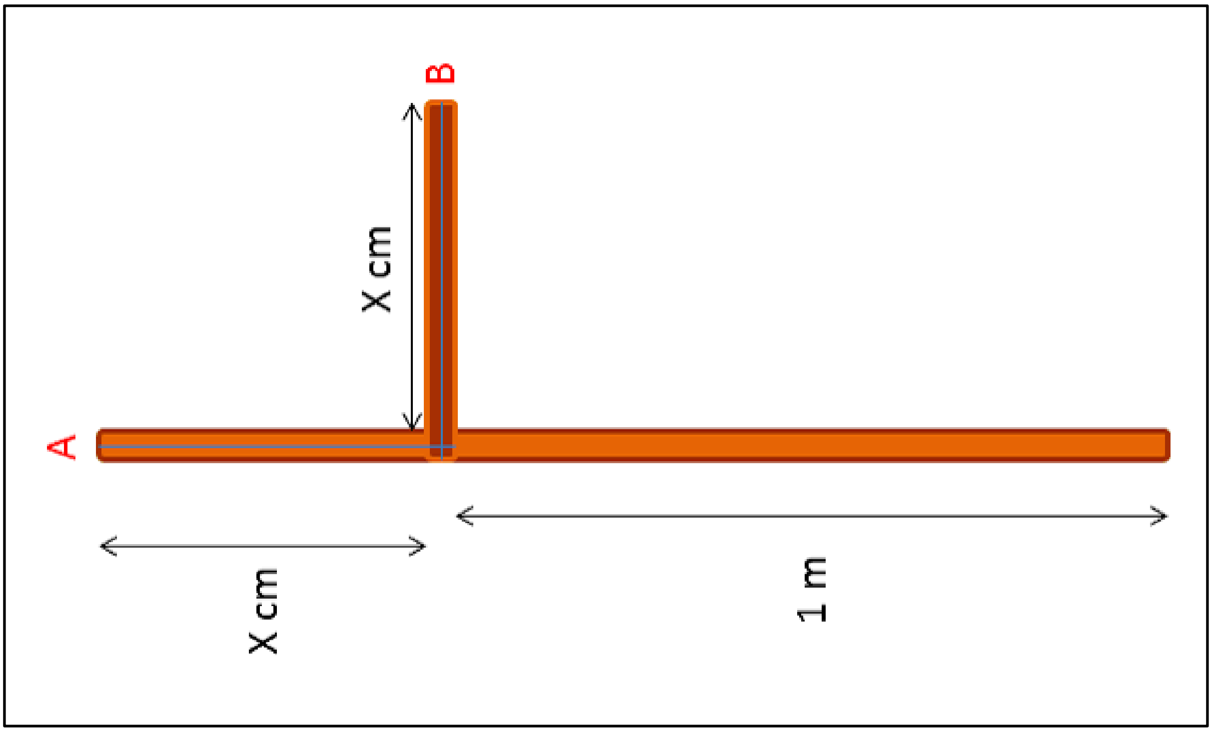


Figure A10.1. Le bâton de Gerbert.

A10.1.2. Mode d'emploi

Pour mesurer la hauteur *IJ* d'un objet (voir Figure A10.1), avec un bâton de Gerbert de hauteur $BD = h$:

– maintenir le bâton de Gerbert vertical ;

– déplacer le bâton jusqu'à l'œil de l'observateur, pour que les points *B*, *C* et le sommet de l'objet à mesurer soient alignés ;

– la hauteur *IJ* cherchée est la distance entre le pied de l'objet à mesurer et le pied du bâton de Gerbert augmentée de la hauteur du bâton : $IJ = JD + h$.

[139] Informations tirées de http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/gerbertpratique.pdf. Consulté le 19 août 2019.

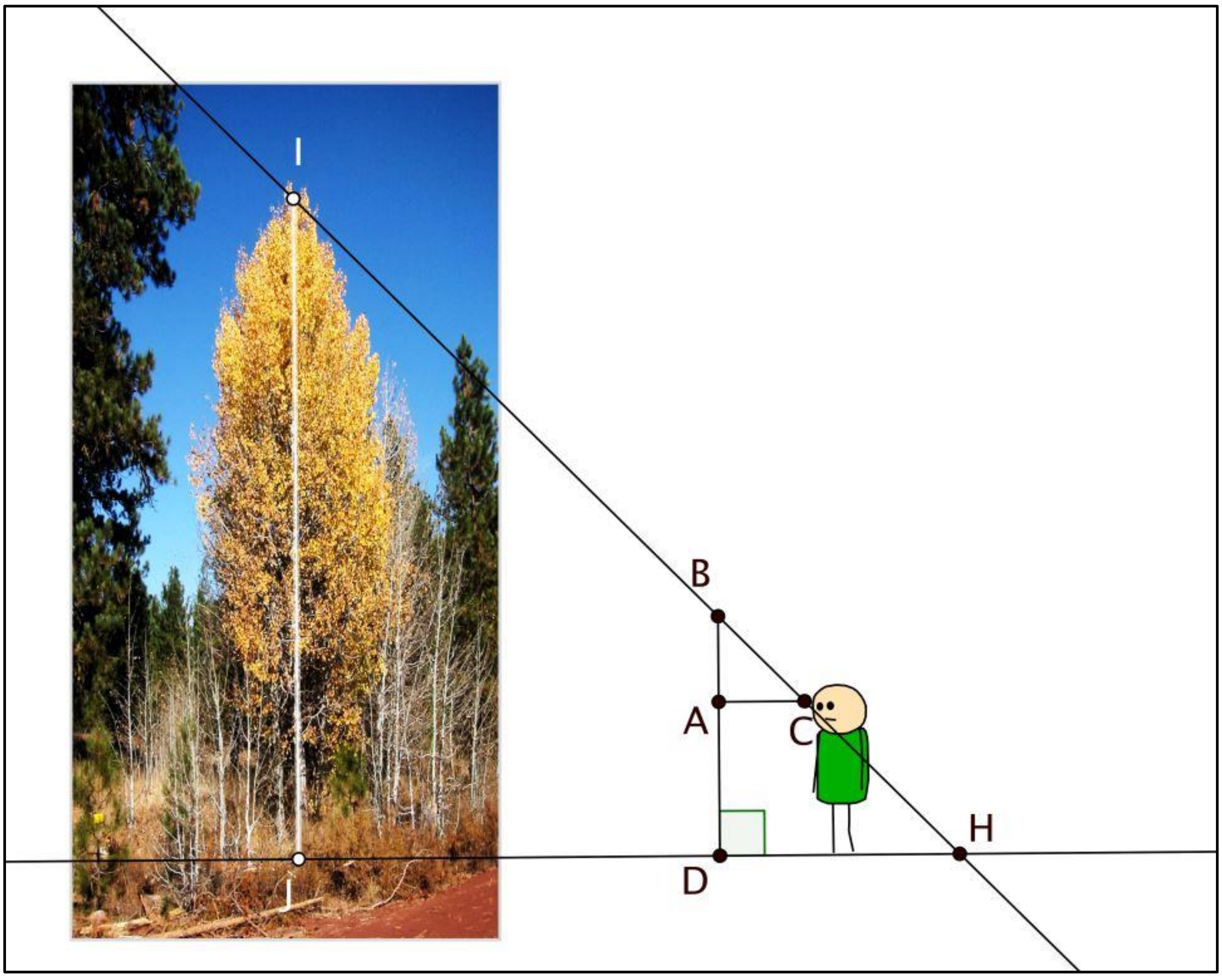


Figure A10.2. Mesure d'une hauteur avec le bâton de Gerbert.

A10.2. Le boulier chinois ou l'abaque[140]

Le boulier, ou abaque est un outil de calcul pratique inventé par les Chinois à l'époque de la dynastie des Song du Nord (960-1127). Construit sous la forme d'un cadre en bois avec des perles glissant sur des tiges parallèles, il peut aujourd'hui encore se révéler utile pour les calculs de base, comme l'addition, la soustraction, la multiplication et les racines carrées.
Le boulier comprend en général 13 barres verticales, portant chacune 7 boules séparées par une barre horizontale (2 en haut et 5 en bas).

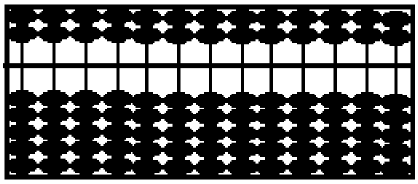


Figure A10.3. Le boulier chinois.

[140] Informations tirées de http://cii.sesamath.net/lille/boulier.pdf. Consulté le 19 août 2019.

A10.2.1. Principes

a) Activer une boule, c'est la mettre en contact soit avec la barre médiane, soit avec une boule déjà en contact avec cette barre. Sur la Figure A10.3., aucune boule n'est activée : le boulier est à 0.
b) A chaque barre correspond le rang d'un chiffre. Quand on travaille avec des entiers, on peut prendre la barre de droite comme barre des unités (on peut prendre la barre que l'on veut comme barre des unités. Le rang des autres en découlera).
c) Sur chaque barre, une boule du bas vaut une unité de l'ordre de la barre, et une boule du haut vaut cinq unités de ce rang[141].
d) On doit utiliser le minimum de boules.

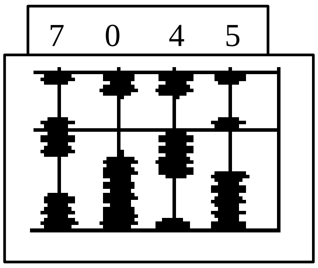


Figure A10.4. Représentation du nombre 7 045 sur le boulier chinois.

Pour l'exemple de cette figure on a écrit :
7045 = 7 milliers + 0 centaine + 4 dizaines + 5 unités.

A10.2.2. Addition

A10.2.2.1 Cas où l'on a suffisamment de boules sur les barres

<u>Exemple</u> : calculer 123 + 282.

- On écrit 123 sur le boulier (Figure A10.5.).
- Puis on ajoute 282 c'est-à-dire que l'on fait monter 2 boules sur la barre des centaines, 8 sur la barre des dizaines (1 boule quinaire et 3 boules unaires) et 2 sur celle des unités. On effectue ces opérations dans l'ordre que l'on veut commençant en général par ce qui est facile à utiliser.
- On simplifie ensuite en utilisant le principe d) pour obtenir 405 le résultat final.

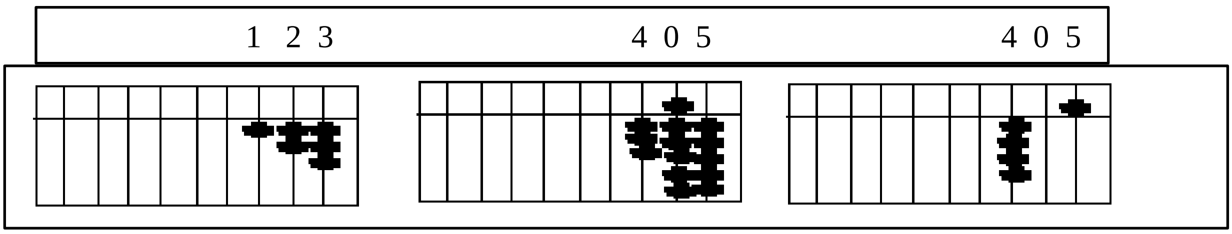


Figure A10.5. Représentation de l'addition 123 + 282 sur le boulier chinois.

[141] L'auteur appelle boule « unaire » une boule dont la valeur est 1 et boule « quinaire » une boule dont la valeur est 5.

A10.2.2.2 Cas où il manque des boules sur les barres

Exemple : calculer 2 487 + 879.

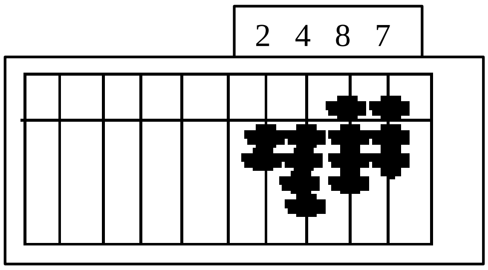


Figure A10.6. Première représentation de 2 487 sur le boulier chinois.

On écrit 2 487 (Figure A10.6.), mais on constate ensuite que :

- sur la barre des unités il ne reste que 8 unités (1 boule quinaire et 3 boules unaires) alors qu’on doit en ajouter 9 ;
- sur la barre des centaines il ne reste que 2 boules quinaires et 1 boule unaire alors qu’on doit en ajouter 8.

Dans des additions de ce type, on peut procéder comme suit :

- on commence l’addition par les chiffres de rang élevé (les centaines pour cet exemple) ;
- Pour ajouter 8 centaines, on ajoute 1 boule unaire sur la barre des milliers et on en enlève 2 sur celle des centaines (Figure A10.7.) ;

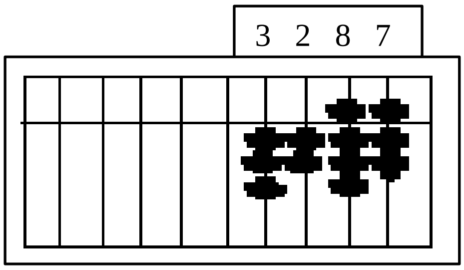


Figure A10.7. Ajout de 8 centaines à 2 487.

- On ajoute 7 dizaines, en utilisant toutes les boules disponibles puis en simplifiant ou bien on ajoute une centaine et on enlève 3 dizaines (Figure A10.8.) ;

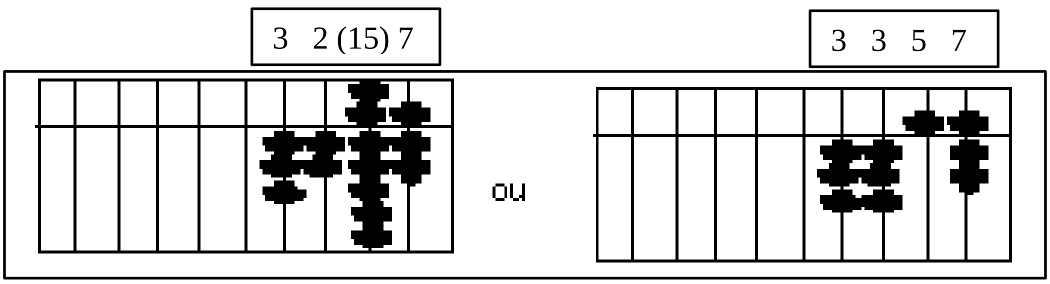


Figure A10.8. Ajout de 7 dizaines à 3 287.

- Pour ajouter 9 unités, on ajoute 1 dizaine et on enlève 1 unité (Figure A10.9.).

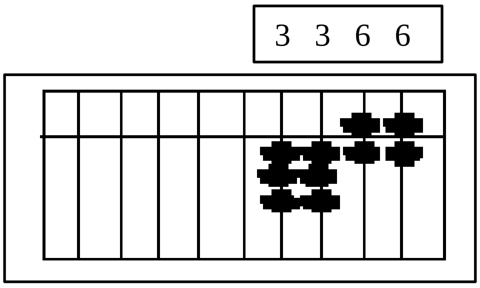


Figure A10.9. Ajout de 9 unités à 3 357.

On obtient 3 366 comme résultat final.

<u>Remarques</u> :

- Les additions peuvent s'organiser dans un ordre quelconque : on n'est pas obligé de commencer par les unités, puis les dizaines, et ainsi de suite.
- Cet outil entraîne l'élève à faire des calculs intelligents (par exemple pour ajouter 98, on ajoute 100 et on enlève 2).
- La démarche utilisée dans cet exemple rappelle l'action de rendre la monnaie.

A10.2.3. Soustraction

Le principe de la soustraction est sensiblement le même que celui de l'addition. On retrouve les mêmes situations :
a) des exemples simples où il suffit d'enlever le nombre de boules nécessaire sur chaque barre : c'est le cas par exemple pour 243 - 32.
b) des situations un peu moins simples, comme pour 385 - 32.
On pose comme principe : *« enlever 2, c'est enlever 5 et ajouter 3 ».*
Ce qui s'écrit *385 - 2 = (385 - 5) + 3.*
c) le cas où se pose la nécessité de la retenue se rencontre par exemple dans 373 - 57.
La règle qui en découle est : « *enlever 7, c'est enlever 10 puis ajouter 3* » autrement dit :
373 - 7 = (373 - 10) + 3 ou bien :
« *enlever 57, c'est enlever 60 et ajouter 3* » *autrement dit 373 - 57 = (373 - 60) +3.*
d) les réelles difficultés de la soustraction peuvent apparaître sur des exemples tels que 343 - 57. Dans ce cas, une première méthode consiste à changer l'écriture de 343 de façon à obtenir suffisamment de boules sur chaque barre (Figure A10.10.).

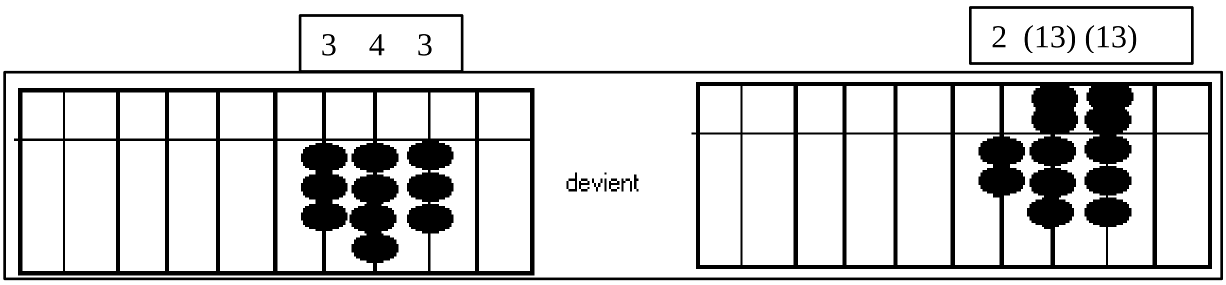


Figure A10.10. Deux représentations différentes de 343.

On peut aussi poser *« enlever 57, c'est enlever 100 et ajouter 43 ».*

A10.2.4. Multiplication

Remarques préliminaires :
- toutes les multiplications à un chiffre sont faites de tête par le calculateur ; il doit donc bien connaître ses tables de multiplication jusqu'à 9 × 9.
- les techniques de l'addition sur le boulier doivent être bien acquises, notamment les techniques de simplification (calculs à faire en utilisant le minimum de boules).

A10.2.4.1 Cas où l'un des deux nombres n'a qu'un seul chiffre

<u>Exemple</u> : 246 × 7.
La méthode est la suivante : ajouter 6 × 7 = 42 puis 40 × 7 = 280 c'est à dire (7 × 4 dizaines = 28 dizaines), puis 200 × 7 = 1400 c'est-à-dire (7 × 2 centaines = 14 centaines).
Effectuer cette multiplication revient à écrire sur le boulier 42, à ajouter ensuite 28 dizaines (on ajoute 3 centaines et on enlève 2 dizaines), puis 14 centaines (on ajoute 1 millier et 4 centaines).

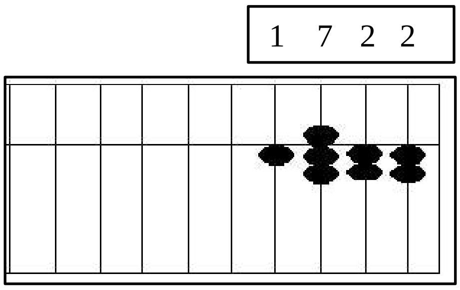


Figure A10.11. Résultat de la multiplication de 246 par 7.

On obtient ainsi 1 722 comme résultat final (Figure A10.11.).

A10.2.4.2 Cas où l'un des deux facteurs a plusieurs chiffres

<u>Exemple</u> : 23 × 47
La méthode est la suivante : 23 × 47 = 23 × 7 + 23 × 40 = 23 × 7 + 23 × 4 dizaines.
On procède ensuite de la même manière que pour le cas précédent.

A10.2.5. Conclusion

Le boulier est donc un outil de calcul facilement abordable pour les opérations de base. C'est également une aide réelle à l'apprentissage des décimaux, pour lesquelles la virgule n'est plus un simple séparateur entre partie entière et partie décimale, mais simplement un repère qui permet de savoir quel chiffre est celui des unités.

A10.3. La règle à calcul

La règle à calcul est l'ancêtre de la calculatrice, elle a été utilisée jusqu'en dans les années 60 environs, avant que la calculette électronique ne vienne la remplacer. Une règle à calcul est composée de deux règles, au milieu de laquelle coulisse une troisième règle. Elle comporte plusieurs échelles logarithmiques repérées chacune par les lettres A, B, C, D, K, L, CI, S, ST et T qui permettent de calculer des carrés, des cubes, des racines carrées, des racines cubiques, des sinus, des tangentes, mais aussi d'effectuer des multiplications et des divisions.

A10.3.1. Principe de fonctionnement

Pour mesurer la longueur d'un segment de droite nous utilisons normalement une règle graduée soit en cm, soit en mm. Si nous disposons de 2 règles identiques nous pouvons également nous en servir pour faire des additions et des soustractions.
On admettra que chaque trait de la graduation en mm correspond à un nombre.
Pour effectuer l'addition : 34 + 48 = 82 nous disposons les 2 règles l'une contre l'autre comme l'indique la Figure A10.12.
Nous plaçons le trait 0 de la règle C au-dessus du trait 34 de la règle D. Le trait 48 de la règle C se trouve alors placé en face du trait 82 de la règle D ; et 82 représente la somme cherchée. Les flèches rouges de la figure 2 indiquent comment effectuer cette opération. Nous venons ainsi de faire une addition en utilisant deux règles à graduation linéaire normale (ce qui veut dire que la distance entre deux divisions successives est la même en tout point de la règle).
Pour effectuer la soustraction nous faisons une opération analogue en retranchant un des segments de l'autre. Maintenons les 2 règles dans la position qu'elles occupaient dans l'exemple précèdent et essayons de faire la différence : 82 - 48 = 34.
Le trait 48 de la règle C est placé au-dessus du trait 82 de la règle D. Nous remarquons que le trait 0 de la règle C est placé au-dessus du trait 34 de la règle D ; et 34 est la différence recherchée.

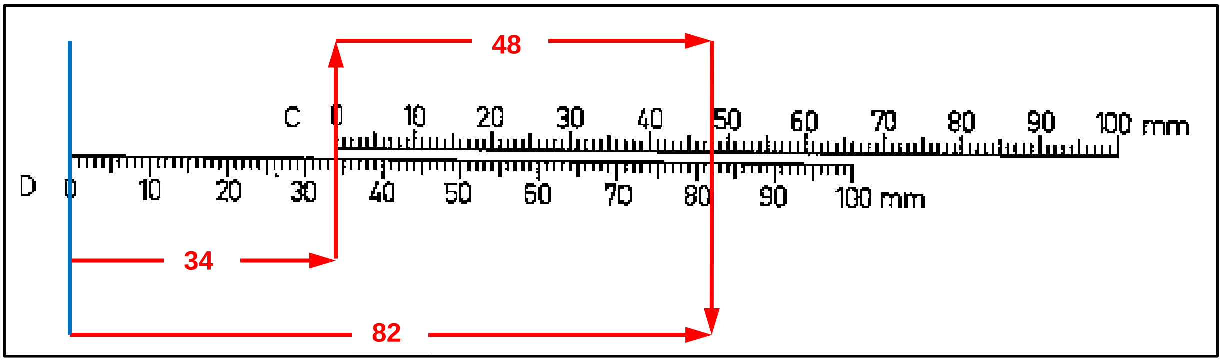


Figure A10.12. Résultat de l'addition 34 + 48.

C'est d'une façon analogue que fonctionne la règle à calculer. On remarquera que les graduations de la règle ne sont plus équidistantes, mais disposées d'une manière particulière en se resserrant de plus en plus vers la droite en général : c'est une graduation logarithmique.
Du fait de l'utilisation de cette échelle dite logarithmique :

- les additions de longueurs a et b ne donnent plus une somme mais le produit ab (car $log a + log b = log ab$) ;
- la soustraction de la longueur b de a ne donne plus une différence mais la division $\frac{a}{b}$ (car $log a - log b = log \frac{a}{b}$).

A10.3.2. Multiplication et division

Exemple 1 : on se propose de calculer 6×7 :

- on décale le 1 de la règle centrale jusqu'au 6 de l'échelle A au-dessus (Figure A10.13.) ;
- on lit le résultat au-dessus du 7 de la règle centrale : 42 !

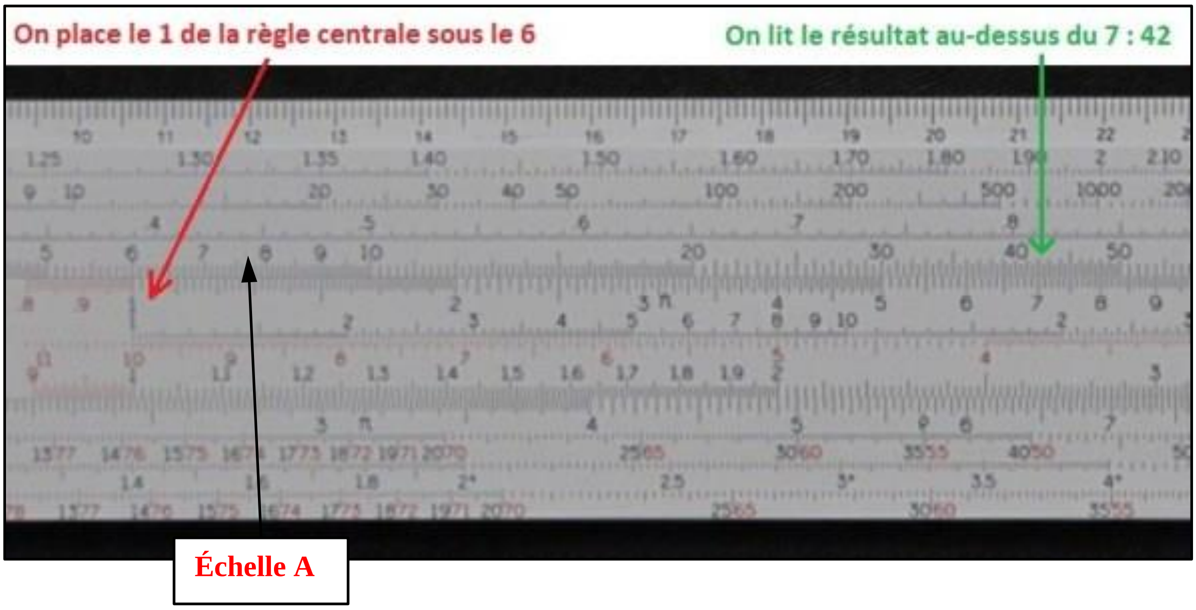


Figure A10.13. Résultat de la multiplication de 6 par 7.

Exemple 2 : On se propose de calculer $\frac{30}{4}$:

- on fait glisser le 4 de la règle centrale sous le 30 (Figure A10.14.) ;
- on lit le résultat au-dessus de 1 : 7,5 !

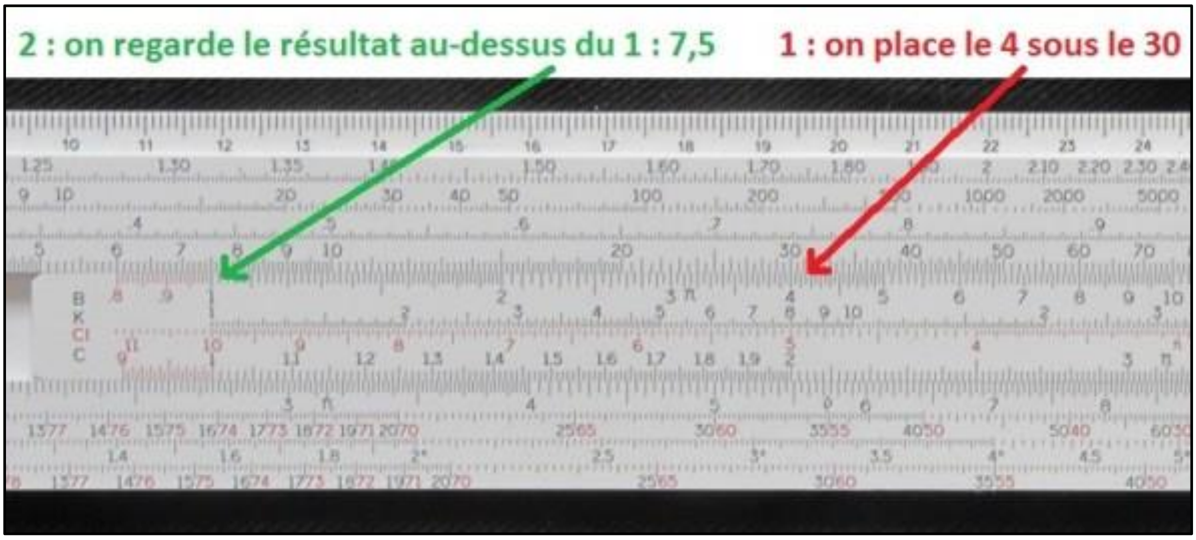


Figure A10.14. Résultat de la division de 30 par 4.

A10.4. La corde à 13 nœuds[142]

A10.4.1. Historique

La corde à treize nœuds, qui était déjà utilisée par les Égyptiens, est un des outils des bâtisseurs du Moyen Âge. Ils pouvaient ainsi transmettre leurs ordres de construction, même aux ouvriers ne possédant que peu de connaissances dans les domaines de la lecture et du calcul.

A10.4.2. Utilisation

La corde à 13 nœuds est utilisée comme instrument de mesure et de tracés :
- sur le chantier, la corde permet de prendre, reporter ou vérifier des mesures ;
- la corde est également utilisée comme instrument de tracés géométriques ;
- elle permet aussi de faire quelques calculs simples.

A10.4.3. Fabrication

Pour fabriquer une corde à 13 nœuds, on effectue 13 nœuds consécutifs situés à des intervalles réguliers, par exemple tous les 10 cm (Figure A10.15.).

Figure A10.15. Corde à 13 nœuds.

La corde à treize nœuds permet de construire des formes géométriques si on l'utilise en la tendant bien, et en ne la pliant qu'au niveau des nœuds.

A10.4.4. Quelques défis à relever : (à 2, en groupe ou à plusieurs groupes)

- Former un carré ;
- former un rectangle (appelé « carré long » au Moyen-âge) ;
- former un cube ;
- former un triangle isocèle (2 côtés de même longueur) ;
- former un triangle équilatéral (3 côtés de même longueur) ;
- former plusieurs sortes de pyramides.
- Comment utiliser cette corde comme une équerre ?
- Comment utiliser cette corde pour tracer des cercles ?

NB : on retrouve la plupart des réponses dans cette vidéo de démonstration sur le chantier de Guédelon : http://www.youtube.com/watch?v=1VHbNoO6Spk

[142] Informations tirées de http://ekladata.com/YOJY7Tm8YWeGb4koMasCT6fC02c/VVC-Materiel-geometrie-prep.doc consulté le 19 août 2019 et de http://www.ia94.ac-creteil.fr/maths/projet_phare/semaine_maths/fiches2014/corde_13_noeuds.pdf consulté le 17 juin 2019.

Annexe 11

Références historiques, en complément aux informations historiques des programmes de France de Seconde et de Première, du site apmep-histoire-des-maths

A11.1. Programmes 2019 pour la classe de Seconde

Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel, en prenant en garde que la simple inclusion de références au monde réel ne suffit pas toujours à transformer un exercice de routine en un bon problème. Dans tous les cas, ils doivent être bien conçus et motivants, afin de développer les connaissances et compétences mathématiques du programme. (Programme, préambule, extrait).
Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur peut s'appuyer sur l'étude de documents historiques (Programme, préambule, extrait).

A11.1.1. Nombres et calculs

La notion apparemment familière de nombre ne va pas de soi. Deux exemples : la crise provoquée par la découverte des irrationnels chez les mathématiciens grecs, la différence entre «nombres réels» et « nombres de la calculatrice ».
Il s'agit également de souligner le gain en efficacité et en généralité qu'apporte le calcul littéral, en expliquant qu'une grande partie des mathématiques n'a pu se développer qu'une fois ce formalisme stabilisé au cours des siècles. Il est possible d'étudier des textes anciens d'auteurs tels que Diophante, Euclide, Al-Khwârizmî, Fibonacci, Viète, Fermat, Descartes et mettre en évidence leurs aspects algorithmiques (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre: « Sur la démonstration de l'irrationalité chez les grecs », in *La démonstration mathématique dans l'histoire*, IREM de Lyon, Villeurbanne, 1990, pp. 389-423.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH90023/IWH90023.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Daumas Denis.
Document pour le professeur : Textes historiques (avec commentaires) qui peuvent donner lieu à des activités en classe, extraits de manuels, chronologie.
On trouvera la description de 7 activités pour des classes de Lycée dans le document en ligne : *Contribution à une approche historique de l'enseignement des mathématiques. Activités en classe à partir de textes historiques sur l'irrationalité : de Pythagore à Théon de Smyrne*.

Une mise en œuvre détaillée en classe figure dans : *De Pythagore à Théon de Smyrne. Quelques jalons sur la découverte de l'incommensurabilité et de son traitement dans les mathématiques grecques.*
Points du programme abordés : Irrationalité de racine de 2 (différentes preuves), algorithme de Héron, approximation de racines carrées.

Titre : « De la théorie des proportions à la théorie des nombres réels » in *La mémoire des nombres*, pp. 295-318, IREM de Basse-Normandie, Caen, 1997.
https://leuven.pagesperso-orange.fr/cousquer-proportions.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteure : Cousquer Eliane.
Document pour le professeur : Présentation des difficultés posées par la notion de nombre au cours de l'histoire.

Titre : « Qu'est-ce que l'algèbre ? Un domaine ou un langage ? » in *L'algèbre au lycée et au collège*, pp. 40-57, IREM de Montpellier, Montpellier, 2000.
http://numerisation.univ-irem.fr/MO/IMO00004/IMO00004.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Guichard Jean-Paul.
Document pour le professeur : Textes historiques (avec commentaires) qui peuvent donner lieu à des activités en classe : *Diophante, Euclide, Al-Khwârizmî, Viète, Descartes*.
Points du programme abordés : calcul littéral (suggestions d'activités).

Titre : « D'un problème de Diophante aux identités remarquables », *Repères-IREM*, n°53, pp. 5-19, TOPIQUES éditions Metz, 2003.
http://numerisation.univ-irem.fr/WR/IWR03020/IWR03020.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Guichard Jean-Paul.
Document pour le professeur : Textes historiques (avec commentaires) qui peuvent donner lieu à des activités en classe : *Diophante, Viète, extraits de manuels, exemples d'activités pour la classe.*
Points du programme abordés : identités remarquables, résolution d'équations.

Titre : « François Viète. De l'algèbre numéreuse à l'algèbre spécieuse », *Tangente*, n°166. pp. 54-57, Editions Pôle Paris, 2015.
Auteur : Guichard Jean-Paul.
Document pour le professeur : Textes historiques (avec commentaires) qui peuvent donner lieu à des activités en classe : *Viète*
Points du programme abordés : identités remarquables, résolution d'équations.

A11.1.2. Géométrie

Les progrès apportés par la « méthode des coordonnées » de Descartes, puis par la notion de vecteur, permettent de relier efficacement géométrie, physique et calcul.
On pourra évoquer les mathématiques grecques, en mettant en évidence le rôle central de la géométrie dans la naissance de l'idée de démonstration ainsi que le faible développement de l'algèbre sous l'Antiquité, en partie dû à l'appui systématique sur la géométrie (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « De la zététique à la géométrie analytique », in *Les mathématiques ne se font pas faites en un jour… T. 5. Cinquième promenade historique*, IREM des Pays de la Loire, Nantes, 2007.
http://numerisation.univ-irem.fr/NA/INA07001/INA07001.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteurs : Barbin Evelyne ; Boyé Anne ; Charbonnel Anne-Marie ; Comairas Marie-Céline ; Grenapin Hélène ; Bénard Dominique.
Document pour la classe : cette cinquième promenade propose des activités qui permettent, soit d'introduire une notion du programme, soit de la prolonger, soit aussi d'acquérir une « culture mathématique ».
Points du programme abordés : repérage, droites remarquables d'un triangle, équations de droites et de courbes, problèmes de construction géométrique, coniques.

Titre : « Autour de la géométrie analytique », In *La figure et la lettre*, pp. 279-297, Actes du XVIIe colloque inter-IREM Histoire et épistémologie des mathématiques. Presses universitaires de Nancy, Nancy, 2011, Collection : Histoires de Géométries.
Auteure : Boyé Anne.
Document pour le professeur : exposé de quelques développements de la géométrie analytique, sous diverse facettes, selon les problèmes à résoudre, et le contexte mathématique et culturel, pour mieux percer tout ce qui peut en faire la puissance.
Points du programme abordés : racine carrée, coordonnées cartésiennes, lieux géométriques, équations.

Titre : « La géométrie d'Euclide en classe de Seconde » In *De grands défis mathématiques, d'Euclide à Condorcet*, Vuibert, ADAPT Editions, Paris, 2010, pp. 27-44.
Auteur : Laurent Frédéric.
Document pour la classe : activités s'appuyant sur les problèmes d'aire traités dans le premier livre des Éléments et, en particulier, les propositions conduisant au théorème de Pythagore, pour montrer comment la géométrie était pratiquée au temps d'Euclide et poursuivre l'apprentissage des savoirs géométriques et celui de la « démonstration ».
Points du programme abordés : Calcul d'aires, théorème de Pythagore, démonstration.

A11.1.3. Fonctions

On peut évoquer la très lente élaboration de la notion de fonction, depuis l'Antiquité jusqu'à la codification actuelle par Dirichlet, en mettant en évidence quelques étapes importantes : Newton, Leibniz, Euler. On souligne alors l'importance de la notation algébrique (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « Le concept de fonction au fil du temps », *Losange*, n°5. pp. 11-20, Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (SBPMef) Mons, 2009, Belgique. (Article en ligne)
http://www.sbpm.be/download/67cdcb31fe2248def72bdf290ad89e3a/05Losanges/05bair.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteurs : Bair Jacques ; Henry Valérie.

Document pour le professeur : Les grandes étapes de la construction de la notion de fonction, avec le détail des rôles des protagonistes cités dans le programme ; en conclusion : quelques réflexions sur la difficulté du concept et les obstacles épistémologiques en relation avec son enseignement.
Points du programme abordés : les fonctions.

Titre : « Histoires de symboles », IREM de Poitiers, Poitiers, 2003, 66 p.
http://irem.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=3:histoire-de-symboles-le-saviez-vous&catid=65&Itemid=193. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Guichard Jean-Paul.
Document pour le professeur : Sur plusieurs symboles maintenant usuels (comme l'égalité, les parenthèses, la racine carrée, les inconnues etc.), leurs anciennes notations, leur apparition, leur usage ; nombreux extraits de textes historiques où ils interviennent. Quelques extraits sont en ligne sur le site de l'IREM de Poitiers.
Le quinzième épisode, *A propos de fonctions*, donne la terminologie de Cauchy pour définir fonction, extremums, fonction continue, limite, dérivée.
Le document 5, *Fonctions : 300 ans de définitions*, permet de se faire une idée de l'évolution de la définition d'une fonction de Newton à Bourbaki.
Points du programme abordés : les quatre opérations, les symboles mathématiques, la racine carrée, la notion d'inconnue, les fonctions.

Titre : « Galilée, les satellites de Jupiter, pour une introduction à la notion de fonction en classe de Seconde », *Mnémosyne*, n°11. IREM Paris 7, 1996, pp. 71-73.
http://numerisation.univ-irem.fr/PS/IPS96008/IPS96008.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteurs : Bühler Martine ; Plane Henry.
Document pour la classe : extrait d'un document de Galilée ; activité de découverte d'une fonction non définie algébriquement ; comparaison des données de Galilée aux connaissances actuelles.
Points du programme abordés : fonction numérique.

A11.1.4. Statistiques et probabilités

L'histoire des probabilités fournit un cadre pour dégager les éléments de la mathématisation du hasard. Un exemple est le problème des partis, dit aussi du chevalier de Méré, l'échange de lettres entre Pascal et Fermat sur ce point puis les travaux de Pascal, Fermat et Huygens qui en découlent. Le problème du duc de Toscane ou les travaux de Leibniz sur le jeu de dés peuvent aussi être évoqués (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Sur le problème du duc de Toscane .

Titre : « Des Probabilités avec Galilée », *Bulletin de l'APMEP,* n°509, 2014, pp. 245-252.
http://numerisation.univ-irem.fr/AAA/AAA14033/AAA14033.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteure : Bühler Martine.

Document pour le professeur : Compte-rendu de travail interdisciplinaire en classe de seconde avec des textes historiques ; fiches-élèves et fiche de synthèse.
Points du programme abordés : probabilités (problème du Duc de Toscane) : *Sur le problème des partis.*

Titre : Probabilités : un problème historique en classe, *Bulletin de l'APMEP*, n°514, Paris 2015, pp. 264-274.
http://numerisation.univ-irem.fr/AAA/AAA15029/AAA15029.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteure : Bühler Martine.
Document pour le professeur : Compte-rendu de travail sur un problème historique en classe ; fiches-élèves et extraits de copie d'élèves. Complément : le diaporama pour la correction de l'activité en classe
Points du programme abordés : probabilités (problème des partis).

A11.1.5. Algorithmique et programmation

Les textes évoqués dans la thématique « Nombres et calculs » indiquent une préoccupation algorithmique tout au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « Le calcul figuré de l'ancien âge babylonien et de la Chine des Han », APMEP, Paris, 2015, 20 p.
http://numerisation.univ-irem.fr/AAP/AAP15005/AAP15005.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Keller Olivier.
Document pour le professeur : Textes historiques (avec commentaires) qui peuvent donner lieu à des activités en classe ; 9 problèmes du second degré, babyloniens et chinois, résolus de façon algorithmique, avec, pour chacun, une explication algébrique et une figuration géométrique.
Points du programme abordés : transformer une méthode en un algorithme, le programmer ; utiliser les variables et des fonctions élémentaires ; utiliser le calcul littéral.

Titre: « Algorithmique et programmation au cycle 4 à partir des grandeurs », IREM de Poitiers, Poitiers, 2017.
Auteur : IREM de Poitiers Groupe collège.
Document pour le professeur : La partie 4 contient 20 problèmes variés qui peuvent donner lieu à des activités en classe (multiplication, équation du premier degré, partage, calculs de longueurs, aires, volumes, prix) ; ils sont tirés de papyri égyptiens, de mathématiciens alexandrins (Héron, Théon), des Neufs chapitres de la Chine ancienne, et sont traités de façon algorithmique.

Points du programme abordés : transformer une méthode en un algorithme, le programmer ; utiliser les variables et des fonctions élémentaires ; utiliser le calcul littéral (racines carrées, identités remarquables, fractions) ; résoudre des problèmes de géométrie.

Titre : « Histoire des mathématiques pour les collèges », CEDIC Paris, 1980 Collection : Activités et réalités mathématiques, 191 p.
Auteurs : Hocquenghem Marie-Louise ; Asselain-Missenard Claudie ; Missenard Didier ; Monnet Françoise ; Serfati Anne-Marie ; Tartary Gérard.
Document pour la classe : de très nombreuses activités (voir le sommaire détaillé) qui peuvent donner lieu à un travail algorithmique et de programmation.
Points du programme abordés : transformer une méthode en un algorithme, le programmer.

Titre : « Résolutions arithmétiques et algébriques de problèmes anciens », *Bulletin de l'APMEP,* n°511, Paris, 2014, p. 577-596.
http://numerisation.univ-irem.fr/AAA/AAA14067/AAA14067.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteure : Michel-Pajus Anne.
Document pour la classe : diverses méthodes de résolution de problèmes anciens classiques données par les auteurs mêmes qui les ont proposés. Ces méthodes de type arithmétique, algébrique (cette méthode est exposée par Newton) et algorithmique offrent un support à une réflexion avec les élèves
Points du programme abordés : algorithme, méthodes de résolution de problèmes

A11.2. Programmes 2019 pour la classe de Première-spécialité

Les problèmes proposés aux élèves peuvent être internes aux mathématiques, provenir de l'histoire des mathématiques, être issus des autres disciplines ou du monde réel, en prenant en garde que la simple inclusion de références au monde réel ne suffit pas toujours à transformer un exercice de routine en un bon problème. Dans tous les cas, ils doivent être bien conçus et motivants, afin de développer les connaissances et compétences mathématiques du programme (Programme, préambule, extrait).
Il peut être judicieux d'éclairer le cours par des éléments de contextualisation d'ordre historique, épistémologique ou culturel. L'histoire peut aussi être envisagée comme source féconde de problèmes clarifiant le sens de certaines notions. Les items « Histoire des mathématiques » identifient quelques possibilités en ce sens. Pour les étayer, le professeur pourra, s'il le désire, s'appuyer sur l'étude de documents historiques (Programme, préambule, extrait).

A11.2.1. Algèbre

Bien avant de faire l'objet d'une étude formalisée, les suites apparaissent dans deux types de situations :

- *approximation de nombres réels (encadrement de pi par Archimède, calcul de la racine carrée chez Héron d'Alexandrie) ;*
- *problèmes de comptage (les lapins de Fibonacci, etc.).*

Les problèmes décrits dans les livres de Fibonacci, ou chez les savants arabes qui le précèdent, se modélisent avec des suites. Oresme calcule des sommes de termes de suites géométriques au XIVe siècle.
On trouve chez Diophante, puis chez Al-Khwârizmî, des méthodes de résolutions d'équations du second degré. Le travail novateur d'Al-Khwârizmî reste en partie tributaire de la tradition (utilisation de considérations géométriques équivalentes à la forme canonique) et de l'état alors embryonnaire de la notation algébrique, ainsi que de l'absence des nombres négatifs. Les méthodes actuelles sont un aboutissement de ce long cheminement vers un formalisme efficace et concis (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « Algorithmes de calculs chez Archimède. Etude de "La mesure du cercle" », in *Histoire et épistémologie des mathématiques : les mathématiques dans la culture d'une époque*, p. 132-142, IREM de Strasbourg, Strasbourg, 1988, Collection : IREM de Strasbourg Num. S133.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH88011/IWH88011.pdf. Consulté le 15 octobre 2019
Auteur : Bühler Martine.
Document pour le professeur : Compte rendu d'une expérimentation pédagogique en classe de terminale C concernant la lecture du texte sur *La mesure du cercle* d'Archimède qui comprenait deux phases :
- une phase de travail à la maison consistant dans la recherche d'algorithme de calcul de « pi » en suivant la méthode d'Archimède dans *La mesure du cercle* ;
- une phase de correction en classe suivie de la lecture du texte (proposition 3 et première partie de la démonstration).
Points du programme abordés : Transformer une méthode en algorithme.

Titre : « Fibonacci - Extraits du Liberabaci », Les Editions du Kangourou Paris, 2016, collection : Les classiques Kangourou N° 06.
Auteur : Moyon Marc.
Document pour le professeur : Cet ouvrage contient de nombreux problèmes issus du *Liber abaci*, assortis de leurs solutions et de commentaires détaillés qui montrent la richesse des textes de Fibonacci. Les énoncés de problèmes peuvent être source d'activité historico-mathématique en classe.
Points du programme abordés : numérations, opérations, fractions, calcul sur les radicaux, suites.

Titre : « Un support historique pour l'étude des suites en première », in *4000 ans d'histoire des mathématiques, les mathématiques dans la longue durée*, IREM de Rennes, Rennes, 2002, pp. 487-512.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH02023/IWH02023.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.

Auteur : Hély Jean-Yves.
Document pour le professeur : l'étude des suites arithmétiques et des suites géométriques sont étudiées à l'aide des éléments d'algèbre d'Euler, par exemple.
Points du programme abordés : les suites.

Titre : « La restauration et la comparaison, ou l'art de résoudre des équations quadratiques dans l'Europe latine », *Revue d'histoire des mathématiques*. Num. 23, Vol. 2, Société Mathématique de France (SMF) Paris, 2017, pp. 233-299.
http://unilim.academia.edu/MarcMoyon. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Moyon Marc.
Document pour le professeur : Cette contribution présente et commente tant le contenu que la forme, du texte publié à Bagdad entre 813 et 833 et reconnu comme acte de naissance officiel de l'Algèbre : le Mukhtaṣar d'Al-Khwârizmî, (Livre de la restauration).
Points du programme abordés : résolutions d'équations.

Titre : « Un problème de Diophante au fil du temps », in *4000 ans d'histoire des mathématiques, les mathématiques dans la longue durée*, IREM de Rennes, Rennes, 2002 pp. 41-55.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH02008/IWH02008.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.
Auteur : Guichard Jean-Paul.
Document pour la classe : Les méthodes de résolution, au fil de l'Histoire, du problème 27 du livre des *Arithmétiques* de Diophante à savoir « *Trouver deux nombres connaissant leur somme et leur produit* ».
Points du programme abordés : équations du second degré, systèmes d'équations.

Titre : « Viète and the Advent of Literal Calculus », in *History and epistemology in mathematics education*, proceedings of the 5th European Summer University, Vydavatelsky Press Prague, 2008, Tchéquie, pp. 475-487. (*Viète et l'introduction du calcul littéral*.)
http://numerisation.univ-irem.fr/ACF/ACF08044/ACF08044.pdf. Consulté le 15 octobre 2019.

Auteur : Guichard Jean-Paul.
Document pour le professeur : Contribution de Viète à la résolution des équations avec l'introduction du calcul littéral.
Points du programme abordés : Calcul littéral et équations.

A11.2.2. Analyse

Le calcul différentiel s'est imposé par sa capacité à donner des solutions simples à des problèmes nombreux d'origines variées (cinématique, mécanique, géométrie, optimisation). Le développement d'un calcul des variations chez Leibniz et Newton se fonde sur l'hypothèse que les phénomènes naturels évoluent linéairement quand on leur applique des petites variations. Leurs approches partent de notions intuitives mais floues d'infiniment petit. Ce

n'est que très progressivement que les notions de limites et de différentielles, qui en fondent l'exposé actuel, ont été clarifiées au XIXe siècle.
La notation exponentielle et les fonctions exponentielles apparaissent vers la fin du XVIIe siècle, procédant d'une volonté de traiter des phénomènes de croissance comparables à ceux des intérêts composés. La modélisation de ces situations fait naturellement apparaître la caractérisation de la fonction exponentielle comme seule fonction vérifiant l'équation différentielle y' = y, et la condition initiale y(0) = 1.
La trigonométrie a été utilisée chez les Anciens dans des problèmes de natures diverses (géométrie, géographie, astronomie). Elle est à l'époque fondée sur la fonction corde, d'un maniement bien moins facile que les fonctions sinus et cosinus de la présentation actuelle (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « Nature et fondement des différentielles leibniziennes », Quatrième Université d'Eté d'Histoire des Mathématiques, IREM de Lille, Villeneuve d'Ascq, 1994, pp. 257-264.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH94045/IWH94045.pdf. Consulté le 16 octobre 2019.
Auteur : Parmentier Marc.
Document pour le professeur : Les différentielles sont introduites dans le cadre de la théorie des fonctions et dans le sillage de la notion de dérivé. Bel exemple d'inversion de l'ordre pédagogique par rapport à l'ordre historique. En effet au moment où Leibniz introduit son nouveau calcul, la théorie et l'idée même de fonction ne sont pas encore constituées. Le présent article renseigne sur la nature des différentielles, leurs fondements, les objections et fausses interprétations et les caractères des différentielles leibniziennes.
Points du programme abordés : calcul différentiel.

Titre : « L'invention du calcul différentiel, racontée par Leibniz », in *Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique : de la maternelle à l'université,* Actes de la troisième université d'été européenne (ESU 3), V 2, Université catholique de Louvain Louvain-La-Neuve, 2001, pp. 445-459.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH01023/IWH01023.pdf. Consulté le 16 octobre 2019
Auteure : Michel-Pajus Anne.
Document pour le professeur : Cet article présente un important texte de Leibniz : *Histoire et Origine du Calcul Différentiel*. Un exemple d'utilisation du texte en question en Terminale figure dans *Mnémosyne* n° 13.
Points du programme abordés : calcul différentiel

Titre : « Candide face à l'infiniment petit : une introduction de la dérivation avec des textes anciens », in *Pot pourri : activités historico-mathématiques*, IREM de Dijon, Dijon, 2004 p. 49-68.
http://numerisation.univ-irem.fr/DI/IDI04004/IDI04004.pdf. Consulté le 16 octobre 2019.

Auteur : Métin Frédéric.
Document pour la classe : expériences menées en classes de 1ère pour introduire le calcul différentiel sur le terrain des infiniment petits en abordant directement leur statut et en créant

des liens entre les cours de Français et de Mathématiques à travers des textes de L'Hospital, qui diffusa les idées de Leibniz. Outre les querelles entre Newtoniens et Leibniziens.
Points du programme abordés : calcul différentiel.

Titre : « L'exponentielle : une fonction à plusieurs facettes », *Losanges*, No 3, Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (SBPMef) Mons, 2009, Belgique, pp. 31-37. https://www.sbpm.be/losanges/ Consulté le 16 octobre 2019.

Auteurs : Bair Jacques, Henry Valérie.
Document pour le professeur : les auteurs montrent que les fonctions exponentielles présentent différentes facettes et peuvent être introduites dans divers cadres.
Points du programme abordés : fonction exponentielle.

Titre : « Une approche graphique de la méthode d'Euler », in *De grands défis mathématiques, d'Euclide à Condorcet,* Vuibert, ADAPT Editions, Paris, 2010, pp. 139-155.
Auteur : Tournès Dominique.
Document pour la classe : biographie du mathématicien Euler, reproduction du texte dans lequel Euler expose ce qu'on appelle de nos jours la méthode d'Euler et compte rendu d'une séquence de deux séances d'enseignement : construction de la fonction exponentielle et mise en œuvre de méthode graphique pour résoudre des sujets de bac sur la méthode d'Euler.
Points du programme abordés : fonction exponentielle, équations différentielles, méthode d'Euler.

Titre : « Petite histoire de la trigonométrie », *L'Ouvert*, IREM de Strasbourg, Strasbourg, 1998 No 91, pp. 10-16.
http://numerisation.univ-irem.fr/ST/IST98025/IST98025.pdf. Consulté le 16 octobre 2019.

Auteur : Lefort Jean.
Document pour le professeur : l'auteur s'était demandé d'où venaient les différents noms que l'on rencontre en faisant de la trigonométrie ; au fil de ses lectures, il s'est construit une histoire de la trigonométrie. Il nous en propose une petite. Depuis Sumer et Babylone jusqu'au développement de la science européenne, en passant par la science grecque, l'apport de l'Inde et la civilisation arabe. Un contresens au XII^{ème} siècle qui lie le sinus d'un angle et le sinus en arrière du nez a été aussi mentionné.
Points du programme abordés : sinus d'un angle, table trigonométrique, théorème du sinus, fonctions trigonométriques, formules trigonométriques.

A11.2.3. Géométrie

La notion de vecteur était implicite en mécanique depuis Galilée mais a mis longtemps à prendre sa forme actuelle. On observe un lien entre analyse et géométrie en étudiant la façon dont la notion de vecteur apparait chez Leibniz au cours de ses recherches sur l'élaboration d'un calcul des variations. Le XIXe siècle voit l'élaboration conjointe de ce qui deviendra le produit scalaire et de la notion de travail en physique.
Le calcul vectoriel et le produit scalaire donnent une approche de la géométrie différente de celle des Anciens, avec l'avantage de combiner vision géométrique et calcul.

Les cercles font partie des plus vieux objets mathématiques. La caractérisation du cercle de diamètre AB comme ensemble des points M tels que le triangle AMB soit rectangle en M semble remonter à Thalès. Mais ce n'est qu'au XVIIe siècle que Descartes élabore la méthode des coordonnées et écrit l'équation d'un cercle en repère orthonormé (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « L'enseignement des vecteurs au XXe siècle : diversité des héritages mathématiques et circulation entre disciplines », in *Circulation, transmission, héritage*, IREM de Basse-Normandie, Caen, 2011, p. 201-216.
Auteurs : Boyé Anne ; Moussard Guillaume.
Document pour la classe : introduction des vecteurs dans les premières années du supérieur et dans l'enseignement secondaire : comment ? Pourquoi ? Quels vecteurs ? Les auteurs proposent dans cet article un questionnement sur cet équilibre plus ou moins maîtrisé entre physique et mathématique, entre vecteur géométrique et algèbre linéaire, entre intuition, théorie et formalisme, entre segments orientés et classes d'équivalence, de la géométrie analytique à « l'outil vectoriel », etc., qui a traversé tout le siècle dernier et qui constitue encore toute la difficulté de l'enseignement des vecteurs.
Points du programme abordés : notion de vecteur, produit scalaire.

Titre : « Des origines de la géométrie analytique », in *Histoire du calcul de la géométrie à l'algèbre*, Vuibert Rouen, 2009, pp. 79-100.
Auteur : Plane Henry.
Document pour le professeur : l'auteur montre la difficile genèse de la Géométrie analytique qui commence avec Viète et Descartes et se termine à l'orée du dix-neuvième siècle avec un texte de Le François, dans lequel tous les attributs de la géométrie analytique sont enfin présents, le repère, l'origine, les axes, les nombres négatifs.
Points du programme abordés : abscisse, axe de coordonnées, repère.

Titre : « Quelles sont les courbes que l'on peut recevoir en géométrie ? », *Contribution à une approche historique de l'enseignement des mathématiques*, IREM des Pays de La Loire, Nantes, 1999, pp. 109-143.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH99008/IWH99008.pdf. Consulté le 16 octobre 2019.
Auteur : Friedelmeyer Jean-Pierre
Document pour la classe : Cet article parcourt l'histoire des courbes planes. Il sensibilise au fait que la notion évolue au cours du temps et invite à réfléchir sur cet objet à la fois physique, géométrique, analytique.
Points du programme abordés : équation d'une courbe, courbes planes.

Titre : « Lecture en classe de la Géométrie de Descartes », *Analyse et démarche analytique*, IREM de Reims, Reims, 1998, pp. 103-112.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH98016/IWH98016.pdf Consulté le 16 octobre 2019.
Auteures : Hallez Maryvonne ; Jozeau Marie-Françoise.

Document pour la classe : présentation du contexte des activités épistémologiques menées avec des élèves à partir de l'œuvre de Descartes.
Points du programme abordés : équations du troisième degré.

A11.2.4. Probabilités et statistique

Les probabilités conditionnelles peuvent être l'objet d'un travail historique en anglais ; elles apparaissent en effet dans des travaux de Bayes et de Moivre, écrits en anglais au XVIIIe siècle, même si c'est Laplace qui en a élaboré la notion. Les questions traitées par ces auteurs peuvent parfois surprendre (exemple : quelle est la probabilité que le soleil se lève demain, sachant qu'il s'est levé depuis le commencement du monde ?) ; néanmoins, les probabilités conditionnelles sont omniprésentes dans la vie courante et leur utilisation inappropriée mène facilement à de fausses affirmations.
L'histoire des probabilités contribue à la réflexion sur la codification d'une théorie scientifique. On peut considérer que les origines du « calcul des probabilités » remontent au XVIIe siècle. Pascal, Huygens, Moivre, Bernoulli, Euler, d'Alembert appliquent les notions de variable aléatoire et d'espérance à des problèmes issus de questions liées aux jeux, aux assurances et à l'astronomie.
Ce n'est que vers 1930 que la description actuelle, en termes d'univers, s'est imposée. Elle permet une formalisation souple dans laquelle l'univers joue le rôle de « source d'aléas ».
La notion de variable aléatoire, présente sans définition précise depuis l'origine de la discipline, apparaît alors comme une fonction définie sur l'univers (Programme, item « Histoire des mathématiques »).

Titre : « Remarques sur l'Essai de Bayes en vue de résoudre un problème de la doctrine des chances », in *Actes de l'université d'été sur l'histoire des mathématiques*, IREM de Toulouse, Toulouse, 1987, pp. 109-135.
http://numerisation.univ-irem.fr/WH/IWH87005/IWH87005.pdf Consulté le 16 octobre 2019.
Auteur : Cléro Jean-Pierre.
Document pour le professeur : origine du problème de Bayes et de sa solution mathématique par rapports à divers courants de pensée du XVIII^{ème} siècle.
Points du programme abordés : formule de Bayes.

Titre : « La portée physique et sociale de la règle de Bayes », in *Histoires de probabilités et de statistiques*, Ellipses, Paris, 2004, Collection : IREM - Epistémologie et Histoire des Maths, pp. 55-73.
Auteur : Cléro Jean-Pierre.
Document pour la classe : présentation et explication du problème de l'Éssai de Bayes, interprétation physique de la règle de Bayes, la règle de Bayes et les sciences sociales.
Points du programme abordés : probabilité, formule de Bayes.

Titre : « Probabilité des causes à partir de Condorcet », in *De grands défis mathématiques, d'Euclide à Condorcet*, Vuibert, ADAPT Éditions, Paris, 2010, pp. 117-135.
Auteur : Hamon Gérard.

Document pour la classe : texte du marquis de Condorcet sur l'application du calcul des probabilités « aux jeux de hasard, à la loterie et au jugement des hommes » datant de 1805. La lecture de ce texte peut permettre à des élèves de Terminale de dépasser le cadre des probabilités élémentaires et d'explorer une situation où les statistiques servent à l'analyse *a posteriori* d'un phénomène aléatoire tandis que les probabilités interviennent *a priori*.
Le texte est ici envisagé comme un outil de vérification des connaissances sur les probabilités conditionnelles.
Points du programme abordés : calcul de probabilité, probabilités conditionnelles.

Titre : « Galilée ou Descartes ? Étude d'un scénario d'introduction historique au calcul des probabilités », in *Histoires de probabilités et de statistiques*, Ellipses, Paris, 2004, Collection : IREM - Épistémologie et Histoire des Maths, pp. 275-296.
Auteur : Butz Eric.
Document pour la classe : Cette étude prospective propose des activités qui s'appuient sur l'étude de textes anciens, scientifiques et philosophiques à travers un scénario permettant la construction de savoirs mathématiques associés au calcul des probabilités.
Points du programme abordés : calcul de probabilités.

Titre : « Laplace et la Théorie analytique des probabilités : itinéraires de découverte », in *Histoires de probabilités et de statistiques*, Ellipses, Paris, 2004, Collection : IREM - Épistémologie et Histoire des Maths, pp. 197-224.
Auteur : Lubet Jean-Pierre.
Document pour la classe : L'objectif de cet article est la lecture de quelques passages de la Théorie analytique des probabilités. Trois « itinéraires » distincts sont suivis. Le premier concerne les principes élémentaires. Les deux autres offrent des aperçus sur des résultats plus élaborés, reposant sur des moyens de calcul spécifiques.
Points du programme abordés : événements, espérance mathématique, probabilité

Titre : « Le jeu de la baguette de Buffon », *Le Miroir des maths.*, No. 9, IREM de Basse-Normandie, Caen, 2012, pp. 13-24.
http://numerisation.univ-irem.fr/CA/ICA12008/ICA12008.pdf Consulté le 17 octobre 2019.
Auteurs : Bessot Didier ; Trotoux Didier.
Document pour le professeur : présentation de manière détaillée, du jeu de la baguette de Buffon plus connu sous le nom du « Problème de l'aiguille de Buffon ».
Points du programme abordés : probabilités.

A11.2.5. Algorithmique et programmation

De nombreux textes témoignent d'une préoccupation algorithmique au long de l'Histoire. Lorsqu'un texte historique a une visée algorithmique, transformer les méthodes qu'il présente en un algorithme, voire en un programme, ou inversement, est l'occasion de travailler des changements de registre qui donnent du sens au formalisme mathématique (Programme, item « Histoire des mathématiques »)

Titre : « La pensée algorithmique. Un regard historique », IREM de Lille, Villeneuve d'Ascq, 2016.
Auteurs : Allegraud Serge ; Farjot Catherine ; Tazzioli Rossana ; Lubet Jean-Pierre ; Marmier Anne-Marie ; Bkouche Rudolf.
Document pour la classe : textes originaux, issus de la Grèce ancienne, des civilisations arabe et chinoise, ou des mathématiques européennes du XVI^{ème} au XIX^{ème} siècle dans lesquels on retrouve l'algorithme d'Euclide, les fractions continues, les écrits de Stevin sur l'Arithmétique, les méthodes de Newton pour la résolution approchées des équations, le concept de nombre chez Al-Khayyam ou Bombelli, les « monstrations » des mathématiques chinoises, les constructions géométriques évoquant les énoncés élémentaires présents dans les *Éléments d'Euclide*, mais aussi la question des nombres constructibles et le point de vue galoisien qui éclaire cette problématique.
Points du programme abordés : concept de nombre, calcul approché des solutions d'une équation, construction géométrique.

Titre : *Histoire d'algorithmes : du caillou à la puce*, Belin, Paris, 2010, Collection : Belin Sup.
Auteur : Chabert Jean-Luc. Dir.
Document pour la classe : textes originaux sélectionnés portant sur les Algorithmes des opérations arithmétiques, les carrés magiques, les méthodes de fausse position, l'algorithme d'Euclide, la mesure du cercle et le calcul de pi, les méthodes de Newton, les résolutions d'équations par approximations successives, les algorithmes de l'arithmétique, la résolution de systèmes d'équations linéaires, les résolutions approchées d'équations différentielles, l'approximation de fonctions, etc. Ces écrits sont restitués dans leur contexte et accompagnés d'explications mathématiques.
Points du programme abordés : opérations arithmétiques, résolution d'équations et de systèmes d'équations, équations différentielles, fonctions.

Titre : « La géométrie du sacrifice en Inde védique dans les Sulbasutras. Exemple : l'algorithme de l'agrandissement de l'autel en forme de faucon », in *Géométrie en Inde dans les Sulbasutras*, APMEP, Paris, 2015, 18 p.
http://numerisation.univ-irem.fr/AAP/AAP15004/AAP15004.pdf. Consulté le 17 octobre 2019.
Auteur : Keller Olivier.
Document pour : Présentation de quatre textes complets de sulbasutras ; les sulbasutras sont des textes donnant les constructions géométriques d'autels sacrificiels variés indispensables au rituel védique. Sulbasutra veut dire « aphorisme de la corde », la corde étant un élément essentiel des constructions : tendue entre deux piquets, c'est un segment de droite ; tendue et tournant autour d'un piquet, elle trace un cercle. Les textes détaillent les savoir-faire sous-entendus dans les constructions diverses d'autels, à savoir : construire un carré de côté donné, additionner et soustraire des carrés, transformer un rectangle en carré de même aire, transformer un cercle en carré de même aire et inversement.
Points du programme abordés : algorithmes, constructions géométriques.

Annexe 12

Références historiques pour des activités à saveur historique

A12.1. Sources primaires

1) **Les tablettes babyloniennes** qui datent entre le troisième et le premier millénaire avant J.-C. Parmi les plus célèbres, il y a la tablette YBC7289 qui montre que les Babyloniens savaient calculer la racine carrée de 2 et la tablette Plimpton322 qui fournit une liste de triplets pythagoriciens[143].

2) **Les papyrus égyptiens** : seule, une poignée d'entre eux traite de mathématiques. Les plus célèbres sont :

   - le papyrus de Moscou, découvert en 1893 par l'égyptologue russe Vladimir Golenischev et conservé au musée des beaux-arts de Moscou, il contient vingt-cinq problèmes mathématiques ;

   - le papyrus de Rhind, du nom de son premier propriétaire l'Écossais Alexander Henry Rhind, qui l'acheta peu après sa découverte. Daté du début du XV^ème^ siècle avant notre ère, le papyrus présente une suite de quatre-vingt-sept problèmes mathématiques, accompagnés de leurs solutions[144].

3) **Les Éléments** d'Euclide (III^ème^ siècle avant J.-C.), constitués de treize livres dont les quatre premiers sont consacrés à la géométrie plane, le cinquième et sixième à la théorie des rapports et à son application en géométrie plane. Les livres VII, VIII, IX et X constituent un traité de la théorie des nombres. Le livre XI aborde la géométrie dans l'espace, le XII le calcul d'aire et le XIII la construction des polyèdres réguliers[145].

4) **L'Âryabhatîyam** de l'Indien Âryabhata (476 – 550) qui est un texte rédigé entre 499 et 550 et qui est composé de quatre chapitres (Harmonies célestes, Éléments de calcul, Du temps et de sa mesure, Des sphères) écrits en vers[146].

5) **Le Brahma Shupta siddhanta,** de l'Indien Brahmagupta, écrit en vers où l'auteur donne des règles de manipulation des nombres positifs et négatifs, une méthode de calcul des racines carrés, des méthodes de résolution des équations linéaires, etc.[147].

---

[143] tiré de http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013/audio/textes/audio-mesurer-babylone.pdf
[144] Tiré de https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_dans_l%27%C3%89gypte_antique
[145] Tiré de Dahan-Dalmedico, A., Peiffer, J., (1986), *Une histoire des mathématiques, Routes et dédales*, Editions du Seuil, pp. 56-64.
[146] Lefort, J., « Aryabhata et la table des sinus », APMEP, n° 473, pp. 861-866. (https://www.apmep.fr/IMG/pdf/lefort.pdf. Consulté le 11 octobre 2019.)
[147] André Ross, Brahmagupta.pdf (https://www.lozedion.com/wp-content/uploads/2013/09/Brahmagupta.pdf. Consulté le 10 octobre 2019.)

6) **Les Neuf chapitres sur l'art mathématique**, manuscrit de Zhoubi Suanjing, le plus ancien traité mathématique chinois, daté du 1er siècle, qui développe des méthodes de calcul et de démonstration propres à cette civilisation, portant sur l'arithmétique, les fractions, l'extraction des racines carrées et cubiques, le mode de calcul de l'aire du disque, le volume de la pyramide et la méthode du pivot de Gauss, etc.[148].

7) **Les ouvrages d'Archimède** (287 – 212 avant J.-C.), *De l'équilibre des corps flottants, De l'équilibre des figures planes, De la sphère et de la boule, la mesure du cercle, L'arénaire*, *le traité de la méthode, Sur le centre de gravité et les surfaces.* Ces manuels retracent les principaux travaux d'Archimède, qui a :

   - inventé une méthode permettant d'obtenir une bonne approximation du nombre π ;
   - expliqué comment calculer l'aire d'un disque lorsqu'on connait le périmètre du cercle qui le délimite ;
   - prouvé que le volume d'une sphère vaut les deux tiers du volume du cylindre circonscrit ;
   - découvert « la poussée de l'eau sur tout corps plongé » et a crié « Eureka » ; quand il a de trouvé une méthode pour montrer si la couronne en or fabriquée par le joaillier du roi n'était pas altérée avec de l'argent ;
   - inventé les lois du levier et en les appliquant ; construit des machines de traction capables de soulever des objets très lourds. Il aurait dit : « donnez-moi un point d'appui et je soulèverais le monde ».

Archimède est ainsi devenu le premier vulgarisateur des mathématiques avec l'application de théories mathématiques pour réaliser des inventions[149].

8) **Les Arithmétiques de Diophante** (vers le IIIème siècle), constituées de treize livres dont six sont connus depuis le XVIème siècle et portent sur la résolution des équations avec l'utilisation de symboles et l'introduction de l'« arithme » assimilé à une inconnue. Quatre autres manuels ont été découverts en Iran en1972[150].

9) **Le Précis sur le calcul de al-jabr et al-muqabala d'Al-Kwârizmî** (788 – 850), considéré comme le traité de base de l'Algèbre, qui enseigne comment résoudre des équations du premier et second degré[151].

10) **La Géométrie de Descartes** (1596 – 1650), où il traite tout problème de géométrie par le calcul.

11) **L'Organon d'Aristote** (384 – 322 av. J.-C.), qui contient l'ensemble des traités de logique où Aristote expose les formes de la pensée et du raisonnement.

[148] Tiré de Les_mathématiques_chinoises.pdf (http://monet-ezy-col.spip.ac-rouen.fr/IMG/pdf/Les_mathematiques_chinoises.pdf. Consulté le 11 octobre 2019)
[149] Tiré de archimède_par_gopithan_4ea.pdf (http://www.clg-mace-clichy.ac-versailles.fr/IMG/pdf/archimede_par_gopithan_4ea.pdf. Consulté le 11 octobre 2019)
[150] Tiré de Dahan-Dalmedico, A., Peiffer, J., op. cit., p. 77.
[151] Tiré de Dahan-Dalmedico, A., Peiffer, J., ibid., p. 84.

A12.2. Sources secondaires

1) **Boyer Jacques,** *Histoire des Mathématiques*, Paris, 1900, 247 p.
2) **Dahan-Dalmedico Amy, Peiffer Jeanne**, *Une histoire des mathématiques, Routes et dédales,* Editions du Seuil, 1986, 320 p.
3) **Dedron Pierre, Itard Jean,** *Mathématiques et Mathématiciens*, éditions les Magnard, Paris, 1959, 427 p.
4) **Dhombres *et al.*,** *mathématiques au fil des âges*, Bordas, Paris, 1987, 327 p.
5) **Escofier Jean-Pierre,** *Histoire des mathématiques*, Dunod, Paris, 2008, 128 p.
6) **Fauvel John, Maanen Jan Van,** *History in Mathematical Education*, the ICMI study, Kluwer Academic Publishers, 2002, 437 p.
7) **Groupe M:ATH de l'IREM de l'université Paris VII,** *Mnemosyne*, N° 1 à 18, année : de 1992 à 2003.
8) **IREM de Rennes**, *Faire des mathématiques à partir de leur histoire*, 1990-1992, Tome 1, 177 p.
9) **Noel Emile,** *Le matin des mathématiciens*, entretiens sur l'histoire des mathématiques, édition Bélin, Paris, 1985, 192 p.

Annexe 13

Questionnaire pour les élèves avant l'expérimentation

QUESTIONNAIRE ELEVES (AV)
N.B. Réponds à chacune des questions - en cochant une seule case pour les questions 1, 2, 4 et 6. - sur les pointillés pour les questions 3, 5 et 7.
Prénoms et Nom : ……………………………………………………………………… Classe : …………………………………………………………………………….. Etablissement : ………………………………………………………………………… Sexe : ☐ F ☐ M
- 1. Quel est ton niveau en mathématiques ? ☐ Bon ☐ Moyen ☐ Faible
- 2. Aimes-tu les mathématiques ? ☐ Oui ☐ Non
- 3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ? ……………………………………………………………………………………
- 4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaborées ? ☐ Oui ☐ Non
- 5. Si Oui donne un ou deux exemples. …………………………………………………………………………………….. ……………………………………………………………………………………..
- 6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques ? ☐ Oui ☐ Non
- 7. Si oui, quel effet cela t'a fait ? …………………………………………………………………………………… ……………………………………………………………………………………

Annexe 14

Échantillon de 5 questionnaires élève avant l'expérimentation

QUESTIONNAIRE ELEVES (AV)

N.B. Réponds à chacune des questions
- en cochant une seule case pour les questions 1, 2, 4 et 6.
- sur les pointillés pour les questions 3, 5 et 7.

Prénoms et Nom : Adama Baytir Diop

Classe : 4 pc 1

Etablissement : CEM MBao

Sexe : ☐ F ☒ M

1. Quel est ton niveau en mathématiques ?
   ☐ Bon ☒ Moyen ☐ Faible

2. Aimes-tu les mathématiques ?
   ☒ Oui ☐ Non

3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?
   Le professeur doit expliquer le cour lassement pour que les élèves comprennent bien le cours

4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaboré?
   ☒ Oui ☐ Non

5. Si Oui donne un ou deux exemples.
   euclide qui a crée le Math

6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques?
   ☐ Oui ☒ Non

7. Si oui, quel effet cela t'a fait ?

Questionnaire rempli par Adama Baytir Diop.

QUESTIONNAIRE ELEVES (AV)

N.B. Réponds à chacune des questions

- en cochant une seule case pour les questions 1, 2, 4 et 6.
- sur les pointillés pour les questions 3, 5 et 7.

Prénoms et Nom : Aïda Mbow

Classe : 4e pc 1

Etablissement : CEM de Mbao

Sexe : ☒ F ☐ M

1. Quel est ton niveau en mathématiques ?

   ☐ Bon ☒ Moyen ☐ Faible

2. Aimes-tu les mathématiques ?

   ☒ Oui ☐ Non

3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?

   Le professeur de Mathes doit ~~bien~~ bien expliqué le Mathe sa explication n'est pas du tout claire.

4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaboré?

   ☒ Oui ☐ Non

5. Si Oui donne un ou deux exemples.

   Euclide et archimède de syracuse.

6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques?

   ☒ Oui ☐ Non

7. Si oui, quel effet cela t'a fait ?

   Sa me permit de savoir l'histoire de la Mathématique et son créateur.

Questionnaire rempli par Aïda Mbow.

QUESTIONNAIRE ELEVES (AV)

N.B. Réponds à chacune des questions
- en cochant une seule case pour les questions 1, 2, 4 et 6.
- sur les pointillés pour les questions 3, 5 et 7.

Prénoms et Nom : Cheikh Fallou Amar
Classe : 4e PC1
Etablissement : C.E.M. MBAO
Sexe : ☐ F ☒ M

1. Quel est ton niveau en mathématiques ?
☒ Bon ☐ Moyen ☐ Faible

2. Aimes-tu les mathématiques ?
☒ Oui ☐ Non

3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?
Vraiment ce, que je vois, sur l'enseignement des mathématiques,
il n'y a pas quelque chose, qui m'y dérangent
Tout est bon pour moi et je comprends bien les explications.

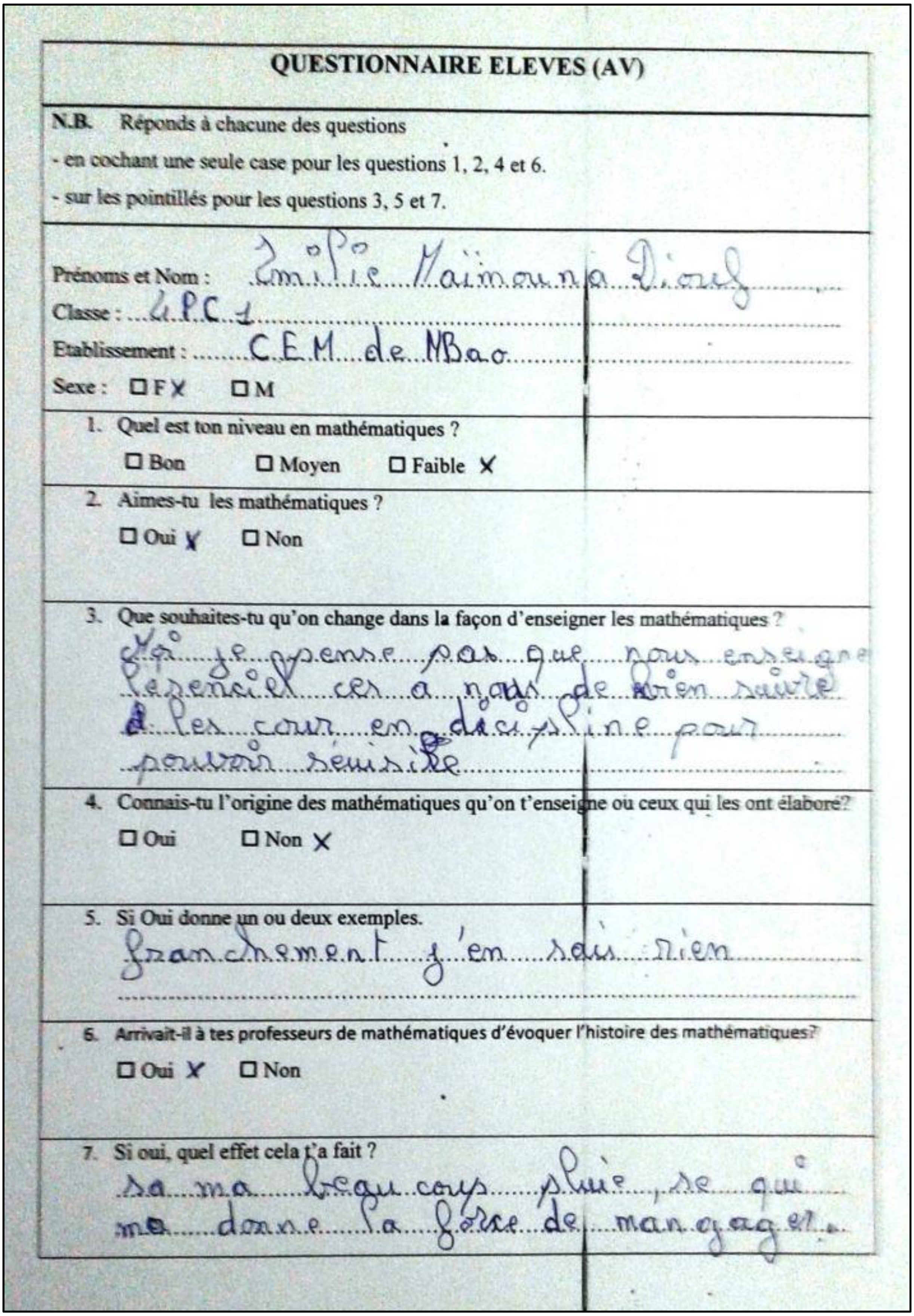
4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaboré?
☐ Oui ☒ Non

5. Si Oui donne un ou deux exemples.

6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques?
☒ Oui ☐ Non

7. Si oui, quel effet cela t'a fait ?
C'est pour cela, que j'aime les maths et les comprends
très vite.

Questionnaire rempli par Cheikh Fallou Amar.



QUESTIONNAIRE ELEVES (AV)

N.B. Réponds à chacune des questions
- en cochant une seule case pour les questions 1, 2, 4 et 6.
- sur les pointillés pour les questions 3, 5 et 7.

Prénoms et Nom : Émilie Maïmouna Diouf
Classe : 4PC1
Etablissement : C.E.M de MBao
Sexe : ☐ F X ☐ M

1. Quel est ton niveau en mathématiques ?
☐ Bon ☐ Moyen ☐ Faible X

2. Aimes-tu les mathématiques ?
☐ Oui X ☐ Non

3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?
Moi je pense pas que nous enseigne
lesenciel ces a nous de bien suivre
à les cour en discipline pour
pouvoir réusire

4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaboré?
☐ Oui ☐ Non X

5. Si Oui donne un ou deux exemples.
franchement j'en sais rien

6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques?
☐ Oui X ☐ Non

7. Si oui, quel effet cela t'a fait ?
sa ma beaucoup plus, se qui
ma donne la force de mangager.

Questionnaire rempli par Émilie Maïmouna Diouf.

QUESTIONNAIRE ELEVES (AV)

N.B. Réponds à chacune des questions

- en cochant une seule case pour les questions 1, 2, 4 et 6.
- sur les pointillés pour les questions 3, 5 et 7.

Prénoms et Nom : Marame Mbaye

Classe : 4 PC I

Etablissement : C.E.M. De Mbao

Sexe : ☐ F ☒ M

1. Quel est ton niveau en mathématiques ?

☐ Bon ☒ Moyen ☐ Faible

2. Aimes-tu les mathématiques ?

☒ Oui ☐ Non

3. Que souhaites-tu qu'on change dans la façon d'enseigner les mathématiques ?

Il y a des proffesseurs qui n'explique pas bien les leçons et les mathematiques si tu ne la comprend pas tu pourrai jamais le faire

4. Connais-tu l'origine des mathématiques qu'on t'enseigne ou ceux qui les ont élaboré?

☐ Oui ☒ Non

5. Si Oui donne un ou deux exemples.

6. Arrivait-il à tes professeurs de mathématiques d'évoquer l'histoire des mathématiques?

☒ Oui ☐ Non

7. Si oui, quel effet cela t'a fait ?

c'est de nous bien de nous parler un peut de l'histoire des mathematiques

Questionnaire rempli par Marame Mbaye.

Annexe 15

Questionnaire pour les professeurs avant l'expérimentation

QUESTIONNAIRE SUR L'INTEGRATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
N.B. - Merci de prendre le temps pour répondre à ces questions. - Cochez une seule réponse, sauf les questions 10 et 13 pour lesquelles vous pouvez cocher plusieurs réponses. - Si vous cochez la réponse « autre », précisez de quoi il s'agit.
Académie : ……………………………………………………………………………… Etablissement : ……………………………………………………………………………… Sexe : ☐ F ☐ M Discipline(s) enseignée(s) : ☐ Mathématiques ☐ Math/SVT ☐ Math/Sciences physiques Statut professionnel : ☐Vacataire ☐Contractuel ☐Titulaire ☐Autre ………….................. Diplôme académique le plus élevé : ☐Bac ☐Dues ☐Licence ☐Maîtrise ☐Autre ………..... Nombre d'années dans l'enseignement : ☐0 à 5 ans ☐6 à 10 ans ☐plus de 10 ans
1. Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ? ☐ Aucun intérêt ☐ utile pour la discipline
2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ? ☐ Oui ☐ Non ☐ je ne sais pas
3. Si oui, indiquez les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire. ……………………………………………………………………………… ……………………………………………………………………………… ………………………………………………………………………………
4. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours. …………………………………………………………………… …………………………………………………………………………….. ……………………………………………………………………………..

5. Citez dans l’ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves. …………………………………………………………………………………….. ……………………………………………………………………………………..
6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l’histoire des mathématiques ? ☐ Oui ☐ Non
7. Si oui, indique le nom de ces manuels. …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………… ……
8. Vous est-il arrivé d’intégrer l’histoire dans votre enseignement ? ☐ Oui ☐ Non
9. Si non, pourquoi ? …………………………………………………………………….. ……………………………………………………………………………………. ……………………………………………………………………………………..
10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l’histoire ? ☐Introduction de la leçon ☐Activité introductive ☐Exercice ☐Autre ……………..
11. Décrivez une de vos expériences d’utilisation de l’histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l’histoire des mathématiques) …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………………….
12. Quelle a été la réaction des élèves ? …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………………… …………………………………………………………………………………… ……………………………………………………………………………………
13. Quel est selon vous, l’impact de l’intégration de l’histoire dans l’enseignement des mathématiques ? ☐ Motivation de l’apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours ☐ Aucun impact ☐Acquisition d’une culture générale mathématique et scientifique

Annexe 16

Échantillon de 5 questionnaires professeur avant l'expérimentation

QUESTIONNAIRE SUR L'INTEGRATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

N.B. - Merci de prendre le temps pour répondre à ces questions.

- Cochez une seule réponse, sauf les questions 10 et 13 pour lesquelles vous pouvez cocher plusieurs réponses.
- Si vous cochez la réponse « autre », précisez de quoi il s'agit.

Académie : Pikine Guédiawaye

Etablissement : C.C.M M'Bao

Sexe : ☐ F ☒ M

Discipline(s) enseignée(s) : ☒ Mathématiques ☒ Math/SVT ☐ Math/Sciences physiques

Statut professionnel : ☐ Vacataire ☐ Contractuel ☒ Titulaire ☐ Autre ……………

Diplôme académique le plus élevé : ☒ Bac ☐ Dues ☐ Licence ☐ Maîtrise ☐ Autre ……………

Nombre d'années dans l'enseignement : ☐ 0 à 5 ans ☐ 6 à 10 ans ☒ plus de 10 ans

1. Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

   ☐ Aucun intérêt ☒ utile pour la discipline

2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?

   ☒ Oui ☐ Non ☐ je ne sais pas

3. Si oui, indique les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire.

   Théorème de Pythagore 4ème
   " " Thalès 3ème
   Trigonométrie 3ème

4. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours.

   Excellence - CIAM - Bordas

5. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.

   Excellence - CIAM - Fascicules

6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'histoire des mathématiques?

☒ Oui ☐ Non

7. Si oui, indique le nom de ces manuels.

CIAM

8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'histoire dans votre enseignement ?

☒ Oui ☐ Non

9. Si non, pourquoi ? ……

10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'histoire ?

☒ Introduction de la leçon ☐ Activité introductive ☐ Exercice ☐ Autre ……

11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'histoire des mathématiques)

Thalès de Millet en marquant sur le Nil avait vu que l'ombre de la pyramide était proportionnelle à sa taille. Comment déterminer la hauteur d'un arbre ou la profondeur d'un puits ou ...

12. Quelle a été la réaction des élèves ?

Ils étaient stupéfaits, ébahis et contents.

13. Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

☒ Motivation de l'apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours ☐ Aucun impact ☐ Acquisition d'une culture générale mathématique et scientifique

Questionnaire rempli par le professeur anonymé P6CBD au chapitre V, V.2.2.

QUESTIONNAIRE SUR L'INTEGRATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

N.B. - Merci de prendre le temps pour répondre à ces questions.

- Cochez une seule réponse, sauf les questions 10 et 13 pour lesquelles vous pouvez cocher plusieurs réponses.
- Si vous cochez la réponse « autre », précisez de quoi il s'agit.

Académie : Pikine - Guediawaye

Etablissement : Lycée Thiaroye

Sexe : ☐ F ☒ M

Discipline(s) enseignée(s) : ☒ Mathématiques ☐ Math/SVT ☐ Math/Sciences physiques

Statut professionnel : ☐Vacataire ☐Contractuel ☒Titulaire ☐Autre ……………

Diplôme académique le plus élevé : ☐Bac ☐Dues ☐Licence ☒Maîtrise ☐Autre ……………

Nombre d'années dans l'enseignement : ☐0 à 5 ans ☐6 à 10 ans ☒plus de 10 ans

1. Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

   ☒ Aucun intérêt ☐ utile pour la discipline

2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?

   ☐ Oui ☐ Non ☒ je ne sais pas

3. Si oui, indique les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire.

   ……………………………………………………………

4. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours. CIAM - Hachette - Terracher

5. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.

   CIAM

6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'histoire des mathématiques?

☒Oui ☐ Non

7. Si oui, indique le nom de ces manuels

Terracher

8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'histoire dans votre enseignement ?

☐ Oui ☒ Non

9. Si non, pourquoi ?

Manque de Temps

10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'histoire ?

☐Introduction de la leçon ☐Activité introductive ☐Exercice ☐Autre ……………

11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'histoire des mathématiques)

L'histoire des probabilités a commencé avec celle du jeu de hasard

12. Quelle a été la réaction des élèves ?

Surprise

13. Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

☐ Motivation de l'apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours ☐ Aucun impact ☒Acquisition d'une culture générale mathématique et scientifique

Questionnaire rempli par le professeur anonymé P33LBD au chapitre V, V.2.2.

QUESTIONNAIRE SUR L'INTEGRATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

N.B. - Merci de prendre le temps pour répondre à ces questions.

- Cochez une seule réponse, sauf les questions 10 et 13 pour lesquelles vous pouvez cocher plusieurs réponses.
- Si vous cochez la réponse « autre », précisez de quoi il s'agit.

Académie : ...Kaolack...

Etablissement : ....CEM¹ Valdiodio NDiaye...

Sexe : ☐ F ☒ M

Discipline(s) enseignée(s) : ☐ Mathématiques ☐ Math/SVT ☒ Math/Sciences physiques

Statut professionnel : ☐Vacataire ☒Contractuel ☐Titulaire ☐Autre ....

Diplôme académique le plus élevé : ☐Bac ☒Dues ☐Licence ☐Maîtrise ☐Autre ....

Nombre d'années dans l'enseignement : ☐0 à 5 ans ☒6 à 10 ans ☐plus de 10 ans

1. Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

   ☐ Aucun intérêt ☒ utile pour la discipline

2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?

   ■ Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas

3. Si oui, indique les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire.

   ...l'utilisation de l'histoire n'est mentionnée nulle part dans le programme officiel en vigueur...

4. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours. ....C.I.A.M.; Excellence; Collection "MATH"...

5. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.

   ......C.I.A.M., Excellence......

6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'histoire des mathématiques?

☒ Oui ☐ Non

7. Si oui, indique le nom de ces manuels.

la collection "GIAN" fait une petite introduction historique à la 1re page d'une nouvelle leçon ou chapitre

8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'histoire dans votre enseignement ?

☒ Oui ☐ Non

9. Si non, pourquoi ? ……………………………………………

10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'histoire ?

☒Introduction de la leçon ☐Activité introductive ☐Exercice ☐Autre ……………

11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'histoire des mathématiques)

J'ai utilisé l'histoire des mathématiques dans le secondaire avec le triangle de Pascal j'ai dit aux élèves que Blaise Pascal a inventé ce triangle pour aider son père dans ses travaux

12. Quelle a été la réaction des élèves ?

j'ai ressenti une motivation de la part des élèves

13. Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

☐ Motivation de l'apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours ☐ Aucun impact ☒Acquisition d'une culture générale mathématique et scientifique

Questionnaire rempli par le professeur anonymé P43CRK au chapitre V, V.2.2.

QUESTIONNAIRE SUR L'INTEGRATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

N.B. - Merci de prendre le temps pour répondre à ces questions.
- Cochez une seule réponse, sauf les questions 10 et 13 pour lesquelles vous pouvez cocher plusieurs réponses.
- Si vous cochez la réponse « autre », précisez de quoi il s'agit.

Académie : de Kaolack

Etablissement : ....

Sexe : ☐ F ☒ M

Discipline(s) enseignée(s) : ☐ Mathématiques ☐ Math/SVT ☒ Math/Sciences physiques

Statut professionnel : ☐Vacataire ☒Contractuel ☐Titulaire ☐Autre ....

Diplôme académique le plus élevé : ☐Bac ☐Dues ☒Licence ☐Maîtrise ☐Autre ....

Nombre d'années dans l'enseignement : ☒0 à 5 ans ☐6 à 10 ans ☐plus de 10 ans

1. Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

   ☐ Aucun intérêt ☒ utile pour la discipline

2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?

   ☐ Oui ☒ Non ☐ je ne sais pas

3. Si oui, indique les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire.

   ....

4. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours. U.S.A.I.D., C.I.A.M., Excellence

5. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.

   U.S.A.I.D, C.I.A.M, Excellence.

6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'histoire des mathématiques?

☒ Oui ☐ Non

7. Si oui, indique le nom de ces manuels.

C.I.A.M ....

8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'histoire dans votre enseignement ?

☒ Oui ☐ Non

9. Si non, pourquoi ? ....

10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'histoire ?

☒Introduction de la leçon ☐Activité introductive ☐Exercice ☐Autre ....

11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'histoire des mathématiques)

Introduction à la probabilité :

jeux du hasard, jeux de carte

12. Quelle a été la réaction des élèves ?

Ils s'intérressaient d'avantage au cours.

13. Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

☒ Motivation de l'apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours

☐ Aucun impact ☒Acquisition d'une culture générale mathématique et scientifique

Questionnaire rempli par le professeur anonymé P48LRK au chapitre V, V.2.2.

QUESTIONNAIRE SUR L'INTEGRATION DE L'HISTOIRE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

N.B. - Merci de prendre le temps pour répondre à ces questions.

- Cochez une seule réponse, sauf les questions 10 et 13 pour lesquelles vous pouvez cocher plusieurs réponses.
- Si vous cochez la réponse « autre », précisez de quoi il s'agit.

Académie : ....Dakar Plateau.....................................

Etablissement : .C.E.M...Abbé...Arsène Fridoil..............................

Sexe : ☐ F ☒ M

Discipline(s) enseignée(s) : ☐ Mathématiques ☐ Math/SVT ☒ Math/Sciences physiques

Statut professionnel : ☐Vacataire ☒Contractuel ☐Titulaire ☐Autre ....

Diplôme académique le plus élevé : ☐Bac ☒Dues ☐Licence ☐Maîtrise ☐Autre ....

Nombre d'années dans l'enseignement : ☐0 à 5 ans ☒6 à 10 ans ☐plus de 10 ans

1. Que pensez-vous de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

   ☐ Aucun intérêt ☒ utile pour la discipline

2. L'approche historique dans le cours est-elle encouragée par les programmes de mathématiques en vigueur ?

   ☒ Oui ☐ Non ☐ je ne sais pas

3. Si oui, indique les classes et les chapitres où le programme encourage l'utilisation de l'histoire.

   ...4e ; 3e.......les théorèmes de Pythagore et le théorème de Thales.......................................

   ....

   ....

   ....

4. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées dans la préparation de vos cours. ..C.I.A.M. ; Collection Excellence ; Guide d'usage..

5. Cite dans l'ordre trois collections de manuels les plus utilisées par vos élèves.

   Collection excellence ; C.I.A.M. ;..

   ....

6. Les manuels utilisés dans la préparation de vos cours, se réfèrent-ils à l'histoire des mathématiques?

☐ Oui ☒ Non

7. Si oui, indique le nom de ces manuels.

....

....

....

8. Vous est-il arrivé d'intégrer l'histoire dans votre enseignement ?

☒ Oui ☐ Non

9. Si non, pourquoi ? ....

....

....

10. Si oui, à quel moment du cours utilisez-vous l'histoire ?

☒ Introduction de la leçon ☐ Activité introductive ☐ Exercice ☐ Autre ....

11. Décrivez une de vos expériences d'utilisation de l'histoire dans votre cours (ce que vous avez donné ou dit aux élèves ayant trait à l'histoire des mathématiques)

L'expérience était de les faire savoir l'avènement des nombres entiers relatifs et des décimaux relatifs. Je leurs avais dit qu'au par avant l'être humain ne s'est pas endetté mais au fur du temps pour satisfaire à ses besoins il s'endette et cet endettement s'exprime négativement. Pour les décimaux, on comptait leur récolte avec les sacs et y avait des sacs qui ne faisaient pas le plein!

12. Quelle a été la réaction des élèves ?

Les élèves étaient ébahis et ils ont compris la différence entre les signes négatif (-) et positif (+).

....

13. Quel est selon vous, l'impact de l'intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques ?

☐ Motivation de l'apprenant ☐ Perte de temps ☐ Meilleure compréhension du cours

☐ Aucun impact ☐ Acquisition d'une culture générale mathématique et scientifique

Questionnaire rempli par le professeur anonymé P50CVD au chapitre V, V.2.2.

Annexe 17

Entretien avec le Professeur Mamadou Bachir Diaham, Président de la Commission nationale de mathématiques du Sénégal de 1998 à 2015

Monsieur Diaham a été professeur de mathématiques de 1977 à 2000, formateur à la FASTEF (ex. ENS) à partir de 1981 et Inspecteur Général de l'Éducation Nationale de mathématiques depuis 2002. Nous le remercions vivement de nous avoir accordé cet entretien qui apporte un éclairage autorisé sur des questions que nous nous sommes posées dans le cadre de cette thèse.

Oumar Sagna : Dans le cadre de mon travail de recherche portant sur l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques j'ai commencé par l'analyse des programmes et des manuels scolaires et j'ai besoin de votre éclairage sur les points suivants du programme en vigueur de mathématiques :

Question 1 : Le programme du premier cycle ne comporte aucune référence à l'Histoire des mathématiques. Qu'est-ce qui explique ce choix ?

M. B. Diaham : *Ce programme est l'héritier direct de ceux de 98 et 2000 ; articuler quelques éléments d'Histoire des mathématiques à l'enseignement–apprentissage des mathématiques n'était pas encore entré dans les pratiques curriculaires.*
Ceci ne signifie pas que l'Histoire des mathématiques n'était pas convoquée dans les stratégies effectivement mises en œuvre. Le contenu de certains manuels scolaires en est une preuve.
Par ailleurs le format de fiche de leçon que je propose aux étudiants ne perd pas de vue cette dimension ; le module d'Histoire des mathématiques et d'épistémologie initié par El Hadj Malick Dia en direction des étudiants est une autre façon, pour le département, de prendre en charge cette problématique.
Les choses sont quand même loin d'être gagnées. Quelle Histoire des mathématiques retenir ? Quelle conception de l'Histoire (narration d'événements passés, évocation de faits, prise en charge des problèmes des anciens avec les outils dont ils disposaient, explication de la trajectoire actuelle des mathématiques,...) ?
Reconnaissons qu'il est plus facile d'inciter à prendre en charge cette problématique qu'à proposer des activités didactiques pertinentes et compatibles avec l'organisation actuelle de nos enseignements.

Question 2 : j'ai remarqué que l'approche historique est encouragée dans tous les programmes de série L alors qu'en série S, aucune référence à l'Histoire n'est mentionnée dans les programmes de Seconde S et de Première S 1. Les élèves de série L ont–ils plus besoin de culture scientifique que les élèves de série S ?

M. B. Diaham : *Ceci conforte le fait que l'absence d'évocation dans les autres séries n'est pas synonyme d'interdiction, d'absence dans les pratiques de classe. On peut penser que les* *auteurs ont considéré que la problématique du sens se posait avec plus d'acuité dans les séries littéraires.*

Question 3 : En dehors des manuels, existe–t-il d'autres ressources documentaires à destination des professeurs de mathématiques ?

M. B. Diaham : *De façon systématique ? Non, en ma connaissance.*

Question 4 : Qui rédigent les pages ou paragraphes consacrés à l'Histoire dans les manuels de mathématiques ? Des historiens des mathématiques ? Des mathématiciens ?

M. B. Diaham : *L'expérience que j'en ai, indique que c'est les auteurs eux-mêmes qui font ce travail.*

Question 5 : Existe-t-il au Sénégal une instance ou une équipe de spécialistes de l'Histoire des sciences qui valident ces contenus ?

M. B. Diaham : *Pas encore. Mais c'est ce que nous ambitionnons de mettre en place au niveau du département de mathématiques de la FASTEF. El Hadj Malick s'y attèle, comme je l'ai souligné plus haut. Des spécialistes pourraient venir de là.*

Question 6 : L'Histoire des mathématiques présente dans les manuels (collections CIAM, Excellence et USAID) est–elle factuelle ? Événementielle ? Objective ?

M. B. Diaham : *De mon point, de mémoire, c'est l'évènementiel, le factuel qui sont convoqués en général.*

Question 7 : Les professeurs de mathématiques sont-ils formés à l'Histoire des mathématiques ?

M. B. Diaham : *Pas encore, comme cela se doit ! C'est pour y remédier que les initiatives que j'ai évoquées plus haut sont prises au niveau du département.*

Annexe 18

Questionnaire pour les élèves un an après l'expérimentation

QUESTIONNAIRE ELEVES UN AN APRES L'EXPERIMENTATION

Prénoms et Nom : ……………………………………………………………………………
Classe : …………………………………………………………………………………..
Etablissement : ……………………………………………………………………………..
Sexe : ☐ F ☐ M

Nous avons l'année dernière expérimenté une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques à travers des activités, des exercices, un travail de recherche,…, portant sur l'histoire des mathématiques.
Réponds à chacune des questions, sur les pointillés ou en cochant une seule case sauf les questions 1.1.c, 2.1 et 5.3 où on peut cocher plusieurs cases.

<u>Thème 1</u> : Intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques

1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plait-il ? ☐ Oui ☐ Non ☐ Ne sais pas

b) te parait-il ennuyeux ? ☐ Oui ☐ Non ☐ Ne sais pas

c) t'aide t-il à mieux

☐ mémoriser ☐ apprendre ☐ comprendre ☐ travailler

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

1.2. Qu'est ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

1.3. Qu'est ce que tu as le plus détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

Thème 2 : Transversal

2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ France ☐ Égypte ☐ Babylone ☐ USA ☐ Chine

2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

…………………………………………………………………………………………...

…………………………………………………………………………………………...

2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☐ Pythagore ☐ Thales ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-Khwârizmî

2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av.JC ☐ XVe siècle

2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les Babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur ……………………..

b) Comment procédaient les Égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur ………………………..

2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ?

☐ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av. JC ☐ XVe siècle

Thème 3 : Distance

3.1. Qui est Euclide ?

☐ un Babylonien ☐ un Égyptien ☐ un Allemand ☐ un Américain ☐ un Grec

3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☐ en Alexandrie ☐ en Grèce ☐ aux USA ☐ en Allemagne

3.3. Que représentent les Eléments d'Euclide ?

☐ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

3.4. Les Eléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☐ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

3.5. Les enseignements des éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☐ oui ☐ non

3.6. Si oui donne un exemple :

………………………………………………………………………………………..

Deuxième partie questionnaire élève un an après l'expérimentation

Prénoms et Nom : …………………………………………………………………………
Classe : ……………………………………………………………………………………..
Établissement : ……………………………………………………………………………..
Sexe : ☐ F ☐ M

<u>Thème 4</u> : Historique des nombres

4.1. A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ?

☐ - 2000 ans ☐ IXe siècle ☐ - 35000 ans ☐ VIIe siècle av. JC ☐ - 8000 ans

4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les Égyptiens pour écrire les nombres ?

☐ calculis ☐ hiéroglyphes ☐ alphabet ☐ chiffres ☐ lettres

4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☐ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☐ clou

4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres ?

☐ des Grecs ☐ des Égyptiens ☐ des Arabes ☐ des Chinois ☐ des Indiens

4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

…………………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………………

4.6. Les nombres décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37, 2 :

…………………………………………………………………………………………………

<u>Thème 5</u> : Les équations

5.1. Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thales ☐ Pythagore ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Hipparque

5.2. Qui est Al-Khwârizmî ? un mathématicien …

☐ Égyptien ☐ Européen ☐ Babylonien ☐ Arabe ☐ Indien

5.3. Al-Khwârizmî utilise deux opérations pour résoudre des équations du type ax + b = 0.

Indique les en les cochant :

☐ Al-jabr ☐ Algorithme ☐ Al-muqabala ☐ Al-Kitab ☐ Al-jumma

5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les Babyloniens ?

☐ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les Arabes ?

☐ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques. Comment procédaient les Babyloniens, les Égyptiens ou les Arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des ………………………………………………………..

<u>Thème 6</u> : Le théorème de Pythagore

6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un Babylonien ☐ un Égyptien ☐ un Européen ☐ un Américain ☐ un Grec

6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; Lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☐ Égypte ☐ Algérie ☐ Ethiopie

6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien ?

☐ une dizaine ☐ 30 ☐ une quinzaine ☐ 100 ☐ des centaines

6.5. Où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☐ en Égypte ☐ en Mésopotamie ☐ dans les Eléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

6.6. Un président américain a eu à démontré ce théorème ; comment s'appelle – t – il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☐ Kennedy ☐ Garfield ☐ Obama

Annexe 19

Échantillon de 5 questionnaires élève un an après l'expérimentation

E2

Page 1 sur 4

QUESTIONNAIRE ELEVES UN AN APRES L'EXPERIMENTATION

Prénoms et Nom : Ibrahima Bâ
Classe : 3e PC1
Etablissement : CEM DE MBAO
Sexe : ☐ F ☒ M

Nous avons l'année dernière expérimenté une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques à travers des activités, des exercices, un travail de recherche,…, portant sur l'histoire des mathématiques.
Réponds à chacune des questions, sur les pointillés ou en cochant une seule case sauf les questions 1.1.c, 2.1 et 5.3 où on peut cocher plusieurs cases.

Thème 1 : Intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques

1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plaît-il ? ☒ Oui ☐ Non ☐ Ne sais pas

b) te parait-il ennuyeux ? ☐ Oui ☒ Non ☐ Ne sais pas

c) t'aide t-il à mieux

☐ mémoriser ☐ apprendre ☒ comprendre ☒ travailler

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

Cètte manière d'enseigner ma bien aider pour comprendre les mathématique, vraiment c'est intérécent.

1.2. Qu'est ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Quant à mois, ce que j'ai plus aimé s'était les recherche sur l'histoire de mathématiques.

1.3. Qu'est ce que tu as le plus détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Je n'ai rien détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques.

Thème 2 : Transversal

2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ France ☒ Egypte ☐ Babylone ☐ USA ☐ Chine

Page 2 sur 4

2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

C'est les écritures..

....

2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☐ Pythagore ☐ Thales ☒ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-kwarizmi

2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☒ VIe siècle av.JC ☐ XVe siècle

2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur des papiers...

b) Comment procédaient les égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur les murs......

2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ?

☒ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av. JC ☐ XVe siècle

Thème 3 : Distance

3.1. Qui est Euclide ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un allemand ☐ un américain ☒ un grec

3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☐ en Alexandrie ☒ en Grèce ☐ aux USA ☐ en Allemagne

3.3. Que représentent les Eléments d'Euclide ?

☒ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

3.4. Les Eléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☒ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

3.5. Les enseignements des éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☐ oui ☒ non

3.6. Si oui donne un exemple :

....

Deuxième partie questionnaire élève un an après l'expérimentation

Prénoms et Nom : Ibrahima Bâ
Classe : 3eBC1
Etablissement : CEM de MBAO
Sexe : ☐ F ☒ M

Thème 4 : Historique des nombres

4.1. A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ?

☐ - 2000 ans ☐ IXe siècle ☒ - 35000 ans ☐ VIIe siècle av. JC ☐ - 8000 ans

4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les égyptiens pour écrire les nombre ?

☐ calculis ☒ hiéroglyphes ☐ alphabet ☐ chiffres ☐ lettres

4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☒ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☐ clou

4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres?

☒ des grecs ☐ des égyptiens ☐ des arabes ☐ des chinois ☐ des indiens

4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

entiers naturels, arithmétiques - entier relatifs, décimaux nombre rationnels, fractions.

4.6. Les nombre décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37, 2 :

37/2

Thème 5 : Les équations

5.1. Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thales ☒ Pythagore ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Hipparque

5.2. Qui est Al-Kwarismi ? un mathématicien …

☐ égyptien ☐ européen ☐ babylonien ☒ arabe ☐ indien

Page 4 sur 4

5.3. Al-Kwarismi utilise deux opérations pour résoudre des équations du type ax + b = 0. Indique les en les cochant :

☒ Al-jabr ☐ Algorithme ☒ Al-muqabala ☐ Al-Kitab ☐ Al-jumma

5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les babyloniens ?

☒ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les arabes ?

☒ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques. Comment procédaient les babyloniens, les égyptiens ou les arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des hiéroglyphes..

Thème 6 : Le théorème de Pythagore

6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un français ☐ un américain ☒ un grec

6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; Lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☒ Egypte ☐ Algérie ☐ Ethiopie

6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien?

☐ une dizaine ☐ 30 ☐ une quinzaine ☐ 100 ☐ des centaines

6.5. Où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☒ en Egypte ☐ en Mésopotamie ☐ dans les Eléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

6.6. Un président américain a eu à démontré ce théorème ; comment s'appelle – t – il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☐ Kennedy ☒ Garfield ☐ Obama

E2 : Questionnaire rempli par Ibrahima Ba.

E7

QUESTIONNAIRE ELEVES UN AN APRES L'EXPERIMENTATION

Prénoms et Nom : Maty Diallo
Classe : 3e PC1
Etablissement : CEM de Mbao
Sexe : ☒ F ☐ M

Nous avons l'année dernière expérimenté une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques à travers des activités, des exercices, un travail de recherche,…, portant sur l'histoire des mathématiques.
Réponds à chacune des questions, sur les pointillés ou en cochant une seule case sauf les questions 1.1.c, 2.1 et 5.3 où on peut cocher plusieurs cases.

Thème 1 : Intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques

1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plait-il ? ☐ Oui ☐ Non ☒ Ne sais pas

b) te parait-il ennuyeux ? ☐ Oui ☐ Non ☒ Ne sais pas

c) t'aide t-il à mieux

☒ mémoriser ☒ apprendre ☒ comprendre ☒ travailler

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

…………………………………………………………

…………………………………………………………

1.2. Qu'est ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Le travail de groupe entre élève et enseignant la façon d'explication du proffesseur et la participation des élèves.

1.3. Qu'est ce que tu as le plus détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

rien

…………………………………………………………

…………………………………………………………

Thème 2 : Transversal

2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ France ☒ Egypte ☐ Babylone ☐ USA ☒ Chine

2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

Les écritures en Mathématique..........................

....

2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☒ Pythagore ☐ Thales ☒ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-kwarizmi

2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☒ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av.JC ☐ XVe siècle

2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur .ne sais..pas

b) Comment procédaient les égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur .ne...sais.pas

2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ?

☐ IIe siècle av. JC ☒ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av. JC ☐ XVe siècle

Thème 3 : Distance

3.1. Qui est Euclide ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un allemand ☐ un américain ☒ un grec

3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☐ en Alexandrie ☒ en Grèce ☐ aux USA ☐ en Allemagne

3.3. Que représentent les Eléments d'Euclide ?

☒ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

3.4. Les Eléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☐ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☒ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

3.5. Les enseignements des éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☐ oui ☒ non

3.6. Si oui donne un exemple :

....

E7

Deuxième partie questionnaire élève un an après l'expérimentation

Prénoms et Nom : Maty Diallo
Classe : 3PE1
Etablissement : CEM de MBAO
Sexe : ☒ F ☐ M

Thème 4 : Historique des nombres

4.1. A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ?

☐ - 2000 ans ☐ IXe siècle ☒ - 35000 ans ☐ VIIe siècle av. JC ☐ - 8000 ans

4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les égyptiens pour écrire les nombre ?

☐ calculis ☒ hiéroglyphes ☐ alphabet ☐ chiffres ☐ lettres

4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☒ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☐ clou

4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres?

☐ des grecs ☐ des égyptiens ☒ des arabes ☐ des chinois ☐ des indiens

4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

décimaux arithmétique, entiers relatifs, entiers naturels fraction nombres rationnels

4.6. Les nombre décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37, 2 :

Thème 5 : Les équations

5.1. Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thalès ☒ Pythagore ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Hipparque

5.2. Qui est Al-Kwarizmi ? un mathématicien ...

☐ égyptien ☐ européen ☐ babylonien ☒ arabe ☐ indien

Page 4 sur 4

5.3. Al-Kwarismi utilise deux opérations pour résoudre des équations du type ax + b = 0. Indique les en les cochant :

☒ Al-jabr ☐ Algorithme ☒ Al-muqabala ☐ Al-Kitab ☐ Al-jumma

5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les babyloniens ?

☐ alpha ☒ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les arabes ?

☒ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques. Comment procédaient les babyloniens, les égyptiens ou les arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des ……………………………………………………………

Thème 6 : Le théorème de Pythagore

6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un français ☐ un américain ☒ un grec

6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☒ XVIIe siècle

6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; Lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☐ Egypte ☒ Algérie ☐ Ethiopie

6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien?

☐ une dizaine ☐ 30 ☒ une quinzaine ☐ 100 ☐ des centaines

6.5. Où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☐ en Egypte ☐ en Mésopotamie ☒ dans les Eléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

6.6. Un président américain a eu à démontré ce théorème ; comment s'appelle – t – il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☒ Kennedy ☐ Garfield ☐ Obama

E7 : Questionnaire rempli par Maty Diallo

Page 1 sur 4

E12

QUESTIONNAIRE ELEVES UN AN APRES L'EXPERIMENTATION

Prénoms et Nom : Papa Abdoulaye Diop

Classe : 3ᵉPC¹

Etablissement : C.E.M de MBAO

Sexe : ☐ F ⊞ M

Nous avons l'année dernière expérimenté une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques à travers des activités, des exercices, un travail de recherche,…, portant sur l'histoire des mathématiques.
Réponds à chacune des questions, sur les pointillés ou en cochant une seule case sauf les questions 1.1.c, 2.1 et 5.3 où on peut cocher plusieurs cases.

Thème 1 : Intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques

1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plait-il ? ⊞ Oui ☐ Non ☐ Ne sais pas

b) te parait-il ennuyeux ? ☐ Oui ⊞ Non ☐ Ne sais pas

c) t'aide t-il à mieux

⊞ mémoriser ☐ apprendre ⊞ comprendre ☐ travailler

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

Quant à moi, cette manière est vraiment interessante. elle passe sur tous les petits détails. j'en suis content

1.2. Qu'est ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

J'ai adoré la manière d'explication. Mais c'est pas suffisant.

1.3. Qu'est ce que tu as le plus déteste dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Les proffesseurs ne prennent pas trop de temps pour expliquer, ils préfèrent écrire. Des fois, la majorité de la classe ne comprend pas. Mais certains enfin.

Thème 2 : Transversal

2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ France ⊞ Egypte ☐ Babylone ☐ USA ☐ Chine

2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

Ils ont des écritures différentes.

2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☐ Pythagore ☐ Thales ☒ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-kwarizmi

2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☒ VIe siècle av.JC ☐ XVe siècle

2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur les feuilles d'arbres

b) Comment procédaient les égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur les murs

2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ?

☒ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av. JC ☐ XVe siècle

Thème 3 : Distance

3.1. Qui est Euclide ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un allemand ☐ un américain ☒ un grec

3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☐ en Alexandrie ☒ en Grèce ☐ aux USA ☐ en Allemagne

3.3. Que représentent les Eléments d'Euclide ?

☒ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

3.4. Les Eléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☒ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

3.5. Les enseignements des éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☒ oui ☐ non

3.6. Si oui donne un exemple :

Sa géométrie

E12

Deuxième partie questionnaire élève un an après l'expérimentation

Prénoms et Nom : Papa Abdoulaye Diop
Classe : 3e PC1
Etablissement : C.E.M. de Mbao
Sexe : ☐ F ☒ M

Thème 4 : Historique des nombres

4.1. A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ?

☒ - 2000 ans ☐ IXe siècle ☐ - 35000 ans ☐ VIIe siècle av. JC ☐ - 8000 ans

4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les égyptiens pour écrire les nombre ?

☐ calculis ☒ hiéroglyphes ☐ alphabet ☐ chiffres ☐ lettres

4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☐ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☒ clou

4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres?

☒ des grecs ☐ des égyptiens ☐ des arabes ☐ des chinois ☐ des indiens

4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

entiers naturels, arithmétiques, entriers relatifs, décimaux, fraction
nombres rationels

4.6. Les nombre décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37, 2 :

Thème 5 : Les équations

5.1. Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thales ☐ Pythagore ☐ Euclide ☒ Diophante ☐ Hipparque

5.2. Qui est Al-Kwarismi ? un mathematicien ...

☒ égyptien ☐ européen ☐ babylonien ☐ arabe ☐ indien

Page 4 sur 4

5.3. Al-Kwarismi utilise deux opérations pour résoudre des équations du type ax + b = 0. Indique les en les cochant :

☒ Al-jabr ☐ Algorithme ☒ Al-muqabala ☐ Al-Kitab ☐ Al-jumma

5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les babyloniens ?

☐ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les arabes ?

☒ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques. Comment procédaient les babyloniens, les égyptiens ou les arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des ....

Thème 6 : Le théorème de Pythagore

6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un français ☐ un américain ☒ un grec

6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

☐ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☒ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; Lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☒ Egypte ☐ Algérie ☐ Ethiopie

6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien?

☒ une dizaine ☐ 30 ☐ une quinzaine ☐ 100 ☐ des centaines

6.5. Où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☐ en Egypte ☒ en Mésopotamie ☐ dans les Eléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

6.6. Un président américain a eu à démontré ce théorème ; comment s'appelle – t – il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☒ Kennedy ☐ Garfield ☐ Obama

E12 : Questionnaire rempli par Papa Abdoulaye Diop.

Page 1 sur 4

E24

QUESTIONNAIRE ELEVES UN AN APRES L'EXPERIMENTATION

Prénoms et Nom : Mame Mantoulaye Mbaye

Classe : 3^e^ pc^t^

Etablissement : CEM De MBAO

Sexe : ☒ F ☐ M

Nous avons l'année dernière expérimenté une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques à travers des activités, des exercices, un travail de recherche,…, portant sur l'histoire des mathématiques.

Réponds à chacune des questions, sur les pointillés ou en cochant une seule case sauf les questions 1.1.c, 2.1 et 5.3 où on peut cocher plusieurs cases.

Thème 1 : Intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques

1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plait-il ? ☒ Oui ☐ Non ☐ Ne sais pas

b) te parait-il ennuyeux ? ☐ Oui ☒ Non ☐ Ne sais pas

c) t'aide t-il à mieux

☐ mémoriser ☐ apprendre ☒ comprendre ☒ travailler

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

Faire des exposés sur les grandes mathématicien comme Euclide.

1.2. Qu'est ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

J'ai aimé cette manière d'enseigner la maths, on a su découvrir l'histoire de pythagore de l'Egypte et on comprend vite.

1.3. Qu'est ce que tu as le plus détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Rien !!!

Thème 2 : Transversal

2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ France ☐ Egypte ☒ Babylone ☐ USA ☐ Chine

2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

Jene sais pas

2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☒ Pythagore ☐ Thalès ☐ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-kwarizmi

2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☒ IIe siècle av. JC ☐ XXIe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av JC ☐ XVe siècle

2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur des pierres

b) Comment procédaient les égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur les mures

2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ?

☒ IIe siècle av. JC ☐ XXIe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av. JC ☐ XVe siècle

Thème 3 : Distance

3.1. Qui est Euclide ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un allemand ☐ un américain ☒ un grec

3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☐ en Alexandrie ☐ en Grèce ☐ aux USA ☒ en Allemagne

3.3. Que représentent les Eléments d'Euclide ?

☒ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

3.4. Les Eléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☒ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

3.5. Les enseignements des éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☒ oui ☐ non

3.6. Si oui donne un exemple :

Les nombres premiers existe jusqu'à maintenant

Page 3 sur 4

E24

Deuxième partie questionnaire élève un an après l'expérimentation

Prénoms et Nom : Mame Mantoulaye Mbaye

Classe : 3e PC1

Etablissement : CEMMBAO

Sexe : ☒ F ☐ M

Thème 4 : Historique des nombres

4.1. A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ?

☐ - 2000 ans ☐ IXe siècle ☐ - 35000 ans ☒ VIIe siècle av. JC ☐ - 8000 ans

4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les égyptiens pour écrire les nombre ?

☐ calculs ☒ hiéroglyphes ☐ alphabet ☐ chiffres ☐ lettres

4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☒ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☐ clou

4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres?

☒ des grecs ☐ des égyptiens ☐ des arabes ☐ des chinois ☐ des indiens

4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

entiers naturels, entiers relatifs, arithmétique, fraction nombres rationnels

4.6. Les nombre décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37, 2 :

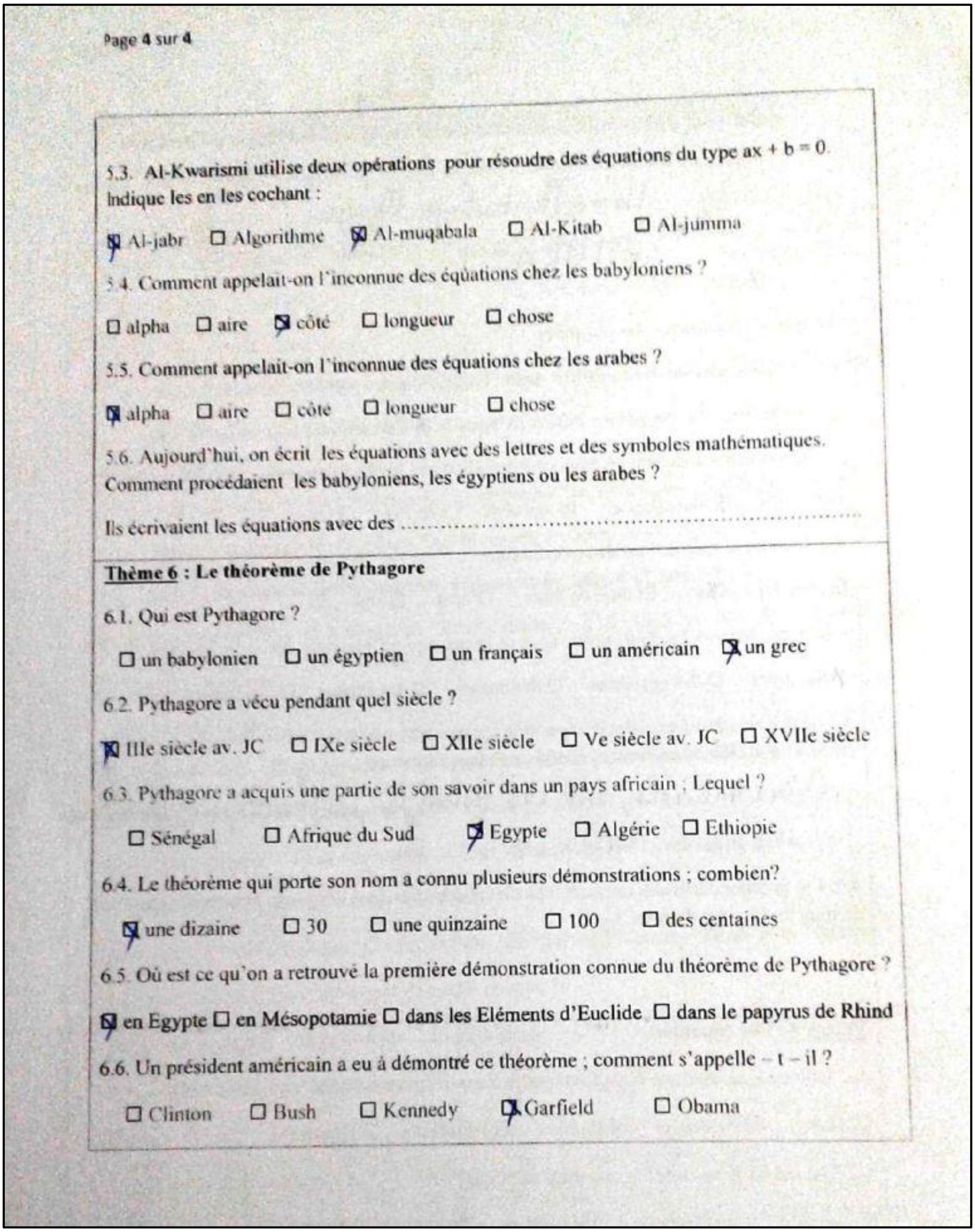
Thème 5 : Les équations

5.1. Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thalès ☐ Pythagore ☒ Euclide ☐ Diophante ☐ Hipparque

5.2. Qui est Al-Kwarismi ? un mathématicien …

☐ égyptien ☐ européen ☐ babylonien ☒ arabe ☐ indien



Page 4 sur 4

5.3. Al-Kwarismi utilise deux opérations pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$.
Indique les en les cochant :

☒ Al-jabr ☐ Algorithme ☒ Al-muqabala ☐ Al-Kitab ☐ Al-jumma

5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les babyloniens ?

☐ alpha ☐ aire ☒ côté ☐ longueur ☐ chose

5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les arabes ?

☒ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques.
Comment procédaient les babyloniens, les égyptiens ou les arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des ……………………………………………………

<u>Thème 6</u> : Le théorème de Pythagore

6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un français ☐ un américain ☒ un grec

6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

☒ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; Lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☒ Egypte ☐ Algérie ☐ Ethiopie

6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien?

☒ une dizaine ☐ 30 ☐ une quinzaine ☐ 100 ☐ des centaines

6.5. Où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☒ en Egypte ☐ en Mésopotamie ☐ dans les Eléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

6.6. Un président américain a eu à démontré ce théorème ; comment s'appelle – t – il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☐ Kennedy ☒ Garfield ☐ Obama

E24 : Questionnaire rempli par Mame Mantoulaye Mbaye.

Page 1 sur 4

E30

QUESTIONNAIRE ELEVES UN AN APRES L'EXPERIMENTATION

Prénoms et Nom : Yaye Oumy Ndiaye

Classe : 3e PC1

Etablissement : Com de Mbao

Sexe : ☒ F ☐ M

Nous avons l'année dernière expérimenté une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques à travers des activités, des exercices, un travail de recherche,…, portant sur l'histoire des mathématiques.

Réponds à chacune des questions, sur les pointillés ou en cochant une seule case sauf les questions 1.1.c, 2.1 et 5.3 où on peut cocher plusieurs cases.

Thème 1 : Intégration de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques

1.1. Cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques

a) te plait-il ? ☒ Oui ☐ Non ☐ Ne sais pas

b) te parait-il ennuyeux ? ☐ Oui ☒ Non ☐ Ne sais pas

c) t'aide t-il à mieux

☒ mémoriser ☒ apprendre ☒ comprendre ☐ travailler

d) Autres commentaires sur cette manière d'enseigner :

Cette nouvelle manière me convient bien et elle correspond à l'intelligence de mon esprit

1.2. Qu'est ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

C'est la manière d'exposé l'histoir des maths et c'est interressant et amusant aussi.

1.3. Qu'est ce que tu as le plus détesté dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Et bien néant

Thème 2 : Transversal

2.1. Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque ; dans quelles contrées ?

☐ France ☒ Egypte ☒ Babylone ☐ USA ☐ Chine

2.2. Quelle est la différence entre ces mathématiques grecques et celles de ces contrées ?

....

....

2.3. Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?

☒ Pythagore ☐ Thales ■ Euclide ☐ Diophante ☐ Al-kwarizmi

☐

2.4. Il a vécu pendant quel siècle ?

☒ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☐ VIe siècle av.JC ☐ XVe siècle

2.5. Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou sur des fichiers électroniques :

a) Comment procédaient les babyloniens ? Ils écrivaient les énoncés sur ...le sol (salle)

b) Comment procédaient les égyptiens ? Ils écrivaient les énoncés sur des pierres..............

2.6. Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ?

☐ IIe siècle av. JC ☐ XXe siècle ☐ IXe siècle ☒ VIe siècle av. JC ☐ XVe siècle

Thème 3 : Distance

3.1. Qui est Euclide ?

☒ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un allemand ☐ un américain ☐ un grec

3.2. Euclide a vécu dans quelle contrée ?

☐ en Mésopotamie ☒ en Alexandrie ☐ en Grèce ☐ aux USA ☐ en Allemagne

3.3. Que représentent les Eléments d'Euclide ?

☒ un ouvrage mathématique ☐ l'eau et l'air ☐ un livre d'histoire ☐ un recueil de contes

3.4. Les Eléments d'Euclide datent de quelle époque ?

☒ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☐ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

3.5. Les enseignements des éléments d'Euclide sont-ils actuels ?

☒ oui ☐ non

3.6. Si oui donne un exemple :

...les nombres premiers...

E30

Deuxième partie questionnaire élève un an après l'expérimentation

Prénoms et Nom : Yaye Oumy Diaye

Classe : 3e PC1

Etablissement : Cem de Mbao

Sexe : ☒ F ☐ M

Thème 4 : Historique des nombres

4.1. A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ?

☐ - 2000 ans ☐ IXe siècle ☐ - 35000 ans ☐ VIIe siècle av. JC ☐ - 8000 ans

4.2. Comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les égyptiens pour écrire les nombre ?

☐ calculis ☒ hiéroglyphes ☐ alphabet ☐ chiffres ☐ lettres

4.3. Indique le nom de l'un de ces symboles :

☐ chevron ☒ pi ☐ fleur de lotus ☐ cent ☐ clou

4.4. D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres?

☒ des grecs ☐ des égyptiens ☐ des arabes ☐ des chinois ☐ des indiens

4.5. Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels :

....

....

4.6. Les nombre décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire. Donne une ancienne écriture du nombre décimal 37, 2 :

$\frac{372}{10}$

Thème 5 : Les équations

5.1. Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations :

☐ Thales ☐ Pythagore ☒ Euclide ☐ Diophante ☐ Hipparque

5.2. Qui est Al-Kwarismi ? un mathématicien ...

☐ égyptien ☐ européen ☐ babylonien ☒ arabe ☐ indien

Page 4 sur 4

5.3. Al-Kwarismi utilise deux opérations pour résoudre des équations du type ax + b = 0. Indique les en les cochant :

☒ Al-jabr ☐ Algorithme ☒ Al-muqabala ☐ Al-Kitab ☐ Al-jumma

5.4. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les babyloniens ?

☒ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☐ chose

5.5. Comment appelait-on l'inconnue des équations chez les arabes ?

☐ alpha ☐ aire ☐ côté ☐ longueur ☒ chose

5.6. Aujourd'hui, on écrit les équations avec des lettres et des symboles mathématiques. Comment procédaient les babyloniens, les égyptiens ou les arabes ?

Ils écrivaient les équations avec des ..animaux..(signe..des...animaux)........

Thème 6 : Le théorème de Pythagore

6.1. Qui est Pythagore ?

☐ un babylonien ☐ un égyptien ☐ un français ☐ un américain ☒ un grec

6.2. Pythagore a vécu pendant quel siècle ?

■ IIIe siècle av. JC ☐ IXe siècle ☐ XIIe siècle ☒ Ve siècle av. JC ☐ XVIIe siècle

6.3. Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; Lequel ?

☐ Sénégal ☐ Afrique du Sud ☒ Egypte ☐ Algérie ☐ Ethiopie

6.4. Le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien?

☐ une dizaine ☐ 30 ☐ une quinzaine ☐ 100 ☒ des centaines

6.5. Où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ?

☐ en Egypte ☐ en Mésopotamie ☒ dans les Eléments d'Euclide ☐ dans le papyrus de Rhind

6.6. Un président américain a eu à démontré ce théorème ; comment s'appelle – t – il ?

☐ Clinton ☐ Bush ☐ Kennedy ☒ Garfield ☐ Obama

E30 : Questionnaire rempli par Yaye Oumy Ndiaye.

Annexe 20

Tableau de recueil des réponses au questionnaire des élèves un an après l'expérimentation

A20.1. Première partie du questionnaire (questions 1 à 3.6)

Q / E	1.1.a	1.1.b	1.1.c	1. 1.d	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5.a	2.5.b	2.6	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
E1	O	N	m-c	Néant	Travail de recherche-découverte de certains scientifiques	Manière d'apprendre la géométrie	France-USA	vide	Pythagore – Euclide	$2^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C.	sable	Papyrus	$15^{\text{ème}}$ s	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$9^{\text{ème}}$ s	N	-
E2	O	N	c-t	m'a aidé à bien comprendre, c'est intéressant	Recherche sur l'histoire des maths	Néant	Égypte	écritures	Euclide	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Papier	Mur	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.C	N	-
E3	O	N	c-t	La manière d'enseigner me plait	La manière d'enseigner, les explications et les exercices	Néant	Égypte	Ne sait pas	Euclide	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Feuille	Mur	$9^{\text{ème}}$ s	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	N	-
E4	O	N	a-c	Enseigner de cette manière dans des classes où il n'y a pas de bruit	L'histoire d'Euclide	Les activités géométriques qui ont des solutions liées.	Égypte, Babylone	Pas de différence	Euclide	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Tabouret	Sol	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Mésopotamie	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	O	Théorème de Pythagore
E5	O	N	c-t	Explications claires, meilleure compréhension	Les équations et le théorème de Pythagore	Néant	Égypte	Enoncés différents	Euclide	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Feuilles d'arbres	Mur	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	N	-
E6	O	N	a-c	Cette manière d'enseigner est bien mais il faut améliorer	Les nouvelles manières d'expliquer la géométrie	Néant	Égypte, Babylone	-	Euclide	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Nsp	Nsp	$9^{\text{ème}}$ s	Grec	Grèce	Recueil de contes	$9^{\text{ème}}$ s	O	On enseigne encore la géométrie
E7	Nsp	Nsp	m-a-c-t	Néant	Travail du groupe, la participation des élèves, la façon d'expliquer	Néant	Égypte, Chine	Les écritures en mathématiques	Pythagore – Euclide	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Nsp	Nsp	$20^{\text{ème}}$ s	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$5^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	N	-
E8	O	N	m-a-c	Connaissance de beaucoup de choses sur l'histoire des maths	Le théorème de Pythagore	Néant	Égypte	L'écriture	Euclide	$9^{\text{ème}}$ s	Tablettes	Murs	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$5^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	O	Le théorème de Pythagore
E9	O	N	a-c-t	Cette manière d'enseigner est bonne	Nous permet de bien travailler	Néant	Égypte, Babylone	-	Euclide	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Feuille	Bois	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Mésopotamie	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	N	-
E10	O	N	a-c-t	Néant	Nous permet de mieux	Néant	Égypte	Nsp	Pythagore	$6^{\text{ème}}$ s av.	Nsp	Pierres	$15^{\text{ème}}$ s	Grec	Grèce	Ouvrage	$17^{\text{ème}}$	N	-

					comprendre les leçons					J.-C.						mathématique	siècle		
E11	Nsp	N	a-c-t	Néant	Théorème de Pythagore	Rien	Égypte	Nsp	Pythagore	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Nsp	Pierres	$20^{\text{ème}}$ s	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$17^{\text{ème}}$ siècle	N	-
E12	O	N	m-c	Méthode intéressante avec les détails	La manière d'expliquer	Temps pour expliquer insuffisant	Égypte	Ecritures différentes	Euclide	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Feuilles d'arbres	Murs	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	O	Sa géométrie
E13	O	N	m-a-c-t	Un bon choix	Meilleure compréhension des math qui me semblait difficile	rien	Égypte, Babylone	Nsp	Pythagore	$20^{\text{ème}}$ s	Pierres	Feuilles	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$17^{\text{ème}}$ s	O	Je ne me rappelle plus
E14	O	N	m-a-c-t	Importante, nous pousse à réfléchir	La nouvelle technologie	Néant	Égypte, Babylone	Les objets de comptage	Thalès	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Les tableaux	Les livres	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Babylonien	Mésopotamie	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	N	-
E15	O	N	m-a-c-t	Cette manière ne doit pas s'arrêter	Les travaux de recherche et les exercices	Rien	Égypte, Babylone	Avant les contrées les théorèmes n'existaient pas	Pythagore	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Des pierres	Des livres	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	$3^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	O	J'ai oublié
E16	O	N	m-a-c-t	Aider les élèves à mieux comprendre et à avoir de bonnes notes	Apprendre avec l'ordinateur	Rien	Égypte, Babylone	Nsp	Pythagore	$2^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Des pierres	Des livres	Néant	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	Néant	O	Ne sais pas
E17	O	N	m-a-c-t	Néant	Les activités géométriques et les nombres rationnels	Rien	Égypte	Nsp	Euclide	$20^{\text{ème}}$ siècle	Tableau	Ecran	$6^{\text{ème}}$ s av. J.-C.	Égyptien	Grèce	Ouvrage mathématique	$17^{\text{ème}}$ s	N	Le théorème de Pythagore
E18	O	N	c- t	C'est intéressant	Le théorème de Pythagore	Rien	Égypte	Nsp	Euclide	9^{e} siècle	Les livres	Les murs	9^{e} siècle	Grec	Alexandrie	Ouvrage mathématique	9^{e} siècle	N	-
E19	O	N	m-c	Néant	L'histoire des maths	Rien	Égypte, Babylone	Les écritures et des maths un peu différentes	Euclide	Néant	Nsp	Par terre	Nsp	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	Ne sais pas	O	Histoire d'Euclide
E20	O	N	m-a-c	Nous aide à comprendre	Les explications et les cours d'informatique	Ce que je ne comprends pas aux cours et exercices	Égypte, Chine	Réponse pas claire	Pythagore	6^{e} s av. J.-C.	Néant	Les murs	2^{e} s av. J.-C..	Grec	Grèce	Livre d'histoire	3^{e} s av. J.-C.	O	La géométrie
E21	O	N	m-c	Néant	L'histoire des math et les découvertes	Rien	Babylone	Néant	Pythagore	6^{e} s av. J.-C.	Pierres	Les murs	15^{e} siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	3^{e} s av. J.-C.	O	Les nombres premiers
E22	O	N	m-a-c	Ne sais pas	Le tracé des triangles	Rien	Babylone	Nsp	Euclide	6^{e} s av. J.-C.	Les livres	Des fichiers	Néant	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	5^{e} s av. J.-C.	O	Néant
E23	O	N	m-a-c	Correspond à l'intelligence	La manière d'exposer l'histoire des math	Rien	Égypte	Néant	Euclide	6^{e} s av. J.-C.	Nsp	Des pierres	6^{e} s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	5^{e} s av. J.-C.	O	Les nombres premiers
E24	O	N	c-t	Faire des exposés sur les grands mathématiciens	On comprend vite et on a découvert l'histoire de Pythagore	Rien	Babylone	Nsp	Pythagore	2^{e} s av. J.-C.	Des pierres	Des murs	2^{e} s av. J.-C.	Grec	Allemagne	Ouvrage mathématique	3^{e} s av. J.-C.	O	Les nombres premiers

E25	O	N	c-t	Néant	Le travail de recherche et la connaissance de l'histoire des maths	Néant	France, Égypte	Je ne me souviens pas	Euclide	15ème siècle	Le tableau	Les salles	20ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	17ème siècle	N	-
E26	O	N	a-c-t	Néant	Comprendre les maths, connaître ses origines et par qui	Le bavardage des élèves	Égypte, Chine	Les Grecs continuaient le travail de ces contrées	Pythagore	6ème s av. J.-C.	Des pierres	Des murs	20ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	9ème siècle	O	La géométrie d'Euclide
E27	O	N	c-t	Cette manière nous aide à aimer les maths	Le théorème de Pythagore et Thalès	Rien	Égypte	L'écriture	Euclide	6ème s av. J.-C.	Des tablettes	Les murs	15ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	5ème s av. J.-C.	O	$ax = b$
E28	O	N	m-a-c-t	M'aide à mieux aimer les maths	L'histoire sur Pythagore et Thalès	Rien	Égypte, Babylone	Améliora-tion des maths	Euclide	6ème s av. J.-C.	Néant	Néant	6ème s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	5ème s av. J.-C.	O	Je ne me souviens plus
E29	Nsp	N	a-c-t	Néant	J'ai aimé la technique	Rien	Égypte	Nsp	Pythagore	6ème s av. J.-C.	Je ne sais pas	Les pierres	15ème siècle	Grec	Grèce	Recueil de contes	9ème siècle	N	-
E30	O	N	m- a-c	Elle me convient	C'est intéressant et amusant	Rien	Égypte, Babylone	Néant	Pythagore	2ème s av. J.-C.	Le sable	Des pierres	6ème s av. J.-C.	Babylonien	Alexandrie	Ouvrage mathématique	3ème s av. J.-C.	O	Les nombres premiers
E31	O	N	c-t	Néant	Les explications l'histoire des math et les découvertes	Néant	Égypte, Babylone	Nsp	Pythagore	2ème siècle av. J.-C.	Des pierres	Les murs	6ème s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	3ème s av. J.-C.	O	Nombres premiers
E32	O	N	a-c	Un peu difficile	Les équations et le théorème de Pythagore	Rien	Égypte, Chine	Nsp	Pythagore	15ème siècle	Les livres	Je ne sais pas	6ème s av. J.-C.	Égyptien	Grèce	Ouvrage mathématique	17ème siècle	O	Nsp
E33	O	N	m-a-c-t	Néant	Les groupes de travail, les exercices, l'histoire des math	La pression engendrée	Égypte, Babylone	Nsp	Euclide	9ème siécle	Les livres	Les fichiers	9ème siècle	Grec	Mésopotamie	Ouvrage mathématique – livre d'histoire	17ème siècle	N	-
E34	O	N	m-a-c-t	Meilleure compréhension des math	J'ai tout aimé	Rien	Égypte, Babylone	Nsp	Euclide	9ème siècle	Je ne sais pas	Les pyramides	9ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	17ème siècle	O	Néant
E35	O	N	a– c –t	Tout ce qu'un prof doit exécuter a été fait	La compréhension, les leçons bien faites et les exercices	Rien	Égypte, Babylone	L'écriture	Thalès, Euclide	6ème s av. J.-C.	Les murs	Les temples	9ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	5ème s av. J.-C.	O	La distance
E36	O	N	m-a-c	Mieux comprendre, savoir, retenir et apprendre	Les explications sur les nombres rationnels	Néant	Égypte, Babylone, USA	Nsp	Euclide	9ème siècle	Je ne sais pas	Des pierres	15ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	9ème siècle	N	-
E37	O	N	a-c-t	Néant	Intéressant et plus facile à comprendre	Néant	Égypte, Babylone	Les maths de ces contrées plus antiques	Pythagore	6ème s av. J.-C.	Je ne sais pas	Je ne sais pas	6ème s av. J.-C.	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	12ème siècle	N	-
E38	O	N	a-c	Pas de commentaire	Meilleure compréhension – aventure dans l'histoire des math	Rien	Égypte	Nsp	Euclide	6ème s av. J.-C.	Je ne sais pas	Je ne sais pas	15ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	12ème siècle	O	Nsp
E39	O	N	m-a-c-t	Cette manière nous a beaucoup aidés	Les explications et les expériences	Rien	Égypte, Babylone	Néant	Pythagore	Néant	Des fichiers	Des livres	6ème s av. J.-	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	9ème siècle	N	-

													C.						
E40	O	N	a-c	Pas de commentaires	La façon d'expliquer et les nombreux exercices	Rien	Égypte, Babylone, USA	Mathématiques moins simples que celles des contrées	Pythagore	6ème s av. J.-C.	Les livres	Les fichiers	15ème siècle	Grec	Grèce	Ouvrage mathématique	17ème siècle	O	Equation
E41	O	N	c-t	Néant	Théorème de Pythagore – Equations	Rien	France, Égypte, Babylone	Nsp	Euclide	9ème siècle	Les livres	Les fichiers	15ème siècle	Grec	Grèce	Livre d'histoire	17ème siècle	N	-

A20.2. Deuxième partie du questionnaire (questions 4.1 à 6.6)

Q \ E	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6
E1	-35m	Hiéroglyphes	Chevron-pi-fleur	Arabes	Da-en-f-er-nr	Néant	Euclide	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Côté	Chose	Néant	Américain	12ème s	Égypte	quinzaine	Néant	Garfield
E2	-35m	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	En--er-da-nr-f	37/2	Pythagore	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Alpha	Hiéroglyphes	Grec	Néant	Égypte	Néant	Égypte	Garfield
E3	Néant	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Da-f-nr	II, XXXVII, II	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Côté	Chiffres romains	Grec	3ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Éléments d'Euclide	Garfield
E4	7e s av. J.-C.	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Da-en-er-f-nr	XXXVII, II	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Côté	Longueur	Chiffre romain	Babylonien	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Éléments d'Euclide	Garfield
E5	-35m	Hieroglyphes	Pi	Grecs – Égyptiens	En-da-er-f-nr	Néant	Diophante	Néant	Al-jabr, al-muqabala	Aire	Longueur	Hiéroglyphes	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Mésopotamie	Clinton
E6	Néant	Hiéroglyphes	Néant	Grecs	En-da-nr-er-nr	Néant	Hipparque	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Néant	Néant	Néant	Grec	12ème s	Égypte	Dizaine	Égypte	Clinton
E7	-35m	Hiéroglyphe	Pi	Arabes	Da-er-en-f-nr	Néant	Pythagore	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Aire	Alpha	Néant	Grec	17ème s	Algérie	Quinzaine	Éléments d'Euclide	Kennedy
E8	Néant	Hiéroglyphes	Pi	Grecs-Égyptiens	En-er-f-da-nr	Néant	Thalès	Babylonien	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Aire	Néant	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	30	Papyrus	Garfield
E9	-35m	Hieroglyphes	Pi	Grecs-Égyptiens	En-d-f-er-a-nr	Néant	Diophante	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Longueur	Alpha	Papyrus	Égyptien	3ème s av.	Égypte	Centaines	Égypte	Clinton
E10	-8m	Hiéroglyphes	Chevron	Grec	Ar-en-d-f-er-nr	Symboles chinois	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Chiffres	Égyptien	17ème s	Égypte	Dizaine	Papyrus	Garfiel
E11	-2m	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Da-f-er-en-nr	Néant	Pythagore	Babylonien	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Pierres	Égyptien	5ème s av. J.-C.	Égypte	Centaines	Mésopotamie	Clinton
E12	-2m	Hiéroglyphes	Clou	Grecs	En-a-er-d-f-nr	Néant	Diophante	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Néant	Alpha	Néant	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Mésopotamie	Kennedy
E13	-35m	Hiéroglyphes	Pi	Égyptiens	Er-en-er-nr-da	XXXVII, II	Euclide	Égyptien	Al-Kitab	Alpha	Côté	Néant	Égyptien	5ème s av J.-C.	Égypte	Centaines	Éléments d'Euclide	Garfield
E14	-2m	Hiéroglyphes	Pi	Égyptiens	En-da-er-f-nr	37 et 2	Euclide	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Alpha	Inconnus	Babylonien	17ème s	Égypte	Une dizaine	Égypte	Clinton

E15	9e s	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Nr-er-da-en-f	XXXVII, II	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Chiffres romains	Égyptien	3ème s av. J.-C.	Égypte	30	Égypte	Garfield
E16	7e s av. J.-C.	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Da-f-nr-en-er	XXXVII, II	Euclide	Égyptien	Al-kitab	Alpha	Chose	Chiffres romains	Égyptien-grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Quinzaine	Mesopotamie – Éléments d'Euclide	Garfield
E17	-35m	Chiffres	Pi	Grecs	Nr-en-da-en-f	Néant	Euclide	Égyptien	Al-muqabala	Côté	Aire	Symboles	Égyptien-grec	12ème s	Égypte	Centaines	Payrus	Kennedy
E18	-2m	Hiéroglyphes	Chevron	Grecs	Da-en-er-f-nr	Ne sais pas	Pythagore	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Chose	Alpha	Néant	Babylonien	12ème s	Égypte	30	Payrus	Clinton
E19	Néant	Hiéroglyphes	Chevron	Arabes	En-d-er-f-nr	XXXVII, II	Thalès	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Chose	Alpha	Égyptien	Babylonien	Néant	Égypte	Dizaine	Éléments d'Euclide	Clinton
E20	7e s av. J.-C.	Calculi	Chevron	Grecs	Da-er-f-en-nr	Je ne sais pas	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Lettres	Grec	3ème s av. J.-C.	Afrique du Sud	100	Elements d'Euclide	Kennedy
E21	Néant	Hiéroglyphes	Pi	Néant	f-en	37.2	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Alpha	Néant	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Néant	Garfield
E22	9e s	Calculis	Pi	Égyptiens	Da-er-en-nr-f	Ooblié	Euclide	Égyptien	Almuqabala	Aire	Alpha	Néant	Grec	5ème s av.J.-C.	Égypte	Diziane	Elements d'Euclide	Clinton
E23	7e s av. J.-C.	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	En-er-da-f-nr	7	Thalès	Babylonien	Al-jabr, al-muqabala	Alpha-chose	Alpha-chose	Symbole	Grec	5ème s av. J.-C.	Sénégal	Quinzaine	Éléments d'Euclide	Garfield
E24	7e s av. J.-C.	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	En-er-a-f-nr	Néant	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Côté	Alpha	Néant	Grec	3ème s av.J.-C.	Égypte	Dizaine	Égypte	Garfield
E25	-8m	Hiéroglyphes-chiffres	Cent	Arabes	En-da-er-nr-f	Néant	Al-khwarismi	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Alpha	Alpha	Babylonien	12ème s	Égypte	Quinzaine	Papyrus de Rhind	Clinton
E26	9e s	Hiéroglyphes	Pi	Arabes	Nr-en-er-f-da	Je sais pas	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Aire	Alpha	Plumes	Égyptien	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Mésopotamie-Éléments d'Euclide	Clinton
E27	7e s av. J.-C.	Hiéroglyphes	Pi	Grecs-chinois	En-er-da-f-nr	Néant	Thalès	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Lettres	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Quinzaine	Papyrus	Garfield
E28	-35m	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Da-en-er-f-nr	Néant	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha-chose	Alpha	Hiéroglyph es	Grec	Néant	Égypte	Néant	Égypte	Garfield
E29	-8m	Hiéroglyphes	Clou	Grecs	Er-en-da-f-nr	Symboles chinois	Thalès	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Côté	Alpha	Plumes	Égyptien	9ème s	Sénégal	Centaines	Égypte	Bush
E30	Néant	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Néant	372/10	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Signe des animaux	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Centaines	Éléments d'Euclide	Garfield
E31	-35m	Hiéroglyphes	Pi	Égyptien	a-er-en-d-nr	Néant	Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Côté	Alpha	Lettres en chiffres romains	Grec	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Éléments d'Euclide	Garfield
E32	-35m	Lettres	Pi	Chinois	Ne sais pas	Ne sais pas	Thalès	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha-chose	Alpha-aire	Néant	Grec	12ème s	Afrique du Sud	Quinzaine	Papyrus	Kennedy
E33	-35m	Hiéroglyphes	Néant	Égyptiens	Da-en-er-nr-f	Ne sais pas	Diophante	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Longueur	Ne sais pas	Babylonien	5ème s av. J.-C.	Afrique du Sud	Centaines	Elements d'Euclide	Bush
E34	-2m	Hiéroglyphes	Cent	Grecs	En-er-da-f-nr	Ne sais pas	Thalès-Pythagore-Euclide	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Côté	Alpha	Chiffres	Babylonien	3ème s av. J.-C.	Afrique du Sud	Centaines	Éléments d'Euclide	Clinton
E35	Néant	Hiéroglyphes	Pi	Égyptiens	Da-en-f-er-nr	Néant	Euclide	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Aire	Alpha	Néant	Babylonien	12ème s	Sénégal	Centaines	Néant	Garfield
E36	-2m	Hiéroglyphes	Chevron	Grecs	Da-f-nr-er-en	Ne sais pas	Pythagore	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Ne sais pas	Babylonien	12ème s	Égypte	30	Papyrus	Clinton

E37	-35m	Hiéroglyphes	Néant	Égyptiens	Néant	372/10	Pythagore	Égyptien	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Alpha	Néant	Égyptien	5ème s av. J.-C.	Égypte	Dizaine	Égypte	Garfield
E38	-8m	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Ne sais pas	Ne sais pas	Thalès	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Chose	Ne sais pas	Égyptien	12ème s	Algérien	Quinzaine	Papyrus	Garfield
E39	7^{e} s av. J.-C.	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Da-en-f-er-nr	Néant	Thalès	Arabe	Al-jabr, al-muqabala	Alpha	Alpha	Néant	Grec	Néant	Égypte	Néant	Égypte	Clinton
E40	-2m	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	En-er-da-f-nr	3,14	Pythagore	Babylonien	Al-jabr, al-muqabala	Aire	Alpha	Lettres	Babylonien	3ème s av. J.-C.	Égypte	Centaines	Mésopotamie	Garfield
E41	Néant	Hiéroglyphes	Pi	Grecs	Er-da-nr-f	Néant	Thalès	Babylonien	Al-jabr	Alpha	Chose	Symboles	Grec	17ème s	Égypte	Quinzaine	Mésopotamie	Garfield

Annexe 21

Transcription des dialogues découlant d'entretiens de l'expérimentateur avec des élèves, un an après l'expérimentation

A21.1. Entretien avec l'élève Sokhna Faye (SF)

M. Sagna : ok / donc bonjour.
Elève : bonjour.
M. Sagna : donc / je suis M. Sagna.
Elève : moi c'est Sokhna Faye.
M. Sagna : toi c'est Sokhna Faye !
Elève : oui.
M. Sagna : ok / donc l'année dernière on a eu à expérimenter une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques et j'aimerais te poser quelques questions.
Elève : ok je suis à votre écoute.
M. Sagna : ok, merci / donc la nouvelle manière d'enseigner les mathématiques que nous avons expérimentée l'année dernière, est ce qu'elle t'a plu ?
Elève : oui, ça m'a vraiment très plu.
M. Sagna : hum.
Elève : oui.
M. Sagna : est-ce qu'elle te parait ennuyeuse, cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?
Elève : non / non ça ne me parait pas ennuyeux.
M. Sagna : Hum.
Elève : oui.
M. Sagna : est-ce que ça t'aide à mieux mémoriser, à mieux apprendre, à mieux comprendre, à mieux travailler ?
Elève : ça m'a aidé à mieux comprendre et à mieux mémoriser.
M. Sagna : hum, et pourquoi penses-tu que ça t'a aidé à mieux travailler et à mieux mémoriser ?
Elève : parce que cette méthode d'enseigner les mathématiques ça nous a aidé en classe / parce que l'année dernière au début, j'étais très faible en mathématiques / Mais par la suite, en évoluant je me suis rendu compte que les mathématiques semblaient faciles.
M. Sagna : oui ?
Elève : c'était ça.
M. Sagna : ok, c'est bien / est-ce que tu as d'autres commentaires par rapport à cette manière d'enseigner les mathématiques ?
Elève : hum / satisfaisant / à continuer.
M. Sagna : Et qu'est-ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ?

Elève : lorsque nous étions partis à la salle informatique / parce que moi j'aime travailler avec les ordinateurs.
M. Sagna : oui, les ordinateurs ?
Elève : c'est seulement ça.
M. Sagna : pour faire des recherches ?
Elève : oui.
M. Sagna : ok et qu'est-ce que tu as le plus / qu'est-ce tu as le plus détesté dans cette manière d'enseigner les mathématiques ?
Elève : je crois bien que je n'ai rien détesté / j'ai tout aimé.
M. Sagna : hum.
Elève : oui.
M. Sagna : bien, donc on revient à ce qu'on a eu à faire l'année dernière.
Elève : d'accord.
M. Sagna : et par rapport à ce travail, donc on a vu qu'il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque / Donc à travers tout ce qu'on a eu à faire l'année dernière, c'est sûr qu'il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque. / Maintenant dans quelles contrées ? / Est-ce que c'est en France, est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est à Babylone, est-ce que c'est aux USA ? Est-ce que c'est en Chine ?
Elève : si je crois bien que c'était en Égypte.
M. Sagna : c'était en Égypte ? / En Égypte uniquement ?
Elève : en Égypte et en Babylone.
M. Sagna : et à Babylone ? Ok / Donc quelle est la différence entre les mathématiques grecques de l'antiquité et celles de ces contrées ? / Et celles de Babylone ou bien d'Égypte ? / Est-ce que tu as senti des différences ?
Elève : non.
M. Sagna : tu n'as pas senti une différence ? Est-ce que ce sont les mêmes mathématiques ?
Elève : non, ce ne sont pas les mêmes mathématiques.
M. Sagna : et qu'est-ce qui fait la différence ?
Elève : la différence ! / Je crois bien que j'ai oublié.
M. Sagna : ah, tu as oublié ? ah, c'est pas méchant / Et qui est le fondateur de la géométrie grecque ? Est-ce que c'est Pythagore ? Est-ce que c'est Thalès ? Est-ce que c'est Euclide ? Est-ce que c'est Diophante ? Est-ce que c'est Al-Khwârismî ?
Elève : je crois bien que c'est Al-Khwârismî.
M. Sagna : Al-Khwârismî ? Le fondateur de la géométrie grecque ?
Elève : oui.
M. Sagna : Al-Khwârismî est-ce que c'est un Grec ?
Elève : non, non ! / Pythagore.
M. Sagna : Comment ?
Elève : Pythagore.
M. Sagna : rires / Ah ok / Donc on retient Pythagore / Et donc / Aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou dans des fichiers électroniques / N'est-ce pas ? / Tous les énoncés, on les retrouve dans des livres, dans des cahiers, dans des fichiers électroniques / Tu vois ? / Donc comment procédaient les Babyloniens ? / Où est-ce qu'ils écrivaient les énoncés mathématiques ? / Les Babyloniens par exemple ?
Elève : ils écrivaient ça sur des pierres.
M. Sagna : sur des pierres ?
Elève : oui.

M. Sagna : et les Égyptiens ? Où est-ce qu'ils écrivaient les énoncés mathématiques ? / Les Égyptiens ?
Elève : je crois bien que j'ai oublié.
M. Sagna : tu as oublié ?
Elève : oui.
M. Sagna : et durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'histoire ? / Parce qu'à une période de l'histoire on a eu vraiment l'éclosion des mathématiques arabes. / Maintenant on te dit est-ce que c'est II^ème^ siècle avant J.-C. ? Est-ce que c'est XX^ème^ siècle ? Est-ce que c'est au IX^ème^ siècle ? Au VI^ème^ siècle avant J.-C. ? Est-ce que c'est au XV^ème^ siècle ?
Elève : VI^ème^ siècle avant J.-C.
M. Sagna : au VIème siècle ? / Avant J.-C. ?
Elève : oui
M. Sagna : merci / Et qui est Euclide ? Est-ce que c'est un Babylonien ? Est-ce que c'est un Égyptien ? Est-ce que c'est un Allemand ? Un Américain ou un Grec ?
Elève : Euclide est un / un Babylonien.
M. Sagna : Euclide est un Babylonien ?
Elève : non, non, un Grec.
M. Sagna : un Grec ? / Ok / Tu es sûre ? / Rires.
Elève : oui.
M. Sagna : ok, c'est ça / Faut pas te mettre la pression / Tu prends le temps nécessaire vraiment pour donner tes réponses.
Elève : d'accord.
M. Sagna : et il a vécu dans quelles contrées ? Euclide ? / Est-ce que c'est en Mésopotamie ? Est-ce que c'est en Alexandrie ? Est-ce que c'est en Grèce ? Est-ce que c'est aux USA ? Est-ce que c'est en Allemagne ?
Elève : il a vécu en Grèce.
Sagna : il a vécu en Grèce / Merci et que représentent les Éléments d'Euclide ? / On a eu à travailler sur les Éléments d'Euclide / Est-ce que tu te souviens ? / On te dit qu'est-ce que ça représente ? Est-ce que c'est un ouvrage mathématique ? Est-ce que ça représente l'eau et l'air ? Est-ce que c'est un livre d'Histoire ? Est-ce que c'est un recueil de contes ?
Elève : C'est un ouvrage mathématique.
M. Sagna : C'est un ouvrage mathématique, ok ! / Les Éléments d'Euclide datent de quelle époque ? Est-ce qu'ils datent du III^ème^ siècle avant J.-C. ? Est-ce ça date du IX^ème^ siècle ? Est-ce qu'ils datent du XII^ème^ siècle ou bien du XVII^ème^ siècle ? / Selon toi ça date de quelle époque ?
Elève : du III^ème^ siècle avant J.-C.
M. Sagna : III^ème^ siècle avant J.-C. / Tu peux parler fort ? Hum / Les enseignements des Éléments d'Euclide sont-ils actuels ? Est-ce qu'il existe des enseignements qu'on retrouve aujourd'hui dans nos classes ? C'est ça actuel / Est-ce que les enseignements d'Euclide sont actuels ?
Elève : oui
M. Sagna : est-ce qu'il y a des enseignements qu'on retrouve aujourd'hui dans nos classes ?
Elève : oui
M. Sagna : lesquels par exemple ? / Est-ce que tu peux donner un exemple ?
Elève : la multiplication euclidienne.
M. Sagna : la multiplication euclidienne ?

Elève : oui.
M. Sagna : ok / Merci / Donc à quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ? / On a eu à faire un travail sur l'historique des nombres et / hésitations / Est-ce que c'est - 2000 ans, c'est-à-dire 2000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est au IX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est - 35000, c'est-à-dire 35000 ans avant J.-C. ? / Ou bien est-ce que c'est au VII^{ème} siècle avant J.-C. ?/ Ou bien - 8000 ans, c'est-à-dire 8000 ans avant J.-C. ? / Selon toi, à quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ?
Elève : - 2000 ans.
M. Sagna : donc - 2000 ans / Et comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les Égyptiens pour écrire les nombres ? / Donc / Les Égyptiens n'utilisaient pas les mêmes symboles que nous, tu es d'accord ? / Maintenant on te demande comment s'appellent les symboles qu'ils utilisaient ? / Est-ce que c'est les calculi ? Est-ce que c'est les hiéroglyphes ? Est-ce que c'est l'alphabet ? Est-ce que c'est les chiffres ? Est-ce que ce sont les lettres ?
Elève : c'était des hiéroglyphes.
M. Sagna : c'était des hiéroglyphes / Est-ce que tu peux indiquer le nom d'un symbole ? / Le nom de l'un des symboles ? / Est-ce qu'ils utilisaient le chevron ? Est-ce qu'ils utilisaient Pi ? Est-ce qu'ils utilisaient la fleur de Lotus ? cent ? Est-ce qu'ils utilisaient un clou parmi leurs symboles ?
Elève : Ils utilisaient Pi.
M. Sagna : Pi ?
Elève : oui.
M. Sagna : ok / et d'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres ? / Est-ce ces chiffres viennent des Grecs ? Est-ce qu'ils viennent des Égyptiens ? Des Arabes ? Des Chinois ou des Indiens ?
Elève : je crois bien qu'ils viennent des Grecs.
M. Sagna : ils viennent des Grecs ? Les nombres que nous utilisons ?
Elève : oui
M. Sagna : ok / donc on te demande maintenant d'ordonner selon leur ordre d'apparition les nombres suivants / Il y a les entiers naturels, il y a les décimaux arithmétiques, il y a les fractions, il y a les entiers relatifs, il y a les rationnels / Donc on te demande d'ordonner c'est-à-dire tu commences par citer les premiers nombres selon toi que l'homme a connu.
Elève : les entiers naturels.
M. Sagna : les entiers naturels / et après les entiers naturels qu'est-ce qui vient ?
Elève : les rationnels.
M. Sagna : les rationnels / et après les rationnels ?
Elève : les entiers naturels.
M. Sagna : les entiers naturels ? / Tu en as déjà parlé.
Elève : les entiers relatifs.
M. Sagna : les entiers relatifs / Ensuite ?
Elève : les décimaux arithmétiques.
M. Sagna : les décimaux arithmétiques ?
Elève : enfin les fractions.
M. Sagna : et enfin les fractions / Ok / Donc / les nombres décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire / ça également on l'a vu / Donc on te demande de donner une ancienne écriture du nombre décimal 37,2 / Donc est-ce que tu peux donner une ancienne écriture / 37,2 / Avant ? /
Elève : trois X.

M. Sagna : 37 / 37, 2 ? / Comment on l'écrivait avant ?
Elève : trois X / Un V / deux barres / virgule deux barres.
M. Sagna : rires / Ah ok / Tu essayes d'utiliser la notation romaine.
Elève : oui.
M. Sagna : oui / Non mais là / La notation romaine, c'est peut-être avec des entiers naturels / Tu vois ? / Mais les nombres décimaux heu, c'est pas au juste / C'est pas la notation romaine qu'il s'agit / C'est pas, …, tu te rappelles pas ? / Ok, heu, …, et tu ne sais pas à qui nous devons ces / Bon, comme tu n'as pas répondu, c'est pas méchant / Nous allons passer aux équations / Donc on te demande de citer une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations / Donc on te demande de citer, d'indiquer le nom de l'une des figures marquantes grecques qui a travaillé sur les équations / Est-ce que c'est Thalès ? Est-ce que c'est Pythagore ? Est-ce que c'est Euclide ? Est-ce que c'est Diophante ? Est-ce que c'est Hipparque ?
Elève : Euclide
M. Sagna : c'est Euclide ?
Elève : oui.
M. Sagna : Merci / Et selon toi qui est Al-Khwârismî ? / Est-ce que c'est un mathématicien égyptien ? Est-ce que c'est un mathématicien européen ? Est-ce que c'est un mathématicien babylonien ? Est-ce que c'est un mathématicien arabe ? Est-ce que c'est un mathématicien indien ?
Elève : c'est un mathématicien arabe.
M. Sagna : c'est un mathématicien arabe / Merci / Donc Al-Khwârismî utilise deux opérations pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$, n'est-ce pas ? / ça également nous l'avons vu / On te demande quelles sont ces deux opérations : Est-ce que c'est Al-jabr ? Est-ce que c'est algorithme ? Est-ce que c'est al-muqabala ? Est-ce que c'est al-kitab ? Est-ce que c'est al-jumma ?
Elève : je crois bien que c'est al-jabr et al-muqabala.
M. Sagna : c'est al-jabr et al-muqabala / Merci / Donc comment appelle-t-on / hésitations / l'inconnue des équations chez les Babyloniens ? / Donc est-ce que les Babyloniens appelaient leurs inconnues au niveau des équations bien sûr / Est-ce qu'ils les appelaient alpha ou bien est-ce qu'ils les appelaient / Est-ce qu'ils appelaient l'inconnue aire ? Est-ce qu'ils appelaient l'inconnue côté, longueur ou bien chose ? / Donc comment les Babyloniens appelaient-ils l'inconnue ?
Elève : chose.
M. Sagna : ils appelaient l'inconnue chose / Merci / Et comment appelait-on l'inconnue des équations chez les Arabes ? / La même chose ? / Est-ce que les Arabes appelaient l'inconnue alpha, aire, côté, longueur ou bien chose ?
Elève : alpha.
M. Sagna : donc les Arabes appelaient l'inconnue alpha / Merci. / Donc aujourd'hui on écrit les équations avec des lettres et des symboles / Tu es d'accord ? / Comme par exemple $2x + 1 = 0$ / Donc on a des lettres, des chiffres et des symboles etc. / Et comment procédaient les Babyloniens, les Égyptiens ou les Arabes ? / Est-ce qu'ils utilisaient les mêmes symboles ? C'est-à-dire ils écrivaient les équations avec quoi ?
Elève : Ils écrivaient les équations / hésitations.
M. Sagna : Comment ils procédaient pour écrire leurs équations ? Est-ce qu'ils utilisaient les symboles d'aujourd'hui ? Par exemple $2x + 1 = 0$? Comment ils procédaient ?
Elève : j'ai oublié.

M. Sagna : tu as oublié ? Ok, c'est pas méchant / Ensuite qui est Pythagore ? / Est-ce que c'est un Babylonien ? Est-ce que c'est un Égyptien ? Un Français ? Un Américain ou un Grec ?
Elève : inaudible.
M. Sagna : c'est un ?
Elève : Égyptien.
M. Sagna : Pythagore est un Égyptien / Et il a vécu pendant quel siècle ? / Est-ce qu'il a vécu au III^{ème} siècle, au IX^{ème} siècle, au XII^{ème} siècle, au V^{ème} siècle avant J.-C. ou bien au XVII^{ème} siècle ?
Elève : V^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Au V^{ème} siècle avant J.-C. ? / Merci / Donc Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain / Là c'est important / Donc il a acquis une partie de son savoir dans un pays africain / Lequel ? / Est-ce que c'est au Sénégal ? Est-ce que c'est en Afrique du Sud ? Est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est en Algérie ou bien en Éthiopie ?
Elève : En Égypte
M. Sagna : En Égypte / Merci / Donc le théorème qui porte son nom, c'est-à-dire le théorème de Pythagore a connu plusieurs démonstrations / ça également on l'a vu / Donc combien ? Est-ce que c'est une dizaine ? Est-ce que c'est trente ? Est-ce que c'est une quinzaine ? Est-ce que c'est cent démonstrations ou bien est-ce que c'est des centaines de démonstrations ?
Elève : je crois bien que c'est 30.
M. Sagna : C'est 30 démonstrations / ok / et … qu'est ce / où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ? / Est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est en Mésopotamie ? Est-ce que c'est dans les Éléments d'Euclide ? Est-ce que c'est dans le papyrus de Rhind ?
Elève : dans le papyrus de Rhind.
M. Sagna : dans le papyrus de Rhind / Merci / Donc un président américain a eu à démontrer ce théorème. / Le théorème de Pythagore / Et comment s'appelle-t-il ? / Est-ce que c'est Bill Clinton ? Est-ce que c'est Georges Bush ? Est-ce que c'est Kennedy ? Est-ce que c'est Garfield ? Est-ce que c'est Obama ?
Elève : c'est Garfield.
M. Sagna : donc c'est Garfield / Donc pratiquement on a terminé avec les questions / Tu peux me rappeler ton nom ?
Elève : c'est Sokhna Faye
M. Sagna : Sokhna Faye /Tu fais quelle classe ?
Elève : 3^{e} PC1 au CEM de Mbao
M. Sagna : 3^{e} PC1 au CEM de Mbao / Merci beaucoup Sokhna.
Elève : Merci.
M. Sagna : C'est très gentil d'avoir répondu à mes questions / Allez, merci et bonne journée.

A21.2. Entretien avec l'élève Papa Abdoulaye Diop (PAD)

M. Sagna : bonjour.
Elève : bonjour.
M. Sagna : donc / je suis M. Sagna et je voudrais te poser quelques questions. / L'expérimentation qu'on a eue à faire l'année dernière / Comment tu t'appelles ? Tu peux me rappeler ton nom ?
Elève : je m'appelle Papa Abdoulaye Diop.

M. Sagna : Papa Abdoulaye Diop / Tu fais quelle classe ?
Elève : 3^e PC1.
M. Sagna : la 3^e PC1 / Où ça ? / Dans quel établissement ?
Elève : CEM de Mbao.
M. Sagna : au CEM de Mbao /ok merci Papa / L'année dernière on a eu à expérimenter une nouvelle manière d'enseigner les mathématiques / donc c'est-à-dire c'est une manière / C'est un enseignement qui intègre l'Histoire des mathématiques / C'est-à-dire on s'appuie sur l'Histoire des mathématiques pour pouvoir les enseigner / Maintenant cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques, est-ce qu'elle te plait ?
Elève : oui.
M. Sagna : elle te plait ? / Il faut parler fort pour qu'on puisse t'entendre.
Elève : elle me plait.
M. Sagna : ok / Est-ce qu'elle te parait ennuyeuse, cette nouvelle manière d'enseigner les ? / Ennuyeuse, c'est-à-dire ça te fait dormir, ça n'a aucun intérêt.
Elève : non.
M. Sagna : tu réponds fort.
Elève : non, ça ne m'ennuie pas
M. Sagna : ok / Est-ce que ça t'aide à mieux mémoriser, à mieux apprendre, à mieux comprendre, à mieux travailler ?
Elève : à mieux comprendre.
M. Sagna : ça t'aide à mieux comprendre / Et pourquoi tu le dis ?
Elève : parce qu'on appuie plus sur l'explication.
M. Sagna : ok / Et qu'est-ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques ? / Par rapport à tout ce qu'on a eu à faire l'année dernière, qu'est-ce que tu as le plus aimé ?
Elève : la manière d'expliquer.
M. Sagna : la manière d'expliquer ?
Elève : parce que j'arrivais à bien comprendre.
M. Sagna : parce que tu arrivais à bien comprendre / ok et qu'est-ce que tu as le plus détesté / qu'est-ce tu as le plus détesté ? / Est-ce qu'il y a eu des choses qui ne t'ont plu l'année dernière quand on faisait l'expérimentation ?
Elève : inaudible.
M. Sagna : il faut parler fort.
Elève : non.
M. Sagna : ok / Maintenant à travers ce qu'on a eu à faire l'année dernière, on a remarqué qu'il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque / Et c'était dans quel pays ? / Est-ce que c'est en France, est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est à Babylone, est-ce que c'est aux USA ? Est-ce que c'est en Chine ?
Elève : à Babylone.
M. Sagna : A Babylone ? / Est-ce que c'est à Babylone uniquement ? / Est-ce qu'il n'y a pas d'autres pays ?
Elève : en Égypte.
M. Sagna : en Égypte également / E c'est tout ? / Ok / Donc qu'est-ce qui fait la différence entre les mathématiques grecques et les mathématiques qu'on retrouvait en Égypte et à Babylone ? / Qu'est-ce qui fait la différence ? Est-ce que tu connais la différence ? Ou est-ce que ce sont les mêmes mathématiques ?
Elève : non, ce ne sont pas les mêmes mathématiques.

M. Sagna : et qu'est-ce qui fait la différence ?
Elève : je passe.
M. Sagna : tu passes ? / C'est bien / Et qui est le fondateur de la géométrie grecque ? Est-ce que c'est Pythagore qui a fondé la géométrie grecque, c'est-à-dire qui est à la base de la géométrie grecque ? Est-ce que c'est Thalès ? Est-ce que c'est Euclide ? Est-ce que c'est Diophante ? Est-ce que c'est Al-Khwârismî ?
Elève : c'est Euclide.
M. Sagna : c'est Euclide / Et Euclide, il a vécu pendant quel siècle ? Est-ce que c'est au III^{ème} siècle avant J.-C. ? Est-ce que c'est XX^{ème} siècle ? Au IX^{ème} siècle ? Au VI^{ème} siècle avant J.-C. ou bien au XV^{ème} siècle ?
Elève : c'est au III^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : c'est au III^{ème} siècle avant J.-C. / Merci / Donc aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou dans des fichiers électroniques / Et comment procédaient les Babyloniens ? / Est-ce qu'ils faisaient la même chose ? Où est-ce qu'ils écrivaient leurs énoncés mathématiques ? / Les Babyloniens / Où est-ce qu'ils écrivaient leurs énoncés mathématiques ? / Tu ne te rappelles plus ?
Elève : Non
M. Sagna : Ok, et les Égyptiens, où est-ce qu'ils écrivaient leurs énoncés mathématiques ? Est-ce que c'était dans des livres ou bien ? / Je sais pas ? / Est-ce qu'ils avaient des fichiers électroniques, les Égyptiens ? / Donc où est-ce qu'ils écrivaient leurs énoncés mathématiques ?
Elève : sur les murs.
M. Sagna : sur les murs ? Hum / Merci, donc durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'Histoire ? / Parce qu'à un moment précis il y avait les Grecs, à un autre moment peut être il y a eu une autre civilisation / Mais moi je m'intéresse à la civilisation arabe / Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils vraiment marqué l'histoire ? / Donc est-ce que c'est II^{ème} siècle avant J.-C. ? Est-ce que c'est XX^{ème} siècle ? Est-ce que c'est au IX^{ème} siècle ? Est-ce que c'est au VI^{ème} siècle avant J.-C. ou bien au XV^{ème} siècle ?
Elève : c'est au VI^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : c'est au ?
Elève : VI^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : VI^{ème} siècle avant J.-C. / Merci / Et qui est Euclide ? / Donc on a eu à travailler sur Euclide, n'est-ce pas ? / Qui est Euclide ? / Est-ce que c'est un Babylonien ? Est-ce que c'est un Égyptien ? Un Allemand ? Un Américain ou bien est-ce que c'est un Grec ?
Elève : c'est un Grec.
M. Sagna : Euclide est un Grec ? / Et il a vécu dans quelles contrées ? Euclide ? / Est-ce que c'est en Mésopotamie ? Est-ce que c'est en Alexandrie ? En Grèce ? Aux USA ou est-ce que c'est en Allemagne ?
Elève : en Alexandrie.
Sagna : en Alexandrie / Merci / Et que représentent selon toi les Éléments d'Euclide ? / On a eu également à travailler sur les Éléments d'Euclide / Est-ce que c'est un ouvrage mathématique ? Est-ce que les éléments d'Euclide représentent l'eau et l'air ? Est-ce que c'est un livre d'Histoire ou est-ce qu'un recueil de contes ?
Elève : C'est un ouvrage mathématique.
M. Sagna : C'est un ouvrage mathématique / Merci / Et les Éléments d'Euclide datent de quelle époque ? Est-ce qu'ils datent du III^{ème} siècle avant J.-C. ? Est-ce qu'ils datent du IX^{ème}

siècle ? Est-ce qu'ils datent du XII^{ème} siècle avant J.-C. ? ou bien du XVII^{ème} siècle ? / Selon toi ça date de quelle époque ?
Elève : du III^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : III^{ème} siècle avant J.-C. / Merci / et les enseignements des Éléments d'Euclide sont-ils actuels ? Est-ce qu'on les retrouve encore ? C'est ça actuel / Oui ou non ?
Elève : oui
M. Sagna : on les retrouve ? / Et tu peux donner un exemple d'enseignement qu'on retrouve encore / Tu te rappelles d'un exemple ?
Elève : les types d'équations.
M. Sagna : les types / Les types d'équations ? / Ok et à quelle période les historiens ? / A quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers ? / A quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers ? / Est-ce que c'est - 2000 ans ? / Quand je dis / Quand on dit - 2000, c'est-à-dire 2000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est au IX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est - 35000, c'est-à-dire 35000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est le VII^{ème} siècle avant J.-C. ou bien - 8000 ans, c'est-à-dire 8000 ans avant J.-C. ? / A quelle période les historiens datent l'apparition des premiers nombres ? / C'est-à-dire les premiers nombres sont apparus à quelle période ?
Elève : - 2000 ans.
M. Sagna : - 2000 ans / Merci et comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les Égyptiens pour écrire les nombres ? / Pour écrire les nombres les Égyptiens utilisaient des symboles / Et comment on appelle ces symboles ? / Est-ce que c'est les calculi ? Est-ce que c'est les hiéroglyphes ? Est-ce que c'est l'alphabet ? Est-ce que c'est les chiffres ? Est-ce que ce sont les lettres ?
Elève : ce sont les hiéroglyphes.
M. Sagna : merci / Est-ce que tu peux indiquer le nom de l'un de ces symboles ? / Donc ici je te donne des symboles ? / Maintenant est-ce qu'il y a des hiéroglyphes parmi ces symboles ? / Donc ici il y a le chevron, pi, fleur de lotus, cent et le clou / Donc les Égyptiens utilisaient parmi ces symboles-là / Les Égyptiens utilisaient quel symbole ?
Elève : chevron.
M. Sagna : le chevron ? Merci / et d'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres ? / Est-ce ces chiffres viennent des Grecs, des Égyptiens, des Arabes, des Chinois ou des Indiens ?
Elève : des Grecs.
M. Sagna : donc les chiffres que nous utilisons viennent des Indiens / Quels sont ces chiffres ? / Nous utilisons aujourd'hui quels chiffres ?
Elève : des Grecs.
M. Sagna : je dis / les chiffres que nous utilisons pour écrire les nombres / Tu peux me rappeler les chiffres que nous utilisons pour écrire les nombres / Quels sont les chiffres ?
Elève : de 1 à 10.
M. Sagna : de 1 à ?
Elève : à 9 / de 0 à 9
M. Sagna : de 0 à 9 / ok / Merci. / Maintenant on te demande d'ordonner selon leur ordre d'apparition les nombres suivants / les entiers naturels, les décimaux arithmétiques, les fractions, les entiers relatifs, les rationnels / Quels sont les premiers nombres que l'homme a connu ? / Est-ce que les entiers naturels, les décimaux arithmétiques, les fractions, les entiers relatifs ou bien les rationnels ?
Elève : les entiers naturels.

M. Sagna : les entiers naturels / et après les entiers naturels qu'est-ce qui vient ?
Elève : les entiers relatifs
M. Sagna : les entiers relatifs / et après les entiers relatifs, qu'est-ce qui vient en troisième position ?
Elève : les décimaux arithmétiques.
M. Sagna : les décimaux arithmétiques et après, qu'est-ce qui vient ?
Elève : les rationnels.
M. Sagna : les rationnels et après ?
Elève : les fractions
M. Sagna : les fractions / Merci / Les nombres décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'histoire ? Est-ce que tu peux donner une ancienne écriture du nombre décimal 37,2 / Avant comment on écrivait 37,2? / Tu ne sais pas ?
Elève : oui
M. Sagna : Ok / Donc / Tu peux citer une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations / Est-ce que c'est Thalès ? Est-ce que c'est Pythagore ? Est-ce que c'est Euclide ? Est-ce que c'est Diophante ? Est-ce que c'est Hipparque ? / Donc une figure marquante grecque qui a vraiment travaillé sur les équations.
Elève : Diophante
M. Sagna : Merci / Et qui est Al-Kwârismî ? / Est-ce que c'est un mathématicien égyptien ? Est-ce qu'il est européen ? Est-ce qu'il est babylonien, arabe ou indien ? / Al-Kwârismî.
Elève : il est arabe
M. Sagna : Al-Kwârismî est arabe / Merci / Et Al-Kwârismî utilisait deux opérations pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$. / Maintenant ces deux opérations, est-ce que c'est Al-jabr ? Est-ce que c'est algorithme ? Est-ce que c'est al-muqabala ? Est-ce que c'est al-kitab ? Est-ce que c'est al-jumma ?
Elève : c'est al-jabr et al-muqabala.
M. Sagna : c'est al-jabr et ?
Elève : al-muqabala
M. Sagna : et Al-muqabala / Merci / Et comment appelle-t-on l'inconnue des équations chez les Babyloniens ? / Nous présentement l'inconnue, on l'appelle x, n'est-ce pas ? / Maintenant les Babyloniens, comment ils appelaient leur inconnue ? Est-ce qu'ils, ils appelaient ça alpha ? Est-ce qu'ils appelaient ça aire ? Est-ce qu'ils appelaient ça côté ? Est-ce qu'ils appelaient ça longueur ou bien chose ? / Ils l'appelaient ?
Elève : chose.
M. Sagna : ils l'appelaient chose / Et maintenant les Égyptiens, du moins les Arabes / Comment ils appelaient leur inconnue ?
Elève : alpha
M. Sagna : les Arabes appelaient l'inconnue alpha / Ok / Donc aujourd'hui on écrit les équations avec des lettres et des symboles / Donc des lettres, des symboles / Donc par exemple comme $2x + 1 = 0$, n'est-ce pas ? / Il y a les lettres, il y a les symboles à travers les chiffres / Maintenant comment procédaient les Babyloniens ? / Est-ce qu'ils faisaient / Est-ce qu'ils écrivaient les équations de la même manière que nous ? Comment procédaient les Babyloniens, les Égyptiens, ou bien les Arabes ? / Comment ils écrivaient leurs équations ?
Elève : je passe.
M. Sagna : tu passes ? / Ok / Et qui est Pythagore ? / Est-ce que c'est un Babylonien, un Égyptien, un Français, un Américain ou un Grec ?
Elève : un Égyptien.

M. Sagna : Pythagore est un Égyptien / Et Pythagore a vécu pendant quel siècle ? / Est-ce que c'est le III^{ème} siècle avant J.-C. ? Est-ce que c'est le IX^{ème} siècle ? Est-ce que c'est le XII^{ème} siècle ? Est-ce que c'est le V^{ème} siècle avant J.-C. ? Est-ce que c'est le XVII^{ème} siècle ?
Elève : au V^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Au V^{ème} siècle
Elève : avant J.-C.
M. Sagna : avant J.-C. / Merci / Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain / Là c'est important / Donc il a acquis une partie de son savoir dans un pays africain / Lequel ? / Est-ce que c'est au Sénégal ? Est-ce que c'est en Afrique du Sud ? Est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est en Algérie ? Est-ce que c'est en Éthiopie ?
Elève : En Égypte
M. Sagna : En Égypte / Merci / Maintenant le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations / Donc combien ? / Est-ce que c'est une dizaine de démonstrations ? Est-ce que c'est trente démonstrations ? Est-ce que c'est une quinzaine ? Est-ce que c'est cent ? Est-ce que c'est des centaines ?
Elève : une dizaine.
M. Sagna : C'est une dizaine / ok / où est trouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ? / Est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est en Mésopotamie ? Est-ce que c'est dans les éléments d'Euclide ? Est-ce que c'est dans le papyrus de Rhind ?
Elève : en Égypte.
M. Sagna : en Égypte / Merci / Donc un président américain a eu à démontrer le théorème de Pythagore / comment s'appelle-t-il ? / Est-ce que c'est Clinton ? Est-ce que c'est Georges Bush ? Est-ce que c'est Kennedy ? Est-ce que c'est Garfield ? Ou bien, est-ce que c'est Obama ?
Elève : c'est Garfield.
M. Sagna : donc Garfield / Merci beaucoup d'avoir répondu à mes questions ?
Elève : merci.
M. Sagna : et bonne journée.

A21.3. Entretien avec l'élève Yaye Oumy Ndiaye (YON)

M. Sagna : Ok donc / Bonjour.
Elève : Bonjour.
M. Sagna : Donc je suis M. Sagna et j'aimerais te poser quelques questions par rapport à l'expérimentation qu'on a eue faire l'année dernière sur l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques.
Elève : D'accord.
M. Sagna : Comment tu t'appelles ?
Elève : Je m'appelle Yaye Oumy Ndiaye.
M. Sagna : Yaye Oumy Ndiaye.
Elève : Oui.
M. Sagna : Tu fais quelle classe ?
Elève : Je suis en classe de 3ème.
M. Sagna : En classe de 3ème ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Dans quel CEM ?
Elève : Le CEM de Mbao.

M. Sagna : Le CEM de Mbao ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok, merci Oumy / Donc / Euh, la nouvelle, je sais pas / L'expérimentation qu'on a eue faire l'année dernière concernant l'intégration de l'Histoire dans l'enseignement des mathématiques, est-ce que cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques te plait ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Elle te plait ? il faut / il faut parler fort.
Elève : Oui elle me plait.
M. Sagna : Est-ce que cette nouvelle méthode te parait ennuyeuse ?
Elève : Non.
M. Sagna : Est-ce que cette nouvelle manière d'enseigner t'aide à mieux mémoriser, à mieux apprendre, à mieux comprendre, à mieux travailler ?
Elève : Les quatre.
M. Sagna : Les quatre / Et pourquoi ? / Pourquoi tu estimes que ça t'aide à mieux mémoriser, etc. / Est-ce que ça / Est-ce que ça s'est reflété sur tes résultats de l'année dernière ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok / Et qu'est-ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques / qu'est-ce que tu as le plus aimé dans cette nouvelle manière d'enseigner les mathématiques.
Elève : Presque tout.
Sagna : Rires / Presque tout / Et qu'est-ce que tu as le plus détesté ?
Elève : Rien.
M. Sagna : Rien / Oui mais il faut parler fort pour qu'on puisse t'entendre.
Elève : Oui.
M. Sagna : Donc il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque / Et c'était dans quels pays ? / Dans quelles contrées ? / Est-ce que c'est en France ? Est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est à Babylone ? Est-ce que c'est aux États-Unis ? Est-ce que c'est en Chine ?
Elève : A Babylone.
M. Sagna : A Babylone ? Uniquement ?
Elève : Oui / Et en Égypte aussi.
M. Sagna : Et en Égypte aussi / Ok et qu'est-ce qui fait la différence entre ces mathématiques grecques et celles d'Égypte et de Babylone ?
Elève : J'ai pas vu la différence
M. Sagna : T'as pas vu la différence / Donc c'est pratiquement les mêmes mathématiques / Ou bien ?
Elève : Pratiquement.
M. Sagna : Ok / Et qui est le fondateur de la géométrie grecque ? Est-ce que c'est Pythagore ? Est-ce que c'est Thalès ? Est-ce que c'est Euclide ? Est-ce que c'est Diophante ou bien est-ce que c'est Al-Khwârizmî ?
Elève : Euclide.
M. Sagna : Donc c'est Euclide / Et il a vécu pendant quel siècle, Euclide ? / Est-ce que c'est au II^{ème} siècle avant J.-C. ? Ou bien est-ce que c'est XX^{ème} siècle ? Ou bien est-ce que c'est IX^{ème} siècle ? Au VI^{ème} siècle avant J.-C. ou bien au XV^{ème} siècle ?
Elève : VI^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : VI^{ème} siècle avant J.-C.
Elève : Unheu

M. Sagna : Donc aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou bien sur des fichiers électroniques. Est-ce que tu es d'accord ?
Elève : Oui
M. Sagna : Et comment procédaient les Babyloniens ? Est-ce qu'ils faisaient la même chose, les Babyloniens ? / Est-ce qu'ils avaient des livres pour écrire leurs énoncés mathématiques ?
Elève : Non je ne crois pas.
M. Sagna : Et comment ils procédaient ?
Elève : En écrivant sur des pierres ou sur les murs.
M. Sagna : En écrivant sur des pierres ou bien sur des murs / Et les Égyptiens ? Comment ils procédaient ? / Est-ce qu'ils faisaient la même chose que les Babyloniens ?
Elève : Oui.
M. Sagna : également sur des pierres ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok / Et durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'Histoire ? / Est-ce que c'est au II^{ème} siècle avant J.-C. / Est-ce que c'est au XX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est au IX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est au VI^{ème} siècle avant J.-C. ? Ou bien est-ce que c'est au XV^{ème} siècle ? / Les mathématiciens arabes.
Elève : Au II^{ème} siècle.
M. Sagna : Au ?
Elève : Au II^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Au II^{ème} siècle avant J.-C. / Merci / Et qui est Euclide ? / Est-ce que c'est un Babylonien, un Égyptien, un Allemand, un Américain ou un Grec ?
Elève : C'est un / C'est un Grec.
M. Sagna : C'est un ?
Elève : Grec.
M. Sagna : C'est un Grec / Ok / Euclide a vécu dans quelle contrée ?
Elève : En / En Mésopotamie.
M. Sagna : Donc Euclide a vécu en Mésopotamie, en Alexandrie, en Grèce, aux États-Unis ou bien en Allemagne / Il a vécu dans quelle contrée, tu as dit ?
Elève : En Mésopotamie.
M. Sagna : Mésopotamie / Merci / Et que représentent les Éléments d'Euclide ? Est-ce que c'est un ouvrage mathématique ? / Est-ce que c'est l'eau et l'air ? / Est-ce que c'est un livre d'Histoire ou bien un recueil de contes ?
Elève : Ils représentent un ouvrage mathématique.
M. Sagna : Et ces éléments ? / Les Éléments d'Euclide datent de quelle époque ? / Est-ce qu'ils datent du III^{ème} siècle avant J.-C. ou bien est-ce que c'est / Ils datent du IX^{ème} siècle, du XII^{ème} siècle, V^{ème} siècle avant J.-C. ou XVII^{ème} siècle ?
Elève : Ils datent du III^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Ils datent du III^{ème} siècle avant J.-C. / Et les enseignements des Éléments d'Euclide, sont-ils actuels ? / C'est-à-dire est-ce qu'il existe des enseignements qu'on retrouve aujourd'hui dans nos classes ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Est-ce que tu peux donner un exemple ?
Elève : J'ai pas un exemple à donner.
M. Sagna : Tu as oublié ? Pourtant on a travaillé là-dessus.
Elève : Oui.

M. Sagna : Ok / Donc à quelle période les historiens / Les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ? / Est-ce que c'est 2000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est au IX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est 35000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est au VII^{ème} siècle avant J.-C. ? ou bien est-ce que c'est 8000 ans avant J.-C. ? / Les premiers / Les premiers nombres ?
Elève : à -2000 ans.
M. Sagna : Ah / Donc ça date de -2000.
Elève : an.
M. Sagna : Ok / Donc comment s'appelle les symboles qu'utilisaient les Égyptiens pour écrire les / Les nombres ? Est-ce que ce sont les calculi, les hiéroglyphes, l'alphabet, les chiffres ou bien les lettres ?
Elève : Les hiéroglyphes.
M. Sagna : Ce sont les hiéroglyphes / Merci / Tu peux indiquer le nom de l'un de ces hiérogyphes parmi / Je ne sais pas / Les noms qu'on t'a donnés.
Elève : Oui.
M. Sagna : Chevron, Pi, Fleur de lotus, Cent, Clou.
Elève : Pi.
M. Sagna : Pi / Ok / Et d'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres ? / Est-ce que ces chiffres nous viennent des Grecs, des Égyptiens, des Arabes, des Chinois, des Indiens ?
Elève : Des Grecs.
M. Sagna : Les chiffres que nous utilisons aujourd'hui nous viennent des Grecs / Et tu peux ordonner selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : donc les entiers naturels, les décimaux arithmétiques, les fractions, les entiers relatifs, les nombres rationnels ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Donc est-ce que tu peux ordonner / Donc quels sont les premiers nombres que l'homme a connu ?
Elève : Les premiers nombres sont les entiers naturels.
M. Sagna : Et après les entiers naturels qu'est ce qui vient ?
Elève : Les entiers relatifs.
M. Sagna : Les entiers relatifs / Oui ?
Elève : Les décimaux arithmétiques.
M. Sagna : Oui ?
Elève : Enfin les nombres rationnels.
M. Sagna : Les nombres rationnels ?
Elève : Et les fractions / Oui.
M. Sagna : Ok / Et les nombres décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'Histoire. Tu peux donner une ancienne écriture du nombre décimal 37,2 ? / Avant comment / Comment on écrivait 37,2 ?
Elève : 372 sur 10.
M. Sagna : 372 sur 12 / sur 10 ?
Elève : Oui
M. Sagna : Mais là c'est une écriture fractionnaire / là on était au niveau des fractions / Est-ce qu'il n'y a pas une autre écriture ?
Elève : Je ne me rappelle pas.
M. Sagna : Tu ne te rappelles plus ? / Ok / Et on te demande de citer le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations / Donc est-ce que c'est Thalès la figure

mathématique grecque qui a travaillé sur les équations ? / Est-ce que c'est Pythagore ? / Est-ce que c'est Euclide ? / Est-ce que c'est Diophante ? / Est-ce que c'est Hipparque ?
Elève : Thalès.
M. Sagna : C'est Thalès ? / Ok / Et qui est Al-Khwârizmî ? / Est-ce que c'est mathématicien égyptien ? Un mathématicien européen, babylonien, arabe ou indien ?
Elève : Al-Khwârizmî est un mathématicien arabe.
M. Sagna : C'est un mathématicien arabe ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok / Et Al-Khwârizmî utilisait deux opérations pour résoudre les équations du type $ax + b = 0$. / Donc quelles sont ces deux opérations ? / Est-ce que c'est al-jabr ? / Est-ce que c'est algorithme ? / Est-ce que c'est al-muqabala ? / Est-ce que c'est al-kitab ? / Ou bien est-ce que c'est al-juma ?
Elève : C'est al-jabr et al-muqabala.
M. Sagna : C'est al-jabr et al-muqabala / Et comment appelait-on l'inconnue des équations chez les Babyloniens ? / Est-ce que les Babyloniens appelaient l'inconnue alpha ? / Est-ce qu'ils l'appelaient aire ? / Est-ce qu'ils l'appelaient côté, longueur ou bien chose ?
Elève : Chose.
M. Sagna : Les Babyloniens appelaient l'inconnue chose / Et les Arabes comment ils appelaient l'inconnue ? / Oui / Est-ce que c'est alpha ? / Est-ce que c'est aire ? / Est-ce que c'est côté ? / Est-ce que c'est longueur ou bien chose ?
Elève : Oui c'est alpha.
M. Sagna : Donc les Arabes l'appelaient alpha / Ok donc aujourd'hui on écrit les équations avec des lettres et des symboles / Comment procédaient les Babyloniens, les Égyptiens ou les Arabes ? / Ils écrivaient / Comment procédaient-ils pour écrire leurs équations ?
Elève : Je passe.
M. Sagna : Tu ne te rappelles plus ?
Elève : Non.
M. Sagna : Et qui est Pythagore ?
Elève : Pythagore.
M. Sagna : Est-ce que c'est un Babylonien, un Égyptien, un Français, un Américain ou un Grec ?
Elève : C'est un Grec.
M. Sagna : C'est un Grec / Il a vécu pendant quel siècle ? / Est-ce que c'est au III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. ? / Est-ce que c'est au IX$^{\text{ème}}$ siècle ? au XII$^{\text{ème}}$ siècle, au VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. ou bien est-ce que c'est XVII$^{\text{ème}}$ siècle ?
Elève : III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.
M. Sagna : III$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. / Donc Pythagore a acquis une partie de son savoir dans un pays africain ; lequel ? / Est-ce que c'est au Sénégal ? / Est-ce que c'est en Afrique du Sud ? / Est-ce que c'est en Égypte ? / Est-ce que c'est en Algérie ou en Éthiopie ?
Elève : C'est en Égypte.
M. Sagna : C'est en Égypte / Et le théorème qui porte son nom a connu plusieurs démonstrations ; combien ? / Est-ce que c'est une dizaine ? / Est-ce que c'est trente ? / Est-ce que c'est 15 ? / Est-ce que c'est cent ou bien des centaines ?
Elève : Une dizaine.
M. Sagna : Une dizaine / Et où est ce qu'on a retrouvé la première démonstration connue du théorème de Pythagore ? / Est-ce que c'est en Égypte ? / Est-ce que c'est en Mésopotamie ? / Est-ce que c'est dans les Éléments d'Euclide ou bien dans le papyrus de Rhind ?

Elève : Dans les Éléments d’Euclide.
M. Sagna : Dans les Éléments d’Euclide / Merci / Un président américain a eu à démontrer ce théorème, le théorème de Pythagore / Et comment s’appelait ce Président ? / Est-ce que c’est Clinton ? / Est-ce que c’est Bush, Kennedy, Garfield, Obama ?
Elève : C’est Garfield.
M. Sagna : C’est Garfield / Merci beaucoup Oumy.
Elève : De rien.
M. Sagna : Et bonne journée.
Elève : Merci.

A21.4. Entretien avec l’élève Mame Mantoulaye Mbaye (3M)

M. Sagna : Donc Bonjour.
Elève : Bonjour.
M. Sagna : Donc je suis M. Sagna / Et je voudrais te poser / Te poser quelques questions par rapport à l’expérimentation que nous avons eue à faire l’année dernière et qui concerne l’intégration de l’Histoire dans l’enseignement des mathématiques.
Elève : Oui.
M. Sagna : Euh / Comment tu t’appelles ?
Elève : Je m’appelle Mame Mantoulaye Mbaye.
M. Sagna : Tu peux parler fort.
Elève : Je m’appelle Mame Mantoulaye Mbaye.
M. Sagna : Mame Mantoulaye ?
Elève : Mbaye.
M. Sagna : Mbaye / Tu fais quelle classe ?
Elève : 3ème.
M. Sagna : 3ème ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Où ça ?
Elève : Au CEM de Mbao.
M. Sagna : Au CEM de Mbao ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Merci Mantoulaye / Et / La nouvelle manière d’enseigner les mathématiques que nous avons essayée d’expérimenter l’année dernière, est-ce qu’elle te plait ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Est-ce qu’elle te parait ennuyeuse ?
Elève : Non.
M. Sagna : Elle te parait ennuyeuse ?
Elève : Non.
M. Sagna : Est-ce qu’elle t’aide à mieux mémoriser, à mieux apprendre, à mieux comprendre, à mieux travailler ?
Elève : Elle m’aide à mieux comprendre.
M. Sagna : Elle t’aide à mieux comprendre ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Mum / Pourquoi tu le dis ?
Elève : Parce que je le vois dans mes devoirs, c’est-à-dire.
M. Sagna : Euh / ça se reflète sur tes notes ?

Elève : Oui, j'évolue beaucoup / Oui.
M. Sagna : Beaucoup ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok / Et qu'est-ce que tu as le plus aimé dans cette manière d'enseigner les mathématiques ? Qu'est-ce que tu as le plus aimé par rapport à toutes les expérimentations que nous avons eu à faire l'année dernières ?
Elève : Il y avait des explications claires.
M. Sagna : Oui.
Elève : qui t'aidaient à / à te renforcer / à t'aider à faire des exercices, tout ça.
M. Sagna : Ok / Et qu'est-ce que tu as le plus détesté ?
Elève : Rien.
M. Sagna : Y a rien qui t'a déplu par rapport à ce qu'on a fait l'année dernière / Est-ce que c'était ennuyeux ? / Est-ce qu'on n'a pas perdu de temps.
Elève : Non.
M. Sagna : Euh.
Elève : On gagnait du temps.
M. Sagna : Ok / Et avant les Grecs, il existait des mathématiques / Et c'était dans quel pays ? Est-ce que c'est en France ? Est-ce que c'est en Égypte ? Est-ce que c'est à Babylone ? Est-ce que c'est aux États-Unis ? ou bien est-ce que c'est en Chine ?
Elève : En Égypte.
M. Sagna : En Égypte uniquement ?
Elève : Grecs.
M. Sagna : On a dit avant les Grecs. Est-ce que c'est en France, aux États-Unis ou en Chine ? Dans quel pays ? / ça peut être un pays mais également ça peut être deux, trois ou quatre.
Elève : En Égypte et à Babylone.
M. Sagna : En Égypte et à ?
Elève : Babylone.
M. Sagna : Babylone / Ok / Et quels sont / Quelle est la différence entre les mathématiques grecques et celles qu'on faisait en Égypte ou bien à Babylone ? / Est-ce que tu as senti une différence ?
Elève : Non.
M. Sagna : Tu n'as pas senti de différence ?
Elève : Non.
M. Sagna : Et qui est à la base de la géométrie grecque ? / Qui est le fondateur de la géométrie grecque ? / Est-ce que c'est Pythagore le premier à travailler sur la géométrie en Grèce ? / Ou bien est-ce que c'est Thalès ? / Est-ce que c'est Euclide ? / Est-ce que c'est Diophante ou bien est-ce que c'est Al-Khwârizmî ?
Elève : C'est Euclide.
M. Sagna : C'est Euclide / Et Euclide a vécu pendant quel siècle ? Est-ce que c'est au II^{ème} siècle avant J.-C. ? / Est-ce que c'est au XX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est au IX^{ème} siècle, au VI^{ème} siècle avant J.-C. ou bien est-ce que c'est au XV^{ème} siècle ?
Elève : II^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Comment ?
Elève : II^{ème} siècle avant J.-C.

M. Sagna : II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. / Merci / Donc aujourd'hui on écrit les énoncés mathématiques dans des livres ou bien des fichiers électriques / électroniques du moins / Comment procédaient les Babyloniens ? / Est-ce qu'ils faisaient la même chose que nous ?
Elève : Non.
M. Sagna : Où est-ce qu'ils écrivaient leurs énoncés mathématiques ?
Elève : Dans des pierres.
M. Sagna : Sur des pierres ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Et les Égyptiens ?
Elève : La même chose.
M. Sagna : La même chose / ok / et durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'Histoire ? Est-ce que c'est au II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. ? / Est-ce que c'est XX$^{\text{ème}}$ siècle ? / Est-ce que c'est au IX$^{\text{ème}}$ siècle, au VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., ou bien au XV$^{\text{ème}}$ siècle ?
Elève : au XX$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.
M. Sagna : Au ?
Elève : XX$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.
M. Sagna : Non ici il y a pas XX$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. / On a dit II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., XX$^{\text{ème}}$ siècle, / Euh / IX$^{\text{ème}}$ siècle, VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., ou bien XV$^{\text{ème}}$ siècle.
Elève : XX$^{\text{ème}}$ siècle.
M. Sagna : au XX$^{\text{ème}}$ siècle ?
Elève : Oui.
M. Sagna : le XX$^{\text{ème}}$ siècle, ça correspond à quelle année ? / Ce sont les années ?
Elève : 2000.
M. Sagna : Donc c'est pas 2000, mais peut être les années 1900 etc. / Tout ça c'est le XX$^{\text{ème}}$ siècle / Donc je reprends ma question / Les mathématiciens arabes durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'Histoire ? / Est-ce que c'est le II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. ? / Est-ce que c'est le XX$^{\text{ème}}$ siècle ? / Est-ce que c'est le IX$^{\text{ème}}$ siècle ? / Est-ce que c'est le VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C., ou bien le XV$^{\text{ème}}$ siècle ?
Elève : II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.
M. Sagna : II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C. / Et qui est Euclide ? / Est-ce que c'est un Babylonien, un Égyptien, un Allemand, un Américain ou un Grec ?
Elève : Un Grec.
M. Sagna : C'est un Grec ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Euclide a vécu dans quelles contrées ? Est-ce que c'est en Mésopotamie ? / Est-ce que c'est en Alexandrie ? / Est-ce que c'est en Grèce ? / Est-ce que c'est au États-Unis ? / Est-ce que c'est en Allemagne ?
Elève : Euclide a vécu en Mésopotamie.
M. Sagna : En Mésopotamie ?
Elève : Oui
M. Sagna : Et que représentent les Éléments d'Euclide ? / Est-ce que c'est un ouvrage mathématique ? / Est-ce que les Éléments d'Euclide représentent l'eau et l'air ? / Est-ce que c'est un livre d'Histoire ? / Est-ce que c'est un recueil de contes ?
Elève : Les Éléments d'Euclide représentent un ouvrage mathématique.
M. Sagna : Ok merci / Et ces Éléments / Les Éléments d'Euclide datent de quelle époque ?

Elève : III^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Donc les Éléments d'Euclide datent du III^{ème} siècle avant J.-C. / Les enseignements des Éléments d'Euclide sont-ils actuels ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Et / Est-ce que tu peux donner un exemple ?
Elève : Les types d'équations
M. Sagna : Les types d'équations / Ok / Donc et à quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ? / A quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ? / Donc c'est la page 3 de ton questionnaire / Oui tu peux même écouter la question et répondre / Donc on te dit à quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ? / Est-ce que c'est -2000 ans, c'est-à-dire 2000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est le IX^{ème} siècle ? / Est-ce que c'est -35000 ans c'est-à-dire 35000 ans avant J.-C. ? / Est-ce que c'est le VII^{ème} siècle avant J.-C. ? / Et est-ce que c'est -8000 ans, c'est-à-dire 8000 ans avant J.-C. ?
Elève : VII^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : Comment ?
Elève : VII^{ème} siècle avant J.-C.
M. Sagna : VII^{ème} siècle avant J.-C. / Et comment s'appellent les symboles qu'utilisaient les Égyptiens pour écrire les nombres ?
Elève : Les hiéroglyphes.
M. Sagna : Ok / Donc tu peux reprendre / ça s'appelle comment ?
Elève : Les hiéroglyphes.
M. Sagna : Les hiéroglyphes / Et tu peux indiquer le nom de l'un de ces hiéroglyphes ? / Est-ce que / Parmi les hiéroglyphes / Euh / Je sais pas / Parmi / On te demande d'indiquer le nom de l'un de ces symboles / C'est-à-dire tu as parlé d'hiéroglyphes, donc tu indiques le nom de ces hiéroglyphes / Est-ce que c'est le chevron ? / Est-ce que c'est Pi ? / Est-ce que c'est la Fleur de lotus ? / Est-ce que c'est Cent ou est-ce que c'est un Clou ?
Elève : Chevron.
M. Sagna : Chevron ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok merci / Donc d'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres ? / Est-ce qu'ils nous viennent des Grecs, des Égyptiens, des Arabes, des Chinois ou bien des Indiens ?
Elève : des Grecs
M. Sagna : Donc les chiffres que nous utilisons aujourd'hui pour écrire les nombres nous viennent des Grecs / Et on te demande d'ordonner selon leur ordre d'apparition les nombres suivants : entiers naturels, décimaux arithmétiques, fractions, entiers relatifs, nombres rationnels. Donc on te demande d'ordonner selon leur ordre d'apparition les nombres suivants :
Elève : Entiers naturels,
M. Sagna : Donc il y a d'abord les entiers naturels, ensuite ?
Elève : Entiers relatifs,
M. Sagna : Les entiers relatifs.
Elève : Nombres rationnels,
M. Sagna : Les nombres rationnels.
Elève : Fractions,
M. Sagna : Fractions.

Elève : Décimaux arithmétiques.
M. Sagna : Et les décimaux arithmétiques / Donc merci / Et les nombres décimaux ont connu plusieurs écritures dans l'Histoire / Est-ce que tu es d'accord ? / Donc la notation avec virgule elle est / elle est récente / ça également on l'a vu / Maintenant est-ce que tu peux donner une ancienne écriture du décimal 37,2 ?
Elève : Je passe.
M. Sagna : Tu passes ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok / Tu peux citer le nom d'une figure marquante qui a travaillé sur les équations ? / Le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations / Est-ce que c'est Thalès la figure marquante ? / Est-ce que c'est Pythagore ? / Est-ce que c'est Euclide ? / Est-ce que c'est Diophante ? / Est-ce que c'est Hipparque la figure marquante qui a travaillé sur les équations ?
Elève : La figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations est Euclide.
M. Sagna : Est Euclide ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Et qui est Al-Khwârizmî ? / Est-ce que c'est un mathématicien égyptien ? / Est-ce que c'est un Européen ? / Égyptien, Égyptien j'en ai déjà parlé / Européen, Babylonien, Arabe ou Indien ?
Elève : Al-Khwârizmî est un mathématicien arabe.
M. Sagna : C'est un mathématicien arabe ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Ok / Et Al-Khwârizmî utilisait deux équations pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$. Quelles sont ces deux opérations ? / Est-ce que c'est al-jabr ? / Est-ce que c'est algorithme ? / Est-ce que c'est al-muqabala, al-kitab ou bien est-ce que c'est al-juma ?
Elève : Ces deux équations,
M. Sagna : Ces deux opérations.
Elève : Ces deux opérations / al-jabr et al-muqabala.
M. Sagna : Al-jabr, ça consiste à faire quoi ? Est-ce que tu te rappelles ?
Elève : Non.
M. Sagna : Tu ne te rappelles ?
Elève : Oui.
M. Sagna : Et al-muqabala / Tu ne sais pas ? / Tu ne travailles plus avec les équations ?
Elève : Si.
M. Sagna : Et tu ne sais pas quand est-ce que tu fais du al-jabr ou bien quand est-ce tu fais al-muqabala ?
Elève : On travaille sur les équations à deux inconnues.

NB *: les questions n'étaient pas épuisées mais nous étions obligé d'arrêter l'interview à cause de la batterie de la caméra qui commençait à faiblir.*

Annexe 22

Traitement des réponses des quatre élèves interviewés un an après l'expérimentation

Questions phares	Réponse élève SF	Réponse élève PAD	Réponse élève YON	Réponse élève 3M	Appréciation des réponses
Est-ce que la nouvelle manière d'enseigner, expérimentée l'année dernière t'a plu ?	Oui ça m'a vraiment plus.	Elle me plait	Oui	Oui	Les quatre élèves apprécient positivement l'introduction de l'Histoire en classe de mathématiques. Ces réponses confirment la tendance qui s'est dégagée dans l'exploitation du questionnaire où 93% des élèves trouvent plaisante cette manière d'enseigner
Pourquoi dis-tu que cette manière d'enseigner t'a aidé à mieux comprendre et à mieux mémoriser ?	Ça nous a beaucoup aidés en classe. L'année dernière au début j'étais très faible en maths ; mais par la suite, en évoluant je me suis rendu compte que les maths semblaient faciles.	Parce qu'on appuie plus sur l'explication	Ça s'est reflété sur les bonnes notes de mathématiques que j'ai eues l'année dernière	Je le vois dans mes devoirs. J'évolue beaucoup.	Les trois élèves affirment avoir amélioré leurs performances avec cette nouvelle manière d'enseigner, tandis que le quatrième apprécie le fait qu'on insiste sur les explications avec cette nouvelle pratique.
As-tu d'autres commentaires à faire ?	Satisfaisant, à continuer.	-	-	-	Cette question n'a été posée qu'à un seul élève qui souhaite que l'expérience soit pérennisée.
Qu'est-ce que tu as le plus détesté dans cette manière d'enseigner les mathématiques ?	Je crois que je n'ai rien détesté ; j'ai tout aimé.	Rien	Rien	Rien	Les quatre élèves disent ne rien détester en accord avec 85% de leurs camarades au niveau du questionnaire.
Il existait des mathématiques avant l'antiquité grecque. Dans quel pays ?	En Égypte et à Babylone.	A Babylone et en Égypte	A Babylone et en Égypte	En Égypte et à Babylone.	Les quatre élèves ont donné la bonne réponse et confirment ainsi le fait que les tous les élèves, sauf un, ont trouvé entièrement ou une partie de la réponse dans le questionnaire.

Qu'est-ce qui fait la différence entre les mathématiques grecques d'une part et les mathématiques égyptiennes et babyloniennes d'autre part ?	J'ai oublié	Je passe	Je n'ai pas vu la différence	Je n'ai pas senti de différence	Les élèves interviewés, à l'image de leurs camarades soumis au questionnaire, ignorent tous la réponse à cette question.
Qui est le fondateur de la géométrie grecque ?	Pythagore	Euclide	Euclide	Euclide	L'Histoire retient Thalès comme le fondateur de la géométrie grecque. Aucun des quatre élèves n'a trouvé cette réponse. Par contre trois d'entre eux ont cité Euclide comme l'ont fait les 51 % des élèves ayant répondu au questionnaire.
Où est-ce que les Babyloniens écrivaient leurs énoncés ?	Sur des pierres	Non je ne me rappelle plus	Sur des pierres et sur les murs	Sur des pierres	Les élèves n'ont pas retenu que les Babyloniens écrivaient leurs énoncés mathématiques sur des tablettes en argile. Ils ont surtout parlé de pierres ce qui n'est pas le cas.
Où est-ce que les Égyptiens écrivaient leurs énoncés ?	J'ai oublié	Sur les murs	Sur des pierres et sur les murs	Sur des pierres	Le constat est le même que pour la question précédente. Les élèves, à l'image de 95 % de leurs camarades interrogés au niveau du questionnaire, ignorent que les Égyptiens écrivaient leurs énoncés mathématiques sur du papyrus.
Durant quel siècle les mathématiciens arabes ont-ils marqué l'Histoire ?	VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	VI$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	Au II$^{\text{ème}}$ siècle avant J.-C.	Les quatre élèves ont donné des réponses fausses comme l'ont fait la majorité de leurs camarades au niveau du questionnaire (78 %).
Qui est Euclide	Euclide est un mathématicien grec	C'est un Grec	C'est un Grec	Un Grec	Tous les élèves ont donné la réponse admise par les historiens avec la condition qu'Euclide existe.
Euclide a vécu dans quelle contrée ?	Grèce	En Alexandrie	Mésopotamie	Mésopotamie	La réponse Mésopotamie n'est pas bonne. Par contre les autres réponses bien que différentes sont acceptables car il semble

					qu'Euclide a vécu en Grèce et en Alexandrie.
Que représentent les Éléments d'Euclide	Un ouvrage mathématique	Un ouvrage mathématique	Un ouvrage mathématique	Un ouvrage mathématique	Les quatre élèves ont bien répondu à la question comme les 88 % de réponses justes de leurs camarades au niveau du questionnaire.
Les Éléments d'Euclide datent de quel siècle ?	III^{ème} siècle avant J.-C.	III^{ème} siècle avant J.-C.	III^{ème} siècle avant J.-C.	III^{ème} siècle avant J.-C.	La datation des Éléments d'Euclide donnée par les quatre élèves est exacte. Ce résultat obtenu lors de l'interview est meilleur que les 34 % de bonnes réponses du questionnaire.
Les enseignements d'Euclide sont-ils actuels ? Si oui donne un exemple.	Oui, comme exemple on a la division euclidienne	Oui, comme exemple on a les types d'équations	Oui mais j'ai pas un exemple à donner.	Oui, les types d'équations	Les quatre élèves ont raison de dire que les enseignements d'Euclide sont actuels. Par contre l'exemple de la division euclidienne est bon, ce qui n'est pas le cas avec les types d'équations.
A quelle période les historiens datent-ils l'apparition des premiers nombres ?	- 2000 ans	- 2000 ans	- 2000 ans	VII^{ème} siècle avant J.-C.	La réponse donnée est fausse car la première trace numérique date de 35000 ans avant J.-C.
Comment on appelait les symboles utilisés par les Égyptiens ?	Les hiéroglyphes	Ce sont les hiéroglyphes	Les hiéroglyphes	Les hiéroglyphes	Le nom des symboles utilisés par les Égyptiens pour écrire les nombres est bien retenu par les quatre élèves comme c'est le cas de 91 % de leurs camarades au niveau du questionnaire.
Donne un exemple de hiéroglyphes	Pi	Le chevron	Pi	Chevron	Tous les quatre exemples donnés sont faux. La même tendance est constatée sur le questionnaire avec 93 % de réponses fausses.
D'où viennent les chiffres que nous utilisons aujourd'hui ?	Des Grecs	Des Grecs	Des Grecs	Des Grecs	Les chiffres utilisés aujourd'hui ne viennent pas des Grecs comme le soutiennent les quatre élèves, mais plutôt des Indiens. Cette tendance est confirmée dans le questionnaire où 56 % ont le même avis que les quatre élèves.

Ordonne selon leur ordre d'apparition les nombres suivants ?	Entiers naturels, rationnels, entiers relatifs, décimaux arithmétiques, fractions	Entiers naturels, entiers relatifs, décimaux arithmétiques, rationnels, fractions	Entiers naturels, entiers relatifs, décimaux arithmétiques, rationnels, fractions	Entiers naturels, entiers relatifs, rationnels, fractions, décimaux arithmétiques	Les quatre élèves savent que les entiers naturels sont les premiers nombres qu'a connus l'humanité, mais ignorent l'ordre d'apparition des autres nombres.
Donne une ancienne écriture de 37,2	Trois X, un V, deux barres, virgule deux barres	Je ne sais pas	$\frac{372}{10}$	Je passe	La réponse $\frac{372}{10}$ est juste et celle qui donne XXXVII,II traduit une maîtrise des chiffres romain par l'élève SF.
Indique le nom d'une figure marquante grecque qui a travaillé sur les équations	Euclide	Diophante	Thalès	Euclide	La bonne réponse n'est ni Euclide, ni Thalès mais Diophante comme indiqué par l'élève PAD qui est l'un des rares à trouver la réponse à la question.
Qui est Al-Khwârizmî ?	Mathématicien arabe	Il est arabe	Mathématicien arabe	Mathématicien arabe	Les quatre élèves comme la majorité de leurs camarades (54 %) ont bien répondu à la question.
Al-Khwârizmî utilisait deux opérations pour résoudre des équations du type $ax + b = 0$. Lesquelles ?	Al-jabr et al-muqabala	Al-jabr et al-muqabala	Al-jabr et al-muqabala	Al-jabr et al-muqabala	Le nom des deux opérations d'Al-Khwârizmî pour résoudre des équations sont bien connus par les quatre élèves à l'image de leurs camarades qui ont répondu au questionnaire (91 %).
Comment appelait-on l'inconnue chez les Babyloniens ?	Chose	Chose	Chose		L'inconnue chez les Babyloniens est appelée côté et non chose qui est le nom donné par les Arabes. Aucun élève n'a trouvé la réponse ; ce qui est en deçà de la tendance des bonnes réponses au questionnaire (17 %)
Comment appelait-on l'inconnue chez les Arabes ?	Alpha	Alpha	Alpha		La bonne réponse est chose et non alpha.
Comment procédaient les Égyptiens, les Babyloniens et les Arabes pour écrire des équations	J'ai oublié	J'ai oublié	Je passe		Les trois élèves ignorent la réponse à cette question comme du reste tous leurs camarades au niveau du questionnaire
Qui est Pythagore ?	Un mathématicien	Un mathématicien	C'est un Grec		Pythagore est un mathématicien

	égyptien	égyptien			grec. Une réponse sur trois est juste ce qui est en deçà des 46 % d'élèves ayant trouvé la bonne réponse au niveau du questionnaire.
Il a vécu pendant quel siècle ?	V^{ème} siècle avant J.-C.	V^{ème} siècle avant J.-C.	III^{ème} siècle avant J.-C.		La réponse donnée par les trois élèves est fausse, mais elle n'est pas très éloignée de la bonne réponse qui est le VI^{ème} siècle avant J.-C.
Dans quel pays africain Pythagore a acquis une partie de son savoir ?	Égypte	Égypte	Égypte		Tous les trois élèves ont trouvé la bonne réponse ; ce qui confirme les 78 % de bonnes réponses de leurs camarades au questionnaire.
Quel est le nombre de démonstrations du Théorème de Pythagore ?	30	Une dizaine	Une dizaine		Le nombre de démonstrations donné par les trois élèves n'est pas bon. Le théorème de Pythagore a connu une centaine de démonstrations ; ce qui a peut-être semblé excessif pour les élèves, il en est de même pour les 76 % qui n'ont pas trouvé la bonne réponse au niveau du questionnaire.
Où est-ce qu'on a retrouvé la première démonstration ?	Dans le papyrus de Rhind	En Égypte	Dans les Éléments d'Euclide		On trouve en Égypte, précisément dans le papyrus de Rhind des triplets pythagoriciens mais pas la démonstration de Pythagore dont la première figure dans les Eléments d'Euclide.
Qui est le président américain qui a démontré le théorème le théorème de Pythagore ?	Garfield	Garfield	Garfield		La réponse donnée par les trois élèves est correcte. Elle confirme les 51 % de réponses justes obtenues au niveau du questionnaire.

NB : la partie grise ne comporte pas de réponse car l'interview a été interrompue à cause de la batterie de la caméra qui s'est vidée avant la fin de l'interview.