



HAL
open science

Contribution à la Commande Robuste des Systèmes Robotiques Contraints à Base d'Estimateurs d'Etat et de Paramètres

Haifa Mehdi

► **To cite this version:**

Haifa Mehdi. Contribution à la Commande Robuste des Systèmes Robotiques Contraints à Base d'Estimateurs d'Etat et de Paramètres. Automatique / Robotique. Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie de Tunis, 2016. Français. NNT: . tel-02865492

HAL Id: tel-02865492

<https://theses.hal.science/tel-02865492v1>

Submitted on 11 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

*** * ***

Université de Carthage

*** * ***

Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie

Thèse de Doctorat

Spécialité:

Informatique Industrielle

de

Haifa Mehdi épouse Hadded

Ingénieur INSAT

**Contribution à la Commande Robuste des Systèmes
Robotiques Contraints
à Base d'Estimateurs d'Etat et de Paramètres**

Soutenue le 23 Avril 2016 devant le jury composé de :

M. Faouzi Ben Ammar	Président de Jury
M. Tarak Damak	Rapporteur
M. Fayçal Ben Hmida	Rapporteur
M. Faouzi M'Sahli	Examineur
Mme. Olfa Boubaker	Directeur de Thèse

Cette thèse a été préparée à l'Unité de Recherche Energy, Robotics, Control and Optimization (ERCO) à l'Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie (INSAT) de Tunis.

À mes parents

À mon mari

À ma petite Malék

À toute ma famille

À tous ceux que j'aime

Remerciements

Cette thèse a été réalisée à l'Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie (INSAT) au sein de l'Unité de Recherche Energy, Robotics, Control and Optimization (ERCO).

Je voudrais exprimer mes sincères remerciements et ma profonde reconnaissance à Monsieur **Faouzi Ben AMMAR**, Directeur de l'Institut National des Sciences Appliquées et de Technologie (INSAT) et Professeur à l'INSAT, pour le grand honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury de cette thèse malgré ses occupations scientifiques et administratives.

Je remercie chaleureusement Monsieur **Tarak DAMAK**, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS), pour le grand honneur qu'il me fait en acceptant d'être rapporteur de ce mémoire de thèse. Veuillez trouver ici le témoignage de ma profonde reconnaissance et de l'affirmation de mon grand respect.

Que Monsieur **Fayçal Ben HMIDA**, Maître de Conférences à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Tunis (ENSIT), trouve ici mon profond respect et mes sincères remerciements pour le grand honneur qu'il me fait en acceptant de rapporter ce travail.

Mes vifs remerciements s'adressent à Monsieur **Faouzi M'SAHLI**, Professeur à l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir (ENIM), pour le grand honneur qu'il me fait en acceptant d'examiner ce mémoire de thèse. Veuillez trouver ici le témoignage de mon grand respect.

Je souhaite enfin exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Madame **Oifa BOUBAKER**, Professeur à l'INSAT, pour son appui scientifique, mais aussi moral; la bonne humeur dont elle a toujours fait preuve est un élément de motivation non négligeable. Merci pour ses précieux conseils scientifiques, ses compétences, ses nombreuses relectures, et pour la confiance qu'elle m'a accordée. Je conserve un très bon souvenir de nos réunions de travail qui ont constitué pour moi une source d'inspiration et de motivation importante.

Table des matières

Liste des figures	iv
Liste des tableaux.....	vi
Nomenclature.....	vii
Introduction générale	1
Chapitre1. Etat de l'art et préliminaires	4
1.1 Introduction	4
1.2 Modélisation des systèmes robotiques contraints	5
1.2.1 Modèle dynamique de robots à corps et articulations rigides.....	6
1.2.2 Modèle dynamique de robots à corps rigides et articulations flexibles.....	6
1.2.3 Modèle dynamique de robots à corps flexibles et articulations rigides.....	7
1.3 Commande des systèmes robotiques contraints	7
1.3.1 Commande par impédance	9
1.3.2 Commande par raideur active	11
1.3.3 Commande hybride.....	12
1.3.4 Commande parallèle	13
1.3.5 Commande explicite et commande implicite	14
1.3.6 Etude comparative	15
1.4 Problème de la compensation de la gravité.....	16
1.5 Commande robuste des systèmes robotiques contraints	18
1.5.1 Commande avec incertitude sur l'environnement	18
1.5.2 Commande avec incertitude sur le modèle.....	18
1.5.3 Commande avec incertitude sur le modèle et sur l'environnement	19
1.6 Mesure des différentes variables	20
1.6.1 Capteurs de position et de vitesse.....	20
1.6.2 Capteurs d'accélération	21
1.6.3 Capteurs de force	22
1.7 Préliminaires.....	23
1.7.1 Equation de Lagrange	23
1.7.2 Fonctions énergétiques pour le cas des systèmes mécaniques	25
1.7.3 Stabilité des systèmes autonomes au sens de Lyapunov	26
1.7.4 Stabilité des systèmes non autonomes au sens de Lyapunov	26

1.7.5 Positivité d'une fonction convexe	27
1.8 Contributions de la thèse	28
1.9 Conclusion.....	29
Chapitre 2. Contribution à la commande des systèmes robotiques contraints.....	30
2.1 Introduction	30
2.2 Position du problème.....	31
2.3 Synthèse de l'estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbations.....	32
2.4 Commande par raideur active	37
2.4.1 Position du problème	37
2.4.2 Dynamique du système d'erreur.....	37
2.4.3 Stabilité asymptotique	38
2.5 Commande par impédance	43
2.5.1 Principe	43
2.5.2 Estimation de l'accélération angulaire.....	43
2.5.3 Position du problème	44
2.5.4 Dynamique du système d'erreur.....	44
2.5.5 Stabilité asymptotique.....	45
2.6 Conclusion.....	48
Chapitre 3. Contribution à la commande robuste des systèmes robotiques contraints	50
3.1 Introduction	50
3.2 Commande robuste avec incertitude sur l'environnement.....	51
3.2.1 Commande robuste par raideur active	51
3.2.1.1 Position du problème	52
3.2.1.2 Dynamique du système d'erreur.....	52
3.2.1.3 Stabilité asymptotique	53
3.2.2 Commande robuste par impédance	57
3.2.2.1 Position du problème	58
3.2.2.2 Dynamique du système d'erreur.....	58
3.2.2.3 Stabilité asymptotique	59
3.3 Commande robuste avec incertitude sur le modèle.....	62
3.3.1 Modélisation du système robotique	63
3.3.2 Commande robuste par raideur active	63
3.3.2.1 Position du problème	63

3.3.2.2 Dynamique du système d'erreur	64
3.3.2.3 Stabilité asymptotique	64
3.3.3 Commande robuste par impédance	67
3.3.3.1 Position du problème	67
3.3.3.2 Dynamique du système d'erreur	68
3.3.3.3 Stabilité asymptotique	68
3.4 Conclusion.....	70
Chapitre 4. Application à un robot industriel à 6 ddl	72
4.1 Introduction	72
4.2 Le robot IRB-140 d'ABB.....	72
4.3 Optimisation par essaim particulière.....	78
4.4 Résultats de simulation.....	80
4.4.1 Commande par raideur active	82
4.4.2 Commande par impédance: cas 1	86
4.4.3 Commande par impédance: cas 2	91
4.4.4 Commande robuste par raideur active dans le cas d'incertitude sur l'environnement.....	95
4.4.5 Commande robuste par impédance dans le cas d'incertitude sur le modèle ..	99
4.5 Etude comparative.....	103
4.6 Conclusion.....	111
Conclusion générale.....	112
Références bibliographiques.....	114

Liste des figures

Figure 1.1 - Concept de la commande en position/force	8
Figure 1.2 - Principe de la commande par impédance.....	9
Figure 1.3 - Principe d'une boucle de régulation par une commande par impédance....	10
Figure 1.4 - Principe d'une boucle de régulation d'une commande par raideur active..	11
Figure 1.5 - Principe d'une boucle de régulation d'une commande hybride.....	13
Figure 1.6 - Principe d'une boucle de régulation pour une commande parallèle	14
Figure 1.7 - Principe d'une boucle de régulation pour une commande explicite basée sur le contrôle de la force.....	15
Figure 1.8 - Principe d'une boucle de régulation pour une commande explicite basée sur le contrôle de la position	15
Figure 4.1- Le robot ABB IRB-140 à 6DDL	73
Figure 4.2 - Structure du robot ABB IRB-140	75
Figure 4.3 Optimisation des paramètres du régulateur par PSO.....	80
Figure 4.4 - Positions cartésiennes sous la commande par raideur active	84
Figure 4.5 - Vitesses cartésiennes sous la commande par raideur active	84
Figure 4.6 - Lois de commande par raideur active	85
Figure 4.7 - Paramètres inertiels (Masses estimées) pour une commande par raideur active.....	85
Figure 4.8 - Positions angulaires réelles et estimées sous la commande par raideur active.....	86
Figure 4.9 - Vitesses angulaires réelles et estimées sous la commande par raideur active	86
Figure 4.10 - Positions cartésiennes sous la commande par impédance (cas1)	88
Figure 4.11 - Vitesses cartésiennes sous la commande par impédance (cas1)	89
Figure 4.12 - Forces de contact sous la commande par impédance (cas1)	89
Figure 4.13 - Lois de commande par impédance (cas1)	90
Figure 4.14 - Paramètres inertiels (Masses estimées) pour une commande par impédance (cas1)	90
Figure 4.15 - Positions cartésiennes sous la commande par impédance (cas2)	92
Figure 4.16 - Vitesses cartésiennes sous la commande par impédance (cas2)	92
Figure 4.17 - Forces de contact sous la commande par impédance (cas2)	93
Figure 4.18 - Lois de commande par impédance (cas2)	93

Figure 4.19 - Paramètres inertiels (Masses estimées) pour une commande par impédance (cas2)	94
Figure 4.20 - Accélérations cartésiennes sous la commande par impédance (cas2)	94
Figure 4.21 - Positions cartésiennes sous la commande robuste par raideur active	97
Figure 4.22 - Vitesses cartésiennes sous la commande robuste par raideur active	97
Figure 4.23 - Lois de commande robuste par raideur active	98
Figure 4.24 - Paramètres inertiels (Masses estimées) sous la commande robuste par raideur active.....	98
Figure 4.25 - Positions cartésiennes sous la commande robuste par impédance.....	100
Figure 4.26 - Vitesses cartésiennes sous la commande robuste par impédance.....	100
Figure 4.27 - Forces de contact sous la commande robuste par impédance.....	101
Figure 4.28 - Lois de commande robuste par impédance	101
Figure 4.29 - Paramètres inertiels (Masses estimées) sous la commande robuste par impédance	102
Figure 4.30 - Accélérations cartésiennes sous la commande robuste par impédance ..	102
Figure 4.31 - Lois de commande par PD+ (Scenario 1)	104
Figure 4.32 - Lois de commande du 2 ^{ème} actionneur (Scenario 1)	105
Figure 4.33 - Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe X (Scenario 1)	106
Figure 4.34 - Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe Y (Scenario 1)	106
Figure 4.35 - Lois de commande par PD+ (Scenario 2).....	108
Figure 4.36 - Lois de commande du 2 ^{ème} actionneur (Scenario 2)	108
Figure 4.37 - Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe X (Scenario 2)	109
Figure 4.38 - Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe Y (Scenario 2)	109

Liste des tableaux

Tableau 1.1 - Stratégies fondamentales de commande des systèmes robotiques contraints.....	16
Tableau 4.1- Paramètres techniques du robot ABB IRB-140.....	74
Tableau 4.2 - Paramètres géométriques du robot ABB IRB-140	76
Tableau 4.3 - Paramètres du robot ABB IRB-140.....	77
Tableau 4.4 - Variables de la méthode d'optimisation par essaim particulaire : Commandes robustes par raideur active et par impédance.....	96
Tableau 4.5 - Solution optimale sous la commande robuste par raideur active	96
Tableau 4.6 - Solution optimale sous la commande robuste par impédance.....	99
Tableau 4.7 - Solution optimale pour la loi de commande PD+ (Scenario 1).....	104
Tableau 4.8 - Solution optimale pour la loi de commande PD+ (Scenario 2).....	107

Nomenclature

$B_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Matrice d'amortissement désiré
c^T	Vecteur de constantes positives
c_1, c_2	Facteurs d'accélération
C	Matrice unitaire
$D(\Phi, \dot{\Phi})$	Fonction de dissipation du système
$F \in \mathbb{R}^p$	Vecteur de forces de contact
$F_d \in \mathbb{R}^p$	Vecteur de forces de contact désirées
$\hat{F} \in \mathbb{R}^p$	Vecteur de forces de contact estimées
$g_{best}^{(k)}$	Position optimale dans le groupe à l'itération k
$G(\theta) \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des forces de gravitation
$h(\theta) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$	Fonction non linéaire qui définit le modèle géométrique direct
$H(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Vecteur de force centrifuge, centripète, et de Coriolis
I_i	Paramètres d'inertie du corps rigide i du robot
$J(\theta) \in \mathbb{R}^{p \times n}$	Matrice Jacobienne
k	Constante positive
K_i	Position du centre de gravité du corps rigide i du robot
$K_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Matrice de raideur désirée
$K_e \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Matrice de raideur équivalente du système robot/environnement
$K_f \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Matrice de gain en force (action proportionnelle)
$K_p \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Matrice de gain en position (action proportionnelle)
$K_v \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Matrice de gain en vitesse (action dérivée)
L_i	Longueur du corps rigide i du robot
m_i	Masse du corps rigide i du robot
M	Nombre de particules dans le groupe
$M(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Matrice d'inertie du robot
$M_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Matrice d'inertie désirée
n	Nombre de degrés de liberté du robot (DOF)
N	Matrice d'observation d'état
p	Dimension de l'espace cartésien
$p_i^{(k)}$	Position de la i ème particule à l'itération k

$pbest_1^{(k)}$	Meilleure position de la $i^{\text{ème}}$ particule à l'itération k
$P(\Phi)$	Energie potentielle
$P(t)$	Estimation de la variance de l'erreur du modèle estimé
$Q(t)$	Matrices de variance de bruit sur le processus
$\text{rand}(), \text{Rand}()$	Nombres aléatoires entre 0 et 1
$R(t)$	Matrices de variance de bruit sur les mesures
$T(\Phi, \dot{\Phi})$	Energie cinétique
$U \in \mathbb{R}^n$	Vecteur de commande
V	Fonction de Lyapunov
$v_i^{(k)}$	Vitesse de la $i^{\text{ème}}$ particule à l'itération k
x	Vecteur d'état
\hat{x}	Vecteur d'état estimé
$X \in \mathbb{R}^p$	Vecteur des positions cartésiennes de l'effecteur du robot
$X_d \in \mathbb{R}^p$	Vecteur des positions cartésiennes désirées de l'effecteur du robot
$\dot{X} \in \mathbb{R}^p$	Vecteur des vitesses cartésiennes de l'effecteur du robot
$\dot{X}_d \in \mathbb{R}^p$	Vecteur des vitesses cartésiennes désirées de l'effecteur du robot
$\ddot{X} \in \mathbb{R}^p$	Vecteur des accélérations cartésiennes de l'effecteur du robot
$\ddot{X}_d \in \mathbb{R}^p$	Vecteur des accélérations cartésiennes désirées de l'effecteur du robot
y	Sortie du système d'état
$Y(\Phi) \in \mathbb{R}^p$	Erreur de position dans l'espace cartésien
z	Vecteur de décision
$w^{(k)}$	Facteur d'inertie à l'itération k
$\theta \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des positions angulaires
$\theta_d \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des positions angulaires désirées
$\hat{\theta} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des positions angulaires estimées
$\dot{\theta} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des vitesses angulaires
$\dot{\theta}_d \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des vitesses angulaires désirées
$\hat{\dot{\theta}} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des vitesses angulaires estimées
$\ddot{\theta} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des accélérations angulaires
$\ddot{\theta}_d \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des accélérations angulaires désirées
$\hat{\ddot{\theta}} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur des accélérations angulaires estimées
v	Variable inconnue

σ	Fonction linéaire
α	Paramètres inertiels du robot
$\hat{\alpha}$	Paramètres inertiels estimés du robot
$\xi_{\theta}, \xi_{\dot{\theta}}$	Bruits sur le processus
η_x	Bruits sur les mesures
ξ_F	Incertitudes sur les vecteurs estimés de forces / couples
ξ_{α}	Incertitudes sur les vecteurs estimés de paramètres inertiels de robots
$\Phi \in \mathbb{R}^n$	Erreur de position dans l'espace articulaire
$\Lambda, \Lambda_1, \Lambda_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Matrice diagonale définie positive
$\Delta B_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Incertitude sur la matrice de raideur
$\Delta G \in \mathbb{R}^n$	Incertitude sur le vecteur des forces de gravitation
$\Delta H \in \mathbb{R}^n$	Incertitude sur le vecteur de forces centrifuges, centripètes, et de Coriolis
$\Delta K_e \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Incertitude sur la matrice de raideur équivalente
$\Delta K_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$	Incertitude sur la matrice d'amortissement
$\Delta M \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Incertitude sur la matrice d'inertie du robot

Introduction générale

Dans le domaine de la robotique, la commande des robots contraints est considérée, jusqu'à nos jours, l'un des problèmes les plus cruciaux à résoudre. En effet, pour effectuer les fonctions qui leur sont assignées, un grand nombre de robots manipulateurs doivent entrer en contact avec leur environnement. Par ailleurs, ils nécessitent non seulement une commande en position mais aussi une commande en force. Il est évident que ce type de commande en position/force peut facilement provoquer une instabilité du système robotique contraint en générant une destruction de l'environnement et/ou du robot. En effet, la commande des systèmes robotiques contraints est un problème de commande multivariable et non linéaire inhérent à deux objectifs conflictuels : toute position élimine la force associée dans une direction de l'espace opérationnel et vis vers ça. C'est pour cette raison que ce problème a été toujours considéré comme étant un problème éminent. Quelques solutions ont été proposées dans la littérature pour résoudre ce problème. Ces solutions sont généralement classées en quatre grandes familles : les algorithmes de commande basés sur une relation dynamique entre la position désirée de l'effecteur et la force de contact et dont la commande par impédance et la commande par raideur active sont les deux exemples typiques, les algorithmes de commande basés sur une simple régulation de la force et dont la commande explicite ou la commande implicite sont les deux exemples typiques, les algorithmes de commande simultanée de la position et de la force et dont la commande hybride est l'exemple prépondérant et enfin la commande parallèle en position et en force.

Les lois de commande appartenant à la première famille, prétendent résoudre le problème de la commande en position/force en imposant une relation dynamique entre la position désirée de l'effecteur et la force de contact exercée par le robot sur l'environnement. Elles sont particulièrement caractérisées par une simplicité d'adaptation dans le cas d'un changement de la structure du robot et/ou des paramètres de l'environnement ce qui garantit une sécurité du robot et de l'environnement aux changements brusques des conditions opératoires. Néanmoins, il faut avouer que ce type

de stratégie de commande est reconnu par une dégradation des performances en précision et en robustesse.

C'est dans ce contexte particulier que s'inscrivent nos contributions. En effet, nous avons tenté, dans ce rapport, de proposer de nouvelles conditions de stabilité asymptotique au sens de Lyapunov pour résoudre le problème de stabilisation autour d'une position désirée pour la classe des systèmes robotiques contraints en utilisant des stratégies de commande par raideur active et par impédance. Tous les nouveaux résultats développés sous les différentes hypothèses considérées, se basent essentiellement sur une relation entre la dynamique propre du système robotique contraint et l'énergie qui lui est injectée. Deux cas de figures ont été principalement considérés : le cas où les régulateurs ne tiennent pas compte des incertitudes sur le modèle robotique et sur l'environnement et le cas où ce type d'incertitudes sera considéré. D'autre part, pour remédier aux problèmes dus aux capteurs force/couple, à l'incertitude sur les paramètres inertiels et aux perturbations appliquées sur le processus, un estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbation a été synthétisé. Ce système fournit une force précise et une estimation de l'état en présence d'incertitudes sur les paramètres inertiels du robot et en présence de bruits de mesure. Un second observateur est aussi proposé pour résoudre le problème de la mesure de l'accélération. Finalement, les lois de commande non linéaires proposées sous les différentes nouvelles conditions de stabilité ont été appliquées sur le robot industriel ABB IRB-140 à 6 degrés de liberté (6 dll). Toutefois, même si les conditions de stabilité asymptotique ont été énoncées, la synthèse des différents contrôleurs montre qu'un affinement de ses paramètres est une exigence. Ce constat a été largement évoqué dans la littérature ces dernières années où très peu de solutions ont été proposées pour le cas des systèmes robotiques contraints vue la complexité du problème. C'est dans ce sens que nous avons proposé des stratégies d'optimisation multiobjectifs des paramètres des contrôleurs afin d'optimiser leur performance. Deux types d'algorithmes ont été proposés : un algorithme d'optimisation non linéaire et un algorithme d'optimisation par essaim particulière. En fait, l'optimisation non linéaire a été utilisée pour synthétiser les paramètres des régulateurs lorsqu'ils ne tiennent pas compte des incertitudes sur le modèle et sur l'environnement alors que dans le cas où ce type d'incertitudes sera considéré un recours à la méthode d'optimisation par essaim particulière était une solution vue la complexité du problème et le temps de traitement très important.

Ce rapport sera organisé en quatre chapitres : Le premier chapitre expose nos motivations pour le choix de ce sujet particulier de recherche. Il présente un état de l'art des différentes stratégies de commande en force et en position des systèmes robotiques contraints. De plus, il expose les différents problèmes pratiques qui peuvent être aperçus lors de l'application des lois de commande aux systèmes robotiques contraints. Ce chapitre met le point, dans son dernier paragraphe, sur les différentes contributions apportées dans ce rapport de synthèse.

Dans le second chapitre, des lois de commande assurant la stabilité asymptotique autour d'une position désirée des systèmes robotiques contraints en force et en position seront élaborées. De nouvelles conditions de stabilité asymptotique pour des systèmes commandés par raideur active et par impédance utilisant une approche de Lyapunov appropriée, basées sur la relation entre la dynamique du robot et son énergie, seront proposées. D'autre part, les problèmes de la mesure de la force et de la compensation de la gravité, seront résolus par le biais d'un estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbation. Cet estimateur permet l'estimation en temps réel de la force et des paramètres inertiels incertains avec considération de bruits de mesure et de bruits sur le processus. Le problème de la mesure de l'accélération sera aussi résolu par utilisation d'un second estimateur pour le cas de la commande par impédance.

Le troisième chapitre sera consacré pour développer de nouvelles lois de commande robustes pour faire face aux incertitudes sur le modèle du système robotique ou sur son environnement. Différentes hypothèses seront alors considérées pour chaque cas de figure considéré. De nouvelles conditions de stabilité asymptotique pour des systèmes commandés par raideur active robuste et par impédance robuste utilisant une approche de Lyapunov appropriée basées sur la relation entre la dynamique du robot et son énergie seront élaborées.

Une application des différentes lois de commande élaborées dans le deuxième et le troisième chapitre sera enfin testée et validée en simulation dans le quatrième chapitre sur le robot industriel IRB-140 d'ABB. Pour cela, une méthode d'optimisation non linéaire des paramètres des régulateurs via la commande par impédance et la commande par raideur active sera implémentée dans le cas où les régulateurs ne tiennent pas compte des incertitudes sur le modèle robotique et sur l'environnement alors qu'une méthode d'optimisation par essaim particulière sera considérée et valorisée par des résultats de simulation dans le cas où ce type d'incertitudes sera considéré.

Chapitre 1.

Etat de l'art et préliminaires

1.1 Introduction

Depuis plusieurs années, le contrôle des systèmes robotiques contraints est un domaine de recherche en plein expansion. Dans ce sens, deux types de problèmes de commande peuvent être résolus : le problème de poursuite de trajectoires et le problème de stabilisation autour d'une position désirée et/ou d'une force désirée. Dans ce travail on s'intéressera uniquement au problème de stabilisation. Rappelons que le contrôle de l'interaction physique entre un robot manipulateur et son environnement est une action nécessaire pour exécuter, d'une manière efficace, un certain nombre de tâches où l'effecteur doit manipuler un objet ou effectuer une opération sur une surface. En effet, lors du contact, l'environnement peut définir des contraintes cinématiques. Il peut donc agir sur les trajets qui peuvent être suivies par l'effecteur. Cette situation qui correspond au contact avec une surface rigide, est généralement appelée mouvement contraint. Dans d'autres cas, le contact se caractérise par une interaction dynamique entre le robot et l'environnement qui peut être inertielle, dissipative ou élastique. Dans tous ces cas, l'utilisation d'une stratégie de commande en position pour commander l'interaction peut provoquer la défaillance du système robot/environnement [Siciliano & Khatib, 2008]. Une commande en position et en force est donc indispensable. Davantage, ces systèmes peuvent être soumis à des incertitudes de modélisation et/ou des incertitudes de l'environnement. Il est donc nécessaire d'élaborer des lois de commande robustes.

Ce chapitre présente une introduction aux différentes notions qui seront discernées dans les chapitres suivants : 1) les différents modèles des systèmes robotiques contraints, 2) les stratégies basiques de commande en force et en position des systèmes robotiques contraints dans le cas certain et aussi dans le cas incertain et 3) les problèmes dues à la gravité ainsi qu'aux capteurs utilisés lors de mesure de différentes variables.... D'autre part, ce chapitre situe et explicite la contribution de cette thèse par rapport aux travaux existants.

Ce chapitre est organisé comme suite: le second paragraphe présente une classification des modèles dynamiques des systèmes robotiques contraints. Une étude non exhaustive des stratégies de commande en force et en position des systèmes robotiques contraints est planifiée dans le troisième paragraphe. Le problème de la compensation de la gravité est exposé dans le quatrième paragraphe. Une étude bibliographique des différentes stratégies de commande robuste en présence d'incertitudes sur l'environnement et/ou sur le modèle est présentée dans le cinquième paragraphe. Le problème de la mesure des différentes variables d'un système robotique contraint est présenté dans le sixième paragraphe. Les théorèmes de la stabilité au sens de Lyapunov dans le cas des systèmes autonomes et non autonomes ainsi qu'un ensemble des préliminaires sont exposés dans le septième paragraphe. Enfin, le dernier paragraphe est consacré pour présenter la contribution de la thèse.

1.2 Modélisation des systèmes robotiques contraints

Pour concevoir ou commander un robot, il est nécessaire, entre autres, de disposer de modèles du mécanisme. La modélisation dépend des spécifications du cahier des charges de l'application envisagée: il en découle des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques à partir desquels peuvent être engendrés les mouvements du robot, ou bien des modèles statiques qui décrivent les interactions du mécanisme avec son environnement [Spong & Vidyasagar, 1989], [Spong et *al.*, 2006].

L'obtention de ces différents modèles est difficile. La difficulté varie selon la complexité de la cinématique de la chaîne articulée. Ceci tient compte du nombre de degrés de liberté, du type des articulations, du nombre de corps rigides et aussi de la nature de la chaîne qui peut être ouverte simple, arborescente ou fermée.

Dans le cadre de cette thèse, on ne considèrera que des robots manipulateurs à chaînes cinématiques ouvertes simples. Plus particulièrement, on ne considèrera que des structures à n degrés de liberté (ddl) avec n articulations. La situation de tous les corps du robot les uns par rapport aux autres définit une configuration du robot. Celle-ci sera décrite dans l'espace articulaire de dimension n par les coordonnées articulaires notées $q \in \mathbb{R}^n$. Les positions moteurs et les couples moteurs seront notés respectivement par $\theta \in \mathbb{R}^n$ et $U \in \mathbb{R}^n$. Le vecteur des positions cartésiennes de l'organe terminal du robot sera noté $X \in \mathbb{R}^p$.

1.2.1 Modèle dynamique de robots à corps et articulations rigides

Sous l'hypothèse de transmissions idéales et d'articulations rigides, les positions articulaires sont confondues avec les positions moteurs ce qui est équivalent à écrire: $\theta = q$. Le modèle dynamique peut s'obtenir à partir des équations de Lagrange et s'écrit sous la forme [Khalil & Dombre, 1999] :

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = U - J^T(q)F \quad (1.1)$$

où $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie, $H(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces centrifuges, centripètes et de Coriolis et $G(q) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces de gravitation. $J^T(q)$ est la matrice Jacobienne et F est le vecteur de force de contact.

1.2.2 Modèle dynamique de robots à corps rigides et articulations flexibles

Le modèle à articulations flexibles permet de représenter les élasticités concentrées dans la chaîne de transmission mécanique entre les moteurs et les segments rigides entraînés par les couples articulaires.

Pour un robot à n ddl, les équations de Lagrange, tenant explicitement compte de l'énergie potentielle des transmissions flexibles et permettant d'aboutir au modèle dynamique, sont composées de $2n$ équations différentielles non-linéaires couplées.

Le modèle dynamique du robot à n ddl et à articulations flexibles s'écrit [Spong et al., 2006] :

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) + F_a + K(q - \theta) = J^T(q)F \quad (1.2)$$

$$J_m \ddot{q} + F_m - K(q - \theta) = U \quad (1.3)$$

où $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie rigide. $F_a, F_m \in \mathbb{R}^n$ représentent respectivement les couples de frottement articulaire et moteur et $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice diagonale des raideurs articulaires. Les n premières équations (1.2) décrivent la dynamique articulaire, et les n suivantes (1.3) décrivent la dynamique moteur.

1.2.3 Modèle dynamique de robots à corps flexibles et articulations rigides

Le modèle à corps flexibles permet de représenter les élasticités distribuées le long des corps. En se basant sur le formalisme de Lagrange, le modèle dynamique du robot à n ddl et à corps flexibles s'écrit sous la forme suivante [Etxebarria et al., 2005] :

$$M(q) \ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) + F_f(q, \dot{q}) + Kq = B(q)F \quad (1.4)$$

avec $q = [q_r^T, q_f^T]^T$ où q_r est le vecteur de modes rigides et q_f est le vecteur de modes flexibles définis respectivement par :

$$q_r = [q_{r_1}, \dots, q_{r_n}]^T$$

$$q_f = [q_{f_{1_1}}, \dots, q_{f_{1_{m_1}}}, \dots, q_{f_{n_1}}, \dots, q_{f_{n_{m_n}}}]^T$$

où n est le nombre de corps du robot et m_i est le nombre de modes flexibles pour chaque corps. $F_f \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces de frottement et $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice des raideurs. $B(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'entrée.

1.3 Commande des systèmes robotiques contraints

Le concept de la commande en position et en force est présenté par la Figure 1.1. Ce concept montre le problème de la robotique contrainte qui est dû à la présence de deux objectifs contradictoires qui doivent être contrôlés en même temps. Ces objectifs sont la stabilisation simultanée de la position imposée par le robot et de la force de contact imposée par l'environnement.

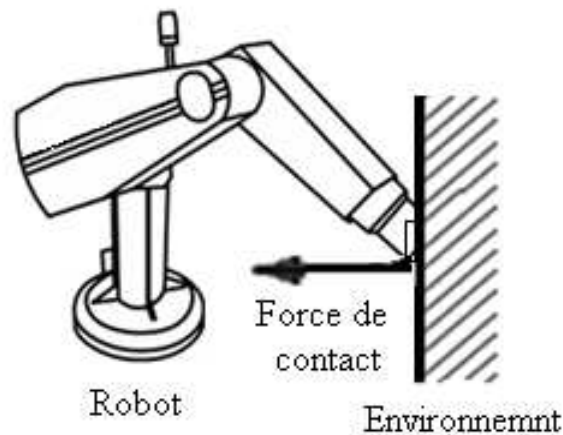


Figure 1.1 - Concept de la commande en position/force

Diverses stratégies ont été proposées au cours de ces dernières années pour résoudre le problème de la commande en position/force. Ces études ont été introduites initialement par Ferrell et Sheridan [Ferrell & Sheridan, 1967] et ont conduit à une vaste bibliographie. Le livret de Siciliano et Khatib [Siciliano & Khatib, 2008], les ouvrages de Siciliano et Villani [Siciliano & Villani, 1999]; Canudas de Wit *et al.* [Canudas de Wit *et al.*, 1996] ; Khalil et Dombre [Khalil & Dombre, 1999] et [Antonelli, 2006], les surveys de Whitney [Whitney, 1985]; Patarinski et Botev [Patarinski & Botev, 1993]; Volpe et Khosla [Volpe & Khosla, 1995]; Zeng et Hemami [Zeng & Hemami, 1997]; Chiaverini *et al.* [Chiaverini *et al.*, 1999] et Yoshikawa [Yoshikawa, 2000] révèlent la richesse, le développement et la maturité de ce domaine.

Ainsi et en fonction du but du contrôle envisagé, les algorithmes de commande en force/position peuvent être classés en quatre catégories:

- Les algorithmes de commande en force et en position basés sur la relation dynamique entre la position désirée de l'effecteur et la force de contact. Principalement, on peut citer dans cette classe la commande par raideur active basée sur une relation entre la position et la force appliquée [Salisbury, 1980] et la commande par impédance basée sur une relation entre la vitesse et la force appliquée [Hogan, 1985].
- Les algorithmes de commande basés sur la régulation de la force. Cette famille inclut les stratégies de commande explicite [Volpe & Khosla, 1993] et de commande implicite [Rocco *et al.*, 1997].

- Les algorithmes de commande simultanée de position et de force. Cette famille comprend la commande hybride en position et en force [Raibert & Craig, 1981].
- La commande parallèle en position et en force [Chiaverini & Sciavicco, 1993], [Siciliano & Villani, 2000].

Dans ce qui suit nous exposerons le principe de chaque technique de commande.

1.3.1 Commande par impédance

Le principe de la commande par impédance, proposé initialement par Hogan [Hogan, 1984, 1985], consiste à modéliser le contact avec l'environnement par un système masse-ressort-amortisseur. Ce principe est exposé par la Figure 1.2. Les paramètres inertie M_d , raideur K_d et amortissement B_d de ce système sont à choisir selon le comportement désiré. Ils sont implicitement inclus dans les gains de correction de la loi de commande en force. Il ne s'agit donc pas d'une commande directe de l'effort ou de la position mais plutôt d'une commande de la relation entre ces deux grandeurs.

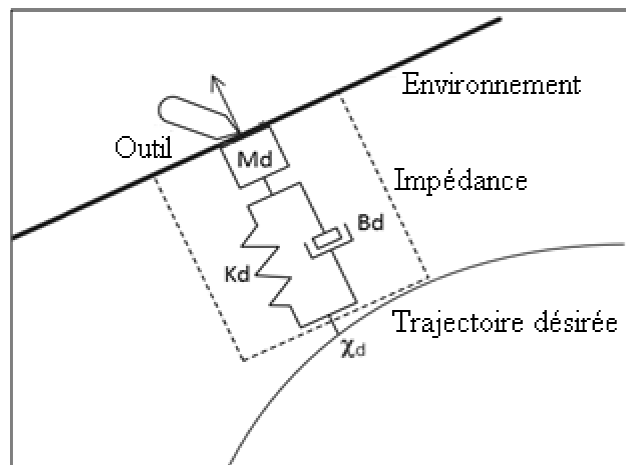


Figure 1.2 - Principe de la commande par impédance

La commande par impédance consiste à réguler la relation entre le robot et son environnement. Il ne s'agit pas seulement de contrôler les deux variables vitesse de l'effecteur et force de contact. En effet, cette commande assure le contrôle de la vitesse de l'organe terminal et la régulation de l'impédance de sortie afin d'obtenir la force désirée.

L'objectif de la commande par impédance est de maintenir l'impédance de la boucle de régulation à un niveau désiré. Le couple d'entrée de cette commande est constitué de deux parties. La première partie est une entrée de commande en position utilisant les

signaux de retour de position et de vitesse. La seconde partie comprend l'effet des forces de contraintes sur la position et la vitesse. Le principe de la commande par impédance dans un espace cartésien est illustré par la Figure 1.3.

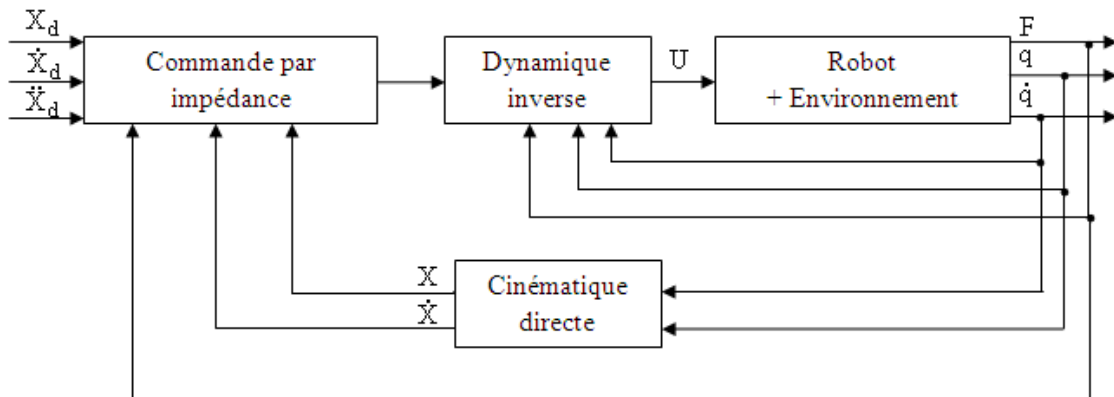


Figure 1.3 - Principe d'une boucle de régulation par une commande par impédance
[Villani & De Shutter, 2008]

où X , \dot{X} représentent respectivement les vecteurs de positions et de vitesses cartésiennes de l'effecteur. $X_d, \dot{X}_d, \ddot{X}_d$ représentent respectivement les vecteurs de positions, de vitesses et d'accélération cartésiennes désirées et q, \dot{q} représentent respectivement les vecteurs de positions et de vitesses angulaires du robot. U étant le vecteur des couples articulaires et F représente le torseur des efforts (vecteur des forces et des moments) appliqué par le manipulateur sur l'environnement.

La commande par impédance est généralement utilisée dans le cas où une précision au niveau de force n'est pas exigée. En effet, la force de contact sous cette loi de commande est limitée pendant la phase transitoire et atteint une valeur constante à l'état stationnaire. Néanmoins, pendant la phase où le mouvement est contraint, la précision est faible. Une erreur en force assez élevée est observée [Chiaverini et al., 1999]. De plus, si l'impédance désirée est inférieure au double de la raideur du manipulateur et de l'environnement, l'erreur de position est importante ce qui peut provoquer un comportement oscillatoire périodique. Ainsi, il est important de choisir soigneusement cette impédance [Heinrichs & Sepehri, 1999].

Les performances de la commande par impédance sont souvent améliorées par l'introduction d'autres algorithmes. Une approche par mode glissant a été par exemple adoptée afin de formuler une commande par impédance robuste dans [Ibeas & De la Sen, 2004]. Une commande par impédance à structure variable a été aussi développée dans [Chen & Xiao, 2011]. Les réseaux de neurones sont aussi intégrés à la commande

adaptative par impédance dans [Xu et *al.*, 2011]. Une commande par impédance adaptative permettant de compenser les incertitudes liées à l'environnement est proposée dans [Jung et *al.*, 2004].

La commande par impédance peut être donnée sous une deuxième forme connue par la commande par admittance. En effet, l'admittance est définie comme étant l'inverse de l'impédance. La commande par admittance assure donc la régulation de l'admittance afin d'atteindre la force désirée avec une faible erreur et une réponse assez rapide [Hogan, 1985].

1.3.2 Commande par raideur active

La commande par raideur active proposée initialement par Salisbury [Salisbury, 1980] assure le contrôle de la raideur de l'effecteur du robot et commande simultanément la position et la force. La raideur peut être modifiée par une commande programmée afin de correspondre à différentes exigences de l'espace de travail. Elle permet de commander le robot afin qu'il se comporte, vis-à-vis de l'environnement, comme un ressort à raideur programmable. On programme donc de grands gains pour les directions commandées en position et de petits gains pour les directions commandées en effort. La commande par raideur active peut être considérée comme un cas particulier de la commande par impédance. La première agit sur le comportement statique du système alors que la seconde agit sur la dynamique du système robotique contraint en imposant une relation dynamique entre la position et la force désirée qui n'est autre que l'impédance ou l'admittance du système robot/environnement. Le principe de la commande par raideur active dans un espace articulaire est illustré par la Figure 1.4 où K_p et K_v sont les matrices de gains de positions et de vitesses.

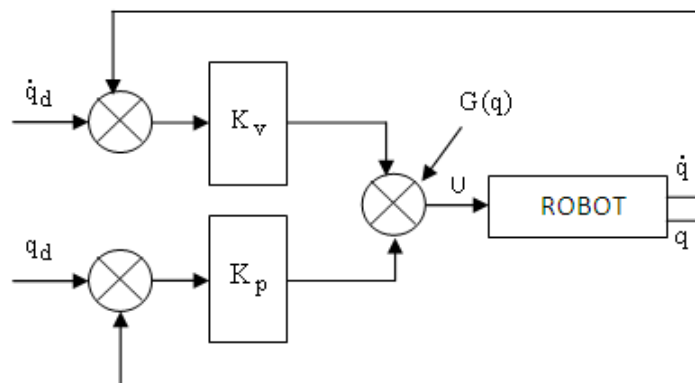


Figure 1.4 - Principe d'une boucle de régulation d'une commande par raideur active [Khalil & Dombre, 1999]

La commande par raideur active peut être associée à d'autres techniques de commande telles que la commande adaptative, neuronale, robuste pour faire face aux incertitudes. Une commande parallèle adaptative associée à la commande par raideur active est développée dans [Chiaverini et al., 1997] pour maintenir une performance constante en présence d'incertitudes sur les paramètres du robot et de l'environnement. Taheri et al [Taheri et al., 2012] ont pu récemment introduire une commande robuste par *Back-Stepping* et un contrôle par mode glissant sans *broutement* pour suivre indépendamment la force désirée et la raideur active.

1.3.3 Commande hybride

Cette technique a été initialement proposée par Craig et Raibert [Craig & Raibert, 1979], [Raibert & Craig, 1981]. Elle est basée sur le concept de la compliance présentée initialement par Mason [Mason, 1981]. Cette stratégie introduit une distinction entre les contraintes du mouvement du robot et la force de contact en se basant sur les caractéristiques mécaniques et géométriques. En effet, elle permet de spécifier la force désirée dans les directions où l'effecteur est contraint par l'environnement et de spécifier la position désirée dans les autres directions.

Afin d'implémenter une commande hybride en force et en position, une matrice diagonale booléenne $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ appelée matrice de sélection est introduite dans les boucles de régulation afin d'éviter les conflits entre les commandes issues de chacune de ces boucles. Cette matrice est généralement définie par $S = \text{Diag}(s_1, s_2, \dots, s_n)$ où s_i est égal à 1 si le $i^{\text{ème}}$ joint est commandé en position et à 0 s'il est commandé en effort. La Figure 1.5 présente le principe de la commande hybride dans un espace articulaire où F_d représente le vecteur de force de contact désiré.

Pour spécifier une commande hybride, les informations suivantes doivent être définies [Mason, 1981]:

- la position et l'orientation de l'espace de travail,
- la dénotation des directions des positions et des forces contrôlées par rapport l'espace de travail,
- les positions et les forces désirées exprimées dans l'espace de travail.

Pour traduire ces grandeurs en couples articulaires U , Khalil et Dombre [Khalil & Dombre, 1999] ont distingué trois types de familles de commande selon les grandeurs issues des deux boucles de régulation et l'opérateur à mettre en œuvre:

- les grandeurs sont des couples articulaires (Figure 1.5),
- les grandeurs sont des déplacements ou vitesses dans l'espace opérationnel que l'on multiplie par une Jacobienne inverse pour les transformer en positions articulaires,
- les grandeurs sont des efforts que l'on multiplie par une Jacobienne transposée.

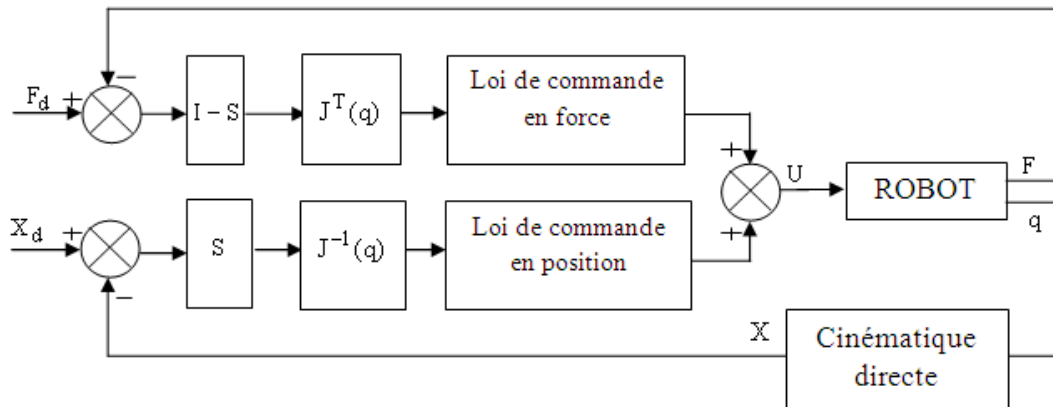


Figure 1.5 - Principe d'une boucle de régulation d'une commande hybride [Craig & Raibert, 1979]

La technique de commande hybride a été utilisée dans plusieurs travaux de recherche. Plusieurs extensions ont été proposées. On peut citer celles introduisant des techniques de commande robuste [Mhaskar et al., 2005] et [Gueaieb et al., 2007], de commande par logique floue [Hsu & Fu, 1996] et de commande neuronale [Gierlak, 2013]. Une commande adaptative robuste est combinée avec la commande hybride est développée dans [Singh & Sukavanam, 2013] et [Smith et al., 2015] pour faire face aux incertitudes de modélisation et aux perturbations externes.

1.3.4 Commande parallèle

La commande parallèle des systèmes robotiques contraints est une stratégie de commande en position et en force proposée initialement par Chiaverini et Sciavicco [Chiaverini & Sciavicco, 1988] puis développée par la suite dans [Chiaverini & Sciavicco, 1993] et [Siciliano & Villani, 2000]. Cette approche peut être considérée comme étant une fusion des deux approches basiques : la commande par impédance ou par admittance avec sa simplicité et la commande hybride par son contrôle simultané de la position et de la force. Le principe de cette technique est exposé dans la Figure 1.6.

La stratégie de la commande parallèle se base sur l'utilisation de deux blocs de contrôle en parallèle : le premier est utilisé pour la commande de la position, modélisé

généralement par un régulateur proportionnel dérivé PD, et le second est utilisé pour la commande de la force, modélisé généralement par un régulateur proportionnel intégral PI. Le conflit entre les deux lois de commande en sortie de chaque bloc de commande est géré par une stratégie prioritaire et non pas par un mécanisme de sélection comme pour le cas de la commande hybride. En effet, le principal but de cette stratégie est de concevoir une loi de commande qui permet de mener le mouvement du système en face des contraintes de l'environnement avec une loi de commande de force U_f dominante en face de celle de la position U_p .

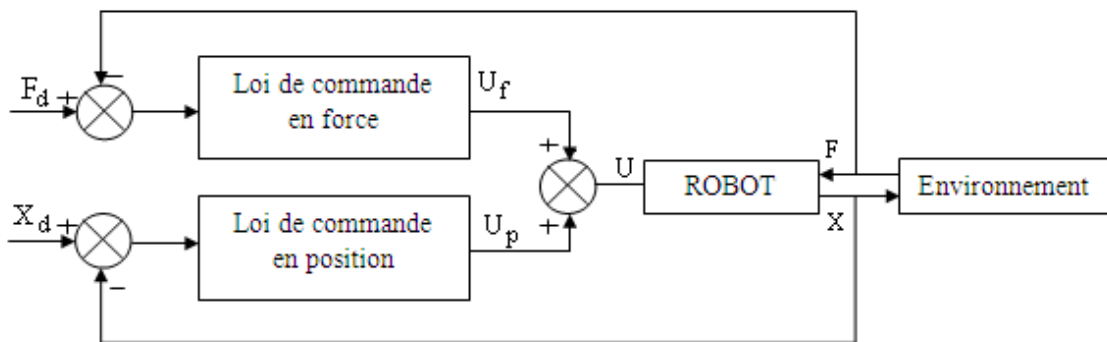


Figure 1.6 - Principe d'une boucle de régulation pour une commande parallèle
[Chiaverini & Sciavicco, 1993]

Selon Chiaverini et Sciavicco [Chiaverini & Sciavicco, 1993], un système robotique contraint est un système complet en interaction avec l'environnement. Ce système est composé d'un manipulateur, d'un bloc de commande et d'un environnement qui sont définis, afin d'atteindre les objectifs désirés suivants :

- le manipulateur est modélisé comme une admittance, donc la force est commandée et la réponse du robot est exprimée en fonction de la position,
- l'environnement est équivalent à une impédance,
- la sortie du bloc de commande est une force.

1.3.5 Commande explicite et commande implicite

La commande explicite est une technique de commande en force qui peut être classée en deux catégories: une basée sur le contrôle de la force et une seconde basée sur le contrôle de la position [Volpe & Khosla, 1993]. Pour la première catégorie, dont le principe est évoqué par la Figure 1.7, la consigne de référence et la force mesurée sont comparées puis traitées afin de commander le manipulateur. La force est contrôlée par un régulateur intégral ou un régulateur proportionnel intégral (PI). Alors que pour la

deuxième catégorie, la consigne de référence de la force est transformée en une consigne de référence de position par une admittance [Ishikawa et *al.*, 1989]. C'est pourquoi que souvent cette approche est assimilée à la commande par admittance. Le principe de cette commande est donné par la Figure 1.8.

Des extensions de la stratégie de commande explicite sont développées afin d'améliorer ses performances. On peut citer, par exemple, les travaux de [Wedeward et *al.*, 1996] et [Luo et *al.*, 2004] qui ont appliqué une commande adaptative à la commande explicite pour garantir une erreur de force nulle.

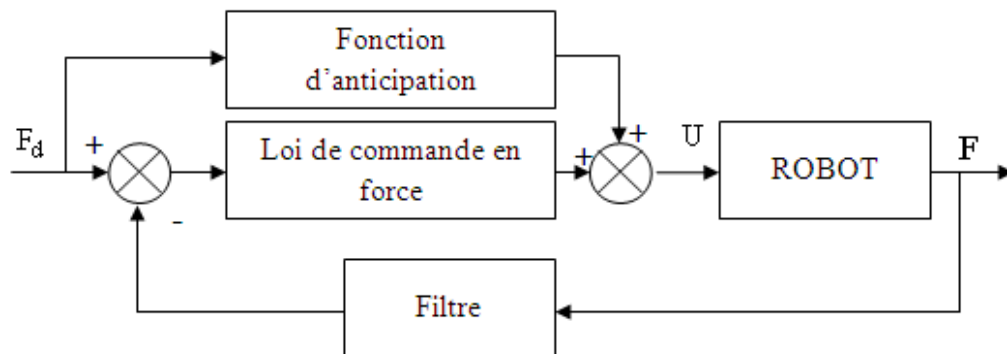


Figure 1.7 - Principe d'une boucle de régulation pour une commande explicite basée sur le contrôle de la force [Volpe & Khosla, 1993]

La commande implicite en force permet de réguler la position prédéfinie afin d'atteindre la force désirée. Cette stratégie ne nécessite donc qu'une boucle de régulation de position et non pas de force [Rocco et *al.*, 1997].

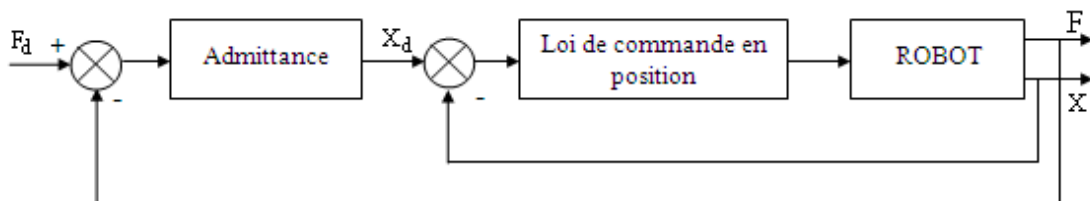


Figure 1.8 - Principe d'une boucle de régulation pour une commande explicite basée sur le contrôle de la position [Volpe & Khosla, 1993]

1.3.6 Etude comparative

Dans cette section, une étude comparative succincte basée sur l'étude bibliographique que nous avons établie sera présentée. Le Tableau 1.1 expose cette comparaison selon les critères : variables mesurées et précision de la loi de commande.

Tableau 1.1 - Stratégies fondamentales de commande des systèmes robotiques contraints

Stratégie de commande	Variables mesurées	Précision
Commande par impédance	– Position – Vitesse – Force de contact	Faible
Commande par admittance	– Force de contact	Non
Commande par raideur	– Position	Faible
Commande hybride	– Position – Force de contact	Précis dans les directions non contraintes
Commande parallèle	– Position – Force de contact	Précis dans les directions non contraintes
Commande explicite	– Force de contact	Non
Commande implicite	– Position	Non

1.4 Problème de la compensation de la gravité

La commande des robots manipulateurs décrits par des modèles non linéaires est souvent assurée via des lois de commande linéaires, de préférences indépendantes des paramètres physiques du système mécanique pour assurer une certaine robustesse. Certains problèmes peuvent être rencontrés lors de la commande des systèmes robotiques. Parmi ces problèmes on note le problème de la compensation de la gravité. Différents cas de figures sont présentés pour résoudre ce problème :

1. En absence du vecteur de gravité ($G(q) = 0$) dans le modèle du système robotique (pour n'importe quel type du robot) et en considérant un problème de stabilisation, la commande des articulations par un régulateur proportionnel dérivé (PD) est souvent suffisante pour assurer la stabilité asymptotique du système pour n'importe quelle configuration. Ce résultat est démontré dans [Takegaki & Arimoto, 1981] dans le cas des robots à corps rigides, dans [Tomei, 1991a] dans le cas des robots avec des joints élastiques, et dans [De Luca & Siciliano, 1992] dans le cas des robots à corps flexibles.
2. En présence du vecteur de gravité dans le modèle du système robotique, deux cas de figures se posent:
 - Dans le cas des robots à corps rigides, la stabilisation autour d'un vecteur de positions articulaires désirées q_d peut être réalisée par une loi de commande de type PD avec ou sans compensation de gravité. Dans le cas de non compensation

de gravité, le système se stabilise mais avec une erreur [Ghorbel, 1997]. Dans le cas de la compensation de gravité, le correcteur PD peut être associé soit à un terme de compensation de gravité non linéaire $G(q)$ évalué en ligne à la configuration actuelle [Sciavicco & Siciliano, 2000], soit à un terme de compensation de gravité constant $G(q_d)$. Cette dernière technique est connue sous le nom de contrôleur PD+. Elle est définie par Tomei dans [Tomei, 1991b] et par Ghorbel [Ghorbel, 1995] pour les robots parallèles par:

$$U = K_p(q_d - q) - K_v\dot{q} + G(q_d) \quad (1.5)$$

où K_p et K_v sont respectivement les matrices de gains proportionnels et dérivés. Cette technique exige bien évidemment des gains proportionnels suffisamment élevés afin de dominer le gradient du vecteur gravité dans tout l'espace de travail du robot.

- Pour le cas des robots manipulateurs avec des joints élastiques, différentes techniques de commande sont disponibles dans le cas de suivi de trajectoires, ainsi que pour le cas de stabilisation autour d'un point d'équilibre [De Luca & Tomei, 1996]. Dans le premier cas, on peut citer la stratégie de contrôle par linéarisation et découplage non linéaire [De Luca & Lucibello, 1998]. Pour le cas de stabilisation autour d'un point d'équilibre, il était prouvé par Tomei [Tomei, 1991a] que l'utilisation d'un simple régulateur PD est suffisant pour stabiliser globalement un robot avec des joints élastiques à n'importe quelle configuration souhaitée. Cette loi de commande comporte un terme de compensation de gravité constant, qui est évalué à la position désirée. D'autre part, une technique de commande par un régulateur PD avec compensation de gravité en ligne a été proposée dans [De Luca et al., 2005]. Cette technique n'exige que les mesures des positions et des vitesses moteurs pour la compensation de la gravité. Le régulateur proposé dans ce travail a garanti une stabilité asymptotique du système robotique. De plus, [De Luca & Flacco, 2011] ont proposé un régulateur PD avec annulation exacte de la gravité. Cette technique combine un terme qui annule les effets de la gravité dues à la dynamique du robot avec un retour d'erreur de type PD des variables moteurs.

1.5 Commande robuste des systèmes robotiques contraints

La commande en force et en position est l'une des problématiques les plus importantes dans le domaine de la robotique. Cependant, la commande robuste des systèmes robotiques contraints reste l'une des plus complexes et des plus difficiles à garantir dans ce domaine [Vukobratovic et *al.*, 2009].

1.5.1 Commande avec incertitude sur l'environnement

Un système robotique contraint est dans la plus part du temps soumis à un environnement dont le modèle est incertain. Ces incertitudes sont dues soit à la raideur de l'environnement qui est non mesurable, soit aux perturbations de l'environnement. Quelque soit le type de l'incertitude, elle peut causer un problème lors de la commande des systèmes robotiques contraints. Ainsi et pour résoudre ce problème crucial, quelques travaux ont été proposés. La majorité des contrôleurs proposés sont basés sur le principe de la logique floue [Kiguchi & Fukuda, 2000], [Hacioglu et *al.*, 2011], sur les réseaux de neurones [Jung & Hsia, 2000], [Mallapragada et *al.*, 2007] ou sur le principe de la commande à structure variable [Bin et *al.*, 1994]. On peut aussi citer dans ce même contexte la commande par impédance robuste développée par Surdilovic [Surdilovic, 2007] qui a pris en compte des estimations de la raideur de l'environnement en tolérant de grandes incertitudes et des variations dans l'environnement de travail.

1.5.2 Commande avec incertitude sur le modèle

Le comportement d'un système robotique contraint est souvent sensible aux incertitudes paramétriques et aux dynamiques non modélisées. Le modèle dynamique nominal du robot utilisé pour la détermination de la loi de commande est souvent imprécis, ce qui engendre la dégradation des performances du système en boucle fermée. Quelques travaux de recherche ont été proposés pour résoudre le problème de commande des systèmes robotiques avec incertitude sur le modèle. On cite, dans ce contexte, les travaux de [Ibeas & de la Sen, 2004], [Cho & Park, 2005] qui lient la stratégie de commande par mode glissant à la commande par impédance. Une autre commande par mode glissant proposée dans [Pi & Wang, 2011] qui a pu aussi faire face aux perturbations de charge afin d'améliorer les performances du robot. Une commande par mode glissant basée sur un régulateur PD d'un système de robots coopératifs soumis à une incertitude cinématique, est proposée dans [Garcia-Rodriguez & Parra-Vega,

2005]. Cette commande assure le suivi rapide de trajectoire sans utilisation du modèle dynamique du système. Dong [Dong, 2002] a proposé une commande adaptative pour les robots mobiles soumis à des contraintes holonomes et non holonomes avec des paramètres d'inertie inconnus. Une commande par impédance à structure variable a été proposée dans [Chen & Xiao, 2011] ainsi qu'une commande robuste passive qui considère l'énergie mécanique du robot en interaction avec son environnement est développée par Cao & Luo [Cao & Luo, 2013].

1.5.3 Commande avec incertitude sur le modèle et sur l'environnement

Les systèmes robotiques contraints peuvent être soumis à des incertitudes liées au modèle ou liées à l'environnement. Cependant, ils peuvent être aussi soumis à ces deux types d'incertitudes en même temps. Très peu de papiers ont été publiés dans cette orientation. Dans ce sens, Yao et *al* [Yao et *al.*, 1994] ont développé une stratégie à structure variable adaptative alors que Chiu et *al* [Chiu et *al.*, 2004] ont proposé une commande adaptative robuste. Une commande par impédance robuste basée sur une technique de commande adaptative est développée dans [Jung et *al.*, 2004] afin de minimiser l'erreur en force. Une commande adaptative par mode glissant basée sur la logique floue est développée aussi dans [Yen et *al.*, 2011]. En effet, les systèmes adaptatifs flous sont utilisés pour rapprocher les comportements de la dynamique incertaine alors que l'algorithme de commande par mode glissant est utilisé pour éliminer l'effet de la perturbation à variation temporelle. Également, dans le cadre de cette même orientation, on peut citer les travaux de Yagiz & Hacıoglu [Yagiz & Hacıoglu, 2009] qui ont développé une commande par mode glissant basée sur la logique floue et ceux de Hun et *al* [Hun et *al.*, 2012] qui ont développé une commande adaptative par *backstepping* assurant la robustesse du système robotique en présence d'incertitudes sur la cinématique et sur la dynamique du robot. De plus pour faire face aux incertitudes de modélisation et aux perturbations externes Boukattaya et *al* [Boukattaya et *al.*, 2012] ont proposé une commande robuste pour résoudre le problème de commande des manipulateurs mobiles soumis à des contraintes non holonomes, opérant dans l'espace de travail alors que Sun et *al* [Sun et *al.*, 2013] ont proposé une commande robuste neuronale afin de concevoir une commande permettant de suivre l'environnement contraint souhaité.

1.6 Mesure des différentes variables

Dans le domaine de la robotique contrainte, l'utilisation des capteurs sur l'organe terminal s'avère nécessaire. En effet, en absence de ces capteurs, l'organe terminal suit sa trajectoire dans son espace de travail en respectant uniquement les informations provenant des capteurs placés sur les joints. Ce qui peut provoquer des limitations sévères à certaines tâches qui nécessitent une interaction entre le robot et l'environnement. Cependant, à l'aide des capteurs sur l'organe terminal, le robot peut s'adapter avec souplesse avec les changements dans son environnement et peut ainsi exécuter des tâches complexes.

Les différents types de capteurs peuvent être divisés, selon leur principe de fonctionnement, en deux familles. Les capteurs proprioceptifs qui mesurent l'état interne du robot et les capteurs extéroceptifs qui mesurent l'état de l'environnement voisin. Parmi les capteurs proprioceptifs on cite les codeurs et les résolveurs pour les mesures des positions angulaires, les tachymètres (ou génératrice tachymétrique) pour les mesures des vitesses angulaires et les accéléromètres pour les mesures d'accélération linéaires. Parmi les capteurs extéroceptifs on cite, par exemple, les capteurs des forces pour les mesures des forces de contact du robot avec l'environnement.

1.6.1 Capteurs de position et de vitesse

De nombreuses technologies sont possibles pour mesurer la position d'un corps relativement à un autre. En robotique, on utilise essentiellement des capteurs optiques appelés codeurs incrémentaux. Il existe aussi des résolveurs, qui présentent l'avantage de fournir des signaux continus et permettent d'atteindre une bonne précision ou de fournir des signaux suffisamment peu bruités pour être dérivés afin de reconstruire les signaux relatifs aux vitesses et aux accélérations.

Le codeur incrémental : C'est la solution la plus classique pour mesurer la position d'un axe en rotation. Parmi les avantages de cette technologie on note sa simple conception et son exécution relativement robuste en face des différentes variations (de température, de vibration...). D'autre part, ces capteurs peuvent offrir de bonnes résolutions. En revanche, ils ne procurent pas la position absolue de l'axe. Il existe cependant des codeurs optiques absolus, utilisant des roues plus complexes, avec un nombre de voies plus important, afin de coder les positions angulaires du robot. Les différentes voix forment un mot binaire, ce qui permet de reconstruire la position

absolue. Ces capteurs, sont choisis en robotique malgré leur coût assez élevé, afin d'éviter de fastidieuses procédures de recalage. Enfin, l'inconvénient majeur des codeurs optiques est que la mesure de la position résultante est discrétisée ce qui est gênant, en particulier, aux très basses vitesses, ou lorsque on cherche à obtenir la vitesse de rotation par dérivation du signal de position [Niku, 2011].

Le résolveur : c'est un dispositif monté sur l'arbre du moteur du robot et aligné avec le champ magnétique du rotor du moteur. Les résolveurs sont appréciés pour leur robustesse et leur longue durée de vie, liées notamment à l'absence d'usure mécanique. Les signaux mesurés peuvent être transmis sans perturbations sur de longues distances, mais leur exploitation nécessite une électronique adaptée. Un avantage des résolveurs est de fournir potentiellement des informations sur les positions et sur les vitesses exploitables avec un seul capteur [Niku, 2011].

La génératrice tachymétrique : c'est une machine à courant continu utilisée en génératrice. Elle permet une mesure continue et absolue de la vitesse de l'axe, préférable à la dérivation d'un signal de position. Par contre, ce type de capteur est plus encombrant, et plus coûteux que les capteurs optiques [Niku, 2011].

1.6.2 Capteurs d'accélération

L'accéléromètre est l'un des capteurs inertiels les plus courants. Ce capteur existe depuis plusieurs années et il est en évolution puisqu'il a une grande influence sur les performances de nombreux dispositifs. En particulier, au cours des 15 dernières années il y a eu d'énormes progrès au niveau de la précision, la linéarité, la stabilité, la taille et la consommation électrique de ces capteurs [Ripka & Tipek, 2013]. L'accéléromètre permet la mesure de l'accélération linéaire et non pas angulaire. Dans le cas de la mesure de l'accélération angulaire on parle de gyromètre. Les accéléromètres sont généralement utilisés dans l'un des trois modes:

- Comme une mesure inertielle de vitesse et de position;
- Comme un capteur d'inclinaison, l'inclinaison ou l'orientation en 2 ou 3 dimensions.
- Comme un capteur de vibration ou d'impact.

Cependant, il est bien connu qu'en robotique que la mesure de l'accélération manque de précision ou que les capteurs d'accélération ayant une bonne précision sont très coûteux [Weiwei et al., 2012]. Pour résoudre ce problème, plusieurs techniques ont été

proposées dans la littérature. Spong & Vidyasagar [Spong & Vidyasagar, 1989] ont déterminé l'accélération en se basant sur les relations liant les variables articulaires et celles cartésiennes. Han et *al.* [Han et *al.*, 2007] ont proposé un estimateur d'accélération angulaire basé sur la combinaison de Prédicteur de Newton avec le Filtre de Kalman. Cet estimateur fournit une large bande passante et un petit déphasage de l'accélération estimée tout en atténuant les bruits. Merry et *al.* [Merry et *al.*, 2010] ont utilisé le concept de marquage temporel pour obtenir des positions, des vitesses et des accélérations estimées plus précises. Dans [Weiwei et *al.*, 2012] les signaux d'accélérations ont été estimés en se basant sur l'équation contrainte des chaînes cinématiques, en boucle fermée, du robot parallèle.

1.6.3 Capteurs de force

Parmi les capteurs les plus intéressants dans l'exécution des tâches des systèmes robotiques contraints, on note le capteur de force. En effet, les capteurs de force utilisés par les robots manipulateurs sont, souvent, des capteurs de force du poignet installés entre l'organe terminal et la dernière articulation du manipulateur. Les signaux détectés par ces capteurs de force ne sont pas parfaitement précis puisque les quantités mesurées sont corrompus par la dynamique de l'effecteur et du manipulateur. Ces mesures peuvent être acceptables dans le cas où le manipulateur commence en contact et reste en contact tout au long de la tâche puisque la force d'inertie est négligeable devant la force de contact. Cependant, en mouvement libre, les signaux des capteurs de force ne comportent que la force due à l'inertie de l'organe terminal et de la charge utile. Cette force peut être suffisamment importante. Elle peut donc dégrader la qualité du signal et les performances du régulateur de position si le manipulateur se déplace à une grande vitesse ou s'il porte un outil ou une charge de poids important [Garcia et *al.*, 2005].

Pour résoudre les problèmes dus aux capteurs de force dans le domaine de la robotique contrainte, plusieurs techniques ont été proposées dans la littérature. Ces techniques sont basées principalement sur le développement des estimateurs. Ces estimateurs sont dans la majorité des cas des estimateurs d'état et/ou de paramètres. [Garcia et *al.*, 2004] ont développé un estimateur par la fusion des mesures provenant du capteur de force et celles provenant d'un accéléromètre, basé sur le principe de Filtre de Kalman. L'objectif de cet observateur de force est d'estimer la force de contact avec l'environnement par la séparation des forces extérieures et des forces d'inertie de l'effecteur dans la mesure

donnée par le capteur de force. Chan et *al* [Chan et *al.*, 2013] ont développé un observateur d'état et de paramètres pour l'estimation de la force et le rejet des perturbations pour les robots manipulateurs. Cet observateur permet d'estimer les vitesses angulaires, les paramètres inertiels du robot et les forces de contact à partir des positions angulaires. Del Sol et *al* [Del Sol et *al.*, 2014] ont développé un estimateur de force pour la télérobotique basé sur l'utilisation du modèle du robot et des capteurs de pression sans utilisation d'un capteur de force/couple alors que Colome et *al* [Colome et *al.*, 2013] ont proposé un estimateur robuste de force basé sur la tâche orientée du modèle dynamique d'apprentissage et sur un observateur robuste d'état. D'autre part, [Lee et *al.*, 2015] ont développé un estimateur de force basé sur les propriétés physiques d'un coussin d'air monté sur l'avant bras du robot manipulateur. Finalement, un estimateur basé sur les relations physiques et les transformations entre les repères est développé dans [Kroger et *al.*, 2006]. Cet observateur permet de calculer la force due au contact avec l'environnement en utilisant les mesures (dans les 6 DDL) provenant d'un accéléromètre combiné avec les mesures données par le capteur de force. Les deux capteurs ont été montés sur l'effecteur du robot.

1.7 Préliminaires

1.7.1 Equation de Lagrange

Considérons le système robotique décrit par le modèle (1.1), le Lagrangien correspondant est défini par [Spong & Vidyasagar, 1989]:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - P(q) \quad (1.6)$$

où $P(q)$ et $T(q, \dot{q})$ sont respectivement l'énergie potentielle et l'énergie cinétique définie par :

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n M_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q} M(q) \dot{q}^T \quad (1.7)$$

Si le système est conservatif alors l'équation de Lagrange est donnée par [Rama & Dukkipati, 2001] :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} \right) = 0 \quad (1.8)$$

Sinon (système non conservatif pour lequel ils existent des forces qui ne sont pas dérivables de l'énergie potentielle) l'équation de Lagrange (1.8) sera décrite alors par [Rama & Dukkipati, 2001] :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial D(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) = 0 \quad (1.9)$$

où $D(q, \dot{q})$ est définie comme étant la fonction de dissipation de Rayleigh du système.

Cette dernière équation peut s'écrire aussi sous la forme suivante [Mingori, 1970]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial P(q)}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial D(\dot{q}, q)}{\partial \dot{q}} \right) = 0 \quad (1.10)$$

Déterminons, à présent, la relation entre l'équation de Lagrange (1.10) et la dynamique du système (1.1). Sachant que $M(q)$ est une matrice symétrique, nous pouvons déduire à partir de l'expression (1.7) que pour $k = 1, \dots, n$ [Spong & Vidyasagar, 1989] :

$$\frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_k} = \sum_{j=1}^n M_{kj}(q) \dot{q}_j \quad (1.11)$$

Dérivons (1.11), nous aurons :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_k} \right) &= \sum_{i=1}^n M_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \frac{d}{dt} M_{kj}(q) \dot{q}_j \\ &= \sum_{i=1}^n M_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial M_{kj}(q)}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j \end{aligned} \quad (1.12)$$

D'autre part :

$$\frac{\partial T(q, \dot{q})}{\partial q} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial M_{ij}(q)}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (1.13)$$

La soustraction de la relation (1.13) de la relation (1.12) donne :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial q} \right) &= \sum_{i=1}^n M_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial M_{kj}(q)}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial M_{ij}(q)}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j \\ &= \sum_{i=1}^n M_{kj}(q) \ddot{q}_j + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \left(\frac{\partial M_{kj}(q)}{\partial q_i} + \frac{\partial M_{ki}(q)}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ij}(q)}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j \end{aligned} \quad (1.14)$$

La relation (1.14) peut être écrite sous sa forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial q} \right) &= M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} \\ &= M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (1.15)$$

où $C(q, \dot{q})$ est la matrice de Coriolis.

D'autre part, en dérivant la relation (1.7) par rapport au temps on aura :

$$\begin{aligned} \frac{dT(q, \dot{q})}{dt} &= \dot{q}^T M(q)\ddot{q} + \dot{q}^T \frac{dM(q)}{dt} \frac{\dot{q}}{2} \\ &= \dot{q}^T M(q)\ddot{q} + \dot{q}^T \sum \frac{dq_i}{dt} \left(\frac{\partial M(q)}{\partial q_i} \right) \frac{\dot{q}}{2} \end{aligned} \quad (1.16)$$

De plus, la relation (1.14) peut être écrite comme suit [Yabuta et *al.*, 1988] :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial T(\dot{q}, q)}{\partial q} \right) &= M(q)\ddot{q} + \sum \frac{dq_i}{dt} \left(\frac{\partial M(q)}{\partial q_i} \right) \dot{q} - \sum e_i \dot{q}^T \left(\frac{\partial M(q)}{\partial q_i} \right) \frac{\dot{q}}{2} \\ &= M(q)\ddot{q} + \sum \frac{dq_i}{dt} \left(\frac{\partial M(q)}{\partial q_i} \right) \frac{\dot{q}}{2} \\ &= M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (1.17)$$

En se basant sur la relation (1.17), l'équation (1.16) peut être réécrite comme suit :

$$\frac{dT(q, \dot{q})}{dt} = \dot{q}^T M(q)\ddot{q} + \dot{q}^T H(q, \dot{q}) \quad (1.18)$$

1.7.2 Fonctions énergétiques pour le cas des systèmes mécaniques

Définition 1 : Energie due à une force potentielle

C'est une énergie qui est échangée par un corps lorsqu'il se déplace tout en étant soumis à une force conservative. Elle dépend uniquement de la position du système [Skowronski, 1986].

Définition 2 : Energie due à une force dissipative

C'est une énergie qui n'est pas dérivable d'une fonction potentielle. Elle dérive d'une force dissipative [Skowronski, 1986].

1.7.3 Stabilité des systèmes autonomes au sens de Lyapunov

Soit le système autonome définie par :

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.19)$$

où $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ une fonction qui ne dépend pas explicitement de temps et $x_d \in D$ est le point d'équilibre du système (1.19)

Théorème 1.1 [Khalil, 2002]

Soit $x = 0$ un point d'équilibre du système (1.19) et $D \subset \mathbb{R}^n$ un domaine contenant $x = 0$. Soit $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue et dérivable. Si :

$$V(0) = 0 \quad \text{et} \quad V(x) > 0 \quad \text{dans} \quad D - \{0\} \quad (1.20)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \text{dans} \quad D \quad (1.21)$$

alors, $x = 0$ est stable. Si, de plus,

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \text{dans} \quad D - \{0\} \quad (1.22)$$

alors, $x = 0$ est asymptotiquement stable.

1.7.4 Stabilité des systèmes non autonomes au sens de Lyapunov

Soit le système non autonome définie par :

$$\dot{x} = f(t, x) \quad (1.23)$$

où $f : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$ une fonction qui dépend explicitement de temps et $D \subset \mathbb{R}^n$ un domaine contenant l'origine $x = 0$. L'origine est un point d'équilibre du système (1.23) si :

$$f(t, 0) = 0, \quad \forall t \geq 0 \quad (1.24)$$

Théorème 1.2 [Khalil, 2002]

Soit $x = 0$ un point d'équilibre du système (1.10) et $D \subset \mathbb{R}^n$ un domaine contenant $x = 0$. Soit $V : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$ une fonction continue et dérivable. Si :

$$W_1(x) \leq V(x, t) \leq W_2(x) \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t, x) \leq 0 \quad (1.26)$$

$\forall t \geq 0$ et $\forall x \in D$, où W_1, W_2 sont deux fonctions continues définies positives sur D .
alors $x = 0$ est uniformément stable.

Si, en plus :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t, x) \leq -W_3(x) \quad (1.27)$$

$\forall t \geq 0$ et $\forall x \in D$, où W_3 est une fonction continue définie positive sur D . Alors
 $x = 0$ est uniformément asymptotiquement stable.

Remarque 1.1

Dans le contexte des robots manipulateurs, on dit que le temps est explicite, dans les modèles dynamiques, si les positions, les vitesses, les accélérations et les forces désirées sont des fonctions explicites du temps. On note que le système dynamique décrit par l'équation (1.23) dépend du temps alors que le système dynamique décrit par l'équation (1.19) ne dépend pas du temps. Cette dernière version correspond au problème de stabilisation autour d'un point d'équilibre où les positions, les vitesses, les accélérations et les forces désirées ont des valeurs constantes.

Dans le cadre de cette thèse, on s'intéressera uniquement au problème de stabilisation. On utilisera donc le théorème 1.1 afin d'analyser la stabilité au sens de Lyapunov des systèmes robotiques contraints.

1.7.5 Positivité d'une fonction convexe

La fonction $f(x)$ est définie positive si et seulement si elle est une fonction convexe. Donc elle satisfait les conditions suivantes [Yabuta et *al.*, 1988] :

Condition 1 : $f(0) = 0$

Condition 2 : $\left[\frac{\partial f(x)}{\partial x} \right]_{x=0} = 0$

Condition 3 : $\frac{\partial}{\partial x^T} \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x} \right) > 0$

1.8 Contributions de la thèse

Le travail présenté dans ce manuscrit porte sur la commande robuste en force et en position des systèmes robotiques contraints avec une application à un robot industriel à 6 ddl. D'autre part, l'étude bibliographique entamée a montré que la commande par impédance et la commande par raideur active sont caractérisées par une dégradation de la précision quand à la position et/ou force désirées et par un manque de robustesse. Ce problème particulier sera remédié et aura une solution dans le cadre de nos travaux. En effet, de nouvelles lois de commande seront proposées pour garantir la stabilité asymptotique et la robustesse des systèmes robotiques contraints.

La première contribution de cette thèse se situe dans la proposition de nouvelles conditions de stabilité asymptotique pour une première loi de commande par raideur active et une seconde loi de commande par impédance utilisant tous les deux une approche de Lyapunov appropriée et basées sur la relation entre la dynamique du robot et son énergie.

La seconde contribution réside dans l'élaboration de lois de commande par raideur active et par impédance robustes assurant la stabilité asymptotique des systèmes robotiques en présence d'incertitudes sur l'environnement ou sur le modèle. Les nouvelles conditions de stabilité seront prouvées en utilisant une approche de Lyapunov appropriée et en se basant aussi sur la relation entre la dynamique du robot et son énergie.

D'autre part, lors de ce travail nous étions confrontées aux problèmes dus aux capteurs force/couple et accélération, à l'incertitude sur les paramètres inertiels et aux perturbations appliquées sur le processus. Pour remédier à ces problèmes, un estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbation a été synthétisé dans un premier temps. Ce système fournit une estimation de l'état en présence d'incertitudes sur les paramètres inertiels du robot et en présence de bruit de mesure. Un observateur d'accélération est aussi proposé pour résoudre le problème de la mesure d'accélération.

Finalement, lors de ce travail nous étions confrontées au problème de l'affinement des paramètres des régulateurs proposés. Rappelons que ces régulateurs sont proposés pour des systèmes non linéaires et multivariables dans le cas d'un problème de stabilisation. En effet, lorsque la précision de la position s'améliore, celle de la force se dégrade et lorsque la précision de la force s'améliore, celle de la position se dégrade. Nous

proposerons donc des algorithmes d'optimisation multiobjectifs, non linéaires pour surmonter ce verrou.

1.9 Conclusion

Ce chapitre a présenté les différents modèles des systèmes robotiques contraints. D'autre part, une étude non exhaustive des différentes stratégies de commande des systèmes robotiques contraints a été présentée. Les deux principales stratégies de commande de la force et de la position retenues sont la commande par impédance et la commande par raideur active. Ce type d'approche est connu par sa compliance avec l'environnement auquel il est soumis. Cependant, ces approches sont connues par leur manque de précision par rapport aux positions imposées par le mouvement. A cet inconvénient, s'ajoute les incertitudes dues à l'environnement et au robot qui peuvent engendrer la dégradation des performances du système robotique. C'est donc autour de ce concept que sera présentée notre contribution. De nouvelles lois de commande compliantes et robustes seront proposées dans les chapitres suivants pour des robots manipulateurs constitués d'une chaîne cinématique ouverte simple avec corps et articulations rigides pour résoudre le problème de stabilisation asymptotique.

Chapitre 2.

Contribution à la commande des systèmes robotiques contraints

2.1 Introduction

Dans ce chapitre le problème de la commande en position et en force des robots manipulateurs contraints sera résolu. Des nouvelles conditions de stabilité asymptotique autour d'un point d'équilibre seront énoncées en utilisant une loi de commande par raideur active et une loi de commande par impédance.

Les problèmes de la mesure de la force et de la compensation de la gravitation, évoqués au premier chapitre, seront résolus par le biais d'un estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbation. L'estimateur utilisé n'est autre qu'une version étendue du filtre de Kalman étendu pour des systèmes robotiques contraints permettant l'estimation en temps réel de la force et des paramètres inertiels incertains avec considération de bruits de mesure et de bruits sur le processus.

Le problème de la mesure de l'accélération, évoqué au premier chapitre, sera aussi résolu par utilisation d'un second estimateur pour le cas de la commande par impédance.

Ce chapitre sera donc organisé comme suit : Le second paragraphe présente la formulation mathématique du problème. Le troisième sera consacré à la synthèse de l'observateur d'état et de paramètres. Les nouvelles conditions de stabilité asymptotique autour d'un point d'équilibre d'une commande par raideur active et d'une commande par impédance seront ensuite proposées respectivement dans les deux derniers paragraphes de ce chapitre.

2.2 Position du problème

Considérons un robot contraint à chaîne ouverte doté de n joints rotatifs décrit par le modèle dynamique [Khalil & Dombre, 1999]:

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = U - J^T(\theta)F \quad (2.1)$$

où $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta} \in \mathbb{R}^n$ représentent respectivement les vecteurs des positions, des vitesses et d'accélération angulaires du robot, $U \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des couples des actionneurs, $F \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur des forces de contact appliquées par le manipulateur sur l'environnement et $J(\theta) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ est la matrice Jacobienne du robot. $M(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie, $H(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces centrifuges, centripètes et de Coriolis et $G(\theta) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces de gravitation.

La position cartésienne $X(\theta) \in \mathbb{R}^p$ de l'effecteur du robot est définie par :

$$X(\theta) = h(\theta) \quad (2.2)$$

où $h(\theta) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ est une fonction non linéaire qui définit le modèle géométrique direct et p étant la dimension de l'espace cartésien.

Le modèle cinématique correspondant est décrit par:

$$\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{\partial h(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = J(\theta) \dot{\theta} \quad (2.3)$$

où $\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur des vitesses cartésiennes et $J(\theta) = \frac{\partial h(\theta)}{\partial \theta}$.

La dérivée temporelle du modèle cinématique (2.3) est donnée par :

$$\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = \dot{J}(\theta) \dot{\theta} + J(\theta) \ddot{\theta} \quad (2.4)$$

où $\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ est le vecteur des accélérations cartésiennes et $\dot{J}(\theta)$ est définie par

$$\dot{J}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{d}{dt} J(\theta) = \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} \quad (2.5)$$

Le problème à résoudre est de déterminer une loi de commande U qui assure la stabilité asymptotique du système non linéaire décrit par le modèle dynamique (2.1), géométrique (2.2) et cinématique (2.3) autour d'un point d'équilibre désiré.

Remarque 2.1

Le système robotique décrit par le modèle dynamique (2.1) est défini par un ensemble de paramètres inertiels implicites et constants qu'on notera α . Ces paramètres peuvent inclure les masses de différents corps rigides, les longueurs, les centres de gravité et les moments d'inerties.

Dans ce qui suit, on considérera les hypothèses suivantes:

Hypothèse 1. Les vecteurs de positions articulaires θ et de vitesses articulaires $\dot{\theta}$ sont mesurables par le biais des capteurs physiques.

Hypothèse 2. Le vecteur des forces de contact F ainsi que le vecteur de paramètres α seront estimés par le biais d'un estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbations. Dans la suite, ils seront notés respectivement \hat{F} et $\hat{\alpha}$.

Hypothèse 3. Le vecteur de paramètres α est constant mais incertain.

Hypothèse 4. Le vecteur d'accélération articulaire $\ddot{\theta}$ est estimé par le biais d'un second estimateur. Il sera noté, dans la suite, $\ddot{\hat{\theta}}$.

Hypothèse 5. La matrice $M(\theta)$ est symétrique et définie positive.

Hypothèse 6. Les matrices des gains utilisées pour la synthèse des lois de commande sont diagonales.

Remarque 2.2

L'hypothèse 4 ne sera utilisée que pour la synthèse de la commande par impédance (§2.5).

2.3 Synthèse de l'estimateur d'état et de paramètres avec rejet de perturbations

Dans cette partie, on s'intéresse à la synthèse de l'estimateur d'état et de paramètres qui peut gérer simultanément les problèmes dus aux mesures des capteurs force/couple, à l'incertitude sur les paramètres inertiels et aux rejets de perturbations dus aux bruits de mesures et aux bruits appliqués sur le processus. Cet estimateur doit fournir une force précise et une estimation de l'état en présence d'incertitudes sur les paramètres inertiels du robot avec rejet de perturbation. Cet estimateur est inspiré des travaux de Chan et *al* [Chan et *al.*, 2013].

On considère le modèle dynamique standard (2.1) d'un robot en contact avec l'environnement et en faisant apparaître explicitement le vecteur de paramètres inertiels α du robot, le modèle (2.1) peut être réécrit, sans aucune restriction, sous la forme :

$$M(\theta, \alpha)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) + G(\theta, \alpha) = U - J^T(\theta)F \quad (2.6)$$

Soit le vecteur d'état définie par $x = [\theta \ \dot{\theta} \ F \ \alpha]^T$, le modèle dynamique non linéaire (2.6) du robot manipulateur avec paramètres inertiels constants mais incertains et avec considération de bruits sur les mesures et de bruits sur le processus peut être étendu comme suit [Chan et *al.*, 2013]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, U) + C\xi_x \\ &= \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ M(\theta, \alpha)^{-1}[-H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) - G(\theta, \alpha) + U - J(\theta)^T F] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} \xi_\theta \\ \xi_{\dot{\theta}} \\ \xi_F \\ \xi_\alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7a)$$

$$y = N(t) \cdot x + \eta_x \quad (2.7b)$$

où y est la sortie du système, C est une matrice unitaire et N est la matrice d'observation d'état. $\xi_\theta, \xi_{\dot{\theta}}$ et η_x représentent respectivement les bruits sur le processus et celles sur les mesures. ξ_F et ξ_α représentent respectivement les incertitudes sur les vecteurs estimés des forces / couples et des paramètres inertiels du robot.

Théorème 2.1

Pour le système décrit par le modèle (2.7), un estimateur d'état et de paramètres sera décrit par les dynamiques non linéaires suivantes:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, U) + P(t)N^T(t)R^{-1}(t)(y - N(t)\hat{x}) \quad (2.8a)$$

et

$$\dot{P} = \frac{\partial f(\hat{x}, U)}{\partial \hat{x}} P(t) + P(t) \frac{\partial f(\hat{x}, U)^T}{\partial \hat{x}} + CQ(t)C^T - P(t)N^T(t)R^{-1}(t)N(t)P(t) \quad (2.8b)$$

est localement stable si :

1. $\alpha_1 I \leq Q(t) \leq \alpha_2 I$
2. $\alpha_3 I \leq R(t) \leq \alpha_4 I$
3. $\alpha_5 I \leq \int_t^{t+\rho} [F_{23}(\tau) \quad F_{24}(\tau)]^T [F_{23}(\tau) \quad F_{24}(\tau)] d\tau \leq \alpha_6 I$

où $Q(t)$ et $R(t)$ sont respectivement des matrices de variance de bruits sur le processus ξ et de bruits sur les mesures η et $P(t)$ représente l'estimation de la variance de l'erreur du modèle estimé et où :

$$f(\hat{x}, U) = \begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}} \\ M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})^{-1} \left[-H(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}, \hat{\alpha}) - G(\hat{\theta}, \hat{\alpha}) + U - J(\hat{\theta})^T \hat{F} \right] \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \hat{x}}(\hat{x}, U) = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ F_{21}(t) & F_{22}(t) & F_{23}(t) & F_{24}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(t) = \text{cov}(\eta_x)$$

$$Q(t) = \begin{bmatrix} \text{cov}(\xi_\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{cov}(\xi_{\dot{\theta}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{cov}(\xi_F) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{cov}(\xi_\alpha) \end{bmatrix}$$

$$F_{21}(t) = -M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})^{-1} \left(\frac{\partial M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})}{\partial \hat{\theta}} \ddot{\hat{\theta}} + \frac{\partial H(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}, \hat{\alpha})}{\partial \hat{\theta}} + \frac{\partial G(\hat{\theta}, \hat{\alpha})}{\partial \hat{\theta}} + \frac{\partial J(\hat{\theta})^T}{\partial \hat{\theta}} \hat{F} \right)$$

$$F_{22}(t) = -M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})^{-1} \frac{\partial H(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}, \hat{\alpha})}{\partial \dot{\hat{\theta}}}$$

$$F_{23}(t) = -M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})^{-1} J(\hat{\theta})^T$$

$$F_{24}(t) = -M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})^{-1} \left(\frac{\partial M(\hat{\theta}, \hat{\alpha})}{\partial \hat{\alpha}} \ddot{\hat{\theta}} + \frac{\partial H(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}, \hat{\alpha})}{\partial \hat{\alpha}} + \frac{\partial G(\hat{\theta}, \hat{\alpha})}{\partial \hat{\alpha}} \right)$$

$F_{23}(t)$ et $F_{24}(t)$ sont évalués le long de \hat{x} . Les dynamiques $\dot{F}_{23}(t)$ et $\dot{F}_{24}(t)$ sont pondérées respectivement par $F_{23}(t)$ et $F_{24}(t)$.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \rho$ sont des constantes positives. $\text{cov}(\xi_\theta)$, $\text{cov}(\xi_{\dot{\theta}})$, $\text{cov}(\xi_F)$, $\text{cov}(\xi_\alpha)$ et $\text{cov}(\eta_x)$ sont les matrices de covariance de bruit d'entrées $\xi_\theta, \xi_{\dot{\theta}}, \xi_F, \xi_\alpha$ et de bruit de sortie η_x .

Démonstration

La démonstration du théorème 2.1 peut être établie en se basant sur le théorème 2.2.

Remarque 2.3

La différence entre l'observateur (2.8) proposé par Mehdi et Boubaker dans [Mehdi & Boubaker, 2015] et celui proposé par Chan et *al.* dans [Chan et *al.*, 2013] est la considération de la fonction non linéaire $J(\hat{\theta})^T \hat{F}$ d'une manière explicite dans le modèle robotique (2.6) ce qui entraîne l'apparition des nouveaux termes non linéaires au niveaux des fonctions $F_{21}(t)$ et $F_{23}(t)$. D'un autre côté, l'observateur d'état et de paramètres décrit par les dynamiques (2.8) est une version étendue pour le cas des systèmes non linéaires de l'observateur actif, initialement conçu pour les systèmes linéaires par Cortesao et *al.* [Cortesao, 2007], [Cortesao et *al.*, 2006]. De plus, l'observateur actif n'est autre qu'une version étendue du filtre de Kalman, conçu pour les systèmes linéaires, avec introduction d'entrées inconnues de perturbation généralement définies par :

$$v_k = \sum_{j=1}^S (-1)^{j+1} \frac{S!}{j!(S-j)!} v_{k-j} + S^{-1} \xi_{v_k} \quad (2.9a)$$

où l'ordre de dérivation S de v_k est aléatoirement distribué et où $S^{-1} \xi_{v_k}$ est une variable gaussienne avec une moyenne nulle.

Lorsque $S = 1$, la relation (2.9a) devient :

$$v_k = v_{k-1} + {}^0 \xi_{v_k} \quad (2.9b)$$

Si T est une période d'échantillonnage on aura :

$$\dot{v} = \frac{v_k - v_{k-1}}{T} = 0 + \frac{1}{T} {}^0 \xi_{v_k} \quad (2.10a)$$

Pour $S = 2$ on aura :

$$\ddot{v} = 0 + \frac{1}{T} {}^1 \xi_{v_k} \quad (2.10b)$$

Pour $S = 3$ on aura :

$$\ddot{\ddot{v}} = 0 + \frac{1}{T} {}^2 \xi_{v_k} \quad (2.10c)$$

Comme indiqué dans [Cortesao, 2007], [Cortesao et al., 2006], \mathbf{v} est une variable inconnue qui peut être utilisée pour estimer les perturbations sur le système dynamique ainsi que les entrées inconnues. Dans ce chapitre ainsi que dans [Chan et al., 2013], on considère que les forces/couples sont des entrées inconnues ($\mathbf{v} = \mathbf{J}^T \mathbf{F}$) et qu'ils peuvent être reconstruits par l'observateur actif étendu.

Théorème 2.2

Assumant que le modèle linéarisé relatif au système non linéaire (2.7) est :

1. Uniformément complètement observable
2. Uniformément complètement commandable
3. $\alpha_1 \leq \|Q(t)\| \leq \alpha_2$
4. $\alpha_3 \leq \|R(t)\| \leq \alpha_4$
5. $\left\| \frac{\partial f(\hat{x}, U)}{\partial \hat{x}} \right\| \leq \alpha_5, \|C(t)\| \leq \alpha_6, \|N(t)\| \leq \alpha_7$

alors le filtre optimal ($\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$) défini par :

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \frac{\partial f(\hat{\mathbf{x}}, U)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \hat{\mathbf{x}} + P(t) \mathbf{N}^T(t) \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{N}(t) \tilde{\mathbf{x}} \tag{2.11}$$

$$\frac{d\tilde{\mathbf{x}}}{dt} = \left[\frac{\partial f(\hat{\mathbf{x}}, U)}{\partial \hat{\mathbf{x}}} - P(t) \mathbf{N}^T(t) \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{N}(t) \right] \tilde{\mathbf{x}} \tag{2.12}$$

est uniformément asymptotiquement stable.

Démonstration

La démonstration du théorème précédent peut être trouvée dans [Kalman & Bucy, 1961].

Remarque 2.4

D'après le théorème 2.2, le système robotique non linéaire (2.8) doit être tout d'abord linéarisé par un développement en série de Taylor en ignorant les termes des ordres les plus élevés. Le système linéarisé obtenu sera décrit par :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial f(\mathbf{x}, U)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x} + \mathbf{C} \xi_{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{x} + \eta_{\mathbf{x}} \end{cases} \tag{2.13}$$

2.4 Commande par raideur active

2.4.1 Position du problème

Etant donné une position désirée $X_d \in \mathbb{R}^p$ de l'espace cartésien, le problème à résoudre est de stabiliser asymptotiquement le système robotique décrit par le modèle dynamique (2.6) autour de cette position telle que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(\theta) - X_d = 0 \quad (2.14)$$

où $X_d = X(\theta_d) = \text{constante}$ et $\dot{X}_d = 0$

2.4.2 Dynamique du système d'erreur

Considérons le modèle dynamique non linéaire (2.6) sous la loi de commande suivante [Mehdi & Boubaker, 2012a]:

$$U = J(\theta)^T [K_p (X_d - X(\theta)) - K_v \dot{X}(\theta, \dot{\theta})] + G(\theta, \alpha) \quad (2.15)$$

on aura :

$$M(\theta, \alpha) \ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) + G(\theta, \alpha) = J^T(\theta) [K_p (X_d - X(\theta)) - K_v \dot{X}(\theta, \dot{\theta})] + G(\theta, \alpha) - J^T(\theta) F \quad (2.16)$$

où $K_p, K_v \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont respectivement les matrices de gain en position et en vitesse.

Soit la force de contact définie par [Salisbury, 1980] :

$$F = K_e (X_d - X(\theta)) \quad (2.17)$$

où $K_e \in \mathbb{R}^{p \times p}$ est la matrice de raideur équivalente du système robot/environnement.

Substituons (2.17) dans (2.16) on aura :

$$M(\theta, \alpha) \ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) + J^T(\theta) K (X_d - X(\theta)) + J^T(\theta) K_v \dot{X}(\theta, \dot{\theta}) = 0 \quad (2.18)$$

où $K = K_p - K_e$

Soit le changement de variables défini par :

$$\begin{cases} \Phi = \theta - \theta_d \\ Y(\Phi) = X(\theta) - X(\theta_d) = X(\theta) - X_d \end{cases} \quad (2.19)$$

où $\Phi \in \mathbb{R}^n$ et $Y(\Phi) \in \mathbb{R}^p$ représentant respectivement les vecteurs d'erreur définis dans l'espace articulaire et dans l'espace cartésien. Vu que seul le problème de stabilisation sera résolu on aura :

$$\begin{cases} \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) = \dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \\ \dot{\Phi} = \dot{\theta} \\ \ddot{\Phi} = \ddot{\theta} \end{cases} \quad (2.20)$$

Ainsi, pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ et en utilisant les relations (2.19) et (2.20), l'équation (2.18) peut être réécrite comme suit :

$$M(\Phi, \alpha)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}, \alpha) + J^T(\Phi)KY(\Phi) + J^T(\Phi)K_v\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) = 0 \quad (2.21)$$

Remarque 2.5

La loi de commande (2.15) est une commande non linéaire vu la présence du terme $J^T(\theta)$ et $G(\theta)$. Ce terme présente la différence entre cette dernière et la commande classique PD ainsi que la commande PD+ présentée au premier chapitre (§1.4).

Notation : Pour un objectif d'allègement de l'écriture et vue que le vecteur de paramètres α est constant, nous allons adopter, dans la suite, les notations suivantes:

$$M(\Phi, \alpha) := M(\Phi), \quad H(\Phi, \dot{\Phi}, \alpha) := H(\Phi, \dot{\Phi}) \text{ et } G(\Phi, \alpha) := G(\Phi)$$

2.4.3 Stabilité asymptotique

Théorème 2.3

S'il existe des matrices diagonales $K_p, K_v, K_e \in \mathbb{R}^{p \times p}$ telles que les conditions suivantes :

$$\begin{cases} K_p - K_e > 0 \\ K_v > 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

sont satisfaites, alors le système d'erreur (2.21) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$.

Démonstration

- **Relation entre l'équation de Lagrange et la dynamique du système d'erreur**

Soit l'équation de Lagrange, présentée dans le premier chapitre (§1.7.1) et définie pour le système d'erreur (2.21) par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} + \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} + \frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} = 0 \quad (2.23)$$

où $T(\Phi, \dot{\Phi})$ est l'énergie cinétique du système (2.21) définie par :

$$T(\Phi, \dot{\Phi}) = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^T M(\Phi) \dot{\Phi} \quad (2.24)$$

$P(\Phi)$ et $D(\Phi, \dot{\Phi})$ désignent respectivement l'énergie potentielle et la fonction de dissipation de Rayleigh du système (2.21).

On se propose dans ce qui suit d'évaluer la relation entre la dynamique du système robotique contraint et son énergie. Par identification entre l'équation (2.23) et (2.21) et en utilisant les préliminaires présentés dans les deux sections (§1.7.1) et (§1.7.2), on trouve que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} \right) = M(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.25)$$

Le terme correspondant à l'énergie potentielle, toujours décrit par une fonction dépendant du vecteur déplacement, peut être identifié comme suit:

$$\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = J^T(\Phi) K Y(\Phi) \quad (2.26)$$

alors que le terme correspondant à la fonction de dissipation de Rayleigh, défini par toute énergie différente de l'énergie potentielle, sera décrit par :

$$\frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} = J^T(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.27)$$

- **Stabilité au sens de Lyapunov**

Soit la fonction Hamiltonienne de Lyapunov définie dans [Takegaki & Arimoto, 1981] par:

$$V(\Phi, \dot{\Phi}) = T(\Phi, \dot{\Phi}) + V_p(\Phi) \quad (2.28)$$

où

$$V_p(\Phi) = P(\Phi) - P(0) \quad (2.29)$$

Le système d'erreur (2.21) est asymptotiquement stable si $V(\Phi, \dot{\Phi})$ satisfait les trois conditions de Lyapunov énoncées dans le premier chapitre (§1.7.3). En effet, l'énergie cinétique (2.24) à l'origine est toujours nulle ($T(0,0) = 0$). Nous pouvons donc conclure que pour (2.28), on a $V(0,0) = 0$.

Sachant que l'énergie cinétique donnée par (2.24) est toujours définie positive, nous pouvons donc montrer que la condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est satisfaite si la fonction liée à l'énergie potentielle $V_p(\Phi)$ est définie positive. Ceci est vrai si $V_p(\Phi)$ est convexe. Montrons que cette fonction est convexe en utilisant le préliminaire donné au paragraphe (§1.7.5). A partir de l'équation (2.29), on a : $V_p(0) = 0$.

En dérivant l'expression (2.29) et en utilisant la relation (2.26) nous pouvons écrire que :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = \left[\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = J^T(\Phi)KY(\Phi) \quad (2.30)$$

D'après (2.19), on a $Y(0) = 0$. Nous aurons alors à l'équilibre:

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right]_{\Phi=0} = J^T(0)KY(0) = 0 \quad (2.31)$$

Soit la fonction W définie par :

$$W = \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right) \quad (2.32)$$

En utilisant la relation (2.29) nous aurons :

$$W = \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \right) \quad (2.33)$$

Substituons la relation (2.26) dans (2.33) nous aurons :

$$W = \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(J^T(\Phi)KY(\Phi) \right) = \left(\frac{\partial J(\Phi)}{\partial \Phi} \right)^T KY(\Phi) + J^T(\Phi)K \frac{\partial Y(\Phi)}{\partial \Phi^T} \quad (2.34)$$

En utilisant les relations (2.2) et (2.3), la relation (2.34) devient :

$$W = \left(\frac{\partial J(\Phi)}{\partial \Phi} \right)^T KY(\Phi) + J^T(\Phi)KJ(\Phi) \quad (2.35)$$

A l'équilibre on a :

$$[W]_{\Phi=0} = J^T(0)KJ(0) \quad (2.36)$$

Ainsi la fonction W est quadratique donc toujours définie positive à l'équilibre si $K = K_p - K_e$ est définie positive. La condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est alors toujours satisfaite si $K = K_p - K_e$ est définie positive.

Démontrons, dans la suite, que la condition du Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ est satisfaite. Pour ce faire, il faut que la dérivée de la fonction de Lyapunov (2.28) soit strictement négative. En utilisant (2.28) on a :

$$\frac{dV(\Phi)}{dt} = \frac{dT(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} + \frac{dP(\Phi)}{dt} \quad (2.37)$$

En utilisant l'équation (2.24), nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} \frac{dT(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} &= \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T \frac{dM(\Phi)}{dt} \frac{\dot{\Phi}}{2} \\ &= \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T \sum_{i=1}^n \left(\frac{d\Phi_i}{dt} \right) \left(\frac{\partial M(\Phi)}{\partial \Phi_i} \right) \frac{\dot{\Phi}}{2} \end{aligned} \quad (2.38)$$

En se basant sur le préliminaire présenté dans le paragraphe (§1.7.1), la relation (2.38) devient:

$$\frac{dT(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T H(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.39)$$

De plus, en dérivant $P(\Phi)$ par rapport au temps nous aurons :

$$\frac{dP(\Phi)}{dt} = \dot{\Phi}^T \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \quad (2.40)$$

En substituant (2.26) dans (2.40) nous aurons:

$$\frac{dP(\Phi)}{dt} = \dot{\Phi}^T J^T(\Phi)KY(\Phi) \quad (2.41)$$

En substituant (2.39) et (2.41) dans (2.37) on aura :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T \left(M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)KY(\Phi) \right) \quad (2.42)$$

Or, à partir de l'équation (2.21) nous pouvons écrire:

$$M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)KY(\Phi) = -J^T(\Phi)K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.43)$$

En utilisant (2.43), la relation (2.42) s'écrit:

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{\Phi}^T J^T(\Phi)K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.44)$$

Utilisons les relations (2.3) pour un changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ donné par (2.19) et sachant que la consigne θ_d est constante nous aurons:

$$\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) = J(\Phi)\dot{\Phi} \quad (2.45)$$

D'où, en utilisant (2.45), la relation (2.44) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi})K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.46)$$

Ainsi la condition de Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ est toujours vérifiée si K_v est définie positive. Par suite, si les conditions (2.22) sont satisfaites, alors système d'erreur est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre.

Remarque 2.6

Si le système d'erreur (2.21) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$, alors le système robotique (2.6) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $X(\theta_d) = X_d$ sous la loi de commande (2.15) et la force de contact (2.17).

Remarque 2.7

Les conditions de stabilité énoncées par le théorème 2.3 ainsi que la démonstration ont fait l'objet de la publication [Mehdi & Boubaker, 2012a]. Notons toutefois que la seule différence réside dans le fait que nous avons annulé dans ce chapitre la vitesse

cartésienne désirée ($\dot{X}_d = 0$) dans la loi de commande (2.15) ainsi que dans le vecteur d'erreur (2.20) afin d'éviter toute confusion entre le problème de stabilisation que nous sommes entrain de le traiter et le problème de poursuite, une possible extension à ce travail. En fait, dans le cas d'un problème de poursuite d'une trajectoire dépendante du temps, non seulement la relation (2.45) n'est plus vraie mais aussi il faut vérifier les conditions de stabilité au sens de Lyapunov pour le cas des systèmes non autonomes énoncé au chapitre 1 (§1.7.4).

2.5 Commande par impédance

2.5.1 Principe

D'après Hogan [Hogan, 1984, 1985], la commande par impédance est une stratégie de contrôle spécifiant un comportement dynamique désiré pour le robot. La loi de commande est conçue afin de réaliser une dynamique d'impédance désirée entre la position de l'effecteur et la force de contact. L'impédance désirée est généralement définie par [Canudas de Wit, 1996]:

$$F_d - F = K_d (X_d - X(\theta)) + B_d (\dot{X}_d - \dot{X}(\theta, \dot{\theta})) + M_d (\ddot{X}_d - \ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})) \quad (2.47)$$

où $X_d, \dot{X}_d, \ddot{X}_d \in \mathbb{R}^p$ représentent respectivement les vecteurs de position, de vitesse et d'accélération cartésiennes désirées. F_d est la force de contact désirée et $K_d, B_d, M_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont respectivement les matrices de raideur, d'amortissement et d'inertie désirées.

Remarque 2.8

La loi de commande (2.47) exige une information sur l'évolution de l'accélération angulaire. Or, d'après les hypothèses du problème de commande, seules les positions et les vitesses sont dotées de capteurs physiques réels. De plus l'estimateur d'état et de paramètres ne permet pas de construire le vecteur d'accélération d'où un estimateur d'accélération est nécessaire.

2.5.2 Estimation de l'accélération angulaire

En utilisant les vecteurs de position et de vitesse estimés par l'observateur d'état et de paramètres présenté au paragraphe (§2.3), la relation (2.4) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\ddot{\mathbf{X}}\left(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}, \ddot{\hat{\theta}}\right) = \dot{\mathbf{J}}(\hat{\theta})\dot{\hat{\theta}} + \mathbf{J}(\hat{\theta})\ddot{\hat{\theta}} \quad (2.48)$$

Sachant que $X_d = \text{constante}$ donc $\dot{X}_d = 0$ et $\ddot{X}_d = 0$ et en utilisant les variables estimées (positions angulaires, vitesses angulaires et forces de contact), l'équation (2.49) peut être écrite sous la forme suivante :

$$F_d - \hat{F} = K_d(X_d - X(\hat{\theta})) - B_d \dot{\mathbf{X}}\left(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}\right) - M_d \ddot{\mathbf{X}}\left(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}, \ddot{\hat{\theta}}\right) \quad (2.49)$$

En se basant sur les relations (2.48) et (2.49), l'expression de $\ddot{\hat{\theta}}$ peut être écrite comme suit :

$$\ddot{\hat{\theta}} = \mathbf{J}^{-1}(\hat{\theta}) M_d^{-1} \left[K_d(X_d - X(\hat{\theta})) - B_d \dot{\mathbf{X}}(\hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}) + F_d - \hat{F} - M_d \dot{\mathbf{J}}(\hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}} \right] \quad (2.50)$$

2.5.3 Position du problème

Sous les hypothèses énoncées dans le paragraphe (2.2) et étant donné une position cartésienne désirée $X_d \in \mathbb{R}^P$ de l'espace cartésien et une force de contact désirée $F_d \in \mathbb{R}^p$, le problème à résoudre est de stabiliser asymptotiquement le système robotique (2.6) autour de cette position et de garantir ainsi:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(\theta) - X_d = 0 \quad (2.51)$$

et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F - F_d = 0 \quad (2.52)$$

où $X_d = X(\theta_d) = \text{constante}$, $\dot{X}_d = 0$, $\ddot{X}_d = 0$ et $F_d = \text{constante}$

2.5.4 Dynamique du système d'erreur

Considérons le système robotique contraint décrit par le modèle dynamique (2.6) sous la loi de commande [Mehdi & Boubaker, 2012a]:

$$U = \mathbf{J}^T(\theta) [K_p(X_d - X(\theta)) - K_v \dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + K_f(F_d - F) + F_d] + G(\theta) \quad (2.53)$$

et la force de contact (2.49) nous pouvons écrire que :

$$M(\theta, \alpha)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) - J^T(\theta)[K_p + (I + K_f)K_d](X_d - X(\theta)) + J^T(\theta)[(K_v + (I + K_f)B_d)\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + J^T(\theta)(I + K_f)M_d]\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = 0 \quad (2.54)$$

où $K_p, K_v, K_f \in \mathbb{R}^{p \times p}$ représentent respectivement les matrices de gain en position, en vitesse et en force.

Pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ et en utilisant les relations (2.19) et (2.20), l'équation (2.54) peut être réécrite comme suit :

$$M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)K_1 Y(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)K_2 \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)K_3 \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) = 0 \quad (2.55)$$

où

$$K_1 = K_p + (I + K_f)K_d$$

$$K_2 = K_v + (I + K_f)B_d$$

$$K_3 = (I + K_f)M_d$$

2.5.5 Stabilité asymptotique

Théorème 2.4

Pour les matrices de raideur, d'amortissement et d'inertie désirées $K_d, B_d, M_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$ et s'il existe des matrices diagonales $K_p, K_v, K_f \in \mathbb{R}^{p \times p}$ telles que les conditions suivantes :

$$\begin{cases} K_p + (I_{p \times p} + K_f)K_d > 0 \\ K_v + (I_{p \times p} + K_f)B_d > 0 \\ M_d = 0 \end{cases} \quad (2.56)$$

ou

$$\begin{cases} K_p > 0 \\ K_v > 0 \\ K_f = -I_{p \times p} \end{cases} \quad (2.57)$$

sont satisfaites, alors le système d'erreur (2.55) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$.

Démonstration [Mehdi & Boubaker, 2010a]

- **Relation entre l'équation de Lagrange et la dynamique du système d'erreur**

En se basant sur les mêmes étapes suivies dans le paragraphe (§2.4.3) et par identification entre le modèle dynamique d'erreur (2.55) et l'équation de Lagrange (2.23) nous pouvons démontrer que :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} \right) = M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (2.58)$$

Le terme correspondant à l'énergie potentielle, toujours décrit par une fonction dépendant du vecteur déplacement, peut être identifié comme suit:

$$\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = J^T(\Phi)K_1 Y(\Phi) \quad (2.59)$$

alors que le terme correspondant à la fonction de dissipation de Rayleigh, défini par toute énergie différente de l'énergie potentielle, sera décrit par :

$$\frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} = J^T(\Phi)K_2 \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)K_3 \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) \quad (2.60)$$

- **Stabilité au sens de Lyapunov**

Démontrons, dans cette partie, la stabilité asymptotique du système d'erreur décrit par la relation (2.55) par la méthode de Lyapunov et pour la fonction candidate $V(\Phi, \dot{\Phi})$ définie par la relation (2.28). Le système (2.55) est asymptotiquement stable si $V(\Phi, \dot{\Phi})$ satisfait les trois conditions de Lyapunov énoncées dans le premier chapitre (§1.7.3). En effet, l'énergie cinétique à l'origine est toujours nulle ($T(0,0) = 0$). Nous pouvons donc conclure à partir de l'équation (2.28) que $V(0,0) = 0$.

Sachant que l'énergie cinétique donnée par (2.24) est toujours définie positive, nous pouvons donc montrer que la condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ sera vérifiée si la fonction correspondante à l'énergie potentielle $V_p(\Phi)$, donnée par la relation (2.29), est définie positive. Montrons que cette fonction est définie positive donc convexe en

utilisant le préliminaire donné au paragraphe (§1.7.5). A partir de l'équation (2.29), on

$$a : V_p(0) = 0.$$

En se basant sur les relations (2.29) et (2.59) nous pouvons écrire que :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = \left[\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = J^T(\Phi) K_1 Y(\Phi) \quad (2.61)$$

A l'équilibre, on en déduit que :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right]_{\Phi=0} = J^T(0) K_1 Y(0) = 0 \quad (2.62)$$

En substituant (2.59) dans (2.33) nous aurons :

$$\begin{aligned} W &= \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(J^T(\Phi) K_1 Y(\Phi) \right) = \left(\frac{\partial J(\Phi)}{\partial \Phi} \right)^T K_1 Y(\Phi) + J^T(\Phi) K_1 \frac{\partial Y(\Phi)}{\partial \Phi^T} \\ &= \left(\frac{\partial J(\Phi)}{\partial \Phi} \right)^T K_1 Y(\Phi) + J^T(\Phi) K_1 J(\Phi) \end{aligned} \quad (2.63)$$

d'où à l'équilibre nous aurons :

$$[W]_{\Phi=0} = J^T(0) K_1 J(0) \quad (2.64)$$

Ainsi la fonction W est quadratique donc toujours définie positive à l'équilibre si K_1 est définie positive. La condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est toujours satisfaite si K_1 est définie positive.

Vérifiant, dans la suite, que la condition de Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ c.à.d. que la dérivée de la fonction de Lyapunov (2.28) est strictement négative. Calculons donc la dérivée liée à l'énergie potentielle en utilisant la relation (2.59) :

$$\frac{dP(\Phi)}{dt} = \dot{\Phi}^T \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) K_1 Y(\Phi) \quad (2.65)$$

La substitution de (2.39) et (2.65) dans (2.37) donne :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T \left(M(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi) K_1 Y(\Phi) \right) \quad (2.66)$$

Or, à partir du système d'erreur (2.55) nous pouvons écrire :

$$M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)K_1Y(\Phi) = -J^T(\Phi)K_2\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - J^T(\Phi)K_3\ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) \quad (2.67)$$

En utilisant (2.67), l'équation (2.66) devient:

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{\Phi}^T J^T(\Phi)K_2\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - \dot{\Phi}^T J^T(\Phi)K_3\ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) \quad (2.68)$$

En utilisant la relation (2.45), l'équation (2.68) devient :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{Y}^T(\Phi)K_2\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - \dot{Y}^T(\Phi)K_3\ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) \quad (2.69)$$

Ainsi la dernière condition de Lyapunov est vérifiée si K_2 est définie positive et K_3 est nulle. K_3 est nulle si : $K_f = -I$ ou $M_d = 0$. Par suite, le système d'erreur (2.55) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre si les conditions (2.56) et (2.57) sont satisfaites.

Remarque 2.9

Si le système d'erreur (2.55) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$, alors le système robotique (2.6) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $X(\theta_d) = X_d$ sous la loi de commande (2.53) et la force de contact (2.47).

Remarque 2.10

Les conditions de stabilité énoncées par le théorème 2.4 ainsi que la démonstration ont fait l'objet des deux publications [Mehdi & Boubaker, 2010b] et [Mehdi & Boubaker, 2012a]. Notons toutefois que la seule différence réside dans le fait que nous avons annulé dans ce chapitre la vitesse et l'accélération cartésiennes désirées ($\dot{X}_d = 0$ et $\ddot{X}_d = 0$) dans la loi de commande (2.53) ainsi que dans le vecteur d'erreur (2.20) afin d'éviter toute confusion entre le problème de stabilisation que nous sommes entrain de le traiter et le problème de poursuite, une possible extension à ce travail. En fait, dans le cas d'un problème de poursuite d'une trajectoire dépendante du temps, non seulement la relation (2.45) n'est plus vraie mais aussi il faut vérifier les conditions de stabilité au sens de Lyapunov pour le cas des systèmes non autonomes énoncé au chapitre 1 (§1.7.4).

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé de nouvelles lois de commande stabilisantes pour la classe des systèmes robotiques contraints en utilisant un observateur d'état et de paramètres et un estimateur d'accélération et en se basant, dans un premier temps, sur le principe de la commande par raideur active, ensuite dans un second temps, sur le principe de la commande par impédance. La stabilité asymptotique du système non linéaire contrôlé a été prouvée en utilisant la théorie de Lyapunov. Nous avons par ailleurs utilisé une fonction Hamiltonienne de Lyapunov. Cette fonction n'est autre que l'énergie du système robotique commandé. Les nouvelles conditions de stabilité asymptotiques sont exprimées en se basent essentiellement sur une relation entre l'énergie du robot et sa dynamique. Cet aspect énergétique ajouté au principe général de la commande par raideur active ou par impédance utilise une relation adéquate entre la position désirée de l'effecteur du robot et sa force de contact avec l'environnement et assure la sécurité du système robotique ainsi que celle de son environnement.

Dans le chapitre suivant, nous allons considérer que le système robotique est contraint à un environnement incertain et que son modèle est incertain pour construire des lois de commande robustes.

Chapitre 3.

Contribution à la commande robuste des systèmes robotiques contraints

3.1 Introduction

L'élaboration d'une loi de commande en boucle fermée permet de rendre le système robotique moins sensible aux erreurs de modélisation et aux perturbations provenant des variations intentionnelles ou non provoquées de l'environnement. Toutefois, si les perturbations sont trop fortes et si elles ne sont pas prises en compte dans la conception de la loi de commande rien ne permet de garantir que le système aura le comportement désiré. D'autre part, les incertitudes sur la dynamique du robot ainsi que les incertitudes sur l'environnement peuvent provoquer des erreurs sur les positions et des erreurs sur les forces appliquées.

Dans ce chapitre nous présenterons notre contribution dans le domaine de la commande robuste des systèmes robotiques contraints en se basant sur le principe de la commande par raideur active et de la commande par impédance. Nous proposerons tout d'abord de nouvelles conditions de stabilité asymptotique robustes dans le cas d'incertitudes affectant l'environnement. Nous présenterons ensuite les nouvelles conditions de stabilité asymptotique robustes dans le cas d'incertitudes affectant le modèle. L'observateur d'état et de paramètres ainsi que celui de l'accélération, présentés dans le second chapitre, seront aussi utilisés pour estimer l'état, les paramètres inertiels du système robotique ainsi que l'accélération.

Ce chapitre sera organisé comme suit : le deuxième paragraphe présentera les lois de commande en position et en force développées pour un système robotique contraint pour un environnement incertain alors que les lois de commande élaborées pour les systèmes robotiques contraints avec incertitudes sur la dynamique du système seront proposées dans le troisième paragraphe.

3.2 Commande robuste avec incertitude sur l'environnement

Dans la pratique, il est difficile d'avoir une connaissance exacte sur la surface de contact entre l'environnement et l'organe terminal du robot. Ceci peut s'expliquer par différents choix des matériaux qui peuvent être utilisés pour la conception de l'organe de contact. D'autre part, la contrainte de l'environnement définit le mouvement de l'effecteur. Une incertitude sur l'environnement peut donc modifier le mouvement de l'effecteur qui peut aussi affecter la dynamique du système robotique contraint. Il est donc important de déterminer une loi de commande appropriée afin d'assurer le bon fonctionnement du système robotique pour atteindre les performances exigées.

3.2.1 Commande robuste par raideur active

Considérons le modèle dynamique d'un robot en contact avec l'environnement, présenté au second chapitre, défini par :

$$M(\theta, \alpha)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) + G(\theta, \alpha) = U - J^T(\theta)F \quad (3.1)$$

où $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta} \in \mathbb{R}^n$ représentent respectivement les vecteurs de position, de vitesse et d'accélération angulaires du robot, α est le vecteur de paramètres inertiels du robot. $U \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des couples des actionneurs, $F \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur des forces de contact appliquées par le manipulateur sur l'environnement et $J(\theta) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ est la matrice Jacobienne du robot. $M(\theta, \alpha) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'inertie, $H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces centrifuges, centripètes et de Coriolis et $G(\theta, \alpha) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des forces de gravitation.

On considère pour le système (3.1) les mêmes hypothèses présentées au chapitre précédent (hypothèses 1 à 6) auxquelles on ajoute l'hypothèse suivante:

Hypothèse 7: L'incertitude sur la matrice de raideur équivalente $K_e \in \mathbb{R}^{p \times p}$ du système robot/environnement qu'on notera $\Delta K_e \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sera considérée comme inconnue.

Notation:

Dans la suite de ce chapitre, la fonction sign est définie par :

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma > 0 \\ 0 & \text{if } \sigma = 0 \\ -1 & \text{if } \sigma < 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

On définit aussi l'intégrale d'un vecteur de fonctions réelles $f = [f_1, \dots, f_n]^T$ sur un intervalle $[a, b]$ comme étant l'intégrale de chacune de ces composantes, telle que [Aguilar et *al.*, 2013]:

$$\int_a^b f \, ds = \begin{bmatrix} \int_a^b f_1 \, ds & \dots & \int_a^b f_n \, ds \end{bmatrix}^T$$

3.2.1.1 Position du problème

Soit une position désirée $X_d \in \mathbb{R}^P$ de l'espace cartésien, le problème à résoudre est de stabiliser asymptotiquement le système robotique (3.1) autour de cette position telle que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(\theta) - X_d = 0 \quad (3.3)$$

où $X_d = X(\theta_d) = \text{constante}$ et $\dot{X}_d = 0$

3.2.1.2 Dynamique du système d'erreur

Considérons le système robotique contraint décrit par le modèle dynamique (3.1) sous la loi de commande non linéaire robuste définie par [Mehdi & Boubaker, 2012b] :

$$U = J^T(\theta)[K_p(X_d - X(\theta)) - K_v\dot{X}(\theta, \dot{\theta})] - J^T(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \cdot k\sigma \text{sign}(\sigma) + G(\theta, \alpha) \quad (3.4)$$

et la force de contact définie par :

$$F = (K_e + \Delta K_e)(X_d - X(\theta)) \quad (3.5)$$

on aura :

$$M(\theta, \alpha)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) - J^T(\theta)(K_p - K_e - \Delta K_e)(X_d - X(\theta)) + J^T(\theta)(K_v\dot{X}(\theta, \dot{\theta})) + \dot{X}(\theta, \dot{\theta})k\sigma \text{sign}(\sigma) = 0 \quad (3.6)$$

où $K_p, K_v \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont respectivement les matrices de gain en position et en vitesse. k est une constante positive et σ est une fonction linéaire définie par :

$$\sigma = c [\Lambda(X_d - X(\theta)) - \dot{X}(\theta, \dot{\theta})] \quad (3.7)$$

$c^T \in \mathbb{R}^p$ est un vecteur de constantes positives et $\Lambda \in \mathbb{R}^{p \times p}$ est une matrice diagonale définie positive.

Soit le changement de variables défini par :

$$\begin{cases} \Phi = \theta - \theta_d \\ Y(\Phi) = X(\theta) - X(\theta_d) = X(\theta) - X_d \end{cases} \quad (3.8)$$

où $\Phi \in \mathbb{R}^n$ et $Y(\Phi) \in \mathbb{R}^p$ représentent les vecteurs d'erreur définis respectivement dans l'espace articulaire et dans l'espace cartésien. Vu que seul le problème de stabilisation sera résolu on aura :

$$\begin{cases} \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) = \dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \\ \dot{\Phi} = \dot{\theta} \\ \ddot{\Phi} = \ddot{\theta} \end{cases} \quad (3.9)$$

Ainsi, pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ et en utilisant les relations (3.8) et (3.9), l'équation (3.6) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} M(\Phi, \alpha) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}, \alpha) + J^T(\Phi)(K_p - K_e - \Delta K_e)Y(\Phi) + J^T(\Phi)K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ + J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Notation : Pour un objectif d'allègement de l'écriture et vue que le vecteur de paramètres α est constant, nous allons adopter, dans la suite, les notations suivantes:

$$M(\Phi, \alpha) := M(\Phi), \quad H(\Phi, \dot{\Phi}, \alpha) := H(\Phi, \dot{\Phi}) \text{ et } G(\Phi, \alpha) := G(\Phi)$$

3.2.1.3 Stabilité asymptotique

Théorème 3.1

Le système d'erreur décrit par le modèle (3.10) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$ si les conditions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{cases} \Delta K_e - K_p + K_e < 0 \\ K_v > 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Démonstration

- **Relation entre l'équation de Lagrange et la dynamique du système d'erreur**

Soit l'équation de Lagrange, présentée au premier chapitre (§1.7.1) et pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ on a:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} + \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} + \frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} = 0 \quad (3.12)$$

$T(\Phi, \dot{\Phi})$ est l'énergie cinétique du système d'erreur (3.10) définie par :

$$T(\Phi, \dot{\Phi}) = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^T M(\Phi) \dot{\Phi} \quad (3.13)$$

$P(\Phi)$, $D(\Phi, \dot{\Phi})$ sont respectivement l'énergie potentielle et la fonction de dissipation du système (3.10).

Par identification entre l'équation (3.10) et (3.12) et en utilisant les préliminaires présentés dans les deux sections (§1.7.1) et (§1.7.2), on trouve que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} \right) = M(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (3.14)$$

Le terme correspondant à l'énergie potentielle, toujours décrit par une fonction dépendante du vecteur déplacement, peut être identifié comme suit:

$$\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = J^T(\Phi) (K_p - K_e - \Delta K_e) Y(\Phi) \quad (3.15)$$

alors que le terme correspondant à la fonction de dissipation de Rayleigh, défini par toute énergie différente de l'énergie potentielle, sera décrit par :

$$\frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} = J^T(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) \quad (3.16)$$

- **Stabilité au sens de Lyapunov**

Considérons la fonction Hamiltonienne de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi})$ définie dans [Takegaki & Arimoto, 1981] par:

$$V(\Phi, \dot{\Phi}) = T(\Phi, \dot{\Phi}) + V_p(\Phi) \quad (3.17)$$

où

$$V_p(\Phi) = P(\Phi) - P(0) \quad (3.18)$$

Le système d'erreur (3.10) est asymptotiquement stable si $V(\Phi, \dot{\Phi})$ satisfait les conditions de Lyapunov énoncées au premier chapitre (§1.7.3). L'énergie cinétique à l'origine est toujours nulle ($T(0,0) = 0$). Nous pouvons donc conclure à partir de l'équation (3.17) que $V(0,0) = 0$.

La condition du Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ sera prouvée si la fonction liée à l'énergie potentielle $V_p(\Phi)$ est définie positive. Pour cela, nous allons montrer que cette fonction est convexe en utilisant le préliminaire donné au paragraphe (§1.7.5). A partir de (3.18) on a $V_p(0) = 0$.

En utilisant la relation (3.15) pour la dérivée de l'équation (3.18) nous pouvons écrire que :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = \left[\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = J^T(\Phi)(K_p - K_e - \Delta K_e)Y(\Phi) \quad (3.19)$$

A l'équilibre et en utilisant (3.8) on aura:

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right]_{\Phi=0} = J^T(0)(K_p - K_e - \Delta K_e)Y(0) = 0 \quad (3.20)$$

Considérons à présent la fonction W donnée par :

$$W = \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right) = \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \right) \quad (3.21)$$

En utilisant la relation (3.15) on aura :

$$\begin{aligned} W &= \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(J^T(\Phi)(K_p - K_e - \Delta K_e)Y(\Phi) \right) \\ &= \left(\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right)^T (K_p - K_e - \Delta K_e)Y(\Phi) + J^T(\Phi)(K_p - K_e - \Delta K_e)J(\Phi) \end{aligned} \quad (3.22)$$

En utilisant (3.8), on aura à l'équilibre:

$$[W]_{\Phi=0} = J^T(0)(K_p - K_e - \Delta K_e)J(0) \quad (3.23)$$

Ainsi la fonction W est toujours définie positive à l'équilibre si $(K_p - K_e - \Delta K_e)$ est définie positive. D'où la condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est toujours satisfaite si $(K_p - K_e - \Delta K_e)$ est définie positive.

Montrons à présent que $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$, pour cela, en dérivant l'équation (3.17) on a :

$$\frac{dV(\Phi)}{dt} = \frac{dT(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} + \frac{dP(\Phi)}{dt} \quad (3.24)$$

En se basant sur le préliminaire présenté dans le paragraphe (§1.7.1), nous pouvons écrire:

$$\frac{dT(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T \frac{dM(\Phi)}{dt} \frac{\dot{\Phi}}{2} = \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T H(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (3.25)$$

De plus,

$$\frac{dP(\Phi)}{dt} = \dot{\Phi}^T \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \quad (3.26)$$

En substituant (3.15) dans (3.26) on aura:

$$\frac{dP(\Phi)}{dt} = \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) (K_p - K_e - \Delta K_e) Y(\Phi) \quad (3.27)$$

En substituant (3.25) et (3.27) dans (3.24) on aura :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T H(\Phi, \dot{\Phi}) + \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) (K_p - K_e - \Delta K_e) Y(\Phi) \quad (3.28)$$

Or à partir de la relation (3.10) nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} M(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi) (K_p - K_e - \Delta K_e) Y(\Phi) \\ = -J^T(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) \end{aligned} \quad (3.29)$$

En utilisant (3.29), la relation (3.28) s'écrit comme suit:

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{\Phi}^T J^T(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) \quad (3.30)$$

En dérivant $Y(\Phi)$ on peut écrire :

$$\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) = J(\Phi) \dot{\Phi} \quad (3.31)$$

Ainsi, en utilisant (3.31), la relation (3.30) peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi})K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - \dot{Y}^T \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi})k\sigma \text{sign}(\sigma) \quad (3.32)$$

D'où la condition de Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ est vérifiée si K_v et k sont définies positives. Ainsi le système d'erreur (3.10) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre si les conditions (3.11) sont satisfaites.

Remarque 3.1

Si le système d'erreur (3.10) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$, alors le système robotique (3.1) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $X(\theta_d) = X_d$ sous la loi de commande (3.4) et la force de contact (3.5).

Remarque 3.2

Les conditions de stabilité énoncées par le théorème 3.1 ainsi que la démonstration ont fait l'objet de la publication [Mehdi & Boubaker, 2012b]. Notons toutefois que la seule différence réside dans le fait que nous avons annulé dans ce chapitre la vitesse cartésienne désirée ($\dot{X}_d = 0$) dans la loi de commande (3.4) ainsi que dans le vecteur d'erreur (3.9) afin d'éviter toute confusion entre le problème de stabilisation que nous sommes entrain de le traiter et le problème de poursuite, une possible extension à ce travail. En fait, dans le cas d'un problème de poursuite d'une trajectoire dépendante du temps, non seulement la relation (3.31) n'est plus vraie mais aussi il faut vérifier les conditions de stabilité au sens de Lyapunov pour le cas des systèmes non autonomes énoncé au chapitre 1 (§1.7.4).

3.2.2 Commande robuste par impédance

On considère pour le système (3.1) les mêmes hypothèses présentées au chapitre précédent (hypothèses 1 à 6) et en joignant l'hypothèse suivante:

Hypothèse 8: Seules les incertitudes sur les matrices de raideur $K_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$ et d'amortissement $B_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$ définies respectivement par $\Delta K_d, \Delta B_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont supposées être inconnues.

3.2.2.1 Position de problème

Etant donné une position cartésienne désirée $X_d \in \mathbb{R}^p$ de l'espace cartésien et une force de contact désirée $F_d \in \mathbb{R}^p$, le problème à résoudre est de stabiliser asymptotiquement le système robotique (3.1) autour de cette position et de garantir ainsi:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(\theta) - X_d = 0 \quad (3.33)$$

et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F - F_d = 0 \quad (3.34)$$

où $X_d = X(\theta_d) = \text{constante}$, $\dot{X}_d = 0$, $\ddot{X}_d = 0$ et $F_d = \text{constante}$

3.2.2.2 Dynamique du système d'erreur

Considérons le système robotique contraint décrit par le modèle dynamique (3.1) sous la loi de commande [Mehdi & Boubaker, 2012c]:

$$U = J^T(\theta)[K_p(X_d - X(\theta)) - K_v \dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + K_f(F_d - F) + F_d] - J^T(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta})k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) + G(\theta, \alpha) \quad (3.35)$$

et pour la force de contact :

$$F = F_d - (K_d + \Delta K_d)(X_d - X(\theta)) + (B_d + \Delta B_d)\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + M_d\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \quad (3.36)$$

nous pouvons écrire :

$$M(\theta, \alpha)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) - J^T(\theta)[K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)](X_d - X(\theta)) + J^T(\theta)[(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d))\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + J^T(\theta)[(I + K_f)M_d]\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) + J^T(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta})k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1)] = 0 \quad (3.37)$$

où $K_d, B_d, M_d \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont respectivement les matrices de raideur, d'amortissement et d'inertie désirées. $K_p, K_v, K_f \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont respectivement les matrices de gain en position, en vitesse et en force, k est une constante positive et σ est une fonction linéaire définie par :

$$\sigma_1 = c[\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + \Lambda_1(X_d - X(\theta)) + \Lambda_2(F_d - F)] \quad (3.38)$$

et $c^T \in \mathbb{R}^p$ et $\Lambda_1, \Lambda_2 \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont deux matrices diagonales définies positives.

Pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ et en utilisant les relations (3.8) et (3.9), l'équation (3.37) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi)[K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)]\dot{\Phi} \\ + J^T(\Phi)[(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d))\dot{\Phi}] \\ + J^T(\Phi)[(I + K_f)M_d]\ddot{\Phi} + J^T(\Phi)\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi})k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) = 0 \end{aligned} \quad (3.39)$$

3.2.2.3 Stabilité asymptotique

Théorème 3.2

Le système d'erreur décrit par le modèle (3.39) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$ si les conditions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{cases} \Delta K_d + (I + K_f)^{-1}K_p + K_d > 0 \\ \Delta B_d + (I + K_f)^{-1}K_v + B_d > 0 \\ M_d = 0 \end{cases} \quad (3.40)$$

ou

$$\begin{cases} K_p > 0 \\ K_v > 0 \\ K_f = -I \end{cases} \quad (3.41)$$

Démonstration

- **Relation entre l'équation de Lagrange et la dynamique du système d'erreur**

En se basant sur les mêmes étapes suivies dans le paragraphe (3.2.2) et en comparant le modèle dynamique d'erreur (3.39) à l'équation de Lagrange (3.12) nous pouvons démontrer que :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} \right) = M(\Phi)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) \quad (3.42)$$

De plus le terme correspondant à l'énergie potentielle est une fonction du vecteur déplacement uniquement donc il est égale à :

$$\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) \quad (3.43)$$

alors que le terme correspondant à la fonction de dissipation de Rayleigh dans l'équation de Lagrange est équivalent à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} &= J^T(\Phi) [(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d))] \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ &+ J^T(\Phi) [(I + K_f)M_d] \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) + J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) \end{aligned} \quad (3.44)$$

▪ **Stabilité au sens de Lyapunov**

Démontrons, dans la suite, la stabilité asymptotique du système d'erreur décrit par la relation (3.39) par la méthode de Lyapunov et pour la fonction candidate définie par la relation (3.17). Le système (3.39) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$ si $V(\Phi, \dot{\Phi})$ satisfait les trois conditions de Lyapunov énoncées dans le premier chapitre (§1.7.3). En effet, L'énergie cinétique à l'origine est toujours nulle ($T(0,0) = 0$) . Nous pouvons donc conclure à partir de l'équation (3.17) que $V(0,0) = 0$.

La condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ sera vérifiée si la fonction correspondante à l'énergie potentielle $V_p(\Phi)$, donnée par la relation (3.18), est définie positive puisque l'énergie cinétique est toujours définie positive. A partir de l'équation (3.18), on a $V_p(0) = 0$.

En se basant sur les relations (3.18) et (3.43) nous pouvons écrire que :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = \left[\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \right] = J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) \quad (3.45)$$

A l'équilibre, on en déduit que :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right]_{\Phi=0} = J^T(0) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(0) = 0 \quad (3.46)$$

En substituant (3.43) dans (3.21) on aura :

$$\begin{aligned} W &= \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) \right) \\ &= \left(\frac{\partial J}{\partial \Phi} \right)^T [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) + J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] J(\Phi) \end{aligned} \quad (3.47)$$

d'où à l'équilibre nous aurons:

$$[W]_{\Phi=0} = J^T(0) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] J(0) \quad (3.48)$$

Ainsi la fonction W est quadratique donc elle est toujours définie positive à l'équilibre si $K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)$ est définie positive. D'où la condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est satisfaite si $K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)$ est définie positive.

La dernière condition de Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ est vérifiée si la dérivée de la fonction de Lyapunov (3.17) est négative. Calculons alors la dérivée correspondante à l'énergie potentielle en utilisant la relation (3.43), soit donc :

$$\begin{aligned} \frac{dP(\Phi)}{dt} &= \dot{\Phi}^T \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \\ &= \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) \end{aligned} \quad (3.49)$$

La substitution de (3.25) et (3.49) dans (3.24) donne :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T M(\Phi) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T H(\Phi, \dot{\Phi}) + \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) \quad (3.50)$$

Or, à partir de l'équation de système d'erreur (3.39) nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} M(\Phi) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + J^T(\Phi) [K_p + (I + K_f)(K_d + \Delta K_d)] Y(\Phi) = \\ -J^T(\Phi) [(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d))] \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ -J^T(\Phi) [(I + K_f)M_d] \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) \\ -J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) \end{aligned} \quad (3.51)$$

En utilisant (3.51), la relation (3.50) devient :

$$\begin{aligned} \frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{\Phi}^T J^T(\Phi) [(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d))] \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ -\dot{\Phi}^T J^T(\Phi) [(I + K_f)M_d] \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) - \dot{\Phi}^T J^T(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) \end{aligned} \quad (3.52)$$

En se basant sur la relation (3.31), l'équation (3.52) devient :

$$\begin{aligned} \frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = & -\dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi})[(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d)]\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ & - \dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi})[(I + K_f)M_d]\ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) - \dot{Y}^T\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi})k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) \end{aligned} \quad (3.53)$$

Ainsi la condition de Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ est vérifiée si $[(K_v + (I + K_f)(B_d + \Delta B_d)]$ est définie positive, $[(I + K_f)M_d]$ est nulle et k est positive. $[(I + K_f)M_d]$ est nulle si : $K_f = -I$ ou $M_d = 0$.

Ainsi le système d'erreur (3.39) est asymptotiquement stable autour de la position d'équilibre $\Phi = 0$ si les conditions (3.40) et (3.41) sont satisfaites.

Remarque 3.3

Si le système d'erreur (3.10) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$, alors le système robotique (3.1) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $X(\theta_d) = X_d$ sous la loi de commande (3.35) et la force de contact (3.36).

Remarque 3.4

Les conditions de stabilité énoncées par le théorème 3.2 ainsi que la démonstration ont fait l'objet de la publication [Mehdi & Boubaker, 2012c]. Notons toutefois que la seule différence réside dans le fait que nous avons annulé dans ce chapitre la vitesse et l'accélération cartésiennes désirées ($\dot{X}_d = 0$ et $\ddot{X}_d = 0$) dans la loi de commande (3.35) ainsi que dans le vecteur d'erreur (3.9) afin d'éviter toute confusion entre le problème de stabilisation que nous sommes entrain de le traiter et le problème de poursuite.

3.3 Commande robuste avec incertitude sur le modèle

En réalité, il est toujours difficile d'obtenir un modèle mathématique précis pour un système robotique réel. Un modèle est souvent le siège d'incertitudes. Ces incertitudes sont dues soit aux approximations élaborées sur le modèle mathématique, soit aux dynamiques négligées, soit encore aux paramètres inconnues ou aux imperfections des capteurs et des actionneurs. Dans la suite, nous considérons le cas où le modèle dynamique du robot est le siège d'incertitudes.

3.3.1 Modélisation du système robotique

On considère à présent le modèle dynamique (3.1) pour lequel on souhaite exprimer explicitement les incertitudes sur les matrices $M(\theta, \alpha)$, $H(\theta, \dot{\theta}, \alpha)$ et $G(\theta, \alpha)$ afin de les compenser par une loi de commande robuste. Le modèle (3.1) peut être alors réécrit, sans aucune restriction, sous la forme suivante :

$$(M(\theta, \alpha_0) + \Delta M)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha_0) + \Delta H + G(\theta, \alpha_0) + \Delta G = U - J(\theta)^T F \quad (3.54)$$

où α_0 est le vecteur de paramètres inertiels nominaux du robot. $\Delta M \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Delta H \in \mathbb{R}^n$ et $\Delta G \in \mathbb{R}^n$ sont les incertitudes sur les matrices du modèle dotées respectivement des mêmes propriétés que celles de $M(\theta, \alpha)$, $H(\theta, \dot{\theta}, \alpha)$ et $G(\theta, \alpha)$.

3.3.2 Commande robuste par raideur active

On considère pour le système (3.54) les mêmes hypothèses présentées au chapitre précédent (hypothèses 1 à 6) et en joignant l'hypothèse suivante:

Hypothèse 9: on suppose que $\|\Delta G\| \leq \gamma \|\dot{\theta}\|$ où γ est une constante lipschitzienne positive.

Remarque 3.5

L'hypothèse 9 a été tirée de la relation $\|G(\theta_1) - G(\theta_2)\| \leq \gamma \|\theta_1 - \theta_2\|$ évoquée dans plusieurs références bibliographiques, en particulier dans [De Luca et al., 2005]. En effet, pour celle-ci les approximations suivantes $\|\Delta G\| \approx \|G(\theta_1) - G(\theta_2)\|$ et $\dot{\theta} \approx \theta_1 - \theta_2$ ont été considérées.

3.3.2.1 Position du problème

Dans ce cas on considère le même objectif de la section (§3.2.1.1) décrit par la relation (3.3).

3.3.2.2 Dynamique du système d'erreur

Considérons le système robotique contraint décrit par le modèle dynamique (3.54) sous la loi de commande non linéaire robuste [Mehdi & Boubaker, 2016]:

$$U = M(\theta, \alpha_0)J^{-1}(\theta)[K_p(X_d - X(\theta)) - K_v\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + F] + J^T(\theta)F - J^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \cdot k\sigma \text{sign}(\sigma) + G(\theta, \alpha_0) \quad (3.55)$$

et la force de contact :

$$F = K_e(X_d - X(\theta)) \quad (3.56)$$

nous pouvons écrire que :

$$(M(\theta, \alpha_0) + \Delta M)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha_0) + \Delta H + \Delta G - M(\theta, \alpha_0)J^{-1}(\theta)[(K_p + K_e)(X_d - X(\theta)) - K_v\dot{X}(\theta, \dot{\theta})] + J^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta})k\sigma \text{sign}(\sigma) = 0 \quad (3.57)$$

Pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ et en utilisant les relations (3.8) et (3.9), l'équation (3.57) devient :

$$(M(\Phi) + \Delta M)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H + \Delta G + M(\Phi)J^{-1}(\Phi)[(K_p + K_e)Y(\Phi) + K_v\dot{Y}(\Phi)] + J^{-1}(\Phi)\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi})k\sigma \text{sign}(\sigma) = 0 \quad (3.58)$$

3.3.2.3 Stabilité asymptotique

Théorème 3.3

Le système d'erreur décrit par le modèle (3.58) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$ si les conditions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{cases} K_p + K_e > 0 \\ K_v > 0 \end{cases} \quad (3.59)$$

Démonstration

- **Relation entre l'équation de Lagrange et la dynamique du système d'erreur**

En se basant sur la même stratégie suivie dans le paragraphe (§3.2.1.3) et par identification entre le modèle dynamique d'erreur (3.58) et l'équation de Lagrange (3.12) et sachant que l'énergie cinétique du système (3.58) est définie par:

$$T(\Phi, \dot{\Phi}) = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^T (M(\Phi) + \Delta M) \dot{\Phi} \quad (3.60)$$

et sachant que $M(\Phi)$ et ΔM sont symétriques, nous pouvons montrer que :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} \right) = (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) Y(\Phi) \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} = M(\Phi) J^{-1}(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) + J^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) + \Delta G \quad (3.63)$$

▪ **Stabilité au sens de Lyapunov**

Démontrons, dans la suite, la stabilité asymptotique du système décrit par le modèle (3.58) par la méthode de Lyapunov pour la fonction candidate définie par la relation (3.17). Le système (3.58) est asymptotiquement stable si $V(\Phi, \dot{\Phi})$ satisfait les trois conditions de Lyapunov énoncées dans le premier chapitre (§1.7.3). En effet, L'énergie cinétique à l'équilibre est nulle ($T(0,0) = 0$). Nous pouvons donc conclure à partir de l'équation (3.17) que $V(0,0) = 0$.

Sachant que l'énergie cinétique donnée par (3.60) est toujours définie positive alors la condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est vérifiée si la fonction correspondante à l'énergie potentielle $V_p(\Phi)$, donnée par la relation (3.18) est définie positive. A partir de l'équation (3.18) on a $V_p(0) = 0$.

Sachant que d'après la relation (3.8), $Y(0) = 0$ et en se basant sur les relations (3.18) et (3.62), nous pouvons montrer qu'à l'équilibre on a :

$$\left[\frac{\partial V_p(\Phi)}{\partial \Phi} \right]_{\Phi=0} = M(0) J^{-1}(0) (K_p + K_e) Y(0) = 0 \quad (3.64)$$

En substituant (3.64) dans (3.21) on aura :

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{\partial}{\partial \Phi^T} \left(M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) Y(\Phi) \right) \\
 &= \frac{\partial M(\Phi)}{\partial \Phi^T} J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) Y(\Phi) + M(\Phi) \frac{\partial J^{-1}(\Phi)}{\partial \Phi^T} (K_p + K_e) Y(\Phi) \\
 &\quad + M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) J(\Phi)
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

d'où à l'équilibre nous aurons :

$$[W]_{\Phi=0} = M(0) J^{-1}(0) (K_p + K_e) J(0) \tag{3.66}$$

La matrice $M(\Phi)$ est définie positive, nous pouvons donc déduire que la fonction W est aussi définie positive à l'équilibre si $(K_p + K_e)$ est définie positive. D'où la condition de Lyapunov $V(\Phi, \dot{\Phi}) > 0$ est satisfaite si $(K_p + K_e)$ est définie positive.

Démontrons, dans la suite, que la condition de Lyapunov $\dot{V}(\Phi, \dot{\Phi}) < 0$ est vraie. A partir des équations (3.61) et en se basant sur le préliminaire présenté dans le paragraphe (§1.7.1), nous pouvons écrire que :

$$\begin{aligned}
 \frac{dT(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} &= \dot{\Phi}^T (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T \frac{d(M(\Phi) + \Delta M)}{dt} \frac{\dot{\Phi}}{2} \\
 &= \dot{\Phi}^T (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T (H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H)
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

De plus, en dérivant $P(\Phi)$ par rapport au temps et en se basant sur la relation (3.62) nous aurons :

$$\begin{aligned}
 \frac{dP(\Phi)}{dt} &= \dot{\Phi}^T \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} \\
 &= \dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) Y(\Phi)
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

En substituant (3.67) et (3.68) dans (3.24) on aura :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T (H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H) + \dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) Y(\Phi) \tag{3.69}$$

or, à partir de l'équation de système d'erreur (3.58) nous pouvons écrire que:

$$\begin{aligned}
 (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + (H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H) + M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_e) Y(\Phi) = \\
 -\Delta G - M(\Phi) J^{-1}(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi) - J^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma)
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

En utilisant (3.70), la relation (3.69) devient:

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) - \dot{\Phi}^T J^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) - \dot{\Phi}^T \Delta G \quad (3.71)$$

En se basant sur la relation (3.31), l'équation (3.71) sera réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = & -\dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi}) J^{-T}(\Phi) M(\Phi) J^{-1}(\Phi) K_v \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ & - \dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi}) (J J^T)^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma \text{sign}(\sigma) - \dot{\Phi}^T \Delta G \end{aligned} \quad (3.72)$$

or d'après l'hypothèse 9, on a $\|\Delta G\| \leq \gamma \|\dot{\Phi}\|$ nous pouvons donc montrer que la dérivée de la fonction de Lyapunov est négative si K_v est définie positive, k et γ positifs. Par suite, si les conditions (3.58) sont satisfaites, alors le système d'erreur est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$.

Remarque 3.6

Si le système d'erreur (3.58) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$, alors le système robotique (3.54) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $X(\theta_d) = X_d$ sous la loi de commande (3.55) et la force de contact (3.56).

Remarque 3.7

Les conditions de stabilité énoncées par le théorème 3.3 ainsi que la démonstration ont fait l'objet de la publication [Mehdi & Boubaker, 2016]. Notons toutefois que la seule différence réside dans le fait que nous avons annulé dans ce chapitre la vitesse cartésienne désirée ($\dot{X}_d = 0$) et ($\ddot{X}_d = 0$) dans la loi de commande (3.55) ainsi que dans le vecteur d'erreur (3.9) afin d'éviter toute confusion entre le problème de stabilisation que nous sommes entrain de le traiter et le problème de poursuite. Un cas particulier de la problématique précédente où l'incertitude ΔG est considérée nulle a été publié dans [Mehdi & Boubaker, 2013].

3.3.3 Commande robuste par impédance

On considère pour le système (3.54) les mêmes hypothèses présentées au paragraphe précédent (§3.3.2).

3.3.3.1 Position du problème

Dans ce cas on considère les mêmes objectifs de la section (§3.2.2.1) décrit par les relations (3.33) et (3.34).

3.3.3.2 Dynamique du système d'erreur

Considérons le système robotique contraint décrit par le modèle dynamique (3.54) sous la loi de commande [Mehdi & Boubaker, 2015] :

$$U = M(\theta, \alpha_0)J^{-1}(\theta)[K_p(X_d - X(\theta)) - K_v\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + (I + K_f)(F_d - F)] + J^T(\theta)F - J^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \cdot k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) + G(\theta, \alpha_0) \quad (3.73)$$

et la force de contact :

$$F = F_d - K_d(X_d - X(\theta)) + B_d\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) + M_d\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \quad (3.74)$$

nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} & (M(\theta, \alpha_0) + \Delta M)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha_0) + \Delta H + \Delta G \\ & - M(\theta, \alpha_0)J^{-1}(\theta)(K_p + K_d + K_f K_d)(X_d - X(\theta)) \\ & + M(\theta, \alpha_0)J^{-1}(\theta)(K_v + B_d + K_f B_d)\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) \\ & + M(\theta, \alpha_0)J^{-1}(\theta)(I + K_f)M_d\ddot{X}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) + J^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta, \dot{\theta})k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) = 0 \end{aligned} \quad (3.75)$$

Ainsi, pour le changement de variable $\theta \rightarrow \Phi$ et en utilisant les relations (3.8) et (3.9), l'équation (3.75) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} & (M(\Phi) + \Delta M)\ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H + \Delta G \\ & + M(\Phi)J^{-1}(\Phi)(K_p + K_d + K_f K_d)Y(\Phi) \\ & + M(\Phi)J^{-1}(\Phi)(K_v + B_d + K_f B_d)\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ & + M(\Phi)J^{-1}(\Phi)(I + K_f)M_d\ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) + J^{-1}(\Phi)\dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi})k\sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) = 0 \end{aligned} \quad (3.76)$$

3.3.3.3 Stabilité asymptotique

Théorème 3.4

Le système d'erreur décrit par le modèle dynamique (3.76) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$ si les conditions suivantes sont satisfaites:

$$\begin{cases} K_p + K_d + K_f K_d > 0 \\ K_v + B_d + K_f B_d > 0 \\ M_d = 0 \end{cases} \quad (3.77)$$

ou

$$\begin{cases} K_p > 0 \\ K_v > 0 \\ K_f = -I \end{cases} \quad (3.78)$$

Démonstration

- **Relation entre l'équation de Lagrange et la dynamique du système d'erreur**

En se basant sur la même stratégie suivie dans le paragraphe (§3.3.2.2) et en comparant le modèle dynamique d'erreur (3.76) à l'équation de Lagrange (3.12), nous pouvons montrer que :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} \right) - \left(\frac{\partial T(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \Phi} \right) = (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H \quad (3.79)$$

$$\frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = M(\Phi) J^{-1}(\Phi) [K_p + K_d + K_f K_d] Y(\Phi) \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D(\Phi, \dot{\Phi})}{\partial \dot{\Phi}} &= M(\Phi) J^{-1}(\Phi) [(K_v + B_d + K_f B_d) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) + (I + K_f) M_d \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi})] \\ &\quad + J^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) + \Delta G \end{aligned} \quad (3.81)$$

- **Stabilité au sens de Lyapunov**

Imposons, dans la suite, au système (3.76) d'avoir une fonction Hamiltonienne de Lyapunov définie par la relation (3.17). Le système (3.76) est asymptotiquement stable si la fonction $V(\Phi, \dot{\Phi})$ satisfait les trois conditions de Lyapunov (§1.7.3).

Pour montrer les deux premières conditions de Lyapunov, le développement est similaire à celui présenté dans le paragraphe précédent (§3.3.2.3). Ainsi nous pouvons obtenir que $(K_p + K_d + K_f K_d)$ doit être définie positive.

Démontrons, dans la suite, la dernière condition de Lyapunov. Calculons, donc la dérivée liée à l'énergie potentielle en utilisant la relation (2.80):

$$\frac{dP(\Phi)}{dt} = \dot{\Phi}^T \frac{\partial P(\Phi)}{\partial \Phi} = \dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) [K_p + K_d + K_f K_d] Y(\Phi) \quad (3.82)$$

La substitution de (3.67) et (3.82) dans (3.24) donne :

$$\frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = \dot{\Phi}^T (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + \dot{\Phi}^T (H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H) + \dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) [K_p + K_d + K_f K_d] Y(\Phi) \quad (3.83)$$

Or, à partir de l'équation de système d'erreur (3.76) nous pouvons écrire que :

$$\begin{aligned} (M(\Phi) + \Delta M) \ddot{\Phi} + H(\Phi, \dot{\Phi}) + \Delta H + M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_p + K_d + K_f K_d) Y(\Phi) = \\ -M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_v + B_d + K_f B_d) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ -M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (I + K_f) M_d \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) \\ -J^{-1} \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) - \Delta G \end{aligned} \quad (3.84)$$

En utilisant (3.84), l'équation (3.83) devient:

$$\begin{aligned} \frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_v + B_d + K_f B_d) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ -\dot{\Phi}^T M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (I + K_f) M_d \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) - \dot{\Phi}^T J^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) - \dot{\Phi}^T \Delta G \end{aligned} \quad (3.85)$$

Utilisons la relation (3.36), on aura :

$$\begin{aligned} \frac{dV(\Phi, \dot{\Phi})}{dt} = -\dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi}) M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (K_v + B_d + K_f B_d) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) \\ -\dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi}) M(\Phi) J^{-1}(\Phi) (I + K_f) M_d \ddot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}, \ddot{\Phi}) - \dot{Y}^T(\Phi, \dot{\Phi}) (J J^T)^{-1}(\Phi) \dot{Y}(\Phi, \dot{\Phi}) k \sigma_1 \text{sign}(\sigma_1) - \dot{\Phi}^T \Delta G \end{aligned} \quad (3.86)$$

Sous l'hypothèse 9, la dernière condition de Lyapunov peut être vérifiée si la matrice k est définie positive et si $(K_v + B_d + K_f B_d)$ est définie positive et $(I + K_f) M_d$ est nulle qui est équivalent à $(K_v + B_d + K_f B_d > 0$ et $M_d = 0)$ ou $(K_v > 0$ et $K_f = -I)$. Ainsi le système d'erreur (3.76) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$ si les conditions (3.77) et (3.78) sont satisfaites.

Remarque 3.8

Si le système d'erreur (3.76) est asymptotiquement stable autour de sa position d'équilibre $\Phi = 0$, alors le système robotique (3.54) est asymptotiquement stable autour

de sa position d'équilibre $X(0)=X_d$ sous la loi de commande (3.73) et la force de contact (3.74).

3.4 Conclusion

Ce chapitre aborde le problème de la commande robuste des systèmes robotiques contraints. En effet, de nouvelles conditions de stabilité asymptotique robuste sont tout d'abord énoncées dans le cas où la raideur de l'environnement et/ou son impédance non mesurables sont entachées d'erreurs. Ces conditions forment des contraintes sur le choix des gains de position, de vitesse et de force des lois de commande proposées. Dans une deuxième étape, un modèle dynamique a été considéré où les matrices d'inertie ainsi que les vecteurs des forces centrifuges, centripètes et de Coriolis et des forces de gravitation sont le siège d'incertitudes paramétriques. Sous l'hypothèse que la norme du vecteur de force de gravitation soit inférieure à une certaine pondération de la norme du vecteur de vitesses angulaires, de nouvelles conditions de stabilité asymptotique robuste sont énoncées dans les deux cas de figures d'une commande par raideur active et aussi d'une commande par impédance.

La stabilité asymptotique robuste des quatre lois de commande proposées dans ce chapitre a été prouvée en utilisant la théorie de Lyapunov. Les nouvelles conditions ont été élaborées en se basant sur la relation entre l'énergie et la dynamique du robot. Ce critère énergétique a été considéré afin de garantir la sécurité du système commandé et de l'environnement contraint. Le dernier chapitre sera consacré pour valider les lois de commande proposées sur un robot industriel à six degrés de liberté.

Chapitre 4.

Application à un robot industriel à 6 ddl

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, on se propose d'appliquer les lois de commande ainsi que les conditions de stabilité asymptotique proposées dans les deux chapitres précédents sur le robot industriel ABB IRB-140 à 6 ddl. Vu le nombre de degrés de liberté important du robot à commander et vu la complexité du problème à résoudre, le choix des paramètres optimaux des régulateurs sera élaboré par utilisation des méthodes d'optimisation.

Ce chapitre est organisé comme suit : la structure du robot industriel ABB IRB-140 à 6 ddl ainsi que sa modélisation seront présentées au second paragraphe. Le troisième paragraphe sera consacré pour exposer la technique d'optimisation par essai particulière. La synthèse des paramètres des régulateurs sera effectuée dans le quatrième paragraphe. Le dernier paragraphe sera consacré pour une étude comparative des approches que nous avons proposées avec une approche conventionnelle.

4.2 Le robot IRB-140 d'ABB

Le robot industriel ABB IRB-140 illustré par la Figure 4.1. est un bras manipulateur doté de 6 ddl rotatifs [ABB 1]. La première articulation est caractérisée par une rotation autour d'un axe vertical et elle est notée θ_1 alors que la seconde et la troisième sont caractérisées par des rotations autour de deux axes horizontaux et elles sont notées

respectivement par θ_2 et θ_3 . Les mouvements de trois autres articulations sont décrits par les variables θ_4 , θ_5 et θ_6 .

L'IRB-140 est un robot compact et puissant, qui offre une zone de travail importante (810 mm) et une capacité de charge élevée (6Kg). D'autre part, grâce à sa conception robuste, il peut être monté au sol, inversé ou sur le mur selon tous les angles. Ses paramètres techniques sont donnés par le Tableau 4.1.

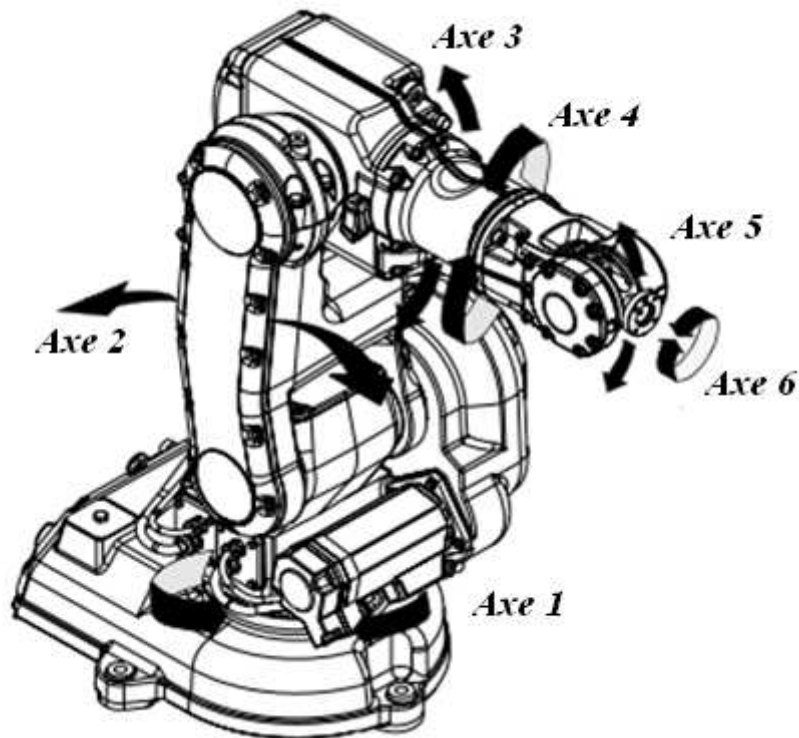


Figure 4.1- Le robot ABB IRB-140 à 6DDL [ABB 1]

Pour établir le modèle géométrique direct du robot industriel ABB IRB-140, nous avons utilisé la convention de Denavit et Hartenberg (DH) [Hartenberg & Denavit, 1955]. Les paramètres de DH permettent de déterminer de manière unique la configuration des corps et donc la géométrie du bras manipulateur. On a supposé, dans notre étude, que les corps du robot sont parfaitement rigides et que ses articulations sont idéales.

Tableau 4.1- Paramètres techniques du robot ABB IRB-140 [ABB 1, 2]

<i>Spécification</i>		
Nombre d'axes	6	
Charge supplémentaire sur le bras supérieur	1 Kg	
Charge supplémentaire sur le poignet	0.5 Kg	
<i>Positions angulaires</i>		
Axe	Enveloppe de travail	
1	±180°	
2	-180° – +110°	
3	-230° – +50°	
4	Illimité (±200° par défaut)	
5	±120°	
6	Illimité (±400° par défaut)	
<i>Vitesses angulaires</i>		
Axe	Vitesse maximale	
1	200°/s	
2	200°/s	
3	260°/s	
4	360°/s	
5	360°/s	
6	450°/s	
<i>Force/couple</i>		
	charge en fonctionnement	charge à l'arrêt d'urgence
<i>Force sur les axes x et y</i>		
Au sol	±1300 N	±3200 N
Suspendu	±1300 N	±3200 N
Sur le mur	±2200 N	±3900 N
<i>Force sur l'axe z</i>		
Au sol	±1000 N	±2000 N
Suspendu	±1000 N	±2000 N
Sur le mur	±2000 N	±2200 N
<i>Couple sur les axes x et y</i>	±1300Nm	±2200Nm
<i>Couple sur l'axe z</i>	±300Nm	±750Nm

Pour l'application de la méthode de DH, nous avons placé les repères sur les liaisons et définir les axes principaux de chaque segment. La matrice de transformation homogène de DH qui lie la rotation et la translation est donnée par :

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

où les quatre paramètres $\alpha_i, \theta_i, a_i, d_i$ de DH sont définis, pour $i=1, \dots, n$, par:

α_i : rotation par rapport à X_i pour amener Z_{i-1} parallèle à Z_i .

θ_i : rotation par rapport à Z_{i-1} pour amener X_{i-1} parallèle à X_i .

a_i : translation le long de X_i pour amener l'intersection de Z_{i-1} et X_i sur l'axe Z_i .

d_i : translation le long de Z_{i-1} pour amener l'origine du repère $i-1$ à l'intersection de Z_{i-1} et X_i .

En respectant la position de l'origine du robot et la définition des repères des liaisons présentées par la Figure 4.2, les paramètres du robot ABB IRB-140, selon la convention de DH, sont présentés dans le Tableau 4.2.

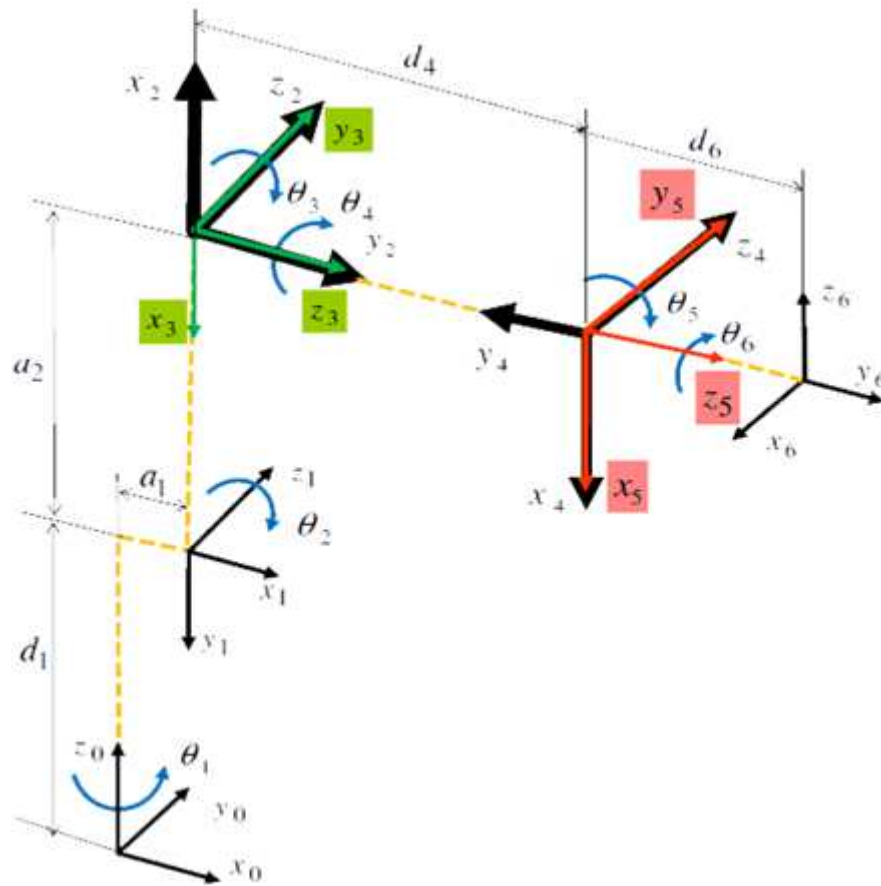


Figure 4.2 - Structure du robot ABB IRB-140 [Djuric & Urbanic, 2012]

Tableau 4.2 - Paramètres géométriques du robot ABB IRB-140

i	θ_i	α_i (Degrés)	a_i (mètres)	d_i (mètres)
1	θ_1	-90	0.07	0.352
2	θ_2	0	0.36	0
3	θ_3	90	0	0
4	θ_4	-90	0	0.38
5	θ_5	90	0	0
6	θ_6	90	0	0.065

La transformation globale qui permet de passer du repère lié à l'organe terminal au repère lié à la base du robot est :

$$A_0^6 = A_0^1 A_1^2 A_2^3 A_3^4 A_4^5 A_5^6 = \begin{bmatrix} R_0^6 & X \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

où $R_0^6 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est la matrice de rotation qui transforme le repère lié à l'organe terminal au repère lié à la base du robot et $X \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ est le vecteur de positions cartésiennes de l'organe terminal dans le repère de la base du robot.

On rappelle que le modèle cinématique direct est donné au chapitre 2 par la relation (2.3) où la matrice Jacobienne est donnée dans ce cas par $J(\theta) \in \mathbb{R}^{2 \times 6}$ alors que le modèle dynamique direct est donné par la relation (2.6). On note aussi que le vecteur des paramètres du robot peut contenir les différents paramètres physiques qui sont les masses m_i [Kg], les longueurs L_i [m], les positions de centre de masse K_i [m] et les matrices d'inertie I_i [kg.m²] de chaque corps rigide.

Les matrices associées au modèle dynamique et au modèle cinématique ont été calculées à l'aide des fonctions prédéfinies dans la boîte à outils *Robotics Toolbox* du logiciel *Matlab*. Les paramètres physiques nominaux du robot ABB IRB-140 sont donnés par le Tableau 4.3.

Tableau 4.3 - Paramètres du robot ABB IRB-140 [Suarez & Heredia, 2013]

Corps	m_i [Kg]	L_i [mm]	K_i [mm]	I_i [kg.m ²]
1	12	70	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
2	35	352	$\begin{bmatrix} 64.91 \\ -130.89 \\ 29.13 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.765 & -0.3 & 0.067 \\ -0.3 & 0.31 & -0.14 \\ 0.067 & -0.14 & 0.78 \end{bmatrix}$
3	25	360	$\begin{bmatrix} -9.73 \\ -161.71 \\ 92.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.38 & 0.045 & -0.02 \\ 0.045 & 0.364 & -0.31 \\ 0.02 & 0.31 & 1.09 \end{bmatrix}$
4	18	254	$\begin{bmatrix} -0.89 \\ -8.67 \\ -136.49 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.349 & 0 & 0.002 \\ 0 & 0.338 & 0.021 \\ 0.002 & 0.021 & 0.014 \end{bmatrix}$
5	6.5	126	$\begin{bmatrix} -40.77 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.016 \end{bmatrix}$
6	1.5	65	$\begin{bmatrix} -0.0602 \\ 0.4162 \\ -48.6737 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.005 & 4e-5 \\ 0 & 4e-5 & 0.0006 \end{bmatrix}$

Remarque 4.1

Dans la suite de ce chapitre, le vecteur de positions cartésiennes de l'organe terminal sera défini dans le plan donc $X \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$.

Remarque 4.2

Dans cette étude, la cinématique inverse du robot n'a pas été considérée vu que les lois de commande proposées sont élaborées dans l'espace cartésien et ne font pas appel à un modèle cinématique inverse. Notons tout de même que les configurations singulières pour ce robot sont obtenues pour $\theta_3 = \pm 90^\circ$ ou $\theta_5 = 0^\circ$ [Suarez & Heredia, 2013].

4.3 Optimisation par essaim particulaire

Au cours des dernières années, la programmation des bras robotiques afin de maximiser leurs capacités est reconnue comme étant une tâche difficile à accomplir [Siciliano & Khatib, 2008]. En effet, le choix des paramètres optimaux des régulateurs est une procédure coûteuse qui exige un temps de traitement assez important [Chen, 1989]. De plus, la procédure de réglage devient un problème très complexe, en particulier, lorsque le nombre de degrés de liberté du robot devient important et/ou lorsque le bras robotique doit fonctionner dans un environnement contraint sous certaines performances de précision.

L'optimisation par essaim particulaire ou *Particle Swarm Optimization* (PSO) est une heuristique d'optimisation naturelle. Cette méthode est initialement introduite par Kennedy et Eberhart en 1995 pour la résolution de problèmes d'optimisation combinatoire [Kennedy & Eberhart, 1995]. Elle s'inspire fortement des relations grégaires des oiseaux migrateurs qui doivent parcourir de longues distances et par suite optimiser leurs déplacements en termes d'énergie dispensée.

L'optimisation par essaim particulaire repose sur un ensemble d'individus originellement disposés de façon aléatoire et homogène, appelés particules, qui se déplacent dans l'espace de recherche et constituent, chacune, une solution potentielle.

Pendant le vol, chaque particule ajuste sa position en fonction de sa propre expérience, et l'expérience des autres particules. À partir de ces informations, la particule va suivre une tendance faite, d'une part, de sa volonté à retourner vers sa solution optimale, et d'autre part, de son imitation par rapport aux solutions trouvées dans son voisinage. A partir d'optimums locaux, l'ensemble des particules va converger vers la solution optimale globale du problème traité. La position optimale de la $i^{\text{ème}}$ particule est enregistrée et représentée par le terme $pbest_i$. La position optimale dans le groupe est représentée par le terme $gbest$ [Willjuice & Baskar, 2009].

A chaque itération, chaque particule se déplace et change sa vitesse (ou accélération) en prenant en compte sa position optimale désignée par $pbest$ ainsi que la position optimale de son voisinage désignée par $gbest$. Dans les faits, on calcule la nouvelle vitesse et la nouvelle position de la $i^{\text{ème}}$ particule à partir de la formule suivante [Shi & Eberhart, 1998] :

$$V_i^{(k+1)} = w^{(k)} \cdot V_i^{(k)} + c_1 \cdot \text{rand}() \cdot (pbest_i - p_i^{(k)}) + c_2 \cdot \text{Rand}() \cdot (gbest^{(k)} - p_i^{(k)}) \quad (4.3)$$

$$p_i^{(k+1)} = p_i^{(k)} + V_i^{(k+1)} \quad (4.4)$$

où pour $k = 1, 2, \dots, N$ et $i = 1, 2, \dots, M$ on a:

M : Nombre de particules dans le groupe

N : Nombre maximal d'itération

$V_i^{(k)}$: Vitesse de la $i^{\text{ème}}$ particule à l'itération k

$p_i^{(k)}$: Position de la $i^{\text{ème}}$ particule à l'itération k

$pbest_i^{(k)}$: Position optimale de la $i^{\text{ème}}$ particule à l'itération k

$gbest^{(k)}$: Position optimale dans le groupe à l'itération k

$w^{(k)}$: Facteur d'inertie à l'itération k

c_1, c_2 : Facteurs d'accélération

$rand()$, $Rand()$: Nombres aléatoires entre 0 et 1

En général, le facteur d'inertie est calculé en utilisant l'équation suivante:

$$w^{(k)} = \frac{w_{\max} - w_{\min}}{N} \cdot k \quad (4.5)$$

La mise en œuvre de l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire est définie par les étapes suivantes (Figure 4.3):

1. Initialiser la population de particules avec des positions et des vitesses aléatoires.
2. Pour chaque particule, évaluer la fonction objectif souhaitée.
3. Comparer la fonction objectif de la particule i avec celle de $pbest_i$. Si la valeur actuelle est meilleure que $pbest_i$, alors $pbest_i$ est égale à la valeur actuelle.
4. Identifier la particule, dans les voisins, qui a la fonction objectif optimale, et l'affecter à $gbest$.
5. Calculer le facteur d'inertie selon l'équation (4.5)
6. Mettre à jour respectivement la vitesse et la position des particules selon les équations (4.4) et (4.3).
7. Si un critère est rempli (l'itération maximale ou une certaine valeur du critère), aller à l'étape 8 sinon aller à l'étape 2.
8. La particule qui génère le dernier $gbest$ représente les paramètres optimaux du régulateur.

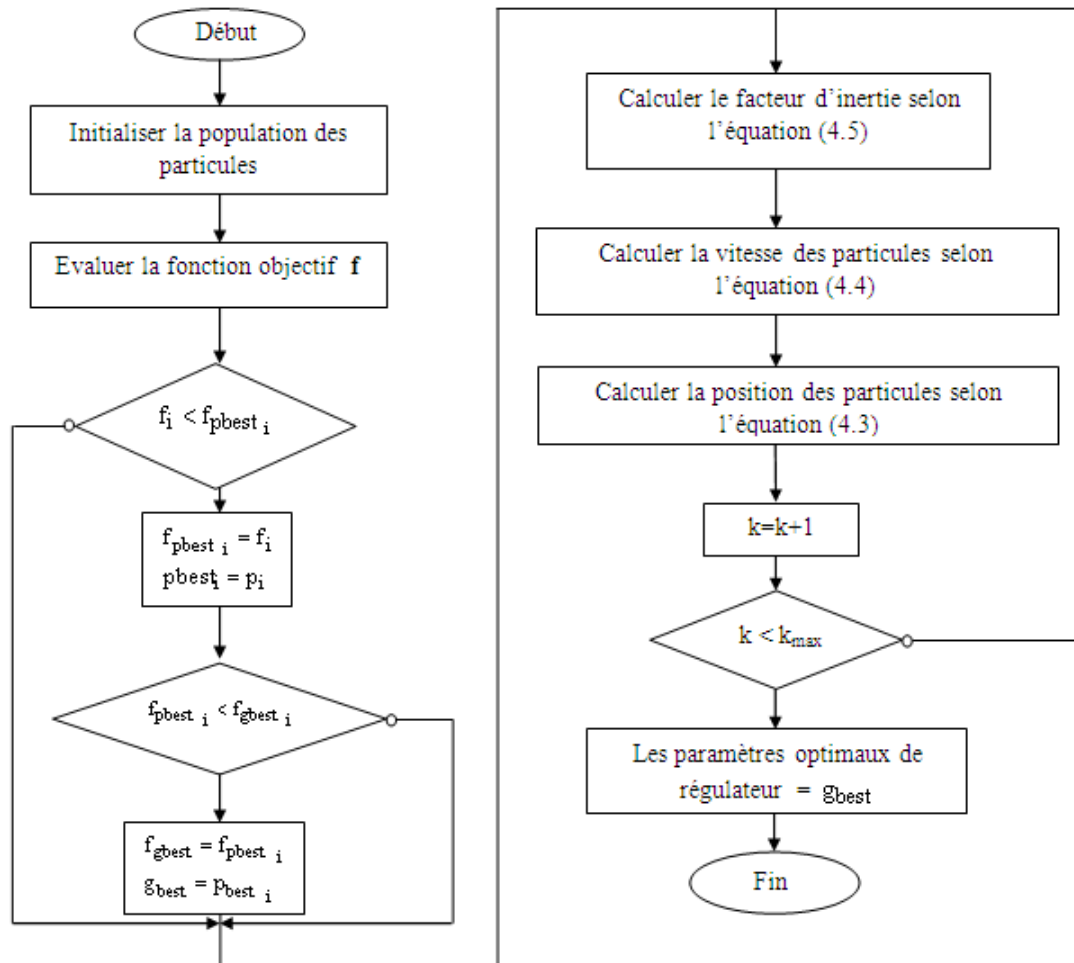


Figure 4.3 Optimisation des paramètres du régulateur par PSO

[Mehdi & Boubaker, 2016]

L'optimisation par essaim particulaire a été appliquée avec succès dans plusieurs applications robotiques, par exemple celles présentées dans [Rigatos, 2008], [Xu et al., 2008], [Machmudah et al., 2013]. En particulier, pour l'optimisation des paramètres des contrôleurs de bras robotiques dans un environnement non contraint, plusieurs articles ont été récemment proposés [Wei-Der & Shun-Peng, 2010], [Zafer & Oguzhan, 2011]. Cependant, pour le cas des mouvements contraints, un nombre très limité de travaux a été consacré à ce sujet. On peut citer ceux de [Salehi et al., 2008] et [Rubrecht et al., 2011].

4.4 Résultats de simulation

L'objectif de cette section est de montrer en simulation la robustesse des lois de commande proposées dans les deux chapitres précédents. Pour ce faire, une incertitude sur les paramètres inertiels du robot ABB IRB-140 ainsi que des bruits sur les mesures

de positions et de vitesses seront considérés. Afin d'ajuster les paramètres des régulateurs synthétisés au deuxième et troisième chapitres, on se propose dans cette partie d'utiliser une méthode d'optimisation non linéaire sous contraintes ainsi que la méthode d'optimisation par essaim particulière.

Pour élaborer les simulations le long de ce chapitre, on considère que :

- Le vecteur de paramètres incertain sera composé des masses de chaque corps rigide avec une incertitude de 20% sur la valeur nominale de chaque masse.
- Un bruit gaussien ayant une moyenne de $0,2^\circ$ et une déviation standard de $0,2^\circ$ sur les mesures des positions angulaires.
- Un bruit gaussien ayant une moyenne de $0,2^\circ\text{s}^{-1}$ et une déviation standard de $0,2^\circ\text{s}^{-1}$ sur les mesures des vitesses angulaires.

Les paramètres de l'estimateur seront fixés comme suit :

- Matrice d'observation d'état : $N = [I \ 0 \ 0 \ 0]$ où I est la matrice unitaire.

- Matrice de covariance de bruit d'entrées :

$$Q = \text{diag}[1e-10 \ 1e-10 \ 1e-2 \ 1e-10 \ 1e-4 \ 1e-10, \dots \\ 1e-10 \ 1e-6 \ 1e-10 \ 1e-7 \ 1e-10 \ 1e-10, \dots \\ 1e-7 \ 1e-5 \ 1e-8 \ 1e-4 \ 1e-8 \ 1e-8 \ 1e-5 \ 1e-2]$$

- Matrice de covariance de bruit de sortie :

$$R = \text{diag}[1e-9 \ 1e-6 \ 1e-9 \ 1e-9 \ 1e-3 \ 1e-9, \dots \\ 1e-3 \ 1e-5 \ 1e-10 \ 1e-7 \ 1e-10 \ 1e-7, \dots \\ 1e-6 \ 1e-5 \ 1e-8 \ 1e-4 \ 1e-3 \ 1e-4 \ 1e-7 \ 1e-4]$$

- Matrice d'estimation de la variance de l'erreur du modèle estimé :

$$P_0 = \text{diag}[1e-6 \ 1e-7 \ 1e-5 \ 1e-7 \ 1e-7 \ 1e-3, \dots \\ 1e-7 \ 1e-7 \ 1e-9 \ 1e-7 \ 1e-4 \ 1e-4, \dots \\ 1e-3 \ 1e-7 \ 1e-3 \ 1e-2 \ 1e-3 \ 1e-2 \ 1e-2 \ 1e-4]$$

Les conditions initiales sont fixées comme suit:

- Positions articulaires (rad) : $\theta_0 = [\pi/2 \ -\pi/2 \ 3\pi/5 \ \pi/2 \ \pi/2 \ -\pi/2]^T$
- Vitesses articulaires (rad.s^{-1}) : $\dot{\theta}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$
- Positions cartésiennes (m) : $X_0 = [-0.31 \ 0.33]^T$
- Vitesses cartésiennes (m.s^{-1}) : $\dot{X}_0 = [0 \ 0]^T$
- Masses (Kg) : $m_0 = [14.4 \ 42 \ 30 \ 21.6 \ 7.8 \ 1.8]^T$
- Forces (N) : $F_0 = [5 \ 5]^T$

Les valeurs désirées sont fixées comme suit:

- Positions cartésiennes (m) : $X_d = [x_d \ y_d] = [0.51 \ 0]^T$
- Vitesses cartésiennes (m.s⁻¹) : $\dot{X}_d = [0 \ 0]^T$
- Forces (N) : $F_d = [10 \ 0]^T$

4.4.1 Commande par raideur active

Dans cette partie, nous avons opté pour l'utilisation d'une méthode conventionnelle d'optimisation non-linéaire sous contraintes vu la disponibilité des outils numériques. La méthode choisie a été proposée dans [Gill et al., 1981], [Powell, 1978]. Celle-ci peut être mise en place grâce à la fonction *fmincon* de la boîte à outils d'optimisation de logiciel Matlab. Le modèle dynamique ainsi que le modèle cinématique sont considérés comme des contraintes dynamiques d'égalité du problème d'optimisation tandis que l'on considère les conditions de stabilité comme des contraintes d'inégalité. Le modèle dynamique du système est résolu en utilisant la fonction *ODE45* du logiciel *Matlab*.

Dans la suite de cette partie, on se propose d'appliquer les conditions de stabilité asymptotique du théorème 2.3 et la loi de commande (2.15) appliquée en utilisant l'estimateur d'état et de paramètres proposé dans la section (§2.3).

Pour affiner les paramètres k_{p_i} , k_{v_i} et k_{e_i} , les éléments de la diagonale des matrices de gains K_p , K_v et K_e donnés par le théorème 2.3, le problème d'optimisation non linéaire à résoudre est décrit mathématiquement comme suit [Mehdi & Boubaker, 2012a]:

$$\min f(z) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sqrt{[X_d(k) - X(k)]^T [X_d(k) - X(k)]} \quad (4.6a)$$

sous les contraintes:

$$M(\theta, \alpha)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}, \alpha) + G(\theta, \alpha) = U - J^T(\theta)F \quad (4.6b)$$

$$\dot{X}(\theta, \dot{\theta}) = J(\theta)\dot{\theta} \quad (4.6c)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} z < \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6d)$$

$$100 \leq k_{p_i} \leq 10000 \quad i = 1,2 \quad (4.6e)$$

$$50 \leq k_{v_i} \leq 5000 \quad i = 1,2 \quad (4.6f)$$

$$1 \leq k_{e_i} \leq 30 \quad i = 1,2 \quad (4.6g)$$

où $X = [x \ y]^T$ est le vecteur des positions cartésiennes et

$z = [k_{p_1} \ k_{p_2} \ k_{v_1} \ k_{v_2} \ k_{e_1} \ k_{e_2}]^T$ est le vecteur de décision pour la stratégie de

commande par raideur active. Les relations (4.6b) et (4.6c) représentent respectivement les contraintes dynamiques et cinématiques d'égalité du problème d'optimisation tandis que la contrainte d'inégalité (4.6d) est équivalente aux conditions de stabilité énoncées par le théorème (2.3). Les inégalités (4.6e), (4.6f) et (4.6g) définissent les bornes inférieures et supérieures des variables de décision. Pour obtenir les résultats de simulation, le problème d'optimisation a été résolu pour le vecteur de décision initial $z_0 = [5000 \ 5000 \ 2000 \ 2000 \ 5 \ 5]^T$.

Le vecteur de décision optimal obtenu est $z = [7201 \ 7544 \ 1200 \ 1156 \ 20 \ 24]^T$, la fonction objectif correspondante est égale à $8.3 \cdot 10^{-5}$ alors que le temps de traitement est égale à 2789s. Les Figures 4.4 et 4.5 prouvent les performances de la loi de commande proposée pour atteindre les positions et les vitesses désirées. Il est clair, sur ces figures, que les positions et les vitesses convergent asymptotiquement vers les valeurs désirées. Les lois de commande, données par la Figure 4.6, présentent des profils énergétiques tolérables par les contraintes techniques des actionneurs du robot donnés par le Tableau 4.1. La Figure 4.7 montre la convergence des paramètres inertiels (masses) du robot malgré la présence des incertitudes et des perturbations. Les Figures 4.8 et 4.9 représentent respectivement les positions et les vitesses angulaires. On note que les paramètres estimés (position et vitesse) sont convenablement reconstruit avec rejet de perturbation. Ainsi, l'observateur utilisé pour estimer l'état et les paramètres du système étudié joue le rôle d'un filtre. D'autre part, on note que les contraintes techniques des paramètres physiques (positions, vitesses et couples), exposées dans le Tableau 4.1, sont respectées au niveau de résultats de simulation.

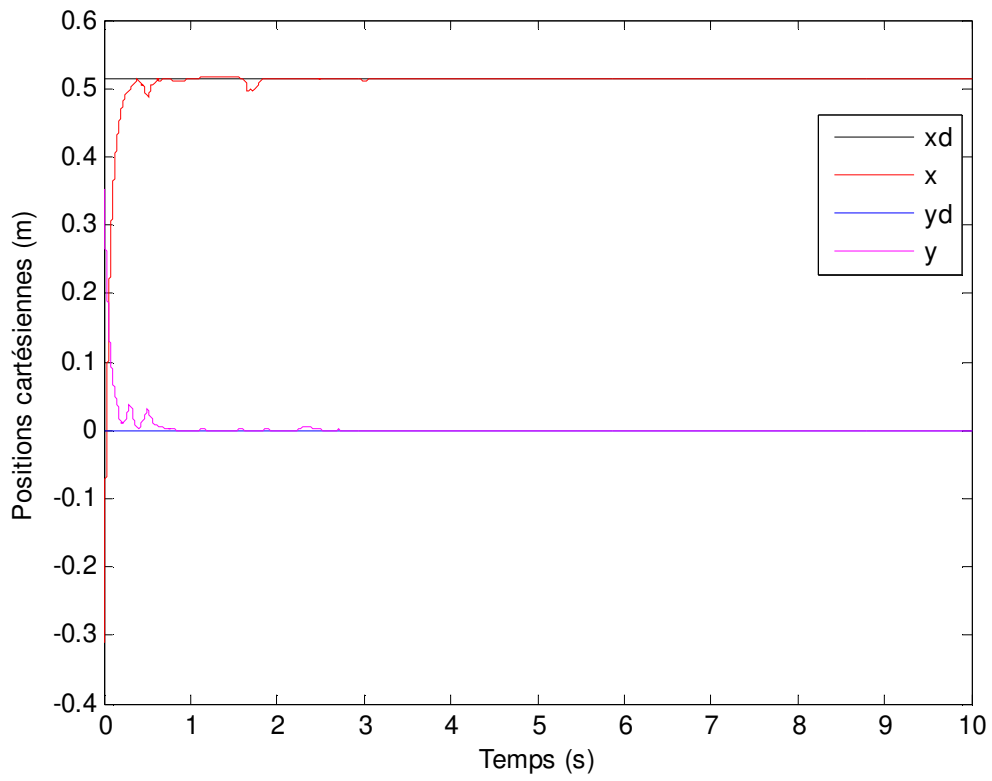


Figure 4.4 - Positions cartésiennes sous la commande par raideur active

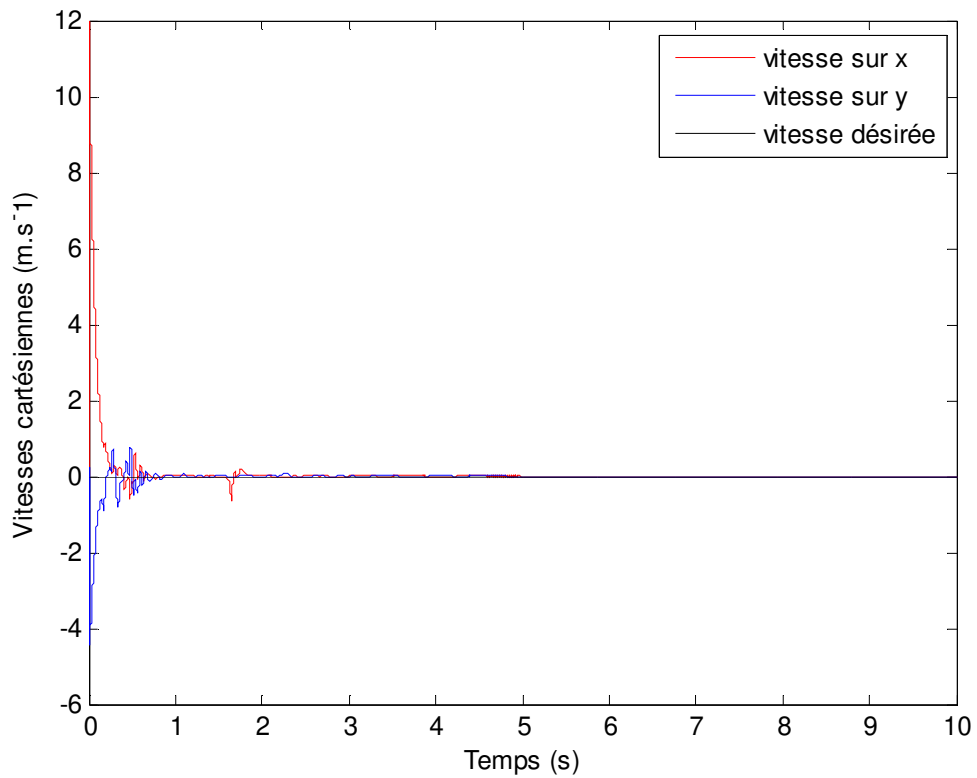


Figure 4.5 - Vitesses cartésiennes sous la commande par raideur active

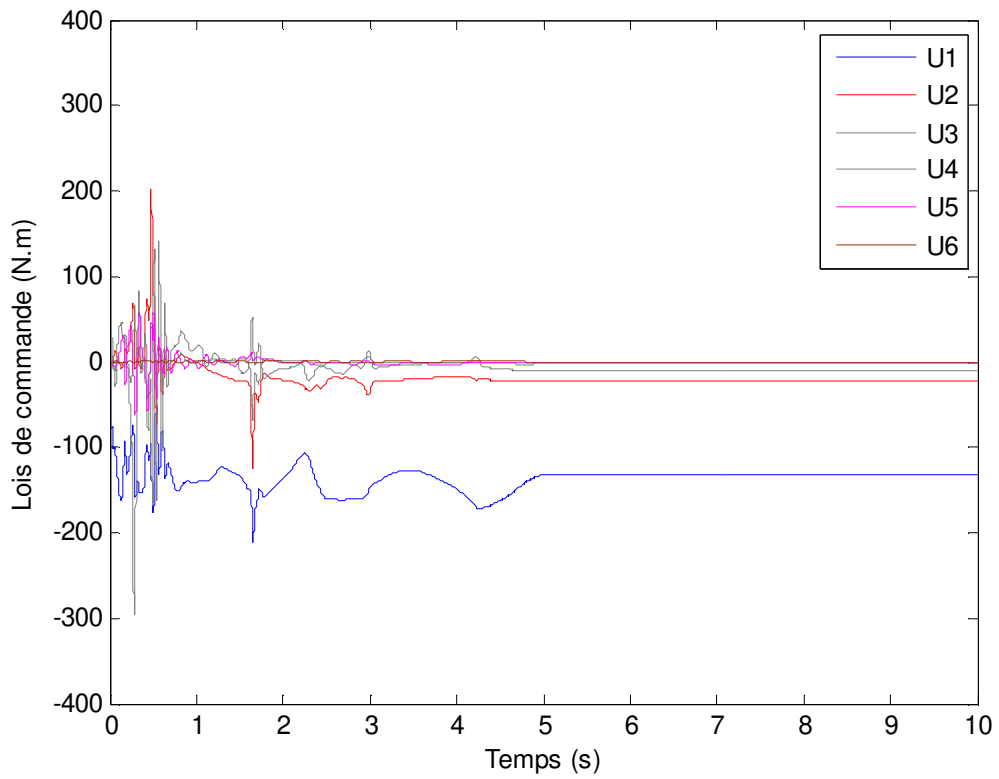


Figure 4.6 - Loïs de commande par raideur active

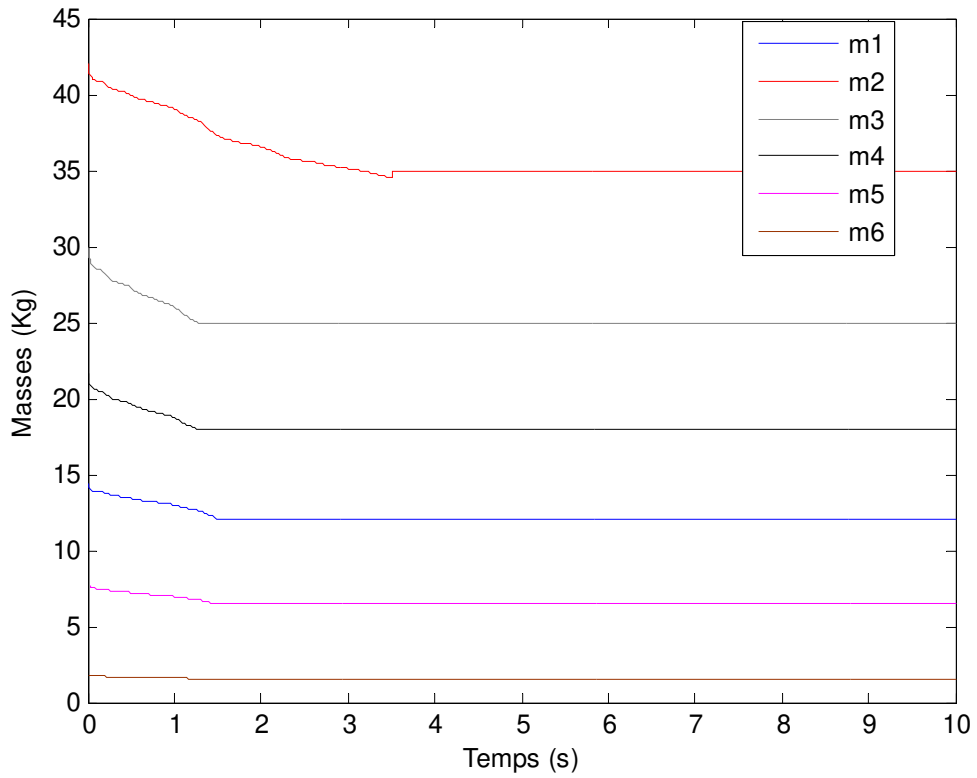


Figure 4.7 - Paramètres inertiels (Masses estimées) pour une commande par raideur active

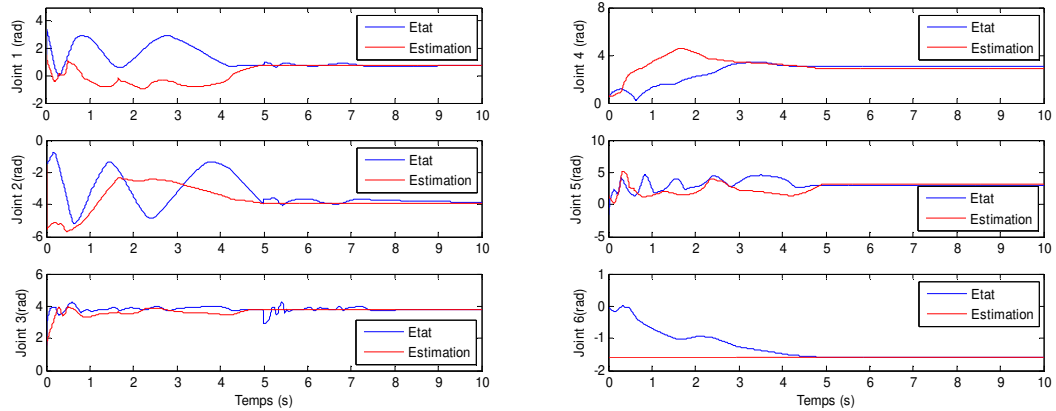


Figure 4.8 - Positions angulaires réelles et estimées sous la commande par raideur active

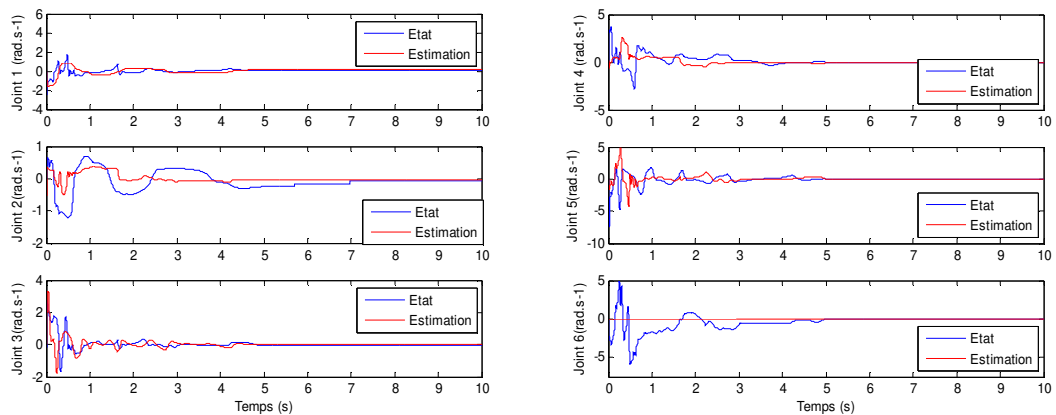


Figure 4.9 - Vitesses angulaires réelles et estimées sous la commande par raideur active

Remarque 4.3

Pour ne pas alourdir ce rapport et l’encombrer avec des résultats de simulation, l’évolution des variables dans le plan articulaires ne seront plus présentées pour les cas suivants.

4.4.2 Commande par impédance: cas 1

Dans la suite de cette partie, on se propose d’appliquer les conditions de stabilité asymptotique (2.56) du théorème 2.4 pour la loi de commande (2.53) en utilisant les variables estimées par les observateurs proposés dans les sections (§2.3) et (§2.5.2)

Pour affiner les gains de régulateurs k_p, k_v et k_f dont les conditions de stabilité sont énoncées par le théorème 2.3, le problème d’optimisation non linéaire sera résolu par la méthode d’optimisation non linéaire décrite à la section (§4.4.1) dont la fonction objectif est donnée par la relation (4.6a) et le vecteur de décision

$z = [k_{p_1} \quad k_{p_2} \quad k_{v_1} \quad k_{v_2} \quad k_{f_1} \quad k_{f_2}]^T$ sous les contraintes dynamiques et cinématiques (4.6b) et (4.6c) auxquelles on ajoute les contraintes d'inégalité suivantes [Mehdi & Boubaker, 2012a]:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -k_{d,x} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -k_{d,y} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -b_{d,x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -b_{d,y} \end{bmatrix} z < \begin{bmatrix} k_{d,x} \\ k_{d,y} \\ b_{d,x} \\ b_{d,y} \end{bmatrix} \quad (4.7a)$$

$$100 \leq k_{p_i} \leq 10000 \quad i = 1,2 \quad (4.7b)$$

$$50 \leq k_{v_i} \leq 5000 \quad i = 1,2 \quad (4.7c)$$

$$1 \leq k_{f_i} \leq 50 \quad i = 1,2 \quad (4.7d)$$

et les contraintes d'égalité suivantes:

$$K_d = \text{diag}[40 \quad 40], B_d = \text{diag}[25 \quad 25], M_d = \text{diag}[0 \quad 0] \quad (4.7e)$$

où k_{p_i}, k_{v_i} et k_{f_i} représentent respectivement les éléments de la diagonale des matrices de gains K_p, K_v et K_f . $K_d = \text{diag} [K_{d,x} \quad K_{d,y}]$, $B_d = \text{diag} [B_{d,x} \quad B_{d,y}]$ et $M_d = \text{diag} [M_{d,x} \quad M_{d,y}]$

Dans le problème d'optimisation précédent, l'inégalité (4.7a) avec la contrainte d'égalité (4.7e) sont équivalentes aux conditions de stabilité (2.56) du théorème 2.4. Les inégalités (4.7b), (4.7c) et (4.7d) définissent les bornes inférieures et supérieures des variables de décision. Pour obtenir les résultats de simulation, le problème d'optimisation a été résolu pour le vecteur de décision initial $z_0 = [5000 \quad 5000 \quad 2000 \quad 2000 \quad 10 \quad 10]^T$.

Le vecteur de décision optimal obtenu est $z = [8354 \quad 9021 \quad 858 \quad 1154 \quad 12 \quad 9]^T$, la fonction objectif correspondante est $7.3 \cdot 10^{-5}$ et le temps de traitement est 3365s.

La Figure 4.10 montre que le système se stabilise asymptotiquement, dans l'espace cartésien, autour de la position d'équilibre désirée alors que la Figure 4.11 décrit la dynamique du système robotique afin d'atteindre les vitesses désirées. Ainsi, nous pouvons confirmer que la stabilité asymptotique du robot a été bien confirmée par les résultats de simulation. D'autre part, la Figure 4.12 montre que les forces de contact

désirées sont atteintes malgré les bruits de mesure et les différentes perturbations. De plus, les lois de commande présentées par la Figure 4.13 sont caractérisées par des profils énergiques acceptables. La Figure 4.14 montre la convergence des paramètres inertiels (masses) vers les valeurs estimées du robot malgré la présence des incertitudes et des perturbations. D'autre part, on note que les contraintes techniques imposées sur les variables positions, vitesses et couples, données par tableau 4.1, sont aussi respectées au niveau de résultats de simulation.

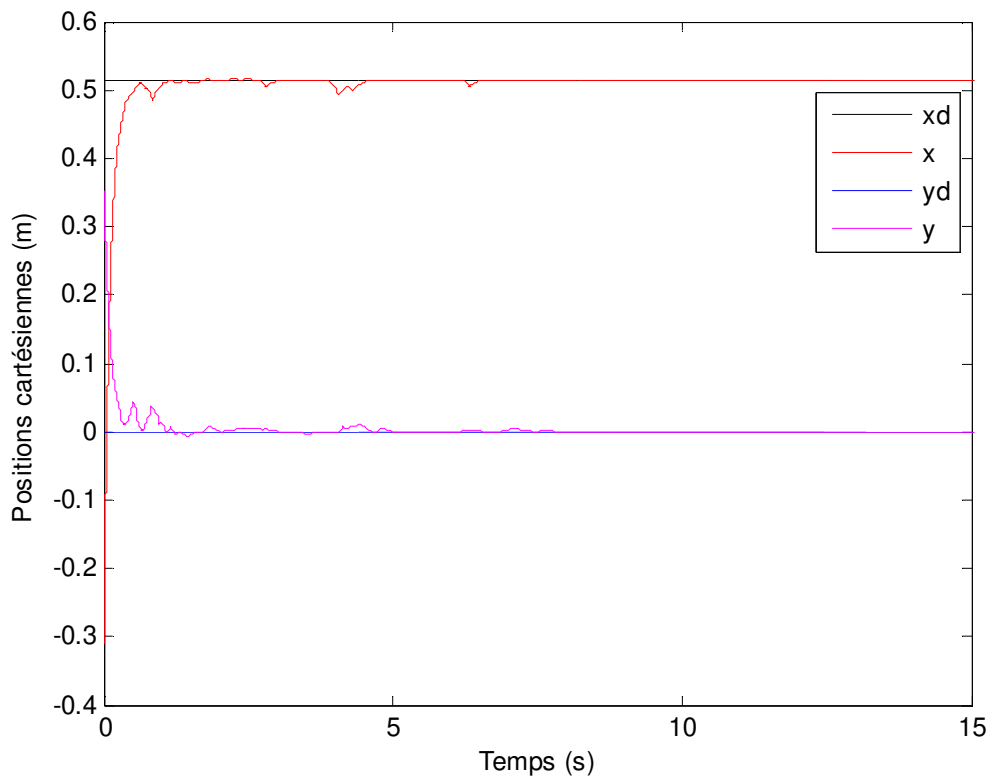


Figure 4.10 - Positions cartésiennes sous la commande par impédance (cas1)

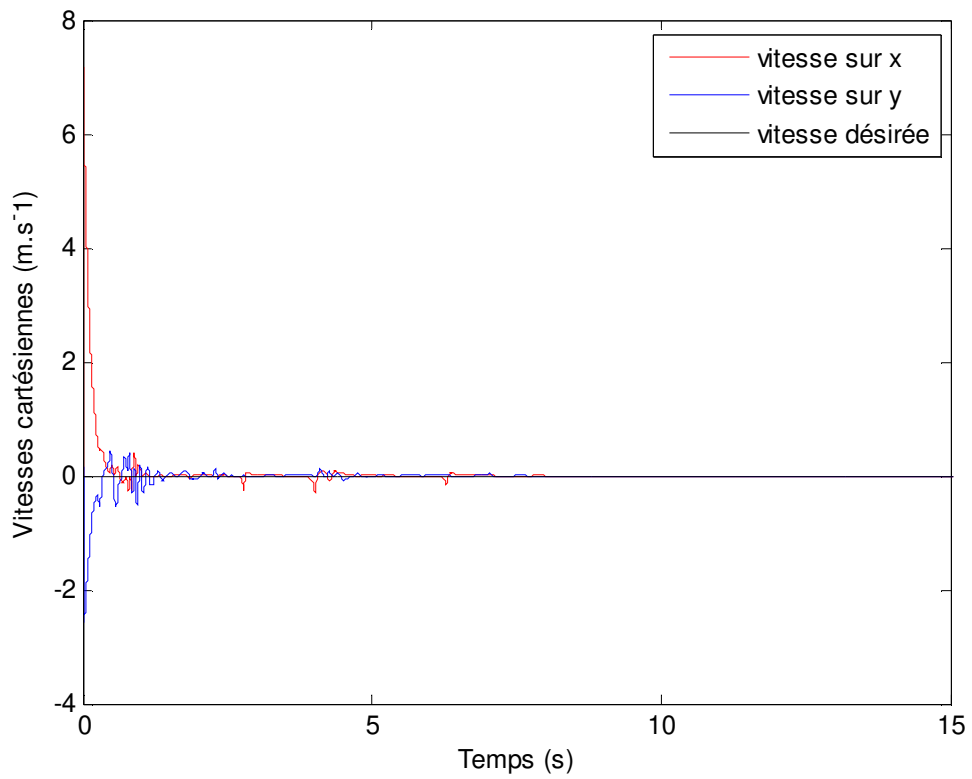


Figure 4.11 - Vitesses cartésiennes sous la commande par impédance (cas1)

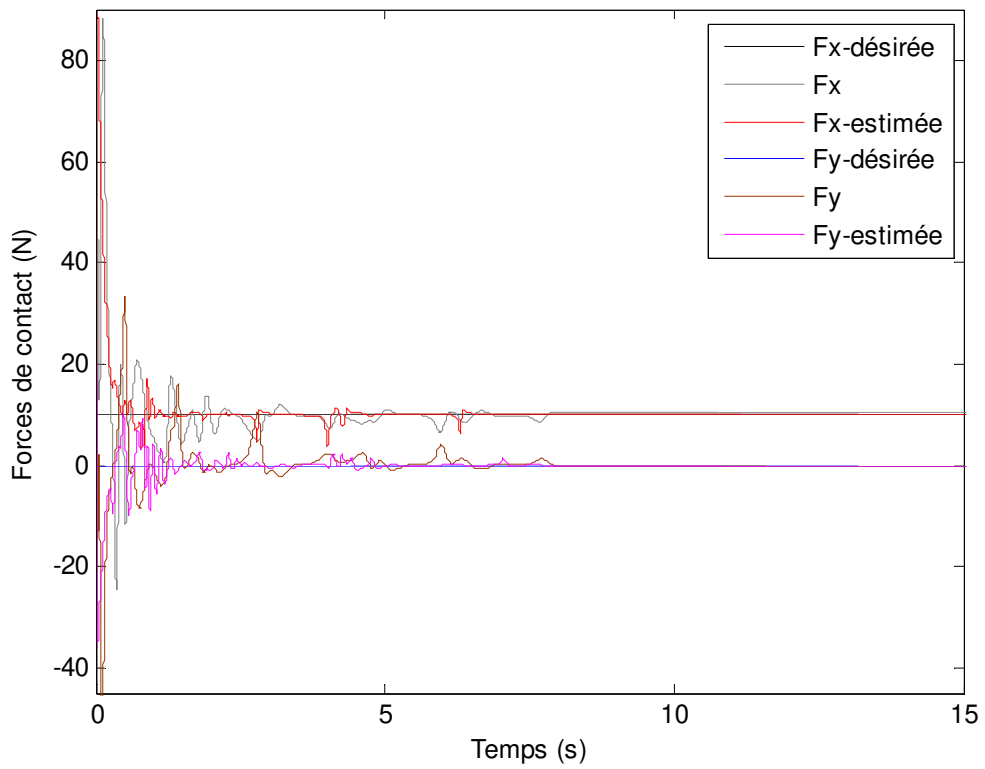


Figure 4.12 - Forces de contact sous la commande par impédance (cas1)

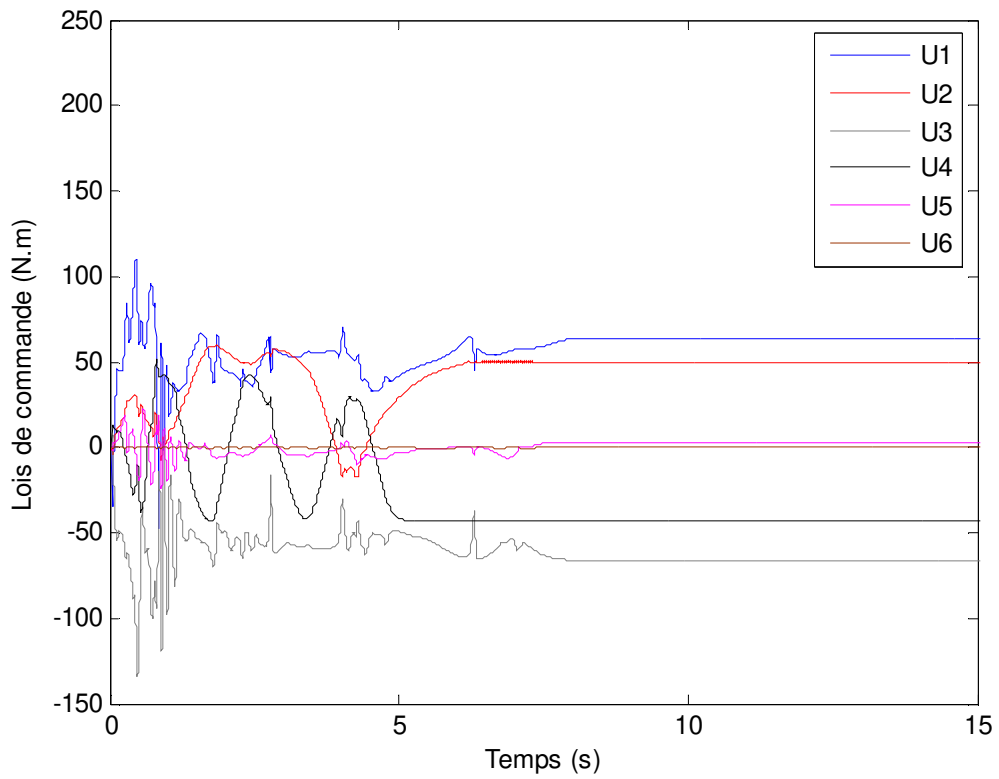


Figure 4.13 - Lois de commande par impédance (cas1)

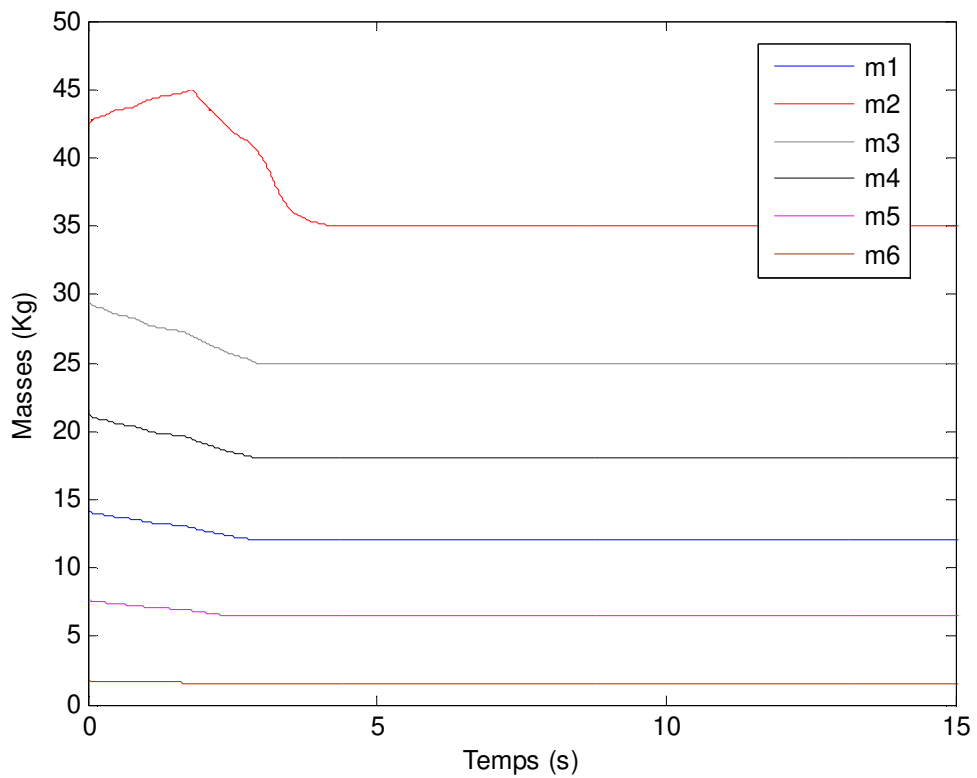


Figure 4.14 - Paramètres inertiels (Masses estimées) pour une commande par impédance (cas1)

4.4.3 Commande par impédance: cas 2

Dans cette partie, on se propose d'appliquer les conditions de stabilité asymptotique (2.57) du théorème 2.4 et la loi de commande (2.53) appliquée pour les variables estimées. Le problème d'optimisation non-linéaire sera résolu dans ce cas [Mehdi & Boubaker, 2012d], par la méthode d'optimisation non linéaire décrite à la section (§4.4.1), pour la fonction objectif (4.6a) et le vecteur de décision

$$z = \left[k_{p_1} \quad k_{p_2} \quad k_{v_1} \quad k_{v_2} \right]^T \text{ sous les contraintes dynamiques et cinématiques (4.6b) et}$$

(4.6c), les contraintes d'inégalité et d'égalité données par:

$$z > 0_{4 \times 1} \quad (4.8a)$$

$$100 \leq k_{p_i} \leq 10000 \quad i = 1, 2 \quad (4.8b)$$

$$50 \leq k_{v_i} \leq 5000 \quad i = 1, 2 \quad (4.8c)$$

et les contraintes d'égalité:

$$k_f = -1, K_d = \text{diag}[20 \quad 20], B_d = \text{diag}[10 \quad 10], M_d = \text{diag}[0.01 \quad 0.01] \quad (4.8d)$$

Dans ce problème d'optimisation, l'inégalité (4.8a) avec l'égalité (4.8d) sont équivalentes aux conditions de stabilité (2.57) du théorème 2.4. Les inégalités (4.8b) et (4.8c) définissent les bornes inférieures et supérieures des variables de décision. Les résultats de simulation sont obtenus tout en résolvant le problème d'optimisation pour le vecteur de décision initial $z_0 = [5000 \quad 5000 \quad 2000 \quad 2000]^T$. Le vecteur de décision optimal obtenu est $z = [9845 \quad 9734 \quad 2358 \quad 3154]^T$, la fonction objectif correspondante est $6.9 \cdot 10^{-5}$ alors que le temps de traitement est égale à 3987s.

Les Figures 4.15 et 4.16 décrivent les positions et vitesses cartésiennes de l'organe terminal de robot. On note que le mouvement se stabilise asymptotiquement autour des valeurs désirées. En outre, la Figure 4.17 montre que les forces de contact réelles et estimées cherchent à atteindre les forces désirées et que l'erreur entre ces deux forces devient nulle malgré la présence de bruits. Les lois de commande présentées dans la Figure 4.18 sont caractérisées par des profils énergiques qui respectent les contraintes imposées par le Tableau 4.1. La Figure 4.19 montre la convergence des paramètres inertiels alors que la Figure 4.20 représente les accélérations cartésiennes.

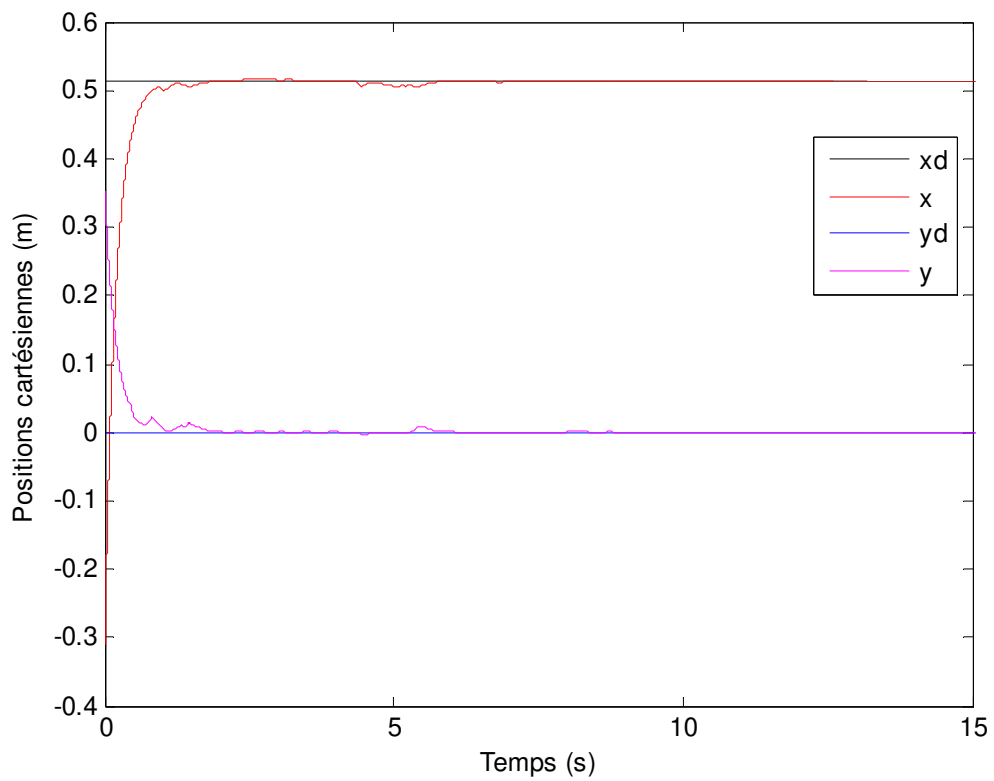


Figure 4.15 - Positions cartésiennes sous la commande par impédance (cas2)

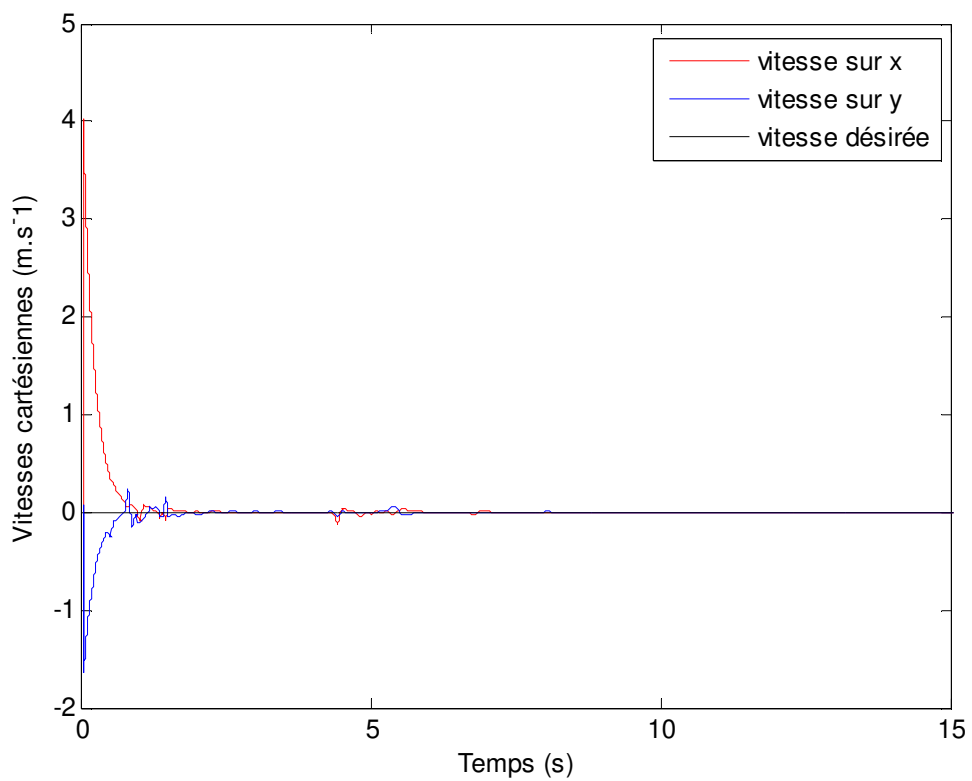


Figure 4.16 - Vitesses cartésiennes sous la commande par impédance (cas2)

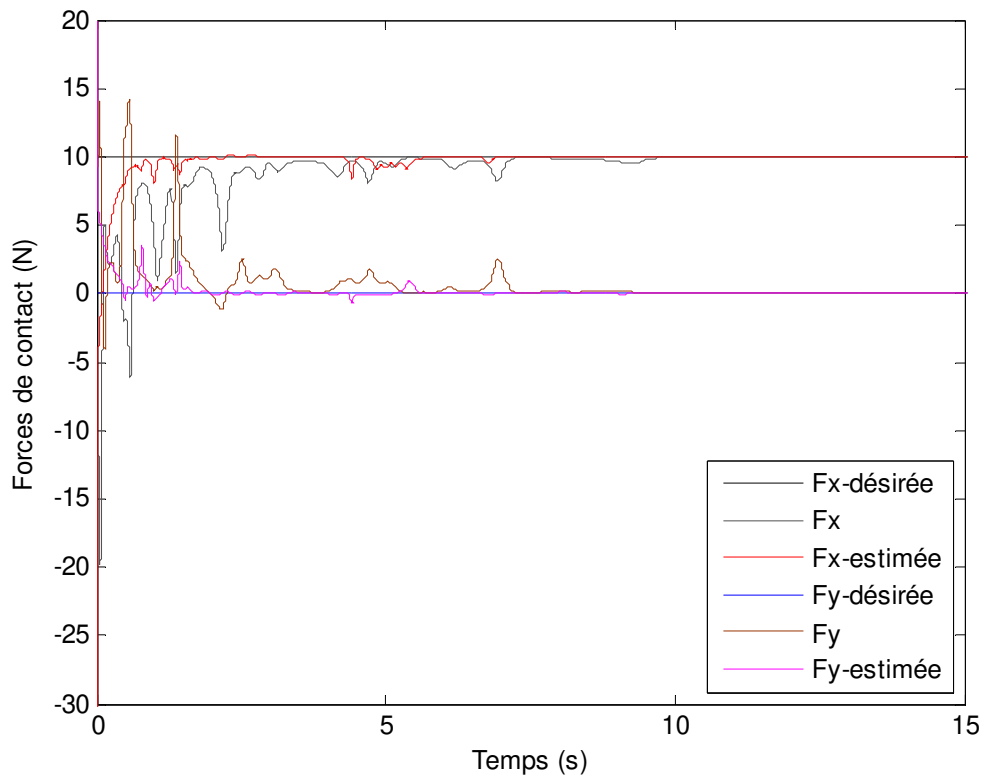


Figure 4.17 - Forces de contact sous la commande par impédance (cas2)

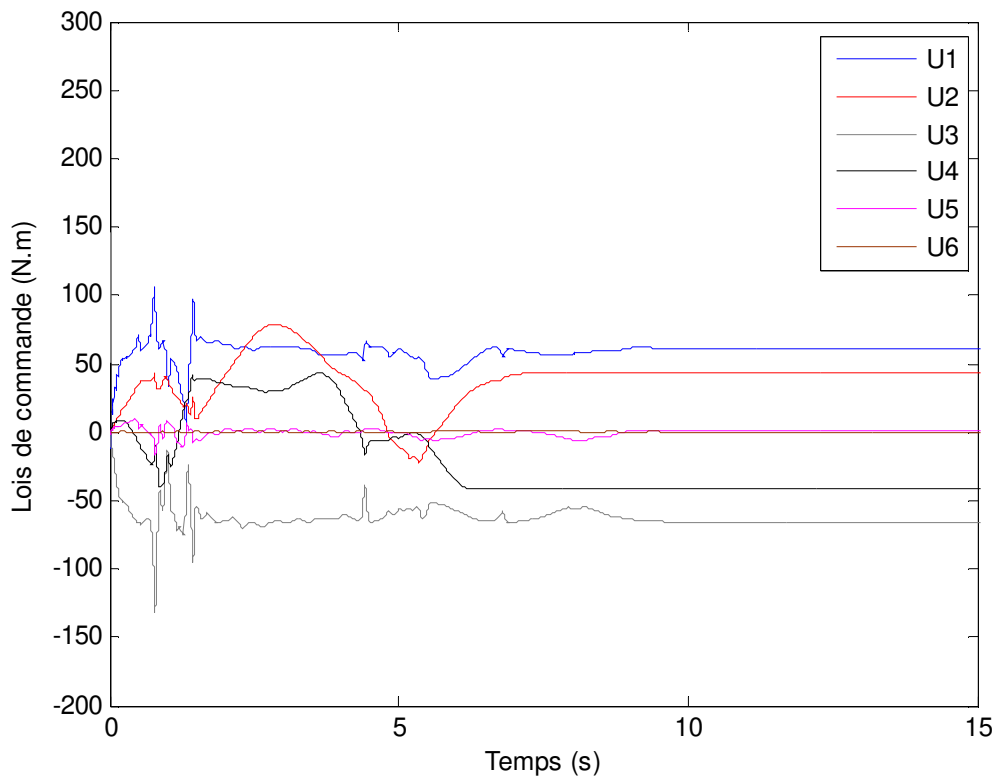


Figure 4.18 - Lois de commande par impédance (cas2)

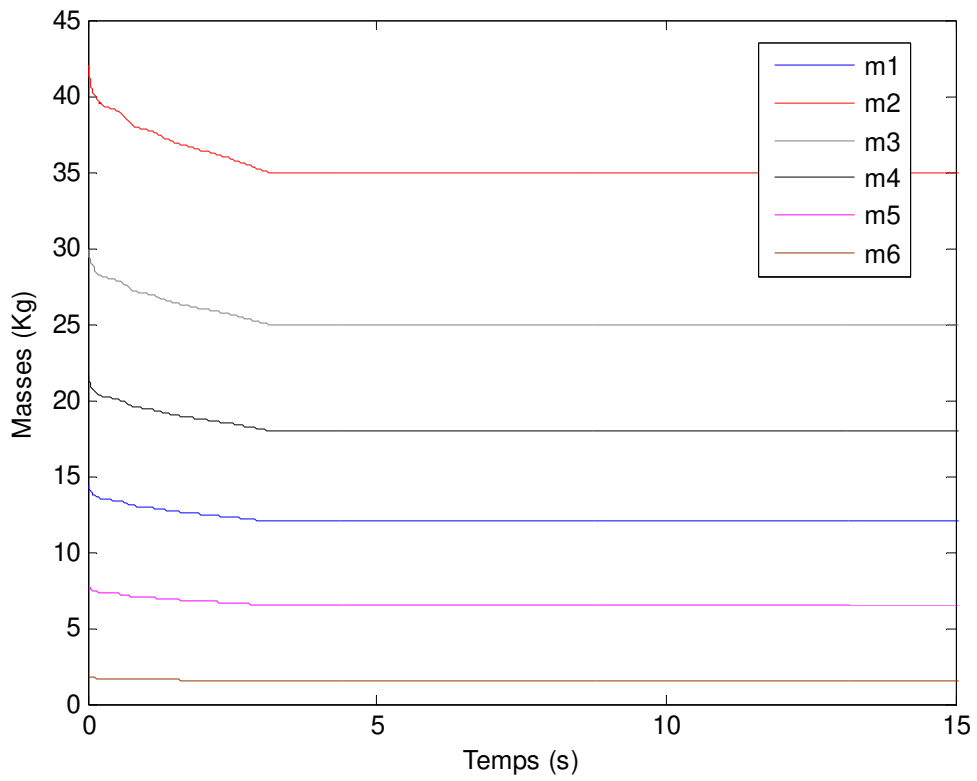


Figure 4.19 - Paramètres inertiels (Masses estimées) pour une commande par impédance (cas2)

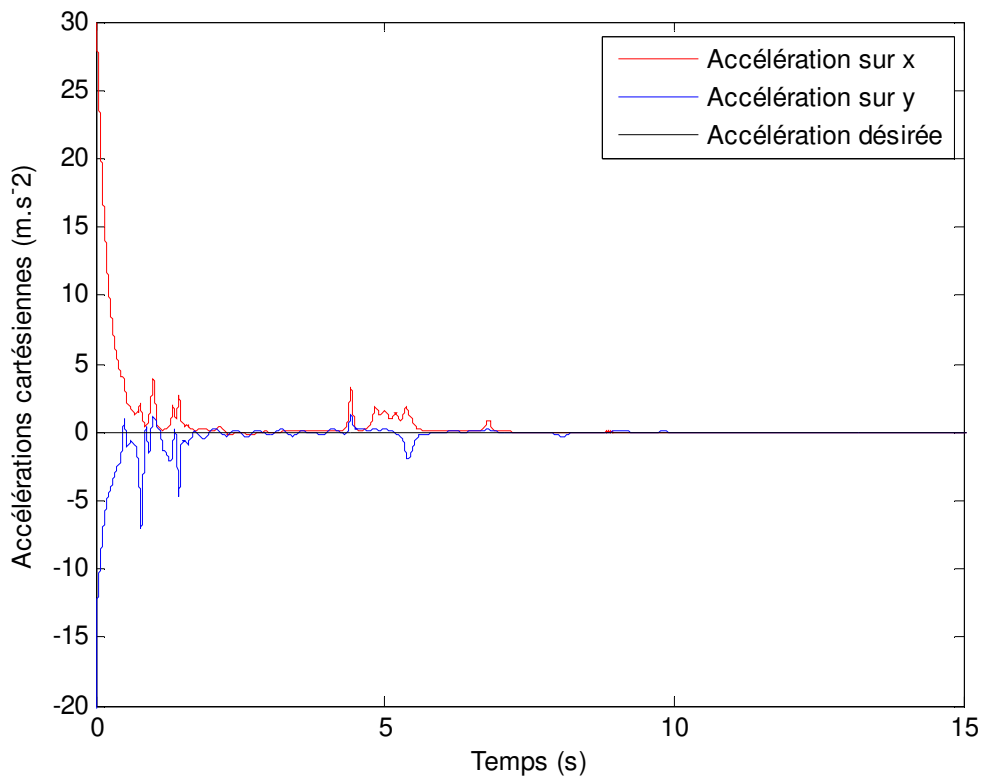


Figure 4.20 - Accélérations cartésiennes sous la commande par impédance (cas2)

4.4.4 Commande robuste par raideur active dans le cas d'incertitudes sur l'environnement

Dans les paragraphes précédents nous avons effectué une synthèse des régulateurs qui ne tient pas compte des incertitudes sur le modèle et sur l'environnement. Néanmoins, dans le cas contraire, le problème devient fortement non linéaire avec un nombre de paramètres à synthétiser assez important. Il devient donc plus difficile de résoudre le problème d'optimisation avec les méthodes précédemment vue le temps de traitement très long. Ainsi, il sera impératif d'utiliser des techniques d'optimisation plus puissantes connues par leur convergence globale et leurs meilleures performances. Nous avons donc opté pour la technique d'optimisation par essaim particulière.

Dans ce cas on se propose d'appliquer les conditions de stabilité asymptotique (3.11) du théorème 3.1 proposé et démontré au troisième chapitre et d'optimiser les paramètres du régulateur robuste défini par la relation (3.4) appliquée pour les variables estimées.

On suppose que l'environnement est caractérisé par :

- Une raideur de l'environnement : $K_e = \text{diag}[50 \ 50]$
- Une incertitude sur la raideur de l'environnement: $\Delta K_e = \text{diag}[2 \ 5]$

Pour la fonction objectif, on se propose d'optimiser le critère défini par [Mehdi & Boubaker, 2011a]:

$$\min f(z) = \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^N \sqrt{[X_d(k) - X(k)]^T [X_d(k) - X(k)]} \right) \quad (4.24)$$

où $X(k)$ et $X_d(k)$ désignent respectivement les positions cartésiennes actuelle (estimée)

et désirée à l'itération k et $z = [k_{p_1} \ k_{p_2} \ k_{v_1} \ k_{v_2} \ \Lambda \ k]^T$ est le vecteur de décision.

Les paramètres de l'algorithme d'optimisation sont donnés par le Tableau 4.4 et la constante est donnée par $c = [1 \ 1]$ alors que les paramètres optimaux ainsi que les fonctions objectifs correspondantes sont reportés dans le Tableau 4.5.

**Tableau 4.4 - Variables de la méthode d'optimisation par essaim particulière :
Commandes robustes par raideur active et par impédance**

Désignation	Variable	Value
Nombre de particules dans le groupe	M	40
Nombre maximal d'itérations	N	50
Facteur d'inertie minimal	w_{\min}	0.4
Facteur d'inertie maximal	w_{\max}	0.9
Intervalle de recherche de k_p	$[k_{p\min} \quad k_{p\max}]$	[100 10000]
Intervalle de recherche de k_v	$[k_{v\min} \quad k_{v\max}]$	[50 5000]
Intervalle de recherche de $\Lambda, \Lambda_1, \Lambda_2$	$[\Lambda_{\min} \quad \Lambda_{\max}]$	[1 20]
Intervalle de recherche de k	$[k_{\min} \quad k_{\max}]$	[1 10]
Intervalle de recherche de la vitesse de k_p	$[0 \quad k_{p\max}/2]$	[0 5000]
Intervalle de recherche de la vitesse de k_v	$[0 \quad k_{v\max}/2]$	[0 2500]
Intervalle de recherche de la vitesse de $\Lambda, \Lambda_1, \Lambda_2$	$[0 \quad \Lambda_{\max}/2]$	[0 10]
Intervalle de recherche de la vitesse de k	$[0 \quad k_{\max}/2]$	[0 5]
Constantes d'accélération	$c_1 \quad c_2$	2

Tableau 4.5 - Solution optimale sous la commande robuste par raideur active

k_{p_1}	k_{p_2}	k_{v_1}	k_{v_2}	Λ	k	Fonction objectif	Temps de traitement (s)
9843	8765	2589	3299	10	7.4	$8.51 \cdot 10^{-5}$	3779

Les Figures 4.21 - 4.24 montrent que la loi de commande robuste par raideur active permet pratiquement d'assurer les performances désirées. En effet, le mouvement de l'effecteur se stabilise asymptotiquement autour des positions et des vitesses cartésiennes désirées (Figure 4.21 et 4.22). De plus, le profil énergétique des lois de commande robustes est acceptable (Figure 4.23) et les paramètres inertiels estimés atteignent ces valeurs nominales (Figure 4.24).

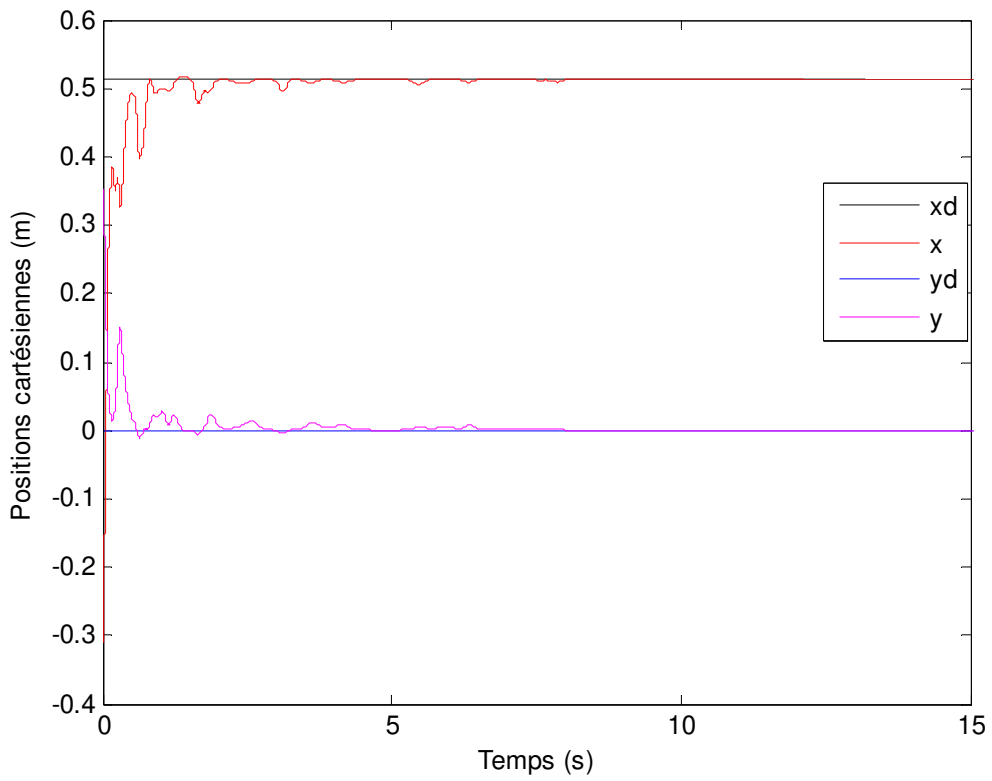


Figure 4.21 - Positions cartésiennes sous la commande robuste par raideur active

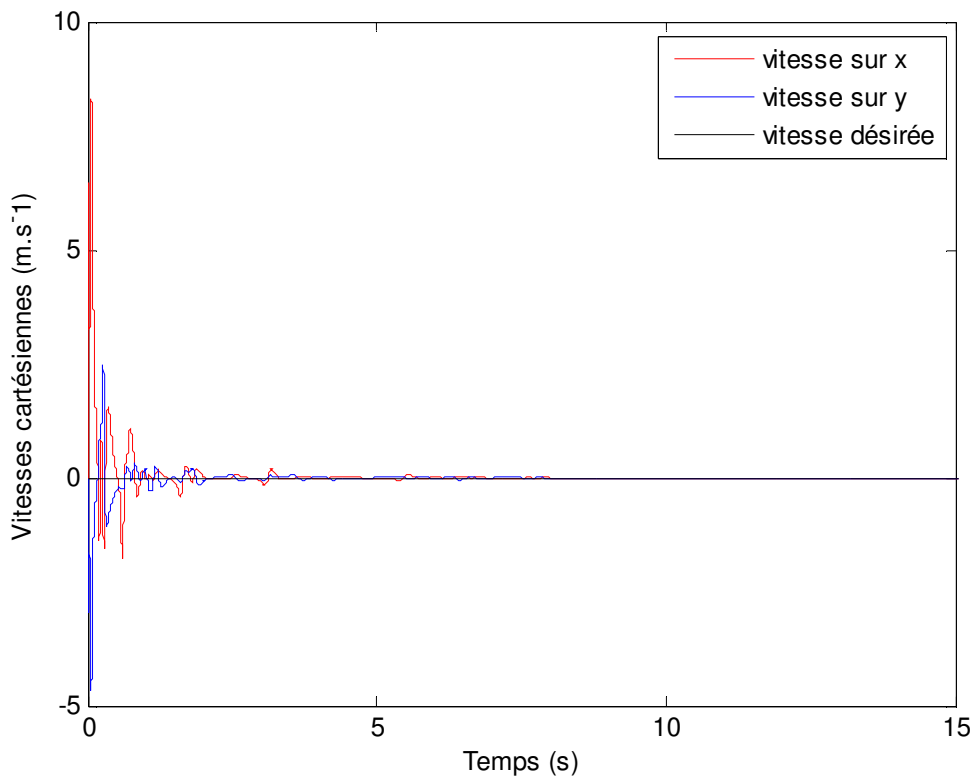


Figure 4.22 - Vitesses cartésiennes sous la commande robuste par raideur active

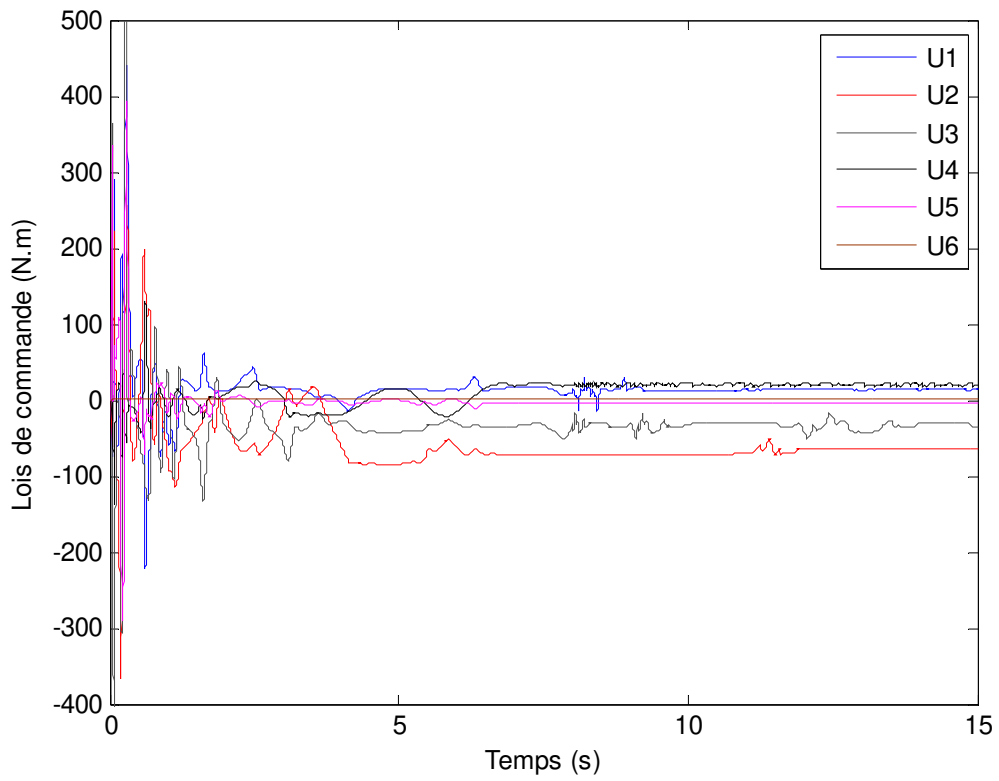


Figure 4.23 - Lois de commande robuste par raideur active

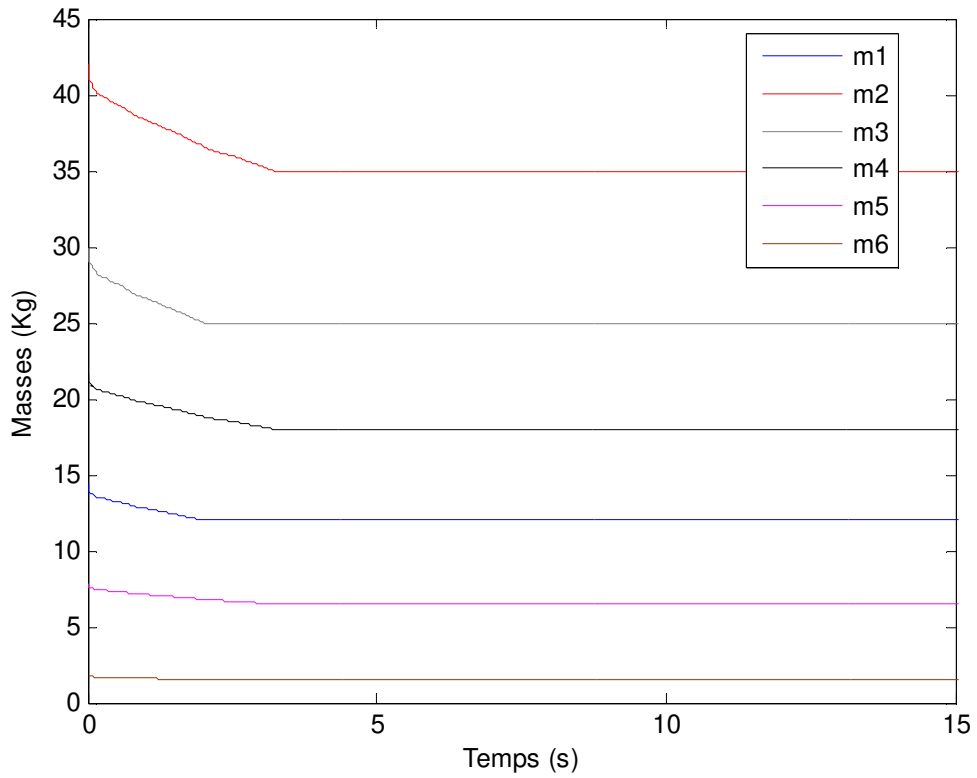


Figure 4.24 - Paramètres inertiels (Masses estimées) sous la commande robuste par raideur active

4.4.5 Commande robuste par impédance dans le cas d'incertitudes sur le modèle

Pour ce cas, on adoptera les mêmes perturbations présentées dans le paragraphe (§4.4) auxquels on considèrera les incertitudes suivantes sur le modèle:

- augmentation de 20% sur la valeur nominale de la masse de chaque corps rigide.
- augmentation de 20% de la longueur nominale de chaque corps à $t= 3.5$ s

En fait, ces incertitudes seront considérées afin de montrer les performances de régulateur robuste par impédance mis à part celle de l'estimateur.

On applique, à présent, les conditions de stabilité asymptotique (3.78) du théorème 3.4 proposé et démontré au troisième chapitre et on affinera les paramètres du régulateur robuste défini par la relation (3.73) pour la fonction objectif définie par [Mehdi & Boubaker, 2011b]:

$$\min f(z) = \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^N \sqrt{[X_d(k) - X(k)]^T [X_d(k) - X(k)]} + \sum_{k=1}^N \sqrt{[F_d(k) - F(k)]^T [F_d(k) - F(k)]} \right) \quad (4.25)$$

où $F(k)$ et $F_d(k)$ désignent respectivement les forces de contact actuelle et désirée à l'itération k et $z = [k_{p_1} \quad k_{p_2} \quad k_{v_1} \quad k_{v_2} \quad \Lambda_1 \quad \Lambda_2 \quad k]^T$ est le vecteur de décision.

On prendra $K_d = \text{diag}[70 \quad 70]$, $B_d = \text{diag}[10 \quad 10]$, $M_d = \text{diag}[0.01 \quad 0.01]$ et la constante $c = [1 \quad 1]$.

Les paramètres de l'algorithme d'optimisation sont donnés par le Tableau 4.4 alors que les paramètres optimaux ainsi que les fonctions objectifs correspondantes sont reportés dans le Tableau 4.6.

Tableau 4.6 - Solution optimale sous la commande robuste par impédance

k_{p_1}	k_{p_2}	k_{v_1}	k_{v_2}	Λ_1	Λ_2	k	Fonction objectif	Temps de traitement (s)
9896	8759	4293	2321	16.8	13.1	8.5	$6.4 \cdot 10^{-5}$	9191

Les Figures 4.25 et 4.26 illustrent le mouvement de l'organe terminal. L'organe se stabilise asymptotiquement autour des positions et des vitesses désirées. La Figure 4.27 montre que toutes les erreurs sur les forces s'annulent. En fait, les forces estimées et réelles convergent vers les valeurs désirées malgré la présence de bruits et des incertitudes. Les lois de commande robustes présentées par la Figure 4.28 sont caractérisées par un profil énergétique acceptable. Les Figures 4.29 et 4.30 montrent respectivement que les paramètres inertiels estimés atteignent ces valeurs nominales et les accélérations estimées atteignent ces valeurs désirées.

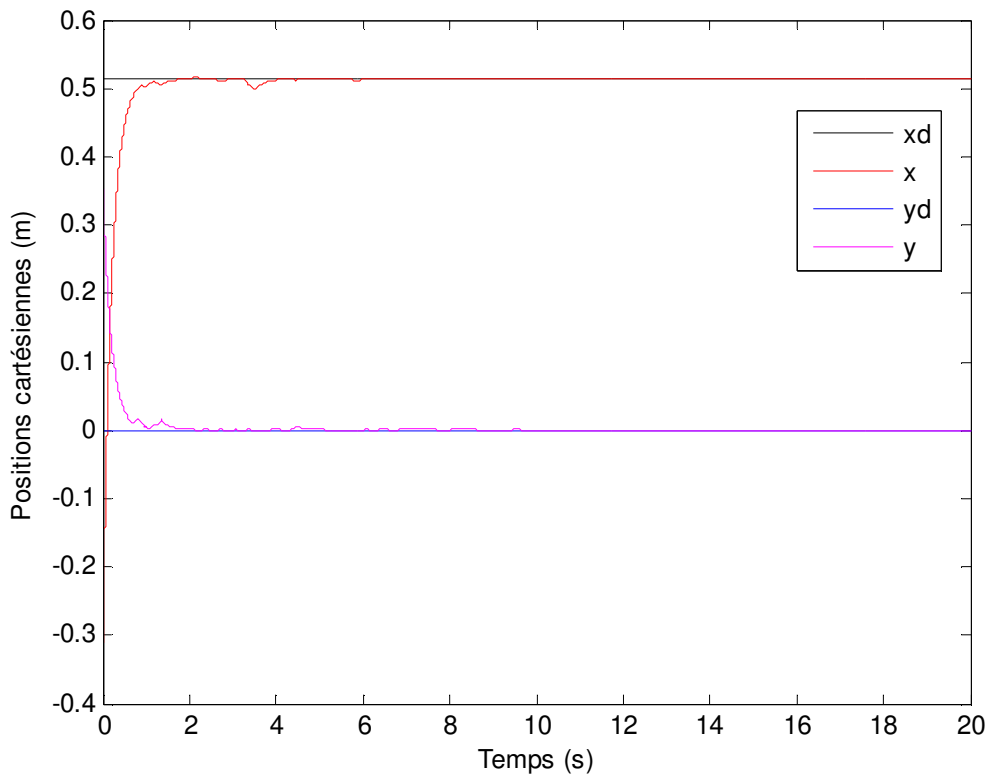


Figure 4.25 - Positions cartésiennes sous la commande robuste par impédance

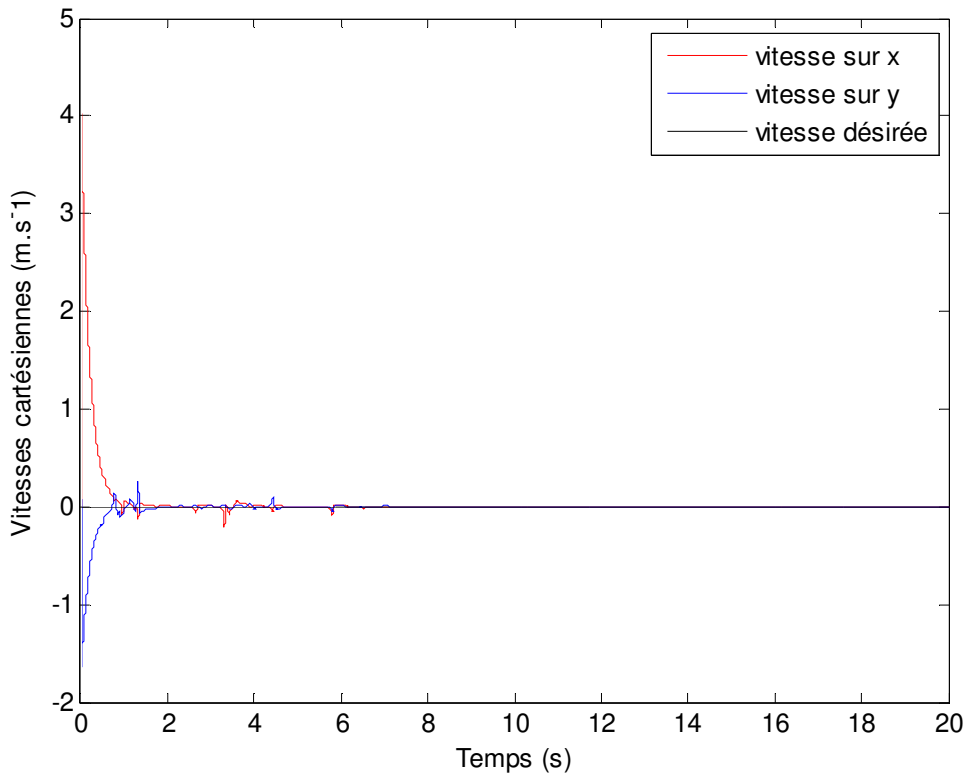


Figure 4.26 - Vitesses cartésiennes sous la commande robuste par impédance

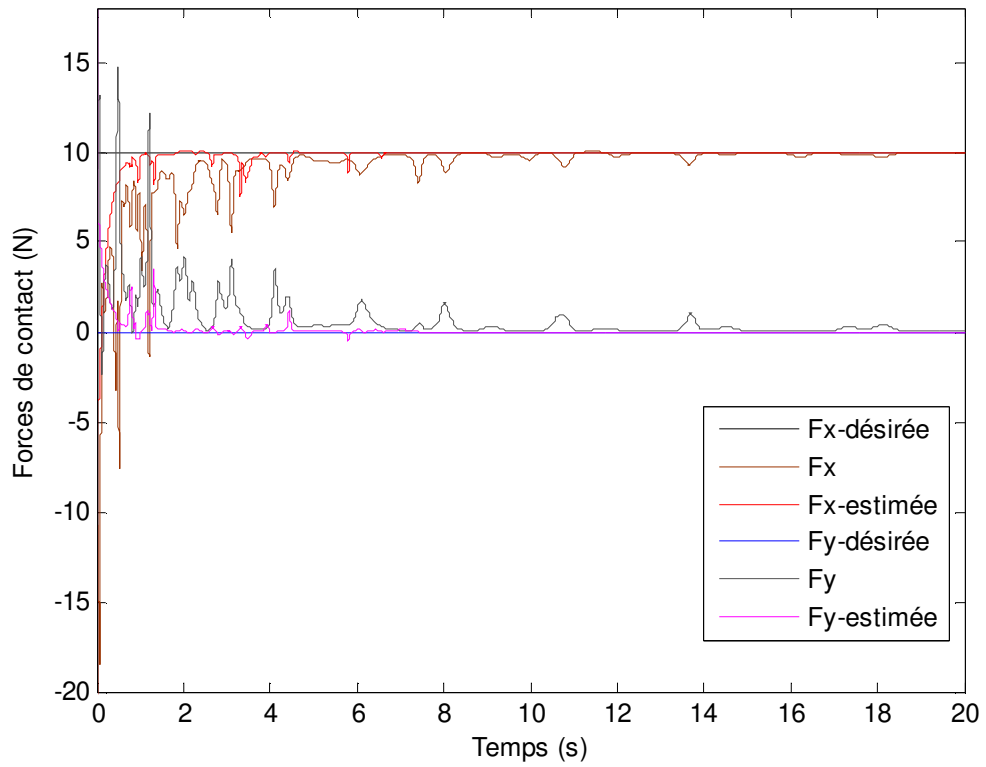


Figure 4.27 - Forces de contact sous la commande robuste par impédance

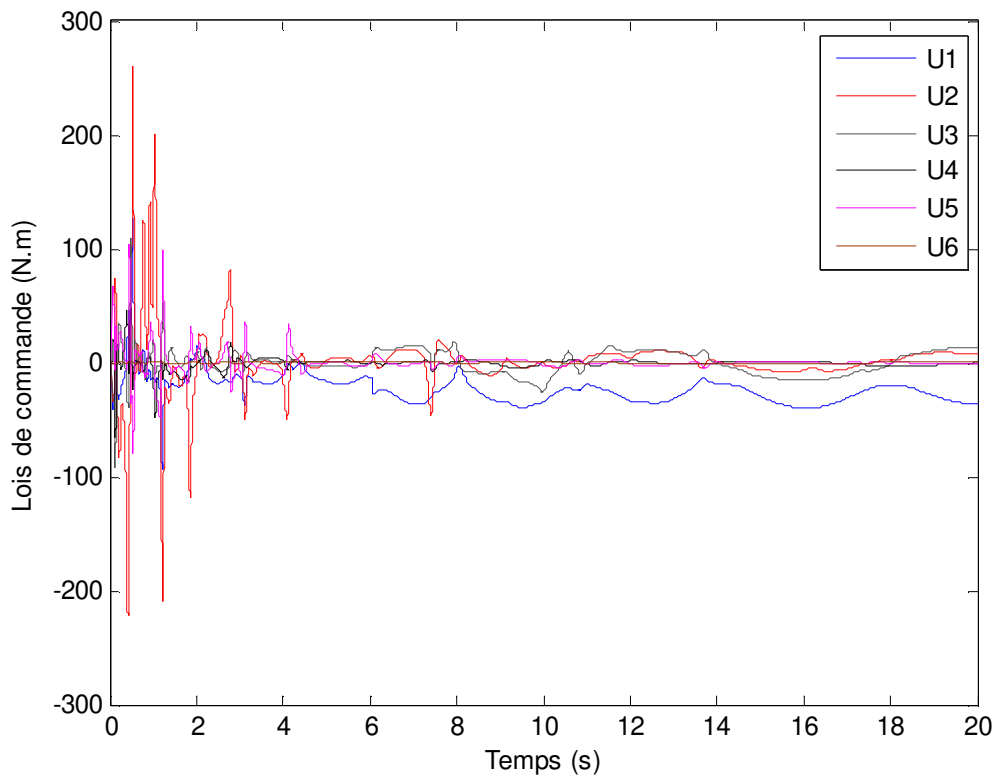


Figure 4.28 - Lois de commande robuste par impédance

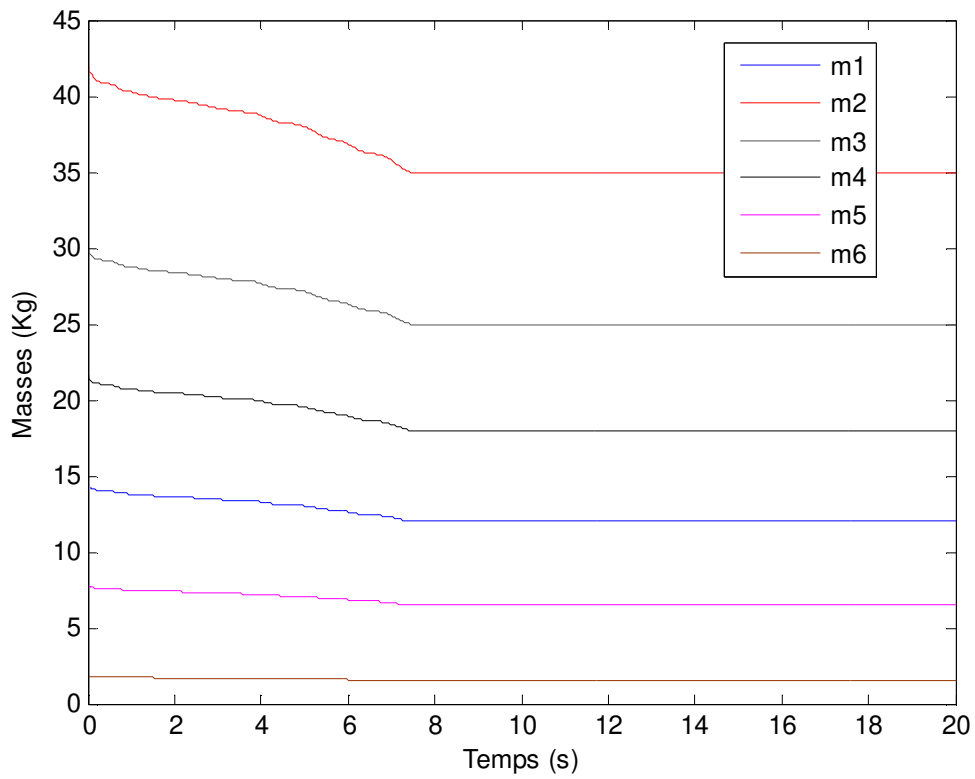


Figure 4.29 - Paramètres inertiels (Masses estimées) sous la commande robuste par impédance

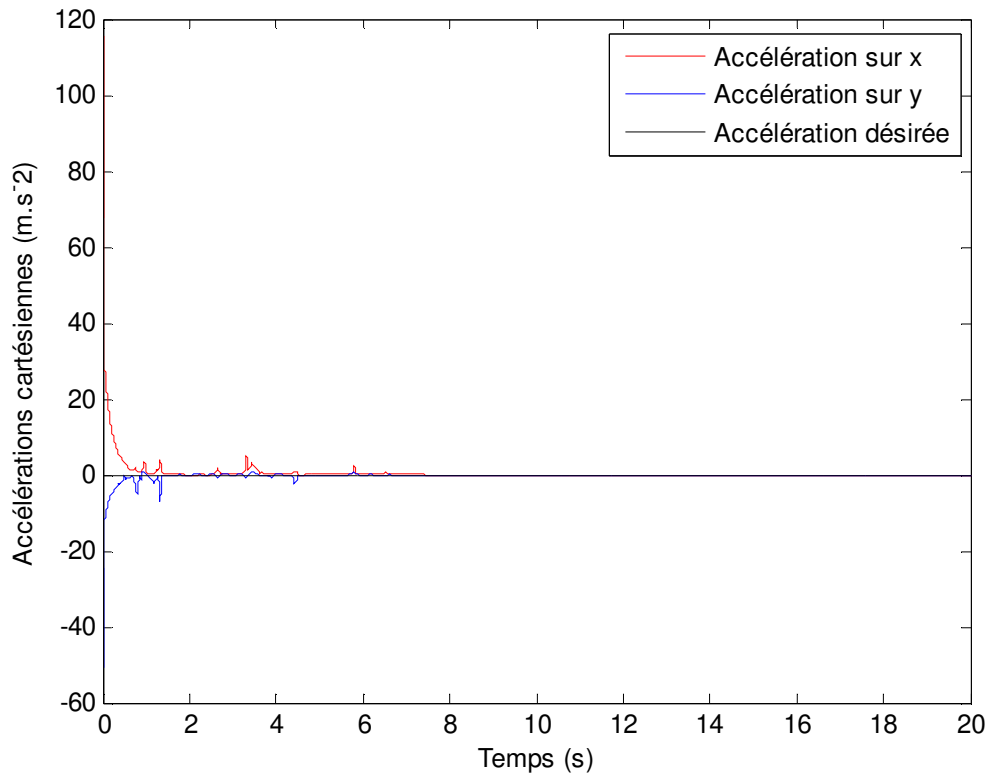


Figure 4.30 - Accélérations cartésiennes sous la commande robuste par impédance

4.5 Etude comparative

Dans cette partie, on cherche à montrer les performances des lois de commande proposées dans le cadre de cette thèse. Une étude comparative sera donc établie entre les lois de commande proposées dans le cadre de nos travaux et appliquées sur le robot ABB IRB 140 et la commande la plus conventionnelle PD+, présentée au premier chapitre et reconnue pour ses performances. Cette étude sera divisée en deux parties : une première partie qui concerne une étude comparative pour les lois de commande qui ne tiennent pas en compte des incertitudes sur le modèle du robot que nous avons proposées au second chapitre et, une seconde partie qui concerne une étude comparative pour les lois de commande établies au troisième chapitre qui tiennent en compte des incertitudes sur le modèle du robot. Toutefois, pour ne pas pénaliser le régulateur PD+, les paramètres de ce régulateur seront aussi optimisés par utilisation des mêmes techniques d'optimisation que nous avons utilisées. L'estimateur d'état et de paramètres n'est pas considéré pour celui-ci vue qu'aucune nécessité ne l'impose.

Scenario 1 :

On considère, dans cette partie, la comparaison de l'application de la loi de commande par raideur active donnée par la relation (2.15), la loi de commande par impédance donnée par la relation (2.53) et la loi de commande PD+ donnée par la relation (1.5) sur le robot ABB IRB 140. On adoptera les mêmes incertitudes et perturbations présentées dans le paragraphe (§4.4), c.-à-d. une incertitude de 20% sur la valeur nominale des masses des différents corps rigides, un bruit gaussien ayant une moyenne de $0,2^\circ$ avec une déviation standard de $0,2^\circ$ sur les mesures des positions angulaires et enfin un bruit gaussien ayant une moyenne de $0,2^\circ \text{ s}^{-1}$ avec une déviation standard de $0,2^\circ \text{ s}^{-1}$ sur les mesures des vitesses angulaires. On rappelle que pour ces conditions, les paramètres optimisés des correcteurs par raideur active et par impédance sont donnés respectivement par :

$$z = [7201 \quad 7544 \quad 1200 \quad 1156 \quad 20 \quad 24]^T$$

et

$$z = [8354 \quad 9021 \quad 858 \quad 1154 \quad 12 \quad 9]^T.$$

Pour le correcteur PD+, le vecteur de décision optimal et la fonction objectif correspondante sont reportés dans le Tableau 4.7.

Tableau 4.7 - Solution optimale pour la loi de commande PD+ (Scénario 1)

k_{p_1}	k_{p_2}	k_{p_3}	k_{p_4}	k_{p_5}	k_{p_6}	Fonction objectif
7435	4081	3339	8201	2987	7895	$7.85 \cdot 10^{-3}$
k_{v_1}	k_{v_2}	k_{v_3}	k_{v_4}	k_{v_5}	k_{v_6}	Temps de traitement (s)
2131	2534	1526	1178	2991	870	1244

On rappelle que les profils des lois de commande (2.15) et (2.53) pour les 6 actionneurs du robot ont été déjà respectivement représentés par les Figures (4.6) et (4.13). Celles correspondant au régulateur PD+ sont données par la Figure (4.31).

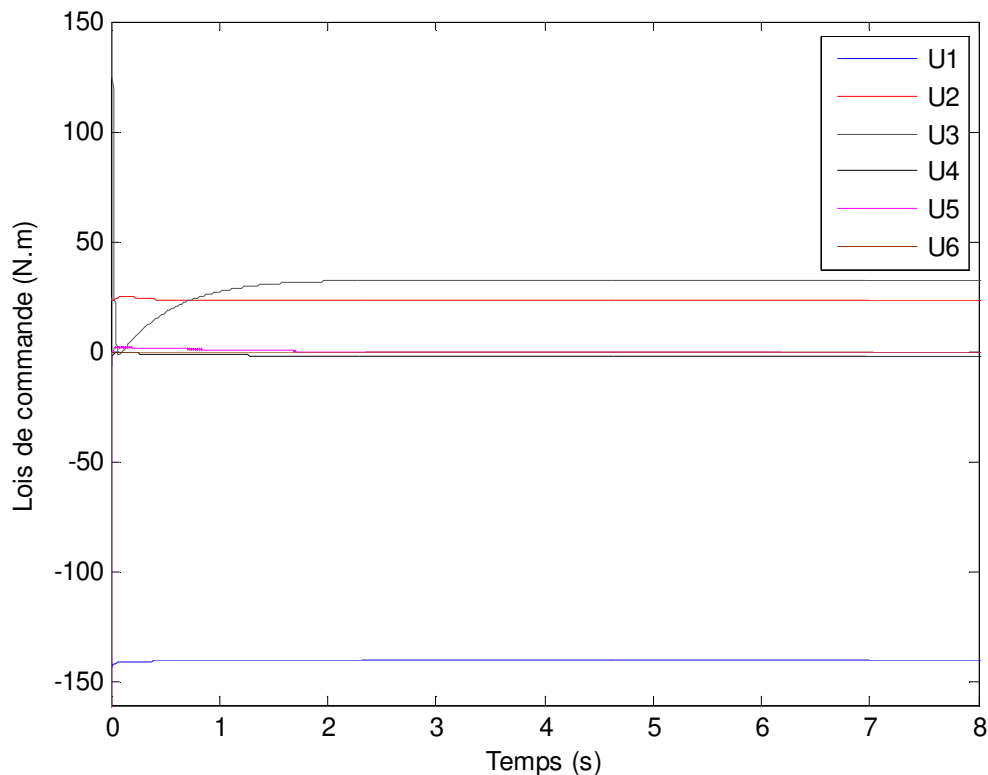


Figure 4.31 - Lois de commande PD+ (Scénario 1)

Les résultats de simulation se rapportant à la comparaison de la loi de commande de l'actionneur du robot le plus sensible aux perturbations (l'actionneur correspondant à la deuxième articulation) sont représentés par la Figure 4.32 alors que les profils des erreurs cartésiennes de positions sur les axes X et Y sont rapportées sur les Figures 4.33 et 4.34.

Les résultats de simulation montrent que l'approche PD+ est la moins sensible aux bruits de mesure lorsque seules les masses sont incertaines (ceci ne sera plus vrai pour le deuxième scénario), malgré la non implémentation de l'observateur pour celle-ci qui joue le rôle d'un filtre pour les deux autres approches. Elle est aussi caractérisée par un profil énergétique des lois de commande moins important et plus lisse. Notons toutefois que les profils énergétiques des lois de commande que nous avons proposées restent largement tolérables par les contraintes imposées par les caractéristiques techniques du robot ABB IRB 140 données par le tableau 4.1. Cependant, les résultats de simulation de l'étude comparative montrent que les erreurs sur les positions cartésiennes s'annulent lorsque le système est commandé par les approches que nous avons proposées (commande par raideur active et par impédance) alors que ces erreurs restent assez importantes dans le cas où le système est commandé par le régulateur PD+. Ces erreurs sont de l'ordre de 5mm sur l'axe X (Indiquée sur la figure 4.33 par le data Y=0.005431) et de l'ordre de 7 mm sur l'axe Y (Indiquée sur la figure 4.34 par le data Y=0.006934). Ces erreurs sont intolérables pour plusieurs applications industrielles ce qui représente l'inconvénient majeur de cette approche conventionnelle. Ces résultats de simulation montrent donc la supériorité des approches que nous avons proposées par rapport à l'approche la plus conventionnelle.

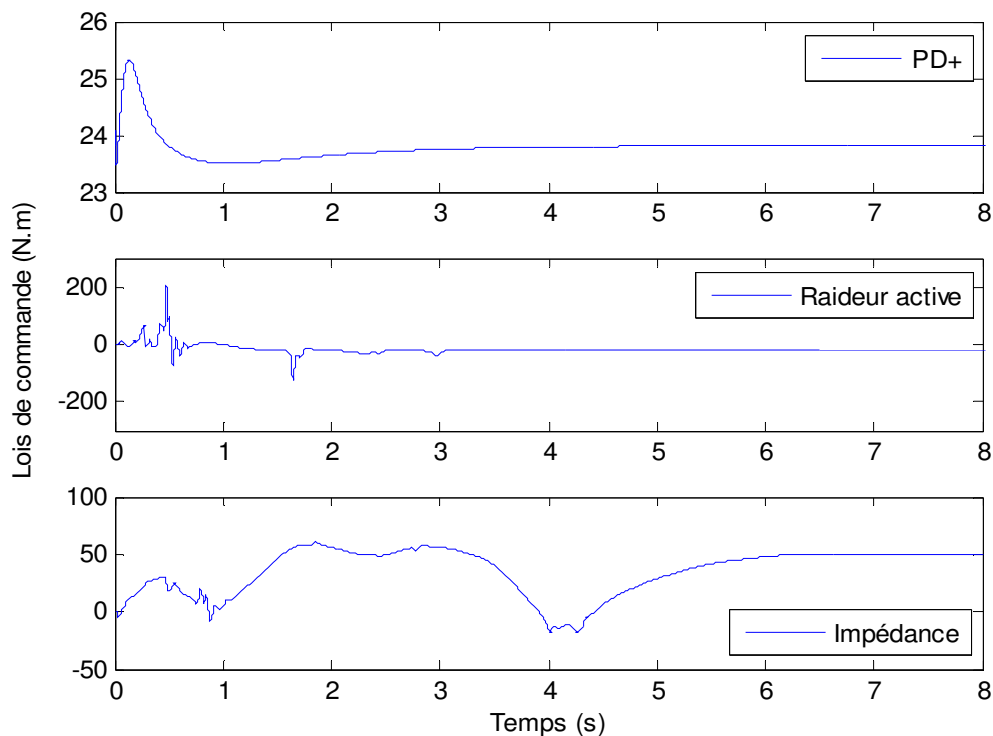


Figure 4.32 - Lois de commande du 2^{ème} actionneur (Scenario 1)

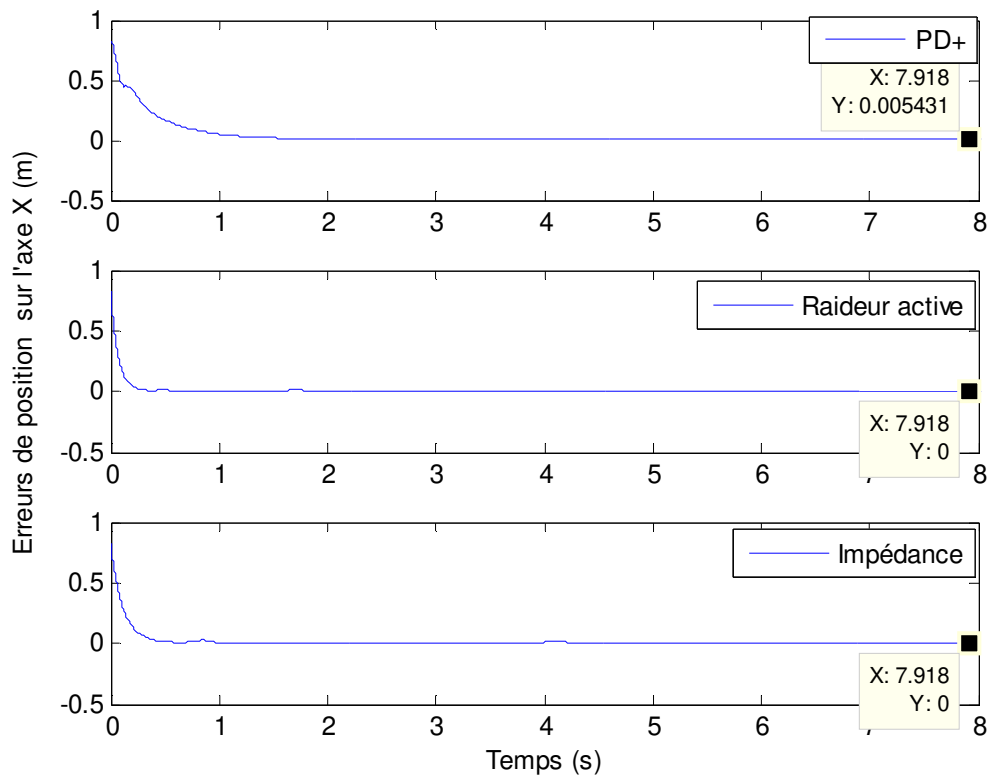


Figure 4.33 – Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe X (Scenario 1)

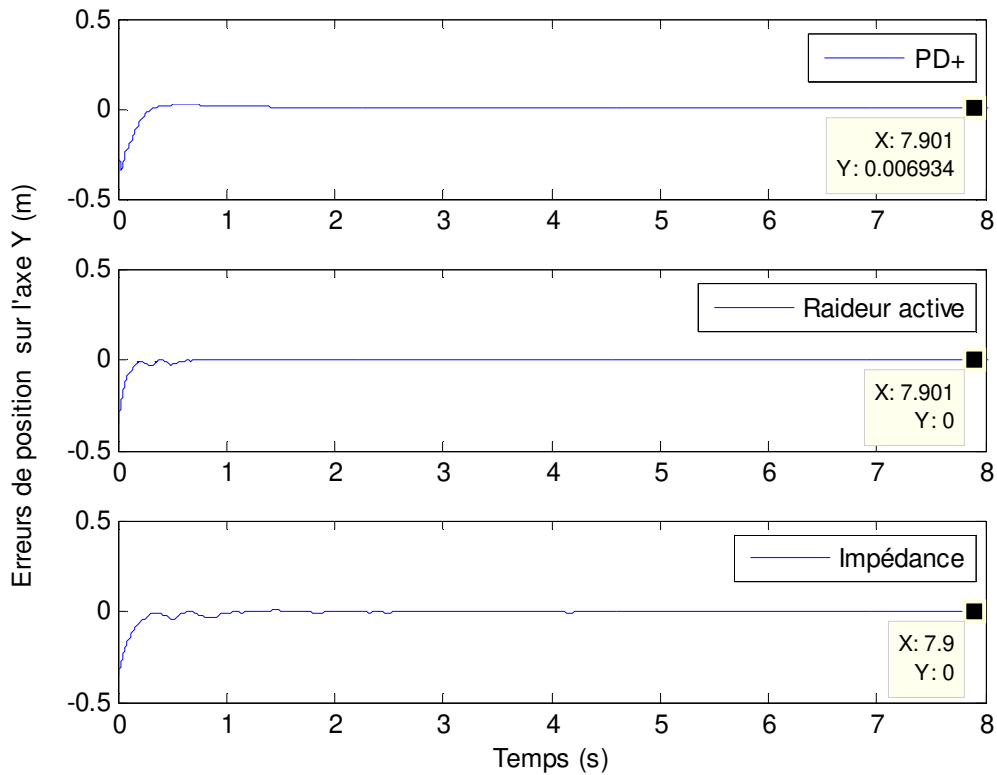


Figure 4.34 – Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe Y (Scenario 1)

Scenario 2

Dans cette partie, on cherche à comparer la loi de commande par impédance robuste donnée par la relation (3.73) et la loi de commande PD+ donnée par la relation (1.5) appliquées sur le robot ABB IRB 140. On adoptera les mêmes incertitudes et perturbations présentées dans les paragraphes (§4.4 et §4.4.5), c.-à-d. une incertitude de 20% sur la valeur nominale de la masse de chaque corps rigide, une augmentation de 20% de la longueur nominale de chaque corps rigide à $t= 3.5$ s, un bruit gaussien ayant une moyenne de $0,2^\circ$ avec une déviation standard de $0,2^\circ$ sur les mesures des positions angulaires et enfin un bruit gaussien ayant une moyenne de $0,2^\circ \text{ s}^{-1}$ avec une déviation standard de $0,2^\circ \text{ s}^{-1}$ sur les mesures des vitesses angulaires. On rappelle que pour ces conditions, les paramètres optimisés de la loi de commande par impédance robuste sont donnés par le Tableau 4.6. Pour le correcteur PD+, le vecteur de décision optimal et la fonction objectif correspondante sont reportés dans le Tableau 4.8.

Tableau 4.8 - Solution optimale pour la loi de commande PD+ (Scenario 2)

k_{p_1}	k_{p_2}	k_{p_3}	k_{p_4}	k_{p_5}	k_{p_6}	Fonction objectif
5465	6171	3098	5984	7543	9654	$6.82 \cdot 10^{-3}$
k_{v_1}	k_{v_2}	k_{v_3}	k_{v_4}	k_{v_5}	k_{v_6}	Temps de traitement (s)
3298	1763	2654	198	965	754	6321

La Figure (4.35) expose les profils énergétiques des lois de commande correspondant au régulateur PD+ alors que les profils énergétiques des 6 actionneurs du robot correspondant au régulateur par impédance robuste (3.73) sont donnés par la Figure (4.28).

Les résultats de simulation se rapportant à la comparaison de la loi de commande de l'actionneur du robot le plus sensible aux perturbations (l'actionneur correspondant à la deuxième articulation) sont représentés par la Figure 4.36 alors que les profils des erreurs cartésiennes de positions sur les axes X et Y sont données par les Figures 4.37 et 4.38.

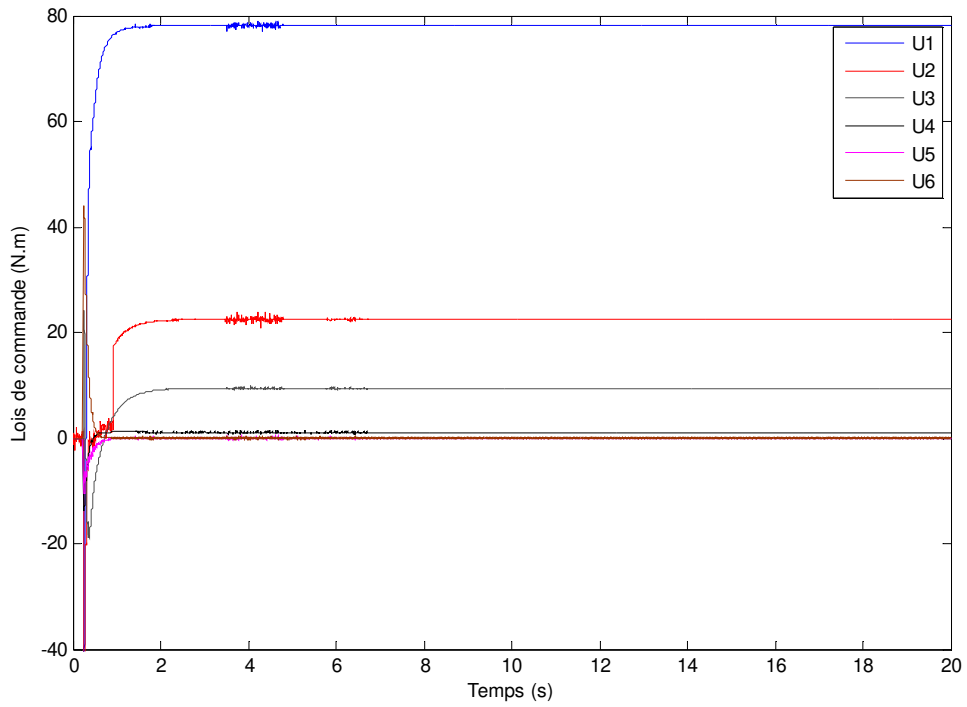


Figure 4.35 - Loïs de commande PD+ (Scénario 2)

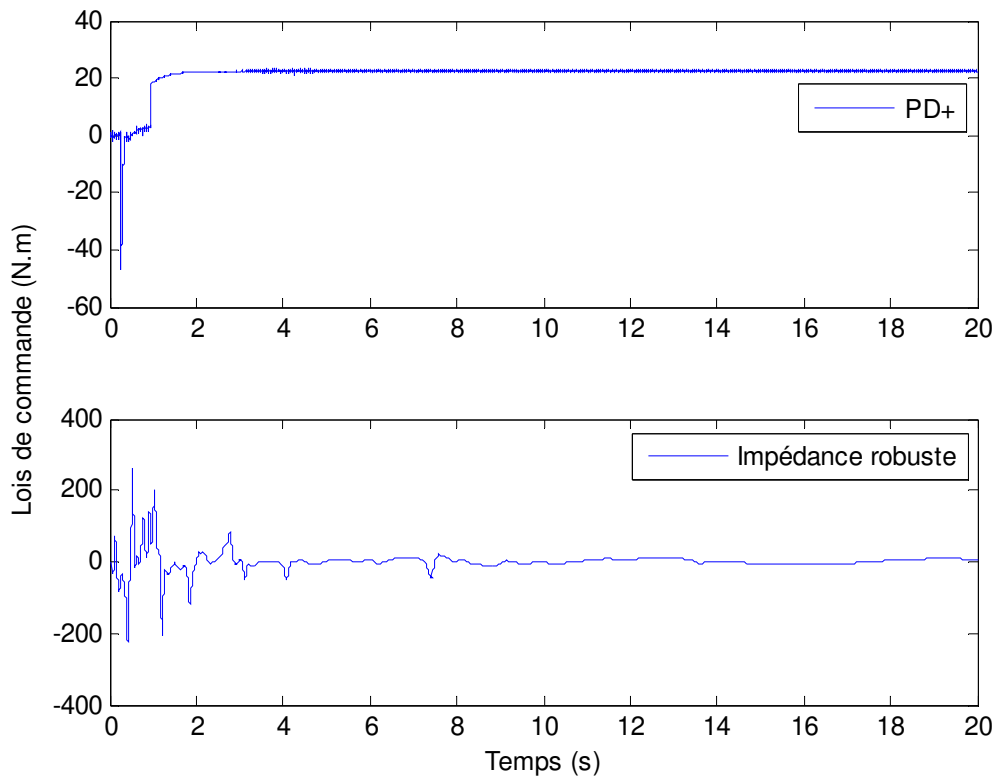


Figure 4.36 - Loïs de commande du 2^{ème} actionneur (Scénario 2)

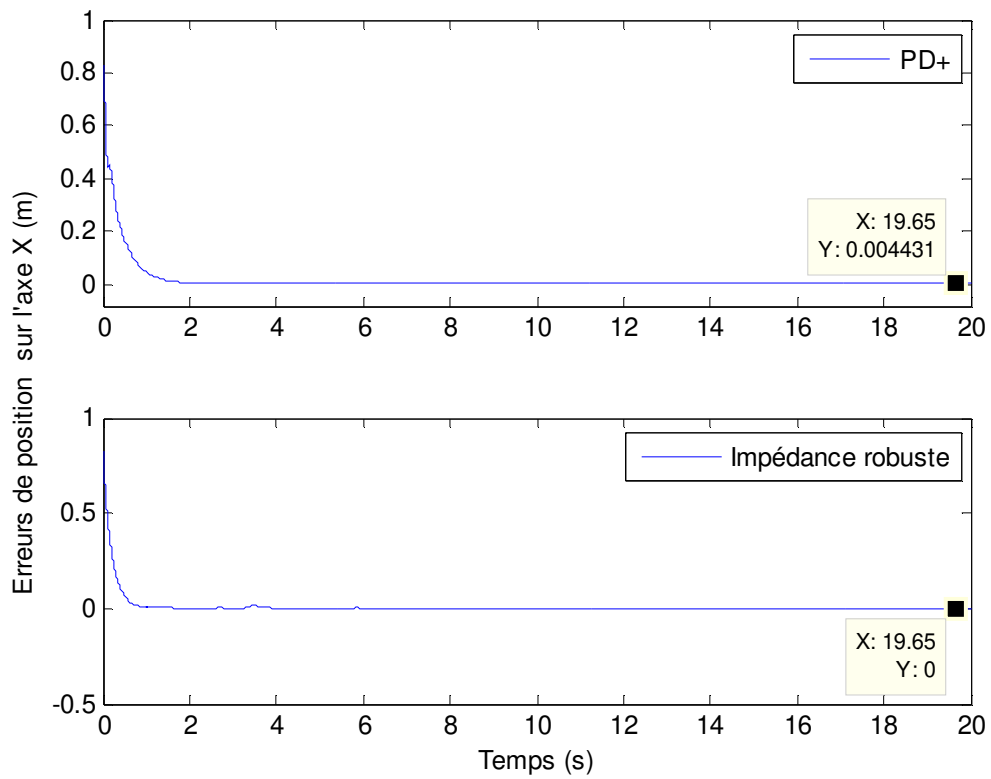


Figure 4.37 – Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe X (Scénario 2)

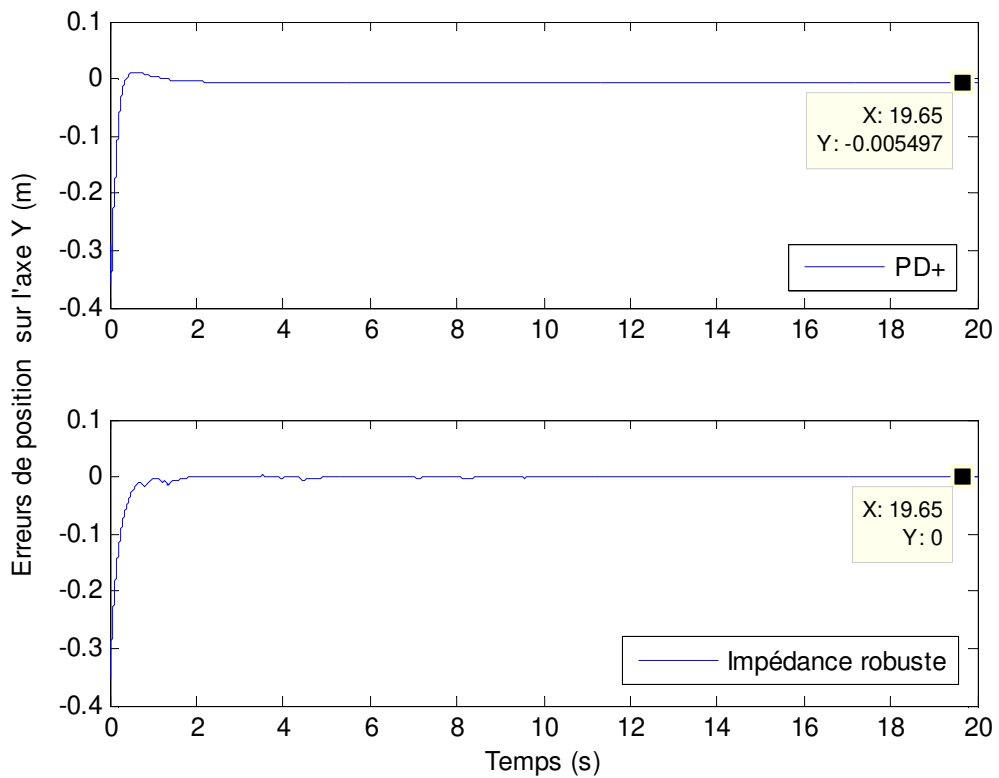


Figure 4.38 – Erreurs de positions cartésiennes sur l'axe Y (Scénario 2)

Les résultats de simulation montrent que la loi de commande PD+ est caractérisée par une loi de commande moins énergétique que la loi de commande robuste que nous avons proposée qui reste toutefois largement tolérable par les contraintes imposées par les caractéristiques techniques du robot ABB IRB 140 données par le tableau 4.1. Notons, cependant, que les lois de commande PD+ commencent à devenir plus sensibles aux perturbations et aux erreurs de modélisation lorsque le vecteur des paramètres incertains concerne toutes matrices du modèle robotique et non seulement le vecteur de pesanteur G . Ceci se justifie par le fait que la commande PD+ compense uniquement les incertitudes sur les masses qui sont exprimées explicitement dans le vecteur de pesanteur G . D'autre part, ces résultats montrent aussi que les erreurs de positions cartésiennes s'annulent lorsque le système est commandé par l'approche par impédance robuste alors que l'erreur reste assez importante dans le cas où le système est commandé par le régulateur PD+. Cette erreur est de l'ordre de 4 mm sur l'axe X (Indiquée sur la figure 4.37 par le data $Y=0.004431$) et de l'ordre de 5.5 mm sur l'axe Y (Indiquée sur la figure 4.38 par le data $Y=-0.005497$). Cette erreur est intolérable pour plusieurs applications industrielles réelles où une tolérance sur l'erreur de position est exigée. Ces résultats de simulation montrent encore une autre fois la supériorité des approches que nous avons proposées par rapport à l'approche conventionnelle PD+.

Conclusion de l'étude comparative :

Malgré la simplicité de l'implémentation de la commande conventionnelle PD+ et la reconnaissance de sa robustesse dans la littérature, nous avons pu prouver à travers les résultats de simulation précédents, que cette technique engendre des erreurs de position très importantes et non tolérables, lorsqu'il s'agit d'utiliser des robots industriels à plusieurs degrés de liberté. Nous avons aussi montré, à travers les résultats de simulation, que lorsque les paramètres incertains concernent toutes les matrices du système robotique c.-à-d. que les incertitudes peuvent toucher aussi d'autres paramètres inertiels mis à part les masses des différents corps rigides, cette loi conventionnelle devient de plus en plus sensible aux incertitudes paramétriques et aux bruits de mesure. Tous ces inconvénients, particulièrement le problème de l'annulation des erreurs de positions cartésiennes, quand le robot est doté de plusieurs articulations, soumis aux incertitudes de plusieurs paramètres inertiels, aux bruits de mesure et aux bruits sur le processus ont été surmontées grâce aux nouvelles approches que nous avons proposées.

Les résultats de simulation ont bien montré la supériorité de nos approches de commande par rapport à l'approche conventionnelle PD+.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons validé les principaux résultats présentés dans les deux derniers chapitres sur le robot ABB IRB-140 à 6 ddl. L'optimisation des paramètres des régulateurs a été réalisée par la méthode d'optimisation non linéaire et par la méthode d'optimisation par essaim particulaire. Les simulations montrent que le système robotique se stabilise asymptotiquement autour des positions et des vitesses désirées malgré la présence des bruits de mesure et des incertitudes sur le modèle du robot et aussi sur l'environnement contraint. D'autre part, les résultats de simulation ont montré que l'observateur d'état et de paramètres joue le rôle d'un filtre. Finalement, une étude comparative est établie entre les approches proposées et la commande la plus conventionnelle dans ce domaine: la commande PD+. Cette étude a montré la supériorité des approches que nous avons proposées.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire présente nos contributions dans le domaine de la commande des systèmes robotiques contraints à base d'estimateurs d'état et de paramètres. De nouvelles conditions de stabilité asymptotique au sens de Lyapunov ont été proposées pour résoudre le problème crucial et conflictuel de la stabilisation en position et en force de ces robots. Les nouvelles conditions de stabilité sont obtenues grâce à la formulation d'une relation entre la dynamique du robot contraint et son énergie. Deux stratégies de commande ont été principalement adoptées: La commande par raideur active et la commande par impédance. Dans un premier cas, les régulateurs proposés ne tiennent pas compte des incertitudes sur le modèle et sur l'environnement alors que dans le deuxième cas, ce type d'incertitudes a été considéré.

D'autre part, pour vaincre les problèmes dus aux capteurs force/couple et accélération, deux estimateurs d'état et de paramètres ont été proposés. Un premier estimateur a été synthétisé afin de fournir une force précise en présence de bruits de mesure et d'incertitudes sur les paramètres inertiels du robot alors que le second est un observateur d'accélération dont l'utilisation est restreinte au cas de la commande par impédance.

Les résultats théoriques proposés ont été validés sur le robot ABB IRB-140. L'application de ces résultats a montré qu'un affinement des paramètres des régulateurs par des techniques puissantes d'optimisation est un impératif vue la complexité du problème à résoudre. En effet, pour certains cas considérés, le problème à résoudre est multivariable incertain, fortement non linéaire où les incertitudes sont inscrites sur le modèle du robot ou sur l'environnement. Pour ce faire, un recours aux méthodes d'optimisation non linéaires ainsi qu'à la méthode d'optimisation par essaim particulière était un impératif.

Les résultats de simulation obtenus ont montré que les lois de commande par raideur active et par impédance proposées assurent une stabilité asymptotique et une robustesse des systèmes robotiques contraints malgré la présence de bruits de mesure et d'incertitudes. L'optimisation par essaim particulière, inspirée de la biologie, a fait ses preuves en convergence et en temps de résolution pour vaincre la complexité du problème à résoudre.

Ce travail a permis d'augmenter le champ d'application de la commande par raideur active et par impédance des robots contraints dans le cas incertain par introduction de nouvelles conditions de stabilité asymptotique robuste de ces régulateurs. Les problèmes dus à la mesure de la force de contact et de l'accélération ont été résolus par utilisation d'estimateurs d'état et de paramètres avec rejet de perturbations. Les différents résultats obtenus par simulation sur le robot ABB IRB-140 sont tout à fait satisfaisants. De plus, l'étude comparative élaborée avec la technique de commande conventionnelle PD+ a montré la supériorité de notre approche en terme de précision. La transposition des résultats obtenus sur une plateforme réelle pourrait être donc envisagée comme principale perspective de ce travail. D'autre part, l'extension du problème de stabilisation à un problème de poursuite pourrait être considérée. D'un autre côté, les travaux menés ont mis l'accent sur le cas de la commande robuste de robots contraints à un environnement avec un contact ponctuel. Cette hypothèse sera étendue au cas de contacts multiples afin d'assurer plus de sécurité lors d'interactions homme-machine. Enfin, le cas des robots manipulateurs sous actionnés et/ou dotés de retards multiples peut être aussi considéré pour élargir le domaine de l'application des résultats proposés.

Références bibliographiques

[ABB 1] ABB Robotics, *Product Specification for IRB 140*, Récupéré le 01/01/2015.
<http://daedokwsc.cafe24.com/pdf/abb/IRB140.pdf>

[ABB 2] ABB Robotics, *Fiche IRB 140*, Récupéré le 01/01/2015.
<http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-140>

[Aguilar et al., 2013] L. T. Aguilar, L. B. Freidovich, Y. Orlov, J. Merida, “Performance analysis of relay feedback position regulators for manipulators with coulomb friction,” European Control Conference (ECC), Zürich (Switzerland), 17-19 Juillet, pp. 3754- 3759.

[Antonelli, 2006] G. Antonelli, *Underwater robots: motion and force control of vehicle-manipulator systems*, 2nd edition, Springer Tracts in Advanced Robotics, Springer-Verlag, Heidelberg.

[Bin et al., 1994] Y. Bin, S.P. Chan, W. Danwei, “Variable structure adaptive motion and force control of robot manipulators,” *Automatica*, Vol. 30, N°9, pp. 1473-1477.

[Boukattaya et al., 2012] M. Boukattaya, M. Jallouli, T. Damak, “On trajectory tracking control for nonholonomic mobile manipulators with dynamic uncertainties and external torque disturbances,” *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 60, N°12, pp. 1640–1647

[Canudas de Wit et al., 1996] C. Canudas de Wit, B. Siciliano, G. Bastin, *Theory of robot control*, Grande Bretagne: Springer-Verlag, London.

[Cao & Luo, 2013] S. Cao & Z. Luo, “On energy-based robust passive control of a robot manipulator,” IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII), Kobe (Japon), 15-17 Décembre, pp. 635 – 640.

[Chan et *al.*, 2013] L. Chan, F. Naghdy and D. Stirling, “Extended active observer for force estimation and disturbance rejection of robotic manipulators,” *Journal of Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 61, N°12, pp. 1277–1287 .

[Chen, 1989] Y. Chen, “Parameter fine-tuning for robots,” *IEEE Control Systems Magazine*, Vol.9, N°2, pp. 35-40.

[Chen & Xiao, 2011] H. Chen & J. Xiao, “Robust compliant assembly automation using an industrial robot,” 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), Beijing (Chine), 21-23 Juin, pp. 1161 – 1166.

[Chiaverini & Sciavicco, 1988] S. Chiaverini & L. Sciavicco, “Force/position control of manipulators in task space with dominance in force”, 2nd IFAC Symposium Robot control, Karlsruhe, pp. 137 – 143.

[Chiaverini & Sciavicco, 1993] S. Chiaverini & L. Sciavicco, “The parallel approach to force/position control of robotic manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 9, N° 4, pp. 361–373.

[Chiaverini et *al.*, 1997] S. Chiaverini, B. Siciliano, L. Villani, “Parallel force/position control with stiffness adaptation,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque (Nouveau-Mexique), 20-25 Avril, Vol. 2, pp. 1136–1141.

[Chiaverini et *al.*, 1999] S. Chiaverini, B. Siciliano, L. Villani, “A survey of robot interaction control schemes with experimental comparison,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 4, N°3, pp. 273-285.

[Chiu et *al.*, 2004] C.S. Chiu, K.Y. Lian, T.C. Wu, “Robust adaptive motion/force tracking control design for uncertain constrained robot manipulators,” *Automatica*, Vol. 40, N°12, pp. 2111 – 2119.

[Cho & Park, 2005] H. C. Cho & J. H. Park, “Stable bilateral teleoperation under a time delay using a robust impedance control,” *Mechatronics*, Vol. 15, N°5, pp. 611–625.

[Colome et *al.*, 2013] Colome, D. Pardo, G. Alenya, C. Torras, “External force estimation during compliant robot manipulation,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe (Allemagne), 6-10 Mai, pp. 3535 – 3540.

[Cortesao, 2007] R. Cortesao, “On Kalman active observers,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 48, N°2, pp. 131–155.

[Cortesao et al., 2006] R. Cortesao, J. Park, O. Khatib, “Real-time adaptive control for haptic telemanipulation with Kalman active observers,” *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, N°5, pp. 987–999.

[Craig & Raibert, 1979] J. J. Craig & M. Raibert, “A systematic method of hybrid position/force control of a manipulator”, *IEEE Computer Software and Applications Conference*, Vol. 1, pp. 446 – 451.

[De Luca & Lucibello, 1998] A. De Luca & P. Lucibello, “A general algorithm for dynamic feedback linearization of robots with elastic joints,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA1998)*, Louvain (Belgique), 16 -20 Mai, Vol. 1, pp. 504–510.

[De Luca & Flacco, 2011] A. De Luca & F. Flacco, “A PD-type regulator with exact gravity cancellation for robots with flexible joints,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai, 9-13 Mai, pp. 317 – 323.

[De Luca & Siciliano, 1992] A. De Luca & B. Siciliano, “Relevance of dynamic models in analysis and synthesis of control laws for flexible manipulators,” In: S.G. Tzafestas & J.C. Gentina, *Robotics and Flexible Manufacturing Systems*, Elsevier, Amsterdam, NL, pp. 161-168.

[De Luca & Tomei, 1996] A. De Luca, & P. Tomei, “Elastic joints,” In: C. Canudas de Wit, B. Siciliano, G. Bastin, *Theory of robot control*, London: Springer, pp. 179–217.

[De Luca et al., 2005] A. De Luca, B. Siciliano, L. Zollo, “PD control with online gravity compensation for robots with elastic joints: Theory and experiments,” *Automatica*, Vol. 41, N°10, pp. 1809–1819.

[Del Sol et al., 2014] E. Del Sol, R. King, R. Scott, M. Ferre, “External force estimation for teleoperation based on proprioceptive sensors,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 11, N°52.

[Djuric & Urbanic, 2012] A. Djuric & R. J. Urbanic, “Utilizing the functional work space evaluation tool for assessing a system design and reconfiguration alternatives,”

In: Dutta. A, *Robotic Systems - Applications, Control and Programming*, InTech, pp. 361-386.

[Dong, 2002] W. Dong, “On trajectory and force tracking control of constrained mobile manipulators with parameter uncertainty,” *Automatica*, Vol. 38, N°9, pp. 1475-1484.

[Etxebarria et al., 2005] V. Etxebarria, A. Sanz, I. Lizarraga, “Control of a lightweight flexible robotic arm using sliding modes,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 2, N° 2, pp. 103-110.

[Ferrell & Sheridan, 1967] W. R. Ferrell & T.B. Sheridan, “Supervisory control of remote manipulators”, *IEEE Spectrum*, Vol. 4, N°10, pp. 81-88.

[Garcia et al., 2004] J. G. Garcia, A. Robertsson, J. G. Ortega, and R. Johansson, “Sensor fusion of force and acceleration for robot force control,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai (Japon), 28 Septembre-2 October, Vol.3, pp. 3009-3014.

[Garcia et al., 2005] J. G. Garcia, A. Robertsson, J. G. Ortega, R. Johansson. “Force and acceleration sensor fusion for compliant robot motion control,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA2005)*, Florida (USA), 15-19 Mai, pp. 2720–2725.

[Garcla-Rodriguez & Parra-Vega, 2005] R.Garcla-Rodriguez & V. Parra-Vega, “Decentralized sliding force/position pd control of cooperative robots in operational space under Jacobian uncertainty,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Edmonton (Canada), 2-6 Août, pp.3200-3206.

[Gierlak, 2013] P. Gierlak, “Hybrid position/force control in robotised machining,” *Solid State Phenomena*, Vol. 210, pp. 192-199.

[Gill et al., 1981] P.E. Gill, W. Murray, M.H. Wright, *Practical optimization*, Academic Press.

[Ghorbel, 1995] F. Ghorbel, “Modeling and PD control of closed-chain mechanical systems”, *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans (Louisiana), 13-15 Décembre, Vol.1, pp. 540 - 542.

[Ghorbel, 1997] F. Ghorbel, "Control," In J. David Irwin , The Industrial Electronics Handbook, CRC Press, pp. 760-773.

[Gueaieb et al., 2007] W. Gueaieb, F. Karray, S. Al-Sharhan, "A robust hybrid intelligent position/force control scheme for cooperative manipulators," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 12, N°2, pp. 109-125.

[Han et al., 2007] J.D. Han, Y.Q. He, W.L. Xu, "Angular acceleration estimation and feedback control: An experimental investigation," Mechatronics, Vol. 17, N° 9, pp. 524–532.

[Hartenberg & Denavit, 1955] R. S. Hartenberg & J. Denavit, "A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices," Journal of Applied Mechanics, Vol. 22, N°2, pp. 215-221.

[Heinrichs & Sepehri, 1999] B. Heinrichs & N. Sepehri, "A limitation of position based impedance control in static force regulation: theory and experiments," IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA1999), Détroit (Michigan), 10-15 Mai, Vol. 3, pp. 2165–2170.

[Hogan, 1984] N. Hogan, "Impedance control of industrial robots," Robotics and computer-integrated manufacturing, Vol. 1, N°1, pp. 97-113.

[Hogan, 1985] N. Hogan, "Impedance control: An approach to manipulators: Part 1, 2, 3", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control," Vol. 107, N° 1, pp. 1 – 24.

[Hu et al., 2012] Q. Hu, L. Xu, A. Zhang, "Adaptive backstepping trajectory tracking control of robot manipulator," Journal of the Franklin Institute, Vol. 349, N°3, pp.1087–1105.

[Hsu & Fu, 1996] F. Y. Hsu & L. C. Fu, "Adaptive fuzzy hybrid force/position control for robot manipulators following contours of an uncertain object," IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA1996), Minneapolis, MN (USA), 22-28 Avril, Vol. 3, pp. 2232 – 2237.

[Ibeas & de la Sen, 2004] A. Ibeas & M. de la Sen, “Robust impedance control of robotic manipulators,” IEEE Conference on Decision and Control, Paradise Island, (Bahamas), 14-17 Décembre, pp. 1258-1263.

[Ishikawa et al., 1989] H. Ishikawa, C. Sawada, K. Kawase, M. Takata, “Stable compliance control and its implementation for a 6 dof manipulator,” IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA1989), Scottsdale (Arizona), 14-19 Mai, Vol. 1, pp.574 – 589.

[Jung & Hsia, 2000] S. Jung, T.C. Hsia, “Robust neural force control scheme under uncertainties in robot dynamics and unknown environment,” IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, N°2, pp. 403-412.

[Jung et al., 2004] S. Jung, T.C. Hsia, R.G. Bonitz, “Force tracking impedance control of robot manipulators under unknown environment,” IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 12, N°3, pp.474-483.

[Kalman & Bucy, 1961] R.E. Kalman & R.S. Bucy, “New results in linear filtering and prediction theory,” ASME Journal of Basic Engineering, Vol. 83, N°1, pp. 95–108.

[Kennedy & Eberhart, 1995] J. Kennedy & R. Eberhart, “Particle swarm optimization,” IEEE International Conference of Neural Networks, Perth (Australia), 27 Novembre-01 Décembre, pp.1942–1948.

[Khalil, 2002] H. K. Khalil, *Nonlinear systems*, Upper Saddle River: Prentice Hall.

[Khalil & Dombre, 1999] W. Khalil & E. Dombre, *Modélisation, identification et commande des robots*, France: Hermès, p. 404.

[Kiguchi & Fukuda, 2000] K. Kiguchi, T. Fukuda, “Position/force control of robot manipulators for geometrically unknown objects using fuzzy neural networks,” IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, N°3, pp. 641-649.

[Kroger et al., 2006] T. Kroger, D. Kubus, and F. M. Wahl, “6D force and acceleration sensor fusion for compliant manipulation control,” IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Beijing (Chine), 9 - 15 Octobre, pp. 2626-2631.

[Lee et *al.*, 2015] S. Leea, H. Nozawab, D. Watanabec, K. Inoued, “Force estimation via physical properties of air cushion for the control of a human-cooperative robot: basic experiments,” *Advanced Robotics*, Vol. 29, N° 2, pp. 139-146.

[Luo et *al.*, 2004] Z. Luo, S. Fujii, Y. Saitoh, E. Muramatsu, K. Watanabe, “Feedback-error learning for explicit force control of a robot manipulator interacting with unknown dynamic environment,” *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2004)*, Shenyang, 22-26 Août, pp. 262 – 267.

[Machmudah et *al.*, 2013] A. Machmudah, S. Parman, A. Zainuddin, S. Chacko, “Polynomial joint angle arm robot motion planning in complex geometrical obstacles,” *Applied Soft Computing*, Vol.13, N°2, pp. 1099–1109.

[Mallapragada et *al.*, 2007] V. Mallapragada, D. Erol, N. Sarkar, “A new method of force control for unknown environments,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 4, N°3, pp. 313-322.

[Mason, 1981] M. Mason, “Compliance and force control for computer controller manipulator,” *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 11, N°6, pp. 418 – 432.

[Mehdi & Boubaker, 2010a] H. Mehdi, O. Boubaker, “Position/force control for constrained robotic Systems: A Lyapunov Approach”, *IEEE/RSJ, International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors (IRIS2010)*, Nagoya (Japon), 8-11 Mars, pp. 299-304.

[Mehdi & Boubaker, 2010b] H. Mehdi, O. Boubaker, “Rehabilitation of a human arm supported by a robotic manipulator: a position/force cooperative control”, *Journal of Computer Science*, Vol.6, N° 8, pp. 912- 919.

[Mehdi & Boubaker, 2011a] H. Mehdi, O. Boubaker, “Position/force control optimized by Particle Swarm Intelligence for constrained robotic manipulators,” 11th *IEEE International Conference on Intelligent Systems Design and Applications (ISDA’2011)*, Córdoba (Espagne), 22-24 Novembre, pp. 190 – 195.

[Mehdi & Boubaker, 2011b] H. Mehdi, O. Boubaker, “Impedance controller tuned by particle swarm optimization for robotic arms,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol.8, N°5, pp.93-103.

[Mehdi & Boubaker, 2012a] H. Mehdi & O. Boubaker, “Stiffness and impedance control using Lyapunov theory for robot-aided rehabilitation,” *International Journal of Social Robotic*, Vol. 4, N°1 Supplement, pp 107-119.

[Mehdi & Boubaker, 2012b] H. Mehdi & O. Boubaker, “Robust tracking control for constrained robots,” *Procedia Engineering*, Vol. 41, pp. 1292-1297.

[Mehdi & Boubaker, 2012c] H. Mehdi & O. Boubaker, “New robust tracking control for safe constrained robots under unknown impedance environment,” In: G. Herrmann, M. Studley, M. Pearson, A. Conn, C. Melhuish, M. Witkowski, J.H. Kim, P. Vadakkepat, *Advances in Autonomous Robotics, Lecture notes in Computer Science*, Vol. 7429, pp. 313-323.

[Mehdi & Boubaker, 2012d] H. Mehdi & O. Boubaker, “Robot-assisted therapy: design, control and optimization,” *International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems*, Vol.5, N°4, pp. 1044-1062.

[Mehdi & Boubaker, 2013] H. Mehdi, O. Boubaker, “Robust stiffness control for constrained robots under model uncertainties,” *IEEE International Conference on Electrical Engineering and Software Applications (ICEESA 2013)*, Hammamet, (Tunisie), 21-23 Mars.

[Mehdi & Boubaker, 2015] H. Mehdi & O. Boubaker, “Robust impedance control based Lyapunov-Hamiltonian approach for constrained robots,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol.12: 190. doi: 10.5772/61992.

[Mehdi & Boubaker, 2016] H. Mehdi & O. Boubaker, “PSO-Lyapunov motion/force control of robot arms with model uncertainties,” *Robotica*, Vol. 34, N°3, pp. 634-651.

[Merry et al., 2010] R.J.E. Merry, M.J.G. Van de Molengraft, M. Steinbuch, “Velocity and acceleration estimation for optical incremental encoders,” *Mechatronics*, Vol. 20, N°1, pp. 20–26.

[Mhaskar et al., 2005] P. Mhaskar, N. H. El-Farra, P. D. Christofides, “Robust hybrid predictive control of nonlinear systems,” *Automatica*, Vol. 41, N°2, pp. 209 – 217.

[Mingori, 1970] D. L. Mingori, “A stability theorem for mechanical system with constraint damping”, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 37, N°2 , pp.253-258.

[Murphy, 2000] R. R. Murphy, *Introduction to AI robotics*, Cambridge: MIT Press.

[Niku, 2011] S. B. Niku, *Introduction to robotics: analysis, control, applications*, Hoboken, NJ: Wiley.

[Patarinski & Botev, 1993] S.P Patarinski, R. Botev, “Robot force control: A review”, *Mechatronics*, Vol. 3, N° 4, pp. 377 – 398.

[Pi & Wang, 2011] Y. Pi & X. Wang, “Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances,” *Control Engineering Practice*, Vol. 19, N°2, pp. 185–193.

[Powell, 1978] M.J.D. Powell, *The convergence of variable metric methods for nonlinearly constrained optimization calculations*, In: *Nonlinear Programming 3*, New York & London: Academic Press.

[Raibert & Craig, 1981] M. Raibert & J. J. Craig, “Hybrid position/force control of manipulators,” *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 120, N°2, pp.126–133.

[Rama & Dukkipati, 2001] R. B. Bhat & R. V. Dukkipati, *Advanced dynamics*, Oxford: CRC Press, p. 149-154

[Rigatos, 2008] G.G. Rigatos, “Multi-robot motion planning using swarm intelligence,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*,” Vol.5, N°2, pp. 139-144.

[Ripka & Tipek, 2013] P.Ripka & A. Tipek, *Modern Sensors Handbook*, John Wiley & Sons.

[Rocco et al., 1997] P. Rocco, G. Ferretti, G. Magnani, “Implicit force control for industrial robots in contact with stiff surfaces,” *Automatica*, Vol.33, N°. 11, pp. 2041 – 2047.

[Rubrecht et al., 2011] S. Rubrecht, E. Singla, V. Padois, P. Bidaud, M. De Broissia, “Evolutionary design of a robotic manipulator for a highly constrained environment,” In: S. Doncieux, N. Bredèche, J.B. Mouret, *New Horizons in Evolutionary Robotics, Computational Intelligence*, Vol. 341, pp. 109-121.

[Salehi et al., 2008] M. Salehi, G.R. Vossoughi, M. Vajedi, M. Brooshaki, “Impedance control and gain tuning of flexible base moving manipulators using PSO method,” *IEEE*

International Conference on Information and Automation, Changsha (Chine), 20-23 Juin, pp. 458-463.

[Salisbury, 1980] J. K. Salisbury, “Active stiffness control of a manipulator in Cartesian coordinates”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, NM, (USA), 10-12 Décembre, Vol. 1, pp. 95 – 100.

[Sciavicco & Siciliano, 2000] L. Sciavicco & B. Siciliano, *Modelling and control of robot manipulators* (2nd edition), London: Springer.

[Siciliano & Khatib, 2008] B. Siciliano & O. Khatib, *Springer handbook of robotics*, Berlin: Springer Heidelberg.

[Shi & Eberhart, 1998] Y. Shi, R.C. Eberhart, “A modified particle swarm optimizer.” IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Anchorage (USA), 4-9 Mai, pp.69–73.

[Siciliano & Villani, 1999] B. Siciliano & L. Villani, *Robot force control*, Boston: Kluwer Academic Publishers.

[Siciliano & Villani, 2000] B. Siciliano & L. Villani, “Parallel force and position control of flexible manipulators,” IEEE Proceedings – Control Theory and Application, Vol. 147, N°6, pp. 605–612.

[Singh & Sukavanam, 2013] H. P. Singh, N. Sukavanam, “Stability analysis of robust adaptive hybrid position/force controller for robot manipulators using neural network with uncertainties,” Neural Computing and Applications, Vol. 22, N°7-8, pp 1745-1755.

[Skowronski, 1986] J.M. Skowronski, *Control dynamics of robotic manipulators*, London: Academic Press, p.44, 60.

[Smith et al., 2015] A.M.C. Smith, C. Yang, H. Ma, P. Culverhouse, A. Cangelosi, E. Burdet, “Novel hybrid adaptive controller for manipulation in complex perturbation environments,” PLOS ONE, Vol. 10, N°6, doi: 10.1371/journal.pone.0129281.

[Spong & Vidyasagar, 1989] M.W. Spong, & M. Vidyasagar, *Robot dynamics and control*, New York: Wiley& Sons, p. 206-207.

[Spong et al., 2006] M. W Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot modeling and control*, New York: John Wiley & Sons.

[Suarez & Heredia, 2013] M. B. Suarez, R. R. Heredia, “Kinematics, dynamics and evaluation of energy consumption for abb irb-140 serial robots in the tracking of a path,” International Congress of Engineering Mechatronics and Automation (CIIMA 2013), Bogota (Colombia), 23-25 October.

[Sun et al., 2013] T. Sun, H. Pei, Y. Pan, C. Zhang, “Robust adaptive neural network control for environmental boundary tracking by mobile robots,” International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 23, N° 2, pp. 123–136.

[Surdilovic, 2007] D. Surdilovic, “Robust control design of impedance control for industrial robots,” Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego (CA, USA), 29 Octobre - 2 Novembre, pp. 3572-3579.

[Taheri et al., 2012] B. Taheri, D. Case, E. Richer, “Design of robust nonlinear force and stiffness controller for pneumatic actuators,” IEEE 51st Annual Conference on Decision and Control (CDC), Maui, HI, Décembre 2012, pp. 1192 – 1198.

[Takegaki & Arimoto, 1981] M. Takegaki & S. Arimoto, “A new feedback method for dynamic control of manipulators,” Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 102, N°2, pp. 119–125.

[Tomei, 1991a] P. Tomei, “A simple PD controller for robots with elastic joints,” IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 36, N°10, pp. 1208–1213.

[Tomei, 1991b] P. Tomei, “Adaptive PD controller for robot manipulators,” IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol. 7, N°4, pp. 565–570.

[Villani & De Shutter, 2008] L. Villani & J. De Shutter, “Force control,” In: B. Siciliano, O. Khatib, Springer handbook of robotics, Berlin: Springer Heidelberg, pp. 161-186.

[Volpe & Khosla, 1993] R. Volpe P. Khosla, “A theoretical and experimental investigation of explicit force control strategies for manipulators,” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 38, N°11, pp. 1634 – 1650.

[Volpe & Khosla, 1995] R. Volpe and P. Khosla, "Equivalence of second-order impedance control and proportional gain explicit force control", *International Journal of Robotics Research*, Vol. 14, N°6, pp. 574 – 589.

[Vukobratovic et al., 2009] M. Vukobratovic, D. Surdilovic, Y. Ekal, D. Katic, *Dynamics and robust control of robot-environment interaction*, Edition 1, New jersey, London: World Scientific.

[Wedeward et al., 1996] K. Wedeward, R. Colbaugh, A. Engelmann, "Adaptive explicit force control of position-controlled manipulators," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 13, N°9, pp. 603–618.

[Wei-Der & Shun-Peng, 2010] C. Wei-Der, & S. Shun-Peng, "PID controller design of nonlinear systems using an improved particle swarm optimization approach," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*," Vol. 15, N°11, pp. 3632–3639.

[Weiwei et al., 2012] S. Weiwei, C. Shuang, J. Shilong, "Acceleration Feedback Control of a Five-bar Parallel Manipulator," *Proceeding of the 31st Chinese Control Conference*, Hefei (Chine), 25-27 Juillet, pp. 4439-4444.

[Whitney, 1985] E. Whitney, "Historical perspective and state of art in robot force control," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 6, N°1, pp.262 – 268.

[Willjuice & Baskar, 2009] I.M. Willjuice, S. Baskar, "Evolutionary algorithms based design of multivariable PID controller," *Expert Systems With Applications*, Vol.36, N°5, pp.9159-9167.

[Xu et al., 2008] W. Xu, C. Li, B. Liang, Y. Liu, Y. Xu, "The Cartesian Path Planning of Free-Floating Space Robot using Particle Swarm Optimization, " *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol.5, N°3, pp. 301-310.

[Xu et al., 2011] G. Xu, A. Song, H. Li, "Adaptive impedance control for upper-limb rehabilitation robot using evolutionary dynamic recurrent fuzzy neural network," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 62, N°3-4 , pp 501-525.

[Yabuta & al, 1988] T. Yabuta, A.J. Chona & G. Beni, "On the asymptotic stability of the hybrid position/force control scheme for robot manipulators," *The IEEE*

International Conference on Robotics and Automation, Philadelphie (USA), 24-29Avril, Vol.1, pp. 338-343.

[Yagiz & Hacioglu, 2009] N. Yagiz & Y. Hacioglu, “Robust control of a spatial robot using fuzzy sliding modes,” *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 49, N°1-2, pp. 114-127.

[Yao et al., 1994] B. Yao, S. P. Chan, D. Wang, “Variable structure adaptive motion and force control of robot manipulators,” *Automatica*, Vol. 30, N°9, pp. 1473-1477.

[Yen et al., 2011] H.M. Yen, T.H.S. Li, Y.C. Chang, “Robust fuzzy-based sliding mode tracking control for constrained robots with constraint uncertainties,” *International Conference on Instrumentation, Control, Information Technology and System Integration, SICE Annual Conference, Waseda University, Tokyo (Japon)*, 13-18 Septembre, pp. 1320-1325.

[Yoshikawa, 2000] T. Yoshikawa, “Force control of robot manipulators”, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA2000)*, San Francisco (USA), 24-28Avril, Vol. 1, pp. 220 – 226.

[Hacioglu et al., 2011] Y. Hacioglu , Y.Z. Arslan , N. Yagiz, “MIMO fuzzy sliding mode controlled dual arm robot in load transportation,” *Journal of the Franklin Institute*, Vol.348, N°8, pp. 1886-1902.

[Zafer & Oguzhan, 2011] B. Zafer & K. Oguzhan, “A fuzzy logic controller tuned with pso for 2 dof robot trajectory control,” *Expert Systems with Applications*, Vol.38, N°1, pp. 1017-1031.

[Zeng & Hemami, 1997] G. Zeng & A. Hemami, “An overview of robot force control,” *Robotica*, Vol. 15, N°5, pp. 473-482.