



**HAL**  
open science

# Analyse du processus d'usure abrasive et optimisation d'engrenage aéronautique

Charly Lagresle

► **To cite this version:**

Charly Lagresle. Analyse du processus d'usure abrasive et optimisation d'engrenage aéronautique. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Lyon, 2019. Français. NNT: 2019LYSEI113. tel-02902134

**HAL Id: tel-02902134**

**<https://theses.hal.science/tel-02902134v1>**

Submitted on 17 Jul 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2019LYSE113

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**  
opérée au sein de  
**INSA de Lyon**

**École Doctorale MEGA (ED162)**  
**Mécanique, énergétique, génie civil, acoustique**

**Spécialité de doctorat** : Génie Mécanique

Soutenue publiquement le 05/12/2019, par :  
**Charly Lagresle**

---

**Analyse du processus d'usure abrasive  
et optimisation d'engrenage  
aéronautique**

---

Devant le jury composé de :

Rech, Joël	Professeur des Universités, ENI de Saint-Etienne	Président
Lafon, Pascal	Professeur des Universités, UTT de Troyes	Rapporteur
Bigot, Régis	Professeur des Universités, Arts et Métiers ParisTech de Metz	Rapporteur
Baudouin, Cyrille	Maître de Conférences, Arts et Métiers ParisTech de Metz	Examineur
Guingand, Michèle	Maître de Conférences HDR, INSA de Lyon	Directrice de thèse
de Vaujany, Jean-Pierre	Maître de Conférences, INSA de Lyon	Co-encadrant de thèse
Fulleringer, Benjamin	Docteur, SAFRAN Helicopter Engines	Invité

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## Département FEDORA – INSA Lyon – Écoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ÉCOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNÉES DU RESPONSABLE
<b>CHIMIE</b>	<p><b>CHIMIE DE LYON</b>  <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : Renée EL MELHEM            Bâtiment Blaise Pascal, 3ème étage            INSA : R. GOURDON  <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a></p>	<p><b>M. Stéphane DANIELE</b>            Institut de recherches sur la catalyse et l'environnement de Lyon            IRCELYON - UMR 5256 - Équipe CDFA</p> <p>2, avenue Albert Einstein            69 626 Villeurbanne Cedex  <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a></p>
<b>E.E.A</b>	<p><b>ELECTRONIQUE,            ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b>  <a href="http://edeaa.ec-lyon.fr">http://edeaa.ec-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN  <a href="mailto:ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr">ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr</a></p>	<p><b>M. Gérard SCORLETTI</b>            École Centrale de Lyon</p> <p>36, avenue Guy De Collongue            69 134 Écully            Tél : 04.72.18.60.97 - Fax 04.78.43.37.17  <a href="mailto:gerard.scorletti@ec-lyon.fr">gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a></p>
<b>E2M2</b>	<p><b>EVOLUTION, ECOSYSTEME            MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b>  <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : Sylvie ROBERJOT            Bâtiment Atrium, UCB Lyon 1            Tél : 04.72.44.83.62            INSA : H. CHARLES  <a href="mailto:secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr">secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr</a></p>	<p><b>M. Philippe NORMAND</b>            UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Université Claude Bernard Lyon 1</p> <p>Bâtiment Mendel            43, boulevard du 11 Novembre 1918            69 622 Villeurbanne Cedex  <a href="mailto:philippe.normand@univ-lyon1.fr">philippe.normand@univ-lyon1.fr</a></p>
<b>EDISS</b>	<p><b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCE-SANTE</b>  <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : Sylvie ROBERJOT            Bâtiment Atrium, UCB Lyon 1            Tél : 04.72.44.83.62            INSA : M. LAGARDE  <a href="mailto:secretariat.ediss@univ-lyon1.fr">secretariat.ediss@univ-lyon1.fr</a></p>	<p><b>Mme Sylvie RICARD-BLUM</b>            Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS)            UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1</p> <p>Bâtiment Curien - 3ème étage Nord            43, boulevard du 11 Novembre 1918            69 622 Villeurbanne Cedex            Tel : +33(0)4 72 44 82 32  <a href="mailto:sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr">sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr</a></p>
<b>INFOMATHS</b>	<p><b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b>  <a href="http://edinfomaths.universite-lyon.fr">http://edinfomaths.universite-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : Renée EL MELHEM            Bâtiment Blaise Pascal - 3ème étage            Tél : 04.72.43.80.46  <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a></p>	<p><b>M. Hamamache KHEDDOUCI</b></p> <p>Bâtiment Nautibus            43, boulevard du 11 Novembre 1918            69 622 Villeurbanne Cedex            Tel : 04.72.44.83.69  <a href="mailto:hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr">hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr</a></p>
<b>Matériaux</b>	<p><b>MATERIAUX DE LYON</b>  <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : Stéphanie CAUVIN            Tél : 04.72.43.71.70            Bâtiment Direction  <a href="mailto:ed.materiaux@insa-lyon.fr">ed.materiaux@insa-lyon.fr</a></p>	<p><b>M. Jean-Yves BUFFIÈRE</b>            INSA de Lyon MATEIS</p> <p>Bâtiment Saint-Exupéry            7, avenue Jean Capelle            69 621 Villeurbanne Cedex            Tél : 04.72.43.71.70 - Fax : 04.72.43.85.28  <a href="mailto:jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr">jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr</a></p>
<b>MEGA</b>	<p><b>MECANIQUE, ENERGETIQUE            GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b>  <a href="http://edmega.universite-lyon.fr">http://edmega.universite-lyon.fr</a></p> <p>Sec. : Stéphanie CAUVIN            Tél : 04.72.43.71.70            Bâtiment Direction  <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a></p>	<p><b>M. Jocelyn BONJOUR</b>            INSA de Lyon Laboratoire CETHIL</p> <p>Bâtiment Sadi-Carnot            9, rue de la Physique            69 621 Villeurbanne Cedex  <a href="mailto:jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr">jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr</a></p>
<b>ScSo*</b>	<p><b>ScSo</b>  <a href="http://ed483.univ-lyon2.fr">http://ed483.univ-lyon2.fr</a></p> <p>Sec. : Véronique GUICHARD            INSA : J.Y. TÔUSSAINT            Tél : 04.78.69.72.76  <a href="mailto:veronique.cervantes@univ-lyon2.fr">veronique.cervantes@univ-lyon2.fr</a></p>	<p><b>M. Christian MONTES</b></p> <p>Université Lyon 2            86, rue Pasteur            69 365 Lyon Cedex 07  <a href="mailto:christian.montes@univ-lyon2.fr">christian.montes@univ-lyon2.fr</a></p>

ScSo\* : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE



# Avant-propos

---

Plus de trois années se sont écoulées depuis le début de ces travaux. Trois années chargées de joies, de doutes, de découvertes, de déceptions. Cet avant-propos est pour moi l'occasion de remercier les personnes que j'ai été amené à rencontrer, avec qui j'ai pu discuter et échanger et celles qui m'ont accompagné tout au long de ma thèse. Je tiens à m'excuser par avance pour le ton très personnel que prendront ces remerciements, mais il me semblait important de ne pas oublier qu'une thèse ne se fait jamais seul et donc de les remercier avec la sincérité qu'ils méritent.

À Régis BIGOT, Professeur des Universités à l'ENSAM de Metz et Pascal LAFON, Professeur des Universités à l'UTT de Troyes, merci d'avoir accepté d'être rapporteurs de ces travaux. Mes remerciements également à Cyrille BAUDOUIN, Maître de Conférences à l'ENSAM de Metz et à Joël RECH, Professeur des Universités de l'ENI Saint-Etienne pour avoir accepté de faire partie de ce jury de thèse.

À mes directeurs de thèse au laboratoire, Michèle GUINGAND et Jean-Pierre DE VAUJANY. Depuis mon premier projet d'optimisation de spiro-conique jusqu'à cette thèse, vous m'avez accordé votre confiance. Vous avez su, au cours parfois d'interminables réunions, partager avec moi avec patience et passion une partie de vos connaissances. Vous avez aussi réussi à canaliser avec justesse ma curiosité tout en me laissant une grande autonomie. Que vous dire d'autre que merci ? Merci pour tout.

À toute l'équipe DT/MD/TRM de SAFRAN Helicopter Engines, et plus particulièrement à Benjamin FULLERINGER, tuteur industriel. Merci de m'avoir donné l'opportunité de travailler avec toi. Merci pour ces nombreuses et longues réunions téléphoniques, pour ton imagination sans limite, pour avoir sans cesse stimulé ma curiosité.

À tous mes collègues et membres du LaMCoS qui, au cours de réunions, discussions et pauses café, ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail. À Quentin, merci d'avoir été le meilleur des collègues de bureau. Je ne sais pas si tu le sais, mais tu es brillant. Comme Danny.

À mes vieux amis, à mes nouveaux amis, notamment à Martin et Cécile, à Alex et Cécile, à Babou et Lola, à Camille et Chris, à Éléonore et Dimitri, à Marine, à Manon. Merci pour toutes ces pauses café et les chocolats chauds, pour les pique-niques, pour les sushis, pour les sorties au goût de Namur. Merci au plus grand fan du Giro que je connaisse pour nos bricolages de vélo, pour nos messages vocaux de 5 secondes, pour tous ces échanges sans queue ni tête où nous refaisons le Monde ! Merci à sa plus grande fan pour toutes nos discussions à base de plantes et de boutures, de faits divers et de bribes de vie. Merci d'avoir été une confidente sans faille. Et merci à tous de m'avoir fait rire, d'avoir ri avec moi, d'avoir partagé tous ces moments et d'avoir – parfois je suppose – fait semblant de comprendre ce que faisaient toutes ces petites abeilles dans mes algorithmes... Vous êtes des amis en or et j'aimerais vous dire ici ô combien vous comptez pour moi.

---

À ma famille, mes parents, mon grand frère et ma petite sœur. En écrivant ces mots, plein de souvenirs remontent avec nostalgie. Nos essais de tir à l'arc sur le tilleul. Les barrages au parking de chasse. Nos balades à vélo le long de la Saône. Les brocantes de Trévoux. L'affaire de la réglisse. Les forêts noires et le gâteau à la fleur d'oranger. La poupée aux cheveux frisés. Les appels du soir à JBA. L'arrosage automatique et le puits du marronnier. Les fameuses huîtres au sabayon. Les vacances au camping et l'épisode de Pralognan. Une douce pensée à Tatie, Opa et Oma. Tous ces moments, qu'ils aient été tristes ou beaux, nous les avons partagés tous les cinq, unis. Merci de m'avoir tant appris, merci de m'avoir fait vivre tant de vraies et belles choses et merci de m'avoir offert une si belle famille.

Et enfin à Charlène. Merci d'être chaque jour auprès de moi, d'être là lors de mes coups de blues et de partager mes coups de folie, de supporter mon accent presque québécois, les histoires de mes graines qui deviennent boutures, mes blagues qui me font rire avant tout le monde, mes bricolages en tout genre et le capharnaüm qui s'ensuit, mes explications d'arc-en-ciel, tu vois-tu? Merci pour ton soutien sans borne, pour tes sourires qui me rassurent, pour tes regards qui me disent tout haut ce que tu penses tout bas, pour cette joie vivre qui te définit si bien et qui me booste. Je pourrais continuer à écrire, mais nous écrivons le reste ensemble.



# Résumé

---

Les organes de transmission de puissance par engrenages sont couramment utilisés dans de nombreux domaines, parmi lesquels celui de l'aéronautique. Le système étudié dans ces travaux de thèse est un réducteur d'hélicoptère. Son rôle est de transmettre la puissance générée par le turbomoteur à la boîte de transmission principale, tout en adaptant la vitesse de rotation au besoin de cette dernière. Pour maximiser la puissance massique des systèmes, les engrenages aéronautiques peuvent être dotés de voiles minces, réduisant la masse de l'ensemble, mais favorisant aussi leurs flexibilités. Très sollicités en termes de nombre de rotations et de conditions de fonctionnement, ces engrenages à voile mince du réducteur présentent un risque d'apparition de surpressions locales et sont d'autant plus susceptibles d'être soumis à un certain nombre d'avaries, telles que l'usure abrasive, le grippage ou encore le micro-écaillage.

Le premier objectif de ces travaux de thèse est la compréhension et la simulation du processus d'usure abrasive sur les engrenages. Ce processus d'arrachement de matière sur le flanc des dentures est simulé par l'intermédiaire de la loi d'Archard adaptée aux contacts lubrifiés. Lors des différentes phases de vol (décollage, atterrissage, etc.), les conditions de fonctionnement évoluent et modifient les paramètres quasi-statiques de l'engrènement, la lubrification du système et par conséquent la quantité de matière arrachée. Afin de prendre en considération les évolutions des conditions de fonctionnement dans le processus d'usure, une méthodologie de cumul de l'usure a été adoptée et adaptée aux besoins de la simulation. Il est alors possible d'étudier la cinétique et l'intensité de l'usure sur les différentes phases de vol afin d'en déterminer les plus sévères.

Le second objectif fait écho au premier. Après avoir cerné la problématique de l'usure, l'optimisation des paramètres quasi-statiques de l'engrenage à voile mince est mise en place. Cette optimisation, basée sur la recherche d'une micro-géométrie idéale, a pour vocation de réduire les causes potentielles de ces avaries, notamment les surpressions de contact ou le facteur de grippage d'Almen. Le problème étant qualifié de complexe, un algorithme MO-TRIBES d'optimisation multivariables et multicritères est déployé. De nombreux exemples d'optimisation sont proposés afin d'améliorer le comportement de cet engrenage à voile mince : réduction des fluctuations des signaux d'erreur de transmission sous-charge, des pressions maximales de contact, des facteurs de grippage, en simple et en multi-objectifs. Le choix des corrections de denture et de leur forme est aussi abordé. Finalement, grâce à ce module d'optimisation, il est possible de réduire l'arrachement de matière afin d'allonger la durée de vie de l'engrenage.

**Mots-clés :** transmission de puissance, engrenages, quasi-statique, usure abrasive, avaries, loi d'Archard, cycles AMT, optimisation multi-objectifs, méta-heuristique, algorithme d'optimisation par essaim particulaire, MO-TRIBES, corrections de denture, surface de correction.

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE



# Abstract

---

Powers transmissions are commonly used in many areas, including aeronautics. The studied system in this thesis is a helicopter gearbox. Its purpose is to transmit the power generated by the turbine engine to the main gearbox and to adapt the rotational speed of the input shaft. Aeronautical gears are light weight in order to maximize the power to weight ratio of the system. With thin rims, the mass of the system is reduced but its flexibility is increased. These types of gears, subjected to large number of revolutions and severe operating conditions, are more likely to be exposed to failures such as abrasive wear, scoring or micro-pitting.

The first objective of this PhD thesis is the understanding and the simulation of the abrasive wear process for spur and helical gears. The material removal calculation is based on the well-known Archard equation, adapted to lubricated contacts. During the different phases of flight (take-off, landing, hover flight), the specific working conditions change. Consequently, the quasi-static gearing behaviour, the lubrication and therefore the quantity of wear need to be adapted. To this end, a new methodology is proposed to accumulate wear depths over several and different working conditions. This methodology makes it possible to analyze the kinetics and the intensity of the abrasive wear process and deduce the most severe phases of flight.

The second goal echoes the first one. Following the identification of the problem of abrasive wear, a multi-objective optimization of the quasi-static behaviour of the thin rimmed gear is proposed. The goal of this optimization, based on the search of optimal tooth modifications, is to reduce potential sources of gear failures, in particular localized overpressures on tooth flanks or the Almen factor governing scuffing. Due to the complexity of the problem, a meta-heuristic multi-variable optimization algorithm (MO-TRIBES) is introduced. Multiple mono- and multi-objective gear optimization examples are provided in order to improve the quasi-static behaviour of the aeronautical gear : minimization of fluctuations of the transmission error under load, reduction of the maximal contact pressures, decrease of the scuffing risk factors. The ideal type of tooth modifications is discussed. Finally, by using the optimization module, the amount of wear is significantly reduced and a comfortable lifetime extension for the studied gear is provided.

**Keywords :** power transmission, gears, quasi-static, abrasive wear, gear failures, Archard's equation, AMT cycles, multi-objective optimization, metaheuristic, particle swarm optimization, MO-TRIBES, gear tooth modifications, topography modification.

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE



# Table des matières

---

<b>Avant-propos</b>	<b>5</b>
<b>Résumé</b>	<b>7</b>
<b>Abstract</b>	<b>9</b>
<b>Table des matières</b>	<b>11</b>
<b>Liste des Figures</b>	<b>15</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>21</b>
<b>Abréviations et Notations</b>	<b>23</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>25</b>
<b>1 État de l'Art</b>	<b>31</b>
1 Introduction aux avaries d'engrenages	33
2 Modèles d'usure	39
2.1 Lois générales d'usure	39
2.1.1 Loi d'Archard	39
2.1.2 Autres lois	41
2.2 Le coefficient d'usure $k$	43
2.2.1 Les <i>wear-maps</i>	43
2.2.2 Création des oxydes, par Wu et Cheng	44
2.2.3 Méthodes de mesures expérimentales	45
2.2.4 Approche critique du coefficient d'usure	47
2.3 Modèles d'usure appliqués aux engrenages	51
2.4 Résultats des études sur engrenages, analyses théoriques, numériques et expérimentales	55
2.4.1 Approche théorique	55
2.4.2 Relevés expérimentaux	56
2.4.3 Études numériques	57
2.5 Objectifs du module d'usure	64
3 Introduction aux problèmes complexes	65
3.1 Optimisation mono-objectif	65
3.2 Optimisation multi-objectifs	66
3.3 Algorithmes d'optimisation	68
3.3.1 Algorithme génétique (AG)	68
3.3.2 Algorithme des colonies de fourmis	70
3.3.3 Gravitational Search Algorithm (GSA)	71



	3.3.4	Charged System Search (CSS)	71
	3.3.5	Particule Swarm Optimization (PSO)	72
3.4		MO-TRIBES	76
	3.4.1	Principes de base	76
	3.4.2	Informateurs	77
	3.4.3	Qualité des individus et des tribus	77
	3.4.4	Création et destruction	77
	3.4.5	Comportement	78
	3.4.6	Archivage	79
	3.4.7	Évolution	80
	3.4.8	Comparaison et performances	80
4		Optimisation d'engrenages	83
	4.1	Introduction aux corrections de dentures	83
	4.2	Optimisation simple	84
	4.2.1	Réduction des fluctuations de l'erreur de transmission	84
	4.2.2	Régularisation des charges	87
	4.3	Objectifs du module d'optimisation	89
<b>2</b>		<b>Modèles numériques</b>	<b>91</b>
1		Modèle de base	93
	1.1	Principe de fonctionnement de CYLAM	93
	1.2	Modèle de contact	93
	1.2.1	Présentation du problème	94
	1.2.2	Méthode de résolution du contact	96
	1.3	Exemple d'utilisation	103
2		Module d'usure	107
	2.1	Notions de lubrification des surfaces	107
	2.1.1	Régimes de lubrification	107
	2.1.2	Calcul de l'épaisseur de film de lubrifiant	109
	2.1.3	Prise en compte des effets thermiques	111
	2.2	Prise en compte de l'usure	112
	2.2.1	Maillages	113
	2.2.2	Processus de calcul de la profondeur d'usure	113
	2.2.3	Choix du coefficient d'usure	114
	2.2.4	Calcul de la profondeur d'usure et cumul de l'usure	114
	2.2.5	Mise à jour de la géométrie	115
	2.3	Mise en place des cycles AMT	116
	2.3.1	Introduction aux cycles AMTs	116
	2.3.2	Gestion des cycles	117
	2.4	Validation du modèle d'usure	119
	2.4.1	Validation des profondeurs d'usures	119
	2.4.2	Validation du cumul de l'usure sur l'engrenage standard	122
3		Module d'optimisation	125
	3.1	Notions et modules complémentaires	125
	3.1.1	Surfaces de Bézier	125
	3.1.2	Hypercube latin	126
	3.2	Implantation	126
	3.3	Corrections de dentures	127
	3.4	Fonctions objectifs	130
	3.5	Validation de l'algorithme MO-TRIBES	132
<b>3</b>		<b>Applications numériques</b>	<b>137</b>
1		Engrenages de l'étude	139
	1.1	Engrenage standard	139
	1.1.1	Résultats sous charge	139
	1.2	Engrenage aéronautique	140
	1.2.1	Résultats sous charge	141
2		Application d'usure : simulation du processus sur l'engrenage standard	147

2.1	Impact de l'usure sur les paramètres quasi-statiques . . . . .	147
2.1.1	Impact de l'usure sur la répartition des charges . . . . .	147
2.1.2	Impact de l'usure sur les écarts . . . . .	147
2.1.3	Évolution de l'usure . . . . .	148
2.1.4	Impact de l'usure sur les pressions de contact . . . . .	150
3	Module d'usure : simulation du processus sur l'engrenage aéronautique . . . . .	153
3.1	Les différentes opérations . . . . .	153
3.2	Les différents cycles composants le cycle AMT . . . . .	155
3.2.1	Phase de vol standard : cycle n°1 . . . . .	155
3.2.2	Événements spéciaux : cycles °2 et n°3 . . . . .	156
3.3	Cycle AMT complet . . . . .	160
3.3.1	Influences de la température d'injection et des rugosités sur le processus d'usure . . . . .	163
3.4	Conclusion partielle . . . . .	165
4	Module d'optimisation : approche mono-objectif . . . . .	167
4.1	Réduction des fluctuations des signaux d'erreur de transmission pour l'engrenage standard . . . . .	167
4.1.1	Application de tombés de tête linéaires et symétriques, comparaison à la mas-tercurve . . . . .	167
4.1.2	Impact de la forme et de la symétrie des corrections de tête . . . . .	169
4.2	Réduction des fluctuations des signaux d'erreur de transmission pour l'engrenage aéro-nautique . . . . .	171
4.2.1	Application de tombés de tête linéaires et paraboliques . . . . .	171
4.2.2	Application d'une surface de correction . . . . .	173
4.3	Optimisation de la pression de contact maximale sur l'engrenage aéronautique . . . . .	175
4.3.1	Optimisation des corrections de dentures initiales . . . . .	175
4.3.2	Mise en place d'un bombé sur profil . . . . .	176
4.3.3	Mise en place d'un bombé sur hélice . . . . .	177
4.3.4	Ajout d'une correction d'angle d'hélice aux bombés de profil et d'hélice . . . . .	180
4.3.5	Application de corrections surfaciques . . . . .	181
4.4	Optimisation du centrage du champ de pression . . . . .	183
4.4.1	Applications de corrections standards : bombés de profil et d'hélice . . . . .	183
4.4.2	Mise en place d'une correction surfacique . . . . .	184
4.5	Optimisation du facteur PV pour l'engrenage aéronautique . . . . .	185
4.5.1	Applications de corrections standards : bombés de profil et d'hélice . . . . .	186
4.5.2	Mise en place d'une correction surfacique . . . . .	187
5	Module d'optimisation : approche multi-objectifs . . . . .	189
5.1	Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique . . . . .	189
5.1.1	Applications de corrections standards : bombés de profil et d'hélice . . . . .	189
5.1.2	Mise en place d'une correction surfacique . . . . .	190
5.2	Centrage de pression : pression maximale et champ de pression . . . . .	192
5.3	Optimisation multi-objectifs PR-RMS(ET) – Engrenage aéronautique . . . . .	192
5.4	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique . . . . .	194
5.4.1	Application de corrections classiques . . . . .	194
5.4.2	Application de corrections surfaciques . . . . .	196
5.5	Optimisation de l'usure . . . . .	199
5.5.1	Optimisation du facteur PV . . . . .	199
5.5.2	Simulation de l'usure pour la denture aéronautique optimisée . . . . .	199
6	Conclusion partielle . . . . .	201
<b>Conclusion générale et perspectives</b>		<b>203</b>
<b>Références bibliographiques</b>		<b>207</b>
<b>Annexes</b>		<b>213</b>
A	Définition du coefficient d'usure . . . . .	213
B	Module d'optimisation : algorithme MO-TRIBES . . . . .	214
C	Module d'usure : algorithmes et boucles de calculs . . . . .	215

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE



# Liste des Figures

---

1	Turbomoteur ARRIEL 2C2 de SAFRAN Helicopter Engines et son réducteur . . . . .	26
2	Répartition des défauts dans des systèmes de transmission de puissance . . . . .	26
3	Différents arrachements de matière observés sur certaines dentures chez SAFRAN Helicopter Engines : griffures, micro-écaillage et usure abrasive . . . . .	27
4	Différents types de maintenance des systèmes et leur intervention associée . . . . .	28
5	Parcours d'un voyageur solitaire . . . . .	28
6	Corrections de dentures courantes . . . . .	29
1.1	Classification des mécanismes d'usure, par Williams [9] . . . . .	34
1.2	Rupture de fatigue due aux contraintes en pied de dent (a) et arrachement de plusieurs dents d'un engrenage aéronautique (b)[10] . . . . .	34
1.3	Surface de dent polie [10] . . . . .	35
1.4	Différents profils d'usure sévère . . . . .	35
1.5	Usures corrosives [11] . . . . .	36
1.6	Micro-écaillage . . . . .	36
1.7	Écaillage d'une surface de dent par [13] (a) et [19] (b) . . . . .	37
1.8	Esquisses d'engrenages par L. da Vinci : engrenage droit (a) et gauche (b) [20] . . . . .	39
1.9	Contact entre deux aspérités de surface [4] . . . . .	40
1.10	Flux et distribution de l'énergie de friction dans les multiples procédés physico-chimiques intervenants lors de la friction de deux surfaces [28] . . . . .	42
1.11	Représentation du contact des aspérités dans le modèle de De Moerlooze et al. [30] . . . . .	42
1.12	Représentation de la <i>wear-mechanism map</i> , issue de [32]. . . . .	43
1.13	Comparaison du profil initial et du profil usé, par Narazaki et al. [37] . . . . .	46
1.14	Procédé de mesure de l'usure par relevé de radioactivité (Source interne) . . . . .	46
1.15	Image binaire d'un ferrographe . . . . .	47
1.16	Comparaison du coefficient d'usure mesuré à sa prédiction, issue de [44] . . . . .	48
1.17	Relevés d'inspection haute résolution 3D CMM [53] . . . . .	50
1.18	Usures moyennes des engrenages pour des conditions de fonctionnement similaires [53] . . . . .	51
1.19	Méthodologie de calcul de l'usure généralement appliqués dans les modèles . . . . .	51
1.20	Modèle de fondation élastique de Johnson [54] . . . . .	52
1.21	Denture d'engrenage cylindrique hélicoïdal scindée en tranches d'engrenages droits [55] . . . . .	53
1.22	Modèle EF de l'engrenage étudié. Affinement du maillage des zones de contacts sur les deux flancs de la denture [57] . . . . .	53
1.23	Méthodologie de calcul de l'usure de Lu, Liu et Zhang [46] . . . . .	54
1.24	Profil du chargement le long de la ligne d'action (gauche) et selon le diamètre de la dent (droite) sans considération de la lubrification ou de la variation de rigidité des dents . . . . .	55
1.25	Profil des vitesses le long de la ligne d'action : roulement (gauche), glissement (milieu) et SRR (droite) . . . . .	56
1.26	Principe du <i>Single Point Observation</i> , retravaillé depuis [55] . . . . .	56
1.27	Points de mesure répartis sur un flanc de denture pour les relevés CMM, adapté de [36] . . . . .	57

1.28	Profondeur d'usure pour $2.3 \times 10^5$ cycles pour un couple de 50 N m (gauche) et 100 N m (droite), adapté de [36] . . . . .	57
1.29	Profondeurs d'usure pour les mises à jour de géométries $\kappa=3$ et $\kappa=8$ pour le pignon (a) et la roue (b) (hélicoïdaux) , issues de [58] . . . . .	58
1.30	Évolution de l'usure sur le flanc du pignon d'un engrenage (a) droit et (b) hélicoïdal [17] . . . . .	58
1.31	Impact de l'usure sur le partage de charge d'un engrenage droit (a) et sur les pressions de contact maximales en différents points du flanc de denture (b), adapté de [59] . . . . .	59
1.32	Définition de l'erreur de transmission . . . . .	60
1.33	Influence de l'usure sur l'erreur de transmission sous charge pour un engrenage droit, adaptée de [17] . . . . .	60
1.34	Désalignements d'engrenage : décalage d'entraxe (a), décalage axial (b), inclinaison (c) et déviation (d) . . . . .	61
1.35	Effet d'un désalignement (sens horaire) sur la profondeur d'usure maximale sur le pignon (a) et la roue (b)[46] . . . . .	61
1.36	Effet d'une sous-alimentation du contact le long de la ligne d'action . . . . .	62
1.37	Influence du coefficient d'usure sur le facteur de surcharge dynamique $K_{max}$ en fonction de la vitesse de rotation pour un engrenage droit (a) et hélicoïdal (b) [17] . . . . .	63
1.38	Approche mono-objectif - Solutions représentées dans : espace de recherche $\mathcal{R}^2$ (à gauche), espace des objectifs ( $k = 1$ ) (à droite) . . . . .	65
1.39	Approche multi-objectifs - Solutions représentées dans : espace de recherche $\mathcal{R}^2$ (à gauche), espace des objectifs ( $k = 2$ ) (à droite) . . . . .	66
1.40	Différents espaces de domination de la solution $a$ , pour une approche multi-objectifs avec $k = 2$ , inspiré de Francisci [61] . . . . .	67
1.41	Concept d'exploration et d'exploitation : suivi de deux individus évoluant dans l'espace de recherche . . . . .	68
1.42	Codage du chromosome d'un individu (7 variables de décision) et performances sur 5 objectifs . . . . .	69
1.43	Roulette de sélection biaisée pour 10 individus : uniforme (à gauche), selon le rang (au milieu), selon la performance (à droite) . . . . .	69
1.44	Méthodologie de croisement binaire de deux parents autour du point de croisement, inspiré de Vanaret [66] . . . . .	70
1.45	Mutation d'un individu en codage binaire, inspiré de Vanaret [66] . . . . .	70
1.46	Principe de recherche du chemin le plus court par l'algorithme des fourmis [75] . . . . .	71
1.47	Vecteur du mouvement d'un individu $i$ sur la dimension $j$ de l'espace de recherche . . . . .	73
1.48	Différentes topologies de voisinage [83] . . . . .	74
1.49	Confinement du candidat $i$ percutant la frontière $j$ de l'espace de recherche . . . . .	75
1.50	Organisation des tribus et de leur communication dans MO-TRIBES [75] . . . . .	76
1.51	Création d'individus dans l'espace de recherche de degré 2 . . . . .	78
1.52	Exemple d'un déplacement de type pivot pour la création d'un nouvel individu . . . . .	79
1.53	Stockage des chamans dans l'archive [75] . . . . .	80
1.54	Type de corrections de dentures courantes . . . . .	83
1.55	Correction topographique : chaque point du flanc théorique est corrigé par l'application d'une surface de correction . . . . .	84
1.56	Définition des corrections de profil linéaires symétriques [91] (a) et équations 1.39 et 1.41 dans l'espace adimensionné des corrections de profils linéaires symétriques . . . . .	85
1.57	Valeur crête-à-crête de signaux d'erreur de transmission statistique pour l'engrenage avec ses corrections standards et trois solutions optimales [93] . . . . .	86
1.58	Signaux d'erreur de transmission pour un engrenage non corrigé et des corrections courtes, intermédiaires et longues (Étage 1) [69] . . . . .	87
1.59	Différents types de portée de contact . . . . .	87
1.60	Distribution des pressions maximales du pignon d'un engrenage face par Jacquin [95] . . . . .	88
1.61	Portées courante et cible d'un engrenage hypoïde [96] . . . . .	88
1.62	Portées d'un engrenage hypoïde désaligné sans (a) et avec (b) correction topologique optimisée robuste [96] . . . . .	88
2.1	Étapes de calculs de CYLAM, paramètres d'entrée et de sortie . . . . .	93
2.2	Maillages locaux autour des lignes de contact . . . . .	94
2.3	Paramètres des équations de compatibilité des déplacements le long de la ligne d'action . . . . .	95
2.4	Prise en compte des écarts et des déplacements, d'après [102] . . . . .	95

2.5	Vecteurs normaux et bras de levier au point $i$ du profil . . . . .	95
2.6	Processus de calcul de la répartition de charge sous CYLAM . . . . .	96
2.7	Méthode des coefficients d'influence : application d'une charge au point $j$ et déplacement au point $i$ . . . . .	96
2.8	Répartition des points de calculs pour modélisation EF . . . . .	97
2.9	Conditions aux limites selon le type de déplacement à évaluer . . . . .	98
2.10	Corrélation entre la déformée d'une dent chargée et celle d'une poutre encastree-libre [102] . . . . .	100
2.11	Définition des écarts initiaux $ei_i$ au point $i$ . . . . .	103
2.12	Répartition des charges . . . . .	103
2.13	Signal d'erreur de transmission . . . . .	104
2.14	Champ de pressions de contact sur le pignon . . . . .	104
2.15	Courbe de Stribeck, adapté de [110, 111] . . . . .	108
2.16	Rugosité arithmétique $R_{a,i}$ et rugosité quadratique $R_{q,i}$ d'un profil aléatoire $i$ . . . . .	108
2.17	Profil de l'épaisseur de film dans un contact EHL linéaire, adapté de [113] . . . . .	109
2.18	Impact des viscosités et des épaisseurs relatives de film de lubrifiants sur le taux d'usure, par [53] . . . . .	111
2.19	Organigramme de l'intégration du module d'usure au sein du code source CYLAM . . . . .	112
2.20	Grille $\mathcal{G}$ des points d'usure créée à partir des carreaux des maillages locaux autour des lignes de contact . . . . .	113
2.21	Courbe de Priest [22] . . . . .	114
2.22	Redéfinition des écarts initiaux $ei_i^{ang}$ selon la méthode de l'équation 2.55 . . . . .	116
2.23	Exemple des différentes phases mises en place pour la définition d'un cycle AMT . . . . .	116
2.24	Comparaison entre les profondeurs d'usure obtenues par Flodin et Andersson [55] et le modèle actuellement développé . . . . .	120
2.25	Profondeurs d'usure sur le pignon pour le modèle de Osman [17] et le modèle développé . . . . .	121
2.26	Pression de Hertz au point M . . . . .	122
2.27	Influence des paramètres des étapes d'usures sur le nombre de rotations final (a) et la profondeur d'usure finale (b) . . . . .	123
2.28	Évolution des profils d'usure pour différents paramètres de mise à jour de la géométrie – Engrenage standard . . . . .	123
2.29	Adimensionnement des coordonnées du point M . . . . .	125
2.30	Positions initiales de 100 individus dans un espace 2D via un tir aléatoire (a) et un échantillonnage par hypercube latin (b) . . . . .	126
2.31	Organigramme de l'intégration du module d'optimisation au code CYLAM . . . . .	127
2.32	Corrections standards mises en place dans le module d'optimisation . . . . .	127
2.33	Organigramme des possibilités de sélection des corrections de denture . . . . .	128
2.34	Deux premières coordonnées des points de contrôle $p_1$ à $p_9$ . . . . .	128
2.35	Organigramme de prise en compte des corrections surfaciques . . . . .	129
2.36	Surfaces de Bezier . . . . .	129
2.37	Organigramme des fonctions objectifs implémentées . . . . .	130
2.38	Distribution de pression idéale $P_T$ . . . . .	131
2.39	Approche mono-objective : comparaison des convergences des solutions sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES . . . . .	133
2.40	Approche mono-objective : comparaison des dispersions des solutions sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES . . . . .	133
2.41	Approche multi-objectifs : comparaison des dispersions des solutions sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES . . . . .	134
2.42	Approche multi-objectifs : comparaison des fronts de Pareto sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES . . . . .	135
3.1	Répartition des charges – Engrenage standard . . . . .	140
3.2	Erreur de transmission sous charge – Engrenage standard . . . . .	140
3.3	Distribution des pressions – Engrenage standard . . . . .	140
3.4	Répartition des charges avec et sans prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique . . . . .	142
3.5	Pressions de contact sur le pignon avec et sans prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique . . . . .	143
3.6	Facteurs PV et PVT avec prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique . . . . .	144

3.7	Signaux d'erreur de transmission sous charge avec et sans prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique . . . . .	144
3.8	Répartitions des charges pour l'étape initiale, l'étape finale et les étapes intermédiaires (toutes les $1.0 \times 10^7$ rotations) – Engrenage standard . . . . .	148
3.9	Erreurs de transmission sous charge pour l'étape initiale, l'étape finale et les étapes intermédiaires (toutes les $1.0 \times 10^7$ rotations) – Engrenage standard . . . . .	148
3.10	Évolution des écarts à vide – Engrenage standard – Pignon . . . . .	149
3.11	Évolution de la profondeur d'usure instantanée de la roue – Engrenage standard . . . . .	150
3.12	Évolution de la profondeur d'usure totale cumulée sur le pignon et la roue – Engrenage standard, sans désalignements ni corrections de denture . . . . .	150
3.13	Évolution des pressions de contact – Engrenage standard – Pignon . . . . .	151
3.14	Profondeur d'usure par million de rotations pour chaque opération envisageable sur les cycles – Engrenage aéronautique . . . . .	154
3.15	Évolution de la profondeur d'usure instantanée sur le pignon pour le cycle n°1 – Engrenage aéronautique . . . . .	155
3.16	Évolution de la profondeur d'usure cumulée sur le pignon pour le cycle n°1 – Engrenage aéronautique . . . . .	156
3.17	Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée selon les étapes du cycle n°1 – Engrenage aéronautique . . . . .	156
3.18	Évolution de la profondeur d'usure instantanée sur le pignon pour le cycle n°2 – Engrenage aéronautique . . . . .	157
3.19	Évolution de la profondeur d'usure cumulée sur le pignon pour le cycle n°2 – Engrenage aéronautique . . . . .	157
3.20	Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée selon les étapes du cycle n°2 – Engrenage aéronautique . . . . .	158
3.21	Évolutions des profondeurs d'usure instantanée (a) et cumulée (b) sur le pignon pour le cycle n°3 . . . . .	159
3.22	Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée selon les étapes du cycle n°3 – Engrenage aéronautique . . . . .	159
3.23	AMT complet : organisation des cycles . . . . .	160
3.24	Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée sur la phase totale – Engrenage aéronautique – Pignon . . . . .	161
3.25	Phase totale : profondeur d'usure cumulée sur le pignon – Engrenage aéronautique . . . . .	162
3.26	Phase totale : profondeur d'usure cumulée sur la roue – Engrenage aéronautique . . . . .	162
3.27	Profondeurs d'usure sur le pignon (a) et la roue (b) suite à une phase totale – Engrenage aéronautique . . . . .	162
3.28	Influence de la température d'injection du lubrifiant sur les profondeurs d'usure totales et moyennes sur le pignon (a) et la roue (b) – Engrenage aéronautique . . . . .	163
3.29	Influence des rugosités quadratiques $R_{q1}$ et $R_{q2}$ sur les profondeurs d'usure totales et moyennes sur le pignon (a) et la roue (b) – Engrenage aéronautique . . . . .	164
3.30	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Comparaison à la mastercurve pour des tombés de tête linéaires symétriques . . . . .	168
3.31	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Signaux d'erreur de transmission pour les cas non-corrigé (a), point n°1 (b), point n°2 (c) et point n°3 (d) . . . . .	168
3.32	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Comparaison à la mastercurve pour des tombés de tête linéaires paraboliques . . . . .	169
3.33	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Signaux d'erreur de transmission sans correction (a), avec tombés de têtes linéaires (b et d) ou paraboliques (c et d) symétriques et non symétriques . . . . .	170
3.34	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Tombés de tête linéaires et symétriques . . . . .	172
3.35	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Tombés de tête paraboliques et symétriques . . . . .	172
3.36	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Signaux d'erreur de transmission avec les corrections avec tombés de têtes optimisés et linéaires (a et c) ou paraboliques (b et d) symétriques et non symétriques . . . . .	172
3.37	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b) . . . . .	174



3.38	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b) . . . . .	174
3.39	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par tombé de tête et correction d’angle d’hélice (b) . . . . .	176
3.40	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombé de profil et correction d’angle d’hélice (b) . . . . .	177
3.41	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés de profil et d’hélice (b) . . . . .	178
3.42	Comparaison d’une correction d’angle d’hélice et d’un bombé sur l’hélice . . . . .	179
3.43	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Impact des valeurs des bombés de profil et d’hélice pour l’ensemble des solutions . . . . .	179
3.44	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés de profil et d’hélice complétés d’une correction d’angle d’hélice (b) . . . . .	181
3.45	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b) . . . . .	182
3.46	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b) . . . . .	182
3.47	Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés d’hélice et de profil (b) . . . . .	184
3.48	Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b) . . . . .	185
3.49	Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique . . . . .	185
3.50	Optimisation mono-objectif PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés d’hélice et de profil (b) . . . . .	186
3.51	Optimisation mono-objectif PV – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b) . . . . .	187
3.52	Optimisation mono-objectif PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b) . . . . .	187
3.53	Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions testées avec des bombés d’hélice et de profil . . . . .	189
3.54	Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés d’hélice et de profil (b) . . . . .	190
3.55	Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b) . . . . .	191
3.56	Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b) . . . . .	191
3.57	Optimisation multi-objectifs PR-PE – Engrenage aéronautique – Approche mono-objectif vs approche multi-objectifs pour les bombés d’hélice et de profil . . . . .	192
3.58	Optimisation multi-objectifs PR-PE – Engrenage aéronautique – Approche mono-objectif vs approche multi-objectifs pour les corrections surfaciques . . . . .	192
3.59	Optimisation multi-objectifs PR-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions (a) et front de Pareto (b) associés aux bombés d’hélice et de profil . . . . .	193
3.60	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique avec désalignements avant (a) et après optimisation (b) – Bombés d’hélice et de profil . . . . .	195
3.61	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions testées avec des bombés d’hélice et de profil . . . . .	195
3.62	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Fronts de Pareto des bombés d’hélice et de profil . . . . .	196
3.63	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions testées pour des corrections surfaciques . . . . .	197
3.64	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Front de Pareto des corrections surfaciques . . . . .	197
3.65	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique avec désalignements avant (a) et après optimisation (b) – Correction surfacique . . . . .	198
3.66	Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b) . . . . .	198



---

3.67	Optimisation PV et usure – Engrenage aéronautique – Profondeurs d’usure maximale et moyenne du pignon avec corrections initiales et corrections optimisées . . . . .	200
------	--	-----



# Liste des Tableaux

---

1.1	Liste non-exhaustive de coefficients d'usure de la bibliographie, pour des contacts acier-acier, lubrifiés et non lubrifiés . . . . .	47
1.2	Liste des essais réalisés avec un SRR fixé à 0.25 pour tous les tests. Tableau complété sur la base des résultats de Janakiraman [44] . . . . .	49
1.3	Profondeurs et coefficients d'usure pour les différents lubrifiant testés, tableau issu de [53] . . . . .	51
1.4	Variations des conditions de fonctionnement pour les essais et les simulations [36] . . . . .	56
1.5	Type de stratégies envisageables . . . . .	79
1.6	Comparaison de MO-TRIBES avec ses concurrents en largeur de front par [75] . . . . .	81
1.7	Calcul $q$ pour l'équation 1.44 [92] . . . . .	86
2.1	Liste des opérations classiques . . . . .	117
2.2	Planning complet de la simulation d'un cycle AMT . . . . .	117
2.3	Caractéristiques de l'engrenage utilisé par Flodin et Andersson [55] . . . . .	119
2.4	Conditions de fonctionnement de l'engrenage utilisées par Flodin et Andersson et coefficient d'usure [55] . . . . .	119
2.5	Caractéristiques de l'engrenage utilisé par Osman [17] . . . . .	121
2.6	Conditions de fonctionnement de l'engrenage utilisé par Osman, paramètres de lubrification et coefficient d'usure [17] . . . . .	121
2.7	Influence de la valeur maximale de profondeur d'usure avant mise à jour sur le nombre de rotations cumulées pour atteindre $8.0 \mu\text{m}$ d'usure finale cumulée sur le pignon et la roue . . . . .	122
2.8	Influence de la valeur maximale du nombre de cycles avant mise à jour sur la profondeur d'usure finale pour atteindre $6.0 \times 10^7$ rotations . . . . .	122
2.9	Exemple de coordonnées des points de contrôles pour la génération de corrections surfaciques . . . . .	129
2.10	Configuration de l'algorithme PSO utilisé . . . . .	132
2.11	Comparaisons des performances des algorithmes programmés pour une approche mono-objectif . . . . .	133
2.12	Comparaisons des performances des algorithmes programmés . . . . .	134
3.1	Caractéristiques géométriques de l'engrenage standard . . . . .	139
3.2	Conditions de fonctionnement et paramètres matériaux de l'engrenage standard . . . . .	139
3.3	Caractéristiques géométriques de l'engrenage aéronautique . . . . .	141
3.4	Conditions de fonctionnement et paramètres matériaux de l'engrenage aéronautique . . . . .	141
3.5	Désalignements de l'engrenage aéronautique . . . . .	141
3.6	Corrections initiales proposées par SAFRAN HE, appliquées sur la roue . . . . .	142
3.7	Principaux paramètres de la simulation d'usure pour l'engrenage standard . . . . .	147
3.8	Principaux paramètres de la simulation d'usure pour l'engrenage aéronautique . . . . .	153
3.9	Conditions de fonctionnement et rotations cumulées sur le cycle n°1 – Engrenage aéronautique . . . . .	155
3.10	Conditions de fonctionnement et rotations cumulées sur le cycle n°2 – Engrenage aéronautique . . . . .	157
3.11	Conditions de fonctionnement et rotations cumulées sur le cycle n°3 – Engrenage aéronautique . . . . .	158
3.12	Récapitulatif des cycles – Engrenage aéronautique . . . . .	160
3.13	Différentes phases constitutives de la simulation complète . . . . .	160

---

3.14	Viscosité du lubrifiant du réducteur . . . . .	163
3.15	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Évaluation de trois solutions proches de la mastercurve et de la solution MO-TRIBES . . . . .	168
3.16	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Solutions optimales pour des corrections symétriques ou non-symétriques, linéaires ou paraboliques . . . . .	169
3.17	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Solutions optimales pour des corrections symétriques linéaires ou paraboliques . . . . .	171
3.18	Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Solutions optimales pour des corrections non-symétriques linéaires ou paraboliques . . . . .	173
3.19	Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation de RMS(ET) de l’engrenage aéronautique . . . . .	173
3.20	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec un tombé de tête et une correction d’angle d’hélice . . . . .	175
3.21	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec un bombé de profil et une correction d’angle d’hélice . . . . .	176
3.22	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec des bombés de profil et d’hélice . . . . .	178
3.23	Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d’hélice complétés et une correction d’angle d’hélice . . . . .	180
3.24	Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation mono-objectif en pression de l’engrenage aéronautique . . . . .	181
3.25	Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d’hélice . . . . .	183
3.26	Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation mono-objectif du facteur CE de l’engrenage aéronautique . . . . .	184
3.27	Optimisation mono-objectif du facteur PV – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d’hélice . . . . .	186
3.28	Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation mono-objectif du facteur PV de l’engrenage aéronautique . . . . .	188
3.29	Corrections de dentures appliquées à la roue pour une optimisation standard(Pression et PV) sur engrenage aéronautique . . . . .	190
3.30	Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation standard(Pression maximale et facteur PV) de l’engrenage aéronautique . . . . .	191
3.31	Corrections de dentures appliquée à la roue pour une optimisation multi-objectifs (Pression et RMS(ET)) sur engrenage aéronautique . . . . .	194
3.32	Corrections de dentures appliquée à la roue pour une optimisation multi-objectifs (Pression, PV et RMS(ET)) sur engrenage aéronautique . . . . .	194
3.33	Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation standardPR-PV-RMS(ET) de l’engrenage aéronautique . . . . .	196
3.34	Optimisation mono-objectif du facteur PV – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d’hélice, sans désalignements . . . . .	199
3.35	Profondeurs d’usure du pignon avant et après optimisation du facteur PV pour chaque opération – Engrenage aéronautique . . . . .	200



# Abréviations et Notations

## Abréviations

AEO	<i>All Engines Operative</i> Tous les moteurs opérationnels
AMT	<i>Accelerated Mission Testing</i> Essai accéléré de mission
CMM	<i>Coordinate Measuring Machine</i> Machine de mesure tridimensionnelle
CSS	<i>Charged System Search</i> Algorithme de recherche par système chargé
EHL	<i>Elastohydrodynamic Lubrication</i> Lubrification élastohydrodynamique
ET	Erreur de Transmission
FEM	<i>Finite Element Method</i> Méthode des Éléments Finis
FZG	<i>Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau</i> Centre de recherche sur les engrenages et les boîtes de vitesses
GA	<i>Genetic Algorithm</i> Algorithme Génétique
GSA	<i>Gravitational Search Algorithm</i> Algorithme de recherche gravitationnel
HOGÉ	<i>Hover Out of Ground Effect</i> Vol stationnaire hors de l'effet de sol
ICPA	<i>Index of Particle Coverage Area</i> Indice de recouvrement surfacique par des particules
LaMCoS	Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures
LoA	<i>Line of Action</i> Ligne d'action
MCP	<i>Max Continuous Power</i> Puissance maximale continue
MO-PSO	<i>Multi-objective PSO</i> Algorithme PSO en version multi-objectifs
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm</i> Algorithme génétique multi-objectif amélioré
OEI	<i>One Engine Inoperative</i> Un moteur inopérant
PI	Pignon intermédiaire du réducteur
PS	Pignon de sortie du réducteur
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i> Optimisation par essaim particulaire
PV	Facteur d'Almen Pression-Vitesse
PVT	Facteur Pression-Vitesse-Distance au primitif
TBO	<i>Time Between Overhauls</i> Intervalle entre deux révisions majeures

TL	Turbine Libre
TOP	<i>Take Off Power</i> Puissance de décollage

## Modèles numériques

$\alpha^{ang}$	Rapprochement global des surfaces en contact
$\vec{n}_{ref}$	Normale à la surface
$\vec{n}_{rotai}$	Normale au bras de levier
$A_c$	Aire de contact potentielle
$b$	Largeur de denture
$C_m$	Couple moteur
$C_{ij}$	Matrice des coefficients d'influence
$C_{ij}^S$	Matrice des coefficients d'influence surfacique
$C_{ij}^{PF,RF}$	Matrice des coefficients d'influence de flexion du pignon (PF) et de la roue(RF)
$e_{fi}^{ang}$	Écart final angulaire au point $i$
$e_{ii}^{ang}$	Écart initial angulaire au point $i$
$F(M_i)$	Chargement appliqué au point $M_i$
$F_k$	Force totale transmise par la dent $k$
$N$	Nombre de carreaux des maillages locaux
$n_{x_T}, n_{y_T}, n_{z_T}$	Coordonnées de la normale au plan tangent
$P_i$	Pression de contact sur le carreau $i$
$p_i$	Pression de contact au point $i$
$p_j$	Pression appliquée au point $j$
$r_a$	Rayon de tête
$r_f$	Rayon de pied
$S_i$	Surface du carreau $i$
$U(M_i)$	Déplacement global du point $M_i$
$U_{1,2i}^{ang}$	Déplacements angulaires du pignon (indice 1) et de la roue (indice 2) au point $i$
$x', y'$	Coordonnées du point chargé $j$
$x, y$	Coordonnées du point étudié $i$
$x_P, y_P, z_P$	Projection de ce point du plan tangent sur le pignon
$x_R, y_R, z_R$	Projection de ce point du plan tangent sur la roue
$x_T, y_T, z_T$	Coordonnées d'un point du plan tangent
$y_i^{ang}$	Distance entre les deux surfaces au point $i$ après chargement

## Optimisation

$\beta_b$	Angle d'hélice de base
$\Delta_{ij}$	Ecrasement associé au sgement ( $i, j$ )
$\delta_{m_{ref}}$	Déflexion statique moyenne de référence
$\Gamma$	Longueur de correction de profil adimensionnée
$\Gamma_L$	Fraction du segment de conduite impacté par la correction de profil
$D$	Espace des solutions réalisables

$\mathcal{P}$	Population	$E'$	Module de Young équivalent
$\omega$	Inertie d'une particule	$E_g$	Énergie de glissement absorbée par un matériau
$\sigma$	Temps adimensionné par la période d'engrènement $T_m$	$E_s$	Chaleur d'adsorption du lubrifiant sur la surface
$\mathbf{F}_j$	Force d'attraction résultante sur l'individu $j$	$e i_i^{ang}$	Écart angulaire initial au point $i$
$\mathbf{x}$	Variable de décision	$e i_{ip}^{ang}$	Écart angulaire dû à l'usure au point $i$ , côté pignon
$\mathbf{X}_{i,j}$	Variabes de décision des individus $i$ et $j$	$e i_{ur}^{ang}$	Écart angulaire dû à l'usure au point $i$ , côté roue
$\varepsilon_\alpha$	Rapport de conduite transversal	$f_m$	Paramètre lié à la dureté et à la résistance à la fracture du matériau
$a$	Rayon de répulsion	$f_s$	Paramètre de géométrie de surface
$A_{size}$	Taille maximale de l'archive externe	$F_{\mu}$	Force de friction
$b$	Largeur de denture	$G$	Paramètre matériau adimensionné
$C_m$	Couple moteur	$H$	Dureté surfacique du matériau le plus ductile
$c_{1,2}$	Coefficients d'accélération cognitif (1) et social (2)	$h$	Épaisseur de film
$E$	Profondeur de correction de profil	$H = h/R$	Épaisseur de film adimensionnée par le rayon de courbure
$E'$	Profondeur de correction de profil adimensionnée par la déflexion statique moyenne	$h_f$	Épaisseur minimale du film de lubrifiant
<i>explorerNb</i> [ $n$ ]	Taille de la tribu $n$	$H_m, H_c$	Épaisseur adimensionnée minimale et centrale du film de lubrifiant
$f$	Fonction coût, <i>fitness</i>	$h_p$	Profondeur de matière arrachée au point $p$
$F_s$	Charge statique	$h_{ip,r}$	Profondeurs d'usure au point $i$ sur le pignon (1) et la roue (2) pour une rotation
$g(t)$	Meilleure position mémorisée par la population à l'instant $t$	$h_{ip,r}$	Profondeurs d'usure cumulée au point $i$ sur le pignon (1) et la roue (2)
$k$	Nombre d'objectifs	$i$	Intensité de puissance du processus d'usure
$k_0$	Raideur par unité de longueur	$K$	Coefficient d'usure adimensionné
$K_{dist}$	Facteur de distribution	$k$	Coefficient d'usure local
$K_{ij}$	Raideur du segment ( $i,j$ )	$k_e$	Coefficient d'ellipticité, infini pour les engrenages
$n_{i,max}$	Note maximale de la population sur la fonction objective $i$	$k_m$	Coefficient d'usure de l'aspérité $i$
$n_{i,min}$	Note minimale de la population sur la fonction objective $i$	$L = v_s t$	Distance glissée
$n_i(\mathbf{x})$	Note de l'individu en question sur la fonction objective $i$	$m$	$m = 1$ si contact ponctuel, $m = 2$ si elliptique
<i>nDomPrev</i>	Nombre de solutions non-dominées trouvées depuis la dernière mise à jour	$M_{Fe}$	Masse molaire du fer $Fe$
$p_i(t)$	Meilleure position mémorisée par l'individu $i$ à l'instant $t$	$P_0$	Pression de contact
$p_{ij}$	Fonction de probabilité d'attraction entre les individus $i$ et $j$	$P_H$	Pression de contact par Hertz
$q_i$	Charge de l'individu $i$	$P_W$	Pression de contact par Winkler
$r_{1,2}$	Nombres aléatoires entre 0 et 1	$q$	Pression spécifique du contact
$R_{b1,2}$	Rayon de base de pignon (1) et de la roue (2)	$Q_0$	Énergie d'activation pour une oxydation parabolique
$r_{ij}$	Distance de séparation des individus $i$ et $j$	$R_q$	Rugosité quadratique composite
<i>tribeNb</i>	Nombre de tribus de l'essai	$R_s$	Constante des gaz parfaits
$v_i(t)$	Vitesse de l'individu $i$ à l'instant $t$	$R_x, R_y$	Rayon de courbure équivalent selon les directions $x$ et $y$
$x_i(t)$	Position de l'individu $i$ à l'instant $t$	$R_{a,i}$	Rugosité arithmétique de la surface $i$
$x_{1,2}$	Déport du pignon (1) et de la roue (2)	$R_{q,i}$	Rugosité quadratique de la surface $i$
$Z_{1,2}$	Nombre de dents pour le pignon (1) et la roue (2)	$S$	Distance glissée
<b>Usure abrasive</b>		$s_{p1,2}$	Distance glissée dans le contact pour un point du pignon (1) et de la roue (2)
$M_{O_2}$	Masse molaire du dioxygène $O_2$	<i>SRR</i>	Rapport de glissement sur le roulement
$\alpha_{pV}$	Coefficient Pression-Viscosité	$T$	Température du lubrifiant
$\Delta T$	Différence de température entre le lubrifiant et la température de ses frontières	$t$	Durée de glissement
$\eta$	Viscosité dynamique du lubrifiant	$t_0$	Temps fondamental des oscillations de la molécule dans la couche absorbée
$\eta_0$	Viscosité à pression ambiante	$T_i$	Température absolue de contact pour l'aspérité $i$
$\gamma$	Paramètre de distribution de l'énergie de friction	$U$	Paramètre vitesse adimensionné
$\lambda$	Épaisseur relative de film de lubrifiant	$U$	Vitesse de glissement
$\lambda_T$	Conductivité thermique du lubrifiant	$u_m = (u_1 + u_2)/2$	Vitesse moyenne
$\mu$	Coefficient de friction	$U_{1,2}$	Vitesses linéaires des points du pignon (1) et de la roue (2) dans le plan du contact
$v$	Vitesse relative des surfaces en contact	$V$	Volume d'usure
$\rho_0$	Densité à pression ambiante	$V_i$	Volume d'usure local pour l'aspérité $i$
$\rho_{Fe}$	Masse volumique du fer $Fe$	$v_p$	Vitesse de glissement
$\tilde{u}$	Vitesse d'entraînement du fluide	$V_s$	Volume de matière arraché par seconde
$A$	Aire de contact	$V_{Fe}$	Volume de l'oxyde
$a$	Demi-longueur du contact hertzien	$W$	Paramètre charge adimensionné
$A_0$	Constante d'Arrhenius	$w$	Charge normale appliquée
$a_H$	Demi-largeur du contact	$w_l$	Charge linéique
$A_i$	Aire de contact de l'aspérité $i$	$X_e$	Diamètre de la surface associée à une molécule absorbée
$A_n$	Surface hertzienne nominale	$\delta A$	Aire de contact de deux aspérités
$C_x$	Simplification telle que $C_x = x \cdot \rho_{Fe}(M_{O_2})/(M_{Fe})$ avec $x=12; 23; 34$		



# Introduction générale

---

Les engrenages sont un élément clef des organes de transmission de puissance. Alliant précision et rendement, ces derniers offrent la possibilité de transmettre d'importantes puissances, d'effectuer des réductions de vitesses de rotation ou des changements de direction entre arbre moteur et arbre récepteur.

De très nombreux organes des hélicoptères et composants des appareils requièrent un apport en puissance, qu'elle soit mécanique, hydraulique ou électrique. La quasi-totalité de la puissance est générée au sein même des turbomoteurs, un unique ou plusieurs selon le type d'application. Cette puissance est en majeure partie directement transmise mécaniquement aux boîtiers de transmissions de l'hélicoptère pour l'entraînement de ses rotors. Contrairement aux réacteurs, seule une infime partie générera une force de poussée. Ainsi répartis dans les multiples sous-ensembles de la chaîne de transmission de puissance, les engrenages assurent la :

**Collecte** de la puissance directement sur l'arbre moteur,

**Transmission** de la puissance au rotor principal et au rotor auxiliaire (anti-couple) situé en queue de l'appareil par le biais de différentes boîtes de vitesses (principale, intermédiaire, arrière),

**Entraînement des équipements** nécessaires au bon fonctionnement du turbomoteur et de l'hélicoptère. Cette chaîne étant de moindre puissance, et entraînant des équipements dits accessoires, on parlera de chaîne d'accessoires. On distinguera deux modes de fonctionnement : (i) démarrage qui permet d'entraîner le générateur de gaz avec le démarreur et (ii) prélèvement continu, qui autorise l'entraînement des équipements tels les pompes à huile et à carburant en prélevant la puissance sur le générateur de gaz lorsque celui-ci est allumé.

Dans le cadre de cette thèse, l'intérêt principal se porte sur la collecte de la puissance au sein de la boîte du réducteur (Figure ??). Le premier étage de cette boîte est entraîné par la turbine libre (TL) du turbomoteur à environ 39 000 rpm. La démultiplication assure une vitesse de rotation de l'arbre de sortie avoisinant les 6000 rpm pour une puissance maximale pouvant atteindre jusqu'à 700 kW.

Les engrenages constitutifs de cette boîte de réduction garantissent le transfert de l'intégralité de la puissance – au rendement près – générée par la turbine libre et assurent cette charge pendant les 3000 h de la période moyenne entre deux maintenances préventives. Or, d'après une étude statistique de la bibliographie [1], les engrenages sont les composants des organes de transmissions de puissance les plus à même de présenter des défauts (Figure 2)<sup>1</sup>.

---

1. Les retours d'expérience de SAFRAN Helicopter Engines présentent des statistiques de défaillance des roulements supérieures à celles des engrenages

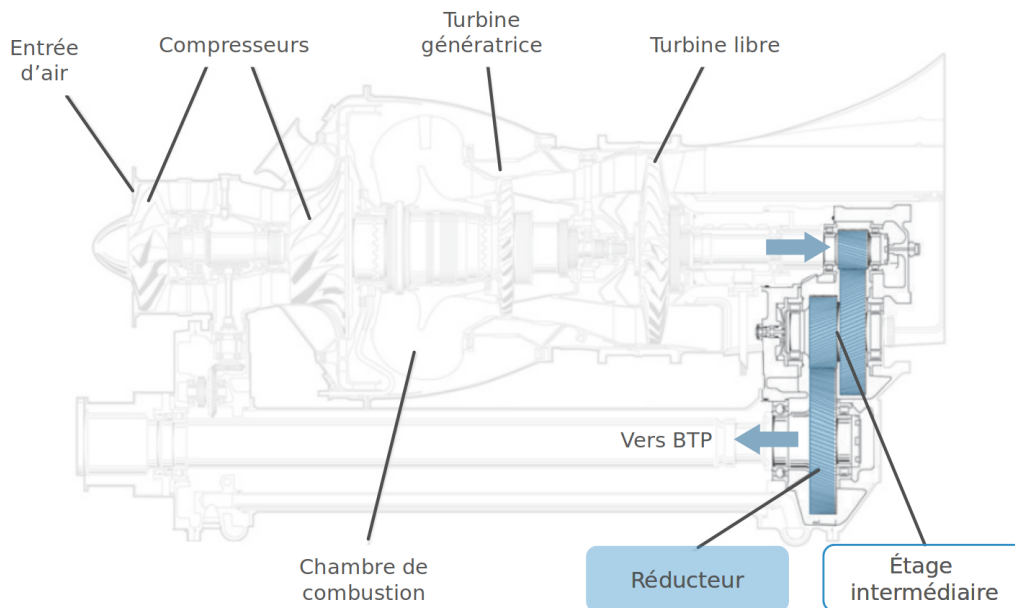


Figure 1 – Turbomoteur ARRIEL 2C2 de SAFRAN Helicopter Engines et son réducteur (Source interne)

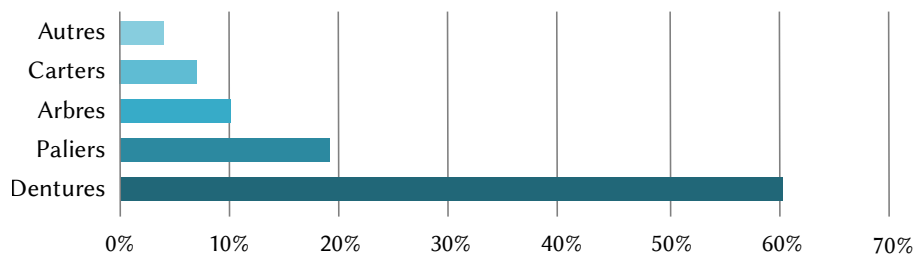
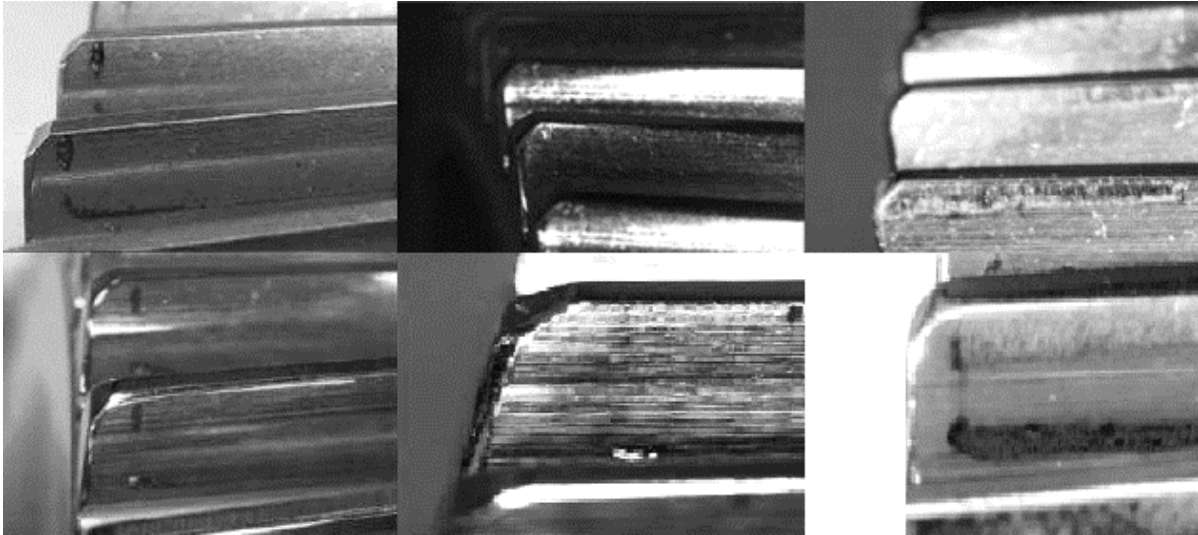


Figure 2 – Répartition des défauts dans des systèmes de transmission de puissance, figure issue de Breneur [1] citant [2, 3]

De multiples causes sont à même d’entraîner une défaillance d’un engrenage, parmi lesquelles une irrégularité de fabrication, de montage, une lubrification inadéquate. La défaillance la plus redoutée étant la casse d’une ou plusieurs dents des engrenages de transmission de puissance, les engrenages sont donc conçus pour absorber les différentes contraintes inhérentes à la grandeur de la puissance transmise. Cependant, une avarie plus douce affecte les surfaces des dents de ces engrenages de réducteur : l’usure. De manière générale, l’usure est synonyme d’un arrachement de matière lié à une répétition d’un contact glissant et frottant. Ce type d’avarie est lent et n’entraînera pas immédiatement la défaillance du système. Au-delà de la fatigue du matériau, l’usure est aussi le syndrome d’une lubrification insuffisante, à la répétition d’une surcharge due à un désalignement des engrenages par exemple. Les conséquences de la modification de la surface des dents sont multiples, allant de la simple dé-conjugaison des surfaces à la rupture de la dent, en passant par une modification de la répartition des pressions sur les dents et par une potentielle augmentation des vibrations du système.

La compréhension des phénomènes d’usure des engrenages est un point important : comprendre ces phénomènes, c’est pouvoir anticiper les pertes de masse, les pertes de cotes dues à l’usure et de prédire les évolutions de la répartition de la charge. L’usure et la friction ont un coût, généré par les quantités d’énergies transformées en chaleur, par la perte de matériaux, par leur dégradation qui conduit notamment à des coûts d’immobilisation et de maintenance. D’après Archard [4], les pertes d’énergies liées à l’usure sont insignifiantes en comparaison aux coûts de maintenance et d’immobilisation associés. Un module d’usure a été développé dans le cadre de ce travail. L’objectif est alors de quantifier



**Figure 3** – Différents arrachements de matière observés sur certaines dents chez SAFRAN Helicopter Engines : griffures, micro-écaillage et usure abrasive (Source interne)

la profondeur d'usure totale atteinte pour des conditions de fonctionnement et de lubrification données : en identifiant les conditions de fonctionnement les plus endommageantes, il sera possible dès la conception, de limiter et/ou de repousser les différentes opérations de maintenance.

Dans le domaine aéronautique plus particulièrement, les exigences en termes de sécurité sont sévères. Les coûts d'immobilisation d'appareils pour des opérations de maintenance réactive, préventive ou prédictive s'avèrent être lourds dans un contexte de politique de réduction des coûts d'exploitation. La maintenance réactive consiste en une intervention immédiate suite à une défaillance avérée du système. L'absence de suivi des avaries du système rend ce type de maintenance imprévisible, autant en termes de sévérité des défaillances que de coûts. On qualifie de préventives les maintenances planifiées suivant un calendrier ou des statistiques de défaillance des pièces. Dans ce cas, le système est inspecté plus ou moins en profondeur selon le degré de maintenance souhaité, allant des purges des circuits d'huile au démontage et à l'inspection des roulements. Enfin, en maintenance prédictive, les systèmes sont continuellement monitorés par un ensemble de capteurs, analogiques, numériques ou virtuels. Cette instrumentalisation et le traitement de ces données via des algorithmes facilitent l'anticipation des problèmes et donnent lieu à une meilleure gestion des risques. Selon une étude menée par le cabinet de conseil McKinsey [5], l'ensemble des bénéfices lié à la mise en place de processus de maintenance prédictive permettrait d'économiser 630 milliards de dollars par année en 2025<sup>2</sup>. Cette somme pharaonique comprend notamment l'allègement des coûts de maintenance, la baisse du nombre de pannes des machines et donc des délais d'immobilisation ainsi que la réduction des montants à investir pour l'achat de nouvelles machines.

Au-delà de la simulation de l'usure, ayant pour objectif d'estimer la sévérité de l'avarie à un instant  $t$ , une autre approche est proposée, celle de l'optimisation. En effet, la simulation de l'usure est une démarche « passive » c'est-à-dire qu'une fois l'engrenage développé, son comportement face à l'avarie sera étudié. À contrario, l'optimisation est une démarche située en amont du processus de développement. Qu'est-ce que l'optimisation ? Comment est-elle appliquée aux engrenages ? Quels objectifs sont à atteindre et comment les atteindre ? Ces questions définissent tout l'enjeu de l'optimisation. L'optimisation est un outil autorisant la résolution de problèmes complexes. Un problème complexe est un problème difficile à résoudre, mais dont l'énoncé peut être simpliste. L'exemple le plus parlant est celui du voyageur de commerce<sup>3</sup> : quelle est la boucle la plus rapide pour parcourir un ensemble de  $N$  villes sans jamais repasser par la même ville ? Le nombre de solutions potentielles à ce problème s'exprime

2. *In manufacturing, these savings have a potential economic impact of nearly \$630 billion per year in 2025* (p.70)[5]

3. Ce problème fait partie des 21 problèmes NP-complets de Karp



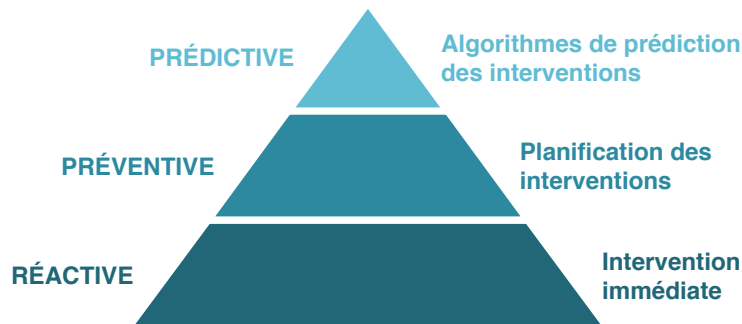


Figure 4 – Différents types de maintenance des systèmes et leur intervention associée, inspiré de [6]

en  $0.5(N - 1)!$ , la première ville pouvant être aléatoirement définie et le chemin pouvant être parcouru dans les deux sens. Pour 19 villes parcourues, 3.20 millions de milliards de solutions seraient à tester. Un processeur effectuant un million de calculs à la seconde résoudrait le problème en un peu plus d'un siècle.

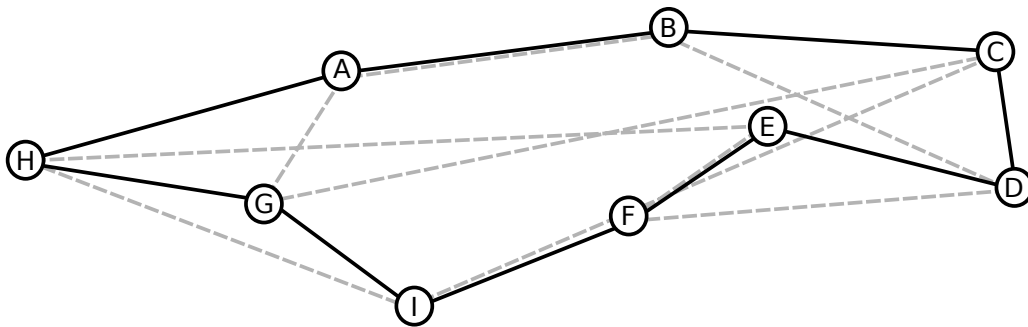


Figure 5 – Parcours d'un voyageur solitaire, exemple d'un trajet aléatoire entre 9 villes (trait gris pointillés) et d'un parcours optimal (trait noir plein)

Tester toutes les solutions est impossible. C'est pourquoi la résolution de problèmes complexes s'aide d'algorithmes d'optimisation basés sur de la méta-heuristique. L'idée est d'accepter de ne pas trouver la solution parfaite, mais de s'en approcher un maximum. De nombreux algorithmes ont été développés au cours des dernières décennies afin de résoudre le plus rapidement possible ces problèmes complexes, et ce, dans de nombreux domaines : économie, logistique, ressources humaines, imagerie médicale, matériaux, architecture, etc. ... Les algorithmes sont des outils qu'il suffit d'adapter au problème rencontré.

Nous cherchons à optimiser un engrenage pour améliorer la qualité de l'engrènement et sa durée de vie. De nombreux paramètres affectent directement ou indirectement son comportement :

**Macro-géométrie** : nombres de dents, largeur de denture, module, angles de pression et d'hélice, coefficients de saillie et de creux ainsi que les dépôts,

**Micro-géométrie** : type(s) de correction(s) de denture appliqué(s), profondeurs et positions, voire angle des corrections, formes des corrections appliquées (linéaires, paraboliques, circulaires), application sur le pignon et/ou la roue, symétrie des corrections entre les deux éléments,

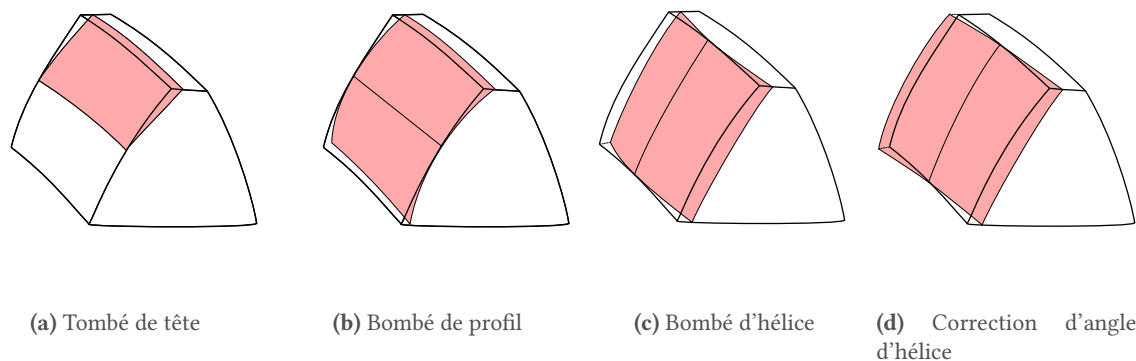
**Montage** : décalage d'entraxe, décalage axial, déviation et inclinaison,

**Conditions opératoires** : couple moteur appliqué, vitesse de rotation, température de lubrifiant ainsi que sa viscosité, excitations externes au système,

**Conception** : épaisseur de jante et de voile, inclinaison du voile, perçage (position, diamètre, nombre), raccord jante/voile, positions et caractéristiques des paliers, matériau employé, définitions des arbres, traitement surfacique appliqué...

Par comportement, nous entendons ici le comportement quasi-statique de l'engrenage, en considérant la répartition de la charge, l'erreur de transmission sous charge (ET), les contraintes en pieds de dents, les critères de grippage d'Almen PV et PVT. Toutes ces notions seront abordées dans le chapitre suivant. Les engrenages étudiés sont à des stades de maturités avancés, c'est-à-dire en production ou en fin de développement. La modification de la macro-géométrie des engrenages, de leurs voiles et des arbres sur lesquels ils sont montés est difficilement envisageable, sachant que ces composants font partie intégrante d'une boîte de vitesses déjà conçue ou pensée. La tenue mécanique (flexion, tenue vibratoire) a conduit à fixer les paramètres de la macro-géométrie : nous nous intéresserons donc à la modification de la micro-géométrie des engrenages, plus simple à mettre en place à ce stade.

La définition des corrections de dentures est l'étape finale du développement d'un engrenage. Une fois le comportement sous-charge de l'engrenage effectué, d'infimes modifications sont apportées à la surface des dents, chargées ou non-chargées, afin d'améliorer l'engrènement. Ci-dessous sont présentées en rouge les corrections de dentures susceptibles d'être appliquées :



**Figure 6** – Corrections de dentures courantes : la surface rouge est la surface du flanc de denture impactée par la correction

Les corrections de dentures appliquées sur le profil sont généralement utilisées pour réduire l'intensité des contacts à l'engagement et au déengagement afin d'assurer des transitions plus douces : un contact moins violent en tête de dent a tendance à réduire la flexion maximale de la dent ce qui aura pour effet de baisser l'amplitude de l'erreur de transmission. Cependant, l'application de ce type de corrections entraîne inévitablement une modification du profil théorique des dents en développante de cercle dans les zones corrigées et impactent donc d'autres paramètres du comportement quasi-statique de l'engrenage.

Trouver le bon compromis entre ces corrections de denture n'est pas chose aisée. Chaque correction de denture aura un impact différent sur le comportement de l'engrenage. Des corrections de profils trop importantes supprimeront les contacts en tête de dent et réduiront l'amplitude de l'erreur de transmission, mais auront aussi tendance à augmenter la charge portée par la surface non-corrigée. De même, les caractéristiques des corrections de dentures, en termes de longueur et de profondeur, diffèrent selon les conditions de fonctionnement, variables dans notre type d'application. Enfin, chaque engrenage, selon sa macro-géométrie et le bâti dans lequel ce dernier est monté et la géométrie de son voile, requerra des corrections de dentures qui lui seront spécifiques. Tout l'enjeu de l'optimisation réside ici : trouver les corrections de dentures idéales pour chaque engrenage.

Ce mémoire s'articule autour de deux problématiques : usure et optimisation.

Le premier chapitre propose une introduction à ces deux problématiques via une étude de la bibliographie. Suite à la présentation des différentes avaries, la loi d'usure abrasive dite d'Archard sera introduite. Les améliorations apportées à ces modèles par d'autres auteurs, et l'adaptation de ces modèles généraux aux engrenages seront développées. La notion de coefficient d'usure sera également abordée. La deuxième partie de ce chapitre est associée aux problèmes d'optimisation et à leur résolution. Après avoir introduit les outils nécessaires à la compréhension des méthodologies d'optimisation méta-heuristiques, plusieurs algorithmes seront détaillés, notamment les algorithmes à population qui seront utilisés par la suite. Les méthodes d'optimisation des engrenages et leurs résultats associés seront finalement analysés.

Le second chapitre se focalise sur les modèles numériques. Deux modules distincts ont été développés, l'un pour la simulation de l'usure et l'autre pour l'optimisation des engrenages. Ces deux modules sont introduits au sein d'un code de calcul développé spécifiquement pour les besoins de SAFRAN Helicopter Engines. Ce code et les méthodes de résolutions du contact sont exposés. Le modèle d'usure déployé est détaillé ainsi que les implémentations permettant le suivi des cycles de mission accélérés (AMTs). De même, le module d'optimisation sera aussi présenté.

Finalement, le dernier chapitre présente les différentes applications d'usure et d'optimisation, pour un engrenage standard et un engrenage aéronautique, hélicoïdal à voile mince. L'impact de l'usure sur les paramètres quasi-statique sera étudié dans un premier temps. L'engrenage aéronautique sera quant à lui évalué sur des cycles de missions accélérés pour simuler plusieurs types de phases de vol. Chaque opération de ces phases de vols sera étudiée en termes d'usure instantanée et d'usure totale. Les opérations et les phases de vols les plus sévères seront ainsi analysées. La deuxième partie de ce chapitre sera basée sur le module d'optimisation. L'engrenage droit standard sera optimisé en fluctuations du signal de l'erreur de transmission par l'application de tombés de têtes, leurs formes et leurs symétries seront étudiées et comparées à une formulation analytique issue de la bibliographie. En plus d'être optimisé en RMS(ET), l'engrenage aéronautique subira une optimisation en pression, en PV et nous chercherons à centrer sa distribution de pressions de contact. Nous appliquerons une méthode d'optimisation multi-objectifs afin de réduire jusqu'à trois objectifs à la fois. En complément des corrections classiques, des corrections surfaciques seront aussi mises en place. Enfin, une minimisation du processus d'usure sera proposée pour terminer ces travaux.

# 1

# État de l'Art

---

## ORGANISATION DU CHAPITRE

Ce premier chapitre a pour vocation d'introduire l'État de l'Art des deux parties de la thèse, l'usure abrasive et l'optimisation.

Le chapitre débute par une vue d'ensemble des différentes défaillances et avaries pouvant survenir au cours de l'exploitation d'un engrenage. Suite à cette introduction, la section 2 se focalise sur la présentation des lois d'usure abrasive, principalement la loi d'Archard. Le coefficient d'usure, sa définition et sa mesure sont analysés en détails. Plusieurs modèles d'usures appliqués aux engrenages sont décrits en fin de section.

La seconde partie de l'État de l'Art concerne l'optimisation. Les problèmes traités dans le cadre de cette thèse étant complexes, la section 3 a pour objectif d'expliquer les bases de l'optimisation multi-objectifs et multivariables. Différents algorithmes d'optimisation généraux sont également décrits, notamment le MO-TRIBES, choisi pour la recherche des optimums globaux dans ces travaux. La section 4 clôture ce chapitre par l'exposition de différents résultats d'optimisation de la bibliographie, appliqués exclusivement aux engrenages.

---

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## 1

## Introduction aux avaries d'engrenages

De nombreuses avaries sont susceptibles d'impacter le fonctionnement de l'engrenage au cours de son exploitation. La détermination de l'origine et de la nature de ces avaries reste cependant délicate à identifier. Plusieurs méthodes de surveillance peuvent aider à diagnostiquer un dysfonctionnement du système parmi lesquelles des mesures de températures ou de pressions, des analyses du lubrifiant (dégradation et contamination), des analyses physico-chimiques des surfaces et des débris, ou encore des analyses vibratoires.

La dégradation d'un système est inévitable. Cependant, certaines détériorations tirent leurs origines de défaillances ou de manquements lors de la conception, de l'assemblage ou de l'utilisation des systèmes [7, 8] :

**Matériau et fabrication** : le matériau lui-même peut être la cause d'avaries. Un matériau présentant des inclusions, un traitement thermique n'offrant pas la dureté souhaitée, un gradient de dureté chutant trop brusquement en profondeur ou encore des contraintes résiduelles de traction induites par des brûlures de rectification présentera un risque d'avaries plus élevé.

**Montage et assemblage** : un assemblage incorrect peut être catalyseur d'avaries. Le cumul de dispersions de fabrication trop importantes et de jeux de roulements engendre un positionnement de l'engrenage différent de sa position théorique. Ce potentiel désalignement de l'engrenage risque d'entraîner des surpressions localisées sur le flanc de denture.

**Lubrification** : la lubrification joue un rôle clé dans l'apparition des avaries notamment de type grippage ou usure abrasive. Si la lubrification n'est pas pleinement assurée, l'épaisseur de film d'huile n'est pas suffisante pour former un film supportant l'intégralité de la charge appliquée : des contacts métal-métal favorisant la dégradation des surfaces sont susceptibles d'apparaître. De plus, un film de lubrifiant trop mince aura des difficultés à dissiper correctement la chaleur générée au sein du contact et donc à perdre en pouvoir de séparation des surfaces (baisse de la viscosité).

**Environnement** : l'environnement de l'engrenage peut être pollué par des particules provenant de l'extérieur. Ces polluants peuvent être solides (débris d'usure d'une pièce voisine par exemple), liquides (entrée d'eau de mer corrosive), gazeux (humidité accrue). Lorsque des débris solides parviennent à s'introduire dans le système, ils risquent d'indenter les surfaces de denture et de rompre localement le film d'huile si ce dernier ne présente pas une épaisseur suffisante.

**Utilisation** : un engrenage est généralement conçu pour fonctionner dans une plage de fonctionnement donnée, généralement associée à une charge appliquée et à une vitesse de rotation. Au-delà de cette plage, le risque d'apparition d'avaries augmente fortement. Par exemple, une charge trop importante augmentera la fatigue du matériau, une vitesse de rotation trop faible n'engendra pas un film de lubrifiant suffisamment épais pour garantir une séparation suffisante des deux surfaces.

De nombreux types de défaillance sont observables sur des engrenages en fonctionnement. Certains auteurs ont proposé des classifications de ces avaries, permettant de les classer en différentes familles selon les phénomènes mis en jeu (Figure 1.1). La difficulté ici réside dans le fait que certaines avaries accélèrent le développement d'une autre ou en sont la conséquence, ce couplage étant plus ou moins important. De plus, chaque avarie présente une sévérité, c'est-à-dire un taux de dégradation et une durée d'apparition, qui lui est propre.

Dans la liste ci-dessous sont présentées les principales avaries pouvant être rencontrées dans les systèmes de transmission de puissance et a été inspirée des travaux de différents auteurs, principalement ceux de Shipley et de Hohn [1, 4, 8, 10-15].

**Rupture de fatigue (*fatigue breakage*)** : une rupture partielle ou totale de la dent peut résulter d'une trop forte sollicitation en flexion. Ces sollicitations, excessives et cycliques entraînent de

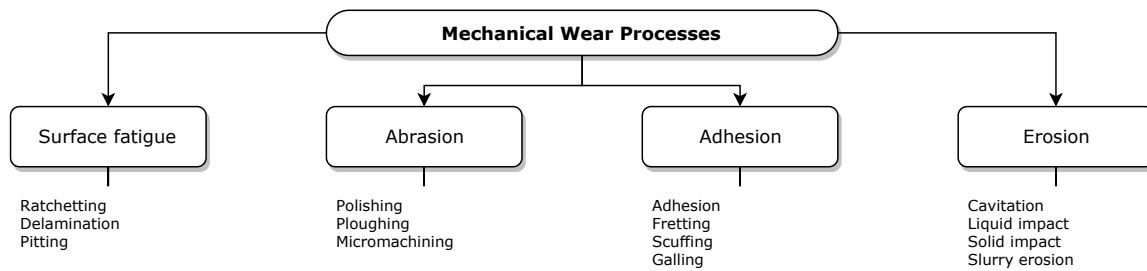


Figure 1.1 – Classification des mécanismes d'usure, par Williams [9]

fortes contraintes en pied de dent. Le phénomène est accentué si des chocs interviennent dans le contact. Si ces contraintes sont supérieures à la limite d'endurance du matériau, des fissures localisées principalement en pied de dents apparaissent et réduisent sa résistance à la flexion. Il est souvent observé que les dents adjacentes à une dent rompue présentent des syndromes similaires et sont donc propices à une rupture prochaine (Figure 1.2).

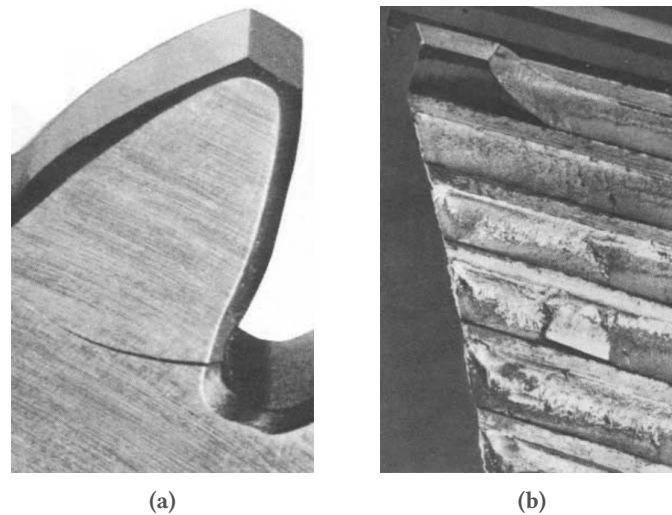


Figure 1.2 – Rupture de fatigue due aux contraintes en pied de dent (a) et arrachement de plusieurs dents d'un engrenage aéronautique (b)[10]

**Rupture de surcharge (*overload breakage*)** : cette avarie, subite, provoque l'arrachement d'une dent de l'engrenage suite à une défaillance du système de transmission, un violent désalignement ou aux chocs induits par des surcharges dynamiques. La zone de rupture ne présente aucune trace de fatigue.

**Polissage (*polishing*)** : le polissage est un procédé d'usure très long dans lequel les aspérités de surfaces sont petit à petit arrachées [7]. En résulte une surface fine de rugosité inférieure (Figure 1.3). Généralement, le polissage apparaît lors de contacts métal-métal : lorsque les vitesses de fonctionnement sont faibles, l'épaisseur du film de lubrifiant est trop faible pour garantir une séparation idéale des deux surfaces. Le régime de lubrification s'approche de celui du régime limite. Ce type d'avarie peut être bénéfique : augmentation du portage des dents en contact et obtention d'une bonne conformité des surfaces.

**Usure de rodage (*running-in wear*)** : processus d'usure sur des surfaces neuves et ayant tendance à homogénéiser les surfaces en supprimant les aspérités trop vives. La réduction de la rugosité de surface due à ce type de phénomène est positive sur le comportement de l'engrenage.

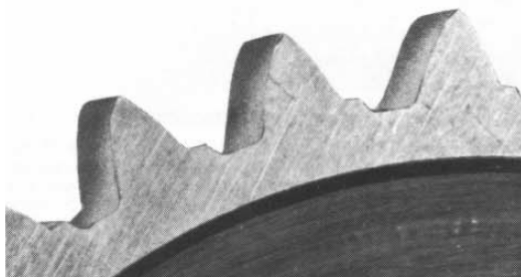
**Usure modérée (*moderate wear*)** : l'usure abrasive modérée est une avarie de longue durée qui prend place dans les zones de saillie et de creux de la dent, où une faible quantité de matière est arrachée. L'usure minimale est généralement observée dans la zone du primitif, zone de glissement



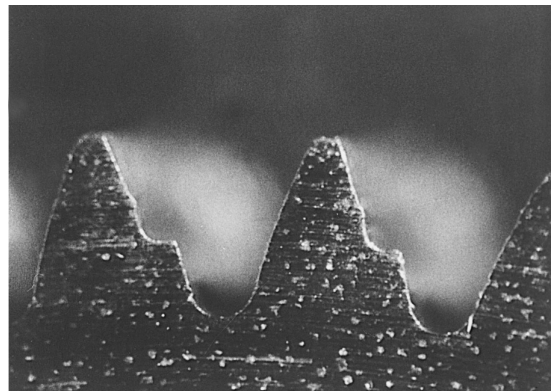
Figure 1.3 – Surface de dent polie [10]

nul, et est plus sévère dans les zones à fort glissement, en tête et en pied de dent notamment. Afin de réduire la sévérité de l'avarie, un lubrifiant avec une plus grande résistance au cisaillement ou une plus grande viscosité est à employer. De plus, une dureté surfacique plus élevée tend à minimiser ce type d'usure. L'augmentation des vitesses de rotation peut faciliter la création du film de lubrifiant. À contrario, les phases de démarrage et d'arrêt de l'engrenage sont propices à la génération d'une telle usure.

**Usure sévère (*severe wear*)** : l'usure sévère est la suite logique de l'usure légère. Si cette dernière n'est pas traitée à temps, la quantité de matière arrachée au niveau du pied et de la tête de la dent devient trop importante (Figure 1.4). La pression de contact est alors majoritairement portée par la zone du primitif, qui peut alors montrer des signes de pitting. Les profils ne sont alors plus conjugués.



(a) Usure sévère ayant détruit le profil de référence. Une telle usure fragilise grandement la résistance à la flexion [10]



(b) Profil d'usure sévère sur un engrenage bronze, module 1 mm après 300 h de fonctionnement à 3 Nm et 500 rpm [16]

Figure 1.4 – Différents profils d'usure sévère

**Usure adhésive (*adhesive wear*)** : si l'espace entre deux surfaces n'est pas garanti par une épaisseur de lubrifiant suffisante, les aspérités de surfaces des deux dents peuvent se microsouder pour être à l'instant d'après arrachées. La matière est alors transférée d'une surface à l'autre.

**Usure corrosive (*corrosive wear*)** : dans ce type d'avarie, la surface de la dent se voit détériorée par l'attaque de composés chimiques introduits dans la composition des lubrifiants (Figure 1.5). Ces agents, parfois hautement corrosifs à hautes températures dans le cas des additifs *Extreme-Pressure* s'infiltreront dans les jonctions de grains, réduisent la tenue de ces derniers et facilitent donc leur détachement. Afin de prévenir une telle avarie, des changements d'huile peuvent être



effectués. L'étanchéité du système doit être étudiée afin d'exclure l'intrusion d'éléments extérieurs tels que le sel et l'humidité.

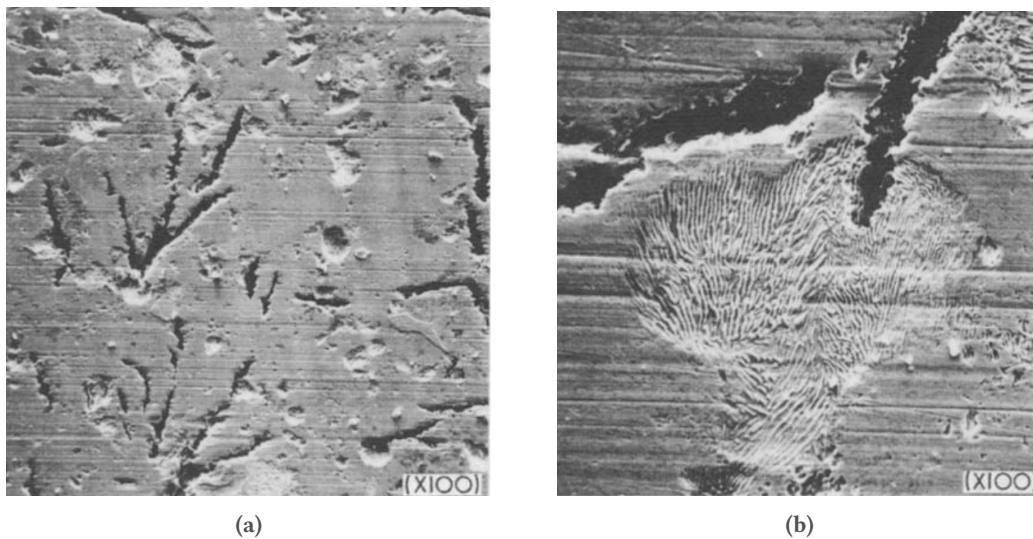
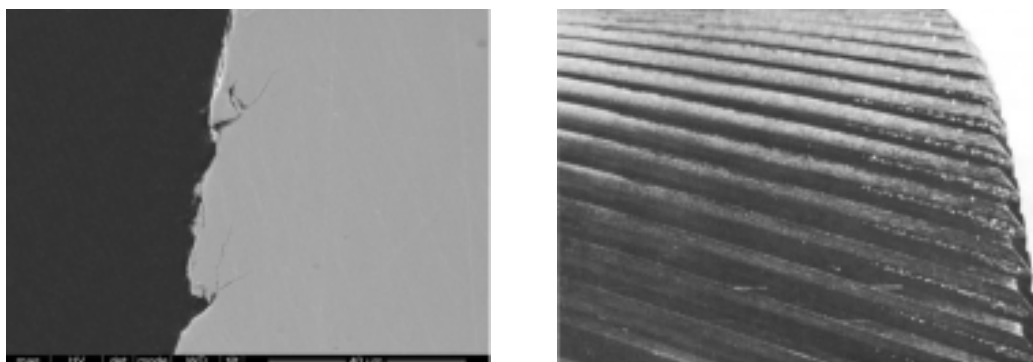


Figure 1.5 – Usures corrosives [11]

**Micro-écaillage (*micro-pitting*)** : le micro-écaillage est une avarie de fatigue surfacique générant des micro-écailles de très faibles dimensions (quelques micromètres) (Figure 1.6). Les microfissures initiées en surface se propagent en profondeur et forment des microfailles dont l'angle d'ouverture semble être propre à la position de l'avarie sur la dent. Le micro-pitting gagne préférentiellement les zones à fort glissement négatif, sous le primitif et les microfissures tendent à suivre une direction opposée à celle du glissement surfacique.



(a) Photographie d'une micro-écaille sur dent d'engrenage en acier traité en surface [15]

(b) Micro-écaillage sur l'un des flancs d'un engrenage hélicoïdal. La répartition asymétrique est due à un désalignement de montage [10]

Figure 1.6 – Micro-écaillage

**Écaillage (*spalling*)** : comme pour le micro-écaillage, ce type d'avarie résulte en l'arrachement d'une écaille. La taille de cette dernière est bien supérieure à celle observée lors du micro-pitting et avoisine l'ordre de grandeur du contact hertzien (Figure 1.41). Dans les zones surchargées à fort roulement, des contraintes de cisaillement importantes et cycliques initieront en sous-couche l'apparition d'une fissure qui aura tendance à se propager jusqu'à la surface du matériau [17, 18], une écaille pouvant alors se libérer. Ce phénomène est accéléré lorsque les profils ne sont plus conjugués ou encore si un désalignement des axes est avéré. Enfin, les engrenages ayant subi un traitement superficiel de type nitruration ou cémentation ont une probabilité plus élevée de présenter ce type d'avarie par rapport aux pièces traitées à cœur. Ceci est dû au fait que la dureté

du matériau décroît selon la profondeur. Pour limiter cet effet, une épaisseur de nitruration ou de cémentation est définie par les bureaux d'études.

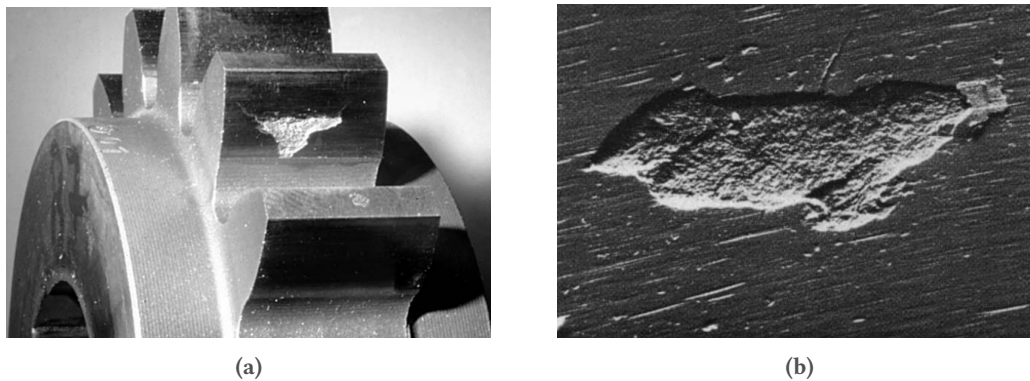


Figure 1.7 – Écaillage d'une surface de dent par [13] (a) et [19] (b)

**Grippage (*scoring*)** : le phénomène de grippage est intimement lié au film de lubrifiant et à sa température. Il peut être modéré, localisé ou encore destructeur. Si la température d'injection du lubrifiant est trop importante, si les corps des engrenages sont trop chauds ou encore si le glissement relatif des surfaces est trop élevé, le risque de rupture du film de lubrifiant est augmenté. La discontinuité du film autorise alors un contact métal-métal [13] : un transfert de matière a alors lieu du massif le plus lent au massif le plus rapide. La fusion localisée de la matière entraîne une augmentation du coefficient de frottement. Le surplus de chaleur est emmagasiné par les massifs et le lubrifiant. Ce dernier est généralement carbonisé, entraînant une importante production de fumée. Les massifs présentent quant à eux des marques de brûlures et de fines rayures dans la direction des vitesses de glissement. Ce phénomène peut être rencontré dans les transmissions aéronautiques, compte tenu des fortes vitesses de rotation et des hautes températures d'injection autorisées. L'ajout d'additifs de type *extreme-pressure* ou *anti-scoring*, la réduction du glissement dans le système, la réduction de la rugosité des surfaces sont des pistes pouvant diminuer la production de chaleur au sein du contact et donc limiter ce phénomène de grippage.

**Surchauffe (*overheating*)** : une température excessive liée à une mauvaise lubrification peut entraîner ce type d'avarie. Il en va de même pour des engrenages ayant un jeu trop faible, sur lesquels des marques de surcharge seront observables sur leurs flancs, qu'ils soient travaillant ou non. Les flancs surchauffés présentent des déformations plastiques et des zones grippées ainsi que de l'ensemble du spectre des couleurs de la trempe [7].

**Érosion par cavitation (*erosion by cavitation*)** : les surcharges dynamiques appliquées au lubrifiant peuvent faire caviter ce dernier. Dans ce cas, l'onde de choc due à l'implosion de la bulle de gaz ou de vapeur se propage à très grande vitesse dans le lubrifiant jusqu'à la surface du matériau. L'impact génère alors un cratère circulaire.

**Autres** : d'autres avaries peuvent s'ajouter à cette liste, parmi lesquelles les érosions électriques ou chimiques, la dislocation de la couche traitée (*case crushing*), la déformation plastique, les ruptures de voile ou de jante, etc...

L'intérêt porté à chaque type d'avarie est sensiblement différent selon les domaines d'application. Ainsi, pour les transmissions de puissance dans le domaine aéronautique, la priorité reste la résistance à la fatigue de flexion. Une fatigue incontrôlée et trop rapide des dents des engrenages augmente ostensiblement le risque de rupture d'une ou plusieurs dents. Ce phénomène de fatigue de flexion est pleinement pris en compte lors de la conception des engrenages par les bureaux d'études.

Les usures surfaciques ont des répercussions plus lentes, moins visibles et semblent, à tort, présenter un risque moindre. Cependant, il ne faut pas oublier qu'une altération de la surface de contact entraînera progressivement un remaniement de la distribution des charges. À très long terme, l'usure modifiera

indirectement les contraintes en pied de dents et de ce fait, favorisera la fatigue de flexion d'une dent. L'un des enjeux associé au calcul de la sensibilité des engrenages à l'usure est lié à la demande croissante d'extension des TBO (*Time Between Overhauls*), ou durée entre chaque révision approfondie des turbomoteurs.

\*\*\*

La simulation du processus d'usure abrasive nécessite d'une part la connaissance des lois d'usures du phénomène d'arrachement de matière, et d'autre part d'un modèle numérique estimant l'impact de ce dernier sur le comportement de l'engrenage. La section suivante a pour objectif de présenter ces deux sujets.

\*

## 2 Modèles d'usure

Depuis des siècles, la curiosité des Hommes les amène à développer des systèmes facilitant le déplacement de charges et la transmission d'un mouvement, et depuis des siècles, ils se confrontent à un phénomène inhérent à cela, la friction. La friction s'oppose à l'effort et lorsqu'il s'agissait de tirer sur une centaine de mètres des blocs de calcaire blanc de plusieurs tonnes, le transport des pierres était facilité par l'utilisation de rondins de bois créant ainsi l'un des plus anciens contacts roulants. Peu à peu, les systèmes sont devenus de plus en plus complexes grâce à l'invention des roulements à billes et des engrenages, entraînés à l'époque par la force de l'eau, de l'animal, des Hommes ou des machines à vapeur. Mais la friction abîme aussi les machines, devenues de plus en plus rapides, puissantes et durables. Malgré l'apport de graisse ou de lubrifiant, les systèmes souffrent encore à ce jour d'une avarie difficilement domptable, l'usure.

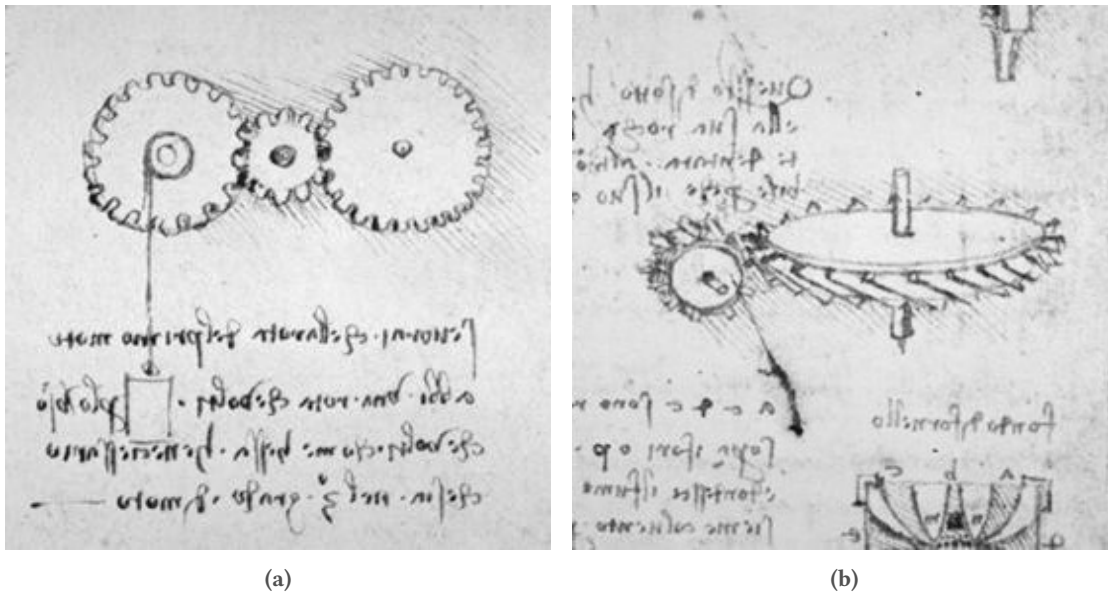


Figure 1.8 – Esquisses d'engrenages par L. da Vinci : engrenage droit (a) et gauche (b) [20]

### 2.1 Lois générales d'usure

Afin de mieux comprendre et d'estimer l'usure, différents auteurs ont proposé des modèles, plus ou moins complexes et ce depuis plus d'un siècle. La quantification de la dégradation de deux surfaces chargées glissant l'une sur l'autre nécessite la mise en place de modèles simulant à la fois la cinématique des surfaces, les chargements et les conditions de contact associées ainsi que l'évolution de la géométrie de ces surfaces. Dans les prochains paragraphes seront détaillées plusieurs lois – notamment la loi d'Archard – rendant possible le suivi de la progression du phénomène d'usure abrasive.

#### 2.1.1 Loi d'Archard

Archard [4, 21] définit l'usure comme l'un des procédés ayant lieu lors du glissement de deux surfaces chargées l'une sur l'autre et proposera une loi pour la quantification du volume de matière arrachée résultant de ces observations. Une multitude de modèles d'usure adaptés au comportement des engrenages se basent sur cette loi pour quantifier l'arrachement de matière  $V$ . Ce dernier est alors lié à la distance glissée  $S$ , à la force normale appliquée  $W$  et à la dureté du matériau  $H$  par le biais d'un coefficient d'usure  $K$ . En résulte la relation de l'équation 1.1 communément appelée loi d'Archard.

$$V = K \frac{w \cdot S}{H} \quad (1.1)$$

où :

$H$  : Dureté surfacique du matériau le plus ductile en  $\text{N m}^{-2}$

$w$  : Charge normale appliquée en  $\text{N}$

$V$  : Volume d'usure en  $\text{m}^3$

$S$  : Distance glissée en  $\text{m}$

$K$  : Coefficient d'usure adimensionné

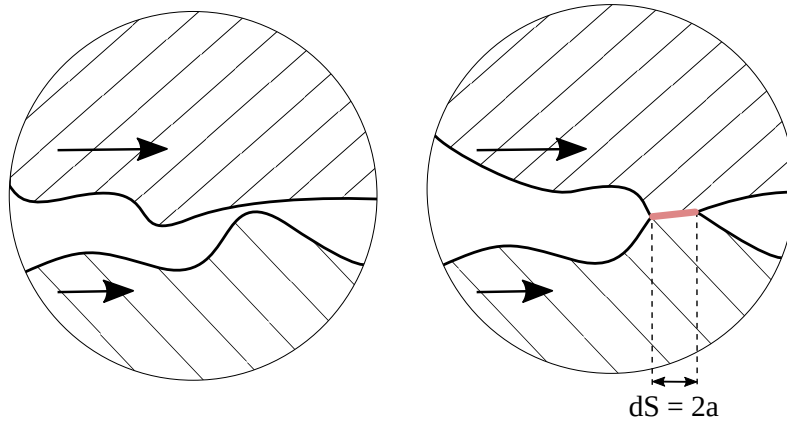


Figure 1.9 – Contact entre deux aspérités de surface [4]

Cette loi découle en réalité de la théorie de l'usure adhésive. Lorsque deux surfaces sont mises en contact, ce sont les aspérités qui portent la charge  $w$ . L'aire réelle de contact est alors définie telle que :

$$\delta A = \Pi a^2 = \frac{\delta w}{\delta H} \quad (1.2)$$

où :

$\delta A$  : Aire de contact de deux aspérités en  $\text{m}^2$

$a$  : Demi-longueur du contact hertzien en  $\text{m}$

Archard admet que la déformation de ces aspérités soumises au chargement est de type plastique. L'analyse des débris résultant d'une telle avarie montre la proportionnalité entre la dimension d'un débris et la taille du contact  $a$ . Le volume  $\delta V$  d'un débris, assumé être une demi-sphère, peut alors s'exprimer :

$$\delta V = \frac{2}{3} \Pi a^3 \quad (1.3)$$

Finalement, la distance de contact  $\delta S$  est admise être équivalente à  $2a$ . Il est alors possible d'exprimer le volume d'un débris en combinant les équations 1.2 et 1.3.

$$\frac{\delta V}{\delta S} = \frac{1}{3} \cdot \Pi a^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\delta w}{\delta H} \quad (1.4)$$

$$\frac{V}{S} = \sum \frac{\delta V}{\delta S} = \frac{K}{3} \cdot \frac{w}{H} \quad (1.5)$$

Afin de prendre en compte la contribution de chaque aspérité de contact au volume total d'usure, l'équation 1.4 doit être intégrée sur l'intégralité du nombre d'aspérités chargées du contact. Cette intégration génère alors une constante de proportionnalité  $K_1$ . Archard propose de comprendre cette constante comme une probabilité de rupture d'une aspérité. Le coefficient d'usure  $K$  de l'équation 1.1 équivaut donc à cette même probabilité, divisée par 3. En divisant le coefficient d'usure  $K$  par la dureté surfacique  $H$ , le coefficient d'usure local  $k$  est obtenu. Les équations précédentes sont tirées directement des travaux d'Archard dans [4].

Cette loi d'Archard a été appliquée à de nombreux domaines. Priest et Taylor s'intéressent à l'usure abrasive dans les moteurs thermiques d'automobiles [22]. La loi d'Archard est appliquée à divers composants afin d'en quantifier la dégradation, notamment l'ensemble chambre/piston ou le train de commande des soupapes. L'usure des rails d'une ligne de chemin de fer à Stockholm a été étudiée par Ornäs en 2005 lors de sa thèse [23]. En biomécanique, Liu et son équipe ont simulé le comportement en usure d'une prothèse de hanche, le contact métal-métal de l'implant présentant une meilleure résistance à l'usure que leur homologue métal-polyéthylène [24]. Les outils de taillages sont aussi soumis à de l'usure abrasive. Ersoy-Nürnberg met en place en 2008 un modèle d'usure des outils d'emboutissages de plaques d'acier en se basant sur une loi d'Archard légèrement modifiée [25].

## 2.1.2 Autres lois

D'autres lois permettant la simulation de l'usure existent mais présentent une notoriété moindre. En 1982, Kragelsky [26] propose de définir l'intensité de puissance du processus d'usure via un coefficient  $i$ , représentatif de l'intensité de la puissance du processus d'usure et basé sur des paramètres tels que le volume de matière arraché, l'effort normal, le coefficient de friction ou encore la distance glissée (Équation 1.6).

$$i = \frac{V}{F_\mu \cdot L} \Rightarrow V = i \cdot \mu \cdot q \cdot A \cdot v_s t \quad (1.6)$$

où :

- $i$  : Intensité de puissance du processus d'usure en  $\text{mm}^3/\text{J}$
- $V$  : Volume de matière arrachée en  $\text{mm}^3$
- $A$  : Aire de contact en  $\text{mm}^2$
- $F_\mu$  : Force de friction en N
- $\mu$  : Coefficient de friction
- $w = qA$  : Force normale appliquée en N
- $q$  : Pression spécifique du contact en  $\text{N}/\text{mm}^2$
- $L = v_s t$  : Distance glissée en m
- $t$  : Durée du glissement en s

Qiu et Plesha font partie des premiers à avoir développés des modèles d'usures à sec basés sur des considérations énergétiques [27]. La création d'une certaine quantité d'usure nécessite une énergie définie. L'énergie entre dans le système par le biais du travail du glissement et est dissipée sous forme de déformation plastique, de génération de chaleur et finalement d'arrachement de matière. Cette proposition se base sur les travaux de Uetz et Föhl [28] dont les diagrammes de transfert d'énergie de friction sont visibles à la figure 1.10. De l'énergie de friction émane une multitude de phénomènes : la plus grande partie de cette énergie est transformée en chaleur, seuls quelques pourcents sont attribués à la déformation plastique et à la production de particules d'usure.

En 1994, Rodkiewicz et Wang développent un modèle d'usure à sec [29] dont la principale équation est détaillée en 1.7. Les auteurs soulignent l'analogie de forme avec l'équation d'Archard en liant le rapport  $K/H$  aux paramètres  $\gamma\mu/f_m$ .



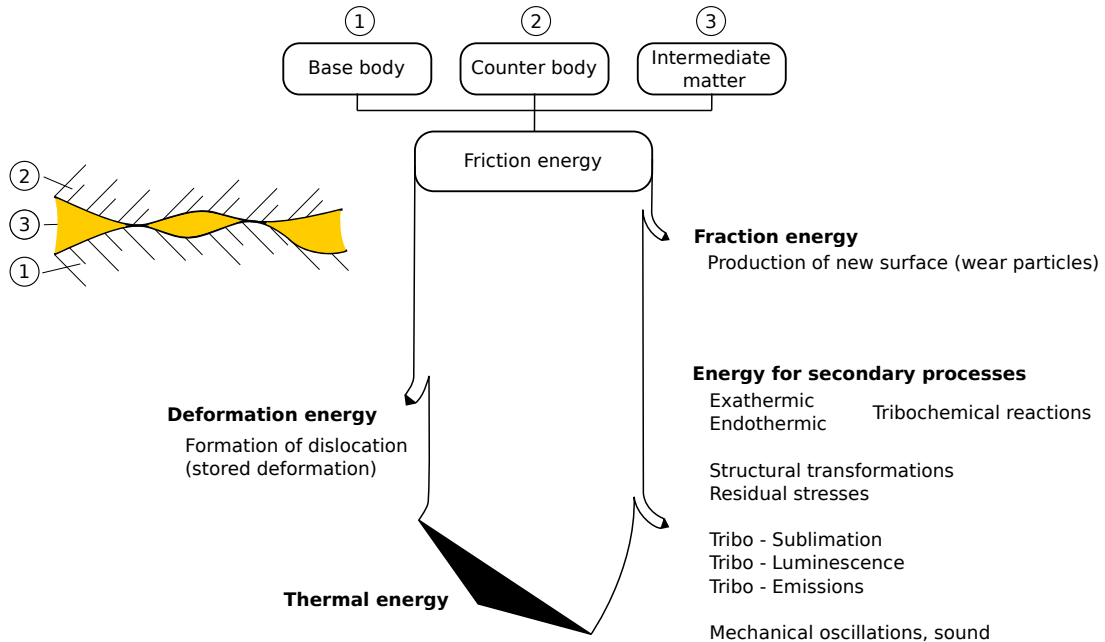


Figure 1.10 – Flux et distribution de l'énergie de friction dans les multiples procédés physico-chimiques intervenants lors de la friction de deux surfaces [28]

$$E_g = f_s f_m V_s \Rightarrow V_s = \frac{\gamma \mu w v}{f_m} \quad (1.7)$$

où :

- $E_g$  : Énergie de glissement absorbée par un matériau en Nm/s
- $f_s$  : Paramètre de géométrie de surface
- $f_m$  : Paramètre lié à la dureté et à la résistance à la fracture du matériau en N/m<sup>2</sup>
- $V_s$  : Volume de matière arraché par seconde en m<sup>3</sup>/s
- $\mu$  : Coefficient de friction
- $\gamma$  : Paramètre de distribution de l'énergie de friction
- $v$  : Vitesse relative des surfaces en contact en m/s
- $w$  : Force normale appliquée en N

En 2011, De Moerlooze, Al-Bender et Van Brussel [30], proposent un modèle d'usure basé sur une approche énergétique au niveau des aspérités (Figure 1.11).

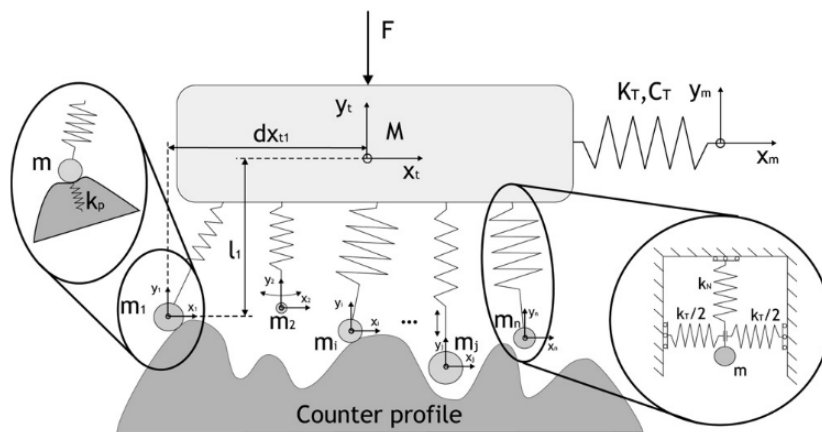


Figure 1.11 – Représentation du contact des aspérités dans le modèle de De Moerlooze et al. [30]

Ce modèle de simulation d'usure abrasive est une extension d'un modèle de friction intégrant les mécanismes de modification et de dégradation des aspérités, régis par des lois de fatigue locales. La perte d'énergie globale est dissipée sous forme de chaleur, de vibrations et de bruit, de transformations de phase, de déformations de la matière. Une partie de cette énergie est donc affectée à la déformation des aspérités. Si la répétition de ces déformations élasto-plastiques excèdent un certain seuil, l'aspérité est rompue.

Ces autres lois sont moins utilisées, probablement car leurs paramètres sont parfois plus délicats à cerner. Nous focaliserons notre attention sur le modèle d'usure abrasive d'Archard, plus simple à mettre en place de par son approche globale.

## 2.2 Le coefficient d'usure $k$

Une grande partie des modèles, et plus particulièrement ceux se basant sur l'approche d'Archard, se basent sur le coefficient d'usure local  $k$  (avec  $k$  équivalent à  $K/H$ ). Ce coefficient est d'une importance majeure dans la détermination du volume de matière arrachée final, car ces deux variables sont généralement proportionnelles. Selon les modèles, les auteurs et leurs besoins, le coefficient peut être mesuré, simulé ou tout simplement admis. Les paragraphes suivants présentent les différentes approches adoptées par les auteurs afin de déterminer ce coefficient, qu'elles soient basées sur les *wear-maps*, la création d'oxydes ou encore les mesures expérimentales. Une approche critique de ce coefficient d'usure  $k$  est également proposée et cherchera à répondre aux questions suivantes : que représente et comment mesurer ce coefficient, quelle peut être sa précision, sa mesure est-elle reproductible ?

### 2.2.1 Les *wear-maps*

Lim et Ashby [31] entreprennent en 1987 de cartographier les différents mécanismes d'usure en réalisant une multitude d'essais de dégradation d'un acier à faible teneur en carbone sur une machine *pin-on-disk*. L'entreprise est relativement grande, étant donné qu'il s'agit de référencer les domaines de prédominance des différents phénomènes d'usure à sec et de leurs relations. À partir de données empiriques et d'analyses théoriques ajustées par l'expérimental, une classification est proposée en fonction de la vitesse de glissement, de la charge appliquée et du coefficient d'usure.

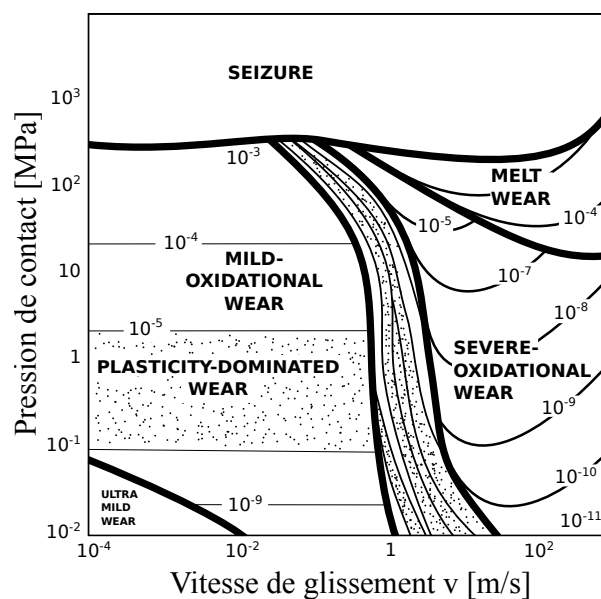


Figure 1.12 – Représentation de la *wear-mechanism map*, issue de [32]. Essais réalisés pour un acier à faible teneur en carbone sur *pin-on-disk*



Le résultat de cette étude donne lieu à la carte de la figure 1.12. Les courbes de niveaux font référence à la valeur du coefficient d'usure par unité de longueur glissée. Kato [33] s'est afféré à réaliser des études relativement similaires dans ses travaux sur les différents mécanismes d'usure, à échelle du micron. Ces *wear-maps* sont efficaces dès lors que l'acier de l'étude a été cartographié. Si ce n'est pas le cas, une mesure expérimentale du coefficient d'usure sera nécessaire.

### 2.2.2 Création des oxydes, par Wu et Cheng

Dans une lubrification élasto-hydrodynamique partielle, deux films sont en réalité à prendre en compte : le film hydrodynamique séparant les deux surfaces et les films absorbés des surfaces métalliques. L'interaction des aspérités provoquent aux alentours de ces dernières de fortes pressions localisées et d'importants taux de cisaillement du fluide : les températures de ces aspérités sont donc plus élevées. Les films micro-élastohydrodynamique (micro-EHD) sont dans ces zones très fins : en résulte un contact direct métal-métal. La rupture de ces aspérités provoque des débris d'usure par adhésion [34].

À forts *slide-to-roll ratio* (SRR<sup>1</sup>), les températures aux aspérités peuvent dépasser les 200°C. Dans ces conditions, la chaleur générée par le contact entraîne la formation d'un film d'oxydes, qui, s'il atteint une certaine épaisseur, est en mesure de se détacher. Selon la température de contact, différents types d'oxydes de différentes masses  $\Delta m$  se forment :

$$\text{Oxyde } Fe_2O_3 \quad \Delta m = 3/4 \cdot \Delta V_{Fe} \rho_{Fe} \left( \frac{M_{O_2}}{M_{Fe}} \right) \quad (1.8a)$$

$$\text{Oxyde } Fe_3O_4 \quad \Delta m = 2/3 \cdot \Delta V_{Fe} \rho_{Fe} \left( \frac{M_{O_2}}{M_{Fe}} \right) \quad (1.8b)$$

$$\text{Oxyde } FeO \quad \Delta m = 1/2 \cdot \Delta V_{Fe} \rho_{Fe} \left( \frac{M_{O_2}}{M_{Fe}} \right) \quad (1.8c)$$

avec :

- $V_{Fe}$  : Volume de l'oxyde en m<sup>3</sup>
- $\rho_{Fe}$  : Masse volumique du fer *Fe* en kg/m<sup>3</sup>
- $M_{Fe}$  : Masse molaire du fer *Fe* en kg/mole
- $M_{O_2}$  : Masse molaire du dioxygène *O<sub>2</sub>* en kg/mole

La masse volumique des oxydes est variable, le volume d'oxyde arraché varie lui aussi en fonction de sa nature. Le coefficient d'usure est alors ici directement lié aux températures du contact et au type d'oxyde formé. Comme le montre les équations suivantes, le calcul des ratios d'usure requiert de nombreux paramètres :

$$T_i < 200^\circ C \quad \frac{V_i}{S} = k_m A_n \left[ 1 - \exp \left( \frac{-X_e}{U T_0} \exp \left( \frac{-E_s}{R_s T_i} \right) \right) \right] \left( \frac{A_i}{A_n} \right) \quad (1.9a)$$

$$T_i \in [200^\circ C - 350^\circ C] \quad \frac{V_i}{S} = \frac{A_n A_0}{C_{3/4} U} \cdot \exp \left( \frac{-Q_0}{R_s T_i} \right) \left( \frac{A_i}{A_n} \right) \quad (1.9b)$$

$$T_i \in [350^\circ C - 570^\circ C] \quad \frac{V_i}{S} = \frac{A_n A_0}{C_{2/3} U} \cdot \exp \left( \frac{-Q_0}{R_s T_i} \right) \left( \frac{A_i}{A_n} \right) \quad (1.9c)$$

$$T_i > 570^\circ C \quad \frac{V_i}{S} = \frac{A_n A_0}{C_{1/2} U} \cdot \exp \left( \frac{-Q_0}{R_s T_i} \right) \left( \frac{A_i}{A_n} \right) \quad (1.9d)$$

avec :

1. SRR correspond au rapport entre la vitesse de glissement et la vitesse de roulement

- $V_i$  : Volume d'usure local pour l'aspérité  $i$  en  $m^3$   
 $S$  : Distance glissée en m  
 $k_m$  : Coefficient d'usure de l'aspérité  $i$   
 $R_g$  : Constante des gaz parfaits en  $J\ mol^{-1}\ K^{-1}$   
 $Q_0$  : Énergie d'activation pour une oxydation parabolique en  $J\ mol^{-1}$   
 $U$  : Vitesse de glissement en m/s  
 $A_n$  : Surface hertzienne nominale en  $m^2$   
 $A_0$  : Constante d'Arrhenius en  $kg/m^2\ s$   
 $A_i$  : Aire de contact de l'aspérité  $i$  en  $m^2$   
 $T_i$  : Température absolue de contact pour l'aspérité  $i$  en K  
 $t_0$  : Temps fondamental des oscillations de la molécule dans la couche absorbée en s  
 $X_e$  : Diamètre de la surface associée à une molécule absorbée en m  
 $E_s$  : Chaleur d'adsorption du lubrifiant sur la surface en  $J\ mol^{-1}$   
 $C_x$  : Simplification telle que  $C_x = x \cdot \rho_{Fe}(M_{O_2})/(M_{Fe})$  avec  $x=1/2; 2/3; 3/4$

Enfin, le ratio d'usure total  $\dot{W}$  est la somme des ratios d'usure pour chaque aspérité :

$$\dot{W} = \sum \frac{V_i}{S} \quad (1.10)$$

De nombreuses variables listées ci-dessus sont délicates à quantifier ou à mesurer – notamment les facteurs  $E_s$ ,  $t_0$  ou  $X_e$  – et rendent l'utilisation de cette méthode pour la quantification du coefficient d'usure complexe.

### 2.2.3 Méthodes de mesures expérimentales

Face à toutes ces méthodes d'estimation du coefficient d'usure, la méthode la plus simple et la plus fiable reste la mesure. En effectuant le relevé des masses des engrenages ou des galets employés, il est possible de remonter à la masse ou au volume de matière arrachée. D'autres méthodes permettent de suivre l'évolution du processus d'usure sans pour autant pouvoir directement quantifier le coefficient associé.

**Relevés massiques :** Brandão et al. [35] ont choisi de mesurer les pertes de masse du pignon sur une balance de précision. Cette méthode présente l'avantage indéniable d'être la plus simple à mettre en place. Cependant, des précautions doivent être prises en compte quant à la méthodologie de mesure. Théoriquement, les galets ou engrenages devraient être soigneusement nettoyés dans un bain à ultrason afin de supprimer toute trace de lubrifiant résiduelle. Par conséquent, du fait du désassemblage du système, les conditions de fonctionnement sont modifiées à chaque étape de démontage/remontage : ceci limite d'autant plus la compréhension de la cinétique de l'usure. De plus, selon la précision de la balance utilisée, un nombre important de cycles d'usure devra être réalisé afin d'obtenir une perte de masse suffisamment conséquente pour être mesurée. Il s'agit cependant de la méthode la plus répandue.

**Relevés topographiques :** ici, c'est l'évolution des surfaces usées qui est suivie. La différenciation entre le relevé initial de la topographie de la surface de la dent et celui de la surface usée donnera directement accès au volume de matière arrachée. Tunalioglu et Tuç [36] ont utilisé une machine CMM pour cartographier l'évolution de la topographie de la surface de la denture en mesurant les coordonnées de 50 points répartis sur la surface de la denture. Un relevé de masse a été effectué afin de compléter ces relevés topographiques. Un type de procédé similaire a été employé par Narazaki et al. [37] pour quantifier la déviation du profil par rapport à sa courbure initiale (Figure 1.13). La précision du volume de matière arraché sera lié au diamètre du palpeur à bille et au nombre de points de mesure.

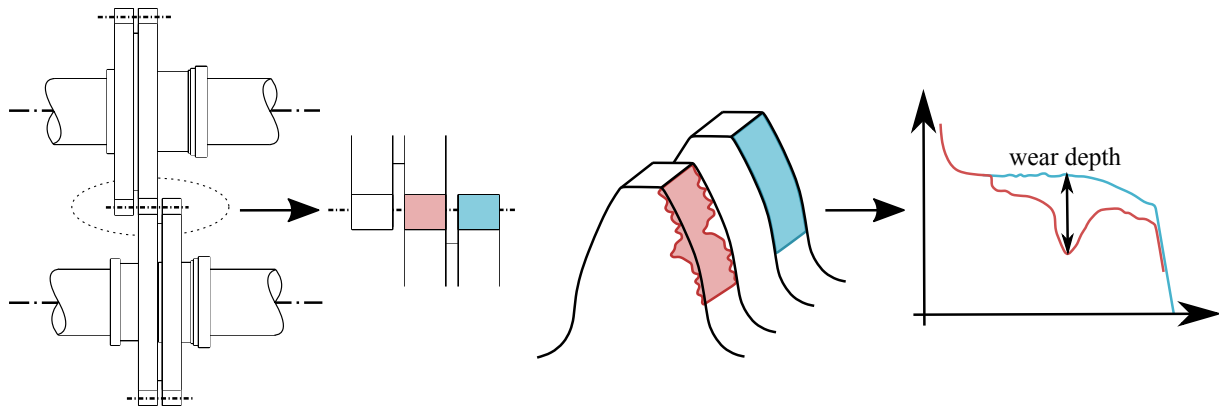


Figure 1.13 – Comparaison du profil initial et du profil usé, par Narazaki et al. [37]

**Irradiation** : une procédure développée en interne à SAFRAN Helicopter Engines par Thomas VI-GNOT autorise le suivi en temps réel de l'usure (Figure 1.14). Celle-ci consiste en l'activation superficielle d'un galet : la surface de ce dernier devient alors radioactive. Il est alors possible de mesurer l'évolution du taux de radioactivité du galet en question. La décroissance de ce taux est alors proportionnelle à la quantité de matière arrachée. Cette méthode originale autorise aussi le suivi de la vitesse de l'usure. Cette méthode semble cependant difficile à mettre rapidement en place au sein du laboratoire : en effet, un confinement de la machine d'essai serait nécessaire et de nombreuses autorisations d'utilisation seraient à obtenir.

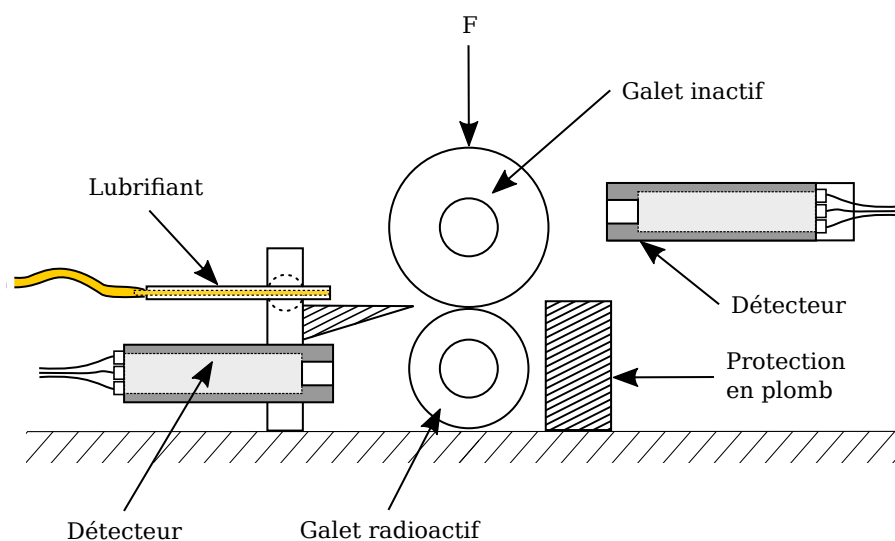
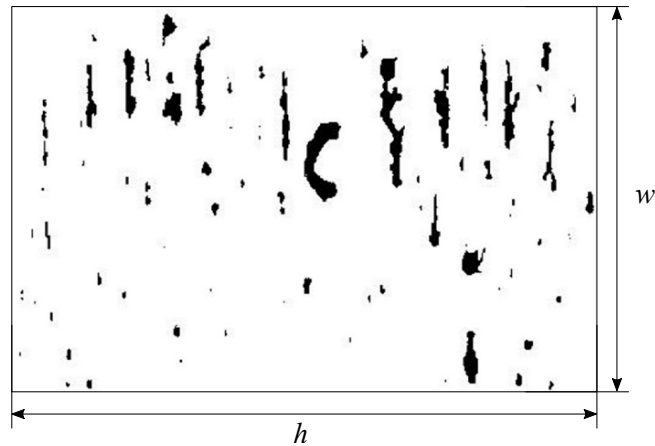


Figure 1.14 – Procédé de mesure de l'usure par relevé de radioactivité (Source interne)

**Débris** : dans le cadre de leur article, Feng et al. [38] se sont concentrés sur les débris d'usure pour quantifier le régime d'usure en cours. Cette quantification a été possible par l'utilisation d'un ferrographe (*On-line Visual Ferrograph* (OLVF)) permettant la visualisation en temps réel des débris d'usure dans l'huile. La mesure de la concentration de débris d'usure est obtenue par analyse du ferrographe (Figure 1.15) et permet ainsi de suivre l'évolution du processus d'usure. La méthodologie évite tout démontage, cependant, il est délicat de remonter au coefficient d'usure du contact en question, sachant que tout l'ensemble des composants du système (paliers, engrenages, roulements) sont susceptibles de participer à la génération de débris.



**Figure 1.15** – Image binaire d'un ferrographe. L'indice ICPA (*Index of Particle Coverage Area*), indice de recouvrement de la surface  $h \times w$  par les particules, est calculé comme la somme des zones couvertes de débris sur l'aire totale du ferrographe [38]

Selon les méthodes employées pour mesurer le coefficient d'usure, la précision ne sera pas la même et plusieurs questions émergent alors. Avec quelle précision peut être mesuré ce coefficient d'usure ? À ce niveau de précision, comment être certain que l'usure d'aucun autre composant (traces de lubrifiant, débris provenant d'un autre composant) n'ait été prise en compte ? La mesure du coefficient d'usure est-elle reproductible ? Les paragraphes suivants mettent en lumière quelques-unes des critiques – peu souvent évoquées – auxquelles peut être confronté le coefficient d'usure.

## 2.2.4 Approche critique du coefficient d'usure

La simplicité du modèle basé sur la loi d'Archard en fait un modèle très apprécié des chercheurs car facile à mettre en place. Contrairement à d'autres modèles comportant plusieurs dizaines de variables, le modèle d'Archard n'est constitué que de trois variables et d'une constante, le coefficient  $k$ . Le revers de cette apparente simplicité se répercute directement sur les valeurs du coefficient d'usure  $k$  : ce dernier représente donc l'ensemble des autres variables susceptibles d'influencer l'usure, ce qui explique l'étendue de son spectre de valeurs, ainsi que la nécessité de mesurer ce coefficient pour des conditions de fonctionnement particulières, à la précision de la méthode employée près (Tableau 1.1).

**Tableau 1.1** – Liste non-exhaustive de coefficients d'usure de la bibliographie, pour des contacts acier-acier, lubrifiés et non lubrifiés

Auteurs	Coefficient $k$ [Pa <sup>-1</sup> ]
Beheshti, Khonsari [39]	$1.0 \times 10^{-3} - 1.0 \times 10^{-4}$
Akbarzadeh, Khonsari [40]	$3.0 \times 10^{-4}$
Ersoy-Nürnberg, Nürnberg, Golle, Hoffmann [25]	$1.0 \times 10^{-7}$
Kato [41]	$1.0 \times 10^{-12} - 1.0 \times 10^{-14}$
Karamis [42]	$1.0 \times 10^{-13} - 1.0 \times 10^{-21}$
Ramalho, Miranda [43]	$1.8 \times 10^{-14} - 3.4 \times 10^{-16}$
Janakiraman, Li, Kahraman [44]	$0.7 \times 10^{-16} - 2.2 \times 10^{-16}$
Flodin [45]	$1.0 \times 10^{-17}$
Lu, Liu, Zhang [46]	$1.0 \times 10^{-18}$
Yuksel, Kahraman [47]	$1.0 \times 10^{-18}$
Ding, Kahraman [48]	$2.5 \times 10^{-18}$
Pödra, Andersson [49]	$2.4 \times 10^{-18}$
Brandão, Martins, Seabra, Castro [35]	$4.3 \times 10^{-18} - 4.8 \times 10^{-18}$
Park, Kahraman [50]	$9.6 \times 10^{-19}$

### Définition du coefficient d'usure

Ludema propose une analyse critique de la définition même du coefficient d'usure dans son ouvrage [51] et son article coécrit avec Meng [52]. Ces derniers ont référencé dans leur article plus de 4700 articles relatifs à l'usure publiés dans le *Wear Journal* entre 1957 et 1990 et environ de 750 entre 1977 et 1991 dans les procédés de la conférence *Wear of Materials*<sup>2</sup>. De ces articles, ils ont extrait plus de 300 équations différentes proposées par les auteurs pour caractériser l'arrachement de matière et la friction. Il propose par la suite l'analyse statistique suivante :

- Équations empiriques : 5.8 paramètres en moyenne
- Équations basées sur les aspects matériau : 8.9 paramètres en moyenne

Leur étude des différents modules d'usure de la bibliographie les mènera à recenser l'ensemble des variables rencontrées. Meng et Ludema référencent [52] dans une longue liste disponible en annexe (Annexe A), les 100 variables les plus utilisées dans les modèles d'usure analysés, sachant que plus de 625 variables ont été recensées en tout, dont certaines sont proches ou tout simplement redéfinies. De plus, certaines constantes utilisées dans les modèles ne sont pas mesurables ou difficilement quantifiables, telles que la durée en fatigue de l'aspérité et l'aire moléculaire de contact.

### Variabilité et reproductibilité

La connaissance de la reproductibilité et la précision des essais est importante. L'ordre de grandeur du coefficient d'usure varie grandement selon les auteurs et les conditions de fonctionnement. Les paragraphes ci-dessous évoquent ces problèmes.

Dans leur article, Janakiraman, Li et Kahraman [44] proposent un plan d'expériences à 4 variables pour mesurer le coefficient d'usure sur une machine bi-disque : variation de la vitesse de roulement (facteur  $U$ ), variation de la charge appliquée (facteur  $W$ ), de la température d'injection du lubrifiant (facteur  $G$ ) et variation de la rugosité (facteur  $S$ ). De ce plan d'expériences découle une loi permettant la prédiction du coefficient d'usure, explicitée dans l'équation 1.11 et retranscrite graphiquement dans la Figure 1.16. Cette loi est intimement liée aux expériences et aux conditions de fonctionnement associées et ne peut donc être utilisée dans un autre contexte.

$$\hat{k} = 3.981 * 10^{29} W^{1.219} G^{-7.377} S^{1.5879} \quad (1.11)$$

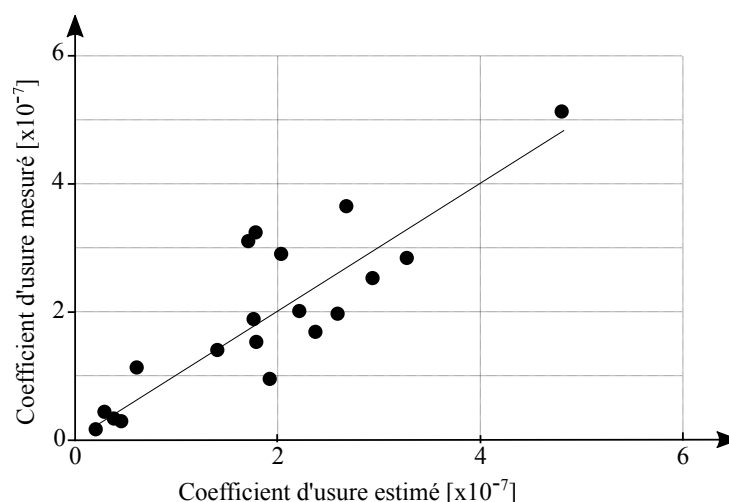


Figure 1.16 – Comparaison du coefficient d'usure mesuré à sa prédiction, issue de [44]

2. Ce travail de répertoriage a été effectué en 1994. Depuis 25 ans, ce nombre a probablement grandement évolué.

L'analyse des exposants des variables de cette équation fournit les informations suivantes :

- Influence de la vitesse de roulement adimensionnée  $U$  : d'après l'équation de prédiction 1.11, le coefficient d'usure n'est pas impacté par une augmentation de la vitesse de roulement, le facteur  $U$  n'étant pas présent dans cette même équation. Ceci est dû au fait que les expériences ont eu lieu dans le régime de lubrification limite où le film d'huile n'est pas suffisamment épais pour séparer les deux surfaces chargées : Janakiraman [44] estime en effet une épaisseur relative de film d'huile  $\lambda$  variant entre 0.10 et 0.25
- Influences des facteurs de la charge adimensionnée  $W$  et de l'état de surface  $S$  : une réduction de ces facteurs entraîne une baisse du coefficient d'usure.
- Influence de la viscosité  $G$  : très forte influence sur le coefficient d'usure prédit, l'exposant sur ce facteur dans l'équation 1.11 étant de -7.377.

Sur 19 expériences exploitables réalisées et retranscrites dans le Tableau 1.2, certaines présentent les mêmes paramètres d'entrée (trames grises du tableau). Dans ces cas, les rugosités composites (variable  $S$ ) mesurées après une période de rodage (équivalente pour tous les galets) varient : ainsi pour des mêmes durées et conditions de rodage, l'état de surface après rodage diffère et ce, avant même une quelconque mesure. De plus, certains résultats semblent aller à l'encontre d'autres essais :

- Si l'on compare les paramètres des expériences n°1 et n°2 dans le tableau 1.2, l'unique différence provient du paramètre  $S$ , paramètre relatif à la rugosité du matériau. Les résultats de ces deux expériences montrent alors qu'une augmentation du facteur de rugosité  $S$  entraîne une réduction du coefficient d'usure  $k$ .
- La même observation peut être faite entre les expériences n°7, n°8 et n°9 ou encore entre les expériences n°11 et n°12.

**Tableau 1.2** – Liste des essais réalisés avec un SRR fixé à 0.25 pour tous les tests. Tableau complété sur la base des résultats de Janakiraman [44]

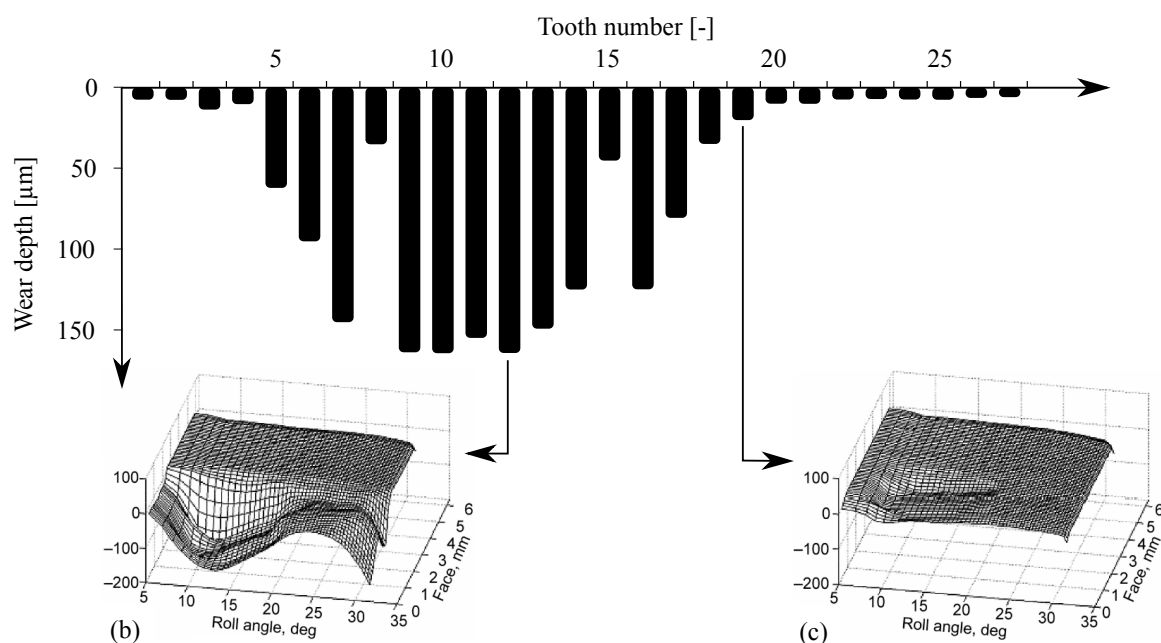
N°	W	U	G	S	k	Moyenne	Écart-type	Écart à la moyenne
1	4.91	2.21	2.80	4.74	8.30	8.02	0.40	+3.49%
2	4.91	2.21	2.80	5.70	7.74			-3.49%
3	5.56	2.21	2.80	4.97	8.80			
4	5.56	1.00	2.80	5.49	8.50			
5	7.44	1.00	2.80	4.74	10.90	11.65	1.06	-6.44%
6	7.44	1.00	2.80	5.08	12.40			+6.44%
7	5.56	0.34	2.80	4.52	4.10	5.70	1.44	-28.07%
8	5.56	0.34	2.80	4.33	6.90			+21.05%
9	5.56	0.34	2.80	3.74	6.10			+7.02%
10	7.44	0.34	2.80	3.76	12.60			
11	5.56	5.32	3.34	4.23	1.40	2.60	1.99	-46.15%
12	5.56	5.32	3.34	3.89	1.50			-42.31%
13	5.56	5.32	3.34	5.06	4.90			+88.46%
14	4.91	2.21	2.80	4.77	14.20	13.95	0.35	+1.79%
15	4.91	2.21	2.80	4.63	13.70			-1.79%
16	5.56	2.21	2.80	5.58	16.00			
17	7.74	2.21	2.80	6.45	22.50			
18	5.56	2.21	2.80	1.08	0.70			
19	7.44	2.21	2.80	1.03	1.90			

Ces résultats vont à l'encontre des idées reçues, des autres expériences de cette même étude et de l'équation prédictive 1.11 résultante de ces expériences : les galets les plus lisses (facteur  $S$  faible)

devraient présenter des coefficients d'usure plus faibles. D'autres expériences réalisées ne sont pas mentionnées dans le tableau, ayant engendrées du *pitting* ou n'ayant pas générées suffisamment d'usure pour être mesurées.

De même, Krantz associé à Kahraman [53] investiguent l'influence des caractéristiques des lubrifiants sur l'usure sur des engrenages cylindriques droits. Ces essais sont réalisés sur un banc *back-to-back*. Sur les 112 engrenages testés, les résultats obtenus montrent l'importance de la dispersion des résultats. Cette dispersion des résultats apparaît à différents niveaux :

**Pour les dents d'un même engrenage :** les analyses topographiques de toutes les dents usées d'un même engrenage ont montré d'importantes variations des profondeurs d'usure d'une dent à l'autre (Figure 1.17), allant de quelques  $\mu\text{m}$  pour la dent n°27 à  $160\ \mu\text{m}$  pour la dent n°12. Kahraman et Krantz soulignent que la majorité des engrenages testés ont une répartition d'usure par dent plus uniforme que la répartition sinusoïdale de la figure 1.17. Afin de s'affranchir de l'inspection de chaque dent, ils proposeront de moyenner l'usure de 4 dents équiréparties sur l'engrenage (dents 1, 8, 15 et 22).



**Figure 1.17** – Relevés d'inspection haute résolution 3D CMM [53]. Profondeurs maximales d'usure en fonction de la dent étudiée sur un même engrenage.

**Pour des conditions de fonctionnement similaires :** ici seul le type de lubrifiant est modifié.

La première observation est celle de l'influence du lubrifiant sur la profondeur moyenne d'usure (Figure 1.18). Ainsi, le lubrifiant G semble être très efficace pour minimiser l'usure pour cette application, contrairement aux lubrifiants A, B, C, D. La deuxième observation à faire – et la plus importante ici – est la grande dispersion des moyennes du coefficient d'usure pour un même lubrifiant. Cette dispersion a été étudiée par les auteurs et les résultats sont récapitulés dans le tableau 1.3. Dans ce dernier, l'écart-type équivaut à 65% de la valeur moyenne (lubrifiant E) et jusqu'à 182% pour le lubrifiant G.

Le coefficient d'usure est le paramètre le plus délicat à prendre en compte dans les formulations d'Archard. Sa variation est grande, en fonction des conditions de lubrification, des méthodes mises en place pour sa mesure et de la précision de cette dernière.



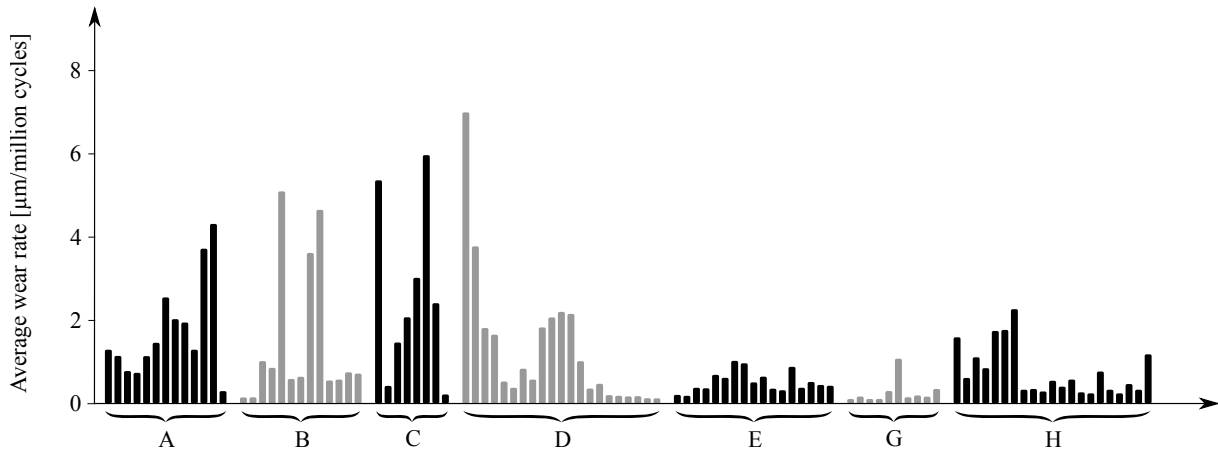


Figure 1.18 – Usures moyennes des engrenages pour des conditions de fonctionnement similaires [53]. Plusieurs lubrifiants (de A à H) ont été testés. Chaque configuration a été testée plusieurs fois.

Tableau 1.3 – Profondeurs et coefficients d'usure pour les différents lubrifiant testés, tableau issu de [53]

Lubrifiant	Nombre d'essais	Profondeur d'usure $h$ [ $\mu\text{m}$ ]		Coefficient d'usure $k$ [ $\mu\text{m}/(\text{cycles} \times 10^6)$ ]	
		Moyenne	Std	Moyenne	Std
A	13	66	19	1.7	1.2
B	13	73	55	1.4	1.8
C	8	79	62	2.6	2.2
D	20	49	38	1.2	1.6
E	17	55	30	0.46	0.3
G	18	8.1	13	0.11	0.2
H	23	66	70	0.61	0.6

### 2.3 Modèles d'usure appliqués aux engrenages

Une grande majorité des modèles d'usure rencontrés dans la bibliographie présente une méthodologie de calcul similaire à celle présentée dans la figure 1.19.

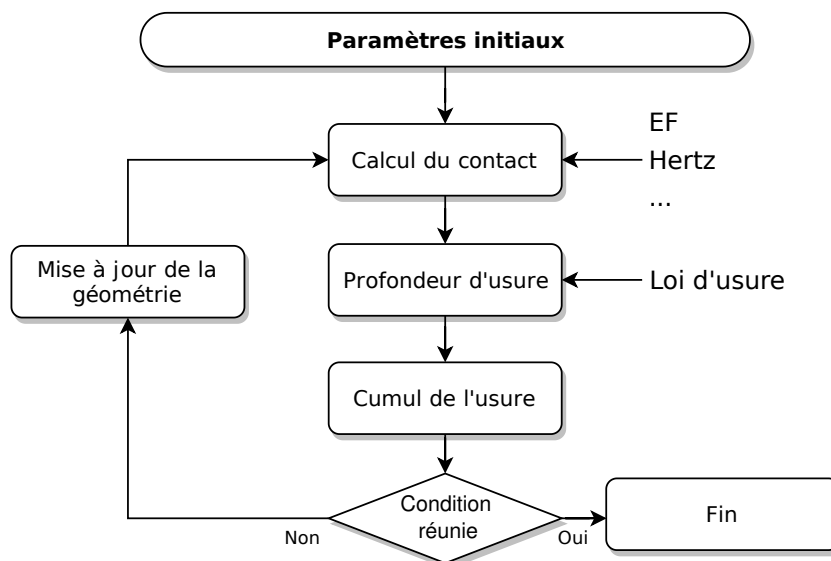


Figure 1.19 – Méthodologie de calcul de l'usure généralement appliqués dans les modèles (Source interne)



Une fois les conditions initiales fixées, en termes de conditions de fonctionnement, de macro-géométries et de micro-géométries des engrenages, le contact des deux surfaces est simulé. Ici, plusieurs associations de modèles sont mises en place, afin d'étudier la répartition des charges et les pressions de contact générées. Le calcul du contact effectué, la prise en compte de l'usure se fait par l'injection d'une loi d'usure, comprenant ou pas l'intégration d'un système de lubrification. Les modèles d'usure estiment la quantité de matière arrachée localement pour les conditions de fonctionnement choisies puis la retirent des surfaces en contact. La profondeur d'usure associée à une unique rotation étant négligeable, plusieurs rotations seront cumulées sur la base d'un calcul de contact. Lorsque la profondeur d'usure atteinte est significative, un nouveau calcul sera nécessaire pour mettre à jour la géométrie du contact et les conditions de fonctionnement, et ainsi assurer une convergence lente du processus d'usure. Dans les paragraphes suivants, plusieurs modèles d'usure de la bibliographie et leurs caractéristiques seront présentés.

La caractérisation de la quantité d'usure de deux surfaces, glissant l'une sur l'autre, nécessitent le calcul des pressions de contact à l'instant  $t$ , en prenant en considération les modifications topologiques des surfaces. Les approches FEM étant généralement lourdes en termes de temps de calculs, Pödra et Andersson [49] proposent de s'en affranchir en introduisant le calcul des pressions en contact à l'aide d'un modèle de fondation élastique, proposée par Johnson [54] (Figure 1.20). Pour des contacts de type cylindre-plaque et sphère-plaque, les résultats présentent une bonne concordance avec les résultats FEM. Via cette méthode, la résolution du problème est peu coûteuse en temps de calculs. Cependant, un tel modèle n'inclut pas la flexibilité de la sous-structure de la dent, de la jante et du voile. De ce fait, la simulation de l'usure sur ce type de modèle n'est pas envisageable dans le contexte d'engrenages aéronautiques.

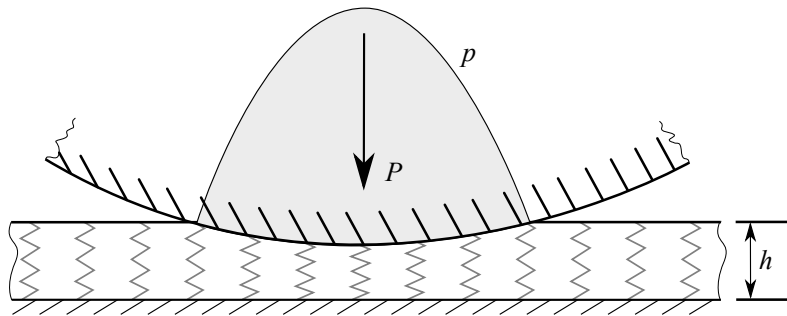


Figure 1.20 – Modèle de fondation élastique de Johnson [54]

Par la suite, Flodin et Andersson [55, 56] étudient l'usure sur un engrenage cylindrique hélicoïdal en quasi-statique. L'idée est de scinder la denture de l'engrenage hélicoïdal en multitude de tranches – similaires à des engrenages cylindriques droits – ayant le même axe de rotation mais un léger décalage angulaire correspondant à l'angle d'hélice initial comme le montre le schéma de principe de la Figure 1.21. Il est ainsi possible de calculer la profondeur d'usure  $h_p$  en chaque point  $p$  des surfaces des dentures. Contrairement à l'approche globale proposée par Archard, ici la quantité d'usure est calculée en chaque point du flanc de denture, sachant que chaque point présente des caractéristiques d'engrènement différentes, notamment en termes de vitesse de glissement et de pression de contact. A noter que le coefficient d'usure  $K$  d'Archard devient  $k$  dit coefficient d'usure local équivalent à  $k = K/H$ ,  $H$  étant la dureté du plus ductile des matériaux. Cette approche néglige cependant le couplage entre chaque tranche et ne sera donc a priori pas capable de prédire fidèlement le comportement d'une denture chargée de manière inhomogène.

$$\text{Pour Pödra et Andersson [49] : } h_p(s) = \int_0^s k P_W \cdot ds \quad (1.12a)$$

$$\text{Pour Flodin et Andersson [55] : } h_p(t) = \int_0^t k P_H \cdot v_p(t) \cdot dt \quad (1.12b)$$

avec :

- $h_p$  : Profondeur de matière arrachée au point  $p$  en m
- $k$  : Coefficient d'usure local en  $m^2/N$
- $P_W$  : Pression de contact par Winkler en  $N/m^2$
- $P_H$  : Pression de contact par Hertz en  $N/m^2$
- $v_p$  : Vitesse de glissement en m/s
- $t$  : Durée de glissement en s

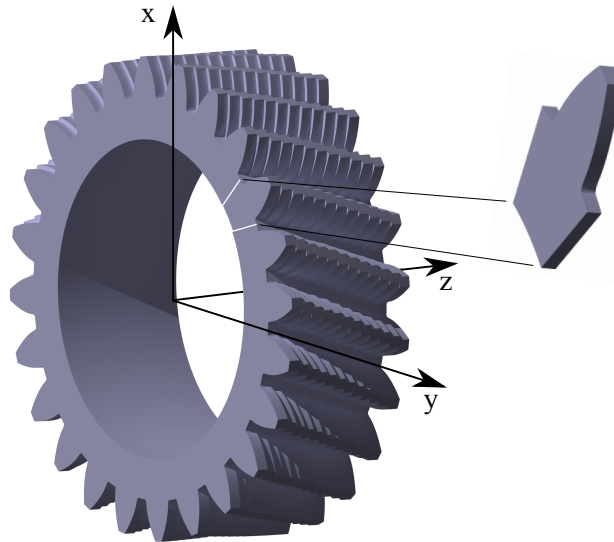


Figure 1.21 – Denture d'engrenage cylindrique hélicoïdal scindée en tranches d'engrenages droits [55]

Associé à Brauer [57], Andersson propose en 2003 un modèle d'usure mixte, mêlant un modèle EF (Éléments finis) à une approche analytique. Le modèle EF se compose d'un maillage grossier pour l'ensemble de la dent et un maillage dense dans les zones de contact potentielles. Les résultats éléments-finis fournissent les chargements aux nœuds de maillage, les pressions de contact étant obtenues via la théorie de Hertz (Figure 1.22).

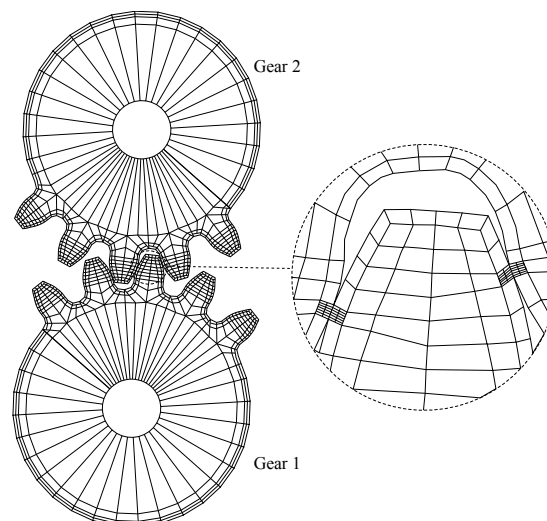


Figure 1.22 – Modèle EF de l'engrenage étudié. Affinement du maillage des zones de contacts sur les deux flancs de la denture [57]

Le choix de l'utilisation d'un modèle EF pour le calcul des charges est justifié par la complexité des contacts en jeu : les engrenages étudiés présentent ainsi deux zones de contact, l'une et l'autre sur

chaque flanc de denture. Une loi d'Archard dans sa version la plus simple est ensuite appliquée pour calculer l'usure en chaque point de la zone de contact. Comme évoqué précédemment, l'approche EF est une approche coûteuse en termes de temps de calcul : ici, le modèle est à adapter à chaque position cinématique afin d'ajuster la finesse du maillage dans la zone potentielle de contact.

Lu, Liu et Zhang [46] utiliseront plus tard un modèle d'usure en quasi-statique basé sur la loi d'Archard pour étudier l'influence des désalignements d'un engrenage hélicoïdal sur la quantité d'usure générée (Figure 1.23). Le coefficient d'usure  $k$  est issu de formulations empiriques ou de tests expérimentaux, la pression de contact et la distance glissée sont récupérées respectivement d'un modèle élément-finis et d'une analyse cinématique.

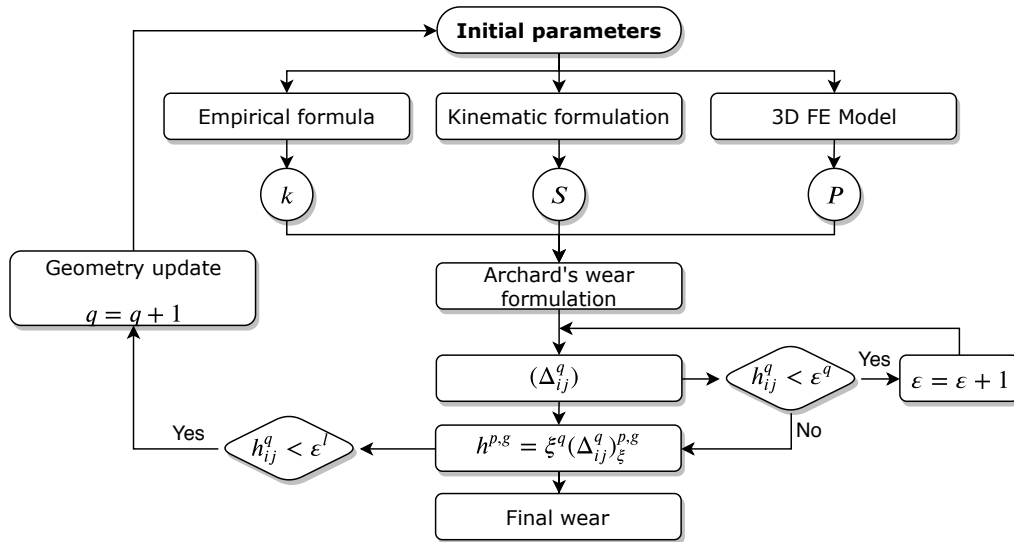


Figure 1.23 – Méthodologie de calcul de l'usure de Lu, Liu et Zhang [46]

Bajpai, Kahraman et Anderson étudient l'influence des corrections de denture appliquées à engrenage hélicoïdal sur l'usure abrasive. Le modèle utilisé est ici aussi celui d'Archard, combiné à une approche EF afin d'en extraire les pressions de contact instantanées aux positions cinématiques souhaitées [58].

De nombreux modèles se basent sur un modèle FE, généralement pour estimer les chargements appliqués dans les zones de contact lors de l'engrènement. En fonction du raffinement du maillage, les calculs peuvent aisément durer plusieurs dizaines de minutes. Aussi, ce modèle EF est à mettre à jour plusieurs dizaines de fois, dès lors que la profondeur d'usure devient trop importante. La mise en place d'un tel modèle dans le cadre industriel n'est pas envisageable.

## 2.4 Résultats des études sur engrenages, analyses théoriques, numériques et expérimentales

### 2.4.1 Approche théorique

L'usure est un phénomène intimement lié aux vitesses de glissement et au chargement appliqué, deux des principaux paramètres de l'équation d'Archard. La cinématique lors de l'engrènement génère des conditions de contact variables en fonction de la position le long de la ligne d'action, qu'il s'agisse du chargement, de la vitesse de glissement ou de la position de deux lignes d'arbres entre elles (désalignements), comme expliqué dans les paragraphes suivants :

#### Chargement

Lors de l'engrènement, la charge appliquée sur chaque dent évolue en fonction de la position angulaire de l'organe moteur. Pour un engrenage droit ayant un rapport de conduite compris entre 1 et 2, la charge normale double si celle-ci n'est portée que par une dent, sans considération de variation de rigidité (Figure 1.24). L'évolution de la longueur de contact étant plus douce pour les engrenages hélicoïdaux, le chargement et le déchargement est moins abrupt. Pour les modèles d'usure à sec, donc sans considération de la lubrification, les profondeurs d'usure seront donc directement impactées par cette notion de partage de charges.

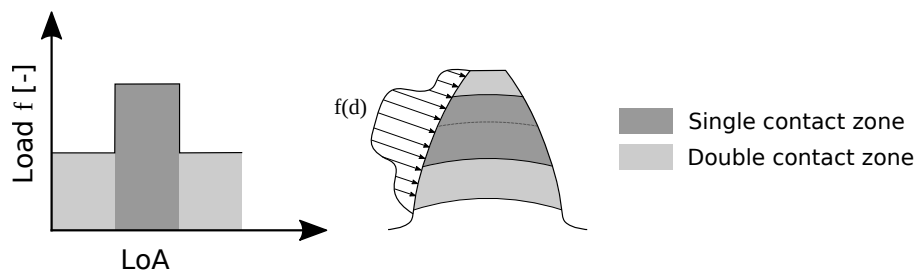


Figure 1.24 – Profil du chargement le long de la ligne d'action (gauche) et selon le diamètre de la dent (droite) sans considération de la lubrification ou de la variation de rigidité des dents

#### Vitesse et distance de glissement

Les vitesses de glissement et de roulement varient le long de la ligne d'action, le *slide-to-roll ratio* (SRR) évolue donc lui aussi (Figure 1.25). Ainsi :

**Au niveau du primitif :** dans cette zone, le glissement est minimal. De ce fait, aucune usure abrasive n'y est théoriquement à déplorer.

**Au-delà du primitif :** plus le point de contact est éloigné du primitif, plus le glissement est important. Un fort glissement couplé à une pression de contact élevée font des zones d'engrènement et de déengrènement des zones privilégiées pour l'usure.

En ce qui concerne les distances de glissement d'un point lors du contact, celles-ci sont calculées via l'équation d'Osman ci-dessous [17].

$$s_{p1} = 2 \cdot a_H \cdot \frac{|U_1 - U_2|}{U_1} \quad s_{p2} = 2 \cdot a_H \cdot \frac{|U_2 - U_1|}{U_2} \quad (1.13)$$

où :

$s_{p1,2}$  : Distance glissée dans le contact pour un point du pignon (1) et de la roue (2) en m

$a_H$  : Demi-largeur du contact en m

$U_{1,2}$  : Vitesses linéaires des points du pignon (1) et de la roue (2) dans le plan du contact en  $\text{m s}^{-1}$

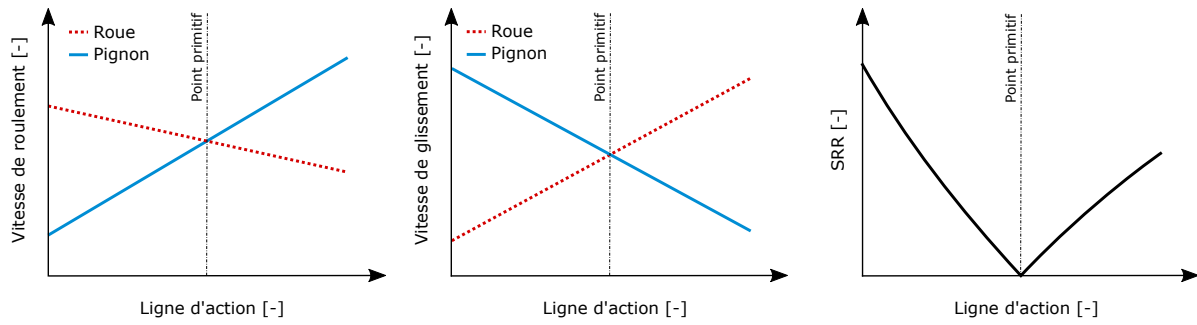


Figure 1.25 – Profil des vitesses le long de la ligne d'action : roulement (gauche), glissement (milieu) et SRR (droite)

Le principe appliqué pour le calcul de la distance de glissement est issu de la méthodologie du *Single Point Observation* de Flodin et Andersson [55], présentée dans la Figure 1.26. Dans ces figures, les points  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  représentent les positions de la zone de contact sur la ligne d'action pour les positions respectivement 1, 2 et 3.

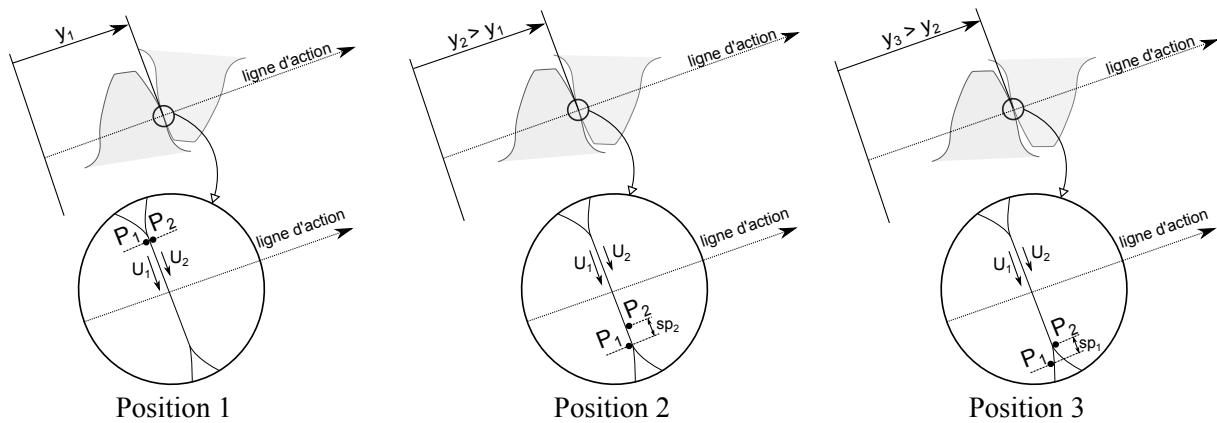


Figure 1.26 – Principe du *Single Point Observation*, retravaillé depuis [55]

### 2.4.2 Relevés expérimentaux

Tunalioglu et Tuç [36] étudient les profils d'usure pour des engrenages internes et proposent une comparaison avec les résultats expérimentaux effectués sur un banc d'endurance *back-to-back* (à cycle fermé) communément appelé machine FZG. L'engrenage étudié est taillé dans un acier St50 avec une dureté de 160 à 170 HB. Les nombres de dents sont de 17 pour le pignon et 75 pour la couronne dotée d'une denture intérieure. Les différentes simulations et essais ont été lancés suivant les conditions de fonctionnement du tableau 1.4.

Tableau 1.4 – Variations des conditions de fonctionnement pour les essais et les simulations [36]

	Valeurs
Vitesses de rotation [rpm]	1000 - 1500 - 2000
Couples moteur [Nm]	50 - 100 - 150

Une lubrification de type immersive est mise en place, avec une température de lubrifiant avoisinant les  $23 \pm 3^\circ\text{C}$ . Des aimants sont placés en fond de cuve pour limiter la dispersion des débris d'usure dans le lubrifiant. Le lubrifiant est changé à chaque étape d'usure, soit toutes les  $2.3 \times 10^4$  révolutions. Lors de ces changements de lubrifiant, les engrenages sont dégraissés et leur topographie 3D est relevée par

une machine CMM (pour *Coordinate Measuring Machine*). 50 points de mesure sont répartis sur le flanc de denture comme le montre la figure 1.27.

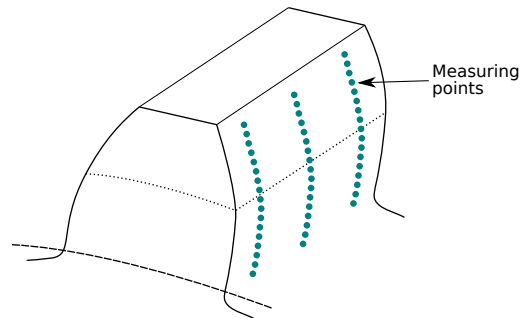


Figure 1.27 – Points de mesure répartis sur un flanc de denture pour les relevés CMM, adapté de [36]

Plusieurs observations sont alors faites sur la base de la figure 1.28 :

- Les usures maximales sont observées dans les zones de pied des dents,
- L'erreur relative entre les valeurs expérimentales et les simulations sont de l'ordre de 2 à 3%, avec une sous-estimation de l'usure dans les simulations,
- La discontinuité de l'usure due aux changements du nombre de dents en contact est moins marquée dans les relevés expérimentaux,
- Une élévation du couple moteur, donc de la charge transmise entraîne une augmentation de la valeur de la profondeur d'usure maximale.

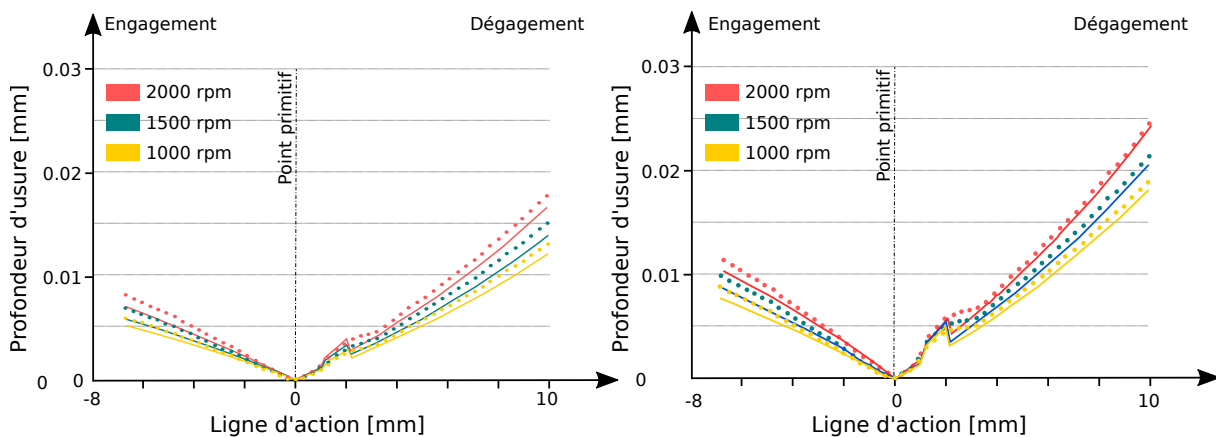


Figure 1.28 – Profondeur d'usure pour  $2.3 \times 10^5$  cycles pour un couple de 50 N m (gauche) et 100 N m (droite), adapté de [36]. Les résultats des simulations sont représentés par les traits pleins, ceux issus des mesures expérimentales par des points.

### 2.4.3 Études numériques

Dans leur article, Bajpai, Kahraman et Anderson ont étudié l'usure d'un engrenage hélicoïdal via leur modèle numérique d'usure [58]. Le rapport de l'engrenage étant supérieur à 1.0, le modèle doit adapter le nombre de rotations effectué lors d'un cycle d'usure pour la roue. Dans leur cas, le rapport de réduction vaut  $1/1.545$ , ce qui signifie que pour un cycle d'usure effectué sur le pignon, la roue subira 1.545 cycle d'usure. La mise à jour de la géométrie pour la prise en compte de l'usure est notée dans leur article  $\kappa$  et est effectuée tous les  $2.0 \mu\text{m}$ .

Les comportements observés suite à la simulation confirment plusieurs des précédentes intuitions. Au niveau du primitif (Figure 1.29) – *roll angle* de  $21^\circ$  – l'usure du pignon et de la roue est nulle. Comme expliqué auparavant, cela est dû au fait que les vitesses de glissement dans cette zone sont nulles. Les profondeurs maximales d'usure sont situées à l'engagement du pignon et de la roue et sont  $1.545 \times$

supérieures pour la roue que pour le pignon. Les usures maximales du pignon et de la roue sont observées sous leur primitif. Dans ce cas d'étude, le coefficient d'usure a été arbitrairement fixé. Les auteurs précisent que les figures 1.29 correspondent aux profondeurs d'usure du pignon et de la roue et donc, comme il s'agit d'un arrachement, à la déviation entre le profil théorique des dents et leurs profils usés. Il est aussi précisé que les pics d'usure observés sont probablement dus à des difficultés numériques, la gestion de la discontinuité des surfaces étant délicate dans ces zones. De plus, le pignon étant légèrement plus large que la roue, la roue voit l'intégralité de sa largeur soumise à l'avarie, contrairement au pignon. Finalement, selon la largeur des dents, la profondeur d'usure reste équivalente, aucune déviation ou inclinaison de l'engrenage n'ayant été introduite dans le modèle.

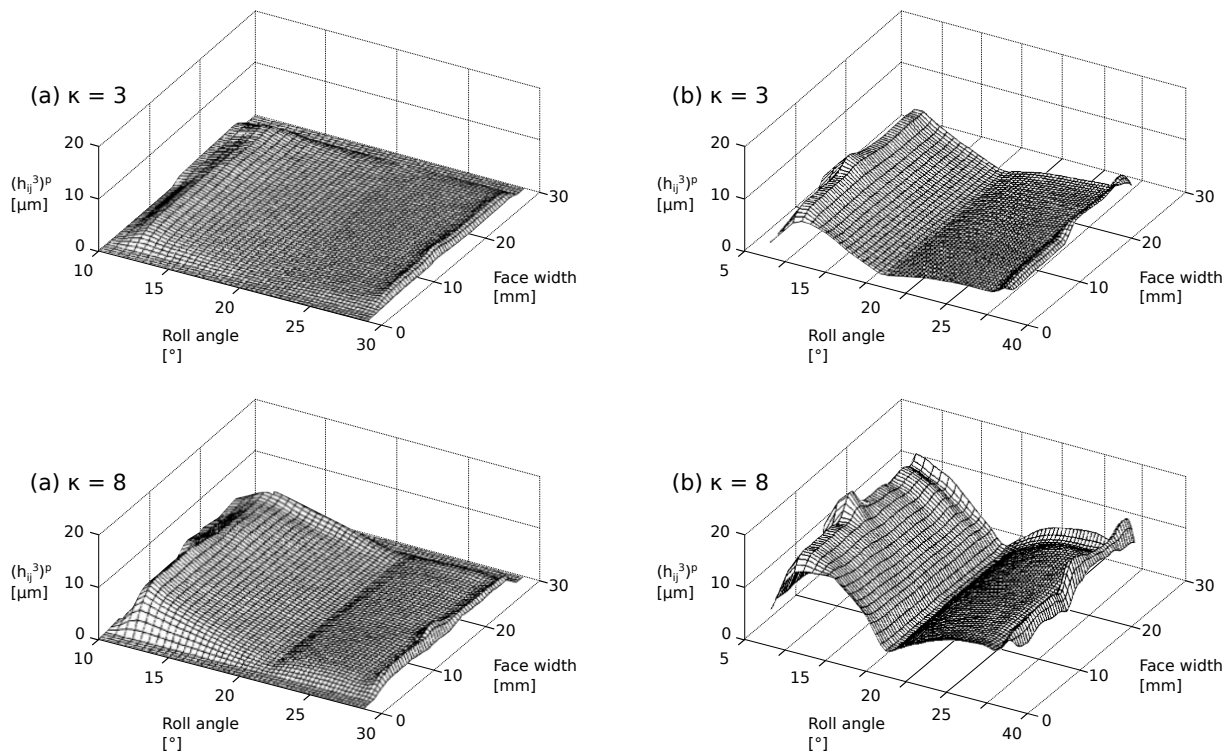


Figure 1.29 – Profondeurs d'usure pour les mises à jour de géométries  $\kappa=3$  et  $\kappa=8$  pour le pignon (a) et la roue (b) (hélicoïdaux), issues de [58]

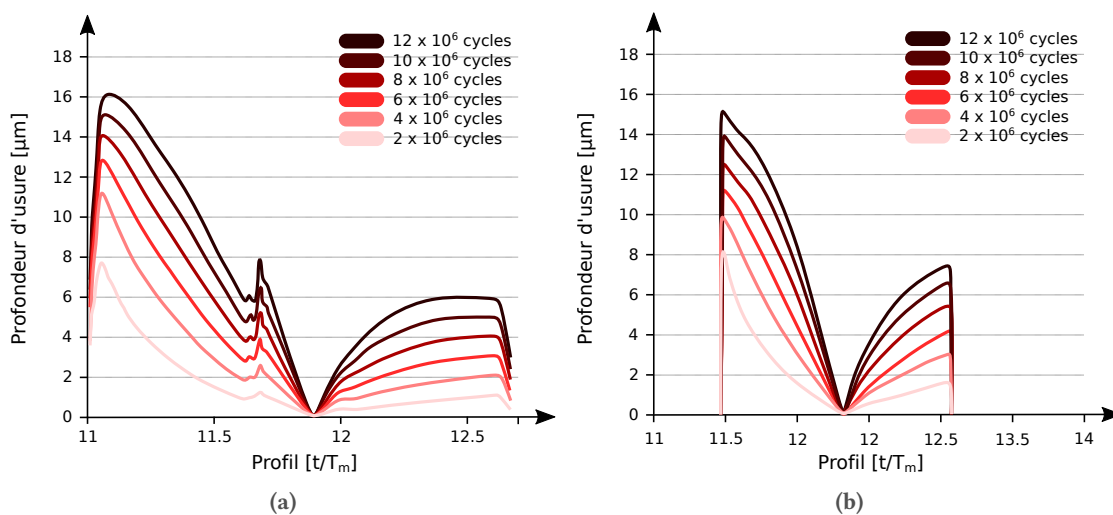


Figure 1.30 – Évolution de l'usure sur le flanc du pignon d'un engrenage (a) droit et (b) hélicoïdal [17]

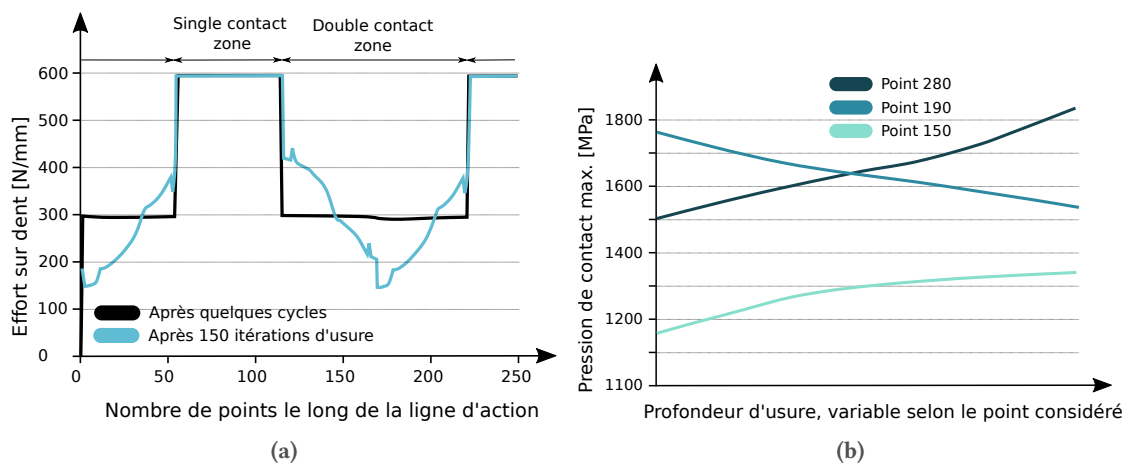
Des comportements similaires sont observés par Osman [17] sur des engrenages droits et hélicoï-



daux (Figure 1.30). En comparaison avec les résultats de simulation de Bajpai en figure 1.29, l'engrenage droit présente le long de sa ligne d'action plus de discontinuités de son profil d'usure. Ceci est dû au transfert de charge, l'entrée d'une dent dans le contact étant plus brusque sur un engrenage droit que sur un engrenage hélicoïdal<sup>3</sup>. En terme de profondeurs d'usure, les profondeurs atteintes sur les engrenages droits et hélicoïdaux sont proches, avoisinant les 16  $\mu\text{m}$  pour  $12 \times 10^6$  cycles endurés. Au cours des itérations, les discontinuités du profil d'usure à l'engagement s'amenuisent.

### Influence sur la charge

Au cours du processus d'usure, le partage des charges est modifié. Comme remarqué ci-dessus, les transitions d'une dent à deux dents pour un engrenage droit non-usé est brusque. La brutalité du changement du nombre de dents en charge est peu à peu atténuée au cours du processus d'usure. L'usure abrasive étant principalement générée dans les zones à fort glissement, c'est-à-dire au pied et en tête de dent, ce sont ces zones d'engagement et de déengagement qui seront principalement affectées par l'avarie (Figure 1.31). Osman obtiendra des résultats similaires dans sa thèse et complétera l'étude avec des engrenages hélicoïdaux [17]. Il apparaît alors évident que ces changements de chargement induisent des modifications des champs de pression sur le flanc des dentures comme le montre Flodin et Anderson [59] sur la figure 1.31(b). Ici, les trois points situés sur le flanc de denture ne voient pas évoluer leur pression locale de la même manière.



**Figure 1.31** – Impact de l'usure sur le partage de charge d'un engrenage droit (a) et sur les pressions de contact maximales en différents points du flanc de denture (b), adapté de [59]

Une usure trop importante entraînera une baisse des pressions de contact au niveau de l'engagement et du déengagement. Les pressions dans les zones centrales sont augmentées et d'autres phénomènes tel que le micro-pitting sont susceptibles d'apparaître dans ces zones proches du primitif.

### Influence sur l'Erreur de Transmission (ET)

L'usure modifie les surfaces et donc impacte inévitablement la conjugaison des profils. À vide, les dents usées du pignon et de la roue ne présenteront plus des profils conjugués : l'erreur de transmission à vide sera donc augmentée. Une élévation trop importante de l'erreur de transmission pourrait provoquer une excitation importante de la transmission.

L'erreur de transmission caractérise l'erreur de positionnement de la roue menée par rapport sa position théorique (Figure 1.32). Pour une position angulaire donnée du pignon menant, la position de

3. Ici, l'engrenage droit présente un rapport total de conduite inférieur à 2, l'engrenage hélicoïdal un rapport total de conduite supérieur à 2. D'autres observations auraient été faites pour des engrenages à haut rapport de conduite (HCR) ou des engrenages hélicoïdaux dotés de rapports de conduite inférieurs à 2.



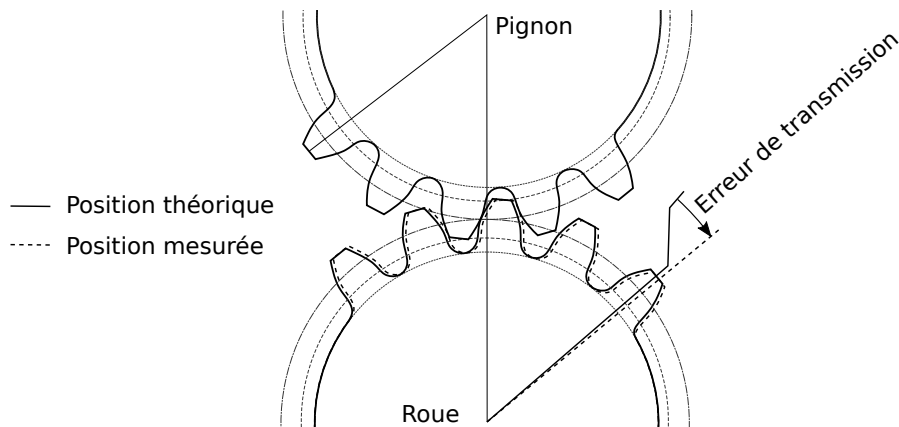


Figure 1.32 – Définition de l'erreur de transmission

la roue est exactement connue si les composants du système sont parfaitement taillés en développante de cercle, correctement montés, totalement rigides et indéformables. On peut distinguer :

**Erreur de transmission à vide** : pour un engrenage non chargé, l'erreur de transmission à vide (ou erreur cinématique) est impactée par les erreurs de pas, l'excentricité des engrenages, la qualité de la finition de la surface, les déformations thermiques, les corrections de dentures ainsi que par les erreurs de montage.

**Erreur de transmission sous charge** : à l'erreur de transmission à vide sont ajoutés les flexions des dents, les déformations des engrenages, des arbres, du bâti, ainsi que l'écrasement des surfaces en contact.

Ce comportement est constaté notamment par Osman [17] dans son analyse sur l'influence de l'usure sur l'erreur de transmission et le comportement dynamique des engrenages. Sur la figure 1.33, la moyenne du signal de l'ET augmente au cours du processus d'usure. Pour les domaines où la précision en positionnement d'un élément est requise, comme pour des bras de robot chirurgicaux par exemple, cette augmentation de la moyenne de l'erreur de transmission est problématique. De plus, cette erreur de transmission est souvent corrélée au niveau de bruit émis (transport terrestre) ou aux vibrations perçues de manière solidaire par les passagers (transport terrestre et aérien). Dans les applications aéronautiques, des erreurs de transmission élevées sont également de nature à exciter des modes de vibration susceptibles de conduire à des ruptures dynamiques et vibratoires.

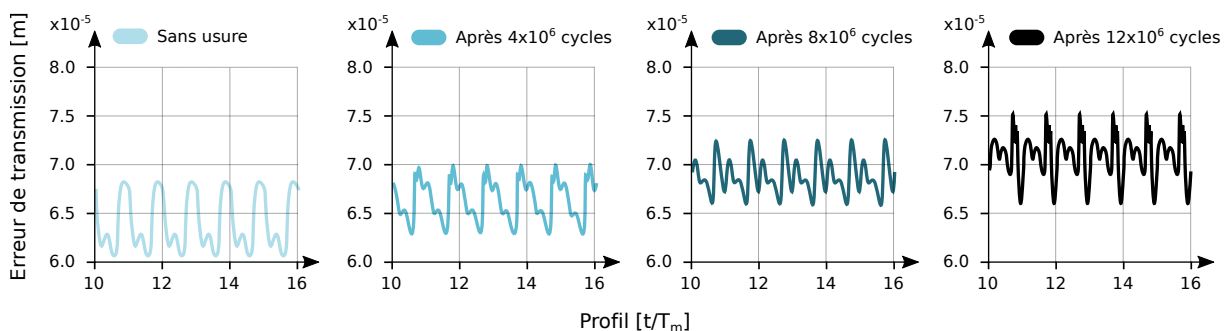


Figure 1.33 – Influence de l'usure sur l'erreur de transmission sous charge pour un engrenage droit, adaptée de [17]

### Désalignements d'engrenages

Lu, Liu et Zhang [46] ont étudié l'impact des désalignements sur la quantité d'usure générée. Deux désalignements de l'engrenage sont testés : l'inclinaison et la déviation (Figures 1.34.c et 1.34.d). Les

effets des désalignements sont inversés sur le pignon et la roue : pour un désalignement donné, l'usure augmente pour le pignon et est réduite pour la roue, comparé au cas sans désalignement (Figure 1.35). La seconde observation à faire est que l'inclinaison des engrenages a un impact moins important que leur déviation.

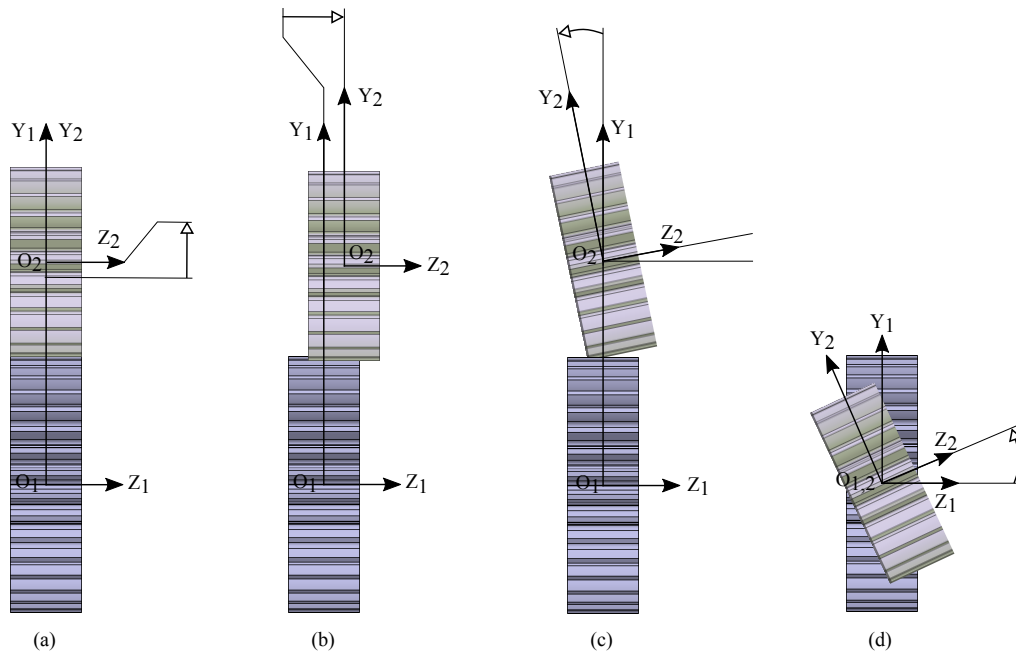


Figure 1.34 – Désalignements d'engrenage : décalage d'entraxe (a), décalage axial (b), inclinaison (c) et déviation (d)

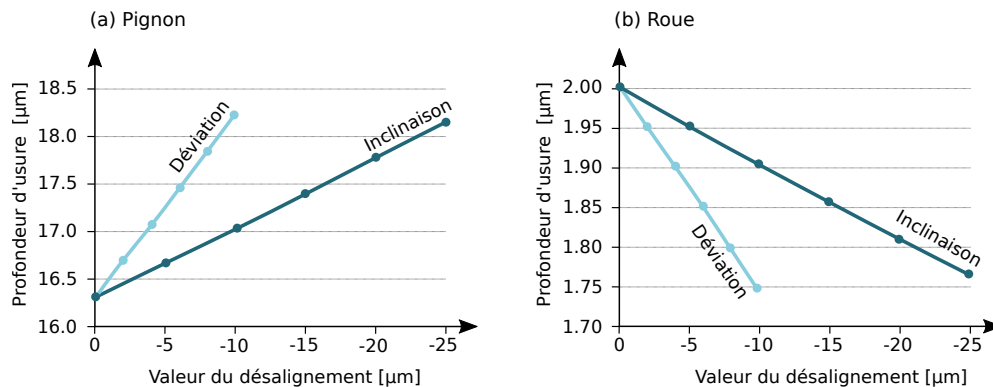
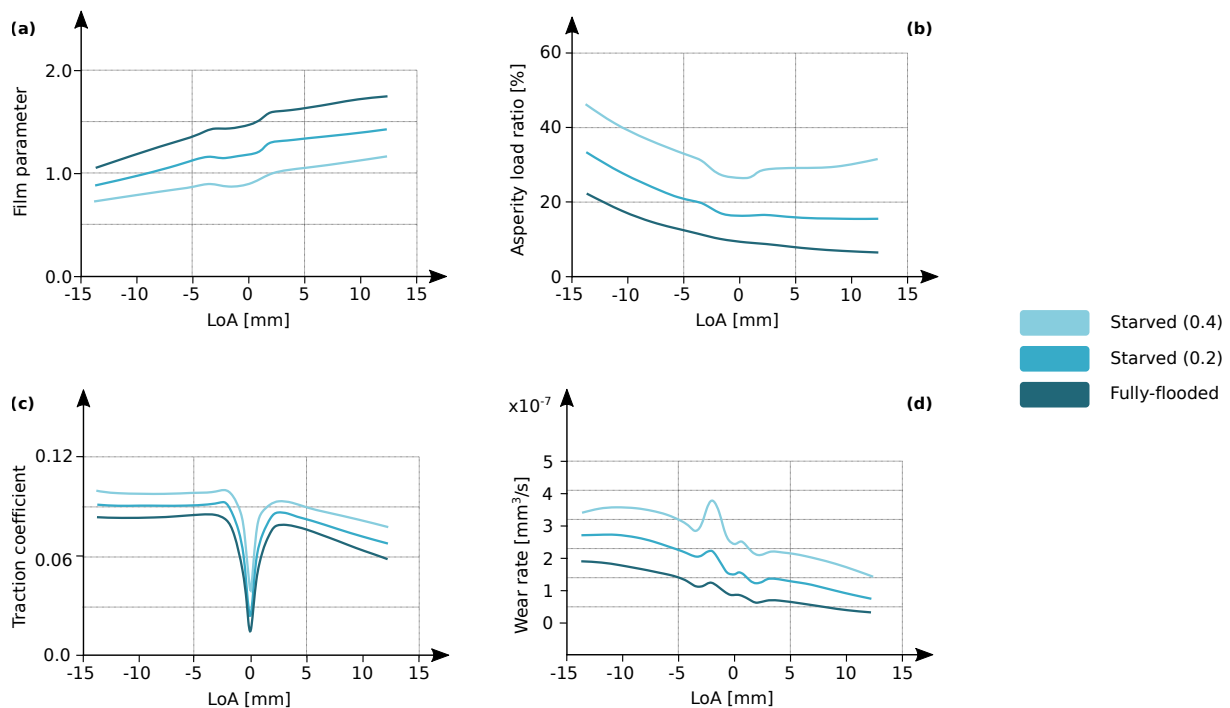


Figure 1.35 – Effet d'un désalignement (sens horaire) sur la profondeur d'usure maximale sur le pignon (a) et la roue (b)[46]

### Influence de la sous-lubrification

Grâce à leur modèle, Masjedi et Khonsari [60] proposent de caractériser le long de la ligne d'action plusieurs paramètres tels que l'épaisseur de film, le coefficient de traction (coefficient caractérisant les frottements internes des molécules du lubrifiant lors d'un écoulement sous pression) ou encore l'intensité d'usure pour des contacts sous-alimentés en lubrifiant. La sous-alimentation est caractérisée par son degré  $\xi$  défini dans l'équation 1.14. Un degré  $\xi$  de 100% signifie qu'aucune sous-alimentation n'est avérée : le débit massique de lubrifiant est suffisant pour générer un film de lubrifiant complet. Pour la suite, une sous-alimentation de 40% signifie que le débit massique de lubrifiant dans le contact a été réduit de ce même pourcentage, donc  $\xi = 0.4$ .

$$\xi = 1 - \frac{\dot{m}_{starved}}{\dot{m}_{fully-flooded}} \quad (1.14)$$

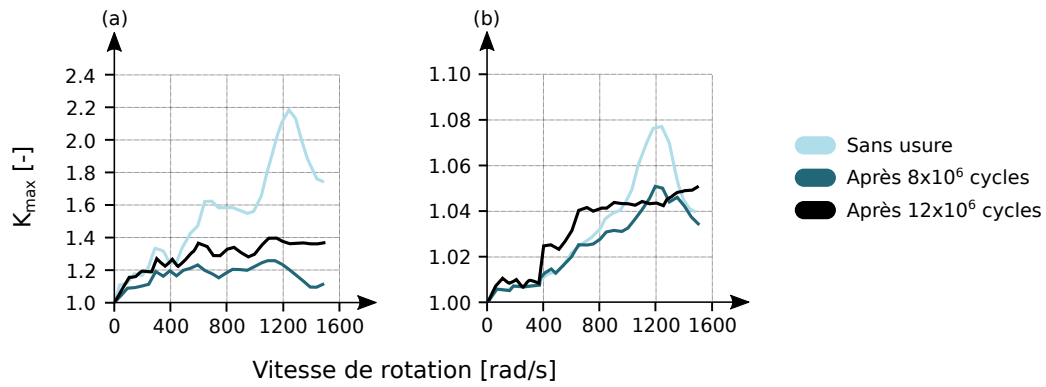


**Figure 1.36** – Effet d’une sous-alimentation du contact le long de la ligne d’action sur l’épaisseur spécifique de film (a), le ratio de charges des aspérités (b), le coefficient de traction (c) et le coefficient d’usure local (d), pour une rugosité de  $0.5 \mu\text{m}$  [60]

L’effet d’une sous-lubrification a un impact direct sur les profondeurs d’usure observées. Le film n’étant plus suffisamment alimenté pour se déployer totalement, l’aire du contact portée par les aspérités augmente entraînant la hausse du taux de traction et du coefficient d’usure local (Figure 1.36). Entre un film complet et un film sous-alimenté de 40%, le ratio de charge portée par les aspérités voit sa valeur minimale le long de la ligne d’action passer de 6% à plus de 31%. L’épaisseur spécifique de film  $\lambda$  est fortement impactée par la sous-lubrification. Avec un film complet,  $\lambda$  évolue le long de la ligne d’action dans l’intervalle [1.06-1.75] (Figure 1.36.a). Une baisse de 20% du débit d’huile dans le contact fait chuter cet intervalle à [0.73-1.44]. Les effets de la sous-alimentation sont encore plus impactant sur le coefficient d’usure local (Figure 1.36.d). Estimé à  $1.04 \times 10^{-7} \text{mm}^3/\text{s}$  pour un film complet, ce dernier grimpe à  $1.77 \times 10^{-7} \text{mm}^3/\text{s}$  puis  $2.68 \times 10^{-7} \text{mm}^3/\text{s}$  pour des sous-lubrifications de 20 à 40%, soient des augmentations respectives du coefficient d’usure de 70 et 158%.

### **Influence sur le comportement dynamique**

L’approche de l’influence de l’usure sur le comportement dynamique des engrenages a été étudiée par Osman [17]. L’analyse est faite en comparant le facteur  $K_{max}$ , ratio entre l’effort dynamique instantané maximal et la charge statique globale. Pour un engrenage droit (Figure 1.37.a), la surcharge dynamique y est très élevée et quasiment  $2.2\times$  supérieure à l’effort statique maximal. L’usure impacte ici positivement le comportement dynamique sur l’intégralité du domaine des vitesses et fait drastiquement chuter le coefficient de surcharge au niveau de la vitesse critique. L’engrenage hélicoïdal (Figure 1.37.b) présente quant à lui une surcharge dynamique moins élevée, l’impact de l’usure est moins évident à saisir. Pour la vitesse critique, l’usure a un impact positif, réduisant le  $K_{max}$  de 1.08 à 1.04. En amont et en aval de cette vitesse, l’usure a tendance à légèrement faire augmenter les excitations du système.



**Figure 1.37** – Influence du coefficient d'usure sur le facteur de surcharge dynamique  $K_{max}$  en fonction de la vitesse de rotation pour un engrenage droit (a) et hélicoïdal (b) [17]

## 2.5 Objectifs du module d'usure

---

De nombreux modèles de simulation de l'usure abrasive existent, et ce, depuis plusieurs années déjà. Une grande majorité de ces modèles basent leur fonctionnement sur une loi d'arrachement de matière proposée par Archard. Cette loi, simple d'application par son nombre restreint de données d'entrée, est idéale pour une mise en application rapide et une analyse globale du processus d'usure.

Cependant, dans une grande partie des modèles présentés, le calcul de chargement est issu d'un calcul EF. En fonction du raffinement imposé du maillage, les calculs des efforts denture sont relativement lourds. De plus, ces derniers sont à réitérer à chaque mise à jour de la géométrie. D'autres modèles plus rapides sont disponibles. Ces modèles, basés sur la raideur d'engrènement, sont capables d'estimer rapidement le comportement de l'engrenage. Néanmoins, bien que les arbres et les paliers soient modélisés, la géométrie des voiles minces n'est pas prise en compte. La flexibilité de ces derniers est importante et modifie fortement la distribution des pressions sur les flancs de dentures. La pression est l'un des paramètres-clés de la loi d'Archard. Il est primordial de considérer les déformations de la sous-structure de la denture afin de caractériser l'usure instantanée des flancs de dentures et d'estimer au mieux la quantité de matière arrachée.

De plus, un grand nombre des études ont été réalisées pour des conditions de fonctionnement fixées et constantes au cours des études. Or, les systèmes étudiés sont à même de présenter des profils de vols très variés, allant de la mise en route des turbines à des situations d'urgences, où la puissance maximale des engins est exigée.

Notre modèle d'usure fera partie des outils de conception des bureaux d'études de SAFRAN Helicopter Engines. Aussi, il devra être capable de simuler l'usure pour un engrenage doté d'une géométrie allégée : voile mince, incliné et percé. De plus, le processus d'usure ne pourra se contenter de simuler une unique condition de fonctionnement. Pour s'approcher au maximum des conditions sur banc d'essai, dans les phases de validation notamment, notre module d'usure devra offrir la possibilité de simuler plusieurs phases de vols, chacune d'entre elles dotée d'une multitude de conditions de fonctionnement. S'agissant d'un outil industriel, le modèle devra simuler le processus d'usure dans un temps acceptable. Pour ce faire, une méthode de cumul de cycles d'usure sera intégrée.

---

\*\*\*

L'usure dégrade le profil de denture et impacte inéluctablement le comportement sous charge de l'engrenage, notamment la répartition des charges et donc les pressions de contact mais aussi l'erreur de transmission. Ce processus d'arrachement de matière a lieu tout au long de la vie de l'engrenage et peut-être ralenti en optimisant notamment la micro-géométrie de l'engrenage. La section suivante introduit la notion de problèmes complexes et les algorithmes permettant de minimiser un ou plusieurs critères, telles que la pression de contact maximale, les fluctuations des signaux d'erreur de transmission ou encore l'usure.

---

## 3

## Introduction aux problèmes complexes

De manière générale, un problème d'optimisation est un système constitué d'un ensemble de variables, d'une fonction objectif et de contraintes. Les variables évoluent au sein d'un espace connu  $\mathbb{R}$  dont la dimension correspond au nombre de variables du problème. L'idée principale d'un problème d'optimisation est de chercher un ensemble de variables qui minimisera ou maximisera la fonction objectif  $f$ . Selon le type de problème, cette dernière est susceptible d'évoluer avec le temps : on parlera alors de problème d'optimisation dynamique. D'autres caractéristiques des problèmes d'optimisation seront décrites dans les paragraphes suivants.

## 3.1 Optimisation mono-objectif

L'optimisation d'un problème est la recherche d'un minimum (ou d'un maximum) d'une fonction associée à ce problème, la fonction objectif  $f^4$  (ou *fitness*) :

$$\min f(\mathbf{x}) \text{ avec } \mathbf{x} \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \quad (1.15)$$

avec :

- $f$  : Fonction coût, *fitness*
- $\mathbf{x}$  : Variable de décision
- $\mathcal{D}$  : Espace des solutions réalisables

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  est appelée variable de décision et appartient à l'espace des solutions  $\mathbb{R}^n$ , espace des réels de dimension  $n$ . Les solutions du domaine  $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ , domaine réalisable sont appelées points réalisables. Ce domaine est inclus dans le domaine de recherche mais est soumis à certaines contraintes. Minimiser la fonction objectif revient à trouver la solution minimale  $\mathbf{x}^*$  telle que :

$$\forall \mathbf{x} \in \mathcal{D} \quad f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x}) \quad (1.16)$$

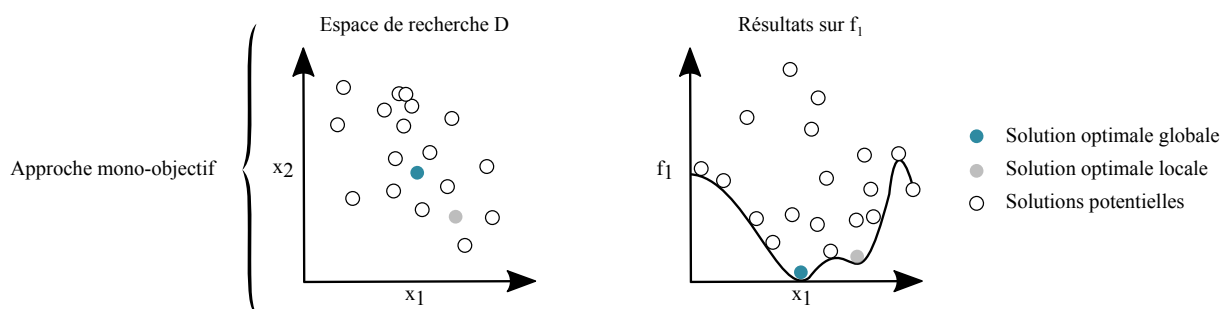


Figure 1.38 – Approche mono-objectif - Solutions représentées dans : espace de recherche  $\mathcal{R}^2$  (à gauche), espace des objectifs ( $k = 1$ ) (à droite)

Si cette solution  $\mathbf{x}^*$  n'est valable que sur un intervalle  $\mathcal{V}$  tel que  $\mathcal{V} \subset \mathcal{D}$ , la solution sera alors dite localement minimale (Figure 1.38). Le vocabulaire des méthodes d'optimisation est particulier. Ci-après sont introduites quelques notions nécessaires à la compréhension :

**Individu** : un individu  $p_i$  est une solution potentielle du problème dans l'espace de recherche  $\mathbb{R}^n$ . Selon le type d'algorithme, on parlera aussi de chromosomes, de séquences, de candidats ou de particules.

**Population** : l'ensemble des individus forme la population  $\mathcal{P}$  de taille  $N$  de la génération courante. Nous parlerons d'essai dans le cas d'un algorithme d'optimisation par essaim particulaire.

4. À noter qu'un problème de maximisation est un problème de minimisation dont la fonction objectif serait  $-f$ .

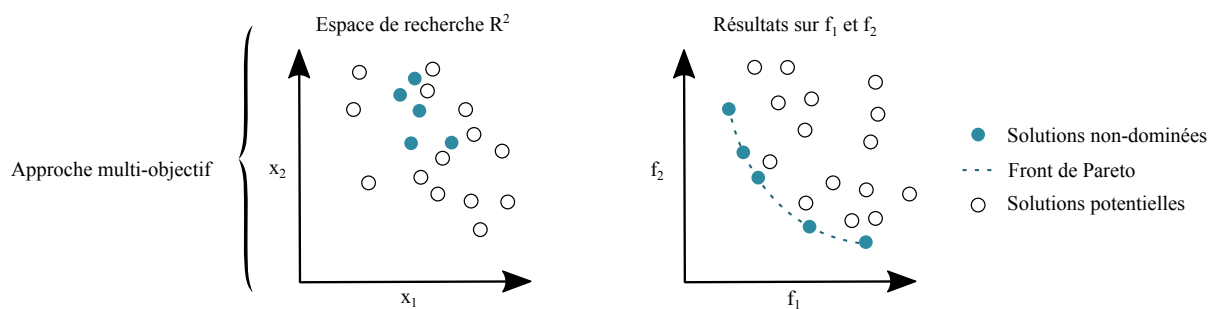
**Génération :** la modification de la population courante par une mise en mouvement, ou un croisement suivi d'une mutation de ses individus génère une nouvelle population. On parle alors d'une nouvelle génération de la population  $\mathcal{P}$ .

## 3.2 Optimisation multi-objectifs

Précédemment, la fonction objectif  $f$  était unique. Dans les systèmes complexes, on recherche généralement à trouver une solution permettant de minimiser plusieurs critères. On parle alors de problème d'optimisation multicritères ou d'approche multi-objectifs (Figure 1.39). Le système à résoudre est alors le suivant :

$$\min \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \min (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \text{ avec } \mathbf{x} \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{f}$  n'est plus une unique fonction objectif mais un vecteur regroupant  $k$  fonctions objectifs. La difficulté réside alors dans le fait que certains objectifs peuvent être contradictoires, c'est-à-dire que la minimisation d'un objectif pourrait entraîner une augmentation d'un autre objectif. L'algorithme d'optimisation se chargera via la définition de la fonction multi-objectifs  $\mathbf{f}^5$  de trouver un compromis acceptable entre ces différentes contradictions. Cette notion est représentée dans l'espace des objectifs de la Figure 1.39 : les meilleures solutions permettant la minimisation de la fonction  $f_1$  présentent des résultats médiocres sur la fonction  $f_2$ .



**Figure 1.39** – Approche multi-objectifs - Solutions représentées dans : espace de recherche  $\mathcal{R}^2$  (à gauche), espace des objectifs ( $k = 2$ ) (à droite)

### Dominance, solutions multiples et aide à la décision

Comme expliqué précédemment, les problèmes complexes génèrent souvent des objectifs contradictoires. Il est alors délicat d'améliorer un objectif sans en détériorer un autre. L'espace des objectifs est divisible en plusieurs secteurs représentatifs de la qualité de leurs solutions (Figure 1.40).

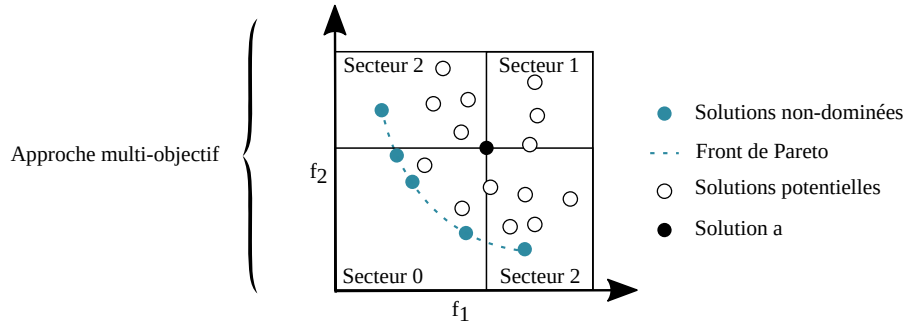
**Secteur 0 :** Tous les individus de ce secteur dominent la solution  $a$ .

**Secteur 1 :** L'intégralité des solutions de ce secteur est dominée par la solution  $a$ .

**Secteur 2 :** Il est impossible de dire si les solutions des deux secteurs 2 sont à préférer à la solution  $a$ . En effet, chaque solution de ce secteur présente une performance meilleure ou équivalente à celle de la solution  $a$  sur l'un des objectifs mais pas sur l'autre. Les solutions qui ne sont pas dominées sont situées sur un front, communément appelé front de Pareto.

Il n'existe pas une unique solution à un problème multi-objectifs, mais un ensemble de solutions situées sur le front de Pareto.

5. Nous noterons par la suite  $\mathbf{f}$  le vecteur des  $k$  fonctions objectif et nous admettrons la simplification d'appellation fonction objectif  $f$ .



**Figure 1.40** – Différents espaces de domination de la solution  $a$ , pour une approche multi-objectifs avec  $k = 2$ , inspiré de Francisci [61]

### Définition de la fonction objectif et du *fitness* $f$

L'approche la plus simpliste pour associer les  $k$  fonctions objectifs dans une seule et même fonction objectif  $f$  est d'associer chacune des  $k$  fonctions objectifs à un coefficient de pondération puis de les sommer. Cette approche, dite « naïve », revient à créer un problème mono-objectif.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_i^k w_i \cdot f_i(\mathbf{x}) \quad \text{avec } w_i \geq 0 \quad (1.18)$$

Le choix des coefficients de pondération constitutifs du vecteur  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_k)$  permet d'appuyer l'importance d'un ou de plusieurs objectifs en particulier. Ce vecteur peut être normalisé via la relation suivante :

$$\sum_i^k w_i = 1 \quad (1.19)$$

Le *fitness*  $f_i(\mathbf{x})$  d'un individu sur la fonction  $i$  est représentatif de sa qualité et évolue entre 0 et 1. Plus une solution se rapproche du minimal global de la fonction objectif  $f$ , plus le *fitness* de cet individu tendra vers 0. Le *fitness*  $f_i$  d'un individu est calculé en fonction des notes obtenues  $n_i$  par ce dernier sur chacune des  $k$  fonctions objectifs via l'équation suivante :

$$f_i(\mathbf{x}) = \frac{n_i(\mathbf{x}) - n_{i,max}}{n_{i,min} - n_{i,max}} \quad (1.20)$$

avec :

- $n_i(\mathbf{x})$  : Note de l'individu en question sur la fonction objective  $i$
- $n_{i,min}$  : Note minimale de la population sur la fonction objective  $i$
- $n_{i,max}$  : Note maximale de la population sur la fonction objective  $i$

### Exploration et exploitation

Les concepts d'exploration et d'exploitation sont liés et sont un dilemme dans l'optimisation méta-heuristique. Il s'agit de trouver un bon compromis entre ces deux notions. L'exploration reflète la capacité de l'algorithme à explorer chaque zone de son espace de recherche. L'exploitation évoque la faculté de l'algorithme d'affiner les positions des individus localisés dans une zone prometteuse afin d'atteindre l'optimum global. Un algorithme ayant tendance à sur-explorer son espace aura un comportement proche d'une recherche purement aléatoire (Figure 1.41a). A contrario, si l'exploitation est trop intense, la diversité au sein de la population n'est plus garantie et le risque de convergence prématurée



est augmenté (Figure 1.41b). Il s'agit alors de trouver un bon compromis entre exploration et exploitation. Ces deux notions sont étudiées en détails par Bercachi dans ses travaux de thèse [62].

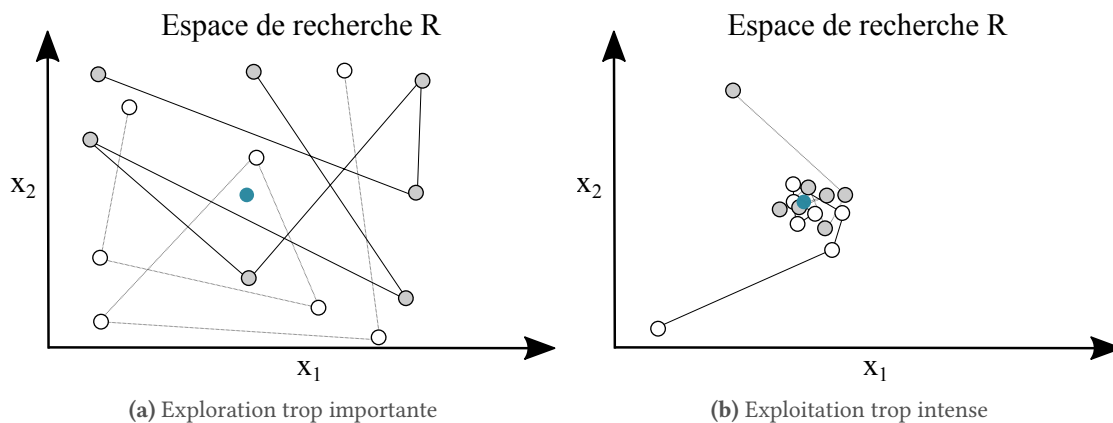


Figure 1.41 – Concept d'exploration et d'exploitation : suivi de deux individus évoluant dans l'espace de recherche

### Critères d'arrêt

Plusieurs critères commandent l'arrêt des algorithmes d'optimisation. Parmi ceux-ci, nous pouvons citer les critères *statiques*, généralement fixés par l'utilisateur : temps de calculs, nombre de générations ou de calculs maximal. Les critères *dynamiques* sont directement associés à la qualité de la solution optimale trouvée. Si la solution optimale n'évolue plus sur un nombre de générations donné, l'algorithme s'arrête. En effet, la population tend à devenir statique et sa dispersion devient minimale. Ces critères d'arrêt peuvent être cumulés via l'utilisation d'un OU inclusif.

## 3.3 Algorithmes d'optimisation

De très nombreux algorithmes d'optimisation s'inspirent des lois et des principes de la Nature. Dans leur article [63], Fister et al. recensent et classent différentes méthodes méta-heuristiques en quatre catégories :

- Basée sur des essaims : *bee colony optimization, ant colony optimization, bacterial foraging, firefly algorithm, virtual bees, wolf search, ...*
- Basée sur la biologie : *dolphin echolocation, great salmon run, flower pollination algorithm, ...*
- Basée sur des lois physiques et/ou chimiques : *black hole, central force optimization, gravitational search, charged system search, ...*
- Autres : *differential search algorithm, league championship algorithm, artificial cooperative search, ...*

Chaque algorithme présente ses propres avantages, en termes de vitesse de convergence, de nombre de calculs nécessaires, de rapidité de mise en place, de qualité des résultats, d'exploration et d'exploitation. Les paragraphes suivants détaillent quelques-uns des algorithmes les plus couramment utilisés.

### 3.3.1 Algorithme génétique (AG)

Les algorithmes génétiques (AG) sont fondés sur les principes de la sélection naturelle et de l'évolution proposée par Darwin en 1859 dans son livre intitulé *On the origin of species* [64]. Cette théorie sera implémentée en tant que méthode de résolution par John Holland en 1975 [65].

Le processus des algorithmes génétiques s'inspire de processus naturels parmi lesquels la sélection naturelle, l'hérédité ou de la mutation (Algorithme 1.1). Une population initiale d'individus est dispersée aléatoirement dans l'espace de recherche du problème d'optimisation. Les performances de chaque

individu de la population sont évaluées. Le processus de reproduction génère via des opérateurs de sélection, de croisement et de mutation, une nouvelle génération. Ces opérateurs, inspirés des opérateurs évolutionnistes, autorisent alors la reproduction, la survie des individus les plus aptes à survivre dans leur environnement. La population évolue ainsi jusqu'à l'obtention d'une solution jugée satisfaisante.

---

**Algorithme 1.1** Pseudo-code de l'algorithme génétique
 

---

```

Création de la population initiale
Décodage des chromosomes
Évaluation de la population
while  $i < i_{max}$  do
  Sélection des individus selon la méthode choisie
  Croisement des individus sélectionnés
  Mutation
  Décodage des chromosomes
end while
  
```

---

Les individus se différencient par leurs chromosomes. Les chromosomes (en blanc dans la Figure 1.42) regroupent les variables de décision propres à chaque individu.

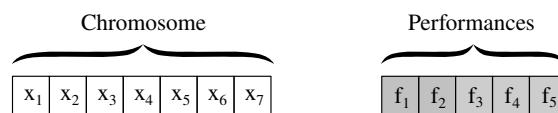


Figure 1.42 – Codage du chromosome d'un individu (7 variables de décision) et performances sur 5 objectifs

### Opérateur de sélection

Cet opérateur confronte les individus afin de sélectionner les parents plus prédisposés à générer des enfants les plus performants. Plusieurs méthodes de sélection existent, parmi lesquelles :

**Sélection élitiste** : seuls les meilleurs individus du point de vue de leur performance sont autorisés à survivre et à se reproduire. Cette approche déterministe supprime inéluctablement les individus les plus faibles de la population  $\mathcal{P}$ .

**Roulette biaisée** : tous les individus, qu'ils soient faibles ou forts sont susceptibles d'être sélectionnés. Néanmoins, la probabilité d'être sélectionné dépend de la performance des individus. Les meilleurs individus auront évidemment plus de chances d'être tirés au sort, mais les individus les plus faibles pourront tout de même participer à l'évolution de la population  $\mathcal{P}$  (Figure 1.43).

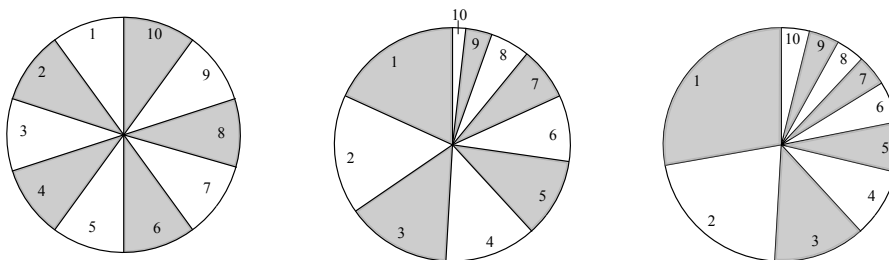


Figure 1.43 – Roulette de sélection biaisée pour 10 individus : uniforme (à gauche), selon le rang (au milieu), selon la performance (à droite). Les numéros affichés dans chaque secteur correspondent au rang de chaque individu, inspiré de Vanaret [66]

**Sélection par tournoi** : se base uniquement sur les comparaisons de performance entre les individus. Pour chaque membre à sélectionner, une liste de  $n$  individus tirés uniformément dans la population  $\mathcal{P}$ . Le plus performant de ces individus est défini comme vainqueur du tournoi et sera sélectionné.

Une fois les couples d'individus formés par l'opérateur de sélection, ces derniers subissent un croisement.

### Opérateur de croisement

Le croisement traduit le transfert des informations des chromosomes parents aux enfants. Le point de croisement des chromosomes est fixé aléatoirement pour chaque couple (Figure 1.44).

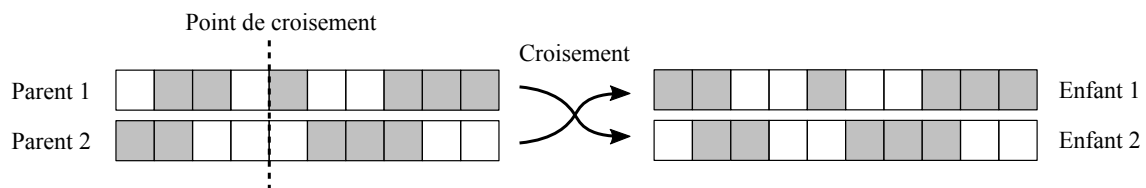


Figure 1.44 – Méthodologie de croisement binaire de deux parents autour du point de croisement, inspiré de Vanaret [66]

### Opérateur de mutation

L'opérateur de mutation opère de manière aléatoire. Une probabilité de mutation, généralement très faible, est fixée. Pour chaque chromosome, et chaque bit (ou case) de ce dernier, un tirage aléatoire est effectué dans l'intervalle  $[0,1]$ . Si ce tir est inférieur à la valeur de la probabilité de mutation, le bit de ce chromosome est inversé (Figure 1.45).

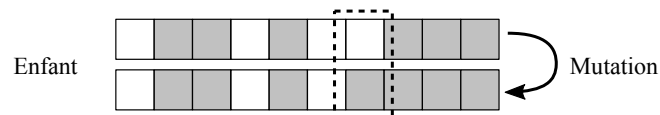


Figure 1.45 – Mutation d'un individu en codage binaire, inspiré de Vanaret [66]

Ce type d'algorithme est très souvent employé dans le domaine des transmissions de puissance, dans sa version classique ou dans des versions plus évoluées de type NSGA-II [67-72]. D'après Roeva, Fidanova et Paprzycki, la population requise pour une optimisation simple objectif requiert un minimum de 20 chromosomes. Un comportement optimal de l'algorithme est obtenu pour des populations relativement larges, à plus de 100 individus [73]. Dans le contexte numérique de cette thèse et compte tenu des temps de calcul nécessaires à l'estimation de la répartition des charges, cet algorithme semble trop exigeant en termes de taille de population.

## 3.3.2 Algorithme des colonies de fourmis

Les premiers algorithmes utilisant des colonies de fourmis semblent avoir été mis en place en 1991, par Dorigo, Birattari et Stützle [74]. Le principe de cet algorithme s'inspire directement de l'observation de ce type de population, de leur communication lors de la recherche de sources de nourriture. Une fourmi prise individuellement possède des capacités cognitives restreintes. Cependant, alliée à un grand nombre d'individus, une fourmi est capable d'explorer efficacement l'espace afin d'atteindre rapidement une source de nourriture (Figure 1.46).

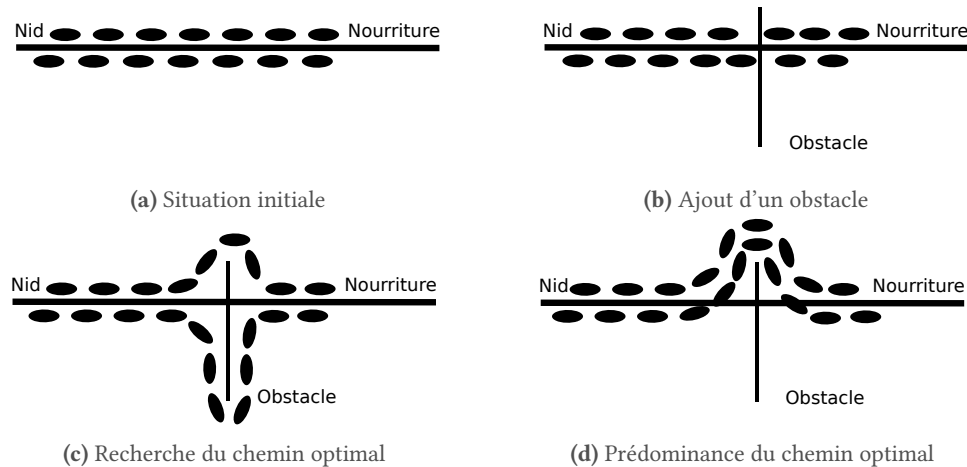


Figure 1.46 – Principe de recherche du chemin le plus court par l'algorithme des fourmis [75]

- Des fourmis dites éclaireuses explorent chaotiquement l'espace à la recherche d'une source de nourriture.
- Si l'une de ces fourmis trouve une source de nourriture prometteuse, elle rejoindra son nid le plus directement possible pour avertir la colonie. Des phéromones seront déposées le long de son chemin.
- Les phéromones étant attractives, les fourmis à la recherche de nourriture ont tendance à suivre la piste de phéromones initiale. Plus le nombre de fourmis parcourant ce chemin est élevé, plus la quantité de phéromones déposée y est importante. Le chemin le plus court sera alors l'itinéraire le plus attractif.
- Les phéromones étant volatiles, ces dernières se dispersent au cours du temps. Ainsi, les chemins les plus coûteux en temps seront peu à peu effacés.

Il est intéressant de noter que les fourmis ne communiquent pas entre elles mais avec leur environnement qu'elles utilisent comme support d'information, par le biais des phéromones. Ce concept est appelé la stigmergie. Cet algorithme a été utilisé pour la résolution du problème du voyageur solitaire, devant passer de ville en ville sans jamais repasser par le même lieu et ce, le plus rapidement possible. Il est aussi utilisé dans certaines applications modernes telles que le routage des informations sur les réseaux informatiques ou la recherche de l'itinéraire le plus rapide sur les réseaux routiers.

### 3.3.3 Gravitational Search Algorithm (GSA)

Les algorithmes de recherche de type GSA se basent sur les lois de la gravité où les solutions sont considérées comme des objets dont la masse évolue en fonction de leur performance [76, 77]. Tous les objets sont interconnectés par les forces d'attractions. Ces forces lient chaque objet les uns aux autres et sont fonction principalement de la masse et des distances entre les deux objets considérés. Ainsi, les objets ayant les meilleures performances, et donc une masse plus importante, auront tendance à attirer dans leur champ gravitationnel les objets les plus proches et légers. Chaque solution a un impact proportionnel à sa masse sur toutes les autres.

### 3.3.4 Charged System Search (CSS)

CSS base les interactions entre les individus sur les lois de la physique interatomique. Chaque particule influence les autres à la hauteur de leur *fitness* et de leur distance, cela basé sur les lois d'attraction de Coulomb [78, 79].

$$\mathbf{F}_j = \sum \left( \frac{q_i}{a^3} \cdot r_{ij} i_1 + \frac{q_i}{r_{ij}^2} \cdot i_2 \right) \cdot p_{ij} (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j) \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, N \\ i_1 = 1, \quad i_2 = 0 \Leftrightarrow r_{ij} < a \\ i_1 = 0, \quad i_2 = 1 \Leftrightarrow r_{ij} \geq a \end{cases} \quad (1.21)$$

avec :

- $\mathbf{F}_j$  : Force d'attraction résultante sur l'individu  $j$
- $q_i$  : Charge de l'individu  $i$
- $r_{ij}$  : Distance de séparation des individus  $i$  et  $j$
- $a$  : Rayon de répulsion
- $p_{ij}$  : Fonction de probabilité d'attraction entre les individus  $i$  et  $j$
- $\mathbf{X}_{i,j}$  : Variables de décision des individus  $i$  et  $j$

Ces algorithmes sont présentés ici comme indépendants. Il est cependant tout à fait possible d'utiliser plusieurs d'entre eux à différents niveaux de la résolution des problèmes d'optimisation, c'est ce que l'on appelle l'hybridation. Ainsi, une infinité de combinaisons d'algorithmes est envisageable, autorisant de tirer une force de chacun d'entre eux.

### 3.3.5 Particule Swarm Optimization (PSO)

L'optimisation par essaim particulaire est le fruit du travail d'Eberhard et Kennedy [80] : l'objectif était de simuler le comportement collectif d'une nuée d'oiseaux ou d'un banc de poissons et de comprendre comment, sans leader proclamé, les individus de l'essaim pouvaient se mouvoir avec une telle dextérité. L'algorithme débute par une initialisation aléatoire des individus de la population dans l'espace de recherche. Chaque individu est ensuite évolué afin d'obtenir son fitness. Cette étape permet de définir quel individu présente la meilleure qualité (fitness minimum). Suite à cette évaluation, les individus sont mis en mouvement puis à nouveau évalués. Ces processus de notation et de mouvement sont effectués tant que le critère de convergence n'est pas atteint. L'organisation de l'algorithme est présenté dans l'organigramme 1.2.

Les règles régissant ces mouvements collectifs sont relativement simples. L'essaim initial  $\mathcal{P}$  se compose de particules présentant chacune une position aléatoire dans l'espace de recherche et une vitesse initiale. Les performances de chaque particule sont alors évaluées. Le déplacement de chaque particule est ensuite calculé en fonction de :

**Composante physique** : la particule tend à suivre sa trajectoire actuelle.

**Composante sociale** : la particule est guidée vers la position de la particule ayant le meilleur indice de performance.

**Composante cognitive** : la particule tente de retrouver le chemin de sa meilleure position conservée en mémoire.

#### Mouvement

Ces composantes permettent de calculer la vitesse  $\mathbf{v}_i(t)$  et la position  $\mathbf{x}_i(t)$  d'un individu  $i$  à un instant  $t$ . Ainsi, pour un individu  $i$  de la population  $\mathcal{P}$  :

$$\mathbf{v}_i(t) = w \cdot \mathbf{v}_i(t-1) + r_1 \cdot [\mathbf{p}_i(t-1) - \mathbf{x}_i(t-1)] + r_2 \cdot [\mathbf{g}(t-1) - \mathbf{x}_i(t-1)] \quad (1.22)$$

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_i(t-1) + \mathbf{v}_i(t) \quad (1.23)$$

Le paramètre  $\mathbf{p}_i(t)$  correspond à la meilleure position gardée en mémoire de l'individu  $i$  à l'instant  $t$  et  $\mathbf{g}(t)$  la meilleure position globale de l'ensemble de l'essaim à ce même instant.  $r_1$  et  $r_2$  sont des nombres

**Algorithme 1.2** Pseudo-code de l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire

---

```

Création de la population initiale  $\mathcal{P}$ 
Évaluation de la population  $\mathcal{P}$ 
while  $i < i_{max}$  do
  for  $cID = 1$  to  $N$  do
    Mises à jour des vitesses et des positions de l'individu
    Mise à jour de la meilleure position de l'individu
  end for
  Mise à jour de la meilleure position de l'essaim  $\mathcal{P}$ 
  Évaluation de la population  $\mathcal{P}$ 
end while

```

---

aléatoires appartenant à  $[0,1]$  et tirés aléatoirement de manière uniforme. L'inertie des particules est introduite via le paramètre  $w$ . Ces équations 1.22 et 1.23 sont retranscrites graphiquement dans la Figure 1.47 pour la variable de design  $j$  de l'individu  $i$ .

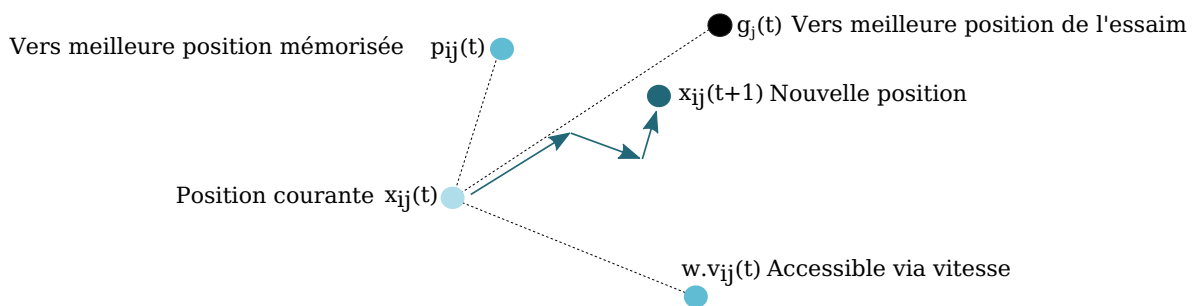


Figure 1.47 – Vecteur du mouvement d'un individu  $i$  sur la dimension  $j$  de l'espace de recherche

L'introduction de facteurs de pondération sur les composantes cognitives et sociales autorise le contrôle plus fin des mouvements de l'essaim. Le choix du vecteur de pondération  $\mathbf{c} = (c_1, c_2)$  est laissé libre à l'utilisateur. L'équation standard du mouvement 1.22 devient alors :

$$\mathbf{v}_i(t) = w \cdot \mathbf{v}_i(t-1) + c_1 \cdot r_1 \cdot [\mathbf{p}_i(t-1) - \mathbf{x}_i(t-1)] + c_2 \cdot r_2 \cdot [\mathbf{g}(t-1) - \mathbf{x}_i(t-1)] \quad (1.24)$$

### Choix des paramètres initiaux

Généralement, il est admis que l'algorithme PSO présente un certain succès en termes d'optimisation de problèmes complexes. Cependant, sous certaines conditions, une mauvaise combinaison de facteurs initiaux peut amener l'algorithme à fortement diverger [81]. Il est aussi reconnu que l'algorithme PSO a la capacité de converger très rapidement, ayant parfois tendance à se focaliser sur un optimum local. De nombreux auteurs se sont penchés sur ces phénomènes de divergence imprévisible et de convergence précipitée et ont proposé plusieurs variantes, modules ou facteurs permettant de contenir l'algorithme, tout en lui permettant de mieux explorer l'espace et d'exploiter de manière plus accentuée les zones à forts potentiels. Certaines de ces méthodes sont présentées dans les paragraphes suivants.

### Voisinage

Des études menées par Medina et al. [82] montrent l'importance du choix de la topologie de voisinage. Précédemment et notamment dans l'équation 1.24, il a été expliqué que les particules ont pour particule directrice la meilleure particule de l'essaim. Ceci n'est en fait vrai que pour une des topologies de voisinage de l'algorithme. Le cas plus général stipule que le meilleur individu est le meilleur voisin de la particule. La notion de voisin dépend alors de la topologie du voisinage, certains étant présentés dans la figure 1.48.

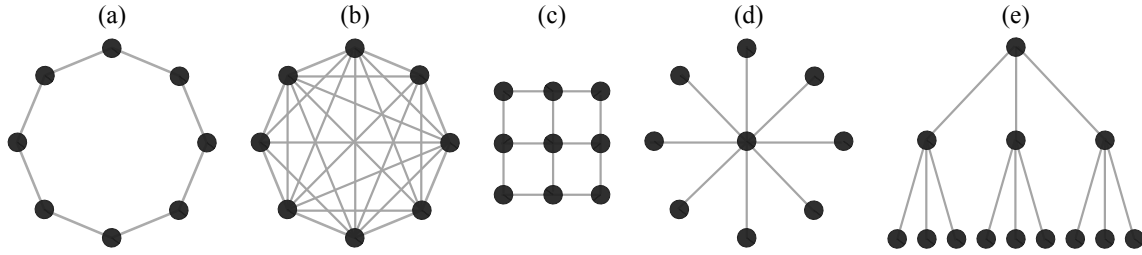


Figure 1.48 – Différentes topologies de voisinage [83] : *ring* (a), *fully-connected* (b), *mesh* (c), *star* (d) et *tree* (e)

Dans ses travaux, Medina montre que pour l'algorithme PSO, les topographies *ring* et *mesh* présentent un meilleur taux de convergence contrairement par exemple à la topographie *fully-connected* [82].

### Inertie variable

Le choix du coefficient d'inertie a aussi un fort impact sur la convergence des algorithmes PSO. Des auteurs, tels qu'Arasomwan et al. [84] ont comparé les différentes variantes contrôlant la variation du coefficient d'inertie proposées par certains auteurs dans la bibliographie, notamment avec pour objectif de redonner ses lettres de noblesse à la variante la plus simple, la décroissance linéaire dont l'équation est détaillée dans l'équation 1.25.

$$\omega_t = (\omega_{start} - \omega_{min}) \left( \frac{T_{max} - t}{T_{max}} \right) + \omega_{end} \quad (1.25)$$

avec  $\omega_{start}$  et  $\omega_{end}$  les valeurs d'inertie à la première et dernière génération,  $\omega_t$  l'inertie à la génération  $t$  et  $T_{max}$  le nombre de générations souhaité. Parmi les variantes testées, nous pouvons citer la *chaotic descending inertia weight PSO*, la *dynamic non-linear and dynamic logistic chaotic map* ou encore la *dynamic adaptive particle swarm optimization*. Arasomwan [84] conclut que la décroissance linéaire du coefficient d'inertie est capable de rivaliser de manière respectable avec toutes les autres variations plus complexes étudiées.

### Confinement

Le confinement des particules limite leur déplacement dans l'espace de recherche  $D$  uniquement en modifiant la position définie via l'équation 1.24. L'espace défini se compose alors de frontières, théoriquement infranchissables. La transgression de cet interdit par l'une des particules conduit à l'application d'une des actions ci-dessous, représentées dans la Figure 1.49 :

**Suppression** : le candidat dépassant la frontière de son espace de recherche est supprimé,

**Immobilisation** : la frontière fixe le candidat, sa vitesse est annulée et sa position est arrêtée à la frontière percutée,

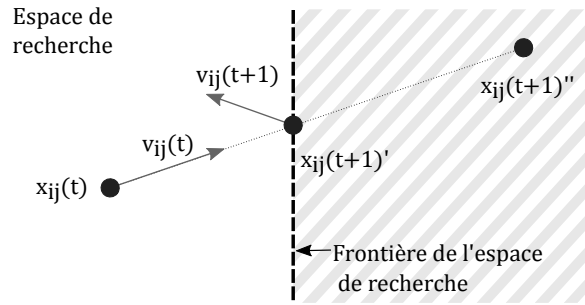
**Rebond** : le candidat est immobilisé sur la frontière pour la génération actuelle, sa vitesse est pondérée d'un coefficient d'amortissement négatif compris dans  $[-1,0]$ .

### Constriction

Conscients du flou entourant le choix de certains paramètres de l'algorithme PSO, notamment sur les critères de confinement et d'inertie, Clerc et Kennedy [81] proposent en 2002 une version généralisée de l'algorithme PSO via l'équation 1.26.

$$\mathbf{v}_i(t+1) = \chi \cdot [\mathbf{v}_i(t) + c_1 * r_1 * (\mathbf{p}_i(t) - \mathbf{x}_i(t)) + c_2 * r_2 * (\mathbf{g}(t) - \mathbf{x}_i(t))] \quad (1.26)$$





**Figure 1.49** – Confinement du candidat  $i$  percutant la frontière  $j$  de l'espace de recherche : position théorique  $x_{ij}(t+1)'$  et position modifiée  $x_{ij}(t+1)''$

avec :

$$\chi = \frac{2}{2 - \phi - \sqrt{\phi(\phi - 4)}}, \quad \phi = c_1 + c_2, \quad \phi > 4 \quad (1.27)$$

Clerc et Kennedy ont observé que, sur de nombreux tests, un meilleur taux de convergence était atteint pour les valeurs  $\phi = 4.1$  et  $c_1 = c_2$  (ce qui induit que  $\chi$  vaut sensiblement 0.73). En rendant dépendants les coefficients d'accélération  $c_1$  et  $c_2$  et l'inertie  $\omega$  des particules via le facteur de constriction  $\chi$ , il est possible de mieux régler l'équilibre entre les phases d'exploration et d'exploitation de l'espace de recherche et de contrôler la divergence de l'essaim.

### Durée de vie

La notion de durée de vie est inhérente à la Nature. Or, cet aspect n'est que trop rarement mis en place dans l'optimisation par essaim particulaire, les individus étant considérés comme immortels. Dans leurs travaux [85], Yong-wei, Zhang et leurs collègues ont défini une équation donnant une durée de vie  $life_i$  à chaque individu  $i$  (Equation 1.28) :

$$life_i = \exp\left(\frac{\min_{i=1}^N(f_i) - f_i}{\text{median}(f_i - \min_{i=1}^N(f_i))/N}\right) \quad \text{avec } life_i \in [0, 1] \quad (1.28)$$

avec  $N$ , le nombre d'individus,  $f_i$  la *fitness* de l'individu  $i$ . Ainsi, à chaque itération, la durée de vie restante à l'individu décroît inexorablement. Si celle-ci atteint une valeur nulle, la mémoire de l'individu est réinitialisée. Cette réinitialisation de la mémoire de la particule lui autorise de s'extraire plus facilement d'un minimum local par exemple.

### Régénération de la population $\mathcal{P}$

La régénération de la population est plus radicale que l'application du principe de durée de vie précédemment présenté. Une fois le critère d'arrêt de l'algorithme atteint (critère dynamique ou statique), l'intégralité de la population  $\mathcal{P}$  est détruite et l'algorithme est lancé à nouveau avec une nouvelle population. Cette approche régénère intégralement la totalité de la population. Cela revient à relancer totalement l'algorithme sur le même problème, tout en augmentant sensiblement le taux d'exploration. Si à chaque régénération de la population, cette dernière converge vers des variables de design similaires, la confiance dans la découverte de l'optimum global du problème est élevée.

L'algorithme PSO présente de nombreux attraits et sa popularité ne cesse de croître. Les lecteurs avides de détails relatifs à cet algorithme trouveront de plus amples informations dans la thèse de Schmitt [86], focalisée sur l'analyse de la convergence des algorithmes d'optimisation par essaim particulaire.



### 3.4 MO-TRIBES

Face à cette explosion de paramètres pouvant être délicats à initialiser pour certains non-initiés, il a été choisi d'introduire un algorithme dit « auto-adaptatif ». Ici, nous nous plaçons donc davantage du point de vue d'un ingénieur cherchant à utiliser de manière simple et robuste un outil. L'attrait de ce type d'algorithme réside dans l'absence de paramètres initiaux. Les paramètres tels que l'inertie, les facteurs de constrictions ou encore le nombre individus ne sont pas à renseigner. C'est l'algorithme lui-même, en fonction de l'avancement de sa recherche de l'optimum qui adaptera sa population et son comportement pour maximiser ses chances de résolution. Un point important est à noter : en acceptant de laisser l'algorithme choisir ses propres paramètres, l'utilisateur renonce à la performance ultime. Bon nombre d'études présentent des algorithmes d'optimisation plus performants que les autres. Cependant, les paramètres de ces algorithmes sont finement ajustés pour atteindre ces performances optimales sur un problème précis. Or, chaque engrenage dispose de son propre comportement et donc des paramètres soigneusement définis pour un problème donné ne seront pas forcément performants pour un autre. Pour un industriel, il est préférable d'harmoniser les performances de l'algorithme, afin qu'il soit efficace quel que soit le problème posé.

Pour une application industrielle, ce type d'algorithme est très intéressant : ces performances sont équivalentes à celles d'autres algorithmes et l'absence de paramètres initiaux pour sa configuration permettent une utilisation simplifiée dans les bureaux d'études. L'intégralité des travaux d'optimisation de cette thèse ont été basés sur les résultats de cet algorithme, c'est pourquoi une section importante lui est ici dédiée.

#### 3.4.1 Principes de base

L'algorithme est le MO-TRIBES, pour Multi-Objective TRIBES. TRIBES a été développé par Clerc en 2006 [87]. Il sera par la suite adapté par Cooren dans sa thèse afin d'autoriser la prise en compte du multi-objectif [75]. L'algorithme MO-TRIBES présente un nombre d'applications très restreint. Cooren appliquera son algorithme à deux problèmes : celui de la résolution des problèmes de seuillages dans le domaine de l'imagerie médicale et celui du dimensionnement des composants, pour des circuits électroniques. L'idée est d'optimiser le choix du dimensionnement des composants analogiques lors des phases de conceptions de circuits analogiques.

Le principe de MO-TRIBES repose sur la subdivision de la population en une multitude de sous-populations appelées tribus. Chaque tribu est indépendante : sa taille et son comportement varient en fonction de sa qualité (Figure 1.50).

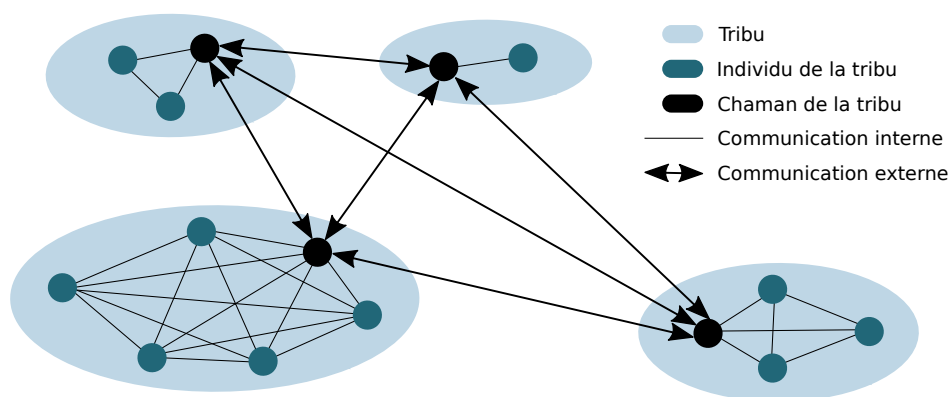


Figure 1.50 – Organisation des tribus et de leur communication dans MO-TRIBES [75]

### 3.4.2 Informateurs

Deux types de communication se distinguent : la communication intra-tribu représentant l'ensemble des communications au sein même de la tribu et la communication inter-tribu, créant un réseau de communication entre les tribus. Les individus ne communiquent entre eux que par le biais de leurs informateurs, au nombre de deux. Le premier informateur  $\vec{p}$  est l'informateur cognitif, propre à chaque individu  $\vec{x}$ . En suivant cet informateur, l'individu aura tendance à suivre sa propre expérience et à se diriger vers la meilleure de ses positions explorées. Ainsi, si lors d'une itération l'individu  $\vec{x}$  domine  $\vec{p}$ , l'informateur  $\vec{p}$  sera mis à jour. Le second informateur est l'informateur social  $\vec{g}$ , qui relie l'individu  $\vec{x}$  à sa tribu. Si l'individu est un membre quelconque de sa tribu, l'informateur social  $\vec{g}$  de  $\vec{x}$  sera la meilleure position jamais atteinte par son chaman. Le chaman d'une tribu est l'individu de la tribu ayant obtenu la meilleure performance. Si à l'instant  $t$  l'individu  $\vec{x}$  est le chaman de la tribu, alors son informateur  $\vec{g}$  sera choisi aléatoirement au sein du front de Pareto, stocké dans l'archive.

### 3.4.3 Qualité des individus et des tribus

Les qualités de chaque tribu et de chaque individu la composant sont évaluées. Cette évaluation est nécessaire pour la détermination des actions à mener sur les individus de la tribu et sur les besoins de cette dernière.

**Bon individu** : un individu est considéré comme bon s'il a réussi à améliorer ses performances lors de son dernier mouvement,

**Individu neutre** : un individu neutre est un individu n'étant pas considéré comme bon,

**Bonne tribu** : si au moins un individu de la tribu est bon, la tribu est jugée bonne avec une probabilité de 1 sur 2,

**Mauvaise tribu** : si aucun individu n'a augmenté ses performances au sein de la tribu, elle sera considérée comme mauvaise.

L'évaluation de la qualité des individus s'articule autour de la fonction  $\lambda$  décrit dans l'équation 1.29. Cette équation évalue la qualité des résultats sur chaque objectif en comparaison avec les meilleurs résultats des autres tribus sur cette même fonction. La qualité globale de l'individu est la moyenne de ses performances sur chaque objectif.

$$\lambda(\vec{x}) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{f_i(\vec{x})}{\max_{j \in \{1, \dots, k\}} (f_j(\vec{x}))} \quad (1.29)$$

### 3.4.4 Création et destruction

Le nombre d'individus est géré par l'algorithme lui-même, adaptant le nombre de tribus et d'individus en fonction des performances de chacune. Le temps étant un paramètre coûteux, chaque évaluation des fonctions objectifs est précieuse. Une attention toute particulière sera donnée au choix des individus à supprimer afin de ne pas altérer les performances de l'algorithme. Il est convenu que seuls les moins bons individus des tribus qualifiées de « bonnes tribus » seront supprimés. Au fur et à mesure du processus d'optimisation, il est possible qu'une tribu ne soit plus que dotée d'un unique individu. Dans ce cas, cet individu est supprimé uniquement si son informateur social présente de meilleures performances.

A contrario, toutes les tribus les moins efficaces déploient de nouvelles particules au sein d'une nouvelle tribu. Le nombre de particules générées par une mauvaise tribu est régi par l'équation 1.30 et dépend de la taille  $D$  de l'espace de recherche et du nombre d'individus  $S_{Tribu}$  dont dispose la tribu génératrice :

$$NB_{particules} = \max\left(2, \left\lceil \frac{9.5 + 0.124 \cdot (D - 1)}{S_{Tribes}} \right\rceil\right) \quad (1.30)$$

Ces nouveaux individus ont pour objectif de maximiser l'exploration de l'espace de recherche et leur positionnement initial est donc contrôlé (Figure 1.51).

**Libres** : le positionnement des individus ne dépend pas de leur tribu originelle. Les particules sont disposées aléatoirement soit dans l'espace de recherche, soit sur un bord de l'espace, soit sur un sommet. Le choix entre ces trois possibilités est lui aussi aléatoire,

**Confinées** : ici, le nouvel individu est créé au sein de l'hyper-sphère entre la meilleure particule de la tribu et son meilleur informateur.

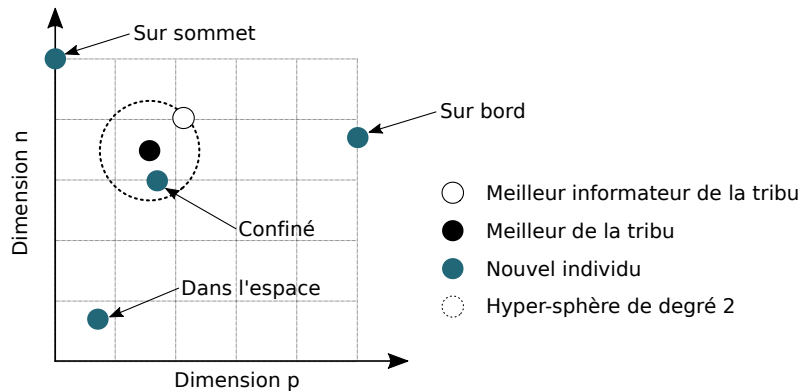


Figure 1.51 – Création d'individus dans l'espace de recherche de degré 2

Ces processus de création et de destruction de particules ou tribus n'interviennent pas à chaque itération de l'algorithme. Ce choix est justifié par le temps que prend l'information pour être transmise à l'ensemble des individus des tribus. Ces adaptations sont invoquées toutes les  $NL$  générations, paramètre répondant à l'équation 1.31.

$$NL = \sum_{n=1}^{tribeNb} explorerNb[n]^2 + tribeNb \cdot (tribeNb - 1) \quad (1.31)$$

où :

$explorerNb[n]$  : Taille de la tribu  $n$   
 $tribeNb$  : Nombre de tribus de l'essaim

### 3.4.5 Comportement

Dans PSO, un unique mouvement est imposé aux individus, quelles que soient leurs performances passées. Ici, le type de mouvement est propre à chaque individu et est défini en fonction du comportement de l'individu aux cours des deux dernières itérations. Un individu n'ayant pas réussi à se perfectionner disposera de mouvements plus élargis. Au contraire, un individu présentant un comportement prometteur verra sa recherche locale encouragée et intensifiée. Dans le tableau 1.5, une amélioration des performances est notée +, une stabilité = et une détérioration -. Les trois stratégies de déplacement possibles sont détaillées ci-après<sup>6</sup>. Pour rappel  $\vec{p}$  est le meilleur informateur cognitif de l'individu  $\vec{x}$  (sa meilleure position jamais atteinte) et  $\vec{g}$  son meilleur informateur social.

6. Le détail de l'implémentation de ces formules est extrêmement bien détaillé dans l'ouvrage de Clerc [87]

Tableau 1.5 – Type de stratégies envisageables

Performances antérieures	Comportement	Déplacement programmé
(=+) (++)	Encourageant	Gaussienne indépendante
(+=) (-+)	Stable	Pivot bruité
(- -) (- -) (++) (- -) (==)	Mauvais	Pivot

**Pivot** : pour une exploration large de l'espace de recherche.

$$\vec{x} = c_1 \cdot A_{sphere}(H_p) + c_2 \cdot A_{sphere}(H_g) \quad (1.32)$$

$$c_1 = \frac{\lambda(\vec{p})}{\lambda(\vec{p}) + \lambda(\vec{g})} \text{ et } c_2 = \frac{\lambda(\vec{g})}{\lambda(\vec{p}) + \lambda(\vec{g})} \quad (1.33)$$

**Pivot bruité** : similaire au pivot, avec une recherche légèrement élargie.

$$\vec{x} = (1 + b) \cdot (c_1 \cdot A_{sphere}(H_p) + c_2 \cdot A_{sphere}(H_g)) \quad (1.34)$$

$$b = N\left(0, \frac{\lambda(\vec{p}) + \lambda(\vec{g})}{\lambda(\vec{p}) + \lambda(\vec{g})}\right) \quad (1.35)$$

**Gaussienne locale** : autorise l'intensification des recherches autour de la meilleure position de la meilleure informatrice.

$$x_j = g_j + A_{normal}(g_j - x_j), c, \quad j \in \{1, \dots, D\} \quad (1.36)$$

$$(1.37)$$

Ici,  $A_{sphere}(H_p)$  et  $A_{sphere}(H_g)$  représentent deux individus tirés uniformément au sein des hypersphères  $H_p$  et  $H_g$ , de centres  $\vec{p}$  ou  $\vec{g}$  respectivement et de rayons  $\|\vec{p} - \vec{g}\|$ . Pour rappel, une hypersphère est la généralisation de la définition d'une sphère à un espace de dimension  $n$ . Ainsi, un cercle est une 2-sphère, une sphère une 3-sphère et ainsi de suite. La figure 1.52 représente l'application de l'équation 1.32 pour un mouvement de type pivot d'un individu. L'individu créé se verra positionné sur le trait en fonction des valeurs prises par  $c_1$  et  $c_2$ .

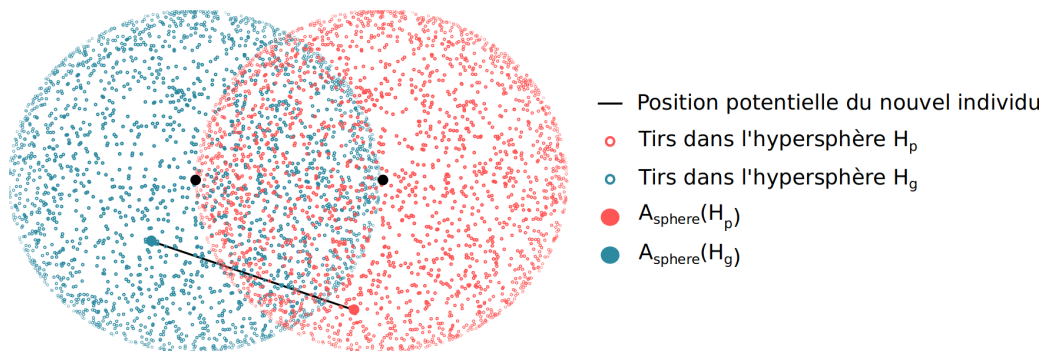


Figure 1.52 – Exemple d'un déplacement de type pivot pour la création d'un nouvel individu

### 3.4.6 Archivage

Au fur et à mesure que la recherche des solutions progresse, il est nécessaire de stocker les solutions non-dominées, c'est-à-dire les solutions répondant au mieux au problème multi-objectif. À chaque itération, les chamans sont stockés dans l'archive. Cette archive doit être mise à jour pour les raisons suivantes :

**Taille** : la taille de l'archive  $A_{size}$  est régie par l'équation 1.38 afin d'éviter le stockage d'un nombre trop important de solutions. Le nombre de solutions non-dominées stockées dépend du nombre d'objectifs : plus le nombre d'objectifs à atteindre est élevé, plus la quantité de solutions stockées pour la définition du front de Pareto sera grande.

**Dominance** : l'ajout de solutions à l'archive entraîne sa mise à jour afin de garantir que l'archive ne contienne que des solutions non-dominées.

**Encombrement** : au sein du front de Pareto, des solutions trop proches sont supprimées. Ceci garantit le maintien d'une diversité suffisante du front de Pareto.

$$A_{size} = \begin{cases} e^k, & \text{si demande de réinitialisation} \\ A_{size} + 10 \cdot \ln(1 + nDomPrev), & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.38)$$

avec :

$A_{size}$  : Taille maximale de l'archive externe

$k$  : Nombre d'objectifs

$nDomPrev$  : Nombre de solutions non-dominées trouvées depuis la dernière mise à jour

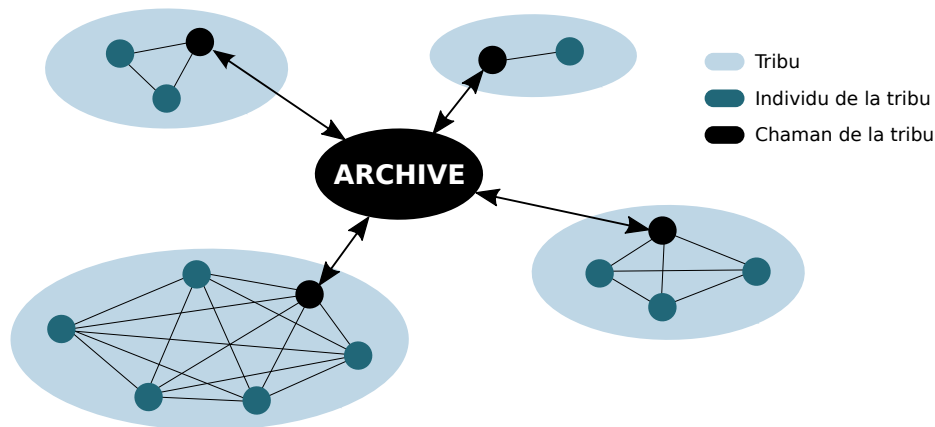


Figure 1.53 – Stockage des chamans dans l'archive [75]

### 3.4.7 Évolution

L'essaim initial se compose d'un unique individu et donc d'une seule tribu. Cet individu va évoluer dans l'espace au cours de sa première itération. S'il se révèle être incapable d'améliorer ses performances, il demande à générer de nouveaux individus au sein d'une nouvelle tribu. Ce processus d'adaptation structurelle est répété toutes les  $NL/2$  itérations. Au fur et à mesure, des zones prometteuses vont être découvertes et l'essaim commencera à se séparer des individus les moins performants. Si l'algorithme ne parvient plus à trouver de nouvelles solutions non-dominées, ce dernier se réinitialisera automatiquement. L'algorithme résumant le pseudo-code de MO-TRIBES est disponible en Annexe B.

### 3.4.8 Comparaison et performances

Cooren [75] propose aussi une comparaison avec d'autres algorithmes, notamment MO-PSO et NSGA-II, l'un des algorithmes génétiques les plus performants de sa catégorie dans la résolution de problèmes complexes. Les algorithmes sont testés sur plusieurs fonctions connues pour être difficilement optimisables, dont 4 fonctions du *benchmark* ZDT [88]. Les résultats ont démontré que l'algorithme déployé était à la hauteur de ses concurrents sans pour autant nécessiter un calibrage précis

et différent pour chaque problème posé. Dans le tableau 1.6, les largeurs de fronts des différents algorithmes sont analysées sur des fonctions tests connues des algorithmiciens : MO-TRIBES présente des largeurs de fronts similaires ou meilleures que NSGA-II et MO-PSO. D'autres analyses montreront que MO-TRIBES surpasse NSGA-II pour ZDT6 et atteint des résultats corrects pour ZDT1, ZDT2, ZDT3 sans pour autant le dominer. Cependant, l'algorithme montre des difficultés à optimiser ZDT2.

**Tableau 1.6** – Comparaison de MO-TRIBES avec ses concurrents en largeur de front par [75]

	Deb	ZDT1	ZDT2	ZDT3	ZDT6	MOP5	MOP6
NSGA-II	6.41	1.41	1.41	1.96	1.12	83.35	1.69
MO-PSO	6.41	1.43	1.40	2.02	8.34	62.78	1.69
MO-TRIBES	<b>6.41</b>	<b>1.43</b>	<b>1.41</b>	<b>2.05</b>	1.22	<b>102.33</b>	<b>1.69</b>

\*\*\*

L'optimisation multicritères est complexe et de nombreux outils ou algorithmes existent afin d'atteindre la minimisation ou maximisation des problèmes posés. Ces algorithmes sont universels et applicables à divers domaines : architecture, bourse, ressources humaines, logistiques. Dans la prochaine section, plusieurs travaux de la bibliographie centrés sur l'optimisation d'engrenages sont détaillés.

\*

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## 4 Optimisation d'engrenages

Au cours des phases de développement d'un engrenage, des méthodes d'optimisation peuvent être mises en place. Il peut alors s'agir de la sélection des macro-paramètres d'un engrenage lors du stade de prédimensionnement, ou encore de la recherche de la micro-géométrie idéale afin d'améliorer le comportement sous charge de l'engrenage. Dans le cadre de ces travaux de thèse, l'optimisation de la micro-géométrie intervient en tant que dernière étape de conception de notre engrenage aéronautique et influence grandement son comportement futur.

### 4.1 Introduction aux corrections de dentures

Comme expliqué succinctement dans l'introduction, les corrections de dentures autorisent un ajustement du comportement de l'engrenage. Elles consistent en un enlèvement micrométrique de matière selon le profil de denture et selon sa largeur. Dans la théorie, les profils de dents en développante de cercle sont parfaitement conjugués, aucune fluctuation de couple n'est alors envisagée en sortie d'arbre. Dans la pratique, une multitude de facteurs vient perturber ce comportement idéal.

Le rôle des corrections de denture est alors de compenser l'impact des déformations induites au niveau du contact, de la dent ou de la structure ainsi que les désalignements dus aux déformations du bâti ou à un montage biaisé. Les corrections de dentures employées à cet effet sont multiples. Les corrections les plus utilisées sont les corrections dites standards sur le profil et l'hélice (Figure 1.54) :

**Tombé de tête :** la correction impacte uniquement la tête de l'organe corrigé. Sa profondeur (ou dépouille)  $X_{1k}$  est exprimée en  $\mu\text{m}$ . La ligne de tangence (ou début de correction) est définie soit sur le rayon ( $X_{2k}$ ), soit sur la ligne d'action : dans ce dernier cas, nous parlerons de cote,

**Bombé d'hélice :** l'intégralité du flanc de denture est dans ce cas corrigé de manière parabolique. Les profondeurs des corrections face avant ( $X_{3k}$ ) et arrière ( $X_{4k}$ ) peuvent être différentes. Au niveau de la largeur  $X_{5k}$ , le flanc de denture n'est pas corrigé,

**Angle d'hélice :** l'angle d'hélice est corrigé de l'angle  $X_{6k}$ . Cette correction impacte elle aussi l'intégralité du flanc de denture.

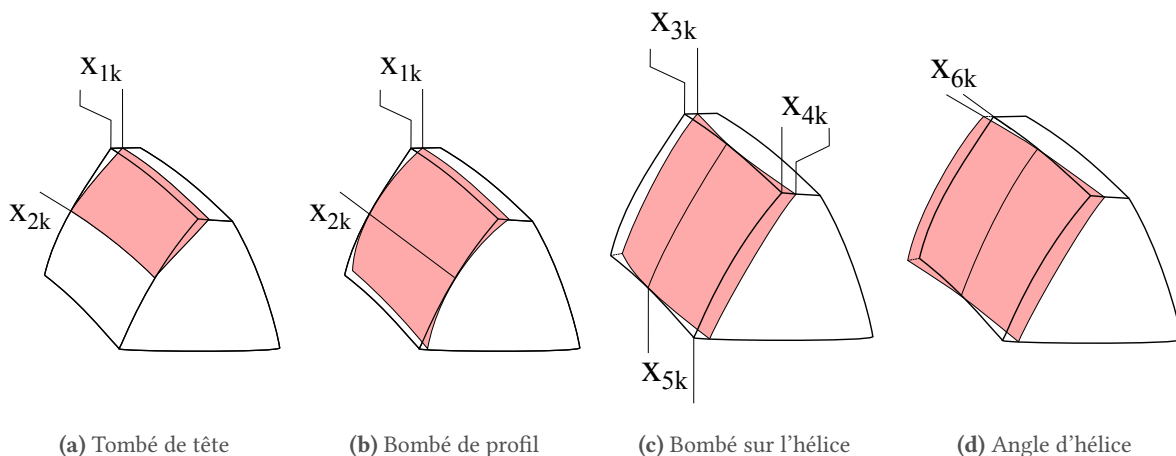
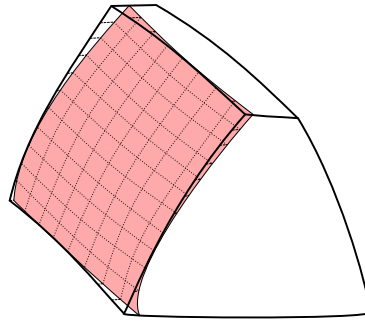


Figure 1.54 – Type de corrections de dentures courantes : les surfaces corrigées de la dent sont colorées en rouge

D'autres corrections moins standards peuvent être employées. Ainsi, les corrections dites topographiques autorisent un contrôle des modifications apportées à chaque point du flanc de denture (Figure 1.55). La surface de correction est définie comme l'écart de chaque point à la surface théorique non-corrigée. À l'exception d'un point ou d'une ligne, les profils ne sont alors plus conjugués. Cette approche est intéressante, car elle accorde un contrôle total dans la définition de topographie de la surface de denture corrigées. Cependant, cette méthode reste peu utilisée. Le prix de production d'un pignon cylindrique corrigé de la sorte serait élevé.





**Figure 1.55** – Correction topographique : chaque point du flanc théorique est corrigé par l'application d'une surface de correction

## 4.2 Optimisation simple

De nombreux auteurs ont travaillé à l'amélioration du comportement des engrenages. Dans les phases initiales d'optimisation, les paramètres macro-géométriques des engrenages peuvent être modifiés : dans ce type de démarche, il s'agit généralement d'optimiser le volume et la masse du système complet et d'en augmenter le rendement. Gologlu and Zeyveli [70] ont ainsi cherché à réduire le volume d'un engrenage de boîte de vitesses sans pour autant compromettre la flexion des dents. Pour ce faire, un algorithme génétique a été déployé. De même, Miler et al. [72] ont travaillé sur la réduction du volume et des pertes d'un engrenage en utilisant uniquement des macro-paramètres tels que la largeur de denture, les dépôts ou encore le nombre de dents.

Dans notre cas, la boîte de vitesse est d'ores et déjà conçue : il nous est délicat de travailler sur la définition de la macro-géométrie de l'engrenage. Par conséquent, l'optimisation du comportement de l'engrenage doit se limiter à la recherche d'une micro-géométrie idéale. Tout comme expliqué dans la partie concernant le module d'usure, de nombreux modèles ne considèrent pas la flexion du voile et de la jante des engrenages. Cette flexibilité favorise l'apparition de zones de fortes pressions très localisées sur les flancs de denture. Ce type de surpressions devra être fortement limité par notre modèle d'optimisation.

### 4.2.1 Réduction des fluctuations de l'erreur de transmission

Les nuisances sonores générées par un engrenage sont un bon informateur de la qualité de l'engrènement : les vibrations générées au sein même de l'engrènement sont transmises au carter par le biais des roulements et paliers, carter qui deviendra ainsi source de bruit rayonné [89]. Les corrections de dentures jouent un rôle essentiel dans la réduction des fluctuations du signal de l'erreur de transmission et donc des vibrations générées par l'engrènement.

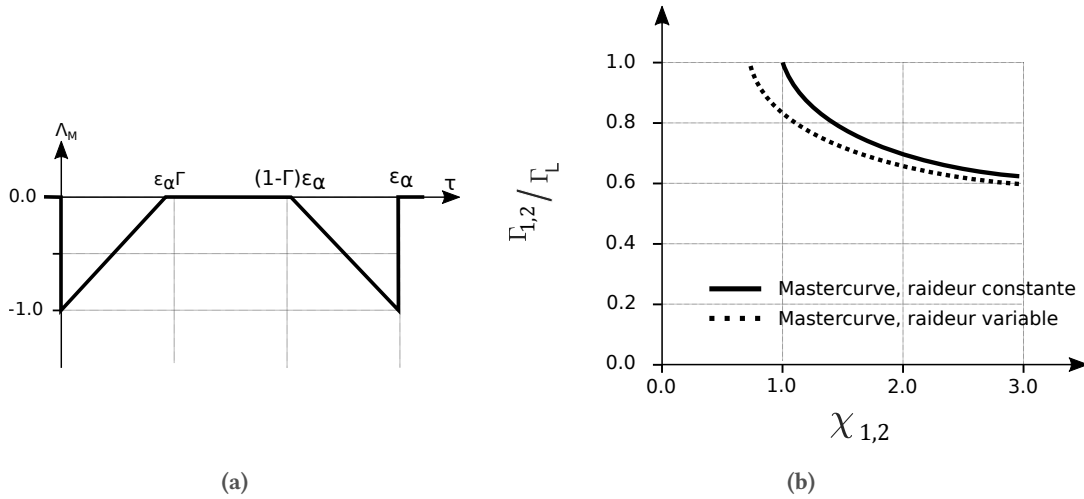
#### **Mastercurve**

Les travaux de Bruyère et Vexel [90, 91] ont mené à une définition analytique de corrections de denture offrant une réduction des fluctuations des erreurs de transmission. Pour des engrenages droits et hélicoïdaux ayant une raideur par unité de longueur assumée être constante durant l'engrènement, ces corrections de profil optimales sont gouvernées par l'équation analytique 1.39 :

$$\chi = \frac{E^*}{\varepsilon_\alpha} = \frac{1}{2 - \frac{1}{\Gamma\Gamma_L}} \quad \text{avec} \quad E^* = \frac{E}{\delta_{mref}} \quad \text{et} \quad \Gamma_L = 1 - \frac{1}{\varepsilon_\alpha} \quad (1.39)$$

équation définie pour  $\Gamma \in [0.0 - 0.5]$  :

- $\Gamma$  : Longueur de correction de profil adimensionnée  
 $\Gamma_L$  : Fraction du segment de conduite impacté par la correction de profil  
 $E$  : Profondeur de correction de profil en m  
 $E^*$  : Profondeur de correction de profil adimensionnée par la déflexion statique moyenne  
 $\delta_{m_{ref}}$  : Déflexion statique moyenne de référence en m  
 $\sigma$  : Temps adimensionné par la période d'engrènement  $T_m$   
 $\varepsilon_\alpha$  : Rapport de conduite transversal



**Figure 1.56** – Définition des corrections de profil linéaires symétriques [91] (a) et équations 1.39 et 1.41 dans l'espace adimensionné des corrections de profils linéaires symétriques

Dans l'équation 1.39, la raideur d'engrènement est considérée comme constante. Pour prendre en compte les variations de raideur lors de l'engrènement, cette dernière est pondérée par la fonction  $f(\Gamma, \Gamma_L)$  de l'équation 1.40 pour devenir l'équation 1.41 :

$$f(\Gamma, \Gamma_L) = 1.3 - 1.8 * (\Gamma * (2\Gamma_L - 5\Gamma) + 3\Gamma - \Gamma_L) \quad (1.40)$$

$$\chi = \frac{E^*}{\varepsilon_\alpha} = \frac{1}{2 - \frac{1}{\Gamma/\Gamma_L}} * f(\Gamma, \Gamma_L) \quad (1.41)$$

$$\delta_{m_{ref}} = \frac{C_m}{R_{b1} b k_0 \varepsilon_\alpha} \quad (1.42)$$

où :

- $C_m$  : Couple moteur en Nm  
 $R_{b1}$  : Rayon de base de pignon en m  
 $b$  : Largeur de denture en m  
 $k_0$  : Raideur par unité de longueur en N/m<sup>2</sup>

La raideur par unité de longueur  $k_0$  est estimée par l'application de l'équation 1.43. Dans celle-ci,  $\beta_b$  est l'angle d'hélice de base et les variables  $C_M$ ,  $C_R$  et  $C_B$  sont données par la norme ISO-6336 [92].

$$k_0 = C_M \cdot C_R \cdot C_B \cdot \cos(\beta_b) \frac{1}{q} \quad (1.43)$$

$$q = \sum_{i=0}^8 C_i \cdot Q_i \quad (1.44)$$

Tableau 1.7 – Calcul  $q$  pour l'équation 1.44 [92]

Valeurs	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$C_i$	0.04723	0.15551	0.25791	-0.00635	-0.11654	-0.00193	-0.24188	0.00529	0.00182
$Q_i$	1	$1 / Z_{n1}$	$1 / Z_{n2}$	$x_1$	$x_1 / Z_{n1}$	$x_2$	$x_1 / Z_{n2}$	$x_1^3$	$x_2^3$

avec  $Z_{ni} = Z_i / \cos^3(\beta_b)$  où  $Z_i$  est le nombre de dent du pignon (0) ou de la roue (1) et  $\beta_b$  son angle d'hélice de base.  $x_1$  et  $x_2$  quantifient respectivement les valeurs des coefficients de déport sur le pignon et sur la roue.

Le concept de mastercurve défini dans les équations 1.39 et 1.41 est valide pour des corrections dites linéaires symétriques, c'est-à-dire que les paramètres des corrections appliquées sur le pignon sont identiques pour la roue. De plus, cette courbe analytique n'est théoriquement pas apte à proposer des corrections de dentures pour des engrenages dotés de voiles minces et souples.

### Méta-heuristique

Dans sa thèse [93], Carbonelli réduit le bruit de sirènement dans une cascade de distribution de poids lourds. Pour se faire, il travaille à l'optimisation des corrections micro-géométriques des dentures afin de minimiser les fluctuations des signaux d'erreur de transmission, sources d'excitation du système. Il applique un algorithme d'optimisation par essaim particulaire afin de trouver les corrections de denture optimales et ce pour chaque engrenement de la cascade et pour des plages de fonctionnement définies (Figure 1.57).

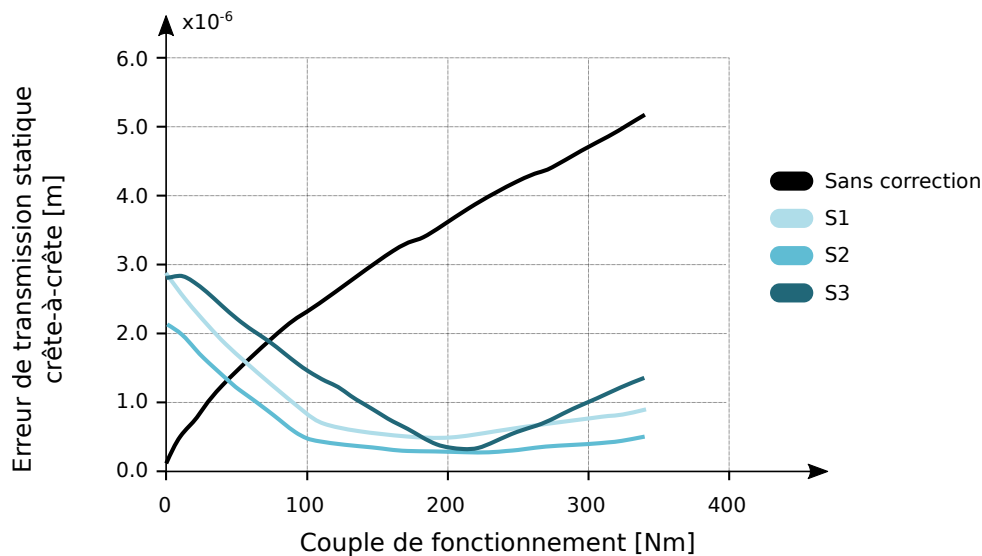


Figure 1.57 – Valeur crête-à-crête de signaux d'erreur de transmission statistique pour l'engrenage avec ses corrections standards et trois solutions optimales [93]

Ghribi a quant à lui choisi d'utiliser un algorithme génétique de type NSGA-II pour optimiser notamment les fluctuations d'erreurs de transmission pour un engrenage sans voile [67]. Il cherchera en parallèle à limiter l'impact des variations géométriques et fonctionnelles sur les réponses du système.

Plusieurs auteurs se sont basés sur ces travaux pour étudier l'influence des corrections de denture sur les signaux d'erreur de transmission. Ainsi Chapron [68] et Vexel et al. [69] recherchent entre autres les corrections de dentures optimales pour réduire les fluctuations des signaux d'erreur de transmission d'un train planétaire et les comparent à la mastercurve. La Figure 1.58 présente l'impact de la longueur de la correction de denture sur le signal de l'erreur de transmission pour l'étage 1 de ce train

épicycloïdal.

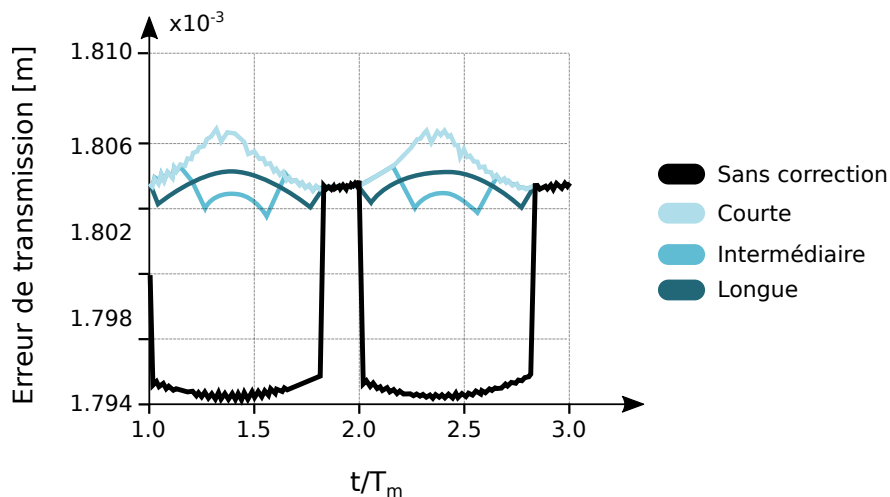


Figure 1.58 – Signaux d’erreur de transmission pour un engrenage non corrigé et des corrections courtes, intermédiaires et longues (Étage 1) [69]

#### 4.2.2 Régularisation des charges

Le contrôle de la répartition de charge sur les flancs de dentures est primordial pour minimiser le risque d’avaries de fatigue liées aux surpressions de contact, pitting et micro-pitting et de réduire la cinétique du processus d’usure abrasive. Les surpressions de contact fatiguent la matière en surface et en sous-surface qui atteint trop rapidement sa limite d’endurance. De surcroît, un contact trop important à l’engagement ou au déengagement entraînera une flexion importante de la dent et augmentera inévitablement les contraintes en pied de dents. La répétition de ce phénomène favorisera la propagation de fissures au niveau du pied de dent. Les auteurs cherchent donc à réduire ces surpressions, à recentrer le champ de pression tout en maximisant l’aire de contact (Figure 1.59). On comprend aisément ici la subtilité du problème, d’un côté la recherche d’une zone de contact la plus large possible et de l’autre la suppression des zones à risques.

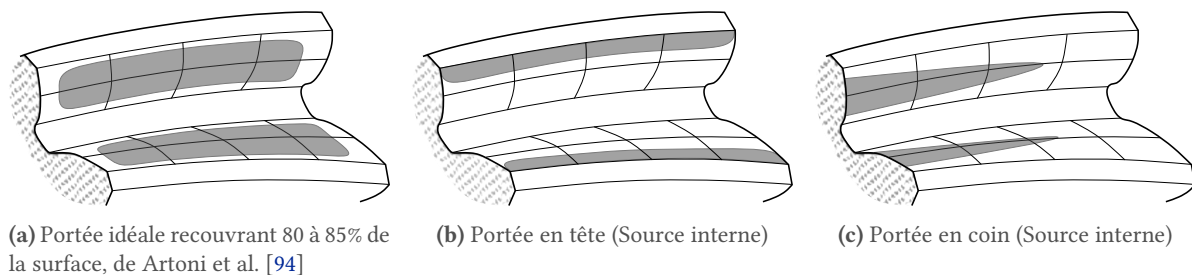


Figure 1.59 – Différents types de portée de contact

Jacquin [95] choisit d’utiliser un plan d’expériences complet à deux niveaux afin de déterminer les corrections de dentures idéales à appliquer sur un engrenage face pour optimiser la distribution de charges sur ses surfaces. Ici, des bombés sont appliqués afin de recentrer le champ de pressions sur le flanc de denture et de réduire l’importante surpression localisée sur le bord gauche (Figure 1.60). La recherche d’une distribution des pressions centrée est intéressante, mais l’utilisation d’un plan d’expériences limite grandement sa mise en place, le nombre de calculs étant très important dans le cadre d’un plan factoriel complet.

Gabiccini, Bracci et Guiggiani [96] cherchent à optimiser le champ de pression sur un engrenage hypoïde. Ainsi ils définissent un champ de pression idéal, centré en milieu de dent. La différence symétrique de la portée idéale et de la portée courante obtenue (zone bleue claire de la Figure 1.61) rend

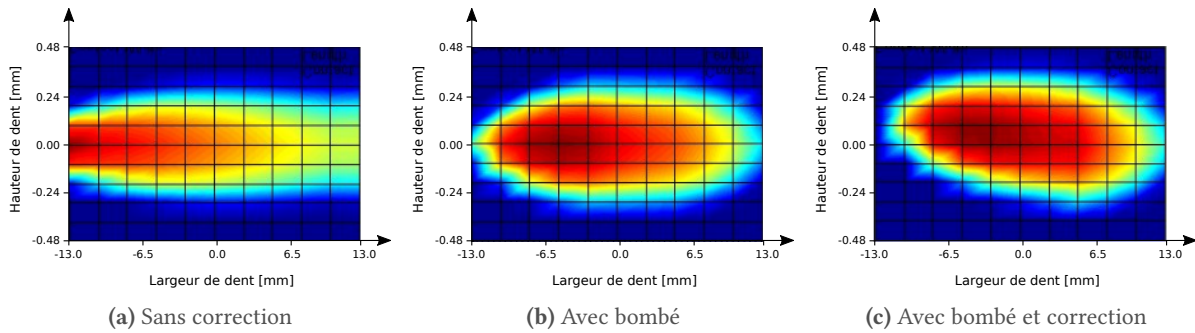


Figure 1.60 – Distribution des pressions maximales du pignon d'un engrenage face par Jacquin [95]

compte de la qualité de la solution : plus cette zone de non-recouvrement des deux portées est faible, plus la qualité de la solution est élevée. L'approche comparative de deux zones présente un aspect important, celui du choix de zone cible : une telle approche pourrait être utilisée pour identifier un champ de pression optimal sur le flanc de denture. Cependant, en se concentrant uniquement sur le recouvrement de deux surfaces, les informations que ces dernières comportent sont oubliées.

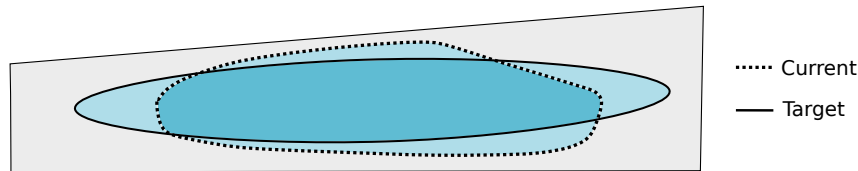


Figure 1.61 – Portées courante et cible d'un engrenage hypoïde [96]

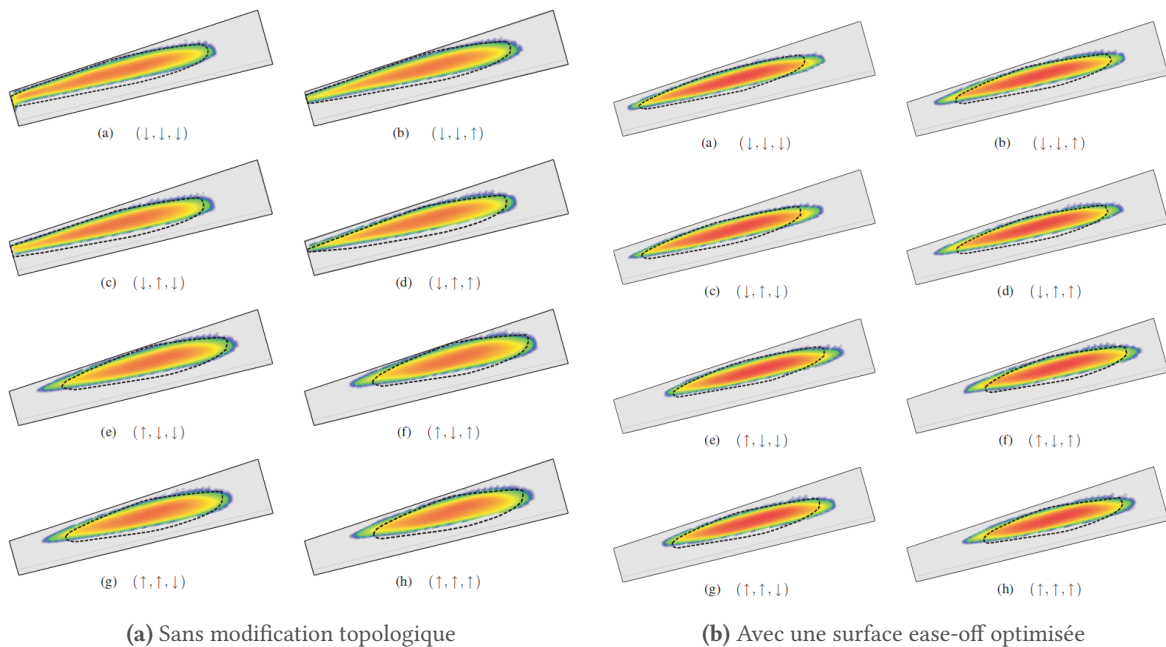


Figure 1.62 – Portées d'un engrenage hypoïde désaligné sans (a) et avec (b) correction topologique optimisée robuste [96]

Cette fonction objectif est appliquée à l'optimisation robuste de l'engrenage, soumis à des désalignements incertains. Les champs de pression de l'engrenage dont la surface a été corrigée sont moins sensibles aux différents désalignements appliqués et se maintiennent centrés (Figure 1.62.b), par opposition à l'engrenage non-corrigé (Figure 1.62.a).

### 4.3 Objectifs du module d'optimisation

L'optimisation est un enjeu majeur, quel que soit le domaine en question : l'objectif est de minimiser une ou plusieurs fonctions, qu'elles soient un coût, une masse, un délai, une contrainte. L'une des méthodes les plus simple consiste en l'utilisation d'un plan d'expériences : toutes les variables sont testées sur différents niveaux. Cette approche pose deux questions : celle de la précision des résultats, les intervalles entre les niveaux pouvant être important, et celle de la quantité de calculs à générer.

Pour pallier ce problème, il a été choisi d'utiliser des algorithmes d'optimisation, ici à population. Une multitude de ces algorithmes existent, mais tous ne sont pas adaptés à une industrialisation. Certains algorithmes convergent trop rapidement, d'autres nécessitent une population initiale importante. Le MO-TRIBES, en divisant sa population en plusieurs sous-population, autorise des convergences efficaces tout en réduisant les risques de blocage dans un minimum local. De plus, le nombre de paramètres d'entrée étant restreint, l'algorithme est pleinement utilisable en bureaux d'études.

Chez SAFRAN Helicopter Engines, les retours d'expériences montrent des marques d'usure sur certaines dentures. Des solutions intéressantes de contrôle de la portée sont proposées dans la bibliographie mais ont été appliquées sur des engrenages autres, hypoides ou faces.

L'objectif de notre module d'optimisation est simple : contrôler la distribution des pressions sur la denture de l'engrenage à voile mince par le biais de corrections de denture. En contrôlant la distribution des pressions, il sera possible de réduire les surpressions de contact observées sur l'engrenage du réducteur et d'augmenter sa durée de vie. Pour ce dernier point, l'optimisation est à coupler au module d'usure.

---

\*\*\*

Ce chapitre d'État de l'Art a présenté les deux enjeux majeurs de la thèse, la simulation du processus d'usure et l'optimisation de l'engrenage. Dans ces deux parties, de nombreux modèles et solutions existent mais ne sont pas applicables pour des raisons notamment de temps de calcul ou de non prise en compte de la flexibilité de voilure particulière de l'engrenage aéronautique.

Le chapitre suivant présente premièrement le code numérique de base, permettant justement la prise en compte de la flexibilité de l'engrenage aéronautique, puis nos deux modules développés pour l'analyse du processus d'usure et pour l'optimisation multi-objectifs et multi-variables.

---

\*

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

# 2

## Modèles numériques

---

### ORGANISATION DU CHAPITRE

---

L'objectif de ce chapitre est de décrire les différents modèles numériques utilisés ainsi que les modules d'usure et d'optimisation développés au cours de cette thèse. La section 1 de ce chapitre présente le code numérique de base de CYLAM, code permettant d'analyser le comportement quasi-statique sous-charge de l'engrenage. Le fonctionnement général et les différentes étapes de calcul sont précisés.

Le module d'usure est associé au module de base. Dans la première partie de la section 2, la prise en compte de la lubrification est expliquée. Différentes briques du module d'usure sont ensuite détaillées : calcul de la profondeur de l'usure, du cumul des rotations et des différents cycles. Cette section se termine par la confrontation des résultats du modèle à des cas issus de la bibliographie.

La section 3 concerne le module d'optimisation : son implantation au sein du module de base, ses entrées et sorties. Les performances de l'algorithme MO-TRIBES seront étudiées en les comparant à un algorithme d'optimisation par essai particulaire basique.

---



PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## 1 Modèle de base

L'intégralité des travaux de la thèse a été codée dans un logiciel : CYLAM. Ce logiciel a été développé par la société MECALAM afin de répondre aux besoins de SAFRAN Helicopter Engines. De par son statut et ses fondateurs, la société MECALAM travaille en étroite collaboration et sous contrat avec le laboratoire LaMCoS.

### 1.1 Principe de fonctionnement de CYLAM

L'objectif premier du logiciel est de simuler le comportement sous charge d'engrenages cylindriques droits ou hélicoïdaux afin d'extraire ses caractéristiques principales, en termes de pression de contact et d'erreur de transmission notamment. Globalement, le processus de résolution du problème se scinde en trois étapes distinctes récapitulées dans la Figure 2.1

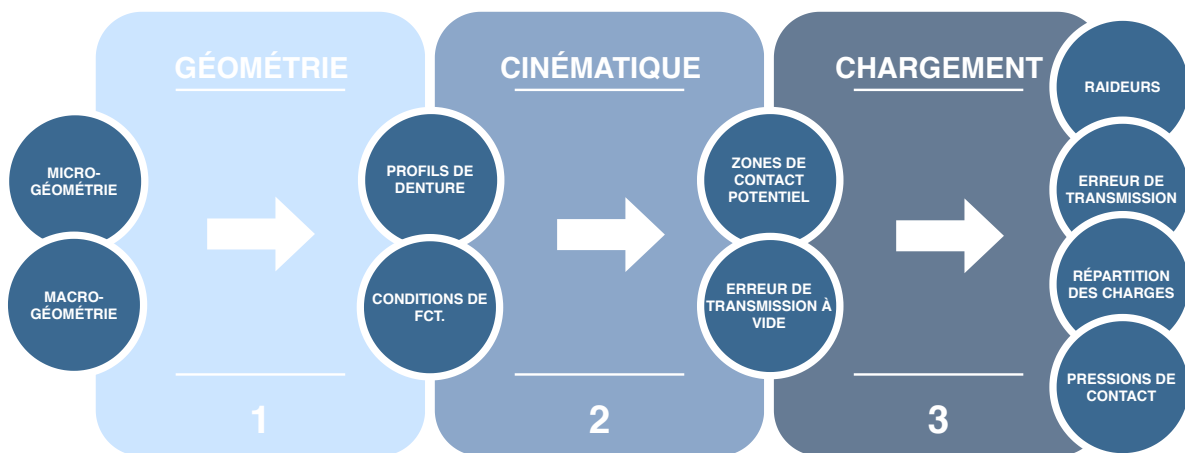


Figure 2.1 – Étapes de calculs de CYLAM, paramètres d'entrée et de sortie

**Étape 1 - Géométrie** : génération des dentures. Leurs géométries sont obtenues en simulant le processus de taillage et de rectification des dents.

**Étape 2 - Cinématique** : simulation du comportement à vide de l'engrenage. Cette étape est essentielle à la définition des zones potentielles de contact sur chaque dent et pour chaque position cinématique. La position des lignes de contact est dépendante des différents désalignements susceptibles d'être simulés et des écarts de formes, notamment des corrections de dentures appliquées.

**Étape 3 - Chargement** : simulation sous charge de l'engrenage. Suite au calcul de la répartition des charges, les différents résultats relatifs au comportement de l'engrenage chargé sont disponibles. Le calcul des contraintes en pieds de dent sont également possibles à ce stade.

### 1.2 Modèle de contact

Une fois la définition de la géométrie des dentures effectuée, il est possible d'entreprendre le calcul de répartition des charges. Pour cela, une méthode mixte a été adoptée : cette dernière combine une partie Éléments-Finis à l'approche de Boussinesq détaillée par la suite. Cette méthode de résolution a été validée et appliquée sur différents types d'engrenages :

- Engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux et faces : [95, 97-99]
- Engrenages crémaillères : [100]
- Engrenage spiro-coniques : [101-103]
- Engrenages roue et vis sans fin : [104-106]

### 1.2.1 Présentation du problème

La simulation du comportement à vide de l'engrenage fournit les zones potentielles de contact sur les flancs des dents. Autour de ces lignes de contact, un maillage local est défini : les paramètres de ce maillage sont fixés par l'estimation de la taille du contact via la théorie de Hertz (Figure 2.2). La répartition de carreaux selon la largeur de la denture reste fixée par des paramètres utilisateurs. Selon la hauteur, les tailles des carreaux s'adaptent à la largeur du contact définie par la théorie de Hertz. Ainsi, il a été choisi que la hauteur initiale du maillage local soit équivalente à  $1.5 \times$  les estimations de largeur du contact de Hertz, soit  $2a \times 1.5$ . Au fur et à mesure des avancées de résolution du calcul de partage des charges, une définition plus précise du champ de pression autour de la ligne de contact est accessible. La hauteur du maillage est donc automatiquement modifiée afin de maximiser l'utilisation des carreaux du maillage selon sa hauteur et ainsi éviter que trop de carreaux ne soient inclus dans le contact si l'approximation de Hertz initiale était trop faible.

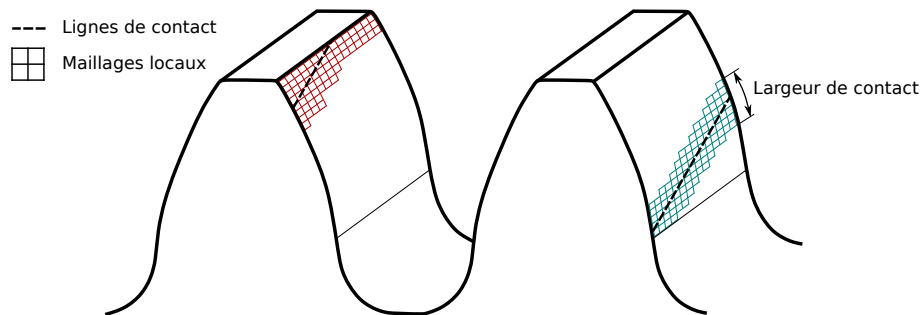


Figure 2.2 – Maillages locaux autour des lignes de contact

Les contacts se font dans les zones de contacts potentielles définies à l'étape 2 du processus (Figure 2.1). C'est donc dans ces zones, également représentées Figure 2.3, que nous chercherons à résoudre le problème de répartition des charges afin que les restrictions d'interpénétration soient satisfaites par le biais des équations de comptabilité des déplacements 2.1 et 2.2.

Ainsi, pour tous les points des corps du pignon et de la roue :

$$\text{Dans la zone du contact (S)} \quad \begin{cases} y_i^{ang} = U_{1i}^{ang} + U_{2i}^{ang} - e_i^{ang} - \alpha^{ang} = 0 \\ p_i \geq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\text{Hors de la zone du contact (S)} \quad \begin{cases} y_i^{ang} = U_{1i}^{ang} + U_{2i}^{ang} - e_i^{ang} - \alpha^{ang} \geq 0 \\ p_i = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

où :

$U_{1,2i}^{ang}$  : Déplacements angulaires du pignon (indice 1) et de la roue (indice 2) au point  $i$  en rad

$e_i^{ang}$  : Écart initial angulaire au point  $i$  en rad

$y_i^{ang}$  : Distance entre les deux surfaces au point  $i$  après chargement en rad

$\alpha^{ang}$  : Rapprochement global des surfaces en contact en rad

$p_i$  : Pression de contact au point  $i$  en MPa

Les paramètres nécessaires à la résolution des équations de compatibilité sont retranscrits dans la figure 2.4. La notion d'écart angulaire final au point  $i$ , noté  $ef_i^{ang}$ , correspond au rapprochement des corps  $\alpha_i^{ang}$  dans l'aire de contact potentielle : celle-ci est située dans le plan tangent au point de contact à vide, représenté en rouge dans cette même figure.

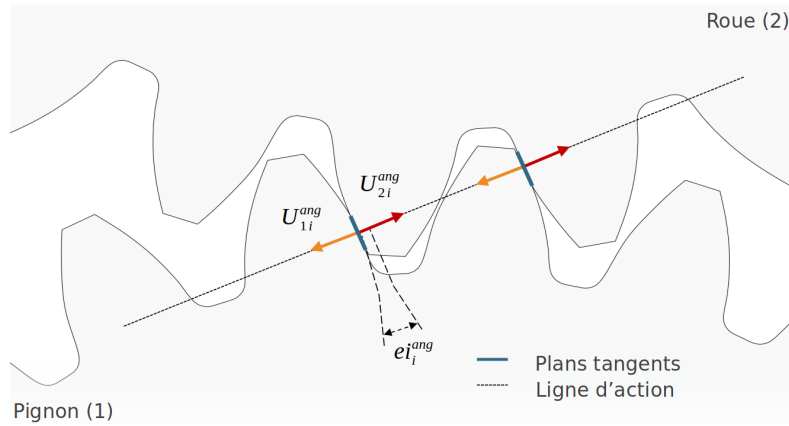


Figure 2.3 – Paramètres des équations de compatibilité des déplacements le long de la ligne d'action

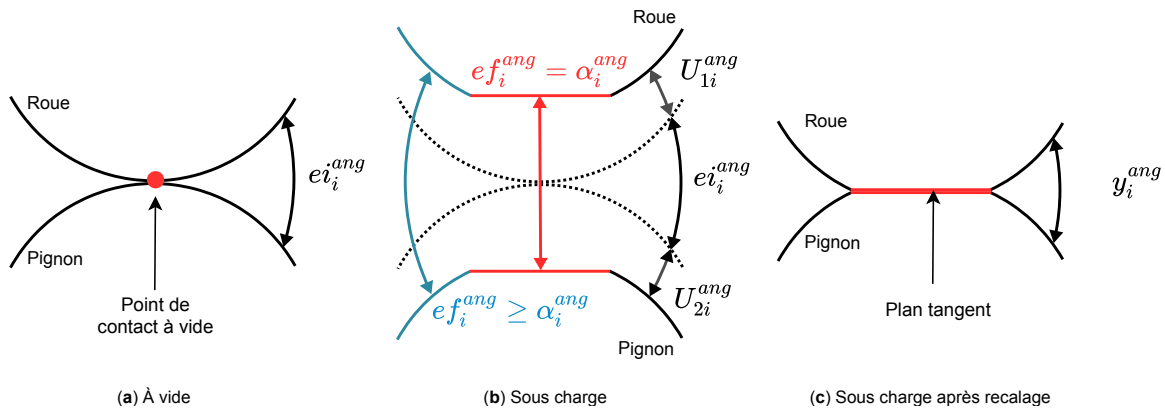


Figure 2.4 – Prise en compte des écarts et des déplacements, d'après [102]

En plus de ces conditions de non-pénétration, les pressions de contact calculées pour l'ensemble des points doivent satisfaire l'équilibre du couple moteur  $C_m$  tel que :

$$C_m = \sum_{i=1}^N p_i S_i \cdot (R_i r_{proj,i}) \quad (2.3)$$

en sachant que  $S_i$  est la surface du carreau  $i$ ,  $N$  le nombre de carreaux des maillages locaux,  $R_i$  le bras de levier du carreau associé au point  $i$  et  $r_{proj,i}$  le produit scalaire entre la normale au carreau  $\vec{n}_{ref,i}$  et la normale définie par le bras de levier  $\vec{n}_{rota,i}$  au point  $i$  (Figure 2.5).

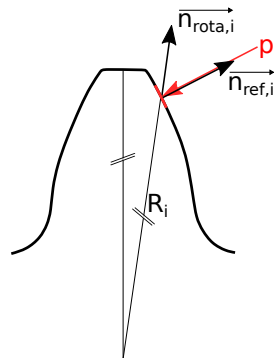


Figure 2.5 – Vecteurs normaux et bras de levier au point  $i$  du profil

## 1.2.2 Méthode de résolution du contact

Le processus de résolution du contact est itéré jusqu'à ce que les conditions de sorties de boucles soient réunies, en termes de nombre d'itérations ou en termes de précision des résultats obtenue  $\varepsilon$  (Figure 2.6)

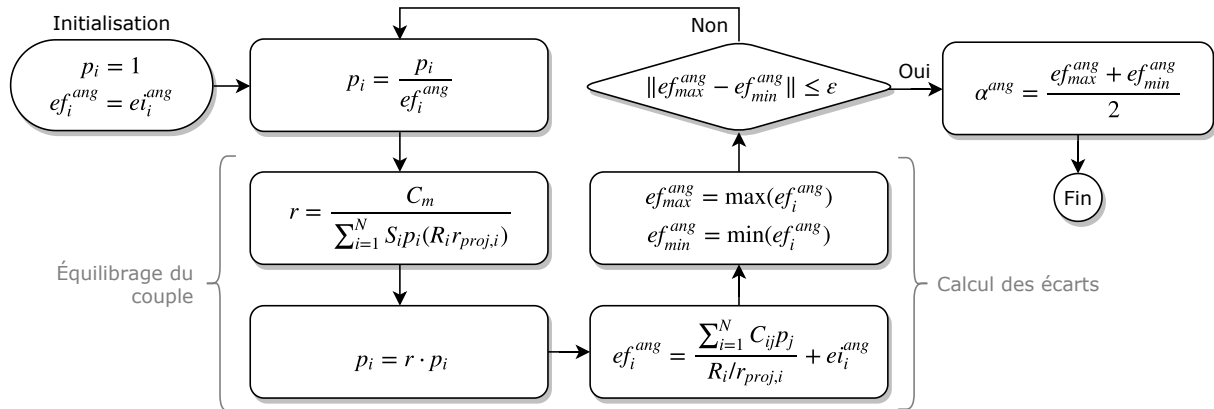


Figure 2.6 – Processus de calcul de la répartition de charge sous CYLAM

Les lignes de contacts sont réparties sur plusieurs dents. Une fois l'équilibre des pressions effectué, il est possible d'associer une charge transmise  $F_k$  à chaque dent  $k$  participant au contact.

$$F_k = \sum_{i=1}^N P_i^k S_i \text{ et } C_k = \sum_{i=1}^N P_i^k S_i \cdot (R_i r_{proj,i}) \quad (2.4)$$

où  $P_i^k$  représentent les pressions instantanées de contact en chaque point  $i$  associé au plan tangent de la dent  $k$ .

$$\text{avec } P_i^k = \begin{cases} p_i, & \text{si } i \text{ est sur la dent } k \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.5)$$

La méthode des coefficients d'influence est utilisée pour déterminer le déplacement  $U_i$  d'un point  $i$  lorsque un point  $j$  de la surface est chargé de manière unitaire (Figure 2.7). Ce comportement est explicité par l'équation 2.6.

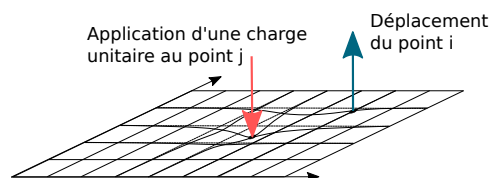


Figure 2.7 – Méthode des coefficients d'influence : application d'une charge au point  $j$  et déplacement au point  $i$

$$U_i = \sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j \quad (2.6)$$

La théorie de Boussinesq [107] offre la possibilité de connaître analytiquement les déplacements de tous les points du maillage suite au chargement d'un point par une charge unitaire.

$$\begin{bmatrix} U(M_1) \\ U(M_2) \\ \vdots \\ U(M_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & \cdots & C_{1,N} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & \cdots & C_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N,1} & C_{N,2} & \cdots & C_{N,N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(M_1) \\ F(M_2) \\ \vdots \\ F(M_N) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

avec :

- $U(M_i)$  : Déplacement global du point  $M_i$
- $F(M_i)$  : Chargement appliqué au point  $M_i$
- $C_{ij}$  : Matrice des coefficients d'influence

La matrice des coefficients d'influence  $C_{ij}$  est constituée de deux sous-entités, la matrice  $C_{ij}^S$  relatif à la déformation de la surface ainsi que les matrices  $C_{ij}^{PF}$  et  $C_{ij}^{RF}$  traduisant respectivement les déformations structurelles du pignon et de la roue. Ainsi, la matrice complète des coefficients d'influence s'écrit :

$$C_{ij} = C_{ij}^S + (C_{ij}^{PF} + C_{ij}^{RF}) \quad (2.8)$$

Deux types de coefficients d'influence se distinguent.

### Coefficients d'influence de flexion : calcul des déplacements

L'une des caractéristiques de CYLAM est la prise en compte des structures complexes sous les dentures et de leurs effets. Ainsi, les engrenages développés disposent de voiles fins et inclinés, voire percés, de jantes, d'arbres creux, de palier, etc. Il semble délicat de trouver une formulation analytique pour la prise en compte de ces formes complexes. De ce fait, les coefficients de flexion sont calculés via une modélisation EF de la denture et de sa sous-structure.

Les calculs EF sont relativement longs et leur nombre est à réduire. Ainsi, le calcul des coefficients d'influence est effectué à partir d'un unique calcul élément-finis sur des points répartis régulièrement selon la hauteur et la largeur de la dent (Figure 2.8). Le maillage constitué est appliqué sur trois dents consécutives. Par la suite, des fonctions d'interpolation permettront d'obtenir les déplacements de n'importe quel point situé sur le flanc de denture.

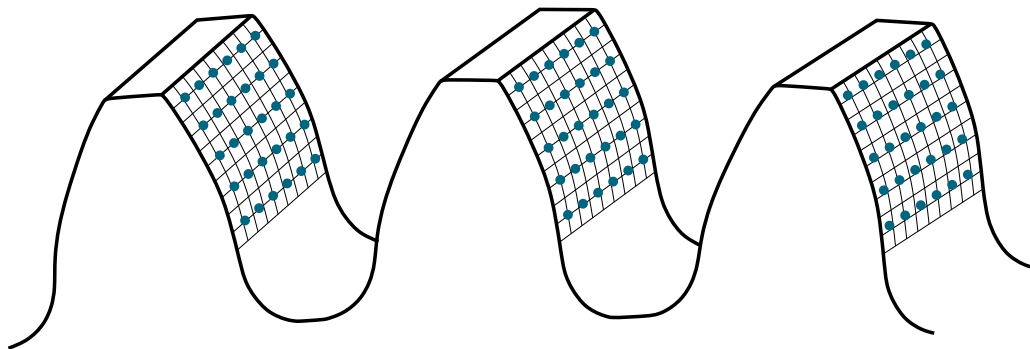


Figure 2.8 – Répartition des points de calculs pour modélisation EF

Chaque point est chargé d'un effort unitaire et constitue ainsi un cas d'analyse statique. L'application d'un effort unitaire en chaque point engendre un déplacement de l'ensemble des points des maillages. Ces déplacements incluent les effets de flexion des dents mais aussi l'écrasement des surfaces aux alentours du point chargé (Figure 2.9b). Pour extraire uniquement les effets dus à la flexion des dents, une étape de calcul supplémentaire est nécessaire : il s'agit d'encasturer le flanc anti-homologue (Figure 2.9c)[108].

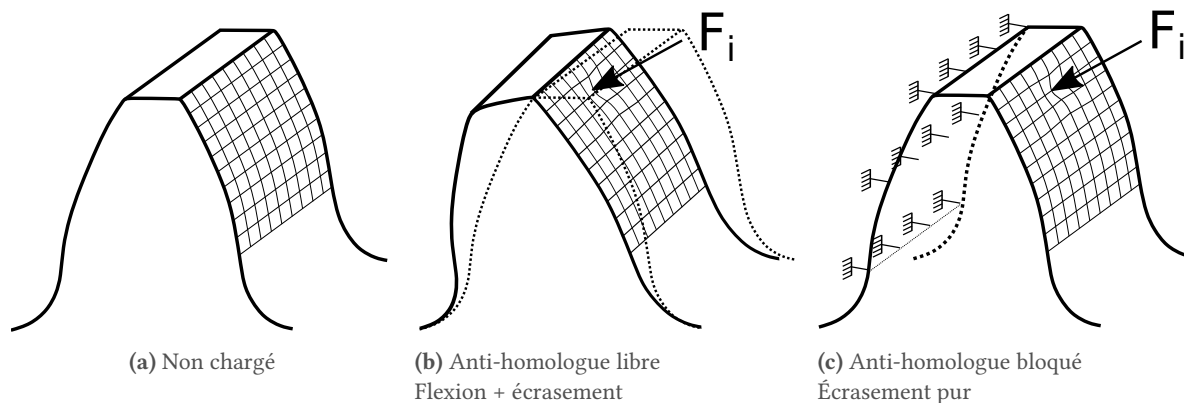


Figure 2.9 – Conditions aux limites selon le type de déplacement à évaluer

En considérant que les déplacements du point  $i$  suite au chargement du point  $j$  se notent respectivement  $u_{ij}^L$  et  $u_{ij}^B$  pour les calculs avec un flanc anti-homologue (L)ibre et un (B)loqué, les déplacements  $u_i$  dus à la flexion de la dent uniquement s'expriment :

$$u_{ij} = u_{ij}^L - u_{ij}^B \quad (2.9)$$

Le déplacement  $\vec{u}_{ij}$  du point  $i$  dû à un chargement au point  $j$  est finalement à projeter sur le vecteur  $\vec{n}_j$ , normal au point de chargement  $j$ .

$$U_{ij} = \vec{u}_{ij} \cdot \vec{n}_j \quad (2.10)$$

Pour les calculs de flexions,  $N$  points sont répartis sur chacune des  $k$  dents avec  $k = 1, 2$  ou  $3$ . Nous noterons par la suite  $[U^k]$ , la matrice des déplacements de points de la dent  $k$ .

### Coefficients d'influence de flexion : fonction de formes

A ce stade, les déplacements des points dus à la flexion des dents ne sont connus que sur les points de calculs de la Figure 2.8. Or, nous souhaiterions connaître les déplacements de n'importe quel point potentiel de contact sans avoir à effectuer un nouveau calcul Éléments-Finis. Pour se faire, des fonctions de formes sont introduites.

$$u(M, M') = \sum_{k=1}^K c_k(M') \cdot f_k(M) = [c_1(M') \quad c_2(M') \quad \dots \quad c_K(M')] \cdot \begin{bmatrix} f_1(M) \\ f_2(M) \\ \vdots \\ f_K(M) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$c_k(M') = \sum_{l=1}^K c_{kl} \cdot f_l(M') = [f_1(M') \quad f_2(M') \quad \dots \quad f_K(M')] \cdot \begin{bmatrix} c_{k1} \\ c_{k2} \\ \vdots \\ c_{kK} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Enfin, la combinaison des équations 2.11 et 2.12 permet l'obtention du déplacement  $u(M, M')$ , exprimé sous forme matricielle :

$$u(M, M') = [f_1(M') \quad f_2(M') \quad \dots \quad f_K(M')] \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & \dots & c_{K,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & \dots & c_{K,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1,K} & c_{2,K} & \dots & c_{K,K} \end{bmatrix}}_{[C]} \cdot \begin{bmatrix} f_1(M) \\ f_2(M) \\ \vdots \\ f_K(M) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Dans l'équation 2.13, la matrice  $[C]$  est spécifique à la structure. Grâce à celle-ci, il est possible de déduire le déplacement d'un point quelconque  $M$  de la denture, lorsque des efforts normaux sont appliqués à la structure.

En se basant sur l'équation 2.13, les déplacements aux  $M_1$  à  $M_K$  pour un cas de charge quelconque au point  $M'$  sont déterminés par l'équation 2.14.

$$[u(M_1, M') \quad u(M_2, M') \quad \dots \quad u(M_K, M')] = [f_1(M') \quad f_2(M') \quad \dots \quad f_K(M')] \cdot [C] \cdot \begin{bmatrix} f_1(M) \\ f_2(M) \\ \vdots \\ f_K(M) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Dans la même logique, si des chargements multiples sont appliqués aux points  $M'_1$  à  $M'_K$ , les déplacements des points  $M_1$  à  $M_K$  s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} u(M_1, M'_1) & \dots & u(M_K, M'_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(M_1, M'_K) & \dots & u(M_K, M'_K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(M'_1) & \dots & f_K(M'_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(M'_K) & \dots & f_K(M'_K) \end{bmatrix} \cdot [C] \cdot \begin{bmatrix} f_1(M_1) & \dots & f_1(M_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_K(M_K) & \dots & f_K(M_K) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

En posant :

$$[f] = \begin{bmatrix} f_1(M_1) & \dots & f_K(M_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(M_K) & \dots & f_K(M_K) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Et en admettant que les points  $M$  et  $M'$  sont confondus lorsque le déplacement est mesuré au point d'application de l'effort, l'équation 2.15 devient :

$$\begin{bmatrix} u(M_1, M_1) & \dots & u(M_K, M_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(M_1, M_K) & \dots & u(M_K, M_K) \end{bmatrix} = [f]^T \cdot [C] \cdot [f] \quad (2.17)$$

En connaissant les déplacements des  $K$  points pour l'ensemble des cas de chargement, le calcul de la matrice  $[C]$  s'exprime ainsi :

$$[C] = [f^{-1}]^T \cdot \begin{bmatrix} u(M_1, M_1) & \dots & u(M_K, M_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(M_1, M_K) & \dots & u(M_K, M_K) \end{bmatrix} \cdot [f^{-1}] \quad (2.18)$$

Cette équation est applicable à chacune des 3 dents. La généralisation de l'équation 2.18 s'écrit alors :

$$[C^k] = [f^{-1}]^T \cdot [U^k] \cdot [f^{-1}] \quad (2.19)$$



avec  $[U^k]$  les matrices de déplacements pour la dent  $k$ .

Les efforts sont appliqués sur la surface du flanc de denture et les déplacements sont aussi déterminés sur cette dernière. De ce fait, il est possible de décomposer chaque fonction  $f$  de la base en deux fonctions à une variable chacune :

$$f_k(z, r) = h_j(z) \cdot g_i(r) \quad (2.20)$$

où  $r$  et  $z$  correspondent à la position du point respectivement selon la hauteur de la dent et selon sa largeur. Pour assurer un bon conditionnement de la matrice des fonctions de formes, deux variables  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont introduites :

$$\lambda_1 = \frac{z + b/2}{b} \quad (2.21a)$$

$$\lambda_2 = \frac{r - r_f}{r_a - r_f} \quad (2.21b)$$

où :

$r_a$  : Rayon de tête en m

$r_f$  : Rayon de pied en m

$b$  : Largeur de denture en m

Dans sa hauteur, une dent présente un comportement relativement similaire à celui d'une poutre encastrée-libre (Figure 2.10). La  $i^{\text{ème}}$  fonction  $g$  s'écrit sous la forme polynomiale, tout comme les solutions des déformées d'une telle poutre :

$$g_i(\lambda_2) = \lambda_2^{i-1} \quad (2.22)$$

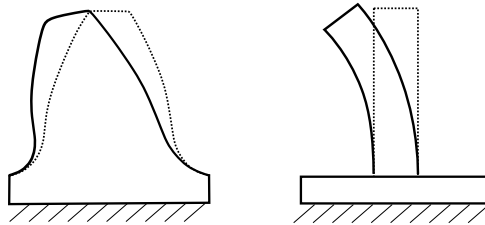


Figure 2.10 – Corrélation entre la déformée d'une dent chargée et celle d'une poutre encastrée-libre [102]

Dans sa largeur, le comportement d'une dent s'approche de celui d'une poutre dont les conditions aux limites seraient libre-libre. Pour la fonction  $h$ , sa  $j^{\text{ème}}$  fonction est définie via les fonctions de résonance de ce type de poutre :

$$\begin{cases} \text{Si } j = 1 & h_j(\lambda_1) = 1 \\ \text{Si } j = 2 & h_j(\lambda_1) = 1 - 2 \cdot \lambda_1 \\ \text{Sinon} & h_j(\lambda_1) = \sin(\mu_j \cdot \lambda_1) + \sinh(\mu_j \cdot \lambda_1) - \alpha_j \cdot (\cos(\mu_j \cdot \lambda_1) + \cosh(\mu_j \cdot \lambda_1)) \end{cases} \quad (2.23)$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha_j = (\sin(\mu_j) - \sinh(\mu_j)) / (\cos(\mu_j) - \cosh(\mu_j)) \\ \mu_j = (j - 3/2) \cdot \pi \end{cases} \quad (2.24)$$

Toutes les fonctions de formes de la base sont maintenant connues. En les associant aux déplacements des points obtenus précédemment, il est possible d'en déduire les matrices des coefficients d'influence de flexion  $[C^k]$  pour chacune des  $k$  dents :

$$[C^k] = [f]^{-1} \cdot [U^k] \cdot [f]^{-1} \quad (2.25)$$

### Coefficients d'influence de flexion : interpolations des coefficients

À cette étape, nous cherchons à obtenir les coefficients d'influence de flexion pour les points situés dans le contact pour une position cinématique donnée. Si le maillage local de la zone de contact de la position courante est constitué de  $N$  points,  $N \times N$  coefficients d'influence seront à calculer : pour un point  $N$  donné, il est nécessaire de considérer les effets des  $N$  points sur ce même point.

Ainsi, le coefficient d'influence  $C(M_i/M_j)$ , correspondant à l'influence du point chargé  $M_j$  sur le déplacement d'un point  $M_i$  s'exprime ainsi :

$$C(M_i/M_j) = \begin{bmatrix} f_1(M_i) \\ f_2(M_i) \\ \vdots \\ f_K(M_i) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,K} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{K,1} & c_{K,2} & \cdots & c_{K,K} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1(M_j) \\ f_2(M_j) \\ \vdots \\ f_K(M_j) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Finalement, les coefficients d'influence de tous les points de la zone de contact sont regroupés au sein d'une nouvelle matrice de coefficients d'influence de taille  $N \times N$  :

$$\begin{bmatrix} C(M_1/M_1) & C(M_1/M_2) & \cdots & C(M_1/M_K) \\ C(M_2/M_1) & C(M_2/M_2) & \cdots & C(M_2/M_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(M_K/M_1) & C(M_K/M_2) & \cdots & C(M_K/M_K) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Nous disposons à ce niveau des coefficients d'influence de flexion pour tous les points du contact.

### Coefficients d'influence de contact

En complément de la flexion, les déplacements des points des surfaces soumis à un écrasement sont à calculer. Les travaux de Boussinesq [107] et Cerruti [109] proposent des formulations basées sur des fonctions potentielles afin d'obtenir l'expression de ces déplacements au point  $i$  pour un chargement du point  $j$  (Équation 2.28).

$$u_i(x, y) = \int \int_{A_c} A_{ij}(x - x', y - y') \cdot p_j(x', y') \cdot dx' dy' \quad (2.28)$$

où :

- $A_c$  : Aire de contact potentielle
- $x, y$  : Coordonnées du point étudié  $i$
- $x', y'$  : Coordonnées du point chargé  $j$
- $p_j$  : Pression appliquée au point  $j$

Dans notre cas, les deux corps sont soumis à l'écrasement de leur surface. Pour prendre en compte cette notion, le déplacement normal  $u_i^S$  du point  $i$  s'écrit :

$$u_i^S = u_{1i}^S + u_{2i}^S \quad (2.29)$$

$$u_i^S = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2} \right) \cdot \sum_{j=1}^N a_{ij} p_j \quad (2.30)$$

En mettant en place la simplification suivante :

$$C_{ij}^S = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2} \right) \cdot a_{ij} \quad (2.31)$$

L'équation du déplacement normal du point  $i$  s'écrit :

$$u_i^S = \sum_{j=1}^N C_{ij}^S p_j \quad (2.32)$$

Il est maintenant nécessaire de définir le paramètre  $a_{ij}$ . En effectuant un changement de variables telles que  $x = x_i - x_j$  et  $y = y_i - y_j$ , l'expression des coefficients d'influence de surface s'écrit alors :

$$\begin{aligned} a_{ij} = &+ (x - a) \cdot \ln \left( \frac{(y - b) + \sqrt{(y - b)^2 + (x - a)^2}}{(y + b) + \sqrt{(y + b)^2 + (x - a)^2}} \right) \\ &+ (x + a) \cdot \ln \left( \frac{(y + b) + \sqrt{(y + b)^2 + (x + a)^2}}{(y - b) + \sqrt{(y - b)^2 + (x + a)^2}} \right) \\ &+ (y - b) \cdot \ln \left( \frac{(x - a) + \sqrt{(y - b)^2 + (x - a)^2}}{(x + a) + \sqrt{(y - b)^2 + (x + a)^2}} \right) \\ &+ (y + b) \cdot \ln \left( \frac{(x + a) + \sqrt{(y + b)^2 + (x + a)^2}}{(x - a) + \sqrt{(y + b)^2 + (x - a)^2}} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Il va de soi que le calcul du déplacement dû à l'écrasement du point  $i$  pour un chargement au point  $j$  n'est valable que si les points  $i$  et  $j$  sont situés sur la même dent  $k$ . À contrario, un couplage existe bien lorsque la flexion de la dent  $k$  est considérée : dans ce cas, tous les points, quelle que soit la dent sur laquelle ils se trouvent, sont pris en compte.

### Coefficients d'influence : calcul des déplacements

Le déplacement total est la somme des déplacements dus à la flexion du pignon et de la roue, ainsi que ceux dus à l'écrasement des surfaces chargées et est obtenu par l'équation 2.34.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U(M_1) \\ \vdots \\ U(M_i) \\ \vdots \\ U(M_N) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} C_{1,1}^{Pf} & \dots & C_{1,N}^{Pf} \\ \vdots & C_{i,j}^{Pf} & \vdots \\ C_{K,1}^{Pf} & \dots & C_{N,N}^{Pf} \end{bmatrix}}_{\text{Déplacements de flexion (Pignon)}} \cdot \begin{bmatrix} F(M_1) \\ \vdots \\ F(M_i) \\ \vdots \\ F(M_N) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{1,1}^{Rf} & \dots & C_{1,N}^{Rf} \\ \vdots & C_{i,j}^{Rf} & \vdots \\ C_{K,1}^{Rf} & \dots & C_{N,N}^{Rf} \end{bmatrix}}_{\text{Déplacements de flexion (Roue)}} \cdot \begin{bmatrix} F(M_1) \\ \vdots \\ F(M_i) \\ \vdots \\ F(M_N) \end{bmatrix} + \\ &\underbrace{\begin{bmatrix} C_{1,1}^S & \dots & C_{1,N}^S \\ \vdots & C_{i,j}^{Rf} & \vdots \\ C_{K,1}^S & \dots & C_{N,N}^S \end{bmatrix}}_{\text{Déplacements d'écrasement des surfaces}} \cdot \begin{bmatrix} F(M_1)/dS \\ \vdots \\ F(M_i)/dS \\ \vdots \\ F(M_N)/dS \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.34)$$

### Écart initial

Enfin, la dernière inconnue de l'équation de compatibilité des déplacements est la définition des écarts initiaux. Pour rappels, ces écarts sont obtenus à l'étape 2 du processus (Figure 2.1) et ils prennent en considération tous les écarts de formes de taillage, de rectification de la cinématique à vide lors de l'engrènement. Les écarts initiaux au point  $i$  sont calculés via l'équation 2.35.

$$e_i = \begin{bmatrix} x_P - x_T \\ y_P - y_T \\ z_P - z_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{x_T} \\ n_{y_T} \\ n_{z_T} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_R - x_T \\ y_R - y_T \\ z_R - z_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_{x_T} \\ n_{y_T} \\ n_{z_T} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

avec :

- $x_T, y_T, z_T$  : Coordonnées d'un point du plan tangent
- $x_P, y_P, z_P$  : Projection de ce point du plan tangent sur le pignon
- $x_R, y_R, z_R$  : Projection de ce point du plan tangent sur la roue
- $n_{x_T}, n_{y_T}, n_{z_T}$  : Coordonnées de la normale au plan tangent

Schématiquement, l'écart initial  $e_i$  correspond donc au segment normal au plan tangent au contact et passant par le point  $i$  (Figure 2.11). Finalement, nous disposons de toutes les données nécessaires à la résolution du problème.

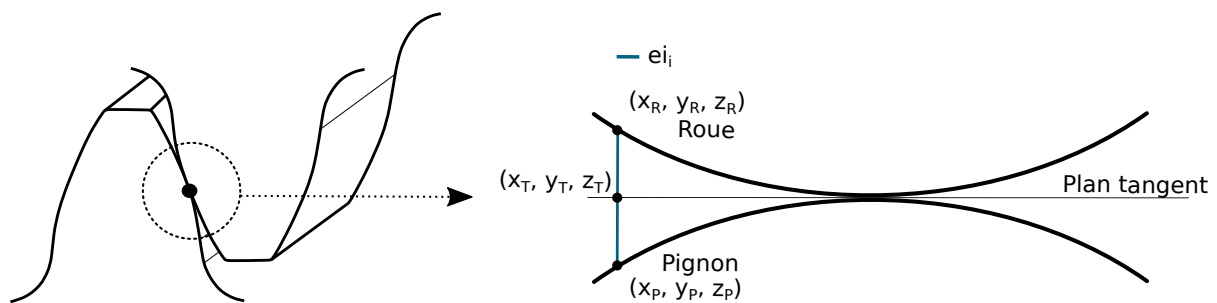


Figure 2.11 – Définition des écarts initiaux  $e_i$  au point  $i$

### 1.3 Exemple d'utilisation

Ce paragraphe présente quelques-uns des résultats obtenus grâce au modèle numérique CYLAM décrit dans la section précédente. Les calculs sont effectués pour un engrènement cylindrique droit. La répartition de la charge au cours de l'engrènement montre l'alternance de la charge portée par les dents 1 et 2, tout en maintenant un effort global transmis constant (Figure 2.12).

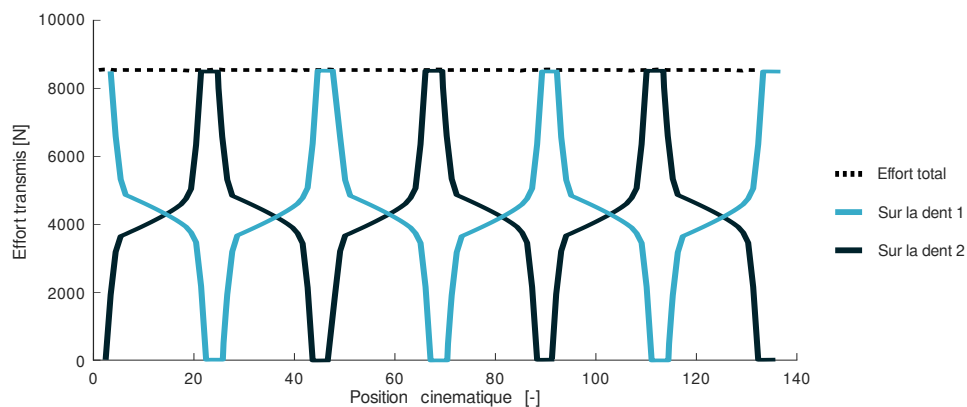


Figure 2.12 – Répartition des charges

Le signal de l'erreur de transmission est en accord avec la répartition des charges (Figure 2.13). En effet, lorsqu'une seule dent supporte l'intégralité de la charge, sa flexion et l'écrasement local sont plus importants et le signal de l'erreur de transmission est maximal. Les phases où les contacts se font sur les deux dents affichent quant à elles une erreur de transmission minimale. La moyenne du signal est représentée en traits d'unions.

Les pressions de contact maximales appliquées sur le flanc du pignon sont reproduites sur la figure 2.14. En toute logique, ce champ de pressions de contact est scindé en deux parties marquées par une forte différence de pression lors du passage d'un contact double à un contact simple.

Le temps de calcul est un élément clef lorsqu'il s'agit d'optimiser un engrenage, le nombre de calculs à générer étant relativement important. Le temps de calcul est fonction de la taille du maillage local, du nombre de positions cinématiques ainsi que de l'ordinateur de calcul employé. Ainsi, pour un maillage avec 10 points en largeur de dent, 10 points selon la hauteur et 23 positions cinématiques, le temps de calcul observé est d'environ 30 secondes sur un processeur Intel Xeon E5-2650 fréquenté à 2.20 GHz.

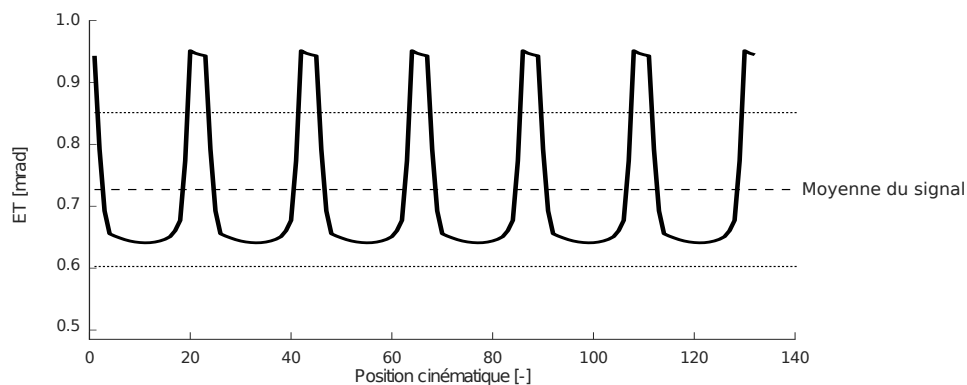


Figure 2.13 – Signal d'erreur de transmission

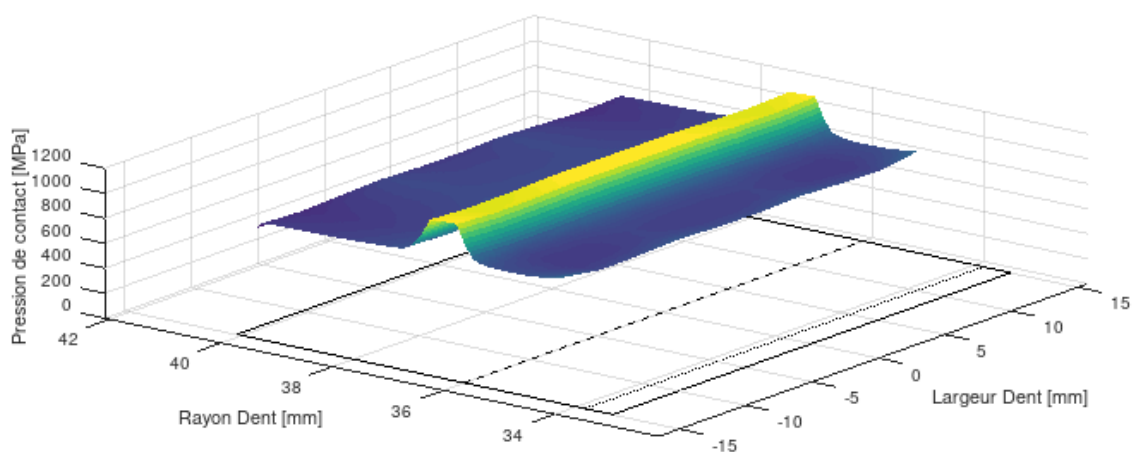


Figure 2.14 – Champ de pressions de contact sur le pignon

\*\*\*

Le fonctionnement du code numérique de CYLAM a été détaillé dans cette section. La notion de coefficients d'influence est primordiale, que ces coefficients soient de flexion ou de contact. En calculant

les coefficients de flexion du pignon et de la roue, la flexion de la denture mais aussi celle de la jante, du voile et des arbres sont intégrées au calcul. La combinaison de cette approche à la méthode de résolution semi-analytique font de CYLAM un outil capable d'estimer relativement rapidement le comportement quasi-statique d'un engrenage à voile mince. Les deux modules d'usure et d'optimisation, basés sur ce code numérique, intègre donc directement cette caractéristique : il est alors possible d'optimiser un engrenage à voile mince mais aussi de simuler le processus d'usure.

La prochaine section a pour vocation d'expliquer plusieurs points. Quel est le fonctionnement global de notre module d'usure ? Comment la lubrification a-t-elle été prise en compte dans ce dernier ? Que sont les cycles de mission et comment l'usure est-elle cumulée ? Comment ce code a-t-il été validé ?



PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## 2 Module d'usure

Dans la section 2 du chapitre 1, plusieurs modèles d'usure ont été présentés. Nombre d'entre eux sont basés sur une loi d'Archard. Cette section a pour objectifs de présenter le modèle implémenté et ses principales fonctionnalités, ainsi que les solutions apportées pour la gestion des cycles AMTs. Toutes les fonctions présentées ici sont disponibles dans le code du module d'usure développé.

Le module d'usure est intégré au code source de CYLAM (Figure 2.19). La fonction de calcul des charges de CYLAM a été adaptée afin de pouvoir considérer l'usure en mettant à jour la géométrie des points de contacts.

### 2.1 Notions de lubrification des surfaces

Avant de présenter le modèle d'usure développé, il est nécessaire d'apporter certaines notions relatives à la lubrification des surfaces. L'un des moyens les plus utilisés pour réduire l'usure et la friction est d'introduire un lubrifiant entre les deux surfaces en contact. Le lubrifiant a alors plusieurs rôles à jouer. Le plus évident est celui de séparer les deux surfaces en contact tout en portant la charge. Le lubrifiant est censé éviter tout contact métal-métal et ainsi diminuer l'usure. Le deuxième rôle est celui d'absorbant de chaleur. La chaleur générée dans le contact n'est alors plus totalement absorbée par les deux massifs mais est en partie extraite du contact par le biais du lubrifiant. En plus de la chaleur, le lubrifiant évacue aussi les particules et contaminants du contact. Le lubrifiant peut prendre la forme de graisse ou d'huile (minérale ou synthétique). Nous nous intéresserons ici qu'au dernier type, la graisse ne présentant pas des caractéristiques adaptées aux conditions de fonctionnement étudiées.

#### 2.1.1 Régimes de lubrification

Généralement, les régimes de lubrification sont distingués par l'épaisseur relative de film de lubrifiant  $\lambda$ . Ce coefficient  $\lambda$  relie l'épaisseur minimale de film de lubrifiant à la rugosité composite des deux surfaces (Équation 2.36).

$$\lambda = \frac{h_f}{R_q} \quad (2.36)$$

avec :

- $\lambda$  : Épaisseur relative de film de lubrifiant
- $h_f$  : Épaisseur minimale du film de lubrifiant en m
- $R_q$  : Rugosité composite en m

En traçant la courbe liant l'épaisseur relative de film de lubrifiant et le coefficient de frottement (Figure 2.15), trois zones se distinguent :

**Régime de film complet ou EHL**  $\lambda \geq 3.0$  (*full film lubrication*) : dans le régime élasto-hydrodynamique, l'intégralité de la charge repose sur le film de lubrifiant, son épaisseur étant suffisamment élevée pour assurer cette fonction. L'augmentation du coefficient de friction dans ce régime est due au cisaillement du lubrifiant. Théoriquement, aucune particule de matière n'est arrachée dans de telles conditions, si bien que certains auteurs considèrent alors un coefficient d'usure  $k$  nul.

**Régime mixte**  $0.5 \leq \lambda < 3.0$  (*mixed lubrication*) : ce régime correspondant au niveau intermédiaire entre les régimes de lubrification limite et en film élasto-hydrodynamique. Une partie de la charge est portée par les aspérités tandis que l'autre partie est supportée par le film de lubrifiant. Dans ce régime, plus l'épaisseur de film croît, moins la charge portée par les aspérités est grande. Le



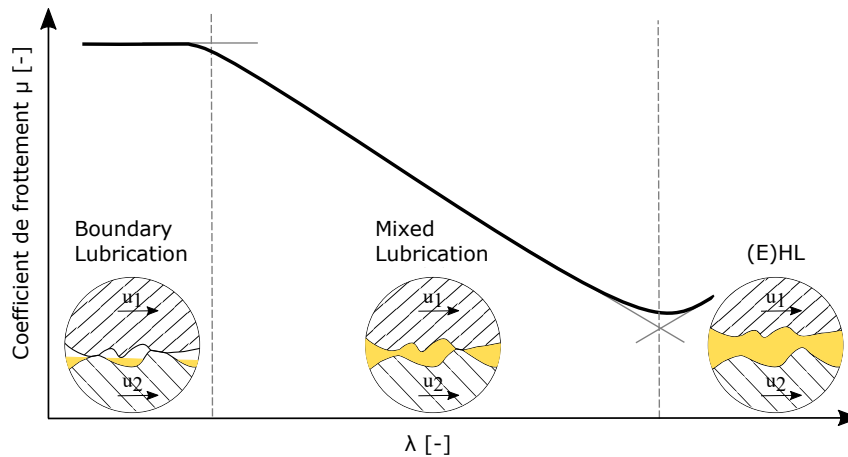


Figure 2.15 – Courbe de Stribeck, adapté de [110, 111]

coefficient de friction est directement impacté et chute jusqu'à son point minimal à la transition entre ce régime mixte et le régime EHL.

**Régime de lubrification limite**  $\lambda < 0.5$  (*boundary lubrication*) : l'épaisseur du film de lubrifiant n'est pas suffisamment épaisse pour couvrir l'intégralité des aspérités, ces dernières entrant alors directement en contact. Le coefficient de frottement est donc maximal dans ces conditions. Cette configuration est la plus sévère et à éviter. Son apparition est facilitée par des contraintes de fonctionnement sévères telles qu'une forte charge ou des vitesses de fonctionnement faibles – phase de démarrage par exemple – ou encore une sous-alimentation du contact en lubrifiant.

Nous verrons comment ce coefficient  $\lambda$  impacte le choix du coefficient d'usure dans la section 2.2.3.

La rugosité de surface d'un matériau caractérise son état de surface en termes de géométrie. Plusieurs types de rugosités existent, parmi lesquelles :

Écart moyen de rugosité ( $R_{a,i}$ ) : moyenne arithmétique des pics et des vallées du profil de la surface  $i$  par rapport à la ligne moyenne mesurée sur la longueur de l'échantillon  $l$ .

$$R_{a,i} = \frac{1}{l} \int_0^l |Z(x)| dx \quad (2.37)$$

Écart quadratique de rugosité ( $R_{q,i}$ ) : moyenne quadratique des déviations du profil de la surface  $i$  par rapport à la ligne moyenne mesurée sur la longueur de l'échantillon  $l$ .

$$R_{q,i} = \sqrt{\frac{1}{l} \int_{l_s}^{l_e} Z^2(x) dx} \quad (2.38)$$

La figure 2.16 présente un profil de rugosité d'une surface et les deux rugosités  $R_{a,i}$  et  $R_{q,i}$ .

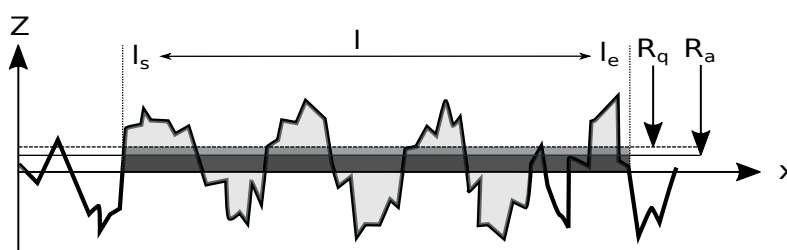


Figure 2.16 – Rugosité arithmétique  $R_{a,i}$  et rugosité quadratique  $R_{q,i}$  d'un profil aléatoire  $i$

Il est possible d'approximer la rugosité quadratique d'un profil depuis sa valeur arithmétique via l'équation 2.39, issue de [112].

$$R_{q,i} \approx \frac{\pi}{2\sqrt{2}} * R_{a,i} \approx 1.1 * R_{a,i} \quad (2.39)$$

Dans l'équation 2.36, la rugosité composite  $R_q$  est utilisée : elle combine alors les rugosités quadratiques des deux surfaces considérées.

$$R_q = \sqrt{R_{q,1}^2 + R_{q,2}^2} \quad (2.40)$$

## 2.1.2 Calcul de l'épaisseur de film de lubrifiant

La formulation d'Archard présente ses limites lorsqu'il s'agit de modéliser un contact lubrifié. Il est alors nécessaire d'adapter le coefficient d'usure à sec pour prendre en compte les paramètres propres à la lubrification.

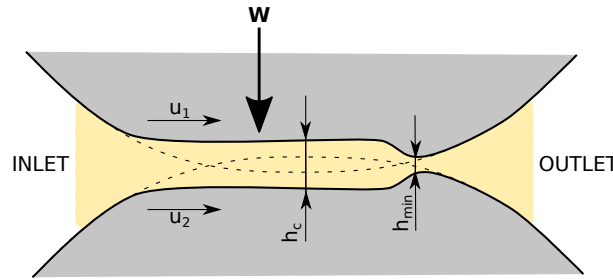


Figure 2.17 – Profil de l'épaisseur de film dans un contact EHL linéaire, adapté de [113]

Hamrock et Dowson, dans leur rapport technique relatif à la lubrification élasto-hydrodynamique [114], proposent deux équations (2.41a et 2.41b), l'une pour le calcul de l'épaisseur adimensionnée minimale de lubrifiant  $H_m$ , située juste avant la sortie du contact et l'autre pour le calcul de l'épaisseur adimensionnée centrale  $H_c$  du film de lubrifiant, plus épaisse au milieu du contact (Figure 2.17).

$$H_m = 3.63 \cdot G^{0.49} U^{0.68} W^{-0.073} (1 - e^{-0.68k_e}) \quad (2.41a)$$

$$H_c = 2.69 \cdot G^{0.53} U^{0.67} W^{-0.067} (1 - 0.61e^{-0.73k_e}) \quad (2.41b)$$

où :

$H_m, H_c$  : Épaisseur adimensionnée minimale et centrale du film de lubrifiant en m

$H = h/R$  : Épaisseur de film adimensionnée par le rayon de courbure

$h$  : Épaisseur de film en m

$k_e$  : Coefficient d'ellipticité, infini pour les engrenages

Autre formulation, celle de Krantz [115] :

$$H_m = 2.65 * G^{0.54} U^{0.70} W^{-0.13} \quad (2.42)$$

Enfin, les différents paramètres adimensionnés et généralement employés dans les formulations empiriques de calcul de film de lubrifiant sont détaillés ci-dessous.

$$G = \alpha_{PV} \cdot E' \quad W = w_l/E'R_x^m \quad U = (\eta_0 u_m)/(E'R_x) \quad (2.43)$$

où :

- $E'$  : Module de Young équivalent  
 $G$  : Paramètre matériau adimensionné  
 $U$  : Paramètre vitesse adimensionné  
 $W$  : Paramètre charge adimensionné  
 $w_l$  : Charge linéique en N/m  
 $R_x, R_y$  : Rayon de courbure équivalent selon les directions x et y  
 $k_e$  : Facteur d'ellipticité  
 $u_m = (u_1 + u_2)/2$  : Vitesse moyenne en  $\text{m s}^{-1}$   
 $\alpha_{PV}$  : Coefficient Pression-Viscosité en  $\text{Pa}^{-1}$   
 $\eta_0$  : Viscosité à pression ambiante en  $\text{Pa} \cdot \text{s}$   
 $\rho_0$  : Densité à pression ambiante en  $\text{kg m}^{-3}$   
 $m$  :  $m = 1$  si contact ponctuel,  $m = 2$  si elliptique

Le module de Young équivalent est obtenu en considérant les caractéristiques de deux matériaux en contact, leurs modules de Young  $E_{1,2}$  et leurs coefficients de Poisson  $\nu_{1,2}$  :

$$\frac{1}{E'} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2.44)$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.45)$$

Le rayon de courbure équivalent prend en considération les rayons de courbure des deux solides non déformés au niveau du point de contact. Les rayons de courbures de l'équation 2.45 sont sommés pour les engrenages externes, soustraits pour les engrenages internes.

Ces formulations 2.41a et 2.41b sont empiriques et donc inexactes mais ont pour avantage de donner une estimation de l'impact de chaque paramètre adimensionné sur les épaisseurs de film. Larsson [116] propose l'analyse de l'influence de ces paramètres. Pour cela, le calcul de  $H_m$  de l'équation 2.41a est développé en utilisant les équations 2.43 :

$$H_m = \frac{h_m}{R_x} = 3.63 \cdot (\alpha_{PV} E')^{0.49} \left( \frac{\eta_0 u_m}{E' R_x} \right)^{0.68} \left( \frac{w}{E' R_x^m} \right)^{-0.073} (1 - e^{-0.68 \cdot k_e}) \quad (2.46)$$

En regroupant les facteurs adimensionnés  $W, U$  et  $G$  et leurs exposants, on obtient :

$$h_m = 3.63 \cdot \frac{\alpha_{PV}^{0.49} \cdot \eta_0^{0.68} \cdot u_m^{0.68} \cdot R_x^{0.466}}{E^{0.117} \cdot w^{0.073}} (1 - e^{-0.68 \cdot k_e}) \quad (2.47)$$

Pour effectuer une analyse de l'influence des facteurs de l'équation 2.47, Larsson observe les exposants de chacune des variables de cette dernière :

**Module d'élasticité  $E$**  : faible influence avec un ensemble des coefficients valant environ  $-0.117$ .

A très forte valeur du module de Young, les surfaces ne se déforment plus et donc n'ont aucun impact sur l'épaisseur de film de lubrifiant. Des matériaux plus déformables présenteront une zone de contact plus conforme et une quantité de lubrifiant plus importante pourra alors porter la charge.

**Vitesse d'entraînement  $u_m$**  : une augmentation de cette vitesse entraînera un apport de lubrifiant plus important au sein du contact et favorisera l'éloignement des deux surfaces.

**Viscosité et indice de pression-viscosité  $\eta_0, \alpha_{PV}$**  : impact aussi fort que la vitesse d'entraînement.

**Chargement  $w$**  : très faible influence sur l'épaisseur du film, avec un exposant proche de 0.073.

Larsson souligne qu'un doublement de la charge entraînera une baisse de l'épaisseur de film de seulement 5%.

**Géométrie  $R_x$**  : la somme des exposants de  $R_x$  avoisine les 0.46 (pour  $m = 2$  dans l'équation 2.46), ce qui en fait un paramètre impactant. Les contacts à fort  $R_x$  sont plus à même de drainer une quantité de lubrifiant plus importante.

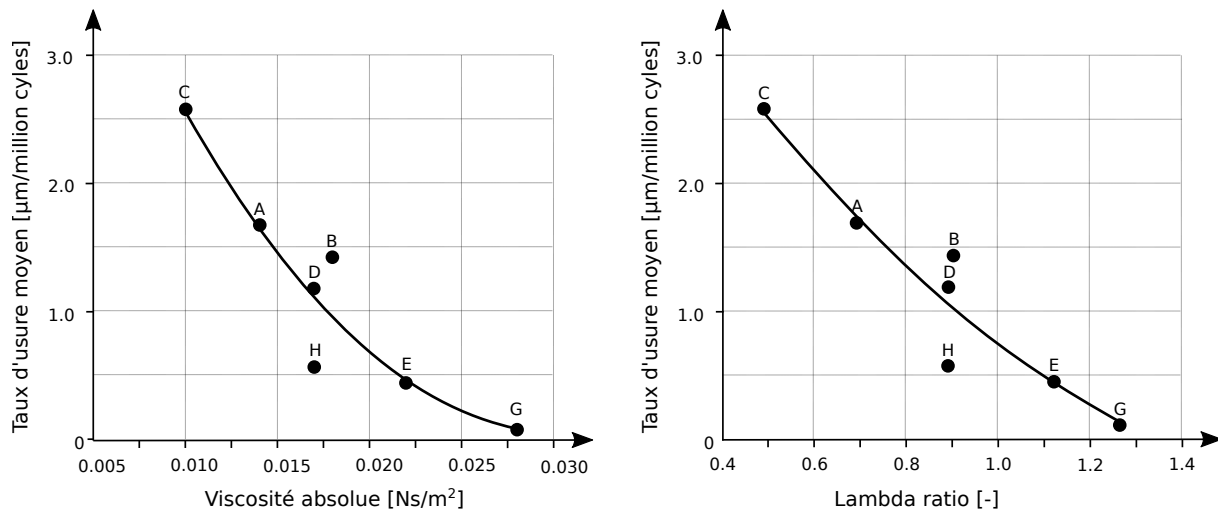


Figure 2.18 – Impact des viscosités et des épaisseurs relatives de film de lubrifiants sur le taux d'usure, par [53]

Dans leur étude, Krantz et Kahraman [53] montrent l'impact du lubrifiant sur le taux d'usure (Figure 2.18). Le coefficient d'usure a été mesuré sur plusieurs engrenages et pour différentes huiles et ce pour des conditions de fonctionnement identiques. Les huiles ayant une viscosité absolue élevée sont plus à même de générer des épaisseurs de films plus importantes. Cela se confirme par le graphe de droite : les huiles les plus fluides présentent des épaisseurs de film spécifiques  $\lambda$  moindres. Le film étant plus fin, le taux d'usure moyen sera plus conséquent.

### 2.1.3 Prise en compte des effets thermiques

Les formulations empiriques proposées pour le calcul des épaisseurs de film de lubrifiant considèrent un écoulement isotherme, c'est-à-dire qu'aucun transfert d'énergie thermique n'est pris en compte. Le lubrifiant est sensible à ces variations thermiques, sa viscosité est plus importante pour des températures faibles. Lors de l'engrènement, l'écrasement du fluide entre les deux surfaces en contact et le cisaillement introduit par un glissement important (à fort SRR) génèrent de la chaleur, emmagasinée par le lubrifiant et transmise en partie aux surfaces. Des auteurs ont proposé des coefficients permettant la considération des effets thermiques et leurs effets sur les épaisseurs de film.

Afin de remédier à cela, Gupta [117] propose l'introduction d'un facteur de réduction thermique  $\phi_T$ , communément appelé facteur de Gupta 2.48. Le rôle de ce facteur est de considérer l'impact de l'échauffement du contact sur l'épaisseur de film d'huile.

$$\Phi_T = \frac{1 - 13.2(P_0/E') \cdot Br^{0.42}}{1 + 0.213(1 + 2.23 * SRR^{0.83}) \cdot Br^{0.64}} \quad (2.48)$$

où :

- $P_0$  : Pression de contact en Pa
- $SRR$  : Rapport du glissement sur le roulement
- $E'$  : Module de Young équivalent en Pa

où  $Br$  est le nombre de Brinkman (sans dimension) défini dans l'équation 2.49. Ce nombre représente le rapport entre l'énergie due aux frottements visqueux et l'énergie évacuée par le fluide par conduc-

tion thermique. Plus ce nombre est élevé, plus les énergies dissipées par les forces visqueuses seront importantes face à l'évacuation de la chaleur : il s'en suivra une élévation de la température.

$$Br = \left( \frac{\delta\eta}{\delta T} \right) \frac{\tilde{u}^2}{\lambda_T} = \eta \cdot \frac{\tilde{u}^2}{\lambda_T \Delta T} \quad (2.49)$$

où :

- $\tilde{u}$  : Vitesse d'entraînement du fluide en  $m \cdot s^{-1}$
- $\lambda_T$  : Conductivité thermique du lubrifiant en  $W/(m \cdot K)$
- $T$  : Température du lubrifiant en K L'épaisseur de
- $\Delta T$  : Différence de température entre le lubrifiant et la température de ses frontières en K
- $\eta$  : Viscosité dynamique du lubrifiant en Pa s

film de lubrifiant  $h_m$  est à pondérer par ce coefficient  $\Phi_T$  pour prendre en considération les flux thermiques :

$$h_{mT} = \Phi_T \cdot h_m \quad (2.50)$$

À cette étape, nous sommes capables d'estimer l'épaisseur de film d'huile et de prendre en considération les effets thermiques au sein du lubrifiant. La définition du coefficient d'usure  $k$  reste encore à définir afin de pouvoir quantifier le volume de matière arraché.

## 2.2 Prise en compte de l'usure

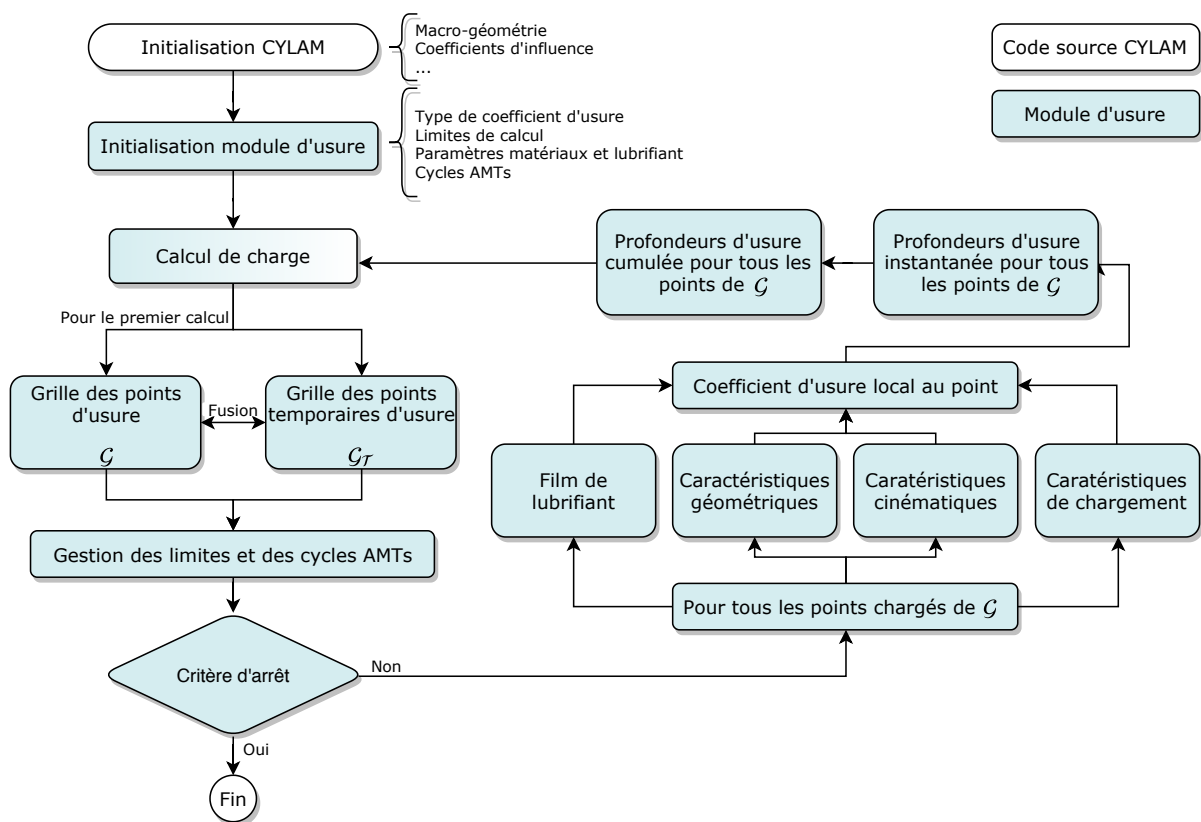


Figure 2.19 – Organigramme de l'intégration du module d'usure au sein du code source CYLAM

Comme le montre la figure 2.19, plusieurs processus sont nécessaires au calcul de l'usure. Les paragraphes suivants ont pour vocation de détailler chacun d'entre eux. Globalement, le processus de

prise en compte de l'usure est relativement simple (Organigramme 2.19) : le calcul des charges fournit les paramètres de chargement sur l'ensemble de la dent, les données supplémentaires sont calculées afin d'estimer les épaisseurs de film d'huile sur la dent et d'en déduire un coefficient d'usure local en chaque point. Sur ces derniers, les profondeurs d'usure sur le pignon et la roue sont estimées et cumulées à l'écart de forme déjà enregistré pour ce point. La répartition de charge est ensuite relancée avec la géométrie nouvellement usée. Ce processus est répété tant que les limites en termes de nombre de rotations ou de profondeur d'usure n'ont pas été atteintes.

### 2.2.1 Maillages

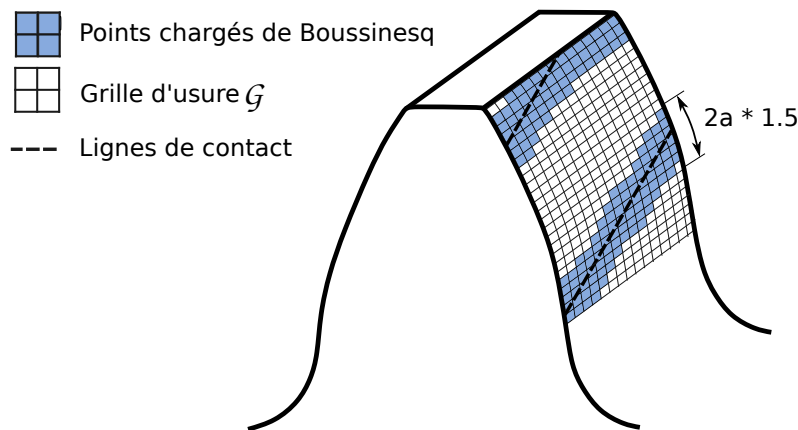


Figure 2.20 – Grille  $\mathcal{G}$  des points d'usure créée à partir des carreaux des maillages locaux autour des lignes de contact

Le calcul des profondeurs d'usure se fait sur chaque point d'un maillage  $\mathcal{G}$  créé à cet effet. La taille du maillage initial repose sur les tailles moyennes des carreaux des maillages de Boussinesq (Figure 2.20). Cette méthode permet de s'affranchir d'une définition « codée en dur » de la taille des carreaux. Les maillages locaux de Boussinesq sont construits autour des lignes de contact potentielles à vide. Ces lignes évoluent au cours de l'engrènement. De ce fait, pour chaque position cinématique, la position du maillage local ne peut être prédite (on parle de maillage flottant). Le maillage de l'usure  $\mathcal{G}$  étant associé à une dent et est donc fixe, il est nécessaire de créer une liaison entre ces deux maillages.

L'idée est alors de créer une nouvelle grille, appelée  $\mathcal{G}_{\mathcal{T}}$  et disposant du même nombre de carreaux que  $\mathcal{G}$ . La grille  $\mathcal{G}_{\mathcal{T}}$  est remplie au fur et à mesure : chaque point du maillage local de la position cinématique en cours est alors copié dans le carreau de  $\mathcal{G}_{\mathcal{T}}$  le plus proche. Si le carreau en question est déjà chargé, le point du maillage local ne sera copié si et seulement si sa pression est supérieure à celle enregistrée dans le carreau. On assure ainsi d'obtenir une grille  $\mathcal{G}_{\mathcal{T}}$  avec les chargements maximaux rencontrés. Une fois l'affectation des points à  $\mathcal{G}_{\mathcal{T}}$  complétée, les paramètres de chargement des carreaux de  $\mathcal{G}$  sont mis à jour avec ceux de  $\mathcal{G}_{\mathcal{T}}$  (Algorithme 3.2 disponible en Annexe C).

### 2.2.2 Processus de calcul de la profondeur d'usure

Comme expliqué ci-dessus, le calcul de l'usure se fait sur chaque point  $i$  chargé de la grille d'usure  $\mathcal{G}$ . En chacun de ces points, plusieurs paramètres doivent être estimés tels que : les chargements, les vitesses de glissement, les rayons de courbure, les épaisseurs de film et les facteurs de réduction thermique, les distances glissées, etc... Le processus est retranscrit dans l'algorithme 3.3, disponible en Annexe C.

### 2.2.3 Choix du coefficient d'usure

Le coefficient d'usure  $k_{ij}$  déployé dans ce modèle est local et évolue en fonction du point de la grille  $\mathcal{G}$  considéré et ses différentes caractéristiques : rayon de courbure, chargement, vitesses de glissement, épaisseur de film. Les évolutions proposées sont listées ci-dessous mais requièrent une estimation du coefficient d'usure  $k_0$ .

**Constant** : aucune considération du film d'huile n'est prise en compte. Le coefficient est  $k_0$  quelles que soient les conditions de contact,

**Variable selon Priest et Taylor** : le coefficient d'usure réagit aux variations d'épaisseurs de film d'huile selon la courbe de Priest et Taylor [22],

**Prédit selon Janakiraman et Kahraman** : le coefficient d'usure se base sur la prédiction du coefficient de l'article de Janakiraman et Kahraman [44]

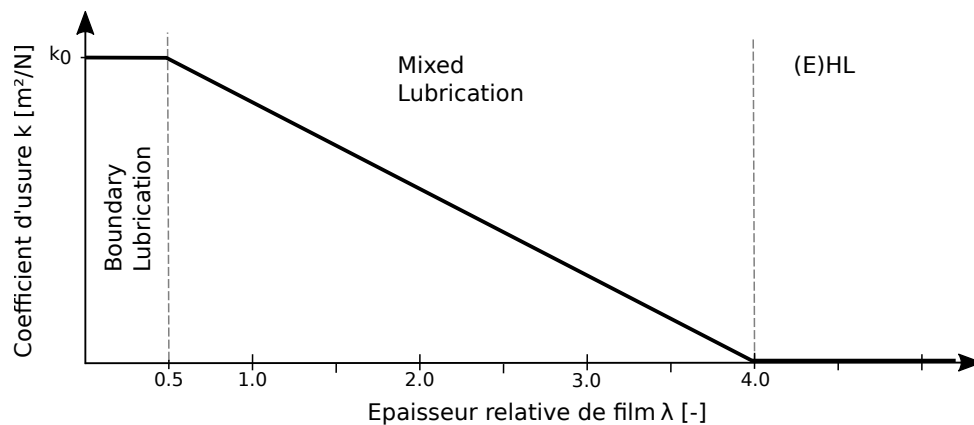


Figure 2.21 – Courbe de Priest [22]

Afin d'étudier l'usure des surfaces d'un moteur à combustion, sensible aux matériaux en contact et à leurs rugosités de surfaces, au chargement et au lubrifiant, Taylor et Priest choisissent de faire varier le coefficient d'usure  $k$  en fonction des différents régimes de lubrification comme le montre la figure 2.21 [22]. L'approche est relativement simple. Pour un régime de lubrification limite, la quantité de contact entre les aspérités est maximale. Dans ce cas, le coefficient d'usure est associé au coefficient d'usure limite  $k_0$ , déterminé expérimentalement. Si l'épaisseur de film est largement supérieure aux écarts type des rugosités, aucun contact métal-métal n'est théoriquement avéré : le coefficient d'usure est alors nul. Entre ces deux régimes, la décroissance du coefficient d'usure est supposée être linéaire (Figure 2.21).

$$k = \begin{cases} k_0, & \text{si } \lambda \leq 0.5 \\ 2/7 \cdot k_0(4 - \lambda), & \text{si } 0.5 < \lambda \leq 4.0 \\ 0, & \text{si } \lambda > 4.0 \end{cases} \quad (2.51)$$

Cette approche présente une grande analogie avec la courbe de Stribeck. Implicitement, le coefficient d'usure  $k$  est lié au coefficient de friction  $\mu$ . Dans la suite des travaux, le coefficient d'usure  $k$  sera estimé en fonction de l'épaisseur spécifique de film d'huile grâce à l'équation 2.51. Cette estimation sera effectuée en chaque point  $i$  du maillage d'usure  $\mathcal{G}$  : le coefficient d'usure local associé au point  $i$  est noté  $k_i$ .

### 2.2.4 Calcul de la profondeur d'usure et cumul de l'usure

Nous disposons alors de toutes les informations pour calculer la quantité de matière arrachée "instantanée" du côté du pignon  $h_{1ip}$  et de la roue  $h_{1ir}$  et ce, en tout point  $i$  du maillage  $\mathcal{G}$  pour une unique

rotation du pignon. Ce calcul est effectué pour le pignon et pour la roue.

$$h_{1ip} = k_i \cdot p_i \cdot S_{ir} \quad (2.52a)$$

$$h_{1ir} = k_i \cdot p_i \cdot S_{ip} \quad (2.52b)$$

Comme expliqué précédemment, il n'est pas nécessaire d'effectuer un calcul de charge pour chaque rotation de l'engrenage : l'arrachement de matière n'est pas suffisamment conséquent pour impacter la répartition des charges. Le cumul de l'usure est géré par deux paramètres  $h_{max}$ , la profondeur d'usure maximale autorisée avant une mise à jour de la géométrie et  $r_{max}$ , nombre de rotations maximal autorisé avec cette même mise à jour. Ces paramètres sont choisis par l'utilisateur.

Selon la méthode choisie par l'utilisateur, l'algorithme (Algorithme 3.4 disponible Annexe C) cumulera  $\Delta r$  rotations à chaque point du maillage. En connaissant le nombre de rotations à cumuler, il est possible de quantifier la profondeur d'usure à retirer du flanc de la surface du pignon et de la roue en fonction du rapport de réduction  $Z_r/Z_p$  :

$$\Delta h_{ip} = h_{1ip} \cdot \Delta r \quad (2.53a)$$

$$\Delta h_{ir} = h_{1ip} \cdot \Delta r \cdot \frac{Z_p}{Z_r} \quad (2.53b)$$

$$(2.53c)$$

Finalement, l'usure totale cumulée à l'instant  $t$  sur un point  $i$  du maillage sera calculée comme suit pour le pignon et la roue :

$$h_{ip}(t) = h_{ip}(t-1) + \Delta h_{ip} \quad (2.54a)$$

$$h_{ir}(t) = h_{ir}(t-1) + \Delta h_{ir} \quad (2.54b)$$

La mise à jour de la géométrie est expliquée dans le paragraphe suivant.

## 2.2.5 Mise à jour de la géométrie

La prise en compte de la modification des surfaces usées se fait au niveau du partage des charges. L'usure est considérée comme un écart de forme, similaire à une correction de denture. Pour un point  $i$  du maillage de Boussinesq, le point le plus proche dans  $\mathcal{G}$  est recherché et sa profondeur d'usure convertie en écart initial angulaire. La profondeur d'usure angulaire  $e_i^{ang}$  totale est alors la somme de l'usure du pignon et de la roue et est sommée à l'écart initial à vide  $e_i^{ang}$  (Équation 2.55).

$$e_i^{ang} = e_i^{ang} + \underbrace{(e_{ip}^{ang} + e_{ir}^{ang})}_{e_u^{ang}} \quad (2.55)$$

avec :

$e_i^{ang}$  : Écart angulaire initial au point  $i$  en rad

$e_{ip}^{ang}$  : Écart angulaire dû à l'usure au point  $i$ , côté pignon en rad

$e_{ir}^{ang}$  : Écart angulaire dû à l'usure au point  $i$ , côté roue en rad

La résolution du contact s'effectue de la même manière expliquée dans la section 1.2.



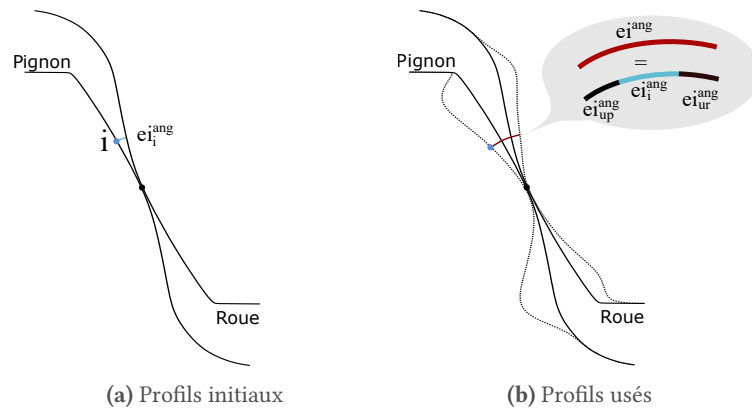


Figure 2.22 – Redéfinition des écarts initiaux  $ei_i^{ang}$  selon la méthode de l'équation 2.55

## 2.3 Mise en place des cycles AMT

Tous les éléments nécessaires à la simulation de l'usure sont en place : calcul de la répartition des charges, estimation de l'épaisseur de film d'huile (formulation empirique de Hamrock et Dowson avec le coefficient d'ajustement thermique de Gupta) et ajustement du coefficient d'usure en fonction du régime de lubrification (selon la courbe de Priest). Notre modèle ne doit pas se contenter de simuler une unique condition de fonctionnement : différentes phases de vol doivent être considérées. Les sections suivantes développent cet aspect.

### 2.3.1 Introduction aux cycles AMTs

Les cycles de mission accélérés (*Accelerated Mission Testing* en anglais ou AMT) offrent la possibilité de tester sur banc d'essai le comportement du turbomoteur pour des conditions de fonctionnement données. Ces conditions reflètent les conditions de vols en conditions réelles chez SAFRAN Helicopter Engines. Lors d'une procédure de test sur banc d'essai, le turbomoteur est soumis à un cycle AMT. Il s'agit d'un enchaînement de phases, de cycles et d'opérations :

**Cycle AMT** : un cycle AMT est composé de différentes phases

**Phase** : une phase se compose d'un même cycle répété plusieurs centaines de fois

**Cycle** : un cycle est organisé autour d'étapes enchaînées à la suite

**Étape** : une étape est constituée d'une opération maintenue pendant un temps donné.

**Opération** : une opération (OP) définit les conditions de fonctionnement de l'étape, en termes de couple moteur et de vitesse de rotation.

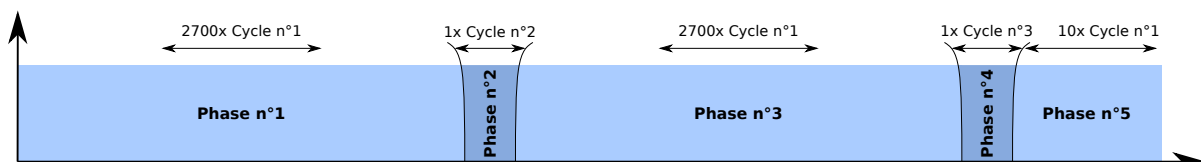


Figure 2.23 – Exemple des différentes phases mises en place pour la définition d'un cycle AMT

Un cycle AMT est constitué de plusieurs phases (Figure 2.23). Chaque phase est constituée par la répétition d'un cycle, chaque cycle est un enchaînement d'étapes et chaque étape est caractérisée par une durée, une vitesse de rotation et un couple sur le pignon de l'étage intermédiaire (PI) associé au type d'opération en cours (Tableau 2.1). Dans ce dernier, OEI (pour *One Engine Inoperative*), est un événement spécial dans lequel, pour un bimoteur, l'un des deux moteurs est considéré comme inactif.

Tableau 2.1 – Liste des opérations classiques

N°	Opération	Couple sur le pignon intermédiaire [%]
OP <sub>1</sub>	Bas régime	4.6 %
OP <sub>2</sub>	Descente	14.0 %
OP <sub>3</sub>	Puissance de décollage	49.9 %
OP <sub>4</sub>	Puissance de décollage max.	69.7 %
OP <sub>5</sub>	Montée	83.5 %
OP <sub>6</sub>	Puissance maximale continue	100.0 %
OP <sub>7</sub>	OEI Continu	~105 %
OP <sub>8</sub>	OEI 2min	<120 %
OP <sub>9</sub>	OEI 30sec	>120 %

Les cycles retranscrivent les conditions de vols, qu'elles soient classiques ou spécifiques. Le plan de vol d'un cycle classique se constitue d'opérations de démarrage, d'atterrissage, de montées et de descentes. D'autres parties constitutives du cycle AMT complet simulent des opérations plus sévères, tel que l'arrêt inopiné d'un turbomoteur pour les systèmes bimoteurs. Ces différents cycles seront présentés dans la suite du mémoire.

Sur un planning complet (Tableau 2.2), ce sont près de 1.02 milliards de rotations du pignon intermédiaire qui sont à effectuer. Dans des conditions de tests réels, près de deux mois seraient nécessaires à la réalisation de l'essai complet.

Tableau 2.2 – Planning complet de la simulation d'un cycle AMT

Phase	Cycle associé	Répétitions	Rotations du pignon intermédiaire cumulées sur chaque cycle
Phase n°1	Cycle n°1	2700	$5.06 \times 10^8$ rotations
Phase n°2	Cycle n°2	1	$9.25 \times 10^5$ rotations
Phase n°3	Cycle n°1	2700	$5.06 \times 10^8$ rotations
Phase n°4	Cycle n°3	1	$3.28 \times 10^5$ rotations
Phase n°5	Cycle n°1	10	$1.87 \times 10^6$ rotations
		Total	$1.02 \times 10^9$ rotations

### 2.3.2 Gestion des cycles

À chaque nouvelle étape, le couple moteur et la vitesse de rotation du pignon intermédiaire sont modifiés. Il est alors nécessaire d'effectuer un nouveau calcul de répartition des charges afin d'évaluer le processus d'usure pour ces nouvelles conditions de fonctionnement. Sachant qu'un cycle est composé d'une dizaine d'étapes et que ces cycles sont répétés 5412 fois, près de  $5.4 \times 10^4$  calculs seraient à réaliser sur le cycle AMT complet. Il a été démontré que les profondeurs d'usure sont cumulables sur  $n$  cycles ou sur  $x$   $\mu\text{m}$ . Cette méthode est optimale lorsqu'il s'agit de caractériser l'usure abrasive pour une condition de fonctionnement donnée. La procédure développée ci-après permet de réduire drastiquement ce nombre de calculs, en autorisant de cumuler les rotations sur une étape donnée, mais aussi de cumuler directement des cycles.

Le principal général de la méthode (Algorithme 3.5 disponible en annexe C) débute par une initialisation du module. Cette initialisation a pour objectif de charger les conditions de fonctionnement de la 1<sup>re</sup> opération du 1<sup>er</sup> cycle de la 1<sup>re</sup> phase du planning du cycle AMT. La première boucle (appelée boucle interne) gère le cumul de l'usure sur les étapes du cycle actuellement chargé :

#### Boucle interne

- La première étape  $n_{step}$  est chargée, les conditions de fonctionnement associées à cette étape sont appliquées à l'engrenage. Un calcul de répartition des charges est alors effectué et une

profondeur d'usure pour une unique rotation est calculée,

- L'algorithme de la Figure 2.19 cherche alors le nombre de rotations qu'il doit cumuler pour atteindre soit l'usure maximale autorisée par étape ( $H_{max}$ ), soit le nombre de rotations total de l'étape chargée ( $R_{step}$ ),
- La profondeur d'usure pour une unique rotation est multipliée par ce nombre de rotations,
- Appel du contrôle de la boucle interne.

Le contrôle de la boucle interne gère les autorisations de sortie de boucle et l'incrémentations des étapes au sein de la boucle interne :

- La profondeur d'usure maximale autorisée  $H_{max}$  est atteinte : un nouveau calcul de répartition des charges est demandé pour l'étape chargée,
- Le nombre de rotations de l'étape  $R_{step}$  est atteint : un nouveau calcul de répartition des charges est demandé pour l'étape suivante,
- Toutes les étapes du cycle ont été simulées : sortie de boucle.

Lorsque l'algorithme sort de la boucle interne, ce dernier a parcouru l'ensemble des étapes du cycle chargé. Les fonctions de la boucle externe sont alors appelées afin de cumuler directement des cycles :

#### **Boucle externe**

- Appel et sortie de la boucle interne
- La profondeur d'usure arrachée sur une unique répétition du cycle est estimée,
- L'algorithme cherche alors le nombre de répétitions du cycle qu'il peut cumuler pour atteindre soit l'usure maximale autorisée avant une mise à jour ( $H_{max}$ ), soit le nombre de répétitions autorisés pour la phase en cours ( $N_{Cycle}$ ),
- La profondeur d'usure pour une unique répétition est multipliée par ce nombre de répétitions,
- Appel du contrôle de la boucle externe

Enfin, le contrôle de la boucle externe est lancé. Celui-ci a pour vocation de gérer les incréments des cycles et des phases du planning :

- La profondeur d'usure maximale autorisée avec mise à jour  $H_{max}$  est atteinte : le cycle reste le même, mais il est nécessaire de parcourir à nouveau la boucle interne,
- Toutes les répétitions du cycle ont été réalisées : la simulation du cycle suivant est lancée et début par le parcours de la boucle interne pour ce nouveau cycle,
- Toutes les phases ont été simulées : sortie de boucle et fin de l'algorithme

En toute fin de processus, toutes les étapes ont été parcourues, tous les cycles ont été simulés : le processus d'usure du cycle AMT complet est terminé. Les différents algorithmes de gestion des boucles notamment sont disponibles en Annexe C. La validation de l'ensemble du module d'usure sera proposée dans les sections suivantes.

## 2.4 Validation du modèle d'usure

Avant toute utilisation du module d'usure, ce dernier doit être validé. Pour se faire, plusieurs simulations ont été menées afin de vérifier les profondeurs d'usure cumulées pour deux applications, l'une à sec et l'autre lubrifiée.

### 2.4.1 Validation des profondeurs d'usures

#### Usure d'un contact à sec

La première source de validation provient de l'article de Flodin et Anderson [55]. Les principales caractéristiques de l'engrenage sont récapitulées dans le Tableau 2.3 : il s'agit d'un engrenage cylindrique droit, soumis aux conditions de fonctionnement mentionnées dans le Tableau 2.4.

Tableau 2.3 – Caractéristiques de l'engrenage utilisé par Flodin et Andersson [55]

Paramètre	Unité	Valeur	
		Pignon	Roue
Nombre de dents	[-]	16	24
Module normal $m_n$	[mm]	4.5	
Largeur de denture $b$	[mm]	15	
Angle de pression normal $\alpha_n$	[°]	20.0	
Angle d'hélice normal $\beta_n$	[°]	0.0	
Entraxe de fonctionnement $a_w$	[mm]	91.5	

Tableau 2.4 – Conditions de fonctionnement de l'engrenage utilisées par Flodin et Andersson et coefficient d'usure [55]

Paramètre	Valeur
Élément moteur	Pignon
Couple moteur	302 Nm
Vitesse de rotation	150 rpm
Coefficient d'usure	$5 \times 10^{-16} \text{ m}^2/\text{N}$
Mise à jour	$1 \times 10^4$ rotations

La figure 2.24b montre l'évolution de la profondeur d'usure sur le flanc de denture du pignon toutes les  $1 \times 10^4$  rotations de ce dernier. Globalement, la comparaison des profondeurs d'usure entre le modèle Flodin et Andersson et le modèle développé présente de fortes similitudes :

**Usure nulle** : au niveau du primitif, les deux modèles présentent une profondeur d'usure nulle. Cette zone de non-usure résulte du non-glissement des dents dans cette zone,

**Usure en pied de dent** : l'usure maximale est observée en pied de dent. La valeur de cette usure maximale est concordante entre les deux modèles, avoisinant les 35  $\mu\text{m}$  en fin de simulation d'usure.

**Usure en tête de dent** : en tête de dent, une importante production de matière arrachée est observée en tête de dent de la roue (Figure 2.24a à droite). Il est probable que cette discontinuité dans le profil d'usure soit la résultante d'une surpression numérique dans le modèle de Flodin et Andersson, bien moins élevée en tête de dent du pignon (Figure 2.24a à gauche). Aucune surpression n'étant présente pour cet engrenage dans le modèle développé, les profondeurs d'usure en tête du pignon et de la roue sont moins intenses, avec des arrachement respectivement de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$  et 8  $\mu\text{m}$  (Figures 2.24b)

Le modèle d'usure développé est à même de simuler le phénomène d'usure abrasive pour un engrenage non-lubrifié.

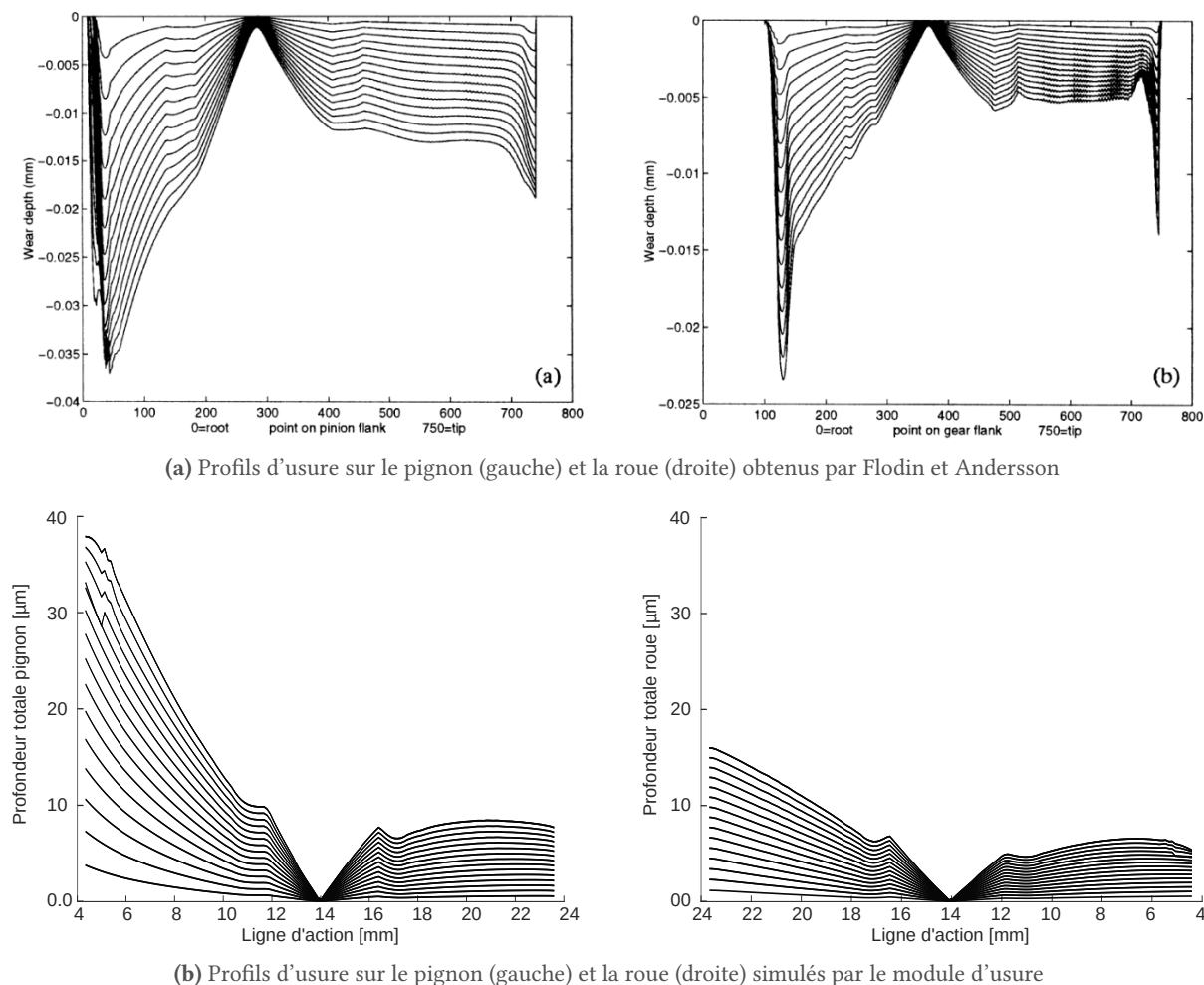


Figure 2.24 – Comparaison entre les profondeurs d'usure obtenues par Flodin et Andersson [55] et le modèle actuellement développé

### Usure d'un contact lubrifié

La validation du modèle d'usure d'un engrenage lubrifié est effectuée par la comparaison des résultats avec ceux de Osman [17]. Les caractéristiques de l'engrenage et les conditions de fonctionnement sont renseignés dans les tableaux 2.5 et 2.6. La simulation du processus d'usure est effectuée sur 12 millions de rotations du pignon. Pour ce qui concerne la mise à jour de la géométrie usée, cette dernière est actualisée toutes les  $2 \times 10^6$  rotations.

Sur le module d'usure développé, une simulation est effectuée avec des paramètres identiques à ceux référencés ci-dessus. Les profondeurs d'usure sur le pignon sont extraites à chacune des 6 étapes de la simulation, pour le modèle de Osman (Figure 2.25a) et le modèle développé dans le cadre de cette thèse (Figure 2.25b). En terme de profondeur d'usure maximale, les deux modèles arrachent en pied du pignon (à l'engagement) environ  $16 \mu\text{m}$  de matière. À l'exception de ce point, et sur l'intégralité de la ligne d'action, les profondeurs d'usure sur le modèle de Osman sont supérieures à celles générées dans le modèle développé. Cette différence est particulièrement marquée dans la zone de contact unique (entre 23 et 30 mm le long de la ligne d'action) et dans la zone au-delà du primitif (ligne d'action  $> 27$  mm). Dans cette dernière, l'usure générée par le modèle de Osman sur l'étape n°6 avoisine les  $6 \mu\text{m}$  contre seulement  $3.5 \mu\text{m}$  pour le modèle développé.

Tableau 2.5 – Caractéristiques de l’engrenage utilisé par Osman [17]

Paramètre	Unité	Valeur	
		Pignon	Roue
Nombre de dents	[-]	20	60
Module normal $m_n$	[mm]	8.0	
Largeur de denture $b$	[mm]	140	138
Angle de pression normal $\alpha_n$	[°]	20.0	
Angle d’hélice normal $\beta_n$	[°]	0.0	
Coefficient de creux	[-]	1.40	
Coefficient de saillie	[-]	1.00	

Tableau 2.6 – Conditions de fonctionnement de l’engrenage utilisé par Osman, paramètres de lubrification et coefficient d’usure [17]

Paramètre	Valeur
Élément moteur	Pignon
Couple moteur	1700 Nm
Vitesse de rotation	191 rpm
Rugosités quadratiques $R_{q1}$ et $R_{q2}$	0.5 $\mu\text{m}$
Coefficient d’usure	$1 \times 10^{-17} \text{ m}^2/\text{N}$
Mise à jour	$2 \times 10^6$ rotations

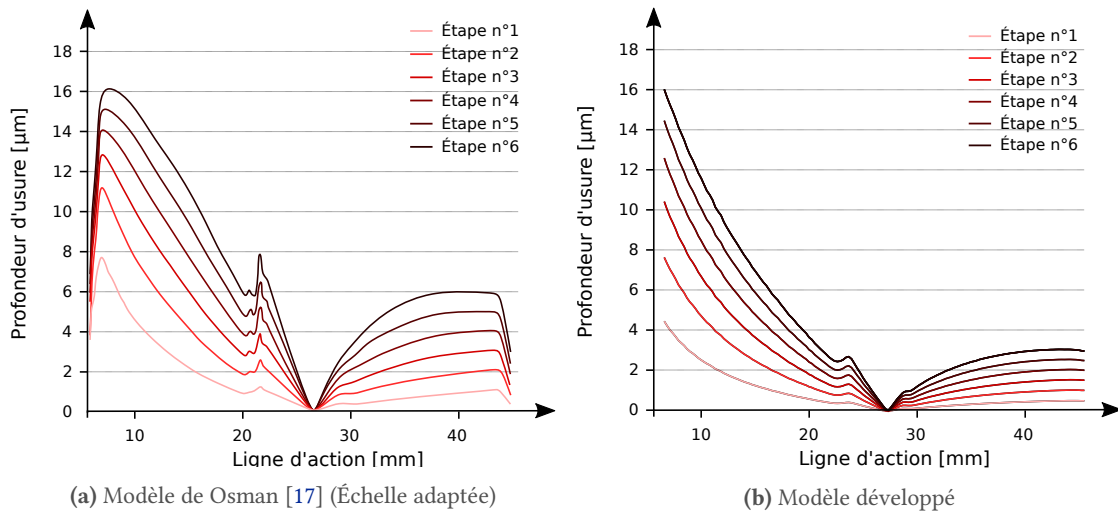


Figure 2.25 – Profondeurs d’usure sur le pignon pour le modèle de Osman [17] et le modèle développé

Dans le modèle développé et tout comme Flodin et Andersson, lors du calcul de la quantité de matière arrachée au point  $M$ , c’est l’intégrale de la pression moyenne  $\tilde{P}_M$  qui est employée. En effet, la pression  $P_M$  au point  $M$  évolue en suivant un profil similaire à celui de la pression de Hertz et ne subit pas la pression maximale  $P_{M,max}$  tout au long de sa distance glissée  $S$ . Osman utilise quant à lui la valeur de la pression maximale, ce qui explique à hauteur de 21 % les différences de profondeurs d’usure (Équation 2.56) observée entre les courbes de Osman (Figure 2.25a) et les profils d’usure du modèle développé (Figure 2.25b).

$$\tilde{P}_M = \int_{dS} P_M dS \approx P_{M,max} \cdot \frac{\pi}{4} \approx P_{M,max} \cdot 0.79 \quad (2.56)$$

De plus, les profondeurs d’usure à l’engagement et au déengagement du modèle d’Osman chutent : à

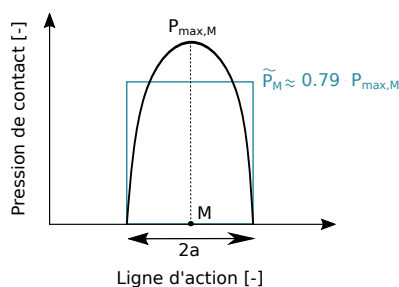


Figure 2.26 – Pression de Hertz au point M

ces rayons, les vitesses de glissement sont maximales et la profondeur d'usure devrait l'être aussi. Une correction de profil ou un rayon de raccordement de tête non-mentionné dans les données fournies entraînerait une baisse des pressions de contact dans ces zones et ainsi une réduction des arrachements de matière observés.

### 2.4.2 Validation du cumul de l'usure sur l'engrenage standard

Si les 1.02 milliards de rotations du pignon étaient à simuler, et si un calcul était effectué toutes les 5 secondes, plus de 150 ans de calculs seraient nécessaires à la simulation totale. Comme expliqué dans la présentation du module d'usure développé, les cycles d'usures peuvent être cumulés. Cette méthode a été mise en place à des fins d'accélération du processus de simulation d'usure

Le cumul de la profondeur d'usure est contrôlé par une valeur maximale d'usure à ne pas dépasser. En cumulant un certain nombre de rotations entre deux mises à jour de la géométrie, on admet une linéarité du problème sur ce même intervalle. Or en réalité, le processus d'arrachement de matière n'est pas linéaire. De ce fait, une erreur est ajoutée au problème. Le chemin suivi par le processus d'usure est donc différent en fonction de la profondeur d'usure avant mise à jour.

**Tableau 2.7** – Influence de la valeur maximale de profondeur d'usure avant mise à jour sur le nombre de rotations cumulées pour atteindre 8.0  $\mu\text{m}$  d'usure finale cumulée sur le pignon et la roue

Mise à jour	Nombre de rotations atteint	Erreur relative
0.10 $\mu\text{m}$	$4.26 \times 10^7$ rotations	0.00 %
0.25 $\mu\text{m}$	$4.24 \times 10^7$ rotations	-0.47 %
0.50 $\mu\text{m}$	$4.21 \times 10^7$ rotations	-1.25 %
1.00 $\mu\text{m}$	$4.14 \times 10^7$ rotations	-2.85 %
2.00 $\mu\text{m}$	$4.01 \times 10^7$ rotations	-5.96 %

Le tableau 2.7 évalue l'impact du choix de la profondeur d'usure maximale par étape d'usure sur le nombre de rotations nécessaires à la génération de 8.0  $\mu\text{m}$  d'usure totale. Le tableau 2.8 évalue quant à lui la profondeur d'usure atteinte au bout de  $6.0 \times 10^7$  rotations pour des nombres de rotations par cycle différents.

**Tableau 2.8** – Influence de la valeur maximale du nombre de cycles avant mise à jour sur la profondeur d'usure finale pour atteindre  $6.0 \times 10^7$  rotations

Mise à jour	Profondeurs d'usure atteintes	Écarts
$0.10 \times 10^7$ rotations	10.68 $\mu\text{m}$	0.00 %
$0.25 \times 10^7$ rotations	10.72 $\mu\text{m}$	0.37 %
$0.50 \times 10^7$ rotations	10.79 $\mu\text{m}$	1.01 %
$1.00 \times 10^7$ rotations	10.93 $\mu\text{m}$	2.31 %
$2.00 \times 10^7$ rotations	11.23 $\mu\text{m}$	5.09 %



Ainsi, en passant d'une mise à jour tous les  $0.1 \mu\text{m}$  à une mise à jour tous les  $2.0 \mu\text{m}$ , une erreur relative de  $-5.96\%$  est à prendre en compte. La linéarité de l'erreur relative selon la profondeur d'usure ou du nombre de rotations par étape est observable dans les figures 2.27a et 2.27b. Si un cumul de  $0.5 \times 10^7$  rotations est autorisé, le nombre de calculs passe de  $1.02 \times 10^9$  à  $1016$  : la simulation totale du processus ne prendra alors que 17 min. Dans ces conditions, une erreur relative d'environ  $1.0\%$  est acceptable à la vue du gain de temps réalisé.

**Remarque.** Ces valeurs sont inhérentes à l'engrenage étudié, à ses conditions de fonctionnement et aux paramètres du module d'usure choisis, notamment le coefficient d'usure.

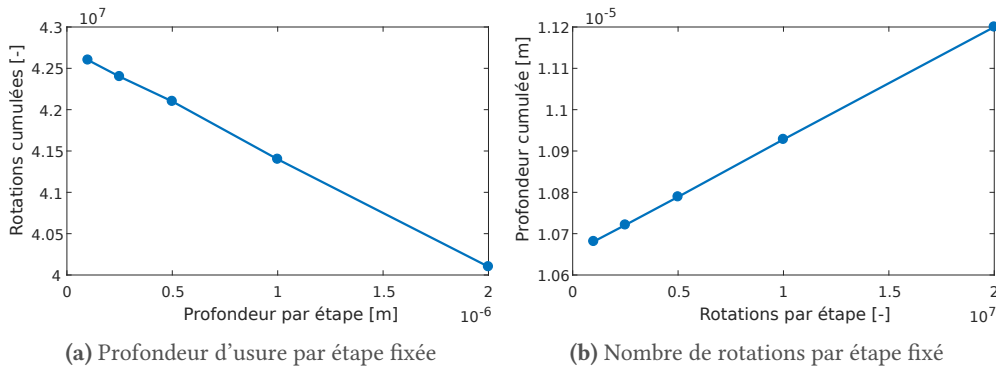


Figure 2.27 – Influence des paramètres des étapes d'usures sur le nombre de rotations final (a) et la profondeur d'usure finale (b)

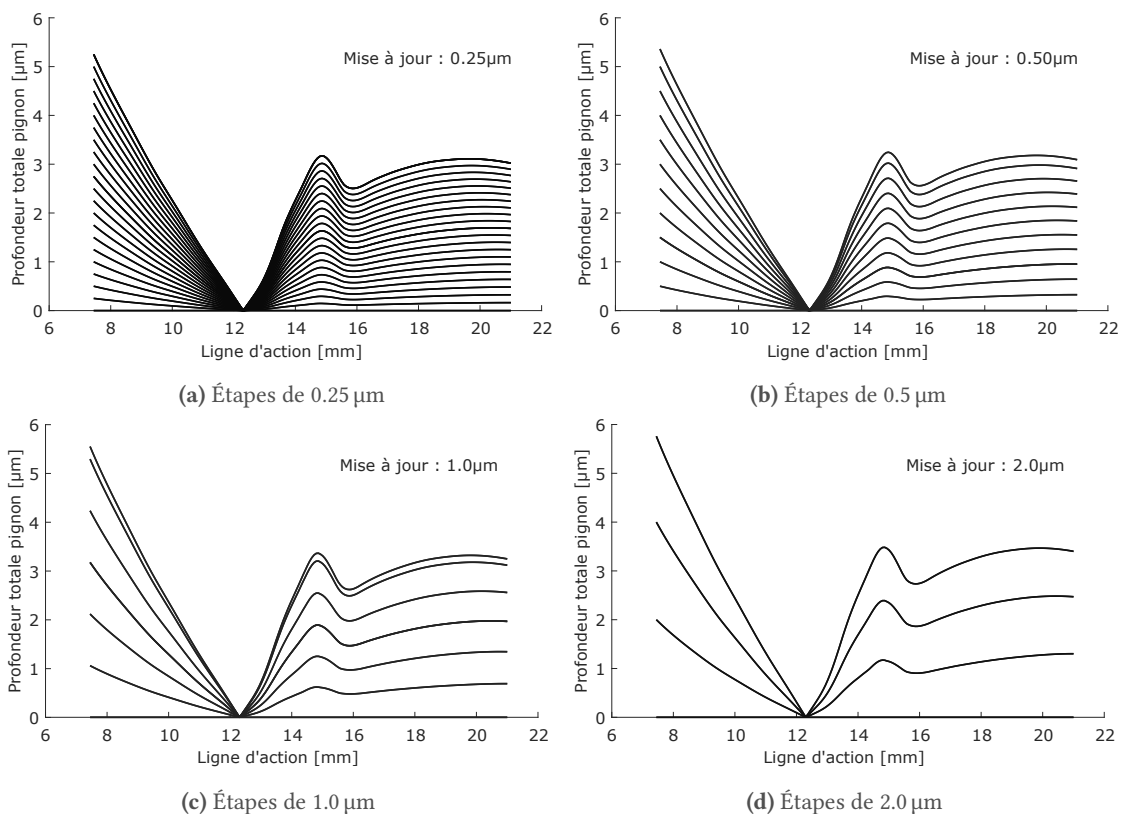


Figure 2.28 – Évolution des profils d'usure pour différents paramètres de mise à jour de la géométrie – Engrenage standard

Les graphiques de la figure 2.28 présentent l'évolution des profondeurs d'usure cumulées sur le pignon le long de la ligne d'action pour les étapes mentionnées dans le tableau 2.7. Globalement, le



profil d'usure maintient une forme similaire quel que soit le choix de la profondeur d'usure autorisée par étape. Les déviations sont principalement localisées dans les zones d'usure maximale.

---

\*\*\*

Le module d'usure est présenté et validé : les résultats obtenus sans et avec lubrification sont en accords avec ceux de la bibliographie pour des engrenages sans voile ni jante. De par son intégration au code de calcul CYLAM, ce module d'usure sera capable de simuler rapidement l'usure d'un engrenage aéronautique, à voile mince et incliné. Son implémentation est cependant complexifiée par l'incorporation des cycles de missions accélérés. Contrairement à d'autres modèles de la bibliographie, le modèle de ces travaux autorise la simulation de l'usure sur des conditions de fonctionnement diverses : l'analyse de la sévérité des phases de vols est ainsi accessible. Cette fonctionnalité sera mise en avant dans le chapitre "Applications numériques".

Avant de présenter ces résultats, la section suivante détaille le module d'optimisation développé ainsi que sa validation.

---

\*

### 3 Module d'optimisation

Le module d'optimisation développé dans le cadre de cette thèse offre la possibilité de lancer les optimisations souhaitées. Le module est doté d'un pré-traitement des données :

**Algorithmes** : type d'optimisation, taille de la population, nombre de générations maximales,

**Objectifs** : choix des objectifs, des pondérations sur ces derniers et type d'objectif (maximal, minimal, dispersion, ...),

**Corrections** : choix des corrections à appliquer, définition de leurs formes et de leurs paramètres (cote, diamètre, dépouille, angle, ...) ainsi que leur lieu d'application (pignon et/ou roue) avec ou sans symétrie.

L'objectif des sections suivantes est de détailler les différents modules codés en C++ tout en expliquant comment le module d'optimisation s'imbrique dans le processus de calcul de base.

#### 3.1 Notions et modules complémentaires

##### 3.1.1 Surfaces de Bézier

Les surfaces de Bézier sont utilisées par deux fois dans cette thèse, la première pour générer une correction de type surfacique et la seconde, afin de définir un champ de pression idéal. Les surfaces de Bézier sont définies de manière générale par des courbes de Bézier de degré  $n$ . Dans le cas de ce mémoire,  $n$  est inférieur ou égal à 3. Le degré des courbes selon la largeur de la denture peut être différent de celui de la hauteur. De manière générale, pour un point  $M$  du flanc de denture, la valeur  $\delta M$  de ce point sur la surface de Bézier est calculée par l'équation 2.57. Pour les surfaces de corrections, cette valeur  $\delta M$  représentera un écart initial et pour le champ de pression une pression.

$$\delta M = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^z B_r(u) \cdot B_z(v) * A_{ij} \quad (2.57)$$

où  $u$  et  $v$  représentent les coordonnées adimensionnées du point  $M$  du flanc de denture projeté, évoluant entre 0.0 et 1.0 (Figure 2.29). Les degrés des courbes de Bézier sont notés  $r$  et  $z$  respectivement selon la hauteur de la denture et selon sa largeur. Les points de contrôle de la surface  $S_B$  sont stockés dans la variable  $A_{ij}$ , de taille  $(r + 1) * (z + 1)$ . Les fonctions  $B_r$  et  $B_z$  font référence aux polynômes de Bernstein régis par les équations 2.58 et 2.59 :

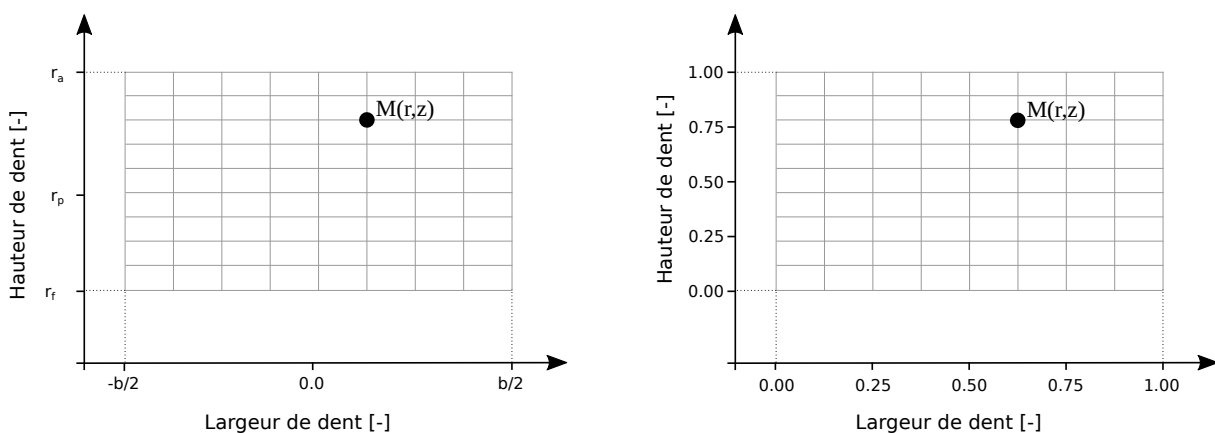


Figure 2.29 – Adimensionnement des coordonnées du point  $M$

$$B_r(u) = \binom{r}{i} u^i (1-u)^{r-i} = \frac{r!}{i!(r-i)!} u^i (1-u)^{r-i} \quad (2.58)$$

$$B_z(v) = \binom{z}{j} v^j (1-v)^{z-j} = \frac{z!}{j!(z-j)!} v^j (1-v)^{z-j} \quad (2.59)$$

En appliquant l'équation 2.57 à l'ensemble des points de la denture, on obtient la surface de Bézier  $S_B$ , dont les valeurs évoluent entre 0.0 et 1.0. Une fois la surface de Bézier définie, des transformations propres aux applications souhaitées seront à appliquer.

### 3.1.2 Hypercube latin

Comme dans de nombreux problèmes, le choix des paramètres initiaux a un rôle important quant à la qualité et la vitesse de résolution de l'algorithme. Généralement, le positionnement initial des individus dans leur espace de recherche est effectué via un tirage uniforme, parfois nommé «force brute». D'autres initialisations sont possibles. Dans notre cas, pour PSO, nous utilisons un échantillonnage par hypercube latin (ou LHS pour (L)atin (H)ypercube (S)ampling). Le principe est le suivant : pour positionner  $N$  individus dans un espace de dimension  $D$ , chaque dimension de l'espace est divisée en  $N$  strates ou sous-ensembles. L'algorithme d'échantillonnage organise le positionnement des individus de telle sorte qu'un unique individu soit présent dans chacune des strates.

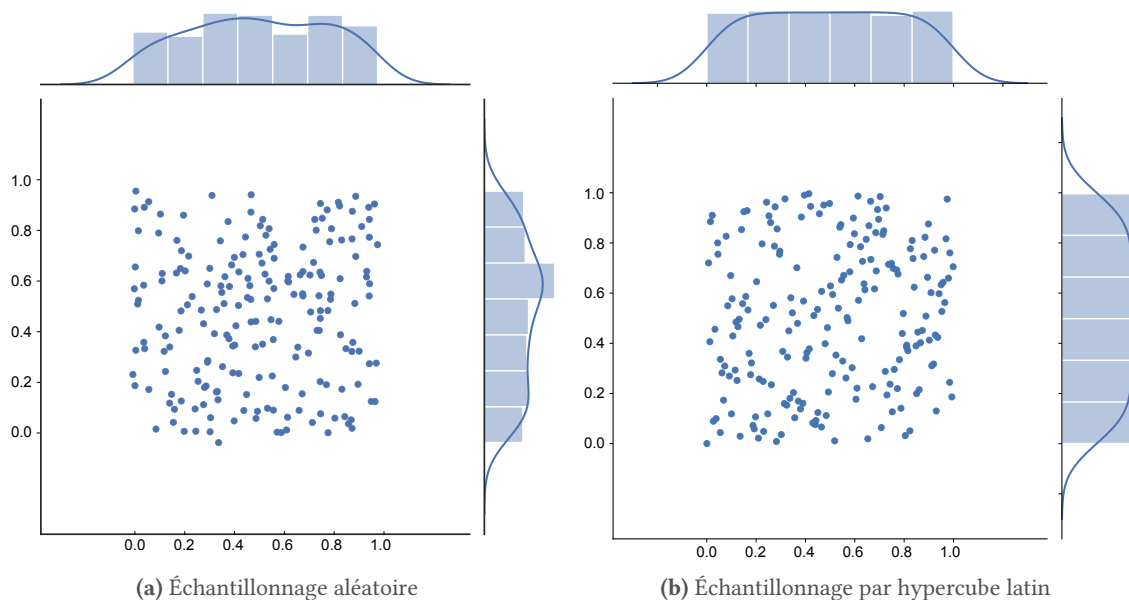


Figure 2.30 – Positions initiales de 100 individus dans un espace 2D via un tir aléatoire (a) et un échantillonnage par hypercube latin (b)

La figure 2.30a présente les densités d'individus sur chaque dimension de l'espace de recherche 2D pour un tir aléatoire. Chaque dimension est divisée en 7 strates. La densité du nombre d'individu dans chacune de ces dernières est renseignée en haut et à droite des axes. Pour le tir aléatoire, cette densité n'est pas homogène. La répartition des individus sur chaque dimension montre une plus grande homogénéité sur LHS (Figure 2.30b). Une plus grande homogénéité dans la répartition des individus de la population initiale garantit que chaque dimension de l'espace de recherche dispose d'un individu.

## 3.2 Implantation

En accord avec SAFRAN Helicopter Engines, il a été choisi que le degré d'insertion des modules à développer au sein du code source de CYLAM devait être minimal. Le module d'optimisation est donc totalement indépendant de CYLAM et peut être lancé indépendamment. L'organigramme de la figure 2.31 rend compte de cette implantation : suite à l'initialisation du logiciel, seule la fonction de calcul des charges est appelée.

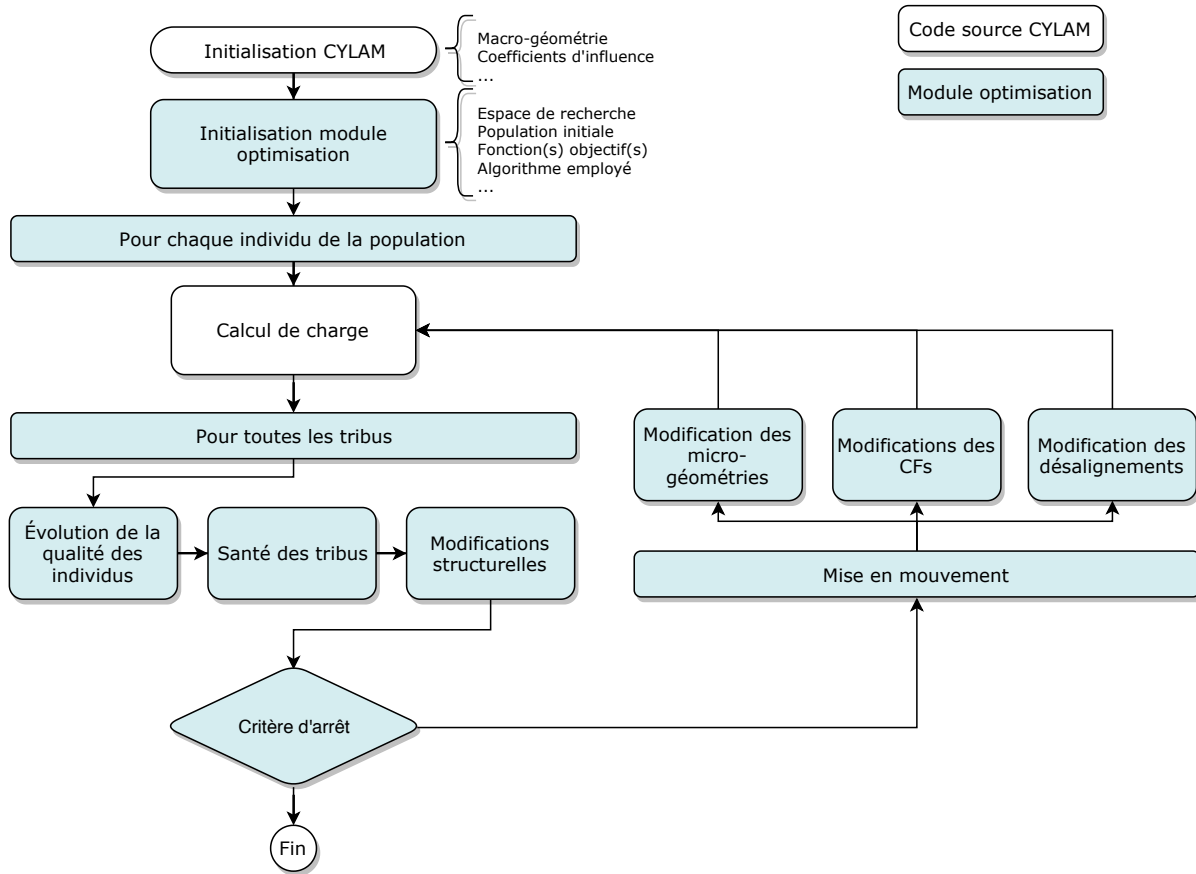


Figure 2.31 – Organigramme de l’intégration du module d’optimisation au code CYLAM

### 3.3 Corrections de dentures

Le module d’optimisation propose une multitude d’entrée. Les principales entrées sont les corrections de dentures. Ces corrections sont soit standards, soit surfaciques.

#### Corrections standards

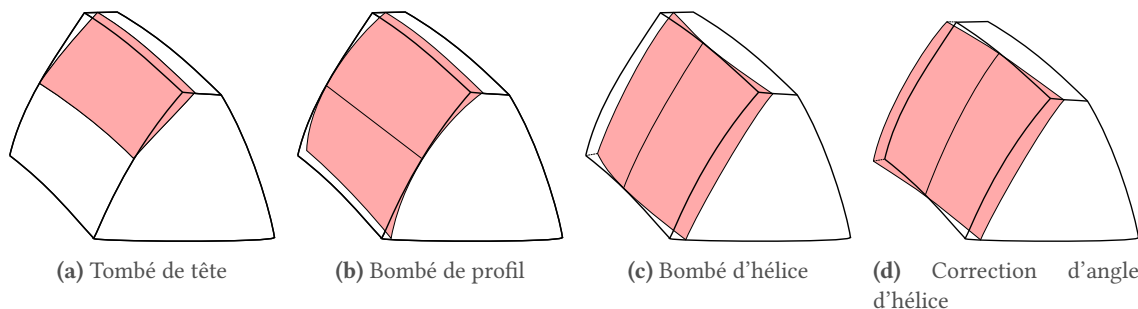


Figure 2.32 – Corrections standards mises en place dans le module d’optimisation

L’intégralité des corrections de denture proposées dans le logiciel CYLAM est proposée en tant qu’entrées du modèle d’optimisation (Figure 2.32) : ce sont des variables de design. Chaque correction est applicable sur le pignon ou la roue ou les deux à la fois. Il est aussi possible d’imposer la symétrie des corrections entre le pignon et la roue. De plus, selon le type de correction choisi, différentes formes de correction sont sélectionnables : linéaires, paraboliques ou circulaires. Enfin, les profondeurs et les longueurs des corrections sont à fixer. Ces choix sont cependant limités si les corrections sont restreintes,

par exemple centré sur le primitif pour un bombé de profil ou équivalent face avant et face arrière pour un bombé sur hélice. L'ensemble de ces possibilités est regroupé Figure 2.33.

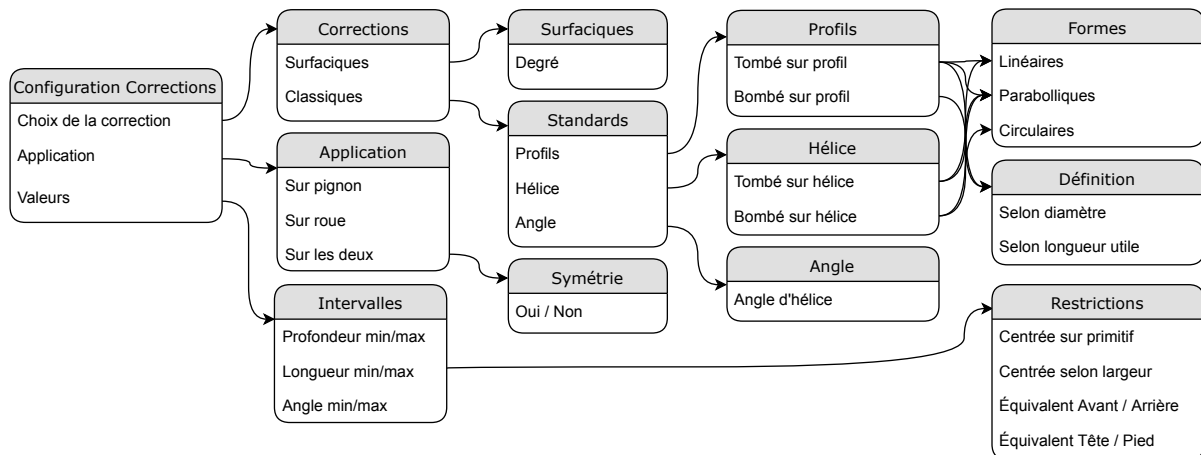


Figure 2.33 – Organigramme des possibilités de sélection des corrections de denture

**Remarque.** Dans ce mémoire, le terme symétrie fait référence au fait que les paramètres des corrections de dentures dites symétriques sont identiques sur le pignon et la roue.

### Corrections surfaciques

Les combinaisons des corrections de dentures classiques sont multiples (Figure 2.33). Le cahier des charges de SAFRAN HE stipule que lors de l'application de corrections de dentures multiples, ces dernières sont cumulées. La profondeur en un point  $M$  du flanc de denture est alors la somme de l'ensemble des corrections de dentures impactant ce point. Les corrections surfaciques sont la généralisation des corrections de dentures classiques, chaque type et chaque combinaison de corrections de denture pouvant être atteint avec de telles corrections.

De ce fait, des corrections surfaciques ont été mises en place, notées  $S_C$ . Ces dernières sont basées sur des surfaces de Bézier à 9 points de contrôle, de degré 2 selon la hauteur et la largeur de la denture. Les coordonnées des points de contrôle évoluent dans un intervalle  $[0, 1]$ . Les deux premières coordonnées sont imposées et l'algorithme travaille uniquement sur la valeur de la 3<sup>e</sup> coordonnée (Figure 2.34) afin de répondre à l'optimisation demandée (Figure 2.35).

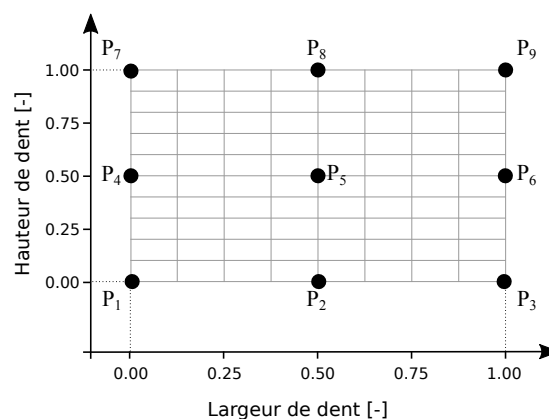


Figure 2.34 – Deux premières coordonnées des points de contrôle  $p_1$  à  $p_9$ , la troisième coordonnée étant choisie par l'algorithme

Cependant, les surfaces de Bézier  $S_B$  générées évoluent entre 0.0 et 1.0, sans forcément les atteindre. Deux transformations sont à appliquer à ces surfaces pour pouvoir les utiliser en tant que surfaces de

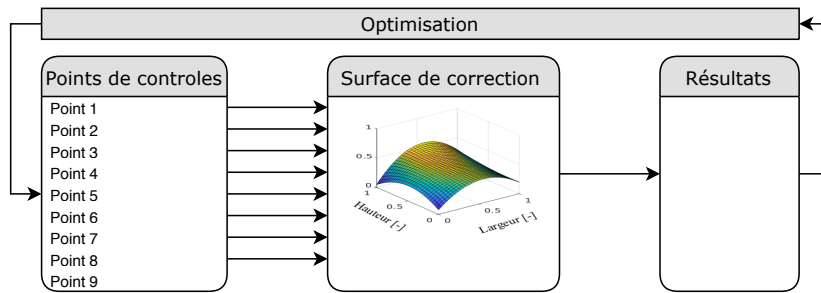


Figure 2.35 – Organigramme de prise en compte des corrections surfaciques

correction : ramener le minimum des surfaces à zéro et appliquer un facteur correctif et relatif à la déflexion statique  $\delta_m$  moyenne de l'ISO 6336-1 (Équation 2.60). Par ce biais, la surface de correction dispose d'au moins un point de tangence avec le profil théorique de la denture.

$$S_C = (S_B - \min(S_B)) \cdot 10 \cdot \delta_m \quad (2.60)$$

Tableau 2.9 – Exemple de coordonnées des points de contrôles pour la génération de corrections surfaciques

Type	3 <sup>e</sup> coordonnée des points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface contrôlée $S_{C1}$	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	1.0
Surface contrôlée $S_{C2}$	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0
Surface contrôlée $S_{C3}$	1.0	0.5	1.0	0.5	0.0	0.5	1.0	0.5	1.0
Surface aléatoire $S_{C4}$	0.7651	0.6011	0.7319	0.1675	0.0046	0.3502	0.2960	0.0677	0.3123
Surface aléatoire $S_{C5}$	0.0777	0.6730	0.1959	0.4617	0.5367	0.1792	0.0481	0.9237	0.2913

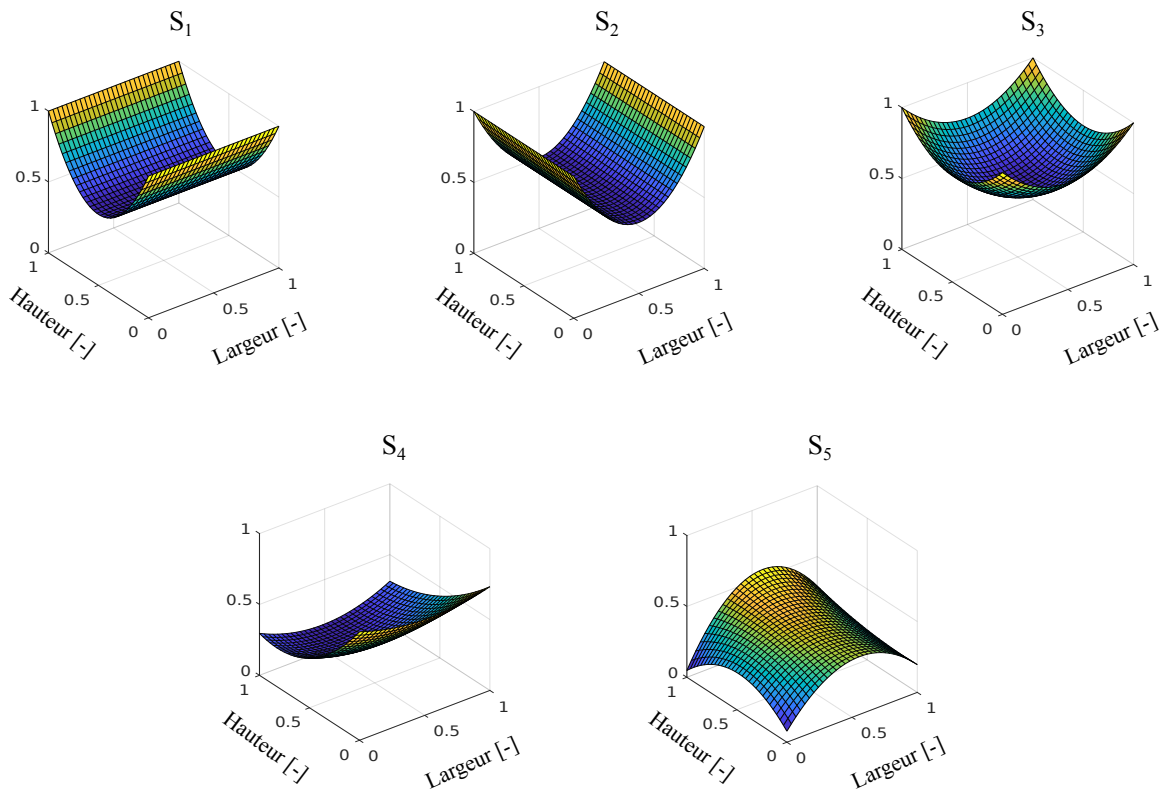


Figure 2.36 – Surfaces de Bézier

Plusieurs surfaces de corrections sont présentées à la Figure 2.36, à titre d'exemple. Sur ces figures, les zones les plus sombres sont les zones les moins corrigées. Ici, les valeurs des surfaces ne sont pas corrigées et donc varient entre 0 et 1 sans pour autant atteindre forcément ces valeurs. Il n'y a ici aucun point de tangence entre le profil théorique et les surfaces corrigées. Les points de contrôle des trois premières surfaces ont été fixés afin de correspondre à des surfaces de dentures classiques. Ainsi, les surfaces de corrections  $S_1$  et  $S_2$  renvoient à des corrections de type bombé appliquées respectivement sur le profil et sur la largeur de la denture. La surface  $S_{C3}$  est la somme de  $S_{C1}$  et  $S_{C2}$ . Les surfaces  $S_{C4}$  et  $S_{C5}$  sont quant à elles générées aléatoirement par l'algorithme. Aucun contrôle n'est effectué sur ce genre de surface de correction. L'idée est de rechercher une solution optimale sans pour autant contraindre son aspect. La surface  $S_{C4}$  est totalement concave (donnera un flanc corrigé convexe) et pourrait s'apparenter à un bombé sur l'hélice centré cumulé à un bombé de profil plus profond en pied de dent et donc la cote est très proche de la tête de la denture. La surface  $S_5$  présente une forte convexité. Les 4 zones les moins corrigées, dans les coins de cette surface, généreront probablement des surpressions locales qui pénaliseront ce type de surface lors du processus de minimisation. Les surfaces de corrections convexes (qui donneront un flanc corrigé concave) ne sont pas tolérables sur un flanc d'engrenage.

Les surfaces de corrections sont mises en place en tant que surface d'écart. Pour un point  $M$  chargé du flanc de denture du pignon, la profondeur de la correction est obtenue via la 3<sup>e</sup> coordonnée du point de contrôle de cette dernière. Cette profondeur  $\delta M(M)$  au point  $M$ , convertie en écart angulaire, est sommée à l'écart initial à vide  $ei_i(M)$  de la géométrie non corrigée : ainsi, un nouvel écart initial  $e_i(M)$  à vide incluant la correction surfacique est obtenu (Équation 2.61).

$$e_i(M) = ei_i(M) + \delta M(M) \quad (2.61)$$

En ce qui concerne le processus d'optimisation, aucune modification n'est à mettre en œuvre. L'algorithme ne travaille plus sur les paramètres de dentures classiques (cote et dépouille par exemple) mais directement sur la 3<sup>e</sup> coordonnée des points de contrôle  $p_{1...9}$ . Lors de la création de la population, un vecteur de points de contrôle tiré aléatoirement est associé à chaque candidat. Chaque candidat peut alors générer sa propre surface de correction. Le calcul de partage des charges est lancé et le candidat est évalué sur les performances souhaitées. L'algorithme met à jour la valeur de la 3<sup>e</sup> coordonnée de ces points de contrôle afin de répondre aux objectifs posés.

### 3.4 Fonctions objectifs

En ce qui concerne les objectifs, sept fonctions ont été implémentées. Chacune d'entre elle dispose de deux paramètres : le facteur de pondération compris lorsque l'optimisation n'est pas de Pareto et le type de minimisation cible. Les fonctions sont codées pour optimiser dans le sens d'une minimisation. L'objectif classique est la minimisation du maximum de la valeur obtenue. On cherche par exemple à réduire la pression maximale appliquée sur le flanc de denture.

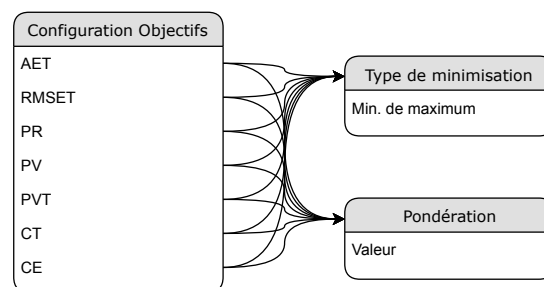


Figure 2.37 – Organigramme des fonctions objectifs implémentées

## Fonctions classiques

Une grande partie des caractéristiques du comportement de l'engrenage est retranscrite en termes de fonction objectifs afin d'être optimisées.

- Amplitude du signal de l'ET sous charge (AET)
- Écart quadratique du signal de l'ET sous charge (RMSET)
- Pression de contact maximale (PR)
- Facteurs d'Almen PV (Pression-Vitesse) et PVT (Pression-Vitesse-Distance au primitif)
- Contraintes en pied de dent (CT)
- Centrage du champ de pression (CE)

## Centrage de la pression

Comme expliqué dans la section 4.2.2 du chapitre 1, certains auteurs contrôlent la portée de contact sur les flancs de denture, pour des engrenages hypoides ou hélicoïdaux. C'est notamment le cas des travaux de Gabiccini, Bracci et Guiggiani [96] et de ces mêmes auteurs associés à Artoni [94]. Ghribi dans sa thèse propose une méthode réduisant les pics de pressions sur les dentures en égalisant les pressions [67]. Pour cela, le paramètre  $K_{dist}$  est introduit. La minimisation de ce paramètre entraîne une homogénéisation des pressions sur tout le flanc de denture.

$$K_{dist} = \max\left(\frac{\Delta_{ij} \cdot K_{ij}}{F_s}\right) \quad (2.62)$$

avec :

- $K_{dist}$  : Facteur de distribution
- $F_s$  : Charge statique en N
- $\Delta_{ij}$  : Ecrasement associé au segment (i,j)
- $K_{ij}$  : Raideur du segment (i,j) en  $m^2/N$

Une nouvelle fonction de centrage des pressions (notée CE dans la Figure 2.37) a été développée. L'idée de cette fonction est de contrôler avec plus de précision le champ de pression : réduire les pressions sur les bords des dentures et centrer la pression. La première étape est la définition de distribution de la pression idéale.

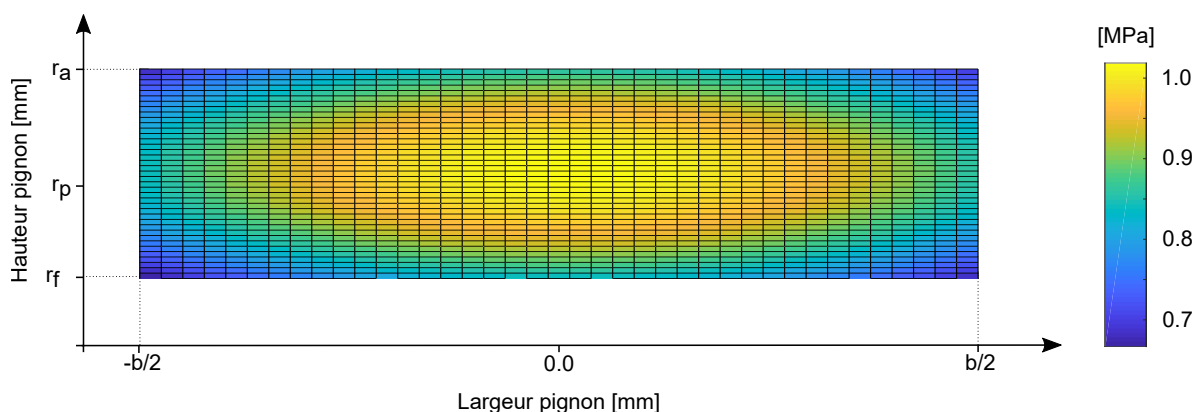


Figure 2.38 – Distribution de pression idéale  $P_T$

Le champ de pression idéal  $P_T$  de la figure 2.38 est purement analytique. Pour le concevoir, une surface de Bézier basée sur les polynômes de Bernstein est définie.

$$b_{j,n} = \binom{n}{j} s^j (1-s)^{n-j} \quad (2.63)$$



9 points de contrôles sont nécessaires pour la surface de Bézier. Il s'agit maintenant de comparer le champ de pression idéal  $P_T$  à notre champ de pression  $P_C$ . Pour ce faire, le champ de pression est réparti sur un maillage  $N^2$ , chaque dimension étant subdivisée en  $N$  strates et divisé par sa valeur maximale  $P_{max}$ . Cet écrasement est nécessaire pour ne comparer que les topologies des distributions des charges, sans prendre en compte leurs valeurs à proprement parler. La fonction de centrage  $CE$  se résume alors à l'équation 2.64 ci-dessous :

$$CE = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\| \frac{P_{C,ij}}{P_{max}} - P_{T,ij} \right\|^k \quad (2.64)$$

D'après la définition ci-dessus, plus le champ de pressions actuel  $P_C$  s'approche du champ cible  $P_T$ , plus la qualité de la solution sera forte. L'exposant  $k$  offre la possibilité d'appuyer les différences les plus importantes entre les deux distributions : une pression en tête aura plus d'impact sur la qualité de la solution qu'une distribution légèrement excentrée.

### 3.5 Validation de l'algorithme MO-TRIBES

L'algorithme PSO est reconnu pour son efficacité en termes de rapidité de convergence. Dans de nombreux domaines, une convergence rapide est recherchée. Cependant, lors d'une optimisation de problèmes complexes dans un espace multidimensionnel, une convergence trop rapide dégrade l'exploration de l'espace de recherche  $\mathbb{R}^n$ , ce qui peut donner lieu à des résultats erronés si l'algorithme exploite trop rapidement un minima local. Pour pallier ce problème, des auteurs ont adapté l'algorithme PSO afin de maximiser son exploration et limiter ainsi sa vitesse de convergence, comme présenté dans la section 3.3.5 du chapitre 1. En gérant lui-même sa population et en adaptant les équations du mouvement de ses solutions à leurs propres résultats, l'algorithme MO-TRIBES présenté est censé proposer une exploration plus vaste de son espace de recherche  $\mathbb{R}^n$  sans pour autant nécessiter l'ajout d'un module maximisant l'exploration.

Trois algorithmes sont testés : deux algorithmes de type PSO avec des configurations de voisinages différentes (Fully-Connected (FC) et Star (voir la section 3.3.5)) et l'algorithme MO-TRIBES. Pour la comparaison des performances des algorithmes, ces derniers évoluent dans un espace de recherche à deux dimensions. Les différents algorithmes sont comparés sur leur performance dans une approche mono-objectif puis dans une approche multi-objectifs. Les fonctions de test  $f_1$  et  $f_2$  sont respectivement des fonctions de réduction des fluctuations du signal de l'erreur de transmission et la minimisation de la pression de contact maximale. Les caractéristiques des algorithmes PSO utilisés à des fins comparatives sont détaillées dans le tableau 2.10. MO-TRIBES gérant automatiquement la taille de ses tribus, il est convenu que la comparaison se fera sur un nombre de calculs fixe, soit 1500 simulations dans ce cas.

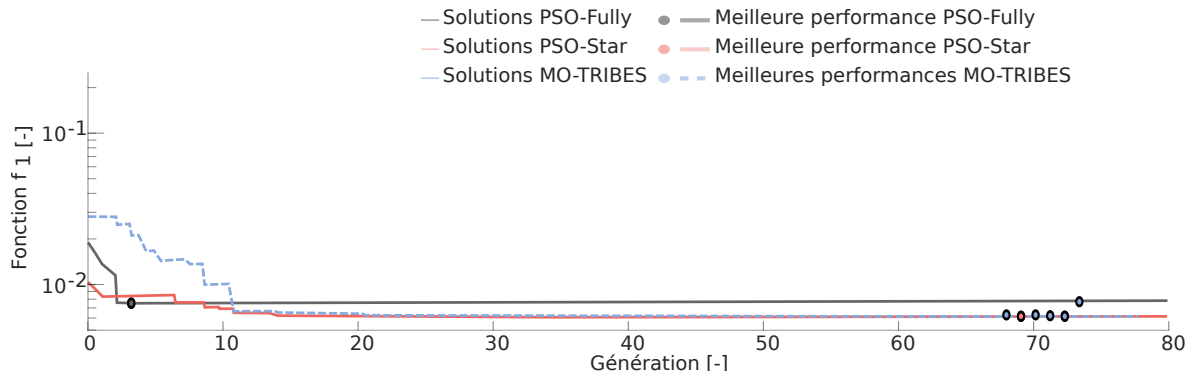
Tableau 2.10 – Configuration de l'algorithme PSO utilisé

Caractéristiques	Valeurs
Taille de la population	20
Nombre maximal de générations	75
Inertie des solutions	0.72
Type de voisinage	Fully-connected & Star

L'analyse de l'approche mono-objectif est aisée. L'algorithme PSO Fully-connected présente une convergence très rapide de ses solutions vers un optimum, dès les premières générations (Figure 2.39). Cependant, à la vue des résultats sur la fonction  $f_1$ , il semblerait que ce dernier ait convergé vers un optimum local de la fonction, et non vers l'optimum global. MO-TRIBES et PSO star atteignent dès la 10<sup>ème</sup> génération des solutions plus performantes que PSO Fully-connected mais requièrent cinquante

**Tableau 2.11** – Comparaisons des performances des algorithmes programmés pour une approche mono-objectif

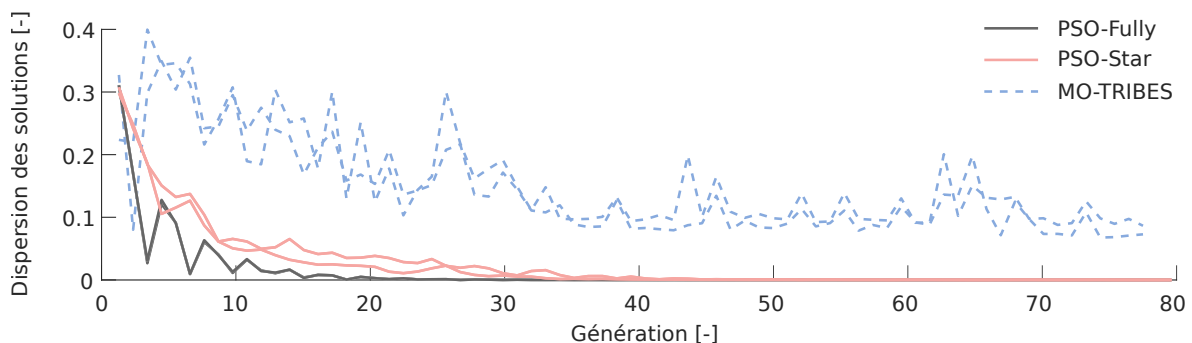
	Approche mono-objectif		
	PSO FC	PSO Star	MO-TRIBES
Performance sur $f_1$	0.00	-18.67%	-18.67%
Taux d'exploration	4.64%	7.72%	11.20%

**Figure 2.39** – Approche mono-objective : comparaison des convergences des solutions sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES

générations supplémentaires pour extraire la solution globalement optimale. Les algorithmes PSO Star et MO-TRIBES ont été capables de découvrir un optimum 18.76% meilleur que celui trouvé par PSO Fully-connected. Contrairement aux deux algorithmes PSO, l'algorithme MO-TRIBES a maintenu une grande diversité au sein de sa population tout en ayant décelé la solution optimale (Figure 2.40). Le tableau 2.11 montre que MO-TRIBES, en maintenant une grande diversité au sein de sa population globale, a un taux d'exploration de l'espace 6.56% et 3.48% supérieur à PSO Fully-connected et PSO Star.

La comparaison de l'approche multi-objectifs est plus délicate et nécessite l'introduction de quelques notions supplémentaires.

**Taux d'exploration :** le taux d'exploration de l'espace reflète la capacité de l'algorithme à explorer un maximum l'espace de recherche donné. Un taux d'exploration trop faible peut entraîner une convergence prématurée de l'algorithme dans un minimum local. Le calcul de l'exploration est aisé : chaque dimension de l'espace est divisée en  $n_c$  cases de largeur fixe. L'espace quadrillé est alors représenté par un tableau à  $n$  dimensions, pour un total de  $N_c = n_c^n$  cases. Lors de chaque mouvement d'un candidat, sa case d'arrivée est considérée comme explorée et est alors activée. Le taux d'exploration correspond au rapport du nombre de cases visitées sur le nombre total de cases de l'espace quadrillé.

**Figure 2.40** – Approche mono-objective : comparaison des dispersions des solutions sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES

**Amplitude du front de Pareto :** reflète la capacité de l'algorithme à s'être rapprocher des limites hautes et basses des fonctions objectifs lors d'une approche multi-objectifs.

**Espacement des solutions :** cet espacement retranscrit la diversité des solutions au sein du front de Pareto.

Contrairement à l'approche mono-objectif, les solutions multi-objectifs ne peuvent être comparées sur la base de leurs résultats sur les fonctions objectifs  $f_1$  et  $f_2$ . L'analyse du front de Pareto, regroupant l'ensemble des solutions répondant au problème d'optimisation multi-objectifs posé, est l'un des moyens de comparer les algorithmes. La capacité de l'algorithme à explorer son espace de recherche en est une autre.

Tableau 2.12 – Comparaisons des performances des algorithmes programmés

	Approche multi-objectif		
	PSO FC	PSO Star	MO-TRIBES
Performance sur $f_1$	0.00	0.00	+1.163%
Performance sur $f_2$	0.00	0.00	-0.020%
Amplitude du front de Pareto	0.1908	0.2171	0.2406
Espacement sur front de Pareto	0.0348	0.0443	0.0481
Taux d'exploration	5.52%	7.92%	12.12%

Le tableau 2.12 présente quelques-unes des caractéristiques des fronts de Pareto des différents algorithmes ainsi que leur taux d'exploration de l'espace de recherche. Dans ce tableau, les performances sur  $f_1$  et  $f_2$  font référence aux solutions présentant le meilleur fitness. Attention cependant, ces solutions présentent certes la meilleure performance en termes de fitness mais elles font partie d'un ensemble de solutions optimales et sont donc, au sens de Pareto, équivalentes à toutes les solutions non-dominées regroupées sur les fronts de Pareto trouvés. Le front de Pareto le plus large est celui de MO-TRIBES avec une amplitude de 0.2406. Sur ce front, l'écartement des solutions non-dominées vaut 0.0481. Ainsi, MO-TRIBES a été capable de révéler le front le plus large et doté des solutions les plus éloignées les unes des autres. La figure 2.42 expose les fronts de Pareto pour les trois algorithmes comparés. Comme prévu, l'algorithme MO-TRIBES présente une amplitude supérieure aux algorithmes PSO. À contrario, le front de Pareto de PSO Fully-connected apparaît comme étant le moins large et de ce fait propose une diversité de solutions optimales réduite (Figure 2.41). De plus, le front de Pareto de MO-TRIBES domine les deux autres fronts sur une grande majorité de sa longueur (Figure 2.42).

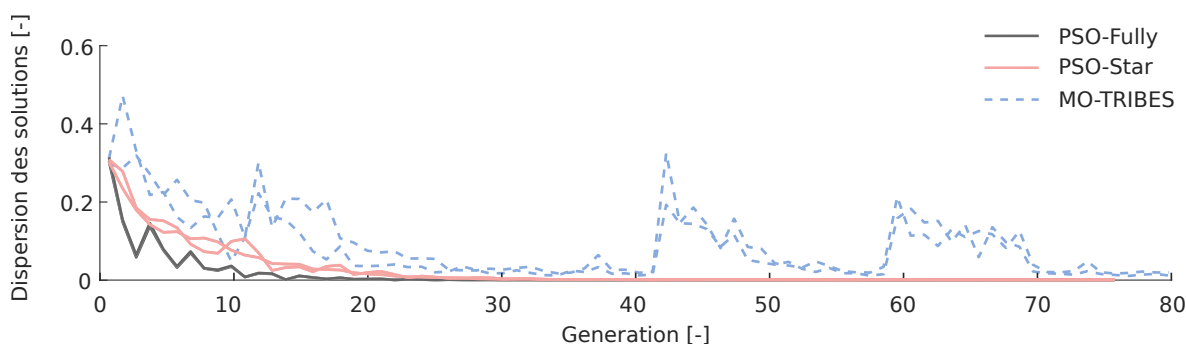


Figure 2.41 – Approche multi-objectifs : comparaison des dispersions des solutions sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES

L'analyse des performances des trois algorithmes montre d'une part une convergence générale des algorithmes vers des variables de design relativement similaires. Le type de topologie de voisinage de l'algorithme PSO a un grand impact sur la vitesse de partage des informations au sein de la population et donc sur la vitesse de convergence. Les simulations menées ont montré qu'une convergence trop rapide de l'algorithme se fait au détriment de l'exploration de l'espace de recherche. Le risque de converger vers

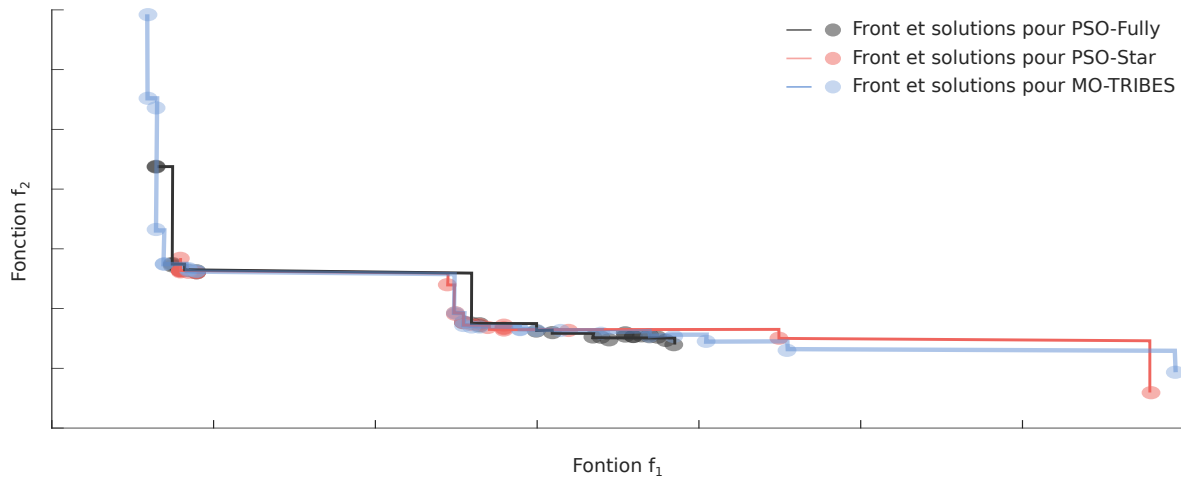


Figure 2.42 – Approche multi-objectifs : comparaison des fronts de Pareto sur PSO Fully-Connected, PSO Star et MO-TRIBES

un minimum local est à prendre en compte. La subdivision de l'essaim en plusieurs sous-populations et l'affectation de différentes stratégies de déplacement en fonction de la qualité des tribus offrent à MO-TRIBES la capacité d'explorer plus largement son espace de recherche tout en assurant une recherche de solutions optimales précises et performantes. De plus, l'absence de paramètres initiaux donne une grande liberté d'adaptation à l'algorithme MO-TRIBES. L'ensemble des simulations menées dans la suite de l'étude se basent donc sur ce dernier.

\*\*\*

L'intégration et la validation du module d'optimisation ont été réalisées dans cette section. En plus des corrections de dentures, les corrections surfaciques ont été ajoutées aux possibles entrées de l'algorithme d'optimisation. Les fonctions objectifs à optimiser caractérisent le comportement quasi-statique de l'engrenage. Une fonction d'estimation du centrage de la pression de contact a été proposée. Enfin, l'algorithme MO-TRIBES a montré sa capacité à proposer des solutions à un problème bi-objectifs plus diversifiées et pertinentes qu'un algorithme plus basique.

À ce stade, tous les codes numériques et modules développés ont été expliqués en détails. Le chapitre suivant présentera les engrenages étudiés, l'analyse du processus d'usure sur l'engrenage aéronautique ainsi que son optimisation.

\*

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

# 3

## Applications numériques

---

### ORGANISATION DU CHAPITRE

---

Ce chapitre final se concentre sur les applications numériques des différents modèles développés. Avant de débiter la simulation de l'usure ou l'optimisation des engrenages, ces derniers sont présentés dans la section 1 : les caractéristiques et les résultats sous charge de l'engrenage standard, droit, sans voile ni jante, et de l'engrenage aéronautique à voile mince sont détaillés.

Suite à cette description, l'usure de deux engrenages est étudiée dans les sections 2 et 3. L'étude est approfondie pour l'engrenage aéronautique : les différentes opérations sont décrites et l'usure et son intensité sont analysées sur l'ensemble du cycle AMT.

Le processus d'arrachement de matière étant simulé, la recherche de corrections de dentures optimales est explorée dans les sections 4 et 5. Plusieurs exemples d'optimisation sont proposés, en mono- et en multi-objectif par le biais de corrections standards ou surfaciques. Pour finir, une étude est menée afin de réduire la quantité de matière arrachée sur un planning de vol complet.

---

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

# 1 Engrenages de l'étude

Ce paragraphe a pour objectif de présenter les deux principaux engrenages étudiés. Seront notamment présentés les caractéristiques générales des engrenages, les conditions de montages associées ainsi que les principaux résultats en quasi-statiques des engrenages soumis à leur chargement nominal.

## 1.1 Engrenage standard

Le premier de ces engrenages est un engrenage classique, appelé standard dans ce mémoire. Les dents de l'engrenage sont droites et le pignon et la roue ne présentent ni voiles, ni jantes fines. L'ensemble de ses caractéristiques sont détaillées dans le tableau 3.1 et les conditions de fonctionnement ainsi que les paramètres matériaux sont décrits dans le tableau 3.2.

Tableau 3.1 – Caractéristiques géométriques de l'engrenage standard

Paramètre	Unité	Valeur	
		Pignon	Roue
Module réel	[mm]	3.0	
Nombre de dents	[-]	24	35
Angle de pression	[°]	20.0	
Angle d'hélice	[°]	0.0	
Largeur de denture	[mm]	33.0	32.0
Entraxe théorique sans jeu	[mm]	88.5	
Entraxe de fonctionnement	[mm]	88.5	
Coefficient de saillie	[-]	1.00	1.00
Coefficient de creux	[-]	1.25	1.25
Coefficient de déport	[-]	+0.3611	-0.3611
Rayon de raccordement en tête	[mm]	+0.0	+0.0

Tableau 3.2 – Conditions de fonctionnement et paramètres matériaux de l'engrenage standard

Paramètre	Valeur
Couple moteur	286.5 N m
Vitesse de rotation	100.0 tr/min
Module de Young	206 GPa
Coefficient de Poisson	0.3

### 1.1.1 Résultats sous charge

Les résultats quasi-statiques de cet engrenage standard sont visibles dans les figures ci-après. L'effort transmis total de 8.4 kN (en pointillés dans la Figure 3.1) est constant tout au long de l'engrènement. L'effort est réparti sur une à deux dents.

Le passage d'un contact double à un contact simple est visible sur le graphique de l'erreur de transmission (Figure 3.2) : les valeurs maximales du signal ont lieu lorsqu'une seule dent est en contact. L'enjeu de l'optimisation d'un tel signal est soit de réduire son amplitude, soit de réduire ses fluctuations autour de sa valeur moyenne.

Enfin, deux zones de fortes pressions sont observées sur les flancs du pignon (Figure 3.3). La bande située juste au-dessus du primitif (en pointillés dans cette figure) correspond à la zone de contact simple, une seule dent est ici en prise et transmet l'intégralité de l'effort : la pression est ici de l'ordre de 1.1 GPa. Des pressions maximales (supérieures à la pression maximale admissible) sont observées en pied de



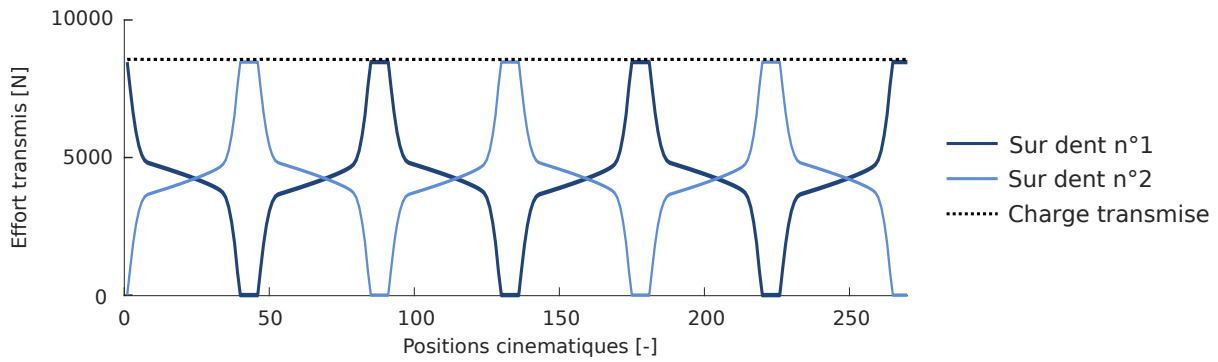


Figure 3.1 – Répartition des charges – Engrenage standard

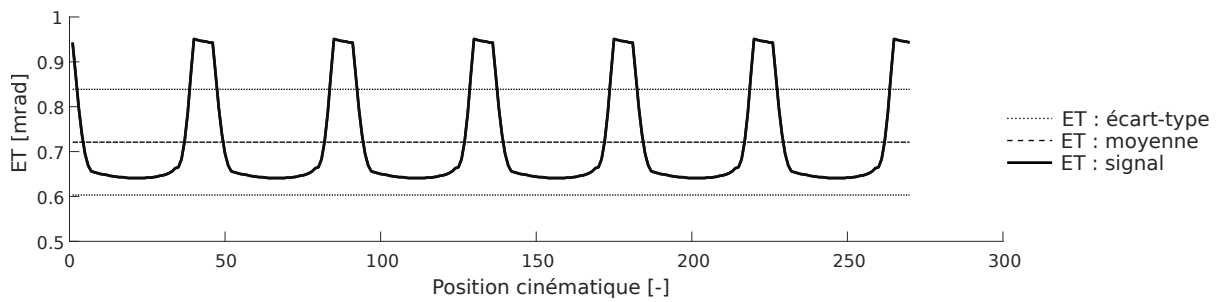


Figure 3.2 – Erreur de transmission sous charge – Engrenage standard

dent ainsi qu'en tête de dent : les surpressions en tête de dent sont localisées sur une bande très fine et ne peuvent être vues sur le graphique. Ce sont principalement sur ces zones de fortes pressions que l'algorithme d'optimisation travaillera lors d'une réduction de la pression de contact maximale.

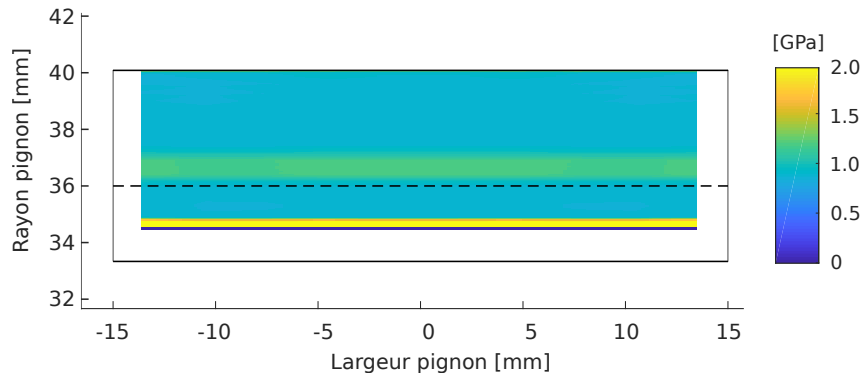


Figure 3.3 – Distribution des pressions – Engrenage standard

## 1.2 Engrenage aéronautique

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons au fonctionnement du réducteur implanté en sortie de turbomoteur et plus principalement à l'étage intermédiaire de ce dernier. Cet engrenage est basé sur une denture hélicoïdale montée sur un voile fin et incliné afin de maximiser le ratio puissance/masse du turbomoteur. Le gain en masse se fait inéluctablement au détriment de la raideur : ces résultats seront présentés dans les prochains paragraphes. Ci-après sont présentées les caractéristiques géométriques, les paramètres de fonctionnement et les caractéristiques matériaux de l'engrenage (Tableaux 3.3 et 3.4).

Sous fortes charges et à hautes vitesses, l'engrenage se déforme. Les dents chargées fléchissent et l'inclinaison du voile est modifiée du fait du chargement et des efforts centrifuges. Le bâti, support

**Tableau 3.3** – Caractéristiques géométriques de l’engrenage aéronautique

Paramètre	Unité	Valeur	
		Pignon	Roue
Module réel	[mm]	2.5	
Nombre de dents	[-]	34	65
Angle de pression	[°]	25.0	
Angle d’hélice	[°]	14.0	
Largeur de denture	[mm]	Confidentiel	Confidentiel
Entraxe de fonctionnement	[mm]	Confidentiel	
Coefficient de saillie	[-]	0.987	0.983
Coefficient de creux	[-]	1.249	1.249
Coefficient de déport	[-]	Confidentiel	Confidentiel
Rayon de raccordement en tête	[mm]	Confidentiel	Confidentiel

**Tableau 3.4** – Conditions de fonctionnement et paramètres matériaux de l’engrenage aéronautique

Paramètre	Valeur
Couple en sortie	Variable en fonction de l’opération de vol engagée
Vitesse de rotation en entrée	
Module de Young	200 GPa
Coefficient de Poisson	0.3

des paliers des axes de l’engrenage, a aussi tendance à se déformer. Les déformations du bâti ont été simulées par SAFRAN HE dans un modèle EF. Ce modèle simule les déplacements des paliers suite à l’application d’un surcouple sur l’entrée réducteur. À partir de ces nouvelles positions des paliers, des décalages sont déduits et appliqués à l’engrenage pour la simulation numérique (Tableau 3.5).

**Tableau 3.5** – Désalignements de l’engrenage aéronautique

Paramètre	Valeur
Variation d’entraxe	Confidentiel
Décalage axial	0.00 mm
Déviations (ou twist)	-0.022°
Inclinaison (ou basculement)	+0.012°

Par défaut, le flanc de denture de la roue présente un ensemble de corrections de denture. Une modification de l’angle d’hélice est introduite, afin de minimiser l’impact de la flexion du voile sur la distribution de pression. Le profil de la roue est doté d’un tombé de tête linéaire. L’ensemble de ces corrections est défini dans le tableau 3.6. Pour rappel, ces corrections sont décrites dans la section 3.3 du chapitre 2.

### 1.2.1 Résultats sous charge

La répartition des charges est impactée par l’application des désalignements de l’engrenage dus aux déformations du bâti. Ainsi, la variation d’entraxe modifie directement l’entraxe de fonctionnement de l’engrenage et donc son rapport de conduite. Pour chaque position cinématique, la charge transmise par chaque dent est augmentée, tout en maintenant un effort transmis constant (Figures 3.4.a et 3.4.b). Face aux décalages d’entraxe, les corrections de denture initiales ont un effet moindre sur la répartition des charges (Figure 3.4.c).

Tableau 3.6 – Corrections initiales proposées par SAFRAN HE, appliquées sur la roue

Paramètre	Valeur
Correction de l'angle d'hélice	Confidentiel
Cote de tombé de tête	Confidentiel
Dépouille de tombé de tête	Confidentiel

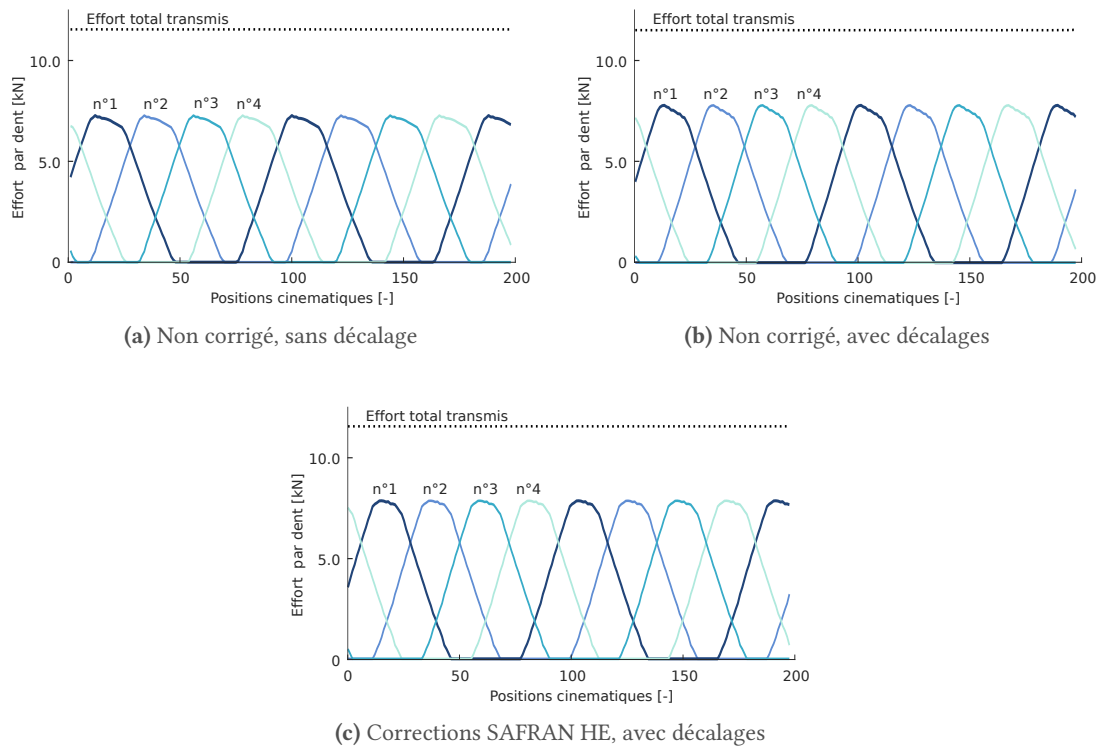
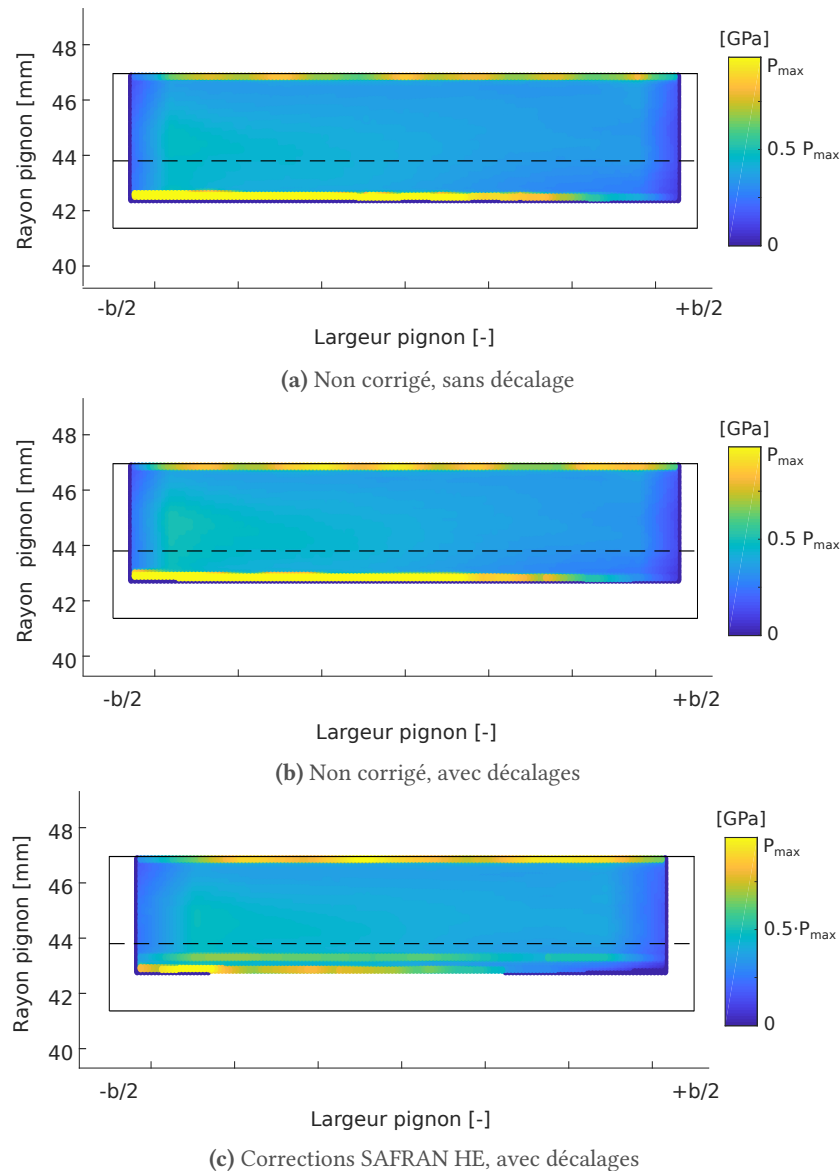


Figure 3.4 – Répartition des charges avec et sans prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique

Les échelles de couleur des figures 3.5.a, b et c sont limitées et adimensionnées par la pression maximale admissible sur ce type d'acier, les pressions supérieures ou égales à cette valeur sont les plus claires. Les désalignements de l'engrenage induisent des modifications du champ de pression de contact. L'engrenage sans désalignement ni correction présente un champ de pression asymétrique, porté sur la face arrière<sup>1</sup> de la denture. Des contacts importants ont lieu en tête du pignon et de la roue. Cela implique des zones de surpression en tête et en pied de denture du pignon, comme le montre la figure 3.5.a. L'application des désalignements modifie peu la distribution des pressions de contact, bien que la zone de contact soit réduite (Figure 3.5.b). Cette réduction est due à l'augmentation de l'entraxe, entraînant une élévation du rayon limite de contact en pied de dent du pignon. Bien qu'ayant un impact peu significatif sur la répartition des charges, les corrections de dentures tendent à réduire les pressions maximales de contact sur les zones de surpression, sans cependant réussir à supprimer la surpression en pied de dent du pignon (Figure 3.5.c) : dans cette zone, les pressions maximales dépassent encore la pression maximale admissible. De plus, les corrections de profils ne sont appliquées que sur la roue, rendant impossible tout travail sur la réduction des pressions en tête de dent du pignon. L'asymétrie du champ de pression est légèrement corrigée par l'introduction de la correction de l'angle hélice : le champ de pression semble plus homogène sur l'ensemble du flanc de denture, à l'exception des zones de surpressions.

1. Dans ce mémoire, la face arrière est située du côté des largeurs de denture négatives

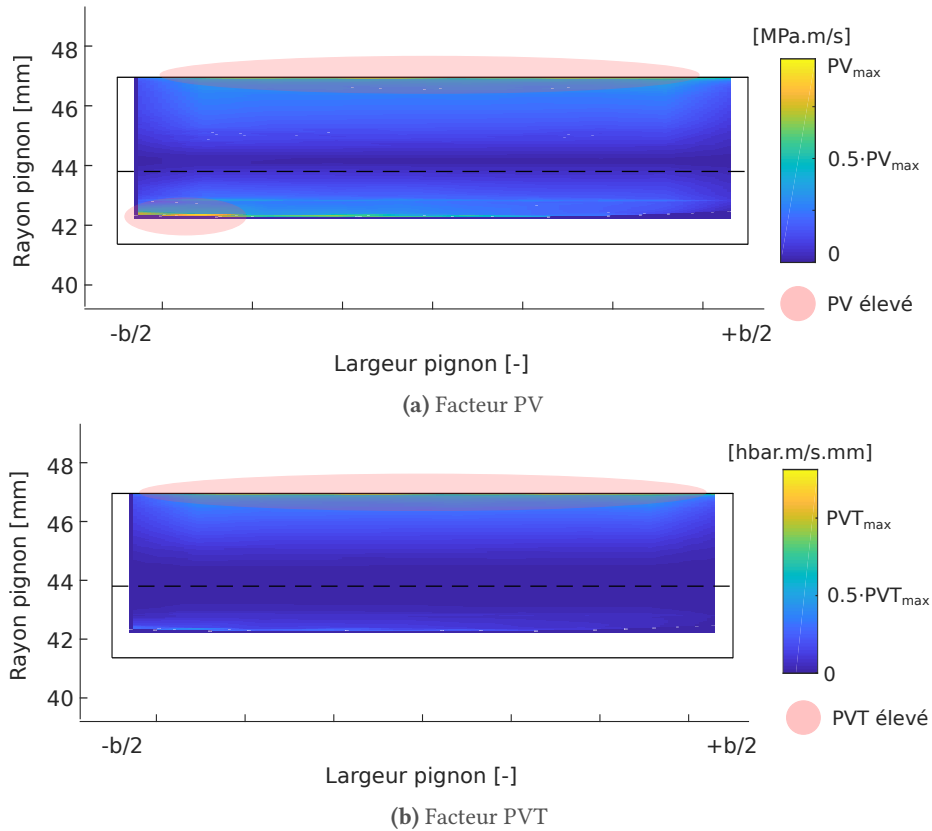


**Figure 3.5** – Pressions de contact sur le pignon avec et sans prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique

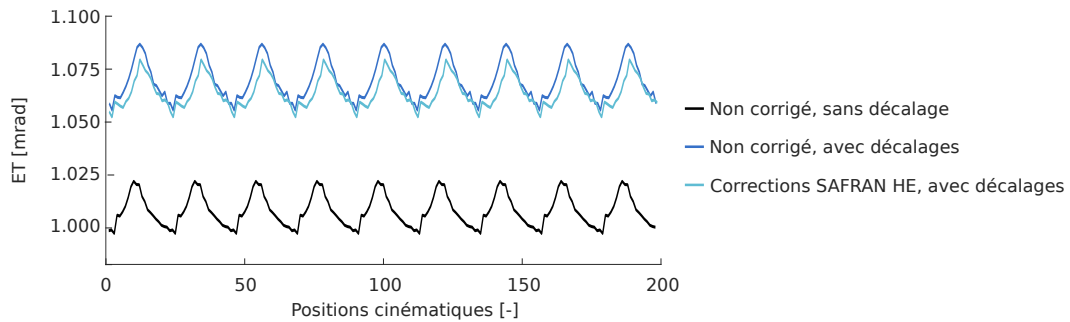
Le facteur PV (pression-vitesse) est un bon indicateur des risques liés à l'usure abrasive. Dans les zones à haut PV, les glissements et les pressions sont maximales : selon la loi d'Archard, ce sont ces zones qui présenteront des arrachements de matières maximaux. Dans le cas de l'engrenage aéronautique, les risques sont les plus importants en tête de dent du pignon (Figure 3.6a). Pour la suite du mémoire, nous prendrons comme limite admissible du facteur PV, la valeur maximale relevée sur ce graphique fixée à  $PV_{\max}$ . La zone basse de la dent est impactée, mais dans une moindre mesure. En revanche, dans la zone autour du primitif, zone de glissement quasi-nul, le facteur PV est minimal voire nul. Des observations proches peuvent être émises pour le facteur PVT (pression-vitesse-distance au primitif) : dans ce cas, la zone la plus sévère est située en tête de dent du pignon et dépasse de 30% la limite admissible instaurée par les bureaux d'études de SAFRAN HE pour ce facteur (notée  $PVT_{\max}$  dans la Figure 3.6b).

Les corrections de dentures proposées initialement ont été définies pour améliorer la distribution des pressions et non pas réduire les fluctuations des signaux d'erreur de transmission. De ce fait, l'impact sur le RMS de l'erreur de transmission reste faible (Figure 3.7). L'augmentation de l'entraxe (choix du bureau d'étude et déformations du carter) génère un offset de 0.05 mrad du signal de transmission sans pour autant élever son amplitude. La suite des travaux proposera un ensemble de corrections de

dentures entraînant une forte réduction de ces fluctuations.



**Figure 3.6** – Facteurs PV et PVT avec prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique



**Figure 3.7** – Signaux d'erreur de transmission sous charge avec et sans prise en compte des désalignements et des corrections initiales – Engrenage aéronautique

---

\*\*\*

Deux engrenages ont été présentés, le premier étant un engrenage standard, sans voile ni jante. Dans les sections suivantes, l'usure de cet engrenage sera étudiée et son signal d'erreur de transmission sera optimisé à l'aide de corrections de profil. L'engrenage aéronautique présente une distribution de pression plus atypique, avec d'importantes surpressions. Suite à la simulation de l'usure de cet engrenage à voile mince sur un cycle de mission accéléré complet, il sera optimisé en simple et en multi-objectifs. Enfin, nous chercherons à minimiser la quantité de matière arrachée afin d'allonger la durée de vie du réducteur.

---

\*

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## 2

## Application d'usure : simulation du processus sur l'engrenage standard

Plusieurs études ont été réalisées avec le modèle présenté dans la section 2.2 du chapitre 2. La première consistera en l'analyse de l'influence de l'usure sur les paramètres quasi-statiques de l'engrenage standard. Par la suite, le processus d'usure sera étudié sur l'engrenage aéronautique soumis aux conditions de fonctionnement variables imposées par un cycle AMT. L'objectif de cette seconde étude est d'une part, d'inspecter l'influence de chaque cycle de vol et chaque opération sur le processus d'usure, et d'autre part d'observer la profondeur d'usure finale arrachée sur les flancs de denture.

## 2.1

### Impact de l'usure sur les paramètres quasi-statiques

Comme expliqué dans la section 2.4 du chapitre 1, l'usure abrasive a un impact – lent mais non-négligeable – sur le comportement quasi-statique de l'engrenage. Les paragraphes suivants présentent les évolutions de ces paramètres pour différentes étapes d'usure. Dans ces études, l'engrenage utilisé est l'engrenage standard. La lubrification n'est ici pas prise en compte. Les principaux paramètres de cette simulation sont retranscrits dans le tableau 3.7.

Tableau 3.7 – Principaux paramètres de la simulation d'usure pour l'engrenage standard

Paramètre	Valeur
Macro-paramètres	définis dans le tableau 3.1
Corrections de dentures	aucune
Entraxe de fonctionnement	88.50 mm
Désalignements	non
Lubrifiant	aucun
Rugosités arithmétiques $R_{a1}$ et $R_{a2}$	0.50 $\mu\text{m}$
Rugosités quadratiques $R_{q1}$ et $R_{q2}$	0.56 $\mu\text{m}$
Couple moteur	286.5 N m
Vitesse de rotation	100 tr/ min
Coefficient d'usure $k_0$	$1.0 \times 10^{-18}$
Mise à jour de la géométrie	tous les 0.5 $\mu\text{m}$

## 2.1.1

#### Impact de l'usure sur la répartition des charges

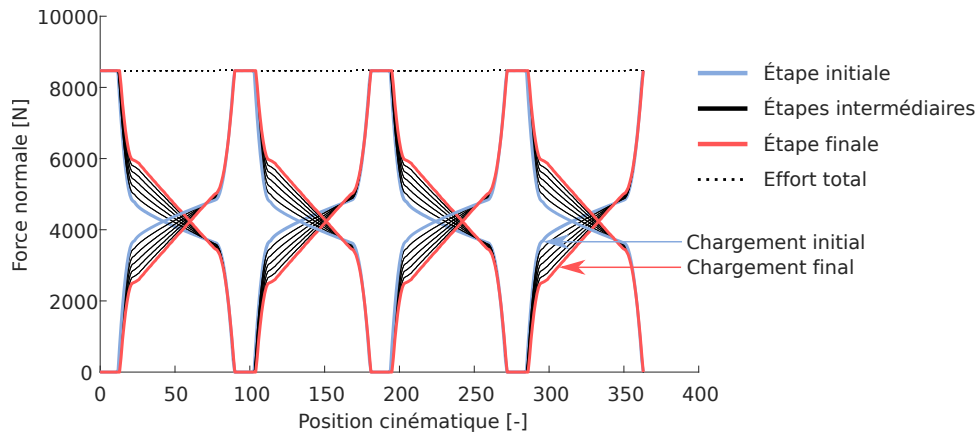
La répartition des charges de l'engrenage standard non-usé est standard (courbe bleutée de la Figure 3.8) : la charge totale transmise (trait pointillé) reste constante. La charge transmise par dent évolue en fonction du nombre de dents en contact. Entre l'engagement et le déengagement, une symétrie de chargement est observée. Suite aux itérations d'usure, la répartition des charges devient dissymétrique (courbe rouge de la Figure 3.8). L'effort porté par la dent menante à l'engagement est plus intense (usure plus importante au pied de dent), alors que cet effort est réduit lors du déengagement (usure plus faible en tête) : ce comportement est propre à la macro-géométrie de l'engrenage étudié. Globalement, malgré la modification de la répartition des charges induite par l'usure, l'effort transmis conserve sa constance.

## 2.1.2

#### Impact de l'usure sur les écarts

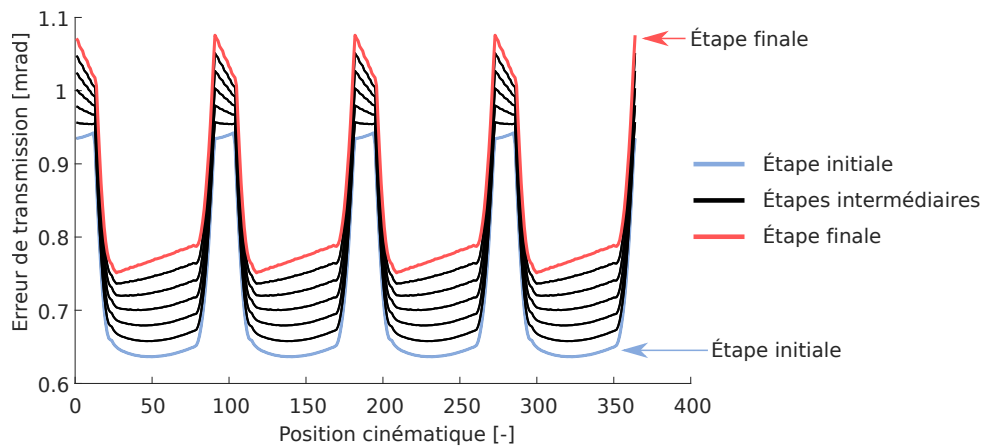
La méthodologie de prise en compte de l'usure mise en place considère la profondeur d'usure totale comme un écart initial. Les figures 3.10a à 3.10g exposent les écarts initiaux, ou écart cinématique à vide, projeté sur le flanc de denture du pignon au fur et à mesure du processus d'usure. Initialement





**Figure 3.8** – Répartitions des charges pour l'étape initiale, l'étape finale et les étapes intermédiaires (toutes les  $1.0 \times 10^7$  rotations) – Engrenage standard

nul, cet écart augmente progressivement dans les zones d'engagement et de déengagement de la dent du pignon. Autour du primitif (trait pointillé dans ces figures), l'écart initial reste minimal, la quantité de matière arrachée dans cette zone étant théoriquement nulle.



**Figure 3.9** – Erreurs de transmission sous charge pour l'étape initiale, l'étape finale et les étapes intermédiaires (toutes les  $1.0 \times 10^7$  rotations) – Engrenage standard

Les erreurs de transmission avant et après usure sont présentées Figure 3.9. À chaque itération (mise à jour de la géométrie), la moyenne du signal de l'erreur de transmission est augmentée. Nous noterons que pour chaque itération, le décalage du signal de l'erreur de transmission est moins important dans la zone de contact unique que dans la zone où deux dents portent la charge. Cela s'explique par le fait que la zone de contact unique (entre 36.5 mm et 37.0 mm) est proche du primitif (36.0 mm) : dans cette zone, le glissement est faible, mais non nul. Le primitif n'étant pas localisé dans cette zone, l'usure, bien que faible n'y est cependant pas nulle. À contrario, les zones à fort glissement tels que l'engagement et le déengagement, subissent une usure plus sévère : le profil est alors plus impacté en tête et en pied de dent.

### 2.1.3 Évolution de l'usure

L'engrenage de cette étude n'étant pas lubrifié, le coefficient d'usure  $k$  est équivalent à  $k_0$ , coefficient d'usure pour le contact non-lubrifié. Ce coefficient est fixe tout au long du processus d'usure, processus allongé à  $3.25 \times 10^8$  rotations pour cerner correctement l'évolution de la profondeur instantanée d'usure, en chaque point du flanc de denture pour une seule rotation de l'engrenage. Malgré un coefficient d'usure constant, cette profondeur d'usure instantanée maximale sur le flanc de den-

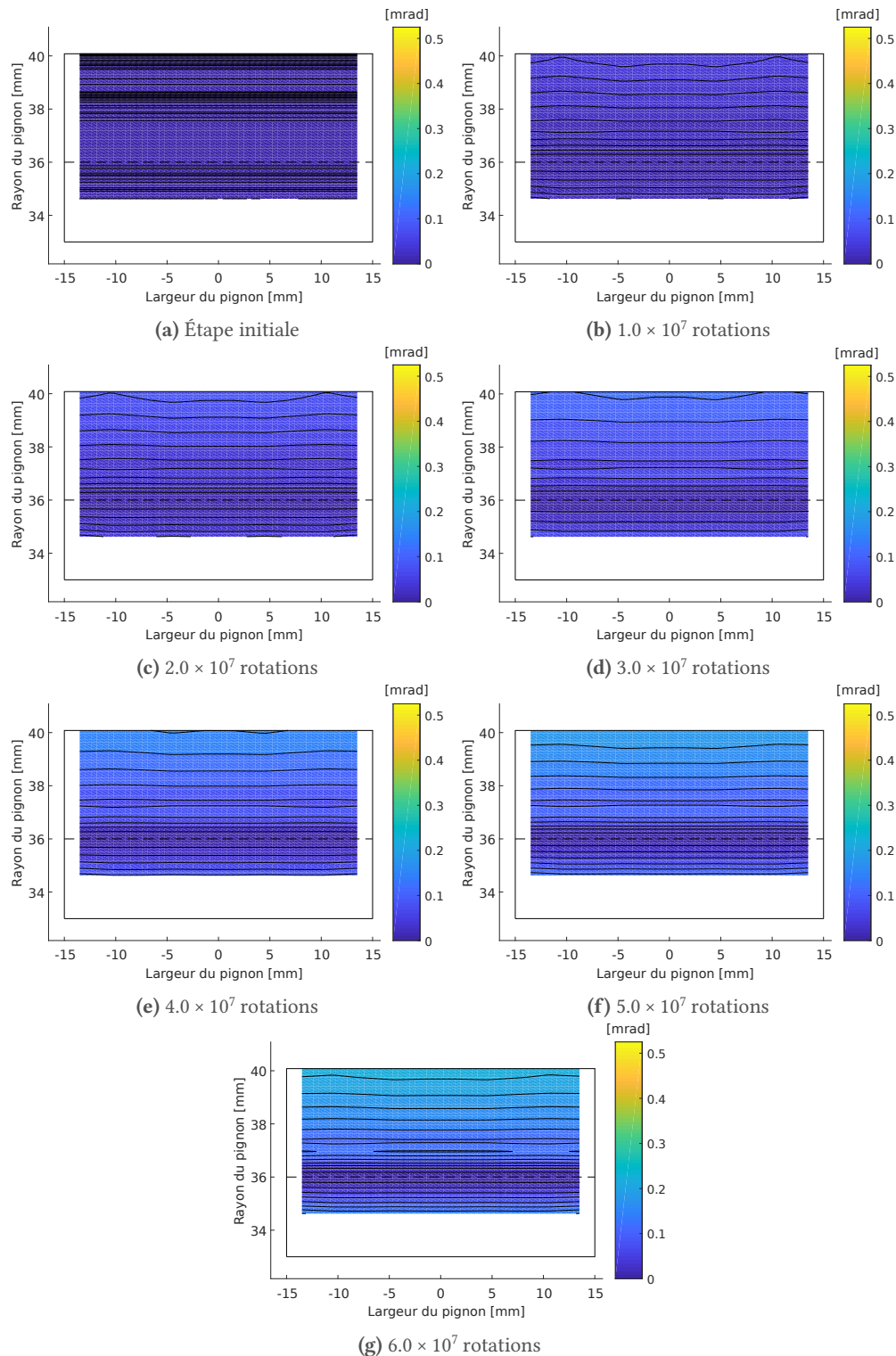


Figure 3.10 – Évolution des écarts à vide – Engrenage standard – Pignon

ture, décroît rapidement dans une première phase puis plus légèrement, comme le montre la courbe rouge de la Figure 3.11. La valeur moyenne de cette profondeur instantanée, c'est-à-dire la moyenne de l'usure instantanée sur l'ensemble des points du maillage du flanc de denture de la roue, présente une décroissance bien moins importante. Au fur et à mesure de la simulation, la dispersion des valeurs de l'usure instantanée s'amointrit elle aussi. L'usure instantanée tend donc à converger vers une valeur moyenne constante : cette valeur n'étant pas nulle, des arrachements de matière auront toujours lieu,

mais l'évolution de la profondeur d'usure sera alors linéaire (Figure 3.12).

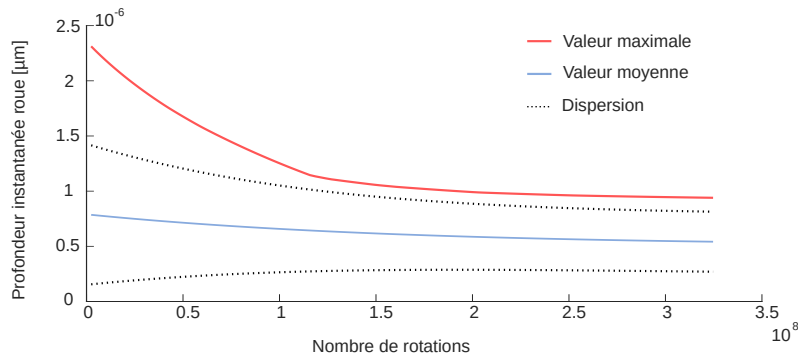


Figure 3.11 – Évolution de la profondeur d'usure instantanée de la roue – Engrenage standard

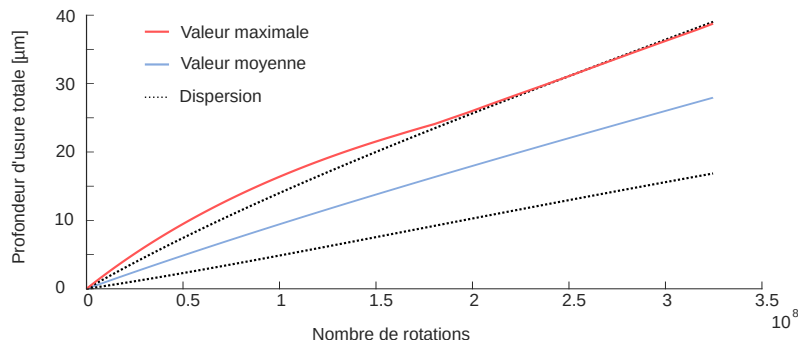


Figure 3.12 – Évolution de la profondeur d'usure totale cumulée sur le pignon et la roue – Engrenage standard, sans désalignements ni corrections de denture

## 2.1.4 Impact de l'usure sur les pressions de contact

Étant donné que la répartition des charges évolue, les pressions de contact sont inévitablement impactées par l'évolution du profil usé. De base, le champ des pressions présente deux zones distinctes, la zone fortement chargée à 1175 MPa (en jaune dans la figure 3.13a) et une zone moins chargée, environ 840 MPa, en vert sur cette même figure<sup>2</sup>. Chaque arrachement de matière modifie les paramètres du contact et donc sa pression. C'est en tête de dent que l'impact sur la pression est le plus important : la pression dans cette zone chute progressivement au cours du processus d'usure pour atteindre une valeur de 700 MPa suite à un arrachement maximal de 6.15  $\mu\text{m}$  sur le pignon. À contrario, dans la zone proche du primitif de fonctionnement, l'usure ne modifie que le profil : les pressions autour du primitif ne sont donc que peu modifiées.

2. Les échelles de couleurs de ces figures sont fixées à l'intervalle [500 MPa – 1200 MPa].

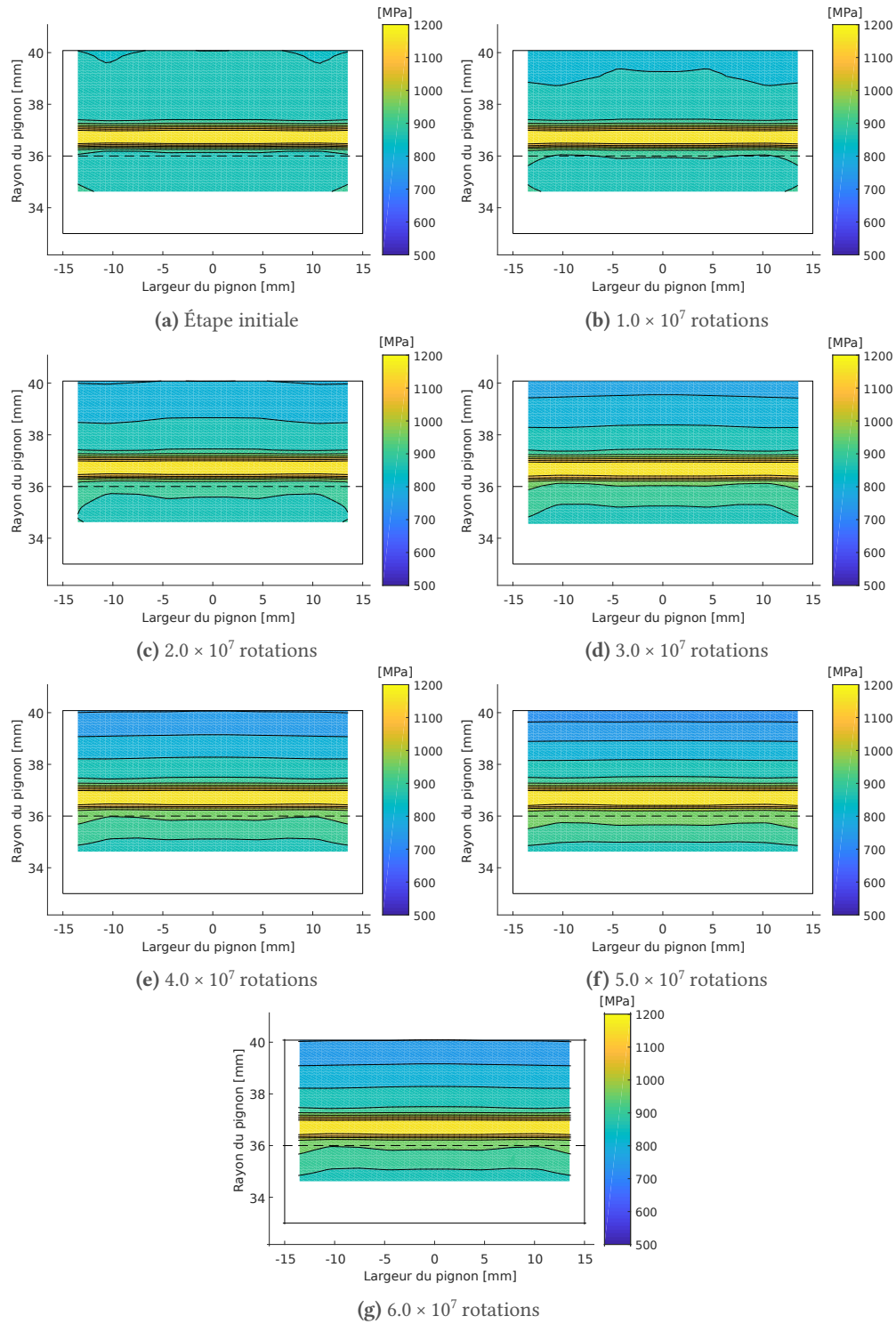


Figure 3.13 – Évolution des pressions de contact – Engrenage standard – Pignon

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

### 3 Module d'usure : simulation du processus sur l'engrenage aéronautique

Dans cette section sera étudié le phénomène d'usure abrasive sur l'engrenage aéronautique, précédemment présenté dans la section 1.2. Contrairement à une grande majorité des travaux issus de la bibliographie, la simulation comprendra la prise en compte des conditions de fonctionnement réelles du système, variables selon la phase de vol engagée (Tableau 3.8).

Tableau 3.8 – Principaux paramètres de la simulation d'usure pour l'engrenage aéronautique

Paramètre	Valeur
Macro-paramètres	définis dans le tableau 3.3
Corrections de dentures	définies dans le tableau 3.6
Entraxe de fonctionnement	129.00 mm
Désalignements	non
Lubrifiant	TN600
Viscosité cinématique à 85.0 °C	6.95 cSt
Viscosité cinématique à 115.0 °C	3.93 cSt
Température d'injection	115.0 °C
Rugosités quadratiques $R_{q1}$ et $R_{q2}$	0.32 $\mu\text{m}$
Couple sur PI	variable
Vitesse de rotation sur PI	variable
Coefficient d'usure $k_0$	$1.0 \times 10^{-19}$
Mise à jour de la géométrie	tous les 1.0 $\mu\text{m}$

#### 3.1 Les différentes opérations

Pour rappel, les différents cycles de vol sont dotés de plusieurs opérations (décollage, vol stationnaire, surcouple, etc..) dans lesquelles les conditions de fonctionnement, en termes de couple et de vitesse de rotation évoluent. Les figures de 3.14a à 3.14i présentent l'usure par rotation pour chaque opération envisageable. Plusieurs éléments sont à observer :

- Pour toutes les opérations, la profondeur de matière arrachée par rotation est maximale dans les zones d'engagement et de déengagement et nulle au niveau du primitif,
- De même, la profondeur de matière générée par rotation croît en fonction du couple appliqué, de  $3.6 \times 10^{-3} \mu\text{m}/\text{Mrev}$  pour  $OP_1$  (Figure 3.14a) à  $1.9 \times 10^{-1} \mu\text{m}/\text{Mrev}$  pour  $OP_9$  (Figure 3.14i),
- Pour les opérations très faiblement chargées (Figures 3.14a et 3.14b), le champ de distribution est asymétrique et translaté côté face avant de la denture du pignon. En effet, la correction d'angle d'hélice initialement mise en place a pour vocation de compenser les déflexions du voile soumis à un fort chargement. Ce chargement étant faible pour ces deux opérations, l'effet escompté est amplifié. La profondeur d'usure par rotation est de ce fait faible voire nulle côté face arrière, face peu ou non chargée,
- À partir de l'opération n°4, l'application d'un couple égal ou supérieur à 69.4 % du couple nominal entraîne l'apparition d'une zone de surpression en pied de denture face arrière.

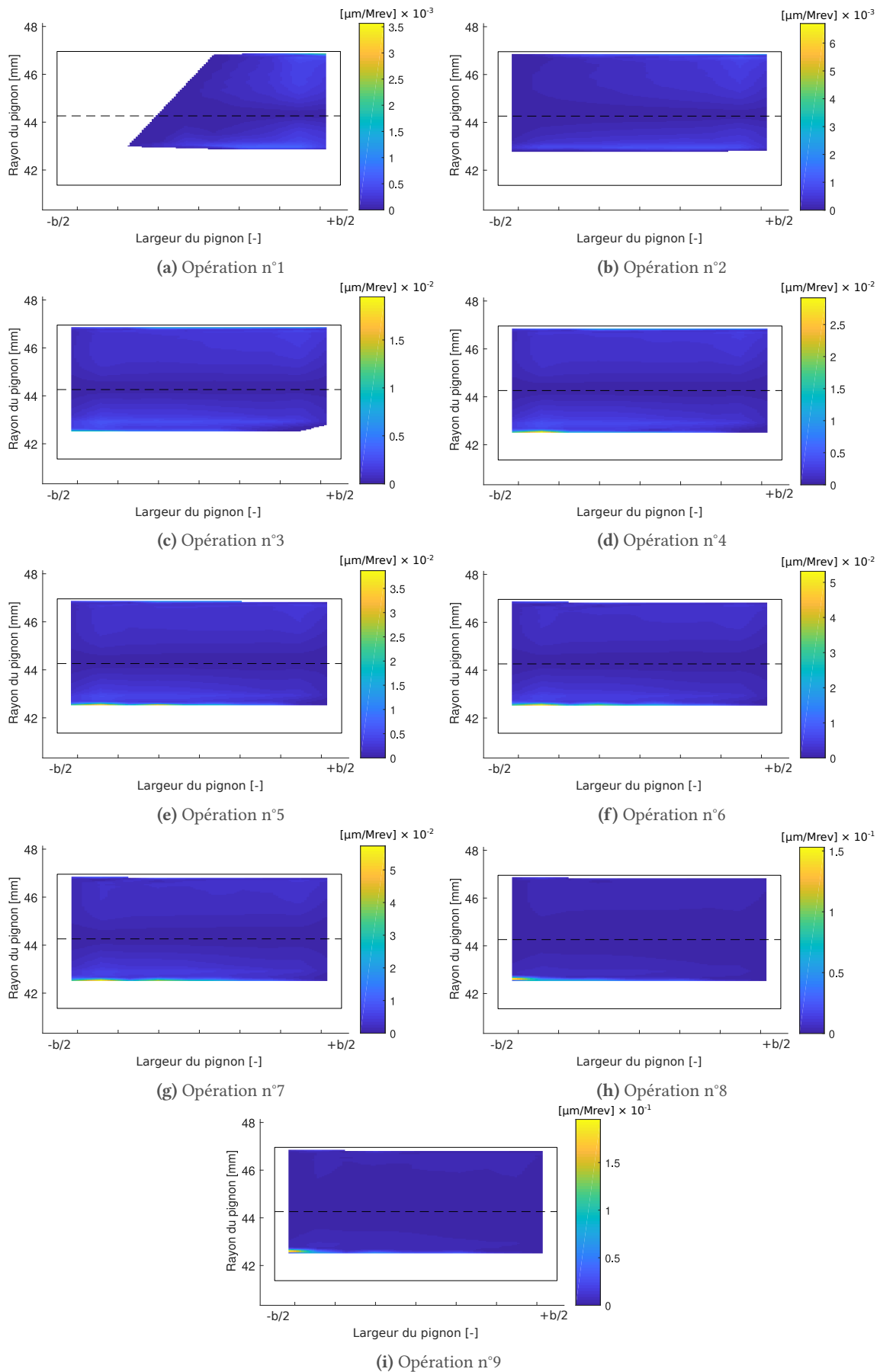


Figure 3.14 – Profondeur d'usure par million de rotations pour chaque opération envisageable sur les cycles – Engrenage aéronautique

## 3.2 Les différents cycles composants le cycle AMT

La première étude est l'étude du comportement quasi-statique de chaque phase de vol, avec une lubrification active à 115 °C. Tous les paramètres ne seront pas étudiés, nous porterons une attention particulière à l'analyse des profondeurs d'usure instantanées et des profondeurs d'usure cumulées.

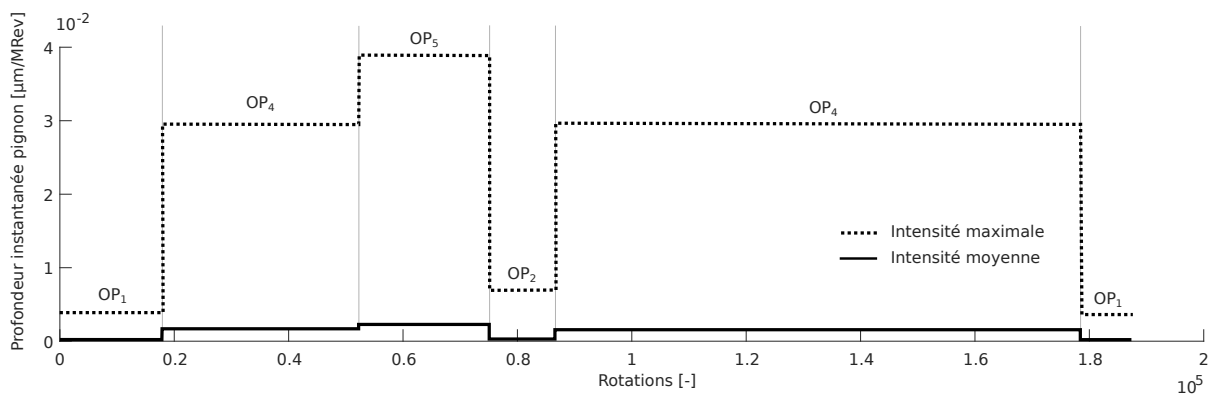
### 3.2.1 Phase de vol standard : cycle n°1

Le cycle n°1 des phases de vol standards est constitué uniquement de 4 opérations de vol différentes, dont deux opérations à très faibles couples, inférieurs à 15 % du couple nominal du pignon intermédiaire (Tableau 3.9). Le pignon intermédiaire est entraîné dans toutes les opérations à sa vitesse nominale, à l'exception de la phase de bas régime (OP n°1). L'opération la plus longue de ce cycle cumule à elle seule 67.3 % des rotations cumulées. Ce cycle étant représentatif d'une mission classique et donc fréquente. Comme expliqué dans le tableau 2.2 du chapitre 2, ce cycle est répété en tout 5410 fois sur l'ensemble de la simulation : l'ensemble des rotations de ce cycle représente près de 99.9 % des rotations de la simulation.

**Tableau 3.9** – Conditions de fonctionnement et rotations cumulées sur le cycle n°1 – Engrenage aéronautique

Paramètres sur pignon intermédiaire	OP <sub>1</sub>	OP <sub>2</sub>	OP <sub>4</sub>	OP <sub>5</sub>
Couple	4.6 %	14.0 %	69.8 %	83.7 %
Vitesse	78.1 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %
Nombre de rotations	$2.69 \times 10^4$	$1.15 \times 10^4$	$1.26 \times 10^5$	$2.29 \times 10^4$
Pourcentage sur le cycle	14.3 %	6.1 %	67.3 %	12.2 %

Sur la Figure 3.15 sont représentées les profondeurs d'usure par rotation lors de chaque étape du cycle en cours. Les opérations n°1 et n°2 génèrent une usure instantanée très faible en comparaison aux deux autres opérations. Pour ces deux opérations, les profondeurs d'usure cumulées suite à chaque opérations, Figure 3.16, présentent une pente extrêmement faible et ne participent que peu à l'arrachement de matière global. L'opération n°4 est celle générant le plus d'usure pour ce cycle.



**Figure 3.15** – Évolution de la profondeur d'usure instantanée sur le pignon pour le cycle n°1 – Engrenage aéronautique

Pour faciliter l'analyse des graphes, les mêmes données sont retranscrites en fin de processus dans les figures similaires à la figure 3.17. Dans ce type de figure, chaque opération est étudiée en termes de rotations cumulées, d'usure cumulée et d'usure par rotation, pour le pignon et la roue. Comme observé dans sur la figure précédente, l'opération n°4 est l'opération globalement la plus sévère pour ce cycle. Cependant, c'est l'opération n°5, simulant des conditions de décollage, qui génère le plus d'usure par rotation.



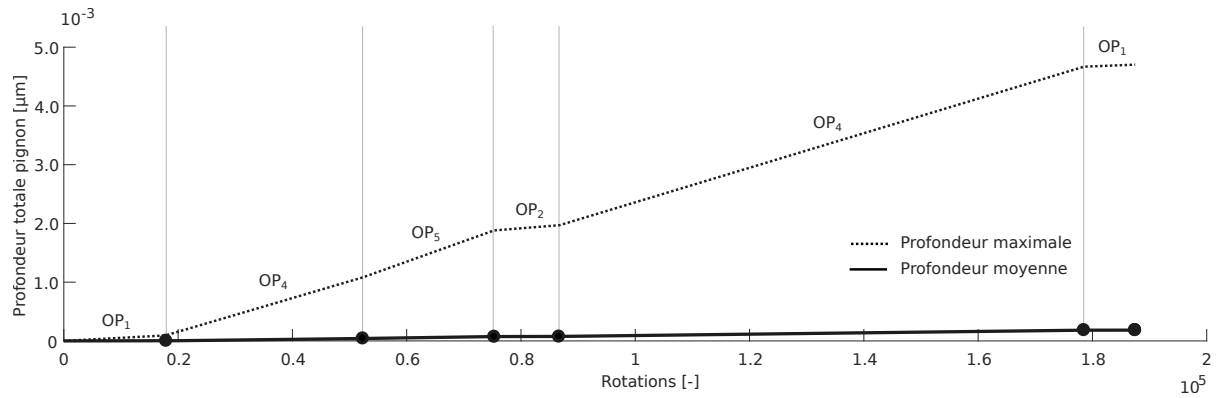


Figure 3.16 – Évolution de la profondeur d'usure cumulée sur le pignon pour le cycle n°1 – Engrenage aéronautique

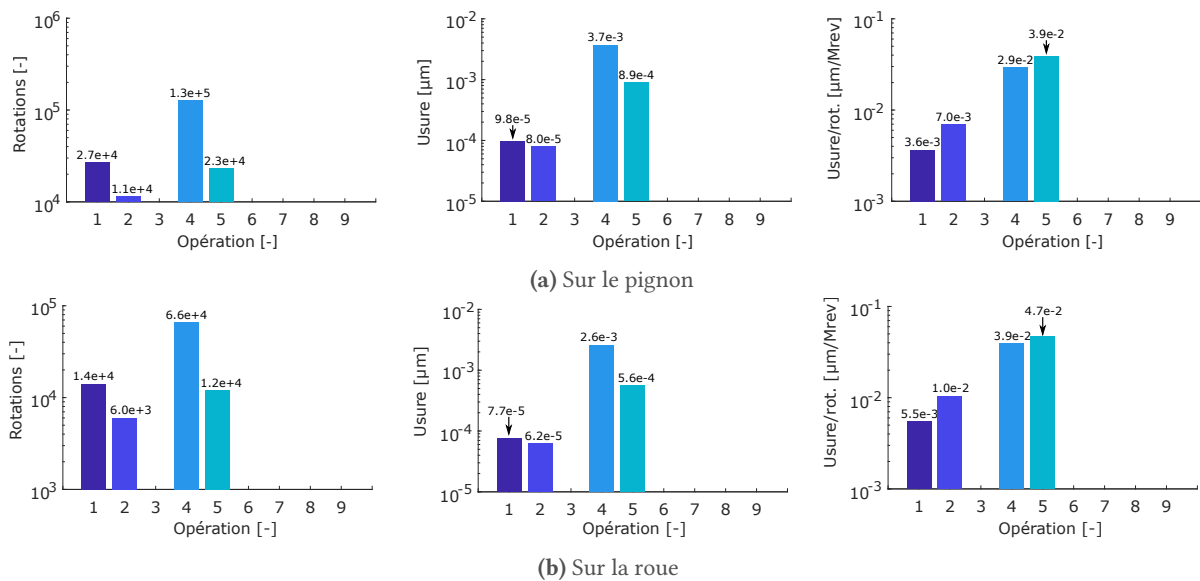


Figure 3.17 – Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée selon les étapes du cycle n°1 – Engrenage aéronautique

### 3.2.2 Événements spéciaux : cycles °2 et n°3

En plus du cycle standard, deux autres cycles composés d'événements spéciaux où des conditions de fonctionnement particulières sont volontairement intégrés à la simulation. Ces événements, regroupés sous l'acronyme OEI pour *One Engine Inoperative*, ont pour vocation de vérifier la capacité de l'engrenage à résister à des surcouples : pour les hélicoptères dotés d'un multimoteur, l'un des moteurs est volontairement stoppé afin de simuler une défaillance. Dans ce type de situation, la puissance des autres moteurs est augmentée pour pallier au manque de puissance dû à l'arrêt du premier. Trois niveaux de surcouple sont définis :

- OEI continu (OP n°7) : surcouple de ~105 % maintenu jusqu'en fin de mission,
- OEI 2min (OP n°8) : surcouple de <120 % maintenu 120 secondes,
- OEI 30sec (OP n°9) : surcouple de >120 % maintenu 30 secondes.

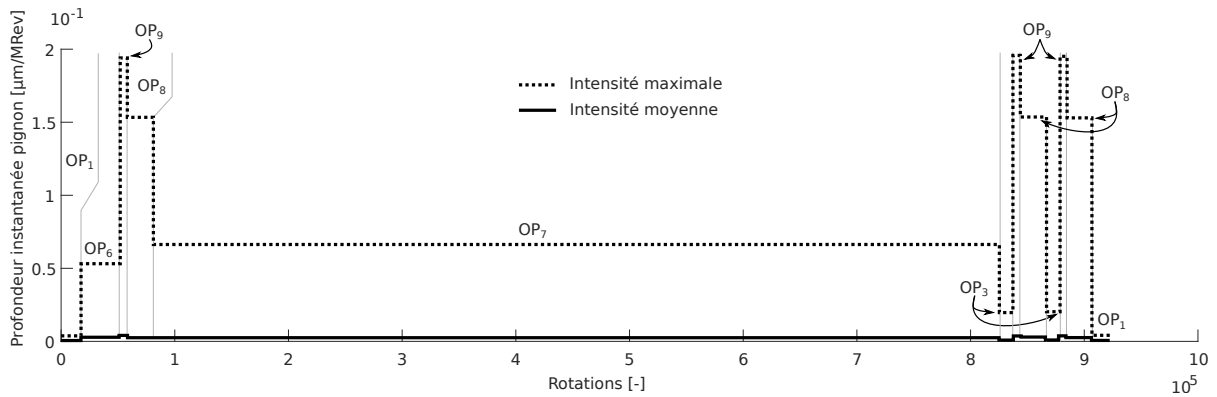
#### Cycle n°2 : OEI Intermediate Event

Pour le cycle n°2, 80,6 % de la mission se fait sur l'opération n°7 (tableau 3.10) : en testant intensément cette opération, la simulation évalue les capacités à maintenir sur une longue durée un surcouple de ~105 % sur le pignon intermédiaire. Ce type de mission étant sévère et peu fréquent, une unique répéti-

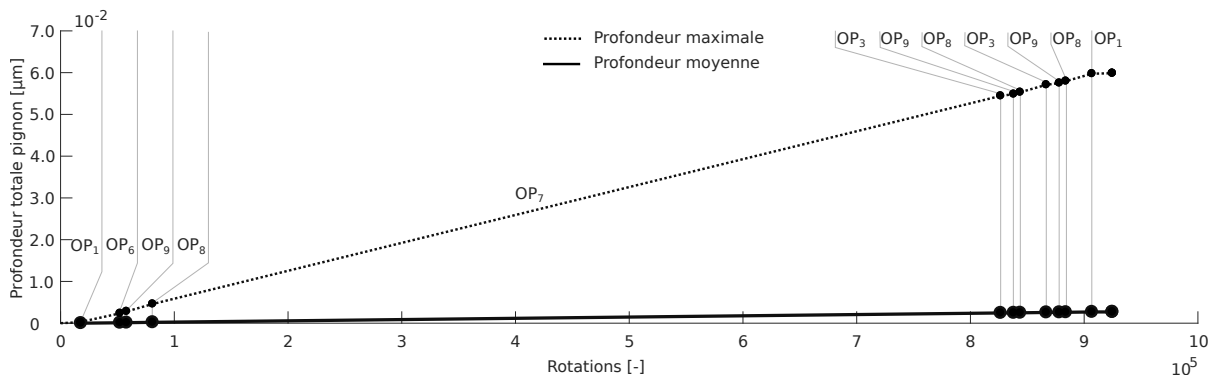
**Tableau 3.10** – Conditions de fonctionnement et rotations cumulées sur le cycle n°2 – Engrenage aéronautique

Paramètres	OP <sub>1</sub>	OP <sub>3</sub>	OP <sub>6</sub>	OP <sub>7</sub>	OP <sub>8</sub>	OP <sub>9</sub>
Couple	4.6 %	50.0 %	100.0 %	~105 %	<120 %	>120 %
Vitesse	78.1 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %
Nombre de rotations	$3.58 \times 10^4$	$2.29 \times 10^4$	$3.44 \times 10^4$	$7.46 \times 10^5$	$6.88 \times 10^4$	$1.72 \times 10^4$
Pourcentage sur le cycle	3.9 %	2.5 %	3.7 %	80.6 %	7.4 %	1.9 %

tion de ce cycle est effectuée. De ce fait, cette mission ne représente que 0.05 % du nombre de rotations cumulées sur l'ensemble de la simulation. Sur l'étape principale de ce cycle, l'étape n°7 génère, avec ses  $7.5 \times 10^5$  rotations, l'usure la plus importante sur le pignon avec  $4.3 \times 10^{-2} \mu\text{m}$  de matière arrachée (Figure 3.20). L'opération ayant le plus faible nombre de rotations, l'étape n°9, engendre sur le pignon un arrachement de matière non-négligeable, puisque avec  $3.3 \times 10^{-3} \mu\text{m}$ , cette opération fait partie des trois opérations les plus sévères de cette phase. Globalement, l'intensité du processus d'usure sur une rotation varie quasiment linéairement avec le couple de l'opération. L'usure instantanée sur le pignon et l'usure cumulée sur la roue sont visibles sur les figures 3.18 et 3.19.



**Figure 3.18** – Évolution de la profondeur d'usure instantanée sur le pignon pour le cycle n°2 – Engrenage aéronautique



**Figure 3.19** – Évolution de la profondeur d'usure cumulée sur le pignon pour le cycle n°2 – Engrenage aéronautique

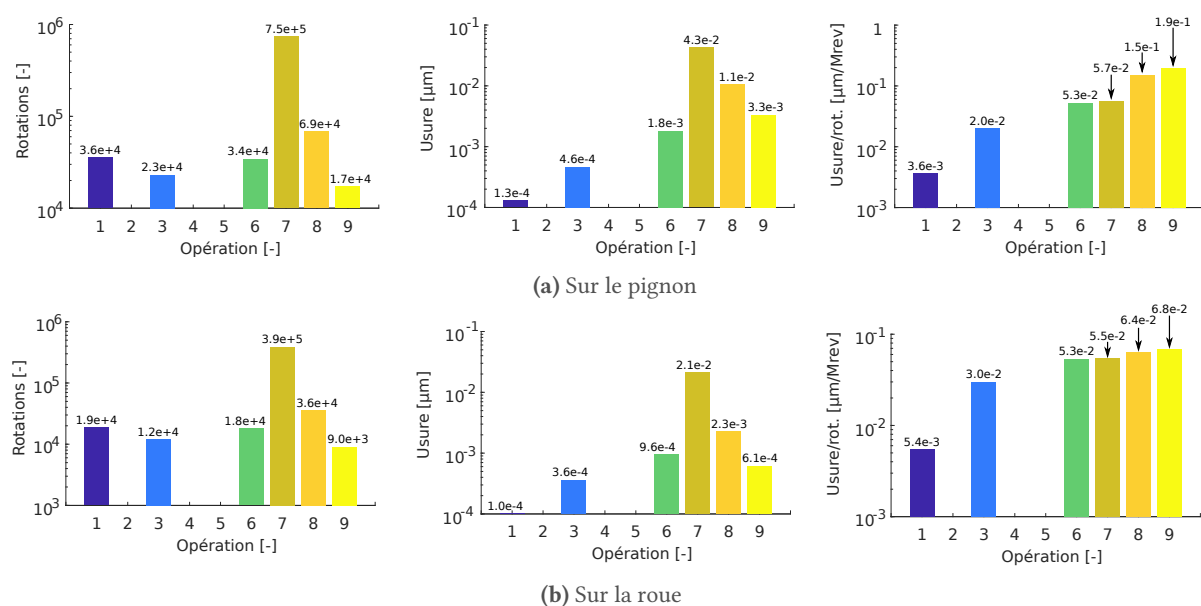


Figure 3.20 – Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée selon les étapes du cycle n°2 – Engrenage aéronautique

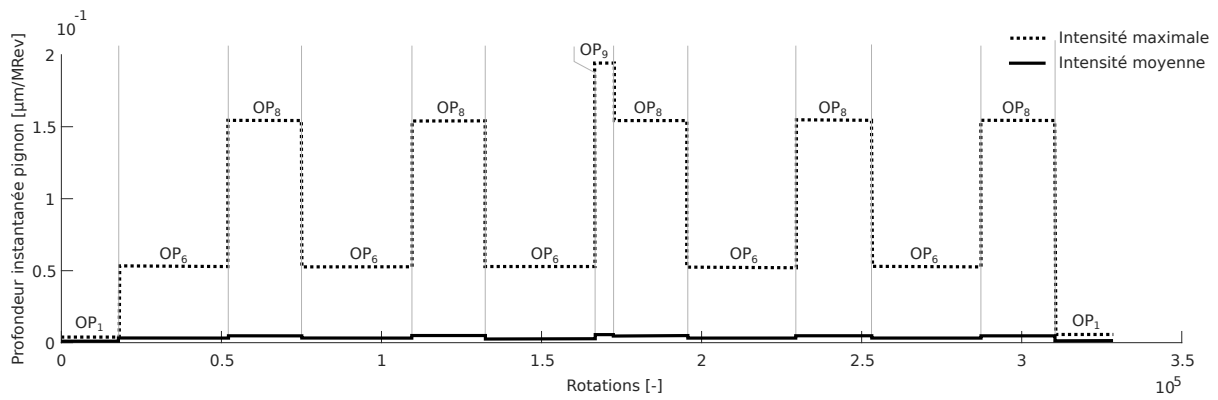
### Cycle n°3 : OEI Power Availability Event

Contrairement au cycle n°2, où l'endurance du pignon intermédiaire soumis à un surcouple était testée, le cycle n°3 évalue la répétabilité de l'appel à l'opération OP<sub>8</sub> présentant un surcouple inférieur à 120 % (Tableau 3.11). L'opération OP<sub>9</sub> de surcouple maximal supérieur à 120 % n'est appelée qu'une fois en milieu de cycle (Figure 3.21). Au final, le nombre de rotations de ce cycle ne représente que 0.02 % de la masse totale de la simulation.

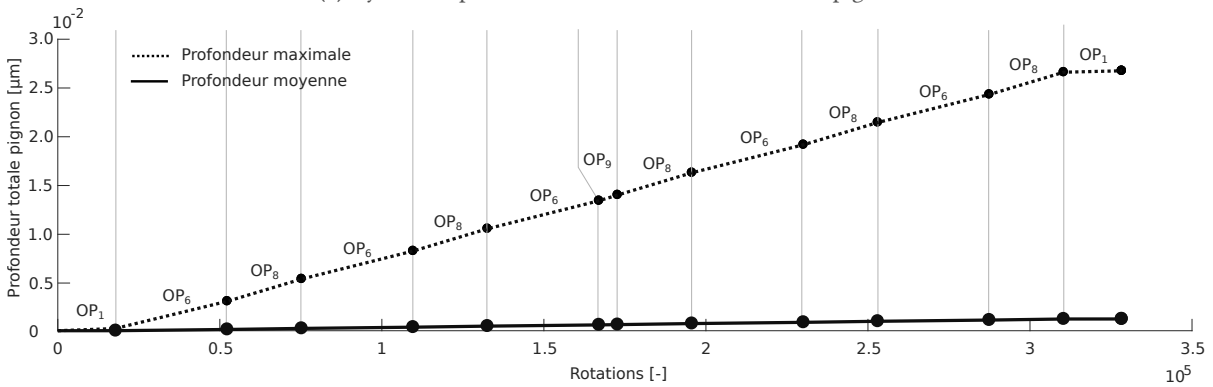
Tableau 3.11 – Conditions de fonctionnement et rotations cumulées sur le cycle n°3 – Engrenage aéronautique

Paramètres	OP <sub>1</sub>	OP <sub>6</sub>	OP <sub>8</sub>	OP <sub>9</sub>
Couple	4.6 %	100.0 %	<120 %	>120 %
Vitesse	78.1 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %
Nombre de rotations	$3.58 \times 10^4$	$1.72 \times 10^5$	$1.15 \times 10^5$	$5.74 \times 10^3$
Pourcentage sur le cycle	10.9 %	52.4 %	34.9 %	1.7 %

La simulation du cycle n°3 donne lieu aux résultats de la Figure 3.22. Globalement, ce cycle génère  $2.8 \times 10^{-2}$  µm d'usure sur le pignon. Bien que l'opération n°1 ne représente que 10.9 % des rotations du cycle, cette opération n'arrache que  $1.3 \times 10^{-4}$  µm de matière, soit 0.5 % de l'arrachement total observé sur le pignon sur ce cycle. *A contrario*, l'opération la plus sévère dans ce cycle est l'opération n°8, cumulant 63.5 % de la profondeur d'usure totale du pignon, pour seulement 34.9 % des rotations effectuées. Enfin, l'intensité du processus d'usure est la plus élevée sur l'opération n°9 avec  $1.9 \times 10^{-1}$  µm par million de rotations. Cependant, cette opération n'étant appelée qu'une fois pendant tout le cycle, son impact sur la quantité d'usure totale est faible.



(a) Cycle n°3 : profondeur d'usure instantanée sur le pignon



(b) Cycle n°3 : profondeur d'usure cumulée sur la roue

Figure 3.21 – Évolutions des profondeurs d'usure instantanée (a) et cumulée (b) sur le pignon pour le cycle n°3

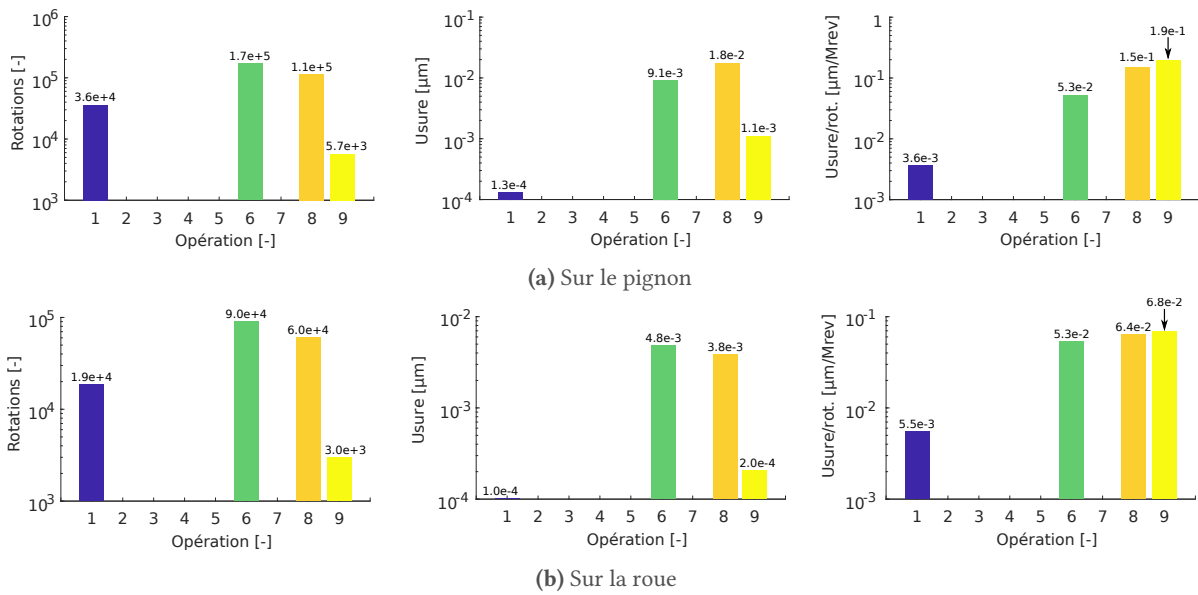


Figure 3.22 – Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée selon les étapes du cycle °3 – Engrenage aéronautique

### Ensemble des trois phases

Le tableau 3.12 récapitule les résultats précédemment détaillés. Pour chaque cycle, le nombre de rotations et l'usure générée par ce dernier sont renseignés. Ainsi, le cycle n°2 est le cycle cumulant le plus de rotations et le plus d'usure. Sur ce cycle, le nombre de rotations est environ 5 fois supérieur à celui du cycle n°1 mais génère 12 fois plus d'usure. Cela s'explique par la composition du cycle n°1 : le cycle est faiblement chargé, l'opération la plus sévère présente un couple de fonctionnement environ un tiers inférieur au couple nominal. La comparaison des cycles n°2 et n°3 est plus cohérente car leurs usures par rotation sont relativement proches : avec 3 fois moins de rotations, le cycle n°3 arrache environ 3 fois moins de matière que le cycle n°2.

Tableau 3.12 – Récapitulatif des cycles – Engrenage aéronautique

Cycles	Rotations		Usure cumulée		Usure par million de rotations
Cycle n°1	$1.87 \times 10^5$	13.0 %	$4.8 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	5.7 %	$2.54 \times 10^{-2} \mu\text{m/million de rotations}$
Cycle n°2	$9.25 \times 10^5$	64.2 %	$6.0 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	71.4 %	$6.45 \times 10^{-2} \mu\text{m/million de rotations}$
Cycle n°3	$3.28 \times 10^5$	22.8 %	$1.9 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	22.9 %	$5.82 \times 10^{-2} \mu\text{m/million de rotations}$

Dans cette section, chaque cycle constitutif du cycle AMT total a été analysé séparément. Bien que le cycle n°1 soit celui générant le moins d'usure avec seulement  $4.8 \times 10^{-3} \mu\text{m}$  de matière arraché, ce dernier est à répéter 5410 fois, contre une unique fois pour les cycles n°2 et n°3. La section suivante associe ces cycles pour effectuer une simulation complète.

### 3.3 Cycle AMT complet

Précédemment, les cycles ne présentaient aucune interaction les uns sur les autres et une seule répétition des cycles avait été présentée. Dans l'étude suivante, le cycle AMT complet est simulé : les cycles sont regroupés dans des phases, chacune associant un cycle à un nombre de répétitions du cycle (Figure 3.23).

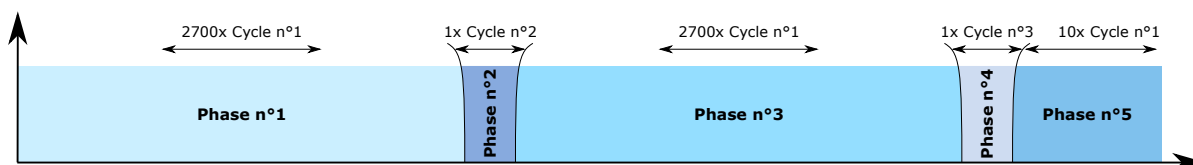


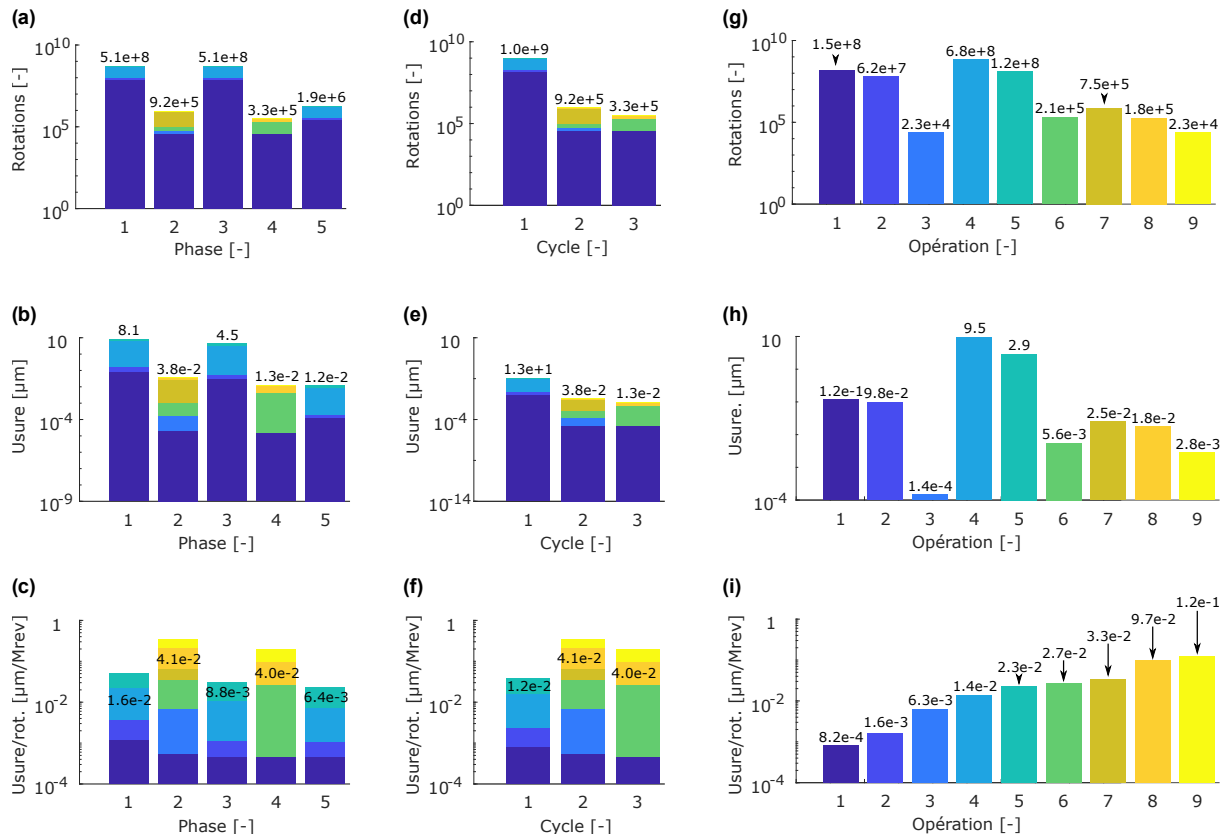
Figure 3.23 – AMT complet : organisation des cycles

Tableau 3.13 – Différentes phases constitutives de la simulation complète

Phases	Cycle affecté	Répétitions	Rotations du pignon intermédiaire cumulées sur chaque cycle
Phase n°1	Cycle n°1	2700	$5.06 \times 10^8$ rotations
Phase n°2	Cycle n°2	1	$9.25 \times 10^5$ rotations
Phase n°3	Cycle n°1	2700	$5.06 \times 10^8$ rotations
Phase n°4	Cycle n°3	1	$3.28 \times 10^5$ rotations
Phase n°5	Cycle n°1	10	$1.87 \times 10^6$ rotations

Suite à cette simulation, l'ensemble des résultats est retranscrit dans la figure 3.24, constituée de neuf figures réparties ainsi :

- Rotations cumulées par phase (a), par cycle (d), par opération (g),
- Usure cumulée par phase (b), par cycle (e), par opération (h),
- Usure par rotation par phase (c), par cycle (f), par opération (i).



**Figure 3.24** – Nombre de révolutions, usure maximale cumulée et usure instantanée sur la phase totale – Engrenage aéronautique – Pignon

Sur cette figure, plusieurs analyses peuvent être faites :

**Nombre de rotations** : l'ensemble des rotations de chaque phase a bien été réalisé. Les nombres de rotations cumulées sur chaque opération, arrondis sur les Figures 3.24.a, d et g, sont en accord avec le planning du Tableau 3.13,

**Profondeur d'usure** : la quantité d'usure générée sur le cycle n°1 est supérieure de 3 ordres de grandeur à ceux des cycles spéciaux (Figure 3.24.e) :  $12.6 \mu\text{m}$  pour n°1 contre  $0.04 \mu\text{m}$  et  $0.01 \mu\text{m}$  respectivement pour n°2 et n°3,

**Intensité du processus** : les cycles spéciaux (n°2 et n°3) présentent des intensités d'usure 3 à 4 fois supérieures au cycle standard. (Figure 3.24.f),

**Évolution du processus** : pour chaque cycle et pour chaque opération, les profondeurs d'usures par rotation sont abaissées. Au fur et à mesure du processus d'usure, les zones les plus critiques sont érodées, entraînant une décroissance de l'intensité de l'usure,

- Par exemple, pour l'opération n°5 et pour l'unique cycle n°1, la profondeur d'usure par rotation était de  $3.9 \times 10^{-2} \mu\text{m}$  par million de rotations (Figure 3.17.b). En simulant la phase complète, cette valeur chute à  $2.3 \times 10^{-2} \mu\text{m}$  par million de rotations (Figure 3.24.i),
- Une observation similaire peut être faite en observant l'usure cumulée sur les phases 1 et 3 (Figure 3.24.b) : ces phases sont identiques mais lors de la première phase,  $8.1 \mu\text{m}$  de matière sont arrachés au flanc du pignon, contre  $4.5 \mu\text{m}$  pour la phase n°3, soit une réduction de 55%.

Les figures 3.25 et 3.26 permettent le suivi des profondeurs d'usure observées sur le flanc du pignon et de la roue. Les points colorés visibles correspondent à une nouvelle répétition d'un cycle : sous chaque point sont en réalité localisés tous les points correspondant à chaque étape d'un cycle unique.

La courbe pointillée de ces deux courbes représente la valeur maximale de l'usure, la courbe noire sa moyenne sur la totalité du flanc. La tangente aux courbes de la profondeur d'usure maximale est

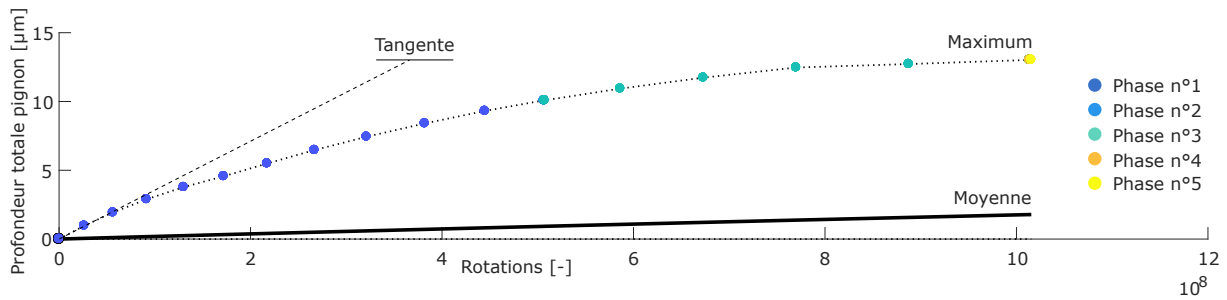


Figure 3.25 – Phase totale : profondeur d'usure cumulée sur le pignon – Engrenage aéronautique

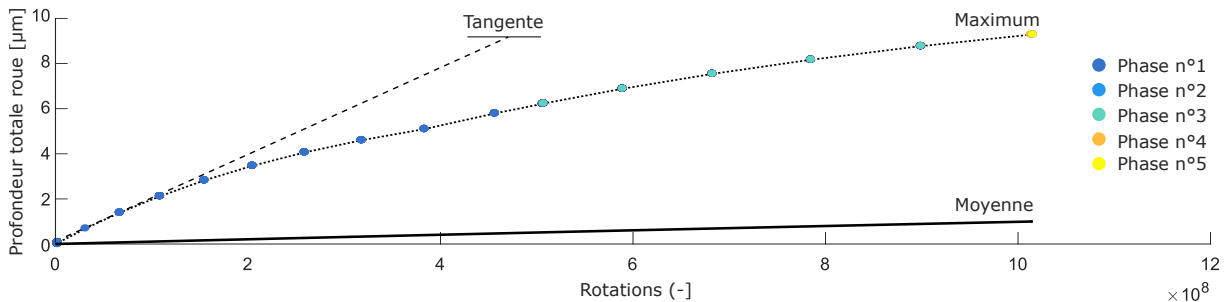


Figure 3.26 – Phase totale : profondeur d'usure cumulée sur la roue – Engrenage aéronautique

tracée en pointillés : la pente de cette droite renvoie à la valeur initiale de la profondeur d'usure par rotation. Si le processus d'usure avait été linéaire, la profondeur d'usure maximale aurait été atteinte en  $3.7 \times 10^8$  rotations. Sur ces mêmes figures, seules les phases n°1 et n°3 sont visibles, malgré la présence des trois autres phases simulées. Ces phases ne participent pas suffisamment d'une part à l'usure totale générée et d'autre part au nombre de rotations pour être distinguables. Dans la configuration des paramètres du tableau 3.8, ce sont  $12.7 \mu\text{m}$  et  $9.2 \mu\text{m}$  de matière qui seront arrachés au pignon et la roue durant les 1535 h de vol simulées. Ces valeurs d'usure maximale sont localisées dans les zones critiques de la denture, au pied de dent de la face arrière du pignon (Figure 3.27a). Le reste du flanc de denture est impacté à une moindre mesure : la moyenne des profondeurs d'usure sur le flanc de denture est d'un ordre de grandeur inférieur à la profondeur d'usure totale, avec  $1.8 \mu\text{m}$  de matière arrachée en moyenne sur le flanc du pignon et  $1.1 \mu\text{m}$  pour le flanc de la roue.

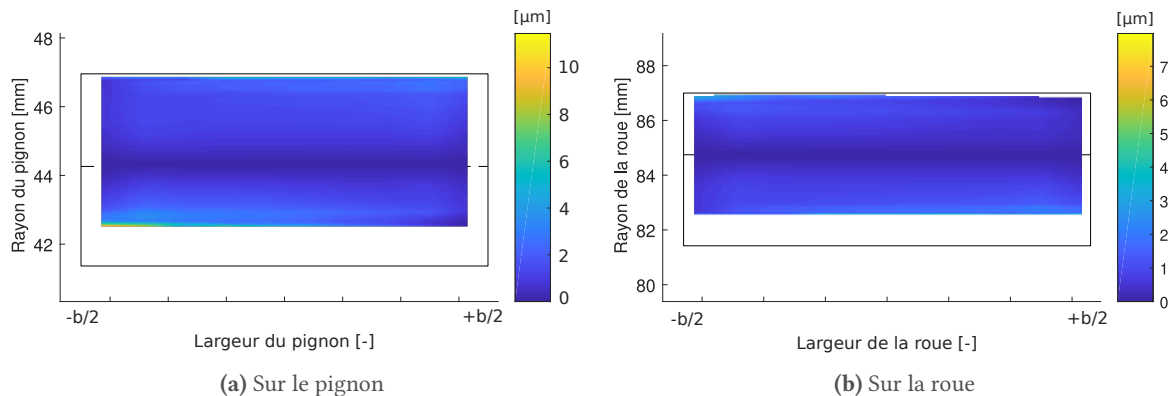


Figure 3.27 – Profondeurs d'usure sur le pignon (a) et la roue (b) suite à une phase totale – Engrenage aéronautique

### 3.3.1 Influences de la température d'injection et des rugosités sur le processus d'usure

Les conditions de fonctionnement utilisées pour les simulations jusque-là mises en place pour l'engrenage aéronautique étaient présentés dans le tableau 3.8. Les études suivantes ont pour vocation d'étudier l'impact d'une modification de la température d'injection de l'huile ainsi qu'une baisse des rugosités quadratiques des surfaces.

#### Modification de la température d'injection

Au cours d'une phase de vol, la température du bain de lubrifiant du réducteur est amenée à varier. Chez SAFRAN Helicopter Engines, il est admis que cette température évolue entre 85 °C et 115 °C. Une variation de la température d'injection entraîne une modification des caractéristiques de l'huile injectée, la viscosité de cette dernière étant principalement affectée (Tableau 3.14).

Tableau 3.14 – Viscosité du lubrifiant du réducteur

	Viscosité cinématique
@ 85.0 °C	6.95 cSt
@ 115.0 °C	3.93 cSt

Une augmentation de la viscosité du lubrifiant entraîne un réhaussement de l'épaisseur minimale du film d'huile. Le coefficient d'usure local  $k$  étant directement lié à cette variable par le biais de la courbe de Taylor, les usures instantanées et finales seront affectées par cette variation de 30 °C de la température d'injection. Les figures 3.28a et 3.28b montrent que pour le pignon et la roue, le passage d'une température de 115 °C à 85 °C réduit, pour le pignon, la profondeur d'usure totale de 9.5 % en passant de 12.7 µm d'usure totale cumulée à 11.5 µm. Cet impact reste relativement faible et serait à confirmer par des essais industriels.

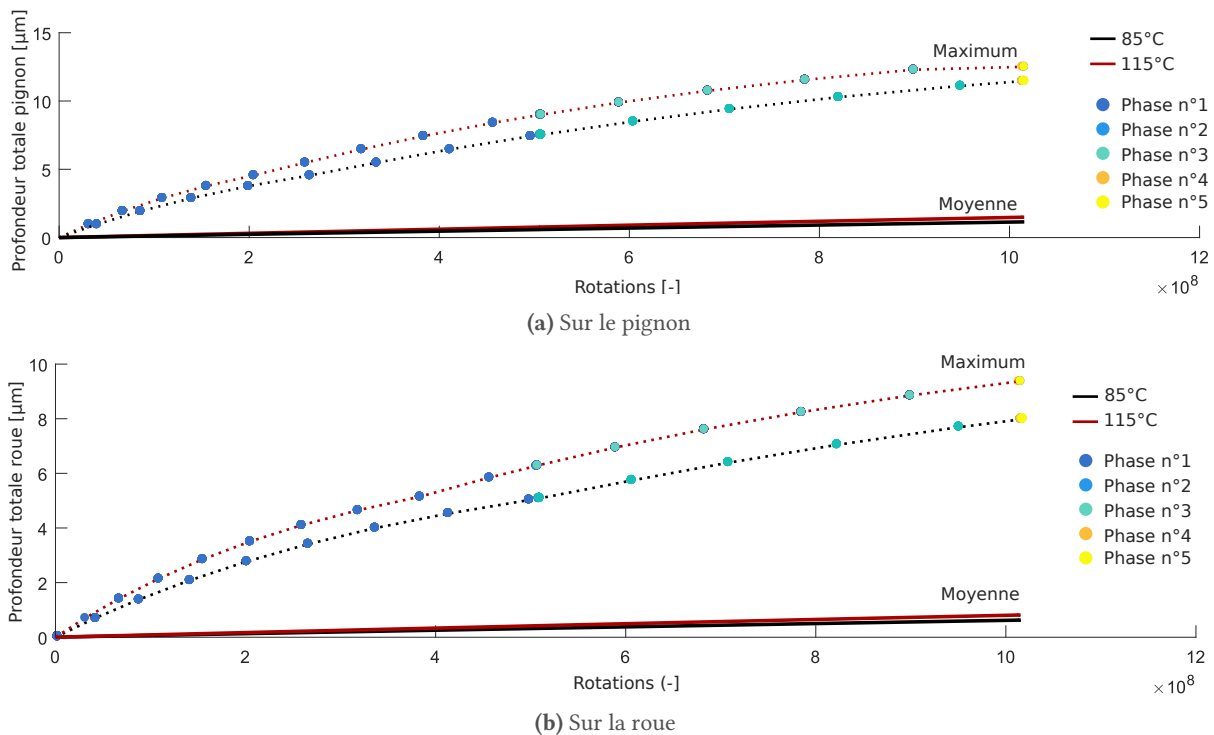


Figure 3.28 – Influence de la température d'injection du lubrifiant sur les profondeurs d'usure totales et moyennes sur le pignon (a) et la roue (b) – Engrenage aéronautique



### Modification des rugosités quadratiques

Tout comme la température d'injection, la rugosité a un impact direct sur le coefficient d'usure via la variable d'épaisseur de film spécifique  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{h_f}{R_q} \quad (3.1)$$

Le lien avec le coefficient d'usure se fait ici aussi par l'application de la courbe de Taylor. La réduction des rugosités quadratiques des deux surfaces du pignon et de la roue de  $0.32 \mu\text{m}$  à  $0.16 \mu\text{m}$  engendre une baisse globale de la profondeur d'usure (Figures 3.29a et 3.29b). Pour le pignon, l'usure maximale est réduite de  $0.5 \mu\text{m}$  et celle de la roue de  $1.2 \mu\text{m}$ .

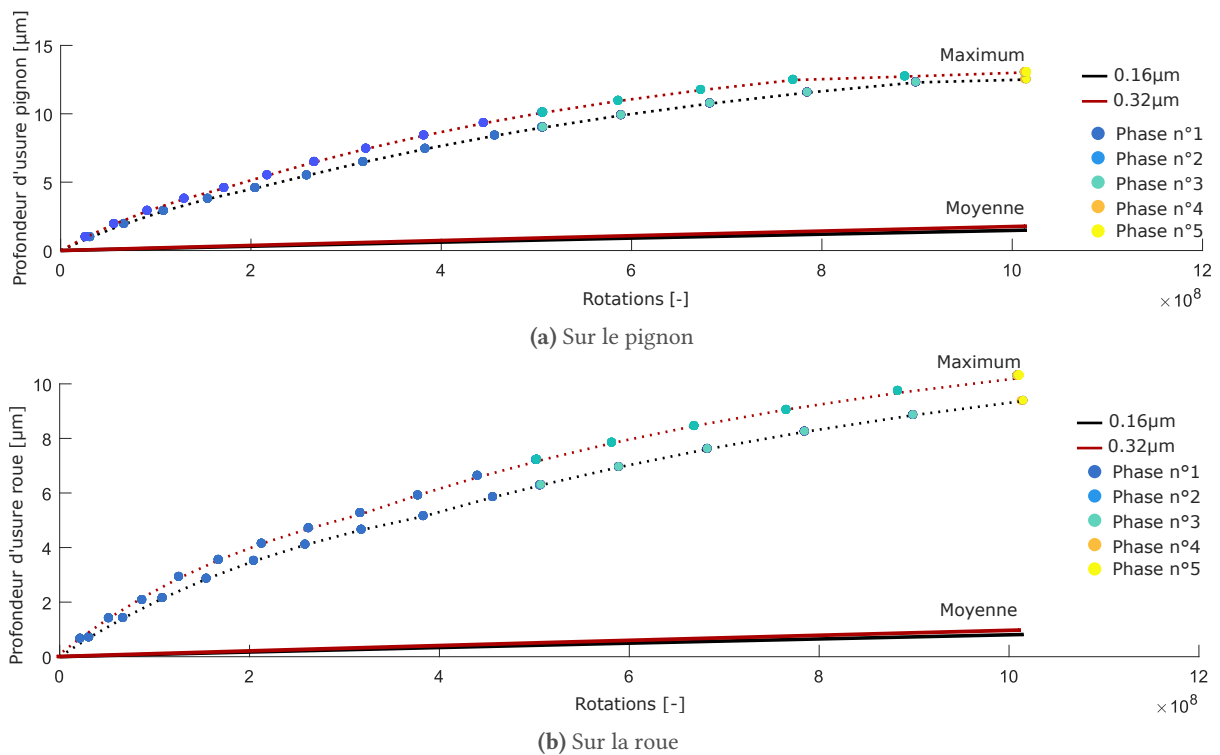


Figure 3.29 – Influence des rugosités quadratiques  $R_{q1}$  et  $R_{q2}$  sur les profondeurs d'usure totales et moyennes sur le pignon (a) et la roue (b) – Engrenage aéronautique

### 3.4 Conclusion partielle

Le modèle d'usure développé a été testé sur différents engrenages et pour plusieurs conditions de fonctionnement. L'analyse de l'influence de l'usure sur les paramètres quasi-statiques pour l'engrenage standard a montré que le phénomène d'usure, à court terme et dans les limites d'arrachements de matières raisonnables, a un impact bénéfique sur les paramètres étudiés. L'arrachement de matière étant plus important dans les zones à fort facteur PV, ces zones sont peu à peu érodées et deviennent de moins en moins critiques. Les surpressions locales bénéficient aussi du processus d'usure. À l'engagement et au déengagement, les pressions sont amoindries, les déflexions des dents étant réduites, l'amplitude du signal de l'erreur de transmission est abaissée. Cette observation peut être différente sur un autre engrenage ou sur un cycle AMT différent.

La simulation du processus d'usure sur l'engrenage aéronautique a dans un premier temps été scindée en neuf opérations de vol. Chacune de ces opérations présente ses caractéristiques : surpressions locales, déchargement total d'une partie de la denture, opération principale. Les profondeurs d'usure instantanées de ces opérations sont de ce fait significativement différentes : deux ordres de grandeurs séparent l'opération n°1, la moins chargée à l'opération dotée du surcouple le plus important, l'opération n°9.

Ensuite, ces opérations ont été regroupées au sein de cycles, le cycle n°1 étant standard et les deux autres cycles représentant des conditions de vol plus sévères. Sans grande surprise, les cycles surchargés sont les plus intenses : comparés au cycle n°1, les cycles n°2 sont 4x plus intenses. Enfin, ces cycles ont été introduits au sein d'une phase de vol, constitués de plusieurs milliers de cycles n°1 et des deux cycles spéciaux répétés une fois chacun. Du fait du nombre de répétitions, c'est le cycle n°1 qui devient le plus critique en cumulant à lui seul 99.6 % de l'usure totale générée. Ce sont les opérations les plus critiques (opérations n°4 et n°5) de ce cycle qui contribuent le plus intensément à l'arrachement de matière total, avec respectivement 75.0 % et 22.9 % de l'usure totale. Chacune des autres opérations étudiées ne participent pas au processus d'usure à plus de 0.9 %. Lors de la conception d'un engrenage, le module développé autorise une analyse fine des opérations de vol les plus critiques et ainsi de choisir sur cette base les conditions de fonctionnement à optimiser.

Finalement, l'impact d'une modification de température d'injection ou d'une modification de la rugosité a été étudié. L'impact est relativement restreint pour les variations étudiées. Ainsi, les modifications mises en place réduisent d'environ 10 % la profondeur d'usure maximale.

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

## 4

**Module d'optimisation : approche mono-objectif**

Le module d'optimisation est exploité dans les sections suivantes. En premier lieu, l'engrenage standard est optimisé en RMS(ET) avec des corrections de type tombé de tête. L'objectif ici est d'analyser les performances de l'algorithme en comparaison avec la mastercurve présentée section 4.2.1 du chapitre 1, d'analyser l'impact de la forme des corrections et de leurs symétries. Une optimisation de ce même objectif est mise en place pour l'engrenage aéronautique à voile fin. Par la suite, l'intérêt des optimisations se focalise sur ce dernier engrenage. Son champ de pression, fortement dissymétrique, sera optimisé tout comme son facteur PV en appliquant des corrections standards. Ces optimisations seront complétées par une analyse du potentiel des corrections surfaciques. Enfin, quatre optimisations multi-objectifs (à 2 et 3 objectifs) seront proposées.

Les premières applications du module d'optimisation se cantonnent à une approche mono-objectif : un unique objectif sera alors à optimiser sur les engrenages standard et aéronautique.

## 4.1

**Réduction des fluctuations des signaux d'erreur de transmission pour l'engrenage standard**

La première application proposée est la réduction des fluctuations des signaux d'erreur de transmission de l'engrenage standard. Cet engrenage, ne présentant ni voile ni jante, est parfaitement adapté à l'utilisation de la mastercurve.

## 4.1.1

**Application de tombés de tête linéaires et symétriques, comparaison à la mastercurve**

Dans un premier temps, les corrections mises en place sont de types tombés de tête et leurs paramètres sont équivalents sur le pignon (indice 1) et la roue (indice 2). L'ensemble des solutions testées est exposé Figure 3.30. Les courbes en trait plein et en pointillés représentent respectivement les équations de la mastercurve pour une raideur d'engrènement constante et pour une raideur d'engrènement variable. Les ISO-courbes font référence aux résultats sur l'objectif, soit RMS(ET). Chaque solution correspond à un point coloré simple, la couleur faisant référence à la qualité de la solution trouvée.

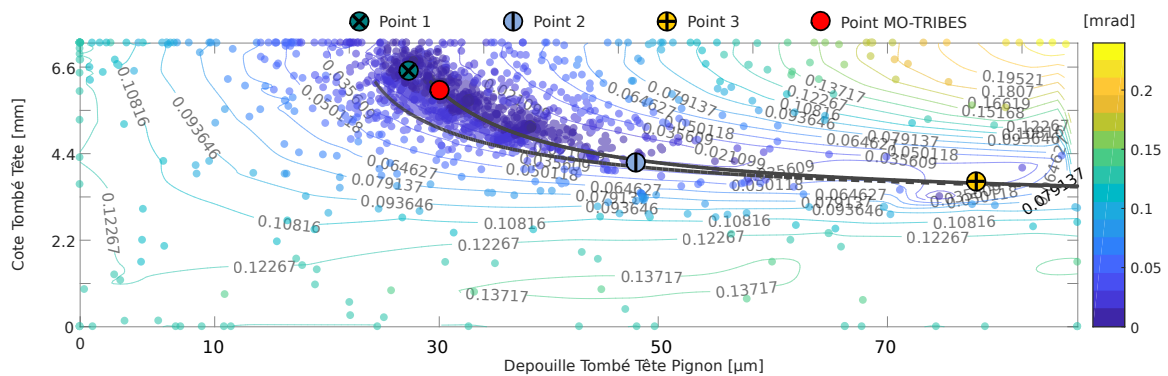
Plusieurs constatations sont à faire. La première est que globalement, les solutions les plus performantes sont bel et bien regroupées dans la vallée formée autour de la mastercurve. Ensuite, les solutions le long de la mastercurve ne présentent pas des performances équivalentes. Trois solutions ont été extraites de cette figure :

- Point 1 : corrections longues et peu profondes
- Point 2 : corrections de longueur et de profondeur moyennes
- Point 3 : corrections courtes et profondes

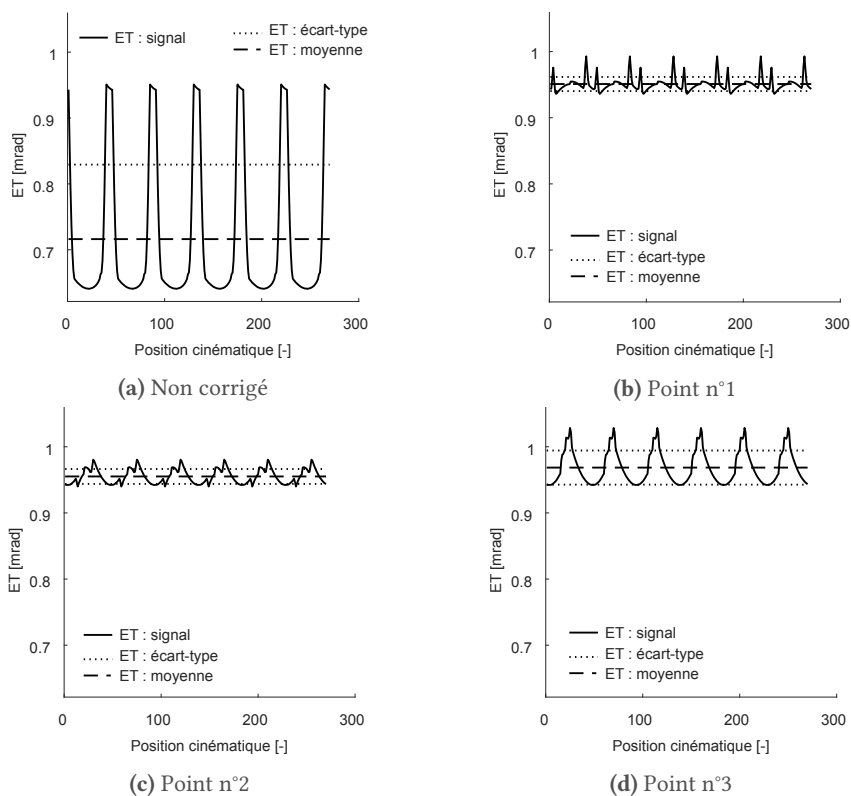
Cette évolution de la qualité des solutions le long de la mastercurve est retranscrite dans le tableau 3.15 : les solutions les plus longues offrent des performances en termes de réduction des fluctuations du signal d'erreur de transmission supérieures par rapport aux corrections plus courtes et profondes. Ces dernières seront dépréciées par l'algorithme pour l'optimisation simple-objectif de RMS(ET) : l'algorithme a tendance à exploiter de manière plus intense les zones autour du point n°1, représentatives des corrections longues et peu profondes : cette zone est en effet celle présentant les solutions répondant au mieux à la fonction objective. Deux autres points ont été testés le long de la mastercurve pour qualifier les résultats des corrections moyennes et longues. Les signaux de l'erreur de transmission pour les 3 solutions choisies sont tracés dans la Figure 3.31. L'application de corrections de tête linéaires et équivalentes sur le pignon et la roue entraîne une importante réduction de RMS(ET) pour l'engrenage standard.

**Tableau 3.15** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Évaluation de trois solutions proches de la mastercurve et de la solution MO-TRIBES

Type	Pignon		Roue		Résultats	
	Cote [mm]	Dépouille [μm]	Cote [mm]	Dépouille [μm]	RMS(ET) [mrad]	Réduction [%]
Non corrigé	0.00	0.00	0.00	0.000.113	00.0%	
Point n°1	6.59	26.8	6.59	26.8	0.011	-90.5%
Point n°2	4.36	46.7	4.36	46.7	0.011	-90.0%
Point n°3	3.91	79.3	3.91	79.3	0.026	-77.1%
Point MO-TRIBES	6.02	28.9	6.02	28.9	0.001 mrad	-91.4 %



**Figure 3.30** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Comparaison à la mastercurve pour des tombés de tête linéaires symétriques



**Figure 3.31** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Signaux d'erreur de transmission pour les cas non-corrigé (a), point n°1 (b), point n°2 (c) et point n°3 (d)

### 4.1.2 Impact de la forme et de la symétrie des corrections de tête

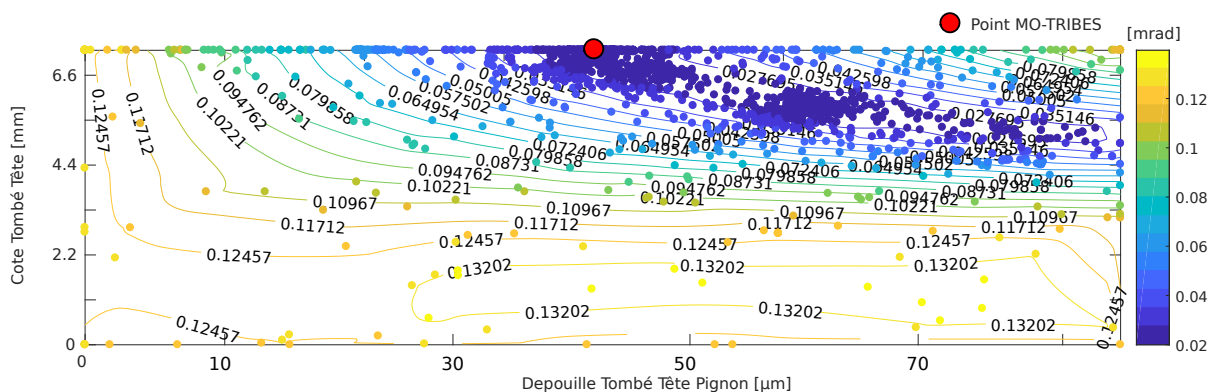
Dans l'équation de la mastercurve, les tombés de tête appliqués aux deux organes sont linéaires et identiques sur le pignon et la roue. Les tombés pourraient être différents sur le pignon et la roue et présenter une forme parabolique : quel serait l'impact d'une modification de la forme des tombés de tête sur la minimisation des fluctuations du signal de l'erreur de transmission ?

Pour répondre à ces questions, l'algorithme d'optimisation a été lancé sur 4 sets de corrections différentes : des corrections de tête linéaires et symétriques, les mêmes corrections mais de formes paraboliques, puis les corrections sont différenciées sur le pignon et la roue. Les solutions optimales obtenues sont référencées dans le tableau 3.16. Pour les corrections de têtes paraboliques et symétriques, les résultats en RMS(ET) sur l'engrenage standard sont affichés dans la Figure 3.32. Une vallée de corrections optimales est toujours présente mais celle-ci est translatée vers des corrections plus profondes que pour les corrections linéaires et symétriques. Cette observation est retranscrite dans ce même tableau : la correction optimale pour les tombés symétriques et paraboliques est environ 10  $\mu\text{m}$  plus importantes, sans pour autant présenter de meilleurs résultats que leurs homologues linéaires : -91.4 % pour les corrections symétriques et linéaires contre -81.3 % pour les corrections symétriques paraboliques. En dissociant les corrections linéaires du pignon et de la roue, un gain supplémentaire de 2.6 % est obtenu. Cette observation n'est pas faite pour les corrections paraboliques : en appliquant des corrections paraboliques non-symétriques, les résultats en termes de réduction de RMS(ET) sont inférieurs de 1.4 %. Les quatre signaux de l'engrenage standard réduisant les fluctuations du signal d'erreur de transmission sont visibles Figure 3.33.

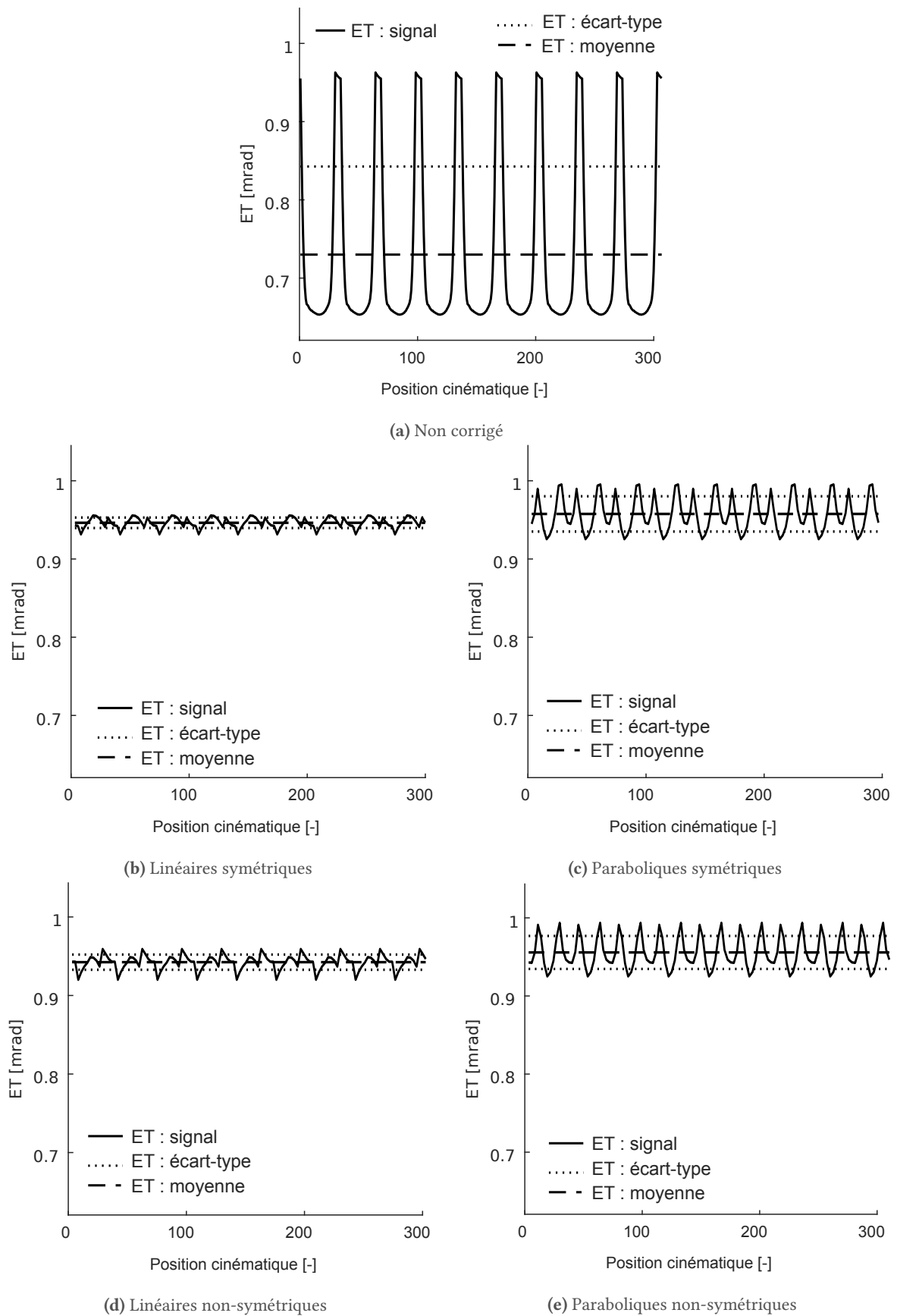
Pour une optimisation mono-objectif en RMS(ET) d'un engrenage standard, il est donc conseillé d'appliquer des corrections linéaires différentes en tête de pignon et de roue. Nous noterons par la même occasion que pour ce type d'optimisation, les corrections analytiques de la mastercurve engendrent une réduction des fluctuations des signaux de l'erreur de transmission très intéressantes.

**Tableau 3.16** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Solutions optimales pour des corrections symétriques ou non-symétriques, linéaires ou paraboliques

Type	Forme	Pignon		Roue		Résultats	
		Cote [mm]	Dépouille [ $\mu\text{m}$ ]	Cote [mm]	Dépouille [ $\mu\text{m}$ ]	RMS(ET) [mrad]	Réduction [%]
Symétriques	Linéaires	6.02	28.9	6.02	28.9	0.001	-91.4 %
	Paraboliques	7.00	39.2	7.00	39.2	0.021	-81.3 %
Non-symétriques	Linéaires	6.37	33.1	5.12	26.7	0.007	-94.0 %
	Paraboliques	6.06	37.9	6.72	54.0	0.023	-79.9 %



**Figure 3.32** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Comparaison à la mastercurve pour des tombés de tête linéaires paraboliques



**Figure 3.33** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage standard – Signaux d’erreur de transmission sans correction (a), avec tombés de têtes linéaires (b et d) ou paraboliques (c et d) symétriques et non symétriques

## 4.2 Réduction des fluctuations des signaux d'erreur de transmission pour l'engrenage aéronautique

L'intérêt de SAFRAN Helicopter Engines se porte essentiellement sur l'optimisation des distributions de pressions sur les flancs de denture, afin de réduire la sévérité des endommagements susceptibles de se produire lors des vols. Ce type d'optimisation sera présenté par la suite dans la section 4.3. Avant de présenter ces résultats, il semblait important d'explorer les capacités de la méthode d'optimisation et de proposer une optimisation des fluctuations de l'erreur de transmission sous charge de l'engrenage à voile mince. Une telle optimisation induit une réduction de vibrations générées au sein du réducteur et donc une amélioration du confort acoustique.

L'application de corrections de dentures de type tombé de tête sera présentée dans un premier temps. Enfin, une correction surfacique sera proposée.

**Remarque (Réduction).** *Sous le terme réduction, nous comprendrons qu'un pourcentage de réduction est calculé par rapport à une référence donnée. Cette référence est celle de l'engrenage aéronautique incluant les désalignements et doté des corrections initialement proposées par SAFRAN Helicopter Engines.*

**Remarque (Langage).** *Les cas "avec corrections initiales" comprennent les désalignements.*

### 4.2.1 Application de tombés de tête linéaires et paraboliques

Deux formes de tombé de tête sont appliquées ici, des corrections linéaires et paraboliques. Ces corrections sont équivalentes sur le pignon et la roue.

#### Corrections équivalentes sur le pignon et la roue

L'algorithme MO-TRIBES propose deux corrections de dentures très similaires pour les formes linéaires et paraboliques des tombés de tête (Tableau 3.17). Les corrections paraboliques sont très légèrement plus longues et plus profondes. Cependant, pour des paramètres de correction très proches, l'impact sur l'objectif est sensiblement différent. Les tombés de tête linéaires sont plus à même de réduire les fluctuations de l'erreur de transmission, avec une réduction de l'ordre de 68 % contre 45 % pour les corrections paraboliques. Face à la longueur de conduite (9.7 mm), les corrections optimales sont relativement longues. Les observations des Figures 3.34 et 3.35 sont elles aussi très proches. Les zones optimales sont restreintes aux corrections les plus longues et faiblement profondes : contrairement à l'engrenage standard, les corrections optimales ne sont pas réparties dans une vallée. Dans ces conditions, les corrections de dentures optimales trouvées par l'algorithme ne correspondent plus à la définition de la mastercurve : la flexibilité apportée par l'apport d'un voile fin ne permet plus de déterminer analytiquement les tombés de profils optimaux via l'équation de cette dernière. Une unique combinaison de paramètres de corrections de dentures engendre une réduction maximale des fluctuations des signaux de l'erreur de transmission, signaux présentés Figure 3.36a pour les corrections linéaires et symétriques et Figure 3.36b pour leurs variantes paraboliques.

Étant donné les observations faites quant à la supériorité des corrections linéaires sur les corrections paraboliques, l'application d'un bombé de profil sur la roue en vue d'une optimisation en RMS(ET) de l'engrenage aéronautique n'a pas été testée.

**Tableau 3.17** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Solutions optimales pour des corrections symétriques linéaires ou paraboliques

Type	Forme	Pignon		Roue		Résultats	
		Cote	Dépouille	Cote	Dépouille	RMS(ET)	Réduction
Symétriques	Linéaires	4.19 mm	27.4 $\mu$ m	4.19 mm	27.4 $\mu$ m	0.003 mrad	-68.0 %
	Paraboliques	4.49 mm	29.7 $\mu$ m	4.49 mm	29.7 $\mu$ m	0.005 mrad	-45.0 %



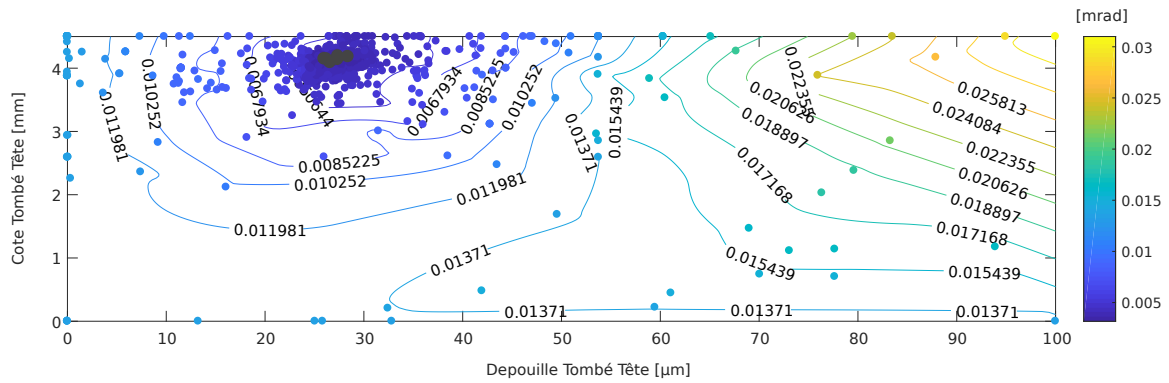


Figure 3.34 – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Tombés de tête linéaires et symétriques

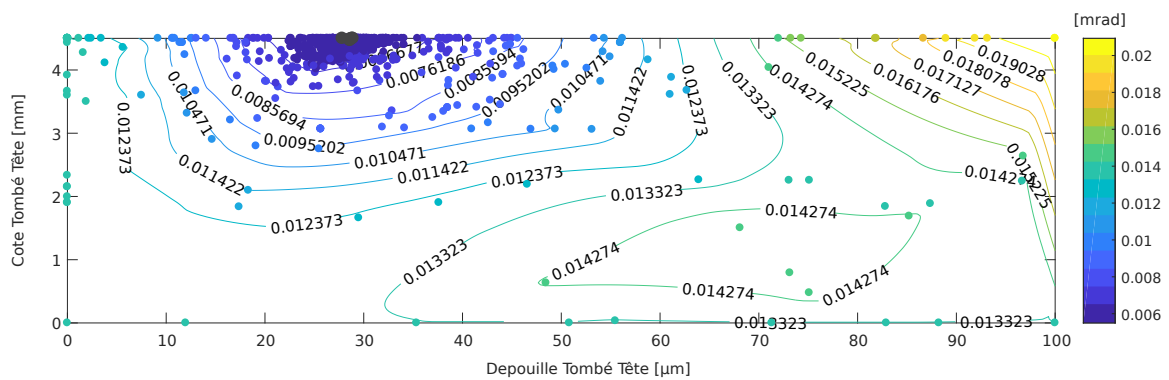


Figure 3.35 – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Tombés de tête paraboliques et symétriques

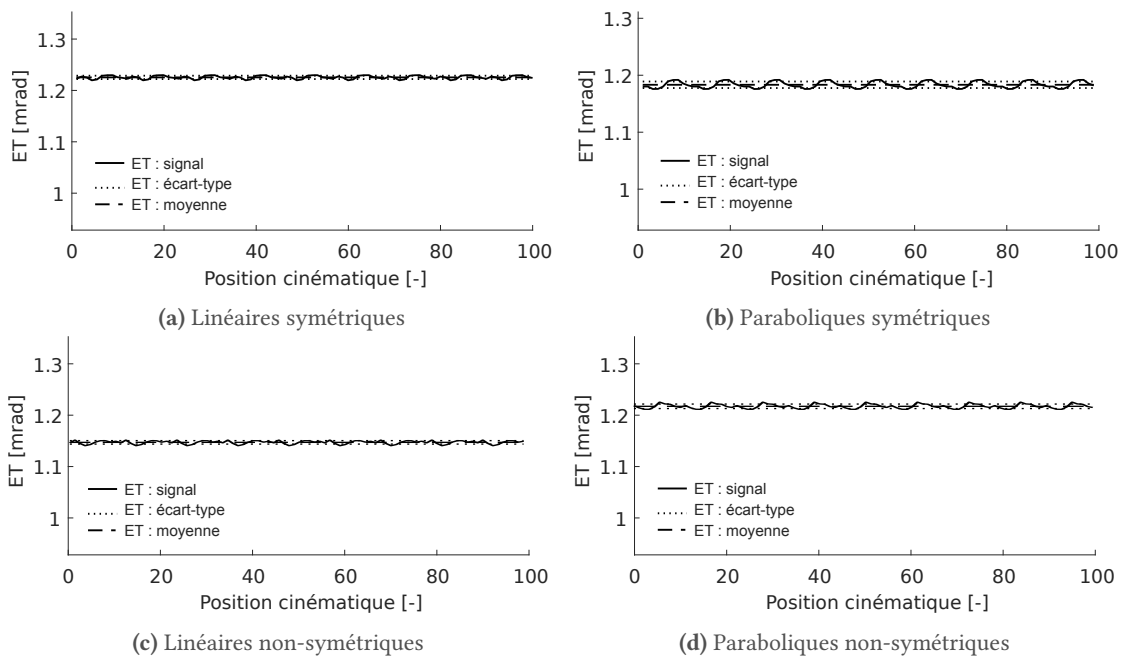


Figure 3.36 – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Signaux d'erreur de transmission avec les corrections avec tombés de têtes optimisés et linéaires (a et c) ou paraboliques (b et d) symétriques et non symétriques

### Corrections différentes sur le pignon et la roue

Pour l'engrenage aéronautique à voile mince, la dissociation des tombés de tête sur la roue et le pignon entraîne une amélioration relative de la qualité des solutions et ce, quelles que soient leurs formes. Des gains de 1 % et de 14 % sont obtenus respectivement pour les corrections linéaires et leurs homologues paraboliques (Tableau 3.18). Les signaux d'erreur de transmission pour les tombés non-symétriques sont tracés dans les Figures 3.36c et 3.36d.

**Tableau 3.18** – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Solutions optimales pour des corrections non-symétriques linéaires ou paraboliques

Type	Forme	Pignon		Roue		Résultats	
		Cote	Dépouille	Cote	Dépouille	RMS(ET)	Réduction
Non-symétriques	Linéaires	0.00 mm	0.0 $\mu\text{m}$	4.50 mm	28.9 $\mu\text{m}$	0.003 mrad	-69.0 %
	Paraboliques	4.17 mm	74.3 $\mu\text{m}$	4.50 mm	25.2 $\mu\text{m}$	0.004 mrad	-59.0 %

#### 4.2.2 Application d'une surface de correction

Bien que les résultats précédents soient encourageants pour une réduction des fluctuations de l'erreur de transmission, quel serait l'impact d'une correction surfacique sur les variations des signaux ? La surface de correction choisie est une surface de Bézier, dont les caractéristiques sont présentées dans la section 3.3 du chapitre 2 de ce mémoire. L'optimisation porte sur les 9 points de contrôles de la surface de correction. Cette surface est mise à jour afin d'optimiser l'objectif fixé, la réduction de RMS(ET) de l'engrenage aéronautique. Suite à l'optimisation par l'algorithme MO-TRIBES, une solution optimale est trouvée. Les points de contrôle de cette dernière sont détaillés dans le tableau 3.19 et la surface de correction à proprement parler est visible Figure 3.37.

**Tableau 3.19** – Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation de RMS(ET) de l'engrenage aéronautique

Type	Points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface de correction $S_{optimale}$	0.60	0.60	0.18	0.51	0.52	0.51	0.64	0.47	0.50
							RMS(ET)	0.002 mrad	
							Réduction	-83.0%	

La première observation à faire est que la surface de correction optimale propose des profondeurs de correction relativement importantes. Au niveau de la face arrière, la moyenne des profondeurs avoisine les 62.5  $\mu\text{m}$  et sur l'ensemble de la surface, ces profondeurs sont de l'ordre de 49.8  $\mu\text{m}$ . Cela aura un fort impact sur la moyenne de l'erreur de transmission. Le point de tangence entre la surface de correction et le flanc de denture non corrigé est localisé face avant en pied de dent, dans la zone portant le moins de charge. Selon la largeur de la denture, les profondeurs de corrections ont tendance à décroître, la face arrière du pignon étant plus chargée que sa face avant.

Les signaux d'erreur de transmission sous charge sont exposés dans la Figure 3.38. Le signal de la denture non corrigé engendre des fluctuations de l'erreur de transmission de l'ordre de 0.11 mrad (Figure 3.38a). Suite à l'application de la surface de correction optimale, cette valeur décroît de 83.0 %, les fluctuations du signal étant quasiment totalement absorbées (Figure 3.38b). Cette réduction des fluctuations entraîne une forte augmentation de la valeur moyenne du signal, passant de 0.10 mrad à 1.73 mrad (+65.0 %). Contrairement à d'autres engrenements du turbomoteur, dans le boîtier d'accès-soires par exemple, les réducteurs fonctionnent pour un unique sens de rotation. Dans le contexte de ces travaux de thèse, une augmentation de la valeur moyenne de l'erreur de transmission n'aura pas un impact aussi important que sur des applications où le positionnement angulaire de la sortie nécessite

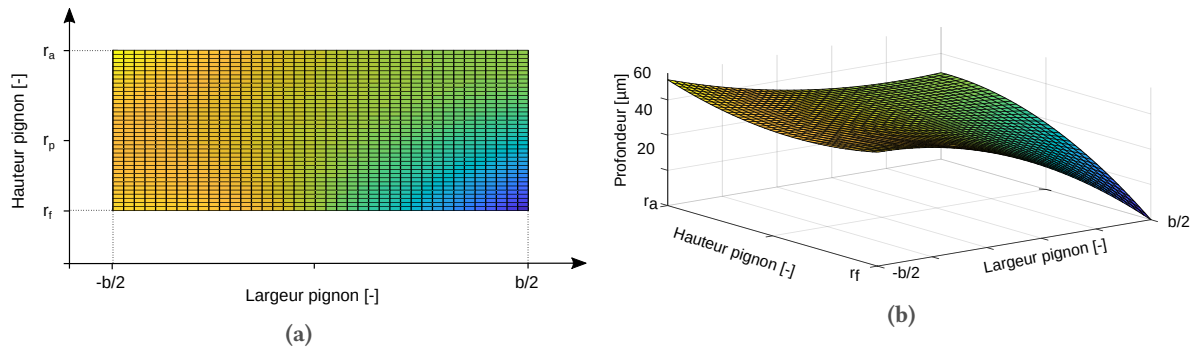


Figure 3.37 – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b)

une grande précision : machine-outil ou robot chirurgical par exemple. En comparaison aux corrections standards présentes ci-dessus, la correction surfacique génère une amélioration de la qualité de la solution optimale de 18.8 %, en réduisant de 83.0 % les fluctuations du signal de l'erreur de transmission, contre au maximum 69 % précédemment.

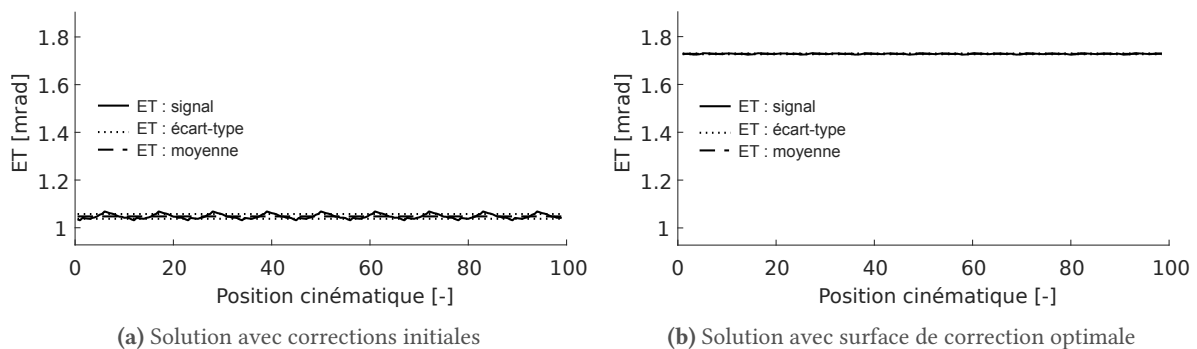


Figure 3.38 – Optimisation mono-objectif RMS(ET) – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b)

Finalement, pour l'optimisation d'un engrenage sans voile ni jante, l'équation de la mastercurve fournit des propositions de corrections de denture fiables. À contrario, dans le cadre d'un engrenage aéronautique à voile mince, l'utilisation de la mastercurve n'est pas conseillée. La raideur de la structure étant impactée par l'affinement du voile et de la jante, les solutions proposées par la mastercurve ne sont plus optimales. Pour ce type particulier d'engrenages, la flexibilité de la résolution par une approche méta-heuristique autorise la résolution du problème. L'utilisation de l'algorithme MO-TRIBES a permis de tirer quelques conclusions :

- Tout comme pour l'engrenage standard, les corrections paraboliques ne génèrent pas des solutions optimales intéressantes,
- Les tombés de tête linéaires les plus longs et les moins profonds minimisent fortement les fluctuations des signaux d'erreur de transmission,
- Si les tombés de tête ne sont pas équivalents sur le pignon et la roue, la solution optimale est trouvée en supprimant la correction sur le pignon,
- Les réductions les plus importantes de RMS(ET) sont obtenues par l'application d'une correction surfacique.

### 4.3 Optimisation de la pression de contact maximale sur l'engrenage aéronautique

L'optimisation première est celle de la pression de contact maximale. L'engrenage étudié présente une asymétrie dans son champ de distribution des pressions, ce dernier étant déporté sur la face arrière de la denture. De plus, comme expliqué dans le paragraphe 1.2.1, des suppressions sont localisées en tête et en pied de dent du pignon, et donc de la roue.

Le nombre de combinaison de corrections de denture pouvant être appliquées est très élevé. Vaut-il mieux appliquer des tombés de tête sur le pignon et la roue ou réduire le nombre d'intervention en corrigeant uniquement le profil de la roue ? Est-il préférable d'utiliser une correction d'angle d'hélice ou un bombé sur l'hélice non-centré ? Quel apport pourrait avoir une correction surfacique sur l'optimisation en pression d'un engrenage à voile mince ? Les paragraphes suivants présentent quelques réponses à ces questions.

#### 4.3.1 Optimisation des corrections de dentures initiales

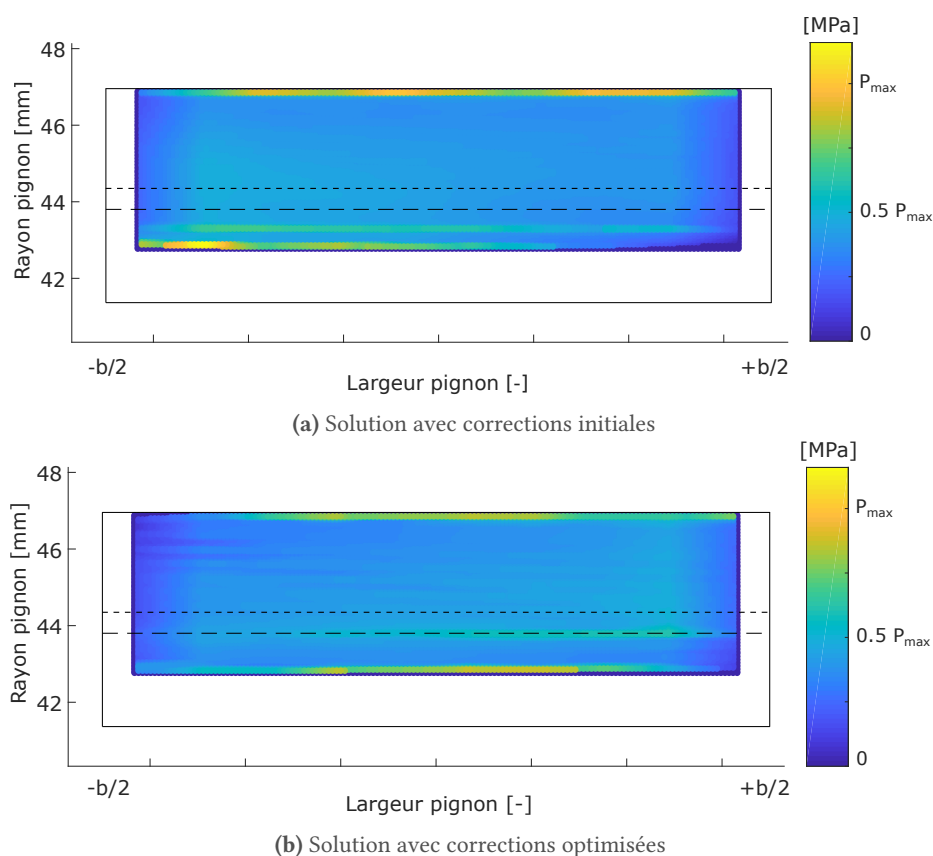
Le premier cas d'étude se base sur les corrections de dentures d'ores et déjà mises en place sur la roue du réducteur étudié dans cette thèse. Lors des phases de maintenance préventive de ces engrenages, certaines dentures présentent un marquage important en pied de dent face arrière et ce, malgré les corrections dentures appliquées<sup>3</sup>. Suite à l'observation du champ de pression de la section 1.2.1 (Figure 3.39a), il semblerait qu'il serait possible d'optimiser ces corrections de denture. La première phase d'optimisation en pression de l'engrenage aéronautique est donc basée sur les types de corrections mises en place, l'idée étant de rechercher leurs valeurs optimales.

**Tableau 3.20** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec un tombé de tête et une correction d'angle d'hélice

Application	Paramètre	Valeur
Profil	Dépouille tête	9.9 $\mu\text{m}$
	Cote tête	2.71 mm
Hélice	Correction d'angle d'hélice	0.09°
	Pression de contact maximale	0.96 · $P_{\text{max}}$
	Réduction	-17.5 %

À première vue, la distribution des pressions sur le flanc de denture du pignon ne semble pas optimale, malgré l'optimisation (Figure 3.39b). La pression de contact maximale reste relativement élevée avec  $0.96 \cdot P_{\text{max}}$ , soit une réduction de -17.5 % par rapport à la valeur obtenue pour l'engrenage avec désalignements et corrections initiales (Tableau 3.20). Des zones de surpressions en pied et en tête de denture sont observables. Cela s'explique par le choix des variables d'entrées. En ne choisissant d'appliquer des tombés de tête uniquement sur le profil de la roue, la zone de travail de l'algorithme se limite aux zones situées en pied de dent du pignon. Les contacts en tête de dent du pignon ne pourront être impactés que par la correction d'angle d'hélice. Dès lors que la pression de contact maximale dans la zone basse de la dent est inférieure à celle de la zone haute de la dent, il sera impossible pour l'algorithme de trouver de meilleures solutions.

3. Au cours de la thèse, de nouvelles corrections de dentures ont été proposées par SAFRAN Helicopter Engines. Ces dernières n'ayant pas atteint un stade de maturité suffisant pour être mise en place en production, elles ne seront pas présentées ici.



**Figure 3.39** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par tombé de tête et correction d'angle d'hélice (b)

En comparaison avec les solutions initiales proposées, la solution optimisée présente un tombé de tête plus long et plus profond. La correction d'angle d'hélice de base se heurte quant à elle quasiment aux limites imposées de l'espace de recherche avec une modification de  $0.09^\circ$ .

### 4.3.2 Mise en place d'un bombé sur profil

Comme expliqué ci-dessus, il est impossible de réduire au-delà de  $0.96 \cdot P_{\max}$  sans apporter des modifications dans la zone haute de la dent du pignon. Pour ce faire, le tombé de tête de la roue est remplacé par un bombé de profil sur le même organe.

**Tableau 3.21** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec un bombé de profil et une correction d'angle d'hélice

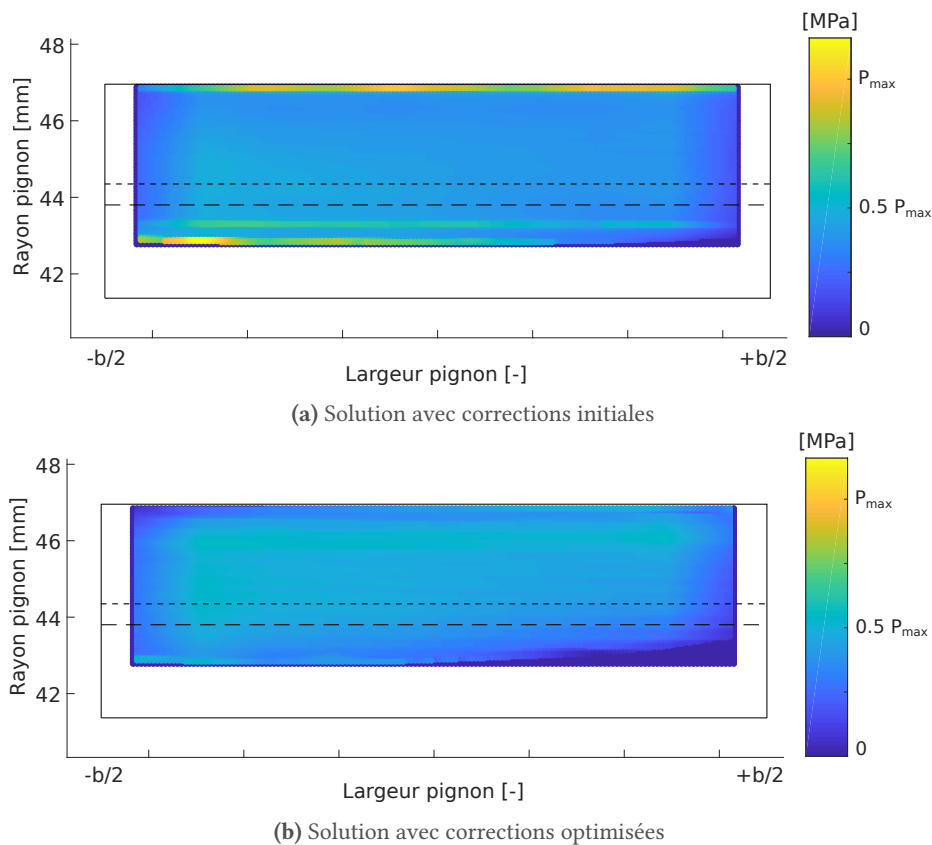
Application	Paramètre	Solution
Profil	Dépouille tête	21.5 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	111.4 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	16.7 $\mu\text{m}$
Hélice	Correction d'angle d'hélice	$0.02^\circ$
Pression de contact maximale		$0.56 \cdot P_{\max}$
Réduction		-52.1 %

Suite à l'optimisation, la solution optimale modifie fortement la distribution des pressions sur le flanc de denture (Figure 3.40b). L'impact du bombé de profil sur le pied de dent engendre une réduction de -52.1 % de la pression maximale observée initialement. La profondeur de la correction du bombé en

pied de dents peut paraître très importante, de l'ordre de la centaine de micromètres (Tableau 3.21). Deux points sont cependant à mettre en évidence :

- Le bombé sur le profil est une correction parabolique. Sa valeur décroît donc quadratiquement jusqu'à s'annuler au niveau du diamètre du point de tangence,
- L'engrenage de fonctionnement est augmenté par rapport de l'entraxe théorique. Cette variation d'entraxe inclut un choix du bureau d'études ainsi qu'un décalage lié aux déformations du carter, pour une augmentation totale de l'entraxe théorique de l'ordre de 1.5 %. La profondeur de la correction est définie au niveau du rayon de pied de la roue. Or, à cause des variations d'entraxe, le premier rayon de contact en pied de roue est augmenté et la zone de contact effective de la roue translatée vers le haut de la dent.

Dans l'intervalle allant du rayon de pied de la roue au rayon de son premier contact (côté pied de roue), la profondeur de la dépouille varie de  $111.4\ \mu\text{m}$  à  $16.7\ \mu\text{m}$ . Enfin, et contrairement au cas précédent, le travail de l'angle d'hélice est déchargé : une correction de  $0.02^\circ$  étant suffisante pour contrebalancer les déflexions du voile.



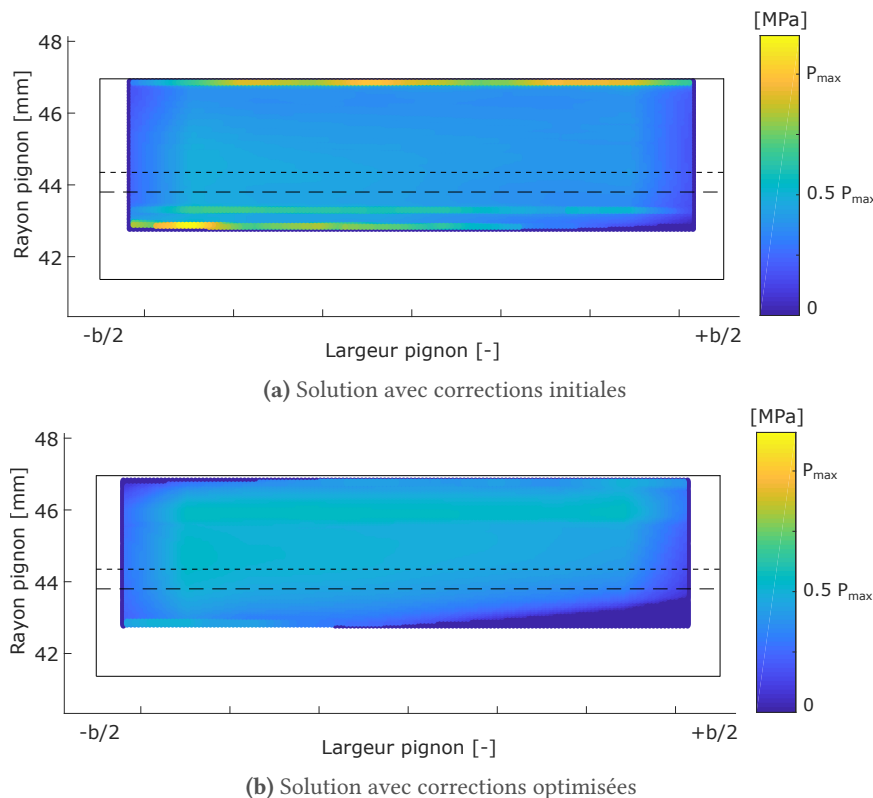
**Figure 3.40** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombé de profil et correction d'angle d'hélice (b)

### 4.3.3 Mise en place d'un bombé sur hélice

Le paragraphe précédent a montré le fort impact d'un remplacement d'un tombé de profil par un bombé sur le profil. Pour l'optimisation suivante, la correction d'angle d'hélice a été remplacée par un bombé sur l'hélice. La solution optimale est détaillée dans le tableau 3.22 et sur la Figure 3.41.

**Tableau 3.22** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec des bombés de profil et d'hélice

Application	Paramètre	Solution
Profil	Dépouille tête	24.7 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	109.8 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	16.5 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	1.42 mm
	Dépouille face avant	0.1 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	10.6 $\mu\text{m}$
Pression de contact maximale		0.55 · $P_{\text{max}}$
Réduction		-52.2 %

**Figure 3.41** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés de profil et d'hélice (b)

En ce qui concerne les corrections de denture appliquées, un bombé sur le profil centré sur le primitif a pleinement joué son rôle de corrections des contacts à l'engagement et au déengagement. Tous les degrés de libertés ont été laissés à la recherche du bombé d'hélice optimale, aucun centrage et aucune symétrie entre les corrections faces avant et arrière n'ont été imposées. Ce choix s'explique par le fait que le champ de pression initial est relativement asymétrique selon la largeur de la dent. Imposer des corrections identiques et centrées face avant/arrière aurait assurément atténué les contacts face arrière, mais aussi face avant, au risque de perdre le contact dans cette zone. L'algorithme a choisi un bombé totalement asymétrique. La profondeur de la correction face avant est quasi-nulle et ce pour les raisons évoquées précédemment. La cote du bombé d'hélice est à 1.42 mm de la face avant. Au niveau de la face arrière, la dépouille du bombé est deux fois supérieure à la modification générée par la correction d'angle d'hélice de  $0.028^\circ$  (Figure 3.42). De par sa localisation, la correction de bombé sur hélice s'approche sur une large partie de la dent d'une correction d'angle d'hélice. Au niveau de la face avant, le contact en pied de dent était peu important. La combinaison du bombé de profil et du bombé sur l'hélice tendent



à réduire encore l'intensité de cette zone, qui ne travaillera alors que trop peu.

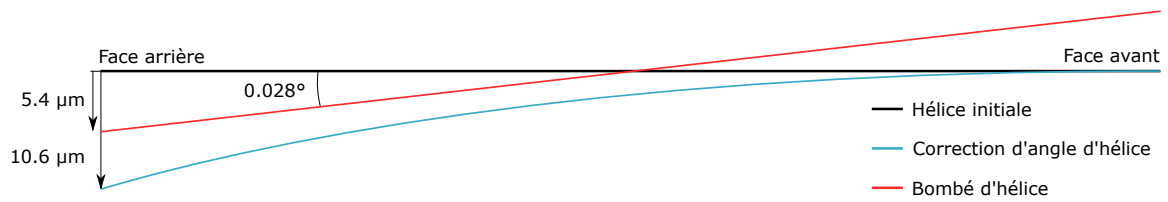


Figure 3.42 – Comparaison d'une correction d'angle d'hélice et d'un bombé sur l'hélice

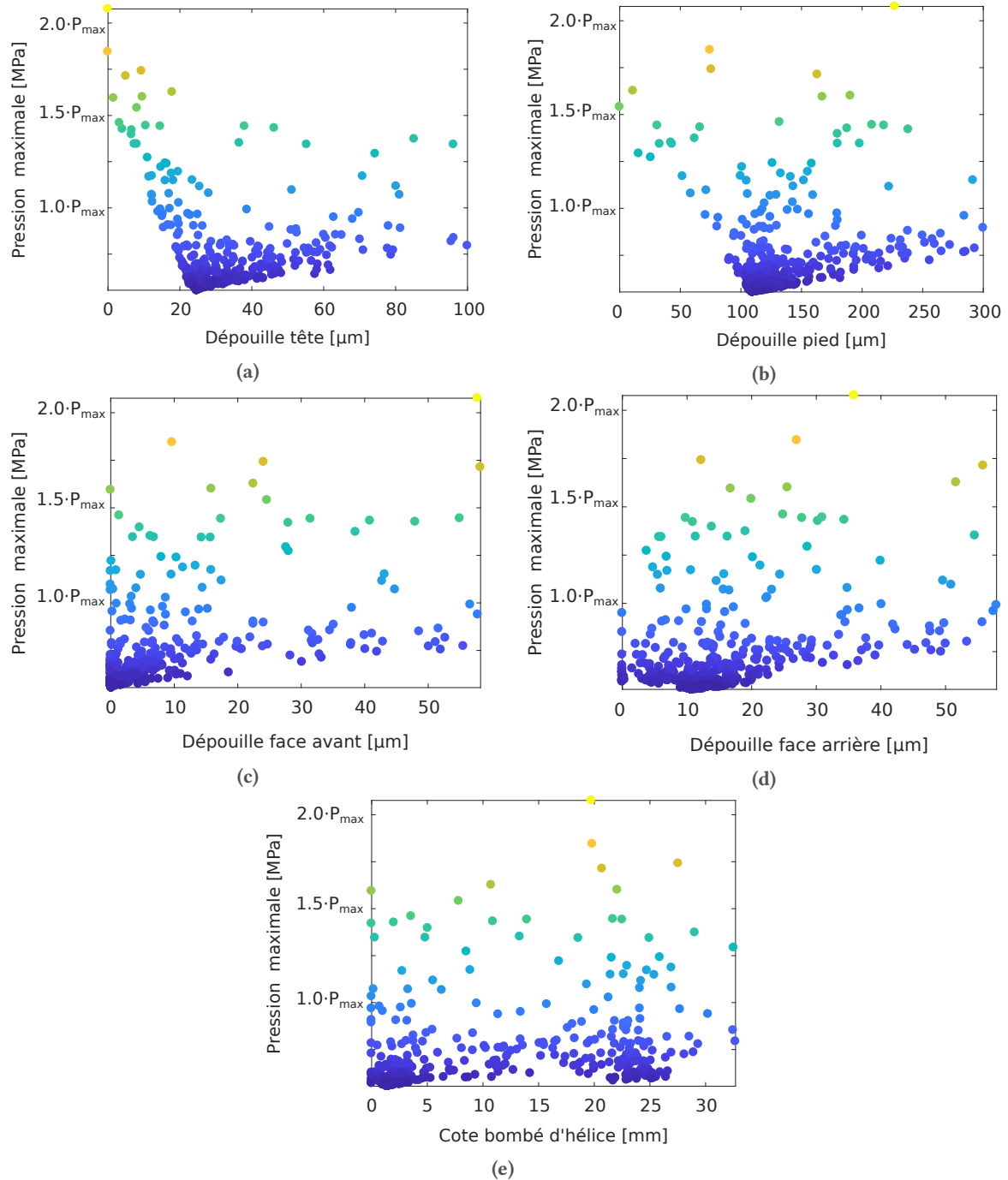


Figure 3.43 – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Impact des valeurs des bombés de profil et d'hélice pour l'ensemble des solutions. Les couleurs des solutions représentent les pressions de contact.



La réduction de la pression maximale de contact passe dans ce cas, en grande partie par le choix des dépouilles du bombé de profil de la roue. Cette observation se fait sur la base des 5 graphiques constitutifs de la Figure 3.43. Au-dessous d'une certaine profondeur de bombé de profil, le champ de pression augmente très fortement, la correction n'étant pas suffisamment profonde pour réduire l'intensité du contact. Le contraire est à observer pour les dépouilles face avant et arrière de la roue. Des profondeurs trop importantes auront tendance à diminuer fortement la zone de contact et à augmenter la pression maximale de contact proportionnellement à cette réduction de surface. La même analyse est faite pour la dépouille face avant, ici quasiment nulle : une profondeur trop élevée aurait tendance à décharger encore cette zone faiblement chargée et à perdre le contact. La position de la cote du bombé d'hélice joue un rôle mineur dans l'optimisation en pression de cet engrenage.

Finalement, les deux champs de pression peuvent être confrontés. Le premier est celui de l'engrenage aéronautique doté des corrections initiales, en considérant les désalignements du carter (Figure 3.41a). Le second est la distribution de pression pour l'engrenage optimisé par MO-TRIBES (Figure 3.41b). Le pic de pression localisé face arrière en pied de dent et dépassant précédemment la pression maximale admissible  $P_{\max}$  est intégralement supprimé. La valeur maximale de la pression de contact pour l'engrenage optimisé est de  $0.55 \cdot P_{\max}$ , ordre de grandeur de la pression moyenne de l'engrenage. Dans la zone centrale de la dent, la répartition des pressions de contact est plus homogène.

#### 4.3.4 Ajout d'une correction d'angle d'hélice aux bombés de profil et d'hélice

La dernière optimisation étudiée dans ce paragraphe cumule les trois types de corrections utilisées précédemment : un bombé de profil, un bombé hélice auquel s'ajoute une correction d'angle d'hélice. Dans les observations précédentes, il a été noté que la face avant ne travaille que trop peu au niveau du pied. L'introduction d'une correction d'angle d'hélice devrait avoir un impact sur les pressions observées dans cette zone faiblement chargée.

Le bombé de profil optimal présente de fortes similitudes avec celui des solutions précédentes et permet une forte réduction des surpressions localisées initialement en tête et en pied du pignon (Figure 3.44b). Couplé avec un bombé, la correction d'angle d'hélice est moins importante que lors de l'application d'une correction d'angle d'hélice seule (Section 4.3.2). Les deux corrections travaillent ensemble pour compenser l'asymétrie du champ de pression. Le bombé d'hélice est quasiment centré en milieu de denture, avec des corrections très faibles face avant et légèrement plus prononcées face arrière. La dépouille sur cette face est cependant divisée par deux du fait du cumul avec la correction d'angle hélice.

**Tableau 3.23** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d'hélice complétés et une correction d'angle d'hélice

Application	Paramètre	Solution
Profil	Dépouille tête	21.6 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	114.0 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	17.1 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	10.02 mm
	Dépouille face avant	0.6 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	5.8 $\mu\text{m}$
	Correction d'angle d'hélice de base	0.01°
Pression de contact maximale		$0.55 \cdot P_{\max}$
Réduction		-52.4 %

En termes de résultats (Tableau 3.23), l'impact de l'ajout de cette nouvelle correction est extrêmement faible, avec un gain de seulement  $0.003 \cdot P_{\max}$ . La zone faiblement chargée est peu influencée par l'introduction de la correction d'angle d'hélice et l'objectif escompté d'augmenter la portée n'est pas atteint. L'application d'une telle correction pour ce cas d'étude ne présente qu'un intérêt mineur.

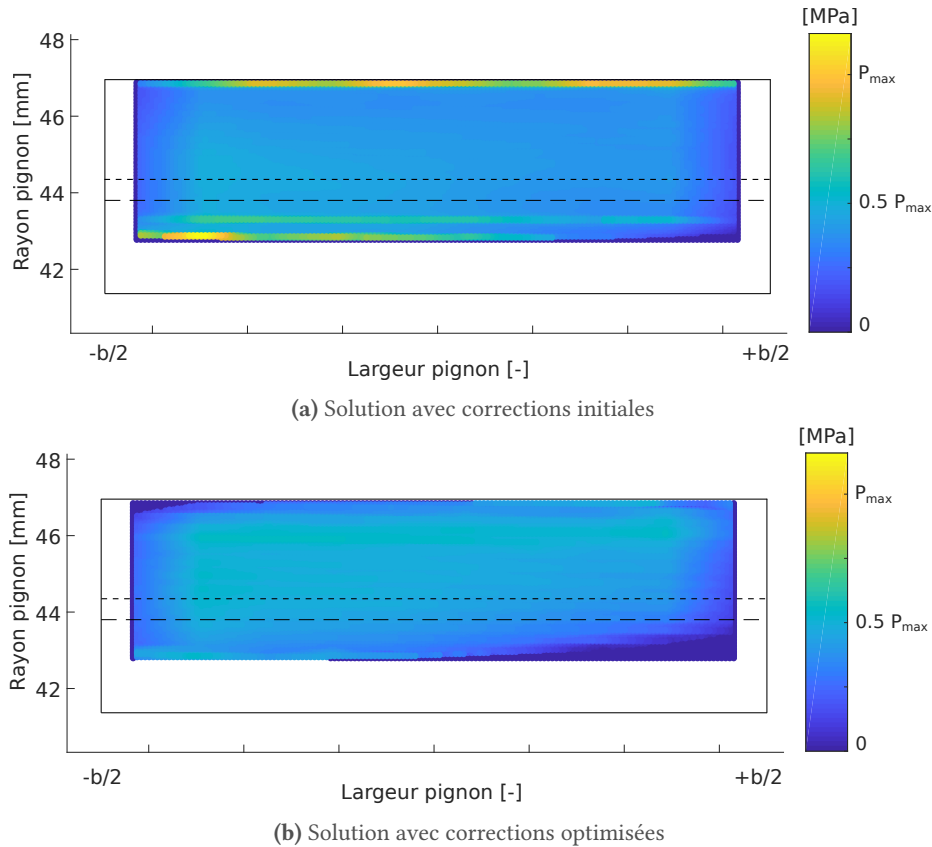


Figure 3.44 – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés de profil et d’hélice complétés d’une correction d’angle d’hélice (b)

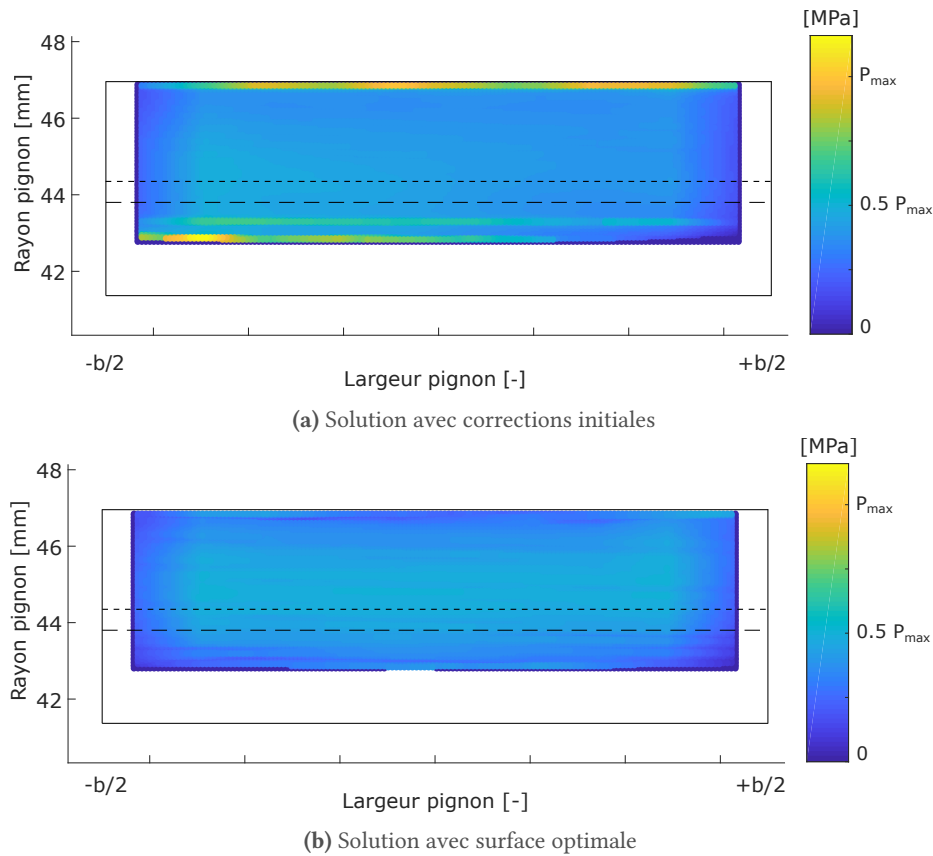
### 4.3.5 Application de corrections surfaciques

Les corrections déployées dans les paragraphes précédents entraînent une forte réduction de la pression de contact maximale, notamment en tête et en pied de denture. Cette réduction est principalement due à l’application du bombé de profil. Cette correction intervient sur toute la largeur de la dent et impacte inévitablement les zones les moins chargées. La portée étant initialement fortement déportée, tout enlèvement de matière dans ces zones tend à réduire de nouveau son chargement et donc à décroître la portée de contact. Dans la zone basse de la denture, face avant, les pressions de contact sont très faibles (Figure 3.45a), ce qui entraîne une augmentation de la charge sur le reste de la portée.

Tableau 3.24 – Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation mono-objectif en pression de l’engrenage aéronautique

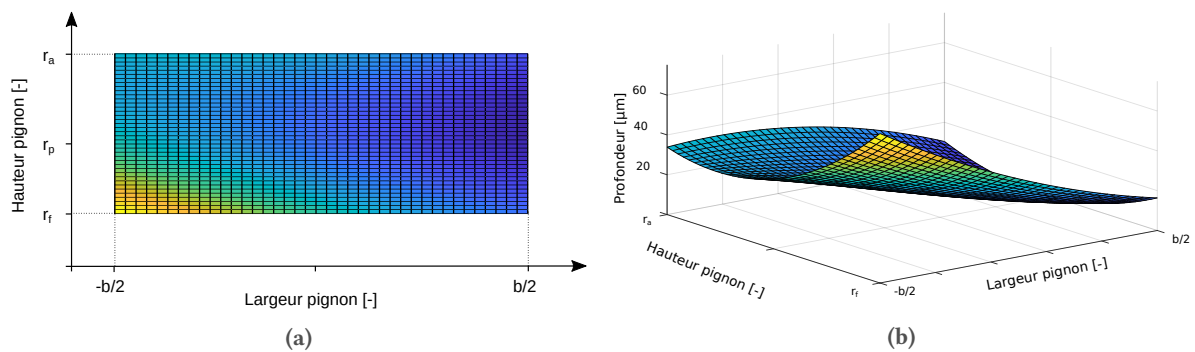
Type	Points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface de correction $S_{optimale}$	0.56	0.29	0.19	0.18	0.03	0.0	0.30	0.33	0.15
	Pression de contact maximale								$0.50 \cdot P_{max}$
	Réduction								-56.9 %

Les optimisations précédentes ont montré leur incapacité à « recharger » cette zone faiblement chargée. De par leur définition, les corrections surfaciques sont habilitées à s’adapter à ce genre de situation. L’optimisation proposée ci-dessous se base sur ces corrections afin de réduire la pression de contact maximale. Les points de contrôle de la surface de correction optimale de la Figure 3.46 sont répertoriés dans le tableau 3.24. La surface de Bézier présente en tête de denture pignon des profondeurs avoisinant les 40  $\mu\text{m}$  côté face arrière et de 10  $\mu\text{m}$  face avant. Au niveau du pied de denture, les correc-



**Figure 3.45** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b)

tions appliquées présentent une organisation similaire avec cependant des profondeurs plus profondes face arrière. De manière générale, la surface de correction optimale proposée est très asymétrique en concordance avec l'asymétrie du champ de pression initial (Figure 3.45a)



**Figure 3.46** – Optimisation mono-objectif en pression – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b)

Après optimisation, la pression maximale de contact atteint la valeur minimale de  $0.50 \cdot P_{\max}$ , soit une réduction supplémentaire de 4.4 % par rapport aux combinaisons de corrections de dentures standards (Figure 3.45b). Les pics de pressions en tête et en pied de dent sont totalement supprimés. La zone de contact en pied de dent face arrière n'est que peu impactée par les corrections de denture : la zone de contact est élargie, ce qui entraîne un léger déchargement du reste de la portée.

En conclusion de cette section, l'approche méta-heuristique a permis de trouver de nombreuses combinaisons de corrections de denture offrant d'importantes réductions de la pression maximale de

contact :

- En optimisant les corrections initialement (tombé de tête et angle d'hélice) mises en place au sein de SAFRAN HE, un gain de  $-17.5\%$  est envisageable,
- Le remplacement des corrections initiales par deux bombés, l'un sur le profil et l'autre sur l'hélice complétés ou non d'une correction d'angle d'hélice, semblent être la solution la plus intéressante pour réduire cet objectif, avec une baisse d'environ  $-52.4\%$  des surpressions observées,
- Tout comme pour l'optimisation de RMS(ET), les corrections surfaciques qui ont le potentiel de réduction des pressions de contact le plus important, avec  $56.9\%$ .

## 4.4 Optimisation du centrage du champ de pression

Au lieu de chercher à minimiser la valeur de la pression maximale, l'optimisation mise en place ici a pour objectif de centrer le champ de pression. Pour ce faire, l'objectif présenté dans la section 3.4 est mis en place. Pour chaque solution, la distribution des pressions sur le flanc de denture est comparée au champ de pression optimal  $P_T$  défini précédemment (Figure 2.38).

### 4.4.1 Applications de corrections standards : bombés de profil et d'hélice

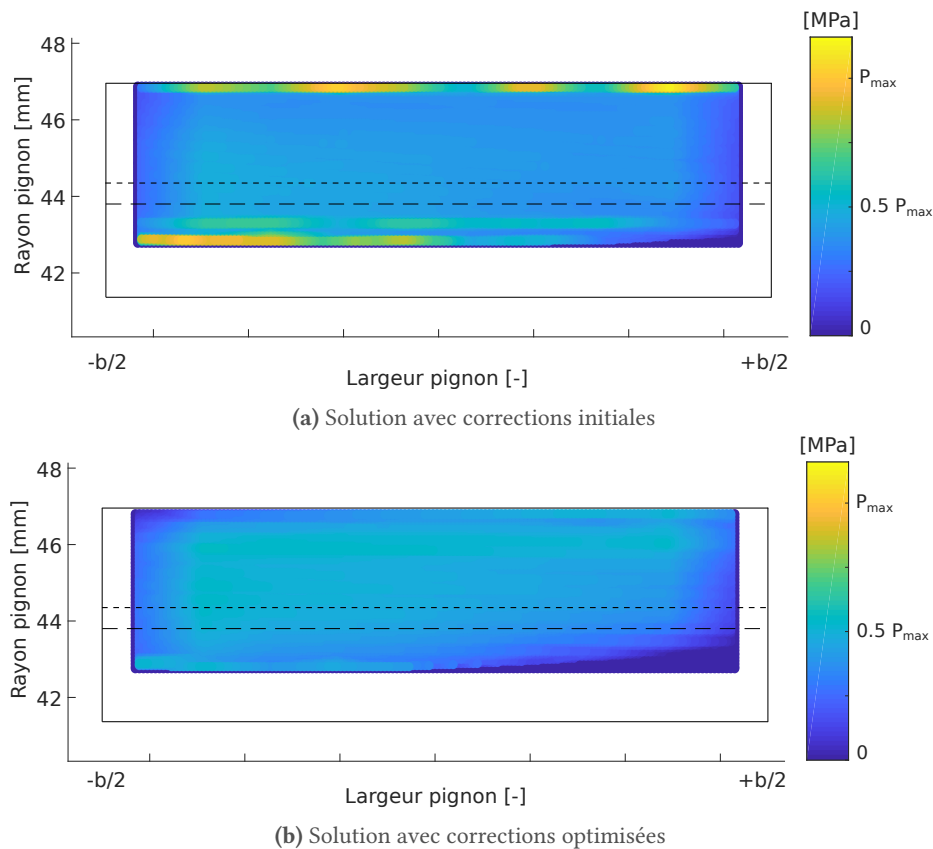
L'optimisation du facteur CE, facteur de centrage de la distribution de pression, se fait ici par le biais de corrections standards, des bombés de profil et d'hélice. Les paramètres de la solution optimale trouvée, retranscrits dans le Tableau 3.25, sont très similaires avec les corrections trouvées pour l'optimisation de la pression maximale de contact détaillée Tableau 3.22.

**Tableau 3.25** – Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d'hélice

Application	Paramètre	Solution
Profil	Dépouille tête	20.6 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	106.4 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	15.9 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	7.30 mm
	Dépouille face avant	0.0 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	7.0 $\mu\text{m}$
Facteur CE		44.4
Réduction		$-26.8\%$

Intuitivement, pour centrer la distribution de pression sur le flanc de denture afin de correspondre à  $P_T$ , le bombé d'hélice devrait être centré et équivalent face avant et arrière. Ici, l'algorithme a choisi de ne pas appliquer de corrections d'hélice face avant, zone la moins chargée. De plus, la correction de bombé d'hélice n'est pas centrée – sa cote débute à la largeur de denture de 7.30 mm – et s'étend de manière parabolique jusqu'à une profondeur de 7.0  $\mu\text{m}$  du côté de la face arrière. En ce qui concerne les corrections sur le profil, les bombés appliqués sont de l'ordre de ceux trouvés précédemment. Finalement, les distributions des pressions (Figure 3.47b) sont sensiblement identiques à ceux trouvés lors de l'optimisation en pression de ce même engrenage.

Il semblerait logique que des interactions entre ces deux objectifs existent puisqu'ils travaillent tous deux sur les résultats en pression de l'engrenage chargé. Si les zones de surpressions initiales sont localisées dans la zone où la distribution de pression idéale  $P_T$  est minimale, l'interaction sera forte entre les deux objectifs et les corrections optimales seront théoriquement très proches. Ceci n'est plus valide si la surpression est localisée dans les zones de hautes pressions de  $P_T$  : l'optimisation du facteur CE aura dans ce cas un impact très faible.



**Figure 3.47** – Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés d'hélice et de profil (b)

#### 4.4.2 Mise en place d'une correction surfacique

Le même objectif est optimisé à l'aide de corrections surfaciques. Les points de contrôle de la solution optimale trouvée sont référencés dans le tableau 3.26, générant la surface représentée Figure 3.48.

**Tableau 3.26** – Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation mono-objectif du facteur CE de l'engrenage aéronautique

Type	Points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface de correction $S_{Optimale}$	0.64	0.59	0.35	.44	0.36	0.18	0.61	0.47	0.40
	Facteur CE						40.4	-33.4 %	

Selon le rayon du pignon, la correction surfacique présente des similarités avec un bombé centré sur le rayon primitif de fonctionnement. L'ensemble de la surface est incliné selon la largeur de la denture, induisant des profondeurs de correction importantes face arrière et faible face avant. Le point de tangence de la correction surfacique se situe face avant, au niveau du rayon primitif, point donc non corrigé. La décroissance de la profondeur le long de la largeur de denture semble ici être quasiment linéaire.

En terme de gain sur la fonction de centrage de la pression, la correction surfacique induit une réduction de -33.4 %, soit 6.6 % de plus que les corrections standards. L'analyse de la distribution des pressions maximales de contact est présentée Figure 3.49.

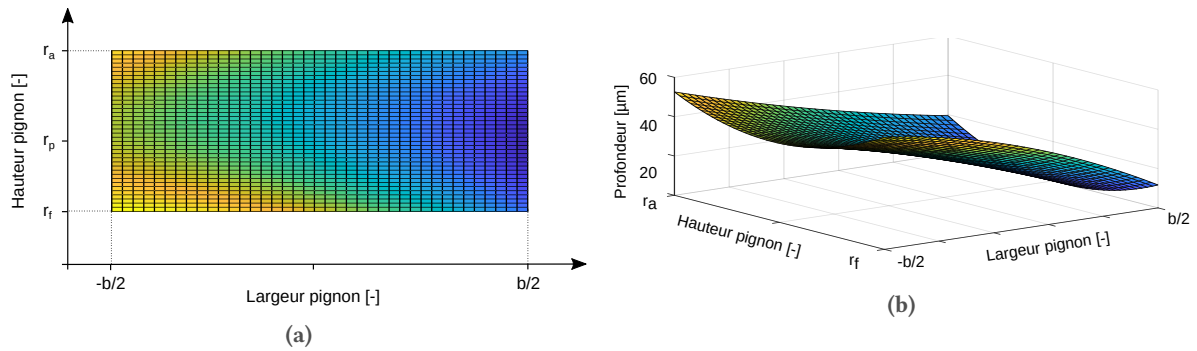


Figure 3.48 – Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b)

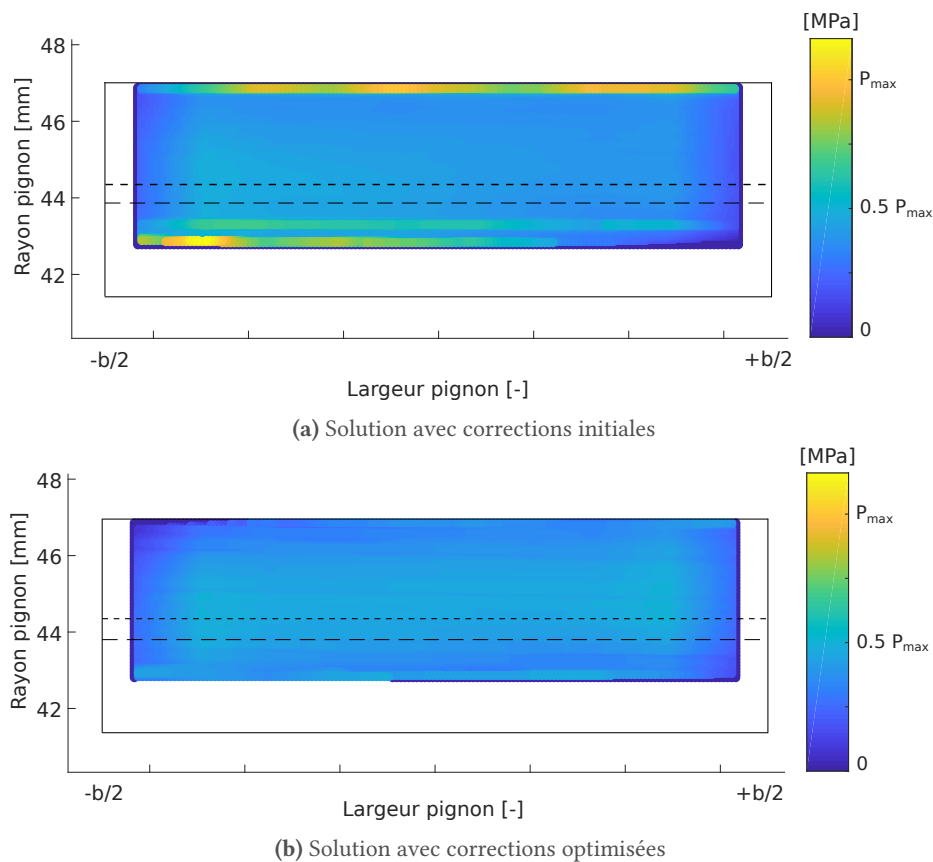


Figure 3.49 – Optimisation mono-objectif du facteur CE – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique

#### 4.5 Optimisation du facteur PV pour l'engrenage aéronautique

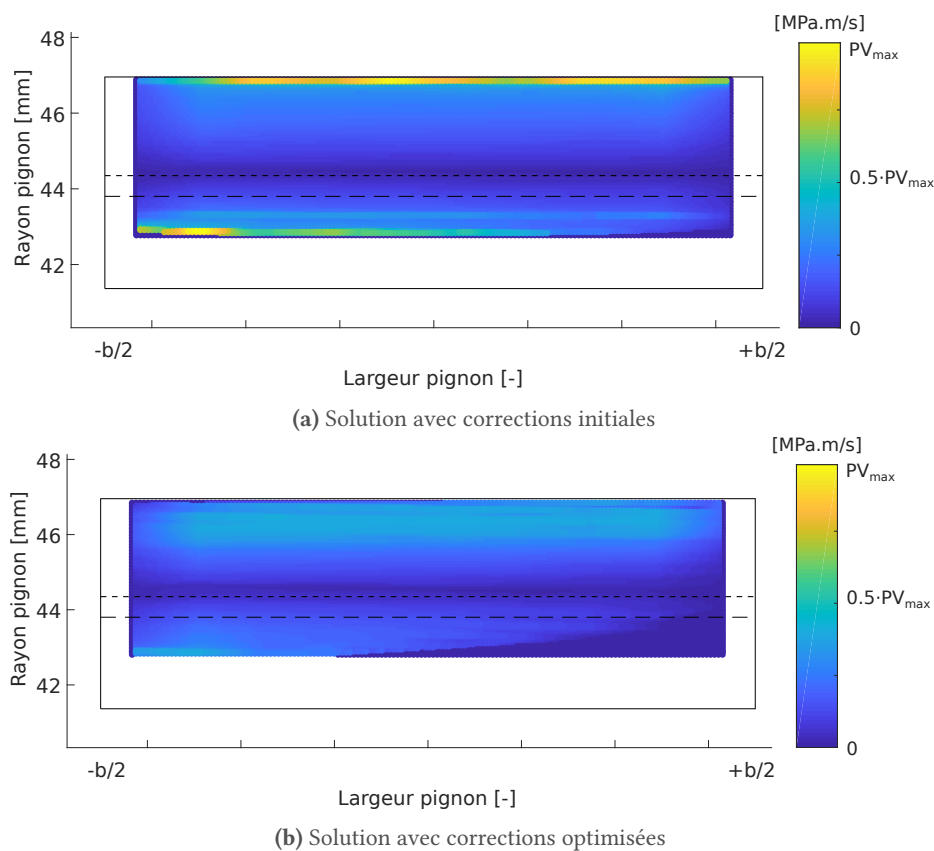
Le facteur PV est un facteur généralement utilisé pour qualifier le risque d'avaries d'usure, de type grippage ou usure abrasive. Pour un champ de pression homogène, le facteur PV est proportionnel à la vitesse de glissement des surfaces en contact, théoriquement nulle au niveau du primitif et plus élevé à l'engagement et au déengagement. Une optimisation de ce facteur a pour objectif de réduire la valeur maximum de ce facteur et donc d'atténuer l'intensité des contacts situés en tête et en pied de dent. À la suite des observations relatives aux optimisations du champ de pression sur le pignon de l'engrenage aéronautique, seules des corrections de type bombés seront appliqués pour cette étude. Cette dernière sera complétée d'une optimisation via une correction surfacique.

### 4.5.1 Applications de corrections standards : bombés de profil et d'hélice

Suite à une optimisation du facteur PV, les corrections de denture classiques de type bombés de profil et d'hélice entraînent une réduction de  $-59.0\%$  de ce dernier (Tableau 3.27). Il semble cependant étonnant que l'algorithme ait choisi d'appliquer des profondeurs de corrections face avant plus importantes que celle face arrière. Ce choix a pour résultante de décharger à nouveau la zone face avant en pied de pignon déjà faiblement chargée (Figure 3.50b). Les corrections de profil étant centrées sur le diamètre primitif, cette zone n'est aucunement impactée par les corrections de dentures de profil. La zone de contact reste inchangée, contrairement à l'application présentée dans le paragraphe suivant.

**Tableau 3.27** – Optimisation mono-objectif du facteur PV – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d'hélice

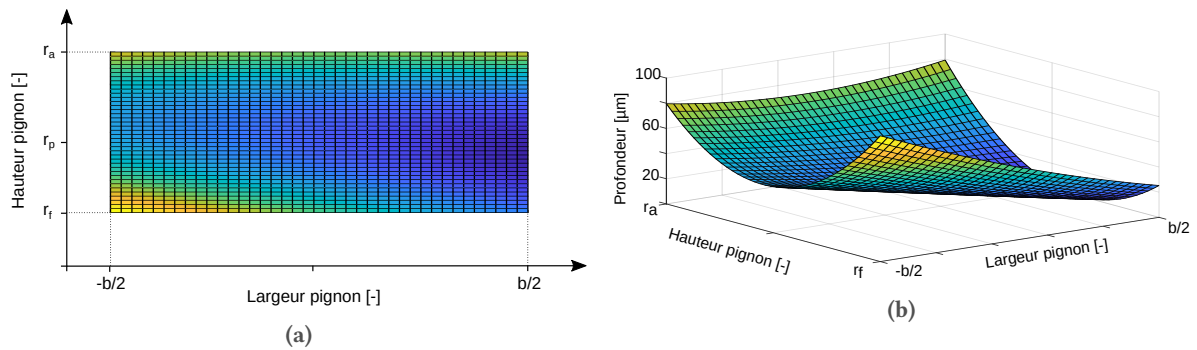
Application	Paramètre	Solution
Profil	Dépouille tête	24.6 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	126.3 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	18.9 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	16.37 mm
	Dépouille face avant	6.4 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	0.1 $\mu\text{m}$
Facteur PV maximal		$0.41 \cdot PV_{\max}$
Réduction		$-59.0\%$



**Figure 3.50** – Optimisation mono-objectif PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés d'hélice et de profil (b)

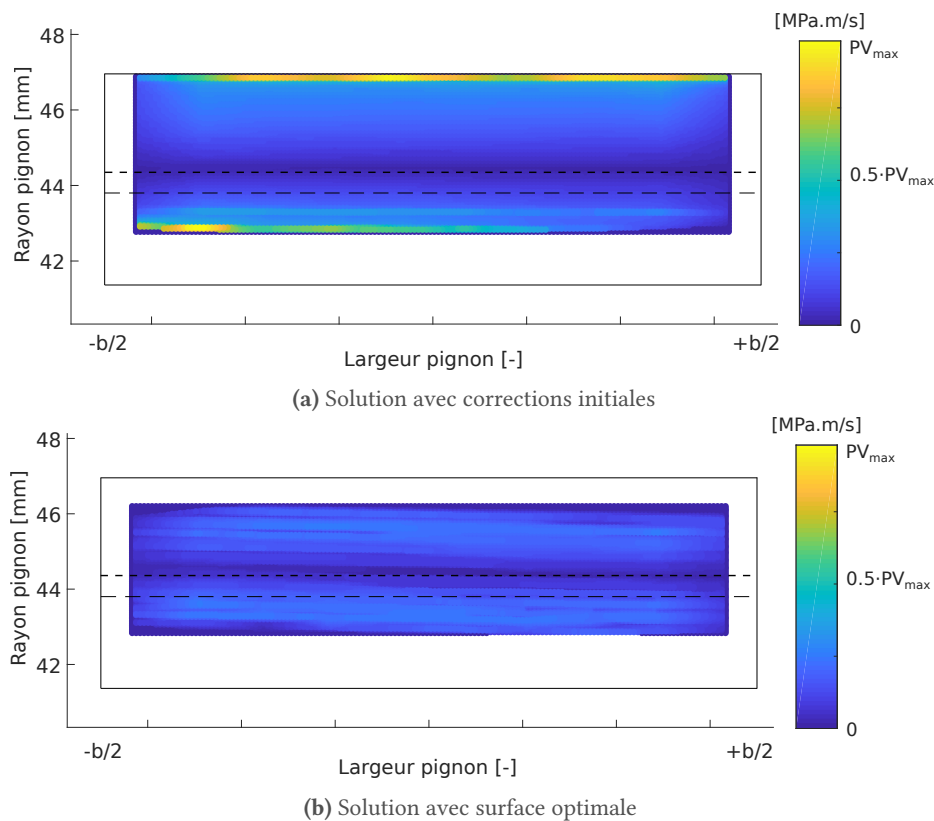


### 4.5.2 Mise en place d'une correction surfacique



**Figure 3.51** – Optimisation mono-objectif PV – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b)

La correction surfacique optimale présente de fortes similitudes avec des bombés de profil et d'hélice (Figures 3.51a et 3.51b). N'ayant que peu d'impact sur la valeur maximale du facteur PV, la zone au niveau du primitif est faiblement modifiée par les corrections de dentures. Les zones d'engagement et de déengagement sont quant à elles fortement voire totalement déchargées (Figure 3.52b).



**Figure 3.52** – Optimisation mono-objectif PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b)

La correction surfacique montre une forte asymétrie en pied de dent, avec des profondeurs maximales au niveau du pied face arrière. L'application de cette correction entraîne une importante réduction du facteur PV, de l'ordre de  $-74.7\%$  (Tableau 3.28). Malgré ces résultats numériques encourageants, cette optimisation n'est pas idéale. En effet, la perte de contact en tête de pignon induit une baisse significative de l'étendue de la portée. De ce fait, les pressions de contact maximales sont déplacées aux



abords du primitif. Or, la zone située au-dessous du primitif est connue pour être une zone de risques importants d'apparition de micro-pitting si cette dernière est trop chargée.

**Tableau 3.28** – Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation mono-objectif du facteur PV de l'engrenage aéronautique

Type	Points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface de correction $S_{optimale}$	0.92	0.62	0.45	0.18	0.12	0.00	0.79	0.67	0.79
	Facteur PV maximal							$0.25 \cdot PV_{max}$	
	Réduction							-74.7%	

L'optimisation du facteur PV ne peut donc s'utiliser seule. Elle se verra complétée d'un deuxième objectif, la réduction de la pression de contact maximale dans la suite de ce mémoire.

## 5

## Module d'optimisation : approche multi-objectifs

Fort de l'optimisation mono-objectif présentée jusqu'à présent, une démarche visant à optimiser parallèlement plusieurs objectifs peut être mise en place. Les fondements de cette approche sont détaillées section 3.2. Suite au processus d'optimisation, plusieurs solutions optimales sont mises à disposition de l'utilisateur : ces solutions sont dites Pareto-optimales. Plusieurs optimisations double ou triple objectifs seront étudiées dans les sections suivantes :

- Optimisation n°1 : Facteur d'Almen PV et pression maximale (cf. Section 5.1)
- Optimisation n°2 : Facteur de centrage CE et pression maximale (cf. Section 5.2)
- Optimisation n°3 : RMS(ET) et pression maximale (cf. Section 5.3)
- Optimisation n°4 : RMS(ET), pression maximale et facteur PV (cf. Section 5.4)

**Remarque.** Dans les résultats suivants, certaines solutions sont extraites du front de Pareto afin d'être étudiées. Ces solutions sont généralement colorées en rouge. Le choix des solutions analysées reste subjectif.

## 5.1

## Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique

La première optimisation standard se focalise sur deux objectifs : la pression de contact maximale et le facteur PV. Ces deux objectifs sont relativement proches étant donné que chacun d'entre eux comporte la notion de pression de contact.

## 5.1.1

## Applications de corrections standards : bombés de profil et d'hélice

Les solutions en pressions et du facteur d'Almen PV pour l'ensemble des bombés d'hélice et de profils testés sont présentées Figure 3.53.

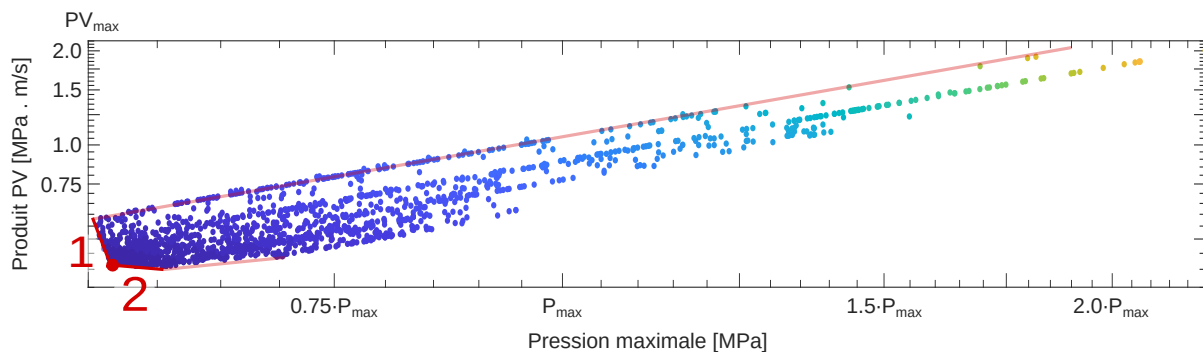


Figure 3.53 – Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions testées avec des bombés d'hélice et de profil

Sur une grande surface de l'espace des résultats, la réduction de la pression de contact maximale génère une réduction du facteur PV : ceci est valable jusqu'à une pression de  $0.60 \cdot P_{\max}$  et un facteur PV valant  $0.60 \cdot PV_{\max}$ . Le front de Pareto du problème standard lie ces deux valeurs. Son évolution, linéarisée en deux parties, est représentée en rouge dans cette même Figure. La zone n°1 entraîne une forte baisse du facteur PV pour une augmentation restreinte de la pression maximale de contact. Dans sa zone n°2, la réduction du facteur PV est limitée alors que les pressions sont rapidement amplifiées. La solution extraite du front de Pareto se situe à l'intersection des deux zones et est détaillée dans le tableau 3.29. En termes de qualité de cette solution, les gains sont de :

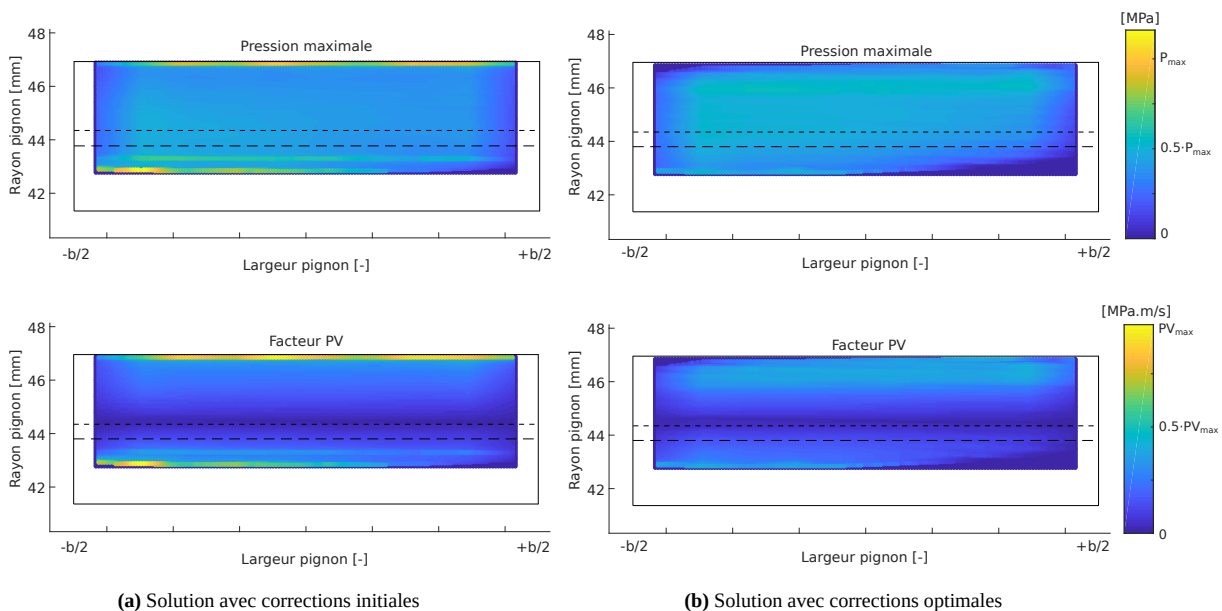
- $-57.5\%$  pour le facteur PV, contre  $-59.0\%$  pour l'approche mono-objectif,
- $-51.1\%$  pour la pression maximale, contre  $-52.2\%$  pour l'approche mono-objectif.

Le passage d'un problème mono-objectif à un problème multi-objectifs engendre une légère baisse des gains obtenus sur les deux objectifs de l'ordre de  $1.1\%$  à  $1.5\%$ .

**Tableau 3.29** – Corrections de dentures appliquées à la roue pour une optimisation standard (Pression et PV) sur engrenage aéronautique

Application	Paramètres	Solution
Profil	Dépouille tête	20.3 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	131.0 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	19.6 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	6.03 mm
	Dépouille face avant	0.0 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	10.8 $\mu\text{m}$
Facteur PV		$0.42 \cdot PV_{\text{max}}$ -57.5 %
Pression maximale		$0.57 \cdot P_{\text{max}}$ -51.0 %

Finalement, les résultats en termes de pression et de facteur PV sont présentés dans la figure 3.54.



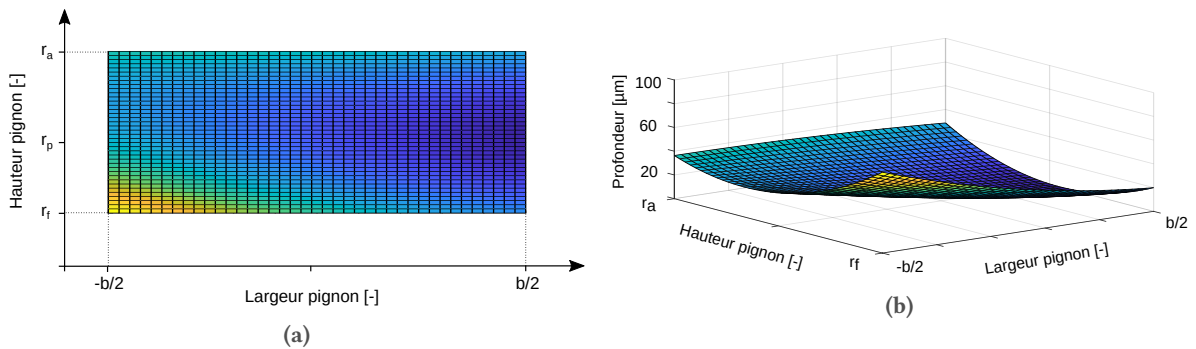
**Figure 3.54** – Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par bombés d'hélice et de profil (b)

### 5.1.2 Mise en place d'une correction surfacique

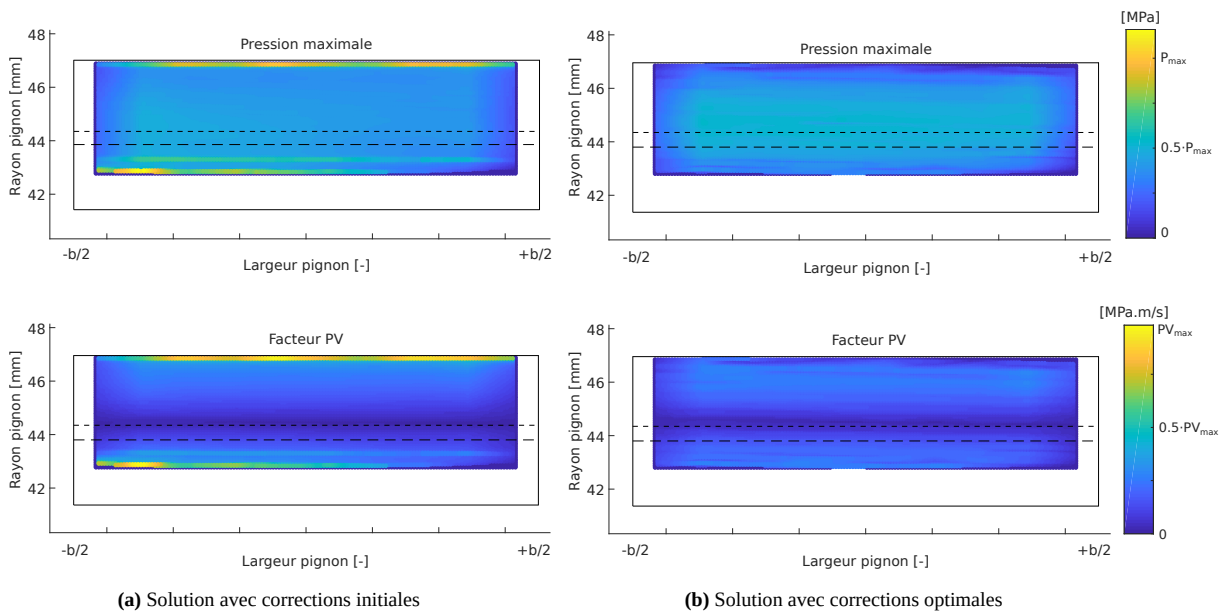
Dans la section 4.5.2, l'optimisation mono-objective du facteur PV via une correction surfacique n'était pas optimale. En effet, sans contrainte relative à la pression de contact maximale, l'algorithme a intensément réduit le facteur PV entraînant une perte de contact au niveau du pied de la dent du pignon. L'optimisation mono-objective est alors étendue à une approche multi-objective en incluant l'optimisation de la pression de contact maximale. La surface optimale obtenue pour cette optimisation est exposée Figures 3.55a et 3.55b et ses points de contrôle dans le Tableau 3.30. En termes de pression maximale de contact, l'optimisation offre des résultats très concluants, avec une réduction de -54.6 % par rapport aux corrections proposées initialement. En observant la Figure 3.56.b, il est notable que le pied est correctement chargé et travaille à nouveau : la zone de contact retrouve son étendue maximale grâce à l'introduction du nouvel objectif. Le facteur PV est quant à lui réduit de -71.3 %, ce qui est légèrement inférieur (de 3.3 %) à l'optimisation mono-objectif de ce même facteur (précédemment -74.6 %). La correction surfacique surperforme les résultats en pression et du facteur PV pour des corrections classiques respectivement de 3.6 % et 13.7 %.

**Tableau 3.30** – Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation standard (Pression maximale et facteur PV) de l’engrenage aéronautique

Type	Points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface de correction $S_{optimale}$	0.73	0.47	0.42	0.31	0.18	0.14	0.52	0.52	0.47
Facteur PV	0.29· $P_{max}$		-71.1 %						
Pression maximale	0.53· $P_{max}$		-54.6 %						



**Figure 3.55** – Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b)



**Figure 3.56** – Optimisation multi-objectifs PR-PV – Engrenage aéronautique avant optimisation (a) et après optimisation par correction surfacique (b)

## 5.2 Centrage de pression : pression maximale et champ de pression

Dans cette section, l'objectif est de centrer le champ de pression tout en minimisant la valeur de la pression de contact maximale. Pour ce faire, l'optimisation est lancée avec des corrections standards et des corrections surfaciques.

Suite aux deux optimisations, les résultats pour les deux objectifs sont très similaires aux résultats précédemment obtenus dans l'optimisation simple objectif du facteur CE (cf. section 4.4). En traçant les solutions optimales pour les approches mono-objectif et multi-objectif, les fronts de Pareto pour les bombés d'hélice (en rouge) et de profil (Figure 3.57) et les corrections surfaciques bleutées (Figure 3.58) ne comportent qu'une unique solution chacun. L'optimisation de la fonction de centrage CE entraîne – pour cet engrenage – une baisse simultanée des pressions de contact maximale. Les corrections optimales trouvées par l'algorithme sont extrêmement proches des solutions trouvées pour l'approche mono-objectif (cf. section 4.4) et ne sont pas développées ici. De plus, des conclusions similaires sont tirées : les corrections surfaciques présentent une plus grande flexibilité pour l'optimisation face aux bombés d'hélice et de profil. Le front constitué par les corrections surfaciques domine en tout point celui des corrections standards pour cette approche multi-objectifs. Ici, les deux critères ne sont finalement pas antagonistes ou le sont sur un domaine très restreint du domaine des variables. De ce fait, l'utilité de travailler simultanément sur ces deux objectifs est limitée.

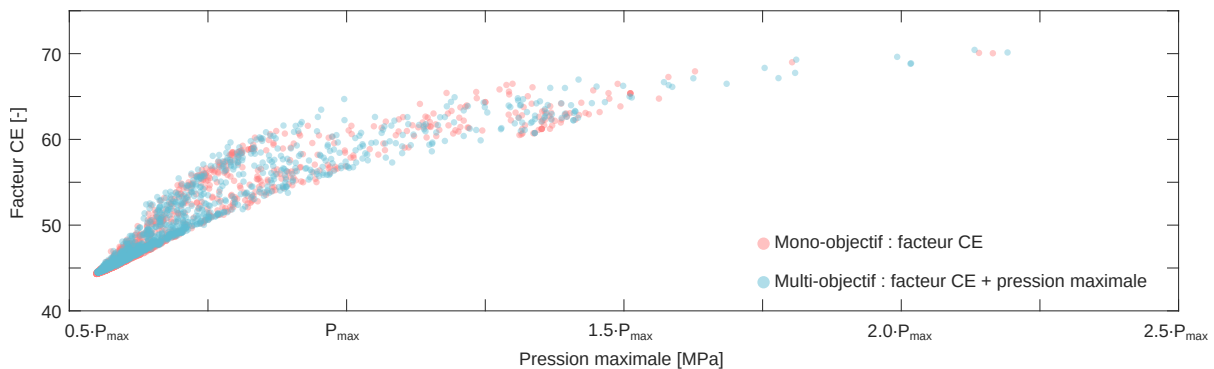


Figure 3.57 – Optimisation multi-objectifs PR-PE – Engrenage aéronautique – Approche mono-objectif vs approche multi-objectifs pour les bombés d'hélice et de profil

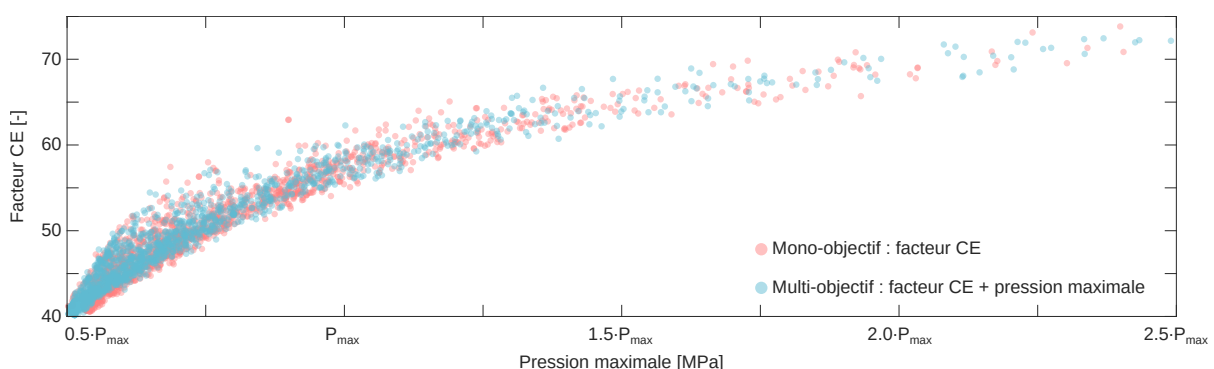


Figure 3.58 – Optimisation multi-objectifs PR-PE – Engrenage aéronautique – Approche mono-objectif vs approche multi-objectifs pour les corrections surfaciques

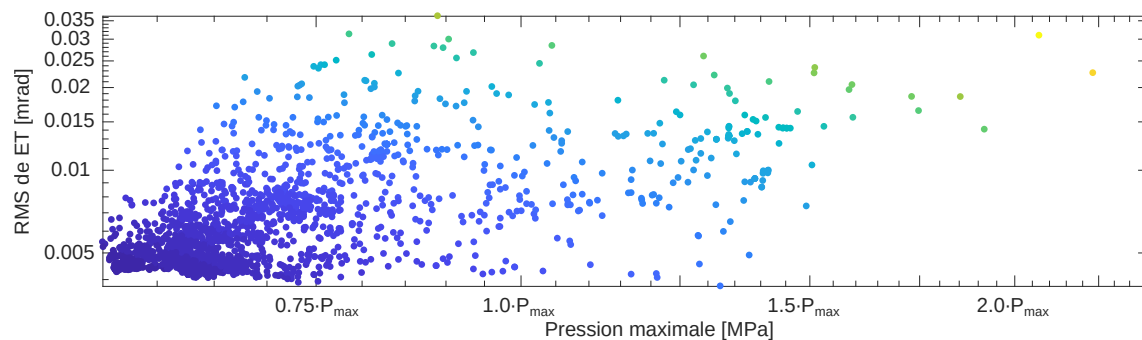
## 5.3 Optimisation multi-objectifs PR-RMS(ET) – Engrenage aéronautique

Dans ce paragraphe, l'optimisation est double : la réduction des pressions de contact maximales sera couplée à la minimisation de RMS(ET). Tout comme précédemment, des bombés sont mis en place sur le profil et sur l'hélice de la roue. Suite à l'optimisation multi-objectifs, quatre solutions sont extraites

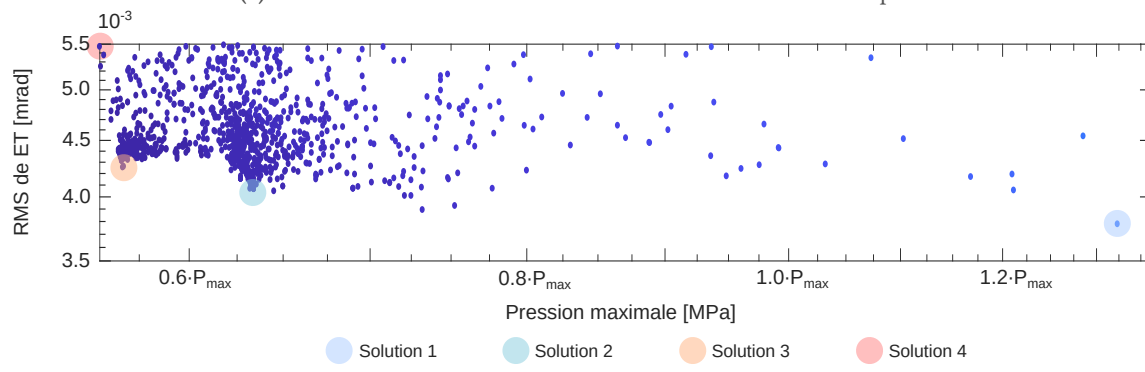
du domaine des compromis (Figures 3.59a et 3.59b) : aux extremums de ce front, les solutions 1 et 4 du Tableau 3.31. Ces solutions engendrent d'une part une réduction maximale de RMS(ET) (Solution n°1) et d'autre part une minimisation optimale de la pression maximale (Solution n°4). Deux solutions complémentaires sont isolées entre ces deux solutions extrêmes.

**Solution n°1** : cette solution est focalisée sur la réduction de RMS(ET), entraînant une réduction de  $-62.3\%$  de sa valeur initiale. La dépouille du bombé de profil est supprimée au niveau du pied, ceci expliquant la forte augmentation de la pression de contact maximale. La correction d'hélice joue un rôle mineur dans ce cas. Déportée face avant, sa profondeur s'exécède pas  $2.5\mu\text{m}$  face arrière.

**Solution n°4** : les paramètres de cette solution sont très similaires à celles obtenues section 4.3.3. L'intégralité de l'effort d'optimisation est focalisée sur la minimisation de la pression de contact maximale.



(a) Ensemble des solutions testées avec des bombés d'hélice et de profil



(b) Solutions extraites du domaine des compromis

**Figure 3.59** – Optimisation multi-objectifs PR-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions (a) et front de Pareto (b) associés aux bombés d'hélice et de profil

Pour assurer une réduction de la pression maximale, une dépouille de pied d'au moins  $114\mu\text{m}$  est requise : ramenée au premier rayon de contact de pied du pignon (abrégé en RCP dans le tableau ci-contre), cette valeur avoisine alors les  $17\mu\text{m}$ , ordre de grandeur plus classique de corrections de denture.

**Tableau 3.31** – Corrections de dentures appliquée à la roue pour une optimisation multi-objectifs (Pression et RMS(ET)) sur engrenage aéronautique

Application	Paramètres	Solutions			
		Solution n°1	Solution n°2	Solution n°3	Solution n°4
Profil	Dépouille tête	27.7 $\mu\text{m}$	46.1 $\mu\text{m}$	26.9 $\mu\text{m}$	22.1 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	0.0 $\mu\text{m}$	117.5 $\mu\text{m}$	119.7 $\mu\text{m}$	114.9 $\mu\text{m}$
	Dépouille au 1 <sup>er</sup> RCP	0.0 $\mu\text{m}$	17.6 $\mu\text{m}$	17.9 $\mu\text{m}$	17.3 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	0.104 mm	14.630 mm	0.672 mm	0.045 mm
	Dépouille face avant	16.4 $\mu\text{m}$	0.00 $\mu\text{m}$	33.3 $\mu\text{m}$	31.5 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	2.5 $\mu\text{m}$	0.00 $\mu\text{m}$	11.6 $\mu\text{m}$	10.5 $\mu\text{m}$
Résultats	RMS(ET)	0.004 mrad	0.004 mrad	0.004 mrad	0.005 mrad
	Pression maximale	1.32·P <sub>max</sub>	0.63·P <sub>max</sub>	0.57·P <sub>max</sub>	0.56·P <sub>max</sub>
Réduction	RMS(ET)	-62.3 %	-59.3 %	-57.5 %	-45.3 %
	Pression maximale	+14.0 %	-45.5 %	-51.1 %	-52.0 %

## 5.4 Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique

Dans ce paragraphe, trois objectifs sont à optimiser : la pression maximale de contact, le facteur PV ainsi que les fluctuations du signal de l'erreur de transmission. Pour ce faire, des corrections classiques seront dans un premier temps utilisées puis comparées à une surface de correction de degré 2.

### 5.4.1 Application de corrections classiques

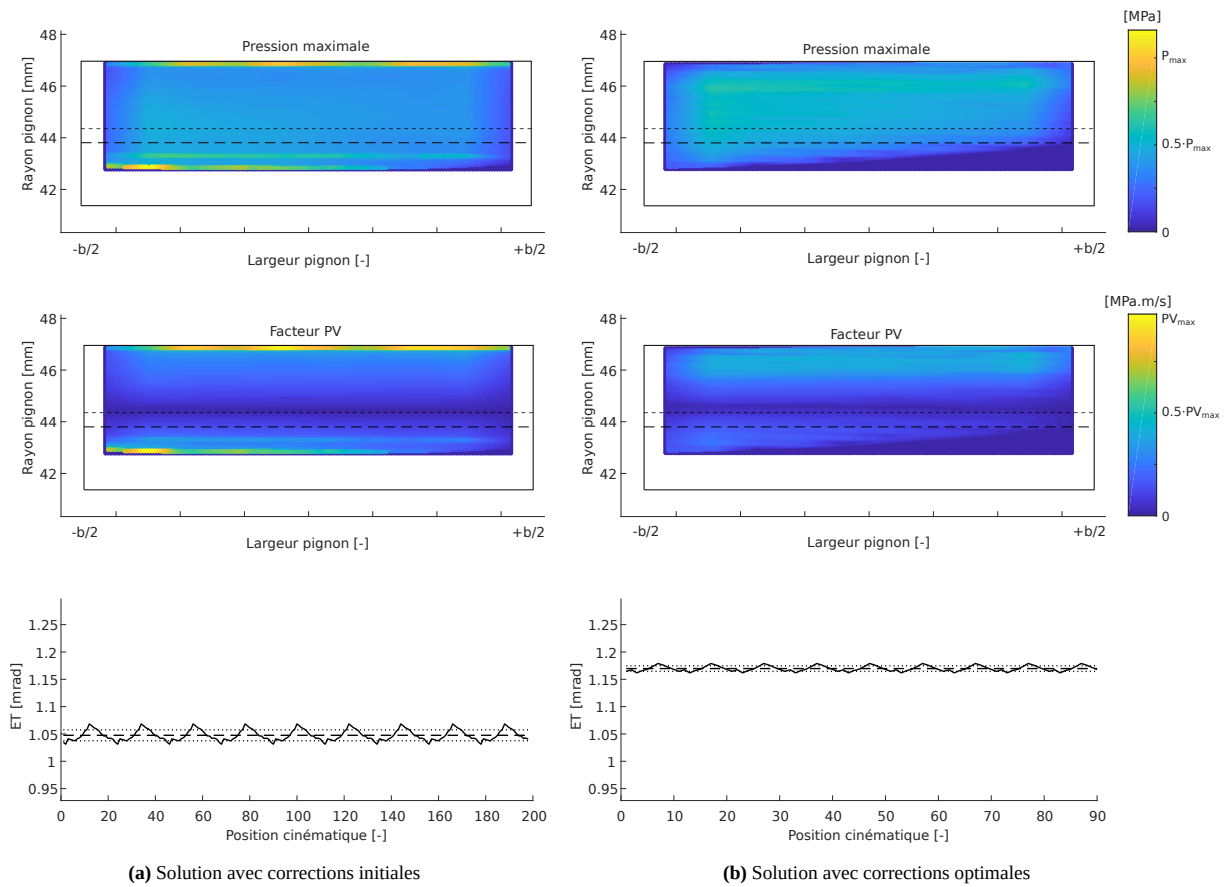
Les corrections classiques utilisées ici sont des bombés de profil et d'hélice appliquées sur la roue. Les bombés sur le profil sont centrés sur le diamètre primitif de la roue, ceux sur l'hélice disposent de tous leurs degrés de libertés.

**Tableau 3.32** – Corrections de dentures appliquée à la roue pour une optimisation multi-objectifs (Pression, PV et RMS(ET)) sur engrenage aéronautique

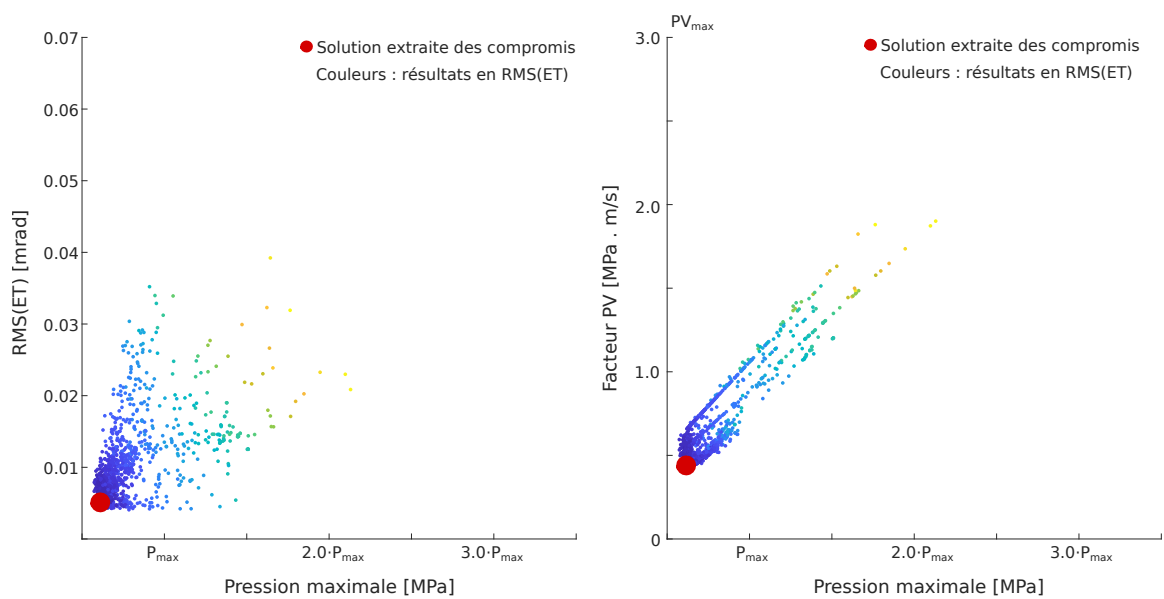
Application	Paramètres	Solution	
Profil	Dépouille tête	33.9 $\mu\text{m}$	
	Dépouille pied	134.9 $\mu\text{m}$	
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	20.2 $\mu\text{m}$	
Hélice	Cote	5.16 mm	
	Dépouille face avant	0.0 $\mu\text{m}$	
	Dépouille face arrière	1.4 $\mu\text{m}$	
	Facteur PV	0.44·PV <sub>max</sub>	-56.2 %
	RMS(ET)	0.005 mrad	-49.1 %
	Pression maximale	0.61·P <sub>max</sub>	-47.0 %

En comparaison avec les valeurs sur l'engrenage aéronautique avec décalage et sans correction de denture, la solution entraîne des réductions de la pression maximale -49.1 %, du facteur PV de -56.2 % et de RMS(ET) de -47.0 %. Les signaux d'erreur de transmission et les projections de la pression maximale et du facteur PV sur le flanc de denture sont présentés Figure 3.60.a pour l'engrenage non corrigé et Figure 3.60.b pour la solution optimale de ce problème triple objectif. La figure 3.61 présente les solutions testées sur l'ensemble de cette optimisation Pression-PV-RMS(ET) : un zoom sur le front de Pareto est proposé dans la figure 3.62. Pour des raisons de lecture, les fronts de Pareto présentés ici sont représentés comme s'il s'agissait d'un front de Pareto 2D, pour un problème bi-objectif. En réalité, le front d'un problème à trois objectifs est une surface 3D : le point rouge est la solution optimale de ce

front.



**Figure 3.60** – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique avec désalignements avant (a) et après optimisation (b) – Bombés d’hélice et de profil



**Figure 3.61** – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions testées avec des bombés d’hélice et de profil



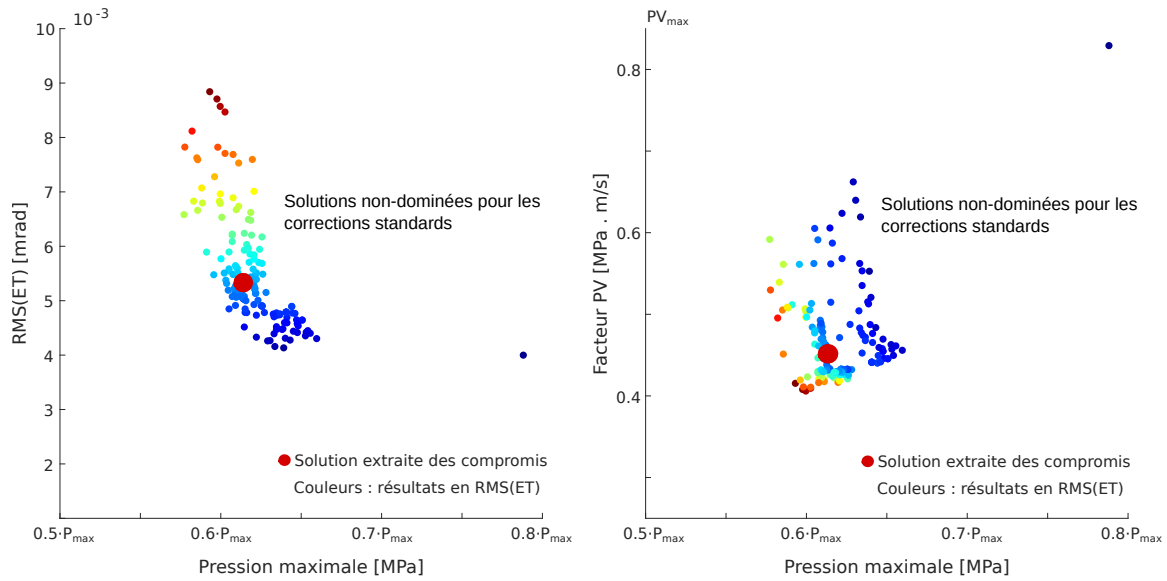


Figure 3.62 – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Fronts de Pareto des bombés d'hélice et de profil

#### 5.4.2 Application de corrections surfaciques

Dans le paragraphe ci-dessus, la solution optimale trouvée par l'algorithme présente un bombé d'hélice minimale complété par un bombé de profil sur la roue. Une nouvelle fois, l'optimisation précédente est confrontée à une optimisation d'une correction surfacique, de degré 2. Théoriquement et à la vue des résultats pour les corrections dentures classiques, la surface optimale trouvée devrait présenter des similitudes avec un bombé de profil uniquement.

Tableau 3.33 – Points de contrôle de la correction surfacique optimale pour une optimisation standard PR-PV-RMS(ET) de l'engrenage aéronautique

Type	Points de contrôle								
	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
Surface de correction $S_{optimale}$	0.66	0.68	0.36	0.26	0.17	0.10	0.52	0.63	0.47
						Facteur PV	$0.29 \cdot PV_{max}$		-71.1 %
						RMS(ET)	0.001 mrad		-88.1 %
						Pression maximale	$0.58 \cdot P_{max}$		-50.4 %

La surface de correction génère des résultats sur les trois objectifs très intéressants (Figures 3.65 et 3.64). Le point rouge de cette dernière figure correspond à la solution détaillée ci-dessus. Comparé à la Figure 3.62, le front de Pareto est bien plus avancé : tous les objectifs sont optimisés à des niveaux supérieurs à ceux obtenus par les corrections de denture classiques. Le front de Pareto des corrections classiques est rappelé en gris, le nouveau front obtenu par les corrections surfaciques est coloré, la couleur de chaque point étant représentative des résultats en RMS(ET). En termes de pression maximale de contact, l'optimisation tri-objectifs entraîne une réduction de 50.4 % comparée à sa valeur maximale (Tableau 3.33), soit un gain supplémentaire de 3.4 % comparé aux résultats du précédent paragraphe. Le facteur PV est quant à lui réduit de 71.1 % : ce gain reste du même ordre de grandeur que celui de l'optimisation mono-objectif du facteur PV avec une surface de correction obtenue dans la section 4.5.2 (-74.6 %). Enfin, les fluctuations du signal de l'erreur de transmission sont atténuées de 88.1 %. Cette valeur est très encourageante mais surprenante. En effet, dans la section 4.2.2 où seul cet objectif était optimisé avec une correction surfacique, le gain n'était que de 83.0 %. Théoriquement, les résultats d'une optimisation tri-objectifs ne peuvent être meilleurs que ceux d'une optimisation mono-objectif. Nous pouvons donc supposer que la correction surfacique de l'optimisation de RMS(ET) de la section 4.2.2

n'était pas globalement optimale. L'algorithme a pu donc soit ne pas converger, soit converger dans un minimum local. Plusieurs pistes de réflexion sont envisageables :

- Modifier le critère d'arrêt : en ajoutant une notion relative à la dispersion des solutions, l'algorithme ne serait pas autorisé à se terminer sans que la dispersion des solutions ne soit inférieure à sa valeur limite ou sans renvoyer de message d'avertissement,
- Réinitialiser la population : si la dispersion est minimale mais que le nombre de calcul maximum n'est pas atteint, l'algorithme pourrait se réinitialiser avec une nouvelle population
- Augmenter le nombre de calculs maximum

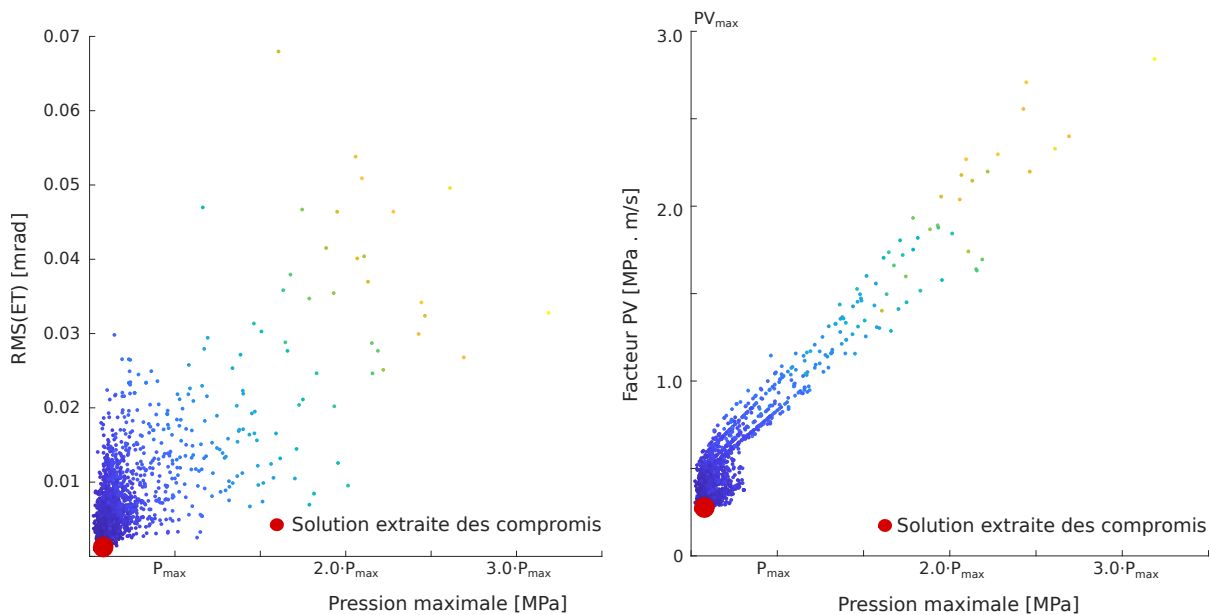


Figure 3.63 – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Ensemble des solutions testées pour des corrections surfaciques

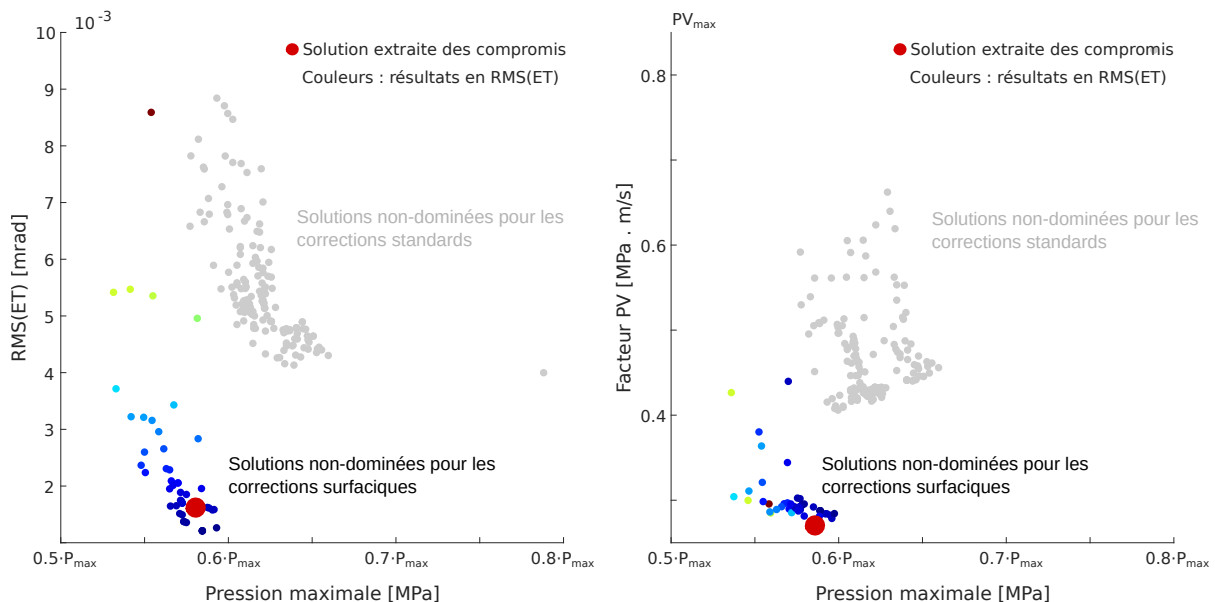


Figure 3.64 – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Front de Pareto des corrections surfaciques

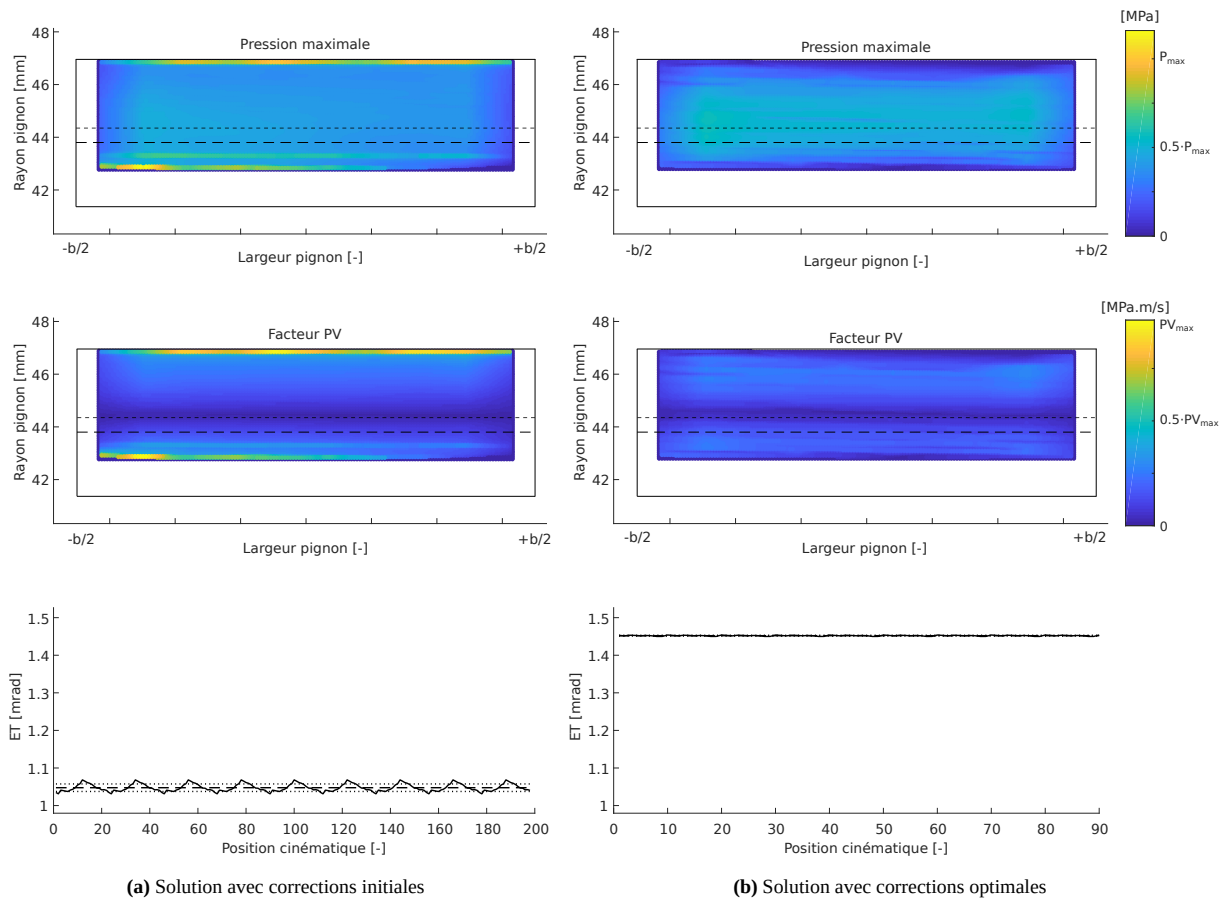


Figure 3.65 – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique avec désalignements avant (a) et après optimisation (b) – Correction surfacique

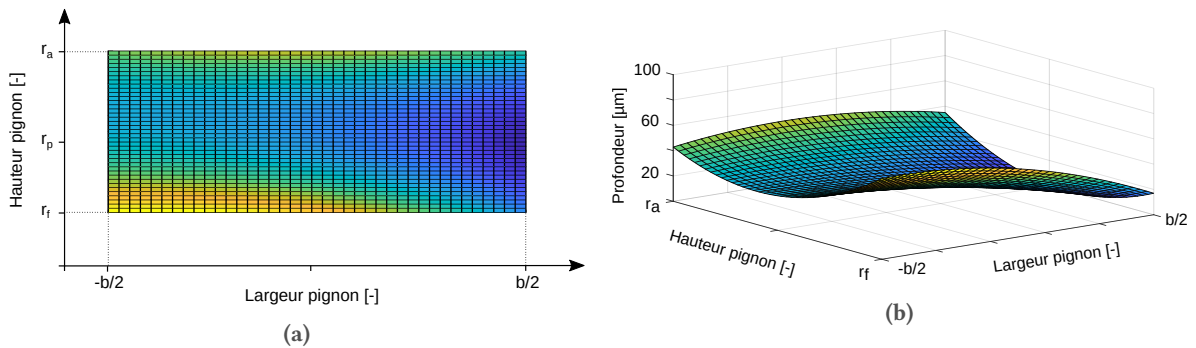


Figure 3.66 – Optimisation multi-objectifs PR-PV-RMS(ET) – Engrenage aéronautique – Correction surfacique optimale projetée (a) et 3D (b)

## 5.5 Optimisation de l'usure

En guise de dernière application, nous nous intéresserons à l'optimisation du processus d'usure. L'approche la plus logique serait de générer une population aléatoire et pour chaque correction de denture, d'appeler le module d'usure pour simuler le processus d'arrachement de matière sur le cycle AMT complet. La valeur maximale de la profondeur d'usure ferait office d'objectif à minimiser. Une telle approche serait trop coûteuse en termes de temps de calcul : une simulation complète serait à réaliser plusieurs milliers de fois. L'approche la plus rapide est la suivante :

- Optimisation du facteur PV pour l'opération arrachant le plus de matière
- Simulation de l'usure sur l'engrenage optimisé sur l'intégralité du cycle AMT

Pour cette étude, les désalignements dus aux déformations du carter ne peuvent être pris en compte dans le processus d'optimisation. En effet, ces désalignements ont été calculés pour un seul et unique couple moteur. Dans le cadre d'une simulation d'usure sur cycles AMT, les conditions de fonctionnement sont cependant variables.

### 5.5.1 Optimisation du facteur PV

L'optimisation du facteur PV est lancée dans un espace de recherche constitué de bombés de profil et d'hélice, appliqués sur la roue. Les conditions de fonctionnement pour laquelle l'optimisation est choisie est l'opération n°4 : c'est en effet cette opération qui génère le plus d'arrachements de matière (voir Figure 3.24). La solution optimale trouvée est détaillée dans le tableau 3.34.

**Tableau 3.34** – Optimisation mono-objectif du facteur PV – Engrenage aéronautique – Solution optimale avec bombés de profil et d'hélice, sans désalignements

Application	Paramètre	Solution
Profil	Dépouille tête	29.7 $\mu\text{m}$
	Dépouille pied	110.9 $\mu\text{m}$
	Dépouille au premier rayon de contact de pied	16.6 $\mu\text{m}$
Hélice	Cote	21.80 mm
	Dépouille face avant	12.7 $\mu\text{m}$
	Dépouille face arrière	1.5 $\mu\text{m}$
Facteur PV maximal		0.44·PV <sub>max</sub>
Réduction		-56.4 %

Les observations sont relativement similaires à celle de l'étude de la section 4.5.1. A noter que le cas de référence est ici le cas doté des corrections initiales proposées par SAFRAN HE mais sans désalignements.

### 5.5.2 Simulation de l'usure pour la denture aéronautique optimisée

Suite à l'optimisation du facteur PV, la simulation du processus d'usure est lancée pour l'engrenage aéronautique doté des corrections optimales trouvées ci-dessus. L'analyse de l'usure est effectuée sur les 5 phases du cycle AMT complet, soit 5410 répétitions du cycle n°1 et une répétition des cycles n°2 et n°3. La mise à jour de la géométrie est lancée sur l'usure cumulée sur le pignon dépasse 1.0  $\mu\text{m}$ . Les rugosités quadratiques sont fixées à 0.3  $\mu\text{m}$  et la température d'injection est de 115°C : ce sont pour ces valeurs que les profondeurs d'usure maximales ont été observées précédemment.

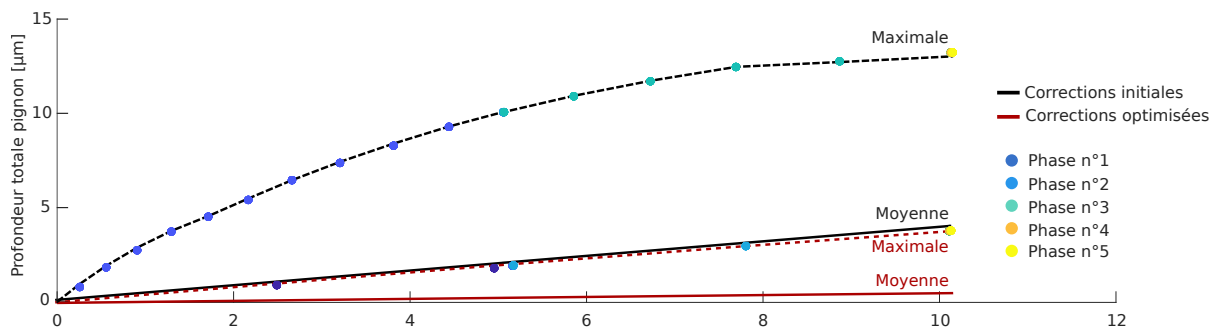
Les profondeurs d'usure cumulées sur chaque opération de la phase totale sont renseignées dans le tableau 3.35. Plusieurs remarques sont à faire :

- L'optimisation du facteur PV a été réalisée sur l'opération n°4 : sur cette opération, 6.4  $\mu\text{m}$  de matière ont été gagnés. Cependant, l'impact en terme de gain relatif est supérieur pour les opérations n°5, n°8 et n°9,

**Tableau 3.35** – Profondeurs d'usure du pignon avant et après optimisation du facteur PV pour chaque opération – Engrenage aéronautique

Opération	Usure cumulée du pignon		Gain	Gain relatif
	Avant optimisation	Après optimisation		
OP n°1	$1.2 \times 10^{-1} \mu\text{m}$	$9.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	$2.2 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	-18.3 %
OP n°2	$9.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	$8.0 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	$1.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	-18.4 %
OP n°3	$1.4 \times 10^{-4} \mu\text{m}$	$8.3 \times 10^{-5} \mu\text{m}$	$5.7 \times 10^{-5} \mu\text{m}$	-40.7 %
OP n°4	9.5 $\mu\text{m}$	3.1 $\mu\text{m}$	6.4 $\mu\text{m}$	-67.4 %
OP n°5	2.9 $\mu\text{m}$	$6.4 \times 10^{-1} \mu\text{m}$	2.3 $\mu\text{m}$	-77.9 %
OP n°6	$5.6 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	$2.3 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	$3.3 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	-58.9 %
OP n°7	$2.5 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	$1.1 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	$1.4 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	-56.0 %
OP n°8	$1.8 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	$5.1 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	$1.3 \times 10^{-2} \mu\text{m}$	-71.7 %
OP n°9	$2.8 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	$7.1 \times 10^{-4} \mu\text{m}$	$2.1 \times 10^{-3} \mu\text{m}$	-74.6 %
Total	12.7 $\mu\text{m}$	3.9 $\mu\text{m}$	8.7 $\mu\text{m}$	-68.9 %

- Les opérations les moins chargées (OP n°1 et OP n°2) sont celles pour lesquelles l'optimisation a le moins d'influence sur la profondeur d'usure : leur facteur PV est faible (15 % du couple nominal et vitesse réduite pour OP n°1)
- Globalement, l'optimisation du facteur PV a permis de réduire la profondeur d'usure de 8.7  $\mu\text{m}$ , soit d'environ 69% de la quantité d'usure du pignon initialement générée sur le cycle AMT complet.

**Figure 3.67** – Optimisation PV et usure – Engrenage aéronautique – Profondeurs d'usure maximale et moyenne du pignon avec corrections initiales et corrections optimisées

L'impact des corrections de dentures optimales est visible sur la figure 3.67. Les valeurs maximales des profondeurs d'usure cumulée sont en traits pointillés, les valeurs moyennes en traits pleins. Pour l'engrenage optimisé, le nombre de mises à jour de la géométrie est faible et ce, à cause de la faible quantité de matière arrachée sur chaque cycle.

## 6

## Conclusion partielle

De nombreuses études d'optimisation ont été menées dans ce mémoire, que ce soit pour l'engrenage cylindrique droit (standard) ou l'engrenage aéronautique à voile mince.

- Pour une optimisation des fluctuations de l'erreur de transmission sous charge, les corrections de profil calculées par l'équation de la mastercurve présentent des résultats encourageants pour l'engrenage standard. Cependant, pour l'engrenage aéronautique, l'ajout d'un voile souple induit une réduction de la rigidité de structure de l'engrenage : les corrections de la mastercurve ne sont alors plus optimales. L'approche méta-heuristique permet dans ce cas de trouver des corrections plus performantes : des tombés de tête, linéaires, et appliqués uniquement sur la roue,
- L'approche méta-heuristique a permis une optimisation de chaque paramètre quasi-statique étudié : les fluctuations de l'erreur de transmission ont été réduites de près de 70%, la pression maximale de contact a été abaissée d'au moins 50% et le facteur d'Almen PV a été atténué au moins de 59%,
- L'approche à deux ou trois objectifs fournit des solutions forcément moins performantes que celles des approches mono-objectifs. Néanmoins, les solutions des fronts de Pareto trouvés restent très satisfaisantes,
- Les corrections surfaciques mises en place s'adaptent pleinement à la dissymétrie du champ de pressions de contact : il est possible de corriger une zone du flanc de denture sans en impacter une autre. Les zones initialement les moins chargées ne sont pratiquement pas touchées par la correction surfacique.
- L'optimisation du facteur PV, suivie d'une simulation du processus d'usure sur l'intégralité des phases de vol, entraîne une baisse des profondeurs d'usure pour chaque opération étudiée. La profondeur d'usure cumulée sur l'opération la moins chargée a été réduite de seulement 18%, mais de près de 78% pour l'opération la plus sévère. Sur le cycle AMT complet, la profondeur d'usure cumulée a été réduite de près de 69%.

Le modèle d'optimisation a pleinement répondu aux attentes fixées : optimiser un engrenage aéronautique à voile mince avec un ou plusieurs objectifs. Finalement, combiné à une simulation du processus d'usure, le module a prouvé sa capacité à réduire significativement l'intensité des phénomènes de dégradation des engrenages aéronautiques.

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE



# Conclusion générale et perspectives

---

L'engrenage étudié dans ces travaux de thèse est l'étage intermédiaire d'un turbomoteur. Les différents retours d'expériences de SAFRAN Helicopter Engines ont montré des marques d'usure sur les flancs des dentures. Dans ce mémoire, deux modules distincts ont été présentés, le premier pour la simulation de l'usure d'un engrenage aéronautique à voile mince et le second pour l'optimisation de ses paramètres quasi-statiques.

## Module d'optimisation

Pour répondre aux besoins de l'industriel, un module d'optimisation a été conçu. Ce dernier a pour fonction d'optimiser des critères inhérents au fonctionnement de l'engrenage, parmi lesquels la pression de contact maximale, les fluctuations de l'erreur de transmission sous charge ou encore le facteur d'Almen PV. Pour parvenir à optimiser ces paramètres, la micro-géométrie de l'engrenage est corrigée. Ces problèmes sont complexes et ont nécessité l'introduction de méthodes de résolution basées sur des approches méta-heuristiques. Plusieurs algorithmes d'optimisation multicritères ont été étudiés. Notre choix s'est porté sur l'algorithme MO-TRIBES pour deux raisons. Premièrement, ce dernier répond pleinement aux critères recherchés : il permet une optimisation multi-objectifs et multivariables. Deuxièmement, il est dit "auto-adaptatif", c'est-à-dire que l'algorithme choisit et adapte de par lui-même ses variables de fonctionnement. Cette caractéristique facilitera l'utilisation de ce dernier au sein des équipes de SAFRAN Helicopter Engines.

Cet algorithme MO-TRIBES a été confronté à l'algorithme PSO, doté de plusieurs topographies de voisinage. Les algorithmes PSO ont l'avantage de présenter une convergence rapide, et plus particulièrement celui doté d'un voisinage de type *fully-connected*. Cette rapidité de convergence est aussi l'un des défauts principaux de cet algorithme : il a tendance à fortement exploiter les zones de recherches intéressantes, au détriment de l'exploration de l'espace des solutions potentielles. L'optimisation MO-TRIBES a montré ses capacités à travailler avec un nombre de variables d'entrée important, jusqu'à 9 pour les corrections surfaciques, et à optimiser des problèmes mono-objectif tout comme des problèmes multi-objectifs.

De toutes les études menées, plusieurs choses sont à garder à l'esprit. Pour une optimisation en RMS(ET) d'un engrenage sans voile, l'application de la mastercurve présente de bons résultats pour les tombés de têtes linéaires et symétriques. L'avantage indéniable de cette méthode est que l'approche analytique fournit quasi instantanément des résultats proches d'être optimaux. La dissociation des paramètres de tombés de tête sur le pignon et la roue entraîne une réduction supplémentaire, très faible,



de RMS(ET). En ce qui concerne la forme de ces tombés, les corrections paraboliques sont moins à même d'optimiser cet engrenage en RMS(ET). Pour un engrenage doté d'un voile fin et d'un champ de pression fortement dissymétrique, l'application de la mastercurve est impossible, la raideur du système étant modifiée. L'algorithme MO-TRIBES a quant à lui permis une optimisation des fluctuations des erreurs de transmission sous charge en appliquant des corrections de tête linéaires, longues et peu profondes. L'optimisation en pression de l'engrenage aéronautique a montré que les paramètres et le type de corrections initialement déployées (tombé de tête et correction d'angle d'hélice sur la roue) sur l'engrenage étaient non-optimales : la modification de ces corrections en bombé de tête et d'hélice appliqués sur ce même organe engendre d'importantes réductions des surpressions localisées en pied de dents face arrière. En ce qui concerne les pressions de contact maximales et les facteurs PV, les bombés d'hélice et de profils optimisés sont très proches et semblent être équivalents. En effet, les zones fortement chargées sont principalement optimisées par la dépouille en pied du bombé de profil. Une fois cette dernière en place, les autres variables, en tête de profil de roue et sur l'hélice, s'ajustent plus finement pour répondre pleinement à ou aux objectif(s) demandé(s).

Les surfaces de corrections basées sur des courbes de Bézier de degré 2 ont montré leur efficacité et leur flexibilité. Pour chacune des applications testées, les corrections surfaciques présentent des résultats de meilleure qualité que les corrections de dentures standards. L'optimisation des points de contrôle autorise un réglage fin et précis des surfaces de corrections. Pour des champs de pression asymétriques, ce type de correction s'adapte parfaitement en générant des surfaces de Bézier asymétriques offrant une réduction des objectifs, tout en garantissant que chaque zone utile de la surface de denture soit pleinement utilisée. Il va de soi que ce type de correction n'est pas déployable directement en production et ce pour des raisons évidentes de coût de revient des pièces rectifiées. L'application de corrections surfaciques n'est - pour l'instant - pas accessible à la production industrielle d'engrenages. Les processus de fabrication, de taillage et de rectification évoluent en termes de vitesse, de précision et de flexibilité. Il n'est pas utopique d'imaginer dans les prochaines décennies des processus de taillage autorisant une rectification des engrenages par le biais de telles surfaces de corrections tout en assurant une rentabilité acceptable.

Les algorithmes développés au cours de cette thèse autorisent l'optimisation d'une multitude de critères avec des paramètres d'entrée nombreux. Ces algorithmes restent des aides à la décision et force de proposition de solutions optimales. Ils sont un outil d'aide à la décision, qui, au final, doit rester humaine. Le domaine de l'optimisation est très riche et de nombreuses pistes de réflexions pourraient être abordées :

- Il serait intéressant de mettre en place un processus de *reverse engineering* sur les corrections surfaciques. En partant d'une correction surfacique idéale, il s'agirait alors de chercher les combinaisons de denture classiques pouvant générer une surface proche de la surface de correction idéale. Les corrections classiques seraient libres d'être appliquées sur le pignon, la roue ou les deux, tant que leur combinaison répond aux attentes.
- Avant de lancer une optimisation de la micro-géométrie, une optimisation des macro-paramètres (nombre de dents, déports, coefficients de saillie et de creux...) pourrait être à développer. Il serait alors possible de minimiser l'encombrement, de maximiser les rendements, tout en respectant les contraintes inhérentes à la boîte de vitesses, notamment l'entraxe de fonctionnement et le rapport de l'engrenage.
- La géométrie même des engrenages, ainsi que celles des voiles et des axes pourraient être optimisées. Dans cette approche, d'autres algorithmes seraient à mettre en place : les algorithmes d'optimisation topologiques. L'objectif est de retirer ou de déplacer la matière d'un solide tout en garantissant que ce dernier réponde à certains critères : souplesse, volume final, déformation maximale. Les formes du voile, des raccordements de la jante, des différents perçages du voile, des diamètres des arbres pourraient alors être optimisés. L'implémentation successive des algorithmes d'optimisation des macro-paramètres, des topologies de l'engrenage et finalement de la micro-géométrie des dentures entraînerait alors le développement d'engrenages à même de ré-

pondre aux différentes sollicitations, tout en respectant les différentes contraintes de conception.

### **Modèle de simulation de l'usure**

Dans une majorité des travaux de la bibliographie, l'usure d'un engrenage est étudiée pour des conditions de fonctionnement constantes. Or, dans le cas de l'étude d'un réducteur de turbomoteur d'hélicoptère, ces conditions de fonctionnement évoluent constamment lors des différentes phases de vol, décollages et atterrissages, vols stationnaires, ou encore événements particuliers nécessitant une puissance motrice supplémentaire.

Dans un premier temps, un module d'usure a été développé. Ce dernier se base sur la loi d'Archard, loi bien connue pour quantifier la quantité d'usure enlevée pour un contact sec. La formulation d'Archard estime un volume de matière arrachée à la pression de contact, à la vitesse de glissement et à un coefficient d'usure. Cette loi d'usure a été extrapolée afin de prendre en considération la lubrification du système. En fonction du régime de lubrification, le processus d'usure évolue plus ou moins rapidement. L'algorithme développé applique en chaque point de la zone de contact les actions suivantes :

- Calcul des paramètres quasi-statiques (Pressions de contact, vitesse de glissement, etc...),
- Calcul de l'épaisseur de film d'huile et estimation de l'épaisseur de film spécifique,
- Estimation du coefficient d'usure local pour le contact lubrifié,
- Calcul de l'arrachement de matière pour une unique rotation du pignon,
- Cumul de l'usure sur  $n$  rotations du pignon.

Pour une unique rotation, l'impact de la modification de la géométrie due aux arrachements de matière n'est pas suffisant pour justifier un nouveau calcul de répartition des charges. C'est pourquoi il est possible, pour des conditions de fonctionnement similaires, de cumuler  $n$  rotations avant une mise à jour de la géométrie. Ce processus de cumul de l'usure et l'impact du nombre de cycles cumulables sur la quantité d'usure finale ont été vérifiés. Pour un engrenage cylindrique droit, sans correction de denture, l'usure impacte les paramètres quasi-statiques tels que la distribution des pressions de contact sur le flanc de denture ou encore l'erreur de transmission sous charge.

Dans un second temps, les phases de vol ont été mises en place. Lors de la certification des différents organes du turbomoteur, celui-ci est soumis à un cycle de mission accéléré, ou cycle AMT. Ce cycle est composé de plusieurs phases constituées elles-mêmes d'une répétition de cycles. Ces cycles sont formés de plusieurs étapes, qui sont en réalité des conditions de fonctionnement maintenues pendant une certaine durée. Pour une phase de vol donnée, ces cycles peuvent être répétés plusieurs milliers de fois. Théoriquement, lors de chaque changement de conditions de fonctionnement, un nouveau calcul de répartition des charges serait à effectuer. Afin d'éviter cela, la procédure suivante a été mise en place pour chaque phase de vol :

- Pour chaque étape d'un cycle AMT, la profondeur d'usure cumulée sur l'étape est estimée (voir boucle précédente),
- Si la quantité d'usure cumulée sur l'ensemble des étapes d'un cycle AMT reste suffisamment faible, il est alors possible de cumuler plusieurs cycles,
- Dès lors que la profondeur d'usure cumulée sur les cycles dépasse un certain seuil, il est nécessaire d'effectuer une mise à jour de la géométrie et ainsi d'estimer à nouveau les profondeurs d'usure sur chaque étape du cycle AMT,
- Une fois l'ensemble des cycles simulés, la phase de vol suivante est analysée.

Cette méthode présente deux avantages : elle entraîne une réduction drastique du nombre de calculs de répartition des charges à effectuer et autorise une analyse détaillée de chaque étape, chaque cycle et chaque phase de vol. Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ces analyses :

- Les étapes les plus critiques sont celles aux conditions de fonctionnement les plus élevées, avec des couples allant jusqu'à 123% du couple nominal. L'étape la plus critique ( $OP_9$ ) génère une usure par rotation 5 fois supérieure à celle de l'étape aux conditions nominales ( $OP_6$ ) et près de 150 fois celle de l'opération de vol la moins critique ( $OP_1$ ),

- Cependant, les durées de ces étapes les plus abrasives sont très restreintes face à la durée totale de la simulation. Bien que moins sévères, ce sont les étapes  $OP_4$  et  $OP_5$  qui totalisent près de 98% de la quantité de matière arrachée sur un planning de vol complet,
- Au fur et à mesure de l'enchaînement des cycles, la vitesse du processus d'usure tend à décroître.

Le coefficient d'usure est impacté directement par l'épaisseur de film d'huile et donc inéluctablement par la température d'injection du lubrifiant et par la rugosité des surfaces en contact. En passant d'une température d'injection de 115°C à 85°C, la profondeur d'usure cumulée est réduite de près de 10%. Un ordre de grandeur similaire est obtenu en divisant la rugosité quadratique par deux.

Enfin, le modèle d'optimisation a été mis à contribution. Une optimisation du facteur d'Almen PV a été réalisée pour l'engrenage aéronautique, facteur couramment utilisé pour quantifier la distribution de l'usure sur le flanc de denture. En appliquant les corrections optimales trouvées par l'algorithme, il a été possible de réduire de 69% la quantité d'usure générée sur l'ensemble du planning de vol. Ce résultat est encourageant et montre bien la complémentarité des deux modèles développés lors de ces travaux de thèse. Une telle réduction de la profondeur d'usure maximale offre la possibilité d'une part, de réestimer les délais entre deux maintenances préventives successives et d'autre part, d'augmenter le cycle de vie de l'engrenage.

En termes de perspectives sur ce module d'optimisation, plusieurs études seraient à mener. Premièrement, une campagne d'essais serait à mettre en place afin de caractériser au mieux la valeur du coefficient d'usure pour cet engrenage et ce, pour les multiples conditions de fonctionnement rencontrées lors des différentes phases de vol. Cette base de données de coefficients d'usure servirait alors à alimenter le modèle d'usure. Deuxièmement, la notion d'incertitude devrait être intégrée à la simulation du processus d'usure, incertitude liée au coefficient d'usure d'une part, mais aussi à chacune des variables ayant un impact potentiel sur l'arrachement de matière, par exemple les fluctuations des vitesses de rotation, l'épaisseur de film d'huile ou encore les rugosités de surface. Troisièmement, d'autres avaries pourraient être ajoutées au module numérique, comme le pitting par exemple. L'intégration d'autres phénomènes offrirait la possibilité d'analyser les couplages entre ces différentes avaries.



# Références bibliographiques

- 
- [1] **BRENEUR, C.** “Elements de maintenance preventive de machines tournantes dans le cas de défauts combinés d’engrenages et de roulements”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2002, p. 127.
  - [2] **SIDAHMED, M. et GARNIER, C.** “Détection de défauts dans les engrenages”. *Cetim informations* 124 (1991), p. 71-74.
  - [3] **STEWART, R.** “The specification and developpement of a standard for gearbox monitoring”. In : *2nd International Conference on Vibration in Rotating Machines*. Cambridge, 1980, p. 353-358.
  - [4] **ARCHARD, J. F.** “Wear Theory and Mechanisms”. *Wear control handbook* (1980). Sous la dir. de **PETERSON, M. B. et WINER, W. O.**, p. 58.
  - [5] **MANYIKA, J., CHUI, M., BISSON, P., WOETZEL, J., DOBBS, R., BUGHIN, J. et AHARON, D.** “The internet of things : mapping the value beyond de hype”. *McKinsey & Compagny* June (2015), p. 144.
  - [6] **DE VAULPANE, J.-R.** *Pourquoi la maintenance prédictive va révolutionner l’industrie?* 2018. URL : <https://parlonsdata.fr/pourquoi-maintenance-predictive-va-revolutionner-lindustrie-38d3aac3279d> (visité le 10/09/2018).
  - [7] **FAURE, L.** “Nouvelle norme française sur l’aspect des dentures après fonctionnement”. *Conférence présentée aux “4èmes journées d’études transmissions mécaniques” École catholique d’Arts et Métiers de Lyon* (1990), p. 281.
  - [8] **FEKI, N.** “Modélisation électro-mécanique de transmissions par engrenages - Applications à la détection et au suivi des avaries”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2012, p. 207.
  - [9] **WILLIAMS, J. A.** “Wear and wear particles - Some fundamentals”. *Tribology International* 38.10 (2005), p. 863-870. DOI : [10.1016/j.triboint.2005.03.007](https://doi.org/10.1016/j.triboint.2005.03.007).
  - [10] **SHIPLEY, E. E.** “Gear failures”. *Mach Design* 39.28 (1967), p. 152-162.
  - [11] **EYRE, T. S.** “Wear characteristics of metals”. *Tribology International* 9.5 (1976), p. 203-212. DOI : [10.1016/0301-679X\(76\)90077-3](https://doi.org/10.1016/0301-679X(76)90077-3).
  - [12] **KATO, K. et ADACHI, K.** “Wear mechanisms”. In : *Lubrication and Reliability Handbook*. Elsevier, 2001, p. 1-3. DOI : [10.1016/B978-075065154-7/50113-3](https://doi.org/10.1016/B978-075065154-7/50113-3).
  - [13] **HÖHN, B.-R. et MICHAELIS, K.** “Influence of oil temperature on gear failures”. *Tribology International* 37.2 (2004), p. 103-109. DOI : [10.1016/S0301-679X\(03\)00047-1](https://doi.org/10.1016/S0301-679X(03)00047-1).
  - [14] **ASI, O.** “Fatigue failure of a helical gear in a gearbox”. *Engineering Failure Analysis* 13.7 (2006), p. 1116-1125. DOI : [10.1016/j.engfailanal.2005.07.020](https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2005.07.020).
  - [15] **BRANDÃO, J. A.** “Gear Tooth Flank Damage Prediction Using High-Cycle Fatigue and Wear Models”. Thèse de doct. Universidade do Porto, 2013, p. 231.
  - [16] **WALTON, D. et GOODWIN, A. J.** “The wear of unlubricated metallic spur gears”. *Wear* 222.2 (1998), p. 103-113. DOI : [10.1016/S0043-1648\(98\)00291-9](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(98)00291-9).
  - [17] **OSMAN, T.** “Simulation de l’usure et d’avaries sur des dentures d’engrenages cylindriques - Influence sur le comportement statique et dynamique de transmission par engrenages”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2012, p. 225.

- [18] FAJDIGA, G. et SRAML, M. "Fatigue crack initiation and propagation under cyclic contact loading". *Engineering Fracture Mechanics* 76.9 (2009), p. 1320-1335. DOI : [10.1016/j.engfracmech.2009.02.005](https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2009.02.005).
- [19] GLODEŽ, S., WINTER, H. et STÜWE, H. P. "A fracture mechanics model for the wear of gear flanks by pitting". *Wear* 208.1-2 (1997), p. 177-183. DOI : [10.1016/S0043-1648\(97\)00008-2](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(97)00008-2).
- [20] *Leonardo and the Engineers of the Renaissance*. URL : <https://brunelleschi.imss.fi.it/> (visité le 01/02/2019).
- [21] ARCHARD, J. F. et HIRST, W. "The Wear of Metals under Unlubricated Conditions". *The Wear of Metals under Unlubricated Conditions* (1956), p. 397-410. DOI : [10.1098/rspa.1956.0144](https://doi.org/10.1098/rspa.1956.0144).
- [22] PRIEST, M. et TAYLOR, C. M. "Automobile engine tribology - approaching the surface". *Wear* 241.2 (2000), p. 193-203. DOI : [10.1016/S0043-1648\(00\)00375-6](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(00)00375-6).
- [23] ORVNÄS, A. "Simulation of Rail Wear on the Swedish Light Rail Line Tvärbanan". Thèse de doct. Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, 2003, p. 50.
- [24] LIU, F., LESLIE, I., WILLIAMS, S., FISHER, J. et JIN, Z. "Development of computational wear simulation of metal-on-metal hip resurfacing replacements". *Journal of Biomechanics* 41.3 (2008), p. 686-694. DOI : [10.1016/j.jbiomech.2007.09.020](https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2007.09.020).
- [25] ERSOY-NÜRNBERG, K., NÜRNBERG, G., GOLLE, M. et HOFFMANN, H. "Simulation of wear on sheet metal forming tools-An energy approach". *Wear* 265.11-12 (2008), p. 1801-1807. DOI : [10.1016/j.wear.2008.04.039](https://doi.org/10.1016/j.wear.2008.04.039).
- [26] KRAGELSKY, I. V., DOBYCHIN, M. N. et KOMBALOV, V. S. *Friction and wear : calculation methods*. Pergamon Press, 1982, p. 474.
- [27] QIU, X. et PLESHA, M. E. "A theory for dry wear based on energy". *Transactions of the ASME. Journal of Tribology* 113.3 (1991), p. 442. DOI : [10.1115/1.2920644](https://doi.org/10.1115/1.2920644).
- [28] UETZ, H. et FÖHL, J. "Wear as an energy transformation process". *Wear* 49.2 (1978), p. 253-264. DOI : [10.1016/0043-1648\(78\)90091-1](https://doi.org/10.1016/0043-1648(78)90091-1).
- [29] RODKIEWICZ, C. et WANG, Y. "A dry wear model based on energy considerations". *Tribology International* 27.3 (juin 1994), p. 145-151. DOI : [10.1016/0301-679X\(94\)90038-8](https://doi.org/10.1016/0301-679X(94)90038-8).
- [30] DE MOERLOOZE, K., AL-BENDER, F. et VAN BRUSSEL, H. "A novel energy-based generic wear model at the asperity level". *Wear* 270.11-12 (2011), p. 760-770. DOI : [10.1016/j.wear.2011.01.028](https://doi.org/10.1016/j.wear.2011.01.028).
- [31] LIM, S. C., ASHBY, M. et F. "Wear-Mechanism maps". *Acta Metallurgica* 35.1 (jan. 1987), p. 1-24. DOI : [10.1016/0001-6160\(87\)90209-4](https://doi.org/10.1016/0001-6160(87)90209-4).
- [32] LIM, S. C. "Recent developments in wear-mechanism maps". *Tribology International* 31.1-3 (1998), p. 87-97. DOI : [10.1016/S0301-679X\(98\)00011-5](https://doi.org/10.1016/S0301-679X(98)00011-5).
- [33] KATO, K. "Micro-mechanisms of wear - wear modes". *Wear* 153.1 (1992), p. 277-295. DOI : [10.1016/0043-1648\(92\)90274-C](https://doi.org/10.1016/0043-1648(92)90274-C).
- [34] WU, S. et CHENG, H. "A Sliding Wear Model for Partial-EHL Contacts". *Journal of Tribology* 113.1 (1991), p. 134-141. DOI : [10.1115/1.2920579](https://doi.org/10.1115/1.2920579).
- [35] BRANDÃO, J. A., MARTINS, R. C., SEABRA, J. H. O. et CASTRO, M. J. D. "Calculation of gear tooth flank surface wear during an FZG micropitting test". *Wear* 311.1-2 (2014), p. 31-39. DOI : [10.1016/j.wear.2013.12.025](https://doi.org/10.1016/j.wear.2013.12.025).
- [36] TUNALIOĞLU, M. Ş. et TUÇ, B. "Theoretical and experimental investigation of wear in internal gears". *Wear* 309.1-2 (2014), p. 208-215. DOI : [10.1016/j.wear.2013.11.016](https://doi.org/10.1016/j.wear.2013.11.016).
- [37] NARAZAKI, J., IKEJO, K., KAZUTERU, N., TANAKA, E. et SEYAMA, N. "Effect of tooth profile modification on tooth wear of involute spur gear". In : *The Proceedings of the JSME international conference on motion and power transmissions*. Kyoto, Japon, 2017, p. 05-05. DOI : [10.1299/jsmeimpt.2017.05-05](https://doi.org/10.1299/jsmeimpt.2017.05-05).
- [38] FENG, S., FAN, B., MAO, J. et XIE, Y. "Prediction on wear of a spur gearbox by on-line wear debris concentration monitoring". *Wear* 336-337 (2015), p. 1-8. DOI : [10.1016/j.wear.2015.04.007](https://doi.org/10.1016/j.wear.2015.04.007).
- [39] BEHESHTI, A. et KHONSARI, M. M. "A thermodynamic approach for prediction of wear coefficient under unlubricated sliding condition". *Tribology Letters* 38.3 (2010), p. 347-354. DOI : [10.1007/s11249-010-9614-4](https://doi.org/10.1007/s11249-010-9614-4).
- [40] AKBARZADEH, S. et KHONSARI, M. M. "On the Prediction of Running-In Behavior in Mixed-Lubrication Line Contact". *Journal of Tribology* 132.3 (2010), p. 032102. DOI : [10.1115/1.4001622](https://doi.org/10.1115/1.4001622).
- [41] KATO, K. "Wear in relation to friction - A review". *Wear* 241.2 (2000), p. 151-157. DOI : [10.1016/S0043-1648\(00\)00382-3](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(00)00382-3).
- [42] KARAMIŞ, M. et ODABAŞ, D. "A simple approach to calculation of the sliding wear coefficient for medium carbon steels". *Wear* 151.1 (nov. 1991), p. 23-34. DOI : [10.1016/0043-1648\(91\)90343-S](https://doi.org/10.1016/0043-1648(91)90343-S).
- [43] RAMALHO, A. et MIRANDA, J. C. "The relationship between wear and dissipated energy in sliding systems". *Wear* 260.4-5 (2006), p. 361-367. DOI : [10.1016/j.wear.2005.02.121](https://doi.org/10.1016/j.wear.2005.02.121).
- [44] JANAKIRAMAN, V., LI, S. et KAHRAMAN, A. "An Investigation of the Impacts of Contact Parameters on Wear Coefficient". *Journal of Tribology* 136.3 (2014), p. 31602. DOI : [10.1115/1.4027440](https://doi.org/10.1115/1.4027440).

- [45] **FLODIN, A.** “Wear investigation of spur gear teeth”. *TriboTest* 7.1 (2000), p. 45-60. DOI : [10.1002/tt.3020070106](https://doi.org/10.1002/tt.3020070106).
- [46] **LU, Q., LIU, X.-Z. et ZHANG, J.** “Quasi-static-model-based wear analysis of helical gears”. *Journal of Chongqing University* 14.1 (2015), p. 25-31. DOI : [10.11835/j.issn.1671-8224.2015.01.04](https://doi.org/10.11835/j.issn.1671-8224.2015.01.04).
- [47] **YUKSEL, C. et KAHRAMAN, A.** “Dynamic tooth loads of planetary gear sets having tooth profile wear”. *Mechanism and Machine Theory* 39.7 (2004), p. 695-715. DOI : [10.1016/j.mechmachtheory.2004.03.001](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2004.03.001).
- [48] **DING, H. et KAHRAMAN, A.** “Interactions between nonlinear spur gear dynamics and surface wear”. *Journal of Sound and Vibration* 307.3-5 (2007), p. 662-679. DOI : [10.1016/j.jsv.2007.06.030](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.06.030).
- [49] **PÖDRA, P. et ANDERSSON, S.** “Wear simulation with the Winkler surface model”. *Wear* 207.1-2 (1997), p. 79-85. DOI : [10.1016/S0043-1648\(96\)07468-6](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(96)07468-6).
- [50] **PARK, D. et KAHRAMAN, A.** “A surface wear model for hypoid gear pairs”. *Wear* 267.9-10 (2009), p. 1595-1604. DOI : [10.1016/j.wear.2009.06.017](https://doi.org/10.1016/j.wear.2009.06.017).
- [51] **LUDEMA, K. C.** *Friction, wear, lubrication*. 1996, p. 263. DOI : [10.1201/9781439821893](https://doi.org/10.1201/9781439821893).
- [52] **MENG, H. C. et LUDEMA, K. C.** “Wear models and predictive equations : their form and content”. *Wear* 181-183.PART 2 (1995), p. 443-457. DOI : [10.1016/0043-1648\(95\)90158-2](https://doi.org/10.1016/0043-1648(95)90158-2).
- [53] **KRANTZ, T. L. et KAHRAMAN, A.** “An Experimental Investigation of the Influence of the Lubricant Viscosity and Additives on Gear Wear”. *Nasa* October (2005), p. 25. DOI : [10.1080/05698190490278949](https://doi.org/10.1080/05698190490278949).
- [54] **JOHNSON, K. L.** *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985, p. 462.
- [55] **FLODIN, A. et ANDERSSON, S.** “Simulation of mild wear in helical gears”. *Wear* 241.2 (2000), p. 123-128. DOI : [10.1016/S0043-1648\(00\)00384-7](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(00)00384-7).
- [56] **FLODIN, A. et ANDERSSON, S.** “A simplified model for wear prediction in helical gears”. *Wear* 249.3-4 (2001), p. 285-292. DOI : [10.1016/S0043-1648\(01\)00556-7](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(01)00556-7).
- [57] **BRAUER, J. et ANDERSSON, S.** “Simulation of wear in gears with flank interference-a mixed FE and analytical approach”. *Wear* 254.11 (2003), p. 1216-1232. DOI : [10.1016/S0043-1648\(03\)00338-7](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(03)00338-7).
- [58] **BAJPAI, P., KAHRAMAN, A. et ANDERSON, N. E.** “A Surface Wear Prediction Methodology for Parallel-Axis Gear Pairs”. *Journal of Tribology* 126.July (2004), p. 597-605. DOI : [10.1115/1.1691433](https://doi.org/10.1115/1.1691433).
- [59] **FLODIN, A. et ANDERSSON, S.** “Simulation of mild wear in spur gears”. *Wear* 207.1-2 (juin 1997), p. 16-23. DOI : [10.1016/S0043-1648\(96\)07467-4](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(96)07467-4).
- [60] **MASJEDI, M. et KHONSARI, M. M.** “On the prediction of steady-state wear rate in spur gears”. *Wear* 342-343 (2015), p. 234-243. DOI : [10.1016/j.wear.2015.08.010](https://doi.org/10.1016/j.wear.2015.08.010).
- [61] **FRANCISCI, D.** *Algorithmes Évolutionnaires et Optimisation Multi-objectifs en Data Mining*. Rapp. tech. 33. Sophia-Antipolis : Laboratoire I3S (UMR 6070), 2002, p. 46.
- [62] **BERCACHI, M.** “Algorithme Évolutionnaire à États pour l’Optimisation Difficile”. Thèse de doct. Université Nice Sophia Antipolis, 2010, p. 191.
- [63] **FISTER JR, I., YANG, X.-S., FISTER, I., BREST, J. et FISTER, D.** “A Brief Review of Nature-Inspired Algorithms for Optimization”. *Elektrotehniski Vestnik/Electrotechnical Review* 80.3 (2013), p. 116-122.
- [64] **DARWIN, C.** *On the Origin of Species*. Routledge, nov. 2003, p. 83-85. DOI : [10.4324/9780203509104](https://doi.org/10.4324/9780203509104).
- [65] **HOLLAND, J. H.** *Adaptation in Natural and Artificial Systems : An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. A Bradford Book, 1992, p. 232.
- [66] **VANARET, C.** “Hybridation d’algorithmes évolutionnaires et de méthodes d’intervalles pour l’optimisation de problèmes difficiles”. Thèse de doct. Institut National Polytechnique de Toulouse, 2015, p. 173.
- [67] **GHRIBI, D.** “Optimisation des corrections de forme dans les engrenages droits et hélicoïdaux - Approches déterministes et probabilistes”. Thèse de doct. Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 2013, p. 201.
- [68] **CHAPRON, M.** “Comportement dynamique de train planétaire / épicycloïdal avec erreurs d’assemblage , écarts de forme et structures déformables - Optimisation des corrections de dentures”. Thèse de doct. Université de Lyon, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2016, p. 183.
- [69] **VELEX, P., CHAPRON, M., FAKHFAKH, H., BRUYÈRE, J. et BECQUERELLE, S.** “On transmission errors and profile modifications minimising dynamic tooth loads in multi-mesh gears”. *Journal of Sound and Vibration* 379 (sept. 2016), p. 28-52. DOI : [10.1016/j.jsv.2016.05.044](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.05.044). URL : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022460X16302000>.
- [70] **GOLOGLU, C. et ZEYVELI, M.** “A genetic approach to automate preliminary design of gear drives”. *Computers & Industrial Engineering* 57.3 (2009), p. 1043-1051. DOI : [10.1016/j.cie.2009.04.006](https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.04.006).
- [71] **MILER, D. et LON, A.** “Influence of profile shift on the spur gear pair optimization”. *Mechanism and Machine Theory journal* 117 (2017), p. 189-197. DOI : [10.1016/j.mechmachtheory.2017.07.001](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.07.001).
- [72] **MILER, D., ŽEŽELJ, D., LONČAR, A. et VUČKOVIĆA, K.** “Multi-objective spur gear pair optimization focused on volume and efficiency”. *Mechanism and Machine Theory journal* 125 (2018), p. 185-195. DOI : [10.1016/j.mechmachtheory.2018.03.012](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2018.03.012).



- [73] **ROEVA, O., FIDANOVA, S. et PAPRZYCKI, M.** "Influence of the population size on the genetic algorithm performance in case of cultivation process modelling". *Computer Science and Information Systems (FedC-SIS), 2013 Federated Conference on* (2013), p. 371-376. DOI : [10.1007/978-3-319-12631-9\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-12631-9_7).
- [74] **DORIGO, M., BIRATTARI, M. et STUTZLE, T.** "Ant Colony Optimization". *IEEE Computational Intelligence Magazine* 1.4 (nov. 2006), p. 28-39. DOI : [10.1109/CI-M.2006.248054](https://doi.org/10.1109/CI-M.2006.248054).
- [75] **COOREN, Y.** "Perfectionnement des algorithmes d'optimisation par essaim particulaire. Applications en génie médical et en électronique". Thèse de doct. Université Paris 12 Val de Marne, 2010, p. 146.
- [76] **RASHEDI, E., NEZAMABADI-POUR, H. et SARYAZDI, S.** "GSA : A Gravitational Search Algorithm". *Information Sciences* 179.13 (juin 2009), p. 2232-2248. DOI : [10.1016/j.ins.2009.03.004](https://doi.org/10.1016/j.ins.2009.03.004).
- [77] **MAHMOUDI, S., AGHAIE, M., BAHONAR, M. et POURSALEHI, N.** "A novel optimization method, Gravitational Search Algorithm (GSA), for PWR core optimization". *Annals of Nuclear Energy* 95 (sept. 2016), p. 23-34. DOI : [10.1016/j.anucene.2016.04.035](https://doi.org/10.1016/j.anucene.2016.04.035).
- [78] **KAVEH, A. et LAKNEJADI, K.** "A novel hybrid charge system search and particle swarm optimization method for multi-objective optimization". *Expert Systems with Applications* 38.12 (nov. 2011), p. 15475-15488. DOI : [10.1016/j.eswa.2011.06.012](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.06.012).
- [79] **KAVEH, A. et TALATAHARI, S.** "Charged system search for optimal design of frame structures". *Applied Soft Computing* 12.1 (jan. 2012), p. 382-393. DOI : [10.1016/j.asoc.2011.08.034](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.08.034).
- [80] **EBERHART, R. et KENNEDY, J.** "A new optimizer using particle swarm theory". In : *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. 1995, p. 39-43. DOI : [10.1109/MHS.1995.494215](https://doi.org/10.1109/MHS.1995.494215).
- [81] **CLERC, M. et KENNEDY, J.** "The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space". *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6.1 (2002), p. 58-73. DOI : [10.1109/4235.985692](https://doi.org/10.1109/4235.985692).
- [82] **MEDINA, A. J. R., PULIDO, G. T. et RAMÍREZ-TORRES, J. G.** "A comparative study of neighborhood topologies for particle swarm optimizers". In : *Proceedings of the International Joint Conference on Computational Intelligence*. SciTePress - Science, 2009, p. 152-159. DOI : [10.5220/0002324801520159](https://doi.org/10.5220/0002324801520159).
- [83] **COELLO COELLO, C. A. et REYES-SIERRA, M.** "Multi-Objective Particle Swarm Optimizers : A Survey of the State-of-the-Art". *International Journal of Computational Intelligence Research* 2.3 (2006), p. 287-308. DOI : [10.5019/j.ijcir.2006.68](https://doi.org/10.5019/j.ijcir.2006.68).
- [84] **ARASOMWAN, M. A. et ADEWUMI, A. O.** "On the Performance of Linear Decreasing Inertia Weight Particle Swarm Optimization for Global Optimization". *The Scientific World Journal* 2013 (2013), p. 1-12. DOI : [10.1155/2013/860289](https://doi.org/10.1155/2013/860289).
- [85] **ZHANG, Y.-w., WANG, L. et WU, Q.-d.** "Mortal Particles : Particle Swarm Optimization with Life Span". In : *Second International Conference, ICSI 2011*. Chongqing, China : Springer, Berlin, Heidelberg, 2011, p. 138-146. DOI : [10.1007/978-3-642-21515-5\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-642-21515-5_17).
- [86] **SCHMITT, B. I.** "Convergence Analysis for Particle Swarm Optimization". Thèse de doct. FAU Forschung, 2015, p. 233.
- [87] **CLERC, M.** *Particle Swarm Optimization*. London, UK : ISTE, jan. 2006, p. 244. DOI : [10.1002/9780470612163](https://doi.org/10.1002/9780470612163).
- [88] **ZITZLER, E., DEB, K. et THIELE, L.** "Comparison of multiobjective evolutionary algorithms : empirical results." *Evolutionary computation* 8.2 (2000), p. 173-195. DOI : [10.1162/106365600568202](https://doi.org/10.1162/106365600568202).
- [89] **SAINTE-MARIE, N.** "A transmission-error-based gear dynamic model - Applications to single- and multi-mesh transmissions". Thèse de doct. Institut National de Sciences Appliquées de Lyon, 2016, p. 208.
- [90] **BRUYÈRE, J.** "A simplified multi-objective analysis of optimum profile modifications in spur and helical gears". *Mechanism and Machine Theory* 80 (2014), p. 70-83. DOI : [10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.015](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.015).
- [91] **BRUYÈRE, J., GU, X. et VELEX, P.** "On the analytical definition of profile modifications minimising transmission error variations in narrow-faced spur helical gears". *Mechanism and Machine Theory* 92 (oct. 2015), p. 257-272. DOI : [10.1016/j.mechmachtheory.2015.06.001](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2015.06.001).
- [92] **ISO.** *NF ISO 6336-1 Calcul de la capacité de charge des engrenages cylindriques à dentures droite et hélicoïdale - Part 1*. Rapp. tech. 2006, p. 119.
- [93] **CARBONELLI, A.** "Caractérisation vibro-acoustique d'une cascade de distribution poids lourd". Thèse de doct. Ecole Centrale de Lyon, 2012, p. 217.
- [94] **ARTONI, A., BRACCI, A., GABICINI, M. et GUIGGIANI, M.** "Optimization of the Loaded Contact Pattern in Hypoid Gears by Automatic Topography Modification". *Journal of Mechanical Design* 131.1 (2009), p. 011008. DOI : [10.1115/1.3013844](https://doi.org/10.1115/1.3013844).
- [95] **JACQUIN, C.-Y.** "Modélisation et optimisation du comportement sous charge des engrenages face". Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2001.

- [96] **GABICINI, M., BRACCI, A. et GUIGGIANI, M.** “Robust Optimization of the Loaded Contact Pattern in Hypoid Gears With Uncertain Misalignments”. *Journal of Mechanical Design* 132.4 (2010), p. 041010. DOI : [10.1115/1.4001485](https://doi.org/10.1115/1.4001485).
- [97] **GUINGAND, M., VAUJANY, J.-P. de et JACQUIN, C.-Y.** “Quasi-static analysis of a face gear under torque”. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 194.39-41 (2005), p. 4301-4318. DOI : [10.1016/j.cma.2004.10.010](https://doi.org/10.1016/j.cma.2004.10.010).
- [98] **GUINGAND, M., REMOND, D. et VAUJANY, J.-P. de.** “Face Gear Width Prediction Using the DOE Method”. In : *JSME International Conference on Motion and Power Transmissions*. T. 130. 10. Sendai, Japan, 2008, p. 1-6. DOI : [10.1299/jsmeimpt.2009.92](https://doi.org/10.1299/jsmeimpt.2009.92).
- [99] **GUINGAND, M., VAUJANY, J.-P. de et ICARD, Y.** “Fast Three-Dimensional Quasi-Static Analysis of Helical Gears Using the Finite Prism Method”. *Journal of Mechanical Design* 126.6 (2004), p. 1082-1088. DOI : [10.1115/1.1798212](https://doi.org/10.1115/1.1798212).
- [100] **VAUJANY, J.-P. de et GUINGAND, M.** “Geometry, kinematics and load sharing of pinion rack gear with variable ratio”. *The Proceedings of the JSME international conference on motion and power transmissions 2009* (2009), p. 92-97. DOI : [10.1299/jsmeimpt.2009.92](https://doi.org/10.1299/jsmeimpt.2009.92).
- [101] **VAUJANY, J.-P. de, GUINGAND, M., REMOND, D., ICARD, Y., VAUJANY, J.-p. D., REMOND, D. et ICARD, Y.** “Numerical and Experimental Study of the Loaded Transmission Error of a Spiral Bevel Gear”. *Journal of Mechanical Design* 129.2 (2007), p. 195. DOI : [10.1115/1.2406089](https://doi.org/10.1115/1.2406089).
- [102] **TEIXEIRA ALVES, J.** “Définition analytique des surfaces de denture et comportement sous charge des engrenages spiro-coniques”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2012, p. 226.
- [103] **TEIXEIRA ALVES, J., GUINGAND, M. et VAUJANY, J.-P. de.** “Designing and Manufacturing Spiral Bevel Gears Using 5-Axis Computer Numerical Control (CNC) Milling Machines”. *Journal of Mechanical Design* 135.2 (jan. 2013), p. 024502. DOI : [10.1115/1.4023153](https://doi.org/10.1115/1.4023153).
- [104] **JBILY, D., GUINGAND, M. et VAUJANY, J.-P. de.** “A wear model for worm gear”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science* 230.7-8 (avr. 2015), p. 1290-1302. DOI : [10.1177/0954406215606747](https://doi.org/10.1177/0954406215606747).
- [105] **JBILY, D.** “Prise en compte de l’usure dans la modélisation du comportement sous charge des engrenages roues et vis tangentes”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2016, p. 203.
- [106] **HILTCHER, Y., GUINGAND, M. et VAUJANY, J.-P. de.** “Load Sharing of Worm Gear With a Plastic Wheel”. *Journal of Mechanical Design* 129.1 (2007), p. 23. DOI : [10.1115/1.2359469](https://doi.org/10.1115/1.2359469).
- [107] **BOUSSINESQ, J.** *Application des potentiels à l’étude de l’équilibre et du mouvement des solides élastiques*. T. 4. Gauthier-Villars, 1885.
- [108] **SAINOT, P.** “Analyse du contact entre dentures d’engrenages cylindriques de réducteurs”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1989, p. 205.
- [109] **CERRUTI, V.** “Ricerca intorno all equilibrio di corpi elastici isotropi”. *Atti Accad. Naz. Lincei Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. Sez 13* (1888), p. 81.
- [110] **BRANDÃO, J. A., MEHEUX, M., VILLE, F., SEABRA, J. H. O. et CASTRO, J.** “Comparative overview of five gear oils in mixed and boundary film lubrication”. *Tribology International* 47 (2012), p. 50-61. DOI : [10.1016/j.triboint.2011.10.007](https://doi.org/10.1016/j.triboint.2011.10.007).
- [111] **QUERLIOZ, E.** “Étude de la durée de vie des contacts sous-alimentés en lubrifiant”. Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2007, p. 173.
- [112] **HAMROCK, B. J., SCHMID, S. R. et JACOBSON, B. O.** *Fundamental of Fluid Film Lubrication Second Edition*. 2004, p. 1-693.
- [113] **BJÖRLING, M.** “Friction in elasto-hydrodynamic lubrication”. Thèse de doct. Luleå University of Technology, 2014, p. 292.
- [114] **HAMROCK, B. J. et DOWSON, D.** *Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts : Part IV—Starvation Results*. Rapp. tech. 1. 1977, p. 15. DOI : [10.1115/1.3452973](https://doi.org/10.1115/1.3452973).
- [115] **KRANTZ, T. L.** “On the Correlation of Specific Film Thickness and Gear Pitting Life”. *American Gear Manufacturers Association Fall Technical Meeting 2014* (2014), p. 238-255.
- [116] **ENCYCLOPEDIA.** *Encyclopedia of Tribology*. Sous la dir. de **WANG, Q. J. et CHUNG, Y.-W.** Boston, MA : Springer US, 2013. DOI : [10.1007/978-0-387-92897-5](https://doi.org/10.1007/978-0-387-92897-5).
- [117] **GUPTA, P. K., CHENG, H. S., ZHU, D., FORSTER, N. H. et SCHRAND, J. B.** “Viscoelastic effects in MIL-L-7808-type lubricant, part I : Analytical formulation”. *Tribology Transactions* 35.2 (1992), p. 269-274. DOI : [10.1080/10402009208982117](https://doi.org/10.1080/10402009208982117).



PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE



# Annexes

## A

### Définition du coefficient d'usure

Comme introduit dans la section 2.2.4, Ludema et Meng se sont intéressés à la définition du coefficient d'usure dans leur article de 1995 [52]. L'objectif de ces travaux étaient de lister les différents modèles d'usure abrasive de la bibliographie et les paramètres utilisés dans ces derniers. Cette liste (Tableau 3.1) comprend les 100 variables les plus utilisées dans les modèles, sachant que plus de 625 ont été trouvées.

A.3.1 – Liste des 100 variables les plus utilisées dans les modèles d'usure abrasive, réalisée par Meng et Ludema [52]

Absolute humidity	Melting temperature
Absolute temperature of contact spot	Molecular weight of lubricant
Activation energy for parabolic oxidation	Nominal contact area
AE (acoustic emission) rate	Number of asperities per millimeter
Ambient temperature of surfaces	Number of nucleation sites
Angle of asperity geometry	Oil density
Applied load	Partial pressure of oxygen
Applied nominal tensile stress	Planck's constant
Applied plastic deformation	Poisson's ratio
Area of contact of a plastic junction	Probability of asperity encounter
Area of film of transformed structures	Probability of forming a wear particle
Arrhenius constant for parabolic oxidation	Radius of asperity
Asperity strength	Radius of junction area
Atomic diameter of major constituent	Real area of contact
Atomic weight	Rotational velocity of layer elements
Average temperature of chip	Separation distance
Boltzmann's constant	Shape factor of indenter
Bulk hardness	Shear modulus
Burgers vector	Shear strength of metal
Coefficient of friction	Sliding distance
Composite surface roughness	Sliding velocity
Constant defining initial surface roughness	Specific heat
Constant defining load-area relation	Standard deviation of surface roughness
Constant defining particle size	Standard wear resistance
Constant defining size of a single contact	Strain to failure in one loading cycle
Constant defining stress	Surface energy
Contact pressure	Surface hardness
Crack propagation velocity	Temperature at which oxide film forms
Cross-sectional area of worn volume	Temperature rise due to frictional heating
Density of oxide	Thermal conductivity
Density of wear debris	Thermal diffusivity
Depth of wear grooves	Thickness of a wear particle
Dynamic hardness	Time
Effective hardness of a composite layer	Total apparent area of disc and pin
Effective Young's modulus	Total strain

Elastic modulus	Ultimate failure stress
Empirical constant	van der Waal's constant
Fatigue life of an asperity	Viscosity of lubricating oil
Flow pressure	Volume fraction of each component
Fracture toughness	Volume loss by abrasion
Friction force	Volume loss by adhesion
Gas constant	Volume loss by corrosion
Hardness of an asperity under oxide film	Volume loss by fatigue
Hertzian contact area	Wear coefficient for non-welded junctions
Initial oxygen concentration	Wear coefficient for welded junctions
Load supported by contacting asperities	Width of groove
Low cycle fatigue constant	Work-hardening exponent
Mean asperity interaction length	Worn area
Mean volume of a individual wear particle	Yield strain
Melting point of lubricant	Yield strength

## B

## Module d'optimisation : algorithme MO-TRIBES

---

L'algorithme MO-TRIBES est relativement plus complexe qu'un algorithme PSO standard. La gestion des tribus, leurs créations ou destructions, le processus de communication et d'évaluation des tribus sont organisés comme suit :

---

### Algorithme 3.1 Pseudo-code de MO-TRIBES, de [75]

---

```
Initialiser de l'archive
Initialiser un premier essaim de particules
Initialiser  $p_i$  à  $x_i$  pour chaque particule
Évaluer les fonctions objectifs pour chaque particule et initialiser  $g_i$ 
Insérer les particules non-dominées à l'archive
while true do
    Choisir la stratégie de déplacement adaptée
    Mettre à jour les positions des individus
    Évaluer les fonctions objectifs pour chaque particule
    Mettre à jour  $p_i$  et  $g_i$ 
    if  $n=NL/2$  then
        Adaptations structurelles : création et suppression de individus et tribus, restructuration des
        liens de communication internes et externes
        if  $nDomPrev=0$  then
            Redémarrer algorithme
            Mettre à jour la taille de l'Archivage
        end if
        Calculer  $NL$ 
    end if
end while
```

---

Une description plus détaillée est disponible dans les travaux de thèse de Cooren [75].

**C**

**Module d'usure : algorithmes et boucles de calculs**

L'algorithme 3.2 décrit le processus de création et de gestion du maillage d'usure : ce maillage a pour objectif de stocker en tout point du flanc de denture la valeur cumulée de l'usure sur le pignon et sur la roue. Lors du calcul de répartition des charges, la profondeur d'usure sera prise en compte dans le calcul de l'erreur cinématique à vide.

**Algorithme 3.2** Algorithme de gestion des maillages d'usure

```

if Premier calcul then
    Création de la grille initiale  $\mathcal{G}$  de profondeurs d'usure
else
    Création et remplissage de la grille temporaire  $\mathcal{G}_T$  avec les maillages locaux
    for all Points chargés de  $\mathcal{G}_T$  do
        Mise à jour des résultats de chargement du point correspondant de  $\mathcal{G}$ 
    end for
end if
for all Points chargés de  $\mathcal{G}$  do
    Calcul et cumul de l'usure sur le pignon et la roue pour le point courant
end for
    
```

En tout point du flanc de denture, la profondeur d'usure est estimée. Cette estimation se fait suite au calcul de répartition des charges. Le calcul de la profondeur d'usure nécessite plusieurs paramètres, tels que la pression, les vitesses de glissement, l'épaisseur de film d'huile. L'algorithme 3.3 est chargé de calculer l'ensemble de ces données.

**Algorithme 3.3** Calcul de l'usure du pignon et de la roue en chaque point  $i$  de la grille  $\mathcal{G}$

**Require:** Points de la grille  $\mathcal{G}$

```

for all Points chargés  $i$  de  $\mathcal{G}$  do
    Calcul du rayon équivalent  $R_{eq}$ 
    Calculs du glissement  $G$  et du SRR
    Calcul du facteur de Gupta  $\Phi_T$ 
    Calculs des facteurs adimensionnés  $W$ ,  $U$ ,  $G$  et  $S$ 
    Estimation de l'épaisseur de film minimale  $h_{min}$ 
    Estimation de l'épaisseur spécifique  $\lambda$ 
    Choix et calcul du coefficient d'usure local  $k_i$ 
    Calcul de la distance glissée du point  $i$ 
    Estimation des profondeurs d'usure sur le pignon  $h_{ip}$  et sur la roue  $h_{ir}$ 
end for
return  $\mathcal{G}$ 
    
```

La procédure suivante a pour rôle d'estimer le nombre de rotations qu'il est possible de cumuler sur une étape donnée. Pour une étape, les profondeurs d'usure sur le pignon et sur la roue ont été calculées. La mise à jour de la géométrie n'étant nécessaire que lorsque l'usure actuellement cumulée sur le pignon ou la roue dépasse la valeur  $h_{max}$ , le nombre de rotation  $\Delta r$  pour atteindre ces valeurs est calculée en divisant ce nombre par la profondeur de matière maximale arrachée sur le flanc de denture du pignon ( $h_{max,p}$ ) ou de la roue ( $h_{max,r}$ ) pour une unique rotation.

**Algorithme 3.4** Calcul du nombre de rotations  $\Delta r$  à cumuler pour l'étape actuelle

---

**Require:** Calcul de la profondeur d'usure  $h$  pour une unique rotation**Require:** Valeurs maximales de  $h$  pour le pignon et la roue, notées  $h_{max,p}$  et  $h_{max,r}$ 

```
 $\Delta r \leftarrow h_{max} / \min(h_{max,r}, h_{max,p})$   
if Type Usure == 0 then  
     $\Delta r \leftarrow \Delta r_{max}$   
else if Type Usure == 1 then  
     $\Delta r \leftarrow \min(\Delta r, r_{max})$   
else if Type Usure == 2 then  
     $\Delta r \leftarrow \Delta r$   
end if  
return  $\Delta_r \leftarrow \text{round}(\min(\Delta_r, R_{step} - r_{step}))$ 
```

---

L'algorithme général permettant la gestion des étapes et des cycles d'usures est retranscrit ci-dessous. La boucle interne gère le cumul de l'usure sur les étapes, la boucle externe est chargée de cumuler les itérations de cycles d'usure.

**Algorithme 3.5** Algorithme général de prise en compte des cycles d'usure

---

Initialisation du module d'usure

**repeat** Boucle externe    **repeat** Boucle interne

Mise à jour des conditions de fonctionnement pour l'opération chargée

Calcul de répartition des charges

Estimation de la profondeur d'usure sur une rotation

Cumul de l'usure sur l'étape en cours

**until** Demande de sortie de boucle interne

Calcul de la profondeur d'usure cumulée sur 1 cycle

Cumul des cycles sur la phase du planning

**until** Demande de sortie de boucle externe

---

Dans la boucle interne, le calcul de l'usure se fait pour une étape donnée. Il est possible de sortir de cette boucle que si un cycle complet a été réalisé, c'est-à-dire que l'intégralité des rotations sur chaque étape du cycle a été réalisée ou si l'usure cumulée dépassée la valeur critique. Dans ce cas, une mise à jour de la géométrie est demandée.

---

**Algorithme 3.6** Contrôle de la boucle interne

---

```

Sortie = false
if  $r_{step} \geq R_{step} = f(n_{Cycle}, n_{phase})$  then
     $n_{step} \leftarrow n_{step} + 1$ 
    Sortie = false
end if
if  $n_{step} \geq N_{step} = f(n_{phase})$  then
     $n_{step} \leftarrow 0$ 
     $n_{Cycle} \leftarrow n_{Cycle} + 1$ 
    Sortie = true
end if
if then  $h_{max,r} \geq h_{max} \parallel h_{max,p} \geq h_{max}$ 
    Sortie = true
end if
return Sortie

```

---

La boucle 3.7 est proche de la boucle 3.4. Au lieu de calculer le nombre de rotations à cumuler pour terminer une étape, la boucle actuelle détermine le nombre de cycles complets  $\Delta_{Cycle}$  qu'il est possible de cumuler. Elle compare alors l'usure cumulée sur une unique itération du cycle  $h_{Cycle}$  à la valeur maximale d'usure autorisée avant une mise à jour  $h_{max}$ .

---

**Algorithme 3.7** Cumul des cycles

---

**Require:** Calcul de la profondeur d'usure  $h_{Cycle}$  cumulée sur un cycle complet

```

 $\Delta_{Cycle} \leftarrow h_{max} / \min(h_{Cycle,r}, h_{Cycle,p})$ 
return  $\Delta_{Cycle} \leftarrow \text{round}(\min(\Delta_{Cycle}, N_{Cycle} - n_{Cycle}))$ 

```

---

Cette boucle est la boucle externe, permettant de terminer le processus d'usure pour une phase donnée et ainsi pouvoir passer à la suivante. Si le nombre de phases est supérieur au planning ou que la quantité d'usure cumulée dépasse la valeur admissible (ici  $H_{max}$ ), l'algorithme se termine.

---

**Algorithme 3.8** Contrôle de la boucle externe

---

```

Sortie = false
if  $n_{AMT} \geq N_{AMT} = f(n_{phase})$  then
     $n_{step} \leftarrow 0$ 
     $n_{AMT} \leftarrow 0$ 
     $n_{Phase} \leftarrow n_{Phase} + 1$ 
end if
if ( $n_{Phase} \geq N_{Phase} \parallel H_{max} \geq h_{max}$ ) then
    Sortie = true
end if
return Sortie

```

---

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE

PAGE INTENTIONNELLEMENT LAISSÉE BLANCHE





## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : LAGRESLE

DATE de SOUTENANCE : 05/12/2019

Prénoms : Charly

TITRE : ANALYSE DU PROCESSUS D'USURE ABRASIVE ET OPTIMISATION D'ENGRENAGE AERONAUTIQUE

NATURE : DOCTORAT

Numéro d'ordre : 2019LYSE113

Ecole doctorale : MEGA (ED162)

Spécialité : Génie Mécanique

#### RESUME :

Dans le domaine aéronautique, les réducteurs d'hélicoptère transmettent la puissance générée par le turbomoteur à la boîte de transmission principale. Pour maximiser la puissance massique des systèmes, les engrenages aéronautiques peuvent être dotés de voiles minces, réduisant la masse de l'ensemble, mais favorisant leurs flexibilités. Très sollicités et soumis à un nombre de rotations important, ces engrenages sont d'autant plus susceptibles d'être soumis à des avaries, telles que l'usure abrasive ou le grippage.

La première partie de ces travaux de thèse se focalise sur la compréhension et la simulation du processus d'usure abrasive des engrenages. Ce processus d'arrachement de matière est simulé grâce à une loi d'Archard adaptée aux contacts lubrifiés. Lors des différentes phases de vol, les conditions de fonctionnement évoluent et modifient les paramètres quasi-statiques de l'engrènement, la lubrification du système et l'usure. Afin de prendre en considération ces variations dans la simulation du processus d'usure, une méthodologie de cumul de l'usure a été adoptée : cette dernière autorise les analyses de la cinétique et de l'intensité du processus ainsi que de la sévérité des différentes phases de vol.

Dans la seconde partie, la recherche d'une micro-géométrie idéale est étudiée. Celle-ci a pour objectif d'améliorer le comportement quasi-statique de l'engrenage à voile mince et de réduire les causes potentielles de ces avaries, notamment les surpressions de contact ou le facteur de grippage d'Almen. Le problème étant qualifié de complexe, un algorithme d'optimisation multi-objectifs de type MO-TRIBES est mis en place. De nombreux exemples d'optimisation sont proposés : minimisation des fluctuations des signaux d'erreur de transmission sous-charge, des pressions maximales de contact, des facteurs de grippage, en simple et en multi-objectifs. Le choix des corrections de denture et de leurs formes est aussi abordé. Finalement, grâce à ce module d'optimisation, une réduction importante de l'usure est obtenue.

MOTS-CLÉS : transmission de puissance, engrenages, quasi-statique, usure abrasive, avaries, loi d'Archard, cycles AMT, optimisation multi-objectifs, méta-heuristique, algorithme d'optimisation par essaim particulaire, MO-TRIBES, corrections de denture, surface de correction.

Laboratoire de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)

Directrice de thèse : Michèle GUINGAND

Président de jury : Joël RECH

Composition du jury : Pascal LAFON, Régis BIGOT, Cyrille BAUDOIN, Joël RECH, Jean-Pierre DE VAUJANY, Michèle GUINGAND, Benjamin FULLERINGER

