



HAL
open science

Modélisation et simulations des singularités dans les composites stratifiés.

Minh Quan Le

► **To cite this version:**

Minh Quan Le. Modélisation et simulations des singularités dans les composites stratifiés.. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPASN005 . tel-02881912

HAL Id: tel-02881912

<https://theses.hal.science/tel-02881912>

Submitted on 26 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation et simulations des singularités dans les composites stratifiés

Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n° 579, Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMaG)

Spécialité de doctorat: Solides, structures, matériaux

Unité de recherche : Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS, LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie, 94235, Cachan, France.

Référent : ENS Paris-Saclay

Thèse présentée et soutenue à Cachan, le 24 janvier 2020, par

Minh-Quan LE

Composition du Jury

Christian Hochard

Professeur, Aix-Marseille Université

Président

Pedro Camanho

Professeur, Université de Porto

Rapporteur & Examineur

Jean-Claude Grandidier

Professeur, ENSMA

Rapporteur & Examineur

Frédéric Laurin

Ingénieur de recherche, ONERA

Examineur

Philippe Barabinot

Directeur du développement, SAMTECH

Examineur

David Néron

Professeur, ENS Paris-Saclay

Directeur de thèse

Pierre Ladevèze

Professeur émérite, ENS Paris-Saclay

Co-Directeur de thèse

Cuong Ha-Minh

Maître de conférences, ENS Paris-Saclay

Co-Encadrant

Cette thèse doctorale a été effectuée au Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan, sous la direction de David Néron, de Pierre Ladevèze et de Cuong Ha-Minh.

J'adresse mes sincères remerciements à Pierre Ladevèze, David Néron et Cuong Ha-Minh pour les conseils, les directives et le soutien qu'ils m'ont apporté tout au long de la thèse.

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury : Pedro Camanho et Jean-Claude Grandidier, qui ont accepté d'être rapporteurs de ce travail, Christian Hochard, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse, Frédéric Laurin pour ses relectures et ses corrections, Philippe Barabinot, pour avoir apporté la vision industrielle en matière de calculs des structures.

Je veux également remercier Hadrien Bainier pour m'avoir apporté ses compétences en code commercial SAMCEF ; ce qui m'a permis de maîtriser ce logiciel dès le début de la thèse.

Toutes mes meilleures pensées vont également à l'ensemble du personnel du LMT.

Table des matières

Table des matières	i
Introduction	1
Notations	5
1 État de l'art	7
1 Essor des matériaux composites	7
2 Mécanismes d'endommagement des structures composites stratifiées . . .	10
2.1 L'endommagement à l'échelle de la fibre	10
2.2 L'endommagement à l'échelle du pli	12
2.3 Succession des mécanismes jusqu'à rupture finale	15
3 Structures composites industrielles : singularités géométriques	16
3.1 Généralités	16
3.2 Caractérisation de la dégradation des stratifiés comportant des singularités géométriques	17
3.2.1 Essais de traction de plaques doublement entaillées en V	17
3.2.2 Campagne d'essais de traction de plaques trouées . . .	19
4 Modélisation du comportement des stratifiés	25
4.1 Critères de rupture classiques	25
4.1.1 Critères limites	26
4.1.2 Critères énergétiques	27
4.1.3 Critères phénoménologiques	28
4.2 Modèles de rupture semi-empiriques	31
4.2.1 Généralités	31
4.2.2 Limitation	35
4.3 Modélisation des endommagements	37
4.3.1 Classification des discrétisations de modélisation	38
4.3.2 Les approches discrètes des stratifiés	38
4.3.3 Les approches continues des stratifiés	41
5 Synthèse	51

2	Revisite du mésomodèle	53
1	Méso-modèle stratifié du LMT	53
1.1	Modélisation du pli élémentaire	54
1.2	Modèle de l'interface	61
1.2.1	Généralités	61
1.2.2	Modèle de l'interface du mésomodèle	67
1.3	Méthodes de régularisation dans le méso-modèle	69
1.3.1	Généralités	69
1.3.2	Difficultés avec le modèle gradient d'endommagement	70
2	Modélisation de la fissure du splitting	72
2.1	Contexte	72
2.2	Critère de splitting	72
3	Positionnement de ces travaux de recherche	74
3	Comportement et endommagements de plaques doublement entaillées en V soumises à la traction : analyse et validation du mésomodèle	77
1	Simulations numériques des essais	78
1.1	Maillages d'éléments finis	78
1.2	Paramètres matériau	78
1.2.1	Simulations numériques avec la version sans split du mésomodèle	80
1.3	Version « split » du mésomodèle : confrontation avec l'expérience	82
2	Analyses des résultats	84
2.1	Effets des dimensions dans le plan	84
2.2	Effets dus à la séquence d'empilement	86
2.3	Analyse du gradient de contraintes	89
2.4	Propagation de la rupture des fibres	92
3	Une première analyse du modèle non local de la rupture des fibres	94
4	Comportement et endommagements de plaques trouées soumises à la trac- tion : analyse et validation du mésomodèle	97
1	Modélisation numérique	98
1.1	Maillages multi-échelles	98
1.2	Paramètres matériau	101
2	Positionnement de splits : comparaison avec l'expérience	102
3	Validation de la version « split » du mésomodèle : effets du dimensionne- ment	107
3.1	Couplage des effets dus à l'augmentation du nombre des plis et effets des dimensions dans le plan	108
3.2	Couplages des effets d'épaisseur du pli et effets des dimensions dans le plan	115
3.3	Effets dus aux différentes séquences d'empilement	122
3.3.1	Plis de faible épaisseur	122

3.3.2	Plis de forte épaisseur	124
4	Étude sur le comportement de fissuration matricielle	126
4.1	Comportement de fissuration pour le matériau IM7/8552	127
4.2	Application du nouveau comportement de fissuration	131
4.3	Vers une étude sur les homothéties paramétrique et géométrique .	133
Conclusion		139
A Investigations numériques des splits à l'aide du mésomodèle classique		141
Bibliographie		147

Introduction

Contexte industriel Les matériaux composites ont connu un essor très important dans de nombreux domaines industriels, tels que l'aéronautique, l'automobile, le spatial ou encore l'éolien... En effet, ils possèdent d'extraordinaires qualités en termes de légèreté, de rigidité, de résistance mécanique et à la corrosion, de tenue à la fatigue et de facilité de mise en forme. Cependant, les processus de conception et de dimensionnement des structures en matériaux composites demeurent problématiques. Afin de maîtriser les risques, les industriels sont ainsi amenés à multiplier les essais et à surdimensionner les pièces et les assemblages, ce qui se répercute sur les coûts et les délais de développement, ainsi que sur la masse des appareils. L'utilisation de facteurs de sécurité très importants est également liée à la dispersion relative à la nature ou la fabrication des pièces composites et au manque de confiance dans la modélisation du comportement complexe des stratifiés. Ceci réduit donc d'autant l'avantage concurrentiel des composites par rapport aux alliages métalliques légers.

Contexte scientifique De nombreux modèles dédiés à la prédiction de rupture de structures stratifiées ont été proposés dans le but de favoriser l'utilisation des matériaux composites. Les premiers efforts ont conduit à des critères de rupture classiques, dits "macroscopiques", qui se basent sur des expressions mathématiques de composantes du tenseur de contraintes ou déformations, avec ou sans distinction sur la nature de la rupture ainsi que sur celle de sollicitations [Tsai, 1984, Nahas, 1986, Echaabi *et al.*, 1996]. Toutefois, la formulation de ces critères s'appuie généralement sur les propriétés de rupture d'un stratifié lisse unidirectionnel qui se rompt dès l'apparition du premier endommagement à l'échelle macroscopique. Ainsi, ces critères de rupture ne fonctionnent correctement que dans le cas des stratifiés soumis à un champ de déformation ou de contrainte homogène et ils ne tiennent pas compte de phénomènes physiques de dégradation après l'apparition du premier endommagement. Les approches macroscopiques sont mises en échec lorsque la tenue mécanique est pilotée par le processus de rupture, ce qui est notamment le cas des structures composites stratifiées présentant des singularités géométriques. Des modèles semi-empiriques de rupture dits "analytiques" ont alors été proposés avec prise en compte de la zone d'endommagement au voisinage de concentrations de contraintes en utilisant une longueur caractéristique à l'échelle macroscopique où les aspects phénoménologiques de dégradation sont négligés du fait de la complexité à considérer. Les travaux de [Kortschot et Beaumont, 1990a, Kortschot et Beaumont, 1990b, Kortschot *et al.*, 1991,

Kortschot et Beaumont, 1991, Green *et al.*, 2007] ont montré le rôle crucial des mécanismes d'endommagement et leur interaction dans le processus de rupture aboutissant aux différents modes de rupture à l'échelle structurale lorsque la zone d'endommagement devient plus large. Il est donc primordial d'intégrer dans la modélisation une compréhension approfondie ainsi qu'une description plus fine et robuste des mécanismes de dégradation des composites stratifiés. Ainsi, des modèles d'endommagement basés sur la physique observée expérimentalement ont été développés, dans l'objectif de prendre en compte les intensités et les interactions de différents mécanismes de dégradation au sein de structures composites stratifiées. Il existe deux familles d'approches : la micro-mécanique discrète, qui reflète la morphologie de dégradation, et la mécanique continue de l'endommagement, qui décrit les mécanismes via des indicateurs de l'état. Ces approches sont aujourd'hui employées par les industriels comme des outils numériques performants dédiés aux simulations numériques, permettant de réaliser des économies de coûts et de délai en diminuant la part d'essais physiques. Cette stratégie correspond à ce qu'on appelle le « *Virtual Testing* ».

Initié au Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT), le mésomodèle est un des premiers modèles continus d'endommagement dédiés aux structures composites stratifiées à avoir présenté une grande robustesse [Ladevèze, 1983, Ladevèze, 1986, Ladevèze *et al.*, 1989, Ladevèze et Le Dantec, 1992, Ladevèze, 1992, Ladevèze, 1994, Ladevèze, 1995, Ladevèze *et al.*, 2001], [Allix, 1989, Allix et Ladevèze, 1992, Allix *et al.*, 1994, Allix et Ladevèze, 1995, Allix et Corigliano, 1996], [Gilletta de Saint Joseph, 1985, Gilletta *et al.*, 1986], [Le Dantec, 1989], [Vittecoq, 1991], [Daudeville, 1992], [Lévêque, 1998]. Il postule que le comportement de tout stratifié peut être analysé jusqu'à la rupture finale par l'intermédiaire de deux constituants élémentaires assimilés à un milieu continu endommageable : le pli et l'interface. Au cours des années, le mésomodèle a connu de nombreux développements, ainsi que des validations par rapport à des résultats expérimentaux. Un pont entre micro et méso-mécaniques a été construit dans le cas des chargements plans [Ladevèze et Lubineau, 2001, Ladevèze et Lubineau, 2002, Lubineau, 2002] et hors-plans [Marsal, 2005, Ladevèze *et al.*, 2006]. Ce pont micro-méso permet d'englober une description de la fissuration transverse dans la méso-modélisation. Il est alors démontré que le mésomodèle peut être considéré comme la version homogénéisée de la micro-mécanique. Toutefois, les travaux de [Abisset, 2012] ont mis en lumière la faiblesse du mésomodèle dans les cas de stratifiés portant une forte concentration de gradients. Il a été montré que le mésomodèle ne permettait pas d'analyser de manière fiable et précise les splits initiés de manière isolée dans les zones de forts gradients. En effet, le *splitting* et la fissuration transverse sont les mécanismes de dégradation intra-laminaires à l'échelle du pli et manifestent donc la même morphologie. Alors que la fissuration transverse engendre un réseau de fissures, le *splitting* est à l'origine de fissures fines et isolées qui prennent part à l'atténuation des concentrations de contraintes ou interagissent avec d'autres endommagements conduisant à de différents modes de rupture à l'échelle structurale.

Objectifs du travail de thèse Cette thèse exploite la plus récente version du mésomodèle présentée par [Ladevèze *et al.*, 2017], dans laquelle on distingue les modélisations des fissurations sous forme d'un réseau quasi-périodique de la forme localisée du splitting. L'objectif de ce travail est de valider de manière approfondie cette dernière version, en la complétant au besoin en faisant appel aux modélisations et simulations numériques d'un nombre significatif d'éprouvettes présentant de différentes singularités géométriques. La validation n'est pas réalisée en comparant simplement les prédictions en termes de contraintes à rupture et d'évolution de l'endommagement dans des cas spécifiques, mais aussi en mettant l'épreuve le mésomodèle pour prédire précisément les effets des dimensions dans le plan, d'empilement et d'épaisseur du pli. Ceux-ci ont en effet un impact crucial sur le développement et l'interaction des différents scénarios d'endommagement menant aux différents modes de rupture au niveau structural. Les circonstances manifestant la complexité des mécanismes d'endommagement sont en général des structures munies de concentrations de contraintes. On s'intéresse dans ce travail aux concentrations générées par des singularités typiques de l'industrie : trous et entailles. Ces dernières conduisant à la perte de l'intégrité des structures composites à cause de la rupture des fibres ou du délaminage intense.

Tous les calculs numériques ont été réalisés sur la base des essais issus de la littérature et à l'aide du logiciel de calculs SAMCEF. L'exploitation du code industriel SAMCEF, en liens étroits avec l'éditeur, est une caractéristique de ce travail qui tente d'être au plus proche des outils de l'ingénieur. Dans le cas de l'introduction de splits, les calculs ont été réalisés avec la version améliorée du mésomodèle classique pour déceler le positionnement de splits à l'aide d'un critère de splitting. Les splits détectés ont ensuite été modélisés avec des éléments cohésifs à travers des maillages alignés. De plus, afin de prendre en compte le caractère non local de la rupture de fibres, un modèle à gradient implicite a été implémenté dans SAMCEF. Ce modèle délocalise la force thermodynamique de la rupture des fibres en introduisant une longueur caractéristique qui réagit la rupture des fibres.

La première famille de tests qui a été réalisée s'est basée sur les travaux de Kortschot *et al.*, dans lesquels des tests de traction ont été effectués sur des plaques doublement entaillées en V. Il a été montré dans les essais de Kortschot *et al.* que le dernier état de dégradation est crucial pour la rupture finale. Les différents types de dégradation avant la rupture totale (appelés les endommagements sous-critiques) ont été différenciés : splits, fissures transverses et délaminage. La seconde famille de tests que nous avons considéré est basée sur les travaux de Wisnom *et al.*, dans lesquels les effets de dimensionnement ont été étudiés en fonction de l'intensité des endommagements sous-critiques. Le comportement de fissuration transverse est également identifié pour s'adapter au matériau utilisé dans les essais.

Plan du mémoire Ce manuscrit s'articule en 4 chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique des modèles de rupture et d'endommagement, notamment dédiés aux structures composites stratifiées présentant des concentrations de contraintes.

Le deuxième chapitre a pour but d'effectuer une revisite du mésomodèle avec la récente introduction du nouveau modèle de l'interface. Il aborde aussi le modèle à gradient implicite nativement implémenté dans SAMCEF pour la rupture des fibres.

Le troisième chapitre présente une première validation fine et détaillée de la nouvelle version du mésomodèle en comparant les prédictions avec les travaux de Kortschot *et al.*

Le quatrième chapitre présente une étude complète sur des plaques trouées de Wisnom *et al.* présentant les différents modes de rupture. Une identification du comportement de la fissuration transverse est effectuée et mise au point dans le mésomodèle.

Notations

a	Coefficient de couplage pour la plasticité
b_2	Coefficient de couplage de forces associées à l'endommagement diffus
b_3	Coefficient de couplage pour l'endommagement diffus
d, d', d_{23}	Variable pour l'endommagement diffus
$\bar{d}_{22}, \bar{d}_{12}, \bar{d}_{23}$	Variable d'endommagement pour la fissuration transverse
d_f	Variable d'endommagement pour la rupture fibre
d_{13}, d_{23}, d_{33}	Variable d'endommagement pour le délaminage (ou d_I, d_{II}, d_{III})
D	Distance entre fissures dans le plan
E_D	Énergie de déformation du pli
e_d	Énergie de déformation de l'interface
E_i°	Module d'Young initial dans la direction i
G_{ij}°	Module de cisaillement initial du pli dans le plan $i - j$
G^I, G^{II}, G^{III}	Taux de restitution d'énergie pour la fissuration transverse
$G_c^I, G_c^{II}, G_c^{III}$	Taux de restitution d'énergie critique pour la fissuration transverse
G_I, G_{II}, G_{III}	Taux de restitution d'énergie pour le délaminage
$G_{cI}, G_{cII}, G_{cIII}$	Taux de restitution d'énergie critique pour le délaminage
ν_{ij}°	Coefficient de Poisson $i - j$
h	Épaisseur du pli
\bar{h}	Épaisseur de transition du pli
h_I	Épaisseur de l'interface
k	Coefficient de couplage pour l'endommagement des fibres en compression
E	Module d'Young de l'interface
G	Module de cisaillement de l'interface
R_o	Limite d'élasticité
$R(p)$	Loi d'écoulement plastique
r_c	Coefficient prenant en compte la non linéarité en compression sens fibre
$Y_d, Y_{d'}$	Composantes de la force thermodynamique pour l'endommagement diffus
Y	Force thermodynamique de couplage pour l'endommagement diffus
Y_o	Effort seuil pour l'initiation de l'endommagement diffus
Y_c	Effort limite pour l'endommagement diffus
Y_{22}, Y_{12}, Y_{23}	Composantes de la force thermodynamique pour la fissuration transverse
Y_ρ	Force thermodynamique globale pour la microfissuration
Y_{df}	Force thermodynamique pour la rupture sens fibre

Y_{dfc}^t	Effort limite pour la rupture fibre en traction
Y_{dfc}^c	Effort limite pour la rupture fibre en compression
$Y_{dI}, Y_{dII}, Y_{dIII}$	Composantes de la force thermodynamique pour le délaminage de l'interface
Y_{int}	Force thermodynamique globale pour le délaminage de l'interface
$\rho_L, A, A_{12}, A_{22}$	Paramètres pour la fissuration transverse
ε_{ij}	Composante du tenseur de déformation
ϑ	Angle entre deux plis adjacents
ρ	Densité de fissuration dans le pli
$\bar{\rho}$	Densité de fissuration moyenne entre deux plis adjacents
τ^+, τ^-	Taux de délaminage
γ	Coefficient matériau pour la fissuration transverse
ρ_s	Densité de fissuration à saturation
σ_{ij}	Composantes du tenseur des contraintes
$\langle \bullet \rangle$	Partie positive

Chapitre 1

État de l'art

1 Essor des matériaux composites

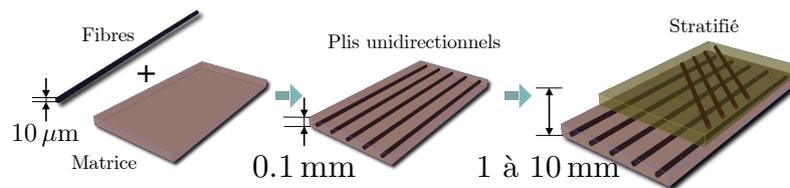


FIGURE 1.1: Composition d'un composite stratifié [Violeau, 2007]

Du fait de leurs extraordinaires qualités en termes de mécanique et d'allégement, l'utilisation des matériaux composites, au sein des structures industrielles, est en plein essor. Un matériau composite est avant tout une structure, un assemblage d'au moins deux phases non miscibles mais ayant une forte capacité d'adhésion et dont les propriétés sont très différentes mais se complètent. Cette étude va particulièrement s'intéresser aux structures composites à fibres longues (figure 1.1), plus précisément les plastiques renforcées de fibres de carbone car elles sont courantes dans de nombreux domaines de l'industrie. Les constituants élémentaires sont les fibres longues, d'un diamètre à peu près 4 fois

plus fine d'un cheveu et la matrice. En composite, les fibres de carbone, dont le rôle est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts, présentent une raideur et une résistance élevées ainsi qu'une masse volumique assez faible. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. Les matrices étudiées sont soit thermodurcissables, soit thermoplastique. De plus, l'arrangement des fibres et leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure.

Les composites étudiés sont des composites stratifiés à base de plis unidirectionnels. Une pièce composite stratifiée est ainsi obtenue par l'empilement de couches de différentes orientations (voir la figure 1.1). Les stratifiés sont désignés par l'orientation des fibres de chaque pli par rapport à une référence arbitraire (l'axe \vec{x} par exemple). Un pli à 0° possèdera les fibres orientées selon l'axe \vec{x} alors que celui à 90° aura les fibres orthogonales à cet axe. De façon générale, un pli d'orientation θ comporte les fibres faisant un angle θ avec l'axe \vec{x} . On indique en indice le nombre de plis contigus de même orientation (on parle alors de couche). L'indice « s » correspond à un stratifié symétrique pour lequel seule la moitié de l'empilement est renseignée. Un stratifié symétrique permet le découplage des comportements en membrane et en flexion/torsion. En plus de cette caractéristique, pour simplifier l'analyse, le stratifié symétrique peut être équilibré lorsqu'il comporte autant de couche orientées suivant un angle θ que de couches orientées suivant un angle $-\theta$ conduisant aux deux découplages entre traction et cisaillement et entre flexion et torsion. La figure 1.2 montre un exemple de stratifiés symétriques.

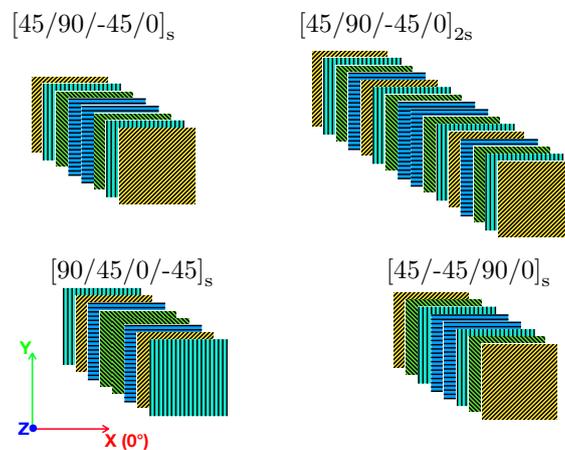


FIGURE 1.2: Exemple de stratifiés symétriques

Les structures à fibres longues sont couramment utilisées dans l'industrie aéronautique. Les technologies des matériaux composites ont déjà été employées dans le passé pour certaines parties secondaires d'avions. Cependant, depuis 2011, c'est la première fois que rentrent en opération des avions gros porteurs qui sont construits majoritairement de composites. La figure 1.3 indique le pourcentage en poids des composites de l'aérostructure au cours d'une trentaine d'années. Il est passé de 5% pour l'A310 à 52% pour l'A350 chez Airbus. La masse structurale de l'A350 est de 15 tonnes plus

légère qu'elle ne l'aurait été sans composite, permettant ainsi le gain de masse de 15 tonnes. Du côté de chez Boeing, le pourcentage en poids est passé de 5% pour B757 à 50% pour B787.

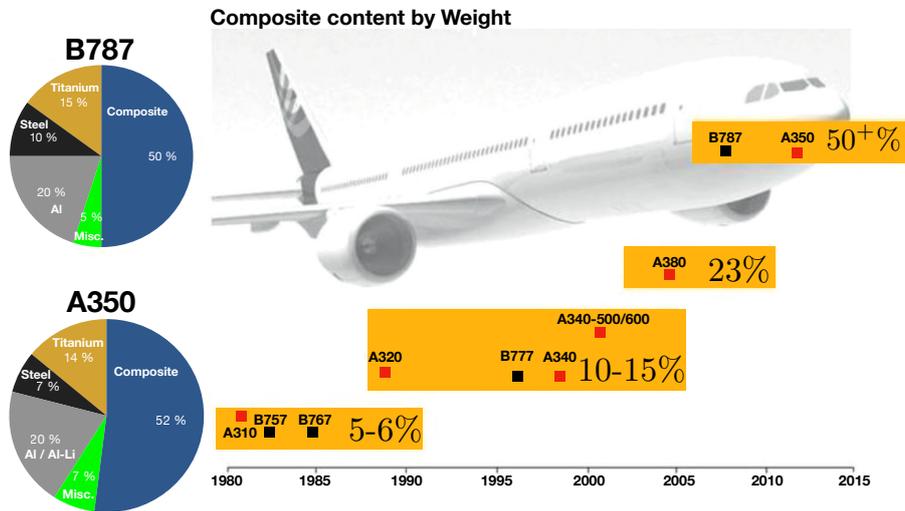


FIGURE 1.3: Évolution du pourcentage en poids des composites dans les avions depuis une trentaine d'années [Victor, 2016]

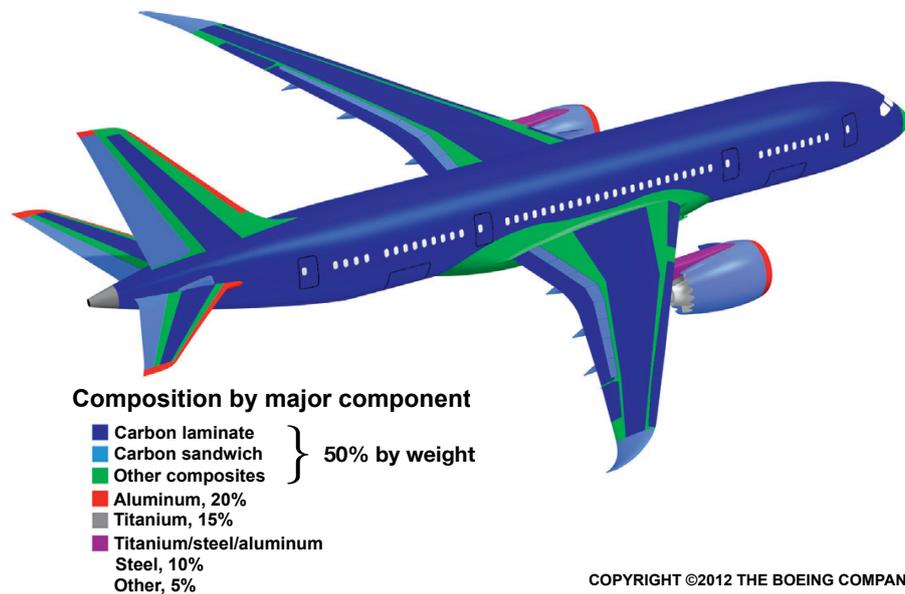


FIGURE 1.4: Proportion des différents matériaux dans le Boeing 787 Dreamliner : les composites représentent 80% de son volume soit 50% de la masse [Victor, 2016]

La figure 1.4 montre la répartition de différents matériaux dans le Boeing 787 Dreamliner. C'est le premier avion à avoir une enveloppe composite, à base de fibres de carbone

plastifiées pour le fuselage et les ailes. Les composites représentent 50 % de la masse du Boeing 787 et 80 % de son volume. Cela diminue son poids de 20 % par rapport à une structure en aluminium permettant le gain de kérosène de l'ordre de 20 %. L'arrivée massive de matériaux composites dans les nouveaux avions du futur a été passée en revue par [Marsh, 2004].

La conception et le dimensionnement de pièces de structures aéronautiques en matériau composite requièrent actuellement un grand nombre d'essais mécaniques à différentes échelles allant jusqu'à la rupture d'avions complets. Dans ce contexte industriel, les modèles de simulation sont amenés à prendre une importance de plus en plus prégnante afin de substituer à tout ou une partie des essais réels onéreux par des essais en simulation numérique. Cette démarche correspond à ce qu'on appelle « *Virtual Testing* ». Les matériaux composites font l'objet de très nombreux travaux de recherche dans la littérature afin de comprendre leur comportement à rupture et de réaliser des simulations numériques. Les mécanismes de dégradation des composites sont aujourd'hui très bien connus. Toutefois, la simulation et la prédiction des composites jusqu'à rupture demeurent un challenge majeur et nécessitent de profondes études en termes de modélisation et d'outils de calculs numériques.

2 Mécanismes d'endommagement des structures composites stratifiées

Les mécanismes de dégradation des composites stratifiés sont clairement identifiés par de nombreux travaux tant théoriques qu'expérimentaux sous l'angle de la vision micromécanique [Garrett et Bailey, 1977, Parvizi *et al.*, 1978, Bailey *et al.*, 1979, Bailey et Parvizi, 1981, Nairn, 1989, Nairn et Hu, 1992, Nairn, 1992, Nairn et Hu, 1994, Herakovich, 1998, Berthelot, 1999, Gamstedt et Sjögren, 1999, Lagattu et Lafarie-Frenot, 2000]. Plusieurs facteurs peuvent influencer le développement, l'ordre d'apparition et les interactions des endommagements : la séquence d'empilement, le processus de fabrication, la nature de la matrice et des interfaces, l'environnement... Du fait de leur composition, les structures composites peuvent être observées à différents échelles allant de la fibre (échelle microscopique) au stratifié complet (échelle macroscopique) en passant par le pli (échelle mésoscopique). Une distinction naturelle est faite selon l'échelle spatiale à laquelle un mécanisme de dégradation se développe. Six mécanismes élémentaires peuvent alors être répertoriés.

2.1 L'endommagement à l'échelle de la fibre

Les mécanismes de dégradation décrits à cette échelle, dont la longueur caractéristique est de l'ordre de 10^{-5} m, se traduisent par des défauts répartis de manière quasi-homogène dans le pli. Il ne permet pas donc d'identifier clairement les faciès de rupture à l'échelle du pli. Par conséquent, ces mécanismes sont traités comme des phénomènes diffus ou continus à l'échelle du pli. On distingue 3 principaux mécanismes d'endommagement.

- *l'endommagement diffus*, dû à l'apparition des microfissures et à des décohésions à la jonction entre les fibres et la matrice (voir la figure 1.5), est généralement initié par des défauts au sein de chaque pli. Ce mécanisme est souvent le premier endommagement observable sous certains niveaux de chargement. Ce mécanisme est fondamental dans les stratifiés $[\pm 45]_s$ puisqu'il apparaît avant tout autre mécanisme de manière importante, permettant d'observer une perte de rigidité conséquente [Lagattu et Lafarie-Frenot, 2000].

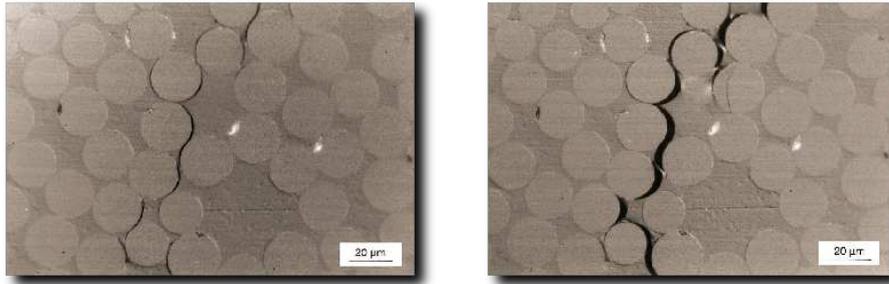


FIGURE 1.5: La décohésion fibres/matrice et la coalescence [Gamstedt et Sjögren, 1999]

- *le délaminage diffus* apparaît sous forme des microvides ou micropores dans la zone riche en matrice située entre deux plis (voir la figure 1.6).

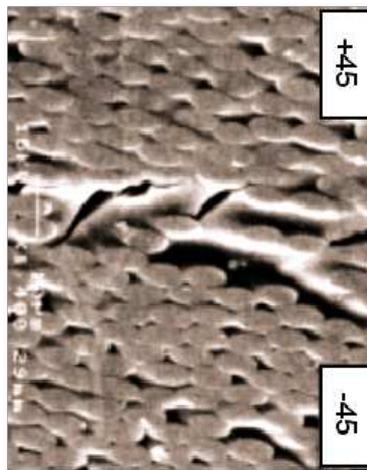


FIGURE 1.6: Microvides dans la zone interlaminaire [Violeau, 2007]

- *la rupture de fibres* entraîne en général la ruine du stratifié. Sous chargement de traction, seulement quelques fibres viennent à rompre dans un premier temps. Ce mécanisme est stable jusqu'à ce qu'une certaine quantité critique de fibres ait rompu. À ce stade, la propagation devient instable et toutes les fibres rompent brutalement, le stratifié est alors considéré comme totalement ruiné. Compte tenu de l'orthotropie du stratifié, les fibres sont chargées différemment dans chaque pli, celles des plis à 0° sont alors les plus sollicitées ; ce qui peut entraîner leur rupture brutale et celle de l'empilement.

Dans [Violeau, 2007], la rupture des fibres peut être classée dans les mécanismes continus car il fait intervenir l'échelle de la fibre ou dans les mécanismes discrets étant donné que le nombre de fibres qui rompt engendre ainsi un faciès de rupture clairement identifiable à l'échelle du pli (figure 1.7a). Cependant, les essais de compression ont révélé un phénomène de plissement (*kinking* en anglais) associé à l'apparition d'une bande de plissement (*kink-band* en anglais) conduisant une contrainte en compression dans le sens des fibres significativement plus faible qu'en traction [Feld, 2011] (figure 1.7b).

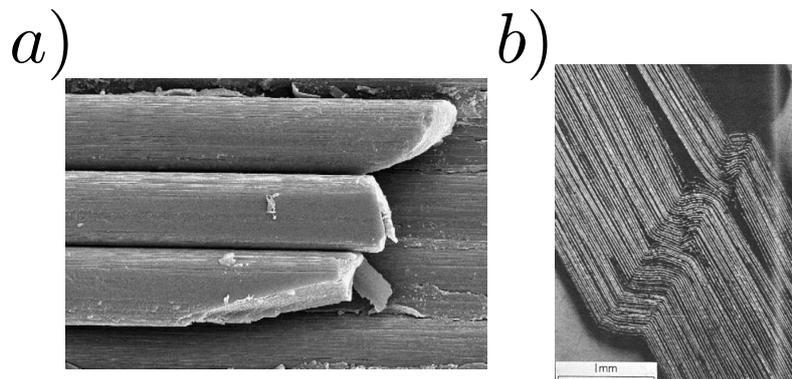


FIGURE 1.7: a) Rupture des fibres [Abisset, 2012] b) *Kink-band* [Feld, 2011]

2.2 L'endommagement à l'échelle du pli

Les mécanismes présentent des surfaces de rupture facilement observables à l'échelle du pli. On répertorie 3 mécanismes d'endommagement remarquables à cette échelle dont la longueur caractéristique est de l'ordre de 10^{-4} m :

- *la fissuration transverse* résulte, lors d'un chargement d'une structure composite, d'un processus de percolation de l'endommagement diffus permettant d'engendrer les fissures matricielles de façon parallèle à la direction des fibres et traversant toute l'épaisseur du pli (voir la figure 1.8). Ce mécanisme s'installe principalement dans les plis fortement désorientés par rapport à la direction d'application de la charge, c'est à dire que les premiers plis affectés sont ceux dont les fibres sont perpendiculaires à la direction de chargement. Ainsi, cette dégradation est essentiellement due aux contraintes de traction transverses. C'est d'ailleurs pour cette raison que ce type d'endommagement est désigné sous le terme générique de « fissuration transverse ». Les fissures transverses s'amorcent généralement aux bords libres. La cinétique des fissures transverses dépend de non seulement la ténacité du matériau et des conditions de sollicitation mais aussi de l'épaisseur du pli. Dans les plis fins, l'initiation et la propagation de la fissure sont deux étapes distinctes de sa formation. Une fissure peut s'initier sans se propager immédiatement au sein du pli. La création d'une fissure traversant l'épaisseur du pli nécessite alors une certaine quantité d'énergie. Dans les pli épais, l'initiation et la propagation d'une fissure sont simultanées : si une fissure est initiée, elle va forcément se propager. La création d'une fissure nécessite donc moins d'énergie. Lorsque le chargement augmente, la formation de fissures matri-

cielles aboutit fréquemment à un motif quasi périodique caractérisé par un taux de fissuration (ce qu'on appelle également la densité de fissuration). Ce processus conduit à une diminution macroscopique de la rigidité du stratifié. Au fur et à mesure du chargement, les fissures matricielles ne peuvent plus se développer, on atteint alors un régime de saturation. En effet, l'apparition d'une fissure matricielle entraîne une chute de contrainte ; le niveau atteint ne permet alors plus de créer de nouvelles fissures. C'est le mécanisme de délaminage local qui se développe. Dans le cas des plis épais, lorsque le taux de fissuration devient important, il est possible d'observer des fissures matricielles inclinées par rapport aux celles qui traversent toute l'épaisseur du pli [Jalalvand *et al.*, 2014]. Ce type de fissures est rarement observé dans la littérature et n'est généralement pas pris en compte dans de diverses modélisations.

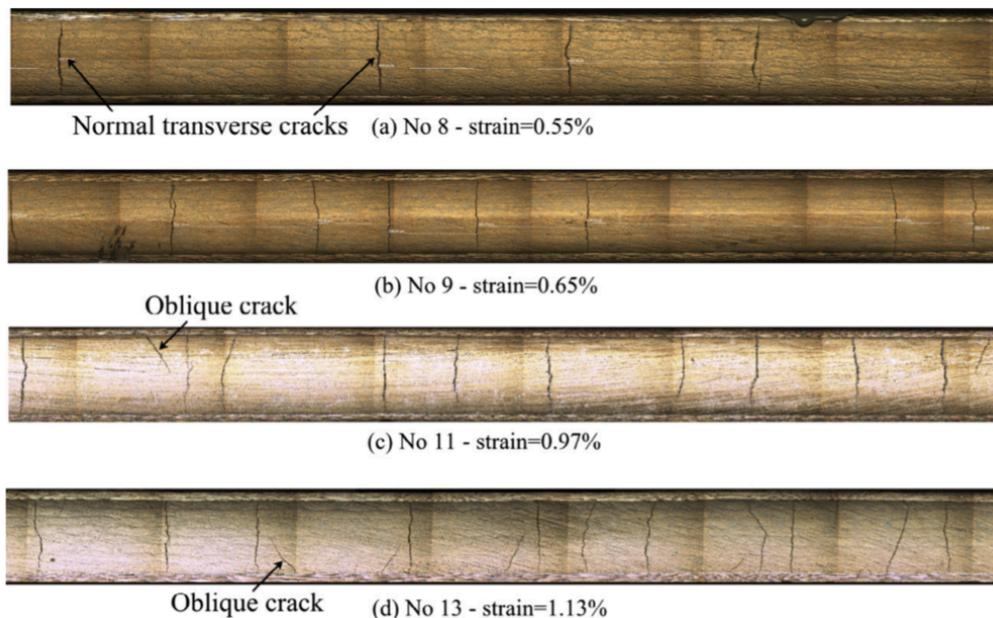


FIGURE 1.8: Fissures matricielles transverses et obliques observées dans le pli à 90° d'un stratifié croisé $[0/90_4]_s$ [Jalalvand *et al.*, 2014]

- *le splitting*. Il est possible que ce type de fissuration matricielle puisse apparaître dans les plis à 0° parallèlement à la direction de chargement (figure 1.9). Dans ce cas, on qualifie ce mécanisme de *splitting*. Les observations expérimentales menées par [Nairn et Hu, 1994] sur des stratifiés croisés de type $[0_m/90_n]_s$ soumis à de la traction montrent que le *splitting* est dû aux déformations transverses dans les plis à 0° . Ces dernières sont causées par la différence entre les coefficients de Poisson des plis à 0° et 90° . En outre, le *splitting* fait l'objet de nombreuses études dans la littérature puisqu'il pilote le processus de rupture des structures composites stratifiées portant des singularités géométriques. [Moffat *et al.*, 2008] a fait appel à la microtomographie par rayonnement synchrotron afin d'observer in situ l'évolution de l'endommagement dans un stratifié $[90/0]_s$ doublement entaillé soumis à un chargement de traction (figure 1.9).

En particulier, ces fissures de type splitting prennent l'importance dans la redistribution de contraintes dans certaines circonstances. Malgré tout, l'amorçage des splits reste encore la problématique qui pose des questions tant au niveau expérimental que numérique.

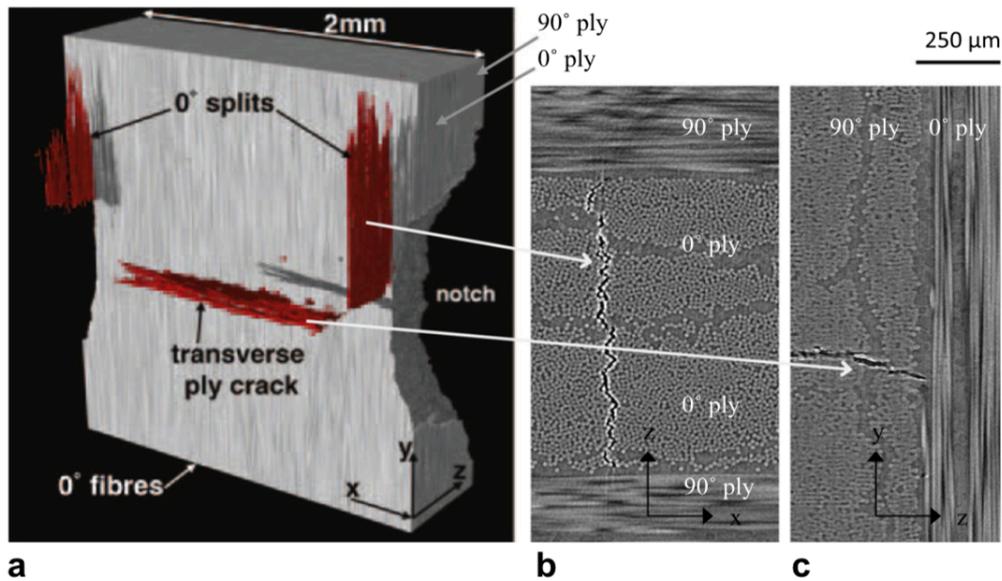


FIGURE 1.9: Microtomographie 3D de différents mécanismes d'endommagement dans le stratifié croisé $[90/0]_s$ doublement entaillé en V [Moffat *et al.*, 2008]

- *le délaminage local* naît à partir des fissures matricielles qui sont stoppées à l'interface entre deux plis (figure 1.10). Des microfissures apparaissent dans la zone riche en résine entre deux plis, initiées par les fissures transverses qui créent des concentrations de contraintes au niveau de l'interface.

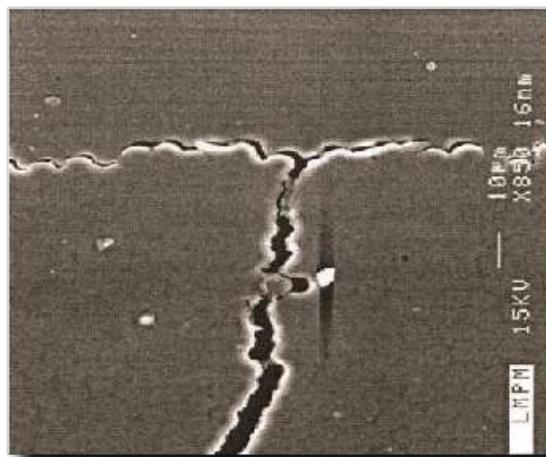


FIGURE 1.10: Délaminage local en pointe de fissure transverse [Violeau, 2007]

- *le macro délaminage* a une étendue beaucoup plus importante que le micro délaminage décrit préalablement. Il peut être provoqué par la coalescence des micro délaminages par un chargement de type hors plan ou, sur un bord libre, par les différences de coefficients de Poisson dans les plis. Une singularité géométrique est généralement à l'origine de ce phénomène (proximité d'un bord, d'un trou, d'un raccord angulaire entre structure, ...). Cet endommagement entraîne une perte de rigidité dans la structure qui sera plus ou moins importante selon le type de chargement. Le macro délaminage correspond à un décollement de deux couches entre elles : les plis se détachent, les efforts ne sont plus repris que par certains plis : à ce moment la structure est considérée comme totalement ruinée (figure 1.11).

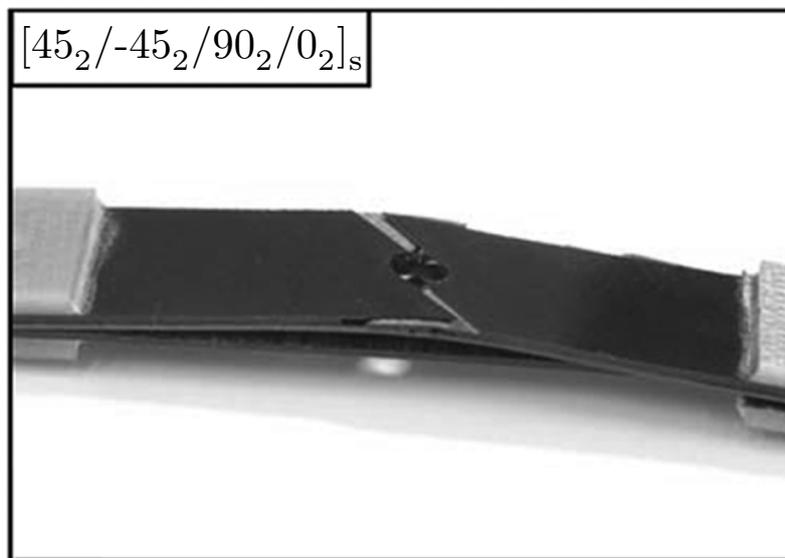


FIGURE 1.11: Le décollement total de l'interface $90^\circ/0^\circ$ du stratifié $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$ [Hallett *et al.*, 2009c]

2.3 Succession des mécanismes jusqu'à rupture finale

La figure 1.12 présente les mécanismes de dégradation pris en compte dans le mésomodèle du LMT dont on parlera plus loin, ainsi que leur enchaînement pour la plupart des cas pratiques. Les dégradations de type diffus se développent de façon progressive dans les plis et les interfaces (scénarios 3 et 4). Suite à leur accumulation, les décohésions fibres-matrice coalescent dans l'épaisseur du pli afin de créer une fissure transverse. Dans la suite, le mécanisme de fissuration transverse est initié et se développe progressivement sous forme d'un réseau de fissures (scénario 1). Avec l'augmentation du chargement, des délaminages locaux apparaissent aux pointes des micro-fissures en raison de la surcontrainte locale (scénario 2). La compétition entre ces deux derniers mécanismes (scénarios 1 et 2) finit par la saturation de la fissuration transverse. L'endommagement est alors piloté par délaminage local qui se développe très rapidement. Finalement, la ruine arrive par la rupture des fibres et/ou le délaminage macroscopique entre les plis.

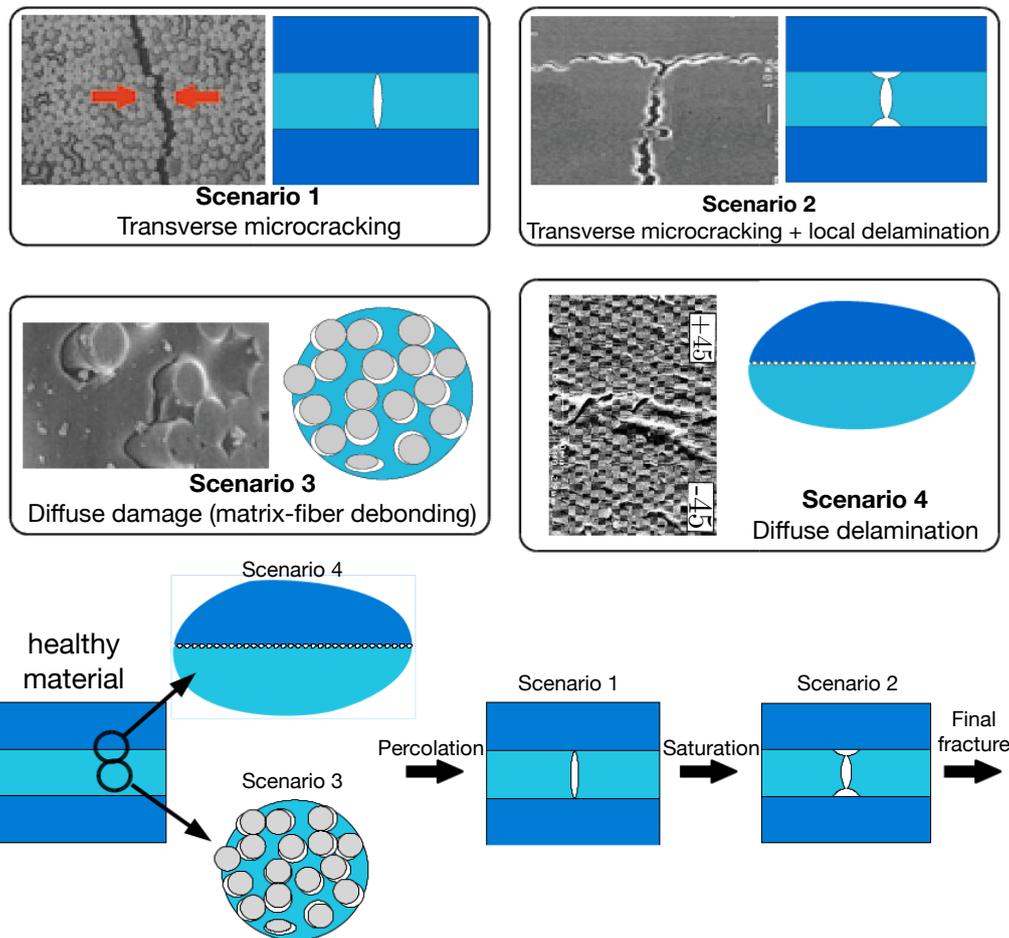


FIGURE 1.12: Les principaux mécanismes d'endommagement pris en compte dans le mésomodèle LMT et leur enchaînement [Ladevèze *et al.*, 2017]

3 Structures composites industrielles : singularités géométriques

3.1 Généralités

L'assemblage de différentes structures composites par rivetage, par vis ou par boulons nécessite couramment la réalisation de trous. La dernière permet également des passages des câbles électriques et phoniques ou de différentes raisons pratiques comme des portes, des hublots... Cependant, le perçage de ces trous fait apparaître des dommages de nature différente dans ces structures. Ce phénomène se traduit alors, à l'échelle macroscopique, par la création d'une fissure qui conduit à l'affaiblissement de structures durant leur fonctionnement en raison de la surcontrainte locale appelée concentrations de contraintes. Outre le perçage, il est possible qu'une fissure puisse apparaître sur la structure de manière plus ou moins dangereuse lors de sa mise en service. La figure 1.13 indique les différentes

tailles de trous sur le débris d'un A321.

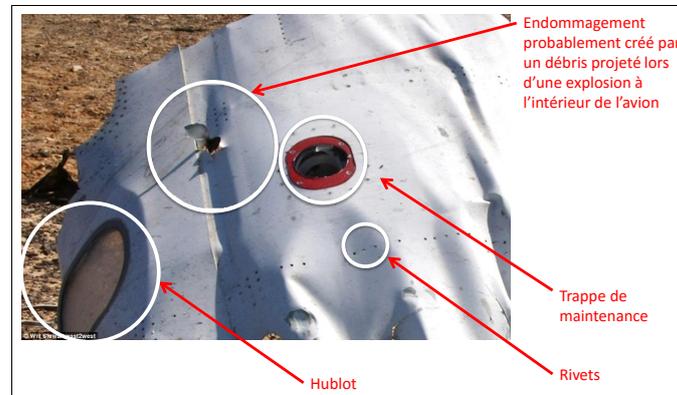


FIGURE 1.13: Photographie d'une épave d'Airbus A321 [Serra, 2016]

Les structures composites portant des singularités géométriques manifestent une complexité des mécanismes de dégradation dans les zones de concentrations de contraintes. De ce fait, les champs de contraintes sont fortement altérés conduisant à de différents modes de ruptures. On s'intéresse plus particulièrement aux concentrations générées par des découpes typiques de l'industrie : trou et entaille. Ces dernières sont les lieux privilégiés conduisant à la perte de l'intégrité des structures composites à cause de la rupture des fibres ou du délaminage intense.

3.2 Caractérisation de la dégradation des stratifiés comportant des singularités géométriques

Le comportement à rupture de structures en matériaux composites stratifiés en présence de singularités géométriques est influencé par le développement plus ou moins progressif des mécanismes d'endommagement au fur et à mesure des sollicitations appliquées. Cette partie vise à étudier, dans un premier temps, les mécanismes d'endommagement et leurs interactions dans les structures singulières. Ensuite, l'étude porte sur les effets du dimensionnement sur le développement de zones d'endommagement et les propriétés à rupture. Ces cas étudiés dans cette partie font l'objet de l'analyse et validation du mésomodèle dans les chapitres 3 et 4.

3.2.1 Essais de traction de plaques doublement entaillées en V

Dans les travaux [Kortschot et Beaumont, 1990a], les auteurs supposent que la distribution de contraintes en amont des singularités sous forme d'une entaille en V est altérée par l'accumulation et l'interaction des différents scénarios d'endommagement. Par conséquent, le dernier état de l'endommagement est censé avoir un crucial impact sur la contrainte à rupture. Afin de déterminer cette influence sur les propriétés de rupture, les approches expérimentale et numérique ont été réalisées dans

[Kortschot et Beaumont, 1990a, Kortschot et Beaumont, 1990b, Kortschot *et al.*, 1991, Kortschot et Beaumont, 1991]. L'étude expérimentale consiste à réaliser des essais en traction sur des plaques composites de stratification croisée munies de double entailles en V. Les observations expérimentales montrent qu'il existe une relation stricte entre le dernier état de l'endommagement et la contrainte à rupture : plus la zone d'endommagement est extensive, plus la contrainte à rupture est élevée. Les simulations numériques par éléments finis intégrant a priori la morphologie de l'endommagement (splits à 0° et délaminage sur l'interface $90^\circ/0^\circ$) observée expérimentalement sur les éprouvettes testées montrent un effet de relâchement de contraintes autour du fond d'entailles. Les résultats de cette étude mettent en avant la nécessité de prendre en compte les différents mécanismes de l'endommagement et de suivre leur évolution dans la modélisation du comportement à rupture.

Kortschot *et al.* ont mené des essais de traction sur des stratifiés doublement entaillés en V à diverses caractéristiques géométriques et de drapages afin de mettre en évidence la relation entre le comportement mécanique et le processus de l'endommagement des stratifiés considérés. Les méthodes de rupture semi-empiriques dont on parlera dans la prochaine section s'appuient sur l'analyse de contraintes uniquement autour de la singularité d'origine et elles y négligent les détails de la morphologie de l'endommagement. Toutefois l'extension de l'endommagement peut modifier la répartition des contraintes en amont de l'entaille. À titre d'exemple, on considère les deux éprouvettes de géométrie identique mais respectivement composées des empilements $[90/0]_{2s}$ et $[90_2/0_2]_s$, la contrainte à rupture de $[90_2/0_2]_s$ est 50% supérieure à celle de $[90/0]_{2s}$ tandis que l'analyse de contraintes pour les deux cas devrait être identique. La figure 1.14 montre que l'extension de la zone d'endommagement sur la plaque $[90_2/0_2]_s$ est significativement plus large que celle de la plaque $[90/0]_{2s}$. Sur ces images obtenues expérimentalement, on voit clairement les fissures émanant du front de l'entaille en V dans le sens des fibres, ce que l'on appelle la fissure de splitting ou le split. Ces fissures de splitting sont accompagnées par le délaminage sur l'interface $90^\circ/0^\circ$ de forme triangulaire. Comme montré sur la figure 1.14, les zones de forme triangulaire sont fortement plus large sur l'éprouvette $[90_2/0_2]_s$ que sur $[90/0]_{2s}$ et la densité de fissuration dans les plis à 90° est fortement plus importante pour $[90_2/0_2]_s$ que pour $[90/0]_{2s}$. Les auteurs de [Kortschot et Beaumont, 1990a] ont remarqué à partir des observations expérimentales que le délaminage de forme triangulaire se propage vers le centre de l'éprouvette en même temps avec sa poursuite de la propagation des splits à 0° .

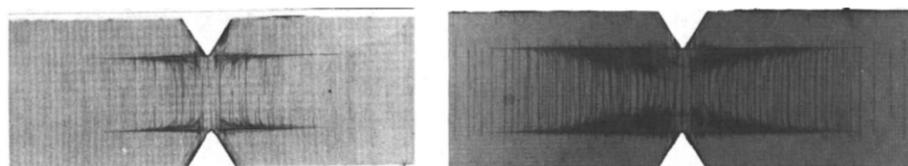


FIGURE 1.14: Les zones d'endommagement pour les deux éprouvettes identiques respectivement composées de $[90/0]_{2s}$ et $[90_2/0_2]_s$ [Kortschot et Beaumont, 1990a]

Environ 60 spécimens ont été testés. L'endommagement est observé à l'aide de la radiographie X. Une présentation plus complète du protocole expérimental, la description de l'instrumentation des machines d'essais ainsi que la procédure de fabrication des éprouvettes sont disponibles dans [Kortschot et Beaumont, 1990a]. On peut distinguer deux séries d'essais pour étudier deux effets de dimensionnement : l'effet d'échelle et l'effet d'empilement. Les derniers ont un impact significatif sur l'évolution de l'endommagement. La géométrie des éprouvettes à double entailles en V est caractérisée par la longueur L , la largeur w , la taille de l'entaille a . L'angle de l'entaille en V (noté φ) est, quant à lui, fixé à 60° . Les caractéristiques géométriques sont données sur figure 1.15.

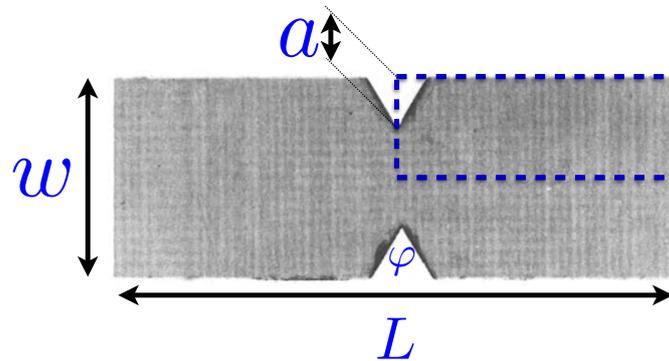


FIGURE 1.15: Les caractéristiques géométriques des éprouvettes réalisées dans les essais [Kortschot et Beaumont, 1990a]

En résumé, les images X-radiographique révèlent les trois principaux mécanismes d'endommagement :

- les fissures de splitting à 0° ;
- la fissuration transverse sous forme d'un réseau quasi-périodique de fissures matricielles dans les plis à 90° ;
- le délaminage sur les interfaces $0^\circ/90^\circ$ sous forme triangle qui suit les splits à 0° en même temps avec sa propagation vers le centre du spécimen considéré.

Les auteurs ont également remarqué que les splits à 0° ont un important rôle dans la répartition de contraintes sens fibres au front des entailles en V conduisant à de différentes contraintes à rupture inexplicées par la mécanique linéaire de la rupture. Les éprouvettes se rompent par la rupture des fibres dans les plis à 0° de manière prédominante.

3.2.2 Campagne d'essais de traction de plaques trouées

Une grande campagne expérimentale sur des plaques trouées soumises à un chargement de traction jusqu'à la ruine finale a été réalisée par [Green *et al.*, 2007, Hallett *et al.*, 2009b, Hallett *et al.*, 2009c] dans le but d'étudier précisément les effets d'échelle de structures en composites stratifiés portant des singularités géométriques. En effet, la tenue mécanique de ces dernières fait objet de nombreuses études dans la littérature car elle peut varier considérablement lors du passage d'un dimensionnement à

l'échelle du laboratoire à celui à l'échelle industrielle. Dans [Green *et al.*, 2007], les empilements symétriques quasi-isotropes construits sur la base de forme [45/90/-45/0] ont été choisis afin d'étudier les impacts de l'augmentation homothétique des dimensions des plaques trouées sur leur comportement et leur contrainte à rupture. D'autres effets sont également mis en évidence dans la campagne d'essais lors de l'épaississement des plis, l'augmentation du nombre de plis ou le changement de la séquence d'empilement. La singularité géométrique mise en jeu a la forme d'un trou circulaire qui est omniprésente dans les structures industrielles pour des questions d'assemblage. En particulier, l'augmentation de l'épaisseur des éprouvettes est réalisée de deux manières différentes : soit par répétition symétrique de la séquence de base soit par l'épaississement des plis afin de mettre en évidence l'influence des endommagements sous-critiques sur la perte de l'intégrité de structures trouées. Puis, une permutation des plis dans la séquence de base a été effectuée pour étudier l'influence de l'ordre des plis sur le processus de rupture.

3.2.2.1 Description du problème

Deux principales séries expérimentales peuvent être distinguées par la mise en oeuvre des plis fins ou des plis épais soit par augmentation du nombre des plis en conservant l'épaisseur fine du pli soit par épaississement des plis. La figure 1.16 montre le tableau de configurations réalisées dans la campagne d'essais. Ce tableau montre les deux séries à plis fins et à plis épais mises en place dans les essais, les types du dimensionnement (1D, 2D et 3D) ainsi que les modes de rupture associées à chaque configuration dans laquelle six éprouvettes sont testées. Deux configurations représentées en rose présentent une transition entre *pullout* et *délamination* ; certaines des six éprouvettes testées présentent le mode de rupture de type *pullout* et les autres présentent le mode de rupture de type *délamination*.

Épaisseur de la plaque trouée (mm)	Répétition de la séquence de base Diamètre du trou (mm)				Épaississement des plis Diamètre du trou (mm)			
	3.175	6.35	12.7	25.4	3.175	6.35	12.7	25.4
1	3D							
2	1D							
4		2D						
8								

	Fragile		Délamination		Configuration non testée
	Pullout		Passage entre pullout et délamination		

FIGURE 1.16: Configurations réalisées par [Green *et al.*, 2007] (6 spécimens chacune)

Les séquences d'empilement utilisées dans les essais ont la forme générale de $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_{ns}$ avec les facteurs m et $n = \{1, 2, 4, 8\}$ indiquant l'augmentation de l'épaisseur de l'éprouvette. Le facteur m désigne l'épaississement des plis et le facteur n désigne le nombre de répétitions de la séquence de base. La géométrie est caractérisée

par la longueur L , la largeur W et le diamètre du trou D comme l'illustre la figure 1.17. Les ratios de la largeur sur le diamètre du trou (W/D) et de la longueur sur le diamètre du trou (L/D) sont conservés constants pour mettre en avant l'influence des endommagements sur le comportement structural et la contrainte à rupture des éprouvettes lors du dimensionnement. Ainsi les dimensions dans le plan peuvent être pilotées par le diamètre du trou.

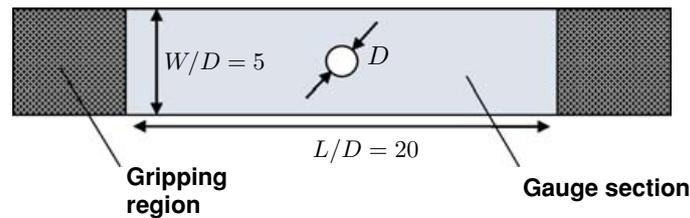


FIGURE 1.17: Caractéristiques géométriques de la plaque trouée [Green *et al.*, 2007]

3.2.2.2 Analyses expérimentales retenues pour la validation

Cette partie a pour but de relever les résultats expérimentaux pour établir une référence en vue de valider les simulations numériques avec le mésomodèle réalisées dans les chapitre 3 et 4. Les mécanismes de l'endommagement et leur interaction sont à l'origine d'une ou plusieurs chutes importantes de charge lors du chargement. Dans [Green *et al.*, 2007], ces derniers sont mis en exergue et catégorisés en trois modes de rupture (fragile, pullout et délaminage) en fonction de certains critères suivants :

- l'intensité de l'endommagement sous-critique et le faciès de rupture des éprouvettes ;
- la présence ou l'absence de la rupture de fibres lors de la chute importante de charge. Il est à noter que la rupture de fibres est souvent responsable de la chute totale de charge.

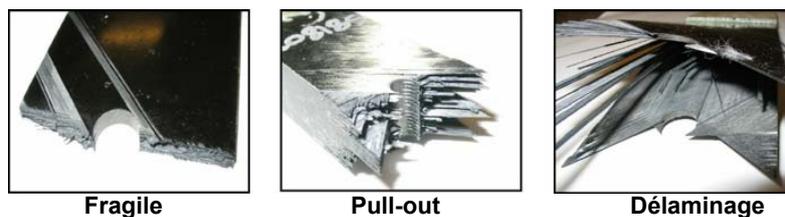


FIGURE 1.18: Faciès de rupture associés aux différents modes de rupture [Green *et al.*, 2007]

Voici les descriptions expérimentales de [Green *et al.*, 2007] sur l'évolution de l'endommagement en fonction du mode de rupture (figure 1.18) :

- **Fragile** : il y a très peu d'endommagements sous-critiques au voisinage du trou jusqu'à la ruine complète. La structure est rompue par la rupture des fibres dans les plis à 0° , 45° et -45° ainsi que la fissuration dans les plis à 90° . Le faciès

de rupture sur lequel tous les plis se rompent est plat et propre. La courbe contrainte/déformation globale est ainsi linéaire.

- **Pullout** : les endommagements sous-critiques, sous forme de splits, fissuration transverse et délaminage, apparaissent en premier dans les plis orientés obliquement à la direction du chargement, notamment sur une ou deux séquences les plus proches de la surface du stratifié. Il a été observé expérimentalement que le premier endommagement est la fissuration dans des plis à 90° confinée aux abords du trou. Ensuite les splits se poursuivent dans d'autres plis orientés obliquement au sens du chargement et puis les splits dans les plis à 0° . Le splitting s'amorce au point où la fibre est tangente au trou et se propage dans le sens de fibres alors que la fissuration dans les plis à 90° s'initie au point où la charge est tangente au trou et se propage selon la direction orthogonale à celle du chargement. Les splits et la fissuration sont accompagnés par le délaminage sur les interfaces adjacentes. Pour des stratifiés constitués de nombreuses couches, le délaminage intense, qui se propage à travers la largeur entière du stratifié, se retrouve notamment sur une ou deux séquences de base les plus à l'extérieur. La structure est rompue par la rupture de fibres dans tous les plis à 0° précédée par le splitting, la fissuration, le délaminage d'une intensité relativement importante. La courbe contrainte/déformation globale est légèrement non-linéaire.
- **Délaminage** : identiques scénarios que le mode « *pullout* » mais l'intensité devient fortement importante conduisant à la chute importante de charge marquée par le délaminage d'une intensité très importante sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$. Ce dernier se propage à travers la largeur entière du stratifié et recouvre la plupart de la zone utile. Il est possible d'avoir une ou plusieurs chutes importantes de charge en fonction du ratio du diamètre du trou sur l'épaisseur du pli. Un stratifié percé d'un petit trou est plus susceptible de manifester une série de chutes importantes de charge ; le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se propage à travers la largeur du stratifié de la manière asymétrique. Pour le stratifié muni d'un grand trou, le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se propage à travers la largeur du stratifié de la manière symétrique. Ensuite, il ne reste que le pli à 0° qui supporte la majorité de la charge avec la propagation de splits à 0° jusqu'à la rupture de fibres. Il a été observé expérimentalement que le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se poursuit également le long de la longueur de l'éprouvette vers les talons après la première invasion de la largeur de l'éprouvette (figure 1.19). La courbe contrainte/déformation globale est non-linéaire et présente quelques chutes importantes de charge.



FIGURE 1.19: Propagation du délaminage de l'interface $-45^\circ/0^\circ$ vers les talons [Nixon-Pearson *et al.*, 2013]

La contrainte à rupture est définie comme étant la première chute de charge supérieure à 5%. D'après [Green *et al.*, 2007], une telle chute de charge perturbe le bon fonctionnement des structures composites stratifiées. Pour les modes de rupture « fragile » et « pullout », la contrainte à rupture est due à la rupture de fibres et la ruine totale de la structure survient souvent à la première chute de charge. Quant au mode de rupture « délaminage », la contrainte à rupture est due au délaminage intense sur les interfaces entraînant l'instabilité du stratifié. La première chute de charge due au délaminage ne conduit pas forcément à la ruine finale du stratifié qui sera provoquée par la rupture des fibres. Afin de décrire la transition entre les modes de rupture, une règle simple et empirique a été proposée par [Green *et al.*, 2007] et s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{Mode fragile :} & \quad \sigma_{ff} < \sigma_{45/90} \\
 \text{Mode pullout :} & \quad \sigma_{45/90} < \sigma_{ff} < \sigma_{-45/0} \\
 \text{Mode délaminage :} & \quad \sigma_{-45/0} < \sigma_{ff}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

où σ_{ff} la contrainte à rupture « finale » due à la rupture de fibres, la contrainte $\sigma_{45/90}$ où le délaminage sur l'interface $45^\circ/90^\circ$ la plus proche de la surface se propage sur toute la largeur de l'éprouvette et enfin la contrainte $\sigma_{-45/0}$ où le délaminage sur les interfaces $-45^\circ/0^\circ$ adjacentes au pli central à 0° se propage à son tour sur toute la largeur du stratifié.

Les endommagements dans les plis individuels sont étudiés à l'aide de la tomographie assistée par ordinateur « X-ray/CT ». La figure 1.20 montre les images de l'endommagement obtenues par cette technique pour tous les plis de l'empilement $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$. L'état de l'endommagement correspond à 60% de la contrainte à rupture. On peut constater nettement les splits à 45° en surface de l'empilement. Les fissures dans les autres plis sont très faibles et confinées aux abords du trou.

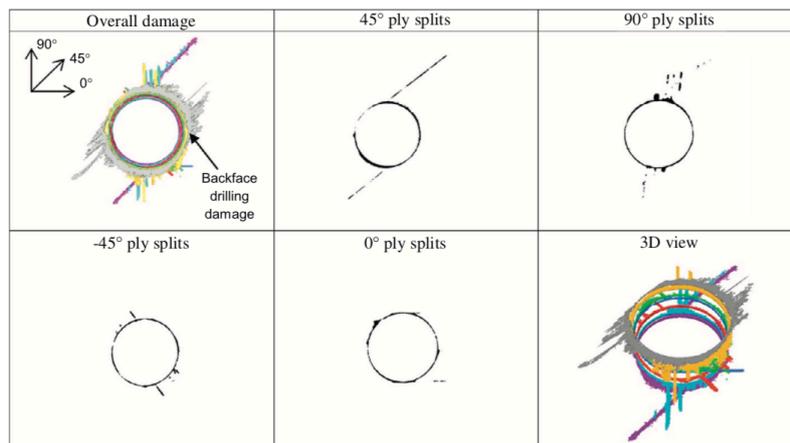


FIGURE 1.20: Endommagements sous-critiques à 60% de la contrainte de rupture : splits à 45° et 0° et fissuration dans les plis à 90° et -45° [Nixon-Pearson *et al.*, 2013]

À 80% de la contrainte de rupture, on peut voir sur la figure 1.21 le développement de fissures dans les plis à 90° , -45° , 0° . La fissuration dans le pli à 90° sous forme d'un

réseau quasi-périodique de fissures se diffuse de la bordure du trou jusqu'aux bords libres du stratifié selon la direction du splitting à 45° . De même façon, la fissuration dans le pli à -45° se diffuse de manière quasi-périodique selon la direction du splitting à 0° ; le réseau de fissures reste confiné au voisinage du trou. Enfin, les splits à 0° se propage de manière asymétrique et sont tangents au trou aux endroits où les concentrations de contraintes sont les plus sévères ; par conséquent le lissage de contraintes est réalisé.

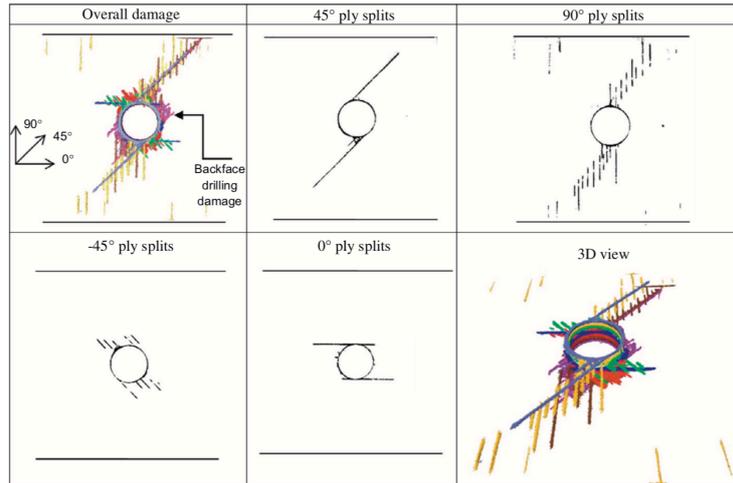


FIGURE 1.21: Endommagements sous-critiques à 80% de la contrainte à rupture : splits à 45° et 0° et fissuration dans les plis à 90° et -45° [Nixon-Pearson *et al.*, 2013]

La figure 1.22 présente une schématisation des traces de fissures sur l'image *X-ray/CT* obtenue expérimentalement pour l'empilement $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$. Cet état de l'endommagement correspond à la première chute importante de charge causée par le délaminage de l'interface $-45^\circ/0^\circ$. On peut voir que le réseau de fissures dans les plis à 90° et -45° se développe à la fois en diffusion et en propagation. Les fissures matricielles sont accompagnées par le délaminage qui peut être vu comme la zone sombre dans la tomographie.

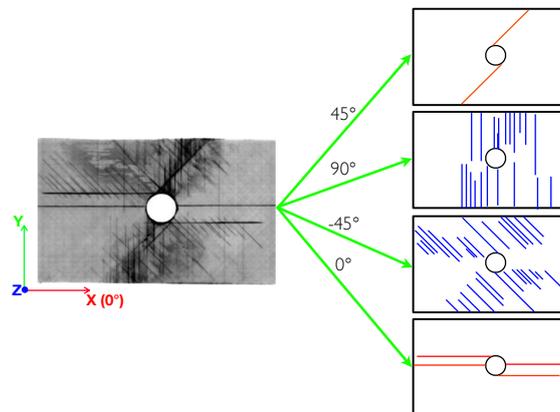


FIGURE 1.22: Schématisation des traces de fissures observées dans la tomographie d'une éprouvette juste après la première chute de charge due au délaminage

4 Modélisation du comportement des stratifiés

Cette section vise à passer une revue succincte de modèles dédiés à la modélisation du comportement à rupture des structures composites stratifiées comportant des singularités géométriques. Dans un premier temps, les modèles de rupture classiques sont présentés pour prédire le premier endommagement au sein d'un stratifié. Ensuite, les modèles de rupture semi-empiriques pour des structures singulières sont rappelés. Ces modèles ne tiennent pas compte de détails des phénomènes de dégradation mais ils prennent l'aspect énergétique d'une zone d'endommagement. Enfin, les modélisations fines des endommagements sont présentées pour reproduire avec précision les propriétés à rupture des structures composites stratifiées en faisant appel aux outils numériques.

4.1 Critères de rupture classiques

Ces critères dérivent de la théorie classique des stratifiés. Ils se basent sur les hypothèses de comportement élastique fragile des constituants de base (fibre et matrice) et de l'interface parfaite entre les couches. Ils ne tiennent pas compte de la multitude des endommagements composés de fissures et cavités menant de manière plus ou moins progressive à la ruine complète du stratifié. Ces critères classiques de rupture reposent essentiellement sur les caractéristiques mécaniques à l'échelle d'un stratifié unidirectionnel afin de déterminer les enveloppes admissibles de rupture dans lesquels aucune dégradation des couches ne doit apparaître. C'est d'ailleurs pour cette raison on appelle aussi les modèles "macroscopiques". Il existe de nombreux critères de rupture qui peuvent être appliqués, en tout point matériel, directement sur le stratifié complet ou établis dans chaque pli individuel du stratifié. Ces critères de rupture classiques se traduisent généralement par des expressions mathématiques de composantes du tenseur des contraintes ou déformations avec ou sans distinction sur la nature de rupture (rupture des fibres ou fissuration matricielle) et celle des sollicitations (traction ou compression). [Tsai, 1984, Nahas, 1986, Echaabi *et al.*, 1996, Orifici *et al.*, 2008] ont passé en revue un certain nombre de critères macroscopiques existants dans la littérature. Ils permettent d'avoir une première évaluation de la résistance mécanique dans la conception d'une pièce composite de manière fiable mais surdimensionnée. L'inconvénient de ces approches est de ne fonctionner correctement que dans le cas des stratifiés soumis à un champ de déformation ou de contrainte uniforme et de se borner à l'apparition du premier endommagement dans un pli, c'est-à-dire que l'état de rupture est théoriquement binaire : rompu ou sain si le critère atteint ou non en au moins un point matériel du pli. Ainsi, la relation contrainte/déformation est linéaire jusqu'à la rupture (autrement dit le premier endommagement du pli). Cette limitation relève du fait que la majorité des critères décrivent les propriétés de rupture en basant sur un stratifié unidirectionnel qui se rompt dès l'apparition du premier endommagement comme l'illustre la figure 1.23. Cependant, la structure composite stratifiée multidirectionnelle peut encore supporter des efforts après l'endommagement du premier pli : les contraintes sont redistribuées sur les plis restants qui se poursuivent sous sollicitations appliquées, et même le pli endommagé

peut encore apporter une contribution. Les endommagements peuvent donc affecter, voire piloter le processus de rupture, ce qui est surtout vrai pour les structures stratifiées portant des singularités géométriques. L'application des critères classiques dans ces cas devient donc conservatrice.

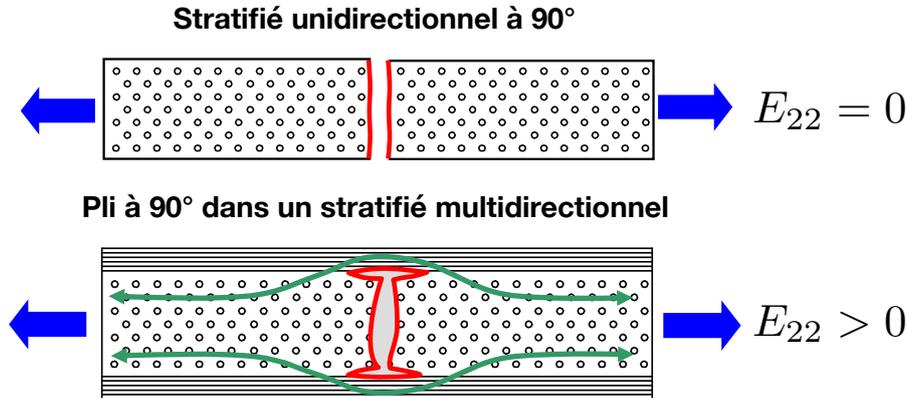


FIGURE 1.23: Redistribuzione di tensioni nei stratificati unidirezionali e multidirezionali [Knops, 2008]

Par simplicité, le formalisme des critères de rupture est exprimé dans la base “naturelle” du pli unidirectionnel suivant les axes d’orthotropie. Ces critères sont en général employés à l’étape de post-processing des simulations numériques. Ces critères nécessitent la connaissance des résistances mécaniques. Elles sont souvent basées sur les cinq sollicitations de base que sont la traction/compression selon la direction longitudinale, la traction/compression selon la direction transverse, et le cisaillement. En général, on pourrait décomposer les critères de rupture classiques en 3 catégories en fonction du type de sollicitations et de la nature de rupture.

4.1.1 Critères limites

Il s’agit de l’approche la plus simple fréquemment utilisée aux premiers stades de la conception d’un stratifié. Toutefois, on néglige toute interaction entre les différentes composantes du tenseur des contraintes ou déformations. Ces critères peuvent être exprimés en contraintes maximales et en déformations maximales. Ces critères consistent à comparer chaque composante du tenseur des contraintes ou déformations aux limites d’élasticité, indépendamment les unes des autres. L’expression du critère en contraintes maximales sous contraintes planes est reportée dans l’équation (1.2) :

$$\begin{aligned} -\sigma_{11C}^u &< \sigma_{11} < \sigma_{11T}^u \\ -\sigma_{22C}^u &< \sigma_{22} < \sigma_{22T}^u \\ |\sigma_{12}| &< \sigma_{12}^u \end{aligned} \quad (1.2)$$

Les valeurs ultimes des contraintes en fonction de la nature des sollicitations sont notées σ_{11T}^u , σ_{11C}^u , σ_{22T}^u , σ_{22C}^u et σ_{12}^u . En pratique, le critère de contrainte maximale est utilisé

conjointement à celui de déformation maximale dont la formulation est reportée dans l'équation (1.3) sous l'hypothèse de déformations planes :

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{11C}'' < \varepsilon_{11} < \varepsilon_{11T}'' \\ -\varepsilon_{22C}'' < \varepsilon_{22} < \varepsilon_{22T}'' \\ |\varepsilon_{12}| < \varepsilon_{12}'' \end{aligned} \quad (1.3)$$

4.1.2 Critères énergétiques

Les critères énergétiques s'appuient sur une généralisation des critères de plasticité de type Von Mises en étendant aux matériaux anisotropes. On suppose l'existence d'une surface limite de rupture représentée par des équations dans l'espace des contraintes. L'idée majeure consiste à coller la surface de rupture au plus près des données issues des essais de caractérisation pour améliorer la corrélation entre les résultats expérimentaux et théoriques. Les paramètres des équations théoriques sont souvent liés aux limites d'élasticité du matériau considéré. Il existe un nombre significatif des critères énergétiques de rupture introduits dans la littérature. [Tsai et Wu, 1971] a proposé l'expression générale de ces critères sous forme tensorielle qui est reportée dans l'équation (1.4) avec la convention de sommation d'Einstein. Le comportement des matériaux est supposé rester dans le domaine élastique tant que l'inégalité (1.4) est vérifiée :

$$F_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_j \leq 1 \quad (1.4)$$

où les constantes F_i et F_{ij} ($i, j = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) à identifier sont les composantes des deux tenseurs symétriques respectivement du 1^{er} ordre et du 2nd ordre. Les termes linéaires F_i prennent en compte la différence du comportement des composites en traction et en compression. Les termes quadratiques F_{ij} définissent une surface limite de rupture de forme ellipsoïdale dans l'espace des contraintes et tiennent compte des interactions entre les contraintes σ_i et σ_j . La notation contractée usuelle est employée dans la relation (1.4) pour les contraintes suivant les axes d'orthotropie des matériaux :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} = \sigma_1, \quad \sigma_{22} = \sigma_2, \quad \sigma_{33} = \sigma_3, \\ \sigma_{23} = \sigma_4, \quad \sigma_{13} = \sigma_5, \quad \sigma_{12} = \sigma_6, \end{aligned} \quad (1.5)$$

Ainsi, les critères énergétiques peuvent se différencier les uns des autres à la manière selon laquelle les composantes F_i et F_{ij} sont déterminées.

Un des premiers critères énergétiques de rupture a été initié par [Hill, 1950] pour la formulation du comportement de plasticité orthotrope. [Tsai, 1965] suppose que le critère de rupture dédié aux matériaux composites peut être exprimé de la même forme que celui de [Hill, 1950]. La formule de Hill s'écrit sous forme quadratique :

$$F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{23}^2 \leq 1 \quad (1.6)$$

Les 6 paramètres F, G, H, L, M, N sont identifiés par trois essais de traction (ou trois essais de compression) et trois essais de cisaillement réalisés suivant les axes d'orthotropie. Il

est à noter que le critère de Hill est dégénéré à celui de Von Mises lorsque $F = G = H = L = M = N$. Après l'identification, le critère de Hill peut être réarrangé sous forme tensorielle :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11T}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22T}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{33}}{\sigma_{33T}^u} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sigma_{11T}^u{}^2} + \frac{1}{\sigma_{22T}^u{}^2} - \frac{1}{\sigma_{33T}^u{}^2} \right) \sigma_{11} \sigma_{22} \\ & - \left(\frac{1}{\sigma_{11T}^u{}^2} - \frac{1}{\sigma_{22T}^u{}^2} + \frac{1}{\sigma_{33T}^u{}^2} \right) \sigma_{11} \sigma_{33} - \left(-\frac{1}{\sigma_{11T}^u{}^2} + \frac{1}{\sigma_{22T}^u{}^2} + \frac{1}{\sigma_{33T}^u{}^2} \right) \sigma_{22} \sigma_{33} \quad (1.7) \\ & \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{\sigma_{13}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{\sigma_{23}^u} \right)^2 = 1 \end{aligned}$$

Appuyant sur le critère de Hill, [Tsai, 1965] a proposé le critère de Tsai-Hill pour le comportement isotrope transverse des composites. Cependant, ces deux critères ne distinguent pas totalement la traction de la compression. Compte tenu de la différence du comportement des matériaux composites en traction et en compression, le critère de Hoffman a été formulée par [Hoffman, 1967] en faisant appel aux termes linéaires :

$$\begin{aligned} & F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{12}^2 + 2M\sigma_{13}^2 + 2N\sigma_{23}^2 \\ & + P\sigma_{11} + Q\sigma_{22} + R\sigma_{33} \leq 1 \quad (1.8) \end{aligned}$$

où P , Q , R sont les paramètres supplémentaires par rapport au critère de Hill pour différencier la traction de la compression. Les 9 paramètres sont identifiés à la manière du critère de Hill en complément des 3 essais de compression.

L'inconvénient des critères énergétiques est de ne pas pouvoir distinguer les modes de ruptures des composites.

4.1.3 Critères phénoménologiques

Les critères phénoménologiques s'appuient sur le sens physique de la dégradation des composites permettant de déterminer s'il s'agit de la fibre ou la matrice qui entraîne la rupture de la couche, tout en tenant compte de certaines interactions de sollicitations.

Modèle de Hashin [Hashin et Rotem, 1973] a introduit deux critères respectivement relatifs à la rupture des fibres et celle de la matrice. Chaque critère distingue la rupture en traction de la rupture en compression car les mécanismes physiques mis en jeu sont différents. Ces critères sont donnés ci-après sous contraintes planes :

$$\begin{aligned} & \text{Fibre} \quad \begin{cases} f_1^+ = \frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11T}^u} = 1 & \sigma_{11} > 0 \\ f_1^- = \frac{|\sigma_{11}|}{\sigma_{11C}^u} = 1 & \sigma_{11} < 0 \end{cases} \\ & \text{Matrice} \quad \begin{cases} f_2^+ = \left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22T}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^u} \right)^2 = 1 & \sigma_{22} > 0 \\ f_2^- = \left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22C}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^u} \right)^2 = 1 & \sigma_{22} < 0 \end{cases} \quad (1.9) \end{aligned}$$

[Hashin, 1980] a amélioré ces critères sous sollicitations tridimensionnelles avec prise en compte de l'influence du cisaillement longitudinal (plans de cisaillement parallèles au sens de fibres) sur la rupture de fibres en traction. Les formules s'écrivent :

$$\begin{array}{l}
 \text{Fibre} \\
 \text{Matrice}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 f_1^+ = \left(\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{11T}^u} \right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{(\sigma_{12}^u)^2} = 1 \quad \sigma_{11} > 0 \\
 f_1^- = \frac{|\sigma_{11}|}{\sigma_{11C}^u} = 1 \quad \sigma_{11} < 0 \\
 f_2^+ = \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{\sigma_{22T}^u} \right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{(\sigma_{23}^u)^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{(\sigma_{12}^u)^2} = 1 \quad (\sigma_{22} + \sigma_{33}) > 0 \\
 f_2^- = \left[\left(\frac{\sigma_{22C}^u}{2\sigma_{23}^u} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{\sigma_{22C}^u} \\
 \quad + \left(\frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2\sigma_{23}^u} \right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{(\sigma_{23}^u)^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{(\sigma_{12}^u)^2} = 1 \quad (\sigma_{22} + \sigma_{33}) < 0
 \end{array} \right. \quad (1.10)$$

[Sun *et al.*, 1996] a proposé une modification sur le critère de Hashin relative à la rupture de la matrice sous compression transverse afin de décrire le renforcement apparent de la résistance au cisaillement plan causé par l'influence de la compression transverse. Ce phénomène se produit lorsque le pli considéré est contraignant entre les différentes orientations des fibres de deux plis adjacents. La formule du phénomène est donnée par l'équation (1.11) :

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{\sigma_{22C}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{12}^u - \eta\sigma_{22}} \right)^2 = 1 \quad \sigma_{22} < 0 \quad (1.11)$$

où η est un paramètre de matériau lié à la friction interne.

Modèle de Puck Comme les critères de Hashin, le modèle prédictif de rupture de Puck présenté dans [Puck et Schürman, 1998, Puck et Schürman, 2002] renferme deux modes principaux de rupture : la rupture des fibres (notée FF pour *fiber failure*) et la rupture entre fibres (notée IFF pour *interfiber failure*) ainsi que la nature des chargements imposés en traction ou en compression. Il est à noter que d'après [Puck et Schürman, 2002], le terme de la rupture entre fibres ou interfibre est souvent employé par des scientifiques allemands pour désigner la fissuration matricielle de manière fragile, c'est-à-dire que dès l'initiation la fissure se propage rapidement à travers l'épaisseur de la couche et cela est quasiment imperceptible. À partir de nombreuses observations expérimentales sur les faciès de rupture matricielle, ce modèle met en accent sur les mécanismes de rupture dus à la matrice en introduisant la notion du plan de rupture parallèlement aligné selon la direction des fibres. [Puck et Schürman, 1998] stipule que la rupture est exclusivement provoquée par des efforts s'exerçant sur ce plan de rupture. Ce dernier permet de donner non seulement une information sur la rupture du matériau, mais également une information sur l'orientation du plan de rupture critique de la matrice (voir la figure 1.24). Il distingue

également trois modes de rupture de la matrice en fonction de la combinaison de sollicitations de cisaillement plan et transverse. Un ouvrage complet du modèle de Puck est présenté dans [Knops, 2008]. Toutefois, ce modèle nécessite un certain nombre de paramètres dont l'identification est particulièrement complexe.

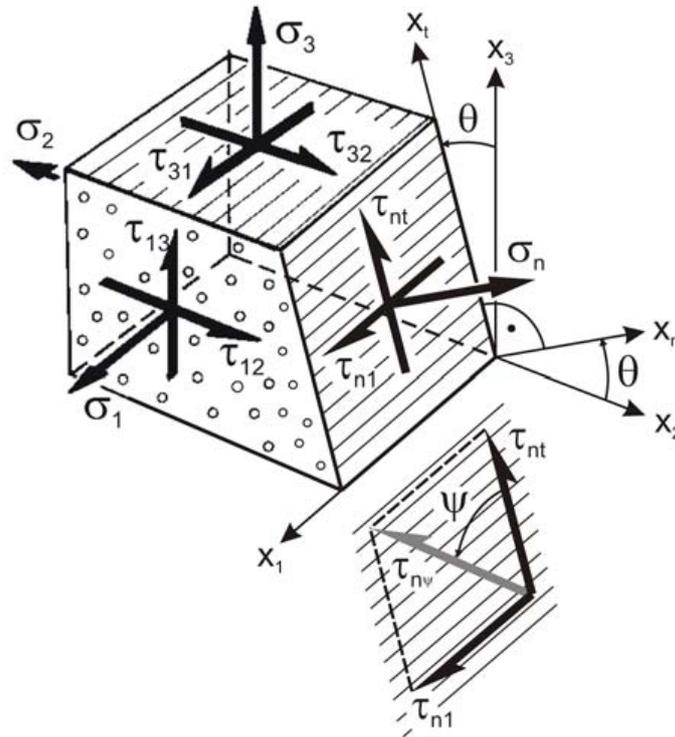


FIGURE 1.24: Définition des contraintes $\tau_n, \tau_{nt}, \tau_{nt}$ s'exerçant sur le plan de rupture parallèle au sens fibre et incliné d'un angle θ .

Modèle de LaRC (Langley Research Center) Ce modèle s'appuie sur les principes du modèle de Hashin et la notion du plan de rupture de Puck pour proposer un ensemble des six critères phénoménologiques dédiés aux matériaux composites stratifiés en polymère renforcé de fibres de verre ou carbone. La version LaRC03 a été introduite par [Dávila et Camanho, 2003, Dávila *et al.*, 2005] pour les sollicitations planes et la version LaRC04 présentée dans [Pinho *et al.*, 2005] pour les sollicitations tri-dimensionnelles avec prise en compte du comportement non-linéaire de cisaillement. Ce modèle permet également de déterminer le mode de rupture : fibre ou matrice selon la nature de sollicitations et même sous chargements combinés. De plus, ce modèle tient en compte de l'effet contraignant dans un pli cartonné par les deux plis adjacents de différentes orientations (appelé aussi l'effet d'épaisseur du pli). Il prend en compte aussi le phénomène de *kinking* en compression longitudinale. La description du phénomène de *kinking* est aussi améliorée dans la version LaRC04. On résume ci-après les critères de la version LaRC03 avec les notations présentées dans [Dávila *et al.*, 2005].

Mode	Numéro	Critère	Conditions
	LaRC03#3	$\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11T}^u} = 1$	$\sigma_{11} > 0$
Fibre	LaRC03#4	$\left\langle \frac{ \tau_{12}^m + \eta^L \sigma_{22}^m}{S_{is}^L} \right\rangle = 1$	$\sigma_{11} < 0$ et $\sigma_{22}^m < 0$
	LaRC03#5	$(1-g) \left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{is}^T} \right)^2 + g \left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^m}{S_{is}^L} \right)^2 = 1$	$\sigma_{11} < 0$ et $\sigma_{22}^m \geq 0$
	LaRC03#6	$(1-g) \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + g \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{is}^L} \right)^2 = 1$	$\sigma_{22} \geq 0$
Matrice	LaRC03#2	$\left(\frac{\tau_{eff}^{mT}}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^{mL}}{S_{is}^L} \right)^2 = 1$	$\sigma_{22} < 0$ et $\sigma_{11} < Y^C$
	LaRC03#1	$\left(\frac{\tau_{eff}^T}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^L}{S_{is}^L} \right)^2 = 1$	$\sigma_{22} < 0$ et $\sigma_{11} \geq Y^C$

(1.12)

S^T et S^L sont respectivement les résistances de cisaillement transverse et longitudinale. Y^T est la résistance transverse de la matrice. Le terme η^L est le coefficient longitudinal représentant une friction interne. g est une constante matériau définie dans [Dávila *et al.*, 2005]. L'indice « *is* » (in situ) indique la prise en compte de l'effet contraignant dans un pli cartonné par les deux plis adjacents de différentes orientations ; ceci se traduit par le renforcement apparent de résistances. L'indice « *eff* » indique le calcul d'une valeur effective. L'exposant « *m* » désigne un repère associé à un mauvais alignement de fibres du phénomène de *kinking*.

4.2 Modèles de rupture semi-empiriques

Afin de prédire la rupture de structures composites stratifiées en présence de gradients de contraintes de manière pratique et simple, des modèles semi-empiriques de rupture ont été proposés dans la littérature. Ces derniers ne tiennent pas compte de mécanismes de dégradation dans la zone d'endommagement (décohésion fibre/matrice, fissuration, rupture de fibres, délaminage,...) en amont de singularités en raison de la complexité à considérer. Cependant, ces modèles mettent en évidence une longueur caractéristique pour caractériser la zone d'endommagement de manière macroscopique. Il existe de différents modèles de rupture s'appuyant soit sur le critère de contraintes comme ceux de type « Point stress » ou « Average stress » ; soit le critère d'énergie comme « WEK model » ; soit combinés de critères de contraintes et d'énergie. Une revue détaillée de ces méthodes est présentée dans [Awerbuch et Madhukar, 1985].

4.2.1 Généralités

Waddoups, Eisenmann et Kaminski s'appuient sur les principes de la mécanique linéaire de la rupture, afin de proposer leurs modèles semi-empiriques de rupture des-

tinés à des plaques stratifiées contenant un trou circulaire ou une fissure centrale soumises à des sollicitations de traction. Toutefois, il est important à noter que l'emploi de la mécanique linéaire de la rupture pour les matériaux composites reste rustique et discutable et ne peut s'appliquer que sous certaines conditions données par [Wu, 1967]. Dans [Waddoups *et al.*, 1971], les auteurs supposent qu'il existe des régions d'intense énergie développées en bordure de trou ou en pointe d'entaille dont la longueur caractéristique est orthogonale à la direction de traction. Il s'agit de zones dans lesquelles se développe le processus de l'endommagement dont les détails sont négligés, on s'intéresse uniquement à l'aspect énergétique. On fait appel à la relation entre le taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité de contrainte proposée par Irwin dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, ce qui est donnée par [Anderson, 2005] :

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (1.13)$$

avec $E' = E$ en contraintes planes, $E' = E/(1 - \nu^2)$ en déformations planes où E représente le module de rigidité élastique et ν le coefficient de Poisson.

Le facteur d'intensité de contrainte est quant à lui déterminé en fonction de la forme de fissure de manière à tenir compte de zones d'intense énergie. Ces dernières peuvent être traitées comme les fissures fictives.

En effet, pour la plaque munie d'un trou de rayon R chargée en traction uniaxiale σ^∞ , le facteur d'intensité de contraintes K_I se réfère à celui d'une plaque percée d'un trou d'où partent symétriquement deux fissures de longueur identique à la longueur caractéristique des zones d'intense énergie notée a . D'après [Tada *et al.*, 2000], il est donné par la formule suivante :

$$K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{R+a}\right) \quad (1.14)$$

Avec $a \ll R$, l'équation (1.14) devient

$$K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{R}\right) \quad a \ll R \quad (1.15)$$

la fonction $f\left(\frac{a}{R+a}\right)$ est présentée dans [Tada *et al.*, 2000] pour une plaque infinie percée d'un trou d'où émanent deux fissures symétriques selon la direction orthogonale à celle de la charge uniaxiale appliquée. $f\left(\frac{a}{R+a}\right)$ tend vers 1 lorsque la rayon R tend vers 0.

Concernant la plaque à entaille centrale comportant une fissure de longueur initiale $2c$, les régions d'intense énergie caractérisées par une longueur caractéristique a_c sont considérées comme les zones de plasticité à la pointe de l'entaille. On obtient :

$$K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi(c+a)} \quad (1.16)$$

À la rupture, K_I atteint sa valeur critique K_{Ic} . On en déduit alors :

$$\begin{aligned} K_{Ic} &= \sigma_f^\infty \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{R}\right) && \text{plaque trouée} \\ K_{Ic} &= \sigma_f^\infty \sqrt{\pi(c+a)} && \text{plaque à entaille centrale} \end{aligned} \quad (1.17)$$

K_{Ic} est la constante matériau et σ_f^∞ est l'effort appliqué à la rupture. D'après [Waddoups *et al.*, 1971], la valeur critique de K_I peut être identifiée en référant au matériau lisse, c'est-à-dire que R et $2c$ tendent vers 0. Les régions d'intense énergie représentées par la longueur caractéristique sont considérées comme un défaut inhérent au matériau sous forme d'une fissure centrale. Ainsi, le facteur d'intensité de contrainte critique est formulé comme suit d'après [Tada *et al.*, 2000] :

$$K_{Ic} = \sigma_{of}^\infty \sqrt{\pi a} \quad (1.18)$$

La comparaison entre les équations (1.17) et (1.18) conduit à la détermination de la relation entre le rapport contrainte lisse/contrainte de découpe et la taille de l'entaille et la longueur caractéristique. Ces modèles sont généralement appelés les modèles WEK.

Cette longueur est donc identifiable à l'aide des essais de caractérisation et considérée comme un paramètre matériau. Cependant, il est à noter que la longueur caractéristique dépend fortement du système de stratification (orientation et empilement) et de types de matériaux. Ainsi, la nature physique de la longueur caractéristique est peu concluante.

Whitney et Nuismer ont proposé les deux critères (appelés modèle WN) de type « *Point stress* » et « *Average stress* » pour prédire la contrainte à rupture des stratifiés comprenant un trou circulaire ou une fissure centrale [Whitney et Nuismer, 1974]. Les deux critères supposent que la rupture se produit lorsque la contrainte calculée à une certaine distance caractéristique en amont de singularités atteint la contrainte à rupture du matériau lisse. Comme la longueur caractéristique de WEK, la distance caractéristique est considérée comme un paramètre matériau et basée sur l'analyse de contraintes au voisinage de la singularité. Leurs modèles de rupture ressemblent aux ceux de WEK en terme de l'utilisation de la longueur caractéristique, à la différence que les méthode de WN n'appliquent pas les principes de la mécanique linéaire de la rupture. Toutefois, comme les critères de WEK, le point faible de WM est la justification de la nature physique de la distance caractéristique. Il est possible que cette dernière dépend de la stratification et le système de matériaux. Les formules des critères de type « *Point stress* » et « *Average stress* » sont respectivement données par l'équation (1.19) et (1.20) :

$$\sigma_y(x, 0)|_{x=R+d_o} = \sigma_o \quad (1.19)$$

$$\bar{\sigma}_y = \frac{1}{a_o} \int_R^{R+a_o} \sigma_y(x, 0) dx \quad (1.20)$$

La distribution de la contrainte $\sigma_y(x, 0)$ au voisinage d'un trou dans une plaque infinie de comportement orthotrope est approximée par la formule suivante (figure 1.25) :

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{\sigma^\infty}{2} \left[2 + \left(\frac{R}{x}\right)^2 + 3 \left(\frac{R}{x}\right)^4 - (K_T^\infty - 3) \left(5 \left(\frac{R}{x}\right)^6 - 7 \left(\frac{R}{x}\right)^8 \right) \right] \quad x > R \quad (1.21)$$

où K_T^∞ est le facteur de concentration de contrainte dont la formule est donnée par [Lekhnitskii, 1968].

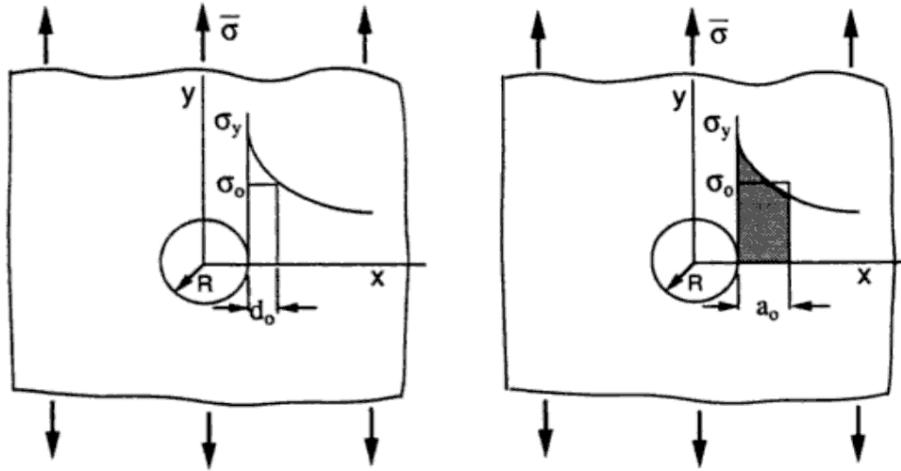


FIGURE 1.25: Méthodes og *Point stress* et *Average stress* appliquées dans une plaque infinie comportant un trou circulaire [Whitney et Nuismer, 1974]

La distribution de la contrainte $\sigma_y(x,0)$ dans une plaque infinie orthotrope à fissure centrale est approximativement formulée par l'expression suivante lors que la taille de la fissure centrale est importante :

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(x-c)}} = \sigma^\infty \sqrt{\frac{c}{2(x-c)}} \quad (1.22)$$

où l'on rappelle que $K_I = \sigma^\infty \sqrt{\pi c}$.

La distribution exacte de la contrainte $\sigma_y(x,0)$ dans une plaque infinie orthotrope à fissure centrale est donnée par l'expression suivante

$$\sigma_y = \frac{K_I x}{\sqrt{\pi c(x^2 - c^2)}} = \frac{\sigma^\infty x}{\sqrt{x^2 - c^2}} \quad (1.23)$$

En reportant l'équation (1.21) de plaque trouée dans les équations (1.19) (*Point stress*) et (1.20) (*Average stress*), on obtient les relations (1.24) et (1.25) :

$$\frac{\sigma_f^\infty}{\sigma_{of}^\infty} = \frac{2}{2 + \xi_1^2 + 3\xi_1^4 - (K_T^\infty - 3)(5\xi_1^6 - 7\xi_1^8)} \quad (1.24)$$

où $\xi_1 = \frac{R}{R + d_0}$, et :

$$\frac{\sigma_f^\infty}{\sigma_{of}^\infty} = \frac{2(1 - \xi_2)}{2 - \xi_2^2 - \xi_2^4 + (K_T^\infty - 3)(\xi_2^6 - \xi_1^8)} \quad (1.25)$$

où $\xi_2 = \frac{R}{R + a_0}$.

En reportant l'équation (1.23) de la plaque à entaille centrale dans les équations (1.19) (« *Point stress* ») et (1.20) (« *Average stress* »), on obtient les relations (1.26) et (1.27) :

$$\frac{\sigma_f^\infty}{\sigma_{of}^\infty} = (1 - \xi_3^2)^{1/2} \quad (1.26)$$

où $\xi_3 = \frac{c}{c + d_o}$, et

$$\frac{\sigma_f^\infty}{\sigma_{of}^\infty} = \left[\frac{1 - \xi_4}{1 + \xi_4} \right]^{1/2} \quad (1.27)$$

où $\xi_4 = \frac{c}{c + a_o}$

[Pipes *et al.*, 1979b, Pipes *et al.*, 1979a, Pipes *et al.*, 1980] ont proposé des modifications sur le modèle WN en stipulant que la distance caractéristique est une fonction du diamètre du trou. On peut noter que les modèles de rupture ne tiennent pas compte de détails des endommagements et les analyses se font uniquement sur les singularités d'origine.

4.2.2 Limitation

En réalisant des essais de traction sur des plaques de stratification croisée avec doubles entailles en V, [Kortschot et Beaumont, 1990a, Kortschot et Beaumont, 1990b, Kortschot *et al.*, 1991, Kortschot et Beaumont, 1991] ont mis en évidence une relation entre l'extension de l'endommagement en pointe de l'entaille et le comportement à rupture ainsi que les impacts des effets de dimension et d'empilement sur ce lien. Les auteurs ont fait appel aux simulations numériques en intégrant a priori les phénomènes d'endommagement observés expérimentalement. Les résultats ont révélé un effet de relâchement de contraintes essentiellement associé à la fissure du splitting à 0°. Ainsi, Kortschot et al. ont montré la nécessité de prendre en compte les détails de l'endommagement pour décrire précisément les champs de contraintes autour de l'entaille d'origine et donc le comportement mécanique à rupture du stratifié.

[Green *et al.*, 2007] a utilisé le critère de rupture de type « *average point* » introduit par [Whitney et Nuismer, 1974] de par sa facilité d'utilisation pour prédire la rupture des stratifiés munis d'un trou circulaire. Deux séries d'essais sont distinguées par la mise en place de l'épaisseur du pli : plis fins et plis épais. Les observations expérimentales montrent l'extension considérable de l'endommagement pour les plis épais et peu d'endommagement pour les plis fins. Le critère « *average point* » prédit correctement des éprouvette manifestant peu d'endommagement. Au contraire, ce critère donne une mauvaise corrélation pour les plis épais.

La figure 1.26 montre la bonne prédiction avec le critère de type « *average stress* » présenté par [Whitney et Nuismer, 1974] pour les configurations à plis fins présentant le mode de rupture de type « *fragile* » ou « *pull-out* ». Ces dernières manifestent une petite zone d'endommagement lors d'un chargement de la plaque composite.

Par contre, ce critère conduit à une mauvaise prédiction pour les configurations à plis épais qui présentent une large zone d'endommagement.

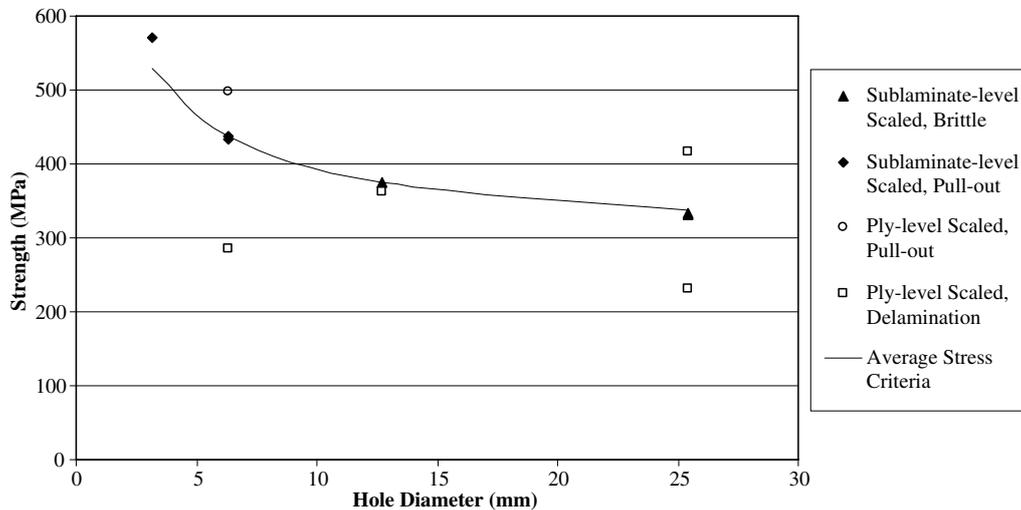


FIGURE 1.26: Prédiction de la contrainte à rupture par la méthode de type « *average point* » du modèle WN [Green *et al.*, 2007]

[Camanho *et al.*, 2007] a réalisé une étude sur les effets d'échelle des dimensions dans le plan. Les auteurs ont effectué des essais de traction sur des plaques trouées composées de l'empilement $[90/0/\pm 45]_{3S}$ avec le matériau IM7-8552. On fait varier le diamètre du trou en conservant le ratio de la largeur sur le diamètre du trou (figure 1.27).

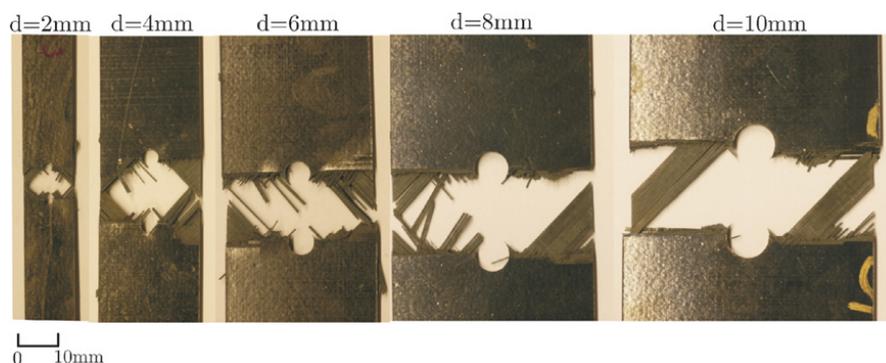


FIGURE 1.27: Les dimensions dans le plan des éprouvette avec le ratio de la largeur sur le diamètre du trou fixé [Camanho *et al.*, 2007]

Sur les prédictions de la figure 1.28, [Camanho *et al.*, 2007] a utilisé de différents modèles comme : le critère de contrainte maximale, une approche directe de la mécanique élastique linéaire de la rupture (LEFM-scaled), le modèle WEK (LEFM-IFM), le modèle WN de type « *point stress* » (PSM) et un modèle d'endommagement (CDM) dont on parlera dans la partie suivante. Il a été montré que les approches de WEK, de WN, et

d'endommagement donnent de bons résultats. Cependant, les approches de WEK et de WN sont mises en échec pour l'éprouvette la plus petite qui est censée avoir une large zone d'endommagement sous-critique.

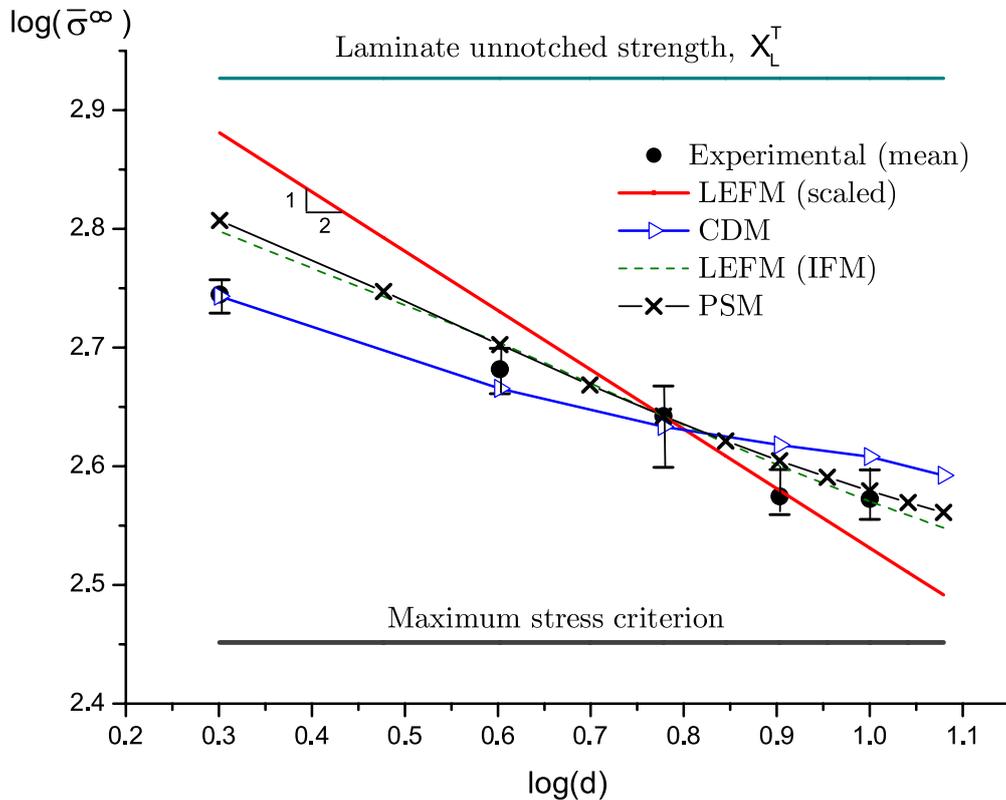


FIGURE 1.28: Prédictions des effets des dimensions dans le plan pour les éprouvettes de la figure 1.27 [Camanho *et al.*, 2007]

4.3 Modélisation des endommagements

Comme évoquées ci-dessus, la rupture finale et l'intégrité mécanique de structures composites stratifiées avec concentrations de contraintes est le résultat de l'accumulation et l'interaction de divers mécanismes de l'endommagement élémentaires. Afin de prédire avec précision le comportement mécanique, il est primordial de tenir compte les différents mécanismes de dégradation de l'amorçage jusqu'à rupture finale dans les modèles prédictifs de rupture. Dans la suite, on se concentre sur les différentes approches visant à modéliser l'endommagement existant dans la littérature. En outre, ces dernières sont adaptées aux simulations numériques. Le « Virtual Testing » requiert de disposer de modèles de comportements fidèles à la physique de la dégradation du matériau et qui présentent des temps de calculs raisonnables afin de pouvoir être intégrés sur des structures industrielles. Une des différences principales parmi les différents modèles réside dans l'échelle à laquelle on se place pour construire le modèle. Le choix de

l'échelle de modélisation est donc très important, il permettra de définir la complexité du modèle. D'une part, il va déterminer l'effort numérique nécessaire pour la résolution d'un problème à l'échelle structure, d'autre part, les méthodes d'identification nécessaires pour la caractérisation des paramètres matériau sont étroitement liées à l'échelle du modèle. D'autres modèles sont construits sur une approche hybride : c'est l'approche multi-échelle (changement d'échelle selon les besoins) dont on reparlera plus loin.

4.3.1 Classification des discrétisations de modélisation

La majorité des modèles utilisés pour reproduire les mécanismes d'endommagement de matériaux composites ne se limite souvent pas à une stratégie de modélisation ; couplages entre les modèles « tout-continu », « tout-discret », et « semi-discret » sont légion. [Hongkarnjanakul, 2013] propose une classification de l'architecture de différents modèles d'endommagement des composites comportant des interfaces (figure 1.29).

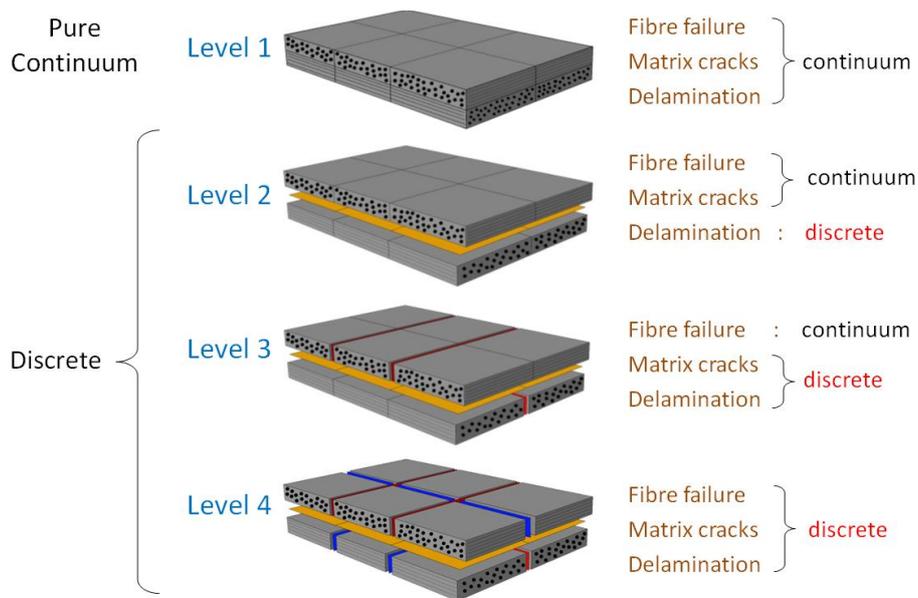


FIGURE 1.29: Architecture des modèles d'endommagement comportant des interfaces cohésives [Hongkarnjanakul, 2013]

[Williams, 1998] a proposé un modèle « tout-continu » dénommé Composite DAmage Model (CODAM).

4.3.2 Les approches discrètes des stratifiés

Les approches discrète des endommagements reposent sur la description du champ de contrainte en présence de dégradations et sur le critère d'évolution de ces dégradations.

4.3.2.1 Méthode des éléments finis étendus (X-FEM) et ses variantes

Les inconvénients de la prise en compte de problèmes de mécanique de la rupture dans une modélisation par éléments finis sont couramment connus : adaptation indispensable du maillage à la ligne de rupture, raffinement drastique du maillage en fond de fissure, remaillage pour suivre la progression incrémentale de la fissure. Initialement développée par [Moës *et al.*, 1999], la méthode X-FEM consiste à s'affranchir du maillage d'éléments finis des discontinuités de fissuration en permettant à la fissure de traverser les éléments finis. À cette fin, l'algorithme repère, à chaque pas du calcul, les éléments traversés par la fissure, et ajoute automatiquement des degrés de liberté et des fonctions de base supplémentaires de type échelon de Heaviside à leurs noeuds, ce que l'on appelle l'enrichissement des noeuds. Ces fonctions de base supplémentaires sont construites de façon à pouvoir représenter la discontinuité des déplacements, la condition de bord libre et la singularité en pointe de fissure, le tout n'importe où à l'intérieur d'un élément. Les noeuds et les éléments n'ont donc plus besoin de s'adapter à la géométrie de la fissure.

[Hansbo et Hansbo, 2004] a proposé une approche qui consiste à représenter la fissure discontinue en dupliquant des noeuds du maillage pour construire des éléments fantômes superposés, au lieu d'ajouter des enrichissements et degrés de liberté comme dans la formulation originale X-FEM. Basée sur l'interpolation complète d'éléments superposés, l'idée de [Hansbo et Hansbo, 2004] peut être facilement intégrée dans la formulation des éléments de coque et reste équivalente à la méthode X-FEM comme démontré dans [Song *et al.*, 2006]. [Areias *et al.*, 2006] ont montré que la base d'approximation de [Hansbo et Hansbo, 2004] est une combinaison linéaire de la base d'approximation X-FEM standard.

En basant sur l'idée de [Hansbo et Hansbo, 2004], [van der Meer et Sluys, 2010] a utilisé la méthode des noeuds fantômes pour représenter la fissure du *splitting*. Elle consiste à rajouter des noeuds dédoublés sur les arrêtes des éléments obéissant à un critère d'ouverture ad hoc. Si le critère d'ouverture n'est pas atteint alors une contrainte de coïncidence existe entre les noeuds dédoublés, cette contrainte est relâchée lorsque le critère est atteint permettant ainsi à la fissure de s'ouvrir. Le modèle permet donc à une fissure de s'ouvrir en relâchant la contrainte de coïncidence sur les noeuds doubles du maillage. Toutefois, elle ne permet pas d'atteindre la saturation de la microfissuration.

Les méthodes des éléments finis augmentés (A-FEM) [Fang *et al.*, 2011], des *floating nodes* [Chen *et al.*, 2016] font partie des dernières avancées concernant cette récente stratégie de modélisation.

4.3.2.2 Micro-modèles

Un modèle est dit micromécanique quand il considère l'échelle des constituants et traite explicitement les endommagements présents à cette échelle. Les modèles développés à l'échelle des constituants sont, évidemment, les modèles capables de reproduire le plus fidèlement le comportement et, surtout, l'endommagement du matériau. Néanmoins, ces modèles ont un inconvénient par rapport aux autres types de modélisation, à savoir le coût de calcul. Dans le cadre de travail de ce modèle mi-

romécanique, on suppose qu'un état quelconque de dégradation d'un matériau composite est le résultat de la superposition d'un ensemble de mécanismes élémentaires selon leur forme à l'échelle du pli : des mécanismes discrets (fissures) et des mécanismes « continus » qui ne sont pas directement observés mais dont on peut mesurer les conséquences. Ce dernier mécanisme est usuellement ignoré par les modèles micromécaniques.

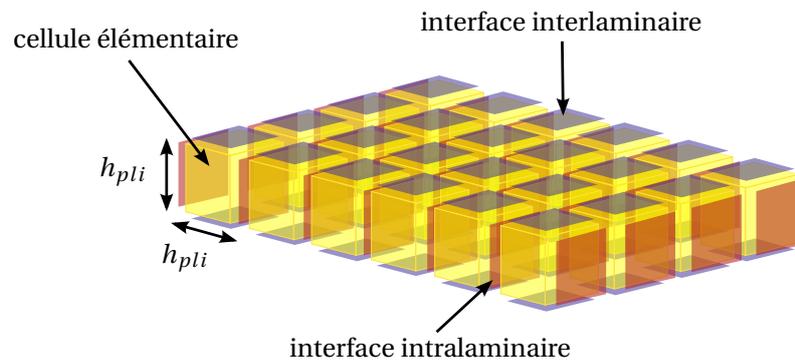


FIGURE 1.30: Décomposition d'un pli stratifié en cellules élémentaires et interfaces dans le micro-modèle [Violeau, 2007]

Dans les travaux antérieurs du LMT, [Violeau, 2007] a développé un modèle d'endommagement dit hybride. Ce modèle, qui comporte descriptions continues et discrètes des dégradations, fait office de matériau virtuel de référence en restant proche de la physique des divers mécanismes élémentaires (ce qui revient d'une certaine façon à le situer entre les échelles micro et méso). Le modèle hybride définit une structure composite comme un assemblage de cellules élémentaires et d'interfaces (Figure 1.30). Chaque cellule est composée d'un matériau fibres-matrice élasto-plastique endommageable, dont les variables internes sont homogènes dans la cellule et représentent les dégradations volumiques (notamment décohésions fibres-matrice, micro-fissuration et rupture des fibres). Les équations de l'endommagement et de la plasticité sont essentiellement les mêmes que celles du mésomodèle classique (la partie 1.1 du chapitre 2). Parmi les quelques changements, l'endommagement diffus ne sature pas à la valeur d_s : on considère plutôt, passé ce seuil, que les décohésions et microfissures coalescent et créent une fissure discrète (la partie 1.1 du chapitre 2). On introduit des surfaces potentielles de rupture inter- et intralaminaires, qui représentent la fissuration discrète, respectivement dans l'épaisseur du pli (fissuration transverse et splitting) et à l'interface (délaminage local). Seules les surfaces intra-laminaires parallèles aux fibres sont susceptibles de rompre, de façon fragile, par percolation de l'endommagement diffus ou suivant un critère mixte en contrainte et en énergie, intégrant les effets d'épaisseur.

[Bouvet *et al.*, 2009, Achard *et al.*, 2014, Serra *et al.*, 2016] ont développé et validé un modèle dit « *Discrete Ply Model* ». Comme le micromodèle du LMT, ce modèle est composé d'un maillage uniforme d'éléments volumiques dans les quelles sont modélisées les ruptures de fibres, séparés par des éléments d'interface représentant la fissuration matricielle et le délaminage. Le comportement de la rupture de fibres est modélisé de manière

continue en traction et en compression en utilisant le taux de restitution d'énergie en rupture de fibres pour le mode d'ouverture (mode I).

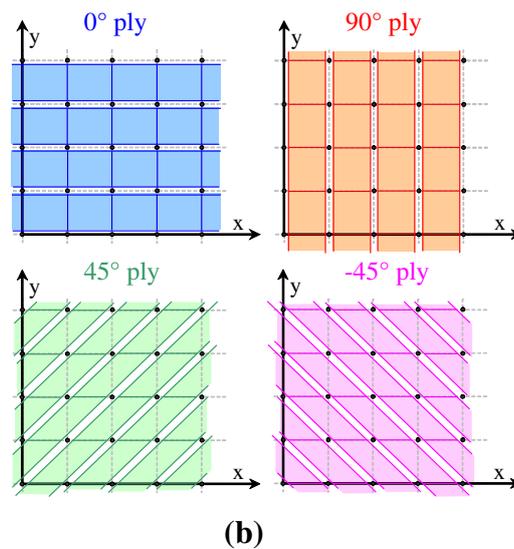
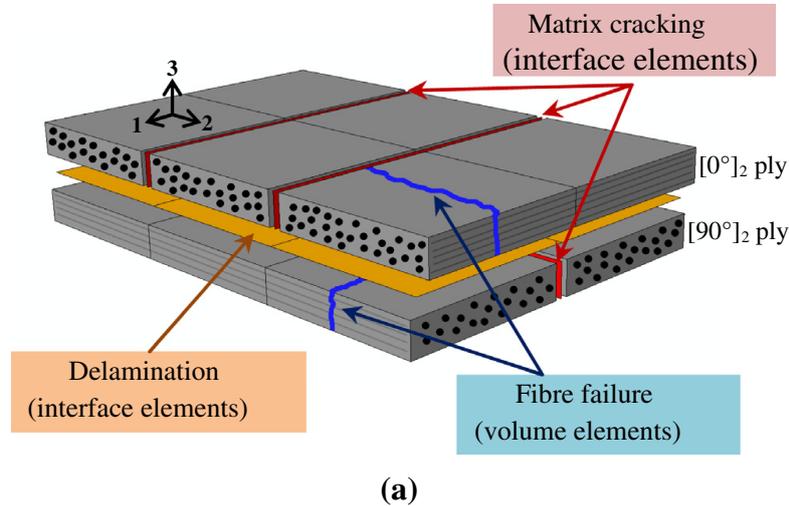


FIGURE 1.31: a) Modélisation de trois modes d'endommagement b) Maillage du « *Discrete Ply Model* » dans des plis orientés [Achard *et al.*, 2014]

4.3.3 Les approches continues des stratifiés

Cette partie présente quelques modèles d'endommagement formulés dans le cadre de la mécanique de l'endommagement afin montrer la richesse de la méthode thermodynamique phénoménologique. Certains modèles peuvent être améliorés pour la version multi-échelle qui décrit les interventions venant de l'échelle micro ou représentant la morphologie à l'échelle micro.

4.3.3.1 Modèle ONERA

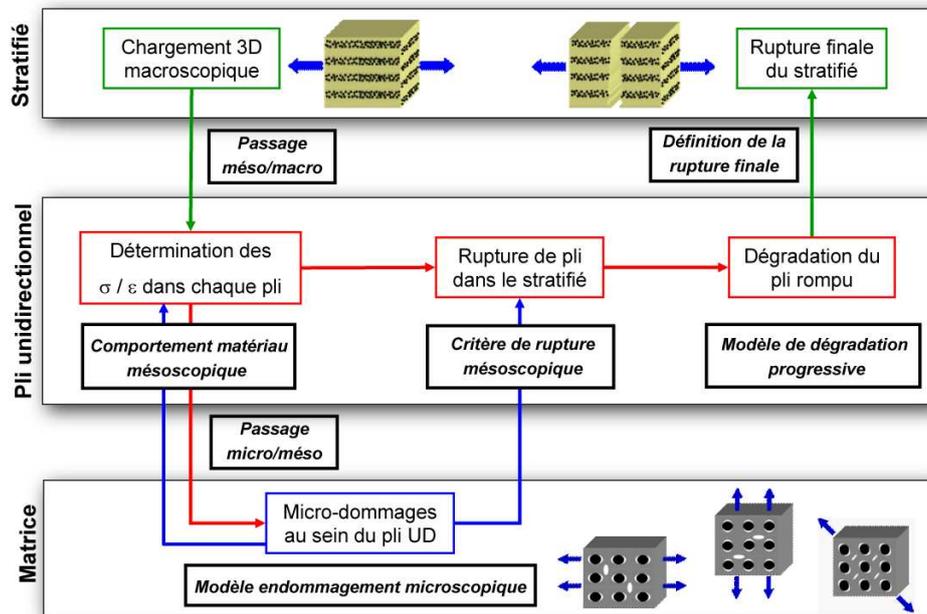


FIGURE 1.32: Modèle d'ONERA [Laurin *et al.*, 2009]

Initialement développée par l'ONERA dans [Laurin *et al.*, 2007], une approche multi-échelle a pour objectif de prédire la tenue mécanique de structures composites stratifiées jusqu'à la rupture finale à partir de la connaissance des propriétés thermomécaniques (comportement et résistances) des plis unidirectionnels constituant en tenant compte des effets de dégradation des plis endommagés sur le comportement à l'échelle macroscopique et sur la rupture totale du stratifié complet. Ce modèle s'emploie une transition d'échelle entre l'échelle mésoscopique (celle correspondant au pli unidirectionnel) et l'échelle macroscopique correspondant au stratifié complet. Ce modèle multi-échelle a été évalué avec succès en comparant les prévisions obtenues du modèle aux résultats expérimentaux des différents cas tests sous sollicitations planes multiaxiales issus du premier "World Wide Failure Exercise" de [Hinton *et al.*, 2002, Soden *et al.*, 2004]. Par la suite, [Laurin *et al.*, 2009, Carrère *et al.*, 2012a] s'appuie sur une représentation micromécanique hybride des mécanismes de l'endommagement pour apporter un passage micro/méso au modèle multi-échelle permettant de prévoir la rupture de stratifiés sous chargements complexes 3D dans le cadre du second WWFE. L'idée majeure consiste à introduire à l'échelle mésoscopique les effets des ruptures intervenant à l'échelle micromécanique (décohésion fibre/matrice et micro-fissuration matricielle) sur le comportement et les résistances à rupture du pli. Enfin, [Laurin *et al.*, 2011, Carrère *et al.*, 2012b, Laurin *et al.*, 2012] proposent des améliorations pour le modèle hybride multi-échelle de l'endommagement et de la rupture dans la prévision fine de l'endommagement

(l'évolution de la densité de fissuration transverse et du taux de micro-délaminage). Dans cette partie, on passe en revue une version relativement complète de ce type d'approche multi-échelle de l'endommagement et de la rupture présentée dans [Laurin *et al.*, 2012]. Le schéma descriptif est présenté sur Figure 1.32.

L'approche hybride multiéchelle de l'endommagement et de la rupture proposée peut être décomposée en cinq étapes principales, à savoir :

- i une méthode de passage méso/macro permettant de déterminer, à partir du chargement 3D appliqué au stratifié, le chargement imposé aux plis constituants (basée sur les travaux de [Dvorak et Benveniste, 1992]) ;
- ii la détermination des micro-dommages et de leurs effets sur le comportement et les résistances du pli unidirectionnel ;
- iii la loi de comportement mésoscopique pour déterminer les champs de contraintes et de déformations ;
- iv un multi-critère de rupture mésoscopique permettant de prévoir la ruine des plis ;
- v le modèle d'endommagement permettant de prévoir l'évolution des densités de fissuration et des micro-délaminages associés au sein du stratifié jusqu'à la rupture finale.

La loi de comportement non-linéaire thermo-viscoélastique est formulée à l'échelle du pli et reportée dans l'équation (1.28) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\tilde{C}}} : \left(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{th} - \underline{\underline{\varepsilon}}^{ve} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p \right) \text{ avec } \underline{\underline{\tilde{C}}} = \underline{\underline{\tilde{S}}}^{-1} \quad (1.28)$$

où $\underline{\underline{\bullet}}$ et $\underline{\underline{\bullet}}$ désignent respectivement les tenseurs d'ordre 2 et d'ordre 4, l'opérateur “:” est le produit tensoriel doublement contracté. $\underline{\underline{\tilde{C}}}$ représente le tenseur de rigidité élastique effective dépendant des endommagements au sein du pli, $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes mésoscopiques à l'échelle du pli, $\underline{\underline{\varepsilon}}$ la déformation totale, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{th}$ la déformation thermique, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{ve}$ la déformation visqueuse et $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ la déformation permanente.

La prise en compte des contraintes résiduelles de cuisson est absolument nécessaire pour prévoir de manière satisfaisante l'apparition de la première fissure transverse au sein du stratifié. L'introduction de la viscosité de la matrice dans le modèle permet de prévoir la non-linéarité du pli sous sollicitation de cisaillement (plan ou hors-plan). Deux sources de non-linéarité ont été introduites dans le modèle viscoélastique : une non-linéarité inhérente à la viscosité de la matrice, décrite par une fonction non-linéaire dépendant d'une contrainte équivalente distinguant une partie déviatorique et une partie hydrostatique (afin de rendre compte des effets de la pression hydrostatique sur le comportement du pli élémentaire) et une autre source de non-linéarité due aux effets des micro-dommages (δ_2 , δ_3) sur la souplesse visqueuse. De plus, une déformation permanente, décrivant la déformation résiduelle après décharge, a été introduite afin d'améliorer la description des chargements cycliques. Cette déformation permanente est fonction de l'évolution des micro-dommages au sein du pli unidirectionnel.

Afin de prendre en compte les effets de l'endommagement sur les propriétés thermomécaniques du pli, le modèle s'appuie sur un critère de rupture, basé sur les hypothèses de [Hashin, 1980], distinguant deux modes de rupture : la rupture fibre (f_1^\pm)

et la rupture inter-fibre dissociant en plan (f_2^\pm) et hors-plan (f_3^\pm). L'exposant \pm désigne la différentiation, pour chacun de ces modes de rupture, sur les mécanismes de dégradation en traction (f_i^+) et ceux en compression (f_i^-) ($i = \{1, 2, 3\}$).

L'effet de l'endommagement et de la rupture sur le comportement mésoscopique du pli consiste à augmenter la souplesse élastique initiale du matériau et la formulation est donnée par l'équation (1.29) :

$$\tilde{\mathbb{S}} = \tilde{\mathbb{S}}^\circ + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_1^+) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_1^-) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_2^+) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_2^-) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_3^+) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_3^-) \quad (1.29)$$

où $\tilde{\mathbb{S}}^\circ$ représente la souplesse initiale et $\Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_i^\pm)$ ($i = \{1, 2, 3\}$) sont les tenseurs des effets de l'endommagement et de la rupture respectivement associés à la rupture fibre, la rupture inter-fibre plan et la rupture inter-fibre hors-plan en traction ou en compression sur la souplesse du pli unidirectionnel. Ces tenseurs d'effets sont pilotés par la cinétique de dégradation représentée par les variables d_i^\pm soit en traction d_i^+ soit en compression d_i^- ($i = \{1, 2, 3\}$). La version améliorée de ce modèle dans [Laurin *et al.*, 2012] propose un lien entre les variables d'endommagement et les indicateurs à la base physique tels que la densité de fissuration transverse et le taux de micro-délaminage local afin de prédire finement l'évolution des endommagements et leurs effets sur le comportement aux échelles mésoscopique et macroscopique. Cette modélisation fine est indispensable pour prédire les contraintes résiduelles en cas d'impact ou fatigue. Par ce fait, $\Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_2^\pm)$ peut être écrit sous forme de $\Delta\tilde{\mathbb{S}}(\bar{\rho}, \bar{\mu})$. Ainsi, la formulation (1.29) peut être réécrite comme suit :

$$\tilde{\mathbb{S}} = \tilde{\mathbb{S}}^\circ + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_1^+) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_1^-) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(\bar{\rho}, \bar{\mu}) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_2^-) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_3^+) + \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_3^-) \quad (1.30)$$

La loi d'évolution de l'endommagement est donnée par :

$$\begin{cases} d_i^\pm = \alpha_i^\pm \left(\left\langle \sqrt{f_i^\pm} - 1 \right\rangle_+ \right)^{n_i^\pm} \\ \Delta\tilde{\mathbb{S}}(d_i^\pm) = \sum_i d_i^\pm \tilde{\mathbb{H}}^{eff} \end{cases} \quad (1.31)$$

où f_i^\pm sont les seuils d'initiation des différents modes de rupture avec la distinction sur la nature des sollicitations (traction ou compression).

Lors que f_i^\pm atteint le seuil d'initiation de rupture, le pli est rompu et la souplesse effective augmente. On notera que ce modèle est thermodynamiquement admissible, c'est-à-dire qu'il satisfait l'inégalité de Clausius-Duhem $\dot{d} \geq 0$.

Par la suite, on s'intéresse à l'écriture du critère des différents modes de rupture. Il est important à noter que les couplages entre les différents mécanismes de rupture résultent essentiellement de l'influence des endommagements diffus (δ_2, δ_3) et l'endommagement de la rupture des fibres prématurée (δ_f sur les différentes résistances mécaniques. Le mode de rupture fibre en traction est de la forme :

$$\begin{cases} f_1^+ = \frac{Y_{1+}^{eq}}{Y_{1+}^\circ} \\ Y_{1+}^{eq} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} : \tilde{\mathbb{F}}^{1+} : \boldsymbol{\varepsilon} \end{cases} \quad (1.32)$$

où \mathbb{F}^{1+} est le tenseur de rupture dont $F_{11}^{1+} = \eta_1 / \tilde{X}_{\epsilon t}^2$ et les autres composantes sont nulles. $\tilde{X}_{\epsilon t}^2$ est la déformation effective longitudinale à rupture qui dépend des endommagements diffus au sein de la matrice (δ_2, δ_3).

Le critère de rupture fibre en compression est formulé en énergie et exprimé dans les plans de rupture (1,2) et (1,3) :

$$\begin{cases} f_1^- = \frac{\text{Max}_{i=\{2,3\}} \left(\sqrt{g_n^{1-} (\sigma_{11} - \sigma_{ii})^2 + g_t^{1-} \tau_{1i}^2} \right) \cdot \epsilon_{11}^-}{\tilde{Y}_{1-}^\circ} = 1 \\ \tilde{Y}_{1-}^\circ = Y_{1-}^\circ \frac{1 - \delta_f}{1 + h_{1-} (\delta_2 + \delta_3)} \end{cases} \quad (1.33)$$

où \tilde{Y}_{1-}° est le seuil du critère fibre en compression dépendant des endommagements à l'échelle micro dans le pli ($\delta_2, \delta_3, \delta_f$). Y_{1-}° , g_n^{1-} , g_t^{1-} et h_{1-} sont des paramètres de matériau à identifier.

Les critères de rupture inter-fibre en traction plan (f_2^+) et hors-plan (f_3^+) sont donnés par les équations (1.34) et (1.35) :

$$\begin{cases} f_2^+ = \frac{Y_{2+}^{eq}}{\tilde{Y}_{2+}^\circ} = 1 \\ Y_{2+}^{eq} = {}^t\tilde{\sigma} : \mathbb{F}^{2+} : \tilde{\sigma} \\ \tilde{Y}_{2+}^\circ = Y_{2+}^\circ (1 - \delta_f) \end{cases} \quad (1.34)$$

où \mathbb{F}^{2+} est le tenseur dont $F_{22}^{2+} = \eta_2 / \tilde{Y}_t^2$, $F_{23}^{2+} = 1 / \tilde{S}_{23}^2$ et $F_{12}^{2+} = 1 / \tilde{S}_{12}^2$ et les autres composants sont nuls. $\eta_2 = 1$ en traction et $\eta_2 = 0$ en compression.

$$\begin{cases} f_3^+ = \frac{Y_{3+}^{eq}}{\tilde{Y}_{3+}^\circ} \\ Y_{3+}^{eq} = {}^t\tilde{\sigma} : \mathbb{F}^{3+} : \tilde{\sigma} \\ \tilde{Y}_{3+}^\circ = Y_{3+}^\circ (1 - \delta_f) \end{cases} \quad (1.35)$$

où \mathbb{F}^{3+} est le tenseur dont $F_{33}^{3+} = \eta_3 / \tilde{Z}_t^2$, $F_{23}^{3+} = 1 / \tilde{S}_{23}^2$ et $F_{13}^{3+} = 1 / \tilde{S}_{13}^2$ et les autres composants sont nuls. $\eta_3 = 1$ en traction et $\eta_3 = 0$ en compression.

Les critères de rupture inter-fibre en compression plan (f_2^-) et hors-plan (f_3^-) sont des critères en énergie exprimés respectivement dans les plans de rupture (3,2) et (2,3) suivant un angle $\pm\alpha$ par rapport à l'axe 2 ou 3 et sont présentés respectivement dans les équations (1.36) et (1.37) :

$$f_2^- = \frac{\text{Max}_{\theta=\{-\alpha, +\alpha\}} \left(g_n^{2-} \left| \tau_n^{(3,2)\theta} \gamma_n^{(3,2)\theta} \right| + g_t^{2-} \left| \tau_t^{(3,2)\theta} \gamma_t^{(3,2)\theta} \right| \right)}{\tilde{Y}_{2-}^\circ} = 1 \quad (1.36)$$

$$f_3^- = \frac{\text{Max}_{\theta=\{-\alpha, +\alpha\}} \left(g_n^{3-} \left| \tau_n^{(2,3)\theta} \gamma_n^{(2,3)\theta} \right| + g_t^{3-} \left| \tau_t^{(2,3)\theta} \gamma_t^{(2,3)\theta} \right| \right)}{\tilde{Y}_{3-}^\circ} = 1 \quad (1.37)$$

avec $\tilde{Y}_{i-} = Y_{i-}^{\circ} \frac{1 - \delta_f}{1 + h_{i-}(\delta_2 + \delta_3)}$ ($i = \{2, 3\}$).

$\tau_n^{(3,2)\theta}$, $\gamma_n^{(3,2)\theta}$, $\tau_t^{(3,2)\theta}$, $\gamma_t^{(3,2)\theta}$, $\tau_n^{(2,3)\theta}$, $\gamma_n^{(2,3)\theta}$, $\tau_t^{(2,3)\theta}$, $\gamma_t^{(2,3)\theta}$ sont respectivement les contraintes et déformations de cisaillement normales et tangentielles exprimées dans les plans (2,3) et (3,2) suivant un angle $\pm\alpha$ par rapport à l'axe 2 ou 3. Les coefficients g_n^{2-} , g_t^{2-} , g_n^{3-} , g_t^{3-} sont des constantes matériau à identifier. Les angles des plans de rupture en compression inter-fibre plan et hors-plan sont supposés égaux et valent $\alpha = 45^\circ$.

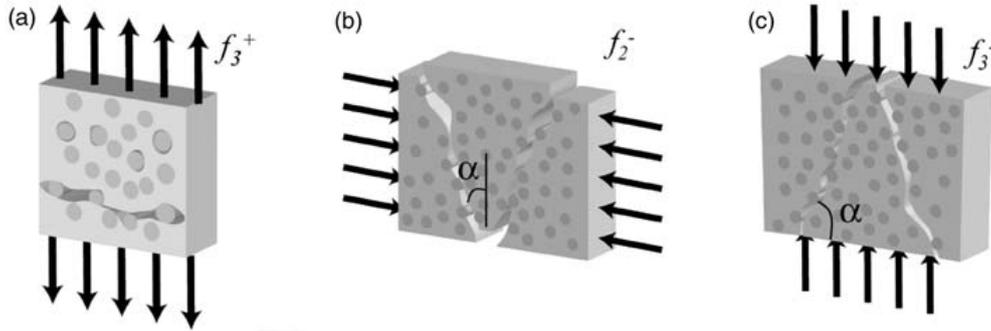


FIGURE 1.33: Plan de rupture de mécanismes de rupture interfibre : (a) en traction hors-plan, (b) en compression plan et (c) hors-plan [Laurin *et al.*, 2012]

Les seuils de fissuration transverse du pli unidirectionnel au sein du stratifié dépendent de l'épaisseur du pli. Afin de prévoir correctement les seuils de fissuration, une formule mixte issu de la compétition entre un critère « énergétique » et un critère en « contrainte » a été proposée dans (1.38) :

$$\begin{cases} \gamma_I^{\circ} &= \max \left[\frac{\gamma_I^{\circ E}}{h}, \gamma_I^{\circ \sigma} \right] \\ \gamma_{II}^{\circ} &= \max \left[\frac{\gamma_{II}^{\circ E}}{h}, \gamma_{II}^{\circ \sigma} \right] \\ \gamma_{III}^{\circ} &= \max \left[\frac{\gamma_{III}^{\circ E}}{h}, \gamma_{III}^{\circ \sigma} \right] \end{cases} \quad (1.38)$$

où $(\gamma_I^{\circ}, \gamma_{II}^{\circ}, \gamma_{III}^{\circ})$ sont les seuils de fissuration. Ces derniers peuvent être décomposés en 2 parties élastique et viscoélastique :

$$\begin{cases} \gamma_I^{\circ} &= \gamma_I^e + \gamma_I^{ve} \\ \gamma_{II}^{\circ} &= \gamma_{II}^e + \gamma_{II}^{ve} \\ \gamma_{III}^{\circ} &= \gamma_{III}^e + \gamma_{III}^{ve} \end{cases} \quad (1.39)$$

Les cinétiques de fissuration au sein des différents plis sont données par (1.40) :

$$\begin{cases} \bar{\rho} = h(1 - \bar{\mu}) [\alpha_I \langle \gamma_I - \gamma_I^{\circ} \rangle_+^n + \alpha_{II} \langle \gamma_{II} - \gamma_{II}^{\circ} \rangle_+^n + \alpha_{III} \langle \gamma_{III} - \gamma_{III}^{\circ} \rangle_+^n] \\ \bar{\mu} = \langle a_h \bar{\rho}^2 + hb_h \bar{\rho} \rangle_+ \end{cases} \quad (1.40)$$

où h l'épaisseur du pli, $(\gamma_I, \gamma_{II}, \gamma_{III})$ les forces thermodynamiques dépendant de la souplesse effective et la contrainte. $(\alpha_I, \alpha_{II}, \alpha_{III}, n)$ et (a_h, b_h) sont les coefficients matériaux à identifier. L'évolution du taux de micro-délaminages est une fonction explicite de la densité de fissuration normalisée. De plus, le micro-délaminage tend à ralentir la cinétique de fissuration transverse jusqu'à saturation.

$$\Delta \tilde{S}(\bar{\rho}, \bar{\mu}) = \bar{\rho} \cdot \tilde{H}^a + \frac{\bar{\mu}}{1 - \bar{\mu}} \cdot \tilde{H}^b + \bar{\rho}^2 \cdot \tilde{H}^c + \bar{\rho} \cdot \frac{\bar{\mu}}{1 - \bar{\mu}} \cdot \tilde{H}^d + \frac{\bar{\mu}}{(1 + \bar{\rho} - \bar{\mu})^2} \cdot \tilde{H}^e \quad (1.41)$$

où les tenseurs \tilde{H}^a , \tilde{H}^b , \tilde{H}^c , \tilde{H}^d et \tilde{H}^e représentent les effets mésoscopiques de l'endommagement et sont identifiés par calculs éléments finis sur une cellule élémentaire. Ces tenseurs sont diagonaux et définis positifs.

Enfin, afin de déterminer la rupture finale du stratifié, un indicateur scalaire et directionnel est introduit pour quantifier la perte de rigidité macroscopique notée E_s et exprimé dans les directions du chargement :

$$E_s = \frac{{}^t\Sigma : \tilde{S}_o^{macro} : \Sigma}{{}^t\Sigma : \tilde{\tilde{S}}_o^{macro} : \Sigma} \quad (1.42)$$

où \tilde{S}_o^{macro} et $\tilde{\tilde{S}}_o^{macro}$ sont respectivement les souplesse initiale et endommagée due à des plis rompus du stratifié complet, ce qui se produit à l'échelle macroscopique. Σ est tenseur des contraintes macroscopiques exprimé dans les axes du chargement appliqué et calculé à l'aide d'une transition analytique d'échelle d'un pli unidirectionnel au stratifié multidirectionnel proposée dans [Carrère *et al.*, 2012a]. E_s varie de 1 (non endommagement) à 0 (rupture totale). De manière pratique, un stratifié est considéré comme rupture lorsqu'un pli est rompu par un mode de rupture catastrophique (mode de rupture fibre) ou le coefficient de la perte de rigidité macroscopique devient trop important.

Entre les différents plis, des éléments de zones cohésives ont été introduits aux interfaces pour décrire le délaminage entre plis. Ces modèles, basés sur [Tvergaard, 1990], sont définis par deux critères : une résistance (σ_{max}) et une ténacité (G_c). Une originalité du modèle réside dans l'introduction du couplage entre le seuil d'endommagement $\tilde{\sigma}_{max}$ de la loi de zone cohésive et le taux de micro-délaminage $\bar{\mu}$ intervenant en pointe de fissuration transverse :

$$\tilde{\sigma}_{max} = (1 - h_{\mu} \bar{\mu}) \sigma_{max} \quad (1.43)$$

où le coefficient h_{μ} est un paramètre matériau à identifier.

4.3.3.2 Modèle NASA

[Maimí *et al.*, 2006, Maimí *et al.*, 2007a, Maimí *et al.*, 2007b] s'appuyant sur les modèles de rupture LaRC03 et LaRC04 comme les critères seuils d'amoçage de l'endommagement, le principe réside dans la description du domaine élastique dont la frontière est délimitée par les surfaces seuils d'élasticité définies dans l'espace des contraintes. Sous l'hypothèse de contraintes planes, l'espace des contraintes réduit à trois dimensions. La

densité d'énergie de déformation s'écrit :

$$G = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_1)E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{(1-d_2)E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_6)G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.44)$$

où les variables d'endommagement d_1 et d_2 sont respectivement associées à la rupture des fibres et la fissuration matricielle à l'échelle du pli. La variable d'endommagement d_6 influencée par les fissures longitudinale et transverse a un impact sur le module de cisaillement plan. Avec prise en compte la fermeture et l'ouverture de la fissure, les d_1 et d_2 s'expriment :

$$\begin{aligned} d_1 &= d_{1+} \frac{\langle \sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} + d_{1-} \frac{\langle -\sigma_{11} \rangle}{|\sigma_{11}|} \\ d_2 &= d_{2+} \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|} + d_{2-} \frac{\langle -\sigma_{22} \rangle}{|\sigma_{22}|} \end{aligned} \quad (1.45)$$

L'effet unilatéral dépend du signe de contraintes normales, la variable d'endommagement de cisaillement n'est pas affectée par l'effet de fermeture.

Le taux de dissipation d'énergie par unité volumique s'exprime :

$$\begin{aligned} \Xi &= \frac{\partial G}{\partial d_1} \dot{d}_1 + \frac{\partial G}{\partial d_2} \dot{d}_2 + \frac{\partial G}{\partial d_6} \dot{d}_6 \\ &= Y_1 \dot{d}_1 + Y_2 \dot{d}_2 + Y_6 \dot{d}_6 \geq 0 \end{aligned} \quad (1.46)$$

Les fonctions seuils d'endommagement sont données par :

$$\begin{aligned} F_{1+} &= \phi_{1+} - r_{1+} \leq 0 ; F_{1-} = \phi_{1-} - r_{1-} \leq 0 \\ F_{2+} &= \phi_{2+} - r_{2+} \leq 0 ; F_{2-} = \phi_{2-} - r_{2-} \leq 0 \end{aligned} \quad (1.47)$$

Les critères d'endommagement sont basés sur les modèles de LaRC03 et LaRC04 :

$$\phi_{1+} = \frac{E_1}{X_T} \varepsilon_{11} = \frac{\tilde{\sigma}_{11} - \nu_{12} \tilde{\sigma}_{22}}{X_T} \quad (1.48)$$

$$\phi_{1-} = \frac{\langle |\tilde{\sigma}_{12}^m| + \eta^L \tilde{\sigma}_{22}^m \rangle}{S_L} \quad (1.49)$$

$$\phi_{2+} = \begin{cases} \sqrt{(1-g) \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{Y_T} + g \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{12}}{S_L} \right)^2} & \tilde{\sigma}_{22} \geq 0 \\ \frac{1}{S_L} \langle |\tilde{\sigma}_{12}| + \eta^L \tilde{\sigma}_{22} \rangle & \tilde{\sigma}_{22} < 0 \end{cases} \quad (1.50)$$

$$\phi_{2-} = \sqrt{\left(\frac{\tilde{\tau}_{\text{eff}}^T}{S_T} \right)^2 + \left(\frac{\tilde{\tau}_{\text{eff}}^L}{S_L} \right)^2} \quad \tilde{\sigma}_{22} < 0 \quad (1.51)$$

Afin d'éviter l'évolution de l'endommagement lors de la force thermodynamique nulle, on définit :

$$\phi_{2-} = \min \left\{ \sqrt{\left(\frac{\tilde{\tau}_{\text{eff}}^T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{\tau}_{\text{eff}}^L}{S_L}\right)^2}, \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\Omega} \right\} \quad (1.52)$$

$$\phi_{1-} = \min \left\{ \frac{\langle |\tilde{\sigma}_{12}^m| + \eta^L \sigma_{22}^m \rangle}{S_L}, \frac{\eta^L - 1}{2S_L} \tilde{\sigma}_{11} \right\} \quad (1.53)$$

L'évolution de l'endommagement s'écrit :

$$d_M = 1 - \frac{1}{f_N(r_N)} \exp\{A_M [1 - f_N(r_N)]\} f(r_K) \quad (1.54)$$

avec

$$f(A_1^\pm, r_{1+}) = 1 - A_1^\pm + A_1^\pm \frac{1}{r_{1+}} \exp[A_{1+} (1 - r_{1+})] \quad (1.55)$$

4.3.3.3 Transition entre continue et discrète

[Cuvilliez, 2012] a proposé une approche continue/discontinue permettant de simuler par la méthode des éléments finis l'amorçage et la propagation de fissures dans des structures constituées d'un matériau quasi-fragile. Une part importante du travail a été consacrée à l'étude du transfert d'énergie entre un modèle d'endommagement régularisé et un modèle de zone cohésive, et à la démonstration de la pertinence de l'approche dans des cas bidimensionnels et tridimensionnels de propagation de fissures.

4.3.3.4 Régularisation des approches continues basées sur la description locale

Généralités Les calculs éléments finis, menés avec les modèles d'endommagement de comportement adoucissant basés sur une description locale et formulés dans l'esprit des milieux continus classiques, donnent des résultats qui ne sont pas objectifs vis-à-vis du maillage. Cela se traduit par une dépendance pathologique des solutions au maillage employé. Cette problématique est associée à la localisation de l'endommagement et de la déformation dans une bande d'éléments finis dont l'épaisseur reste égale à la taille d'une maille quelle que soit sa finesse, et dont l'orientation dépend de celle donnée au maillage ainsi que de l'interpolation choisie.

D'un point de vue physique, les modèles locaux de comportement adoucissant s'appuient sur l'hypothèse stipulant qu'en dessous d'une échelle minimale caractérisant le Volume Élémentaire Représentatif (VER), les champs mécaniques sont considérés comme homogènes. Cette hypothèse n'est plus respectée lors du développement de bandes de localisation à l'échelle du VER (et même plus petite que celle-ci) dont l'épaisseur tend vers zéro, aboutissant ainsi à une énergie dissipée nulle, ce qui n'est pas en concordance avec l'expérience.

D'un point de vue mathématique, le phénomène de localisation est caractérisé par la perte d'ellipticité de l'opérateur tangent lors d'un comportement adoucissant, ce qui conduit à un problème mal posé, admettant donc une infinité de solution.

Il est donc nécessaire d'incorporer au modèle macroscopique local une information supplémentaire afin d'imposer une taille minimale à la bande de localisation. D'une part, ceci revient à introduire une longueur interne, encore appelée longueur caractéristique, définissant pour tout point matériel le voisinage au sein duquel des interactions avec les points voisins doivent être prises en compte. On considère que cette interaction s'annule au-delà d'une certaine distance. On parle alors de modèle non local, ou de modèle régularisé en espace. Cette méthode de régularisation ne modifie pas la nature des équations du modèle local (équations d'équilibre et relation de comportement), mais celles des variables agissant dans ces dernières. Elle consiste à sélectionner une grandeur locale z pouvant être liée soit à la déformation, soit à une variable interne, et à lui appliquer un opérateur R de régularisation spatiale définissant ainsi la grandeur non locale associée à z que nous noterons \bar{z} .

$$R(z, \bar{z}) = 0 \quad (1.56)$$

Dans la littérature, on peut citer les travaux de [Pijaudier-Cabot et Bažant, 1987, Bažant, 1987, Bažant et Pijaudier-Cabot, 1988] pour l'approche intégrale, [Peerlings *et al.*, 1995, Peerlings *et al.*, 1996, Peerlings *et al.*, 1998] pour le modèle à gradient d'endommagement, [Hochard *et al.*, 2007, Hochard *et al.*, 2009, Miot *et al.*, 2009] pour l'approche du volume caractéristique de rupture.

D'autre part, si la description locale du comportement est conservée, l'hypothèse de matériau dépendant de la vitesse de chargement (*rate-dependent material*) doit être adoptée. Ces méthodes permettent de contrôler le phénomène de localisation spatiale en dynamique. On peut citer par exemple l'introduction d'effets visqueux dans le modèle de comportement adoucissant, voir [Needleman, 1988], ou encore le modèle d'endommagement à effet de retard (ou à taux d'endommagement limité) intégré dans le mésomodèle du LMT (voir la partie 1 du chapitre 2).

Limites des modèles de régularisation. Les limiteurs de localisation basés sur une régularisation spatiale, pour lesquels l'hypothèse d'une description locale du comportement adoucissant est abandonnée, présentent de certaines limites lors de la présence des discontinuités géométriques dans la zone de délocalisation.

Cas des discontinuités préexistantes

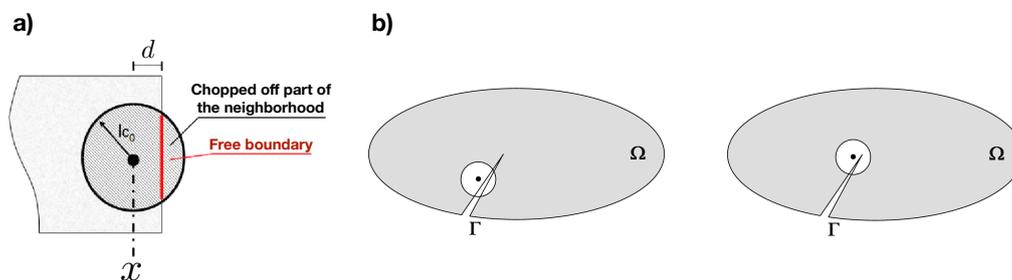


FIGURE 1.34: a) Volume d'intégration de la moyenne non-locale près d'un bord ([Rojas Solano, 2012]) b) Volume d'intégration entièrement ou partiellement traversé par une fissure préexistante [Cuvilliez, 2012]

Lorsque le point matériel est proche d'une discontinuité géométrique de la structure, ou bien d'un bord de la structure, le volume d'intégration n'est plus entièrement inclus dans le volume matériel comme le montre la figure 1.34. Donc seule une partie du volume matériel doit être prise en compte pour la régularisation. Le fait de tronquer le volume d'intégration, associé à la prise en compte des conditions aux limites (pour les modèles à gradient) ou à la normalisation de l'intégrale de la fonction de pondération (pour les modèles de type intégral), modifie sensiblement la régularisation près des bords et des éventuelles discontinuités dans le domaine de la structure. Les modélisations non locales ou à gradients rencontrent les mêmes difficultés lorsque la structure contient des fissures préexistantes qui traversent entièrement ou partiellement le volume d'intégration. Aucun argument physique ne permet de privilégier l'une ou l'autre des méthodes de régularisation, mais il semble tout de même que les méthodes à gradient sont plus faciles à gérer numériquement en présence d'une discontinuité puisque les conditions aux limites sont aisément appliquées le long de la discontinuité.

Cas des discontinuités créées au cours du chargement

Lorsque les fissures ne sont pas des données géométriques initiales mais le résultat de la propagation d'une zone totalement endommagée. On parle alors de l'apparition de macro-fissures au cours du chargement. La pertinence du modèle d'endommagement devient discutable. En effet, les modélisations non locales conduisent à un étalement non physique de la zone entièrement endommagée puisqu'aucune condition n'est appliquée afin d'atténuer la contribution des points totalement endommagés dans l'opérateur de régularisation. Pour remédier ce problème inhérent à la régularisation en espace, [Geers, 1997, Geers *et al.*, 1998] ont proposé pour la formulation à gradient implicite le modèle dit à gradient transitoire. Ce dernier consiste à faire évoluer la longueur caractéristique ℓ_c de telle sorte que la déformation régularisée reste constante au delà d'une certaine déformation locale critique.

5 Synthèse

Ce chapitre a fait un bilan de modélisations du comportement et de la rupture des structures composites stratifiées. Les modèles de simulation permettent de simuler et prédire le comportement complexe de ces matériaux au moyen de calculs par éléments finis. L'essentiel est de reproduire la complexité des mécanismes d'endommagement tout en conservant des coûts de calcul réalisables en termes de délai et de capacité de calcul.

La méthode des X-FEM et ses variantes, dont l'idée principale est d'enrichir les éléments avec des fonctions capables de représenter ce qu'il se passe au niveau de la fissure, s'avèrent efficaces pour représenter discrètement à l'échelle du pli les fissures intra- et interlaminaires d'une structure stratifiée. Toutefois, lorsque la complexité des endommagements devient de plus en plus importante, les coûts de calcul sont prohibitifs. En effet, [Vigueras *et al.*, 2015] s'est appuyé sur une méthode fortement parallèle avec un millier de processeurs pour la simulation numérique d'une plaque composite stratifiée munie d'un trou, dont les dimensions sont de $200 \times 30 \times 2.7 \text{ mm}^3$ et l'empilement est

$[90/+45/-45/90/0]_s$.

Les micro-modèles représentent les endommagements par un assemble de cellules élémentaires et d'interfaces (interlaminaires et intralaminaires). Les cellules, dont les dimensions sont de l'ordre de l'épaisseur du pli élémentaire, représentent le comportement élasto-plastique et endommageable (microfissures ou rupture des fibres) des composites tandis que les interfaces reproduisent le délaminage et les fissures matricielles traversant l'épaisseur de la couche. Comme les approches à la base des X-FEM, les coûts de calcul sont onéreux.

Les modèles d'endommagement, dont la formulation est élaborée dans le cadre de la mécanique continue de l'endommagement, s'avèrent un compromis entre les coûts de calcul et la reproduction des mécanismes de dégradation. La caractéristique est de modéliser toutes les dégradations de façon continue à l'échelle dite « méso » du pli. La fissuration n'est plus représentée par une discontinuité du milieu mais par un affaiblissement des modules de rigidité de ce milieu. Le modèle NASA, dont les seuils d'endommagement sont formulés de manière relativement complexe, donne de bons résultats dans [Camanho *et al.*, 2007]. Les modèle ONERA a été validé avec succès dans le cadre des trois WWFE. Cependant, ce modèle requiert un grand nombre de paramètres à identifier. La diminution de paramètre peut être faite par adopter quelques hypothèses.

Dans le prochain chapitre, une revisite du « *mésomodèle d'endommagement des stratifiés* » développé au LMT-Cachan est présenté. La nouvelle stratégie du mésomodèle est abordée pour pallier des faiblesse du mésomodèle dans la simulation numérique de stratifiés présentant un splitting fort.

Chapitre 2

Revisite du mésomodèle

Ce chapitre présente une revisite du mésomodèle ainsi que les difficultés numériques liées à la simulation numérique du modèle de l'interface et du gradient d'endommagement. Une récente approche du mésomodèle est présentée pour la modélisation du splitting.

1 Méso-modèle stratifié du LMT

Le méso-modèle visant à modéliser les mécanismes de dégradation des composites a été initié et élaboré depuis les années 1980 par Pierre Ladevèze *et al.* Ce modèle introduit les variables internes associées aux différents scénarios de dégradation dans le cadre de la mécanique de l'endommagement afin de représenter la homogénéisation d'une zone endommagée par l'intermédiaire d'un affaiblissement des modules de rigidité de la matière continue. L'idée est de modéliser le comportement d'un composite soumis à un chargement quelconque et de suivre l'évolution de ses endommagements jusqu'à rupture. Ce modèle a été initialement développé pour les composites stratifiés en s'appuyant sur les deux principales hypothèses :

- La première est que le comportement d'un stratifié, quelle que soit la séquence d'empilement de ses plis, peut être prédit à partir des deux méso-constituants de base : le pli et l'interface, assimilés à des milieux continus homogénéisés. Le mésomodèle peut donc être classé au niveau 2 de la figure 1.29. Le comportement de ces méso-constituants est intrinsèque, c'est-à-dire indépendant de la structures

dans laquelle ils s'insèrent, ce qui allège la procédure d'identification. Les variables d'endommagement sont associées à la dégradation des modules de rigidité ;

- La seconde hypothèse est que l'état d'endommagement est imposé uniforme dans l'épaisseur de chaque pli mais peut varier d'un pli à l'autre et en différents points matériels d'un même pli.

Ce modèle a été aussi étendu à la modélisation des composites tissés [Obert *et al.*, 2014a, Obert *et al.*, 2014b]. La version initiale du méso-modèle a été présenté dans [Ladevèze et Le Dantec, 1992] pour la modélisation du pli élémentaire et [Allix et Ladevèze, 1992] pour celle de l'interface. Le modèle original du pli a été formulé dans l'esprit entièrement mésomécanique, c'est-à-dire « tout-continu » dans le pli. Pour renforcer la physique du mésomodèle, [Ladevèze et Lubineau, 2001, Ladevèze et Lubineau, 2002, Ladevèze *et al.*, 2006] ont construit un lien entre une variable d'endommagement et la dégradation micromécanique sous-jacente (appelé le pont micro-méso) permettant d'englober la description micromécanique de la fissuration transverse et du délaminage local. La formulation du mésomodèle des stratifiés est présentée ci-dessous dans sa version actuelle en se référant aux les plus récents travaux dans [Ladevèze *et al.*, 2017].

1.1 Modélisation du pli élémentaire

Le modèle du pli élémentaire utilise la base d'orthotropie au pli pour définir son comportement. On note 1 la direction des fibres, 2 la direction transverse dans le pli et 3 la direction hors-plan. La caractéristique du pli endommagé s'appuie sur le calcul de sa densité volumique d'énergie de déformation, notée E_D . Elle s'exprime en fonction des modules initiaux de rigidité et des différentes variables internes d'endommagement associées à chaque dégradation. La forme de référence de l'énergie de déformation est donnée dans [Ladevèze *et al.*, 2017] et s'écrit alors comme suit :

$$\begin{aligned}
2E_D = & \frac{1}{(1-d_f)E_1^\circ} [\langle \sigma_{11} \rangle^2 + \Phi(\langle -\sigma_{11} \rangle) - 2\nu_{12}^\circ \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{13}^\circ \sigma_{11} \sigma_{33}] \\
& + \left[\frac{\langle -\sigma_{22} \rangle^2}{E_2^\circ} + \frac{\langle -\sigma_{33} \rangle^2}{E_3^\circ} - \left(\frac{\nu_{23}^\circ}{E_2^\circ} + \frac{\nu_{32}^\circ}{E_3^\circ} \right) \sigma_{22} \sigma_{33} \right] \\
& + \left[\frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^\circ (1-d')(1-\bar{d}_{22})} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^\circ (1-d')} \right] \\
& + \left[\frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^\circ (1-d)(1-\bar{d}_{12})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^\circ (1-d_{23})(1-\bar{d}_{23})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^\circ (1-d)} \right]
\end{aligned} \tag{2.1}$$

dans laquelle :

- d_f est une variable d'endommagement représentant la rupture de fibres ;
- Φ est une fonction qui prend en compte la réponse élastique non linéaire en compression ;

- les variables internes d, d' et d_{23} servent à représenter le mécanisme d'endommagement diffus pour lequel on suppose un comportement isotrope transverse selon la direction des fibres. On en déduit alors $1 - d_{23} = \frac{1 - d'}{1 - \frac{v_{23}^0}{1 + v_{23}^0}}$;
- Les indicateurs $\bar{d}_{22}, \bar{d}_{12}, \bar{d}_{23}$ sont des fonctions d'homogénéisation de la densité de fissuration ;
- $\langle \bullet \rangle$ signifie la partie positive qui serve à partitionner l'énergie totale en une énergie de « traction » et une énergie de « compression » en vue de représenter l'aspect unilatéral du mécanisme d'endommagement diffus ;
- E_i^0 est le module de rigidité initial du pli dans la direction notée i et G_{ij}^0 est le module de cisaillement initial du pli dans le plan $i - j$ ($i, j = 1, 2, 3$ et $i \neq j$) ;
- σ_i est la contrainte normale selon la direction i et σ_{ij} la contrainte de cisaillement dans le plan $i - j$ ($i, j = 1, 2, 3$ et $i \neq j$).

Les variables internes traduisant les endommagements s'interprètent comme des variations de rigidité dans les directions qu'elles impactent. L'évolution de ces variables d'endommagement est caractérisée par les forces thermodynamiques associées définies par la dérivée partielle de l'énergie de déformation par rapport à cette variable. Ces forces sont analogues au taux de restitution de densité d'énergie. La relation entre la variable d'endommagement et sa force thermodynamique est identifiée à l'aide des essais de caractérisation spécifiques aux différents mécanismes d'endommagement.

De manière générique, une variable d'endommagement D peut être pilotée par une force thermodynamique effective Y qui dépend de l'histoire du chargement. Cette force effective s'interprète comme les couplages de différentes sollicitations conduisant au mécanisme d'endommagement étudié. Pour des chargements quasi-statiques, on considère que les variables d'endommagement ne dépendent que des maxima des forces d'endommagement obtenus jusqu'au temps considéré $\bar{Y} = \sup_{\tau \leq t}(Y)$.

- *Endommagement diffus.* Les indicateurs d'endommagement d', d, d_{23} servent à décrire le mécanisme d'endommagement diffus pour lequel on suppose un comportement isotrope transverse par rapport à la direction des fibres. Les forces thermodynamiques associées à ces variables sont données par :

$$\begin{aligned}
 Y_d &= \frac{\partial}{\partial d} \langle \langle E_D \rangle \rangle_{|\sigma} = \frac{1}{2(1-d)^2} \left\langle \left\langle \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}^0(1-\bar{d}_{12})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}^0} \right\rangle \right\rangle \\
 Y_{d'} &= \frac{\partial}{\partial d'} \langle \langle E_D \rangle \rangle_{|\sigma} = \frac{1}{2(1-d')^2} \left\langle \left\langle \frac{\langle \sigma_{22} \rangle^2}{E_2^0(1-\bar{d}_{22})} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E_3^0} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1-d_{23}}{(1-d')(1+(1-d')v_{23}^0)(1-\bar{d}_{23})} \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}^0} \right\rangle \right\rangle
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

où $\langle \langle \bullet \rangle \rangle$ désigne l'opérateur moyenne sur l'épaisseur du pli élémentaire, de manière à rester compatible avec l'hypothèse de l'état d'endommagement constant dans l'épaisseur du pli élémentaire. À partir des essais expérimentaux, la loi d'évolution est donnée par les

équations suivantes :

$$\begin{aligned}
Y &= Y_d + b_2 Y_{d'} \\
\bar{Y} &= \sup_{\tau \leq t} (Y) \\
w &= \frac{\langle \sqrt{\bar{Y}} - \sqrt{Y_o} \rangle}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_o}} \\
d &= \begin{cases} w & \text{si } w < d_s, \\ d_s & \text{sinon} \end{cases} \\
d' &= b_3 d
\end{aligned} \tag{2.3}$$

où Y_o, Y_c, b_2, b_3 sont des constantes matériaux. d_s représente le seuil associé à une instabilité lors de la percolation des microfissures diffuses pour créer une fissure transverse à l'échelle du pli. Généralement, d_s n'excède pas une valeur proche de 0.5 et vaut 0.55 par défaut [Abisset, 2012].

- *Couplage entre l'endommagement et la (visco)plasticité.* Les déformations résiduelles peuvent être observées expérimentalement en raison de frottements et glissements liés à la micro-fissuration (décohésion fibre/matrice). Un modèle de plasticité à écrouissage isotrope permet de prendre en compte ces déformations permanentes relatives à l'endommagement au moyen des quantités effectives en contraintes et en taux de déformations anélastiques.

$$\begin{aligned}
\tilde{\sigma}_{11} &= \sigma_{11} & \tilde{\sigma}_{22} &= -\langle -\sigma_{22} \rangle + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle}{(1-d')} & \tilde{\sigma}_{33} &= -\langle -\sigma_{33} \rangle + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle}{(1-d')} \\
\tilde{\sigma}_{12} &= \frac{\sigma_{12}}{(1-d)} & \tilde{\sigma}_{23} &= \frac{\sigma_{23}}{(1-d_{23})} & \tilde{\sigma}_{31} &= \frac{\sigma_{31}}{(1-d)} \\
\dot{\tilde{\epsilon}}_{11}^p &= \dot{\epsilon}_{11}^p & \dot{\tilde{\epsilon}}_{22}^p &= \langle \dot{\epsilon}_{22}^p \rangle (1-d') - \langle -\dot{\epsilon}_{22}^p \rangle & \dot{\tilde{\epsilon}}_{33}^p &= \langle \dot{\epsilon}_{33}^p \rangle (1-d') - \langle -\dot{\epsilon}_{33}^p \rangle \\
\dot{\tilde{\epsilon}}_{12}^p &= \dot{\epsilon}_{12}^p (1-d) & \dot{\tilde{\epsilon}}_{23}^p &= \dot{\epsilon}_{23}^p (1-d_{23}) & \dot{\tilde{\epsilon}}_{31}^p &= \dot{\epsilon}_{31}^p (1-d)
\end{aligned} \tag{2.4}$$

où ϵ_{ij}^p avec $(i, j \in \{1, 2, 3\})$ signifie la déformation anélastique classique. Ces quantités effectives permettent de s'affranchir dans l'écriture de la loi d'évolution plastique de l'intervention des variables d'endommagement, tout en respectant l'équivalence énergétique entre les variables effectives et usuelles :

$$\text{Tr} [\tilde{\sigma} \dot{\tilde{\epsilon}}^p] = \text{Tr} [\sigma \dot{\epsilon}^p] \tag{2.5}$$

Le domaine élastique est alors défini en fonction des contraintes effectives par une fonction seuil d'écoulement. Compte tenu de la nature élastique et la grande rigidité des fibres, on suppose une absence de l'écoulement plastique dans la direction des fibres et que la contrainte sens fibre n'a aucun couplage avec les plasticités transverse et de cisaillement.

$$f(\tilde{\sigma}, R) = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + \tilde{\sigma}_{23}^2 + \tilde{\sigma}_{31}^2 + a^2(\tilde{\sigma}_{22}^2 + \tilde{\sigma}_{33}^2)} - R(p) - R_o \tag{2.6}$$

La déformation cumulée p est donnée par :

$$p = \int_0^t \left[\dot{\tilde{\epsilon}}_{12}^p{}^2 + \dot{\tilde{\epsilon}}_{23}^p{}^2 + \dot{\tilde{\epsilon}}_{31}^p{}^2 + \frac{1}{a^2} (\dot{\tilde{\epsilon}}_{22}^p{}^2 + \dot{\tilde{\epsilon}}_{33}^p{}^2) \right]^{\frac{1}{2}} dt \quad (2.7)$$

où a est une constante matériau de couplage. Les conditions d'écoulement sont reportées dans l'équation (2.8) :

$$\begin{aligned} pf &= 0 && \text{avec } \dot{p} \geq 0 \text{ et } f \leq 0 \\ \dot{\tilde{\epsilon}}_{ij}^p &= \frac{1}{2} \dot{p} \frac{\tilde{\sigma}_{ij}}{R + R_o} && \text{avec } i \neq j \text{ et } i, j \in \{1, 2, 3\} \\ \dot{\tilde{\epsilon}}_{ii}^p &= \dot{p} \frac{a^2 \tilde{\sigma}_{ij}}{R + R_o} && \text{avec } i \in \{2, 3\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

- *Fissuration transverse.* Dans la version originale du mésomodèle d'endommagement des stratifiés, l'endommagement diffus et la fissuration transverse ne font pas la différence et sont représentés par les variables d'endommagement (d et d') via un seuil. Ce choix de modélisation fait partie de la vision entièrement mésomécanique. La dernière ne fait pas nécessairement le lien entre une variable d'endommagement et la dégradation micromécanique sous-jacente. Par conséquent, cette vision de modélisation ne permettait pas d'isoler le comportement de la fissuration et donc d'introduire ses interactions avec les autres mécanismes tels que le délaminage. Ainsi, [Ladevèze et Lubineau, 2001, Ladevèze et Lubineau, 2002, Ladevèze *et al.*, 2006] introduisent trois nouvelles variables d'endommagement $\bar{d}_{22}, \bar{d}_{12}, \bar{d}_{23}$ pour décrire la fissuration transverse :

$$\begin{aligned} Y_{22} &= \frac{\partial}{\partial \bar{d}_{22}} \langle \langle E_D \rangle \rangle_{|\sigma} = \frac{1}{2E_2^0} \frac{\langle \langle \sigma_{22}^2 \rangle \rangle}{(1-d')(1-\bar{d}_{22})^2} \\ Y_{12} &= \frac{\partial}{\partial \bar{d}_{12}} \langle \langle E_D \rangle \rangle_{|\sigma} = \frac{1}{2G_{12}^0} \frac{\langle \langle \sigma_{12}^2 \rangle \rangle}{(1-d)(1-\bar{d}_{12})^2} \\ Y_{23} &= \frac{\partial}{\partial \bar{d}_{23}} \langle \langle E_D \rangle \rangle_{|\sigma} = \frac{1}{2G_{23}^0} \frac{\langle \langle \sigma_{23}^2 \rangle \rangle}{(1-d_{23})(1-\bar{d}_{23})^2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Ces variables sont reliées à des indicateurs de la micro-mécanique tels que la densité de fissuration ou le taux de délaminage local par l'intermédiaire d'une procédure d'homogénéisation. On obtient alors les fonctions intrinsèques au matériau :

$$\bar{d}_{12} = f_{12}(\rho); \quad \bar{d}_{22} = f_{22}(\rho); \quad \bar{d}_{23} = f_{23}(\rho) \quad (2.10)$$

Les relations (2.10), dont les courbes sont rendues sur la figure 2.1, sont obtenues par calculs éléments finis sur une cellule élémentaire de fissuration [Ladevèze et Lubineau, 2001].

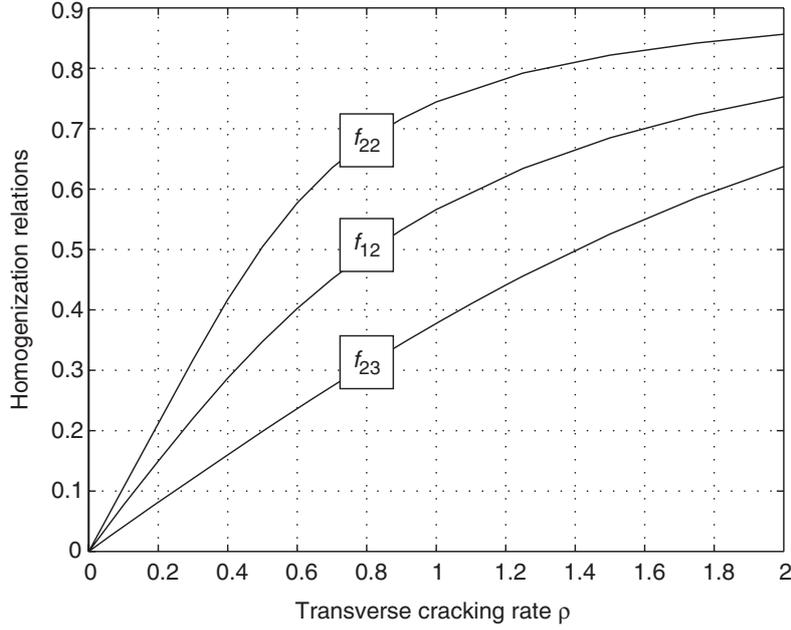


FIGURE 2.1: Fonctions d'homogénéisation obtenues numériquement pour le matériau carbone-époxy T700/M21 [Lubineau, 2009]

Les courbes de la figure 2.1 sont approchées par des fonctions exponentielles proposées dans [Ladevèze *et al.*, 2017]. Les formules s'écrivent par :

$$\bar{d}_{22} = A\rho_L(1 - \exp(-\rho/\rho_L)); \quad \bar{d}_{12} = A_{12}\bar{d}_{22}; \quad \bar{d}_{23} = A_{23}\bar{d}_{22} \quad (2.11)$$

où les coefficients A , A_{12} , A_{23} et ρ_L sont calculés par l'approximation des courbes de la figure 2.1.

La force thermodynamique régissant la loi d'évolution de ρ a été formulée dans [Lubineau et Ladevèze, 2008, Ladevèze *et al.*, 2017]. Sa formulation est donnée par l'équation (2.12) :

$$Y_\rho = \left[\frac{Y_{22} \frac{\partial \bar{d}_{22}}{\partial \rho}}{G_c^I} + \frac{Y_{12} \frac{\partial \bar{d}_{12}}{\partial \rho}}{G_c^{II}} + \frac{Y_{23} \frac{\partial \bar{d}_{23}}{\partial \rho}}{G_c^{III}} \right] \min(h, \bar{h}) \quad (2.12)$$

En reportant les expressions (2.11) dans l'équation (2.12), on obtient alors :

$$Y_\rho = \left[\left[\frac{Y_{22}}{G_c^I} + \frac{Y_{12}}{G_c^{II}} A_{12} + \frac{Y_{23}}{G_c^{III}} A_{23} \right] A \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_L}\right) \min(h, \bar{h}) \right] = \tilde{Y}_\rho \exp\left(-\frac{\rho}{\rho_L}\right) \quad (2.13)$$

où $\tilde{Y}_\rho = \left[\frac{Y_{22}}{G_c^I} + \frac{Y_{12}}{G_c^{II}} A_{12} + \frac{Y_{23}}{G_c^{III}} A_{23} \right] A \min(h, \bar{h})$ et $Y_\rho \leq 1$.

À partir de la relation (2.13), on en déduit la loi d'évolution de ρ

$$\frac{\rho}{\lambda \rho_L} = \ln \left[\sup_{\tau \leq t} \tilde{Y}_\rho \right] \quad (2.14)$$

Le coefficient λ , dont la valeur est égale à 1 par défaut, est introduit sur le dénominateur pour prendre en compte le caractère « quasi » de la périodicité du réseau de fissures transverses. Cette caractéristique a fait l'objet d'études dans [Lubineau, 2009, Ladevèze *et al.*, 2017].

Les paramètres h et \bar{h} sont respectivement l'épaisseur de la couche et celle de transition. La dernière est reliée à l'effet d'épaisseur du pli (appelé encore l'effet contraignant du pli) lorsqu'un pli est cartonné par les deux plis adjacents. Cet effet se traduit par la différence de comportement en propagation des fissures matricielles abordée dans la partie 2.2 du chapitre 1. Dans les plis fins, la propagation est gouvernée par un critère énergétique basée sur la mécanique de la rupture tandis que dans les plis épais, elle est gouvernée par un critère en contrainte (figure 2.2). L'épaisseur de transition \bar{h} est donc introduite pour passer d'un comportement à l'autre.

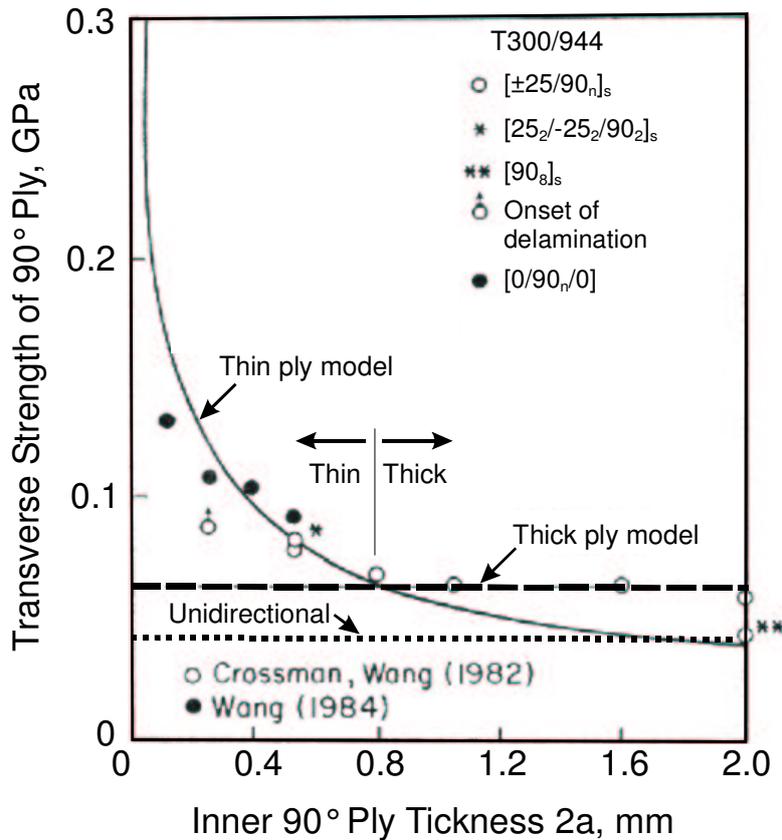


FIGURE 2.2: Résistance en traction transverse en fonction de l'épaisseur du pli [Pinho *et al.*, 2005]

• *Rupture des fibres.* Le comportement en traction dans la direction des fibres est généralement observé comme un phénomène fragile. Toutefois, la réponse en compression est significativement non linéaire étant donné le développement de bandes de plissement (*kink band*); par conséquent en compression ce mécanisme dépend de l'état d'endommagement de la matrice. Les forces thermodynamiques associées à la rupture de fibres en traction et en compression sont données par :

$$\begin{aligned}
 Y_{d_f} &= \frac{\partial}{\partial d_f} \langle \langle E_D \rangle \rangle |_{\sigma} \\
 &= \frac{1}{2(1-d_f)^2 E_1^{\circ}} \langle \langle \sigma_{11} \rangle^2 + \Phi(\langle -\sigma_{11} \rangle) - 2\nu_{12}^{\circ} \sigma_{11} \sigma_{22} - 2\nu_{13}^{\circ} \sigma_{11} \sigma_{33} \rangle \rangle \quad (2.15) \\
 Y_{d_f}^t &= Y_{d_f} \quad \text{si } \sigma_{11} \geq 0 \\
 Y_{d_f}^c &= Y_{d_f} + kY_d \quad \text{si } \sigma_{11} \leq 0
 \end{aligned}$$

où k est le coefficient de couplage pour l'endommagement des fibres en compression. La loi d'évolution de l'endommagement associé à la rupture des fibres est définie avec l'effet de retard et se met sous forme :

$$\begin{cases} d_f = \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(-a_c \langle q \rangle)) & \text{si } d_f < 1 \\ d_f = 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.16)$$

où $q = \sup(r_T - d_f, \ell(r_C, \alpha_c, m_c) - d_f)$ avec $r_T = \sqrt{\frac{Y_{d_f}^t}{Y_{d_{fc}}^t}}$ et $r_C = \sqrt{\frac{Y_{d_f}^c}{Y_{d_{fc}}^c}}$

$Y_{d_{fc}}^t$ et $Y_{d_{fc}}^c$ sont les seuils de rupture en traction et en compression. Les limiteurs de localisation a_c et τ_c ont été discutés dans [Ladevèze *et al.*, 2017, Ladevèze *et al.*, 2001, Allix *et al.*, 2003]. La fonction dite « ℓ » vise à décrire le phénomène *kinking* lors du chargement en compression par laquelle les deux paramètres α_c, m_c peuvent être identifiées dans les travaux antérieurs [Ladevèze *et al.*, 2017]. La fonction « ℓ » illustrée sur la figure 2.3, qui a été formulée dans [Ladevèze *et al.*, 2017], s'exprime comme suit :

- pour $x \in [0, \alpha']$, $z = (1-d)x$ avec $d = \ell(x) = \frac{1}{1+m} \left(\frac{x}{a}\right)^m$ ($m \geq 1$)
- pour $x \in [\alpha', 1]$, $z = (1-d)x$ est linéaire et donc $d = \ell(x) = 1 - \frac{1}{x} \frac{1-x}{1-\alpha'} z(\alpha')$

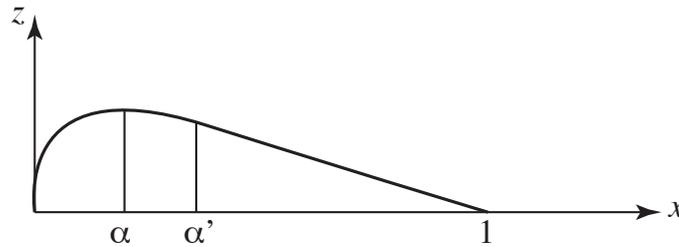


FIGURE 2.3: La fonction dite « ℓ »

La fonction dite « ℓ » atteint la valeur maximum quand $x = \alpha$. La première dérivée de « ℓ » est continue sur l'intervalle $[0, 1]$. α' peut être déterminé par les propriétés de la fonction « ℓ » (la fonction « ℓ » et sa première dérivée sont continue sur $[0, 1]$). L'approximation de α' peut être trouvée dans [Ladevèze *et al.*, 2017]. z peut être interprété comme une contrainte et x comme une déformation. Une autre propriété remarquable est reliée au maximum de z sur $[0, 1]$. Ce point maximum peut être considéré comme un point d'instabilité ou un point d'initiation. Cette fonction est unifiée et également utilisée pour décrire la loi cohésive du modèle de l'interface dans la partie 1.2.2.

1.2 Modèle de l'interface

Le phénomène du délaminage traduisant le décollement de deux plis contigus de différente orientation fait partie de l'un des mécanismes d'endommagement majeurs pouvant conduire aux problèmes d'instabilité ou de perte significative de l'intégrité des stratifiés. De par sa nature, le délaminage s'amorce à partir de faibles sollicitations hors-plan directes (*e.g.* au voisinage des bords libres, au point d'impact ou en présence de forts gradients de contraintes) ou induites (*e.g.* au fond des fissures intra-laminaires). Ce mécanisme d'endommagement mène, dans plusieurs circonstances, aux conséquences catastrophiques sur la tenue mécanique des stratifiés et il nécessite des modélisations fines pouvant englober les deux phases du délaminage : l'amorçage et la propagation. Le délaminage peut se propager selon 3 modes comme illustré sur la figure 2.4 : le mode d'ouverture (mode I), le mode de glissement plan (mode II) et le mode de glissement anti-plan (mode III).

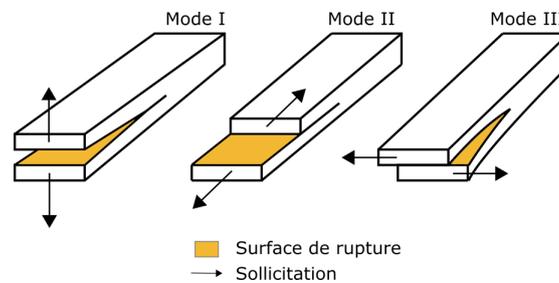


FIGURE 2.4: Modes de propagation de délaminage

Cette partie est consacrée à une revue succincte des méthodes de modélisation du délaminage issues de la littérature et puis le modèle de l'interface du mésomodèle est présenté.

1.2.1 Généralités

1.2.1.1 Critères d'amorçage

Pour prédire l'amorçage du délaminage, les critères formulés en contraintes interlaminaires hors-plan sont particulièrement intéressants par rapport aux méthodes

basées sur la mécanique élastique linéaire de la rupture. Ces dernières, comme celle de [O'Brien, 1981], impliquent l'évaluation de taux de restitution d'énergie dépendants de séquences d'empilement pour l'initiation du délaminage, ce qui réduit, d'après [Brewer et Lagace, 1988], considérablement leur commodité lors d'analyses par éléments finis. Par ailleurs, les critères à base de la mécanique élastique linéaire de la rupture ont tout d'abord été proposées pour modéliser la propagation d'une fissure pré-existante. En revanche, le formalisme en contraintes a l'avantage d'être rapide et simple à mettre en oeuvre puisque l'état de contraintes hors-plan peut être aisément déterminé à l'aide des méthodes analytiques ou d'éléments finis. Un tel critère proposé par [Ye, 1988] dont la formulation est reportée dans l'équation (2.17) :

$$\left(\frac{\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle}{Z_t}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\tau}_{Lz}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\tau}_{Tz}}{S_T}\right)^2 \geq 1 \quad (2.17)$$

où $\bar{\sigma}_{zz}$, $\bar{\tau}_{Lz}$, $\bar{\tau}_{Tz}$ sont les contraintes hors-plans moyennées sur une certaine distance à partir de bords libres. Une fois la fissure initiée, il suffit d'utiliser la mécanique linéaire de la rupture pour décrire la propagation du délaminage.

Compte tenu de la différence éventuelle entre la contrainte hors-plan en traction pure et en compression pure, [Brewer et Lagace, 1988] a proposé la formulation reportée dans l'équation (2.18).

$$\left(\frac{\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle_+}{Z_t}\right)^2 + \left(\frac{\langle \bar{\sigma}_{zz} \rangle_-}{Z_c}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\tau}_{Lz}}{S}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\tau}_{Tz}}{S_T}\right)^2 \geq 1 \quad (2.18)$$

Dans [Charrier, 2013], les auteurs ont montré que la résistance en cisaillement hors-plan augmente en présence de compression hors-plan modérée. Une formation du critère en accord avec les investigations expérimentales est proposé sous forme :

$$\left(\frac{\sigma_{zz}}{Z_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{Lz}}{S(1-p\sigma_{zz})}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{Tz}}{S_T(1-\sigma_{zz})}\right)^2 \geq 1 \quad (2.19)$$

avec $p = \frac{1}{Z_c}$ correspond à l'inverse de la résistance en compression hors-plan.

Une revue consacrée à certain nombre de critères d'amorçage existants dans la littérature est présentée dans [Orifici *et al.*, 2008].

1.2.1.2 Critères de propagation

Ces critères de propagation s'appuient sur la mécanique de la rupture pour décrire la propagation lorsque le taux de restitution d'énergie atteint le seuil critique ou la ténacité du matériau. Parmi les critères les plus utilisés dans la littérature, on retrouve le critère *Power law* proposé par [Whitcomb, 1984] dont la formulation du critère en mode mixte s'exprime :

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^m + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^n + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^p \geq 1 \quad (2.20)$$

où m, n, p sont des paramètres permettant d'ajuster les données expérimentales. Lorsque $m = n = p = \alpha$, on retrouve la forme générale des critères classiques :

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^\alpha \geq 1 \quad (2.21)$$

où α un coefficient de forme avec lequel on peut retrouver le critère linéaire ($\alpha = 1$) et le critère quadratique ($\alpha = 2$).

$$\frac{G_I}{G_{IC}} + \frac{G_{II}}{G_{IIC}} + \frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \geq 1 \quad (2.22)$$

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^2 + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^2 + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^2 \geq 1 \quad (2.23)$$

Compte tenu de la variation de la ténacité en fonction du ratio de l'énergie de cisaillement sur l'énergie total, [Benzeggagh et Kenane, 1996] a proposé la formulation du taux de restitution d'énergie pour la mixité de mode. Ce critère est donné en 2D par :

$$G_C = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II}}{G_I + G_{II}}\right)^\eta \quad (2.24)$$

et en 3D par :

$$G_C = G_{IC} + (G_{IIIC} - G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}}\right)^\eta \quad (2.25)$$

1.2.1.3 Analyses par éléments finis du délaminage

Modèles de modélisation Dans le cadre d'analyses par éléments finis, il existe de différents moyens pour modéliser le délaminage parmi lesquels on peut en citer deux types : la méthode VCCT (*Virtual Crack Closure Technique*) et les modèles de zone cohésive. La méthode VCCT basée sur la mécanique élastique linéaire de la rupture suppose que la propagation du délaminage aura lieu lorsque le taux de restitution d'énergie atteint la ténacité du matériau. Toutefois, elle nécessite de connaître a priori la localisation et le front du défaut. D'autre part, elle nécessite la connaissance de variables nodales et d'informations topologiques relative aux noeuds en amont et aval du front de la fissure lors de calculs des paramètres de rupture comme le facteur d'intensité de contrainte ou le taux de restitution d'énergie. Cela rend le calcul extrêmement difficile lors de la propagation progressive du défaut. L'application de la méthode VCCT remonte à [Rybicki et Kanninen, 1977]. [Krueger, 2004] a passé en revue l'histoire du développement de la méthode VCCT ainsi que ses applications.

Les modèles de zone cohésive formulés dans le cadre de la mécanique de l'endommagement permettent de traiter les deux phases du phénomène à la fois : l'amorçage et la propagation du délaminage. Ces modèles supposent l'existence de la zone d'endommagement ou de plasticité à comportement adoucissant au voisinage du front de la

fissure. L'origine de ces modèles remonte à [Dugdale, 1960] en postulant l'existence de la zone plastique en fond de fissure à considérer comme une fissure fictive, sur les lèvres de laquelle s'exercerait une contrainte égale à la limite élastique du matériau. Puis, les études de [Barenblatt, 1962] et de [Hillerborg *et al.*, 1976] ont introduit et élaboré la notion de contraintes de cohésion attractive dépendantes de l'écartement du fond de fissure permettant à une fissure de se propager et même de s'initier. Cette approche a été reprise et fortement étendue sous les principes de la mécanique de l'endommagement permettant d'élaborer des modèles adaptés à l'étude d'un ou plusieurs phénomènes couplés ou non en fonction de l'utilisation qui doit en être faite, parmi lesquels les travaux de [Allix et Ladevèze, 1992, Allix et Ladevèze, 1995, Allix et Corigliano, 1996, Allix *et al.*, 1998, Camanho et Dávila, 2002, Turon *et al.*, 2004, Turon *et al.*, 2006, Vandellos, 2011, Vandellos *et al.*, 2013] pour étudier le délaminage dans les structures composites. De nombreuses formes de lois adoucissantes ont été proposées dans la littérature : bilinéaire, multi-linéaire, exponentielle, trapézoïdale, polynômiale, etc. Quelle que soit la forme de la loi utilisée, on retrouve trois parties comme illustré sur la figure 2.5 : une augmentation de la contrainte interlaminaire jusqu'à atteindre un maximum (PART I), une décroissance correspondant à la perte de rigidité de l'interface qui s'endommage (l'endommagement pouvant apparaître dès la première partie de la courbe) (PART II) et une annulation de la contrainte interlaminaire pour un saut de déplacement critique, correspondant à la rupture de l'interface (PART III). Notons que ces modèles de zone cohésive possèdent donc un seuil d'amorçage en contrainte (généralement linéaire ou quadratique) qui peut être vu comme un critère de rupture et un critère de propagation issu de la mécanique de la rupture.

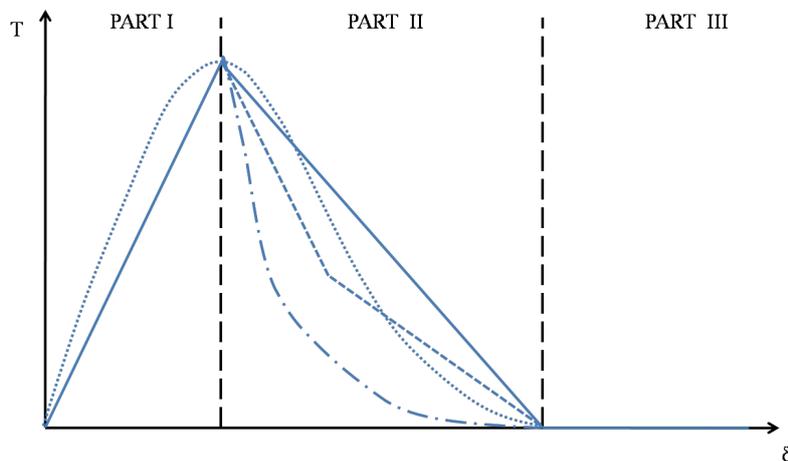


FIGURE 2.5: Illustration des différentes parties, avec plusieurs formes possibles, d'un modèle de zone cohésive [Vandellos, 2011]

Difficultés et robustesse numériques L'utilisation des modèles de zone cohésive s'expose à de nombreuses difficultés numériques. En général, la plupart des problèmes résident dans les calculs numériques concernant la *process zone* en pointe de fissure

dans laquelle se manifeste le comportement adoucissant du matériau. La *process zone* est définie comme étant la longueur de zone cohésive représentant la distance entre la pointe de fissure et le point où la contrainte d'interface atteint son maximum (la contrainte d'amorçage) comme l'indique la figure 2.6. De nombreux modèles dans la littérature permettent d'évaluer la longueur de zone cohésive. Cette dernière est proportionnelle à la ténacité de l'interface (notée G_c) et au module d'Young de l'interface (noté E) et elle est l'inverse du carré de la contrainte d'interface maximale (notée τ°). Dans [Turon *et al.*, 2005], la formulation générale de la longueur de zone cohésive peut se mettre sous la forme :

$$l_{cz} = ME \frac{G_c}{(\tau^\circ)^2} \quad (2.26)$$

où M est un paramètre dépendant du modèle proposé. Pour décrire le gradient de contrainte et l'énergie dissipée en point de fissure et donc garantir la convergence du calcul, il faut une discrétisation spatiale suffisamment fine dans cette zone cohésive. Ainsi, le nombre minimal d'éléments N_e introduit dans la zone cohésive est généralement proposé entre 3 et 10. La taille de maille (notée l_e) pour une bonne description du délaminage est donc définie par :

$$l_e = \frac{l_{cz}}{N_e} \quad (2.27)$$

Toutefois, la mise en place d'une discrétisation spatiale suffisamment fine a l'inconvénient d'engendrer les coûts de calculs prohibitifs, notamment lors d'analyses des structures de complexité industrielle. Pour remédier à cette difficulté, [Turon *et al.*, 2005, Turon *et al.*, 2007] ont proposé une stratégie pour s'adapter la longueur de zone cohésive à la taille de maille donnée. La stratégie consiste à réduire la contrainte d'interface maximale entraînant l'augmentation de la longueur de zone cohésive et du nombre d'élément dans cette zone. La comparaison entre les équations (2.26) et (2.27) conduit à la détermination de la contrainte d'interface maximale diminuée par rapport à celle identifiée expérimentalement :

$$\bar{\tau}^\circ = \sqrt{\frac{EG_c}{N_e^\circ l_e}} \quad (2.28)$$

où N_e° est le nombre d'élément désiré dans la zone cohésive correspondant à la taille de maille donnée l_e . Il est à noter que d'après [Vandellos, 2011] l'utilisation de la contrainte d'amorçage trop faible peut assouplir la réponse macroscopique.

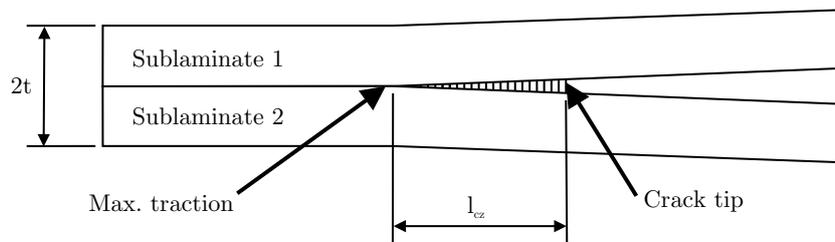


FIGURE 2.6: La longueur de zone cohésive [Turon *et al.*, 2005]

Outre cela, il est nécessaire de choisir une valeur suffisamment élevée de la raideur d'interface de sorte que la zone cohésive n'ait aucun impact sur les propriétés élastiques effectives du stratifié [Turon *et al.*, 2005, Turon *et al.*, 2007]. Pourtant, si la raideur d'interface est excessivement importante, on peut observer des oscillations numériques de l'effort en voisinage du front de fissure pouvant conduire à la divergence du calcul [Germain *et al.*, 2017]. Il est possible d'éviter ces oscillations par le changement de l'autre règle d'intégration numérique telle que celle de Newton-Cotes [Schellekens et De Borst, 2008]. Les valeurs raisonnables de la raideur d'interface ne font pas l'unanimité dans la littérature. D'un point de vue numérique, la raideur d'interface peut être vue comme un coefficient de pénalité pour s'assurer que la zone cohésive n'est rien d'autre qu'une représentation de la fissure. D'un point de vue physique, l'interface peut être considérée comme une couche riche en résine de très faible épaisseur et la raideur de l'interface est calculée à partir de la connaissance de ses propriétés mécaniques divisés par son épaisseur. D'après [Abisset, 2012], l'épaisseur de l'interface est de l'ordre du vingtième de l'épaisseur du pli. Dans [Daudeville *et al.*, 1995], le comportement de l'interface est supposé isotrope transverse et la raideur initiale associée est donnée par :

$$k_1^{\circ} = \frac{2G_{13}}{e_I}; \quad k_2^{\circ} = \frac{2G_{23}}{e_I}; \quad k_3^{\circ} = \frac{E_3}{e_I} \quad (2.29)$$

où G_{13} , G_{23} , E_3 sont les modules élastiques de la zone riche en résine et e_I l'épaisseur de l'interface qui est très faible par rapport à celle de la couche.

En plus, les sauts de solution peuvent être observés lors de l'utilisation des modèles de zone cohésive à comportement indépendant du temps. Ce problème représente un point de bifurcation et est lié au caractère instable que manifeste la propagation du délaminage. À titre d'illustration, [Chaboche *et al.*, 2001] a proposé un système composé d'une plaque élastique dont une des deux extrémités est attachée à une interface cohésive et l'autre est chargée en traction. Ce système peut être modélisé à la manière de celui composé d'un ressort et une interface disposés en série comme montré sur la figure 2.7. Le déplacement total est noté U et est égale à la somme des déplacements du ressort (calculé par $\frac{L}{E_0}T$) et de l'interface cohésive (noté u).

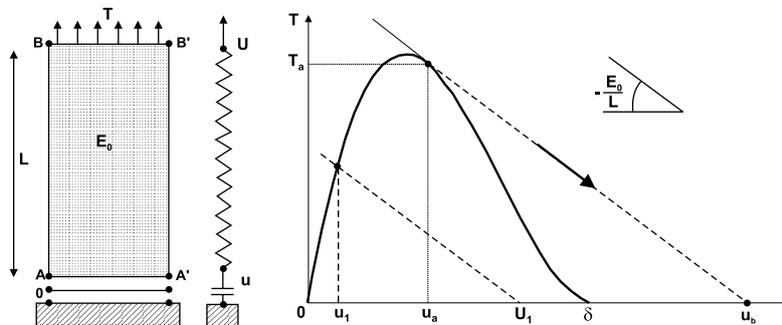


FIGURE 2.7: Illustration des sauts de solution à l'aide d'un système (ressort+interface) [Chaboche *et al.*, 2001]

$$U = u + \frac{L}{E^\circ} T \quad (2.30)$$

Le comportement de l'interface est quant à lui représenté par le modèle de [Tvergaard, 1990] :

$$T = E F\left(\frac{u}{\delta}\right) \frac{u}{\delta} \quad (2.31)$$

Sur la figure 2.7, l'équation 2.30 est représentée par la ligne droite dont la pente négative est $k = \frac{E^\circ}{L}$ alors que la loi cohésive 2.31 est représentée par une courbe. La solution cinétique du système considéré est alors l'intersection de la ligne droite et la courbe. Avec l'augmentation du déplacement total U , la ligne droite monte verticalement. Lorsque la rigidité k est suffisamment importante, le point d'intersection est unique et parcourt de manière continue l'allure de la courbe au fur et à mesure du déplacement total. La propagation du délaminage est alors stable. Cependant, si la rigidité k est plus faible, il est possible de manifester deux points d'intersection à une certaine valeur du déplacement total (figure 2.7).

Les problèmes associés aux sauts de solution peuvent être évités par l'utilisation des modèles avec régularisation visqueuse. Un certain nombre de ces modèles ont été exposés dans [Chaboche *et al.*, 2001]. Le modèle de l'interface du mésomodèle est régularisé par l'introduction de l'effet de retard.

Il est possible de pallier ces différents problèmes numériques mais d'après [Germain *et al.*, 2017] ces solutions peuvent conduire à des temps de calcul très importants (taille de maille fine, utilisation d'algorithme dynamique conduisant à de faibles pas de temps,...) ou à des approches avec lesquelles le problème résolu ne respecte pas complètement la physique (diminution de σ_C , régularisation visqueuse,...).

1.2.2 Modèle de l'interface du mésomodèle

L'interface du mésomodèle est une entité surfacique comprise entre deux plis adjacents qui assure le transfert des efforts et des déplacements entre ces deux plis. On définit le comportement de l'interface dans la base locale d'orthotropie repérée par les directions 1 et 2 définies comme les bissectrices des directions des fibres des plis adjacents. La direction 3 est alors normale au plan du stratifié. L'énergie de déformation élastique de l'interface endommagée e_D s'exprime :

$$2e_D = h_I \left[\frac{\langle -\sigma_{33} \rangle^2}{E^\circ} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{E^\circ(1-d_{33})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G^\circ(1-d_{13})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G^\circ(1-d_{23})} + \frac{\omega}{G^\circ} \sigma_{13} \sigma_{23} \right] \quad (2.32)$$

où h_I est l'épaisseur de l'interface, E° et G° les modules de rigidité initiaux de la matrice. Les raideurs de l'interface sont déterminées en pratique à partir des modules de la résine divisés par une petite épaisseur h_I . Les forces thermodynamiques élémentaires d'endommagement sont Y_{33} , Y_{13} , Y_{23} et définies comme :

$$Y_{33} = \frac{h_I \langle \sigma_{33} \rangle^2}{2E^\circ(1-d_{33})^2}; \quad Y_{13} = \frac{h_I \sigma_{13}^2}{2G^\circ(1-d_{13})^2}; \quad Y_{23} = \frac{h_I \sigma_{23}^2}{2G^\circ(1-d_{23})^2} \quad (2.33)$$

La notation liée à la différentiation des Modes I,II ou III peut être utilisée pour les variables d'endommagement :

$$d_{33} = d_I; d_{13} = d_{II}; d_{23} = d_{III} \quad (2.34)$$

Une loi d'évolution de l'endommagement est adoptée. Les lois élémentaires sont supposées fortement couplées et gouvernées par une unique force d'endommagement équivalente :

$$\bar{Y}_I = \sup_{\tau \leq t} \left[\frac{Y_{33}}{G_{Ic}} + \frac{Y_{13}}{G_{IIc}} \left(\frac{1-d_{13}}{1-d_{33}} \right)^2 + \frac{Y_{23}}{G_{IIIc}} \left(\frac{1-d_{23}}{1-d_{33}} \right)^2 \right] \quad (2.35)$$

avec $\bar{Y}_I \leq 1$. G_{ic} est le taux de restitution d'énergie en Mode i pour l'interface ($i = I, II, III$). La loi de l'évolution est formulée à l'aide de la fonction ℓ donnée sur la figure 2.3 :

$$d_{33} = \ell(\sqrt{\bar{Y}_I}, m_D, \alpha_D) \quad (2.36)$$

où m_D et α_D sont reliés à l'initiation du délaminage.

Le couplage de l'endommagement entre les Modes I, II et III est donné par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} d_{13} &= \frac{d_{33} + (1-d_{33})[\Gamma(\rho) + \Gamma'(\rho)] \sin^2 \frac{\theta}{2}}{1 + (1-d_{33})[\Gamma(\rho) + \Gamma'(\rho)] \sin^2 \frac{\theta}{2}} \\ d_{23} &= \frac{d_{33} + (1-d_{33})[\Gamma(\rho) + \Gamma'(\rho)] \cos^2 \frac{\theta}{2}}{1 + (1-d_{33})[\Gamma(\rho) + \Gamma'(\rho)] \cos^2 \frac{\theta}{2}} \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\Gamma(\rho) \approx \gamma_I \rho \quad (2.38)$$

où $\Gamma(\rho)$ et $\Gamma'(\rho)$ sont les fonctions du matériau pour les plis adjacents de l'interface et donnés par [Ladevèze *et al.*, 2017, Ladevèze *et al.*, 2013], θ est l'angle entre les directions des fibres dans les deux plis adjacents. γ_I est un coefficient et vaut 0.5 pour des composites classiques de type carbone-epoxy [Ladevèze *et al.*, 2017].

L'interaction entre la fissuration transverse dans les plis et le délaminage est caractérisée par l'apparition du délaminage local à saturation. Afin de modéliser ce phénomène, on propose la formule comme suit :

$$\sup(\rho, \rho') < \rho_s, \text{ sinon } d_{33} = d_{23} = d_{13} = 1 \quad (2.39)$$

où ρ et ρ' sont des densités de fissuration sans dimension des plis adjacents via l'interface. ρ_s est la valeur du seuil de saturation qui se trouve autour 0.8 pour un carbone-epoxy classique [Ladevèze *et al.*, 2017].

Dans le cadre du mésomodèle du LMT, [Ladevèze *et al.*, 2017] a proposé une nouvelle loi d'interface en tenant compte la contrainte d'initiation et le phénomène du micro-délaminage. On introduit la force thermodynamique d'initiation Y_\circ et celle de propagation

Y_c de la fissure du délaminage via la fonction « ℓ » (voir la figure 2.3). Cette dernière comporte deux parties : les parties non linéaire et linéaire qui se retrouvent régulièrement en α' . En considérant le Mode I pur, la loi d'évolution de l'endommagement est définie :

$$d_I = \ell(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+m} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^m & \text{si } 0 \leq x \leq \alpha' \\ 1 - \frac{1}{x} \frac{1-x}{1-\alpha'} z(\alpha') & \text{si } \alpha' \leq x \leq 1 \end{cases} \quad (2.40)$$

où $x = \sqrt{\frac{Y}{Y_c}}$, $\alpha = \sqrt{\frac{Y_o}{Y_c}}$, $\alpha' = \alpha \left(1 + \frac{\alpha}{m+1}\right)$ et la fonction dite « ℓ » est donc définie comme $z(x) = (1 - d_I)x$. z peut être interprété comme la contrainte d'interface et x comme le saut de déplacement. Y_o et Y_c sont considérés comme des paramètres matériau. Y_o est relié au point maximum de la fonction « ℓ ». Ce dernier peut être interprété comme la contrainte d'initiation ou la contrainte maximale. L'argumentation est identique pour le Mode II pur. Du fait que Y_o est la constante matériau pour les deux Mode I et II. On en déduit la relation suivante :

$$\frac{\sigma_{33}^{max}}{\sqrt{G_{Ic} k_I^o}} = \frac{\sigma_{13}^{max}}{\sqrt{G_{IIc} k_{II}^o}} \quad (2.41)$$

où σ_{33}^{max} et σ_{13}^{max} sont des contraintes d'initiation ou maximales respectivement associées au Mode I et Mode II. La relation (2.41) a été mise en place dans SAMCEF pour les lois d'interface du mésomodèle [Bruyneel *et al.*, 2014, Bruyneel *et al.*, 2015].

1.3 Méthodes de régularisation dans le mésomodèle

1.3.1 Généralités

Comme d'autres modèles d'endommagement basés sur la description locale, le mésomodèle subit les difficultés introduites par la localisation des déformations dans un calcul de structure (dépendance au maillage, à l'orientation des éléments ...). Les modèles d'endommagement des stratifiés avec effet retard combinés avec un calcul en dynamique ont été introduits dans [Ladevèze *et al.*, 1989] et développés dans [Allix *et al.*, 2003]. Partant de la physique de l'endommagement des matériaux et en particulier de l'observation de la rupture d'un matériau qui n'est de fait pas instantanée, des lois d'endommagement dites à effet retard ont été proposées. Dans ces modèles, on introduit un coefficient homogène à l'inverse d'un temps qui borne le taux variation d'endommagement en fonction du temps. De ce fait l'endommagement ne peut pas varier instantanément. Une correspondance entre dimensions temporelles et spatiale peut être facilement introduite dans une approche dynamique via la célérité des ondes dans le milieu, le cas du délaminage a d'ailleurs fait l'objet de tels travaux. Cependant dans un cadre quasi statique, cette analogie perd son sens, ce paramètre est alors envisagé comme une constante mathématique de régularisation et non comme un paramètre matériau. On le verra par la suite, il est essentiel de le choisir convenablement sous peine d'introduire « artificiellement » (c'est à dire dans le passage du problème physique au problème numérique) un comportement ductile à un matériau réputé fragile.

Outre la régularisation en temps par l'effet de retard, l'approche avec gradient d'endommagement proposée par [Peerlings *et al.*, 1996] pour le comportement quasi fragile a été employée pour le mésomodèle. Cette approche est basée sur un enrichissement du modèle continu en faisant intervenir des termes dérivés d'ordre supérieur, soit au niveau des déformations, soit au niveau des variables internes. Deux alternatives coexistent, l'une basée sur un gradient explicite, l'autre basée sur un gradient implicite :

- *gradient explicite* :

$$\bar{a} = a + \ell_c \nabla^2 a \quad (2.42)$$

- *gradient implicite* :

$$\bar{a} - \ell_c \nabla^2 \bar{a} = a \quad (2.43)$$

où a est la variable locale à délocaliser et \bar{a} est la régularisation de la variable a . Le paramètre matériau ℓ_c est la longueur caractéristique de la régularisation.

La version implicite offre plus de robustesse que la version explicite. De plus, elle se rapproche beaucoup d'une approche intégrale dans le cas où la fonction de pondération serait une fonction de Green, raison pour laquelle cette méthode est définie comme fortement non-locale. La résolution d'un problème à l'aide d'un modèle à gradient implicite impose cependant l'ajout d'une équation différentielle supplémentaire dans le système et donc augmente le nombre de degrés de liberté, de plus l'opérateur à inverser perd sa symétrie. Des conditions aux limites supplémentaires doivent être imposées, il est habituellement choisi d'imposer un flux nul sur le bord du domaine qui rend le gradient nul lorsque le champ local est homogène, ce choix ne permet donc pas de traiter le cas d'un champ homogène.

La force thermodynamique réagissant la rupture de fibres a été choisie comme étant la grandeur à délocaliser. Ce choix s'appuie sur le comportement fragile de la rupture de fibres. Ce modèle à gradient implicite a été implémenté dans SAMCEF.

1.3.2 Difficultés avec le modèle gradient d'endommagement

Il a été abordé dans la partie 4.3.3.4 que la régularisation en espace subit un étalement non physique de zones entièrement endommagées (macro-fissures) lors de leur propagation au cours du chargement. Cet étalement non physique réside dans la propagation qui est normale au plan de la fissure. Étant donné la localisation de la déformation dans ces zones, la force thermodynamique associée devient fortement élevée et la délocalisation par le gradient en espace conduit à endommager de manière erronée de la matière entourante. Le critère proposé consiste à diminuer, voire enlever l'influence de la zone totalement endommagée sur la délocalisation par gradient. De manière physique, une zone totalement endommagée représente une macro-fissure qui est un endroit de l'espace où il n'y a pas de matière. Aucune interaction ne peut être échangée entre les points du solide de part et d'autre de la fissure. Afin d'éviter la contribution de manière erronée dans la régularisation, on impose la force thermodynamique locale nulle lorsque le point matériel est entièrement endommagé. La formulation s'exprime :

$$Y_{d_f} = 0 \text{ si } d_f = 1 \quad (2.44)$$

La relation (2.44) est implémentée dans SAMCEF dans le cadre de cette thèse. La figure 2.8 présente la comparaison de la rupture de fibres entre les modèles à gradient d'origine et modifié. La simulation numérique a été effectuée sur un huitième de la plaque doublement entaillée en V. La dernière est composée de l'empilement $[90/0]_s$. Pour le modèle originale, la macro-fissure (rupture de fibres) s'étale de manière non physique au cours du chargement. Le modèle modifié limite cet étalement en enlevant la contribution de la zone totalement endommagée dans la régularisation.

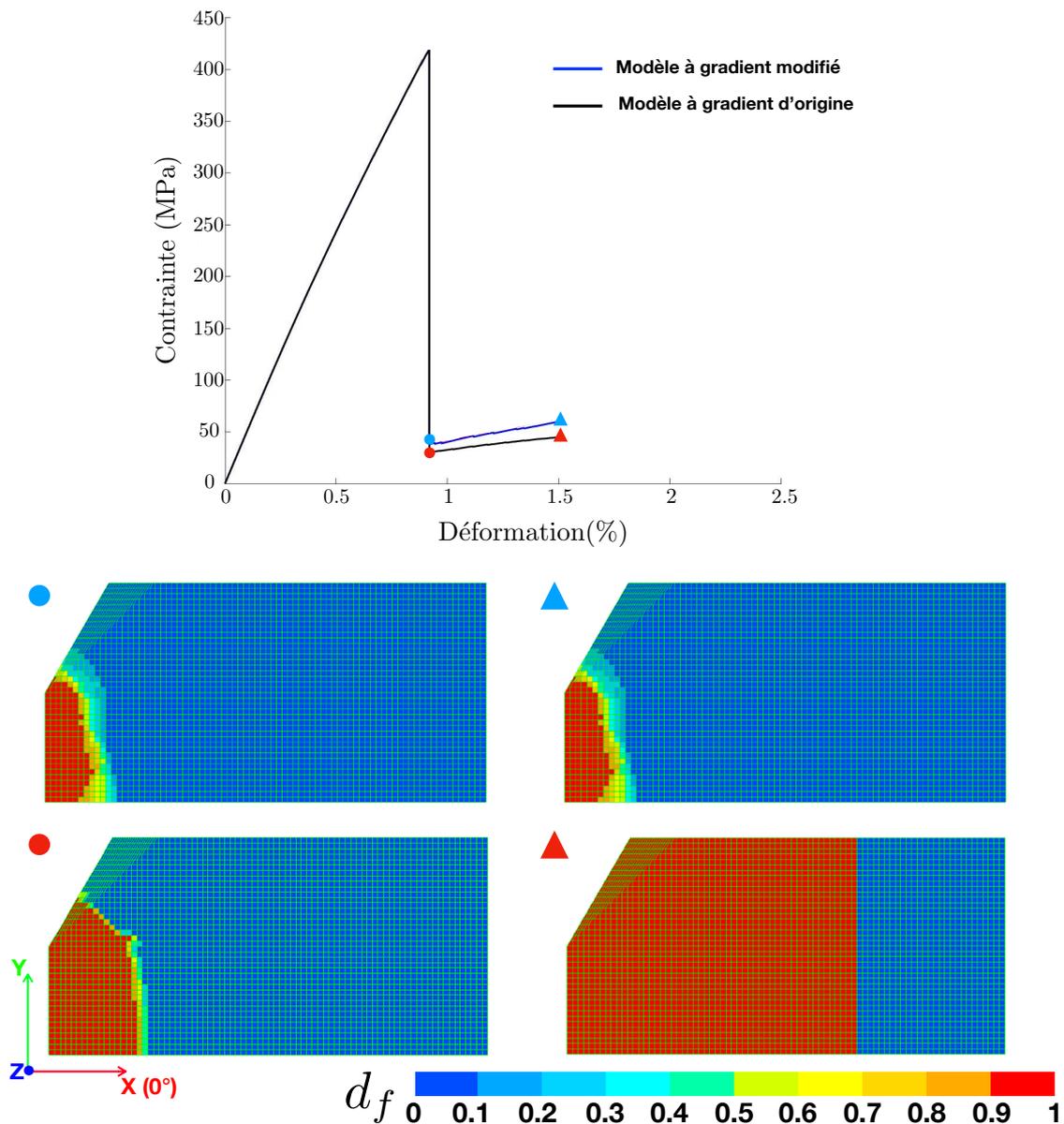


FIGURE 2.8: La rupture de fibres dans le pli à 0° prédite par les modèles à gradient d'origine et modifié

2 Modélisation de la fissure du splitting

2.1 Contexte

Le mésomodèle a été validé sur de nombreux essais, notamment dans le cadre du troisième exercice mondiale sur les modèles d'endommagement et de rupture (WWFE-III) [Daghia et Ladevèze, 2013]. Toutefois, les travaux antérieurs réalisés dans [Daghia *et al.*, 2011, Abisset *et al.*, 2011, Abisset, 2012] ont mis en lumière de faiblesses du mésomodèle dans certaines circonstances des structures composites stratifiées comportant des accidents géométriques. Concrètement, la version améliorée du mésomodèle classique a du mal à reproduire la fissuration localisée sous forme d'une fissure fine et isolée. De plus, les travaux de [Iarve *et al.*, 2005], dans lesquelles des franges de déplacement ont été générées par la technique de moiré interférométrique, montrent que l'analyse sans split a de la peine à reproduire correctement le champ de déplacement aux endroits où les concentrations de contraintes sont sévères. En effet, la figure 2.9 montre les prédictions sans et avec split en comparaison avec les franges « moiré » obtenues expérimentalement sur le pli externe à 0° de l'empilement $[0/+45/90/-45]_s$, dont est composée une plaque trouée.

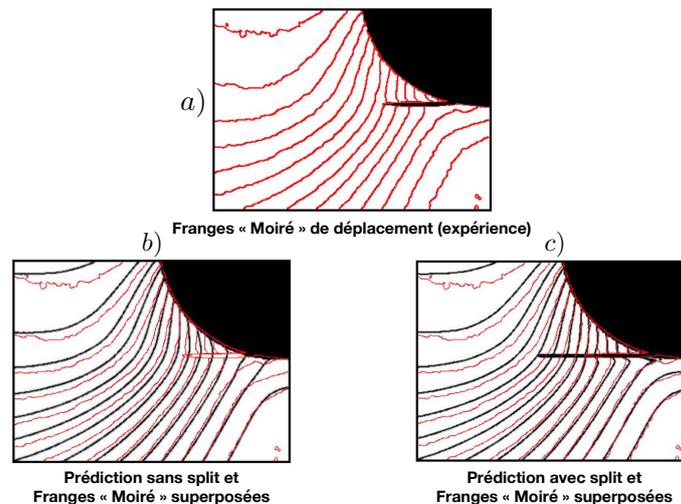


FIGURE 2.9: Aux abords du trou : a) Franges de déplacement obtenues expérimentalement b) La prédiction sans split et franges « moiré » superposées c) La prédiction avec split et franges « moiré » superposées [Iarve *et al.*, 2005]

2.2 Critère de splitting

Le mésomodèle présente un défaut : du fait de constantes numériques (pas de temps, discrétisation spatiale,...), les splits calculés, *i.e.* les zones complètement endommagées de la matrice, sont trop épais vis-à-vis des splits observés expérimentalement.

Une première approche est le modèle haute-fidélité décrit dans les parties 4.3.2.1 et 4.3.2.2 du chapitre 1 où chaque discontinuité dans les plis et dans les interfaces

est décrite et donc, on a à résoudre numériquement un problème de très grande taille qui implique des milliers de fissures. Même en utilisant des outils numériques très performants, un tel modèle mène à des efforts de calculs prohibitif et, donc, est loin de répondre aux exigences du *Virtual Testing*. Une autre approche consiste à utiliser des interfaces cohésives classiques. Cette dernières sont introduites a priori pour la fissuration transverse et combinées avec les interfaces de délaminage. Deux manières peuvent être distinguées. La première utilise une information expérimentale a priori sur le motif du réseau de fissures (*e.g.* la position des splits) et donc ne constitue pas une approche prédictive [Wisnom et Chang, 2000, Hallett et Wisnom, 2006, Hallett *et al.*, 2008, Hallett *et al.*, 2009a, Wisnom, 2010, Xu *et al.*, 2015]. La seconde considère un réseau d'interfaces cohésives régulièrement espacées dans les différents plis [Yashiro *et al.*, 2005, Yashiro *et al.*, 2007, Okabe et Yashiro, 2012]. Pour éviter des coûts de calculs trop importants, la distance entre deux interfaces cohésives ne peut pas être trop petite et donc n'est pas nécessairement compatible avec la micromécanique. Quoiqu'il en soit ces approches ne donnent pas la partie « continue » de la densité de microfissuration.

La nouvelle approche du mésomodèle présentée dans [Ladevèze *et al.*, 2017] propose une piste assez différente. La difficulté d'avoir des splits « fins » avec le mésomodèle est uniquement due à des problèmes associés à des phénomènes de localisation impliquant les discrétisations spatiales et temporelles très fines. Le mésomodèle, où la fissuration matricielle est décrite par une densité de fissuration, est correct et le split apparaît comme un phénomène de localisation. La nouvelle approche est capable de simuler les densités de fissuration dans les plis et les splits [Bainier, 2018]. L'idée principale est de remarquer que jusqu'à l'initiation du split, des modèles d'endommagement continu et leur implémentation numérique n'impliquent aucune difficulté ; les limiteurs de localisation ne sont pas activés. Lorsqu'on détecte l'initiation du split, on le remplace par une interface cohésive, orthogonale au pli et parallèle à la direction des fibres. Sa hauteur est l'épaisseur du pli.

Le critère de splitting stipule que fondamentalement, un split apparaît comme une mésofissure relativement isolée et principalement due au cisaillement [Berthelot, 1999] (voir la figure 2.10).

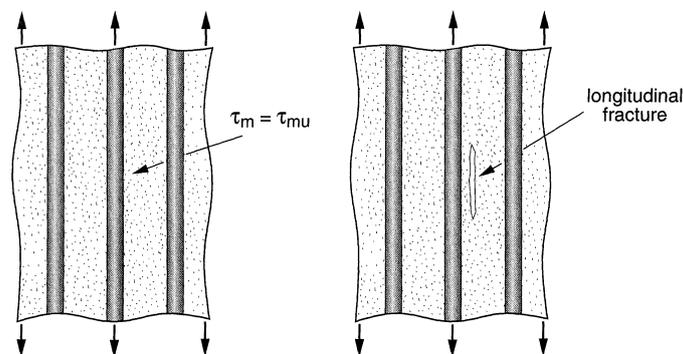


FIGURE 2.10: L'apparition du splitting dans la matrice : τ_m est la contrainte de cisaillement et τ_{mu} la contrainte de cisaillement ultime [Berthelot, 1999]

Ainsi, on a à regarder la contribution des composantes de cisaillement dans l'évolution totale de fissuration. Le critère de splitting s'écrit en un point matériel M :

$$M = \arg \max_{M \in \Omega_{0.2}} \left(\frac{\rho_{shear}(M)}{\rho}, 0.75 \right) \quad (2.45)$$

où $\Omega_{0.2} = \{M \in \Omega \mid \rho \geq 0.2\}$

Le seuil de 0.2, dont la valeur est à titre indicatif, signifie une zone de fissuration qui apparaît « maintenant ». Le seuil de 75% signifie la contribution prédominante des composantes de cisaillement dans l'évolution de la zone de fissuration.

3 Positionnement de ces travaux de recherche

Cette présente thèse porte sur les modélisations et simulations de l'endommagement et de la rupture de structures composites stratifiées portant des singularités géométriques dans le cadre de « *Virtual Testing* ». Parmi les formes de découpe typiques, un trou ou une entaille sont celles qui font l'objet principal de ces travaux de thèse du fait de leur présence habituelle dans l'industrie. Les deux versions du mésomodèle sont employées en parallèle : la version split [Ladevèze *et al.*, 2017, Bainier, 2018] et la version améliorée classique [Abisset, 2012]. Dans [Ladevèze *et al.*, 2017, Bainier, 2018], la nouvelle méthodologie à la base de la version améliorée du mésomodèle a été introduite pour capter correctement la fissuration de type splitting par l'intermédiaire d'un modèle de zone cohésive. Cette méthode est alors combinée à des approches continue et discrète dans la modélisation des fissurations de manière quasi-périodique et isolée au sein de pièces composites en présence de fort gradient de contraintes. Les fissures de splitting sont la principale cause aboutissant à l'effet de relâchement de contraintes. Les fissures de splitting peuvent même orienter la fissuration transverse sous forme de réseau dans les plis adjacents entraînant éventuellement au gros délaminage qui est responsable des importantes instabilités. Un critère ad hoc a été proposé afin de détecter les positions de l'initiation des fissures de splitting dans chaque pli pour toute géométrie. Ce critère suppose une considérable contribution des composantes de cisaillement associées aux Modes II et III dans l'évolution totale de la densité de fissuration pouvant conduire à la création de fissures de splitting. Des éléments cohésifs sont par la suite insérés uniquement à l'endroit et dans le pli où le critère de splitting est atteint. [Bainier, 2018] a développé de manière extrinsèque un code spécifique dédié à la détection de splitting avec des commandes utilisateurs du logiciel de calculs SAMCEF. Toutefois, la détection ne s'effectue qu'en post-processing une fois le calcul réalisé et le code est susceptible de s'adapter aux différentes structures stratifiées au cas par cas. Sous l'angle pratique, un code a été implémenté de façon intrinsèque dans l'algorithme du module de calculs non-linéaires de SAMCEF à l'aide de routines utilisateurs. Cela permet, à chaque pas de temps, de calculer le critère de splitting et de faciliter la visualisation de l'ensemble des champs d'endommagement spécifiques au pattern de splitting. Par conséquent, le développement de la densité de fissuration due au cisaillement peut être examinée en même temps avec

son évolution totale, en particulier après l'introduction d'éléments cohésifs afin d'étudier la pertinence du critère de splitting.

La formulation à gradient implicite est utilisée pour la rupture des fibres dans SAMCEF. La variable à délocaliser est la force thermodynamique pilotant l'évolution de la rupture des fibres. Comme tous les modèle à régularisation en espace, le modèle à gradient a du mal à reproduire la propagation des fissures. Concrètement, il s'agit de la propagation non physique qui est normale à la surface de fissures des fibres. Un critère a été proposé sur la force thermodynamiques des fibres après la rupture des fibres afin de décrire plus correctement la propagation de la rupture des fibres.

Outre les améliorations introduites au-dessus, une grande campagne numérique a été menée dans le cadre de la thèse en collaboration avec SAMTECH (l'éditeur du logiciel SAMCEF) sur des plaques doublement entaillée en V et celles munies d'un trou sous sollicitation uniaxiale. La validation, basée sur la comparaison des prédictions du modèle avec les essais expérimentaux issus de la littérature, montre une remarquable fidélité des résultats numériques, que ce soit en termes d'évolution des mécanismes de dégradation mais également de prédiction de la contrainte à rupture. Les analyses numériques portent, d'une part, sur le développement dans une structure stratifiée spécifique. D'autre part, on étudie les effets de différentes configurations de stratifiés sur l'évolution de l'endommagement et la prédiction des modes de rupture à l'échelle structurale. Ces effets se traduisent par les effets d'échelle, les effets dus aux séquence d'empilement (y compris les effets dus à l'augmentation du nombre des plis), les effets de l'épaisseur du pli. La prédiction fiable des effets est cruciale en vue du dimensionnement, notamment lors de passage des structures stratifiées de l'échelle laboratoire à l'échelle industrielle.

Enfin, une revisite du comportement de la fissuration de manière quasi-périodique est réalisé à partir des données expérimentales du matériau utilisé dans les campagne d'essais. Ce comportement a été proposé dans [Ladevèze et Lubineau, 2001] et est inhérent dans toutes les versions multi-échelle du mésomodèle.

Chapitre 3

Comportement et endommagements de plaques doublement entaillées en V soumises à la traction : analyse et validation du mésomodèle

Cette partie présente une première validation fine de la version split du mésomodèle pour les essais de traction sur des plaques doublement entaillées en V à diverses configurations.

Dans ce chapitre, on cherche à reproduire par calculs éléments finis les essais de Kortschot *et al.* en termes de contraintes à rupture ainsi que d'évolution des endommagements de l'amorçage à la rupture finale. Dans un premier temps les calculs numériques s'effectuent avec la version classique du mésomodèle pour déceler les endroits et les plis susceptibles à l'ouverture de fissures de splitting à l'aide de la visualisation des cartes de fissuration. Et puis les nouveaux calculs sont réalisés avec l'approche split du mésomodèle en introduisant des éléments cohésifs orthogonaux au plan du pli et parallèles au sens de fibres dans les positions détectées. La validation consiste à confronter fidèlement les prédictions du mésomodèle aux contraintes à rupture et aux patterns d'endommagement obtenus expérimentalement sur les éprouvettes réalisées en traction. Contrairement à l'étude numérique de Kortschot *et al.* dans laquelle la morphologie du dernier état d'endommagement est préalablement représentée par la discontinuité d'éléments finis, les si-

simulations numériques avec le mésomodèle sont effectuées sur la géométrie d'origine sans aucune discontinuité due à la fissuration représentée au préalable.

1 Simulations numériques des essais

1.1 Maillages d'éléments finis

Les caractéristiques géométriques sont présentées sur la figure 3.1. La création du maillage et les simulations numériques sont effectuées avec le code SAMCEF. Les maillages sont composés d'éléments finis hexaédriques du second degré afin d'avoir un meilleur calcul de l'initiation au délaminage. Pour rappel, l'hexaèdre du second degré est topologiquement défini par 20 noeuds dont 8 noeuds sommets et 12 noeuds aux milieux de ses arêtes ; il possède donc 60 degrés de liberté. La taille des éléments est contrôlée à l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche élémentaire, chaque couche comporte un seul élément dans son épaisseur. Le schéma numérique employé est implicite. Compte tenu de la symétrie de la géométrie et de celle de l'empilement, la modélisation numérique de l'essai de traction sur une plaque doublement entaillée en V peut se simplifier sur un huitième (1/8^{ème}) de la plaque avec les conditions aux limites illustrées sur la figure 3.1

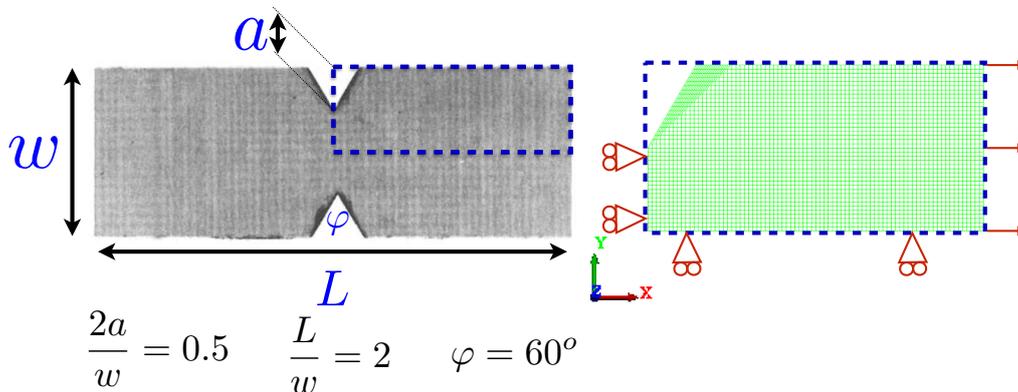


FIGURE 3.1: Caractéristiques géométriques, modèle numérique et conditions aux limites de l'essai de traction sur une éprouvette à double entaille

1.2 Paramètres matériau

Le matériau utilisé dans les essais de traction est T300/914C, les fibres T300 sont en carbone et la matrice 914C est une résine époxyde thermodurcissable. Les paramètres matériau sont récapitulés dans le tableau 3.1 pour le modèle du pli élémentaire et le tableau 3.2 pour celui de l'interface avec les références dans lesquelles se trouvent ces paramètres. Les paramètres d'élasticité sont communiqués dans [Kortschot et Beaumont, 1990b]. Les constantes liées au comportement élastique transverse G_{23}^0 et ν_{23} sont calculées sous l'hypothèse du comportement isotrope transverse.

Les seuils concernant l'endommagement diffus sont déduites à partir des données de [Soden *et al.*, 1998]. Les valeurs des taux de restitution d'énergie critiques dans le pli sont basées sur les travaux de [Kortschot *et al.*, 1991]. Pour la rupture des fibres, le seuil de la force thermodynamique en traction est calculé à partir de l'essai de traction réalisé sur des stratifiés unidirectionnels à 0° dans [Kortschot et Beaumont, 1990b].

TABLE 3.1: Paramètres matériau du composite T300/914C pour le modèle du pli

<i>Élasticité du pli</i>			
E_1°	135	GPa	[Kortschot et Beaumont, 1990b]
E_2°, E_3°	9.6	GPa	[Kortschot et Beaumont, 1990b]
$G_{12}^\circ, G_{13}^\circ$	5.8	GPa	[Kortschot et Beaumont, 1990b]
G_{23}°	3.538	GPa	calculé
ν_{12}, ν_{13}	0.31		[Kortschot et Beaumont, 1990b]
ν_{23}	0.436		calculé
<i>Endommagement diffus</i>			
Y_o	0.03	MPa	calculé
Y_c	8	MPa	calculé
b_2	2.14		[Ladevèze et Lubineau, 2003]
b_3	0.5		[Ladevèze et Lubineau, 2003]
<i>Fissuration transverse</i>			
G_I^c	0.17	Nmm ⁻¹	[Kortschot <i>et al.</i> , 1991]
G_{II}^c, G_{III}^c	0.493	Nmm ⁻¹	[Kortschot <i>et al.</i> , 1991]
ρ_s	0.7		[Daghia et Ladevèze, 2013]
\bar{h}	0.5	mm	supposé
<i>Endommagement des fibres</i>			
$Y_{d_f}^t$	13.8	MPa	[Kortschot et Beaumont, 1990b]
$Y_{d_f}^c$	7.9	MPa	supposé
α_+	0		supposé
α_-	0		supposé
k	1		supposé
<i>Longueur caractéristique de la rupture de fibres</i>			
ℓ_c	0.35		simulé
<i>Plasticité</i>			
R_o	25	MPa	[Lachaud, 1997]
R_p	450.37	MPa	[Lachaud, 1997]
α	0.2973	MPa	[Lachaud, 1997]
a	0.5745	MPa	[Lachaud, 1997]

Il est à noter que d'après [Abisset, 2012, Daghia et Ladevèze, 2013], les taux de

restitution d'énergie dans le pli et de l'interface possèdent généralement des valeurs différentes. En effet, ces deux phénomènes ne résultent pas forcément du même mécanisme. Une fissure matricielle engendrée dans le pli est le résultat de la percolation des microfissures présentes dans la matrice ou à l'interface fibre/matrice, alors que le délaminage se traduit par le déchirement de la matière entre deux plis dans un stratifié. Toutefois, l'identification des taux de restitution d'énergie dans le pli nécessite un protocole expérimental plus complexe que celui de l'interface ; il est donc difficile d'identifier proprement ces valeurs. Par conséquent, il apparaît raisonnable de supposer que les taux de restitution d'énergie critiques dans le pli sont égaux à ceux de l'interface. Par contre, les taux de restitution d'énergie relatifs au splitting sont censés avoir les mêmes valeurs que ceux de la fissuration dans le pli car ces deux phénomènes se forment de la même nature [Ladevèze *et al.*, 2017].

TABLE 3.2: Paramètres matériau du composite T300/914C pour le modèle de l'interface

<i>Délaminage</i>			
G_{Ic}	0.22	Nmm^{-1}	[Soden <i>et al.</i> , 1998]
G_{IIc}, G_{IIIc}	0.8	Nmm^{-1}	supposé
$\sigma_{I,i}^c$	75	MPa	[Wisnom et Chang, 2000]
a_i	0.5		[Daghia et Ladevèze, 2013]
<i>Splitting</i>			
G_{Ic}	0.17	Nmm^{-1}	[Kortschot <i>et al.</i> , 1991]
G_{IIc}, G_{IIIc}	0.493	Nmm^{-1}	[Kortschot <i>et al.</i> , 1991]
$\sigma_{I,s}^c$	75	MPa	[Wisnom et Chang, 2000]
a_i	0		calculé

1.2.1 Simulations numériques avec la version sans split du mésomodèle

Les simulations numériques sur les plaques croisées à double entailles avec la version classique du mésomodèle mettent en évidence la faiblesse de cette dernière. Concrètement, le mésomodèle classique peine à reproduire avec précision les zones de localisation d'endommagement (splitting) conduisant à une mauvaise représentation de l'effet de soulagement de contraintes associé au splitting à 0° ; par conséquent la rupture finale des structures due à celle des fibres se produit numériquement de manière prématurée. En effet, le mésomodèle basé sur la description homogène suppose que la fissuration matricielle apparaît comme un réseau de fissures localement quasi-périodique caractérisé par une densité de fissuration sans dimension. Les variables d'endommagement associées au phénomène de fissuration sont alors fonction de la densité de fissuration par l'intermédiaire d'un processus d'homogénéisation [Ladevèze et Lubineau, 2001].

Ces fonctions d'homogénéisation impliquent que les variables d'endommagement n'atteignent jamais la valeur critique égale à 1 même lors de la saturation.

Afin de ne pas toucher aux hypothèses fondamentales du mésomodèle, une nouvelle stratégie a été proposée par [Ladevèze *et al.*, 2017, Bainier, 2018]. L'idée est de détecter l'apparition des fissures du splitting et de les modéliser en utilisant les éléments cohésifs. La figure 3.2 présente les cartes de détection de splitting pour une éprouvette entaillée $[90/0]_s$, au moment où le critère de splitting est vérifié pour la première fois. Sur ces cartes, on représente un champ du ratio de la densité de fissuration en cisaillement sur la densité de fissuration totale supérieure ou égale à 0.2. Rappelons que la densité est définie sans dimension. Il est montré sur les cartes de détection que le ratio en question est nul dans le pli à 90° et non nul en front de l'entaille en V dans le pli à 0° .

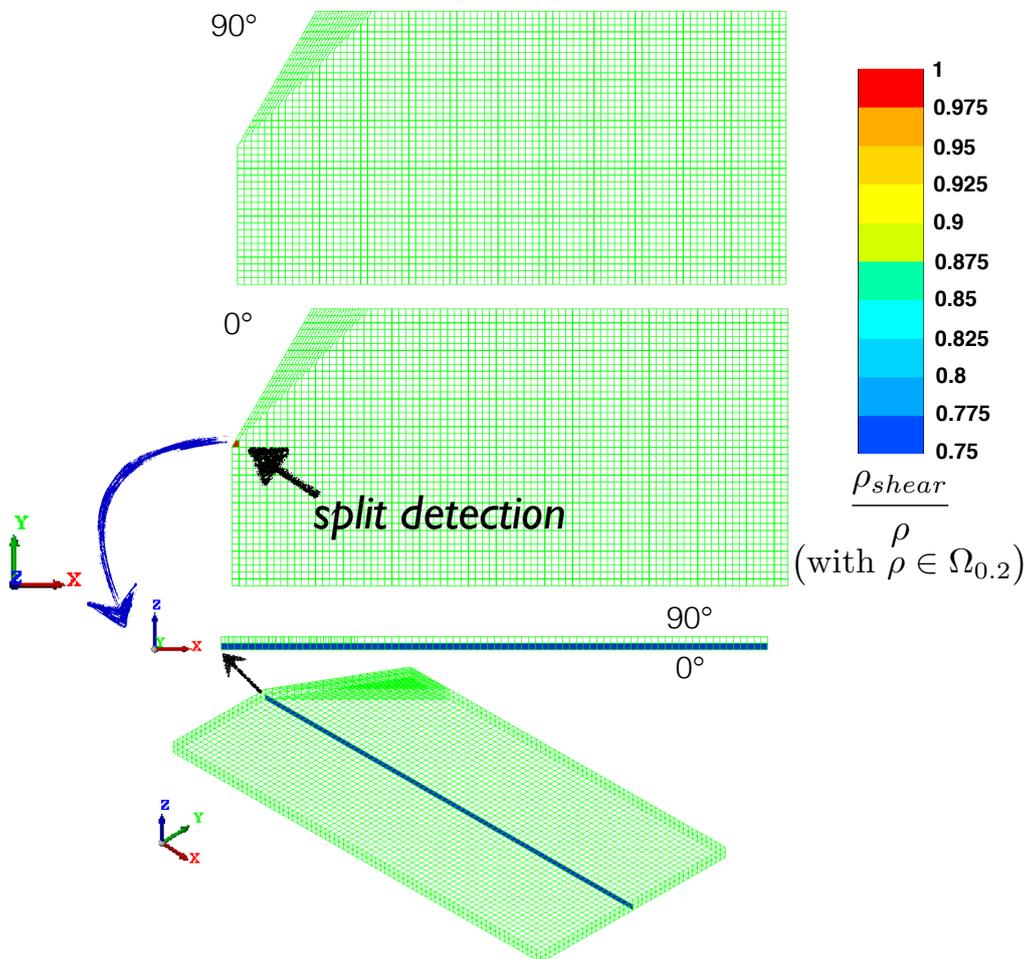


FIGURE 3.2: Calcul de détection de splitting [Le *et al.*, 2018]

Par la suite, des éléments cohésifs sont introduits le long de la direction des fibres dans le pli à 0° comme l'illustre la figure 3.2. Les éléments sont positionnés au front de l'entaille en V et sont orthogonaux dans le plan du pli pour représenter précisément une

fissure de splitting et son effet de relâchement de contraintes.

La figure 3.3 illustre l'ouverture de la fissure de splitting dans le pli à 0° à l'aide de la visualisation de la variable d'endommagement associée au Mode I de l'interface. Cette propagation va provoquer naturellement le délaminage sur l'interface $90^\circ/0^\circ$.

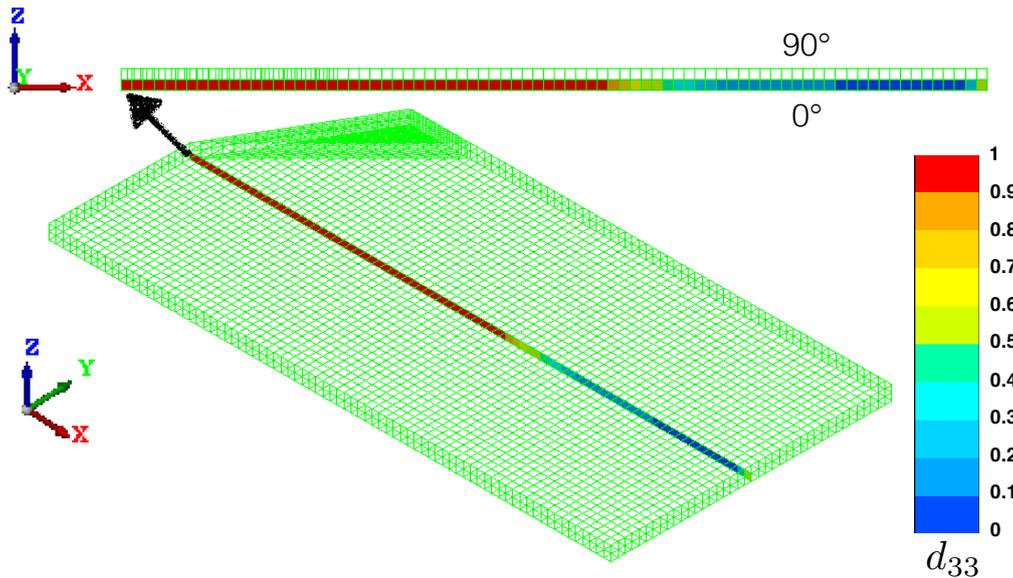


FIGURE 3.3: Illustration de la propagation de la fissure du splitting dans le pli à 0° pour l'empilement $[90/0]_s$ [Le *et al.*, 2018]

Le positionnement du split décelé par le critère de splitting est en concordance avec l'expérience. Toutefois, pour les séquences d'empilement composées de plus de deux couches, les essais de Kortschot *et al.* ne permettaient pas de révéler s'il y a des splits à 0° dans les plis à 0° extérieurs.

1.3 Version « split » du mésomodèle : confrontation avec l'expérience

La prédiction fiable de la contrainte à rupture nécessite de déterminer la bonne valeur de la longueur caractéristique relative au gradient d'endommagement. Il est à rappeler que le modèle d'endommagement avec gradient est implémenté dans le logiciel SAMCEF et régit la rupture des fibres par la délocalisation de la force thermodynamique associée. La figure 3.4 montre la variation de la contrainte à rupture en fonction des différentes dimensions géométriques du stratifié $[90/0]_s$ et de la longueur caractéristique du gradient de force thermodynamique sens fibre. Toutes les configurations dont le mode de rupture à l'échelle structurale est dominé par la rupture des fibres permettent d'identifier la longueur caractéristique à l'aide de simulations numériques. On considère cette longueur comme étant une constante matériau. À partir des données sur la figure 3.4, la valeur de 0.35 mm est prise comme référence pour la longueur caractéristique. Cette valeur est utilisée pour les calculs numériques de validation.

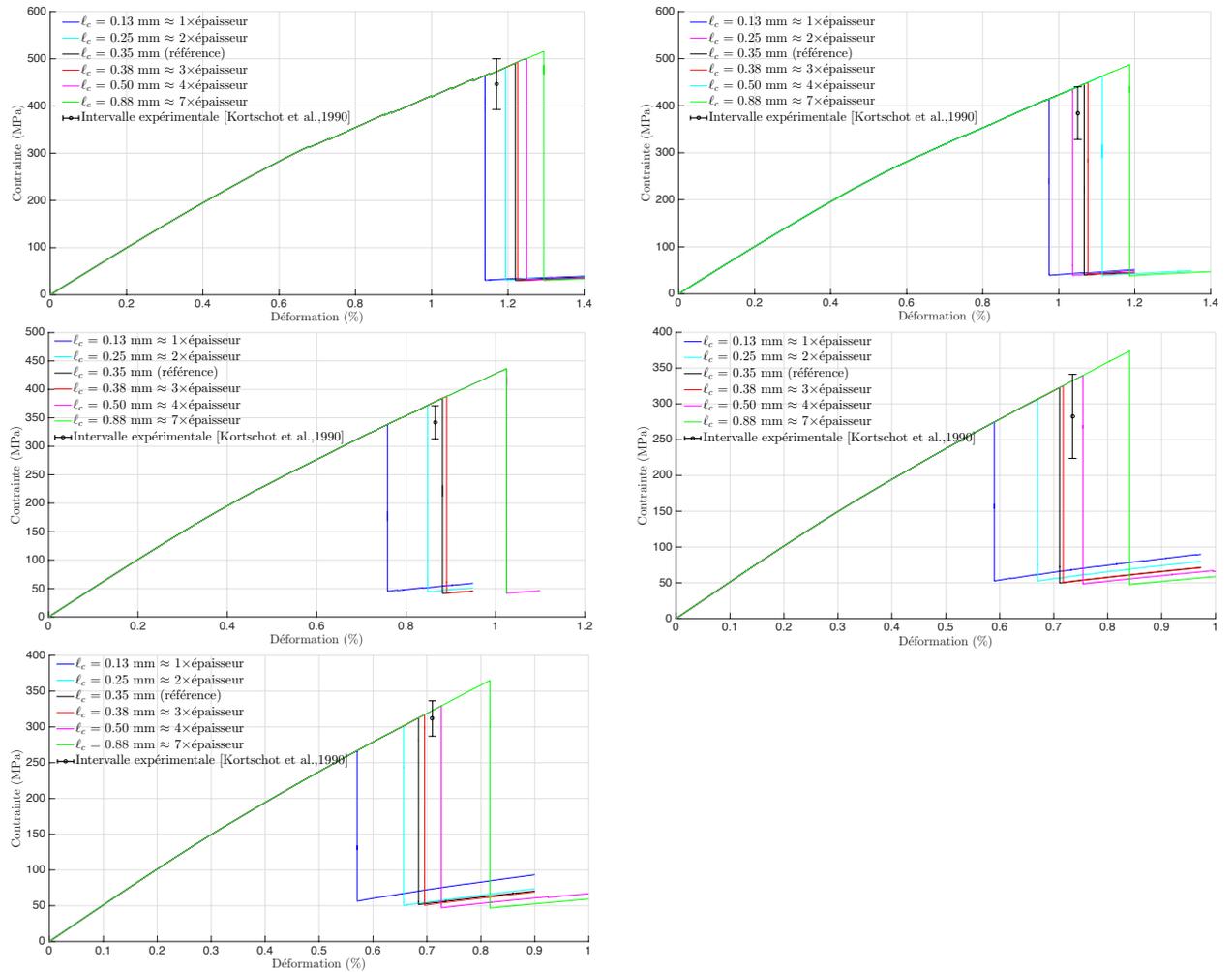


FIGURE 3.4: Identification de la longueur caractéristique du gradient de contrainte à l’aide de simulations numériques

Afin de démontrer la pertinence de la version split du mésomodèle, les courbes contrainte/déformation issues des deux approches du mésomodèles sont confrontées à la contrainte à rupture obtenue expérimentalement pour une éprouvette [90/0]_s à double entailles de largeur de 20 mm comme l’indique la figure 3.5. La courbe bleue correspond à la version classique du mésomodèle et la courbe rouge est relative à la version split du mésomodèle. La comparaison fait apparaître que l’ éprouvette entaillée qui intègre le comportement de splitting tient plus longtemps les efforts dans des proportions non négligeables, aux alentours de 30%. En plus, la contrainte à rupture issue de l’approche split se trouve correctement dans l’intervalle de la contrainte à rupture obtenue par les essais.

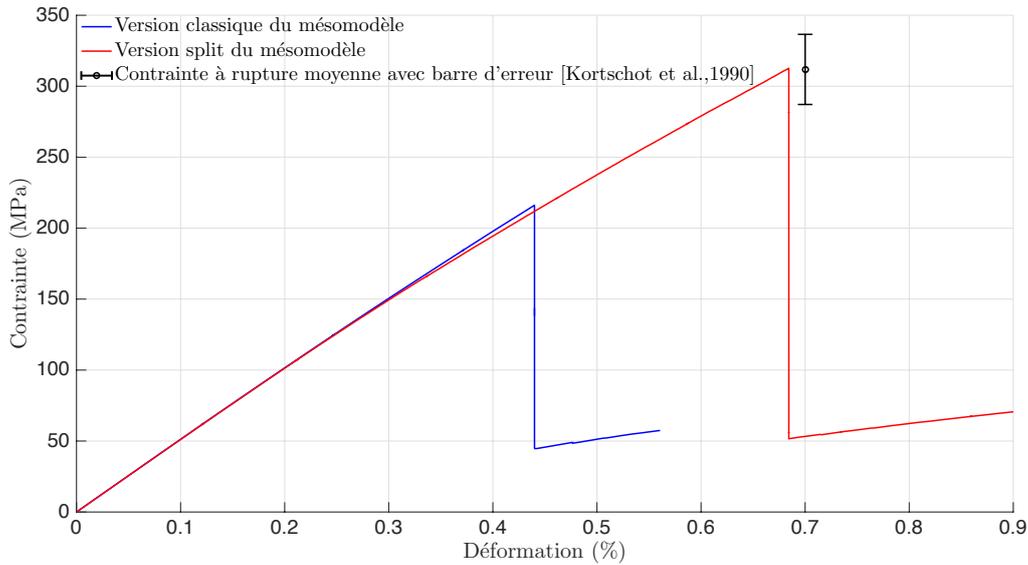


FIGURE 3.5: Comparaison des deux approches pour la plaque $[90/0]_s$ à double entailles de 20 mm de large

2 Analyses des résultats

En vue du dimensionnement, il est important que le mésomodèle soit capable de reproduire les effets d'échelle dans le plan de l'éprouvette et les effets dus aux différentes séquences d'empilement. Dans [Kortschot et Beaumont, 1990a], il a été montré qu'il existe un fort lien entre le dernier état de la zone d'endommagement et la contrainte à rupture de la structure ; en conséquence on s'intéresse ici aux cartes d'endommagement juste avant l'amorçage de la rupture des fibres.

2.1 Effets des dimensions dans le plan

- *Contraintes à rupture*

La figure 3.6 montre les valeurs des contraintes à rupture expérimentales et prédites correspondantes aux stratifiés $[90/0]_s$ avec l'augmentation homothétique des dimensions dans le plan (longueur, largeur et la taille de l'entaille) afin d'étudier les effets d'échelle dans le plan. Les contraintes à rupture issues de la nouvelle approche « *split* » du mésomodèle sont marquée par les croix en rouge alors que celles de l'approche classique du mésomodèle sont marquées par les croix en bleu. On peut constater une diminution des contraintes à rupture lors de l'augmentation des dimensions dans le plan. Il est à noter que le rapport entre la taille de l'entaille et la largeur de l'éprouvette est conservé constant, c'est-à-dire les propriétés de rupture ne dépendent que la taille de l'entaille selon la mécanique élastique linéaire de la rupture. La version *split* peut reproduire précisément la diminution des contraintes à rupture qui se trouvent dans les intervalles de l'expérience. Par contre, la contrainte à rupture pour la plaque de 2.5 mm de large obtenue

par l'approche classique ne s'inscrit pas dans la tendance de réduction de contraintes à rupture lors de l'augmentation des dimensions dans le plan.

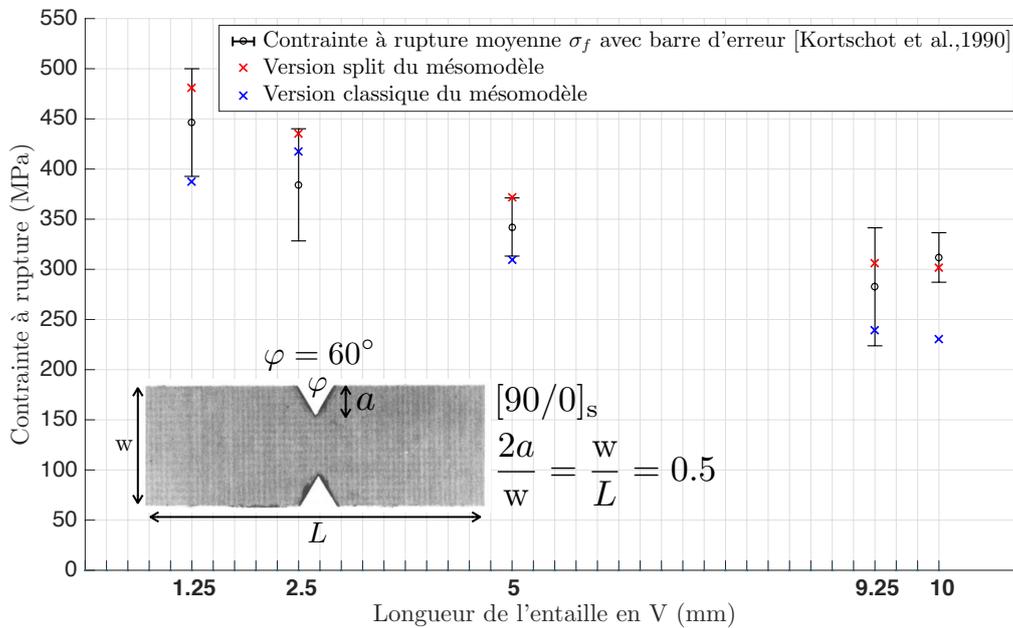


FIGURE 3.6: Contraintes à rupture des deux approches du mésomodèle avec l'augmentation homothétique bidimensionnelle de la taille de l'entaille du stratifié $[90/0]_s$ en comparaison avec l'expérience

- *Évolution de l'endommagement*

La figure 3.7 présente les cartes d'endommagement au voisinage de l'entaille en V obtenues des simulations numériques par l'approche *split* du mésomodèle ; elles sont correspondantes aux différentes tailles de l'entaille lors de l'augmentation homothétique des dimensions dans le plan. Il est à noter que par manque de l'espace les cartes ne sont pas sur la même échelle ; cependant elles sont comparables en normalisant les quantités d'intérêt par rapport à la taille de l'entaille en V correspondante. L'ouverture de la fissure de splitting dans le pli à 0° est marquée par une ligne noire. Ces cartes sont confrontées aux patterns d'endommagement obtenus expérimentalement par la technique de X-radiographie réalisée dans les essais. On peut observer, sur les cartes d'endommagement numériques, la reproduction des mécanismes d'endommagement tels que le splitting à 0° , le délaminage et la fissuration ; la description de la physique est donc respectée. Il est à noter qu'avec la croissance homothétique des dimensions dans le plan, la zone extensive de l'endommagement devient plus faible, c'est-à-dire que le rapport de la longueur de la fissure de splitting sur la taille de l'entaille diminue. En outre, avec l'augmentation de la taille de l'entaille, la concentration des contraintes devient plus sévère. Le développement de l'endommagement n'a pas eu le temps de se propager, ce qui entraîne de manière plus rapide l'intervention de la rupture des fibres et cela explique la réduction de la contrainte à rupture au niveau structural lors de la montée en échelle. La simulation numérique reproduit

donc avec précision l'évolution de l'endommagement observée dans les essais.

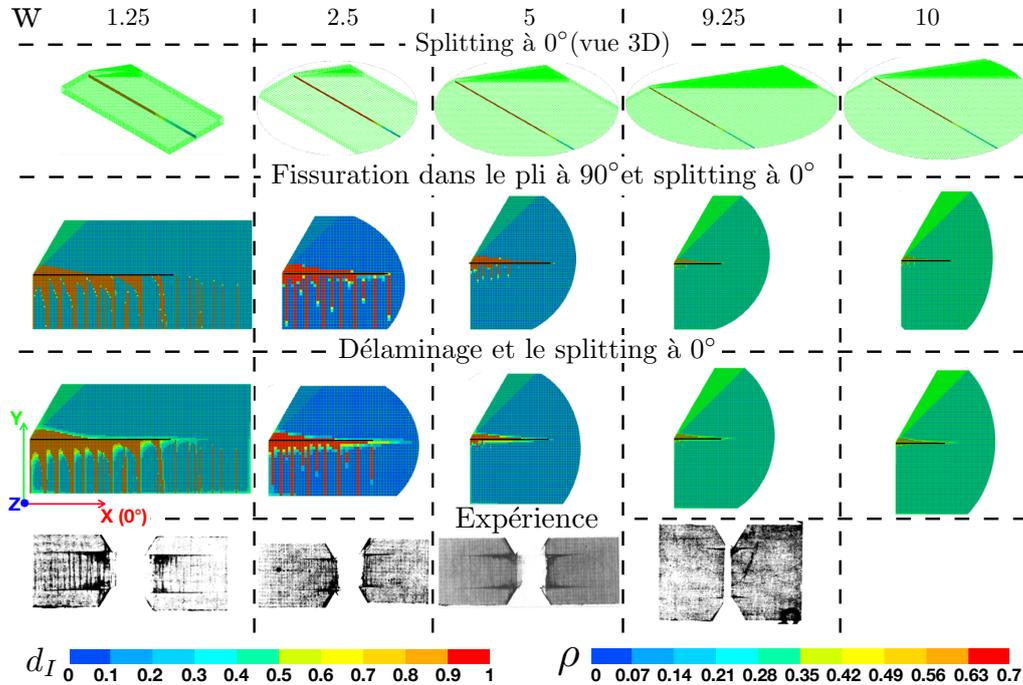


FIGURE 3.7: Endommagements sous-critiques des deux approches du mésomodèle avec l'augmentation homothétique bidimensionnelle de la taille de l'entaille du stratifié $[90/0]_s$ en comparaison avec l'expérience

2.2 Effets dus à la séquence d'empilement

- *Contraintes à rupture*

On maintient les caractéristiques géométriques ; le comportement à rupture peut être varié par le changement de séquences d'empilement. La figure 3.8 présente les valeurs des contraintes à rupture expérimentales et numériques en fonction de différentes séquences d'empilement. Les contraintes à rupture prédites issues de l'approche classique sont marquées par les croix en bleu et ceux de l'approche split sont marquées par les croix en rouge. Il est à rappeler que l'investigation de la détection des splits révèle la fissure de splitting seulement dans le pli central à 0° . En effet, la présence du splitting dans les plis à 0° reste discutable. Dans [Kortschot et Beaumont, 1991], le protocole expérimental ne permet pas de déterminer la présence ou non des splits dans chaque pli à 0° ; les auteurs se sont contentés de postuler l'hypothèse que les splits de même longueur apparaissent dans tous les plis 0° . Ainsi, ce point ne peut faire l'objet de la validation. Par ce fait, l'insertion des éléments d'interface associés au splitting ne se fait que dans le pli central à 0 . Sur la figure 3.8, on peut voir qu'à la différence de l'approche classique, l'approche split du mésomodèle donne une bonne prédiction des contraintes à rupture par rapport aux essais.

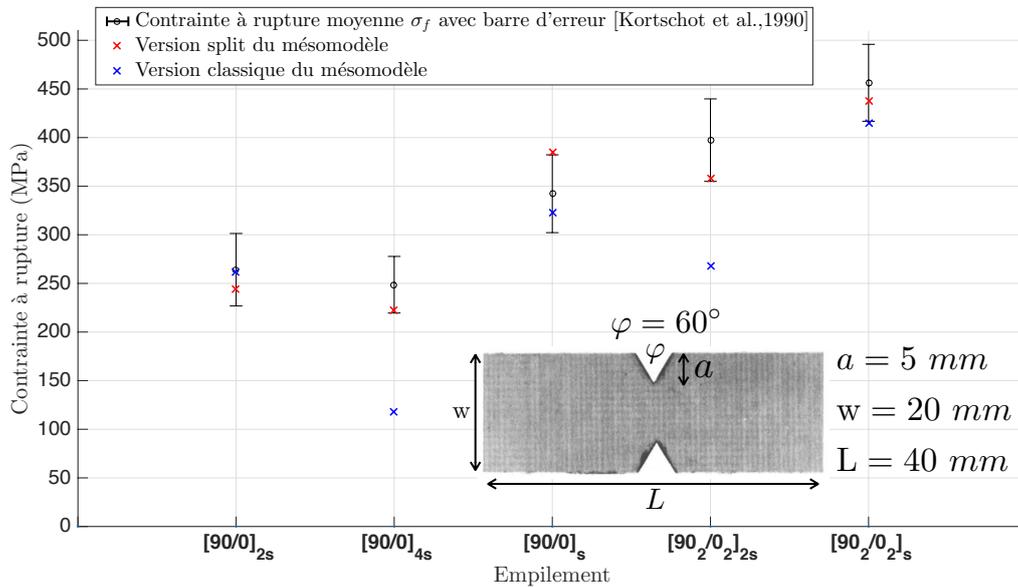


FIGURE 3.8: Contraintes à rupture des deux approches du mésomodèle pour les effets dus aux séquences d'empilement en comparaison avec l'expérience

La séquence d'empilement symétrique $[90/0]_s$ est prise comme référence et on désigne le sous-laminé par $[90/0]$; il est la base des séquences d'empilement considérées ici. Lorsqu'un stratifié se construit par répéter de manière symétrique les paquets du sous-laminé dans l'épaisseur de l'éprouvette, la contrainte à rupture est réduite ; cela se traduit par le fait que l'extension du splitting à 0° peine à se développer, l'effet de relâchement de contrainte est alors plus faible. On étudiera ci-dessous ce phénomène par l'analyse des cartes d'endommagement.

• Évolution de l'endommagement

Les analyses peuvent se décomposer en deux parties selon la mise en place des séquences d'empilement :

- soit par répétition symétrique du sous-laminé de base ($[90/0]$) tout en conservant l'épaisseur fine du pli ; les séquences d'empilement concernées sont $[90/0]_s$, $[90/0]_{2s}$ et $[90/0]_{4s}$. Cette configuration permet de mettre en avant l'effet de l'augmentation du nombre de plis sur le processus d'endommagement. Cet effet réduit considérablement le développement des endommagements dont le splitting à 0° conduisant forcément à la diminution de la contrainte à rupture. Revenons sur la figure 3.8, on peut voir que la contrainte à rupture de l'empilement $[90/0]_s$ est la plus élevée parmi les trois séquences considérées, puis l'empilement issu à la répétition symétrique du sous-laminé $[90/0]$ d'un facteur de 4 se rompt à la contrainte à rupture la plus faible ; cela s'explique par la réduction de l'effet de relâchement de contraintes associé au splitting à 0° lors de l'augmentation du nombre de plis.
- soit par épaissement de facteur de 2 pour les plis du paquet de base et puis par répétition symétrique du nouveau sous-laminé ; les séquences d'empilement concernées donc sont $[90/0]_s$, $[90_2/0_2]_s$ et $[90_2/0_2]_{2s}$. La mise en place de

l'épaisseur plus épaisse favorise le processus de l'endommagement. C'est pour cette raison la contrainte à rupture de l'empilement $[90_2/0_2]_s$ se retrouve, sur la figure 3.8, la plus importante parmi les éprouvettes testées pour les effets dus à la séquence d'empilement. Cependant, la répétition symétrique de l'empilement $[90_2/0_2]_s$ met en avant l'effet contraignant de l'épaisseur ; ce qui réduit la contrainte à rupture pour l'empilement $[90_2/0_2]_{2s}$.

La figure 3.9 montre les cartes d'endommagement au voisinage de l'entaille pour la répétition symétrique de 2 fois et 4 fois du sous-laminé $[90/0]$ afin d'obtenir les empilements $[90/0]_{2s}$ et $[90/0]_{4s}$. Il est à rappeler que les caractéristiques géométriques sont conservées constantes. Les cartes d'endommagement sont rendues sur la même échelle. La simulation numérique est capable de reproduire la diminution de l'extension de l'endommagement lors de la répétition du sous-laminé. Le rapport de la longueur du splitting sur la taille de l'entaille est fortement plus faible que celui pour l'empilement de référence $[90/0]_s$.

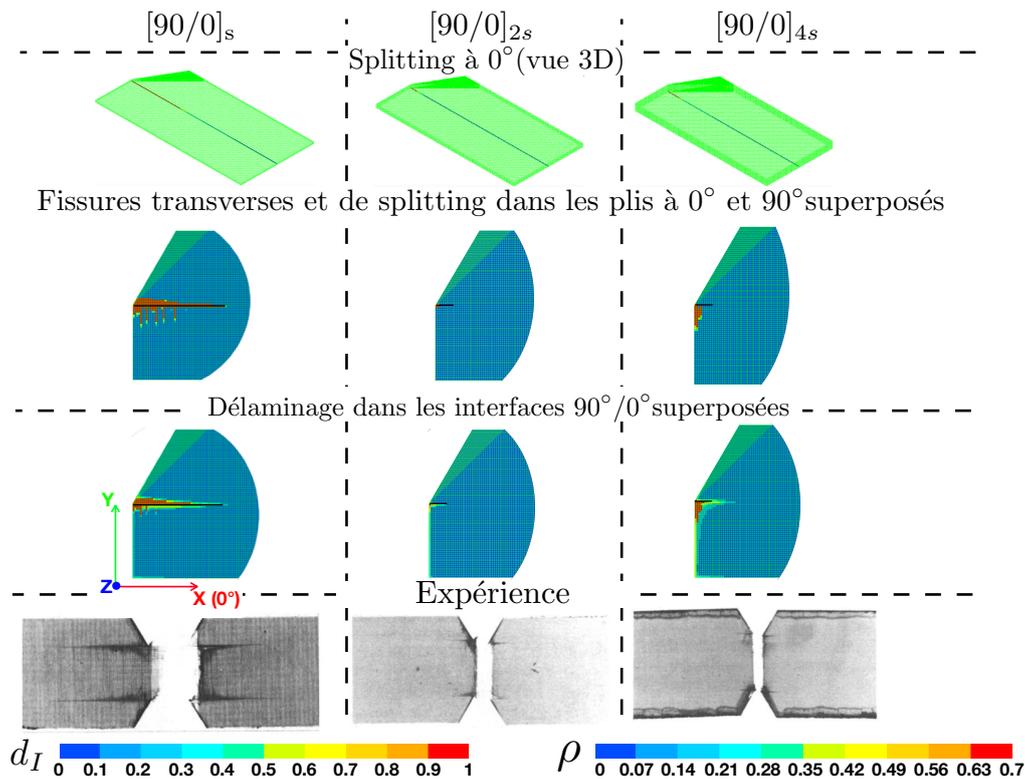


FIGURE 3.9: L'évolution des endommagements au voisinage de l'entaille pour la répétition du sous-laminé $[90/0]$ en comparaison avec l'expérience

La figure 3.10 présente les cartes d'endommagement au voisinage de l'entaille en V pour l'empilement de référence $[90/0]_s$ et les deux autres empilements : $[90_2/0_2]_s$ correspondant à l'épaississement des plis et $[90_2/0_2]_{2s}$ correspondant à la répétition du sous-laminé après l'épaississement des plis. Par analogie avec la figure 3.9, les caractéristiques

géométriques sont constantes et les cartes d'endommagement sont rendues sur la même échelle. On peut constater qu'une intensité importante de l'endommagement sur les cartes de l'empilement $[90_2/0_2]_s$, ce qui est en concordance avec les essais et l'effet d'épaisseur du pli. Cependant, après la répétition symétrique de la séquence $[90_2/0_2]$, l'évolution de l'endommagement réduit drastiquement ; la description numérique respecte rigoureusement la physique observée.

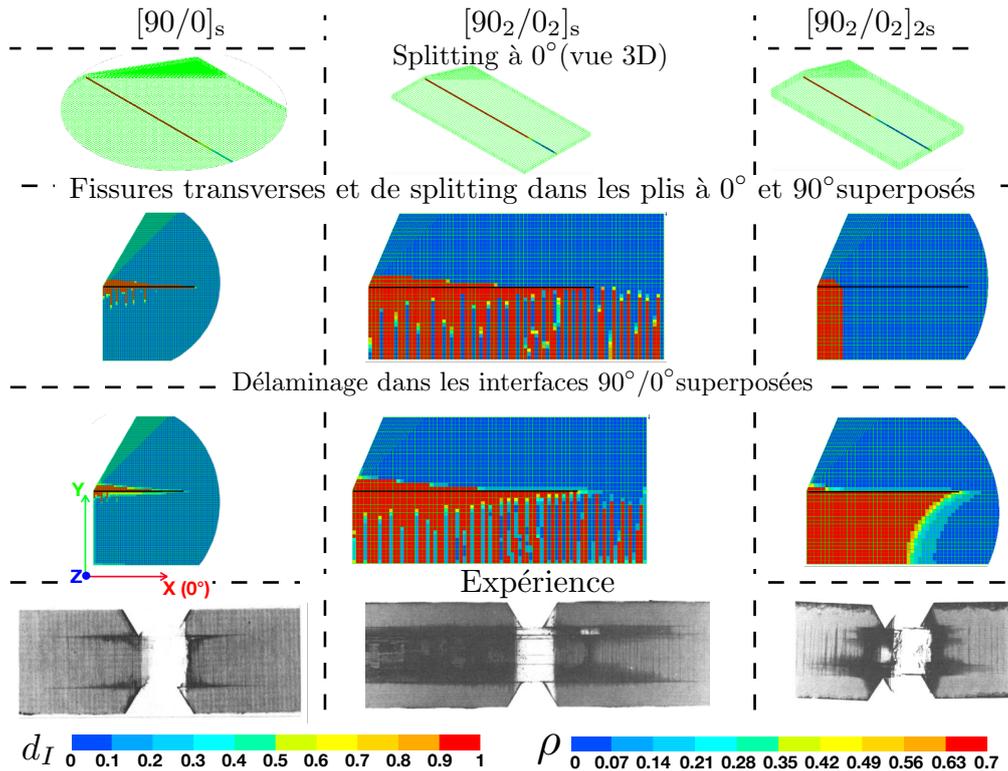


FIGURE 3.10: L'évolution des endommagements au voisinage de l'entaille pour l'épaississement des plis ($[90_2/0_2]_s$) et la répétition symétrique du sous-laminé $[90_2/0_2]$ en comparaison avec l'expérience

2.3 Analyse du gradient de contraintes

Dans cette partie, on analyse l'évolution de l'endommagement en fonction de la contrainte pour s'assurer que les endommagements simulés sont en relation rigoureuse avec ceux d'essais lors de l'évolution de la contrainte et pour comprendre comment le splitting à 0° influence sur le gradient de contrainte sens fibres au front de l'entaille en V.

La figure 3.11 présente les principaux mécanismes d'endommagement dans un stratifié à double entailles $[90/0]_s$ chargé en traction à 300MPa. L'ouverture du splitting à 0° est marquée par une ligne noire. Les endommagements simulés sont confrontés aux ceux obtenus par la technique X-radiographique réalisée dans les essais. Sur la figure 3.11, on peut constater la fissure de splitting dans le pli à 0° , la fissuration transverse dans le pli à

90° et le délaminage de l'interface 90°/0°. À 300 MPa, la zone sombre sur la carte d'essais est relativement faible : la longueur du splitting est à peu près de la taille de l'entaille et la zone de forme triangulaire du délaminage est petite. Ces caractéristiques sont précisément capturées par la simulation numérique avec la version split du mésomodèle.

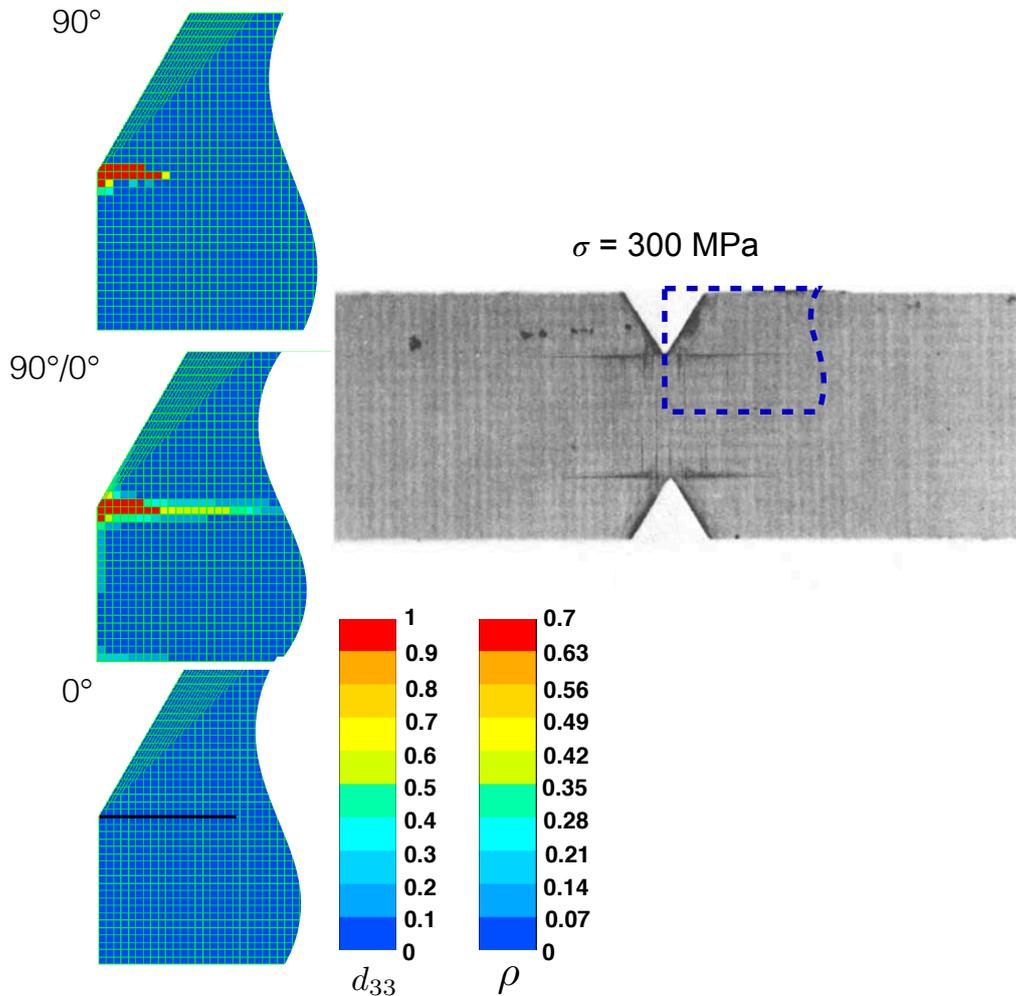


FIGURE 3.11: Les endommagements dans le stratifié $[90/0]_s$ chargé en traction à 300 MPa

La figure 3.12 montre les endommagements lorsque le stratifié est chargé à 400 MPa. Sur la carte d'essais, la zone sombre d'endommagement devient nettement plus large. La longueur de splitting à 0° se propage et atteint à peu près de la taille doublée de l'entaille en V. La propagation du splitting est accompagnée par le délaminage de forme triangulaire sur l'interface 90°/0°. En même temps, le délaminage se propage vers le centre du stratifié. En plus, la fissuration dans le pli à 90° se développe de manière plus dense également vers le centre de l'éprouvette.

La figure 3.13 présente le champ de contrainte sens fibre σ_{11} au front de l'entaille en V. Les résultats montrent que contrairement au mésomodèle classique, le phénomène de

relâchement de contraintes du à l'ouverture du splitting à 0° est correctement capturé par la version split du mésomodèle.

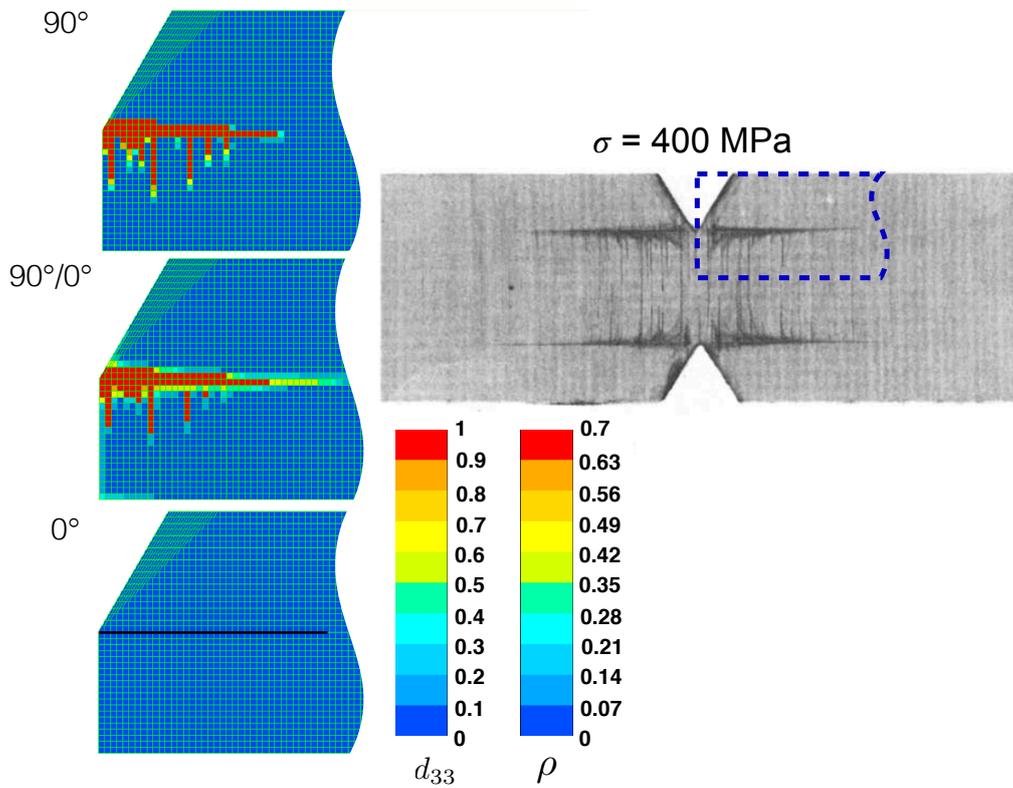


FIGURE 3.12: Les endommagements dans le stratifié $[90/0]_s$ chargé en traction à 400 MPa

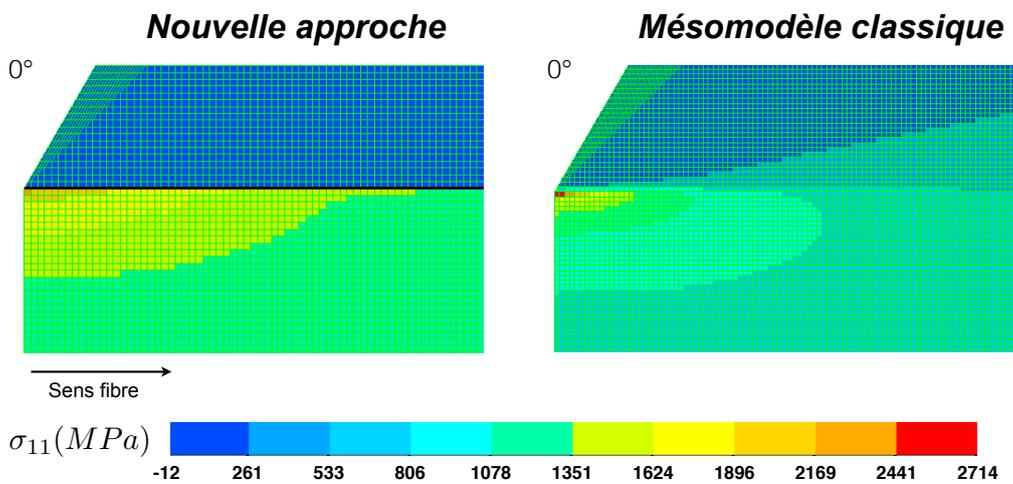


FIGURE 3.13: Relâchement du gradient de contraintes associé au splitting à 0°

2.4 Propagation de la rupture des fibres

Cette partie présente des résultats relatifs à la propagation brutale de la rupture des fibres afin de comprendre comment se comporte les autres endommagements vis-à-vis ce type de rupture. Rappelons que l'initiation et la propagation de la rupture des fibres conduisent, dans la majorité des cas, à la ruine totale des stratifiés. On s'intéresse ici trois séquences d'empilement : $[90/0]_s$, $[90_2/0_2]_{2s}$ et $[90/0]_{4s}$ pour observer la phase finale de l'endommagement. Cette dernière se traduit par la redistribution de contraintes dans tout le stratifié et cela se produit de manière fortement rapide. Le protocole expérimental mis en place par [Kortschot et Beaumont, 1990a, Kortschot et Beaumont, 1991] ne permet pas d'observer proprement la ruine finale des stratifiés. Cependant, cette phase catastrophique peut être qualitativement interprétée par l'observation du faciès de rupture.

La figure 3.14 présente les cartes de la fissuration dans le pli à 90° et de la rupture des fibres dans le pli à 0° lors de la ruine finale de l'éprouvette $[90/0]_s$ à double entailles en V de 9.25 mm de long.

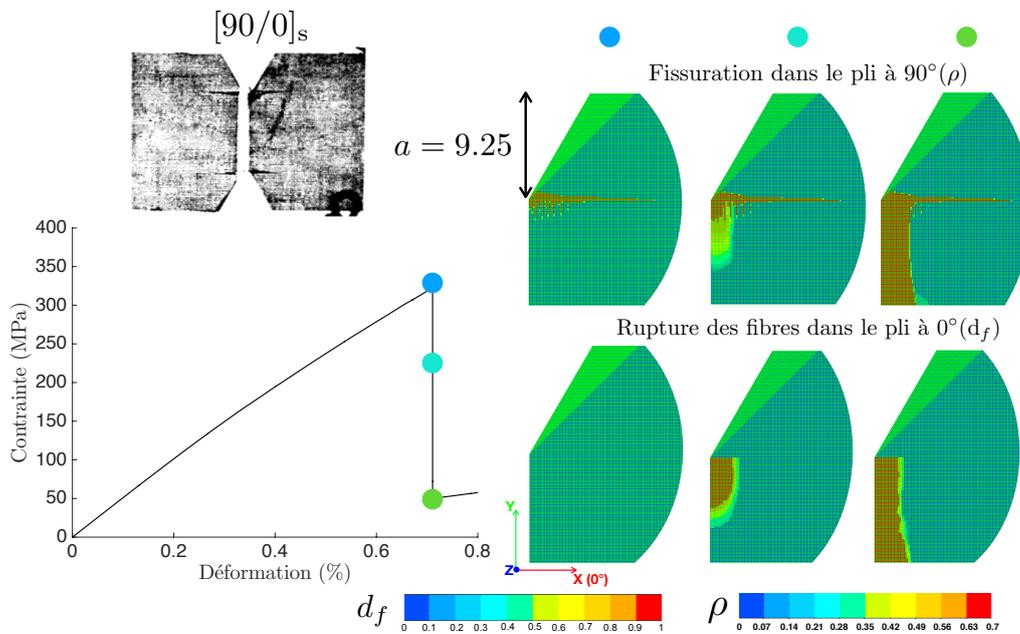


FIGURE 3.14: L'évolution des endommagements lors de la ruine totale du stratifié $[90/0]_s$

Les cartes d'endommagement sont sorties en trois niveaux de la chute de charge respectivement associés à l'initiation, à la propagation intermédiaire et à la propagation finale de la rupture des fibres dans le pli à 0° comme il a été montré sur la figure 3.14. Une fois l'initiation, la rupture des fibres se propage immédiatement de manière brutale conduisant à la redistribution rapide de contraintes dans le stratifié. En conséquence, le pli à 90° subissent la majorité du chargement appliqué, ce qui entraîne la fissuration dans le pli à 90° . Au niveau intermédiaire de la chute de charge, on peut voir la fissuration transverse dans le pli à 90° se propage brusquement selon la direction perpendiculaire à celle du chargement

de traction. À la fin de la propagation de la rupture des fibres dans le pli à 0° , le stratifié se rompt totalement ; la fissuration dans le pli à 90° traverse entièrement la largeur du stratifié et atteint la saturation. La modélisation homogène de la fissuration transverse ne permet pas aux variables d'endommagement associées d'atteindre la valeur critique qui vaut 1, voire à saturation. C'est pour cette raison que la courbe contrainte/déformation globale n'arrive pas à l'annulation totale et elle a propension de reprendre le chargement.

La figure 3.15 concerne l'éprouvette $[90_2/0_2]_{2s}$ à double entailles en V de 5 mm de long. Elle présente les cartes de fissuration transverse dans les plis à 90° et de la rupture des fibres dans les pli à 0° lors de la ruine totale du stratifié $[90_2/0_2]_{2s}$. Les cartes sont issues de la version « split » du mésomodèle. La rupture des fibres s'initie tout d'abord dans le pli à 0° « extérieur ». Cette initiation entraîne une petite chute de charge, et puis la structure revient stable et continue à subir le chargement, ce qui entraîne, au fur et à mesure du chargement, la propagation de la rupture des fibres dans le pli à 0° « extérieur ». Il est à noter que suite à la ruine totale du pli à 0° « extérieur », les contraintes sont redistribuées sur les autres plis restants dont les plis à 90° conduisent à la fissuration d'une intensité intense au travers de la largeur entière du stratifié et donc au délaminage. Ceci explique le faciès « rustique » de rupture. Lorsque le pli à 0° « extérieur » se rompt totalement, la structure peut encore subir la charge jusqu'à un certain niveau du fait de la redistribution de contraintes dans le stratifié. Enfin, l'initiation et la propagation brusque de la rupture des fibres dans le pli à 0° central entraîne la ruine totale de la structure.

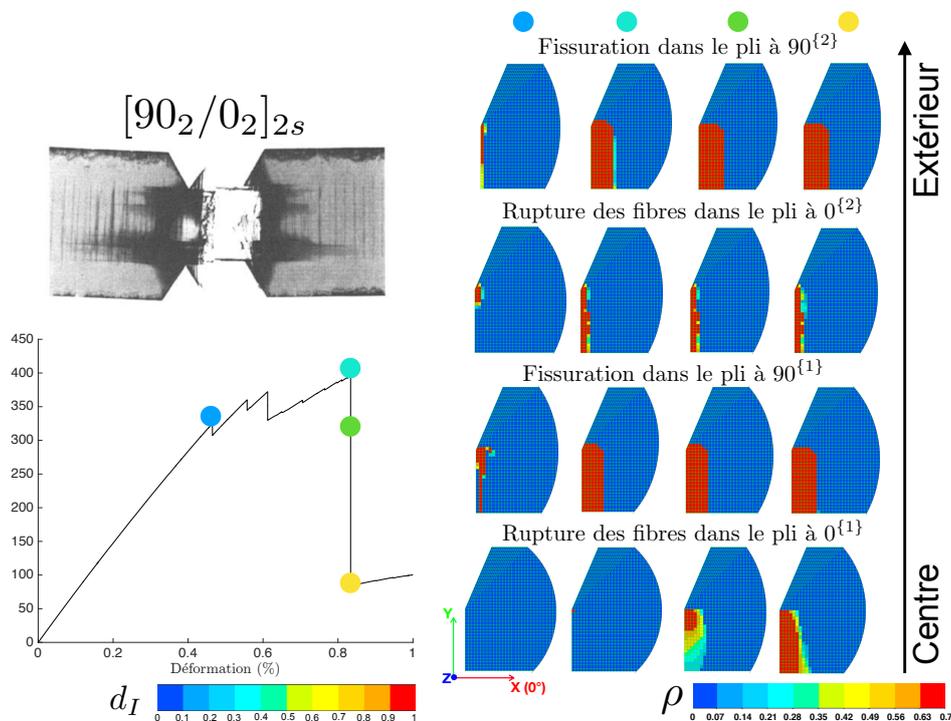


FIGURE 3.15: L'évolution des endommagement lors de la ruine totale du stratifié $[90_2/0_2]_{2s}$

La figure 3.16 présente les cartes d'endommagement de la fissuration dans les plis à 90° et de la rupture des fibres dans les pli à 0° lors de la propagation de la rupture des fibres dans l'éprouvette $[90/0]_{4s}$ à double entailles en V de 5 mm de long. Les cartes d'endommagement sont sorties respectivement à l'initiation et la propagation finale de la rupture des fibres. Par analogie avec l'éprouvette $[90_2/0_2]_{2s}$, la rupture des fibres s'initie en premier également dans le pli à 0° le plus proche de l'extérieur. Cette initiation est immédiatement accompagnée par celle de tous les autres plis à 0°. Ensuite, la propagation brusque se produit simultanément dans les plis à 0°. Le support du chargement est transfert sur les plis à 0°, ce qui entraîne la propagation brutale de la fissuration au travers de la largeur des plis à 90°.

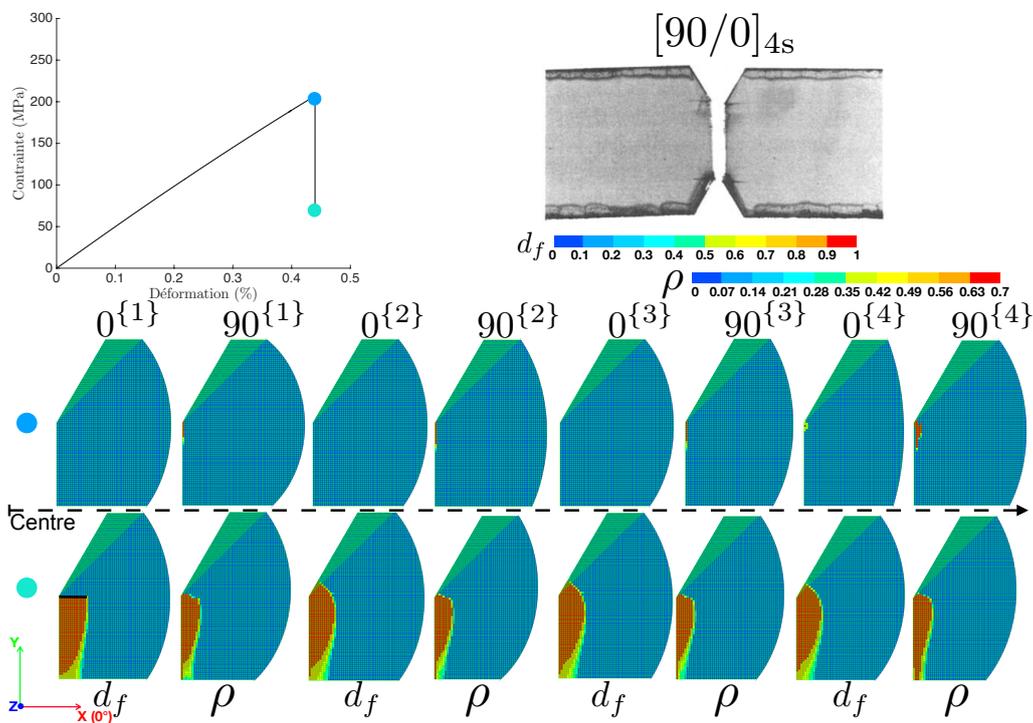


FIGURE 3.16: L'évolution des endommagement lors de la ruine totale du stratifié $[90/0]_{4s}$

3 Une première analyse du modèle non local de la rupture des fibres

Dans cette section, on analyse l'influence de la longueur caractéristique ℓ_c en fonction de la taille de l'entaille en V et de la séquence d'empilement. Il peut arriver qu'une petite variation de la longueur caractéristique ℓ_c entraîne une faible différence de contraintes à rupture. Cependant, dans la plupart des situations, une petite variation de la longueur caractéristique ℓ_c conduit à la variation importante de la contrainte à rupture. La figure 3.17 présente la contrainte à rupture en fonction de la longueur caractéristique et de l'aug-

mentation homothétique de la taille de l'entaille en V. Il est montré sur la figure 3.17 que la sensibilité de la contrainte à rupture à la longueur caractéristique est croissante avec l'augmentation de la taille de l'entaille, c'est-à-dire lorsque la taille de l'entaille devient plus grande, la contrainte à rupture est plus sensible à la variation de la longueur caractéristique.

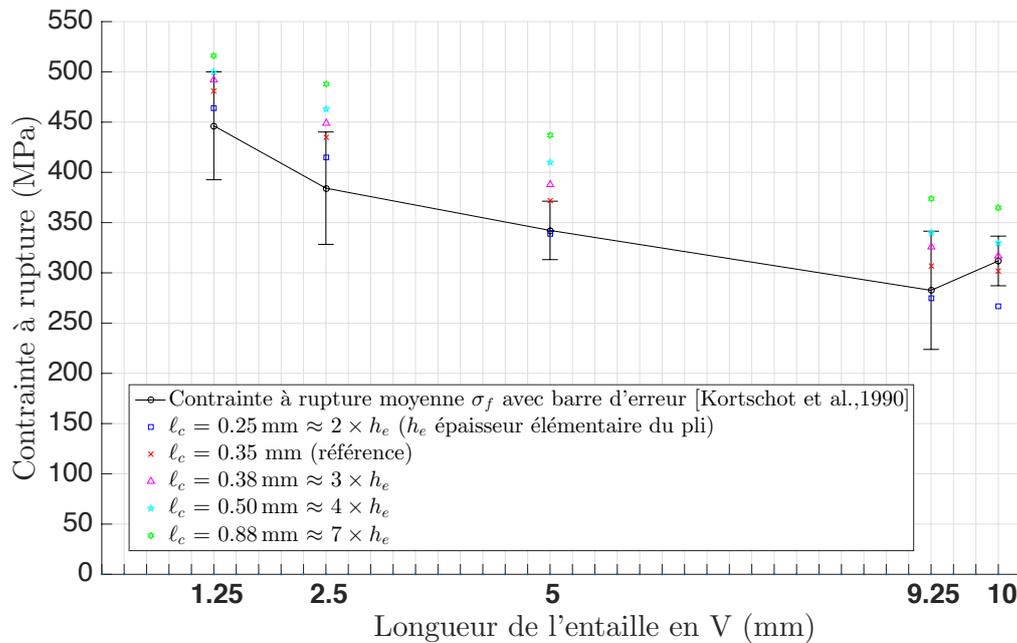


FIGURE 3.17: La variation de la contrainte à rupture en fonction de la longueur caractéristique et de différentes tailles de l'entaille en V pour l'empilement $[90/0]_s$

Il en résulte la nécessité de calculer proprement les champs sens fibres dans le pli à 0° en présence du phénomène de splitting juste avant l'initiation de la rupture des fibres, ce qui est reporté sur la figure 3.18 pour l'empilement $[90/0]_s$. Il est montré que le gradient de contraintes devient plus fort lorsque la plaque est plus grande de manière homothétique. C'est pourquoi l'effet de gradient est plus sensible à la longueur caractéristique. Le splitting à 0° a propension à lisser le champ de contrainte au niveau de la concentration de contraintes. La plus petite éprouvette présente le plus grand ratio de la longueur du splitting sur la taille de l'entaille. On peut constater que le gradient de contrainte a tendance à atténuer et le champ de contrainte sens fibre devient plus homogène. Il est à noter que le modèle d'endommagement avec gradient n'a aucun effet sur un champ de contraintes homogène ; par conséquent, l'influence du gradient caractérisée par la longueur caractéristique diminue.

La figure 3.19 montre le champ de contraintes sens fibre dans les plis centraux à 0° pour les deux empilements $[90/0]_s$ et $[90/0]_{4s}$ avec les mêmes caractéristiques géométriques. Les cartes sont rendues sur la même échelle. L'ouverture du splitting à 0° est marquée par la ligne noire. On peut constater que le gradient de contrainte sens fibre dans le pli à 0° pour l'empilement $[90/0]_{4s}$ est beaucoup plus fort que $[90/0]_s$. Cela

peut s'expliquer la diminution du processus d'endommagement du aux effets de l'augmentation du nombre des plis qui sont étudiés profondément dans le chapitre 4. En effet, la fissure de splitting de $[90/0]_s$ est plus longue que celle de $[90/0]_{4s}$.

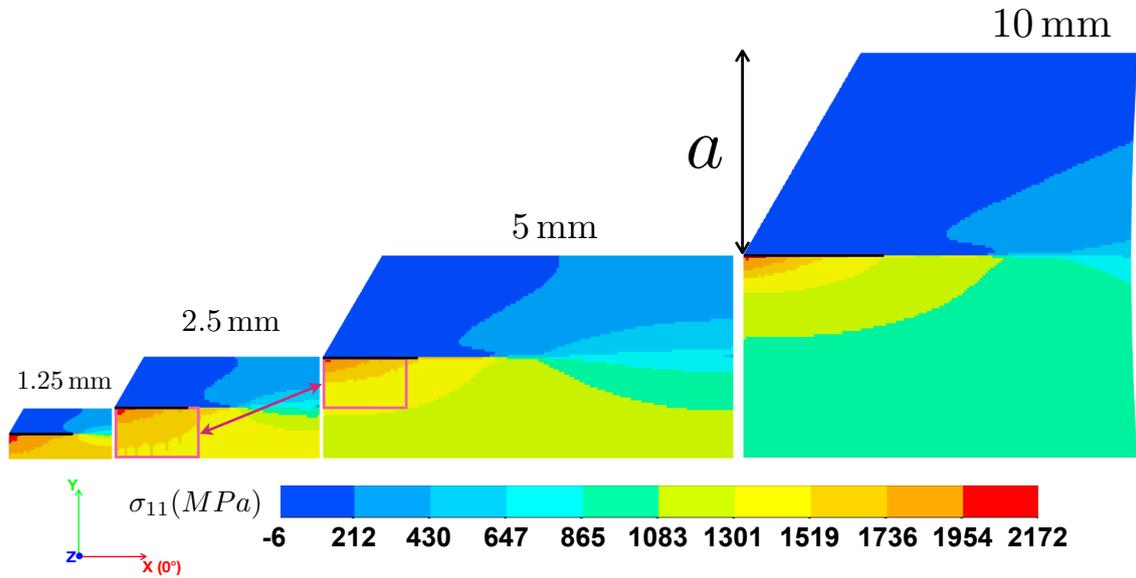


FIGURE 3.18: Champ de la contrainte sens fibre dans le pli à 0° juste avant l'amorçage de la rupture des fibres en fonction de la taille de l'entaille en V

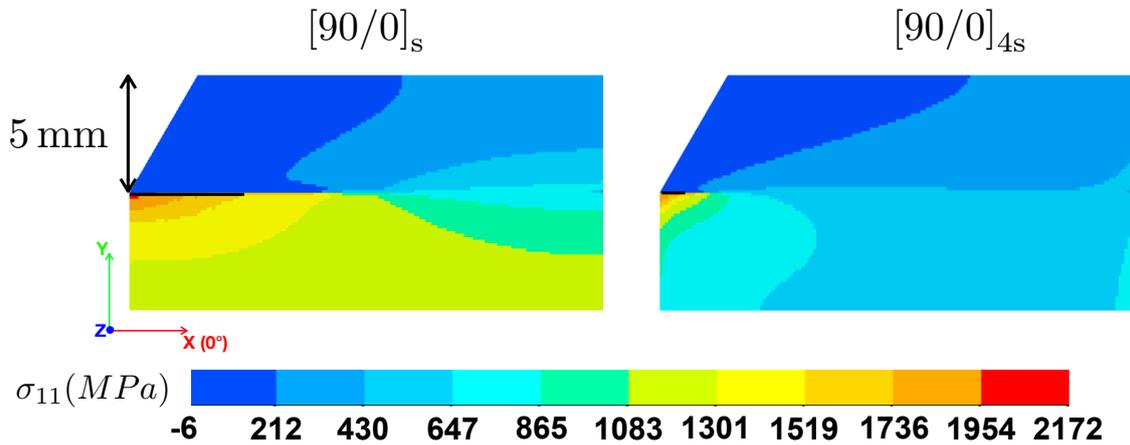


FIGURE 3.19: Champ de la contrainte sens fibre dans le pli à 0° juste avant l'amorçage de la rupture des fibres pour les deux empilement $[90/0]_s$ et $[90/0]_{4s}$

Chapitre 4

Comportement et endommagements de plaques trouées soumises à la traction : analyse et validation du mésomodèle

Ce chapitre porte sur la validation de l'approche « splits » du mésomodèle LMT de manière à confronter ses prédictions aux relevés expérimentaux issus d'une campagne d'essais de traction réalisée sur des plaques trouées dans la littérature.

Dans ce chapitre, on réalise une campagne numérique en lien rigoureux avec celle d'essais réalisée dans [Green *et al.*, 2007, Hallett *et al.*, 2009b, Hallett *et al.*, 2009c] à l'aide de simulations numériques avec le mésomodèle. Par analogie avec le chapitre 3, la version classique du mésomodèle est employée dans un premier temps pour la détection de splitting dans le stratifié. Ensuite, la version split du mésomodèle est utilisée pour capturer précisément la zone de forte localisation associée au splitting. Contrairement aux éprouvettes étudiées dans le chapitre 3 dont la ruine est dominée par la rupture des fibres, un nombre significatif des éprouvettes testées par [Green *et al.*, 2007] se manifestent un mode de rupture de type « délaminage ». La reproduction avec précision de ce mode de rupture est l'objet majeur des études réalisées dans ce chapitre.

1 Modélisation numérique

1.1 Maillages multi-échelles

La création de maillages et les simulations numériques sont effectuées avec le code SAMCEF. Alors que la géométrie est symétrique, l'empilement ne l'est que dans l'épaisseur ; par conséquent le modèle numérique ne peut se simplifier qu'en une moitié de plaque trouée dans l'épaisseur avec les conditions aux limites illustrées sur la figure 4.1. Le schéma numérique employé est implicite. Le modèle d'éléments finis se décompose en 3 zones : une zone centrale dite « endommageable » comportant le trou et deux zones dites « homogènes » qui se situent aux deux bouts de la plaque (voir la figure 4.1). Cette décomposition permet à la fois un gain de temps et de sauvegarde des données car nous ne disposons pas de la licence SAMCEF pour réaliser les calculs parallèles. La zone centrale est composée d'éléments finis hexaédriques du second de degré du comportement endommageable. La taille des éléments est contrôlée à l'ordre de grandeur de l'épaisseur du pli élémentaire ; chaque couche comporte un seul élément dans son épaisseur. Les couches sont séparées par des interfaces cohésives d'épaisseur nulle représentant le délaminage. Au cas de l'introduction du splitting, le concept est de disposer les 3 noeuds en chaque point d'intersection entre l'interface et le split. De cette manière, deux d'entre eux permettent de modéliser l'ouverture du splitting ; ils sont reliés au noeud restant appartenant à l'autre couche par des éléments d'interface permettant de réaliser naturellement le couplage splitting/délaminage. Cette technique a été aussi utilisée par [Wisnom et Chang, 2000, Hallett et Wisnom, 2006, Hallett *et al.*, 2008, Hallett *et al.*, 2009a, Wisnom, 2010, Xu *et al.*, 2015] pour représenter le délaminage, le splitting ainsi que leur couplage. Les deux zones aux extrémités de la plaque sont, quant à elles, composées d'éléments élastiques et homogènes basés sur la théorie classique des stratifiés.

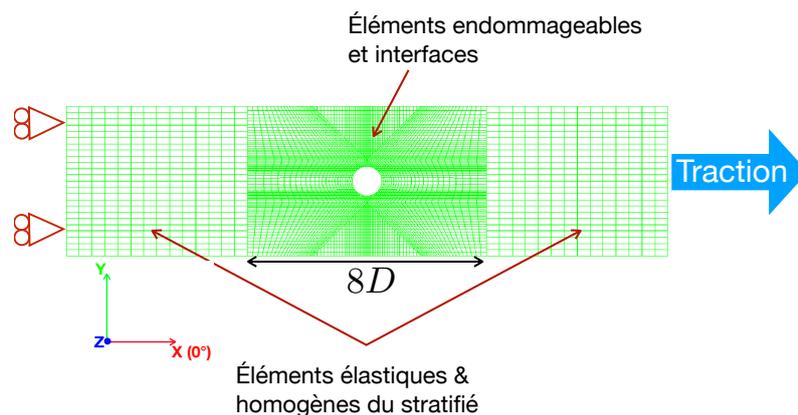


FIGURE 4.1: Décomposition de différentes zones d'éléments finis

La majorité de degrés de liberté sont issues de la zone centrale où les mécanismes de dégradation sont modélisés. La zone est caractérisée par une longueur de 8 fois le diamètre

du trou. Cette longueur a été vérifiée comme étant suffisamment large pour reproduire les endommagements d'une intensité importante. Toutefois, la zone centrale peut être réduite si l'intensité de la dégradation n'est pas importante et l'endommagement est confiné aux abords du trou (voir la figure 4.2a). Il s'agit du cas des plaques trouées appartenant à la série à plis fins, notamment des grandes éprouvettes composées d'une trentaine de plis. La mise en place de la décomposition du modèle numérique ne permettant pas de reproduire le délaminage recouvrant la totalité de la zone utile, on contente donc d'étudier la première chute de charge associée à la propagation brutale du délaminage de la bordure du trou vers les bords libres de la plaque. Un modèle entier du comportement endommageable a été mis en place pour l'éprouvette composée de l'empilement $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$ et munie du plus petit diamètre du trou afin d'étudier le délaminage intense de l'interface $-45^\circ/0^\circ$ après la première chute de charge (voir la figure 4.2b). Le temps de calcul varie d'une vingtaine d'heures (1 CPU) pour les plus petites éprouvettes composées de moins d'une dizaine de plis (≈ 150000 degrés de liberté) à un mois (1 CPU) pour les plus grandes éprouvettes composées d'une trentaine de plis (≈ 400000 degrés de liberté). Il est à noter que la taille des éléments finis à l'ordre de grandeur de l'épaisseur du pli élémentaire n'est pas strictement respectée pour les plus grandes plaques munies d'un trou dont le diamètre est de 12.7 mm et 25.4 mm. Le respect rigoureux de la taille des éléments peut conduire à plus d'un million de degrés de liberté ; cela se répercute sur le temps de calcul et la sauvegarde des données sur les disques de stockage.

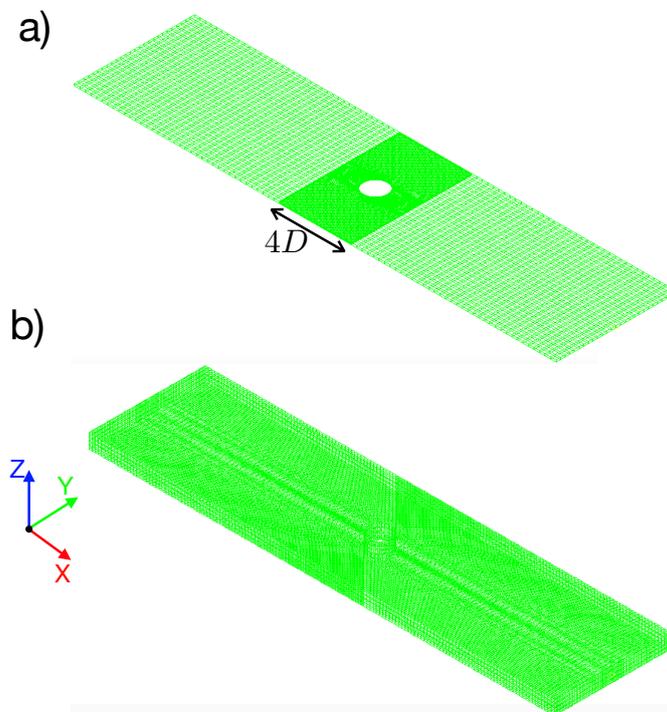


FIGURE 4.2: a) Le maillage dont la zone centrale est réduite - b) Le maillage entier des éléments endommageables

Le modèle numérique a été conçu de sorte que les arêtes du certain nombre d'éléments finis soient alignées avec les différentes orientations utilisées dans les empilements et les éléments finis concernés sont positionnés de manière à ce que les premiers côtés soient tangents au trou (voir la figure 4.3). Ce type de maillage dans la zone centrale est identique pour toutes les couches permettant aux splits éventuels de se propager aux endroits où les concentrations de contraintes sont les plus importantes une fois le critère de splitting vérifié ; par conséquent le relâchement de contraintes peut être modélisé.

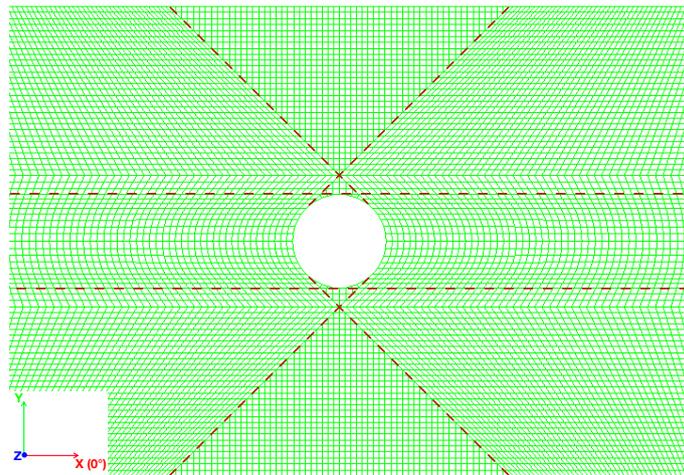


FIGURE 4.3: Le maillage aligné de différentes orientations : 0° , 45° , -45° afin de représenter les splits éventuels

De plus, afin d'éviter le délaminage ou l'ouverture du splitting de manière parasite et non physique, des éléments cohésifs représentant le délaminage et le splitting ne sont pas introduits sur la première bande d'éléments finis tout à côté de la frontière entre la zone centrale et la zone homogène comme il a été montré sur la figure 4.4.

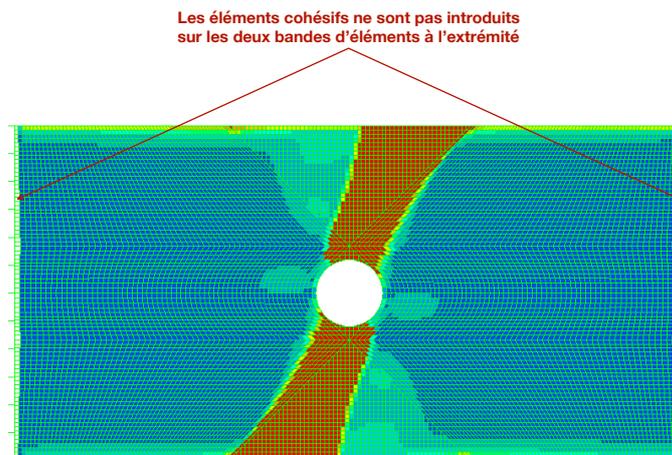


FIGURE 4.4: Un exemple du délaminage dont les éléments cohésifs ne sont pas introduits sur les deux bandes à chaque extrémité

1.2 Paramètres matériau

Le matériau utilisé dans la campagne d'essais de traction est IM7/8552, les fibres IM7 sont en carbone et la matrice 8552 est une résine époxyde. Les paramètres matériau sont reportés dans le tableau 4.1 pour le modèle du pli élémentaire. Les constantes d'élasticité sont communiquées dans [Hallett *et al.*, 2009b] dans le cadre de la campagne d'essais avec l'hypothèse d'un comportement isotrope transverse. La majorité des paramètres d'endommagement du mésomodèle se réfèrent à [Daghia et Ladevèze, 2013] pour le matériau IM7/8552 dans le cadre du WWFE-III.

TABLE 4.1: Paramètres matériau du composite IM7/8552 pour le modèle du pli

<i>Élasticité du pli</i>			
E_1°	161	GPa	[Hallett <i>et al.</i> , 2009b]
E_2°, E_3°	11.4	GPa	[Hallett <i>et al.</i> , 2009b]
$G_{12}^\circ, G_{13}^\circ$	5.17	GPa	[Hallett <i>et al.</i> , 2009b]
G_{23}°	3.98	GPa	[Hallett <i>et al.</i> , 2009b]
ν_{12}, ν_{13}	0.32		[Hallett <i>et al.</i> , 2009b]
ν_{23}	0.436		[Hallett <i>et al.</i> , 2009b]
<i>Endommagement diffus</i>			
Y_o	0	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
Y_c	12	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
b_2	2.14		supposé
b_3	0.5		[Daghia et Ladevèze, 2013]
<i>Fissuration transverse</i>			
G_I^c	0.2	Nmm ⁻¹	[Daghia et Ladevèze, 2013]
G_{II}^c, G_{III}^c	0.8	Nmm ⁻¹	[Daghia et Ladevèze, 2013]
ρ_s	0.7		[Daghia et Ladevèze, 2013]
\bar{h}	0.56	mm	[Daghia et Ladevèze, 2013]
<i>Endommagement des fibres</i>			
$Y_{d_f}^t$	21.7	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
$Y_{d_f}^c$	8.7	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
α_+	8		[Daghia et Ladevèze, 2013]
α_-	11		
k	0		supposé
<i>Longueur caractéristique de la rupture de fibres</i>			
ℓ_c	0.35		supposé
<i>Plasticité</i>			
R_o	60	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
R_p	1000	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
α	0.54	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]
a	0.67	MPa	[Daghia et Ladevèze, 2013]

Le tableau 4.2 reporte les paramètres matériau IM7/8552 pour le modèle de l'interface. Les taux de restitution d'énergie de l'interface se réfèrent à [Abisset, 2012, Daghia et Ladevèze, 2013] dans lesquels on suppose que les taux de restitution d'énergie critiques relatifs à une fissure matricielle intralaminaires (splitting ou fissuration transverse) sont égaux à ceux de l'interface. Cependant, [Ladevèze *et al.*, 2017] estime que les taux de restitution d'énergie critiques intralaminaires sont à 80% de ceux de l'interface du fait de leurs différents mécanismes physiques.

TABLE 4.2: Paramètres matériau du composite IM7/8552 pour le modèle de l'interface

<i>Délamination</i>			
G_{Ic}	0.2	Nmm ⁻¹	[Daghia et Ladevèze, 2013]
G_{IIc}, G_{IIIc}	0.8	Nmm ⁻¹	[Daghia et Ladevèze, 2013]
$\sigma_{I,i}^c$	50	MPa	supposé
a_i	0.5		[Daghia et Ladevèze, 2013]
<i>Splitting</i>			
G_{Ic}	0.2	Nmm ⁻¹	supposé
G_{IIc}, G_{IIIc}	0.8	Nmm ⁻¹	supposé
$\sigma_{I,s}^c$	50	MPa	supposé
a_i	0		calculé

2 Positionnement de splits : comparaison avec l'expérience

Les configurations réalisées dans les essais sont préalablement simulées avec le mésomodèle classique afin de déceler les splits éventuellement initiés et leur positionnement à l'aide du critère de splitting. Au vu du tableau présenté sur la figure 1.16, on dispose de 18 configurations pour la famille de séquences d'empilement dont la forme générale est $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_{ns}$ avec les paramètres m et $n = \{1, 2, 4, 8\}$. Cette famille se décompose en deux séries à plis fins (m fixé à 1 et n varié) et à plis épais (m varié et n fixé à 1). Afin d'éviter de montrer les cartes de fissuration similaires, on présente seulement la visualisation des stratifiés représentant des deux séries. Les stratifiés représentant correspondent aux éprouvettes dont le diamètre du trou est le plus petit et vaut 3.175 mm.

- Pour la série à plis fins, les séquences d'empilement concernées sont $[45/90/-45/0]_s$, $[45/90/-45/0]_{2s}$, $[45/90/-45/0]_{4s}$, $[45/90/-45/0]_{8s}$.

- Quant à la série à plis épais, il s'agit de séquences d'empilement : $[45/90/-45/0]_s$, $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$, $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$, $[45_8/90_8/-45_8/0_8]_s$. Toutefois, il apparaît que l'épaississement des plis donne des cartes de fissuration similaires ; par conséquent seules les cartes de fissuration de l'empilement $[45/90/-45/0]_s$ sont montrées en tant que représentant de la série à plis épais.

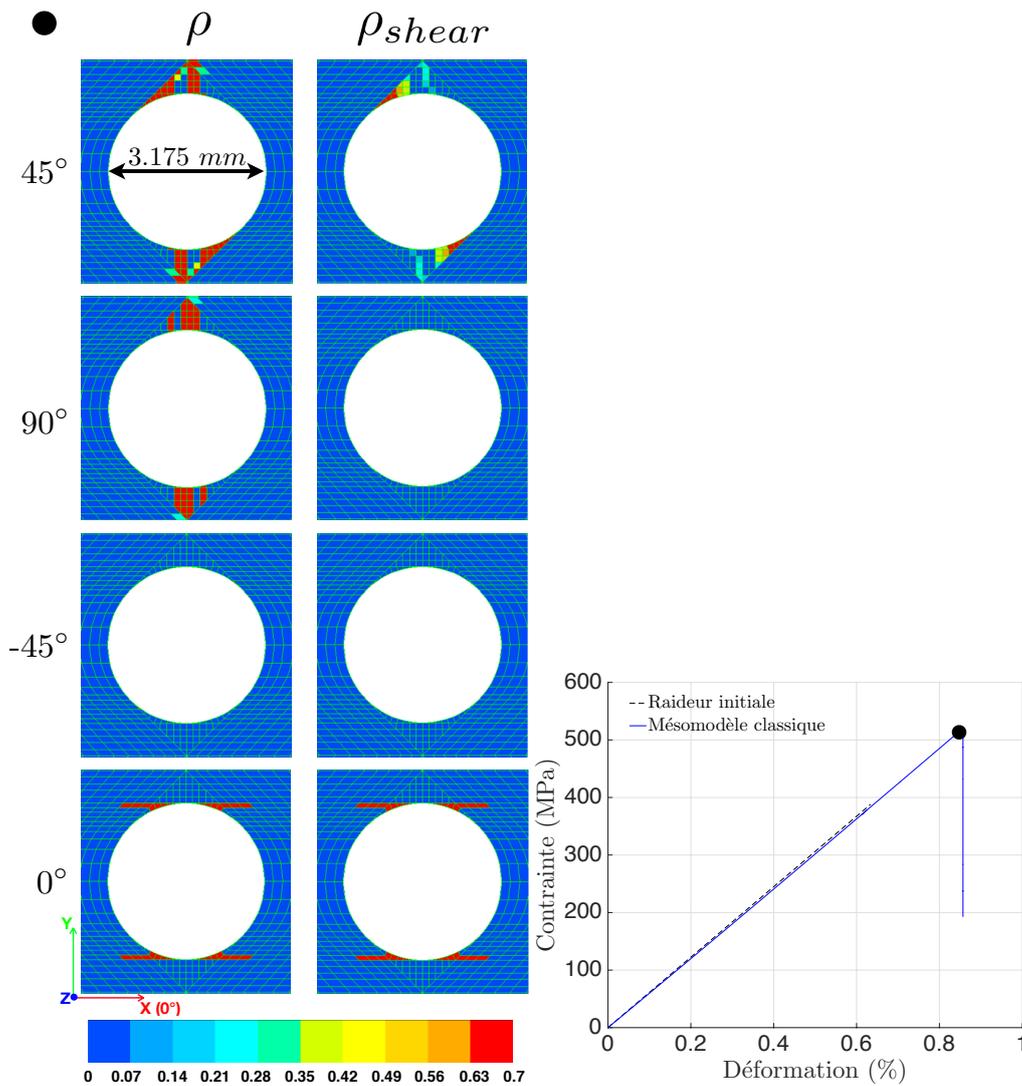


FIGURE 4.5: Investigation numérique par le critère de splitting à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_s$ muni d'un trou de diamètre de 3.175 mm

La figure 4.5 concerne la plaque trouée de diamètre de 3.175 mm et composée de l'empilement $[45/90/-45/0]_s$. Elle compare numériquement les cartes de fissuration due au cisaillement avec les cartes de fissuration totale. On peut observer la fissuration due au cisaillement seulement dans les plis à 0° et 45° . La contribution des composantes de cisaillement est à 100% dans les endroits où la direction de fibres est tangente au trou

pour les plis à 0° et 45° . Par contre, la contribution des composantes de cisaillement dans les plis à 90° et -45° est nulle. La détection des splits à 0° et 45° est en concordance avec les observations expérimentales. Les comparaisons des autres cartes de fissuration dans la série à plis fins sont reportées dans l'annexe A.

Outre les deux séries ci-dessus, on considère les autres 4 configurations suite à la permutation de l'ordre des plis qui peuvent se décomposer en 2 groupes : $[45/-45/90/0]_s$, $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$ et $[90/45/0/-45]_s$, $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$. Les configurations ont été réalisées dans [Hallett *et al.*, 2009b, Hallett *et al.*, 2009c] et visent à étudier les effets dus à la séquence d'empilement ainsi que les effets de l'épaisseur du pli. Les éprouvettes composées de ces empilements sont munies d'un trou de 3.175 mm de diamètre.

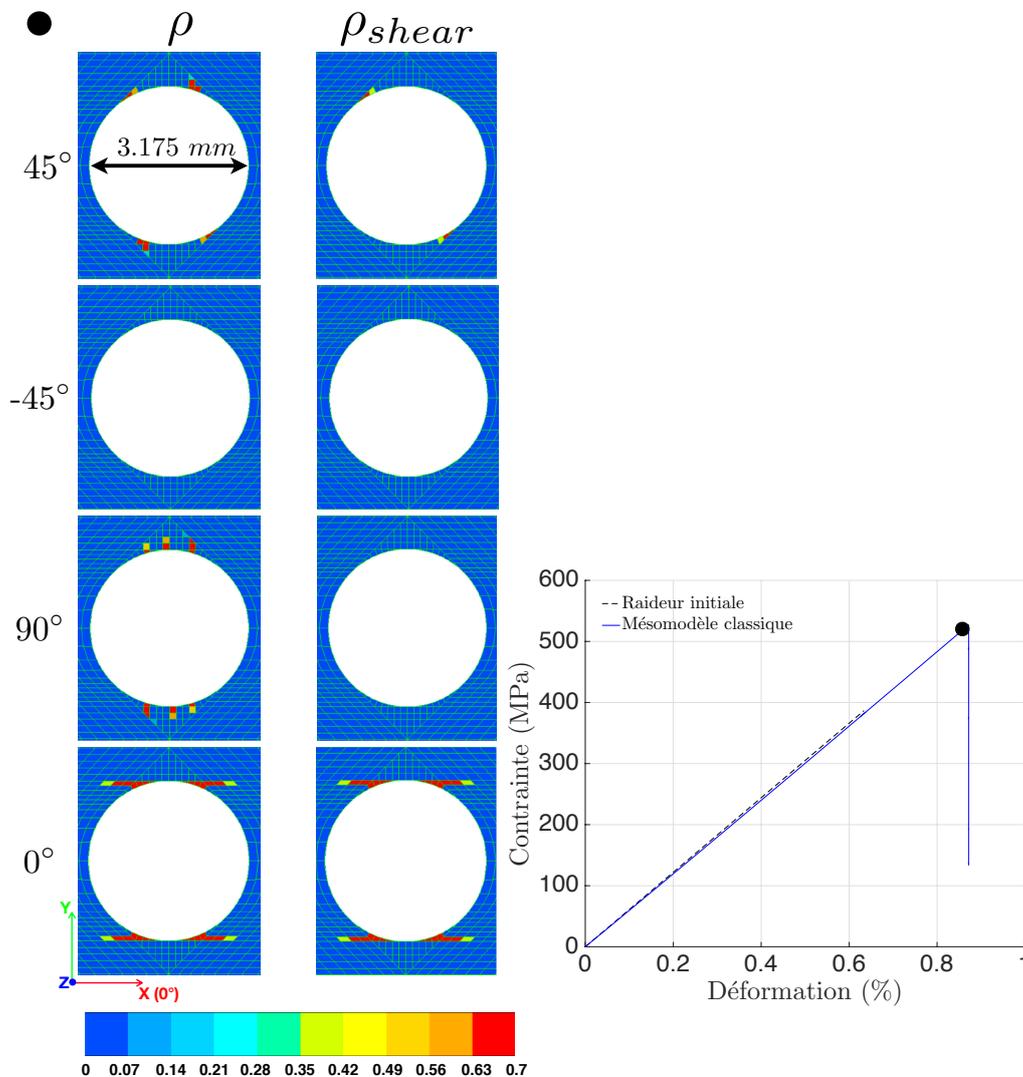


FIGURE 4.6: Investigation numérique par le critère de splitting à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/-45/90/0]_s$ muni d'un trou de diamètre de 3.175 mm

La figure 4.6 concerne la plaque trouée de diamètre de 3.175 mm et composée de l'empilement $[45/-45/90/0]_s$. Elle compare numériquement les cartes de fissuration due au cisaillement avec les cartes de fissuration totale. On peut voir clairement que la contribution due au cisaillement est à 100% dans les plis à 0° et 45° aux endroits où le sens des fibres est tangent au trou, tandis que la contribution due au cisaillement est nulle dans les plis à -45° et 90° .

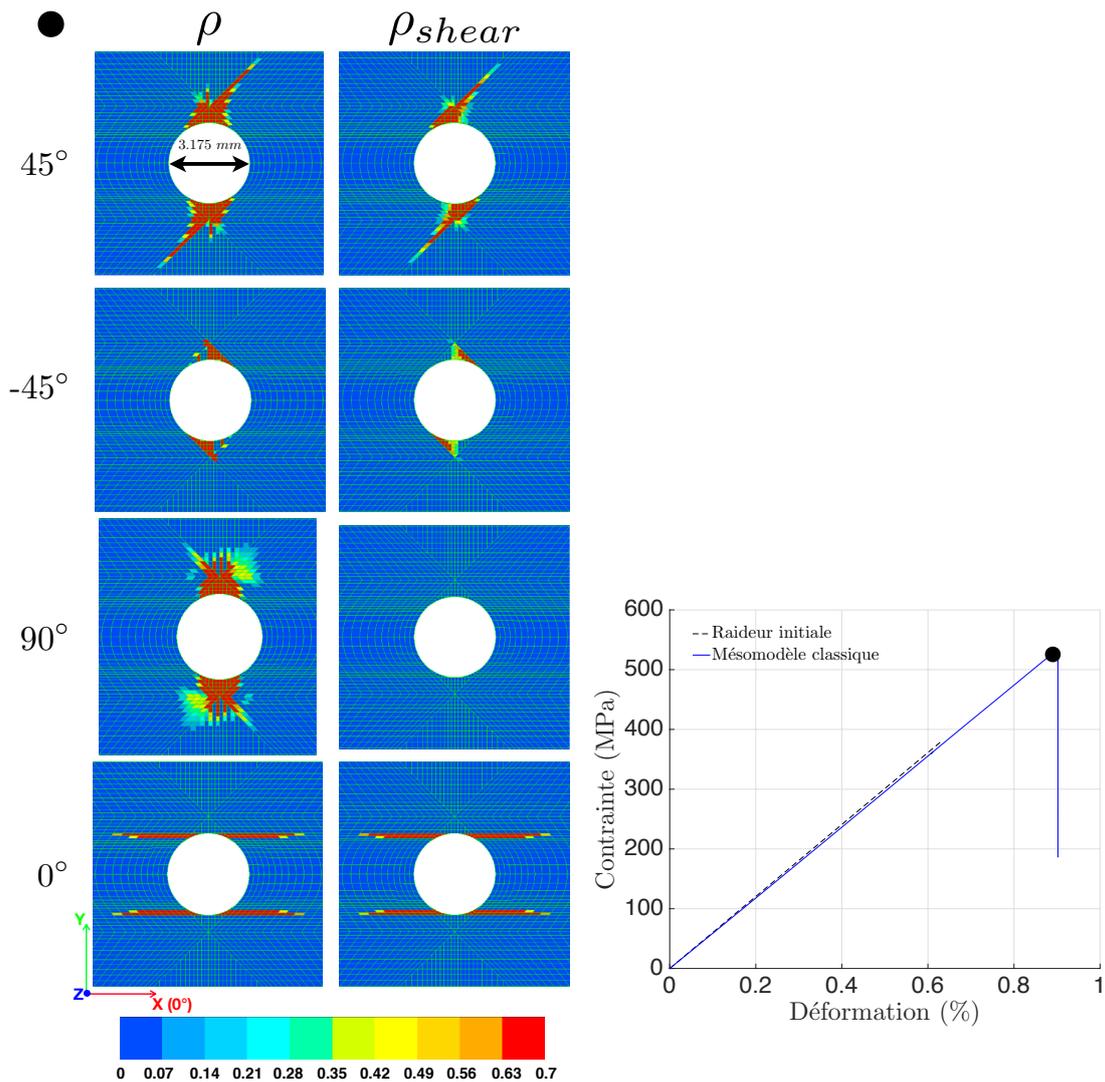


FIGURE 4.7: Investigation numérique par le critère de splitting à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$ muni d'un trou de diamètre de 3.175 mm

La figure 4.7 concerne la plaque trouée de diamètre de 3.175 mm et composée de l'empilement $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$. Sur la confrontation des cartes de fissuration due au cisaillement avec celles de fissuration totale de la figure 4.7, on peut constater que la contribution due au cisaillement est à 100% dans les plis à 0° , 45° et -45° . À la différence

de la figure 4.6, l'empilement $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$, qui est le résultat de l'épaississement de l'empilement $[45/-45/90/0]_s$, manifeste les endommagements d'une intensité plus élevée.

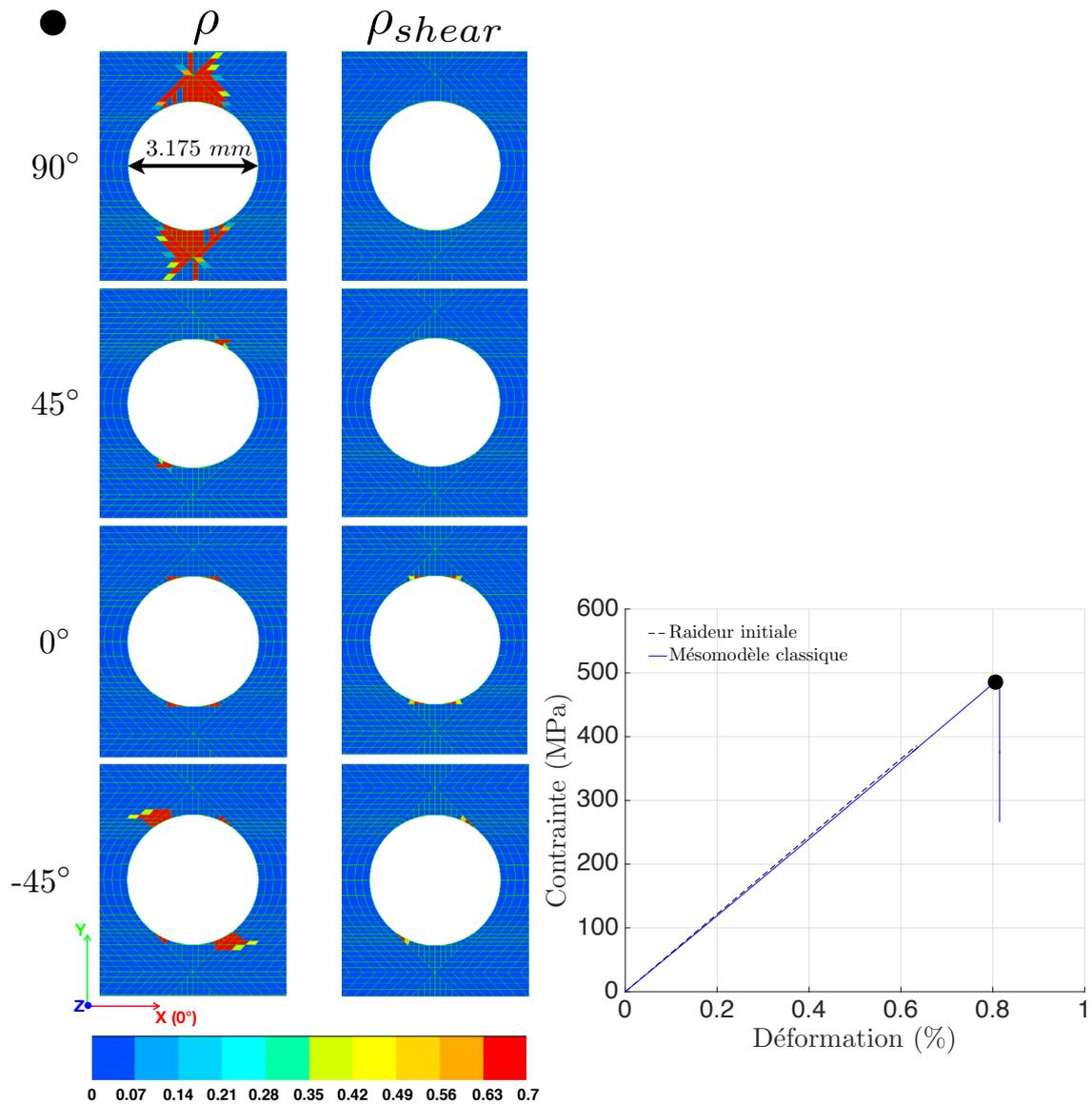


FIGURE 4.8: Investigation numérique par le critère de splitting à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[90/45/0/-45]_s$ muni d'un trou de diamètre de 3.175 mm

La figure 4.8 concerne la plaque trouée de diamètre de 3.175 mm et composée de l'empilement $[90/45/0/-45]_s$. Elle permet la confrontation des cartes de fissuration due au cisaillement avec elles de fissuration totale. Sur la comparaison de la figure 4.8, la zone d'endommagement est faible et confinée aux abords du trou dans les plis à 45° , 0° et -45° . Cependant, on peut voir clairement la contribution à 100% due au cisaillement dans les

plis à 0° et -45° .

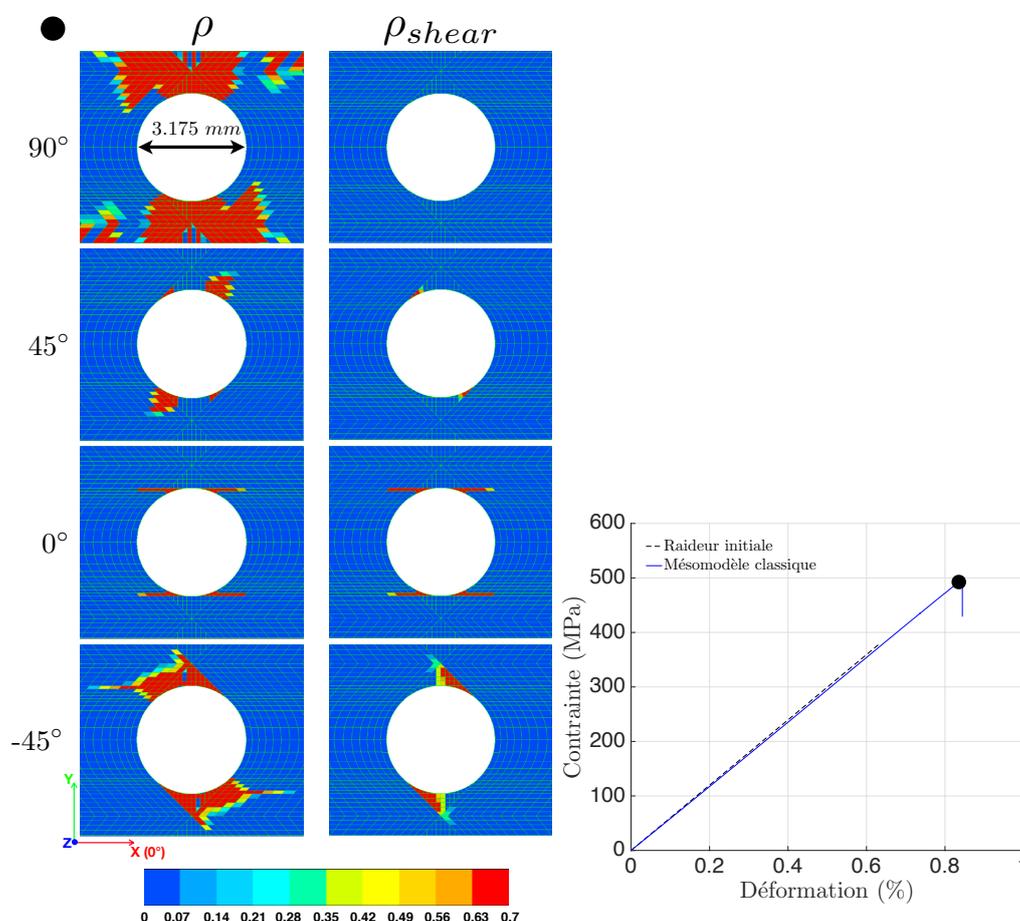


FIGURE 4.9: Investigation numérique par le critère de splitting à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$ muni d'un trou de diamètre de 3.175 mm

La figure 4.9 concerne la plaque trouée de diamètre de 3.175 mm et composée de l'empilement $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$. Ce dernier est obtenu par épaisseur de l'empilement $[90/45/0/-45]_s$ d'un facteur de 2. L'intensité de l'endommagement est nettement plus élevée que celle de l'empilement $[90/45/0/-45]_s$ dont l'épaisseur du pli est plus faible. Basant sur la confrontation des cartes de fissuration due au cisaillement à celles de fissuration totale de la figure 4.9, la contribution 100 % due au cisaillement dans l'évolution de la fissuration se retrouve dans les plis à -45° , 0° et 45° .

3 Validation de la version « *split* » du mésomodèle : effets du dimensionnement

Cette section vise à étudier les trois effets élémentaires sur le processus de l'endommagement lors du dimensionnement des stratifiés :

- les effets d'échelle des dimensions dans le plan observés lors de la mise en échelle des dimensions dans le plan ;
- les effets dus à l'augmentation du nombre des plis de même épaisseur (ou plus généralement les effets dus aux séquences d'empilement) observés lors de l'augmentation du nombre de plis ou du changement de la séquence d'empilement ;
- les effets d'épaisseur du pli observés lors de l'épaississement des plis.

Les deux derniers effets sont liés à l'épaisseur du stratifié. Dans les essais de [Green *et al.*, 2007], la mise en échelle est effectuée en une dimension dans l'épaisseur de l'éprouvette (en conservant les autres dimensions invariantes), en deux dimensions dans le plan (en conservant l'épaisseur invariante) et en trois dimensions. Il est à remarquer que la mise en échelle en 2D et 3D est réalisée de manière homothétique. De plus, les ratios du diamètre du trou sur la largeur et sur la longueur de l'éprouvette sont conservés invariants pour mettre en évidence l'influence du développement d'endommagements sous-critiques sur le comportement à rupture. Ces études résident dans la comparaison détaillée des prédictions en termes de l'évolution des endommagements et la contrainte à rupture aux résultats expérimentaux. Les deux séries de la famille de séquences d'empilement $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_{ns}$ (avec les paramètres m et $n = \{1, 2, 4, 8\}$) sont étudiées. Les analyses avec le critère de splitting révèlent que les splits s'initient et se propagent seulement dans le pli central à 0° et le pli à 45° en surface de l'empilement. La mise en place d'éléments cohésifs est effectuée uniquement dans les plis exposés à l'apparition du splitting.

3.1 Couplage des effets dus à l'augmentation du nombre des plis et effets des dimensions dans le plan

Cette partie porte sur les configurations à plis fins réalisées par [Green *et al.*, 2007]. L'épaisseur élémentaire du pli est de 0.125 mm. Dans un premier temps, on étudie seulement les effets dus à l'augmentation du nombre des plis à l'aide de la montée en échelle en 1D. Puis, les effets des dimensions dans le plan sont étudiés pour un cas de la série à plis fins par la montée en échelle en 2D. Enfin, on étudie simultanément les deux types d'effets avec la montée en échelle en 3D.

Montée en échelle en 1D Ce type de dimensionnement met en avant les effets dus à l'augmentation du nombre des plis de même épaisseur. La montée en échelle en 1D est réalisée par la répétition de la séquence de base d'un facteur $n = \{1, 2, 4, 8\}$ sur la même géométrie (figure 4.10). La figure 4.10 présente les contraintes à rupture obtenues à l'aide de deux approches du mésomodèle. Les marqueurs en bleu désignent les contraintes à rupture issues de la version classique alors que les marqueurs en rouge indiquent les contraintes à rupture obtenues par la version split du mésomodèle. Les prédictions sont comparées avec les résultats expérimentaux présentés dans [Green *et al.*, 2007]. On peut constater que les contraintes à rupture obtenues numériquement se retrouve correctement dans l'intervalle des résultats expérimentaux. Le mésomodèle est donc capable de prédire la propension de réduction des contraintes à rupture lors de l'augmentation du nombre

des plis. Il est à noter que la différence de la contrainte à rupture entre les deux approches « classique » et « split » du mésomodèle est faible ; cet écart diminue avec l'augmentation du nombre des plis au moyen de la répétition symétrique de la séquence de base. Cela s'explique par la diminution de l'intensité de l'endommagement. Cette intensité est loin d'être suffisante pour provoquer l'effet de relâchement des contraintes, notamment à partir de la répétition symétrique d'empilement d'un facteur de 2 comme l'indique la figure 4.10. Le rôle du splitting est donc réduit. C'est pour cette raison que la différence des contraintes à rupture obtenues à l'aide des deux approches « classique » et « split » est considérablement faible. Dans ce cas, le mésomodèle classique seul est suffisant pour reproduire avec précision le comportement à rupture des éprouvettes.

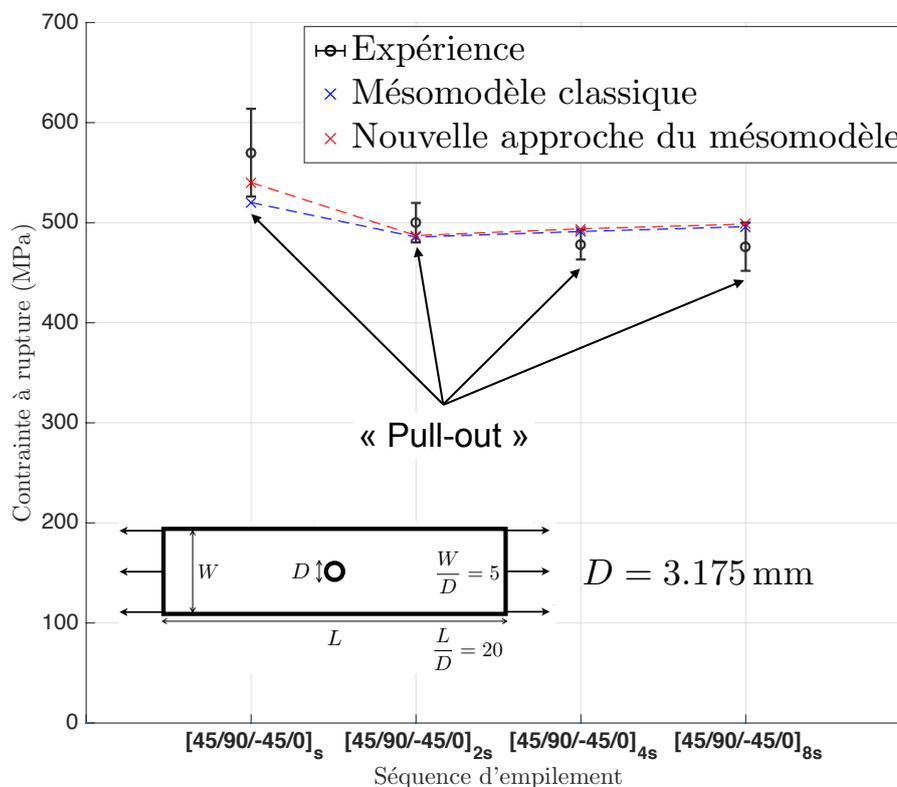


FIGURE 4.10: Contraintes à rupture issues de l'expérience et des deux approches du mésomodèle au regard de la répétition symétrique de la séquence de base $[45/90/-45/0]$ pour les plaques trouées avec $D = 3.175 \text{ mm}$

En bref, ces effets dus à l'augmentation du nombre des plis réduisent considérablement le développement d'endommagements sous-critiques ; par conséquent les concentrations de contraintes ne sont pas atténuées et deviennent de plus en plus sévères lors de l'augmentation du nombre des plis conduisant à une contrainte à rupture plus faible.

Montée en échelle en 2D Ce type de dimensionnement met en avant les effets d'échelle des dimensions dans le plan. La montée en échelle en 2D est réalisée par augmentation homothétique des dimensions dans le plan d'un facteur $n = \{1, 2, 4, 8\}$ en conservant le même empilement $[45/90/-45/0]_{4s}$ (figure 4.11). La figure 4.11 présente les contraintes à rupture en fonction de l'augmentation homothétique des dimensions dans le plan pour les éprouvettes composées de l'empilement $[45/90/-45/0]_{4s}$. Il est à rappeler que les dimensions dans le plan sont pilotées par le diamètre du trou car les ratios de la largeur et de la longueur sur le diamètre du trou sont fixés (voir la figure 4.11). Les contraintes à rupture sont issues des essais et simulations numériques. Concernant les plaques munies d'un trou de 3.175 mm et de 6.35 mm, les simulations numériques avec les deux approches du mésomodèle sont effectuées. En ce qui concerne les éprouvettes munies d'un grand trou dont le diamètre est de 12.7 mm et 25.4 mm, seuls les calculs numériques avec la version classique du mésomodèle sont réalisés pour un gain de temps. En plus, dans ce cas, la différence des contraintes à rupture obtenues des deux approches est quasiment nulle du fait que l'évolution d'endommagements sous-critiques est très faible. Il est à noter que l'augmentation homothétique des dimensions dans le plan réduit l'intensité de l'endommagement aux abords du trou et ainsi l'effet de relâchement des contraintes n'est pas prédominant dans les plis qui supportent la majorité du chargement.

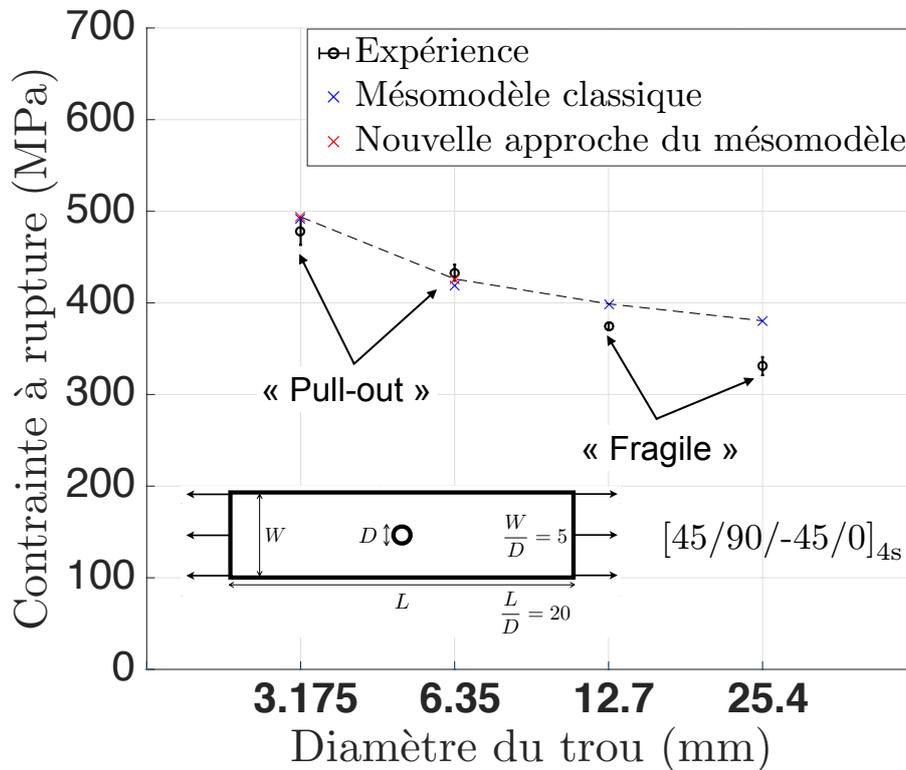


FIGURE 4.11: Contraintes à rupture issues de l'expérience et des deux approches du mésomodèle en fonction de l'augmentation homothétique des dimensions planes en 2D pour les éprouvettes composées de l'empilement $[45/90/-45/0]_{4s}$

Montée en échelle en 3D Il s'agit de la croissance homothétique des toutes les dimensions du stratifié. L'augmentation de l'épaisseur du stratifié est assurée par la répétition de la séquence de base ; donc l'épaisseur du pli est maintenue constante. Ce type de dimensionnement met en avant les effets d'échelle et ceux de l'augmentation du nombre des plis. Comme montré ci-dessus, les deux types d'effets ont un impact négatif sur l'évolution de l'endommagement.

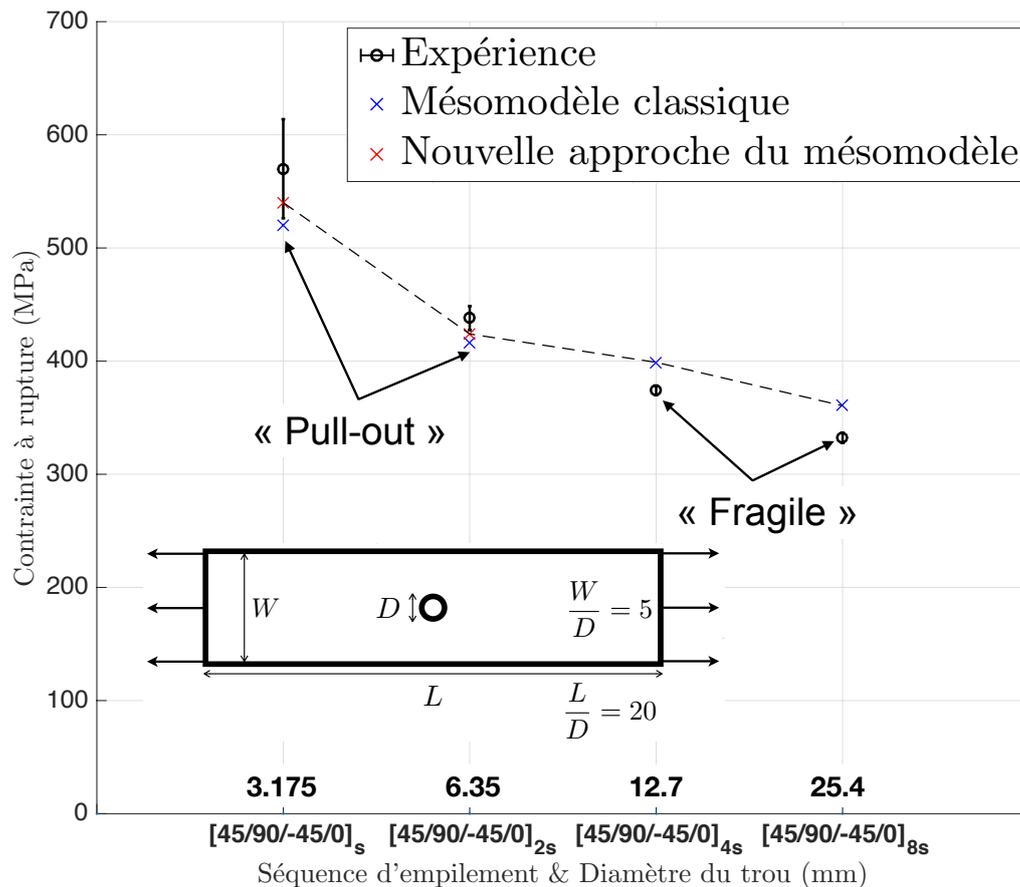


FIGURE 4.12: Contraintes à rupture issues de l'expérience et des deux approches du mésomodèle par rapport à l'augmentation homothétique tridimensionnelle de facteurs de 2, 4 et 8. Le dimensionnement de l'épaisseur des éprouvettes considérées est effectué par la répétition symétrique de la séquence de base.

La figure 4.12 présente les contraintes à rupture issues des résultats expérimentaux et des deux approches du mésomodèle lors de la montée en échelle homothétique tridimensionnelle. Les deux configurations à grandes tailles sont munies d'un trou de diamètre de 12.7 mm et 25.4 mm et elles sont composée d'empilements de plus d'une dizaine de plis : [45/90/-45/0]_{4s} et [45/90/-45/0]_{8s}. Le calcul numérique de ces deux configurations est fortement onéreux. Par ailleurs, du fait que les effets dus à l'augmentation du nombre des plis et à l'augmentation des dimensions dans le plan sont tous mis en avant dans ce type de dimensionnement, l'endommagement est fortement baissé. Il suffit

donc d'utiliser la version classique du mésomodèle pour reproduire les essais de telles configurations. Comme on peut le voir sur la figure 4.12, les marqueurs en bleu correspondants à l'approche classique du mésomodèle pour les deux configurations à grandes tailles donnent des contraintes à rupture proches des résultats expérimentaux.

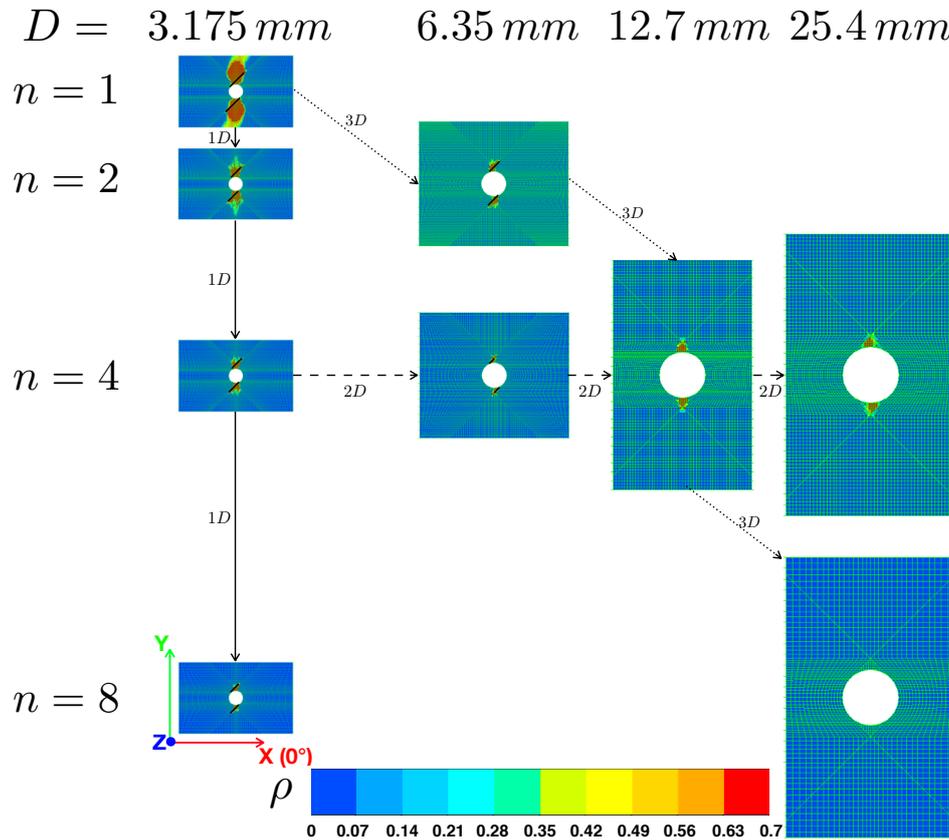


FIGURE 4.13: État de l'endommagement juste avant la ruine finale dans les plis à 45° et 90° en surface de structures par rapport à la montée en échelle à plis fins $[45/90/-45/0]_{ns}$

Figure 4.13 présente l'état d'endommagements sous-critiques sur les deux plis à 45° et 90° en surface de l'empilement de manière superposée pour toutes les configurations à plis fins. Les cartes d'endommagement sont visualisées au moment où la rupture des fibres est à peine initiée dans un certain nombre de plis à 0° . Les fissures de splitting à 45° se trouvent dans le pli à 45° et sont marquées par des lignes en noir. La fissuration dans le pli à 90° représentant un réseau quasi-périodique de fissures est quant à elle modélisée de manière homogène avec la densité de fissuration qui varie de 0 à 0.7. Lors de la montée en échelle à une dimension par répétition symétrique de la séquence de base, le nombre de plis de même épaisseur augmente et l'intensité de l'endommagement aux abords du trou est diminuée (voir la figure 4.13). Cela se traduit par la baisse de la contrainte à rupture et la faible différence des contraintes à rupture issues des deux approches du mésomodèle comme l'on peut le voir sur la figure 4.10. Lors de l'augmentation homothétique des dimensions dans le plan, la zone d'endommagement est confinée

aux abords du trou. La taille de la zone d'endommagement reste faible par rapport à la celle des éprouvettes considérée. Des commentaires similaires peuvent être attribués pour l'augmentation homothétique de toutes les dimensions. Une attention particulière est portée sur la plus grande éprouvette dont la zone d'endommagement juste avant la rupture des fibres est imperceptible sur la carte d'endommagement. En fait, cette zone est confinée aux abords du trou et fortement petite par rapport à la taille de l'éprouvette.

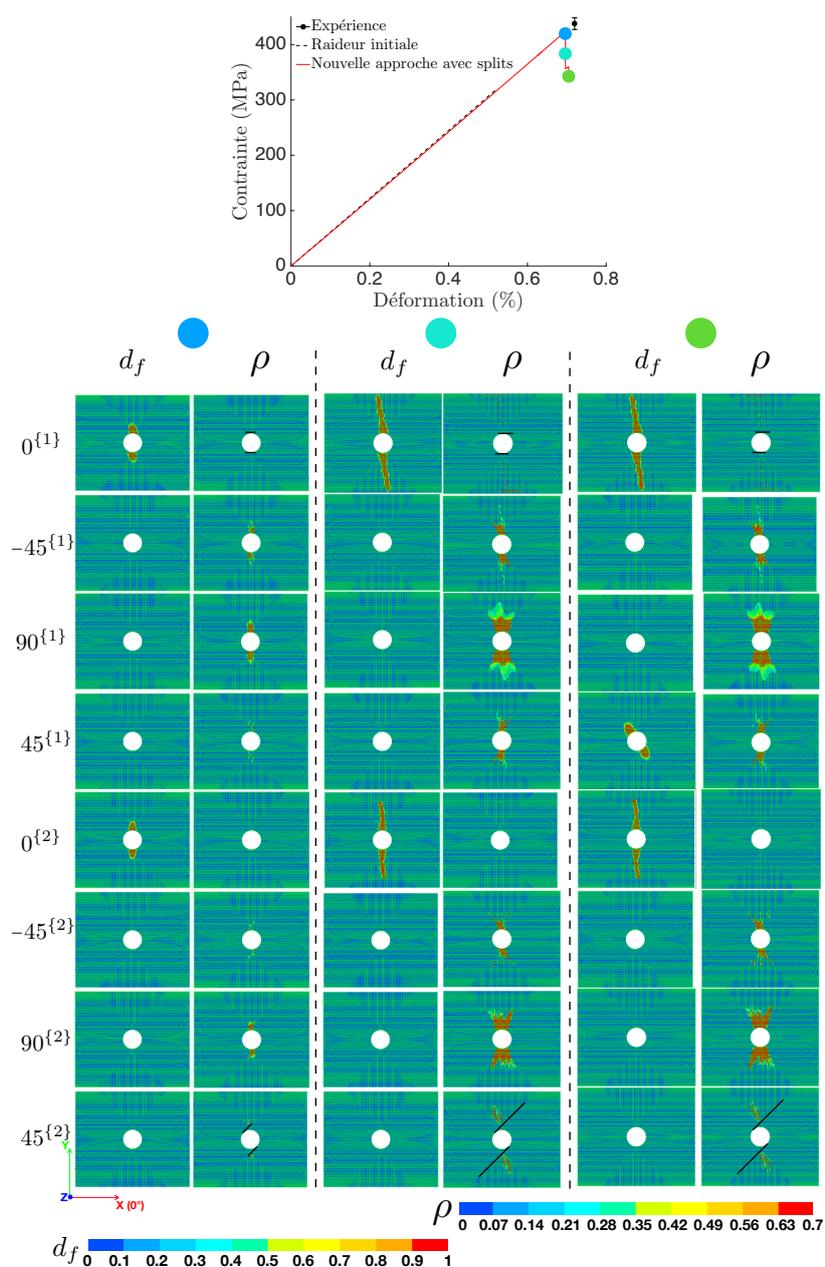


FIGURE 4.14: Rupture des fibres dans le stratifié $[45/90/-45/0]_{2s}$ avec $D=6.35$ mm

La figure 4.14 présente la ruine finale d'une configuration à plis fins. Cette dernière correspond à une éprouvette munie d'un trou de 6.35 mm de diamètre et composée de l'empilement $[45/90/-45/0]_{2s}$. Cet empilement est composé de 2 paquets de la séquence de base. Les cartes d'endommagement de la rupture des fibres et de la fissuration sont montrées en 3 niveaux de chute de charge. On peut constater que l'ouverture du splitting ne se produit que dans le pli central à 0° et le pli à 45° en surface. La ruine du stratifié commence par la rupture des fibres dans les deux plis à 0° comme il a été montré sur la figure 4.14. Lors de la propagation de la rupture des fibres dans les plis à 0° , ces derniers ne peuvent plus supporter la majorité du chargement ; par conséquent, la redistribution de contraintes se produit dans tout le stratifié et les autres plis tiennent le chargement. Ainsi, la fissuration dans les plis à 90° et -45° et le splitting à 45° en surface se développent rapidement. Au dernier niveau de la chute de charge sauvegardé, on peut constater la propagation de la rupture des fibres dans le pli intérieur à 45° selon le sens orthogonal à celui des fibres.

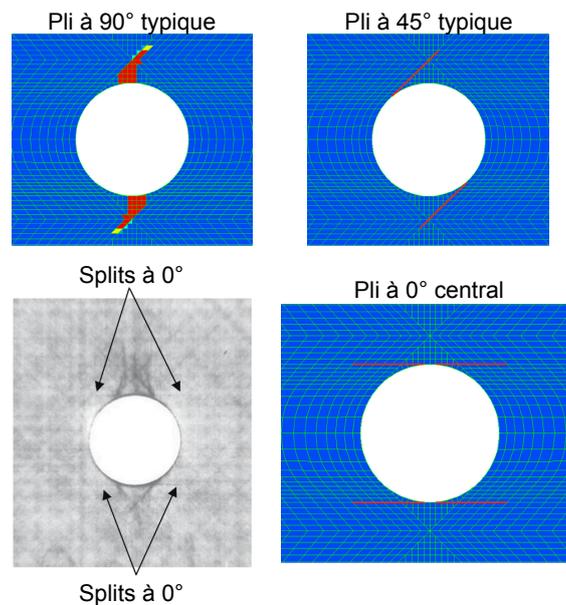


FIGURE 4.15: Comparaison entre les prédictions de la nouvelle approche et la tomographie (tous les plis superimposés) pour l'éprouvette $[45/90/-45/0]_{4s}$ avec $D=3.175$ mm

La figure 4.15 concerne l'éprouvette munie d'un trou de $D=3.175$ mm de diamètre et composée de l'empilement $[45/90/-45/0]_{4s}$. Les prédictions de la nouvelle approche sont comparées avec la tomographie dont tous les plis sont superposés. La comparaison est réalisée à 95% de la contrainte à rupture. Sur la carte de splitting du pli central à 0° , on voit clairement la propagation symétrique des 4 splits d'une longueur à peu près du diamètre du trou. Ceci est en concordance avec la tomographie. Sur la tomographie de la figure 4.15, on constate également des patterns de la fissuration transverse qui sont correctement prédits sur la carte de fissuration associée au pli à 90° .

3.2 Couplages des effets d'épaisseur du pli et effets des dimensions dans le plan

Cette partie porte sur les configurations à plis épais. Dans un premier temps, on analyse seulement les effets d'épaisseur du pli sur le développement des endommagements sous-critiques à l'aide de l'épaississement des plis (montée en échelle en 1D). Puis, l'étude porte sur les effets des dimensions dans le plan d'une configuration à plis épais ($[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$) par l'intermédiaire de l'augmentation homothétique des dimensions dans le plan (montée en échelle en 2D). Enfin, on étudie simultanément les deux types d'effets à travers l'augmentation homothétique de toutes les dimensions (montée en échelle en 3D).

La figure 4.16 montre les contraintes à rupture issues de l'expérience et des deux approches du mésomodèle lors de l'épaississement des plis pour les éprouvettes contenant un trou de 3.175 mm de diamètre. La version split du mésomodèle est capable de prédire la propension de diminution de contraintes à rupture due au délaminage intense lors de l'augmentation de l'épaisseur du pli. Du point de vue physique, étant donné que l'épaississement de l'épaisseur favorise le développement de l'endommagement, l'intensité de l'endommagement devient de plus en plus intense avec l'augmentation de l'épaisseur du pli. De ce fait, le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se propage plus rapidement à travers la largeur entière pour l'épaisseur du pli plus importante conduisant à la baisse de la contrainte à rupture due au grand délaminage de l'interface $-45^\circ/0^\circ$.

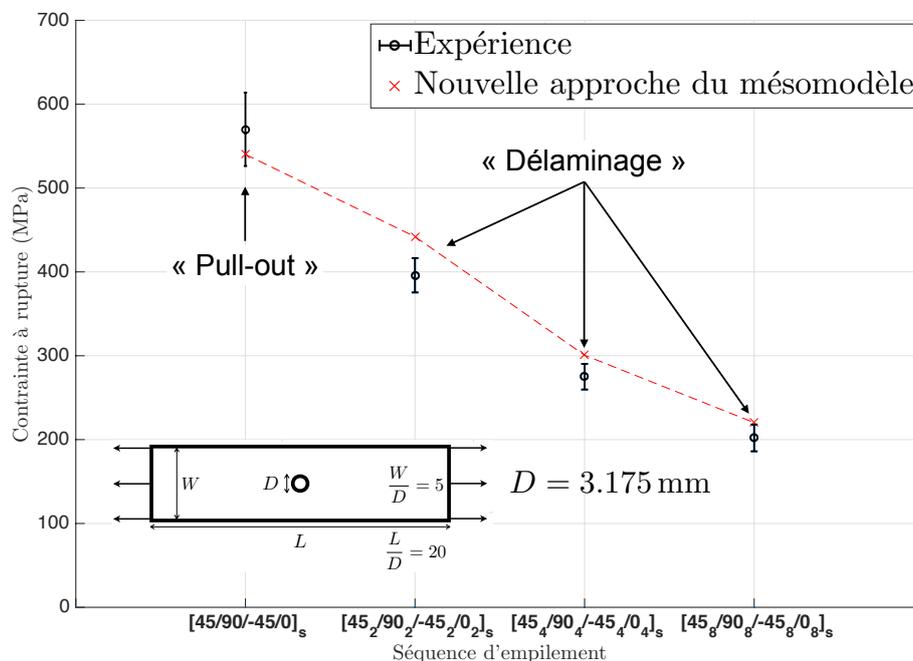


FIGURE 4.16: Contraintes à rupture de l'expérience et des deux approches du mésomodèle en fonction de l'épaississement des pliis sur l'empilement $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_s$ $m=\{1,2,4,8\}$ avec $D=3.175 \text{ mm}$

La Figure 4.17 montre la comparaison en termes de contraintes à rupture entre l'expérience et les deux approches du mésomodèle lors de la montée en échelle homothétique bi-dimensionnelle pour une configuration à plis épais composée de l'empilement $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$. Les contraintes à rupture croissent avec la montée en échelle bidimensionnelle. Cela s'explique par le fait que la montée en échelle bidimensionnelle a un impact négatif sur l'évolution de l'endommagement. Il faut un niveau de chargement plus élevé pour que le délaminage de l'interface $-45^\circ/0^\circ$ atteigne les bords de l'éprouvette considérée. C'est pour cette raison que la contrainte à rupture due au grand délaminage augmente. En plus, il est à noter que dans [Green *et al.*, 2007], pour la configuration la plus grande, deux des 6 spécimens testés manifestent le mode de rupture de type « pullout » (la ruine due à la rupture des fibres), c'est-à-dire qu'il y a une transition entre les modes de rupture de type « pullout » et « délaminage » lorsque la taille du trou devient assez grande par rapport à l'épaisseur du pli (figure 4.17).

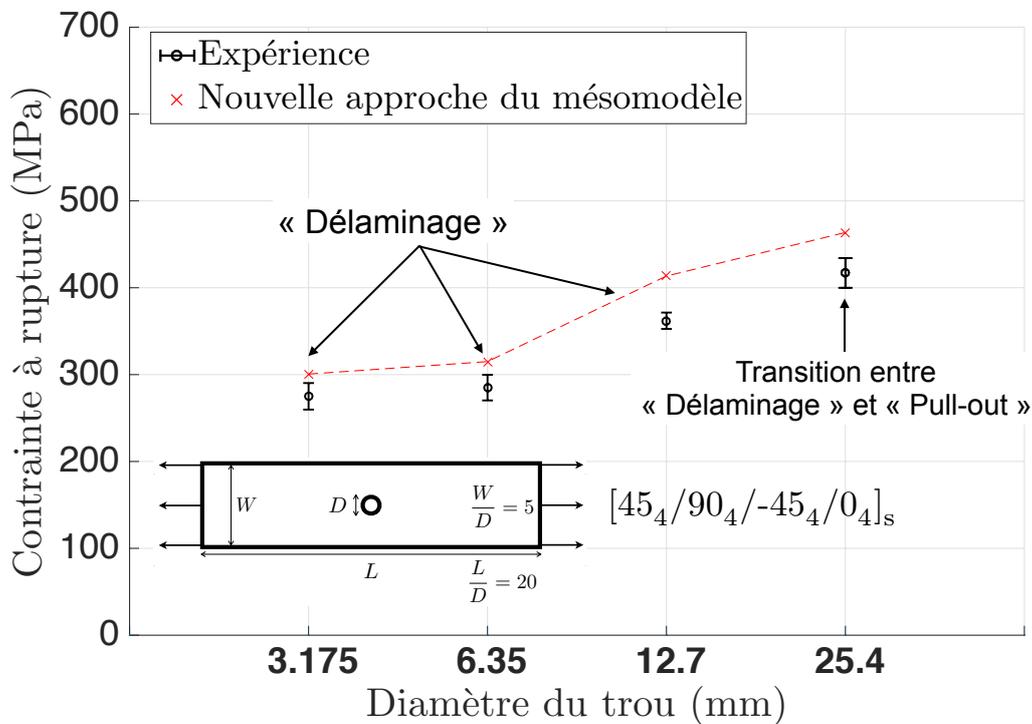


FIGURE 4.17: Contraintes à rupture issues de l'expérience et des deux approches du mésomodèle en fonction de l'augmentation homothétique des dimensions planes en 2D pour les éprouvettes composées de l'empilement $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$ à plis épais.

La figure 4.18 montre la comparaison en termes de contraintes à rupture entre l'expérience et les deux approches du mésomodèle lors de la montée en échelle homothétique tri-dimensionnelle. Il y a une compétition entre les deux effets : l'effet d'épaisseur du pli qui favorise le développement de l'endommagement et l'effet des dimensions planes qui défavorise l'évolution de l'endommagement. Toutefois, l'effet de l'épaisseur est dominant et les configurations à partir du diamètre de 6.35/,mm mani-

festent la rupture due au grand délaminage. Il est à noter que l'écart entre l'expérience et la simulation numérique est assez important pour les deux dernières configurations. Cela fait l'objet des études dans la section 4.

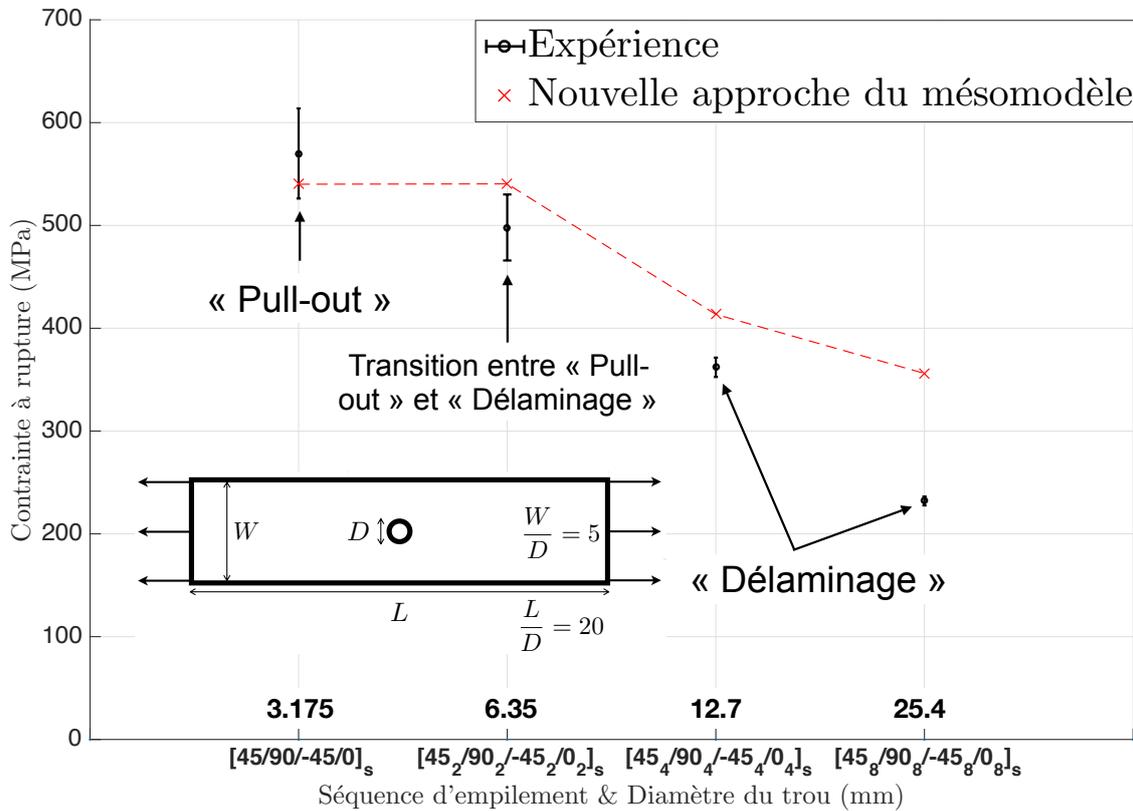


FIGURE 4.18: Contraintes à rupture issues de l'expérience et des deux approches du mésomodèle en lien avec l'augmentation homothétique tridimensionnelle de facteurs de 2, 4 et 8. Le dimensionnement de l'épaisseur des éprouvettes est effectué par l'épaississement des plis.

La figure 4.19 montre l'état de l'endommagement lors de la première chute due au délaminage intense de l'interface $-45^\circ/0^\circ$. Les cartes d'endommagement sont en concordance avec les descriptions présentées dans [Green *et al.*, 2007]. Concrètement, lors de la première chute, les splits à 45° se propagent sur toute la largeur de l'éprouvette considérée. La fissuration dans le pli à 90° se forme sous un réseau de fissures et évolue le long des fissures de splitting à 45° . On peut observer également une zone où se développe le réseau de fissures dans le pli à -45° . Enfin, les fissures à 0° se développent de manière asymétrique et sont accompagnées par le grand délaminage de l'interface $-45^\circ/0^\circ$ qui se propage jusqu'aux bords de l'éprouvette. Sur les cartes dénommées ρ_{shear} , on peut observer une zone faible de fissuration due au cisaillement dans le pli à -45° .

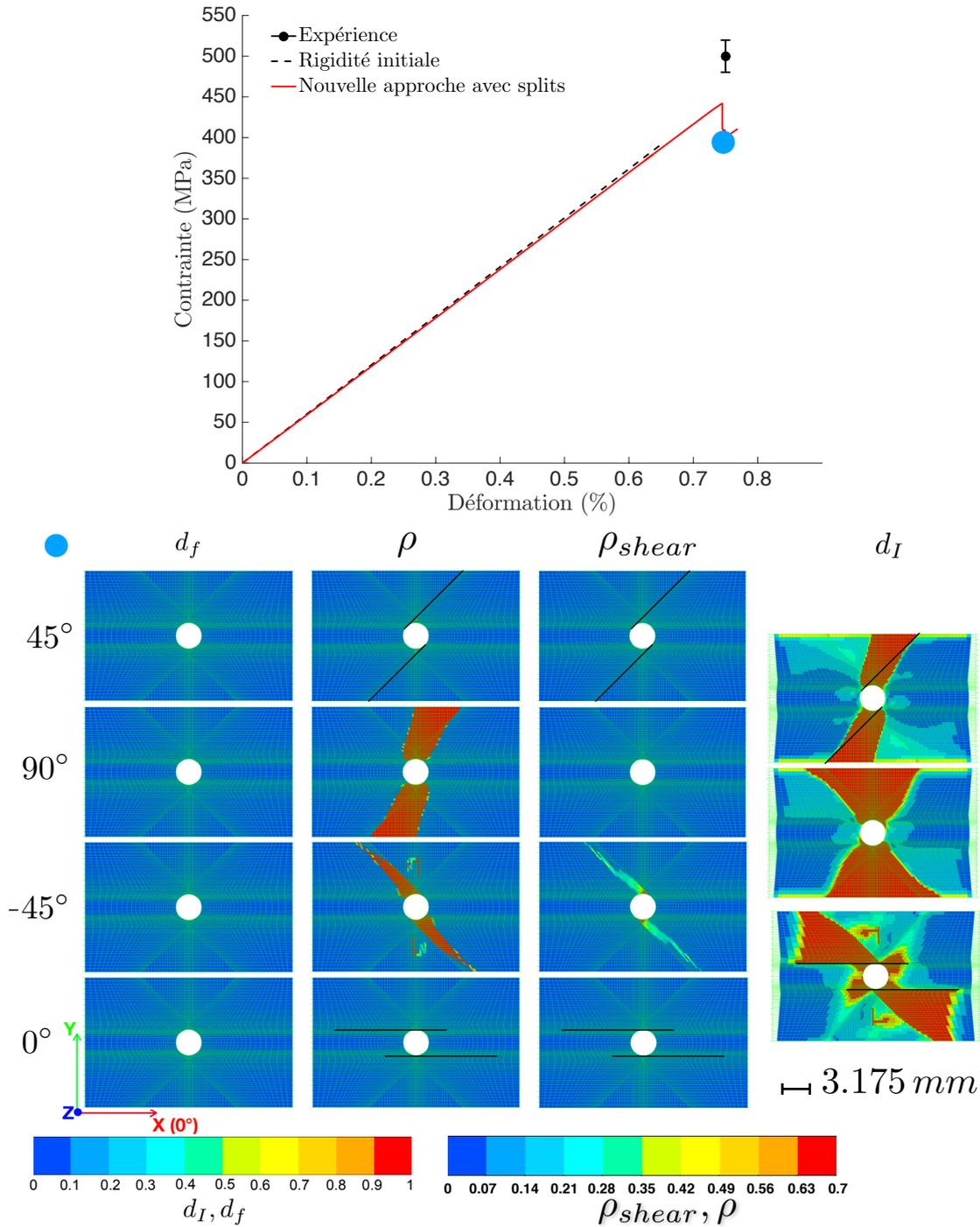


FIGURE 4.19: État de l'endommagement après la première chute de la charge au sein du stratifié $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$ avec $D=3.175 \text{ mm}$

La figure 4.20 montre la comparaison de la fissuration entre la simulation numérique de la version split du mésomodèle et l'expérience pour l'éprouvette $[45/90/-45/0]_s$ avec le diamètre du trou $D=3.175 \text{ mm}$. On peut y observer les fissures de splitting à 45° et à

0° dans les plis à 45° et à 0° , la fissuration transverse observée dans le pli à 90° suit les fissures de splitting à 45° . Le réseau de fissuration dans le pli à -45° se développe de manière asymétrique dans la direction de la charge imposée.

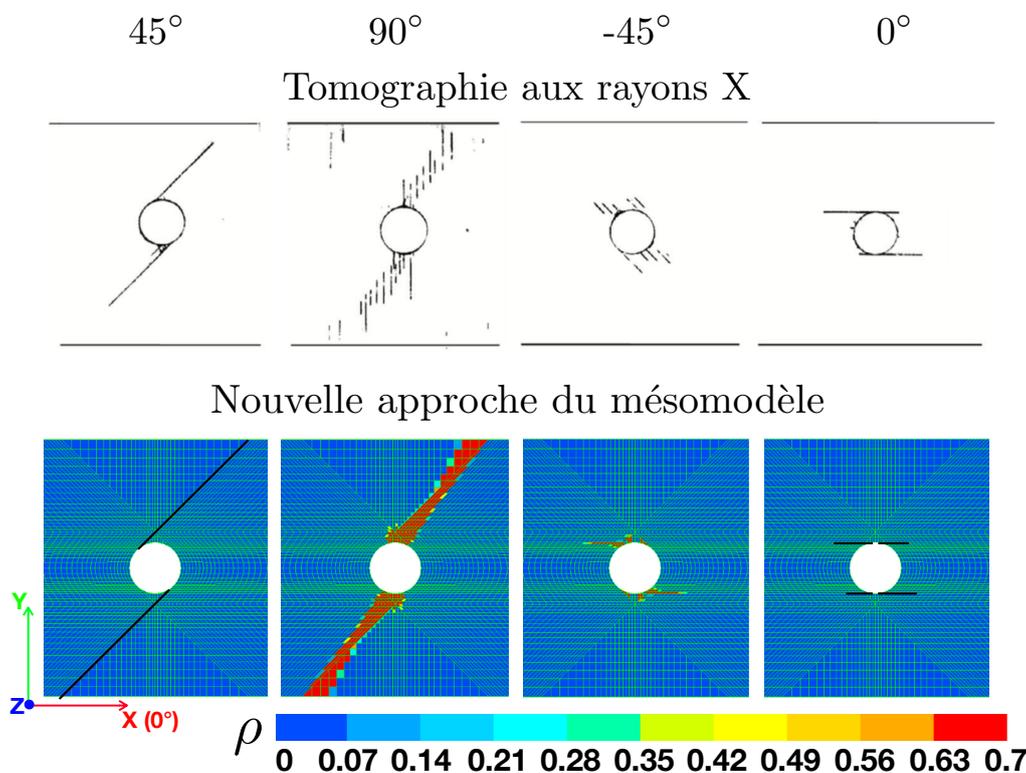


FIGURE 4.20: Comparaison de l'état de l'endommagement entre les résultats numériques avec la version split du mésomodèle et l'expérience pour l'éprouvette $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$ avec $D = 3.175$ mm

Il est important de confronter le comportement des endommagements et leur interaction lors de la ruine due au délaminage intense sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ aux observations expérimentales. La figure 4.21 concerne l'éprouvette $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$ munie d'un trou de 6.35 mm de diamètre. Elle présente les cartes de fissuration due au cisaillement confrontées à celles de fissuration totale ainsi que les cartes de délaminage. Les splits sont marqués par la ligne noire. Ces cartes sont visualisées aux 3 niveaux de chute du chargement. Juste avant la chute de charge, on peut constater que les endommagements dans les plis à 45° , 90° ainsi que le délaminage des interfaces $90^\circ/45^\circ$ et $-45^\circ/90^\circ$ traversent entièrement la largeur du stratifié. Au niveau intermédiaire de chute, le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se propage de manière fortement rapide à travers la largeur du stratifié ; il est accompagné par la propagation asymétrique des splits à 0° . Au troisième niveau de la chute de charge, le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se poursuit le long de la longueur de l'éprouvette de manière asymétrique. Ces phénomènes sont numériquement capturés par la version split du mésomodèle et ils sont conforme à la description de [Green *et al.*, 2007].

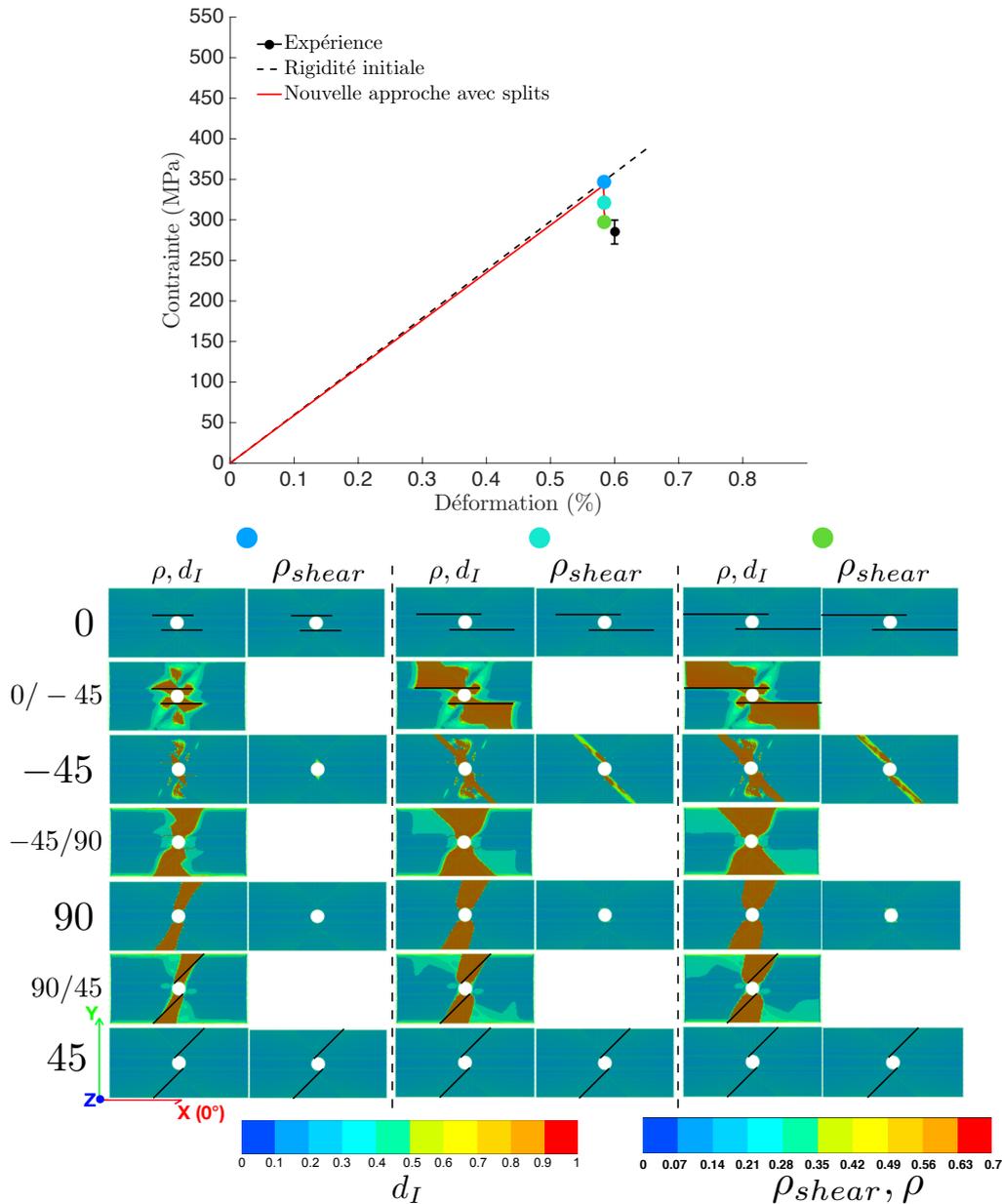


FIGURE 4.21: Évolution de l’endommagement et du délaminage lors de la première chute de la charge pour l’éprouvette $[45_2/90_2/-45_2/0_2]_s$ munie d’un trou de 6,35 mm de diamètre

La figure 4.22 concerne l’éprouvette composée de l’empilement $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$ et munie d’un trou de 3,175 mm de diamètre. Elle montre les deux chutes importantes de charge associées à la propagation du délaminage de l’interface $-45^\circ/0^\circ$. À la première chute importante de charge qui est définie par [Green *et al.*, 2007] comme étant une chute de plus de 5 %, le délaminage sur l’interface $-45^\circ/0^\circ$ se propage de manière asymétrique au travers de la largeur de l’éprouvette ; cet aspect est en concordance avec l’image obtenue.

nue expérimentalement par la technique de X-radiographie qui montre une zone sombre envahissant de manière asymétrique la zone utile de l'éprouvette. Puis, le délaminage sur l'interface $-45^\circ/0^\circ$ se poursuit le long de la longueur de l'éprouvette jusqu'aux talons conduisant à la seconde chute importante de charge comme le montre la figure 4.22. Cet aspect est totalement en accord avec la description de [Green *et al.*, 2007]. De plus, la contrainte maximale à la première chute se retrouve correctement dans l'intervalle de la contrainte à rupture obtenue par les essais. Il est à noter qu'aucune rupture des fibres n'est constatée jusqu'à la première chute. En raison de difficultés numériques dues aux nombreux éléments endommagés, il est difficile de prolonger le calcul numérique jusqu'à l'initiation de la rupture des fibres.

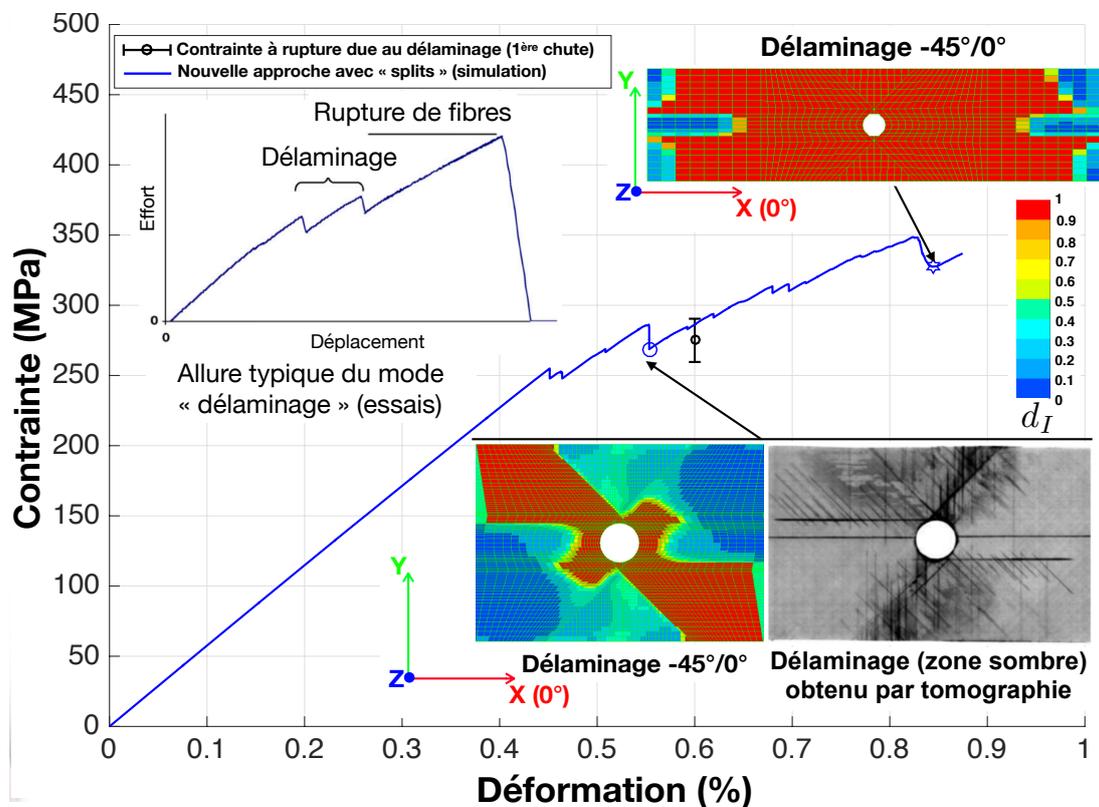


FIGURE 4.22: Validation de la nouvelle approche du mésomodèle pour le mode de rupture de type « délaminage »

La figure 4.23 concerne l'interface $45^\circ/90^\circ$. Elle permet la comparaison entre la tomographie « C-scanner » et les prédictions de la nouvelle approche. Le délaminage est marqué par les zones en bleu sur la tomographie et en rouge sur la carte de délaminage numérique. Les zones de délaminage interne (aux abords du trou) et externe (en bord libre de l'éprouvette) sous forme triangulaire sont précisément reproduite par la nouvelle approche du mésomodèle.

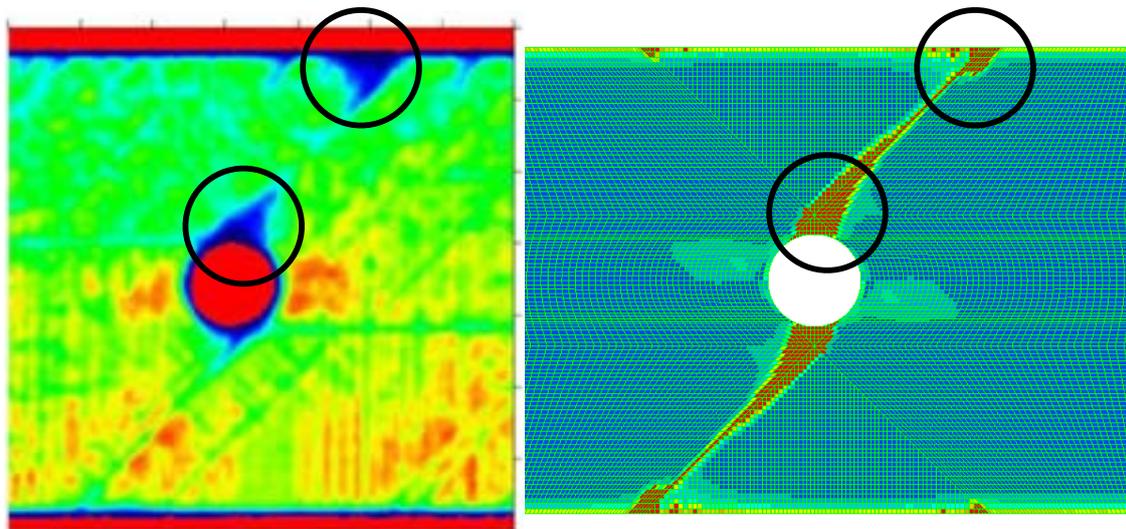


FIGURE 4.23: Reproduction du rapprochement des zones de délaminage interne et externe de l'interface $45^\circ/90^\circ$ sous forme triangulaire (à gauche : *C-scanner*, à droite : simulation numérique avec la nouvelle approche du mésomodèle)

3.3 Effets dus aux différentes séquences d'empilement

Dans cette partie, on analyse les effets dus à la séquence d'empilement sur l'évolution des endommagements sous-critiques jusqu'à la rupture finale par le changement de l'ordre des plis de la famille $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_{ns}$. Deux séries sont considérées. La première série concerne les empilements $[45/-45/90/0]_s$ et $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$ et la seconde comporte les empilements $[90/45/0/-45]_s$ et $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$. Les prédictions sont comparées avec les données expérimentales présentées dans [Hallett *et al.*, 2009b].

3.3.1 Plis de faible épaisseur

D'après [Hallett *et al.*, 2009b] la structure trouée de l'empilement $[45/-45/90/0]_s$ est rompue par la rupture des fibres. La figure 4.24 montre les cartes d'endommagement de la rupture des fibres, de la fissuration et du délaminage. La ligne noire indique la propagation des splits. La contrainte à rupture est bien prédite par la simulation numérique. La rupture des fibres dans le pli à 0° peut être numériquement observée sur les cartes de la rupture des fibres, ce qui concorde avec le mode de rupture révélé par l'expérience. De plus, sur le faciès de rupture d'une éprouvette, on peut constater des traces de fissures de splitting à 45° et 0° . Ces observations sont reproduites par la simulation numérique avec la nouvelle approche.

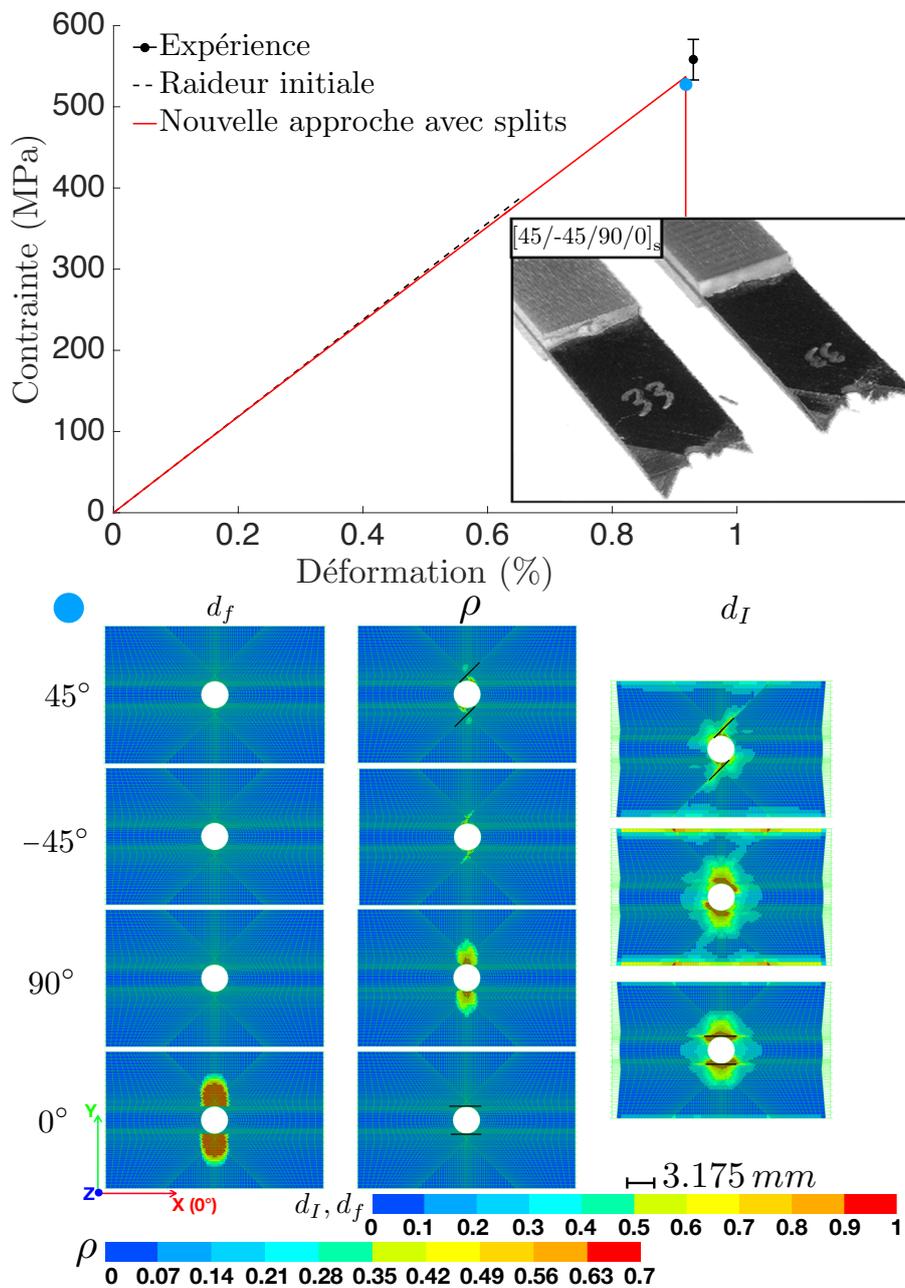


FIGURE 4.24: État de l'endommagement dans le stratifié $[45/-45/90/0]_s$

Le commentaire est identique pour le stratifié $[90/45/0/-45]_s$ présentant le mode de rupture dominée par la rupture des fibres d'après [Hallett *et al.*, 2009b]. Dans cet empilement, le pli à 0° n'est plus au centre et est remplacé par le pli à -45° . Les fissures de splitting sont détectées dans les trois plis à 0° , 45° et -45° avec l'investigation sur la figure 4.8. La rupture des fibres au début de la chute de charge se trouve toujours dans le pli à 0° . Sur le faciès de rupture, on peut voir clairement la rupture du plis externe à 90° et des traces à 45° et -45° . La trace du splitting à 0° est très petite.

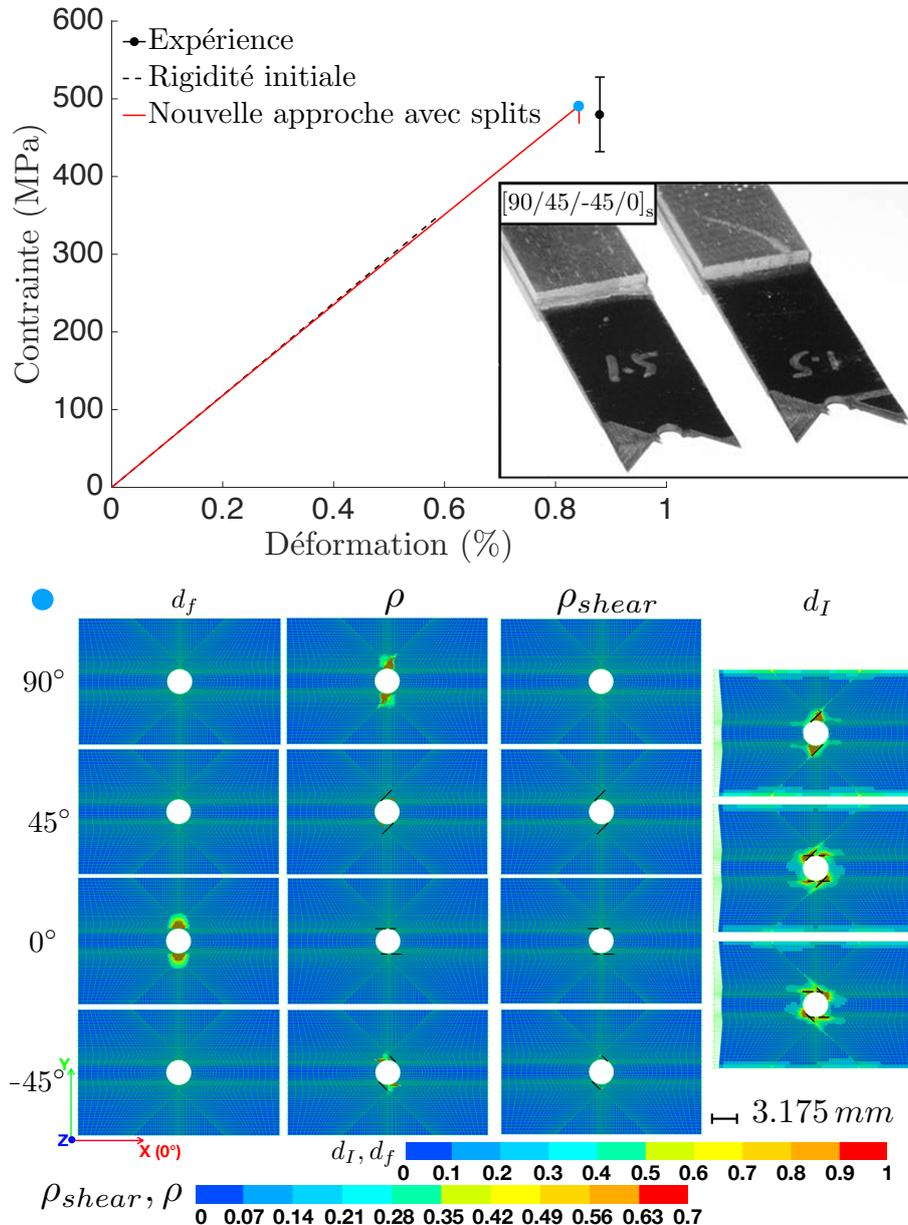


FIGURE 4.25: État de l'endommagement dans le stratifié $[90/45/0/-45]_s$

3.3.2 Plis de forte épaisseur

Les mêmes séquences d'empilement présentées dans la section précédente sont étudiées avec l'épaisseur du pli doublée : $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$ et $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$.

D'après [Hallett *et al.*, 2009b], la séquence d'empilement avec l'épaisseur doublée $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$ n'est plus rompue par la rupture des fibres mais par le grand délaminage. La figure 4.26 montre les cartes d'endommagement. On peut y voir qu'il

n'y a aucune rupture des fibres dans tous les plis du stratifié à la chute de la charge appliquée. Le délaminage dans toutes les interfaces atteint les bords de la structure, surtout un grand délaminage sur l'interface $90^\circ/0^\circ$. En outre, les fissures de splitting à 45° et -45° traversent toute la largeur de la plaque trouée. Sur le faciès de rupture, on peut constater nettement le décollement total de l'interface $90^\circ/0^\circ$ qui est en accord avec les prédictions.

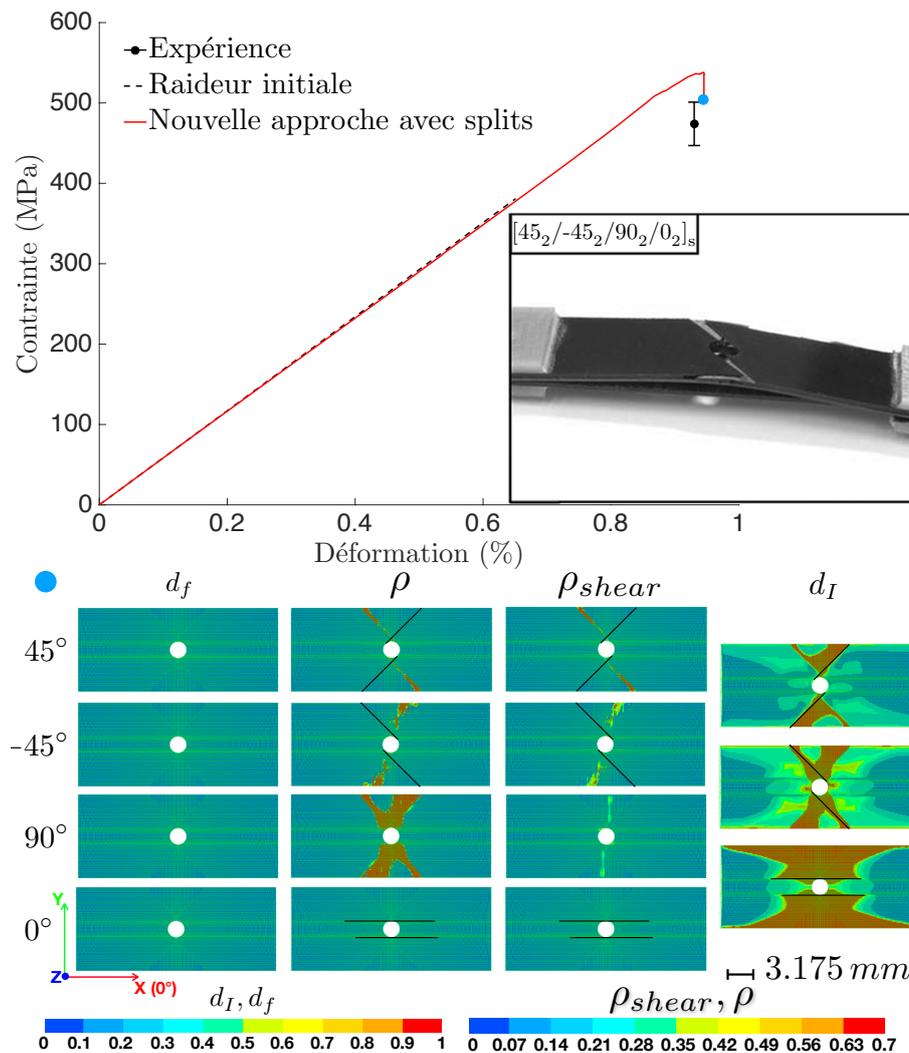


FIGURE 4.26: État de l'endommagement dans le stratifié $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$

Contrairement au comportement de l'empilement $[45_2/-45_2/90_2/0_2]_s$, la séquence d'empilement $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$ manifeste numériquement sur la figure 4.27 une ruine dominée par la rupture des fibres tout comme l'expérience. On peut observer sur la figure 4.25 que les splits se propagent et le délaminage de toutes les interface n'atteint pas encore les bords de la plaque. La rupture des fibres s'initie en premier dans le pli 0° . Sur le faciès de rupture, les traces de splitting sont claires.

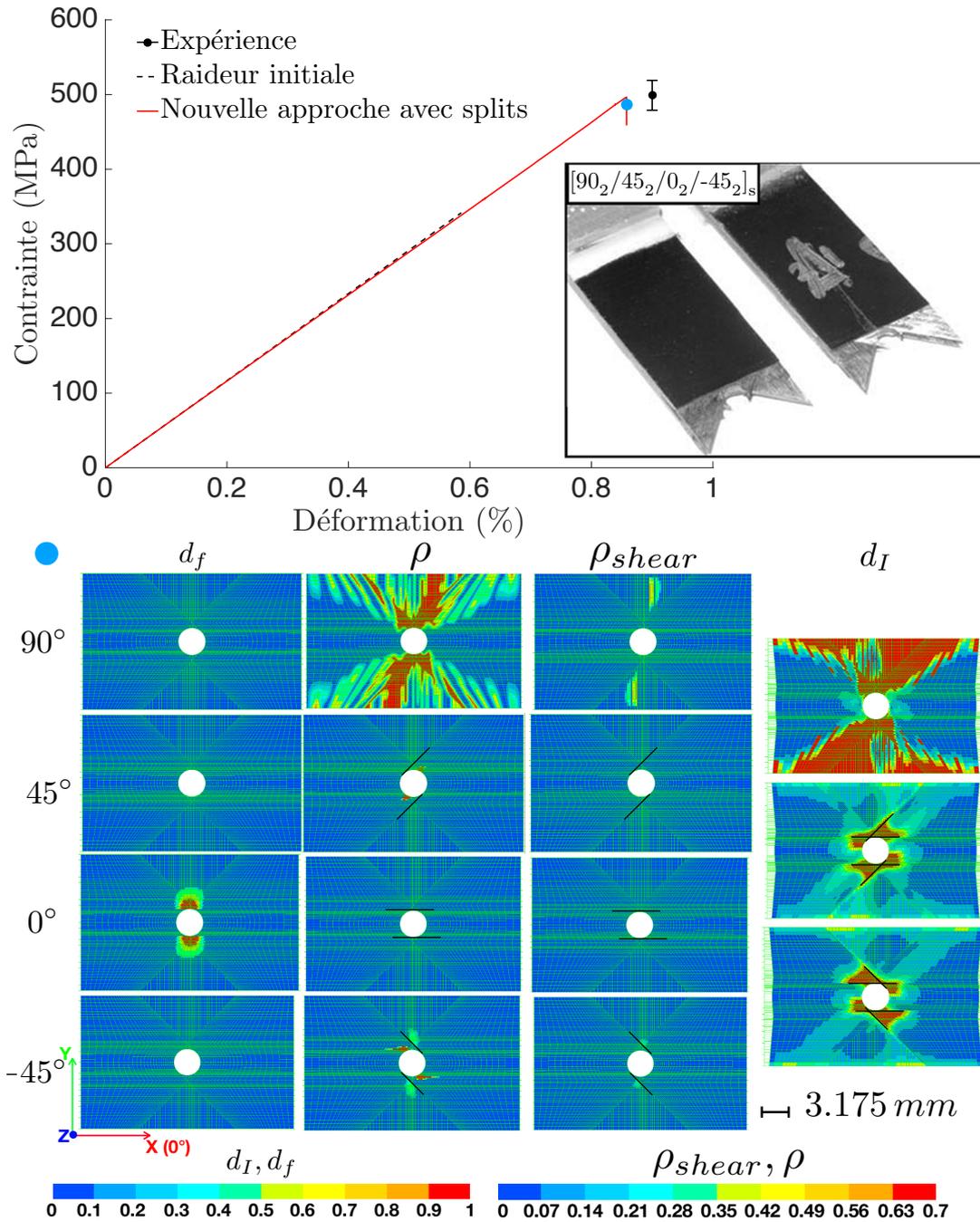


FIGURE 4.27: État de l'endommagement dans le stratifié $[90_2/45_2/0_2/-45_2]_s$

4 Étude sur le comportement de fissuration matricielle

Les prédictions des éprouvettes présentant un mode de rupture de type « délaminage » donnent des contraintes à rupture surestimées par rapport aux résultats

d'essais, notamment dans le cas des grandes éprouvettes (figure 4.18). Ce problème peut être lié à la modélisation du comportement de fissuration qui est retardé par rapport à l'expérience. En effet, le comportement de fissuration est inhérent au mésomodèle. Ce comportement est déduit d'une procédure d'homogénéisation réalisée par [Ladevèze et Lubineau, 2001] pour le matériau carbone-époxy T700/M21 (figure 2.1). Dans cette section, on étudie le comportement de fissuration du matériau IM7/8552 à partir des données expérimentales réalisées par [Jalalvand *et al.*, 2014]. Une nouvelle loi d'évolution de la fissuration transverse est proposée pour ce type de matériau. L'application donne des résultats au plus près des résultats expérimentaux pour les cas de stratifiés présentant la ruine dominée par délaminage.

4.1 Comportement de fissuration pour le matériau IM7/8552

[Jalalvand *et al.*, 2014] a mené les études sur le comportement matricielle du matériau IM7/8552. Une plaque lisse composée de l'empilement $[0/90_4]_s$ est soumise à traction uniaxiale. Les caractéristiques géométriques sont données sur la figure 4.28.

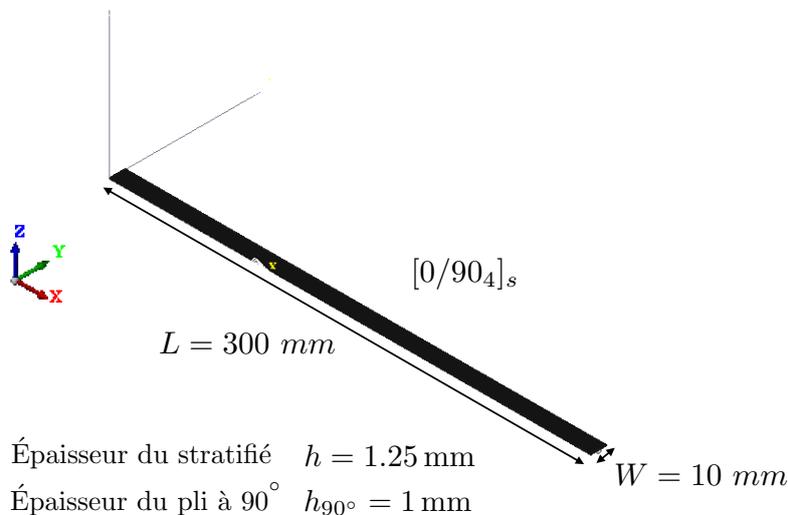


FIGURE 4.28: Test de fissuration sur une plaque lisse $[0/90_4]_s$ [Jalalvand *et al.*, 2014]

La comparaison entre la loi d'évolution de fissuration issue de l'expérience et celle inhérente au mésomodèle (figure 2.1) en fonction de la déformation avec variation du taux de restitution d'énergie critique est présentée sur la figure 4.29. La valeur de la ténacité de référence est de 0.2 Nm^{-1} . Cette valeur a été utilisée pour les simulations numériques ci-dessus. On peut voir sur la figure 4.29 que la fissuration observée expérimentalement s'initie plus tôt que celle dans le mésomodèle. De plus, l'allure entre l'évolution de fissuration expérimentale et prédite est différente. La variation de la ténacité influence sur l'initiation de la fissuration et elle n'a aucun impact sur l'allure de l'évolution de la densité de fissuration.

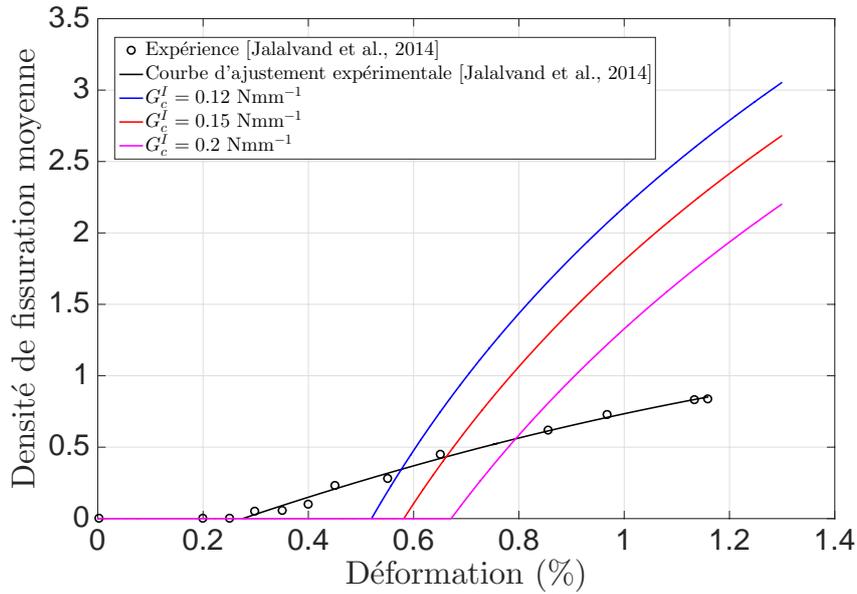


FIGURE 4.29: Comparaison du comportement de fissuration entre l’expérience et le calcul numérique en variation de G_c

Sur la figure 4.30, on peut observer l’évolution prédite de la densité de fissuration du mésomodèle en variation de l’épaisseur de transition. On peut constater que la variation de l’épaisseur de transition fait changer l’allure de la courbe et l’initiation de fissuration augmente avec la diminution de l’épaisseur de transition.

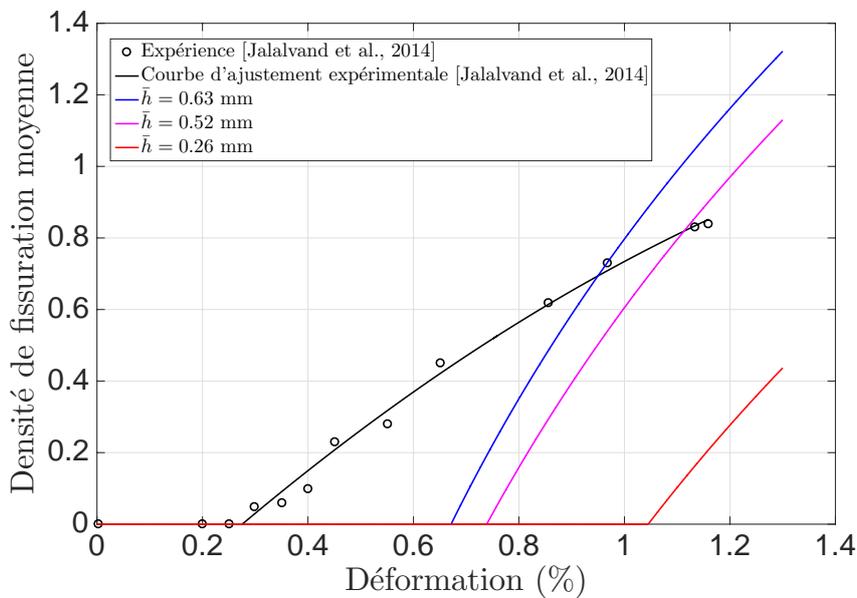


FIGURE 4.30: Comparaison du comportement de fissuration entre l’expérience et le calcul numérique en variation de l’épaisseur de transition \bar{h}

Afin d'établir une analyse analytique du comportement de fissuration pour le matériau IM7/8552, on suppose que les paramètres fiables sont les constantes d'élasticité. Or la ténacité à la fissuration, l'épaisseur de transition et l'évolution de la fissuration en fonction de la densité (les relations (2.10)) restent discutables du fait de difficultés lors de l'identification. L'objectif est de déterminer la dérivée de la variable d'endommagement \bar{d}_{22} par rapport à la densité de fissuration ρ .

[Jalalvand *et al.*, 2014] a réalisé les essais de traction sur 13 spécimens $[0/90_4]_s$. Chaque spécimen est chargé jusqu'à un certain niveau du chargement pour récupérer les données sur la déformation, la contrainte et la densité moyenne de fissuration. À partir des données de l'expérience [Jalalvand *et al.*, 2014], on peut trouver la relation entre la variable d'endommagement \bar{d}_{22} et la déformation imposée à l'aide de la théorie classique des stratifiés avec prise en compte la non-linéarité dans le sens fibre. La formule est donnée par :

$$\left[2hE_{11}^{\circ} (1 + 8\varepsilon_{\text{nom}}) + 8hE_{22}^{\circ} (1 - \bar{d}_{22}) \right] \cdot \varepsilon_{\text{nom}} = 10h \cdot \sigma_{\text{nom}} \quad (4.1)$$

L'hypothèse d'interface parfaite s'avère pertinente car aucun délaminage n'est observé. En réarrangeant l'équation (4.1), on obtient la relation suivante :

$$\bar{d}_{22} = 1 - \frac{1}{8E_{22}^{\circ}} \left[10 \frac{\sigma}{\varepsilon_{\text{nom}}} - 2E_{11}^{\circ} (1 + 8\varepsilon_{\text{nom}}) \right] \quad (4.2)$$

Le rapport $\sigma/\varepsilon_{\text{nom}}$ est censé diminuer mais il n'est pas régulier. Il nécessite donc une régularisation avant de calculer la variable d'endommagement \bar{d}_{22} et puis sa dérivée par rapport à la densité de fissuration à l'aide de la relation entre la déformation et la densité moyenne de fissuration (figure 4.31).

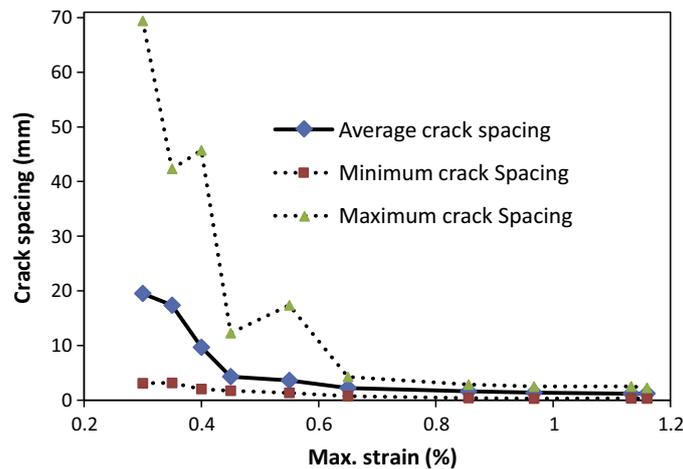


FIGURE 4.31: Relation entre l'espace des deux fissures (moyen, maximal, minimal) et la déformation [Jalalvand *et al.*, 2014]

Cette approche à la base de la théorie classique des stratifiés est numérotée 1 et la dérivée de \bar{d}_{22} par rapport à la densité de fissuration, dont la courbe est présentée sur la figure 4.32, est prise comme référence.

D'autre part, l'évolution de fissuration peut être décrite par le critère énergétique dans le pli à 90°.

$$\frac{Y_{22} \frac{\partial f_{22}}{\partial \rho}}{G_I^c} + \frac{Y_{13} \frac{\partial f_{13}}{\partial \rho}}{G_{II}^c} + \frac{Y_{23} \frac{\partial f_{23}}{\partial \rho}}{G_{III}^c} = 1 \tag{4.3}$$

Les termes de cisaillement sont nuls car les éprouvettes sous sollicitations de traction uniaxiale. On en déduit alors que :

$$\frac{\min(h_{90^\circ}, \bar{h}) \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{2E_{22}^\circ(1-d')(1-\bar{d}_{22})^2} \frac{\partial f_{22}}{\partial \rho}}{G_I^c} = 1 \tag{4.4}$$

avec $\langle \sigma_{22} \rangle_+^2 = [(1 - \bar{d}_{22})E_{22}^\circ \varepsilon_{nom}]^2$. En supposant que l'influence de l'endommagement diffus est faible, on obtient alors :

$$\frac{\partial f_{22}}{\partial \rho} = \frac{G_I^c}{\min(\bar{h}, h_{90^\circ}) 0.5 E_{22}^\circ \varepsilon_{nom}^2} \tag{4.5}$$

L'approche à base de l'équation (4.5) est numéroté 2.

Vu que les paramètres G_I^c et \bar{h} restent encore discutable, on suppose que $G_I^c = 0.1 \text{ Nm}^{-1}$ et l'épaisseur de transition $\bar{h} = 0.63 \text{ mm}$, soit 5 fois l'épaisseur élémentaire du pli, ce qui est en concordance avec les propositions de [Dávila *et al.*, 2005] pour les matériaux carbone-époxy. Ainsi, la courbe de la dérivée de d_{22} par rapport à ρ obtenue de l'approche énergétique (numéro 2) peut approcher celle de la théorie classique des stratifiés avec les paramètres plus fiables (voir la figure 4.32).

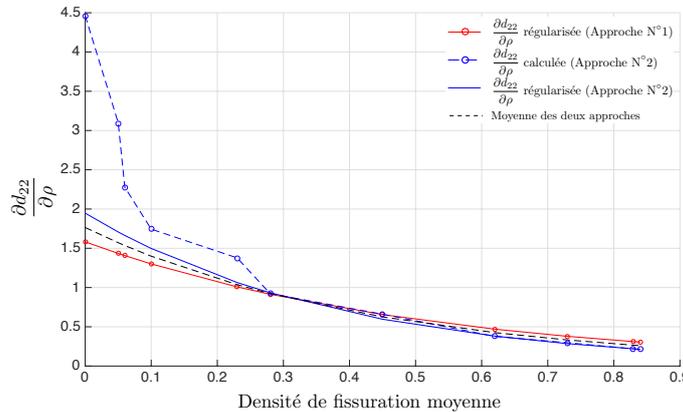


FIGURE 4.32: La fonction $\partial d_{22}/\partial \rho$ obtenues des deux approches

La figure 4.33 montre la comparaison en termes d'évolution de la densité moyenne des deux approches théorique des stratifiés (N°1) en rouge et énergétique (N°2) en bleu. Il est montré sur la figure 4.33 que l'approche énergétique après le recalage colle au plus près de l'essai. Ainsi, la fonction d_{22} obtenue avec l'approche énergétique (numéro 2) est implémentée dans SAMCEF comme le nouveau comportement de fissuration.

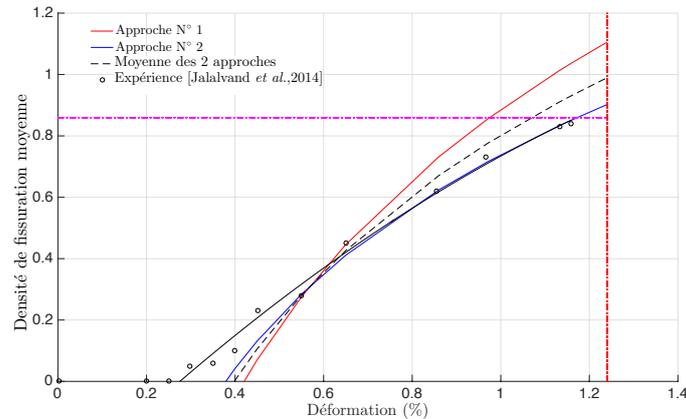


FIGURE 4.33: Définition du nouveau comportement de fissuration du matériau IM7/8552 obtenu de l'expérience

4.2 Application du nouveau comportement de fissuration

Après avoir identifié le comportement de fissuration spécifique au matériau IM7/8552, une implémentation est réalisée dans l'algorithme SAMCEF via l'outil utilisateur. Les configurations à plis épais sont calculées de nouveau avec la nouvelle loi de fissuration. Le type d'empilement concerné est $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_s$ avec $m = \{1, 2, 4, 8\}$.

La figure 4.34 montre les résultats numériques de la contrainte à rupture en concordance avec les résultats expérimentaux lors de la montée en échelle en 1D. En comparant avec la figure 4.16, les résultats avec la nouvelle loi de fissuration sont plus près des résultats d'essais. Cependant, on peut remarquer que la différence de contraintes à rupture pour la plus petite éprouvette est faible car elle est rompue par la ruine dominée par la rupture des fibres ; par conséquent, la modification du comportement de fissuration n'a aucun impact sur la contrainte à rupture.

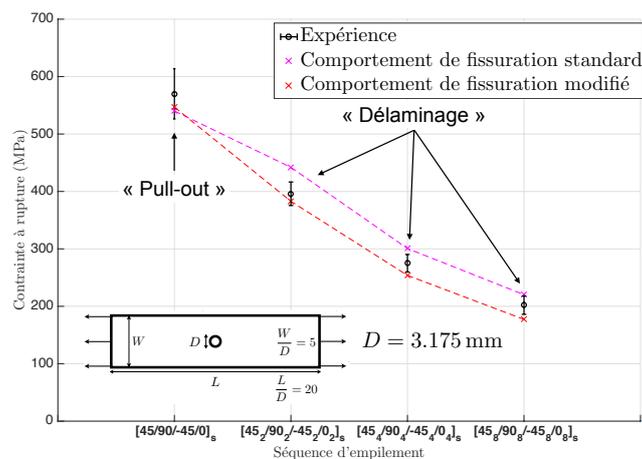


FIGURE 4.34: Contraintes à rupture (par délaminage) pour la mise en échelle à 1D obtenues avec le nouveau comportement de fissuration

La figure 4.35 montre les contraintes à rupture obtenues avec la nouvelle loi de fissuration lors de la mise en échelle en 2D. On peut constater la baisse des contraintes à rupture en comparaison avec 4.17 pour toutes les éprouvettes qui sont ruinée par le délaminage. Les nouvelles contraintes à rupture sont proches de l'expérience.

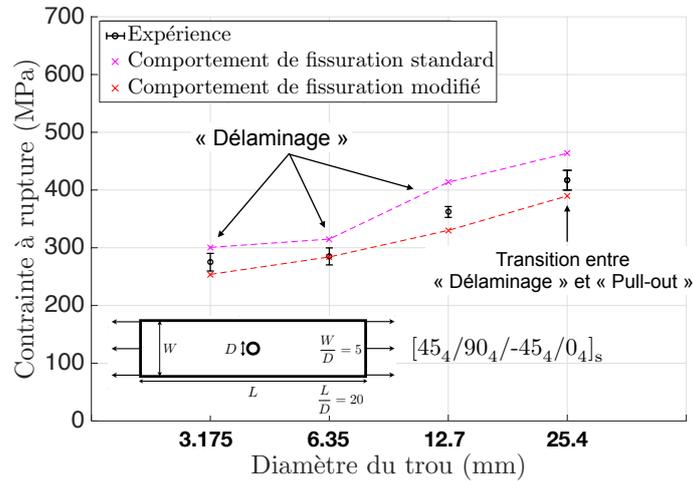


FIGURE 4.35: Contraintes à rupture (par délaminage) pour la mise en échelle à 2D obtenues avec le nouveau comportement de fissuration

La figure 4.36 montre les contraintes à rupture obtenues avec le nouveau comportement de fissuration lors de la mise en échelle en 3D. Sur la comparaison de la figure 4.36, la différence de contraintes à rupture est faible pour la plus petite éprouvette ; la raison est discutée sur la figure 4.34. Cependant, les trois autres éprouvettes, dont la ruine est dominée par le délaminage, présentent une baisse de la contrainte à rupture en raison du développement plus rapide des endommagements sous-critiques.

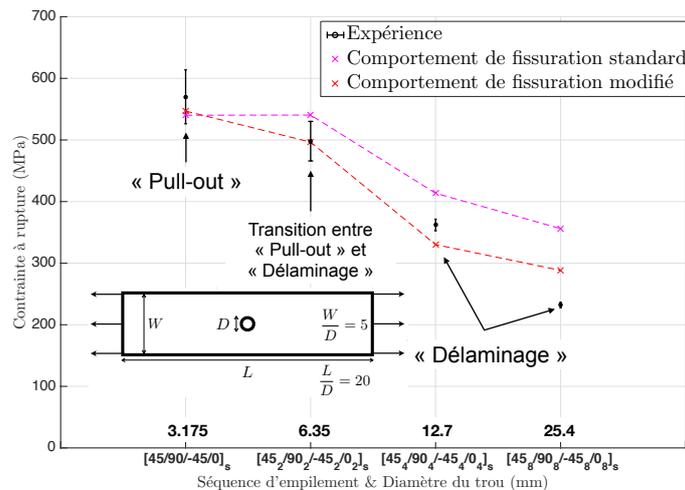


FIGURE 4.36: Contraintes à rupture (par délaminage) pour la mise en échelle à 3D obtenues avec le nouveau comportement de fissuration

4.3 Vers une étude sur les homothéties paramétrique et géométrique

Dans cette partie, on cherche à obtenir des résultats numériques d'une éprouvette à grande taille à partir d'une géométrie dont les dimensions sont plus petites avec des paramètres matériau d'équivalence. Pour cela, il faut établir le lien entre les homothéties paramétrique du matériau et géométrique de l'éprouvette. L'idée consiste à chercher des paramètres matériau dépendant de la dimension de sorte qu'ils soit divisés par un facteur homothétique identique à celui de la géométrie afin d'obtenir les mêmes résultats que la simulation numérique de la géométrie d'origine. Cela permet un gain de temps en raison de la diminution de degrés de liberté à résoudre. Dans un premier temps, cette étude ne concerne que les configurations à plis épais du type d'empilement $[45_m/90_m/-45_m/0_m]_s$ lors de la montée en échelle en 3D (le paramètre $m = \{1,2,4,8\}$). La dimension sur l'épaisseur du stratifié est assurée par l'épaississement des plis.

D'un point de vue physique, l'épaisseur de l'interface est caractérisée par une couche riche en résine et de très faible épaisseur. Il est à rappeler que dans [Daudeville *et al.*, 1995], le comportement de l'interface est considéré comme isotrope transverse et ses raideurs sont le rapport des propriétés élastiques de l'interface sur son épaisseur. Dans [Ladevèze *et al.*, 2017], les forces thermodynamiques de l'interface dépendent de son épaisseur et sont formulées par :

$$Y_{33} = \frac{h_I \langle \sigma_{33} \rangle^2}{2E^\circ (1-d_{33})^2}; \quad Y_{13} = \frac{h_I \sigma_{13}^2}{2G^\circ (1-d_{13})^2}; \quad Y_{23} = \frac{h_I \sigma_{23}^2}{2G^\circ (1-d_{23})^2} \quad (4.6)$$

où E° et G° sont propriété élastique de l'interface et h_I l'épaisseur de l'interface. Y_{33} , Y_{13} et Y_{23} sont les forces thermodynamiques respectivement associées aux Mode I, Mode II et Mode III. La force thermodynamique réagissant l'évolution de l'endommagement pour la mixité de mode est reportée dans l'équation (4.7) :

$$\bar{Y}_I = \sup_{\tau \leq t} \left[\frac{Y_{33}}{G_{Ic}} + \frac{Y_{13}}{G_{IIc}} \left(\frac{1-d_{13}}{1-d_{33}} \right)^2 + \frac{Y_{23}}{G_{IIIc}} \left(\frac{1-d_{23}}{1-d_{33}} \right)^2 \right] \quad (4.7)$$

où G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} sont la ténacité de l'interface en Mode I, II, III. En reportant l'équation (4.6) dans (4.7), on obtient :

$$\bar{Y}_I = \sup_{\tau \leq t} \left[\frac{\frac{\langle \sigma_{33} \rangle^2}{2E^\circ (1-d_{33})^2}}{\frac{G_{cI}}{h_I}} + \frac{\frac{\sigma_{13}^2}{2G^\circ (1-d_{13})^2}}{\frac{G_{cII}}{h_I}} \left(\frac{1-d_{13}}{1-d_{33}} \right)^2 + \frac{\frac{\sigma_{23}^2}{2G^\circ (1-d_{23})^2}}{\frac{G_{cIII}}{h_I}} \left(\frac{1-d_{23}}{1-d_{33}} \right)^2 \right] \quad (4.8)$$

Par transformation homothétique des dimensions d'une géométrie d'un facteur m , on obtient une géométrie réduite avec l'épaisseur de l'interface divisée par le facteur m . Afin de s'assurer que le comportement de l'interface soit identique à celui de la géométrie d'origine, on maintient le rapport de la ténacité sur l'épaisseur de l'interface ; par conséquent la ténacité de la géométrie réduite est divisée par le facteur m . Les arguments pour le

seuil d'initiation du délaminage Y° sont identiques pour la ténacité. Toutefois, il est important à noter que la diminution de la ténacité réduit la longueur de zone cohésive ; cela augmente le nombre d'éléments fins et donc les coûts de calculs. En résumé, les paramètres concernés par l'homothétie sont les ténacités de l'interface, le seuil d'initiation du délaminage et l'épaisseur de l'interface.

La figure 4.37 montre les résultats obtenus pour deux plaques comportant un trou de 3.175 mm et 6.35 mm de diamètre avec le facteur d'homothétie géométrique égal à 2. Le modèle de plaque trouée de 3.175 mm de diamètre est simulé avec les paramètres mentionné ci-dessus divisés par le facteur d'homothétie géométrique. Or le modèle de plaque trouée de 6.35 mm est simulé à ses dimensions réelles avec les paramètres classiques.

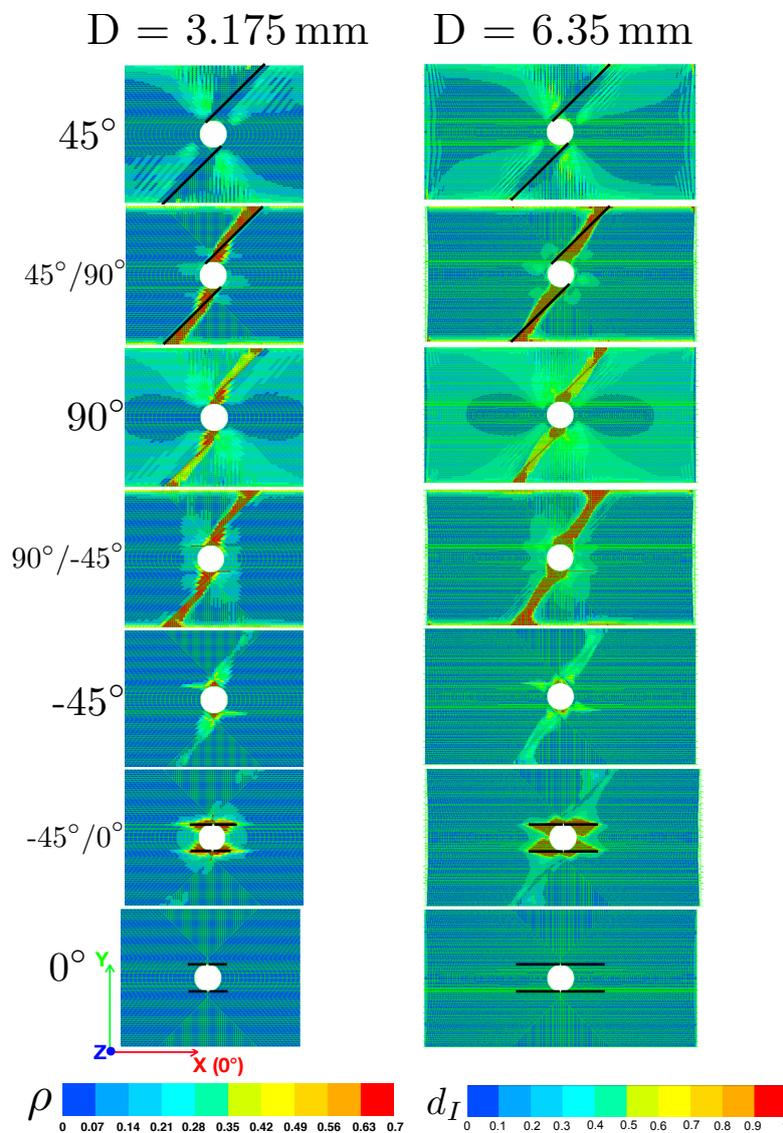


FIGURE 4.37: Comparaison entre les calculs paramétrique équivalent et réelle avec le facteur de 2

Les cartes de fissuration et du délaminage sont montrées sur la figure 4.37 avec les lignes noires indiquant l'ouverture du splitting. Il est à noter que par souci de visibilité et par manque d'espace, les cartes ne sont pas rendues sur la même échelle. On peut constater que les patterns de l'endommagement sur la plaque trouée équivalente de 3.175 mm de diamètre sont similaires aux ceux de la plaque d'origine de 6.35 mm de diamètre.

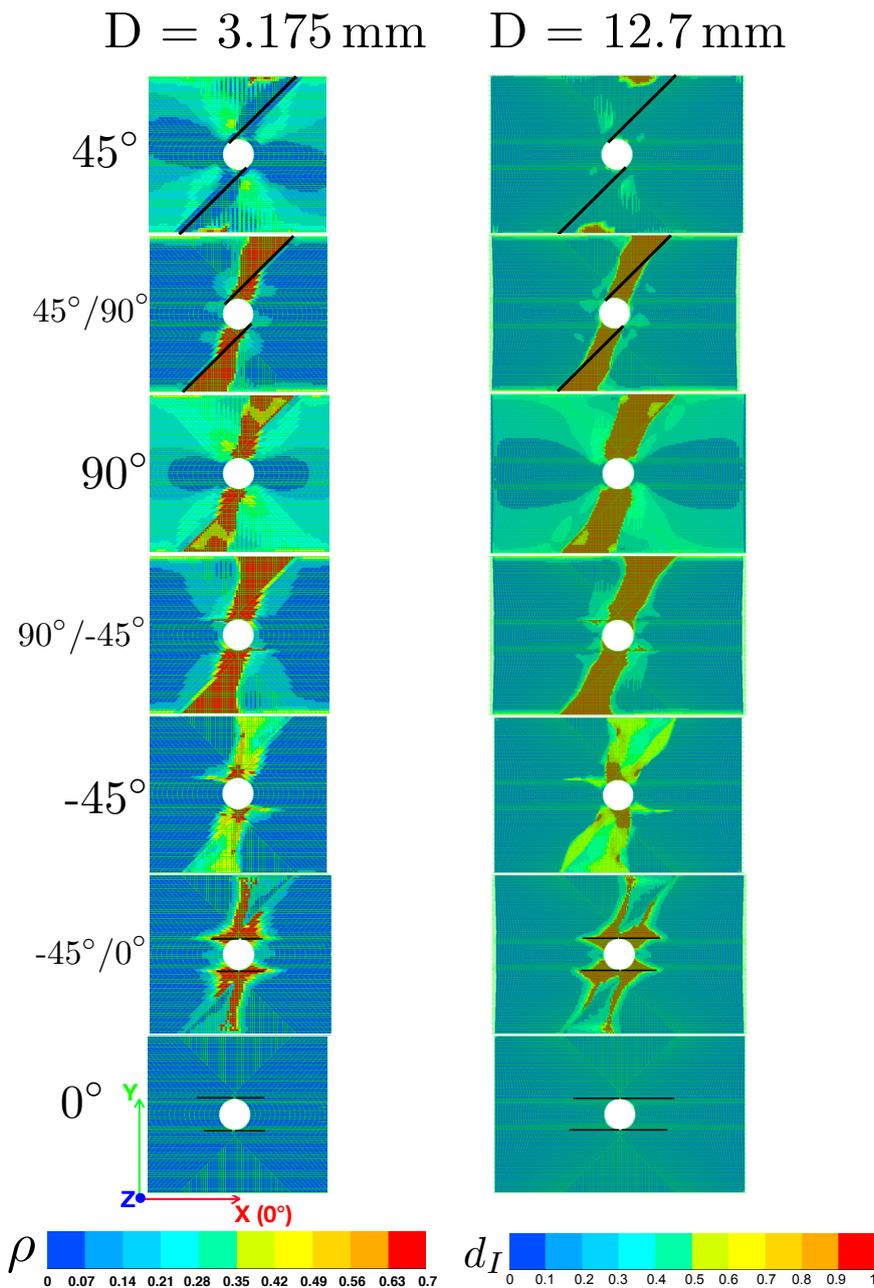


FIGURE 4.38: Comparaison entre les calculs paramétrique équivalent et réelle avec le facteur de 4

La figure 4.38 montre les résultats avec le facteur de 4. Les cartes de fissuration et du délaminage sont présentées pour la plaque d'équivalence comportant un trou de 3.175 mm de diamètre et la plaque d'origine avec un trou de 12.7 mm. Les commentaires sont identiques avec la figure 4.37.

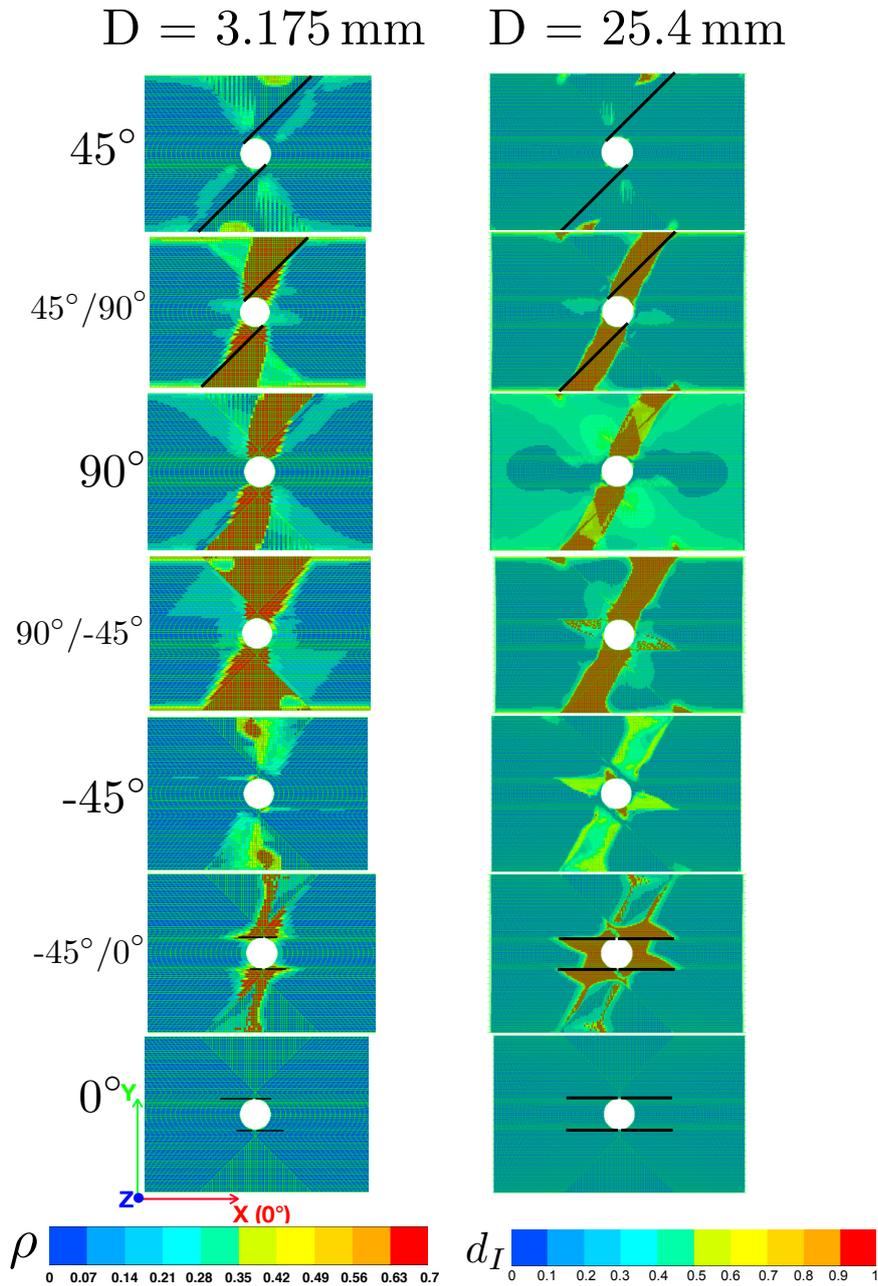


FIGURE 4.39: Comparaison entre les calculs paramétrique équivalent et réelle avec le facteur de 8

La figure 4.39 montre les résultats avec le facteur homothétique de 8. Les cartes de

fissuration et du délaminage sont présentées pour la plaque d'équivalence comportant un trou de 3.175 mm de diamètre et la plaque d'origine avec un trou de 25.4 mm. Il est à noter que les ténacités sont réduites huit fois les valeurs d'origine. Le nombre d'éléments d'interface nécessaire pour le bon calcul de la zone cohésive est donc augmenté 8 fois ; le maillage devient fortement fin. Afin de réduire les coûts de calculs en utilisant le maillage plus grossier, la technique de [Turon *et al.*, 2005, Turon *et al.*, 2007] est employé. Il s'agit de diminuer la contrainte maximale d'interface. La baisse de cette dernière peut influencer les résultats.

La figure 4.40 présente la comparaison des contraintes à rupture issues de calculs numériques sur les géométries équivalente et réelle avec des résultats expérimentaux donnés par [Green *et al.*, 2007]. Il a été montré sur la figure 4.40 que les calculs des géométries équivalentes sont capables de prédire correctement les contraintes à rupture données par l'expérience.

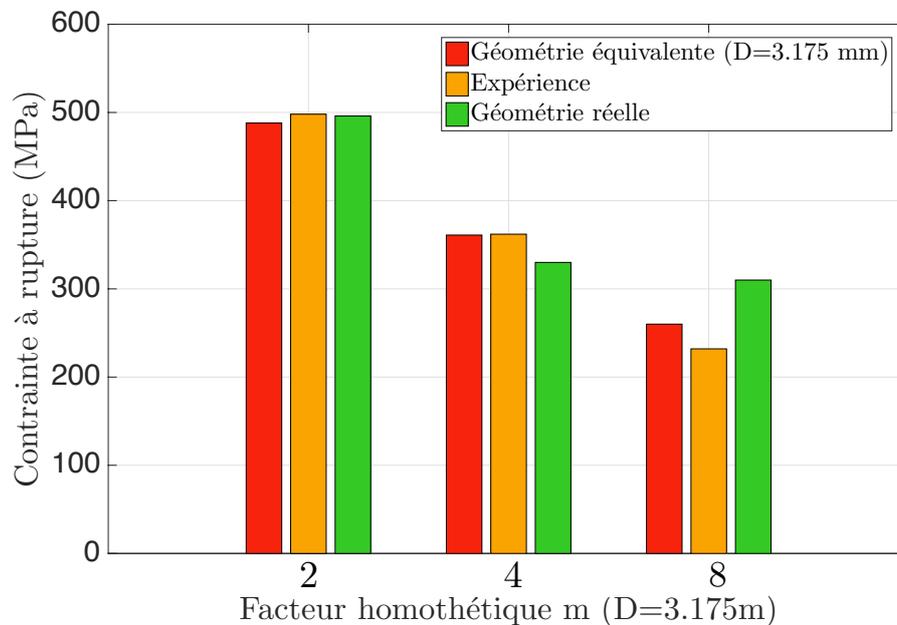


FIGURE 4.40: Comparaison en termes de contraintes à rupture entre les calculs équivalent/réelle et les résultats expérimentaux de [Green *et al.*, 2007]

Conclusion

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec SIEMENS/SAMTECH sur l'exploitation de son logiciel de calculs éléments finis SAMCEF, en vue du transfert de modèles et de méthodes de calculs pertinentes et robustes vers l'industrie. Le caractère originale de cette thèse était de proposer une validation détaillée et complète de la nouvelle méthodologie basée sur la version améliorée du mésomodèle classique afin de promouvoir l'utilisation de ce modèle dans le cadre du « *virtual testing* ». Les capacités du mésomodèle à prédire le comportement de l'endommagement et de la rupture ont été montrées, que ce soit en termes d'évolution de l'endommagement mais également en ce qui concerne le caractère brutal d'apparition des instabilités locales et de la rupture finale.

Les études ont porté sur les structures en composites stratifiés avec concentration de contraintes, dans lesquelles la complexité des mécanismes d'endommagement est particulièrement importante. Notamment, la présence de fissures de splitting conduit au relâchement de contraintes autour des singularités et à l'orientation du délaminage sur les interfaces adjacentes. Les effets des dimensions dans le plan, de séquences d'empilement (y compris les effets dus à l'augmentation du nombre de plis) et d'épaisseur du pli ont aussi été simulés grâce le mésomodèle. Le principal rôle de ces effets est d'influer sur l'évolution complexe de l'endommagement, ce qui rend crucial leur prise en compte sur la montée de l'échelle laboratoire en échelle industrielle. Deux formes typiques de concentration de contraintes ont été testées : les trous et les entailles.

Une des limitations soulevées par cette étude est le calcul numérique de problèmes de très grandes tailles composés d'un empilement de plus d'une dizaine de plis. Cela conduit à résoudre des problèmes à plusieurs millions de degrés de liberté. De plus, l'utilisation de lois de comportement non linéaires dans de tels cas introduit des longueurs et des temps caractéristiques très courts, qui imposent des discrétisations spatiales et temporelles très fines. De ce fait, la puissance de calcul devient rapidement un facteur limitant. Dans ces travaux, les maillages réduits composés de différents types d'éléments finis ont été employés pour obtenir des gains en temps. Cependant, cela ne paraît pas suffisamment efficace pour les simulations numériques des plus grandes structures stratifiées comportant un trou. D'autres pistes qui existent dans la littérature peuvent être utilisées comme le calcul parallèle et les techniques multiéchelles ainsi que les techniques de réduction de modèles.

L'introduction du critère de splitting de manière non intrusive et intrinsèque dans le module de calculs de SAMCEF permet de suivre l'évolution du ratio des composantes de cisaillement dans l'intégralité de la densité de fissuration et donc de prédire l'initiation de

fissures de splitting. Toutefois, la mise en place d'éléments cohésifs est encore manuelle et demande un nouveau lancement de calculs à partir de chargements nuls. La procédure pour insérer de manière automatique les éléments cohésifs dès l'initiation du splitting entraînera une intervention plus profonde sur les codes sources de SAMCEF. Il est à noter que l'initiation de splitting n'est pas a priori simultanée dans tous les plis pour lesquels le critère est vérifié. En outre, il est possible que les splits puissent apparaître plus tard dans d'autres plis restants et même les fissurations quasi-périodiques et isolées sont simultanément existantes dans un pli. Une introduction automatique des splits dans les modèles éléments finis est indispensable pour prédire plus précisément le processus d'endommagement. Pour cela, on pourra faire appel à des modèles de zones cohésives, ou à des modèles discrets comme XFEM et ses variantes.

Annexe A

Investigations numériques des splits à l'aide du mésomodèle classique

Les figures A.1 et A.2 montrent respectivement les cartes de fissuration totale et due au cisaillement pour la détection de splits. Elles concernent l'éprouvette $[45/90/-45/0]_{2s}$ munie d'un trou de 3.175 mm de diamètre.

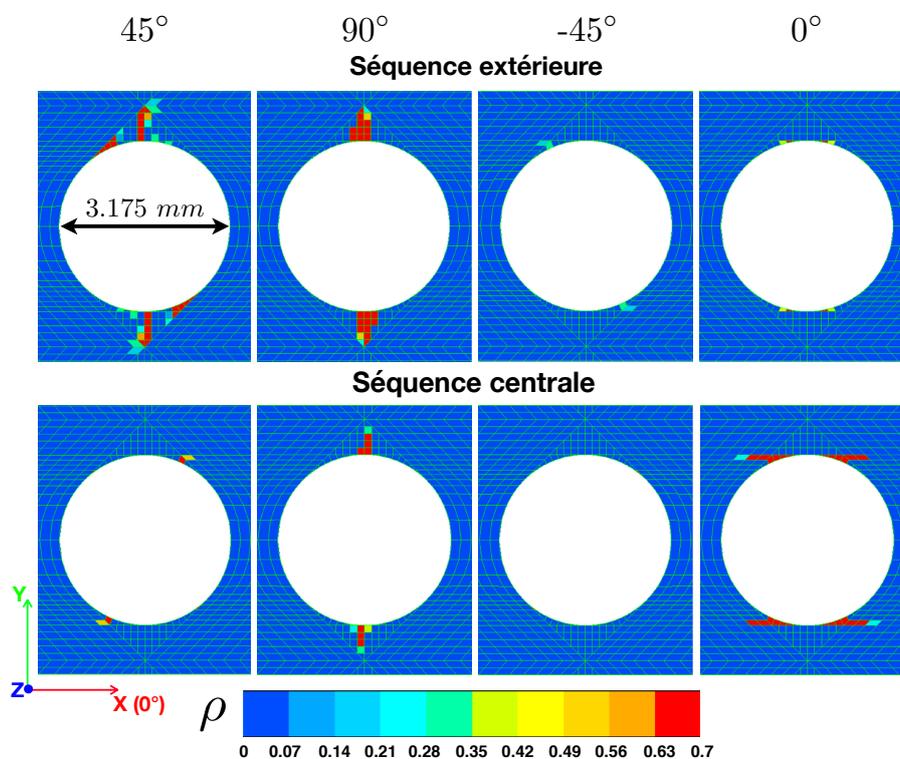


FIGURE A.1: Observation numérique sur la fissuration totale à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_{2s}$ avec $D=3.175$ mm

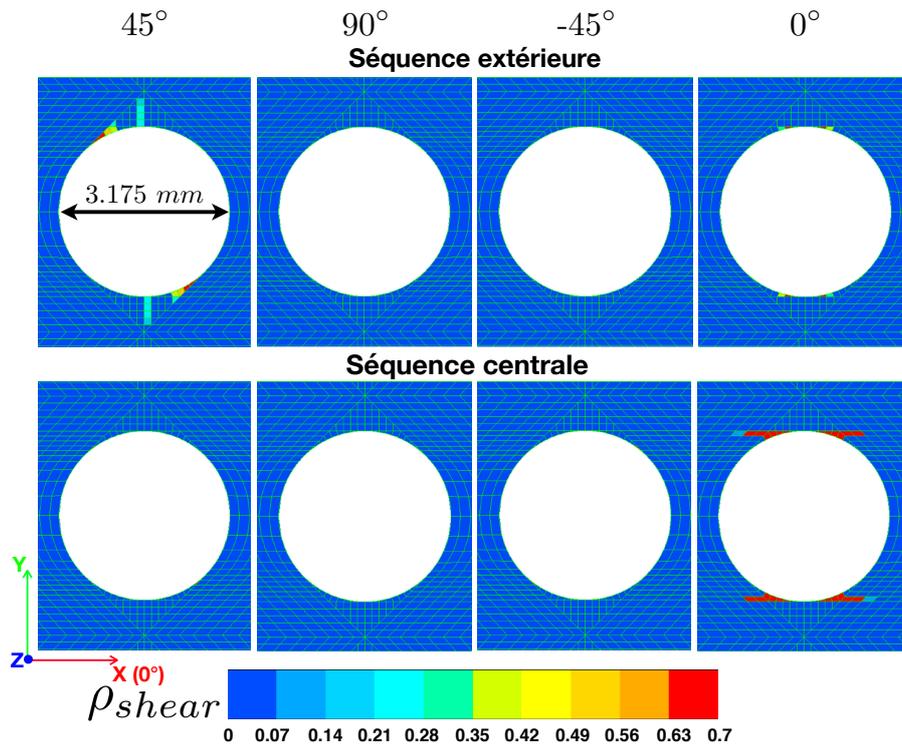


FIGURE A.2: Observation numérique sur la fissuration due au cisaillement à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_{2S}$ avec $D=3.175$ mm

Les figures A.3 et A.4 montrent respectivement les cartes de fissuration totale et due au cisaillement pour la détection de splits. Elles concernent l'éprouvette $[45/90/-45/0]_{4s}$ munie d'un trou de 3.175 mm de diamètre.

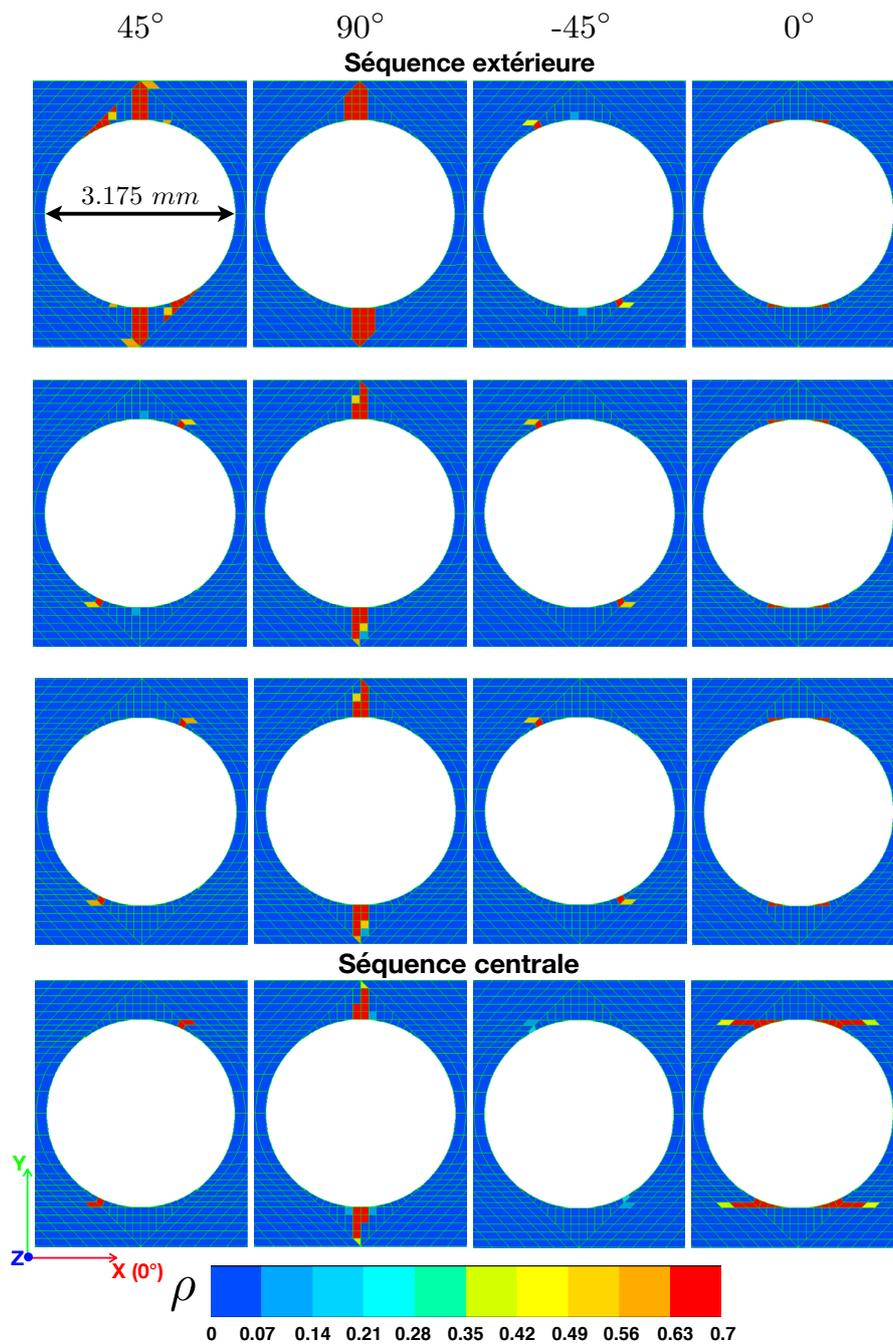


FIGURE A.3: Observation numérique sur la fissuration totale à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_{4s}$ avec $D=3.175$ mm

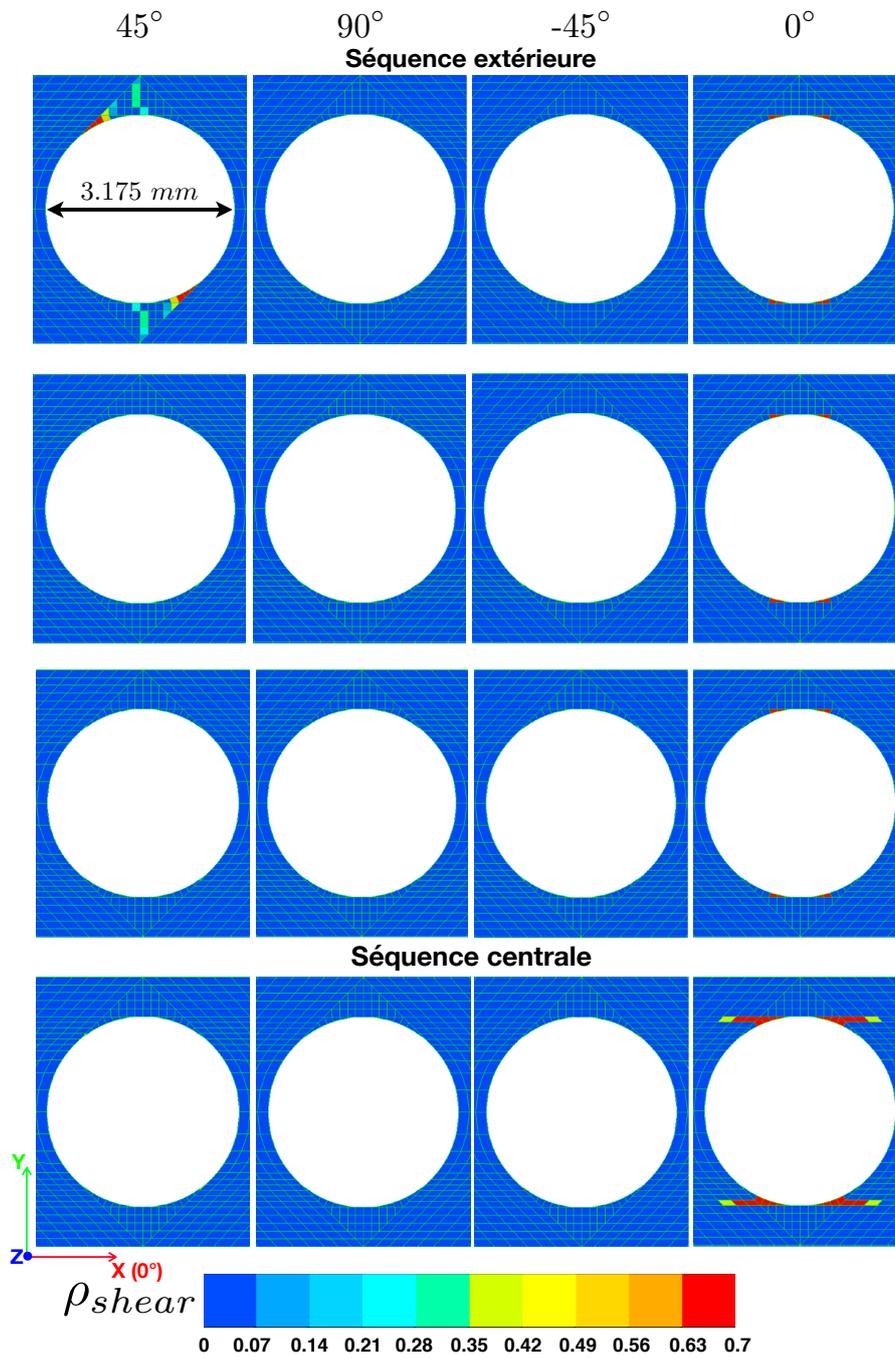


FIGURE A.4: Observation numérique sur la fissuration due au cisaillement à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_{4s}$ $D=3.175$ mm

Les figures A.5 et A.6 montrent respectivement les cartes de fissuration totale et due au cisaillement pour la détection de splits. Elles concernent l'éprouvette $[45/90/-45/0]_{8s}$ munie d'un trou de 3.175 mm de diamètre.

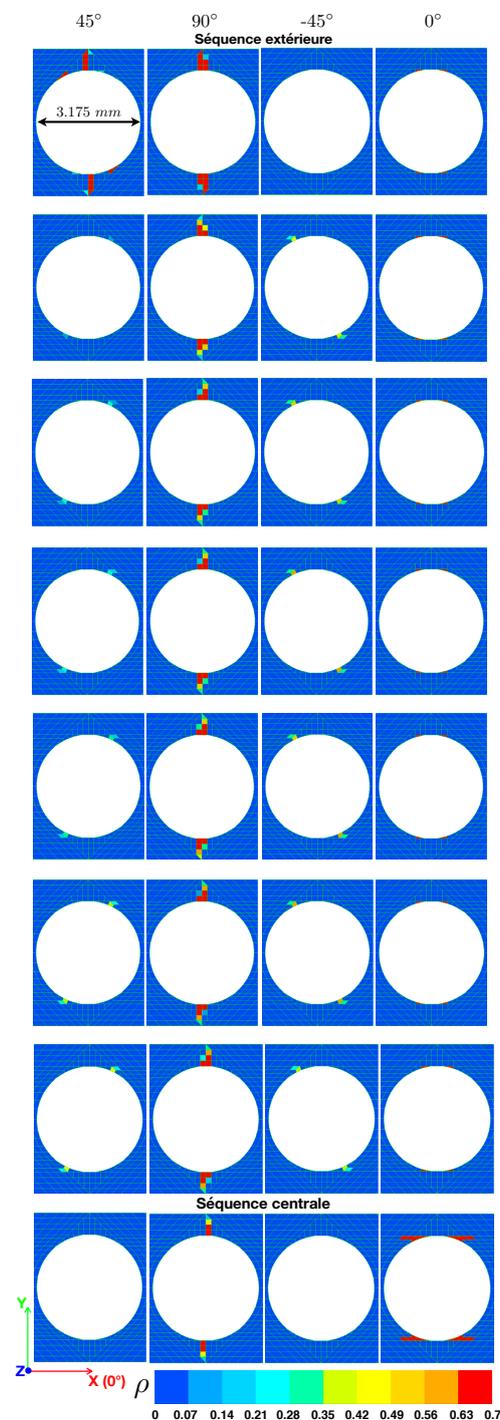


FIGURE A.5: Observation numérique sur la fissuration totale à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_{8s}$ avec $D=3.175$ mm

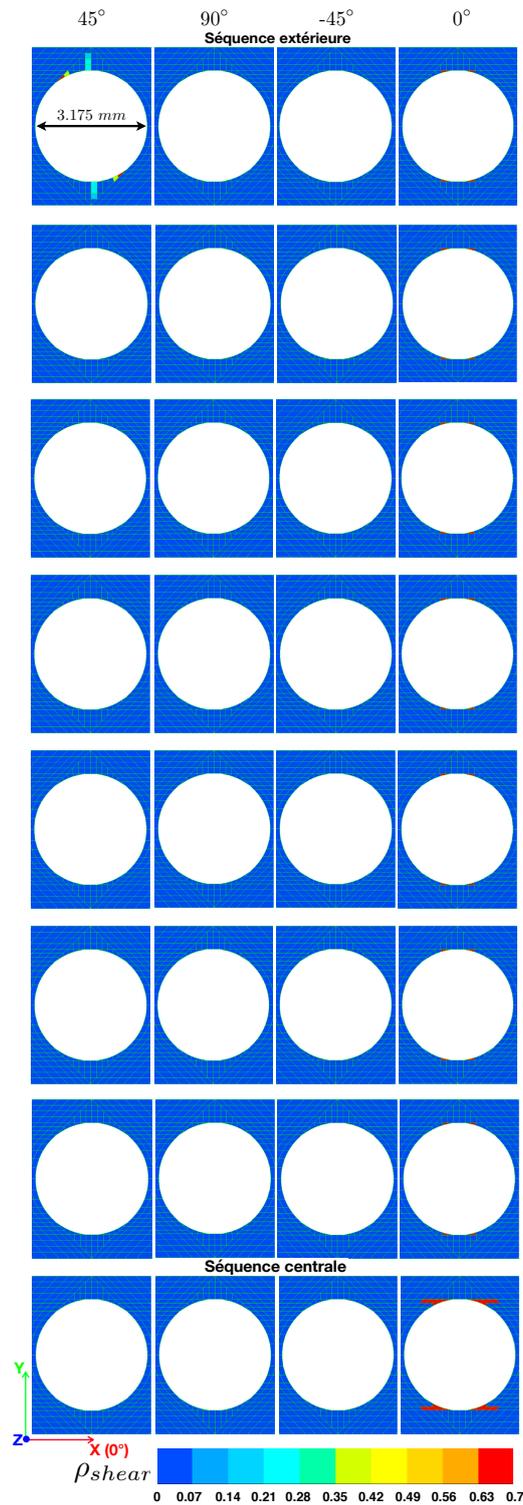


FIGURE A.6: Observation numérique sur la microfissuration due au cisaillement à l'aide du mésomodèle classique pour le stratifié $[45/90/-45/0]_{8s}$ avec $D=3.175$ mm

Bibliographie

- [Abisset, 2012] ABISSET, E. (2012). *Un mésomodèle d'endommagement des composites stratifiés pour le virtual testing : identification et validation*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan - Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan.
- [Abisset *et al.*, 2011] ABISSET, E., DAGHIA, F. et LADEVÈZE, P. (2011). On the validation of a damage mesomodel for laminated composites by means of open-hole tensile tests on quasi-isotropic laminates. *Composites : Part A*, 42:1515–1524.
- [Achard *et al.*, 2014] ACHARD, V., BOUVET, C., CASTANIÉ, B. et CHIROL, C. (2014). Discrete ply modelling of open hole tensile tests. *Composite Structures*, 113:369–381.
- [Allix, 1989] ALLIX, O. (1989). *Modélisation du comportement des composites stratifiés : application à l'analyse du délaminage*. Thèse de doctorat, Université de Paris 6.
- [Allix et Corigliano, 1996] ALLIX, O. et CORIGLIANO, A. (1996). Modeling and simulation of crack propagation in mixed-modes interlaminar fracture specimens. *International Journal of Fracture*, 77:111–140.
- [Allix *et al.*, 2003] ALLIX, O., FEISSEL, P. et THÉVENET, P. (2003). A delay damage mesomodel of laminates under dynamic loading : basic aspects and identification issues. *Computers and Structures*, 81:1177–1191.
- [Allix et Ladevèze, 1992] ALLIX, O. et LADEVÈZE, P. (1992). Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Composite Structures*, 22:235–242.
- [Allix *et al.*, 1994] ALLIX, O., LADEVÈZE, P. et VITTECOQ, E. (1994). Modelling and identification of the mechanical behaviour of composite laminates in compression. *Composites Science and Technology*, 51:35–42.
- [Allix et Ladevèze, 1995] ALLIX, O. et LADEVÈZE, P. (1995). Damage analysis of interlaminar fracture specimens. *Composite Structures*, 31:61–74.
- [Allix *et al.*, 1998] ALLIX, O., LÉVÊQUE, P. et PERRET, P. (1998). Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model. *Composites Science and Technology*, 58:671–678.
- [Anderson, 2005] ANDERSON, T. L. (2005). *Fracture Mechanics : Fundamentals and Applications*. CRC Press, 3rd édition.
- [Areias *et al.*, 2006] AREIAS, P. M. A., SONG, J. H. et BELYTSCHKO, T. (2006). Analysis of fracture in thin shells by overlapping paired elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:5343–5360.

- [Awerbuch et Madhukar, 1985] AWERBUCH, J. et MADHUKAR, M. S. (1985). Notched strength of composite laminates : Predictions and experiments - a review. *Journal of reinforced plastics and composites*, 4:3–159.
- [Bailey et al., 1979] BAILEY, J. E., CURTIS, P. T. et PARVIZI, A. (1979). On the transverse cracking and longitudinal splitting behavior of glass and carbon fibre reinforced epoxy cross ply laminates and the effect of poisson and thermally generated strain. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 366:599–623.
- [Bailey et Parvizi, 1981] BAILEY, J. E. et PARVIZI, A. (1981). On fibre debonding effects and the mechanism of transverse ply failure in cross-ply laminates of glass fibre/thermoset composites. *Journal of Materials Science*, 16:649–659.
- [Bainier, 2018] BAINIER, H. (2018). *Modélisation et simulation des splits dans les structures composites stratifiées*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan - Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan.
- [Barenblatt, 1962] BARENBLATT, G. I. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 7:55–129.
- [Bažant, 1987] BAŽANT, Z. P. (1987). Why continuum damage is nonlocal : justification by quasiperiodic microcrack array. *Mechanics research communications*, 14(5/6):407–419.
- [Bažant et Pijaudier-Cabot, 1988] BAŽANT, Z. P. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1988). Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *Journal of Applied Mechanics*, 55:287–293.
- [Benzeggagh et Kenane, 1996] BENZEGGAGH, M. L. et KENANE, M. (1996). Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. *Composites Science and Technology*, 56:439–449.
- [Berthelot, 1999] BERTHELOT, J.-M. (1999). *Composite Materials : Mechanical Behavior and Structural Analysis*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York.
- [Bouvet et al., 2009] BOUVET, C., CASTANIÉ, B., BIZEUL, M. et BARRAU, J.-J. (2009). Low velocity impact modelling in laminate composite panels with discrete interface elements. *International Journal of Solids and Structures*, 46:2809–2821.
- [Brewer et Lagace, 1988] BREWER, J. C. et LAGACE, P. A. (1988). Quadratic stress criterion for initiation of delamination. *Journal of Composite Materials*, 22:1141–1155.
- [Bruyneel et al., 2014] BRUYNEEL, M., DELSEMME, J., GOUPIL, A., JETTEUR, P., LEQUESNE, C., NAITO, T. et URUSHIYAMA, Y. (2014). Damage modelling of laminated composites : validation of the inter-laminar damage model of samcef at the coupon level for ud plies. *In European Conference on Computational Mechanics*.
- [Bruyneel et al., 2015] BRUYNEEL, M., DELSEMME, J.-P., JETTEUR, P., LEQUESNE, C., MAGNEVILLE, B., SOPPELSA, L., MCDUGALL, S., NAITO, T. et URUSHIYAMA,

- Y. (2015). Damage analysis of laminated composites with samcef : Validation on industrial applications. *In American Society for Composites 30th technical*.
- [Camanho *et al.*, 2007] CAMANHO, P., MAIMÍ, P. et DÁVILA, C. (2007). Prediction of size effects in notched laminates using continuum damage mechanics. *Composites Sciences and Technology*, 67:2715–2727.
- [Camanho et Dávila, 2002] CAMANHO, P. P. et DÁVILA, C. G. (2002). Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials. Technical Memorandum NASA/TM-2002-211737, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199.
- [Carrère *et al.*, 2012a] CARRÈRE, N., LAURIN, F. et MAIRE, J. (2012a). Micromechanical-based hybrid mesoscopic 3D approach for non-linear progressive failure analysis of composite structures. *Journal of Composite Materials*, 46(19-20):2389–2415.
- [Carrère *et al.*, 2012b] CARRÈRE, N., LAURIN, F. et MAIRE, J. (2012b). Micromechanical-based hybrid mesoscopic three-dimensional approach for non-linear progressive failure analysis of composite structures - Part B : Comparison with experimental data. *Journal of Composite Materials*, 47(6-7):743–762.
- [Chaboche *et al.*, 2001] CHABOCHE, J., FEYEL, F. et MONERIE, Y. (2001). Interface debonding models : a viscous regularization with a limited rate dependency. *International Journal of Solids and Structures*, 38:3127–3160.
- [Charrier, 2013] CHARRIER, J.-S. (2013). *Développement de méthodologies dédiées à l'analyse robuste de la tenue de structures composites sous chargements complexes tridimensionnels*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.
- [Chen *et al.*, 2016] CHEN, B. Y., TAY, T. E., PINHO, S. T. et TAN, V. B. C. (2016). Modeling the tensile failure of composites with the floating node method. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 308:414–442.
- [Cuvilliez, 2012] CUVILLIEZ, S. (2012). *Passage d'un modèle d'endommagement continu régularisé à un modèle de fissuration cohésive dans le cadre de la rupture quasi-fragile*. Thèse de doctorat, École nationale supérieure des mines de Paris.
- [Daghia *et al.*, 2011] DAGHIA, F., ABISSET, E. et LADEVÈZE, P. (2011). Modélisation des composites stratifiés jusqu'à rupture : rôle des mécanismes élémentaires et leurs interactions = modeling until failure of laminated composites : the role of elementary mechanisms and their interactions. *In Comptes Rendus des JNC 17*.
- [Daghia et Ladevèze, 2013] DAGHIA, F. et LADEVÈZE, P. (2013). Identification and validation of an enhanced mesomodel for laminated composites within the WWFE-III. *Journal of composite materials*, 47(20-21):2675–2693.
- [Daudeville, 1992] DAUDEVILLE, L. (1992). *Une méthode simplifiée pour l'analyse du délaminage des structures composites stratifiées*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.

- [Daudeville *et al.*, 1995] DAUDEVILLE, L., ALLIX, O. et LADEVÈZE, P. (1995). Delamination analysis by damage mechanics : some applications. *Composites Engineering*, 5(1):17–24.
- [Dávila et Camanho, 2003] DÁVILA, C. G. et CAMANHO, P. P. (2003). Failure criteria for FRP laminates in plane stress. Technical Memorandum NASA/TM-2003-212663, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199.
- [Dávila *et al.*, 2005] DÁVILA, C. G., CAMANHO, P. P. et ROSE, C. A. (2005). Failure criteria for FRP laminates. *Journal of Composite Materials*, 39(4):323–345.
- [Dugdale, 1960] DUGDALE, D. S. (1960). Yielding of steel sheets containing splits. *J. Mech. Phys. Solids*, 8:100–104.
- [Dvorak et Benveniste, 1992] DVORAK, G. J. et BENVENISTE, Y. (1992). On transformation strains and uniform fields in multiphase elastic media. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 437:291–310.
- [Echaabi *et al.*, 1996] ECHAABI, J., TROCHU, F. et GAUVIN, R. (1996). Review of failure criteria of fibrous composite materials. *Polymer Composites*, 17(6):786–798.
- [Fang *et al.*, 2011] FANG, X. J., ZHOU, Z. Q., COX, B. N. et YANG, Q. D. (2011). High-fidelity simulations of multiple fracture processes in a laminated composite in tension. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 59:1355–1373.
- [Feld, 2011] FELD, N. (2011). *Vers un pont micro-méso de la rupture en compression des composites stratifiés*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- [Gamstedt et Sjögren, 1999] GAMSTEDT, E. et SJÖGREN, B. (1999). Micromechanisms in tension-compression fatigue of composite laminates containing transverse plies. *Composites Sciences and Technology*, 59:167–178.
- [Garrett et Bailey, 1977] GARRETT, K. W. et BAILEY, J. E. (1977). Multiple transverse fracture in 90° cross-ply laminates of a glass fibre-reinforced polyester. *Journal of materials science*, 12:157–168.
- [Geers, 1997] GEERS, M. G. D. (1997). *Experimental analysis and computational modelling of damage and fracture*. Thèse de doctorat, Eindhoven University of Technology.
- [Geers *et al.*, 1998] GEERS, M. G. D., de BORST, R., BREKELMANS, W. A. M. et J., P. R. H. (1998). Strain-based transient-gradient damage model for failure analyses. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 160:133–153.
- [Germain *et al.*, 2017] GERMAIN, J., RANNOU, J. et LAURIN, F. (2017). Modélisation du délaminage : éléments d’interface et difficultés numériques = Delamination modelling : interface elements and numerical difficulties. *In Comptes Rendus des JNC 20*.
- [Gilletta *et al.*, 1986] GILLETTA, D., GIRARD, H. et LADEVÈZE, P. (1986). Composites 2D à fibres à haute résistance : modélisation mécanique de la couche élémentaire. *In Comptes rendus des 5ièmes Journées Nationales sur les Composites*, pages 685–697.

- [Gilletta de Saint Joseph, 1985] Gilletta de SAINT JOSEPH, D. (1985). *Composites 2D : Modélisation mécanique et identification de la couche élémentaire*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6.
- [Green *et al.*, 2007] GREEN, B., WISNOM, M. et HALLETT, S. (2007). An experimental investigation into the tensile strength scaling of notched composites. *Composites part A : applied science and manufacturing*, 38:867–878.
- [Hallett *et al.*, 2009a] HALLETT, S., GREEN, B., JIANG, W. et WISNOM, M. R. (2009a). An experimental and numerical investigation into the damage mechanisms in notched composites. *Composites : Part A*, 40:613–624.
- [Hallett *et al.*, 2009b] HALLETT, S. R., GREEN, B. G., JIANG, W.-G., CHEUNG, K. H. et WISNOM, M. R. (2009b). The open hole tensile test : a challenge for virtual testing of composites. *Int J Fract*, 158:169–181.
- [Hallett *et al.*, 2008] HALLETT, S. R., JIANG, W. G., KHAN, B. et WISNOM, M. (2008). Modelling the interaction between matrix cracks and delamination damage in scaled quasi-isotropic specimens. *Composite Science and Technology*, 68(1):80–89.
- [Hallett *et al.*, 2009c] HALLETT, S. R., JIANG, W.-G. et WISNOM, M. R. (2009c). Effect of stacking sequence on open-hole tensile strength of composite laminates. *AIAA Journal*, 47(7):1692–1699.
- [Hallett et Wisnom, 2006] HALLETT, S. R. et WISNOM, M. R. (2006). Numerical investigation of progressive damage and the effect of layup in notched tensile tests. *Journal of composite materials*, 40:1229–1245.
- [Hansbo et Hansbo, 2004] HANSBO, A. et HANSBO, P. (2004). A finite element method for the simulation of strong and weak discontinuities in solid mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:3523–3540.
- [Hashin, 1980] HASHIN, Z. (1980). Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Applied Mechanics*, 47:329–334.
- [Hashin et Rotem, 1973] HASHIN, Z. et ROTEM, A. (1973). Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Composite Materials*, 7:448–464.
- [Herakovich, 1998] HERAKOVICH, C. T. (1998). *Mechanics of Fibrous Composites*. John Wiley & Sons, Inc.
- [Hill, 1950] HILL, R. (1950). *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, Oxford, 1st édition.
- [Hillerborg *et al.*, 1976] HILLERBORG, A., MODÉER, M. et PETERSSON, P. E. (1976). Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, 6:773–782.
- [Hinton *et al.*, 2002] HINTON, M., KADDOUR, A. et SODEN, P. (2002). A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judged against experimental evidence. *Composites Science and Technology*, 62:1725–1797.

- [Hochard *et al.*, 2007] HOCHARD, C., LAHELLEC, N. et BORDREUIL, C. (2007). A ply scale non-local fibre rupture criterion for CFRP woven ply laminated structures. *Composite Structures*, 80:321–326.
- [Hochard *et al.*, 2009] HOCHARD, C., MIOT, S., LAHELLEC, N., MAZEROLLE, F., HERMAN, M. et CHARLES, J. (2009). Behaviour up to rupture of woven ply laminate structures under static loading conditions. *Composites : Part A*, 40:1017–1023.
- [Hoffman, 1967] HOFFMAN, O. (1967). The brittle strength of orthotropic materials. *Journal of composite materials*, 1:200–206.
- [Hongkarnjanakul, 2013] HONGKARNJANAKUL, N. (2013). *Modélisation numérique pour la tolérance aux dommages d'impact sur stratifié composite : de l'impact à la résistance résiduelle en compression*. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE).
- [Iarve *et al.*, 2005] IARVE, E. V., MOLLENHAUER, D. et KIM, R. (2005). Theoretical and experimental investigation of stress redistribution in open hole composite laminates due to damage accumulation. *Composites : Part A*, 36:163–171.
- [Jalalvand *et al.*, 2014] JALALVAND, M., WISNOM, M. R., HOSSEINI-TOUDESHPY, H. et MOHAMMADI, B. (2014). Experimental and numerical study of oblique transverse cracking in cross-ply laminates under tension. *Composites : Part A*, 67:140–148.
- [Knops, 2008] KNOPS, M. (2008). *Analysis of Failure in Fiber Polymer Laminates : The Theory of Alfred Puck*. Springer.
- [Kortschot et Beaumont, 1990a] KORTSCHOT, M. et BEAUMONT, P. (1990a). Damage mechanics of composite materials : I-measurements of damage and strength. *Composites Science and Technology*, 39:289–301.
- [Kortschot et Beaumont, 1990b] KORTSCHOT, M. et BEAUMONT, P. (1990b). Damage mechanics of composite materials : II-a damaged-based notched strength model. *Composites Science and Technology*, 39:303–326.
- [Kortschot et Beaumont, 1991] KORTSCHOT, M. et BEAUMONT, P. (1991). Damage mechanics of composite materials. IV : The effect of lay-up on damage growth and notched strength. *Composites Science and Technology*, 40:167–179.
- [Kortschot *et al.*, 1991] KORTSCHOT, M., BEAUMONT, P. et ASHBY, M. (1991). Damage mechanics of composite materials. III : Prediction of damage growth and notched strength. *Composites Science and Technology*, 40:147–165.
- [Krueger, 2004] KRUEGER, R. (2004). Virtual crack closure technique : History, approach, and applications. *Appl Mech Rev*, 57(2):109–143.
- [Lachaud, 1997] LACHAUD, F. (1997). *Délamination de matériaux composites à fibres de carbone et à matrices organiques : étude numérique et expérimentale, suivi par émission acoustique*. Thèse de doctorat, L'université Paul Sabatier de Toulouse.
- [Ladevèze, 1983] LADEVÈZE, P. (1983). Sur la théorie de l'endommagement anisotrope. Rapport interne N° 34, L.M.T. Cachan.

- [Ladevèze, 1986] LADEVÈZE, P. (1986). Sur la mécanique de l'endommagement des composites. *In Comptes rendus des 5ièmes Journées Nationales sur les Composites*, pages 667–683.
- [Ladevèze, 1992] LADEVÈZE, P. (1992). A damage computational method for composite structures. *Computers and Structures*, 44(1/2):79–87.
- [Ladevèze, 1994] LADEVÈZE, P. (1994). Inelastic strains and damage. *In TALREJA, R., éditeur : Damage Mechanics of Composite Materials*, pages 117–136. Elsevier Science.
- [Ladevèze, 1995] LADEVÈZE, P. (1995). A damage computational approach for composites : Basic aspects and micromechanical relations. *Computational Mechanics*, 17(1-2):142–150.
- [Ladevèze et al., 2001] LADEVÈZE, P., ALLIX, O., DEÛ, J.-F. et LÉVÊQUE, D. (2001). A mesomodel for localisation and damage computation in laminates. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 61:2149–2158.
- [Ladevèze et al., 1989] LADEVÈZE, P., ALLIX, O., GILLETTA, D. et OHAYON, R. (1989). A damage prediction method for composite structures. *International journal for numerical methods in engineering*, 27:271–283.
- [Ladevèze et al., 2013] LADEVÈZE, P., DAGHIA, F., ABISSET, E. et LE MAUFF, C. (2013). A micromechanics-based interface mesomodel for virtual testing of laminated composites. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 1:1–16.
- [Ladevèze et Le Dantec, 1992] LADEVÈZE, P. et LE DANTEC, E. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43:257–267.
- [Ladevèze et Lubineau, 2001] LADEVÈZE, P. et LUBINEAU, G. (2001). On a damage mesomodel for laminates : micro-meso relationships, possibilities and limits. *Composites Science and Technology*, 61:2149–2158.
- [Ladevèze et Lubineau, 2002] LADEVÈZE, P. et LUBINEAU, G. (2002). An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics. *Composites Science and Technology*, 62:533–541.
- [Ladevèze et Lubineau, 2003] LADEVÈZE, P. et LUBINEAU, G. (2003). On a damage mesomodel for laminates : micromechanics basis and improvement. *Mechanics of Materials*, 35:763–775.
- [Ladevèze et al., 2006] LADEVÈZE, P., LUBINEAU, G. et MARSAL, D. (2006). Towards a bridge between the micro- and mesomechanics of delamination for laminated composites. *Composites science and technology*, 66:698–712.
- [Ladevèze et al., 2017] LADEVÈZE, P., NÉRON, D. et BAINIER, H. (2017). “A virtual testing approach for laminated composites based on micromechanics”, The structural integrity of carbon fiber composites. *Springer*, pages 667–698.
- [Lagattu et Lafarie-Frenot, 2000] LAGATTU, F. et LAFARIE-FRENOT, M. (2000). Variation of PEEK matrix crystallinity in APC-2 composite subjected to large shearing deformations. *Composites Science and Technology*, 60:605–612.

- [Laurin *et al.*, 2011] LAURIN, F., CARRÈRE, N., HUCHETTE, C. et MAIRE, J. (2011). Proposition d'une approche hybride d'endommagement et de rupture pour la prévision de la tenue de structures composites. *17ème Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*.
- [Laurin *et al.*, 2012] LAURIN, F., CARRÈRE, N., HUCHETTE, C. et MAIRE, J. (2012). A multiscale hybrid approach for damage and final failure predictions of composite structures. *Journal of Composite Materials*, 0(0):1–35.
- [Laurin *et al.*, 2009] LAURIN, F., CARRÈRE, N., HUCHETTE, C. et MAIRE, J.-F. (2009). Approche hybride multiéchelle pour l'analyse de la tenue de structures composites sous sollicitations complexes 3D = Multiscale hybrid failure approach for strength analysis of composite structures subjected to complex 3D loadings. *Comptes Rendus des JNC 16*.
- [Laurin *et al.*, 2007] LAURIN, F., CARRÈRE, N. et MAIRE, J. (2007). A multiscale progressive failure approach for composite laminates based on thermodynamical viscoelastic and damage models. *Composites : Part A*, 38:198–209.
- [Le *et al.*, 2018] LE, M. Q., BAINIER, H., NÉRON, D., HA-MINH, C. et LADEVÈZE, P. (2018). On matrix cracking and splits modeling in laminated composites. *Composites Part A*, 115:294–301.
- [Le Dantec, 1989] LE DANTEC, E. (1989). *Contribution à la modélisation du comportement mécanique des composites stratifiés*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6.
- [Lekhnitskii, 1968] LEKHNITSKII, S. G. (1968). *Anisotropic plates*. Gordon and Breach Science Publishers.
- [Lubineau, 2002] LUBINEAU, G. (2002). *Sur un mésomodèle d'endommagement des composites stratifiés : relations micro-méso, possibilités et limites*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- [Lubineau, 2009] LUBINEAU, G. (2009). A pyramidal modeling scheme for laminates - Identification of transverse cracking. *International Journal of Damage Mechanics*, 19(4):499–518.
- [Lubineau et Ladevèze, 2008] LUBINEAU, G. et LADEVÈZE, P. (2008). Construction of a micromechanics-based intralaminar mesomodel, and illustrations in ABAQUS/Standard. *Computational Materials Science*, 43:137–145.
- [Lévêque, 1998] LÉVÊQUE, D. (1998). *Analyse de la tenue au délaminage des composites stratifiés : identification d'un modèle d'interface interlaminaire*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- [Maimí *et al.*, 2006] MAIMÍ, P., CAMANHO, P. P., MAYUGO, J.-A. et DÁVILA, C. G. (2006). A thermodynamically consistent damage model for advanced composites. Technical Memorandum NASA/TM-2006-214282, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199.

- [Maimí *et al.*, 2007a] MAIMÍ, P., CAMANHO, P. P., MAYUGO, J. A. et DÁVILA, C. G. (2007a). A continuum damage model for composite laminates : Part I - Constitutive model. *Mechanics of Materials*, 39:897–908.
- [Maimí *et al.*, 2007b] MAIMÍ, P., CAMANHO, P. P., MAYUGO, J. A. et DÁVILA, C. G. (2007b). A continuum damage model for composite laminates : Part II - Computational implementation and validation. *Mechanics of Materials*, 39:909–919.
- [Marsal, 2005] MARSAL, D. (2005). *Modélisation multi-échelle de l'endommagement des stratifiés sous sollicitations hors-plan*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan - Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan.
- [Marsh, 2004] MARSH, G. (2004). Composites lift off in primary aerostructures. *Reinforced plastics*, 48(4):22–27.
- [Miot *et al.*, 2009] MIOT, S., HOCHARD, C. et LAHELLEC, N. (2009). Rupture de structures stratifiées avec concentrations de contraintes : Apport du volume caractéristique de rupture. In *19ème Congrès Français de Mécanique*.
- [Moffat *et al.*, 2008] MOFFAT, A. J., WRIGHT, P., BUFFIÈRE, B., SINCLAIR, I. et SPEARING, S. M. (2008). Micromechanisms of damage in 0° splits in a $[90/0]_s$ composite material using synchrotron radiation computed tomography. *Scripta Materialia*, 59:1043–1046.
- [Moës *et al.*, 1999] MOËS, N., DOLBOW, J. et BELYTSCHKO, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46:131–150.
- [Nahas, 1986] NAHAS, M. N. (1986). Survey of failure and post-failure theories of laminated fiber-reinforced composites. *Journal of Composites Technology & Research*, 8(4):138–153.
- [Nairn, 1989] NAIRN, J. A. (1989). The strain energy release rate of composite microcracking : a variational approach. *Journal of Composite Materials*, 23:1106–1129.
- [Nairn, 1992] NAIRN, J. A. (1992). Microcracking, microcrack-induced delamination, and longitudinal splitting of advanced composite structures. Contractor Report C NAS1-18833, University of Utah.
- [Nairn et Hu, 1992] NAIRN, J. A. et HU, S. (1992). The initiation and growth of delaminations induced by matrix microcracks in laminated composites. *International Journal of Fracture*, 57(1):1–24.
- [Nairn et Hu, 1994] NAIRN, J. A. et HU, S. (1994). Matrix microcracking. In TALREJA, R., éditeur : *Damage Mechanics of Composite Materials*. Elsevier Science R. V.
- [Needleman, 1988] NEEDLEMAN, A. (1988). Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 67:69–85.
- [Nixon-Pearson *et al.*, 2013] NIXON-PEARSON, O., HALLETT, S., WITHERS, P. et ROUSE, J. (2013). Damage development in open-hole composite specimens in fatigue. Part 1 : Experimental investigation. *Composite Structures*, 106:882–889.

- [Obert *et al.*, 2014a] OBERT, E., DAGHIA, F., LADEVÈZE, P. et BALLERE, L. (2014a). Micro and meso modeling of woven composites : Transverse cracking kinetics and homogenization. *Composite Structures*, 117:212–221.
- [Obert *et al.*, 2014b] OBERT, E., DAGHIA, F., LADEVÈZE, P. et BERGEROT, A. (2014b). Damage modelling of woven composites on the microscale and mesoscale. *In ECCM-16th European conference on composite materials*.
- [Okabe et Yashiro, 2012] OKABE, T. et YASHIRO, S. (2012). Damage detection in holed composite laminates using an embedded FBG sensor. *Composites : Part A*, 43:388–397.
- [Orifici *et al.*, 2008] ORIFICI, A., HERSZBERG, I. et THOMSON, R. (2008). Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure. *Composite Structures*, 86:194–210.
- [Parvizi *et al.*, 1978] PARVIZI, A., GARRETT, K. W. et BAILEY, J. E. (1978). Constrained cracking in glass fibre-reinforced epoxy cross-ply laminates. *Journal of Materials Science*, 13:195–201.
- [Peerlings *et al.*, 1995] PEERLINGS, R. H. J., DE BORST, R. and Brekelmans, W. A. M. et DE VREE, J. H. P. (1995). Computational modelling of gradient-enhanced damage for fracture and fatigue problems. *In Computational plasticity : fundamentals and applications : proceedings of the 4th international conference held in Barcelona, Spain, 3-6 April 1995*, pages 975–986.
- [Peerlings *et al.*, 1996] PEERLINGS, R. H. J., DE BORST, R. and Brekelmans, W. A. M. et DE VREE, J. H. P. (1996). Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International journal for numerical methods in engineering*, 39:3391–3403.
- [Peerlings *et al.*, 1998] PEERLINGS, R. H. J., DE BORST, R. and Brekelmans, W. A. M. et GEERS, M. G. D. (1998). Gradient-enhanced damage modelling of concrete fracture. *Mechanics of cohesive-frictional materials*, 3:323–342.
- [Pijaudier-Cabot et Bažant, 1987] PIJAUDIER-CABOT, G. et BAŽANT, Z. P. (1987). Nonlocal damage theory. *Journal of materials science*, 113:1512–1533.
- [Pinho *et al.*, 2005] PINHO, S. T., DÁVILA, C. G., CAMANHO, P. P., IANNUCCI, L. et ROBINSON, P. (2005). Failure models and criteria for FRP under in-plane or three-dimensional stress states including shear non-linearity. Technical Memorandum NASA/TM-2005-213530, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199.
- [Pipes *et al.*, 1979a] PIPES, B., GILLESPIE, J. W. et WETHERHOLD, R. C. (1979a). Superposition of the notched strength of composite laminates. *Polymer Engineering and Science*, 19(16):1151–1155.
- [Pipes *et al.*, 1979b] PIPES, B., WETHERHOLD, R. C. et GILLESPIE, J. W. (1979b). Notched strength of composite materials. *Journal of Composite Materials*, 13:148–160.
- [Pipes *et al.*, 1980] PIPES, B., WETHERHOLD, R. C. et GILLESPIE, J. W. (1980). Macroscopic fracture of fibrous composites. *Materials Science and Engineering*, 45:247–253.

- [Puck et Schürman, 1998] PUCK, A. et SCHÜRMAN, H. (1998). Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 58:1045–1067.
- [Puck et Schürman, 2002] PUCK, A. et SCHÜRMAN, H. (2002). Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. *Composites Science and Technology*, 62:1633–1662.
- [Rojas Solano, 2012] ROJAS SOLANO, L. B. (2012). *Endommagement non-local interactions et effets d'échelle*. Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour.
- [Rybicki et Kanninen, 1977] RYBICKI, E. F. et KANNINEN, M. F. (1977). A finite element calculation of stress intensity factors by a modified crack closure integral. *Engineering Fracture Mechanics*, 9:931–938.
- [Schellekens et De Borst, 2008] SCHELLEKENS, J. C. J. et DE BORST, R. (2008). On the numerical integration of interface elements. *International journal for numerical methods in engineering*, 36:43–66.
- [Serra, 2016] SERRA, J. (2016). *Étude expérimentale et numérique de la propagation de coupure sur des stratifiés composites soumis à des chargements complexes*. Thèse de doctorat, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE).
- [Serra et al., 2016] SERRA, J., BOUVET, C., CASTANIÉ, B. et PETIOT, C. (2016). Scaling effect in notched composites : The discrete ply model approach. *Composite Structures*, 148:127–143.
- [Soden et al., 2004] SODEN, P., KADDOUR, A. et HINTON, M. (2004). Recommendations for designers and researchers resulting from the world-wide failure exercise. *Composites Science and Technology*, 64:589–604.
- [Soden et al., 1998] SODEN, P. D., HINTON, M. J. et KADDOUR, A. S. (1998). Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates. *Composites Science and Technology*, 58:1011–1022.
- [Song et al., 2006] SONG, J.-H., AREIAS, P. M. A. et BELYTSCHKO, T. (2006). A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 67:868–893.
- [Sun et al., 1996] SUN, C., QUINN, B., TAO, J. et OPLINGER, D. (1996). Comparative evaluation of failure analysis methods for composite laminates. Final Report DOT/FAA/AR-95/109, School of Aeronautics and Astronautics Purdue University.
- [Tada et al., 2000] TADA, H., PARIS, P. C. et IRWIN, G. R. (2000). *The stress analysis of cracks handbook*. The American Society of Mechanical Engineering.
- [O'Brien, 1981] O'BRIEN, T. K. (1981). Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate. Technical Memorandum NASA TM-81940, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23665.
- [Tsai, 1965] TSAI, S. W. (1965). Strength characteristics of composite materials. NASA Contractor Report CR-224, National Aeronautics and Space Administration Contract NAS 7-215.

- [Tsai, 1984] TSAI, S. W. (1984). Survey of macroscopic failure criteria for composite materials. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 3:40–62.
- [Tsai et Wu, 1971] TSAI, S. W. et WU, E. M. (1971). Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. *Journal of Composite Materials*, 5:58–80.
- [Turon *et al.*, 2004] TURON, A., CAMANHO, P. P., COSTA, J. et DÁVILA, C. G. (2004). An interface damage model for the simulation of delamination under variable-mode ratio in composite materials. Technical Memorandum NASA/TM-2004-213277, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199.
- [Turon *et al.*, 2006] TURON, A., CAMANHO, P. P., COSTA, J. et DÁVILA, C. G. (2006). A damage model for the simulation of delamination in advanced composites under variable-mode loading. *Mechanics of Materials*, 38:1072–1089.
- [Turon *et al.*, 2005] TURON, A., DÁVILA, C. G., CAMANHO, P. P. et COSTA, J. (2005). An engineering solution for using coarse meshes in the simulation of delamination with cohesive zone models. Technical Memorandum NASA/TM-2005-213547, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23681-2199.
- [Turon *et al.*, 2007] TURON, A., DÁVILA, C. G., CAMANHO, P. P. et COSTA, J. (2007). An engineering solution for mesh size effects in the simulation of delamination using cohesive zone models. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:1665–1682.
- [Tvergaard, 1990] TVERGAARD, V. (1990). Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. *Materials Science and Engineering*, A125:203–213.
- [van der Meer et Sluys, 2010] van der MEER, F. et SLUYS, L. (2010). Mesh-independent modeling of both distributed and discrete matrix cracking in interaction with delamination in composites. *Engineering Fracture Mechanics*, 77:719–735.
- [Vandellos, 2011] VANDELLOS, T. (2011). *Développement d'une stratégie de modélisation du délaminage dans les structures composites stratifiées*. Thèse de doctorat, L'université Bordeaux 1.
- [Vandellos *et al.*, 2013] VANDELLOS, T., HUCHETTE, C. et CARRÈRE, N. (2013). Proposition of a framework for the development of a cohesive zone model adapted to carbon-fiber reinforced plastic laminated composites. *Composite Structures*, 105:199–206.
- [Victor, 2016] VICTOR, G. (2016). *Structural Health Monitoring of Aerospace Composites*. Elsevier Inc.
- [Viguera *et al.*, 2015] VIGUERAS, G., SKET, F., SAMANIEGO, C., WU, L., NOELS, L., TIAHJANTO, D., CASONI, E., HOUZEUX, G., MAKRAFI, A., M., M.-A. J., VÁZQUEZ, M. et JÉRUSALEM, A. (2015). An XFEM/CZM implementation for massively parallel simulations of composites fracture. *Composite Structures*, 125:542–557.
- [Violeau, 2007] VIOLEAU, D. (2007). *Une stratégie de calcul pour l'analyse à l'échelle "micro" des endommagements jusqu'à rupture des composites stratifiés*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan - Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan.

- [Vittecq, 1991] VITTECOQ, E. (1991). *Sur le comportement en compression des composites stratifiés carbone-époxy*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6.
- [Waddoups *et al.*, 1971] WADDOUPS, M. E., EISENMANN, J. R. et KAMINSKI, B. E. (1971). Macroscopic fracture mechanics of advanced composite materials. *J. composite materials*, 5:446–454.
- [Whitcomb, 1984] WHITCOMB, J. D. (1984). Analysis of instability-related growth of a through-width delamination. Technical Memorandum NASA TM-86301, NASA Langley Research Center, Hampton, VA 23665.
- [Whitney et Nuismer, 1974] WHITNEY, J. M. et NUISMER, R. J. (1974). Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations. *Journal of composite materials*, 8:253–265.
- [Williams, 1998] WILLIAMS, K. V. (1998). *A physically-based continuum damage mechanics model for numerical prediction of damage growth in laminated composite plates*. Thèse de doctorat, The University of British Columbia, Canada.
- [Wisnom, 2010] WISNOM, M. R. (2010). Modelling discrete failures in composites with interface elements. *Composites : Part A*, 41:795–805.
- [Wisnom et Chang, 2000] WISNOM, M. R. et CHANG, F.-K. (2000). Modelling of splitting and delamination in notched cross-ply laminates. *Composites Science and Technology*, 60:2849–2856.
- [Wu, 1967] WU, E. M. (1967). Application of fracture mechanics to anisotropic plates. *Journal of applied mechanics*, 34(4):967–974.
- [Xu *et al.*, 2015] XU, X., WISNOM, M. R., LI, X. et HALLETT, S. R. (2015). A numerical investigation into size effects in centre-notched quasi-isotropic carbon/epoxy laminates. *Composites Science and Technology*, 111:32–29.
- [Yashiro *et al.*, 2007] YASHIRO, S., OKABE, T., TOYAMA, N. et TAKEDA, N. (2007). Monitoring damage in holed CFRP laminates using embedded chirped FBG sensors. *International journal of solids and structures*, 44:603–613.
- [Yashiro *et al.*, 2005] YASHIRO, S., TAKEDA, N., OKABE, T. et SEKINE, H. (2005). A new approach to predicting multiple damage states in composite laminates with embedded FBG sensors. *Composites science and technology*, 65:659–667.
- [Ye, 1988] YE, L. (1988). Role of matrix resin in delamination onset and growth in composite laminates. *Composites Science and Technology*, 33:257–277.

Titre : Modélisation et simulations des singularités dans les composites stratifiés

Mots clés : Composites stratifiés, Singularités, Mésomodèle, Modélisation des splits, Virtual Testing, Multiéchelle.

Résumé : Cette thèse a pour but de développer et de valider une nouvelle méthodologie numérique, basée sur le « mésomodèle », pour la modélisation des structures composites stratifiées en présence de gradients de contraintes. Cette méthode est une combinaison entre approches continue et discrète afin de décrire respectivement les fissures quasi-périodiques et isolées relatives aux gradients de contraintes au sein de pièces composites. La validation, basée sur la comparaison des prédictions du modèle avec les données expérimentales, montre une remarquable fidélité des résultats numériques, que ce soit en termes d'évolution des mécanismes de dégradation mais aussi de prédiction de la contrainte à rupture. On s'intéresse dans ce travail aux concentrations générées par des découpes typiques

de l'industrie : trou et entaille. Ces dernières sont les lieux privilégiés conduisant à la perte de l'intégrité des structures composites à cause de la rupture des fibres ou du délaminage important. De plus, les analyses numériques se concentrent sur les effets d'échelle, d'épaisseur du pli et de séquences d'empilement, puisqu'ils sont cruciaux pour le dimensionnement de pièces composites de grandes dimensions.

La thèse s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec SAMTECH (SIEMENS) pour améliorer la pertinence du mésomodèle déjà implémenté dans les modules de calculs de SAMCEF. Les développements issus de ces travaux sont en cours de portage dans la version commerciale de SAMCEF.

Title : Modeling and simulations of singularities in laminated composites

Keywords : Laminated composites, Singularities, Mesomodel, Split modeling, Virtual Testing, Multiscale.

Abstract : This thesis aims to develop and validate a new computational methodology, based on the "mesomodel", for the modelling of laminated composite structures in the presence of stress gradients. This method is a combination of continuous and discrete approaches to describe respectively quasi-periodic and isolated cracks related to stress gradient within composite parts. The validation, based on the comparison of the model's predictions with the experimental data, shows a remarkable fidelity of the numerical results, both in terms of the evolution of the degradation mechanisms and the prediction of the failure stress. In this work, we are interested in the concentrations

generated by typical industry cuts: hole and notch. The latter are the preferred locations leading to the loss of integrity of composite structures due to fibre failure or significant delamination. In addition, numerical analyses focus on the effects of scale, fold thickness and stacking sequences, since they are crucial for the sizing of large composite parts.

The thesis is part of a collaboration with SAMTECH (SIEMENS) to improve the relevance of the mesomodel already implemented in SAMCEF's calculation modules. The developments resulting from this work are being ported to the commercial version of SAMCEF.