



HAL
open science

**Contribution à l'étude des conditions de tressage
d'armures textiles hautes performances : application à
l'identification des rigidités élastiques de coques
composites 2D et 3D**

Guillaume Guyader

► **To cite this version:**

Guillaume Guyader. Contribution à l'étude des conditions de tressage d'armures textiles hautes performances : application à l'identification des rigidités élastiques de coques composites 2D et 3D. Matériaux composites et construction. Université Claude Bernard - Lyon I, 2012. Français. NNT : 2012LYO10299 . tel-02868524

HAL Id: tel-02868524

<https://theses.hal.science/tel-02868524v1>

Submitted on 15 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :

Année 2012

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON
Délivrée par
L'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD LYON 1

DIPLOME DE DOCTORAT
(arrêté du 7 août 2006)

Soutenue publiquement le 13 décembre 2012

Par

Mr GUYADER Guillaume

TITRE :

Contribution à l'étude des conditions de tressage d'armures textiles hautes performances – Application à l'identification des rigidités élastiques de coques composites 2D et 3D

Directeur de thèse : Mr HAMELIN Patrice

Co-directeur de thèse : Mr GABOR Aron

JURY : Mr BIGAUD David

Mr AIVAZZADEH Shahram

Mr FERRIER Emmanuel

Mr CAVET Alain

Mr MATTEI Jean Pierre

Remerciements

Je tiens à exprimer mes remerciements à Mr HAMELIN Patrice et MR GABOR Aron, directeur et co-directeur de ma thèse pour la qualité des conseils prodigués et la confiance qu'ils m'ont accordée.

Je souhaite aussi faire part de ma profonde reconnaissance auprès de Mr A. CAVET directeur de la société SPIRALTEX et Mr J.P. MATEI directeur de la société DJP pour m'avoir fait bénéficier de leur savoir-faire industriel dans le domaine de la transformation des textiles et des composites.

Je remercie vivement le professeur D. BIGAUD et S. AIVAZZADEH qui ont rapporté mon mémoire en prenant en considération le contexte industriel de ma recherche.

Je tiens particulièrement à ce que Mr E. FERRIER, et toute l'équipe du LGCIE du site BOHR, qui m'ont accueilli et assisté, soient associés à la bonne réalisation de mon travail.

Je souhaite enfin souligner que cette thèse a été conduite et soutenue financièrement dans le contexte général du projet FUI SAGANE mis en place par la DGCIS et porté par les pôles de compétitivité : MOVEO, PLASTIPOLIS et ELASTIPOLE.

Résumé

A partir d'un bilan bibliographique portant sur les enjeux du développement des composites dans le secteur automobile et en examinant les problèmes scientifiques et techniques posés par l'utilisation des armures textiles 2D et 3D pour la prévision des propriétés en rigidité de composites tressés, notre recherche s'articule autour de trois axes :

Dans une première partie, nous cherchons à décrire les différentes phases de l'opération de tressage en identifiant les principaux paramètres du procédé industriel qui influencent le positionnement et la structuration géométrique de l'armure textile. Nous proposons une formulation analytique originale de la trajectoire des fils sur le mandrin et nous sommes en mesure de simuler l'influence des différents paramètres de tressage sur la description du positionnement géométrique des fils au sein du VER des composites tressés.

Dans une seconde étape, nous développerons une procédure d'analyse expérimentale sur des éléments de structures « modèle » tressés en prenant en considération des conditions de chargement complexe pour mettre en évidence les effets induits par les hétérogénéités et les facteurs d'anisotropie des renforts textiles.

Cette phase expérimentale permet de proposer et valider, dans une troisième étape, une méthode de calcul des caractéristiques mécaniques globales en rigidité basée sur l'analogie avec les composites stratifiés prenant en considération l'ondulation des fils dans les propriétés intrinsèques des plis individuels.

Abstract

In the first part of the thesis, based on literature results, we synthesize the main difficulties that limit the development of composite materials for automotive applications. Furthermore, we examine what are the scientific and technical issues for the prediction of the mechanical performances of braided technical textiles. Consequently, our effective research work follows three main axes:

In a first phase, we analyse different parameters that influence the braiding process, and we propose a new analytical formulation describing the yarn positioning on complex shaped mandrels.

In a second phase, we perform an experimental analysis of the mechanical properties of braided composites testing tubular structures under complex loading conditions, to evaluate the influence of internal heterogeneity on the structural behaviour.

In the last phase, we consider and validate a modelling approach where numerical results are obtained from laminated composite theory, taking into account the local orientation of yarns. Finally, we are able to suggest different optimised design ways applied to braided composites structures.

Sommaire :

CHAPITRE I. INTRODUCTION BIBLIOGRAPHIQUE AUX COMPOSITES DANS L'AUTOMOBILE	15
I-1. PREAMBULE : LE CONTEXTE SOCIO - ECONOMIQUE	16
I-2. PERSPECTIVES DE DEVELOPPEMENT DES COMPOSITES DANS L'AUTOMOBILE	18
I-3. LE PROJET SAGANE	19
I-4. LES MATERIAUX COMPOSITES POUR L'AUTOMOBILE	22
I-4.A. MATRICES THERMODURCISSABLES.....	23
I-4.B. FIBRES DE RENFORCEMENT.....	24
I-5. LES ARMURES TEXTILES OU ARMURES TEXTILES POUR COMPOSITES	26
I-5.A. DESCRIPTION DES TEXTURES TEXTILES TRIDIMENSIONNELLES	26
I-5.a.i. Le tissage.....	27
I-5.a.ii. Le tricotage.....	28
I-5.a.iii. Le tressage	29
a. Tressage 2D :	30
b. Tressage 3D :	30
I-6. LES TECHNOLOGIES DE MISE EN ŒUVRE ET LE CHOIX DU PROCEDE RTM	32
I-6.A. LES METHODES DE TRANSFORMATION DES COMPOSITES	32
I-6.B. LE PROCEDE RTM MODIFIE DEVELOPPE DANS LE CADRE DU PROGRAMME DE RECHERCHE	36
I-7. MECANIQUE DES MATERIAUX ET STRUCTURES COMPOSITES	37
I-7.A. RELATIONS D'ELASTICITE LINEAIRE DES MILIEUX ANISOTROPES	38
I-7.B. TECHNIQUES D'HOMOGENEISATION.....	43
I-7.b.i. Théorie des modules effectifs	44
a. Approche en déformation :	44
b. Approche en contraintes	45
I-7.b.ii. Méthode d'homogénéisation périodique.....	46
I-7.b.iii. Application des techniques d'homogénéisation à la prévision des constantes élastiques d'un pli élémentaire.....	47
I-7.C. COMPORTEMENT ELASTIQUE DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES	48
I-7.c.i. Comportement élastique du pli élémentaire dans la base d'orthotropie.....	50
I-7.c.ii. Comportement élastique du pli élémentaire dans la base globale.....	51
I-7.c.iii. Comportement en rigidité du stratifié dans la base globale	53
I-7.c.iv. Comportement à la rupture des matériaux stratifiés.....	56
I-8. MODELISATION DES STRUCTURES TRESSES	58
I-8.A. INTRODUCTION	58
I-8.B. MODÈLES ANALYTIQUES	59
I-8.b.i. Extension de la théorie des stratifié aux composites tressés	59
I-1.1.1. Théorie du fil.....	63
I-8.C. MODELES NUMERIQUES	64
I-8.c.i. Modèle "diagonal".....	64
I-1.1.1. Méthode des voxels.....	65
I-9. COMPORTEMENT EN RUPTURE DES COMPOSITES A RENFORTS TEXTILES	66
I-9.A. APPROCHE A L'ECHELLE MICROSCOPIQUE	67
I-9.B. APPROCHE A L'ECHELLE MESOSCOPIQUE : RUPTURE DES PLIS	70
I-9.C. APPROCHE À L'ÉCHELLE MACROSCOPIQUE	73
I-10. CONCLUSION A LA PARTIE BIBLIOGRAPHIQUE ET INTRODUCTION A LA RECHERCHE	76
CHAPITRE II. DU PROCEDE DE TRESSAGE A LA STRUCTURATION GEOMETRIQUE DE L'ARMURE TEXTILE	77

II-1.	INTRODUCTION	78
II-2.	LE TRESSAGE CIRCULAIRE.....	79
II-2.A.	PROCEDE DE TRESSAGE ET PARAMETRES DE TRESSAGE.....	79
II-2.a.i.	Procédé de tressage	79
II-2.a.ii.	Trajectoire des fuseaux sur le plateau de tressage	81
a.	Tressage bidirectionnel	81
b.	Tressage tri-directionnel	81
II-2.a.iii.	Paramètres de tressage	82
II-2.B.	COMPOSITE TRESSE ET PARAMETRES DE PREFORME	84
II-2.b.i.	Préformes tressées	84
II-2.b.ii.	Paramètres de préforme	85
II-2.C.	PHENOMENES PHYSIQUES INTERVENANT LORS DE L'OPERATION DE TRESSAGE	87
II-2.c.i.	Variation de position du front de tressage	88
II-2.c.ii.	Frottement inter fils dans la zone de convergence	89
II-2.c.iii.	Glissement et décollement des fils.....	89
II-3.	MODELISATION DU PROCEDE DE TRESSAGE.....	90
II-3.A.	MODELE DE KO : TRESSAGE SUR MANDRIN CYLINDRIQUE EN REGIME ETABLI	91
II-3.B.	MODELE DE DU : PRISE EN CONSIDERATION DES REGIMES TRANSITOIRES.....	91
II-3.C.	MODELE DE MICHAELI : TRESSAGE SUR MANDRIN CYLINDRIQUE EXCENTRE	92
II-3.D.	MODELE DE KESSELS : TRESSAGE SUR MANDRIN DE FORME COMPLEXE	94
II-3.E.	MODELE DE AKKERMAN : PRISE EN CONSIDERATION DU GLISSEMENT DES FILS	96
II-3.F.	MODELE DE ZHANG : PRISE EN CONSIDERATION DU FROTTEMENT INTER FIL.....	97
II-4.	MODELISATION ANALYTIQUE DU PROCEDEE TRESSAGE	98
II-4.A.	DESCRIPTION GEOMETRIQUE DU MANDRIN.....	99
II-4.B.	DESCRIPTION GEOMETRIQUE DU PROCEDE DE TRESSAGE.....	100
II-4.C.	MODELISATION VECTORIELLE DU PROCEDE DE TRESSAGE	102
II-4.D.	CONCLUSIONS ET DISCUSSION	105
II-5.	MISE EN EQUATION DE L'ANGLE DE TRESSAGE EN FONCTION DES PRINCIPAUX PARAMETRES DE TRESSAGE	105
II-5.A.	DISCRETISATION DE LA TRAJECTOIRE D'UN FIL SUR LE MANDRIN	106
II-5.B.	EXPRESSION ANALYTIQUE DE L'ANGLE DE TRESSAGE	107
II-5.C.	EXPRESSION DE LA POSITION DU FRONT DE TRESSAGE EN REGIME ETABLI ET TRANSITOIRE	109
II-5.c.i.	Expression de la position du front de tressage en régime établi	109
II-5.c.ii.	Expression de la position du front de tressage en régime transitoire	109
II-5.D.	METHODOLOGIE.....	110
II-5.E.	VALIDATION DES EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE L'ANGLE DE TRESSAGE	112
II-5.e.i.	Application au cas du mandrin cylindrique en régime établi.....	113
II-5.e.ii.	Application au cas d'un mandarin de forme axi-symétrique	114
II-5.e.iii.	Application au cas des mandrins cylindriques excentrés.....	116
II-5.F.	CONCLUSIONS ET DISCUSSION	117
II-6.	PRISE EN CONSIDERATION DES PHENOMENES DE GLISSEMENT ET DE DECOLLEMENT DES FILS	118
II-6.A.	EFFORT NORMAL DU FIL SUR LA SURFACE DU MANDRIN.....	118
II-6.B.	GLISSEMENT DU FIL SUR LE MANDRIN	119
II-6.b.i.	Condition de glissement du fil sur le mandrin	119
II-6.b.ii.	Caractérisation du glissement du fil sur le mandrin	121
II-6.C.	DECOLLEMENT DU FIL DE LA SURFACE DU MANDRIN.....	124
II-6.c.i.	Condition de décollement du fil du mandrin	124
II-6.c.ii.	Caractérisation du décollement du fil du mandrin	125
II-6.c.iii.	Caractérisation du décollement des fils du mandrin.....	126
II-6.D.	CONCLUSIONS ET DISCUSSION	129
II-7.	PRISE EN CONSIDERATION DU FROTTEMENT INTER FIL DANS LA ZONE DE CONVERGENCE	130
II-7.A.	PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN FUSEAU	131
II-7.B.	CARACTERISATION EXPERIMENTALE DE LA TENSION DE FIL.....	132
II-7.C.	CAMPAGNE EXPERIMENTALE.....	135
II-7.D.	RESULTATS OBTENUS EXPERIMENTALEMENT	136

II-7.E.	CONCLUSIONS ET DISCUSSIONS	138
II-8.	ANALOGIE ENTRE PREFORMES TRESSEES 3D ET PREFORMES TRESSEES 2D	139
II-8.A.	COMPORTEMENT GLOBAL EN REGIME TRANSITOIRE.....	140
II-8.a.i.	Méthode de validation expérimentale.....	140
II-8.a.ii.	Tressage circulaire bidirectionnel.....	142
II-8.a.iii.	Tressage circulaire tridirectionnel	144
II-8.B.	COMPORTEMENT LOCAL EN REGIME ETABLI.....	146
II-8.C.	CONCLUSIONS ET DISCUSSION	150
II-9.	CONTROLE DE LA PRODUCTION DES PREFORMES TRESSEES.....	150
II-9.A.	INFLUENCE DES PRINCIPAUX PARAMETRES DE TRESSAGE SUR L'ANGLE DE TRESSAGE	151
II-9.a.i.	Influence de la vitesse de rotation moyenne des fuseaux	151
II-9.a.ii.	Influence de la vitesse de tirage.....	152
II-9.B.	INFLUENCE D'UN MOUVEMENT COMPLEXE DU MANDRIN	153
II-9.b.i.	Influence de rotation du mandrin suivant l'axe de tressage.....	153
II-9.b.ii.	Influence de la rotation du mandrin dans un plan parallèle au plateau de tressage .	154
II-9.C.	CONTROLE DU BRAS PNEUMATIQUE TRI AXE	155
II-10.	CONCLUSIONS SUR LA MODELISATION DU PROCEDE DE TRESSAGE.....	158

CHAPITRE III. PREVISION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DU COMPOSITE EN FONCTION DE LA STRUCTURE DES PREFORMES TEXTILES

III-1.	INTRODUCTION	162
III-2.	CARACTERISATION EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT ELASTIQUE DES STRUCTURES COMPOSITES TUBULAIRES	162
III-2.A.	STRATEGIE DE CARACTERISATION DES CONSTANTES ELASTIQUES D'UNE EPROUVETTE TUBULAIRE	164
III-2.B.	ESSAIS COMPLEMENTAIRES : L'HYPOTHESE D'ORTHOTROPIE.....	168
III-2.C.	PROTOCOLE ET MONTAGE EXPERIMENTAL	169
III-2.c.i.	Protocole expérimental.....	169
III-2.c.ii.	Montages expérimentaux.....	172
a.	Montage pour la sollicitation en pression interne de l'éprouvette avec effet de fond ..	172
b.	Montage pour la sollicitation en torsion des éprouvettes	174
c.	Montage pour la sollicitation en traction des éprouvettes.....	176
d.	Montage pour la sollicitation couplée traction/torsion des éprouvettes.....	177
III-2.D.	ACQUISITION ET TRAITEMENT DES DONNEES	178
III-2.d.i.	Mesures extensométriques	179
III-2.d.ii.	Méthode des moindres carrés	181
III-2.E.	ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX	182
III-2.e.i.	Résultats des essais de traction uniaxiale	183
III-2.e.ii.	Résultats des essais de pression interne avec effet de fond.....	184
III-2.e.iii.	Résultats des essais de torsion simple	185
III-2.e.iv.	Résultats des essais de torsion bloquée	186
III-2.e.v.	Calcul des constantes d'ingénieur du matériau composite	188
III-2.e.vi.	Validation des résultats.....	190
III-3.	ANALOGIE AVEC LES MATERIAUX STRATIFIES.....	193
III-3.A.	REPRESENTATION VOLUMIQUE DES RENFORTS TRESSES 3D.....	194
III-3.a.i.	Séquences d'entrelacements des fils sur le mandrin.....	194
III-3.a.ii.	Position des fils dans l'épaisseur de la préformes	197
III-3.a.iii.	Modélisation numérique du volume élémentaire	201
III-3.B.	ANALOGIE DE MATERIAUX COMPOSITES TRESSES 3D AVEC LES MATERIAUX STRATIFIES	203
III-3.C.	PRISE EN CONSIDERATION DE L'ONDULATION DU FIL DANS LES PROPRIETES DU PLI.....	207
III-3.c.i.	Homogénéisation géométrique des poutres ondulées.....	207
III-3.c.ii.	Approximation de l'ondulation du fil par un signal triangle	208
a.	Module de rigidité équivalent en flexion	209
b.	Module de souplesse équivalent en traction	211

III-3.c.iii.	Prise en considération de l'ondulation du fil dans les propriétés du pli	212
III-3.c.iv.	Propriétés mécaniques d'un empilement tressé 2D	213
III-3.c.v.	Propriétés d'un empilement tressé 3D (Décomposition en 3 strates)	216
III-3.c.vi.	Propriétés d'un empilement tressé 3D (Décomposition en 6 strates)	218
III-3.D.	CONFRONTATION AUX RESULTATS EXPERIMENTAUX	221
III-4.	CALCUL PREVISIONNEL DES RIGIDITES ELASTIQUES EN FLEXION	225
III-5.	CONCLUSIONS SUR LA CARACTERISATION DES PROPRIETES ELASTIQUES DU MATERIAU COMPOSITE TRESSE	232
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		235
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE :		239

Nomenclature

A^+	Pseudo inverse de Moore-Pensore de la matrice A
A_f	Surface de la section du fil
$[A_{B_i}^{2D}]$	Comportement en membrane du stratifié 2D exprimé dans la base B_i
$[{}_3A_{B_i}^{3D}]$	Comportement en membrane de l'empilement 3 couches exprimé dans la base B_i
$[{}_6A_{B_i}^{3D}]$	Comportement en membrane de l'empilement 6 strates exprimé dans la base B_i
B	Pente de l'ondulation
$[C_{B_i}^{OD}]$	Matrice des raideurs du pli formé des fils unidirectionnels équivalents au fil ondulé exprimé dans la base B_i
$[C_{B_i}^{UD}]$	Matrice des raideurs du pli unidirectionnel exprimé dans la base B_i
CF	Recouvrement
d_n	Distance séparant n mailles consécutives
d	Diamètre du fil
dh	Vitesse d'avance du front de tressage
$[D_{B_i}^{2D}]$	Comportement en flexion du stratifié 2D exprimé dans la base B_i
$[{}_3D_{B_i}^{3D}]$	Comportement en flexion de l'empilement 3 couches exprimé dans la base B_i
$[{}_6D_{B_i}^{3D}]$	Comportement en flexion de l'empilement 6 couches exprimé dans la base B_i
\vec{e}_z	Vecteur directeur associé à l'axe de tressage
EF	Embuvage
\vec{e}_r	Vecteur directeur radial du repère cylindrique associé au plateau de tressage
\vec{e}_g	Vecteur directeur ortho-radial du repère cylindrique associé au plateau de tressage
\vec{e}_n	Vecteur directeur associé à la normale à l'élément de surface considéré
$\vec{e}_R, \vec{e}_\Omega$	Vecteur directeur radial et ortho-radial du repère cylindrique associé au fuseau M
\vec{e}_t, \vec{e}_k	Vecteur directeur tangent et normal au fil du repère de Frenet associé à l'arc paramétré
\vec{e}'_i	Projection du vecteur \vec{e}_i sur le plateau de tressage suivant le vecteur \vec{e}'_z
E	Point d'attache du bras tri-axes sur le mandrin (intersection entre le plan d'attache du bras tri-axes et l'axe de tressage)
E_i	Module d'élasticité suivant la direction \vec{e}_i

$E_{relative}$	Erreur relative sur les déformations
$E_{Theorique}$	Erreur sur les déformations théoriques
$E_{Experimentale}$	Erreur sur les déformations expérimentales
E'_1	Module d'élasticité longitudinal du fil unidirectionnel équivalent au fil ondulé
\vec{e}'_z	Vecteur directeur associé à la projection de l'axe de tressage sur la surface du mandrin
f_s	Effort de frottement statique du fil sur le mandrin
G_{ij}	Module de cisaillement suivant les axes \vec{e}_i et \vec{e}_j
h_f	Hauteur de fil
h_i	Position dans l'épaisseur du composite
h	Position du front de tressage
I	Point d'intersection du fil avec le mandrin
I'	Projection du point I sur le plateau de tressage suivant le vecteur \vec{e}_z
I''	Projection du point I sur le plateau de tressage suivant le vecteur \vec{e}'_z
$I_{relative}$	Incertitude relative sur les déformations
I_{mesure}	Incertitude sur les déformations mesurées
I_f	Inertie du fil
l	Longueur du fil entre de fuseau M et le point d'intersection I
l'	Distance séparant le fuseau M et le point I''
l_z, l_g	Composante longitudinale et ortho-radiale de la trajectoire du fil sur l'élément de surface
L_{No}	Longueur du fil non ondulé
l_o	Longueur du fil ondulé
M	Point représentant le fuseau
M_O	Tenseur cinétique du mandrin au point d'intersection O du front de tressage avec l'axe de tressage
M_E	Tenseur cinétique du mandrin au point d'attache (point d'intersection entre le plan d'attache du bras tri-axes et l'axe de tressage)
N	Nombre de roues à ouches (par couronne)
N_t	Effort normal du fil sur le mandrin
O'	Projection du point O sur le plateau de tressage suivant le vecteur \vec{e}_z

O''	Centre géométrique de la section de mandrin positionné au niveau du front de tressage
P''	Projection du point P sur le plateau de tressage suivant le vecteur \vec{e}_z'
P	Centre de courbure de l'arc paramétré
R_f^B	Position radiale des fils de bordure
R_f^i	Position radiale des fils intérieurs
R_{moy}	Position radiale moyenne du fil
R	Rayon du mandrin
R_g	Diamètre de la couronne (ou de l'anneau de tressage si présent)
S_y	Surface fibreuse d'une maille
S_m	Surface de la maille
S	Abscisse curviligne du fil
T	Tension du fil
V'	Vitesse d'avance de l'élément de surface considéré
V_x^E, V_y^E, V_z^E	Composantes en translation du tenseur M_E dans le repère machine $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
V_x^O, V_y^O, V_z^O	Composantes en translation du tenseur M_O dans le repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
V	Vitesse d'avance du mandrin suivant l'axe de tressage
V_f	Taux de fibre
V_f^n	Taux de fibre de la couche n
X	Abscisse du fil
Z	Ordonné du fil
z	Coordonnée longitudinale de l'élément de surface considéré
α	Angle de tressage (angle formé entre l'axe d'un fil et l'axe de tressage projeté sur la surface du mandrin \vec{e}_z')
δ	Angle formé entre la normale \vec{e}_n à l'élément de surface et le vecteur vitesse \vec{e}_Ω du fuseau
ε_i	Déformation suivant la direction \vec{e}_i
$\phi_x^O, \phi_y^O, \phi_z^O$	Composantes en rotation du tenseur M_O dans le repère machine $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
$\phi_x^E, \phi_y^E, \phi_z^E$	Composantes en rotation du tenseur M_E dans le repère machine $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$
$\dot{\phi}$	Vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin

γ_{ij}	Torsion suivant les axes \vec{e}_i et \vec{e}_j
γ_z, γ_g	Angle d'orientation longitudinal et ortho radial de l'élément de surface
η	Rapport d'échelle de la longueur d'un motif d'ondulation du fil sur la longueur de la structure
μ_s	Coefficient de frottement statique du fil sur le mandrin
ν_{ij}	Coefficient de Poisson suivant les axes \vec{e}_i et \vec{e}_j
g	Coordonnée ortho-radiale de l'élément de surface considéré
ρ_z, ρ_g	Rayon de courbure longitudinal et ortho-radial de l'élément de surface considéré
ρ_s	Rayon de courbure de l'arc paramétré
$\dot{\omega}$	Vitesse de rotation des roues à ouches
Δl_g	Dimension circonférentielle du volume élémentaire
Δt	Limite temporelle à la formation du volume élémentaire
Δl_z	Dimension longitudinale du volume élémentaire
Ω'	Vitesse de rotation relative du fuseau par rapport à l'élément de surface considéré
Ω	Vitesse de rotation moyenne des fuseaux autour de l'axe de tressage

**Chapitre I. Introduction bibliographique aux
composites dans l'automobile**

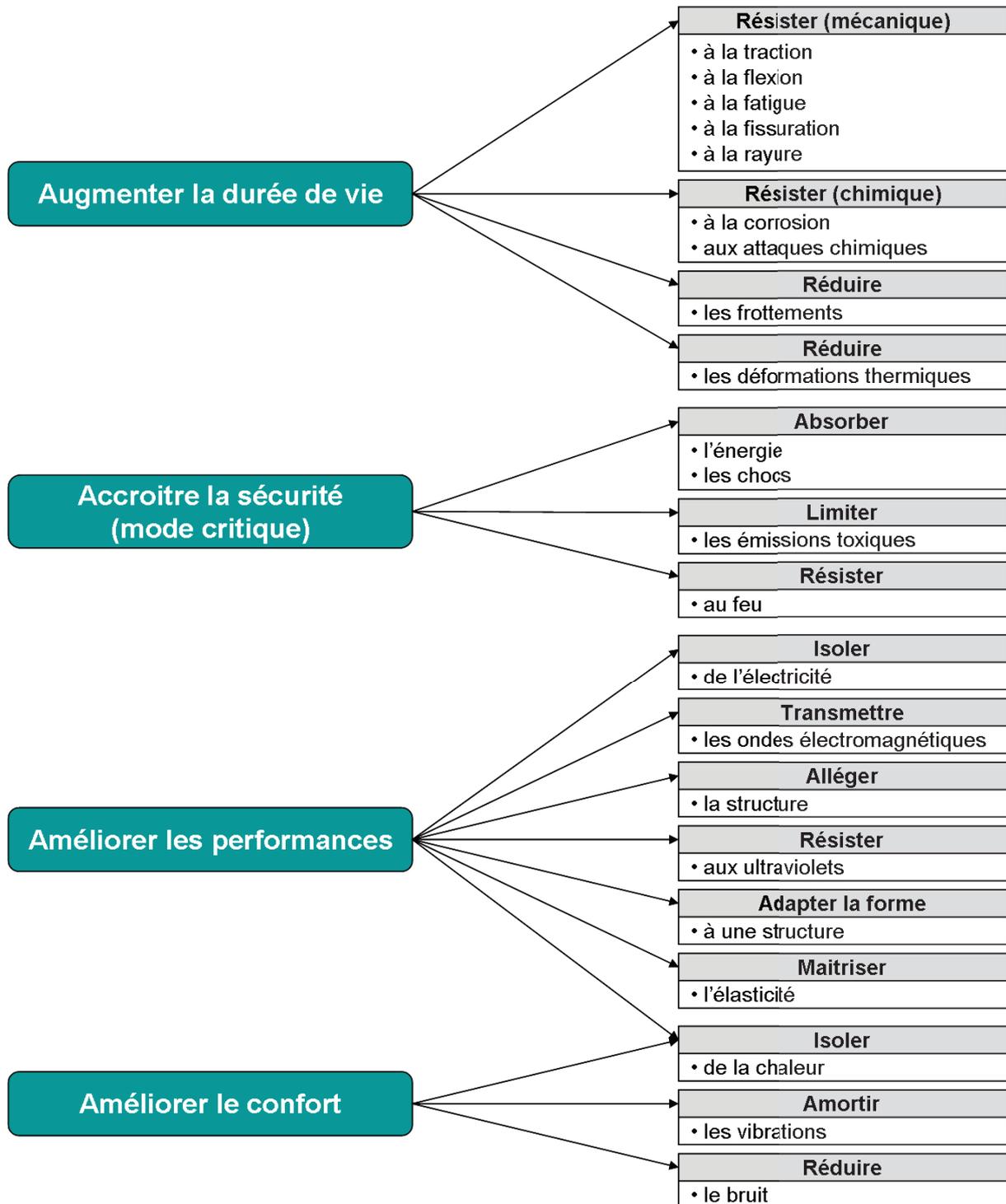
I-1. Préambule : le contexte socio - économique

Le rapport du ministère de l'économie des finances et de l'industrie [97] de 2002 traitant de la situation industrielle des matériaux composites en France met clairement en évidence que le développement des matériaux composites (matrices polymères thermodurcissables ou thermoplastiques – renforts textiles) pour différents secteurs industriels (aéronautique – automobile – construction...) implique :

- Une meilleure gestion environnementale des conditions de transformation (condition d'hygiène et de sécurité) et une meilleure appréhension du cycle de vie de ces matériaux (recyclage, destruction ...).
- Le développement de nouveaux procédés de fabrication en faisant évoluer les armures textiles, les techniques d'imprégnation (pultrusion, RTM ...).
- Une révision des compétences et des méthodes utilisées par les concepteurs en visant à mieux identifier les niveaux de performances à atteindre avec les matériaux et les procédés constructifs composites.
- La nécessité de veiller systématiquement à conduire une réflexion en terme de « fonction et d'analyse globale de la valeur d'usage » avant de sélectionner des composants, de pré-dimensionner des pièces, de considérer des techniques de transformation.

Les principales fonctions spécifiques à chaque application couramment avancées pour les composites portent sur l'augmentation de la durée de vie des produits, l'accroissement de la sécurité, l'amélioration des performances, l'amélioration du confort. Le Tableau I-1 explicite ces points notamment dans le cas de la construction automobile.

Tableau I-1 : Classification des fonctions par objectifs (sécurité, confort) [97]



I-2. Perspectives de développement des composites dans l'automobile

L'étude proposée par N. Piccirelli et A. Giocosa [69] évoque l'importance du marché des composites dans l'automobile puisque 17 millions de véhicules sont produits annuellement en Europe pour une production mondiale de 62 millions de véhicules (2009). Ceci correspond à 22 milliards de kg de matières transformées (1300 kg/véhicule) pour la seule production européenne.

La répartition en masse pour chaque famille de matériaux est approximativement de 62% pour les matériaux ferreux, 9% pour les alliages, 4% pour le verre et 25% pour les matériaux organiques. La répartition des matériaux organiques correspond à 4% d'élastomères, 6% de peinture et adhésifs, 15% de matières plastiques ou composites. En première approche les 300kg de « matières plastiques » se déclinent de la façon suivante au sein du véhicule : équipement intérieur 50%, applications extérieures 30 à 50%, pièces sous capot 15%, pièces de structures 5%.

On remarque que l'utilisation des composites est encore limitée pour les applications structurelles qui nécessitent de hautes performances mécaniques. Ceci s'explique notamment par la chute des cadences de production de matériaux composites lorsque les propriétés mécaniques recherchées augmentent. Les deux diagrammes ci-dessous mettent clairement en évidence qu'il est impératif de faire un choix au niveau des cadences de production qui sont contrôlées par les procédés de transformation et les performances mécaniques du composite.

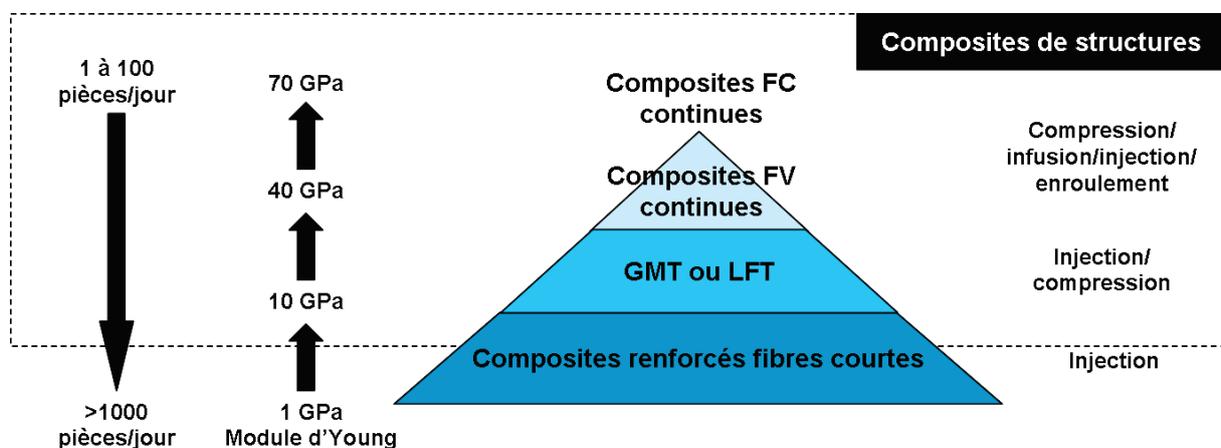


Figure I-1 : Classification des matériaux composites en fonction du procédé de fabrication, performances mécaniques et de la structure des matériaux utilisés [69]

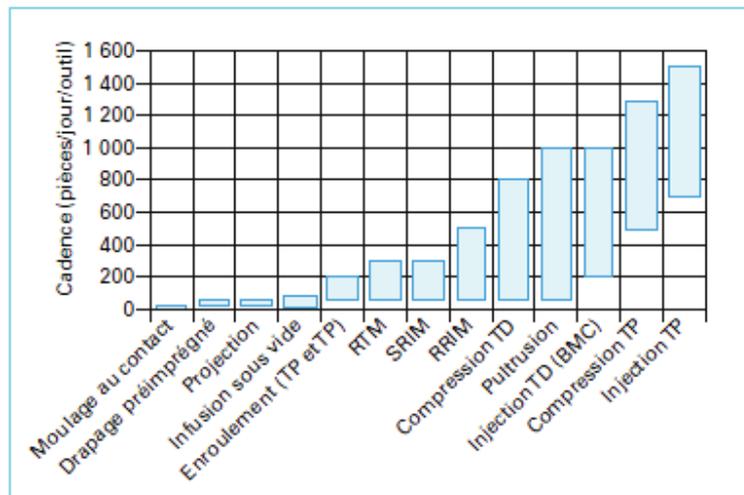


Figure I-2 : Cadences de fabrication journalières de pièces de structure en composites. Cadences estimées pour un outillage de fabrication (Source Renault) [69]

Les verrous au développement des composites dans les chaînes de production automobile, portent aussi sur les difficultés d'assemblage avec les autres composants du véhicule, sur leur tenue en température lors des opérations de cataphorèse ou de peinture. De même, l'importance des contraintes écologiques lors de la production et lors de la fin de vie des véhicules constituent de véritables obstacles au développement des composites.

Seule, la prise en considération de critères spécifiques portant notamment sur la sécurité et la protection des usagers peut justifier, sur un nombre de pièces limité (petite et moyenne série) la conception et la fabrication de composants du véhicule en composites.

I-3. Le projet SAGANE

Dans le cadre d'actions incitatives soutenues par le ministère de l'industrie (projet FUI) [96]

Rapport projet SAGANE, 2009, "Système d'alimentation en gaz naturel pour véhicule le projet SAGANE a pour objectif la conception - réalisation - validation d'un système complet d'avitaillement des véhicules automobiles en gaz naturel. Les enjeux du projet portent sur :

- La volonté d'accroître l'autonomie des véhicules fonctionnant au gaz naturel.
- L'amélioration de la fiabilité et de la sécurité de fonctionnement.

- La recherche de solution pour répondre aux exigences de réduction des gaz à effet de serre par la réduction de la masse, des consommations et par l'utilisation d'un carburant « vert ».
- La réduction des coûts de fabrication et d'exploitation.
- La prise en considération de la recyclabilité des matériaux.

Nous considérerons plus particulièrement le remplacement des réservoirs à gaz en cherchant à améliorer le rapport « masse du réservoir/volume de gaz emporté » tout en améliorant la sécurité dans le cas de sollicitations accidentelles (choc, incendie) et en visant à s'intégrer dans le cadre général de la conception de nouveaux véhicules de type smart-hybride IFP.



Figure I-3 : Véhicule Smart Hybride de l'IFP, support du projet « SAGANE » [96]

A titre d'exemple, les performances en termes de rapport « masse du réservoir/volume de gaz emporté » des solutions actuelles sont les suivantes :

- Réservoirs métalliques : 1.15 à 1.25 Kg/litre de volume d'eau équivalent.
- Réservoirs composites cylindriques par enroulement filamenteux : 0.3 à 0.7 Kg/litre de volume d'eau équivalent.

Dans le cadre du projet SAGANE, l'objectif des sociétés DJP et Spiraltex est d'atteindre 0.6 à 0.9 Kg/litre de volume d'eau équivalent en conservant des réservoirs polymorphes injectés (RTM) renforcés par des textiles tressés. La Figure I-14 présente la géométrie des réservoirs envisagés pour ce projet.

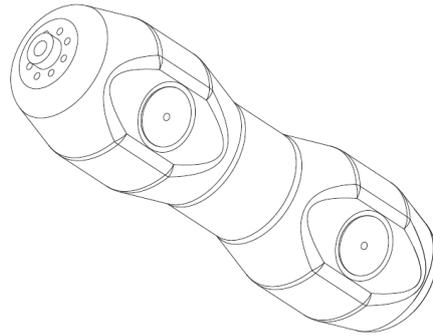


Figure I-4 : Projet de Spécimen Probatoire de Réservoir (SPR) – Longueur ~ 600 mm; Diamètre ~ 80 à 120 mm [96]

Sachant que la fonction d'étanchéité du réservoir sera assurée par un liner, notre recherche prend essentiellement en considération la fonction « résistance mécanique » pour des cas de sollicitation en pression interne à des niveaux de pression élevées de l'ordre de 500 bars pour des températures comprises entre 20° et 50°.

Comme nous le verrons dans la suite de notre étude bibliographique, pour atteindre ces niveaux de performances et notamment éviter les mécanismes de ruine ou d'endommagement au sein du composite par cisaillement transverse ou inter-laminaire, nous considérerons la conception d'armures textiles 3D à partir de procédés de tressage interlock (Figure I-5).



Figure I-5 : Machine à tresser circulaire 3D de la société Spiraltex (Projet SAGANE)

I-4. Les matériaux composites pour l'automobile

Les composites concernés par les applications structurelles dans l'automobile peuvent se décliner comme l'association de charges et de renforts fibreux. La Figure I-6 met clairement en évidence que deux types de matrices (thermoplastiques – thermodurcissables) peuvent être associées à différentes natures de fibres (verre, carbone, aramide...) suivant différentes configurations (fibres coupées, renfort UD, renforts tissés...). Récemment pour améliorer les propriétés des matrices et plus particulièrement les résistances au cisaillement (cohésion interne) et la tenue au fluage et/ou en température, les formulateurs ont examiné la possibilité d'introduire des nanocharges minérales et des monotubes de carbone [52][70].

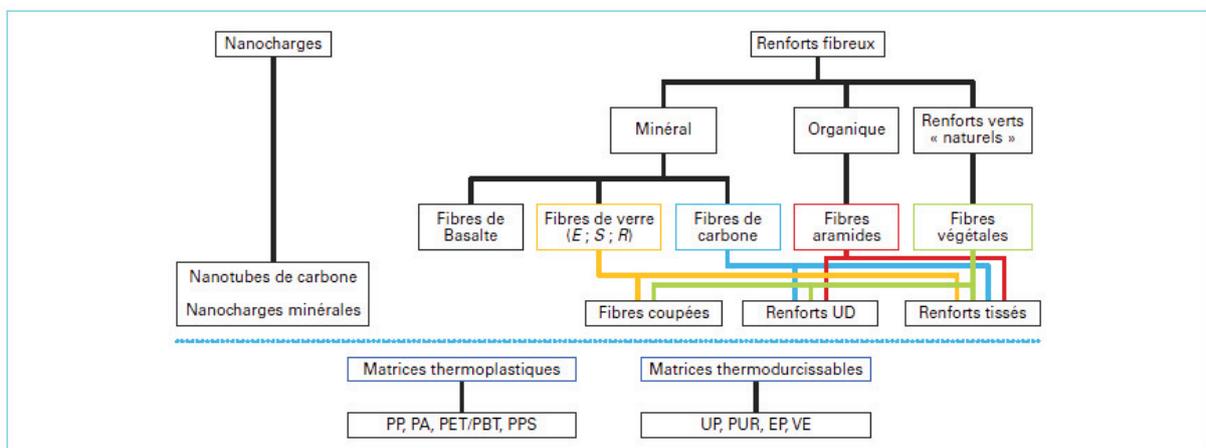


Figure I-6 : Formulations des matériaux composites à matrice organique [69]

Dans l'absence de retour d'expérience sur le respect des conditions d'hygiène et de sécurité dans le cas des opérations d'usinage des composites chargés par des nanocomposants, cette option sera écartée.

Bien que les matrices thermoplastiques soient particulièrement intéressantes pour leurs potentialités de recyclage en cours et en fin de vie, pour des raisons techniques de performances mécaniques et de stabilité thermique spécifiques au projet SAGANE, nous ne considérerons que les matrices thermodurcissables.

I-4.a. Matrices thermodurcissables

Associant légèreté, facilité de mise en œuvre et bonne résistance mécanique, les matrices thermodurcissables sont utilisées dans la majorité des applications structurales composites. Le Tableau I-2 donne des ordres de grandeur des propriétés de principaux polymères thermodurcissables.

Tableau I-2 : Ordres de grandeur des propriétés de polymères thermodurcissables [11]

	Masse spécifique (Kg/dm ³)	Module d'élasticité (Gpa)	Résistance en traction (Mpa)	Allongement à la rupture (%)	Tenue à la température en continu (°C)
Polyester	1.2	2.9-3.1	50-60	2-3	120
Vinylester	1.1	3.4-3.5	70-85	2-5	100-140
Epoxyde	1.1-1.4	3	50-120	2-8	150-200
Polyimide	1.4-1.5	4-20	30-40	<1	250-300
Phénolique	1.3	3.8-7	50	1-1.5	120-150

Nous orientons notre choix vers des résines époxy qui constituent la résine type des composites hautes performances. Elles sont définies par les groupes fonctionnels (ensemble de chaînes macromoléculaire) oxianes ou époxydes. Le Tableau I-3 présente les principaux avantages et inconvénients des résines époxy comparés aux autres résines thermodurcissables.

Tableau I-3 : Principaux avantages et inconvénients des résines époxy comparés aux autres résines thermodurcissables [91]

Epoxy	
Avantages	Inconvénients
Propriétés mécaniques Bonne résistance en fatigue Bonne tenue à haute température Bonne tenue aux différents agent corrosifs Très bonne résistance électrique Excellente adhésion aux fibres Bonnes propriétés diélectriques	Hygiène et sécurité Temps de polymérisation très longs Microfissurations à haute température

Dans le cadre du projet SAGANE, la résine utilisée est une résine epoxy, Epolam 5015, dont les caractéristiques "fournisseurs" sont données dans le Tableau I-4 .

Tableau I-4 : Caractéristiques de la résine Epolam 5015

	Module d'élasticité en flexion (MPa)	Contrainte maximale de rupture en flexion (MPa)	Contrainte de rupture en traction (MPa)	Allongement à la rupture (%)	Dureté
Epolam 5015	3000	105	80	6	85

Pour notre étude, la loi de comportement en traction de la résine sera considérée comme linéaire élastique jusqu'à rupture et la température de transition vitreuse sera évaluée à 80°.

I-4.b. Fibres de renforcement

Dans le cas de matériaux composites à renfort textiles, la nature et l'architecture du renfort influence significativement les propriétés mécaniques du matériau composite [60]. Les renforts textiles sont constitués d'un ensemble de fibres pouvant être discontinues courtes (0.1-1mm), ou longues (1-50mm) ou continues. Les fibres textiles ont un diamètre très faible ($\approx 10\mu m$) et sont par conséquent souvent regroupées suivant différentes techniques qui conduisent à des produits plus facilement manipulables. On peut citer quatre différents ensembles de fibres :

- Fil de base : Ensemble de filaments élémentaires
- Fil simple : Ensemble de filaments continus ou discontinus, maintenus ensemble par torsion (dit retordus)
- Fil retors : Ensemble de fils simples retordus ensemble
- Fil câblé : Ensemble de fils retors, avec éventuellement des fils simples, retordus ensemble

Le type de configuration des mèches de filaments aura une importance significative sur les mécanismes de rupture et de ruine des armures textiles de renforcement. Lors des opérations de fabrication des fibres et des opérations de transformation textile, pour limiter l'abrasion des filaments, ces derniers sont protégés par un traitement de surface (ensimage textile). La compatibilité de ce produit de friction avec la matrice est très importante [29] dans la mesure où les propriétés d'interface ou d'inter-phase jouent un rôle prépondérant sur l'adhérence fibre-matrice, les mécanismes de transfert de charge, la durabilité et le vieillissement du composite dans son environnement. Nous présentons dans la Figure I-7 les principales familles de fibres textiles

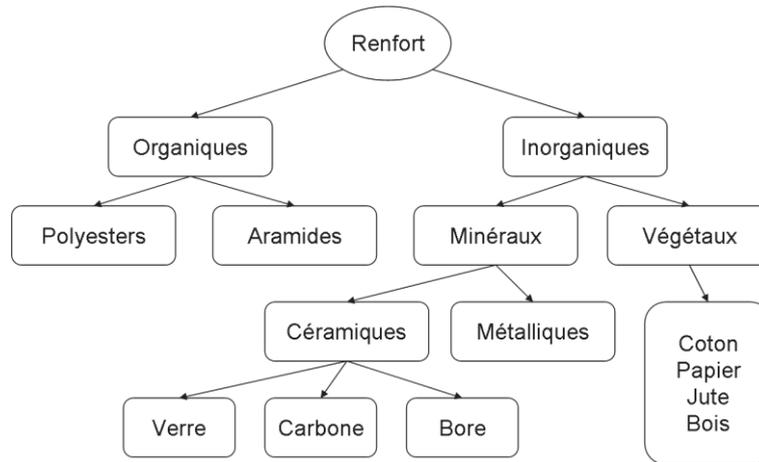


Figure I-7 : Classification des fibres textiles selon leur nature [91]

Des fibres céramiques ou organiques sont généralement utilisées dans la conception de composites hautes performances. Le Tableau I-5 présente les propriétés mécaniques des principales fibres céramiques et organiques utilisées dans la conception de renfort textile

Tableau I-5 : Ordres de grandeur des propriétés de fibres céramiques et organiques [11]

	Module d'élasticité (MPa)	Module de cisaillement (MPa)	Coefficient de Poisson	Contrainte à la rupture (MPa)	Déformation à la rupture (%)	Masse volumique (Kg/m ³)
Verre R	86000	36000	0.2	3200	4	2500
Verre E	74000	30000	0.25	2500	3.5	2600
Kevlar 49	130000	12000	0.4	2900	2.3	1450
Carbone HR	230000	50000	0.3	3200	1.3	1750
Carbone HM	390000	20000	0.35	2500	0.6	1800
Bore	400000			3400	0.8	2600
Alumine	380000			1400	0.4	3700
Silicate d'alumine	200000			3000	1.5	2600
Carbure de silicium	450000			3000	0.7	3450
Polyéthylène	100000			3000		960

Dans le cadre du projet SAGANE nous sommes amenés à utiliser des fibres de verre E qui présentent un bon rapport performance mécanique/prix. Le Tableau I-6 présente les principaux avantages et inconvénients des fibres de verre par rapport aux autres fibres utilisées dans la conception d'armures textiles

Tableau I-6 : Principaux avantages et inconvénients des fibres de verre par rapport aux autres fibres céramiques et organiques [91]

Fibres de verre	
Avantages	Inconvénients
Rapport performance mécanique/prix Bonne résistance spécifique Bonne adhérence avec toutes les résines Tenue à température élevée Incombustibilité Dilatation et conductivité thermiques faibles Bonnes propriétés diélectriques	Faible module Vieillessement au contact de l'eau

I-5. Les armures textiles ou armures textiles pour composites

Pour réaliser des éléments structuraux performants du point de vue mécanique, il est impératif de pouvoir concevoir des armures textiles présentant un taux de fibre important et d'assurer leurs positionnements sur la pièce en fonction des efforts à reprendre. G. Nemoz [64] présente un tableau récapitulatif qui met clairement en évidence les différentes configurations d'architectures textiles de renforcement et leurs potentielles applications (1D, 2D, 3D).

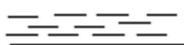
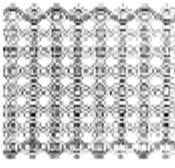
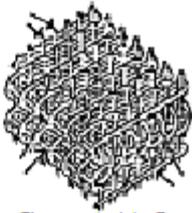
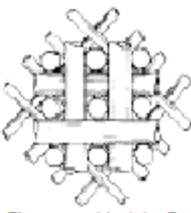
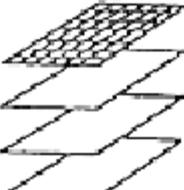
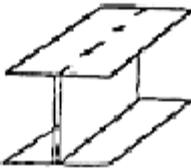
AXE - AXIS DIMENSION		0	1	2	3	n
		NON-AXIAL	MONO-AXIAL	BI-AXIAL	TRI-AXIAL	MULTI-AXIAL
1D			 Fil - Roving			
	2D	 Mat à fibres coupées Cutted fibers mat	 Nappe UD UD web	 Armure toile tissée Twill weave	 Tissage triaxial Tri-axial weaving	 Tricots multiaxiaux Multi-axial knits and weaves
3D	ÉLÉMENT LINEAIRE LINEAR ELEMENT		 Tresse 3-D Tridimensional braid	 Tissage multicouche Multilayer weaving	 Tissage triaxial 3-D 3-D triaxial weaving	 Tissage multiaxial n-D n-D multi-axial weaving
	ÉLÉMENT PLAN PLANAR ELEMENT	 Non-tissé 3-D 3-D nonwoven	 Laminé cousu Stitched laminate	 Poutre en H ou I H- or I- shaped beam	 Nid-d'abeilles Honeycomb	 Tricot double paroi Double wall fabric

Figure I-8 : Différentes configurations d'architectures textiles de renforcement et leurs potentielles applications (1D, 2D, 3D) [64]

I-5.a. Description des textures textiles tridimensionnelles

La résistance aux fortes sollicitations engendrées par la pression interne au réservoir se traduit par une épaisseur importante de composite. Cette épaisseur peut être obtenue en termes de structure textile soit par un empilement de structure élémentaire 2D soit directement par une

structure 3D. Pour éviter un endommagement au sein du composite par cisaillement transverse ou inter-laminaire nous considérerons par conséquent la conception d'armures textiles 3D. Trois technologies de transformation textile peuvent être prises en considération :

- Le tissage
- Le tricotage
- Le tressage

I-5.a.i. Le tissage

Le tissage est une technique où l'on entrecroise un minimum de deux séries de fils pour produire un tissu. Dans le cas où seulement deux séries sont utilisées, celles-ci sont généralement perpendiculaires entre elles. On parle alors de fils de chaîne (longitudinaux) et de fils de trame (transversaux). Ce tissage, dit classique, consiste à passer un fil de trame dans l'espace formé par la séparation des fils de chaînes en deux nappes, l'une levée et l'autre baissée. On inverse ensuite la position de ces deux nappes de manière à entrelacer les fils.

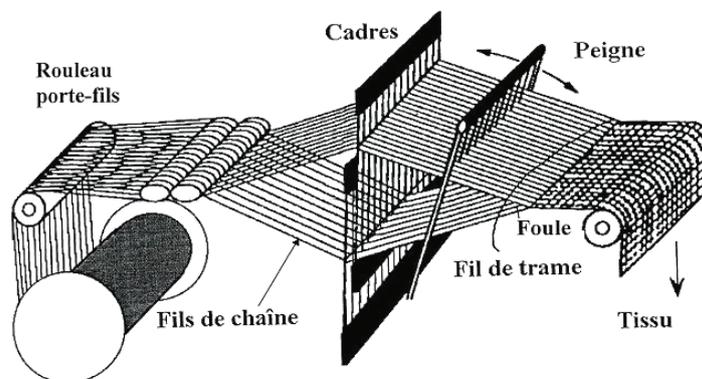


Figure I-9 : Métier à tisser [23]

Selon NEMOZ [64] le tissage multi-couches utilise plusieurs nappes parallèles de fils de chaîne. Les fils peuvent traverser toute l'épaisseur du tissu pour générer un tissu à entrelacement d'angle (Figure I-10-a) ou uniquement des couches adjacentes pour réaliser un tissu à entrelacement multicouches (Figure I-10-b). Les fils de chaîne et de trame présentent une ondulation induite par le mode de croisement ou « embuvage » qui influencera le comportement mécanique et devra être pris en considération dans leurs modélisations.

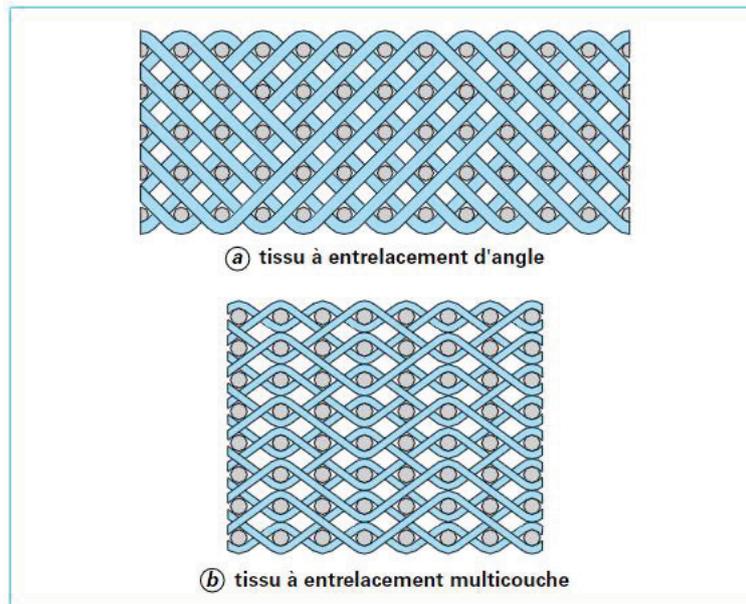


Figure I-10 : Tissu à entrelacement [64]

I-5.a.ii. Le tricotage

Un textile tricoté est une étoffe constituée de fils recourbés, de manière à former des boucles que l'on enlance les une aux autres. Deux familles de tricots sont à distinguer.

- Les tricots trames
- Les tricots chaînes

Le tricot trame est obtenu en entrelaçant une rangée de boucles sur une première rangée réalisée horizontalement, alors que le tricot chaîne est obtenue en disposant verticalement une série de fils parallèles, où chaque fil est bouclé séparément et passé au travers d'une boucle voisine.

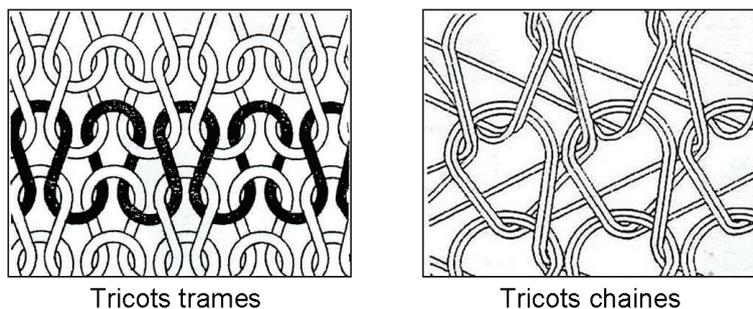
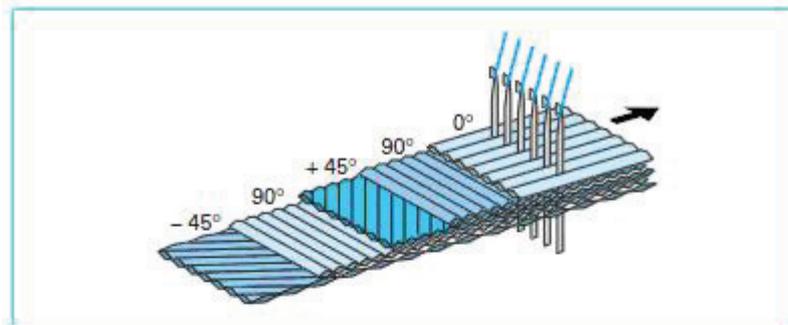
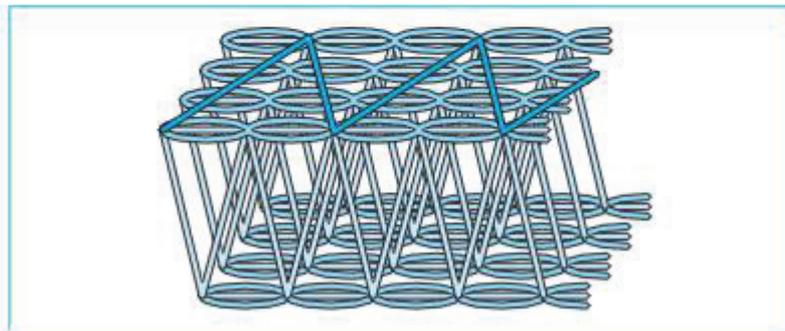


Figure I-11 : Structure tricotée classique [23]

La technologie de base du tricotage a évolué ces dernières années pour s'adapter à la réalisation de pièces plus complexes et plus performantes. Dans le cas des nappes multiaxiales liées, ces textures sont obtenues par des techniques apparentées au tricotage et à la couture selon les procédés des constructeurs LIBA et Kaarl-Mayer. Il est possible d'assurer un liage entre les nappes de fils par couture (Figure I-12-a) et de réaliser un tricot double paroi (Figure I-12-b).



a - Procédé multiaxial Liba



b - Tricot double paroi

Figure I-12 : Evolution de la technologie de tricotage [64]

I-5.a.iii. Le tressage

La technologie de tressage a connu un fort essor au niveau de la production de préformes textiles pour le renforcement de pièces composites. Sa capacité à produire simplement des préformes de révolution à faible coût, répond au mieux aux demandes de nombreux cas d'applications industrielles. On distingue classiquement les technologies de tressage qui conduisent à une structuration du renfort 2D (Tressage 2D) de celles qui conduisent à une structuration du renfort 3D (Tressage 3D).

a. Tressage 2D :

Le tressage 2D consiste à entrelacer des fils sur la surface d'un mandrin en mouvement. Pour cela des bobines de fils circulent sur un plateau de tressage autour d'un axe, appelé axe de tressage, perpendiculaire au plateau de tressage. Les fils sortant des bobines convergent en un point, appelé point de tressage, situé sur l'axe de tressage. Les fils croisent ensuite la surface du mandrin sur lequel ils s'entrelacent.

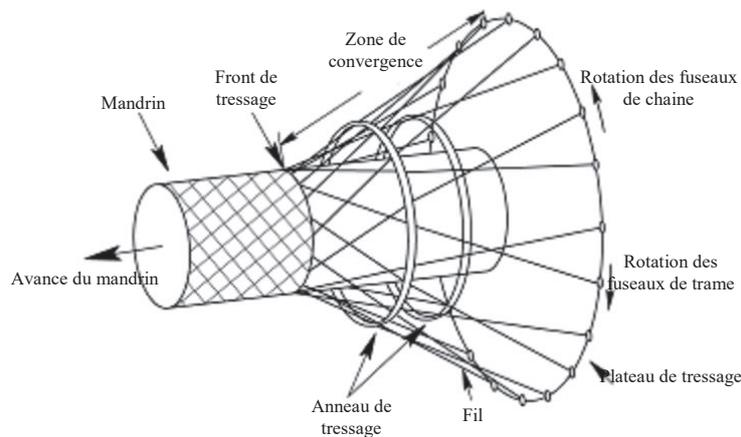


Figure I-13 : Machine à tresser 2D

b. Tressage 3D :

Les principales limites, dans la conception de renfort tressé 2D, portent sur une épaisseur de tresse réduite ainsi qu'un choix limité de formes pouvant être tressées [15]. Une évolution de la technique de tressage 2D débouche sur deux nouveaux principes de machine :

- Une machine à base circulaire fonctionnant sur le même principe que le tressage 2D, en y introduisant plusieurs niveaux de circulation des fils sur le plateau de tressage.
- Une machine à base rectangulaire générant des tresses cartésiennes pouvant être pleine ou creuse.

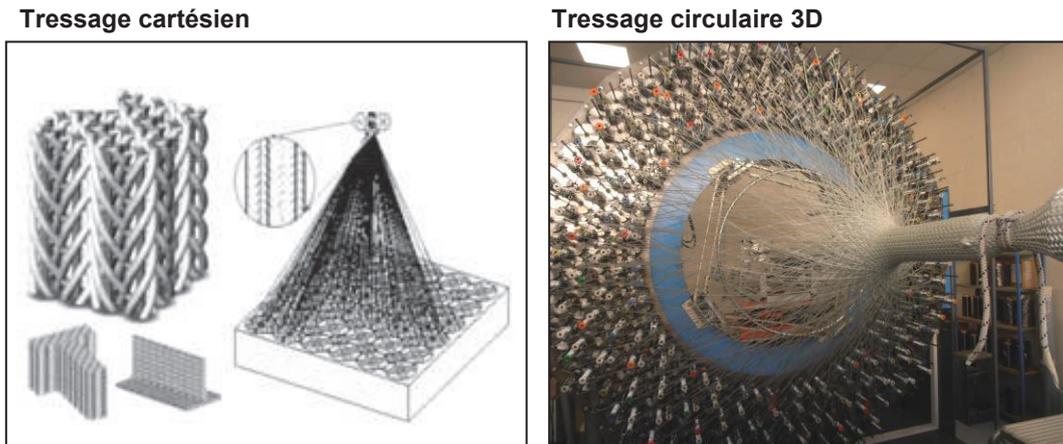


Figure I-14 : Evolution du procédé de tissage

L'ensemble de ces procédés de transformation textiles peuvent conduire à une large gamme de géométries de renfort. La Figure I-15 introduit les différents types de préformes réalisables par des techniques de tissage.

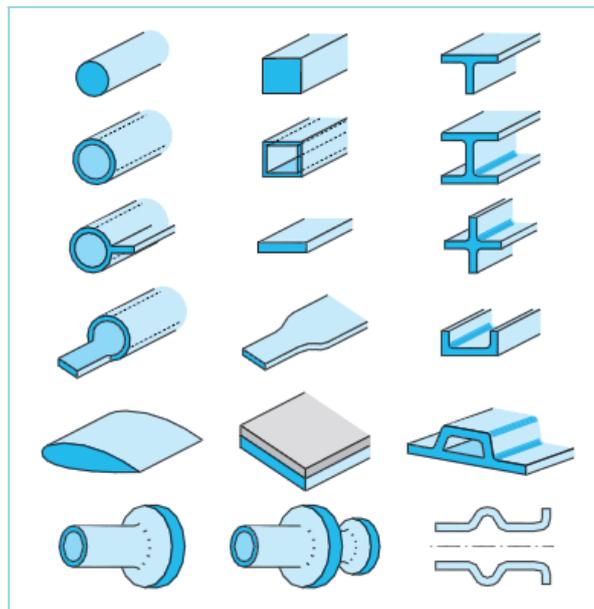


Figure I-15 : Différents types de préformes tissées [64]

Sachant que la technologie tissage circulaire est particulièrement bien adaptée à la réalisation de coques de révolution telles que celles correspondantes au réservoir à gaz du projet SAGANE (Figure I-4) et pour éviter un endommagement au sein du composite par cisaillement transverse ou inter-laminaire, nous nous orienterons dans le cadre de cette étude vers une technologie de tissage circulaire 3D interlock développée par SPIRALTEX.

Les travaux de D. Bigaud [10] et L. Dreano [23] ont clairement mis en évidence que la structuration géométrique des tresses circulaire 3D interlock dépendait essentiellement :

- De la vitesse d'avance du mandrin
- De la vitesse de rotation des fuseaux
- De la géométrie du mandrin

Compte tenu de l'influence de la structure du renfort sur comportement mécanique du composite, un des objectifs de la recherche consistera à étudier l'influence de ces « paramètres machines » sur la structuration des renforts textiles et à chercher à optimiser leur positionnement pour atteindre des niveaux de résistance et de durabilité acceptables.

I-6. Les technologies de mise en œuvre et le choix du procédé RTM

I-6.a. Les méthodes de transformation des composites

Comme nous l'avons introduit précédemment, les conditions de transformation sont directement dépendantes de critères physico-chimiques, rhéologiques liés :

- aux opérations de mouillage et d'imprégnation des renforts textiles par les matrices,
- aux opérations de mise en forme des textiles techniques sur les moules,
- aux cycles de thermoformage ou de thermo durcissement des matrices polymères.

Sur un autre plan, pour des raisons technico-économiques, il sera impératif de prendre en considération pour des applications automobiles une bonne adéquation entre cadence de production et nombre de pièces à produire.

Les principales techniques de moulage des composites sont décrites de façon exhaustive dans de nombreux ouvrages [14][93] et il est intéressant de noter que les procédés balayent un large champ de possibilités et de performances qui vont des techniques les plus artisanales au développement d'outils de production entièrement automatisés et pilotés par ordinateur. La Figure I-16 et le Tableau I-7 présentent les différentes méthodes classées en trois grandes familles suivant leurs cadences de production.

Tableau I-7 : Classification des méthodes de mise en œuvre des composites

Méthodes adaptées aux petites séries	Méthodes adaptées aux moyennes séries	Méthodes adaptées aux grandes séries
Moulage au contact	Moulage sous vide ou par dépression	Moulage par projection ou compression de préformes textiles ou mat preimpregnés (SMC)
Moulage par projection simultanée	Moulage par injection sous vide	Compression à chaud de résine liquide
	Moulage par injection basse pression	Injection de premix ou injection thermoplastiques
	Moulage par compression basse pression	Pultrusion
	Moulage en autoclave	
	Enroulement filamentaire	
	Centrifugation	

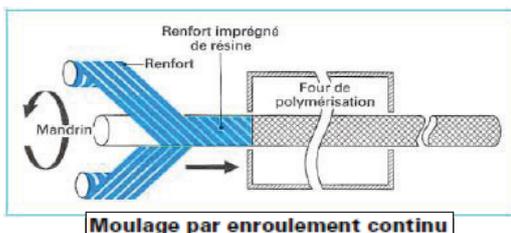
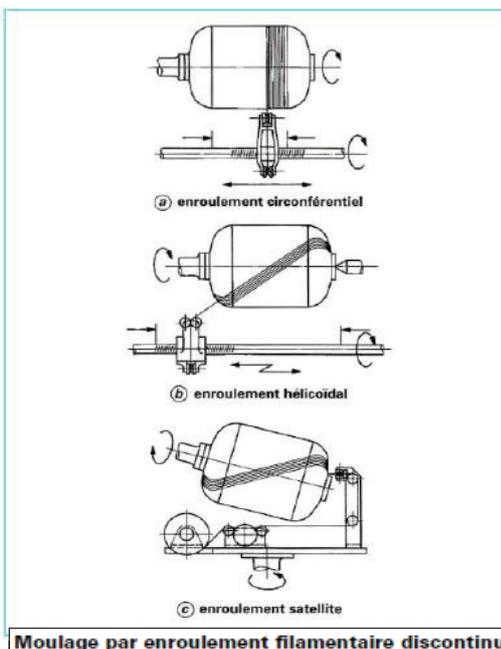
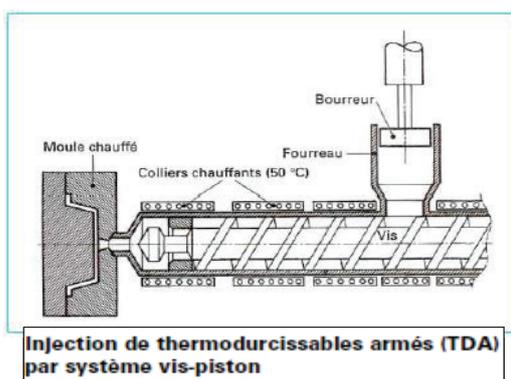
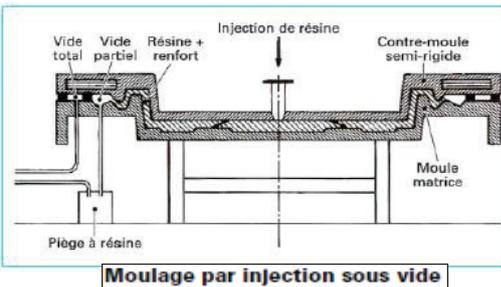
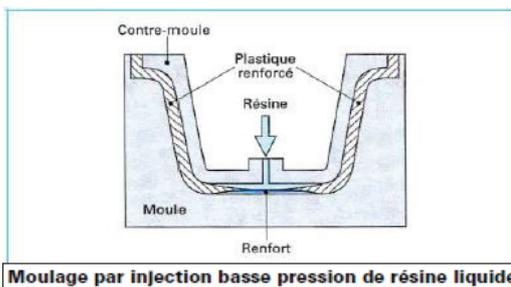
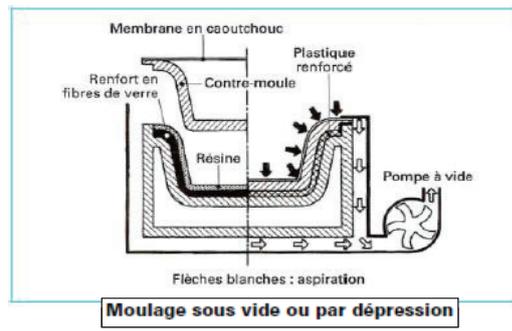
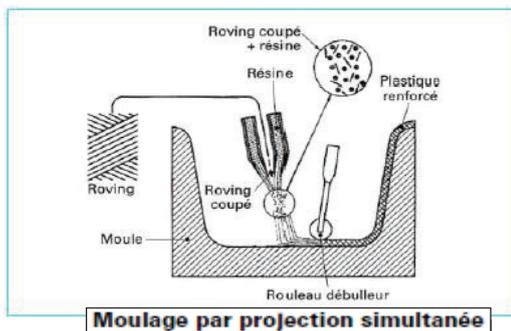


Figure I-16 : Procédés de mise en œuvre des matériaux composites [14]

Le Tableau I-7 résume les possibilités générales offertes par les différents procédés et on notera que, suivant la technologie retenue, les principaux paramètres susceptibles de varier sont :

- Le pourcentage volumique de renfort
- La structuration des renforts
- La nature des matrices
- L'état de finition et les tolérances géométriques de la pièce composite
- La possibilité d'inclure des inserts

Enfin il faut souligner que les niveaux d'investissement à prendre en considération pour chaque procédé sont susceptibles de varier dans des rapports de 1 à 500.

Les objectifs fixés pour le projet SAGANE (de 5000 à 75000 réservoirs par an) correspondant à un niveau de productivité. Nous retiendrons le moulage suivant la technique RTM ou le moulage à la presse pour l'opération d'impregnation.

Tableau 3 – Possibilités générales offertes par les procédés														
Caractéristiques	Procédés													
	Moulage au contact	Moulage par projection	Injection et moulage sous vide	Moulage BP à la presse BP	Moulage HP à la presse HP	Compression de SMC	Injection de prémix	R-RIM	Enroulement	Moulage par centrifugation	Impregnation entre pellicules	Pultrusion	Injection de TPA	Estampage de TRE
Cas courants	Mat à fils coupés Tissu	Roving Tissu	Mat à fils continus Préforme Tissu	Mat Préforme Tissu	Mat Préforme Tissu	Roving Mat	Fils coupés Roving	Fibres broyées Mat à fils continus	Roving Tissu Mat	Roving Mat à fils coupés Tissu	Roving Mat	Roving Mat Tissu	Fils coupés Roving	Mat Roving Fils coupés
Présentation des renforts														
Taux de renfort (%)	30 à 40	25 à 30	20 à 40	20 à 40	30 à 45	30 à 45	15 à 25	10 à 20	65 à 75	25 à 50	25 à 30	35 à 70	20 à 40	30 à 40
Type de matrice.....	UP, EP, PF	UP	UP, EP, PF	UP, EP,	UP, EP, PF	UP, PF	UP, PF	PUR	UP, EP, PF	UP	UP, PF	UP, EP, PF	PA, PP, poly-styré niques, PBTP, Pc, PPO	PP
Faces lisses (1 ou 2).....	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2
Gel/coat sur 1 face.....	oui	oui	oui	oui	oui	oui (IMC) (1)	non	non	oui	oui	oui	non	non	non
Séries (nombres de pièces par an)	< 1 000	< 1 000	1 000 à 10 000	1 000 à 10 000	> 10 000	> 20 000	> 20 000	> 5 000					> 50 000	> 50 000
Nervures avec variation d'épaisseur	non	non	non	non	non	oui	oui	oui	non	non	non	oui	oui	oui
Inserts	oui	oui	oui	oui	oui	oui	oui	oui	non	non	non	non	oui	oui
Structure sandwich.....	oui	oui	oui	oui	oui	oui	non	non	non	oui	non	non	non	non
Investissements (kF)	10 à 100	100 à 200	150 à 300	300 à 1 000	> 1 000	> 5 000	> 5 000	> 1 000	500 à 3 000	200 à 10 000	5 000 à 10 000	> 1 000	> 1 500	> 5 000

(1) In mold coating.

Figure I-17 : Possibilités générales offertes par les procédés de mise en œuvre

I-6.b. Le procédé RTM modifié développé dans le cadre du programme de recherche

Dans le cadre du projet SAGANE, sachant que plusieurs choix techniques « directeurs » ont été faits lors de l'élaboration du programme de recherche, à savoir :

- La réalisation d'enveloppe interne au réservoir par rotomoulage pour assurer l'étanchéité aux gaz stockés (Figure I-18).
- La valorisation d'une armure textile, apte à reprendre les efforts de pression et à assurer une bonne tenue au choc, s'appuyant sur la technologie de tressage 3D sur préforme.



Figure I-18 : Enveloppe interne au réservoir obtenue par rotomoulage

Il a été retenu, pour la fabrication des réservoirs, la technique VA-RTM qui est une évolution des techniques RTM classique. Le principe consiste à placer l'armure textile dans un moule et à injecter la résine à une extrémité tout en réalisant un vide partiel à l'autre extrémité (Figure I-19).

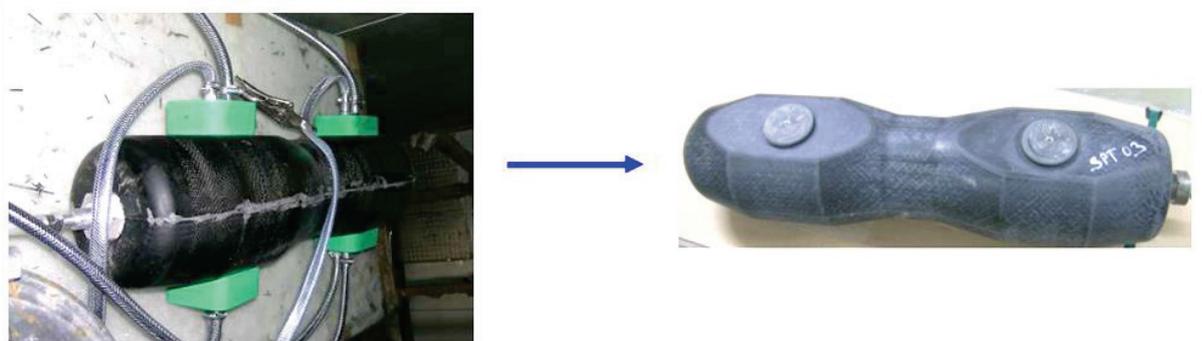


Figure I-19 : Technique de mise en œuvre retenue pour le projet SAGANE

A la suite d'une campagne d'essais menée par l'entreprise DJP, il a été retenu, dans le cadre du projet SAGANE, une pression d'injection de l'ordre de 3 bars et un vide partiel de l'ordre

de 0,8 bar. Les principaux enjeux de la mise en œuvre du composite par une technique VA-RTM portent notamment sur :

- La qualité de l'imprégnation de l'armure textile sans créer de défauts (bulles d'air, désalignements des renforts)
- Le respect des tolérances dimensionnelles, Le contrôle du retrait et les facilités de démoulage.
- La qualité et la compatibilité du procédé vis-à-vis de la tenue mécanique et de l'étanchéité du réservoir au niveau des inserts.

Le respect de ces conditions d'exécution se traduit dans la suite de notre étude par la nécessité de contrôler le positionnement des renforts lors de l'opération de tressage sur mandrin, par la nécessité de prendre en considération des critères de dimensionnement et de contrôle des réservoirs composites particulièrement orientés vers l'évolution des déformées et des déformations en service. Ces points justifient en grande partie, les travaux de recherche engagés au Chapitre III dans lequel le comportement en rigidité élastique de la coque composite est particulièrement étudié.

I-7. Mécanique des matériaux et structures composites

La complexité des matériaux composites qui se traduit par des hétérogénéités à différentes échelles (depuis le « micron » des fibres jusqu'au « mètre » de la structure finale) nécessite de développer des méthodes de caractérisation ou des méthodes de prévision du comportement mécanique à chaque niveau (approche mécanique micro – méso – macro).

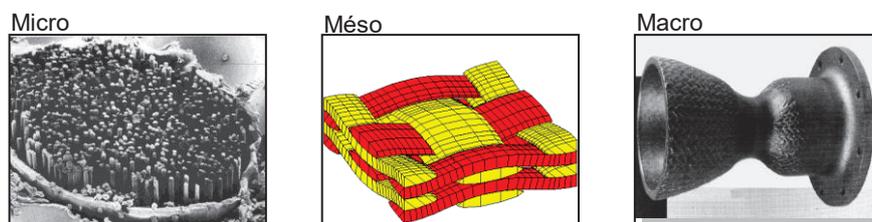


Figure I-20 : Approche multi-échelles

A chaque étape, il sera impératif de valider les approximations faites soit sur le plan expérimental (mesure de champs – extensométrie optique) soit sur le plan calcul prévisionnel (homogénéisation). Les modélisations devant être conduites dans les « deux sens » :

- à échelle croissante pour établir l'équilibre global du système composite avec le milieu extérieur
- à échelle décroissante pour évaluer les niveaux de déformations et de contraintes pour juger des modes d'endommagement (délaminage et décohésion entre plis, rupture des fils, fissuration de la matrice, rupture aux interfaces...).

Dans le cadre particulier de notre recherche, les armures textiles des composites seront obtenues par des technologies spécifiques de transformations textile (tressage) et nécessiteront une approche mécanique multidirectionnelle (2D à l'échelle du pli et 3D à l'échelle du composite)

I-7.a. Relations d'élasticité linéaire des milieux anisotropes

La caractérisation du comportement mécanique d'un matériau consiste à établir la relation couplant les contraintes aux déformations. La structure géométrique complexe des renforts textiles implique un comportement anisotrope marqué du composite. Dans ce cas, on utilise classiquement une notation vectorielle pour représenter les tenseurs symétriques d'ordre deux. Afin de représenter ces tenseurs, on isole un petit élément volumique du matériau. Les contraintes σ appliquées à cet élément volumique peuvent être exprimées par un ensemble de 9 variables représentées sur la Figure I-21.

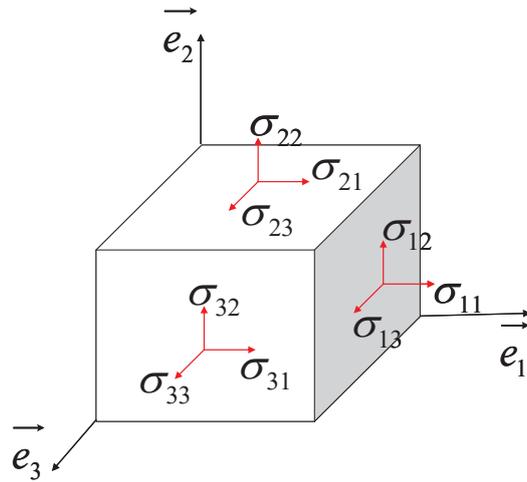


Figure I-21 : Contraintes appliquées à un petit élément de volume

Ces variables sont représentées par un tenseur d'ordre deux. En utilisant une représentation matricielle du tenseur des contraintes exprimées dans une base orthonormée $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, le tenseur des contraintes peut s'écrire :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad \text{I-1}$$

On définit de la même manière par 9 variables les déformations ϵ de l'élément volumique en fonction des déplacements qu'il subit. Ces variables sont détaillées sur la Figure I-22.

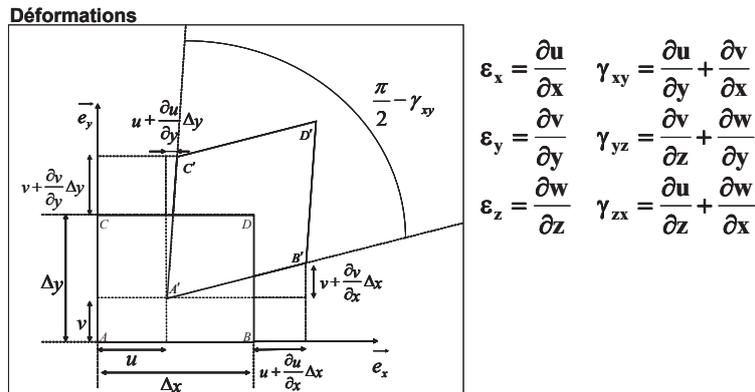


Figure I-22 : Déformation d'un petit élément de volume

Ces variables sont représentées par un tenseur d'ordre deux. En utilisant une représentation matricielle du tenseur des déformations exprimées dans une base orthonormée $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, le tenseur des déformations peut s'écrire :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \text{I-2}$$

En notation vectorielle, les composantes des contraintes et des déformations dans la base $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ sont rangées dans deux vecteurs notés respectivement $\hat{\sigma}$ et $\hat{\varepsilon}$.

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2} \sigma_{23} \\ \sqrt{2} \sigma_{13} \\ \sqrt{2} \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad \hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2} \varepsilon_{23} \\ \sqrt{2} \varepsilon_{13} \\ \sqrt{2} \varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad \text{I-3}$$

Les matériaux composites ont un comportement élastique linéaire qui se traduit par une relation linéaire biunivoque entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad \text{I-4}$$

Ou C_{ijkl} et S_{ijkl} représente les tenseur, inverse l'un de l'autre, respectivement des rigidités et des souplesses. Le respect des symétries matérielles impose la symétrie de ces tenseurs déterminée par les relations suivante.

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad S_{ijkl} = S_{klij} \quad \text{I-5}$$

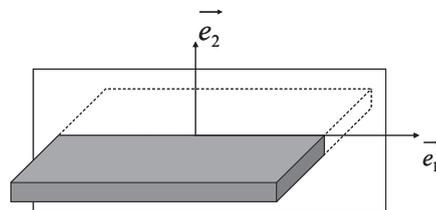
On adopte une notation à deux indices pour écrire les relations de comportement élastique linéaire. Les relations de comportement s'écrivent en notation vectorielle dans la base $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ sous la forme suivante : $\hat{\sigma} = \hat{C}\hat{\varepsilon}$ et $\hat{\varepsilon} = \hat{S}\hat{\sigma}$.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad \text{I-6}$$

En utilisant la notation vectorielle, les tenseurs des contraintes et des déformations peuvent être exprimés dans une base orthonormée différente en utilisant les formules de changement de base suivante.

$$\hat{C}_{B_2} = \hat{T}^{-1} \hat{C}_{B_1} \hat{T} \quad \hat{S}_{B_2} = \hat{T}^{-1} \hat{S}_{B_1} \hat{T} \quad \text{I-7}$$

Avec \hat{T} la matrice de passage de la base B_1 à la base B_2 . Lorsque le matériau étudié présente un plan de symétrie (\vec{e}_1, \vec{e}_2) , la forme de la matrice de rigidité doit être telle qu'un changement de base effectué par rapport à ce plan ne modifie pas la matrice. En exprimant les relations de symétrie par rapport au plan (\vec{e}_1, \vec{e}_2) , on obtient après calcul, les relations de comportement exprimé en rigidité présenté sur la Figure I-23.



$$\hat{C}_{B_1} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

Figure I-23 : Matrice de raideur d'un matériau présentant un plan de symétrie

L'utilisation de renforts textiles conduit à un positionnement du renforcement présentant trois plans de symétrie perpendiculaires. Ce type de matériau est alors dit orthotrope et il est caractérisé par 9 constantes élastiques indépendantes si les plans de symétrie sont connus. Dans le cas où les plans (\vec{e}_1, \vec{e}_2) , (\vec{e}_1, \vec{e}_3) et (\vec{e}_2, \vec{e}_3) sont des plans de symétrie, on obtient la relation de comportement exprimée en rigidité dans la base d'orthotropie $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ présentée sur la Figure I-24.

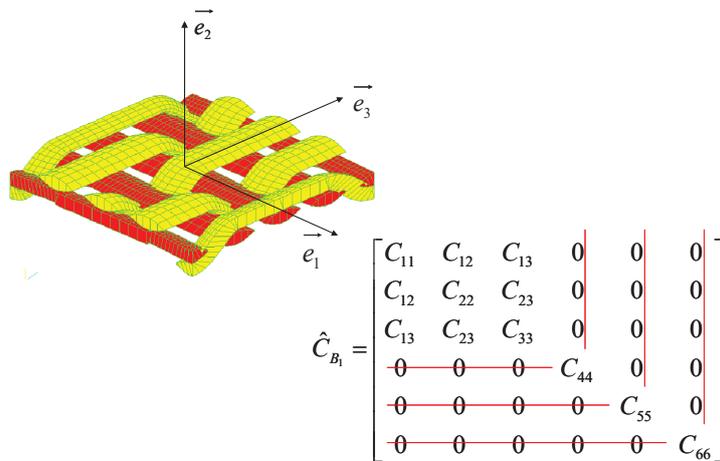


Figure I-24 : Matrice de raideur d'un matériau orthotrope

Les applications structurelles composites correspondent fréquemment à des plaques minces, plaques épaisses et à des coques dont l'épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions. On retiendra, l'hypothèse de faible contrainte hors plan qui conduit à une nouvelle relation de comportement exprimée en rigidité dans la base d'orthotropie $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ présentée sur la Figure I-25.

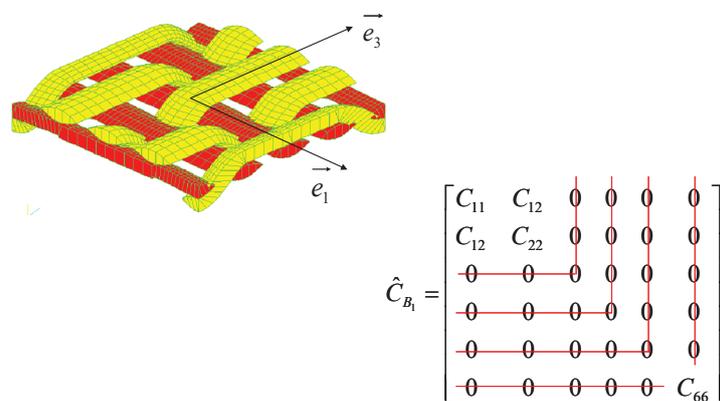


Figure I-25 : Matrice de raideur d'un matériau orthotrope 2D

Il est possible d'exprimer les matrices des raideurs et des souplesses en fonction des modules d'élasticité E_i et des coefficients de poisson ν_i du matériau homogène équivalent. Pour cela on utilise la loi de Hooke qui définit, dans le cas d'un matériau orthotrope 2D, la matrice des raideurs dans la base d'orthotropie $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ de la manière suivante :

$$\hat{C}_{B_1} = \begin{bmatrix} E_1 & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{\nu_{12}}{E_1} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix} \quad \text{I-8}$$

La caractérisation du comportement mécanique d'un matériau composite à renfort textile dans le domaine élastique linéaire, consiste donc à définir dans un premier temps les différents plans de symétrie du renfort. Puis d'établir les modules d'élasticité E_i , les coefficients de poisson ν_{ij} et les modules de cisaillement G_{ij} d'un matériau homogène équivalent.

I-7.b. Techniques d'homogénéisation

Le concept de base de l'homogénéisation est de considérer le comportement mécanique macroscopique d'un matériau hétérogène comme résultant d'une "moyenne de comportements locaux hétérogènes" [21]. Le processus consiste alors à substituer aux matériaux fortement hétérogènes, un matériau homogène, de comportement mécanique moyen dépendant à la fois des propriétés mécaniques et de distribution géométrique des différents constituants. D'une manière générale, le processus des méthodes d'homogénéisation consiste à :

- Identifier le (ou les) volumes élémentaires représentatifs (VER) du matériau composite
- Imposer à ce (ou ces) volume une déformation « moyenne » (macroscopique) notée E ou une contrainte « moyenne » notée Σ

- Déterminer alors la contrainte « moyenne » Σ ou la déformation « moyenne » E induite afin de déduire les relations entre E et Σ qui définiront le comportement homogénéisé recherché.

I-7.b.i. Théorie des modules effectifs

Dans l'application de la théorie des modules effectifs il est possible d'imposer des conditions aux limites en « déformations » ou en « contraintes » sur la frontière du VER. Ces deux approches fournissent l'encadrement des propriétés mécaniques du VER, Y , et sont appelées respectivement « approche en déformation » et « approche en contrainte ».

a. Approche en déformation :

Le VER est soumis à une déformation moyenne E qui est reformulée en déplacement (par exemple $u = E \cdot y$ sur δY). Le problème à résoudre est alors le suivant.

$$\begin{cases} \operatorname{div} \sigma_i = 0 \\ \sigma_i = c_i(y) \varepsilon_i(u) \\ u = E \cdot y \end{cases} \quad \text{I-9}$$

Avec : σ_i : tenseur de contraintes microscopiques associé au constituant i

$c_i(y)$: matrice de rigidité du constituant i

$\varepsilon_i(u)$: tenseur de déformations microscopiques du constituant i

u : champ de déplacement

$E = \langle \varepsilon_i(u) \rangle$: déformation macroscopique ou déformation moyenne sur Y

Le problème d'homogénéisation revient principalement à déterminer la matrice de localisation des déformations $[L_i^\varepsilon]$ qui décrit la relation entre champ des déformations microscopiques $\varepsilon_i(u)$ et la déformation macroscopique E .

$$\varepsilon_i(u) = [L_i^\varepsilon] E \quad \text{I-10}$$

Les contraintes microscopiques sont données par :

$$\sigma_i = c_i(y) \varepsilon_i$$

I-11

La contrainte macroscopique quant à elle, s'écrit :

$$\sigma = [C] \varepsilon$$

I-12

Finalement, la loi de comportement homogénéisée est décrite par la matrice de rigidité macroscopique $[C]$:

$$[C] = \langle c_i(y) \rangle$$

I-13

Dans le cas d'un modèle de Voigt (iso-déformation), la matrice de localisation des déformations $[L_i^e]$ est une matrice $[6 \times 6]$ identité.

L'approche en déformations telle qu'elle est décrite nécessite généralement la résolution de six relations élémentaires pour détermination complète du comportement homogénéisé.

b. Approche en contraintes

Le VER est soumis à une contrainte moyenne $\sigma \cdot n = \Sigma y$ sur δY . Le problème à résoudre est le suivant.

$$\begin{cases} \text{div} \sigma_i = 0 \\ \varepsilon_i = c_i(y) \sigma_i \\ \sigma n = \Sigma y \end{cases}$$

I-14

Avec : $s_i(y)$: matrice de souplesse microscopique du constituant i
 n : normale à l'élément de frontière du VER Y

Le problème d'homogénéisation revient ici à définir la matrice de localisation des contraintes $[L_i^\sigma]$ à partir de la relation

$$\sigma_i = [L_i^\sigma] \Sigma \tag{I-15}$$

Les déformations microscopiques sont données par

$$\varepsilon_i = s_i(\nu) [L_i^\sigma] \Sigma \tag{I-16}$$

La déformation macroscopique s'exprime alors

$$\Sigma = \sum s_i(\nu) [L_i^\sigma] \Sigma \tag{I-17}$$

Finalement, la matrice de souplesse homogénéisée s'obtient par

$$[S] = \sum s_i(\nu) [L_i^\sigma] \tag{I-18}$$

Dans le cas d'un modèle de Reuss (iso-contrainte), la matrice de localisation des contraintes $[L_i^\sigma]$ est une matrice $[6 \times 6]$ identité. L'approche en contraintes nécessite, elle aussi, la résolution des six problèmes élémentaires.

I-7.b.ii. Méthode d'homogénéisation périodique

La théorie d'homogénéisation périodique proposée par Sanchez-Palencia [77] a été largement développée, entre autres, par Léné [57] et Auriault [7]. Comme pour la méthode des modules effectifs, on distingue deux approches. Une technique dite « à contraintes macroscopiques imposées » et une autre dite « à déformations macroscopiques imposées ». Ces deux approches sont rigoureusement équivalentes. Elles consistent respectivement à rechercher les champs de

déformations microscopiques $\varepsilon_i(u)$ et $\varepsilon_i(v)$ et de contraintes microscopiques σ et τ solutions de

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \sigma = 0 \quad \in Y \\ \sigma = c_i \varepsilon_i(u) \quad \in Y \\ \varepsilon_i(u) \quad \text{Périodique} \\ \sigma_i(\vec{n}) \quad \text{Antipériodique} \\ \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{|Y|} \int_Y \sigma_i dy = \Sigma \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{I-19} \\ \text{« Contraintes macroscopiques imposées »} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \tau = 0 \quad \in Y \\ \tau = c_i \varepsilon_i(v) \quad \in Y \\ \varepsilon_i(v) \quad \text{Périodique} \\ \tau_i(\vec{n}) \quad \text{Antipériodique} \\ \langle \varepsilon_i(v) \rangle = \frac{1}{|Y|} \int_Y \varepsilon_i dy = E \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{I-20} \\ \text{« Déformations macroscopiques imposées »} \end{array}$$

Les matrices de rigidité et de souplesse homogénéisées sont définies grâce à :

$$\Sigma = [C] \langle \varepsilon \rangle = [S] E \quad \text{I-21}$$

I-7.b.iii. Application des techniques d'homogénéisation à la prévision des constantes élastiques d'un pli élémentaire

Un composite textile est une structure considérablement hétérogène. Il doit être considéré (il est souvent modélisé) en tant qu'assemblage tridimensionnel d'éléments assimilés à des composites unidirectionnels et par conséquent transverses isotropes. Dans le cas des composites à matrice polymère, le facteur d'anisotropie représentant le rapport des modules d'élasticité longitudinaux et transverse de chacun de ces éléments est important. La distribution des contraintes et déformations au sein des différents éléments dépendent, par conséquent, très largement de la répartition des constituants, de leur taille relative et de leur arrangement géométrique. En d'autres termes elle dépend de l'architecture textile.

Tous les modèles considèrent cette situation complexe en simplifiant la description de la géométrie du textile et en imposant des conditions sur les variations des contraintes internes.

Souvent une homogénéisation d'un ensemble fibre matrice par la théorie des modules effectifs est réalisée pour obtenir une première approximation du comportement en membrane des composite unidirectionnel. Cette homogénéisation prend la forme de relations simplifiées (loi des mélanges) qui expriment les modules d'élasticité en membrane du composite en fonction des propriétés et du pourcentage volumique de ces constituants. Ces expressions représentent respectivement, les bornes supérieures de Voigt [85] qui associent les deux constituants du fil en parallèle avec le compromis de la continuité de la déformation et la borne inférieure de Reuss [76] qui associe ces constituantes en série, avec le compromis de la continuité de la contrainte. A titre d'exemple, la Figure I-26 donne des expressions simplifiées (calcul prévisionnel – lois des mélanges) des constantes de différents plis élémentaires.

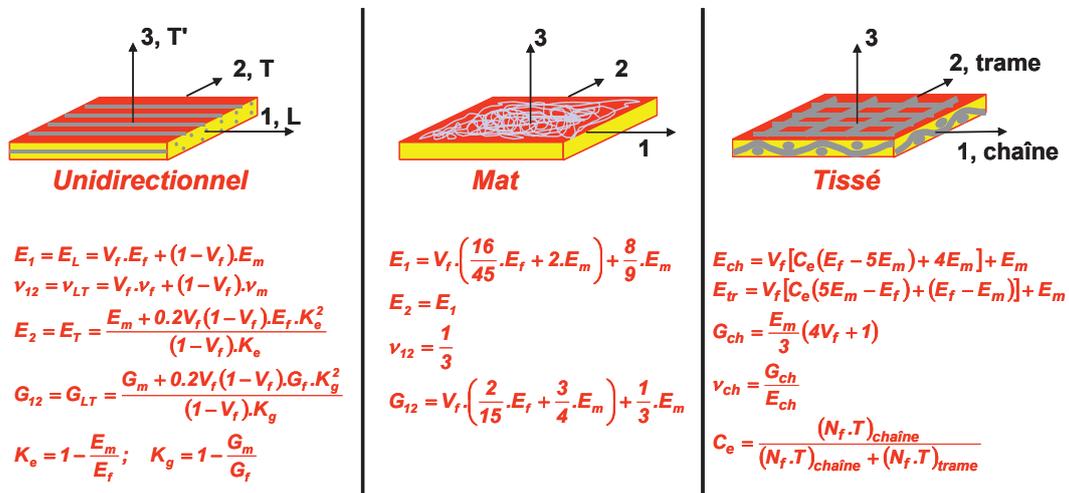


Figure I-26 : Propriétés des constantes élastiques du matériau orthotrope 2D [11]

L'analogie des procédés de transformation textile fait apparaître des cycles de production qui conduisent souvent à des armures composites présentant une certaine périodicité dans la structuration géométrique de son renforcement. On considérera, dans ce cas, les contraintes au sein de la structure composite comme périodiques, qui nous permettra d'établir le comportement mécanique du pli à partir de l'étude réalisée sur une cellule élémentaire représentant un motif périodique du composite.

I-7.c. Comportement élastique des plaques composites stratifiées

Une plaque composite stratifiée est composée d'un empilement de couches (ou plis) composites élémentaires parfaitement adhérentes entre elles. Le comportement global du

composite est alors déterminé à partir de la théorie des plaques. De nombreux travaux ont été consacrés à la mise au point de la théorie des plaques composites multicouches. En considérant des comportement de membrane ou de membrane+flexion ces différentes théories vont de la théorie de Love-Kirchhoff [5][22][59] qui convient lorsque les plaques sont minces, à la théorie de Reissner-Mindlin [75][88] qui convient aux plaques épaisses pour lesquelles les effets du cisaillement transverse deviennent importants. Ces dernières, ne vérifiant pas les conditions de continuité aux interfaces, ont par la suite été améliorées avec le développement de théories fondées sur des hypothèses de répartition des contraintes dans l'épaisseur d'ordre trois ou quatre [58][74][80]. Nous développerons dans un premier temps les équations de comportement de la théorie des plaques composites stratifiées de Love-Kirchhoff. Comme le montre la Figure I-27 elle se fait en plusieurs étapes :

Une première étape consiste à déterminer les propriétés des plis à partir de leurs constituantes fibre/matrice. Une seconde étape consiste à déterminer les propriétés du stratifié en fonction des propriétés des plis le composant.

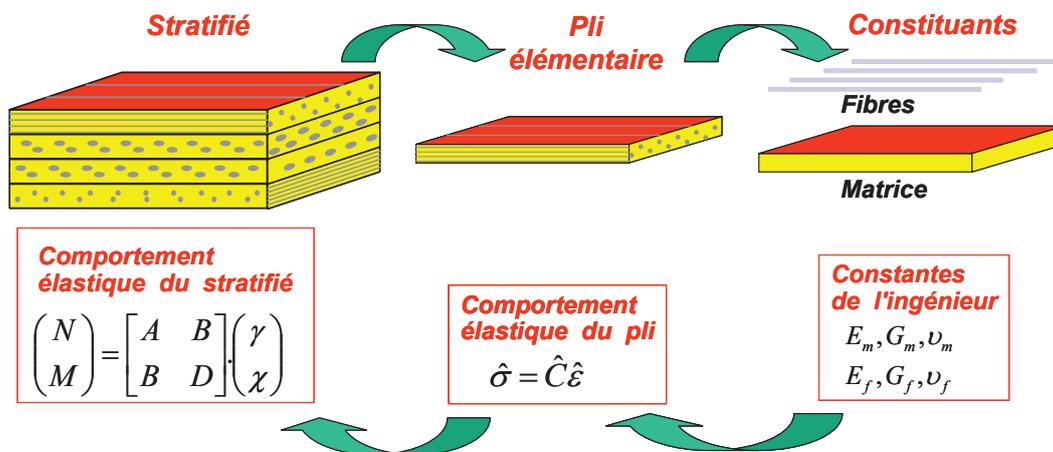


Figure I-27 : Etapes de caractérisation du comportement mécanique de matériau stratifié [11]

Dans le cas du pli unidirectionnel, les propriétés du pli en fonction de ses constituantes fibre/matrice sont originellement données dans la base définie par l'axe de la fibre. Cette base ne correspond pas forcément à la base d'étude dans laquelle nous voulons exprimer les propriétés du stratifié. La détermination des propriétés du pli est alors subdivisée en deux parties qui sont : la détermination du comportement du pli dans la base d'orthotropie et la détermination du comportement du pli dans la base globale.

I-7.c.i. Comportement élastique du pli élémentaire dans la base d'orthotropie

Les plis d'un stratifié sont des matériaux orthotropes dont la base d'orthotropie est formée de l'axe de la fibre \vec{e}_1 , de l'axe perpendiculaire à la fibre \vec{e}_2 et de l'axe normal au pli \vec{e}_3 .

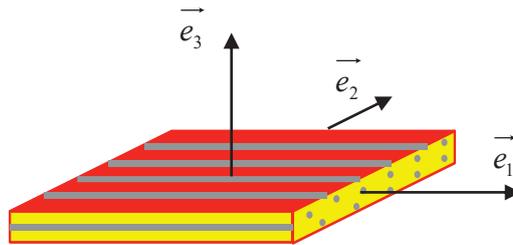


Figure I-28 : Pli unidirectionnel dans la base d'orthotropie [11]

Dans le cas où les plaques composites stratifiées sont minces, le comportement de chacune des couches peut être supposé dans un état de contraintes planes (\vec{e}_1, \vec{e}_2) . Le pli unidirectionnel suit alors la loi de comportement élastique plan des matériaux orthotropes. La loi de comportement du pli exprimé dans la base d'orthotropie $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ prend alors la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^k \\ \sigma_2^k \\ \sqrt{2}\sigma_{12}^k \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} & 0 \\ \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_1^k \\ \epsilon_2^k \\ \sqrt{2}\epsilon_{12}^k \end{pmatrix} \quad \text{I-22}$$

Les constantes élastiques du pli peuvent être évaluées à partir d'expressions d'homogénéisation élémentaires (loi des mélanges) qui donne les valeurs des constantes élastiques E_1 , E_2 , G_{12} et ν_{12} en fonction des propriétés de ses constituants et du taux de fibre¹ V_f .

¹ Rapport volumique de la fibre sur le composite

$$E_1 = V_f E_f + (1 - V_f) E_m$$

$$\nu_{12} = V_f \nu_f + (1 - V_f) \nu_m$$

$$E_2 = \frac{E_m + 0.2 V_f (1 - V_f) E_f K_e^2}{(1 - V_f) K_e}$$

$$G_{12} = \frac{G_m + 0.2 V_f (1 - V_f) G_f K_g^2}{(1 - V_f) K_g}$$

$$K_e = 1 - \frac{E_m}{E_f}, K_g = 1 - \frac{G_m}{G_f}$$

I-23

Avec : E_f, E_m les modules d'élasticité de la fibre et de la matrice, G_f, G_m les modules de cisaillement de la fibre et de la matrice et ν_f, ν_m les coefficients de poisson de la fibre et de la matrice.

I-7.c.ii. Comportement élastique du pli élémentaire dans la base globale

Pour déterminer le comportement mécanique d'un ensemble stratifié, le comportement de chaque pli doit être exprimé dans une même base d'étude $B_2(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ qu'on appellera base globale. La base d'orthotropie de la couche composite $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ peut être différente de la base globale $B_2(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

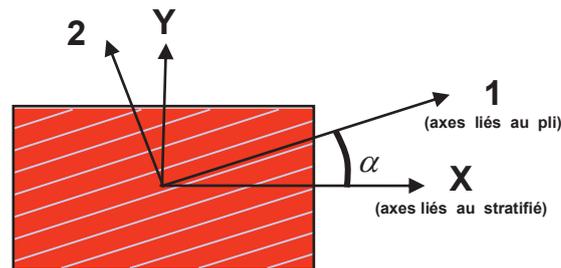


Figure I-29 : Pli unidirectionnel dans la base globale [11]

On détermine alors les propriétés du pli dans la base globale à partir des propriétés du pli précédemment établies dans la base d'orthotropie à l'aide des relations de changement de base, que l'on rappelle ici.

$$\hat{C}_B = \hat{T}^{-1} \hat{C}_R \hat{T} \quad \hat{S}_B = \hat{T}^{-1} \hat{S}_R \hat{T} \quad \text{I-24}$$

La base d'orthotropie correspond à l'espace propre de la matrice des raideurs/souplesse. Un changement de base de cette matrice implique par conséquent l'apparition de nouveaux termes de raideurs/souplesse. On note alors la matrice des raideurs dans la base globale $B_2(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ sous la forme suivante :

$$\hat{C}_B = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{xz} \\ C_{xy} & C_{yy} & C_{yz} \\ C_{xz} & C_{yz} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad \text{I-25}$$

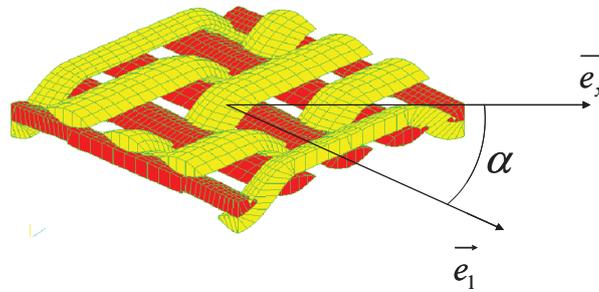


Figure I-30 : Renfort tressé 2D dans la base globale

En appliquant la relation de changement de base I-24 dans le cas d'une rotation de la base d'orthotropie vers la base globale d'un angle α , on peut exprimer les termes de la matrice des raideurs dans la base globale en fonction des termes exprimés dans la base d'orthotropie.

$$\begin{aligned} C_{xx} &= C_{11} \cos^4(\alpha) + 2C_{12} \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) + C_{22} \sin^4(\alpha) \\ C_{xy} &= (C_{11} - C_{22}) \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) + C_{12} (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) \\ C_{xz} &= [2C_{13} \cos^3(\alpha) \sin(\alpha) + C_{23} \sin^3(\alpha) \cos(\alpha)] \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ C_{yy} &= C_{11} \sin^4(\alpha) + 2C_{12} \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) + C_{22} \cos^4(\alpha) \\ C_{yz} &= [2C_{13} \cos^3(\alpha) \sin(\alpha) + C_{23} \sin^3(\alpha) \cos(\alpha)] \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ C_{zz} &= C_{11} \cos^4(\alpha) + 2C_{12} \cos^2(\alpha) \sin^2(\alpha) + C_{22} \sin^4(\alpha) \end{aligned} \quad \text{I-26}$$

Dans le cas d'une analogie avec les matériaux stratifiés il est alors important de déterminer l'orientation des fibres du composite dans les plans de la préforme qui permettront de définir l'angle de rotation de la base d'orthotropie vers la base globale.

I-7.c.iii. Comportement en rigidité du stratifié dans la base globale

Les structures planes minces sont correctement modélisées par le modèle de Love-Kirchhoff. Dans ce modèle on suppose que les sections droites rigides, normales à la surface moyenne avant déformation, restent normales à cette surface moyenne après déformation. La cinématique du modèle impose que les normales à la surface moyenne subissent un déplacement de solide rigide. Il en résulte que les déplacements entre deux points M et G situés sur une même normale sont liés par la relation suivante :

$$\vec{GM} = z \vec{\rho}$$

I-27

Où $\vec{\rho} = \vec{\rho}_x \vec{e}_x + \vec{\rho}_y \vec{e}_y$ est la rotation de la normale et $\vec{GM} = z \vec{\rho}$. En prenant le point G au niveau du plan moyen on obtient alors les déplacements donnée sur la Figure I-31.

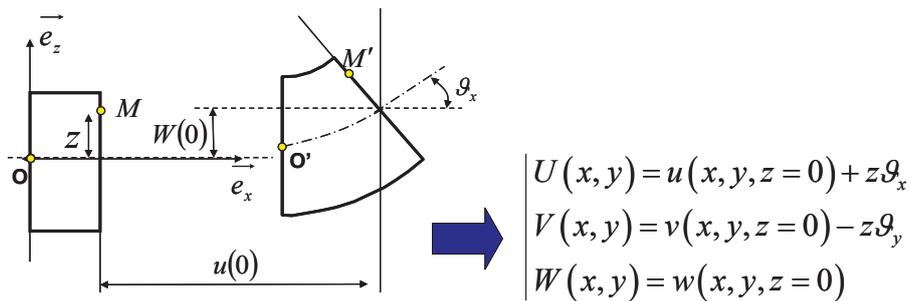


Figure I-31 : Déplacement de solide rigide

Le champ de déformation dans le plan de la plaque s'écrit à partir du champ de déplacement et de la définition du tenseur des déformations.

$$\vec{\epsilon} = \epsilon_{xx} \vec{e}_x \otimes \vec{e}_x + \epsilon_{yy} \vec{e}_y \otimes \vec{e}_y + \epsilon_{xy} (\vec{e}_x \otimes \vec{e}_y + \vec{e}_y \otimes \vec{e}_x)$$

I-28

Autrement dit, en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial \varrho_x}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial \varrho_y}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} &= 0 \end{aligned} \tag{I-29}$$

On pose alors la notation vectorielle suivante.

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\gamma} + z \hat{\chi} \tag{I-30}$$

La difficulté dans la caractérisation des propriétés mécaniques du stratifié consiste à passer des contraintes et déformation d'une échelle locale (au niveau du pli) à une échelle globale (au niveau du stratifié, Figure I-32). On réalise pour cela des hypothèses sur la répartition des contraintes/déformations au sein du stratifié.

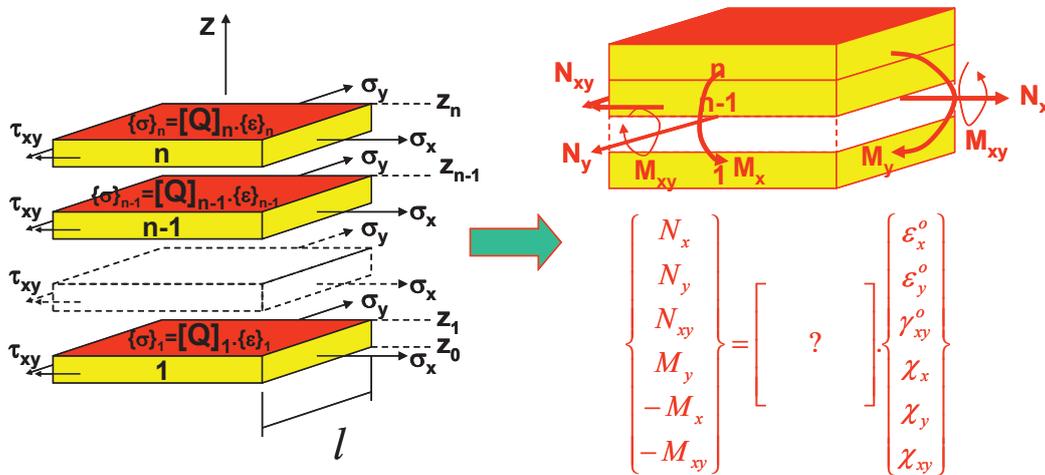


Figure I-32 : Stratifié de l'échelle locale à l'échelle globale [11]

La théorie de Love-Kirchhoff suppose que les contraintes sont homogènes dans l'épaisseur de chacune des 'n' couches du stratifié. Cette hypothèse permet d'intégrer les contraintes dans l'épaisseur du stratifié. On peut ainsi établir les relations donnant les efforts généralisés appliqués au stratifié en fonction des contraintes dans chacune des couches. Les expressions des efforts de membrane généralisés N en fonction des contraintes dans chacune des couches s'écrivent :

$$N_j = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz \quad M_k = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz$$

I-31

Les expressions des efforts de flexion généralisés en fonction des contraintes dans chacune des couches s'écrivent :

$$N_j = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz \quad M_k = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz$$

I-32

En injectant la relation de comportement en contraintes planes de chacune des couches dans la définition des efforts généralisés, on obtient la relation de comportement du stratifié exprimée sous la forme suivante :

$$\hat{\sigma}^k = \hat{C}^k (\hat{\gamma} + z \hat{\chi})$$

I-33

On pose alors la relation de comportement du stratifié sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \chi \end{pmatrix}$$

I-34

Où les éléments de la matrice s'écrivent dans la base globale.

$$A_j = \sum_{k=1}^n C_{ij}^k (h_k - h_{k-1})$$

$$B_j = \sum_{k=1}^n C_{ij}^k (\bar{h}_k - \bar{h}_{k-1})$$

$$D_j = \sum_{k=1}^n C_{ij}^k (\bar{h}_k - \bar{h}_{k-1})^2$$

I-35

Les matrices $[A]$ et $[D]$ caractérisent le comportement équivalent du stratifié respectivement en membrane et en flexion. La matrice $[B]$ représente le couplage entre le comportement en

membrane et le comportement en flexion du stratifié. Cette dernière est nulle si l'empilement des couches est symétrique par rapport au plan moyen (Figure I-33).

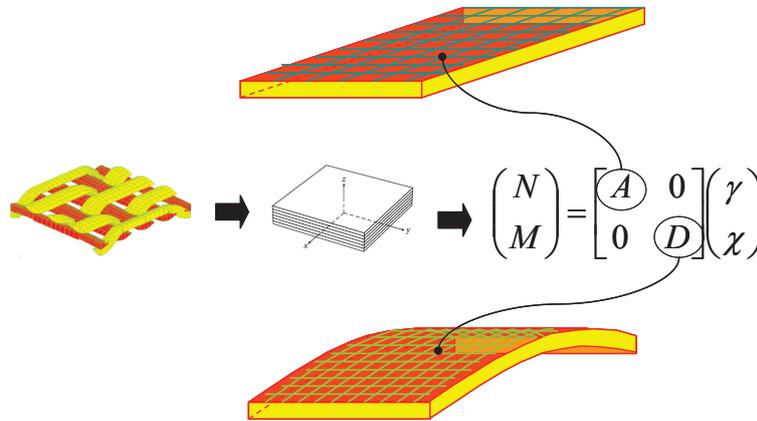


Figure I-33 : Comportement mécanique de stratifié symétrique et antisymétrique

I-7.c.iv. Comportement à la rupture des matériaux stratifiés

Sous l'hypothèse de contraintes homogènes dans l'épaisseur de chacune des « n » couches du stratifié, nous avons précédemment établi les relations de comportement liant les déformations aux contraintes macroscopiques appliquées à la structure stratifiée. L'application de ces relations à un cas de chargement spécifique, permet d'aboutir sur les déformations macroscopiques de la structure stratifiée. En procédant de manière inverse, il est alors possible à partir du champ de déformation macroscopique de la structure, de remonter aux contraintes internes à chacune des « n » couches du stratifié (Figure I-34).

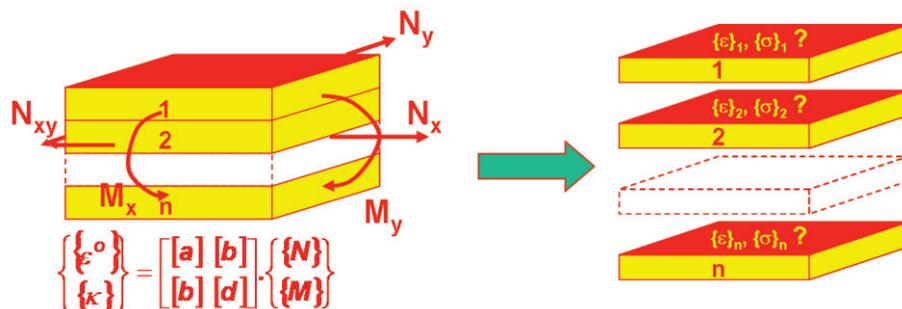


Figure I-34 : Méthode de caractérisation du profil des contraintes dans le stratifié

A partir du profil de déformation du stratifié $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}^0 + z\{\kappa\}$, on définit les déformations appliquées aux différentes couches $\{\varepsilon\}_p$. Ces déformations sont par la suite utilisées dans la loi de comportement de la couche, pour conclure sur ces contraintes internes

$$\{\varepsilon\}_p = [S]_p \{\sigma\}_p$$

I-36

En appliquant cette procédure à l'ensemble des couches du stratifié, on obtient ainsi un profil des contraintes au sein du stratifié pouvant présenter de fortes discontinuités au passage d'une couche à l'autre (Figure I-34).

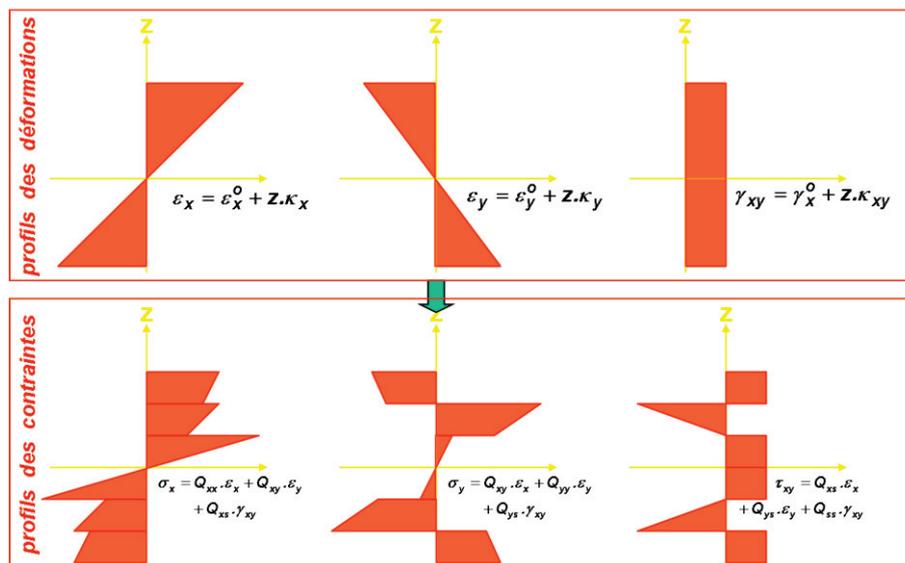


Figure I-35 : Profils des déformations et des contraintes du stratifié [11]

Les discontinuités du champ de contraintes au niveau des changements de couches conduit à une sollicitation en cisaillement du joint de colle. La ruine d'un matériau stratifié peut alors se produire soit par dépassement des contraintes admissibles au niveau d'un pli, soit par dépassement des constantes admissibles au niveau de la résine interlaminaire. Les différents critères de rupture seront évoqués au paragraphe I-9.

I-8. Modélisation des structures tressés

I-8.a. Introduction

La grande difficulté de modélisation des propriétés élastiques des composites textiles consiste alors à traiter de manière adéquate l'existence des très grandes variations de contrainte et de déformation au sein du composite soumis à un chargement uniforme. Des principes de modélisation consistent à simplifier la description de la géométrie du textile et à imposer des conditions sur les variations des contraintes internes. Ainsi les composites textiles sont souvent modélisés en tant qu'assemblages tridimensionnels d'éléments assimilés à des unidirectionnels orthotropes.

La décomposition en strates unidirectionnelles classiquement utilisées dans la théorie des stratifiés permet de donner une première approximation des constantes élastiques du matériau. Cette décomposition en strates unidirectionnelles n'est toutefois pas adaptée à la prise en considération de l'orientation des fils dans l'épaisseur de la préforme, induites par l'entrelacement des fils de tresse (Figure I-36).

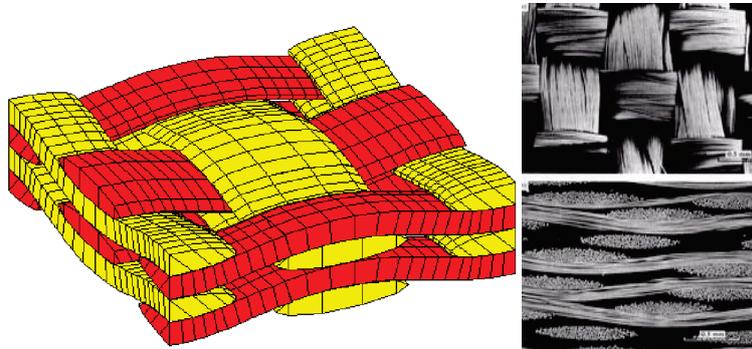


Figure I-36 : Volume élémentaire représentatif d'un composite tressé 2D

Plusieurs approches ont alors été développées pour prendre en considération la non linéarité des fils au sein d'un composite tressé. Dans un premier temps des modèles analytiques basés sur une décomposition plus ou moins complexe du matériau en éléments unidirectionnels ont permis de modéliser les structures tressées 2D en prenant en considération l'ondulation des fils. Lorsque l'on s'intéresse à des composites à trois dimensions, il devient cependant très difficile de travailler à partir de méthodes analytiques. Afin de palier ce problème, plusieurs modèles numériques ont été développés à partir de l'étude d'un milieu discrétisé faisant intervenir diverses méthodes d'assemblage.

I-8.b. Modèles analytiques

I-8.b.i. Extension de la théorie des stratifié aux composites tressés

Une première approche pour le composite textile tressé considère les évolutions de la théorie des stratifiés corrigée par les non-linéarités du renfort. Pour prendre en considération la répartition des fils de chaîne et de trame dans le composite et les séquences d'entrelacement de fil, Ishikawa et Chou [44] proposent une première évolution de la théorie des stratifiés dans laquelle un composite tissé (ou tressé) 2D est idéalisé en tant qu'assemblage de plis stratifiés transverses asymétriques (Figure I-37).

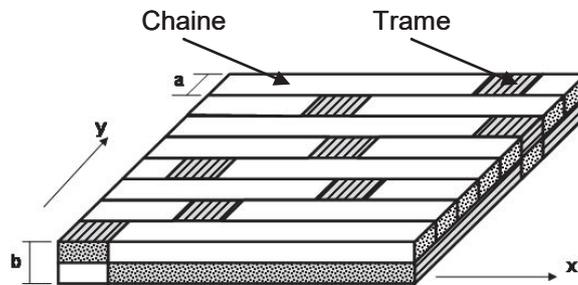


Figure I-37 : Modèle 'mosaic'

Les plis stratifiés transverses sont ensuite modélisés à partir de théorie classique des plaques composites. En prenant consécutivement des conditions d'iso-contrainte et iso déformation, le modèle « mosaic » fournit les bornes inférieures et supérieures des constantes élastiques moyennes du composite tissé (ou tressé) 2D idéalisé, exprimées par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \overline{A_{ij}} &= \frac{1}{A_{UC}} \iint_{A_{UC}} A_{ij} dA; \overline{B_{ij}} = \frac{1}{A_{UC}} \iint_{A_{UC}} B_{ij} dA; \overline{D_{ij}} = \frac{1}{A_{UC}} \iint_{A_{UC}} D_{ij} dA \\ \overline{a_{ij}} &= \frac{1}{A_{UC}} \iint_{A_{UC}} a_{ij} dA; \overline{b_{ij}} = \frac{1}{A_{UC}} \iint_{A_{UC}} b_{ij} dA; \overline{d_{ij}} = \frac{1}{A_{UC}} \iint_{A_{UC}} d_{ij} dA \end{aligned} \quad \text{I-37}$$

où la barre au dessus d'une variable indique la moyenne de cette variable sur l'aire de la cellule unitaire A_{UC} .

La continuité des fibres et la non uniformité des contraintes et déformations dans les zones d'entrelacement ne sont toutefois pas prises en considération dans le modèle « mosaïc ». Pour palier ce problème, le modèle d'ondulation des fibres [45] a été développé. L'ondulation des fibres de chaîne est supposée suivre une loi sinusoïdale prenant la forme suivante :

$$h_1(x) = \frac{h_1}{4} \left[1 - \sin \left(x - \frac{a}{2} \right) \frac{\pi}{a_u} \right] \quad \text{I-38}$$

La cellule élémentaire est alors modélisée par deux plaques unidirectionnelles et une plaque ondulée (Figure I-38).

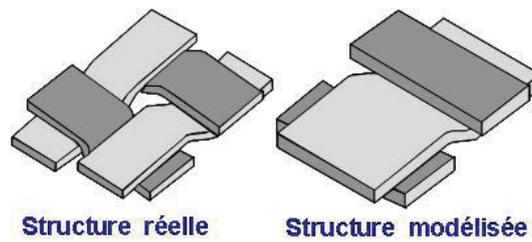


Figure I-38 : Modèle d'ondulation des fibres

Pour la portion ondulée un angle ϑ d'orientation de la fibre est défini en fonction de la coordonnée x à partir de la fonction $h_1(x)$ (Figure I-39).

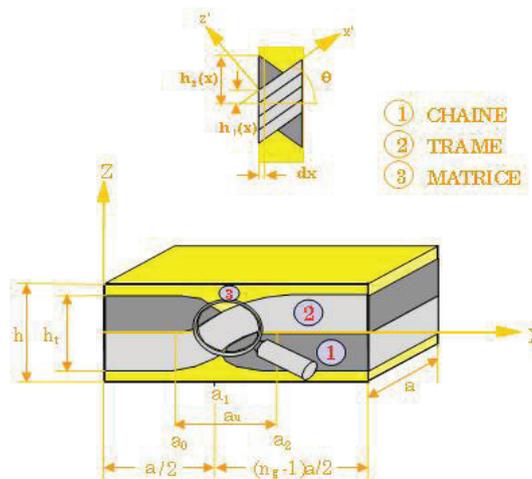


Figure I-39 : Ondulation du fil par rapport à l'axe longitudinale

La théorie classique des plaques stratifiées est alors appliquée sur des tranches infinitésimales de largeur dx . Ishikawa et Chou proposent par ailleurs des constantes élastiques modifiées, dans la région ondulée, en fonction de l'angle d'orientation de la fibre.

$$\begin{aligned}
 E_x^F(\vartheta) &= 1/\left[l_g^4/E_x^F + (1/G_{xz}^F - 2\nu_{yx}^F/E_x^F)l_g^2m_g^2 + m_g^4/E_z^F \right] \\
 \nu_{yx}^F(\vartheta) &= \nu_{zx}^Fl_g^2 + \nu_{yz}^Fm_g^2 \\
 G_{xy}^F(\vartheta) &= G_{xy}^Fl_g^2 + G_{yz}^Fm_g^2 \\
 E_y^F(\vartheta) &= E_y^F = E_z^F
 \end{aligned}
 \tag{I-39}$$

Les matrices de souplesses moyennes peuvent alors être exprimées en intégrant les souplesses le long de l'axe x.

$$\begin{aligned}
 \bar{a}_{ij} &= \left(1 - \frac{2a_u}{n_g a}\right) a_{ij} + \frac{2}{n_g a} \int_{u_0}^{u_2} a_{ij}^u(x) dx \\
 \bar{b}_{ij} &= \left(1 - \frac{2a_u}{n_g a}\right) b_{ij} + \frac{2}{n_g a} \int_{u_0}^{u_2} b_{ij}^u(x) dx \\
 \bar{d}_{ij} &= \left(1 - \frac{2a_u}{n_g a}\right) d_{ij} + \frac{2}{n_g a} \int_{u_0}^{u_2} d_{ij}^u(x) dx
 \end{aligned}
 \tag{I-40}$$

où les termes a_{ij} , b_{ij} et d_{ij} représente les termes de la matrice de souplesse du stratifié deux plis unidirectionnels asymétriques et les termes a_{ij}^u , b_{ij}^u et d_{ij}^u ceux des parties ondulées.

Le modèle d'ondulation des fibres développé par Ishikawa et Chou considère toutefois la continuité et l'ondulation des fibres suivant seulement une seule direction de l'espace (1D). En 1992, Naik et al [62] étendent alors ce modèle en considérant une possible ondulation du fil suivant deux direction de l'espace (2D). Pour cela, la cellule élémentaire est découpée en tranches et ensuite assimilée à des stratifiés composées de 4 plis : Deux plis asymétriques représentant les fibres entre deux plis de matrice pure (Figure I-40).

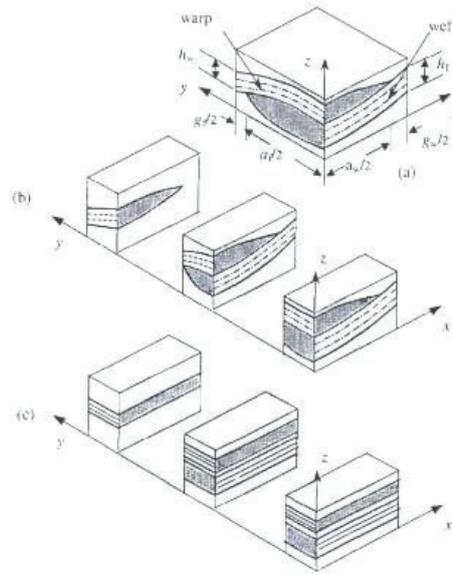


Figure I-40 : Modélisation du composite en tranches

Les propriétés élastiques des tranches sont alors évaluées à partir de la théorie classique des stratifiés en considérant une hauteur de pli et un angle d'orientation des fibres établis à partir des relations suivantes.

$$\begin{aligned}
 z_1(x, y) &= \frac{h_y + h_w + h_m}{2} + \frac{h_f}{2} \cos\left(\frac{\pi y}{a_f + g_f}\right) + \frac{h_w}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{a_{xt}}\right) \\
 z_2(x, y) &= \frac{h_y + h_w + h_m}{2} + \frac{h_f}{2} \cos\left(\frac{\pi y}{a_f + g_f}\right) - \frac{h_w}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{a_{xt}}\right) \\
 z_3(x, y) &= \frac{h_y + h_w + h_m}{2} - \frac{h_f}{2} \cos\left(\frac{\pi y}{a_f + g_f}\right) - \frac{h_w}{2} \cos\left(\frac{\pi x}{a_{xt}}\right)
 \end{aligned}
 \tag{I-41}$$

Où z_1 et z_2 représentent la position respectivement des surfaces supérieures et inférieures des fils de chaînes et z_3 la position de la surface inférieure des fils de trame.

Les constantes élastiques moyennes de la cellule élémentaire sont alors obtenues de manière similaire au modèle d'ondulation des fibres de Ishikawa et Chou en appliquant une condition d'iso-contraintes dans la direction y .

I-1.1.1. Théorie du fil

Une approche alternative à l'analogie du composite avec un matériau stratifié équivalent, consiste à subdiviser chaque fil (et matrice environnante) constituant l'architecture textile en éléments unidirectionnels qui présentent les propriétés données par la loi des mélanges.

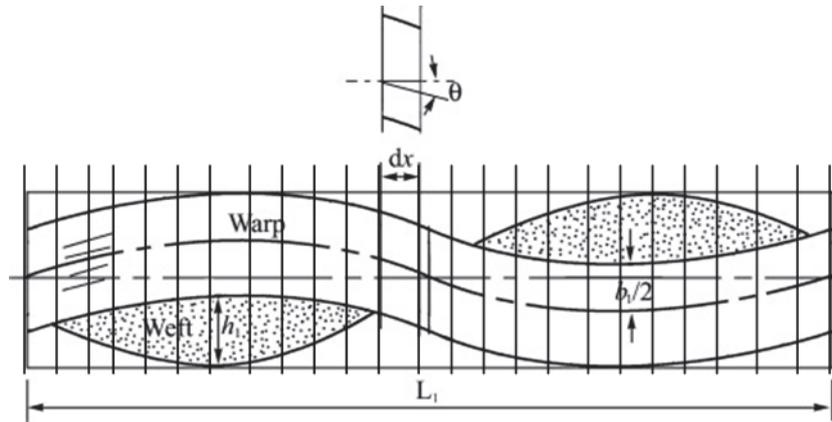


Figure I-41 : Théorie filaire

On exprime alors chaque matrice locale dans le repère du composite grâce aux relations de transformation des tenseurs.

$$[S^i]_G = [T^i]_s^T [S^i] [T^i]_s \quad \text{I-42}$$

$$[C^i]_G = [T^i]_s^T [C^i] [T^i]_s$$

On calcule ensuite les valeurs moyennes des matrices locales exprimées dans le repère du composite selon leur volume pour donner la matrice de rigidité globale de la cellule. Cette démarche a été largement exploitée depuis par le modèle Fabric Geometry Model (FGM) proposé par Ko [53][89].

$$[C^{comp}]_{//,G} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{Fils}} \left(\sum_{j=1}^{N_{Segments}} \ell_j \cdot [C^j]_G \right)_i}{\sum_{i=1}^{N_{Fils}} \left(\sum_{j=1}^{N_{Segments}} \ell_j \right)_i} \quad \text{I-43}$$

$$[S^{comp}]_{série,G} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{Fils}} \left(\sum_{j=1}^{N_{Segments}} \ell_j \cdot [S^j]_G \right)_i}{\sum_{i=1}^{N_{Fils}} \left(\sum_{j=1}^{N_{Segments}} \ell_j \right)_i}$$

Au début des années 80, des modèles s'intéressant à la description mathématique du trajet des fils ont par ailleurs fait leur apparition. Connaissant la fonction décrivant l'ondulation des fils [27] et à partir des relations de changement de base de tenseurs, l'intégration des termes de souplesse tout le long du trajet nous donne la souplesse globale du fil ondulé [81][73][3] en tenant compte de sa courbure.

$$C_{ij} = \frac{L}{\int_0^L S_{ij} dx} \quad \text{I-44}$$

I-8.c. Modèles numériques

I-8.c.i. Modèle "diagonal"

De nombreux travaux ont abordé la discrétisation spatiale de structures composites textiles à partir de maillages relativement lourds et complexes. Fujita et Coll [31] proposent une variante des méthodes éléments finis traditionnels adaptée aux composites tressés tridimensionnels. Dans ce modèle, la structure tressée est discrétisée en unidirectionnels constituant les diagonales d'éléments volumiques (Figure I-42). La résine repérée sur les arêtes de l'élément assure la cohésion des fils entre eux. La résine induit un blocage en rotation de chaque sommet des fils (donc des noeuds). Par une méthode d'éléments finis dérivée du principe des travaux virtuels, l'auteur décrit les champs de déformations et de contraintes de la structure globale et peut ainsi revenir aux caractéristiques de celle-ci. Une démarche identique a été reprise par Lei et Coll [56] afin d'étudier le cas de tresses cartésiennes. Ces approches peuvent se présenter comme une exploitation numérique du modèle d'inclinaison des fibres. Une de leur limitation réside dans le fait que le lien réel de la matrice avec les fils n'est pas pris en compte.

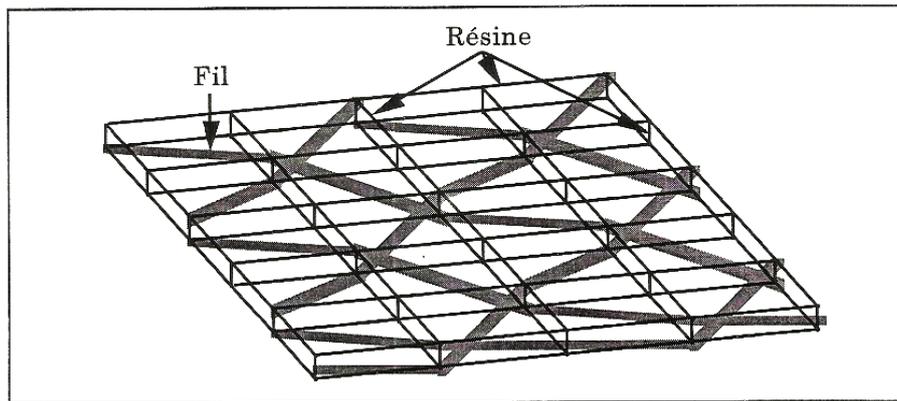


Figure I-42 : Eléments finis selon Fujita

I-1.1.1. Méthode des voxels

Une autre méthode numérique consiste à décomposer le composite à l'échelle 3D en cellules élémentaires, subdivisées en sous cellules considérées homogènes [1],[36]. Les caractéristiques d'une seule cellule sont dépendantes de son architecture interne. Une approche énergétique permet ensuite d'écrire la matrice de rigidité globale du composite.

Cette démarche de décomposition géométrique a été utilisée initialement dans le cas des renforts tissés par Bonnel et al en 1994 [12]. L'armure tissée était considérée comme un réseau d'éléments de fils ou matrice sur lequel des combinaisons de modèles "iso-déformation" et "iso-contrainte" (choisies par analogie avec des réseaux en parallèle ou en série de ressorts) étaient appliqués. Cette démarche a été poursuivie par Bigaud et al [11] en permettant cette fois de considérer plusieurs échelles d'analyse. Les cellules unitaires (échelle macroscopique (a)) du renfort textile sont idéalisées en tant qu'assemblages réguliers de sous-cellules intermédiaires. Chaque sous-cellule est à son tour subdivisée en méso-éléments (échelle mésoscopique (b)) eux-mêmes constitués de micro-éléments (échelle microscopique (c)) dont les propriétés dépendront de celles des constituants (Figure I-43).

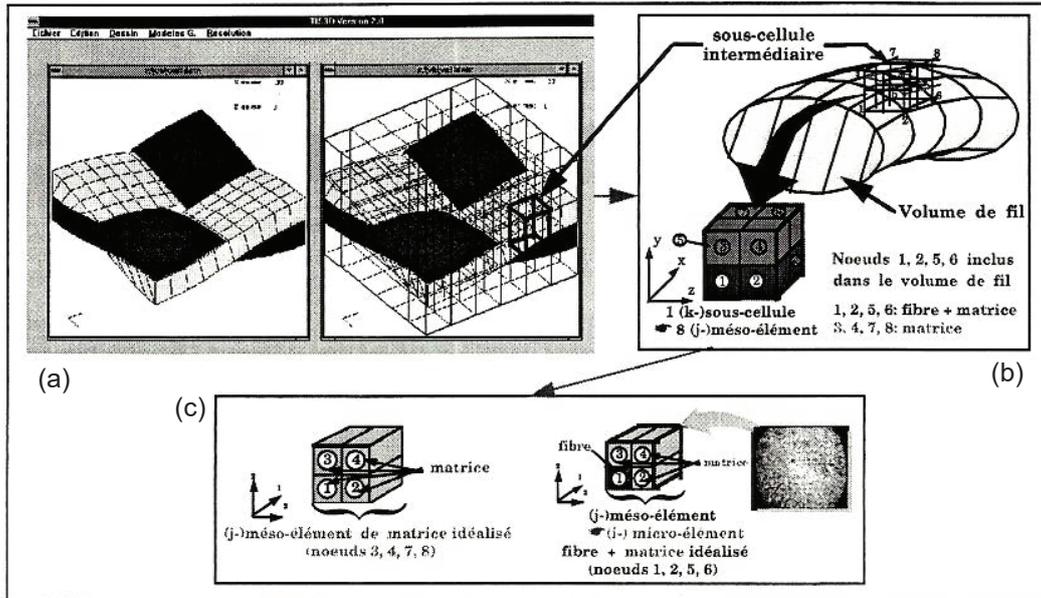


Figure I-43 : Subdivision du composite en cellules élémentaires réalisé par D. Bigaud

Quand une cellule unitaire du composite est soumise à des contraintes (ou déformations) extérieures uniformes, le champ de contrainte induit, est tel que la moyenne des contraintes (des déformations) des sous-cellules est égale à la contrainte (à la déformation) externe appliquée. Les propriétés globales d'une cellule élémentaire sont alors établies à partir des propriétés élastiques des sous cellules en rendant minimum son énergie complémentaire (ou énergie de déformation).

$$dU_{\sigma} = \frac{1}{N_{sub}} \sum_{i=1}^{i=N_{sub}} \left[(\sigma_{pq} S_{mnpq}) \partial \sigma_{mn} \right]_i = 0$$

I-45

I-9. Comportement en rupture des composites à renforts textiles

Outre son comportement élastique linéaire, un matériau composite textile présente un comportement plastique non linéaire du à l'endommagement de sa structure. L'endommagement de la structure implique une « discontinuité » locale de matière correspondant à la fissuration. Il est usuel de parler d'initiation de la rupture et de propagation de la rupture. L'initiation de la rupture peut être considérée comme la création de microfissures à l'échelle microscopique (celle des constituants). La propagation de la rupture est le résultat de la création de nouvelles surfaces de rupture à l'échelle macroscopique, à

partir des microfissures existantes. On note par ailleurs que dans le cas des matériaux composites textiles, l'initiation de la rupture se produit généralement bien avant l'observation d'un changement du comportement macroscopique.

Pour prédire, un éventuel phénomène d'endommagement ou de ruine d'un composite textile nous sommes amenés, de manière similaire à la caractérisation élastique du matériau, à adopter une approche multi-échelles. Une échelle microscopique dans laquelle on pourra introduire l'initiation de la rupture en considérant l'interface fibre-matrice, une échelle méso où on considérera la rupture globale d'un pli, une échelle macro où les endommagements successifs des plis et les mécanismes de délaminage conduisent à la ruine du composites.

I-9.a. Approche à l'échelle microscopique

On peut identifier différents mécanismes d'amorçage de la rupture du composite. Il peut se produire soit par rupture de la fibre lorsque la déformation à rupture de la fibre est plus faible que celle de la matrice $\varepsilon_{rf} < \varepsilon_{rm}$, soit par rupture de la matrice dans le cas contraire. A cela s'ajoute une possible décohésion de la fibre avec la matrice à leur interface (Figure I-44).

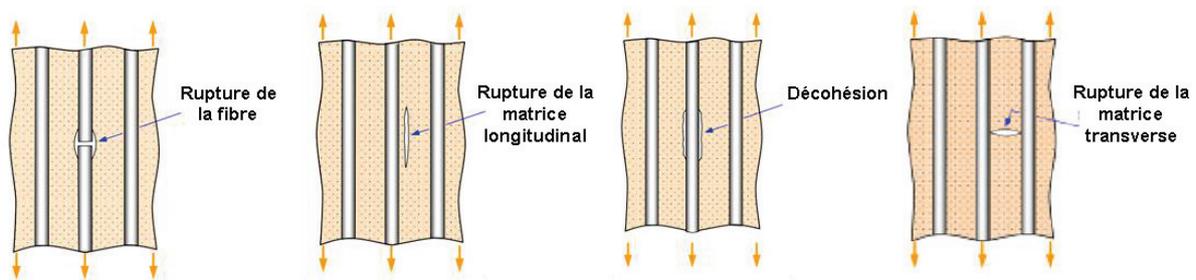


Figure I-44 : Amorçage de la rupture dans le composite [9]

Dans le cas d'un composite unidirectionnel soumis un chargement longitudinal, l'initiation de la rupture se produit généralement soit par rupture des fibres ($\varepsilon_{rf} < \varepsilon_{rm}$), soit par rupture transverse de la matrice $\varepsilon_{rf} > \varepsilon_{rm}$.

Lorsque la déformation à rupture de la fibre est plus faible que celle de la matrice $\varepsilon_{rf} < \varepsilon_{rm}$, l'initiation de la rupture ce produit par rupture des fibres. En supposant l'égalité des

déformations de la fibre et de la matrice, l'initiation de la rupture se produit lorsque la déformation du composite atteint la déformation à rupture des fibres (Figure I-45).

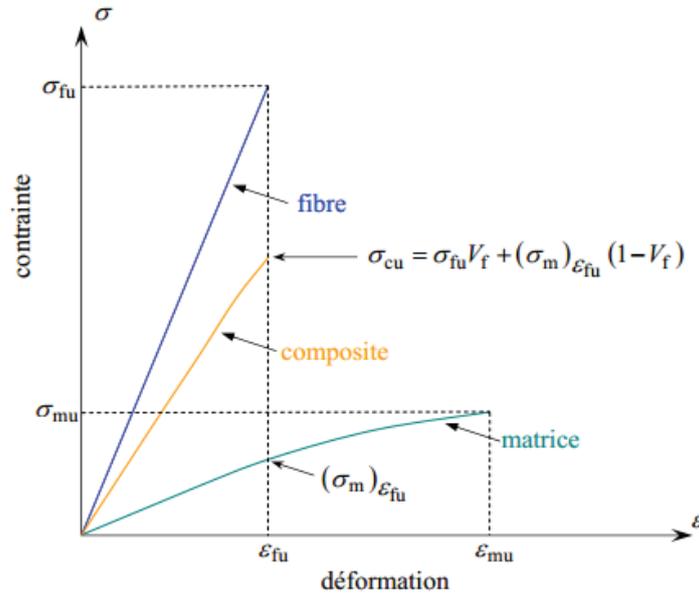


Figure I-45 : Rupture du composite par dépassement de la charge maximal supporté par les fibres [9]

En considérant un taux de fibre du composite noté V_f , cette condition peut être exprimée sous la forme d'une contrainte à la rupture du composite.

$$\sigma_{cu} = \sigma_{fu} V_f + (\sigma_m)_{\varepsilon_{fu}} (1 - V_f) \quad \text{I-46}$$

Où σ_{cu} est la contrainte à la rupture du composite, σ_{fu} la contrainte à la rupture des fibres et $(\sigma_m)_{\varepsilon_{fu}}$ la contrainte dans la matrice pour une déformation égale à la déformation ε_{fu} à la rupture des fibres.

Lorsque la déformation à la rupture de la matrice est inférieure à celle des fibres, l'initiation de la rupture se réalise quand la déformation du composite atteint la déformation à rupture des matrices (Figure I-46).

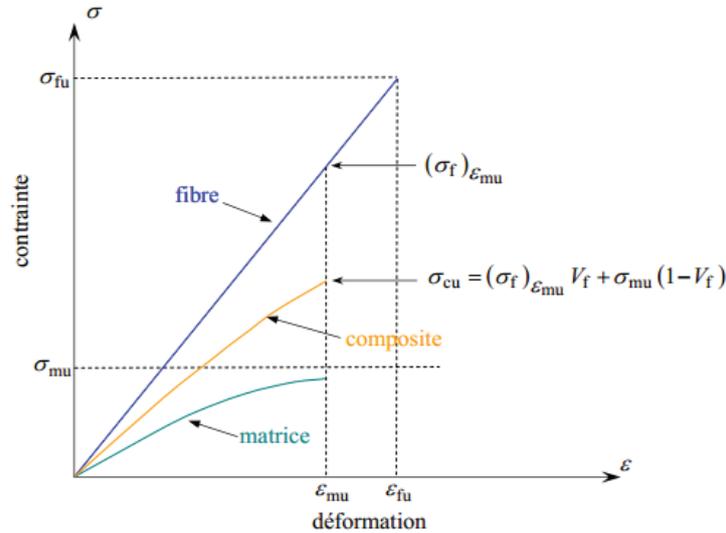


Figure I-46 : Rupture du composite par dépassement de la charge maximal supporté par la matrice [9]

Dans ce cas, la contrainte à la rupture est donnée par l'expression :

$$\sigma_{cu} = (\sigma_f)_{\varepsilon_{fu}} V_f + \sigma_{mu} (1 - V_f)$$

I-47

Où $(\sigma_f)_{\varepsilon_{fu}}$ est la contrainte dans la fibre au moment de la rupture de la matrice.

Dans le cas d'un composite unidirectionnel soumis à une traction transversale, la rupture est générée soit par rupture de la matrice, soit par décohésion de l'interface fibre-matrice. La rupture de la matrice se produit lorsque la contrainte en traction σ_m dans la matrice atteint la contrainte à la rupture σ_{mu} de la matrice (Figure I-46). Ce processus intervient lorsque la contrainte à la rupture de la matrice est inférieure à la contrainte de décohésion σ_d en traction de l'interface fibre-matrice. Dans le cas contraire ($\sigma_{mu} > \sigma_d$), la rupture du composite se produit par rupture de l'interface fibre-matrice.

En étendant cette approche au cas des sollicitations en compression et cisaillement plan dans les axes des fibres, les considérations au niveau microscopique permettent de formuler un critère de contrainte (ou déformation) maximale d'un pli unidirectionnel (Figure I-50).

$$-X_c < \sigma_L < X_t$$

$$-Y_c < \sigma_T < Y_t$$

$$-S < \sigma_{LT} < S$$

I-48

I-9.b. Approche à l'échelle mésoscopique : rupture des plis

Dans le cas de sollicitations hors-axes ou multiaxiales, les fils sont à priori mis à contribution sous sollicitations complexes, pouvant conduire à différents mécanismes d'initiation de la rupture suivant l'orientation de la fibre par rapport à l'axe de chargement. La Figure I-47 présente les différents mécanismes d'initiation de la rupture d'un pli unidirectionnel en fonction de l'orientation de la fibre par rapport à l'axe de chargement.

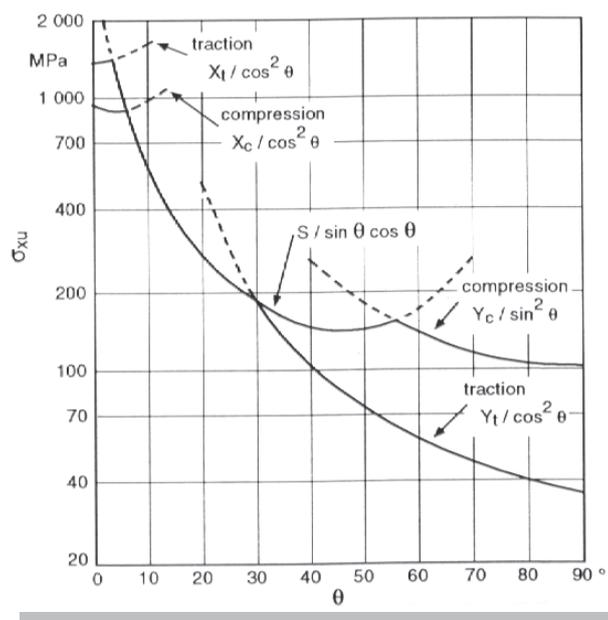


Figure I-47 : Calcul de la contrainte maximal hors des axes principaux [11]

Il faut, dans le cas des sollicitations hors-axes, apporter plus de soin à la détermination de la répartition des contraintes locales. Connaissant l'orientation du pli unidirectionnel par rapport aux axes de chargement, on peut alors exprimer les contraintes suivant les axes des fils par les relations de transformation suivantes.

$$\begin{aligned}
 \sigma_L &= \sigma_{xx} \cos^2(\theta) + \sigma_{yy} \sin^2(\theta) + 2\sigma_{xy} \sin(\theta) \cos(\theta) \\
 \sigma_T &= \sigma_{xx} \sin^2(\theta) + \sigma_{yy} \cos^2(\theta) - 2\sigma_{xy} \sin(\theta) \cos(\theta) \\
 \sigma_L &= (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin(\theta) \cos(\theta) + \sigma_{xy} (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta))
 \end{aligned}
 \tag{I-49}$$

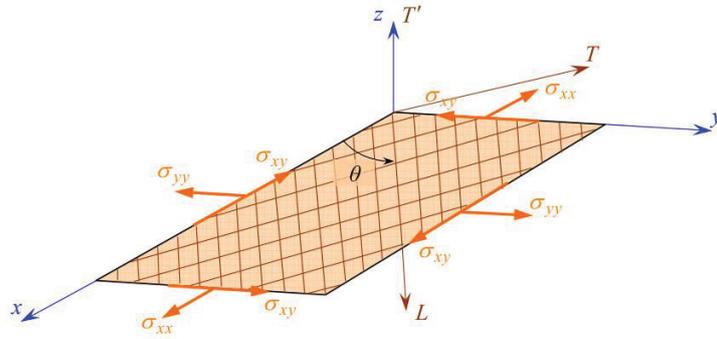


Figure I-48 : Cas sollicitations d'un composite en dehors des axes des fibres [11]

Dans ce cas, le critère en contrainte maximale établi précédemment à l'échelle microscopique s'écrit alors de la manière suivante.

$$\begin{aligned}
 -X_C &< \sigma_{xx} \cos^2(\theta) + \sigma_{yy} \sin^2(\theta) + 2\sigma_{xy} \sin(\theta) \cos(\theta) < X_T \\
 -Y_C &< \sigma_{xx} \sin^2(\theta) + \sigma_{yy} \cos^2(\theta) - 2\sigma_{xy} \sin(\theta) \cos(\theta) < X_T \\
 -S &< (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin(\theta) \cos(\theta) + \sigma_{xy} (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)) < S
 \end{aligned}
 \tag{I-50}$$

Les critères en contraintes maximales et en déformations maximales ne permettent pas de rendre compte de l'ensemble des résultats expérimentaux. Ces critères excluent l'existence d'interactions entre les mécanismes de rupture longitudinale, transversale ou en cisaillement. Afin de palier ce problème, des critères interactifs (ou quadratiques) ont été formulés en étendant aux matériaux orthotropes le critère de Von Mises (plasticité anisotrope).

Un des premiers critères interactifs de rupture appliqué aux matériaux anisotropes en contraintes planes a été introduit par Hill [42]. Ce critère implique que l'état limite de contrainte dans les axes des fibres d'un matériau n'est pas atteint tant que l'inégalité suivante est vérifiée.

$$\left(\frac{\sigma_L}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{Y} \right)^2 - \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \right) \sigma_L \sigma_T + \left(\frac{\sigma_{LT}}{S_{LT}} \right)^2 < 1
 \tag{I-51}$$

Ce critère a par la suite été simplifié par Azzi et Tsai [8] dans le cas de matériaux composites unidirectionnels. Ce critère est généralement connu sous le nom de critère de Tsai-Hill.

$$\left(\frac{\sigma_L}{X_{t/c}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{Y_{t/c}}\right)^2 - \frac{\sigma_L}{X_{t/c}} \frac{\sigma_T}{X_{t/c}} + \left(\frac{\sigma_{LT}}{S_{LT}}\right)^2 < 1 \quad \text{I-52}$$

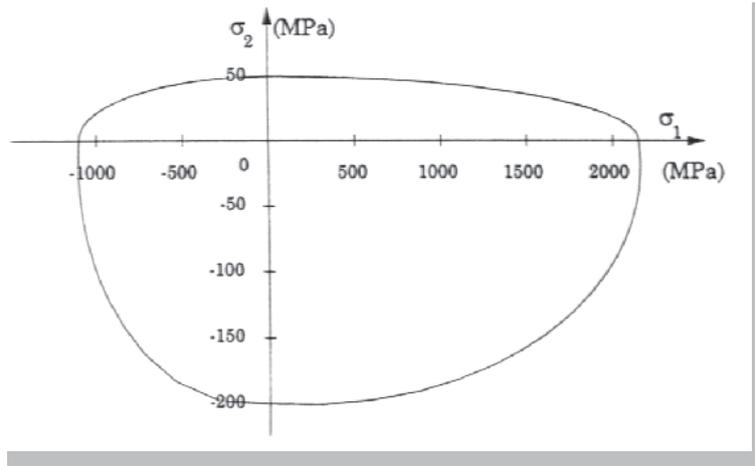


Figure I-49 : Critère de Tsai-Hill

Dans le cas d'une traction ou d'une compression en dehors des axes principaux, les contraintes principales sont données par l'expression suivante.

$$\frac{\cos^4(\vartheta)}{X^2} + \left(\frac{1}{S_{LT}^2} - \frac{1}{X^2}\right) \sin^2(\vartheta) \cos^2(\vartheta) + \frac{\sin^4(\vartheta)}{Y^2} = \frac{1}{\sigma_{xx}^2} \quad \text{I-53}$$

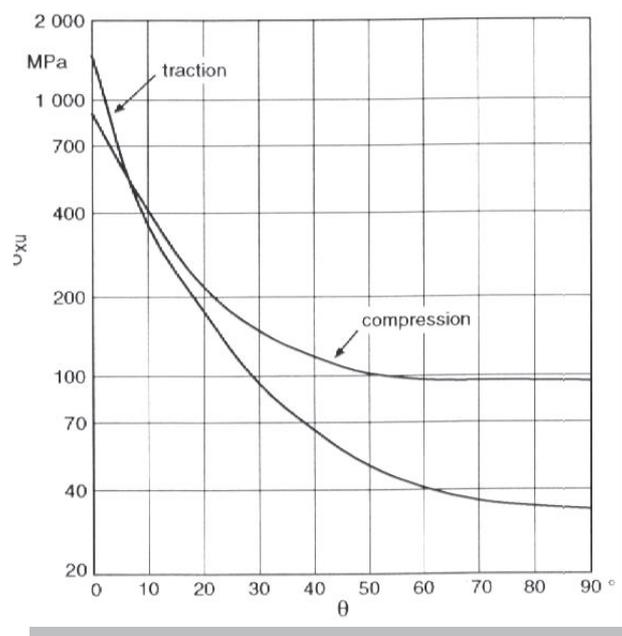


Figure I-50 : Critère de Tsai-Hill dans le cas d'un composite unidirectionnel à fibres de verre

D'autre part, une généralisation du comportement des matériaux en traction et en compression, a été formulée par Hoffman [43]. Ce critère admet que la rupture du matériau se produit lorsque l'égalité suivante est vérifiée.

$$C_1(\sigma_T - \sigma_T')^2 + C_2(\sigma_T' - \sigma_L)^2 + C_3(\sigma_L - \sigma_T)^2 + C_4\sigma_L + C_5\sigma_T + C_6\sigma_T' + C_7\sigma_{TT'}^2 + C_8\sigma_{LT'}^2 + C_9\sigma_{LT}^2 = 1 \quad \text{I-54}$$

I-9.c. Approche à l'échelle macroscopique

Dans le cas d'une structure composite multicouches, le critère de type Tsai-Hill peut être appliqué aux différentes couches. A partir du profil des contraintes au sein du multicouches (Figure I-35), il est alors possible d'établir le domaine de fiabilité (comportement élastique du matériau) de chacune des couches d'un matériau stratifié. Le stratifié devant respecter ce critère pour chacune des couches qui le compose, on peut ainsi établir le domaine de fiabilité du stratifié comme étant la superposition du critère de Tsai-Hill défini sur chacune de ces couches (Figure I-51).

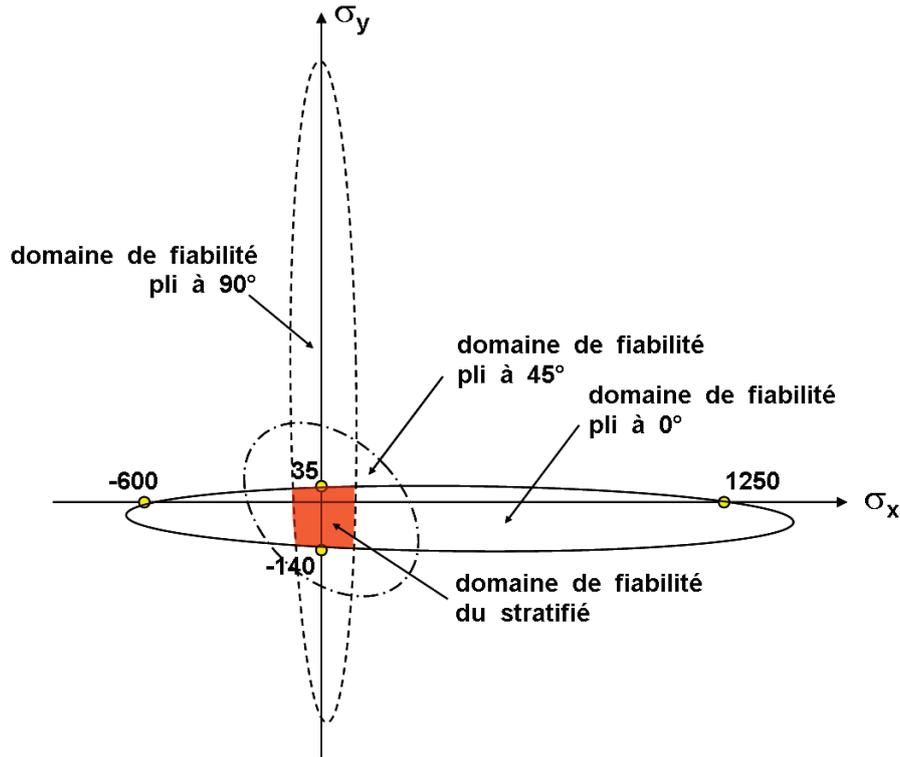


Figure I-51 : Domaine de fiabilité du stratifié

Lorsque les contraintes appliquées au stratifié sortent de ce domaine de fiabilité, il y a une microfissuration qui se forme au niveau d'un des différents plis. L'initiation de la rupture se produit généralement bien avant l'observation d'un changement du comportement macroscopique.

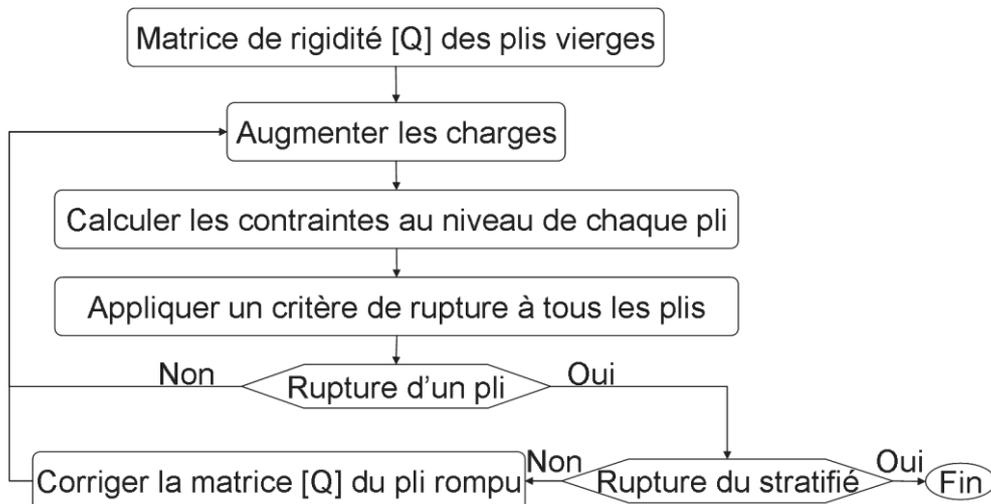


Figure I-52 : Procédure de caractérisation de l'endommagement d'un stratifié

L'endommagement d'une des couches implique toutefois une chute de rigidité locale qui conduit à une modification du comportement mécanique du pli endommagé et une modification du profil de contraintes dans le stratifié. On met alors en place une procédure (Figure I-52) de caractérisation de la propagation de la rupture (ou endommagement) par la modification successive des propriétés matériaux et des contraintes dans le stratifié.

I-10. Conclusion à la partie bibliographique et introduction à la recherche

Le bilan bibliographique, en relation avec l'objectif industriel consistant à réaliser des réservoirs composites pour stocker du gaz, nous a conduits à retenir une technologie de fabrication de type RTM sur des préformes tressées. Pour répondre à des exigences de coût et de performances mécaniques, les composants de base du composite sont : le verre E et une matrice époxyde.

Les principaux verrous scientifiques et techniques portent sur la caractérisation des composites et plus particulièrement sur la prévision de leurs rigidités élastiques qui est directement dépendante de la réponse mécanique des armures textiles et plus particulièrement des textiles techniques tressés. Le bilan bibliographique a clairement montré qu'il existe très peu de travaux scientifiques visant à établir un lien entre les différentes étapes de transformation textiles (paramètres machines) et la prévision de la structuration géométrique des fibres et mèches pour construire des modèles prévisionnels de calcul des rigidités élastiques ou du comportement à rupture.

En conséquence, l'objectif de notre recherche visera dans un premier temps à bien analyser et modéliser les différentes séquences de dépose des fibres lors de l'opération de tressage. En fonction des différentes géométries « structurelles » imposées par les mandrins, nous chercherons à identifier et à modéliser les volumes élémentaires représentatifs des armures textiles tressées. Pour prendre en considération les propriétés d'anisotropie à l'échelle du matériau et de la structure tressée, nous développerons plus particulièrement des essais mécaniques correspondant à des conditions de chargement complexes ou combinées et nous chercherons à développer et valider des principes de modélisation prenant en considération des évolutions des formulations analytiques spécifiques aux composites et des approches numériques de type multi-échelles.

Chapitre II. Du procédé de tressage à la structuration géométrique de l'armure textile

II-1. Introduction

Dans le cas de composites textiles, on peut coupler les propriétés mécaniques du matériau à l'architecture de l'armure textile [86] [60]. La mise en relation de la structure géométrique de l'armure textile aux paramètres de tressage permet alors de définir une configuration de tressage optimum, pour que la structure réponde au mieux aux sollicitations. Cet objectif est primordial car il correspond à un des principaux intérêts de l'utilisation de matériaux composites à la place de solutions traditionnelles. Dans le cas des textiles tressés, plusieurs paramètres sont utilisés pour caractériser l'orientation des fils du renfort. Nous nous intéresserons dans le cadre de notre étude uniquement à un paramètre, appelé angle de tressage, qui permet de décrire l'orientation des fils dans le plan de la préforme.

Le procédé de tressage a fait l'objet de différentes modélisations considérant tout d'abord un mandrin de forme cylindrique pour conduire au fur et à mesure à la prise en considération de mandrin de forme plus complexe. Ces différentes études débouchent sur deux principaux types de modélisation :

- une modélisation « analytique » qui s'appuie sur une description géométrique du procédé de tressage et débouche sur des expressions analytiques décrivant la structuration de l'armure textile,
- une modélisation « numérique » basée sur la simulation du procédé de tressage conduisant à une structuration théorique de l'armure textile sur le mandrin.

Dans le but de réaliser un contrôle prédictif ou une optimisation de la production de préforme tressée, nous développerons une modélisation analytique du procédé de tressage qui s'appuie sur une description particulière de la surface du mandrin faisant intervenir les rayons de courbure et les angles directeurs des petits éléments de surfaces. Cette description particulière du mandrin ouvre la voie à une description géométrique du procédé de tressage dont la trajectoire du fil sur le mandrin est assimilée à un arc paramètre. Nous adopterons par la suite, une approche vectorielle du procédé de tressage qui nous permettra d'établir trois principales équations régissant le procédé de tressage. Ces relations nous permettront d'établir l'expression analytique de l'angle de tressage, et de considérer les principaux phénomènes intervenant lors de l'opération de tressage.

Nous présenterons dans un premier temps la modélisation du procédé de tressage que nous avons développée et la mise en équation de l'angle de tressage en fonction des principaux paramètres de tressage. Nous examinerons ensuite l'influence des principaux phénomènes intervenant lors du tressage sur la structuration de l'armure textile. Nous concluons cette étude en établissant une méthode de contrôle de la production de préforme tressée pour obtenir une armure textile proche de celle désirée.

II-2. Le tressage circulaire

II-2.a. Procédé de tressage et paramètres de tressage

II-2.a.i. Procédé de tressage

Le bâti d'une machine à tresser circulaire « classique » est principalement composé d'un plateau de tressage (Figure II-3), sur lequel sont placées des roues à ouches positionnées en cercles, ou couronnes, autour d'un axe perpendiculaire au plateau de tressage que l'on appelle axe de tressage. Les bobines de fils sont chargées sur des fuseaux qui, actionnés par les roues à ouches en rotation, circulent sur le plateau de tressage. Chaque roue à ouches comporte 4 encoches, où sont positionnées les bases des fuseaux. La rotation des roues à ouches entraîne la mise en mouvement des fuseaux qui passent de roue en roue à l'aide d'un système d'aiguillage. Le mandrin sur lequel est réalisé le tressage est habituellement positionné de manière coaxiale à l'axe de tressage. Un mouvement, généralement de translation suivant l'axe de tressage, lui est donné pour réaliser le tressage sur l'intégralité de sa surface. Les fils sortant des fuseaux convergent en un point, appelé point de tressage, situé sur l'axe de tressage, en coupant la surface du mandrin définissant ainsi le front de tressage. Usuellement, la zone délimitée par le plan de sortie des fuseaux et le front de tressage, est appelée la zone de convergence. Il est possible d'introduire un anneau de tressage dans zone de convergence pour modifier l'angle que forment les fils avec la surface du mandrin. On appelle cet angle, l'angle d'attaque des fils sur le mandrin. La Figure II-1 présente les différents éléments d'une machine à tresser circulaire 2D.

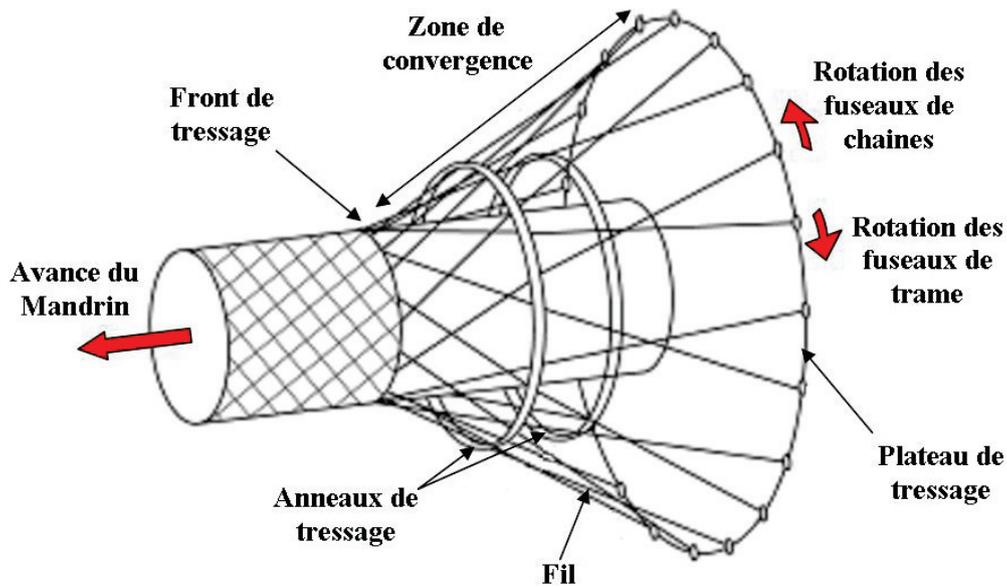


Figure II-1: Eléments de la machine à tisser

Les fuseaux de trame et de chaîne présentent des sens de rotation opposés autour de l'axe de tissage, ce qui permet l'entrelacement des fils sur le mandrin représenté sur la Figure II-2.

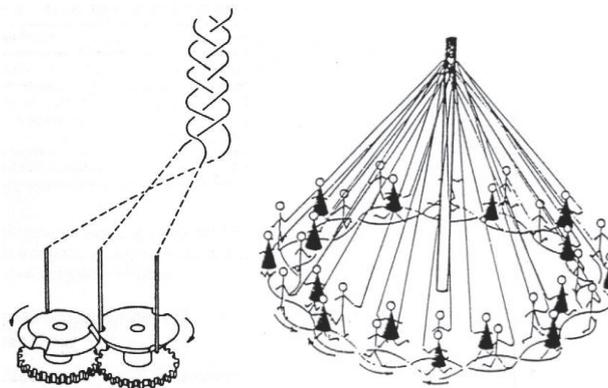


Figure II-2 : Entrelacement des fils

Il existe deux principaux types de tissage circulaire, le tissage circulaire 2D et le tissage circulaire 3D interlock (Figure II-3). La différence essentielle entre ces deux procédés de tissage est une trajectoire différente des fuseaux sur le plateau de tissage, qui conduit à une séquence d'entrelacement des fils bidirectionnel dans le cas du tissage 2D, et tri-directionnel dans le cas du tissage 3D interlock.

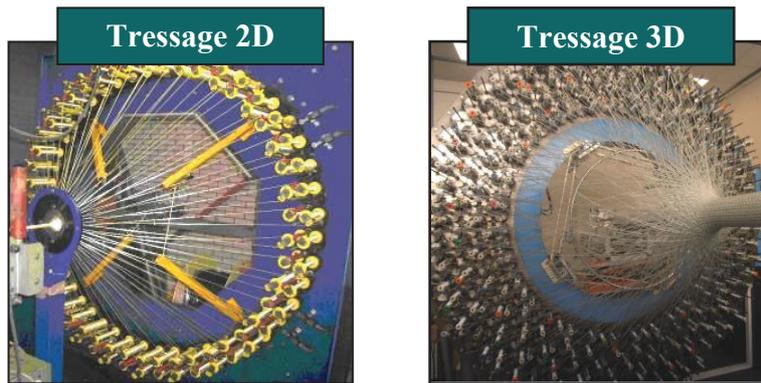


Figure II-3 : Machine à tresser circulaire

II-2.a.ii. Trajectoire des fuseaux sur le plateau de tressage

a. *Tressage bidirectionnel*

Dans le cas du tressage 2D, le plateau de tressage est composé d'un seul niveau de couronnes sur lequel circulent les fuseaux. Les fuseaux passent de roue en roue afin de parcourir l'intégralité de la couronne dans des sens de circulation horaire ou anti-horaire. On parle alors de fils de chaîne et de fils de trame suivant le sens de rotation des fuseaux sur la couronne. Les fils de chaîne et de trame s'entrelacent sur le mandrin de manière à réaliser une tresse à une couche dont les fils sont principalement orientés suivant deux directions de l'espace.

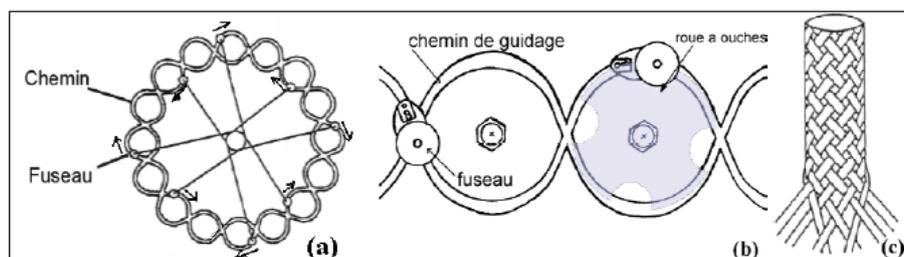


Figure II-4 : Circuit de circulation des fuseaux pour un tressage circulaire 2D

b. *Tressage tri-directionnel*

Le plateau de tressage de la machine à tresser 3D interlock est formé de 16 plaques formant un anneau coaxial à l'axe de tressage. Cet anneau comporte 5 niveaux de couronnes, chacune composée de 64 roues à ouches. Il est possible à l'aide du système d'aiguillage de faire passer

un fuseau d'une couronne à l'autre permettant ainsi aux fuseaux de parcourir l'intégralité du plateau de tressage.

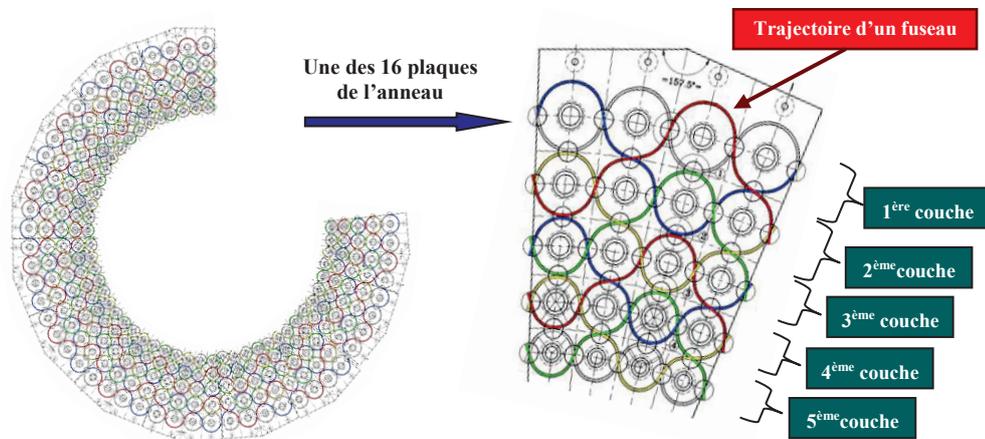


Figure II-5 : Plateau de tressage 3D

Dans le cas particulier du tressage 3D interlock, les fuseaux circulent sur deux niveaux de couronnes créant ainsi une interconnexion entre les couches. Des fuseaux positionnés sur les couronnes externes et internes du plateau de tressage circulent sur un niveau de couronne, ce qui a pour conséquence de fermer le circuit de circulation des fuseaux sur le plateau de tressage. Le produit final ainsi réalisé dans le cas du tressage circulaire 3D interlock est une tresse à 5 couches deux à deux interconnectées. On note par ailleurs que le procédé de tressage 3D permet l'introduction de fils unidirectionnel, introduits au centre des roues à ouches et tirés par le mandrin en translation.

II-2.a.iii. Paramètres de tressage

En supposant une trajectoire rectiligne des fils dans la zone de convergence, les fils suivent le déplacement des fuseaux sur le plateau de tressage. Le déplacement des fuseaux est supposé être un mouvement de rotation autour de l'axe de tressage, parcourant la circonférence du plateau de tressage à une vitesse moyenne de rotation: Ω . La vitesse de rotation moyenne peut être liée au nombre de roues à ouches N et à la leur vitesse de rotation $\dot{\omega}$ par l'expression $\Omega = \frac{\dot{\omega}}{2N}$. Le rayon du cercle décrit par le mouvement des fuseaux est noté R_g . On

spécifie que, dans le cas de l'introduction d'un anneau de tressage, la trajectoire du fil est définie de façon similaire en substituant l'anneau de tressage au plateau de tressage.

Le mouvement du mandrin affecte directement la structuration de la tresse, son mouvement est généralement composé d'une unique translation de vitesse V le long de l'axe de tressage.

Le mouvement de translation rectiligne suivant l'axe de tressage, n'est pas adapté à des cas de tressage spécifique aux mandrins de forme complexe. En effet, pour ne pas introduire d'excentricité lors du tressage, le centre géométrique de la section du mandrin au niveau du front de tressage est généralement placé au niveau de l'axe de tressage. Ceci implique que, pour des géométries de mandrin n'ayant pas un axe géométrique rectiligne, le mouvement imposé au mandrin doit être complexe. Il est possible d'imposer un mouvement complexe au mandrin grâce à un bras pneumatique tri-axe.

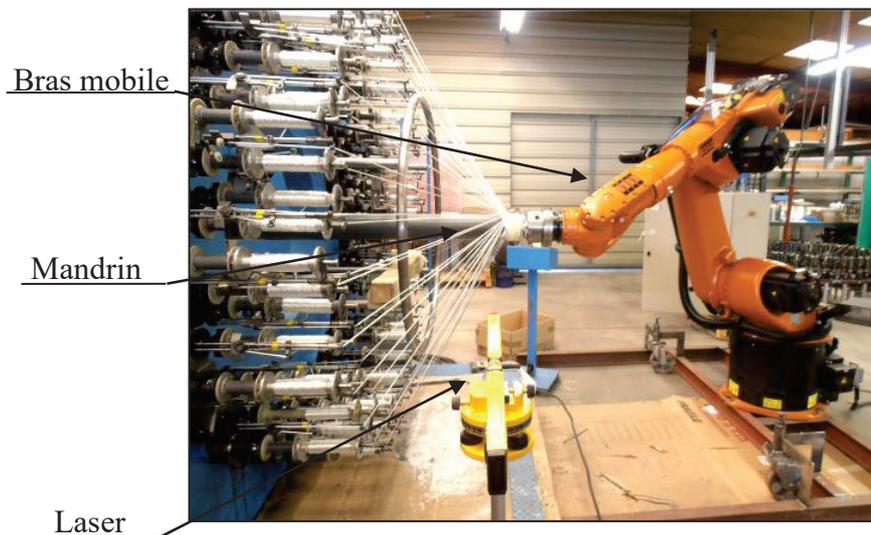


Figure II-6 : Contrôle du tressage par bras pneumatique

Le bras pneumatique tri-axe permet (voir Figure II-6) d'imposer au mandrin un mouvement composé de translations et de rotations suivant les trois directions de l'espace. On notera le tenseur des déplacements du mandrin pris au point d'intersection O entre le front de tressage et l'axe de tressage sous la forme suivante :

$$M_O = \begin{pmatrix} V_x^O & \phi_x^O \\ V_y^O & \phi_y^O \\ V_z^O & \phi_z^O \end{pmatrix} \quad \text{II-1}$$

Avec V_x^O, V_y^O, V_z^O les vitesses de translation du mandrin respectivement suivant les axes $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ et $\phi_x^O, \phi_y^O, \phi_z^O$ les vitesses de rotation du mandrin respectivement suivant les axes $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$.

On cherche à conserver l'axe longitudinal comme unique axe de tressage pour conserver une certaine symétrie de tressage. Une dissymétrie de tressage pourrait conduire à des limitations dues notamment à la détente des fils lors du tressage. On note que la rotation du mandrin conduit aussi à une dissymétrie du procédé mais qui sera en partie gommée par l'inertie du procédé de tressage. En supposant une continuité de l'axe géométrique du mandrin, ceci revient à proscrire les mouvements de translation du mandrin parallèles au plateau de tressage, au niveau du front de tressage. Le mandrin est alors incliné pour faire correspondre l'orientation de son axe géométrique avec l'axe longitudinal au niveau du front de tressage. Le tenseur des déplacements du mandrin au point O peut alors être noté :

$$M_O = \begin{pmatrix} 0 & \phi_x^O \\ 0 & \phi_y^O \\ V & \phi_z^O \end{pmatrix} \quad \text{II-2}$$

Les différents phénomènes intervenant lors du tressage introduisent de nombreux paramètres secondaires qui seront détaillés lors de l'étude des ces phénomènes.

La géométrie du mandrin peut aussi être considérée comme un paramètre du procédé de tressage. Dans cette étude, nous sommes amenés à considérer la géométrie du mandrin de manière particulière, inhérente à la modélisation que nous avons adoptée. La description géométrique du mandrin sera détaillée dans la partie modélisation.

II-2.b. Composite tressé et paramètres de préforme

II-2.b.i. Préformes tressées

Le tressage est une manière d'assembler par entrelacement des fils ou faisceaux de fils. On peut répertorier deux ensembles de fils qui constituent la tresse, les fils de chaînes et les fils de trames qui correspondent aux fuseaux de chaîne et de trame qui circulent en sens opposé

sur le plateau de tressage. Dans le cas du tressage, tout comme dans celui du tissage, l'entrelacement des fils est réalisé par un passage successif des fils de trame au dessus et au dessous des fils de chaîne. La Figure II-7 présente la structure générale d'une tresse circulaire.

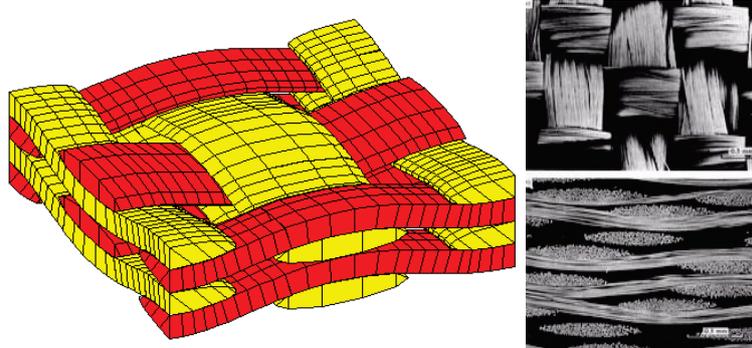


Figure II-7 : Structure de la tresse

Différentes séquences d'entrelacement des fils peuvent être utilisées permettant la réalisation de différents types d'étoffe. On compte trois principaux types d'étoffe : le taffetas, le sergé et le satin. La Figure II-8 présente les différents types de préformes classiquement réalisés par un procédé de tressage circulaire 2D.

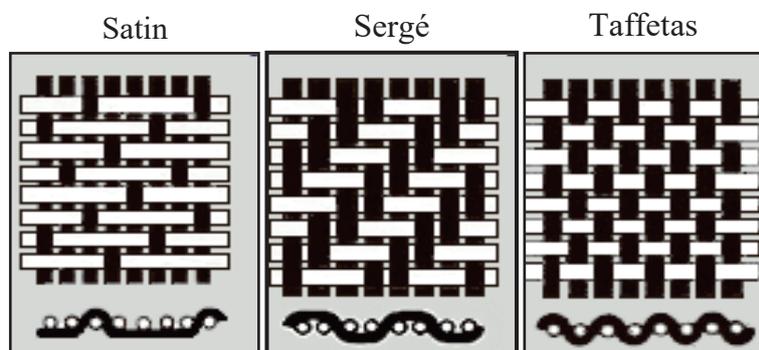


Figure II-8 : Types de préformes

II-2.b.ii. Paramètres de préforme

La description géométrique d'une étoffe au niveau mésoscopique consiste en la détermination de l'orientation des fils qui la constituent. Dans le cas d'une tresse bidirectionnelle, trois paramètres sont habituellement utilisés afin de décrire l'orientation des fils qui la constituent. Le premier paramètre, appelé angle de tressage et noté α , caractérise l'orientation des fils

dans le plan de l'étoffe (Figure II-9). L'angle de tressage est l'angle formé par le fil et l'axe de tressage projeté sur la surface du mandrin \vec{e}'_z .

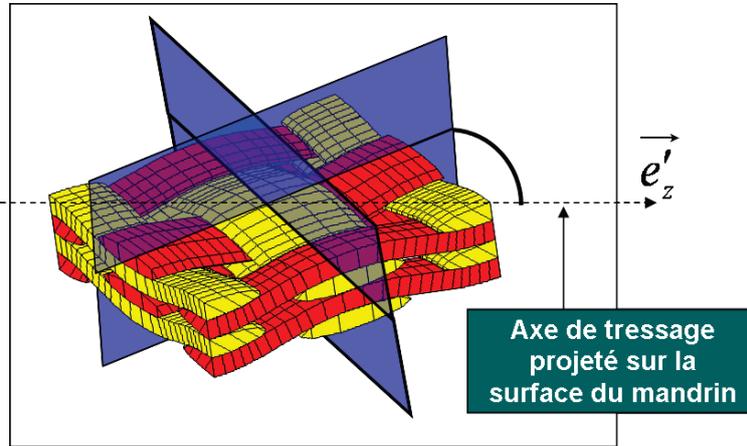


Figure II-9 : Angle de tressage

Le second paramètre, appelé embuvage et noté EF , caractérise l'ondulation des fils dans l'épaisseur de la tresse due à leurs entrelacements lors de l'opération de tressage (Figure II-10). L'embuvage correspond à la longueur initiale du fil avant tressage ; L_{No} , diminué de la longueur de l'étoffe obtenue, l_o . L'embuvage s'exprime en pourcentage rapporté à la longueur initiale par l'expression II-3:

$$EF = \frac{L_{No} - l_o}{L_{No}}$$

II-3

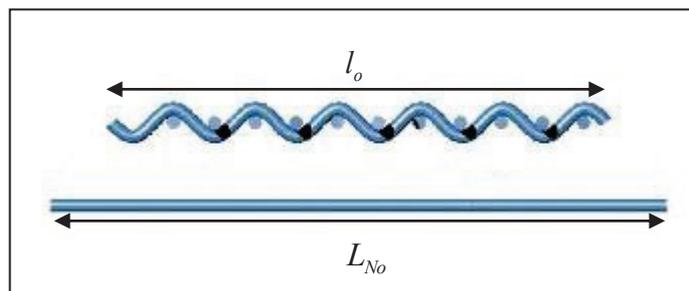


Figure II-10 : Embuvage

Enfin un dernier paramètre, appelé recouvrement et noté CF , est utilisé pour traduire le pourcentage de surface occupée par les fils par rapport à la surface du mandrin (Figure II-11). Le recouvrement est notamment un bon indicateur de la perméabilité de la préforme.

$$CF = 1 - \frac{S_y}{S_m}$$

II-4

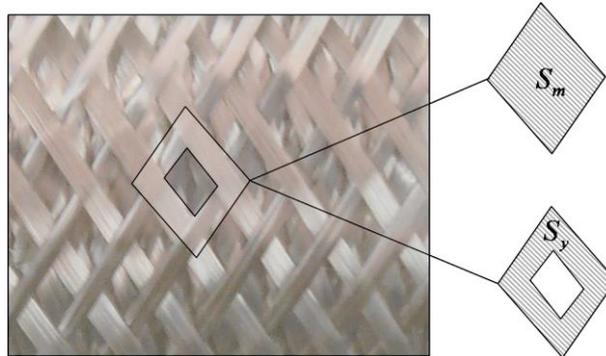


Figure II-11 : Recouvrement d'une maille sur le mandrin

II-2.c. Phénomènes physiques intervenant lors de l'opération de tressage

Lors de l'opération de tressage, nous pouvons identifier différents phénomènes venant perturber le positionnement des fils (Figure II-12):

- a. Premièrement, le frottement entre fils dans la zone de convergence modifie la trajectoire des fils dans cette zone et fait varier la structuration des fils sur le mandrin
- b. Deuxièmement, la variation des paramètres de tressage se traduit par des régimes transitoires qui modifient la position du front de tressage. Ces variations de la position du front de tressage induisent un mouvement relatif des fils par rapport au mandrin qui influence la structuration des fils sur le mandrin
- c. Finalement, sous l'action de la tension, les fils peuvent se détacher ou glisser sur le mandrin ce qui conduit à une modification de la structure de la tresse.

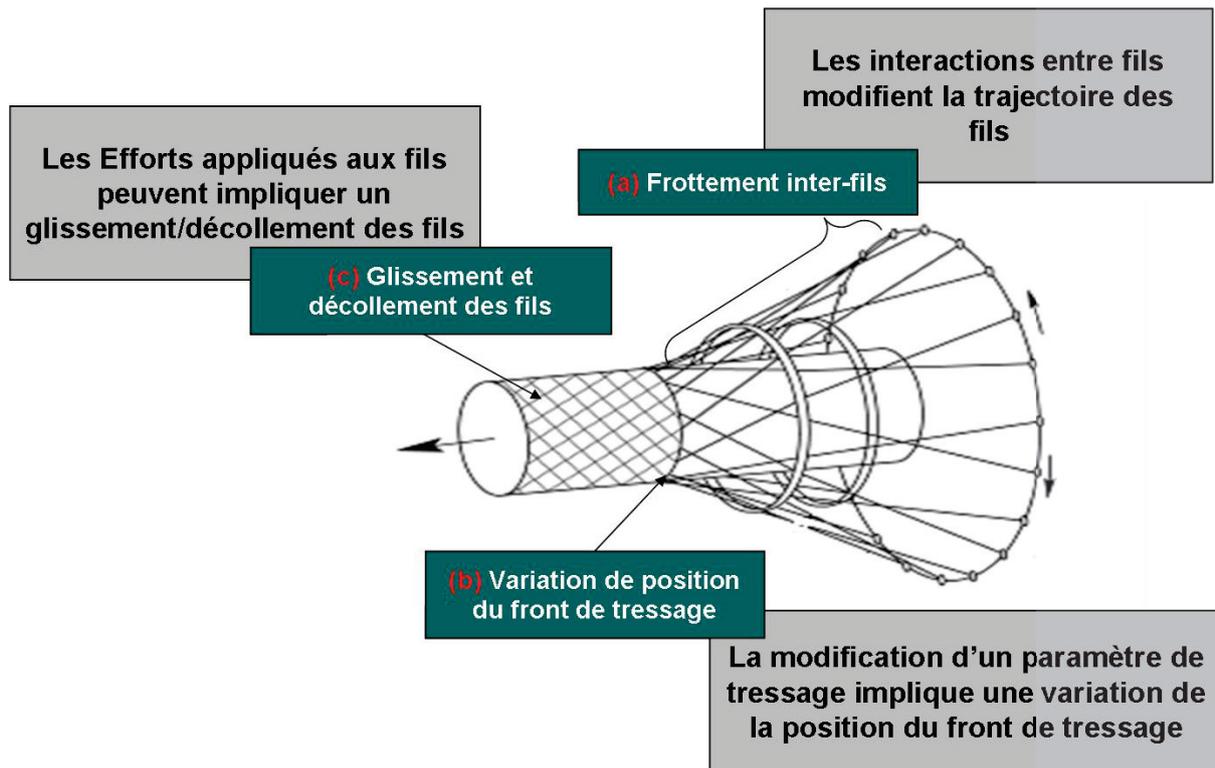


Figure II-12 : Mécanismes intervenant lors du tressage

L'utilisation de fibres de verre non retordues pose un problème supplémentaire. En effet l'utilisation de cette fibre crée un fort taux de rupture des filaments. La rupture des filaments se traduit par la formation des nœuds au niveau de la bobine, qui bloquent sa rotation et peuvent entraîner la rupture du fil par une augmentation de la tension. La rupture d'un fil est très préjudiciable car elle implique une forte chute de la productivité, induite par le remplacement de la bobine.

La rupture des filaments peut impliquer des interconnexions entre fils dans la zone de convergence et conduire à la formation d'anomalies dans le positionnement des fils sur le mandrin.

II-2.c.i. Variation de position du front de tressage

Lorsque les paramètres 'machine' sont maintenus suffisamment longtemps, un équilibre se forme entre la vitesse d'avance du mandrin par rapport au front de tressage et la vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin. Tant que cet équilibre existe, le procédé de tressage est dit en régime établi. Un régime établi se traduit physiquement par une invariance de la position du front de tressage.

Lorsqu'un des paramètres 'machine' est modifié, cet équilibre est rompu et seule une nouvelle valeur de l'angle de tressage permet de rétablir l'équilibre entre la vitesse d'avance du mandrin et la vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin. L'écart entre la valeur de l'angle de tressage actuel et l'angle de tressage permettant un retour au régime établi va impliquer une variation de position du front de tressage. La variation de la position de front de tressage permet de rétablir un équilibre entre la vitesse d'avance du mandrin par rapport au front de tressage et la vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin. Tant que cette variation existe, le procédé de tressage est dit en régime transitoire. Le système tend à retourner à son état d'équilibre caractéristique au régime établi. Si les paramètres 'machine' sont maintenus suffisamment longtemps l'angle de tressage varie progressivement de sa valeur actuelle vers la valeur dictée par l'équilibre propre au régime établi. De la même manière, la vitesse d'avance du front de tressage tend vers une valeur nulle.

II-2.c.ii. Frottement inter fils dans la zone de convergence

Lors des opérations de tressage on observe qu'il y a des interactions inter fils dans la zone de convergence. Ces interactions se traduisent par des efforts de friction qui conduisent à une modification de la trajectoire des fils dans cette zone. En effet, un fil sort d'un fuseau avec une certaine vitesse initiale. Soumis à un effort de friction, cette vitesse tend à diminuer du point de sortie du fuseau au point de tressage. L'hypothèse d'une trajectoire rectiligne des fils dans la zone de convergence n'est pas adaptée à la description exacte du procédé de tressage avec frottement inter fil. On préférera alors considérer une trajectoire curviligne des fils dans la zone de convergence pour prendre en considération le frottement inter fil dans la modélisation du procédé de tressage.

II-2.c.iii. Glissement et décollement des fils

Une variation de l'angle de tressage du fil sur le mandrin provoque sur un élément de fil un effort tangent à la surface en contact qui peut conduire au glissement du fil sur le mandrin. De la même manière, l'enroulement du fil sur le mandrin provoque un effort normal à la surface en contact qui implique un effort de friction du fil sur le mandrin qui s'oppose au glissement du fil. L'équilibre sur un élément de fil entre l'effort tangent à la surface et l'effort de friction

du fil sur le mandrin permet alors d'établir une condition de glissement du fil. Pour des géométries de mandrin particulières, il est possible que l'effort normal à la surface soit dirigé vers l'extérieur du mandrin, ce qui implique alors un décollement du fil de la surface du mandrin.

II-3. Modélisation du procédé de tressage

Le procédé de tressage a fait l'objet de différentes modélisations visant à caractériser la structuration de l'armure textile en fonction des conditions de tressage utilisées. Ces études introduisent trois principales hypothèses: (i) un trajet rectiligne des fils dans la zone de convergence, ce qui revient à négliger le frottement des fils pendant leurs entrelacements, (ii) une adhérence parfaite du fil sur le mandrin, ce qui revient à négliger le glissement des fils sur le mandrin, et (iii) une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage, en négligeant leur mouvement sinusoïdal autour d'un cercle moyen. Ces différentes hypothèses ont par la suite fait l'objet d'études particulières afin d'en caractériser l'influence. Ainsi, Akkermann [4], propose une condition de glissement des fils sur le mandrin considérant un frottement solide-solide entre ces deux corps, alors que Zhang [95], [94] traite la friction entre fils dans la zone de convergence, en tenant compte d'une trajectoire de fil modifiée.

A l'origine de ces études, on peut citer celle réalisée par Ko [54] en 1987, qui, sous les hypothèses citées précédemment propose une expression analytique de l'angle de tressage sur un mandrin de forme cylindrique en régime établi. Du [25] étudie ensuite le cas du tressage en régime transitoire, ce qui lui permet de proposer une relation analytique de l'angle de tressage sur un mandrin de forme axi-symétrique. En 1990 Michaeli [61] propose une approche vectorielle du procédé de tressage prenant en considération des variations d'orientation de la surface du mandrin dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage. Il utilise alors ce modèle pour déterminer l'influence de l'excentricité d'un mandrin cylindrique sur l'angle de tressage. Par la suite, Kessels [51] développe une méthode basée sur la simulation numérique du procédé de tressage pour prédire de la trajectoire des fils sur la surface d'un mandrin de forme complexe.

II-3.a. Modèle de Ko : Tressage sur mandrin cylindrique en régime établi

Ce modèle s'appuie sur trois principales hypothèses : un trajet rectiligne des fils dans la zone de convergence, une adhérence parfaite du fil sur le mandrin, et une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage. Sous ces hypothèses, Ko [54] s'appuie sur une description géométrique du procédé de tressage faisant intervenir dans la trajectoire du fil une composante due à la vitesse d'avance du mandrin V et une composante due à l'enroulement du fil sur le mandrin $R\Omega$. Il définit alors une expression simple de l'angle, similaire à un pas de vis, dans le cas du tressage sur mandrin de forme cylindrique pour des paramètres de tressage constants :

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{R\Omega}{V}\right) \quad \text{II-5}$$

Avec R le rayon du mandrin, Ω la vitesse de rotation des bobines autour de l'axe de tressage et V la vitesse d'avance du mandrin.

II-3.b. Modèle de Du : Prise en considération des régimes transitoires

La variation des paramètres de tressage en cours de réalisation de la préforme induit un déséquilibre entre la vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin et la vitesse d'avance du mandrin. Ce déséquilibre se traduit par une variation de position du front de tressage. Dans son étude, Du discrétise la surface d'un mandrin axi-symétrique en tronc de cône élémentaire. En partant de l'hypothèse que l'angle de tressage α doit être égal à l'angle d'inclinaison formé entre le fil et le tronc de cône, il développe une nouvelle expression de l'angle de tressage par une projection affine sur le plateau de tressage du fil le long du tronc de cône.

$$\tan(\alpha) = \frac{R_g}{h(t)} \cos(\gamma_z) \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_g} + \frac{h(t)}{R_g} \tan \gamma_z\right)^2} \quad \text{II-6}$$

Avec : R le rayon du mandrin

R_g le rayon du cercle que forme la trajectoire des bobines sur le plateau de tressage

h la position du front de tressage

γ_z l'angle d'orientation du tronc de cône

Durant un incrément de temps dt , l'angle de tressage correspond à la proportion de fil déposé suivant l'axe de tressage par rapport à la proportion de fil enroulé sur le mandrin.

$$\tan(\alpha) = R \cos \gamma_z \frac{\Omega}{z(t)} \quad \text{II-7}$$

Avec : z la position du point de dépose du fil

En dérivant puis en combinant les expressions II-6 et II-7, on obtient une relation donnant la vitesse d'avance du front de tressage en fonction des principaux paramètres de tressage à l'instant t .

$$\frac{dh(t)}{dt} + \frac{R(t)\Omega(t)h(t)}{R_g \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R_g} + \frac{h(t)}{R_g} \tan \gamma_z \right)^2}} = V(t) \quad \text{II-8}$$

En connaissant la position initiale, $t=0$, du front de tressage, l'angle de tressage peut être déterminé par la relation II-6. En incrémentant le temps, une nouvelle position du front de tressage est obtenue à partir de l'expression II-8, donnant ainsi une nouvelle valeur à l'angle de tressage. On peut ainsi, définir l'angle de tressage sur l'intégralité de la surface d'un mandrin axisymétrique.

II-3.c. Modèle de Michaeli : tressage sur mandrin cylindrique excentré

Michaeli développe une modélisation du procédé de tressage basée sur une approche vectorielle. Dans cette approche vectorielle Michaeli définit le point de contact du fil sur le

mandrin par un vecteur, \vec{b} , reliant le centre du plateau de tressage au point de contact, le plan tangent à la surface au point de contact par deux vecteurs, \vec{n}_T et \vec{n}_A , représentant respectivement l'axe normal et tangent au contact. Le fil est défini comme étant un vecteur \vec{f} reliant le point de contact aux fuseaux (Figure II-13).

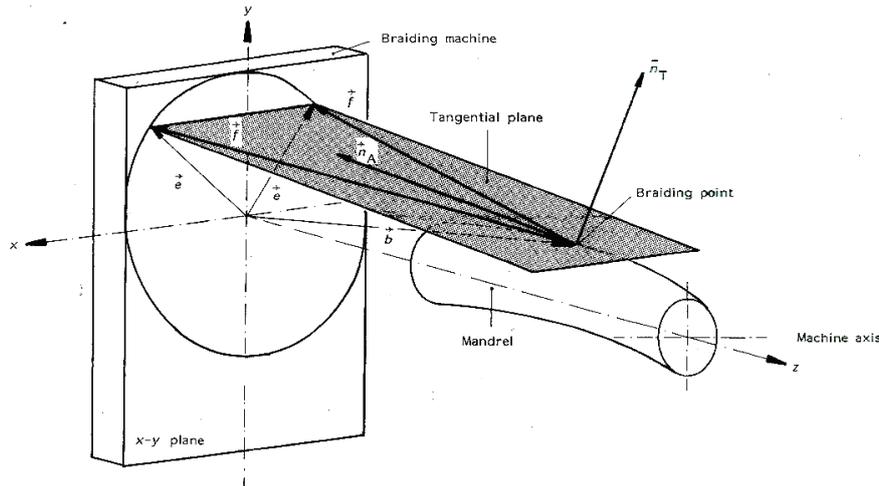


Figure II-13 : Modélisation vectorielle du procédé de tressage réalisée par Michaeli

Avec l'hypothèse que le fil se dépose de manière tangente à la surface du mandrin, le vecteur \vec{f} appartient alors au plan tangent.

$$\vec{f} \cdot \vec{n}_T = 0$$

II-9

L'angle de tressage est alors défini comme étant l'angle formé entre l'axe tangent \vec{n}_A et le vecteur \vec{f} , ce qui nous permet d'écrire une nouvelle expression de l'angle de tressage.

$$\vec{f} \cdot \vec{n}_A = |\vec{f}| \cos(\alpha)$$

II-10

Michaeli observe alors l'influence de l'excentricité d'un mandrin de forme cylindrique sur l'angle de tressage obtenu. Il développe alors une méthode de contrôle du procédé de tressage en approchant la géométrie d'un mandrin de forme complexe par une succession de sections circulaires excentrées, dont le rayon est le rayon moyen.

II-3.d. Modèle de Kessels : Tressage sur mandrin de forme complexe

Les composites tressés ont pour avantage de permettre la réalisation en une étape d'une géométrie de révolution. Cet avantage prend toute son importance dans le cas de géométries complexes, difficilement réalisables par des méthodes traditionnelles. Ainsi Kessels propose une méthode basée sur la simulation du procédé de tressage par ordinateur et permet ainsi de définir la trajectoire que suivent les fils à la surface d'un mandrin de forme complexe.

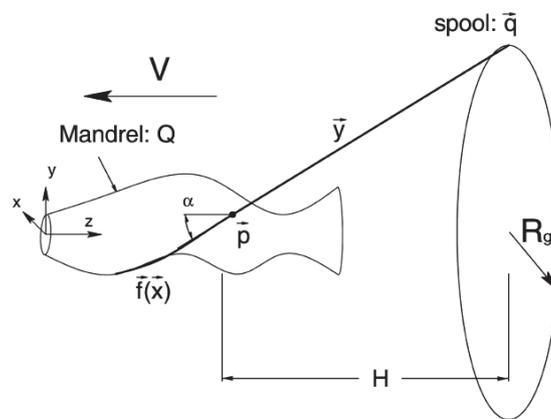


Figure II-14 : Simulation du procédé de tressage réalisée par Kessels

Dans cette simulation, plusieurs éléments sont définis numériquement. Les vecteurs \vec{q} et \vec{p} représentent respectivement les positions du fuseau et du point de contact du fil avec le mandrin, ces points sont amenés à varier au cours du temps. Le vecteur \vec{y} représente la trajectoire du fil dans la zone de convergence : il est défini comme étant le vecteur reliant les points \vec{q} et \vec{p} . La surface du mandrin Q , quant à elle, est définie comme une fonction en chaque point \vec{x} de la surface.

$$Q(\vec{x}) = 0$$

II-11

Le point de contact évolue dans le temps sur la trajectoire du fil sur le mandrin \vec{f} selon la relation suivante :

$$\vec{f}(\vec{p}(t)) = 0 \quad \text{II-12}$$

Le principe de modélisation repose sur trois équations fondamentales : Premièrement, la variation de position du point de contact doit correspondre à la direction du fil dans la zone de convergence, ce qui revient à écrire :

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \lambda (\vec{p} - \vec{q}) \quad \text{II-13}$$

Deuxièmement, le point de contact appartient à la surface du mandrin et vérifie donc la fonction Q en un point de la surface :

$$Q(\vec{p}) = 0 \quad \text{II-14}$$

Finalement, au point de contact, le mouvement relatif du fil par rapport au mandrin est nul, ceci peut être exprimé par la relation suivante :

$$(\vec{p} - \vec{q}) \Delta Q(\vec{p}) = 0 \quad \text{II-15}$$

La plupart des mandrins de forme complexe font intervenir des variations de géométrie suivant l'axe du mandrin, z , peu importantes. Les équations précédentes peuvent donc être écrites sous la forme suivante pour un n^{eme} incrément :

$$Q \begin{pmatrix} p_{n+1}^x \\ p_{n+1}^y \\ p_n^z \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\begin{pmatrix} p_{n+1}^x \\ p_{n+1}^y \\ p_n^z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} q_{n+1}^x \\ q_{n+1}^y \\ q_n^z \end{pmatrix} \right) \Delta Q \begin{pmatrix} p_{n+1}^x \\ p_{n+1}^y \\ p_n^z \end{pmatrix} = 0 \quad \text{II-16}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{P}_n \square \lambda (\vec{p}_n - \vec{q}_n)$$

En utilisant l'estimation de p_{n+1}^x et p_{n+1}^y , on peut avoir une estimation de la nouvelle coordonnée z , p_{n+1}^z . En utilisant cette nouvelle approximation de coordonnées suivant x et y , cette itération est poursuivie jusqu'à ce que la différence de deux approximations successives soit inférieure à une valeur seuil :

$$\left| p_{n+1}^{(i)} - p_{n+1}^{(i-1)} \right| < \varepsilon \quad \text{II-17}$$

II-3.e. Modèle de Akkerman : Prise en considération du glissement des fils

Akkerman [4] développe parallèlement à l'étude de Kessels [51] un modèle permettant de caractériser le glissement du fil sur le mandrin. Le modèle de Kessels débouche sur un ensemble de point p définissant la trajectoire du fil sur le mandrin. On considère ici un segment de fil dans le plan, (ns), ou s est la coordonnée dans la longueur du fil et n coordonnée normale à la surface sur laquelle le fil est déposé. La tension de fil est notée F .

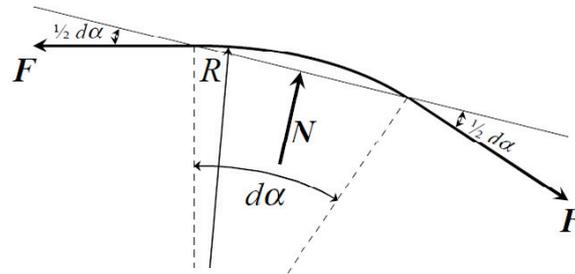


Figure II-15 : Segment de fil dans le plan ns

L'effort normal à la surface par unité de longueur N' est donné par la formule de Laplace :

$$N' = \frac{F}{R} = Fk_n \quad \text{II-18}$$

Le même raisonnement peut être utilisé dans le plan, ts , ou t est normal à s et n . Dans ce cas, l'effort tangent à la surface par unité de longueur S' prend la forme :

$$S' = Fk_t$$

II-19

La loi de Coulomb permet alors d'écrire une condition de glissement en un point du fil, en notant μ le coefficient de frottement du fil sur la surface du mandrin. Cette condition s'écrit :

$$k_t \leq \mu k_n$$

II-20

En considérant maintenant une trajectoire de fil discrétisée en un ensemble de points, similaire aux résultats obtenus par le modèle de Kessels, sur laquelle on isole un segment constitué de trois points X_0 , X_1 et X_3 .

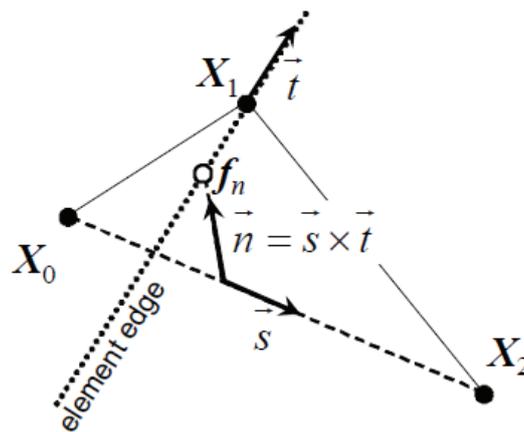


Figure II-16 : Considération géométrique sur trois points de la trajectoire du fil

La condition de glissement peut être étudiée sur le point milieu X_1 et sa position modifiée si cette condition n'est pas vérifiée. On agit de même sur la trajectoire complète du fil et on réitère ce procédé jusqu'à une invariance de la trajectoire du fil.

II-3.f. Modèle de Zhang : Prise en considération du frottement inter fil

Lorsque le nombre de fils utilisé dans la réalisation de préformes tressées est important, le frottement inter fil dans la zone de convergence, qui se traduit par une modification de la

trajectoire du fil dans cette zone, peut avoir une forte incidence sur la structuration des fils sur le mandrin.

Pour caractériser l'influence de ce phénomène, Zhang [95] met en place une procédure numérique qui considère la trajectoire d'un fil modifiée par chacune des intersections qu'il subit dans la zone de convergence. Pour cela, on vérifie une condition d'équilibre statique en chaque intersection de fil. Cette procédure numérique aboutit sur l'influence du frottement inter-fil sur l'angle de tressage en fonction de la tension de fil utilisé. Zhang donne l'exemple d'un tressage circulaire 2D composé de 64 fuseaux, d'un fil en verre de diamètre de 0.25 mm pour un angle de tressage souhaité de 90° (Figure II-17).

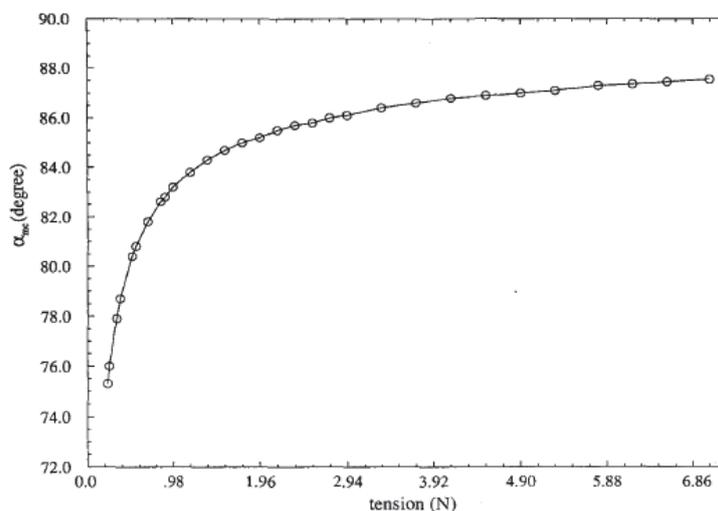


Figure II-17 : Relation entre l'angle de tressage et la tension des fils

Il est ainsi possible, connaissant la tension de fil au cours du tressage, de déterminer à l'aide du modèle statique de Zhang l'influence du frottement inter fils dans la zone de convergence sur la structuration du renfort.

II-4. Modélisation analytique du procédé tressage

Les précédentes expressions analytiques du procédé de tressage s'attachent à caractériser la structuration de la tresse dans des cas de tressage spécifiques. Nous cherchons dans cette partie à étendre cette approche à un cas de tressage plus général pouvant faire intervenir des mandrins de formes quelconques. Pour cela nous nous inspirerons des deux modèles

analytiques précédemment développés par Du [25] et Michaeli [61]. L'étude de Du permet d'introduire la modélisation du tressage sur un mandrin de forme axisymétrique par la mise en équation de la variation de position du front de tressage, en fonction des géométries du mandrin. L'approche de Michaeli, utilise une approche vectorielle du procédé de tressage pour mettre en évidence l'influence sur la structuration de l'armure textile, en fonction des variations de géométrie du mandrin suivant la section perpendiculaire à l'axe de tressage. L'approche Michaeli considère à une discrétisation de la section du mandrin par une section circulaire dont le rayon est le rayon de courbure moyen du périmètre de la section. Pour modéliser le tressage sur un mandrin de forme complexe nous développons une approche originale qui s'appuie sur ces deux précédents principes.

La modélisation du procédé de tressage s'appuie sur une description de la surface du mandrin faisant intervenir les rayons de courbure et les angles directeurs de petits éléments de surface. La trajectoire du fil sur cet élément de surface est définie comme un arc paramétré auquel est associé un repère de Frenet. On développe alors une approche vectorielle du procédé de tressage permettant de décrire dans le temps, l'évolution du point de contact du fil sur le mandrin. Enfin, en projetant l'expression vectorielle ainsi obtenue sur les axes du repère de Frenet, on aboutit à trois relations fondamentales régissant le procédé de tressage.

Nous commençons par présenter la description géométrique du mandrin et du procédé de tressage que nous avons choisi d'adopter. Nous détaillons ensuite la modélisation vectorielle utilisée pour aboutir aux trois équations fondamentales régissant le procédé de tressage.

II-4.a. Description géométrique du mandrin

On suppose que le mandrin est de forme quelconque, pouvant présenter des variations de géométrie suivant l'axe longitudinal et ortho-radial. La surface du mandrin est repérée dans un système d'axes $(\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_z)$ attaché au plateau de tressage et formé de l'axe longitudinal \vec{e}_z , et des axes ; radial \vec{e}_r et ortho radial \vec{e}_ϑ du point de surface considéré. On discrétise la surface du mandrin en petits éléments de surface repérés par une coordonnée longitudinale z et ortho-radiale ϑ . Pour un élément de surface on définit une coordonnée radiale R (ou rayon), ainsi que des rayons de courbure locaux suivant les axes ; longitudinal et ortho radial (ρ_z, ρ_ϑ) .

L'orientation de l'élément de surface est défini par les angles formés par l'axe normal \vec{e}_n et l'axe radial \vec{e}_r projeté dans les directions longitudinales et ortho-radiales (γ_z, γ_θ).

L'angle d'orientation suivant la direction longitudinale est positif lorsqu'il est orienté dans le sens positif de l'axe de tressage et l'angle d'orientation suivant la direction ortho radiale est positif lorsqu'il est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.

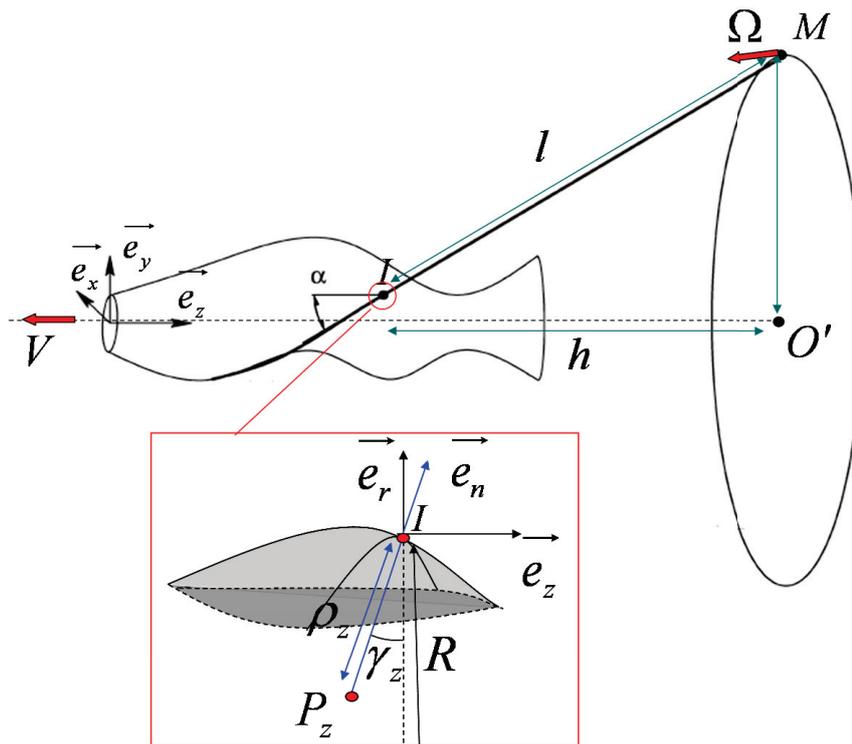


Figure II-18 : Description géométrique du mandrin

II-4.b. Description géométrique du procédé de tressage

En prenant l'hypothèse d'une adhésion parfaite du fil sur le mandrin, la trajectoire du fil est donnée par l'évolution du point d'intersection $I(t)$ entre la trajectoire du fil dans la zone de convergence et la surface du mandrin. Pour déterminer l'évolution du point d'intersection au cours du tressage, on définit la trajectoire du fil sur le mandrin comme étant un arc paramétré associé à un repère de Frenet local $(\vec{e}_n, \vec{e}_t, \vec{e}_k)$. Un autre repère $(\vec{e}_R, \vec{e}_\Omega, \vec{e}_z)$ est défini pour décrire le mouvement du fuseau sur le plateau de tressage. Le fil est supposé avoir une trajectoire entre ces deux repères, ce qui revient à négliger le phénomène de frottement inter

fil dans la zone de convergence. En supposant que le fil se dépose tangentiellement à la surface du mandrin, l'axe tangent \vec{e}_t du repère de Freinet est défini par la trajectoire du fil dans la zone de convergence. La Figure II-19 présente le schéma général du procédé de tressage.

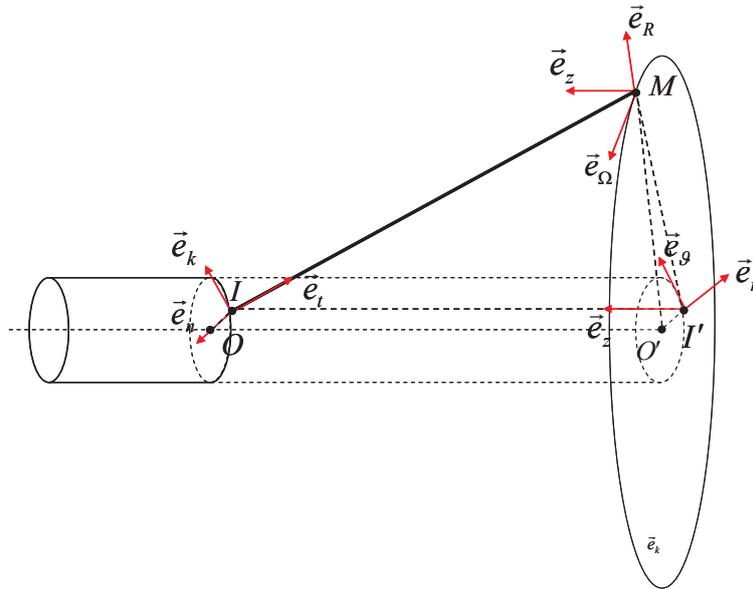


Figure II-19 : Modélisation du procédé de tressage

On définit sur ce schéma les points $O(t)$ et $O''(t)$, comme les points d'intersection entre l'axe de tressage et respectivement le front de tressage et le plateau de tressage. De manière générale, on place au niveau de l'axe de tressage, le centre géométrique, $O''(t)$, de la section du mandrin. On supposera donc les points $O(t)$ et $O''(t)$ identiques. Le point $I'(t)$ est la projection affine le long de l'axe \vec{e}'_z du point d'intersection $I(t)$ sur le plateau de tressage.

Le point $M(t)$ représente le point de sortie du fuseau. La Figure II-20 présente la section du procédé de tressage le long du fil.

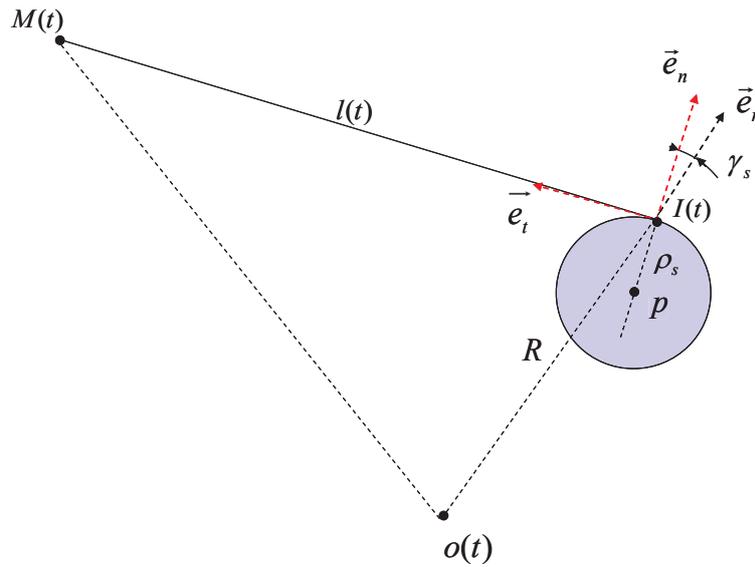


Figure II-20 : Projection le long de l'axe tangent

On définit le rayon de courbure ρ_s , de l'arc paramétré au point d'intersection $I(t)$, en fonction du rayon de courbure longitudinal et ortho-radial de l'élément de surface du mandrin et l'angle de tressage en utilisant le théorème d'Euler :

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{\cos^2(\alpha)}{\rho_z} + \frac{\sin^2(\alpha)}{\rho_g} \quad \text{II-21}$$

$$\Rightarrow \rho_s = \frac{\rho_z \rho_g}{\rho_z \sin^2(\alpha) + \rho_g \cos^2(\alpha)}$$

Ce rayon de courbure introduit un centre de courbure P autour duquel le fil s'enroule sur le mandrin. La distance $l(t)$ représente la longueur de fil entre le point d'intersection $I(t)$ et le point de sortie du fuseau $M(t)$.

II-4.c. Modélisation vectorielle du procédé de tressage

Le problème ainsi posé, nous pouvons maintenant exprimer la position du point de sortie du fuseau $\overrightarrow{O'M}$ via le point d'intersection $I(t)$.

$$\overrightarrow{O'M}(t) = \overrightarrow{O'O}(t) + \overrightarrow{O'O''}(t) + \overrightarrow{O''M}(t) \quad \text{II-22}$$

Avec:
$$\begin{aligned} \overline{O''M}(t) &= \overline{O''P} + \overline{PI}(t) + \overline{IM}(t) \\ \overline{O''M}(t) &= \overline{O''P} - \rho_s \overline{e}_n + l(t) \overline{e}_t \end{aligned}$$

Au point d'intersection $I(t)$, le centre de courbure P est un centre instantané de rotation du fil. Nous pouvons par conséquent considérer une rotation du repère de Frenet autour de son axe transversal \overline{e}_k dont la vitesse de rotation est notée $\dot{\phi}(t)$. Nous pouvons aussi considérer une possible variation de l'angle de tressage qui se traduira par une rotation du repère de Frenet autour de son axe normal \overline{e}_n avec une vitesse de rotation notée $\dot{\alpha}$. En dérivant la précédente expression II-22, on obtient une nouvelle relation liant le procédé de tressage aux vitesses de dépose du fil sur la surface du mandrin.

$$\Omega R_g \overline{e}_\Omega = V \overline{e}_z + (\dot{l}(t) - \rho_s \dot{\phi}) \overline{e}_t + l(t) \dot{\phi} \overline{e}_n + l(t) (\dot{\alpha}) \overline{e}_k \quad \text{II-23}$$

Cette expression fait intervenir des termes exprimés dans le repère de Frenet et des termes exprimés dans le repère attaché au fuseau. Pour une exploitation finale, on choisit d'exprimer les axes du repère attaché au fuseau dans le repère de Frenet. La Figure II-21 présente la projection du procédé de tressage sur le plateau de tressage.

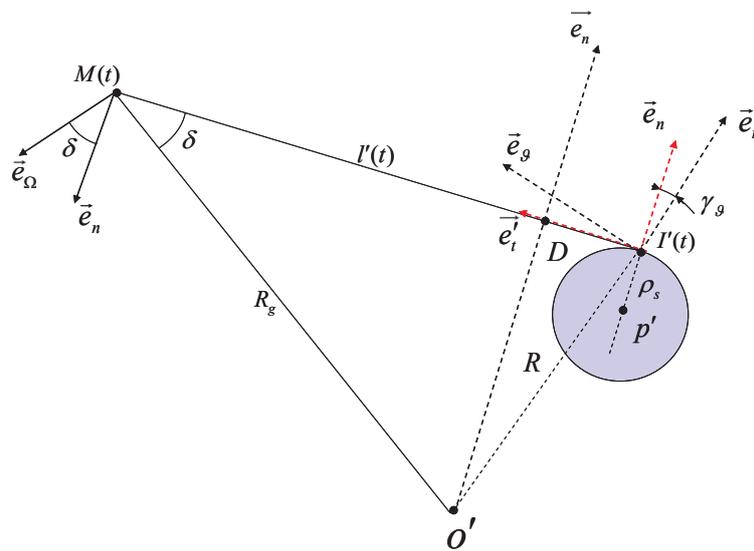


Figure II-21 : Projection sur le plateau de tressage

Sur cette figure on définit le point P' , la distance $l'(t)$ et l'axe \vec{e}'_t comme la projection affine le long de l'axe \vec{e}'_z sur le plateau de tressage respectivement du point P , la distance $l(t)$ et l'axe tangent \vec{e}'_t . L'angle δ , formé entre les axes \vec{e}'_t et \vec{e}'_R , et la distance $l'(t)$ sont facilement obtenus en isolant le triangle rectangle $O'MD$.

$$\cos(\delta) = \frac{\sqrt{R_g^2 - (R + h \tan \gamma_z)^2 \cos^2 \gamma_g}}{R_g} \quad \text{II-24}$$

$$l'(t) = R_g \cos(\delta) \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g) \quad \text{II-25}$$

Nous pouvons maintenant exprimer les axes du repère attaché au fuseau, dans le repère de Frenet, par les expressions suivantes :

$$\vec{e}_z = \cos \gamma_z \vec{e}'_z + \sin \gamma_z \vec{e}_n \quad \text{II-26}$$

$$\text{Avec: } \vec{e}'_z = \cos(\alpha) \vec{e}_t + \sin(\alpha) \vec{e}_k$$

$$\vec{e}_\Omega = \cos \delta \vec{e}_n + \sin \delta \vec{e}'_t \quad \text{II-27}$$

$$\text{Avec: } \vec{e}'_t = \cos(\alpha) \vec{e}_k + \sin(\alpha) \vec{e}_t$$

En substituant l'expression des axes globaux \vec{e}_z et \vec{e}_Ω exprimée dans le repère local de Frenet dans l'expression générale II-23, puis en projetant sur chaque axe du repère de Frenet, on obtient trois relations indépendantes : La première relation, projection sur l'axe normal \vec{e}_n , exprime la vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin $\dot{\varphi}$:

$$\boxed{\dot{\varphi} = \frac{\Omega R_g \cos \delta - V \sin \gamma_z}{l(t)}} \quad \text{II-28}$$

$$\text{Avec: } l(t) = \frac{R_g \cos(\delta) \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g)}{\sin(\alpha)}$$

$$\cos(\delta) = \frac{\sqrt{R_g^2 - (R + h \tan \gamma_z)^2 \cos^2 \gamma_g}}{R_g}$$

La seconde relation, projection sur l'axe tangent \vec{e}_t , lie la variation de longueur de fil $\dot{l}(t)$ entre le fuseau et le point d'intersection au procédé de tressage et à l'angle de tressage.

$$\dot{l}(t) = \Omega R_g \sin \delta \sin(\alpha) - V \cos \gamma_z \cos(\alpha) + \rho_s \dot{\phi} \quad \text{II-29}$$

La troisième relation, projection sur l'axe transversal \vec{e}_k , donne la variation de l'angle de tressage $\dot{\alpha}$ en fonction des paramètres de tressage et de l'angle de tressage.

$$\dot{\alpha} = \frac{\Omega R_g \sin \delta \cos(\alpha) - V \cos \gamma_z \sin(\alpha)}{l(t)} \quad \text{II-30}$$

II-4.d. Conclusions et discussion

En s'appuyant sur une description vectorielle particulière du procédé de tressage, nous avons introduit une relation vectorielle décrivant l'évolution dans le temps du point d'intersection du fil sur le mandrin. En projetant ensuite cette expression vectorielle sur les axes du repère de Frenet, nous avons obtenu trois relations décrivant l'évolution dans le temps du point d'intersection du fil sur le mandrin. Ces relations constituent le fondement de notre approche, et elles seront utilisées pour la caractérisation des différents phénomènes intervenant lors de l'opération de tressage.

II-5. Mise en équation de l'angle de tressage en fonction des principaux paramètres de tressage

Notre objectif est d'établir une relation entre les paramètres machine et l'angle de positionnement des fibres au sein de l'armure textile. On discrétise pour cela la trajectoire du fil sur un petit élément de surface en deux composantes dont le rapport permettent de définir l'angle de tressage. Sous l'hypothèse d'une adhésion parfaite des fils sur le mandrin, l'étude

cinétique du point d'intersection permet de définir les deux composantes de la trajectoire du fil sur le mandrin. En utilisant ensuite l'expression II-28 de la vitesse d'enroulement du fil sur le mandrin on obtient une relation donnant l'angle de tressage en fonction de la position du front de tressage. La détermination avec exactitude de l'angle de tressage revient ainsi à avoir une bonne connaissance de la position du front de tressage. Deux configurations s'offrent alors à nous :

- une configuration dans laquelle le procédé de tressage fonctionne en régime établi et en conséquence la position du front de tressage est fixe
- une configuration où le procédé de tressage fonctionne en régime transitoire, et dans ce cas la position du front de tressage est alors amenée à varier au cours du temps.

Nous commençons par développer, à partir de la relation II-28, une expression analytique de l'angle de tressage en fonction de la position du front de tressage. Nous définissons dans un second temps la position du front de tressage au cours du temps lorsque le procédé de tressage est en régime établi ou transitoire. Enfin pour valider, nous comparons les résultats obtenus par notre approche à différents résultats publiés ayant fait l'objet de validation expérimentale.

II-5.a. Discrétisation de la trajectoire d'un fil sur le mandrin

On peut discrétiser la trajectoire d'un fil sur un petit élément de surface en deux composantes. Une composante longitudinale, $l_z(t)$, et une composante dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage, $l_g(t)$, ou composante ortho-radiale. Pour un petit élément de surface, on peut considérer la trajectoire du fil comme linéaire. Sous cette condition, nous pouvons écrire l'expression analytique de l'angle de tressage en fonction des composantes longitudinales et ortho-radiale de la trajectoire du fil.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{l_g(t)}{l_z(t)} \right) \quad \text{II-31}$$

La composante ortho-radiale est assimilée à un enroulement du fil sur le mandrin alors que la composante longitudinale est assimilée à une translation du fil sur le mandrin, due au mouvement relatif du front de tressage par rapport au mandrin.

Le mouvement relatif du front de tressage par rapport au mandrin est composé de la vitesse de translation de l'élément de surface ainsi que la vitesse d'avance du front de tressage, dh . Ces deux variables étant exprimées dans un repère attaché au plateau de tressage.

II-5.b.Expression analytique de l'angle de tressage

Nous nous intéressons ici uniquement à la première relation qui conduit à la prédiction de l'angle de tressage. En considérant le centre de courbure comme un centre instantané de rotation, le déplacement du point d'intersection est une rotation autour du centre de courbure suivant l'axe tangent \vec{e}_t à une vitesse de rotation $\dot{\phi}(t)$. La composante tangente de la trajectoire du fil sur le mandrin est donc donnée par la relation suivante :

$$l_t(t) = \rho_s \dot{\phi}(t) \quad \text{II-32}$$

La composante tangente de la trajectoire du fil sur le mandrin peut être discrétisée en une composante longitudinale et une composante ortho-radiale. En projetant sur ces axes respectifs, les composantes peuvent être exprimées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} l_g(t) &= l_t(t) \sin(\alpha) \\ l_z(t) &= l_t(t) \cos(\alpha) \end{aligned} \quad \text{II-33}$$

On remarque que ces expressions vérifient la relation générale de l'angle de tressage II-31. Pour déboucher sur l'expression analytique de l'angle de tressage, nous devons exprimer les termes $\sin(\alpha)$ et $\cos(\alpha)$ en fonction des paramètres de tressage. On isole pour cela le triangle $II'M$ de la Figure II-22:

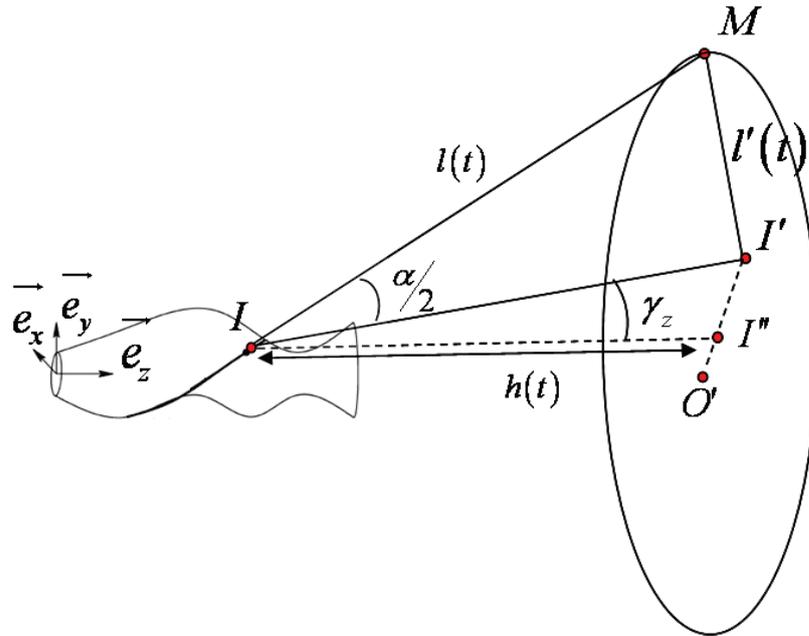


Figure II-22 : Schéma général du procédé de tressage

On note que le point I' est la projection affine le long de l'axe \vec{e}_z du point d'intersection I . En supposant la dépose du fil tangent à la surface, l'angle de tressage est défini comme étant l'angle entre le segment \overline{IM} (le fil) et le segment $\overline{II'}$ (l'axe \vec{e}_z).

$$\sin(\alpha) = \frac{l'(t)}{l(t)} \quad \text{II-34}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{h(t)}{\cos(\gamma_z)l(t)} \quad \text{II-35}$$

En reprenant les expressions II-25 et II-28 des longueur l' et l développés dans la partie modélisation, on peut donner l'expression suivante de l'angle de tressage :

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{R_g^2 - (R + h \tan \gamma_z)^2 \cos^2 \gamma_g} \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g)}{h(t)} \cos(\gamma_z) \right) \quad \text{II-36}$$

On remarque dans l'expression II-36 que l'angle de tressage dépend d'une seule variable qui n'est pas un paramètre de tressage. Cette variable est la position du front de tressage $h(t)$. La

détermination de l'angle de tressage nécessite donc la connaissance de la position du front de tressage au cours du temps.

II-5.c. Expression de la position du front de tressage en régime établi et transitoire

II-5.c.i. Expression de la position du front de tressage en régime établi

Zhang [94], [95] propose une expression donnant la position du front de tressage dans le cas d'un fonctionnement du procédé de tressage en régime établi.

$$h = \sqrt{R_g^2 - R^2} \frac{V}{\Omega R} \quad \text{II-37}$$

En régime établi, la position du front de tressage ne varie pas. On peut donc donner une nouvelle expression de l'angle de tressage uniquement en fonction des paramètres de tressage. Cette expression ne sera naturellement pas valable dans le cas d'un fonctionnement en régime transitoire du procédé de tressage.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\Omega R \sqrt{R_g^2 - (R + h \tan \gamma_z)^2 \cos^2 \gamma_g \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g)}}{V \sqrt{R_g^2 - R^2}} \cos(\gamma_z) \right) \quad \text{II-38}$$

II-5.c.ii. Expression de la position du front de tressage en régime transitoire

Dans le cas d'un fonctionnement en régime transitoire, on cherche à mieux appréhender le déplacement de la position du front de tressage au cours du temps. On cherche ici à déterminer la variation de position du front de tressage par rapport au plateau de tressage (que l'on appellera avance du front de tressage), l'expression II-33 donne la variation de position du front de tressage par rapport à l'élément de surface. En notant V la vitesse d'avance de

l'élément de surface par rapport au plateau de tressage, on peut donner l'expression suivante de la vitesse d'avance du front de tressage.

$$dh = V - \rho_s \Omega h(t) \frac{R_g \cos \delta - V \sin \gamma_z}{\cos \gamma_z l^2} \quad \text{II-39}$$

On remarque que l'expression de la vitesse d'avance du front de tressage est liée à l'angle de tressage par le rayon de courbure du fil. Afin d'éliminer cette dépendance à l'angle de tressage on est amené à approcher la variation de géométrie d'un élément de surface suivant l'axe longitudinal par une variation linéaire. Sous cette hypothèse, le rayon de courbure suivi pas le fil s'exprime de la manière suivante :

$$\rho_s = \frac{\rho_g}{\sin^2(\alpha)} \quad \text{II-40}$$

En substituant cette expression du rayon de courbure suivi pas le fil dans l'expression de l'avance du front de tressage on obtient finalement :

$$dh = V - \rho_g \Omega h(t) \frac{R_g \cos \delta - V \sin \gamma_z}{\cos(\gamma_z) \left(R_g \cos(\delta) \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g) \right)^2} \quad \text{II-41}$$

II-5.d. Méthodologie

A l'aide de l'expression de l'angle de tressage II-36, la caractérisation de la position du front de tressage est suffisante pour déterminer l'angle de tressage sur un élément de surface. Dans le cas d'un fonctionnement en régime établi, la position du front de tressage est constante durant l'opération de tressage et l'expression de l'angle de tressage est alors donnée par la relation II-38 de manière immédiate.

Dans le cas d'un fonctionnement en régime transitoire, la position du front de tressage varie au cours de l'opération de tressage. Nous sommes alors amenés à mettre en place une procédure par itération dans le temps. En supposant la position du front de tressage à l'instant t connu, on peut déterminer à partir de l'expression II-41 de la vitesse d'avance du front de

tressage à l'instant t une nouvelle position du front de tressage après un court laps de temps dt . A partir de la position initiale du front de tressage (supposé connue), il est alors possible, en incrémentant de manière successive le temps, de définir la position du front de tressage durant l'intégralité de l'opération de tressage. A partir de la relation II-36 on obtient alors une répartition de l'angle de tressage sur l'intégralité de la surface du mandrin (Figure II-23).

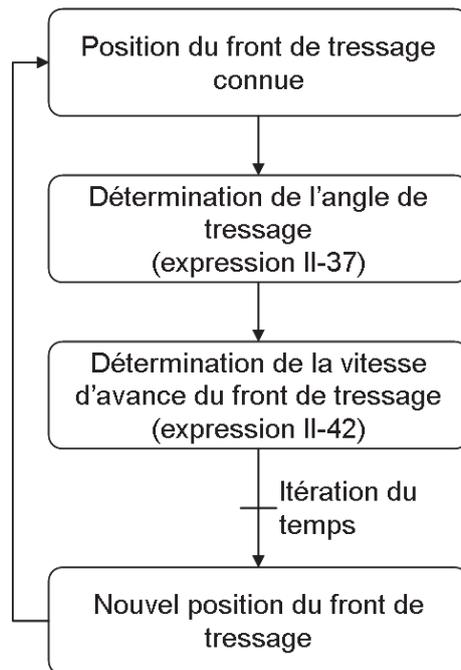


Figure II-23 : Procédure de calcul de la répartition de l'angle de tressage sur le mandrin

On développe par ailleurs cette procédure sous le logiciel Matlab, en générant la surface du mandrin sous la forme d'un nuage de points à l'aide de la commande « Cylinder ». La commande « Cylinder » permet d'obtenir une surface de révolution dont le rayon le long de l'axe principal est défini par l'utilisateur sous la forme d'une fonction $f(z)$. Le rayon de courbure et l'orientation de la surface sont alors définis à partir de la fonction $f(z)$. On considère dans un premier temps l'état initial du procédé pour, au fur et à mesure, incrémenter le temps. On peut ainsi donner sous la forme d'un code couleur la répartition de l'angle de tressage sur la surface d'un mandrin de révolution quelconque. La Figure II-24 présente la répartition de l'angle de tressage obtenue par le logiciel développé sous Matlab pour une fonction $f(z)$ de la forme $f(z) = A\cos(\omega z) + B$ pour une vitesse constante de rotation des fuseaux de $\Omega = 0.3\text{Rad.s}^{-1}$ et d'avance du mandrin de $\Omega = 10\text{mm.s}^{-1}$.

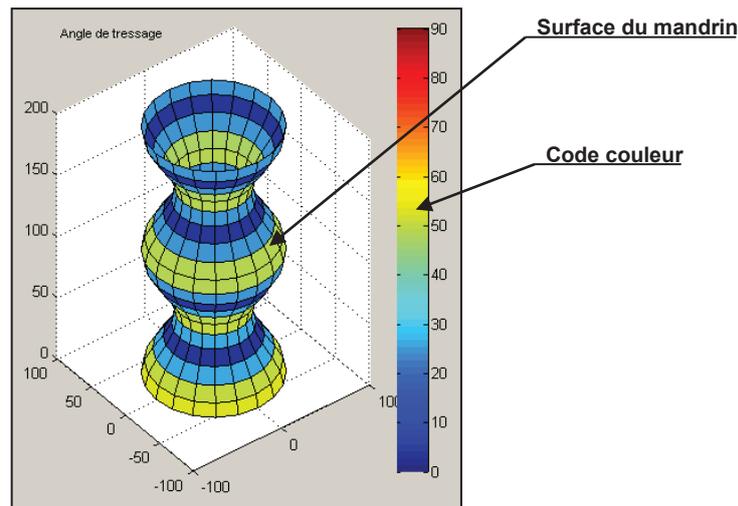


Figure II-24 : Simulation de tressage réalisée sous logiciel Matlab

II-5.e. Validation des expressions analytiques de l'angle de tressage

A titre de validation, nous comparons les résultats obtenus par la modélisation analytique que nous avons développée à différents résultats publiés, qui ont fait l'objet de validations expérimentales. Le modèle développé dans cette étude est adapté au mandrin de forme quelconque dans les cas de régime établi ou transitoire du procédé de tressage. Jusqu'à présent, les modèles analytiques existant ne vont pas jusqu'à traiter le cas du tressage sur mandrin de forme quelconque. On peut cependant s'appuyer sur les études de Du [25] et de Michaeli [61] qui traitent respectivement le cas de mandrin à variation d'orientation suivant l'axe de tressage et le cas de mandrin à variation d'orientation perpendiculaire à l'axe de tressage. En comparant notre modélisation à ces deux études, on peut ainsi la valider sur l'intégralité de son domaine d'application.

Le tressage en régime établi sur mandrin tubulaire étant le plus utilisé, nous en ferons notre premier cas d'étude. Dans ce cas de tressage, ils est courant de faire appel aux études réalisées par Ko [54] et Zang [94], [95], qui débouchent sur des expressions analytiques de l'angle de tressage.

Nous traiterons par la suite de manière séparée le cas d'un mandrin de forme axisymétrique puis le cas d'un mandrin cylindrique excentré conformément aux études réalisées par Du [25] et Michaeli [61].

II-5.e.i. Application au cas du mandrin cylindrique en régime établi

En appliquant l'expression analytique de l'angle de tressage II-36 au cas d'un tressage en régime établi sur un mandrin de forme cylindrique de rayon R , on trouve une expression de l'angle de tressage similaire à l'expression donnée par Zhang dans son étude :

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{R_g^2 - R^2}}{h(t)} \right) \quad \text{II-42}$$

Dans le cas où le procédé de tressage est en régime établi, Zhang [94], [95] propose, avec l'hypothèse d'une dépose de fil tangent à la surface du mandrin, l'expression de la position du front de tressage suivante :

$$h(t) = \sqrt{R_g^2 - R^2} \frac{V}{\Omega R} \quad \text{II-43}$$

En substituant l'expression de la position du front de tressage II-43 dans l'expression II-42, on obtient finalement celle de l'angle de tressage donnée par Ko [54] dans son étude.

$$\frac{\alpha}{2} = \tan^{-1} \left(\frac{R\Omega}{V} \right) \quad \text{II-44}$$

On peut conclure qu'en prenant l'expression de la position du front de tressage en régime établi II-43 donné par Zhang sous l'hypothèse que le fil est tangent à la surface du mandrin au niveau du front de tressage, le modèle que nous avons développé est applicable dans le cas très restreint du tressage sur mandrin cylindrique en régime établi.

II-5.e.ii. Application au cas d'un mandrin de forme axi-symétrique

Dans le cas d'un mandrin de forme axi-symétrique, les variations de géométrie du mandrin suivant l'axe de tressage impliquent une modification de l'équilibre entre la vitesse d'enroulement du fil et la vitesse d'avance du mandrin qui se traduit par un déplacement du front de tressage. La difficulté dans la modélisation du tressage sur un mandrin de forme axisymétrique revient à déterminer les déplacements du front de tressage. Du [25], propose pour cela une expression de la vitesse d'avance du front de tressage

$$dh = V - \frac{R\Omega h(t)}{\sqrt{R_g^2 - (R + h(t)\tan\gamma_z)^2}} \quad \text{II-45}$$

En appliquant l'expression de la vitesse d'avance du front de tressage II-41 au cas d'un mandrin de forme axisymétrique, on obtient :

$$dh = V - \underbrace{\frac{R\Omega h(t)}{\sqrt{R_g^2 - (R + h(t)\tan\gamma_z)^2}}}_{T_1} - \underbrace{\frac{Vh(t)\sin\gamma_z}{R_g^2 - (R + h(t)\tan\gamma_z)^2}}_{T_2} \quad \text{II-46}$$

Cette expression II-46, obtenue par notre approche, est cohérente avec le résultat de Du (II-45) mais fait apparaître un terme supplémentaire (T_2) faisant notamment intervenir la vitesse d'avance du mandrin. Notre expression apparaît alors comme plus générale. Le rayon de la couronne R_g est en pratique souvent prédominant sur les autres termes du dénominateur.

Le terme T_2 de l'expression II-46 est proportionnel à $(1/R_g)^2$ alors que le terme T_1 varie en $1/R_g$, il est donc en général faible et on retrouve une expression de la vitesse d'avance du front de tressage identique à celle donné par Du. Dans le but de vérifier l'hypothèse suivant laquelle le terme T_2 de l'expression II-46 est négligeable, nous prenons l'exemple d'un cas de tressage réel. Considérons donc une machine à tresser existante composé de 64 fuseaux, d'un rayon de couronne de 750mm pour une vitesse de translation du mandrin de 1mm/s et une

vitesse de rotation des fuseaux de 0.27 rad/s. On trace sur la Figure II-25 le rapport du terme T_2 sur le terme T_1 pour différents angles de tressage :

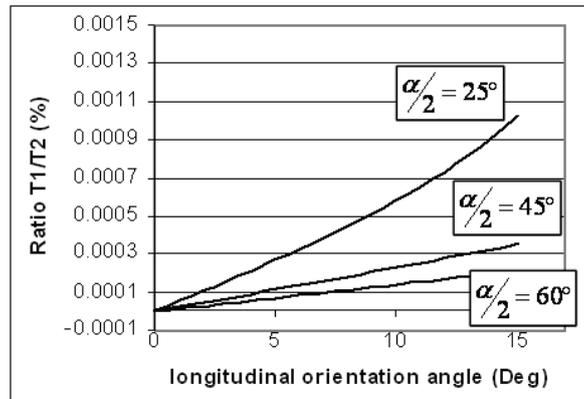


Figure II-25 : Rapport T_2/T_1 en fonction de l'orientation de la surface du mandrin

On vérifie bien sur la Figure II-25 que le terme T_2 de l'expression II-46 de la vitesse d'avance du front de tressage est négligeable devant le terme T_1 .

Les variations de géométrie du mandrin, dans le cas d'un mandrin axisymétrique, peuvent être traduites en termes de modification de l'équilibre entre la vitesse d'enroulement du fil et la vitesse d'avance du mandrin. Ce déséquilibre implique un régime transitoire du procédé de tressage correctement décrit par notre modèle. De plus, en appliquant l'expression de l'angle de tressage II-36 au cas d'un mandrin axisymétrique, on obtient une expression identique à celle donnée par Du.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{R_g^2 - (R + h(t)\tan(\gamma_z))^2}}{h(t)} \cos(\gamma_z) \right) \quad \text{II-47}$$

Cette expression ne fait intervenir qu'un seul terme, autre que les paramètres de tressage, qui est la position du front de tressage. Cette position étant correctement décrite par notre modèle, nous pouvons donc conclure sur la validité de notre approche dans le cas particulier du tressage en régime transitoire sur mandrin de forme axi-symétrique.

On note par ailleurs que le mandrin cylindrique est un cas particulier des mandrins de formes axisymétriques. La validité de la modélisation du tressage sur mandrin cylindrique en régime établi, démontrée précédemment, peut ainsi être étendue au cas des régimes transitoires.

II-5.e.iii. Application au cas des mandrins cylindriques excentrés

L'excentricité d'un mandrin cylindrique peut être interprétée comme une variation de répartition de l'angle d'orientation de la surface dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage. L'application de l'expression analytique II-36 à ce cas de tressage fournit l'expression de l'angle de tressage suivante :

$$\frac{\alpha}{2} = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{R_g^2 - R} \pm R \sin(\gamma_g)}{h(t)} \right) \quad \text{II-48}$$

Pour estimer la validité de cette expression de l'angle de tressage, on fait une comparaison avec les résultats obtenus par Michaeli [61], qui observe expérimentalement l'influence de l'excentricité d'un mandrin cylindrique sur la répartition de l'angle de tressage sur sa surface. La Figure II-26 présente la variation de l'angle de déviation du à l'excentricité du mandrin en fonction de l'angle désiré pour différentes excentricités de mandrin. On utilise ici un mandrin de rayon 50 mm pour un rayon de couronne de 350mm.

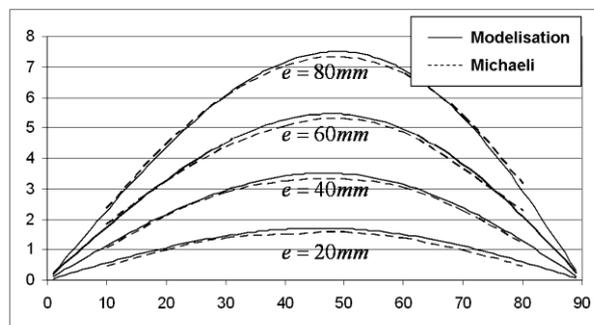


Figure II-26 : Variation de l'angle de déviation en fonction de l'angle désiré

On observe que les résultats obtenus par la modélisation sont proches des résultats précédemment développés par Michaeli.

II-5.f. Conclusions et discussion

Les études analytiques précédemment menées conduisent à des expressions de l'angle de tressage valables uniquement dans des cas spécifiques de tressage. Les modèles analytiques les plus aboutis étant développé par Du et Michaeli prennent en compte des variations d'orientation du mandrin respectivement suivant l'axe longitudinal et suivant un plan perpendiculaire à l'axe longitudinal du mandrin. L'objectif de notre étude était de coupler ces deux modèles pour pouvoir prendre en considération un mandrin de forme quelconque. Nous avons développé un modèle analytique associant une étude de l'équilibre cinétique du point d'intersection du fil sur le mandrin (similaire à l'étude réalisée par Du) à une approche vectorielle du procédé de tressage (conformément à l'étude réalisée par Michaeli). Une confrontation des résultats obtenus par notre approche aux résultats obtenus par Du et Michaeli montre de grandes similitudes. Nous pouvons par conséquent conclure, que notre modèle analytique est adapté aux cas de tressage sur mandrin de forme quelconque. Il serait toutefois intéressant de compléter cette étude par une validation expérimentale du modèle analytique dans le cas d'un mandrin faisant intervenir à la fois des variations d'orientation suivant l'axe longitudinal et dans les plans perpendiculaires à l'axe longitudinal.

Le modèle analytique que nous avons développé résulte d'une étude locale réalisée sur un fil isolé des autres fils tressés. Dans un cas de tressage réel, les interactions inter-fils dans la zone de convergence impliquent de faibles variations sur le comportement de fils proches. Ce phénomène induit une certaine divergence de notre modèle par rapport au cas réel dans le cas où le mandrin présente de fortes variations de géométrie. Il est cependant possible de prendre en considération ce phénomène en considérant localement un rayon de courbure moyen à une zone plus ou moins étendue de la surface du mandrin. La difficulté revient alors à définir l'étendue de la zone sur laquelle la moyenne des rayons de courbures doit être réalisé, ce qui nécessiterait une étude complémentaire. Enfin, on peut remarquer qu'en réalisant cette moyenne sur l'intégralité de la circonférence du mandrin, on retrouve les modèles développés par Du et Michaeli. Notre modèle apparaît donc en capacité d'apporter des modifications à la réponse globale des modèles de Du et Michaeli par la prise en compte du comportement local des fils.

II-6. Prise en considération des phénomènes de glissement et de décollement des fils

Les résultats précédemment développés sont basés sur l'hypothèse d'adhésion parfaite des fils sur le mandrin. En pratique cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée et le glissement ou le décollement des fils sur le mandrin peuvent avoir une forte incidence sur la structure de la tresse. On cherchera alors à caractériser ou à éviter ces phénomènes. On étudie pour cela, l'équilibre des efforts appliqué à un élément de fil. Les considérations sur l'équilibre des efforts normaux et tangents à la surface en contact nous conduit à des conditions de décollement et de glissement du fil.

Dans le cas où ces conditions sont dépassées (glissement ou décollement du fil), nous mettons en place des procédures de caractérisation de ces phénomènes basées sur un retour à l'équilibre des efforts appliqués à l'élément de fil.

II-6.a. Effort normal du fil sur la surface du mandrin

L'application des relations analytiques trouvées, à un cas de tressage défini par des paramètres de tressage et une géométrie de mandrin, donne une répartition de l'angle de tressage sur l'intégralité de la surface du mandrin. Ainsi en tout point de la surface du mandrin, sont définis des paramètres propres à la géométrie locale de la surface et un angle de tressage caractérisant l'orientation locale du fil. En couplant ces informations, nous pouvons donner le rayon de courbure que suit localement le fil sur la surface du mandrin à l'aide du théorème d'Euler :

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{\cos^2(\alpha)}{\rho_z} + \frac{\sin^2(\alpha)}{\rho_g} \quad \text{II-49}$$

Connaissant le rayon de courbure que suit le fil sur la surface du mandrin, l'expression de l'effort normal appliqué par le fil sur la surface en fonction de sa tension est facilement exprimable par la loi de Laplace :

II-50

$$N_t = \frac{T}{\rho_s}$$

Cette relation est vérifiée sur l'intégralité de la surface du mandrin. Il est donc possible d'établir la répartition de l'effort normal appliqué localement par le fil sur un élément de surface, pour toute la surface du mandrin. L'effort normal qu'applique le fil sur la surface du mandrin permet d'introduire deux phénomènes intervenant lors de la dépose des fils sur le mandrin: le décollement des fils du mandrin et le glissement des fils sur le mandrin.

II-6.b. Glissement du fil sur le mandrin

II-6.b.i. Condition de glissement du fil sur le mandrin

Plusieurs mécanismes peuvent intervenir lors du glissement des fils sur le mandrin, on peut citer notamment le compactage de fils ou encore le frottement inter fils. On cherche ici à établir une condition limite pour laquelle les fils peuvent théoriquement glisser sur le mandrin. On se place pour cela dans le cas le plus favorable au glissement en négligeant les mécanismes autres que le frottement du fil sur le mandrin. Le glissement des fils sur le mandrin se résume alors à du glissement dynamique solide sur solide. L'équilibre des forces sur un petit élément de fil fait intervenir l'effort tangent appliqué au fil T_t et l'effort de frottement statique f_s du fil sur le mandrin.

$$f_s = T_t \tag{II-51}$$

L'expression de l'effort de frottement statique créé f_s en fonction de l'effort normal à la surface N et du coefficient de frottement statique μ_s s'écrit :

$$f_s = N_t \mu_s \tag{II-52}$$

En utilisant l'expression de l'effort normal du fil sur le mandrin II-50, développée précédemment, dans l'expression II-52, on obtient une nouvelle expression décrivant l'équilibre des forces sur un élément de fil.

$$\begin{aligned}
 f_s &= T_t \\
 \Rightarrow \frac{T}{\rho_s} \mu_s &= T_t
 \end{aligned}
 \tag{II-53}$$

L'effort tangent appliqué à l'élément de fil provient du changement d'orientation du fil. Il peut être exprimé simplement en supposant que la variation de l'angle de tressage reste faible, par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 T_t &= T \sin(\dot{\alpha}) \\
 \Rightarrow T_t &= T \dot{\alpha}
 \end{aligned}
 \tag{II-54}$$

En réinjectant l'expression de l'effort tangent dans la formule décrivant l'équilibre des forces sur un élément de fil, on obtient la relation suivante :

$$\frac{\mu}{\rho_s} = \dot{\alpha}
 \tag{II-55}$$

Si l'effort tangent appliqué au fil devient supérieur à l'effort de frottement statique, l'équilibre est rompu et le fil se met à glisser. La condition pour que le fil ne glisse pas sur le mandrin est donc que l'effort tangent appliqué au fil reste inférieur à l'effort de frottement du fil sur le mandrin, ce qui se traduit par la condition II-56 :

$$\frac{\mu}{\rho_s} \geq \dot{\alpha}
 \tag{II-56}$$

En couplant cette condition de glissement du fil avec l'expression du rayon de courbure suivi par le fil, donnée en II-49, et la variation d'angle de tressage II-30, on trouve une nouvelle expression de la condition de glissement faisant intervenir la géométrie du mandrin et l'angle de tressage.

$$\frac{\mu_s (\rho_g \cos^2(\alpha) + \rho_z \sin^2(\alpha))}{\rho_z \rho_g} \geq \frac{\Omega R_g \sin \delta \cos(\alpha) - V \cos \gamma_z \sin(\alpha)}{l(t)}
 \tag{II-57}$$

$$\text{Avec : } l(t) = \frac{l'(t)}{\sin(\alpha)}$$

$$\sin \delta = \frac{l'(t)}{R_g}$$

Compte tenu de la modélisation qui a été faite du procédé de tressage, il est possible d'exprimer des termes $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$ en fonction des paramètres de tressage. Ainsi, en utilisant les expressions de l'angle de tressage II-34 et II-35, on obtient finalement une condition sur les paramètres de tressage à respecter pour ne pas avoir de glissement de fils sur le mandrin.

$$\mu_s \left(\frac{h^2(t)}{\rho_g \cos^2(\gamma_z)} + \frac{l'^2(t)}{\rho_g} \right) \geq \frac{\Omega(R + h \tan \gamma_z) h(t) \cos \gamma_g - V \cos \gamma_z l'(t)}{\cos(\gamma_z)}$$

II-58

$$\text{Avec : } l'(t) = R_g \cos(\delta) \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g)$$

II-6.b.ii. Caractérisation du glissement du fil sur le mandrin

L'expression I-45 donne une condition permettant de prédire un éventuel glissement du fil sur le mandrin. Elle permet par la même occasion de fixer des limites des paramètres de tressage pour ne pas faire intervenir de glissement de fils lors de l'opération de tressage. Les limites fixées par cette condition peuvent toutefois être dépassées dans le cadre d'une application industrielle. Ces conditions doivent être respectées dans la mesure du possible pour ne pas introduire d'incertitude sur le positionnement des fils. Cependant, compte tenu de la complexité de modélisation des différents phénomènes intervenant lors du glissement des fils sur le mandrin, une prédiction précise de son influence est difficile.

En première approximation, on peut supposer qu'au moment de sa dépose sur le mandrin, le fil n'est soumis qu'à son seul frottement avec le mandrin. Après sa dépose, on peut supposer la position du fil bloquée par les différentes interactions entre fils. Si le glissement intervient au cours du tressage, l'orientation locale du fil (donnée par l'angle de tressage) est amenée à varier pour égaliser les efforts tangents et de friction qui lui sont appliqués. Cette condition se traduit par une égalité des termes de la condition de glissement II-57.

$$\frac{\mu_s (\rho_g \cos^2(\alpha) + \rho_z \sin^2(\alpha))}{\rho_z \rho_g} = \frac{\Omega R_g \sin \delta \cos(\alpha) - V \cos \gamma_z \sin(\alpha)}{l(t)} \quad \text{II-59}$$

$$\text{Avec : } l(t) = \frac{l'(t)}{\sin(\alpha)}$$

$$\sin \delta = \frac{l'(t)}{R_g}$$

En développant cette relation puis en divisant de part et d'autre par le terme $\cos^2(\alpha)$, on trouve l'équation du second ordre suivante :

$$\frac{\mu_s}{\rho_z} + \frac{\mu_s}{\rho_g} \tan^2(\alpha) = \Omega \tan(\alpha) - \frac{V \cos \gamma_z}{l'(t)} \tan^2(\alpha). \quad \text{II-60}$$

En réalisant le changement de variable $t = \tan(\alpha)$, on peut réécrire l'équation du second degré sous la forme suivante.

$$\left(\frac{\mu_s}{\rho_g} + \frac{V \cos \gamma_z}{l'(t)} \right) t^2 - \Omega t + \frac{\mu_s}{\rho_z} = 0 \quad \text{II-61}$$

On note que l'angle de tressage est compris entre les valeurs 0° et 90° . Ceci impose par conséquent que le paramètre t soit positif $t > 0$. La résolution de l'équation du second degré II-61 permet d'obtenir le paramètre $t = \tan(\alpha)$ et par la même occasion l'angle de tressage α du fil après glissement. Une approximation simple de la trajectoire du fil sur le mandrin consiste à considérer sa composante longitudinale comme un glissement du fil le long de l'axe de tressage, du à la vitesse d'avance du mandrin par rapport au front de tressage $l_z(t) = V - dh$. La composante perpendiculaire à l'axe de tressage est approchée par un enroulement du fil sur le mandrin, du la vitesse de rotation des fuseaux autour de l'axe de tressage $l_g(t) = \rho_g \Omega$. En utilisant la relation générale de l'angle de tressage II-31, on obtient l'approximation de l'angle de tressage II-62.

$$\tan(\alpha) = \frac{\rho_g \Omega}{V - dh}$$

II-62

Dans cette relation les termes V , Ω et ρ_g sont fixés par les conditions de tressage. Le changement d'orientation du fil par glissement implique alors une variation de la vitesse d'avance du front de tressage. Concrètement, le changement d'orientation du fil est repris par le glissement du fil le long de l'axe de tressage qui se traduit finalement par une variation de position du front de tressage. En utilisant la valeur de l'angle de tressage définie à partir de l'équation II-61, on obtient la vitesse d'avance du front de tressage avec glissement du fil sur le mandrin.

$$dh = V - \frac{\rho_g \Omega}{t}$$

II-63

Cette valeur de la vitesse d'avance du front de tressage peut être utilisée dans le procédé d'itération visant à définir les positions successives du front de tressage au cours du temps. Le phénomène de glissement du fil sur le mandrin peut ainsi être pris en compte directement dans la modélisation analytique développée précédemment (Figure II-27).

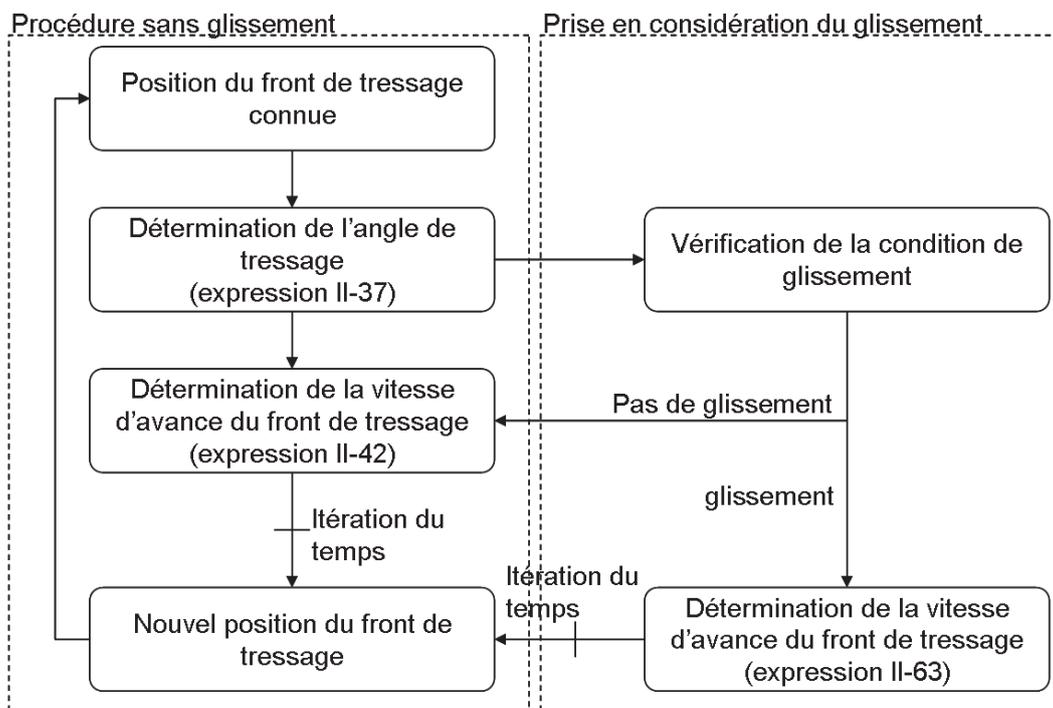


Figure II-27 : Procédure de calcul de la répartition de l'angle de tressage avec glissement de fil

II-6.c. Décollement du fil de la surface du mandrin

II-6.c.i. Condition de décollement du fil du mandrin

Il y a décollement du fil de la surface du mandrin lorsque l'effort normal du fil sur la surface est sortant. Compte tenu du repère considéré, ceci se traduit par un effort négatif. En utilisant l'expression de l'effort normal II-50 on peut écrire la condition II-64 de décollement des fils de la surface du mandrin.

$$\frac{T}{\rho_s} < 0 \quad \text{II-64}$$

Le fil étant souple, sa tension ne peut être négative, il y aura donc décollement des fils du mandrin lorsque le rayon de courbure suivi par le fil est négatif.

$$\rho_s < 0 \quad \text{II-65}$$

En réinjectant dans cette condition de décollement du fil l'expression II-49 du rayon de courbure suivi par le fil, on trouve une nouvelle expression de la condition de décollement faisant intervenir la géométrie du mandrin et l'angle de tressage.

$$\frac{\rho_z \rho_g}{\rho_g \cos^2(\alpha) + \rho_z \sin^2(\alpha)} < 0 \quad \text{II-66}$$

Cette formulation de la condition de décollement du fil du mandrin peut être interprétée pour une géométrie de mandrin donnée, comme une condition sur l'angle de tressage. Pour éviter le décollement des fils du mandrin, l'angle de tressage doit vérifier la condition suivante :

$$\frac{\rho_z}{1 + \frac{\rho_z}{\rho_g} \tan^2(\alpha)} \geq 0 \quad \text{II-67}$$

Compte tenu de la modélisation qui a été faite du procédé de tressage, il est possible d'exprimer le terme $\tan^2(\alpha)$ en fonction des paramètres de tressage. En utilisant l'expression de l'angle de tressage II-36, on obtient la condition II-68 sur les paramètres de tressage à respecter pour ne pas avoir de décollement de fils du mandrin.

$$1 + \frac{\rho_z}{\rho_g} \left(\frac{\sqrt{R_g^2 - (R + h \tan \gamma_z)^2 \cos^2 \gamma_g} \pm (R + h \tan \gamma_z) \sin(\gamma_g)}{h(t)} \cos(\gamma_z) \right)^2 \geq 0 \quad \text{II-68}$$

II-6.c.ii. Caractérisation du décollement du fil du mandrin

On s'intéresse maintenant à la caractérisation du phénomène de décollement du fil du mandrin. On adopte pour cela une méthode similaire à celle développée par Akkerman [4] qui modifie la trajectoire initiale du fil obtenue par simulation numérique du procédé de tressage. Nous choisissons ici de développer un modèle numérique simple développé sous le logiciel Matlab. La stratégie repose sur la recherche en tout instant « t » du point d'intersection entre le fil et la surface du mandrin. Avec l'hypothèse d'une adhésion parfaite du fil sur le mandrin, l'ensemble des points d'intersection représente la trajectoire initiale du fil sur le mandrin. Le décollement du fil viendra par la suite modifier cette trajectoire initiale.

Afin de déterminer l'ensemble des points d'intersection du fil avec le mandrin, on modélise la trajectoire du fil dans la zone de convergence par un vecteur linéaire reliant le point de sortie du fuseau au point de tressage. La surface du mandrin est quant à elle définie par un ensemble de points générés par la fonction Cylinder du logiciel Matlab. L'orientation du fil dans la zone de convergence est définie par un vecteur liant le point de sortie du fuseau au point de tressage. Le point d'intersection est initialement défini comme étant le point de tressage. Le fil est ensuite parcouru incrément par incrément en partant du point de tressage jusqu'au point de sortie du fuseau. Pour chaque incrément on compare la distance séparant le fil de l'axe de tressage au rayon du mandrin. Si cette distance est inférieure au rayon du mandrin, le point d'intersection est alors redéfini comme étant le point actuel, sinon celui ci est conservé.

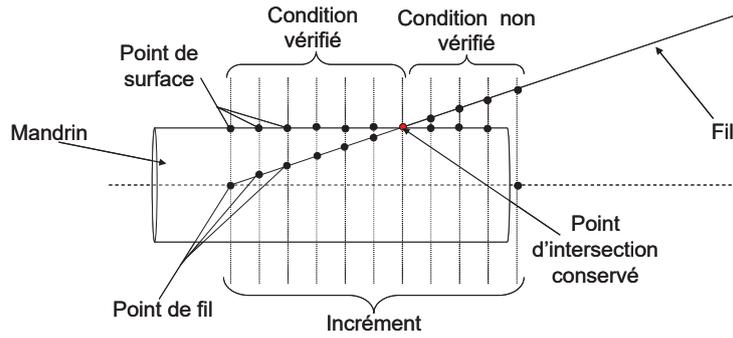


Figure II-28 : Recherche du point d'intersection

Une fois l'intégralité de la trajectoire du fil parcourue, le temps est à son tour incrémenté et de nouvelles positions du point de sortie du fuseau, du point de tressage et de la position du mandrin sont calculées à partir de leurs vitesses respectives. Un point d'intersection est alors recherché pour cette nouvelle configuration de la machine.

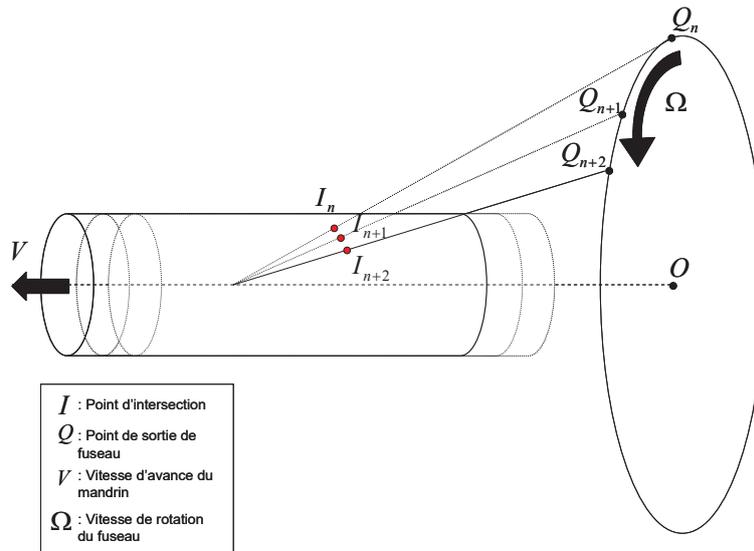


Figure II-29 : Itération du temps

Après itérations successives du temps, on définit la trajectoire initiale du fil sur l'intégralité de la surface du mandrin par un ensemble de points d'intersection.

II-6.c.iii. Caractérisation du décollement des fils du mandrin

En considérant trois points successifs de la trajectoire, que l'on appellera point gauche, point milieu et point droit, il est possible d'exprimer l'effort normal à la surface qui s'applique au point milieu. Pour cela on définit deux points qui caractériseront l'orientation du fil et

l'orientation de la surface. Premièrement, le point, barycentre des points "gauche" et "droit", permet de définir l'orientation de l'effort appliqué par les portions "gauche" et "droite" du fil sur le point milieu. Deuxièmement, le point, dit de surface, défini comme la projection du point barycentre sur la surface, permet de préciser l'orientation de la surface.

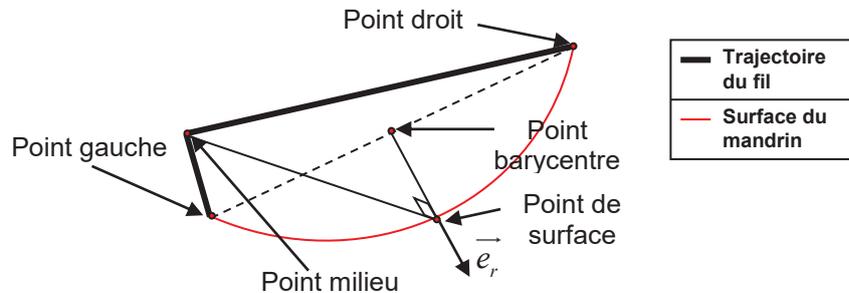


Figure II-30 : Modélisation sur trois points consécutifs de la trajectoire du fil

Si le segment délimité entre le point barycentre et le point de surface est négatif, l'effort normal appliqué au point milieu est alors sortant. Dans ce cas, la condition de décollement du fil est vérifiée et le point milieu est positionné au niveau du point barycentre sinon sa position est conservée.

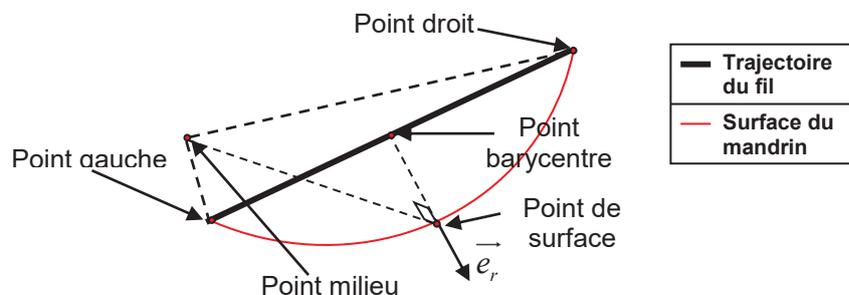


Figure II-31 : Décollement du fil sur trois points

Une fois la condition de décollement vérifiée sur le point milieu, on incrémente d'un point la trajectoire du fil en remplaçant le point milieu par le point droit. L'intégralité de la trajectoire du fil est ainsi parcourue de manière à obtenir une trajectoire de fil modifiée. La trajectoire de fil, ainsi modifiée, peut encore présenter des zones où le décollement se poursuit. C'est pourquoi l'opération est réitérée sur la trajectoire modifiée jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de variation de la trajectoire du fil. La méthodologie générale permettant la caractérisation du décollement des fils du mandrin est présentée sur l'organigramme suivant:

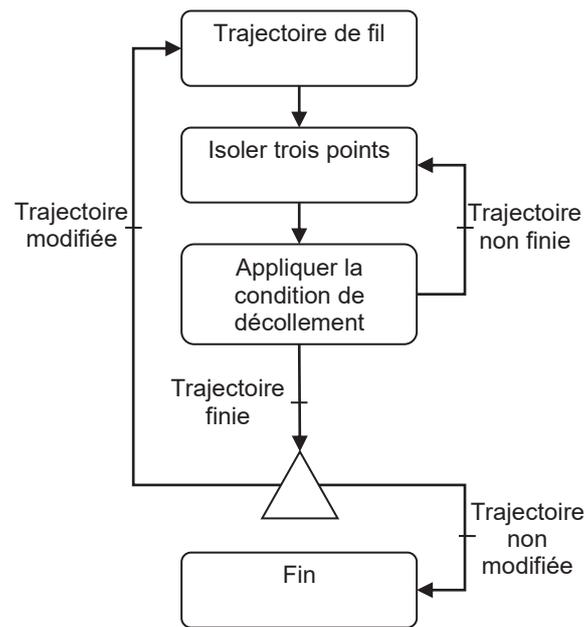


Figure II-32 : Organigramme du décollement des fils du mandrin

La modélisation analytique du phénomène de décollement aboutit sur une condition de décollement du fil II-67 qui montre la dépendance de ce phénomène à l'angle de tressage. On simule alors sur la Figure II-33, à l'aide du logiciel développé sous Matlab, le décollement d'un fil sur un mandrin de la forme d'un « diablo » pour différents angles de tressage. Dans cet exemple la variation de l'angle de tressage est obtenue par une vitesse de rotation des fuseaux constante ($\Omega = 1 \text{rads}^{-1}$) et une variation de la vitesse d'avance du mandrin d'une valeur comprise entre $V = 10 \text{mms}^{-1}$ et $V = 50 \text{mms}^{-1}$.

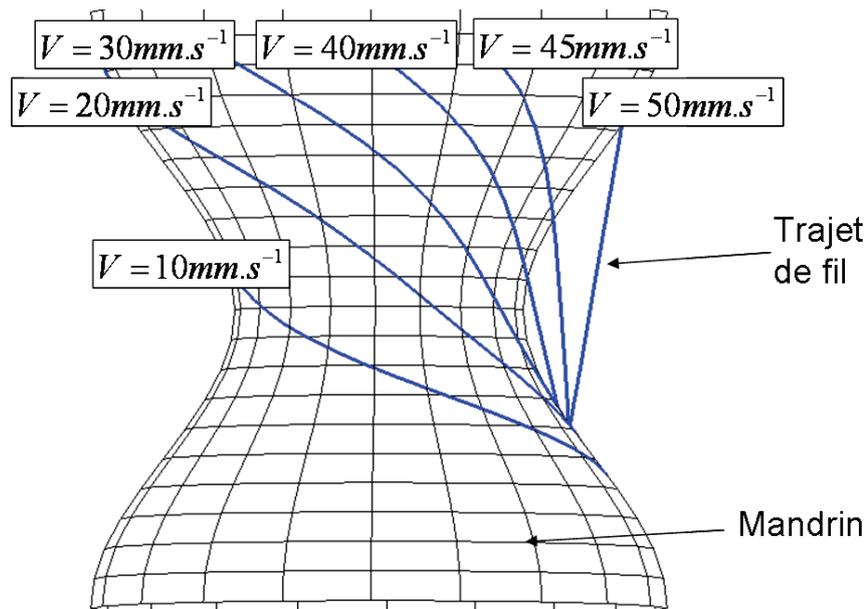


Figure II-33 : Décollement des fils du mandrin en fonction de l'angle de tressage

Pour les différents angles de tressage choisis, on observe bien des comportements différents du fil allant d'une adhésion parfaite avec le mandrin à un fort décollement. On peut ainsi voir que le décollement du fil peut être évité par un choix judicieux de l'angle de tressage. Ce choix étant déterminé à partir de l'équation II-67. D'une manière générale, la forme du mandrin utilisé pour la réalisation de préformes tressées est axi-symétrique. Dans ce cas, la réduction des phénomènes de décollement du fil peut être réalisée par l'augmentation de l'angle de tressage. On note que pour un mandrin de forme axi-symétrique, le décollement du fil peut théoriquement être évité. Dans le cas d'un mandrin présentant de fortes variations de géométrie dans la direction circonférentielle, ceci n'est cependant pas toujours le cas.

II-6.d. Conclusions et discussion

L'étude de l'équilibre des efforts appliqués à un élément de fils nous a permis de définir les conditions de décollement et de glissement des fils sur le mandrin. Ces conditions prennent la forme de relations analytiques pouvant être vérifiées au cours de la procédure d'itérations successives développée dans la modélisation analytique du procédé de tressage. On peut ainsi prédire un éventuel glissement ou décollement du fil au cours de cette procédure.

Inversement, ces conditions peuvent être interprétées comme des limitations du procédé de tressage pour ne pas faire intervenir ces phénomènes. Le décollement du fil du mandrin étant

particulièrement préjudiciable par son influence notable sur la structuration finale du renfort, il convient de la respecter aussi strictement que possible. Le glissement du fil sur le mandrin a une influence moindre, on peut ainsi, sans conséquences graves, dépasser les limites fixées par la condition de glissement compte tenu d'autres enjeux à respecter comme la productivité.

Nous avons mis en place une méthode de caractérisation du glissement des fils sur le mandrin s'intégrant à la procédure d'itération inhérente à la modélisation analytique du procédé de tressage. Dans le cas éventuel où le décollement du fil du mandrin ne peut être évité, nous avons développé une procédure permettant la caractérisation de ce phénomène à partir d'une trajectoire de fil initialement obtenue par simulation numérique du procédé de tressage. Cette procédure ne s'intègre toutefois pas à la modélisation analytique précédemment développée et doit être considérée uniquement comme une source d'information complémentaire permettant de visualiser l'importance du décollement.

II-7. Prise en considération du frottement inter fil dans la zone de convergence

Pour caractériser l'influence du frottement inter-fil dans la zone de convergence, on s'appuie sur le modèle d'équilibre statique développé par Zhang [95] qui établit une relation entre la variation d'angle de tressage induite par le frottement inter fil et la tension des fils au cours du tressage. Cette modélisation met clairement en évidence que l'influence du frottement inter-fil sur l'angle de tressage tend à diminuer lorsque la tension de fil augmente. Toutefois une augmentation de la tension de fil peut provoquer une forte augmentation des ruptures de fil au cours du tressage. Les ruptures de fils étant très préjudiciables en terme de productivité, la tension des fils est alors souvent fixée de façon empirique lors d'une campagne expérimentale de mise en fonctionnement au cours de laquelle on fait varier la raideur du ressort de compression (Figure II-34), pour garantir une tension de fil maximum sans introduire un nombre trop important de rupture de fils.

Les fuseaux permettent la mise en tension des fils au cours de l'opération de tressage. On s'intéresse alors dans un premier temps à l'analyse du principe de fonctionnement d'un fuseau, pour développer une instrumentation permettant la mesure de la tension de fil dans des conditions équivalentes de fonctionnement en service de la tresseuse.

II-7.a. Principe de fonctionnement d'un fuseau

La bobine est encastrée sur un porte bobine en liaison pivot sur un axe. En position initiale, le porte bobine est bloqué par un cliquet tôle. Le fil est guidé de la bobine à la sortie du fuseau par un ensemble d'œillets/roulettes en circulant par l'intermédiaire d'une pièce mobile, appelé coulisseau. Sur un des axes du coulisseau est placé un ressort, dit ressort de compression, en appui sur le coulisseau. Les déplacements du coulisseau entraînent une compression/détente du ressort de compression et de ce fait une augmentation/diminution de la tension dans le fil. Sur l'autre axe du coulisseau est placée une tirette, qui, une fois la position seuil du coulisseau atteinte, actionne le cliquet tôle pour débloquer le porte bobine. Lorsque la tirette n'actionne plus le cliquet tôle, celui-ci retourne en position initiale poussé par un ressort, appelé ressort de cliquet, et bloque ainsi la rotation du porte bobine (Figure II-34).

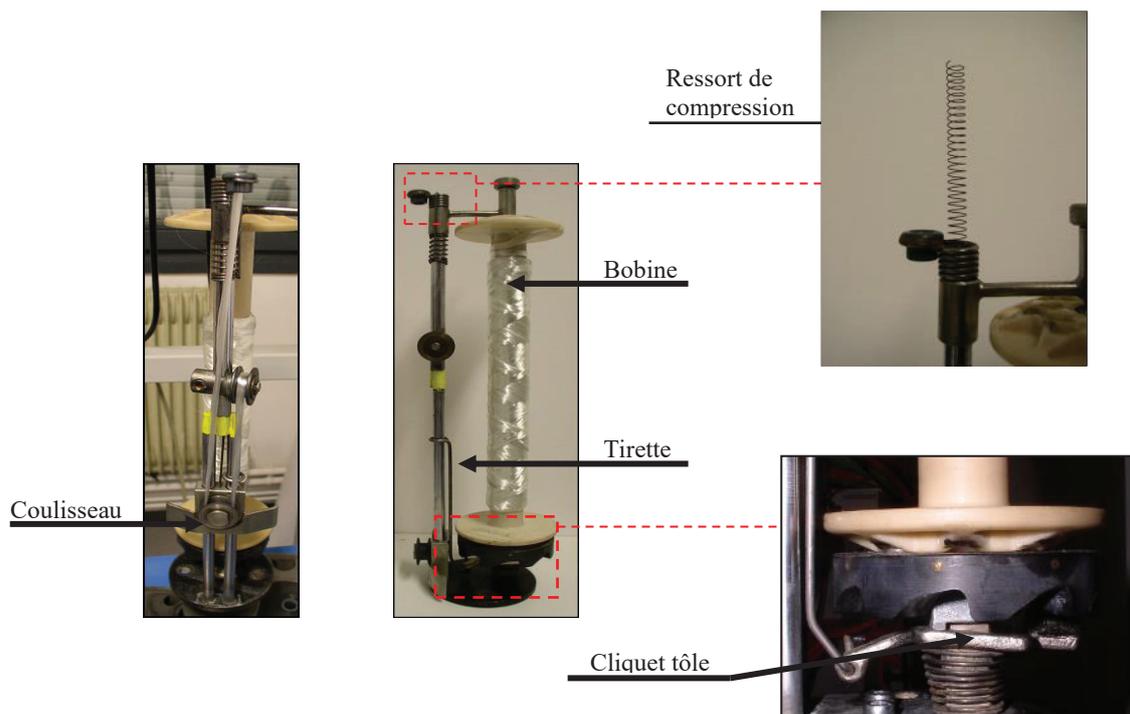


Figure II-34 : Éléments constitutifs d'un fuseau

Durant l'opération de tressage, l'avance de fil induite par l'avance du mandrin, appelé tirage, et par le déplacement des fuseaux sur le plateau de tressage, appelé pompage, provoque le déplacement du coulisseau. L'avance de fils ayant globalement tendance à augmenter, le coulisseau atteint sa position seuil et débloque le porte bobine par l'intermédiaire de la tirette et du cliquet tôle. Une fois le porte bobine débloqué, celui-ci entre en rotation sous l'action

de la tension du fil. La rotation de la bobine implique une libération de fil qui aura pour conséquence le blocage de la bobine du au passage du coulisseau sous sa position seuil. Ces différentes étapes menant au blocage/déblocage successif du porte bobine sont ainsi répétées durant l'intégralité de l'opération de tressage (Figure II-35).

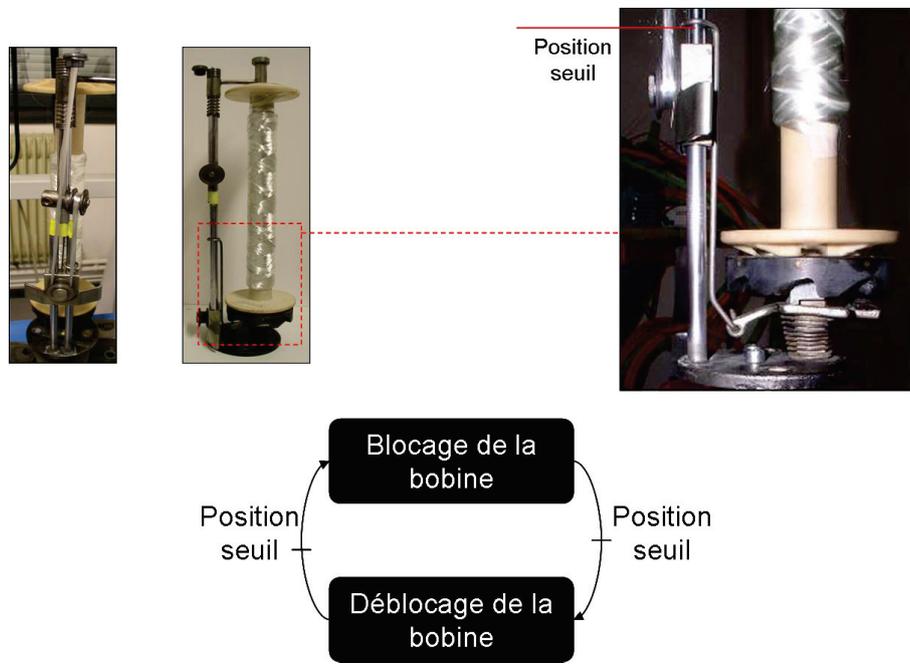


Figure II-35 : Schéma de fonctionnement d'un fuseau

II-7.b. Caractérisation expérimentale de la tension de fil

Le principe de la caractérisation expérimentale de la tension de fil consiste à réaliser un montage expérimental prenant en considération le fonctionnement d'un seul fuseau et le débobinage d'une mèche de fils. Pour cela on met en place trois modules chargés respectivement de simuler le phénomène de tirage, de simuler le phénomène de pompage et de mesurer la tension du fil (Figure II-36).

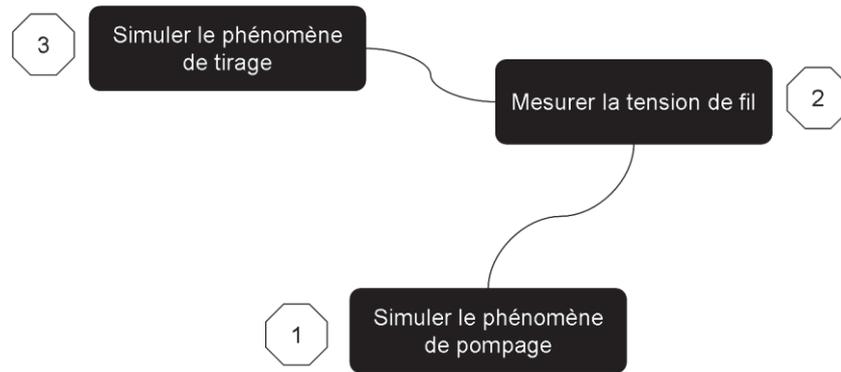


Figure II-36 : Principe de la caractérisation expérimentale de la tension de fil

Le module chargé de simuler le phénomène de pompage est constitué d'un ensemble de 3 roues à ouches sur lesquelles circule le fuseau. La simulation du phénomène de tirage est, quant à lui, réalisé par enroulement du fil sur un axe tournant actionné par un moteur électrique.

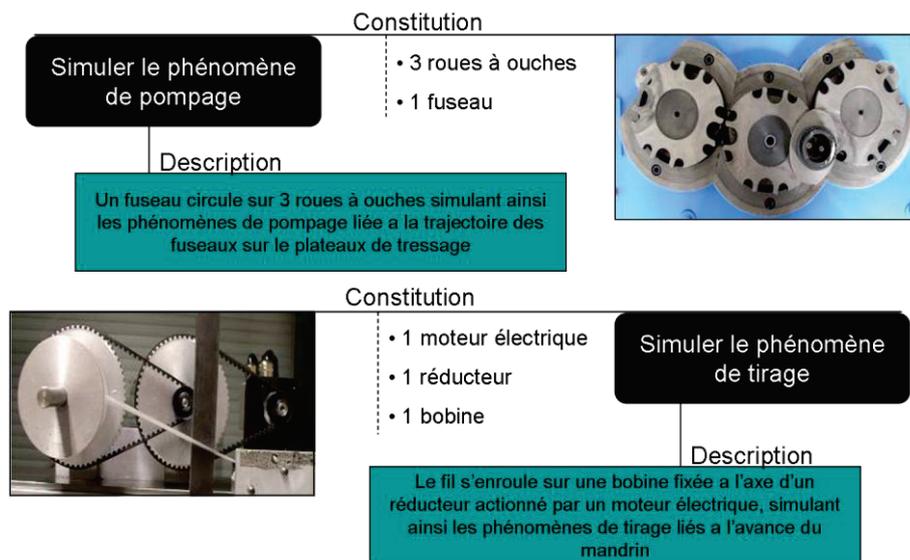


Figure II-37 : Principe de simulation des phénomènes de pompage et de tirage

Le fil passe enfin dans un capteur (Figure II-38) conçu et réalisé par nos soins constitué de deux roulettes fixes et d'une roulette positionnée sur un bras de levier en liaison pivot avec le bâti. Le fil passe dans ce module consécutivement au dessous et au dessus de ces trois roulettes. Le fil tendu applique un effort sur le bras de levier qui à son tour transmet l'effort au capteur de pression.

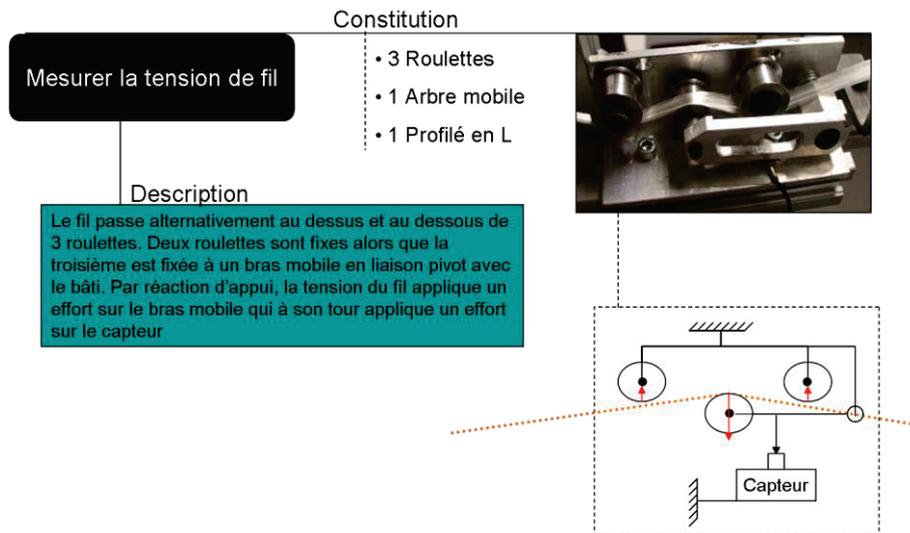


Figure II-38 : Principe de mesure de la tension

Ces différents modules sont placés sur un banc d'essai présentant un plateau fixe sur lequel sont positionnées les roues à ouches et d'un bâti sur lequel sont positionnés les modules de mesure de la tension et de simulation du phénomène de tirage. Le fil est guidé d'un module à l'autre par un ensemble d'œillet en céramique (Figure II-39).

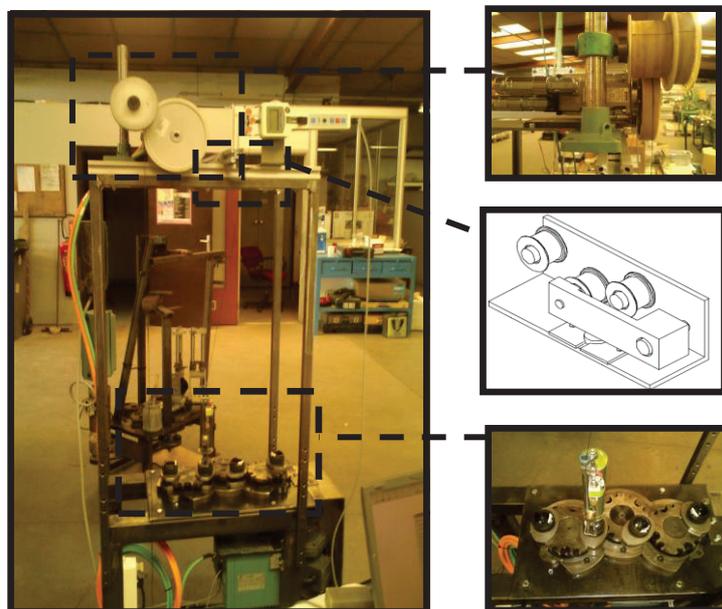


Figure II-39 : Vues d'ensemble du banc d'essai

Le capteur de pression est branché à un transducteur permettant sa connexion à une chaîne d'acquisition dynamique Siglab. Les données sont ensuite stockées sur ordinateur et traitées à l'aide du logiciel Matlab (Figure II-40).

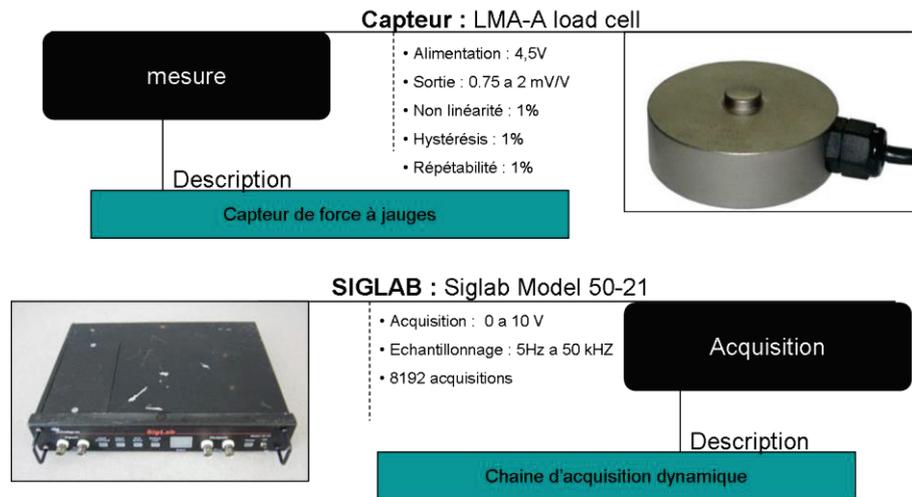


Figure II-40 : Système d'acquisition des données

II-7.c. Campagne expérimentale

Dans le cadre de cette campagne expérimentale, on se place dans les conditions définies par le Projet SAGANE. Les différents éléments constitutifs du fuseau sont figés à l'exception du ressort de compression qui peut être modifié pour adapter la tension des fils en fonction des ruptures de fil rencontrées lors de l'opération de tressage. D'autre part, nous avons précédemment développé un modèle analytique (II-5) qui s'attache à déterminer l'angle de tressage du fil sur le mandrin en fonction de la vitesse d'avance du mandrin et de la vitesse de rotation des fuseaux sur le plateau de tressage, en d'autres termes, en fonction des phénomènes de tirage et de pompage. Ces phénomènes pouvant avoir une influence sur la tension des fils au cours du tressage, ils peuvent se traduire par une variation de l'angle de tressage introduit par le frottement inter-fil. Le frottement inter-fils n'étant pas pris en considération dans la modélisation analytique du procédé de tressage, ceci peut conduire à un écart entre le positionnement géométrique calculé et la géométrie obtenue réellement. En conséquence, on envisage dans cette campagne expérimentale, de caractériser l'influence des phénomènes de pompage et de tirage ainsi que l'influence de la raideur du ressort de compression sur la tension d'un fil au cours du tressage. On réalise plusieurs mesures de tension de fil pour différentes configurations de raideur de ressort de compression, différentes fréquences de rotation des roues à ouches et différentes vitesses de tirage. Le Tableau II-1 présente les différentes raideurs de ressort, fréquence de rotation des roues et vitesse de tirage retenues.

Tableau II-1 : Configuration de tressage utilisé lors de la campagne expérimentale

Raideur du ressort (N/mm)	k1=0,2	k2=0,35	k3=0,5	k4=0,6
Fréquence de rotation des roues (rad/s)	f1=1,5	f2=2,3	f3=3	
Vitesse de tirage (mm/s)	V1=38	V2=95	V3=131	

II-7.d. Résultats obtenus expérimentalement

La tension obtenue expérimentalement représente un signal périodique proche d'une sinusoïde. On caractérise ce signal par la valeur moyenne et la valeur "crête à crête" de la tension. Sur l'ensemble des mesures réalisées lors de la campagne expérimentale la valeur crête à crête de la tension est relativement faible par rapport à la tension moyenne, (11% de la tension moyenne sur l'ensemble des mesures). On suppose alors la tension des fils constante dans le temps et on s'intéresse uniquement à la caractérisation de la tension moyenne en fonction des différents paramètres considérés. A titre indicatif, la Figure II-41 présente la variation de la tension en fonction du temps pour une raideur du ressort de compression de $0,2N/mm$, une fréquence de rotation des roues de $1,5Rad/s$ et une vitesse de tirage de $38mm/s$.

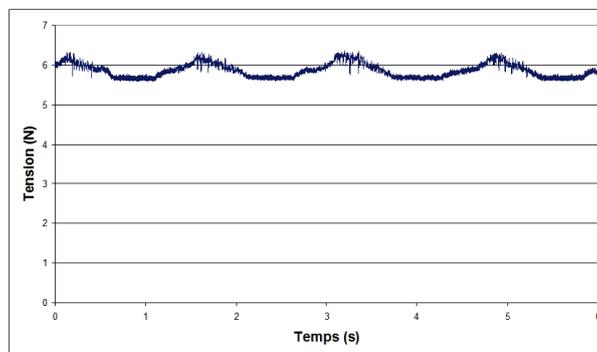


Figure II-41 : Enregistrement de la tension du fil en fonction du temps

Les mesures de la tension moyenne des fils montrent que les phénomènes de tirage et de pompage n'ont pas ou peu d'influence sur la tension des fils au cours du tressage. Ces résultats permettent de conclure sur la validité du choix des vitesses d'avance du mandrin et de rotation des fuseaux sur le plateau de tressage déterminées à partir des expressions analytiques de la partie II-5. Les Figure II-42 et Figure II-43 présentent l'influence de ces deux phénomènes sur la tension moyenne de fil obtenue lors de la campagne expérimentale.

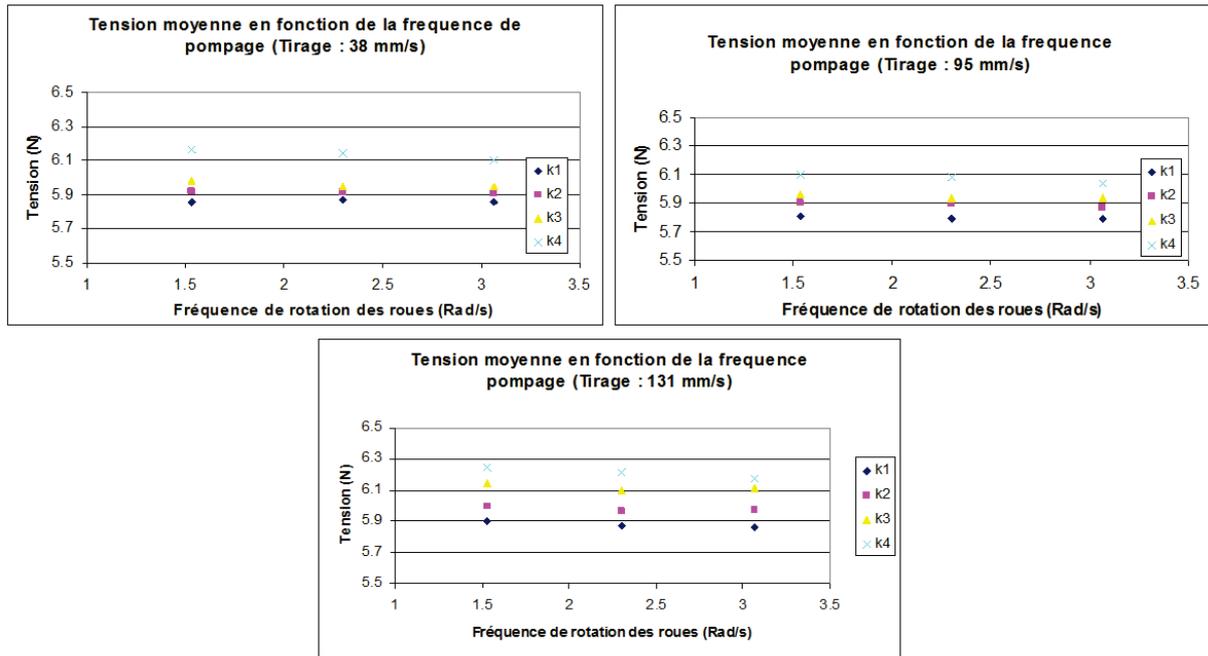


Figure II-42 : Tension moyenne en fonction de la fréquence de rotation des roues

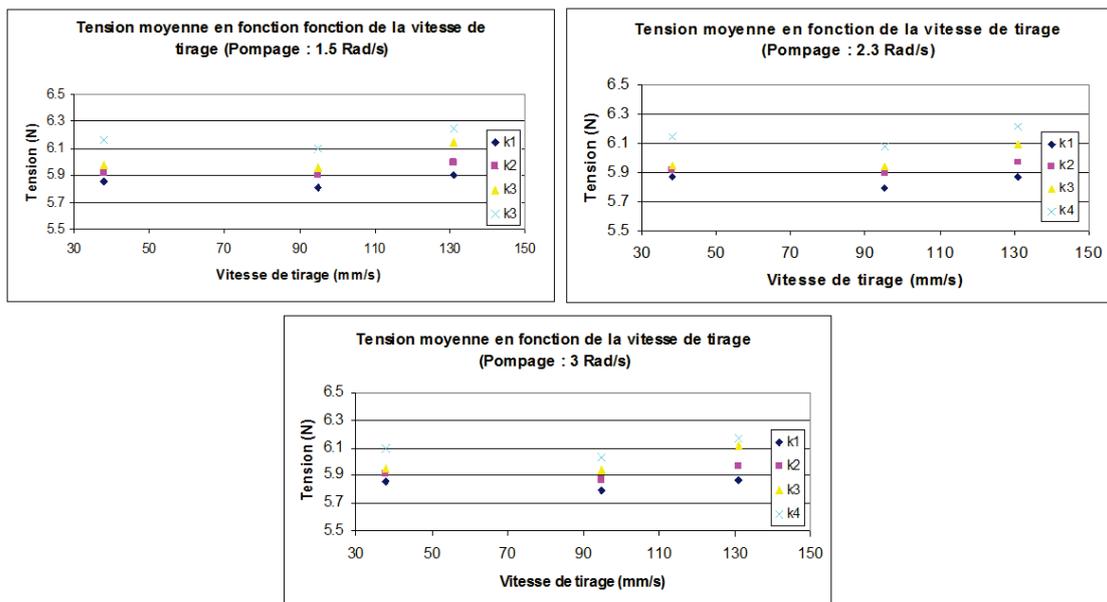


Figure II-43 : Tension moyenne en fonction de la vitesse de tirage

En ce qui concerne l'influence de la raideur du ressort de compression sur la tension moyenne du fil, on peut noter une légère augmentation de la tension lorsque la raideur augmente. Il est possible de réaliser une approximation linéaire de son influence sur la tension moyenne permettant d'établir une valeur approchée de la tension du fil en fonction de la raideur du ressort de compression utilisé. En reprenant les expressions de Zhang, il est alors possible de déterminer un ordre de grandeur de la variation de l'angle de tressage induite par les

frottements inter fils dans la zone de convergence. La Figure II-44 présente l'influence de la raideur du ressort de compression sur la tension moyenne du fil.

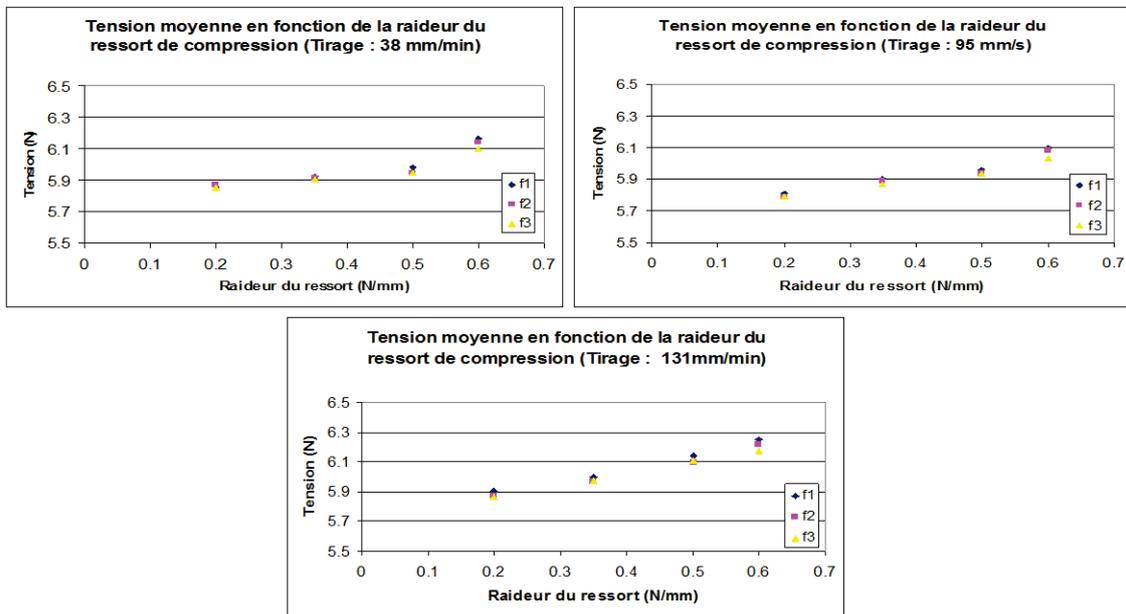


Figure II-44 : Tension moyenne en fonction de la raideur du ressort de compression

II-7.e. Conclusions et discussions

Le montage expérimental conçu et réalisé a permis de mettre en évidence la dépendance de la tension du fil à la raideur du ressort de compression. Il est possible d'établir une relation linéaire entre la tension moyenne du fil et la raideur. On peut ainsi, en utilisant le modèle statique de Zhang, avoir un ordre de grandeur des variations d'angle de tressage induites par le frottement inter fils dans la zone de convergence. On peut toutefois noter que la variation de tension du fil induite par la modification de la raideur du ressort de compression reste faible voir négligeable. Ceci peut s'expliquer par la prédominance d'autres phénomènes tels que le frottement des fils sur les œillets de guidage, du banc de tressage. En effet, compte tenu des dimensions du banc de tressage, le guidage du fil entre les différents éléments du banc d'essais peut introduire une forte courbure du fil propice aux phénomènes de frottement.

II-8. Analogie entre préformes tressées 3D et préformes tressées 2D

Les résultats précédemment développés sont adaptés à un procédé de tressage circulaire 2D en prenant l'hypothèse d'une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage. Cette hypothèse est basée sur le fait que le mouvement sinusoïdal du fuseau autour du cercle moyen est négligeable. En considérant uniquement l'orientation des fils de tresse dans le plan de la préforme, on peut réaliser une analogie entre le procédé de tressage circulaire 3D et 2D. Dans le cas du tressage circulaire 3D le mouvement des fuseaux autour du cercle moyen peut être important et l'hypothèse d'une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage non immédiate.

On peut noter que le mouvement de rotation moyen des fuseaux est similaire pour les deux technologies de tressage. L'orientation moyenne des fils de tresse ne sera pas, par conséquent, affectée, alors que localement l'orientation des fils peut être modifiée. L'orientation des fils dans le plan de la préforme ne peut néanmoins pas varier rapidement étant limitée par le régime transitoire (ou inertie du procédé). On peut faire l'hypothèse que la vitesse de variation des déplacements des fuseaux autour du cercle moyen est suffisamment rapide pour être "gommée" par l'inertie du procédé de tressage. De plus, du fait des interactions inter-fils dans la zone de convergence, l'orientation des fils ne peut être totalement différente dans une zone peu étendue. Nous n'avons pas à considérer les variations de mouvement affectées à un fil mais une variation générale du procédé de tressage.

Dans le but de vérifier l'hypothèse suivant laquelle les variations de mouvement des fuseaux autour du cercle moyen sont gommées par l'inertie du procédé de tressage, on vérifie dans un premier temps que ces variations n'ont pas d'influence sur le comportement global en régime transitoire, en considérant la vitesse d'avance du front de tressage entre un ou plusieurs cycles de variation des fuseaux. Nous étudierons par la suite l'influence locale que peuvent avoir ces variations sur l'orientation des fils de tresse durant un cycle de variation du mouvement des fuseaux. Nous réaliserons pour cela une campagne tomographique sur des échantillons composites tressés en régime établi pour différentes orientations du renfort. Pour avoir une vue d'ensemble sur un cycle de variations des fuseaux nous prendrons des échantillons de la taille du volume élémentaire représentatif. Pour cela on considère la tresse 3D, lors du processus de tressage, comme un empilement de tresse 2D ayant différents rayons.

II-8.a. Comportement global en régime transitoire

II-8.a.i. Méthode de validation expérimentale

Pour étudier les régimes transitoires, on réalise le tressage en fixant la vitesse de rotation des roues à ouches et en faisant varier la vitesse d'avance du mandrin d'un palier à un autre. La position du front de tressage varie ainsi d'une valeur initiale à une valeur consigne, toutes deux pouvant être calculées par l'expression de la position du front de tressage en régime établi II-41.

Avant de commencer l'opération de tressage, le front de tressage est positionné manuellement à sa valeur initiale théorique à l'aide d'un niveau laser pointant sur le mandrin. Afin de gommer d'éventuels écarts de positionnement entre la valeur théorique et la valeur obtenue expérimentalement, nous réalisons ensuite un tressage dans la configuration initiale jusqu'à stabilisation du front de tressage. La vitesse d'avance du mandrin est ensuite modifiée brutalement pour une nouvelle valeur (de consigne) qu'on conservera jusqu'à la fin du tressage. Dès lors, la position du front de tressage varie de sa position initiale en tendant vers sa position de consigne (Figure II-45). La fibre utilisée pour la validation expérimentale est similaire à celle utilisée dans le projet SAGANE, à savoir la fibre de verre de type E, PPG 2400tex.

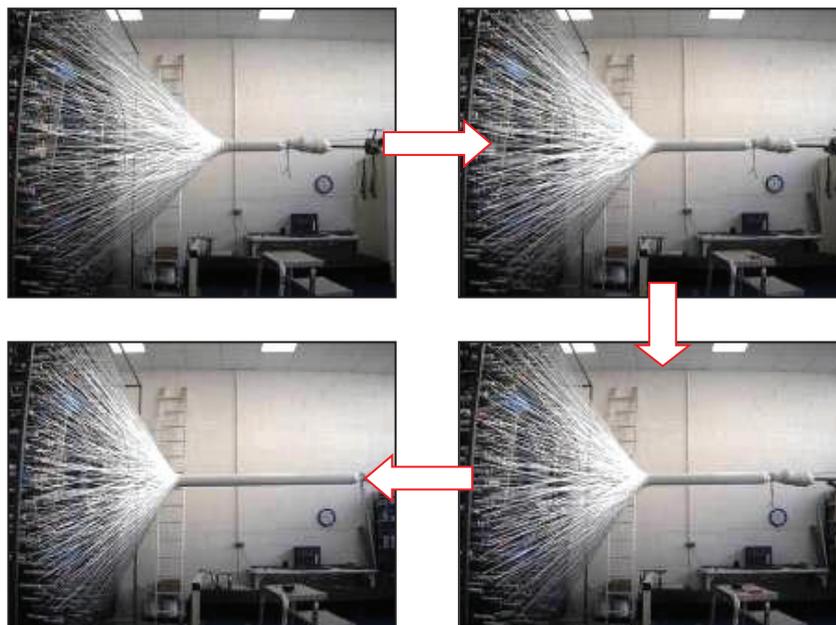


Figure II-45 : Variation de position du front de tressage

Toute une partie du tressage est donc réalisée en régime transitoire que nous allons étudier par l'expertise de la tresse ainsi réalisée. Pour cela, nous constatons que, dans le cas d'une vitesse de rotation des roues à ouches constante, la formation d'une maille est réalisée en un intervalle de temps constant, indépendant des autres paramètres de tressage. Dans le cas d'une configuration en "taffetas", une maille est réalisée en un tour de roue à ouches. Pour une vitesse de rotation de roue à ouches constante, ω , une maille est réalisée en un intervalle de temps, Δt , défini par la relation suivante :

$$\Delta t = \frac{60}{\omega} \quad \omega : tr/min \quad \text{II-69}$$

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega : rad/s$$

C'est pourquoi en mesurant la distance, suivant l'axe de tressage, qui sépare un nombre donné de mailles consécutives et en comparant cette distance avec celle parcourue par le mandrin durant la réalisation de ces mailles, on peut déterminer la vitesse d'avance du front de tressage.



Figure II-46 : Exploitation des résultats en régime transitoire

En effet, en considérant la distance séparant n mailles consécutives, d_n , réalisées durant un intervalle de temps, $\Delta t_n = (n-1)\Delta t$, la vitesse d'avance du front de tressage, dh , peut être exprimé en fonction de la différence entre la vitesse d'avance du mandrin, V , et la vitesse d'avance réelle du fils par rapport au mandrin, $\frac{d_n}{\Delta t_n}$, par l'équation II-70:

$$dh = V - \frac{d_n}{\Delta t_n}$$

II-70

II-8.a.ii. Tressage circulaire bidirectionnel

Nous avons réalisé une campagne de tressage sur mandrin de forme cylindrique dans le cas du tressage circulaire bidirectionnel visant à valider la méthode expérimentale adoptée lorsque le front de tressage s'éloigne ou se rapproche du plateau de tressage. Pour cela nous utilisons une machine à tresser circulaire bidirectionnelle à 64 roues à ouches positionnées sur une couronne de rayon $750mm$. Pour chacun des tressages réalisés, nous utilisons une vitesse de rotation des roues à ouches constante d'une valeur de $7,36Rad/s$. Le mandrin est un cylindre en PVC de diamètre $100mm$ de longueur $1000mm$ fixé sur un bras mobile tri-axes qui lui impose une vitesse d'avance suivant l'axe de tressage.

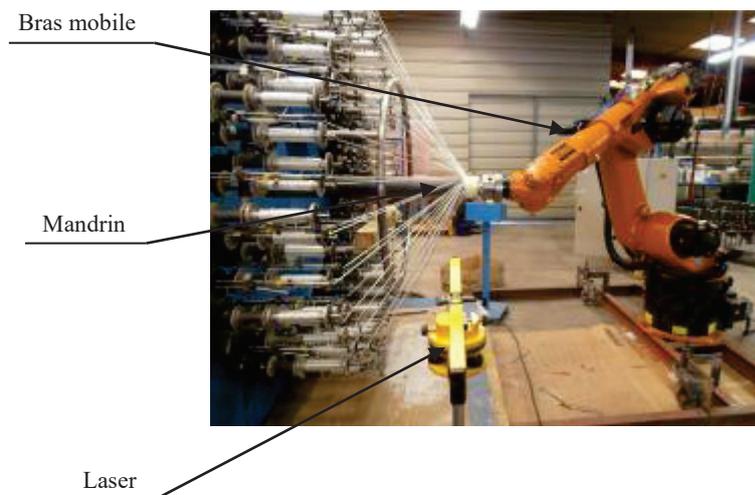


Figure II-47 : Campagne de tressage pour la validation de la vitesse d'avance du front de tressage dans le cas du tressage circulaire bidirectionnel sur mandrin de forme cylindrique

Un premier tressage a été réalisé en faisant varier la vitesse d'avance du mandrin d'une valeur initiale de $5mm/s$ à une valeur de consigne de $15mm/s$. Nous présentons, sur la Figure II-48, la vitesse d'avance du front de tressage en fonction du temps obtenu expérimentalement et par la modélisation:

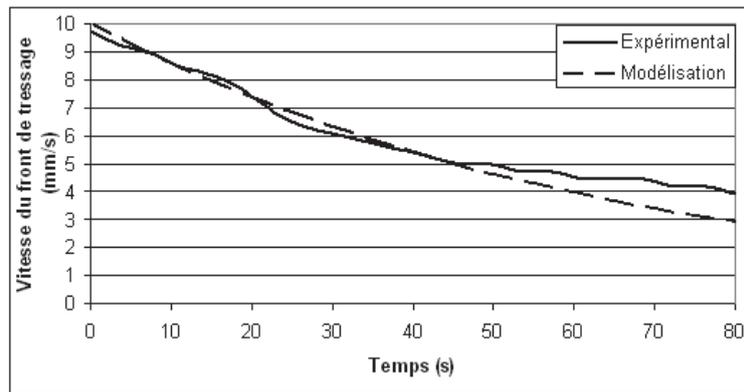


Figure II-48 : Validation expérimentale du mouvement du front de tressage

Nous pouvons observer que les courbes expérimentales et issues de la modélisation correspondent relativement bien. On remarque toutefois qu'en fin de tressage nous ne sommes pas encore arrivés au régime établi (la vitesse d'avance du front de tressage n'étant pas nulle) et que les courbes commencent à diverger. On peut attribuer la divergence des courbes en fin de tressage aux manipulations post-tressage, comme le coupage des fils ou encore le resserrage des fils sur le mandrin, qui ont pu avoir une forte influence compte tenu du faible compactage des fils en fin de tressage.

Un second tressage a été réalisé en faisant varier la vitesse d'avance du mandrin d'une valeur initiale de 10mm/s à une valeur de consigne de 5mm/s . Nous présentons les résultats obtenus expérimentalement et par modélisation sur la Figure II-49:

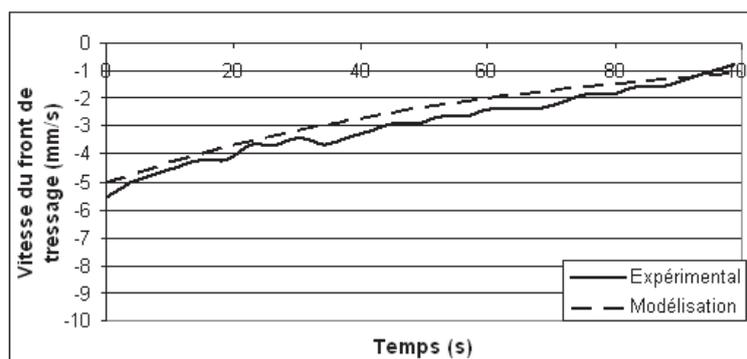


Figure II-49 : Validation expérimentale du mouvement du front de tressage

Nous pouvons observer ici aussi que les courbes expérimentales et issues de la modélisation correspondent, ce qui nous conforte dans la validité de la méthode expérimentale adoptée pour ces campagnes de tressage.

II-8.a.iii. Tressage circulaire tridirectionnel

Nous avons réalisé une campagne de tressage visant à contrôler la validité de l'expression de la vitesse d'avance du front de tressage dans le cas du tressage circulaire tridirectionnel. Pour cela nous utilisons une machine à tresser circulaire tridirectionnelle à 5 couronnes, de diamètre allant de $2m$ à $3m$, chacune composée de 64 roues à ouches. Pour chacun des tressages réalisés, nous utilisons une vitesse de rotation des roues à ouches constante d'une valeur de $7,36Rad/s$. Un mandrin en PVC de forme cylindrique de rayon $50mm$ et de longueur $2000mm$ est fixé sur un bras mobile tri axe qui lui impose une vitesse d'avance suivant l'axe de tressage.

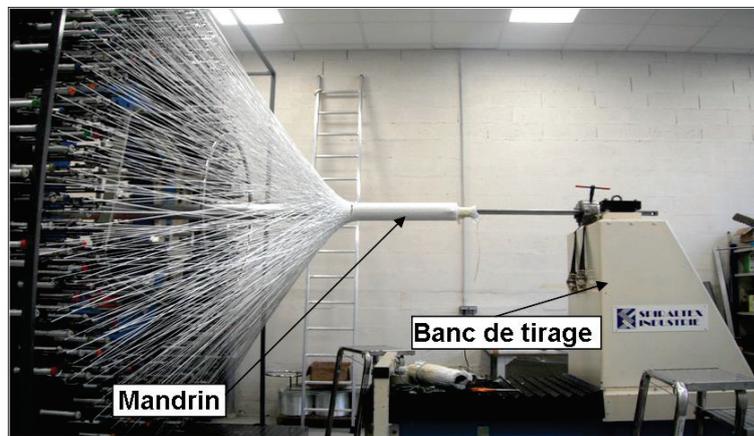


Figure II-50 : Campagne de tressage pour la validation de la vitesse d'avance du front de tressage dans le cas du tressage circulaire tridirectionnel sur mandrin de forme cylindrique

Quatre tressages ont été réalisés durant cette campagne, permettant d'étudier les régimes transitoires pour des angles de tressage allant d'une valeur de 35° à 65° . Un premier tressage a été réalisé en faisant varier la vitesse d'avance du mandrin d'une valeur de $15.95mm/s$ à $7.5mm/s$. Le second tressage a été réalisé en faisant varier la vitesse d'avance du mandrin d'une valeur de $7.5mm/s$ à $15.95mm/s$. Nous présentons la vitesse d'avance du front en fonction du temps de tressage obtenus expérimentalement et par modélisation pour ces deux tressage sur les Figure II-51_A/B :

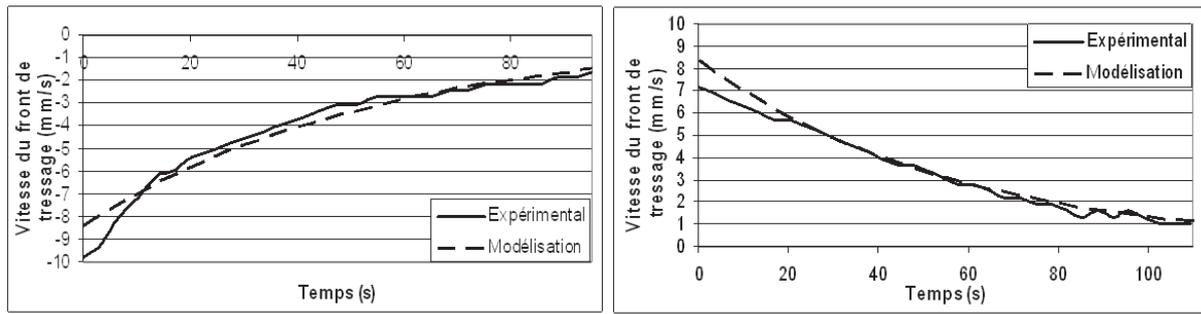


Figure II-51_A/B : Validation expérimentale du mouvement du front de tressage

Nous pouvons observer que les courbes expérimentales et issues de la modélisation correspondent et que les vitesses pour lesquelles le front de tressage se rapproche ou s'éloigne du plateau de tressage sont identiques. En début de tressage, les courbes divergent légèrement, ce qui peut être la conséquence de glissement ou du compactage des fils important lors d'une variation brusque des paramètres de tressage.

Deux autres tressages ont été réalisés pour des vitesses d'avance allant de 13.125mm/s à 18.75mm/s et de 8.44mm/s à 6.19mm/s , pour lesquelles les résultats expérimentaux et issus de la modélisation sont présentés sur les Figure II-52_A/B :

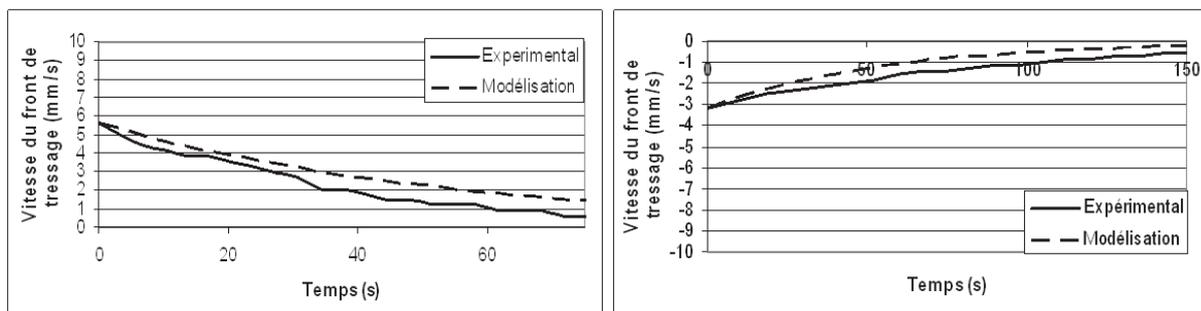


Figure II-52_A/B : Validation expérimentale du mouvement du front de tressage

On peut voir ici aussi que les courbes expérimentales et issues de la modélisation sont relativement proches, ce qui conforte la validité de l'expression de la vitesse d'avance du front de tressage dans le cas d'un mandrin de forme cylindrique appliqué au tressage circulaire tridimensionnel.

II-8.b. Comportement local en régime établi

Pour étudier l'influence locale de la variation de mouvement des fuseaux autour du cercle moyen sur une maille du renfort, on réalise une étude tomographique sur des échantillons composites tressés découpés dont les dimensions sont supérieures ou égales aux dimensions de la maille du renfort considéré. Ces échantillons présentent des orientations de renfort différentes allant d'un angle de tissage obtenu en régime établi de 35° à 65° de manière à réaliser notre étude sur une large gamme de configuration de tissage. On compte au total six échantillons dont les renforts présentent les angles de tissage suivants : 35° , 40° , 45° , 55° , 60° , 65° .

La tomographie par absorption de rayon X est une technique non destructive qui permet la reconstruction d'images « en coupes » d'un objet à trois dimensions. Son principe repose sur l'analyse multidirectionnelle de l'interaction d'un faisceau de rayon X avec la matière, par enregistrement du rayonnement transmis après traversée d'un objet [83].

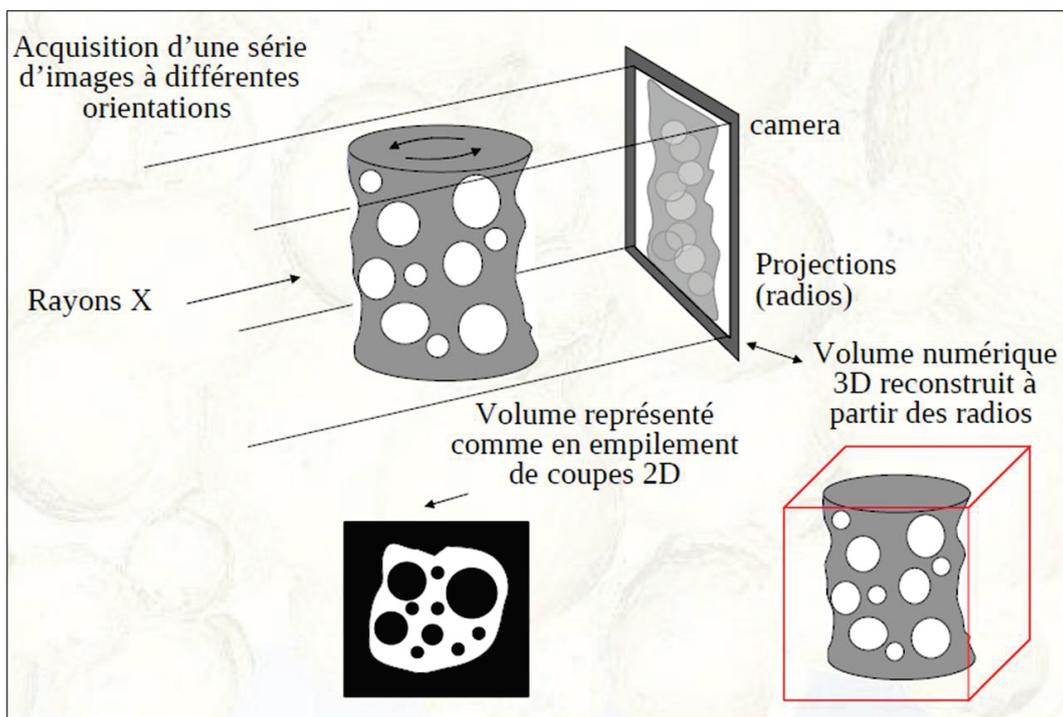


Figure II-53 : Principe de la tomographie par absorption de rayon X [2]

A l'aide de ces données, une image numérique est calculée et reconstruite mathématiquement en niveaux de gris traduisant l'atténuation locale du faisceau incident. Celui-ci après

calibration et étalonnage peut être traduit en échelle de densité. En ce basant sur les niveaux de gris que présente l'image numérique reconstruite, il est possible d'avoir une représentation tridimensionnelle du volume élémentaire représentatif débarrassé de sa matrice (Figure II-54).

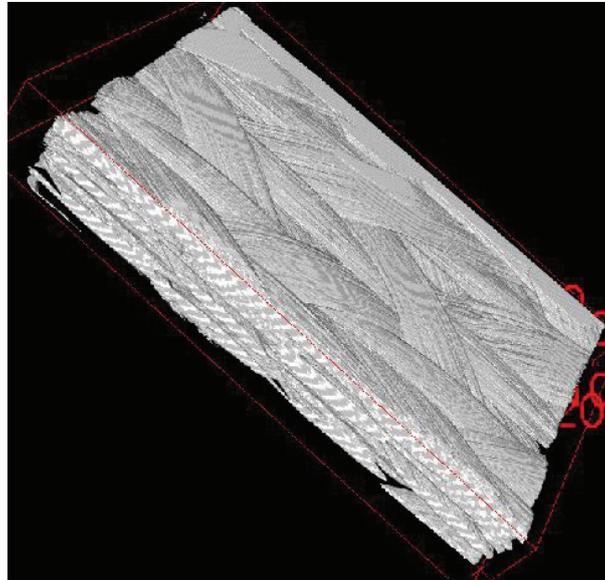


Figure II-54 : Vue 3D de la structure du renfort obtenue par tomographie

La campagne tomographique a été réalisée au laboratoire MATEIS de l'INSA de Lyon qui dispose d'un tomographe Phénix X Ray de modèle Vtomex, admettant une résolution allant de $1,5\mu m$ à $170\mu m$, sur des éprouvettes limités par la taille du détecteur à $2,5mm$ à $1,5\mu m$ de résolution et $300mm$ à $170\mu m$ de résolution. Compte tenu des dimensions des éprouvettes composite tressées utilisées dans cette campagne, nous avons choisi une résolution de $25\mu m$.

Les réglages du tomographe utilisé pour la campagne sont les suivants :

- Tension de $80Kv$
- Intensité de $240\mu A$
- Temps de pause pour chaque image de $333ms$
- Moyenne sur 5 images
- 1000 projections sur 360°

Les résultats de tomographie obtenus pour une éprouvette se présentent sous la forme d'un fichier « .RAW », dans lequel la structure du renfort est discrétisée en plusieurs strates présentées sous la forme d'image.

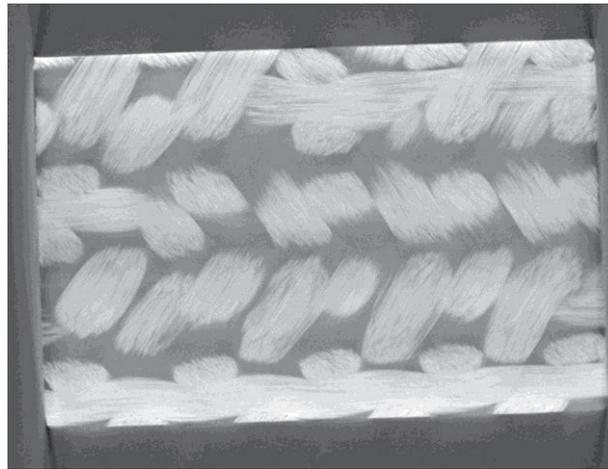


Figure II-55 : Image d'une strate du composite obtenue par tomographie

Ce fichier est importé dans un logiciel de traitement d'image « FIJI ». On étudie strate par strate l'orientation des renforts des différents échantillons envisagés en utilisant le plugin « OrientationJ » inhérent au logiciel « FIJI ». Le plugin « OrientationJ » permet de définir sur une Image/Strate l'orientation des fils à l'aide d'un code couleur (Figure II-56).

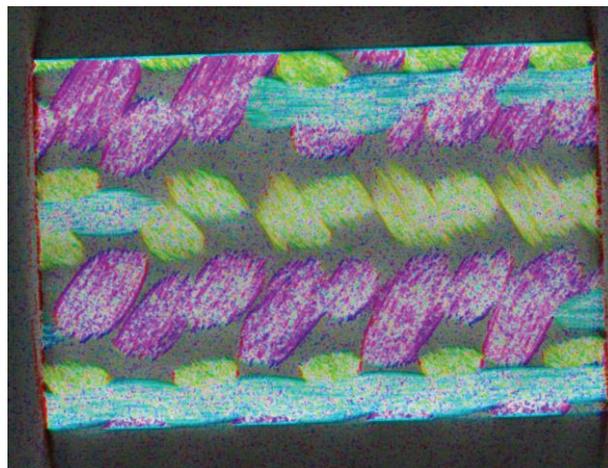


Figure II-56 : Orientation des fils de la strate obtenue à l'aide du plugin OrientationJ

On essaie de vérifier si l'orientation du renfort varie dans le temps sur une maille. Pour cela on commence par vérifier que l'orientation du renfort ne varie pas dans l'épaisseur de la tresse pour les deux configurations du renfort les plus éloignées, à savoir un angle de tressage de 35° et 65° . On compare pour cela cinq strates du composite correspondant aux cinq niveaux de fils dans la tresse. La Figure II-57 présente la comparaison de l'orientation des fils des deux échantillons considérés, pour des strates situées dans les parties supérieures, inférieures et médianes du composite.

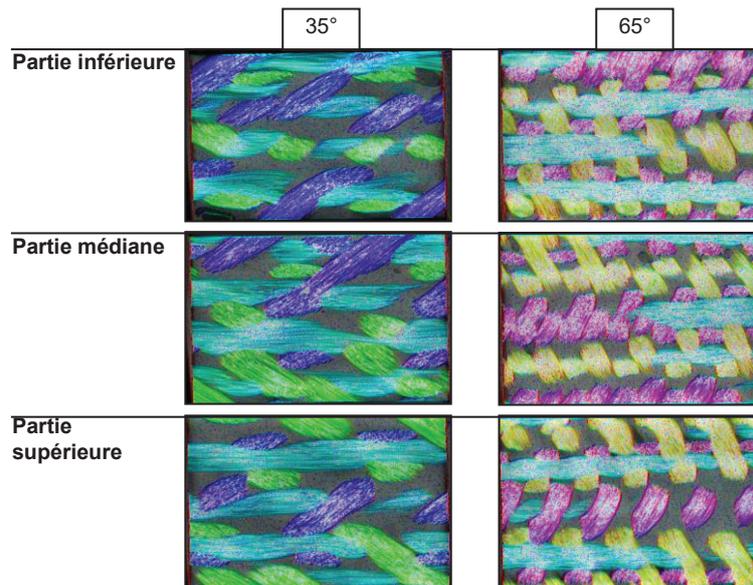


Figure II-57 : Comparaison de l'orientation des fils dans l'épaisseur du composite

On peut voir sur ces figures que l'orientation du renfort ne varie pas ou peu dans l'épaisseur du composite. Compte tenu de la sensibilité de lecture qu'offre le code couleur, on peut considérer que les variations d'angle dans l'épaisseur du composite sont inférieures à 5° .

On étudie maintenant sur une strate (ou un niveau de fil), les variations d'orientation du renfort pour l'intégralité des échantillons disponibles. La Figure II-58 présente l'orientation du renfort obtenue pour les différents échantillons disponibles :

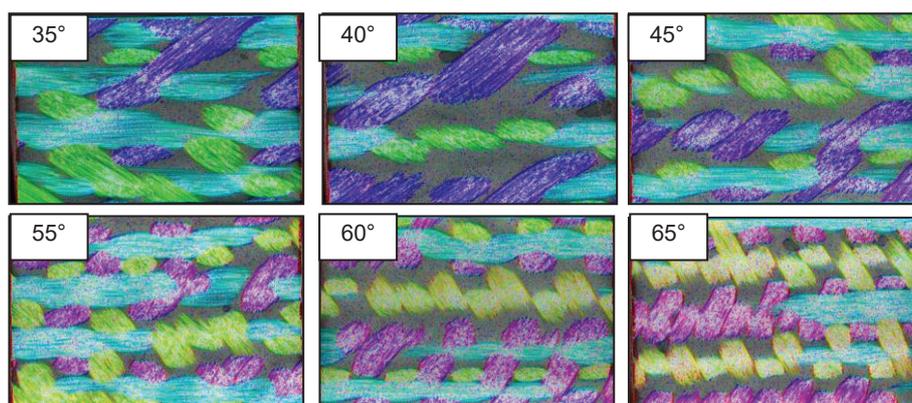


Figure II-58 : Orientation du renfort dans le plans pour différentes architectures de l'armure textile

On peut voir sur ces figures que, pour les différentes orientations de renforts considérés, l'orientation des fils ne varie pas ou peu dans le temps sur une maille.

II-8.c. Conclusions et discussion

Nous avons pu voir à l'aide d'une analyse tomographique d'échantillons composites tressés que les variations de mouvement des fuseaux autour du cercle moyen n'ont pas d'influence notable au niveau local sur l'orientation des fils d'une maille tressée 3D. On peut cependant noter que cette étude fait intervenir un code couleur offrant une sensibilité de lecture que de l'ordre de 5° . Ce code couleur permet toutefois de dégager un ordre de grandeur des variations d'orientations de fils dans un Volume élémentaire, nous permettant de conclure sur la validité de l'hypothèse suivant laquelle "l'influence du mouvement complexe des fuseaux sur le plateau de tressage est localement occulté par les régimes transitoires de la machine à tresser".

De plus, une campagne expérimentale étudiant le comportement du front de tressage dans les cas de tressage 2D et 3D n'a montré aucun impact notable sur le comportement global du procédé de tressage. On peut donc supposer légitime l'analogie entre le tressage circulaire 3D et 2D, qui considère la tresse circulaire 3D comme un empilement de tresses circulaires 2D. Les résultats précédemment développés pourront donc être étendus au cas du tressage 3D. Le tressage circulaire 3D fait toutefois intervenir des cycles d'entrelacement des fils beaucoup plus complexes qui feront l'objet de notre étude dans le Chapitre III.

II-9. Contrôle de la production des préformes tressées

Le modèle analytique que nous avons précédemment développé a pour but de déterminer de manière prédictive la structuration du renfort pour une configuration du procédé de fabrication. Ce modèle peut de la même manière, être exploité pour assurer un contrôle de la production de préforme tressée en fonction d'une structure de renfort textile voulue. Dans le cas d'un mandrin de type "complexe", pour reproduire au mieux la structure de renfort désirée, nous sommes amenés à imposer un mouvement du mandrin pouvant être complexe. Ce mouvement peut entre autre être appliqué par un bras tri axe (robot), conformément à la solution choisie dans le cadre du projet SAGANE. De manière générale, la vitesse de rotation des fuseaux est fixée au cours du tressage pour ne pas favoriser d'éventuelles ruptures de fils qui sont très coûteuses en termes de productivité. Le contrôle de la production revient donc à contrôler le mouvement complexe du mandrin. On discrétise pour cela la géométrie du mandrin suivant l'axe de tressage. Pour chaque section de mandrin on réalise alors une

approximation des moindres carrés pour minimiser les erreurs entre l'orientation du fil calculée et l'orientation désirée.

II-9.a. Influence des principaux paramètres de tressage sur l'angle de tressage

Il est intéressant de connaître l'influence des principaux paramètres de tressage sur l'angle de tressage obtenu dans un cas simple de manière à pouvoir adapter ces paramètres à un éventuel écart de positionnement des fils entre leurs positions théoriques et réelles. On choisit pour cela d'observer l'influence de la vitesse de rotation des fuseaux sur le plateau de tressage et la vitesse d'avance du mandrin sur l'angle de tressage pour un régime établi et sur un mandrin de forme cylindrique par la relation donnée par Ko [54] :

$$\frac{\alpha}{2} = \tan\left(\frac{\Omega R}{V}\right) \quad \text{II-71}$$

II-9.a.i. Influence de la vitesse de rotation moyenne des fuseaux

En fixant la vitesse de tirage dans l'expression de l'angle de tressage donnée dans le modèle de Ko, il est possible de tracer l'influence de la vitesse moyenne de rotation des fuseaux sur l'angle de tressage en fonction de la géométrie du mandrin, ici décrite dans le cas d'un mandrin cylindrique, par son rayon.

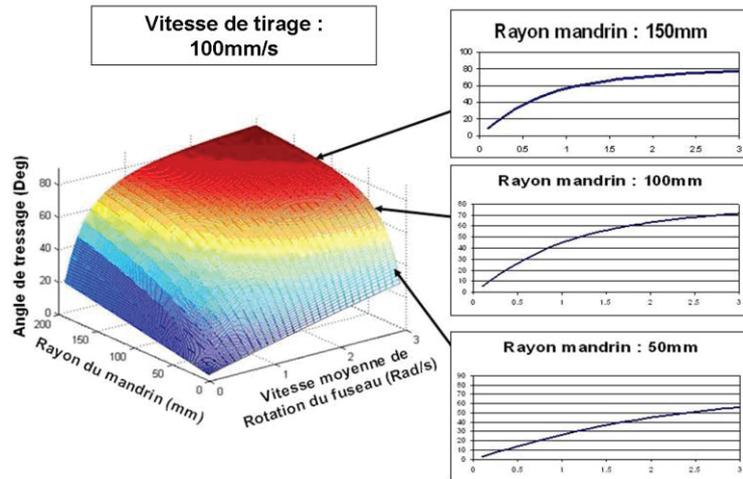


Figure II-59 : Influence de la vitesse de rotation moyenne des fuseaux sur l'angle de tressage

Nous pouvons constater que l'angle de tressage augmente lorsque la vitesse moyenne de rotation des fuseaux augmente. Ce phénomène est amplifié lorsque le rayon du mandrin augmente.

II-9.a.ii. Influence de la vitesse de tirage

En fixant la vitesse moyenne de rotation des fuseaux sur le plateau de tressage dans l'expression de l'angle de tressage donnée dans le modèle de Ko, il est possible de tracer l'influence de la vitesse de tirage sur l'angle de tressage en fonction de la géométrie du mandrin, décrite pour le rayon du mandrin cylindrique.

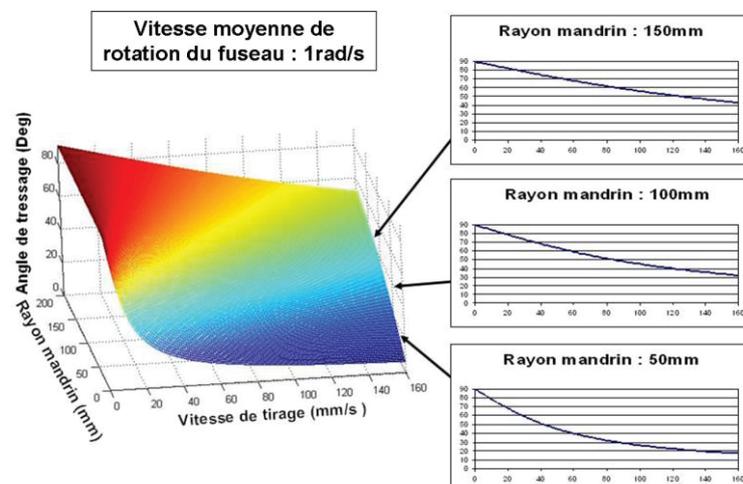


Figure II-60 : Influence de la vitesse de tirage sur l'angle de tressage

Nous pouvons constater que l'angle de tressage diminue lorsque la vitesse de tirage augmente. Ce phénomène est amplifié lorsque le rayon du mandrin diminue.

II-9.b. Influence d'un mouvement complexe du mandrin

De manière générale on conserve l'axe géométrique du mandrin comme unique axe de tressage, le mandrin est, pour cela, incliné de manière à faire correspondre l'orientation de son axe géométrique avec l'axe de tressage au niveau du front de tressage. Le tenseur des déplacements du mandrin au point O peut alors être noté :

$$M_{O'} = \begin{pmatrix} 0 & \phi_x \\ 0 & \phi_y \\ V & \phi_z \end{pmatrix} \quad \text{II-72}$$

L'influence de la vitesse de translation du mandrin suivant l'axe longitudinal a déjà été traitée dans la partie modélisation. Il reste à définir l'influence du mouvement de rotation suivant l'axe de tressage ϕ_z et dans un plan parallèle au plateau de tressage (ϕ_x, ϕ_y) .

II-9.b.i. Influence de rotation du mandrin suivant l'axe de tressage

Dans le cas d'une rotation de mandrin suivant l'axe de tressage, en se positionnant dans un repère attaché au mandrin, le procédé de tressage se réalise de manière identique. La rotation du mandrin suivant l'axe de tressage implique toutefois une vitesse de rotation relative des fuseaux par rapport au mandrin différente. Les résultats précédemment obtenus peuvent donc être utilisés en substituant à la vitesse de rotation des fuseaux, la vitesse de rotation relative des fuseaux par rapport au mandrin. Celle-ci est la somme (ou la différence suivant le sens de rotation du fuseau) de la vitesse de rotation des fuseaux sur le plateau de tressage et de la vitesse de rotation du mandrin suivant l'axe de tressage.

$$\Omega' = \Omega \pm \phi_z \quad \text{II-73}$$

La rotation du mandrin suivant l'axe de tressage introduit par conséquent un angle d'asymétrie des mailles.

II-9.b.ii. Influence de la rotation du mandrin dans un plan parallèle au plateau de tressage

Les rotations suivant les axes \vec{e}_x et \vec{e}_y seront traitées ici de manière couplée car les modifications qu'elles apportent au procédé de tressage sont similaires. En reprenant l'expression vectorielle II-22 développée dans le modèle analytique, il est possible d'y introduire la rotation du mandrin dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage. Nous rappelons ici cette expression vectorielle.

$$\overline{O'M}(t) = \overline{O'O}(t) + \overline{OM}(t) \quad \text{II-74}$$

$$\text{Avec : } \begin{aligned} \overline{OM}(t) &= \overline{OP} + \overline{PI}(t) + \overline{IM}(t) \\ \overline{OM}(t) &= \overline{OP} - \rho_s \vec{e}_n + l(t) \vec{e}_t \end{aligned}$$

Afin de connecter les paramètres de tressage aux conditions de dépose du fil sur le mandrin, nous sommes amenés à dériver cette expression. Dans le cas d'un mouvement de translation du mandrin suivant l'axe de tressage, on obtient l'expression II-23 que l'on rappelle ici :

$$\Omega R_g \vec{e}_\Omega = V \vec{e}_z + \left(\dot{l}(t) - \rho_s \dot{\phi} \right) \vec{e}_t + l(t) \dot{\phi} \vec{e}_n + l(t) \left(\frac{\dot{\alpha}}{2} \right) \vec{e}_k \quad \text{II-75}$$

Dans le cas d'une rotation du mandrin dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage, la dérivée du vecteur \overline{IM} fait intervenir un nouveau terme du à la vitesse de rotation du point d'intersection autour du point O' . La vitesse de rotation du point d'intersection peut être considérée comme étant dirigée dans la direction \vec{e}_z durant un court laps de temps. La relation connectant les paramètres de tressage aux conditions de dépose du fil sur le mandrin devient alors :

$$\Omega R_g \vec{e}_\Omega = V + \phi_x R \sin(\vartheta) + \phi_y R \cos(\vartheta) \vec{e}_z + (\dot{l}(t) - \rho_s \dot{\phi}) \vec{e}_t + l(t) \dot{\phi} \vec{e}_n + l(t) \left(\frac{\dot{\alpha}}{2} \right) \vec{e}_k \quad \text{II-76}$$

Avec : ϑ la position angulaire du point de mandrin considéré

Les résultats précédemment développés peuvent donc être utilisés dans le cas d'une rotation du mandrin dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage en ajoutant le terme $\phi_x R \sin(\vartheta) + \phi_y R \cos(\vartheta)$ à la vitesse de translation du mandrin suivant l'axe de tressage.

II-77

$V' = V + \phi_x R \sin(\vartheta) + \phi_y R \cos(\vartheta)$

On remarque que cette rotation introduit une dissymétrie dans la répartition de l'angle de tressage sur la surface du mandrin et pourra donc être utilisée pour ajuster la répartition du renfort sur la surface du mandrin.

II-9.c. Contrôle du bras pneumatique tri axe

L'expression analytique de l'angle de tressage II-36, combinée à l'expression de la vitesse d'avance du front de tressage II-41, permet de lier, à tout instant t , l'angle de tressage, la vitesse d'avance des fuseaux et la vitesse d'avance d'un élément de surface situé au niveau du front de tressage. Connaissant l'angle de tressage que nous désirons obtenir et en fixant la vitesse de rotation des fuseaux, nous pouvons déterminer la vitesse d'avance à imposer en ce point pour obtenir l'angle de tressage désiré. Le tressage est cependant réalisé simultanément sur tous les points de la section du mandrin situé au niveau du front de tressage. La vitesse d'avance établie pour un point peut ne pas être adaptée pour les autres points de la section. Un mouvement complexe du mandrin permet alors d'adapter la vitesse d'avance aux différents points de la section considérée. Connaissant la répartition de l'angle de tressage désirée sur cette section, on peut définir l'ensemble des vitesses d'avance à donner pour les points de la section. Cette vitesse d'avance ne peut toutefois pas toujours être imposée pour tous les points de la section considérée, on utilise alors une approximation des moindres carrés pour déterminer les paramètres de l'expression de la vitesse d'avance en un point de la surface (Figure II-61).

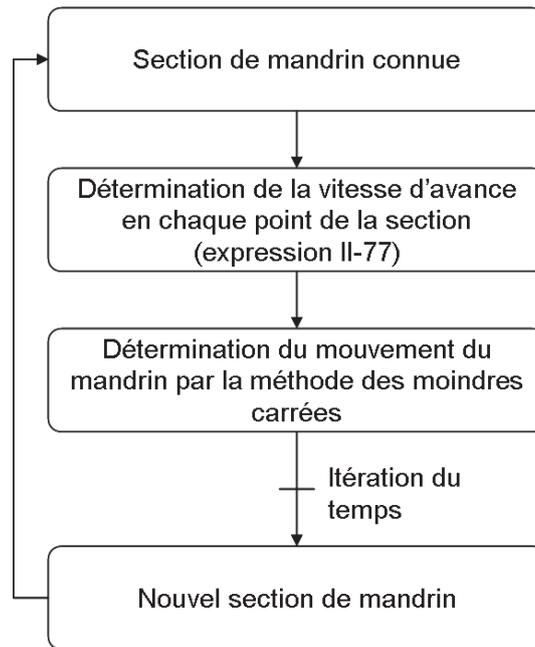


Figure II-61 : Procédure de contrôle du mouvement du mandrin

Les paramètres ainsi trouvés représentent le mouvement du mandrin au point d'intersection O entre la section considéré et l'axe de tressage. On peut alors écrire le tenseur des déplacement du mandrin au point O , à respecter à l'instant t .

$$M_O = \begin{pmatrix} 0 & \phi_x \\ 0 & \phi_y \\ V & \phi_z \end{pmatrix} \quad \text{II-78}$$

La relation liant le tenseur de déplacement du mandrin au point extrême E et le tenseur de déplacement au niveau du front de tressage O est donné par la relation cinématique suivante :

$$M_O = \begin{bmatrix} \vec{V}_E + \vec{OE} \wedge \vec{\phi}_E \\ \vec{\phi}_E \end{bmatrix} \quad \text{II-79}$$

En utilisant l'expression du tenseur de déplacement du mandrin au niveau du front de tressage II-78 dans la relation précédente, on peut trouver les déplacements que le bras tri-axe doit imposer au mandrin à l'instant t .

$$\begin{pmatrix} V_x^E \\ V_y^E \\ V_z^E \\ \phi_x^E \\ \phi_y^E \\ \phi_z^E \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \|OE\| \\ 0 & 0 & \|OE\| & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{pmatrix} \qquad \text{II-80}$$

Pour parcourir l'intégralité de la surface du mandrin, on procède de la même manière en incrémentant successivement le temps.

II-10. Conclusions sur la modélisation du procédé de tressage

L'objectif de ce chapitre était d'établir un lien « analytique » entre le procédé de tressage et la structuration géométrique de l'armure textile. On s'intéressait en particulier à l'orientation des fils dans le plan de la préforme donnée par l'angle de tressage, paramètre de base de la préforme. Les études précédemment développées conduisaient à des expressions analytiques de l'angle de tressage adaptées uniquement à des cas spécifiques. Par le biais d'une description géométrique nouvelle du procédé de tressage, nous avons développé une expression analytique « généralisée » de l'angle de tressage théoriquement adaptée à un cas de tressage quelconque. Pour valider notre approche, nous l'avons confronté aux travaux de Du et Michaeli. On déduit de cette confrontation que notre modélisation est satisfaisante pour les cas de tressage sur des mandrins présentant de manière indépendante des variations de géométrie suivant l'axe longitudinal et dans le plan perpendiculaire à l'axe de tressage. En supposant que l'effet d'interaction de ces variations reste faible, la validité de notre modèle est établie pour le cas de tressage sur mandrin de forme quelconque.

L'expression analytique de l'angle de tressage que nous avons établie est fonction des différents paramètres de tressage et de la position du front de tressage. Les paramètres de tressage sont des données, la détermination de la répartition de l'angle de tressage sur le mandrin résulte donc de la connaissance de la position du front de tressage au cours du temps. Nous avons adopté pour déterminer la position du front de tressage, une procédure par itérations successives du temps dans laquelle la position du front de tressage à l'itération suivante est calculée à partir de sa position actuelle et de sa vitesse d'avance. Notre modélisation analytique s'attache alors à déterminer à chaque pas de temps, la vitesse d'avance du front de tressage. Cette procédure, développée sous le logiciel Matlab, aboutit à la répartition théorique de l'angle de tressage sur le mandrin en fonction des paramètres de tressage utilisés.

Il est aussi possible, en procédant de manière inverse, d'établir les paramètres de tressage idéaux permettant d'obtenir une structure de l'armure textile au plus proche d'une géométrie prédéfinie. On adopte pour cela, sur chaque itération du temps une approximation des moindres carrés visant à minimiser les erreurs d'orientation du renfort sur la circonférence de la section du mandrin considéré.

Ces travaux s'appuient sur trois hypothèses qui délimitent le domaine d'application. Ces hypothèses sont (i) un trajet rectiligne des fils dans la zone de convergence, ce qui revient à négliger le frottement des fils pendant leurs entrelacements, (ii) une adhérence parfaite du fil sur le mandrin, c'est à dire à négliger le glissement des fils sur le mandrin, et (iii) une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage, qui néglige leur mouvement sinusoïdal autour d'un cercle moyen.

Si l'hypothèse (iii) d'une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage est validée facilement dans le cas du tressage 2D, elle n'est toutefois pas immédiate dans le cas du tressage 3D. Nous avons vérifié expérimentalement que les mouvements des fuseaux autour du cercle moyen n'ont pas d'influence notable sur l'orientation des fils du renfort. Nous avons plus précisément réalisé une étude globale de l'influence du mouvement des fuseaux autour du cercle moyen sur les déplacements du front de tressage, et une étude locale de son influence sur l'orientation des fils au sein d'une cellule élémentaire. Les résultats précédemment établis peuvent ainsi être étendus au cas du tressage circulaire 3D.

L'hypothèse d'une adhésion parfaite du fil sur le mandrin a fait l'objet d'une étude approfondie basée sur l'évaluation des efforts appliqués au fil qui conduisent à des conditions de glissement et de décollement des fils. En supposant une modification de la vitesse d'avance du front de tressage due au glissement du fil, il est alors possible d'introduire ce phénomène dans le procédé d'itérations successives développé pour la modélisation analytique du procédé de tressage. Une approche similaire n'est cependant pas applicable au phénomène de décollement du fil. On réalise, dans ce cas, une simulation numérique de ce phénomène à partir d'une trajectoire initiale de fil prédéfinie. Cette simulation permet ainsi d'obtenir une trajectoire de fil modifiée par le décollement permettant de conclure sur l'importance de ce phénomène pour les conditions de tressage choisies.

L'armure textile une fois injectée doit reprendre les efforts induits par les conditions d'exploitation. Les propriétés mécaniques du composite varient grandement avec l'orientation de son renfort [86],[60]. Il est donc possible d'établir une architecture de renforts idéale permettant au composite de répondre au mieux aux sollicitations envisagées. Afin de définir cette architecture idéale, nous devons dans un premier temps identifier le comportement mécanique du matériau en fonction de l'orientation du renfort. Ce point fera l'objet de l'étude présentée dans le chapitre suivant.

**Chapitre III. Prévision du comportement mécanique du
composite en fonction de la structure des préformes
textiles**

III-1. Introduction

Dans la partie précédente du manuscrit nous avons développé une méthodologie de modélisation qui permet de décrire les caractéristiques géométriques de la préforme tressée en fonction des différents paramètres du processus de tressage. De plus, cette méthodologie nous permet d'obtenir la structuration de la tresse sur des mandrins de forme complexe et de tenir compte des effets transitoires qui apparaissent lors des changements de consignes dans le processus de tressage.

La phase suivante de notre travail consiste à passer de la préforme au matériau composite, et plus particulièrement d'examiner la cohérence entre les paramètres correspondant à la structuration géométrique de la tresse et les caractéristiques mécaniques des structures composites tressés.

On adopte pour cela une approche expérimentale visant à caractériser le comportement macroscopique des structures composites. Cette approche consiste à solliciter mécaniquement un élément de structure composite et d'en mesurer les déformations macroscopiques moyennes. Il est alors possible de remonter aux constantes élastiques d'un matériau équivalent par sa loi de comportement.

L'approche expérimentale sera complétée par une méthode de calcul des caractéristiques mécaniques globales basée sur l'analogie avec les composites stratifiés. Les résultats obtenus expérimentalement seront par la suite comparés aux résultats « théoriques » de manière à pouvoir conclure sur la validité des méthodes théoriques utilisées.

III-2. Caractérisation expérimentale du comportement élastique des structures composites tubulaires

Des études ont démontré que les conditions limites d'une éprouvette peuvent influencer grandement le comportement mécanique d'un matériau composite à fibres continues. Nous privilégierons par conséquent des géométries de structure composite permettant de garantir la continuité des fibres dans le renfort.

De manière générale, la technologie de tressage conduit à des structures de révolution. Plus particulièrement, dans le cadre du projet SAGANE la forme envisagée pour le réservoir est

relativement proche de celle d'un tube. Nous choisissons donc de réaliser notre campagne expérimentale sur des éprouvettes de forme tubulaire de dimensions similaires à celle du réservoir.

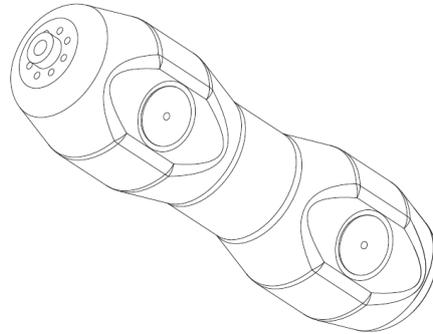


Figure III-1: Réservoir composite tressé 3-D interlock utilisé dans le projet SAGANE

Compte tenu des dimensions (épaisseur, rayon) du réservoir considéré, nous pouvons faire l'hypothèse d'un comportement en membrane 2D du matériau (rapport diamètre/épaisseur de la paroi inférieur à 10). Sous cette hypothèse, une première simulation numérique du comportement mécanique du réservoir soumis à une pression interne montre que le matériau subit des sollicitations multiaxiales globales en traction longitudinale et transverse ainsi que des sollicitations locales en cisaillement plan (dus au système de fixation). Afin de mettre en évidence le comportement de structure tubulaire à ces cas de chargement, nous mettons en place différents essais mécaniques élémentaires qui font intervenir indépendamment ou de manière couplée les différentes sollicitations auxquelles est soumis le réservoir. On note que ces différents essais introduisent un nombre de relations de comportement supérieures au nombre de constantes nécessaires à la caractérisation complète du matériau dans son plan. On utilise alors l'ensemble des relations de comportement mis à notre disposition pour obtenir les constantes élastiques du matériau par une méthode d'optimisation. Vu la finalité du projet SAGANE, l'étude mise en place se limitera uniquement au domaine élastique du comportement. Il n'est pas envisagé que les structures tressées subissent des endommagements, le comportement doit strictement rester dans les limites du domaine élastique.

III-2.a. Stratégie de caractérisation des constantes élastiques d'une éprouvette tubulaire

La sollicitation d'une éprouvette dans des cas de chargements « types » permet d'écrire de façon analytique les contraintes appliquées au matériau et ainsi de coupler, par le biais de la loi de comportement, les propriétés mécaniques du matériau aux mesures de déformations et aux chargements macroscopiques appliqués à l'éprouvette. Connaissant les conditions de chargement et la réponse des instruments extensométriques, nous pouvons en déduire les propriétés mécaniques du matériau.

La loi de Hooke, qui exprime la relation linéaire entre les contraintes et les déformations, prend la forme suivante dans le cas d'un matériau composite 2D supposé orthotrope :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \sqrt{2}\gamma_{lt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & \frac{1}{E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2G_{lt}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \sqrt{2}\sigma_{lt} \end{pmatrix} \quad \text{III-1}$$

L'identification des propriétés mécaniques du matériau consiste donc à déterminer les quatre inconnues de la matrice de souplesse qui sont : le module d'élasticité longitudinal E_1 , le module d'élasticité transverse E_2 , le module de cisaillement G_{12} et le coefficient de Poisson ν_{12} du matériau.

De manière à caractériser le comportement plan des structures tubulaires tressées, on envisage trois essais mécaniques élémentaires. Ces essais font intervenir des cas de chargement simples et multiaxiaux qui permettent de mettre en évidence les phénomènes de couplage.

Le premier essai réalisé est un essai de torsion suivant l'axe de symétrie du tube. Cet essai permet de solliciter le tube en cisaillement afin de déterminer le module de cisaillement.

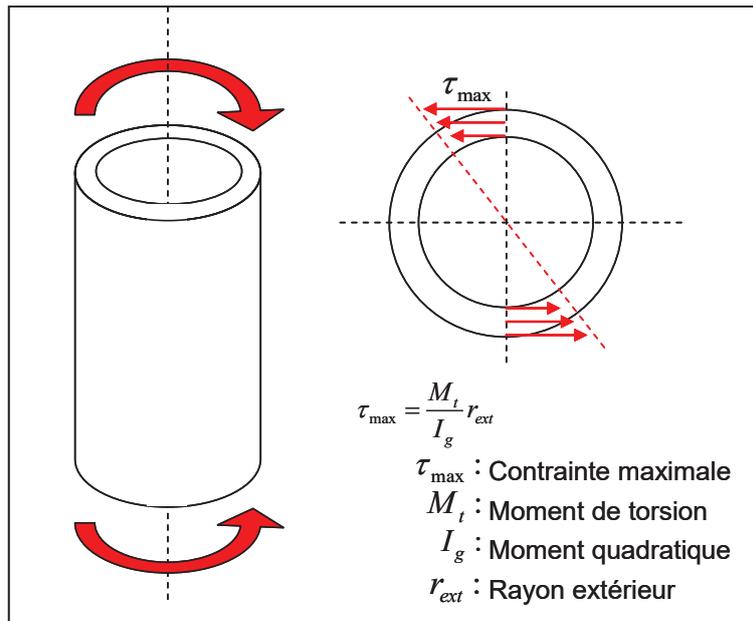


Figure III-2: Sollicitation d'une éprouvette tubulaire en torsion

En utilisant un tenseur des contraintes faisant intervenir uniquement une composante de cisaillement, la loi de Hooke nous permet d'établir une relation directe entre le module de cisaillement, les contraintes appliquées au matériau et les déformations :

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2G_{12}} \sigma_{12}$$

III-2

Le deuxième essai réalisé est un essai de traction suivant l'axe du tube. Cet essai implique non seulement une déformation longitudinale due à la sollicitation en traction mais aussi une déformation transverse due à la contraction du matériau perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué.

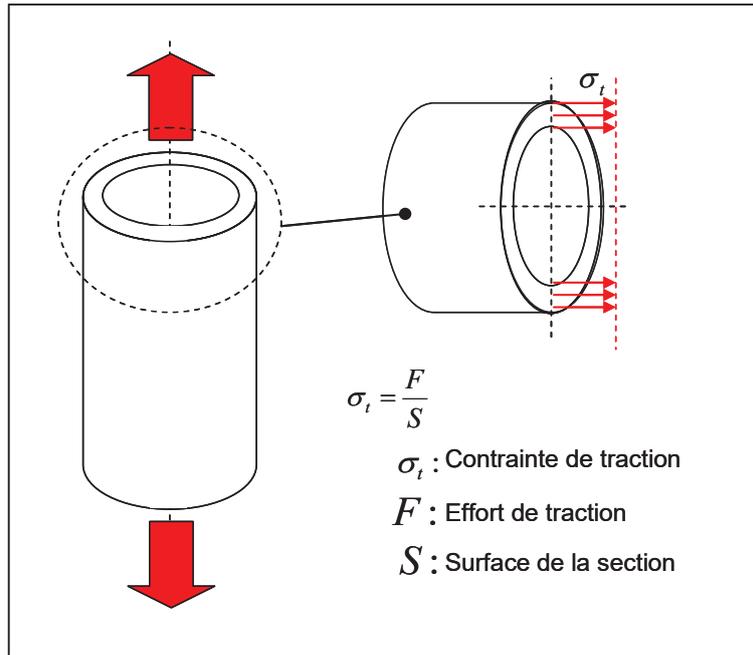


Figure III-3 : Sollicitation en traction d'une éprouvette tubulaire

En utilisant le tenseur des contraintes faisant intervenir uniquement une composante de traction, la loi de Hooke permet d'établir deux relations donnant les déformations longitudinales et transversales du matériau en fonction de la contrainte de traction. On peut remarquer que ces deux équations sont suffisantes pour déterminer les deux inconnues qu'elles font intervenir : le module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson.

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E_1} \sigma_{11}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{-\nu_{12}}{E_1} \sigma_{11}$$

III-3

La dernière mesure à réaliser est un essai de mise en pression interne avec « effet de fond » (cylindre fermé sous pression). Cet essai sollicite le matériau de façon multiaxiale avec une composante longitudinale due à l'effet de fond et l'autre circonférentielle due à la pression interne. Ces deux contraintes sont appliquées simultanément et liées à la pression par la géométrie de l'éprouvette. L'ordre de grandeur de l'éprouvette est similaire à celui du réservoir utilisé dans le cadre du projet SAGANE, ce qui permet de se placer dans un rapport de chargement similaire à l'application réelle.

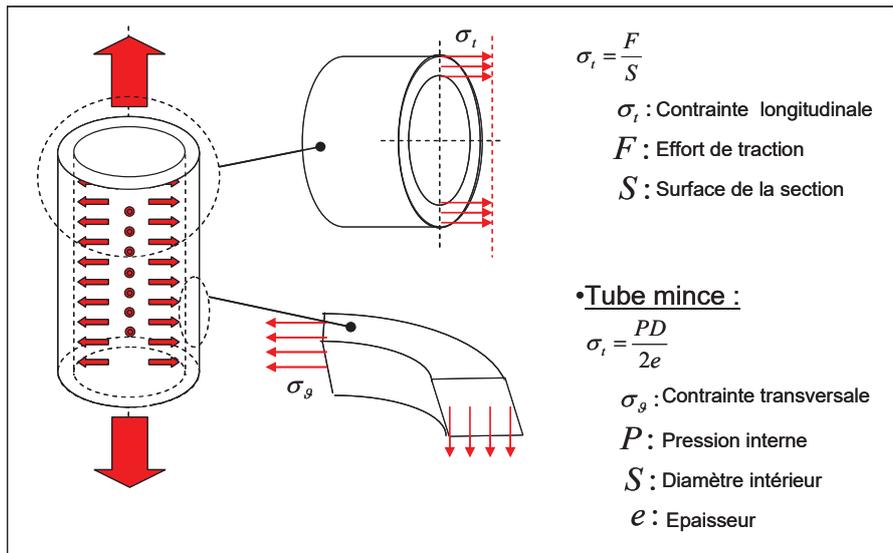


Figure III-4 : Sollicitation d'une éprouvette tubulaire en pression interne

En utilisant un tenseur de contraintes constitué d'une composante longitudinale et d'une composante transversale, la loi de Hooke permet d'obtenir deux relations faisant intervenir le module d'élasticité transversal, le module d'élasticité longitudinal et le coefficient de Poisson.

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E_1} \sigma_{11} - \frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_{22}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E_2} \sigma_{22} - \frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_{11}$$

III-4

Ces trois inconnues ne peuvent être déterminées de manière unique en utilisant seulement deux relations. Il est donc impératif d'utiliser les résultats couplés de l'essai de traction et de l'essai de pression interne avec effet de fond, pour déterminer le module d'élasticité transversal. On peut observer que les essais de traction et de pression interne, font intervenir uniquement trois inconnues pour quatre équations. Ce système comporte donc des solutions différentes suivant les 3 équations considérées pour la résolution. On choisit plutôt d'utiliser les quatre équations de manière à trouver une solution optimale. Pour cela, nous mettrons en oeuvre la méthode des moindres carrés, qui sera détaillée par la suite.

Afin de mettre en évidence un éventuel écart entre les propriétés mécaniques calculées et les propriétés effectives, les déformations sont recalculées à partir de la relation donnée par la loi de Hooke appliquée aux différents essais. On utilise pour cela les valeurs obtenues des modules d'élasticité et du coefficient de Poisson. La valeur théorique des déformations ainsi calculée est ensuite comparée aux valeurs mesurées afin d'en déduire une erreur relative. Cette

erreur relative « de calcul » peut être comparée à l'erreur relative due à l'imprécision des mesures et ainsi évaluer la pertinence des résultats obtenus.

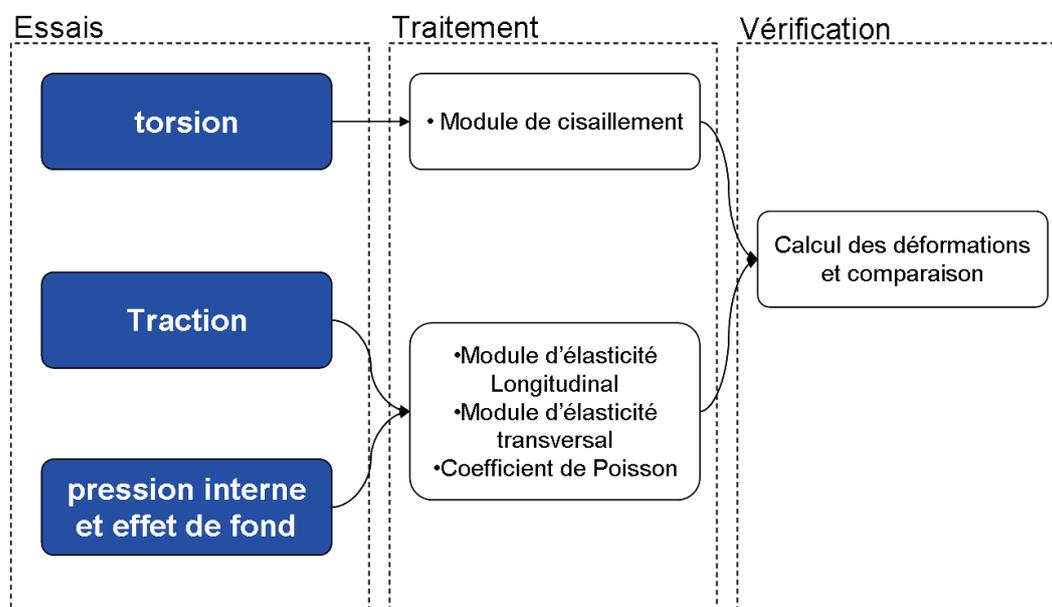


Figure III-5 : Stratégie de caractérisation des constantes élastiques d'une éprouvette tubulaire

III-2.b. Essais complémentaires : l'hypothèse d'orthotropie

L'hypothèse d'orthotropie est souvent utilisée dans la caractérisation mécanique des matériaux composites à renfort textile. Cette hypothèse s'appuie principalement sur la symétrie « parfaite » des renforts textiles. Les différents procédés de réalisation de préformes ne sont toutefois pas « parfaits » et peuvent impliquer, entre autre, des dissymétries et anomalies de réalisation pouvant conduire à un comportement de matériau plus ou moins éloigné du comportement orthotrope. Compte tenu de la complexité des renforts tressé 3D interlock, l'hypothèse d'orthotropie du matériau n'est pas évidente. C'est pourquoi on se propose de vérifier cette hypothèse. Dans le cas d'un comportement en membrane 2D du composite, l'hypothèse d'orthotropie du matériau consiste à considérer le cisaillement comme découplé des autres sollicitations qui lui sont appliquées. Cette affirmation est vérifiée par la loi de Hooke appliqué aux membranes 2D orthotropes. On propose donc de réaliser un essai couplant la sollicitation de torsion à la sollicitation de traction.

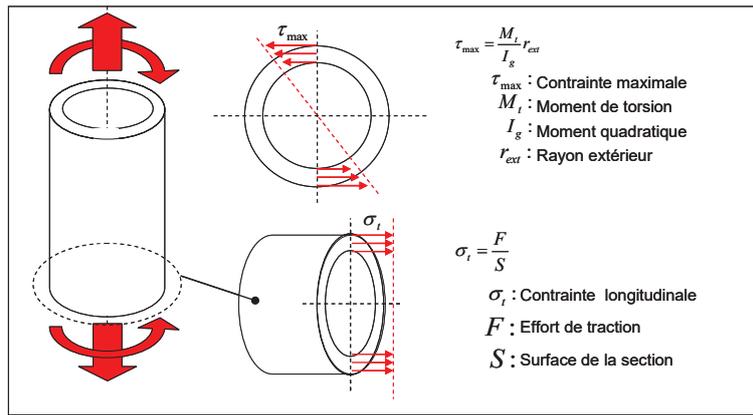


Figure III-6 : Sollicitation d'une éprouvette tubulaire en torsion+traction

III-2.c. Protocole et montage expérimental

III-2.c.i. Protocole expérimental

Le protocole expérimental doit permettre d'identifier les propriétés mécaniques dans le domaine élastique, des matériaux composites à matrice époxy et renfort de fibre de verre, obtenus par tressage 3D circulaire, en fonction de l'angle de tressage de leurs renforcements. Nous réaliserons l'identification des propriétés mécaniques de composites dont les angles de tressage du renfort couvriront toute la plage rendue possible par la technologie de tressage utilisé (de 35° à 65°). La campagne expérimentale comprend six éprouvettes tubulaires tressées, dont les angles de tressage prennent les valeurs suivantes : 35°, 40°, 45°, 55°, 60°, 65°. Pour tous les essais on utilise des éprouvettes ayant les mêmes caractéristiques géométriques et technologie de fabrication. Les dimensions des éprouvettes sont les suivantes : longueur 600 mm, diamètre intérieur 100 mm et diamètre extérieur 120 mm.

Le renforcement est constitué d'une tresse circulaire, obtenue par un tressage 3D interlock à 5 niveaux de couronnes possédant 64 roues à ouches, ce qui conduit à une tresse à 6 couches, deux à deux interconnectées, en incluant les fils de fermeture situés sur la bordure de la tresse. La machine est configurée en 1/1 (ou taffetas) présentant 160 fils de chaîne et 160 fils de trame sur l'ensemble de ces couronnes. Des fils unidirectionnels sont introduits au niveau de l'axe central de chaque roue à ouches. Le tressage fait donc intervenir 320 fils unidirectionnels. La fibre utilisée est de type « Verre E » présentant les caractéristiques données dans le Tableau III-1. Pour l'injection, on utilise la résine Epolam 5015 de type Epoxy présentant les caractéristiques données dans le Tableau III-2.

Tableau III-1 : Propriétés mécaniques de la fibre

	Module d'élasticité (MPa)	Module de cisaillement (MPa)	Coefficient de Poisson	Contrainte à la rupture (MPa)	Déformation à la rupture (%)	Masse volumique (Kg/m ³)
Verre E	74000	30000	0,25	2500	3,5	2600

Tableau III-2 : Propriétés de la matrice

	Module d'élasticité en flexion (MPa)	Contrainte maximale de rupture en flexion (MPa)	Contrainte de rupture en traction (MPa)	Allongement à la rupture (%)	Dureté (Shore D15)
Epilam 5015	3000	105	80	6	85

Les renforts tressés sont positionnés dans un moule constitué d'un tube intérieur et d'un tube extérieur en aluminium, de longueur 2000 mm. Ces tubes présentent une bonne cylindricité, nécessaire pour assurer l'étanchéité (par l'alignement des différentes pièces) de l'éprouvette lors de l'essai en pression interne. La co-axialité des tubes est assurée, pour ne pas introduire de flexion parasite lors des essais, par des pièces de fermeture situées de part et d'autre des tubes. La résine est injectée à une pression de 35 bars dans la préforme à partir d'une extrémité tout en réalisant un vide partiel à l'autre extrémité. Une fois la polymérisation effectuée les tubes sont découpés à une longueur approximative de 300 mm.

Pour appliquer les différents cas de chargement envisagés dans les différents essais élémentaires, on colle de part et d'autre du tube des pièces de fixation au bâti d'essais de la presse universelle. Le collage est réalisé à l'aide d'une colle époxy Sikadur 330 LP qui lie la surface extérieure de l'éprouvette à la surface intérieure des pièces de fixation. Afin d'assurer un alignement parfait des différentes parties collées, le collage est réalisé en position sur la presse d'essai. L'éprouvette est dans un premier temps positionnée sur la presse (1), On applique ensuite la colle sur la partie inférieure de l'éprouvette (2). La première pièce de fixation est alors positionnée sur la partie inférieure de l'éprouvette (3). La seconde pièce de fixation est par la suite placée sur la partie inférieure de l'éprouvette (4) et la partie supérieure de l'éprouvette enduite de colle (5). La seconde pièce de fixation est enfin mise en position sur la partie supérieure de l'éprouvette et le montage solidarisé à la presse (6).

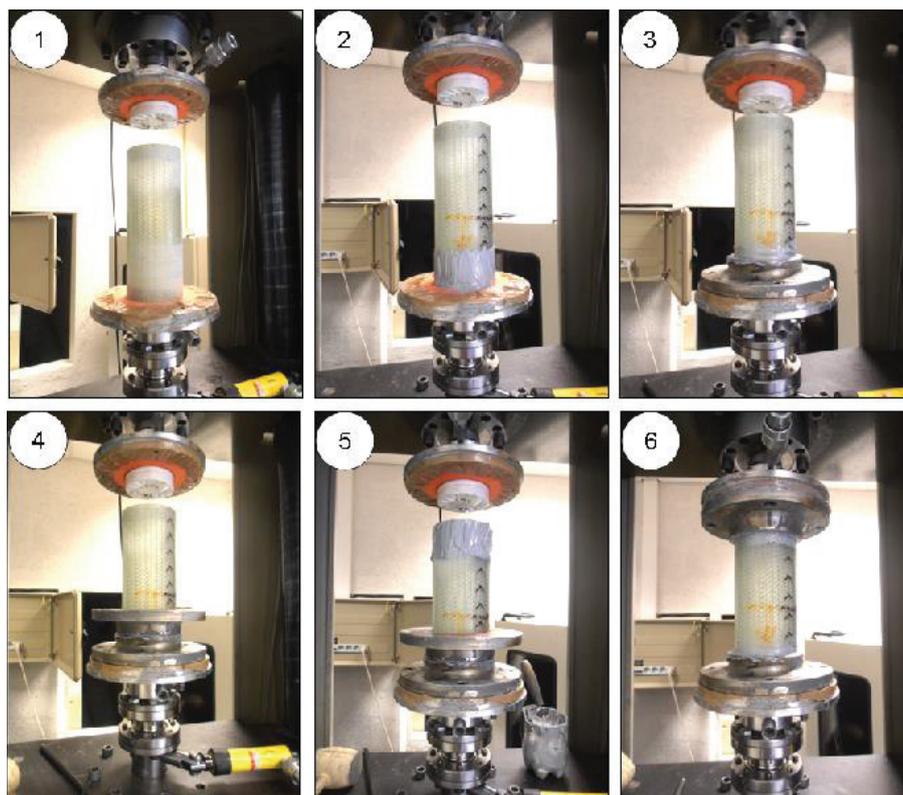


Figure III-7 : Procédure de collage des pièces de fixation sur l'éprouvette

Après séchage durant 24 heures, l'ensemble constitué de l'éprouvette et des pièces de fixation est démonté pour être placé pendant 48 heures dans une étuve climatique à 40°C et HR 50% afin de favoriser la polymérisation.

Après polymérisation, l'ensemble éprouvette et pièces de fixation est à nouveau mis en place sur la presse universelle pour réaliser les essais de traction et de torsion. Une fois ces essais terminés, l'ensemble éprouvette/pièces de fixation est de nouveau démonté pour remplir l'éprouvette d'huile hydraulique nécessaire pour sa sollicitation en pression interne. Après le remplissage de l'éprouvette d'huile hydraulique on réalise le montage permettant sa sollicitation en pression interne et le dernier essai est effectué.

Lorsque les essais sont terminés, le tube est découpé à ses extrémités pour récupérer les pièces de fixation qui sont alors séparées de la partie du tube découpé en le soumettant à une décomposition à haute température (feu) enceinte au feu pendant 30'. Les pièces de fixation récupérées sont nettoyées et re-utilisées pour l'éprouvette suivante.

Finalement la démarche expérimentale qui conduit à la réalisation des essais sur une éprouvette peut être décomposée en six étapes suivant le cheminement présenté sur la Figure III-8.

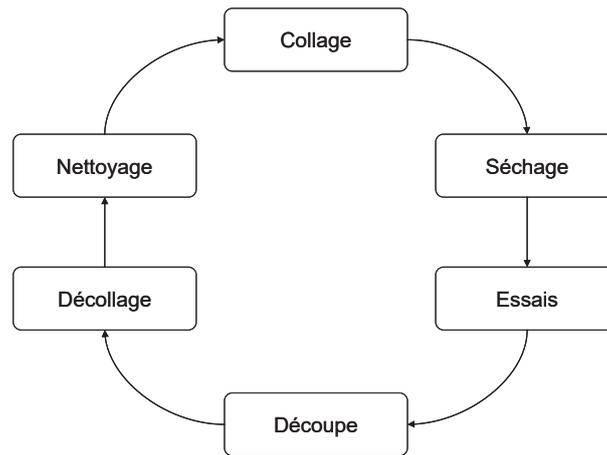


Figure III-8 : Protocole de préparation d'éprouvettes

III-2.c.ii. Montages expérimentaux

a. *Montage pour la sollicitation en pression interne de l'éprouvette avec effet de fond*

Pour solliciter en pression interne les éprouvettes de formes tubulaires, deux pièces de fermeture sont emboîtées de part et d'autre du tube, préalablement rempli d'huile hydraulique. Ces pièces de fermeture sont percées et reliées une pompe hydraulique à l'intérieur du tube en circuit fermé. L'étanchéité est assurée par un joint quadrilobe mis en position dans une gorge de la pièce de fermeture au niveau de la partie emboîtée. La surface intérieure du tube est pour cela usinée de manière à avoir un jeu et un état de surface convenable pour assurer l'étanchéité. Deux pièces de fixation sont collées sur la surface extérieure du tube, au niveau de ces embouchures, et vissées sur les pièces de fermeture afin de les solidariser au tube. Les pièces de fermeture possèdent par ailleurs un système de fixation classiquement utilisé sur les presses, permettant ainsi d'envisager différents cas de chargement. La Figure III-9 présente en détail le montage pour l'essai de pression interne.

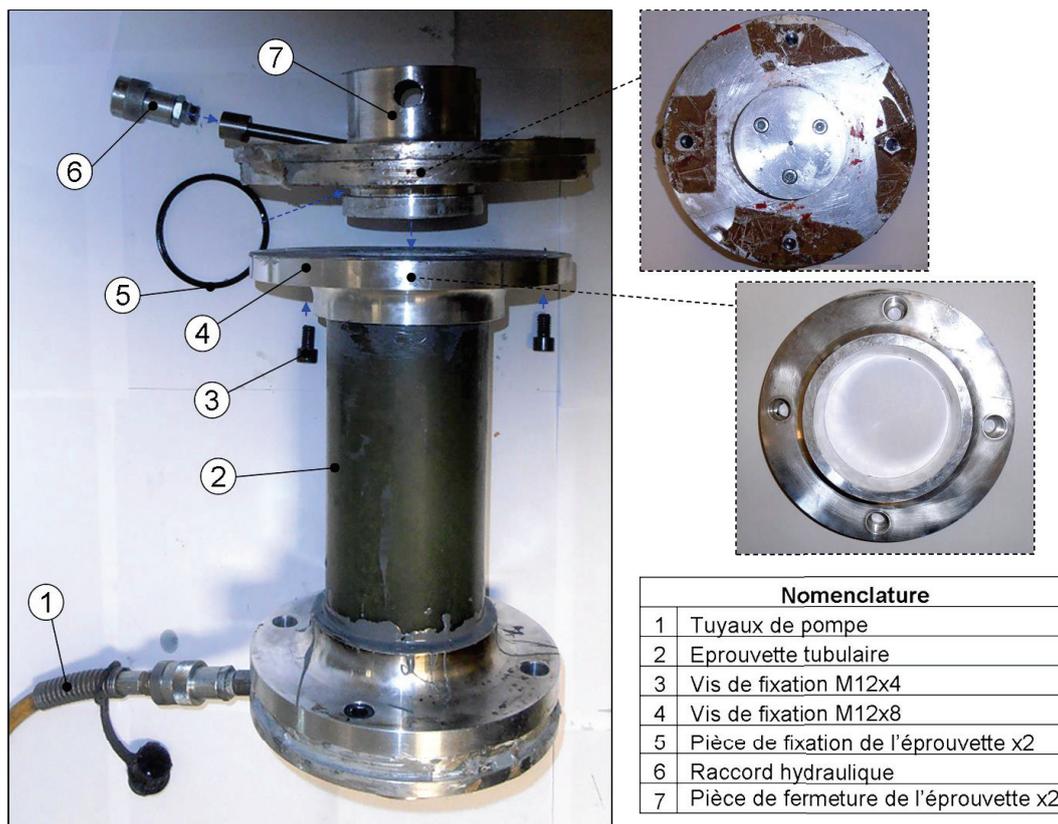


Figure III-9 : Montage de mise en pression interne d'éprouvette tubulaire

La pression est appliquée à l'aide d'une pompe hydraulique manuelle « Enerpac » permettant de générer une pression de 700 bars. La pompe est munie d'un capteur de pression de 700 bars d'une précision de 0.2% que nous utiliserons pour nos essais. Le montage est positionné entre la traverse et le bâti d'une presse de traction universelle. Un espace est laissé entre le montage et le bâti de la presse de façon à permettre l'allongement de l'éprouvette. On applique de cette manière une pression allant jusqu'à 40 bars.



Figure III-10 : Mise en position du montage de pression interne sur éprouvette tubulaire

b. Montage pour la sollicitation en torsion des éprouvettes

Afin de solliciter les éprouvettes en torsion, on utilise le montage pour la sollicitation en pression interne de l'éprouvette sur lequel on applique un couple entre les pièces de fermeture. Pour cela une des pièces de fermeture est fixée au bâti de la presse alors que l'autre est fixé à l'axe de fixation de notre montage.

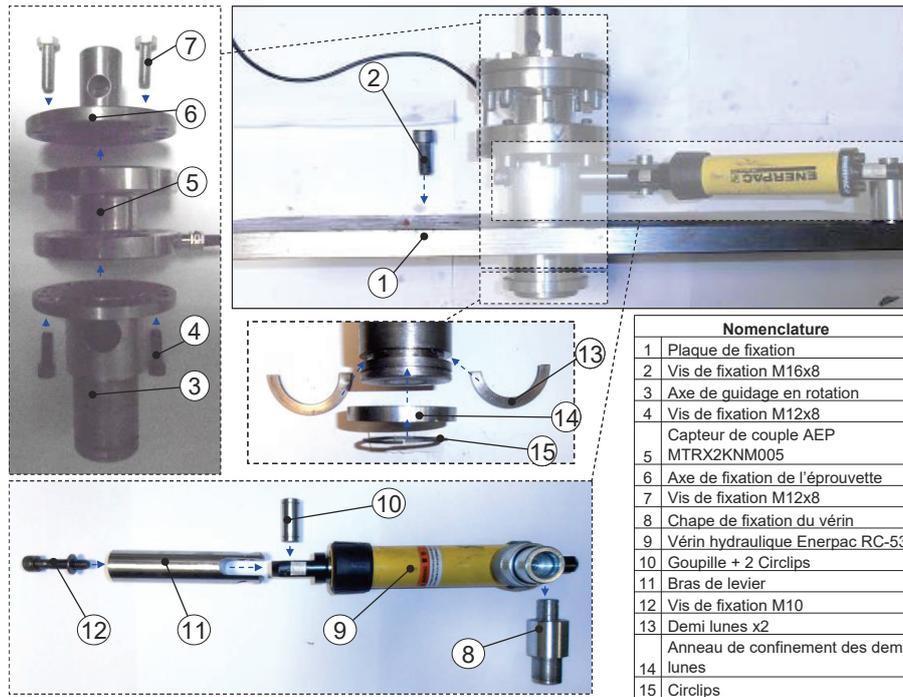


Figure III-11 : Montage de mise en torsion d'éprouvette tubulaire

Une pièce recréant le système de fixation de la presse, appelé axe de fixation, est assemblée avec un axe de guidage en rotation, glissé dans un guide tubulaire soudé à une plaque en acier. L'axe de guidage en rotation traverse la plaque de manière à s'appuyer sur celle-ci. L'extrémité de l'axe de guidage, débouchant du guide tubulaire, est bloquée en translation par un système à deux demi-lunes confiné dans une gorge par un anneau de confinement. L'ensemble demi -lunes et anneau de confinement est ensuite bloqué en translation par un circlips fixé sur l'axe de guidage. On obtient ainsi une liaison pivot entre l'axe de guidage et la plaque. Sur la plaque, est fixé un vérin hydraulique simple effet de 5 tonnes par l'intermédiaire d'une chape de fixation qui la traverse. La chape de fixation assure une liaison pivot avec la plaque de manière à permettre au vérin de tourner lorsque la tige est en mouvement. La tige du vérin est fixée à un bras de levier solidarisé à l'axe de guidage, lui transmettant ainsi le couple désiré. On utilise pour actionner le vérin la même pompe hydraulique manuelle « Enerpac » permettant de générer une pression de 700 bar. Dans le cadre de nos essais, on applique un couple allant jusqu'à 1,5 KNm. Le couple est mesuré par un capteur de torsion, inséré entre l'axe de fixation et l'axe de guidage, permettant une mesure du couple allant jusqu'à 2kNm avec une précision de 0.05Nm. Afin de permettre un éventuel allongement de l'éprouvette, on laisse un jeu de quelques millimètres entre l'axe de fixation et l'axe de guidage lors de leurs assemblages.

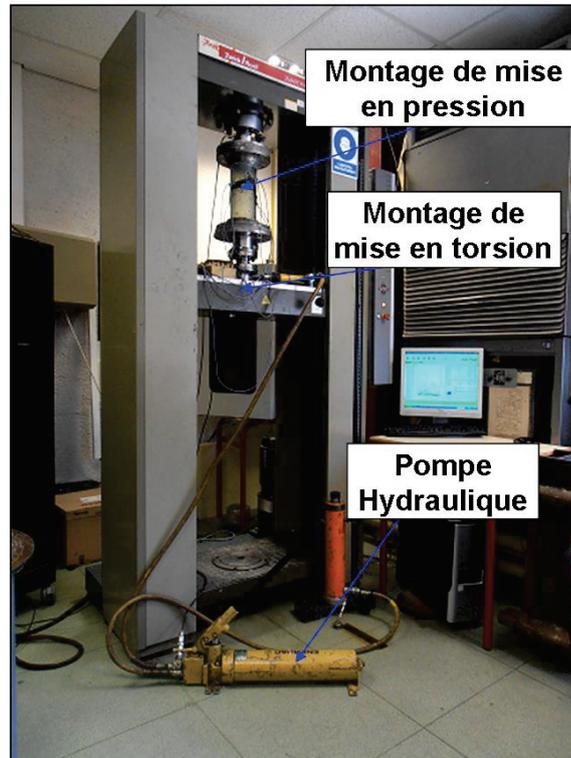


Figure III-12 : Mise en position du montage de torsion sur éprouvette tubulaire

c. Montage pour la sollicitation en traction des éprouvettes

Pour solliciter en traction les éprouvettes on utilise le même montage que pour la sollicitation en torsion, en introduisant un capteur de force de 200 kN d'une précision de 0.2%, entre le bâti de la presse et la pièce de fermeture de l'éprouvette. Dans le cadre de nos essais, on impose un déplacement de la traverse de 0.5 mm/min et on arrête l'essai lorsque l'effort de traction dépasse 25 kN.

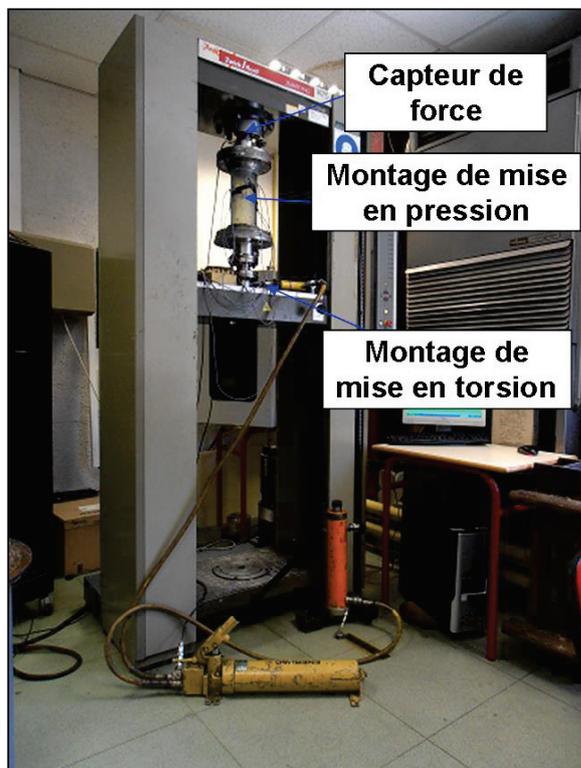


Figure III-13 : Montage de mise en traction sur éprouvette tubulaire

d. Montage pour la sollicitation couplée traction/torsion des éprouvettes

L'essai couplé traction/torsion est effectué afin de vérifier les conditions d'orthotropie du matériau. L'essai de torsion ne peut être réalisé en présence du capteur de force utilisé pour l'essai de traction, car l'axe de fixation du capteur est vissé et tourne lors de la sollicitation en torsion de l'éprouvette. C'est pourquoi nous réalisons un essai préliminaire de traction simple avec capteur d'effort, de manière à corroborer les déformations longitudinales et l'effort de traction. On utilisera la valeur donnée par la jauge de déformation pour limiter la valeur maximum de l'effort de traction appliqué à l'éprouvette. Une fois cette vérification faite, le capteur d'effort est remplacé par un axe de fixation solidarisé au bâti d'essai. On applique alors une pré-charge en traction par un déplacement de la traverse de 0.5mm/min que l'on arrête pour une déformation des jauges longitudinale équivalente à un effort de traction de 10 kN. La pré-charge sera maintenue jusqu'à la fin de l'essai. Une sollicitation de torsion, allant jusqu'à 1800Nm, est alors appliquée à l'éprouvette. Les déformations longitudinale et transversale n'étant supposément pas affectées par la sollicitation en torsion de l'éprouvette,

on observe une éventuelle variation des déformations des jauges longitudinales et transversale. Pour vérifier l'hypothèse d'orthotropie du matériau, les déformations des jauges à 45° et les variations de déformation des jauges longitudinales et transversales sont comparées en les normalisant par leurs modules d'élasticité respectifs. Les déformations normées des jauges longitudinale et transversale sont obtenues en divisant la déformation mesurée par le module de cisaillement du matériau et la déformation normée des jauges à 45° est obtenue en divisant la déformation mesurée par le module d'élasticité longitudinal ou transversal suivant le cas considéré. Pour comparer ces déformations on introduit aussi un « rapport de déformation » qui est le rapport de la variation des déformations longitudinales et transversales normées par la déformation à 45° normée. Le rapport de déformation doit rester faible pour que l'hypothèse d'orthotropie soit vérifiée. Cette hypothèse est vérifiée expérimentalement pour trois angles de tressage de 35°, 45°, 60° dans la partie III-2.e.iv.

III-2.d. Acquisition et traitement des données

La mesure des forces appliquées à l'éprouvette nécessite différents capteurs adaptés aux types de sollicitations auxquelles elle est soumise. Les essais que nous avons mis en place nécessitent un capteur de force, un capteur de couple et un capteur de pression. La description de ces différents capteurs a été donnée lors de la présentation des montages expérimentaux. La mesure des déformations est quant à elle réalisée par des jauges d'extensométrie. Nous présenterons par la suite les détails de la mesure par jauges. L'acquisition de ces mesures est réalisée sur une chaîne d'extensométrie Vishay qui effectue une acquisition toutes les 0,2 s. Les données sont stockées sur ordinateur sous la forme d'un classeur Excel, et sont ensuite exportées sur le logiciel Matlab où nous réalisons le traitement des données pour déterminer les constantes élastiques du matériau. L'approche des moindres carrés vise à minimiser l'impact des erreurs expérimentales par la multiplication des essais en donnant une réponse « moyenne » à l'ensemble des essais réalisés. Cette approche de modules moyens implique toutefois des écarts vis-à-vis de chacun des essais effectués indépendamment des uns aux autres. Pour vérifier que ces écarts restent faibles, nous recalculons les déformations obtenues pour chacun des essais élémentaires avec les constantes élastiques données par l'approximation des moindres carrés. Les déformations ainsi obtenues sont confrontées aux déformations mesurées de manière à estimer la validité des constantes élastiques calculées dans chacun des essais effectués.

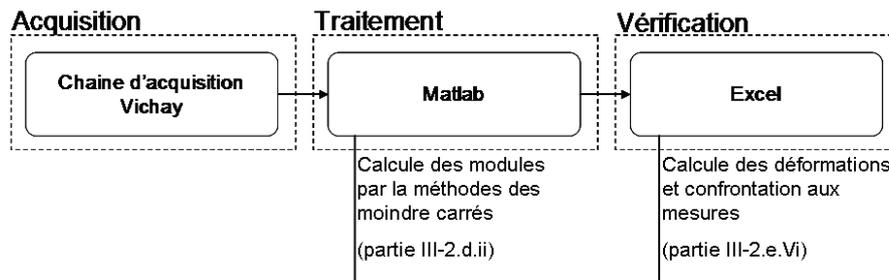


Figure III-14 : Acquisition et traitement des données

III-2.d.i. Mesures extensométriques

Afin de mesurer les champs de déformation, les éprouvettes ont été instrumentées par des jauges de déformation. Pour une meilleure efficacité, on place les jauges suivant les directions principales de déformation pour chacun des essais « élémentaires ». La direction principale de déformation est l'axe longitudinal dans le cas de l'essai de traction. Dans le cas l'essai de torsion, elle se trouve à 45° de l'axe longitudinal. L'essai de pression interne avec effet de fond peut être quant à lui considéré comme l'addition d'un essai de traction et d'un essai de pression interne « pure » dont la direction principale de déformation est l'axe transversal.

Les rosettes à 45° (composées de trois jauges de déformation à 45° les unes par rapport aux autres) correspondent bien au besoin de cette expérimentation, et permettent la mesure simultanée des déformations circonférentielle, longitudinale et à 45°.

Le matériau étant hétérogène, on utilise des jauges de longueur supérieure à la maille élémentaire du matériau considéré. Dans notre cas, nous considérons un matériau composite allant d'un angle de tressage de 35° à 65°. La longueur de la maille élémentaire est par conséquent inférieure à 30 mm. Nous utiliserons donc des jauges de déformation d'une longueur de 30 mm, ce qui permet d'avoir une valeur moyenne de déformation sur une ou plusieurs mailles élémentaires.

Dans le cas des petites déformations, l'expression de la déformation ε_α lue par une jauge placée dans une direction d'angle α par rapport à l'axe transversal est donnée par la relation :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_t + \varepsilon_l}{2} + \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_l}{2} \cos(2\alpha) + \frac{\gamma_{lt}}{2} \sin(2\alpha) \quad \text{III-5}$$

En appliquant cette relation à la jauge positionnée à 45° de l'axe transversal, on obtient une expression permettant de conclure sur les déformations en cisaillement du matériau :

$$\varepsilon_{45} = \frac{\varepsilon_t + \varepsilon_l}{2} + \frac{\gamma_{tl}}{2}$$

III-6

La mesure des déformations suivant l'axe longitudinal peut être influencée par une éventuelle flexion du tube due à sa mise en position verticale non parfaite.

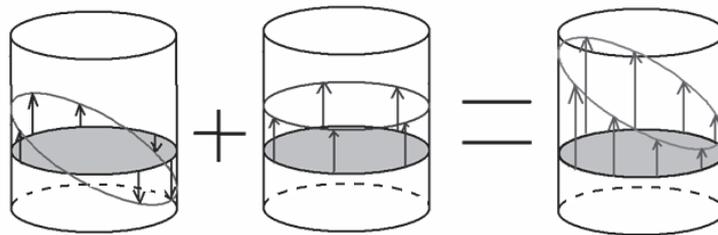


Figure III-15 : Influence d'une flexion parasite

Pour cela deux rosettes sont placées de part et d'autre du tube de manière symétrique. Les résultats obtenus par ces deux rosettes seront moyennés pour éliminer la composante longitudinale due à la flexion. Par ailleurs une jauge longitudinale sera placée dans un plan perpendiculaire aux deux rosettes, de manière à pouvoir observer pleinement la flexion du tube.

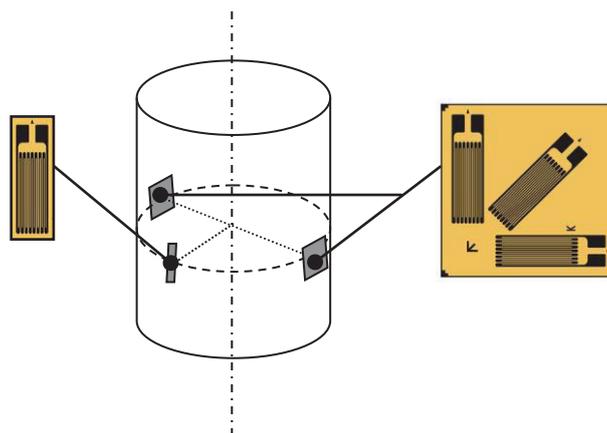


Figure III-16 : Positionnement des jauges sur l'éprouvette

III-2.d.ii. Méthode des moindres carrés

L'approche des moindres carrés vise à minimiser l'impact des erreurs expérimentales par la multiplication des essais. Les relations entre contrainte et déformation inhérente à nos essais définissent un système (S) d'équations linéaires pouvant être écrit de façon matricielle de la manière suivante :

$$(\varepsilon) = [A](E) \quad \text{III-7}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_t^t \\ \varepsilon_t^t \\ \varepsilon_t^p \\ \varepsilon_t^p \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_t^t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t^t & 0 \\ \sigma_t^p & \sigma_t^p & 0 \\ 0 & \sigma_t^p & \sigma_t^p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{E_t} \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_t} \\ \frac{1}{E_t} \end{pmatrix}$$

Où les indices « t » et « p » représentent les essais considérés, l'essai de traction pour l'indice « t » et l'essai de pression interne avec effet de fond pour l'indice « p ». Classiquement le vecteur (E) , décrivant les propriétés du matériau, est obtenu en multipliant de part et d'autre les termes de la relation matricielle par l'inverse de la matrice A .

$$[A]^{-1}(\varepsilon) = [A]^{-1}[A](E) \quad \text{III-8}$$

$$\Rightarrow [A]^{-1}(\varepsilon) = (E)$$

La matrice A n'étant pas carrée, elle ne peut pas être donc inversée. Dans ce cas, la résolution du système (S) se ramène à un problème d'approximation linéaire de la forme :

$$(\varepsilon) = [A](E) + (\nu) \quad \text{III-9}$$

Où ν représente le vecteur des résidus. Minimiser l'impact des erreurs expérimentales consiste donc à minimiser le vecteur résidu pour que l'approximation linéaire corresponde au

mieux à la relation matricielle décrivant le système d'équation (S) . L'estimation par les moindres carrés consiste à minimiser le vecteur résidu en cherchant une solution qui minimise la norme euclidienne du résidu $\|\varepsilon - AE\|^2$.

La pseudo inverse de Moore-Pensore A^+ satisfait au mieux cette condition, permettant de conclure sur les propriétés mécanique du matériau (E) , donc l'impact des erreurs expérimentales est minimisé.

$$(E) = [A]^+(\varepsilon)$$

III-10

La pseudo inverse de Moore-Penrose A^+ d'une matrice à coefficients réels ou complexe A avec n lignes et p colonnes est définie comme étant l'unique matrice avec p lignes et n colonnes vérifiant les conditions suivantes :

$$AA^+A = A$$

$$A^+AA^+ = A^+$$

$$(AA^+)^* = AA^+$$

$$(A^+A)^* = A^+A$$

III-11

Ici la notation A^* désigne la matrice adjointe de A , c'est-à-dire sa transposée, si ses coefficients sont réels. La pseudo inverse de Moore-Penrose de la matrice $[A]$ est calculée à l'aide du logiciel Matlab.

III-2.e. Analyse des résultats expérimentaux

Afin de limiter les incertitudes liées aux mesures extensométriques et aux conditions d'essai, l'exploitation des résultats se fait en considérant les valeurs moyennées données par les jauges de déformation. Vu le placement symétrique des rosettes de jauges, la moyenne est faite sur deux jauges selon les directions considérées (longitudinale, circonférentielle, et à 45°). D'une

manière générale, les écarts observés entre les jauges placées dans la même direction étaient faibles, en dessous, ou à la limite, des incertitudes des jauges de déformation.

III-2.e.i. Résultats des essais de traction uniaxiale

La Figure III-17 montre l'ensemble des courbes effort de traction-déformation longitudinale correspondant aux composites tressés avec différents angles de tressage. On observe un comportement linéaire du matériau jusqu'au seuil maximal de l'effort appliqué (2500 daN). L'analyse des coefficients directeurs des droites nous montre que les valeurs de la rigidité en traction du matériau composite restent dans une plage relativement réduite, comprise entre 37310 N/ $\mu\text{m}/\text{m}$ et 42770 N/ $\mu\text{m}/\text{m}$. La variation de l'angle de tressage a donc peu d'influence sur la rigidité longitudinale de l'éprouvette. Ce résultat est conforme aux caractéristiques géométriques du composite tressé, car le renforcement longitudinal (unidirectionnel) représente un fort pourcentage par rapport à l'ensemble des fils utilisés (1 fil sur 2).

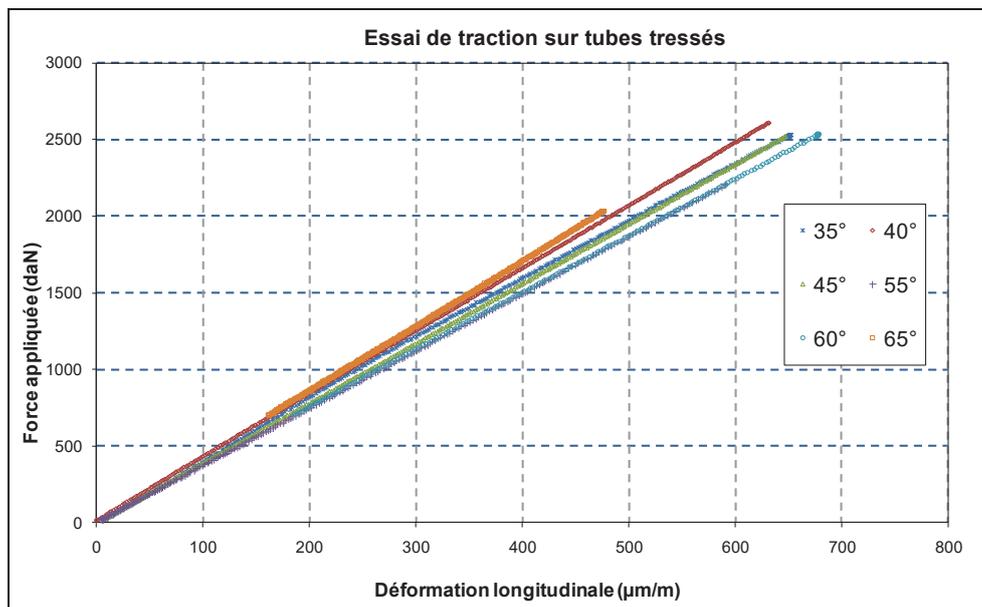


Figure III-17 : Déformations longitudinales mesurées pour différentes éprouvettes sollicitées en traction

Dans le cas des déformations transverses (circonférentielles), on observe une diminution de ces déformations en fonction de l'accroissement de l'angle de tressage. Lorsque l'angle de tressage augmente, le taux de fibre dans la direction circonférentielle augmente également. Cette tendance est confirmée de manière claire par les courbes correspondant aux angles de tressage de 55°, 60° et 65°. En revanche, les courbes correspondant aux angles de tressage de

35°, 40° et 45° sont plus regroupées, elles se trouvent dans l'intervalle défini par les incertitudes de mesure. La distinction de cette tendance est plus difficile à réaliser, néanmoins, l'ensemble des courbes confirment l'effet du renforcement transversal sur la rigidité globale de l'éprouvette.

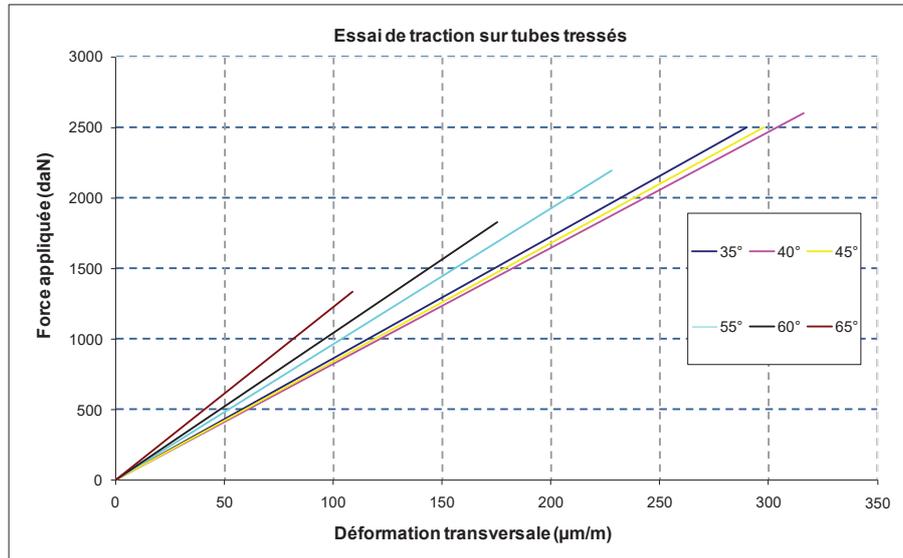


Figure III-18 : Déformations transversales mesurées pour différentes éprouvettes sollicitées en traction

III-2.e.ii. Résultats des essais de pression interne avec effet de fond

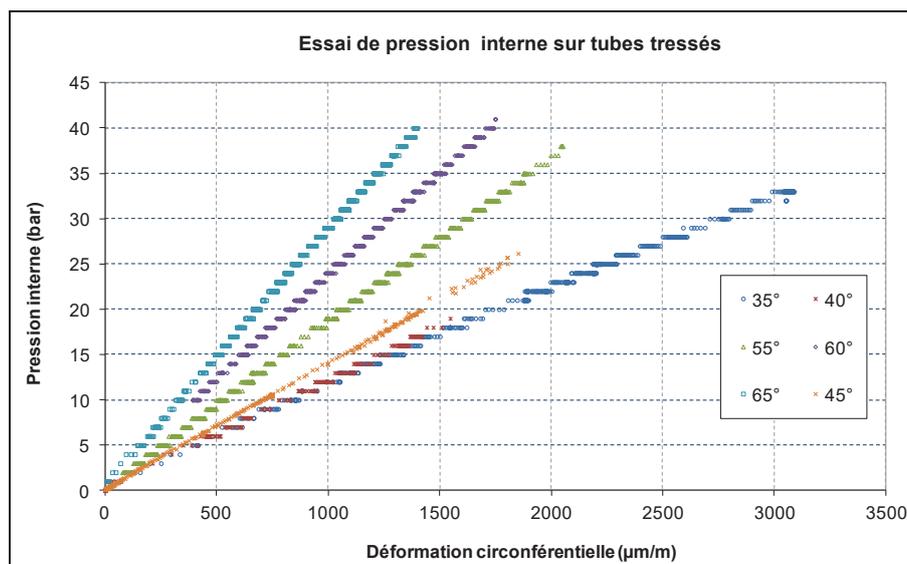


Figure III-19 : Déformations circonférentielles mesurées pour différentes éprouvettes sollicitées en pression interne

La Figure III-19 présente les courbes de pression interne en fonction de la déformation circonférentielle. Les mêmes tendances que celles observées lors des essais de traction peuvent être notées, l'augmentation du taux de renfort (transversale) en fonction de l'accroissement de l'angle de tissage conduit à une rigidité transverse (circonférentielle) plus importante

Ici contrairement aux résultats obtenus lors des essais de traction, les déformations longitudinales diminuent lorsque l'angle de tissage augmente (Figure III-20). On peut noter par ailleurs, compte tenu de la sollicitation en traction induit par effet de fond, que les déformations longitudinales sont nettement inférieures à celles de l'essai de traction dans un cas de chargement similaire (environ la moitié). Ceci peut s'expliquer par le couplage en membrane du matériau pouvant varier avec l'angle de tissage.

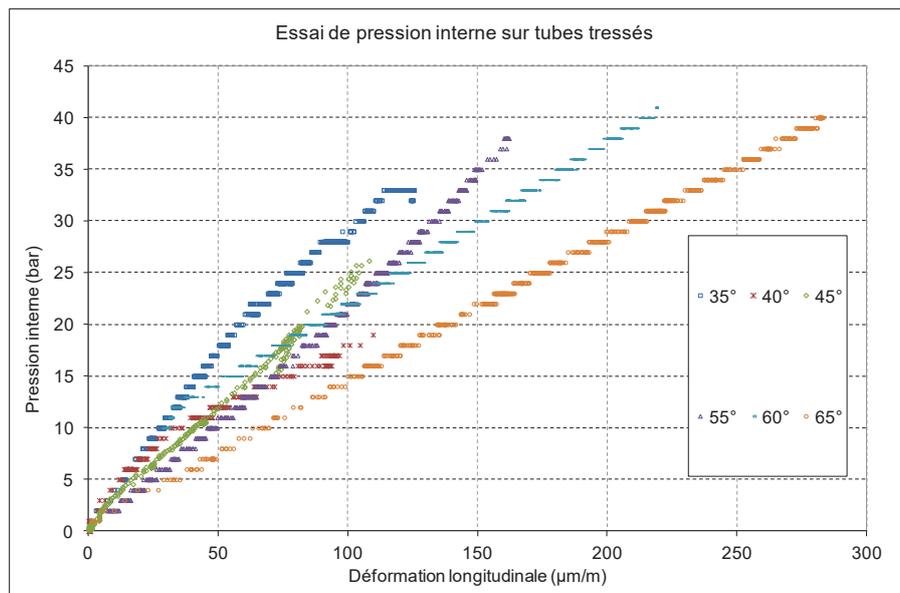


Figure III-20 : Déformations longitudinales mesurées pour différentes éprouvettes sollicitées en pression interne

III-2.e.iii. Résultats des essais de torsion simple

La Figure III-21 présente le couple de torsion en fonction des déformations enregistrées par les jauges placées à 45°.

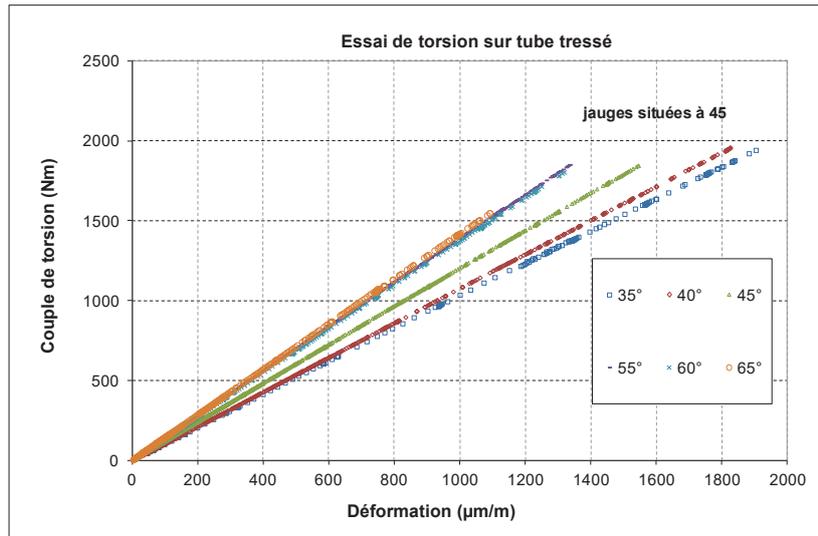


Figure III-21 : Déformations à 45° mesuré pour différentes éprouvettes sollicitée en torsion

On peut ici noter une diminution générale des déformations à 45° avec l'accroissement de l'angle de tressage. Dans le cas d'un renforcement ne présentant pas de fils unidirectionnels, on trouve traditionnellement une valeur des déformations à 45° minimale pour un angle de tressage à 45°. Les résultats obtenus expérimentalement sont contrintuitifs dans la mesure où l'on s'attend à voir cette constante diminuer au-delà d'un angle de 45°.

III-2.e.iv. Résultats des essais de torsion bloquée

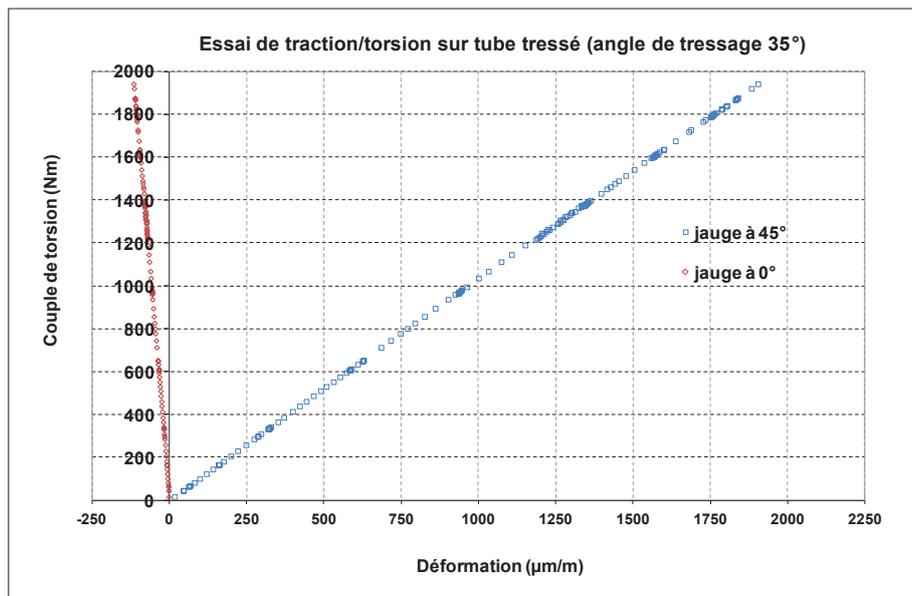


Figure III-22 : Déformations mesurées pour une éprouvette (angle de tressage 35°) sollicitée en torsion+traction

L'objectif de ces essais est de mettre en évidence (ou non) le couplage entre les termes de rigidité de traction et de torsion, du à l'orthotropie du matériau composite. Les Figure III-23, Figure III-24 et Figure III-25 présentent l'évolution du couple de torsion en fonction des déformations longitudinales et à 45° pour trois angles de tissage (35°, 45° et 60°).

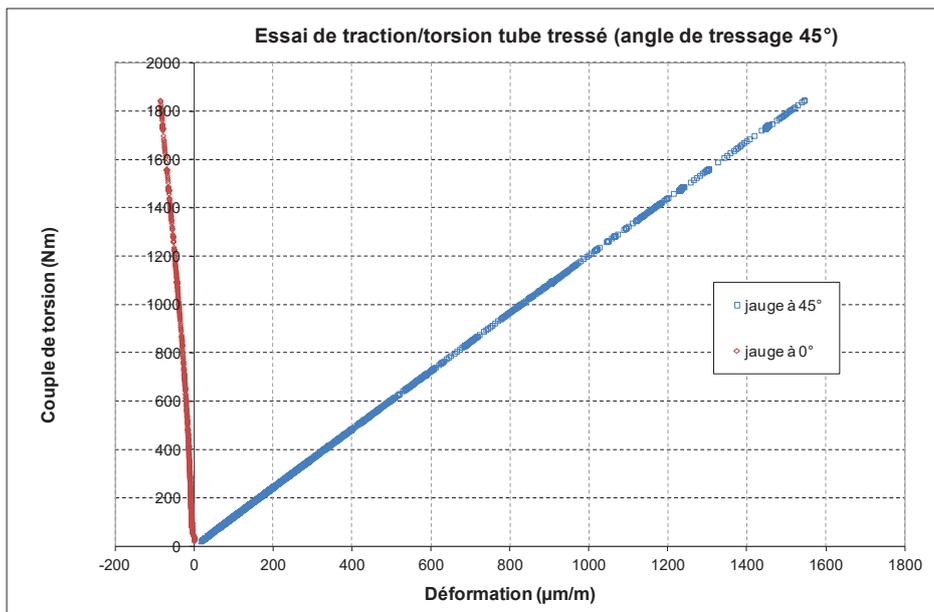


Figure III-23 : Déformations mesurées pour une éprouvette (angle de tissage 45°) sollicitée en torsion+traction

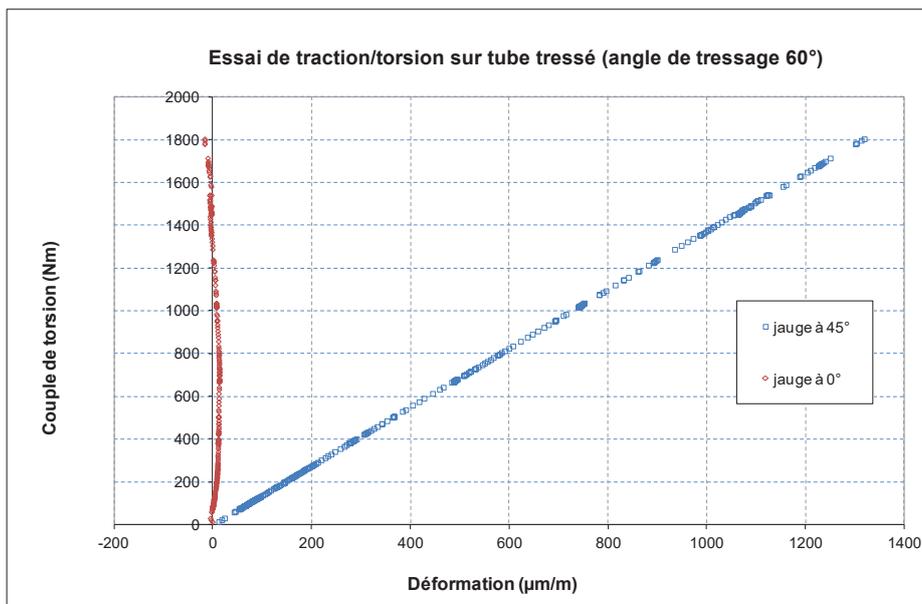


Figure III-24 : Déformations mesurées pour une éprouvette (angle de tissage 60°) sollicitée en torsion+traction

On peut voir sur ces graphiques que le couplage déformation de cisaillement longitudinal n'est pas nul et par conséquent que l'hypothèse d'orthotropie du matériau n'est pas vérifiée. Le calcul du terme de couplage exprimé en souplesse (de l'ordre de 10^{-4}) met toutefois en évidence la faible influence de ce couplage sur le comportement mécanique de la structure composite. On peut notamment le comparer au terme de couplage en membrane qui est plus de 100 fois supérieur.

III-2.e.v. Calcul des constantes d'ingénieur du matériau composite

Nous allons présenter dans ce paragraphe les résultats obtenus à la suite de la campagne expérimentale. Ces valeurs sont obtenues en utilisant la méthode des moindres carrés, décrite précédemment. Le Tableau III-3 présente les constantes d'ingénieur issues des essais directs et ceux obtenus par la méthode des moindres carrés. De plus, ces résultats sont présentés sous la forme de courbes représentant la variation de ces constantes en fonction de l'angle de tressage.

		Angle de tressage des renforts					
		35°	40°	45°	55°	60°	65°
Module d'élasticité longitudinal (GPa)	Traction simple	19,51	20,6	19,95	18,72	18,57	21,28
	Moindres carrés	20,28	20,97	20,28	18,64	18,65	20,81
Module d'élasticité transverse (GPa)	Pression interne	8,76	9,9	11,54	15,25	19,08	23,41
	Moindres carrés	7,91	8,83	10,05	13,3	16,2	20,26
Module de cisaillement (GPa)	Torsion simple	4,93	5,25	5,89	6,69	6,65	7,17
Coefficient de Poisson	Moindres carrés	0,41	0,41	0,41	0,43	0,44	0,45

Tableau III-3 : Calcul des modules d'élasticité du matériau composite en fonction de l'angle de tressage

Une manière simple d'avoir une première estimation des constantes élastiques en traction longitudinale et transverse du matériau consiste à considérer le taux de fil projeté sur chacune des directions considérées et d'y appliquer la loi des mélanges. On trouve ainsi des modules relativement similaires, mais surestimés, ce qui conforte la validité des résultats obtenus. Le Tableau III-4 donne la comparaison des résultats obtenus expérimentalement et par la loi des mélanges pour un taux de fibre supposé être de 50%.

Tableau III-4 : Confrontation des résultats expérimentaux à la loi des mélanges

		35°	40°	45°	55°	60°	65°
Module d'élasticité longitudinal (Gpa)	Expérimental	20.2	20.97	20.28	18.64	18.65	20.81
	Loi des mélanges	24.28	24.15	23.625	22.48	21.875	21.175
Module d'élasticité transverse (Gpa)	Expérimental	7.91	8.83	10.05	13.3	16.2	20.26
	Loi des mélanges	9.97	11.2	12.25	14.175	15.05	15.75

Il est possible de réaliser une approximation linéaire des différents modules de rigidité du matériau en fonction de l'angle de tressage qui permet d'obtenir simplement une estimation du comportement mécanique du matériau.

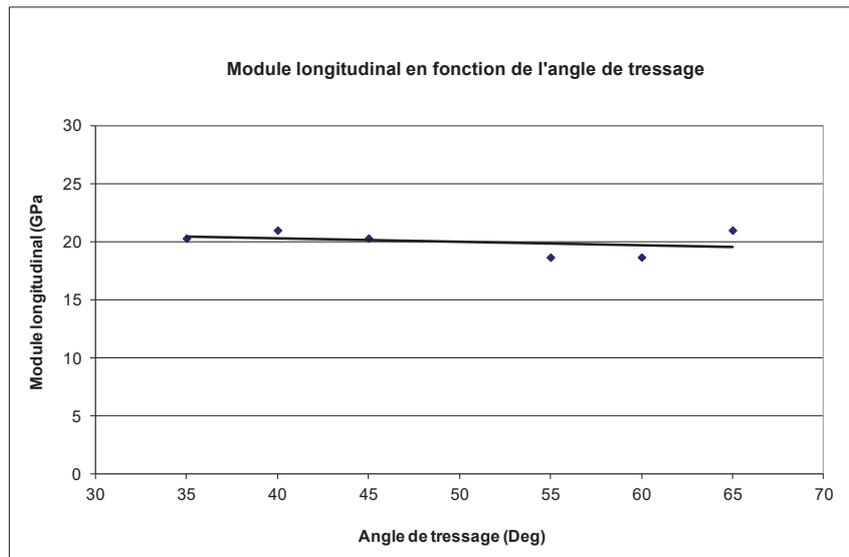


Figure III-25 : Mesure du module longitudinal en fonction de l'angle de tressage des éprouvettes

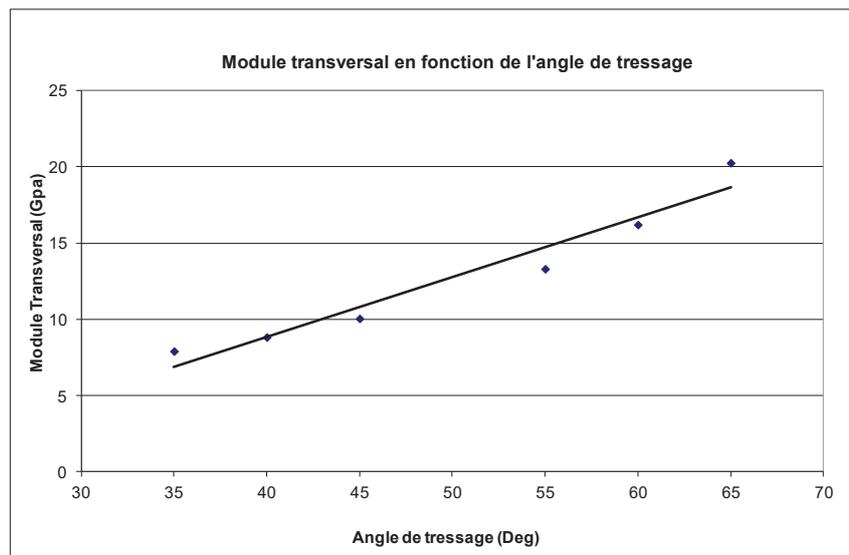


Figure III-26 : Mesure du module transversal en fonction de l'angle de tressage des éprouvettes

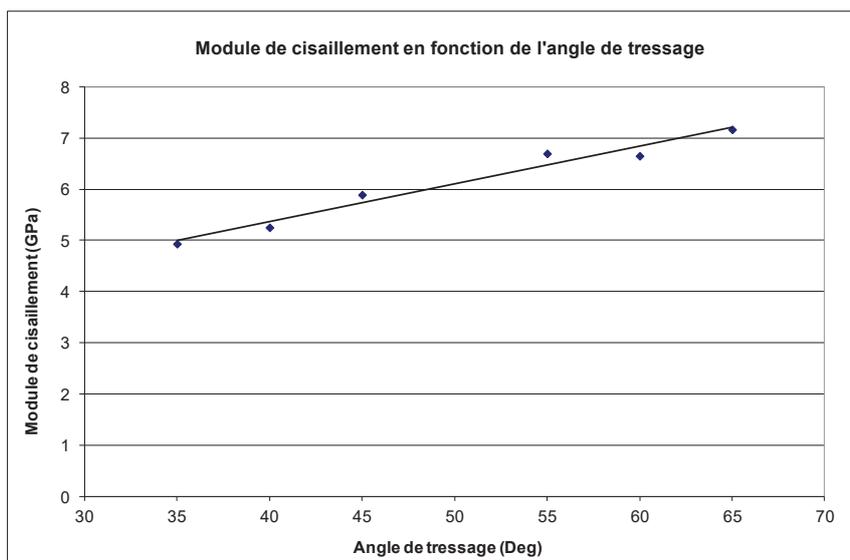


Figure III-27 : Mesure du module de cisaillement en fonction de l'angle de tissage des éprouvettes

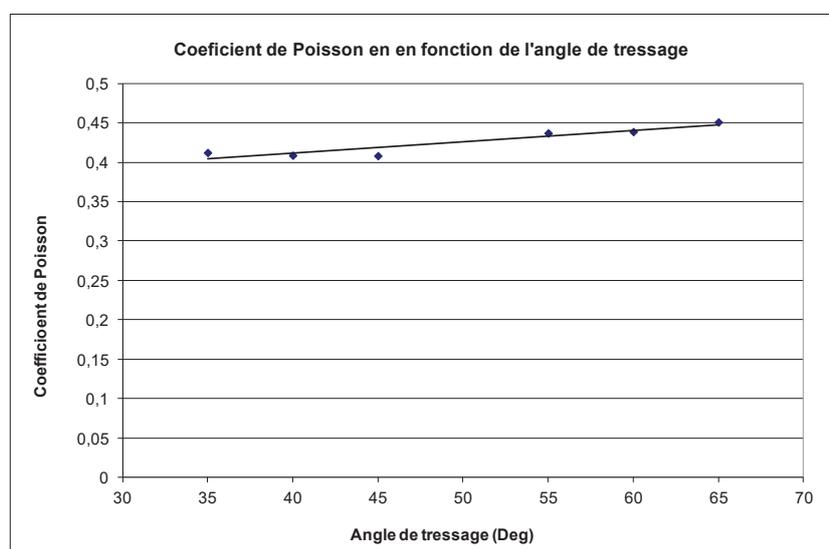


Figure III-28 : Mesure du coefficient de Poisson en fonction de l'angle de tissage des éprouvettes

III-2.e.vi. Validation des résultats

L'approche des moindres carrés implique des écarts vis-à-vis de la réponse apportée par les différents essais pris indépendamment les uns des autres. Pour vérifier que ces erreurs sont faibles, on compare pour chacun des essais élémentaires les déformations mesurées expérimentalement aux déformations calculées avec les constantes élastiques données par l'approximation des moindres carrés. On utilise dans l'approximation des moindres carrés uniquement les relations de comportement inhérentes aux essais de traction et de pression

interne. L'essai de torsion est quant à lui utilisé de manière indépendante pour une caractérisation directe du module de cisaillement du matériau. Nous réaliserons par conséquent cette validation uniquement pour les essais de traction et de pression interne. De manière à pouvoir comparer les déformations expérimentales et celles calculées, on définit l'erreur relative $E_{relative}$ des déformations calculées $E_{Theorique}$ par rapport aux déformations expérimentales $E_{Experimental}$ exprimées en pourcentage par la relation suivante.

$$E_{relative} = \left| \frac{E_{Experimental} - E_{Theorique}}{E_{Theorique}} 100 \right| \quad \text{III-12}$$

Pour avoir une idée de l'importance de l'erreur relative ainsi définie, on la compare aux incertitudes de mesure des déformations. On définit alors de la même manière l'incertitude relative $I_{relative}$ de l'incertitude de mesure I_{mesure} par rapport aux déformations expérimentales $E_{Experimental}$ exprimées en pourcentage par la relation suivante.

$$I_{relative} = \left| \frac{I_{mesure}}{E_{Experimental}} \right| \quad \text{III-13}$$

Le rapport de l'erreur relative $E_{relative}$ sur l'incertitude relative $I_{relative}$ permet de comparer l'erreur de réponse théorique avec la réponse expérimentale par rapport à l'incertitude de mesure. Concrètement, si ce rapport est inférieur à 1, l'erreur est alors comprise dans l'incertitude de mesure. Les essais de traction et de pression internes introduisent 4 différentes validations qui correspondent aux déformations longitudinale et transversale de l'essai de traction et des déformations longitudinale et transversale de l'essai de pression interne. On trace sur la Figure III-29 les rapports pour chacune des éprouvettes, en prenant 50 μm comme incertitude de mesure des jauges d'extensomètre.

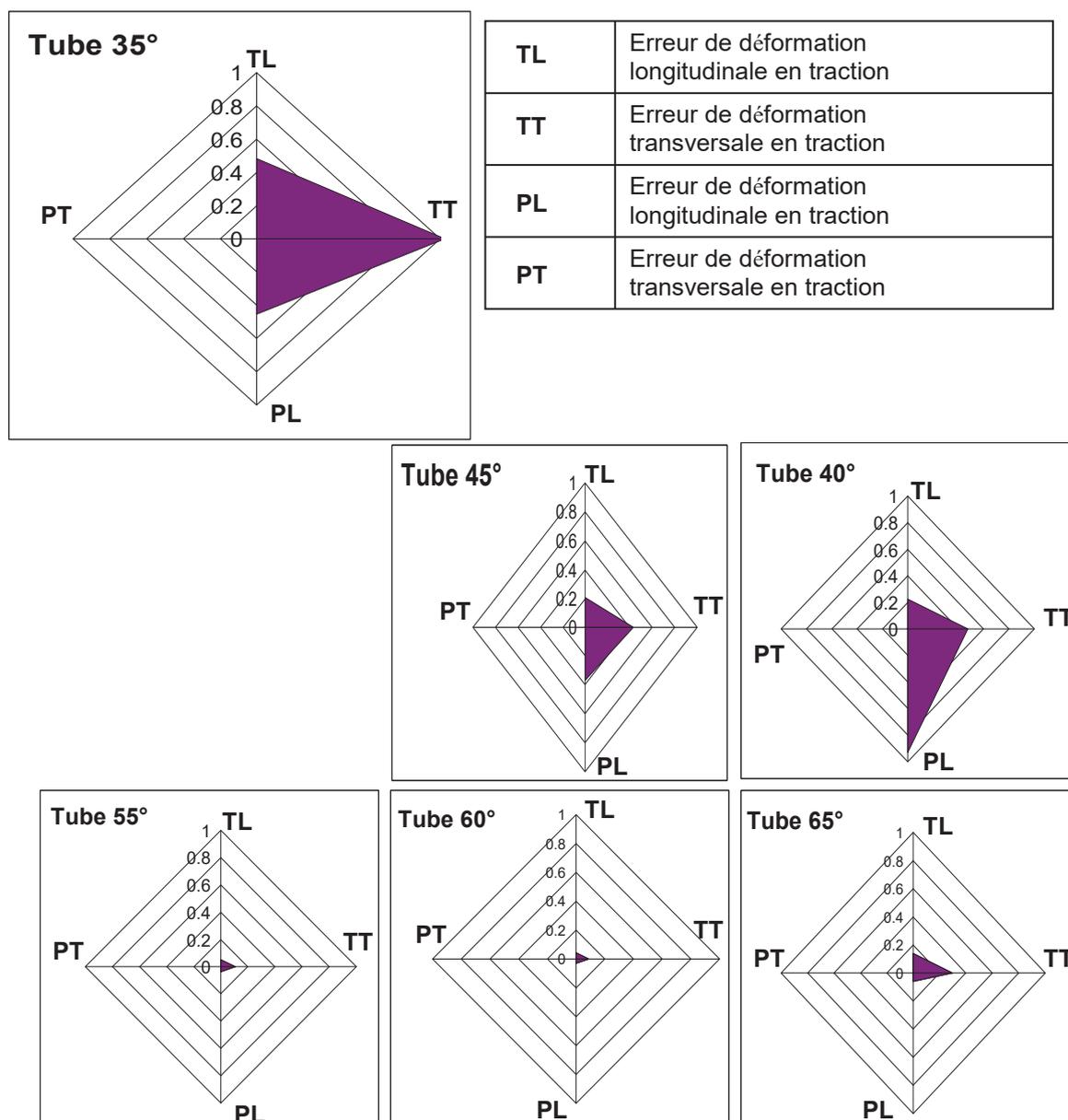


Figure III-29 : Erreur sur les déformations calculées pour les différents essais réalisés

On peut voir que le rapport de l'erreur relative sur l'incertitude relative reste compris entre les bornes 0 et 1 pour l'ensemble des essais de traction et de pression interne réalisés durant la campagne expérimentale. Les erreurs introduites par l'approximation des moindres carrés sont donc de l'ordre de grandeur des incertitudes de mesure. On peut en déduire que les valeurs des constantes élastiques obtenues par l'approximation des moindres carrés sont cohérentes avec les résultats obtenus expérimentalement par les essais de traction et de pression interne pris indépendamment les uns des autres.

III-3. Analogie avec les matériaux stratifiés

Une manière simple d'obtenir une première approximation des constantes élastiques du matériau composite tressé est de réaliser une analogie avec les matériaux stratifiés dont le comportement mécanique est bien établi. Un matériau composite stratifié est composé d'un empilement de couches (ou plis élémentaires) composite parfaitement adhérentes entre elles. Les plis élémentaires présentent généralement une structure de renforcement unidirectionnel, mat ou tissé. Suivant la structure du renforcement utilisé, on peut définir le comportement en membrane d'un pli élémentaire dans sa base d'orthotropie à partir de la loi des mélanges (Figure III-30). Le comportement mécanique de l'empilement stratifié est alors établi en fonction des propriétés de ces plis élémentaires en utilisant une théorie des plaques composites multicouches.

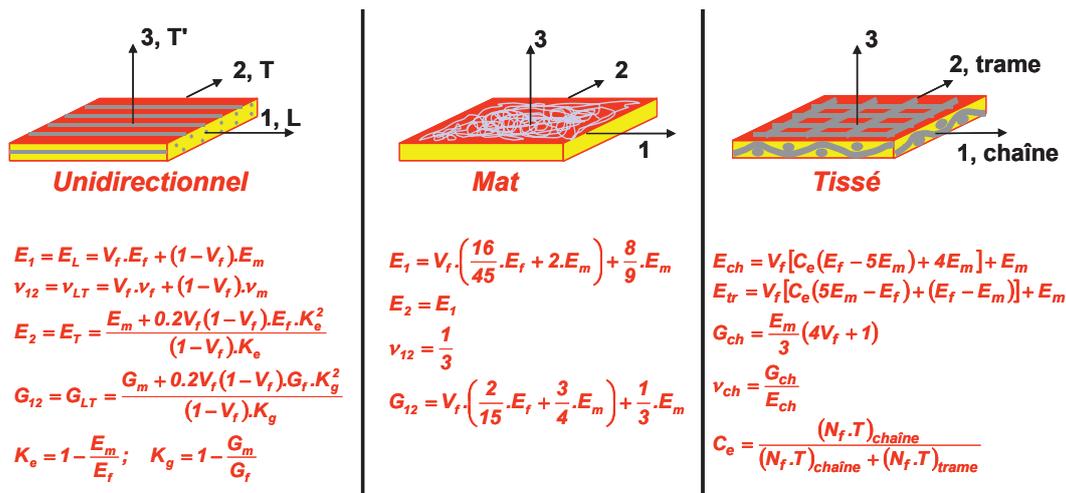


Figure III-30 : Propriétés des constantes élastiques du matériau orthotrope 2D

Les structures composites textiles sont souvent modélisées comme des assemblages tridimensionnels d'éléments assimilés à des composites unidirectionnels. La difficulté dans la réalisation d'une telle analogie réside dans la discrétisation de la structure composite textile en strates unidirectionnelles. Pour réaliser cette décomposition du composite tressé 3D en empilement stratifié, on s'appuie sur une représentation volumique de la tresse réalisé numériquement sur le logiciel ANSYS à partir de l'angle de tressage établi dans le Chapitre II. La représentation volumique de la tresse ouvre alors la voie à plusieurs décompositions possibles du composite. Une première décomposition en trois strates permet de mettre en

évidence le comportement dans le plan du composites alors qu'une décomposition plus fine en six strates, permettant de prendre en considération la répartition des fibres dans l'épaisseur du composite, sera utilisée pour caractériser son comportement en dehors du plan.

III-3.a. Représentation volumique des renforts tressés 3D

On cherche ici à établir la structure locale du textile sur un élément de surface supposé cylindrique et défini par la courbure locale du mandrin. L'étude de l'influence du procédé de tressage sur la structuration du textile tressé, présenté au Chapitre II, conduit à une répartition de l'angle de tressage sur le mandrin. La seule connaissance de l'orientation des fils dans les plans de la préforme n'est toutefois pas suffisante pour la modélisation complète de la structure textile. Il est nécessaire de définir aussi la position des fils dans l'épaisseur de la préforme. On s'intéresse alors aux séquences d'entrelacement des fils sur le mandrin qui, couplées à une géométrie de fil prédéfinie, permet de déterminer la position du fil dans l'épaisseur de la préforme au cours du temps.

III-3.a.i. Séquences d'entrelacements des fils sur le mandrin

Les séquences d'entrelacement des fils sur le mandrin sont une conséquence directe des trajectoires complexes des fuseaux sur le plateau de tressage. De manière à caractériser les séquences d'entrelacements des fils sur le mandrin on s'intéresse à la trajectoire des fuseaux sur le plateau de tressage. On peut identifier deux différentes trajectoires que suivent les fuseaux sur le plateau de tressage. Premièrement, les fuseaux dits de bordure, situés aux extrémités inférieures et supérieures du plateau de tressage, circulent sur un seul niveau de couronne suivant un cycle d'ondulation sur deux roues à ouches. Deuxièmement, les fuseaux dits intérieurs, situés sur les niveaux de couronnes intérieures, circulent sur deux niveaux de couronnes suivant un cycle d'ondulation sur quatre roues à ouches. La Figure III-31 présente la trajectoire des différents fuseaux sur le plateau de tressage.

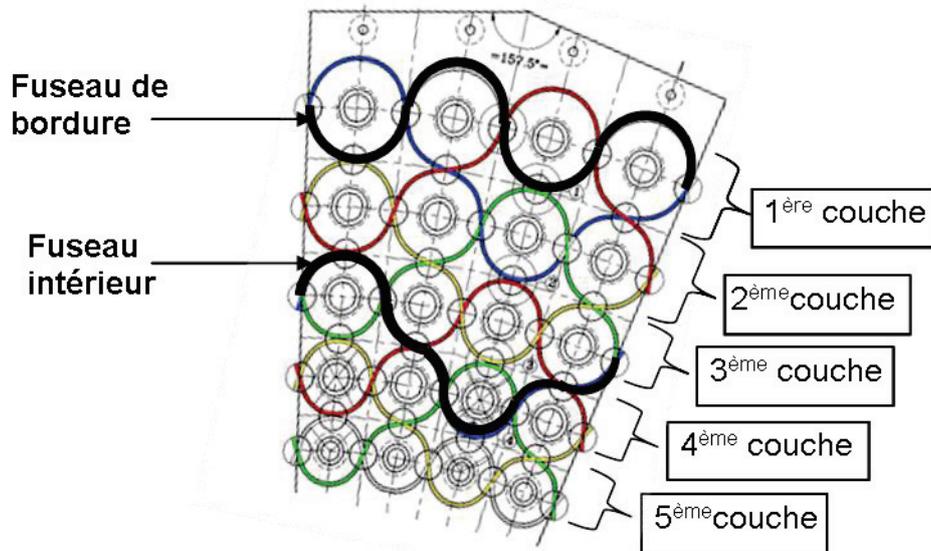


Figure III-31 : Trajectoire des fuseaux sur le plateau de tissage

Connaissant la position initiale des fils sur le plateau de tissage et leurs trajectoires respectives, il est possible d'établir la position des fuseaux sur le plateau de tissage au cours du temps. La Figure III-32 présente la position initiale des fuseaux sur le plateau de tissage.



Figure III-32 : Position initial des fuseaux sur le plateau de tissage

On note par ailleurs que l'ensemble des fuseaux sur le plateau de tissage effectue un cycle complet (ou deux) d'ondulations sur quatre roues à ouches. En définissant le volume

élémentaire sur un cycle d'ondulation, on définit ces dimensions limites par la distance angulaire, $\Delta\mathcal{G}$, formée par quatre roues à ouches consécutives.

$$\Delta\mathcal{G} = \frac{8\pi}{N} \quad \text{III-14}$$

Dans le cas d'un mandrin de forme cylindrique de rayon R , en projetant cette distance angulaire sur le mandrin on obtient la dimension circonférentielle Δl_g du volume élémentaire par la relation.

$$\Delta l_g = \frac{8\pi R}{N} \quad \text{III-15}$$

En fixant une vitesse de rotation des roues à ouches, arbitraire, on peut ainsi établir une limite temporelle Δt à la formation du volume élémentaire.

$$\Delta t = \frac{\Delta\mathcal{G}}{\Omega} \quad \text{III-16}$$

Par ailleurs, dans le cas d'un mandrin de forme cylindrique, l'expression de l'angle de tressage II-5 donné par Ko[53], permet de définir la vitesse d'avance du mandrin en fonction de l'angle de tressage et de la vitesse de rotation des roues à ouches choisie.

$$V = \frac{\Omega R}{\tan(\alpha)} \quad \text{III-17}$$

A partir de cette vitesse d'avance, on peut définir la dimension longitudinale Δl_z du volume élémentaire par l'expression suivante.

$$\begin{aligned} \Delta l_z &= \Delta t \cdot V \\ &= \frac{8\pi R}{N \tan(\alpha)} \end{aligned} \quad \text{III-18}$$

III-3.a.ii. Position des fils dans l'épaisseur de la préformes

Pour établir la position d'un fil dans l'épaisseur de la préforme, on considère dans un premier temps leurs positions respectives à chaque intersection de fil. On remarque par ailleurs que les roues à ouches présentent chacune quatre positions possibles pour les fuseaux placés de manière symétrique par rapport à l'axe de rotation de la roue. La Figure III-33 présente les différentes positions possibles des fuseaux sur une roue à ouches.

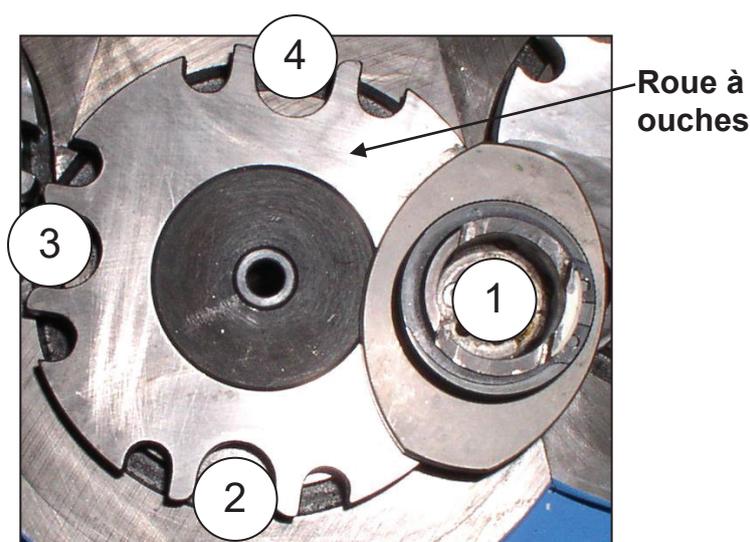


Figure III-33 : Positions possibles des fuseaux sur une roue à ouches

Une intersection de fil se produit lorsque deux fuseaux d'une même couronne ont des positions angulaires identiques sur le plateau de tressage. Compte tenu des possibles positions initiales d'un fuseau sur une roue à ouches, une intersection de fil peut se produire à chaque quart de tour de roue. On s'intéresse alors à la position des fuseaux sur le plateau de tressage en considérant uniquement leurs positions respectives tous les quart de tour des roues à ouches. La Figure III-34 présente l'évolution des fuseaux, par quart de tour de roue, représentée sur une rotation complète de la roue.

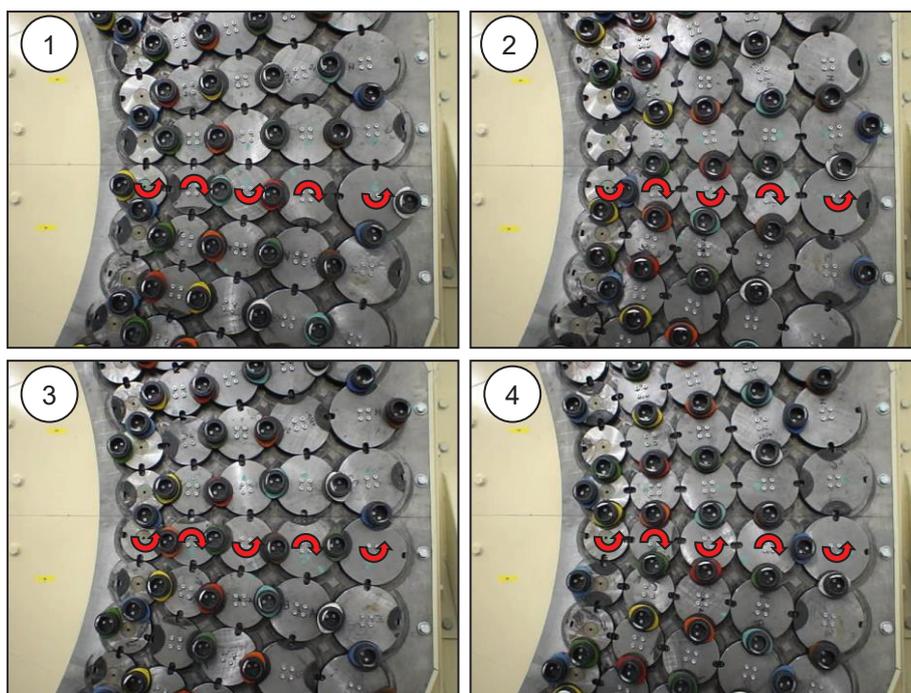


Figure III-34 : Evolution des fuseaux sur le plateau de tressage par quart de rotation des roués à ouches

On considère ainsi pour chaque fuseau, à l'instant t , le nombre de fuseaux situés sur les couronnes intérieures (situés sur des niveaux inférieurs de couronnes). On peut ainsi à l'instant t définir la position du fil sur le mandrin en le supposant empilé sur les fils « intérieurs ». La Figure III-35, présente la section du composite suivant son épaisseur obtenue par tomographie, on constate que dans la réalité les fils s'empilent bien les uns sur les autres au moment de l'intersection.

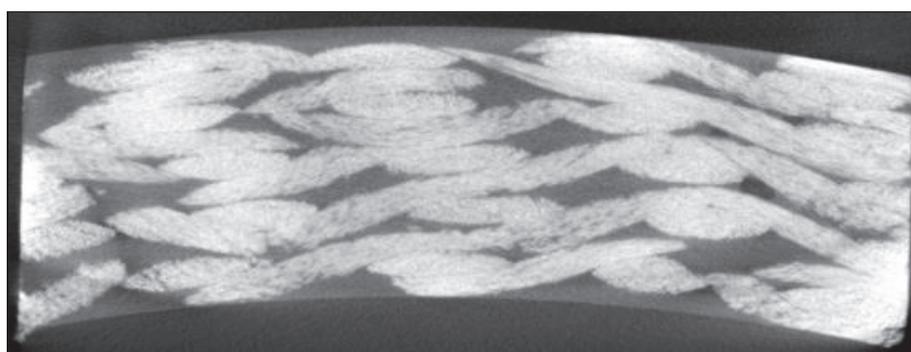


Figure III-35 : Section du composite suivant son épaisseur

On peut donc définir en fonction des hauteurs des fils (supposées constantes dans le composite), la position des fils dans l'épaisseur de la préforme tout les quart de tours de roues. On réalise alors une approximation de l'ondulation du fil par une fonction

trigonométrique passant par les différentes positions imposées. On trouve pour les fils de bordure la fonction R_f^B suivante :

$$R_f^B = h_f \cos(\omega t) + R_{moy} \quad \text{III-19}$$

Avec : R_{moy} le rayon moyen de l'ondulation du fil sur le mandrin

Et pour les fils intérieurs la fonction R_f^i :

$$R_f^i = h_f [\cos(\omega t) + 1] \cos\left(\frac{\omega}{2}t + \pi\right) + R_{moy} \quad \text{III-20}$$

A titre indicatif, la Figure III-36 présente, la confrontation des ondulations des fils intérieurs et de bordure, obtenues par les fonctions trigonométriques III-19 et III-20 et obtenues expérimentalement par tomographie (réalisé dans la partie II-8).

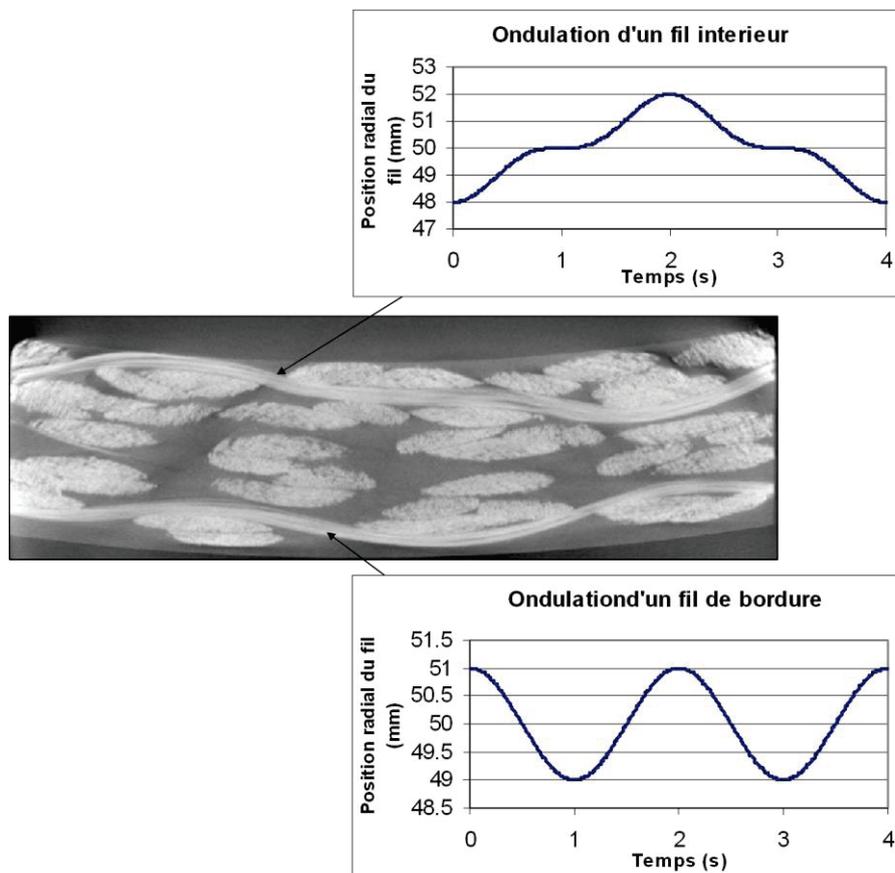


Figure III-36 : Ondulation des fils dans l'épaisseur de la préforme

En supposant la position initiale des fils sur le mandrin connue (donné par la position initiale des fuseaux sur le plateau de tressage), et connaissant la trajectoire des fils au cours du temps, on peut en déduire la position de la fibre moyenne d'un fil dans l'épaisseur de la préforme. En couplant la position dans l'épaisseur de la préforme à l'orientation des fils dans le plan de la préforme (donné par l'angle de tressage), on peut décrire la trajectoire de la fibre moyenne dans le composite en fonction de la hauteur des fils.

En supposant les fils empilés les uns sur les autres aux niveaux des intersections, une première approximation de la hauteur de fil consiste à diviser l'épaisseur du composite (connue à partir du moule d'injection) par le nombre de couches que présente la structure textile (11 dans le cas du tressage circulaire à cinq niveaux de couronnes avec unidirectionnel). La trajectoire des fibres moyennes dans le composite est alors complètement définie à partir de l'angle de tressage, de la courbure locale du mandrin et de l'épaisseur de la tresse.

On note par ailleurs que le tressage 3D interlock peut faire intervenir des fils unidirectionnels sortant de l'axe central des roues à ouches. On peut dans ce cas, obtenir la structuration de l'armure textile de manière similaire en considérant les fils unidirectionnels comme des fuseaux à vitesses de rotation nulles. On vérifie bien sur la Figure III-37 que l'orientation de ces fils reste bien unidirectionnelle dans le composite.

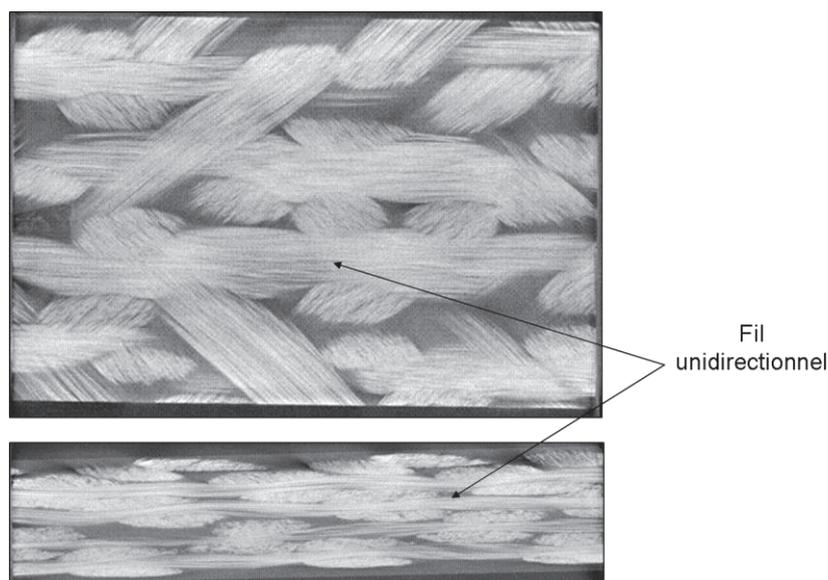


Figure III-37 : Fil unidirectionnel dans le composite

III-3.a.iii. Modélisation numérique du volume élémentaire

On met en œuvre la procédure précédemment établie par un logiciel développé sur Excel, qui donne, en fonction des paramètres renseignés, un ensemble de points, définis par leurs coordonnées dans un repère cylindrique, représentant la position des fibres moyennes pour chaque pas de temps considéré. Ce fichier texte ainsi créé peut directement être importé dans le logiciel d'éléments finis ANSYS à l'aide de la fonction « Courbe 3D » de l'interface « designmodeler ». On obtient ainsi dans l'espace de travail « designmodeler » la trajectoire des fibres moyennes sous la forme d'un ensemble de trajets. La Figure III-38 présente l'ensemble des trajets des fibres moyennes dans l'espace de travail « designmodeler » obtenus pour une machine à tresser circulaire 3D interlock possédant trois niveaux de couronnes composées de 64 roues à ouche sans fils unidirectionnel.

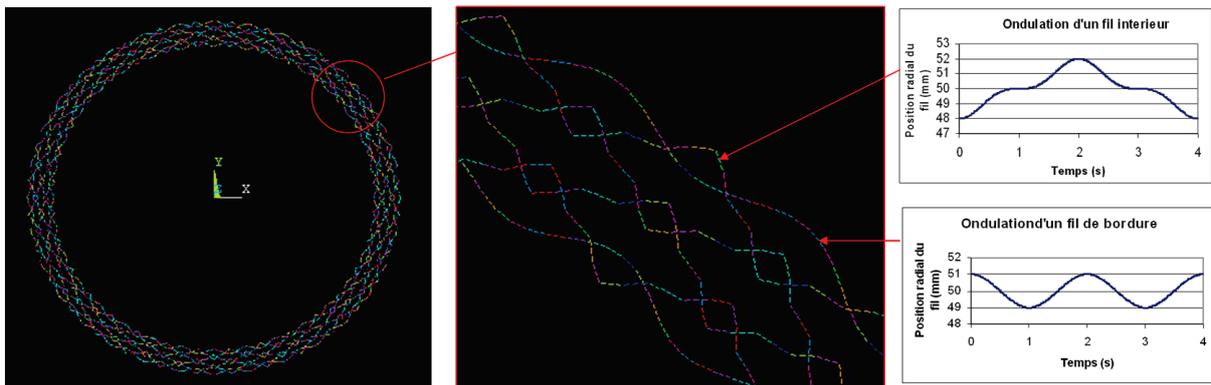


Figure III-38 : Trajet des fibres moyenne

Pour avoir une représentation volumique de la tresse, on applique une section de fil supposée constante aux différents trajets moyens de fibres. Pour cela on utilise une section de fil elliptique dont la hauteur a été précédemment fixée et dont la largeur est définie de manière à respecter le taux de fibre global du composite. On peut par ailleurs voir sur la Figure III-39 le choix d'une section elliptique est proche de la géométrie réelle du fil.

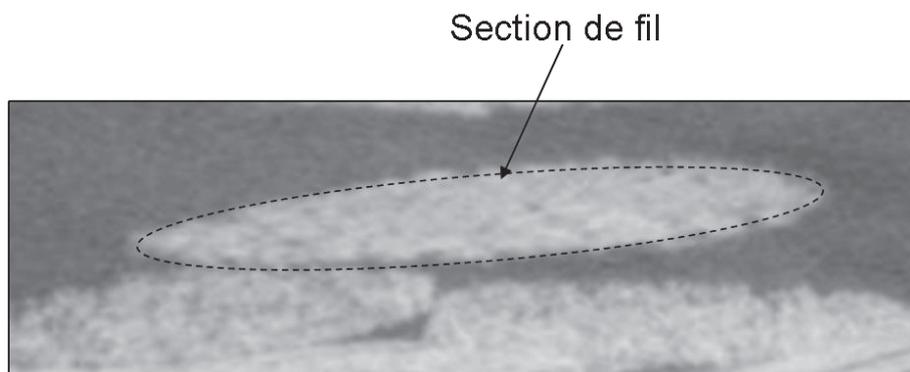
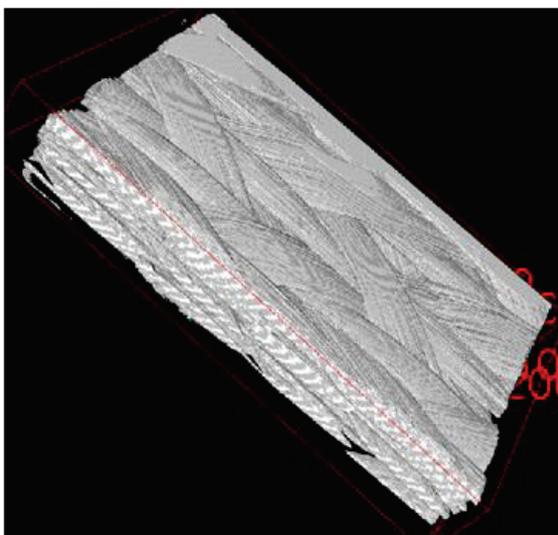


Figure III-39 : Section d'un fil de tresse

La Figure III-40 montre la confrontation de la répartition volumique du renfort tressé 3D pour un angle de tressage de 35° établie numériquement ou mesurée lors de la campagne tomographique. On constate sur cette figure que la représentation volumique du renfort établie numériquement correspond bien à la structure textile réelle du composite.

Tomographie



Numérique

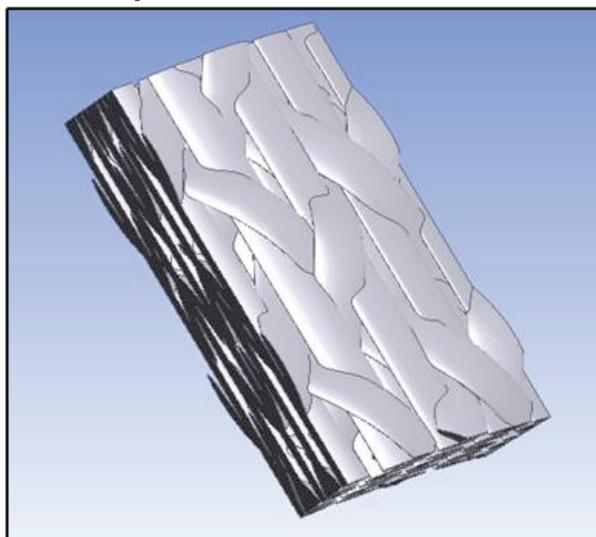


Figure III-40 : Volume élémentaire représentatif (fibre uniquement)

La Figure III-41 présente la structure textile obtenu numériquement pour différents angles de tressage. Pour des raisons de visibilité, la section des fils est intentionnellement sous dimensionnée et identique pour tous les angles de tressage considérés.

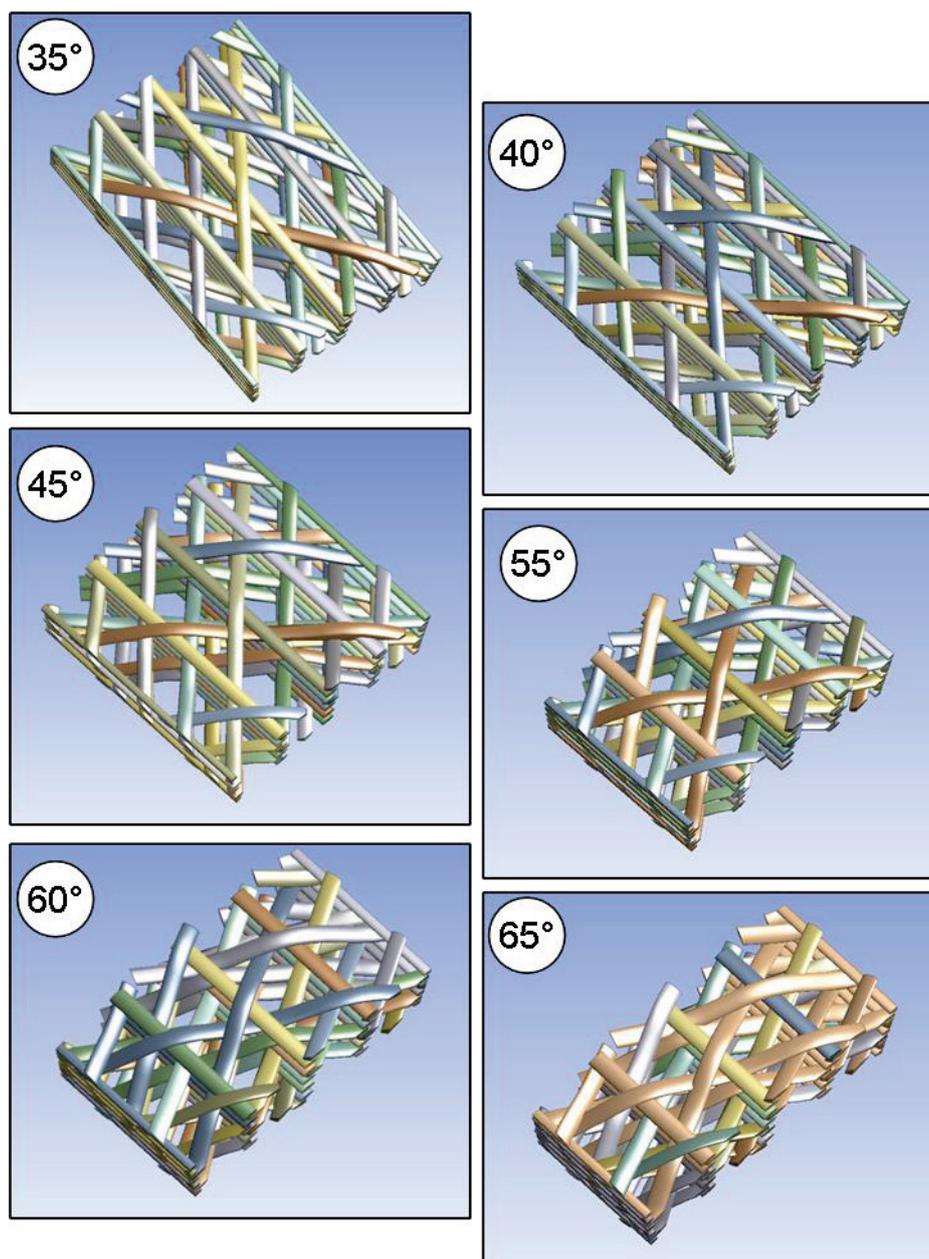


Figure III-41 : Structure textile obtenue pour différents angles de tissage

III-3.b. Analogie de matériaux composites tissés 3D avec les matériaux stratifiés

Différents modèles, s'appuyant sur une décomposition plus ou moins complexe de composites tissés, peuvent directement être appliqués à la modélisation des composites tissés (voir Chapitre I). La prise en considération de l'ondulation du fil dans ce type de modèle se traduit généralement par une décomposition toujours plus complexe du matériau, faisant notamment

intervenir des strates orientées suivant l'épaisseur du composite. Nous choisissons ici une approche différente dans laquelle on conserve une discrétisation simple du composite en plaques unidirectionnelles empilées, en considèrent un fil unidirectionnel équivalent au fil ondulé, établi à partir de la théorie d'homogénéisation géométrique des poutres ondulées [72]. La théorie de l'homogénéisation géométrique des poutres ondulées conduit à une expression du module de rigidité longitudinal modifié en fonction de l'ondulation du fil, mais aussi du type de chargement appliqué (traction ou flexion). Nous sommes amenés à différencier le comportement en membrane du stratifié, où les fils sont sollicités en traction, de son comportement en flexion. En considérant un module d'élasticité longitudinal corrigé, il est possible de prendre en considération l'ondulation du fil dans le comportement mécanique du stratifié, modifiant les propriétés intrinsèques de ces plis élémentaires.

Le renfort textile d'un composite tressé 3D fait intervenir des ensembles de fils unidirectionnel et des ensembles de fils de chaîne et de trame entrelacés les uns avec les autres. Une manière simple de décomposer le composite tressé 3D en strates consiste alors à s'appuyer sur ces ensembles de fils en discrétisent la structure textile en empilement de plis unidirectionnel et de pli composé des fils de chaîne et de trame entrelacés, autrement dit de pli tressé 2D. Pour garantir la symétrie du renfort tressé 3D par rapport à son plan moyen, on considère dans un premier temps un empilement composé d'une strate unidirectionnelle située au niveau du plan moyen entourée de deux strates tressées 2D symétriques par rapport au plan moyen (Figure III-42).

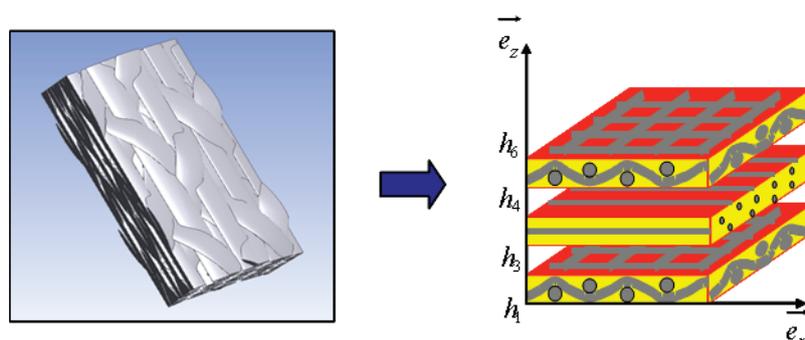


Figure III-42 : Décomposition du composite en 3 strates

Le renforcement des strates tressées 2D est quant à lui composé d'un ensemble de fils de chaîne et d'un ensemble de fils de trame se croisant alternativement au dessus et au dessous les uns des autres. De manière similaire, on peut décomposer une strate tressée 2D en deux

plis, l'un composé des fils de chaîne orientés suivant l'angle α et l'autre des fils de trame orientés suivant l'angle $-\alpha$ (Figure III-43).

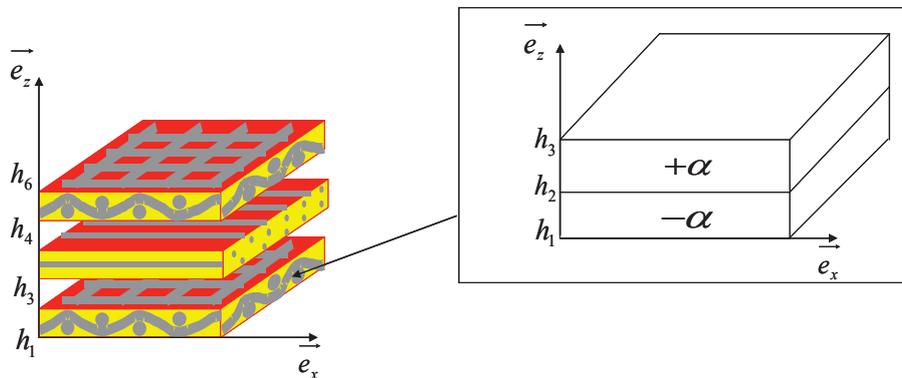


Figure III-43 : Décomposition de la strate tressée 2D en deux strates

La répartition du taux de fibre peut cependant varier dans des proportions importantes suivant l'épaisseur du composite. Cette variation de taux de fibre dans l'épaisseur n'a, à priori, pas d'influence sur le comportement en membrane du matériau, mais peut avoir une influence significative sur son comportement en flexion. La modélisation précédemment réalisée du composite tressé 3D n'étant pas adaptée à la prise en considération de la variation du taux de fibre dans l'épaisseur, nous réalisons une discrétisation plus fine du composite en six strates composites tressées 3D présentant des taux de fibres variables (Figure III-44). Le taux de fibre de chaque strate est alors défini par la proportion de fil présente dans la strate par rapport au nombre de fils total du composite, pour garantir un taux de fibre global du stratifié identique au taux de fibre du composite tressé 3D.

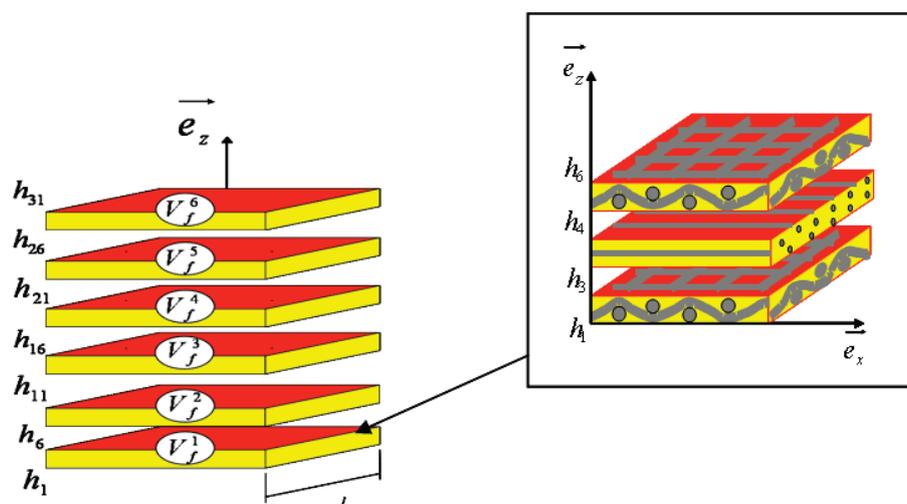


Figure III-44 : Décomposition du composite en 6 strates

En conséquence, on envisage une décomposition du matériau composite tressé 3D faisant intervenir plusieurs niveaux de modélisation. Dans un premier temps on définit les propriétés d'un pli unidirectionnel modifié par l'ondulation du fil dans les cas de chargement en traction ou en flexion. On réalise ensuite une analogie des matériaux composites tressés 2D avec les matériaux stratifiés, en discrétisant sa structure en deux strates unidirectionnelles représentant respectivement les fils de chaîne et les fils de trame. Le composite tressé 3D est ensuite modélisé par un empilement de strates composites tressées 2D et de strates unidirectionnelles permettant d'établir son comportement en membrane à partir du comportement précédemment établi des composites tressés 2D. Enfin pour établir le comportement du composite en flexion, on adopte une décomposition du composite en six strates tressées 3D dont le taux de fibre est variable de manière à s'adapter à la répartition des fils dans l'épaisseur du composite. La Figure III-45 présente la démarche générale adoptée dans notre étude.

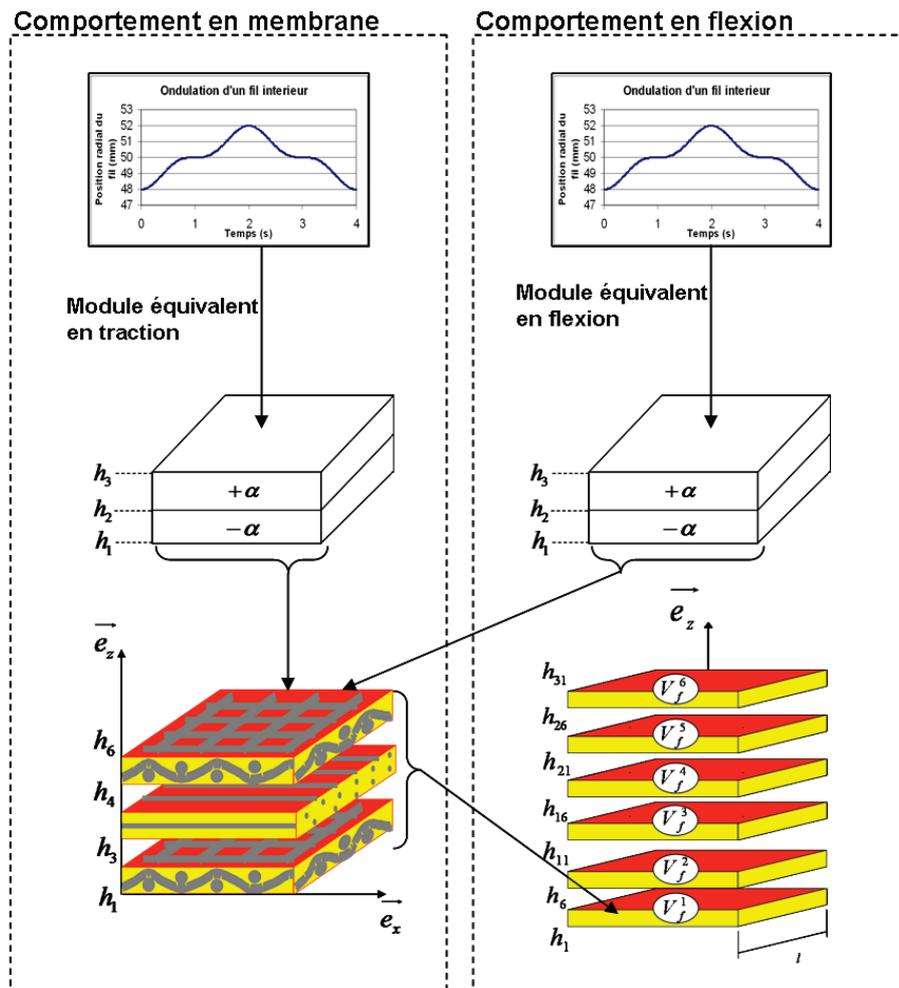


Figure III-45 : Décomposition multi-niveaux d'un composite tressé 3D

III-3.c. Prise en considération de l'ondulation du fil dans les propriétés du pli

Pour prendre en considération l'ondulation du fil dans les propriétés du pli, celui-ci est assimilé à une poutre ondulée dont les propriétés matérielles sont établies à partir de la loi des mélanges. En appliquant la théorie de l'homogénéisation géométrique des poutres ondulées au fil ainsi modélisé, on peut alors définir une poutre non ondulée équivalente dont le module d'élasticité longitudinal est modifié par l'ondulation et le type de chargement appliqué (traction ou flexion). Pour cela, on approche l'ondulation du fil par un signal triangulaire qui permet d'obtenir une expression simple du module longitudinal équivalent, tout en considérant une ondulation relativement proche du cas réel.

L'homogénéisation géométrique des poutres ondulées [72] est basé sur la prédominance d'un terme d'échelle $\frac{1}{\eta}$ qui permet de considérer uniquement l'ordre supérieur des expressions obtenues par développement asymptotique. Le terme d'échelle η représente le rapport de la longueur d'un motif élémentaire sur la longueur de la structure considérée. L'homogénéisation géométrique impose donc un nombre important de motifs élémentaires se répétant dans la structure. Par conséquent, elle ne peut théoriquement pas être appliquée au VER qui présente un seul motif d'ondulation. Le VER est toutefois isolé d'une structure plus grande présentant une certaine périodicité. On propose alors de modifier les propriétés du fil unidirectionnel, dans l'analogie du VER avec un matériau stratifié, en fonction de la périodicité de la structure macroscopique duquel il est isolé. Nous prenons le cas idéal d'une structure tressée cylindrique réalisée en régime établi, conformément aux structures utilisées pour la caractérisation expérimentale. Ce type de renfort présente une périodicité de sa structure sur toute la longueur. Compte tenu des dimensions couplés du VER est des éprouvettes utilisées expérimentalement, le terme d'échelle de la structure macroscopique (proche de 10) permet l'utilisation de l'homogénéisation géométrique des poutres ondulées.

III-3.c.i. Homogénéisation géométrique des poutres ondulées

Dans plusieurs articles, [78], [72] on a identifié le comportement asymptotique d'une poutre élastique ondulée en effectuant un développement asymptotique à deux échelles de variations, mettant en évidence une échelle lente associée à la fibre moyenne de la poutre et une échelle rapide associée à une ondulation. Après des calculs analytiques classiques en homogénéisation, Potier-Ferry propose pour une poutre ondulée des équations différentielles qui découlent du modèle élémentaire de la poutre de Bernoulli. L'approche du problème posé par homogénéisation permet alors de définir une structure équivalente à la structure réelle « débarrassée » des ondulations et dont le module de rigidité longitudinal s'exprime à l'aide des caractéristiques mécaniques des matériaux constitutifs et des paramètres géométriques des fils précurseurs. Potier-Ferry donne les expressions suivantes du module de souplesse en traction et du module de rigidité en flexion de la poutre équivalente.

$$\left(\frac{1}{E_t A} \right)_{eq} = \frac{\langle \cos^2(\alpha) \rangle}{\langle E_t A_f \cos(\alpha) \rangle} + \frac{\langle z^2 \rangle}{(E_f I_f)_{eq}} \quad \text{III-21}$$

$$(E_f I)_{eq} = \langle E_f I_f \cos(\alpha) \rangle$$

Avec : E_t le module d'élasticité en traction, E_f le module d'élasticité en flexion, α l'angle entre l'axe de la poutre et son axe moyen, A_f , la section de la poutre, I_f , l'inertie de la poutre.

III-3.c.ii. Approximation de l'ondulation du fil par un signal triangle

On considère le fil (fibre+matrice) comme une poutre uniformément ondulée autour de l'axe \vec{e}_x , de longueur L , de section A_f et d'inertie I_f . Nous désignons par l la longueur d'une ondulation et nous posons $\eta = l/L$ le paramètre d'échelle de notre problème. Le matériau constitutif de la poutre est, pour notre approche, considéré linéaire, élastique de module spécifique E . Afin d'exclure la torsion fléchie de notre analyse, nous supposons que la section de la poutre ainsi que son chargement sont symétriques par rapport au plan (\vec{e}_x, \vec{e}_z) .

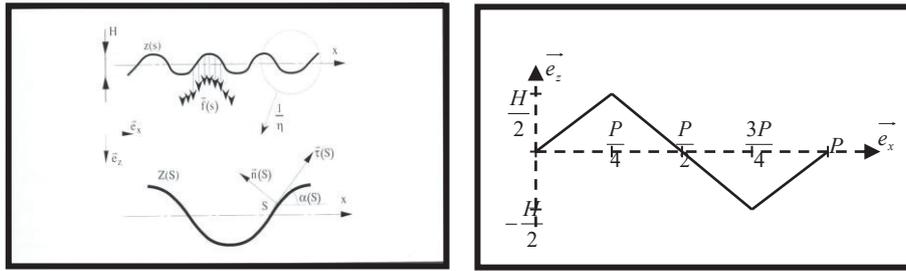


Figure III-46 : Ondulation du fil dans le composite

Conformément à l'étude réalisée par Jung [47], on approche ensuite l'ondulation sinusoïdale du fil par un signal triangle d'amplitude H et de période P . Cette approximation permet d'obtenir une expression simple des propriétés de la poutre ondulée tout en considérant une ondulation proche du cas réel. En première approximation, on choisira une section de fil circulaire de diamètre d donnant l'aire et l'inertie du fil suivante.

$$A_f = \frac{\pi d^2}{4} \quad \text{III-22}$$

$$I_f = \frac{\pi d^4}{32} \quad \text{III-23}$$

Dans le cas d'un composite tressé 3D en dehors des fils unidirectionnels, la majorité des fils sont issus des fuseaux intérieurs. En reprenant l'expression II-20 de la position dans l'épaisseur de la préforme d'un fil « intérieur » on peut donner l'amplitude et la période du signal triangulaire représentant l'ondulation du fil.

$$P = \frac{4\pi R}{N_r \cos(\alpha)} \quad \text{III-24}$$

$$H = 2d \quad \text{III-25}$$

a. *Module de rigidité équivalent en flexion*

L'expression du module équivalent de rigidité en flexion est relativement simple à obtenir en développant l'expression III-21.

$$(EI)_{eq} = EI_f \langle \cos(\alpha) \rangle \quad \text{III-26}$$

$$(EI)_{eq} = \frac{EI_f}{l} \int_0^l \cos(\alpha) dS$$

Avec : S , l'abscisse curviligne

Le cosinus directeur de la poutre, $\cos(\alpha)$, peut être exprimé en fonction de l'abscisse curviligne de la manière suivante :

$$\cos(\alpha) = \frac{dX(S)}{dS} \quad \text{III-27}$$

En remplaçant le cosinus directeur par l'expression précédemment donné III-27 dans l'équation du module équivalent de rigidité en flexion III-26, on obtient la formule suivante :

$$(EI_f)_{eq} = \frac{EI_f}{l} \int_0^l \frac{dX(S)}{dS} dS \quad \text{III-28}$$

Ce qui donne dans le cas d'une approximation de l'ondulation de la poutre par un signal triangle, une expression du module équivalent de rigidité en flexion en fonction des propriétés mécaniques de la poutre, de la longueur de l'ondulation, P , et de la longueur de filament ondulé par motif, l :

$$(EI_f)_{eq} = EI_f \frac{P}{l} \quad \text{III-29}$$

$$\text{Avec : } l = \sqrt{P^2 + (2H)^2}$$

On remarque que le module équivalent de rigidité en flexion est fonction du terme P/l qui est inférieur ou égal à 1. La valeur 1 correspond à un fil non ondulé, alors que le terme P/l se rapproche de zéro lorsque l'ondulation augmente. Le module équivalent de rigidité en flexion diminue donc lorsque l'ondulation du fil augmente.

b. Module de souplesse équivalent en traction

De manière similaire en développant l'expression III-21, on peut établir le module équivalent de rigidité en traction.

$$\left(\frac{1}{EA_f}\right)_{eq} = \frac{1}{PEA_f} \int_0^l \cos^2(\alpha) dS + \frac{1}{PEI_f} \int_0^l z^2 dS \quad \text{III-30}$$

$$\left(\frac{1}{EA_f}\right)_{eq} = \frac{1}{PEA_f} \int_0^l \left(\frac{dX}{dS}\right)^2 dS + \frac{1}{PEI_f} \int_0^l z^2 dS$$

Avec : S , l'abscisse curviligne

En utilisant l'expression de l'abscisse curviligne, $dS = \sqrt{dX^2 + dZ^2}$, le terme $\left(\frac{dX}{dS}\right)^2$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\left(\frac{dX}{dS}\right)^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{dZ}{dX}\right)^2} \quad \text{III-31}$$

On peut maintenant exprimer le premier terme du module de souplesse équivalent en traction (III-30) dans le cas d'une approximation de l'ondulation du fil par un signal triangle :

$$\frac{1}{PEA_f} \int_0^l \left(\frac{dX}{dS}\right)^2 dS = \frac{1}{EA_f \sqrt{1 + \left(\frac{2H}{P}\right)^2}} \quad \text{III-32}$$

En décomposant l'intégrale sur chaque partie du signal triangle de l'ondulation de la poutre, on exprime le second terme du module de souplesse équivalent en traction (III-30) de la manière suivante :

$$\frac{1}{PEI_f} \int_0^l z^2 dS = \frac{\eta^2 \left(\frac{2H}{P}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{2H}{P}\right)^2}}{48EI} \quad \text{III-33}$$

En réinjectant les expressions III-33 et III-32 des deux termes du module de souplesse équivalent en traction, dans l'expression III-34 on obtient finalement.

$$\left(\frac{1}{EA_f} \right)_{eq} = \frac{\sqrt{1+B^2}}{E} \left(\frac{1}{A_f(1+B^2)} + \frac{\eta^2 B^2 P^2}{48I_f} \right) \quad \text{III-34}$$

$$\text{Avec : } B = \frac{2H}{P}, \quad l = \sqrt{P^2 + (2H)^2}, \quad \eta = \frac{l}{L}$$

On remarque que le module équivalent de souplesse en traction est fonction de la pente B , dans le cas où la pente est nulle (fil non ondulé) le module équivalent est bien égal au module du fil unidirectionnel E .

III-3.c.iii. Prise en considération de l'ondulation du fil dans les propriétés du pli

L'ondulation du fil intervient uniquement suivant l'axe de la fibre \vec{e}_1 et on est en droit de supposer que seul le module d'élasticité longitudinal du pli est significativement impacté par l'ondulation du fil. La prise en considération de l'ondulation du fil dans les propriétés du pli consiste alors à modifier son module d'élasticité longitudinal. On écrit par conséquent la matrice des raideurs exprimée dans la base d'orthotropie $B_1(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ sous la forme suivante :

$$[C_{B_1}^{OD}] = \begin{bmatrix} E'_1 & -\frac{E'_1}{\nu_{12}} & 0 \\ -\frac{E'_1}{\nu_{12}} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 2G_{12} \end{bmatrix} \quad \text{III-35}$$

Avec E'_1 le module d'élasticité longitudinal du pli avec ondulation du fil. Il est déterminé à partir de la relation donnée par la théorie des poutres ondulées, appliquée à un signal triangle.

Dans le cas d'une sollicitation en traction du composite, E'_1 est donné par la relation III-34 et

dans le cas d'une sollicitation en flexion par l'expression III-29. A titre indicatif le Tableau III-5 présente les modules d'élasticités équivalents du fil en traction et en flexion, en fonction de l'amplitude d'ondulation.

Tableau III-5 : Influence de l'ondulation du fil sur le module d'élasticité longitudinale du fil équivalent

Amplitude (mm)	0	1	2	3	4	5	6
Module d'élasticité longitudinal sans ondulation (GPa)	38500	38500	38500	38500	38500	38500	38500
Module d'élasticité longitudinal en traction équivalent (GPa)	38500	38497	38379	38494	39099	40484	42761
Module d'élasticité longitudinal en flexion équivalent (GPa)	38500	38499	38400	38277	38106	37890	37631

III-3.c.iv. Propriétés mécaniques d'un empilement tressé 2D

L'empilement tressé 2D est composé de deux plis unidirectionnels, l'un orienté suivant l'angle α , est composé des fils de chaîne, l'autre orienté suivant l'angle $-\alpha$ est composé des fils de trame. La répartition des fils de chaîne et de trame étant symétrique dans le composite, on considère une hauteur de pli et un taux de fibre identique pour les deux plis (Figure III-47).

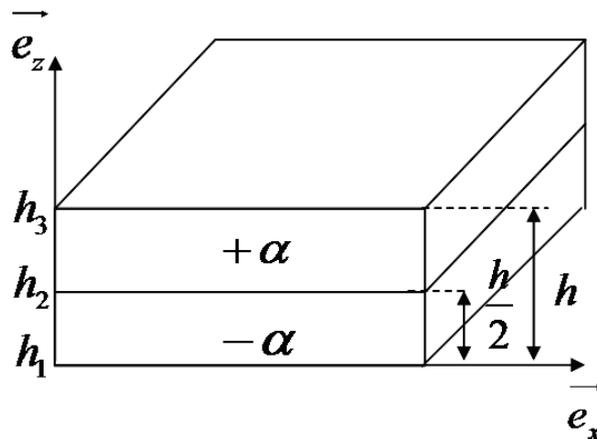


Figure III-47 : Modélisation du composite tressé 2D

Le comportement en membrane des plis dans leurs bases d'orthotropie respectives est donné par la matrice des raideurs équivalentes III-35. On définit une base d'étude B_2 , formée de l'axe de tressage \vec{e}_x , de l'axe perpendiculaire à l'axe de tressage \vec{e}_y et de l'axe normal au pli

\vec{e}_z , dans laquelle on exprime la matrice des raideurs équivalentes à partir des relations de changement de bases classique. On applique ensuite la théorie des plaques de Love-Kirchhoff pour conclure sur le comportement de l'empilement tressé 2D en fonction du taux de fibre et de la position de l'empilement par rapport au plan moyen (Figure III-48).

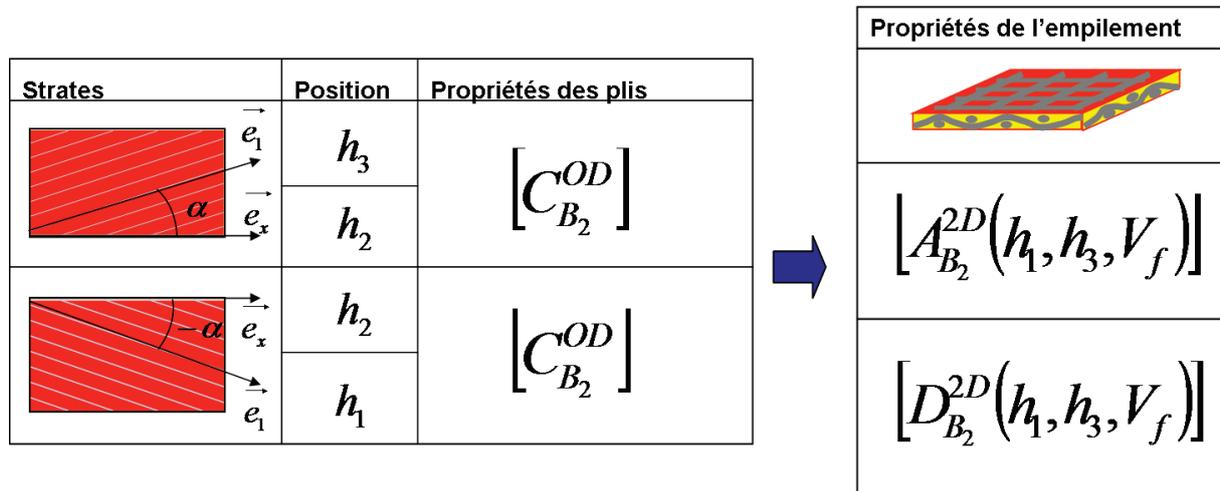


Figure III-48 : Décomposition du composite tressé 2D en deux strates unidirectionnelles

Dans la théorie de Love-Kirchhoff, on suppose des contraintes homogènes dans l'épaisseur de chacune des couches du stratifié. On peut ainsi intégrer ces contraintes suivant l'épaisseur du stratifié de manière à obtenir les efforts N et moment M macroscopiques appliqués à la structure stratifiée.

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} dz \quad \text{III-36}$$

$$M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij} z dz \quad \text{III-37}$$

En supposant que les sections droites normales à la surface moyenne du stratifié restent normales à cette surface moyenne après déformation, on peut établir la loi de comportement des différentes couches en fonction de la déformation $\hat{\epsilon}$ et rotation $\hat{\gamma}$ de la surface moyenne.

$$\hat{\sigma}^k = \hat{C}_{B_2}^{OD,k} (\hat{\epsilon} + z\hat{\gamma}) \quad \text{III-38}$$

En réinjectant la relation de comportement des différentes couches (III-38) dans les expressions des efforts (III-36) et moments (III-37) appliqués à la structure stratifiée, Le modèle de Love-Kirchhoff définit la relation de comportement de la structure stratifiée par une relation matricielle faisant intervenir les matrices $[A]$ et $[D]$. Ces deux matrices caractérisent le comportement équivalent du stratifié respectivement en membrane et en flexion, et la matrice $[B]$ représente quant à elle le couplage entre le comportement en membrane et le comportement en flexion du stratifié sous la forme suivante.

$$\begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \gamma \\ \chi \end{pmatrix} \quad \text{III-39}$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n C_{ij}^k (h_k - h_{k-1})$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n C_{ij}^k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad \text{III-40}$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n C_{ij}^k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$

On note que, dans les cas particuliers, d'un empilement stratifié symétrique ou anti-symétrique, la matrice de couplage $[B]$ est nulle. Faisant intervenir une décomposition en strates anti-symétriques, la détermination du comportement mécanique de structures composites tressées 2D consiste alors à établir les termes des matrices des raideurs en membrane $[A^{2D}]$ et en flexion $[D^{2D}]$ du stratifié équivalent. Nous développerons ici uniquement les termes de la matrice $[A^{2D}]$. En appliquant les relations (III-40) à l'empilement stratifié considéré, on trouve les termes de la matrice $[A^{2D}]$ en fonction des propriétés en membrane du pli élémentaire équivalent et des coordonnées dans l'épaisseur minimale h_{\min} et maximale h_{\max} .

$$\begin{aligned}
 A_{xx}^{2D}(h_{\min}, h_{\max}, V_f) &= \left[E_1' \cos^4 \alpha + 2 \left(G_{12} - \frac{E_1'}{\nu_{12}} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + E_2 \sin^4 \alpha \right] (h_{\max} - h_{\min}) \\
 A_{yy}^{2D}(h_{\min}, h_{\max}, V_f) &= \left[E_1' \sin^4 \alpha + 2 \left(G_{12} - \frac{E_1'}{\nu_{12}} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + E_2 \cos^4 \alpha \right] (h_{\max} - h_{\min}) \\
 A_{zz}^{2D}(h_{\min}, h_{\max}, V_f) &= \left[4 \left(E_1' + E_2 + 2 \frac{E_1'}{\nu_{12}} - 2G_{12} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2G_{12} \right] (h_{\max} - h_{\min}) \quad \text{III-41} \\
 A_{xy}^{2D}(h_{\min}, h_{\max}, V_f) &= \left[\left(E_1' + E_2 - 2 \frac{E_1'}{\nu_{12}} - 2G_{12} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{E_1'}{\nu_{12}} \right] (h_{\max} - h_{\min}) \\
 A_{xz}^{2D}(h_{\min}, h_{\max}, V_f) &= 0 \\
 A_{yz}^{2D}(h_{\min}, h_{\max}, V_f) &= 0
 \end{aligned}$$

III-3.c.v. Propriétés d'un empilement tressé 3D (Décomposition en 3 strates)

Pour garantir la symétrie du renforcement que présentent les composites tressés 3D, on envisage une décomposition en trois strates composées d'une strate unidirectionnelle (non ondulée) positionnée au niveau du plan moyen et de deux strates tressées 2D symétriques par rapport au plan moyen. On suppose ici un taux de fibre identique dans chacune des couches, la hauteur des différentes strates est par conséquent fixée en fonction du pourcentage de fils unidirectionnels que présente le composite. Dans le cas d'un composite tressé 3D (5 couronnes), les fils unidirectionnels représentant 50% de l'ensemble des fils du composite, on peut supposer une hauteur de la strate unidirectionnelle et des strates tressées 2D respectivement de la moitié et du quart de la hauteur du composite (Figure III-49).

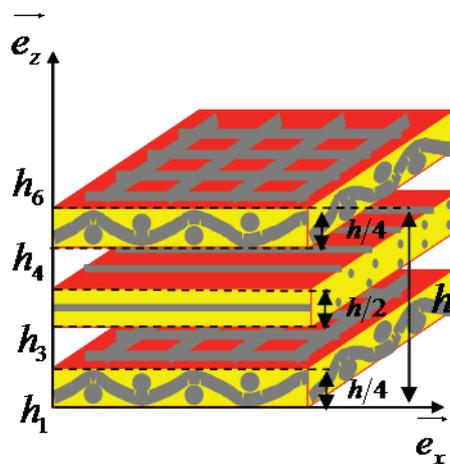


Figure III-49 : Modélisation du composite tressé 3D en 3 strates

La matrice des raideurs de la strate unidirectionnelle dans la base d'étude $[C_{B_2}^{UD}]$ est définie à partir de la loi des mélanges présentée sur la Figure III-30. Le comportement des strates tressées 2D est quant à lui établi à partir des résultats obtenus précédemment lors de la modélisation du composite tressé 2D en 2 strates.

Décomposition en 3 strates

Strates	Position	Propriétés des plis	Propriétés de l'empilement
	h_6	$[A_{B_2}^{2D}(h_4, h_6, V_f)]$	
	h_4	$[D_{B_2}^{2D}(h_4, h_6, V_f)]$	
	h_4	$[C_{B_2}^{UD}]$	
	h_3		
	h_3	$[A_{B_2}^{2D}(h_1, h_3, V_f)]$	
	h_1	$[D_{B_2}^{2D}(h_1, h_3, V_f)]$	

Figure III-50 : Décomposition du composite tressé 3D en 3 strates

En reprenant l'hypothèse de contraintes homogènes dans l'épaisseur de chacune des couches, l'intégration des contraintes locales sur l'épaisseur du stratifié permet d'introduire le comportement structural des composites tressés 2D précédemment établi. Les termes de la matrice de couplage $[B]$ étant nuls, par symétrie du stratifié, l'intégration des contraintes locales sur l'épaisseur peut s'écrire de la manière suivante :

$$N_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_{ij}^k dz = A_{ij}^{2D}(h_1, h_3, V_f) \varepsilon_{ij} + \int_{h_3}^{h_4} \sigma_{ij}^{UD} dz + A_{ij}^{2D}(h_4, h_6, V_f) \varepsilon_{ij} \quad \text{III-42}$$

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \sigma_{ij}^k dz = D_{ij}^{2D}(h_1, h_3, V_f) \gamma_{ij} + \int_{h_3}^{h_4} z \sigma_{ij}^{UD} dz + D_{ij}^{2D}(h_4, h_6, V_f) \gamma_{ij} \cdot \quad \text{III-43}$$

On en déduit les termes des matrices des raideurs en membrane $[_3A^{3D}]$ et en flexion $[_3D^{3D}]$, en fonction du comportement structurel du stratifié tressé 2D équivalent et des propriétés en membrane du pli unidirectionnel simple.

$$\begin{aligned} {}_3A_{ij}^{3D}(h_1, h_6, V_f) &= A_{ij}^{2D}(h_1, h_3, V_f) + C_{ij}^{UD}(h_4 - h_3) + A_{ij}^{2D}(h_4, h_6, V_f) \\ \Rightarrow {}_3A_{ij}^{3D}(h_1, h_6, V_f) &= A_{ij}^{2D}\left(h_1, h_1 + \frac{h_6 - h_1}{4}, V_f\right) + C_{ij}^{UD}\left(\frac{h_6 - h_1}{2}\right) + A_{ij}^{2D}\left(h_6 - \frac{h_6 - h_1}{4}, h_6, V_f\right) \end{aligned} \quad \text{III-44}$$

$$\begin{aligned} {}_3D_{ij}^{3D}(h_1, h_6, V_f) &= D_{ij}^{2D}(h_1, h_3, V_f) + C_{ij}^{UD}(h_4^3 - h_3^3) + D_{ij}^{2D}(h_4, h_6, V_f) \\ \Rightarrow {}_3D_{ij}^{3D}(h_1, h_6, V_f) &= D_{ij}^{2D}\left(h_1, h_1 + \frac{h_6 - h_1}{4}, V_f\right) + C_{ij}^{UD}\left[\left(h_1 + \frac{3(h_6 - h_1)}{4}\right)^3 - \left(h_1 + \frac{(h_6 - h_1)}{4}\right)^3\right] \\ &+ D_{ij}^{2D}\left(h_6 - \frac{h_6 - h_1}{4}, h_6, V_f\right) \end{aligned} \quad \text{III-45}$$

III-3.c.vi. Propriétés d'un empilement tressé 3D (Décomposition en 6 strates)

Pour caractériser le comportement en flexion du stratifié, nous devons prendre en considération la répartition des fibres dans son épaisseur. On remarque que les propriétés intrinsèques aux plis unidirectionnels et donc les propriétés des assemblages stratifiés sont fonction du taux de fibres qui les composent. On peut s'appuyer sur cette dépendance pour caractériser l'influence de la répartition des fibres (et donc du taux de fibre dans l'épaisseur du composite) sur son comportement en flexion. On réalise pour cela une décomposition du matériau composite tressé 3D en différentes strates composites tressées 3D présentant des hauteurs identiques et des taux de fibre variables. A partir des séquences d'entrelacement des fuseaux sur le plateau de tressage de la machine à tresser 3D (5 couronnes), on peut identifier six différentes couches qui composent le renfort tressé. Nous réaliserons en conséquence une décomposition du composite en six couches tressées 3D.

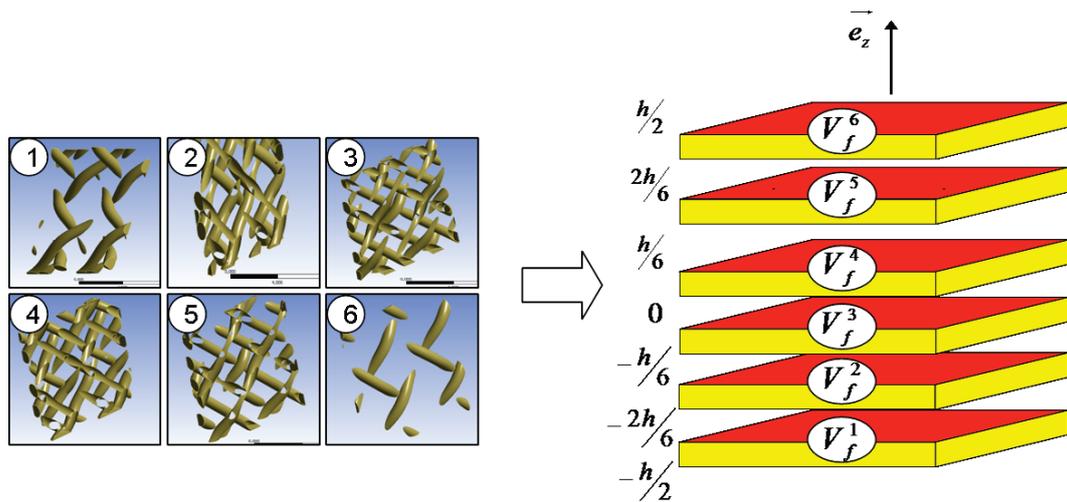


Figure III-51 : Modélisation du composite tressé 3D en six couches

Le comportement de chacune des strates est établi à partir des résultats obtenus précédemment lors de modélisation du composite tressé 3D en 3 strates. Le taux de fibre de chacune des couches est défini en fonction du pourcentage de fils en présence dans la strate par rapport au nombre total de fils dans le composite. On garantit ainsi un taux de fibre global de l'empilement identique au taux de fibre du composite.

Décomposition en 6 strates

Strates	Position	Propriétés des plis	Propriétés de l'empilement
	h_{31}	$\left[{}_3A_{B_2}^{3D}(h_{26}, h_{31}, V_f^6) \right]$	
	h_{26}	$\left[{}_3D_{B_2}^{3D}(h_{26}, h_{31}, V_f^6) \right]$	
⋮	⋮	⋮	
	h_6	$\left[{}_3A_{B_2}^{3D}(h_1, h_6, V_f^1) \right]$	
	h_1	$\left[{}_3D_{B_2}^{3D}(h_1, h_6, V_f^1) \right]$	

Figure III-52 : Décomposition du composite tressé 3D en six strates

Dans le cas d'une machine à tresser circulaire 3D interlock à 5 couronnes, les taux de fibre des différentes strates en fonction du taux de fibre du composite sont :

$$V_f^1 = V_f^6 = \frac{2}{3} V_f$$

$$V_f^2 = V_f^5 = V_f$$

$$V_f^3 = V_f^4 = \frac{4}{3} V_f$$

III-46

En reprenant l'hypothèse de contraintes homogènes dans l'épaisseur de chacune des couches, l'intégration des contraintes locales sur l'épaisseur du stratifié permet d'introduire le comportement structural des composites tressés 3D précédemment établi. Les termes de la matrice de couplage $[B]$ étant nuls, par symétrie du stratifié, l'intégration des contraintes locales sur l'épaisseur peut s'écrire de la manière suivante.

$$\begin{aligned} N_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_{ij}^k dz = & {}_3A_{ij}^{3D} \left(-h/2, -2h/6, V_f^1 \right) \varepsilon_{ij} + {}_3A_{ij}^{3D} \left(-2h/6, -h/6, V_f^2 \right) \varepsilon_{ij} \\ & + {}_3A_{ij}^{3D} \left(-h/6, 0, V_f^3 \right) \varepsilon_{ij} + {}_3A_{ij}^{3D} \left(0, h/6, V_f^3 \right) \varepsilon_{ij} + {}_3A_{ij}^{3D} \left(h/6, 2h/6, V_f^2 \right) \varepsilon_{ij} \\ & + {}_3A_{ij}^{3D} \left(2h/6, h/2, V_f^1 \right) \varepsilon_{ij} \end{aligned}$$

III-47

$$\begin{aligned} M_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} z \sigma_{ij}^k dz = & {}_3D_{ij}^{3D} \left(-h/2, -2h/6, V_f^1 \right) \gamma_{ij} + {}_3D_{ij}^{3D} \left(-2h/6, -h/6, V_f^2 \right) \gamma_{ij} \\ & + {}_3D_{ij}^{3D} \left(-h/6, 0, V_f^3 \right) \gamma_{ij} + {}_3D_{ij}^{3D} \left(0, h/6, V_f^3 \right) \gamma_{ij} + {}_3D_{ij}^{3D} \left(h/6, 2h/6, V_f^2 \right) \gamma_{ij} \\ & + {}_3D_{ij}^{3D} \left(2h/6, h/2, V_f^1 \right) \gamma_{ij} \end{aligned}$$

III-48

On en déduit les termes des matrices de raideur en membrane $\left[\bar{A}^{3D} \right]$ et en flexion $\left[\bar{D}^{3D} \right]$ du stratifié équivalent, en fonction du comportement structural des plis tressés 3D, du taux de fibre global du composite V_f et de sa hauteur h .

$${}_6A_{ij}^{3D} (h, V_f) = \sum_{k=1}^6 {}_3A_{ij}^{3D} (h_{\min}^k, h_{\max}^k, V_f^k)$$

III-49

$${}_6D_{ij}^{3D} (h, V_f) = \sum_{k=1}^6 {}_3D_{ij}^{3D} (h_{\min}^k, h_{\max}^k, V_f^k)$$

III-50

III-3.d. Confrontation aux résultats expérimentaux

Dans le but de valider cette approche théorique de la détermination des constantes élastiques du matériau, on réalise une confrontation avec les résultats obtenus expérimentalement. La campagne expérimentale s'intéresse uniquement aux propriétés du matériau dans le plan de la préforme. Nous considérerons par conséquent dans cette partie uniquement les modules théoriques d'élasticité longitudinal et transversal ainsi que le module théorique de cisaillement plan du matériau. On distinguera par ailleurs les résultats théoriques obtenus avec ou sans prise en considération de l'ondulation du fil. On utilise dans le cadre de cette confrontation un taux de fibre de 50% identique pour toutes les éprouvettes. Les propriétés intrinsèques aux fibres et à la matrice sont définies dans les Tableau III-1 et Tableau III-2, et en accord avec les résultats obtenus lors de la campagne tomographique, on choisit une hauteur de fil identique à chaque éprouvette, de 0,5mm.

Conformément à la stratégie générale de la décomposition du matériau composite en strates, le comportement en membrane du matériau, et donc les termes d'élasticité longitudinal et transversal, sont obtenus par une décomposition en trois strates du composite faisant intervenir le module d'élasticité longitudinal équivalent du fil en traction. Le comportement en flexion du matériau, et donc le module de cisaillement plan, est quant à lui établi à partir de la décomposition en 6 strates du composite faisant intervenir le module d'élasticité longitudinal équivalent du fil en flexion.

La Figure III-53 présente la confrontation sur le module d'élasticité longitudinal du matériau pour différents angles de tressage.

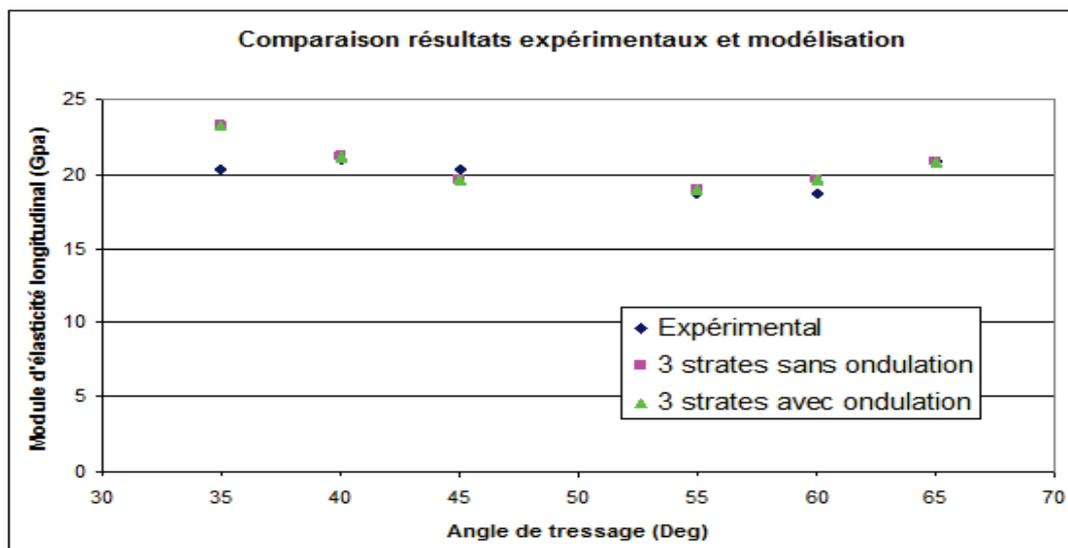


Figure III-53 : Confrontation menée sur le module d'élasticité longitudinal

On peut noter une bonne concordance des résultats obtenus expérimentalement et théoriquement pour le module d'élasticité longitudinal. On observe uniquement un certain décrochage pour une valeur de l'angle de tressage de 35°, que l'on peut attribuer en partie à une incertitude expérimentale.

Le Tableau III-6 présente les valeurs du module d'élasticité longitudinal obtenues pour les différentes décompositions du matériau composite envisagé. On peut noter une similitude des valeurs obtenues par la décomposition en 3 strates et en 6 strates du matériau, qui montre la non dépendance du comportement en membrane à la répartition des fibres dans l'épaisseur du composite.

Tableau III-6 : Valeurs du module d'élasticité longitudinal en fonction de l'angle de tressage

			35°	40°	45°	55°	60°	65°
Module d'élasticité longitudinale (GPa)	Expérimentale		20.28	20.97	20.28	18.64	18.65	20.81
	Décomposition en 3 strates	Sans ondulation	23.3	21.15	19.68	18.99	19.66	20.8
		Avec ondulation	23.29	21.16	19.7	19	19.68	20.81
	Décomposition en 6 strates	Sans ondulation	23.3	21.15	19.68	18.99	19.66	20.8
		Avec ondulation	23.39	21.16	19.7	19	19.68	20.81

La Figure III-54 présente la confrontation sur le module d'élasticité transversal du matériau pour différents angles de tressage.

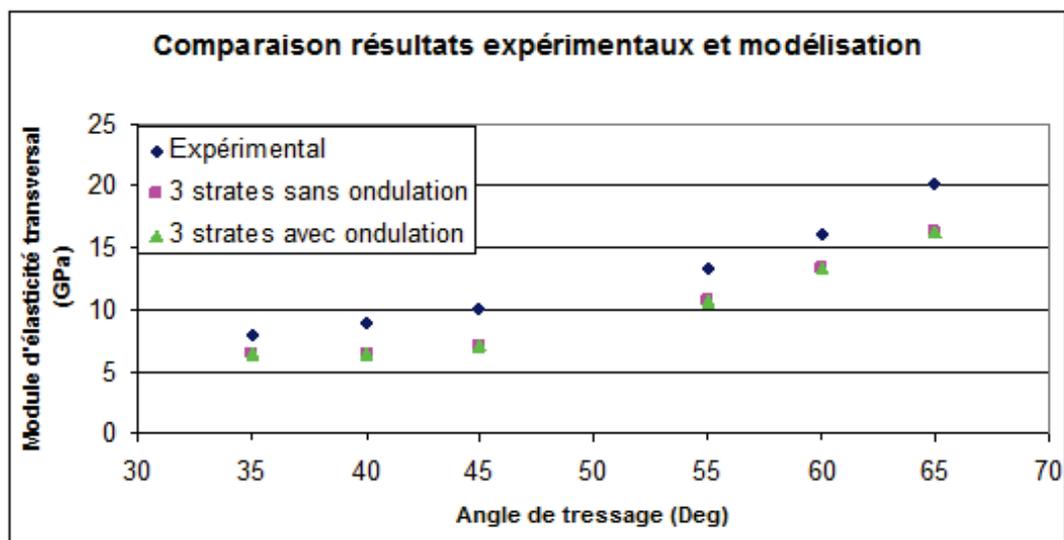


Figure III-54 : Confrontation menée sur le module d'élasticité transversal

On note un écart constant des modules théoriques par rapport aux modules obtenus expérimentalement. On peut attribuer cet écart à une donnée mal renseignée, notamment sur le coefficient de Poisson et le module de cisaillement de la matrice qui ont été fixés à des valeurs théoriques moyennes des résines époxy. D'autre part on peut faire l'observation, comme dans le cas du module d'élasticité longitudinal, que les valeurs du module, présentées sur le Tableau III-7, obtenus par les différentes décompositions du matériau sont quasi identiques.

Tableau III-7 : Valeurs du module d'élasticité transversal en fonction de l'angle de tressage

			35°	40°	45°	55°	60°	65°
Module d'élasticité transverse (GPa)	Expérimentale		7.91	8.83	10.05	13.3	16.2	20.26
	Décomposition en 3 strates	Sans ondulation	6.41	6.38	7.09	10.71	13.36	16.3
		Avec ondulation	6.47	6.42	7.12	10.7	13.35	16.28
	Décomposition en 6 strates	Sans ondulation	6.41	6.38	7.09	10.71	13.36	16.3
		Avec ondulation	6.47	6.42	7.12	10.7	13.35	16.28

La Figure III-55 présente la confrontation sur le module de cisaillement du matériau pour différents angles de tressage.

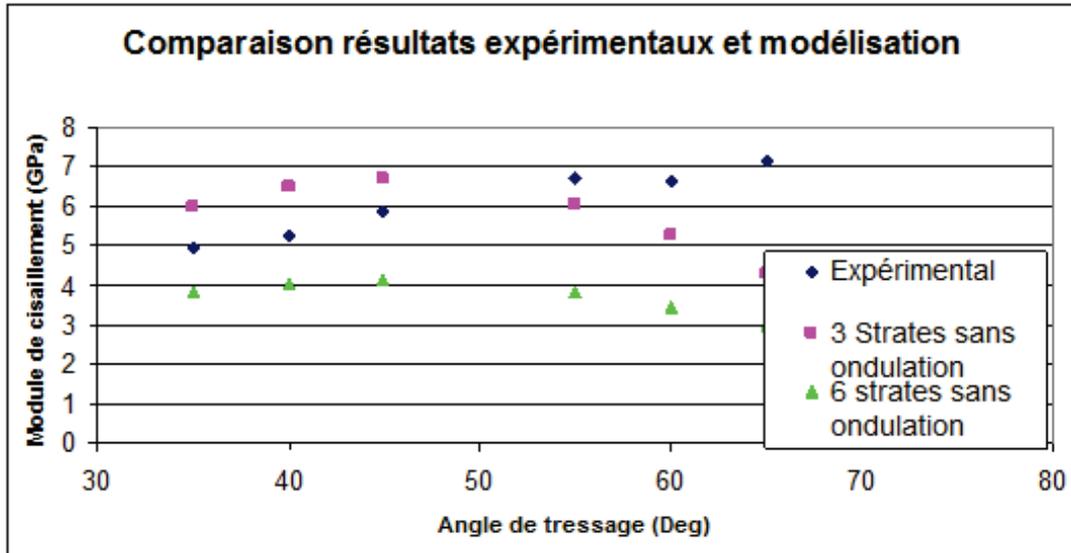


Figure III-55 : Confrontation menée sur le module de cisaillement

On note que les résultats expérimentaux et théoriques sur le module de cisaillement sont similaires en dessous d'un angle de tressage de 45°. Au dessus de cette valeur les résultats divergent et l'analogie avec les matériaux stratifiés apparait ne plus être adaptée. On peut aussi noter une forte disparité des valeurs des modules de cisaillement plan, présentés dans le Tableau III-8, pour différentes décompositions du matériau. En effet la décomposition en 6 strates conduit à une diminution notable des propriétés en cisaillement du composite du à la concentration des fibres au niveau du plan moyen.

Tableau III-8 : Valeurs du module de cisaillement plan en fonction de l'angle de tressage

		35°	40°	45°	55°	60°	65°	
Module de cisaillement (GPa)	Expérimentale	4.93	5.25	5.89	6.69	6.65	7.17	
	Décomposition en 3 strates	Sans ondulation	6.01	6.52	6.7	6.02	5.25	4.29
		Avec ondulation	6.01	6.51	6.68	6	5.23	4.28
	Décomposition en 6 strates	Sans ondulation	3.81	4.05	4.13	3.81	3.45	3.01
		Avec ondulation	3.8	4.04	4.12	3.8	3.44	3

Enfin on remarque que l'influence de l'ondulation des fils est très faible (négligeable) sur l'ensemble des modules d'élasticité considérés. Ceci peut s'expliquer par la faible inclinaison du fil dans l'épaisseur composite. En effet compte tenu de la hauteur des fils et des dimensions des volumes élémentaires représentatifs considérés, la pente que suivent les fils dans l'épaisseur du composite varie de 3 à 5%.

III-4. Calcul prévisionnel des rigidités élastiques en flexion

Le calcul prévisionnel des rigidités élastiques précédemment mené montre une divergence du module de cisaillement obtenue par rapport aux résultats expérimentaux. Pour palier ce problème, on propose dans cette section une nouvelle approche visant à améliorer la prévision de ce module. Dans le cas d'une sollicitation en cisaillement du matériau, la scission (contrainte de cisaillement) est maximale sur les sections orientées à 45° par rapport aux axes de sollicitation. On cherche alors à évaluer le taux de fibres cisillées pour établir le module de cisaillement du matériau à partir de différentes expressions de calcul prévisionnel (de type loi des mélanges). La Figure III-56 montre des sections à 45° du matériau obtenues par tomographie sur des échantillons présentant différents angle de tressage (section II-8.b).

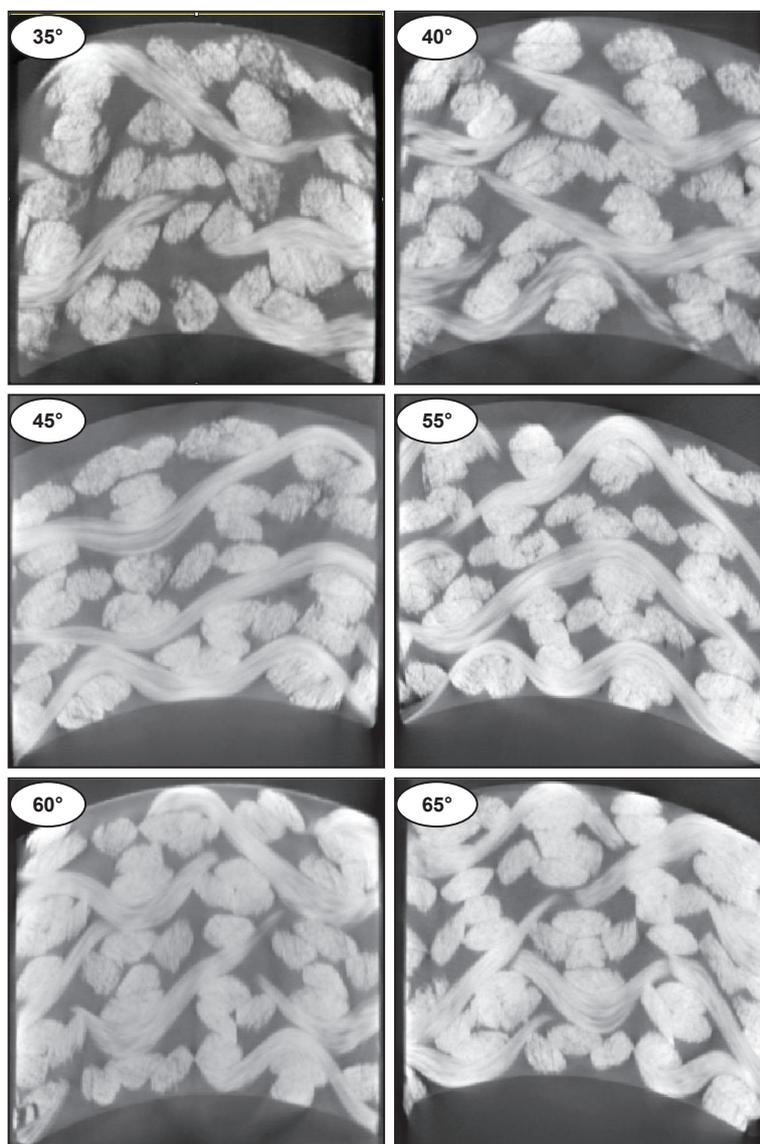


Figure III-56 : sections à 45° du matériau obtenues par tomographie sur des échantillons présentant différents angle de tressage

On peut voir sur cette figure que le taux de fibre des sections à 45° a tendance à augmenter avec l'angle de tressage. Une augmentation du taux de fibre impliquant une plus grande rigidité du matériau, on peut par conséquent supposer que le module de cisaillement aura tendance à augmenter avec l'angle de tressage (conformément aux résultats obtenus expérimentalement).

Pour définir le taux de fibres cisillées, on cherche à établir la surface fibreuse (surface prise par les fibres) de ces sections qui, une fois rapportée à la surface totale de la section, nous permettra de conclure sur le taux de fibres (Figure III-57).

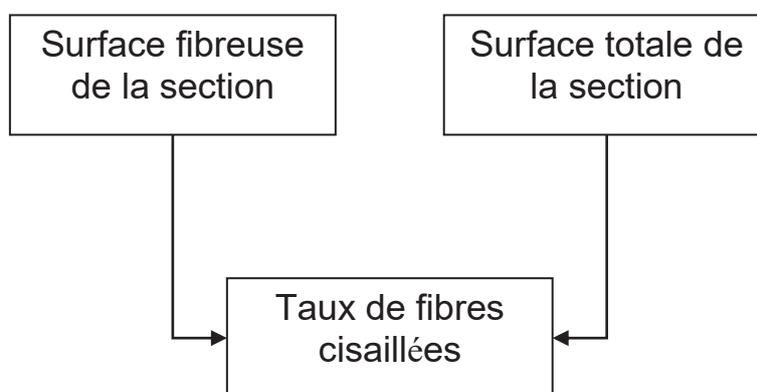


Figure III-57 : Détermination du taux de fibres cisillées

La surface fibreuse de la section est, quant à elle déterminée en multipliant la surface d'intersection d'un fil avec la section par le nombre de fils traversant cette section (Figure III-58). Nous traiterons pour cela de manière indépendante les fils unidirectionnels par rapport aux fils orientés suivant les directions α et $-\alpha$.

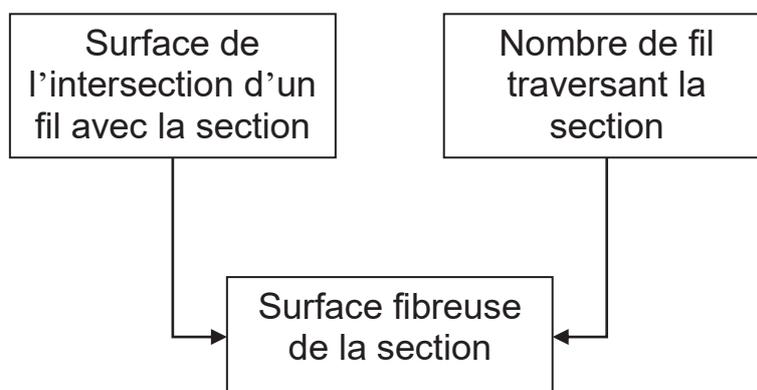


Figure III-58 : Détermination de la surface fibreuse de la section à 45°

Premièrement, la surface d'intersection d'un fil avec la section à 45° est obtenue par projection de la section du fil sur la section à 45°. Cette projection présente une hauteur, h , similaire a celle du fil, mais une largeur, l' , modifiée de par l'orientation du fil par rapport a la section considérée (Figure III-59).

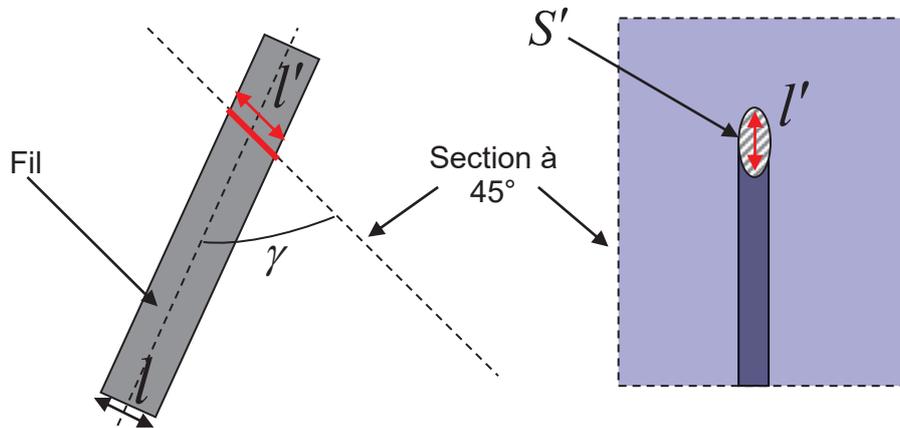


Figure III-59 : Projection de la section d'un fil sur la section à 45°

Cette distance peut être exprimée en fonction de la largeur du fil, l , et de l'angle formé entre l'axe du fil et la section à 45°, γ , par la relation suivante :

$$l' = \frac{l}{\sin(\gamma)}$$

En supposant la section du fil comme étant elliptique, on peut alors simplement exprimer la surface, S' de l'intersection d'un fil avec la section à 45° en fonction de la surface de la section du fil, S , par la relation suivante :

$$S' = \frac{2\pi hl}{\sin(\gamma)}$$

$$S' = \frac{S}{\sin(\gamma)}$$

Avec : $\gamma = 45$ pour les fils unidirectionnels

$\gamma = 45 - \alpha$ pour les fils d'orientation α

$\gamma = 45 + \alpha$ pour les fils d'orientation $-\alpha$

Deuxièmement, le nombre de fils traversant la section à 45° est obtenu en multipliant la densité linéaire de fils dans le composite suivant la direction circonférentielle par la distance circonférentielle pour laquelle les fils traversent la section (Figure III-60).

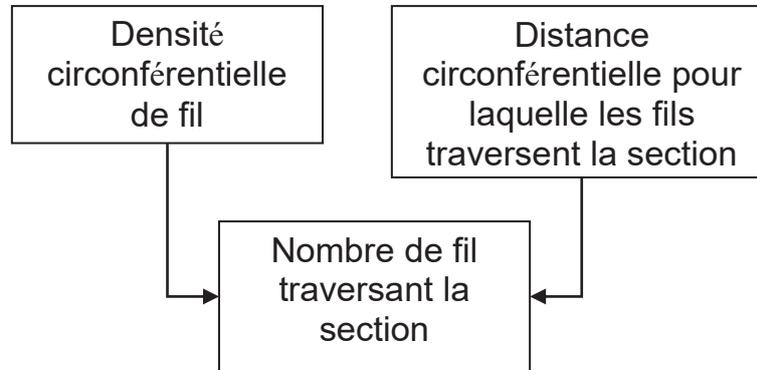


Figure III-60 : Détermination du nombre de fil traversant la section à 45°

Pour définir la densité linéaire de fils, n , dans le composite suivant sa direction circonférentielle, on rapporte le nombre de fils en présence dans le composite à la circonférence de l'éprouvette. Pour les conditions de tissage utilisé lors de la campagne expérimental, ce calcul donne :

Pour les fils unidirectionnels

$$n_{UD} = \frac{320}{2\pi 50} \approx 1$$

Pour les fils d'orientations α et $-\alpha$

$$n_{\alpha} = n_{-\alpha} \frac{160}{2\pi 50} \approx 0.5$$

Pour définir la distance circonférentielle pour laquelle les fils traverse la section, on fait « glisser » le fil (en conservant sons orientation) le long de la section à 45° de manière à parcourir l'intégralité de la section. La distance circonférentielle, d' , parcourue par le fil glissant le long de la section à 45° permet ainsi de définir la zone suivant laquelle les fils traverseront cette section. La Figure III-61 présente le glissement d'un fil d'orientation $-\beta$.

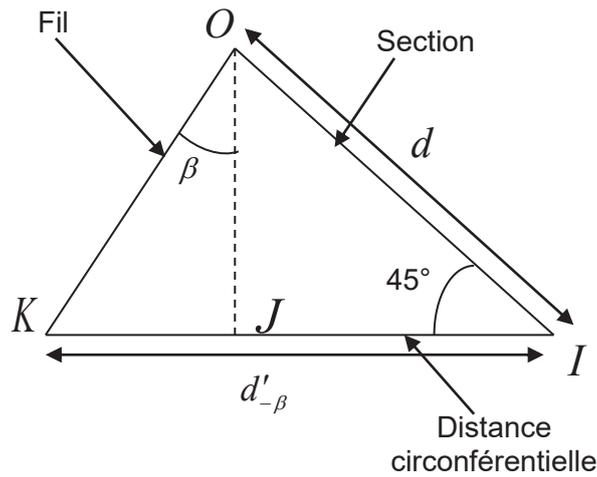


Figure III-61 : Glissement d'un fil le long de section à 45°

Par des considérations successives sur les triangles OIJ et OJK, on peut définir la distance, d' , parcourue par un fil glissant le long de la section à 45° en fonction de l'orientation du fil et des dimensions de la section par la relation suivante :

$$d'_{-\beta} = d (\sin(45) + \cos(45) \tan(\beta))$$

On peut alors conclure sur le nombre de fils, N , traversant la section en multipliant cette dimension par la densité linéaire de fil défini précédemment. Le calcul donne :

Pour les fils unidirectionnel

$$N_{UD} = dn_{UD} \sin(45)$$

Pour les fils d'orientation α

$$N_{\alpha} = dn_{\alpha} (\sin(45) - \cos(45) \tan(\alpha))$$

Pour les fils d'orientation $-\alpha$

$$N_{-\alpha} = dn_{-\alpha} (\sin(45) + \cos(45) \tan(\alpha))$$

On peut enfin obtenir la surface, A_f , des fibres en présence dans la section à 45° en additionnant les surfaces d'intersection des fils avec la section de la manière suivante :

$$A_f = N_{UD}S'_{UD} + N_{\alpha}S'_{\alpha} + N_{-\alpha}S'_{-\alpha}$$

Finalement en rapportant la surface fibreuse ainsi obtenue à la surface de la section considérée, on peut donner le taux de fibre cisailé et ainsi évaluer le module de cisaillement du matériau à partir de la loi des mélanges.

On réalise ces calculs suivant deux approches. Une première approche dans laquelle la section des fils est défini théoriquement à partir du taux de fibre du composite. On réalise pour cela l'hypothèse d'une section de fil elliptique, dont les dimensions sont établies de manière à faire corespondre le rapport volumique des fils par la matrice au taux de fibre du composite.

On adopte une seconde approche dans laquelle la section des fils est définit par la section moyenne mesurée à partir des résultats tomographiques obtenues dans la section II-8.b. On présente dans le Tableau III-9 et la Figure III-62 les résultats obtenus pour ces deux approches en confrontation avec les résultats expérimentaux.

Tableau III-9 : Résultats obtenus pour ces deux approches

		35°	40°	45°	55°	60°	65°
Section de fil (mm ²)	Section de fil théorique	1.41	1.35	1.29	1.14	1.04	0.93
	Section de fil mesuré	1.37	1.35	1.28	1.2	1.16	1.09
Surface fibreuse (mm ²)	Section de fil théorique	34.59	34.69	34.82	35.13	35.33	35.56
	Section de fil mesuré	33.73	34.57	34.6	37.02	39.24	41.85
Module de cisaillement (Gpa)	Section de fil théorique	5.98	6	6.02	6.07	6.11	6.14
	Section de fil mesuré	5.84	5.97	5.98	6.4	6.81	7.34

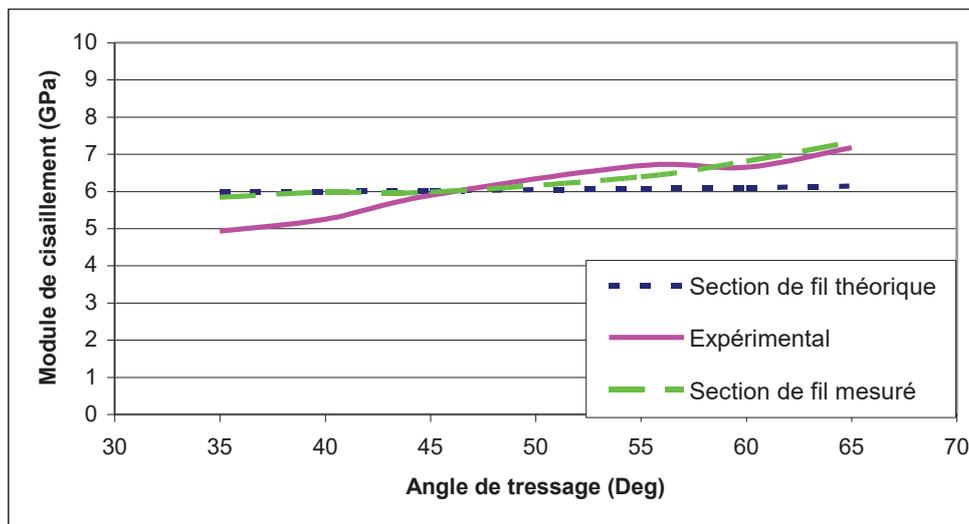


Figure III-62 : Confrontation du module de cisaillement obtenue par méthode prévisionnel et par méthode expérimental.

On peut voir que les ordres de grandeur du module de cisaillement sont respectés pour les deux approches considérées. La détermination de la section de fil par mesure tomographique aboutit toutefois à des résultats plus en accord avec les données expérimentales. Ceci peut s'expliquer en partie par l'incertitude existante sur la valeur du taux de fibres des éprouvettes nous servant à calculer les dimensions de la section moyenne des fils. En effet ils étaient retenus pour nos calculs une valeur moyenne de 50% de taux de fibres pour chacune des éprouvettes considérées, or il est possible que la valeur effective varie autour de cette moyenne. Une détermination avec précision du taux de fibre en présence dans le composite permettrait sûrement de donner une approximation du module de cisaillement plus en accord avec les données expérimentales. En ce qui concerne la mesure de la section de fil par tomographie, on peut noter que la section des fils dans le composite n'est pas constante, et par conséquent la détermination avec exactitude de la valeur moyenne reste difficile et approximative.

III-5. Conclusions sur la caractérisation des propriétés élastiques du matériau composite tressé

Dans la continuité des travaux réalisés précédemment et qui ont conduit à une mise en équation de l'angle de tressage en fonction des principaux paramètres de tressage utilisés, nous avons réalisé une analogie des matériaux composites tressés avec les matériaux stratifiés. Nous avons choisi, dans cette approche, de conserver une discrétisation simple du composite en plaques unidirectionnelles empilées, en faisant intervenir un fil unidirectionnel équivalent au fil ondulé défini à partir de la théorie d'homogénéisation des poutres ondulées. On peut ainsi prendre en considération l'ondulation du fil dans le comportement mécanique du stratifié en modifiant les propriétés intrinsèques de ces plis élémentaires. En réalisant une décomposition du matériau composite tressé suivant plusieurs niveaux, allant du composite tressé 2D jusqu'à la prise en considération de la répartition des fibres dans l'épaisseur de composites tressé 3D, nous modélisons les constantes élastiques du matériau en fonction de l'angle de tressage du renfort.

Pour valider cette approche théorique, une campagne expérimentale de caractérisation des constantes élastique du matériau composite a été réalisée. Cette campagne expérimentale est basée sur l'application des différents cas de sollicitations élémentaires à une structure tubulaire, permettant, par une approximation des moindres carrés d'établir les constantes élastiques du matériau pour différentes configurations de renfort. Compte tenu des résultats obtenus, il est alors possible de décrire l'influence de l'angle de tressage sur les différents paramètres mécaniques du matériau.

Les résultats obtenus par l'expérimentation et l'approche théorique sont relativement similaires pour les modules d'élasticité longitudinaux et transversaux du matériau. On peut conclure que l'analogie des matériaux composites tressés avec les matériaux stratifiés est pertinente pour la prédiction de ces modules. Toutefois, on note une divergence des résultats donnés dans le cas du module de cisaillement du matériau, notamment lorsque l'angle de tressage dépasse une valeur de 45° . On considérera, dans ce cas, l'analogie avec les matériaux stratifiés inadaptée et les propriétés du matériau seront déterminées à partir d'une approximation linéaire des résultats expérimentaux. Compte tenu des limites de la modélisation du composite tressé 3D par une approche d'empilement des couches

unidirectionnelles, il est possible que l'approche adoptée précédemment s'avère être inadaptée à la prévision des constantes en cisaillement du matériau. On envisage alors une approche complémentaire qui a pour objectif d'améliorer la prévision des constantes en cisaillement du matériau. On étudie pour cela les propriétés en cisaillement du matériau basé sur l'application de conditions "d'iso-contrainte" et "d'iso-déformation" (lois des mélanges) à des sections à 45° du composite, établies théoriquement ou à partir de la campagne tomographique. Cette nouvelle approche aboutie a une prévision du module de cisaillement plus en accord avec les données expérimentales mais nécessiterait toutefois une connaissance plus précise du taux de fibres en présence dans le composite

Conclusions et perspectives

Cette thèse s'inscrit dans le cadre plus général du projet SAGANE financé par le Fond Unique Interministériel (FUI). Le projet SAGANE a pour objet de concevoir, réaliser et valider un nouveau système d'alimentation et de stockage de gaz naturel, destiné au fonctionnement des véhicules particuliers et utilitaires. Il comprend le développement d'un nouveau réservoir, de très grande capacité, capable d'être intégré sous le plancher du véhicule. Le but est d'accroître significativement l'autonomie d'un véhicule fonctionnant au gaz naturel tout en augmentant la fiabilité et la sécurité d'utilisation d'un tel système.

Il a été choisi à cette fin de réaliser le réservoir en une structure composite ne présentant ni assemblage ni collage et devant résister à une pression de l'ordre de 500 bars. Pour des raisons économiques, de productivité, et de résistance mécanique, une structure composite textile fibre de verre/Epoxy réalisée par une technologie de tressage 3D interlock (développé par l'entreprise Spiraltex) injecté par un procédé RTM (développé par l'entreprise DJP) a été retenue. Le rôle du LGCIE en collaboration avec les entreprises Spiraltex et DJP, était de fournir les éléments de contrôle du procédé de fabrication de manière à réaliser une structure de réservoir résistante, durable, d'une grande ténacité et aussi mince que possible.

Mes travaux ont porté dans un premier temps sur la description analytique du procédé de tressage, dans le but de mettre en équation l'angle de tressage en fonction des paramètres inhérents au procédé de réalisation des préformes. Dans un second temps nous avons étudié le comportement mécanique des structures tressées, dans le but de mettre en évidence le lien existant entre les propriétés mécaniques du composite et la géométrie du renfort textile. Ces travaux permettent de conclure sur les éléments de contrôle du procédé de tressage de manière à fournir une productivité maximum, tout en garantissant une bonne tenue de la structure aux sollicitations qui lui sont appliquées.

L'étude bibliographique que nous avons menée a mis en évidence différentes modélisations sous forme d'expressions analytiques du procédé de tressage qui conduit à l'estimation de l'angle de tressage pour des configurations spécifiques du procédé de fabrication. Par le biais d'une description géométrique innovante du procédé de tressage, nous proposons dans cette thèse une expression analytique « généralisée » de l'angle de tressage, théoriquement adaptée à un cas de tressage quelconque. Cette expression a, par ailleurs, fait l'objet d'une validation

par comparaison aux résultats précédemment obtenus par Du et Michaeli. En adoptant une procédure par itérations successives dans le temps, dans laquelle la position du front de tressage à l'itération suivante est calculée à partir de sa position actuelle et de sa vitesse d'avance, nous sommes en mesure de donner, sous l'hypothèse d'une adhésion parfaite des fils sur le mandrin, la répartition théorique de l'angle de tressage sur le mandrin en fonction des paramètres de tressage utilisés. En procédant de manière inverse, nous proposons alors une méthode de contrôle des paramètres de tressage en fonction de la géométrie du renforcement textile désiré. On utilise pour cela, à chaque itération du temps une approximation des moindres carrés visant à minimiser les erreurs d'orientation théorique du renforcement textile par rapport à la géométrie désiré.

La modélisation analytique du procédé de tressage développée dans ce document s'appuie toutefois sur trois principales hypothèses de travail:

- L'hypothèse d'une adhésion parfaite des fils sur le mandrin
- L'hypothèse d'une trajectoire rectiligne des fils dans la zone de convergence
- L'hypothèse d'une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage

Afin de valider ces différentes hypothèses ou d'en caractériser l'influence sur la structuration théorique du renforcement textile, on étudie les phénomènes sous-jacents. Ainsi, dans un premier temps, en prenant en considération les efforts appliqués à un élément de fil sur la surface du mandrin, on établit une méthode de caractérisation du glissement des fils sur le mandrin pouvant être intégrée à la procédure par itération développée précédemment. Dans un second temps, des études couplées globales et locales de l'influence du mouvement complexe des fuseaux sur la structuration du renforcement textile permet de montrer que l'hypothèse d'une trajectoire circulaire des fuseaux sur le plateau de tressage peut être étendue au cas du tressage circulaire tressé 3D. Enfin en s'appuyant sur le modèle statique développé par Zhang, qui suppose une trajectoire de fil curviligne dans la zone de convergence, on peut donner une estimation de l'influence du frottement inter fil à partir de la caractérisation expérimentale de la tension de fil en cours de tressage que nous avons réalisée à partir d'un banc instrumenté. Cette caractérisation expérimentale nécessite toutefois un développement complémentaire, visant à réduire les phénomènes de frottement sur fil introduit par le banc d'essais.

L'ensemble des travaux présentés permettent de fournir les éléments de contrôles prévisionnels du procédé de fabrication de préformes textiles tressées, et donc d'adapter les

conditions de tressage à une géométrie de renforcement désirée. Afin de définir une géométrie de renforcement optimale adaptée à un cas de sollicitation particulier, nous avons mis en place, dans le Chapitre III, différentes méthodes d'évaluation des constantes d'ingénieur du matériau en fonction de la géométrie du renforcement textile : Premièrement, une approche expérimentale visant à caractériser le comportement macroscopique des structures composites a été adoptée. Cette méthode basée sur l'application de différents cas de sollicitations élémentaires à une structure tubulaire, permet par une approximation des moindres carrés d'établir les constantes élastiques du matériau pour différentes configurations de renfort. Compte tenu des résultats obtenus, il est possible de réaliser une approximation linéaire de l'influence de l'angle de tressage sur les différents paramètres mécaniques du matériau.

L'approche expérimentale est ensuite complétée par une méthode de calcul des caractéristiques mécaniques équivalentes basée sur l'analogie avec les composites stratifiés. Nous choisissons dans cette approche de conserver une discrétisation simple du composite en plaques unidirectionnelles empilées, en faisant intervenir un fil unidirectionnel équivalent au fil ondulé défini à partir de la théorie d'homogénéisation des poutres ondulées. On peut ainsi prendre en considération l'ondulation du fil dans le comportement mécanique du stratifié en modifiant les propriétés intrinsèques de ces plis élémentaires. En réalisant une décomposition de matériau composite tressé suivant plusieurs niveaux, allant du composite tressé 2D jusqu'à la prise en considération de la répartition des fibres dans l'épaisseur de composites tressés 3D, nous établissons un modèle de prévision des constantes élastiques du matériau en fonction de l'angle de tressage du renfort. Une confrontation avec les résultats expérimentaux montre une bonne correspondance entre les résultats obtenus théoriquement et expérimentalement pour le comportement en membrane du matériau, mais fait apparaître une divergence notable pour son comportement en cisaillement. Pour palier ce problème, nous avons proposé une nouvelle approche dans laquelle le module de cisaillement est évalué à partir du "taux de fibre cisailée", ici défini comme étant le rapport de la surface fibreuse et de la surface totale des sections à 45° du composite. Le module est alors calculé à partir d'expressions de calcul prévisionnel découlant de la micromécanique. Une confrontation avec les résultats expérimentaux montre une relativement bonne correspondance entre les résultats obtenus théoriquement et expérimentalement, pour le comportement en cisaillement du matériau.

Nous avons ainsi mis en évidence, par la campagne expérimentale de caractérisation des constantes élastiques du matériau, une augmentation globale des propriétés mécaniques du

matériau lorsque l'angle de tressage augmente. L'utilisation d'un matériau présentant une proportion réduite de fibres longitudinales, permettrait toutefois d'accentuer la dépendance des propriétés mécaniques à l'angle de tressage, et par conséquent d'améliorer la précision de nos observations.

Les objectifs de productivité et d'épaisseur de tresse conduisent à considérer un angle de tressage minimum au sein de l'armure textile. L'optimisation du procédé de tressage consiste alors à utiliser des paramètres de tressage « idéaux » conduisant à une structure composite au plus proche des limites imposées par la charge de fonctionnement. On note que, pour répondre au mieux à cet objectif, une étude complémentaire des contraintes à rupture du matériau en fonction de l'angle de tressage du renfort devra être réalisée. Cette approche est toutefois secondaire dans la mesure où, pour des problèmes de durabilité, on sera amené à retenir des coefficients de sécurité importants en phase de déformations élastiques.

La validité des modèles précédemment développés nécessite une géométrie de mandrin relativement lisse. L'introduction de particularités géométriques (inserts, valves ...) constitue une perspective à cette thèse. Notons qu'une particularité géométrique introduit des surcontraintes locales qui peuvent conduire à la ruine du matériau. Afin d'optimiser le procédé de tressage, il serait alors important d'étudier de manière plus approfondie l'influence des particularités géométriques sur la structuration locale de l'armure textile et sur le comportement mécanique du composite. De plus, compte tenu des conditions d'utilisation du réservoir (utilisation dans un milieu extérieur, chocs, incendie) ces travaux devront par la suite être étendus au comportement mécanique du matériau à long terme ainsi qu'au comportement sous l'effet de la température. Enfin la valorisation et le transfert des connaissances, présenté dans ce document, auprès des différents partenaires industriels nécessiterait une mise en forme plus aboutie (logiciel) pouvant notamment gérer les problématiques d'interface avec la machine.

Références Bibliographique :

- [1] Aboudi J., 1989, "Micromechanical analysis of composites by the method of cells", Applied mechanics science, Vol.47, n°7.
- [2] Adrien J., "Tomographie par rayon X au laboratoire MATEIS", Présentation Power Points du laboratoire MATEIS de l'INSA de Lyon.
- [3] Akbarov S.D. et Guz A.N., 1991, "Mechanics of composite materials with curved structures", Composites laminates, Traduit de Prikladnaya mekhanika, Vol.27, n°6, p.3.
- [4] Akkerman R. et Villa Rodríguez B.H., "Braiding simulation for RTM performs", University of Twente Faculty of Engineering Technology
- [5] Ambarsumyan S.A., 1958, "K teorii izgiba anisotropnykh plasinok", Izv. Akad. Nauk, . Vol.5, p.69.
- [6] Amijima S., Fujii T. et Hamaguchi M., 1991, "Static and fatigue tests of a woven glass fabric composite under biaxial tension-torsion loading", Composites, Vol.22, n°4, p.281.
- [7] Auriault J.L., 1991, "Heterogenous medium : is an equivalent macroscopic description possible ?", International Journal of Engineering Science, Vol.29, n°7, p.785.
- [8] Azzi V. et Tsai S.W., 1965, "Anisotropic strength of composites", Experimental mechanics, Vol.5, p.283.
- [9] Berthelot J.M., 1999, "Matériaux composites Comportement mécanique et analyse des structures", Livre édité par TEC&DOC.
- [10] Bigaud D. et Hamelin P., 1997, "Description géométrique pour la caractérisation mécanique multi-échelles de matériaux composites à renforts textiles 2D et 3D", Thèse présentée à l'Université Claude Bernard Lyon1.
- [11] Bigaud D. et Hamelin P., "Introduction à la mécanique des matériaux composites", Cours de DEA Université Claud Bernard Lyon 1.
- [12] Bonnel p., 1994, "modélisation géométrique et methods théorico-expérimentales d'identification des rigidities de composites à renforts textiles", Thèse de doctorat soutenue à l'université Claude Bernard Lyon 1.

- [13] Chen H.P. et Cheng B.G., 1967, "Mechanical properties of fiber reinforced composites, Journal of composite Materials", Vol.1, p.30.
- [14] Chevalier A. et Berbain F., 1997, "Mise en œuvre des composites – Méthodes et matériels", Technique de l'ingénieur, A3720
- [15] Chou T.W. et Ko F.K., 1989, "Textile structural composites", Composite Materials Series, Vol.3.
- [16] Chouchaoui C.S., 1995, "Modélisation du comportement des matériaux composites à renforts tissés et à matrice organique", Thèse de Doctorat soutenue à l'Université de technologie de Compiègne.
- [17] Coman F., Herszberg I., Bannister M. et John S., 1996, "A realistic computer simulation of multi-layer woven preforms for the analysis of composite structures", Compte-rendus de la cinquième conférence internationale "Computer Aided Design in Composite Material Technology", Computational Mechanics Publications, p.253.
- [18] Cox B.N. et Dadkhah M.S., 1995, "The macroscopic elasticity of 3D woven composites, Journal of composite materials", Vol.29, p.795.
- [19] Cox B.N et Flanagan G., 1996, "Handbook of analytical methods for textile composites", Edité par rockwell Science center.
- [20] Cox B.N., Dadkhah M.S., Morris W.L. et Flintoff J.G., 1994, "Failure mechanisms of 3D woven composites in tension, compression and bending", Acta metallurgica et materiala, Vol.42, n°12.
- [21] Débordes O., 1989, "Homogénéisation périodique", Cours, Université Laval, Québec.
- [22] Dong S.B., Pister K.S. et Taylor R.L., 1962, "On the theory of laminated anisotropic shells and plates", J. Aero. Sei., Vol.28, n°8, p.969.
- [23] Dreano L. et Hamelin P., 2001, "Modèles d'interaction procédé – microstructure – performances Mécaniques de matériaux composites à renfort textile – Etude du tressage tridimensionnel par entremèlement couche à couche", Thèse présenté a l'Université Claude Bernard Lyon1.
- [24] Du G.W. et Chou T.W. et Popper P., 1991, "Analysis of three-dimensional textile preforms for multidirectional reinforcement of composites", Journal of Materials Science, Vol.26, p.3438.
- [25] Du G.W. et Popper P., 1994, "Analysis of a circular braiding process for complex shapes", Journal of the textile institute, p.316.

- [26] Dumont T.P., Ladevèze P., Poss M. et Remond Y., 1987, "Damage mechanics for 3D composites", Composite structures, p.119.
- [27] Edwards D.C. et Keefe M., 1992, "Solid modeling of fabric-like structures", Compte-rendus de la troisième conférence internationale "Computer Aided Design in Composite Material Technology", Computational Mechanics Publications, Elsevier Applied Science, p.559.
- [28] Ekvall J.C., 1966, "Structural behavior of monophase composite", Compte-rendus de la septième conférence "Structure, structural dynamics and materials" AIAA/ASME, Californie.
- [29] Favre J.P., "Interface dans les composites fibreux", Office national d'études et recherches aérospatiales (ONERA).
- [30] Foye R.L., 1966, "An evaluation of various engineering estimates of the transverse properties of unidirectional composites", SAMPLE, Vol.10, p.631.
- [31] Fujita A., Hamada H., Maekawa Z., Uozumi T., Okauji T. et Ohno E., 1994, "I-beam composites with three-dimensional braiding structure – fabrication and mechanical properties", Compte-rendus du Textcomp2 "New Textiles for Composites".
- [32] Germain P., 1973, "Cours de mécanique des milieux continus, Tome I : Théorie Générale", Paris, France.
- [33] Germain P. et Muller P., 1980, "Introduction à la mécanique des milieux continus", Paris, France.
- [34] Gommers B., Verpoest I. et Van Houtte P., 1995, "Modelling the elastic properties of knitted fabric reinforced composites", Compte-rendus du colloque EUROMECH 334 "Textile composites and textile structures", p.164.
- [35] Gornet L., "Généralités sur les matériaux composites", Cours Centrale Nantes
- [36] Hall R., 1993, "Effective Moduli of cellular materials", Journal of reinforced plastics and composites, Vol.12, p.186.
- [37] Hashin Z. et Rosen B.W., 1964, "The elastic moduli of fiber reinforced material", Journal of applied mechanics, Vol.31, p.223.
- [38] Hashin Z., 1967, "Theory of composite materials", Mechanics of composite materials, Compte-rendus du cinquième symposium "Naval structural mechanics", p.201.

- [39] Hashin Z. et Shtrikman S., 1963, "A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials", J. Mech. Phys. Solids , Vol.11, p.127.
- [40] Hewitt R.L. et Malherbe M.C., 1970, "An approximation for the longitudinal shear modulus of continuous fibre composites", Journal of composite materials, p.227.
- [41] Hill R.J., 1964, "Theory of mechanical properties of fiber strengthened materials : III-Elastic behavior", Journal of mechanics and physics of solids, Vol.13, p.189.
- [42] Hill R., 1965, "A self consistent mechanics of composite materials", J. Mech. Phys. Solids, Vol.13, p.213.
- [43] Hoffman O., 1967, "The brittle strength of orthotropic materials", J. Comp Materials, p.200.
- [44] Ishikawa T. et Chou T.W., 1982, "Stiffness and strength behavior of woven fabric composites", Journal of material science, Vol.16, p.3211.
- [45] Ishikawa T. et Chou T.W., 1983, "Stiffness and strength behavior of woven fabric composites", Composite Material, Vol.17, p.92.
- [46] Ishikawa T. et Chou T.W., 1983, "Stiffness and strength behavior of woven fabric composites", Am Instit Aeronaut Astronaut, Vol.21, p.1741.
- [47] Jung C. et Durand D., 1997, "Recherche d'une fonction d'armure", Thèse présentée à l'école nationale supérieure des industries textiles de Mulhouse
- [48] Jones R.M, 1975, "Mechanics of composite materials", Edité par Hemisphere Publishing Corporation.
- [49] Jones R.M, 1999, "Mechanics of composite materials", USA : Taylor and francis 2.
- [50] Kergers A.F. et Melbardis Y.G., 1978, "Determination of the deformation of three dimensionnally reinforced composites by the stiffness averaging method", Polymer Mechanics, Vol.1, p.3.
- [51] Kessels, J.F.A. and Akkerman, R., 2002, "Prediction of the yarn trajectories on complex braided preforms. Composites Part A", Applied Science and Manufacturing, Vol.33. p.1073.
- [52] Khore R. et Bose S., 2005, "Carbon nanotube based composites – A Review", Vol.4, n°1, p.31.

- [53] Ko F.K., 1986, "Tensile strength and modulus of a three-dimensional braid composite", Composite Materials : Testing and Design (Seventh Conference), Edité par American Society for Testing and Materials, p.392.
- [54] Ko FK., 1987, "Braiding Engineered materials handbook, Volume 1", Composites, ASM International, p.519.
- [55] Lee S.K., Byun J.H. et Hong S.H., 1996, "Analytical model for thermal expansion coefficients of plain woven fabric composites", Compte-rendus du symposium "Textile Composites in building Construction", p.177.
- [56] Lei C., Cai Y.J. et Ko F.K., 1988, "A finite cell model for 3D braided composites", ASME Winter annual meeting, Chicago.
- [57] Léné F., Hassim A. et Paumelle P., 1990, "Homogenized behaviour of woven fabric composites", Compte-rendus du colloque "Comportement des composites à renforts tissus / Comportement dynamique des composites", Edité par Boehler J.P, Hamelin P. et Verchery G. (Pluralis, Paris), p.69.
- [58] Levinson M., 1980, "An accurate, simple theory of the statics and dynamics of elastic Plates", Mech. Res. coram., Vol.7, n°6, p.343.
- [59] Librescu L., 1975, "Elastostatics and Kinetics of Anisotropic and Heterogeneous Shell-Type Structures", Noordhoff, Leyden, Netherlands.
- [60] Macander AB, Crane RM, et Camponeschi ET., 1986, "Fabrication and mechanical properties of multidimensionally (X-D) braided composite materials", Composite Materials, P. 422.
- [61] Michaeli W., Rosenbaum U. et Jehrke M., 1990, "Processing strategy for braiding of complex-shaped parts based on a mathematical process description", Composites Manufacturing, Vol.1, p.243.
- [62] Naik N.K. et Shembekar P.S., 1992, "Elastic behavior of woven fabric composites : I- Lamina analysis", Journal of Composite Materials, Vol.26, p.2196.
- [63] Naik N.K. et Shembekar P.S., 1992, "Elastic behavior of woven fabric composites : III- Laminate design", Journal of Engineering and Technology, Vol.117, p.413.
- [64] Nemoz G., 2012, "Textures textiles tridimensionnelles", technique de l'ingénieur, am5122
- [65] Olofsson B., 1964, "A general model of fabric as a geometrical mechanical structure, Journal of Textile Institutes", Vol.55, p.541.

- [66] Owen M.J. et Rice D.J., 1981, "Biaxial strength behaviour of glass fabric reinforced polyster resins" Composites, Vol.12, n°1, p.13.
- [67] Pandey R. et Hahn H.T., 1994, "A micromechanics model for thermoelastic properties of plain weave fabric composites", Journal of engineering material and technology, Vol.116, p.517.
- [68] Paul F., 1960, "Prediction of elastic constants of multiphase materials", Transactions of the metall. Society of AIME, Vol.218, p.38.
- [69] Piccirelli R. et Giocosa A., "les composites dans l'industrie automobile technique de l'ingénieur", AMS 600V2
- [70] Plupart L.P. Duchet. J. Sautereau H. et Gérard J.F., "Nanocomposites montmorillonite / Epoxyde. Influence de la nature des charges et de la matrice sur les propriétés mécaniques", Laboratoire des matériaux macromoléculaires, INSA de Lyon.
- [71] Potluri P., Rawal A., Rivaldi M. et Porat I., 2003, "Geometrical modelling and control of a triaxial braiding machine for producing 3D performs", Composites, Part A, Vol.34, p.483.
- [72] Pottier-Ferry M. et Siad L., 1992, "Homogénéisation géométrique d'une pouter ondulée", Compte-rendu de l'académie des sciences – Paris – Série II – p. 425.
- [73] Rai H.G., Rogers C.W. et Crane D.A., 1992, "Mechanics of curved fiber composites", Journal of reinforced plastics and composites, Vol.11, p.552.
- [74] Reddy J.N., 1984, "A simple higher-order theory for laminated composite plates", J. Appl. Mech., Trans ASME, Vol.51, p.745.
- [75] Reissner E., 1972, "A consistent treatment of transverse shear deformation in laminated anisotropic plates", A.I.A.A., Vol.10, n°5, p.716.
- [76] Reuss A., 1929, "Berechnung der fliessgrenzen von mischkristallen auf grund der plastizitatsbedingung fur einkristalle", Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik , Vol.9, p.49.
- [77] Sanchez-Palencia E., 1980, "Non homogeneous media and vibration theory", Lecture notes in physics, Edité par Springer-Verlag, Berlin.

- [78] Siad L., Potier-Ferry M. et Mouftakir L., 1993, "Homogénéisation géométrique d'une poutre épaisse ondulée" Laboratoire de physique et mécanique des matériaux – Université de Metz Ile du Saulcy, Actes du colloque national.
- [79] Sicot N. et Diboine A., 1995, "Comportement sous contraintes multi-axiales : Essai de flexion-torsion", Compte-rendus journée AMAC "Essais multi-axiaux et composites", Annales des composites, p.45.
- [80] Sun C.T., et Whitney J.M., 1973, "On Theories for the Dynamic Response of laminated Plates", AIAA J., Vol.11, n°2, p.178.
- [81] Takahashi K. et Chou T.W., 1987, "Non linear elastic behaviour of flexible fibre composites", Composites, Vol.18, p.25.
- [82] Thiebaud F., Joseph E. et Perreux D., "Essais multi-axiaux sur tubes composites : Solutions technologiques et protocoles expérimentaux", Compte-rendus journée AMAC "Essais multi-axiaux et composites", Annales des composites, p.45.
- [83] Thierry C. et Gerstenmayer J.L., "Tomographie à rayon X", Technique de l'ingénieur.
- [84] Tsai S. W. et Wu E.M., 1971, "A general theory of strength for anisotropic materials", Journal of composite materials, Vol.5, p.58.
- [85] Voigt W., 1889, "Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper", Annalen der Physik, vol.274, p.573.
- [86] Wenning L, Guangming C, Xin Q., 1993, Proc. of the 38th Int. SAMPE Symposium, P.10.
- [87] Whitney T.J. et Chou T.W., 1989, "Modeling of 3D angle interlock structural composites", Journal of Composite Materials, Vol.23, p.890.
- [88] Whitney J.M. et Pagano N.J., 1970, "Shear Deformation in Heterogeneous Anisotropic Plates", J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol.37, n°4, p.1031.
- [89] Yang J.M., Ma C.L. et Chou T.W., 1984, "Elastic stiffness of biaxial and triaxial woven fabric composites", Compte-rendus du 29ème symposium national SAMPE, p.292.
- [90] Yang J.M., Ma C.L. et Chou T.W., 1986, "Fiber inclination model of 3D textile structural composites", Journal of composite materials, Vol.20, p.472.
- [91] Younes R., "Matériaux composite", Cours sur les matériaux composites

- [92] Youssef Y., 1995, "Résistance des composites stratifiés sous chargements biaxial : Validation expérimentale des prédictions théoriques", Thèse de doctorat soutenue en à l'Université de Sherbrooke, Québec.
- [93] Zanella G et Lucas P., 2007, "Mise en œuvre des composites TP – Compounds à fibres continues", AM5236.
- [94] Zhang Q, Beale D, Broughton RM., 1999, "Analysis of circular braiding process. Part 1 : Theoretical investigation of kinematics of the circular braiding process", Journal of manufacturing science and engineering, vol.121, n°3, p.345.
- [95] Zhang Q, Beale D, Broughton RM., 1999, "Analysis of circular braiding process. Part 2 : Mechanics analysis of the circular braiding process", Journal of manufacturing science and engineering, vol.121, n°3, p.351.
- [96] Rapport projet SAGANE, 2009, "Système d'alimentation en gaz naturel pour véhicule"
- [97] Ministère de l'économie des finances et de l'industrie, "L'industrie française des matériaux composites : Des enjeux prioritaires pour un développement durable".