



HAL
open science

Caractérisation de défauts dans les milieux multi-diffusants : analyse de la méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore

Guangzhi Chen

► **To cite this version:**

Guangzhi Chen. Caractérisation de défauts dans les milieux multi-diffusants : analyse de la méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2019. Français. NNT : 2019LEMA1004 . tel-02881334

HAL Id: tel-02881334

<https://theses.hal.science/tel-02881334>

Submitted on 25 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

LE MANS UNIVERSITE
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : Acoustique

Par

Guangzhi CHEN

Caractérisation de défauts dans les milieux multi-diffusants : analyse de la méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore

Thèse présentée et soutenue à Le Mans, le 11 Janvier 2019
Unité de recherche : LAUM / IFSTTAR
Thèse N° : 2019LEMA1004

Rapporteurs avant soutenance :

Olivier BOU MATAR Professeur de l' Ecole centrale de Lille, IEMN
Anissa MEZIANE Maître de Conférences, HDR, Université de Bordeaux, I2M

Composition du Jury :

Président du jury :	Vincent GARNIER	Professeur de l' Université d'Aix-Marseille, LMA
Dir. de thèse :	Vincent TOURNAT	Directeur de recherche, Le Mans Université, LAUM
Co-dir. de thèse :	Odile ABRAHAM	Ingénieur Divisionnaire des Travaux Publics de l'Etat, IFSTTAR
Co Encadrant :	Mathieu CHEKROUN	Maître de Conférences, Le Mans Université, LAUM
Invité :	Damien PAGEOT	Docteur, IFSTTAR

Remerciements

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma reconnaissance.

Je tiens à remercier tout d'abord ma co-directrice de thèse Odile Abraham, qui m'a aidé à découvrir le sujet et qui m'a encadré avec énormément de présence et de patience tout au long de ces années d'études.

Je voudrais remercier mon directeur de thèse Vincent Tournat et mon co-encadrant Mathieu Chekroun, pour leur patience, leur disponibilité et surtout leur judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Je désire remercier spécialement Damien Pageot et Yann Capdeville, qui m'ont fourni les outils numériques nécessaires à la réussite de cette thèse.

Un grand merci à Olivier Durand, Yuxiang Zhang et Jean-Baptiste Legland, pour leur contributions de réflexions intéressantes, qui m'ont beaucoup aidé pour finaliser ce travail de thèse.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance envers les amis et collègues qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche.

Enfin, je tiens à témoigner toute ma famille, spécialement à mon mari Naixin Wang, pour leur confiance et leur soutien inestimable.

Liste des symboles

Lettres latines

CC		Coefficient de corrélation
C_E		Coefficient de la variation du module d'élasticité (conditionnement)
C_D		Coefficient de la variation de dissipation (conditionnement)
D	$[m^2.s^{-1}]$	Coefficient de diffusion
\mathbb{F}		Matrice des forces
\mathcal{F}_e		Transformation affine $\bar{\Omega} \rightarrow \Lambda$
\mathbf{f}		Force volumique externe
$H(t)$		Fonction échelon-unité
\mathbf{I}		Tenseur identité
\mathbb{I}		Domaine temporel
\mathbf{I}_d		Matrice identité de taille $d \times d$
J^e		Jacobien de la transformation
K		Module de compressibilité
Kd		Niveau de distorsion de la forme d'onde en pourcentage
l_i^n		Polynômes de Lagrange 1D d'ordre n
Lu, \dot{u}		Fonction de densité Lagrangien
l^*	$[m]$	Libre parcours moyen de transport
\mathbb{M}		Matrice de masse
M		Module d'élasticité
M_c		Module d'élasticité complexe
M_R		Module d'élasticité lié à la déformation
M_U		Module d'élasticité tendue (<i>unrelaxed elastic modulus</i>)
\mathbf{n}		Vecteur normal sortant du domaine
n_c		Nombre de Courant
\mathbb{P}_N		Espace des polynômes de degré inférieur à N sur Λ
Q		Facteur de qualité
Q_P, Q_S		Facteur de qualité pour l'onde P et l'onde S
Q_κ, Q_μ		Facteur de qualité pour le module d'incompressibilité et du cisaillement
\mathbf{u}		Vecteur de déplacement
v_P, v_S	$[m.s^{-1}]$	Vitesses de la propagation des ondes P et S

Lettres grecques minuscules

$\alpha_\theta, \alpha_{Kd}$		Coefficients non linéaire de NCWI
β, β^*		Premier coefficient non linéaire
δ, δ^*		Deuxième coefficient non linéaire
η_Δ		Viscosité de volume
η_M		Coefficient de viscosité
η_ε		Viscosité de cisaillement
$\theta_{P,S}$		Variation relative de la vitesse de l'onde P, S
θ		Variation relative de la vitesse de l'onde de coda
λ	[m]	Longueur d'onde
λ, μ		Coefficients de Lamé
ν		Coefficient de Poisson
ξ	[s ⁻¹]	Coefficient de dissipation
ξ_i^N		Points de contrôle de GLL
ρ	[Kg.m ⁻³]	Masse volumique
σ		Tenseur des contraintes de Cauchy
$\tau_\sigma, \tau_\varepsilon$		Temps de relaxation lié à la contrainte / déformation
ω_i		Poids de la quadrature GLL

Lettres grecques majuscules

Γ_D	Condition de Dirichlet
Λ	Élément de référence
$\bar{\Omega}$	Domaine de l'espace étudié

Lettres grecques diverses

ε	Tenseur des déformations
---------------	--------------------------

Autres caractères alphabétiques

$\partial\bar{\Omega}$	Frontière du domaine étudié
------------------------	-----------------------------

Liste des acronymes

ANFD	<i>Anomalous Nonlinear Fast Dynamics</i>
BEM	Méthode des éléments de frontière (<i>Boundary Element Method</i>)
CWI	Interférométrie de la coda (<i>Coda Wave Interferometry</i>)
CAN	Non-linéarité de contact (<i>Contact Acoustic Nonlinearity</i>)
CND	Contrôle Non Destructif
DAET	Acousto-élasticité dynamique (<i>Dynamic Acousto-Elasticity Testing</i>)
EDP	Équations aux dérivées partielles
EDZ	Zone effective de l'endommagement (<i>Effectif Damaged Zone</i>)
FDM	Méthode des différences finies (<i>Finite Difference Method</i>)
FEM	Méthode des éléments finis (<i>Finite Element Method</i>)
GLL	<i>Gauss-Lobatto-Legendre</i>
NCWI	Méthode non linéaire d'interférométrie de coda (<i>Nonlinear Coda Wave Interferometry</i>)
NME	<i>Nonlinear Mesoscopic Elasticity</i>
NRUS	Spectroscopie par résonance non linéaire (<i>Nonlinear Resonance Ultrasound Spectroscopy</i>)
NWMS	Spectroscopie non linéaire par modulation d'ondes (<i>Nonlinear Wave Modulation Spectroscopy</i>)
PML	<i>Perfect Matched Layers</i>
SD	<i>Slow Dynamic</i>
SEM	Méthode des éléments spectraux (<i>Spectral Element Method</i>)

Table des matières

Introduction Générale	1
1 État de l'art	5
1.1 Interférométrie de coda	5
1.1.1 Onde de coda	5
1.1.2 Interférométrie de coda	10
1.1.2.1 <i>Doublet</i>	12
1.1.2.2 <i>Stretching</i>	13
1.2 Acoustique non linéaire	16
1.2.1 Non-linéarité non classique	18
1.2.1.1 Effet dynamique de la non-linéarité	18
1.2.1.2 Non-linéarité de contact	20
1.2.2 Méthodes d'ECND basées sur la non-linéarité non classique	22
1.2.2.1 Spectroscopie non linéaire par modulation d'ondes	23
1.2.2.2 Spectroscopie par résonance non linéaire	24
1.2.2.3 Acousto-élasticité dynamique	25
1.2.2.4 Méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore	27
1.3 Méthodes numériques	29
1.3.1 Problème élasto-dynamique	30
1.3.2 Méthodes de résolution numérique	31
1.3.3 Méthode des éléments spectraux (SEM)	33
1.3.3.1 Discrétisation spatiale	33
1.3.3.2 Système matriciel	33
1.3.3.3 Discrétisation temporelle	34
1.3.4 Implémentation à l'échelle d'études de la coda ultrasonore	36

2	Modélisation numérique de NCWI dans un milieu multi-diffusant avec un défaut non linéaire localisé	39
2.1	Introduction	40
2.2	Theoretical background	42
2.2.1	Coda Wave Interferometry (CWI)	42
2.2.2	Non-classical nonlinear mesoscopic elastic materials	43
2.3	Configurations	45
2.3.1	Reference experimental configuration	45
2.3.2	Numerical configurations	46
2.4	Numerical results	49
2.4.1	Influence of source/receiver positions on CWI observables	49
2.4.2	Dependence of CWI observables on the amount of change in Young's modulus in the EDZ and on the EDZ area change	52
2.4.3	Dependence of CWI observables on the simultaneous change in Young's modulus and attenuation coefficient in the EDZ	53
2.5	Comparison of CWI observables between experimental and numerical tests	57
2.6	Case of a heterogeneous material and a multiple scattered field	59
2.7	Conclusion	62
3	Influence du niveau d'endommagement et amélioration du modèle numérique	67
3.1	Dependence of CWI observables on the amount of change in EDZ Young's modulus and area	69
3.1.1	Modeling and simulation	69
3.1.2	NCWI results	73
3.2	Comparison of numerical results for an homogeneous Effective Damaged Zone (EDZ) model and a micro-cracked EDZ model	76
3.2.1	Modeling and simulation	76
3.2.2	NCWI results	77
3.3	Conclusion	81
4	Sensibilité de NCWI à la taille de la micro-fissure dans un milieu très hétérogène	83
4.1	Modeling and simulation	85
4.2	NCWI results	88
4.3	Case of a reverberating medium	92

4.4	Conclusion	92
5	Application et validation expérimentale du modèle numérique	97
5.1	Experimental design	99
5.1.1	Experimental set-up	99
5.1.2	Experimental procedure	100
5.2	Experimental results	101
5.2.1	Dependence of CWI observables on the pump wave amplitude level	101
5.2.1.1	CWI results with thermal bias control	101
5.2.1.2	NCWI results	103
5.2.2	Sensitivity of the NCWI results to the amount of internal solid contact surfaces	105
5.3	Conclusion	109
	Conclusion et perspectives	111
	Annexe	116
	A Publications et Communications	117
	B Théorie de la viscoélasticité	119
B.1	Facteur de qualité Q	119
B.2	Théorie de la viscoélasticité linéaire	120
B.3	Solide viscoélastique	123
	Bibliographie	126

Introduction générale

L'utilisation des méthodes d'Évaluation et Contrôle Non Destructif (ECND) a sa place tout au long du cycle de vie des matériaux et des structures. On peut citer par exemple la surveillance de la santé structurelle ([Kannan et al., 2007](#); [Giurgiutiu and Soutis, 2012](#)), l'évaluation du niveau d'endommagement des matériaux ([In et al., 2009](#); [Zhou et al., 2015](#)), l'inspection de la qualification des pièces métalliques ([Didier-Laurent et al., 2008](#); [Maier et al., 2018](#)) etc. Les méthodes d'ECND sont mises en œuvre dans de nombreux domaines industriels (*e.g.*, l'aéronautique, le génie civil, l'industrie d'énergie etc.). Elles donnent accès aux propriétés des matériaux de façon rapide et fiable avec un coût modéré ([Breysse, 2012](#)). Parmi les méthodes d'ECND, les méthodes ultrasonores sont largement étudiées en raison de leur sensibilité aux propriétés mécaniques des matériaux et de leur emploi qui peut ne requérir l'accès qu'à une seule face ([Jacobs and Whitcomb, 1997](#); [Nagy, 1998](#); [Michaels and Michaels, 2005](#); [Zaitsev et al., 2005](#); [Abraham et al., 2012](#)).

Les méthodes ultrasonores conventionnelles consistent à étudier des phénomènes linéaires tels que la réflexion, la transmission ou les caractéristiques linéaires de l'absorption d'énergie ultrasonore. Elles s'appliquent généralement dans les cas suivants : le défaut présente une impédance acoustique très différente de celle du milieu de propagation, la taille de défaut est suffisamment grande par rapport à la longueur d'onde, les fissures à détecter sont ouvertes etc. Les méthodes ultrasonores d'ECND non linéaires présentent une meilleure sensibilité par rapport aux méthodes conventionnelles linéaires, limitées à certaines applications ([Guyer and Johnson, 1999](#); [Solodov and Korshak, 2002](#)). Avec les méthodes ultrasonores non linéaires, la détection de micro-fissures, de fissures fermées, de microdéfauts d'interface tels que le collage et le délaminage deviennent possibles ([Van Den Abeele et al., 2000b](#); [Zhang et al., 2013b](#); [Eiras et al., 2016](#); [Blanloeuil et al., 2016b](#)). De plus, elles peuvent être appliquées sur les matériaux très hétérogènes ([Tournat et al., 2004a](#); [Kim et al., 2014](#); [Legland et al., 2017](#)).

Certains matériaux ne peuvent être décrits ni par les propriétés élastiques linéaires, ni par les propriétés élastiques non linéaires classiques (*i.e.* dont la loi de comportement se limite au troisième ordre) lorsque l'excitation est d'amplitude élevée ([Ten Cate et al., 2004](#)). Ce type de matériaux est caractérisé par l'élasticité mésoscopique non linéaire

(NME : *Nonlinear Mesoscopic Elasticity*) (Guyer and Johnson, 1999; Guyer and Johnson, 2009). Les matériaux du génie civil (les bétons, les roches, les sols etc.) appartiennent typiquement à cette classe de matériaux NME. Ils peuvent être modélisés comme étant constitués de deux parties : une matrice rigide et un système de liaison (les micro-fissures, les contacts de grains, les dislocations, etc.). Le système de liaison est à l'origine des phénomènes non linéaires non classiques tels que l'hystérésis et la mémoire discrète (Gist, 1994). Ces comportements non linéaires s'observent également dans les matériaux homogènes (*i.e.* les solides monocristallins) endommagés avec des micro-fissures (Johnson and Guyer, 1998).

Parmi les différentes méthodes de mesures ultrasonores, l'interférométrie de coda (CWI : *Coda Wave Interferometry*) présente l'intérêt d'être sensible aux très petites perturbations dans un milieu multi-diffusant (Snieder et al., 2002; Michaels and Michaels, 2005; Zhang et al., 2012). Le principe est de comparer deux signaux temporels issus de deux états différents du matériau (avant et après une petite perturbation), puis d'évaluer le déphasage de l'onde de coda et le coefficient de décorrélation. L'onde de coda regroupe les ondes multi-diffusées ayant des trajectoires longues et complexes, qui fournissent d'abondantes informations sur le milieu de propagation (Aki and Chouet, 1975; Grêt et al., 2005; Quiviger et al., 2012). La précision de la méthode CWI permet de mesurer des variations relatives de vitesse de l'ordre de 10^{-5} dans le béton (Larose and Hall, 2009). Une combinaison de la méthode CWI avec la méthode non linéaire a été proposée récemment par Zhang *et al.* (Zhang et al., 2013b), dénommée la méthode non linéaire d'interférométrie de coda (NCWI : *Nonlinear Coda Wave Interferometry*). Une onde de pompe de grande amplitude en basse fréquence [15 kHz – 50 kHz] est générée dans le matériau pour mettre en évidence l'effet non linéaire de ramollissement du matériau en présence d'endommagement. Ensuite le matériau est sondé par une onde de coda en haute fréquence [200 kHz – 800 kHz] afin d'extraire des informations sur les perturbations du milieu liées à l'onde de pompe. La méthode NCWI a été appliquée avec succès sur une plaque de verre fissurée (Zhang et al., 2013b; Zhang et al., 2017), sur une éprouvette de mortier avec une fissure débouchant en surface (Hilloulin et al., 2014) et aussi sur une structure en béton avec une fissure fermée par de la pré-contrainte (Legland et al., 2017) pour une évaluation globale de l'endommagement.

Les travaux de cette thèse consistent à réaliser des simulations numériques pour mieux comprendre comment la propagation des ondes multi-diffusées dans des milieux hétérogènes est affectée par des petits changements locaux de ce milieu, en particulier ceux qui apparaissent lorsqu'une onde de pompe acoustique de forte amplitude agit sur des éléments non linéaires. Plus précisément, les modèles numériques se rapportent aux expériences de NCWI telles que réalisées précédemment, afin de pouvoir aller plus loin dans les interprétations des observations effectuées, et éventuellement de permettre une caractérisation plus quantitative des défauts avec ces ondes multi-diffusées. L'objectif à long

terme est de pouvoir quantifier expérimentalement le niveau d'endommagement de matériaux hétérogènes là où les méthodes linéaires sont inopérantes. Du fait des limites et du manque de solutions analytiques pour modéliser les phénomènes non linéaires observés dans les expériences de NCWI, il est difficile de décrire le niveau d'endommagement et de le caractériser à l'heure actuelle. Ces travaux de thèse partent donc du constat que des simulations numériques sont nécessaires pour le développement de cette nouvelle classe de méthodes d'ECND applicables aux matériaux très hétérogènes. Un autre objectif de cette thèse est de concevoir expérimentalement des milieux modèles très hétérogènes afin de valider les résultats numériques de la méthode NCWI et tester leur robustesse.

Ce mémoire est structuré en 5 chapitres :

- Dans le chapitre 1, les bases historiques et théoriques de la méthode CWI, de l'acoustique non linéaire et des méthodes de simulations numériques d'ondes élastiques sont présentées. La méthode CWI et les procédures de traitement du signal sont détaillées. Les notions de base de l'acoustique non linéaire non classique sont précisées avec quelques applications correspondantes. La méthode des éléments spectraux (SEM : *Spectral Element Method*), avec laquelle les modélisations numériques dans ce travail sont réalisées, est décrite plus en détail avec une implémentation qui convient. aux particularités de la coda ultrasonore.
- Dans le chapitre 2, des modélisations numériques de la méthode NCWI sont réalisées dans un milieu homogène (réverbérant) et un milieu hétérogène (multi-diffusant). Différents paramètres de modélisation d'effets non linéaires sont étudiés : le changement de la surface d'une Zone Effective d'Endommagement (EDZ : *Effective Damaged Zone*) homogène et localisée, les changements de propriétés physiques (module d'élasticité et inverse du facteur de qualité au sein de l'EDZ). Des résultats numériques sont comparés avec les données expérimentales afin d'extraire des coefficients représentatifs du comportement non linéaire liés au niveau d'endommagement du matériau.
- Le chapitre 3 est dédié à une étude numérique approfondie sur l'impact du contraste de l'EDZ sur un milieu réverbérant. Une amélioration de la modélisation de l'EDZ avec des micro-fissures modèles est proposée, se rapprochant un peu plus de la réalité. Des études paramétriques montrent que ce nouveau modèle décrit mieux les changements de propriétés du matériau endommagé.
- Le chapitre 4 présente les modélisations numériques réalisées dans un milieu très hétérogène avec différents niveaux de fissuration, représentés par un nombre différent de micro-fissures modèles. L'influence de la pompe observée expérimentalement est modélisée par un changement de longueur des fissures. La relation entre les observables de CWI et le changement global de la longueur effective des fissures (supposée être la conséquence de l'application de l'onde de pompe) est étudiée.

- Le chapitre 5 est consacré à une application expérimentale de la méthode NCWI afin de valider des phénomènes observés avec les modèles numériques fissurés. L'échantillon modèle utilisé est une plaque d'aluminium trouée. Les différents niveaux de "fissuration" (ou densité de défauts non linéaires) sont réalisés en fixant dans la plaque un nombre variable de vis. Les effets non linéaires sont ici liés aux contacts entre les vis et la plaque. Ces résultats expérimentaux sont encore au stade de résultats préliminaires, mais autorisent une comparaison plus fidèle avec les simulations numériques réalisées que les expériences sur des matériaux réels tel le béton. Il est ainsi espéré que cette double approche simulations 2D et expériences modèles permettra de mieux comprendre les effets inhérents à la méthode NCWI.

Une conclusion générale résume les travaux effectués en simulations numériques d'ondes élastiques multi-diffusées pour différents types de changements locaux (supposés issus de la non-linéarité révélée par une onde de pompe sur des défauts) dans un milieu homogène ou hétérogène. Des perspectives sont données sur l'utilisation du champ ultrasonore diffus et de l'acoustique non linéaire pour l'ECND des matériaux et des structures. Une nouvelle classe de méthodes d'auscultation est envisagée permettant la caractérisation, la localisation et le suivi de l'endommagement dans un milieu très hétérogène.

Chapitre 1

État de l’art

Un état de l’art sur la méthode de l’interférométrie de coda (CWI : *Coda Wave Interferometry*) et l’acoustique non linéaire est présenté dans ce chapitre. Après un rappel des notions de base sur l’onde de coda, le principe de la méthode CWI est expliqué avec ceux de deux techniques de traitement du signal : *Doublet* et *Stretching*. Dans la partie traitant de l’acoustique non linéaire non classique, les effets dynamiques de la non-linéarité et la non-linéarité de contact sont introduits. L’effet de la dynamique rapide, de la dynamique lente et le conditionnement sont traités indépendamment, mais leur co-existence est aussi analysée. Les principales méthodes d’ECND basées sur la non-linéarité non classique sont ensuite listées.

1.1 Interférométrie de coda

1.1.1 Onde de coda

Le terme CODA vient du latin et signifie “la queue” : initialement il désigne le mouvement à la fin d’une pièce de musique. En référence à la coda musicale, la coda sismique représente les signaux enregistrés dans un sismogramme après le passage des ondes directes (Campillo and Lemarchand, 2002). Le sismogramme présenté figure 1.1 a été enregistré lors du séisme en Arizona du 26 décembre 2004 (Hadziioannou, 2011). Le début du sismogramme correspond aux ondes de volume : les ondes de compression (P) et les ondes de cisaillement (S), ensuite arrivent les ondes de surface de grande amplitude, la coda sismique désigne les ondes arrivant à la suite des ondes surface. Les ondes P correspondent aux ondes longitudinales, tandis que les ondes SH et SV correspondent respectivement aux ondes transversales hors et dans le plan (Fig. 1.2).

Aki et Chouet (Aki, 1969; Aki and Chouet, 1975) se sont intéressés les premiers à la

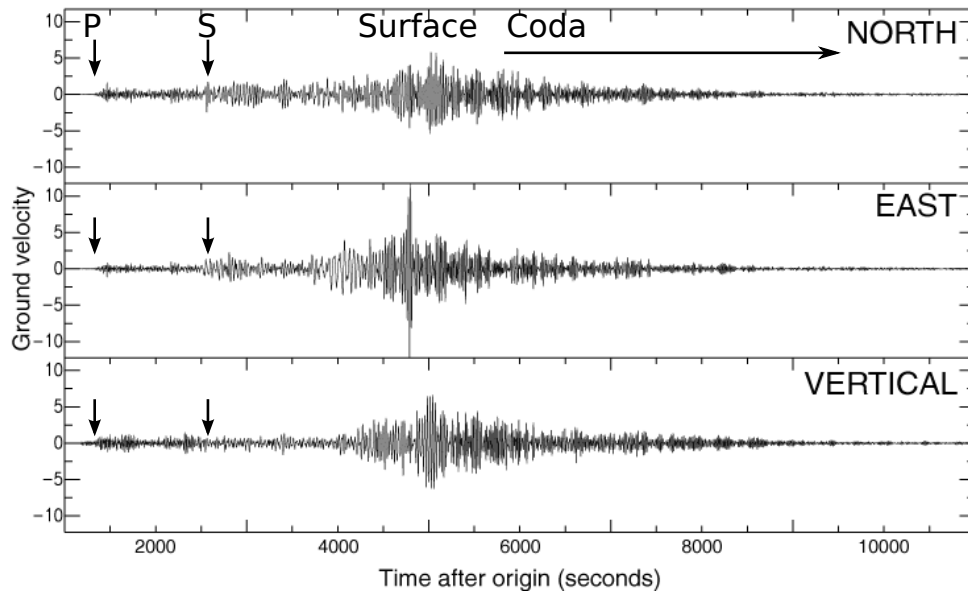


FIGURE 1.1 – Exemple de sismogramme ([Hadziioannou, 2011](#)) : enregistrement du séisme de Sumatra fin décembre 2004 par une station sismique située en Arizona. Les ondes qui arrivent en premier sont les ondes P et S, ensuite ce sont les ondes de surface puis vient la coda sismique.

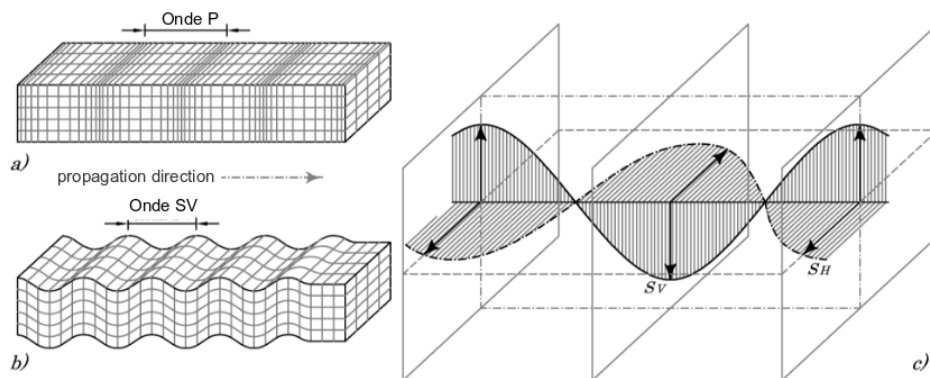


FIGURE 1.2 – Les ondes longitudinales (Onde P) et les ondes transversales avec les deux polarisations (Onde SH, SV).

coda sismique pour étudier l'hétérogénéité de la lithosphère. La terre est un milieu très hétérogène à toutes les échelles, une partie des ondes est réfléchi, réfractée et diffusée au cours de la propagation. Lorsqu'une onde se propage dans un milieu hétérogène, à chaque rencontre avec un diffuseur, sa direction de propagation, son amplitude et sa phase seront changées. L'onde de coda est constituée de l'ensemble de ces ondes multiples diffusées. Elle est caractérisée principalement par deux propriétés (Figure 1.3) : 1) l'amplitude de l'onde diminue exponentiellement en fonction du temps de propagation, 2) la phase de l'onde est similaire à celle du bruit ambiant (Planès and Larose, 2013). En raison d'une combinaison des ondes multiples diffusées ayant suivi des trajets aléatoires et complexes, la coda sismique a été longtemps considérée comme du bruit dans les études géophysiques traditionnelles (Maggi, 2010). Cependant, elle est reproductible en l'absence de changement du milieu si les mêmes émetteurs et récepteurs sont utilisés : elle contient donc des informations sur le milieu de propagation (Grêt et al., 2005).

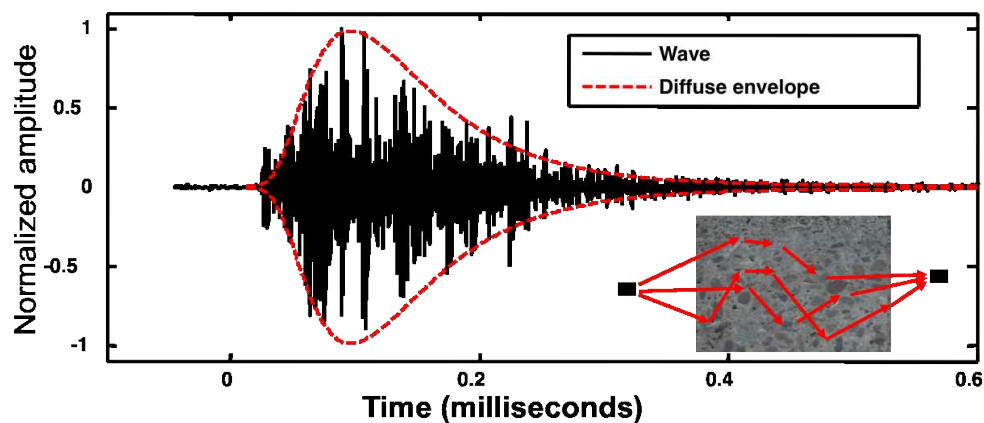


FIGURE 1.3 – Exemple de signal mesuré en transmission dans un spécimen en béton de 20 cm d'épaisseur à une fréquence autour de 500 kHz (Planès and Larose, 2013). Les ondes fortement diffusées (en noir) sont les ondes de coda. L'enveloppe de ces ondes est décrite par la fonction de diffusion (en rouge), l'amplitude de l'onde de coda diminue exponentiellement en fonction du temps.

La coda a deux origines, qui expliquent son apparence :

- 1) les diffractions multiples (figure 1.4 (a)), sous hypothèse que la longueur d'onde émise est du même ordre de grandeur que la taille des hétérogénéités du milieu de propagation ;
- 2) les réflexions multiples (figure 1.4 (b)) par des bords du milieu. Dans ce cas, la taille des hétérogénéités est négligeable devant la longueur d'onde, le milieu de propagation peut être considéré comme étant quasi-homogène.

Dans un milieu hétérogène, dans lequel la longueur d'onde est de l'ordre de grandeur de la taille des hétérogénéités, les effets des perturbations se cumulent au cours de la propagation

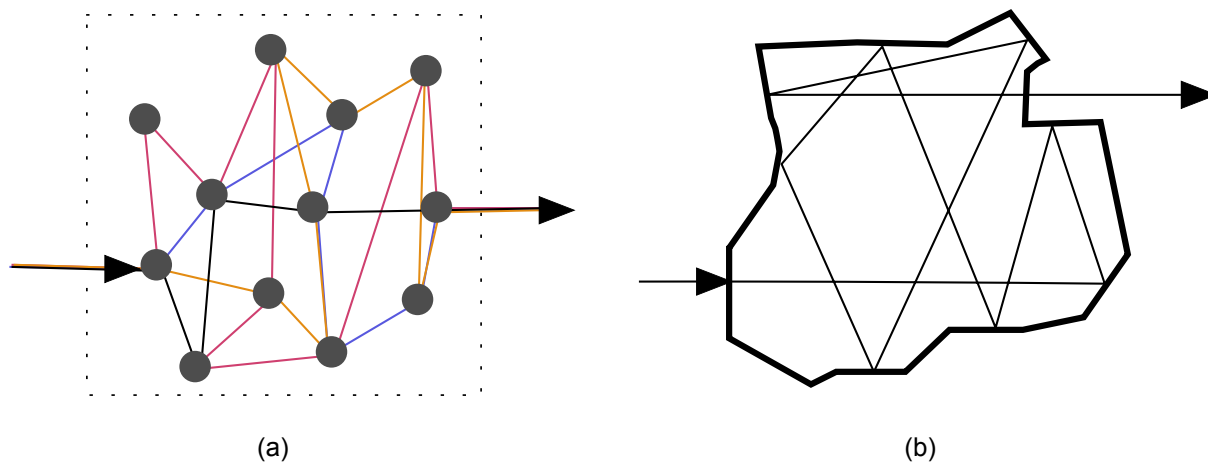


FIGURE 1.4 – Schéma de deux principes de la création de coda : (a) diffraction multiple par les diffuseurs dans le milieu, (b) réflexion multiple par les bords du milieu.

des ondes multi-diffusées. La coda est composée des arrivées tardives des ondes ayant subi plusieurs évènements de diffraction ou réflexion et ayant parcouru un chemin plus ou moins tortueux dans le matériau. Parce qu'elles se propagent beaucoup plus longtemps que les ondes directes et qu'elles parcourent une plus grande distance dans le matériau, elles ont plus de chances d'interagir avec les perturbations du milieu. L'onde de coda présente ainsi une grande sensibilité aux modifications du milieu de propagation, par exemple la variation de température (Zhang et al., 2011; Zhang et al., 2012; Snieder et al., 2002; Weaver and Lobkis, 2000; Larose et al., 2006), le changement de niveau de contrainte (Larose and Hall, 2009; Lillamand et al., 2010; Hilloulin et al., 2014; Rivière et al., 2014; Renaud et al., 2013b), le changement de l'état d'endommagement (Schurr et al., 2011; Zhang et al., 2013a; Zhang et al., 2013b; Niederleithinger et al., 2015; Niederleithinger et al., 2018), la présence de micro-fissures et macro-fissures (Becker et al., 2003; Anugonda et al., 2001; Deroo et al., 2010; Quiviger et al., 2012) etc.

Dans un milieu de propagation complexe, le champ acoustique peut se décomposer en deux parties : le champ cohérent et le champ incohérent (Chekroun, 2008). Le champ cohérent résiste à la moyenne sur plusieurs configurations du désordre statistiquement équivalentes (du point de vue de la répartition des diffuseurs). Il correspond alors à une onde se propageant dans un milieu homogène effectif (ou équivalent). Le champ incohérent ne résiste pas à une moyenne sur le désordre et est propre à une configuration particulière des diffuseurs. Il est composé des arrivées tardives des ondes ayant subi plusieurs évènements de diffraction ou réflexion et parcouru un chemin plus ou moins tortueux dans le matériau. L'onde de coda correspond à ce champ incohérent. L'onde de coda étant un mélange d'ondes P et S, lorsque les ondes sont suffisamment diffusées, la répartition de l'énergie des ondes P et S devient stable et indépendante de la source, ce régime est appelé le régime de diffusion (Snieder, 2002). L'équation de diffusion pour un milieu dissipatif

(hétérogène) est donnée par exemple par Tourin ([Tourin et al., 2000](#)) :

$$D \cdot \Delta I(r, t) - \frac{\partial}{\partial t} I(r, t) - \xi \cdot I(r, t) = P_0 \cdot \delta(r_0) \cdot \delta(t_0) , \quad (1.1)$$

où D est le coefficient de diffusion qui décrit la vitesse d'extension de la surface (2D) ou du volume (3D) couvert par l'énergie diffusée (halo de diffusion). I représente l'intensité acoustique, ξ est le coefficient de dissipation lié à la viscosité du milieu, $P_0 \cdot \delta(r) \cdot \delta(t)$ représente une source ponctuelle d'amplitude P_0 à l'instant t et à la position r . Une valeur importante (*resp.* faible) de D correspond à une intensité acoustique qui se propage rapidement (*resp.* lentement) et à un niveau de diffusion faible (*resp.* important).

Deux solutions de l'équation 1.1 sont proposées suivant que le milieu hétérogène est infini ou parallélépipédique :

1) dans un milieu hétérogène infini, la solution analytique s'écrit sous la forme suivante :

$$I(r, t) = \frac{I_0}{(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4Dt}} e^{-\xi t} . \quad (1.2)$$

Dans cette solution, lorsque $t \rightarrow \infty$: le premier terme tend vers 0, cela correspond à l'atténuation géométrique ; le deuxième terme tend vers 1 et décrit le niveau de diffusion de l'énergie acoustique ; le troisième terme tend vers 0 et est lié à la viscosité du milieu.

2) dans un milieu hétérogène parallélépipédique de dimension $L \times l \times h$, la solution obtenue avec les conditions aux limites de Neumann (les contraintes normales sont nulles aux bords du milieu) ([Ramamoorthy et al., 2004](#); [Chekroun, 2008](#)) est :

$$\begin{aligned} I(x, y, z, t) = I_0 \times & \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi x_0}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-D\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \right\} \\ & \times \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi y_0}{l}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{l}\right) e^{-D\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 t} \right\} \\ & \times \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi z_0}{h}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) e^{-D\left(\frac{n\pi}{h}\right)^2 t} \right\} \\ & \times e^{-\xi t} . \end{aligned}$$

Les coordonnées en 3D (x_0, y_0, z_0) et (x, y, z) représentent respectivement la position de la source et celle du récepteur. Le nombre de termes retenu dans les sommes infinies dépend des dimensions, de la constante de diffusion D et du coefficient de dissipation ξ du milieu. En moyenne, les courbes ne changent plus à partir de 500 termes dans chaque série ([Ramamoorthy et al., 2004](#)).

Sneider ([Snieder, 2002](#)) a introduit une vitesse effective de la coda (Eq. 1.3) sous deux

hypothèses : 1) la probabilité de l'onde de se convertir sous la forme P ou S est identique ; 2) la trajectoire de chaque onde est considérée inchangée avant et après la perturbation du milieu.

$$v_{coda} = \frac{v_P v_S (2v_P^2 + v_S^2)}{2v_P^3 + v_S^3} . \quad (1.3)$$

Une petite perturbation de la vitesse de coda en régime de diffusion peut s'écrire :

$$\theta = \frac{\delta v_{coda}}{v_{coda}} = \frac{v_S^3}{2v_P^3 + v_S^3} \theta_P + \frac{2v_P^3}{2v_P^3 + v_S^3} \theta_S . \quad (1.4)$$

Cette équation est valable lorsque les perturbations des vitesses des ondes P et S sont faibles :

$$\theta_S, \theta_P \ll 1 \text{ où } \theta_S = \frac{\delta v_S}{v_S} \text{ et } \theta_P = \frac{\delta v_P}{v_P} . \quad (1.5)$$

Dans le cas où le milieu de propagation est un solide hétérogène, le champ incohérent est dominé par l'onde S. Par exemple dans le béton si la vitesse de l'onde P est égale 4500 m/s et celle de l'onde S à 2700 m/s, d'après l'équation 1.3, la vitesse de coda est égale à 2875 m/s. La perturbation de la vitesse de coda donnée par l'équation 1.4 devient :

$$\theta \approx 0.9\theta_S + 0.1\theta_P . \quad (1.6)$$

1.1.2 Interférométrie de coda

L'interférométrie de coda (CWI pour *Coda Wave Interferometry*) (Snieder et al., 2002) est une technique permettant d'évaluer la variation de vitesse de propagation à partir des informations d'amplitude et de phase de la coda. Dans les années soixante, les premières études de coda sismique par Aki (Aki, 1969; Aki and Chouet, 1975) se concentrent sur l'amplitude de la coda. Ensuite, dans les années quatre-vingt, Poupinet a commencé à utiliser la phase de la coda (Poupinet et al., 1984). CWI a été principalement utilisée par les sismologues pour estimer des petites variations de vitesses de la croûte de la terre, *i.e.* les activités des volcans (Ratdomopurbo and Poupinet, 1995), les effets sismiques (Snieder et al., 2002), les variations saisonnières (Sens-Schönfelder and Wegler, 2006) etc. CWI a été aussi appliquée dans le domaine de l'ECND pour la détection des petits changements des matériaux ou des structures (Larose and Hall, 2009; Schurr et al., 2011; Zhang et al., 2013b).

Entre chaque paire de diffuseurs dans un milieu hétérogène, il existe deux raisons principales de perturbation de la propagation d'onde :

- 1) le changement de vitesse de propagation, qui conduit à un changement du temps de propagation pour un même trajet ;
- 2) le changement de distance entre les deux diffuseurs consécutifs, qui peut conduire

au changement du temps de propagation, de la diffusion géométrique de l'énergie et de la direction de la propagation.

Sous l'hypothèse que la longueur d'onde (λ) est suffisamment petite devant le libre parcours moyen de transport¹ (l^*) (Tourin et al., 1999), l'influence de la perturbation de propagation entre deux diffuseurs consécutifs affecte principalement le changement du temps de propagation (Snieder, 2006). Snieder (Snieder et al., 2002) a étudié la relation entre le niveau de perturbation du milieu et la variation de vitesse de propagation (Fig. 1.5). Soit $\varphi(t)$ la superposition de trains d'ondes d'amplitude aléatoire A_i arrivant en temps t_i (Eq. 1.7). Sous les hypothèses que d'une part la variation relative de vitesse est homogène dans tout le milieu de propagation et d'autre part que l'amplitude du train d'onde A_i est fixe, l'effet d'une variation relative globale de la vitesse $\delta v/v$ retarde chaque train d'onde d'une quantité de temps proportionnelle à la variation relative de vitesse (Eq. (1.7)) (Planès and Larose, 2013).

$$\varphi(t) = \sum_i A_i s(t - t_i) \rightarrow \varphi'_t = \sum_i A_i s\left(t - t_i + \frac{\delta v}{v} t\right), \quad (1.7)$$

où $s(t)$ représente l'onde émise par la source.

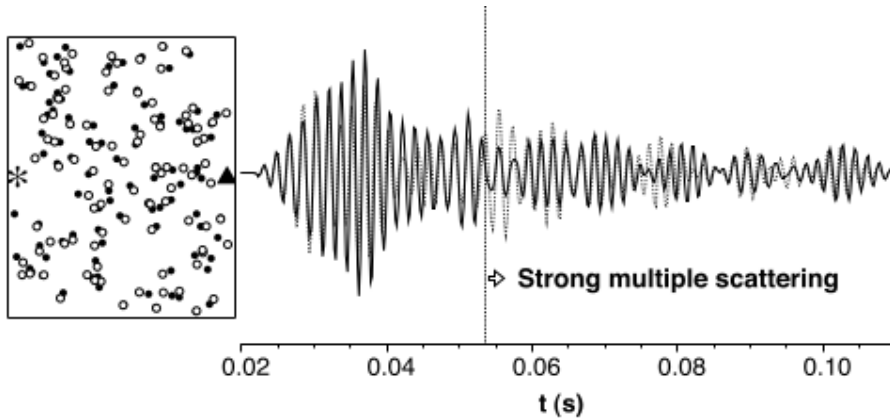


FIGURE 1.5 – Le milieu de taille $40\text{ m} \times 80\text{ m}$ contient 100 diffuseurs à l'état initial (cercles vides) et perturbé (cercles remplis), l'émetteur (étoile) et le récepteur (triangle). Le signal enregistré par le récepteur à l'état initial est représenté en ligne continue et celui à l'état perturbé en ligne en pointillée. (Snieder et al., 2002)

Deux techniques sont couramment utilisées pour la détermination de $\delta v/v$: *Doublet* et *Stretching*.

1. Le libre parcours moyen de transport l^* est la distance pour laquelle l'onde a 'perdu la mémoire' de sa direction initiale.

1.1.2.1 Doublet

La méthode dite *Doublet* est une méthode traditionnelle, également appelée *Cross-Spectral Moving-Window Technique (CSMWT)*. Elle est introduite par Poupinet (Poupinet et al., 1984) et Roberts (Roberts, 1991), puis développée par Snieder (Snieder et al., 2002; Snieder, 2006). Le principe est d'évaluer le déphasage temporel entre deux signaux de codas enregistrés avant et après perturbation du milieu de propagation (respectivement u_i et u_p). Ce déphasage est évalué dans une série de fenêtres temporelles de largeur $2T$ centrées à différents temps t et sans chevauchement. Le déphasage temporel est obtenu en maximisant le coefficient de corrélation $CC(\delta t)$ (Eq. 1.8) qui est supposé constant dans chaque fenêtre temporelle.

$$CC(\delta t) = \frac{\int_{t-T}^{t+T} u_i(t)u_p(t + \delta t)dt}{\sqrt{\int_{t-T}^{t+T} u_i(t)^2dt \int_{t-T}^{t+T} u_p(t)^2dt}} \quad , \quad (1.8)$$

Soit $\delta t_{t,max}$ la valeur de δt qui maximise le coefficient de corrélation $CC(\delta t)$ (Eq. 1.8) dans la fenêtre temporelle centrée à t . Un exemple est donné dans la figure 1.6 pour des études de coda sismiques à l'échelle du laboratoire. Le déphasage temporel $\delta t_{t,max}$ évalué pour chaque fenêtre temporelle varie linéairement en fonction du temps central de fenêtre t . Les mesures de $\delta t_{t,max}$ sont souvent effectuées expérimentalement sur plusieurs fenêtres

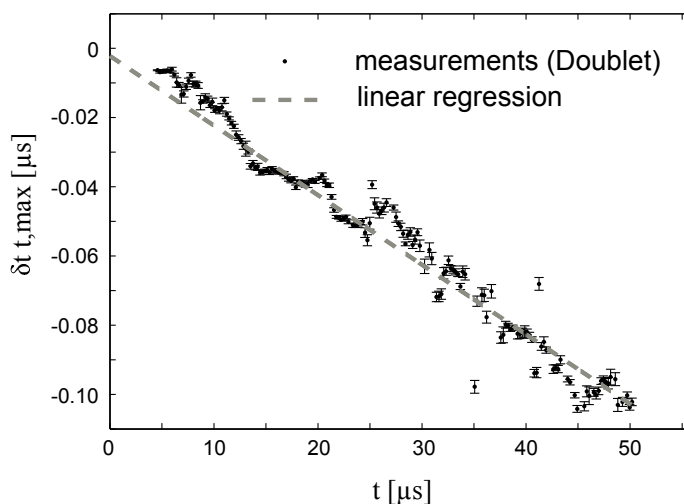


FIGURE 1.6 – Déphasage temporel évalué pour différentes fenêtres temporelles dans le signal entier en utilisant la technique de Doublet (Hadziioannou et al., 2009).

temporelles, qui forment une fonction $\delta t_{t,max}$ en fonction du temps central t de la fenêtre

pris dans chaque mesure (Eq. 1.9) :

$$\delta t_{t,max} = t \cdot \frac{\delta v}{v} + b \quad . \quad (1.9)$$

La pente de cette fonction représente la variation de la vitesse de coda. Si la fonction est une droite ne passant pas par l'origine ($b \neq 0$), le résultat reste valable parce que le décalage temporel est constant. Si la fonction n'est pas une droite, cela veut dire que la perturbation du milieu de propagation ne peut pas être décrite simplement par une variation de la vitesse de propagation $\delta v/v$.

Plusieurs contraintes d'application théoriques et pratiques de la technique *Doublet* sont listées par Zhang (Zhang, 2013) :

- 1) la fenêtre temporelle choisie doit être suffisamment large en respectant la condition $\Delta f \cdot 2T \gg 1$;
- 2) le temps central t de chaque fenêtre correspond à une distance de propagation parcourue suffisamment importante, supérieure à $4 \times l^*$ en pratique ;
- 3) pour avoir une valeur de $\delta t_{t,max}$ quasi-constante, un choix de fenêtre temporelle étroite est requis : t doit être suffisamment grand devant T (en pratique $t > 20T$) (Payan et al., 2009) ;
- 4) à la fréquence la plus basse f_{min} , il faut prendre au moins 10 périodes du signal $T > 10/f_{min}$ (Payan et al., 2009) ;
- 5) la gamme de recherche (*i.e.* la fenêtre temporelle la plus tardive dans le signal) est aussi conditionnée par le rapport signal sur bruit afin que les incertitudes de mesure restent raisonnables.

Un inconvénient de la méthode *Doublet* est qu'elle ne permet pas d'observer un changement de l'amplitude du signal. Un autre inconvénient est qu'elle est sensible aux erreurs d'horloges liées au temps d'origine, ce qui peut causer un problème pour le suivi dans le temps de l'endommagement (Hadziioannou et al., 2009).

1.1.2.2 *Stretching*

Une méthode plus récente pour évaluer la variation de vitesse de coda est la méthode dite *Stretching* (Lobkis and Weaver, 2003; Sens-Schönfelder and Wegler, 2006). La figure 1.7 montre un exemple de signaux temporels normalisés avant et après une perturbation du milieu de propagation. Au début du signal (premières arrivées des ondes), il n'y a pas de différence entre les deux signaux, mais plus tard dans les ondes de coda, des différences sont clairement observées dans la phase et l'amplitude des signaux. Ces différences pourront être analysées avec les deux observables de CWI : θ pour les différences de phase et Kd pour les distorsions de forme d'onde, dont l'amplitude.

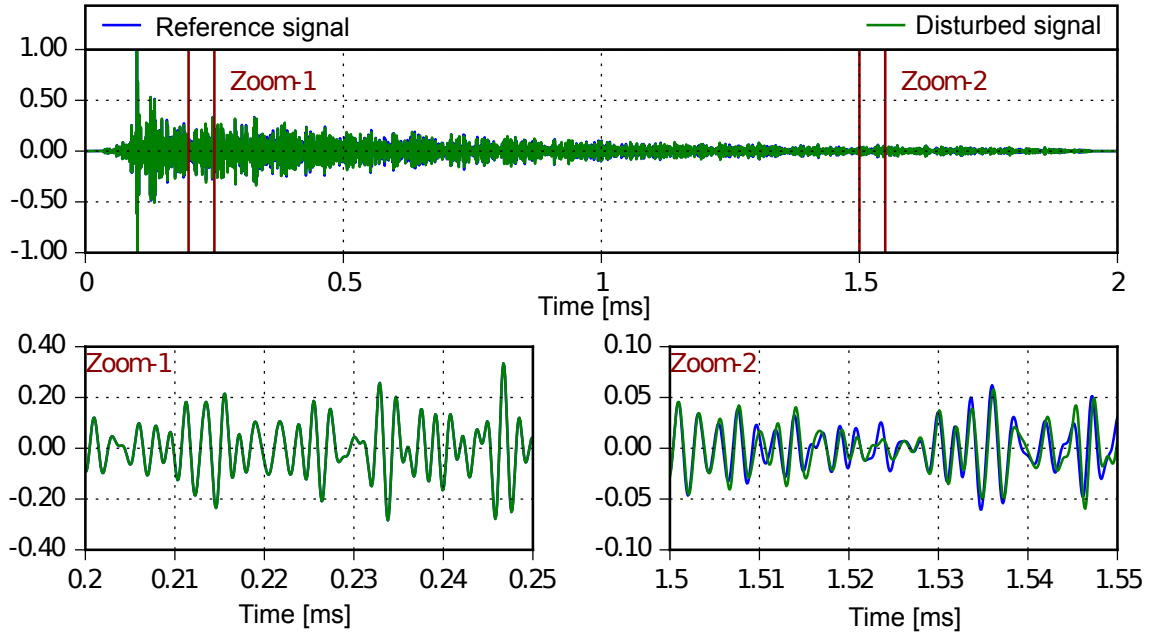


FIGURE 1.7 – Exemple de signaux temporels avant (en bleu) et après (en vert) une perturbation du milieu de propagation. Deux zooms illustrent en bas les ondes qui arrivent tôt (zoom 1) et les ondes de coda (zoom 2).

Le principe de la technique *Stretching* est de prendre en compte le fait qu'une variation constante de la vitesse revient à une dilatation de l'axe du temps de propagation. L'équation du coefficient de corrélation peut être écrite sous la forme suivante :

$$CC(\theta_i) = \frac{\int_{t-T}^{t+T} u_i(t(1 + \theta_i))u_p(t)dt}{\sqrt{\int_{t-T}^{t+T} u_i^2(t(1 + \theta_i))dt \int_{t-T}^{t+T} u_p^2(t)dt}} , \quad (1.10)$$

où θ_i représente le taux de dilatation qui est lié à la variation de vitesse de propagation. La méthode *Stretching* suppose que le déphasage temporel varie linéairement en fonction du temps : $\delta t_v = t - t(1 - \theta_i) = -\theta_i t$. La valeur θ qui maximise le coefficient de corrélation (Eq. 1.10) est égale à la variation relative de vitesse $\delta v/v$. La valeur maximale du coefficient de corrélation $CC(\theta)$ représente la similarité des deux signaux enregistrés avant et après la perturbation du milieu dans une fenêtre temporelle choisie. En théorie, si la valeur de θ est bien estimée, le coefficient de corrélation $CC(\theta)$ doit être égal à 1. En pratique c'est rarement le cas en raison de la distorsion de la forme d'onde dans le milieu hétérogène. Pour quantifier ce niveau de distorsion, une valeur en pourcentage Kd dénommé décorrélation est introduite :

$$Kd = 100 \cdot (1 - CC(\theta)) . \quad (1.11)$$

La valeur de Kd varie entre 0 et 100. Le niveau de distorsion de la forme d'onde est lié au niveau de perturbation du milieu comme par exemple des modifications de micro-structure.

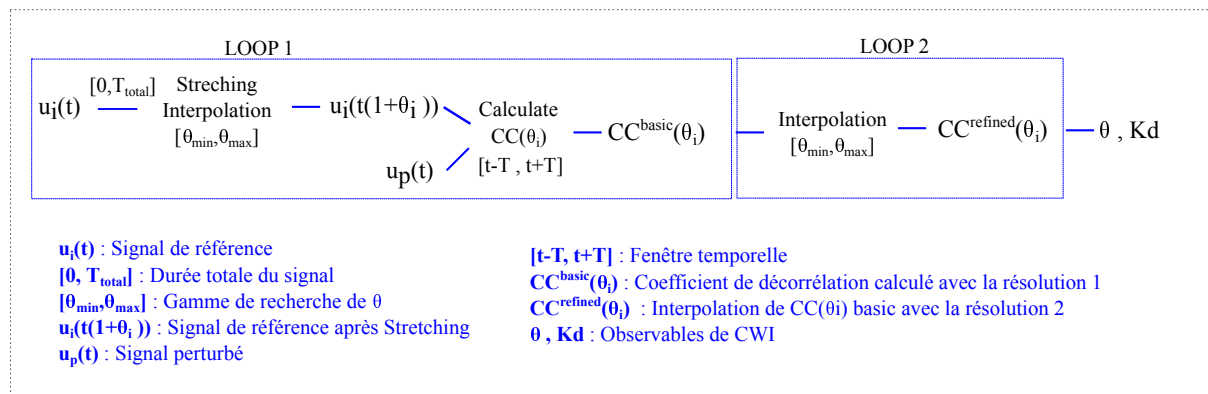
Dans l'application de la méthode *Stretching*, un paramètre important est la gamme de recherche de la valeur θ . En théorie, cette gamme de recherche est infinie $]-\infty, +\infty[$. Elle est limitée en pratique en faisant un compromis qui permet d'optimiser le temps de calcul et d'obtenir un résultat avec une précision satisfaisante. La forme de la courbe de $CC(\theta_i)$ étant similaire à un sinus cardinal, il suffit de déplacer ou d'élargir la gamme de recherche pour trouver la valeur θ qui correspond au maximum de la courbe. Ensuite, cette recherche est répétée plusieurs fois en ajustant la largeur de la gamme et en raffinant la discrétisation de la gamme de θ_i afin d'obtenir une valeur plus précise.

Un autre paramètre important est la largeur de la fenêtre temporelle. Comme pour la méthode *Doublet*, le début de la fenêtre temporelle $t - T$ doit correspondre à une distance supérieure à $4 \times l^*$ afin d'avoir un champ suffisamment diffus/réverbéré. La largeur de la fenêtre temporelle doit être suffisamment grande $\Delta f \cdot 2T \gg 1$. La fin de la fenêtre $t + T$ est fonction du rapport signal sur bruit.

Un inconvénient de la méthode *Stretching* est qu'elle suppose que $\theta(t)$ varie linéairement en fonction du temps t , c'est-à-dire que la variation relative de vitesse θ est constante le long du chemin de propagation de la coda, ce qui n'est pas toujours vrai dans les matériaux hétérogènes ou en cas d'un endommagement localisé. L'avantage principal de la méthode *Stretching* est qu'elle permet d'obtenir des résultats plus robustes en présence de bruit que *Doublet* et possède une meilleure sensibilité aux faibles perturbations dans les matériaux hétérogènes ([Hadziioannou et al., 2009](#)). La technique *Stretching* est la technique utilisée au cours de ce travail de thèse.

Implémentation de la technique *Stretching* : L'algorithme de la méthode CWI-*Stretching* est présenté dans la figure 1.8. L'intérêt est d'obtenir les résultats avec une bonne précision en minimisant le coût des calculs numériques. Dans cette étude, la résolution recherchée pour la variation relative de vitesse θ est de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-4} . La gamme de recherche de θ est fixée à $[-10^{-3}, +10^{-3}]$. Il existe deux solutions possibles pour obtenir une précision numérique de l'ordre de 10^{-6} : Soit une seule boucle avec une résolution de 10^{-6} , soit deux boucles dont la première est de résolution grossière, supérieur à 10^{-6} , et la seconde de résolution égale à 10^{-6} .

Un test est réalisé afin de vérifier la robustesse de la méthode CWI et de diminuer le coût des calculs numériques. Le signal de référence est un signal sinusoïdal de 4 ms à une fréquence de 500 kHz, le signal perturbé est le même signal dilaté de 10^{-6} ms. La fenêtre temporelle est fixée à [2.0 ms, 2.2 ms] pour avoir suffisamment d'informations dans les signaux (100 périodes). Les deux solutions proposées précédemment *i.e. avec 1 ou 2*

FIGURE 1.8 – *Algorithme de la méthode CWI.*

boucles sont comparées dans le tableau 1.1. La solution 2 est 8 fois moins couteuse en temps de calcul que la solution 1. Ce choix est appliqué dans toutes les études numériques dans cette thèse. En outre, plus la largeur de la fenêtre temporelle est grande, plus le coût numérique est important. Une étude de sensibilité des résultats (de *Stretching*) à la fenêtre temporelle (début et largeur de fenêtre) sera faite au chapitre 2.

	Résolution	Temps de calcul
1	Résolution 1 = 10^{-6} (Sans deuxième boucle)	28.2 s
2	Résolution 1 = 10^{-5} , Résolution 2 = 10^{-6}	3.3 s

TABLE 1.1 – *Comparaison de deux implémentations de CWI-Stretching.*

1.2 Acoustique non linéaire

La théorie de l'élasticité linéaire se limite au cas où la déformation est infinitésimale et le matériau parfaitement élastique. Le signal de sortie d'un système élastique linéaire conserve la nature du signal d'entrée et son contenu fréquentiel. Par exemple, si un signal d'entrée est sinusoïdal pur, le signal de sortie est aussi sinusoïdal pur avec la même fréquence. La relation entre la déformation ε et la contrainte σ pour un système élastique linéaire isotrope est décrite par la loi de Hooke 1.12.

$$\sigma = M\varepsilon, \quad (1.12)$$

M est le module élastique du matériau. Lorsque le signal de sortie, la réponse d'un système élastique, n'est plus une combinaison linéaire des signaux d'entrée (c'est-à-dire que le principe de superposition n'est plus respecté), ce système est alors non linéaire.

Dans le cas des solides, on peut alors distinguer formellement trois types de non-linéarités :

- 1) La non-linéarité géométrique, du fait des grandes déformations et de la façon de les décrire (terme dit "convectif" ou "advectif" en acoustique non linéaire) ;
- 2) la non-linéarité intrinsèque du matériau, appelée aussi la non-linéarité physique, propriété intrinsèque, qui résulte de la non-linéarité aux plus petites échelles (comme la non-linéarité du potentiel d'interaction entre atomes d'un cristal) ;
- 3) la non-linéarité mésoscopique, liée à la présence de défauts, perturbations, introduisant par exemple des contacts solides internes, des interfaces rugueuses en contact, et désignée selon le cas par non-linéarité non classique, non-linéarité de contact.

Dans le cadre acoustique, en petites déformations dans les matériaux complexes, la non-linéarité géométrique est le plus souvent négligeable par rapport à la non-linéarité mésoscopique (Guyer and Johnson, 1999; Johnson and Sutin, 2005; Guyer and Johnson, 2009).

Les manifestations et leurs descriptions en acoustique non linéaire peuvent donc être séparées en deux parties : la non-linéarité classique (géométrique si elle est significative et physique) et la non-linéarité non classique (mésoscopique). En général, les études de la théorie non linéaire classique se limitent au terme du troisième ordre du développement limité de la loi de comportement ici présentée pour un système à une dimension :

$$\sigma = M \left(\varepsilon + \beta \varepsilon^2 + \delta \varepsilon^3 \right) , \quad (1.13)$$

où β et δ sont respectivement des coefficients non linéaires quadratique et cubique. La théorie de la non-linéarité non classique englobe des comportements inélastiques comme par exemple l'hystérésis. Ces effets apparaissent souvent dans les matériaux complexes, comportant des interfaces solides en contact, des contrastes forts d'élasticité au sein d'un même milieu. Ces effets ne sont pas bien décrits par la loi de comportement non linéaire classique (Eq. 1.13). A titre d'exemple, une nouvelle loi de comportement pour la non-linéarité non classique de type hystérétique est proposée par (McCall and Guyer, 1994) :

$$\sigma = M \left(\varepsilon + \beta \varepsilon^2 + \delta \varepsilon^3 + \dots + \alpha \left[\varepsilon, \text{sign} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) \right] \right) , \quad (1.14)$$

où $\partial \varepsilon / \partial t$ est le taux de la déformation et $\text{sign}(\partial \varepsilon / \partial t)$ est égal à 1 si la déformation augmente et à -1 si elle diminue.

La théorie de la non-linéarité classique est adaptée aux matériaux simples, par exemple les solides monocristallins, les matériaux homogènes etc. Elle ne peut pas parfaitement décrire les phénomènes non linéaires des matériaux complexes dont les propriétés élastiques peuvent être très différentes de celles des solides homogènes. Par exemple, les matériaux

du génie civil (bétons, sols, roches) qui comportent des éléments rigides distribués spatialement et des interstices remplis par de l'air et/ou de l'eau, des interfaces matrice-granulat, présentent souvent des propriétés élastiques hystérétiques. Ce type de matériau est dit mésoscopique non linéaire (NME : *Nonlinear Mesoscopic Elasticity*) (Guyer and Johnson, 1999). Le terme mésoscopique désigne une échelle entre la structure microscopique et celle de l'ensemble du matériau. En général, les comportements élastiques des matériaux NME sont modélisés à l'aide d'approches phénoménologiques. Par exemple, les roches se comportent de façon classique si les taux de déformations restent inférieurs à 10^{-6} . Par contre, pour des déformations plus grandes, les inclusions mésoscopiques souples ou les microfissures se révèlent en se comportant de façon hystérétique et en exhibant une mémoire discrète (Guyer and Johnson, 1999; Solodov and Korshak, 2002; Pasqualini et al., 2007; Li et al., 2015). Dans cette thèse, les phénomènes non linéaires non classiques engendrés par des micro-fissures dans un milieu multi-diffusant sont un point clé, responsable des principales observations utilisées et tentatives de modélisation effectuées. Une présentation plus en détail de la non-linéarité non classique (Sec. 1.2.1) illustrée par quelques applications relatives (Sec. 1.2.2) est proposée ci-après.

1.2.1 Non-linéarité non classique

Il existe différents phénomènes observables dus aux non-linéarités non classiques. Par exemple, le phénomène d'hystérésis lors d'un chargement quasi-statique de grande amplitude (Fig. 1.9), ou la modification de la fréquence de résonance en fonction de l'amplitude (Ostrovsky and Johnson, 2001; Guyer and Johnson, 1999). Pour expliquer ces phénomènes, la loi de comportement classique, même jusqu'au terme cubique en déformation, ne suffit plus (Eq. 1.13).

1.2.1.1 Effet dynamique de la non-linéarité

Dynamique rapide Pour les matériaux NME, il est le plus souvent observé que le module d'élasticité et le facteur de qualité Q diminuent en fonction de l'amplitude d'excitation lorsque cette dernière est suffisamment importante (déformation relative imposée supérieure à 10^{-6}). Simultanément, la distorsion des ondes qui se propagent se manifeste par une diminution des vitesses de propagation, et la génération d'harmoniques (impairs notamment) (Johnson and Sutin, 2005). Ces phénomènes non linéaires sont à l'origine de la dynamique rapide basée sur la non-linéarité non classique (ANFD : *Anomalous Nonlinear Fast Dynamics*). Les effets de la dynamique rapide sont décrits par le terme d'hystérésis $\alpha [\varepsilon, \text{sign}(\partial\varepsilon/\partial t)]$ dans la loi de comportement non linéaire non classique (Eq. 1.14) et ils sont largement utilisés dans les méthodes de résonance non linéaire.

Dans le régime de l'ANFD, de nombreuses études ont montré que la fréquence de

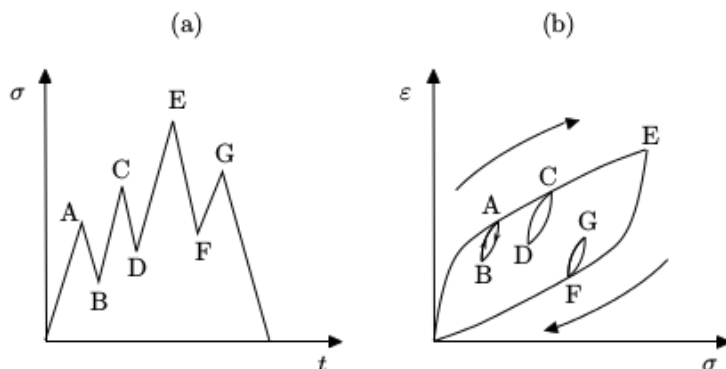


FIGURE 1.9 – Représentation d'un protocole de chargement en contrainte (a) appliqué à un matériau géologique impliquant une courbe de contrainte-déformation avec des boucles d'hystérésis (b). (Guyer and Johnson, 1999; Solodov and Korshak, 2002)

résonance et l'inverse du facteur de qualité varie linéairement en fonction de l'amplitude de la déformation relative lorsque cette dernière est supérieure à 10^{-6} (Guyer and Johnson, 1999; Johnson et al., 2004; Johnson and Sutin, 2005), observation en accord avec le modèle de non-linéarité hystérétique quadratique :

$$\frac{f(\epsilon) - f_0}{f_0} = \alpha_f \epsilon, \quad (1.15)$$

$$\frac{1}{Q(\epsilon)} - \frac{1}{Q_0} = \alpha_Q \epsilon, \quad (1.16)$$

où f_0 est la fréquence de résonance du régime élastique linéaire (qui correspond à une faible amplitude d'excitation dans le régime de déformation linéaire), $1/Q_0$ est l'inverse du facteur de qualité linéaire (l'atténuation linéaire), ϵ est l'amplitude de déformation. α_f et α_Q sont les deux paramètres non linéaires issus de l'hystérésis (Eq. 1.14). Les deux relations ci-dessus sont aussi des résultats de la théorie de Preisach-Mayergoyz (P-M) (McCall and Guyer, 1994; Nazarov et al., 2003), lorsque le plan (P-M) comporte une distribution uniforme d'hystérons. Le paramètre non linéaire α_f a été mesuré et calculé pour de nombreux types de roches (grès, calcaires, marbres, craies, etc.), pour différents types d'endommagements et différentes conditions de saturation. Selon l'état physique, α_f varie prend par exemple des valeurs dans la gamme $10^2 - 10^4$ (Johnson et al., 2004).

Dynamique lente Dans le régime de déformation où l'ANFD a lieu, l'effet de dynamique lente (SD : *Slow Dynamic*) apparaît également souvent. La SD correspond à des variations lentes (c'est-à-dire sur un nombre important de périodes d'excitation acoustique) des paramètres du milieu, sous la forme par exemple d'un phénomène de relaxation. Le

retour à l'équilibre du module d'élasticité en $10^3 - 10^4$ secondes en fonction du logarithme du temps quand l'excitation relativement forte se termine (Johnson and Sutin, 2005) en est un exemple. En outre, ce phénomène est observé à la fois pendant le conditionnement acoustique des fissures (*conditionning*) et également pendant la relaxation consécutive (*post-conditioning*) (Zaitsev et al., 2003). Les phénomènes de dynamique lente existent dans différents contextes : l'accommodation des matériaux magnétiques (Swartzendruber et al., 1997), les phénomènes de fluage des métaux (Cottrell, 1997), la mémoire et le vieillissement des matériaux granulaires (Ten Cate et al., 2000) etc. L'effet de dynamique lente peut être suivi en utilisant la spectroscopie par résonance ultrasonore en s'assurant que l'excitation reste dans un régime de l'élasticité linéaire, avec un niveau d'excitation très faible (ordre 10^{-6}) pendant les mesures de SD (Johnson and Sutin, 2005). L'effet de dynamique lente n'est à l'heure actuelle qu'encore peut modélisé.

Conditionnement Les effets de dynamique rapide et lente coexistent pendant l'excitation dynamique, *i.e.* le conditionnement du matériau (Johnson and Sutin, 2005). Le conditionnement (*conditionning*) représente un état continu de déséquilibre du matériau lié à l'excitation. Lorsque le matériau est excité par une onde élastique, une décroissance du module d'élasticité et du facteur de qualité apparaissent rapidement. Cependant, si l'excitation continue, le module d'élasticité et le facteur de qualité décroissent jusqu'à un nouvel état d'équilibre où il n'y a plus de changements des propriétés physiques. Le conditionnement peut être décrit par un effet de mémoire des contraintes, qui se manifeste par exemple par la différence de fréquence de résonance en fonction du sens du balayage ascendant ou descendant en fréquence (Johnson et al., 1996; Ten Cate and Shankland, 1996).

1.2.1.2 Non-linéarité de contact

La non-linéarité de contact est définie par un comportement non linéaire lié à l'interaction d'interfaces (*i.e.* les deux lèvres d'une fissure, les faces de deux solides etc.) lorsque l'amplitude d'excitation acoustique est suffisamment importante. L'origine de la non-linéarité de contact est l'alternance de l'ouverture et de la fermeture des fissures lors de la sollicitation (*clapping*), mais aussi au frottement dans le cas d'une sollicitation en cisaillement de l'interface. Cette interaction peut conduire à la génération de nouvelles composantes fréquentielles et à l'apparition d'effets hystérétiques. L'étude de cette non-linéarité et l'observation des effets acoustiques associés permettent la détection de fissures fermées et d'imperfections d'adhésion de collages structuraux. Dans le cadre acoustique, lorsque l'amplitude d'excitation est suffisamment importante pour ouvrir partiellement une fissure fermée, une modulation du signal lors du passage à travers la fissure peut apparaître (Burnham et al., 1996; Solodov and Korshak, 2002; Korshak et al., 2002), ainsi

que nombre d'effets singuliers, génération de sous-harmoniques, chaos, etc. La figure 1.10 montre un exemple de rectification du signal lorsque l'excitation est suffisamment forte pour atteindre le seuil d'ouverture d'une fissure. Cet effet se traduit entre autres par l'apparition d'harmoniques supérieures dans le spectre (Solodov and Korshak, 2002; Blanloeuil, 2013).

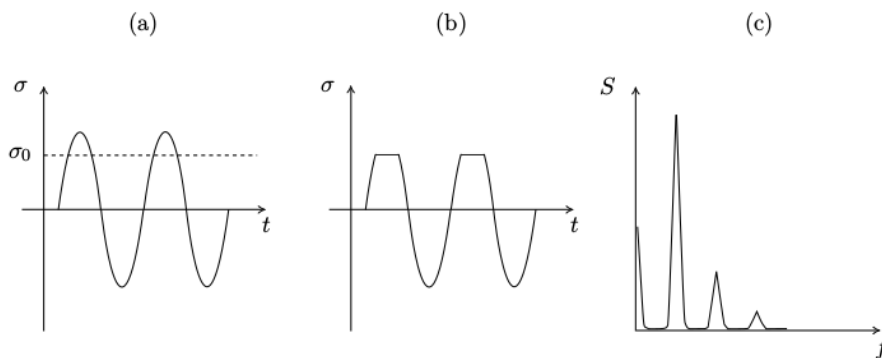


FIGURE 1.10 – (a) Signal d'excitation et seuil d'ouverture de la fissure σ_0 . (b) Le signal est rectifié lorsque l'effort de traction est suffisant pour ouvrir la fissure. (c) Le spectre fait apparaître une composante continue et des harmoniques supérieures. (Blanloeuil, 2013).

Plusieurs modèles numériques ont été proposés ces dernières décennies pour décrire la non-linéarité de contact. Dans (Hirose and Achenbach, 1993; Hirose, 1993), la fissure est modélisée par une interface de contact unilatéral avec un frottement de Coulomb en utilisant la méthode des éléments frontières (BEM : *Boundary Element Method*). Il est montré que les amplitudes des harmoniques supérieures en champs lointains peuvent être utilisées pour déterminer la pré-contrainte, le coefficient de frottement et le déplacement de l'ouverture initiale de la fissure. La propagation des ondes P et S à travers une surface rugueuse a ensuite été modélisée numériquement par un modèle de contact d'interface basé sur la théorie de Hertz (Pecorari, 2003; Pecorari and Poznic, 2005), les simulations conduisent à la génération du deuxième harmonique. Müller *et al.* (Müller, 2007) ont étudié les stratifiés composites délaminés avec des contacts intermittents qui conduisent à la génération d'harmoniques supérieures expérimentalement. En utilisant la méthode des éléments finis (FEM : *Finite Element Method*), ce phénomène est modélisé par la loi d'impact de Newton qui permet de reproduire les effets dissipatifs du comportement de contact. Delrue et Van Den Abeele (Delrue and Van Den Abeele, 2012) ont travaillé sur le comportement non linéaire de *clapping* d'un délaminage dans une plaque composite, avec l'interface modélisée à l'aide d'un modèle à ressort en utilisant la FEM.

Un modèle numérique FEM a été proposé plus récemment pour étudier l'interaction entre les ondes élastiques et une fissure de différentes orientations (Blanloeuil *et al.*, 2014).

La fissure est modélisée par une interface de contact unilatéral avec le frottement de Coulomb. Trois états peuvent être observés simultanément à différents nœuds de l'interface : l'ouverture, la fermeture (*clapping*) et les frottements. La fissure peut être fermée par exemple par le poids propre de la structure, une charge externe, une contrainte résiduelle due à la plasticité, entre autres. Ensuite la méthode de mixing non colinéaire est étudiée pour la détection et la caractérisation des fissures fermées (Blanloeuil et al., 2015). L'interaction non linéaire entre deux ondes de cisaillement générées avec une incidence oblique conduit à la diffusion d'une onde longitudinale qui permet de caractériser la fissure en donnant sa position et sa taille. Une modélisation FEM en 2D dans (Blanloeuil et al., 2016a) permet d'obtenir la directivité des ondes diffusées pour l'interaction non linéaire avec une fissure fermée en champ proche ainsi qu'en champ lointain. Sur cette base, en utilisant la non-linéarité de contact, une méthode d'imagerie de l'endommagement qui permet de localiser et d'évaluer la gravité et l'origine structurelle de l'endommagement est proposée par Blanloeuil et al. (Blanloeuil et al., 2016b). Aleshin et al. (Aleshin et al., 2018; Delrue et al., 2018) ont étudié la modélisation 2D de la propagation d'ondes élastiques dans un solide contenant des fissures avec des surfaces rugueuses. Trois effets des fissures sont pris en compte dans leurs études : la perte d'énergie du contact, le glissement total et partiel (phénomène de stick-slip et effets de mémoire associés). Les interactions en direction normale (*clapping*) sont implémentées en utilisant une relation quadratique de contrainte-déplacement, alors que les interactions tangentielles (frottement) sont introduites via le frottement de Coulomb pour le glissement total et avec la méthode des diagrammes de mémoire (MMD pour *Method of Memory Diagrams*) dans le cas du glissement partiel.

1.2.2 Méthodes d'ECND basées sur la non-linéarité non classique

Les méthodes acoustiques non linéaires sont très étudiées depuis plus de 20 ans car elles présentent des avantages pour la détection de micro-fissures dans les matériaux complexes. Elles sont appliquées ou présentes dans plusieurs domaines : l'Évaluation et Contrôle Non Destructif (ECND) (Van Den Abeele et al., 2000b; Zhang et al., 2013b), les géosciences (Johnson and Sutin, 2005; Pasqualini et al., 2007), la médecine ou l'imagerie médicale (Renaud et al., 2008; Callé et al., 2014) etc. Le comportement élastique des matériaux très hétérogènes tels que les bétons, les roches, les sables et les sols, présente de fortes non-linéarités, de l'hystérésis en relation contrainte-déformation, et de la mémoire discrète. Les méthodes d'acoustique non linéaire non classiques sont très sensibles aux propriétés physiques et à la micro-structure des matériaux complexes. Elles permettent souvent de détecter la présence de fissures de petite taille, lesquelles peuvent être invisibles pour les méthodes linéaires et peu discriminées par les méthodes basées sur la non-linéarité classique (Morris et al., 1979; Cantrell and Yost, 2001; Donskoy et al., 2001; Courtney

et al., 2008). Quelques méthodes d'ECND sont introduites dans les sous-sections suivantes. Toutes les méthodes mentionnées ci-dessous permettent d'obtenir des paramètres non linéaires hystérétiques.

1.2.2.1 Spectroscopie non linéaire par modulation d'ondes

La spectroscopie non linéaire par modulation d'ondes (NWMS : *Nonlinear Wave Modulation Spectroscopy*) (Van Den Abeele et al., 2000b; Van Den Abeele et al., 2000a; Van Den Abeele et al., 2001; Goursolle et al., 2008) est une méthode permettant la détection de micro-fissures dans les matériaux simples et complexes (Van Den Abeele et al., 2000b). L'idée est de générer simultanément deux ondes acoustiques de fréquences différentes, puis d'observer et d'analyser le spectre de l'onde réfléchi ou transmise. C'est une méthode basée sur le principe *pompe-sonde* : une onde de haute fréquence, dite l'onde de sonde, est appliquée comme dans les méthodes de CND conventionnelles. L'autre onde qui est générée simultanément est une onde de plus basse fréquence et imposant des relativement grands déplacements, appelée l'onde de pompe. La réponse fréquentielle d'un matériau sain est essentiellement linéaire pour les deux ondes, mais en présence de non-linéarités dans le matériau comme des micro-fissures, des harmoniques supplémentaires et des bandes latérales de modulation de l'onde de sonde sont présentes dans le spectre du signal observé (Van Den Abeele et al., 2000b; Van Den Abeele et al., 2001; Jhang, 2009).

NWMS utilise deux types d'excitation :

- 1) Le matériau est excité avec deux ondes sinusoïdales simultanément (onde de sonde haute fréquence et onde de pompe basse fréquence) (Fig. 1.11(a)). Pour un matériau sain, deux fréquences identiques à celles de l'excitation sont observées dans le spectre de l'onde enregistrée (Fig. 1.11(b)). Pour un matériau endommagé, l'onde de sonde est modulée par l'onde de pompe, des bandes latérales, qui sont la somme et la différences des fréquences d'excitation sont observées (Fig. 1.11(c)).
- 2) Le matériau est excité par une onde de pompe qui résulte d'un impact (par exemple avec un marteau), et simultanément par une onde de sonde haute fréquence (Fig. 1.11(d)). Le spectre du signal enregistré reste identique à celui de l'onde de sonde pour un matériau sain (Fig. 1.11(e)). En présence de micro-fissures dans le matériau, la génération d'harmoniques et le phénomène de bandes latérales sont observés dans le spectre du signal (Fig. 1.11(f)). Le deuxième type d'onde de pompe, avec un spectre fréquentiel plus complet (plusieurs modes potentiellement excités) augmente les possibilités d'observer des harmoniques supplémentaires et donc celles de détecter l'endommagement du matériau.

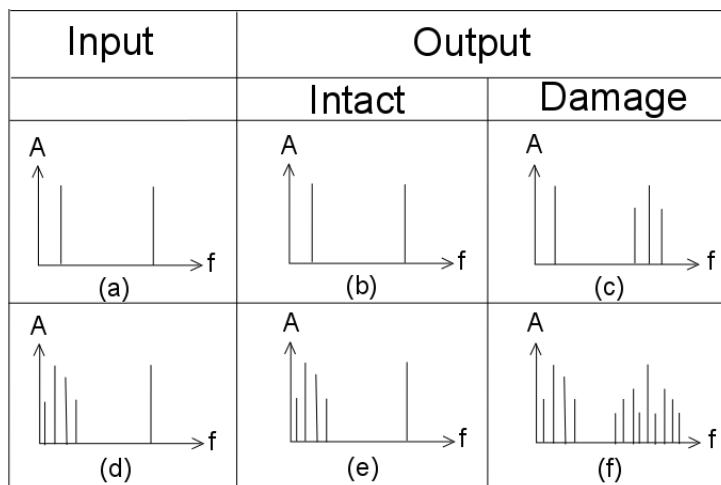


FIGURE 1.11 – (a) : Excitations de deux harmoniques, une onde de sonde haute fréquence et une onde de pompe basse fréquence. (b) : Spectre enregistré pour un matériau sain en cas de (a). (c) : Spectre enregistré pour un matériau endommagé en cas de (a). (d) : Excitation d'une onde de sonde haute fréquence, l'onde de pompe est générée par un marteau, qui contient plusieurs fréquences de résonances basses fréquences. (e) : Spectre enregistré pour un matériau sain en cas de (d). (f) : Spectre enregistré pour un matériau endommagé en cas de (d).

1.2.2.2 Spectroscopie par résonance non linéaire

La spectroscopie par résonance non linéaire (NRUS : *Nonlinear Resonance Ultrasound Spectroscopy*) (Johnson and Sutin, 2005; Hauptert et al., 2011; Renaud et al., 2013a; Maier et al., 2018) est basée sur l'effet du décalage de la fréquence de résonance avec l'amplitude d'excitation (Sec. 1.2.1). Elle étudie principalement la réponse non linéaire d'un seul ou d'un groupe de modes de résonance du matériau, plus précisément, la dépendance de la réponse fréquentielle en fonction de l'amplitude d'excitation (Ten Cate and Shankland, 1996; Van Den Abeele et al., 2000a; Johnson and Sutin, 2005; Hauptert et al., 2011; Renaud et al., 2013a). Le principe est d'exciter l'échantillon autour de ses fréquences de résonance, puis d'augmenter pas à pas le niveau d'excitation. Pour chaque niveau, la courbe de résonance se décale et une nouvelle fréquence de résonance est obtenue. Enfin un paramètre non linéaire non classique α_f (Eq. 1.15) peut être obtenu. Il représente l'état d'endommagement global de l'échantillon. Il faut noter que l'effet inévitable du conditionnement peut conduire à des erreurs dans l'estimation du paramètre α_f . Cet effet peut par exemple être minimisé en espaçant les acquisitions successives de la fréquence de résonance (Eiras et al., 2016).

Les matériaux endommagés se caractérisent le plus souvent par une diminution du module d'élasticité (ramollissement ou *softening*) en fonction de l'augmentation de l'amplitude de l'excitation, ce qui mène à une diminution de la fréquence de résonance. Ces

phénomènes sont très faibles dans les matériaux sains. Ce phénomène de *softening* est illustré dans la figure 1.12 avec une poutre rectangulaire mince en ardoise artificielle qui est progressivement endommagée par des impacts successifs (Van Den Abeele et al., 2000a). Les courbes de résonance de l'échantillon intact ne montrent pas de signes de *softening* tandis que l'effet de *softening* est observé pour l'échantillon endommagé. Lorsque l'excitation augmente, un décalage de la fréquence de résonance est clairement observé.

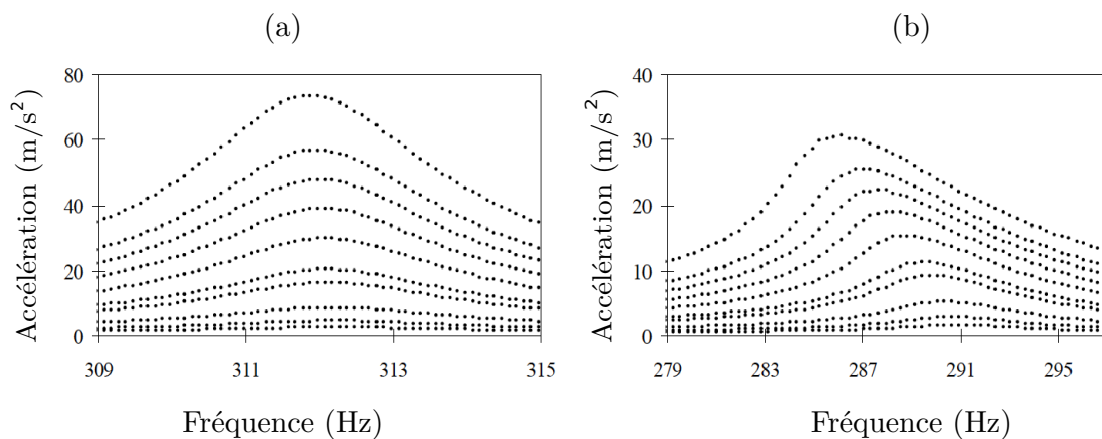


FIGURE 1.12 – Courbes de résonance en fonction du niveau de l'excitation pour l'échantillon intact (a) et l'échantillon endommagé (b) (Van Den Abeele et al., 2000b).

1.2.2.3 Acousto-élasticité dynamique

La dépendance du module d'élasticité en fonction de l'amplitude de l'excitation a été explorée dans la méthode NRUS, et il existe d'autres méthodes similaires qui mesurent le comportement élastique moyen sur plusieurs périodes d'onde (Johnson et al., 1996). Les changements du module d'élasticité sur un seul cycle d'onde ne peuvent pas être étudiés avec les méthodes ci-dessus. Dans cet objectif, une méthode robuste appelée test par acousto-élasticité dynamique (DAET : *Dynamic Acousto-Elasticity Testing*) (Renaud et al., 2008; Renaud et al., 2013a; Rivière et al., 2014) a récemment été mise au point (Renaud et al., 2011). Elle fait partie de la famille des méthodes de modulation non linéaire, et consiste à extraire d'une certaine manière des observables utiles. Cette méthode a été appliquée sur plusieurs types de matériaux, par exemple :

- 1) sur 11 roches sèches en utilisant deux amplitudes d'excitation de l'onde P (10^{-6} m et 10^{-5} m) (Renaud et al., 2012) ;
- 2) sur les grès de Berea (*Cleveland Quarries, Ohio*) avec 13 amplitudes d'excitation de l'onde P différentes comprises entre 10^{-7} m et 10^{-5} m (Renaud et al., 2013a) ;

- 3) sur les calcaires de Lavoux (*pelletoidal limestone, France*) avec un niveau d'amplitude d'excitation de l'onde P entre 3×10^{-7} m et 2.8×10^{-5} m (Renaud et al., 2013b);
- 4) sur le béton avec les ondes de Rayleigh (Vu et al., 2016).

La méthode DAET consiste à suivre les variations de la vitesse de propagation et d'amplitude d'un paquet d'onde de sonde, à différent instant de la période basse fréquence de l'onde de pompe, dans un régime quasi-statique d'acousto-élasticité. En effet, le matériau est perturbé par une onde de pompe basse fréquence d'amplitude relativement importante, qui correspond à une résonance propre de l'échantillon. En même temps le matériau est sondé par une onde de petite amplitude et haute fréquence (l'onde de sonde), qui est supposée ne pas modifier l'état du matériau. La période de l'onde de pompe est au moins 10 fois plus grande que le temps de vol de l'onde de sonde, ce qui permet d'être dans une condition quasi-statique de contrainte pour l'onde de sonde. La méthode DAET présente principalement l'avantage par rapport aux autres méthodes, de permettre d'observer des variations instantanées du module d'élasticité et de la dissipation pendant un cycle entier de contrainte.

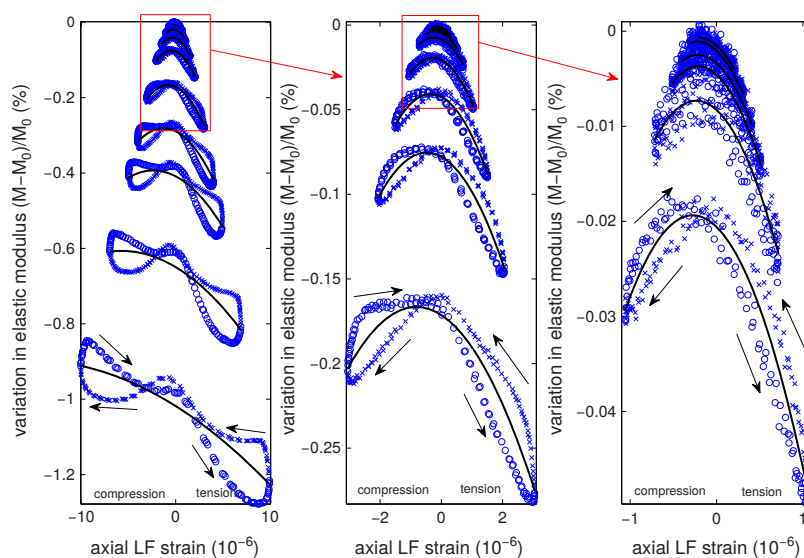


FIGURE 1.13 – Variation du module d'élasticité en fonction de 13 amplitudes de l'onde de pompe axiale (LF : low-frequency) comprise entre 10^{-7} et 10^{-5} . Les lignes pleines noires montrent le fit polynomial de second ordre (Eq. 1.17). Les cercles et les croix indiquent respectivement la croissance et la décroissance de l'amplitude d'excitation (LF) (Renaud et al., 2013a).

La figure 1.13 montre un exemple d'application de la méthode DAET sur les grès

de Berea (*Cleveland Quarries, Ohio*). 13 amplitudes d'excitation différentes comprises entre 10^{-7} et 10^{-5} sont utilisées afin d'étudier la variation instantanée du module d'élasticité dans un cycle de contrainte. Le conditionnement du matériau par l'onde dynamique de basse fréquence induit une diminution globale et moyenne du module d'élasticité en fonction de l'amplitude de déformation. Renaud *et al.* (Renaud *et al.*, 2011) ont proposé une approche pratique basée sur la loi de comportement non linéaire non classique (Eq. 1.14). La variation relative du module d'élasticité en fonction de l'amplitude d'excitation au cours des cycles de chargement est approximée par un polynôme du second ordre (Eq. 1.17).

$$\frac{\Delta M(\varepsilon)}{M_0} = \frac{M(\varepsilon) - M_0}{M_0} \approx \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 + C_E, \quad (1.17)$$

où β et δ sont respectivement des coefficients non linéaires du deuxième et troisième ordre. C_E quantifie la variation du module d'élasticité liée au conditionnement (*conditionning*) non linéaire du matériau, lequel est basé sur la non-linéarité non classique. Le conditionnement représente ici un état continu de déséquilibre du matériau lié à l'excitation (Sec. 1.2.1.1). Le paramètre lié au conditionnement C_E est étudié dans divers papiers scientifiques (Renaud *et al.*, 2013a; Renaud *et al.*, 2013b; Vu *et al.*, 2016; Eiras *et al.*, 2016).

1.2.2.4 Méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore

La méthode explorée dans ce travail de thèse est la méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore (NCWI : *Nonlinear Coda Wave Interferometry*) (Zhang *et al.*, 2013b; Hilloulin *et al.*, 2014; Zhang *et al.*, 2017; Legland *et al.*, 2017). NCWI a été proposé récemment par Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b). Elle combine les méthodes de l'acoustique non linéaire (basée sur le principe *pompe-sonde*) et l'interférométrie de coda, lesquelles permettent d'avoir une très haute sensibilité pour l'évaluation de l'endommagement dans les matériaux complexes. La figure 1.14 (Zhang *et al.*, 2013b) montre une plaque de verre (200 mm \times 200 mm \times 20 mm) avec une zone de fissures localisée presque cylindrique de rayon 25 mm. Une plaque de verre intacte est aussi utilisée comme référence. Les effets dynamiques non linéaires sont induits par une onde de pompe de grande amplitude à basses fréquences de large bande (*chirp* : [15 kHz, 50 kHz]). Le chirp utilisé présente l'avantage d'exciter les effets non linéaires de façon homogène dans tout l'échantillon (plusieurs modes de l'échantillon excités) comparé à l'onde de pompe sinusoïdale comme dans la méthode DAET. Pour les mesures de la coda, une onde de sonde à plus hautes fréquences (fortement diffusée) de durée 0.2 ms est utilisée (*chirp* : [200 kHz, 800 kHz]). Les analyses des codas sont réalisées avec la technique de *Stretching* (Sec. 1.1.2.2).

Les observables de CWI, *i.e.* la variation relative de vitesse θ et le coefficient de

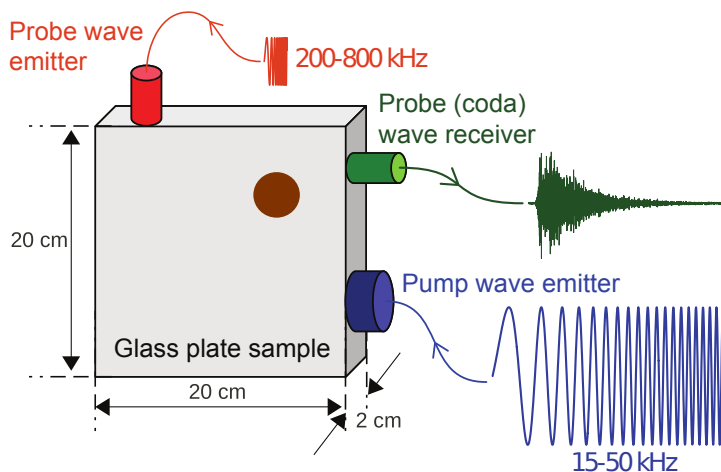


FIGURE 1.14 – Schéma du montage expérimental avec une plaque de verre : deux transducteurs piézoélectriques sont utilisés comme émetteur (rouge) et récepteur (vert) pour l'onde de sonde haute fréquence pour les mesures de coda, l'application de l'onde de pompe est faite par le troisième transducteur (en bleu) (Zhang et al., 2013b).

décorrélation K_d , sont analysées en fonction de l'amplitude de l'onde de pompe A_{pump} . Les résultats expérimentaux de (Zhang et al., 2013b) sont montrés dans la Fig. 1.15 dans le cas d'une plaque intacte puis endommagée. Dans le cas de la plaque de verre fissurée, une diminution de θ ainsi qu'une augmentation de K_d sont observées. La précision d'évaluation de θ est de l'ordre de 10^{-5} . Les changements des observables CWI (θ et K_d) résultent des effets non linéaires de dynamique rapide (Sec. 1.2.1.1) mais aussi dans une certaine mesure de dynamique lente, fréquemment observés dans de nombreuses études (Guyer and Johnson, 1999; Johnson et al., 2004; Johnson and Sutin, 2005). Par exemple, sur les résultats de DAET (Fig. 1.13) (Renaud et al., 2013a), la diminution globale moyenne du module d'élasticité correspond à la diminution relative de la vitesse. θ et K_d évaluent les effets non linéaires en moyenne sur plusieurs cycles d'excitation de l'onde de pompe large bande en basse fréquence.

NCWI est un outil particulièrement intéressant pour la détection de micro-fissures dans les matériaux complexes. Cette méthode a aussi été appliquée expérimentalement par Hilloulin *et al.* sur le mortier (Hilloulin et al., 2014; Hilloulin et al., 2016) et par Legland *et al.* sur le béton (Legland et al., 2016). Ils ont montré que NCWI est un outil efficace qui permet d'évaluer globalement le niveau d'endommagement des matériaux, par exemple, mais permet aussi la détection de fissures quasi-fermées et le monitoring de l'auto-cicatrisation de fissures. Néanmoins, la caractérisation de l'endommagement reste assez qualitative, compte tenu de la complexité du matériau. L'objectif de cette thèse est d'étudier les phénomènes non linéaires observés dans les expériences de NCWI et de proposer des modèles numériques permettant de simuler la propagation des ondes de coda dans un milieu multi-diffusant en présence de non-linéarités ou des effets moyens de

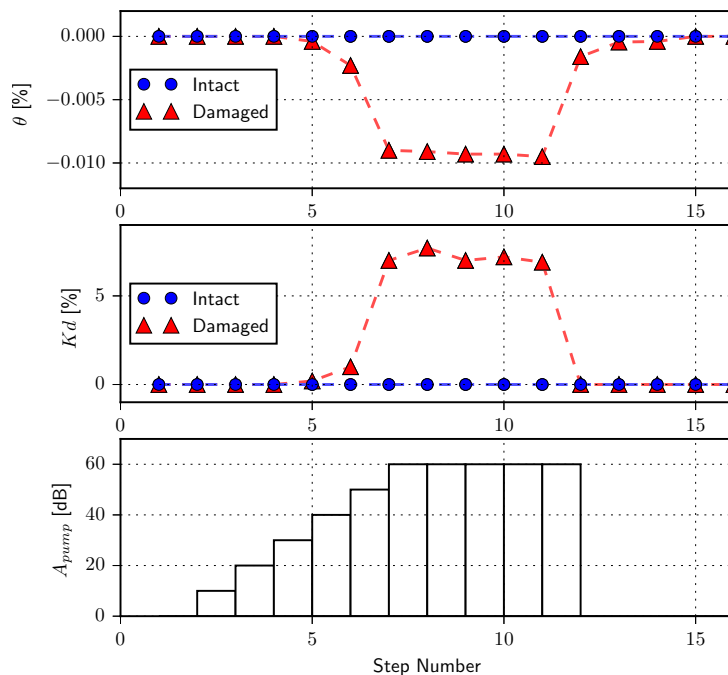


FIGURE 1.15 – Observables de CWI (θ , Kd) vs. l'amplitude d'excitation de l'onde de pompe pour une plaque de verre fissurée (Zhang et al., 2013b).

ces non-linéarités, qui est utile à terme pour le diagnostic et l'optimisation de dispositifs expérimentaux. Les éléments de base sur les méthodes numériques sont introduits dans la partie suivante.

1.3 Méthodes numériques

Cette partie donne un état de l'art sur les méthodes de résolution numérique des équations de propagation. À partir d'un problème élasto-dynamique avec des conditions aux limites infinies ou absorbantes, différentes méthodes de résolution numérique sont présentées. Leurs avantages et inconvénients sont analysés et comparés. Les modélisations numériques en deux dimensions dans la thèse sont réalisées à l'aide de la méthode des éléments spectraux (SEM : *Spectral Element Method*) (Komatitsch and Vilotte, 1998; Komatitsch et al., 1999) et les maillages sont générés à l'aide du logiciel GMSH (Geuzaine and Remacle, 2009). Une présentation détaillée de la méthode SEM est donnée dans la section après une présentation globale des méthodes de résolution numérique. Elle est suivie d'une implémentation à l'échelle de l'étude de la coda ultrasonore, qui comprend les aspects suivants : le bruit numérique, le bruit de maillage et l'influence du raffinement du maillage.

1.3.1 Problème élasto-dynamique

Soit un milieu élastique arbitraire dans un domaine $\bar{\Omega} \in \mathbb{R}^d$, où d représente la dimension et $\partial\bar{\Omega}$ sa frontière, et un intervalle de temps $\mathbb{I} = [0, T] \in \mathbb{R}^+$. Sous l'hypothèse de petites déformations, l'équation d'onde peut s'écrire :

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \text{div}[\boldsymbol{\sigma}] + \mathbf{f} \quad , \quad (1.18)$$

où $\rho(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^+$ est la masse volumique du milieu, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \in \bar{\Omega} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}^d$ est le déplacement et le symbole $\ddot{\cdot}$ représente la dérivée seconde par rapport au temps. $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ est la force volumique externe et $\boldsymbol{\sigma} \in \bar{\Omega} \times \mathbb{I} \rightarrow \mathbb{R}^{d \times d}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy.

Sur le domaine étudié $\bar{\Omega}$, les conditions initiales du problème à l'instant t_0 peuvent s'écrire :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t_0) = \dot{\mathbf{u}}_0(\mathbf{x}) \quad . \quad (1.19)$$

En général, à t_0 , le milieu est considéré comme étant au repos et sans excitation extérieure, les déplacements sont donc nuls $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

Il existe deux types de conditions aux limites : physiques et numériques (Delavaud, 2007) sur le domaine fini $\bar{\Omega}$. Les conditions aux limites physiques sont :

- Condition de Neumann : la contrainte normale $\boldsymbol{\sigma}_n = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ est une valeur connue, où \mathbf{n} est le vecteur normal sortant de la frontière. En pratique, une surface libre est souvent considérée, c'est-à-dire que la contrainte normale à la surface est nulle $\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{0}$.
- Condition de Dirichlet : elle est généralement notée Γ_D . Le déplacement est imposé sur la frontière du domaine $\partial\bar{\Omega}$, par exemple dans le cas d'un bord rigide le déplacement est nul.

Les conditions aux limites numériques sont utilisées principalement pour simuler un domaine infini. La condition absorbante la plus utilisée est *Perfect Matched Layers* (PML), proposée initialement par Berenger (Berenger, 1994).

L'équation 1.18 avec les conditions initiales ($\mathbf{u}_0(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$) et les conditions aux limites de Neumann ($\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{0}$) est appelée la formulation forte de l'Equation aux Dérivées Partielles (EDP). Pour avoir une formulation faible ou variationnelle de l'EDP, l'équation 1.18 est multipliée par une fonction de test arbitraire \mathbf{w} qui est indépendante du temps, et intégrée dans l'espace :

$$\int_G \rho \mathbf{w} \ddot{\mathbf{u}} d\mathbf{x} = \int_G \mathbf{w} \text{div}[\boldsymbol{\sigma}] d\mathbf{x} + \int_G \mathbf{w} \mathbf{f} d\mathbf{x} \quad . \quad (1.20)$$

La résolution de la formulation faible d'une EDP signifie la recherche d'un champ d'onde \mathbf{u} qui suit toutes les fonctions de test \mathbf{w} et est soumis aux conditions initiales (à l'instant

t_0) suivantes :

$$\int_G \rho \mathbf{w} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t_0) d\mathbf{x} = \int_G \rho \mathbf{w} \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t_0) d\mathbf{x} = 0 \quad . \quad (1.21)$$

La formulation faible de l'EDP a un avantage important d'un point de vue numérique : la condition aux limites de surface libre (conditions de Neumann) est très facile à implémenter.

1.3.2 Méthodes de résolution numérique

Méthode des différences finies (FDM) La méthode des différences finies (FDM : *Finite Difference Method*) est basée sur une discrétisation du domaine étudié $\bar{\Omega}$ à l'aide d'une grille cartésienne. Elle permet de résoudre l'EDP à deux ou trois dimensions avec une formulation forte. Parmi les différents types de grille utilisés dans FDM, la grille conventionnelle (*conventional grid*) est utilisée depuis très longtemps (Alterman and Karal, 1968; Kelly et al., 1976). Mais ce schéma présente des instabilités et une dispersion numérique importante, surtout dans les milieux hétérogènes. Afin de résoudre l'équation de propagation en 3D (par exemple pour des ondes sismiques), une grille en quinconce (*staggered grid*) a été introduite par (Madariaga, 1976) pour la modélisation dynamique d'un tremblement de terre. La grille en quinconce a été étendue par Virieux (Virieux, 1984; Virieux, 1986) aux milieux hétérogènes. Ensuite Bayliss (Bayliss et al., 1986) et Levander (Levander, 1988; Bohlen and Saenger, 2006) ont utilisé la FDM une grille en quinconce d'ordre 4 pour réduire la mémoire nécessaire aux calculs. De nombreux autres types de grille existent (Luo and Schuster, 1990; Hustedt et al., 2004; Cruz-Atienza and Virieux, 2004). La FDM est largement utilisée pour modéliser la propagation d'ondes en géophysique, en médical etc. La FDM est relativement facile à implémenter, mais elle présente des limites pour les modèles hétérogènes à cause de sa forte dispersion numérique et de ses maillages non adaptables en général. De plus, l'application de la condition de surface libre dans le cas d'une topographie irrégulière est difficile (Capdeville, 2000).

Méthode des éléments finis (FEM) La méthode des éléments finis (FEM : *Finite Element Method*) (Zienkiewicz et al., 1985; Strang and Fix, 1973; Gupta and Meek, 1996) est basée sur la décomposition du domaine étudié $\bar{\Omega}$, l'interpolation entre les sous-éléments et la résolution d'un système matriciel. Les cellules du maillage pour la FEM sont souvent de forme triangulaire, ce qui permet la modélisation de la propagation d'onde dans les milieux hétérogènes ou ceux avec une géométrie complexe. Le principe de la FEM est de résoudre l'EDP avec une formulation faible. FEM est beaucoup utilisée pour l'étude de la propagation de fissures (Elguedj et al., 2007) etc. La FEM est puissante pour la modélisation des matériaux complexes et elle assure naturellement une condition de surface libre. Plus le degré d'interpolation est élevé, plus la dispersion numérique est faible.

La difficulté est le coût numérique important de l'utilisation d'interpolation d'ordre élevé (>3) (Semblat and Dangla, 2005).

Méthode des éléments spectraux (SEM) La méthode des éléments spectraux (SEM : *Spectral Element Method*) est initialement introduite par Patera et Maday (Patera, 1984; Maday and Patera, 1989) pour étudier la dynamique des fluides. Elle est utilisée par Henderson (Henderson, 1999) pour résoudre les équations de Navier Stokes, puis adaptée à la propagation des ondes sismiques/élastiques par Komatitsch et Vilotte (Komatitsch and Vilotte, 1998) en utilisant des bases polynomiales d'ordre élevé. La SEM est souvent considérée comme une variante de la méthode des éléments finis car elle est aussi basée sur une formulation faible. La SEM présente l'avantage de résoudre les équations aux dérivées partielles avec une dispersion numérique faible en utilisant un ordre d'interpolation élevée avec un coût numérique raisonnable (Tordjman, 1995; Komatitsch, 1997). La convergence spectrale peut être obtenue en augmentant le nombre d'éléments discrétisés ou le degré d'interpolation polynomiale (Van De Vosse and Minev-Eindhoven, 1996). La SEM avec un haut degré d'interpolation polynomiale présente un taux de convergence spectrale remarquable (Azaiez et al., 1994). De plus, la quadrature *Gauss-Lobatto-Legendre* (GLL) utilisée pour l'interpolation conduit à une matrice de masse diagonale et permet d'éviter des calculs compliqués et coûteux. La section 1.3.3 détaille cette méthode qui est utilisée dans la suite de ce travail.

Le tableau 1.2 synthétise une comparaison des méthodes numériques décrites précédemment.

	FDM	FEM	SEM
Formulation	forte	faible	faible
Maillage (type)	cartésien	triangulaire	quadratique (2D) hexagonal (3D)
Structure complexe	non	oui	oui
Ordre d'interpolation	-	faible	élevée
Dispersion numérique	forte	forte	faible
Coût de calcul	faible	fort	acceptable

TABLE 1.2 – Comparaison entre les différentes méthodes numériques : les couleurs vert, orange et rouge représentent respectivement que ce point est bien adaptable, adaptable et non adaptable pour cette étude.

1.3.3 Méthode des éléments spectraux (SEM)

1.3.3.1 Discrétisation spatiale

La SEM est basée sur la formulation faible de l'équation de propagation d'onde décrite dans la section 1.3.1 (Eq. 1.20, 1.21). Le domaine étudié $\bar{\Omega}$ est décomposé en n_e éléments $\bar{\Omega}_e$ qui ne se recouvrent pas : $\bar{\Omega} = \cup_{e=1, n_e} \bar{\Omega}_e$. La transformation locale de chaque l'élément $\bar{\Omega}_e$ à l'élément de référence $\Lambda = [-1, 1]^d$ est définie par :

$$\mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}) = \mathcal{F}_e(\boldsymbol{\xi}), \quad \boldsymbol{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_d) \quad , \quad (1.22)$$

où \mathcal{F}_e représente la transformation affine du domaine étudié $\bar{\Omega}_e$ au domaine de référence Λ . Afin de calculer les paramètres du champ cinématique en tous points dans chaque élément, l'interpolation de Lagrange est utilisée :

$$\mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{i=1}^{n_p} \mathbf{a}^i N_i(\boldsymbol{\xi}) \quad , \quad (1.23)$$

avec $\mathbf{a}^i = \mathbf{x}(\boldsymbol{\xi}^i)$ qui représente l'ensemble des points de contrôle dans chaque segment $\bar{\Omega}_e$. $N_i(\boldsymbol{\xi}) = \otimes_{j=1}^d l_i^{n_p}(\xi_j)$ est le produit tensoriel de polynômes de Lagrange, où l_i^n ($1 \leq i \leq n+1$) sont les polynômes de Lagrange 1D d'ordre n , qui peuvent s'écrire :

$$l_i^n(x) = \frac{(x - x_0) \dots (x - x_{i-1}) (x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0) \dots (x_i - x_{i-1}) (x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \quad . \quad (1.24)$$

La règle *Gauss-Lobatto-Legendre* (GLL) est utilisée pour réaliser l'interpolation locale (Fig. 1.16), qui est définie par l'équation suivante :

$$\int_{-1}^1 \phi(\xi) d\xi = \sum_{k=0}^N \phi(\xi_k^N) \omega_k, \quad \forall \phi \in \mathbb{P}_{2N-1} \quad , \quad (1.25)$$

avec les points de GLL : $\xi_0^N = -1 < \xi_1^N < \dots < 1 = \xi_N^N$ et les poids de la quadrature GLL : $\omega_k = \frac{2}{N(N+1)} \frac{1}{L_N(\xi_k)^2} > 0$.

1.3.3.2 Système matriciel

Un système matriciel est introduit afin de résoudre l'équation d'onde avec la formulation faible dans le domaine discret (Eq. 1.20). Le problème s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{U}} = \mathbb{F}^{ext} - \mathbb{F}^{int} \quad , \quad (1.26)$$

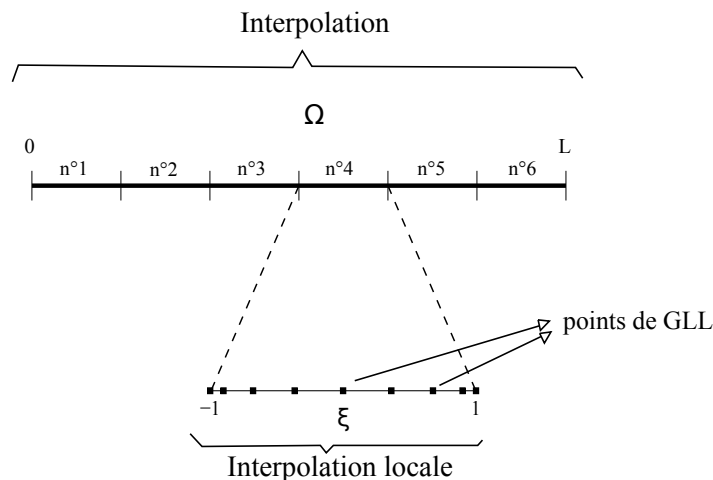


FIGURE 1.16 – *Exemple 1D : discrétisation du domaine Ω en 6 éléments ($n^{\circ}1$ à $n^{\circ}6$), illustration de l'interpolation locale sur l'élément $n^{\circ}4$ avec 9 points de GLL (Capdeville, 2000).*

où \mathbb{M} , \mathbb{F}^{ext} , \mathbb{F}^{int} sont respectivement la matrice de masse, des forces externes et internes. Ces matrices sont assemblées par la somme de contributions élémentaires aux nœuds communs, l'opérateur d'assemblage est noté \mathbf{A} :

$$\begin{aligned} \mathbb{M} &= \mathbf{A}_{e=1}^{n_e} \{ \mathbb{M}^e \} \quad , \\ \mathbb{F}^{int(ext)} &= \mathbf{A}_{e=1}^{n_e} \mathbb{F}^{int(ext),e} \quad . \end{aligned} \quad (1.27)$$

La matrice de masse \mathbb{M} est diagonale grâce à l'application de la quadrature GLL, qui est la clé d'économie du coût de calcul. Sur la base de polynômes de Lagrange orthogonaux $\{(\xi_r^N, \xi_s^N, \xi_t^N); 0 \leq r \leq N, 0 \leq s \leq N, 0 \leq t \leq N\}$, la matrice de masse s'écrit :

$$\mathbb{M}^e = \mathbf{I}_d \otimes \hat{\mathbb{M}}^e, \quad \hat{M}_{\hat{k}\hat{k}}^e = \rho(\xi_r^N, \xi_s^N, \xi_t^N) J^e(\xi_r^N, \xi_s^N, \xi_t^N) \omega_{rst} \quad , \quad (1.28)$$

où \mathbf{I}_d est une matrice identité de taille $d \times d$. $\hat{k} = 1 + r + (N + 1)s + (N + 1)^2t$ est une représentation indicielle en 3D. J^e est le jacobien de la transformation. ρ et ω_{rst} sont respectivement la masse volumique et les poids de GLL.

1.3.3.3 Discrétisation temporelle

L'intervalle temporel $\mathbb{I} = [0, T]$ est discrétisé en nombre entier n : $t_n = n\Delta t$. Au temps t_n , les déplacements et les forces sont notés par $\mathbf{U}^n, \mathbb{F}^{\dots n}$. L'équation de conservation de la quantité du mouvement à l'instant $t_{n+\frac{1}{2}}$ peut s'écrire :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{U}}^{n+1} = \mathbb{F}^{ext, n+\frac{1}{2}} - \mathbb{F}^{int, n+\frac{1}{2}} \quad . \quad (1.29)$$

avec le schéma de Newmark :

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{n+\frac{1}{2}} , \quad (1.30)$$

$$\ddot{\mathbf{U}}^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} (\dot{\mathbf{U}}^{n+1} - \dot{\mathbf{U}}) . \quad (1.31)$$

Afin d'évaluer la stabilité numérique, qui nécessite un pas de temps Δt plus petit que le temps de propagation nécessaire entre les nœuds de la grille, le nombre de Courant est introduit :

$$n_c = \Delta t \frac{v_{max}}{\Delta x_{min}} , \quad (1.32)$$

où v_{max} est la vitesse maximale de propagation et Δx_{min} est la distance minimale entre les nœuds de la grille. La valeur $n_c \leq 0.5$ peut garantir la stabilité, mais en pratique, une valeur de $0.15 \leq n_c \leq 0.4$ est choisie pour minimiser l'erreur due à la dispersion.

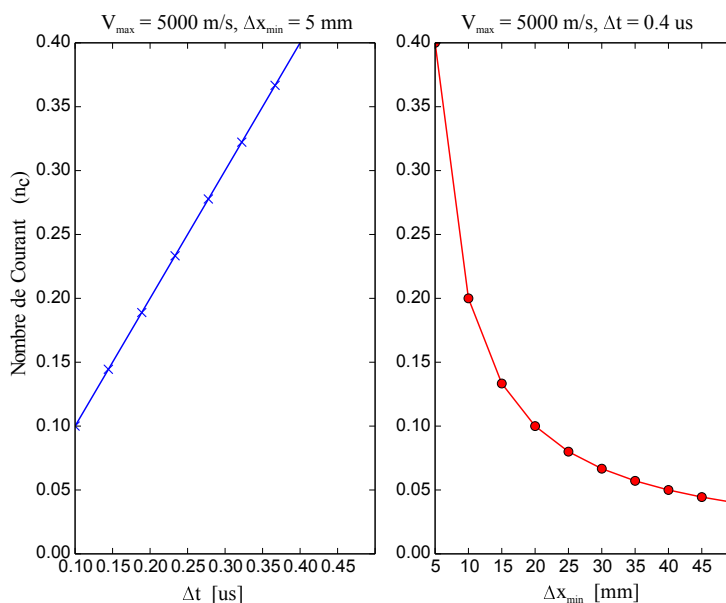


FIGURE 1.17 – Variation du nombre de Courant en fonction du pas de temps (à une vitesse maximale et une distance minimale entre les nœuds données) et en fonction de la distance minimale entre les nœuds (à une vitesse maximale et un pas du temps donnés)

Différents codes de SEM (Komatitsch and Vilotte, 1998; Komatitsch et al., 1999) (*i.e.* logiciels) sont développés pour modéliser la propagation d'ondes dans le domaine temporel en différentes dimensions. Les logiciels SPECFEM... (SPECFEM1D, SPECFEM2D, SPECFEM3D etc.) sont principalement développés par Komatitsch (Université de Aix-Marseille) et publiés en *open-source* (<https://geodynamics.org/cig/software/>); RegSEM en coordonnée cartésienne est développé principalement par Festa (Université de Naples - Frédéric-II) en *open-source* (<http://www.ipgp.fr/~paulcup/RegSEM.html>);

Les codes développés par Capdeville (Université de Nantes) (SEM2D et SEM3D) sont en cours développement et ne sont pas encore disponibles en *open-source* sur Internet. Le code utilisé au cours de ce travail de thèse est SEM2D.

1.3.4 Implémentation à l'échelle d'études de la coda ultrasonore

Les ondes de coda sont particulièrement intéressantes dans le domaine de l'ECND à cause de leurs trajectoires longues et compliquées, qui fournissent des informations abondantes du milieu de propagation. Afin de simuler numériquement les ondes coda avec une bonne précision, une méthode numérique très stable est donc requise. La SEM répond parfaitement à cette exigence, elle permet de se propager sur de nombreuses longueurs d'onde avec une très faible dispersion et atténuation numérique et sa discrétisation globale avec des quadrangles permet de reproduire facilement des géométries compliquées (Capdeville, 2000). Dans cette étude, les modélisations numériques sont réalisées en utilisant SEM2D et le maillage est réalisé à l'aide du logiciel *GMSH* (Geuzaine and Remacle, 2009). La méthode d'interférométrie de coda utilisée dans ce travail consiste à étudier de très petites variations de vitesse relative ($\sim 10^{-4} - 10^{-5}$) entre deux états, avant et après une perturbation du milieu de propagation (Sec. 1.1.2.2) : une évaluation de la précision numérique de la méthode SEM2D est donc nécessaire.

La géométrie 2D du modèle numérique est un rectangle de taille 200 mm \times 200 mm avec une zone effective endommagée (EDZ : *Effectif Damaged Zone*) circulaire localisée et centrée à (155 mm, 140 mm) (Fig. 1.18-a). Le rayon d'EDZ est égal à 25 mm. Les effets non linéaires de dynamique rapide mis en évidence par l'onde de pompe (Sec. 1.2.2.4) sont modélisés par un changement sur le module d'Young au sein de l'EDZ (Sec. 1.2.1.1). La source de l'onde de sonde est un chirp fenêtré avec une bande fréquentielle de [200 kHz, 800 kHz], de durée de 2 ms (Fig. 1.18-b). L'émetteur est situé à la position (50 mm, 200 mm). Le récepteur est situé à la position (200 mm, 20 mm). Le pas d'intégration est fixé à 0.005 ms. Les caractéristiques du matériau de la matrice en verre sont les suivantes : module d'Young $E = 69$ GPa, coefficient de Poisson $\nu = 0.25$ et masse volumique $\rho = 2500$ kg \cdot m $^{-3}$, ce qui donne des vitesses pour les ondes P et S respectivement de 5755 m \cdot s $^{-1}$ et 3323 m \cdot s $^{-1}$. Les longueurs d'onde pour les ondes P et S sont comprises entre : $[\lambda_{P,min}, \lambda_{P,max}] = [7.19$ mm, 28.78 mm], et $[\lambda_{S,min}, \lambda_{S,max}] = [4.15$ mm, 16.62 mm].

La résolution spatiale de SEM est contrôlée à la fois par la taille de l'élément (C_{mesh}) et le degré d'interpolation polynomial utilisé sur chaque élément (n_l). Afin d'obtenir des résultats précis, C_{mesh} requis est de l'ordre $\lambda_{min}/2 < C_{mesh} < \lambda_{min}$ pour $n_l = 4$ et $\lambda_{min} < C_{mesh} < 2\lambda_{min}$ pour $n_l = 8$, où λ_{min} est la longueur d'onde minimale des ondes propagées dans le modèle. Pour $n_l = 8$, la longueur d'onde minimale est égale à 4.15 mm : la taille de cellule doit être comprise entre 4.15 mm et 8.3 mm.

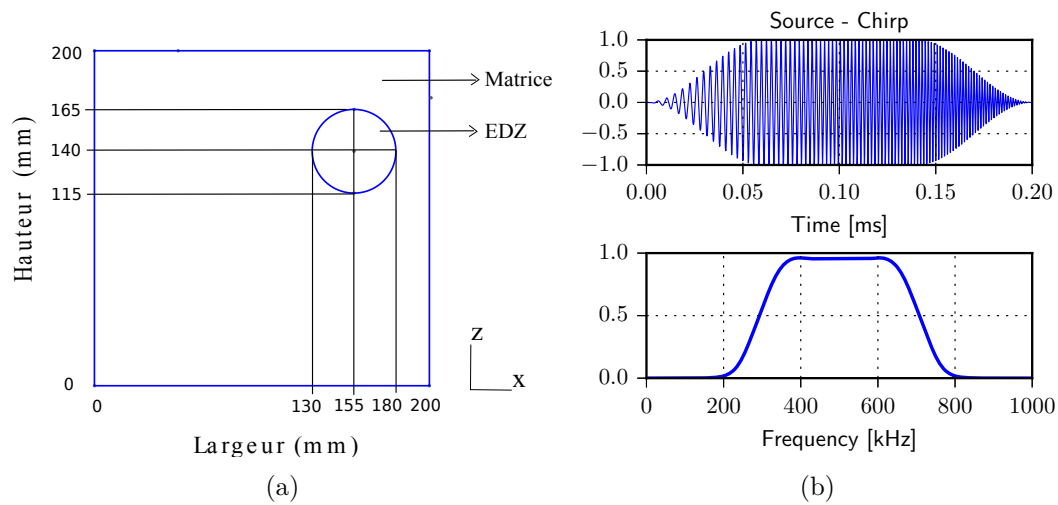


FIGURE 1.18 – Configuration numérique : (a) Modèle numérique avec une zone effective de l'endommagement (EDZ) circulaire localisée à (155 mm, 140 mm). (b) Signal source : (haut) Source Chirp dans le domaine temporel (amplitude normalisée) ; (bas) Source Chirp dans le domaine fréquentiel (Transformée de Fourier avec amplitude normalisée)

Le bruit numérique et le bruit de maillage sont étudiés avec deux modèles homogènes maillés avec $C_{mesh} = 4$ mm : un modèle homogène sans EDZ (MH1) et un modèle homogène avec EDZ (MH2). La différence entre les signaux issus de deux runs numériques avec le même maillage (le bruit numérique) est nulle. Les tests de bruit de maillage réalisés avec deux maillages différents (MH1 et MH2) donnent des amplitudes identiques à 3×10^{-5} près après normalisation des signaux, ce qui correspond à une variation relative de vitesse θ d'environ 2×10^{-7} d'après les calculs de *Stretching-CWI* (Sec. 1.1.2.2).

Afin d'évaluer les effets du raffinement du maillage, 6 modèles numériques sont développés avec différentes tailles de cellules ($C_{mesh} \in [3 \text{ mm}, 8 \text{ mm}]$). Le modèle où $C_{mesh} = 3$ mm est pris comme référence. Au sein de l'EDZ dans chaque modèle, un changement du module d'Young de 0.1% est appliqué. En utilisant les mêmes matériaux dans tous les tests, les signaux temporels issus de différents niveaux de maillage sont comparés avec celui du modèle de référence. Les différences entre les signaux sont illustrées dans la Fig. 1.19-b et 1.19-c. Pour le maillage où $C_{mesh} = 7$ mm et $C_{mesh} = 8$ mm, les différences entre les signaux temporels par rapport au signal de référence sont relativement importantes. Les erreurs de calcul avec SEM augmentent en fonction de taille de cellule non linéairement en utilisant les polynômes de Lagrange. Dans les études où le matériau verre est utilisé, en considérant à la fois la précision et le coût numérique, la taille de cellule est fixée à 6 mm.

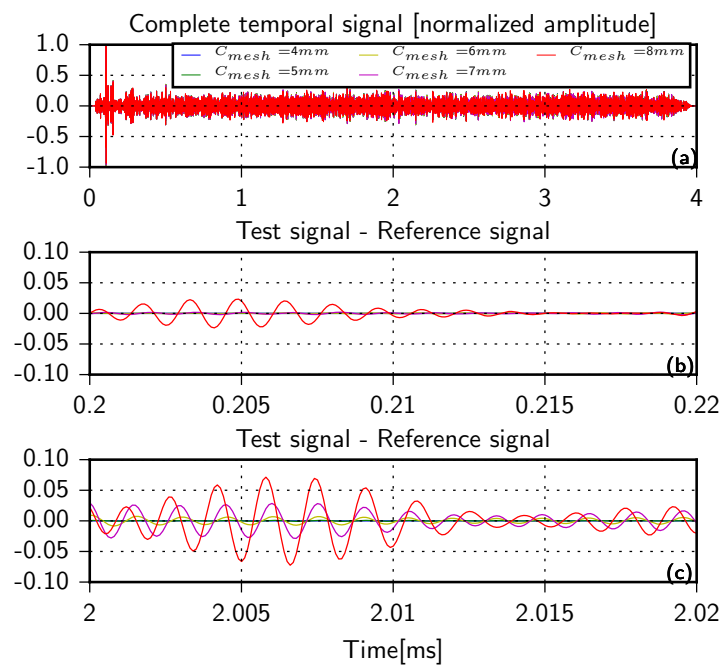


FIGURE 1.19 – *Modèle homogène (verre sain) avec une zone effective de l'endommagement (EDZ) circulaire localisée (verre sain) : comparaisons entre les signaux issus de différents niveaux de raffinement ($C_{mesh} = [4 \text{ mm}, 8 \text{ mm}]$) de maillage et le signal issu du modèle de référence où $C_{mesh} = 3 \text{ mm}$. (a) Signal temporel; (b) Différence entre les signaux de test et celui de référence sur la fenêtre temporelle $[0.2 \text{ ms}, 0.22 \text{ ms}]$; (c) Différence entre les signaux pour $[2.0 \text{ ms}, 2.2 \text{ ms}]$.*

Chapitre 2

Modélisation numérique de NCWI dans un milieu multi-diffusant avec un défaut non linéaire localisé

Dans ce chapitre les modèles numériques font référence à l'expérience de NCWI réalisée par Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b) avec une plaque de verre fissuré (Sec. 1.2.2.4). L'influence de la pompe est modélisée par des changements de propriétés intrinsèques du matériau pour rendre compte des phénomènes non linéaires de ramollissement (*softening*) du matériau. Plus précisément, à une augmentation de l'amplitude de la pompe correspond une diminution du module d'élasticité (Eq. 1.15, Eq. 1.17) et une augmentation de l'inverse du facteur de qualité ((Eq. 1.16)). Un modèle homogène et un modèle hétérogène tous les deux avec une zone d'endommagement effective (EDZ : *Effective Damaged Zone*) représentative des effets phénoménologiques de la non-linéarité sont considérés.

Des études sur l'influence de la fenêtre temporelle et la position de la source et du récepteur sont réalisées. Différentes études paramétriques sont effectuées en changeant les propriétés de l'EDZ. Afin de simplifier le problème, le coefficient d'atténuation n'est pas introduit dans un premier temps. Deux paramètres sont d'abord testés : le changement du module d'Young dans l'EDZ et la rapport de la surface d'EDZ sur la surface totale. Ensuite l'inverse du facteur de qualité est pris en compte dans le modèle numérique. Les relations qui relient les paramètres physiques du matériau (*i.e.* le changement du module d'Young et de l'inverse du facteur de qualité) et l'amplitude de l'onde de pompe sont étudiées en comparant les observables θ et K_d numériques et expérimentales.

Ce chapitre a fait l'objectif d'une publication dans la revue *Wave Motion* (Chen *et al.*, 2017). Les éléments historiques et théoriques sur la méthode d'interférométrie de coda (CWI) et l'acoustique non linéaire non classique ont été présentés dans le Chapitre 1. La lecture de ce chapitre peut directement commencer à la Section 2.3.

Numerical modeling of ultrasonic coda wave interferometry in a multiple scattering medium with a localized nonlinear defect

Guangzhi Chen^{1,2}, Damien Pageot¹, Jean-Baptiste Legland¹, Odile Abraham¹, Mathieu Chekroun², Vincent Tournat²

¹ LUNAM Université, IFSTTAR, Dep. GERS, Lab. GeoEND, CS4, F-44344 Bouguenais Cedex, France

² LUNAM Université, LAUM, CNRS UMR 6613, Université du Maine, Av. O. Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France

Wave Motion, Volume 72, July 2017, Pages 228-243
doi:[10.1016/j.wavemoti.2017.03.004](https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2017.03.004)

2.1 Introduction

Over the last several years, a number of monitoring methods utilizing elastic coda waves have been proposed, for instance in seismic monitoring and ultrasonic non-destructive testing (Weaver and Lobkis, 2000; Mi et al., 2006; Larose et al., 2006; Stähler et al., 2011; Zhang et al., 2012; Hilloulin et al., 2014). Coda waves produce signals of a complex nature, reaching a detector from the interference of many different and long wave paths, whether due to multiple scattering or reverberation (Aki and Chouet, 1975). These waves however have been shown to be reproducible (Grêt et al., 2005) and capable of conveying precise and usable information on the propagation medium (Weaver and Lobkis, 2000; Mi et al., 2006; Larose et al., 2006; Stähler et al., 2011). This information can be extracted by a method such as Coda Wave Interferometry (CWI) (Snieder et al., 2002; Snieder, 2002), which consists of comparing with high precision the signals traveling through slightly different states of the propagation medium, i.e. an initial or reference state and a disturbed state. The monitoring of local or global modifications of a complex medium is recognized to be efficiently and precisely achieved by CWI in many applications (Zhang et al., 2013a; Zhang et al., 2017; Zhang et al., 2016). Effective wave velocity differences as low as 0.001% between states are now routinely detected (Larose and Hall, 2009). Moreover, various processing methods that make use of signals from several sources and receivers enable spatially locating the changes between compared states, with applications to, for example, recent damage localization in a sample (Zhang et al., 2016; Larose et al., 2015; Planès et al., 2015) and fault localization in seismic zones (Cohen et al., 2006; Schmidt et al., 2014).

Nonlinear acoustic and ultrasonic testing methods have displayed high sensitivity to the physical properties of complex materials and great efficiency in detecting microcracks or early damage (Guyer and Johnson, 1999; Ten Cate, 2011; Lundqvist and Rydén, 2012; Eiras et al., 2015; Blanloeuil et al., 2016a). Most of the various nonlinear methods reported

in the last decades, including harmonic generation (Donskoy et al., 2001; Kim et al., 2006), nonlinear resonance methods (also called nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS)) and nonlinear resonance ultrasound spectroscopy (NRUS) (Van Den Abeele et al., 2001; Johnson and Sutin, 2005; Hauptert et al., 2011)), nonlinear modulation, acousto-elasticity and dynamic acousto-elasticity (DAET) (Renaud et al., 2013a; Rivière et al., 2013; Rivière et al., 2014; Eiras et al., 2016), provide a means for detecting a small amount of micro-damage in the material or, more generally, a change in the nonlinear elastic parameters while the linear elastic parameters are observed to remain unchanged. Interestingly, when these methods analyze the effects stemming from non-classical nonlinearities, as defined in contrast with classical potential atomic nonlinearities (usually quadratic and cubic nonlinearities in the smooth part of the stress-strain relationship), they are highly sensitive to features like microcracks and micro-contacts (Guyer and Johnson, 2009). The background classical nonlinearity of the medium can be neglected, and only the effects stemming from defects are analyzed, which is an appealing procedure for non-destructive applications. Non-classical nonlinearities include clapping and tapping (Solodov and Korshak, 2002; Tournat et al., 2004a; Tournat et al., 2004b; Tournat and Gusev, 2009), hysteresis (McCall and Guyer, 1994; Moussatov et al., 2003; Nazarov et al., 2003; Cabaret et al., 2015), nonlinear dissipation and slow dynamic effects (Ten Cate, 2011; Johnson and Sutin, 2005; Zaitsev et al., 2003; Ten Cate et al., 2004).

By combining the advantages of CWI with non-classical nonlinear ultrasonic methods, a recent method, called nonlinear coda wave interferometry (NCWI), has been proposed in Zhang *et al.* (Zhang et al., 2013b). NCWI is based on detecting the nonlinear influence of a strong pump wave on the effective parameters of a medium, through inspection by means of a probing ultrasonic coda wave. The classical CWI observables are analyzed as a function of the pump wave excitation amplitude and yield new NCWI observables that depend on the non-classical nonlinearity of the sample. This method has been successfully applied to several experimental configurations, in both cracked glass samples (Zhang et al., 2017; Zhang et al., 2013b) and cracked mortar samples (Hilloulin et al., 2014; Hilloulin et al., 2016). NCWI has been shown to be an efficient tool for performing a global evaluation of damage levels in differently damaged samples and for monitoring the crack healing process. However, the need now exists for a more quantitative characterization of these rather qualitative (or relative) experimental observations. Such is the motivation behind the present numerical study, which aims to bridge the gap between promising experimental observations and use of the method for a reliable quantitative evaluation of real structures.

To achieve this aim, deeper insight is needed into the most important parameters playing a role in the NCWI method, into how they are quantitatively affected and what is required. This article provides, through a numerical simulation of wave propagation in different configurations, a number of results that contribute to this deeper understanding

of NCWI sensitivity. Most of the numerical models chosen lie close to available experimental results and configurations (Zhang et al., 2013b), in order to verify observed trends and take a step further towards a more quantitative evaluation of the damage in cracked samples. We begin in Section 2.2 by recalling the useful theoretical background necessary for interpreting the results and justifying the assumptions adopted. Section 2.3 then summarizes the experimental results and configurations we intend herein to reproduce and numerically extend, along with the numerical configurations and method. The results are presented in Section 2.4, in drawing a comparison with previous experiments in Section 2.5, and then extended to heterogeneous samples in Section 2.6 before a concluding section.

2.2 Theoretical background

2.2.1 Coda Wave Interferometry (CWI)

Several methods are available to evaluate the variations in wave propagation velocity from a received ultrasonic signal. Among the most widely implemented on coda signals are the *stretching* and *doublet* methods. The main advantage of *stretching* compared to *doublet* is its ability to obtain more robust results in the presence of noise (Hadziioannou et al., 2009). This advantage offers the possibility to increase the sensitivity to small perturbations in a complex propagation medium, which is the main reason we decided to use it here. *Stretching* evaluates the correlation coefficient between a perturbed signal $u_p(t)$ and a reference signal $u_r(t)$, at an expansion rate θ_k ($k = 1, 2, \dots, n$ for different levels of expansion) that simulates a global increase/decrease in propagation velocity within the medium (Snieder et al., 2002).

$$CC(\theta_k) = \frac{\int_{t_c-T}^{t_c+T} u_r(t(1 + \theta_k))u_p(t)dt}{\sqrt{\int_{t_c-T}^{t_c+T} u_r^2(t(1 + \theta_k))dt \int_{t_c-T}^{t_c+T} u_p^2(t)dt}} . \quad (2.1)$$

The value of the correlation coefficient $CC(\theta_k)$ in Eq. (2.1) represents, quantitatively, the similarity of the two signals recorded before and after perturbation of the medium within a selected time window $[t_c - T, t_c + T]$, where t_c is the central time of the window and $2T$ the length of the analyzed window. The *stretching* method assumes that the time shift δt of each signal point varies linearly with respect to time t :

$$\delta t = t - t(1 - \theta_k) = -\theta_k t . \quad (2.2)$$

Herein, two CWI observables are traditionally introduced : i) when $CC(\theta_k)$ reaches its maximum value, the relative variation in effective coda velocity is introduced and simply denoted as $\theta = \theta_k = \delta v/v$; and ii) in order to quantify the level of distortion between the two signals, the remnant decorrelation coefficient Kd is introduced as $Kd = 100(1 - CC(\theta))$.

Assuming that the relative variations in P-wave velocity θ_P and S-wave velocity θ_S are small parameters and the propagation trajectories of multiple scattering waves remain basically unchanged, then the relative variation of coda wave velocity θ is given by Snieder *et al.* (Snieder *et al.*, 2002) :

$$\theta = \frac{\delta v}{v} = \left(\frac{v_S^3}{2 v_P^3 + v_S^3} \right) \theta_P + \left(\frac{2 v_P^3}{2 v_P^3 + v_S^3} \right) \theta_S \quad , \quad (2.3)$$

where v_P and v_S are respectively the primary (pressure) waves and secondary (shear) waves. When the propagation medium is a complex solid, the effective velocity variations of coda waves are dominated by S waves. An estimate using Eq. (2.3), in a glass material, shows that the coda wave velocity perturbation is $\theta \approx 8.7\% \theta_P + 91.3\% \theta_S$, mainly associated with θ_S .

2.2.2 Non-classical nonlinear mesoscopic elastic materials

In civil engineering applications, materials such as concrete, soil and rocks often exhibit both classical nonlinear elastic and hysteretic nonlinear properties or, more generally, non-classical elastic properties (Guyer and Johnson, 2009; Ostrovsky and Johnson, 2001). Their solid components (heterogeneities) are usually connected through contacts and relatively softer features, and the interstices are filled with air and/or water. This type of material is classified as nonlinear mesoscopic elastic materials (NME) (Guyer and Johnson, 1999; Guyer and Johnson, 2009). With a strain amplitude less than order $10^{-7} - 10^{-6}$, some NME materials exhibit the classical nonlinear behavior, but with a strain amplitude above order $10^{-7} - 10^{-6}$, classical nonlinear theory is no longer sufficient to describe nonlinear behavior, therefore non-classical nonlinear theories must be applied (Ten Cate *et al.*, 2004). A wide array of phenomena are associated with non-classical nonlinearity. For example, the hysteresis phenomenon typically implies a change in resonance frequency and attenuation in a sample as a function of the acoustic strain amplitude (Guyer and Johnson, 1999; Johnson and Sutin, 2005; Ostrovsky and Johnson, 2001). To explain these phenomena, the classical nonlinear constitutive equation is insufficient. A new constitutive equation is needed, such as the one proposed by McCall and Guyer (McCall and Guyer, 1994) in a simplified one-dimensional case :

$$\sigma = M \left(\varepsilon + \beta \varepsilon^2 + \delta \varepsilon^3 + \dots + \alpha \left[\varepsilon, \text{sign}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right) \right] \right), \quad (2.4)$$

where σ is the stress, ε the strain, M the linear elastic modulus, β the quadratic non-linearity parameter, δ the cubic nonlinearity parameter, and α a function describing a hysteretic curve that depends on both ε , $\partial\varepsilon/\partial t$ the strain rate and $\text{sign}(\partial\varepsilon/\partial t)$. At the first order of nonlinearity, it is sometimes possible to derive an expression for this function, in particular for the quadratic hysteretic nonlinearity (Guyer and Johnson, 1999; Ten Cate, 2011; Johnson and Sutin, 2005; Cabaret et al., 2015; Gusev, 2001).

The application of a strong pump wave excitation in NME materials leads to a decreased elastic modulus and an increased dissipation coefficient (Johnson and Sutin, 2005; Ostrovsky and Johnson, 2001; Ten Cate et al., 2004; Johnson et al., 2004). This effect is often referred to as an anomalous nonlinear fast dynamics and can be interpreted as an effective *softening* effect (Johnson and Sutin, 2005; Guyer and Johnson, 2009; Cabaret et al., 2015; Zaitsev et al., 2003; Ten Cate et al., 2004; Johnson et al., 2004; Zaitsev et al., 2005). This effect is evidenced, for example, in a nonlinear resonance experiment; according to a variety of reported results (Johnson and Sutin, 2005; Eiras et al., 2016; McCall and Guyer, 1994; Cabaret et al., 2015; Johnson et al., 2004), the resonance frequency is observed to decrease linearly with strain amplitude. In this case, two hysteretic parameters of the medium are introduced : i) α_f the nonlinear coefficient relating the relative frequency shift Δf and the acoustic strain amplitude ε_A ; ii) α_Q the nonlinear coefficient relating the shift in inverse quality factor ΔQ^{-1} and ε_A .

$$\Delta f = \frac{f(\varepsilon_A) - f_0}{f_0} = \alpha_f \cdot \varepsilon_A \quad , \quad (2.5)$$

$$\Delta Q^{-1} = \frac{1}{Q(\varepsilon_A)} - \frac{1}{Q_0} = \alpha_Q \cdot \varepsilon_A \quad , \quad (2.6)$$

where f_0 and Q_0 are respectively the linear (i.e. for $\varepsilon_A \rightarrow 0$) resonance frequency and linear quality factor, and $f(\varepsilon_A)$ and $Q(\varepsilon_A)$ the resonance frequency and quality factor for strain amplitude ε_A . Such dependencies have been reported in a majority of observations, ranging from rocks and sandstone to cracked samples and concrete (Johnson and Sutin, 2005; Guyer and Johnson, 2009; Zaitsev et al., 2003; Johnson et al., 2004).

As introduced in the previous section, the coda wave velocity variation due to perturbations is dominated by the S-wave behavior. Coda wave velocity can thus be approximated by $v \sim v_S = \sqrt{\mu/\rho}$, where μ is the second Lamé coefficient and ρ the density of the medium. Moreover, $\mu = E/2(1 + \nu)$, where E is the Young's modulus and ν the Poisson's ratio. In the numerical simulations of the present study, the Poisson's ratio is assumed to be a constant, hence the coda wave velocity is considered to vary linearly with the square

root of E : $v = \sqrt{E/\rho^*}$, where $\rho^* = 2(1 + \nu)\rho$ is defined as the effective density of the medium. The relation between frequency and Young's modulus is written as :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{\rho^*}} \quad , \quad (2.7)$$

where λ is the wavelength of the signal. An infinitesimal variation in frequency $f(\lambda, E, \rho^*)$ can then be written as :

$$df = \frac{\partial f}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial f}{\partial \rho^*} d\rho^* + \frac{\partial f}{\partial E} dE \quad . \quad (2.8)$$

In this study, numerical simulations have been performed in a glass plate with a fixed and finite geometry ; consequently, the wavelengths of the excited resonant modes of the medium, expected to build up the coda signal, are considered constant ($d\lambda \approx 0$) and the effective density ρ^* is assumed to be negligibly modified by the pump wave ($d\rho^* \approx 0$). The variations in f due to nonlinearity and the pump wave effect on the probe coda wave can then be simplified as :

$$df \approx \frac{\partial f}{\partial E} dE. \quad (2.9)$$

Similar to a nonlinear resonance experiment, the relation between frequency variation and Young's modulus is thus given by :

$$\frac{df}{f} \approx \frac{1}{2} \frac{dE}{E} \quad . \quad (2.10)$$

According to equation (2.5), (2.6) and (2.10), the changes in Young's modulus and energy loss are both supposed to vary linearly with the pump strain amplitude. These dependencies are consistent with the presence of a damaged zone that behaves in accordance with a non-classical nonlinear elastic material.

2.3 Configurations

2.3.1 Reference experimental configuration

In the experimental configuration (Zhang et al., 2013b), the sample is a glass plate (200 mm \times 200 mm \times 10 mm) with a localized cracked zone that is nearly cylindrical through the plate thickness, with a radius of 25 mm. The nonlinear dynamic effects are induced by a pump wave with a large strain amplitude of approx. 10^{-6} at a frequency lying in the range 15 – 50 kHz, i.e. lower than that of the probe coda wave (200 – 800 kHz). The CWI observables, i.e. the relative variation in velocity θ and the remnant

decorrelation coefficient Kd , are analyzed as functions of the pump wave amplitude A_{pump} ; the experimental results of Ref. (Zhang et al., 2013b) are plotted in Fig. (2.1) in the case of both an intact plate and a damaged one. The relative variation in velocity θ is examined over the range $[10^{-6}, 10^{-4}]$, thus the search range for θ in the present numerical study has been set at $[-10^{-3}, +10^{-3}]$.

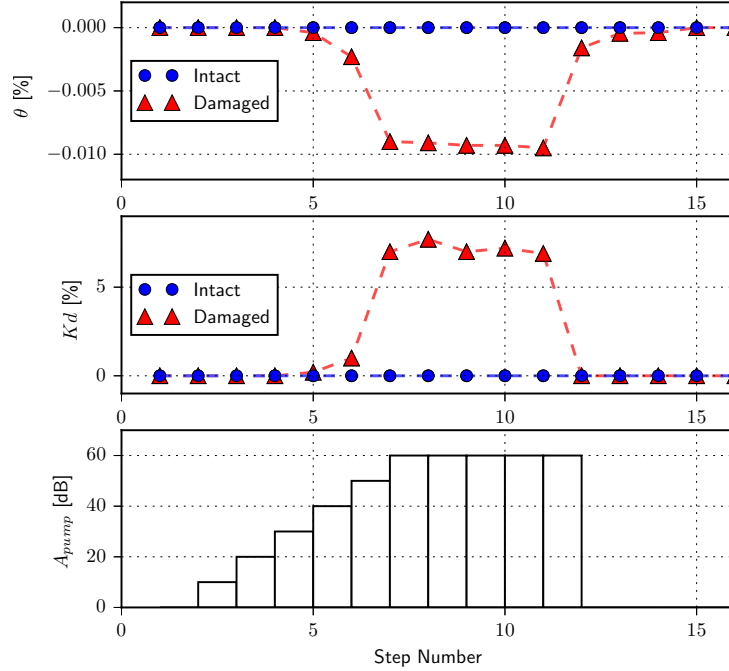


FIGURE 2.1 – Typical NCWI results for an intact glass plate and a damaged glass plate (data extracted from the experiment by Y. Zhang *et al.* (Zhang et al., 2013b)). Pump signals are swept linearly at a frequency of between 15 and 50 kHz for 11 ms and then continuously repeated : a) Velocity variation θ vs. step number for a damaged and intact sample ; b) Remnant correlation coefficient Kd vs. step number ; c) Excitation amplitude of the pump waves at each step of the test.

2.3.2 Numerical configurations

As discussed in the previous sections (Sec. 2.1, Sec. 2.2.1), coda waves are particularly interesting by virtue of repeatedly exploring the medium to be probed. The required propagation time is therefore relatively long, and it becomes necessary to extend simulations over a high number of signal periods. To accurately model these coda waves, a high-stability numerical method is thus needed. The spectral element method (SEM) perfectly matches this requirement : SEM can simulate propagation over many wavelengths in an arbitrary elastic medium with very low numerical dispersion. The 2D SEM (Komatitsch et al., 1999) used in this study is unable however to directly simulate the nonlinear

elastic effects, especially those that are non-classical, like hysteresis, and consistent with the presence of cracks. Consequently, a key point in the present approach is to consider the effective nonlinear behavior of a damaged zone, as observed experimentally in many reported studies (Zhang et al., 2017; Johnson and Sutin, 2005; Zhang et al., 2013b) and modeled (Scalerandi et al., 2003; Gliossi et al., 2006) when a pump wave is applied. At a given level of applied pump wave, the net effect on a non-classical nonlinear damaged zone is equivalent to a decrease in Young's modulus and a decrease in the quality factor, as discussed in Sec. 2.2.2. Since the experimental procedure uses a non-synchronized excitation of pump and probe waves, as well as a time average of the detected probe signals, only this net (average) effect of nonlinear softening and nonlinear attenuation produced by the pump wave is detected by the CWI method applied to the coda wave. In other words, no intermodulation frequencies are detected. The pump wave effect, at a given amplitude, modifies the effective parameters of the damaged zone. Due to this important and noteworthy point, a linear simulation of the single coda wave propagation in the sample containing an Effective Damage Zone (EDZ) is sufficient. The influence of the pump wave is taken into account through the change in EDZ parameters, without the need to simulate pump wave propagation. The change in EDZ parameters relative to the matrix parameters, namely the changes in effective Young's modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and effective attenuation quantified by the inverse quality factor $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$, are considered to be dependent on the pump strain amplitude $\varepsilon_A \propto A_{pump}$, see Eq. (2.5)-(2.6). Moreover, to numerically reproduce results such as those shown in Fig. 2.1, several linear elastic wave simulations of the probe coda wave propagation in a sample with various EDZ parameters (as many as A_{pump} amplitudes) would need to be performed.

In SEM, the spatial discretization of the propagation medium is based on a mesh composed of quadrangular elements able to reproduce complex geometries. The wave field is expressed in terms of high-degree Lagrangian interpolations, while integral calculations are based on the Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) quadrature. Each element is discretized with Lagrange polynomials of degree n_l and contains $n_l + 1$ GLL points forming its local mesh. The spatial resolution of SEM is controlled by both the typical element size (Δh) and the polynomial degree used on an element (n_l). To obtain accurate results, the required Δh is of order $\lambda_{min}/2 < \Delta h < \lambda_{min}$ for $n_l = 4$ and $\lambda_{min} < \Delta h < 2\lambda$ for $n_l = 8$, where λ_{min} is the minimum wavelength of the waves propagated in the model.

The 2D geometry of all numerical models is a rectangle of size 200 mm \times 200 mm and a circular EDZ located at (155 mm, 140 mm). The EDZ radius for each model may vary from 15 mm to 35 mm (Fig. 2.2). The coda wave source is a windowed chirp signal, with a center frequency of $f_0 = 500$ kHz, a bandwidth of [200 kHz, 800 kHz] (Fig. 2.2b) and a duration of 0.2 ms. The ultrasonic emitter is located at position (50 mm, 200 mm). 400 detection points, used as receivers, are equally spaced along the edges of the sample. This large number of receivers will be used later to study the influence of the source/receiver

positions.

The characteristics of the medium outside the EDZ (called the matrix material), for all numerical models, are assigned the following properties : the matrix (glass) has a Young's modulus $E_{mtx} = 69$ GPa, a Poisson's ratio $\nu_{mtx} = 0.25$ and a volumetric mass density $\rho_{mtx} = 2500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, yielding the velocities for P-wave and S-wave of $5755 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ and $3323 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, respectively.

The CWI observables are relative values resulting from the comparison of two states of the sample. In this study, the reference model corresponds to the case of intact glass in both the matrix and the EDZ. The perturbed state contains the damaged glass in the EDZ, which is modeled by changes in both Young's modulus $E_{edz} = E_{mtx}(1 + \Delta E_{edz}/E_{mtx})$ and effective attenuation coefficient $Q_{edz}^{-1} = Q_{mtx}^{-1}(1 + \Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1})$. The matrix outside the EDZ remains unchanged as intact glass. The minimum wavelength is estimated as $\lambda_{min} \approx 4$ mm. Consequently, by considering the precision and cost of numerical calculations, the cell size in this study is set at 6 mm.

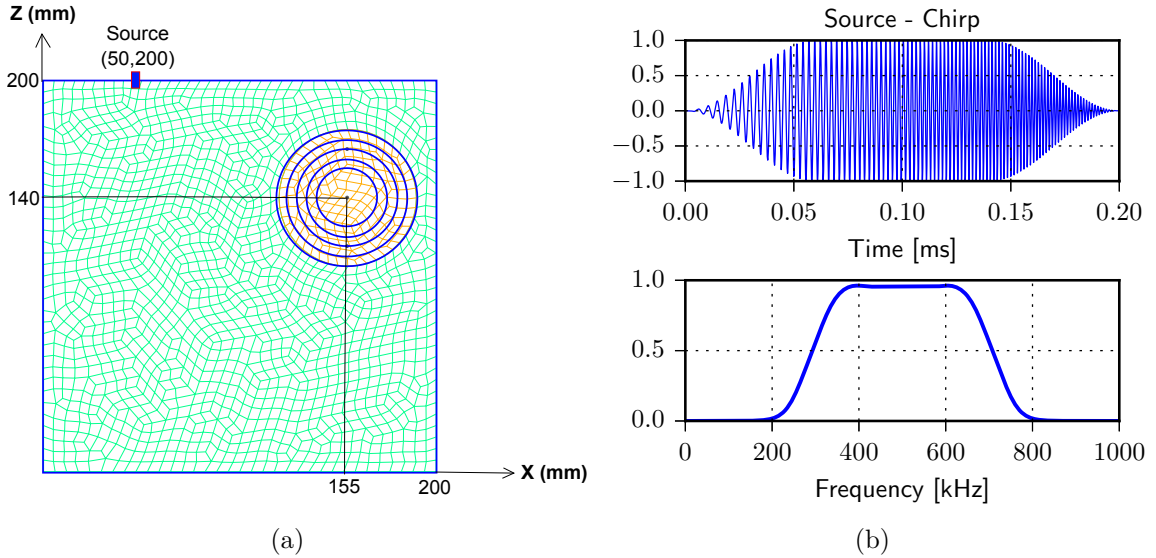


FIGURE 2.2 – Numerical configurations of the tests : a) Meshes of the configurations with five distinct Effective Damage Zones (EDZ) of various sizes. The blue lines represent the contour of both the matrix and the EDZ. For each model, the matrix size equals $200 \times 200 \text{ mm}^2$, and the circular EDZ center is located at (155 mm, 140 mm). The EDZ radius for each model varies from 15 mm to 35 mm. The source position is (50 mm, 200 mm); b) Probe wave source signal : top) chirp source in the time domain (normalized amplitude); bottom) chirp source in the frequency domain (Fourier transform) (normalized amplitude).

2.4 Numerical results

This section will study numerically the influence of some of the NCWI method parameters or EDZ parameters on the method's results, in order to study its robustness and extract trends that may prove useful for the non-destructive testing problem.

2.4.1 Influence of source/receiver positions on CWI observables

We would like to begin here by answering the question if whether or not the source and receiver positions exert influence on the NCWI method results. The perturbed material state is obtained by a change in Young's modulus in the EDZ $E_{edz} = E_{mtx} \times (1 - 0.6\%)$, which in turn induces the local velocities for the P- and S-waves in the EDZ of respectively $5738 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ and $3313 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. The EDZ radius equals 25 mm. The first step consists of choosing a suitable time window for computing the CWI with an optimal central time and duration. The values of the relative variations in velocity θ are calculated for different time windows, beginning at 1 ms, with different window lengths varying in steps of 0.5 ms (Fig. 2.3). The longer the time window, the higher the cost of the CWI calculations. Considering both the method robustness and calculation costs, the time window [1.5 ms, 2 ms] has been selected : it provides a relatively stable value of θ , with a reasonable window length to contain sufficient information (100 periods at the lowest frequency of the coda). When the time window begins late enough, the value of θ becomes stable for all window lengths, and therefore the CWI velocity variation can accurately quantify a partial change in elastic properties as well as an overall change in the propagating medium.

In order to quantify the influence of the coda emitter and receiver positions on NCWI results, 400 receivers are equally spaced along the edge of the domain and numbered in the clockwise direction beginning at position (0 mm, 200 mm), see Fig. 2.4. The results of the relative variation in velocity θ and the remnant decorrelation coefficient Kd with respect to the different spatial configurations are illustrated in Fig. 2.5(a) and Fig. 2.5(b).

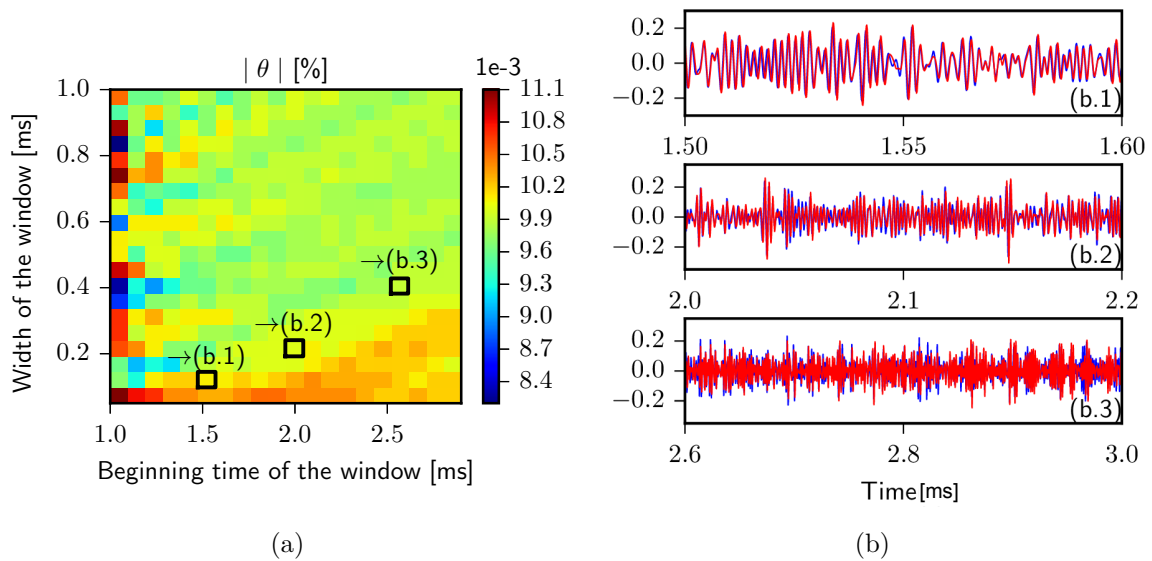


FIGURE 2.3 – (a) Absolute value of the relative variation in velocity $|\theta|$ for different beginning times of the windows and different window lengths : b) Examples of temporal signals for three different windows : b.1) [1.5 ms, 1.6 ms], b.2) [2.0 ms, 2.2 ms], and b.3) [2.6 ms, 3.0 ms].

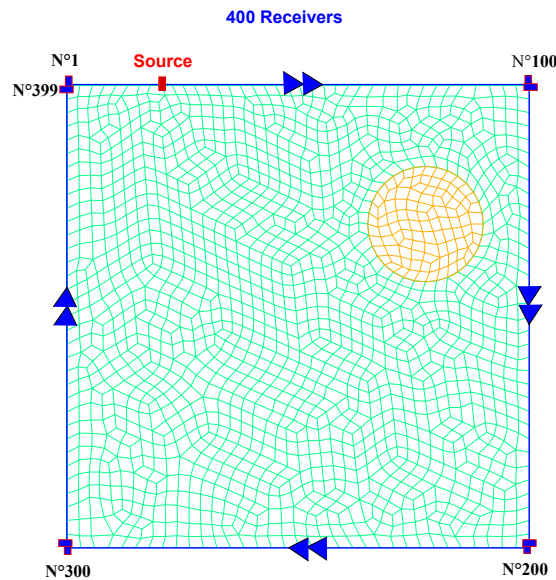


FIGURE 2.4 – Mesh of the homogeneous medium with the localized Effective Damage Zone (EDZ), with a radius of 25 mm. 400 receivers have been equally spaced along the edge of the domain and numbered clockwise beginning at position (0 mm, 200 mm), while the source position has been set at (50 mm, 200 mm).

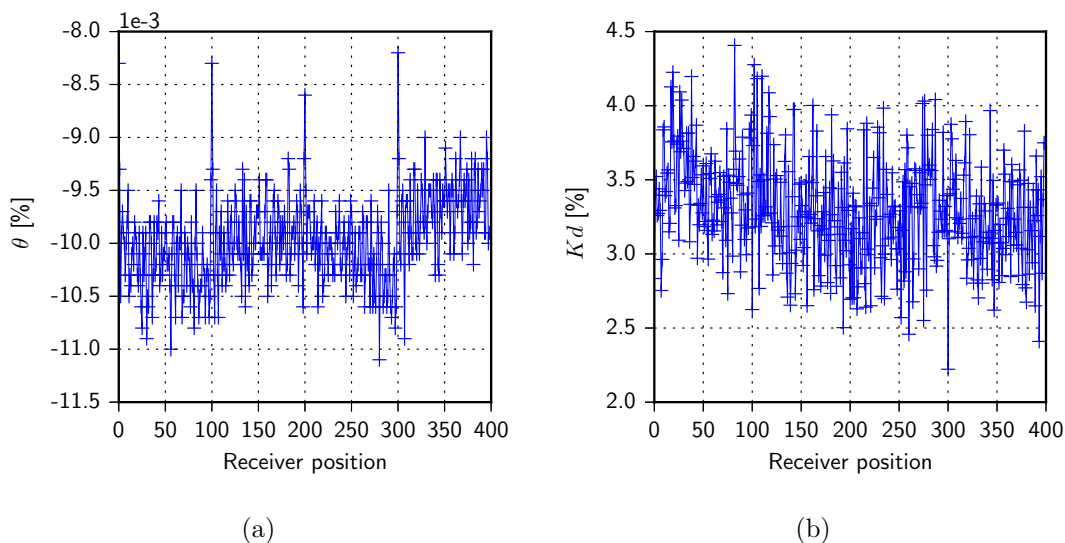


FIGURE 2.5 – CWI observables vs. receiver position. The model used is a matrix with a localized Effective Damage Zone (EDZ) of radius 25 mm ; the EDZ has been modeled by a change in Young’s modulus : $E_{edz} = E_{mtx} \times (1 - 0.6\%)$ a) Relative variations in velocity θ vs. receiver position, b) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. receiver position.

According to the analysis, the extracted θ is $-0.01\% \pm 0.0009\%$ for all receiver configurations, and Kd equals $3.28\% \pm 0.08\%$, Fig. 2.5. These numerical results demonstrate that the influence of source/receiver positions is very small for θ and Kd . Given that the numerical model in this study has four perfectly rigid walls on the edge, the coda wave being analyzed sufficiently late has built up after many reflections, and the wave field is homogeneously distributed (reverberated) in the propagation medium. The relative variation in velocity θ , evaluated through the phase changes between two signals, is found to be independent of the source/receiver positions. The cumulative phase delay due to the presence of the EDZ, after many interactions with the EDZ, is detected as the same anywhere around the sample. For the remnant decorrelation coefficient Kd , which evaluates wave distortions, the process seems to be more dependent on the exact multiple scattering wave paths. Consequently, Kd is slightly more heavily influenced by the receiver position. This effect was also observed in the experiment with a limited number of source/receiver positions (Zhang et al., 2017). The receiver position for the remainder of this study has been set at (200 mm, 20 mm).

2.4.2 Dependence of CWI observables on the amount of change in Young's modulus in the EDZ and on the EDZ area change

The relationship between the relative variation in velocity (θ), the change in Young's modulus in the EDZ ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$) and the relative EDZ area ($S_R = S_{edz}/S_{tot}$) will be studied in this section. Five numerical models have been considered, with each one containing a localized EDZ of a radius ranging from 15 mm to 35 mm (Fig. 2.2). For each numerical model, the EDZ is modeled by a change in Young's modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx} \in [-0.6\%, +0.6\%]$, using the model where $\Delta E_{edz}/E_{mtx} = 0$ corresponds to the CWI reference material. As demonstrated in the previous section, the influence of source/receiver positions is negligible.

In Fig. 2.6(a), all five numerical models with different EDZ areas indicate a linear dependence of the relative variation in velocity $\theta = \delta v/v$ on the change in Young's modulus in the EDZ $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ for low levels of change. For materials such as glass, it is observed that the greater their level of cracking, the higher the level of nonlinearity and the stronger the softening effect, at least for reasonably low damage levels (Zhang et al., 2017). Only the values of θ corresponding to $\Delta E_{edz}/E_{mtx} < 0$ are relevant in this study, in recognizing that softening is typically induced by the pump wave, not by hardening. The decrease in Young's modulus induces, as expected, a downward shift in the variation in wave velocity θ .

In the experiment by Zhang *et al.*, quadratic hysteresis is considered to be a consistent nonlinearity type for two reasons : 1) it is capable of explaining the effect of nonlinear softening; and 2) it predicts the quantitative variations in CWI observables as a function of pump amplitude : $\theta \propto A_{pump}$ and $Kd \propto A_{pump}^2$ (Zhang et al., 2013b). According to the numerical results presented in Fig. 2.6(a) and 2.6(c), the relations $\theta \propto \Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and $Kd \propto (\Delta E_{edz}/E_{mtx})^2$ can be found. Quadratic hysteresis is known to lead to a linear dependence of the elastic moduli as a function of strain amplitude, as in Eq. (2.5). Consequently, a relationship of the form $\Delta E_{edz}/E_{mtx} \propto \varepsilon_A \propto A_{pump}$ is a very common observation (Guyer and Johnson, 1999; Johnson and Sutin, 2005; Johnson et al., 2004). The experimental and theoretical dependencies found in (Zhang et al., 2013b) and the numerical dependencies found in Fig. 2.6(a,c) are thus identical.

The slope of the linear function linking θ with $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ is denoted by α_θ^E and corresponds to a nonlinear elastic parameter defined by the expression :

$$\theta = \alpha_\theta^E \cdot \frac{\Delta E_{edz}}{E_{mtx}} \quad . \quad (2.11)$$

As shown in Fig. 2.6(a), the greater the EDZ area, the higher the value of α_θ^E . The relation between α_θ^E and the relative EDZ area $S_R = S_{edz}/S_{tot}$ is plotted in Fig. 2.6(b), revealing a clear linear dependence. This linear trend relating α_θ^E and S_R can also be used to define the parameter $\alpha_\theta^{E,S}$, with :

$$\alpha_\theta^E = \alpha_\theta^{E,S} \cdot S_R \quad . \quad (2.12)$$

According to Eq. (2.11) and Eq. (2.12), the relation between θ , $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and S_R is thus obtained as follows :

$$\theta = \alpha_\theta^{E,S} \cdot \left(\frac{\Delta E_{edz}}{E_{mtx}} \right) \cdot S_R \quad . \quad (2.13)$$

Similarly, a quadratic function is observed in Fig. 2.6(c) between Kd and $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$. α_{Kd}^E can be defined as the slope of Kd vs. $(\Delta E_{edz}/E_{mtx})^2$. In addition, another quadratic function is verified between α_{Kd}^E and S_R , see Fig. 2.6(d), which leads to defining $\alpha_{Kd}^{E,S}$ as the slope of α_{Kd}^E vs. S_R^2 . The relation between Kd , $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and S_R can finally be written as :

$$Kd = \alpha_{Kd}^{E,S} \cdot \left(\frac{\Delta E_{edz}}{E_{mtx}} \right)^2 \cdot (S_R)^2 \quad . \quad (2.14)$$

Eq.(2.13) and (2.14) show that in the case without attenuation, the CWI observables increase in magnitude when increasing the magnitude of the modulus change in the EDZ or the EDZ area. Let's note that the source/receiver positions exert very little influence on θ and Kd , as demonstrated in the previous section. These same results have been obtained in a recent experimental study (Zhang et al., 2017), which was however conducted using fewer configurations. With this parametric study, we have thus highlighted the relations existing between the CWI observables, $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and S_R . We have also verified that these relations are robust with just moderate dissipation. In the following section, the EDZ radius will be set at 25 mm.

2.4.3 Dependence of CWI observables on the simultaneous change in Young's modulus and attenuation coefficient in the EDZ

In order to estimate an amount of energy dissipation through the glass material that shows compatibility with experimental observation, the output numerical coda signal has been compared to the experimental signal, and more specifically to the late decreasing tail known to be mainly dependent on the absorption rate (Ramamoorthy et al., 2004). The effective attenuation coefficient of the medium is expressed, at any point, in terms of the inverse quality factor Q^{-1} . For a *standard linear solid* model over a limited frequency

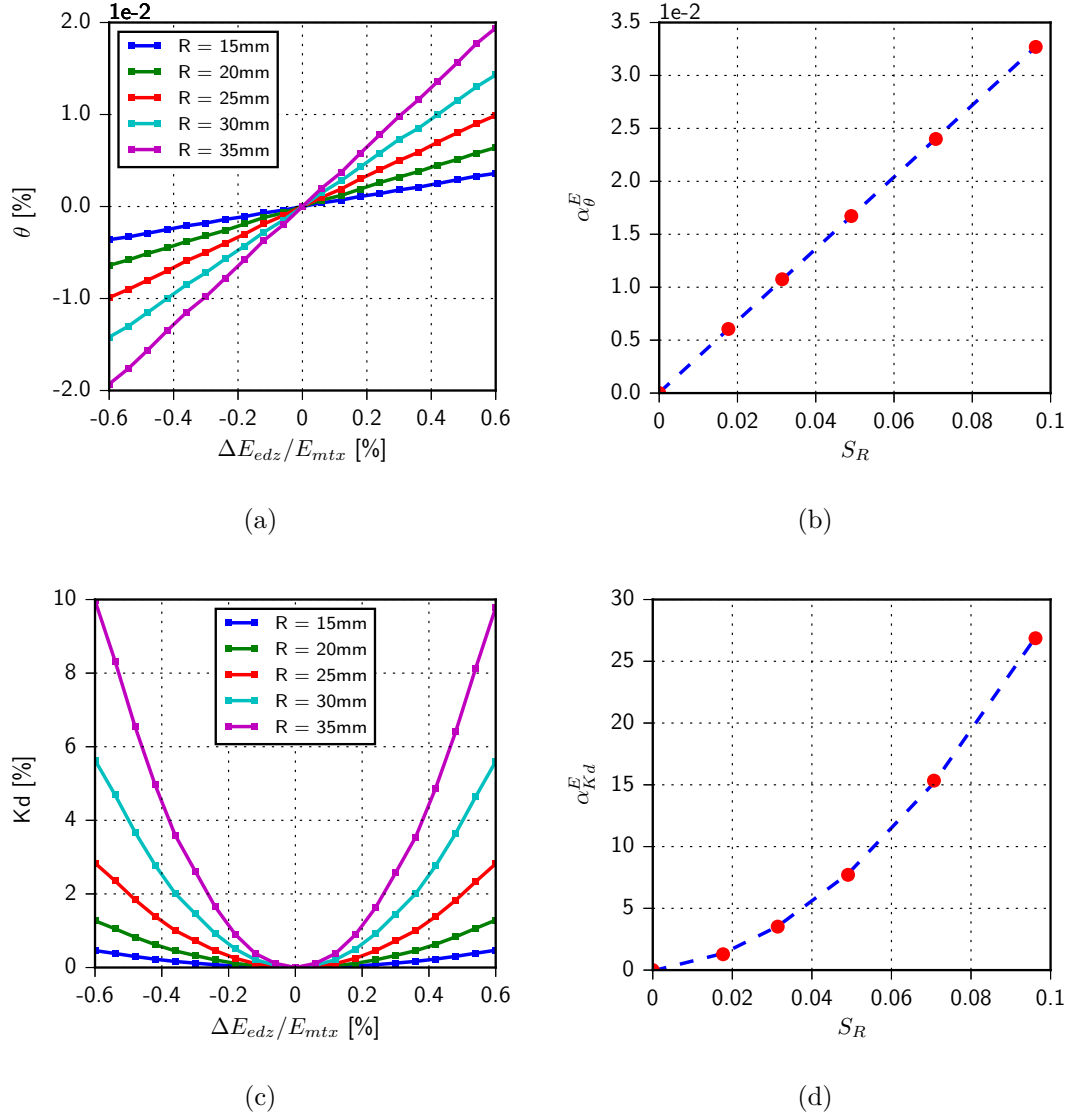


FIGURE 2.6 – CWI observables vs. change in Young's modulus within the Effective Damage Zone (EDZ) ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$) and the relative area of the EDZ (S_R : ratio of EDZ area to the total domain area : S_{edz}/S_{tot}). Five models are used, each one with a localized EDZ of a radius ranging from 15 mm to 35 mm : a) Relative variation in velocity θ vs. $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$; b) Slope α_{θ}^E ($\theta \propto \Delta E_{edz}/E_{mtx}$) vs. S_R ; c) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$; d) Slope α_{Kd}^E ($Kd \propto (\Delta E_{edz}/E_{mtx})^2$) vs. S_R .

bandwidth, the quality factor could be considered as nearly constant (Savage, 1965; Liu et al., 1976). The bulk and shear attenuation, Q_K^{-1} and Q_μ^{-1} respectively, can furthermore be inferred in accordance with the relation (Coulman et al., 2013) :

$$Q_K^{-1} \geq \frac{Q_\mu^{-1}}{\frac{3}{2}\left(\frac{v_P}{v_S}\right)^2 - 1} , \quad (2.15)$$

A series of numerical tests have been conducted with respect to Eq. (2.15). The best comparison with experiments is obtained for effective attenuation coefficients over the frequency bandwidth [200 kHz, 800 kHz] of $Q_K \approx 1250$ and $Q_\mu \approx 350$.

To pursue the goal of quantifying damage levels in glass samples, a local change in attenuation coefficient is introduced for a more realistic simulation of the EDZ. The following study is intended to establish numerically the relation between CWI observables (θ , Kd), the change in Young's modulus ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$) and the change in attenuation coefficient ($\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$) in the EDZ. The numerical model with an EDZ of radius 25 mm has been used. The EDZ is modeled by a change in elastic modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ from -1.08% to $+1.08\%$, along with a change in attenuation parameter $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ from 0 to 16. This model is the one where $\Delta E_{edz}/E_{mtx} = 0$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1} = 0$ corresponds to the CWI reference material.

The analysis of CWI observables versus the change in effective attenuation coefficient $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ is displayed in Fig. 2.7 for the case without any changes in Young's modulus in the EDZ. Two quadratic functions could be extracted from the analysis for θ vs. $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ and Kd vs. $Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$. As expected and shown in Fig. 2.8, the variations in θ and Kd with respect to $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ exhibit different behavior. θ is mainly influenced by the elasticity variation in the EDZ and weakly influenced by the variation in attenuation. In contrast, the remnant decorrelation coefficient Kd is mainly influenced by the attenuation variation in the EDZ, at least within the parameter variation ranges being explored herein. These qualitative observations are rational when considering that a change in (frequency-independent) attenuation should not influence the wave velocity (thus parameter θ), while a change in signal amplitude due to attenuation increase has been captured by Kd . All these observations confirm the assumptions made in Zhang et al. (Zhang et al., 2013b) for the interpretations of experimental observations based on the quadratic hysteresis model (see Section 2.2.2).

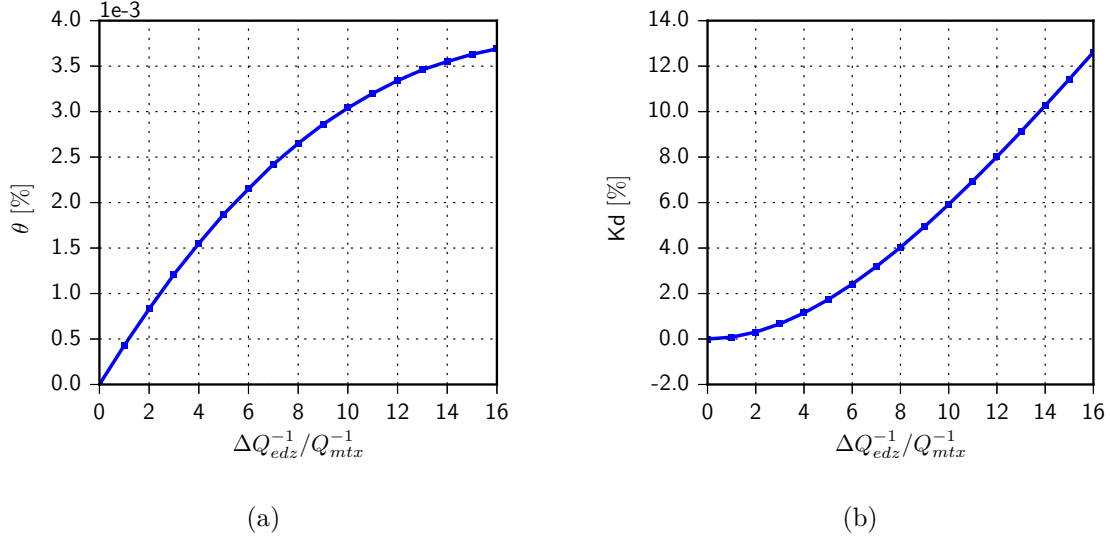


FIGURE 2.7 – Analysis of CWI observables in terms of the change in effective attenuation coefficient within the Effective Damage Zone (EDZ) $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$. The implemented model has a localized EDZ of radius 25 mm, yet is devoid of any changes in the Young's modulus within the EDZ : a) Absolute value of the relative variation in velocity $|\theta|$ vs. $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$; b) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$.

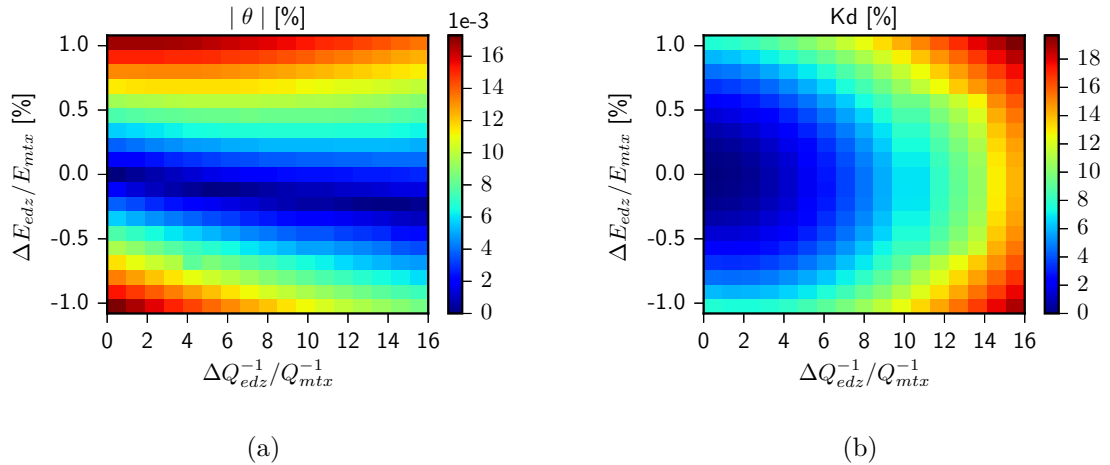


FIGURE 2.8 – Analysis of CWI observables in terms of the change in effective attenuation coefficient within the Effective Damage Zone (EDZ) $Q_{edz} = Q_{mtx}^{-1}(1 + \Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1})$ and the change in Young's modulus within the EDZ $E_{edz} = E_{mtx}(1 + \Delta E_{edz}/E_{mtx})$: a) Absolute values of the relative variation in velocity $|\theta|$; b) Remnant decorrelation coefficient Kd .

2.5 Comparison of CWI observables between experimental and numerical tests

To explore the relation of the pump wave excitation amplitude with the intrinsic elastic properties of the damaged material, the results of numerical tests and experiments (Zhang et al., 2013b) will be compared here. It is assumed that quadratic hysteretic nonlinearity has been mobilized in the experiment through use of a large-amplitude pump wave, whose amplitude is being increased step by step, see Fig. 2.1. In the experiments, each level of pump wave amplitude A_{pump} corresponds to a pair of experimental CWI observable values θ_{exp} and Kd_{exp} . The correlation to the experimental modifications of Young's modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and attenuation coefficient $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ cannot be ascertained quantitatively without a numerical simulation step. The present section will be focusing on this simulation step. From the given values of θ and Kd , as obtained for a known A_{pump} , a numerical simulation step can lead to values for $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$. If repeated for various values of A_{pump} , this procedure would be expected to provide quantitative values of all NCWI parameters.

To establish this connection numerically, we require a function to be optimized. Let's take the following normalized weighted average function \bar{O}_{CWI} , in order to compare the estimated experimental values (θ_{exp}, Kd_{exp}) from (Zhang et al., 2013b) with the numerical results (θ, Kd) obtained from the imposed values of $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ and $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$:

$$\bar{O}_{CWI} = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{|\theta - \theta_{exp}|}{\theta_{exp}} \right) + \left(1 - \frac{|Kd - Kd_{exp}|}{Kd_{exp}} \right) \right\}, \quad (2.16)$$

\bar{O}_{CWI} represents the similarity of CWI observables between experiments by (Zhang et al., 2013b) and the numerical tests, i.e. as \bar{O}_{CWI} moves closer to 1, (θ, Kd) moves closer to (θ_{exp}, Kd_{exp}) . In Fig. 2.8(a,b,c), the values of \bar{O}_{CWI} are shown in color on a plane $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ vs. $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$. Only the negative values of $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ are relevant since softening is universally observed (Johnson and Sutin, 2005; Hauptert et al., 2011; Renaud et al., 2013a; McCall and Guyer, 1994). For the three experimental amplitudes A_{pump} in Fig. 2.8(a,b,c), a single well-defined region exists in red for a value of $\bar{O}_{CWI} \simeq 1$, which satisfies $\Delta E_{edz}/E_{mtx} < 0$. Consequently, it is now possible to evaluate the experimental modifications of elastic modulus and attenuation in the sample EDZ as a function of the applied pump amplitude A_{pump} .

Once the pair of values for $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ and $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ corresponding to the maximum value of \bar{O}_{CWI} has been found, the same procedure can be applied for another experimental pump wave amplitude. Let's note that the calculations of \bar{O}_{CWI} take into account the influence of source/receiver positions, although it was shown in Sec. (2.4.1)

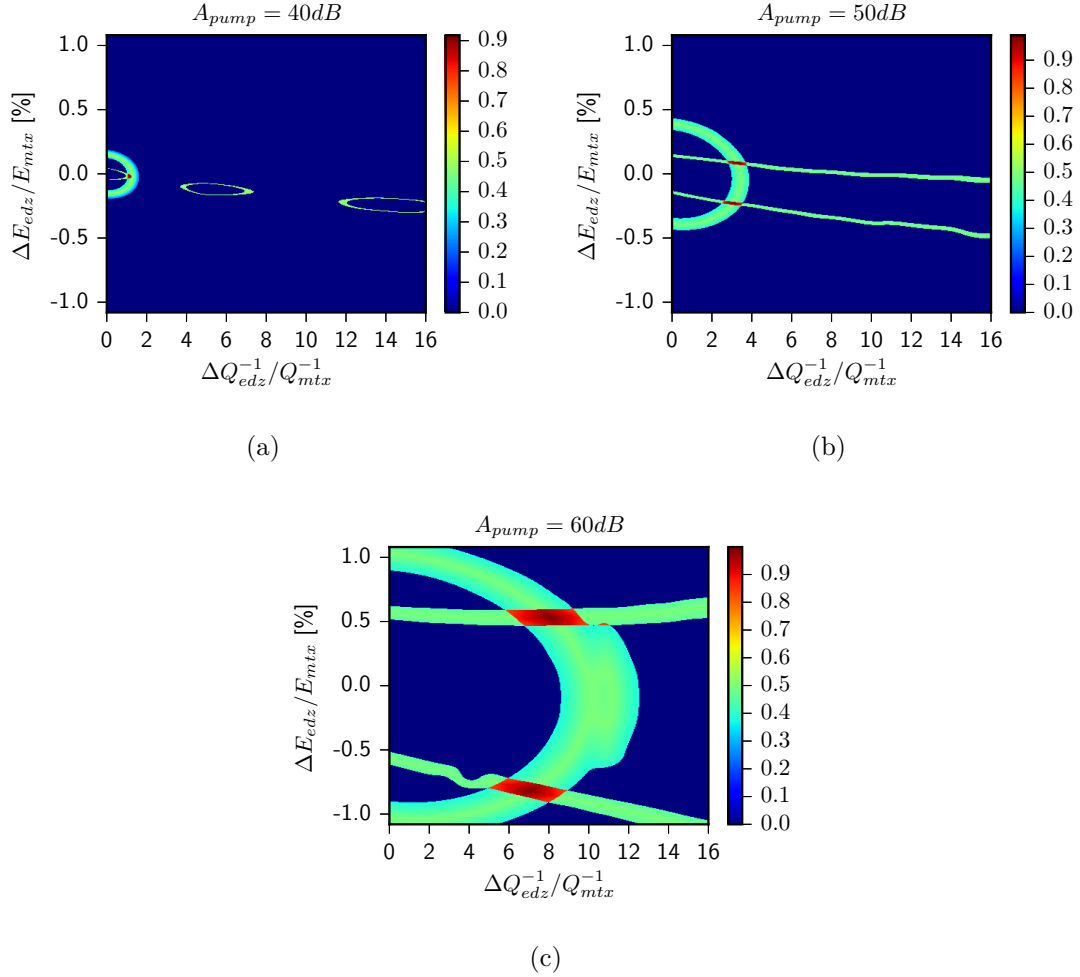


FIGURE 2.9 – Normalized weighted average of the CWI observables values : the relative variations in velocity θ and remnant decorrelation coefficient Kd . The coefficients of weighted average for θ and Kd are calculated from the group of values θ_{exp} and Kd_{exp} , which have been extracted from the experimental results of Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b) for a given pump wave amplitude : a) $A_{pump} = 40 dB$ corresponds to ($\theta_{exp} \sim 0.0004$, $Kd_{exp} \sim 0.2$); b) $A_{pump} = 50 dB$ corresponds to ($\theta_{exp} \sim 0.0023$, $Kd_{exp} \sim 1$); c) $A_{pump} = 60 dB$ corresponds to ($\theta_{exp} \sim 0.009$, $Kd_{exp} \sim 7$). The maximum value of the weighted average of CWI observables refers to a group of values $(\Delta E_{edz}/E_{mtx}, \Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1})$, which in turn provide an approximation of the estimated value of CWI observables (θ_{exp}, Kd_{exp}) , i.e. each group of values $(\Delta E_{edz}/E_{mtx}, \Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1})$ results in a maximum weighted average corresponding to a pump wave amplitude level encountered during the experiment.

that this influence is indeed small. For each different pump wave amplitude A_{pump} used in the experiment, only one pair of values $(\Delta E_{edz}/E_{mtx}, \Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1})$ is found. The changes in elastic properties of the damaged material with respect to the pump wave amplitude have subsequently been plotted in Fig. 2.10. Increasing A_{pump} induces a decrease in the elastic modulus and an increase in the attenuation coefficient. Moreover, linear dependencies on A_{pump} , $\Delta E_{edz}/E_{mtx} \propto A_{pump}$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1} \propto A_{pump}$ are clearly found in Fig. 2.1. This finding provides a numerical confirmation of the same dependencies derived theoretically with several assumptions in Ref. (Zhang et al., 2013b). These results should allow for a quantitative evaluation of the nonlinear hysteretic parameters of the EDZ, which are proportional to the slopes of the lines in Fig. 2.1, provided the availability of a procedure relating A_{pump} to a suitable quantity defining the pump strain level in the sample. Such a definition should account for the fact that the pump signal is broadband and several resonant modes have been excited.

2.6 Case of a heterogeneous material and a multiple scattered field

One of the main advantages of NCWI over more classical ultrasonic non-destructive testing methods, such as the pulse-echo method, lies in its applicability as well to very complex materials, comprising for instance heterogeneities of a size comparable to the wavelength. When the wave field is strongly scattered, such traditional ultrasonic methods fail. This section will show that CWI and NCWI perform at the same efficiency in highly-heterogeneous samples and in previously considered homogeneous samples, as regards detection of an EDZ like the one defined earlier. A qualitative explanation is that CWI generates its sensitivity from the multiple interactions of the wave with the EDZ, as well as from the interferences of multiple wave paths forming a complex and informative coda signal. While these multiple interactions and interferences stem from reverberation (i.e. multiple scattering by the sample boundaries) or from multiple scattering by heterogeneities in the sample, our present configuration is basically no different.

To test the robustness and sensitivity of NCWI in heterogeneous materials, new numerical models have been considered. Based on the homogeneous model configuration (Fig. 2.2), the sample dimension remains the same 200 mm \times 200 mm, the circular EDZ is still located in the same place (155 mm, 140 mm), and the EDZ radius for each model may vary from 15 mm to 30 mm. A number of circular inclusions (empty holes of diameter 10 mm) are generated at random positions in the matrix outside the EDZ, with a surface filling ratio of 12.17% (Fig. 2.11(a)). Temporal signals are shown as examples by use of the model with an EDZ radius equal to 25 mm, thus corresponding to the largest differences between the two material states (Fig. 2.11(b)).

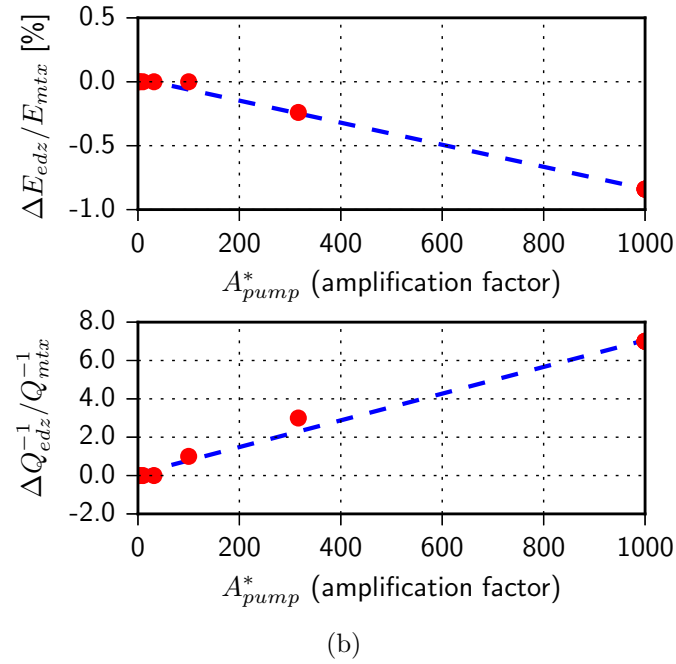
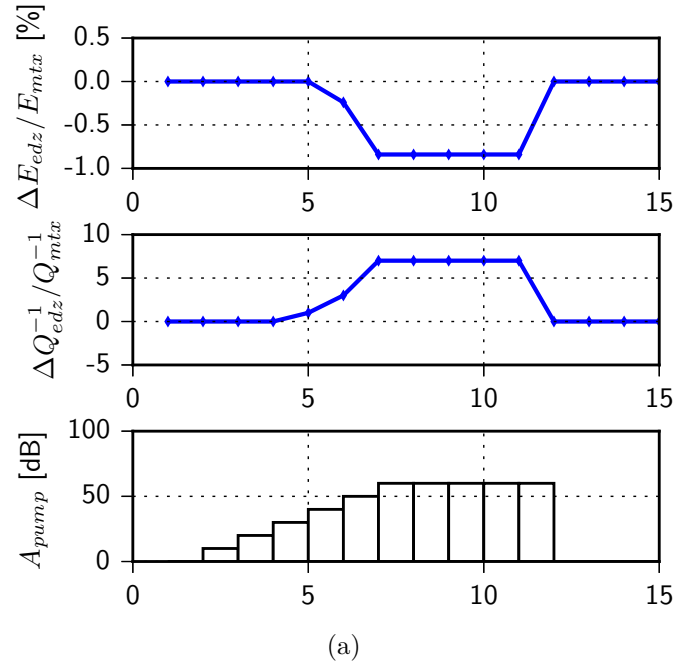


FIGURE 2.10 – Property variations in the Effective Damage Zone (EDZ) ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$) compared to the experimental results of Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b) : a) Change in Young’s modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ vs. step number ; b) change in effective attenuation coefficient $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ vs. step number ; and c) Pump wave excitation amplitude at each step of the test. Property variations in the Effective Damage Zone (EDZ) ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$) vs. pump wave amplitude in the experiment (Zhang *et al.*, 2013b) : a) Change in Young’s modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ vs. normalized pump amplitude ; and b) change in effective attenuation coefficient $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ vs. normalized pump amplitude. Linear fits of the numerical results are proposed.

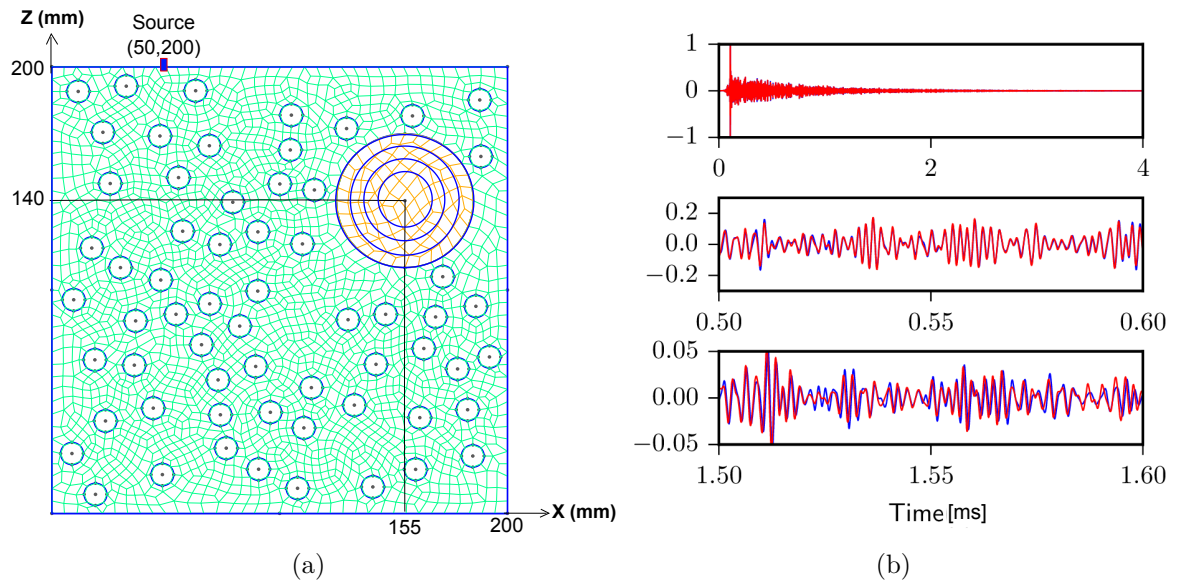


FIGURE 2.11 – a) Mesh of the heterogeneous medium with the localized Effective Damage Zone (EDZ). The EDZ radius for each model may vary from 15 mm to 30 mm. The blue lines represent the contours of the matrix and of the EDZ. The matrix size is 200 mm \times 200 mm, and the circular EDZ is located at (155 mm, 140 mm). The circular inclusions (i.e. empty hole : \emptyset 10mm) are randomly generated in the matrix outside the EDZ, featuring an area concentration coefficient of about 12%. The source position is : (50 mm, 200 mm) ; b) Temporal signals for the model with an EDZ radius equal to 25 mm. The red line corresponds to intact material ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}=0$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1} = 0$), while the blue line indicates damaged material ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}=-0.6\%$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1} = 0$).

In Fig. 2.12, the same results are obtained as those in Sec. (2.4.2) and Fig. 2.6 for the homogeneous model without attenuation; moreover, $\theta \propto (\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R$ (Eq. 2.13) and $Kd \propto (\Delta E_{edz}/E_{mtx})^2 \cdot (S_R)^2$ (Eq. 2.14) have been demonstrated for the heterogeneous model. Consequently, the same information on the EDZ as in the homogeneous case can be extracted. In the following discussion, the heterogeneous model employed is the one with an EDZ radius equal to 25 mm, with the attenuation coefficient being introduced so as to retain the same values in the matrix as before, i.e. : $Q_K \approx 1250$ and $Q_\mu \approx 350$.

Due to a lack of experimental results corresponding to the heterogeneous model adopted (Fig. 2.11), no comparison with existing experimental results can be drawn here. However, our analysis corroborates the previous one released on the variations in both θ and the remnant decorrelation coefficient Kd vs. changes in EDZ properties. The matrix material remains the same as in the previous homogenous model (glass), while the EDZ parameter ranges are assumed to be the same : $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ varies from -1.08% to $+1.08\%$, and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ varies from 0 to 16. The source here is the same as before. Results are shown in Fig. 2.12, which clearly indicates that in the heterogeneous model, CWI observables (θ and Kd) vary similarly as in the homogeneous model (Fig. 2.8). For the heterogeneous model however, larger variation amplitudes for θ and Kd are observed. This difference may be partially explained by the various transport properties of waves within both the homogeneous medium and the heterogeneous medium, as well as by the different modal properties of both media. Yet this observation could also be attributed to the fact that in the heterogeneous sample, due to the presence of holes, the surface area of the EDZ relative to the matrix material where wave energy propagates is greater than in the homogeneous sample. Consequently, the same EDZ parameter variations could lead to larger variations in θ and Kd in the case of the heterogeneous sample, according to Eq. (2.13)-(2.14). In addition, a strong randomization of the wave field occurs at different characteristic times (shorter in the case of the heterogeneous sample), while the time window of analysis for both cases is set at the same length. This aspect could produce an effect, especially on the value of Kd .

In conclusion regarding this section, NCWI is shown to operate very similarly whether in a homogeneous sample or a heterogeneous sample for which most traditional ultrasonic methods fail. All conclusions drawn above from this numerical parametric study for the homogeneous sample are found to be relevant for the case of a heterogeneous medium as well.

2.7 Conclusion

A numerical parametric study of ultrasonic wave propagation, in the context of a recently developed non-destructive testing method (NCWI), (Zhang et al., 2013b) has been

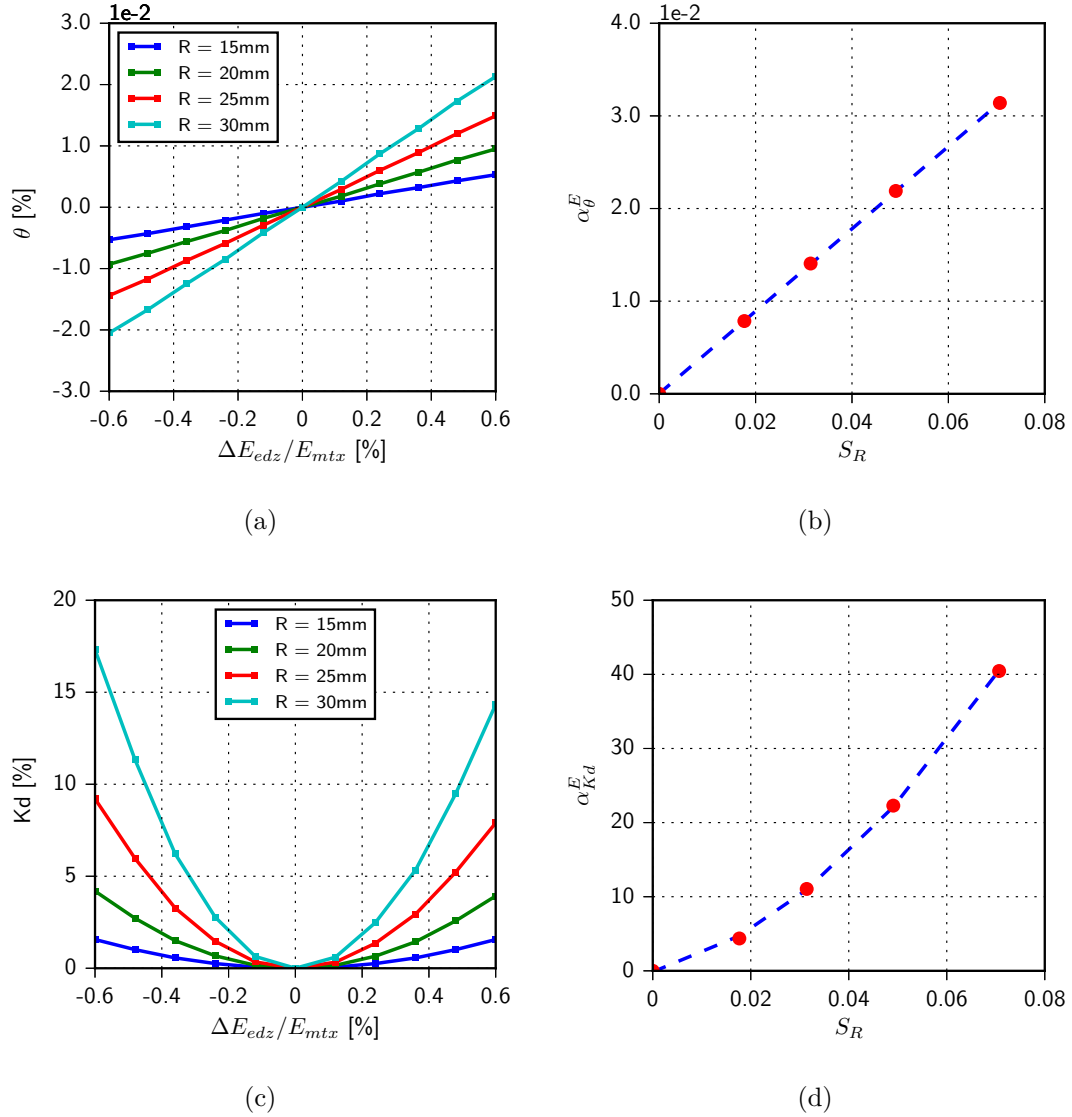


FIGURE 2.12 – CWI observables vs. change in Young's modulus within the Effective Damage Zone (EDZ) ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$) and the relative area of the EDZ (S_R : ratio of the EDZ area to the total domain area: S_{edz}/S_{tot}). Five heterogeneous models (matrix/inclusions) are used, each with a localized EDZ of a radius ranging from 15 mm to 30 mm: a) Relative variation in velocity θ vs. $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$; b) Slope α_{θ}^E ($\theta \propto \Delta E_{edz}/E_{mtx}$) vs. S_R ; c) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$; d) Slope α_{Kd}^E ($Kd \propto (\Delta E_{edz}/E_{mtx})^2$) vs. S_R .

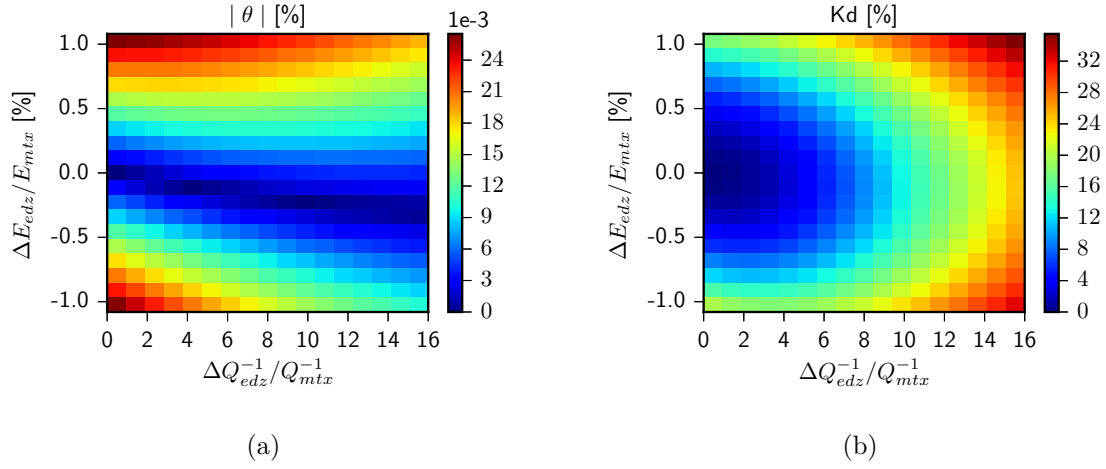


FIGURE 2.13 – Analysis of the CWI observables in terms of the change in effective attenuation coefficient within the Effective Damage Zone (EDZ)

$Q_{edz} = Q_{mtx}^{-1}(1 + \Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1})$ and the change in Young's modulus within the EDZ $E_{edz} = E_{mtx}(1 + \Delta E_{edz}/E_{mtx})$ for the heterogeneous medium testing : a) Absolute values of the relative variation in velocity $|\theta|$; b) Remnant decorrelation coefficient Kd .

reported. This study made use of the spectral element method, which is suitable for simulating complex coda signals, reverberated or multiple scattered in the finite elastic samples under consideration. All the samples introduced, whether homogeneous or heterogeneous, display a localized Effective Damage Zone (EDZ), with different elastic parameters than the rest of the sample, and are expected to behave similarly on average to a cracked/damaged region exhibiting quadratic hysteretic nonlinearity. One key point of the present study is the relationship of EDZ parameter modifications to effective nonlinear hysteretic effects induced in experiments by means of a strong pump wave. These nonlinear hysteretic effects have been extensively reported and characterized over the past decades, in most instances being manifested by an effective softening and increased dissipation as a function of the applied wave amplitude. The nonlinear effect of the pump wave on the probing coda wave can thus be introduced by changing, over several different linear simulations of the coda wave, the elastic modulus and attenuation coefficient of the EDZ.

This numerical study has yielded the quantitative influence of EDZ parameters on the NCWI observables, which are accessible experimentally. For instance, the relative variation in velocity θ is found to be proportional to the variation in Young's modulus times the EDZ surface area $(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R$. This relation has also been observed experimentally in (Zhang et al., 2017). The remnant decorrelation coefficient Kd is found to be proportional to $(\Delta E_{edz}/E_{mtx})^2 \cdot S_R^2$ in the case of no change in EDZ attenuation. These two laws have been shown to be weakly influenced by the source/receiver positions around the sample.

For the homogeneous medium, after introducing the attenuation coefficient, the numerically obtained variations of CWI observables θ and Kd were compared to experimental results : it was noted that only one couple of values for $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ actually corresponded to a given pump amplitude in the experiment (Zhang et al., 2013b). Furthermore, $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ decreases almost linearly with the pump wave amplitude A_{pump}^* , while $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ increases almost linearly with A_{pump}^* . Consequently, the effective nonlinear behavior of the EDZ has been accurately modeled (in consistency with experimental observations) by taking the known amplitude dependencies of quadratic hysteresis into account. In these configurations of dominant hysteretic nonlinearity, it thus seems possible to use a succession of linear simulations of different material states in order to simulate the average pump wave effect on the probe coda wave. Lastly, the analysis of CWI observables vs. $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ has been extended to the case of a strongly heterogeneous medium. The same trends in θ and Kd variations are observed again, like in the homogeneous model ; however, the sensitivity of these parameters has increased. Disorder has made this method even more sensitive in the various studied configurations. In principle, disorder has allowed locating the EDZ even if its location is a priori unknown, by using CWI-specific localization techniques and information from several transducers around the sample (Larose et al., 2015; Planès and Larose, 2013). The simulation procedure may offer a complementary step to be used together with experiments for a more efficient non-destructive evaluation of real structures or structures that are more complex than those reported herein.

Chapitre 3

Influence du niveau d'endommagement et amélioration du modèle numérique

Ce chapitre présente une étude plus approfondie des modèles proposés dans le Chapitre 2 et une amélioration du modèle numérique est proposée. Dans le Chapitre 2, une relation linéaire (*resp.* quadratique) entre la variation relative de vitesse θ (*resp.* le coefficient de décorrélation Kd) et le produit du changement de module d'Young ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$) avec le rapport de la surface d'EDZ (zone d'endommagement effective) sur la surface totale (S_{edz}/S_{tot}) a été obtenue sous l'hypothèse d'une EDZ avec un faible contraste et localisée. Ce produit est dénommé ci-après le contraste d'EDZ. En théorie, en présence d'une variation relative de vitesse θ sur toute la surface du milieu de propagation (au lieu d'une EDZ localisé), le coefficient de corrélation $CC(\theta)$ après le *Stretching* doit être égal à 1 conduisant à une valeur de Kd nulle (1.1.2.2). Dans ce cas-là, la relation quadratique entre Kd et le contraste d'EDZ (Eq. 2.14) n'est plus valide. Il est donc très intéressant de cerner les limitations des relations trouvées entre les observables de CWI et le contraste d'EDZ (Eq. 2.13, 2.14) et de définir ce qu'est une EDZ faible (le contraste maximal) et localisée (la surface maximale). Pour répondre à cette question, une surface d'EDZ qui pourra remplir l'ensemble du milieu de propagation et un contraste d'EDZ maximum de 3.6×10^{-3} sont étudiés.

Dans le Chapitre 2, les changements des propriétés élastiques (le changement du module d'Young et l'inverse du facteur de qualité) correspondant aux effets des différents niveaux de l'onde de pompe dans l'expérience de Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b) (Fig. 2.10) ont été obtenus. Le changement de l'inverse du facteur de qualité qui correspond au niveau de pompe le plus élevé est très important. Par exemple, pour une amplitude de pompe à 60 dB, il faut une augmentation de l'inverse du facteur de qualité de 700%.

Dans ce chapitre, un nouveau modèle numérique qui prend en compte les micro-fissures existant dans la plaque de verre est proposé. La dissipation locale de l'énergie acoustique par la multi-diffusion des ondes dans le réseau des micro-fissures se rapproche plus de la réalité qu'un modèle avec une EDZ homogène, l'augmentation de l'inverse du facteur de qualité est réduite de moitié.

Ce chapitre est un article qui est en préparation pour soumission à *Ultrasonics*. Les éléments historiques et théoriques sur la méthode d'interférométrie de coda (CWI) et l'acoustique non linéaire non classique ont été présentés dans le Chapitre 1. La lecture commence donc au paragraphe de l'article qui présente les résultats.

**Numerical simulations of Nonlinear Coda Wave Interferometry :
influence of material damage contrast and modeling**

Guangzhi Chen^{1,2}, Damien Pageot¹, Odile Abraham¹, Yuxiang Zhang², Mathieu Chekroun², Vincent Tournat²

¹ *IFSTTAR, Dep. GERS, Lab. GeoEND, CS4, F-44344 Bouguenais Cedex, France*

² *LAUM, CNRS UMR 6613, Le Mans Université, Av. O. Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France*

Being submitted to Ultrasonics

3.1 Dependence of CWI observables on the amount of change in EDZ Young's modulus and area

As reported in (Chen et al., 2017), in the case without attenuation, the CWI observables (θ and Kd) are found to be proportional to the EDZ contrast for low level of properties changes :

$$\theta = \alpha_{\theta}^{E,S} \cdot \left(\frac{\Delta E_{edz}}{E_{mtx}} \cdot S_R \right) , \quad (3.1)$$

$$Kd = \alpha_{Kd}^{E,S} \cdot \left(\frac{\Delta E_{edz}}{E_{mtx}} \cdot S_R \right)^2 . \quad (3.2)$$

These relations may not valid for high EDZ contrast or large EDZ area. Although the NCWI method is applied commonly for the detection of small amount of localized defects, we would like to size maximum EDZ contrast and area that comply with our reported laws.

3.1.1 Modeling and simulation

The influence of a strong pump wave is modeled by Young's modulus variations over the entire homogeneous EDZ with a given EDZ area ratio. The square matrix of the size 200 mm \times 200 mm is set to be our 2-D propagation medium, with a square EDZ located at the matrix centre (Fig. 3.1a). It has been demonstrated that the shape and the position of the located homogeneous EDZ inside the matrix influence rarely the NCWI results (Chen et al., 2017). The matrix is conceived to be made of glass, its acoustic characteristics are listed in Tab. 3.1.

Similarly than the previous study, the numerical simulations are performed using SEM2D (Komatitsch and Vilotte, 1998), and the propagation medium is meshed using GMSH (Geuzaine and Remacle, 2009). The spatial discretization of the propagation medium is based on a mesh composed of quadrangular elements which are able to reproduce

Glass - properties				
Young's modulus (E) [Gpa]	Poisson's ratio (ν)	Mass density (ρ) [$Kg \cdot m^{-3}$]	P-wave velocity (v_P) [$m \cdot s^{-1}$]	S-wave velocity (v_S) [$m \cdot s^{-1}$]
69	0.25	2500	5755	3323

TABLE 3.1 – The acoustic characteristics of the medium on glass.

complex geometries (Fig. 3.1-a). The minimum wavelength in the propagation medium is estimated as $\lambda_{min} \approx 4$ mm. Consequently, by considering the precision and cost of numerical calculations, the cell size in this study is set at 6 mm.

To simulate the application of NCWI upon modeled propagation medium, the presences of both pump waves and probe waves are required. The propagation of probe wave is simulated by a windowed chirp signal, with a center frequency of $f_0 = 500$ kHz, a bandwidth of [200 kHz, 800 kHz] (Fig. 3.1b) and a duration of 0.2 ms. Synchronized to the emission, the vibrations for the next 2.5 ms are extracted as recorded probe signals at 12 detection points, equally spaced along the matrix edges. Although the CWI observables are proved to be hardly influenced by the source/receiver positions (Chen et al., 2017), the final results are constituted as the mean value for all detection points to further reduce the calculate uncertainty. The CWI observables are relative values resulting from the comparison of two states of the sample. In this study, the reference model corresponds to the case of intact glass sample (Tab. 3.1) in both the matrix and the EDZ ($|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R| = 0$). The perturbed state contains the damaged glass in the EDZ, which is modeled by changes in Young's modulus in the EDZ ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$). The matrix outside the EDZ remains unchanged as intact glass. Note that only the negative values of $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ are applied since softening is universally observed (McCall and Guyer, 1994; Johnson and Sutin, 2005; Zhang et al., 2013b; Zhang et al., 2017). Parametric studies are established with the change of EDZ contrast in the case without attenuation, *i.e.* the absolute value of $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$. We increase EDZ area ratio from 10% to 100% by step of 10%, the case of $S_R = 100\%$ correspond to the case where EDZ fills the whole model area (Fig. 3.1a). The EDZ material contrast vary up to 3.6×10^{-3} by step of 0.4×10^{-3} . $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ corresponding to EDZ modeling are calculated to be the quotient of the EDZ contrast and S_R correspondingly. For example, the EDZ contrast of 3.6×10^{-3} for the EDZ area ratio of 10% is modeled by $\Delta E_{edz}/E_{mtx} = 3.6\%$.

Temporal waveforms shown in Fig. 3.2 are examples obtained from propagation mediums that are initially identical whereas damaged differently. The blue lines are reference signals from intact medium ($|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R| = 0$), while the green lines are from the same mediums after being damaged. For the case of Fig. 3.2a, resulting from severe yet local damage $|\Delta E_{edz}/E_{mtx}| = 0.40\%$ and $S_R = 10\%$, the EDZ contrast of damaged me-

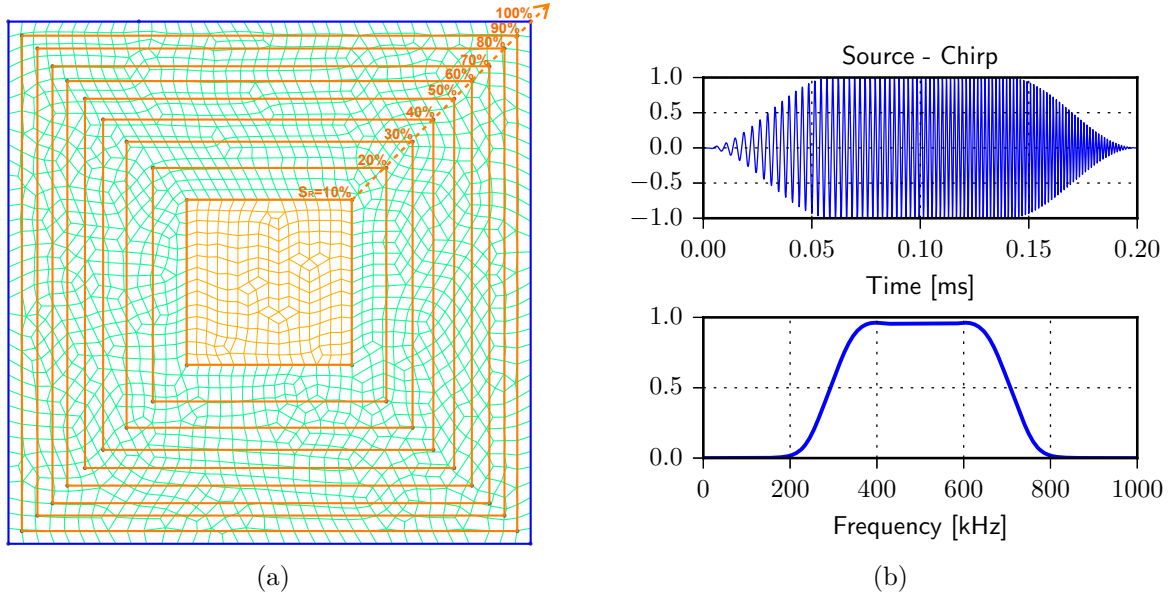
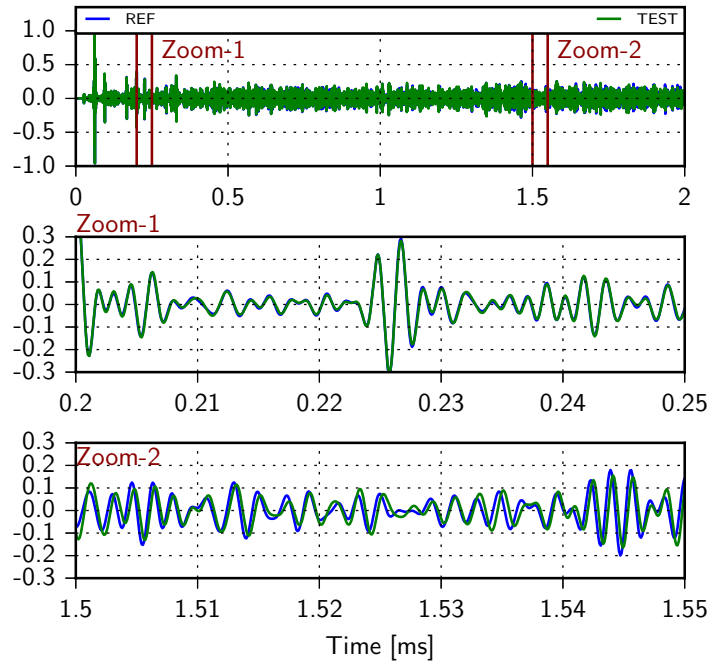


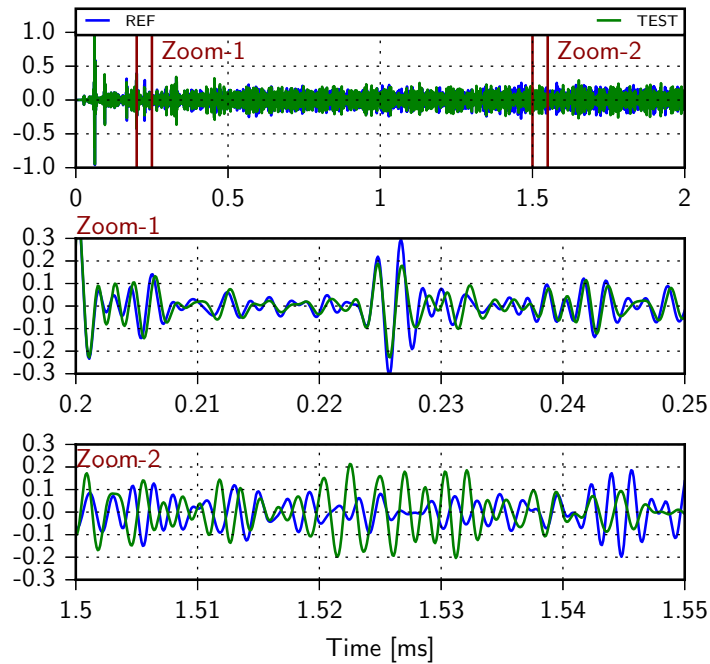
FIGURE 3.1 – Numerical configurations : (a) Meshes of the models with ten distinct Effective Damaged Zone (EDZ) of different size varying from 10% to 100% ; The matrix is marked by the rectangular blue contour and the EDZ is presented by color orange. (b) Probe wave source signal : top) chirp source in the time domain (N.A.) ; bottom) chirp source in the frequency domain (N.A.).

dium is thus $\Delta E_{edz}/E_{mtx} = 0.4 \times 10^{-3}$. Meanwhile, a higher EDZ contrast of 3.6×10^{-3} stems from milder but globally spread damage ($|\Delta E_{edz}/E_{mtx}| = 0.4\%$ and $S_R = 90\%$) in the case of Fig. 3.2b. In the three images of each figure, same signals are illustrated using, from top to the bottom respectively, a normal view and two zoomed views within an early time window ($[0.2, 0.25]$ ms) and a much later time window ($[1.5, 1.55]$ ms).

Since the two propagation media are identical when they are intact, the obtain reference signals (blue) are thus identical in both Fig. 3.2 a and b. For the very beginning part of signals (middle images of Fig. 3.2), regardless of the damage level, no difference can be distinguished clearly between signals obtained before and after damage. And in the late arriving codas (bottom images), differences in the phase as well as in the amplitude are clearly observed in both figures. This observation demonstrate the high sensitivity of coda signal thanks to its repetitive probing of the propagation medium. Meanwhile, through visual examination, the difference between signals observed in Fig. 3.2-b is more significant than that in Fig. 3.2-a. This evidences the pertinence of chosen indicator, EDZ contrast, as global damage level to be correlated with coda observation. It is nonetheless very important to understand how its components, the change in elasticity $|\Delta E_{edz}/E_{mtx}|$ and the area ratio R_S , affect the coda observation individually.



(a)



(b)

FIGURE 3.2 – Examples of temporal signals for two different models different EDZ surface ratio : (a) $S_R = 10\%$; (b) $S_R = 90\%$. The Blue line corresponds to signals from the reference intact material ($(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) = 0$), while the green line indicates that of damaged material ($\Delta E_{edz}/E_{mtx} = -0.4\%$).

3.1.2 NCWI results

Following the aforementioned process, numerical simulations are performed on 10 models with EDZ of an area ratio S_R increases progressively from 10% to 100%. In order to have 10 identical EDZ contrast ranging from 0 to $4e-3$ for every models, regardless of their S_R value, different changes in Young's modulus are assigned to them. CWI analyses are then applied to every model by comparing corresponding coda signals to ones that are obtained with zero EDZ contrast. A time window of [1.5 ms, 2 ms] is selected for CWI calculation after having taken into consideration of both the method robustness and calculation costs (Chen et al., 2017). The CWI results of all 10 models, θ and Kd respectively, are illustrated in Fig. 3.3 a and b.

In most cases, relations formulated with Eq. 3.1 and Eq. 3.2 are found to be valid for describing obtained CWI result, as long as EDZ contrast is less than 2.0×10^{-3} . The only exception is the model with $S_R=100\%$, of which the obtained Kd values remain close to zero for all EDZ contrasts. This result is in line with the theory of coda wave Interferometry (Snieder et al., 2002) : since the change in elasticity covers the entire propagation medium, being the remnant decorrelation coefficient, Kd is expected to be zero. For other models, once EDZ contrast exceeds such level, the Kd value stops raising and stabilized at around 80%, which implies that change in propagation medium has caused severe waveform distortion for which coda signals are hardly comparable anymore. Therefore, CWI results obtained with EDZ contrast over 2.0×10^{-3} are considered unreliable and discarded for further discussion.

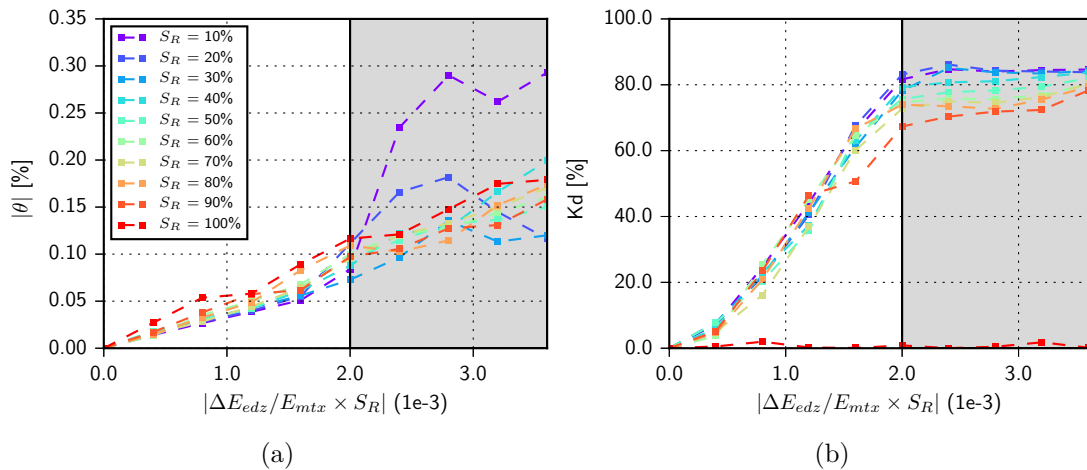


FIGURE 3.3 – CWI observables vs. absolute value of EDZ contrast (the product of the changes in Young's modulus and the EDZ area ratio $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$). 10 models are used with different EDZ ratio ranging from 10% to 100% in steps of 10% : (a) Absolute value of relative variation in velocity $|\theta|$ vs. $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$; (b) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$.

Meanwhile, it is difficult to disregard the remarkably large blank area left between the two K_d curves when S_R passes from 90% to 100% (Fig. 3.3-b). Therefore, in order to verify whether such abrupt change of K_d 's behavior evidences the lack of continuity in our modeling, three more simulations are conducted using S_R of 92.5%, 95%, and 97.5%. These supplementary CWI results are illustrated in Fig. 3.4, together with those from models with S_R of 90% and 100% for comparison. With no modification in microstructure during the test, the observed K_d value is explained by the difference in the delay of coda waves' arrival time. When there is a local change in elasticity, the arrival time of coda waves will be affected differently depending on their individual propagation path. Being the superposition of coda waves taking different paths, the temporal waveform of recorded coda signal is therefore altered. With the increase of EDZ area, the change in elasticity becomes more and more global and thus the difference in the delay of coda waves' arrival time becomes smaller and smaller. Eventually when S_R reaches 100%, all coda waves are equally affected with a same delay of arrival time, whereas the coda signal become identical to the reference signal with a phase shift that is proportional to the propagation time.

Regarding the threshold, the observation suggests that the perturbation to propagation medium, i.e. the reduce of elasticity in the case of this study, passes from local to global when S_R reaches/exceeds 90%. The corresponding EDZ is of the size of $189.74 \times 189.74 \text{ mm}^2$, which leaves a lateral band of undamaged area of the width of 5.13 mm. Under the theory of the equilibrium of acoustic energy (Snieder et al., 2002), the effective propagation velocity of coda wave in studied material (c.f. Tab. 3.1) is estimated to be of 3512 m/s, at which the wavelength corresponding to the working frequency band ranges from 4.4 mm to 17.6 mm. This suggests that once the distance between EDZ to the boarder becomes comparable or less than the minimum wavelength, the perturbation should no longer be considered as local. Based on the obtained numerical results, authors conclude that the validity of relation expressed by Eq. 3.1 depends solely to the quality of CWI analyses. i.e. K_d 's value should be less than 80% for coda signals to be considered comparable. On the other hand, for the relation described by Eq. 3.2 to hold, there are two conditions to fulfill : 1. the damage must remain local, i.e. S_R less than 90% ; 2. the damage level should remain moderate, i.e. EDZ contrast less than 2.0×10^{-3} in the case here.

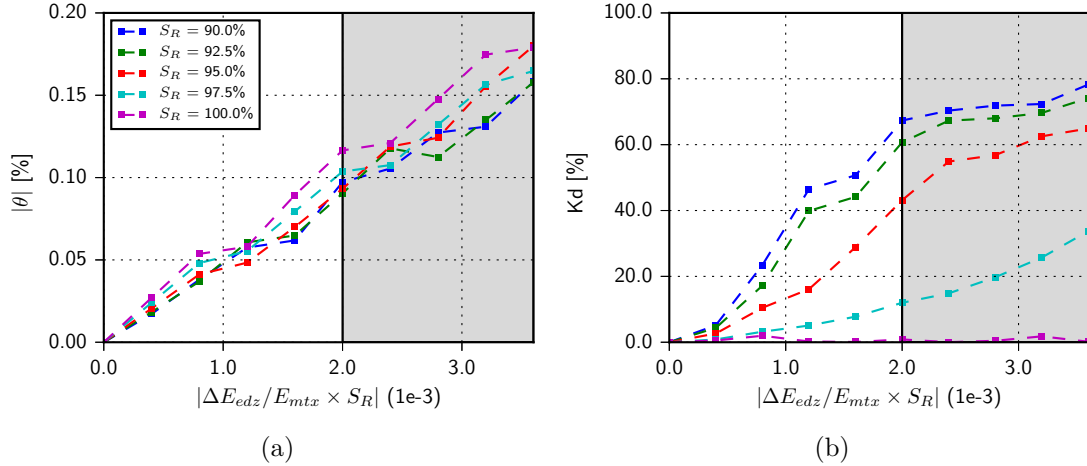


FIGURE 3.4 – CWI observables vs. absolute value of EDZ contrast (the product of the changes in Young's modulus and the EDZ area ratio $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$). 5 models are used with different EDZ ratio ranging from 90% to 100% in steps of 2.5% : (a) Absolute value of relative variation in velocity $|\theta|$ vs. $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$; (b) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$.

Maximum EDZ contrast : $ (\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R = 2.0 \times 10^{-3}$			
EDZ aera ratio (S_R)	Maximum change in Young's modulus $(Max.(\Delta E_{edz}/E_{mtx}))$	EDZ aera ratio (S_R)	Maximum change in Young's modulus $(Max.(\Delta E_{edz}/E_{mtx}))$
10%	-2.00%	60%	-0.33%
20%	-1.00%	70%	-0.29%
30%	-0.67%	80%	-0.25%
40%	-0.50%	90%	-0.22%
50%	-0.40%	100%	-0.20%

TABLE 3.2 – EDZ Young's modulus changes and EDZ area ratio corresponding to the maximum EDZ contrast $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R| = 2.0 \times 10^{-3}$.

3.2 Comparison of numerical results for an homogeneous Effective Damaged Zone (EDZ) model and a micro-cracked EDZ model

In our previous research (Chen et al., 2017), the CWI observables between experimental and numerical tests have been compared. The influence of pump wave is modeled by changes in the Young's modulus ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$) and the inverse of the quality factors, *i.e.* attenuation coefficient ($\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$) over a homogeneous EDZ. It was shown that the dependence of $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ in terms of the pump amplitude (amplification factor) A_{pump}^* is linear. However the requested change of attenuation coefficient is unexpectedly high to match the experimental results. In this study, a more realistic numerical model is proposed with random cracks of random orientations added into the EDZ. Two numerical models, with a homogeneous EDZ or a micro-cracked EDZ, are compared in the following section.

3.2.1 Modeling and simulation

The matrix size is set to 200 mm \times 200 mm, with a circular EDZ centered at (155 mm, 140 mm), 20 cracks are placed randomly in the EDZ to simulate damaging. The cracks are modeled with hollow rhombi of a fixed size of 10 mm \times 0.01 mm, the corresponding aspect ratio (10^3) is in line with that of a crack observed in rock material (Mavko and Nur, 1978). The matrix material remains the glass (Tab. 3.1). The quality factors for Q_κ and Q_μ are respectively 1250 and 350 (Chen et al., 2017). Using GMSH for the meshing of the propagation medium, the cell size is set to be of 6 mm for area outside the damage zone. Meanwhile, area within the damaged zone is meshed with refined meshing cells to adapt to the size of cracks (Fig. 3.5). The configuration of source/receiver is the same as in the previous section (Sec. 3.1.1). The reference model corresponds to the case where the material properties are equal in both the matrix and the EDZ to that of intact glass ($\Delta E_{edz}/E_{mtx} = 0$ and $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1} = 0$). The perturbed state contains the damaged glass in the EDZ, which is modeled by $E_{edz} = E_{mtx}(1 + \Delta E_{edz}/E_{mtx})$ and $Q_{etz}^{-1} = Q_{mtx}^{-1}(1 + \Delta Q_{edz}^{-1}/\Delta Q_{mtx}^{-1})$. The matrix outside the EDZ remains unchanged as intact glass. Parametric studies are re-established with a change in Young's modulus in the EDZ from -0.80% to 0.00%, as well as a change in the attenuation coefficient from 0 to 6.

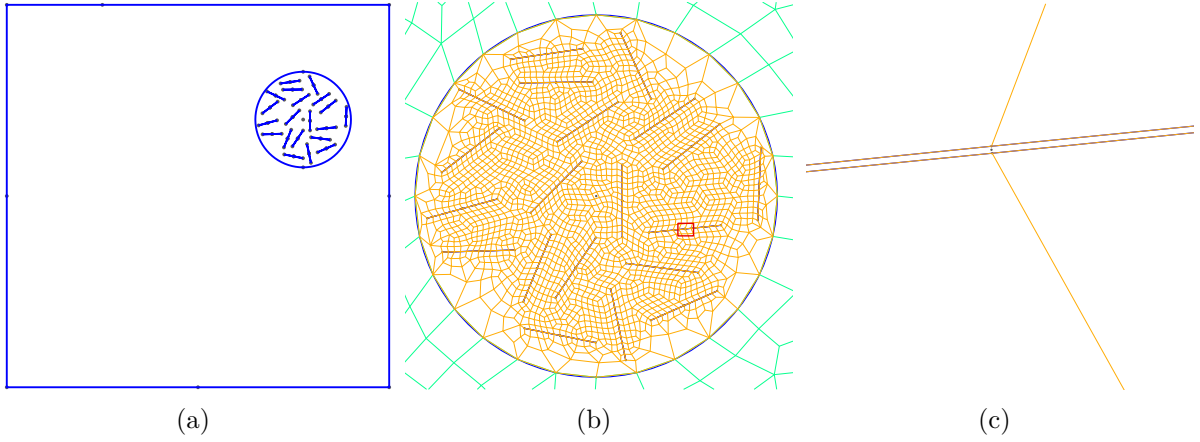


FIGURE 3.5 – Numerical configuration : a homogeneous model with a micro-cracked Effective Damaged Zones (EDZ). The size of the crack is mesured 10 mm × 0.01 mm. The blue lines represent the contour of the matrix, the EDZ and the cracks. (a) Numerical model; (b) Meshing of the numerical model; (c) Zoom of the meshed EDZ; (d) Zoom of one crack corresponding to the red marks in (c).

3.2.2 NCWI results

By using the model with a micro-cracked EDZ, the comparisons between the numerical results and the experimental results of Zhang et al. (Zhang et al., 2013b) are restored. At each amplitude level of the pump wave in the experiment, a single group of values of θ and Kd is obtained. The following normalized weighted average \bar{O}_{CWI} (Chen et al., 2017) is used to compare the estimated experimental values (θ_{exp}, Kd_{exp}) of Zhang et al. (Zhang et al., 2013b) with the numerical results (θ, Kd) (Fig. 3.6).

$$\bar{O}_{CWI} = \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{|\theta - \theta_{exp}|}{\theta_{exp}} \right) + \left(1 - \frac{|Kd - Kd_{exp}|}{Kd_{exp}} \right) \right\}, \quad (3.3)$$

Taking the experimental results previously reported in (Zhang et al., 2013b) as reference, the amount of change in intrinsic properties within EDZ area that is required for numerical NCWI observations to meet experimental ones is estimated for both models. Their results are illustrated in Fig. 3.7 and Fig. 3.8 for comparison : blue curve is the results obtained for the model with an homogeneous EDZ, and the green curves are results obtained from model with a micro-cracked EDZ. For a given amplitude of pump wave A_{pump} , required changes in Young's modulus $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ and that in attenuation coefficient $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ are found to be much lower for a micro-cracked EDZ. For example, for A_{pump} of 60 dB, the required change in $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ is about 57% lower for a micro-cracked EDZ model than that of a homogeneous EDZ, which is more reasonable.

Since the nonlinear phenomena remain to be modeled in a effective manner by chan-

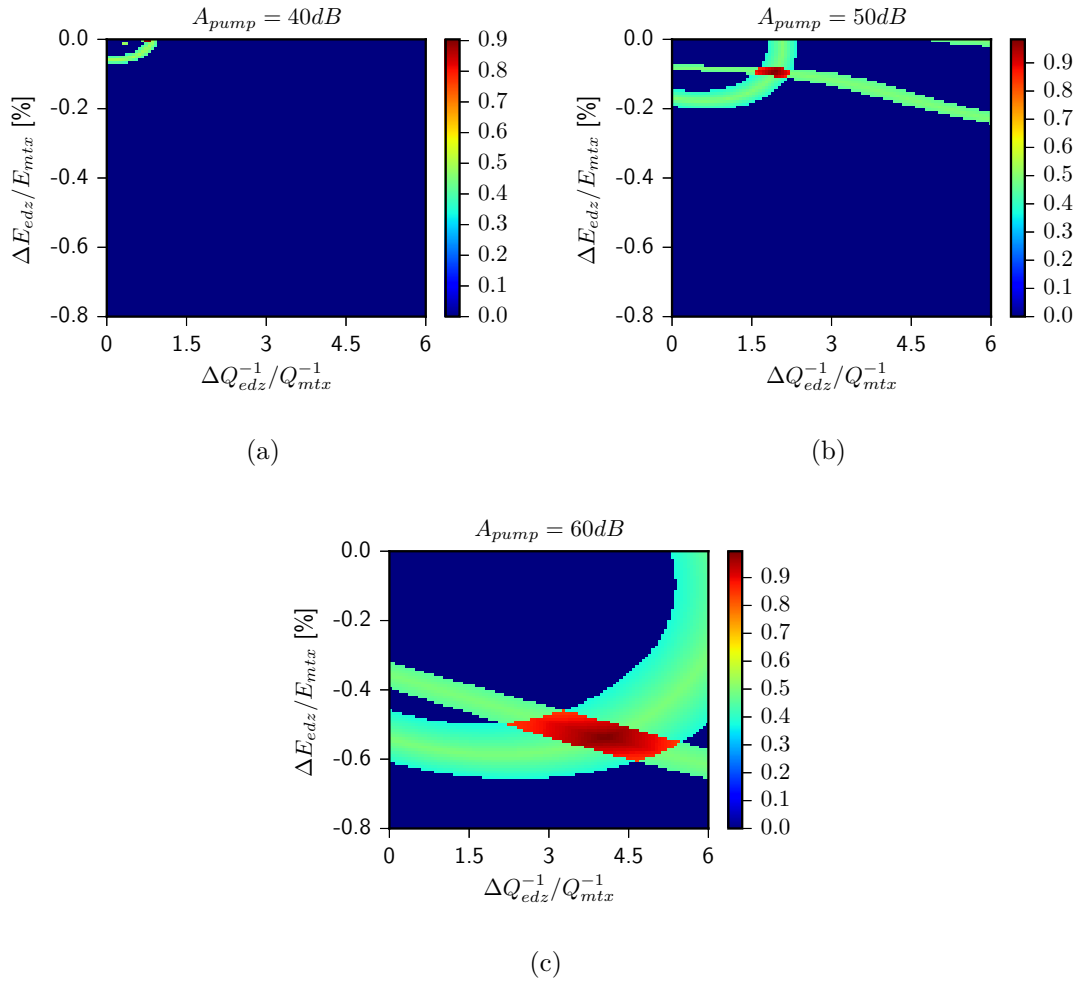


FIGURE 3.6 – Normalized weighted average of the CWI observables values (θ and Kd).

The coefficients of weighted average for θ and Kd are calculated from the group of values θ_{exp} and Kd_{exp} (Zhang et al., 2013b) for a given pump wave amplitude :

a) $A_{pump} = 40 dB$; b) $A_{pump} = 50 dB$; c) $A_{pump} = 60 dB$.

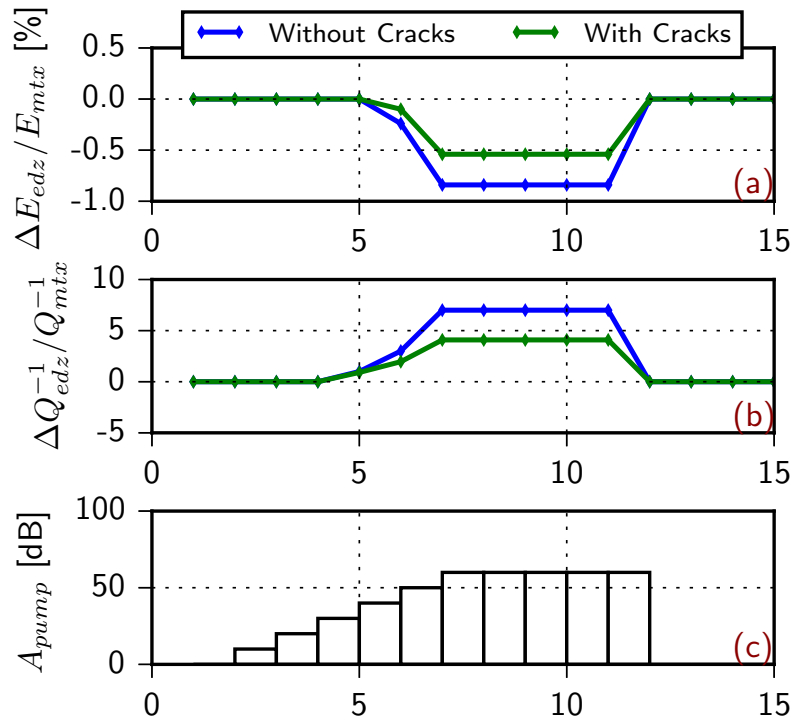


FIGURE 3.7 – Property variations in the Effective Damage Zone (EDZ) ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$) compared to the experimental results of Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b) in two case of numerical modelings : (Blue) Previous results of the homogeneous EDZ model; (Green) Numerical results with the micro-cracked EDZ model. a) $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ vs. step number ; b) $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ vs. step number ; and c) Pump wave excitation amplitude at each step of the test.

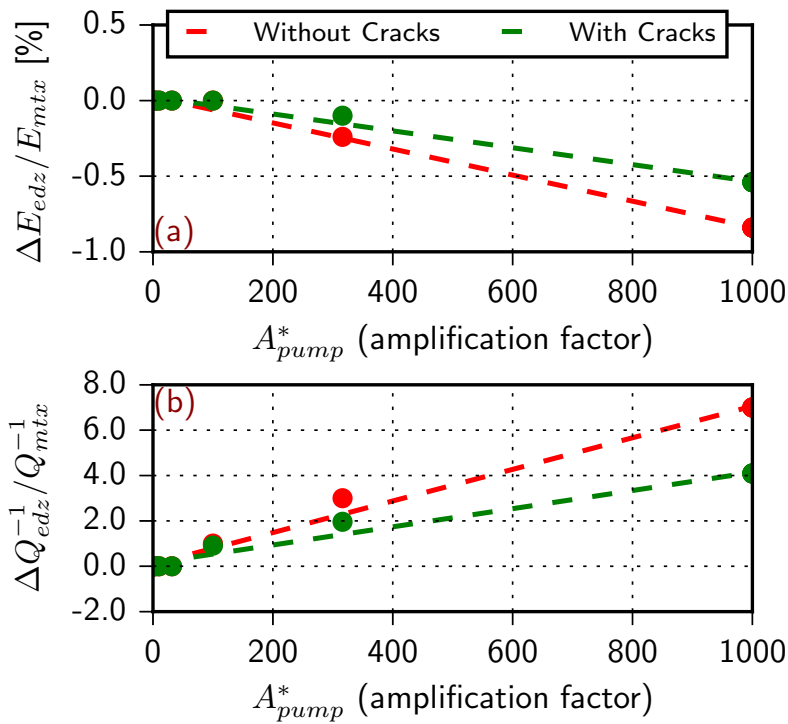


FIGURE 3.8 – Property variations in the Effective Damage Zone (EDZ) ($\Delta E_{edz}/E_{mtx}$, $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$) vs. pump wave amplitude in the experiment (Zhang et al., 2013b) in two case of numerical modelings : (Blue) Previous results of the homogeneous EDZ model ; (Green) Numerical results with the micro-cracked EDZ model. a) $\Delta E_{edz}/E_{mtx}$ vs. normalized pump amplitude ; and b) $\Delta Q_{edz}^{-1}/Q_{mtx}^{-1}$ vs. normalized pump amplitude. Linear fits of the numerical results are proposed.

ging elasticity and attenuation coefficient, the lessen in requirement of properties change is explained by the enhancement of coda wave's sensitivity resulting from the presence of micro-cracks which serve as linear scatterer. This result is not only consistent with our finding reported in Sec. 3.1, it's also more realistic. The cracking conducted in experimental study (Zhang et al., 2013b) is not a controlled process, the resulting cracks present high-degree of randomness in its geometry, i.e. shape, size, etc. One can imagine that, for a crack with wavy surfaces (Zaitsev et al., 2005), its clapping generated by pump waves induces imperfect contact firstly at its tip which is enough to cause nonlinear mixing of coda waves. However, depending on the amplitude of pump wave, the clapping might not be able to close the crack completely. With part of it remaining fully opened regardless the pumping level, the presence of a crack generates both linear scattering and nonlinear mixing of coda waves. Therefore we conclude that using a micro-cracked EDZ is more advantageous for modeling cracking-type damages in an initially linear and homogeneous propagation medium.

3.3 Conclusion

In this paper, parametric studies of the CWI observables, *i.e.* the relative variation in velocity θ and the remnant decorrelation coefficient K_d , are carried out for a large range of EDZ contrast with different EDZ area. For low level of localized material damage, the results are shown to be similar to our previous study (Chen et al., 2017), and once again can confirm the experimental observations (Zhang et al., 2017). θ is found to be proportional to the EDZ contrast, *i.e.* change in Young's modulus times the EDZ area ratio $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R|$, and K_d is found to be quadratically proportional to the EDZ contrast. These two relations are validated for the EDZ contrast $|(\Delta E_{edz}/E_{mtx}) \cdot S_R| \leq 2.0 \times 10^{-3}$ when $S_R \leq 90\%$. With the addition of random cracks in the Effective Damaged Zone (EDZ), the identified EDZ material characteristics matching the experiment results of Zhang *et al.* (Zhang et al., 2013b) are more realistic. Based on this result, we are currently working on additional numerical parameters to improve the representativity of EDZ modelings for NCWI applications.

Chapitre 4

Sensibilité de NCWI à la taille de la micro-fissure dans un milieu très hétérogène

Ce chapitre est dédié à la modélisation de l'effet non linéaire par un changement de la taille des micro-fissures dans un milieu très hétérogène. Dans la méthode NCWI, sous l'effet de l'excitation par une pompe basse fréquence large bande d'amplitude importante, la structure du matériau vibre suivant de nombreux modes. En présence de micro-fissures, la pompe va causer des changements micro-structuraux au niveau des fissures comme le *clapping* et du frottement. Les effets de ces phénomènes non linéaires ont été modélisés simplement par le changement de propriétés visco-élastiques de l'EDZ. Le Chapitre 3 a montré les limites de ce type de modélisation.

À partir des images de fissures obtenues avec des microscopies optiques, à électrons ou à force atomique, un caractère important des fissures est observé : les surfaces de contact de la fissure sont généralement ondulées plutôt que plates (Zaitsev et al., 2002; Zaitsev et al., 2005). Lorsque la fissure est fermée, ces surfaces ondulées se déplacent non seulement dans des directions normales mais aussi dans la direction tangentielle en formant des contacts internes. En raison de la courbure ondulée des surfaces de la fissure, les contacts résultants ne sont pas ponctuels mais étalés dans une direction. Dans ce chapitre, un nouveau paramètre est introduit : le changement de la longueur des fissures. Les études paramétriques sont réalisées avec différents niveaux de fissuration en fonction du nombre de fissures présentes dans le matériau. De nouveaux coefficients non linéaires, qui relient les observables de CWI à l'ensemble des changements de longueur des fissures, peuvent être extraits.

Ce chapitre est présenté sous la forme d'un article en cours de préparation. Les éléments historiques et théoriques sur la méthode d'interférométrie de coda (CWI) et l'acoustique

non linéaire non classique ont été présentés dans le Chapitre 1. La lecture commence donc au paragraphe de l'article qui présente les résultats.

Numerical parametric study of Nonlinear Coda Wave Interferometry sensitivity to micro-crack size in a highly heterogeneous medium

Guangzhi Chen^{1,2}, Yuxiang Zhang², Odile Abraham¹, Damien Pageot¹, Mathieu Chekroun², Vincent Tourmat²

¹ *IFSTTAR, Dep. GERS, Lab. GeoEND, CS4, F-44344 Bouguenais Cedex, France*

² *LAUM, CNRS UMR 6613, Le Mans Université, Av. O. Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France*

4.1 Modeling and simulation

In our previous study (Chen et al., 2017), the influence of a strong pump wave on localized nonlinear damages is modeled by changing the elastic properties, namely the Young's modulus and the attenuation coefficient, homogeneously over an Effective Damaged Zone (EDZ). In this study, the considered damage remains localized, but its numerical model has been realized in a microscopic point of view, which makes it more realistic.

Our 2D propagation medium is a 200 mm \times 200 mm matrix. The heterogeneous medium is modeled by adding empty holes into the matrix (Xie et al., 2018). In the top-right corner of the propagation medium, cracks are randomly placed to simulate damage within a circular area centered at (155 mm, 140 mm). A number of circular inclusions (empty holes of diameter 10 mm) are generated at random positions in the matrix outside the damaged zone with a surface filling ratio to the matrix of about 12.8 %. The cracks are modeled with hollow rhombi of a fixed size of 10 mm \times 0.01 mm, the corresponding aspect ratio (10^3) is in line with that of cracks observed in rock materials (Mavko and Nur, 1978). The damage degree is modelled by the number of cracks N_{crack} : 6 values ranging from 1 to 20 are considered in this study as shown in Fig. 4.1. Without overlapping one to another, identical cracks are placed into the damage zone randomly, *i.e.* at random locations with random orientations, as a disorder arrangement. Five disorder arrangements are created for each damage degree with N_{crack} remaining the same, *i.e.* all N_{crack} cracks are relocated and repositioned randomly. The propagation medium is conceived to be made of glass, its corresponding acoustic characteristics are reported in Tab. 4.1. Meanwhile, the surrounding area of the propagation medium, including the inside of cracks, is considered to be void for maximizing the contrast of acoustic impedance, hence the reflection coefficient, at all boundary surfaces.

The numerical simulation are performed using SEM-2D method (Komatitsch and Vilotte, 1998), in which wave fields are expressed in terms of high-degree Lagrangian interpolations and integral calculations are based on the Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) quadrature. The propagation medium is meshed with quadrangle cells using GMSH software (Geuzaine and Remacle, 2009). Taking into account the complexity in quad meshing,

Glass - properties				
Young's modulus (E) [Gpa]	Poisson's ratio (ν)	Mass density (ρ) [$Kg \cdot m^{-3}$]	P-wave velocity (v_P) [$m \cdot s^{-1}$]	S-wave velocity (v_S) [$m \cdot s^{-1}$]
69	0.25	2500	5755	3323

TABLE 4.1 – The acoustic characteristics of the medium on glass.

the calculation costs, and the wavelength for the working frequency range, the maximum cell size is set to be of 5 mm outside the damage zone. Meanwhile, the damaged zone is meshed with refined meshing cells to adapt to the size of cracks. There is no meshing in the innerside of the inclusions and the cracks as it is considered as voids. A mesh example when the propagation medium contains 20 cracks is shown in Fig. 4.2.

To simulate the application of NCWI upon the modeled propagation medium, the presences of both pump waves and probe waves are required. The propagation of probe wave is simulated by sending a 0.2-ms-long chirp signal with a frequency band of [200 kHz, 800 kHz] through an acoustic point source placed at (50 mm, 200 mm) (Fig 4.2-a) on the border of the domain. Synchronized to the emission, the displacement at (200 mm, 20 mm) (Fig 4.2-a) for the next 2.5 ms is extracted as the recorded probe signal. Alternatively, the presence of pump wave is not directly simulated. It is accounted for indirectly through its impact on cracks : we consider here that the pump wave induces a tiny increase of crack length on average over many pump wave periods. This is consistent with an average effect of crack opening occurring when there exists an asymmetry in compression and traction at a crack (the effective stiffness in traction is less than in compression, as it is the case for a closed crack). Assuming that the pump wave energy is homogeneously distributed over the damage zone, the changes in crack length $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ is considered as identical for all cracks. Other than the reference state where $\Delta L_{crack}/L_{crack} = 0$ due to the absence of pump wave, four non-zero pump wave levels are considered in this study, corresponding to values of $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ of 0.4%, 0.8%, 1.2%, and 1.6%, i.e. tiny changes of crack lengths

Shown as examples, probe signals recorded from propagation media containing 4 cracks and 20 cracks are illustrated in Fig. 4.3-a and Fig. 4.3b respectively. The blue signals correspond to the reference state where the pump wave is absent ($\Delta L_{crack}/L_{crack} = 0$), while the green signals correspond to a state where the pump wave level is maximized ($\Delta L_{crack}/L_{crack} = +1,6\%$). Zoomed views of the same signals are given in lower images for details within two narrow time windows. It shall be noted that the change in propagation medium triggered by pump wave is of very slight degree, as no difference can be visually distinguished in the earlier time window (zoom-1). Meanwhile, in the later time window (zoom-2), containing almost exclusively coda waves, difference becomes more distinguishable and can be more clearly observed in Fig. 4.3-b for a higher damage severity.

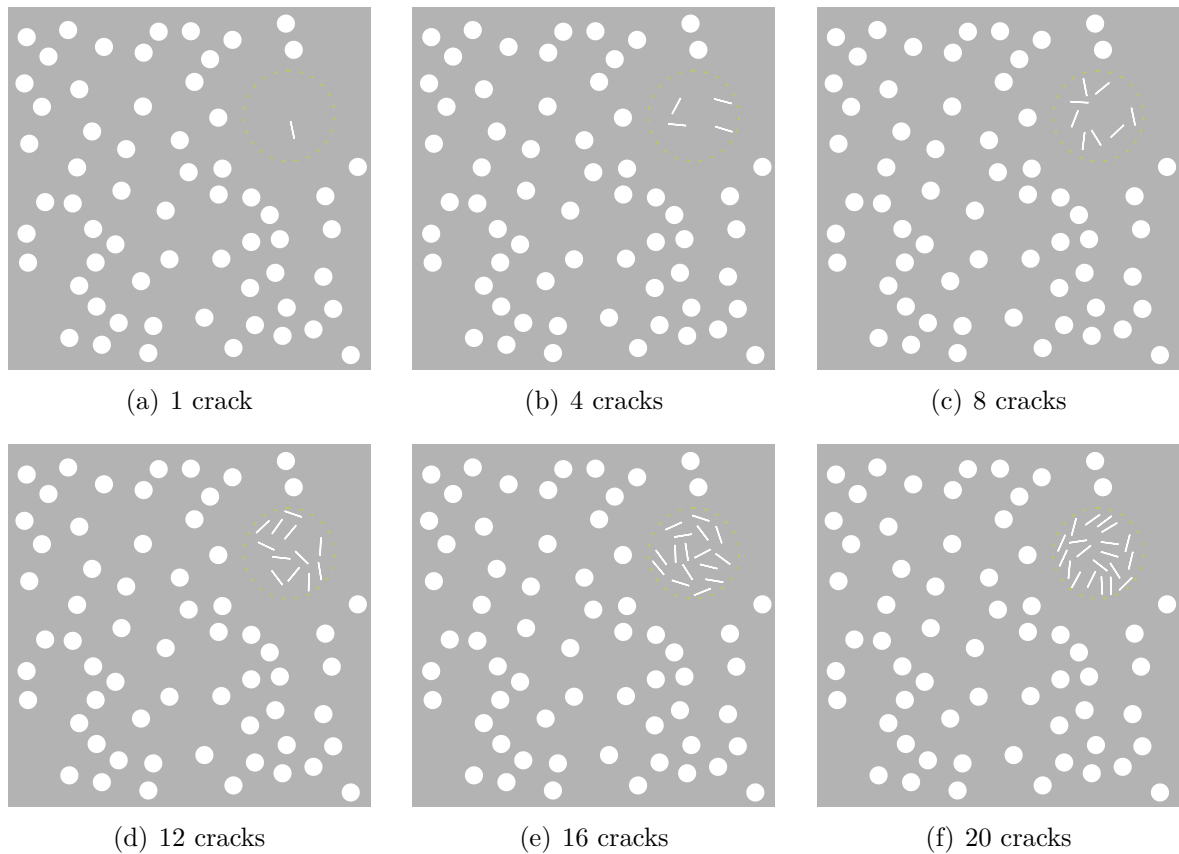


FIGURE 4.1 – Numerical configurations of damaged material with random cracks localized in a circular Effective Damaged Zone (EDZ), centered (155 mm, 140 mm). Each model contains a different number of cracks ranging from 1 to 20. The matrix size is 200 mm \times 200 mm. The crack size is initially set to 10 mm \times 0.01 mm. The source position is at (50 mm, 200 mm).

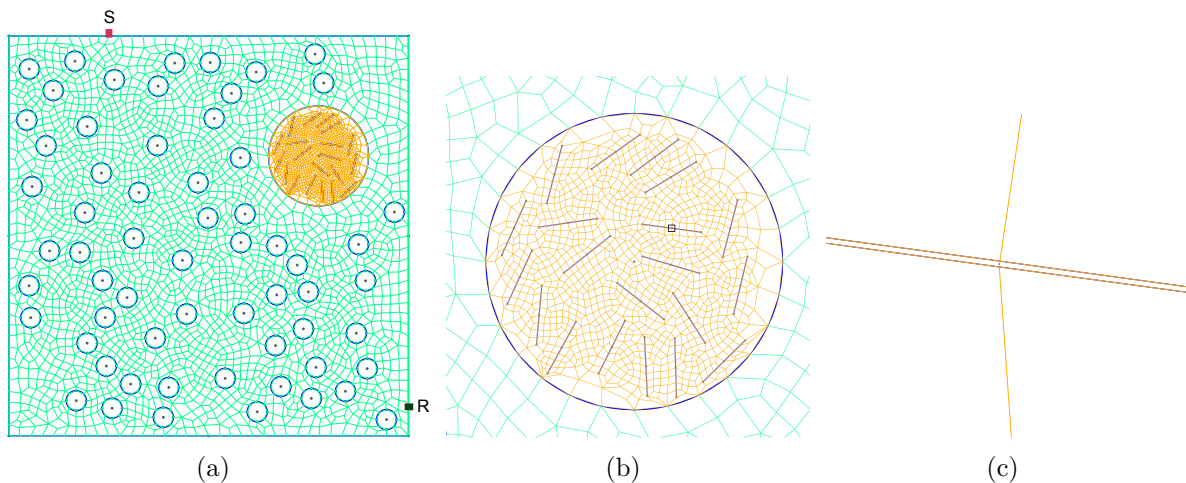


FIGURE 4.2 – An example of mesh for an heterogeneous model with 20 random cracks of random orientations. Each crack is modeled by one void cell, and the size of the crack is $10 \text{ mm} \times 0.01 \text{ mm}$. The blue lines represent the contour of the matrix, the EDZ and the cracks. The matrix size is $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$, and the circular EDZ center is located at $(155 \text{ mm}, 140 \text{ mm})$. The source position is $(50 \text{ mm}, 200 \text{ mm})$. (a) Mesh of the global configuration ; (b) Zoom of the meshed EDZ ; (c) Zoom of one crack corresponding to the red marks in (c).

This is in agreement with experimental results reported in (Zhang et al., 2017) : under a same pump wave excitation, higher nonlinearity level leads obviously to a more significant nonlinear phenomenon.

4.2 NCWI results

6 different damage degrees indicated with crack number $N_{crack} \in [1, 4, 8, 12, 16, 20]$ are studied, with each damage degree has 5 different disorder arrangements. In total, 30 different propagation media (or configurations) are considered in this study. And upon the 5 signals from a same propagation medium, which are recorded with increasing pump wave level ΔL_{crack} , the CWI analyses are applied using the Stretching method. By comparing signals obtained with pump waves present ($\Delta L_{crack} > 0$) to the one that is obtained at the reference state ($\Delta L_{crack} = 0$) within a given time window, CWI results are obtained as the apparent velocity variation θ_{coda} and the remnant decorrelation coefficient Kd. Having both the robustness and calculation costs taken into consideration, the time window $[1.5 \text{ ms}, 2 \text{ ms}]$ is selected (Chen et al., 2017).

The obtained CWI results are then plotted versus $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ in Fig. 4.4 with average values and standard deviation. In Fig. 4.4(a), from top to bottom we plot θ_{coda}

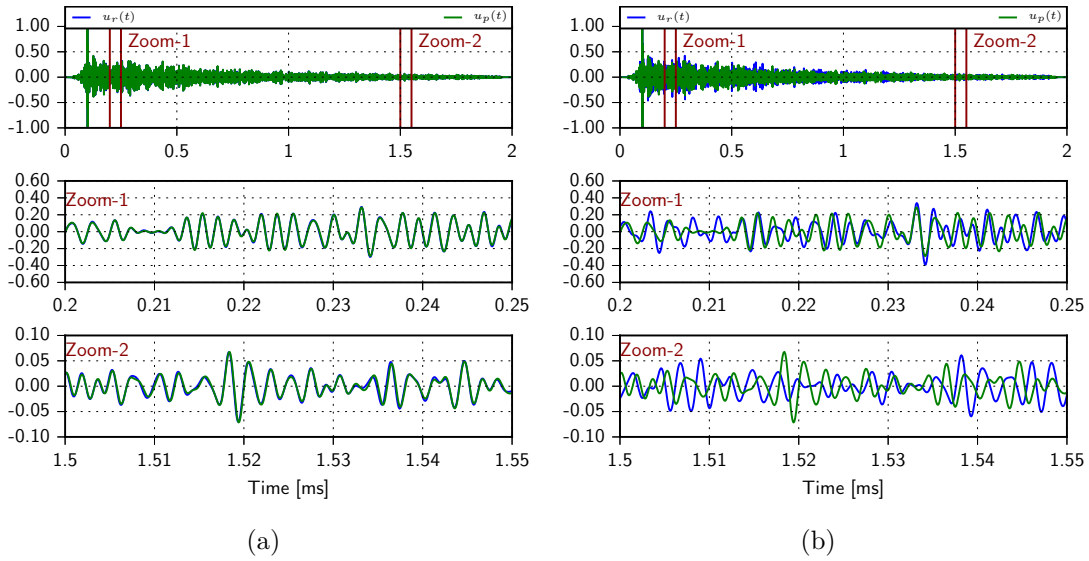


FIGURE 4.3 – Examples of temporal signals for the model with 4 random cracks in (a) and 20 random cracks in (b). The blue line corresponds to the reference model without change of the crack length ($\Delta L_{crack}/L_{crack} = 0$), while the green line indicates the damaged state of the material ($\Delta L_{crack}/L_{crack} = +1, 6\%$).

with increasing $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ obtained for 6 progressively increasing damage degrees. Each circle represents the average of 5 θ_{coda} values obtained from 5 propagation media at the same damage degrees and for a given $\Delta L_{crack}/L_{crack}$. The corresponding standard deviation is shown with error bars. The dashed line in Fig. 4.4(a) shows the best-fit linear regression with fitting quality estimated by coefficient of determination R^2 . Since the linear dependences are clearly observed and validated ($R^2 > 0.9$ for all cases), the linear relation connecting θ_{coda} with $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ can be written as the following with the slope denoted by α_{θ}^L :

$$\theta_{coda} = \alpha_{\theta}^L \cdot \left(\frac{\Delta L_{crack}}{L_{crack}} \right). \quad (4.1)$$

The results of Kd is plotted in Fig. 4.4(b) in a same manner, the only difference here being that the dashed line indicates the best-fit of a quadratic regression. With the fitting quality remaining highly satisfactory, Kd is related to $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ with a quadratic relation (Eq. 4.2) where the quadratic coefficient is denoted by α_{Kd}^L :

$$Kd = \alpha_{Kd}^L \cdot \left(\frac{\Delta L_{crack}}{L_{crack}} \right)^2. \quad (4.2)$$

As shown in Fig. 4.4(b), the standard deviation of Kd increases with crack density. From different configuration of crack disorder, slightly different CWI observables values

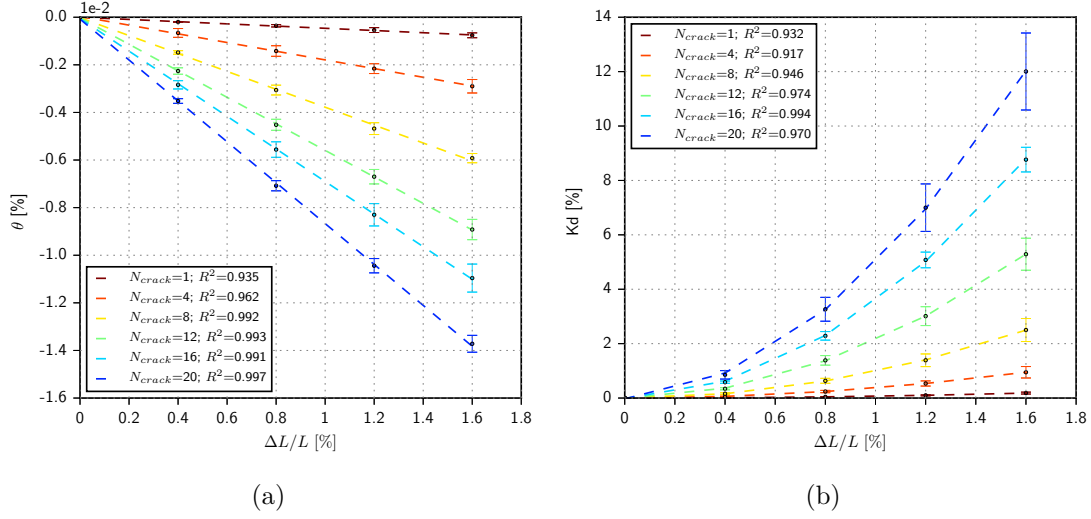


FIGURE 4.4 – CWI observables vs. changes in the crack length ($\Delta L_{crack}/L_{crack}$). For each fixed number of random cracks ($N_{crack} \in [1, 4, 8, 12, 16, 20]$), 6 numerical models are used. (a) Relative variation in velocity θ_{coda} vs. $\Delta L_{crack}/L_{crack}$; (b) Remnant decorrelation coefficient K_d vs. $\Delta L_{crack}/L_{crack}$.

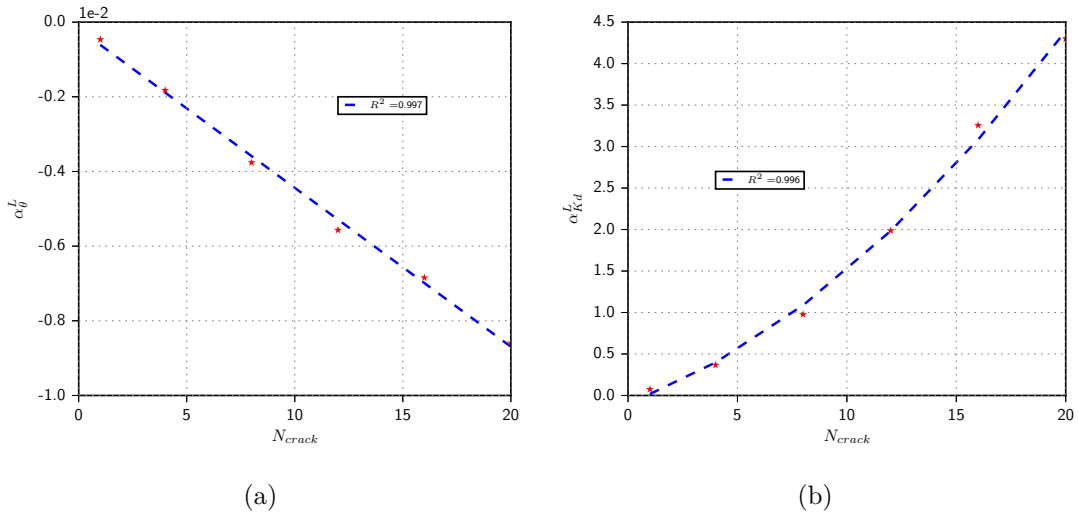


FIGURE 4.5 – Slopes of CWI observables with crack length changes versus crack density N_{crack} . For each fixed number of random cracks ($N_{crack} \in [1, 4, 8, 12, 16, 20]$), 6 numerical models are used. For each group of models, 5 crack disorder arrangements are made in order to get the mean value and the standard deviation of the slope α_{θ}^L ($\theta_{coda} \propto \Delta L_{crack}/L_{crack}$) and the slope $\alpha_{K_d}^L$ ($K_d \propto (\Delta L_{crack}/L_{crack})^2$): (a) Slope α_{θ}^L vs. crack density N_{crack} ; (b) Slope $\alpha_{K_d}^L$ vs. N_{crack} .

are obtained. This uncertainty factor arises from the accumulation of changes in the wave trajectories for different disorder configurations of the random cracks. The waveform changes are quantified by Kd. With more cracks in the damaged zone, more changes of wave trajectories are present, the standard deviation of Kd is therefore greater for a higher crack density. Anyway, the influence of the crack disorder is much less important than the crack density.

The nonlinear parameters α_θ^L and α_{Kd}^L describe the elastic nonlinearity level of the propagation medium. Since the elastic nonlinearity stems from the presence of identical cracks, α_θ^L and α_{Kd}^L are therefore plotted versus the number of cracks N_{crack} in Fig. 4.5 to illustrate their individual sensitivity to the corresponding damage degree N_{crack} . As shown in Fig. 4.5(a), a linear proportionality is derived between α_θ^L and N_{crack} with great fitting quality. This result is in agreement with experimental result reported previously : applying NCWI on mortar samples at different damage levels, the nonlinear parameter related to θ is reported to be linearly correlated to the damage level characterized by the size (volume) of a single penetrating macro-crack (Hilloulin et al., 2014).

$$\theta_{coda} = \alpha_\theta^{\sum L} \times \left(\sum_{N_{crack}} \frac{\Delta L_{crack}}{L_{crack}} \right) = \alpha_\theta^{\sum L} \times \left(\frac{\Delta L_{crack}}{L_{crack}} \times N_{crack} \right) . \quad (4.3)$$

For a micro-cracked material, considering coda waves in the diffusion regime, the linear relationship between the transport velocity and the crack length can be written as Eq. 4.3. Similarly, according to Fig. 4.5(b), a quadratic function between α_{Kd}^L and the crack density N_{crack} can be noted, providing a relation between the remnant decorrelation coefficient Kd and the total change in crack length :

$$Kd = \alpha_{Kd}^{\sum L} \times \left(\sum_{N_{crack}} \frac{\Delta L_{crack}}{L_{crack}} \right)^2 = \alpha_{Kd}^{\sum L} \times \left(\frac{\Delta L_{crack}}{L_{crack}} \times N_{crack} \right)^2 . \quad (4.4)$$

When an incident wave impinges an obstacle in a propagation medium, it is forced to deviate from its current propagation trajectory and redistributes its energy to different directions. Such an obstacle is referred to as a scatterer and its ability to modify the incident wave is in general quantified as its elastic scattering cross-section σ (Larose, 2006). In this study, the maximum variation of crack length is 1.6% of its initial length equal to 10 mm. For such small variations, a linear relationship between the scattering cross-section and crack length could be assumed.

In an homogeneous and linear viscoelastic Equivalent Effective Medium (EEM), the inverse quality factor Q^{-1} is determined by the average effective scattering cross-section $\langle \sigma^* \rangle$ and the density of defects N (Gross and Zhang, 1992) : $Q^{-1} \propto N \times \langle \sigma^* \rangle$. Because it is connected to the average scattering cross-section, the inverse quality factor should

be linearly related to the global length variations in the damaged material : $Q^{-1} \propto \sum \Delta L_{crack}/L_{crack}$. A quadratic relation between Kd and the change in effective attenuation coefficient ΔQ^{-1} has been reported in our previous numerical study (Chen et al., 2017). The remnant decorrelation coefficient Kd should vary quadratically in terms of the length variations $\Delta L_{crack}/L_{crack}$. This assumption is confirmed numerically by Eq. 4.4 where $Kd \propto (\sum \Delta L_{crack}/L_{crack})^2$. Note that this dependency also matches the predictions of a quadratic hysteresis, as in the experiment of Zhang *et al.* (Zhang et al., 2013b) : indeed a quadratic relation between Kd and the pump wave amplitude has been observed ($Kd \propto A_{pump}^2$).

4.3 Case of a reverberating medium

In order to complete and improve the research on the sensitivity of crack length to the NCWI method, the same parametric studies of the NCWI method on the crack length change are established for a homogeneous matrix with six cracking levels (Fig. 4.6). Same trends of the method observables ($\theta, Kd, \alpha_{\theta}^L, \alpha_{Kd}^L$) are observed as in the highly heterogeneous (Fig. 4.4 and Fig. 4.5). The relations between the CWI observables (θ, Kd) and the global crack length (Eq. 4.3 and Eq. 4.4) are validated in a multiple scattering medium as well as in a multiple reverberation medium.

4.4 Conclusion

In this paper, the 2D Spectral Element Method (SEM2D) is used to perform a parametric sensitivity study of the Nonlinear Coda Wave Interferometry (NCWI) in a heterogeneous medium with a localized micro-cracked zone. Parametric studies between the CWI observables, *i.e.* the relative variation in velocity θ_{coda} and the remnant decorrelation coefficient Kd, and the crack lengths variations in different samples are performed numerically. Results show that θ_{coda} is linearly proportional to the sum of crack lengths changes. Kd is found to be quadratically proportional to the sum of crack length changes, which is the same dependence as the one originating from the quadratical hysteresis phenomenon. This dependence has also been observed in the previous numerical study (Chen et al., 2017) and also in the experiment of Zhang *et al.* (Zhang et al., 2013b). The simulations reported in this paper contributes to a deeper understanding of the nonlinear response using the NCWI method in a multi-scattering medium as well as in a multi-reverberation medium with presence of microcracks. The nonlinear effect highlighted by the strong pump wave in the experiment could be interpreted both by the modification of the effective elastic properties of the damaged zone and by tiny changes of the microstructure of the cracked

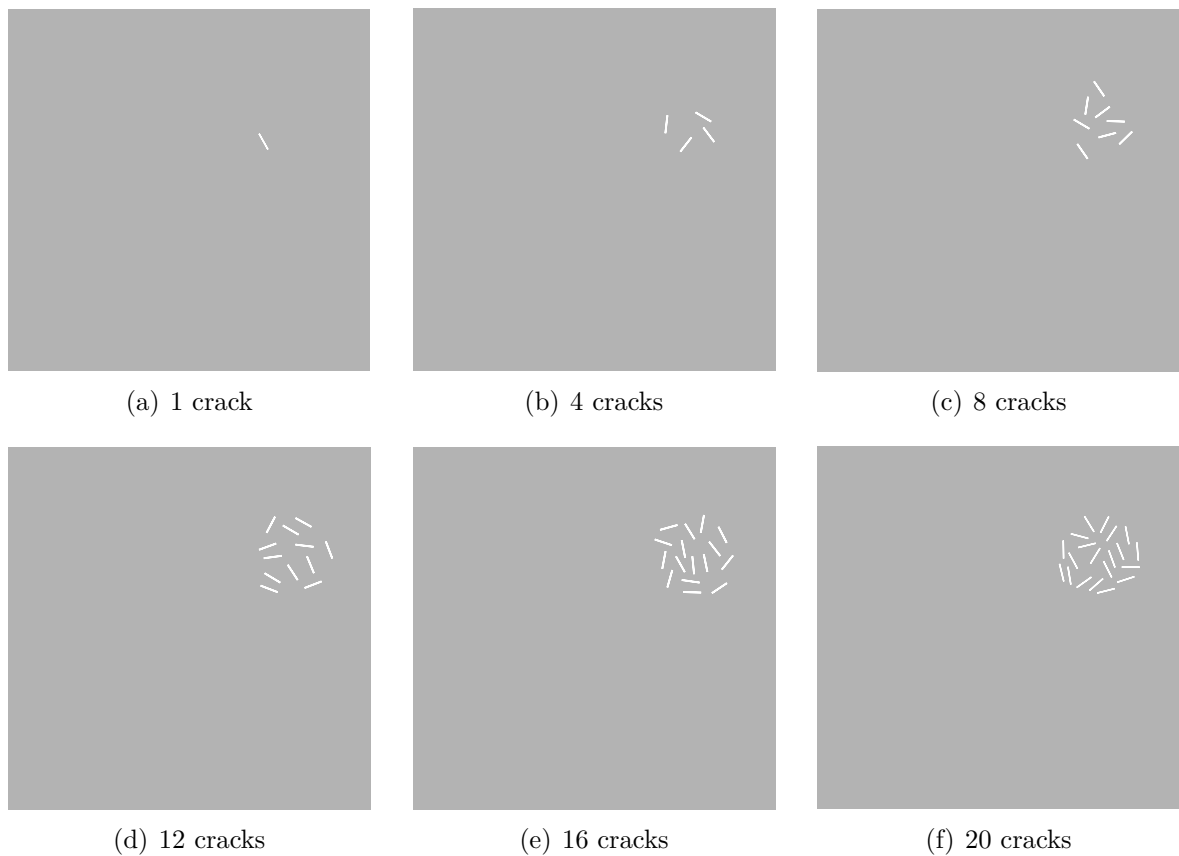


FIGURE 4.6 – Numerical configurations of damaged material with random cracks localized in a circular Effective Damaged Zone (EDZ), center on (155 mm, 140 mm) in a homogeneous medium. Each model contains a different number of cracks ranging from 1 to 20. The matrix size equals to 200 mm \times 200 mm. The crack size is initially set to 10 mm \times 0.01 mm.

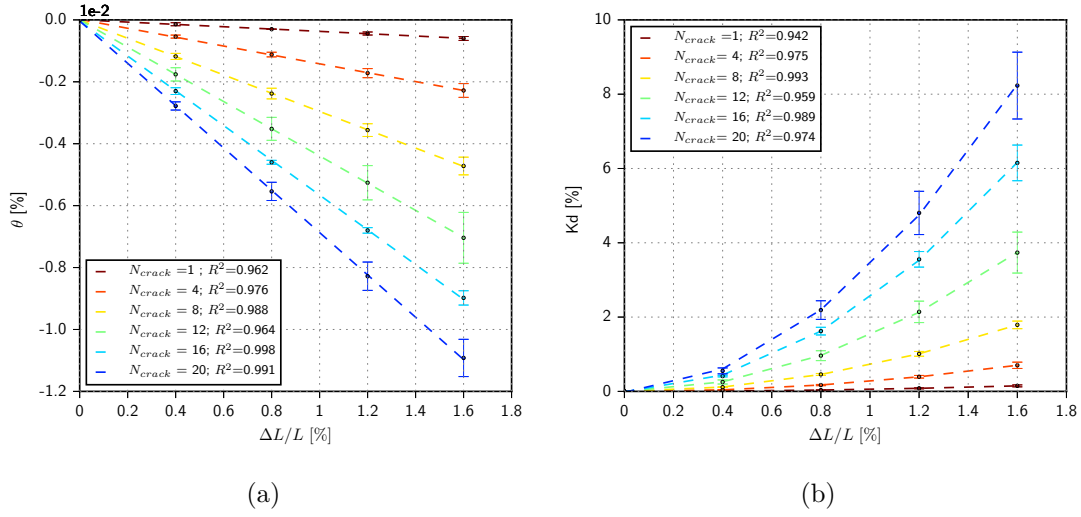


FIGURE 4.7 – CWI observables vs. changes in crack length ($\Delta L_{crack}/L_{crack}$). For each fixed number of random cracks ($N_{crack} \in [1, 4, 8, 12, 16, 20]$), 6 numerical models are used. (a) Relative variation in velocity θ_{coda} vs. $\Delta L_{crack}/L_{crack}$; (b) Remnant decorrelation coefficient Kd vs. $\Delta L_{crack}/L_{crack}$.

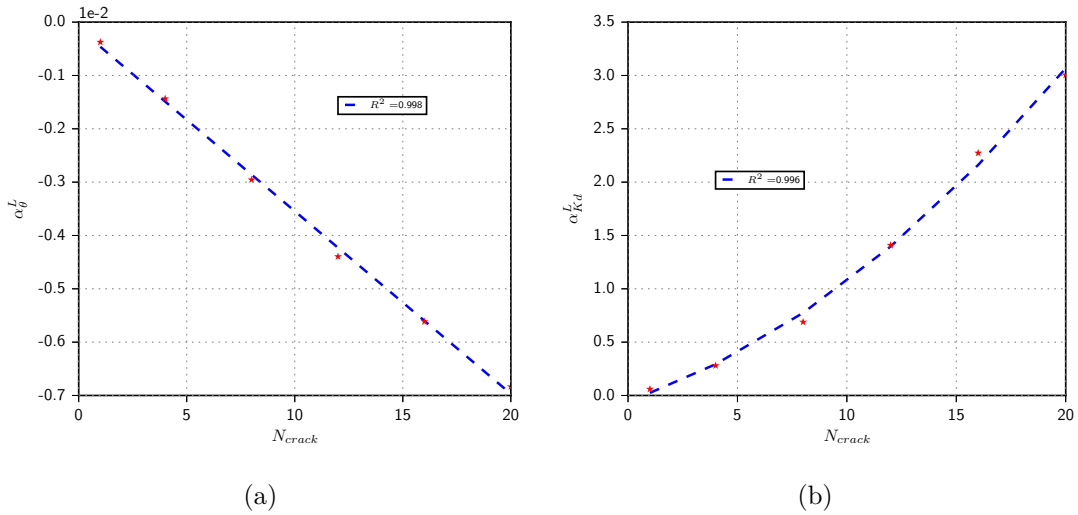


FIGURE 4.8 – Slopes of CWI observables with crack length changes in terms of the crack density N_{crack} . For each fixed number of random cracks ($N_{crack} \in [1, 4, 8, 12, 16, 20]$), 6 numerical models are used. For each group of models, 5 crack disorder arrangements are made in order to get the mean value and the standard deviation of the slope α_{θ}^L ($\theta_{coda} \propto \Delta L_{crack}/L_{crack}$) and the slope α_{Kd}^L ($Kd \propto (\Delta L_{crack}/L_{crack})^2$): (a) Slope α_{θ}^L vs. the crack density N_{crack} ; (b) Slope α_{Kd}^L vs. N_{crack} .

zone, in the simple form of a modification of the effective crack length. These results promote the development and utilization of the NCWI method in nondestructive evaluations for more complex and realistic structures, since these results show a direct sensitivity of the NCWI parameters on the crack dimensions.

Chapitre 5

Application et validation expérimentale du modèle numérique

Dans le chapitre 4, la sensibilité des observables de la NCWI aux changements de longueur effective des micro-fissures et à leur nombre a été étudiée. Il est très difficile, voire impossible, de créer des micro-fissures contrôlées (nombre, longueur, forme etc.) dans les solides pour réaliser des études expérimentales de la non-linéarité de contact (CAN pour *Contact Acoustic Nonlinearity*). Dans ce chapitre, inspiré par l'expérience de Rivière *et al.* (Rivière *et al.*, 2010), un protocole expérimental est proposé : les effets non linéaires sont causés par les contacts des filets d'un nombre variable de vis dans une plaque d'aluminium percée. Une validation expérimentale de lois (Eq. 4.3 et Eq. 4.4) reliant les paramètres de l'endommagement (le changement de la longueur de fissure $\Delta L_{crack}/L_{crack}$ et le nombre de fissures N_{crack}) aux observables de CWI (la variation relative de vitesse θ et le coefficient de décorrélation K_d) est réalisée.

Différents niveaux de fissuration sont représentés quantitativement en variant le nombre de vis ($N_{screws} = 0, 5, 10, 15$) insérées dans la plaque testée. Les observables de CWI sont peu sensibles aux positions respectives de la source et du récepteur (Zhang *et al.*, 2017; Chen *et al.*, 2017), une évaluation globale du niveau de fissuration est donc envisageable. Les résultats obtenus (observables de CWI et coefficients non linéaires de NCWI) sont analysés en fonction du niveau de fissuration. Afin de réduire le biais lié à la température (Zhang *et al.*, 2011) sur les résultats de la CWI et améliorer la répétabilité de l'expérience, une plaque d'aluminium percée identique mais à laquelle on n'applique pas de pompe de forte amplitude est utilisée comme référence.

Ce chapitre est présenté sous la forme d'un article en cours de préparation. Les éléments historiques et théoriques sur la méthode d'interférométrie de coda (CWI) et l'acoustique non linéaire non classique ont été présentés dans le Chapitre 1. La lecture commence donc au paragraphe de l'article présentant le dispositif expérimental, les traitements et

l'analyse des résultats étant ensuite détaillés.

Evaluation of cracking levels in a multiple scattering medium by Nonlinear Coda Wave Interferometry (NCWI) : experimental studies

Guangzhi Chen^{1,2}, Odile Abraham¹, Damien Pageot¹, Olivier Durand¹, Mathieu Chekroun², Vincent Tournat²

¹ *IFSTTAR, Dep. GERS, Lab. GeoEND, CS4, F-44344 Bouguenais Cedex, France*

² *LAUM, CNRS UMR 6613, Le Mans Université, Av. O. Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 9, France*

5.1 Experimental design

5.1.1 Experimental set-up

In our experiment, the specimens considered are two identical aluminum plates of size $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$, with random circular voids ($\varnothing 10 \text{ mm}$) homogeneously distributed in each specimen (Fig. 5.1). The 2-D surface ratio of the circular voids to the total specimen area is about 17.6 %. Close to the top edge of the specimens, 15 of the circular voids are threaded holes, where different numbers of screws ($N_{screws} = 0, 5, 10, 15$) can be fixed using a controlled torque wrench of 0.9 N.m. The propagation velocities of the elastic waves in aluminum are 5577 m/s for the P wave and 3415 m/s for the S wave.

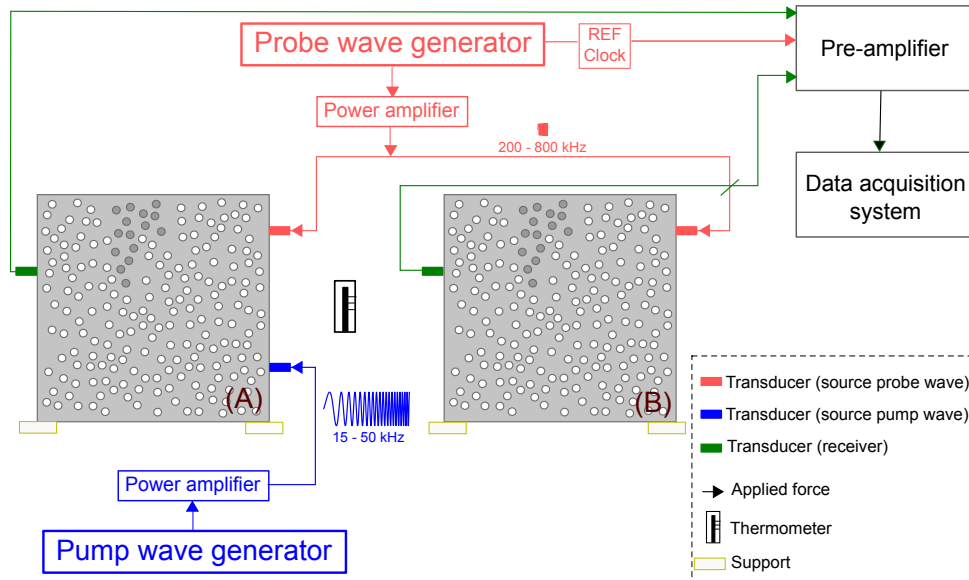


FIGURE 5.1 – CWI measurement system with thermal bias control technique.

Two specimens marked (A) and (B) are used in our experiment (Fig. 5.1). Both of them are placed vertically simply supported by two small pieces of white polyethylene.

The different piezoelectric transducers used in this set-up are glued on the edges of the plates. Plate (A) is called the testing plate while plate (B) is the reference plate. A large-amplitude pump wave at a low frequency range of [15 kHz, 50kHz] is applied to plate (A). The position of the pump wave is proved to have no significant influence on the CWI analysis results (Zhang et al., 2017; Chen et al., 2017). For the coda measurement, the probe coda wave is generated, amplified and then emitted into the specimen with a working frequency range of [200 kHz, 800 kHz] and a duration of 0.2 ms. Synchronously, the received probe signal of 3 ms following the probe wave emission is recorded using a 5 MHz sampling frequency and 16 bit amplitude dynamics. The synchronization between excitation and acquisition is performed with a 10 MHz reference clock signal.

In order to improve the signal-to-noise ratio, one recorded coda is set to be an average of 256 successive acquisitions. The repetition frequency is 15 Hz, which gives an averaged coda measurement time of less than 1 s. The amplification configuration for the coda measurement remains identical throughout the experiment. The plate (B) serves as a reference for the thermal bias control (Zhang et al., 2011). Two identical transducers used as source and receiver are glued on the edges in the same configuration as on plate (A). The entire experiment is performed in a laboratory under controlled temperature (19 ± 1 °C). Air temperature is monitored by a Rotronic[®] thermometer placed between the two specimens.

5.1.2 Experimental procedure

As shown in Fig. 5.2, each experimental test takes around 5.19 hours, including 4.81 hours monitoring and about 22.8 minutes (0.38 hours) for the application of the strong pump waves. Each test is repeated three times. During the monitoring of each test without application of the pump waves, 50 coda signals of 3 ms are recorded in both the testing plate (A) and the reference plate (B), with an interval time between each recording of about 5.7 minutes. The pump wave is applied only on the plate (A), but the number of coda signals recorded is identical for both plates (A) and (B) with the same measurement parameters. The pump wave application comprises 20 steps (Fig. 5.2). The pump wave amplitude A_{pump} remains at 0 dB for the first four steps and then increases step by step from 0 dB to 50 dB, with a 10 dB increment for each step. Then for A_{pump} between 50 dB and 60 dB, the steps are as follows 54 dB, 56 dB and 58 dB. Afterwards, A_{pump} is held at its maximum level 60 dB for four subsequent steps and then decreased directly to 0 dB, and it remains at 0 dB for the last four final steps. During each step which lasts about 68 seconds, 4 coda signals are recorded continuously.

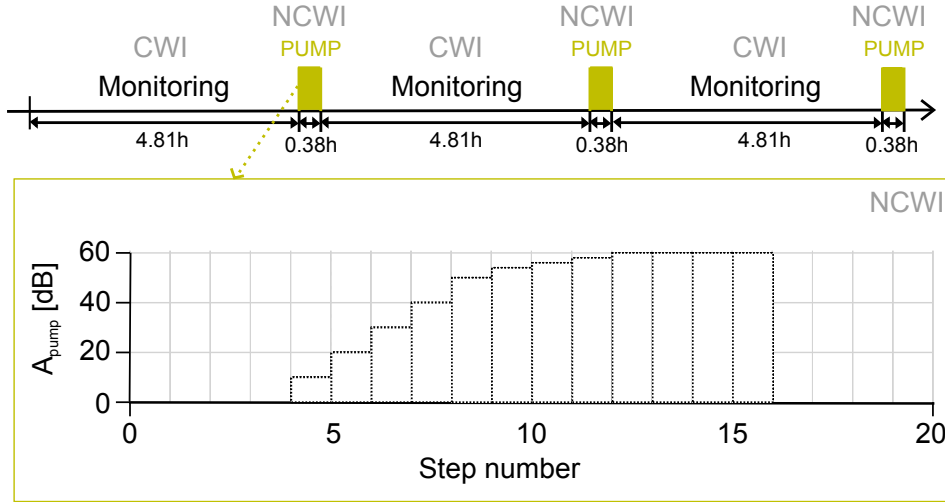


FIGURE 5.2 – Schematics of the experimental procedure.

5.2 Experimental results

5.2.1 Dependence of CWI observables on the pump wave amplitude level

5.2.1.1 CWI results with thermal bias control

The first set of experimental tests (Exp. Set $N^{\circ}1$) is performed with 2 configurations corresponding to cases without screws and with 15 screws fixed on both plates (A) and (B). As stated in Sec. 5.1.2, for each experimental test, a total number of 130 signals (*i.e.* 50 monitoring signals and 20×4 testing signals with pump wave application) are analyzed using the *Stretching* method. The selected time window is [1.5 ms, 2.0 ms] (Chen et al., 2017). For the CWI analysis throughout the monitoring and the pump wave application of which during about 5.19 hours, the 30th recorded signal is set to be the reference signal to check that the experimental environment is stabilized. Shown as examples, the results of one experimental test for two cases $N_{\text{screws}} = 0$ and $N_{\text{screws}} = 15$ are illustrated in the figure 5.3-a,b and in the figure 5.3-c,d respectively.

The thermally-induced velocity variation of multiple-scattering ultrasonic waves is repeatedly observed in different types of materials (Lu and Michaels, 2005; Weaver and Lobkis, 2000; Zhang et al., 2013a). Therefore a bias control of the environmental temperature is required for the CWI analysis as the coda waves are extremely sensitive to small velocity variations (Larose and Hall, 2009). The real-time temperature fluctuations are provided with a red dotted line in the Fig. 5.3. The maximum amplitude of the tempe-

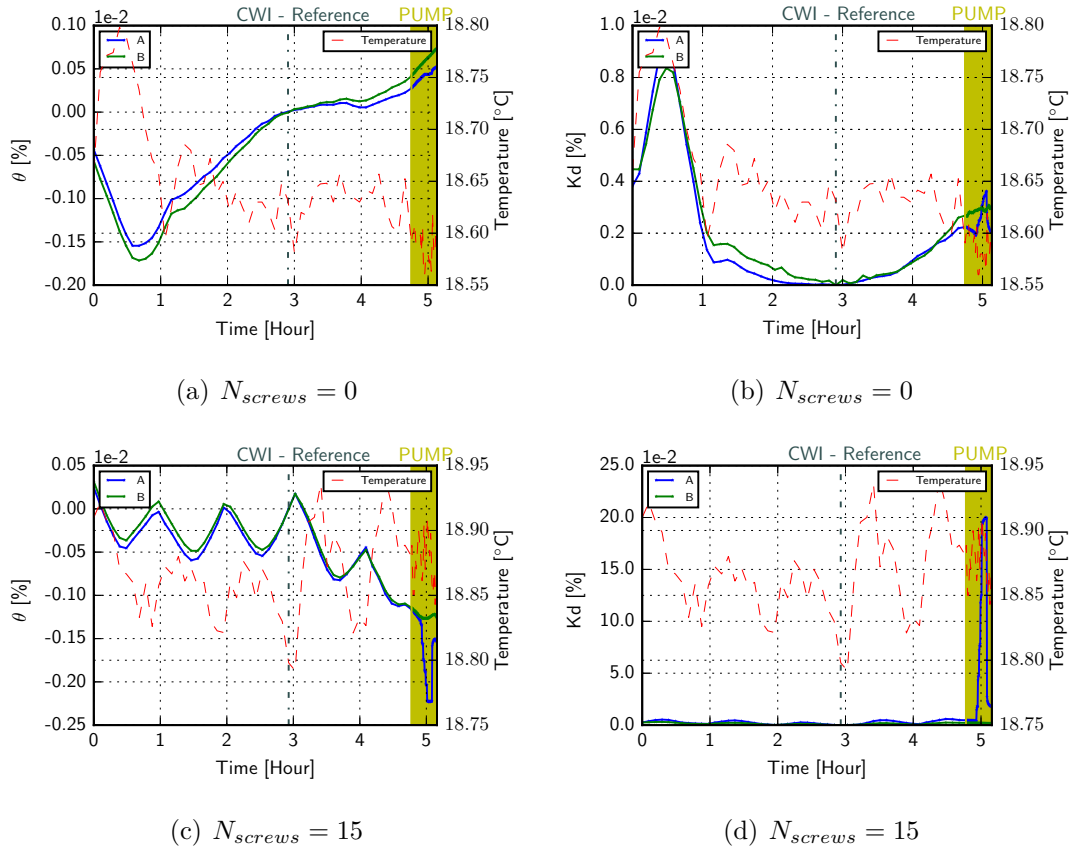


FIGURE 5.3 – Exp. Set $N^{\circ}1$: Dependence of the CWI observables with the air temperature for $N_{screws} = 0$ (a)(b) and $N_{screws} = 15$ (c)(d). The temperature fluctuation is plotted in red dotted line while the CWI analysis (θ and/or Kd) are represented by the blue line (for the testing specimen A) and the green line (for the reference specimen B). The reference signal in CWI analysis corresponds to the 30th recorded signal. The Pump wave is applied following about 4.81 hours of monitoring. (a,c) The relative variation in velocity θ vs. time ; (b,d) The remnant decorrelation coefficient Kd vs. time.

perature variation during the 5 hours testing is 0.25 °C, which shows again the sensitivity of the CWI method to a minor temperature variation. In both cases, the specimens (A) and (B) give very similar variation trends for the CWI observables (θ and Kd) in the first period of pure CWI monitoring. Fig. 5.3-a,c show that the variation of θ corresponds to the opposite trend of the temperature variation. With a slightly higher temperature (increase of 0.1 °C), the velocity variation in the aluminum plate is of -0.0015 %. This phenomenon was also observed in other experiments (Asay and Chhabildas, 1981; Lu and Michaels, 2005; Dodson and Inman, 2014). Kd, the remnant decorrelation coefficient, is to a lesser extent influenced by temperature variations, but no correction method can be implemented (Weaver and Lobkis, 2000; Zhang et al., 2013a).

The beginning of NCWI test for cases $N_{screws} = 0$ (Fig. 5.3-a,b) and $N_{screws} = 15$ (Fig. 5.3-c,d) is marked in dark yellow. Obviously, in the case with 15 screws in plate (A), the variations in θ and Kd values are much more important than that with no screws. In the following NCWI analysis, the reference signal is the first one recorded during the pump wave application of about 0.38 hours (pump wave amplitude level at the first step of 0 dB). The reference specimen (B) is used for the purpose of compensating the temperature influence during the NCWI test. All analysis of the NCWI results are temperature corrected with the Eq. 5.1 (Zhang et al., 2013a) for a given time window centered on t_c (Eq. 2.1).

$$\theta(t_c) = \theta_{(A)}(t_c) - \theta_{(B)}(t_c) \quad (5.1)$$

5.2.1.2 NCWI results

The NCWI results for both tests ($N_{screws} = 0; 15$) are illustrated in Fig 5.4-a,b, with the corresponding pump wave amplitude level plotted in Fig. 5.4-c. The dependence of the NCWI results of the specimen with 15 screws (in green) on the pump wave amplitude level A_{pump} are clearly observed : 1) With the increase of A_{pump} , θ decreases while Kd increases step by step, especially from $A_{pump} > 50$ dB ; 2) When A_{pump} remains at the level of 60 dB, both θ and Kd stop changing and maintain their highest values ; 3) When decreasing A_{pump} directly back to 0 dB, θ and Kd go back to almost their initial values. Conditioning phenomena of the material are present as θ and Kd do not return directly to their initial values, revealing a slow dynamic effect (Johnson and Sutin, 2005; Zhang et al., 2017; Vu et al., 2016; Eiras et al., 2016). Compared to the NCWI results in the case with 15 screws (in green), that of the case without screws (in blue) show no comparable variations during the entire test. A small pump wave amplitude dependence phenomenon is nonetheless observed in the case without screws, which could be linked to nonlinear contact activation between the small supporting pieces and the specimen or all the nonlinearity of the system including the measurement chain.

The aluminum plate sample without screws could be regarded as a linear propagation

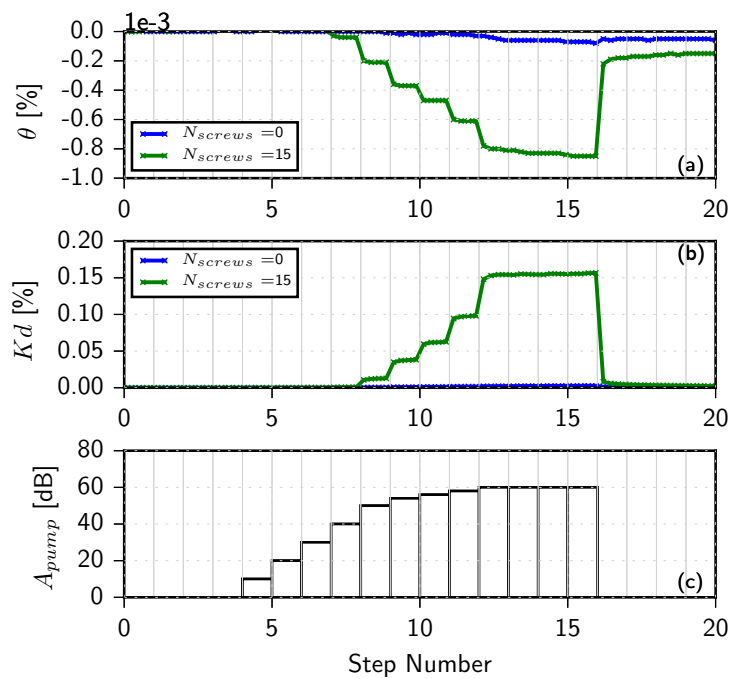


FIGURE 5.4 – Exp. Set $N^{\circ}1$: CWI results vs. pump wave amplitude level (A_{pump} in dB) for 2 different cases ($N_{screws} = 0, 15$). (a) The relative variation in velocity θ vs. step number ; (b) The remnant decorrelation coefficient Kd vs. step number ; (c) Excitation amplitude of pump waves at each step of the test.

medium. Then the reported results on the sample containing screws can be considered as a manifestation of the nonlinear contact between the screws and the specimen during the pump wave application. The contact among the screws and the specimen are nonlinear scatterers, and among possible expected manifestations of these are i) an effective material softening phenomenon (Johnson and Sutin, 2005; Zhang et al., 2013b; Larose et al., 2015), ii) an increased effective dissipation, iii) an effective change in the length (or surface) of poorly contacting surfaces (equivalent to the effect of crack length change in the previous chapter). These experimental results are in good agreement with the studies of cracked specimens in different materials, such as glass (Zhang et al., 2013b; Zhang et al., 2017), mortar (Hilloulin et al., 2014) or concrete (Legland et al., 2017).

The results for the first part of the NCWI procedure while increasing the A_{pump} up to 60 dB are plotted in Fig. 5.5, with a normalized linear scale pump amplitude level : $A_{pump}^* = A_{pump}/A_{pump}^{0\text{ dB}}$. The error bars come from all three experimental tests for each case. A linear fit for θ vs. A_{pump}^* and a quadratic fit for Kd vs. A_{pump}^* are found valid, as predicted in (Zhang et al., 2013b) for the quadratic hysteretic nonlinearity phenomenon (Guyer and Johnson, 1999; Johnson and Sutin, 2005; Guyer and Johnson, 2009) and in accordance with the numerical studies of the previous chapters where it is assumed that elastic and dissipation parameters of the EDZ or the effective crack length change proportionally to the pump amplitude. These relationships are also found in other experiments (Zhang et al., 2013b; Hilloulin et al., 2014; Zhang et al., 2017). Two nonlinear coefficients, denoted as α_θ and α_{Kd} , can be extracted, and quantify the global material nonlinearity level. The corresponding values of α_θ and α_{Kd} for different tests are reported in Tab. 5.1. These results confirm that the contacts between the specimen and the screws play the role of the nonlinear scatterers, similarly than in (Rivière et al., 2010).

Nonlinear parameters (mean value)	$N_{screws} = 0$	$N_{screws} = 15$
α_θ	-4.349×10^{-8}	-7.893×10^{-7}
α_{Kd}	9.562×10^{-10}	1.548×10^{-7}

TABLE 5.1 – Exp. Set $N^\circ 1$: Nonlinear coefficients (α_θ and α_{Kd}) extracted from the relationships between CWI observables (θ and Kd) and linear normalized pump wave amplitude level, for the case of specimens without screws ($N_{screws} = 0$) and with 15 screws ($N_{screws} = 15$).

5.2.2 Sensitivity of the NCWI results to the amount of internal solid contact surfaces

In order to study the sensitivity of the NCWI results to the amount of internal solid contact surfaces, a new set of experimental test (Exp. Set $N^\circ 2$) is considered, in which

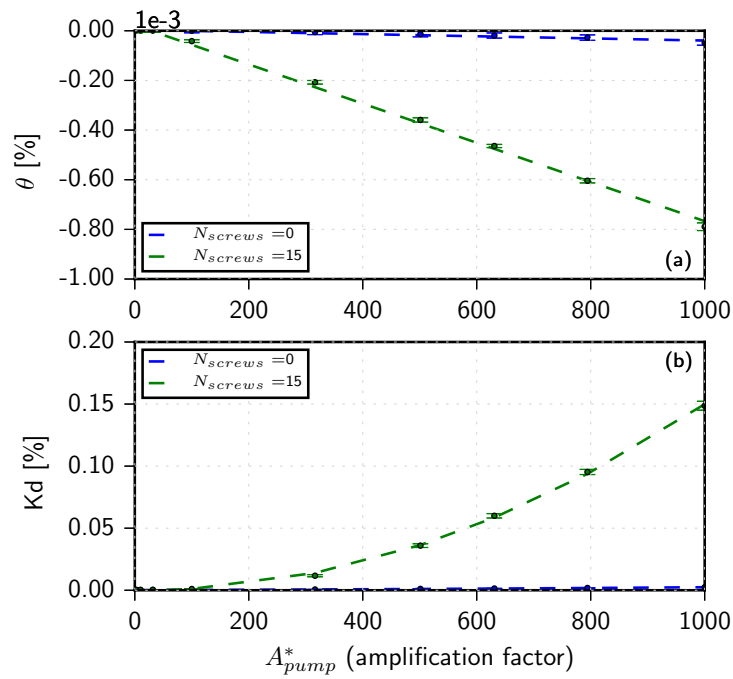


FIGURE 5.5 – Exp. Set $N^\circ 1$: CWI results vs. pump wave amplitude level (linear and normalized A_{pump}^*). (a) The relative variation in velocity θ vs. A_{pump}^* ; (b) The remnant decorrelation coefficient Kd vs. A_{pump}^* . Results in two test conditions are plotted : blue squares for the case of specimens without screws and green pentagrams for the case of specimens with screws fixed on. A linear fit for θ vs. A_{pump}^* and a quadratic fit for Kd vs. A_{pump}^* are provided in the corresponding colors.

4 new configurations corresponding to different numbers of screws on both aluminum plates (the testing one and the reference one) : $N_{screw} = 0, 5, 10, 15$. Regarding the stability of the results in the previous study, the same experimental procedure is applied except that the monitoring time and the pump wave application time are reduced to 2.91 hours and 0.28 hours respectively. The NCWI results as a function of the normalized linear pump wave amplitude are illustrated in figure 5.6, with error bars resulting from three experimental tests for each case. With the increasing number of screws fixed on the plates, the nonlinear effects highlighted by the strong pump wave become more and more important. This is obviously linked to a larger nonlinear contact surface between the screws and the specimens for larger N_{screws} .

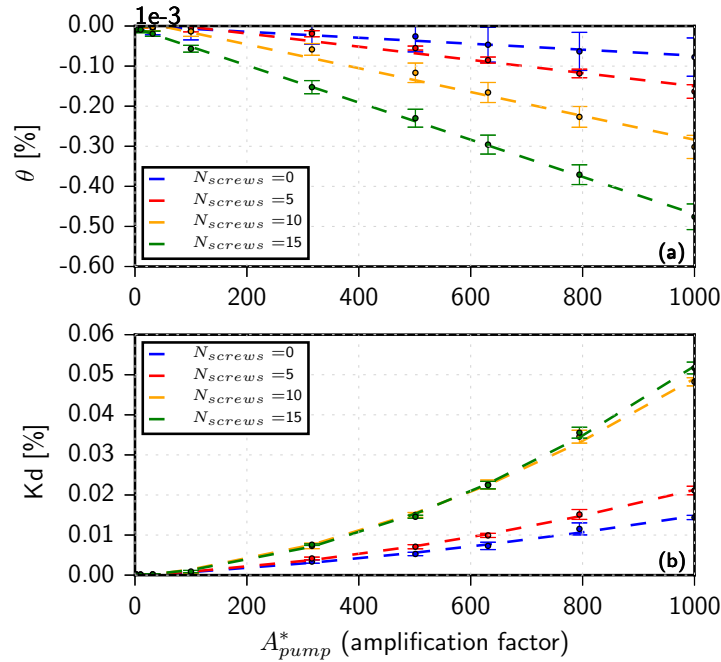


FIGURE 5.6 – Exp. Set $N^{\circ}2$: CWI results vs. pump wave amplitude level (linear and normalized A_{pump}^*). (a) The relative variation in velocity θ vs. A_{pump}^* ; (b) The remnant decorrelation coefficient Kd vs. A_{pump}^* . A linear fit for θ vs. A_{pump}^* and a quadratic fit for Kd vs. A_{pump}^* are provided in the corresponding colors.

Compared with the previous tests (Fig. 5.5), the variations of CWI observables (θ , Kd) are a bit different. The two sets of experimental tests (Exp. Set $N^{\circ}1$ and $N^{\circ}2$) are done with a time interval of about three months. The difference in NCWI results may be linked to small physical and chemical modifications to the contact of the steel screws and the aluminium plate, wearing of the threads compared to the first experiments. The full control of the internal contacting surface is challenging considering that nonlinear acoustic phenomena are driven in such cases by nanoscale and microscale phenomena.

The nonlinear coefficient α_{θ} varies linearly with N_{screws} (Fig. 5.7-a) as expected, ac-

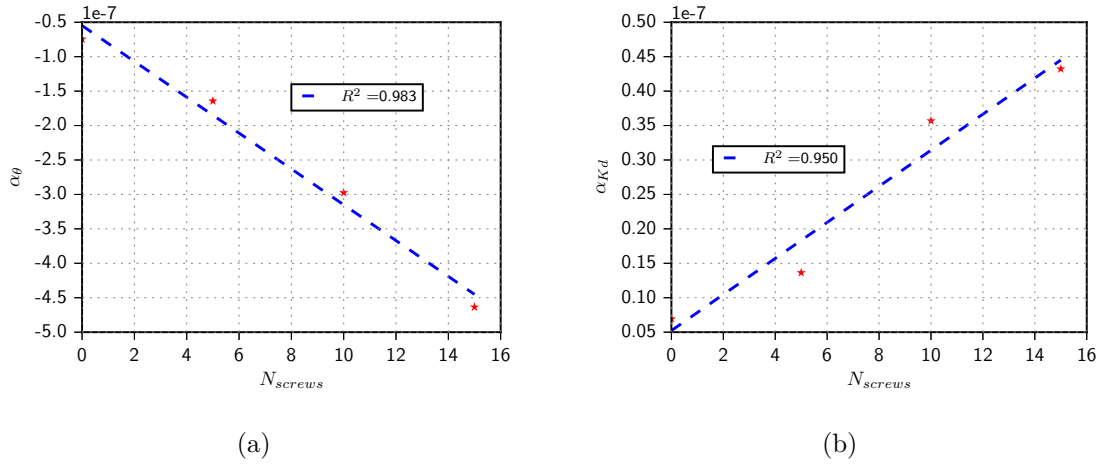


FIGURE 5.7 – Exp. Set $N^\circ 2$: Nonlinear coefficients. (a) α_θ vs. N_{screws} and (b) α_{Kd} vs. N_{screws} .

According to the previous numerical results (Eq. 4.3). But a linear dependence between α_{Kd} and N_{screws} seems to be more relevant than a quadratic one in the experimental tests (Fig. 5.7-b), which disagrees with the numerical results predicting a quadratic dependence (Eq. 4.4). Figure 5.6-b show that the Kd values for $N_{screws} = 10$ and $N_{screws} = 15$ are very close, which is unexpected. Kd results in this experiment are relatively unreliable compared to θ results and this could be linked to the experimental set-up :

1. The specimen is placed on two small pieces of white polyethylene on its bottom side, the nonlinear contact between the specimen and these supports could have been activated by the strong pump wave. The contact between the specimen and the supports is hard to control exactly for each different experimental tests when fixing or removing the screws.
2. The size of the screw head is very closed to the pitch among different threaded holes, despite the fact that a controlled torque wrench of 0.9 N.m was used during the screwing, the way to put the screws onto the specimen could hardly be controlled in exactly the same manner with the same strength. This could change the total and effective nonlinear contact surface between the given number of screws N_{screws} and the specimen, by which the nonlinear effects highlighted by the strong pump wave could be directly influenced.
3. Previous numerical studies were performed considering a 2D model, but in the experiment the real geometry of the aluminum plate is in 3D with a plate thickness of 20 mm. In addition, the screws are put in the plate so as to protrude outside both sides and this surely influences the results of NCWI.
4. To ensure a good stability of the NCWI results, the interval time between the different experimental tests is relatively long (> 24 hours). Even though the labora-

tory temperature is controlled ($19\pm 1^\circ\text{C}$), some slight modifications linked to local stresses, creep or chemical reactions in contact of the steel screws and the aluminium plates are possible.

5. The application of a strong pump wave on the specimen could conduct to irreversible micro-structural modifications, especially in cases with the screws fixed on the plates. These micro modifications will mostly influence the values of Kd, which evaluates the waveform distortions.

The hypotheses listed above are also consistent with another previous set of experiments, not presented here, where the strength of screw threads was not controlled.

5.3 Conclusion

The global evaluation of the complex material damage level using the Nonlinear Coda Wave Interferometry (NCWI) method is discussed in this chapter with experimental studies. The aim is to propose an experimental protocol which serves to study quantitatively the nonlinear effects related to the presence of microcracks. The presence of microcracks is experimentally achieved by the contact of screws in a perforated plate. Two identical perforated aluminum plates are considered with a surface ratio of circular voids equals to 17.6%, one of them is used as the reference for experimental temperature bias control. The voids are spaced randomly in the plate and 15 of them can receive steel screws. The nonlinear contacts between the screws and the specimen are highlighted by a strong pump wave over a wide range of low frequencies and observed by comparing the coda waves for different pump wave levels. 4 cases with 0 to 15 screws fixed onto the specimen are considered. As expected, a linear (*resp.* quadratic) relationship between θ (*resp.* Kd) and the pump wave amplitude A_{pump} is obtained. With the increasing number of screws N_{screws} , the nonlinear coefficient α_θ (extracted from the relation θ vs. A_{pump}) is found to be linear with N_{screws} . But different from the numerical results (Eq. 4.4), instead of a quadratic relationship between α_{Kd} (Kd vs. A_{pump}), a linear one is obtained. In addition, for the cases of 10 and 15 screws, the Kd values remain very close, which shows that the evaluations of the waveform distortions are less reliable than that of the velocity variations. This variability could be linked to many experimental controlling details that could be improved in further studies, but also could be intrinsic to the problems of wave interaction with cracks. However the experimental results indicate well that the nonlinear contact between the screws and the aluminium plates plays the role of microcracks and makes it possible to study quantitatively this kind of damage in complex materials.

Conclusion et perspectives

Conclusion générale

L'objectif principal de cette thèse concerne l'étude d'une nouvelle classe de méthodes d'Évaluation et Contrôle Non Destructifs (ECND) dédiée à la caractérisation, la localisation et le suivi d'endommagement dans un milieu très hétérogène. La méthode non linéaire d'interférométrie de coda (NCWI : *Nonlinear Coda Wave Interferometry*) combine l'utilisation du champ ultrasonore diffus (l'onde de coda) et de l'acoustique non linéaire (Zhang et al., 2013b). Le principe est d'appliquer une onde de pompe large bande de grande amplitude en basses fréquences qui sert à solliciter les éléments élastiques non linéaires du milieu, et de sonder simultanément le matériau par coda en hautes fréquences pour évaluer les différents états du matériau en fonction des changements de l'amplitude de l'onde de pompe. La méthode NCWI a été appliquée expérimentalement sur divers matériaux : le verre (Zhang et al., 2013b; Zhang et al., 2017), le mortier (Hilloulin et al., 2014), le béton (Legland et al., 2017).

Dans ce travail, différents modèles numériques (Fig. 5.8) ont été implémentés afin d'étudier les phénomènes non linéaires liés aux propriétés intrinsèques des matériaux endommagés. Cependant, la modélisation numérique complète de la méthode NCWI, avec des temps caractéristiques très différents (fréquences des ondes de pompe et de sonde), des interactions ondes-contacts solides non linéaires, des simulations de champs diffus sur des durées de plusieurs centaines de périodes, semble aujourd'hui encore non réaliste. L'orientation choisie est donc de supposer l'effet de l'onde de pompe sur les défauts non linéaires du système complexe multi-diffusant, et de ne simuler que la propagation de l'onde de sonde dans des milieux dont la configuration est différente selon l'amplitude de l'onde de pompe "imposée". Les équivalents de coefficients non linéaires sont donc extraits pour différentes configurations de milieux, en comparant les observables de CWI (*i.e.* la variation relative de la vitesse θ et le coefficient de décorrélation K_d) numériques et expérimentaux, et sont proposés comme indicateurs du niveau d'endommagement dans un milieu homogène ainsi que dans un milieu hétérogène. Une expérience de NCWI complète, avec ondes de sonde et de pompe dans un milieu hétérogène contrôlé est réalisée finalement

pour valider le modèle numérique et tester la robustesse des observables de la méthode dans ce contexte.

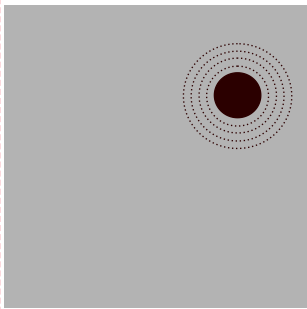
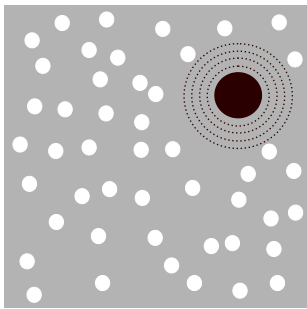
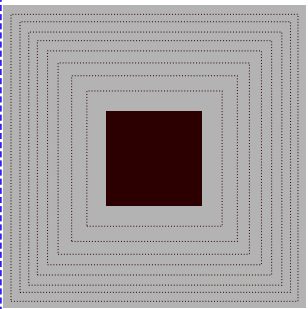
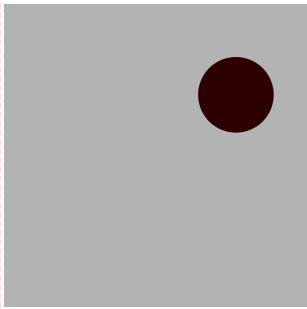
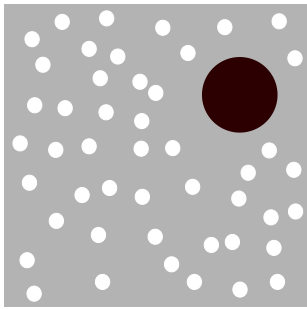
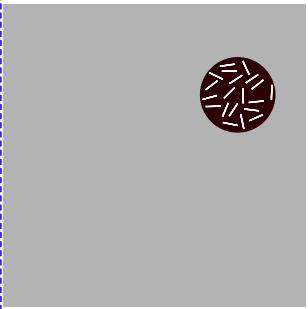
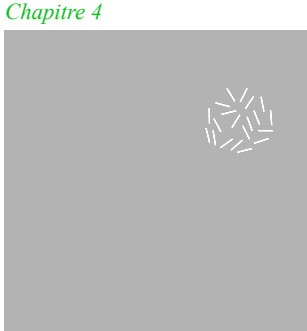
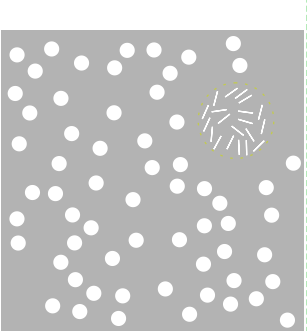
Paramètres étudiés	Milieu homogène	Milieu hétérogène	Milieu homogène (étude complémentaire)
Changement du module d'Young dans l'EDZ et de la surface d'EDZ	<i>Chapitre 2</i> 		<i>Chapitre 3</i> 
Changement du module d'Young et de l'inverse du facteur de qualité dans l'EDZ			
Changement de la longueur des fissures et du nombre de fissures	<i>Chapitre 4</i> 		

FIGURE 5.8 – Modèles numériques développés et paramètres étudiés correspondants. Les zones en noir représentent les EDZs (EDZ : *Effective Damaged Zone*).

Les modélisations numériques dans cette étude sont réalisées à l'aide de la méthode des éléments spectraux (SEM : *Spectral Element Method*) (Komatitsch and Vilotte, 1998; Komatitsch et al., 1999) en deux dimensions. Les maillages sont générés avec le logiciel GMSH (Geuzaine and Remacle, 2009). Après avoir validé la précision des outils numériques, une première étude de sensibilité sur la position de la source et des récepteurs, menée dans le chapitre 2, montre que les observables de CWI sont très peu sensibles à

ces positions, comme précédemment observé expérimentalement par Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2017). L'influence de l'amplitude de la pompe et les effets non linéaires qu'elle induit dans l'expérience ne sont pas traités numériquement. Ils sont directement introduits dans les échantillons simulés, les modèles numériques, via des variations locales des propriétés viscoélastiques du matériau. La figure 5.8 présente les modèles numériques développés au cours de ces travaux de thèse ainsi que les paramètres étudiés correspondants.

En présence de fissures, contacts solides internes, phénomènes de nonlinear mesoscopic elasticity, les effets de dynamique rapide et de dynamique lente apparaissent à partir d'une amplitude de pompe suffisamment élevée. Les effets de dynamique rapide entraînent en particulier un ramollissement du matériau (*softening*, *i.e.* diminution du module élasticité) ainsi qu'une augmentation de la dissipation (*i.e.* augmentation de l'inverse du facteur de qualité). Une notion de Zone d'Endommagement Effective (EDZ : *Effective Damaged Zone*) est introduite afin de modéliser ces effets non linéaires par des changements localisés des propriétés du matériau. Le rapport de la surface de l'EDZ à la surface totale est également un paramètre déterminant qui peut expliquer l'évolution des observables de CWI (θ et K_d) en fonction du niveau de pompe.

Les études paramétriques sur le changement de module d'Young au sein de l'EDZ et la surface relative d'EDZ, réalisées dans un milieu homogène et dans un milieu hétérogène avec une EDZ localisée montrent que θ varie linéairement et K_d de manière quadratique en fonction du produit de ces deux paramètres. Les effets observés sont similaires pour les deux cas suivants : 1) un grand changement du module d'Young dans une petite surface d'EDZ et 2) un petit changement du module d'Young dans une surface d'EDZ importante. L'étude du produit de ces deux paramètres (appelé contraste d'EDZ) est nécessaire afin de pouvoir à terme quantifier un endommagement. Les études paramétriques pour une grande gamme de contrastes d'EDZ et une surface d'EDZ variant de 0 à 100% du milieu de propagation montrent que la relation linéaire (*resp.* quadratique) entre θ (*resp.* K_d) et le contraste d'EDZ reste valable pour une surface d'EDZ allant jusqu'à 90% de la surface du milieu de propagation pour un contraste d'EDZ inférieur à 2.0×10^{-3} .

Dans le contexte de cette méthode NCWI, afin de mieux comprendre l'influence de la pompe sur les changements des propriétés du matériau observés expérimentalement, l'influence du module d'Young et de l'inverse du facteur de qualité au sein de l'EDZ est étudiée dans un milieu homogène puis hétérogène. Cette fois la surface d'EDZ est constante et voisine de la zone fissurée de la plaque de verre étudiée expérimentalement par Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2013b). Pour chaque niveau d'amplitude de pompe, il n'existe qu'un seul couple de valeurs de paramètres testés pour lequel les observables de CWI numériques et expérimentales coïncident. Deux coefficients non linéaires (α_θ et α_{K_d}) reliant les changements des propriétés du matériau (du module d'Young et de l'inverse du facteur de qualité) à l'amplitude de la pompe peuvent être extraits. Ils renseignent

sur le niveau de non-linéarité du milieu de propagation. Afin de mieux décrire les formes physiques de défauts dans l'échantillon, une EDZ comportant des fissures modèles (conditions limites libres sur des segments distribués dans le milieu) est ensuite considérée dans le chapitre 3. Les fissures introduites dans l'EDZ ajoutent des diffuseurs supplémentaires et les changements nécessaires des propriétés du matériau de l'EDZ sont diminués pour un même niveau d'amplitude de la pompe.

Dans la chapitre 4, l'influence de la pompe est modélisée numériquement par un changement de la longueur effective des fissures. En effet, d'autres processus non linéaires sont nécessairement induits par l'onde de pompe (clapping, stick-slip, glissement...), mais ce ne sont pas ceux sondés via les distortions de l'onde de coda. Il est supposé ici que l'onde de pompe modifie donc les fissures en modulant leur longueurs (ce qui pourrait correspondre à un mouvement d'ouverture et de fermeture partielles sous l'action de traction et de compression par le champ d'onde de pompe), et que l'effet moyen de cette modulation correspond à un petit changement de longueur effective des fissures (moyennage sur plusieurs périodes de l'onde de pompe). Les études paramétriques des observables de CWI (θ et Kd) sont réalisées en fonction du nombre de fissures (*i.e.* différents niveaux de fissuration) dans un modèle homogène ainsi que dans un milieu hétérogène. Les résultats montrent une nouvelle fois que θ (*resp.* Kd) varie linéairement (*resp.* quadratiquement) en fonction du changement global de la longueur des fissures. Deux coefficients "non linéaires" qui relient θ et Kd avec ce changement sont proposés comme indicateurs supplémentaires représentatifs du niveau de fissuration dans les matériaux.

Les premières expériences en vue d'une validation expérimentale du modèle numérique sont réalisées dans la dernière partie de ces travaux de thèse. Face à la difficulté de la création de fissures contrôlées, une plaque d'aluminium trouée, dans laquelle un certain nombre de vis peuvent être introduites constitue l'échantillon. Les contacts non linéaires entre les vis et la plaque joue un rôle similaire du point de vue acoustique aux fissures dans un solide, et présentent la possibilité d'en modifier le nombre, la position ou même de les enlever. Une évaluation globale du niveau de fissuration (*i.e.* différentes quantités de vis) de la plaque est effectuée en appliquant la méthode de NCWI. Une autre plaque d'aluminium identique est utilisée dans les mesures expérimentales comme référence afin d'éliminer les biais de température sur les observables et augmenter la répétabilité de l'expérience.

Cette thèse permet de faire un pas de plus vers la caractérisation de défauts dans un milieu multi-diffusant ainsi que dans un milieu multi-reverbérant, à l'aide de la méthode NCWI. Les simulations numériques permettent de mieux interpréter les phénomènes non linéaires observés dans les expériences de NCWI et d'optimiser les dispositifs expérimentaux et les campagnes de mesure correspondantes. Les changements du module d'élasticité

effectif et de l'inverse du facteur de qualité effectif dans une zone localisée pendant l'application de la pompe sont les premiers effets non linéaires supposés et ont été étudiés quantitativement en les comparant avec les résultats expérimentaux. Le changement de la longueur effective de fissures modèles est un second effet non linéaire possible induit par l'onde de pompe et susceptible de jouer un rôle dans le cadre de la NCWI. Un protocole expérimental permettant d'étudier quantitativement les fissures est proposé en fin de thèse et des lois reliant les paramètres d'endommagement et les observables de NCWI (α_{theta} et α_{Kd}) sont proposées. Les améliorations liées aux montages expérimentaux dans les futures études sont également proposées. Pour l'instant, les observables de NCWI permettant de décrire les effets non linéaires restent globales et effectives, il est difficile à distinguer le type d'endommagement (*i.e.* réseau de fissures, variations de propriétés de matériaux, changements structurels etc.).

Perspectives

L'objectif de ce travail de thèse consistait à comprendre plus en profondeur, comment un changement induit par une onde de pompe sur des éléments élastiques non linéaires localisés dans un milieu multi-diffusant (ou réverbérant) peut influencer les mise en oeuvre et les résultats de la méthode NCWI. Plusieurs hypothèses ont été testées et pistes analysées dans ce manuscrit : le changement du module d'élasticité et de l'inverse du facteur de qualité au sein de l'EDZ, la surface d'EDZ, le changement de la longueur des fissures, le nombre de fissures. Ces paramètres et leurs influences sont étudiés indépendamment ou en groupe de deux afin de faciliter les études paramétriques en les reliant aux observables de la méthode CWI. Les phénomènes non linéaires causés par des micro-fissures ou des problèmes de liaisons tels que le collage ou le délaminage sont très complexes à modéliser, et les changements des paramètres proposés (par groupe de deux) ne sont en l'état pas suffisants pour les décrire complètement. Cela ouvre des perspectives pour le développement de modèles numériques permettant de représenter de façon plus complète les phénomènes non linéaires liés à l'onde de pompe, et in fine de simuler l'ensemble de la méthode NCWI.

Comme montré dans la figure 5.9, un milieu-modèle plus réaliste (*i.e.* solide avec des non-linéarités locales contrôlables) avec différentes natures et différentes tailles d'inclusion peut être considéré. Des Zones de Transition Interfaciale (ITZ : *Interfacial Transition Zone*) peuvent être introduites pour les modélisations des micro-fissures ou des microcontacts entre les granulats et la partie rigide dans un matériau comme le béton (Burel, 2014; Yu, 2018). Tous les paramètres proposés (*i.e.* changements des propriétés intrinsèques du milieu et des formes physiques des fissures) dans ce travail pourraient être pris en compte simultanément. D'autres paramètres peuvent être également pris en considération, par

exemple, la porosité (*i.e.* la concentration des trous), l'orientation et la répartition des fissures, la surface de contact de l'ITZ etc.

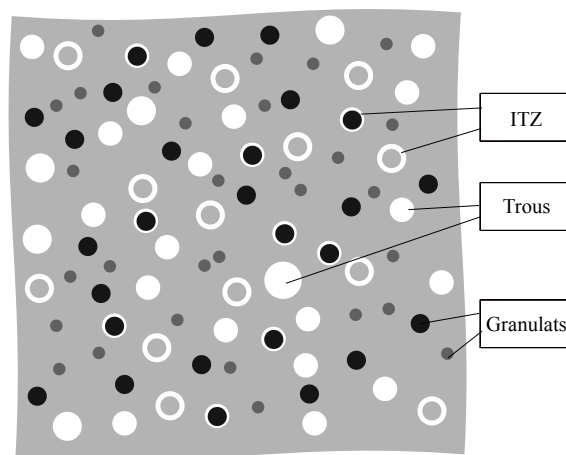


FIGURE 5.9 – Schéma représentatif d'un matériau très hétérogène avec différentes natures et différents tailles de granulats.

Différents paramètres permettant de caractériser et de quantifier les défauts dans un milieu homogène et hétérogène sont présentés et discutés dans ce mémoire. Il est démontré que les coefficients non linéaires extraits des relations entre les observables de CWI (θ , K_d) et ces paramètres sont extrêmement sensibles au niveau d'endommagement du matériau. Il est envisageable de mettre au point de nouvelles méthodes de localisation et d'imagerie de défauts en utilisant le champ ultrasonore diffus et l'acoustique non linéaire. Basée sur le champ ultrasonore diffus, la technique d'imagerie dite Locadiff (Rossetto et al., 2011; Planès et al., 2014) pourrait être utilisée. Elle est déjà appliquée en sismologie (Sens-Schönfelder and Wegler, 2011; Obermann et al., 2013; Zhao et al., 2017) et dans le domaine de l'ECND pour les matériaux complexes comme le béton (Larose et al., 2010; Larose et al., 2015; Zhang et al., 2016). Locadiff fournit des informations par comparaison de deux états du matériau, elle nécessite un état initial (*i.e.* où les fissures sont inexistantes) et d'un état final (*i.e.* avec des fissures ouvertes) (Larose et al., 2015). La méthode non linéaire peut être utilisée pour répondre à cette demande. Les coefficients non linéaires (expérimentaux) qui relient les observables de CWI à l'amplitude de la pompe (α_θ , α_{K_d}) sont plus sensibles que les observables de CWI (θ , K_d) pour la détection des fissures. Par ailleurs, Locadiff combinée avec la méthode non linéaire a le potentiel de détecter des fissures fermées et des contacts imparfaits microscopiques dans les matériaux hétérogènes endommagés.

Annexe A

Publications et Communications

Articles de revue

G. Chen, D. Pageot, J.-B. Legland, O. Abraham, M. Chekroun and V. Tournat, **Numerical modeling of ultrasonic coda wave interferometry in a multiple scattering medium with a localized nonlinear defect**, *Wave Motion*, (2017), Vol.72, pp.228-243. doi:[10.1016/j.wavemoti.2017.03.004](https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2017.03.004)

G. Chen, D. Pageot, O. Abraham, Y. Zhang, M. Chekroun and V. Tournat, **Numerical simulations of Nonlinear Coda Wave Interferometry : influence of material damage contrast and modeling**, *Ultrasonics*, (2018), en cours de soumission

Articles de revue à soumettre

G. Chen, Y. Zhang, O. Abraham, D. Pageot, M. Chekroun and V. Tournat, **Numerical parametric study of Nonlinear Coda Wave Interferometry sensitivity to micro-crack size in a highly heterogeneous medium**

G. Chen, O. Abraham, D. Pageot, O. Durand, M. Chekroun and V. Tournat, **Evaluation of cracking levels in a multiple scattering medium by Nonlinear Coda Wave Interferometry (NCWI) : experimental study**

Proceedings de conférences

G. Chen, D. Pageot, J.-B. Legland, M. Chekroun, O. Abraham, V. Tournat and Y. Capdeville, **Modélisation numérique de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu multi-diffusant en présence d'une non linéarité localisée**, *In : Proc.2016 CFA Conf.*, (Le Mans -France), 2016.

G. Chen, D. Pageot, J.-B. Legland, O. Abraham, M. Chekroun and V. Tournat, **Numerical modeling of Nonlinear modulation of Coda Wave Interferometry in a multiple scattering medium with the presence of a localized micro-cracked zone**, *In : Proc. 2017 QNDE Conf.*. (Provo - UT), *AIP Conference Proceedings*, (2018), Vol.1949, Article Number : UNSP 210002. doi:[10.1063/1.5031645](https://doi.org/10.1063/1.5031645)

G. Chen, D. Pageot, J.-B. Legland, O. Abraham, M. Chekroun and V. Tournat, **Numerical modeling of Nonlinear Coda Wave Interferometry in a multiple scattering medium with a**

localized micro-cracked zone, *In : Proc. 2018 ECNDT Conf.*, (Gothenburg-Sweden), 2018.

Communications

CFA (The 13th French Acoustics Congress), April 11 - 15, 2016, Le Mans, France

International workshops in Numerical methods, April 26, 2016, Nantes, France

FCAC (1st Franco-Chinese Acoustics Conference), Oct. 10-15, 2016, Harbin, China

COFREND (2nd Doctoriale French confederation for Non Destructive Testing), Nov. 28-29, 2016, Marne la Vallée, France

AFPAC (16th Anglo-French Physical Acoustics Conference), Jan. 27-29, 2017, LMA, Marseille, France

ECNDT(12th European Conference on Non-Destructif Testing), Juin 11- 15, 2018, Gothenburg, Sweden

FCAC (2nd Franco-Chinese Acoustics Conference) , Oct. 29-31, 2018, Le Mans, France

Annexe B

Théorie de la viscoélasticité

L'inverse du facteur de qualité est un paramètre qui joue un rôle important dans les effets associés aux non-linéarités non classiques, pouvant produire de la dissipation non linéaire importante. Dans une première partie les définitions du facteur de qualité Q , déterminable expérimentalement via différentes méthodes, sont rappelées. Ensuite dans une deuxième partie, la théorie de la viscoélasticité linéaire est présentée avec un développement basé sur l'équation de Boltzmann (Gross, 1954) et un modèle de relaxation thermoélastique inter-granulaire (Savage, 1965). L'objectif est d'expliquer pourquoi le facteur de qualité peut être, dans certains cas, considéré comme une valeur quasi-constante. Dans une troisième partie, la théorie du solide viscoélastique est introduite afin de mieux comprendre les différentes définitions et notations du facteur de qualité (Q_P/Q_S et Q_κ/Q_μ). Les relations entre les valeurs d'atténuations permettent l'évaluation dans les simulations numériques des valeurs du facteur de qualité à appliquer.

B.1 Facteur de qualité Q

Lorsqu'un volume de matériau est soumis à une excitation harmonique de fréquence ω , la mesure sans dimension de l'inélasticité est donnée par :

$$\frac{1}{Q(\omega)} = -\frac{\Delta E}{2\pi E}, \quad (\text{B.1})$$

où E est l'énergie maximale de déformation et ΔE est l'énergie perdue par cycle à cause de l'inélasticité du matériau. Cette définition est rarement utilisée, parce qu'il est expérimentalement difficile de solliciter le matériau avec une contrainte d'amplitude et de période invariables (Aki and Richards, 1980).

En général, il y a souvent deux méthodes pour quantifier l'atténuation d'un signal :

1) lorsque le nombre d'ondes est fixé (cas d'une résonance dans un échantillon fini), la décroissance temporelle de l'amplitude des ondes stationnaires ; 2) lorsque la fréquence est fixée, la décroissance spatiale de l'amplitude des ondes propagatives. En sismologie, les signaux se composent d'une large gamme de fréquences et l'hypothèse forte que l'atténuation est un phénomène linéaire est prise. Dans le cas où une onde peut se décomposer en série de Fourier, chaque composante peut être étudiée avec les méthodes 1) et 2). Pour un milieu avec une relation linéaire contrainte-déformation, l'amplitude de l'onde est proportionnelle à $E^{1/2}$. En supposant que $Q \gg 1$, la variation des amplitudes due à l'atténuation est donnée par :

$$\frac{1}{Q(\omega)} = -\frac{\Delta A}{\pi A}. \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas d'une onde monochromatique propagée dans un milieu homogène :

— 1) : **Q temporel**

$A = A(t)$: A_0 est l'amplitude initiale, A diminue de π/Q à chaque période successive de durée $2\pi/\omega$, $4\pi/\omega$, ..., $2n\pi/\omega$, ...

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{\omega t}{2Q}\right) . \quad (\text{B.3})$$

— 2) : **Q spatial**

$A = A(x)$: $\Delta A = (dA/dx)\lambda$ où $\lambda = 2\pi v_{phase}/\omega$,

$$A(x) = A_0 \exp\left(-\frac{\omega x}{2v_{phase}Q}\right) . \quad (\text{B.4})$$

B.2 Théorie de la viscoélasticité linéaire

La théorie de la viscoélasticité linéaire est incorporée dans l'équation de Boltzmann (Gross, 1954) qui s'écrit :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t \dot{\sigma}(\tau)\phi(t-\tau)d\tau , \quad (\text{B.5})$$

où l'équation de Boltzmann suppose que la déformation $\varepsilon(t)$ à l'instant t est reliée de manière linéaire à la contrainte $\sigma(\tau)$ en fonction du temps. $\varepsilon(t)$ intègre donc à la fois le principe de superposition et le principe de causalité. La fonction $\phi(t)$ est la fonction de fluage, qui est déterminée par le mécanisme d'atténuation.

La fonction de fluage dans l'équation de Boltzmann est la réponse de la déformation, lorsque $\sigma(t)$ est la fonction échelon-unité $H(t)$. Pour $\sigma(t) = H(t)$, $\dot{\sigma}(t) = \delta(t)$, où δ est le

symbole de Kronecker, l'équation de Boltzmann devient :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau) \phi(t - \tau) d\tau = \phi(t) . \quad (\text{B.6})$$

En général, pour une contrainte de cisaillement appliquée soudainement sur le matériau, il n'y a pas de déformation instantanée ou initiale, la déformation se rapproche progressivement d'une valeur asymptotique. Cependant, pour certains matériaux comme les roches, la déformation est instantanée lors de l'application soudaine de la contrainte et disparaît instantanément à la fin de la contrainte. Un modèle mécanique plus approprié est le modèle "solide linéaire standard", décrit par la loi de comportement suivante :

$$\sigma + \tau_\sigma \dot{\sigma} = M_R (\varepsilon + \tau_\varepsilon \dot{\varepsilon}) , \quad (\text{B.7})$$

où M_R est le module de déformation. τ_σ est le temps de relaxation des contraintes sous déformation constante et τ_ε est le temps de relaxation des déformations sous contrainte constante.

La déformation pour une fonction de chargement échelon unité est :

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{M_R} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon} \right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_\varepsilon}\right) \right] H(t) , \quad (\text{B.8})$$

lorsque $t = 0$,

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{M_R} \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon} H(t) = \frac{1}{M_R} \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon} \sigma(t) , \quad (\text{B.9})$$

lorsque $t = \infty$,

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{M_R} H(t) = \frac{1}{M_R} \sigma(t) . \quad (\text{B.10})$$

M_R est la valeur après relaxation du rapport de la contrainte-déformation. Cette quantité est connue comme le module élastique souple (*relaxed elastic modulus*). La valeur initiale du rapport de la contrainte-déformation, avant la relaxation est $M_R(\tau_\varepsilon/\tau_\sigma)$, cette quantité est connue comme le module élastique tendu (*unrelaxed elastic modulus*), notée par M_U ,

$$\frac{M_U}{M_R} = \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_\sigma} . \quad (\text{B.11})$$

L'équation de Boltzmann pour un solide élastique standard s'écrit :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t \dot{\sigma}(\tau) \frac{1}{M_R} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon} \right) \exp\left(-\frac{t - \tau}{\tau_\varepsilon}\right) \right] d\tau , \quad (\text{B.12})$$

lorsque $\sigma(-\infty) = 0$ et $t - \tau = 0$,

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{M_R} - \frac{1}{M_R} \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon}\right) \int_0^\infty \exp(-\theta/\tau_\varepsilon) \dot{\sigma}(t - \theta) d\theta \quad . \quad (\text{B.13})$$

Dans le cas d'une perturbation sinusoïdale, l'équation de Boltzmann devient :

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \frac{\sigma(t)}{M_R} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon}\right) \int_0^\infty i\omega \exp(-i\omega\theta) \exp(-\theta/\tau_\varepsilon) d\theta \right] \\ &= \frac{\sigma(t)}{M_R} \left[1 - \frac{\omega^2 \tau_\varepsilon^2}{1 + \omega^2 \tau_\varepsilon^2} \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon}\right) - i \frac{\omega(\tau_\varepsilon - \tau_\sigma)}{1 + \omega^2 \tau_\varepsilon^2} \right] \\ &= \frac{\sigma(t)}{M_R} (A - iB) \quad , \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

avec

$$\begin{aligned} A &= 1 - \frac{\omega^2 \tau_\varepsilon^2}{1 + \omega^2 \tau_\varepsilon^2} \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon}\right) \quad , \\ B &= \frac{\omega(\tau_\varepsilon - \tau_\sigma)}{1 + \omega^2 \tau_\varepsilon^2} \quad . \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

Le module complexe M_c est définie par :

$$M_c \equiv \frac{M_R}{A - iB} \quad . \quad (\text{B.16})$$

Sous l'hypothèse de petite atténuation, le facteur de qualité Q s'écrit :

$$Q^{-1} = \frac{\text{Im}(M_c)}{\text{Re}(M_c)} = \frac{\omega(\tau_\varepsilon - \tau_\sigma)}{1 + \omega^2 \tau_\varepsilon \tau_\sigma} = \left[\sqrt{\frac{M_U}{M_R}} - \sqrt{\frac{M_R}{M_U}} \right] \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad , \quad (\text{B.17})$$

avec $\tau = \sqrt{\tau_\varepsilon \tau_\sigma}$.

Lorsque $1 - \tau_\sigma/\tau_\varepsilon = C$ (= constante) et $C \ll 1$, τ_σ dépend linéairement avec τ_ε . En généralisant à une distribution continue dans τ_ε , l'équation (B.14) devient :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{M_R} \left[1 - C \int_0^\infty d\tau_\varepsilon \int_0^\infty i\omega \exp(-i\omega\theta) \exp(-\theta/\tau_\varepsilon) D(\tau_\varepsilon) d\theta \right] \quad , \quad (\text{B.18})$$

avec une fonction de distribution particulière $D(\tau_\varepsilon)$:

$$D(\tau_\varepsilon) = \begin{cases} 1/\tau_\varepsilon & \tau_1 > \tau_\varepsilon > \tau_2 \\ 0 & \tau_\varepsilon \geq \tau_1, \tau_\varepsilon \leq \tau_2 \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

$$\tau_\varepsilon \geq \tau_1, \tau_\varepsilon \leq \tau_2 \quad . \quad (\text{B.20})$$

L'équation (B.18) après intégration s'écrit :

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \frac{\sigma(t)}{M_R} \left[1 - \frac{C}{2} \ln \frac{1 + \omega^2 \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} + iC \tan^{-1} \frac{\omega(\tau_1 - \tau_2)}{1 + \omega^2 \tau_1 \tau_2} \right] \\ &= \frac{\sigma(t)}{M_R} [A + iB] \quad ,\end{aligned}\tag{B.21}$$

avec

$$\begin{aligned}A &= 1 - \frac{C}{2} \ln \frac{1 + \omega^2 \tau_1^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \quad , \\ B &= C \tan^{-1} \frac{\omega(\tau_1 - \tau_2)}{1 + \omega^2 \tau_1 \tau_2} \quad .\end{aligned}\tag{B.22}$$

Lorsque τ_1 est très grand et τ_2 est très petit, pour $\tau_1^{-1} \ll \omega \ll \tau_2^{-1}$, le facteur de qualité est à égal alors :

$$Q \approx C \tan^{-1} \frac{\omega(\tau_1 - \tau_2)}{1 + \omega^2 \tau_1 \tau_2} \sim \frac{C\pi}{2} = \frac{1}{Q_m} = \text{constante} \quad ,\tag{B.23}$$

cette équation est obtenue par Savage (Savage, 1965) pour un modèle de relaxation thermoélastique inter-granulaire.

B.3 Solide viscoélastique

Le Lagrangien (densité Lagrangienne) pour un milieu élastique isotrope s'écrit :

$$L\{\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}\} = \frac{\rho}{2} \dot{u}_i \dot{u}_i - \frac{\lambda}{2} \varepsilon_{kk} \varepsilon_{ll} - \mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \quad ,\tag{B.24}$$

où u_i représente le déplacement et \dot{u}_i représente la vitesse, $i = 1, 2, 3$ représentent les dimensions spatiales. $\varepsilon_{ij} = (\partial_i u_j + \partial_j u_i)/2$ est le tenseur de déformation. λ et μ sont les coefficients de Lamé et ρ est la masse volumique du matériau. Si le tenseur de déformation ε_{ij} est remplacé par une combinaison de la déformation traction-compression $\Delta = \varepsilon_{kk}$ et la déformation de cisaillement par $\tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \Delta/3$, la densité Lagrangienne devient :

$$L = \frac{\rho}{2} \dot{u}_i \dot{u}_i - \frac{K}{2} \Delta^2 - \mu \tilde{\varepsilon}_{ij} \tilde{\varepsilon}_{ij} \quad ,\tag{B.25}$$

où K est le module d'élasticité isostatique et μ est le module de cisaillement.

La dissipation d'énergie ne fait pas partie du Lagrangien, elle est décrite par la fonction de dissipation D (Landau and Lifshitz, 1976). Pour un modèle simple et linéaire (Coulman

et al., 2013), D est définie par une combinaison de variables de la mécanique des fluides : la viscosité de volume η_Δ et la viscosité de cisaillement η_ε :

$$D = \frac{\eta_\Delta}{2} \dot{\Delta}^2 + \eta_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} \quad , \quad (\text{B.26})$$

le terme η_ε correspond à un solide de Kelvin-Voigt, les dissipations quadratiques correspondent aux contraintes viscoélasticités : $\sigma_\Delta = -\partial D / \partial \dot{\Delta}$ (pour la variation de volume) et $\sigma_{ij} = -\partial D / \partial \dot{\varepsilon}_{ij}$ (pour le cisaillement pur).

Pour simplifier le problème, un cas en 1D est considéré. Pour des ondes P harmoniques de fréquence angulaire ω , en cas de dissipation d'énergie faible, la déformation selon l'axe x s'écrit :

$$u(x, t) = \bar{u}(x) \exp(-i\omega t) \quad . \quad (\text{B.27})$$

L'équation du mouvement spatial par rapport à \bar{u} est donnée par :

$$\frac{\delta L}{\delta u} - \frac{\delta D}{\delta \dot{u}} = \omega^2 \rho \bar{u} - [M - i\omega \eta_M] \partial^2 \bar{u} = 0 \quad , \quad (\text{B.28})$$

où le coefficient de viscosité est $\eta_M = \eta_\Delta + \frac{4}{3}\eta_\varepsilon$ et M le module d'Young. La solution harmonique de cette équation est donnée par un nombre d'onde complexe :

$$k_P = \omega \sqrt{\frac{\rho}{M - i\omega \eta_M}} \approx \omega \sqrt{\frac{\rho}{M}} \left(1 + \frac{i\omega \eta_M}{2M}\right) \quad . \quad (\text{B.29})$$

Le facteur de qualité spatial Q pour une onde P s'écrit :

$$Q_P^{-1} = 2 \frac{\text{Im} k_P}{\text{Re} k_P} \approx \omega \frac{\eta_M}{M} \quad , \quad (\text{B.30})$$

de même, pour une onde S, le facteur de qualité Q_S est donné par :

$$Q_S^{-1} = 2 \frac{\text{Im} k_S}{\text{Re} k_S} \approx \omega \frac{\eta_\varepsilon}{\mu} \quad . \quad (\text{B.31})$$

Une relation entre l'atténuation des ondes P et S et λ et μ est donnée par Mavko *et al.* (Mavko et al., 2005) :

$$\frac{Q_P}{Q_S} = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\lambda/\mu + 2} \right) + \frac{5}{12} \left(\frac{(3\lambda/\mu + 4)(3\lambda/\mu + 2)^2}{(\lambda/\mu + 2)(9\lambda/\mu + 10)} \right) \quad (\text{B.32})$$

Soit des facteurs de qualité Q_κ et Q_μ du module d'incompressibilité et du module de cisaillement. Ils peuvent être estimés à partir de Q_P et Q_S en respectant les hypothèses suivantes (Anderson and Archambeau, 1964) : 1) les vitesses de phase $c_{P,S} = \omega/k_{P,S}$ sont

égales aux vitesses des ondes P et S, $v_P = \sqrt{M/\rho}$ et $v_S = \sqrt{\mu/\rho}$; 2) v_P , v_S , M et μ sont des valeurs complexes, dont les arguments complexes correspondent aux valeurs de Q ; 3) la masse volumique ρ est réelle. Sous ces hypothèses :

$$Q_\kappa^{-1} = -\arg \tilde{K} \approx \frac{MQ_P^{-1} - \frac{4}{3}\mu Q_S^{-1}}{K} , \quad (\text{B.33})$$

où les modules complexes sont reliés par $\tilde{K} = \tilde{M} - \frac{4}{3}\tilde{\mu}$. En tenant compte des expressions B.30 et B.31, Q_κ^{-1} est proportionnel à η_Δ et ω :

$$Q_\kappa^{-1} \approx \omega \frac{\eta_M - \frac{4}{3}\eta_\mu}{K} = \omega \frac{\eta_\Delta}{K} , \quad (\text{B.34})$$

et

$$Q_\mu^{-1} = Q_S^{-1} \approx \omega \frac{\eta_\varepsilon}{\mu} . \quad (\text{B.35})$$

Lorsqu'une onde P se propage dans la direction x , la déformation déviatrice est proportionnelle à la déformation de volume :

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \frac{2\Delta}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\Delta}{3} \end{pmatrix} . \quad (\text{B.36})$$

A partir de la dissipation quadratique Eq.B.26, la contrainte de frottement peut s'écrire :

$$\boldsymbol{\sigma}_D = \begin{pmatrix} (\eta_\Delta + \frac{4\eta_\varepsilon}{3})\dot{\Delta} & 0 & 0 \\ 0 & (\eta_\Delta - \frac{2\eta_\varepsilon}{3})\dot{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & (\eta_\Delta - \frac{2\eta_\varepsilon}{3})\dot{\Delta} \end{pmatrix} . \quad (\text{B.37})$$

Lorsque le matériau est soumis à une augmentation de la compression $\dot{\Delta} < 0$, si l'une des composantes du tenseur de contrainte (Eq.B.37) est positive, les forces de frottement visqueux entraînent une diminution de volume (*Shrinking*) supplémentaire dans les directions transversales. Pour éviter cet effet, η_Δ doit être supérieur ou égal à $\frac{2}{3}\eta_\varepsilon$. A partir des Eq.B.34 et Eq.B.35, la relation entre Q_κ et Q_μ peut s'écrire :

$$Q_\kappa^{-1} \geq \frac{2\mu}{3K} Q_\mu^{-1} = \frac{Q_\mu^{-1}}{\frac{3}{2}(\frac{v_P}{v_S})^2 - 1} , \quad (\text{B.38})$$

où v_P et v_S sont respectivement les vitesses de l'onde P et de l'onde S. Par exemple, pour le rapport des vitesses $v_P/v_S = \sqrt{3}$, cela donne environ $Q_\kappa^{-1} \geq 0.28Q_\mu^{-1}$.

Bibliographie

- Abraham., O., Piwakowski, B., Villain., G., and Durand, O. (2012). Non-contact, automated surface wave measurements for the mechanical characterisation of concrete. *Constr. Build. Mater.*, 37 :904–915. [1](#)
- Aki, K. (1969). Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves. *J. Geophys. Res.*, 74(2) :615–631. [5](#), [10](#)
- Aki, K. and Chouet, B. (1975). Origin of coda waves : Source, attenuation, and scattering effects. *J. Geophys. Res.*, 80(23) :3322–3342. [2](#), [5](#), [10](#), [40](#)
- Aki, K. and Richards, P. G. (1980). *Quantitative Seismology, Theory and Methods*, volume 373 of 167-185. [119](#)
- Aleshin, V., Delrue, S., Trifonov, A., Bou Matar, O., and Van Den Abeele, K. (2018). Two dimensional modeling of elastic wave propagation in solids containing cracks with rough surfaces and friction - Part I : Theoretical background. *Ultrasonics*, 82 :11–18. [22](#)
- Alterman, Z. S. and Karal, F. J. (1968). Propagation of elastic waves in layered media by finite-difference methods. *B. Seismol. Soc. Am.*, 58 :367–398. [31](#)
- Anderson, D. L. and Archambeau, C. B. (1964). The anelasticity of the earth. *J. Geophys. Res.*, 69 :2071–2084. [124](#)
- Anugonda, P., Wiehn, J. S., and Turner, J. A. (2001). Diffusion of ultrasound in concrete. *Ultrasonics*, 39(6) :429–435. [8](#)
- Asay, J. R. and Chhabildas, L. C. (1981). Determination of the shear strength of shock compressed 6061-t6 aluminum. *Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals*. [103](#)
- Azaiez, M., Dauge, M., and Maday, Y. (1994). Méthodes spectrales et des éléments spectraux. *Technical Report 17, Institut de Recherche mathématique de Rennes, Université de Rennes I*. [32](#)
- Bayliss, A., Jordan, K. E., LeMesurier, B. J., and Turkel, E. (1986). A fourth-order accurate finite-difference scheme for the computation of elastic waves. *B. Seismol. Soc. Am.*, 76 :1115–1132. [31](#)

- Becker, J., Jacobs, L. J., and Qu, J. (2003). Characterization of cement-based materials using diffuse ultrasound. *J. Eng. Mech.*, 129(12) :1478–1484. [8](#)
- Berenger, J. (1994). A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comput. Phys.*, 114 :185–200. [30](#)
- Blanloeuil, P. (2013). *Analyse de la non-linéarité acoustique de contact pour l'évaluation et le contrôle non destructif*. PhD thesis, Université Sciences et Technologies - Bordeaux I. [21](#)
- Blanloeuil, P., Meziane, A., and Bacon, C. (2014). Numerical study of nonlinear interaction between a crack and elastic waves under an oblique incidence. *Wave Motion*, 51 :425–437. [21](#)
- Blanloeuil, P., Meziane, A., and Bacon, C. (2015). 2D finite element modeling of the non-collinear mixing method for detection and characterization of closed cracks. *NDT & E Int.*, 76 :43–51. [22](#)
- Blanloeuil, P., Meziane, A., Norris, A. N., and Bacon, C. (2016a). Analytical extension of finite element solution for computing the nonlinear far field of ultrasonic waves scattered by a closed crack. *Wave Motion*, 66 :132–146. [22](#), [40](#)
- Blanloeuil, P., Rose, L. R. F., Guinto, J. A., Veidt, M., and Wang, C. H. (2016b). Closed crack imaging using time reversal method based on fundamental and second harmonic scattering. *Wave Motion*, 66 :156–176. [1](#), [22](#)
- Bohlen, T. and Saenger, E. H. (2006). Accuracy of heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of Rayleigh waves. *Geophys.*, 71(4) :109–115. [31](#)
- Breysse, D. (2012). Nondestructive evaluation of concrete strength : An historical review and a new perspective by combining NDT methods. *Constr. Build. Mater.*, 33 :139–163. [1](#)
- Burel, A. (2014). *Contributions à la simulation numérique en élastodynamique : découplage des ondes P et S, modèles asymptotiques pour la traversée de couches minces*. PhD thesis, Université Paris Sud. [115](#)
- Burnham, N. A., Kulik, A. J., Gremaud, G., Gallo, P. J., and Oulevey, F. (1996). Scanning local-acceleration microscopy. *J. Vac. Sci. Technol., B*, 14(2) :794–799. [20](#)
- Cabaret, J., Béquin, P., Theocharis, G., Andreev, V., Gusev, V. E., and Tournat, V. (2015). Nonlinear hysteretic torsional waves. *Phys. Rev. Lett.*, 115 :054301. [41](#), [44](#)
- Callé, S., Moreschi, H., Renaud, G., and Defontaine, M. (2014). Ultrasound propagation in trabecular bone : a numerical study of the influence of microcracks. *Ultrasonics*, 54(5) :1231–1236. [22](#)
- Campillo, M. and Lemarchand, F. (2002). Les clés de lecture du désordre terrestre. *La Recherche, Hors-Serie n 9*, pages 62–65. [5](#)

- Cantrell, J. H. and Yost, W. T. (2001). Nonlinear ultrasonic characterization of fatigue microstructures. *Int. J. Fatigue*, 23 :487 – 490. [23](#)
- Capdeville, Y. (2000). *Méthode couplée éléments spectraux - solution modale pour la propagation d'ondes dans la Terre à l'échelle globale*. PhD thesis, Université de Paris 7 Denis Diderot. [31](#), [34](#), [36](#)
- Chekroun, M. (2008). *Caractérisation mécanique des premiers centimètres du béton avec des ondes de surface*. PhD thesis, École Centrale de Nantes. [8](#), [9](#)
- Chen, G., Pageot, D., Legland., J.-B., Abraham., O., Chekroun., M., and Tournat, V. (2017). Numerical modeling of ultrasonic coda wave interferometry in a multiple scattering medium with a localized nonlinear defect. *Wave Motion*, (72) :228–243. [39](#), [69](#), [70](#), [73](#), [76](#), [77](#), [81](#), [85](#), [88](#), [92](#), [97](#), [100](#), [101](#)
- Cohen, I., Coult, N., and Vassiliou, A. A. (2006). Detection and extraction of fault surfaces in 3D seismic data. *Geophysics*, 71(4) :21–27. [40](#)
- Cottrell, A. H. (1997). Logarithmic and andrade creep. *Philos. Mag. Lett.*, 301(75). [20](#)
- Coulman, T., Deng, W., and Morozov, I. (2013). Models of seismic attenuation measurements in the laboratory. *Can. J. Explor. Geophys.*, 38(1) :51–67. [55](#), [124](#)
- Courtney, C. R. P., Drinkwater, B. W., Neild, S. A., and Wilcox, P. D. (2008). Factors affecting the ultrasonic intermodulation crack detection technique using bispectral analysis. *NDT & E Int.*, 41(3) :223 – 234. [23](#)
- Cruz-Atienza, V. M. and Virieux, J. (2004). Dynamic rupture simulation of non-planar faults with a finite-difference approach. *Geophys. J. Int.*, 158 :939–954. [31](#)
- Delavaud, E. (2007). *Simulation numérique de la propagation d'ondes en milieu géologique complexe : application à l'évaluation de la réponse sismique du bassin de Caracas (Venezuela)*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe de Paris. [30](#)
- Delrue, S., Aleshin, V., Truyaert, K., Bou Matar, O., and Van Den Abeele, K. (2018). Two dimensional modeling of elastic wave propagation in solids containing cracks with rough surfaces and friction - Part II : Numerical implementation. *Ultrasonics*, 82 :19–30. [22](#)
- Delrue, S. and Van Den Abeele, K. (2012). Three-dimensional finite element simulation of closed delaminations in composite materials. *Ultrasonics*, 52(2) :315–324. [21](#)
- Deroo, F., Kim, J.-Y., Qu, J., Sabra, K., and Jacobs, L. J. (2010). Detection of damage in concrete using diffuse ultrasound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127(6) :3315–3318. [8](#)
- Didier-Laurent, S., Idrissi, H., and Roué, L. (2008). In-situ study of the cracking of metal hydride electrodes by acoustic emission technique. *J. Power Sources*, 179 :412–416. [1](#)
- Dodson, J. C. and Inman, D. J. (2014). Investigating the thermally induced acoustoelastic effect in isotropic media with lamb waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 136(5). [103](#)

- Donskoy, D., Sutin, A., and Ekimov, A. (2001). Nonlinear acoustic interaction on contact interfaces and its use for nondestructive testing. *NDT & E Int.*, 34(4) :231 – 238. [23](#), [41](#)
- Eiras, J. N., Popovics, J. S., Borrachero, M. V., Monzó, J., and Payá, J. (2015). The effects of moisture and micro-structural modifications in drying mortars on vibration-based NDT methods. *Constr. Build. Mater.*, 94 :565–571. [40](#)
- Eiras, J. N., Vu, Q. A., Lott, M., Payá, J., Garnier, V., and Payan, C. (2016). Dynamic acousto-elastic test using continuous probe wave and transient vibration to investigate material nonlinearity. *Ultrasonics*, 69 :29 – 37. [1](#), [24](#), [27](#), [41](#), [44](#), [103](#)
- Elguedj, T., Gravouil, A., and Combescure, A. (2007). A mixed augmented lagrangian-extended finite element method for modelling elastic-plastic fatigue crack growth with unilateral contact. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 71 :1569–1597. [31](#)
- Geuzaine, C. and Remacle, J. F. (2009). Gmsh : a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post- processing facilities. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 79(11) :1309–1331. [29](#), [36](#), [69](#), [85](#), [112](#)
- Gist, G. A. (1994). Fluide effects on velocity and attenuation in sandstones. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96 :1158–1173. [2](#)
- Giurgiutiu, V. and Soutis, C. (2012). Enhanced composites integrity through structural health monitoring. *Appl. Compos. Mater.*, 19 :813–829. [1](#)
- Gliossi, A. S., Nobili, M., and Scalerandi, M. (2006). Modelling localized nonlinear damage and analysis of its influence on resonance frequencies. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 39(17) :3895. [47](#)
- Goursolle, T., Callé, S., Santos, S. D., and Bou Matar, O. (2008). 3d numerical study for defect detection with nonlinear elastic wave spectroscopy and time reversal techniques. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(5) :3832. [23](#)
- Grêt, A., Snieder, R., Aster, R. C., and Kyle, P. R. (2005). Monitoring rapid temporal change in a volcano with coda wave interferometry. *Geophys. Res. Lett.*, 32(6) :10–1029. [2](#), [7](#), [40](#)
- Gross, B. (1954). Mathematical structure of the theories of viscoelasticity. *J. Polym. Sci. Pol. Chem.*, 13 :319. [119](#), [120](#)
- Gross, D. and Zhang, C. (1992). Wave propagation in damaged solids. *Int. J. of Solids and Struc.*, 29(14) :1763–1779. [91](#)
- Gupta, K. K. and Meek, J. L. (1996). A brief history of the beginning of the finite element method. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 39 :3761–3374. [31](#)
- Gusev, V. E. (2001). Self-modulation instability in materials with hysteretic quadratic nonlinearity. *Wave Motion*, 33(2) :145–153. [44](#)

- Guyer, R. A. and Johnson, P. A. (1999). Nonlinear mesoscopic elasticity : Evidence for a new class of materials. *Physics Today*, 52(4) :30–36. [1](#), [2](#), [17](#), [18](#), [19](#), [28](#), [40](#), [43](#), [44](#), [52](#), [105](#)
- Guyer, R. A. and Johnson, P. A. (2009). *Nonlinear Mesoscopic Elasticity*. Wiley-VCH. [2](#), [17](#), [41](#), [43](#), [44](#), [105](#)
- Hadziioannou, C. (2011). *Ondes sismiques en milieu complexe : mesure des variations temporelles des vitesses*. PhD thesis, Université de Grenoble. [5](#), [6](#)
- Hadziioannou, C., Larose, E., Coutant, O., Roux, P., and Campillo, M. (2009). Stability of monitoring weak changes in multiply scattering media with ambient noise correlation : Laboratory experiments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(6) :3688–3695. [12](#), [13](#), [15](#), [42](#)
- Hauptert, S., Renaud, G., Rivière, J., Talmant, M., Johnson, P. A., and Laugier, P. (2011). High-accuracy acoustic detection of nonclassical component of material nonlinearity. *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(5) :2654–2661. [24](#), [41](#), [57](#)
- Henderson, R. D. (1999). Adaptive spectral element methods for turbulence and transition. *High-Order Methods for Computational Physics*, pages 225–324. [32](#)
- Hilloulin, B., Legland, J.-B., Lys, E., Abraham, O., Loukili, A., Grondin, F., Durand, O., and Tournat, V. (2016). Monitoring of autogenous crack healing in cementitious materials by the nonlinear modulation of ultrasonic coda waves, 3D microscopy and x-ray microtomography. *Constr. Build. Mater.*, 123 :143–152. [28](#), [41](#)
- Hilloulin, B., Zhang, Y., Abraham, O., Loukili, A., Grondin, F., Durand, O., and Tournat, V. (2014). Small crack detection in cementitious materials using nonlinear coda wave modulation. *NDT & E Int.*, 68 :98 – 104. [2](#), [8](#), [27](#), [28](#), [40](#), [41](#), [91](#), [105](#), [111](#)
- Hirose, S. (1993). 2D scattering by a crack with contact-boundary conditions. *Wave Motion*, (19) :37–49. [21](#)
- Hirose, S. and Achenbach, J. (1993). Higher harmonics in the far field due to dynamic crack-face contacting. *J. Acoust. Soc. Am.*, 93(1) :142–147. [21](#)
- Hustedt, B., Operto, S., and Virieux, J. (2004). Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling. *Geophys. J. Int.*, (157) :1269–1296. [31](#)
- In, C.-W., Kim, J.-Y., Kurtis, K., and Jacobs, L. (2009). Characterization of ultrasonic rayleigh surface waves in asphaltic concrete. *NDT & E Int.*, 42 :610–617. [1](#)
- Jacobs, L. J. and Whitcomb, R. W. (1997). Laser generation and detection of ultrasound in concrete. *J. Nondestruct. Eval.*, 16(2) :57–65. [1](#)
- Jhang, K.-Y. (2009). Nonlinear ultrasonic techniques for nondestructive assessment of micro damage in material : A review. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 10 :123–135. [23](#)
- Johnson, P. A. and Guyer, R. A. (1998). The astonishing case of mesoscopic elastic nonlinearity. *Physics today*. [2](#)

- Johnson, P. A. and Sutin, A. (2005). Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117 :124. [17](#), [18](#), [19](#), [20](#), [22](#), [24](#), [28](#), [41](#), [43](#), [44](#), [47](#), [52](#), [57](#), [70](#), [103](#), [105](#)
- Johnson, P. A., Zinszner, B., Rasolofosaon, P., Van Den Abeele, K., and Cohen-Tenoudji, F. (2004). Dynamic measurements of the nonlinear elastic parameter alpha in rock under varying conditions. *J. Geophys. Res.*, 109 :10129–10139. [19](#), [28](#), [44](#), [52](#)
- Johnson, P. A., Zinszner, B., and Rasolofosaon, P. N. J. (1996). Resonance and elastic nonlinear phenomena in rock. *J. Geophys. Res. B : Solid Earth*, 101(B5) :11553–11564. [20](#), [25](#)
- Kannan, E., Maxfield, B., and Balasubramaniam, K. (2007). SHM of pipes using torsional waves generated by in situ magnetostrictive tapes. *Smart Mater. Struct.*, 16 :2505–2515. [1](#)
- Kelly, K. R., Ward, R. W., Tretiel, S., and Alford, R. M. (1976). Synthetic seismograms : a finite-difference approach. *Geophysics*, 41 :2–27. [31](#)
- Kim, G., In, C.-W., Kim, J.-Y., Kurtis, K., and Jacobs, L. (2014). Air-coupled detection of nonlinear rayleigh surface waves in concrete - application to microcracking detection. *NDT & E Int.*, 67 :64–70. [1](#)
- Kim, J.-Y., Jacobs, L. J., Qu, J., and Littles, J. W. (2006). Experimental characterization of fatigue damage in a nickel-base superalloy using nonlinear ultrasonic waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(3) :1266–1273. [41](#)
- Komatitsch, D. (1997). *Méthodes spectrales et éléments spectraux pour l'équation de l'élastrodynamique 2D et 3D en milieu hétérogène*. PhD thesis, Université Paris Diderot (Paris-7). [32](#)
- Komatitsch, D. and Vilotte, J. P. (1998). The spectral element method : an effective tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures. *B. Seismol. Soc. Am.*, 88 :5961–5972. [29](#), [32](#), [35](#), [69](#), [85](#), [112](#)
- Komatitsch, D., Vilotte, J. P., Vai, R., Castillo-covarrubias, J. M., and Sánchez-sesma, F. J. (1999). The spectral element method for elastic wave equations - application to 2D and 3D seismic problems. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 45 :1139–1164. [29](#), [35](#), [46](#), [112](#)
- Korshak, B. A., Solodov, I. Y., and Ballad, E. M. (2002). DC effects, sub-harmonics, stochasticity and memory for contact acoustic non-linearity. *Ultrasonics*, 40(18) :707 – 713. [20](#)
- Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. (1976). *Mechanics, Third Edition : Course of Theoretical Physics (Volume 1)*. Butterworth-Heinemann. [123](#)
- Larose, E. (2006). *Mesoscopic of ultrasound and seismic waves : application to passive imaging*, volume 31. EDP Sciences. [91](#)

- Larose, E., de Rosny, J., Margerin, L., Anache, D., Gouedard, P., Campillo, M., and van Tiggelen, B. (2006). Observation of multiple scattering of khz vibrations in a concrete structure and application to monitoring weak changes. *Phys. Rev. E*, 73 :016609. [8](#), [40](#)
- Larose, E. and Hall, S. (2009). Monitoring stress related velocity variation in concrete with a 2×10^{-5} relative resolution using diffuse ultrasound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(4) :1853–1856. [2](#), [8](#), [10](#), [40](#), [101](#)
- Larose, E., Obermann, A., Digulescu, A., Planes, T., Chaix, J. F., Mazerolle, F., and Moreau, G. (2015). Locating and characterizing a crack in concrete with diffuse ultrasound : A four-point bending test. *J. Acoust. Soc. Am.*, 138(1) :232–241. [40](#), [65](#), [105](#), [116](#)
- Larose, E., Planès, T., Rossetto, V., and Margerin, L. (2010). Locating a small change in a multiple scattering environment. *Appl. Phys. Lett.*, 96(20) :204101. [116](#)
- Legland, J.-B., Abraham, O., Villain, G., Durand, O., and Tournat, V. (2016). Suivi du gradient de teneur en eau dans les bétons par modulation non linéaire de la coda ultrasonore. *Congrès français d’acoustique, Le Mans*. [28](#)
- Legland, J.-B., Zhang, Y., Abraham, O., Durand, O., and Tournat, V. (2017). Evaluation of crack status in a meter-size concrete structure using the ultrasonic nonlinear coda wave interferometry. *J. Acoust. Soc. Am.*, 142(4) :2233–2241. [1](#), [2](#), [27](#), [105](#), [111](#)
- Levander, A. R. (1988). Fourth-order finite-difference P-SV seismograms. *Geophysics*, 53 :1425–1436. [31](#)
- Li, Y., Bou Matar, O., Li, B., and Chen, X. (2015). Pseudo-spectral simulation of 1D nonlinear propagation in heterogeneous elastic media. *Wave Motion*, 52 :54–65. [18](#)
- Lillamand, I., Chaix, J.-F., Ploix, M.-A., and Garnier, V. (2010). Acoustoelastic effect in concrete material under uni-axial compressive loading. *NDT & E Int.*, 43(8) :655–660. [8](#)
- Liu, H. P., Anderson, D. L., and Kanamori, H. (1976). Velocity dispersion due to anelasticity ; implication for seismology and mantle composition. *Geophys. J. Roy. Astr. S.*, 47 :41–58. [55](#)
- Lobkis, O. I. and Weaver, R. L. (2003). Coda-wave interferometry in finite solids : Recovery of P-to-S conversion rates in an elastodynamic billiard. *Phys. Rev. Lett.*, 90(25) :254302. [13](#)
- Lu, Y. and Michaels, J. E. (2005). A methodology for structural health monitoring with diffuse ultrasonic waves in the presence of temperature variations. *Ultrasonics*, 43 :717–731. [101](#), [103](#)
- Lundqvist, P. and Rydén, N. (2012). Acoustoelastic effects on the resonance frequencies of prestressed concrete beams short term measurements. *NDT & E Int.*, 50 :36–41. [40](#)

- Luo, Y. and Schuster, G. (1990). Parsimonious staggered grid finite-differencing of the wave equation. *Geophys. Res. Lett.*, 17 :155–158. [31](#)
- Madariaga, R. (1976). Dynamics of an expanding circular fault. *B. Seismol. Soc. Am.*, 67 :163–182. [31](#)
- Maday, Y. and Patera, A. T. (1989). Spectral element methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *Comput. Mech.*, pages 71–143. [32](#)
- Maggi, A. (2010). Du sismogramme complexe à l'information pertinente : exemples dans le domaine des sources et des structures. *HDR de l'université de Strasbourg*. [7](#)
- Maier, S., Kim, J.-Y., Forstenhausler, M., Wall, J., and Jacobs, L. (2018). Noncontact nonlinear resonance ultrasound spectroscopy (NRUS) for small metallic specimens. *NDT & E Int.*, 98 :37–44. [1](#), [24](#)
- Mavko, G., Dvorkin, J., and Walls, J. (2005). A theoretical estimate of S-Wave attenuation in sediment. *SEG Intl.* [124](#)
- Mavko, G. M. and Nur, A. (1978). Effect of non-elliptical cracks on compressibility of rocks. *J. Geophys. Res.*, 83(9) :4459–4468. [76](#), [85](#)
- McCall, K. R. and Guyer, R. (1994). Equation of state and wave propagation in hysteretic nonlinear elastic materials. *J. Geophys. Res. B : Solid Earth*, 99(B12) :23887–23897. [17](#), [19](#), [41](#), [43](#), [44](#), [57](#), [70](#)
- Mi, B., Michaels, J. E., and Michaels, T. E. (2006). An ultrasonic method for dynamic monitoring of fatigue crack initiation and growth. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119(1) :74–85. [40](#)
- Michaels, J. E. and Michaels, T. E. (2005). Detection of structural damage from the local temporal coherence of diffuse ultrasonic signals. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, 52(10) :1769–1782. [1](#), [2](#)
- Morris, W. L., Buck, O., and Inman, R. V. (1979). Acoustic harmonic generation due to fatigue damage in high-strength aluminum. *J. Appl. Phys.*, 50 :6737–6741. [23](#)
- Moussatov, A., Gusev, V., and Castagnède, B. (2003). Self-induced hysteresis for nonlinear acoustic waves in cracked material. *Phys. Rev. Lett.*, 90(12) :124301–124305. [41](#)
- Muller, I. (2007). Clapping in delaminated sandwich-beams due to forced oscillations. *Comput. Mech.*, 39(2) :113–126. [21](#)
- Nagy, P. B. (1998). Fatigue damage assessment by nonlinear ultrasonic materials characterization. *Ultrasonics*, 36 :375–381. [1](#)
- Nazarov, V. E., Radostin, A. V., Ostrovsky, L. A., and Soustova, I. A. (2003). Wave processes in media with hysteretic nonlinearity. Part I. *Acoustical Physics*, 49 :344–353. [19](#), [41](#)

- Niederleithinger, E., Wang, X., Herbrand, M., and Mueller, M. (2018). Processing ultrasonic data by coda wave interferometry to monitor load tests of concrete beams. *Sensors*, 18(1971). [8](#)
- Niederleithinger, E., Wolf, J., Mielentz, F., and Wiggenger, H. (2015). Embedded ultrasonic transducers for active and passive concrete monitoring. *Sensors*, 15 :9756–9772. [8](#)
- Obermann, A., Planès, T., Larose, E., and Campillo, M. (2013). Imaging preeruptive and coeruptive structural and mechanical changes of a volcano with ambient seismic noise. *J. Geophys. Res. B : Solid Earth*, 118(12) :6285–6294. [116](#)
- Ostrovsky, L. A. and Johnson, P. A. (2001). Dynamic nonlinear elasticity in geomaterial. *Rivista del nuovo cemento*, 24(7). [18](#), [43](#), [44](#)
- Pasqualini, D., Heitmann, K., Ten Cate, J. A., Habib, S., Higdon, D., and Johnson, P. A. (2007). Nonequilibrium and nonlinear dynamics in berea and fontainebleau sandstones : low-strain regime. *J. Geophys. Res.*, 112(B1) :B01204. [18](#), [22](#)
- Patera, A. T. (1984). A spectral element method for fluid dynamics : laminar flow in a channel expansion. *J. Comput. Phys.*, 54 :468–488. [32](#)
- Payan, C., Garnier, V., Moysan, J., and Johnson, P. A. (2009). Determination of third order elastic constants in a complex solid applying coda wave interferometry. *Appl. Phys. Lett.*, 94(1) :011904. [13](#)
- Pecorari, C. (2003). Nonlinear interaction of plane ultrasonic waves with an interface between rough surfaces in contact. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113(6) :3065–3072. [21](#)
- Pecorari, C. and Poznic, M. (2005). Nonlinear acoustic scattering by a partially closed surface-breaking crack. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117(2) :592–600. [21](#)
- Planès, T. and Larose, E. (2013). A review of ultrasonic coda wave interferometry in concrete. *Cem. Concr. Res.*, 53 :248–255. [7](#), [11](#), [65](#)
- Planès, T., Larose, E., Margerin., L., Rossetto., V., and Sens-Schönfelder, C. (2014). Decorrelation and phase-shift of coda waves induced by local changes : Multiple scattering approach and numerical validation. *Wave Randon Complex*, 24(2) :99–125. [116](#)
- Planès, T., Larose, E., Rossetto, V., and Margerin, L. (2015). Imaging multiple local changes in heterogeneous media with diffuse waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 137(2) :660–667. [40](#)
- Poupinet, G., Ellsworth, W. L., and Fréchet, J. (1984). Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets : an application to the calaveras fault, california. *J. Geophys. Res.*, 89 :5719–5731. [10](#), [12](#)
- Quiviger, A., Payan, C., Chaix, J. F., Garnier, V., and Salin, J. (2012). Effect of the presence and size of a real macro-crack on diffuse ultrasound in concrete. *NDT & E Int.*, 45(1) :128–132. [2](#), [8](#)

- Ramamoorthy, S. K., Kane, Y., and Turner, J. A. (2004). Ultrasound diffusion for crack depth determination in concrete. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(2) :523–529. [9](#), [53](#)
- Ratdomopurbo, A. and Poupinet, G. (1995). Monitoring a temporal change of seismic velocity in a volcano : application to the 1992 eruption of mt. metapi (indonesia). *Geophys. Res. Lett.*, 22 :775–778. [10](#)
- Renaud, G., Callé, S., Remenieras, J., and Defontaine, M. (2008). Exploration of trabecular bone nonlinear elasticity using time of flight modulation. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control*, 55(7) :1–10. [22](#), [25](#)
- Renaud, G., Le Bas, P.-Y., and Johnson, P. A. (2012). Revealing highly complex elastic nonlinear (anelastic) behavior of earth materials applying a new probe : Dynamic acoustoelastic testing. *J. Geophys. Res.*, 117(B6) :1–17. [25](#)
- Renaud, G., Rivière, J., Bas, P.-Y. L., and Johnson, P. A. (2013a). Hysteretic nonlinear elasticity of berea sandstone at low-vibrational strain revealed by dynamic acoustoelastic testing. *Geophys. Res. Lett.*, 40(4) :715–719. [24](#), [25](#), [26](#), [27](#), [28](#), [41](#), [57](#)
- Renaud, G., Rivière, J., Hauptert, S., and Laugier, P. (2013b). Anisotropy of dynamic acoustoelasticity in limestone, influence of conditioning, and comparison with nonlinear resonance spectroscopy. *J. Acoust. Soc. Am.*, 133(6) :3706–3718. [8](#), [26](#), [27](#)
- Renaud, G., Talmant, M., Callé, S., and Laugier, P. (2011). Nonlinear elastodynamics in micro-inhomogeneous solids observed by head-wave based dynamic acoustoelastic testing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(6) :3583–9. [25](#), [27](#)
- Rivière, J., Remillieux, M. C., Ohara, Y., Anderson, B. E., Hauptert, S., Ulrich, T. J., and Johnson, P. A. (2014). Dynamic acousto-elasticity in a fatigue-cracked sample. *J. Nondestruct. Eval.*, 33(2) :216–225. [8](#), [25](#), [41](#)
- Rivière, J., Renaud, G., Guyer, R., and Johnson, P. A. (2013). Pump and probe waves in dynamic acousto-elasticity : Comprehensive description and comparison with nonlinear elastic theories. *J. Appl. Phys.*, 114(5) :089903. [41](#)
- Rivière, J., Renaud, G., Hauptert, S., Talmant, M., Laugier, P., and Johnson, P. A. (2010). Nonlinear acoustic resonances to probe a threaded interface. *J. Appl. Phys.*, 107 :124901. [97](#), [105](#)
- Roberts, P. (1991). Development of the active doublet method for monitoring small changes in crustal properties. *Seismol. Res. Lett.*, 62(1) :36. [12](#)
- Rossetto., V., Margerin, L., Planès, T., and Larose, E. (2011). Locating a weak change using diffuse waves : Theoretical approach and inversion procedure. *J. Appl. Phys.*, 109(3) :034903. [116](#)
- Savage, J. C. (1965). Attenuation of elastic waves in granular mediums. *J. Geophys. Res.*, 70 :3935–3942. [55](#), [119](#), [123](#)

- Scalerandi, M., Agostini, V., Delsanto, P. P., Van Den Abeele, K., and Johnson, P. A. (2003). Local interaction simulation approach to modelling nonclassical, nonlinear elastic behavior in solids. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113(6) :3049. [47](#)
- Schmidt, L., Hegde, C., and Indyk, P. (2014). Automatic fault localization using the generalized earth mover's distance. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, pages 8134–8138. [40](#)
- Schurr, D. P., Kim, J.-Y., Sabra, K. G., and Jacobs, L. J. (2011). Damage detection in concrete using coda wave interferometry. *NDT & E Int.*, 44(8) :728–735. [8](#), [10](#)
- Semblat, J. F. and Dangla, P. (2005). Modélisation de la propagation d'ondes et de l'interaction sol-structure : approches par éléments finis et éléments de frontière. *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, pages 163–178. [32](#)
- Sens-Schönfelder, C. and Wegler, U. (2006). Passive image interferometry and seasonal variations of seismic velocities and merapi valcano. indonesia. *Geophys. Res. Lett.*, 33 :L21302. [10](#), [13](#)
- Sens-Schönfelder, C. and Wegler, U. (2011). Passive image interferometry for monitoring crustal changes with ambient seismic noise. *C.R. Geosci.*, 343(8-9) :639 – 651. [116](#)
- Snieder, R. (2002). Coda wave interferometry and the equilibration of energy in elastic media. *Phys. Rev. E*, 66(4) :046615. [8](#), [9](#), [40](#)
- Snieder, R. (2006). The theory of coda wave interferometry. *Pure Appl. Geophys.*, 163 :455–473. [11](#), [12](#)
- Snieder, R., Grêt, A., Douma, H., and Scales, J. (2002). Coda wave interferometry for estimating nonlinear behavior in seismic velocity. *Science*, 295(5563) :2253–2255. [2](#), [8](#), [10](#), [11](#), [12](#), [40](#), [42](#), [43](#), [73](#), [74](#)
- Solodov, I. Y. and Korshak, B. A. (2002). Instability, chaos, and "memory" in acoustic-wave-crack interaction. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :014303–14306. [1](#), [18](#), [19](#), [20](#), [21](#), [41](#)
- Stähler, S. C., Sens-Schönfelder, C., and Niederleithinger, E. (2011). Monitoring stress changes in a concrete bridge with coda wave interferometry. *J. Acoust. Soc. Am.*, 129 :1945–1952. [40](#)
- Strang, G. and Fix, G. (1973). *An anylysis of the finite element method*. Wellesley-Cambridge Press. [31](#)
- Swartzendruber, L. J., Bennett, L. H., Vaida, F., and Torre, E. D. (1997). Relationship between the measurement of accommodation and after-effect. *Physica (Amsterdam)*, 324(233) :324–29. [20](#)
- Ten Cate, J. A. (2011). Slow dynamics of earth materials : An experimental overview. *Pure Appl. Geophys.*, 168(12) :2211–2219. [40](#), [41](#), [44](#)
- Ten Cate, J. A., Pasqualini, D., Habib, S., Heitmann, K., Higdon, D., and Johnson, P. A. (2004). Nonlinear and nonequilibrium dynamics in geomaterials. *Phys. Rev. Lett.*, (93) :065501–065504. [1](#), [41](#), [43](#), [44](#)

- Ten Cate, J. A. and Shankland, T. J. (1996). Slow dynamics in the nonlinear elastic response of berea sandstone. *Geophys. Res. Lett.*, 23(21) :3019–3022. [20](#), [24](#)
- Ten Cate, J. A., Smith, E., and Guyer, R. A. (2000). Universal slow dynamics in granular solids. *Phys. Rev. Lett.*, 85(5) :1020–1023. [20](#)
- Tordjman, N. (1995). *Éléments finis d'ordre élevés avec condensation de masse pour l'équation des ondes*. PhD thesis, Université IX Dauphine. [32](#)
- Tourin, A., Derode, A., and Fink, M. (1999). Transport parameters for an ultrasonic pulsed wave propagating in a multiple scattering medium. *IEEE Int Ultrason. Symp.* [11](#)
- Tourin, A., Fink, M., and derode, A. (2000). Multiple scattering of sound. *Waves in Random Media*, 10(4) :R31–R60. [9](#)
- Tournat, V. and Gusev, V. (2009). Nonlinear effects for coda-type elastic waves in stressed granular media. *Phys. Rev. E*, 80 :011306. [41](#)
- Tournat, V., Gusev, V. E., and Castagnède, B. (2004a). Subharmonics and noise excitation in transmission of acoustic wave through unconsolidated granular medium. *Phys. Lett. A*, 326(5-6) :340–348. [1](#), [41](#)
- Tournat, V., Zaitsev, V. Y., Gusev, V. E., Nazarov, V. E., Béquin, P., and Castagnède, B. (2004b). Probing weak forces in granular media through nonlinear dynamic dilatancy : clapping contacts and polarization anisotropy. *Phys. Rev. Lett.*, 92(8) :085502. [41](#)
- Van De Vosse, F. N. and Mineev-Eindhoven, P. D. (1996). *Spectral Element Method : Theory and Applications*. Eindhoven University of Technology. [32](#)
- Van Den Abeele, K., Carmeliet, J., Ten Cate, J. A., and Johnson, P. A. (2000a). Nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage, Part II : Single-mode nonlinear resonance acoustic spectroscopy. *Res. Nondestr. Eval.*, 12(1) :31–42. [23](#), [24](#), [25](#)
- Van Den Abeele, K., Johnson, P. A., and Sutin, A. (2000b). Nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage, Part I : Nonlinear wave modulation spectroscopy (NWMS). *Res. Nondestr. Eval.*, 12(1) :17–30. [1](#), [22](#), [23](#), [25](#)
- Van Den Abeele, K., Sutin, A., Carmeliet, J., and Johnson, P. A. (2001). Micro-damage diagnostics using nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS). *NDT & E Int.*, 34(4) :239 – 248. [23](#), [41](#)
- Virieux, J. (1984). SH-wave propagation in heterogeneous media : velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 49 :1933–1957. [31](#)
- Virieux, J. (1986). P-SV Wave propagation in heterogeneous media : velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 51 :889–901. [31](#)

- Vu, Q. A., Garnier, V., Chaix, J. F., Payan, C., Lott, M., and Eiras, J. N. (2016). Concrete cover characterisation using dynamic acousto-elastic testing and Rayleigh waves. *Constr. Build. Mater.*, 114 :87 – 97. [26](#), [27](#), [103](#)
- Weaver, R. L. and Lobkis, O. I. (2000). Temperature dependence of diffuse field phase. *Ultrasonics*, 38(1-8) :491–494. [8](#), [40](#), [101](#), [103](#)
- Xie, F., Larose, E., Margerin, L., Zhang, Y., and Planès, T. (2018). Characterizing extended changes in multiple scattering media using coda wave decorrelation : numerical simulations. *Waves in Random and Complex Media*, 28 :1–14. [85](#)
- Yu, T. (2018). *Modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans le béton pour l'amélioration du diagnostic des structures de génie civil*. PhD thesis, Université d'Aix Marseille. [115](#)
- Zaitsev, V. Y., Gusev, V. E., and Castagnède, B. (2002). Luxemburg-gorky effect retooled for elastic waves : A mechanism and experimental evidence. *Phys. Rev. Lett.*, 89(10) :105502. [83](#)
- Zaitsev, V. Y., Gusev, V. E., and Castagnède, B. (2003). Thermoelastic mechanism for logarithmic slow dynamics and memory in elastic wave interaction with individual cracks. *Phys. Rev. Lett.*, 90(7) :075501–1 – 4. [20](#), [41](#), [44](#)
- Zaitsev, V. Y., Gusev, V. E., Nazarov, V. E., and Castagnède, B. (2005). Interaction of acoustic waves with cracks : elastic and inelastic nonlinearity mechanisms on different time scales. *Acoust. Phys.*, 51 :S67–S77. [1](#), [44](#), [81](#), [83](#)
- Zhang, Y. (2013). *Contrôle de santé des matériaux et structures par analyse de la coda ultrasonore*. PhD thesis, Université du Maine. [13](#)
- Zhang, Y., Abraham, O., Grondin, F., Loukili, A., Tournat, V., Duff, A. L., Lascoup, B., and Durand, O. (2012). Study of stress-induced velocity variation in concrete under direct tensile force and monitoring of the damage level by using thermally-compensated coda wave interferometry. *Ultrasonics*, 52(8) :1038 – 1045. [2](#), [8](#), [40](#)
- Zhang, Y., Abraham, O., Larose, E., Planes, T., Duff, A. L., Lascoup, B., Tournat, V., Guerjouma, R. E., Cottineau, L.-M., , and Durand, O. (2011). Following stress level modification of real size concrete structure with coda wave interferometry (CWI). *AIP Conference Proceedings*, 1335(1) :1291–1298. [8](#), [97](#), [100](#)
- Zhang, Y., Abraham, O., Tournat, V., Duff, A. L., Lascoup, B., Loukili, A., Grondin, F., and Durand, O. (2013a). Validation of a thermal bias control technique for coda wave interferometry (CWI). *Ultrasonics*, 53(3) :658 – 664. [8](#), [40](#), [101](#), [103](#)
- Zhang, Y., Planes, T., Larose, E., Obermann, A., Pospars, C., and Moreau, G. (2016). Diffuse ultrasound monitoring of stress and damage development on a 15-ton concrete beam. *J. Acoust. Soc. Am.*, 139(4) :1691–1701. [40](#), [116](#)

- Zhang, Y., Tournat, V., Abraham, O., Durand, O., Letourneur, S., Duff, A. L., and Lascoup, B. (2013b). Nonlinear mixing of ultrasonic coda waves with lower frequency-swept pump waves for a global detection of defects in multiple scattering media. *J. Appl. Phys.*, 113(6) :064905. [1](#), [2](#), [8](#), [10](#), [22](#), [27](#), [28](#), [29](#), [39](#), [41](#), [42](#), [45](#), [46](#), [47](#), [52](#), [55](#), [57](#), [58](#), [59](#), [60](#), [62](#), [65](#), [67](#), [70](#), [77](#), [78](#), [79](#), [80](#), [81](#), [92](#), [105](#), [111](#), [113](#)
- Zhang, Y., Tournat, V., Abraham, O., Durand, O., Letourneur, S., Duff, A. L., and Lascoup, B. (2017). Nonlinear coda wave interferometry for the global evaluation of damage levels in complex solids. *Ultrasonics*, 73 :245–252. [2](#), [27](#), [40](#), [41](#), [47](#), [51](#), [52](#), [53](#), [64](#), [70](#), [81](#), [88](#), [97](#), [100](#), [103](#), [105](#), [111](#), [113](#)
- Zhao, Y., Curtis, A., and Baptie, B. (2017). Locating microseismic sources with a single seismometer channel using coda wave interferometry. *Geophys.*, 82(3) :A19–A24. [116](#)
- Zhou, Z., Zhang, K., Zhou, J., Sun, G., and Wang, J. (2015). Application of laser ultrasonic technique for non-contact detection of structural surface-breaking cracks. *Optics & Laser Tech.*, 73 :173–178. [1](#)
- Zienkiewicz, O., Vilotte, J., Toyoshima, S., and Nakazawa, S. (1985). Iterative method for constrained and mixed approximation - an inexpensive improvement of FEM performance. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 51 :3–29. [31](#)

Titre : Caractérisation de défauts dans les milieux multi-diffusants : analyse de la méthode non linéaire d'interférométrie de la coda ultrasonore

Mots clés : ECND, acoustique non linéaire, CWI, modélisation numérique, SEM, expérimentation, matériau hétérogène, fissures

Résumé : Les signaux de coda issus de diffusion multiple sont extrêmement sensibles aux petites perturbations du milieu de propagation et permettent d'accéder à des informations sur l'endommagement des matériaux. Récemment, une méthode qui combine l'acoustique non linéaire et l'interférométrie de coda (NCWI: *Nonlinear Coda Wave Interferometry*) a été proposée et appliquée sur plusieurs types de matériaux (verre, mortier et béton). Dans cette thèse, des modèles numériques (pour des milieux homogènes et hétérogènes) sont développés avec la méthode des éléments spectraux pour relier les effets non linéaires observés par la NCWI à des propriétés de l'endommagement comme : le changement du module d'élasticité et du facteur de qualité au sein d'une zone d'endommagement effective (EDZ: *Effective Damaged Zone*), la surface de l'EDZ, la

présence ou non de fissures dans l'EDZ, le changement de la longueur des fissures et leur nombre. L'objectif est de pouvoir simuler les codas hautes fréquences dans un milieu multi-diffusant en présence de différents types de non-linéarité et de proposer des modèles utiles pour le diagnostic et l'optimisation de dispositifs expérimentaux. Une validation expérimentale des lois reliant les paramètres de l'endommagement aux observables NCWI est effectuée sur une plaque d'aluminium percée. Les effets non linéaires sont causés par les contacts des filets d'un nombre variable de vis dans la plaque. NCWI permet la caractérisation et le suivi de non-linéarité, elle répond parfaitement aux besoins d'Évaluation et Contrôle Non Destructifs pour les endommagements précoces dans les matériaux complexes.

Title : Characterization of defects in multi-scattering medium: analysis of the nonlinear coda wave interferometry method

Keywords : NDT&E , nonlinear acoustics, CWI, numerical modeling, SEM, experimentation, heterogeneous material, cracks

Abstract : Coda waves are extremely sensitive to small disturbances of the propagation medium and therefore offer abundant information related to material damages. Recently, a method that combines Nonlinear acoustics and Coda Wave Interferometry (NCWI) has been proposed and applied to several types of materials (glass, mortar and concrete). In this thesis, numerical models (for homogeneous and heterogeneous medias) are developed using the spectral element method to study the nonlinear acoustic effects highlighted by a pump wave of large amplitude and low frequency. Several parameters are related to the influence of the pump wave: the change of the elastic modulus and the quality factor within an area of Effective Damaged Zone (EDZ), the surface of the EDZ, the presence or absence of cracks within the EDZ, the change of the crack lengths and their

number. The aim of numerical modeling is to be able to simulate ultrasonic coda waves in a multiple scattering medium with the presence of different types of non-linearities and to propose numerical models that are useful for the diagnosis and optimization of experimental set-ups. An experimental validation of laws linking damage parameters to NCWI observables is performed on a perforated aluminum plate. The nonlinear effects are caused by the contacts of the threads of a variable number of screws in the plate. NCWI allows the characterization and monitoring of different types of non-linearities: it perfectly answers the needs of Non Destructive Evaluation and Testing for early damage detection in complex materials.